

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale
in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Studio numerico del campo di flusso interno ad un Rampressor



Relatore

Prof. Ferlauto Michele

Candidato

Antoniovito Russo

Anno Accademico 2020/2021

Questo lavoro di tesi è stato svolto in un momento particolare per l'intero mondo.

Una pandemia che ha tolto molto.

A me personalmente ha sottratto mio Papà, un infermiere che ha dato la vita per aiutare il prossimo, ma più di tutto è riuscito a sostenere suo figlio. Per questo voglio continuare ad onorare la sua memoria, dedicandogli questo elaborato.

SOMMARIO

La necessità di avere sistemi propulsivi che generano sempre più spinta ha mantenuto uno stato di ricerca a livello mondiale.

Una nuova tipologia di motore denominati Ramgen, sono stati realizzati da American Ramgen Power Systems Inc., questi sono costituiti da una nuova tipologia di sistema di compressione. La parte centrale di tale sistema propulsivo è il Rampressor. Tale compressore è formato da un rotore, sulla cui superficie è realizzata una rampa di compressione, e da un carter esterno fisso. La compressione avviene mediante il sistema di onde d'urto che si instaura tra la superficie del rotore e il carter.

Rispetto ai tradizionali compressore assiali o centrifughi, il motore Ramgen presenta un rapporto di pressione più elevato, una maggiore efficienza di compressione, una maggiore affidabilità operativa, una struttura più compatta quindi un volume di ingombro ridotto.

Lo scopo di questa tesi è quello di validare l'efficienza di compressione del sistema Rampressor. Dopo una breve introduzione sui concetti fondamentali di fluidodinamica dei flussi all'interno di condotti, la definizione dei parametri geometrici e dei coefficienti di performance del Rampressor, verrà condotta un'analisi CFD su un modello bidimensionale della sezione rappresentativa del compressore. Analizzando così come cambiano le grandezze caratteristiche all'interno del campo di moto.

Verrà altresì analizzato numericamente gli effetti sul campo di flusso nel Rampressor, al variare di determinati parametri geometrici e condizioni iniziali.

INDICE

<i>INTRODUZIONE</i>	6
1. <i>RAMPRESSOR</i>	10
2. <i>MODELLO MATEMATICO FLUSSI COMPRESSIBILI</i>	14
2.1. Equazioni di Eulero	15
2.2. Flusso supersonico in ingresso al condotto	16
2.3. Relazioni onde d'urto normale	17
2.4. Riflessione degli urti.....	20
2.5. Interazione di urti.....	22
3. <i>MODELLO NUMERICO</i>	26
3.1. Pre-processing	26
3.1.1. Approssimazione degli integrali di superficie.....	28
3.1.2. Approssimazione degli integrali di volume	29
3.2. Solving.....	30
3.2.1. Discretizzazione equazioni di Eulero.....	31
3.2.2. Problema di Riemann per le equazioni di Eulero.....	34
3.2.3. Solutore approssimativo di Riemann <i>ROE</i>	37
4. <i>DEFINIZIONE PARAMETRI E COEFFICIENTI</i>	39
5. <i>ANALISI CFD MODELLO 2D RAMPRESSOR</i>	40
5.1. Geometria	40
5.2. Mesh	41
5.3. Setup solutore e condizioni al contorno	43
5.4. Risultati.....	45
5.5. Conclusioni.....	53
6. <i>ANALISI CFD AL VARIARE DELLA VELOCITA' DI ROTAZIONE DEL ROTORE</i>	61
7. <i>ANALISI CFD AL VARIARE DELL'ANGOLO DI RAMPA</i>	71
<i>CONCLUSIONI</i>	78
<i>PROGETTI ANALOGHI E FUTURI</i>	79
<i>RIFERIMENTI</i>	80

INTRODUZIONE

L'esigenza da parte dell'aviazione di avere propulsori che generano elevata spinta, ha portato ad un primo e notevole sviluppo con l'introduzione delle turbine a gas. Il primo aereo militare operativo dotato di motore a reazione fu il Whittle, realizzato nel 1939 in Inghilterra. La turbina a gas [fig.1], era costituita da un compressore centrifugo monostadio, che aspira aria dall'ambiente, la comprime e la invia in camera di combustione. In uscita da questa i prodotti della combustione si trovano ad alta pressione e temperatura per poter espandere nella turbina assiale, ed infine essere espulsi ad alta velocità dall'ugello di scarico.

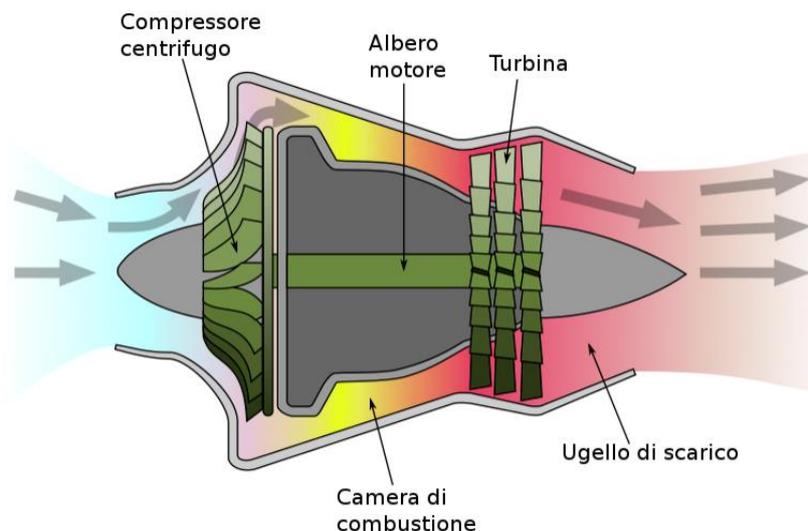


Figura 1: Schema turbina a gas Whittle

Successivamente al secondo conflitto mondiale, il progresso di questa tipologia di propulsione subì una ulteriore e dominante impennata, con l'obiettivo di sviluppare compressori costituiti da eccellenti rapporti di compressione, di conseguenza, rendimenti sufficientemente elevati.

Le turbine a gas si basano sul ciclo Joule-Brayton, illustrato sul piano entropico in fig.2. Viene altresì schematizzata la turbina a gas, composta da due turbomacchine, compressore e turbina, e da due scambiatori di calore. Nel caso di ciclo ideale le trasformazioni del gas sono:

- 1-2 compressione adiabatica
- 2-3 combustione a pressione costante
- 3-4 espansione adiabatica
- 4-1 cessione di calore a pressione costante

Nel caso ideale, il ciclo termodinamico è quindi costituito, da due trasformazioni isobare unite da due trasformazioni isoentropiche.

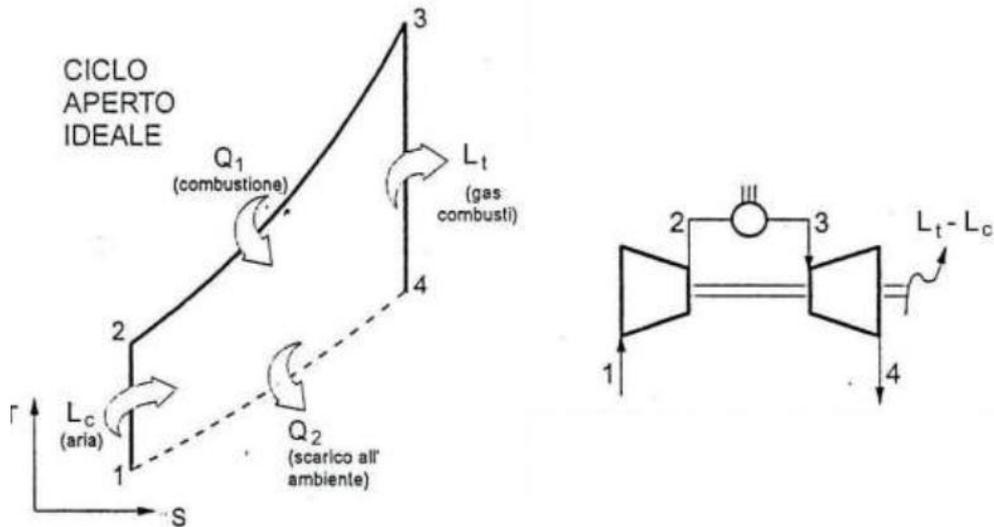


Figura 2: Ciclo aperto Joule-Bryton ideale

Le prestazioni di un ciclo ideale vengono fornite in termini di rendimento e di lavoro. Il lavoro utile è dato dalla differenza tra lavoro fornito dalla turbina (L_T) e il lavoro richiesto dal compressore (L_C). Richiamando l'espressione del lavoro ideale:

$$L = \int v dp \quad (1)$$

Si deduce che, per uguali valori di differenza di pressione (dp), comprimere a bassa temperatura necessita meno lavoro di quello che si otterrebbe dall'espansione ad alta temperatura per la differenza dei volumi specifici. In aggiunta, essendo il calore entrante nel ciclo per unità di massa:

$$q_1 = \int_2^3 T ds = \int_2^3 c_p dT \quad (2)$$

Mentre il calore dimesso per unità di massa è:

$$q_2 = \int_1^4 T ds = \int_1^4 c_p dT \quad (3)$$

Il rendimento del ciclo è dato dal rapporto tra il lavoro utile ed il calore entrante nel ciclo:

$$\eta = \frac{L_U}{q_1} = \frac{L_T - L_C}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} \quad (4)$$

Tenendo conto delle relazioni (2) e (3) e considerando l'ipotesi di c_p costante si ha:

$$\eta = 1 - \frac{c_p(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} \quad (5)$$

Ed essendo le due trasformazioni di compressione ed espansione adiabatiche e reversibili, cioè isoentropiche, pertanto è possibile scrivere:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_3}{T_4} \quad (6)$$

Si ricava:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \quad (7)$$

Sostituendo nell'equazione (5):

$$\eta = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (8)$$

Definendo il rapporto di compressione: $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, allora la relazione del rendimento ideale è:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (9)$$

Si è così ottenuto un risultato importante che esprime il fatto che il rendimento del ciclo ideale determinato esclusivamente dal rapporto di compressione (β) e dal tipo di gas (γ). Nello specifico, il rendimento è incrementato dall'aumento di β .

Un altro parametro fondamentale che caratterizza il ciclo è il lavoro utile. Dalla relazione del rendimento si ricava che:

$$L_U = L_T - L_C = \eta q_1 = \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right) c_p (T_3 - T_2) \quad (10)$$

Esplicitando la dipendenza dal rapporto di compressione e dal rapporto tra la temperatura massima e minima del ciclo, si giunge alla seguente formulazione:

$$L_U = \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right) \frac{\gamma R T_1}{\gamma - 1} \left(\frac{T_3}{T_1} - \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \quad (11)$$

Per $\beta = 1$ il lavoro utile è nullo; al crescere di β esso aumenta fino ad un massimo per poi diminuire fino a valori di β pari a $\left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$.

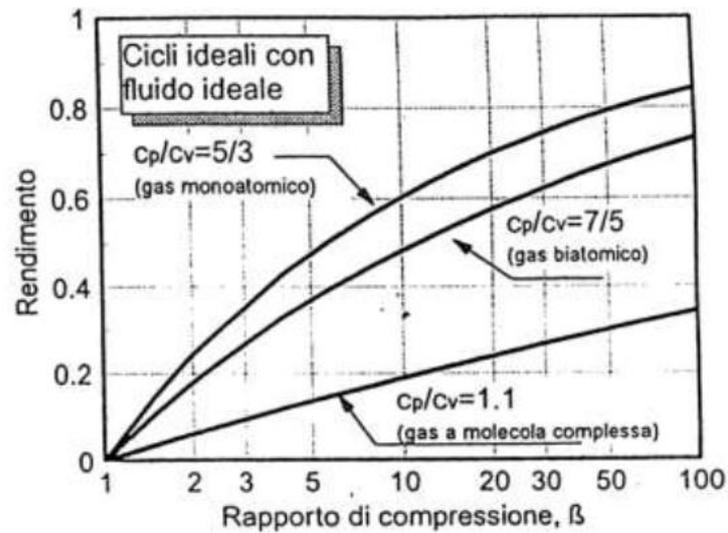


Figura 3: Evoluzione del rendimento del ciclo ideale al variare del rapporto di compressione per diversi tipi di gas

Il rapporto di compressione è quindi un parametro di fondamentale interesse. La realizzazione di compressori efficienti, quali Rampressor, che adoperano nuovi metodi di compressione dell'aria, cercando di raggiungere il valore ottimale del rapporto di compressione, per ottenere il massimo lavoro utile fornito dal propulsore e il massimo rendimento dello stesso.

1. RAMPRESSOR

Il Rampressor è un particolare compressore assiale, che sfrutta un sistema di onde d'urto per comprimere l'area, quindi aumentare il rapporto di compressione.

Il percorso del flusso supersonico nel rotore è delimitato da tre pale o strakes, montati sulla superficie e aventi un'altezza maggiore del raggio massimo del rotore stesso. Gli strakes sono montati sul rotore con un angolo di sfasamento tra 80° e 85° , suddividendo in tal modo il flusso in tre percorsi, come è mostrato in fig.4.

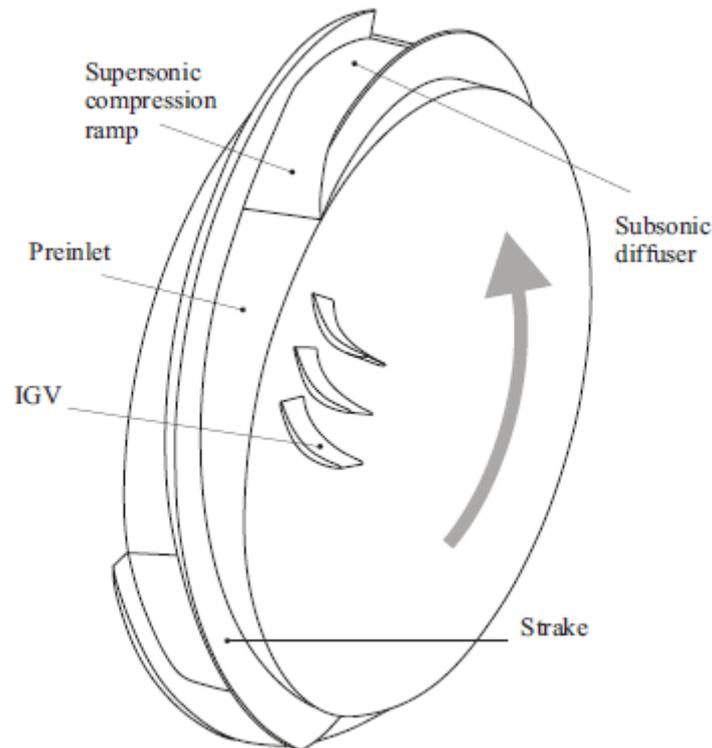


Figura 4: Vista schematica Rampressor

Il flusso in ingresso è garantito mediante l'uso di alette di guida (IGV) montati sulla superficie frontale. Questi permettono di permutare l'aria trascinata per effetto rotativo, in un flusso d'aria diretto tangenzialmente, in ingresso ad ogni percorso.

Nel caso in cui il Rampressor è accoppiato con un compressore centrifugo, le IGV sono proprio le palette del disco rotante (impeller) del compressore centrifugo.

Altresì, contribuisce al campo di flusso in ingresso, anche lo swirl generato dalla stessa superficie del rotore.

In figura 5, viene mostrata una vista del rotore insieme ad una serie di IGV, utilizzati per stabilire il campo di flusso. La direzione di rotazione del rotore va da destra verso sinistra. La combinazione di velocità del rotore e del flusso in uscita da ogni IGV, producono un flusso supersonico.

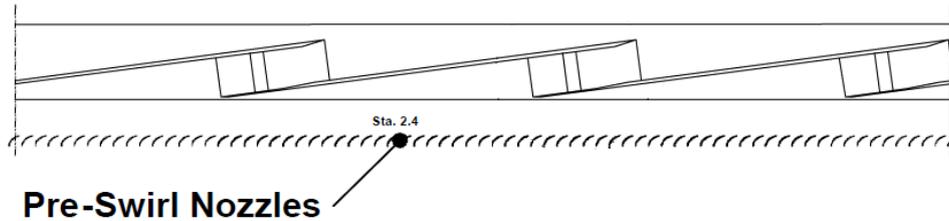


Figura 5: Schema IGV e strakes

I tre inlet del Rampressor sono disposti simmetricamente sul rotore. Se il Rampressor non gira, i flussi nei tre ingressi sono simmetricamente centrali, pertanto uno dei tre ingressi può essere utilizzato per lo studio numerico del campo di flusso. Inoltre, il vortice del rotore viene generato in direzione radiale, ma la differenza tra i modelli tridimensionali e bidimensionali è nella direzione assiale. Poiché la rotazione del rotore non ha quasi alcun effetto sulla struttura assiale del modello tridimensionale, si può allora non considerare la portata di flusso in ingresso secondo la direzione assiale. Pertanto, è accettabile utilizzare il modello bidimensionale per studiare le caratteristiche di compressione del sistema di onde d'urto generatosi, e quindi le prestazioni del Rampressor.

La compressione del flusso d'aria all'interno del Rampressor avviene mediante la nascita di una serie di onde d'urto oblique, che convergono in un unico punto focale in corrispondenza del case esterno non rotante. Il sistema di onde d'urto oblique è generato da una rampa di compressione integrata nella superficie del rotore. La rampa è progettata in modo da creare una serie di onde d'urto oblique che vengono riflesse dal case esterno non rotante, come mostrato in fig.6.

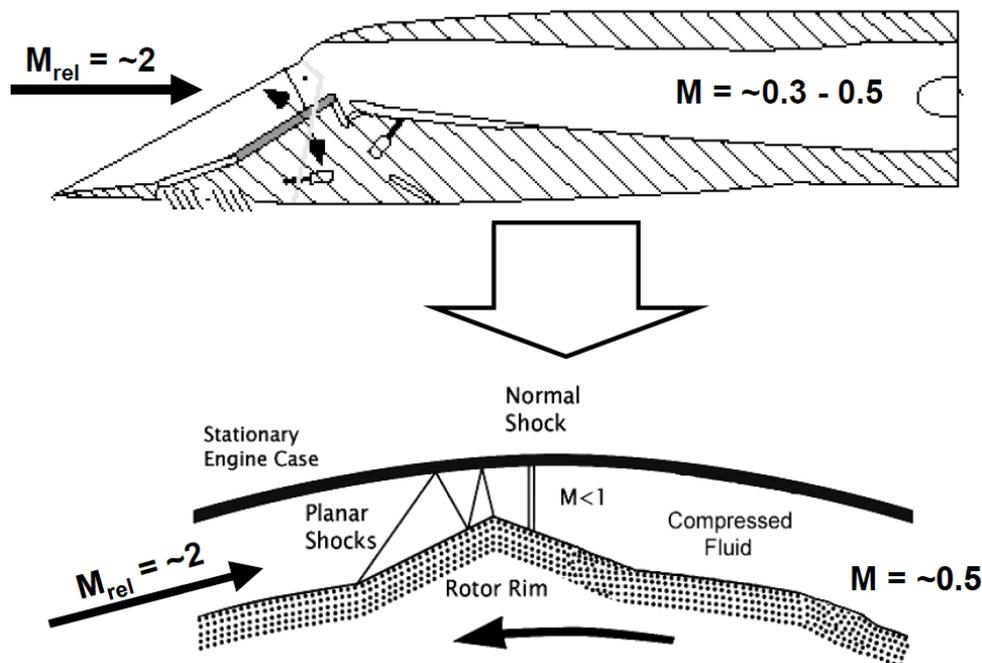


Figura 6: Schema onde d'urto

È possibile vedere nel dettaglio, in fig.7, il modello bidimensionale utilizzato. Questo si compone di un primo percorso di “preinlet”, segue la rampa di compressione fino alla gola, il tratto di diffusione subsonica, ed infine l’ultimo condotto a sezione costante.

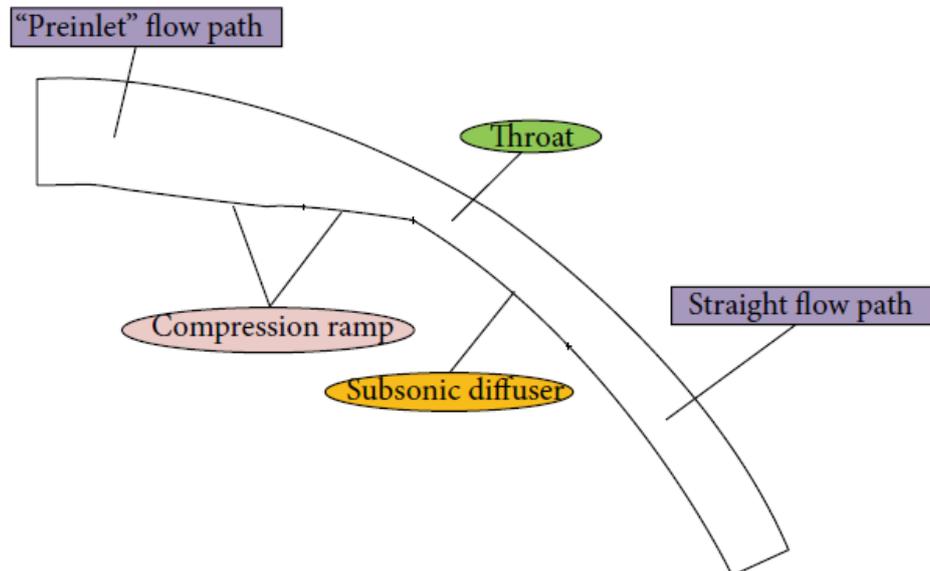


Figura 7: Modello bidimensionale Rampressor

Il progetto del layout esterno della parte rotante si pone l’importante obiettivo, per date condizioni di funzionamento, di far coincidere la fine dell’onda d’urto riflessa con la sezione della gola. La sensibilità dell’allineamento degli urti, in funzione della geometria della superficie rotorica, potrebbe portare ad avere un impatto negativo sulle prestazioni in condizioni fuori progetto.

L’architettura principale del banco di prova utilizzato nella ricerca di Ramgen Power Systems Inc. [2] presso il Boeing’s Nozzle Test Facility, viene rappresentata tramite un cad 3D in fig.8, e uno schema 2D in fig.9. Il rotore è stato montato tra un elemento rotativo e un banco di cuscinetti idrodinamici, riducendo così al minimo il movimento dell’asse di rotazione e fornendo allo stesso tempo un sistema di smorzamento dell’attrito volvente. Una turbina di 800 kW ha fornito la potenza motrice per il funzionamento del Rampressor.

Il flusso d’aria in ingresso viene aspirato dalla settling chamber nell’anello di alimentazione, attraverso la sezione a campana. Il condotto anulare alimenta le IGTV. L’angolo di uscita di ogni palette è stato impostato a 61° , permettendo di avere in ingresso numeri di Mach compresi tra 2,4 e 2,7. Le palette di ingresso montate hanno impiegato il design del profilo NACA 63.

La contropressione del rotore è stata controllata mediante una valvola wafer posta sul condotto di scarico, questi hanno permesso il settaggio della pressione statica a valle del Rampressor.

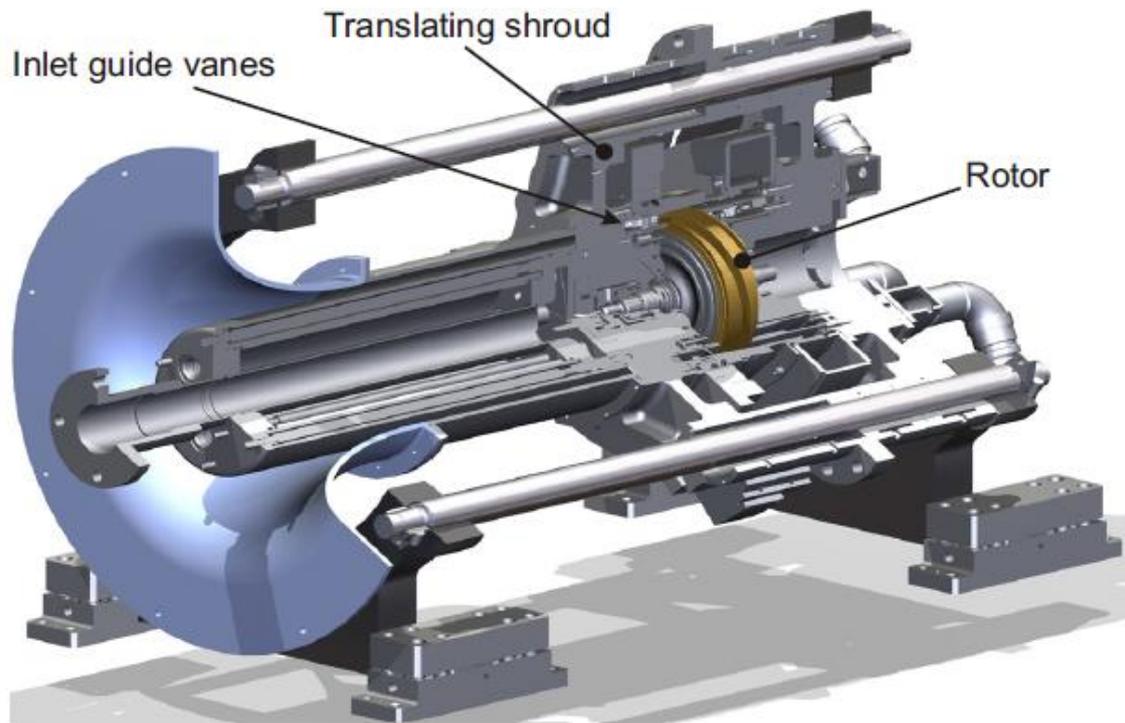


Figura 8: Modello 3D Rampressor [2]

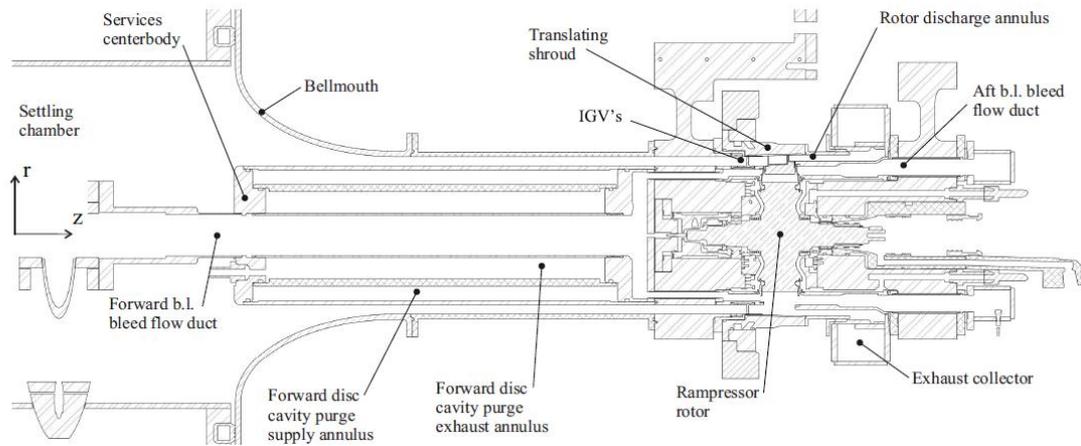


Figura 9: Sezione 2D Rampressor [2]

2. MODELLO MATEMATICO FLUSSI COMPRESSIBILI

Gli effetti della compressibilità si riscontrano nei flussi di gas ad alta velocità o in presenza di grandi variazioni di pressione. Quando la velocità del flusso si avvicina o supera la velocità del suono del gas o è presente una variazione di pressione elevata, la variazione di densità del gas con la pressione ha un impatto significativo sulla velocità del flusso, sulla pressione e sulla temperatura.

Un flusso compressibile può essere caratterizzato dal valore del numero di Mach:

$$M = \frac{u}{c}$$

Con u la velocità del flusso ed $c = \sqrt{\gamma RT}$ la velocità del suono.

Quando il numero di Mach è minore di 1 il flusso è definito subsonico, e gli effetti di comprimibilità sono trascurabili. Quando il numero di Mach è prossimo ad 1 il flusso è definito transonico, gli effetti di comprimibilità iniziano a diventare importanti. Mentre quando il numero di Mach supera il valore unitario, il flusso viene definito supersonico e possono nascere onde d'urto e di espansione, per la presenza di un disturbo o variazioni di geometria, influenzando in modo significativo il campo di moto.

Un flusso comprimibile è tipicamente caratterizzato dalla pressione totale (p^0) e dalla temperatura totale (T^0). Nel caso in cui il campo di moto supersonico è assente da effetti dissipativi, quali effetti viscosi e onde d'urto, per un gas ideale queste quantità dipendono rispettivamente dalla pressione statica e dalla temperatura, secondo le relazioni:

$$\frac{p^0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$
$$\frac{T^0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

Queste relazioni descrivono la variazione di pressione statica e temperatura nel flusso al variare della velocità (numero di Mach) in condizioni isoentropiche. Queste relazioni verranno utilizzate per determinare i salti di temperatura in condizioni isoentropiche, al fine di determinare il rendimento adiabatico del Rampressor.

Tuttavia, la nascita di onde d'urto all'interno del campo di moto del Rampressor, rende il flusso non isoentropico. Di seguito, vengono quindi descritte le equazioni che regolano il campo di moto di un flusso comprimibile, adiabatico e inviscido, per poi concentrare l'attenzione sulle relazioni delle onde d'urto normale, la loro interazione e riflessione.

2.1. Equazioni di Eulero

Lo studio del campo di moto all'interno del Rampressor è stato condotto considerando trascurabili gli effetti viscosi, così come la conduzione di calore. Sotto queste ipotesi, le equazioni di Navier Stokes vengono semplificate nelle Equazioni di Eulero.

Queste equazioni sono le fondamenta di tutta la gas dinamica, ramo della fluidodinamica, che studia i fenomeni che si verificano in correnti ad alta velocità, quali appunto le onde d'urto.

Si riportano per una geometria bidimensionale (x-y) l'equazione di:

- Conservazione della massa o continuità

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) = 0 \quad [2.1]$$

Con v_x la componente di velocità lungo x, e v_y la componente di velocità lungo y

- Conservazione del momento o quantità di moto:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_x v_y) = -\frac{\partial p}{\partial x} + F_x + \rho g_x \quad [2.2]$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x v_y) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y v_y) = -\frac{\partial p}{\partial y} + F_y + \rho g_y \quad [2.3]$$

Con p la pressione statica, ρg_x e ρg_y le componenti della forza gravitazione delle due direzioni, F_x e F_y le componenti della forza esterna agente sul corpo.

- Conservazione dell'energia:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \frac{\partial}{\partial x}[v_x(e + p)] + \frac{\partial}{\partial y}[v_y(e + p)] = 0 \quad [2.4]$$

Con e l'energia totale:

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(v_x^2 + v_y^2) \quad [2.5]$$

In forma vettoriale possono essere scritte come:

$$\bar{u}_t + \bar{f}_x + \bar{g}_y = 0 \quad [2.6]$$

Dove:

$$\bar{u} = (\rho, \rho v_x, \rho v_y, e)^T \quad [2.7]$$

$$\bar{f} = (\rho v_x, p + \rho v_x^2, \rho v_x v_y, v_x(e + p))^T \quad [2.8]$$

$$\bar{f} = (\rho v_y, \rho v_x v_y, p + \rho v_y^2, v_y(e + p))^T \quad [2.9]$$

2.2. Flusso supersonico in ingresso al condotto

Come già enunciato la geometria del Rampressor, può essere assimilata ad un condotto convergente-divergente. La rotazione garantirà che il flusso in ingresso sia supersonico.

Il tratto divergente del condotto interno al Rampressor rappresenta un vero e proprio diffusore, il cui scopo è rallentare il flusso di gas in ingresso ad una velocità inferiore in uscita. In questo modo la pressione in uscita dal condotto sarà maggiore della pressione in ingresso.

Dato che la pressione totale di un gas che scorre è una misura della sua capacità di eseguire un lavoro utile, allora una perdita di pressione totale rappresenta un'inefficienza del gas a svolgere lavoro. Di conseguenza un diffusore ideale sarebbe caratterizzato da una compressione isoentropica (figura.10a): a seguire della sezione in ingresso il flusso del gas in condizioni supersoniche, viene compresso nel condotto convergente, raggiungendo la condizione sonica in gola, e viene ulteriormente compresso nel tratto divergente dove il flusso è subsonico. Poiché il flusso è isoentropico ($S_t = S_u$), allora la pressione totale si mantiene costante in tutto il condotto.

Tuttavia, la condizione di diffusore ideale non viene mai raggiunta, infatti la continua variazione di sezione porta nel tratto convergente, dove il flusso è supersonico, alla nascita di onde d'urto oblique (Figura.10b), che non garantiranno più la natura isoentropica del flusso. Oltre alle onde d'urto, considerando anche la viscosità, sarà presente un ulteriore aumento di entropia all'interno dello strato limite che nasce sulle pareti del condotto.

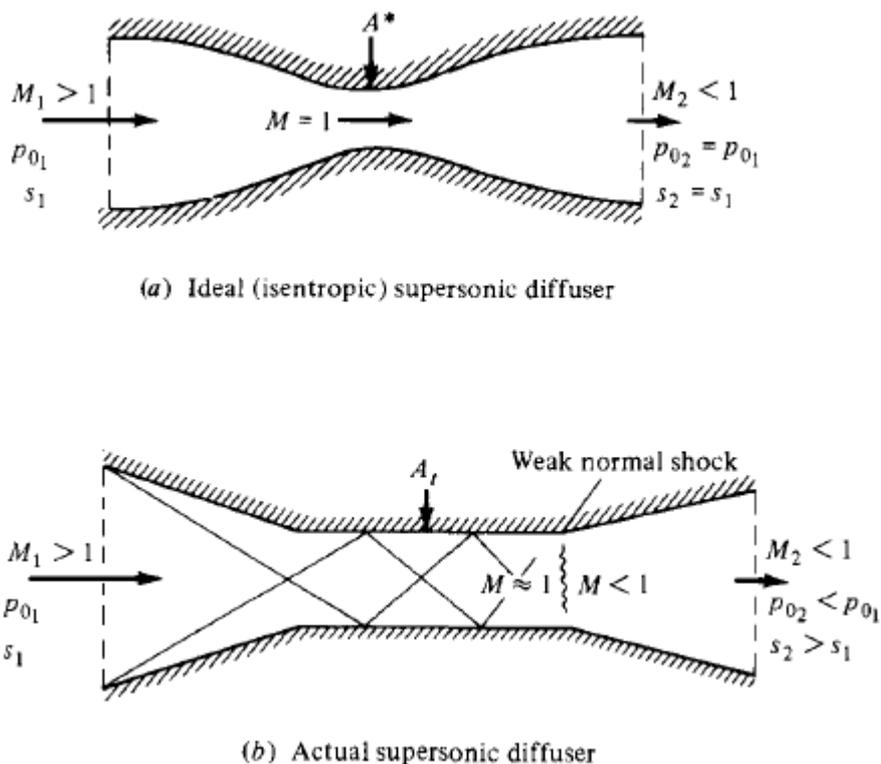


Figura 10: Campo di moto all'interno di un diffusore in condizioni ideali (a) e reali (b)

A causa dell'interazione delle onde d'urto con il flusso viscoso vicino alla parete, lo schema delle onde riflesse si indeboliscono terminando con la nascita di un'onda normale.

Inoltre, le condizioni imposte in uscita del condotto influiscono sull'adattamento del campo di moto rispetto a tali condizioni, in particolare sulla nascita e posizione dell'onda d'urto normale nel tratto divergente.

2.3. Relazioni onde d'urto normale

In un condotto convergente-divergente, l'adattamento del campo di moto alle condizioni al contorno imposte, come già detto può avvenire mediante diversi fenomeni dissipativi, fra i quali figura l'onda d'urto normale.

L'onda d'urto normale è una variazione delle grandezze dinamiche e termodinamiche, che si instaura in un condotto quando le condizioni di scarico non sono raggiungibili attraverso un moto puramente isoentropico. L'onda d'urto normale è pertanto un fenomeno irreversibile attraverso il quale la pressione totale non si conserva.

Quindi, per la definizione del modello matematico dell'urto non si può far uso delle equazioni isoentropiche, perché i processi dissipativi, ai quali sono annessi notevoli variazioni di entropia, assumono nell'urto enorme importanza. Tuttavia, le onde d'urto hanno uno spessore infinitesimo rispetto alla lunghezza del condotto, e le variazioni di velocità e pressione che avvengono attraverso l'onda si verificano ad una distanza infinitesima rispetto alla lunghezza del condotto. Attraverso l'onda lo scambio termico è per tal motivo trascurabile. Per di più, nel passaggio da una parte all'altra dell'onda non si genera scambio di lavoro. Da queste valutazioni si deduce che attraverso l'onda d'urto l'entalpia totale si conserva.

Non essendo presente scambio di calore e lavoro attraverso l'onda d'urto e ritenendo la variazione di energia potenziale trascurabile, si può allora scrivere il Primo Principio della Termodinamica come:

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2} = h_0 \quad (2.10)$$

Dove si è indicato con il pedice 1 le condizioni a monte dell'urto, mentre con il pedice 2 le condizioni a valle.

Dato che la discontinuità ha uno spessore infinitesimo, la sezione è la stessa in entrambi i lati dell'onda d'urto, pertanto dall'equazioni di continuità:

$$\frac{\dot{m}}{A} = \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (2.11)$$

Mentre per il teorema della quantità di moto attraverso l'onda d'urto:

$$p_1 - p_2 = \frac{\dot{m}}{A} (u_2 - u_1) \quad (2.12)$$

Quest'ultime tre equazioni sono espresse in funzione delle variabili u, p, ρ e h , è pertanto necessario determinare l'equazione di stato del fluido per valutare le proprietà a valle, a partire dalle proprietà note a monte dell'onda d'urto. Considerando il gas ideale, per il quale l'equazione di stato è:

$$p v = R T \quad (2.13)$$

Considerando le equazioni (2.11) e (2.12):

$$\frac{p_1}{\rho_1 u_1} - \frac{p_2}{\rho_2 u_2} = u_2 - u_1 \quad (2.14)$$

Moltiplicando e dividendo entrambi i membri per γ , e ricordando la definizione della velocità del suono, si ottiene:

$$\frac{c_1^2}{u_1} - \frac{c_2^2}{u_2} = \gamma(u_2 - u_1) \quad (2.15)$$

Moltiplicando ambo i membri per $u_2 u_1$:

$$c_1^2 u_2 - c_2^2 u_1 = \gamma(u_2 - u_1) u_2 u_1 \quad (2.16)$$

Considerando il primo principio della termodinamica, sfruttando le proprietà del gas ideale, si ricava:

$$c_p T_0 = c_p T + \frac{u^2}{2} \quad (2.17)$$

Moltiplicando entrambi i membri per $(\gamma - 1)$ e sfruttando la relazione tra c_p e R per un gas ideale si ottiene:

$$\gamma R T_0 = k R T + \frac{\gamma - 1}{2} u^2 \quad (2.18)$$

Ricordando la definizione di velocità del suono:

$$c_0^2 = c^2 + \frac{\gamma - 1}{2} u^2 \quad (2.19)$$

Sostituendo quest'ultima equazione alla (2.16):

$$\left(c_0^2 + \frac{\gamma - 1}{2} u_1^2\right) u_2 - \left(c_0^2 + \frac{\gamma - 1}{2} u_2^2\right) u_1 = \gamma u_1 u_2 (u_2 - u_1) \quad (2.20)$$

Raccogliendo c_0^2 e riordinando si ottiene:

$$c_0^2 = u_1 u_2 \frac{\gamma + 1}{2} \quad (2.21)$$

E dalla definizione di velocità critica del suono: $c^{*2} = u_1 u_2 \rightarrow \frac{u_1 u_2}{c^* c^*} = 1$

Ricordando la definizione di Mach critico allora:

$$\bar{M}_2 = \frac{1}{\bar{M}_1} \quad (2.22)$$

Questa relazione stabilisce che se il moto a monte dell'onda d'urto è supersonico, a valle sarà subsonico. Sostituendo alla (2.22) la relazione tra il numero di mach locale e il numero di mach, si ottiene:

$$M_2^2 = \frac{M_1^2 + \frac{2}{\gamma-1}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1}M_1^2 - 1} \quad (2.23)$$

Dato che la trasformazione è adiabatica per un gas ideale, mediante l'equazione dell'energia applicata nei campi a valle e a monte dell'onda d'urto si ottiene:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1}M_1^2 - 1\right)}{\frac{(\gamma+1)^2}{2(\gamma-1)}M_1^2} \quad (2.24)$$

E considerando il teorema della quantità di moto espressa nella forma:

$$p_2 + \left(\frac{\dot{m}}{A}u_2\right) = p_1 + \left(\frac{\dot{m}}{A}u_1\right) \quad (2.25)$$

Sostituendo a questa, l'equazione di stato per gas ideali: $\rho = \frac{p}{RT}$

E considerando la definizione di velocità del suono e di numero di Mach, si ottiene:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \quad (2.26)$$

Sostituendo la (2.22) alla (2.26):

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1}M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \quad (2.27)$$

Analogamente si ricava per la variazione di densità attraverso l'onda d'urto. Considerando sempre l'equazione di stato di gas:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma+1}{2} \frac{M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2} \quad (2.28)$$

Infine, non essendo l'onda d'urto isoentropica, questa non avviene a pressione di ristagno costante. Considerando dunque l'espressione che relaziona la pressione totale alla pressione statica in funzione del numero di Mach, si scrive:

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \left(\frac{\frac{\gamma+1}{2}M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1}M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (2.29)$$

In conclusione, le espressioni (2.24), (2.27), (2.28) e (2.29), permettono di ricavare i rapporti tra le grandezze a monte e valle dell'onda d'urto. Si evince il fatto che a fissate condizioni in uscita del condotto divergente, ovvero a valle dell'onda d'urto, varia il Mach a monte dell'onda d'urto, e quindi varia la sezione, ovvero la posizione nella quale si verifica l'onda d'urto.

Le equazioni appena ricavate valgono anche per le onde d'urto oblique a patto di considerare la componente normale della velocità e quindi del numero di mach.

2.4. Riflessione degli urti

Considerando il flusso supersonico in un condotto, come all'interno del Rampressor, la cui parete inferiore presenta una variazione di direzione dovuta alla rampa di compressione. Uno schema più semplificato per comprendere la riflessione delle onde d'urto, può essere fatta considerando un condotto rettilineo, dove sulla parete inferiore è presente una rampa deflessa di un certo angolo δ (Figura.11). L'urto obliquo generatosi per effetto della deflessione, inclinato di σ , si riflette nel punto B per la presenza della parete superiore, originando il campo III. Così come la parete di rampa, anche la parete superiore impone la condizione di tangenza. Quindi nel campo III la corrente sarà allineata secondo la direzione della parete, pertanto la corrente nel campo II si deflette di un di un angolo $-\delta$.

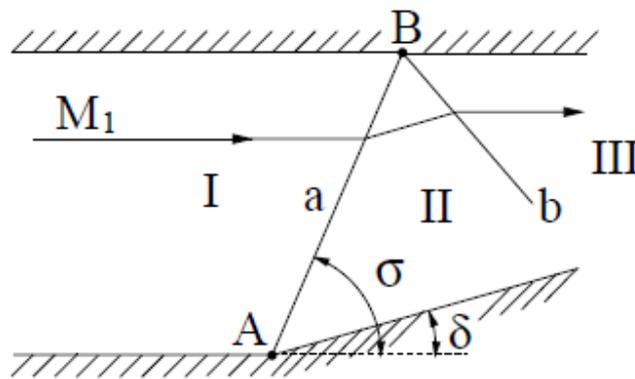


Figura 11: Riflessione regolare onda d'urto obliqua

Questa tipologia di riflessione è detta regolare perché la corrente a valle dell'onda d'urto in B, si riallinea nuovamente con la parete superiore, riprendendo la stessa direzione della corrente in ingresso nel campo I. Tale riallineamento ha luogo solo se la deflessione della corrente nel campo II imposta dalla rampa, comporta un valore di $\sigma < \sigma_{\max}$; con σ_{\max} l'angolo di passaggio da onda d'urto debole a forte.

L'onda riflessa sarà meno intensa, essendo il moto nel campo II possedere una velocità inferiore dovuto agli effettivi dissipativi che subisce la corrente passando nella prima onda obliqua generatosi. Ne consegue che l'onda riflessa in B possiederà un'inclinazione maggiore rispetto alla direzione a monte della corrente.

Quando il valore di δ è sufficientemente grande da rendere non possibile la riflessione regolare, si verifica un particolare tipo di riflessione che prende il nome di riflessione di Mach, schematizzata in figura.12

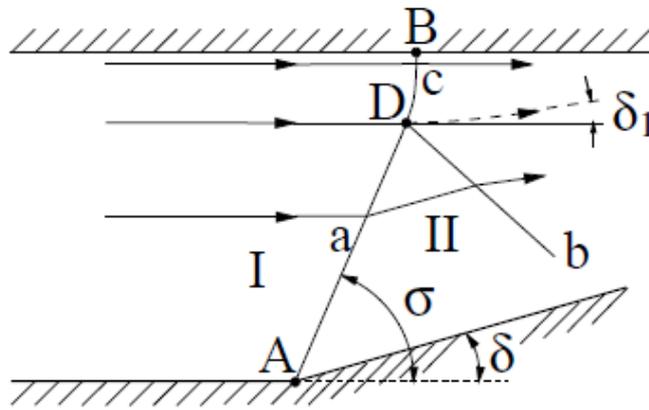


Figura 12: Riflessione di Mach

Quando è impossibile avere un urto riflesso, la condizione di tangenza a valle di B può essere soddisfatta solo se l'urto è un urto normale attraverso il quale la deviazione è nulla. Distante dalla parete superiore, l'urto normale si incurva e la corrente, che è subsonica a valle dell'urto, subisce una deviazione verso l'alto via via crescente. Nel punto D è presente l'urto incidente a , l'urto forte c e l'urto riflesso b . Quest'ultimo non ha più origine nella parete superiore ma all'interno del campo. Attraverso l'urto riflesso la corrente non devierà dell'angolo δ , ma di un angolo $\delta - \delta_1$.

Si nota inoltre che la linea di corrente uscente dal punto D costituisce una discontinuità di contatto. Considerando infatti due particelle che passino una immediatamente sopra il punto D e una seconda particella immediatamente al di sotto, esse dovranno avere stessa direzione della velocità e stessa pressione. Tuttavia, poiché attraverso gli urti a e b , la corrente ha subito una diversa variazione di entropia, rispetto all'urto c , in particolare l'entropia sarà maggiore nel campo di moto attraversante l'onda d'urto normale, di conseguenza la velocità sarà minore. Pertanto, lungo la linea di corrente passante per D, si ha una vorticità concentrata di verso antiorario.

Dato che la deviazione avviene attraverso un urto forte o un urto debole, dipende dal valore della pressione a valle del condotto. Se questa è abbastanza alta, la deviazione della corrente viene realizzata mediante un urto forte (figura.13). Il flusso a valle dell'onda d'urto forte è subsonico, pertanto non sarà presente un urto riflesso. E la condizione di tangenza imposta dalla parete è soddisfatta se e solo se $\delta = 0$, cioè l'urto

è normale alla parete stessa. L'urto è di conseguenza un urto curvo la cui intensità aumenta passando da A ad B. Le particelle che si muovono lungo le diverse linee di corrente passano attraverso un urto di diversa intensità e subiscono quindi un diverso aumento di entropia. Pertanto, il flusso a valle di un urto curvo non è più omoentropico e si ha un gradiente di entropia diretto normalmente alle linee di corrente.

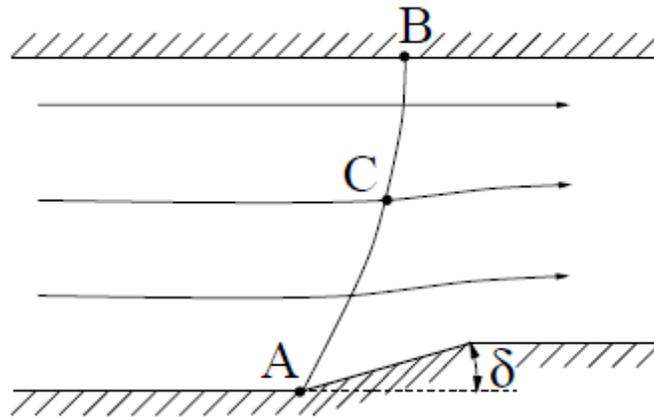


Figura 13: Riflessione onda d'urto forte

2.5. Interazione di urti

Un urto interagisce sempre con le onde di Mach della stessa famiglia. L'urto è un'onda di Mach che dà luogo a forte perturbazioni, viceversa l'onda di Mach genera piccole perturbazioni, quindi piccole variazioni di pressione. Facendo riferimento alla figura.14, si suppone la presenza di un disturbo concentrato in B, dal quale nasce un'onda di Mach inclinata di α_1 . Analogamente si suppone la nascita di onda di Mach sulla rampa con inclinazione α_2 che interessa il campo a valle dell'onda d'urto obliqua. Per studiare se le onde di Mach interagiscono con l'onda d'urto obliqua occorre analizzare i triangoli di velocità:

$$\sin \alpha_1 = \frac{c_1}{V_1} \quad ; \quad \sin \sigma = \frac{V_{n1}}{V_1} \quad ; \quad \sin \alpha_2 = \frac{c_2}{V_2}$$

Affinché esista l'urto la velocità normale deve essere supersonica, quindi $V_{n1} > c_1$, pertanto $\sigma < \alpha_1$. Analogamente per l'onda di Mach generata nel punto C. Considerando che:

$$M_{2n} = M_2 \sin(\sigma - \delta) \tag{2.30}$$

Quindi:

$$\sin(\sigma - \delta) = \frac{V_{2n}}{V_2} \tag{2.31}$$

Poiché la velocità normale a valle di un urto è subsonica, risulta:

$$\sigma - \delta < \alpha_2$$

Pertanto, anche l'onda di Mach generatosi a valle dell'onda d'urto inciderà su questa.

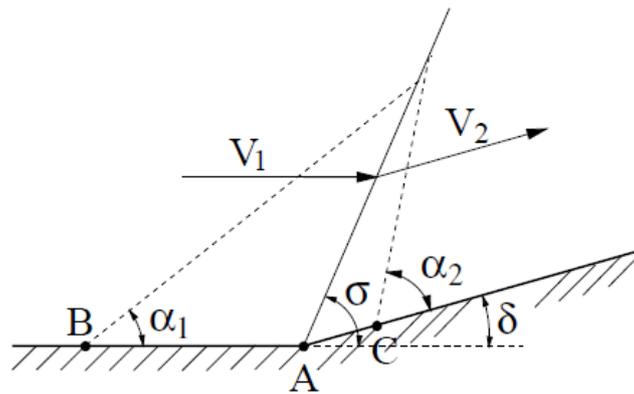


Figura 14: Interazione onde di Mach con onda d'urto obliqua

Se si esamina invece due urti della stessa famiglia, generati per esempio da due successive deviazioni della parete (figura.15). Affinché si verifica un'onda d'urto obliqua in corrispondenza di B: $\delta_2 > \delta_1$. Poiché la corrente ha subito un primo rallentamento nel passaggio della prima onda d'urto, in corrispondenza della seconda deviazione l'angolo di inclinazione della seconda onda d'urto sarà maggiore: $\sigma_2 > \sigma_1$. Di conseguenza i due urti si intersecano.

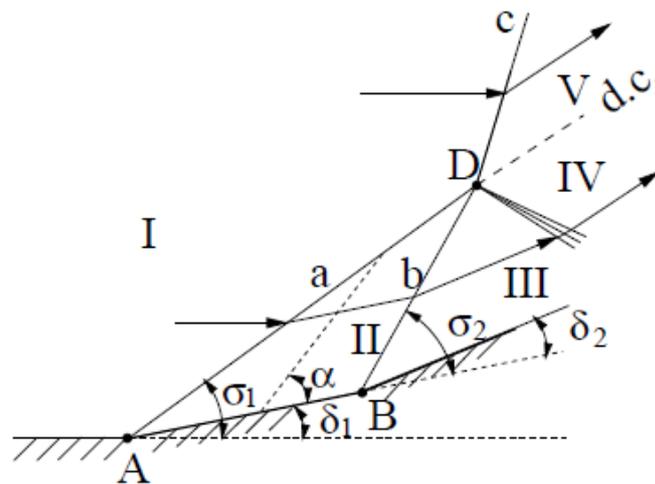


Figura 15: Interazione onde d'urto della stessa famiglia

Quando i due urti si intersecano, questi vanno in coalescenza tra loro, dando luogo ad un unico urto obliquo c , che a seconda dell'intensità degli urti a e b , può essere un urto o un'onda di espansione. Se infatti quest'onda non esistesse, le regioni III e V dovrebbero avere la stessa pressione e la stessa direzione della corrente.

Ma la pressione e la direzione nella regione III sono univocamente determinate dalle condizioni iniziali ed al contorno. Se nel campo III la pressione è troppo piccola per potersi adeguare al campo V si origina un'onda d'urto debole. Se invece la pressione nel campo III è troppo alta si genera un'onda di espansione per potersi adeguare alle pressioni nel campo V.

Analogo discorso vale per interazione di urti di famiglie opposte (figura.16)

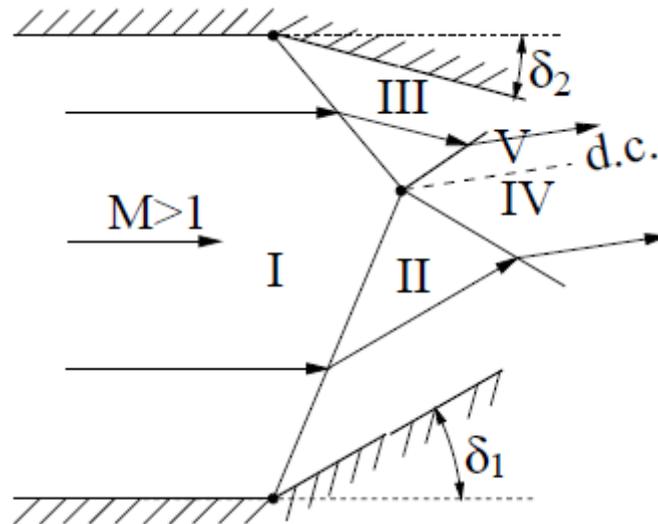


Figura 16: Interazione onde d'urto di famiglia opposta

La geometria del Rampressor è assimilabile più ad un condotto delimitato da pareti curve (figura.17). Quando un flusso supersonico investe una parete curva, si generano onde semplici di compressione in corrispondenza di ogni punto della parete curva. Ogni onda di compressione elementare è ancora una linea di Mach, la cui inclinazione è data da: $\mu = \arcsin \frac{1}{M}$.

A valle di ogni linea di Mach, la corrente si comprime e rallenta con gradualità e continuità. Tale processo è caratterizzato da deboli variazioni delle grandezze fluidodinamiche. Inoltre, tra una linea e la successiva il flusso è uniforme. Quindi il processo inerente alle continue compressioni elementari si può ritenere isoentropico e le singole onde tendono a coincidere con le linee di Mach.

Lungo la superficie curva, per effetto del continuo rallentamento, la pendenza delle singole linee di compressione aumenta. Data la convergenza delle linee di Mach, la variazione del Mach avviene su una distanza ridotta per la linea di corrente b , rispetto alla linea di corrente a . Di conseguenza i gradienti di velocità, temperatura, densità e pressione lungo la linea di corrente b sono più elevati di quelle che competono alla linea di corrente a . L'intensità di questi gradienti aumentano all'aumentare della distanza dalla parete.

La continua convergenza delle singole onde di compressione porta ad una certa distanza dalla parete ad una compattazione che genera un urto leggermente curvo.

La nascita delle onde d'urto obliqui all'interno del Rampressor, seguono questo schema, dove una serie di onde di compressione vanno a compattarsi in una singola onda d'urto obliqua.

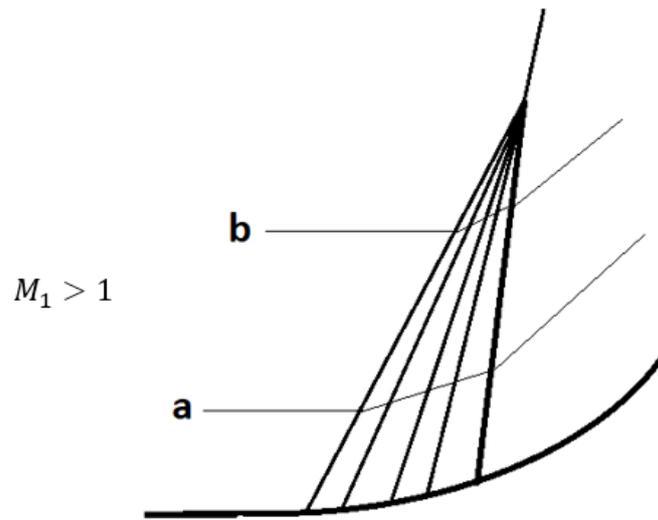


Figura 17: Riflessione onde d'urto su parete curva

3. MODELLO NUMERICO

In questo lavoro di tesi, è stato utilizzato il computer per simulare il campo fluidodinamico all'interno del Rampressor. In fluidodinamica questo approccio al problema è denominato Computational Fluid Dynamics (CFD). L'analisi CFD si compone in tre parti principali:

1. *Pre-processing*

La procedura per risolvere il problema inizia con la definizione del dominio computazionale. Questo viene suddiviso in una serie di sottodomini noti come griglia o mesh. Vengono, quindi, definite le proprietà del fluido e assegnate le condizioni al contorno.

2. *Solver*

La soluzione numerica delle equazioni alle derivate spaziali, che governano il campo di moto, viene risolta mediante diverse tecniche. Queste sono essenzialmente quattro: metodo delle differenze finite, metodo degli elementi finiti, metodi spettrali e metodo dei volumi finiti

3. *Post-processing*

L'ultima parte di uno studio CFD è la visualizzazione della soluzione al problema. Vengono esaminati gli sviluppi delle proprietà e grandezze fluidodinamiche all'interno del dominio di calcolo.

Attraverso il codice commerciale CFD Fluent si è potuto simulare il modello fisico alla base del moto all'interno del Rampressor. Le equazioni matematiche che governano il deflusso di un fluido sono definite in Fluent tramite modelli matematici e vengono risolti con il metodo dei volumi finiti

In questo capitolo, vengono esaminati nel dettaglio i primi due passaggi dell'analisi CFD: pre-processor e Solver.

3.1. Pre-processing

Una volta definita la geometria, per risolvere le equazioni di bilancio numericamente, all'interno del dominio di calcolo, si provvede a generare una griglia o mesh. Il dominio geometrico viene così discretizzato ovvero diviso in un numero finito di sottodomini. La mesh può essere costruita in due differenti modi: griglie regolari o strutturate, e griglie non strutturate. Quest'ultimo approccio viene utilizzato per domini con geometrie complesse e prevalentemente per metodi agli elementi finiti. Nel caso studio di questa tesi, essendo la geometria relativamente semplice, si è provveduto a generare una griglia strutturata.

Le mesh strutturate hanno le caratteristiche che le famiglie di linee, generate a partire dagli assi del sistema di riferimento che compongono la griglia di calcolo, si intersecano solo una volta, creando quindi solo blocchi esaedrici. Essendo gli assi di riferimento rettilinei, la mesh strutturata generata risulta cartesiana. Questa struttura molto regolare permette l'agevole soluzione delle equazioni per la data geometria bidimensionale del Rampressor.

Oltre alla dimensione della cella il parametro settato per la griglia strutturata é l'expansion rate, definito come la distanza tra due celle adiacenti. Si è adottato per l'expansion rate un valore di 1,2.

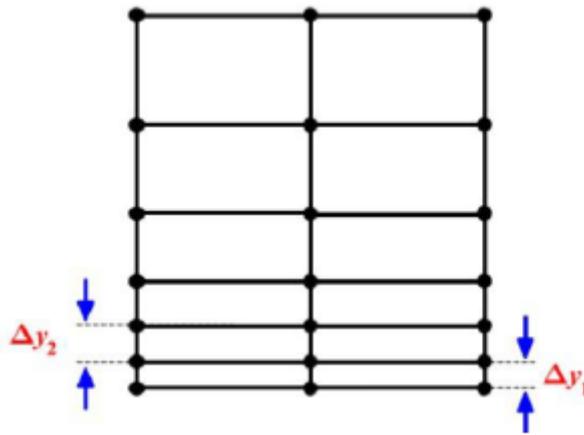


Figura 18: Esempio di valutazione dell'expansion ratio

Valutata la migliore mesh da adottare, il passo successivo è quello di discretizzare le equazioni, che nel nostro caso sono le equazioni comprimibili di Eulero.

Esistono diversi metodi di discretizzare le equazioni, il codice di calcolo commerciale Fluent utilizza il metodo ai volumi finiti. Quest'ultimo ha come punto di partenza la conservazione della massa e della quantità di moto in forma integrale, che viene applicato ad ogni sottodominio che costituisce l'intera mesh. Al centro di ogni cella vengono calcolati tutti i valori delle variabili del problema fluidodinamico.

Il principio base di questo metodo è quello di valutare la variazione delle grandezze del flusso tra i diversi centroidi. Questo modo di discretizzare ai volumi finiti è detto Cell Center.

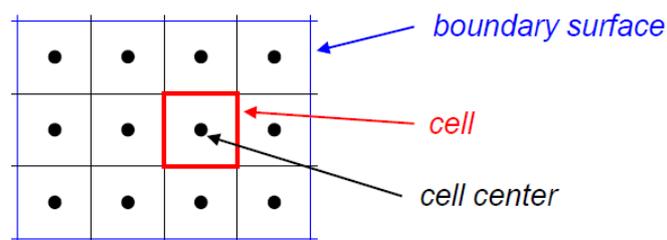


Figura 19: Discretizzazione ai volumi finiti Cell Center

La linearizzazione del problema è ottenuta tramite formule quadratiche che approssimano i vari integrali di volume e superficie che definiscono la trattazione completa. Considerando il modello di equazione in forma integrale per un caso stazionario:

$$\int_S \rho \phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS - \int_S \Gamma \nabla \phi \cdot \mathbf{n} dS = \int_V q_v dV \quad [3.1]$$

Dove:

$\int_S \rho \phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS$ è il termine convettivo di ϕ

$\int_S \Gamma \nabla \varphi \cdot \mathbf{n} dS$ è il termine diffusivo di φ

$\int_V q_V dV$ è il termine sorgente di φ

La legge di conservazione vale per ogni cella, ma anche per l'intero dominio computazionale. Se si sommano tutte le equazioni per ciascun volume di controllo, si ottiene l'equazione di conservazione globale.

3.1.1. Approssimazione degli integrali di superficie

Facendo la discretizzazione ai volumi finiti, il volume di controllo è la cella. Nel bidimensionale la cella è un quadrilatero, quindi con 4 facce. Si suddivide l'integrale superficiale nella cella, nella somma degli integrali superficiali sulle singole facce che circondano la cella:

$$\int_S f dS = \sum_k \int_{S_k} f dS \quad [3.2]$$

Con:

- k il numero delle facce (6 per il 3d; 4 per il 2d)
- f è la componente del vettore del flusso convettivo o diffusivo nella direzione normale alla faccia del volume di controllo.

L'approssimazione di ogni integrale può essere fatta in svariati modi, e questo influisce sull'accuratezza del metodo. Nell'equazione [3.2], occorre conoscere come la funzione f è distribuita lungo tutta la superficie; in realtà non si conosce tale distribuzione, ma dei valori discreti appartenenti alla cella. Pertanto, per risolvere l'integrale e conoscere la distribuzione di f , si approssima. Un metodo è quello di considerare il valore medio della funzione. Infatti, dalla definizione di valor medio di f , che è pari al rapporto tra l'integrale di f sulla superficie, allora si può affermare che l'integrale è pari al prodotto del valore medio di f per la superficie della faccia:

$$\int_{S_e} f dS = \bar{f} S_e \quad [3.3]$$

In prima approssimazione, si può confondere il valor medio \bar{f}_e , con il valore della funzione al centro della faccia:

$$\bar{f} S_e \approx f_e S_e \quad [3.4]$$

Questa approssimazione è di secondo ordine accurata, perché è una approssimazione che sarebbe giusta se la distribuzione di f lungo la faccia fosse lineare. Infatti, $\bar{f}_e = f_e$ nel caso in cui la distribuzione di f_e lungo la faccia è lineare:

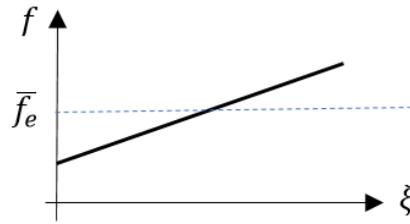


Figura 20: Distribuzione lineare del flusso convettivo o diffusivo lungo la faccia

Avendo indicato con ξ la direzione lungo la faccia

Poiché si sta facendo l'integrale della funzione, basta una funzione lineare per avere il secondo ordine.

Se f_e non è lineare lungo ξ , si commette un errore

Tuttavia, poiché è stato utilizzato uno schema accurato al secondo ordine, si approssimare l'integrale di superficie usando il valore della funzione f negli spigoli della faccia, questa è detta regola trapezoidale:

$$\int_{S_e} f dS \approx \frac{1}{2} (f_{ne} + f_{se}) S_e \quad [3.5]$$

In questo caso, il valore di f nei punti dei vertici deve essere calcolato, ed ha una accuratezza almeno del secondo ordine.

3.1.2. Approssimazione degli integrali di volume

Così come per l'integrale di superficie, esistono diversi metodi per approssimare l'integrale di volume presente nell'equazione modello (il termine sorgente):

$$\int_V q_V dV$$

La più semplice approssimazione accurata al secondo ordine può essere ottenuta sostituendo l'integrale con il valore medio (\bar{q}), approssimando quest'ultimo con il valore al centro cella e dopo moltiplicandolo per il volume (analogo all'approssimazione dell'integrale di superficie):

$$\int_V q_V dV = \bar{q} \Delta V \approx q_P \Delta V \quad [3.6]$$

Se \bar{q} corrisponde al valore che è al centro della cella, allora si sta supponendo la distribuzione di q su un piano e non è necessaria alcuna interpolazione, di conseguenza l'accuratezza è del secondo ordine. E l'integrale è esatto se q è costante o varia linearmente attraverso la cella.

3.2. Solving

In questa fase si setta il solutore più adatto alla risoluzione del sistema di equazioni che governano il moto bidimensionale, compressibile e inviscido.

Ansys fluent permette di scegliere due metodi numerici: pressure based e density based.

Gli approcci basati sulla pressione e quelli basati sulla densità differiscono nel modo in cui vengono risolte le equazioni di continuità, quantità di moto ed energia.

Il solutore basato sulla pressione viene usato per flussi incomprimibili e leggermente comprimibili. Mentre l'approccio basato sulla densità viene usato per flussi comprimibili, quale appunto il flusso all'interno del Rampressor. Il risolutore basato sulla densità, risolve le equazioni fondamentali di continuità, quantità di moto ed energia, dato che queste equazioni sono non lineari è necessario eseguire diverse iterazioni del ciclo della soluzione prima di ottenere una soluzione convergente. Ogni iterazione è costituita da passaggi illustrati in figura.21.

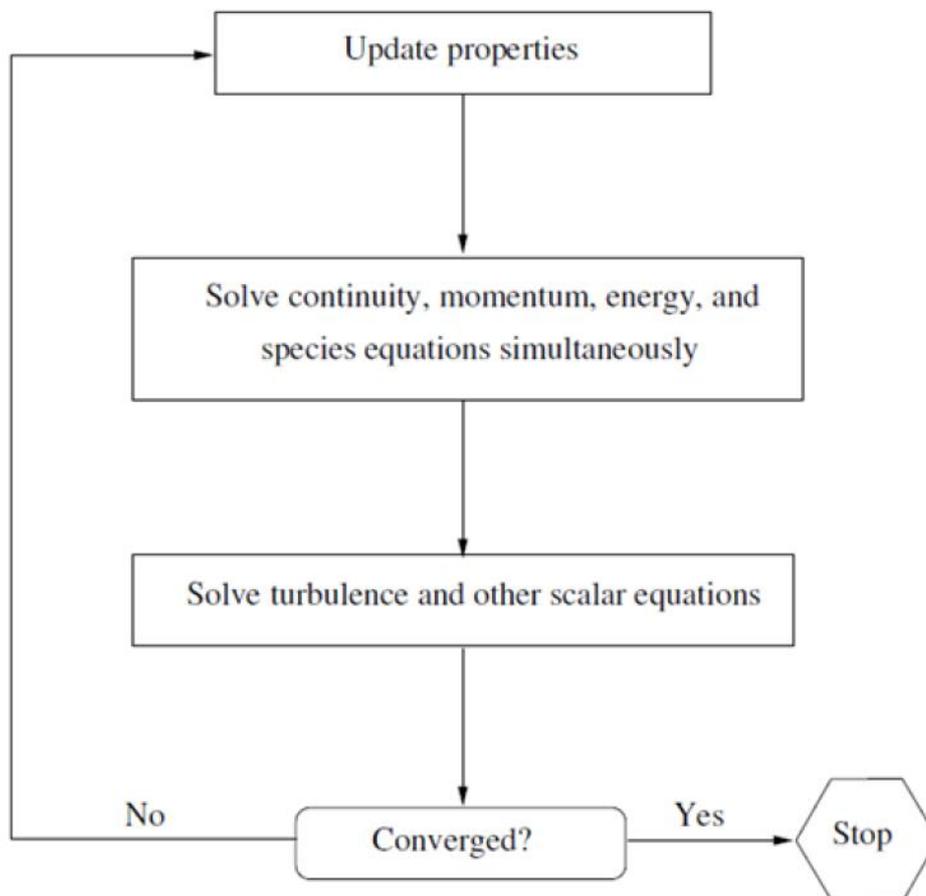


Figura 21 Algoritmo di funzionamento del metodo density based

Esistono due formulazioni nel solutore density-based: implicito ed esplicito. Le formulazioni implicite ed esplicite differiscono nel modo in cui vengono linearizzate le equazioni. Le ampie caratteristiche di stabilità della formulazione implicita, permettono di raggiungere una soluzione convergente molto più velocemente, tuttavia è richiesta più memoria rispetto alla formulazione esplicita.

In questo studio è stato scelto uno schema implicito, mediante il quale il valore sconosciuto di una variabile in ogni cella di calcolo, viene determinato utilizzando una relazione che include sia i valori esistenti che quelli sconosciuti delle celle adiacenti. Pertanto, ogni variabile sconosciuta apparirà in più di un'equazione nel sistema, e queste equazioni devono essere risolte simultaneamente per fornire i valori delle variabili del campo di moto. In questo modo risulterà un sistema di equazioni lineari con N equazioni per ogni cella del dominio, dove N è il numero di equazioni accoppiate nell'insieme. Poiché ci sono N equazioni per cella, il sistema è anche detto sistema a blocchi. In sintesi, lo schema implicito risolve tutte le variabili (p, v_x, v_y, ρ, T) nelle celle allo stesso istante di tempo.

3.2.1. Discretizzazione equazioni di Eulero

Si vede nel dettaglio come vengono discretizzate le equazioni di Eulero e il risolutore approssimativo di Riemann utilizzato per determinare i flussi delle variabili nelle interfacce tra le varie celle che costituiscono il dominio di calcolo.

Un modo compatto di scrivere le equazioni di Eulero unsteady bi-dimensionale in forma integrale è il seguente:

$$\int_V \bar{w}_t dV + \int_S \bar{F} \cdot \bar{n} dS = 0 \quad [3.7]$$

$$\bar{w} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho \bar{v} \\ e \end{Bmatrix} ; \quad \bar{F} = \begin{Bmatrix} \rho \bar{v} \\ \rho \bar{v} \bar{v} + P \\ (e + P) \bar{v} \end{Bmatrix}$$

Espandendo i vettori nelle due direzioni x e y, le equazioni di conservazione della massa, quantità di moto ed energia, in forma integrale sono:

$$\int_V \rho_t dV + \int_S \bar{v} \cdot \bar{n} dS = 0 \quad [3.8]$$

$$\int_V (\rho v_x)_t dV + \int_S (p_x + \rho v_x \bar{v} \cdot \bar{n}) dS = 0 \quad [3.9]$$

$$\int_V (\rho v_y)_t dV + \int_S (p_y + \rho v_y \bar{v} \cdot \bar{n}) dS = 0 \quad [3.10]$$

$$\int_V e_t dV + \int_S [(e + p) \bar{v} \cdot \bar{n}] dS = 0 \quad [3.11]$$

Tali equazioni devono essere risolte numericamente nel dominio fisico del flusso all'interno del Rampressor, a partire dalla generazione della griglia di calcolo.

Le equazioni di Eulero unsteady scritte in forma integrale conservativa, discretizzate secondo un approccio a volumi finiti, in cui ogni cella computazionale rappresenta un volume di controllo finito, si scrivono nella seguente forma:

$$\frac{\Delta \bar{w}_{N,M}}{\Delta t} \Delta V_{N,M} + \sum_{i=1}^4 \bar{F}_i \cdot \bar{n}_i \Delta S_i = 0 \quad [3.12]$$

Espandendo il vettore delle variabili conservative (\bar{w}) e il tensore contenente i flussi alle interfacce (\bar{F}), le equazioni di Eulero bidimensionali discretizzate risultano:

$$\frac{\Delta \rho_{N,M}}{\Delta t} \Delta V_{N,M} + \sum_{i=1}^4 \rho_i \bar{v}_i \cdot \bar{n}_i \Delta S_i = 0 \quad [3.13]$$

$$\frac{\Delta (\rho v_x)_{N,M}}{\Delta t} \Delta V_{N,M} + \sum_{i=1}^4 (p_{x_i} + \rho_i v_{x_i} \bar{v}_i \cdot \bar{n}_i) \Delta S_i = 0 \quad [3.14]$$

$$\frac{\Delta (\rho v_y)_{N,M}}{\Delta t} \Delta V_{N,M} + \sum_{i=1}^4 (p_{y_i} + \rho_i v_{y_i} \bar{v}_i \cdot \bar{n}_i) \Delta S_i = 0 \quad [3.15]$$

$$\frac{\Delta e_{N,M}}{\Delta t} \Delta V_{N,M} + \sum_{i=1}^4 [(e_i + p_i) \bar{v}_i \cdot \bar{n}_i] \Delta S_i = 0 \quad [3.16]$$

Dove si è indicato con il pedice 'i' l'interfaccia, mentre N ed M indicano la cella di calcolo.

L'integrale di superficie che appare nella forma integrale delle equazioni è qui sostituito da una somma che coinvolge i quattro lati (in 2D) del volume di controllo. Nella figura successiva, i quattro indici hanno il seguente significato:

$$1 \rightarrow N_{-1/2}, M ; 2 \rightarrow N, M_{+1/2} ; 3 \rightarrow N_{+1/2}, M ; 4 \rightarrow N, M_{-1/2}$$

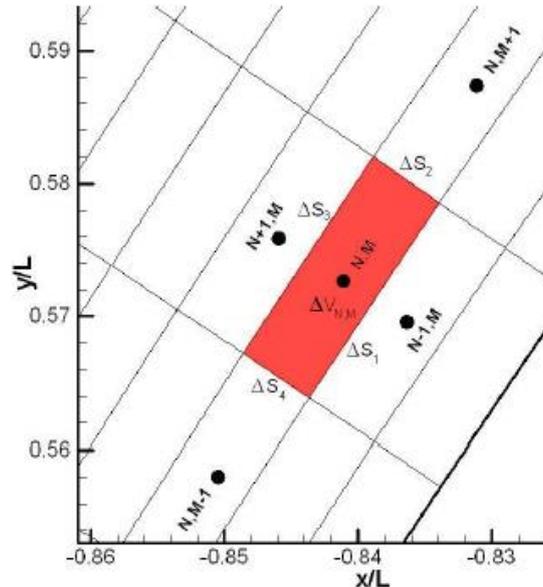


Figura 22: Esempio dominio di calcolo per discretizzazione mediante metodo ai volumi finiti

Ad ogni time step, il valore aggiornato di ciascuna variabile conservativa si ottiene estraendo $\Delta \bar{w}_{N,M}$ dalle equazioni di bilancio discretizzate:

$$\bar{w}_{N,M}^{K+1} = \bar{w}_{N,M}^K + \Delta \bar{w}_{N,M} = \bar{w}_{N,M}^K - \frac{\Delta t}{\Delta V_{N,M}} \sum_{i=1}^4 \bar{F}_i \cdot \bar{n}_i \Delta S_i \quad [3.17]$$

I flussi inviscidi laterali attraverso ciascuna superficie laterale (F), vengono valutati definendo e risolvendo un problema di Riemann appropriato. La definizione del problema di Riemann consiste, inizialmente, nel fissare le direzioni x ed y che uniscono i centroidi dei due volumi finiti che sono collegati dalle superficie laterale, si deve quindi considerare la variazione delle variabili del campo di flusso lungo x e y.

Considerando la sola variazione della variabile lungo x:

$$w_N^{k+1} = w_N^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[f_{N+\frac{1}{2}}^k - f_{N-\frac{1}{2}}^k \right] \quad [3.18]$$

Per un problema iperbolico l'informazione propaga con una velocità finita e quindi è ragionevole supporre che:

$$f_{N\pm\frac{1}{2}}^k = F(w_N^k, w_{N\pm 1}^k) \quad [3.19]$$

Dove F è una funzione di flusso numerico (flux function), cioè sono funzioni che dicono quante vale il flusso in una certa interfaccia noto il valore delle variabili conservative nelle interfacce adiacenti.

In generale, sarà possibile scrivere lo schema numerico come:

$$w_N^{k+1} = w_N^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[F(w_{N+1}^k, w_N^k) - F(w_N^k, w_{N-1}^k) \right] \quad [3.20]$$

Una proprietà *importante* della relazione $w_N^{k+1} = w_N^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[f_{N+\frac{1}{2}}^k - f_{N-\frac{1}{2}}^k \right]$, è che facendo la sommatoria su tutti i centri cella (N):

$$\sum_{N=1}^{N_{max}} \Delta x w_N^{k+1} = \sum_{N=1}^{N_{max}} \Delta x w_N^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[f_{N_{max}+\frac{1}{2}}^k - f_{1-\frac{1}{2}}^k \right] \quad [3.21]$$

Tale proprietà è detta condizione delle funzioni di flusso (CFL).

Ovvero, sommando per tutti i centri cella (N), si avrà per ogni cella un flusso entrante (positivo) ed un flusso uscente (negativo), quindi la somma delle differenze di flusso si annulla ad eccezione dei flussi ai bordi estremi, dove devono essere imposte le condizioni al contorno. ($f_{N_{max}+\frac{1}{2}}^k \rightarrow$ flusso calcolato sull'interfaccia del bordo di destra; $f_{1-\frac{1}{2}}^k \rightarrow$ flusso calcolato sull'interfaccia del bordo di sinistra). Quindi c'è una legge di conservazione che è globalmente applicata a tutto il dominio, e non solo alla singola cella N-esima. Questo è importante, perché assicura che il metodo numerico, qualsiasi esso sia, per trovare i flussi, non potrà mai generare flussi (massa, q.d.m,...) nelle interfacce.

A causa della discretizzazione, tra due celle adiacenti sono presenti due distribuzioni costanti a tratti (precisione del primo ordine) o lineari a tratti (precisione del secondo ordine), separate da una discontinuità in corrispondenza della superficie laterale. Il crollo di tale discontinuità genera nel tempo uno schema di onde lungo le quali si propagano i segnali.

Le onde dividono il dominio in prossimità della discontinuità in un insieme di regioni uniformi in cui si trovano i valori delle variabili del campo di flusso, generando in questo modo un problema di Riemann.

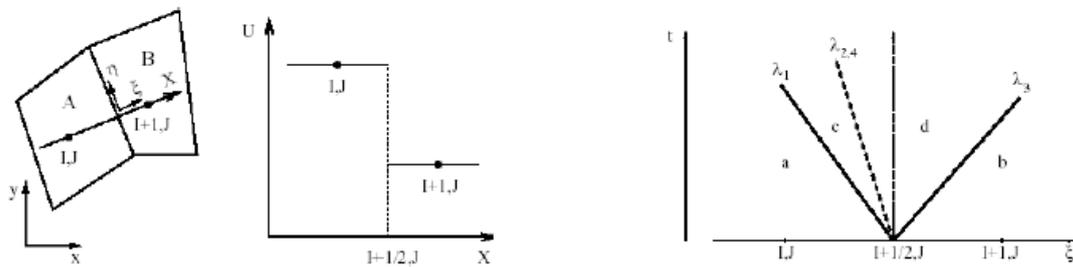


Figura 23: Generazione delle onde caratteristiche a partire dalla discontinuità tra due celle adiacenti

Per ottenere le direzioni delle onde e i segnali corrispondenti, le equazioni di governo per i flussi inviscidi sono scritte in forma quasi lineare in un nuovo quadro locale di riferimento, costituito dalle direzioni ξ e η , che sono normali e tangenziali alla superficie laterale considerata, rispettivamente. Qui si cerca una soluzione approssimativa del problema di Riemann, in cui gli urti, che potrebbero essere generati dal collasso delle discontinuità iniziali, sono approssimati dalle onde di compressione, ma la forma conservativa delle equazioni assicura che siano soddisfatte le corrette condizioni di salto ed entropia.

3.2.2. Problema di Riemann per le equazioni di Eulero

Risolvere un problema di Riemann significa seguire nel tempo l'evoluzione di una discontinuità generata dalla discretizzazione delle equazioni. I problemi di Riemann fanno parte dei metodi di Godunov, questi si dividono in 3 passi:

1. **Ricostruzione:** nella quale si parte da valori delle celle w_N^k assegnati a ciascuna cella N-esima, e si ricostruiscono ipotizzando una certa distribuzione (costante a tratti, lineari costanti, ecc.)
2. **Evoluzione:** fatta la ricostruzione della soluzione la si fa evolvere nel tempo, quindi dal valore della cella si passa ad una funzione lungo la cella:

$$w_N^k \rightarrow \tilde{w}_N(x, t)$$

3. **Media:** una volta trasformata tale funzione nell'evoluzione temporale, si rifà la media,

Il metodo di Godunov (o algoritmo REA) può essere generalizzato a sistemi di equazioni non lineari, come le equazioni di Eulero. Il passaggio di evoluzione richiede la soluzione dei problemi di Riemann non lineari su ciascuna interfaccia cellulare.

Vengono di seguito dati dei cenni sul metodo Godunov. I valori delle variabili del campo di flusso nelle celle sono definiti come un'approssimazione del valore medio di w attraverso la cella (ricostruzione), ovvero:

$$w_N^{k+1} = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{N-\frac{1}{2}}}^{x_{N+\frac{1}{2}}} \tilde{w}_N(x, t^k) dx \quad [3.22]$$

Infatti, la soluzione è ricostruita usando una funzione polinomiale a tratti $w(x, t^K)$. La scelta più semplice è utilizzare una funzione costante a tratti, che dia uno schema accurato del primo ordine. La soluzione ricostruita viene quindi evoluta nel tempo per un passaggio temporale Δt e il nuovo valore di w_N^{K+1} si ottiene facendo la media della soluzione evoluta [3.22].

Nel caso di risoluzione delle equazioni di Eulero, w è una quantità vettoriale, costituita dalle componenti densità, quantità di moto ed energia per unità di volume, mentre i flussi alle interfacce tra celle adiacenti sono: flusso di massa, flusso di quantità di moto e flusso di energia.

Visualizzando il piano (x,t) , laddove vi è una discontinuità artificiale come in $x_{N+1/2}$, è artificiale poiché creata dalla ricostruzione, si vede che a partire da questa nascono tre onde:

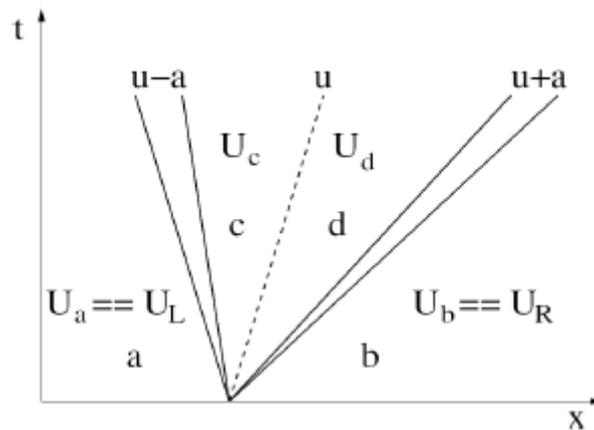


Figura 24: Generazione delle onde caratteristiche, a partire dalla discontinuità nel caso di ricostruzione delle equazioni di Eulero

Osservando anche il piano (x,w) vediamo come nel caso di discontinuità le variabili conservative subiscono dei salti:

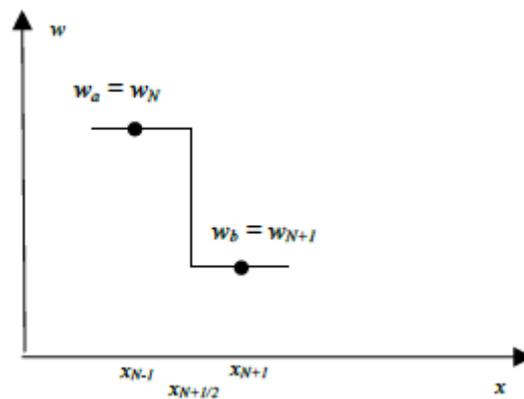


Figura 25: Esempio salto della variabile conservativa ($\rho, \rho \bar{v}, e$) nell'interfaccia tra due celle adiacenti

Per cui facendo la ricostruzione, con la quale si ottengono i valori ai centri cella, la ricostruzione sia che sia costante a tratti o lineare a tratti, genera comunque una discontinuità tra una cella e l'altra.

Allora l'idea generale della risoluzione di un problema di Riemann è sapere come evolve nel tempo tale discontinuità.

A partire dalla discontinuità si formano sempre 3 onde perché in Eulero sono presenti 3 linee caratteristiche. Queste 3 onde possono essere differenti a seconda di quali sono le condizioni di salto che ci sono localmente. Quindi ci saranno delle onde generate dalle $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, dove:

$$\lambda_1 = u - a \quad \lambda_2 = u \quad \lambda_3 = u + a.$$

Le onde acustiche quando divergono tra di loro danno luogo a dei fasci d'espansione, mentre quando convergono danno luogo alle onde d'urto. Possono sussistere diversi tipi di configurazione d'onda, ad esempio:

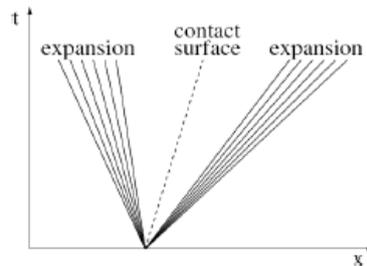


Figura 26: Configurazione due fasci di espansione a partire dalla discontinuità

Si nota la presenza di un fascio d'espansione, una superficie di contatto e di nuovo un'altra espansione, rispettivamente della prima, seconda e terza famiglia. Un'altra possibilità che invece potrebbe generarsi è una configurazione in cui almeno una delle due onde acustiche è diventata un'onda d'urto e quindi mi ritrovo nel piano (x,t) con una soluzione di questo genere:

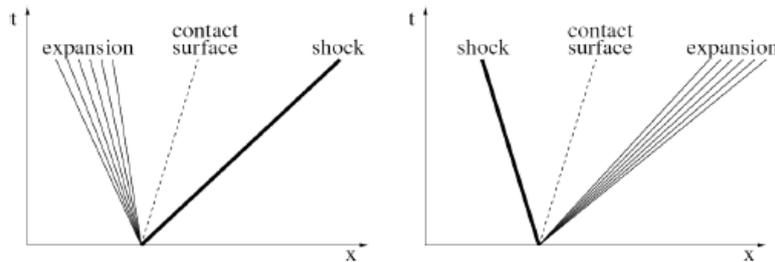


Figura 27: Configurazione fascio di espansione e onda d'urto a partire dalla discontinuità

Oppure le due onde acustiche potrebbero essere contemporaneamente due urti:

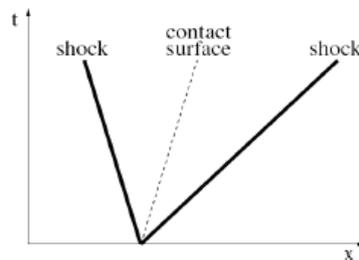


Figura 28: Configurazione due onde d'urto a partire dalla discontinuità

La data configurazione d'onde dipende dalle condizioni di salto che si sono generate nella ricostruzione. L'obiettivo nel risolvere il problema di Riemann è proprio quello di andare a capire quale configurazione è venuta fuori effettivamente. Cioè risolvere il problema di Riemann significa risolvere il diagramma d'onde nel piano delle fasi.

3.2.3. Solutore approssimativo di Riemann ROE

I flussi alle interfacce delle celle devono essere calcolati per tutte le celle in ogni fase. Se un metodo FDS (flux differences splitting) adotta una soluzione esatta del problema di Riemann, ciò significa che, ad ogni time step, la soluzione di un'equazione scalare non lineare deve essere trovata usando un metodo iterativo per un numero di volte approssimativamente proporzionale a $(N_{dim} \times N_{cells})$, dove N_{dim} è la dimensione spaziale del problema (1D, 2D o 3D) e N_{cells} è il numero totale di celle.

Tuttavia, non è strettamente necessario risolvere un problema di Riemann esattamente su ogni interfaccia delle celle. Infatti, è possibile adottare delle soluzioni approssimative al problema di Riemann, che funzionano anche molto bene, in quanto fanno parte di metodi numerici che integrano la forma conservativa delle equazioni di Eulero.

Integrare le leggi di conservazione, assicura che le condizioni di salto corrette vengano calcolate nelle soluzioni numeriche.

Il metodo con cui si valutano i flussi influenza solo la stabilità e accuratezza, ma non l'equilibrio complessivo di massa, quantità di moto ed energia.

Fra i più popolari solutori approssimativi di Riemann si ritrova il *solutore di Riemann di Roe*, che si basa su una linearizzazione locale del problema di Riemann. Fa parte sempre del metodo Upwind, basato sull'approccio Godunov, introdotto in precedenza.

Di seguito vengono riportati dei dettagli sull'applicazione del solutore approssimativo di Riemann ROE, per il calcolo numerico di un campo di moto supersonico bidimensionale, considerando il gas ideale. Riprendendo le equazioni di Eulero non stazionarie per un gas in due dimensioni, in forma vettoriale:

$$\bar{w}_t + \bar{f}_x + \bar{g}_y = 0 \quad [3.23]$$

Dove:

$$\begin{aligned} \bar{w} &= (\rho, \rho u, \rho v, e)^T \\ \bar{f} &= (\rho u, p + \rho u^2, \rho uv, u(e + p))^T \\ \bar{g} &= (\rho v, \rho uv, p + \rho v^2, v(e + p))^T \\ e &= \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \end{aligned}$$

Per risolvere il problema bidimensionale, si linearizza andando così a risolvere una serie di problemi unidimensionali nella direzione x ed y. Quindi, per il sistema [3.23] un corrispondente problema di Riemann linearizzato localmente nella direzione x lungo $y = y_0$, è:

$$\begin{aligned} \bar{w}_t + A(\bar{w}_L, \bar{w}_R)_\Phi \bar{w}_x &= 0 \quad [3.24] \\ \bar{w}(x, y_0, 0) &= \begin{cases} \bar{w}_L & \text{se } x < 0 \\ \bar{w}_R & \text{se } x > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Dove $A(\bar{w}_L, \bar{w}_R)_\Phi$ è una matrice costante che dipende dai dati (\bar{w}_L, \bar{w}_R) e dal percorso $\Phi(s; \bar{w}_L, \bar{w}_R)$ e soddisfa:

$$\int_0^1 A(\Phi(s; \bar{w}_L, \bar{w}_R)) \frac{\partial \Phi}{\partial s}(s; \bar{w}_L, \bar{w}_R) ds = A(\bar{w}_L, \bar{w}_R)_{\Phi} (\bar{w}_L - \bar{w}_R) \quad [3.25]$$

Ha autovalori reali e un set completo di auto vettori, dove $A = \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{w}}$ è il Jacobiano di \bar{f}

Il percorso che collega \bar{w}_L e \bar{w}_R , è:

$$\Phi(s; \bar{w}_L, \bar{w}_R) = \bar{w}_L + s(\bar{w}_R - \bar{w}_L) \quad s \in [0,1] \quad [3.26]$$

Allora:

$$A(\bar{w}_L, \bar{w}_R)_{\Phi} = \int_0^1 A(\bar{w}_L + s(\bar{w}_R - \bar{w}_L)) ds \quad [3.27]$$

In generali sono coinvolti integrali che potrebbero non emergere in forma chiusa, oppure la forma chiusa potrebbe essere costosa da calcolare. L'approccio alternativo adottato nel metodo ROE è quello di introdurre un vettore di parametro, \bar{k} . Il solutore di Riemann è costruito lasciando che \bar{f}_0 sia una funzione regolare tale che: $\bar{f}_0(\bar{k}_L) = \bar{w}_L$; $\bar{f}_0(\bar{k}_R) = \bar{w}_R$.

E $A_0(\bar{k}) = \frac{\partial \bar{f}_0}{\partial \bar{k}}$ è una matrice regola per ogni \bar{k} . Il percorso che collega i due stati \bar{w}_L e \bar{w}_R , è quindi:

$$\Phi_0(s; \bar{k}_L, \bar{k}_R) = \bar{f}_0(\bar{k}_L + s(\bar{k}_R - \bar{k}_L)) \quad [3.28]$$

Il tutto porta alla matrice ROE:

$$A(\bar{w}_L, \bar{w}_R)_{\Phi} = C(\bar{w}_L, \bar{w}_R)_{\Phi_0} B(\bar{w}_L, \bar{w}_R)_{\Phi_0}^{-1} \quad [3.29]$$

Dove:

$$B(\bar{w}_L, \bar{w}_R)_{\Phi_0} = \int_0^1 A_0(\bar{k}_L + s(\bar{k}_R - \bar{k}_L)) ds \quad [3.30]$$

E:

$$C(\bar{w}_L, \bar{w}_R)_{\Phi_0} = \int_0^1 A_0(\bar{f}_0(\bar{k}_L + s(\bar{k}_R - \bar{k}_L))) A_0(\bar{k}_L + s(\bar{k}_R - \bar{k}_L)) ds \quad [3.31]$$

4. DEFINIZIONE PARAMETRI E COEFFICIENTI

In questo breve capitolo si riportano i parametri e i coefficienti adimensionali utilizzati per analizzare le prestazioni del campo di flusso all'interno del Rampresor per diverse condizioni operative.

- a. Rapporto di compressione statica del campo di flusso:

$$\beta = \frac{p_{outlet}}{p_{inlet}}$$

Dove p_{outlet} e p_{inlet} sono rispettivamente, le pressioni statica in uscita ed ingresso al campo di moto.

- b. Coefficiente di perdita della pressione totale:

$$p_R = \frac{p_{outlet}^0}{p_{inlet}^0}$$

Dove p_{outlet}^0 e p_{inlet}^0 sono rispettivamente, le pressioni totali in uscita ed ingresso al campo di moto.

- c. Rapporto di pressurizzazione:

$$p_Z = p_R \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{inlet}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

- d. Coefficiente di perdita:

$$\bar{\omega} = \frac{1 - p_R}{1 - \beta(M_{inlet})}$$

- e. Efficienza energia cinetica

$$\xi = 1 - \frac{2}{(\gamma - 1)M_{inlet}^2} \left[\left(\frac{1}{p_R} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]$$

- f. Lavoro reale compressore:

$$L_c = c_p(T_{outlet} - T_{inlet})$$

- g. Rendimento total to static compressore:

$$\eta_c = \frac{L_{c_{is}}}{L_c}$$

Dove $L_{c_{is}}$ è il lavoro che produrrebbe il compressore in condizioni isoentropiche:

$$L_{c_{is}} = c_p(T_{outlet_{is}}^0 - T_{inlet}^0)$$

$$T_{outlet_{is}}^0 = T_{inlet}^0 \cdot \beta^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

5. ANALISI CFD MODELLO 2D RAMPRESSOR

Questa prima analisi CFD è stata effettuata su un modello bidimensionale del campo di moto all'interno del Rampressor, geometricamente simile al modello condotto nella ricerca [1]. L'obiettivo è quello di ricavare lo schema di onde d'urto che si genera, in particolare osservare come varia la posizione dell'onda d'urto normale al variare del parametro adimensionale così definito:

$$P_r = \beta = \frac{p_b}{p_0}$$

Dove:

- p_b è la pressione statica in uscita del campo di flusso
- p_0 è la pressione statica assegnata in ingresso al campo di flusso

Quindi P_r è il parametro adimensionale della pressione statica in ingresso. Al variare di questo parametro si è definita la pressione statica da assegnare in uscita, permettendo così di valutare come varia il campo di moto interno, in funzione delle condizioni a valle del Rampressor, ovvero delle condizioni in ingresso al combustore.

5.1. Geometria

Come già introdotto il Rampressor è costituito da un rotore interno, ed un case fisso esterno.

Sulla superficie del rotore vengono realizzati delle variazioni di geometria, generando in tal modo: la rampa di compressione [F-C], che termina con la gola [C-D], e il diffusore subsonico [C-D=D-E].

Nella tabella seguente vengono riportati nel dettaglio le dimensioni caratteristiche della geometria:

Tabella 1: Lunghezze caratteristiche geometria bidimensionale Rampressor

A-B	28,42 [mm]
D-E	15,63 [mm]
F-C	50,46 [mm]
External case ray	218.63 [mm]
Throat ray	205.38 [mm]
Ramp angle	2,73°

Il segmento A-B rappresenta l'inlet, mentre D-E l'outlet del campo di flusso.

In allegato (tabella.6) vengono riportate le coordinate x-y dei punti costituenti la geometria per questo caso studio.

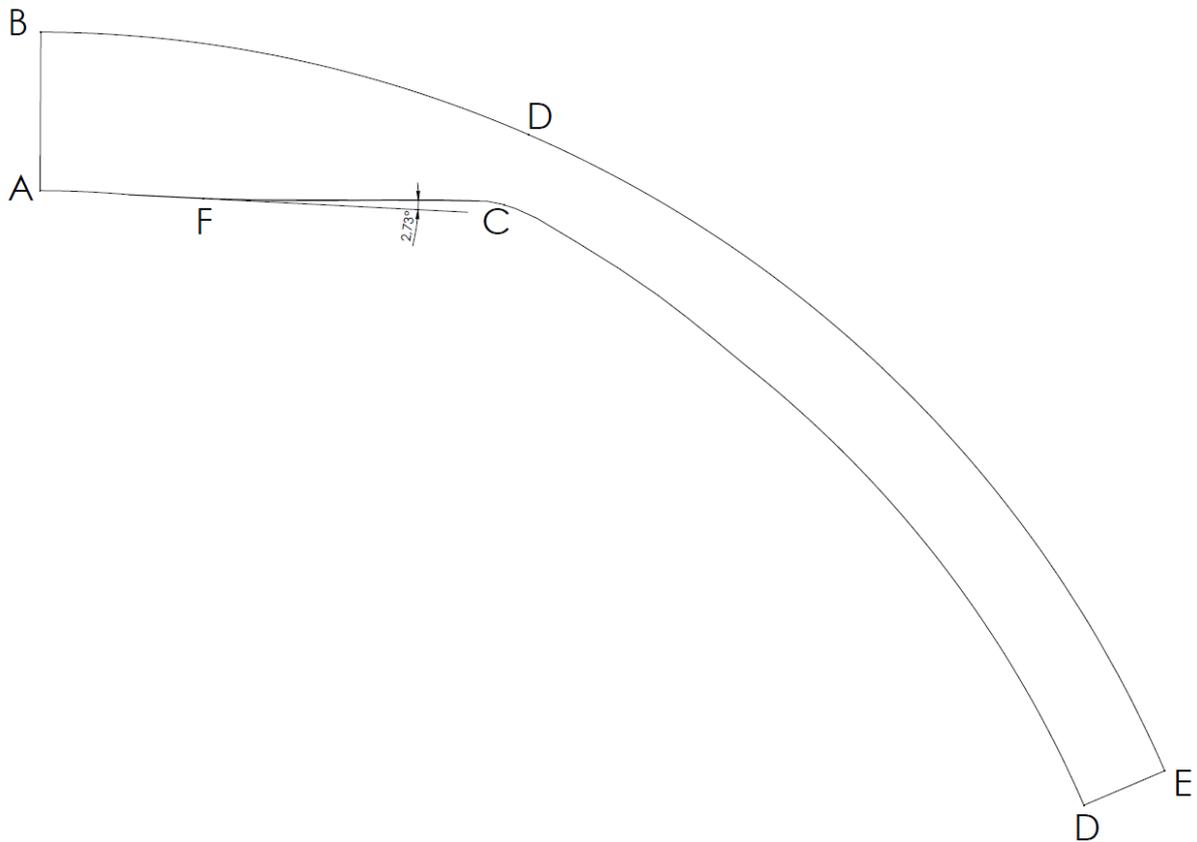


Figura 29: Modello bidimensionale Rampressor

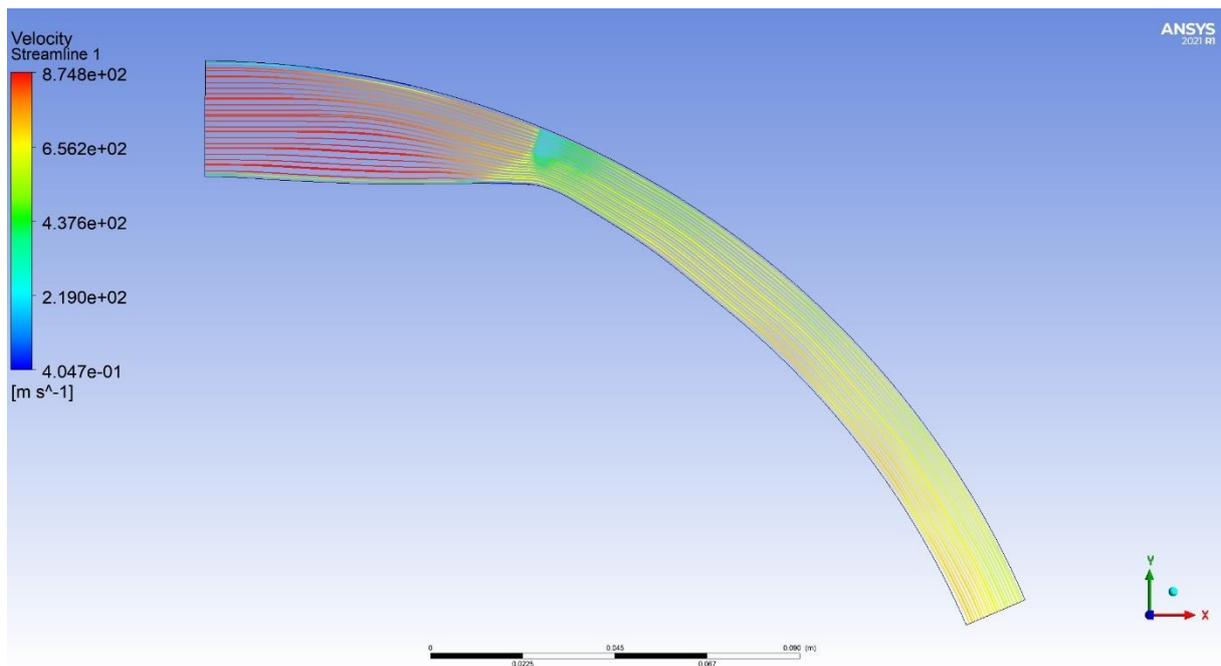
5.2. Mesh

Generata la geometria bidimensionale, il passo successivo è stata la realizzazione della griglia di calcolo. È stata generata una griglia strutturata, in particolare settando una quadrilateral mesh, ovvero tutti gli elementi della griglia sono dei quadrati. Questa prima analisi numerica è stata condotta attribuendo ad ogni lato di ogni quadrato una dimensione di $5 \cdot 10^{-5} [m]$.

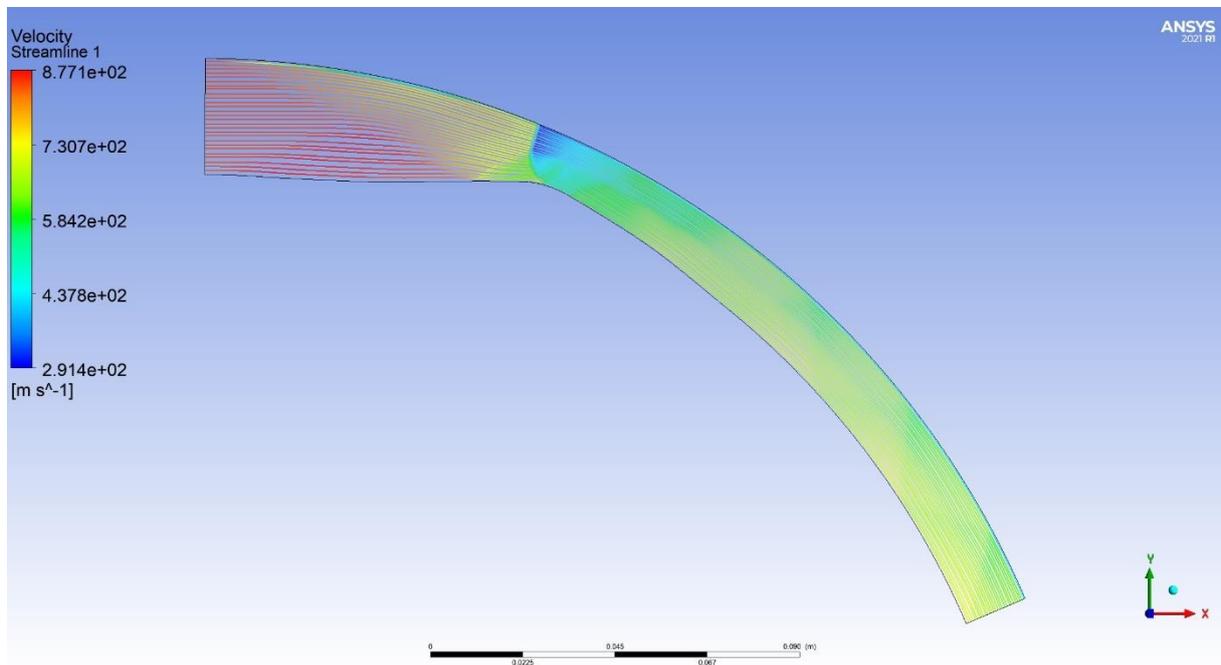
In tal modo, tramite il programma Ansys, si è generata una griglia abbastanza fitta. La scelta dimensionale delle celle della mesh è stata raggiunta effettuando delle simulazioni su campi di calcolo costituiti da mesh più grezze, osservando che la densità della griglia ha una certa influenza sul campo di flusso, ma la distribuzione delle onde d'urto è essenzialmente simile (figura.30)

Pertanto, per ridurre i tempi di calcolo, ma soprattutto rispettare i limiti imposti da Ansys versione student, non si è infittita ulteriormente la griglia con dimensione del lato cella minore di 0,0005 [m].

a)



b)



c)

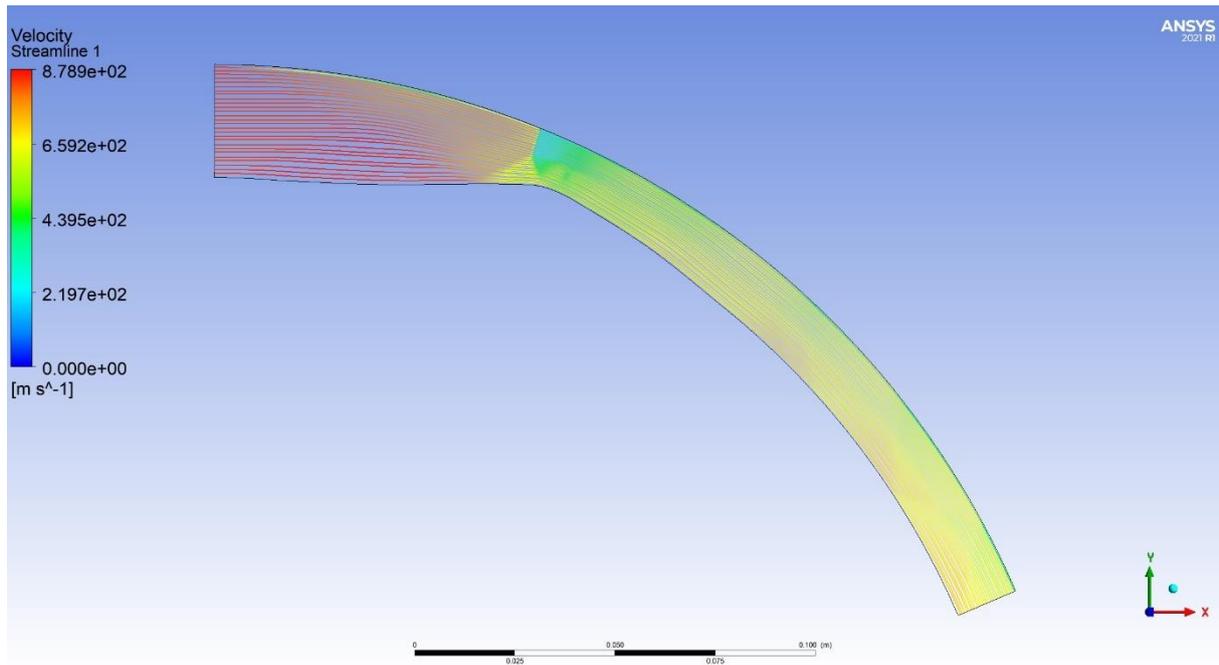


Figura 30: Confronto campo di velocità per diversi valori di grid sizes:

a) 0.001 [m]; b) 0.0005 [m]; c) 0.00005 [m]

5.3. Setup solutore e condizioni al contorno

Introdotta concettualmente nel capitolo 3, il metodo numerico utilizzato per risolvere le equazioni di Eulero che descrivono un flusso inviscido, si è opportunamente settato Ansys Fluent al fine di risolvere il campo di moto all'interno del Rampressor seguendo appunto tali equazioni.

Si è quindi scelto il solutore Density-based in forma implicita, mentre il risolutore scelto per i flussi convettivi è stato il Roe flux-difference splitting (ROE-FDS).

Per la discretizzazione spaziale è stato impostato il metodo Least Square Cell-based per ricostruire il gradiente di uno scalare, tra due celle adiacenti. In questo metodo si presume che la soluzione vari linearmente. Inoltre, Ansys Fluent consente di scegliere lo schema di discretizzazione per i termini di convezione di ciascuna equazione dominante. È stata impostata la discretizzazione del secondo ordine Upwind per i termini di convezione delle equazioni e tutte le equazioni scalari.

Nel setup del solutions method è stato altresì settato lo schema Higher Order Term Relaxation, questo permette di scrivere gli schemi di ordine superiore al primo, come uno schema di primo ordine più i termini aggiuntivi per gli schemi di ordine superiore. La formulazione dei termini di ordine superiore, per qualsiasi proprietà φ , segue la formulazione standard:

$$\varphi_{new} = \varphi_{old} + f(\varphi_{intermediate} - \varphi_{old})$$

Dove f è un coefficiente, che per caso stazionario vale 0.25, mentre per casi transizionale 0.75.

Settato il metodo di risoluzione del campo di moto, il passo successivo è stato quello di definire il tipo di flusso: il modello di fluido scelto è stato quello di gas ideale.

Infine, sono state definite le condizioni al contorno. Nello specifico è stato assegnato in:

- Inlet

$$T = 306 [K] \ ; \ p = 101325 [Pa]$$

Ed essendo il raggio del rotore pari a:

$$r_i = 190 \text{ mm}$$

La velocità di rotazione assegnata è:

$$\omega = 4473 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Allora la velocità tangenziale è:

$$v_t = \omega \cdot r_i = 875 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Data la velocità del suono essere pari a:

$$a = \sqrt{\gamma RT} = 350 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Allora il numero di Mach in ingresso per la velocità di rotazione assegnata è:

$$M = \frac{v_t}{a} = 2.5$$

- Outlet

Definito il parametro P_r , e assegnata la pressione in ingresso, si è ricavata la pressione da assegnare in uscita per i diversi valori di P_r

$$p_{outlet} = P_r \cdot p_{inlet}$$

I casi studio effettuati sono stati:

- A. $P_r = 8 \rightarrow p_{outlet} = 810600 [Pa]$
- B. $P_r = 9 \rightarrow p_{outlet} = 911925 [Pa]$
- C. $P_r = 10 \rightarrow p_{outlet} = 1013250 [Pa]$
- D. $P_r = 10.6 \rightarrow p_{outlet} = 1074045 [Pa]$

5.4. Risultati

Di seguito per ogni caso studio si riporta il campo di moto all'interno del Rampressor, in particolare in funzione del numero di Mach, pressione. Viene anche mostrato un plot che riporta in ascissa la distanza della linea rappresentativa la superficie del rotore a partire dalla sezione di ingresso, e in ordinata la pressione statica e la temperatura statica.

A.

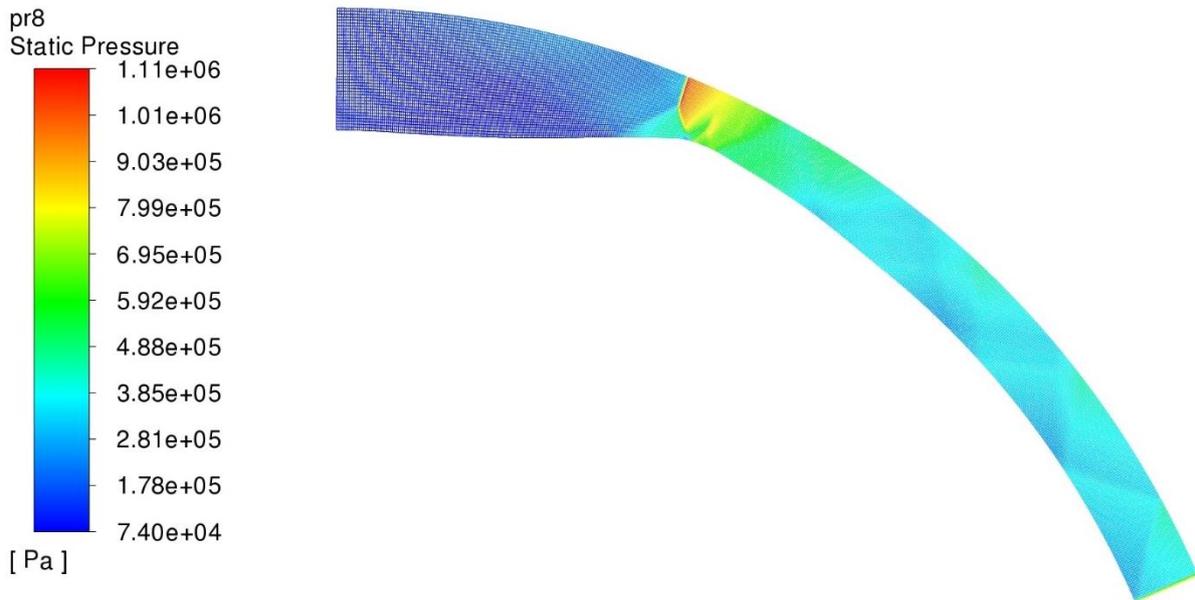


Figura 31: Distribuzione della pressione statica per $Pr=8$

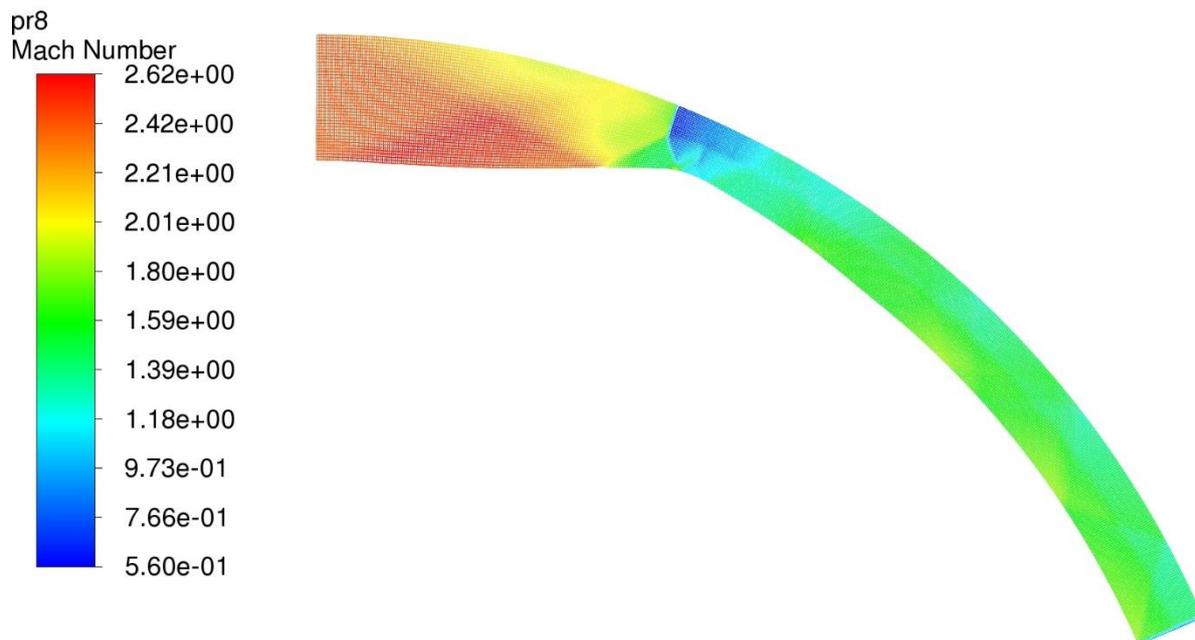


Figura 32: Distribuzione del numero di Mach per $Pr=8$

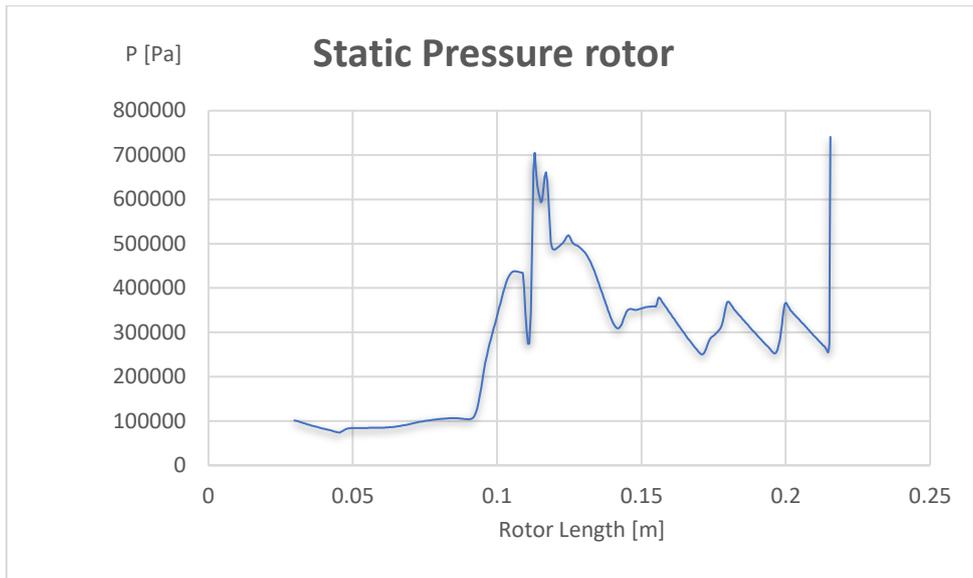


Figura 33: Andamento della pressione statica sulla superficie del rotore per $Pr=8$

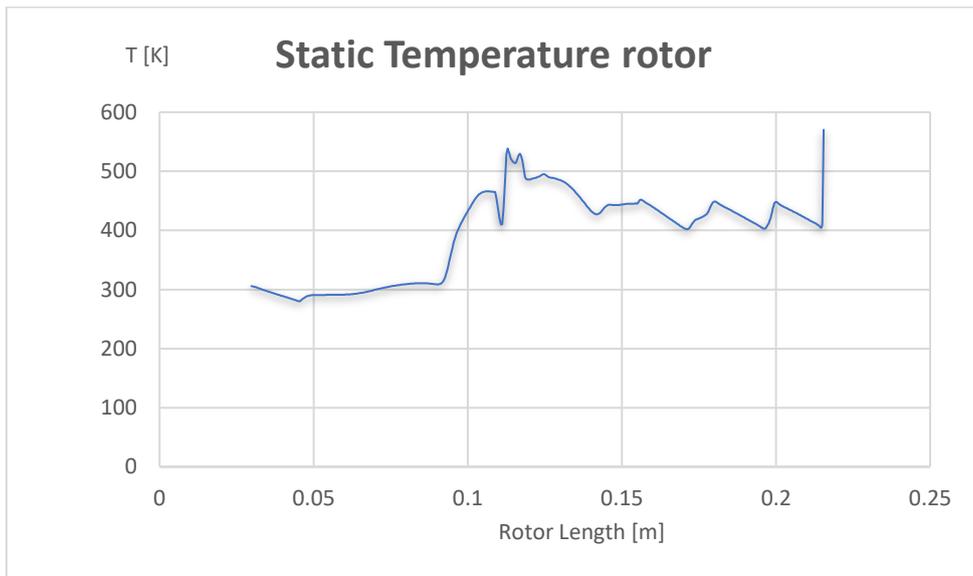


Figura 34: Andamento della temperatura statica sulla superficie del rotore per $Pr=8$

B.

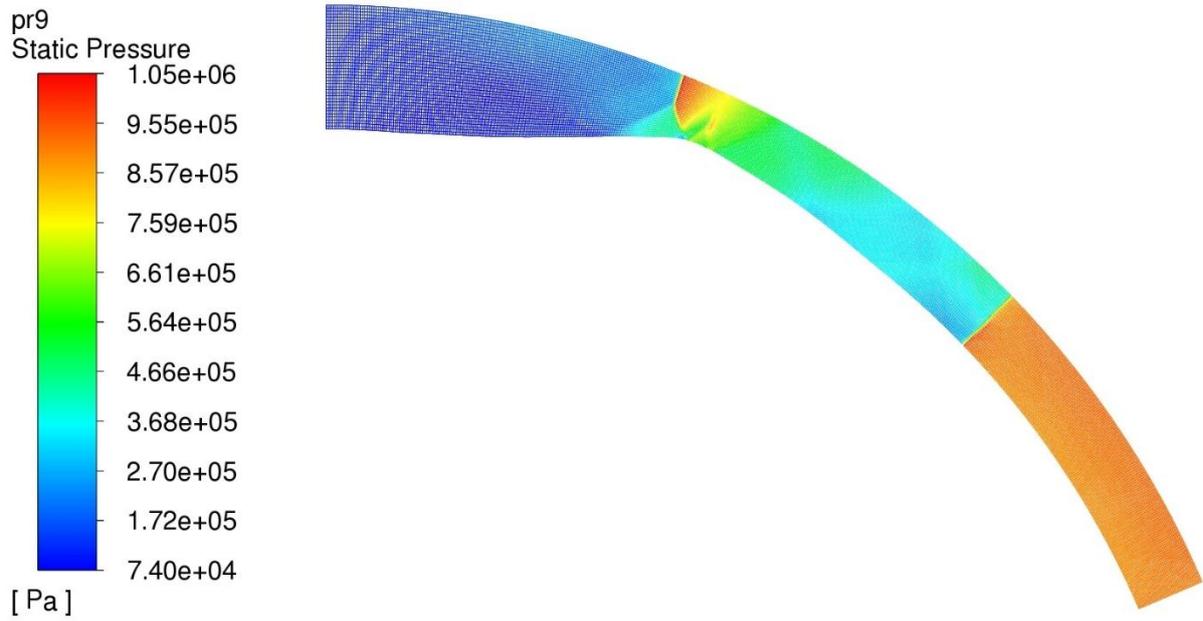


Figura 35: Distribuzione della pressione statica per $Pr=9$

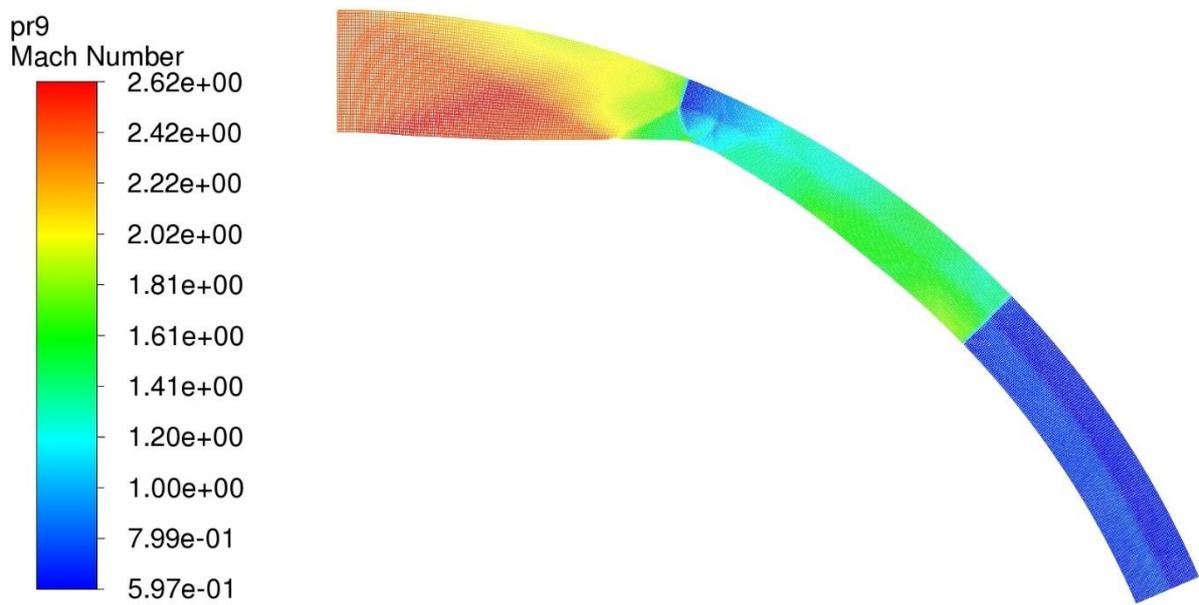


Figura 36: Distribuzione del numero di Mach per $Pr=9$

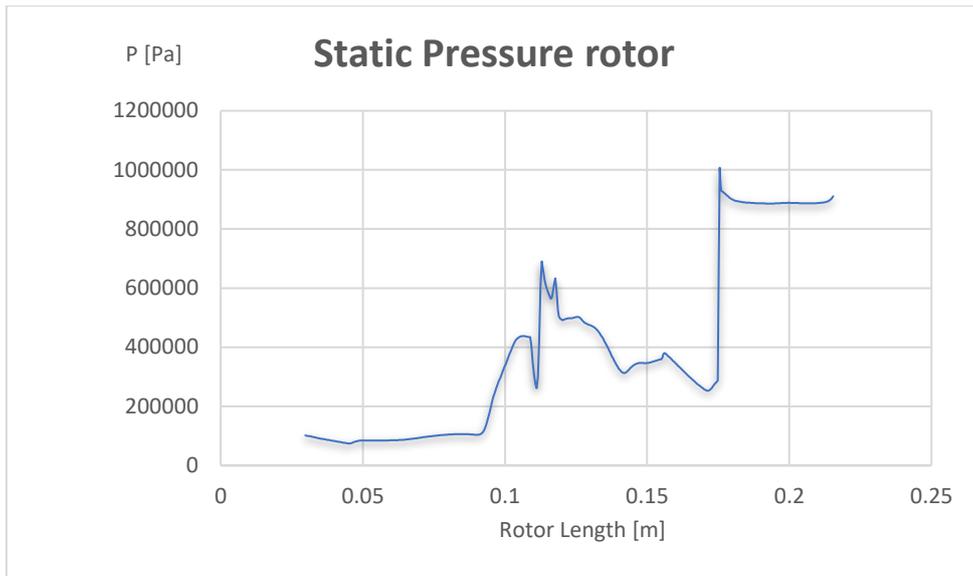


Figura 37: Andamento della pressione statica sulla superficie del rotore per $Pr=9$

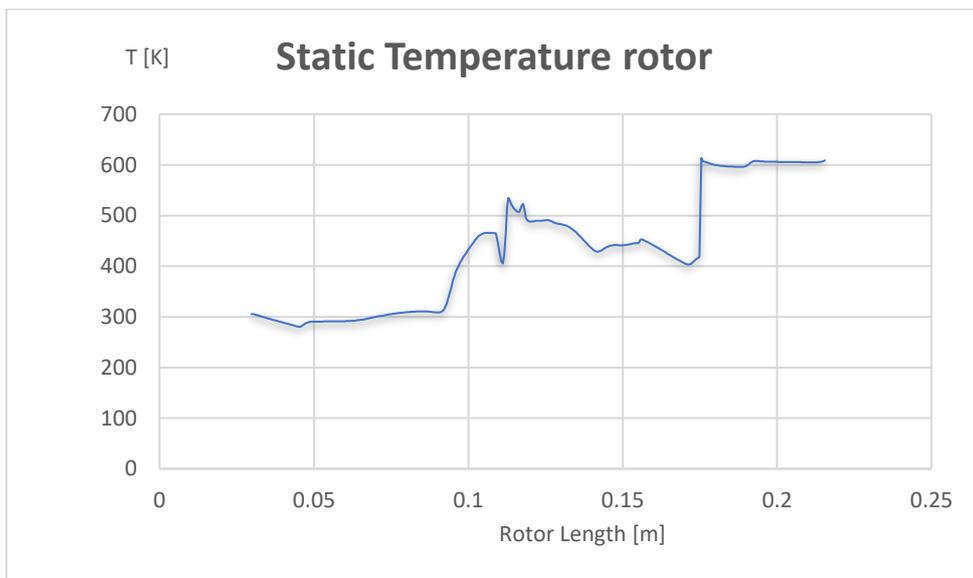


Figura 38: Andamento della temperatura statica sulla superficie del rotore per $Pr=9$

C.

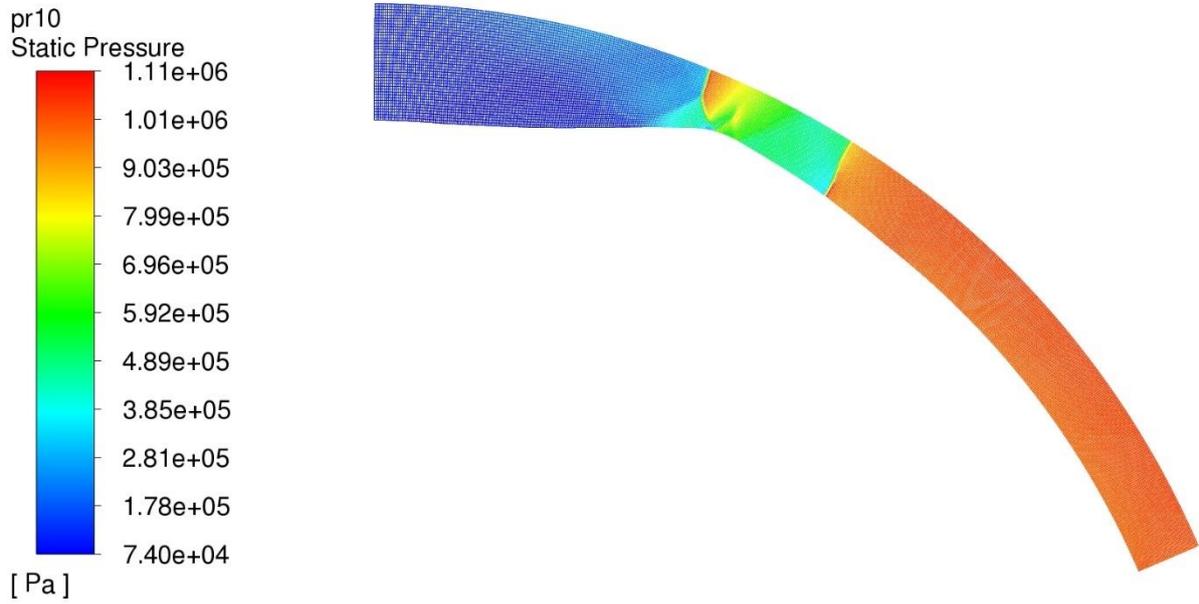


Figura 39: Distribuzione della pressione statica per $Pr=10$

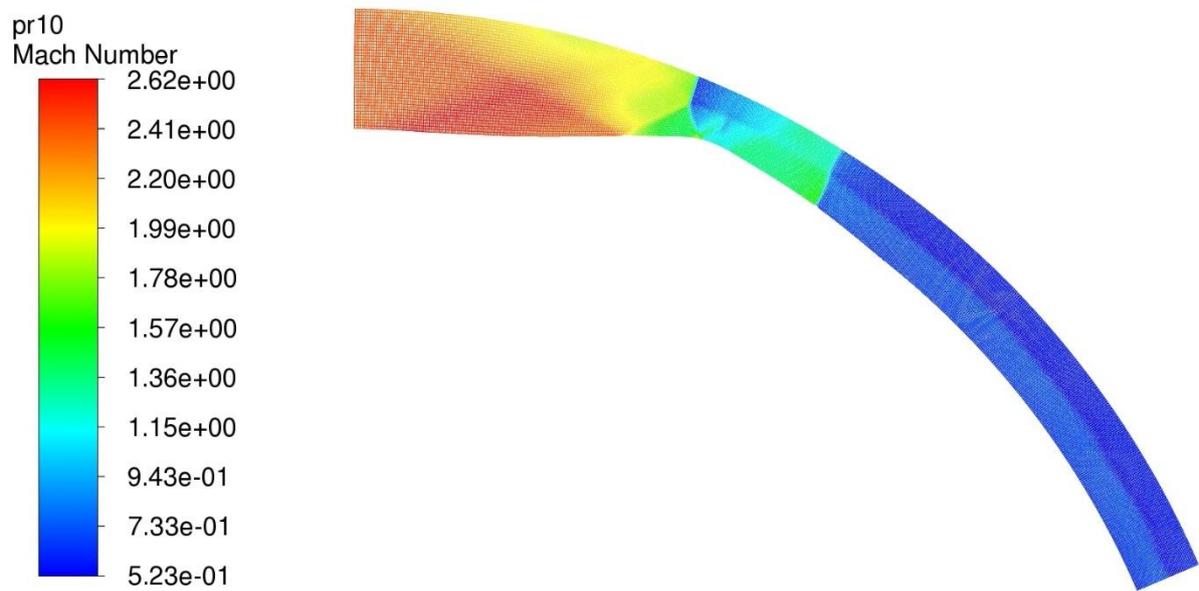


Figura 40: : Distribuzione del numero di Mach per $Pr=10$

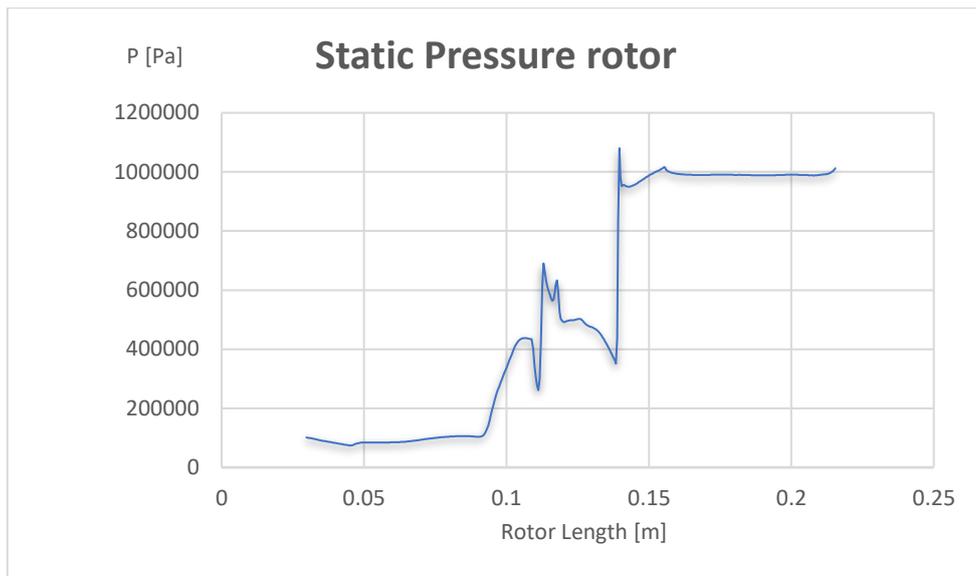


Figura 41: Andamento della pressione statica sulla superficie del rotore per $Pr=10$

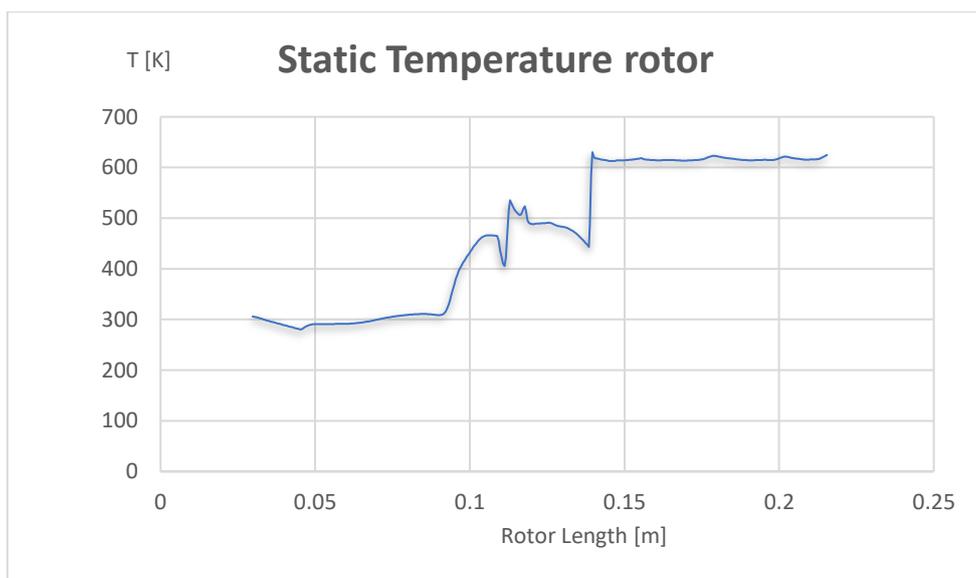


Figura 42: Andamento della temperatura statica sulla superficie del rotore per $Pr=10$

D.

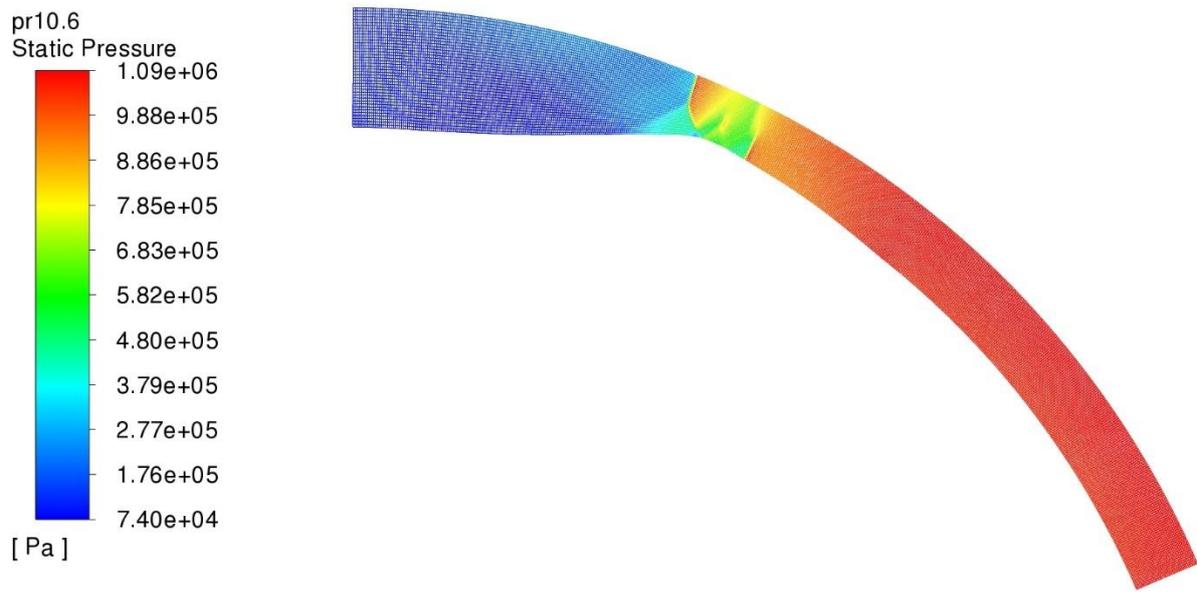


Figura 43: Distribuzione della pressione statica per $Pr=10.6$

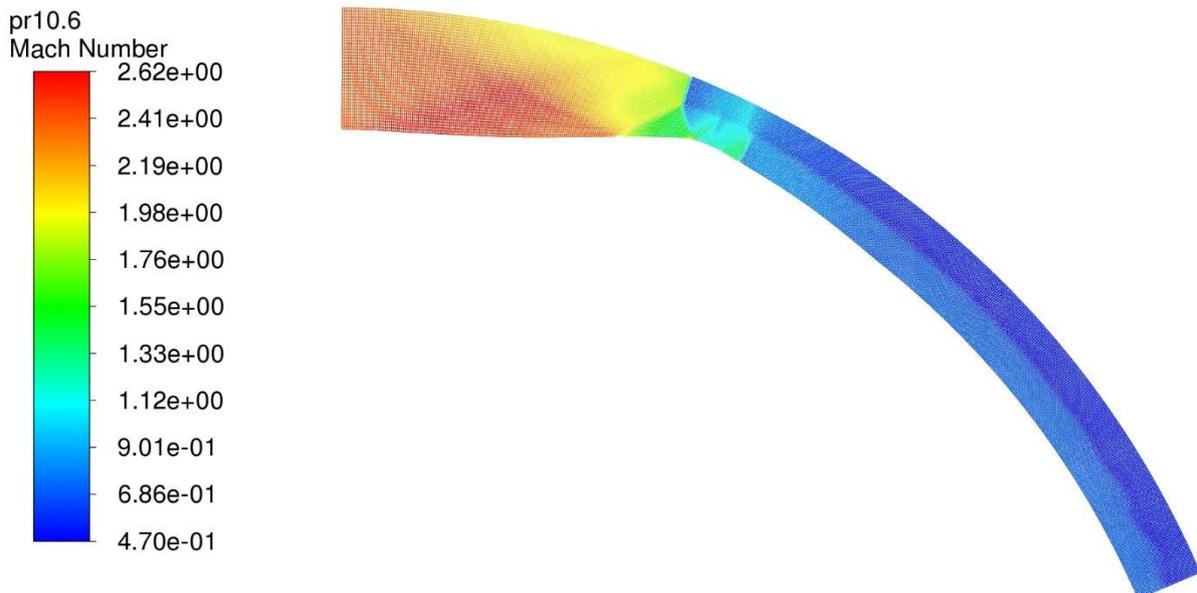


Figura 44: Distribuzione del numero di Mach per $Pr=10.6$

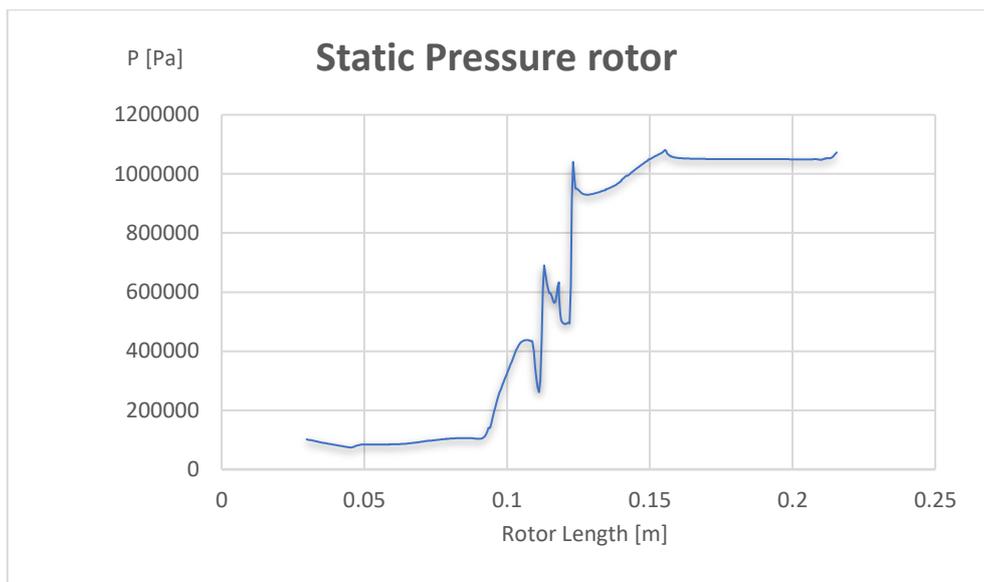


Figura 45: Andamento della pressione statica sulla superficie del rotore per $Pr=10.6$

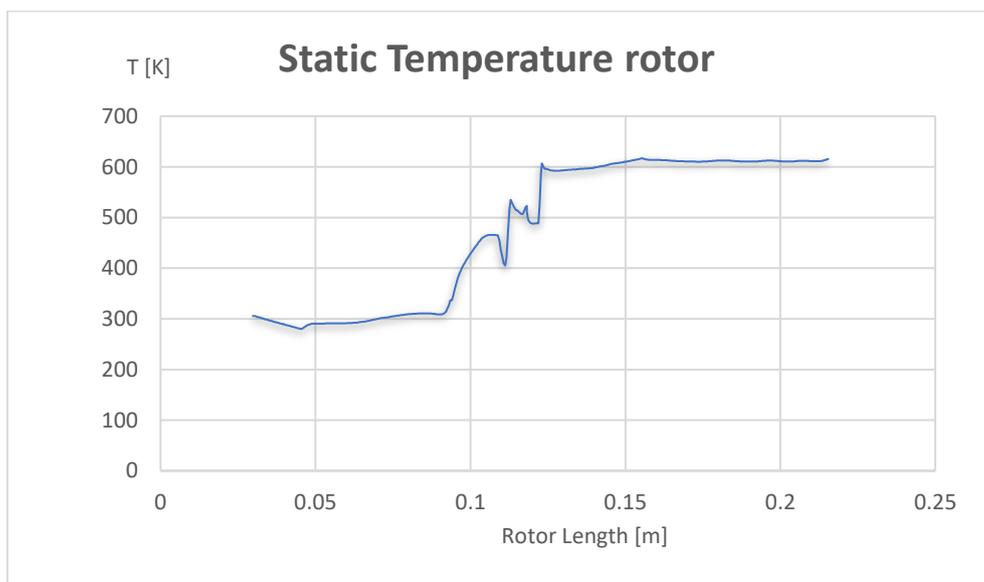


Figura 46: Andamento della temperatura statica sulla superficie del rotore per $Pr=10.6$

Si riportano nella tabella 2 per ogni caso studio i risultati ottenuti di pressione statica e totale e temperatura statica e totale, utilizzati per determinare i coefficienti prestazionali definiti nel capitolo 4.

Tabella 2: Variabili termodinamiche risultanti dalle simulazioni numeriche

	p_inlet [Pa]	p_outlet [Pa]	p0_inlet [Pa]	p0_outlet [Pa]	T_inlet [K]	T_outlet [K]	T0_inlet [K]	T0_outlet [K]	Portata uscita	V_outlet [m/s]
A	101053	740947	1539960	1.21E+06	306	570.311	665	657.124	29.800	461.663
B	101053	910721	1539960	1.24E+06	306	608.469	665	663	27.283	335.275
C	101053	1012090	1539960	1.28E+06	306	624.809	665	669	26.119	296.506
D	101053	1072840	1539960	1.42E+06	306	615.628	665	667.47	25.589	270.000

5.5. Conclusioni

In tutti i casi studio è possibile notare la presenza di una serie di onde d'urto oblique, generati dalla rampa di compressione, attraverso le quali si ha appunto una compressione del flusso d'aria. Le diverse riflessioni delle onde d'urto oblique tra il rotore e il case esterno, terminano con la nascita di un'onda d'urto normale (caso C,D,E,F).

I contorni del numero di Mach mostrano che la velocità del flusso d'aria dopo l'onda d'urto normale si riduce ad essere subsonica. È possibile notare dai grafici che quando P_r aumenta da 9 a 10.6, la posizione dell'onda d'urto normale gradualmente si sposta verso la gola. In particolare, si nota che per $P_r = 10,6$ l'urto normale si trova in vicinissima prossimità della gola, quindi il Rampressor raggiunge lo stato critico.



Figura 47: Andamento del numero di mach al variare di Pr

Riportando su uno stesso diagramma (Figura.46, 47) la distribuzione di pressione e temperatura sulla linea rappresentativa della superficie del rotore, al variare di P_r , si nota come le curve di pressione si sovrappongono prima dell'onda d'urto.

Si deduce quindi, che il carico aerodinamico della sezione di compressione supersonica in ingresso per diversi valori di P_r , non è influenzato dalla condizione di uscita (combustore).

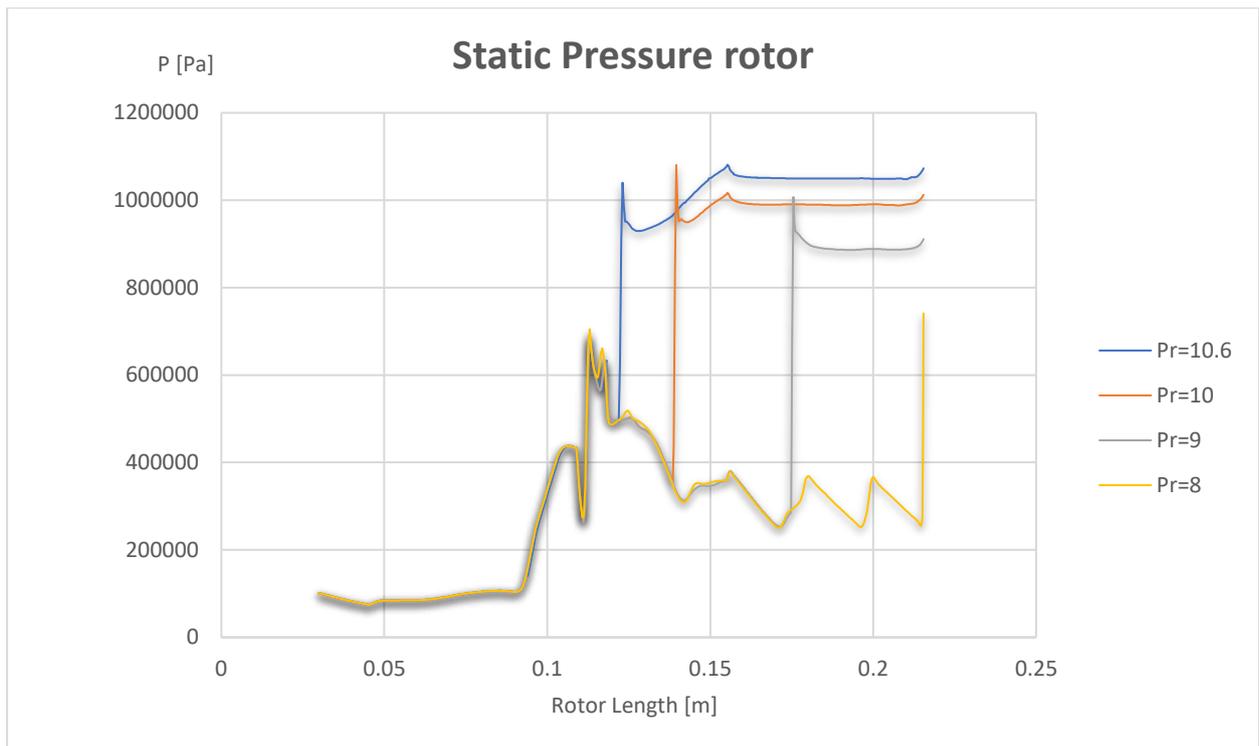


Figura 48: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore al variare di Pr

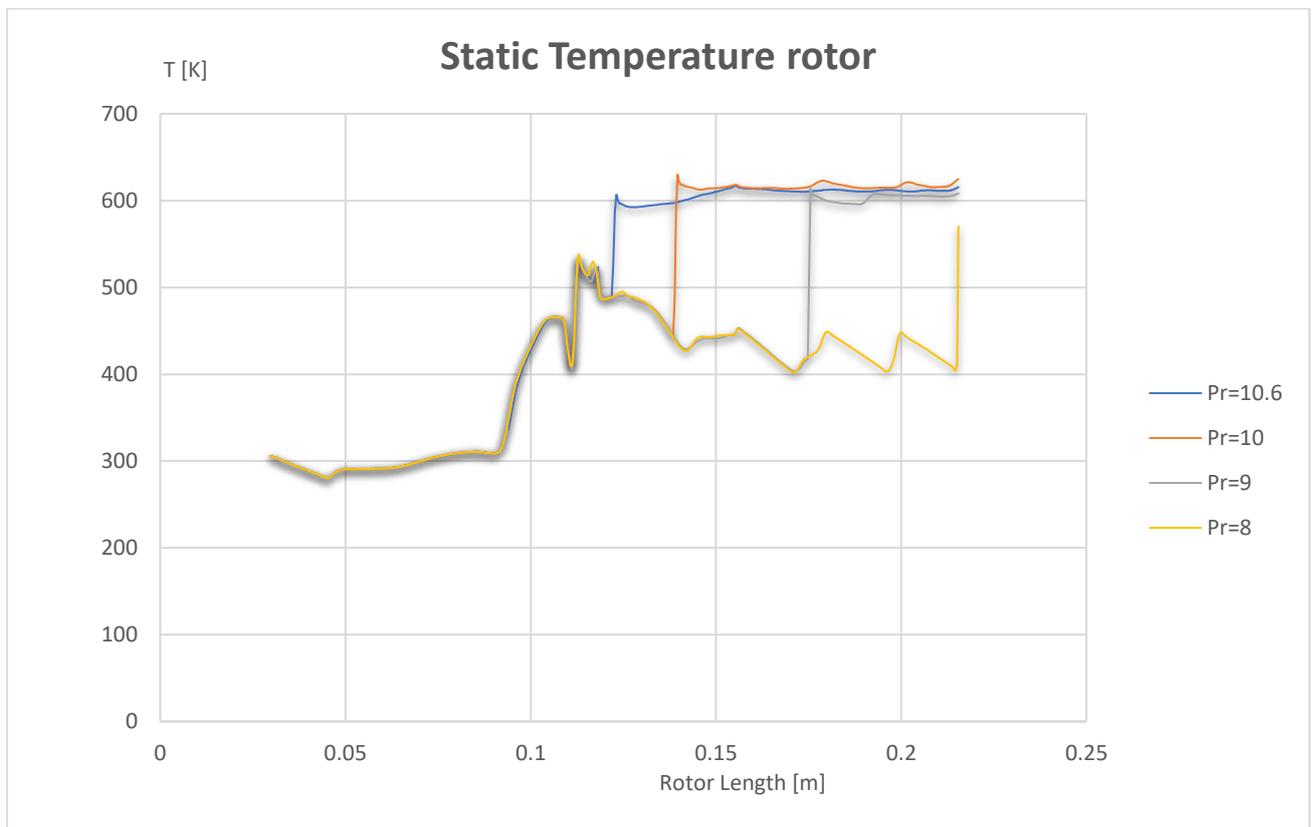


Figura 49: Confronto distribuzione della temperatura statica sulla superficie del rotore al variare di Pr

Un risultato analogo è ottenuto dalla ricerca [1], (figura.50).

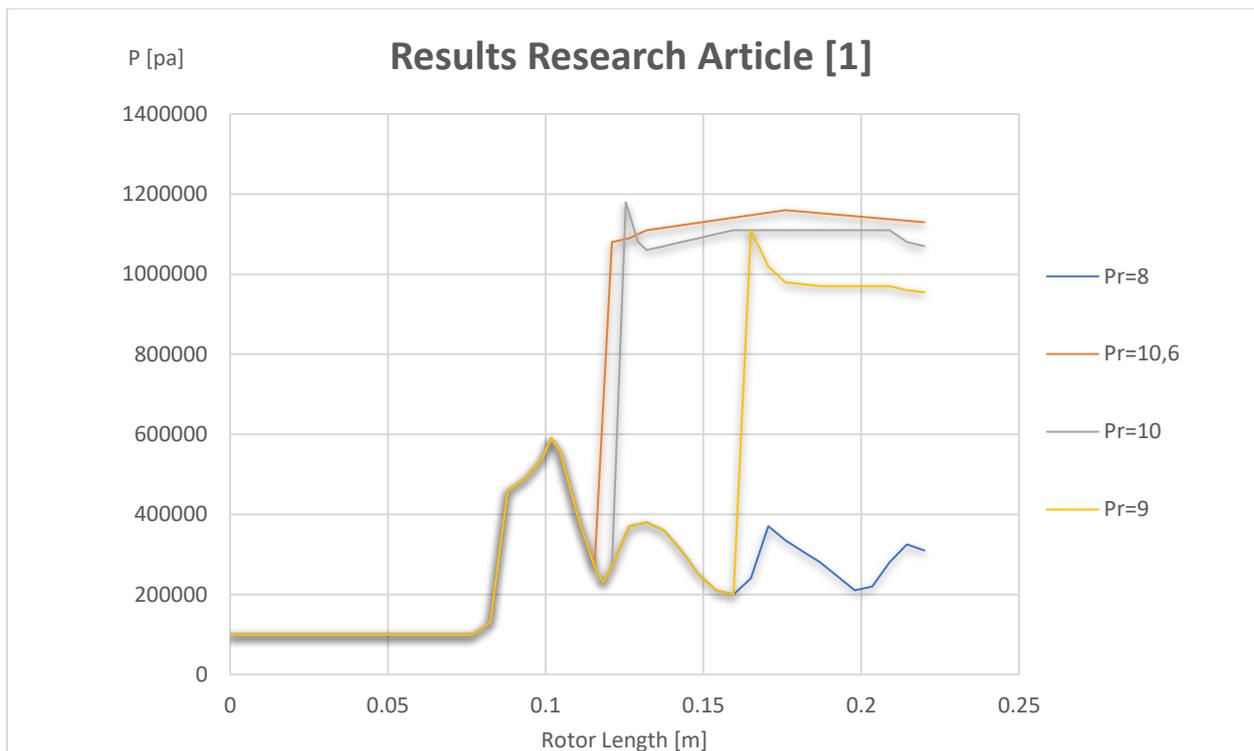


Figura 50: Distribuzione della pressione statica sulla superficie del roto al variare di Pr ottenuti dalla ricerca [1]

Facendo il confronto con la ricerca [1] si ottengono andamenti simili della pressione al variare del Pr :

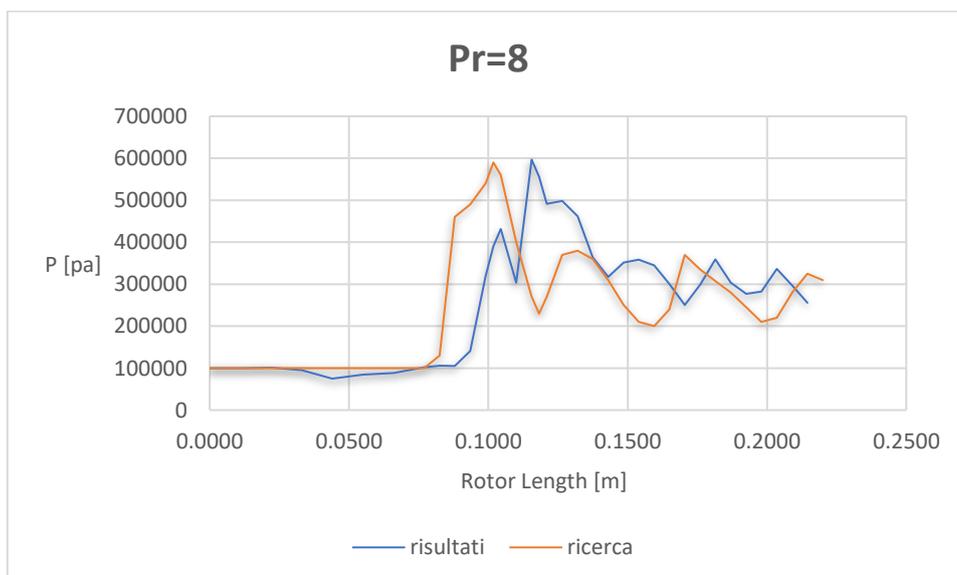


Figura 51: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore con i risultati ottenuti dalla ricerca [1], per $Pr=8$

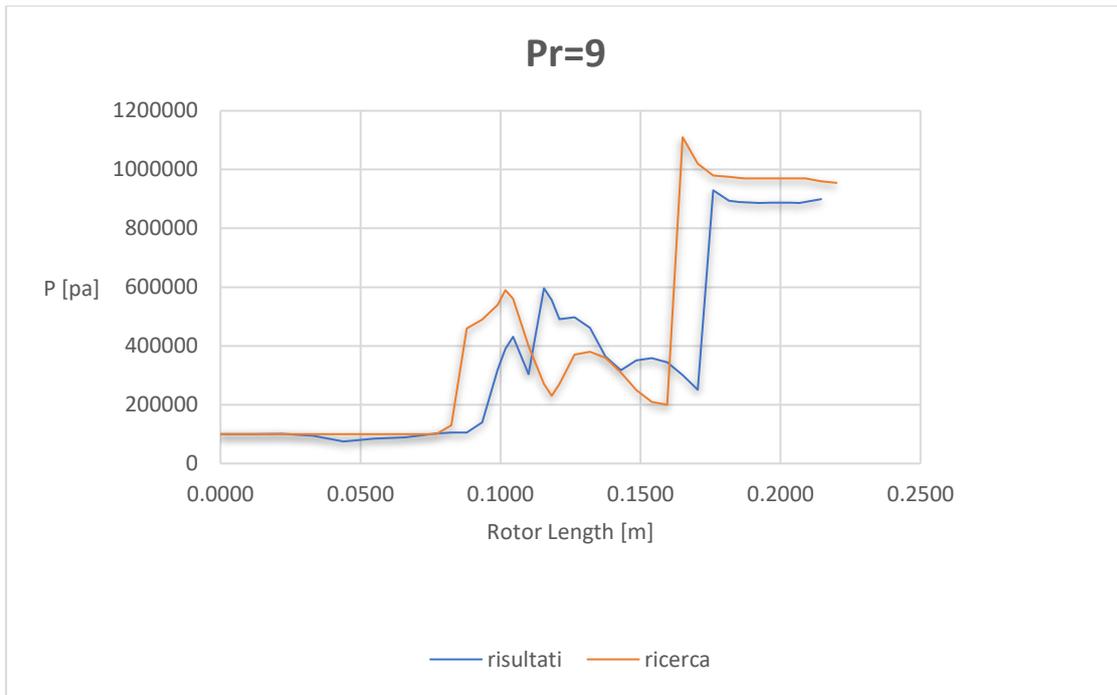


Figura 52: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore con i risultati ottenuti dalla ricerca [1], per $Pr=9$

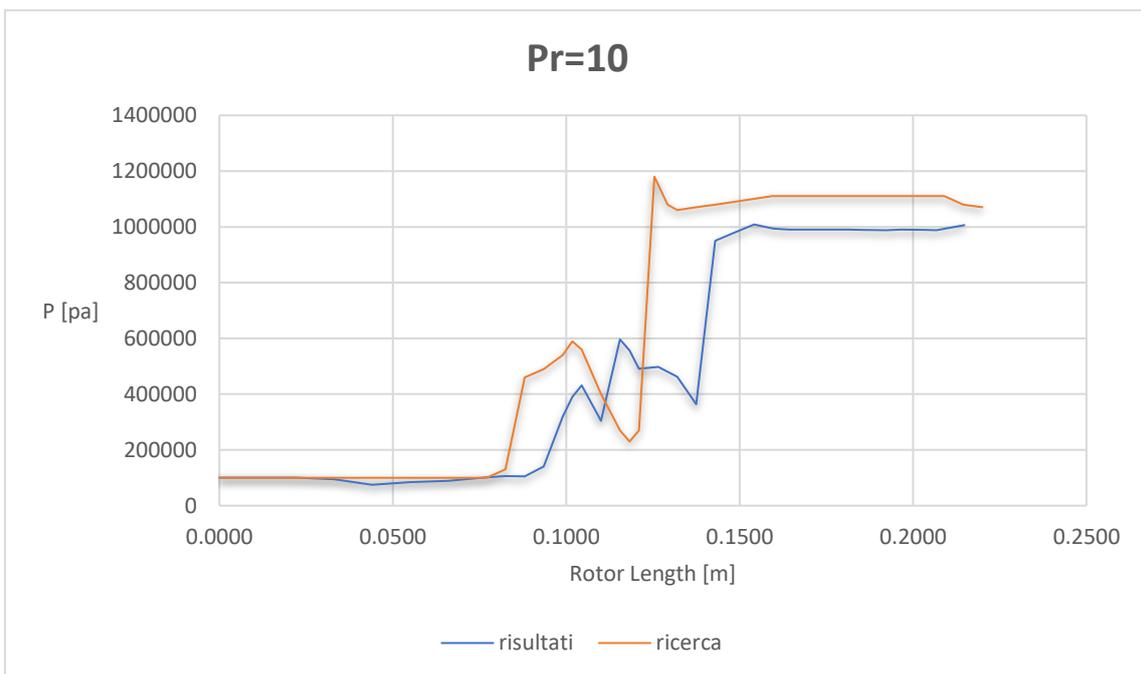


Figura 53: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore con i risultati ottenuti dalla ricerca [1], per $Pr=10$

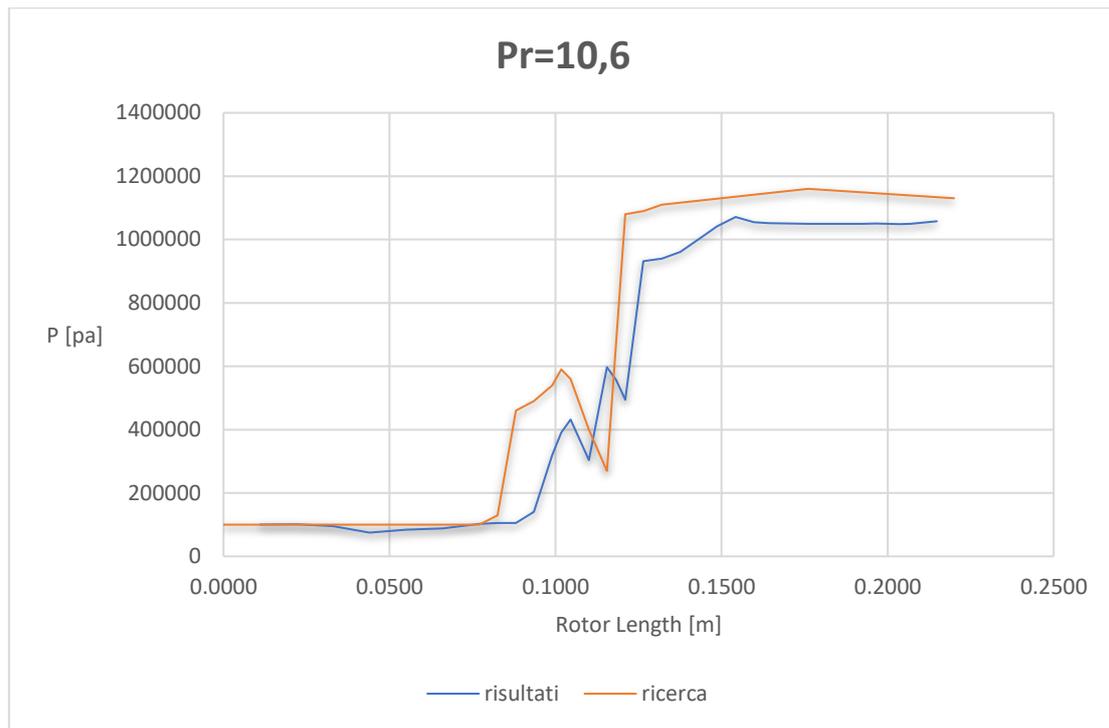


Figura 54: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore con i risultati ottenuti dalla ricerca [1], per $Pr=10.6$

Vengono di seguito riportati gli indici di prestazioni del flusso all'interno del Rampressor per i diversi rapporti di pressione P_r . (Tabella.3)

Tabella 3: Valori degli indici prestazionali del Rampressor

rotor speed [rad/s]	M_inlet	β	pR	pZ	ω	ξ	Lc_is [J/kg]	Lc [J/kg]	η
4473	2.5	10.6	0.857792	14.65618	0.005577	0.964159	646393.316	680579.123	0.9497695
4789	2.6	12.02	0.720134	14.36958	0.014135	0.927259	749791.678	891017.634	0.8415004
4973	2.7	13.72	0.817548	19.03486	0.008857	0.959366	842901.265	955462.821	0.8821916
5526	3	18.03	0.601693	22.10182	0.017318	0.913218	1108009.42	1412049.32	0.7846818

È possibile notare che con l'aumento di P_r , indice della contropressione in uscita, il coefficiente di recupero della pressione totale (p_R), il rapporto di pressurizzazione (p_Z) e l'efficienza energetica cinetica (ξ), aumentano gradualmente. Tuttavia, il coefficiente di perdita ($\bar{\omega}$) diminuisce.

Si deduce quindi, che un aumento appropriato della contropressione in uscita è vantaggioso per il rapporto di pressione e l'efficienza di compressione, beneficiando l'efficienza complessiva e il lavoro utile del propulsore.

Simili risultati vengono ottenuti anche dalla ricerca [1].

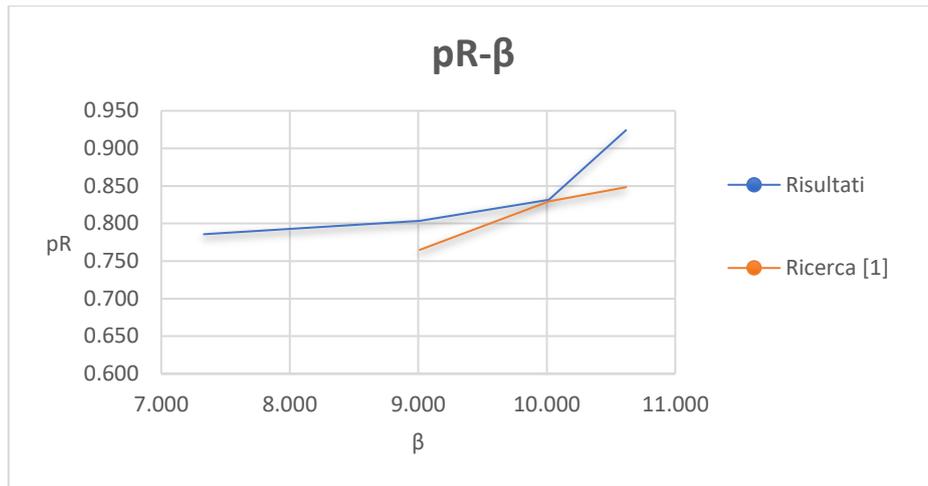


Figura 55: Coefficiente di recupero della pressione totale al variare del rapporto di compressione

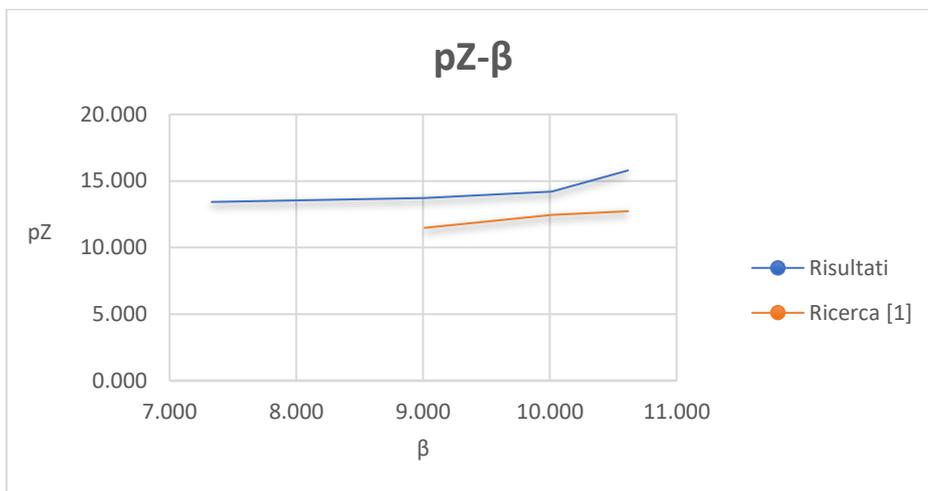


Figura 56: Rapporto di pressurizzazione al variare del rapporto di compressione

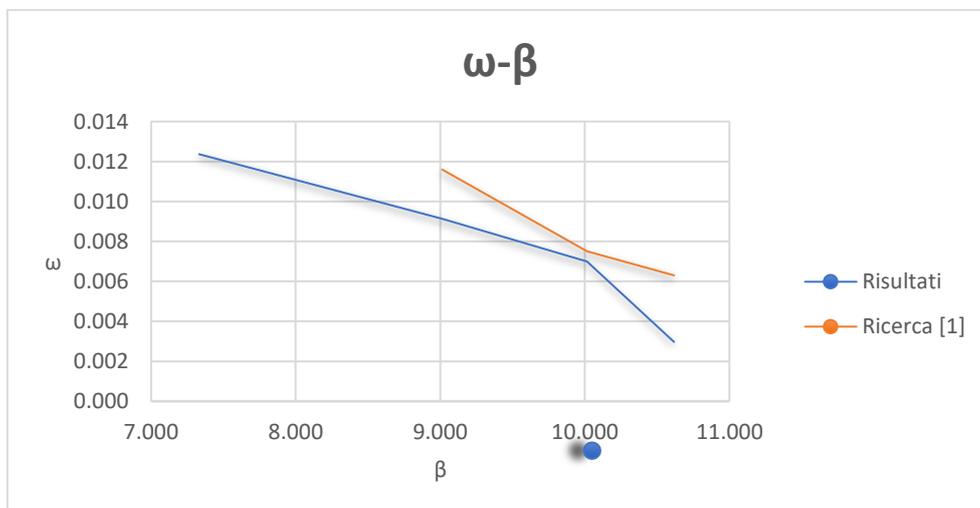


Figura 57: Coefficiente di perdita al variare del rapporto di compressione

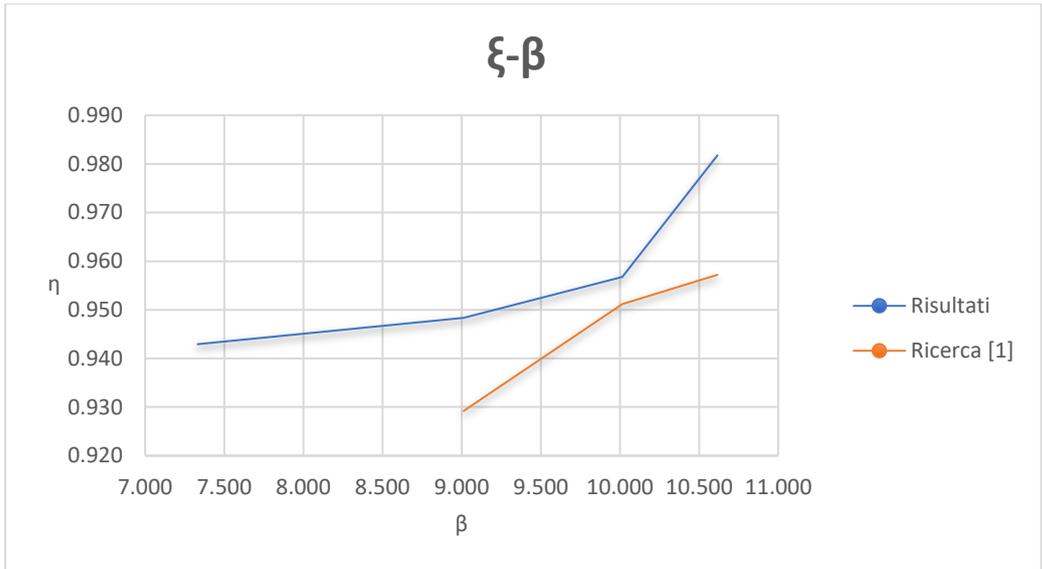


Figura 58: Efficienza energia cinetica al variare del rapporto di compressione

Si vede che il massimo lavoro di compressione del Rampressor è per $P_r = 10$, condizione per la quale l'urto normale si trova prossimo alla gola ma ancora nel diffusore, influenzando poco il campo di moto nella rampa di compressione. Mentre il lavoro isoentropico aumenta all'aumentare del rapporto di compressione, così come il rendimento.

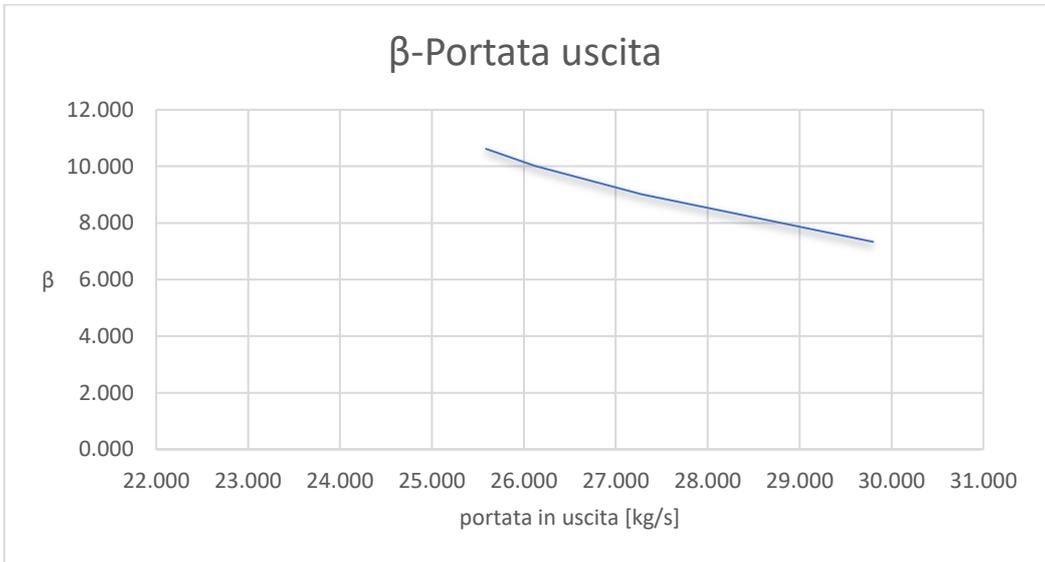


Figura 59: Mappa compressore

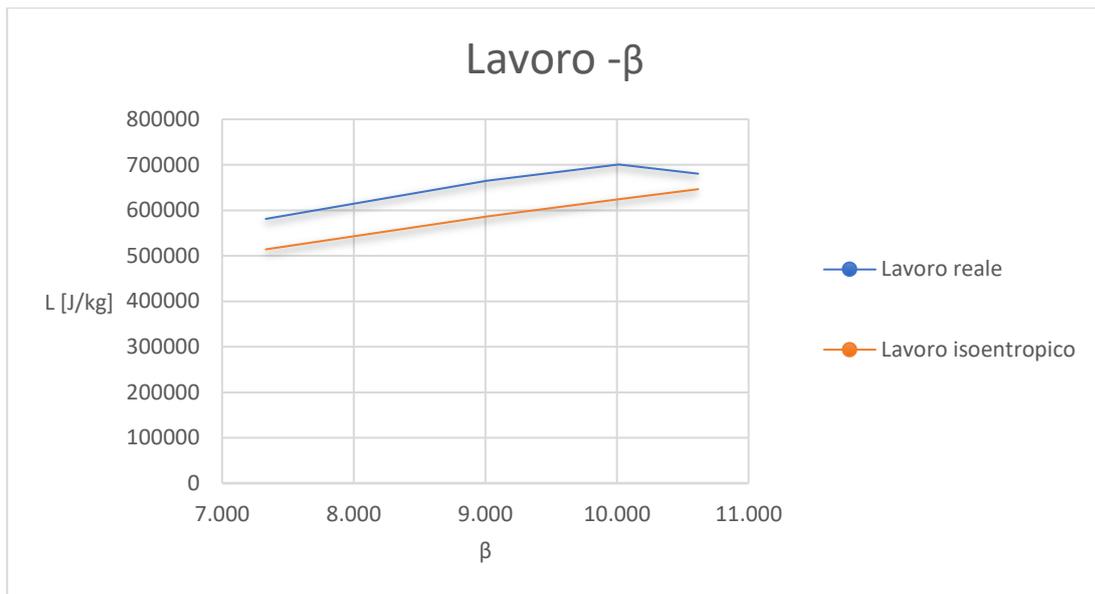


Figura 60: Lavoro isoentropico e reale di compressione al variare del rapporto di compressione

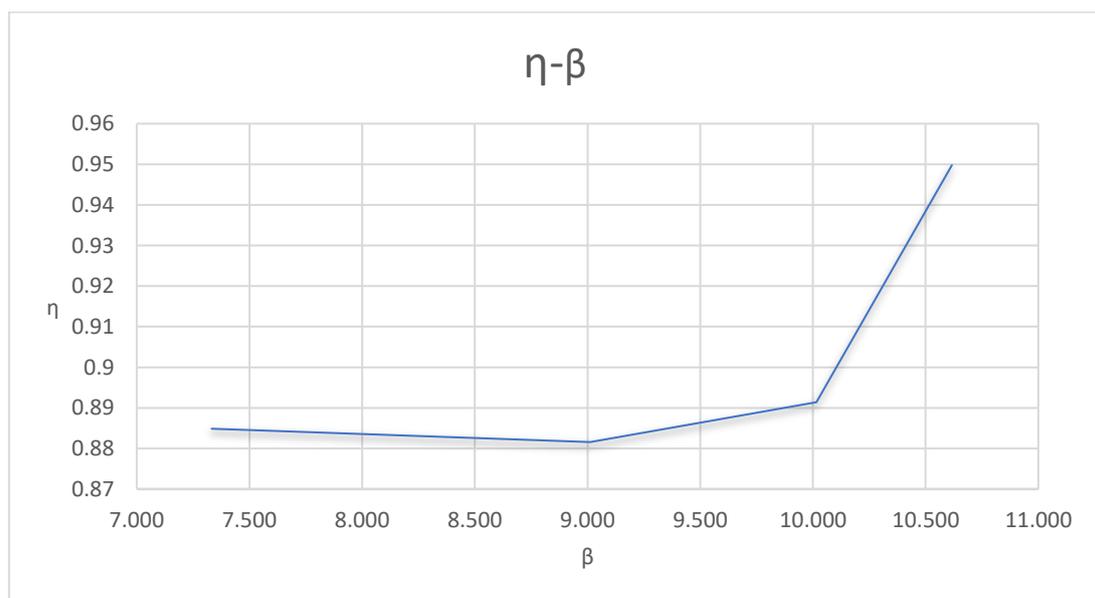


Figura 61: Rendimento al variare del rapporto di compressione

6. ANALISI CFD AL VARIARE DELLA VELOCITA' DI ROTAZIONE DEL ROTORE

In questa seconda analisi numerica, si vede come cambia il campo di moto e gli indici di prestazione del Rampressor, al variare delle condizioni al contorno, nello specifico all'aumentare della velocità di rotazione del rotore. Ciò comporta una velocità relativa, quindi un numero di Mach, in ingresso maggiore. Sono pertanto settate le stesse condizioni in ingresso dell'analisi descritta nel capitolo 5, ma facendo variare la velocità in ingresso.

Una prima analisi è stata effettuata impostando una velocità di rotazione del rotore inferiore al caso studio esaminato nel capitolo 5. In particolare, ponendo una velocità di rotazione $\omega = 4421$ [rad/s]. Essendo il raggio inferiore pari a 190 mm, la velocità tangenziale è quindi:

$$v_{inlet} = \omega r_i = 840 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Assegnata la temperatura in ingresso pari a $T = 306$ [K], allora il numero di Mach in ingresso è:

$$M_{inlet} = \frac{v_i}{a} = 2.4$$

È possibile vedere in figura 62 e 63, dove viene rappresentato il campo di moto in funzione del numero di Mach, assegnata una pressione in uscita rispettivamente di 810600 [Pa] e 911925 [Pa], che una velocità di rotazione inferiore, quindi un mach in ingresso più basso ($M = 2.4$), porta la gola e il campo di moto tra la rampa di compressione ed il case esterno, ad essere subsonico. Segue pertanto una espansione nel diffusore, la velocità accelera e la pressione diminuisce.

Considerando una contropressione di 810600 [Pa], è possibile vedere come l'onda d'urto si colloca all'interno del diffusore, già in prossimità della gola. Analogamente con una contropressione di 911925 [Pa], si nota come l'urto normale è posizionato ancora più a monte.

Valori maggiori della pressione in uscita del Rampressor, farebbero risalire a monte della gola l'onda d'urto normale, pertanto tutto il campo di moto all'interno si presenterebbe subsonico, senza la nascita di onde d'urto, quindi assenza fenomeni di compressione, rendendo così inefficiente il compressore.

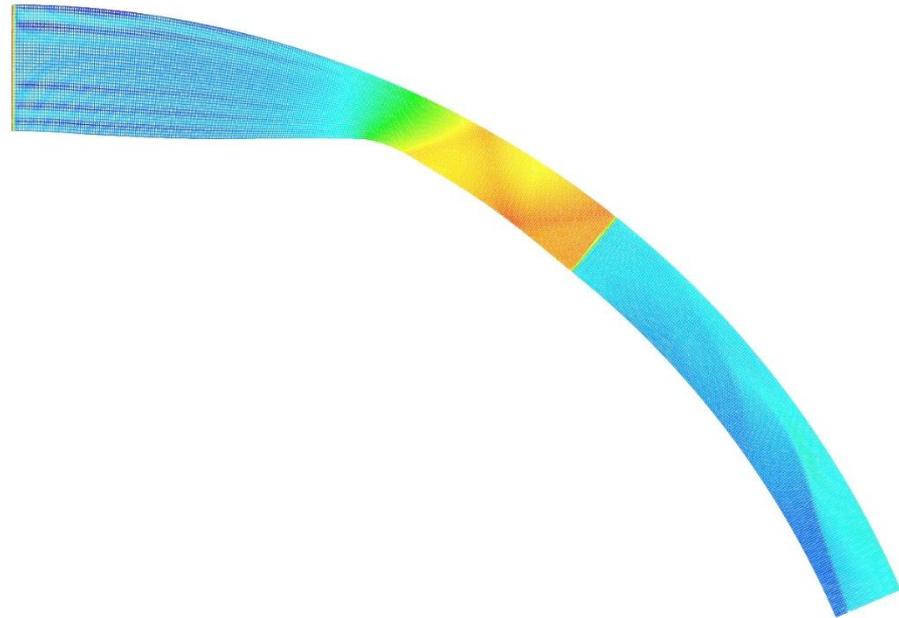
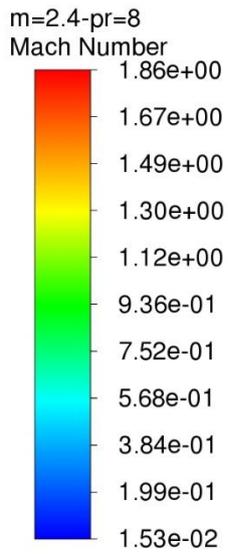


Figura 62: Distribuzione del numero di Mach per: $\omega = 4421 [\text{rad/s}]$; $P_r = 8$

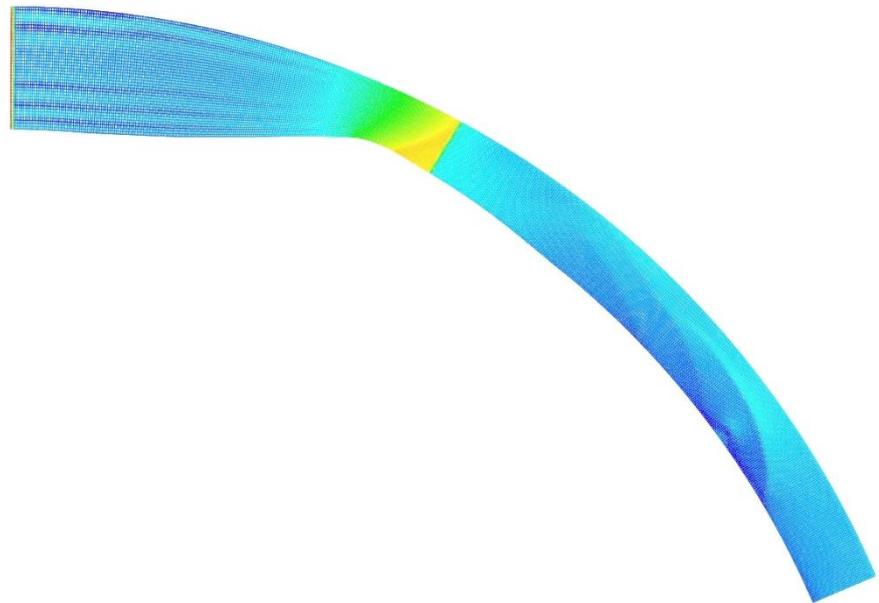
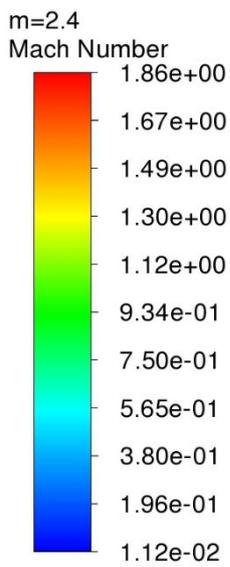


Figura 63: Distribuzione del numero di Mach per: $\omega = 4421 [\text{rad/s}]$; $P_r = 8$

I casi studio analizzati per velocità di rotazione maggiori sono i seguenti:

A. Rotor Speed $=\omega= 4421$ [rad/s]; $P_r = 10.6$

$$T_{inlet} = 306 [K] ; a = 350 \left[\frac{m}{s} \right] ; v_{inlet} = \omega r_i = 840 \left[\frac{m}{s} \right] ; M_{inlet} = \frac{v_i}{a} = 2.4$$

B. Rotor Speed $=\omega= 4789$ [rad/s]; $P_r = 12$

$$T_{inlet} = 306 [K] ; a = 350 \left[\frac{m}{s} \right] ; v_{inlet} = \omega r_i = 910 \left[\frac{m}{s} \right] ; M_{inlet} = \frac{v_i}{a} = 2.6$$

C. Rotor Speed $=\omega= 4973$ [rad/s]; $P_r = 13.7$

$$T_{inlet} = 306 [K] ; a = 350 \left[\frac{m}{s} \right] ; v_{inlet} = \omega r_i = 945 \left[\frac{m}{s} \right] ; M_{inlet} = \frac{v_i}{a} = 2.7$$

D. Rotor Speed $=\omega= 5526$ [rad/s]; $P_r = 18$

$$T_{inlet} = 306 [K] ; a = 350 \left[\frac{m}{s} \right] ; v_{inlet} = \omega r_i = 1050 \left[\frac{m}{s} \right] ; M_{inlet} = \frac{v_i}{a} = 3$$

Per ogni caso studio vengono riportati i risultati ottenuti avendo assegnato una controcompressione in uscita tale per cui l'onda d'urto è posizionata in prossimità della gola. Per ogni velocità di rotazione del rotore è stata quindi analizzata numericamente la possibile pressione raggiungibile a fine compressione.

I risultati per il caso A sono stati già riportati nel capitolo 5.

B.

$$\omega = 4647.49 \left[\frac{rad}{s} \right] ; Pr = 12$$

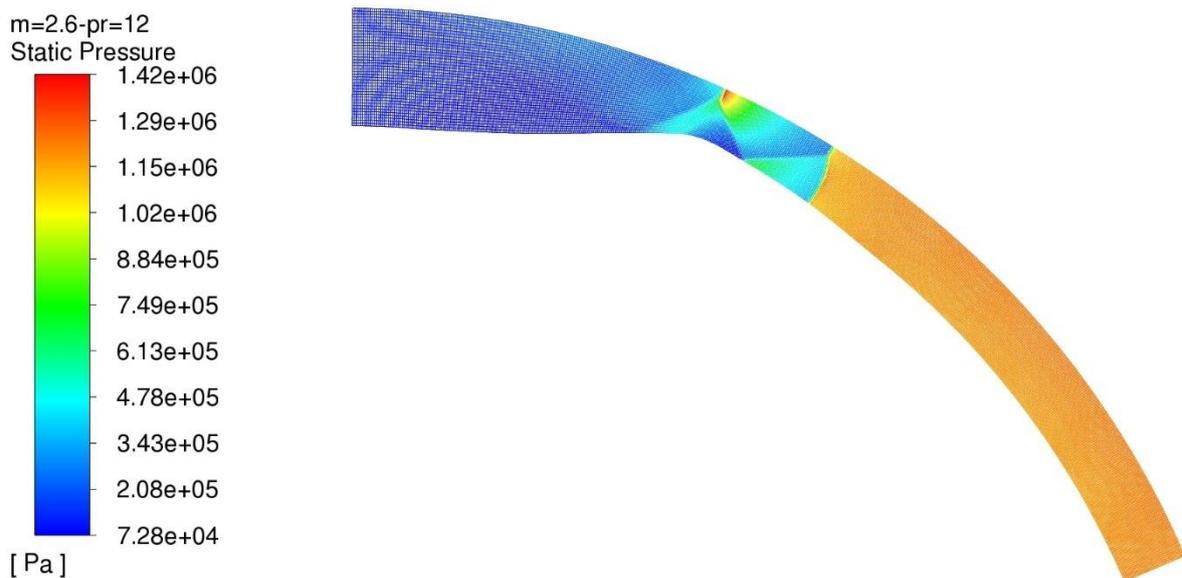


Figura 64: Distribuzione della pressione statica per $\omega = 4789$ [rad/s]

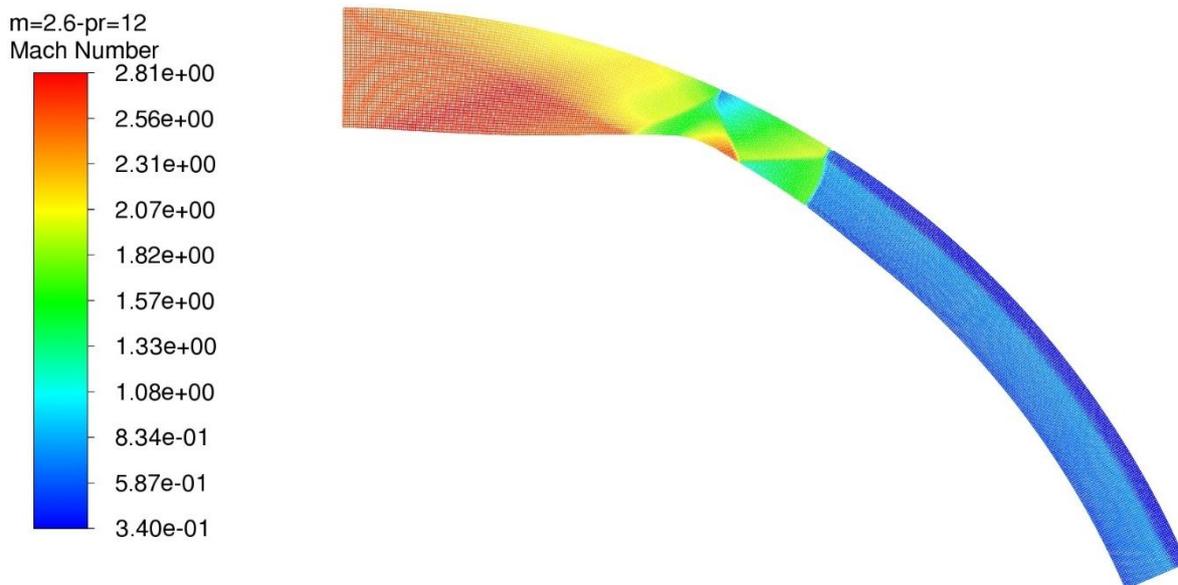


Figura 65: Distribuzione del numero di Mach per $\omega = 4789$ [rad/s]

C.

$$\omega = 4826.24 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

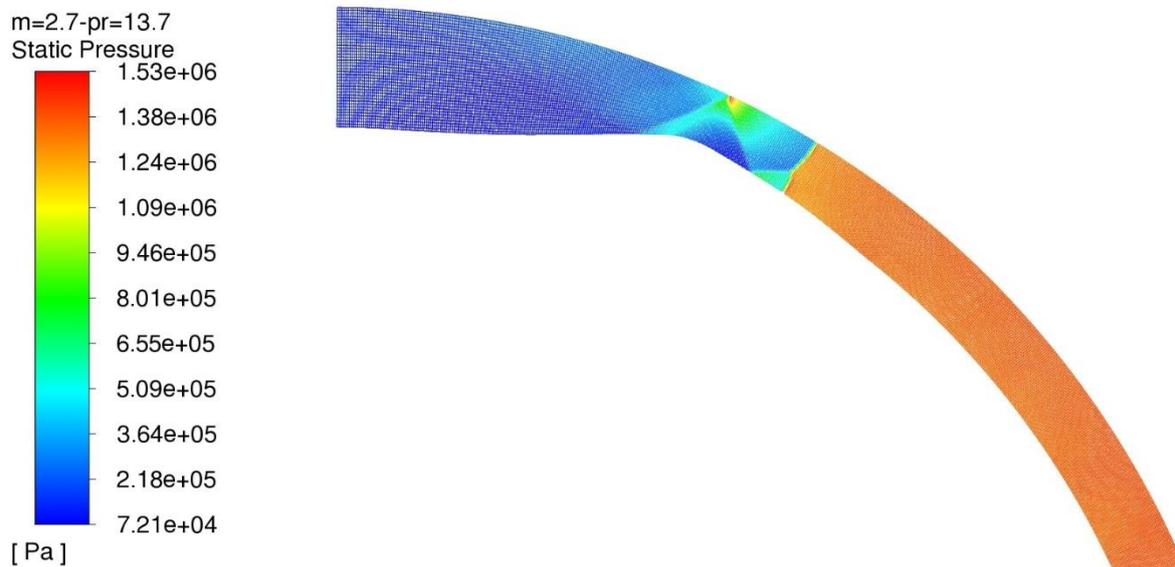


Figura 66: Distribuzione della pressione statica per $\omega = 4973$ [rad/s]

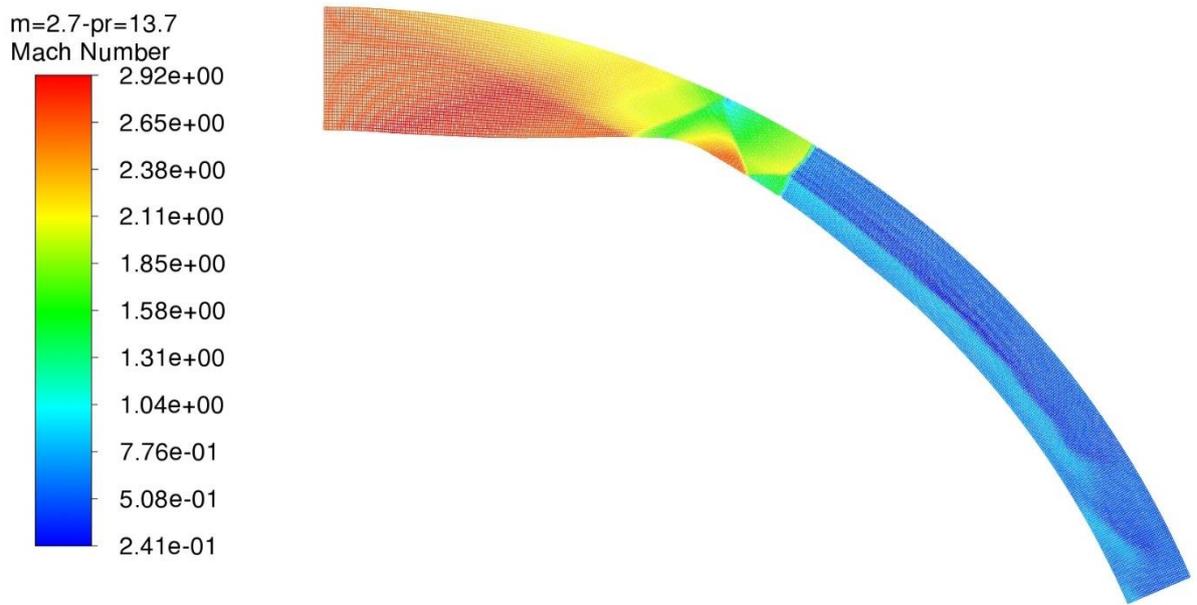


Figura 67: Distribuzione del numero di Mach per $\omega = 4973$ [rad/s]

D.

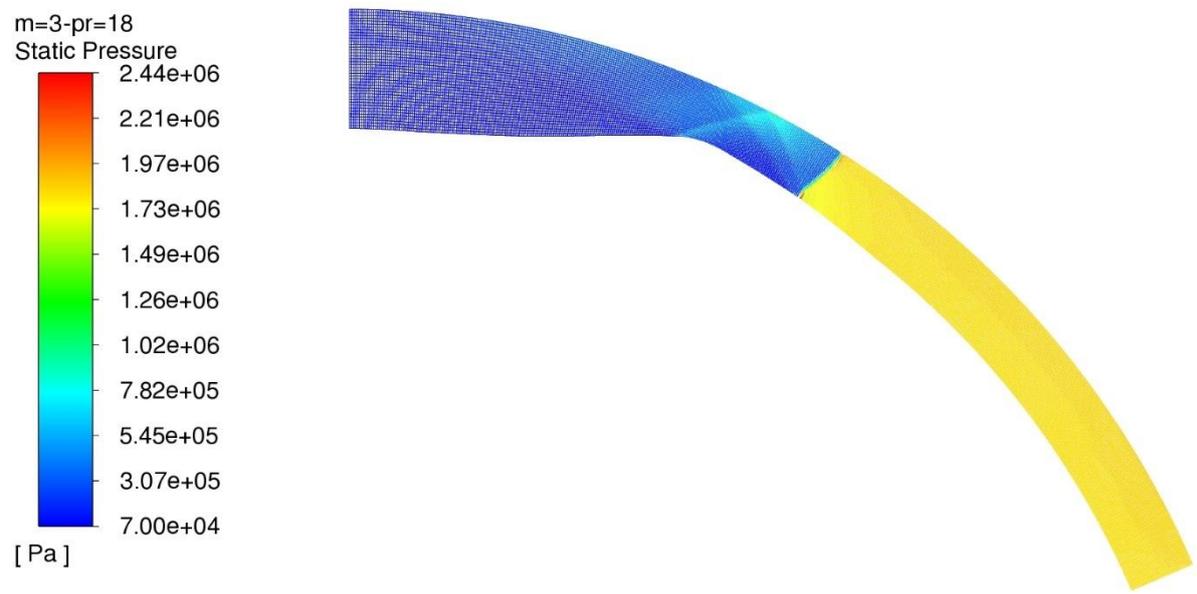


Figura 68: Distribuzione della pressione statica per $\omega = 5526$ [rad/s]

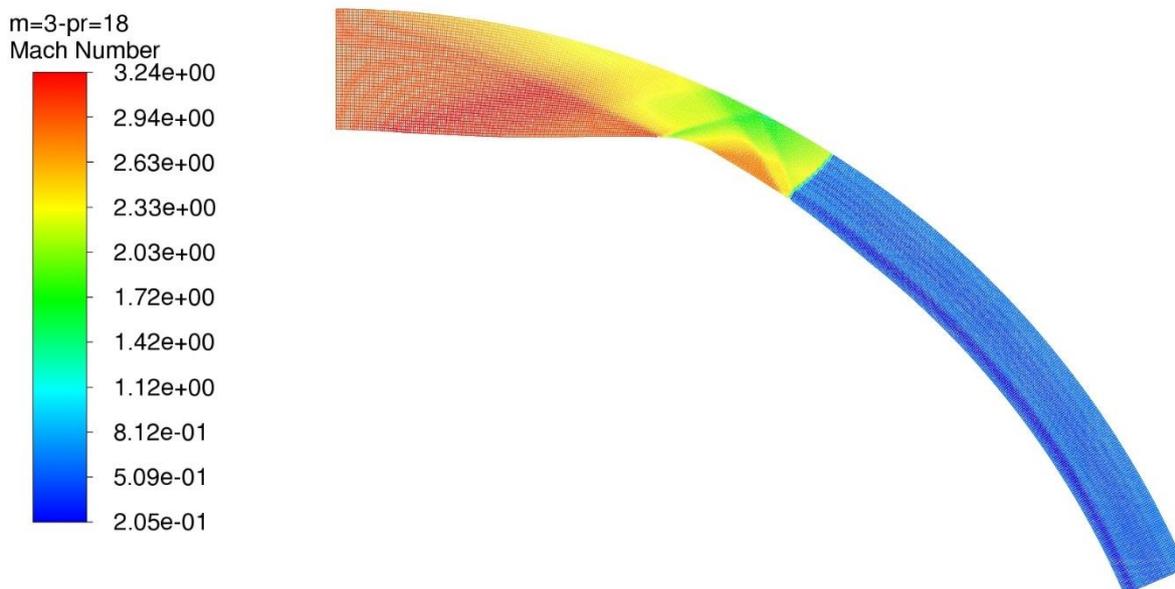


Figura 69: Distribuzione del numero di Mach per $\omega = 5526$ [rad/s]

Tabella 4: Variabili termodinamiche risultanti dalle simulazioni numeriche al variare della velocità di rotazione del rotore

	p_inlet [Pa]	p_outlet [Pa]	p0_inlet [Pa]	p0_outlet [Pa]	T_inlet [K]	T_outlet [K]	T0_inlet [K]	T0_outlet [K]	Portata uscita [kg/s]
A	101053	1072840	1539960	1423170	306	615.628	665	667.47	25.589
B	101058	1214490	2009750	1447290	306	681.781	717.405	716.968	27.571
C	101060	1386450	2344830	1917010	306	691.633	749.66	758.873	34.511
D	101066	1822660	3698730	2225500	306	806.524	853.728	853.99	36.574

Tabella 5: Indici di prestazioni del rampressor al variare della velocità di rotazione del rotore

rotor speed [rad/s]	M_inlet	β	pR	pZ	ω	ξ	Lc_is [J/kg]	Lc [J/kg]	η
4473	2.5	10.6	0.857792	14.65618	0.005577	0.964159	646393.316	679109.764	0.9518245
4789	2.6	12.02	0.720134	14.36958	0.014135	0.927259	749791.678	889813.856	0.8426388
4973	2.7	13.72	0.817548	19.03486	0.008857	0.959366	842901.265	954197.945	0.883361
5526	3	18.03	0.601693	22.10182	0.017318	0.913218	1108009.42	1410406.75	0.7855957

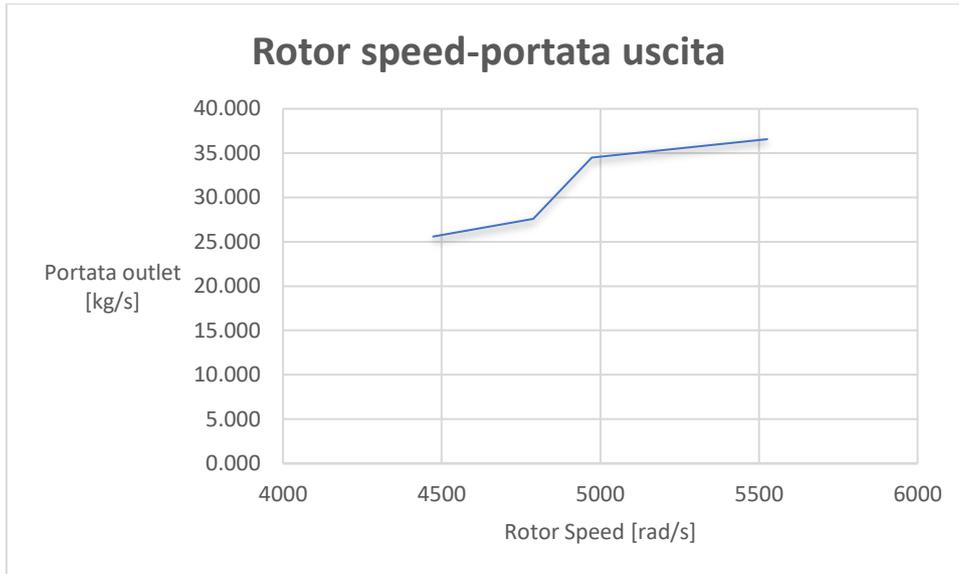


Figura 70: Portata in uscita dal Rampressor al variare della velocità di rotazione del rotore

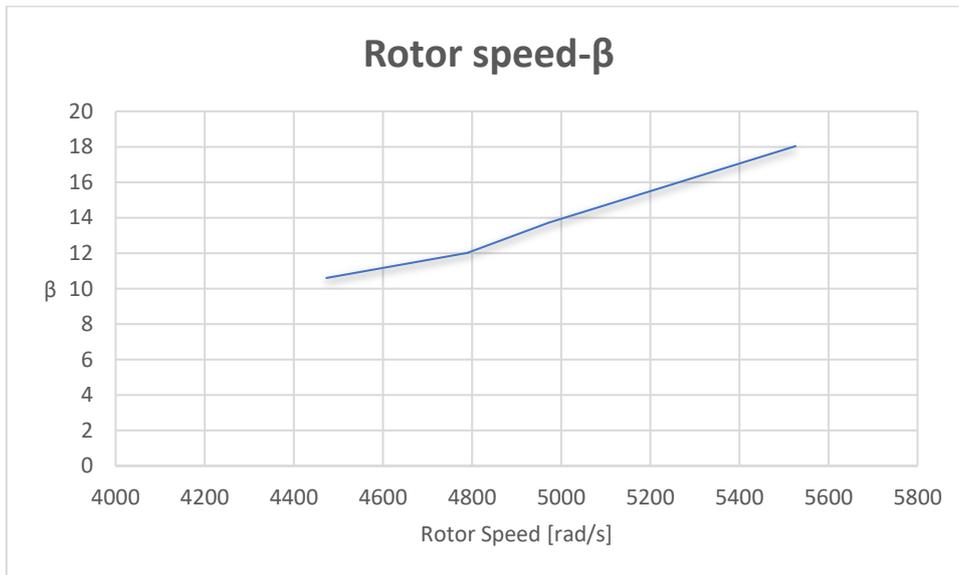


Figura 71: Rapporto di compressione al variare della velocità di rotazione del rotore

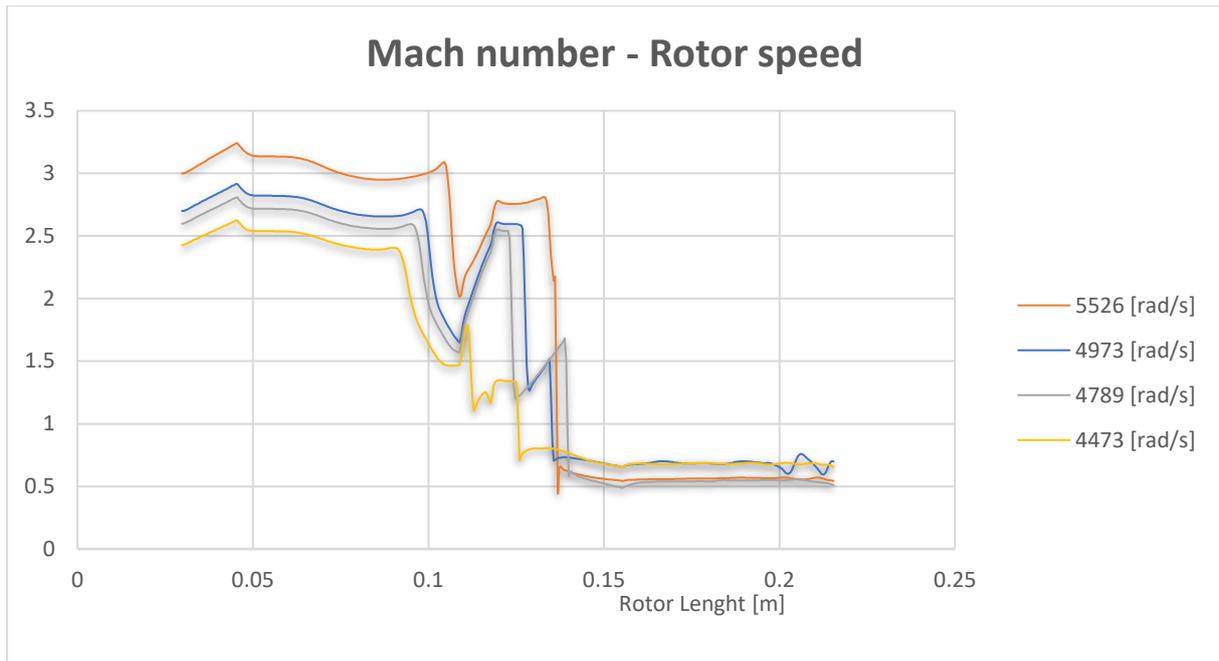


Figura 72: Variazione del numero di Mach all'interno del campo di moto al variare della velocità di rotazione del rotore

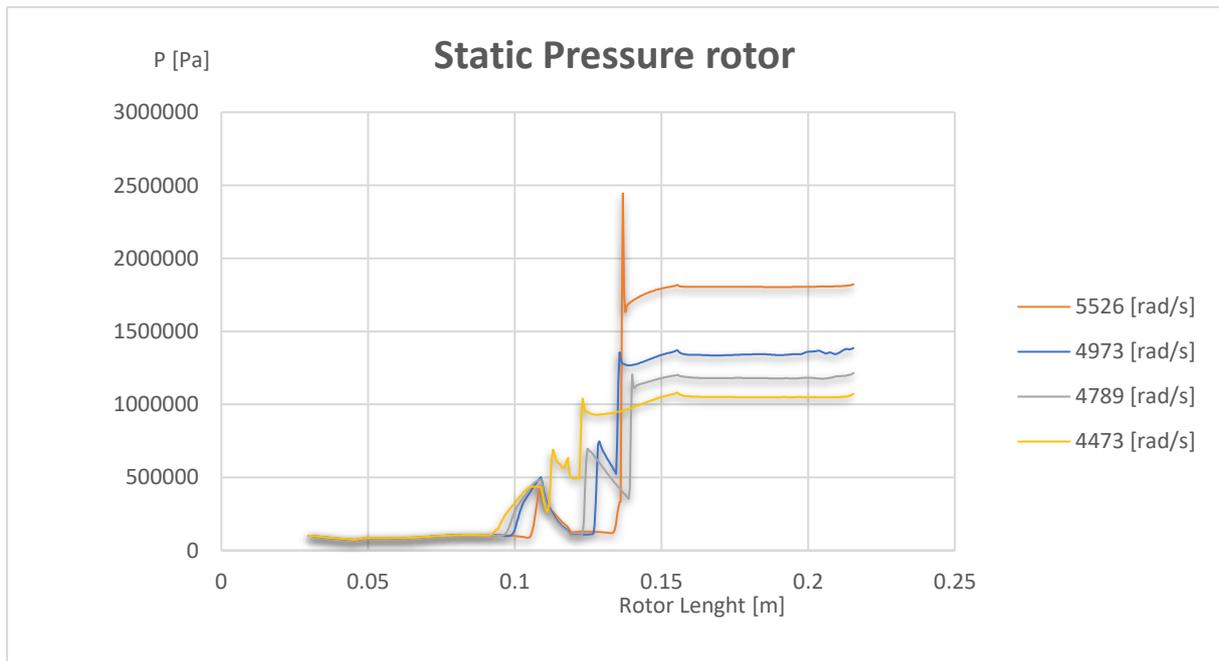


Figura 73: Confronto della distribuzione della pressione sulla superficie del rotore al variare della velocità di rotazione del rotore

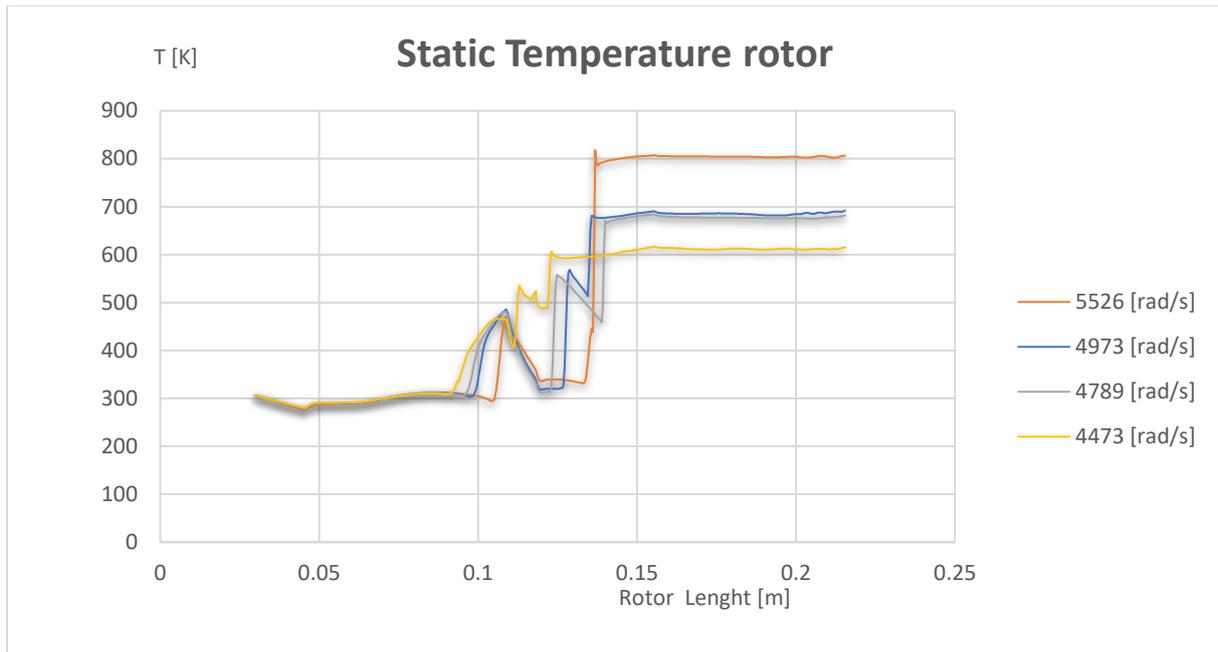


Figura 74: Confronto della distribuzione della temperatura sulla superficie del rotore al variare della velocità di rotazione del rotore

CONCLUSIONI

Dal punto di vista fluidodinamico aumentare la velocità di rotazione del rotore, è di notevole vantaggio per la compressione del Rampressor. Il campo di moto che si genera al suo interno, presenta una maggiore energia cinetica, gli urti saranno più intensi ma anche più dissipativi dal punto di vista della pressione totale.

È possibile notare dalle figure rappresentative l'andamento del numero di Mach, che all'aumentare della rotazione del rotore, la riflessione delle onde d'urto a partire dalla rampa di compressione è una riflessione regolare. Pertanto, il campo di moto a valle della sezione della gola, è ancora supersonico, quindi capace di generare, per le variazioni della geometria, onde d'urto oblique più intensi, tali da comprimere maggiormente il flusso, quindi aumenta il rapporto di compressione (figura.72). Infatti, è possibile vedere come la pressione (figura.73), così come la temperatura (figura.74) in uscita dal compressore, aumenti all'aumentare della velocità di rotazione del rotore. Analogamente la portata in uscita dal Rampressor aumenta con la velocità di rotazione (figura.70)

Si conclude, quindi, che una velocità di rotazione maggiori incrementi il lavoro di compressione, ma riduce il rendimento adiabatico dovuto ad un aumento della temperatura in uscita.

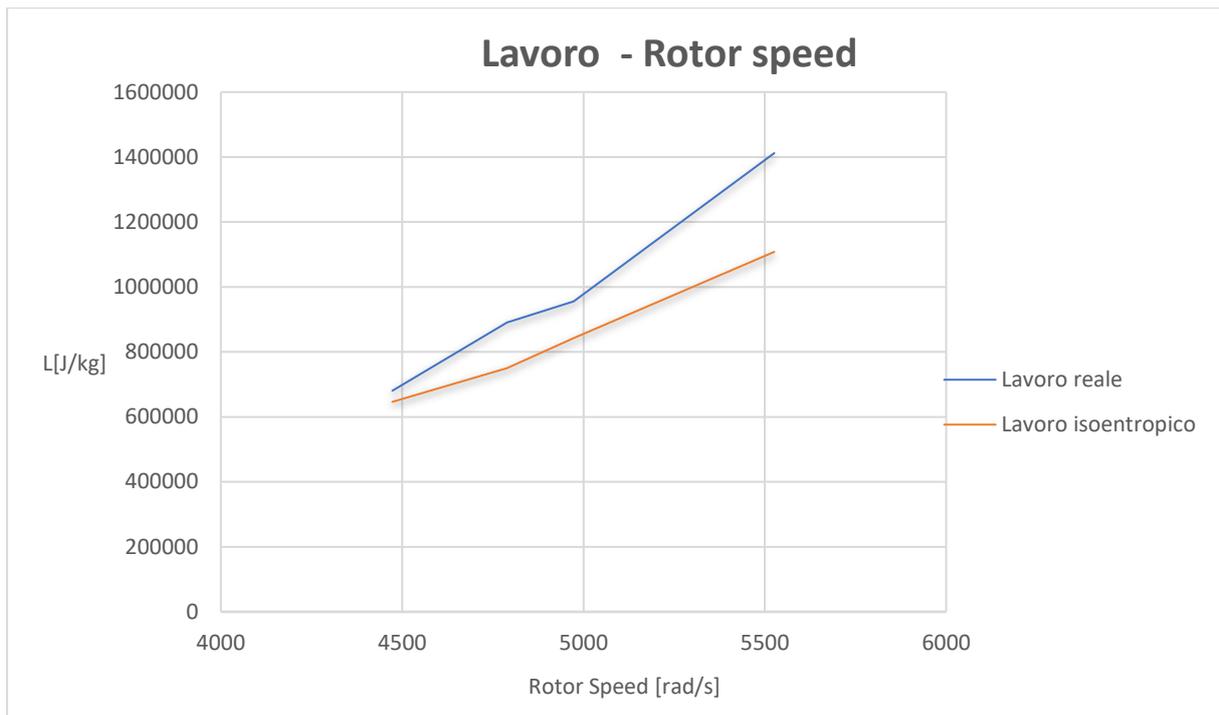


Figura 75: Confronto del lavoro isoentropico e reale di compressione al variare della velocità di rotazione del rotore

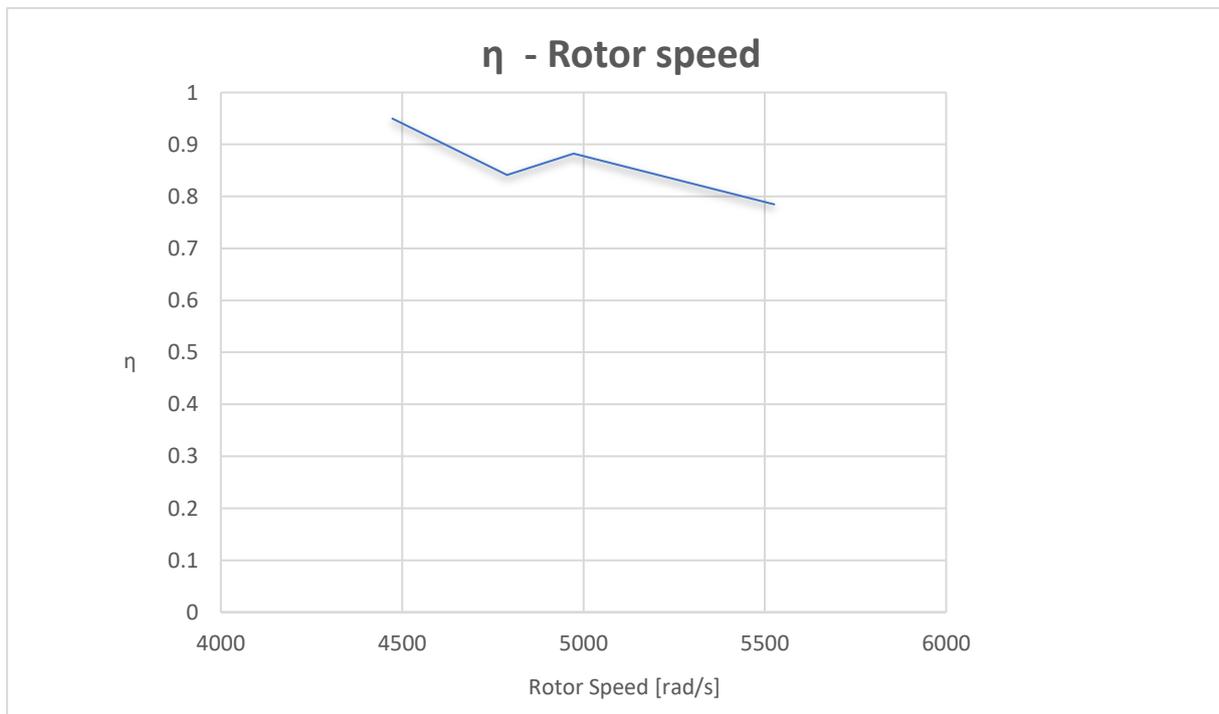


Figura 76: Confronto del rendimento al variare della velocità di rotazione del rotore

7. ANALISI CFD AL VARIARE DELL'ANGOLO DI RAMPA

In questo capitolo si approfondisce lo studio numerico del campo di flusso all'interno del Rampressor, andando a variare l'angolo della rampa di compressione. Tale angolo è individuato tra la tangente alla superficie del rotore, in corrispondenza dell'inizio della rampa, ed il segmento rappresentativo della superficie della stessa:

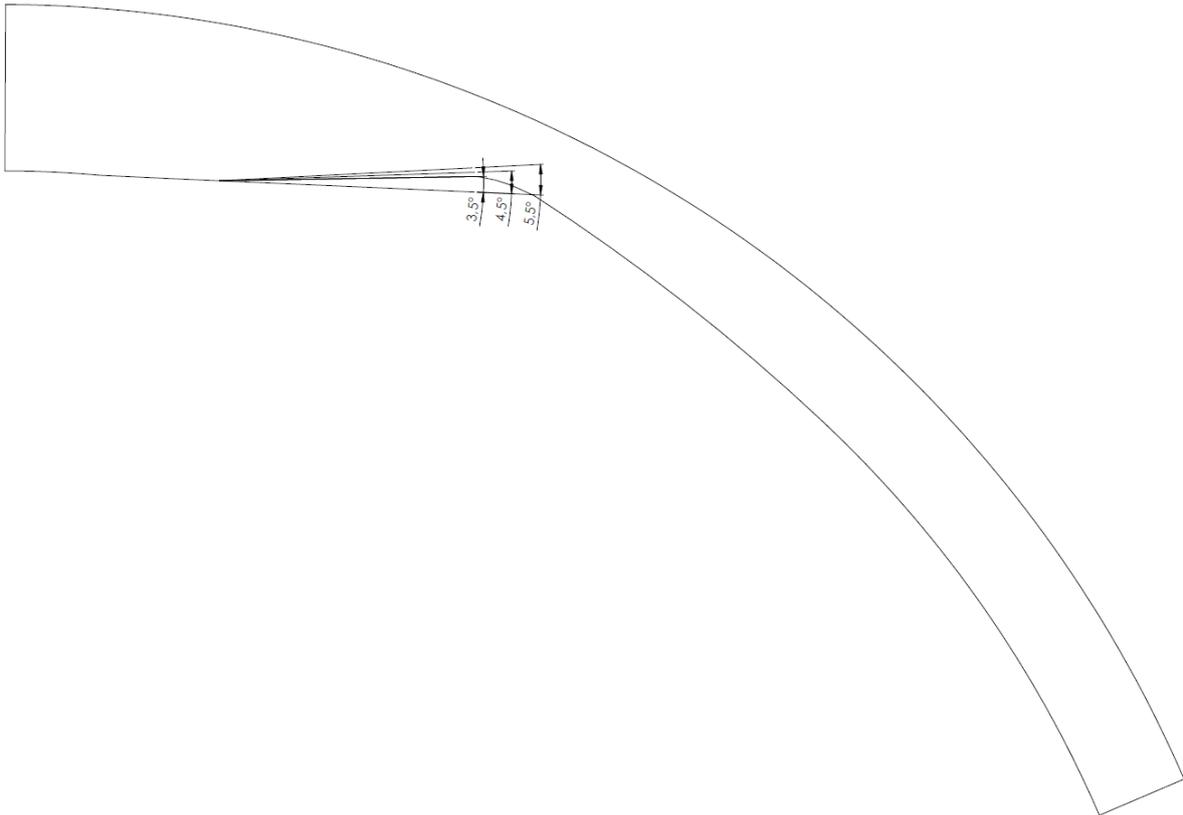


Figura 77: Geometria analisi numerica al variare dell'angolo di rampa

Sono state effettuate simulazioni per angoli pari a

- A. 3.5°
- B. 4.5°
- C. 5.5°

Le condizioni in ingresso sono: $M_{inlet} = 3$, $T = 306 [K]$, $p_{inlet} = 101325 [Pa]$

Si è scelto come numero di Mach in ingresso 3, perché una maggiore inclinazione della rampa di compressione, porta per valori di mach inferiori, ad una situazione di onda d'urto forte, staccato dall'inizio della rampa di compressione. La riflessione di quest'onda d'urto forte porta ad avere una gola subsonica, si è pertanto impostato un numero di Mach in ingresso al Rampressor pari a 3, che corrisponde ad una velocità di rotazione del rotore di $\omega = 5526 [rad/s]$

Come mostrato nel capitolo precedente, una velocità di rotazione del rotore maggiore, quindi una più alta velocità tangenziale in ingresso, porta ad una maggiore efficienza di compressione.

Per evidenziare la variazione del campo di moto, dovuto ad un aumento dell'angolo di rampa, in particolare individuare la posizione dell'onda d'urto normale nel campo di moto del diffusore, sono state effettuate simulazioni numeriche per i tre angoli di inclinazione ponendo come contropressione in uscita il valore di 1823850 [Pa], cioè $P_r = 18$

A.

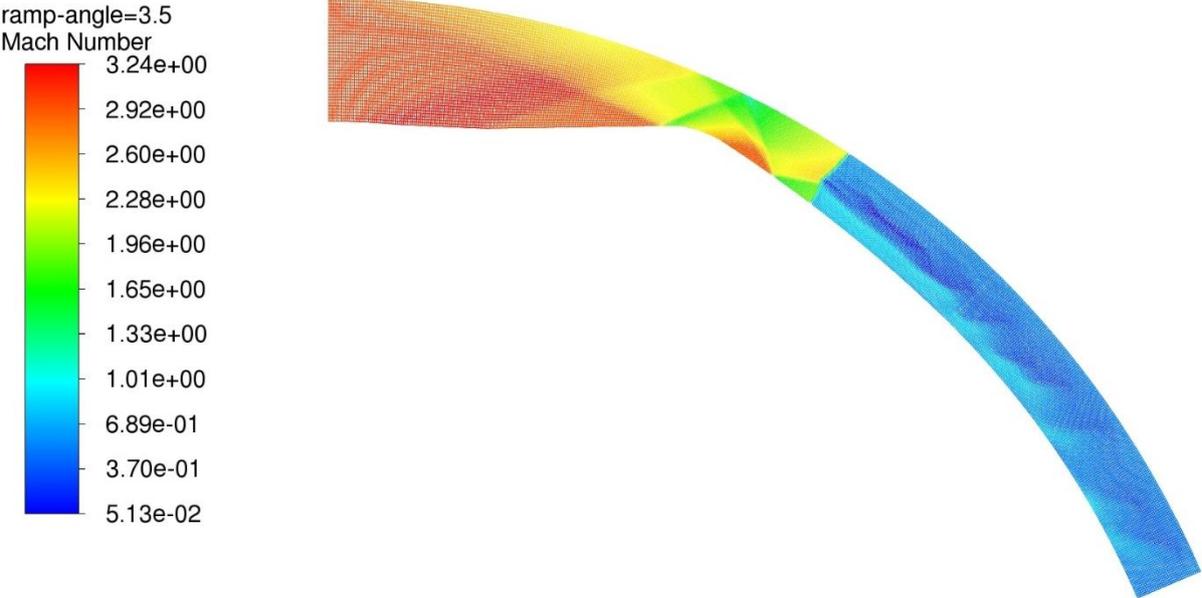


Figura 78: Distribuzione del numero di Mach per un angolo di rampa di 3.5°

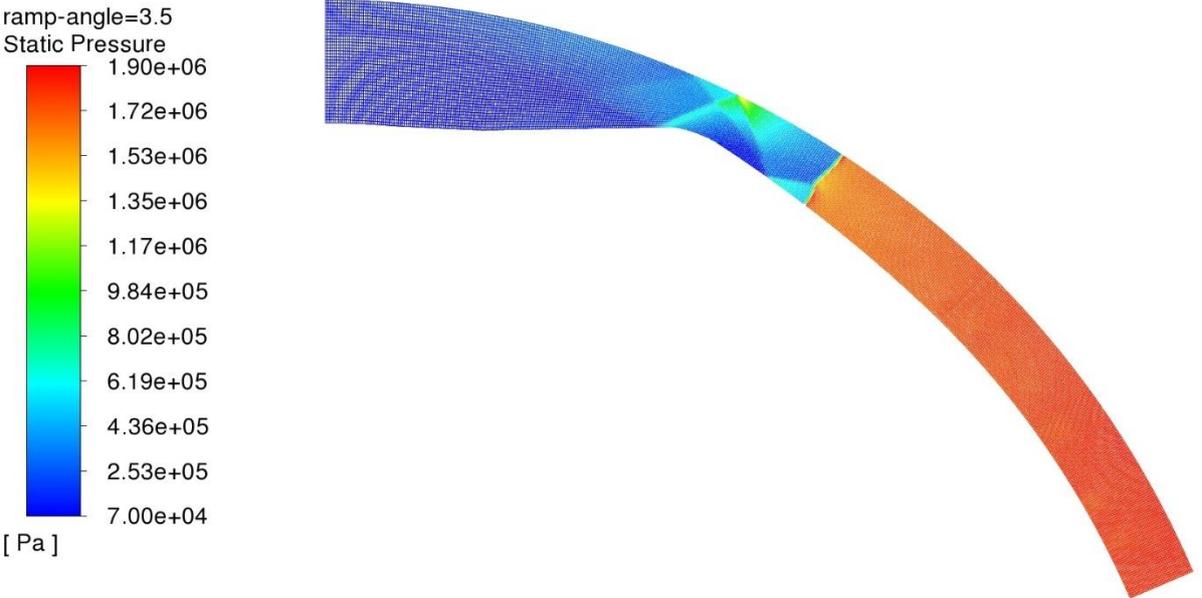


Figura 79: Distribuzione della pressione statica per un angolo di rampa di 3.5°

B.

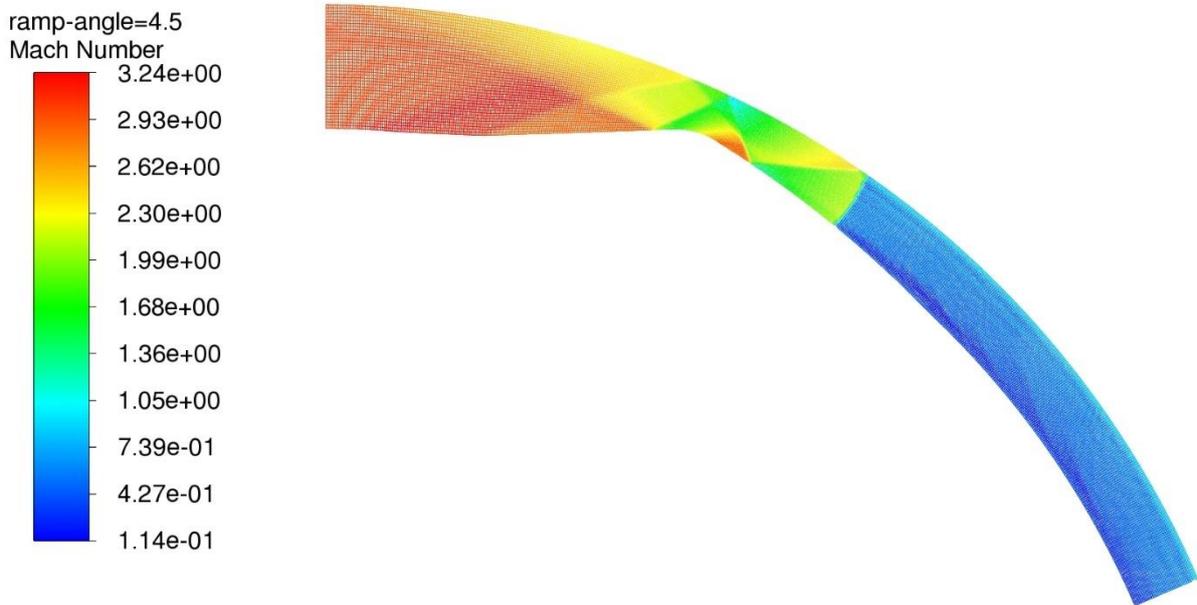


Figura 80: Distribuzione del numero di Mach per un angolo di rampa di 4.5°

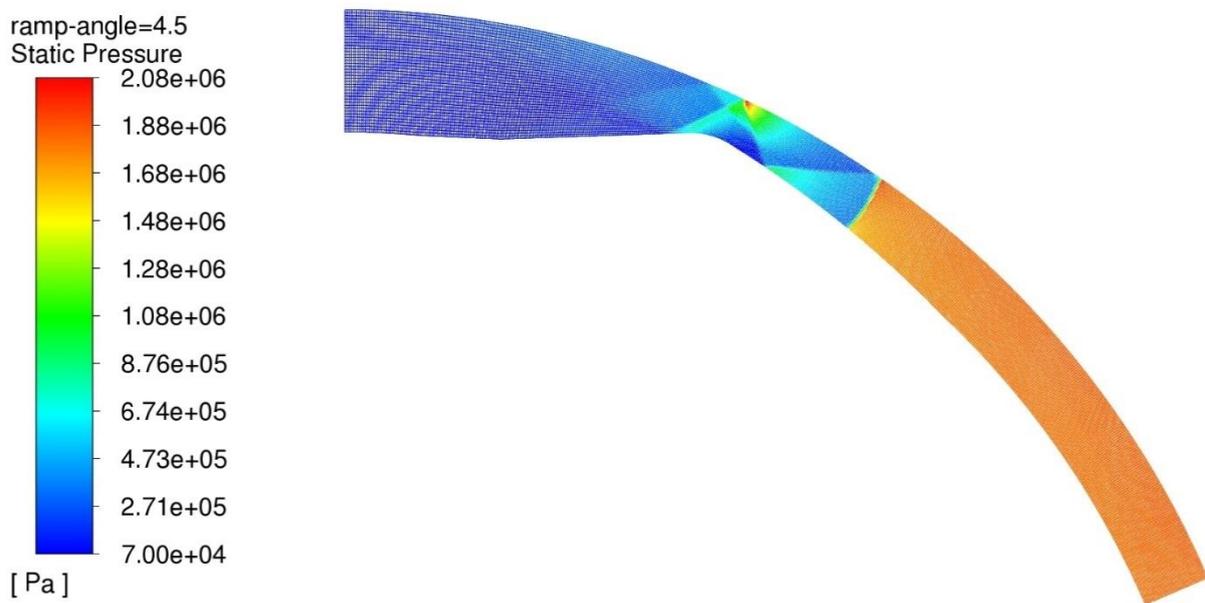


Figura 81: Distribuzione della pressione statica per un angolo di rampa di 4.5°

C.

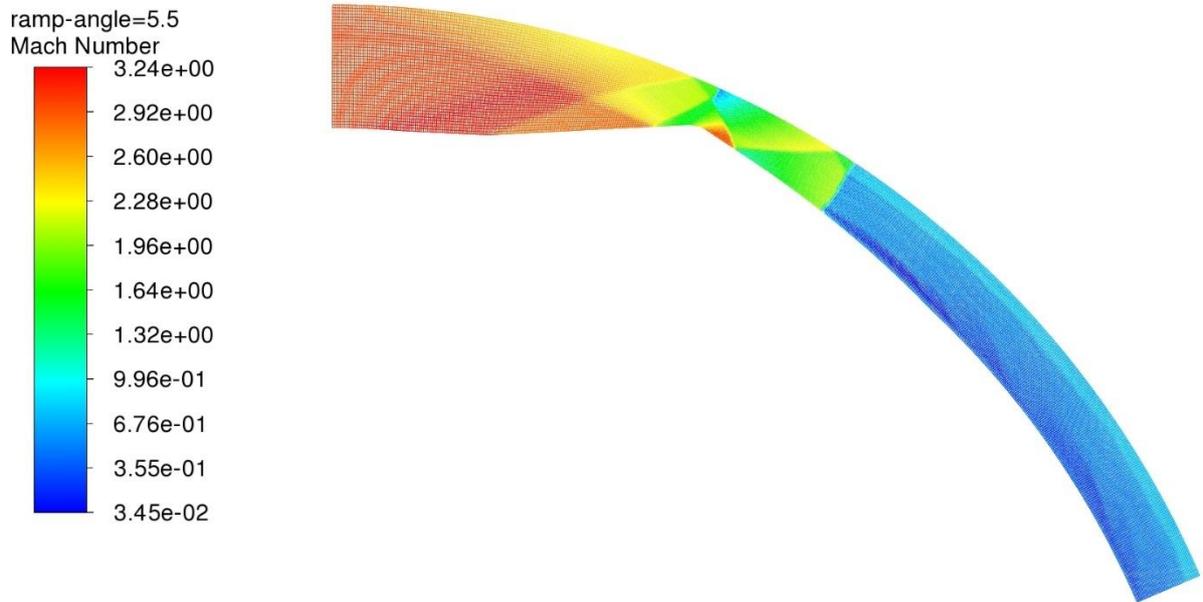


Figura 82: Distribuzione del numero di Mach per un angolo di rampa di 5.5°

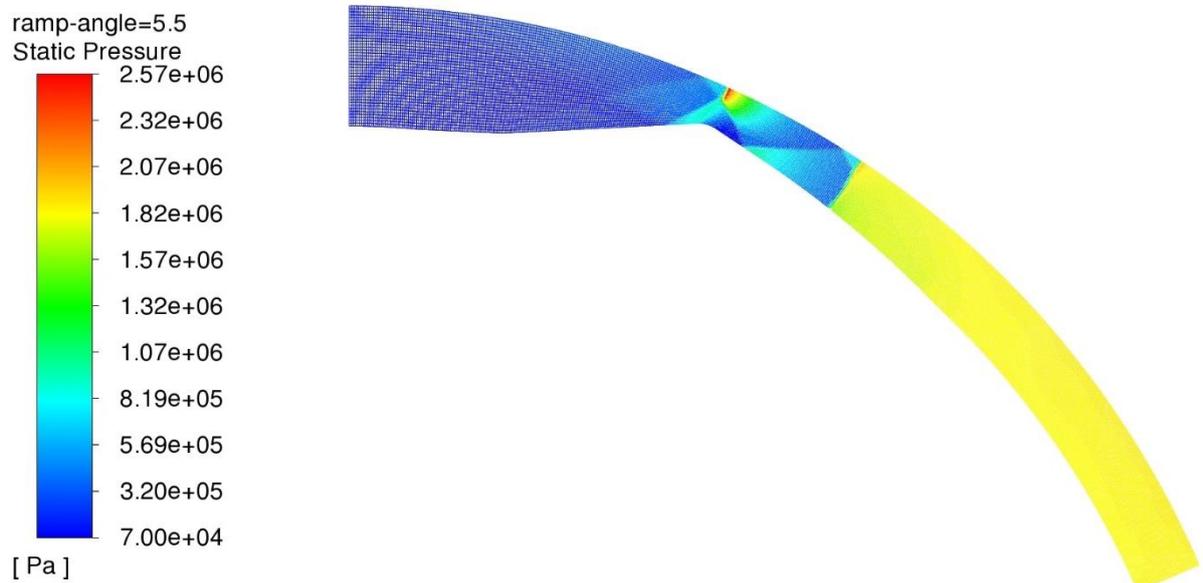


Figura 83: Distribuzione della pressione statica per un angolo di rampa di 5.5°

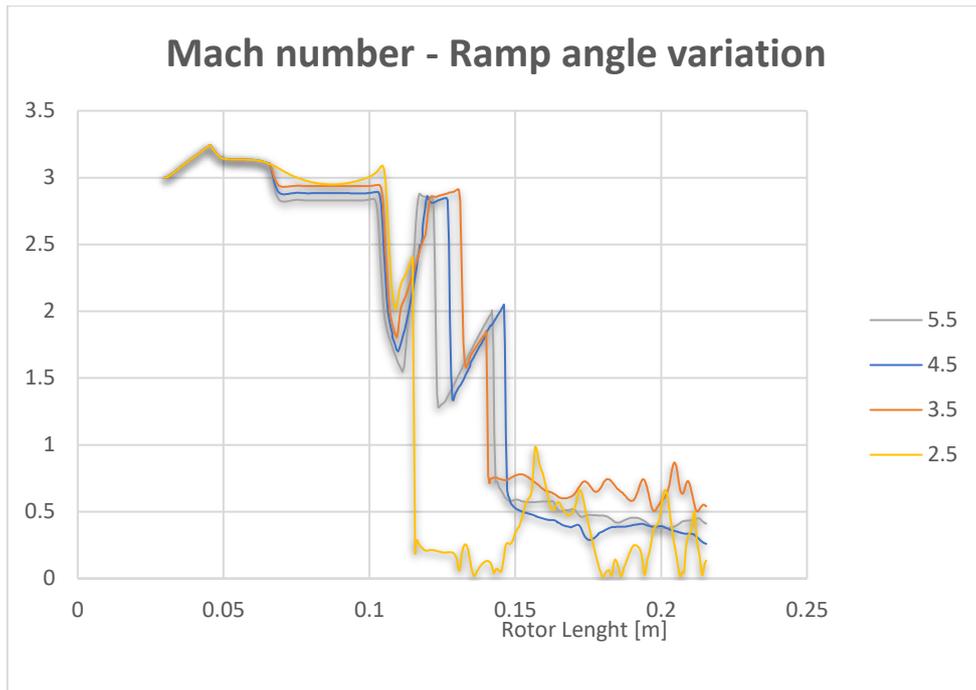


Figura 84: Andamento del numero di Mach al variare dell'angolo di rampa

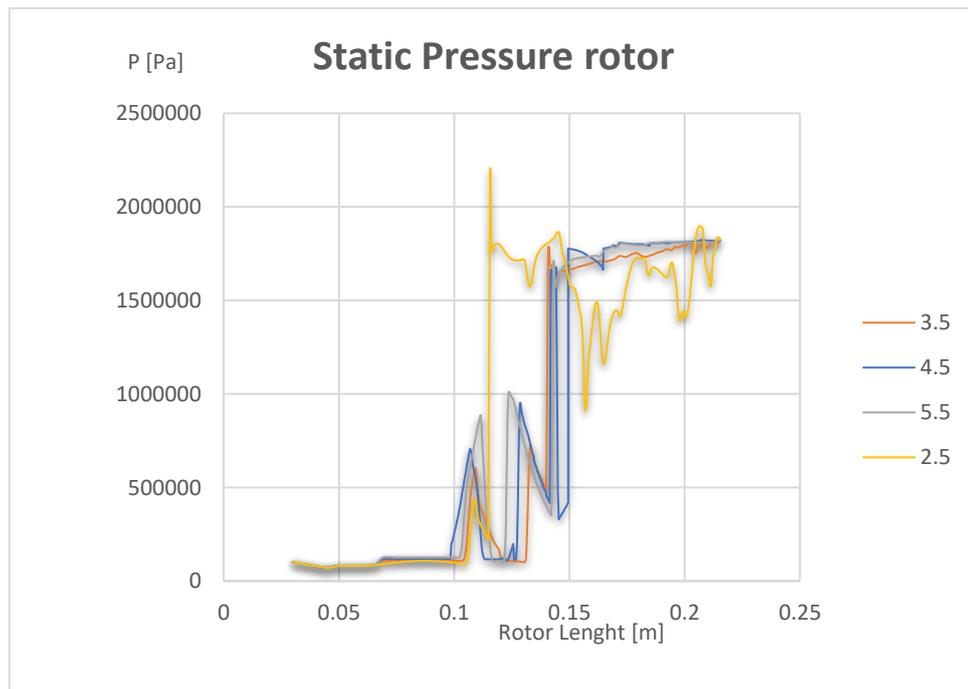


Figura 85: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore al variare dell'angolo di rampa

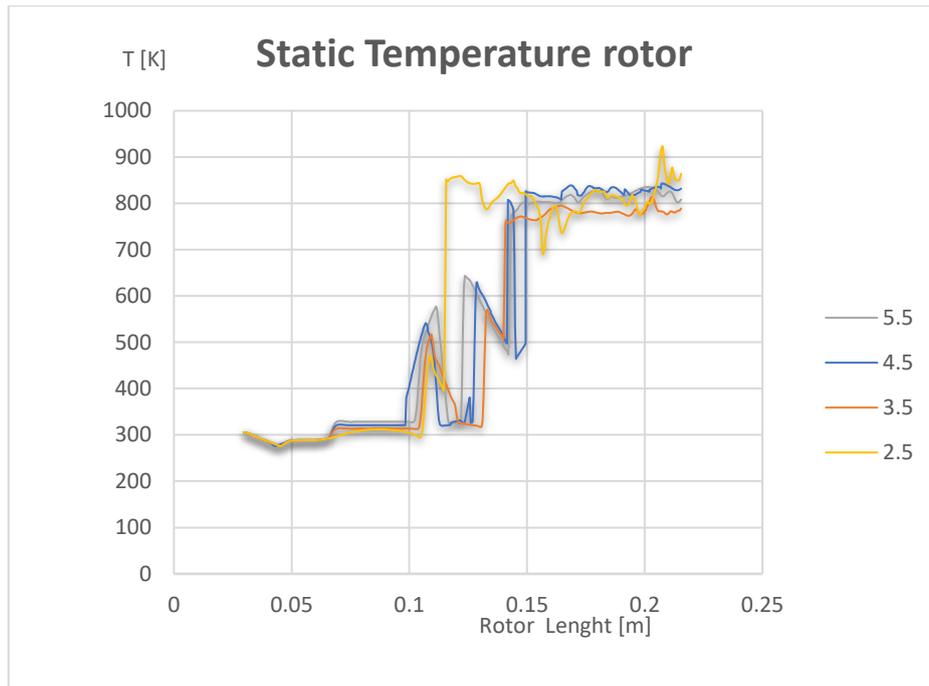


Figura 86 Confronto distribuzione della temperatura statica sulla superficie del rotore al variare dell'angolo di rampa

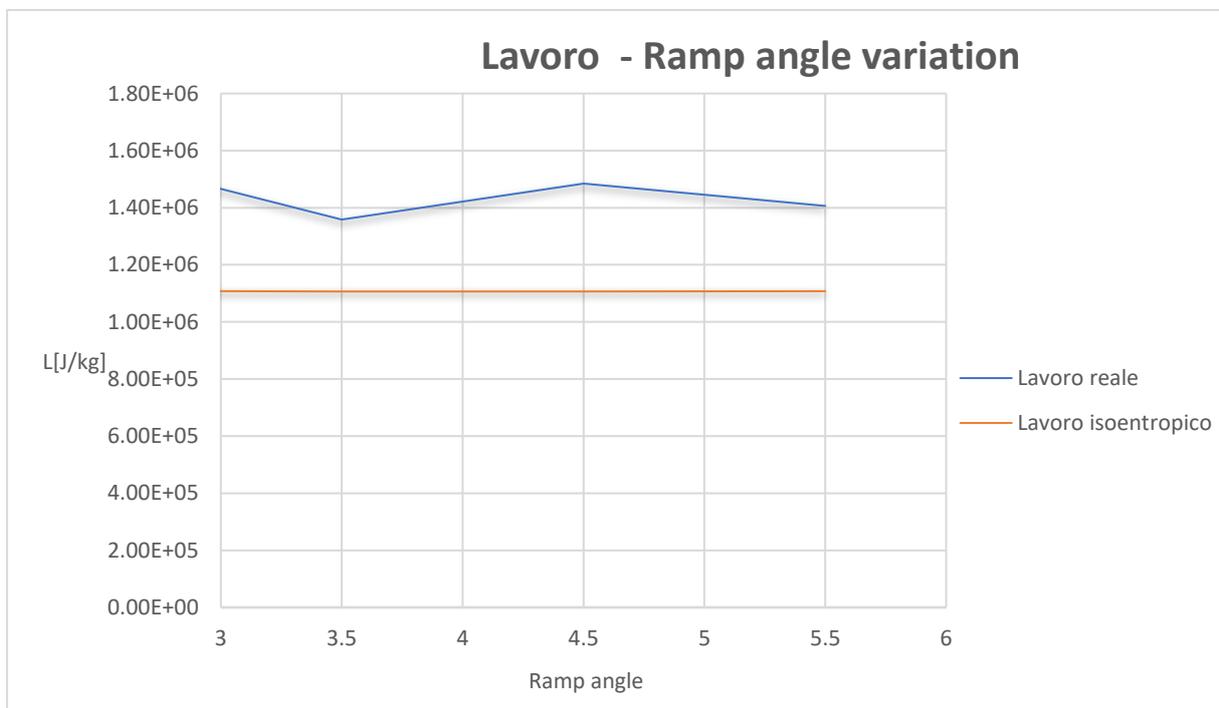


Figura 87: Lavoro isoentropico e reale di compressione al variare dell'angolo di rampa

Commenti

Analizzando i risultati si nota che la posizione dell'onda d'urto nel diffusore si sposta leggermente verso valle, tuttavia in uscita si hanno valori di pressione, temperatura e numero di mach simili. Il lavoro di compressione varia leggermente per i diversi casi con angolo di rampa differente, alle medesime condizioni iniziali (velocità di rotazione del rotore, temperatura e pressione)

Ciò che è di forte necessità per una geometria che adotta angoli di rampa maggiori, come già enunciato, è avere una velocità di rotazione del rotore maggiore per evitare la riflessione di mach. Infatti, per valori più alti dell'angolo di inclinazione della rampa, la riflessione delle onde d'urto oblique diventi una riflessione di mach, per la quale si ha un'onda d'urto normale a partire dal case esterno. Altresì, per una data velocità di rotazione del rotore, valori maggiori dell'angolo di rampa potrebbero portare ad una soluzione forte, per la quale la prima onda d'urto risulta staccata dalla rampa di compressione, compromettendo l'effettivo funzionamento di compressione del Rampressor. Infatti, la soluzione forte renderebbe il primo urto molto intenso, tale da generare una sostanziale perdita di pressione totale, compromettendo l'efficienza energetica del Rampressor.

Infatti, è possibile vedere in figura 88, il campo di moto, in funzione del numero di Mach, all'interno del Rampressor con un angolo di rampa pari a $5,5^\circ$, avendo impostato la velocità di rotazione del rotore pari a $\omega = 4473 \left[\frac{rad}{s} \right]$ ($M_{inlet} = 2.5$) e una controcompressione di $p_{outlet} = 810600 [Pa]$. Si nota la soluzione forte dell'onda d'urto, per la presenza della rampa, per la quale la velocità passa da supersonica a transonica, con una rilevante perdita di pressione totale.

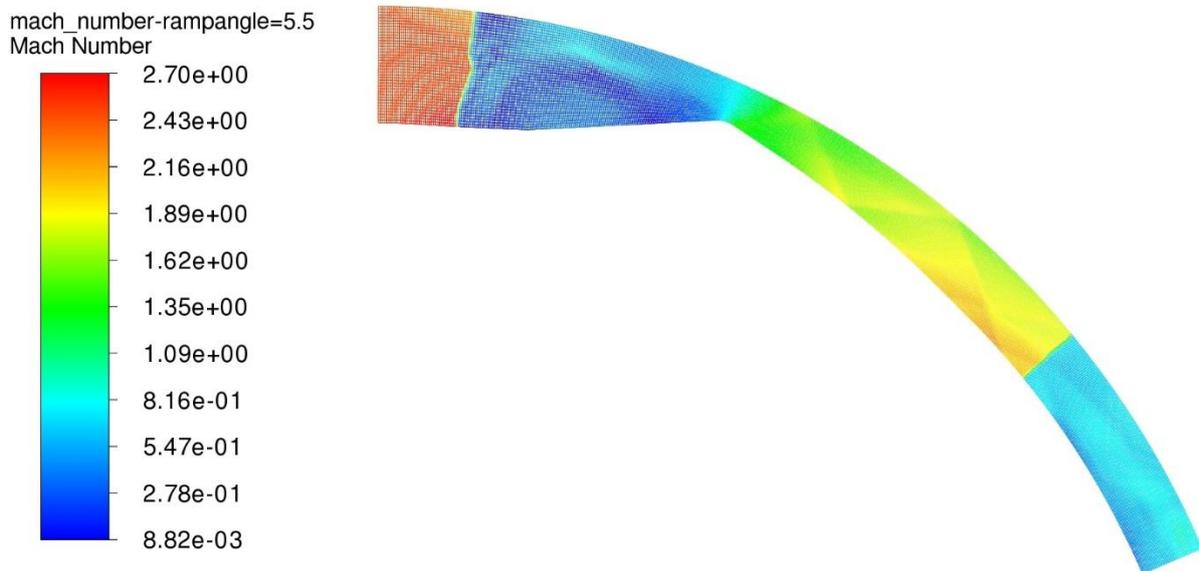


Figura 88: Soluzione forte per Rampressor con angolo di rampa pari a $5,5^\circ$

CONCLUSIONI

Sul base del modello bidimensionale del Rampressor e del modello di flusso in ingresso, il campo di moto al suo interno è stato studiato numericamente tenendo in considerazione la massima pressione raggiungibile in uscita da esso. Le caratteristiche di compressione del flusso e le prestazioni del Rampressor sono state analizzate e discusse sotto diverse velocità di rotazione del rotore e diversi angoli della rampa di compressione. Si riassumono le conclusioni dedotte:

- Elevate velocità di rotazione del rotore, consentono di avere un campo di moto relativo supersonico. In corrispondenza della rampa di compressione nasce un'onda d'urto obliqua, le cui successive riflessioni tra case esterno e rotore permettono di comprimere il flusso d'aria in ingresso. Maggiore è la velocità di rotazione più il gas viene compresso. Un miglioramento appropriato della contropressione è vantaggioso per il rapporto di pressione, l'efficienza di compressione, quindi del lavoro utile.
- La contropressione in uscita, che corrisponde alla pressione in ingresso al combustore, influenza il campo di moto all'interno del Rampressor. In particolare, valore maggiori di contropressione porta l'onda d'urto normale a spostarsi verso la gola. Ad ogni velocità di rotazione del rotore è associata una massima pressione raggiungibile in uscita dal Rampressor, per la quale l'onda d'urto normale è prossima alla gola, ma si trova ancora nel diffusore e il compressore risulta efficiente.
- Una soluzione forte dell'onda d'urto porta ad una compressione inefficiente, in quanto il campo di moto nella rampa di compressione risulta subsonica. Questa soluzione avviene per valori bassi della velocità di rotazione del rotore e/o per valori alti dell'angolo di rampa.

PROGETTI ANALOGHI E FUTURI

Uno studio analogo effettuato nel 2006 da Ramgen Power Systems Inc. [8] ha presentato il medesimo progetto di uno stadio di compressione supersonico ad alto rapporto di pressione.

A differenza di questa tesi lo schema numerico utilizzato e il modello di turbolenza. Oltre allo studio dello schema di onde d'urto, questa ricerca si è posta anche l'obiettivo di catturare la fisica degli strati limite. Sulla base della modellazione analitica semplificata su un modello 3D, è stato dimostrato che lo stadio di compressione proposto ha il potenziale per ottenere una combinazione di rapporto di pressione dello stadio e di efficienza di compressione. Un importante risultato ottenuto è stato il miglioramento delle prestazioni fornite dal design della rampa, dovute all'interazione dell'onda d'urto obliqua con lo strato limite, che porta alla riduzione del blocco dello strato limite che entra nella sezione del diffusore, consentendo in tal modo un recupero di pressione maggiore.

L'aumento dei rapporti di pressione del sistema di compressione supersonico proposto può supportare la progettazione di turbomacchine a flusso assiale singolo e/o multistadio che possono raggiungere rapporti di pressione complessivi da intermedi ad alti (ad esempio, 10:1 - 40:1) con compressori che sono molto più compatti rispetto a quelli assiali attualmente utilizzati.

RIFERIMENTI

[1] *A Numerical Study for Flow Excitation and Performance of Rampressor Inlet considering Rotor Motion*. Weijia Kang, Zhansheng Liu, Jiangbo Lu, YuWang, and Yanyang Dong School of Energy Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China.

[2] *Measured and Predicted Performance of a High-Pressure Ratio Supersonic Compressor Rotor*. Ramgen Power Systems, Inc. 11808 Northup Way, Suite W-190 Bellevue WA, USA, 98005

[3] *Fundamentals of Aerodynamics*. John D. Anderson.

[4] *Modern Compressible Flow*. John D. Anderson

[5] *Weak Formulation of Roe's Scheme for Two-Dimensional, Unsteady, Compressible Flows and Steady, Supersonic Flows*. P.Glaister, Department of Mathematics, University of Reading Whiteknights.

[6] *Ansys Fluent Theory Guide*. ANSYS, Inc. Release 15.0 Southpointe November 2013 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317

[7] *ANSYS Fluent User's Guide*. ANSYS, Inc. Release 15.0 Southpointe November 2013 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317

[8] *Design methodology and predicted performance for a supersonic compressor stage*. Shawn P. Lawlor. Ramgen Power Systems, Inc. 11808 Northup Way

Figura 1: Schema turbina a gas Whittle	6
Figura 2: Ciclo aperto Joule-Bryton ideale	7
Figura 3: Evoluzione del rendimento del ciclo ideale al variare del rapporto di compressione per diversi tipi di gas	9
Figura 4: Vista schematica Rampressor	10
Figura 5: Schema IGV e strakes.....	11
Figura 6: Schema onde d'urto.....	11
Figura 7: Modello bidimensionale Rampressor	12
Figura 8: Modello 3D Rampressor [2]	13
Figura 9: Sezione 2D Rampressor [2].....	13
Figura 10: Campo di moto all'interno di un diffusore in condizioni ideali (a) e reali (b).....	16
Figura 11: Riflessione regolare onda d'urto obliqua	20
Figura 12: Riflessione di Mach	21
Figura 13: Riflessione onda d'urto forte	22
Figura 14: Interazione onde di Mach con onda d'urto obliqua.....	23
Figura 15: Interazione onde d'urto della stessa famiglia.....	23
Figura 16: Interazione onde d'urto di famiglia opposta	24
Figura 17: Riflessione onde d'urto su parete curva	25
Figura 18: Esempio di valutazione dell'expansion ratio.....	27
Figura 19: Discretizzazione ai volumi finiti Cell Center	27
Figura 20: Distribuzione lineare del flusso convettivo o diffusivo lungo la faccia	29
Figura 21 Algoritmo di funzionamento del metodo density based	30
Figura 22: Esempio dominio di calcolo per discretizzazione mediante metodo ai volumi finiti	32
Figura 23: Generazione delle onde caratteristiche a partire dalla discontinuità tra due celle adiacenti	34
Figura 24: Generazione delle onde caratteristiche, a partire dalla discontinuità nel caso di ricostruzione delle equazioni di Eulero	35
Figura 25: Esempio salto della variabile conservativa ($\rho, \rho v, e$) nell'interfaccia tra due celle adiacenti	35
Figura 26: Configurazione due fasci di espansione a partire dalla discontinuità.....	36
Figura 27: Configurazione fascio di espansione e onda d'urto a partire dalla discontinuità....	36
Figura 28: Configurazione due onde d'urto a partire dalla discontinuità	36
Figura 29: Modello bidimensionale Rampressor	41
Figura 30: Confronto campo di velocità per diversi valori di grid sizes:.....	43
Figura 31: Distribuzione della pressione statica per Pr=8.....	45
Figura 32: Distribuzione del numero di Mach per Pr=8	45
Figura 33: Andamento della pressione statica sulla superficie del rotore per Pr=8.....	46
Figura 34: Andamento della temperatura statica sulla superficie del rotore per Pr=8.....	46
Figura 35: Distribuzione della pressione statica per Pr=9.....	47
Figura 36: Distribuzione del numero di Mach per Pr=9	47
Figura 37: Andamento della pressione statica sulla superficie del rotore per Pr=9.....	48
Figura 38: Andamento della temperatura statica sulla superficie del rotore per Pr=9.....	48
Figura 39: Distribuzione della pressione statica per Pr=10.....	49
Figura 40: : Distribuzione del numero di Mach per Pr=10	49
Figura 41: Andamento della pressione statica sulla superficie del rotore per Pr=10.....	50
Figura 42: Andamento della temperatura statica sulla superficie del rotore per Pr=10.....	50

Figura 43: Distribuzione della pressione statica per $Pr=10.6$	51
Figura 44: Distribuzione del numero di Mach per $Pr=10.6$	51
Figura 45: Andamento della pressione statica sulla superficie del rotore per $Pr=10.6$	52
Figura 46; Andamento della temperatura statica sulla superficie del rotore per $Pr=10.6$	52
Figura 47: Andamento del numero di mach al variare di Pr	53
Figura 48: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore al variare di Pr	54
Figura 49: Confronto distribuzione della temperatura statica sulla superficie del rotore al variare di Pr	54
Figura 50: Distribuzione della pressione statica sulla superficie del roto al variare di Pr ottenuti dalla ricerca [1].....	55
Figura 51: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore con i risultati ottenuti dalla ricerca [1], per $Pr=8$	55
Figura 52: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore con i risultati ottenuti dalla ricerca [1], per $Pr=9$	56
Figura 53: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore con i risultati ottenuti dalla ricerca [1], per $Pr=10$	56
Figura 54: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore con i risultati ottenuti dalla ricerca [1], per $Pr=10.6$	57
Figura 55: Coefficiente di recupero della pressione totale al variare del rapporto di compressione.....	58
Figura 56: Rapporto di pressurizzazione al variare del rapporto di compressione	58
Figura 57: Coefficiente di perdita al variare del rapporto di compressione.....	58
Figura 58: Efficienza energia cinetica al variare del rapporto di compressione	59
Figura 59: Mappa compressore	59
Figura 60: Lavoro isoentropico e reale di compressione al variare del rapporto di compressione	60
Figura 61: Rendimento al variare del rapporto di compressione	60
Figura 62: Distribuzione del numero di Mach per: $\omega= 4421[\text{rad/s}] ; Pr = 8$	62
Figura 63: Distribuzione del numero di Mach per: $\omega= 4421[\text{rad/s}]; Pr = 8$	62
Figura 64: Distribuzione della pressione statica per $\omega = 4789 [\text{rad/s}]$	63
Figura 65: Distribuzione del numero di Mach per $\omega = 4789 [\text{rad/s}]$	64
Figura 66: Distribuzione della pressione statica per $\omega = 4973 [\text{rad/s}]$	64
Figura 67: Distribuzione del numero di Mach per $\omega = 4973 [\text{rad/s}]$	65
Figura 68: Distribuzione della pressione statica per $\omega = 5526 [\text{rad/s}]$	65
Figura 69: Distribuzione del numero di Mach per $\omega = 5526 [\text{rad/s}]$	66
Figura 70: Portata in uscita dal Rampressor al variare della velocità di rotazione del rotore..	67
Figura 71: Rapporto di compressione al variare della velocità di rotazione del rotore	67
Figura 72: Variazione del numero di Mach all'interno del campo di moto al variare della velocità di rotazione del rotore.....	68
Figura 73: Confronto della distribuzione della pressione sulla superficie del rotore al variare della velocità di rotazione del rotore	68
Figura 74: Confronto della distribuzione della temperatura sulla superficie del rotore al variare della velocità di rotazione del rotore	69
Figura 75: Confronto del lavoro isoentropico e reale di compressione al variare della velocità di rotazione del rotore	70

Figura 76: Confronto del rendimento al variare della velocità di rotazione del rotore	70
Figura 77: Geometria analisi numerica al variare dell'angolo di rampa	71
Figura 78: Distribuzione del numero di Mach per un angolo di rampa di 3.5°	72
Figura 79: Distribuzione della pressione statica per un angolo di rampa di 3.5°	72
Figura 80: Distribuzione del numero di Mach per un angolo di rampa di 4.5°	73
Figura 81: Distribuzione della pressione statica per un angolo di rampa di 4.5°	73
Figura 82: Distribuzione del numero di Mach per un angolo di rampa di 5.5°	74
Figura 83: Distribuzione della pressione statica per un angolo di rampa di 5.5°	74
Figura 84: Andamento del numero di Mach al variare dell'angolo di rampa	75
Figura 85: Confronto distribuzione della pressione statica sulla superficie del rotore al variare dell'angolo di rampa.....	75
Figura 86 Confronto distribuzione della temperatura statica sulla superficie del rotore al variare dell'angolo di rampa.....	76
Figura 87: Lavoro isoentropico e reale di compressione al variare dell'angolo di rampa	76
Figura 88: Soluzione forte per Rampressor con angolo di rampa pari a 5,5°	77

Tabella 1: Lunghezze caratteristiche geometria bidimensionale Rampressor	40
Tabella 2: Variabili termodinamiche risultanti dalle simulazioni numeriche	52
Tabella 3: Valori degli indici prestazionali del Rampressor	57
Tabella 4: Variabili termodinamiche risultanti dalle simulazioni numeriche al variare della velocità di rotazione del rotore.....	66
Tabella 5: Indici di prestazioni del rampressor al variare del velocità di rotazione del rotore	66
Tabella 6: Coordinate geometria analisi numerica capitolo 5.....	84

Tabella 6: Coordinate geometria analisi numerica capitolo 5

Point	x	y	Point	x	y
1	0	190.1011	30	185.6706	80
2	0.063822	204.3108	31	182.8986	86.1687
3	0.127644	218.5204	32	178.9946	94.03631
4	7.923379	218.3464	33	175.3149	100.7541
5	17.80059	217.7253	34	169.1643	110.8083
6	28.77102	216.5062	35	160.4837	123.0942
7	38.04887	215.0336	36	153.913	131.2533
8	49.42143	212.6635	37	147.917	138.0071
9	59.15882	210.1247	38	141.3423	144.7672
10	70.31895	206.6134	39	135.2013	150.549
11	79.5465	203.2023	40	125.5424	158.7395
12	88.39076	199.4784	41	116.8451	165.9631
13	96.16521	195.817	42	108.7799	172.1837
14	103.6218	191.9445	43	101.0041	177.4279
15	110.222	188.2042	44	94.67512	181.3497
16	119.84	182.1893	45	88.39076	185.1387
17	128.3111	176.2885	46	83.62566	187.2325
18	135.2013	171.0303	47	79.5465	188.2042
19	141.3423	165.9631	48	72.36743	188.4245
20	150.8176	157.3567	49	65.93577	188.4575
21	159.5239	148.4798	50	59.15882	188.3961
22	167.2694	139.6559	51	49.42143	188.2798
23	173.9134	131.2533	52	42.85152	188.2798
24	178.359	125.1204	53	38.04887	188.3651
25	185.6706	113.9449	54	28.77102	188.736
26	192.0018	102.878	55	20.16936	189.1495
27	196.469	94.03631	56	15.83152	189.3698
28	200.0337	86.1687	57	7.923379	189.9004
29	192.8521	83.08435			