

POLITECNICO DI TORINO

Corso di laurea magistrale in ingegneria aerospaziale



Tesi di laurea magistrale

Validazione delle prestazioni di eliche a bassi numeri di Reynolds tramite analisi CFD e modelli di ordine ridotto

Supervisor:

Prof. Domenic D'AMBROSIO

PhD. Manuel CARREÑO RUIZ

Candidato:

Andrea MANAVELLA

Aprile 2021

Sommario

In questa tesi verrà svolta un'attività di ricerca sulle prestazioni del propeller T-Motor 15x5 mediante l'uso del software Star-CCM+ per l'analisi CFD e codici di risoluzione che implementano metodi di ordine ridotto. Nel dettaglio, verrà simulata una condizione di hovering in condizioni off-design a basso Reynolds per cui, trovandosi in un regime transizionale, risulterà particolarmente importante andare a regolare correttamente i parametri dei modelli di transizione e turbolenza. L'obiettivo dello studio è quello di validare questi modelli confrontando i risultati con quelli sperimentali svolti da Scanavino in una camera climatica nelle stesse condizioni[1].

Nel capitolo 1 verrà svolta una breve introduzione al lavoro di tesi elencando i vantaggi di poter disporre di un modello computazionale valido in queste condizioni. Seguirà un approfondimento legato ai modelli di ordine ridotto maggiormente utilizzati per l'analisi semplificata delle eliche – capitolo 2 – ed uno riguardo la risoluzione numerica di un flusso turbolento con le equazioni mediate da Reynolds (RANS) con chiusura del problema col modello di turbolenza $k - \omega$ SST (Menter) ed il modello di transizione $\gamma - Re_\theta$. Nel capitolo 4 verranno svolte alcune analisi 2D sul profilo SD7003, di cui si dispone di un gran numero di dati, al fine di impostare una simulazione che fornisca risultati in linea con quelli fisici. Nei capitoli 5-6 seguirà l'analisi dell'elica T-Motor a partire dalle geometrie fornite in bibliografia; prima un'analisi bidimensionale a diverse sezioni, da cui si ricaveranno le polari dei profili al variare del Reynolds e dell'incidenza, in seguito, un'analisi completa dell'elica 3D. Nel capitolo 7 si farà uso di codici sviluppati dall'ing. Scanavino [1] e dal collega Mario Ali [2] per analizzare la T-Motor con il Modello dell'elemento di pala (BEMT) e con la teoria a vortici a partire dai dati forniti nel capitolo 5. Infine, nel capitolo 8, per avere una validazione precisa dei dati, si farà riferimento ad una nuova geometria, ottenuta mediante scansione laser, della pala utilizzata per ottenere i dati sperimentali.

~ Ai miei genitori e a mio nonno Beppe

Ringraziamenti

Giunto alla fine di questo percorso mi guardo indietro e vedo una marea di persone che voglio ringraziare, senza le quali sarebbe stato tutto più difficile e faticoso. In primo luogo, ringrazio il professor Domenic D'Ambrosio che mi ha permesso di compiere questa attività di ricerca e che, decidendo lo scorso anno di cambiare la struttura del suo corso, mi ha fatto appassionare all'analisi computazionale. Ringrazio Manuel che in questi mesi mi ha offerto il suo aiuto e tutte le sue conoscenze sulla fluidodinamica. Lo ringrazio specialmente per la sua pazienza nel ripetermi più volte i concetti e nei suoi consigli, dettati dall'esperienza, su cosa fosse davvero interessante approfondire.

Un grazie grande va ai miei genitori perché mi sono sempre stati accanto incoraggiandomi a fare di meglio e mi hanno insegnato il rispetto e l'ambizione. Sono contento del bellissimo rapporto che c'è fra di noi e della voglia che hanno sempre di capire i miei problemi. Ringrazio mio fratello perché se non ci fosse lui a punzecchiarmi sempre e a raccontarmi delle sue nuove passioni improvvisate sarei probabilmente una persona più seria ed annoiata.

Ringrazio di cuore Cri perché in questi cinque anni non ha mai perso un'occasione per farmi stare meglio e per incoraggiarmi. Quante volte mi ha portato il gelato in pausa esami? Quante volte si svegliava presto per farmi un ultimo in bocca al lupo prima dell'esame? Quante volte le ho dato buca la domenica perché dovevo studiare? So che la strada dello studio e quella del lavoro sono spesso difficili da conciliare in fatto di orari ed impegni, ma sono infinitamente contento che mi abbia aspettato per tutti questi anni.

Ringrazio tutti i miei cari, zii, vicini di casa e i miei cugini specialmente Diego, Dario, Paolo e Luca che condividono con me la passione per gli sport di ogni genere. Un grazie ai miei nonni che hanno sempre creduto in me più di quanto non facessi io.

Ringrazio tutti i miei amici per il loro ruolo nel mantenere il giusto equilibrio tra l'università e la vita sociale. In particolare, voglio citare Enrico e Gianluca, che mi conoscono dai tempi dell'asilo e che sanno sempre come fare a tirarmi su, Alex, compagno di innumerevoli viaggi in treno, Simone, Moreno e Niki, tre piacevoli amicizie maturate in questi ultimi anni e tutto il gruppo Gite, gli amici di Alpha e il gruppo animatori.

Ringrazio i miei compagni di avventura Davide, Edo e Antonio che hanno condiviso con me tutte le fatiche che richiede questo percorso. Mi ritengo fortunato ad avervi scelti tra tutti come gruppo di elettrotecnica perché più che dei compagni di laboratorio ho trovato degli splendidi amici.

Infine, un grazie speciale va a te nonno, so che se potessi vedermi saresti fiero di me. Sei e rimarrai sempre il mio esempio di vita.

Indice

1	INTRODUZIONE	1
1.1	MOTIVAZIONE	1
2	TEORIE DI ORDINE RIDOTTO	3
2.1	TEORIE IMPULSIVE	3
2.1.1	<i>Modello del disco attuatore</i>	3
2.1.2	<i>Teoria impulsiva semplice</i>	5
2.1.3	<i>Teoria impulsiva generale</i>	9
2.2	TEORIE DELL'ELEMENTO DI PALA	12
2.2.1	<i>Il sistema vorticoso dell'elica</i>	12
2.2.2	<i>Teoria semplice dell'elemento di pala</i>	19
2.2.3	<i>Teoria generale dell'elemento di pala</i>	21
2.3	INFLUENZA DEL NUMERO DI PALE FINITO N	24
2.4	INFLUENZA DEL MOZZO	25
3	LA TRANSIZIONE	27
3.1	MODELLI DI TURBOLENZA	27
3.1.1	<i>Reynolds Average Navier-Stokes (RANS)</i>	28
3.1.2	<i>Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes (URANS)</i>	31
3.1.3	<i>Modelli LES e DES</i>	31
3.2	MODELLO DI TRANSIZIONE GAMMA RETHETA	32
4	SIMULAZIONE CFD – ANALISI PRELIMINARE 2D SU PROFILO SD7003	45
4.1	GEOMETRIA DEL MODELLO	46
4.2	ANALISI DELLA MESH	46
4.2.1	<i>Custom controls - airfoil</i>	47
4.2.2	<i>Custom controls - domain</i>	52
4.2.3	<i>Mesh refinement</i>	54
4.3	ANALISI DEL MODELLO DI TRANSIZIONE	59
4.3.1	<i>Bolla di ricircolo</i>	59
4.3.2	<i>Analisi dei risultati</i>	64
5	SIMULAZIONI CFD: ANALISI 2D T-MOTOR 15X5	67
5.1	SCELTA DEL MODELLO CAD	67
5.1.1	<i>Confronto dei profili</i>	68
5.2	ANALISI DELL'ESTENSIONE DEL DOMINIO DI CALCOLO	73

5.3	POLARI DELL'ELICA	77
6	ANALISI 3D DELL'ELICA	91
6.1	DOMINIO DI CALCOLO	91
6.2	ANALISI DELLA MESH	95
6.2.1	<i>Q-Criterion</i>	98
6.3	ANALISI DEI RISULTATI	99
7	ANALISI DI ORDINE RIDOTTO	105
8	ANALISI 3D, NUOVA SCANSIONE DELL'ELICA	111
8.1	NUOVA GEOMETRIA	111
8.2	ANALISI DEI RISULTATI	113
9	CONCLUSIONI.....	121
	APPENDICE A.....	128
	APPENDICE B.....	129
	APPENDICE C.....	131

Lista delle Figure

FIGURA 1-1: DRONE- ELICOTTERO INGENUITY; (IMAGE BY: NASA/JPL-CALTECH).....	2
FIGURA 2-1: IL MODELLO DEL DISCO ATTUATORE NELLA TEORIA IMPULSIVA SEMPLICE	8
FIGURA 2-2: SCHEMA DEL VOLUME DI CONTROLLO PER IL BILANCIO DEL MOMENTO DI QUANTITÀ DI MOTO.....	10
FIGURA 2-3: SCHEMA DEL SISTEMA VORTICOSO DELL'ELICA [3]	18
FIGURA 2-4: ANDAMENTO DELLE VELOCITÀ ROTAZIONALI INDOTTE DAL SISTEMA DI VORTICI LIBERI E ADERENTI [3]	18
FIGURA 2-5: TEORIA VORTICOSA - SCOMPOSIZIONE DEI FILETTI FLUIDI [4]	19
FIGURA 2-6: TEORIA SEMPLICE DELL'ELEMENTO DI PALA - PROFILO DI VELOCITÀ SULLA SEZIONE DR [4]	21
FIGURA 2-7: CONDIZIONI DI FUNZIONAMENTO DI UN ELEMENTO DI PALA	22
FIGURA 2-8: PROCESSO ITERATIVO DELLA TEORIA GENERALE DELL'ELEMENTO DI PALA [3].....	23
FIGURA 2-9: ANDAMENTO DELLA FUNZIONE DI CORREZIONE DEL CARICO DI ESTREMITÀ DI PRANDTL LUNGO IL RAGGIO DELLA PALA.	25
FIGURA 3-1: PROFILO SCALATO DELLO STRAIN RATE REYNOLDS (REV) IN UN UNO STRATO LIMITE DI BLASIUS	35
FIGURA 3-2: ANDAMENTO DEL MASSIMO RAPPORTO TRA STRAIN-RATE REYNOLDS E NUMERO DI REYNOLDS DI SPESSORE DI QUANTITÀ DI MOTO.	35
FIGURA 3-3: RISULTATI DI REYNOLDS DI SPESSORE DI QUANTITÀ DI MOTO SECONDO I TRE MODELLI DESCRITTI [6].....	40
FIGURA 3-4: ANDAMENTI DEL NUMERO DI REYNOLDS DI TRANSIZIONE PER CRESCENTI VALORI DI TURBOLENZA NELLE TRE CORRELAZIONI PRINCIPALI (ABU-GANNAM & SHAW, LANGTRY, MENTER)[6].....	40
FIGURA 3-5: POSIZIONI DI $Re_{\theta ce}$ $Re_{\theta t}$	42
FIGURA 3-6: INFLUENZA NEL VALORE DI $Flength$ NEL PREDIRE LA LUNGHEZZA DI TRANSIZIONE	42
FIGURA 4-1: SUDDIVISIONE DELLO STRATO LIMITE TURBOLENTO [6].....	49
FIGURA 4-2: TIPOLOGIE DI APPROSSIMAZIONE DELLE GRANDEZZE A PARETE [6].....	50
FIGURA 4-3: DISTRIBUZIONE DI WALL Y+ PER PROFILO SD7003, $Re=60k$	51
FIGURA 4-4: GRIGLIA, DETTAGLIO DEL PRISM LAYER IN PROSSIMITÀ DEL LEADING EDGE - ZOOM.....	52
FIGURA 4-5: GRIGLIA SU INTERO DOMINIO DI CALCOLO	53
FIGURA 4-6: FUNZIONE DI RAFFINAMENTO 'MESH REFINEMENT' – ZOOM; OGNI COLORE CORRISPONDE AD UN DIVERSO LIVELLO DI GRIGLIA.	57
FIGURA 4-7: GRIGLIA GENERATA CON RAFFINAMENTO ADATTATIVO Y3 – ZOOM.....	58
FIGURA 4-8: CONFRONTO DEL COEFFICIENTE DI PRESSIONE, RAFFINAMENTO DI GRIGLIA.....	58
FIGURA 4-9: STRUTTURA DI UNA BOLLA DI RICIRCOLAZIONE [14]	61
FIGURA 4-10: BOLLA DI RICIRCOLO AL VARIARE DELL'ANGOLO DI INCIDENZA [11]	62
FIGURA 4-11: POSIZIONE DEI PUNTI DI DISTACCO (S), TRANSIZIONE (TO), RIATTACCO (R) DELLO STRATO LIMITE SU UN PROFILO AD ALFA= 6° E ALFA=8° [15]	62
FIGURA 4-12: COEFFICIENTE DI ATTRITO E PUNTO DI TRANSIZIONE [11]	63
FIGURA 4-13: CONFRONTO DEL PUNTO DI TRANSIZIONE MEDIANTE C_f - SINISTRA, C_p – DESTRA	63
FIGURA 5-1: CAD DELLA SEMIALA CON RELATIVO SISTEMA DI RIFERIMENTO	68
FIGURA 5-2: SCHEMATIZZAZIONE DEL MASSIMO SPESSORE ED INARCAMENTO (FIGURE BY AYMAN A. NADA)	68

FIGURA 5-3: DIFFERENZA DELL'ANGOLO DI CALETTAMENTO TRA SCANSIONE E DATI SUL REPORT.....	70
FIGURA 5-4: ANDAMENTO DEL CALETTAMENTO DELL'ELICA IN FUNZIONE DELLA POSIZIONE RADIALE ADIMENSIONATA[17]...	70
FIGURA 5-5:CONFRONTO TRA SCANSIONI DIFFERENTI, SEZIONE R/R=0.2893.....	72
FIGURA 5-6:CONFRONTO TRA SCANSIONI DIFFERENTI, SEZIONE R/R=0.5373.....	72
FIGURA 5-7: CONFRONTO TRA SCANSIONI DIFFERENTI, SEZIONE R/R=0.7853.....	73
FIGURA 5-8: CAMPO DI VELOCITÀ ATTORNO AL PROFILO A R/R=0.53 - DETTAGLIO DELLA BOLLA DI RICIRCOLO LAMINARE....	73
FIGURA 5-9: SCHEMATIZZAZIONE DEL DOMINIO DI CALCOLO.....	74
FIGURA 5-10: INCLINAZIONE DELLE LINEE DI CORRENTE A MONTE DEL PROFILO AL VARIARE DELLA DIMENSIONE DEL DOMINIO	75
FIGURA 5-11: VARIAZIONE DEI COEFFICIENTI AEREODINAMICI AL VARIARE DELLA DIMENSIONE DEL DOMINIO.....	76
FIGURA 5-12:T-MOTOR CD-ALPHA, SEZIONE R/R = 0.28.....	79
FIGURA 5-13:T-MOTOR CL-ALPHA, SEZIONE R/R = 0.28.....	80
FIGURA 5-14:T-MOTOR CL-CD, SEZIONE R/R =0.28.....	80
FIGURA 5-15:T-MOTOR CD-ALPHA, SEZIONE R/R =0.53.....	81
FIGURA 5-16:T-MOTOR CL-ALPHA, SEZIONE R/R =0.53.....	81
FIGURA 5-17:T-MOTOR CL-CD, SEZIONE R/R =0.53.....	82
FIGURA 5-18:T-MOTOR CD-ALPHA, SEZIONE R/R =0.78.....	82
FIGURA 5-19:T-MOTOR CL-ALPHA, SEZIONE R/R =0.78.....	83
FIGURA 5-20:T-MOTOR CL-CD, SEZIONE R/R =0.78.....	83
FIGURA 5-21:T-MOTOR CD- ALPHA, SEZIONE R/R =0.91.....	84
FIGURA 5-22:T-MOTOR CL- ALPHA, SEZIONE R/R =0.91.....	84
FIGURA 5-23: T-MOTOR CL-CD, SEZIONE R/R =0.91.....	85
FIGURA 5-24: CONFRONTO SEZ. 0.28, RE=30K CON TEORIA PROFILO SOTTILE.....	85
FIGURA 5-25: CONFRONTO ANALISI $\gamma - Re\theta$ CON ALTRI PROFILI, CURVA CD- α	86
FIGURA 5-26:FIGURA 5 20: CONFRONTO ANALISI $\Gamma-Re_{\theta}$ CON ALTRI PROFILI, CURVA CL-A.....	86
FIGURA 5-27: OSCILLAZIONE DELLO SPESSORE DELLO SHEAR LAYER PER IL PROFILO SEZ R/R=0.78, RE=10000, ALPHA=0°.	87
FIGURA 5-28: CAMPO DI VELOCITÀ DEL PROFILO A SEZIONE R/R=0.53, RE=60000, ALPHA=6°.....	87
FIGURA 5-29:INTERMITTENZA DEL PROFILO A SEZIONE R/R=0.53, RE=60000, ALPHA=6°.....	87
FIGURA 5-30:VISUALIZZAZIONE DEL VORTEX SHEDDING MEDIANTE IL CAMPO DI VELOCITÀ DEL PROFILO A SEZIONE R/R=0.53, RE=60000, ALPHA=7°.....	88
FIGURA 5-31:INTERMITTENZA DEL PROFILO A SEZIONE R/R=0.53, RE=60000, ALPHA=7°.....	88
FIGURA 5-32:VISUALIZZAZIONE DEL CAMPO DI VELOCITÀ DEL PROFILO A SEZIONE R/R=0.53, RE=60000, ALPHA=8°.....	88
FIGURA 5-33:INTERMITTENZA DEL PROFILO A SEZIONE R/R=0.53, RE=60000, ALPHA=8°.....	89
FIGURA 5-34:VISUALIZZAZIONE DEL CAMPO DI VELOCITÀ MEDIATO DEL PROFILO A SEZIONE R/R=0.53, RE=60000, ALPHA=7°	89
FIGURA 5-35:VISUALIZZAZIONE DEL CAMPO DI VELOCITÀ MEDIATO DEL PROFILO A SEZIONE R/R=0.53, RE=60000, ALPHA=7° - ZOOM.....	89
FIGURA 5-36: CONFRONTO DEL COEFFICIENTE DI ATTRITO TRA FLUSSO ISTANTANEO E FLUSSO MEDIATO.....	90

FIGURA 6-1: DIMENSIONI DEL DOMINIO COMPLETO	92
FIGURA 6-2: DIMENSIONI DEL DOMINIO ROTANTE	92
FIGURA 6-3: PRINCIPIO DELL'INTERFACCIA PERIODICA.....	94
FIGURA 6-4: CONDIZIONI AL CONTORNO ED INTERFACCE - DOMINIO ESTERNO	94
FIGURA 6-5: CONDIZIONI AL CONTORNO ED INTERFACCE - DOMINIO ROTANTE	94
FIGURA 6-6: PRISM LAYER ATTORNO AD UNA SEZIONE DELL'ELICA.....	97
FIGURA 6-7: WALL SHEAR STRESS, SENZA MODELLO DI TRANSIZIONE	102
FIGURA 6-8: LINEE DI CORRENTE A PARETE, SENZA MODELLO DI TRANSIZIONE	102
FIGURA 6-9: WALL SHEAR STRESS, CON MODELLO DI TRANSIZIONE	102
FIGURA 6-10: LINEE DI CORRENTE A PARETE, CON MODELLO DI TRANSIZIONE	102
FIGURA 6-11: INTERMITTENCY A PARETE, CON MODELLO DI TRANSIZIONE	103
FIGURA 6-12: PROFILO DI VELOCITÀ SU PIANO RADIALE	103
FIGURA 6-13: PROFILO DI VELOCITÀ SU PIANO RADIALE, ZOOM SULLA BOLLA DI RICIRCOLO	103
FIGURA 7-1: ANDAMENTO ADIMENSIONALE DEL MASSIMO INARCAMENTO IN FUNZIONE DELLA POSIZIONE RADIALE	106
FIGURA 7-2: ANDAMENTO ADIMENSIONALE DEL MASSIMO SPESSORE IN FUNZIONE DELLA POSIZIONE RADIALE	106
FIGURA 7-3: ANDAMENTO DEL THRUST PER UNITÀ DI LUNGHEZZA LUNGO LA POSIZIONE RADIALE DELL'ELICA.....	108
FIGURA 7-4: ANDAMENTO DEL TORQUE PER UNITÀ DI LUNGHEZZA LUNGO LA POSIZIONE RADIALE DELL'ELICA	109
FIGURA 8-1: CONFRONTO SPESSORI MASSIMI TRA LE DUE GEOMETRIE DI ELICA.....	112
FIGURA 8-2: CONFRONTO INARCAMENTO MASSIMO TRA LE DUE GEOMETRIE DI ELICA.....	112
FIGURA 8-3: INTERMITTENZA A PARETE, $Re=24000$	116
FIGURA 8-4: INTERMITTENZA A PARETE, $Re=187000$	116
FIGURA 8-5: LINEE DI CORRENTE SUL PROFILO PER LA SEZIONE A $r/R=0.77$, $Re=62000$	117
FIGURA 8-6: LINEE DI CORRENTE PASSANTI PER LA SEZIONE SELEZIONATA NELLA FIGURA 8-5	117
FIGURA 8-7: ANDAMENTO DEL NUMERO DI MACH SULLE SUPERFICI VORTICOSE INDIVIDUATE MEDIANTE ISO-VALORI DI Q- CRITERION, MR ATTIVO, $Re=187000$	118
FIGURA 8-8: ANDAMENTO DEL NUMERO DI MACH SULLE SUPERFICI VORTICOSE INDIVIDUATE MEDIANTE ISO-VALORI DI Q- CRITERION, MR DISATTIVO, $Re=187000$	118
FIGURA 8-9: CONFRONTO ADIMENSIONALE DEI DATI SPERIMENTALI CON I DATI DELLA CFD, THRUST COEFFICIENT.....	119
FIGURA 8-10: CONFRONTO ADIMENSIONALE DEI DATI SPERIMENTALI CON I DATI DELLA CFD, TORQUE COEFFICIENT	119

Lista delle Tabelle

TABELLA 3-1: COEFFICIENTI DEL MODELLO GAMMA RETHETA [6]	34
TABELLA 4-1: GRIGLIA 2D, DEFAULT CONTROLS.....	46
TABELLA 4-2: GRIGLIA 2D, CUSTOM CONTROLS	47
TABELLA 4-3: CONFRONTO DEI RISULTATI CON E SENZA RAFFINAMENTO ADATTATIVO	55
TABELLA 4-4: ANALISI DEL MODELLO DI TRANSIZIONE.....	64
TABELLA 5-1: DIFFERENZA DEGLI ANGOLI DI CALETTAMENTO.....	69
TABELLA 6-1: CONFRONTO DEI RISULTATI TRA GRIGLIA STATICA E DINAMICA	95
TABELLA 6-2: GRIGLIA 3D, CUSTOM CONTROLS	96
TABELLA 6-3: CONDIZIONI OPERATIVE RUSSEL [17].....	99
TABELLA 6-4: CONFRONTO CON I RISULTATI SPERIMENTALI.....	99
TABELLA 7-1: CONFRONTO DEI RISULTATI CON LE TEORIE DI ORDINE RIDOTTO	107
TABELLA 8-1: RISULTATI SPERIMENTALI DELL'ELICA T-MOTOR 15X5	113

1 Introduzione

1.1 motivazione

L'elica è un sistema propulsivo molto antico, che venne usato inizialmente sulle barche e successivamente sugli aerei dai primi anni del '900 dai fratelli Wright. Per molti anni tale studio restò confinato all'aeronautica e alla propulsione navale, ma, con la nascita dei Micro air Vehicle (MAV) o droni, sono stati sviluppati modelli di scala ridotta che richiedono un maggiore affinamento della tecnica legato sia alle dimensioni che ai molteplici campi di applicazione. Negli ultimi anni il mercato dei droni ha raggiunto risultati inaspettati e questi veicoli sono diventati di comune utilizzo in molteplici campi: la sicurezza, il controllo del territorio, il primo soccorso, l'agricoltura fino all'uso amatoriale, che ha preso piede favorito dal forte calo dei prezzi.

Un esempio molto attuale è il recente approdo su Marte del drone-elicottero "Ingenuity". Un volo in atmosfera marziana presenta non poche complicazioni, ma, di certo, a livello progettuale, sarà stata tenuta in conto la differente condizione di volo, dal momento che su Marte l'aria è meno viscosa ma molto meno densa, per cui, dato che prevale la diminuzione di densità, la viscosità dinamica sarà circa 60 volte quella terrestre [3]. Ciò comporta un Reynolds di volo più basso rispetto all'analogo sulla Terra, per cui le geometrie e le condizioni di progetto saranno state sviluppate in maniera differente. Il drone, dal peso di soli 1.8 kg, ha una geometria molto sottile (Figura 1-1) ed è dotato di due coppie di pale controrotanti che girano a 2400 RPM. Con queste condizioni sulla Terra si svilupperebbero dei Reynolds di circa un milione, mentre su Marte sono ridotti di due ordini di grandezza.

Pertanto, a nuove esigenze operative corrispondono nuove condizioni da verificare, sia a livello sperimentale che a livello numerico. Le sperimentazioni necessitano di camere climatiche che riproducano gli ambienti opportuni, peraltro con costi elevati; mentre le simulazioni numeriche dovranno convergere verso campi di moto particolari, con strutture aerodinamiche nuove, che non sempre vengono riprodotte fedelmente con i modelli di turbolenza e di transizione noti. Per questo motivo, la validazione di dati in condizioni off-design risulta utile nell'ottica di futuri progetti in queste particolari condizioni. Il poter disporre di modelli di simulazione affidabili vorrà dire risparmiare sulle sperimentazioni in condizioni difficili da riprodurre, con un conseguente taglio ai costi di progettazione, specie nella fase preliminare.



Figura 1-1: Drone- elicottero Ingenuity; (image by: NASA/JPL-Caltech)

2 Teorie di ordine ridotto

Il campo di moto attorno ad un'elica è molto complesso da analizzare in quanto sono coinvolte delle caratteristiche ben diverse da una normale simulazione di una semiala. In primis, si tratta di un moto rotazionale, con differenti numeri di Reynolds e Mach per diverse sezioni radiali. Inoltre, spesso, la geometria di un'elica cambia sezione per sezione, sia in spessore che in inarcamento oltre al fatto che, per uno studio completo, si deve considerare la viscosità del fluido, l'instazionarietà e la possibile comprimibilità del campo di moto (dato che, anche per velocità di rotazione molto basse, le velocità locali all'estremità potrebbero rientrare tra quelle di campo comprimibile).

Per questo motivo, quando ci si riferisce ad un propeller, si preferisce semplificare il calcolo con analisi di ordine ridotto, in modo tale ricavare risultati buoni con la minima spesa a livello computazionale. Negli ultimi anni, han preso piede le analisi CFD che hanno portato ad un miglioramento della soluzione dovuto alla risoluzione completa o semplificata delle equazioni di Navier Stokes, considerando molti più aspetti del problema. Tuttavia, le tecniche semplificate non sono state del tutto accantonate dal momento che non sempre si dispone di strumenti di analisi così sofisticati e spesso si preferisce avere dei dati approssimati così da non avere una spesa computazionale eccessiva specie nelle prime fasi della progettazione.

Tra le tecniche più comuni, procedendo in ordine di complessità, abbiamo le teorie impulsive, le teorie dell'elemento di pala e la teoria vorticoso. In realtà, la differenza tra di esse è legata alle approssimazioni che si compiono per modellizzare il flusso.

2.1 Teorie impulsive

2.1.1 Modello del disco attuatore

Il modello del disco attuatore appare nelle teorie impulsive e permette di semplificare di molto il problema, a patto di rinunciare a conoscere esattamente il campo di moto vicino all'elica. In questa trattazione l'elica è considerata come un disco di dimensioni infinitesime che comporta una variazione delle grandezze fluidodinamiche attraverso di esso. In termini fisici il discorso funziona molto bene, in quanto, proprio a causa delle forze di rotazione esterne impresse sull'elica il campo di moto inizia a generarsi. Per cui, sotto le ipotesi di flusso stazionario, inviscido ed incomprimibile, si risolvono le

equazioni di Eulero considerando una discontinuità di pressione attraverso il disco di diametro D . In questo modo, la velocità subirà una variazione continua e raggiungerà asintoticamente i valori al contorno del problema, ottenendo così il modello di disco attuatore. In fondo al tubo di flusso il livello energetico può ancora risultare differente da quello della corrente esterna, per cui c'è la possibilità che si formi una discontinuità di contatto, ossia la scia dell'elica. La variazione di energia attraverso il disco è una diretta conseguenza della potenza spesa P in tale posizione.

Si consideri una superficie S_∞ sufficientemente grande da contenere il campo di moto e si applichi l'equazione di bilancio della quantità di moto attraverso di essa. Con Δp il salto di pressione sul disco e A la sezione del disco avremo:

$$\int_{S_\infty} (p \bar{I} + \rho \bar{V} \bar{V}) * \bar{n} dS - \Delta p A \bar{k} = 0 \quad (2.1)$$

$$T = \Delta p A = \bar{k} * \int_{S_\infty} (p \bar{I} + \rho \bar{V} \bar{V}) * \bar{n} dS \quad (2.2)$$

In questo modo possiamo ricavare il valore della spinta dell'elica nella direzione del flusso (2.2). Inoltre, per l'equazione di continuità ricaviamo la definizione di portata, valida per ogni generica sezione ed in particolare per quella a monte A_m e quella a valle A_j :

$$\dot{m} = \rho V_\infty A_m = \rho V_j A_j \quad (2.3)$$

Se considero poi la superficie complessiva del tubo come una composizione delle superfici a monte e a valle più quelle laterali avremo:

$$S_\infty = S_{\infty_{ext}} + A_j + A_m \quad (2.4)$$

Applichiamo la (2.2) tra la sezione a monte e a valle del disco, considerando le due sezioni $A_m = A_j$ per semplificare:

$$T = \bar{k} * \int_{S_{\infty,ext}} [(p - p_{\infty}) \bar{n} + \rho \bar{V} \bar{V} \bar{n}] dS + \dot{m} (V_j - V_{\infty}) + (p_j - p_{\infty}) A_j \quad (2.5)$$

L'equazione in (2.5) è scomponibile in tre contributi: uno dovuto al flusso attraverso la superficie laterale ed altri due dovuti alle superficie a monte e a valle del volume di controllo. Questi ultimi sono termini finiti ed escono dall'integrale. Inoltre, l'integrale rimasto è nullo poiché è possibile considerare la superficie laterale come una superficie di corrente per cui il flusso di quantità di moto è zero. Anche il termine di pressione è nullo dal momento che l'integrando all'infinito è di ordine $\frac{1}{r^2}$ [4]. Rimangono, per cui, il termine di flusso di massa e quello di salto di pressione, che, in generale, non è nullo poiché potrebbero esserci gradienti di pressioni radiali nella scia a valle del disco.

$$T = \dot{m}(V_j - V_{\infty}) + A_j(p_j - p_{\infty}) \quad (2.6)$$

2.1.2 Teoria impulsiva semplice

Questa teoria risulta la più semplificata in assoluto dei modelli che verranno presentati. In questo caso vengono considerate soltanto le variazioni di grandezza in direzione assiale z, andando a trascurare i contributi in direzione radiale e tangenziale. Per cui, per ogni stazione z_i , verranno considerate le grandezze medie nel tubo in tale posizione.

Riferendosi al modello di disco attuatore avremo una distribuzione continua di velocità ed un salto di pressione in corrispondenza del disco, responsabile del moto fluido. La rotazione non è considerata, per cui, in riferimento alla (2.6), avremo $p_j = p_{\infty}$ andando ad azzerare il termine di pressione.

Si applichi Bernoulli separatamente sulle due sezioni di tubo di flusso divise dal disco D, indicando con $V_{\infty} + w$ e $V_{\infty} + w_j$ le rispettive velocità sul disco ed infinitamente a valle, come in Figura 2-1. Se si sottraggono le due equazioni si ottiene il valore del salto di pressione attraverso il disco:

$$\Delta p = \rho w_j \left(V_{\infty} + \frac{1}{2} w_j \right) \quad (2.7)$$

Mentre da (2.2) e (2.6) avremo:

$$\Delta p = \rho w_j (V_\infty + w) \quad (2.8)$$

Per cui da (2.9) e (2.10) avremo:

$$w_j = 2w \quad (2.9)$$

Questo è un risultato essenziale di questa teoria, ossia che la velocità assiale indotta a valle dell'elica è il doppio di quella indotta sul disco. Per cui la spinta, in funzione della sola velocità sul disco, varrà:

$$T = 2\rho A (V_\infty + w)w \quad (2.10)$$

Per cui la rappresentazione del tubo di flusso in Figura 2-1 risulta corretta per un'elica propulsiva dal momento che, se la spinta T è positiva, la velocità lungo la direzione assiale sarà crescente e comporterà una contrazione delle linee di corrente.

Dalla variazione di energia cinetica nel tratto monte - valle possiamo ricavare la potenza che mette in moto il flusso, esprimibile anche in funzione della sola spinta e velocità sul disco:

$$P = \dot{m} \left[\frac{1}{2} (V_\infty + w_v)^2 - \frac{1}{2} V_\infty^2 \right] = T (V_\infty + w) \quad (2.11)$$

Per cui il rendimento vale:

$$\eta = \frac{TV_\infty}{P} = \frac{1}{1+a} \quad (2.12)$$

$$P = Q * \Omega \quad (2.13)$$

- $a = \frac{w}{V_\infty}$: fattore di interferenza/induzione assiale.

Possiamo notare da (2.13) che il rendimento dell'elica è funzione soltanto del parametro di induzione assiale; possiamo affermare che, aumentando al massimo le dimensioni della pala, avremo una massima induzione sul disco ed un massimo rendimento. Tutto ciò sempre tenendo conto dei limiti strutturali.

Spesso le curve di funzionamento dei rotori sono espresse in termini adimensionali, per cui è interessante definire il rapporto di funzionamento:

$$J = \frac{V_\infty}{nD} \quad (2.14)$$

Con n numero di giri dell'elica nell'unità di tempo. Spesso viene espresso anche in funzione di altre grandezze che danno meglio l'idea del suo significato:

$$\lambda = \frac{V_\infty}{\Omega R} \quad (2.15)$$

Per cui λ è chiamato 'tip speed ratio' ed indica il rapporto tra la velocità di avanzamento dell'elica e la velocità tangenziale alla sua estremità. Infine, esprimendo le prestazioni in termini del tutto adimensionali avremo:

$$T = C_T \rho n^2 D^4 \quad (2.16)$$

$$Q = C_Q \rho n^2 D^5 \quad (2.17)$$

$$P = C_P \rho n^3 D^5 \quad (2.18)$$

$$\eta = J \frac{C_T}{C_P} \quad (2.19)$$

Con $[n] = \text{rotazioni/s}$;

Dato che $C_P = 2\pi C_Q$, soltanto due dei tre coefficienti adimensionali saranno incogniti. Per questo motivo, solitamente, il modo più semplice di riportare le prestazioni coinvolge due curve $C_T(J)$, $C_P(J)$ dette curve caratteristiche dell'elica.

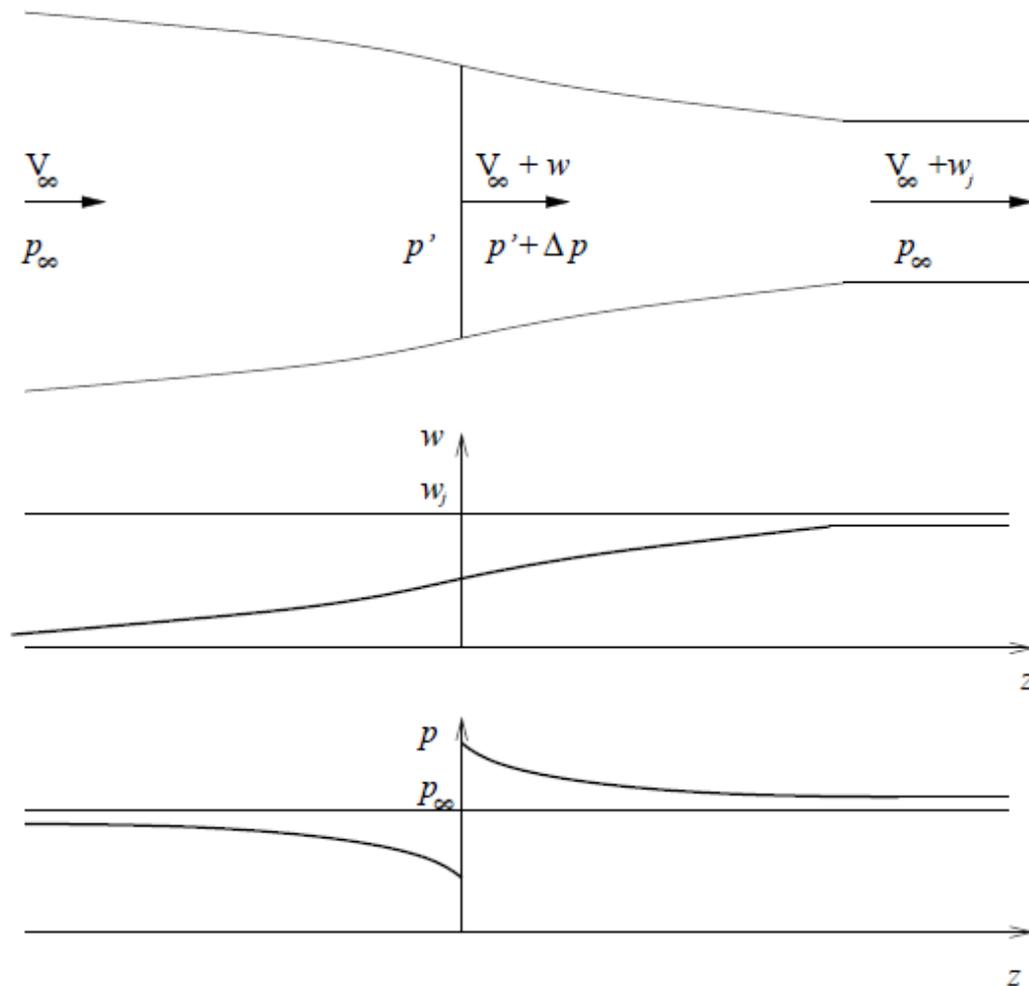


Figura 2-1: il modello del disco attuatore nella teoria impulsiva semplice

Infine, se rimuoviamo l'ipotesi di induzione assiale uniforme sull'elica, cioè consideriamo $w = w(r)$, ed ipotizziamo che ogni corona circolare non interagisca con le altre, possiamo applicare direttamente i risultati della teoria impulsiva semplice sulla singola corona circolare:

$$dT = 4\pi r \rho V_\infty^2 (1+a)a dr; \quad T = 4\pi r \rho V_\infty^2 \int_0^R (1+a)a r dr \quad (2.20)$$

$$dP = 4\pi r \rho V_\infty^3 (1+a)^2 a dr; \quad P = 4\pi r \rho V_\infty^3 \int_0^R (1+a)^2 a r dr \quad (2.21)$$

2.1.3 Teoria impulsiva generale

Questo modello è una generalizzazione del caso precedente; oltre all'induzione assiale, in questo caso, è considerata anche quella rotazionale (v) e radiale (u). Tuttavia, la velocità radiale è un infinitesimo delle altre due, per cui verrà trascurata $u, v = O(w^2)$. È chiaro, dalla contrazione della scia, che questa componente è presente, ma non è così influente sulle prestazioni. Questo modello è lo stesso che fu utilizzato da Betz per la determinazione del limite che prese il suo nome.

Consideriamo un bilancio di quantità di moto in un volume di controllo tra due tubi di flusso di raggio r e $r + dr$ di lunghezza dz , Figura 2-2. In questo modo avremo un'area infinitesima, definizione utilizzata già in (2.20), (2.21), pari a $dA = \pi r^2 - \pi(r + dr)^2 = 2\pi r dr$ ed un volume pari a $dV = dAdz = 2\pi r dr dz$. Per cui il bilancio varrà:

$$\int_S \rho(\bar{r} \times \bar{V}) \bar{V} \cdot \bar{n} dS + \int_S \bar{r} \times p \bar{n} dS = 0 \quad (2.22)$$

Dato che il problema è a simmetria cilindrica si annullano i contributi di pressione e gli unici termini non nulli sono dovuti al flusso convettivo attraverso le superfici perpendicolari all'asse. Come in precedenza, ci serviamo del bilancio della massa per definire una portata $d\dot{m}$ che si mantiene costante lungo le sezioni. Per cui possiamo fare la differenza tra la sezione a velocità v e quella a velocità $v + \frac{\partial(v)}{\partial z} dz$ e porla uguale a zero (valido, ad esempio, in un tratto che non comprende le forze esterne introdotte dal disco):

$$-vrd\dot{m} + \left[vr + \frac{\partial}{\partial z}(vr)dz \right] d\dot{m} = 0 \quad (2.23)$$

Per cui avremo che:

$$\frac{\partial}{\partial z}(vr) = 0, \quad vr = \omega r^2 = \text{costante} \quad (2.24)$$

Questo risultato è valido soltanto in direzione assiale, tenendo conto che con ω si intende la velocità angolare della particella fluida all'interno del volume di controllo definito in

precedenza. Questo risultato ha senso soltanto in assenza di forze esterne, per cui rispettivamente a monte e a valle del disco; a cavallo del disco, invece, non è applicabile. Dato che all'infinito a monte la velocità di rotazione è nulla per la condizione al contorno lo rimarrà finché non vi si applica una coppia esterna. Dalla posizione del disco all'infinito a valle, invece, la velocità di rotazione si mantiene costante assialmente e varia soltanto in funzione della coordinata radiale $\omega = \omega(r)$.

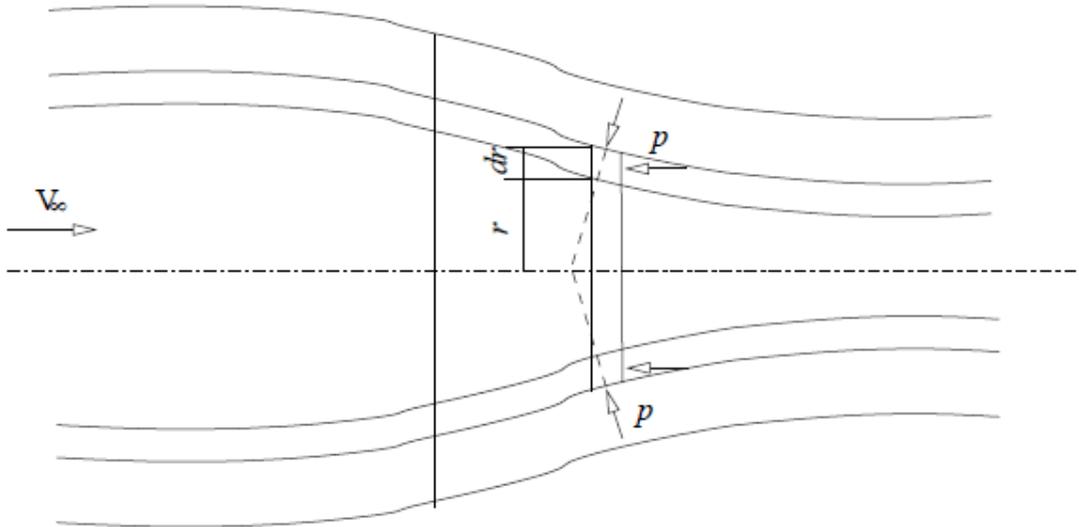


Figura 2-2: Schema del volume di controllo per il bilancio del momento di quantità di moto.

Definiamo ora l'entità della coppia infinitesima dQ sul disco che imprime la componente rotazionale ω :

$$dQ = \omega r^2 d\dot{m} = 4\pi r^3 \rho V_\infty (1 + a) \Omega a' dr \quad (2.25)$$

$$a' = \frac{\omega}{2\Omega} \quad (2.26)$$

dQ : coppia dell'elemento infinitesimo di pala;

a' : fattore di interferenza/induzione rotazionale;

Il fattore di interferenza rotazionale è legato ad una perdita di energia cinetica rotazionale delle particelle attorno all'elica. Appurato che $\omega(r) = costante$ ed in assenza di contrazione della scia, possiamo considerare ogni singola particella come un moto che

mantiene la stessa distanza r dall'asse, per cui mantiene anche la stessa velocità angolare. Dato che è presente anche una velocità assiale, il moto risulterà elicoidale ed è confermato dalle visualizzazioni della cavitazione del flusso attorno alle eliche marine. Per cui, come nel caso precedente, nel giusto volume di controllo possiamo trascurare i gradienti di pressione sulla definizione della spinta e mantenere le definizioni di (2.20). Per la potenza, invece, non si può trascurare la componente rotazionale dell'energia cinetica $dP_R = \frac{1}{2}(\omega r)^2 dm$. Per cui avremo:

$$P = P_A + P_R = T(V_\infty + w) + \dot{m} \frac{D^2}{4} \Omega^2 a'^2 \quad (2.27)$$

Oppure, ricavando la relazione da un'integrazione:

$$P = \int_0^R \Omega dQ = \dot{m} a' \Omega^2 \frac{D^2}{4} \quad (2.28)$$

E combinando le due equazioni avremo:

$$P = TV_\infty(1 + a) + Pa' \quad (2.29)$$

$$\eta = \frac{1 - a'}{1 + a} \quad (2.30)$$

Dato che questi modelli non tengono conto della viscosità del fluido e della geometria delle pale possiamo affermare che questi risultati sono i valori massimi che si possono raggiungere a parità di velocità di rotazione, velocità all'infinito e diametro. I risultati di spinta e potenza forniti da questa teoria non sono superabili, per cui potrei, ad esempio, confrontare le medie integrali delle teorie dell'elemento di pala con questi valori e dedurre l'efficienza della pala dal loro scostamento.

Le relazioni (2.10), (2.29) e (2.30) sono le equazioni fondamentali della teoria impulsiva generale.

2.2 Teorie dell'elemento di pala

2.2.1 Il sistema vorticoso dell'elica

Anche se la trattazione precedente funziona molto bene per semplificare il problema, è chiaro che l'origine della spinta dell'elica risiede completamente nella generazione di portanza delle pale. In realtà esistono anche delle eliche basate sulla generazione di resistenza, denominate 'pure drag machines', ma sono molto meno efficienti di quelle che sfruttano la portanza.

Se si prende in considerazione la pala ad una certa posizione radiale la si potrebbe approssimare localmente come il profilo di un'ala, per cui è chiaro che le ipotesi semplificative note per l'analisi di un'ala finita sono adattabili all'analisi di un'elica. In particolare, la teoria dell'ala portante di Prandtl permetteva di approssimare il campo di moto attorno ad un'ala come una serie di distribuzioni di vortici opportunamente distribuiti e, considerando un'elica come un'ala finita con velocità locale variabile in base alla posizione radiale, si può adottare lo stesso procedimento. Se si considerano un numero infinito di pale, l'elica è approssimabile ad infiniti vortici aderenti disposti radialmente di intensità $\gamma(r)$. La circuitazione ad una data stazione radiale sarà per cui:

$$\Gamma(r) = 2\pi \gamma(r)r \quad (2.31)$$

La variazione radiale della vorticità $d\Gamma$ lungo la coordinata radiale corrisponde ad una superficie vorticoso cilindrica di pari intensità. Inoltre, la forma dei vortici liberi, per essere coerente con le teorie dei vortici, dovrà seguire la traiettoria delle particelle, per cui sarà elicoidale. Ciò significa che la distribuzione segue non soltanto l'elica ma può essere utilizzata per studiare l'intera scia a valle di essa. Questa teoria sarà molto più precisa in quanto terrà conto anche dell'influenza dei vortici che si genereranno a valle del rotore.

Se consideriamo un caso semplificato in cui la circuitazione si mantiene costante per una data condizione radiale $\Gamma(r) = costante$, possiamo scomporre in modo più semplice la distribuzione di vortici e descrivere agevolmente il procedimento adottato. Uno dei paradigmi della teoria vorticoso è legato al fatto che i vortici non possono iniziare o terminare all'interno del campo, per cui serve un modello che rispetti tale regola. Come già detto in precedenza ci saranno delle distribuzioni di vortici radiali aderenti alle pale

e, per suddetta regola, ci sarà anche un vortice centrale che le unirà nell'asse del disco. Inoltre, essendo il campo di moto a monte irrotazionale, la distribuzione di vortici proseguirà dall'estremità del disco verso valle con una distribuzione elicoidale come in Figura 2-3. Essa è ricavabile andando a comporre la velocità all'infinito V_∞ con la velocità di rotazione Ω . A questo punto è semplice verificare che il passo dell'elicoide varrà:

$$\frac{p_a}{D} = \frac{V_\infty t}{D} = \frac{V_\infty}{nD} = J \quad (2.32)$$

Il che porterà ad interpretare in modo geometrico il rapporto di funzionamento come passo dell'elicoide in forma adimensionale.

La distribuzione elicoidale è scomponibile a sua volta in una distribuzione rettilinea più una distribuzione di vortici ad anello distanti fra loro di un passo p_a . In conclusione, la distribuzione complessiva di vortici comprende:

- Un filamento di intensità Γ allineato con l'asse del rotore;
- Una distribuzione radiale di filamenti vorticosi distribuiti radialmente sul disco di intensità $\gamma = \frac{\Gamma}{2\pi r}$;
- Un tubo formato da vortici longitudinali, perpendicolari agli anelli di vortici e di intensità pari a quella dei vortici di radice, per cui con una densità di ogni filamento pari a $\gamma = \frac{\Gamma}{2\pi r}$;
- Un tubo di anelli vorticosi paralleli al piano del rotore, che mantiene la componente rotativa dei vortici;

I singoli contributi sono chiari in Figura 2-5. Una volta nota la distribuzione di vortici $\gamma(r)$ è possibile ricavare il campo di velocità indotto servendosi della relazione di Biot-Savart, secondo cui, in generale:

$$\bar{V}(P) = -\frac{\gamma}{4\pi} \int \frac{\bar{R} \times d\bar{l}}{R^3} \quad (2.33)$$

Con \bar{R} vettore posizione da $d\bar{l}$ a P.

Dato che abbiamo potuto scomporre le distribuzioni di vortici possiamo anche calcolare separatamente le velocità indotte da ognuno e sommarle per ricavare il campo di velocità complessivo indotto a valle dell'elica.

In primo luogo, possiamo affermare che la velocità lungo la direzione assiale, nei limiti di un numero infinito di pale, non è influenzata dalla distribuzione radiale di vortici, dato che due filetti opposti generano velocità che si cancellano a vicenda. Per cui gli unici vortici che contribuiscono alla velocità assiale sono gli anelli vorticosi, con intensità per unità di lunghezza:

$$\Gamma_{rings} = \frac{\gamma}{h} \quad (2.34)$$

Con h distanza che la scia copre in una rivoluzione:

$$h = \frac{2\pi}{\Omega} w_i \quad (2.35)$$

Con w_i velocità assiale indotta dal disco. Dimensionalmente h coincide con il passo dell'elica p_a (2.32), ma varia a seconda della posizione radiale considerata. Per cui da (2.34) e (2.35) avremo:

$$\gamma_{rings} = \frac{\Gamma \Omega}{2\pi w_i} \quad (2.36)$$

Per il teorema di Kutta-Joukowski sappiamo che la portanza indotta da un vortice vale:

$$dL = \rho V_e \int_0^R \Gamma(r) dr \quad (2.37)$$

Nell'approssimazione di $\Gamma(r) = \text{costante}$ e $L \approx T$ possiamo affermare:

$$T = \frac{\rho \Omega r^2 \Gamma}{2} = \frac{\rho \Omega A \Gamma}{2\pi} \quad (2.38)$$

Per cui si può riscrivere (2.36) come:

$$\gamma_{rings} = \frac{T}{\rho A w_i} \quad (2.39)$$

una distribuzione di anelli vorticosi tra due coordinate z_1 e z_2 , produce un potenziale ad un punto X sul piano del disco pari a:

$$\phi_X = \frac{\gamma_{ring}}{4\pi} \int_{z_1}^{z_2} \theta \, dz \quad (2.40)$$

Dove θ è l'angolo solido del punto X rispetto all'anello vorticoso in posizione z . Applicando l'equazione del potenziale ricaveremo la velocità indotta da un vortice pari a:

$$v_i(x) = \frac{d\phi_X}{dz} = \frac{\gamma_{ring}}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \quad (2.41)$$

Se si integra il risultato e si scrive in funzione di T avremo:

$$v_i(X) = \frac{T}{2A\rho v_i(X)} \quad (2.42)$$

Per cui la velocità indotta assialmente varrà:

$$v_i(X) = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} \quad (2.43)$$

Che coincide con il risultato del disco attuatore descritto nel paragrafo precedente.

Per quanto riguarda la componente radiale, invece, si deve considerare una serie di contributi; In primis, la velocità indotta dai vortici di radice:

$$u_{root}(r) = \frac{\Gamma}{4\pi r} \quad (2.44)$$

La velocità indotta a monte della pala dai filamenti vorticosi radiali vale:

$$u_{upstream_b} = -u_b \quad (2.45)$$

In ogni caso, dato che il flusso a monte è irrotazionale, la velocità indotta dai filamenti radiali deve essere cancellata da quella del vortice di radice:

$$u_{upstream} = u_{upstream_b} + u_{root} = 0 \quad (2.46)$$

$$u_b = u_{root} \quad (2.47)$$

Dove u_b è la velocità indotta dai filamenti radiali a valle del rotore, per cui la velocità tangenziale vale:

$$u(r) = u_b + u_{root} = 2u_{root} = \frac{2\Gamma}{2\pi r} \quad (2.48)$$

Infine, tenendo conto che la velocità all'infinito a valle non risente più dei contributi radiali avremo la conferma di ciò che affermava la teoria induttiva generale:

$$u_{\infty}(r) = u_{root} = \frac{\Gamma}{2\pi r} = \frac{u(r)}{2} \quad (2.49)$$

Lo stesso discorso vale per la componente assiale: i vortici ad anello inducono sull'elica una componente di velocità dovuta a vortici che partono dalla posizione del disco, mentre per la velocità all'infinito a valle va sommata anche la componente dei vortici infinitamente a monte. Per cui, la velocità indotta a valle sarà doppia rispetto quella sul disco, proprio come si affermava nella teoria induttiva semplice.

Se si considera un caso generico e si tiene conto del numero di pale finito si possono indicare alcuni ragionamenti sulla velocità di rotazione delle particelle, che valgono in generale. Analogamente alla teoria della linea portante di Prandtl, l'autoinduzione dei vortici aderenti è nulla, ma essi inducono una velocità di rotazione che a valle è concorde con la rotazione dell'elica, mentre a monte ha un verso di rotazione opposto. Si potrebbe indicare genericamente con ω_l la velocità angolare delle particelle dovuta ai vortici liberi e con ω_a la velocità indotta dai vortici aderenti. Per cui si avrà:

$$\forall z > 0 : (\omega_l + \omega_a)r = \omega r; \quad \forall z < 0 : (\omega_l - \omega_a)r = 0 \quad (2.50)$$

Indicando con $\omega'(r)$ la velocità angolare indotta sul disco dell'elica avremo:

$$\omega'(r) = \frac{\omega(r)}{2} \quad (2.51)$$

La spinta elementare esercitata sulla singola pala è proporzionale alla portanza locale esercitata per cui, indicando con N il numero di pale dell'elica,

$$\frac{dT}{dA} \approx \frac{NdL}{2\pi r dr} \quad (2.52)$$

Inoltre, nella teoria dell'elemento di pala semplice (spiegata nel capitolo seguente) si suppone che ciascun profilo della pala lavori investito dalla velocità asintotica $V_e = \sqrt{V_\infty^2 + \Omega^2 r^2}$ per cui, indicando con Γ la circuitazione totale alla stazione r e da (2.37) si ottiene:

$$dT \approx NdL = \rho \Omega r \Gamma(r) dr \quad (2.53)$$

$$\frac{dT}{dA} = \rho \Gamma n \sqrt{1 + \frac{J^2 R^2}{\pi^2 r^2}} \quad (2.54)$$

Per $J \rightarrow 0$ la portanza varia linearmente lungo la pala, per cui ci si riconduce al caso semplificato spiegato in precedenza con $\Gamma(r) = \text{costante}$. Maggiori informazioni riguardanti il modello completo le si possono trovare nei documenti [5], [6].

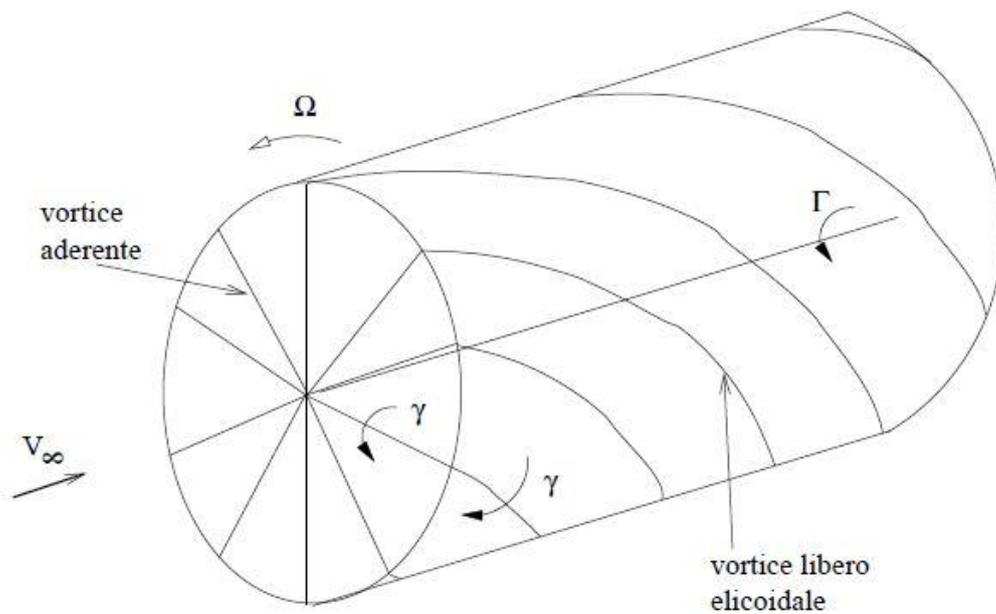


Figura 2-3: schema del sistema vorticoso dell'elica [4]

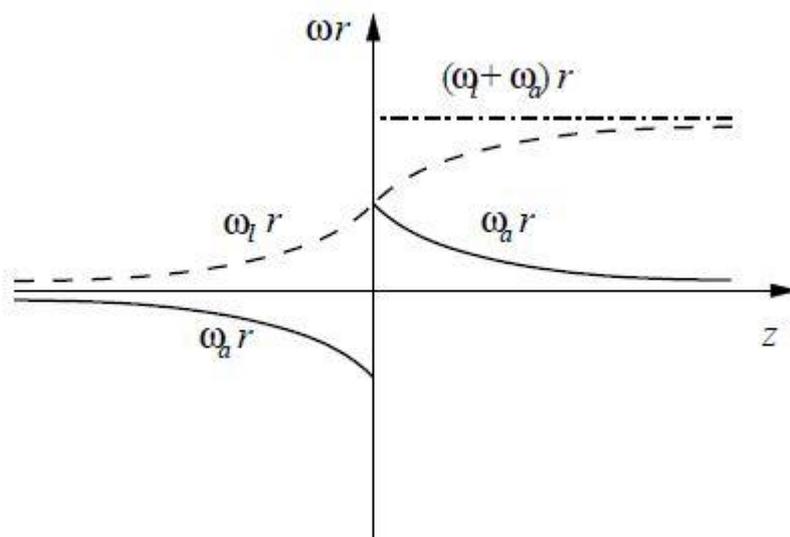


Figura 2-4: Andamento delle velocità rotazionali indotte dal sistema di vortici liberi e aderenti [4]

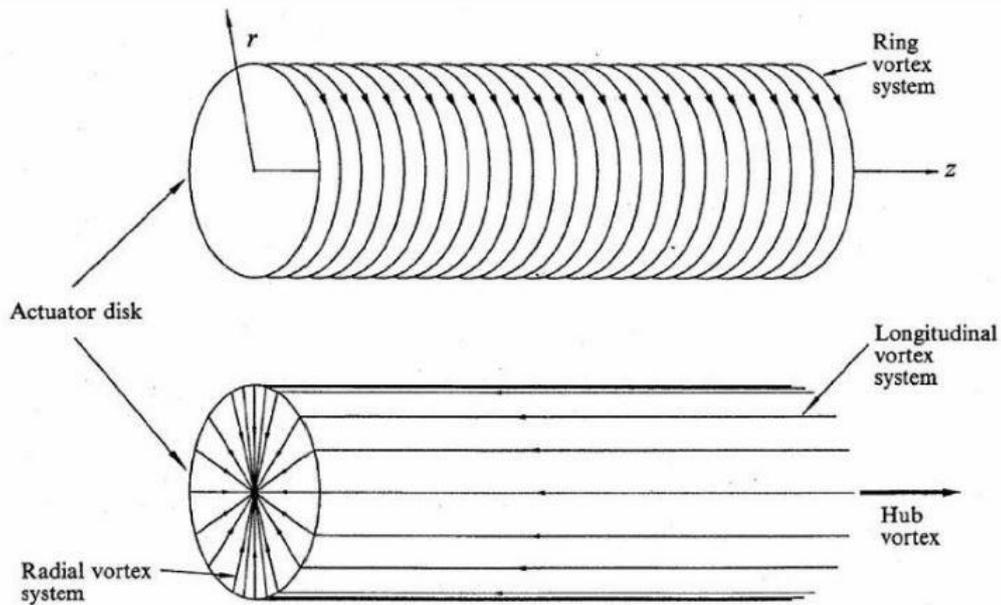


Figura 2-5: teoria vorticoso - scomposizione dei filetti fluidi[5]

2.2.2 Teoria semplice dell'elemento di pala

Il vantaggio delle teorie dell'elemento di pala è legato al fatto che tengono in considerazione anche la geometria dell'elica, per cui il numero e la geometria delle pale. Esse prevedono che il generico profilo lavori in condizioni bidimensionali e venga investito da velocità che dipendono dall'induzione del sistema vorticoso. Questa assunzione funziona bene per 2-3 pale, mentre diventa inaccurata per un'elica a molte pale in cui è necessaria una trattazione a cascata. Dallo schema in Figura 2-6 possiamo dedurre alcune relazioni geometriche:

$$\beta = \alpha + \phi \quad (2.55)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{V_i}{\Omega r}\right) \quad (2.56)$$

$$\bar{V}_e = V_i \bar{e}_z + \Omega r \bar{e}_\theta \quad (2.57)$$

$$\sigma = \frac{Nc}{2\pi} \quad (2.58)$$

Dove α è l'angolo d'attacco a cui si trova il profilo a sezione r , mentre β è l'angolo di calettamento; σ viene definita solidità ed è funzione delle caratteristiche della pala.

Come possiamo osservare dall'equazione (2.57) l'assunzione più importante di questa teoria è che non ci siano componenti radiali di velocità, per cui ogni elemento di spessore infinitesimale può essere risolto considerando un flusso completamente bidimensionale. Per cui le forze aerodinamiche che agiscono sul profilo, avendo a disposizione le polari, varranno:

$$\delta L(r) = \frac{1}{2} \rho V_e(r)^2 c \delta r C_L(r) \quad (2.59)$$

$$\delta D(r) = \frac{1}{2} \rho V_e(r)^2 c \delta r C_D(r) \quad (2.60)$$

Dato che le tali forze aerodinamiche sono orientate lungo le direzioni parallela e perpendicolare alla corrente, mentre a noi interessano i valori nei piani relativi al suolo, possiamo ricavare i valori di spinta (Thrust) e momento (Torque) come semplice scomposizione di forze:

$$\delta T(r) = \delta L \cos(\phi(r)) - \delta D \sin(\phi(r)) \quad (2.61)$$

$$\frac{\delta Q(r)}{r} = \delta D \cos(\phi(r)) + \delta L \sin(\phi(r)) \quad (2.62)$$

Infine, integrando il risultato su ogni profilo per l'intera estensione della pala si ottengono i risultati di spinta e potenza per ciascuna pala dell'elica.

$$T = N \int_0^R \delta T(r) dr \quad (2.63)$$

$$P = N \omega \int_0^R \delta Q(r) dr \quad (2.64)$$

Da queste ultime due equazioni si evince come i risultati di questo metodo siano direttamente legati alla geometria della pala e non soltanto alle condizioni di flusso al raggio e al numero di pale come nelle teorie impulsive.

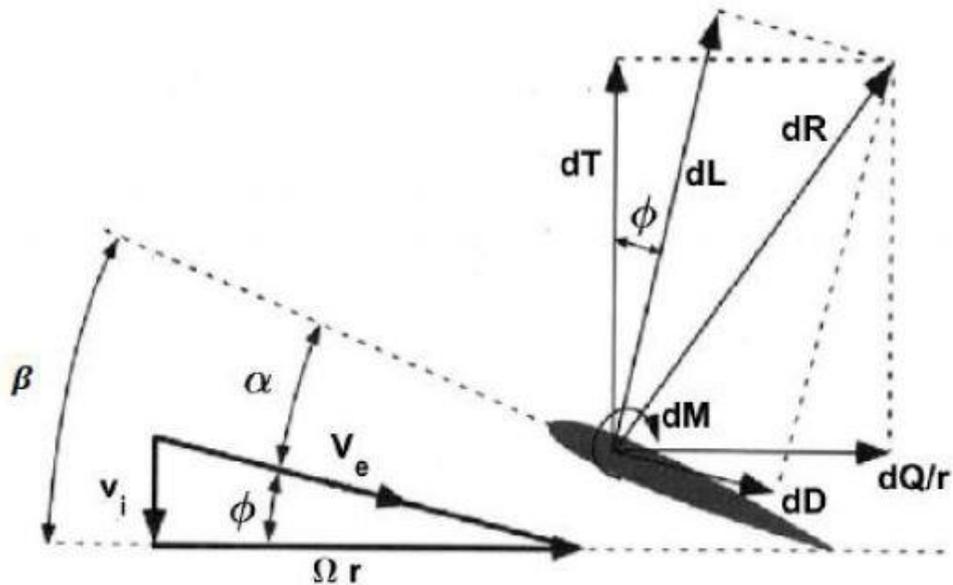


Figura 2-6: Teoria semplice dell'elemento di pala - profilo di velocità sulla sezione dr [5]

2.2.3 Teoria generale dell'elemento di pala

Il vantaggio della teoria dell'elemento di pala è che tiene in considerazione la geometria della pala, ma non è in grado di calcolare con precisione la velocità indotta sul disco; combinandola con la teoria impulsiva generale possiamo superare questo limite ed impostare una soluzione di tipo iterativo. La teoria vorticoso permette di conciliare le due teorie e di utilizzarle in modo associato.

In aggiunta al modello semplice possiamo immaginare che vi sia anche un'induzione su velocità tangenziale w_t e possiamo considerare le velocità come in Figura 2-7. Da tale schema possiamo assumere:

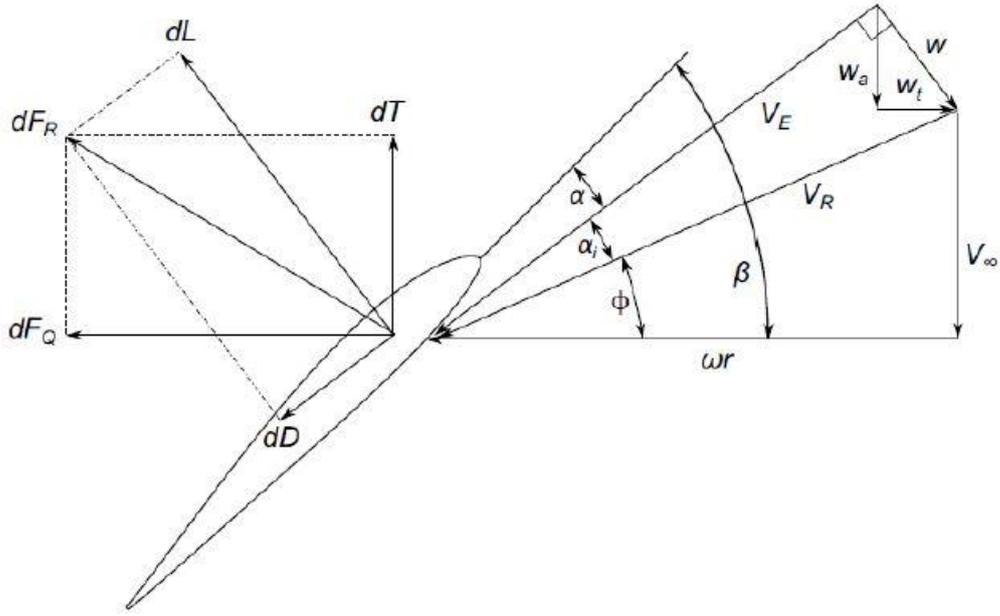


Figura 2-7: condizioni di funzionamento di un elemento di pala

$$T = N \int_0^R [dL \cos(\phi + \alpha_i) - dD \sin(\phi + \alpha_i)] dr \quad (2.65)$$

$$P = N\omega \int_0^R [dD \cos(\phi + \alpha_i) + dL \sin(\phi + \alpha_i)] r dr \quad (2.66)$$

$$T = N \int_0^R \left[\frac{1}{2} \rho V_E^2 c C_L \cos(\phi + \alpha_i) - \frac{1}{2} \rho V_E^2 c C_D \sin(\phi + \alpha_i) \right] dr \quad (2.67)$$

$$P = N\omega \int_0^R \left[\frac{1}{2} \rho V_E^2 c C_L \sin(\phi + \alpha_i) + \frac{1}{2} \rho V_E^2 c C_D \cos(\phi + \alpha_i) \right] r dr \quad (2.68)$$

Tenendo conto delle seguenti relazioni:

$$V_R^2 = V_\infty^2 + (\omega r)^2 \quad (2.69)$$

$$V_E^2 = V_R^2 \cos(\alpha_i)^2 = (V_\infty^2 + (\omega r)^2) \cos(\alpha_i)^2 \quad (2.70)$$

$$V_E \cos(\phi + \alpha_i) = V_\infty (1 + a) \quad (2.71)$$

$$V_E \sin(\phi + \alpha_i) = \omega r (1 - a') \quad (2.72)$$

Possiamo scrivere le prestazioni in forma adimensionale:

$$C_T = \frac{\pi}{8} \int_{r_0}^R \left(J^2 + \pi^2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) \left(\frac{Nc}{\pi R} \right) \cos(\alpha_i)^2 [C_L \cos(\phi + \alpha_i) - C_D \sin(\phi + \alpha_i)] dr \quad (2.73)$$

$$C_P = \frac{\pi}{8} \int_{r_0}^R \left(J^2 + \pi^2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) \left(\frac{Nc}{\pi R} \right) \cos(\alpha_i)^2 [C_L \sin(\phi + \alpha_i) + C_D \cos(\phi + \alpha_i)] \frac{r}{R} dr \quad (2.74)$$

L'angolo α_i rappresenta il primo collegamento tra le due teorie, mentre il secondo si ricava uguagliando, nel processo iterativo, i coefficienti di spinta e di potenza ricavati separatamente dalle due differenti teorie. Il processo iterativo è rappresentato in Figura 2-8.

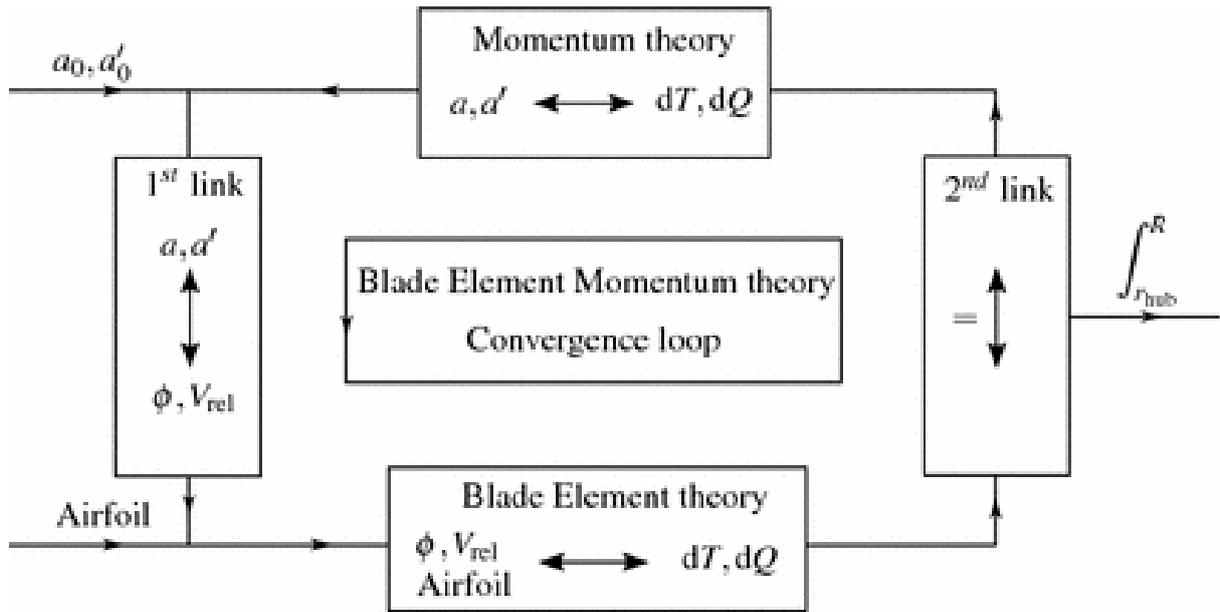


Figura 2-8: processo iterativo della teoria generale dell'elemento di pala [3]

Per prima cosa si stimano dei valori iniziali di a_0 e a'_0 , rispettivamente fattore di induzione assiale e rotazionale, per cui è immediato ricavare il valore di velocità relativa V_R ed angolo ϕ per la teoria dell'elemento di pala. Successivamente, avendo a disposizione anche i dati aerodinamici del profilo, si calcolano i valori di spinta e momento e si utilizzano come input per la teoria impulsiva generale per ricalcolare dei nuovi termini di induzione assiale e rotazionale. In questo modo, quando i valori di spinta

e momento vanno in convergenza ho tutte le informazioni inerenti al profilo bidimensionale. Infine, si uniscono i dati dei vari profili e si integra per la lunghezza della pala ricavando i valori di spinta e di momento per ogni pala dell'elica.

2.3 Influenza del numero di pale finito N

Il modello del disco attuatore ammette la possibilità di un carico all'estremità dell'elica non nullo; in realtà, a causa dell'estensione limitata della pala e del numero limitato di pale N, ci sono degli effetti di estremità che vanno a ridurre le prestazioni in tali zone. Il motivo è legato principalmente alla presenza non trascurabile di un gradiente di pressione ventre-dorso che genera delle componenti di velocità radiali notevoli. Con le teorie esposte in precedenza era stata trascurata tale componente, ma, in un caso reale, non è più possibile compiere una tale approssimazione. Per cui, la spinta sarà ridotta all'estremità della pala e tale effetto prende il nome di perdita di estremità.

Così come nell'analisi dell'ala finita, in cui si verificava lo stesso problema e veniva risolto con la teoria della linea portante di Prandtl, possiamo ricorrere alla teoria vorticoso. Goldstein e Lock[4] dimostrarono, infatti, che i risultati ottenuti su una semiala si potevano estendere al caso di elica generica, con sovrapposizione degli effetti. La trattazione è piuttosto complessa ma l'effetto è una riduzione delle prestazioni mediante un parametro chiamato fattore di riduzione di Prandtl:

$$F = \frac{2}{\pi} \arccos(e^{-f}) \quad (2.75)$$

$$f = \frac{N R - r}{2 r \sin\phi} \quad (2.76)$$

Il fattore di Prandtl assume l'andamento di Figura 2-9, perciò si può semplicemente moltiplicare per le definizioni di spinta e momento e terrà conto delle perdite soltanto sui profili di estremità.

La funzione di Prandtl modifica anche la circolazione che viene indotta sulla pala, per cui:

$$\frac{N\Gamma}{\Omega R^2} = F(r)4\pi r^2 a'(r) \quad (2.77)$$

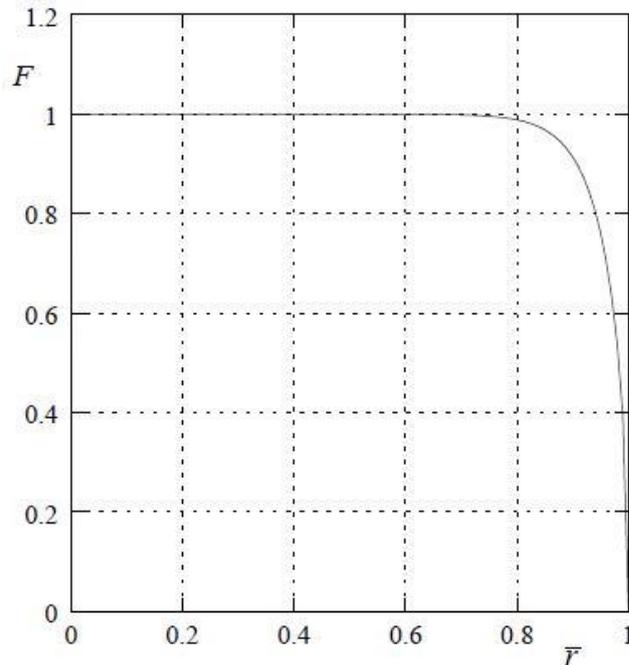


Figura 2-9: Andamento della funzione di correzione del carico di estremità di Prandtl lungo il raggio della pala.

2.4 Influenza del mozzo

Le correzioni non riguardano soltanto le estremità, ma sono presenti anche sulla radice dell'elica, in cui, per motivi strutturali, la pala perde la forma di profilo alare e diventa un corpo tozzo. Solitamente si fa uso di un profilo di radice circolare o ellittico, ma comunque ciò non ha rilevanza dal punto di vista aerodinamico dato che le velocità in gioco sono molto basse, per cui la loro influenza sarà minima. Solitamente ci si limita a definire un raggio del mozzo r_h e si integrano i valori delle prestazioni tra r_h e R anziché tra 0 e R . C'è, inoltre, da tener presente la resistenza del mozzo:

$$D_h = C_{Dh} \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \pi r_h^2 \quad (2.78)$$

Tale coefficiente assume valori prossimi all'unità, per cui la diminuzione dei coefficiente prestazionali vale:

$$\Delta C_i = -\frac{1}{2} \pi \frac{r_h^2}{D^2} J^2 \quad (2.79)$$

Dove i può indicare sia la spinta T , che la coppia Q . In ogni caso è chiaro come tale riduzione influenzi i valori di rendimento. Infine, si noti la dipendenza quadratica con J che comporta delle perdite elevate per alti valori del rapporto di funzionamento.

3 La transizione

La transizione è un fenomeno tridimensionale che provoca il passaggio di uno strato limite da una condizione laminare ad una turbolenta. Questo processo può avvenire in diversi modi a seconda delle condizioni che stiamo considerando:

- Transizione naturale, in cui si sviluppano le onde teorizzate da Tollmien-Schlichting e si accrescono fino allo sviluppo completo della turbolenza;
- Bypass transition, in cui la transizione è indotta dalla presenza di un disturbo del flusso esterno, tipicamente con livello di turbolenza superiore al 1%;
- Transizione indotta da separazione, solitamente la separazione accresce il fenomeno di transizione ed il flusso si riattacca poiché la turbolenza è più energica e permette di mantenere lo strato limite attaccato.

I modelli di previsione di tale fenomeno sono fondamentali in quanto determinano il punto, o la regione, da cui si possono applicare i modelli di turbolenza (sviluppati per regioni completamente turbolente). In Star CCM+ sono implementati tre modelli di transizione: il turbulent suppression model, il Gamma Retheta Transition model e Gamma Transition model. Il primo è un modello semplificato che sopprime la turbolenza in prefissate regioni e può essere accoppiato con altri modelli di transizione, mentre gli altri due associano alle equazioni della turbolenza altre equazioni di trasporto.

Si prenderà in considerazione soltanto il secondo in quanto sembra che funzioni molto bene per flussi a basso Reynolds e profili sottili, condizioni che coincidono con il nostro caso studio. Dato che questo modello di transizione è accoppiato con il modello di turbolenza $k - \omega$ seguirà una breve introduzione su questo argomento.

3.1 Modelli di turbolenza

Molti flussi di interesse ingegneristico presentano quantità irregolari e fluttuazioni pseudo-casuali che li rendono di difficile risoluzione a causa dell'elevato costo computazionale. Queste caratteristiche sono tipiche della turbolenza, fenomeno multi-scala e ad elevate frequenze. Per questo motivo è preferibile risolvere numericamente il

problema tenendo conto soltanto di grandezze mediate o filtrate, con un basso impatto sui risultati finali.

Star-CCM+ implementa due tipi di approcci:

- Reynolds Average Navier-Stokes, per fenomeni stazionari (RANS) e instazionari (URANS);
- Scale-resolving simulation, tra cui Large Eddy Simulation (LES) e Detached Eddy Simulation (DES).

3.1.1 Reynolds Average Navier-Stokes (RANS)

Il modello di turbolenza RANS provvede alla chiusura delle equazioni di trasporto delle quantità mediate derivanti dalle equazioni di Navier-Stokes. Per ottenere queste equazioni ogni generica variabile ϕ viene decomposta come somma della grandezza media $\bar{\phi}$ più una componente fluttuante ϕ' :

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.1)$$

Dove ϕ rappresenta in generale una grandezza che può essere la velocità, la pressione, l'energia o la densità delle specie. Le grandezze possono essere mediate con una media temporale, nel caso stazionario come:

$$\bar{\phi}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2T_0} \int_{t-T_0}^{t+T_0} \phi(\vec{x}, t') dt' \quad (3.2)$$

Si tenga conto che, a partire dalle equazioni di Navier-Stokes, ogni grandezza viene scomposta in questo modo e l'equazione viene infine mediata. Inoltre, le grandezze fluttuanti sono mediamente nulle, per cui il risultato sarà fortemente semplificato:

$$\nabla \cdot \bar{\vec{V}} = 0 \quad (3.3)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{\vec{V}}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\bar{\vec{V}} \bar{\vec{V}}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau'_U - \rho \overline{u'u'}) \quad (3.4)$$

$$\rho C_p \frac{\partial h}{\partial t} + \rho C_p \vec{V} \cdot \nabla h = \nabla \cdot (K \nabla \vec{V} - \rho C_p \overline{T' \vec{V}'}) \quad (3.5)$$

$$\tau'_{ij} = \mu \left[\nabla_i \vec{V}_j + (\nabla_j \vec{V})^T_i \right] \quad (3.6)$$

Queste equazioni trascurano gli effetti di compressibilità e le forze di campo e gli effetti termici di dissipazione viscosa. Inoltre, nel caso di simulazioni stazionarie vengono trascurati i termini dipendenti dal tempo.

Il termine $-\rho \overline{u'u'}$ è chiamato tensore degli sforzi di Reynolds ed ha un ruolo simile al tensore degli stress viscosi. Questo termine dipende soltanto da quantità fluttuanti ed è funzione delle fluttuazioni, per cui risulta sconosciuto e va modellato. Ci sono due principali tipi di modelli che si occupano di ciò: i modelli basati sulla Eddy Viscosity e quelli legati agli sforzi di Reynolds. Il primo si basa sulla determinazione della viscosità turbolenta all'interno del campo di moto, mentre il secondo fa uso di equazioni di trasporto per il termine degli sforzi di Reynolds, molto simili alle equazioni di bilancio.

Il primo approccio risulta più semplice a livello computazionale e per questo motivo è anche quello che viene maggiormente utilizzato. Esso si basa sull'analogia tra il processo di diffusione molecolare e il moto turbolento. La viscosità turbolenta (turbulent eddy viscosity) μ_t ci permette di esprimere il tensore degli sforzi come funzione di quantità medie. Il modello più semplice è quello dell'approssimazione di Boussinesq, ma ce ne sono molti altri come ad esempio:

- Spallart-Allmaras, usato specialmente per flussi transonici/supersonici in cui la separazione è dolce, molto impreciso per flussi con forti ricircolazioni di corrente o flussi di taglio;
- Modello $k - \epsilon$, è un modello che permette la determinazione dell'energia cinetica turbolenta k e del rapporto di dissipazione turbolento ϵ . Con queste due quantità è possibile ricavare due scale: una scala temporale $t \sim k/\epsilon$ ed una spaziale $L \sim \frac{k^2}{\epsilon}$ e si legano alla eddy viscosity tramite:

$$\mu_t = 0.009 \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.7)$$

È uno dei più noti e robusti modelli di risoluzione e funziona molto bene anche se può avere alcuni problemi per i flussi caratterizzati da alta separazione e curvature elevate delle linee di corrente. Non è indicato per i flussi rotanti;

- Modello $k - \omega$, come quello precedente risolve il campo di energia cinetica turbolenta e il rapporto di dissipazione specifica $\omega = \frac{k}{\epsilon}$. Appartiene ad una famiglia di modelli molto usati specie nel campo aerospaziale e delle turbomacchine. Le due equazioni di bilancio che risolvono queste due grandezze sono:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma^* \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\sigma_d}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (3.9)$$

Tra i vantaggi di questo modello abbiamo un miglioramento dei risultati nel caso di strati limite in presenza di gradiente di pressione avverso. Inoltre, il vantaggio principale è che può essere usato sull'intero strato limite compresa la regione dominata dagli sforzi viscosi.

Il principale svantaggio, invece, è legato al fatto che è molto sensibile alla variazione di ω all'esterno dello strato limite, il che si traduce in una maggiore sensibilità alle condizioni al contorno dei flussi interni.

La risoluzione di questi problemi è implementata nel modello di Menter Shear Stress Transport (SST) in cui si sfrutta il vantaggio a parete del modello $k - \omega$ e l'insensibilità alle condizioni al contorno del modello $k - \epsilon$. Si ricorre molto semplicemente ad una funzione che pesa i contributi dei due modelli al variare della distanza da parete. In particolare, i due modelli hanno equazioni leggermente differenti, specie per quanto riguarda i vari coefficienti; se indichiamo con ϕ_1 i coefficienti del modello $k - \omega$ e con ϕ_2 quelli di $k - \epsilon$ avremo che:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (3.10)$$

Con $F_1 \rightarrow 1$ a parete e $F_1 \rightarrow 0$ allontanandosi da essa. La viscosità turbolenta sarà legata da:

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega; SF_2)} \quad (3.11)$$

Con F_2 altra funzione peso analoga a F_1 . Questo modello funziona bene anche con gradienti elevati di pressione e funziona anche con separazioni e interazioni viscosi. È intuibile che il costo computazionale richiesto sia molto alto, dato che implementa entrambi i modelli, ma è comunque un grande risultato e può essere utile per i flussi attorno ai propeller.

3.1.2 Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes (URANS)

Le equazioni (3.3) – (3.5) sono in realtà quelle utilizzate nelle URANS. Si deve aggiungere a ciò che è stato detto nella sezione precedente che la definizione delle variabili medie non è rigorosa per la turbolenza statisticamente instazionaria e si fa solitamente uso delle medie spaziali. In alternativa si ricorre alle medie di insieme, definite come:

$$\bar{\phi}(\vec{x}, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_1^N \phi(\vec{x}, t) \quad (3.12)$$

Ripetendo l'esperimento un numero sufficiente di volte possiamo ottenere un valore medio che dipende effettivamente dal tempo. Una interpretazione semplificata può essere che, se T_0 è sufficientemente grande rispetto al periodo di oscillazione e abbastanza piccolo rispetto alle principali variazioni del flusso, è possibile che il valore medio vari nel tempo e vengano filtrate soltanto le frequenze di oscillazione turbolente. Questo approccio vale soltanto per i flussi instazionari.

3.1.3 Modelli LES e DES

Le Large Eddy Simulation (LES) risolvono il flusso completo e non mediato. Dato che le DNS sono molto costose a livello computazionale è necessario trovare una soluzione che

fornisca risultati buoni con una spesa più ridotta. Le LES nascono proprio per questo motivo dato che risolvono il flusso con scale superiori a quelle della risoluzione di griglia. Possiamo dire che la griglia funziona come un filtro sullo spettro della turbolenza e le scale più piccole vengono modellate con modelli chiamati di sottogriglia. Le LES sono numericamente instazionarie e necessitano di una elevata risoluzione in prossimità di parete dove il numero di Reynolds diventa molto basso. Per questo motivo sono poco utilizzate in simulazioni di aerodinamica esterna dove si raggiunge un buon risultato con le RANS. Sono tuttavia di largo utilizzo nelle zone dove le RANS non funzionano bene come le regioni di mixing, nella combustione e nei flussi attorno ai corpi tozzi.

In alternativa alle LES ci sono le Detached Eddy Simulations (DES) che cercano di coniugare l'altra qualità delle LES con il basso costo computazionale delle RANS: queste ultime vengono applicate in zone prossime a parete, mentre le LES vengono applicate in tutto il resto del campo.

3.2 Modello di transizione Gamma Retheta

La maggior parte dei modelli che studiano la transizione si basano sul parametro di intermittenza γ , che dà un'informazione sul tempo per cui un flusso si mantiene turbolento; ad un valore di 1 corrisponde un flusso completamente turbolento, mentre 0 equivale ad un flusso laminare. I classici modelli di correlazione richiedono la valutazione di quantità non valutabili localmente al centro cella come il numero di Reynolds di spessore di quantità di moto Re_θ , che per geometrie molto complesse risultano di difficile identificazione. Il problema viene risolto andando a legare questa quantità ad un numero di Reynolds basato sulla vorticità. Inoltre, c'è una correlazione che definisce il punto in cui Re_θ inizia ad essere trasportato all'interno dello strato limite.

L'equazione di trasporto di γ vale:

$$\frac{d(\rho\gamma)}{dt} + \nabla * \rho\gamma\bar{v} = \nabla * \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \nabla\gamma \right] + P_\gamma - E_\gamma \quad (3.13)$$

ρ : densità;

μ : viscosità dinamica;

μ_t : viscosità dinamica turbolenta;

σ_f : coefficiente del modello;

P_γ : termine di produzione;

E_γ : termine di distruzione;

Il termine di produzione è prodotto da una serie di coefficienti propri del modello:

$$P_\gamma = F_{length} C_{a1} \rho S [\gamma F_{onset}]^{\frac{1}{2}} (1 - C_{e1} \gamma) \quad (3.14)$$

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0) \quad (3.15)$$

$$F_{onset2} = \min \left[\max \left((F_{onset1}^4, F_{onset1}), 2 \right) \right] \quad (3.16)$$

$$F_{onset3} = \max \left[1 - \left(\frac{Re_t}{2.5} \right)^3, 0 \right] \quad (3.17)$$

$$F_{onset1} = \frac{Re_v}{C_{onset1} Re_{\theta c}} \quad (3.18)$$

F_{onset} : è un valore che descrive l'inizio dell'intermittenza per diversi modi di transizione;

S : è il modulo del tensore di strain rate della velocità, definito come $S = \frac{1}{2} (\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T)$;

Re_t : numero di Reynolds turbolento;

Re_v : strain rate Reynolds number;

$Re_{\theta c}$: numero di Reynolds di quantità di moto critico;

Il termine di eliminazione è definito come:

$$E_\gamma = C_{a2} \rho W \gamma F_{turb} (C_{e2} \gamma - 1) \quad (3.19)$$

$$F_{turb} = \exp \left[- \left(\frac{Re_t}{4} \right)^4 \right] \quad (3.20)$$

W : modulo del tensore medio di vorticità. Gli altri sono coefficienti del modello:

σ_f	C_{e1}	C_{a1}	C_{e2}	C_{a2}	C_{onset1}	C_{θ_t}	s1
1	1	2	50	0.06	2.193	0.03	2

Tabella 3-1: Coefficienti del modello Gamma ReTheta [7]

Nel caso di transizione indotta da separazione si deve modificare il valore di γ :

$$\gamma_{sep} = \min \left[s_1 \max \left(0, \frac{Re_v}{3.235 Re_{\theta_c}} - 1 \right) F_{reattach}, 2 \right] F_{\theta_t} \quad (3.21)$$

$$F_{reattach} = \exp \left[- \left(\frac{Re_t}{15} \right)^4 \right] \quad (3.22)$$

$$\gamma_{eff} = \max(\gamma_{sep}, \gamma) \quad (3.23)$$

Il valore di γ_{eff} entra nell'equazione di trasporto dell'energia e determina l'entità della produzione di energia cinetica turbolenta. Dalla (3.21) possiamo notare che quando il rapporto $\frac{Re_v}{3.235 Re_{\theta_c}}$ diventa maggiore di 1 ha inizio la regione di valenza, ossia ci si trova nella zona di separazione. Con la definizione di $F_{reattach}$, invece, vado a smorzare questa definizione nel momento in cui la corrente si riattacca ($Re_t \rightarrow \infty, F_{reattach} \rightarrow 0$). In questo modo posso prendere entrambe le definizioni e l'equazione funziona bene sia per il caso di transizione indotta da separazione laminare, che per il caso di transizione senza separazione.

Questo modello fa uso del numero di Reynolds Re_v definito rispetto al tensore strain rate della velocità S (o anche alla vorticità) e viene definito come:

$$Re_v = \frac{\rho y^2}{\mu} S \quad (3.24)$$

Dove y è la distanza da parete e le altre sono tutte grandezze già definite in precedenza. In questo modo è possibile calcolare questa grandezza in un codice CFD per ognuno dei centri cella del dominio. Questo termine viene normalizzato con il numero di Reynolds

definito rispetto allo spessore di quantità di moto $\frac{Re_v}{Re_\theta}$, che scalato col termine C_{onset1} , fornisce un andamento con massimo valore unitario, come si vede in figura.

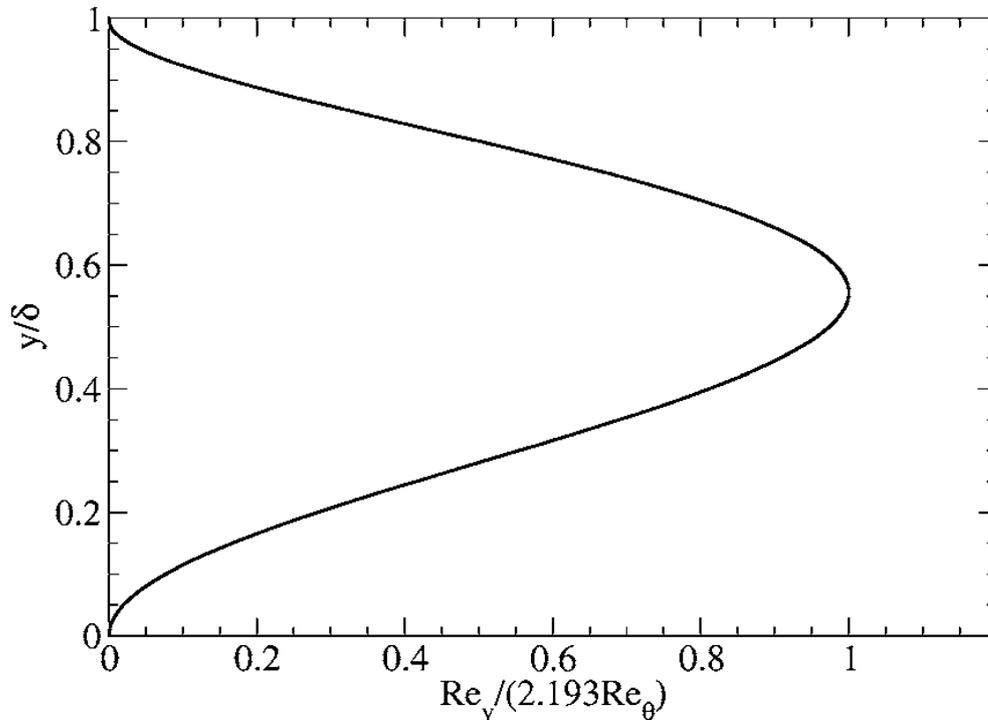


Figura 3-1: Profilo scalato dello strain rate Reynolds (Re_v) in un uno strato limite di Blasius

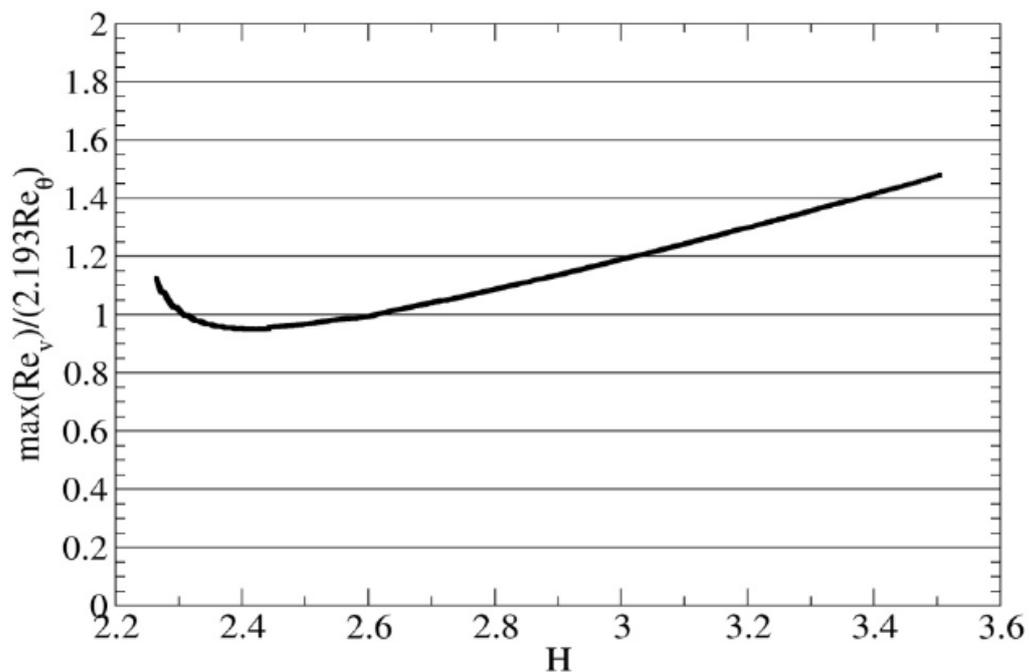


Figura 3-2: Andamento del massimo rapporto tra strain-rate Reynolds e numero di Reynolds di spessore di quantità di moto.

Nel caso di gradienti di pressione non nulli il valore massimo scalato va oltre l'unità per cui sarà necessario modificare il valore del coefficiente. In Figura 3-2 possiamo vedere l'andamento dei valori sperimentali in funzione del parametro di forma $H = \frac{\delta^*}{\theta}$. Se si prende il valore massimo di questo andamento e si moltiplica per C_{onset_1} si ricava il nuovo valore di $C_{onset_1}^* = 3.235$ proposto da Menter per il caso di separazione.

La quarta equazione è formulata in termini di equazione di bilancio come le precedenti e permette il bilancio del valore del numero di Reynolds di quantità di moto all'interno dello strato limite $\overline{Re_{\theta_t}}$. L'equazione di bilancio di Re_{θ_t} vale:

$$\frac{d(\rho \overline{Re_{\theta_t}})}{dt} + \nabla * \rho \overline{Re_{\theta_t}} \bar{v} = \nabla * [\sigma_{\theta_t}(\mu + \mu_T) \nabla \overline{Re_{\theta_t}}] + P_{\theta_t} + D_{SCF} \quad (3.25)$$

P_{θ_t} : è il termine di produzione;

D_{SCF} : termine di cross-flow, presenta una dipendenza da Re_{θ_t} con una serie di coefficienti che lo legano secondo il modello.

Il termine di produzione è definito come:

$$P_{\theta_t} = \frac{C_{\theta_t} \rho}{t} (Re_{\theta_t} - \overline{Re_{\theta_t}}) (1 - F_{\theta_t}) \quad (3.26)$$

$$t = \frac{500\mu}{\rho U^2} \quad (3.27)$$

$$F_{\theta_t} = \min \left\{ \max \left[F_{wake} \exp \left(- \left(\frac{\rho U^2}{375 W \mu \overline{Re_{\theta_t}}} \right)^4 \right), 1 - \left(\frac{C_{e2} \gamma - 1}{C_{e2} - 1} \right)^2 \right], 1 \right\} \quad (3.28)$$

$$F_{wake} = \exp \left(- \left(\frac{Re_{\omega}}{10^5} \right)^2 \right) \quad (3.29)$$

$$Re_{\omega} = \frac{\rho \omega d^2}{\mu} \quad (3.30)$$

ω : vettore vorticità media;

d: distanza da parete;

Maggiori chiarimenti a riguardo ai singoli termini si possono trovare nella guida del software [7].

Il principale vantaggio di questo modello è quello di essere definito in funzione di variabili locali e dipende da una relazione empirica per il Re_{θ_t} del free-stream.

Questo valore del free-stream è trasportato nello strato limite attraverso il numero di Reynolds di spessore di quantità di moto transizionale $\overline{Re_{\theta_t}}$ ed appare nella definizione del termine di produzione (3.26). Per specificare la posizione da cui è valida l'equazione di diffusione di $\overline{Re_{\theta_t}}$ si deve definire una funzione di campo che individui la posizione dello strato limite, per cui, solitamente, si fa riferimento ad una distanza opportuna da parete.

Secondo Abu-Ghannam and Shaw la correlazione, nel caso di assenza di gradiente di pressione, vale:

$$Re_{\theta_t} = 163 + e^{6.91 - Tu} \quad (3.31)$$

Secondo Menter la funzione di correlazione vale:

$$Re_{\theta_t} = 803.73(Tu + 0.6067)^{-1.027} \quad (3.32)$$

Mentre per Langtry si può migliorare il risultato con una definizione a tratti:

$$Re_{\theta_t} = \begin{cases} \left(1173.51 - 589.428 Tu + \frac{0.2196}{Tu^2} \right); & Tu \leq 1.3 \\ 331.5(Tu - 0.5658)^{-0.671}; & Tu > 1.3 \end{cases} \quad (3.33)$$

Le tre correlazioni a confronto sono mostrate in Figura 3-3 e mostrano l'andamento di Re_{θ_t} in funzione della turbolenza percentuale. Ci sono ancora dubbi che la presenza del gradiente di pressione influenzi queste correlazioni, ma è comunque possibile su Star-CCM+ andare a modificarle usandone alcune che ne tengano conto.

In caso di presenza di gradiente di pressione si considera il parametro di Thwaites λ_{θ} e, in caso di correzione di Menter, il parametro di accelerazione K.

$$\lambda_{\theta} = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{\partial U}{\partial s} \quad (3.34)$$

$$\theta = \frac{\nu}{U} Re_{\theta_t} \quad (3.35)$$

ν è la viscosità dinamica;

$$K = \frac{\nu}{U^2} \frac{\partial U}{\partial s} \quad (3.36)$$

s è la direzione parallela alla parete, dove il sistema di coordinate è costruito facendo riferimento alla direzione del flusso e alla direzione normale a parete.

L'intensità turbolenta si ottiene dall'energia cinetica turbolenta come:

$$Tu = 100 \frac{\sqrt{\frac{2k}{3}}}{U} \quad (3.37)$$

Dato che lo spessore di quantità di moto è funzione di Re_{θ_t} , la correlazione diventa implicita e va risolta in modo iterativo.

Secondo Abu-Ghannam e Shaw la correlazione nel caso di gradiente di pressione non nullo NZPG vale:

$$Re_{\theta_t} = 163 + e^{[F(\lambda_{\theta})(1 - \frac{Tu}{6.91})]} \quad (3.38)$$

$$F(\lambda_{\theta}) = \begin{cases} 6.91 + 12.75 \lambda_{\theta} + 63.64 \lambda_{\theta}^2; & \lambda_{\theta} \leq 0 \\ 6.91 + 2.58 \lambda_{\theta} - 12.27 \lambda_{\theta}^2; & \lambda_{\theta} > 0 \end{cases} \quad (3.39)$$

Con limiti imposti per maggior evitare instabilità numerica di:

$$-0.1 \leq \lambda_{\theta} \leq 0.1$$

$$Re_{\theta_t} \geq 20 \quad (3.40)$$

La correlazione di Menter vale:

$$Re_{\theta_t} = 803.73(Tu + 0.6067)^{-1.027}F(\lambda_\theta, K) \quad (3.41)$$

$$F(\lambda_\theta, K) = \begin{cases} 1 + F_\lambda e^{-\frac{Tu}{3}}; & \lambda_\theta \leq 0 \\ 1 + F_K \left[1 - e^{-\frac{Tu}{1.5}}\right] + 0.556[1 - e^{-23.9\lambda_\theta}]e^{-\frac{Tu}{1.5}}; & \lambda_\theta > 0 \end{cases} \quad (3.42)$$

Dove:

$$F_\lambda = 10.32\lambda_\theta + 89.47\lambda_\theta^2 + 265.51\lambda_\theta^3 \quad (3.43)$$

$$F_K = [0.0962(K * 10^6) + 0.148(K * 10^6)^2 + 0.0141(K * 10^6)^3] \quad (3.44)$$

Con i limiti per la robustezza numerica:

$$\begin{aligned} -0.1 &\leq \lambda_\theta \leq 0.1 \\ -3 * 10^{-6} &\leq K \leq 3 * 10^{-6} \end{aligned}$$

$$Re_{\theta_t} \geq 20 \quad (3.45)$$

Senza entrare nel dettaglio anche Langtry propose una sua correzione per il caso NZPG, molto simile a quella di Menter[7]. In Figura 3-4 possiamo vedere dei risultati delle tre correlazioni a confronto per diversi livelli di turbolenza; in giallo la regione di campo di moto che verrà studiato.

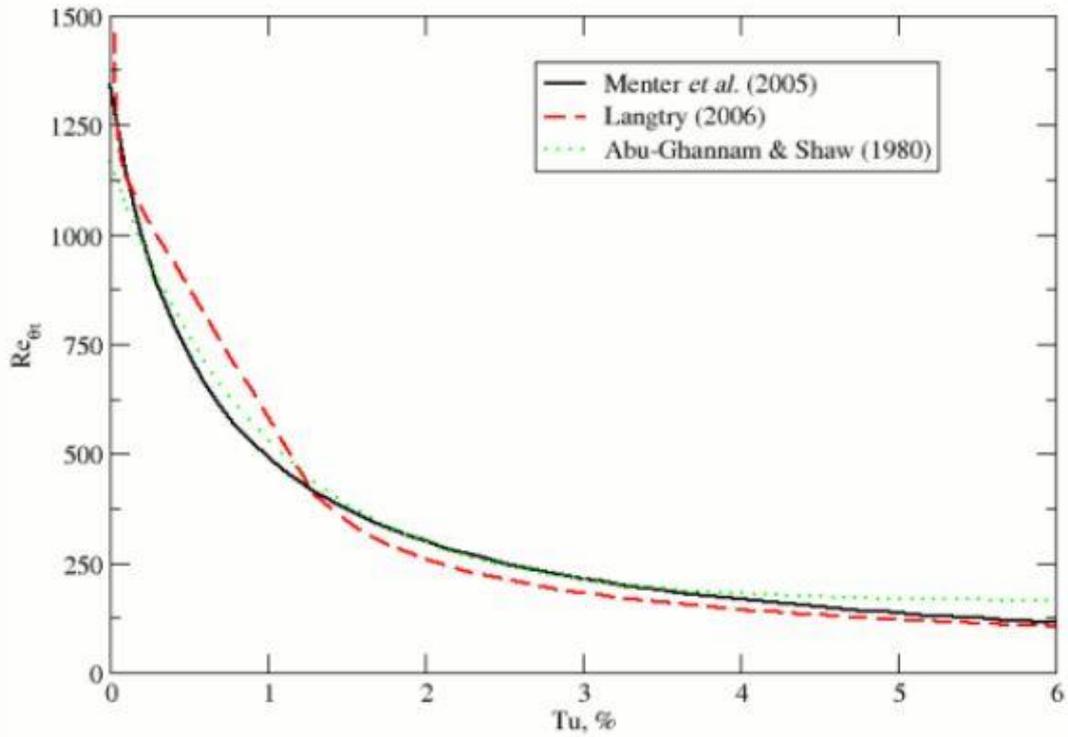


Figura 3-3: Risultati di Reynolds di spessore di quantità di moto secondo i tre modelli descritti [7]

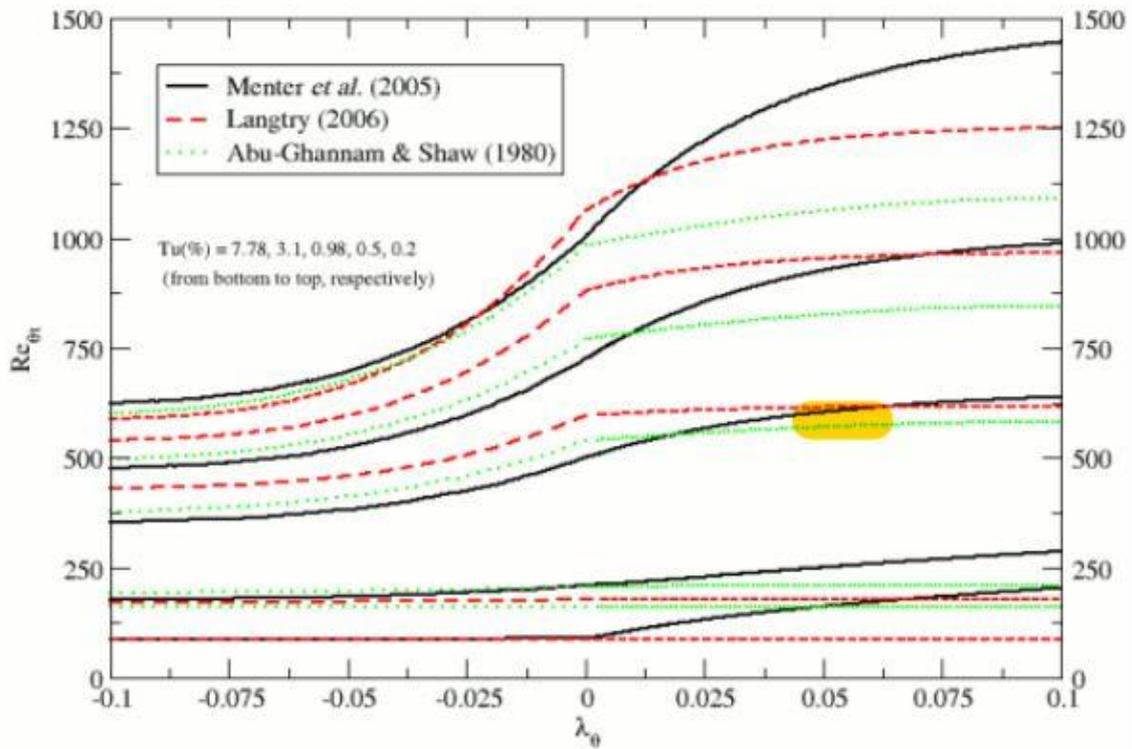


Figura 3-4: andamenti del numero di Reynolds di transizione per crescenti valori di turbolenza nelle tre correlazioni principali (Abu-Gannam & Shaw, Langtry, Menter)[7]

Queste teorie mostrarono, tuttavia, delle problematiche legate al loro approccio verso il flusso. In pratica c'erano delle zone che, per come era definito il modello, andavano a invalidare i risultati. Il problema era legato originariamente a due fattori; il primo era che la zona di transizione risultava troppo corta e la distanza tra il numero di Reynolds di spessore di quantità di moto critico Re_{θ_c} specificato e il Reynolds di transizione Re_{θ_t} era troppo elevata. Inoltre, nelle zone di ristagno, c'era un'eccessiva produzione di intermittenza γ , legata direttamente allo strain rate in quella zona.

La prima modifica riguarda il fattore di intermittenza, che, come detto in precedenza vale 1 in un flusso completamente turbolento e 0 in un flusso laminare. Seguendo questa definizione il valore nel free-stream dovrebbe essere prossimo a 0, mentre viene impostato pari a 1 nelle teorie più recenti. Questo cambiamento risolve i problemi di sovrapproduzione di γ nelle zone di ristagno ed i problemi di interferenza con il modello di turbolenza nelle regioni al limite dello strato limite. Si dovrà tenere conto di questa modifica nelle rappresentazioni dal momento che un valore unitario di γ nel freestream non ha senso fisico.

La seconda modifica riguarda la definizione di un numero di Reynolds di soglia da cui far partire il modello di transizione. In riferimento al termine di produzione di γ in (3.14) possiamo notare la presenza di un termine F_{length} che attiva il modello di transizione quando il numero di Reynolds va oltre un valore di soglia. Re_{θ_c} è il valore di soglia oltre cui nell'equazione (3.13) si attiva la produzione di intermittenza γ nello strato limite.

Come risultato Re_{θ_c} si può pensare come punto in cui la turbolenza inizia a crescere, mentre Re_{θ_t} è il punto da cui il profilo di velocità inizia a deviare dalla sua forma completamente laminare. F_{length} controlla l'estensione del fenomeno di transizione e risulta anch'esso derivato da funzioni empiriche e funzione del valore di $\overline{Re_{\theta_t}}$:

$$Re_{\theta_c} = f(\overline{Re_{\theta_t}}) \quad (3.46)$$

$$F_{length} = f(\overline{Re_{\theta_t}}) \quad (3.47)$$

Il valore di $\overline{Re_{\theta_t}}$ si ricava dall'equazione (3.19) e si può notare che, se le due funzioni sono tra loro dipendenti il calcolo richiede un gran numero di iterazioni per giungere a

soluzione. In Figura 3-5 vediamo le posizioni di Re_{θ_c} e Re_{θ_t} , mentre in Figura 3-6 notiamo l'influenza del fattore F_{length} [8].

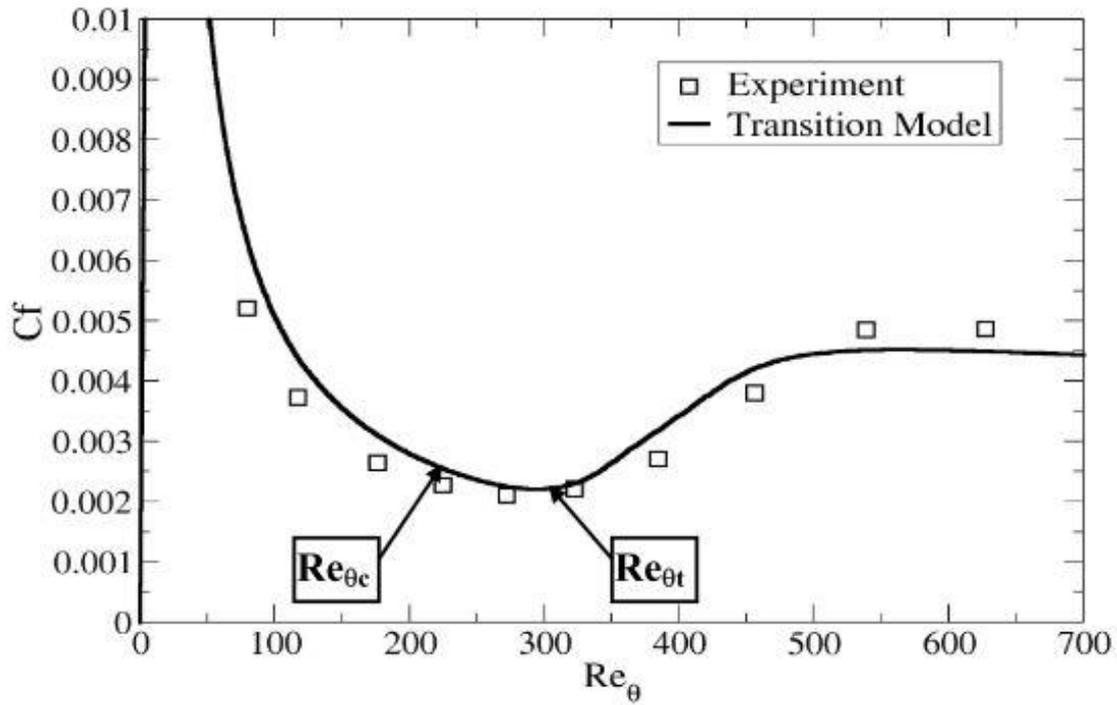


Figura 3-5: posizioni di Re_{θ_c} e Re_{θ_t}

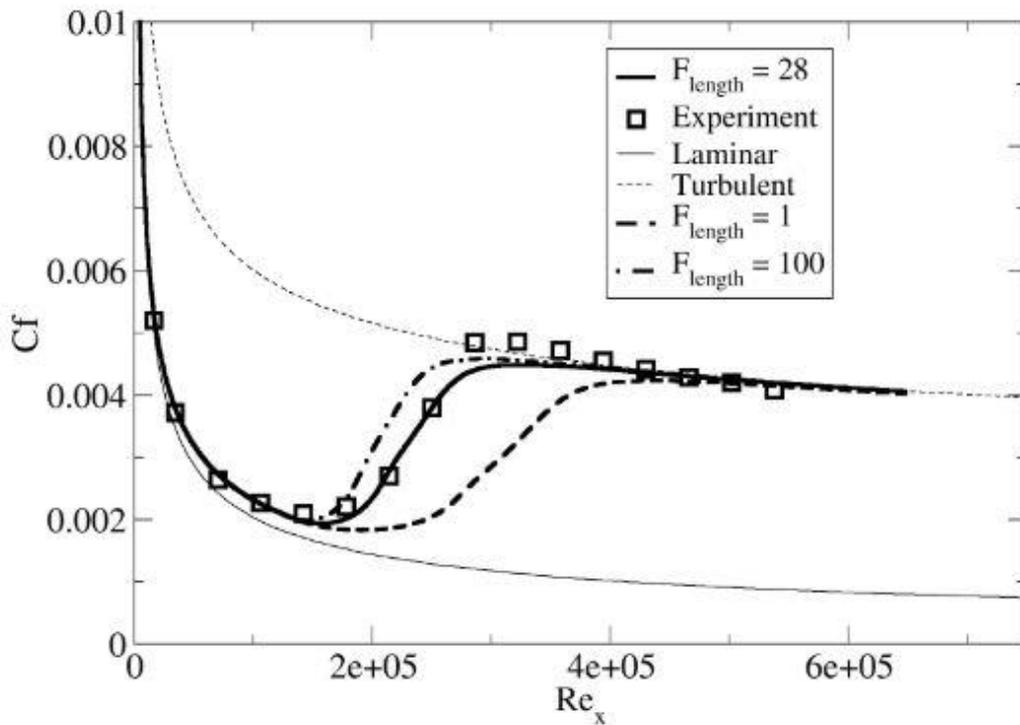


Figura 3-6: influenza nel valore di F_{length} nel predire la lunghezza di transizione

Star-CCM+ fa uso delle correzioni di Suluksna-Juntasaro per queste due variabili, ma anche in questo caso sono disponibili (ed è possibile implementarle) altre correzioni; riportiamo di seguito la correzione di Menter[9] dato che verrà analizzato in seguito con ottimi risultati:

$$Re_{\theta_c} = \begin{cases} -3.96 + (1.0121)Re_{\theta_t} - (8.682 \cdot 10^{-4})Re_{\theta_t}^2 + (6.965 \cdot 10^{-7})Re_{\theta_t}^3 + \\ \quad -(1.741 \cdot 10^{-10})Re_{\theta_t}^4; & Re_{\theta_t} \leq 1870 \\ Re_{\theta_t} - (593.11 + 0.482(Re_{\theta_t} - 1870)); & Re_{\theta_t} > 1870 \end{cases} \quad (3.48)$$

$$F_{length} = F_{length,1}(1 - F_{sublayer}) + 40F_{sublayer} \quad (3.49)$$

$$F_{length,1} = \begin{cases} 39.8189 - (1.1927 \cdot 10^{-2})Re_{\theta_t} - (1.32567 \cdot 10^{-4})Re_{\theta_t}^2; & Re_{\theta_t} < 400 \\ 263.404 - (1.23939)Re_{\theta_t} + (1.94548 \cdot 10^{-3})Re_{\theta_t}^2 + \\ \quad -(1.01695 \cdot 10^{-6})Re_{\theta_t}^3; & 400 \leq Re_{\theta_t} < 596 \\ 0.5 - (3 \cdot 10^{-4})(Re_{\theta_t} - 596); & 596 \leq Re_{\theta_t} < 1200 \\ 0.3188; & 1200 \leq Re_{\theta_t} \end{cases} \quad (3.50)$$

$$F_{sublayer} = e^{\left(-\frac{Re_{\omega}}{200}\right)^2} \quad (3.51)$$

Queste due relazioni e quelle di Re_{θ_t} nei due casi con e senza gradiente di pressione avverso sono sufficienti per chiudere correttamente il problema della transizione secondo il modello Gamma ReTheta.

4 Simulazione CFD – analisi preliminare 2D su profilo SD7003

I modelli di ordine ridotto necessitano di dati in input derivanti da simulazioni bidimensionali a particolari stazioni radiali. Per questo motivo è stato analizzato il profilo SD7003, un caso di cui si dispone di risultati largamente validati, per verificare l'andamento dei dati al variare dei parametri principali. In questo modo, conoscendo i dati da simulazioni di ordine superiore, si possono formulare delle ipotesi su cosa influenzi ogni parametro e far uso di queste conoscenze per impostare un settaggio corretto sui profili T-motor.

I principali problemi riscontrati in questo processo riguardano principalmente l'instabilità numerica, i problemi di raffinamento di griglia e le differenze dovute al modello di transizione. Per cui, variando i parametri inerenti a ciascuna problematica, si hanno dei risultati che vanno in convergenza con i dati reali, presi principalmente da prove in galleria o simulazioni più precise.

Le simulazioni della T-motor si basano completamente su questa parametrizzazione e il loro funzionamento è determinante dal momento che sono il punto di partenza per le analisi di ordine ridotto.

4.1 Geometria del modello

La prima operazione necessaria alla simulazione è quella di importare i dati inerenti alla geometria del profilo. A questo scopo sono utili le informazioni derivanti dal database di airfoiltools.com [10] che contiene molti dati di polari e dati geometrici dei principali profili aerodinamici. In particolare, è possibile scaricare un file in formato Selig contenente i punti del profilo a partire dal Trailing edge del dorso fino al trailing edge del ventre passando per il leading edge.

4.2 Analisi della Mesh

Questo genere di indagine risulta di fondamentale importanza dal momento che potrebbe largamente influenzare i risultati e portare a conclusioni errate.

In primis, si deve considerare che non sempre un aumento incondizionato della risoluzione di griglia significa che si sta procedendo correttamente; spesso si deve trovare un compromesso sul raffinamento di griglia dal momento che le griglie molto grezze portano a risultati approssimati o errati, mentre le griglie troppo raffinate comportano un costo computazionale elevato e possono introdurre un'analisi ad un livello di griglia così ridotto da generare una soluzione instabile e non adatta ad un solutore stazionario.

L'idea in Star-CCM+ è quella di impostare un controllo generico sulle dimensioni delle celle all'interno del dominio definendo un range di variazione. In particolar modo avremo:

Base size	1 m
Target surface size	100% (of base size)
Minimum surface size	10% (of base size)
Surface growth rate	1.1

Tabella 4-1: Griglia 2D, default controls

In questo modo il grigliatore ha fissata la dimensione delle celle sulle superfici, che può variare dal 10% al 100% della base in modo automatico in funzione delle dimensioni dei corpi o delle curvature. Tutto il resto viene riempito da celle di tipo poligonale,

solitamente pentagoni o esagoni, con uno specifico fattore di crescita di 1.1 fino ad uniformarsi al resto del dominio.

Tuttavia, servono ulteriori controlli, specie per il profilo, dato che ha dimensioni molto ridotte e uno strato limite che necessita di maggiore raffinamento. Per questo motivo si inseriscono i custom controls.

4.2.1 Custom controls - airfoil

Date le ridotte dimensioni del profilo rispetto al dominio complessivo è necessario inserire dei controlli appositi riferiti a questa superficie. Avremo dei valori molto differenti da quelli di default e saranno quasi tutti impostati in relazione alla dimensione della dimensione di base; in questo modo se si dovesse compiere un raffinamento generico di griglia sarebbe sufficiente ridurre tale valore e verrebbero tutti scalati di conseguenza. Per cui avremo:

Target size	0.2%, nel caso specifico 2mm
Minimum surface size	0.01%, 0.1mm
Surface growth rate	1.1
Prism layer	Number of prism layer: 50; Prism layer near wall thickness: 10^{-5} m; Prism layer total thickness: 1.5%, 1.5 cm;
Enable curvature deviation distance	Pts/circle: 150; Max pts/circle: 200; Curvature deviation distance: 10^{-5} ;
Wake refinement	Distance: 10 m; Direction: [1,0,0], allineata lungo la direzione del flusso; Isotropic size: 1%, 2 mm; Growth rate: 1.2;

Tabella 4-2: Griglia 2D, custom controls

Oltre ad aver ridotto le dimensioni delle celle per seguire meglio le curvature del profilo, è stato ridotto il growth rate in modo da avere una griglia che rimane fine per molto tempo prima di ricordarsi alle dimensioni di default.

È stato inserito un prism layer in modo da poter valutare i forti gradienti di velocità presenti nello strato limite con celle rettangolari di dimensioni molto ridotte nella direzione perpendicolare a parete. Inoltre, in questo modo, è possibile andare a specificare la dimensione della prima cella a parete e di conseguenza il valore del y^+ . Questo parametro è una grandezza adimensionata che viene utilizzata per indicare la distanza da parete nei flussi turbolenti e viene definito come:

$$y^+ = \frac{y * u_\tau}{\nu} \quad (4.1)$$

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (4.2)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (4.3)$$

La zona interna dello strato limite turbolento (inner layer) è suddivisa in tre sottostrati con differenti proprietà:

- *sottostrato viscoso*: zona più vicina a parete in cui dominano gli effetti viscosi e la velocità media presenta un profilo lineare che dipende soltanto dalla densità, dalla viscosità dinamica, dalla distanza da parete e dagli sforzi di attrito.
- *Regione logaritmica*: la velocità adimensionata u^+ segue un profilo logaritmico e dominano in egual modo gli effetti viscosi e quelli turbolenti.
- *Buffer layer*: zona di raccordo tra le due regioni in cui si concentra la maggior parte dell'energia cinetica turbolenta.

Si noti nel grafico in Figura 4-1 che le ordinate sono riportate in scala logaritmica.

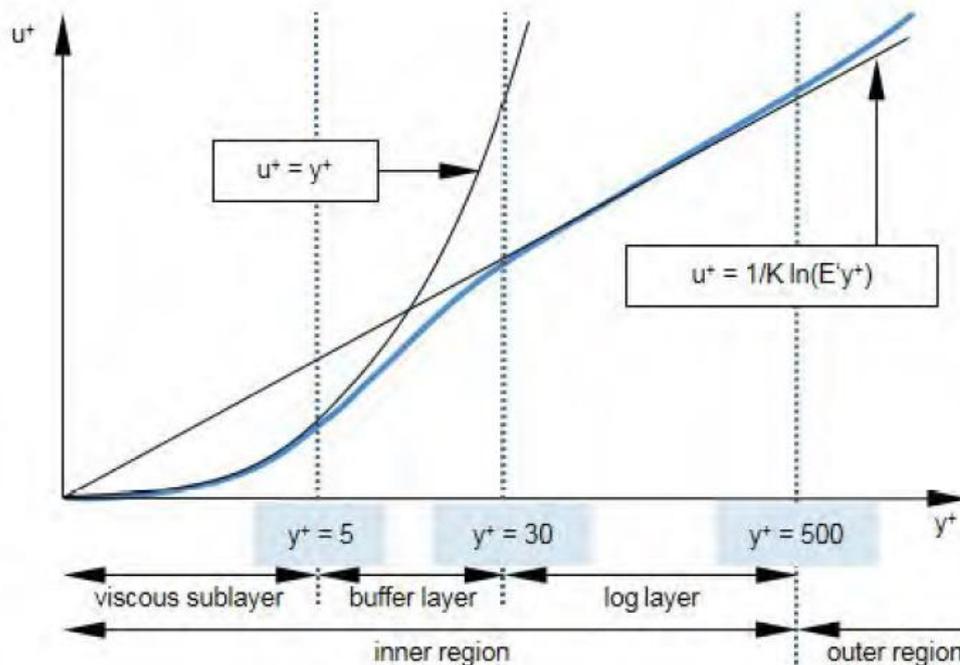


Figura 4-1: suddivisione dello strato limite turbolento [7]

Nella selezione del modello di turbolenza per risolvere le equazioni RANS si deve indicare anche la modalità di gestione dei parametri a parete. Solitamente, in questi casi, il software sceglie di default un modello chiamato 'all y^+ wall treatment'. In realtà ne esistono di diversi tipi:

- High y^+ : questo approccio fa uso di una funzione algebrica basata sui noti profili di velocità, temperatura e proprietà turbolente attraverso lo strato limite per ricavare i valori delle prime celle a parete, necessari per le equazioni di equilibrio. Questo metodo assume che le prime celle contengano completamente il viscous sublayer e il buffer layer e raggiungano valori di $y^+ > 30$.
- Low y^+ : in questo caso lo strato limite è quasi completamente risolto dalle equazioni di equilibrio, dal momento che è presente una stratificazione molto fitta. Per avere un modello più robusto Star CCM+ applica comunque le equazioni di parete per risolvere le equazioni al contorno, dove il centro delle prime celle a parete ricade all'interno del viscous sublayer. In questo caso è necessaria una wall $y^+ < 1$.
- All y^+ : infine è possibile utilizzare un metodo che funziona bene per entrambi i casi descritti in precedenza e cambia a seconda del livello di raffinamento della griglia attraverso una 'blending function'. Questo meccanismo è stato progettato

per dare risultati anche nei casi in cui i primi centri cella ricadano nel buffer layer e permette un maggior range di griglie.

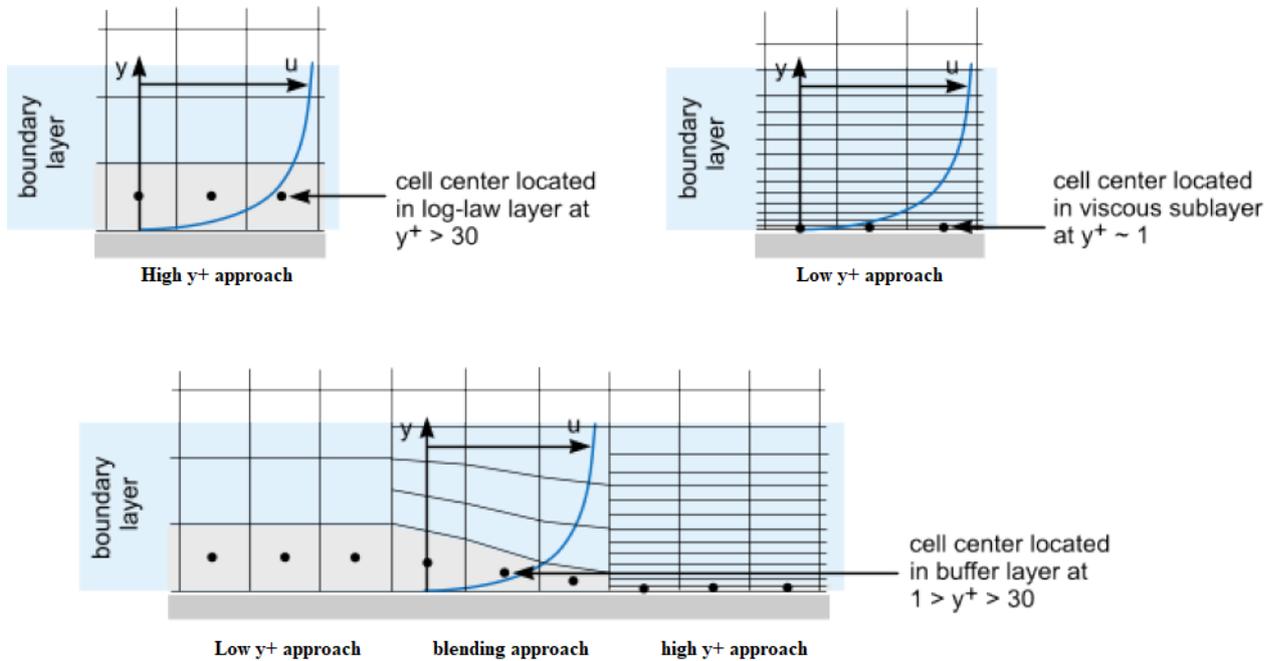


Figura 4-2: Tipologie di approssimazione delle grandezze a parete [7]

Nel caso studio è stata scelta l'ultima opzione, presa dal programma come default, anche se probabilmente svolge approssimazioni proprie del 'low y^+ approach'. È quindi necessario andare a verificare che la variabile y^+ di parete non superi mai il valore unitario. Inoltre, attivando un modello di transizione come il GammaReTheta Transition Model, è consigliato avere valori ancora minori ($y^+ < 0.2$) [11] oltre ad avere un adeguato raffinamento di griglia in corrispondenza della transizione.

In questo caso abbiamo due vantaggi da tenere in considerazione: in primis, si tratta di un caso bidimensionale in cui è possibile andare aumentare il raffinamento e giungere a valori di y^+ a parete molto ridotti senza aumentare eccessivamente numero di celle, inoltre, in una situazione di Reynolds così ridotto, lo spessore di strato limite è piuttosto elevato per cui è possibile far uso di modelli che indagano sin all'interno del sottostrato viscoso; con numeri di Reynolds maggiori ciò non sarebbe possibile.

In Figura 4-3 si vede che il punto di maggior criticità è in prossimità del bordo d'attacco, dove sono presenti le velocità più elevate. In ogni caso con una dimensione delle celle a parete di 10^{-5} m si hanno dei valori sufficientemente bassi per questo tipo di modello.

In ogni caso si deve anche tenere in conto che diminuendo la dimensione della prima cella a parete ci sarà un aumento delle dimensioni delle altre. Per cui, per evitare che ci sia una grande differenza di dimensioni per le celle al limite esterno dello strato limite, conviene aumentare il numero di strati a parete. Nel nostro caso è stato incrementato da 40, per lo spessore della prima cella di 10^{-4} m, a 50 per uno spessore di 10^{-5} m.

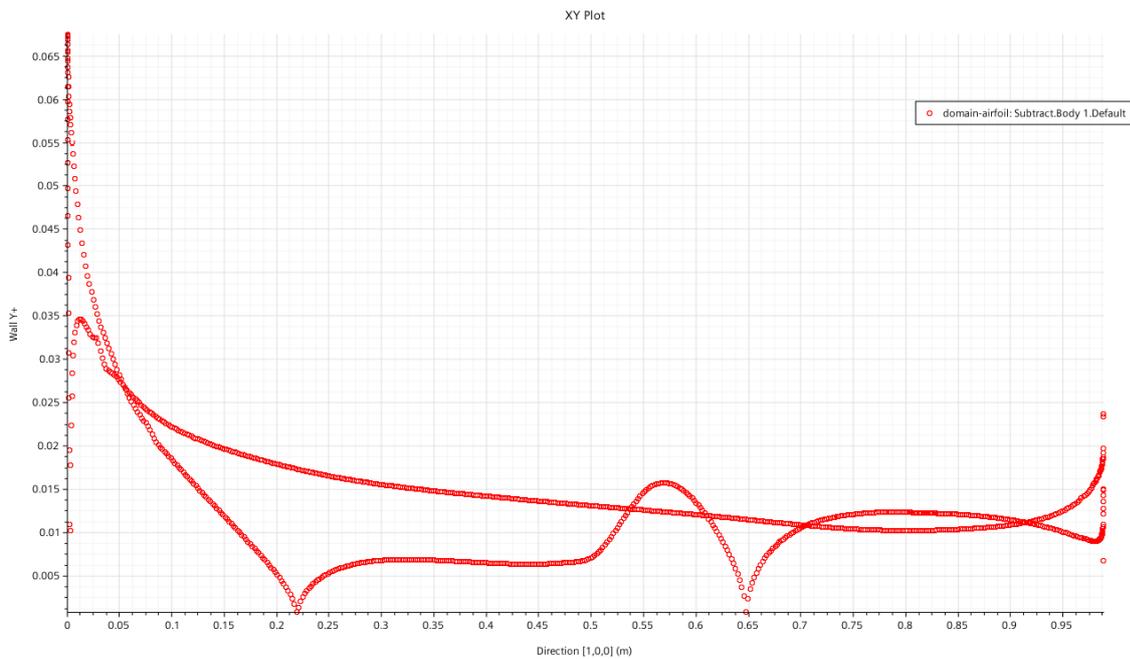


Figura 4-3: distribuzione di wall y^+ per profilo SD7003, $Re=60k$

Il controllo di curvatura risulta molto utile con profili così sottili. Questo parametro permette di definire il numero di punti in cui suddividere una generica circonferenza andando a specificare un minimo (150 punti) ed un massimo (200 punti) consentiti. Inoltre, si può specificare un valore di massima tolleranza sullo scarto tra i punti di parete della griglia e i punti della geometria reale del profilo e, andando a ridurre molto questo valore, si raggiunge un livello di griglia a parete quasi perfetto con un livello maggiore in corrispondenza di curvature elevate Figura 4-4. Per far sì che questo controllo funzioni si deve impostare un valore minimo di superficie piuttosto ridotto e importare il profilo come una spline, in modo tale che Star-CCM+ possa riconoscerne la curvatura e applicare tali regole. Infine, per avere un frazionamento omogeneo anche per il bordo di fuga, è stata utilizzata una spline a semicirconferenza così da avere una curvatura costante per tutta l'estensione del trailing edge.

Il wake refinement è un raffinamento di griglia posteriore al corpo e serve principalmente per avere un buon livello di discretizzazione della scia. Come si può vedere nei parametri precedentemente elencati si possono specificare la direzione, l'estensione, la dimensione delle celle e il growth rate. In Figura 4-5 possiamo osservare il raffinamento di scia in coda al profilo.

In generale è consigliabile fare una mesh iniziale poco raffinata e senza troppi controlli per poi andare ad infittire e migliorarne la qualità soltanto dove è necessario.

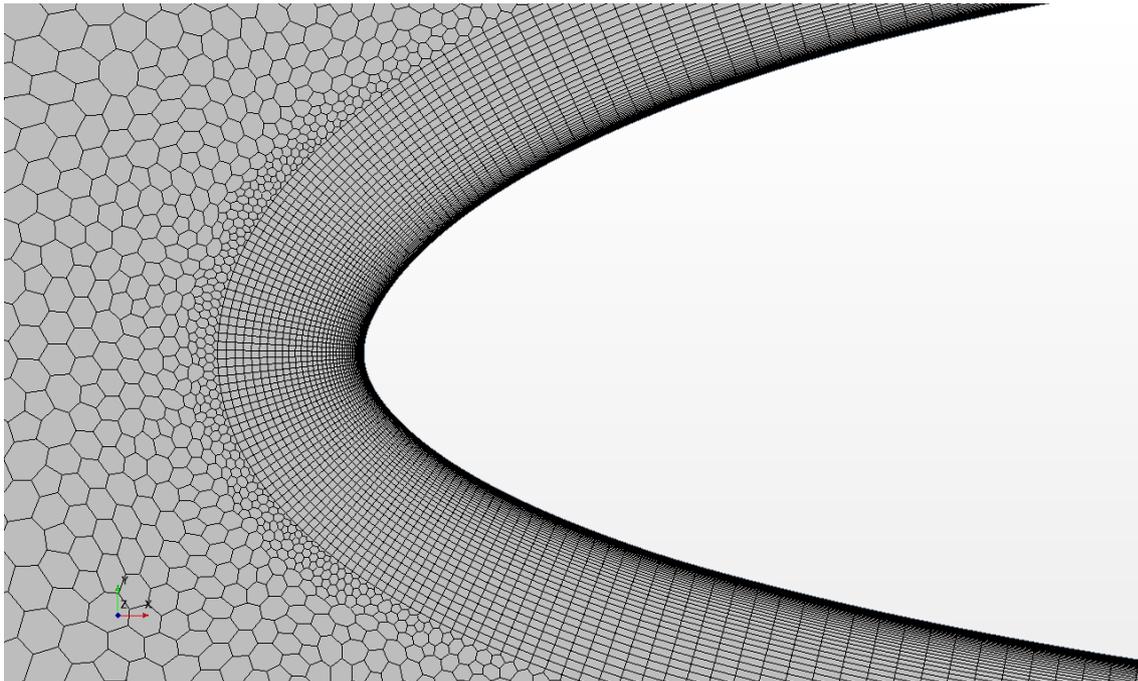


Figura 4-4: Griglia, dettaglio del prism layer in prossimità del leading edge - zoom

4.2.2 Custom controls - domain

Per rendere valide le condizioni al contorno imposte sul dominio di calcolo - velocità in ingresso espressa in funzione del numero di Mach e pressione in uscita (oltre che la temperatura su entrambe) - è necessario che il dominio esterno sia molto esteso. Per questo motivo si devono imporre dei controlli superficiali sulla regione esterna in modo da avere delle celle più grandi del target. Il flusso lontano dal profilo non è soggetto a gradienti di pressione o velocità, per cui non sono necessarie delle celle di dimensioni ridotte per approssimare in modo corretto il campo di moto.

I parametri utilizzati saranno per cui:

- Target size: 200%, 2 m;
- Minimum surface size: 200%.

In questa maniera si impone una griglia molto larga che ha dimensioni fisse sul bordo esterno e si raccorda gradualmente con le imposizioni di griglia dell'elica. Un'analisi più approfondita sull'argomento verrà effettuata a capitolo 5.2, in cui si spiegano gli affetti di un dominio troppo ristretto.

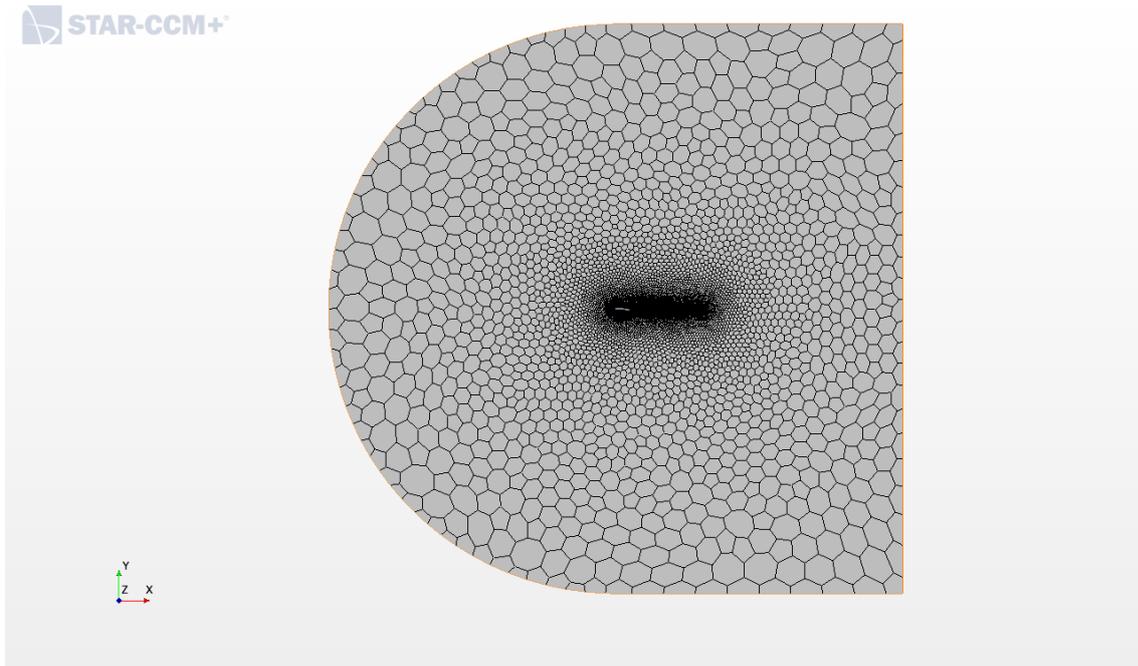


Figura 4-5: Griglia su intero dominio di calcolo

4.2.3 Mesh refinement

Il mesh refinement è una possibilità che offre il software di generare una griglia con dimensioni delle celle definite dall'utente monitorando alcune grandezze di interesse. Si potrebbe prendere, ad esempio, il gradiente di velocità per valutare le zone in cui cambia velocemente oppure il laplaciano per valutare i cambi di direzione del flusso ed individuare le strutture molto piccole.

Nel nostro caso è stato valutato il gradiente di velocità e quello di pressione, definendo due specifiche funzioni e prendendo poi quella che riporta la dimensione minima di cella. In questo modo si avrà una griglia raffinata opportunamente per entrambe le variabili. La dimensione delle celle varia tra un minimo di 0.0015 m ad un massimo di 1.5 m in nove differenti livelli che aumentano come:

$$D = x * 10^{\frac{n}{N_{livelli}}} \quad (4.4)$$

n : livello di raffinamento;

D : dimensione della cella al livello n -esimo;

x : dimensione massima di cella;

$N_{livelli}$: numero complessivo di livelli;

In questo modo avrò un aumento più lento nei livelli con piccole dimensioni di cella e più rapido ad alti livelli. In Appendice A è stato riportato il codice che definisce le variabili utilizzate nel raffinamento.

Un limite di questo metodo è legato al fatto che si tratti di un metodo 'adattativo', per cui non si avrà un buon risultato in un solo passaggio, ma saranno necessari più step di run - mesh in cui le dimensioni delle celle si ridurranno progressivamente e renderanno più visibili i gradienti, per cui, ci sarà nuovamente un raffinamento. Questo aspetto è chiaro se ci si concentra sulla scia: man mano che si procede con i passaggi di raffinamento la sua definizione aumenta. È per cui indispensabile mandare più volte la simulazione ed aumentare il grado di raffinamento, ricorrendo, ad esempio, ad una macro scritta in java implementabile con lo strumento apposito di Star-CCM+.

In Figura 4-6 possiamo vedere la variabile 'mesh refinement' che distingue le celle per la suddivisione dei nove livelli di raffinamento. Lontano dal profilo è predominante l'effetto

della pressione che si diffonde in circonferenze concentriche, mentre più vicino a parete le forme cambiano ed entra in gioco il gradiente di velocità, molto chiaro nella scia.

Il raffinamento adattativo è una tecnica volta a risparmiare celle dove non serve ed inserirle in punti in cui sono richieste dalle caratteristiche del flusso. Un'analisi di questo fenomeno è stata condotta confrontando i risultati tra due casi con lo stesso numero di celle con e senza mesh refinement, riportata in Tabella 4-3.

Mesh refinement	Cells	Mean Cd	ΔCd [%]	Mean Cl	ΔCl [%]	E=Cl/Cd	ΔE [%]
n- FINER3	1775471	0.023218	-	0.579759	-	24.97054	-
n1	32452	0.022797	1.812399	0.574062	0.982622	25.18157	0.845093
n2	89950	0.0251	8.107047	0.572	1.338356	22.78884	8.737083
y1b	87910	0.022462	3.254758	0.573778	1.031677	25.54433	2.297871
y3	101190	0.0231	0.50706	0.5786	0.199952	25.04762	0.308673
y2	156742	0.0230	0.96813	0.5786	0.192225	25.16618	0.783491
G & V (2010)	-	0.021		0.59		28.09524	

Tabella 4-3: confronto dei risultati con e senza raffinamento adattativo

n-FINER3: griglia generata con un numero esagerato di celle. Priva di raffinamento adattativo viene utilizzata come riferimento per i confronti tra le griglie più grezze.

n1: nessun raffinamento, griglia grezza e non vengono soddisfatte le condizioni su y^+ ;

n2: nessun raffinamento, griglia abbastanza raffinata con la condizione sulla y^+ soddisfatta.

y1b: raffinamento adattativo grezzo, si cerca di arrivare ad un numero di celle complessivo dello stesso ordine del caso n2 per poter svolgere un confronto;

y2: raffinamento adattativo molto elevato generato diminuendo il range di dimensioni delle celle e mantenendo lo stesso numero di livelli; in questo modo lo stesso livello avrà assegnata una dimensione minore di cella;

y3: raffinamento adattativo intermedio con maggior peso dato ai gradienti di velocità, così da raffinare maggiormente la scia.

I dati in tabella mostrano una variazione significativa dei risultati di C_l e C_d al variare della griglia a parità di modelli di turbolenza e transizione (nello specifico è stato utilizzato il modello $k - \omega$ (SST) con correlazione di Suluksna-Juntasaro e parametro $s_1=7$). In primo luogo, sono state generate delle mesh prive di raffinamento adattativo variando le dimensioni dei controlli sulle superfici. La griglia versione “n-FINER3” è stata costruita con un raffinamento generalizzato eccessivo e serve soltanto come termine di confronto con le altre simulazioni. Si deve tenere in conto, infatti, che le griglie molto grezze hanno delle celle che coprono un’area relativamente estesa del dominio, per cui i risultati non saranno altro che una distribuzione di valori, mediati sulla loro estensione, posti al centro delle celle. Con una griglia come la n-FINER3 non ci sono problemi di questa natura ed i risultati non soffriranno di alcun effetto legato ad essa, per cui si possono usare come riferimento.

La griglia n1 ha un numero molto ridotto di celle e può sembrare dall’entità degli errori che i risultati forniti siano buoni, ma si deve tenere in conto che, trattandosi di una griglia molto grezza i risultati potrebbero essere mediati, specie se si parla di risultati integrali come i coefficienti aerodinamici. Si può vedere meglio la differenza se si confronta, ad esempio, il valore del coefficiente di pressione. In Figura 4-9 possiamo vedere che, sebbene il caso “n1” si avvicini maggiormente al modello di riferimento come valori di C_D e C_L , in realtà la bassa risoluzione lo rende piuttosto differente in termini di pressione attorno al profilo, specie nella zona del dorso al 60% della corda. Per cui i risultati integrali saranno dovuti ad una compensazione degli errori sulla distribuzione di pressione attorno al profilo. Inoltre, questa simulazione ha un numero ridotto di strati assegnati allo strato limite per cui la condizione di $y^+ < 1$ non è rispettata su tutte le celle a parete - si veda la spiegazione ad inizio di questo paragrafo -.

La versione n2 fornisce dei buoni risultati in termini di C_l , ma si allontana ancora molto dal target C_d . In questo caso il numero di strati a parete è stato aumentato a 50 e la condizione sulla y^+ è soddisfatta. Mettendo a confronto il caso con uno analogo, in termini di numero di celle, ma con raffinamento attivo (y1b) vediamo un netto miglioramento della soluzione. Dato che il numero di celle rimane pressoché invariato, potremmo immaginare che il raffinamento posizioni un maggior numero di celle soltanto dove serve, per cui la risoluzione della soluzione nei punti critici aumenta.

Il raffinamento y2 è stato generato diminuendo la dimensione trasversale delle celle a parete (da 2 mm a 1.5 mm) oltre a che diminuire di un ordine di grandezza il range di

dimensioni assegnate per la suddivisione del raffinamento adattativo. Per quanto riguarda il raffinamento y_3 , invece, è stata mantenuta la dimensione di 2 mm attorno al profilo, ma è stato accentuato il peso del raffinamento dovuto ai gradienti di velocità. Il raffinamento di scia, infatti, richiede solitamente di un gran numero di cicli di estrazione e remesh per potersi sviluppare adeguatamente e rilevare i gradienti. Accentuando il peso dovuto ai gradienti di velocità si velocizza il processo di crescita del raffinamento di scia. Un'altra alternativa potrebbe essere quella di impostare un raffinamento incondizionato di scia, come in Figura 4-5, nel primo ciclo, in modo tale da individuare subito le zone con i gradienti senza dover aspettare che il mesh refinement agisca progressivamente iterazione per iterazione. Entrambe le soluzioni portano dei risultati vicini alla versione di riferimento per cui sono ugualmente valide. Tra le due si è optato per la versione y_3 che raffina adeguatamente la scia e risparmia ancora molte celle rispetto alla versione precedente.

In conclusione, il raffinamento adattativo si è rivelato uno strumento molto utile, specie con domini grandi o nel 3D, in quanto permette di risparmiare sulle celle complessive senza perdere la qualità dei risultati.

L'ultima riga fa riferimento ad un database prodotto da Galbraith and Visbal nel 2010 [12] con una ILES (Implicit Large Eddy Simulation) sul medesimo profilo. L'errore rispetto a questi dati è ancora piuttosto alto, ma ciò è dovuto al modello di transizione utilizzato che, come vedremo di seguito, può influenzare molto l'esito della simulazione.

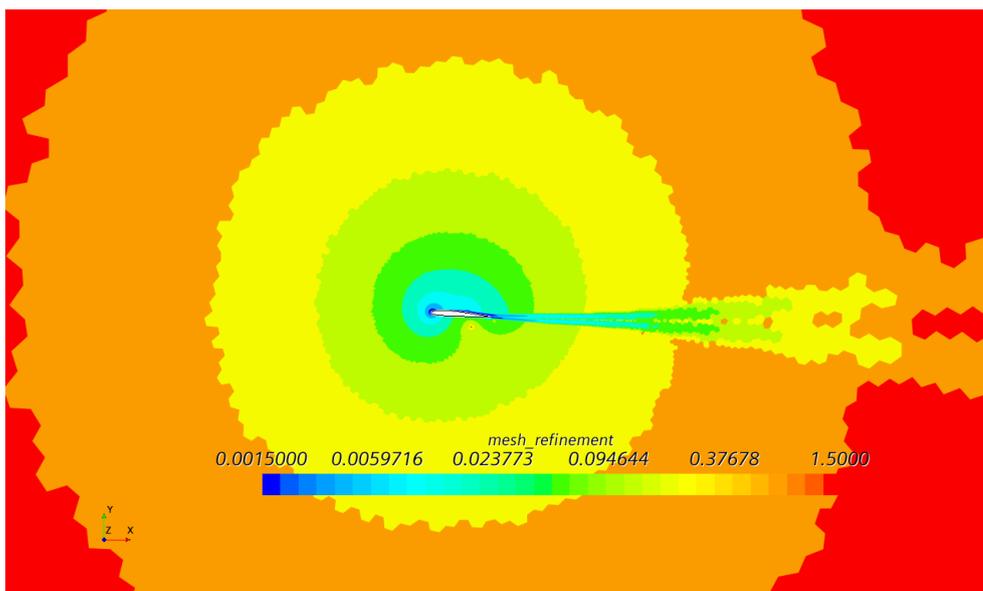


Figura 4-6: funzione di raffinamento 'mesh refinement' – zoom; ogni colore corrisponde ad un diverso livello di griglia.

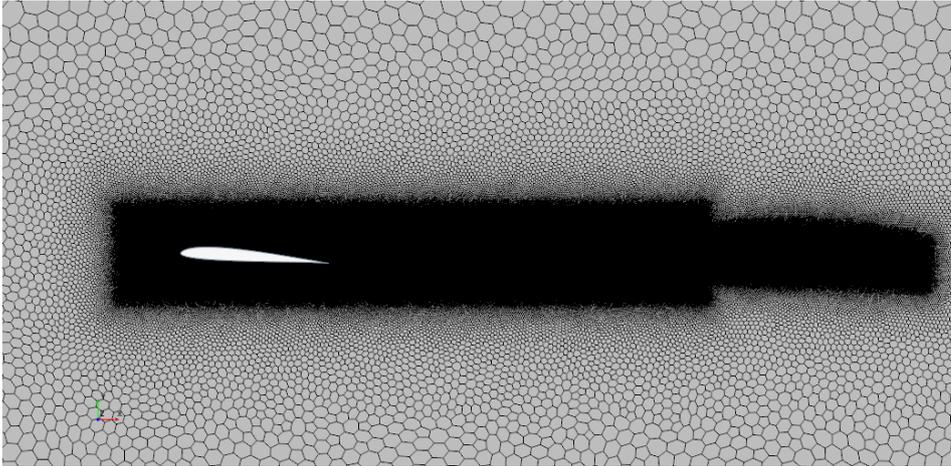


Figura 4-7: raffinamento n -FINER 3

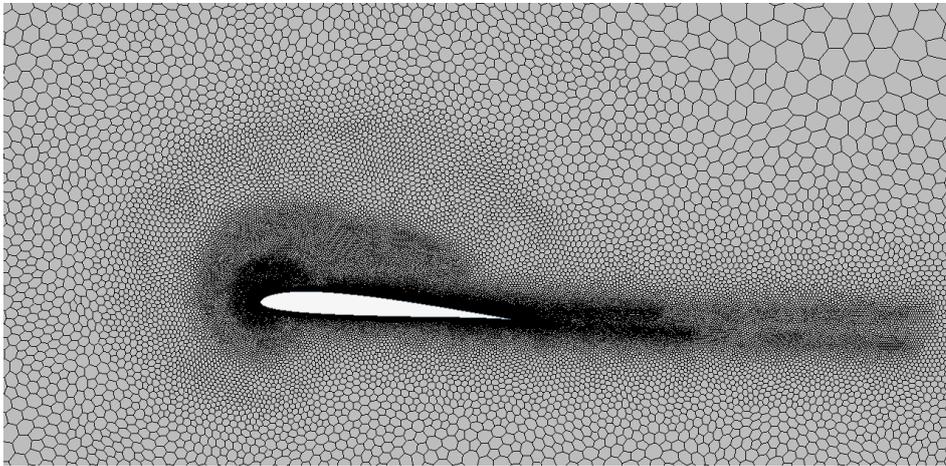


Figura 4-8: Griglia generata con raffinamento adattativo y_3 – zoom

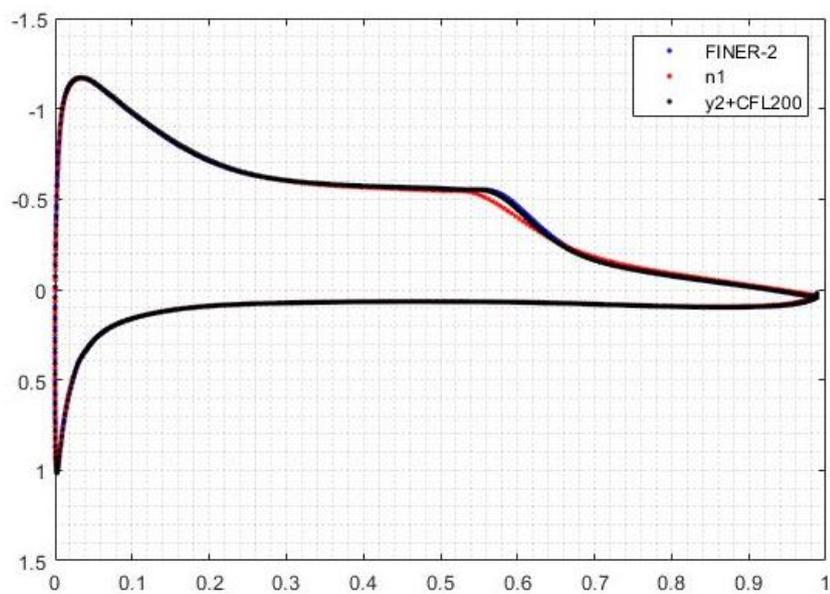


Figura 4-9: Confronto del coefficiente di pressione, raffinamento di griglia

4.3 Analisi del modello di transizione

Come già descritto nel Capitolo 3 è stato scelto un modello di turbolenza di tipo $k-\omega$ SST (Menter) e, dato che sul profilo SD7003 si osserva una transizione indotta da separazione della corrente[12]–[14], sarà necessario applicare un modello di transizione che meglio approssimi il passaggio da flusso laminare a turbolento. Il caso analizzato è piuttosto insolito, dal momento che ci si trova in un regime di basso Reynolds con una bolla di ricircolo piuttosto estesa, mentre i modelli di questo tipo funzionano bene per separazioni molto brevi e passaggi più immediati. Per questo motivo, sono stati svolti dei test con svariati modelli per trovare risultati più performanti con quelli forniti sperimentalmente [14].

Su condizioni aerodinamiche di questo genere la transizione viene indotta da separazione laminare e, il passaggio del flusso a turbolento, genera il riattacco della corrente sul dorso. La presenza della bolla di ricircolo influenza di molto i coefficienti aerodinamici ed il fatto stesso che essa esista ci induce a pensare che i modelli di ordine ridotto non saranno mai così precisi da prevederne la presenza senza una polare continua, mentre le analisi CFD tridimensionali, con un'adeguata taratura del modello di transizione, potrebbero farlo.

Per questo motivo andiamo a considerare i modelli di transizione proposti dal software e valutiamo i possibili cambiamenti per migliorarne i risultati. Come valori di riferimento verranno presi dati da analisi di ordine superiore (ILES, Implicit Large Eddy Simulation)[12] o da altre analisi compiute in queste condizioni.

4.3.1 Bolla di ricircolo

La presenza di una bolla di ricircolo sul dorso del profilo è un argomento da tempo fonte di discussioni e analisi in quanto può influenzare di molto la manovrabilità e la stabilità del veicolo. Questa struttura, schematizzata in Figura 4-10, si genera quando c'è separazione dello strato limite a causa del gradiente di pressione avverso presente in questa zona. Le instabilità di Kelvin-Helmholtz crescono nello strato limite separato per la produzione di turbolenza. I fenomeni di entrainment e di mixing a seguire provocano il riattacco della corrente, quando ormai il flusso è completamente turbolento; è così che si forma la bolla di ricircolo.

La bolla di ricircolo altera la forma effettiva del profilo e re-energizza lo strato limite aiutando a superare la zona di gradiente avverso. Secondo l'articolo di L. Roberts [15] sarebbe possibile eliminarla forzando la transizione e andando ad influenzare i coefficienti aerodinamici. La bolla di ricircolo si posiziona a valle del punto di massimo spessore ed aumenta le sue dimensioni all'aumentare dell'angolo di incidenza, fino a diventare anche molto estesa - Figura 4-11.

Il fatto che i risultati di questa struttura dipendono molto dalle condizioni esterne, in particolare dalle condizioni di turbolenza, è chiaro nei risultati sperimentali di M V Ol e B McAuliffe[14] in cui si confrontano i risultati di Xfoil con quelli ricavati da tre diverse esperienze di laboratorio. Tutti i risultati mostrano un'evidente bolla di ricircolo che viene rilevata mediante punto di separazione e riattacco. Infine, anche il punto di transizione e l'altezza della bolla vengono riportati, ma si deve tener conto che questi ultimi sono di più difficile individuazione. Questi parametri saranno per cui quelli di nostro interesse per valutare l'efficacia del modello di transizione.

I punti di separazione e di riattacco sono semplici da valutare dal momento che coincidono con i punti in cui il coefficiente di attriti C_f cambia di segno. In questi punti, infatti, la corrente a parete ha un arresto e poi un'inversione di direzione dovuta proprio al vortice controrotante che si genera in seguito alla separazione.

Il punto di transizione, invece, non è semplice da individuare; sarebbe più corretto definire una regione di transizione dal momento che non è un fenomeno che avviene in un punto localizzato. Secondo ciò che riportano le prove sperimentali di Park et al[16] il punto di transizione potrebbe essere individuato dal diagramma del coefficiente di pressione C_p . Dai grafici riportati nel documento la transizione sembra avvenire sempre in seguito ad una zona di plateau della pressione, individuata dalla linea nera in Figura 4-12.

Tuttavia, dal momento che i dati per il confronto sono stati presi da Galbraith et al [12] e dato che in tale documento non si fa riferimento ai valori di C_p ma soltanto a quelli del C_f , è preso come riferimento un punto sulla curva del coefficiente di attrito in cui si ha un valore negativo minimo in modulo - Figura 4-13 -. Questo valore sembra coincidere con quello indicato come punto di transizione ed il criterio che è stato usato per estrapolare i risultati di Tabella 4-4. In Figura 4-14 vediamo sovrapposti i grafici di C_p e C_f per la simulazione "Menter (Modified NZPG)" e possiamo notare la consistenza delle supposizioni compiute finora: i due criteri per l'individuazione del punto di transizione

sembrano davvero coincidenti. In conclusione, è stato prediletto il secondo metodo per avere un confronto coerente con i risultati delle simulazioni ILES.

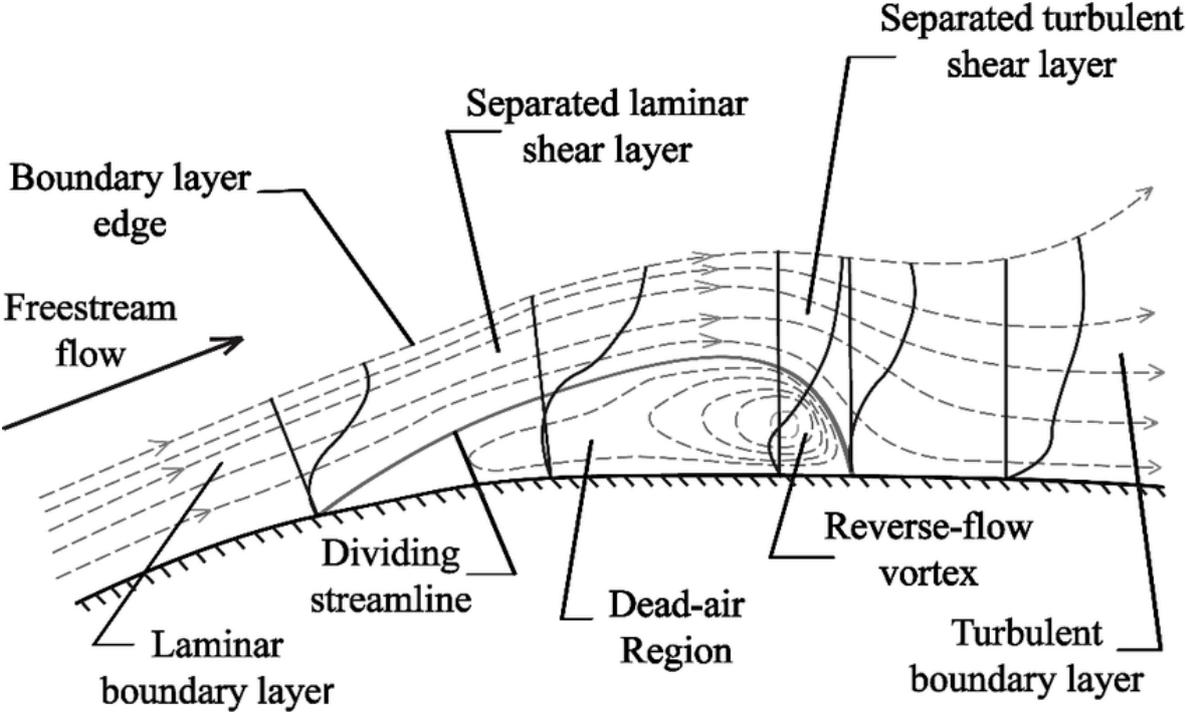


Figura 4-10: struttura di una bolla di ricircolazione[15]

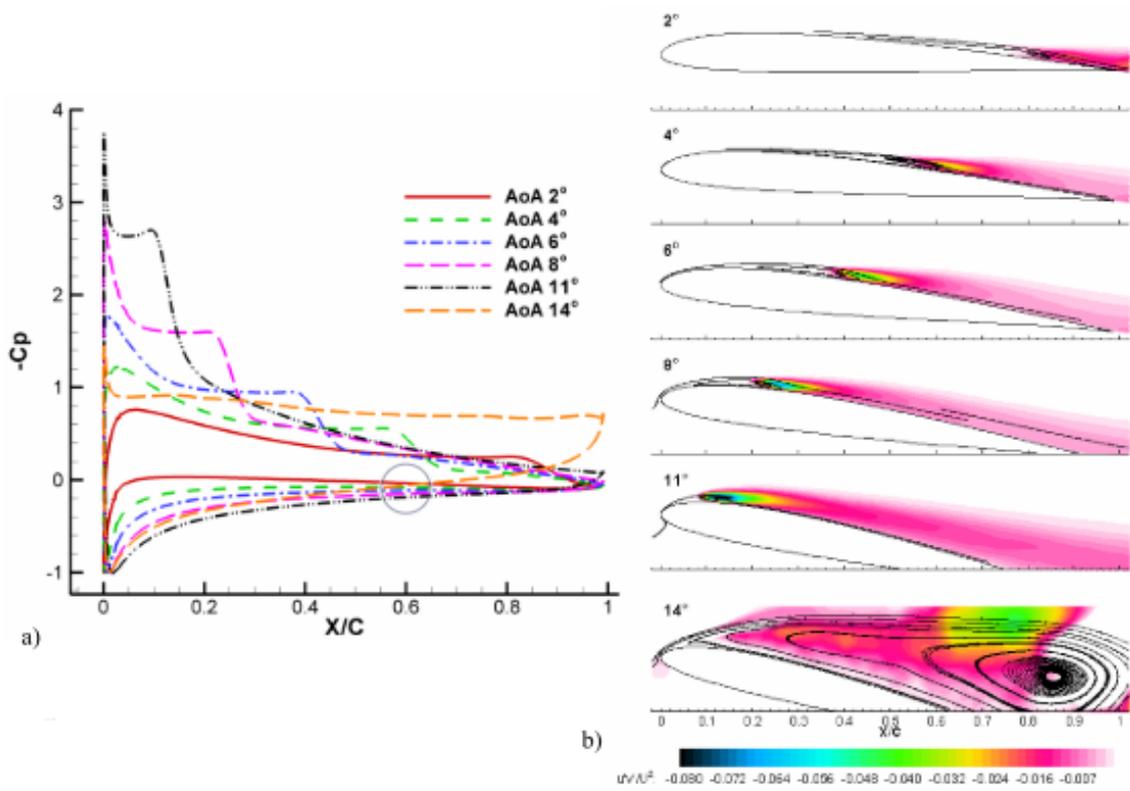


Figura 4-11: Bolla di ricircolo al variare dell'angolo di incidenza [12]

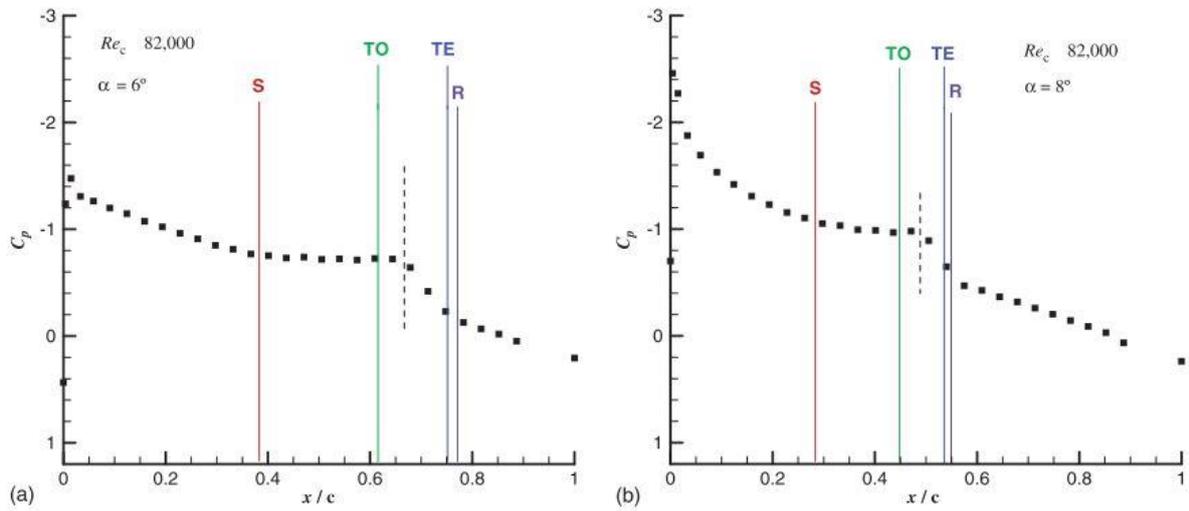


Figura 4-12: Posizione dei punti di distacco (S), transizione (TO), riattacco (R) dello strato limite su un profilo ad $\alpha = 6^\circ$ e $\alpha = 8^\circ$ [16]

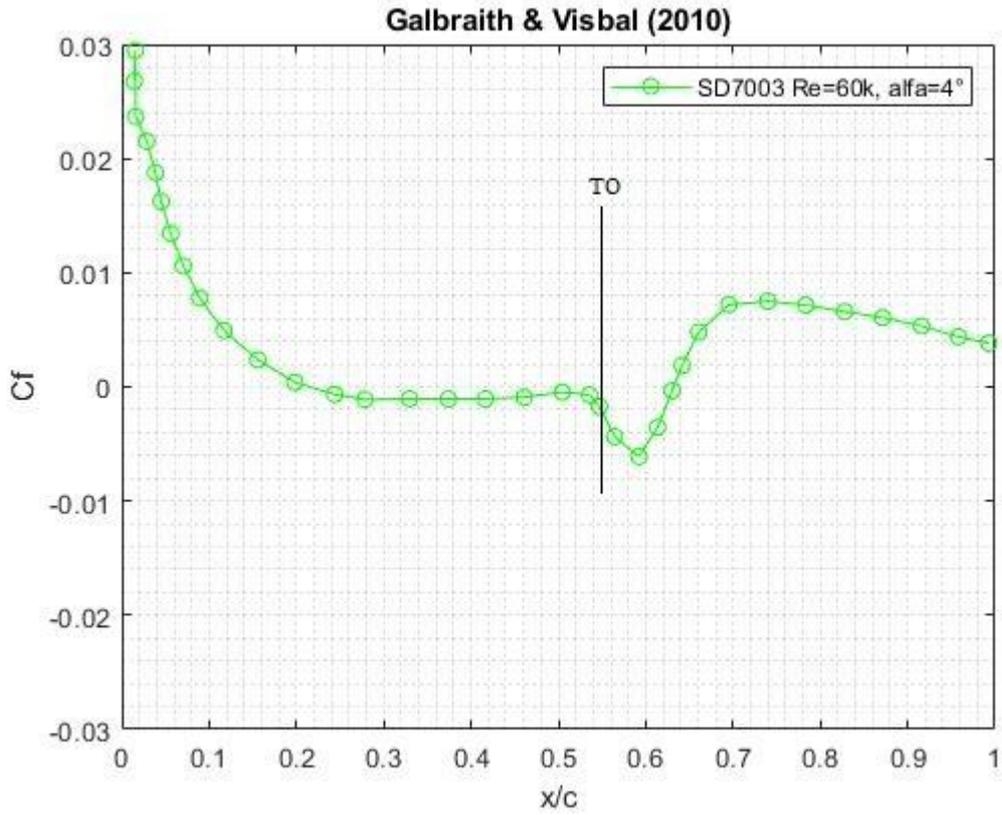


Figura 4-13: Coefficiente di attrito e punto di transizione [12]

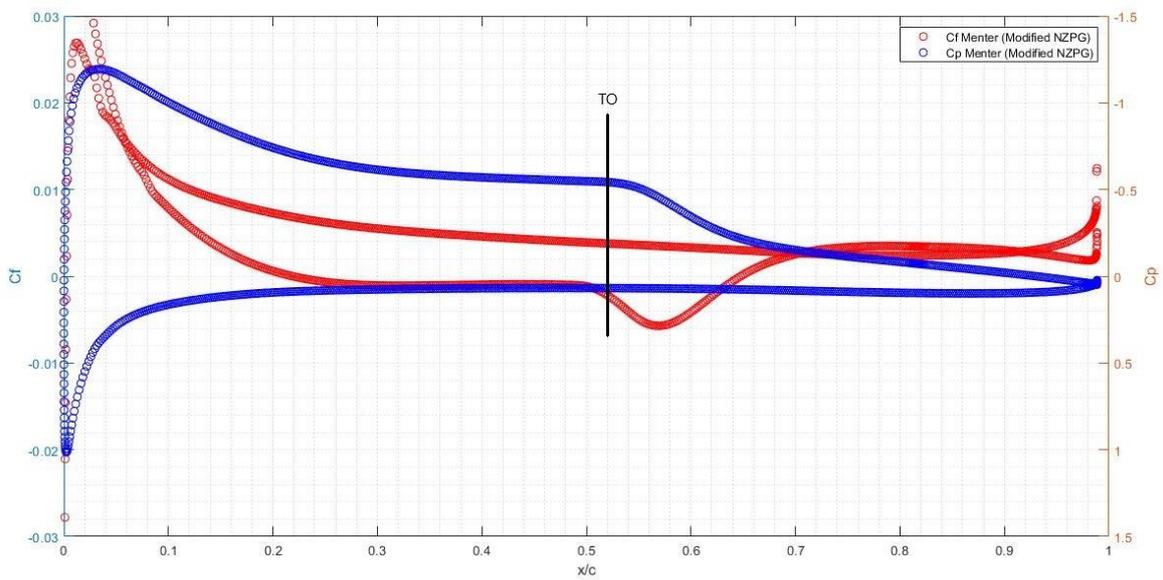


Figura 4-14: confronto del punto di transizione mediante Cf - sinistra, Cp - destra

4.3.2 Analisi dei risultati

Riportiamo di seguito i dati di punto di separazione, transizione e riattacco della corrente sul dorso del profilo che, come visto da altri documenti, sono interessanti per quanto riguarda la transizione e quindi il modello di transizione utilizzato.

L'altezza della bolla non è di semplice individuazione dal momento che non si capisce bene il punto in cui considerarsi finita, specie se la bolla è molto estesa. Tuttavia, già con i dati sull'estensione longitudinale è possibile fare qualche commento.

Correlazione	Mean Cd	Mean Cl	x_s/c	x_t/c	x_r/c
Suluksna-Juntasaro, s=2	0.0256	0.581	0.1885	0.4117	0.7519
Suluksna-Juntasaro, s=7	0.0224	0.578	0.2085	0.445	0.673
Suluksna-Juntasaro, s=8	0.02278	0.578	0.2045	0.4395	0.68
Modified + correlazione Langtry	0.0248	0.581	0.1925	0.4157	0.7361
Menter (Modified NZPG)	0.0212	0.577	0.2185	0.444	0.6473
Galbraith and Visbal	0.021	0.59	0.23	0.55	0.65

Tabella 4-4: Analisi del modello di transizione

In prima analisi è stata compiuta una simulazione con il modello di transizione Gamma-ReTheta con i parametri tradizionali. Come già specificato in 3.2 ci sono correlazioni che tengono conto del gradiente di pressione ed altre che non lo considerano. La correlazione di Langtry, su Star chiamata "Suluksna-Juntasaro", rientra nella seconda categoria e viene utilizzata come correlazione di default nel modello di transizione Gamma ReTheta. In tale correlazione è interessante focalizzarsi sul parametro $s1$ dell'equazione (3.21) che regola la produzione di intermittenza nella zona a valle della separazione laminare. Si potrebbe variare tale parametro per incrementare la formazione di γ in tale zona e ricavare così dei risultati simili alla correlazione di Menter per il gradiente di pressione non nullo.

I risultati in Tabella 4-4 avvalorano tale tesi; vediamo che le soluzioni con $s1=7$ e $s1=8$ sono tra loro molto simili e si avvicinano molto a quelle di Menter, mentre la soluzione originale con $s1=2$ è ancora molto distante dalla soluzione ILES di Galbraith & Visbal [12]. In conclusione, l'aumento di $s1$ potrebbe fornire dei risultati migliori, ma si deve tenere in conto che dipende fortemente dalle caratteristiche della bolla di ricircolo per cui dalle condizioni del caso analizzato quali Reynolds, forma del profilo ed incidenza. Per

cui impostare un valore di $s_1=7-8$ non è risolutivo, ma andrebbe impostato un valore in funzione delle caratteristiche del caso. Tuttavia, è molto interessante che la correzione del gradiente di pressione si possa ottenere semplicemente aumentando s_1 , per cui aumentando la quantità di energia cinetica turbolenta nella zona a valle della separazione. Ciò, come si può notare dai risultati, diminuisce la dimensione della bolla di ricircolo affrettando il riattacco.

Infine, nella riga 4 della tabella, è riportato il caso senza correzione di gradiente di pressione con correlazione di Langtry soltanto come verifica del fatto che il modello di “Suluksna-Juntasaro” è stato basato su questa correlazione. I due risultati, infatti, sono quasi del tutto simili con alcune differenze dovute principalmente alle approssimazioni compiute nel definire manualmente i valori delle correlazioni.

I risultati di Menter con la correzione del gradiente di pressione sono i più performanti e raggiungono buoni livelli di approssimazione a quelli ricavati con la ILES [12]. L'efficacia di questa correlazione viene perciò data come assodata e questo modello verrà utilizzato per le analisi della T-motor.

5 Simulazioni CFD: analisi 2D T-Motor 15x5

Le analisi svolte sul profilo della T-motor si basano completamente sulle considerazioni che abbiamo tratto dal capitolo precedente, dato che i due profili sono simili e presentano entrambi le stesse strutture aerodinamiche. Per questo motivo la griglia è stata costruita con un raffinamento adattativo uguale al precedente e si adotta un modello di turbolenza $k - \omega$ SST di Menter con un modello per la transizione di tipo $\gamma - Re_{\theta}$.

Alcune analisi sono riportate di seguito per la scelta dei profili e per le dimensioni del dominio, ma tutto il resto rimane invariato da quanto detto nel capitolo 4.

5.1 Scelta del modello CAD

I dati inerenti al profilo sono stati presi da due differenti report di Russel et al [17], [18] in cui sono disponibili le scansioni dei profili a 22 differenti posizioni radiali ed una tabella con informazioni riguardanti la posizione radiale, la corda del profilo, il calettamento e la posizione del fuoco nel piano x-z, si veda Figura 5-1. Tutto ciò sarebbe sufficiente per compiere le analisi: per il bidimensionale sono sufficienti le scansioni dei profili, mentre per il tridimensionale si prendono i profili scansionati e scalati per la corda, si ruotano di un angolo pari al calettamento e si posizionano nelle posizioni indicate dal centro del fuoco (x-z) e nella corretta posizione radiale (y). Infine, con la funzione loft, si può generare una superficie per i punti indicati e si potrebbe anche indicare una linea guida per migliorare il raccordo tra i vari tratti.

Il problema è che ci sono delle incongruenze tra i dati dei due files: i profili hanno alcune lievi differenze di forma, ma soprattutto lo spessore massimo che deriva dalla scansione non corrisponde con quello riportato in tabella. Lo spessore massimo è stato approssimato come la massima differenza dei punti tra dorso e ventre. In realtà, per essere precisi, andrebbe impostato un processo iterativo con cui si calcola la posizione della corda, e da essa si tracciano le perpendicolari fino ad incrociare le posizioni di dorso e ventre. In ogni caso, lo spessore approssimato dovrebbe essere leggermente inferiore a quello reale, ma comunque superiore a quello indicato in tabella. Per questo motivo i profili sono stati scalati e confrontati con quelli originali.

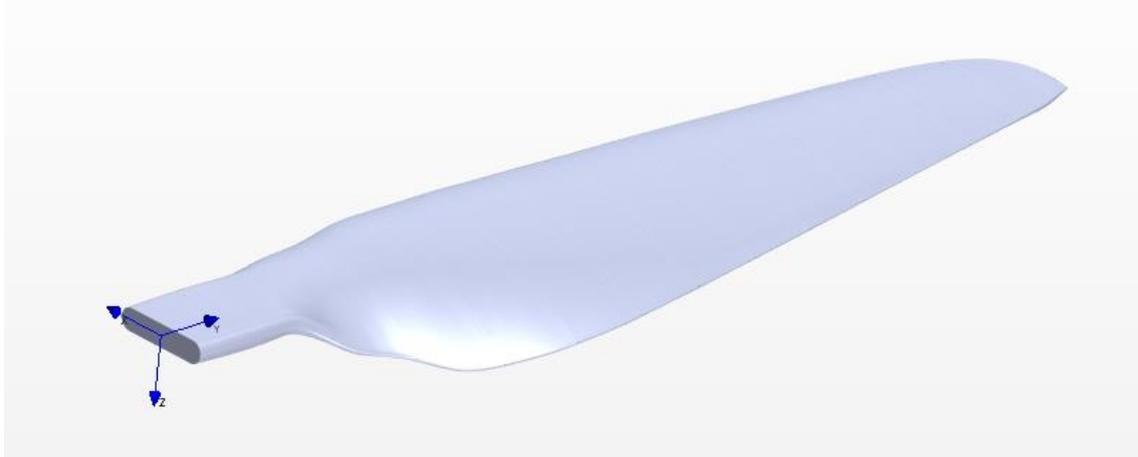


Figura 5-1: CAD della semiala con relativo sistema di riferimento

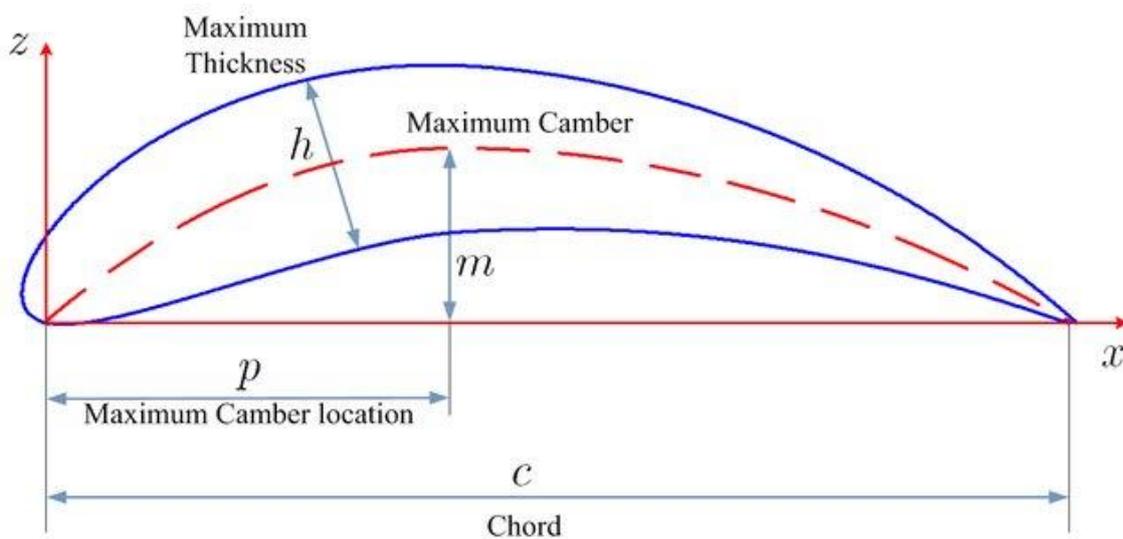


Figura 5-2: schematizzazione del massimo spessore ed inarcamento (figure by Ayman A. Nada)

5.1.1 Confronto dei profili

I profili derivanti dai riferimenti [17], [18] derivano entrambi da scansione laser SUI; il primo è un articolo scientifico del 2017, mentre il secondo è un technical report e sembrerebbe più affidabile anche se, a differenza del primo, non riporta alcun valore di spessore massimo.

Per questo motivo è stata fatta una scelta di simulare il profilo preso dal report con uno spessore scalato di un valore che varia a seconda della sezione che si sta considerando,

ma comunque attorno al 10%. Il parametro T in APPENDICE B è appunto il valore con cui si scalano i punti lungo la verticale con un profilo risultante più sottile di quello della scansione.

Un altro dato a nostra disposizione deriva da una scansione fatta sul modello di pala che è stato simulato in galleria. Quest'ultima informazione è arrivata alla fine delle nostre analisi per cui verrà inserita soltanto per la validazione dei dati sperimentali di Scanavino.

Da un primo confronto possiamo notare che l'angolo di calettamento dell'elica indicato dal report non corrisponde con quello trovato dalla scansione. Ciò è dovuto probabilmente alle difficoltà della scansione e specialmente dell'estrapolazione, infatti, nel nostro caso, il file in formato "stl" generato dal programma di scansionamento aveva dei punti mancanti e l'estrapolazione dell'elica è stata necessaria per completare il CAD. A seconda del numero di sezioni prese dal file d'origine e dalle rispettive posizioni il risultato estruso può essere differente. Sul report, ad esempio, riportano ventidue sezioni trasversali, mentre nel nostro caso ne sono state prese quaranta da cui è stata estrapolata l'elica completa in tridimensione. In Figura 5-3 sono stati riportati i profili scansionati in corrispondenza delle tre sezioni che andremo ad analizzare. Il profilo è stato importato direttamente dal CAD dell'elica 3D ed è poi stato scalato e ruotato di un angolo pari a quello riportato in Russel et al [18]. In blu vediamo il risultato di queste rotazioni ed in rosso la posizione del profilo ad angolo zero; la differenza è molto evidente in special modo per il profilo a $r/R=0.28$; la difficoltà è probabilmente legata alla forte curvatura del profilo in questa zona, mentre in posizioni intermedie è meno marcata dato che in questa zona il calettamento si mantiene piuttosto costante - Figura 5-4. La differenza sugli angoli vale:

Sezione r/R	0.28	0.53	0.78
Angolo [°]	-3.8662	-0.4073	-0.8442

Tabella 5-1: differenza degli angoli di calettamento

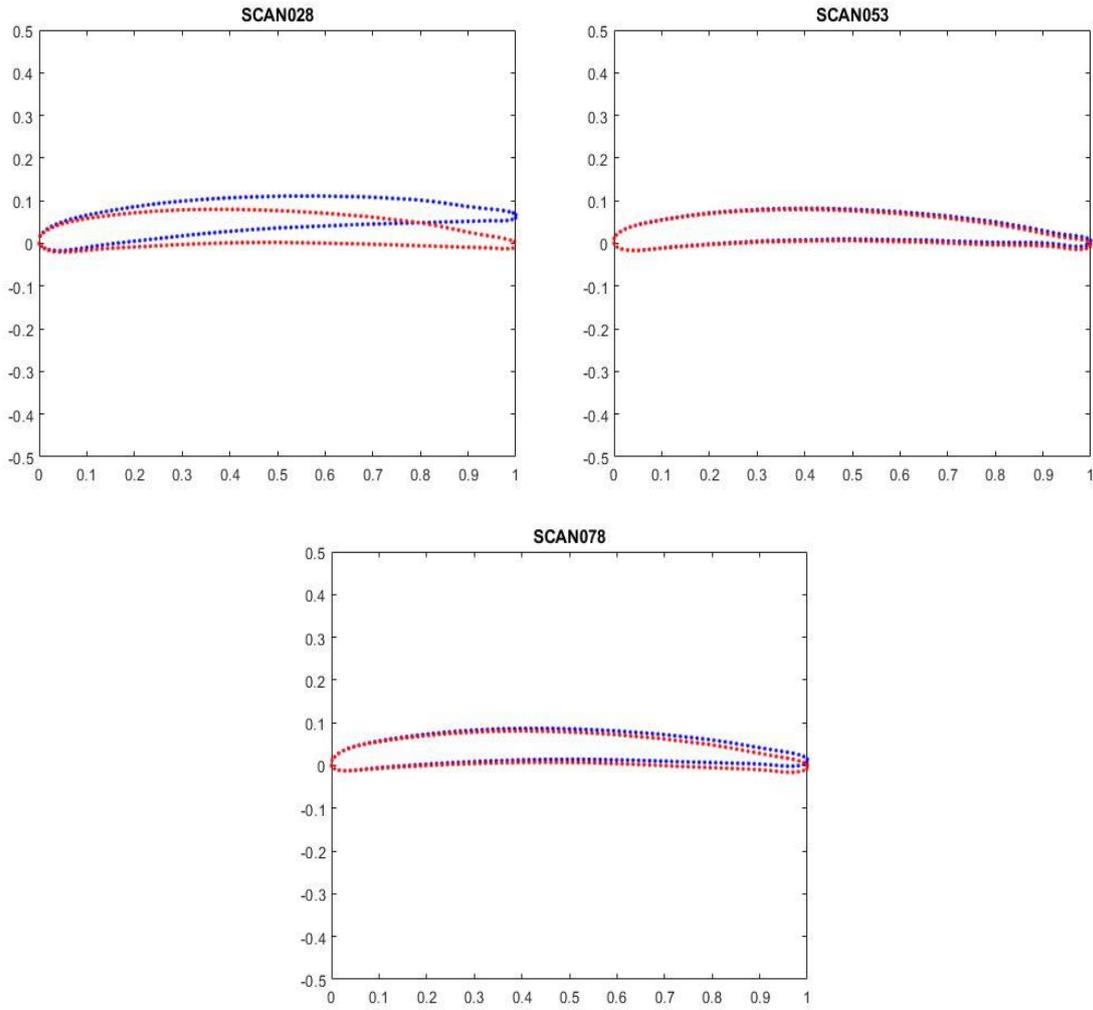


Figura 5-3: differenza dell'angolo di calettamento tra scansione e dati sul report

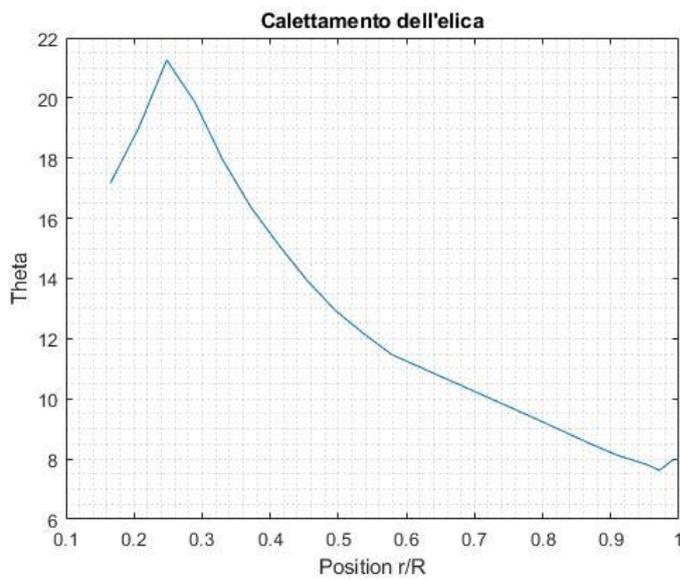


Figura 5-4: andamento del calettamento dell'elica in funzione della posizione radiale adimensionata[18]

Anche sulla forma del profilo ci sono piccole differenze. Facendo riferimento alla Figura 5-5, possiamo notare che la sezione a 0.28, difficile da scansionare per i problemi di cui sopra, ha una forte differenza sull'inarcamento con le scansioni del report. C'è anche una leggera diminuzione dello spessore, ma si deve tenere in conto che le immagini non sono in scala appositamente per poter notare le differenze, per cui le differenze come questa, che risultano poco evidenti, sono dell'ordine del 1-2% della corda. Le principali differenze sono:

- Con la scansione compiuta in laboratorio (SCAN) sembra scomparsa la parte concava sul leading edge, nelle simulazioni in questa zona si generava una bolla di ricircolo con separazione e riattacco della corrente del tutto laminare dovuto al gradiente di pressione favorevole. Dato che il fenomeno era visibile soltanto sui profili a 0.53 e 0.78 era già stato ipotizzato che si trattasse di un errore di scansione in quella zona e, dai dati a nostra disposizione, sembra che l'ipotesi fosse fondata. In Figura 5-8 è mostrato il dettaglio della bolla di ricircolo e si può vedere bene l'imperfezione geometrica di cui si sta parlando.
- È presente una imperfezione sul leading edge della nostra scansione SCAN in prossimità della sezione a $r/R = 0.8$ che è stata generata probabilmente durante la ricostruzione; non è visibile nelle scansioni ma si può notare sul CAD tridimensionale.
- Osservando Figura 8-2 possiamo notare che la grande differenza di inarcamento tra i profili a 0.28 è molto evidente nell'andamento del valore massimo. Nella nuova geometria si mantiene sempre piuttosto costante, mentre dal report di Russel variava di molto tra le sezioni di radice e quelle di mezzeria.

Infine, anche tra i profili dello stesso autore ci sono delle piccole differenze sia sulla forma che sullo spessore e inarcamento. Gli stessi valori di spessore massimi riportati nei paper non coincidono con quelli calcolati sui profili, per cui c'è molta incertezza sulla geometria. Possiamo concludere che, trattandosi di eliche molto piccole, c'è una complessità legata alla scansione che rende non del tutto attendibili i dati sulla geometria e se ne dovrà tener conto nel momento in cui si confronteranno i risultati.

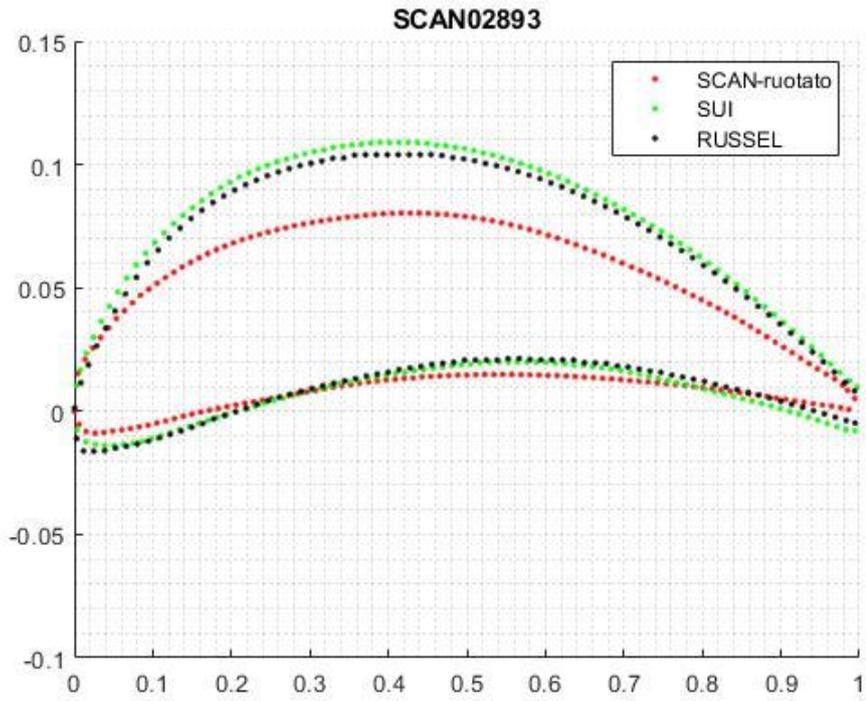


Figura 5-5: Confronto tra scansioni differenti, sezione $r/R=0.2893$

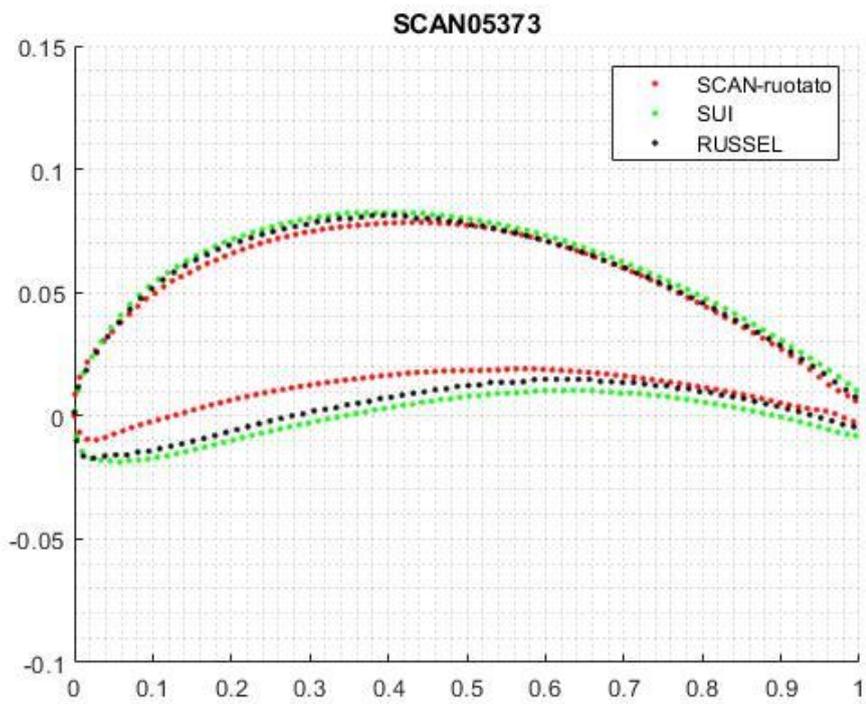


Figura 5-6: Confronto tra scansioni differenti, sezione $r/R=0.5373$

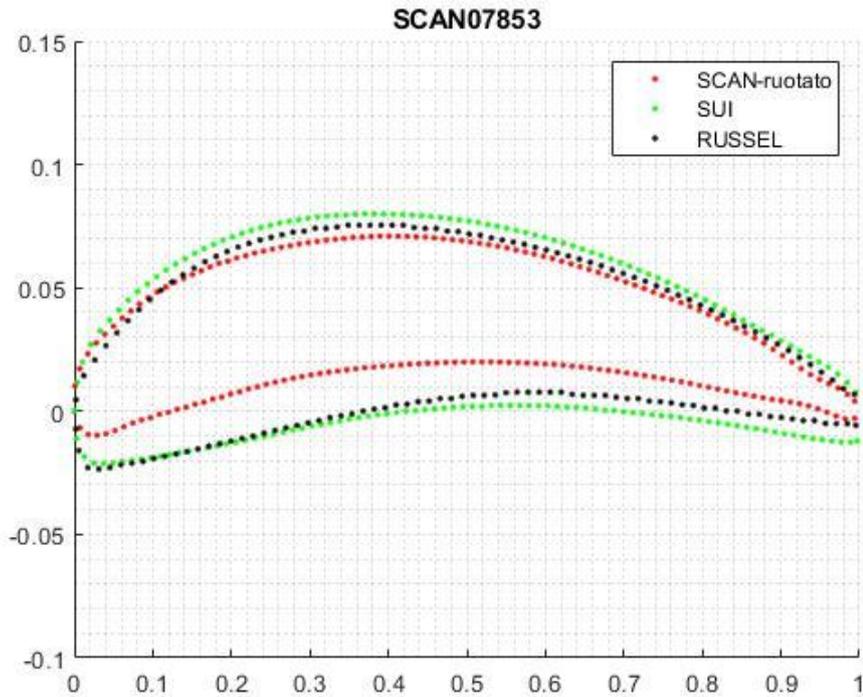


Figura 5-7: Confronto tra scansioni differenti, sezione $r/R=0.7853$

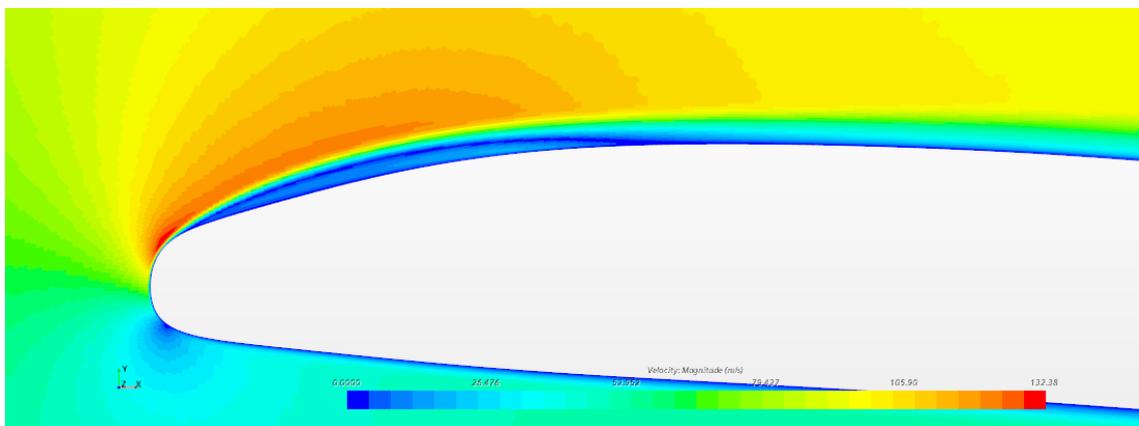


Figura 5-8: campo di velocità attorno al profilo a $r/R=0.53$ - dettaglio della bolla di ricircolo laminare

5.2 Analisi dell'estensione del dominio di calcolo

Il dominio di calcolo è stato preso da quello utilizzato dalle analisi preliminari, composto, per cui, da un inlet semicircolare unito a due pareti laterali con condizioni di freestream ed una parete di destra con condizione di pressure outlet (Figura 4-5). Le dimensioni del dominio sono schematizzate di seguito:

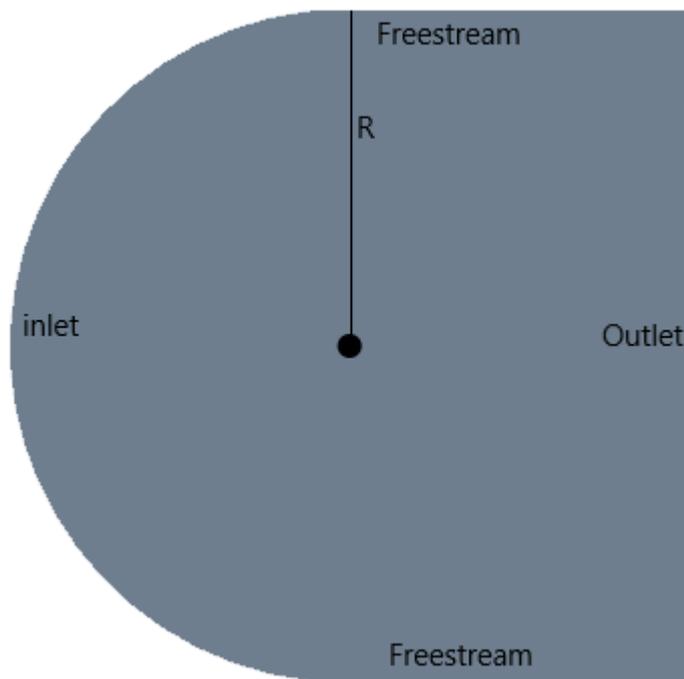


Figura 5-9: schematizzazione del dominio di calcolo

Tenendo conto che ad un dominio maggiore corrisponde un incremento del numero di celle e del costo computazionale, è fondamentale individuare quale sia la dimensione minima per evitare che si incorra in effetti di parete. Secondo ciò che viene riportato in uno scritto di Uranga et al [19], se si diminuisce troppo il dominio di calcolo si hanno delle influenze sul reale angolo di incidenza della corrente con il profilo. Questo effetto è dovuto alla mancanza del vortice a monte del profilo che provvede a curvare le linee di corrente e ciò influisce sull'angolo di attacco con una riduzione quantificabile con:

$$\Delta\alpha = -\frac{C_L}{4\pi} \frac{r}{c} \quad (5.1)$$

C_L : coefficiente di portanza adimensionale;

$\frac{r}{c}$: distanza, adimensionata per la corda del profilo, tra l'inlet e il centro di pressione del profilo;

Per verificare questo effetto è stata variata la dimensione R del dominio, in modo tale da poter valutare la sua influenza sulle linee di corrente attorno al profilo. Il termine $\frac{r}{c}$ è stato

approssimato alla distanza tra le condizioni di inlet e il bordo d'attacco del profilo (origine) per semplificare il calcolo; il confronto esatto dovrebbe, per cui, sempre tenere conto di un incremento al denominatore di $\frac{1}{4}c$, ma su profili molto estesi la correzione è trascurabile.

In Figura 5-10 in ascissa c'è la distanza dal bordo d'attacco in funzione della corda, mentre in ordinata l'angolo di inclinazione delle linee di corrente rispetto all'orizzontale per cui, per i domini molto piccoli, le curve non hanno inizio a $-10c$ poiché ancora non esistono. Le linee di corrente devono curvare in prossimità del profilo per poterlo oltrepassare e l'unica linea che non curva è quella coincidente con il punto di stagnazione. Dal grafico si osserva che l'imposizione di un flusso orizzontale molto vicino al profilo genera una diminuzione dell'angolo d'attacco percepito sul profilo stesso. C'è da notare, inoltre, che aumentando la dimensione del dominio le curve tendono ad un andamento asintotico e l'influenza non è più così importante. Una dimensione ragionevole potrebbe essere $R = 30c$, dal momento che, oltre quella curva, c'è una sovrapposizione quasi completa con le curve a dominio grande. Nel nostro caso è stato utilizzato un dominio di $20c$ per cui sarebbe interessante andare a valutare se una variazione percentuale dei coefficienti potrebbe portare benefici all'analisi di ordine ridotto.

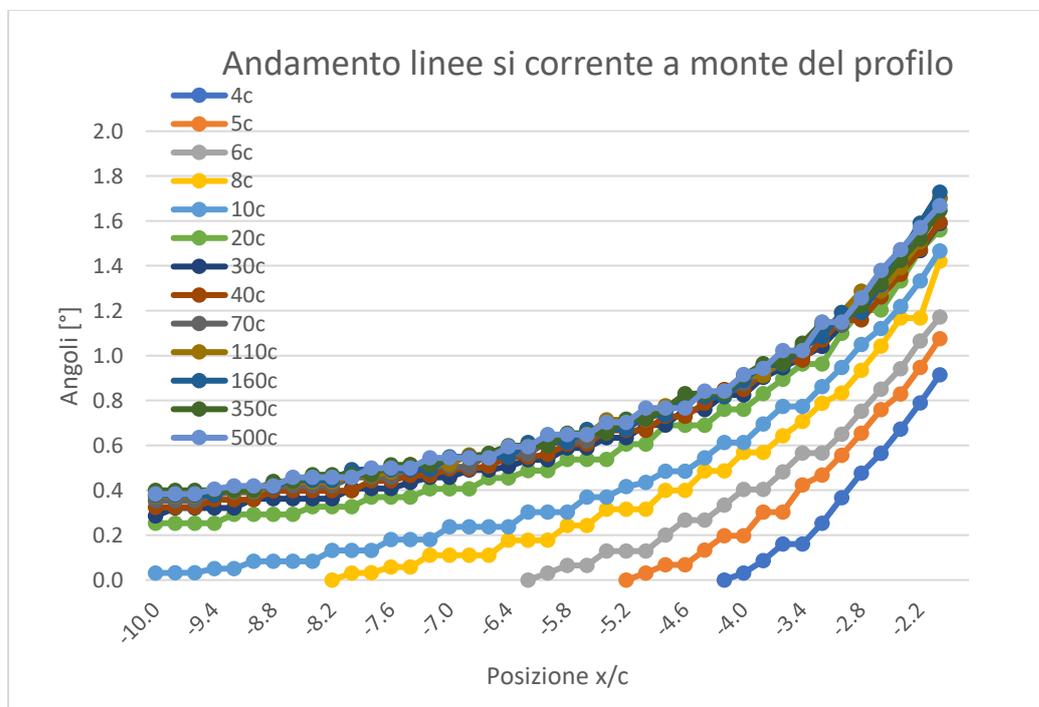


Figura 5-10: inclinazione delle linee di corrente a monte del profilo al variare della dimensione del dominio

Considerando un profilo molto sottile per cui valgono le ipotesi secondo cui:

$$C_L = 2\pi\alpha \quad (5.2)$$

potremmo introdurre una variazione di C_L pari a:

$$\Delta C_L = 2\pi\Delta\alpha = -\frac{C_L}{2\frac{r}{c}} \quad (5.3)$$

$$\frac{\Delta C_L}{C_L} = -\frac{1}{2\frac{r}{c}} \quad (5.4)$$

Quindi ad un dominio grande $20c$ come quello utilizzato nella nostra analisi corrisponde una variazione di $-\frac{1}{40}$ per cui una riduzione percentuale del C_L (e anche di α) del 2.5%. Se si sta analizzando, ad esempio, una condizione di incidenza pari a 4° la reale incidenza sul profilo sarà pari a $\alpha = 4^\circ - 0.025 * 4^\circ = 3.9^\circ$. A causa dello spessore non così ridotto del profilo le nostre curve non seguono l'andamento teorico, si veda Figura 5-24, ma avranno un coefficiente di variazione pari al 3,3% per domini inferiori a $20c$ per poi raggiungere un andamento asintotico (tra $20c$ e $30c$ la diminuzione è soltanto dello 0.3%).

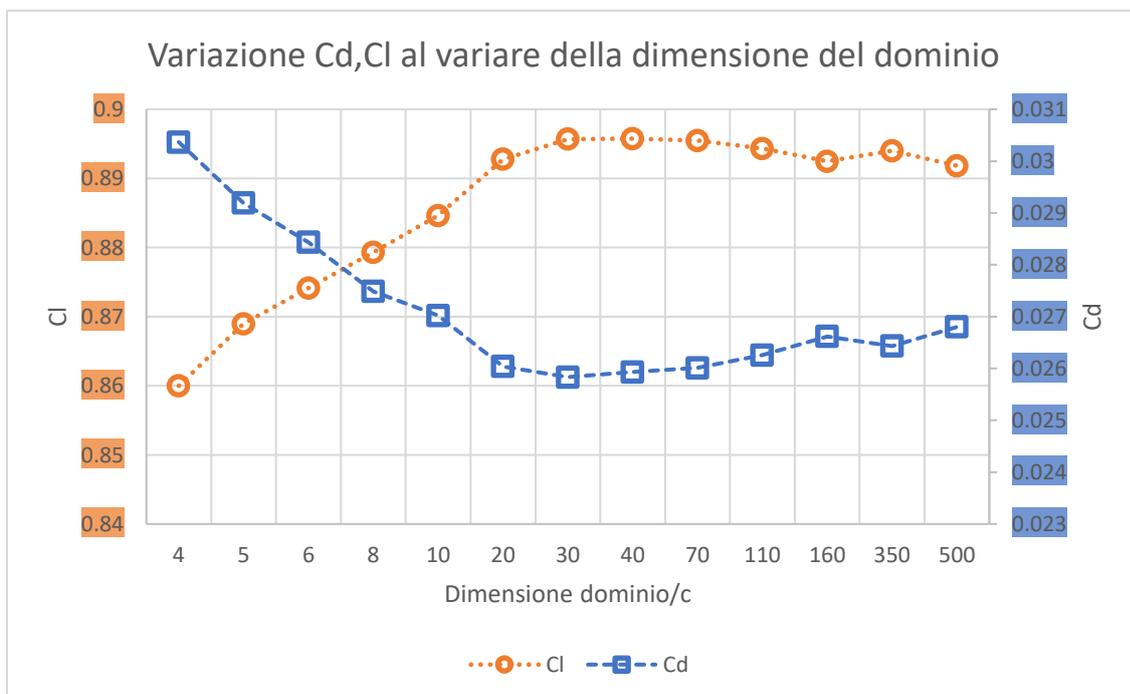


Figura 5-11: variazione dei coefficienti aerodinamici al variare della dimensione del dominio

In figura possiamo vedere che aumentando ancora il dominio entrano in campo altri effetti, forse dovuti alla griglia, dal momento che ogni volta che si scala il dominio deve essere ricostruita. Un'altra ipotesi è che ci siano effetti legati alla distanza del pressure outlet che permette uno sviluppo completo della scia. In conclusione, per un'analisi RANS il dominio può essere mantenuto abbastanza grande per evitare queste imprecisioni, ma per analisi più costose potrebbe essere utile ridurre il dominio per cui se ne deve tenere in conto.

5.3 Polari dell'elica

In vista delle analisi di ordine ridotto, sono state scelte quattro sezioni dell'elica ad una distanza dal centro pari a $r/R = 0.28, 0.53, 0.78$ e 0.91 . Dove r è la coordinata radiale, mentre R è il raggio dell'elica (nel caso della T-Motor 15x5 avremo un diametro di 15 pollici, per cui un raggio di 19.04 cm). Questa scelta è dettata da limitazioni dovute al costo di calcolo dal momento che l'analisi di 4 profili a 6 numeri di Reynolds differenti variando 11 volte l'angolo d'attacco corrisponde già ad un totale di 264 simulazioni. L'analisi è stata svolta inizialmente con un solutore di tipo stazionario e poi approfondita in alcuni casi con un'analisi instazionaria. Riportiamo di seguito le polari dei profili al variare di:

$$\alpha = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]$$

$$Re = [10000, 20000, 30000, 60000, 80000, 100000]$$

Stimati come le condizioni più frequenti a cui si troverà l'elica per questa analisi a basso Reynolds.

Dato che i dati di progetto dell'elica non coinvolgono dei numeri di Reynolds così bassi è naturale che al diminuire di tale numero si riduca l'efficienza. Inoltre, avvicinandosi al regime di funzionamento di progetto le curve convergono verso un andamento di ottimo; il salto tra le curve a bassi Reynolds, infatti, è molto più alto di quello tra le curve ad alti Reynolds, in cui gli andamenti vanno quasi a sovrapporsi.

Le curve, trattandosi di profili sottili, non si allontanano molto dalla pendenza teorica di 2π e mantengono il tratto lineare per i primi $4-5^\circ$. In Figura 5-24 è mostrato un confronto grafico per la sezione a 0.28 (che è la più spessa delle tre, per cui quella con maggiori differenze sulle ipotesi di profilo sottile) e si nota come le differenze con l'andamento

teorico siano minime ad angoli ridotti. Confrontando le polari di mezzeria con due profili di simili caratteristiche di spessore e inarcamento possiamo notare che le curve si avvicinano molto a quelle che si trovano in Figura 5-25 e Figura 5-26, anch'esse ricavate con un'analisi con lo stesso modello di turbolenza e transizione. In questo modo, troviamo riscontro sia sulla pendenza della curva del C_L che sulla presenza di un range non perfettamente lineare, dovuto ad un'instazionarietà del campo ad un preciso angolo d'attacco.

Le polari sono il prodotto di simulazioni ottenute in regime stazionario, ma, in alcuni casi, nonostante il gran numero di iterazioni, le simulazioni non sono andate in convergenza, per cui è stata svolta un'ulteriore analisi con il solver instazionario. I casi che mostrano fenomeni di instazionarietà sono evidenziati sulle curve C_l -alpha (Figura 5-13, Figura 5-16, Figura 5-19, Figura 5-22). Possiamo notare che i fenomeni si verificano per angoli d'attacco molto bassi o per angoli compresi tra 5° e 9° e variano a seconda del profilo analizzato e del Reynolds.

A bassi Reynolds e basse incidenze l'instazionarietà è dovuta al fenomeno del vortex shedding e può essere più o meno intenso a seconda della dimensione e quindi della frequenza dei vortici stessi. Come riporta Park et al [16]: i vortici che si staccano al trailing edge sono dovuti alla separazione della corrente e tale oscillazione risale verso monte ed influenza lo strato limite laminare. In Figura 5-27 si nota che tale instabilità coinvolge completamente lo shear layer del ventre. In ogni caso, trovandosi in un regime a velocità molto ridotte, lo strato limite si mantiene laminare per tutta l'estensione del profilo.

Il discorso cambia per le instazionarietà a Reynolds più elevati dato in cui la transizione avviene completamente e genera un'instabilità dello shear layer che coinvolge soltanto il dorso. Un'ulteriore interpretazione è riportata nell'articolo di Russel [20], secondo cui, il fenomeno avviene nel momento in cui la bolla di ricircolo, all'aumentare dell'angolo d'attacco, si sposta verso monte e, non riuscendo più a chiudersi e a mantenere delle dimensioni ridotte, genera il "bursting", ossia lo scoppio della bolla che modifica completamente il campo di moto; il fenomeno è ampiamente trattato ed è tipico proprio di profili molto spessi a bassi numeri di Reynolds.

Queste particolari casistiche non rientrano nel range di utilizzo dell'elica, che lavora attorno a 4° , ma sono interessanti da studiare per un possibile utilizzo in condizioni off-

design e per i fenomeni instazionari coinvolti. In Figura 5-30 è mostrata l'instazionarietà in termini di velocità ad un certo istante di tempo per la sezione a $r/R=0.53$. Vediamo come questo fenomeno si verifichi solamente per un particolare angolo d'attacco, mentre scompare per α diversi da 7° . Inoltre, andando a mediare il flusso medio nel tempo, in Figura 5-35, ci si riconduce alla stessa visualizzazione di campo che si aveva con il solver stazionario con una bolla che si chiude esattamente in prossimità del punto di massimo spessore e risulta perciò molto estesa. Si può notare come tutto ciò sia testimoniato dall'andamento del coefficiente di attrito sul profilo in Figura 5-36; nel caso mediato si può riconoscere la bolla di ricircolo dal secondo cambio di segno, mentre nel caso non mediato possiamo identificarle chiaramente, potendo persino identificare una frequenza caratteristica.

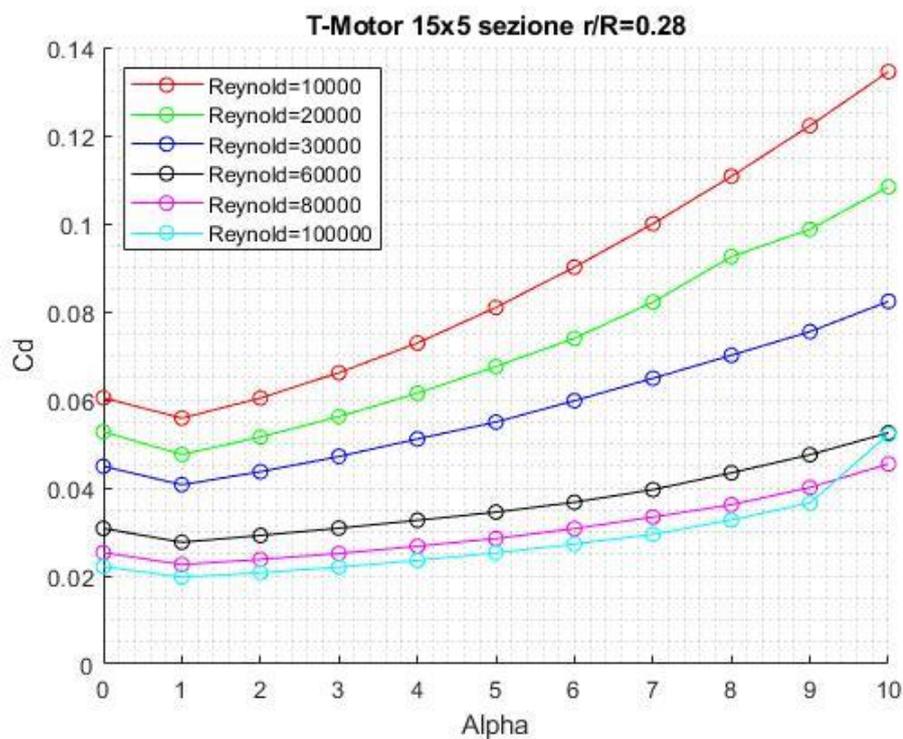


Figura 5-12: T-Motor Cd-alpha, sezione $r/R = 0.28$

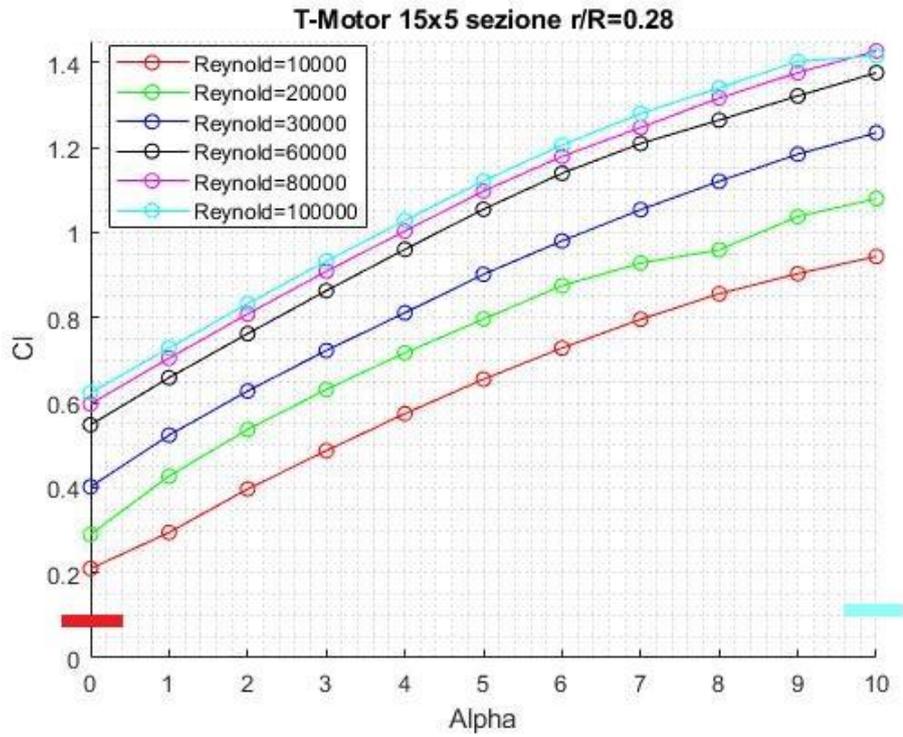


Figura 5-13: T-Motor Cl-alpha, sezione r/R = 0.28

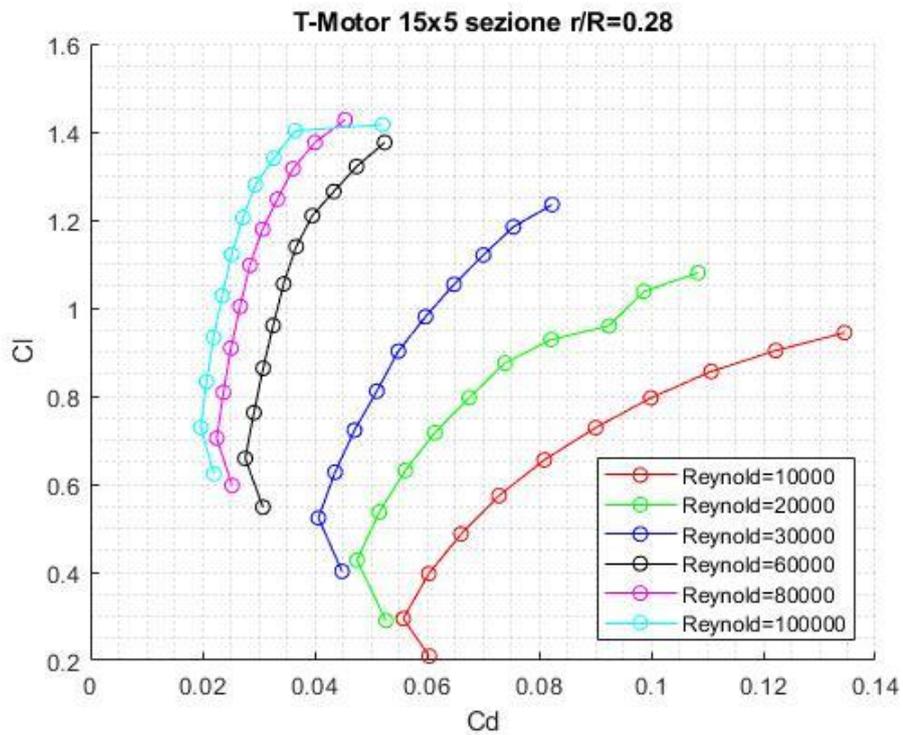


Figura 5-14: T-Motor Cl-Cd, sezione r/R = 0.28

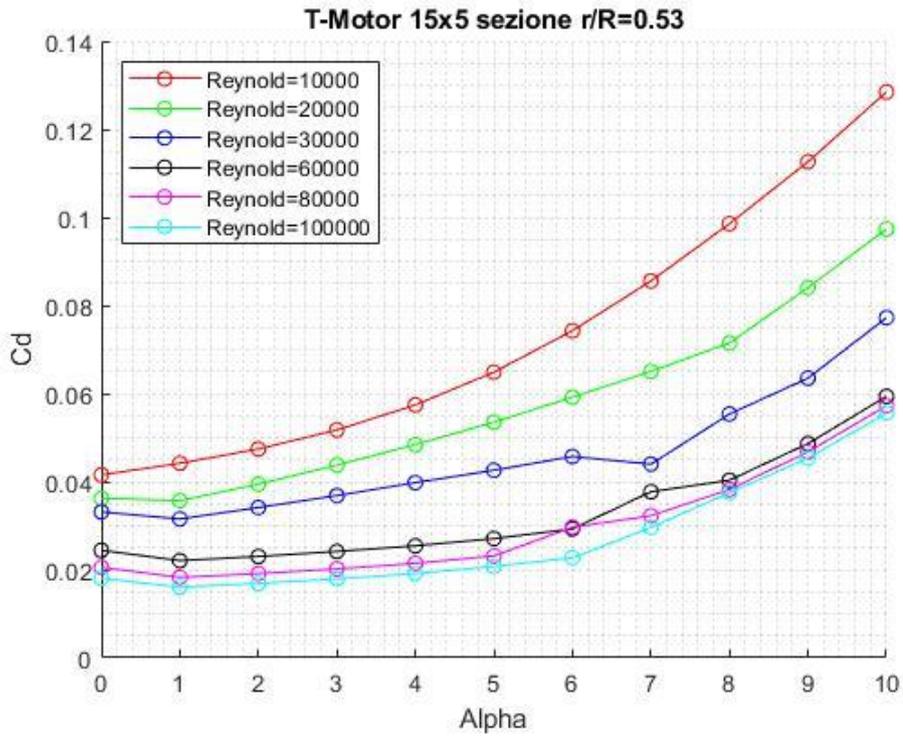


Figura 5-15: T-Motor Cd-alpha, sezione $r/R = 0.53$

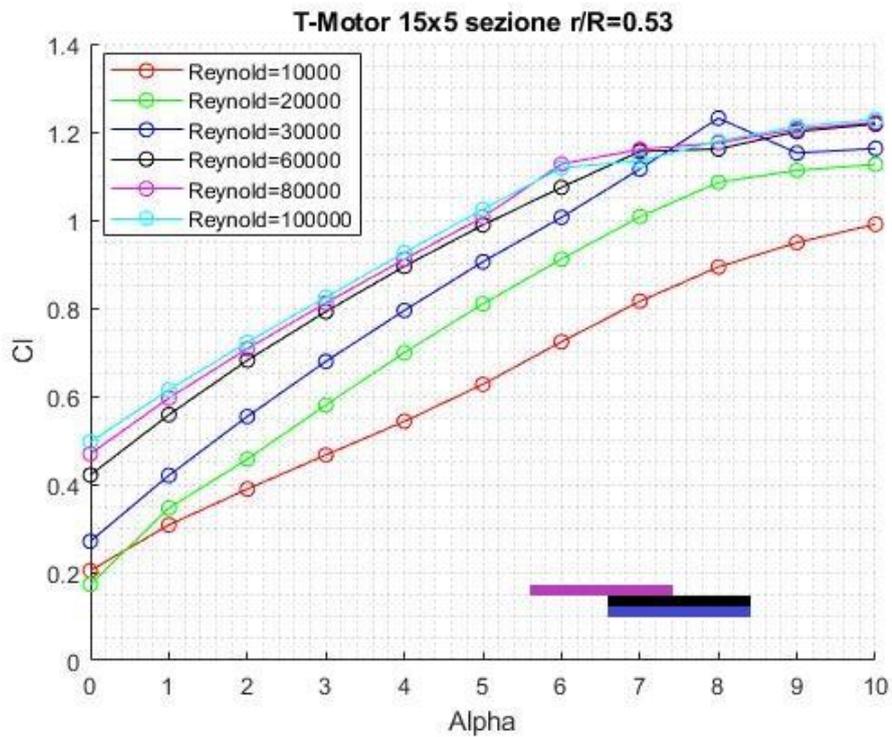


Figura 5-16: T-Motor Cl-alpha, sezione $r/R = 0.53$

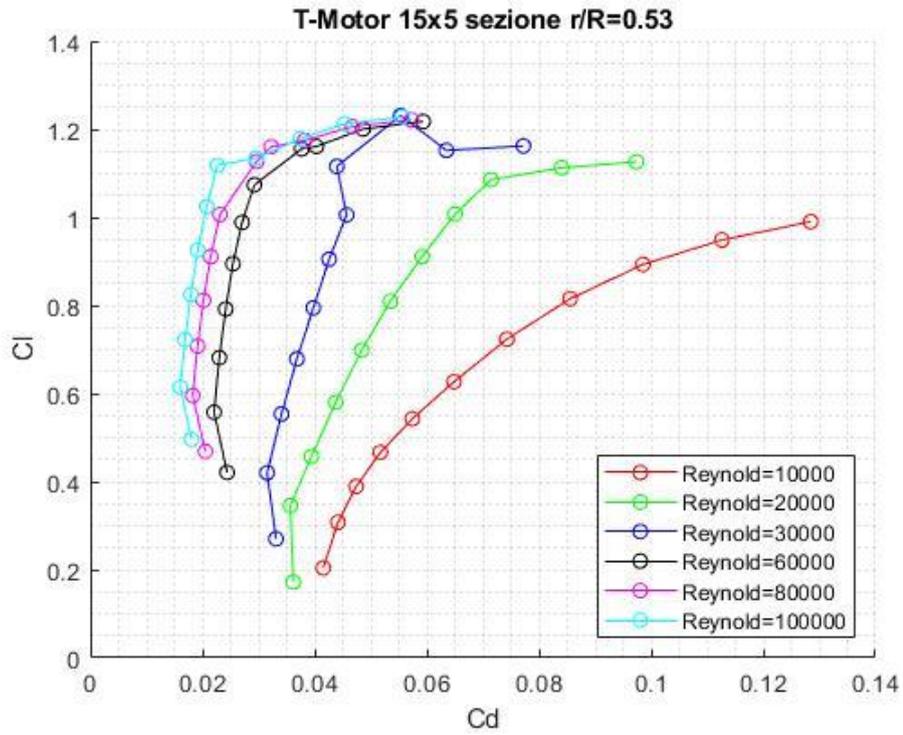


Figura 5-17: T-Motor C_l - C_d , sezione $r/R = 0.53$

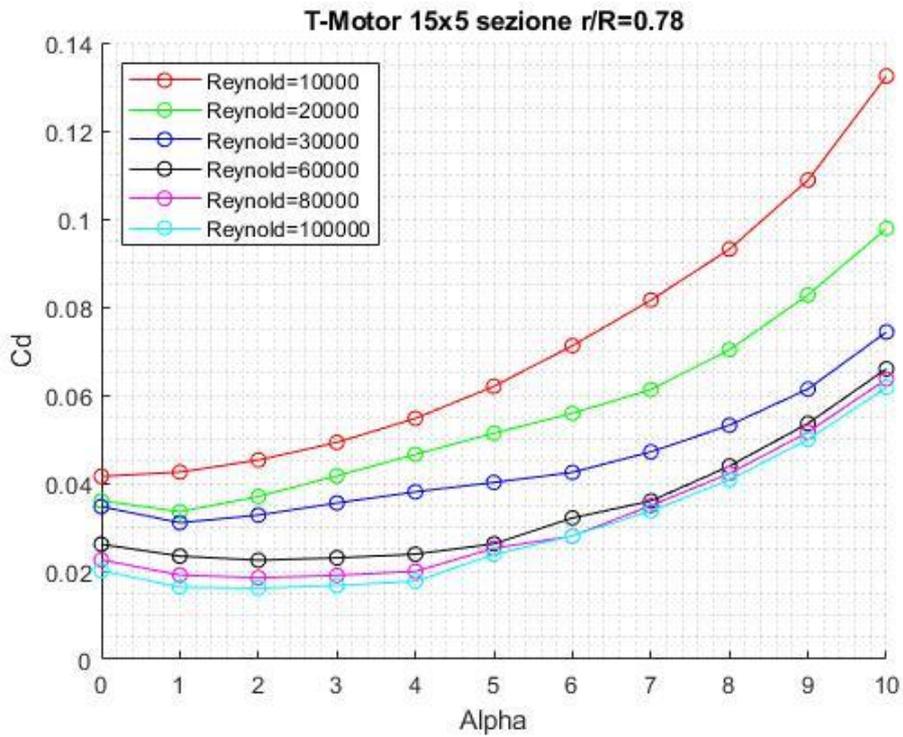


Figura 5-18: T-Motor C_d - α , sezione $r/R = 0.78$

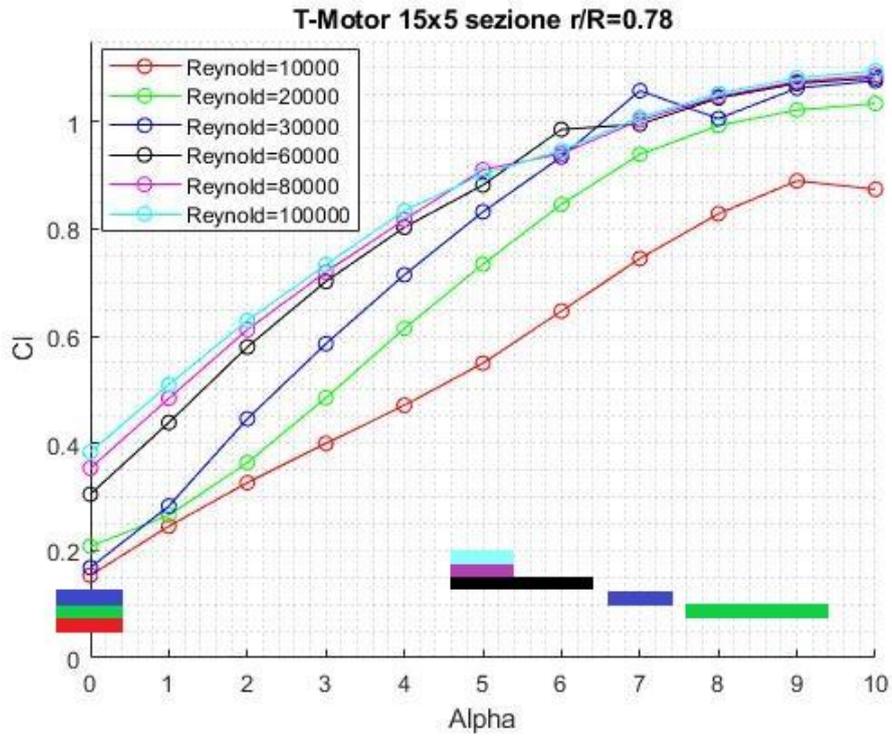


Figura 5-19: T-Motor Cl-alpha, sezione r/R =0.78

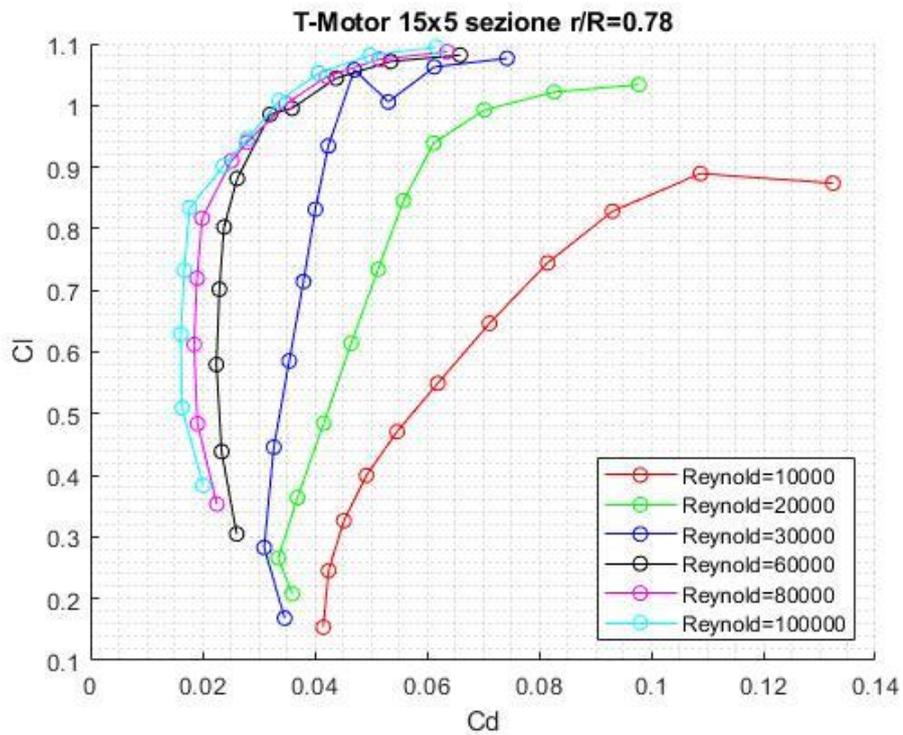


Figura 5-20: T-Motor Cl-Cd, sezione r/R =0.78

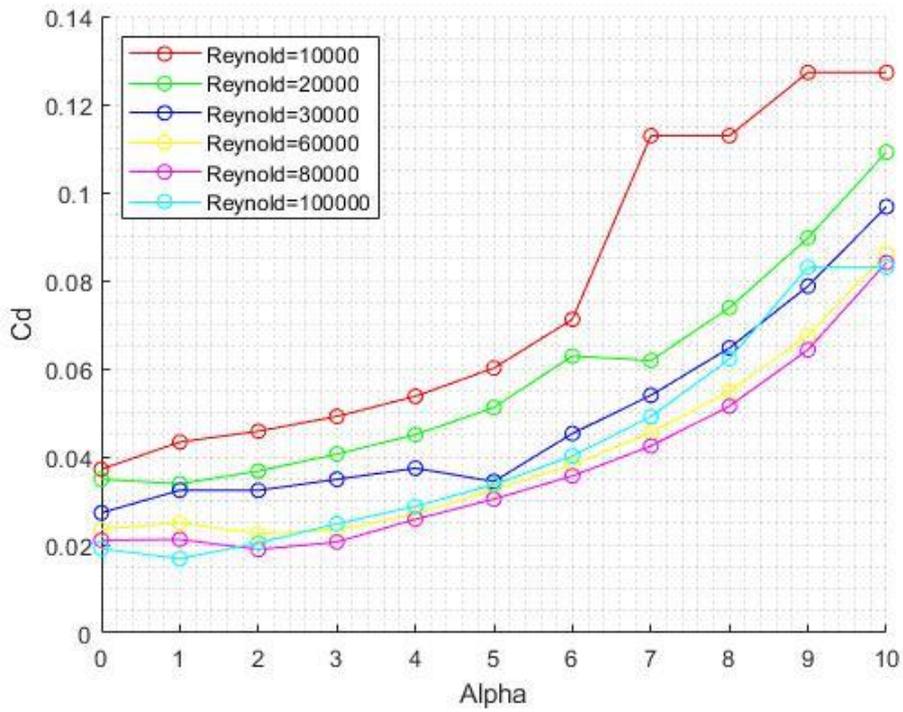


Figura 5-21: T-Motor Cd- alpha, sezione r/R =0.91

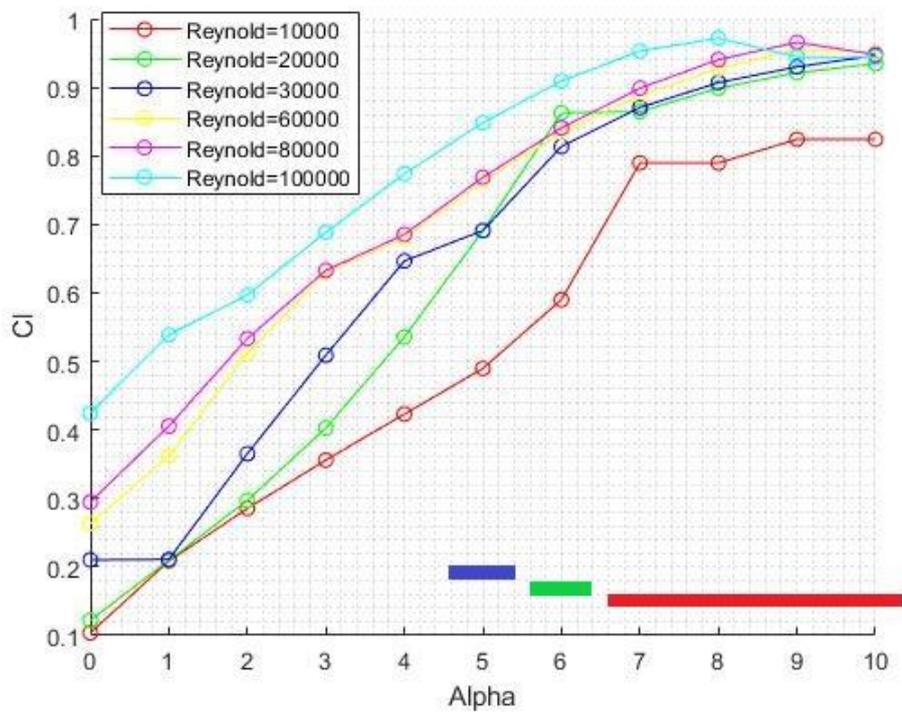


Figura 5-22: T-Motor Cl- alpha, sezione r/R =0.91

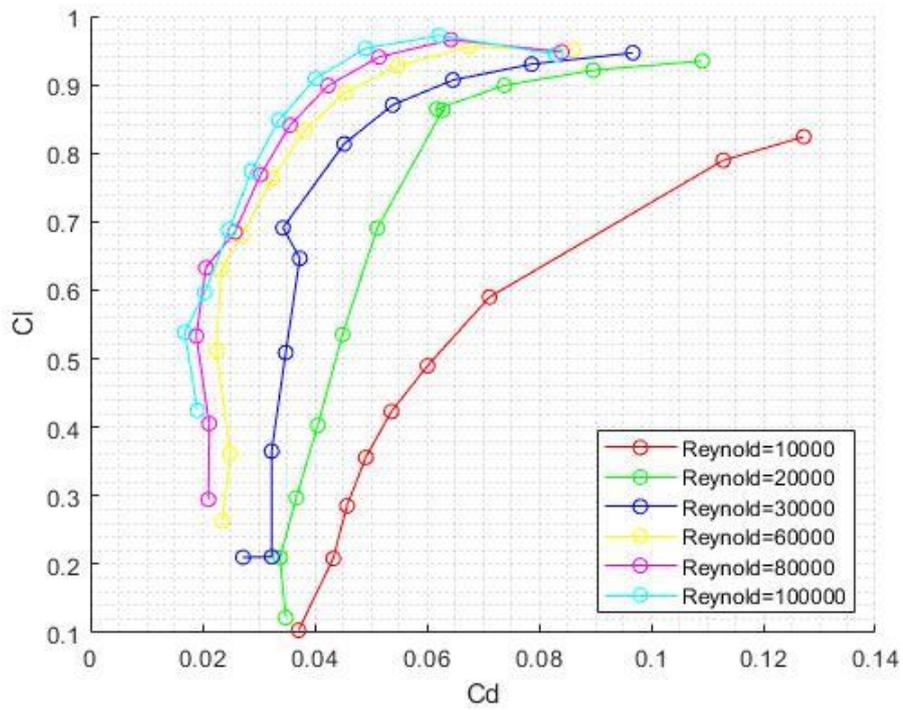


Figura 5-23: T-Motor C_l - C_d , sezione $r/R = 0.91$

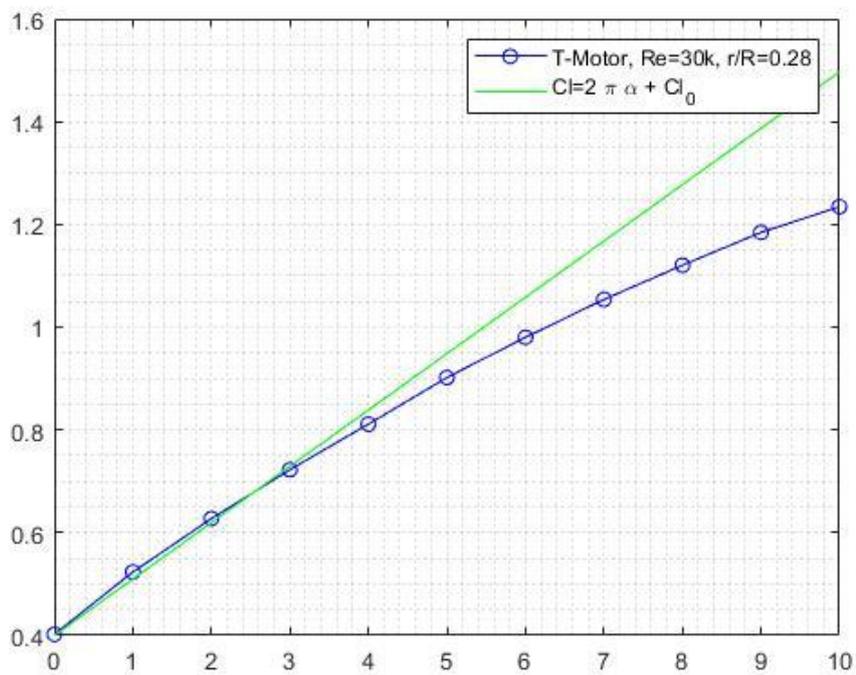


Figura 5-24: Confronto sez. 0.28, $Re=30k$ con teoria profilo sottile

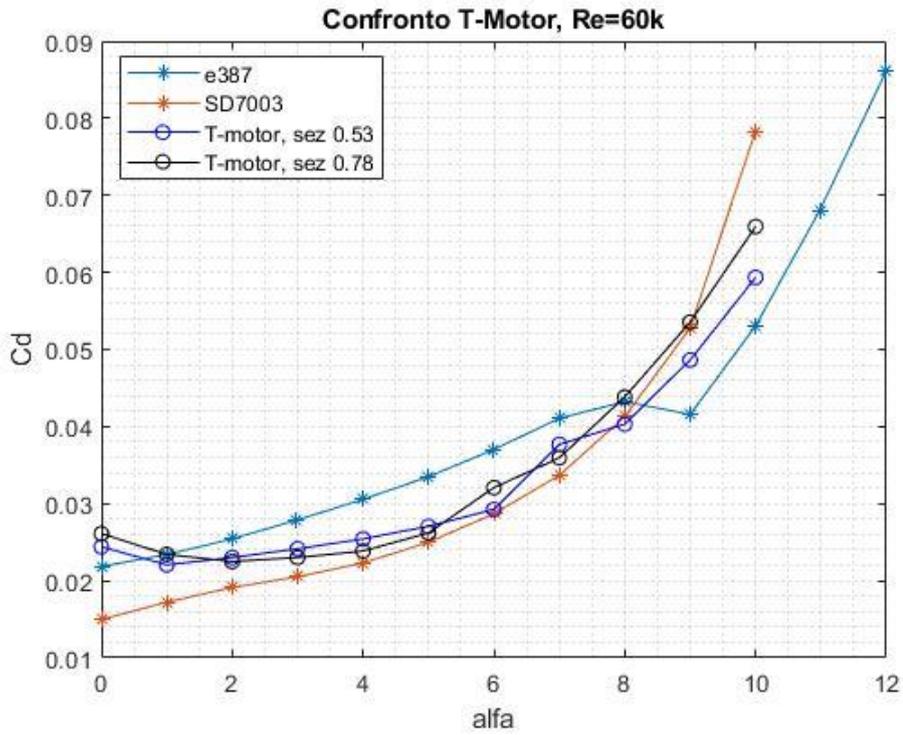


Figura 5-25: confronto analisi $\gamma - Re_\theta$ con altri profili, curva $C_d-\alpha$

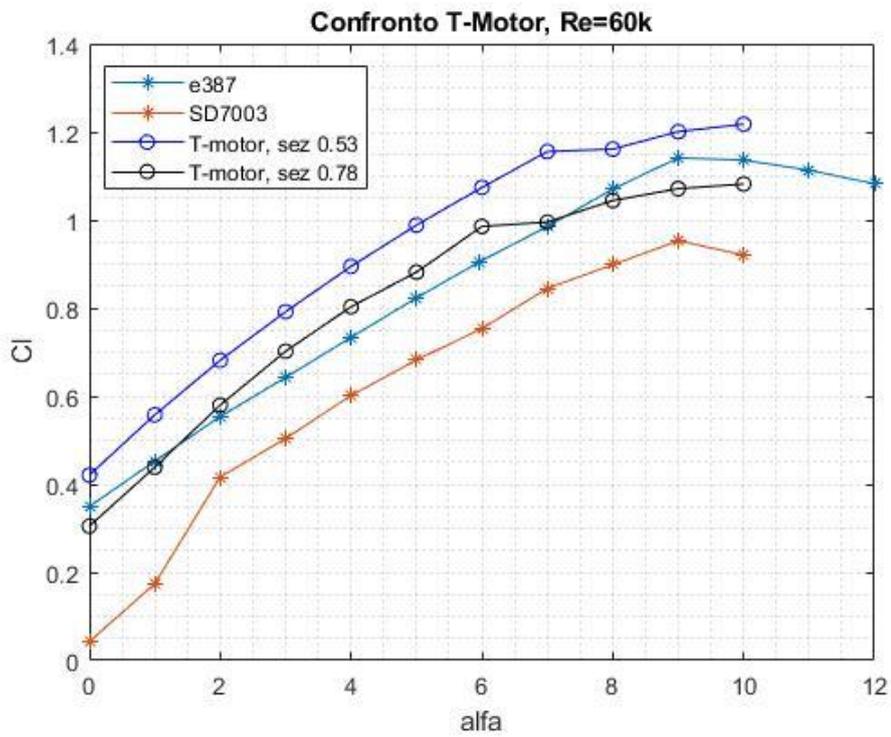


Figura 5-26:Figura 5 20: confronto analisi $\gamma - Re_\theta$ con altri profili, curva $C_l-\alpha$

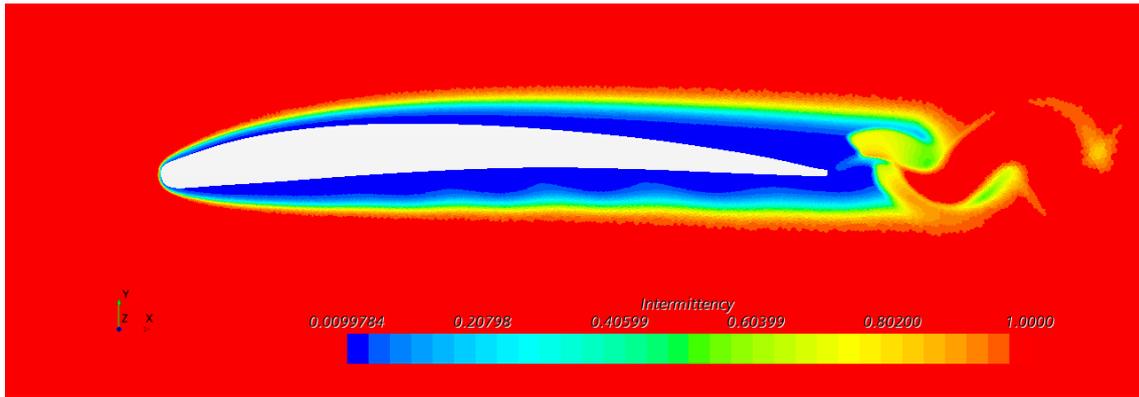


Figura 5-27: oscillazione dello spessore dello shear layer per il profilo sez. $r/R=0.78$, $Re=10000$, $\alpha=0^\circ$

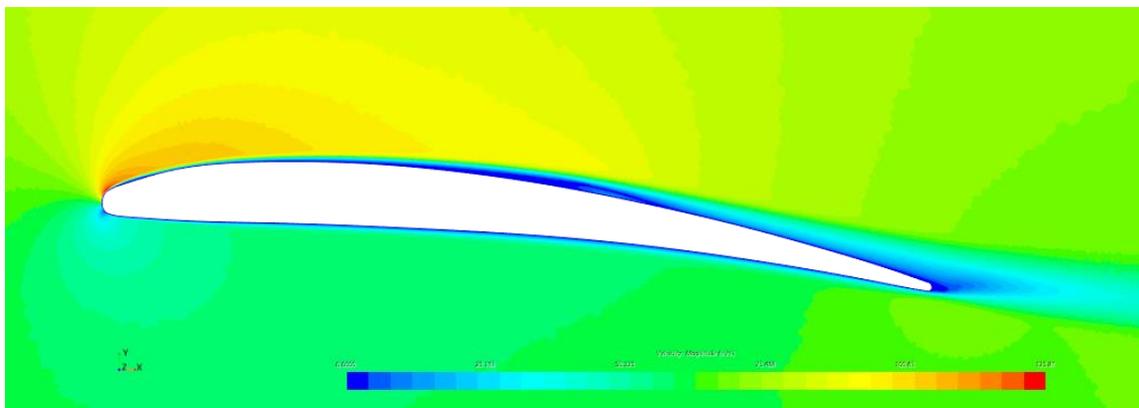


Figura 5-28: campo di velocità del profilo a sezione $r/R=0.53$, $Re=60000$, $\alpha=6^\circ$

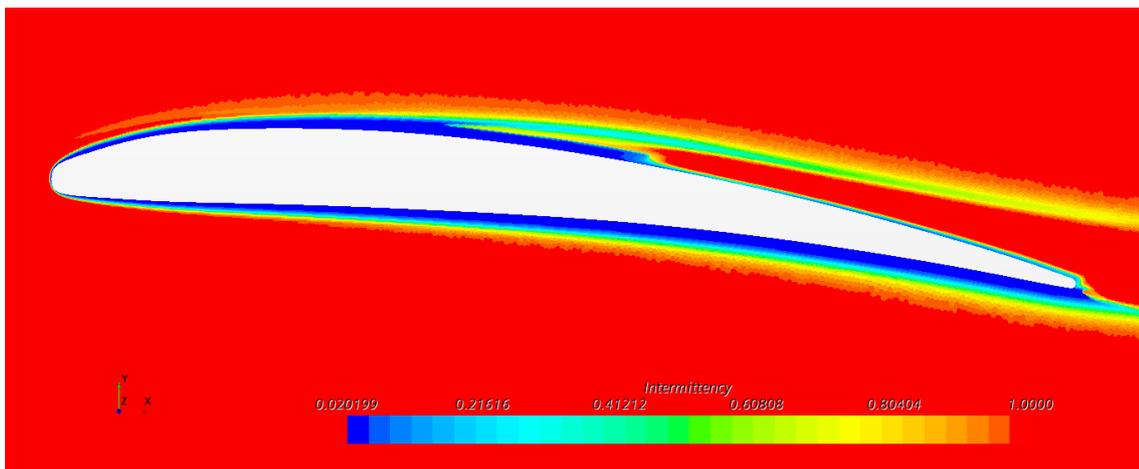


Figura 5-29: intermittenza del profilo a sezione $r/R=0.53$, $Re=60000$, $\alpha=6^\circ$

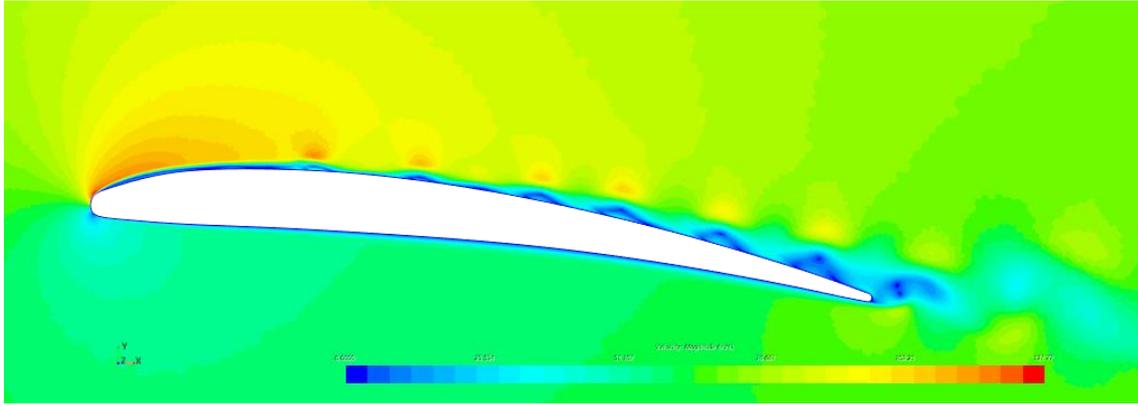


Figura 5-30: visualizzazione del vortex shedding mediante il campo di velocità del profilo a sezione $r/R=0.53$, $Re=60000$, $\alpha=7^\circ$

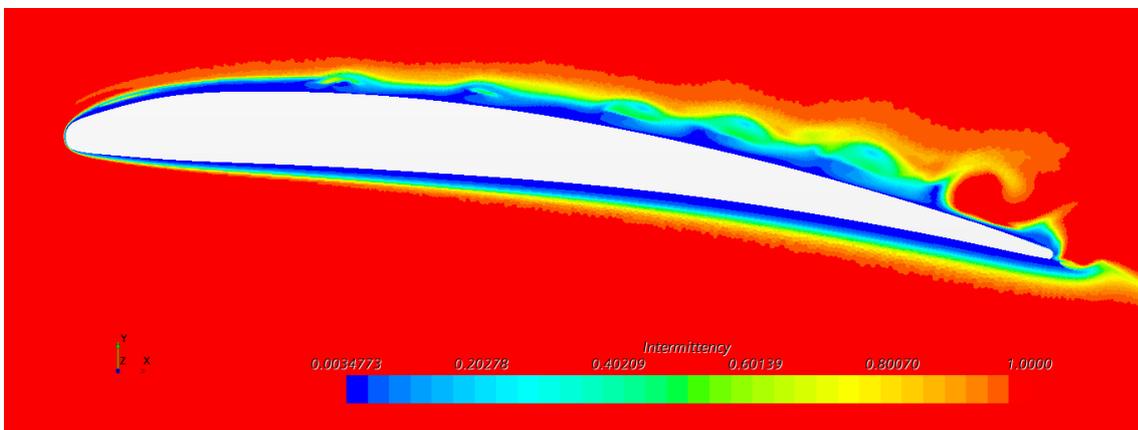


Figura 5-31: intermittenza del profilo a sezione $r/R=0.53$, $Re=60000$, $\alpha=7^\circ$

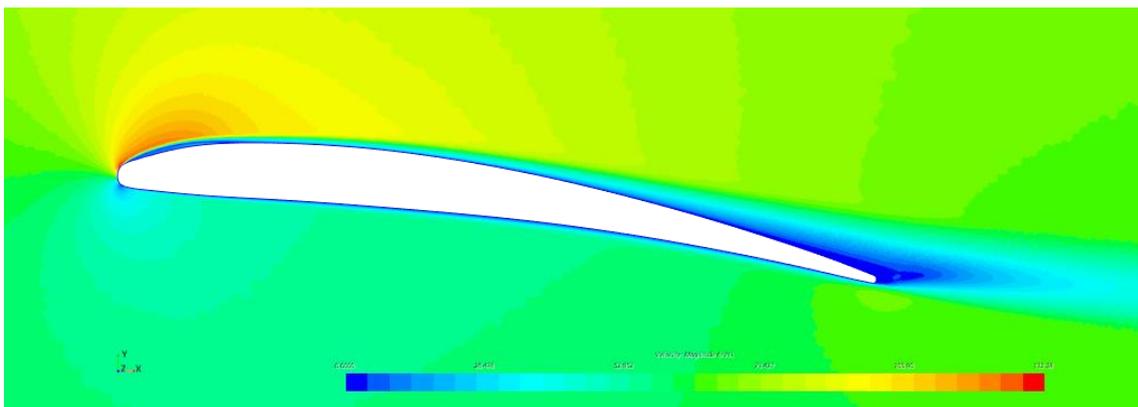


Figura 5-32: visualizzazione del campo di velocità del profilo a sezione $r/R=0.53$, $Re=60000$, $\alpha=8^\circ$

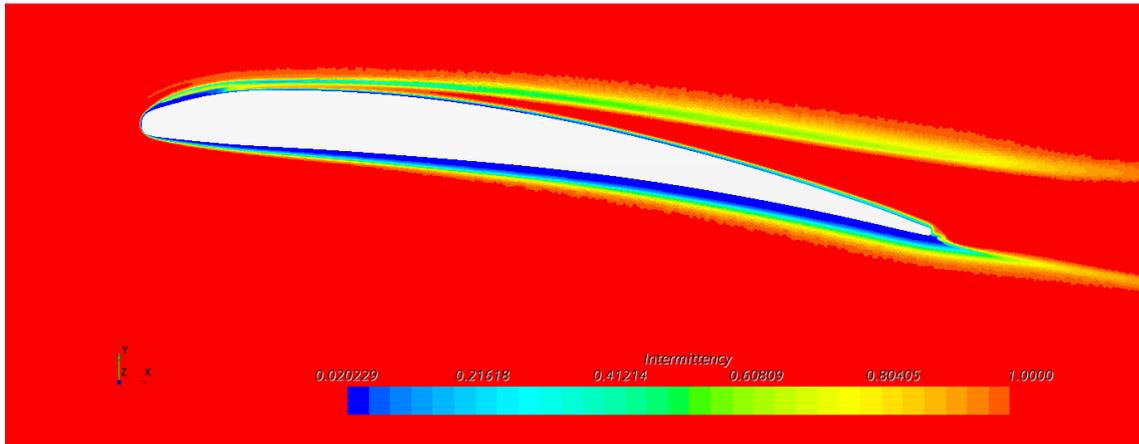
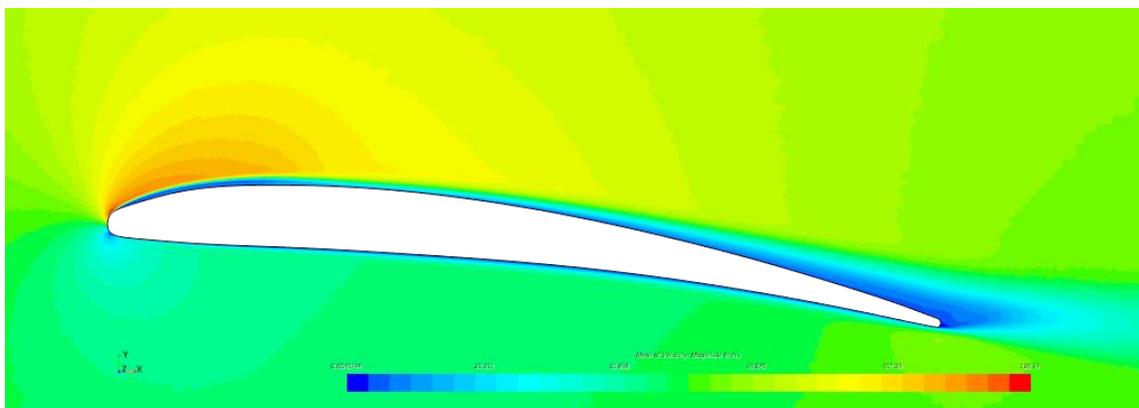


Figura 5-33:intermittenza del profilo a sezione $r/R=0.53$, $Re=60000$, $\alpha=8^\circ$



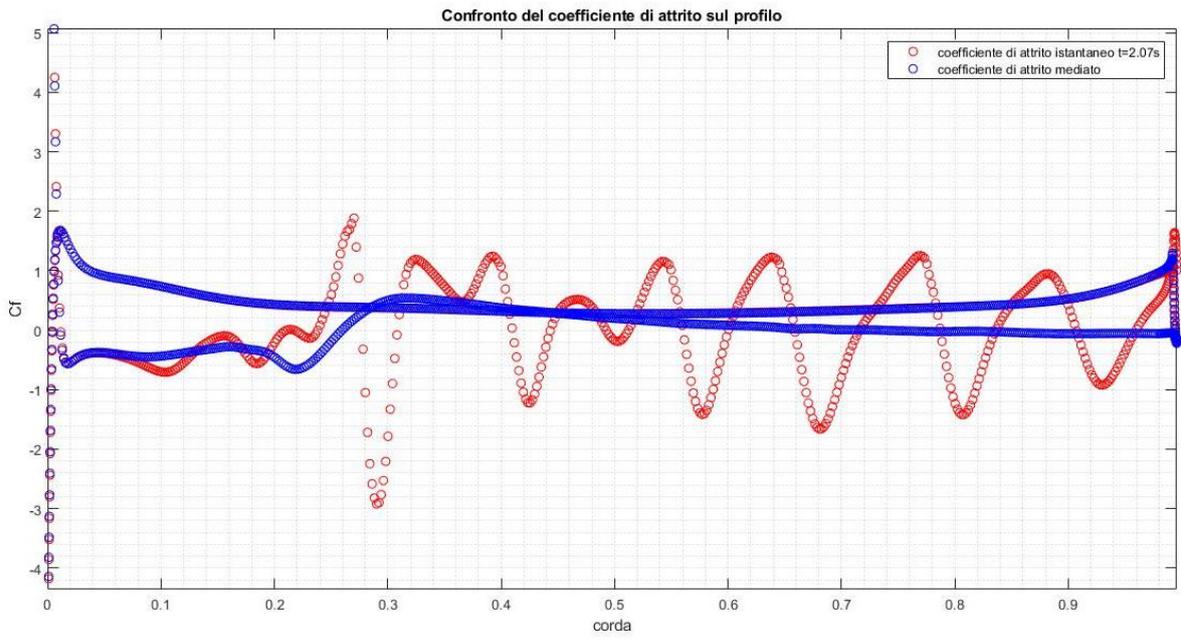


Figura 5-36: confronto del coefficiente di attrito tra flusso istantaneo e flusso mediato

6 Analisi 3D dell'elica

L'analisi tridimensionale presenta molte criticità, prima fra tutte il necessario aumento del costo computazionale che ne deriva dal trattare un dominio in tre dimensioni. Il numero di celle aumenta di quasi due ordini di grandezza e si devono considerare dei metodi per poter risparmiare celle. Un'altra analisi interessante è quella che riguarda il solutore stazionario, infatti, se si riesce a farne uso in modo adeguato, si possono risparmiare molte iterazioni giungendo comunque a risultati molto simili a quelli sperimentali.

6.1 Dominio di calcolo

L'elica in rotazione è un esempio di campo di moto assialsimmetrico, per cui, necessita di uno spazio in cui si possa sviluppare completamente il flusso a valle di essa, la scia. Anche il dominio di calcolo dovrà seguire le caratteristiche di simmetria assiale, per cui sarà, ad esempio, uno a geometria cilindrica o conica.

La scelta è stata dettata dall'esigenza di non avere un'inversione di flusso sulle pareti per cui è preferibile avere un dominio conico. Il fatto di dover simulare un'elica in hovering comporta la presenza di vortici controrotanti alle estremità che si staccano e non vengono trascinati dal flusso esterno verso valle, ma rimangono in posizione e si allargano. Per questo motivo, è necessario avere comunque una velocità di inflow, seppur ridotta, così da non avere un flusso invertito sulle pareti laterali che ne comprometterebbe i risultati e la velocità di convergenza della simulazione. Se ad esso si unisce un certo angolo di svasatura del dominio si evita completamente che le velocità invertite giungano sulla condizione al contorno delle pareti laterali. Infine, un dominio conico comporta anche il vantaggio di avere una velocità laterale entrante nel dominio e non tangente ad esso.

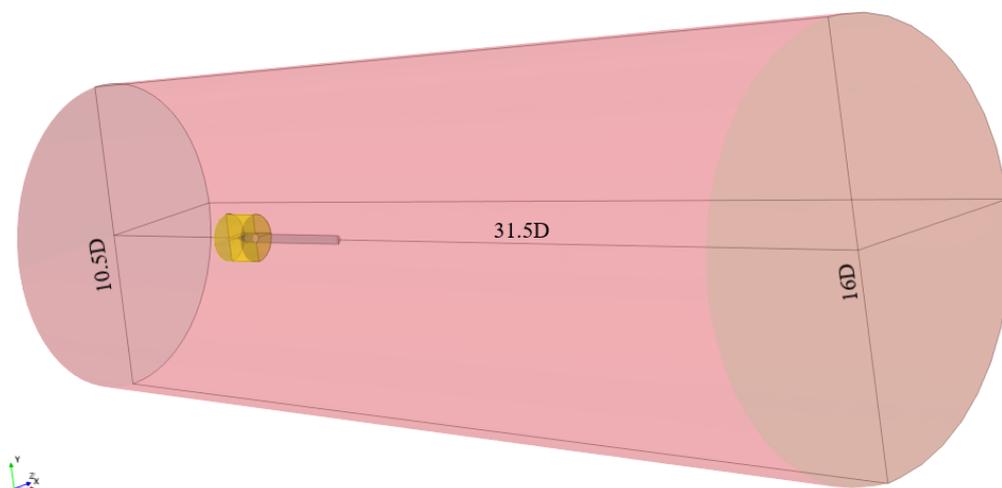


Figura 6-1: dimensioni del dominio completo

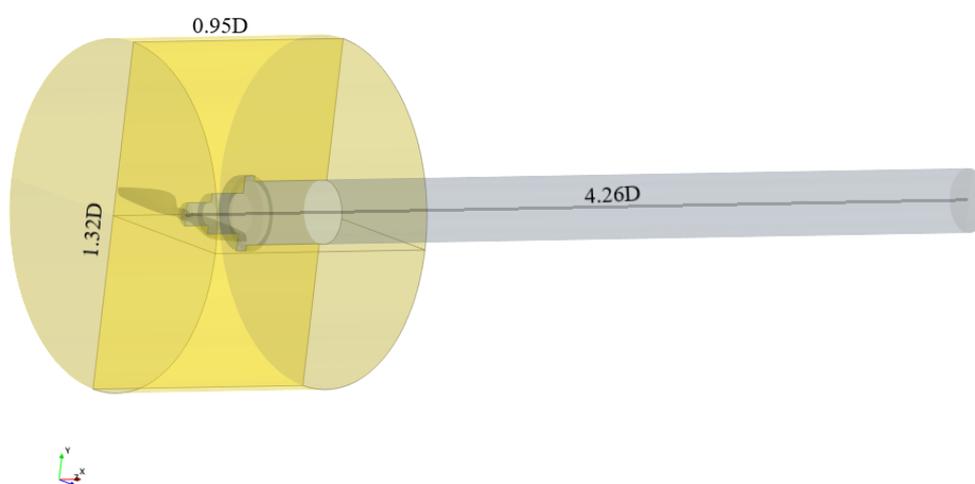


Figura 6-2: dimensioni del dominio rotante

La regione in Figura 6-1 corrisponde al dominio complessivo in cui vengono imposte le condizioni al contorno di velocità e pressione senza alcuna imposizione di rotazione. La regione interna - Figura 6-2, invece, è una regione rotante, in cui si impone la rotazione dell'elica. Si possono, a questo punto, seguire due tipi di approcci:

1. Si adotta un cambio di sistema di riferimento per la regione interna, per cui le grandezze calcolate faranno fede ad un sistema di riferimento rotante centrato nell'asse dell'elica. A questo punto si può far uso di un solver stazionario

mantenendo i fenomeni che non lo sono all'interno della regione rotante. In questo modo le grandezze mediate vengono risolte senza, però, tener conto di alcuna dipendenza temporale. Ovviamente questo metodo ha delle limitazioni perché funziona soltanto con casi assialsimmetrici: sia la geometria del corpo in rotazione che le condizioni al contorno devono seguire questa simmetria per cui la velocità di inflow dovrà essere assiale. All'interfaccia tra i due sistemi di riferimento si può usare quella che viene chiamata interfaccia diretta, per cui le grandezze attraverso l'interfaccia si trasmettono all'esterno del dominio rotante come se non vi fosse alcuna interfaccia con l'accortezza di avere un dominio rotante sufficientemente grande da permettere al flusso interno di svilupparsi [5]. Si tenga comunque conto che in questo caso la griglia non si muove, ma si cambia soltanto il sistema di riferimento della regione interna.

Un secondo vantaggio di questo metodo è legato alla possibilità di sfruttare un'interfaccia periodica che permette di replicare in ingresso di una regione tutto ciò che esce da un'altra. Nel caso specifico il dominio viene dimezzato e la singola pala riceve in ingresso tutto ciò che esce dalla scia della pala stessa - Figura 6-3. Il risparmio dei costi è enorme dal momento che ogni tipo di elica si può simulare con una pala singola andando poi a raddoppiare/triplicare/quadruplicare i risultati a seconda del numero di pale, rispettivamente due/tre/quattro.

Un ultimo ed importante vantaggio di questo approccio è legato al fatto che, mantenendo la griglia ferma, il sistema rimane inerziale, per cui non si generano forze apparenti ed è possibile applicare il modello di transizione $\gamma - Re_\theta$.

2. Il secondo approccio prevede la presenza di una griglia che ruota in modo rigido (rigid body motion, ossia che non si modifica la griglia per la rotazione) alla velocità di rotazione dell'elica. In questo modo è l'elica che si muove nello spazio e simula la situazione reale di moto rotazionale. Il vantaggio di questo modello è che non si generano componenti non fisiche alle interfacce dal momento che non cambia il sistema di riferimento e, inoltre, è possibile simulare anche geometrie non simmetriche come un drone completo o un'elica in prossimità di una parete. In questo caso è necessario l'utilizzo di un solver instazionario con tutti gli svantaggi legati all'incremento del costo computazionale e non è più possibile usare un'interfaccia periodica dato che la griglia è in continuo movimento nella parte interna e potrebbero esserci iterazioni con celle non complete sull'interfaccia. È comunque utile far uso di un approccio del genere in quanto,

essendo più rigoroso, potrebbe essere usato come termine di confronto per validare i modelli più economici.



Figura 6-3: principio dell'interfaccia periodica

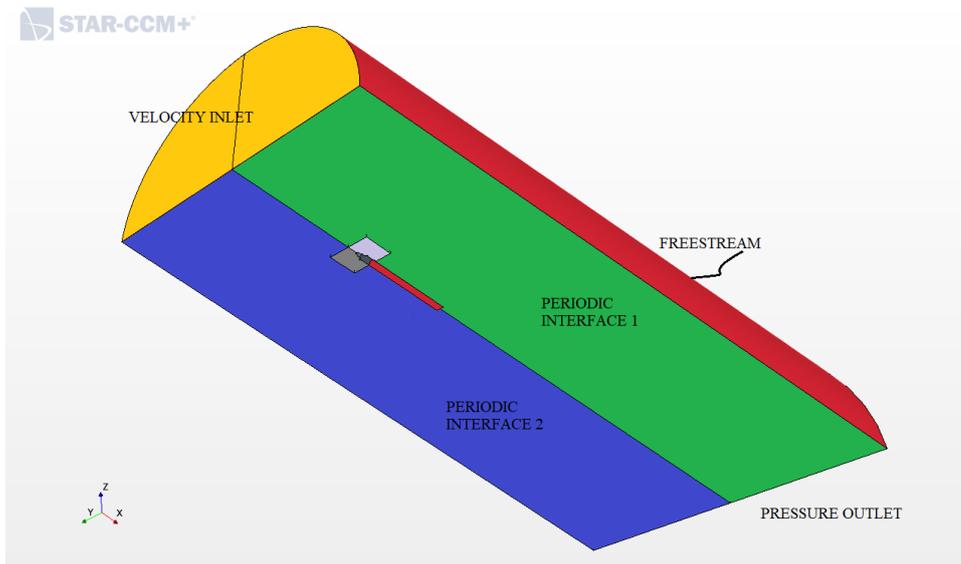


Figura 6-4: condizioni al contorno ed interfacce - dominio esterno

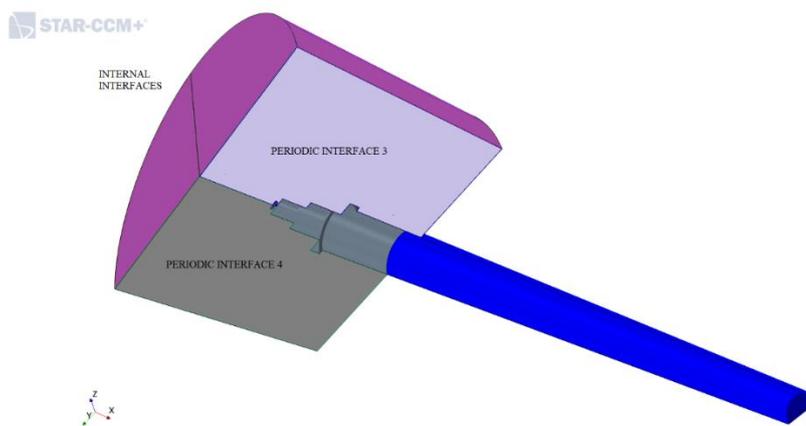


Figura 6-5: condizioni al contorno ed interfacce - dominio rotante

Vediamo di seguito i risultati secondo i due diversi approcci. Per fare un confronto ragionevole non è stato inserito il modello di transizione dal momento che per la griglia dinamica non poteva esser utilizzato.

	Griglia statica	Griglia dinamica	errore [%]
Thrust	7.754363	7.780738	0.34
Torque	0.164049	0.162489	-0.95

Tabella 6-1: Confronto dei risultati tra griglia statica e dinamica

Posti nelle stesse condizioni operative possiamo notare come la differenza in percentuale sia inferiore all'1%, per cui le due simulazioni riportano pressoché gli stessi risultati. Con questo confronto è stato appurato che il metodo con il solver stazionario e dominio dimezzato permette un notevole risparmio dei costi, infatti, oltre al dimezzamento del costo legato al numero di celle, la simulazione arriva in convergenza in un numero di iterazioni pari alla metà della griglia dinamica, senza contare il tempo che impiega ad ogni iterazione per ricreare le interfacce tra dominio rotante e dominio fisso. Per cui i costi si riducono a meno di un 25% rispetto a quelli della simulazione completa.

Si noti che i risultati in questione sono per un caso studio generico e vengono usati come termine di confronto dei due metodi e non per validazione di dati.

6.2 Analisi della mesh

In una simulazione tridimensionale occorre generare una mesh volumetrica per cui vanno specificati alcuni parametri aggiuntivi rispetto al caso bidimensionale. Innanzitutto, va definito un modello per compiere la mesh delle superfici dal momento che le geometrie definite nel paragrafo precedente necessitano di una griglia di superficie che non si discosti troppo dalla geometria originale e che permetta una discretizzazione dei valori su di essa. In seguito, si definisce il tipo di griglia di volume e si può scegliere tra una griglia poligonale, tetragonale, esagonale o trimmed, in cui le celle sono cubiche e orientate nella stessa direzione. Questo ultimo tipo di griglia si genera molto velocemente e può essere usato nelle zone del dominio lontane dai corpi in cui non si necessita di un'elevata definizione della soluzione. Nel nostro caso è stata scelta una griglia poliedrica, sia per l'analogia con la griglia poligonale usata nel caso bidimensionale e sia per la possibilità

che offre di compiere un affinamento adattativo scegliendo le dimensioni delle celle. La griglia trimmed, infatti, permette anch'essa un affinamento di tipo adattativo, ma ad ogni livello le dimensioni delle celle vengono dimezzate. Inoltre, le celle poligonali hanno un maggior numero di celle adiacenti di quelle tetragonali o esagonali e permettono un trasporto più rapido delle informazioni per cui vengono consigliate specialmente per casi a basso Reynolds [11].

Base size	0.2 m
Custom control: superficie rotante	Target size: 4%, 8 mm Growth rate: 1.05 Wake refinement: <ul style="list-style-type: none"> - distance: 2.8 m; - cells size: 15%, 3cm; - growth rate: 1.1.
Custom control: piantone	Target size: 4%, 8 mm Growth rate: 1.05 Prism layer: <ul style="list-style-type: none"> - number of prism layers: 10 - prism layer near wall thickness: 1E-5; - prism layer total thickness: 2%, 4 mm.
Custom control: elica	Target surface size: 0.5%, 1 mm Minimum surface size: Surface curvature: enabled <ul style="list-style-type: none"> - pts/ circle: 75; - Max points/circle: 200; - Curvature deviation distance: 1E-5; Prism layer: <ul style="list-style-type: none"> - number of prism layer: 24; - prism layer near wall thickness: 2.5 E-6; - prism layer total thickness: 9E-4;

Tabella 6-2: Griglia 3D, custom controls

Oltre ai parametri generici è interessante specificare dei valori particolari delle superfici come l'elica, il piantone o la superficie del dominio rotante - Tabella 6-2. Inserendo i parametri come funzione della dimensione di base è possibile compiere un raffinamento complessivo andando a ridurre il valore di quest'ultima.

Trattandosi di una griglia volumetrica risulta più complesso realizzare un buon raffinamento dello strato limite dal momento che ad un minimo aumento del numero di strati corrisponde un grande incremento delle celle totali. Per lo spessore della prima cella ci si può riferire alle definizioni del capitolo 4.2.1, mentre per la dimensione massima facciamo riferimento alla teoria di Blasius per lo strato limite laminare e a quella di Prandtl per lo strato limite turbolento per poi prendere la dimensione maggiore tra le due ed esser sicuri di inglobare completamente lo strato limite della pala.

In Figura 6-6 possiamo notare come funzioni perfettamente il controllo di curvatura che infittisce le celle soltanto in prossimità del bordo di fuga e del bordo d'attacco del profilo.

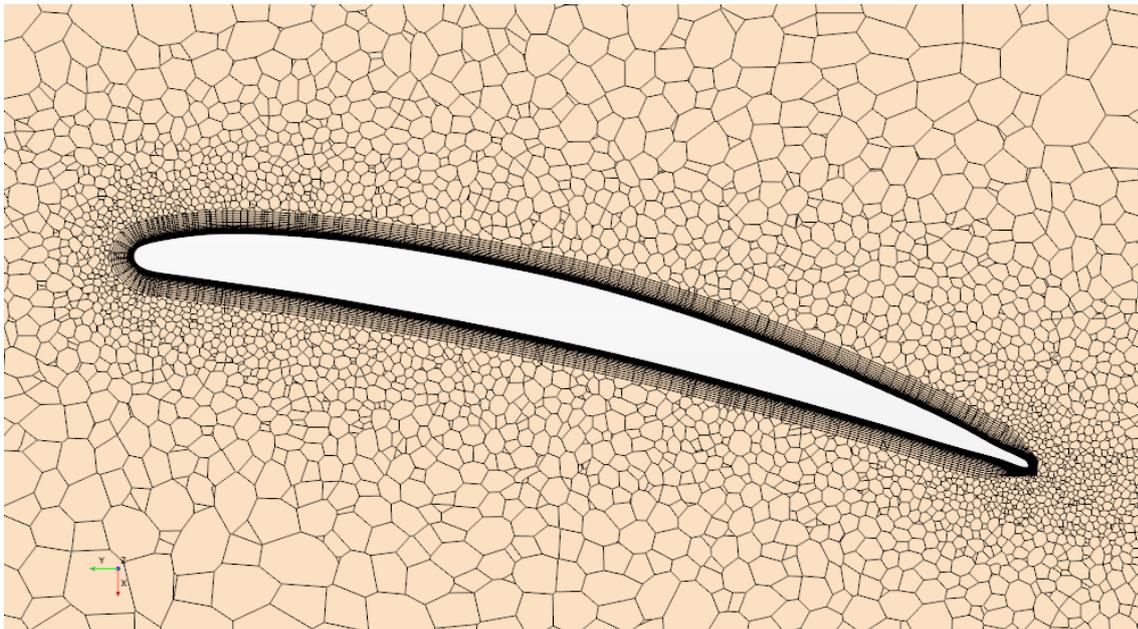


Figura 6-6: prism layer attorno ad una sezione dell'elica

6.2.1 Q-Criterion

Così come per il caso bidimensionale è possibile applicare un raffinamento adattativo al volume di calcolo. Mentre nel caso precedente si era fatto uso del gradiente di velocità e di pressione, in questo caso risulta conveniente considerare la variabile del Q-Criterion che individua le strutture vorticosi coerenti. Secondo lo studio compiuto da Wang et al [21] si staccano tre differenti vortici e, a seconda del regime di funzionamento, interagiscono fra loro e si distorcono a valle del propeller. I vortici sono chiamati tip vortex, root vortex e hub vortex e prendono il nome dal punto dell'elica in cui si formano. È chiaro che la presenza di queste strutture influenzi le prestazioni dell'elica, per cui risulta opportuno andare a raffinare con un funzione che ne individui la posizione: il Q-Criterion. Esso è definito [19]:

$$Q = \frac{1}{2}(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}) = \frac{1}{4}(\omega^2 - 2S_{ij}S_{ij}) = \frac{1}{2}\frac{\nabla^2 p}{\rho} \quad (6.1)$$

Dove Ω_{ij} e S_{ij} sono rispettivamente le parti antisimmetrica e simmetrica del vettore gradiente di velocità:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (6.2)$$

Il Q-Criterion rappresenta il bilancio tra l'incremento di vorticità $\Omega^2 = \Omega_{ij}\Omega_{ij}$ ed il rapporto di deformazione delle particelle $S^2 = S_{ij}S_{ij}$. Nel centro dei vortici la vorticità aumenta molto per cui Q diventa positivo, con valori anche molto alti.

Da verifiche sperimentali è stato provato che il laplaciano della pressione è positivo in corrispondenza di tubi di flusso molto sottili e a bassa pressione racchiuso da superfici isobariche. Per questo motivo, in un flusso incomprimibile, il fatto che il Q-Criterion sia positivo ne prova la loro esistenza [22].

6.3 Analisi dei risultati

Per avere un termine di confronto, è stato studiato il caso di cui si hanno risultati sperimentali nel report di Russel et al [18]. Le condizioni sono standard e riportiamo di seguito i valori di riferimento:

Pressione [Pa]	104930
Temperatura, T [K]	298
Viscosità, μ [Pa * s]	1.8364E-5
Velocità di rotazione [rpm]	4000

Tabella 6-3: condizioni operative Russel [18]

Così come per l'analisi bidimensionale, è stato applicato il modello di turbolenza SST $k - \omega$ di Menter con un confronto sui valori ricavati con e senza modelli di transizione. Dato che nel capitolo precedente si è verificato che i metodi con griglia dinamica e statica sono equivalenti, è stato utilizzato il secondo approccio approfittando del notevole risparmio computazionale.

	Thrust [N]	err [%]	Torque [Nm]	err [%]
No transition + no MR+ no pole	7.78074	-7.8	0.16248926	1.7
No transition + MR + Pole	8.65841	2.6	0.16960544	6.2
$\gamma-Re\theta$ - Menter + MR + no pole	8.42973	-0.1	0.168683061	5.6
$\gamma-Re\theta$ - Menter + no MR + pole	8.60494	2.0	0.169937	6.4
$\gamma-Re\theta$ - Menter + MR + pole	8.78878	4.2	0.16892472	5.7
New geo $\gamma-Re\theta$ - Menter + no MR + pole	8.10624	-3.9	0.156303452	-2.2
New geo $\gamma-Re\theta$ - Menter + MR + pole	8.29973	-1.6	0.1549546	-3.0
Results [Russel]	8.43828	-	0.15976055	-

Tabella 6-4: confronto con i risultati sperimentali

Dai dati in tabella possiamo notare che la presenza del piantone genera un incremento dei valori di spinta e momento. Sicuramente in una sperimentazione di laboratorio è necessaria la presenza di un piantone di sostegno dell'elica per cui è corretto inserirlo nel

dominio di calcolo. Nel report non sono presenti note legate al suo dimensionamento, per cui ci si riferisce alle dimensioni del piantone usate dalle prove di Scanavino [1]. È possibile che sia stato un po' sovradimensionato e, dal momento che è stato posizionato a poche celle di distanza dall'elica, potrebbe avere un effetto di bloccaggio che ne modifica il campo di pressione aumentando le prestazioni.

Inoltre, come già spiegato in precedenza, la stessa geometria dell'elica è incerta sia in termini di spessore che in termini di profili dato che è stata generata come interpolazione dai profili che si aveva a disposizione. Per tutte queste incertezze i risultati non sono esattamente pari a quelli sperimentali, ma l'errore si mantiene comunque basso, attorno al 5%.

Per quanto riguarda il modello di transizione non ci sono evidenze di un miglioramento sulle prestazioni rispetto ai dati sperimentali, ma il tutto potrebbe esser legato all'incertezza che si ha sulle geometrie. In ogni caso, c'è una variazione tra le due casistiche; si prenda, ad esempio, il confronto tra la seconda e la terza riga: la variazione percentuale è di un 2.5% sulla spinta, per cui molto rilevante. Inoltre, andando a prendere due scene scalari del wall shear stress possiamo vedere che, in quella con il modello di transizione, c'è una regione, ben visibile in Figura 6-7/ Figura 6-9, in cui lo sforzo di taglio è negativo sulla superficie, il che è dovuto alla ricircolazione di corrente della bolla che abbiamo visto nell'analisi bidimensionale. Si può vedere anche la bolla di ricircolo sul bordo d'attacco, che era stata notata per i profili a $r/R=0.78$, dovuta ad imperfezioni geometriche della ricostruzione del CAD.

Inoltre, se si visualizzano le linee di corrente a parete, vedremo che nella zona in cui viene individuata la ricircolazione c'è poca aderenza e le particelle vengono trasportate verso l'esterno per la forza centrifuga. Per cui, per la condizione di no-slip, le particelle si dispongono in direzione del flusso, mentre nella zona in cui c'è separazione vanno radialmente. Se si osserva attentamente la Figura 6-10 possiamo vedere sia una zona con transizione indotta da separazione che una zona, più verso l'estremità in cui non c'è separazione ma avviene una transizione naturale. Questa osservazione trova conferma nell'immagine successiva in cui c'è un incremento del valore dell'intermittenza a parete, prima in prossimità della bolla e poi direttamente dal leading edge procedendo verso l'estremità della pala. La zona di transizione naturale collega le due zone di transizione indotta da separazione le quali, vanno a disturbare il flusso radialmente e lo rendono instabile e compatibile con la transizione a turbolento.

Infine, se si visualizza una sezione del profilo di velocità a ridosso della zona rossa si vedrà la bolla di ricircolo proprio come nell'analisi bidimensionale, anche se molto sottile. Non sarà ben definita a causa dei flussi radiali che vanno ad alterare leggermente l'immagine, ma con le linee iso-velocità si può apprezzare la sua forma caratteristica.

I vantaggi legati al raffinamento sono evidenti; esso permette un aumento di più del 2% della spinta ed una riduzione dello 0.7/0.8 % del momento. Questa tendenza è lo stesso sia per quanto riguarda la geometria vecchia che per quella nuova. È evidente che, raffinando la zona in cui sono presenti i vortici, permette che essi si sviluppino completamente nel dominio con un cambiamento sul campo di pressioni attorno all'elica e quindi un cambiamento dei valori di spinta e momento. Senza il raffinamento adattativo la griglia si sviluppa uniformemente e le celle aumentano la loro dimensione all'aumentare della distanza dalla pala. Tuttavia, i fenomeni vorticosi, specie il tip vortex, hanno ancora dimensioni ridotte ad una gran distanza dalla essa e necessitano della maggior concentrazione di celle permessa dal raffinamento. La presenza dei vortici viene testimoniata in Wang et al [21] per un caso in avanzamento, ma, come vedremo nel capitolo 8, è presente anche nel caso in hovering e va considerata.

Per quanto riguarda il numero di celle si mantiene all'incirca lo stesso dato che l'aumento di celle nella zona dei vortici è compensato da una diminuzione nella zona vicino al rotore. In quest'ultima zona è importante che ci sia una buona mesh, ma il raffinamento mappa la zona in funzione del Q-Criterion, per cui, anziché fare una griglia le cui celle crescono all'allontanarsi dall'elica le mantiene di dimensioni intermedie e pressoché costanti.

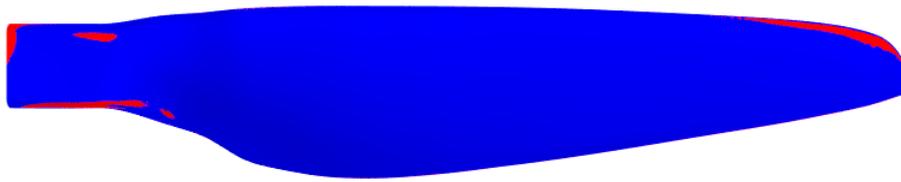


Figura 6-7: wall shear stress, senza modello di transizione

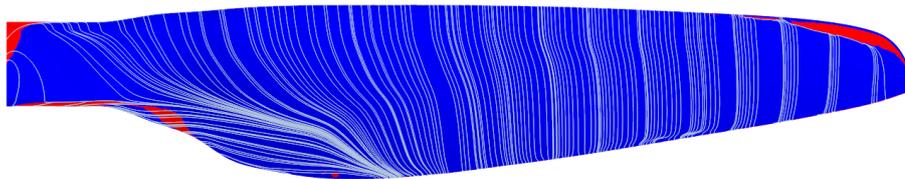


Figura 6-8: linee di corrente a parete, senza modello di transizione

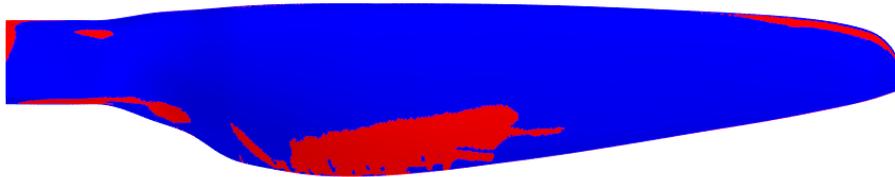


Figura 6-9: wall shear stress, con modello di transizione

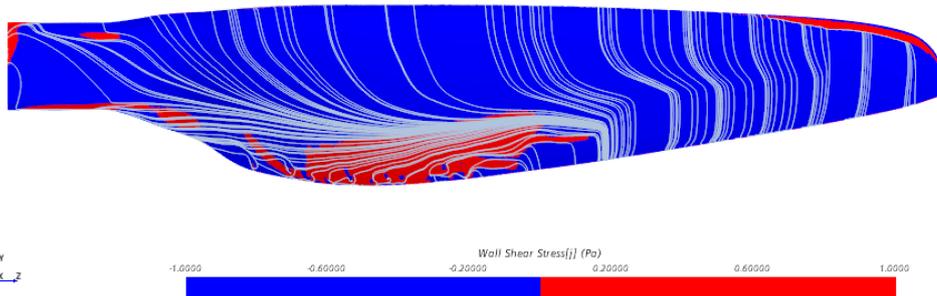


Figura 6-10: linee di corrente a parete, con modello di transizione

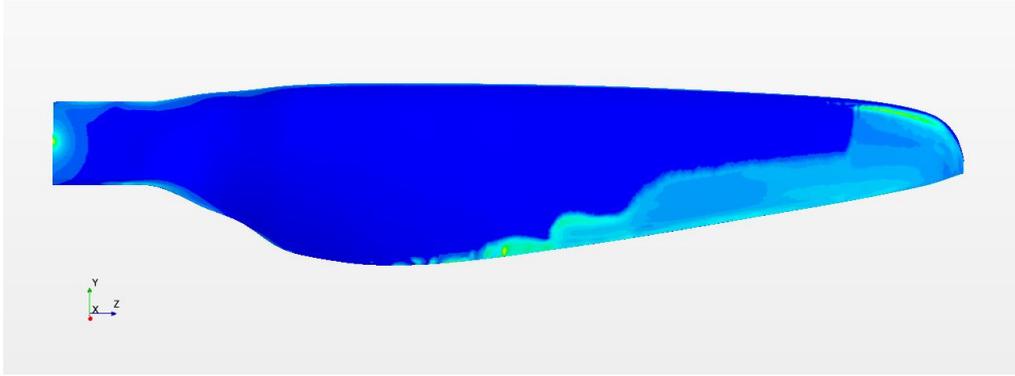


Figura 6-11: intermittency a parete, con modello di transizione

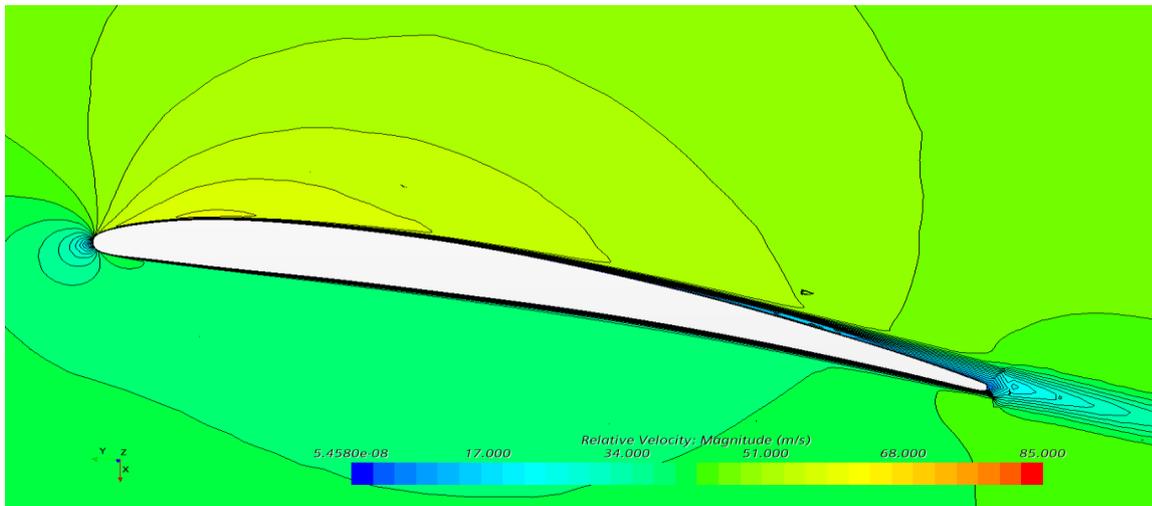


Figura 6-12: profilo di velocità su piano radiale

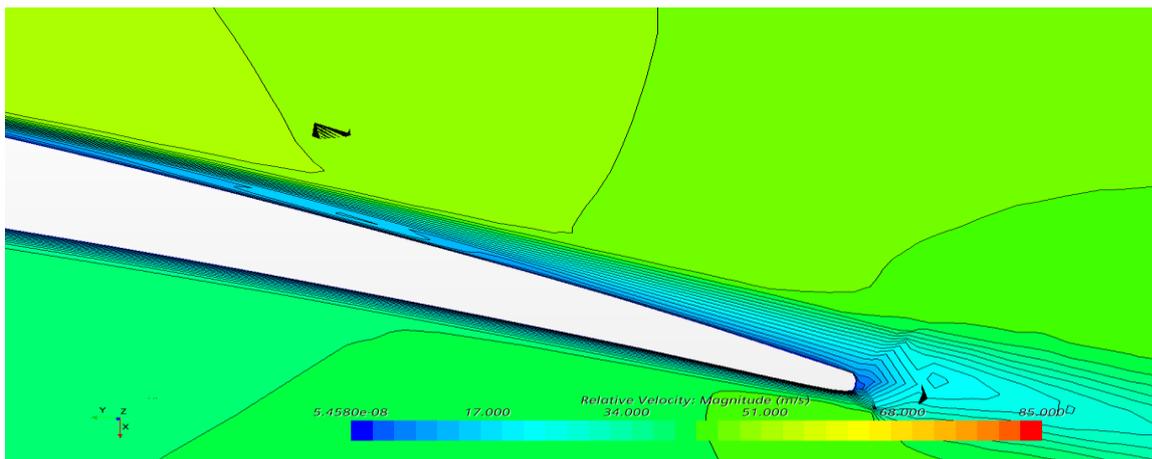


Figura 6-13: profilo di velocità su piano radiale, zoom sulla bolla di ricircolo

7 Analisi di ordine ridotto

Come già spiegato nel capitolo 2 le teorie di ordine ridotto permettono di compiere un'analisi quantitativa delle prestazioni di un'elica avendo a disposizione soltanto le caratteristiche geometriche e le polari dei profili ad alcune sezioni. Ovviamente, all'aumentare dei dati a disposizione, l'analisi sarà più accurata, ma si deve tenere in conto che non si possono calcolare le polari per ogni profilo dell'elica altrimenti cesserebbe lo scopo di compiere un'analisi semplificata.

Nel caso specifico abbiamo a disposizione i dati del capitolo 5 per cui abbiamo le polari di quattro sezioni che possono essere utilizzate come input per la teoria dell'elemento di pala e per la teoria vorticoso.

Per quanto riguarda le polari si deve tener conto che vanno interpolate le regioni tra una sezione e l'altra e, come criterio, si può considerare l'andamento di inarcamento e di spessore massimo dell'elica; per profili con le stesse caratteristiche si avranno all'incirca gli stessi coefficienti aerodinamici. C'è da considerare anche che la forma del profilo influenza il flusso e due profili con le stesse caratteristiche potrebbero fornire risultati differenti, ma, analizzando l'andamento delle scansioni, le forme cambiano soltanto a ridosso delle estremità dove intervengono i fattori di correzione, per cui non hanno molta rilevanza. Nelle figure che seguono sono riportati gli andamenti dello spessore massimo e del massimo inarcamento e vengono riportati i valori di altri due profili, tipicamente soggetto di analisi, a conferma che il metodo utilizzato è valido per profili simili e, a maggior ragione, si può applicare correttamente sulla T-Motor [23]. Per quanto riguarda lo spessore massimo servirebbero altri dati per confermare l'adeguatezza del modello poiché la T-motor 15x5 raggiunge spessori anche molto elevati in prossimità della sezione di radice.

Dai grafici in Figura 7-1, Figura 7-2 possiamo dedurre che le sezioni da $r/R = 0.3$ mantengono all'incirca lo stesso spessore massimo di poco inferiore al 10% della corda, mentre variano l'inarcamento massimo. Tenendo conto di ciò, è stato scelto di analizzare una sezione a $r/R = 0.28$ poiché prima di questa non c'è un così grande impatto sulle prestazioni per la presenza dell'hub. Da questa sezione a quella successiva ($r/R = 0.53$) l'andamento di Figura 7-1 è all'incirca lineare e così saranno interpolate le polari. Segue un andamento lineare tra $r/R = 0.53$ e $r/R = 0.6$, poi costante fino a $r/R = 0.78$ ed

infine lineare fino a $r/R = 0.91$ oltre il quale non c'è più un contributo rilevante sulle prestazioni sia per la presenza dei tip vortex che per le dimensioni molto ridotte dei profili.

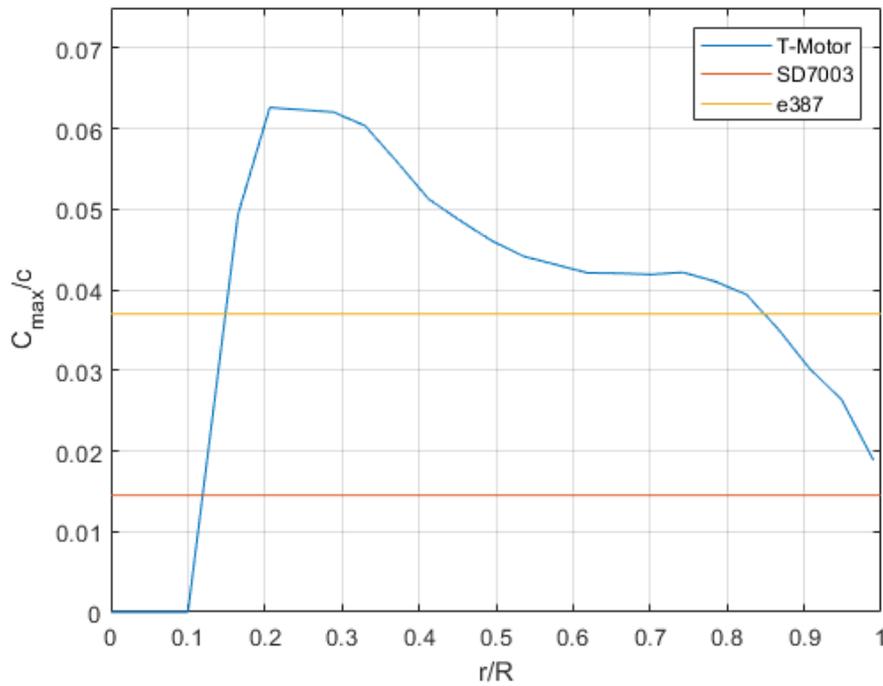


Figura 7-1: andamento adimensionale del massimo inarcamento in funzione della posizione radiale

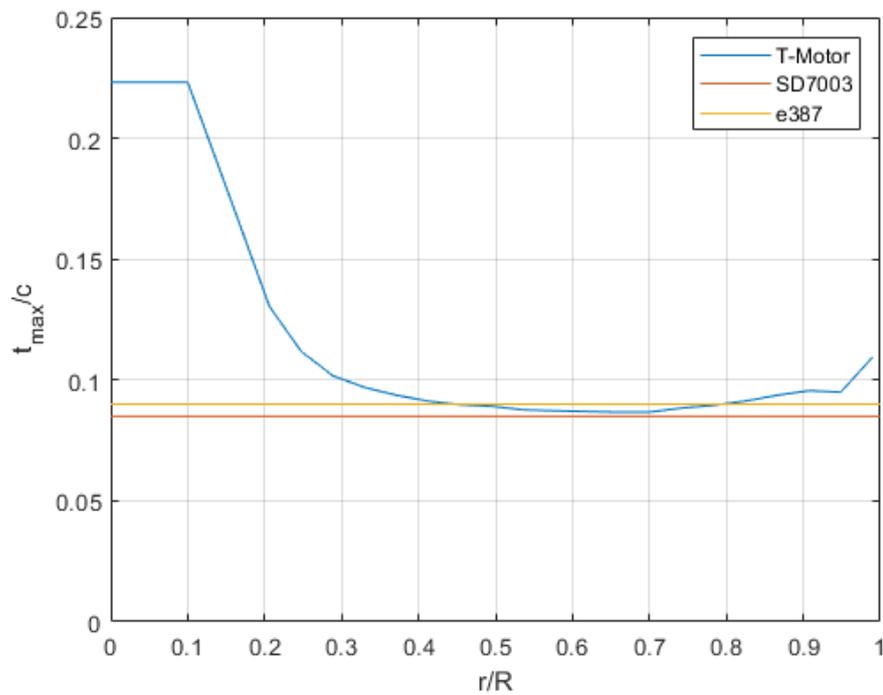


Figura 7-2: andamento adimensionale del massimo spessore in funzione della posizione radiale

	Thrust	err	Torque	err
BEMT	8.955	6.23	0.161	-4.55
VT	8.6715	2.87	0.1724	2.20
CFD	8.42973	-	0.168683	-
<hr/>				
Dati sperimentali (Russel)	8.43828		0.159761	

Tabella 7-1: confronto dei risultati con le teorie di ordine ridotto

Le analisi di ordine ridotto forniscono dei risultati più approssimativi, prezzo delle ipotesi semplificative e della riduzione dei costi computazionali. La teoria vorticoso tiene conto anche dei contributi della scia, migliora i risultati rispetto alla teoria dell'elemento di pala e si avvicina molto a quelli della CFD; questi ultimi sono comunque fondamentali per una calibrazione corretta dei modelli. Il codice basato sulla teoria vorticoso è stato sviluppato da Mario Ali [2], mentre quello sul modello dell'elemento di pala dall'ing. Scanavino [1].

Le maggiori criticità di questo caso sono legate alla presenza di transizione ed alla difficoltà di avere un'elica in hovering. La prima comporta la presenza dei fenomeni di formazione della turbolenza tipicamente tridimensionali, che non si possono catturare nell'analisi dei profili bidimensionali neppure con la CFD e che non verranno di conseguenza considerati dalle analisi di ordine ridotto. La seconda difficoltà è legata alla forma che assume la scia, infatti, non essendo presente un flusso in ingresso, i vortici che si staccano dall'elica non vengono trasportati a valle, ma si mantengono in posizione e, aumentando di dimensione nel tempo, generando una velocità autoindotta sulle pale che ne modifica la condizione in ingresso. La stessa turbulence intensity, che si era ipotizzata pari all'1%, potrebbe aumentare con questi flussi indotti.

L'interpolazione basata sul camber e thickness forse è troppo semplificativa su un flusso transizionale dal momento che non considerano tutti gli effetti della transizione e le interazioni tridimensionali di cui si può prender nota dalla Figura 8-6. Sicuramente funzionerebbe meglio a Reynolds più elevati in cui la transizione si concentra in una

regione molto più ridotta. Sarebbe interessante analizzare i profili in un'analisi tridimensionale con un'ala a sezione costante in un flusso uniforme e confrontare le polari con quelle dell'analisi bidimensionale.

Le distribuzioni di Thrust e Torque per unità di lunghezza sembrano approssimare bene quelle ricavate dalla CFD specie nel primo 80% della pala. La sovrastima nella zona del tip si può spiegare con le motivazioni descritte in precedenza.

In conclusione, si resta in un range inferiore al 6.5% per la BEMT e addirittura entro il 3% per la VT, per cui le ROMs possono essere utilizzate per delle analisi preliminari anche in regimi transizionali.

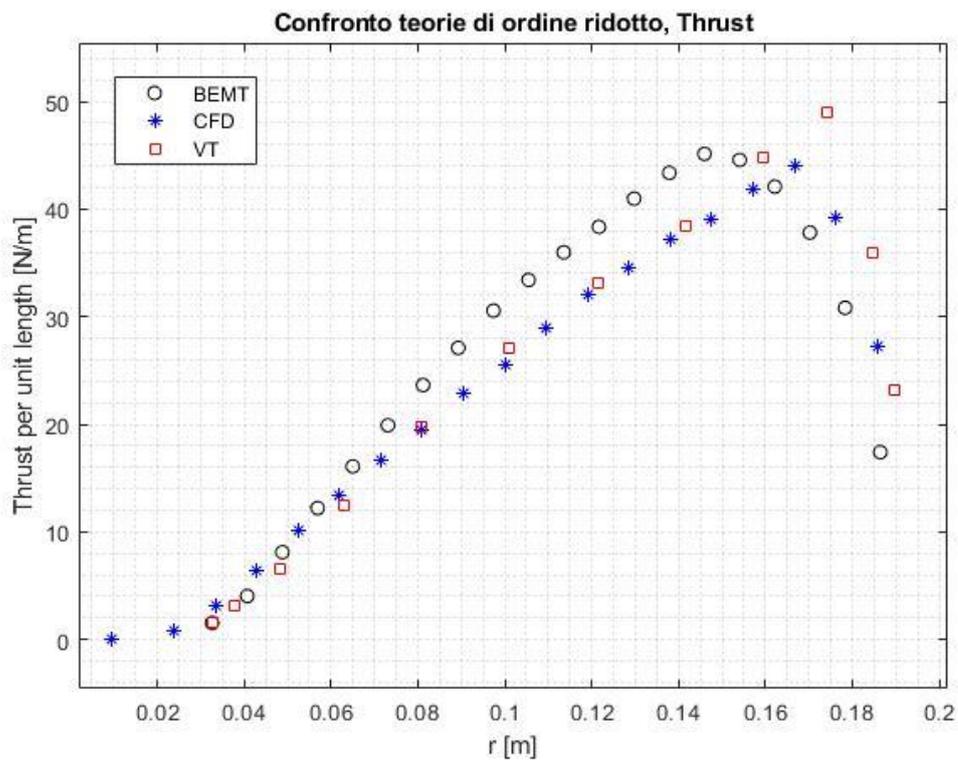


Figura 7-3: andamento del Thrust per unità di lunghezza lungo la posizione radiale dell'elica

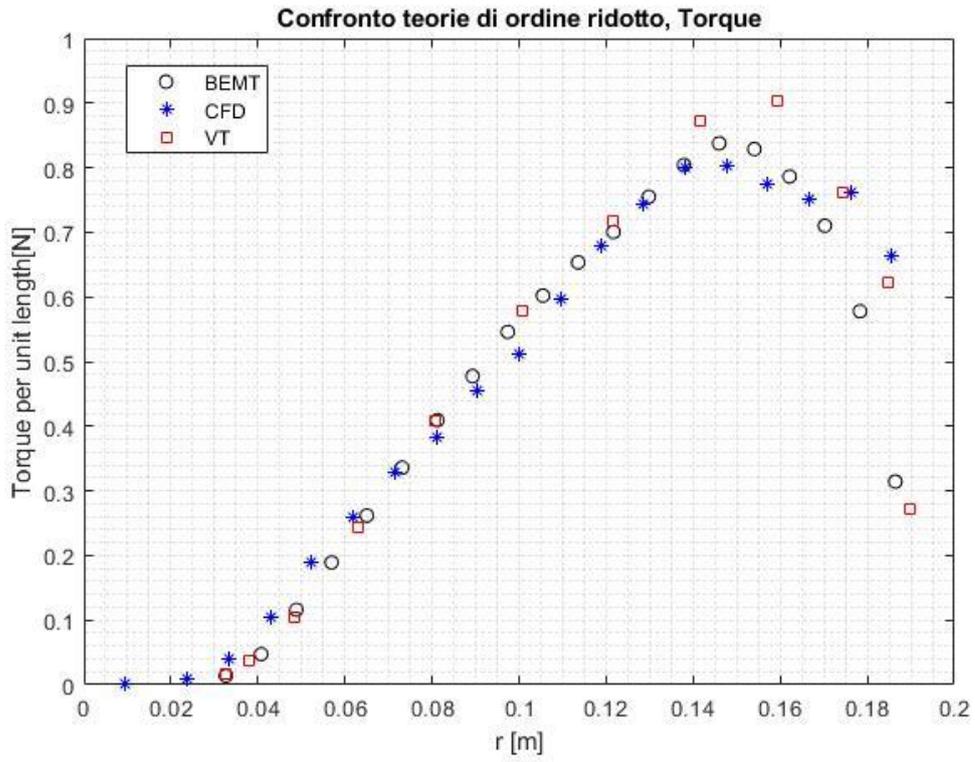


Figura 7-4: andamento del Torque per unità di lunghezza lungo la posizione radiale dell'elica

8 Analisi 3D, nuova scansione dell'elica

Dato che, come spiegato nel paragrafo 5.1 c'è incertezza sulla geometria riportata in Russel [17], [18] è stata compiuta una scansione dell'elica utilizzata per le prove in galleria ed è stata digitalizzata per avere una validazione esatta dei dati sperimentali. In realtà, essendo l'elica molto piccola è stato più semplice digitalizzare un modello grande il doppio (T-Motor 30x10) per poi scalarlo al modello originale. Le differenze sono soltanto relative allo spessore massimo che, paragonato a quello di Russel è ridotto di un 20% e lo si può notare nei confronti di Figura 5-5, Figura 5-6, Figura 5-7.

8.1 Nuova geometria

Il CAD è stato ricavato con una scansione laser dei punti sull'elica originale delle prove in galleria e su un'elica di modello con le dimensioni raddoppiate. Dopo aver ricevuto la nuvola di punti si è visto che l'elica di dimensioni maggiori aveva meno buchi di superfici, specialmente sul leading edge, per cui è stata utilizzata quest'ultima scalata di un fattore 0.5. È chiaro che il risultato di questa operazione potrebbe non essere esattamente la geometria del T-motor 15x5, ma ci sono meno errori legati alla scansione.

In base a ciò che vediamo dalle scansioni ci sono andamenti del tutto differenti di spessori massimi e inarcamenti. Lo spessore massimo è un po' ridotto, il che farebbe presumere che il modello T-Motor 30x10 non sia esattamente il doppio di quello 15x5. Tuttavia, si deve tener conto che nella nostra analisi bidimensionale si era fatto fede agli spessori riportati nel report di Russel [17] e non a quelli derivanti dai profili, riportati in Figura 8-1, che erano, invece, un po' sovradimensionati. Per cui può avere senso che i nuovi spessori siano un po' minori di quelli vecchi.

Per quanto riguarda l'inarcamento, invece, c'è molta differenza tra i due e sembra che l'elica scansionata mantenga un andamento piuttosto costante.

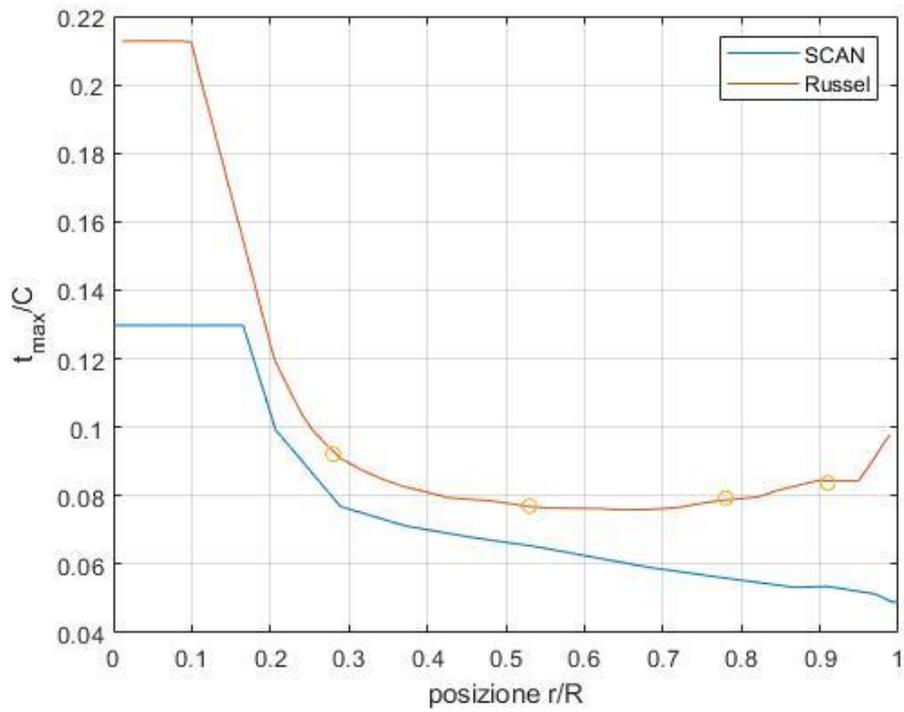


Figura 8-1: confronto spessori massimi tra le due geometrie di elica

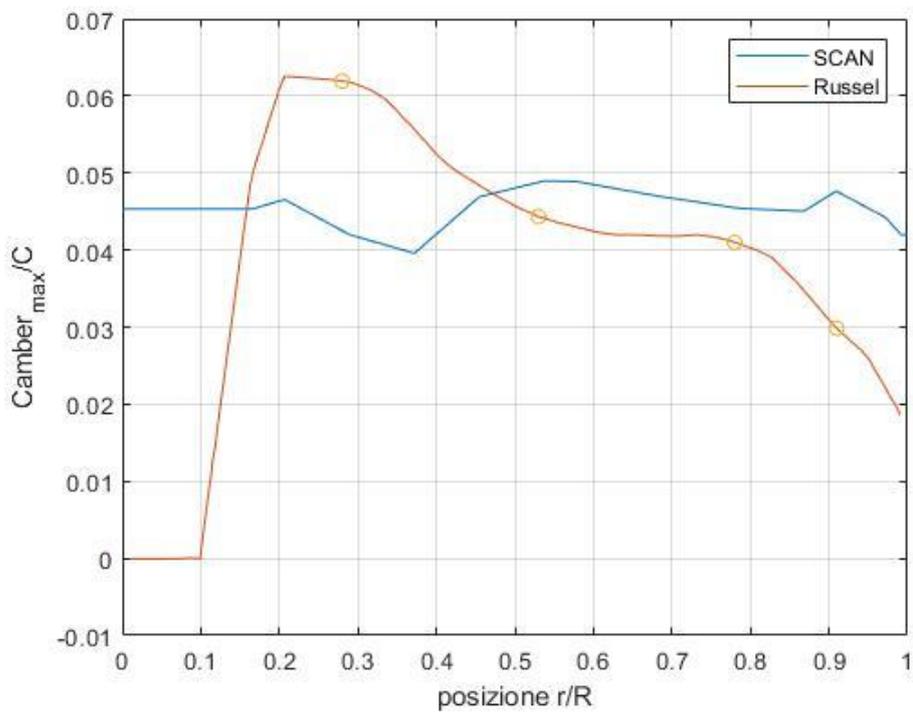


Figura 8-2: confronto incurvamento massimo tra le due geometrie di elica

8.2 Analisi dei risultati

L'analisi è stata svolta a partire dai dati forniti nelle prove in galleria climatica svolte dall'ing. Scanavino in modo tale da avere un riscontro sui risultati prestazionali dell'elica e allo stesso tempo permettere una validazione numerica dei suoi risultati. Sono stati scelti quattro casi a diverso numero di Reynolds, in particolare si fa sempre riferimento ad un valore locale al 75% dell'estensione radiale. La scelta ricade su due regimi limite, a massimo e a minimo Reynolds, e due regimi intermedi.

Reynolds		Thrust	err [%]	Torque	err [%]
24k	$\gamma-Re\theta$ - Menter + MR + no pole	1.22312	-3.23	0.02789286	-5.10
	Suluksna-Juntasaro, s1=7 + MR + pole	1.2818732	1.41	0.02858508	-2.74
	$\gamma-Re\theta$ - Menter + MR + pole	1.266212	0.17	0.02821938	-3.98
	Results [Scanavino]	1.264	-	0.029390538	-
62k	no transition + MR + pole	4.41143	6.06	0.08493512	3.57
	$\gamma-Re\theta$ - Menter + MR + no pole	4.124074	-0.85	0.083609478	1.95
	Suluksna-Juntasaro, s1=7 + MR + pole	4.407284	5.96	0.08677072	5.81
	$\gamma-Re\theta$ - Menter + MR + pole	4.233222	1.78	0.08428244	2.77
	Results [Scanavino]	4.15922866	-	0.082007317	-
116k	Suluksna-Juntasaro, s1=7 + MR + no pole	9.519326	-3.56	0.17959648	0.52
	Suluksna-Juntasaro, s1=7 + MR + pole	9.825264	-0.46	0.18186032	1.78
	Results [Scanavino]	9.87075	-	0.17867	-
187k	$\gamma-Re\theta$ - Menter + MR + no pole	13.444184	0.25	0.2492082	-1.67
	$\gamma-Re\theta$ - Menter +no MR + pole	13.65528	1.83	0.2550402	0.64
	Suluksna-Juntasaro, s1=7 + MR + pole	13.905074	3.69	0.2534236	0.00
	$\gamma-Re\theta$ - Menter + MR + pole	13.903988	3.68	0.2526406	-0.31
	Results [Scanavino]	13.4102363	-	0.253430802	-

Tabella 8-1: risultati sperimentali dell'elica T-motor 15x5

In Tabella 8-1 sono elencati i risultati dell'analisi CFD. Innanzitutto, possiamo osservare l'efficacia del modello di transizione $\gamma - Re_{\theta}$, che, in generale, permette di giungere ai risultati migliori confrontati con i valori sperimentali. Inoltre, c'è una differenza con il modello di Suluksna-Juntasaro che va diminuendo all'aumentare del numero di Reynolds. Per $Reynolds = 24000$ il flusso si mantiene laminare su tutta l'estensione della pala e la transizione interviene soltanto nella risoluzione della scia. Se andiamo a visualizzare, ad esempio, il valore dell'intermittenza sulla prima cella a parete del dorso del profilo vedremo che per il flusso a basso Reynolds si mantiene costantemente prossima a zero, mentre su Reynolds intermedi cambia in prossimità della transizione, Figura 8-3, Figura 8-4. Per questo motivo, nonostante ci si trovi ad un Reynolds così basso non ci sono grandi differenze prestazionali tra i due modelli di transizione. È chiaro che sulle prime celle non ci sarà mai un valore unitario di intermittenza, ma, nel caso di parete lambita dal flusso turbolento, i valori unitari saranno più prossimi a parete per cui, interpolando i dati, avremo dei valori più elevati anche a parete. Si noti come l'imperfezione di geometria all'80% del raggio forzi la transizione sin dal bordo d'attacco, mentre negli altri casi avviene a ridosso della bolla di ricircolo.

L'attivazione di un modello di transizione è rilevante, infatti, sia per i dati della vecchia geometria che per quelli a $Reynolds = 62000$, si osserva una differenza sui valori di spinta e momento. Ciò è dovuto alla presenza di strutture sul dorso del profilo riconducibili alle bolle di ricircolazioni viste nei casi bidimensionali con alcune interazioni tridimensionali dovute alle forze apparenti del sistema rotante. La presenza di questi fenomeni è confermata in bibliografia da dati sperimentali su profili molto simili [14], [16] per cui è contemplata la loro presenza sui profili. È stato analizzato questo caso poiché, trattandosi del Reynolds più basso in cui si osserva transizione avrà le bolle di maggior dimensioni. In Figura 8-6 vediamo come la bolla su una sezione coinvolga anche le altre con le stesse linee di corrente che viaggiano radialmente e scivolano progressivamente verso il bordo di fuga dei profili.

La presenza del piantone si rivela fondamentale per riprodurre esattamente i risultati di galleria. Un'analisi interessante potrebbe essere quella di valutare la differenza percentuale dei valori di spinta e momento per andare a correggere i valori rilevati in galleria. Il piantone genera un effetto di bloccaggio sulla scia a valle del rotore e comporta un aumento dei valori di spinta e momento. Come riporta Wang et al [21] in un'elica si sviluppano tre vortici in scia: uno centrale, hub vortex, uno di radice, root vortex ed uno

che parte dalle estremità, tip vortex. Il piantone rimpiazza completamente il vortice centrale e modifica parzialmente il root vortex per cui possiamo soltanto osservare gli ultimi due, Figura 8-7.

Con il raffinamento attivo il tip vortex risulta particolarmente esteso e copre più di mezza rivoluzione mentre in caso contrario si dissipa nel giro di pochi gradi. In realtà, a seconda del valore di Q-Criterion, si avrà un vortice più o meno esteso; nel nostro caso per mantenere una chiarezza dell'immagine, specie per il root vortex, è stato scelto un valore di $Q - Criterion = 1 * 10^5$, ma con valori minori il vortice esterno si sarebbe esteso anche per molte rivoluzioni. Per cui, oltre alla conferma dovuta al miglioramento dei risultati, possiamo vedere che con un raffinamento in corrispondenza dei vortici il flusso si sviluppa per una regione più estesa e la soluzione è più precisa e simile al caso reale.

Per rendere del tutto generali i risultati si possono andare a adimensionalizzare secondo le definizioni di (2.16) - (2.19). Nel caso in hovering la definizione di efficienza e del rapporto di avanzamento non ha senso poiché è in funzione di una velocità nulla. Per questo motivo l'efficienza si valuta con il rapporto di $\frac{T}{P} = \frac{T}{nQ}$, con n [rad/S] e le curve di funzionamento dell'elica saranno riportate in funzione del Reynolds.

In generale, il coefficiente di spinta aumenta con il Reynolds di utilizzo, inizialmente in modo lineare, mentre la coppia si mantiene all'incirca costante. Il risultato a $Re = 130000$ è poco al di fuori dell'andamento lineare, ma si deve tener conto che c'è una forte incertezza sulla geometria per cui si potrebbe riferire ad un'elica diversa. Inoltre, il risultato a $Re = 116000$ è stato ricavato soltanto con il modello di Suluksna-Juntasaro che, come abbiamo visto, sovrastima un po' i risultati e potrebbe aver contribuito al disallineamento. Tuttavia, i risultati sembrano sovrapporsi bene a quelli sperimentali, nei limiti dell'errore di misurazione.

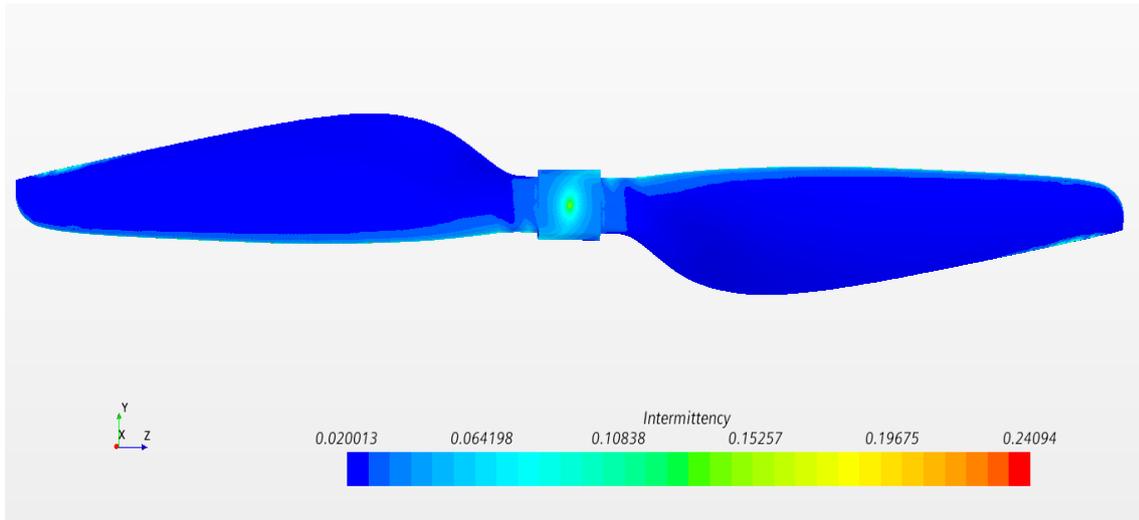


Figura 8-3: intermittenza a parete, $Re=24000$

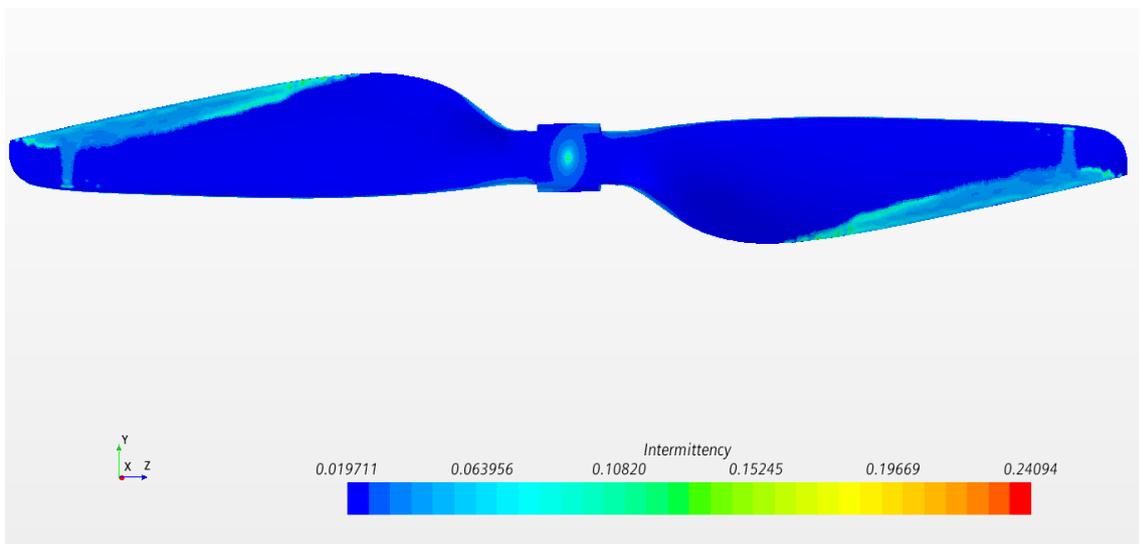


Figura 8-4: intermittenza a parete, $Re=187000$

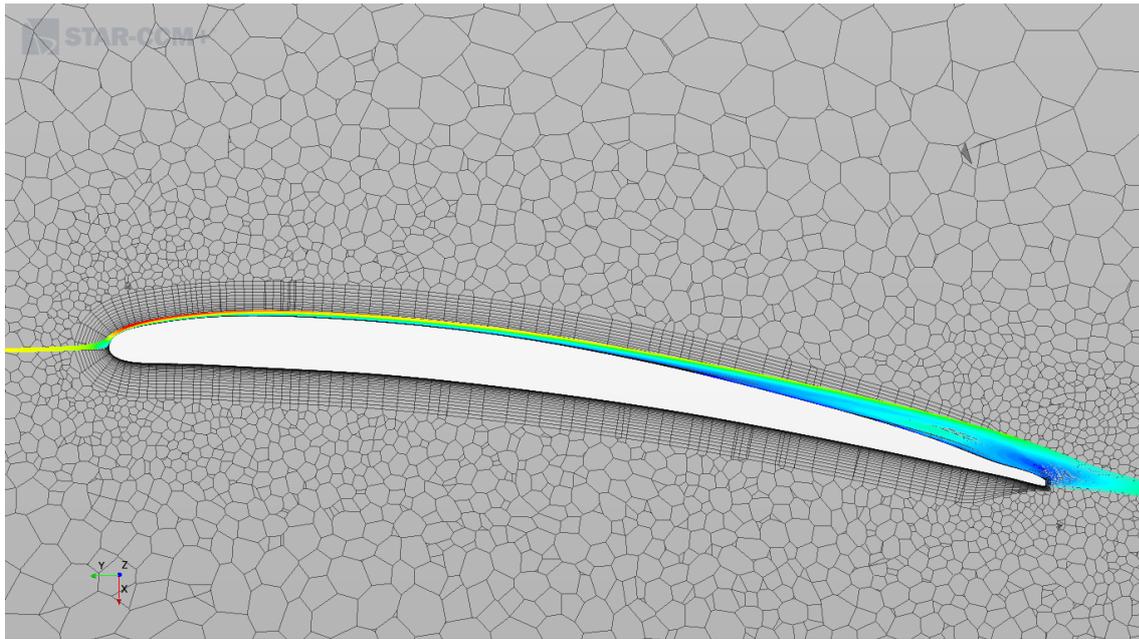


Figura 8-5: linee di corrente sul profilo per la sezione a $r/R=0.77$, $Re=62000$

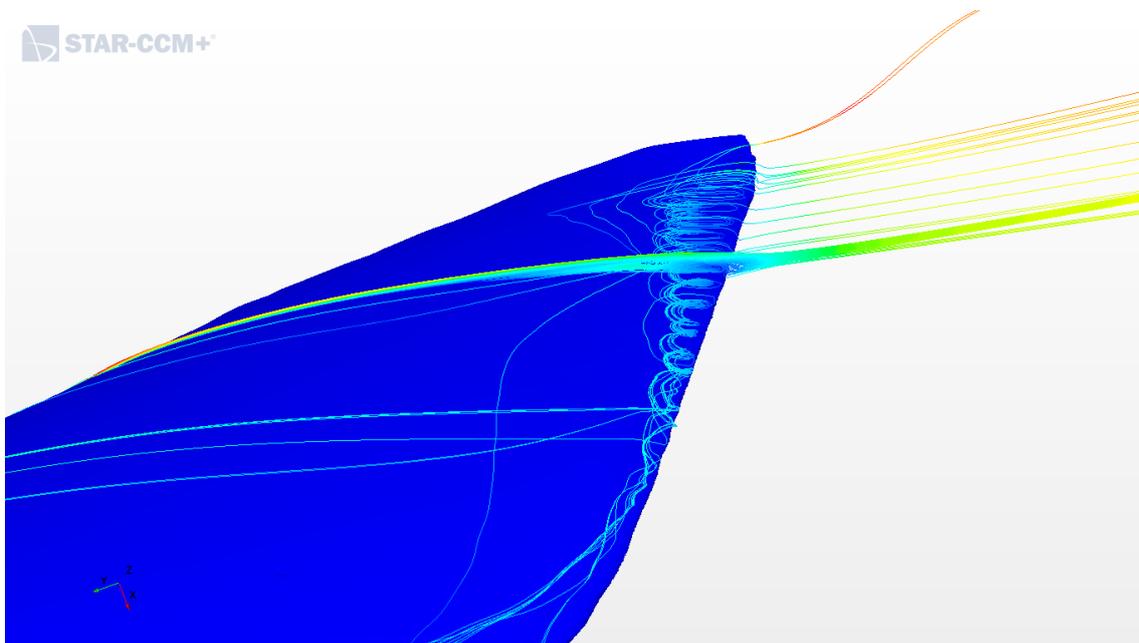


Figura 8-6: linee di corrente passanti per la sezione selezionata nella Figura 8-5

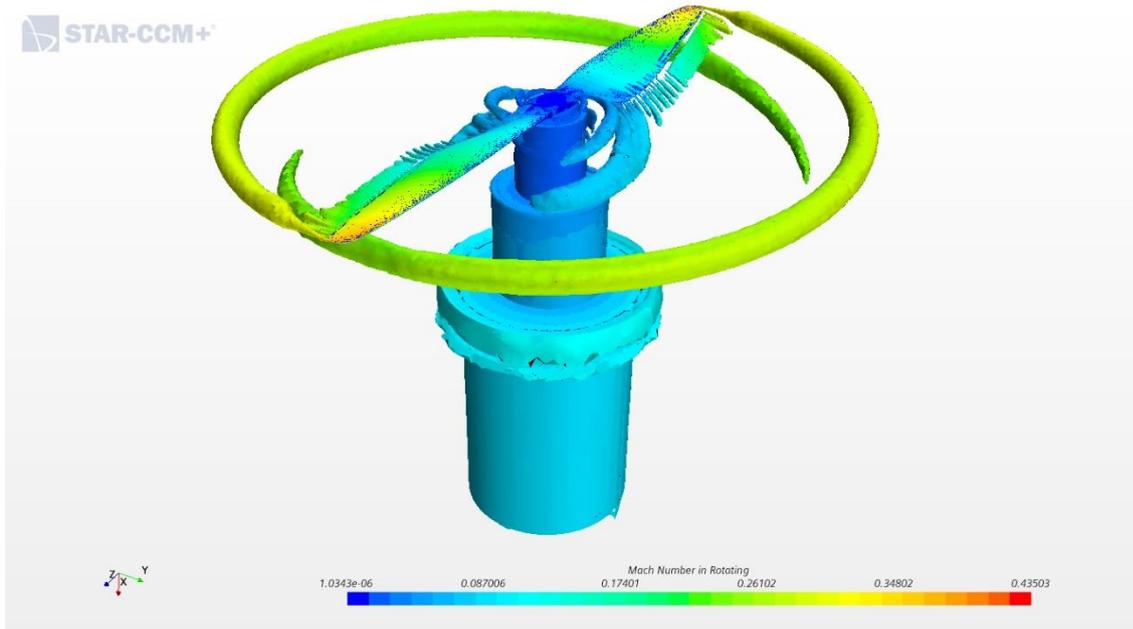


Figura 8-7: andamento del numero di Mach sulle superfici vorticose individuate mediante iso-valori di Q -Criterion, MR attivo, $Re=187000$

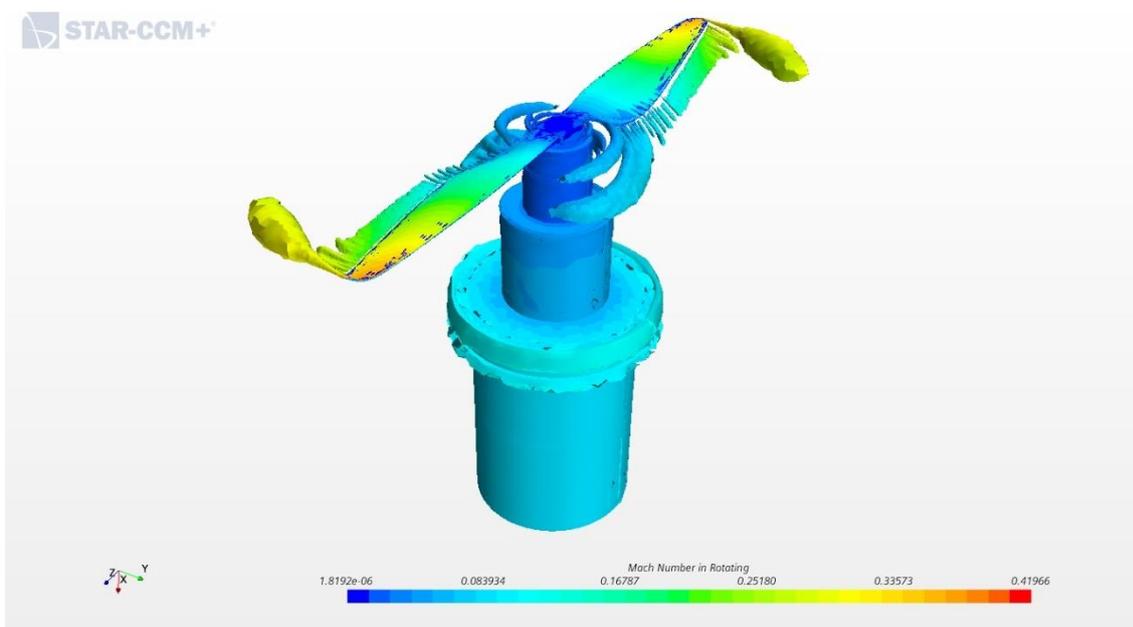


Figura 8-8: andamento del numero di Mach sulle superfici vorticose individuate mediante iso-valori di Q -Criterion, MR disattivo, $Re=187000$

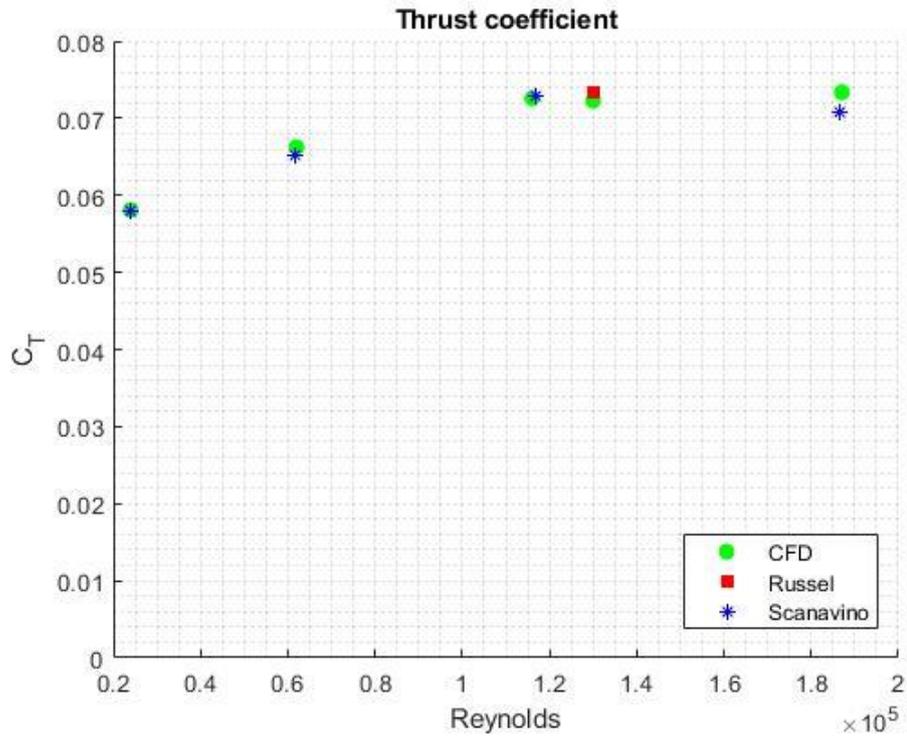


Figura 8-9: confronto adimensionale dei dati sperimentali con i dati della CFD, Thrust coefficient

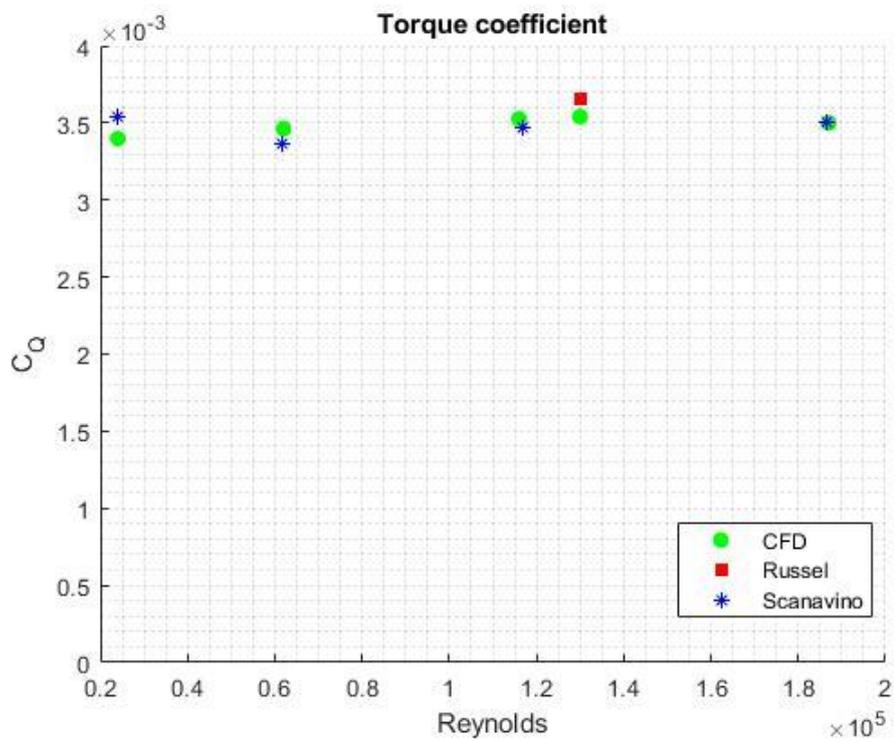


Figura 8-10: confronto adimensionale dei dati sperimentali con i dati della CFD, Torque coefficient

9 Conclusioni

La validazione dei risultati sperimentali ci permette di affermare che il modello di turbolenza $k - \omega$ SST (Menter), associato al modello di transizione $\gamma - Re_\theta$, è appropriato con simulazioni di eliche a basso Reynolds in hovering. Inoltre, l'uso della griglia statica fornisce gli stessi risultati che abbiamo con griglia dinamica, ma permette una notevole diminuzione dei costi computazionali oltre che all'uso del dominio dimezzato per casi assialsimmetrici e del modello di transizione. Il dominio dimezzato con interfaccia periodica si è rivelata una soluzione perfetta per un dominio così esteso. In questo modo, mantenendo il dominio sufficientemente esteso in modo da far sviluppare completamente i flussi, i risultati si sono mantenuti corretti anche con l'interfaccia periodica.

L'influenza della griglia è notevole, dal momento che il raffinamento nelle zone dei vortici migliora i risultati con un aumento della spinta del 2% ed una riduzione del momento $\cong 1\%$ dovuto ad uno sviluppo completo dei vortici principali. L'aumento dei costi è irrilevante dal momento che, per come è stato definito il raffinamento, avviene una semplice ricollocazione delle celle ed il totale si mantiene inalterato.

Le simulazioni CFD risultano utili, inoltre, per compiere calibrazioni sui modelli di ordine ridotto, i quali, una volta che sono stati validati correttamente, forniscono risultati vicini alla realtà approcciando un metodo molto più semplificato ed economico. Sarebbe interessante ricavare le polari da un'analisi tridimensionale con un'ala di lunghezza finita posta in un flusso uniforme per verificare che gli effetti di interazione tridimensionale del flusso non influenzino i coefficienti aerodinamici. Tuttavia, possiamo affermare che, per la precisione raggiunta dai risultati di ordine ridotto, le polari del bidimensionale sembrano piuttosto corrette.

I problemi di queste analisi sono legati principalmente alla geometria che ha un'incidenza notevole sui risultati. Su eliche molto piccole è difficile compiere delle scansioni laser affidabili e anche i profili derivanti da bibliografia hanno un'incertezza notevole. Un possibile lavoro futuro potrebbe essere quello di disegnare una pala e realizzarla in additive manufacturing in modo tale da avere, salvo le incertezze dovute al processo di stampa, il disegno CAD esatto di ciò che verrà testato in galleria.

Un altro possibile sviluppo sarebbe quello di testare altri modelli di transizione per poterli applicare alla griglia dinamica; il modello $\gamma - Re_\theta$ non può essere utilizzato poiché non

è ‘Galilean Invariant’, ma ce ne sono altri come, ad esempio, il modello γ [24] che elimina un’equazione, ma soprattutto lo rende utilizzabile su sistemi di riferimento non inerziali. In questo modo si potrebbe effettuare un confronto tra i due modelli con i modelli di transizione attivati, mentre, in questo caso, non è stato possibile. In alternativa, si potrebbe pensare di utilizzare dei modelli più accurati e più costosi per validare ulteriormente i risultati di queste simulazioni come i modelli di scala come le LES o le DES.

Bibliografia

- [1] M. Scanavino, A. Vilardi, and G. Guglieri, “An Experimental Analysis on Propeller Performance in a Climate-controlled Facility,” *J. Intell. Robot. Syst. Theory Appl.*, vol. 100, no. 2, pp. 505–517, 2020, doi: 10.1007/s10846-019-01132-9.
- [2] M. Ali, “Sviluppo e validazione di un modello di ordine ridotto per lo studio del flusso su un rotore,” Politecnico di Torino, 2021.
- [3] A. Petrosyan *et al.*, “The Martian atmospheric boundary layer,” *Rev. Geophys.*, 2011, doi: 10.1029/2010RG000351.
- [4] R. Tognaccini, “Aerodinamica dell’ala rotante,” 2011.
- [5] M. Carreno Ruiz, “CFD Simulation of Propellers : Best Practices Analysis,” 2019.
- [6] W. Z. Stepniewski, “Rotary- Wing Aerodynamics,” 2018. [Online]. Available: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19790013868>.
- [7] Siemens, *Simcenter STAR-CCM + Product Overview*, 2019.3. 2019.
- [8] F. R. Menter, R. B. Langtry, S. R. Likki, Y. B. Suzen, P. G. Huang, and S. Völker, “A correlation-based transition model using local variables for Unstructured Parallized CFD codes,” 2006.
- [9] “https://turbmodels.larc.nasa.gov/langtrymenter_4eqn.html.” .
- [10] “Airfoiltools database.” <http://airfoiltools.com/>.
- [11] F. Götten, F. Finger, M. Havermann, C. Braun, C. Bil, and M. Marino, “A Highly Automated Method for Simulating Airfoil Characteristics at Low Reynolds Number using a RANS -transition Approach,” *Dtsch. Luft- und Raumfahrtkongress 2019*, no. October, pp. 1–14, 2019, doi: 10.25967/490026.
- [12] M. C. Galbraith and M. R. Visbal, “Implicit large eddy simulation of low-Reynolds-number transitional flow past the SD7003 airfoil,” *40th AIAA Fluid Dyn. Conf.*, no. January, pp. 1–17, 2010, doi: 10.2514/6.2010-4737.
- [13] W. Zhang, R. Hain, and C. J. Kähler, “Scanning PIV investigation of the laminar separation bubble on a SD7003 airfoil,” *Exp. Fluids*, 2008, doi: 10.1007/s00348-008-0563-8.

- [14] M. V. Ol, B. R. McAuliffe, E. S. Hanff, U. Scholz, and C. Kähler, “Comparison of laminar separation bubble measurements on a low Reynolds number airfoil in three facilities,” *35th AIAA Fluid Dyn. Conf. Exhib.*, pp. 1–11, 2005, doi: 10.2514/6.2005-5149.
- [15] L. S. Roberts, M. V. Finnis, and K. Knowles, “Forcing Boundary-Layer Transition on a Single-Element Wing in Ground Effect,” *J. Fluids Eng. Trans. ASME*, vol. 139, no. 10, 2017, doi: 10.1115/1.4037036.
- [16] D. Park, H. Shim, and Y. Lee, “PIV Measurement of Separation Bubble on an Airfoil at Low Reynolds Numbers,” *J. Aerosp. Eng.*, vol. 33, no. 1, p. 04019105, 2020, doi: 10.1061/(asce)as.1943-5525.0001099.
- [17] C. R. Russell and M. K. Sekula, “Comprehensive analysis modeling of small-scale UAS rotors,” *Annu. Forum Proc. - AHS Int.*, pp. 2865–2880, 2017.
- [18] C. Russell, J. Jung, G. Willink, and B. Glasner, “Wind tunnel and hover performance test results for multicopter UAS vehicles,” *Annu. Forum Proc. - AHS Int.*, vol. 4, no. February, pp. 3448–3467, 2016.
- [19] A. Uranga, P. O. Persson, M. Drela, and J. Peraire, “Implicit Large Eddy simulation of transitional flows over airfoils and wings,” *19th AIAA Comput. Fluid Dyn. Conf.*, no. June, pp. 1–17, 2009, doi: 10.2514/6.2009-4131.
- [20] J. M. Russell, “Length and bursting of separation bubbles,” pp. 177–201.
- [21] L. Z. Wang, C. Y. Guo, Y. M. Su, and T. C. Wu, “A numerical study on the correlation between the evolution of propeller trailing vortex wake and skew of propellers,” *Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng.*, vol. 10, no. 2, pp. 212–224, 2018, doi: 10.1016/j.ijnaoe.2017.07.001.
- [22] Y. Dubief † and F. Delcayre ‡, “On coherent-vortex identification in turbulence,” *J. Turbul.*, vol. 1, p. N11, Jan. 2000, doi: 10.1088/1468-5248/1/1/011.
- [23] J. Winslow, H. Otsuka, B. Govindarajan, and I. Chopra, “Basic understanding of airfoil characteristics at low Reynolds numbers (104–105),” *J. Aircr.*, vol. 55, no. 3, pp. 1050–1061, 2018, doi: 10.2514/1.C034415.
- [24] F. R. Menter, P. E. Smirnov, T. Liu, and R. Avancha, “A One-Equation Local Correlation-Based Transition Model,” *Flow, Turbul. Combust.*, vol. 95, no. 4, pp. 583–619, 2015, doi: 10.1007/s10494-015-9622-4.

APPENDICE A

Codice di raffinamento adattativo:

$$Mesh_{refinement} = \min(\{AMR_{pressure_{based}}\}, \{AMR_{velocity_{based}}\});$$

Condizione per non considerare la zona vicina al profilo - pressione;

$$AMR_{pressure_{based}} = \left((\{WallDistance\} < \{prism_{layer_{thickness}}\}) \&\& (\{Position\}[0] - \cos(\{alpha\}) * 0.995 < 0) \&\& ((\{Position\}[0] - \cos(\{alpha\})) * \tan(\text{atan}(0.6) + \{alpha\}) + (\{Position\}[1] + \sin(\{alpha\}))) < 0) \&\& ((\{Position\}[0] - \cos(\{alpha\})) * \tan(\text{atan}(0.45) - \{alpha\}) - (\{Position\}[1] + \sin(\{alpha\}))) < 0) \right)?$$

Dimensionamento delle celle in base a log(grad(p));

$$0: (\{log(grad(p))\} < (\{p_{based_{limits}}\}[0] + \{p_{step}\} * 0)) ? pow(\{p_{based_{fact}}\}, N) * \{p_{based_{input}}\}[0]: (\{log(grad(p))\} > (\{p_{based_{limits}}\}[0] + \{p_{step}\} * i) \&\& \{log(grad(p))\} < (\{p_{based_{limits}}\}[0] + \{p_{step}\} * i + 1)) ? pow(\{p_{based_{fact}}\}, N - (i + 1)) * \{p_{based_{input}}\}[0]: (\{log(grad(p))\} > (\{p_{based_{limits}}\}[0] + \{p_{step}\} * 7)) ? pow(\{p_{based_{fact}}\}, 0) * \{p_{based_{input}}\}[0]: 0;$$

$$i = 0: N - 2, N = 8.$$

Condizione per non considerare la zona vicina al profilo - velocità;

$$AMR_{velocity_{based}} = ((\{WallDistance\} < \{prism_{layer_{thickness}}\}) \&\& (\{Position\}[0] - \cos(\{alpha\}) * 0.995 < 0) \&\& ((\{Position\}[0] - \cos(\{alpha\})) * \tan(\text{atan}(0.6) + \{alpha\}) + (\{Position\}[1] + \sin(\{alpha\}))) < 0) \&\& ((\{Position\}[0] - \cos(\{alpha\})) * \tan(\text{atan}(0.45) - \{alpha\}) - (\{Position\}[1] + \sin(\{alpha\}))) < 0))?$$

Dimensionamento delle celle in base a log(grad(mag(V)));

$$0: (\{log(grad(mag(V)))\} < \{V_{based_{limits}}\}[0]) ? pow(\{V_{based_{fact}}\}, N) * \{V_{based_{input}}\}[0]: (\{log(grad(mag(V)))\} > (\{V_{based_{limits}}\}[0] + \{v_{step}\} * i) \&\& \{log(grad(mag(V)))\} < (\{V_{based_{limits}}\}[0] + \{v_{step}\} * i + 1)) ? pow(\{V_{based_{fact}}\}, N - (i + 1)) * \{V_{based_{input}}\}[0]: (\{log(grad(mag(V)))\} > (\{V_{based_{limits}}\}[0] + \{v_{step}\} * 7)) ? pow(\{V_{based_{fact}}\}, 0) * \{V_{based_{input}}\}[0]: 0;$$

$$i = 0: N - 2, N = 8.$$

Base ed esponente del termine di dimensionamento;

$$P_{based_{fact}} = POW \left(\frac{\{p_{based_{input}}\}[1]}{\{p_{based_{input}}\}[0]}, \frac{1}{\{p_{based_{input}}\}[2]} \right)$$

Limiti del campo di pressioni da utilizzare come parametro di suddivisione;

$$P_{based_{limits}} = \left[-1.14 + \log_{10} \left(\frac{\{Re\}}{60000} \right), 2.5 + \log_{10} \left(\frac{\{Re\}}{60000} \right), 0.0 \right]$$

Dimensione minima, massima di cella [m] e numero di suddivisioni;

$$P_{based_{input}} = V_{based_{input}} = [0.0015, 1.5, 8.0]$$

Base ed esponente del termine di dimensionamento;

$$V_{based_{fact}} = POW \left(\frac{\{V_{based_{input}}\}[1]}{\{V_{based_{input}}\}[0]}, \frac{1}{\{V_{based_{input}}\}[2]} \right)$$

Limiti del campo di velocità da utilizzare come parametro di suddivisione;

$$V_{based_{limits}} = [-0.5, 3, 0.0]$$

APPENDICE B

%2D analysis - Interpolazione della geometria dei profili

%Nota: nel file dei punti deve esistere un punto P = (0,0) coincidente
%con il LE che viene usato come punto di demarcazione.

clear

close all

%Controller:

```
CT=0; %Cambio spessore 0=no, 1=si;
gp=12; %grado di interpolazione
Np=100; %numero di nodi da interpolare
r_R=0.5373; %indice del profilo (file T-motor)
next=1.8; %suction root coefficient
nint=1.8; %pressure root coefficient
st=sprintf('Russel053'); %nome del file da leggere
```

```
%Matrice T-motor da file Russel NASA. Le colonne contengono
%rispettivamente:
%| r/R | c/R | alfa [°] | x_qc | z_qc |
```

```
load('X_Tmotor_russel.mat');
```

```
R=15/2*0.0254; %raggio del propeller [m]
j0=find(X_Tmotor_russel(:,1)==r_R); %indice del profilo
```

```

[m,n]=size(X_Tmotor_russel);

%spessore dei profili secondo NASA
t_nasa= [15.63 11.77 9.76 8.73 8.18 7.88 7.72 7.53 7.38 7.22 7.11 7.54
7.89 8.30 8.74 8.88 10.15 10.15 10.15 10.15]/100;

file=sprintf(st); %legge il file alla sezione giusta
xy=load(file);
i0=find(xy(:,1)==0); %variabile corrispondente al LE

x=xy(1: i0,1); %x,y sono le coordinate del dorso
y=xy(1: i0,2);
x1=xy(i0: end,1); %x1,y1 sono quelle del ventre
y1=xy(i0: end,2);

%interpola secondo il metodo dei minimi quadrati (vettore dei
coefficienti):
p=polyroot(x,y,next,gp);
p1=polyroot(x1,y1,nint,gp);

%con la function cosspace genero una spaziatura di Np punti con la
funzione coseno (in modo da avere maggior punti agli estremi
dell'intervallo):

xint=cosspace(0,1,Np);
xint1=cosspace(0,1,Np);
yint=polyrootval(p,xint,next); %y interpolate nei punti di cosspace
yint1=polyrootval(p1,xint1,nint);

xf=[flip(xint) xint1(2:Np)];
yf=[flip(yint) yint1(2:Np)];

aerofoil=[xf' yf'];

if CT==1
xy=aerofoil;
i0=find(xy(:,1)==0);
x_n=xy(i0:end,1);
y_ext=flip(xy(1:i0,2));
y_int=xy(i0:end,2);
t_line=(y_ext+y_int)/2; %linea media

%la posizione della linea media è calcolata in modo perpendicolare
agli assi, mentre andrebbe calcolata seguendo la perpendicolare alla
curvatura del profilo.

t_dist=y_ext-t_line; %spessore/2
Td=max(t_dist) *2; %spessore massimo

T=t_nasa(j0) /Td; %fattore correttivo dello
spessore

y_ext_n=t_line+t_dist*T; %scalo i valori
y_int_n=t_line-t_dist*T;
t_line_n=(y_ext_n+y_int_n)/2; %ricalcolo la linea media
t_dist_n=y_ext_n-t_line_n; %ricalcolo lo spessore nuovo

x_f=[flip(x_n); x_n(2:end)]; %;x_n(end)];

```

```

y_f=[flip(y_ext_n); y_int_n(2:end)];    %;y_ext_n(end)];

aerofoil_n=[x_f y_f];
end

%salvataggio dei punti:

if CT==0
    st=sprintf('Russel%f.csv', section);
    aerofoil(:,3)=zeros(length(aerofoil(:,1)),1);
    csvwrite(st,aerofoil);
else
    st=sprintf('Russel_AT%f.csv', section);
    aerofoil_n(:,3)=zeros(length(aerofoil(:,1)),1);
    csvwrite(st,aerofoil_n);
end

```

APPENDICE C

Codice di raffinamento adattativo per le simulazioni 3D. Si faccia riferimento alla struttura adottata in Appendice A con un cambio di parametrizzazione riportato in seguito:

$$Q_{based_{fact}} = ppow \left(\frac{\$Q_{based_{input}}[1]}{\$Q_{based_{input}}[0]}, \frac{1}{\$Q_{based_{input}}[2]} \right)$$

$$Q_{based_{limits}} = [5, 12, 0.0]$$

$$Q_{based_{input}} = [0.001, 0.008, 8.0]$$

Si può notare che le dimensioni massima e minima sono molto vicine poiché il Q-Criterion spazia su molte scale. Questo accorgimento unito a quello di usare una variabile logaritmica (log(Q-Criterion)) permette di avere una griglia più uniforme.