# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Informatica

## Tesi di Laurea Magistrale

Realtà Virtuale per l'insegnamento della Relatività Generale



Relatore/i prof. Fabrizio Lamberti prof. Lorenzo Galante Candidato/i Salvatore Fiumara

## **ABSTRACT**

L'utilizzo della Realtà Virtuale (VR) nell'ultimo decennio ha subito una forte crescita grazie al miglioramento costante della tecnologia e al parallelo abbassamento dei costi. Negli ultimi anni, l'uso della VR, come della Realtà Aumentata (AR), è diventato sempre più comune, e visori e controller stanno iniziando a diffondersi anche tra la popolazione oltre che nelle università, nei centri di ricerca ed in qualche azienda all'avanguardia.

Con questa tesi si vuole studiare come la VR possa essere un valido strumento di insegnamento attivo nella didattica per le discipline scientifiche e tecnologiche: Scienze, Tecnologia, Ingegneria e Matematica (STEM). Diversi studi hanno dimostrato negli anni come la VR possa indurre negli studenti un maggiore coinvolgimento e portare ad una migliore comprensione delle materie trattate in particolar modo in presenza di concetti astratti o complessi.

Diversi lavori indicano come l'insegnamento attivo possa migliorare il processo di apprendimento e possa indurre gli studenti ad essere maggiormente coinvolti nelle lezioni. Alcuni esperimenti effettuati con studenti universitari che hanno messo a confronto i metodi didattici tradizionali con la VR mostrano come quest'ultima possa aiutare a comprendere meglio e più velocemente le leggi fisiche ed ottenere risultati migliori nelle prove teoriche e nelle esperienze pratiche. In alcune ricerche, i risultati ottenuti con i due metodi sono stati pressoché identici, il che può indicare che in alcune circostanze la VR possa sostituire la didattica tradizionale (ad esempio quando quest'ultima non è attuabile). Da altri studi si evince infine come l'utilizzo congiunto dei due metodi possa portare a risultati decisamente migliori rispetto all'applicazione singola dell'uno o dell'altro metodo.

Per questa tesi è stato utilizzato come caso d'uso l'insegnamento della Relatività Generale (RG) ed in particolar modo l'introduzione dei concetti cardine della teoria di Einstein attraverso il calcolo della curvatura dello spazio in prossimità di un Buco Nero. A livello di scuola secondaria di secondo grado, in Italia, la RG è solitamente considerata un argomento facoltativo. Ciò è giustificato dal fatto che nei programmi ministeriali, nonostante si accenni all'importanza di introdurre i moderni concetti di spazio e tempo, la RG non sia citata esplicitamente. D'altro canto, la risonanza mediatica della recente rivelazione delle onde gravitazionali e dell'immagine del Buco Nero ottenuta dall'Event Horizon Telescope rendono pressoché impossibile tenere la teoria di Einstein al di fuori dai libri di testo. Infatti, nei principali testi adottati in Italia nei licei scientifici è sempre presente un capitolo ad essa dedicato.

Il presente lavoro si innesta in questo contesto e propone uno strumento didattico utile per avvicinare gli studenti alla nuova teoria della gravitazione. In estrema sintesi, si potrebbe dire che lo strumento proposto offra al docente la possibilità di introdurre i concetti fondamentali della RG aderendo alla struttura matematica della teoria, ma evitando di utilizzare il suo complesso formalismo. La visualizzazione in grafica 3D (e in VR) è stata la chiave di volta per il raggiungimento di questi obiettivi.

Scopo di questa trattazione è dunque fornire uno strumento basato su concetti geometrici semplici per poter spiegare i principi che stanno alla base dell'argomento considerato.

In particolare, nel corso delle attività è stata realizzata un'applicazione VR basata su tecnologie web, partendo dal software 2D ViSeMo (Virtual Sector Model), realizzato dall'Università di Hildesheim, e da una metodologia di calcolo della curvatura nello spazio 3D basata su blocchetti realizzati in stampa additiva o con del cartoncino.

L'applicazione sfrutta la tecnologia A-FRAME, che ne rende possibile la fruizione sia con dispositivi desktop e mobile (in un browser) che con un visore, senza la necessità di software aggiuntivo. Lo strumento permette agli studenti di gestire i blocchi del Sector Model relativo al Buco Nero e calcolare i Deficit Angle in maniera automatizzata, rendendo più semplice, dunque, il calcolo della curvatura.

Da alcuni preliminari esperimenti effettuati "sul campo" è stato osservato come l'utilizzo del software, per ora sperimentato solo per la componente 3D, possa agevolare gli studenti nella comprensione della materia trattata e nei calcoli da effettuare per lo svolgimento delle attività pratiche assegnate. Esperimenti futuri, in cui verrà introdotto l'uso controllato della VR, potranno restituire risultati più significativi.

## **SOMMARIO**

| 1. INT                   | RODUZIONE                                                                                           | 1        |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 2. STA                   | TO DELL'ARTE                                                                                        | 5        |
| 2.1<br>2.2               | VR NELLA DIDATTICA STEM                                                                             |          |
| 3. PRO                   | OGETTAZIONE                                                                                         | 16       |
| 3.1<br>3.2<br>3.3        | CURVATURA NELLO SPAZIO 2D - VISEMO CURVATURA NELLO SPAZIO 3D APPLICAZIONE                           | 22       |
| 4. TEC                   | CNOLOGIE                                                                                            | 30       |
| 4.1<br>4.2<br>4.3        | BlenderA-FrameALTRI STRUMENTI                                                                       | 32       |
| 5. REA                   | ALIZZAZIONE                                                                                         | 36       |
| 5.1<br>5.2<br>5.3<br>5.4 | MODELLO 3D  APPLICATIVO: VERSIONE 3D  APPLICAZIONE: VERSIONE VR  APPLICAZIONE: VERSIONE MULTIUTENTE | 38<br>43 |
| 6. RIS                   | ULTATI                                                                                              | 47       |
| 6.1<br>6.2<br>6.3        | WORKSHOP                                                                                            | 51       |
| 7. CON                   | NCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI                                                                         | 56       |
| 8. BIB                   | BLIOGRAFIA                                                                                          | 59       |

## 1. Introduzione

« I più forti argomenti non provano alcunché, se le conclusioni non sono verificate dall'esperienza » Roger Bacon, Opus Tertium

Nell'epoca in cui la digitalizzazione sta prendendo il posto della carta stampata, l'elettrificazione quello dei combustibili fossili, gli smartphone quello delle macchine fotografiche anche la Realtà Virtuale (VR) si sta guadagnando una posizione sempre più rilevante nella vita di tutti i giorni. Il miglioramento tecnologico a cui si assiste anno dopo anno ha permesso alla VR di evolversi arrivando a raggiungere livelli di "immersività" e "presenza" che fino a qualche anno fa era difficile immaginare. Tale evoluzione si traduce in schede video più potenti, visori più evoluti e sistemi di tracciamento molto più precisi il tutto coadiuvato da un minor costo di tali dispositivi il che li rende non più ad appannaggio solo di importanti aziende o università ma alla portata di tutti. Basti pensare alla Playstation VR (PSVR) che nonostante il costo relativamente basso permette di avere un'ottima esperienza di gioco e può essere un valido strumento per avvicinarsi al mondo della VR e sperimentare diverse modalità d'uso. Gli strumenti della PSVR sono stati ad esempio utilizzati da Habgood et al. [1] per valutare le migliori modalità di locomozione da applicare a giochi educativi ambientali (EENs).

Ma la VR non è più soltanto sinonimo di videogioco (nonostante in questo campo sia in forte crescita) e, in alcune circostanze, può rappresentare un valido strumento di lavoro. Nell'ambito industriale, la VR viene utilizzata sia per l'addestramento (es. simulatori), che per la vendita (es. auto e configuratori visualizzati sfruttando la VR nelle concessionarie) o come aiuto nel prendere decisioni nei processi produttivi. Nel lavoro di Berg et al. [2] del 2017 viene dimostrato come la VR sia entrata efficacemente nei processi industriali per prendere decisioni riguardanti la visibilità all'interno di veicoli o macchinari, l'ergonomia, l'organizzazione dello spazio, il design, per visualizzare concetti o fenomeni astratti come temperatura, pressione, vento, radiazioni e per permettere la collaborazione tra gruppi diversi.

La VR può essere utilizzata anche per la psicologia clinica, contesto nel quale la tecnologia permette di immergere il paziente in un ambiente virtuale ed interagire con esso tramite l'utilizzo di strumenti visivi, aurali o aptici. In questo modo, l'utente diventa partecipante attivo dell'esperienza [3, 4]. Nel trattamento psicoterapico, la VR viene utilizzata per esporre il paziente agli agenti fobici; in questo contesto possono essere dunque trattati disturbi come paura dell'altezza, di volare, agorafobia, disturbi alimentari e sessuali [3, 5, 6, 7, 8, 9, 10]. L'utilizzo della VR può essere un valido strumento anche per il terapeuta per "trattare nell'immediato il disputing - intervento terapeutico - sulle credenze disfunzionali più accessibili e vivide durante

l'esposizione piuttosto che in un colloquio classico" (cit. [11]). Non tutte le categorie di pazienti però sono adatte a questo tipo di terapia: ad esempio pazienti con patologie cardiache, affetti da epilessia, tossicodipendenti o persone con problematiche relative alla percezione della realtà [4]. Ma nell'ambito psicologico la VR può essere utilizzata non solo come strumento curativo ma anche in maniera proattiva infondendo nell'utente sensazioni positive o negative in base allo scopo finale del trattamento. Un esempio è costituito dal paradosso dei videogiochi VR o "violenti" utilizzati per la prevenzione della violenza. Diversi studi dimostrano come l'utente tenda a trasferire nel mondo reale sensazioni, pensieri, comportamenti vissuti nel mondo virtuale, e maggiore è l'immersione, maggiore sarà l'influenza sul comportamento nel mondo reale [12].

Diverse ricerche relative all'utilizzo della VR sono state condotte per scoprime le potenzialità anche in ambito medico. Samabdeik et Al. [13] hanno evidenziato come l'utilizzo della VR, in qualità di strumento complementare nell'addestramento dei medici, possa giocare un ruolo fondamentale nel miglioramento delle prestazioni in sala operatoria. La VR potrebbe essere utilizzato anche come valido strumento medico. Ad esempio, in diversi studi la VR è stata utilizzata come alternativa agli analgesici, venendo definita da Al-Zamzami come una "Terapia dell'immaginazione" [14], che permette di distrarre i pazienti durante gli interventi (che diventano così meno dolorosi) e rende al contempo i pazienti meno ansiosi, gli interventi più brevi, riducendo l'utilizzo di analgesici sia prima che dopo l'intervento. Testato su bambini durante le iniezioni di anestetico ha mostrato effetti positivi come una minore ansia e maggiore rilassatezza durante la procedura [15]. Questo risultato può portate a benefici non solo per il paziente ma anche per il medico in quanto permette di ridurre i tempi di intervento [16]. Il confronto tra la distrazione provocata dalla VR rispetto ad un comune film durante interventi odontoiatrici ha mostrato come la VR favorisca un maggiore livello di distrazione con una conseguente diminuzione della percezione del dolore [17, 18].

Negli anni, la VR sta cercando di diffondersi, seppur non con poche difficoltà, anche in ambito scolastico. Diversi sono i docenti anche di scuole primarie o secondarie che, utilizzando software VR o realtà aumentata (AR) [19] stanno cercando di avvicinare gli studenti al mondo virtuale al fine di rendere le lezioni più interessanti e di valutarne l'efficacia.

A tal proposito sono già disponibili diversi software con cui poter facilmente realizzare lezioni in VR. Le lezioni possono essere tenute sia in modalità asincrona, registrando un video e condividendolo in un secondo momento con gli studenti (ad esempio Tilt Brush di Google), sia in modalità sincrona, creando cioè una stanza virtuale in cui il docente può interagire con gli studenti (ad esempio MozillaHubs). In periodo di pandemia da Covid19 diverse sono state le iniziative al fine di promuovere queste modalità di insegnamento a distanza utilizzando la VR. Ad esempio, il professor Charles Coomber, docente all'accademia delle arti Otay Ranch di San Diego (California)

all'interno del programma "Scuola a casa" ha prodotto e messo online su YouTube una lezione di matematica utilizzando il gioco VR Half-Life: Alyx (Fig. 1). Il docente ha sfruttato la possibilità di scrivere e disegnare su di una finestra posta all'interno dell'ambiente virtuale per impartire una lezione di geometria (viene mostrata la differenza tra angoli supplementari, complementari, esplementari) [20]. Questo è un caso limite dove il docente ha volutamente sfruttato il gioco per attirare maggiormente l'attenzione degli studenti più giovani utilizzando un titolo a loro già famigliare.

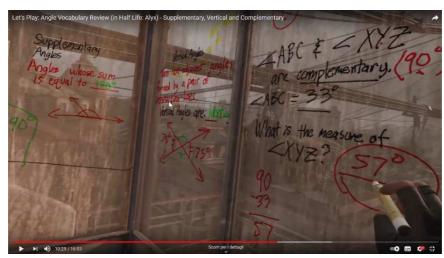


Fig. 1: Lezione di geometria utilizzando l'ambiente VR del gioco Half-Life: Alyx

In questa tesi si vuole avvalorare l'ipotesi secondo cui la VR possa essere uno valido strumento anche per la didattica ed in particolar modo per la didattica orientata alle discipline scientifiche e tecnologiche: Scienze, Tecnologia, Ingegneria e Matematica (STEM). Per questa tesi è stato utilizzato come caso d'uso l'insegnamento della Relatività Generale (RG) ed in particolar modo l'introduzione dei concetti cardine della teoria di Einstein attraverso il calcolo della curvatura dello spazio in prossimità di un Buco Nero. Verrà considerata la VR nella sua accezione più ampia e cioè VR come ambiente virtuale e relativi oggetti in esso contenuti con cui l'utente può interagire, interazione che può avvenire in maniera immersiva con visore e controller, cardboard o non immersiva utilizzando un PC e apposito dispositivo di input come mouse, tastiera, gamepad. Nel corso delle attività è stata realizzata un'applicazione VR basata su tecnologie web, partendo dallo strumento web ViSeMo (Virtual Sector Model) realizzato dall'Università di Hildesheim, che permette di effettuare i calcoli della curvatura dello spazio ma in un contesto 2D, e da una metodologia di calcolo della curvatura nello spazio 3D basata su blocchetti realizzati in stampa additiva o di carta costruiti manualmente. Con l'applicativo sviluppato ci si pone l'obiettivo di superare i limiti intrinseci degli altri due metodi. L'applicativo, rispetto a ViSeMo, permette di effettuare un calcolo completo della curvatura grazie all'introduzione della terza dimensione, rispetto ai blocchetti invece, permette di semplificare il calcolo della curvatura automatizzando il calcolo delle aree delle facce dei blocchi e degli angoli formati dal loro accostamento La versione VR dell'applicazione dovrebbe permettere di unire i punti di forza della versione 3D come calcolo automatizzato, trasparenze per la visualizzazione delle intersezioni, aggancio dei blocchi, evidenziazioni; con quelli del metodo dei blocchetti identificabili nel maggiore grado presenza e nella possibilità di avere i 6 gradi di libertà (DOF) afferrando i blocchi con le mani (simulate dai controller).

L'applicativo permette, inoltre, di creare un ambiente di lavoro condiviso dove più utenti possono interagire con i blocchi, il che può essere utile al docente che può assegnare un ambiente per ogni utente o gruppo di utenti e verificare il loro operato; può essere utile anche agli studenti stessi, che hanno così la possibilità di visionare in maniera diretta lo spazio 3D su cui agisce il professore, con ovvi vantaggi rispetto ad un semplice condivisione schermo.

Per l'analisi dell'efficacia dello strumento sono stati realizzati degli esperimenti "sul campo" con studenti delle scuole superiori in cui è stato utilizzato il tool nella sola versione 3D. Da queste esperienze si è potuto osservare come lo strumento possa agevolare gli studenti nella comprensione della materia trattata e nei calcoli da effettuare per lo svolgimento delle attività pratiche assegnate. Il lavoro si propone come obiettivo futuro una sperimentazione completa utilizzando anche le modalità VR e multi-utente dello strumento sviluppato.

## 2. STATO DELL'ARTE

#### 2.1 VR NELLA DIDATTICA STEM

La ricerca sugli strumenti di realtà virtuale applicati alla didattica, in particolar modo alla didattica STEM, si pone l'obiettivo di mettere alla luce vantaggi del VR rispetto alla didattica tradizionale non tanto in termini di apprendimento e applicazione di formule quanto in termini di maggior comprensione dei fenomeni che caratterizzano il mondo e le sue leggi scientifiche [21], attraverso uno studio attivo ed interattivo della materia trattata [22].

Riprendendo la teoria dello studio costruttivo [23, 24][45,46] secondo cui l'apprendimento deve essere un processo attivo dove lo studente costruisce per se stesso la conoscenza in contrapposizione allo studio passivo dove lo studente riceve informazioni dall'insegnanti, Arduini sostiene che: "la VR contribuisce a migliorare l'efficacia e l'attrattiva del processo dell'insegnamento-apprendimento, produce scenari di vita reale in aula superando l'atmosfera di teoricità che solitamente si crea, produce stili di pensiero diversi, prepara a soluzioni creative e divergenti dei problemi della vita contemporanea" (cit. in [25]).

Le esperienze di visualizzazione immersiva insieme all'alto livello di presenza percepita con la VR permette agli studenti di apprendere meglio fenomeni scientifici [26]. Un balzo in avanti, dunque, rispetto alla didattica STEM tradizionale che può essere, invece, percepita dagli studenti a tratti noiosa oltre che complicata rendendola non priva di insidie con un tasso di fallimento decisamente alto [27].

In una analisi del 2014 condotta da Freeman et al. [28] su 255 studi sulle prestazioni di studenti STEM viene dimostrato come gli studenti sottoposti a sistemi educativi attivi ottenessero risultati migliori degli studenti che seguivano le lezioni con sistemi educativi tradizionali. Il risultato è stato dimostrato in maniera trasversale su tutti i gruppi di studenti delle diverse discipline, in particolar modo nelle classi con pochi studenti. I risultati ottenuti potrebbero però essere affetti da errore, in quanto gli esperimenti sono stati sottoposti solo a gruppi di studenti e non all'intera popolazione studentesca dove il tasso di abbandono è spesso consistente. Inoltre, in questi studi gli insegnanti erano tutti volontari e dunque probabilmente ben predisposti alla valutazione di nuove forme di insegnamento; andrebbero dunque valutati i risultati che si otterrebbero con una platea più ampia di insegnanti a prescindere dalla loro predisposizione ai nuovi metodi didattici. Ma i risultati potrebbero dipendere anche dal livello scolastico; infatti, confrontando i risultati ottenuti con studenti di corsi pre-universitari con quelli di studenti universitari si osserva come l'insegnamento attivo sia più efficace in quest'ultimi.

In una società che si affida sempre di più alla tecnologia è fondamentale rendere lo studio dei concetti fisici che stanno alla base di tali tecnologie disponibili ad un numero sempre crescente di persone e non solo ai futuri scienziati [29]. Spesso la fisica appare ostica ai più e solo in pochi riescono a completare gli studi, ma a volte questo è dovuto ad una maggiore tollerabilità dell'insegnamento tradizionale della fisica (presentata come una serie di informazioni da memorizzare e applicare per la risoluzione di determinati problemi) piuttosto che ad una reale capacità innata dello studente di fare Scienza [30]. Affinché la Scienza, dunque, possa essere appresa da tutti bisogna cambiare il modo di approcciarsi ad essa, generando lezioni orientate più alla ricerca dei fenomeni che al loro semplice studio e memorizzazione delle leggi di cui sono costituiti [30]. Diversi studi su strumenti virtuali come simulatori di sistemi elettrici hanno mostrato come gli studenti apprendessero molto più in fretta i concetti elettronici che stanno alla base e permettessero un miglioramento nel modo in cui gli studenti riuscivano a costruire e spiegare tali fenomeni nella vita reale [30].

Diversi sono gli strumenti virtuali che sono stati sviluppati negli anni come supporto alla didattica STEM e non solo. Tra i tanti si possono citare quelli elencati di seguito.

- ViSeMo: applicativo web 2D, realizzato dall'Università di Hildesheim, di supporto allo studio della RG di cui si farà ampia trattazione nei capitoli successivi essendo lo strumento da cui si è partiti per la creazione dell'applicazione 3D/VR.
- Geogebra: applicativo web, che permette effettuare calcoli complessi e generare figure geometriche sia 2D che 3D, visualizzabili in un secondo momento anche in VR o in realtà aumentata (AR). Geogebra AR permette di visualizzare le geometrie all'interno della scena reale ripresa dalla fotocamera di un dispositivo personale e scattare istantanee; Geogebra VR invece permette di muoversi all'interno di una scena 3D e visualizzare gli oggetti prodotti.
- SolidWorks: applicazione 3D che permette di creare componenti meccanici da inviare in stampa o utilizzare per simulazioni e valutarne funzionamento, design, ed ergonomicità.
- AutoCAD: strumento 3D utilizzato per la progettazione edilizia.

Tra gli altri strumenti per la didattica vi sono anche tipologie meno professionali utilizzati ad esempio nelle scuole di grado inferiore, alcuni dei quali sono stati raccolti nella Tab. 1.

| Applicazione         | Tipologia     | Azienda | Descrizione                                                                   |
|----------------------|---------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------|
|                      |               |         | Sito web che permette di creare storytelling in VR attraverso le immagini     |
|                      |               |         | a 360 gradi create dagli studenti o scaricati dal web. All'interno            |
| <b>Story Spheres</b> | Sito web - VR |         | dell'immagine è possibile inserire narrazioni o effetti sonori in punti       |
|                      |               |         | particolari dell'immagine ad es. canti dei tifosi sugli spalti di uno stadio, |
|                      |               |         | spiegazioni di luoghi d'arte, informazioni su opere, ecc.                     |

| History View Vr:        | App VR        |        | Applicativo che permette, attraverso tour virtuali, di aggiungere informazioni in determinate sezioni di edifici, parchi, musei centri storici. Le lezioni di scienze o storia possono diventare più interattive poiché' si dà la possibilità agli studenti di vedere in prima persona gli ambienti o i contesti storici spiegati durante la lezione utilizzando un qualsiasi dispositivo VR dal visore al tablet o smartphone.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------|---------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Metaverse               | App+Web - AR  |        | Strumento app+web: tramite l'interfaccia web è possibile creare l'esperienza AR tramite la realizzazione di suoni, sfondi, testi che andranno ad arricchire un ambiente, un percorso, le pagine di un libro visualizzabili tramite inquadramento del QR prodotto in fase di creazione attraverso l'app installata su smartphone.  Metaverse è stato utilizzato da Sony Music durante il CMA di Neshville del 2017 creando 73 esperienze interattivo dalla funzionalità simile al famoso gioco Pokemon GO! ma in questo caso anziché' incontrare i famosi animaletti di Nintendo/Niantic le esperienze prevedevano l'incontro di punti di interesse a base di musica country. L'obiettivo di Sony era quello di permettere ai visitatori di ascoltare le canzoni in un modo del tutto innovativo ma soprattutto di salvarle in playlist in modo da incentivare la loro diffusione e permettere a giovani artisti di emergere. |
| Tour Creator:           | Sito Web - VR | Google | Prodotto di marchio Google permette tramite l'utilizzo di StreetView di creare tour personalizzati in qualsiasi luogo a scelta dallo studente arricchendo il tour grazie all'inserimento di punti di interesse in cui inserire annotazioni per i compagni, musica, informazioni specifiche. L'applicativo può essere utilizzato per dare spiegazioni scientifiche su un luogo o per rappresentare un viaggio letterario ecc.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Panoform                | App. Web - VR |        | È un applicativo web che permette di creare esperienze VR a partire da<br>un'immagine disegnata in un'apposita griglia e caricata sul sito sotto<br>forma di foto. L'esperienza prodotta è fruibile attraverso visore,<br>dispositivo mobile o laptop.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Quiver                  | App - VR      |        | Le immagini dipinte dagli studenti vengono visualizzati e manipolati tramite dispositivi mobile;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Blendspace              | App - VR      |        | Permette di inserire ed organizzare contenuti in uno spazio virtuale;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| Tellegami               | App - VR      |        | Permette di realizzare messaggi animati manipolando un avatar                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Dermandar               | App - VR      |        | Applicazione per la creazione di panoramiche a 360°.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Cospaces                | App. Web - VR |        | Strumento web per la realizzazione di ambienti virtuali usando preset già configurati e animazioni. Grazie alla sua semplicità è indicato per gli studenti di scuola primaria, i quali divertendosi possono accrescere lo spirito di collaborazione e l'interesse per la materia trattata. Gli ambienti virtuali possono essere visualizzati anche tramite card board.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Scribblemaps            | App - VR      |        | App mobile che permette, individuato un percorso sulla mappa, la creazione di punti di interesse in cui inserire foto, video e altri oggetti. Utile per chi vuole ricordare momenti di esperienze fatte in altre città o per gli studenti per prendere appunti sui luoghi visitati.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| Aurasma /<br>Hp-Reveal: | App - AR      | НР     | Applicazione gratuita sia per iOS che Android considerabile l'evoluzione del QR scanner in quanto permette di visualizzare informazioni aggiuntive semplicemente inquadrando un oggetto, una foto, un giornale ecc. L'informazione ("aura" da cui il nome) può essere contenuta da qualsiasi oggetto e può essere un testo, un'immagine, un video, un suono ecc.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

|                              |        | Aurasma negli anni è stata utilizzata da importanti aziende nei settori più                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                              |        | disparati tra le quali risaltano: Unicredit, Sky, Marvel Enterteinment, Elisabeth Arden ecc.  Sfortunatamente negli ultimi anni Aurasma ha dismesso i propri servizi e l'app non è più disponibile negli store; ci sono tuttavia diverse app che permettono un'esperienza virtuale simile come ARLOOPA.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Thinglink Vr                 | App VR | Strumento per la creazione di presentazioni 360°/VR; all'interno della scena 360° è possibile inserire diapositive, testi, link, video o esperienze 3D realizzate ad esempio con tool come Cospaces.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Merge Cube:                  | App AR | Cubo olografico che abbinato ad app di AR permette di realizzare oggetti 3D e visualizzarli nell'ambiente reale tramite dispositivo mobile o LIM/cardboard. È possibile importare gli oggetti realizzati con strumenti di grafica 3D come Paint3D, CoSpaces, TinkerCad. Tra le app utilizzabili col cubo ve ne sono alcune particolarmente indicate per l'utilizzo in aula con gli studenti: Object Viewer per la visualizzazione degli oggetti 3D, Galactic Explorer per la visualizzazione e lo studio del sistema solare, MR.Body per lo studio dell'anatomia umana.                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Twinkl<br>Robotics/Architect | App AR | Sono due applicativi che sfruttando la AR permettono rispettivamente di realizzare robot per l'esplorazione di Marte e di costruire strutture edilizie attraverso la sperimentazione di materiali, forze e superfici diverse. Questi applicativi sono facilmente scaricabili dai comuni store Google o Apple e ci sono sia versioni gratuite che ad abbonamento.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Edvr                         | App VR | Applicazione VR di geometria: permette grazie all'ausilio di visore e controller di visualizzare vettori e matrici 3x3 all'interno di un sistema artesiano 3D virtuale. Con i controller è possibile impostare su un pannello, equazioni, create col supporto di una calcolatrice, che verranno poi evidenziate nel sistema cartesiano sotto forme di primitive geometriche.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Arkio                        | App VR | Strumento collaborativo di design per dispositivi fissi, mobili o VR. Gli utenti condividendo uno spazio 3D possono collaborare tra di loro per la realizzazione di oggetti o luoghi. È possibile l'importazione di oggetti 2D/3D e l'esportazione di oggetti/scene 3D per tool di grafica 3De Autodesk Revit. Utilizzando visore e controller è possibile utilizzare dei puntatori laser per spostare o modificare oggetti, attivare pannelli di strumenti con cui interagire con la sena. Ad ogni pulsante del controller è associata una funzionalità. È in fase beta la patch che permette l'utilizzo dell'hand tracking e quindi la possibilità di interagire con la scena visualizzando la simulazione delle proprie mani anziché dei laser. Tutti gli strumenti sono facilmente attivabili in quanto agganciati tramite pannello ad uno dei due controller. |

Tab. 1 : Strumenti a supporto della didattica

### 2.2 VR NELLA DIDATTICA STEM – STUDI CORRELATI

Lo studio delle potenzialità della VR nella didattica colloca le radici a metà del secolo scorso quando si iniziava a porre l'attenzione sui dispositivi indossabili come visori o occhiali. Le prime ricerche vengono affrontate intorno agli anni '60 con gli studi di Hall e Miller del 1963 [31] che descrivevano l'uso di dispositivi indossabili (Head Mounted Device, HMD) e il loro possibile

utilizzo per la VR. Successivamente nel 1968 Sutherland [32] creò il primo HMD, chiamato "Spada di Damocle", che connesso ad un computer permetteva di mostrare semplici geometrie 3D che cambiavano prospettiva muovendo la testa (Fig. 2). In seguito, Vickcrs (1970) [33] aggiunse all'HMD anche la stereoscopia. L'HMD diventò così uno strumento integrato di VR per i sistemi 3D.



Fig. 2: Il primo HMD prodotto da Sutherland insieme al suo studente Bob Sproull

Sono da sottolineare anche gli studi condotti da Zimmerman et al. del 1987 [34], nei quali venne creato un dispositivo che traduceva i movimenti delle mani in segnali elettrici. Nel 1990 Minsky et al. [35] condussero uno studio sul sistema aptico umano utilizzando come strumento un joystick motorizzato con 2 Degree of Freedom (DOF) costruito da Behensky e Milliken. Nello stesso anno, Chung et al. [36] mostrarono come l'utilizzo di sistemi VR insieme ai suoi effetti sonori provocasse un'immersione individuale del soggetto nell'ambiente virtuale. "Tutti questi studi hanno posto la VR al vertice di tutte le tecniche che possono essere usate in tutti i possibili campi, come la didattica, la medicina, la formazione, l'ingegneria" (cit. [37]).

Loftin et al. nel 1993 [38] condussero uno studio sull'introduzione della VR nella didattica; in particolare l'esperimento condotto prevedeva l'utilizzo di un ambiente virtuale per lo studio e l'approfondimento di tematiche legate alla fisica che apparivano ostiche e di difficile comprensione per gli studenti. Con l'ambiente simulato si è cercato di ritrovare e sfruttare l'entusiasmo, la motivazione e l'attenzione che solitamente gli studenti manifestano durante le gite o le visite che culturali L'esperimento consistette dunque in un'esperienza di laboratorio virtuale (con i dispositivi a disposizione ai tempi) nel quale gli studenti potevano approcciare e approfondire lo studio della relatività ristretta, le leggi di Newton, le leggi di conservazione dell'energia ecc. interagendo all'interno di un laboratorio virtuale con strumenti di controllo e misurazione, con la possibilità di fermare il tempo e controllare la gravità, ecc. L'analisi dei risultati ottenuti mostrò una maggiore comprensione dei concetti, una più duratura conservazione dei contenuti memorizzati ed un più alto grado di interesse e attenzione. I risultati dello studio,

condotto con studenti di scuola secondaria di secondo livello e dell'università, mostrò l'efficacia della tecnologia nella didattica e suggerì un'integrazione della stessa con la didattica tradizionale. Nel 2003, Dori et al. [26] introdussero negli insegnamenti STEM del MIT (Massachusetts Institute of Technology) il cosiddetto progetto TEAL (Apprendimento attivo abilitato dalla tecnologia), un percorso educativo in cui vengono utilizzati modalità di rappresentazione matematiche, concrete e visive. Le motivazioni che hanno condotto all'introduzione di questo progetto sono state: il tasso di presenza alle lezioni relativamente basso (40/50%) con un tasso di fallimento abbastanza alto (più del 10%); una serie di innovazioni nell'insegnamento della fisica che utilizzavano metodi di coinvolgimento attivo degli studenti ed avevano portato ad un incremento delle prestazioni rispetto alle lezioni tradizionali; l'assenza di laboratori nei corsi di Fisica del MIT. Lo scopo del progetto era dunque quello di trasformare il modo di insegnare la fisica con lo scopo di aumentare il tasso di successo e la comprensione delle materie trattate. I corsi in classe erano basati, oltre che su una parte teorica, su tutta una serie di esperimenti, presentazioni, sessioni interattive che utilizzavano anche risorse desktop con rappresentazioni 3D dei modelli fisici come campi di forza elettromagnetica e molecole ed ambienti 3D nei quali veniva simulata la sperimentazione delle leggi di Faraday. I risultati ottenuti dalla somministrazione di questo approccio sperimentale (sessioni interattive di risoluzione dei problemi, visualizzazione 2D e 3D, esperimenti collaborativi al PC) hanno mostrato un miglioramento significativo nella comprensione dell'elettromagnetismo rispetto alla didattica tradizionale e dunque un beneficio associato all'introduzione di queste tecnologie nei corsi di Fisica.

La diffusione di Internet intorno agli anni 2000 e contestualmente la nascita di linguaggi di rappresentazione grafica (VRML) ha permesso di sviluppare programmi online per la conversione e la visualizzazione di modelli 3D sui comuni display dei PC diffusi soprattutto in quel periodo nelle scuole. Nel 2001, Robinette et al. [39] presentarono uno strumento software che permetteva di visualizzare modelli robotici 3D online sfruttando linguaggi come HTML, VRML e PERL. L'utente dunque collegandosi alla risorsa web tramite desktop poteva interagire con l'ambiente virtuale analizzando da prospettive differenti un braccio robotico. Inoltre, l'utente aveva la possibilità di definire diversi parametri per impostare il braccio robotico in una specifica posizione. Lo strumento realizzato ha dimostrato come queste nuove tecnologie, che allora erano in fase di diffusione, permettessero non solo di sviluppare modelli ma anche di condividerli con i colleghi di tutto il mondo. Tali strumenti manifestavano anche un grosso potenziale per lo studio della robotica in quanto davano la possibilità di visualizzare gli effetti dell'applicazione della cinematica inversa.

Il valore e i risultati ottenuti da un'esperienza in VR rispetto ad un'esperienza di insegnamento/laboratorio tradizionale possono anche variare in relazione alla conoscenza e alle

esperienze pregresse degli studenti [40]. Nello studio di Winn et al. (2006) [40] sull'insegnamento oceanografico in cui gli studenti sono stati sottoposti ad un'esperienza in mare e ad una simulata con strumenti VR, i risultati ottenuti mostrano come non vi siano sostanziali differenze nelle conoscenze acquisite dagli studenti nelle due esperienze ma evidenziano come vi siano delle differenze nell'apprendimento in relazione alle esperienze pregresse in mare degli studenti. Ad esempio, gli studenti del gruppo che ha eseguito l'esperienza in mare e con meno esperienze pregresse hanno ottenuto risultati migliori sulle domande che valutavano le conoscenze acquisite rispetto al gruppo che ha seguito l'esperienza in VR. Non vi sono differenze nell'apprendimento invece per gli studenti che avevano già esperienza pregressa in mare. Indipendentemente dal gruppo di appartenenza, gli studenti che avevano esperienza pregressa in giochi per PC hanno ottenuto risultati migliori in termini sia di conoscenze acquisite che di capacità pratiche (mostravano una maggiore capacità nel rappresentare graficamente i flussi d'acqua)

Altri studi, come quello di Toth et al. (2009) [41], hanno dimostrato come l'ordine con cui vengono utilizzati i due approcci non conduce a sostanziali differenze nei risultati ottenuti, ma una loro combinazione può produrre effetti decisamente positivi. Nell'analisi di Toth, un'attività di laboratorio consisteva nello studio e applicazione dell'elettroforesi e venivano messi a confronto il metodo tradizionale (HOL) dove gli studenti potevano intervenire direttamente con gli strumenti e le sostanze oggetto di analisi e il metodo digitale (VRL) dove si sfruttava la VR per aiutare gli studenti nello svolgimento dei compiti assegnati. Come anticipato non sono state riscontrate sostanziali differenze in base all'ordine con cui i due metodi sono stati utilizzati, solo un piccolo miglioramento nel caso in cui è stato prima utilizzato il laboratorio virtuale. Sono stati anche raccolti dei dati sulle opinioni degli studenti, dai quali si evince come gli studenti abbiano preferito l'approccio con VRL grazie alle illustrazioni che permettono di visualizzare i frammenti di DNA in diverse dimensioni, alla velocita e facilità di utilizzo degli strumenti, all'aiuto fornito dai processi automatizzati; di contro, l'HOL è stato apprezzato poiché permette di acquisire le abilità manuali e di utilizzo corretto degli strumenti e l'effetto degli errori nelle misurazioni sull'interpretazione dei risultati. Dall'analisi dei risultati si evince inoltre che l'84% degli studenti considera molto utile l'utilizzo del VRL prima dell'HOL, mentre il 72% delle risposte registrate indica che l'utilizzo del VRL dopo l'HOL non aggiunge informazioni rilevanti all'esperienza. Il passaggio, inoltre, da VRL a HOL ha messo in evidenza alcuni limiti dell'ambiente simulato come la mancanza di errori che si possono presentare nell'ambiente reale a causa di processi troppo automatizzati e semplificati.

A differenza di quanto detto finora, vi sono alcuni studi [42] che si pongono controcorrente evidenziando come la tecnologia possa limitare piuttosto che promuovere l'indagine; spesso viene

data più importanza alla struttura dell'esperienza e alla suddivisione dei compiti piuttosto che all'analisi critica.

Bonde et al. (2014) [43], negli studi in cui hanno utilizzato e validato un laboratorio virtuale (Labster), hanno mostrato come l'ambiente virtuale abbia incrementato la motivazione e l'interesse degli studenti nella materia trattata rispetto all'insegnamento tradizionale. I concetti che con lo studio tradizionale apparivano complicati e di difficile comprensione riuscivano ad essere più semplici con il laboratorio virtuale. Nel laboratorio sono state presentate diverse esperienze e ne sono state sperimentate due: la prima rappresentava un laboratorio di scena del crimine mentre la seconda un laboratorio di ingegneria genetica. Entrambi i laboratori non prevedevano dispositivi VR ma solo PC. In uno degli esperimenti gli studenti sono stati divisi in due gruppi. Inizialmente ad entrambi i gruppi è stato assegnato un pre-test in modo da registrare le conoscenze di partenza degli studenti. Successivamente il gruppo A ha eseguito l'attività con Labster mentre il gruppo B ha svolto la lezione tradizionale. Al termine delle lezioni è stato somministrato un mid-test. In seguito, i gruppi A e B hanno invertito la tipologia di lezione e, a seguire, sono stati sottoposti a un test finale per valutare le conoscenze acquisite; dopo 40 giorni i test sono stati riproposti. La valutazione dei test ha dimostrato come la simulazione di laboratorio ha portato ad un significativo miglioramento dei risultati; inoltre, un uso combinato di insegnamento tradizionale e Labster ha portato ad un ulteriore miglioramento dei risultati rispetto all'insegnamento con uno dei due metodi somministrati singolarmente. L'aver utilizzato prima un approccio piuttosto che l'altro non ha portato a significative differenze nei risultati del test finale. La combinazione dei due metodi sembra dimostrare inoltre vi sia un miglioramento della memorizzazione a lungo termine dei concetti.

La combinazione dei due metodi sembra dunque essere il metodo migliore per l'insegnamento in quanto permette di avere maggiori risultati sia nel breve che lungo termine a differenza dei due metodi somministrati singolarmente in cui si notano migliori risultati nel breve termine e un rapido deterioramento degli stessi per quanto riguarda il laboratorio virtuale: al contrario, l'insegnamento tradizionale sembra portare a minori risultati nel breve termine ma un maggiore mantenimento degli stessi nel lungo termine.

Nel 2016 Alhalabi et al. [37] condussero una ricerca in cui venne valutato il miglioramento dei risultati ottenuti da studenti di ingegneria confrontando i laboratori in VR con i laboratori tradizionali. L'esperimento venne eseguito con 48 studenti raggruppati in 4 gruppi che eseguivano in parallelo 4 laboratori differenti.

- Laboratorio VR con CCS (Corner Cave System) con sistema di tracciamento e 6 DOF: gli studenti si trovavano in una cabina-display e interagivano con l'ambiente 3D per mezzo di occhiali e sistema di tracciamento composto da camere posizionate all'interno della cabina.
- Laboratorio VR con HMD (display montato sulla testa) con sistema di tracciamento e 6 DOF: gli studenti visualizzavano ed interagivano con l'ambiente virtuale per mezzo di un visore (Oculus Rift) e sistema di tracciamento composto da camere posizionate all'interno della stanza
- Laboratorio VR con HMD senza sistema di tracciamento e 3 DOF: gli studenti interagivano con l'ambiente virtuale per mezzo di visore ma non gli era permesso di muoversi nel mondo virtuale ma solo ruotare la testa con movimenti di rollio, beccheggio e imbardata (roll, pitch, yaw).
- Laboratorio non VR: gli studenti eseguivano il laboratorio nella maniera convenzionale.

Dall'analisi dei risultati è emerso che i risultati migliori sono stati ottenuti utilizzando l'HMD (ordine di efficienza: HMD 6DOF, HMD 3 DOF, CCS, no VR). L'ordine di interesse ricalca l'ordine di efficienza, infatti, gli studenti sono stati più propositivi nel ripetere i laboratori con HMD.

Negli studi di Pirker et al. (2017) sulla VR applicata alla didattica STEM, sia dal punto di vista degli studenti [44] che da quello degli insegnanti [45], vengono mostrati vantaggi e limiti della tecnologia VR relativamente all'ambito trattato. Per gli esperimenti è stato realizzato con Unity3D il software MaroonVR che, sotto forma di gioco in prima persona, simula una stanza di laboratorio virtuale attraverso cui è possibile approcciarsi a diversi esperimenti (Fig. 3).

Sono disponibili due versioni del software: la prima prevede l'utilizzo di PC, mouse e tastiera; la seconda invece richiede l'utilizzo di dispositivi VR come visori (Oculus Rift, HTC Vive) o dispositivi mobili.

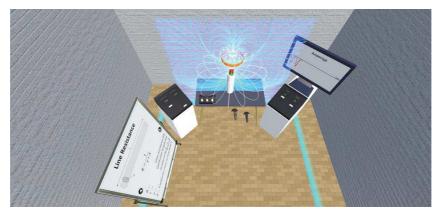


Fig. 3: MaroonVR [21]

Per l'esperienza i partecipanti sono stati sottoposti ad una prova preliminare dove venivano richieste informazioni sulla propria persona, sull'esperienza con i software VR e più in generale con i software educativi. Dopodiché i partecipanti sono stati istruiti sulla tecnologia e sulle

modalità di utilizzo, permettendo loro di familiarizzare con i dispositivi a disposizione. Successivamente è stato richiesto loro di completare alcuni compiti relativi ad esperimenti sulla legge di Faraday e sul principio di Huygens. Infine, è stato somministrato un post-questionario composto sia da domande aperte sia da domande a risposta chiusa utilizzando la scala Likert [46]. Le studio delle diverse modalità di utilizzo ha mostrato come l'uso del software attraverso dispositivi VR immersivi basati su stanze virtuali dalle dimensioni reali (HTC Vive) permettesse un maggiore coinvolgimento sia in termini di immersione che di presenza rispetto ai dispositivi mobili. L'utilizzo di questi dispositivi, tuttavia, ha posto dei limiti in termini di spazio, configurazione e modalità d'introduzione della VR in aula [44, 47, 48]. Dal test con gli insegnanti è emerso un alto livello di coinvolgimento e motivazione. Le emozioni positive (es. felicità) hanno superato di gran lunga le emozioni negative (es. ansia). Solo un partecipante su 14 ha avuto difficoltà con l'utilizzo dei dispositivi VR. Il sistema ha ricevuto un alto punteggio SUS (scala di usabilità del sistema ) [49] accettabile ma non elevato il che sta ad indicare che il sistema necessita di qualche miglioria. I partecipanti hanno mostrato interesse in questa forma alternativa di insegnamento suggerendo, al fine di migliorare l'esperienza, l'inserimento di tracce audio nelle varie fasi dell'esperienza che spiegassero le procedure oppure l'assegnazione di compiti specifici direttamente all'interno della scena e non prima.

Nonostante il feedback generale sia stato positivo i docenti hanno anche evidenziato dei limiti per i quali tenderebbero ad utilizzare le tecnologie VR in giornate dedicate o durante i laboratori, ma non li utilizzerebbero in sostituzione delle lezioni tradizionali. Tra i limiti evidenziati i tempi necessari per le configurazioni iniziali o per istruire i partecipanti e la presenza contemporanea di molti studenti potrebbe portare ad una carenza di concentrazione e perdita del focus sull'obiettivo dell'esperimento. Bisogna anche considerare che gli insegnanti a cui è stato sottoposto il test erano relativamente giovani e, dunque, più aperti alle nuove tecnologie. Sarebbe dunque utile rieseguire il test con docenti di età differente.

Nello studio effettuato da Allcoat et al. [50] viene dimostrato come l'insegnamento tramite VR e realtà mista (MR) può essere un valido strumento in aiuto alla didattica tradizionale. Per lo studio sono state reclutate persone con esperienze e livelli di istruzione differenti sia maschi e femmine ai quali sono stati impartite lezioni sui pannelli solari. Le lezioni, che solitamente si basano su semplice studio di slide in PowerPoint, nell'esperimento sono state trattate con tecnologie differenti: slide, esperienze desktop, esperienze VR e MR. Il tema centrale della lezione consisteva nel far capire agli studenti come alcuni parametri quali intensità della luce, angolo di incidenza, accostamento dei pannelli potesse influenzare l'efficienza del sistema fotovoltaico. Tali nozioni che nelle slide erano mostrati con grafici e in maniera discorsiva, in VR venivano visualizzati sotto

forma di pulsanti e slider posizionati su un pannello gestibile dall'utente (Fig. 4). L'esperienza virtuale è stata creata utilizzando Blender per la modellazione e Unity3D per l'interazione.



Fig. 4: Esperienza in VR all'interno della lezione sui pannelli solari [50]

I risultati dell'esperimento non rilevano né un miglioramento né un peggioramento nelle prestazioni degli studenti (nonostante gli studenti abbiano avuto bisogno di un po' di tempo per abituarsi all'ambiente virtuale e all'utilizzo dei controller per l'interazione con gli oggetti in esso contenuti) dunque queste tecnologie potrebbero sostituire l'insegnamento tradizionale in circostanze dove quest'ultimo non è attuabile. Dallo studio si evince come la VR possa essere un valido aiuto/alternativa alla didattica tradizionale, permettendo di stimolare/aumentare l'interesse degli studenti che in media solitamente inizia a diminuire dopo 10/15 minuti di lezione ( [51, 52]). Gli strumenti VR sono efficaci anche nel rendere i concetti astratti maggiormente comprensibili attraverso una rappresentazione visuale/interattiva [53]. Durante l'esperimento non sono stati riscontrati problemi di chinetosi o nausea ma questo risultato potrebbe essere viziato dalla breve durata del test e dal corretto sviluppo dell'applicativo utilizzato in cui si è cercato di evitare il problema. Non è però escluso che con test più lunghi o con applicazioni mal implementate gli studenti possano essere scoraggiati dall'utilizzo di queste tecnologie a causa del malessere indotto dall'utilizzo del visore (ricordando comunque che questa tipologia di problemi può variare da soggetto a soggetto).

## 3. PROGETTAZIONE

Come detto, per questa tesi è stato utilizzato come caso d'uso l'insegnamento della RG ed in particolar modo l'introduzione dei concetti cardine della teoria di Einstein attraverso il calcolo della curvatura dello spazio in prossimità di un Buco Nero. L'argomento solitamente non viene trattato nelle scuole secondarie di secondo grado a causa della complessità delle teorie e dei concetti su cui si basa. La tesi si propone dunque l'obiettivo di fornire uno strumento didattico basato su concetti geometrici semplici per poter spiegare i principi che stanno alla base dell'argomento considerato e avvicinare gli studenti alla nuova teoria della gravitazione.

Per introdurre il fenomeno della curvatura dello spazio e del tempo (principio alla base della RG) attorno ad un corpo celeste, Kraus e Zahn (docenti dell'università di Hildesheim) si sono ispirati al "Regge Calculus", cioè ad un'idea proposta dal fisico teorico italiano Tullio Regge. L'idea alla base di questo approccio è quella di creare un Modello a Settori piani (Sector Model, SM d'ora in poi) dello spazio in esame. Per costruire un SM di una superficie curva si ricopre la superficie stessa con una serie di poligoni (Fig. 5) i cui lati sono costituiti da segmenti di rette dello spazio curvo stesso. In questo senso tali segmenti estendono il concetto di retta euclidea e rappresentano linee "dritte" della varietà in questione. Dopo aver "tassellato" la superficie in esame con tali poligoni ci si costruisce un modello a settori piani: si creano dunque una serie di settori poligonali (questa volta piani) che rispettino le proporzioni e le simmetrie dei poligoni originali. La serie di settori piani così ottenuta è il SM della superficie curva di partenza.

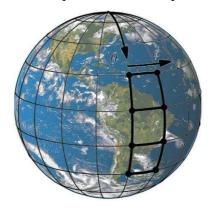


Fig. 5: Esempio del SM di una superficie curva

Il modello a settori piani che vediamo nella (Fig. 6) è il SM di una calotta sferica. Notiamo come i settori piani siano una riproduzione in scala dei settori poligonali disegnati sulla superficie curva originale (il globo terrestre, Fig. 5). Se incollassimo i settori piani in modo che condividano i lati corrispondenti, il modello si incurverebbe, staccandosi dal piano a formare un'approssimazione di una calotta sferica. Osservando bene la figura possiamo apprezzare l'idea fondante del Regge Calculus: i settori del modello sono piani, la curvatura del modello è concentrata tutta nei vertici del modello stesso.

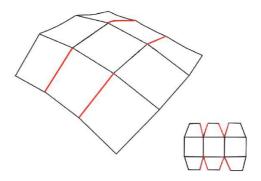


Fig. 6: SM di una calotta sferica

In uno spazio 2D il SM rappresenta una versione appiattita della superficie approssimata (superficie costituita da facce piane). Due facce del SM condividono tra di loro un lato. Adagiando su un piano i settori del SM che circondano un punto P della superficie si ha modo di confrontare l'area che sulla superficie originale avvolge P con l'area che circonda P su un piano. Da questo confronto nasce il concetto di curvatura di Gauss. Come si vede in Fig. 7 (che si riferisce al SM di una calotta sferica) l'area dei 4 settori che sulla sfera avvolgono completamente il punto non è sufficiente a circondare il punto P di un piano. È evidente la presenza di un deficit angolare. Rispetto al piano, prototipo di superficie piatta, la sfera denota una "mancanza" di area intorno al punto P. La curvatura di Gauss (1) in quel punto può essere stimata misurando l'angolo  $\delta$ , detto Deficit Angle (DA) (Fig. 7) e dividendolo per l'area di competenza del punto P (¼ dell'area dei 4 settori).

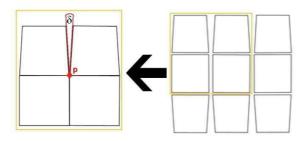


Fig. 7: SM 2D, DA (k>0)

$$k = \frac{\delta}{area} \tag{1}$$

A mancanze di area si associa un DA  $\delta$ >0 che conduce a un valore di curvatura positivo K > 0, nel caso di eccessi di area intorno al punto P (per esempio presenti su una superficie a sella, Fig. 8) l'angolo  $\delta$  risulta convenzionalmente negativo così come la curvatura K.

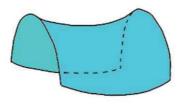


Fig. 8: Superficie a sella,  $\delta < 0$ , k < 0

L'idea appena presentata è facilmente estendibile al caso 3D e cioè a spazi curvi tridimensionali. In tal caso anziché avvolgere un punto P con le aree di settori poligonali si avvolge un segmento L con volumi di blocchi (poliedri) tridimensionali (Fig. 9).

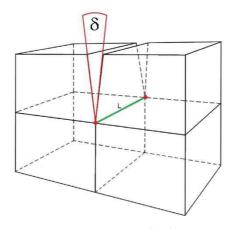


Fig. 9: SM 3D, DA (k>0)

#### Come nel caso 2D:

- si andrà a costruire un modello piatto (il SM) dei blocchi tracciati nello spazio curvo (Fig. 10);
- 2. si importerà il SM, cioè i blocchi "di spazio piatto (euclideo)" nello spazio piatto usuale;
- 3. si confronterà il volume dei blocchi che avvolgevano il segmento L nello spazio curvo con il volume che avvolge il segmento L nello spazio in cui i blocchi sono immersi (cioè quello piatto euclideo).

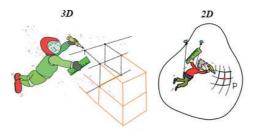


Fig. 10: Costruzione del SM, confronto tra spazio 2D e 3D

In analogia con quanto detto per le superfici bidimensionali si potranno presentare tre possibili scenari. Nel primo caso, i blocchi avvolgono perfettamente il segmento L. Non si riscontra né un

eccesso, né una mancanza di volume intorno a L: lo spazio curvo, nella direzione del segmento L, risulta piatto (K = 0).

Nel secondo caso, il SM a blocchi evidenzia una carenza di volume. Nuovamente si può definire un DA  $\delta > 0$  tra due facce dei blocchi e valutare la curvatura K come si è fatto prima, dividendo il DA per  $\frac{1}{4}$  area delle facce disposte perpendicolarmente al segmento L considerato.

Il terzo caso è analogo al precedente, solo con un eccesso di volume e quindi un angolo e una curvatura che risultano negativi.

### 3.1 CURVATURA NELLO SPAZIO 2D - VISEMO

Ad oggi è già presente un tool didattico per esplorare la curvatura presente sul piano equatoriale di un Buco Nero [54] (il piano verde ben visibile del SM del Buco Nero rappresentato nella Fig. 11).

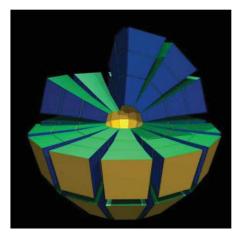


Fig. 11: SM del Buco Nero [54]

Si tratta di ViSeMo, software sviluppato dal gruppo di ricerca guidato dai docenti Krauss e Zahn dell'Università di Hildesheim. ViSeMo, però, è stato progettato per introdurre il concetto di curvatura in maniera indiretta. L'utente è accompagnato a scoprire la curvatura sul piano equatoriale del Buco Nero analizzando le linee rette del piano stesso. Tali linee, in gergo, vengono chiamate geodetiche. ViSeMo consente di tracciare geodetiche sul piano equatoriale e notare come esse si discostino dalle rette euclidee tipiche degli spazi piatti. Va detto che all'interno di ViSeMo è anche presente uno strumento che consente di misurare i DA tra i settori del SM e quindi, valutando le aree, di stimare la curvatura. Ma questo, per ora, è implementato solo nella sezione dedicata alla curvatura di una Sfera e di una Sella, non al caso del Buco Nero.

Per calcolare le geodetiche si utilizza la metrica relativa allo spazio considerato. Per il Buco Nero si utilizza la metrica di Schwarzschild (2).

$$ds^{2} = \left(1 - \frac{r_{s}}{r}\right)^{-1} dr^{2} + r^{2} \left(d\theta^{2} + \sin^{2}\theta d\varphi^{2}\right)$$
 (2)

Dove  $r_s = 2GM/c^2$  rappresenta il raggio di Schwarzschild, M la massa, G la costante gravitazionale e c la velocità della luce nel vuoto.

Per dare una rappresentazione visiva del piano equatoriale del Buco Nero e della geodetica si può considerare il SM come una serie di anelli costituiti da settori adiacenti (fuori dall'orizzonte degli eventi). Importando il SM nello spazio euclideo (piano) i settori non lo ricopriranno perfettamente. Il piano equatoriale di un Buco Nero ha infatti curvatura negativa, come abbiamo visto prima sono dunque presenti eccessi di area tipici di tali superfici. Una volta scelto un punto sul SM e una direzione iniziale, l'utente può disegnare una geodetica tracciando segmenti euclidei internamente a ogni settore (ricordiamo che i settori sono piani, quindi al loro interno siamo in regime euclideo) e prolungandoli con un righello nel settore adiacente dopo averlo portato ad unirsi con il settore da cui la geodetica proviene. Il righello garantisce che la linea tracciata mantenga la stessa direzione durante tutto il processo e sia quindi una linea dritta, geodetica, della superficie curva. Dopo aver disegnato la linea, riportando i settori nelle posizioni iniziali si può mostrare come la linea viene curvata secondo la geodetica (Fig. 12).

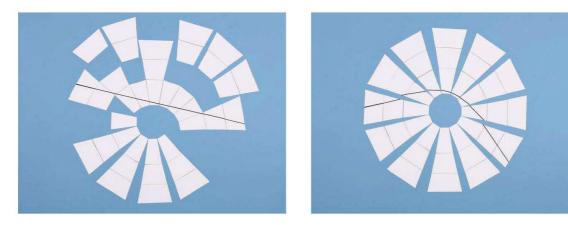


Fig. 12: Curvatura della retta seguendo la geodetica [55]

Se si ripete l'operazione disegnando due linee rette parallele passanti a distanza differente dal centro dell'anello, come risultato si troverà che le due linee non saranno più parallele ma divergeranno e quella più vicina al centro subirà una curvatura maggiore [55](Fig. 13).

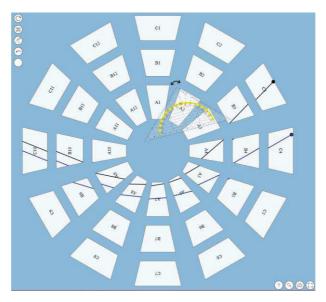


Fig. 13: ViSeMo: linee parallele divergenti

Per la costruzione dei settori viene presa in considerazione la metrica di Schwarzschild applicata al piano equatoriale (3).

$$ds^{2} = \left(\frac{1}{1 - r_{s}/r}\right) dr^{2} + r^{2} d\varphi^{2}$$
(3)

dove la coordinata sferica  $d\theta$  viene posta pari a zero,  $r_i = i \cdot 1.25r_s$ ,  $i = 1 \dots 4$ ,  $\varphi_k = k \cdot \pi/6$ ,  $k = 0 \dots 11$ .

Per calcolare la dimensione del settore lungo  $\varphi$  (dr = 0) viene utilizzata l'equazione (4).

$$\Delta s = r \Delta \varphi, \quad (\Delta r = 0)$$
 (4)

Per il calcolo, approssimato, della dimensione lungo r ( $d\phi = 0$ ) si utilizza invece la formula (5).

$$\Delta s = \sqrt{\frac{1}{(1 - r_s/r_m)}} \, \Delta r, \quad (\Delta \varphi = 0)$$
 (5)

dove  $r_m = (r_1 + r_2)/2$  con  $r_1$  e  $r_2$  associati ai vertici. Più è piccolo il valore di  $r_m$  considerato minore sarà l'approssimazione rispetto alla lunghezza lungo la geodetica (si può arrivare fino ad un errore accettabile del 5.4%) (Fig. 14). Per il calcolo dei vertici dei settori si rimanda al paragrafo seguente dove si mostrerà come calcolare le coordinate dei vertici dei blocchi 3D, le facce dei quali corrispondono ai settori dello spazio 2D.

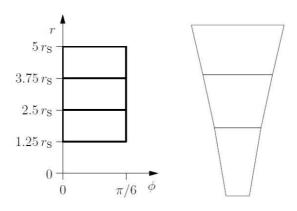


Fig. 14: Costruzione del SM del piano equatoriale del Buco Nero [55]

Il metodo analizzato aiuta gli studenti a rappresentare le geodetiche costruendo manualmente il SM e disegnando su di esso le linee. Con l'aiuto di un goniometro sarà poi possibile calcolare i DA propedeutici al calcolo della curvatura. È possibile automatizzare parte del processo utilizzando ViSeMo, come ampiamente descritto in precedenza. ViSeMo permette inoltre di effettuare i calcoli anche nelle versioni 1+1D e 2+1D dove viene presa in considerazione non solo la deformazione dello spazio ma anche del tempo (è possibile cambiare il parametro tempo deformando i settori) [56] (Fig. 15).

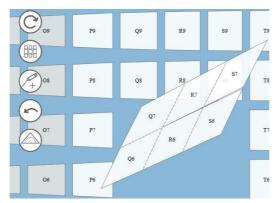


Fig. 15: ViSeMo, deformazione del tempo

#### 3.2 CURVATURA NELLO SPAZIO 3D

Per calcolare la curvatura nello spazio 3D si può partire da quanto analizzato nel 2D aggiungendo una dimensione. Dunque, nel passaggio al 3D i vertici diventano lati, i lati facce e le facce blocchi. Se in 2D i settori (trapezi) condividevano un lato e il DA veniva calcolato attorno ad un vertice in comune a 4 settori, in 3D i blocchi condividono una faccia e il DA è calcolato attorno ad uno spigolo in comune a 4 blocchi. Anche la curvatura che in 2D era definita da un numero, in 3D la curvatura diventa una quantità matematica costituita da 3 componenti lungo i tre assi [57].

Per il calcolo delle dimensioni dei blocchi si usa come per il 2D la metrica di Schwarzschild in ( 2 ) considerando  $\theta_j = j \cdot \pi/6, j = 0 \dots 6, r_i = i \cdot 1.25r_S, i = 1 \dots 4, \varphi_k = k \cdot \pi/6, k = 0 \dots 11.$ 

Per calcolare la dimensione del settore lungo  $\varphi$  (dr = 0,  $d\theta = 0$ ) viene usata l'equazione (6).

$$\Delta s = r \sin\theta \Delta \phi, \quad (\Delta r = 0, \Delta \theta = 0)$$
 (6)

Per il calcolo della dimensione lungo r ( $d\varphi = 0$ ,  $d\theta = 0$ ) si utilizza la medesima approssimazione analizzata per lo spazio 2D ( 7 ).

$$\Delta s = \sqrt{\frac{1}{(1 - r_s/r_m)}} \, \Delta r, \quad (\Delta \varphi = 0, \Delta \theta = 0)$$
 (7)

Infine, per il calcolo della dimensione al variare di  $\theta$  (dr = 0,  $d\varphi = 0$ ) viene utilizzata l'equazione ( 8).

$$\Delta s = r \Delta \theta, \quad (\Delta \phi = 0, \Delta r = 0)$$
 (8)

Per la costruzione dei blocchi con il corretto posizionamento delle facce si utilizza la seguente procedura (Fig. 16 e Fig. 17).

Si considera il blocco (settore) come parte di una piramide con vertice M; tutte le facce sono trapezi isosceli, i trapezi AEHD e BFGC (facce gialle) sono paralleli, gli spigoli AM = EM = HM = DM e BM = FM = GM = CM.

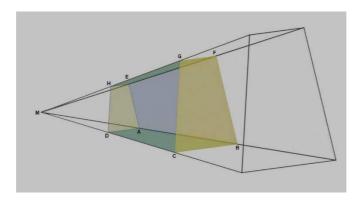


Fig. 16: Blocco (settore) del SM come porzione di una piramide con vertice M

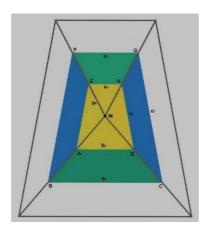


Fig. 17: Blocco (settore) del SM come porzione di una piramide con vertice M (vista frontale)

Si indica con o la distanza tra il punto in cui il raggio mediano interseca la faccia gialla e la base *b* (Fig. 18).

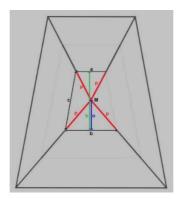


Fig. 18 : Calcolo del punto centrale della faccia gialla interna

Per trovare la lunghezza di *o* (punto centrale della faccia gialla interna) si utilizza il teorema di Pitagora applicato come in (9).

$$(h-o)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = p^2 = o^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \tag{9}$$

da cui si ricava la formula (10).

$$o = \frac{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}{2h}, \text{ con } h^2 = c^2 - \left(\frac{b - a}{2}\right)^2$$
 (10)

Trovate le lunghezze di  $o_0$  e  $o_1$  delle due facce gialle si può procedere con il calcolo dello spigolo lungo k applicando nuovamente il teorema di Pitagora (Fig. 19) come in (11).

$$k^{2} = h_{p}^{2} + \left(\frac{b_{1} - b_{0}}{2}\right)^{2} + (o_{1} - o_{0})$$
(11)

con k = AB = DC = HG = EF.

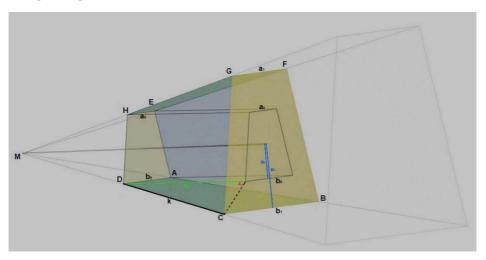


Fig. 19: Calcolo dello spigolo k lungo la direzione radiale

A questo punto tutte i dati necessari per il calcolo delle coordinate dei vertici del blocco sono stati trovati.

Se si considera ad esempio la faccia gialla AEHD sul piano di coordinate xy e con il punto M=(0,0) i vertici saranno:  $A=(0,b_0/2,-O_0)$ ,  $E=(0,a_0/2,h_0-O_0)$ ,  $H=(0,-a_0/2,h_0-O_0)$ ,  $D=(0,-b_0/2,-O_0)$ . I vertici dell'altra faccia gialla BFGC avranno invece coordinate:  $B=(h_P,b_1/2,-O_I)$ ,  $F=(h_P,a_1/2,h_I-O_I)$ ,  $G=(h_P,-a_I/2,h_I-O_I)$ ,  $C=(h_P,-b_I/2,-O_I)$ .

Conoscendo come calcolare la dimensione dei blocchi è possibile procedere con la loro costruzione utilizzando un applicativo di modellazione 3D (es. Blender).

Definito il modello 3D dei blocchi è possibile stamparli con stampante 3D o costruirli con del cartoncino partendo dalle dimensioni calcolate in precedenza. Prodotti i blocchi è possibile calcolare il calcolando manualmente il DA con un goniometro. Questo calcolo può essere effettuato accostando 4 blocchi, a 2 a 2 adiacenti, attorno ad uno spigolo in comune (Fig. 20) e misurando l'angolo generato dal loro accostamento. In base alla direzione di calcolo l'angolo può essere positivo, il volume dei blocchetti non è sufficiente a ricoprire tutto lo spazio attorno allo spigolo in comune (rimane dello spazio vuoto tra due dei 4 blocchi), o negativo, il volume dei blocchetti eccede il volume necessario a ricoprire lo spazio attorno allo spigolo in comune (si ha sovrapposizione di due dei 4 blocchi) (Fig. 21).

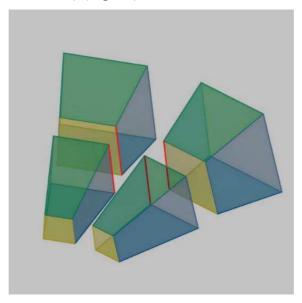


Fig. 20: Spigolo in comune a 4 blocchi adiacenti



Fig. 21 : DA  $\delta$  calcolato lungo le tre direzioni: radiale (facce gialle), longitudinale (facce blu), latitudinale (facce verdi)

Come è facile intuire, con i blocchetti fisici non è possibile sovrapporre due blocchi in caso di angolo negativo. La soluzione adottata consiste nell'adagiare tra di loro su di una faccia i due blocchi che dovrebbero sovrapporsi. In questo modo si genera uno spazio vuoto tra i blocchi il cui angolo corrisponde all'angolo di sovrapposizione come mostrato in (Fig. 22).

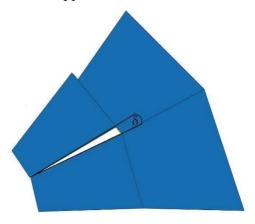


Fig. 22 : DA  $\delta$  calcolato lungo la direzione longitudinale evitando la sovrapposizione dei blocchi

#### 3.3 APPLICAZIONE

Al fine di automatizzare il calcolo dei DA necessari per valutare la curvatura della porzione di spazio 3D considerato, come già stato fatto parzialmente con ViSeMo per lo spazio 2D, è stato pensato di realizzare per questa tesi un'applicazione web che permette di:

- trascinare, ruotare e traslare i blocchi;
- agganciare/sganciare i blocchi adiacenti tra di loro;
- trascinare, ruotare e traslare più blocchi agganciati tra di loro;
- attivare/disattivare le trasparenze in modo da osservare i punti di sovrapposizione;
- selezionare le facce dai blocchi che formano l'angolo da calcolare;

- effettuare automaticamente il calcolo dell'angolo dopo che è stata portata a termine una configurazione lungo una direzione e sono state selezionate le facce corrette;
- mostrare l'area delle facce coinvolte nel calcolo della curvatura.

L'applicazione deve essere utilizzabile sia con dispositivi desktop, dunque con PC, tastiera, mouse sia con dispositivi VR come visori (con controller) e cardboard.

Per la versione desktop il puntamento avviene tramite puntatore del mouse, dunque la camera può essere mossa cliccando uno dei pulsanti del mouse e muovendolo in una qualsiasi direzione. Col tasto sinistro del mouse si ruota la camera attorno al centro della scena (movimento orbitale), col tasto destro si trasla la camera lungo uno degli assi locali della camera, mentre con la rotella si effettua lo zoom (nel caso in cui il mouse fosse sprovvisto di rotella si può agire su uno slider dell'interfaccia). Il tasto sinistro del mouse viene utilizzato anche per trascinare i blocchi nello spazio 3D e dunque per agganciare i blocchi tra di loro. L'utente viene avvisato del fatto che due blocchi sono agganciabili dall'evidenziazione di uno dei due. Una volta agganciati i due blocchi, il blocco padre, su cui poter eseguire le trasformazioni da applicare all'intera configurazione, viene evidenziato. Dunque, se si trascina il blocco padre l'intera configurazione viene trascinata.

Se viene trascinato uno dei blocchi figli della configurazione quest'ultimo viene sganciato dalla configurazione solo se il blocco non è a sua volta blocco padre di altri. Se il blocco sganciato viene rilasciato in prossimità di un blocco adiacente il blocco verrà nuovamente agganciato. Nel caso in cui un blocco venga rilasciato in prossimità di un blocco non adiacente non accade nulla.

Nella schermata dell'applicativo saranno presenti diverse schede che permettono di attivare delle funzionalità o di visualizzare informazioni relative all'applicazione o al progetto. Vi è dunque una scheda contenente diversi strumenti che permettono di:

- attivare/disattivare le trasparenze dei blocchi;
- visualizzare/nascondere i nomi dei blocchi e relative facce;
- attivare/disattivare le trasformazioni selezionando una modalità (traslazione, rotazione);
- selezionare una vista (frontale, posteriore, laterale, superiore, inferiore);
- effettuare il reset portando l'applicativo allo stato iniziale.
- eseguire lo zoom (nel caso l'utente non disponesse di mouse dotato di rotella)
- visualizzare l'ultimo blocco selezionato

Le altre schede invece permettono di mantenere lo storico dei calcoli effettuati e visualizzare la guida contenente tutte le informazioni relative all'utilizzo dello strumento.

Per applicare le trasformazioni sui blocchi dopo averle attivate bisogna agire sugli assi che vengono mostrati nel blocco selezionato trascinandoli (verranno differenziati assi di traslazione e

rotazione). In questa modalità non sarà possibile trascinare i blocchi, ma sarà solo possibile muovere la camera.

Per il calcolo dell'angolo bisogna dapprima completare una configurazione valida (4 blocchi adiacenti agganciati tra di loro lungo una direzione di calcolo), attivare l'apposita funzionalità all'interno della scheda degli strumenti e selezionare le facce corrette, tra le quali verrà calcolato l'angolo. Per poter selezionare le facce bisogna attivare dapprima attivare le trasparenze e poi cliccare in corrispondenza di esse. Per poter selezionare le facce nascoste da altre bisogna cliccare più volte nel punto in corrispondenza della faccia che si vuole selezionare finché quest'ultima non viene evidenziata (viene utilizzato il "raycasting" immaginabile come un raggio che parte dal punto di osservazione in direzione del punto cliccato). Una volta selezionata la prima faccia, per procedere con la seconda da selezionare si può cliccare sulla relativa casella di testo presente nella scheda degli strumenti oppure premere su apposito pulsante della tastiera o del controller.

Se si eseguono tutti i passaggi correttamente verrà visualizzato l'angolo calcolato, la dimensione delle facce interessate nel calcolo della curvatura e la direzione di calcolo; il calcolo verrà inoltre salvato nell'apposita scheda. Nel caso in cui invece vi sia un qualche errore nella scheda contenente lo storico del calcolo verrà evidenziato un errore (l'errore verrà rimosso al successivo calcolo corretto).

Per la versione VR l'utente si trova immerso nell'ambiente virtuale e può navigarlo utilizzando il joystick di uno dei controller, la direzione di movimento seguirà l'orientamento del controller. L'utente ha la possibilità di muoversi anche in verticale (viene utilizzato la modalità volo) in modo da agevolare il calcolo lungo tutte le direzioni. Per agire sui blocchi l'utente può utilizzare il "raycaster" visualizzato mediante laser che si diparte dal controller (in questo caso il processo di selezione, trascinamento, aggancio, delezione delle facce è il medesimo della versione desktop) oppure l'"hand-control" con cui vengono simulate le mani all'interno della scena con le quali selezionare, afferrare e trascinare gli oggetti (in questo modo si cerca di riprodurre l'esperienza con i blocchetti). Il raycaster può essere attivato e disattivato agendo su uno dei pulsanti del controller ed è utilizzabile per effettuare le medesime operazioni effettuabili con il mouse per calcolare l'angolo. Il laser viene utilizzato dunque per agire sui pulsanti che presenti all'interno di un pannello 3D che riproduce scheda degli strumenti della versione desktop con tutte le funzionalità in essa presenti. Il pannello segue i movimenti dell'utente (non la rotazione della camera) e può essere trascinato e spostato in modo da non occludere la vista. In questa versione vengono riprodotti anche i pannelli contenenti le informazioni sui calcoli effettuati e la guida.

Per entrambe le versioni desktop e VR è possibile attivare la modalità multi-utente. In questo modo si può definire una scena (stanza) condivisa tra più utenti che possono utilizzare anche dispositivi differenti. Il primo utente che si collega (indicando un identificativo della stanza e dell'utente) crea

la stanza virtuale, tutti gli altri utenti utilizzando lo stesso identificativo della stanza possono accedervi visualizzando i blocchi del primo utente proprietario della stanza, il quale è l'unico a poter agire sui blocchi ed effettuare calcoli e applicare trasformazioni. Gli altri utenti potranno navigare la scena ma non potranno agire sui blocchi. È possibile creare più stanze virtuali e passare da una stanza all'altra. Ogni utente può accedere alla stanza sia in modalità desktop che VR indipendentemente dalla versione utilizzata dal creatore della stanza. In questa versione viene attivata un'ulteriore scheda in cui vengono elencati tutti gli utenti connessi con relativo identificativo e nome e viene specificato il proprietario della scena.

## 4. TECNOLOGIE

Per la realizzazione dello strumento si è reso dapprima necessario creare i blocchi del SM. A tal scopo è stato utilizzato Blender v2.79b come software di modellazione per la generazione dei blocchi. Per la creazione dell'ambiente virtuale web e l'interattività è stato utilizzato il framework A-Frame, tecnologia web che permette tra l'altro di produrre applicativi web anche multiutente fruibili sia con tecnologia desktop (PC più mouse, tastiera o altro controller) che VR (visori, cardboard e controller VR).

#### 4.1 BLENDER

Blender [58] è una suite per la creazione di contenuti 3D gratuita e open source che mette a disposizione un'interfaccia grafica semplice, intuitiva e modificabile attraverso script in Python con cui è possibile modellare e renderizzare oggetti 3D, creare animazioni, realizzare effetti visivi (VFX), manipolazione video e creazione di contenuti interattivi. Blender è uno strumento multipiattaforma (interfaccia grafica realizzata con OpenGL) molto efficiente e di dimensioni ridotte (esiste anche una versione portatile). Essendo open source numerosi sono i plugin, sia ufficiali che non realizzati dagli utenti, che è possibile installare per arricchire ulteriormente l'esperienza utente. Il software può essere utilizzato sia da neofiti (es. studenti) che professionisti (artisti 3D, animatori 3D, sviluppatori di software applicativo) naturalmente la difficoltà dello strumento è direttamente proporzionale alla complessità risultato che si vuole ottenere.

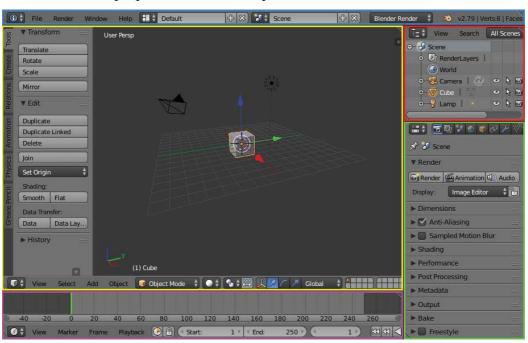


Fig. 23: Editor mostrati di default dall'interfaccia: Informazioni (blu), Vista 3D(giallo), Alberatura (rosso), Proprietà (verde) e Linea Temporale (viola).

Blender si presenta con una schermata (è possibile utilizzare i Layout predefiniti o crearne una nuova in base alle proprie preferenze) costituita da Aree modificabili: è possibile aggiungere/rimuovere Aree in modo da organizzare l'ambiente di lavoro come si preferisce. Per ogni Area è possibile specificare un Editor. Di default l'interfaccia contiene gli Editor mostrati nella (Fig. 23). Gli Editor al loro interno sono suddivisi in Regioni contenenti caselle di testo, slider, pulsanti organizzati in pannelli o tab.

Gli oggetti creati e modificabili in Blender prendono il nome di Mesh. Vengono messe a disposizioni diverse Mesh standard (primitive) da cui poter partire per creare i propri oggetti (cerchi, cubi, cilindri ecc.). Diverse sono le tecniche di modellazione utilizzabili per la creazione degli oggetti a partire dalle primitive, come l'edit/sculpt mode (manipolazione di vertici, lati e facce), curve e superfici (manipolazione di punti di controllo), modificatori (strumenti che permettono di eseguire operazioni automatizzate sugli oggetti) ecc.

Per renderizzare la scena e gli oggetti in essa contenuti, Blender mette a disposizione due motori grafici: Blender Render e Cycles. Blender Render viene utilizzato per rendering semplici e non fotorealistici, quindi adatto a tutti quei progetti dove si ha la necessità di renderizzare/animare ad esempio info-grafiche, oggetti 2D o 3D semplici

Cycles invece è un motore grafico più complesso utilizzato per rendering fotorealistici con oggetti/materiali complessi (Fig. 24). Cycles è ottimizzato per sfruttare al meglio le potenzialità della GPU; tuttavia, da interfaccia è possibile selezionare quale hardware si vuole sfruttare.



Fig. 24 : Rendering realizzato utilizzando Cycles (Progetto corso di Inf. Grafica)

Con Blender è possibile animare oggetti movendoli, deformandoli o ereditando i movimenti da altri oggetti (imparentamento, vincoli). È possibile salvare lo stato degli oggetti (posizione,

rotazione, scalamento ecc.) in determinati frame chiave, sarà poi il software ed effettuarne l'interpolazione nei frame intermedi semplificando il compito dell'utente. Nelle animazioni è possibile sfruttare anche la Fisica animando ad esempio fumo, fluidi, sistemi particellari. Con la Fisica è possibile creare il fuoco e il fumo all'interno di un camino, un fiume che scorre, una bandiera, un prato o una pelliccia ecc. Fisica e animazioni vengono spesso utilizzate anche per creare applicazioni interattive sfruttando script editor (programmabile in python) e motore di gioco.

#### 4.2 A-FRAME

A-Frame è framework web open-source sviluppato dal gruppo MozVR in collaborazione con la Supermedium [59]. Il framework permette di creare applicazioni interattive 3D/VR strutturandole e gestendole come comuni pagine web. Il linguaggio di A-Frame è simile all'HTML, si usano dei tag per inserire all'interno della pagina la scena e tutti gli oggetti in essa contenuti. A-Frame però non è solo un "markup language" come HTML, ma è anche un "entity component framework" che si appoggia sulla libreria ThreeJs (libreria 3D che permette di visualizzare/gestire contenuti 3D nelle pagine web). Ad ogni componente della scena, dunque, è possibile associare un componente, gestito tramite script ThreeJS, che va ad arricchire l'oggetto con particolari proprietà e funzionalità. Ad esempio un oggetto con il componente "grabbable" attivo potrà essere afferrato e trascinato oppure aggiungendo il componente "physics" alla scena verranno introdotte nel mondo virtuale tutte le logiche per la gestione della fisica o ancora l'oggetto che avrà attivo il componente "oculus-touch-controls" permetterà di gestire il controller di Oculus, permettendo all'applicativo di rilevare gli eventi scatenati dal controller come ad esempio pressione dei pulsanti o movimento del controller stesso. I componenti possono essere inseriti negli oggetti come semplici attributi o in fase di esecuzione tramite script. All'interno dei componenti sono definiti: uno schema che indica i parametri configurabili, le eventuali dipendenze con altri componenti, una funzione di inizializzazione che viene eseguita quando l'oggetto viene caricato, una funzione tick che viene eseguita costantemente per verificare se vi siano variazioni di eventuali parametri o semplicemente per eseguire continuamente delle operazioni sull'oggetto, eventuali altre funzioni di aggiornamento, gestione o rimozione del componente ecc.

A-Frame è compatibile con la maggior parte dei visori e controller VR attualmente in commercio e dunque può essere utilizzato per realizzare applicativi 3D, VR e di AR multipiattaforma. A-Frame sfrutta il browser per il caricamento della pagina e delle librerie necessarie ma gli elementi della scena e gli oggetti in essa contenuti sfruttano la memoria del dispositivo. Il framework negli ultimi anni è stato utilizzato da importanti aziende come Google, Ford, Chevrolet, CERN, Washington Post, NASA, Oculus, NASA ecc.

Nella realizzazione dell'applicativo sono state utilizzate diverse librerie per la gestione delle interazioni, dell'ambiente virtuale, dei materiali degli oggetti, della camera, ecc., tra le quali quelle elencate di seguito.

- Aframe, Aframe-Extras: contenenti tutti i componenti utili alla creazione dell'ambiente virtuale sia 3D che VR.
- Networked-Aframe: permette di creare scene multiutente in cui è possibile creare diverse stanze a cui accedere. Ogni utente vedrà gli oggetti delle scene assieme all'avatar degli altri utenti (Fig. 25) e potrà eventualmente interagire con essi. È possibile dunque realizzare giochi multi-utente oppure stanze per riunioni o per la condivisione di presentazioni, video, ecc.

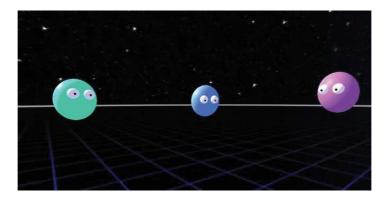


Fig. 25: Networked A-Frame

- *Aframe-Environment:* libreria per la creazione dell'ambiente virtuale. È possibile settare il terreno, il cielo, eventuale foschia in lontananza, luci ecc. Sono disponibili diversi ambienti precostituiti da utilizzare per la scena.
- *Aframe-gui*: libreria che mette a disposizione delle entità per la creazione di interfacce grafiche utilizzabili sia in modalità 3D che VR
- *Aframe-Orbit-Controls*: per la gestione della camera per farla muovere attorno ad un punto prefissato (in contrapposizione al "look-controls" da utilizzare per la modalità VR che permette all'osservatore di muovere la camera muovendo il visore).
- *Super-Hand*: libreria essenziale per trascinare gli oggetti all'interno della scena e sfruttare eventi di sovrapposizione ("hover") e rilascio su altri oggetti ("drag-drop")
- Aframe-Physics-System: per aggiungere la fisica all'interno della scena. Utilizzando la libreria è possibile gestire oggetti morbidi o rigidi ("soft/rigid body"), collisioni, vincoli, gravità. Il sistema fisico è essenziale qualora si voglia trascinare i blocchi in VR sfruttando i controller manuali; in tal caso bisogna indicare se gli oggetti con cui l'utente interagirà saranno oggetti statici o dinamici.

• Aframe-Meshline-Component: componente utilizzato per l'evidenziazione delle facce e degli spigoli dei blocchi.

A-Frame mette a disposizione una documentazione molto ampia con diversi esempi da cui poter trarre spunto per le proprie implementazioni. È disponibile, inoltre, uno Slack (piattaforma in cui interagire con i colleghi e organizzare il proprio lavoro creando appositi canali) dove è possibile reperire molte informazioni utili sul framework e chiedere supporto agli altri utenti iscritti.

#### 4.3 ALTRI STRUMENTI

Come ambiente di sviluppo per la realizzazione dell'applicativo è stato utilizzato Glitch (ambiente suggerito anche dalla guida di A-Frame). Al sito è possibile registrarsi gratuitamente, utilizzando anche le credenziali di Github. All'utente viene assegnato uno spazio di lavoro dove è possibile creare una o più applicazioni. Per ogni applicazione la piattaforma mette a disposizione per ogni utente un ambiente di lavoro che può essere reso privato o pubblico, in cui è possibile importare o esportare file da interfaccia o da linea di comando. È dunque possibile collegare il proprio progetto ad un repository GitHub ed effettuare deploy automatici o manuali. Glitch permette di utilizzare librerie server come Socket.io per la condivisione della scena. L'anteprima del progetto può essere visualizzata nella stessa pagina di sviluppo oppure in una finestra separata, le modifiche sono salvate automaticamente e rese subito disponibili (non vi sono problemi di cache). Limiti di questo ambiente sono le prestazioni non molto elevate e la possibilità che con alcuni dispositivi e provider Internet il sito non sia raggiungibile. Inoltre, non è disponibile un debugger nativo o un compilatore, dunque, le analisi vanno condotte direttamente sullo strumento di sviluppo messo a disposizione dal browser.

Per il salvataggio e la condivisione del progetto è stata creata un repository su GitHub. La piattaforma ha permesso di suddividere il repository in più branch (uno di produzione e uno di sviluppo), di condividerla e collegarla agevolmente ad altre piattaforme sia di sviluppo che di hosting. La piattaforma permette di caricare e scaricare il progetto o porzioni di esso (anche singoli file) o singoli branch sia da interfaccia sia da linea di comando. Molto utile la possibilità di effettuare delle modifiche sui branch di sviluppo per poi salvarli sul branch principale attraverso la funzionalità di *merge* (la piattaforma informa l'utente della modifica alla repository e indica quali file sono stati modificati).

Dal momento che Glitch non garantiva prestazioni adeguate e risultava non raggiungibile con alcuni provider, si è deciso di utilizzare un'altra piattaforma per l'hosting dell'applicativo finale da utilizzare per gli esperimenti. La scelta è ricaduta su Heroku (piattaforma suggerita anche nella documentazione di A-Frame), che permette ad ogni utente con licenza gratuita di usufruire di un adeguato spazio di archiviazione e circa 500 ore mensili di utilizzo del servizio (più che sufficienti

per le esperienze previste). Heroku dà la possibilità di creare più applicazioni all'interno dello spazio di lavoro, le quali è possibile collegarle ai branch della repository di GitHub. Il deploy sull'ambiente di Heroku può essere eseguito sia manualmente che in maniera automatizzata ed è possibile annullare le ultime modifiche in caso di errori o bachi.

Per quanto riguarda la parte VR lo sviluppo è stato eseguito utilizzando visore e controller Oculus Quest 2 (Fig. 26) messo a disposizione dal laboratorio VR@POLITO del Politecnico di Torino sul quale è stato installato l'applicativo FirefoxVR per il debug e la validazione del software. Il dispositivo è "standalone", dunque non necessita di hardware aggiuntivo per funzionare, è formato da un visore e due controller. Il visore sfrutta 4 camere per il tracking dei controller e delle mani, monta due display con una risoluzione di 1832x1920 pixel per occhio (è possibile distanziare i due schermi in base alle proprie necessità), 6GB di RAM, processore Qualcomm Snapdragon XR2, 64GB di memoria interna e presenta cuffie integrate che elevano ulteriormente il grado di immersione e presenza all'interno della scena. I controller invece permettono un tracking avanzato delle mani e la loro visualizzazione nell'ambiente virtuale non presenta "lag" o malfunzionamenti di alcun genere. Gli unici problemi che si sono presentati durante l'utilizzo riguardano alcuni lag che sono stati notati con l'introduzione della fisica nella scena e il collegamento al server Glitch. Dal dispositivo connesso ad una rete utilizzata durante lo sviluppo non era possibile raggiungere il server, quindi è stato necessario utilizzare un hotspot per la connessione al server. Non sono stati riscontrati invece problemi con la connessione al server di Heroku.



Fig. 26: Oculus Quest2

# 5. REALIZZAZIONE

Il processo di realizzazione dell'applicativo ha avuto come passi principali: la progettazione (come ampiamente discusso nel capitolo dedicato), la creazione del modello 3D dei blocchi del SM, l'implementazione della versione desktop per poi infine aggiungere le librerie e gli strumenti necessari per l'adattamento alla versione VR e multi-utente.

## 5.1 Modello 3D

Il modello 3D del SM è stato realizzato utilizzando quanto appreso in fase di progettazione. Per la creazione dei blocchi, le formule matematiche sono state tradotte in codice Python sfruttando lo script editor di Blender. Per prima cosa è stata tradotta in linguaggio Python la metrica di Schwarzschild (1) necessaria per il calcolo delle dimensioni dei lati dei trapezi che costituiscono le facce dei blocchi del SM. Per il calcolo è stato settato un raggio di Schwarzschild (RS) pari a 2.

```
calc oblique r(r i, r f, precision): #calculate the length of the oblique edges integrating along r
    result=0.0
    i=r_i
j=0.0
    step = precision
    while i <= r_f:
j=i+step
         result = result + (((1.0 - RS/((i + j) / 2.0)) **(-1.0 / 2.0)) * (j - i))
    #print ("i;",i)
return result
def calc_oblique_theta(r, theta_i, theta_f): #calculate the length of the oblique edges along theta
     return r *(radians(theta_f)-radians(theta_i))
def calc_heigth(oblique, offset):
                                        #calculate heigth of the face using Pythagorean theorem
     return (oblique**2-offset**2)**(1/2)
def calc_offset(bmin, bmax): #calculate offset between base min and base max
    return (bmax-bmin)/2
def calc_base(r, theta, phi_i, phi_f): #calculate the length of the base
    return r * math.sin(radians(theta))*(radians(phi_f)-radians(phi_i))
                                              #calculate the center of the yellow face
def calc_o(a,b,h):
     return (h**2+(a/2)**2-(b/2)**2)/(2*h)
def calc_h(b0, b1, o0, o1, k): #calculate return (k^{**}2-((b1-b0)/2)^{**}2-(o1-o0)^{**}2)^{**}(1/2)
                                              #calculate distanze between yellow faces
```

Fig. 27 : Calcolo della dimensione dei blocchi in Python

Le funzioni riportate in (Fig. 27) sono state utilizzate per calcolare le coordinate dei vertici dei blocchi (Fig. 28).

```
block\ inf\ bmin=\ calc\ base(r\ i,\ theta\ f,\ phi\ i,\ phi\ f)\\ block\ inf\_bmax=\ calc\_base(r\_f,\ theta\_f,\ phi\_i,\ phi\_f)\\ block\ inf\_offset=\ calc\_offset(block\_inf\_bmin,block\_inf\_bmax)
                                                                                                                                                                                              #start first green face calculation
         block_inf_oblique=calc_oblique_r(r_i,r_f, precision)
block_inf_heigth= calc_heigth(block_inf_oblique,block_inf_offset)
                                                                                                                                                                                              #end first green face calculation
         block\_sup\_bmin= calc\_base(r\_i, theta\_i, phi\_i, phi\_f) \\ block\_sup\_bmax= calc\_base(r\_f, theta\_i, phi\_i, phi\_f) \\ block\_sup\_offset= calc\_offset(block\_sup\_bmin, block\_sup\_bmax) \\
                                                                                                                                                                                               #start second green face calculation
         block_sup_oblique= calc_oblique r(r_i,r_f, precision)
block_sup_heigth= calc_heigth(block_sup_oblique,block_sup_offset)
                                                                                                                                                                                              #end second green face calculation
         block in bmin= block_sup_bmin
block in bmax= block_inf_bmin
block in_offset= calc_offset(block_in_bmin,block_in_bmax)
                                                                                                                                                                                               #start first yellow face calculation
         block in oblique=calc oblique theta(r i, theta i, theta f)
block in heighh= calc height(block in oblique block in offset)
         block in o-calc o(block in bmin, block in bmax, block in heigth)
                                                                                                                                                                                               #end first yellow face calculation
         print("block in o:"+str(block in o))
                                                                                                                                                                                               #start first yellow face calculation
         block_out_bmin= block_sup_bmax
         block_out_bmax= block_inf_bmax
         block out offset= calc offset(block out bmin,block out bmax)
         block out oblique=calc oblique theta(r f, theta i, theta f)
block_out_heigth= calc_heigth(block_out_oblique,block_out_offset)
block_out_o=calc_o(block_out_bmin,block_out_bmax,block_out_heigth)
         print("block out o:"+str(block out o))
                                                                                                                                                                                                #end first yeloow face calculation
         block height-calc h(block in bmax, block out bmax, block in o, block out o, block inf oblique)
         print("block heigth:"+str(block heigth))
                                                                                                                                                                          #calculate distance between the two yellow faces
                                                                                                                                                                                              #vertices calculation
         verts = [(0,block_in_bmax/2,-block_in_o)
                                 (l0, block in bmax/2, block in o), #Vertic (block_heigth, block_out_bmax/2, block_out_o), (block_heigth, 'block_out_bmax/2), block_out_o), (0, - (block_in_bmax/2), block_in_o), (0, block_in_bmin/2, (block_in_o), (block_in_bmin/2, (block_in_bmin/2), (block_out_heigth-block_out_o)), (block_heigth, block_out_bmin/2), (block_out_heigth-block_out_o)), (block_heigth, (block_out_bmin/2), (block_out_heigth-block_out_o)), (block_in_bmin/2), (block_in_bmin
                                 (0,-(block_in_bmin/2),(block_in_heigth-block_in_o))]
         edges = [] faces = [(0,1,2,3),(4,5,6,7),(0,1,5,4),(1,2,6,5),(2,3,7,6),(0,4,7,3)] #faces definition
         mesh = bpy.data.meshes.new("mesh block_"+name) #add new mesh named with block name
mesh.from_pydata(verts, edges, faces) #define vertices, edges and faces of the block
obj = bpy.data.objects.new("obj_block_"+name, mesh) #add new obj_using mesh
```

Fig. 28 : Calcolo delle coordinate dei vertici e creazione dell'oggetto da aggiungere alla scena

Oltre a definire i vertici, lo script imposta i nomi dei blocchi e i colori delle facce. Viene definito inoltre l'ordine con cui vengono create le facce, informazione che poi verrà utilizzata in A-Frame per il calcolo dell'angolo (uno dei controlli verifica che le facce selezionate siano corrette).

Lo script permette di calcolare automaticamente tutti i blocchi del SM (Fig. 29) ma per questa tesi sono stati presi in considerazione solo 8 blocchi sufficienti per il calcolo della curvatura. Con lo script è possibile posizionare tutti i blocchi dell'intero SM nelle posizioni corrette, riproducendo lo spazio attorno al Buco Nero. Per esportare i blocchi, tuttavia, si è reso necessario rimuovere tutte le trasformazioni applicate sui blocchi. Dunque, traslazione e rotazione sono state ripristinate prima dell'esportazione in modo da rendere più semplice la gestione con A-Frame.

Dopo aver creato i blocchi necessari, questi sono stati esportati in formato gltf (formato necessario per l'importazione in A-Frame) utilizzando il plugin "Import/Export: gltf 2.0 format".

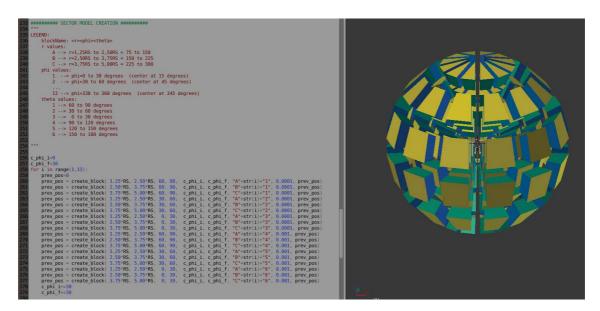


Fig. 29: Calcolo completo del SM

#### 5.2 APPLICATIVO: VERSIONE 3D

Per lo sviluppo dell'applicazione si è scelto di usare la piattaforma Glitch come suggerito dalla guida di A-Frame. L'ambiente di sviluppo mette a disposizione un filesystem in cui inserire i propri file e una cartella "Assets" in cui è possibile importare i file (Fig. 30). I file importati in "Assets" vanno poi copiati all'interno del proprio progetto da linea di comando.

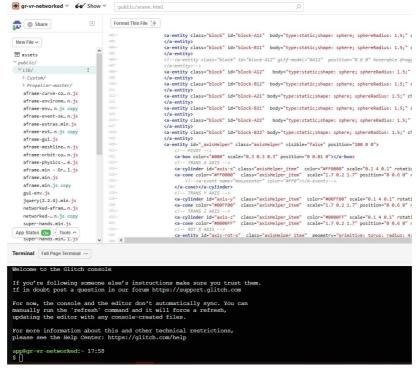


Fig. 30: Ambiente di lavoro Glitch.com

Per l'implementazione si è partiti dal progetto base di A-Frame effettuandone il "remix" (termine utilizzato in Glitch per indicare la copia e importazione nella propria area di lavoro di un progetto

Glitch già esistente) aggiungendo una sola pagina iniziale utilizzabile dall'utente per selezionare la versione singola o multi-utente (Fig. 31). Le due versioni dell'applicazione si trovano all'interno della medesima pagina web ma le funzionalità vengono attivate o meno a seconda della versione scelta. Per la versione multi-utente è necessario indicare il nome della stanza che si vuole creare o a cui si vuole accedere e il proprio nome utente.



Fig. 31 : Pagina iniziale

La pagina web dell'applicativo è costituita dalla scena contenente l'ambiente virtuale e da alcune schede in sovraimpressione attivabili dall'utente cliccando sui relativi pulsanti

Alla sinistra vi è la scheda contenente gli strumenti utilizzabili dall'utente. In essa sono contenuti i pulsanti per attivare o disattivare le trasparenze, mostrare o nascondere i nomi dei blocchi, abilitare le modalità di calcolo dell'angolo e utilizzo delle trasformazioni (traslazione e rotazione). L'utente può inoltre cambiare il punto di vista, aumentare o diminuire lo zoom ed effettuare il reset della scena (i blocchi vengono riposizionati nelle posizioni inziali e le eventuali modalità attive vengono disabilitate). Nelle schede di destra invece l'utente può visualizzare lo storico dei calcoli effettuati e la guida come supporto all'utilizzo del software. La guida può essere tradotta in maniera istantanea utilizzando il pulsante con rappresentato il mappamondo, il quale richiamerà le funzionalità di traduzione di Gooogle. Le schede sono state implementate utilizzando HTML, CSS e Javascript, linguaggi comuni dunque per la realizzazione di qualsiasi pagina web. Per la gestione della scena delle entità in essa contenute sono state utilizzate librerie ThreeJS.

La scena si presenta con gli 8 blocchi posti al centro di un ambiente virtuale nel quale è stato inserito un terreno con una griglia per rendere più agevole il movimento della camera (al fine di ridurre la sensazione di disorientamento dell'utente) o lo spostamento dei blocchi (Fig. 32) (può capitare che blocchi apparentemente vicini in realtà siano distanti tra di loro). Per realizzare l'ambiente è stata utilizzata la libreria *Aframe-Environment* che associa all'elemento "scena" un componente "ambiente" in cui è possibile specificare i settaggi desiderati come luce, terreno, nebbia, colore del cielo ecc. oppure scegliere un ambiente preconfigurato.

La libreria *Orbit-Controls* è essenziale per permettere all'utente di muoversi all'interno della scena in maniera orbitale attorno ai blocchi. La libreria fornisce un componente da attivare sull'entità

camera attraverso cui è possibile impostare alcuni parametri come il punto target attorno al quale far orbitare la camera, la posizione iniziale della camera stessa, il campo visivo, la distanza minima e massima visibile ecc. La libreria permette di attivare movimenti rotatori e traslazioni della camera e lo zoom distinguendo il pulsante del mouse cliccato. Il codice è stato leggermente modificato con lo scopo di attivare col tasto sinistro del mouse la rotazione orbitale, col tasto destro la traslazione e con la rotella lo zoom.

Per agire sui blocchi trascinandoli o agganciandoli tra di loro tramite l'utilizzo del mouse sono state sfruttate le funzionalità della libreria *Super-Hands*, grazie alla quale è possibile specificare se gli oggetti della scena siano cliccabili, afferrabili, trascinabili, ecc. attivando su di essi l'apposito componente definito all'interno della libreria. Ad esempio, per poter afferrare i blocchi è stato attivato su di essi il componente *grabbable*. Dal momento che l'aggancio di due blocchi avviene imparentandoli l'un l'altro, si è reso necessario modificare opportunamente la libreria affinché le direzioni di trascinamento fossero coerenti con il movimento del cursore. Senza questa modifica il trascinamento del blocco avverrebbe in accordo con alla direzione degli assi locali del blocco da trascinare, che, nel caso di blocchi imparentati, sarebbe influenzata dalla rotazione del blocco padre),

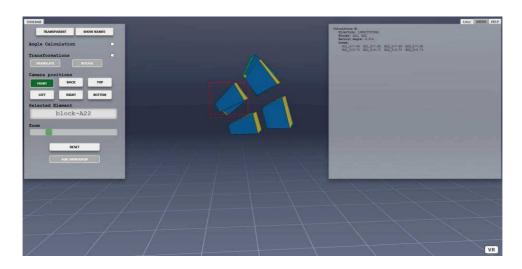


Fig. 32: Schermata applicazione versione 3D

Per evitare che i blocchi vengano trascinati al di sotto del terreno, essi sono stati dotati di componente custom chiamato *check-position*, che permette di verificare costantemente la posizione e ne blocca il trascinamento nel caso in cui il valore della componente y della posizione scendesse al di sotto di una determinata soglia.

Il processo di aggancio e sgancio dei blocchi, come anche il trascinamento e la selezione, sfruttano gli eventi del mouse (mouseDown, mouseUp, mouseMove). Quando questi eventi vengono rilevati vengono eseguite una serie di logiche che controllano alcune variabili di stato dell'applicazione e

attivano o meno delle funzionalità o dei componenti installati sugli oggetti della scena. Ad esempio, il *mouseDown* viene utilizzato per selezionare il blocco e di conseguenza far partire le logiche di rilevamento delle collisioni; il *mouseUp* viene utilizzato per eseguire le logiche di aggancio e sgancio dei blocchi, di selezione delle facce, di evidenziazione sia dei blocchi che delle facce; il *mouseMove* viene invece utilizzato ad esempio per il trascinamento dei blocchi.

Il processo di aggancio o sgancio dei blocchi viene reso inoltre possibile dal componente custom *manual-body* che permette di conoscere per ogni blocco i settori adiacenti con cui può avvenire l'aggancio, di creare il boundingbox del blocco e rilevare eventuali collisioni tra blocchi emettendo il relativo evento. Completato il processo di aggancio l'evidenziazione del blocco padre avviene modificando opportunamente il materiale dell'oggetto, ad esempio: aumentando o diminuendo l'opacità, le trasparenze, l'emissività, il colore ecc. utilizzando la funzione *highlightNeigh*. Lo stesso procedimento viene eseguito per l'evidenziazione dei blocchi adiacenti (variano solo i parametri utilizzati all'interno della funzione *highlight*).

Per utilizzare le trasformazioni sui blocchi sono stati creati gli assi di traslazione e rotazione (Fig. 33) che vengono applicati all'ultimo blocco selezionato (al di fuori di tale modalità il blocco selezionato viene evidenziato con un box rosso attorno ad esso). Per fare in modo che il trascinamento degli assi venisse tradotto in una trasformazione applicata ai blocchi questi ultimi sono stati corredati del componente *drag-rotate-translate* che recepisce e tramuta il trascinamento degli assi in unità di traslazione o rotazione. Il componente sfrutta gli eventi del mouse per identificare il punto dell'asse cliccato e la direzione di movimento del cursore. Le trasformazioni vengono attivate solo su un blocco singolo o sul blocco padre di una configurazione, in tal caso esse vengono applicate anche a tutti gli altri blocchi che la compongono.

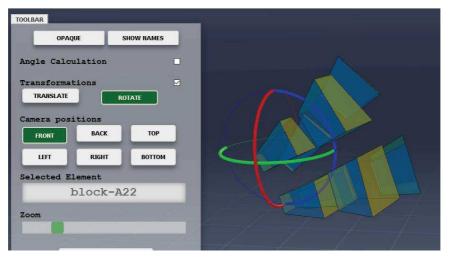


Fig. 33: Rotazione applicata ad un blocco

Per quanto riguarda il calcolo dell'angolo, esso avviene in maniera automatizzata dopo che l'utente ha completato una configurazione di quattro blocchi valida e ha selezionato due facce corrette su cui eseguire l'operazione (in caso di errore viene mostrato un avviso nella scheda contenente lo storico dei calcoli effettuati). Per poter selezionare le facce l'utente deve attivare la funzionalità di calcolo dalla scheda degli strumenti e poi cliccare in corrispondenza della faccia da selezionare. Per selezionare facce nascoste bisogna continuare a cliccare finché la faccia desiderata non viene selezionata. Al primo evento di *mouseup*, il raycaster permetterà di salvare in un array tutte le facce attraversate dal raggio selezionando la prima. Ai successivi click si scorrerà l'array selezionando di volta in volta la faccia successiva. L'array viene nuovamente inizializzato nel caso in cui si cliccasse su un punto diverso e il raggio del reycaster dovesse attraversare facce differenti. Per selezionare la seconda faccia si può cliccare l'apposita casella di testo nella scheda degli strumenti oppure utilizzare il tasto *SHIFT*. Per l'evidenziazione delle facce sono stati utilizzati i componenti *meshline* e *face* che permettono di creare, a partire dai vertici della faccia selezionata, un'ulteriore faccia sovrapposta a quella del blocco, per la quale è possibile cambiare diversi parametri del materiale. Era possibile eseguire la stessa operazione agendo direttamente sulla faccia del blocco, ma risultava decisamente più complessa a causa della triangolazione che subiscono le facce dei blocchi importati in A-Frame.

Per calcolare l'angolo tra le facce selezionate, vengono calcolate le normali alle facce e l'angolo che esse formano. Se l'angolo trovato è valido ne viene stampato il valore, vengono visualizzate le aree delle facce dei blocchi utili al calcolo della curvatura e viene mostrata la direzione di calcolo e lo spigolo in comune ai 4 blocchi. Per far ciò, vengono confrontati i vertici di tutti i lati delle due facce selezionate e memorizzati quelli appartenenti ai lati adiacenti delle due facce (Fig. 34). Questi vertici vengono poi utilizzati per produrre la linea indicante la direzione di calcolo

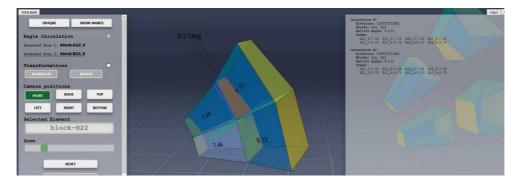


Fig. 34 : Calcolo del DA

Il calcolo avviene all'interno della funzione calcAngle, che richiama a sua volta il metodo calcArea per il calcolo e la visualizzazione delle aree delle facce dei blocchi (in accordo con la direzione di calcolo) e le due funzioni drawGoniometer e drawDirectionLine che calcolano e mostrano a video rispettivamente l'angolo calcolato e il segmento indicante la direzione di calcolo. Entrambe le funzioni verificano che le informazioni mostrate a video sia visibili dall'osservatore e non sia nascosta dai blocchi della configurazione. Viene eseguita infine la funzione updateHistory che

inserisce all'interno della scheda relativa ai calcoli il risultato dell'operazione appena eseguita (la medesima funzione viene utilizzata per segnalare eventuali errori nella configurazione o nella selezione delle facce).

#### 5.3 APPLICAZIONE: VERSIONE VR

La versione VR è attivabile cliccando sull'apposito pulsante VR posizionato in basso a destra dello schermo (funzionalità nativa di A-Frame). Questa modalità sfrutta la stessa implementazione della versione 3D differenziandosi solo per l'interfaccia (le schede vengono rappresentati come pannelli 3D posizionati all'interno della scena), per l'output adattato al visore, per la modalità di input e trascinamento dei blocchi attraverso l'utilizzo dei controller, per la gestione delle trasformazioni e per la locomozione nello spazio virtuale.

Per quanto riguarda i pannelli contenenti gli strumenti e la scheda con lo storico dei calcoli e la guida, sono stati sfruttate le entità rese disponibili dalla libreria *AFrame-gui* che permettono di creare in maniera agevole pannelli, pulsanti, caselle di testo, slider ecc. Anche i pannelli sono dotati di componente *grabbable* e dunque sono afferrabili e trascinabili con entrambe le mani come per i blocchi. L'input invece avviene utilizzando il "raycaster" del controller destro rappresentato come un raggio laser (utilizzato anche per la selezione delle facce utili al calcolo del DA) (Fig. 35). Il raggio può essere attivato e disattivato premendo il pulsante B del controller destro.

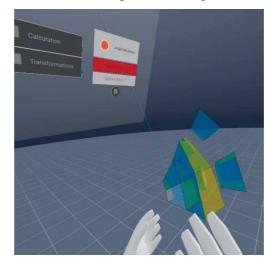


Fig. 35: Hand-controls, raycaster e interazione con il pannello

Le azioni di attivazione/disattivazione delle trasparenze, di visualizzazione dei nomi e di riposizionamento dei blocchi sono rappresentate da pulsanti cliccabili all'interno del pannello sinistro. Le modalità di calcolo dell'angolo e di trasformazione invece sono rappresentate da menu a tendina visualizzabili cliccando l'apposito pulsante. Per attivare la modalità selezionata bisogna agire sulla checkbox presente all'interno del menù. Il processo di calcolo dell'angolo è identico a quello della versione 3D, mentre per le trasformazioni è presente una lieve differenza. Dopo che

l'utente attiva la trasformazione e visualizza gli assi potrà scegliere quale degli assi utilizzare per la trasformazione agendo sul pulsante A del controller destro. L'asse selezionato verrà evidenziato e sarà possibile applicare la trasformazione in accordo con esso utilizzando il joystick del controller sinistro.

Per quanto riguarda il pannello di destra, lo storico dei calcoli effettuati e la guida possono essere attivati agendo su due pulsanti che mostreranno le informazioni desiderate (Fig. 36). Queste vengono mostrate all'interno di caselle di testo native di A-Frame, dal momento che non è presente all'interno della libreria *aframe-gui* un'entità dove poter inserire tutte le informazioni necessarie (sarebbe possibile utilizzare l'entità *a-gui-label* ma che è risultata poco adatta a contenere testi molto lunghi).

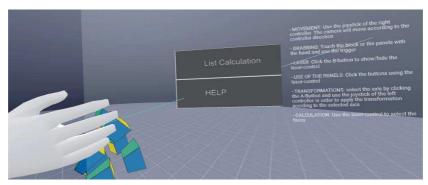


Fig. 36: Scheda HELP attivabile tramite laser-control

Il trascinamento dei blocchi può avvenire attraverso il laser oppure utilizzando l'*hand-controls* contenuto all'interno della libreria *Aframe-extras* che permette di simulare le proprie mani con delle mani virtuali con cui è possibile afferrare i blocchi (Fig. 37).

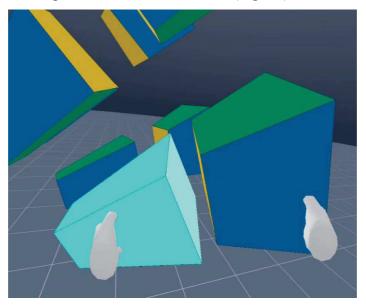


Fig. 37: Hand-controls

Per utilizzare questa libreria è necessario inoltre attivare la fisica all'interno della scena trattando gli oggetti come se fossero corpi rigidi. Questo è stato reso possibile grazie alla libreria *Aframe*-

Physics-System che permette di rendere gli oggetti statici o dinamici. Per poter essere trascinati, gli oggetti devono essere impostati come dinamici, per poi essere resi statici a trascinamento completato. Questa azione viene eseguita all'interno della libreria super-hands ancora una volta essenziale per spostare o agganciare i blocchi. È necessario inoltre indicare ai controller quali sono gli oggetti della scena con cui possono interagire. Questa operazione viene eseguita impostando dei parametri e dei riferimenti all'interno dei componenti dei controller che gestiscono le collisioni (raycaster o sphere collider). Le azioni sui pulsanti o trigger dei controlli vengono automaticamente tradotte negli eventi del mouse quindi le logiche implementate per il 3D rimangono valide anche per il VR. Sono comunque disponibili anche eventi dedicati come triggerDown e triggerUp per il trigger, buttonUp e buttonDown per i pulsanti, axisMove per il joystick ecc.

L'utente infine può muoversi all'interno dello spazio virtuale utilizzando il joystick del controller destro. La direzione di movimento viene stabilità da come viene mosso il joystick e dalla direzione del controller. Si è scelto di eseguire il movimento in accordo con la rotazione del controller piuttosto che seguendo la rotazione del visore in modo da ridurre gli effetti di chinetosi. È stato inoltre applicato il metodo di movimento di tipo "volo", che permette all'utente di muoversi anche verso l'alto o il basso. Per il movimento è stata sfruttato il componente *movement-controls*, applicato su un oggetto contenente camera, controller e pannelli presente all'interno della libreria *Aframe-extra*. Di base il componente utilizza la direzione di vista per il movimento, è stato dunque necessario modificare la libreria affinché venisse utilizzata la rotazione del controller.

#### 5.4 APPLICAZIONE: VERSIONE MULTIUTENTE

Per fornire implementare una versione multiutente dello strumento è stata utilizzata la libreria Networked-Aframe che permette di condividere gli oggetti della scena e i loro attributi con altri utenti. La libreria prevede che l'entità scena venga corredata di componente networked-scene che attiva tutte le logiche di inizializzazione della stanza condivisa. Nel nostro caso è stato utilizzato un componente intermedio definito dynamic-room che permette di gestire stanze differenti ed effettuare dei controlli preliminari. È necessario inoltre indicare gli oggetti da condividere e quali dei loro attributi si vuole che vengano costantemente controllati e aggiornati anche nella scena degli altri utenti. Ad esempio, se si condivide un oggetto e il suo attributo "rotazione", l'oggetto verrà replicato nella scena degli altri utenti e ne verrà costantemente controllata e copiata la rotazione ma non eventuali altri attributi come, ad esempio, la posizione o lo scalamento che non sono stati indicati. Gli oggetti da replicare sono definiti template e l'indicazione di quali attributi controllare e aggiornare avviene aggiungendo allo schema del componente tutte le info necessarie. La libreria Networked-Aframe permette inoltre di sfruttare l'invio e la ricezione di messaggi

asincroni tra le scene, che per il software sono state utilizzati per inizializzare tutte le variabili della scena, per attivare e disattivare le trasparenze o le evidenziazioni di blocchi e facce, per abilitare o disabilitare le modalità di calcolo o di trasformazione, per disegnare nella scena degli altri utenti l'angolo e la direzione di calcolo oppure per aggiornare la lista dei calcoli effettuati. È stato inoltre necessario utilizzare questa funzionalità per aggiornare correttamente la rotazione dei blocchi dal momento che, nel caso di blocchi imparentati, venivano inviate solo le informazioni di rotazione del blocco indicato senza tener conto di quella del blocco padre. Come è facile intuire per poter funzionare questa architettura sfrutta funzionalità server per lo scambio di informazioni. A tale scopo è stata utilizzata la libreria Socket.io indicando all'interno di un file di configurazione tutte le caratteristiche del server e le informazioni relative al progetto da condividere con gli altri utenti.

# 6. RISULTATI

La versione 3D del software realizzato è stata validata attraverso una serie di workshop (della durata di circa 2 ore) con studenti dell'ultimo anno di scuola secondaria di secondo grado e con studenti del primo anno di Ingegneria presso il Politecnico di Torino. In particolare, sono state coinvolte due classi quinte (una di un liceo Scientifico, una di un liceo Classico) e 3 gruppi da circa 50 studenti del Politecnico di Torino nell'ambito del progetto LA.M.PO (Laboratorio di Matematica del Politecnico di Torino, http://www.lampo.polito.it/). In totale circa 180 studenti e due docenti di scuola secondaria di secondo grado. In seguito ad ogni incontro sono stati somministrati due tipologie di questionari per valutarne l'efficacia: nel primo si è cercato di raccogliere il pensiero degli studenti relativamente all'esperienza appena conclusa valutando sia le conoscenze acquisite, sia gli strumenti utilizzati; nel secondo invece sono stati raccolte valutazioni sul software come usabilità, efficacia, gestione degli errori, input/output ecc.

### 6.1 WORKSHOP

L'obiettivo dei workshop era quello di introdurre la Relatività Generale di Einstein, facendo cogliere tre aspetti fondanti:

- 1. la Curvatura è il concetto chiave che collega la teoria di Einstein alla Gravitazione.
- 2. la Materia dice allo Spazio come curvarsi.
- 3. la Geometria dice alla Materia come muoversi.

### Curvatura di una superficie (spazio 2D)

Per determinare la curvatura di una superficie in un suo punto P si "avvolge" il punto P con una serie di settori poligonali (Fig. 38) i cui lati sono segmenti di "retta" della superficie.



Fig. 38: Settori poligonali attorno al punto P di una superficie curva

Quindi si riproduce un SM con settori piani costruiti sulla superficie curva (Fig. 39). I settori piani costituiscono il Modello approssimato della superficie.

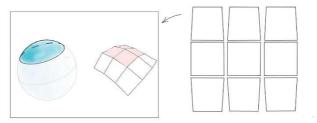


Fig. 39: SM di settori piani costruiti su una superficie curva

Disponendo i 4 settori sul piano, in modo che condividano i segmenti corrispondenti, si confronta l'area che sulla superficie curva "avvolge" completamente il punto P con l'area che circonda il punto stesso su un piano.

Il DA evidenzia eventuali mancanze (superfici a curvatura positiva) o eccessi (superfici a curvatura negativa) di area (rispetto al piano) intorno al punto P.

Per calcolare la curvatura (curvatura di Gauss) nel punto P si utilizza la formula (12) in cui viene utilizzato sia il DA che le aree dei settori che avvolgono il punto P (Fig. 40)

$$k = \lim_{area \to 0} \left( \frac{\delta}{area} \right) \tag{12}$$

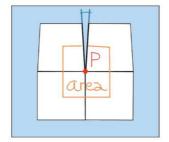


Fig. 40: Curvatura di Gauss

### Curvatura di uno spazio 3D

Per il calcolo della curvatura di Gauss di uno spazio 3D si estende quanto detto per lo spazio 2D. Questa volta si avvolge un segmento (Fig. 41) con il volume di blocchi "disegnati" secondo le "rette" dello spazio curvo. Poi si crea un modello in scala a blocchi "piatti" (cioè analoghi a quelli originali ma con spigoli dati da segmenti di retta euclidea).

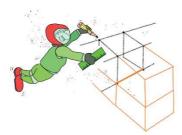


Fig. 41: Settori (blocchi), attorno ad un segmento, di uno spazio 3D

Si dispone il modello a blocchi piani nello spazio euclideo. Si confronta il volume del modello che circonda il segmento L con il volume dello spazio piatto. Nuovamente si può evidenziare un

DA  $\delta$  che rappresenta le mancanze o gli eccessi di volume. L'equazione (12) offre una stima della curvatura nella direzione del segmento L (Fig. 42).

Essendo 3 le direzioni indipendenti di uno spazio 3D, la curvatura diventa un oggetto matematico che ha 3 componenti.

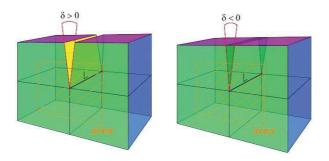


Fig. 42: SM, modello a blocchi

## Attività pratica

Utilizzando il software sviluppato (nella versione 3D) è stato chiesto agli studenti di misurare la curvatura dello spazio attorno al Buco Nero. Il software permette agli studenti di stimare la curvatura nella direzione radiale  $(k_r)$ , nella direzione latitudinale  $(k_\theta)$  e in quella longitudinale $(k_\phi)$  automatizzando il calcolo dei DA e delle aree delle facce dei blocchi. Nella Fig. 43 viene mostrato il calcolo del DA nella direzione radiale ottenuto manipolando opportunamente i blocchi rappresentanti le porzioni di spazio 3D attorno al Buco Nero (i numeri che appaiono sulle facce gialle sono le aree delle facce stesse in unità del raggio di Schwarzschild).

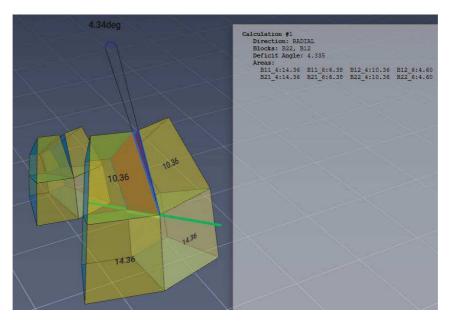


Fig. 43: Calcolo del DA lungo la direzione radiale

Calcolati i DA vengono introdotte le equazioni di campo di Einstein (13) che collegano la Geometria dello spazio in un punto con la distribuzione di materia nel punto stesso.

$$k_r + k_{\theta} + k_{\varphi} = \frac{8\pi G}{c^2} \cdot \rho \tag{13}$$

Indicando con  $K_r > 0$ ,  $k_{\Theta} < 0$ ,  $k_{\Phi} < 0$  la curvatura nella direzione radiale, longitudinale e latitudinale, G la costante gravitazionale, c la velocita della luce nel vuoto,  $\rho$  la densità della materia.

Per verificare come lo spazio influenza il moto si è chiesto agli studenti di costruire con della carta una superficie a curvatura negativa su cui disegnare due rette parallele. Il risultato dovrebbe dimostrare come le rette siano divergenti nello spazio curvo considerato.

Accostando le misurazioni effettuate con il software con quanto appreso dall'attività pratica con la carta è possibile spiegare le traiettorie gravitazionali di corpi che si muovono intorno a un Buco Nero come dovute agli effetti della curvatura dello spazio (Fig. 44). Una conseguenza eclatante del nuovo modo di interpretare la gravità: anche la luce che si muove nello spazio curvo deve risentire di effetti gravitazionali. Sintetizzando con una celebre frase di Wheeler: "La materia dice allo spazio come curvarsi, Lo spazio dice alla materia come muoversi".

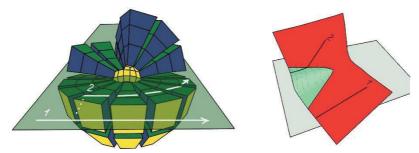


Fig. 44: Curvatura negativa (linee parallele divergenti). Linea1 nello spazio piatto, linea2 in una regione vicina al Buco Nero

Si applica quanto appreso fino a questo punto per capire come debba apparire un Buco Nero. Si confronta il risultato atteso con la recente immagine ottenuta dall'Event Horizon Telescope che ha ripreso il Buco Nero al centro della galassia M87 (Fig. 45).

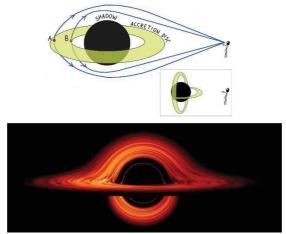


Fig. 45: Immagine del Buco Nero al centro della galassia M87

## 6.2 RISULTATI OTTENUTI – QUESTIONARIO SUL WORKSHOP

Gli istogrammi che seguono esprimono una valutazione espressa da 43 partecipanti ai workshop. Sia l'apprezzamento generale del workshop, sia la comprensione dei temi toccati si distribuisce statisticamente intorno a valori medi di fascia alta. Notiamo come il software sia stato progettato con l'intento di

- generare il coinvolgimento attivo degli studenti,
- agevolare la comprensione di un concetto complesso e astratto.

Assumendo che l'apprezzamento generale di un evento didattico sia proporzionale al grado di coinvolgimento e che la comprensione dei temi toccati sia correlata positivamente all'utilizzo del software (come espresso esplicitamente in alcuni commenti degli studenti riportati in seguito), i primi due istogrammi (Fig. 46, Fig. 47) offrono una prima indicazione positiva dell'efficacia del prodotto didattico sviluppato.

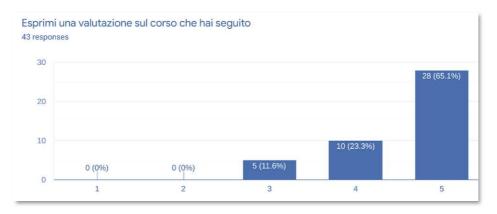


Fig. 46: Istogramma, valutazione del corso. Valutazione media: 4.53 (scala 1-5), deviazione standard: 0.7

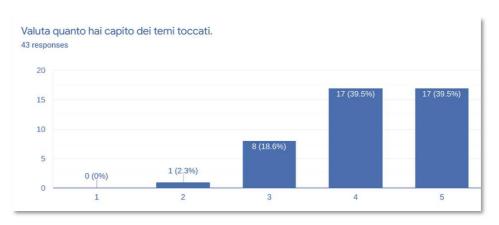


Fig. 47: Istogramma, comprensione dei temi trattati. Autovalutazione: 4.2 (scala 1-5), deviazione standard: 0.8

La distribuzione statistica mostrata dal seguente istogramma è direttamente collegata all'utilizzo del software 3D (Fig. 48). Nuovamente, le indicazioni suggerite sono positive.

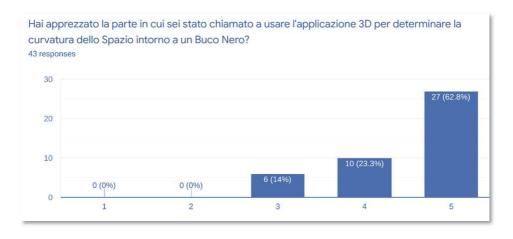


Fig. 48: Istogramma, utilizzo del software. Valutazione: 4.48 (scala 1-5), deviazione standard: 0.74

Di seguito vengono riportati i commenti degli studenti relativi alla domanda "Se c'è qualcosa del workshop che ti è piaciuto scrivilo qui":

- 1. uso del software e introduzione sulle curvature
- 2. ho trovato la modalità di presentazione del docente molto chiara ed esaustiva. Inoltre, mi affascina parecchio il tema trattato
- 3. gli argomenti trattati nel corso sia per la loro natura che per il modo in cui è stato affrontato il tema
- 4. il professore è stato molto chiaro ed esaustivo. Ha risposto a tutte le domande degli studenti in modo eccellente
- 5. il modo in cui ha esposto e trattato gli argomenti, avendo solo delle basi del liceo scientifico, <u>ho capito tutti</u> <u>i passaggi</u>. La ringrazio per il tempo che ci ha dedicato
- 6. mi è piaciuto molto l'uso del software di simulazione 3D, che ha aiutato a chiarire i concetti
- 7. l'ordine degli argomenti trattati, dal più semplice al più complesso, che ha permesso di capire nella totalità ciò che è stato esposto
- 8. mi è piaciuta la partenza semplice che arriva a una interpretazione dell'universo piuttosto profonda. Mi si è aperto un mondo
- 9. la possibilità di discutere apertamente col professore
- 10. tutta la lezione
- 11. il professore molto simpatico e chiaro nelle spiegazioni
- 12. molto utile e chiaro il software utilizzato durante il laboratorio
- 13. è stato affascinante comprendere meglio il "funzionamento" del Buco Nero, interessante la spiegazione precedente e molto di aiuto lo strumento 3d per la comprensione
- 14. tutto, in particolare il software che rende la lezione piacevolmente interattiva
- 15. gli argomenti sono stati trattati in maniera quasi impeccabile, inoltre mi è piaciuto l'entusiasmo che traspariva dalle varie spiegazioni e che ha reso il tutto molto piacevole e scorrevole
- 16. è stato molto interessante la visione, per me nuova dei concetti di curvatura e massa nello spazio
- 17. molto interessante
- 18. la materia trattata e <u>la spiegazione generale</u> di essa
- 19. mi è piaciuto il modo di spiegare del professore, <u>così come il programma da lui utilizzato</u>. Gli argomenti erano inoltre molto interessanti
- 20. <u>il fatto che il corso fosse interattivo e molto comprensibile</u>
- 21. la parte relativa alla relatività generale e poter utilizzare un programma in un esercizio pratico
- 22. ho apprezzato molto il corso proposto e il professore è riuscito a <u>spiegare in modo fluido e semplice argomenti</u> di elevata complessità
- 23. argomenti interessantissimi, coinvolgimento, spiegazioni del professore e disponibilità nel rispondere alle domande poste
- 24. il professore è riuscito a trasmettere la sua passione per l'argomento rendendo la lezione coinvolgente e interessante

- 25. in generale è stato un <u>laboratorio veramente piacevole</u>, il tempo è trascorso senza alcuna pesantezza, posso tranquillamente dire che mi è piaciuta ogni parte di questa lezione...se dovessi indicare la parte più interessante, sicuramente direi la discussione sulla rappresentazione del Buco Nero!
- 26. laboratorio molto interessante per come è stato impostato e molto bena spiegata la parte sulla gravitazione e la curvatura dello spazio adiacente ai buchi neri
- 27. gli argomenti gli ho trovati affascinanti, in particolare la loro trattazione è contemporaneamente astratta è pratica
- 28. l'esposizione e i modi del professore incaricato
- 29. ho apprezzato molto l'evento in generale, l'ho trovato molto interessante anche la discussione sui buchi neri e l'astrofisica
- 30. mi è piaciuto il fatto che sia stato un laboratorio che abbia permesso la partecipazione di tutti in modo coinvolgente
- 31. <u>non si presenta come una lezione frontale e molto interattivo</u>
- 32. ho apprezzato la chiarezza della spiegazione, la disponibilità del professore e la piacevolezza della lezione
- 33. ho apprezzato le conclusioni dell'esperienza e il confronto tra la teoria della relatività di Einstein e quella di gravitazione di Newton
- 34. ho trovato interessante nell'ultima lezione la spiegazione del superamento della teoria di Newton grazie alla teoria della relatività riguardo alla curvatura dello spazio
- 35. la relazione tra curvatura e teoria di Einstein

Interessante notare come, nonostante la domanda fosse del tutto generica, il 48.6% delle risposte esprimano un esplicito apprezzamento del software 3D o del metodo usato dal relatore (strettamente correlato al software).

L'analisi dei commenti offre, inoltre, lo spunto per evidenziare alcuni punti di forza didattici dell'approccio seguito. Notevole e gratificante il fatto che questi punti di forza sono stati notati ed espressi in modo assai chiaro dagli studenti stessi. È possibile esprimerli attraverso coppie o terne di parole presenti nelle risposte; ogni raggruppamento racchiude, e in qualche modo definisce, un preciso concetto. La prima coppia di termini è "Interazione e coinvolgimento" (commenti nº: 14, 20, 30, 31). Gli studenti sottolineano quanto sia importante il coinvolgimento attivo del discente nelle fasi apprendimento. Come già ricordato, il software sviluppato gioca un ruolo fondamentale in questo senso: offre la possibilità di "accendere" i partecipanti nel calcolo diretto della curvatura dello spazio intorno a un Buco Nero. Il secondo raggruppamento è "Astratto, Pratico, Comprensione" (commenti nº: 6, 13, 21, 22, 27). Questa terna di lemmi potrebbe essere alternativamente espressa così: "Complesso, Semplice, Comprensione". Nei commenti indicati gli studenti hanno sottolineato l'importanza che ha avuto il software nel rendere pratico (semplice) un processo cognitivo altamente astratto (complesso). In altre parole, come il tool proposto abbia agevolato la comprensione del concetto target (la curvatura di uno spazio 3D).

#### 6.3 RISULTATI OTTENUTI - QUESTIONARIO SUL SOFTWARE

I risultati estrapolati dal secondo questionario mettono alla luce gli aspetti apprezzati o migliorabili del software realizzato. Al questionario, costituito da 10 domande a risposta chiusa e 2 a risposta aperta hanno partecipato 113 studenti. Gli aspetti maggiormente apprezzati sono l'efficacia nel

contesto in cui è stato utilizzato e la percezione del 3D che hanno ricevuto un punteggio medio di 4.5 su una scala da 1 a 5. Gli aspetti che invece hanno ricevuto una valutazione minore sono la flessibilità e la gestione degli input con un risultato rispettivamente di 3.8 e 4.0 su una scala da 1 a 5 (Fig. 49, Fig. 50).

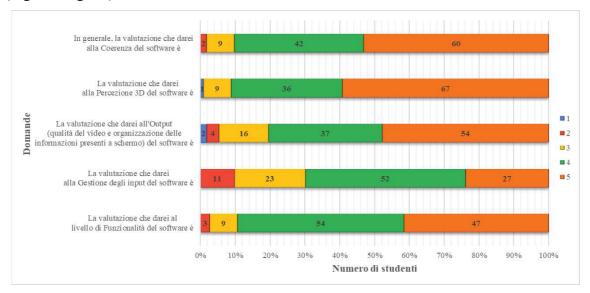


Fig. 49: Istogramma, valutazione del software (1)

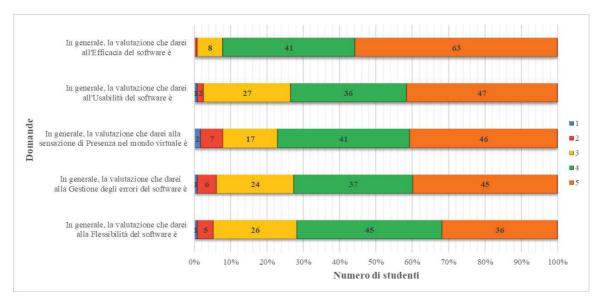


Fig. 50: Istogramma, valutazione del software (2)

Nelle domande a risposta aperta è stato richiesto di elencare le due cose che sono piaciute di più e le due che andrebbero migliorate. Tra gli elementi maggiormente apprezzati si rileva: la percezione del 3D, la facilità nello spostare i blocchi e nell'agganciarli tra di loro, il calcolo dell'angolo intuitivo, la semplicità nel completare il compito assegnato dal docente, la possibilità di potersi spostare agevolmente all'interno della scena, la possibilità di attivare le trasparenze e visualizzare le facce interne o nascoste. I punti in cui il software è apparso migliorabile sono: la percezione dello spazio e della posizione dei blocchi al suo interno, la lingua utilizzata (inglese), qualche lag

negli input, la grafica dei menù, il non poter calcolare più angoli contemporaneamente e il non poterli visualizzare in radianti, difficoltà nell'usare il touchpad al posto del mouse, la mancata evidenziazione degli errori che si possono commettere durante il calcolo del DA.

È stata già rilasciata una versione dell'applicazione in cui è stato aggiunto un ambiente che dovrebbe limitare il disorientamento, è stata aggiunta la possibilità di tradurre il testo sfruttando lo strumento di traduzione automatica di Google, vengono mostrati gli errori commessi durante il processo di calcolo dell'angolo.

Nell'analizzare le risposte ci si è imbattuti a volte in risultati discordanti come, ad esempio, nella selezione delle facce interne che per alcuni è apparsa intuitiva per altri invece il processo è risultato abbastanza complicato, alcuni hanno apprezzato la semplicità della grafica altri invece hanno lamentato una rappresentazione troppo scarna, il potersi muovere all'interno dello spazio 3D per molti ha rappresentato un valore aggiunto per altri invece ha causato un po' di disorientamento.

Tra le risposte negative si può notare come alcuni studenti non fossero a conoscenza di alcune funzionalità presenti come: il poter traslare la vista con il mouse, il poter effettuare lo zoom sia col mouse che con l'apposito slider presente all'interno della toolbar, il poter consultare la scheda *Help* contenente la guida relativa ai comandi e agli strumenti disponibili, l'avere a disposizione una scheda che tiene traccia di tutti i calcoli effettuati.

Nelle risposte non vi è alcun riferimento alle trasformazioni (traslazione e rotazione) attivabili sui blocchi. Si può dedurre dunque che la funzionalità non è stata utilizzata dagli studenti.

Dall'analisi dei risultati si può concludere dicendo che il software è stato apprezzato e si è reso particolarmente efficace nella risoluzione dei compiti assegnati dal docente e nella comprensione dei temi trattati.

# 7. CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

Dalle preliminari esperienze svolte sul campo ci si può ritenere soddisfatti dei risultati ottenuti in quanto l'applicazione nella versione 3D si mostra come un valido strumento per la comprensione anche di una materia complessa come la GR e sembra accrescere l'interesse degli studenti nei confronti della materia trattata. Altro vantaggio nell'utilizzo del software è rappresentato dal fatto che non bisogna fornire agli studenti i blocchetti rappresentanti i settori del SM considerato né è necessario richiederne la costruzione utilizzando del cartoncino. Dal punto di vista del docente l'applicazione appare inoltre fondamentale nel contesto della scuola secondaria superiore in quanto permette di non dover utilizzare concetti geometrici complessi al fine di effettuare i calcoli necessari per il calcolo della curvatura. Le implementazioni, infine, che sono state eseguite prendendo in considerazione le risposte ai questionari degli studenti ha permesso di produrre una versione aggiornata del software che ci si aspetta possa ricevere un consenso ancora maggiore.

### Esperienze future

Nei workshop purtroppo non è stato possibile valutare le modalità VR e multi-utente a causa sia del tempo non sufficiente per spiegare i concetti di Fisica e mostrare/utilizzare tutte le versioni dell'applicazione sia per il numero ridotto di studenti che possiedono dispositivi VR (per le norme anti-covid non è stato possibile condurre le esperienze all'interno dei laboratori dell'ateneo). Sono in progetto per i prossimi mesi degli esperimenti con gli studenti del Politecnico di Torino in cui verranno valutate le altre modalità dello strumento realizzato. Gli esperimenti seguiranno un protocollo differente in modo da riuscire a trattare tutti gli argomenti in maniera agevole. Si è pensato ad esempio di istruire gli studenti sulla materia trattata e sull'applicazione attraverso un video che verrà fornito loro qualche giorno prima dell'esperienza. In questo modo gli studenti potranno presentarsi al workshop conoscendo già i concetti che verranno trattati e le diverse funzionalità dell'applicativo sia per la modalità 3D che VR. Per valutare la modalità multi-utente è possibile, oltre che consigliabile, coinvolgere studenti che utilizzeranno l'applicazione sia con il proprio PC sia con Visore e controller. Si potrebbe pensare di strutturare l'esperienza in due fasi: nella prima sarà il docente a creare la stanza virtuale e ad interagire con i blocchi in essa contenuti, gli studenti accederanno alla stanza e potranno vedere le operazioni compiute dall'insegnante; in una seconda fase invece saranno gli studenti a creare, singolarmente o in gruppo, la propria stanza, mentre il docente potrà passare da una stanza all'altra al fine di assistere gli studenti nello svolgimento dei compiti assegnati e valutarne l'operato. In entrambi i casi sarà necessario utilizzare un mezzo che permetta la comunicazione tra docente e studenti e l'invio del codice identificativo della stanza.

Oltre ai risultati raggiunti con la versione 3D, con l'esperienza in VR ci si aspetta di aumentare il grado di presenza dello studente all'interno della scena permettendogli di manipolare i blocchi utilizzando mani simulate. In questo modo si ha la possibilità di sfruttare le funzionalità già viste e apprezzate con la versione 3D all'interno di un contesto quanto più simile a quello reale dove l'esercizio viene svolto utilizzando dei blocchetti realizzati in stampa additiva o con del cartoncino. Dall'esperimento con la versione multi-utente ci si aspetta invece un maggiore coinvolgimento e una migliore comprensione dell'argomento da parte degli studenti poiché, durante la spiegazione, sarà loro possibile spostarsi all'interno della scena e visualizzare le azioni del docente da prospettive differenti. L'insegnante, d'altro canto, dovrebbe riuscire in maniera più agevole ad aiutare gli studenti nella risoluzione dei compiti assegnati e nella valutazione del loro operato (il docente non dovrà richiedere la condivisione dello schermo, ma avrà bisogno solo di conoscere il nome delle stanze a cui accedere).

#### Ulteriori sviluppi dell'applicazione

Attualmente l'applicazione, in ognuna delle sue modalità di utilizzo, sfrutta 8 blocchi del SM relativo allo spazio e attorno Buco Nero ed ha come obbiettivo il calcolo dei DA lungo le 3 direzioni (radiale, longitudinale e latitudinale) al fine di valutare la curvatura della porzione di spazio considerato. Ma l'applicazione si presta a diversi sviluppi che è possibile categorizzare come orizzontali, adattando semplicemente il software a contesti differenti rispetto al Buco Nero, e verticali, aggiungendo ulteriori funzionalità allo strumento. Per quanto riguarda la prima categoria l'università di Hildesheim sta già sviluppando una versione parallela del software in cui è stato preso in considerazione lo spazio attorno la Stella di Neutroni al posto del Buco Nero. Le modifiche riguardano sostanzialmente la dimensione dei blocchi, in particolare nella direzione radiale, e la loro integrazione all'interno del codice già sviluppato. Non sono richieste ulteriori modifiche, verrà solo adattata la pagina iniziale del software in modo che l'utente possa scegliere il contesto desiderato. Si potrebbe anche pensare di sfruttare alcune funzionalità di A-Frame che permettono di generare dei portali o dei pulsanti all'interno della scena al fine di passare da un ambiente ad un altro. In questo caso le scene rimarrebbero separate ma dal punto di vista dell'utente il passaggio da una all'altra scena sarebbe del tutto trasparente, come se fosse un unico ambiente. Per quanto riguarda la seconda categoria invece si potrebbe pensare all'aggiunta di altri blocchi (utilizzando ad esempio il SM completo) insieme però ad un metodo di esclusione dei blocchi non necessari (con lo scopo di poter interagire con i settori desiderati in maniera agevole). Oppure si potrebbe pensare di riprendere quanto già implementato in ViSeMo, aggiungendo la possibilità di tracciare delle linee rette che attraversano i settori in modo da poterne valutare la

curvatura anche in maniera visiva (e non solo attraverso calcoli) o di stendere i blocchi in modo da considerare anche la deformazione del tempo.

#### Conclusioni

Nonostante l'applicazione abbia già mostrato le sue potenzialità e portato a buoni risultati è plausibile che con ulteriori sviluppi (elencati precedentemente) e con il miglioramento delle funzionalità già implementate, il software possa ricevere un riscontro ancora migliore fino a diventare uno strumento essenziale per lo studio della GR negli ambiti in cui non è possibile trattare concetti matematici o geometrici complessi.

In generale, a valle degli esperimenti sul campo effettuati, si ritiene che l'utilizzo di software, come quello sviluppato per questa tesi, possano svolgere un ruolo importante all'interno della didattica STEM proprio grazie alla possibilità di rendere semplici concetti complessi ed astratti (come è stato possibile constatare dalle esperienze effettuate) e favorendo la comprensione e il coinvolgimento degli studenti tramite una stimolazione multisensoriale utilizzando ambienti virtuali immersivi (risultato che si ritiene potrà essere ottenuto attraverso le sperimentazioni future della versione VR del software realizzato). La crescente diffusione di dispositivi VR personali (dovuta principalmente all'abbattimento dei costi) e la nascita di progetti come il Piano Nazionale Scuola Digitale, con il quale ci si è posti l'obiettivo di cambiare il modo di fare scuola ("La Buona Scuola", Legge 107/2015), dovrebbero permettere a queste nuove tecnologie di ritagliarsi uno spazio importante all'interno di una nuova concezione di didattica che diventa così più digitale, innovativa ed esperienziale. Nell'attuare queste nuove metodiche, tuttavia, dovranno essere valutati anche aspetti importanti come l'attenzione degli studenti (verranno introdotte possibili fonti di distrazione), la privacy e la sicurezza (i dispositivi digitali connessi possono esporre l'utente a dei rischi), l'inclusività (tutti gli studenti devono poter accedere ed utilizzare le risorse, anche gli alunni che si trovano in condizioni economiche svantaggiate o con Bisogni Educativi Speciali).

Tridimensionalità e possibilità di muoversi all'interno di un ambiente virtuale sono gli aspetti che hanno maggiormente motivato gli studenti durante i workshop. La motivazione dovrebbe essere un elemento imprescindibile nella scuola del futuro, una scuola dove gli studenti possano sentirsi partecipanti attivi dell'apprendimento, dove la lezione diventa esperienza e dove l'esperienza diventa virtuale.

# 8. BIBLIOGRAFIA

- [1] M. J. Habgood, D. Wilson, D. Moore e S. Alapont, «HCI Lessons From PlayStation VR,» in *Extended Abstracts Publication of the Annual Symposium on Computer-Human Interaction in Play*, 2017.
- [2] L. P. Berg e J. M. Vance, «Industry use of virtual reality in product design and manufacturing: a survey,» *Virtual Reality*, vol. 21, n. 1, pp. 1-17, 2017.
- [3] G. Riva, M. Bacchetta, G. Cesa, S. Conti, G. Castelnuovo, F. Mantovani e E. Molinari, «Is Severe Obesity a Form of Addiction?: Rationale, Clinical Approach, and Controlled Clinical Trial,» *Cyberpsychology, Behavior, and Social Networking*, vol. 9, n. 4, pp. 457-479, 2006.
- [4] B. K. Wiederhold e M. D. Wiederhold, «A New Approach: Using Virtual Reality Psychotherapy in Panic Disorder With Agoraphobia,», 2003.
- [5] G. Optale, S. Marin, M. Pastore, A. Nasta e C. Pianon, «Male sexual dysfunctions and multimedia immersion therapy (follow-up).,» *Cyberpsychology, Behavior, and Social Networking*, vol. 6, n. 3, pp. 289-294, 2003.
- [6] M. Krijn, P. Emmelkamp, R. Olafsson e R. Biemond, «Virtual reality exposure therapy of anxiety disorders: a review.,» *Clinical Psychology Review*, vol. 24, n. 3, pp. 259-281, 2004.
- [7] H. G. Hoffman, «Virtual-reality therapy.,» Scientific American, vol. 291, n. 2, pp. 58-65, 2004.
- [8] B. K. Wiederhold e A. ". Rizzo, «Virtual reality and applied psychophysiology.,» *Applied Psychophysiology and Biofeedback*, vol. 30, n. 3, pp. 183-185, 2005.
- [9] S. Bouchard, S. Côté, J. St-Jacques, G. Robillard e P. Renaud, «Effectiveness of virtual reality exposure in the treatment of arachnophobia using 3D games,» *Technology and Health Care*, vol. 14, n. 1, pp. 19-27, 2006.
- [10] N. Josman, E. Somer, A. Reisberg, P. L. T. Weiss, A. Garcia-Palacios e H. Hoffman, «BusWorld: designing a virtual environment for post-traumatic stress disorder in Israel: a protocol.,» *Cyberpsychology, Behavior, and Social Networking*, vol. 9, n. 2, pp. 241-244, 2006.
- [11] L. Stefanoni, «Realtà virtuale: cos'è e come può essere utilizzata in psicoterapia?,» 26 Marzo 2018. [Online]. Available: https://www.stateofmind.it/2018/03/realta-virtuale-psicoterapia-2. [Consultato il giorno 26 Marzo 2018].
- [12] N. D. Bowman, S. J. Ahn e L. M. M. Kollar, «The Paradox of Interactive Media: The Potential for Video Games and Virtual Reality as Tools for Violence Prevention,» *Frontiers in Communication*, vol. 5, 2020.
- [13] M. Samadbeik, D. Yaaghobi, P. Bastani, S. Abhari, R. Rezaee e A. Garavand, «The applications of virtual reality technology in medical groups teaching,» *journal of advances in medical education and professionalism*, vol. 6, n. 3, pp. 123-129, 2018.
- [14] F. Y. Al-Zamzami e W. S. Al-Halabi, «Using guided imagery as a distraction method during dental procedures,» in MS '08 Proceedings of the 19th IASTED International Conference on Modelling and Simulation, 2008.

- [15] B. Peretz e E. Bimstein, «The use of imagery suggestions during administration of local anesthetic in pediatric dental patients.,» *ASDC journal of dentistry for children*, vol. 67, n. 4, p. 263, 2000.
- [16] C. L. Frere, R. Crout, J. Yorty e D. W. McNEIL, «Effects of Audiovisual Distraction During Dental Prophylaxis,» *Journal of the American Dental Association*, vol. 132, n. 7, pp. 1031-1038, 2001.
- [17] H. G. Hoffman, A. Garcia-Palacios, D. R. Patterson, M. Jensen, T. A. Furness e W. F. Ammons, «The effectiveness of virtual reality for dental pain control: a case study.,» *Cyberpsychology, Behavior, and Social Networking*, vol. 4, n. 4, pp. 527-535, 2001.
- [18] A. A. Wismeijer e A. J. J. M. Vingerhoets, «The use of virtual reality and audiovisual eyeglass systems as adjunct analgesic techniques: a review of the literature.,» *Annals of Behavioral Medicine*, vol. 30, n. 3, pp. 268-278, 2005.
- [19] M. S. Perrone, «Didatticamente immersi nella realtà aumentata nella realizzazione di un progetto divertente,» *Bricks*, vol. Anno 7, n. 1, pp. 31-39, 2017.
- [20] C. C., «YouTube,» 23 March 2020. [Online]. Available: https://youtu.be/\_T2-9MwA5JI.
- [21] J. Pirker, M. S. Holly, I. Lesjak, J. Kopf e C. Gütl, «MaroonVR An Interactive and Immersive Virtual Reality Physics Laboratory.,» *Learning in a Digital World*, pp. 213-238, 2019.
- [22] M. Sanders, «STEM, STEM Education, STEMmania: A Series of Circumstances Has Once More Created an Opportunity for Technology Educators to Develop and Implement New Integrative Approaches to STEM Education Championed by STEM Education Reform Doctrine over the Past Two Decades,» *The Technology Teacher*, vol. 68, n. 4, p. 20, 2008.
- [23] C. T. Fosnot, Constructivism: Theory, Perspectives, and Practice, 1996.
- [24] T. M. Duffy e D. H. Jonassen, Constructivism and the Technology of Instruction : A Conversation, 2013.
- [25] M. Gabbari, R. Gagliardi, A. Gaetano e D. Sacchi, «Comunicazione e apprendimento "aumentati" in classe. Fare lezione a scuola con la realtà aumentata,» *Bricks*, vol. Anno 7, n. 1, 2017.
- [26] Y. J. Dori, J. Belcher, M. Bessette, M. Danziger, A. McKinney e E. Hult, «Technology for active learning,» *Materials Today*, vol. 6, n. 12, pp. 44-49, 2003.
- [27] S. Olson e D. G. Riordan, «Engage to Excel: Producing One Million Additional College Graduates with Degrees in Science, Technology, Engineering, and Mathematics. Report to the President.,» *Executive Office of the President*, 2012.
- [28] S. Freeman, S. L. Eddy, M. McDonough, M. K. Smith, N. Okoroafor, H. Jordt e M. P. Wenderoth, «Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics,» Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, vol. 111, n. 23, pp. 8410-8415, 2014.
- [29] C. Wieman e K. Perkins, «Transforming Physics Education,» *Physics Today*, vol. 58, n. 11, pp. 36-41, 2005.
- [30] E. Seymour e N. M. Hewitt, Talking About Leaving: Why Undergraduates Leave The Sciences, 1996.
- [31] R. J. Hall e J. W. Miller, «Head mounted electrocular display: a new display concept for specialized environments.,» *Aerospace medicine*, vol. 34, pp. 316-318, 1963.

- [32] I. E. Sutherland, «Head-Mounted Three-Dimensional Display,» *Proceedings of the Fall Joint Computing Conference 33*, vol. Proceedings of the Fall Joint Computing Conference, n. 33, pp. 757-764, 1968.
- [33] D. Vickers, «Head-Mounted Display Terminal,» *Proceedings of the IEEE Int. Computer Group Conference*, vol. Proceedings of the IEEE Int. Computer Group Conference, pp. 102-109, 1970.
- [34] T. G. Zimmerman, J. Lanier, C. Blanchard, S. Bryson e Y. Harvill, «A hand gesture interface device,» in *Proceedings of the SIGCHI/GI Conference on Human Factors in Computing Systems and Graphics Interface*, 1987.
- [35] M. Minsky, M. Ouh-young, O. Steele, F. Brooks e M. Behensky, «Feeling Seeing: Issue in Force Display,» *Proceeding of Symposium of 3-D Interactive Graphics*, vol. Snowbird, 1990.
- [36] J. C. Chung, M. R. Harris, F. P. Brooks, H. Fuchs, M. T. Kelley, J. Hughes, M. Ouh-young, C. Cheung, R. L. Holloway e M. Pique, «Exploring Virtual Worlds With Head-Mounted Displays,» in *Three-Dimensional Visualization and Display Technologies*, 1989.
- [37] W. S. Alhalabi, «Virtual reality systems enhance students' achievements in engineering education,» *Behaviour & Information Technology*, vol. 35, n. 11, pp. 919-925, 2016.
- [38] R. Loftin, M. Engleberg e R. Benedetti, «Applying virtual reality in education: A prototypical virtual physics laboratory,» in *Proceedings of 1993 IEEE Research Properties in Virtual Reality Symposium*, 1993.
- [39] M. Robinette e R. Manseur, «Robot-Draw, an Internet-based visualization tool for robotics education,» *IEEE Transactions on Education*, vol. 44, n. 1, pp. 29-34, 2001.
- [40] W. Winn, F. Stahr, C. Sarason, R. Fruland, P. Oppenheimer e Y.-L. Lee, «Learning Oceanography from a Computer Simulation Compared with Direct Experience at Sea.,» *Journal of Research in Science Teaching*, vol. 43, n. 1, pp. 25-42, 2006.
- [41] E. E. Toth, B. L. Morrow e L. R. Ludvico, «Designing Blended Inquiry Learning in a Laboratory Context: A Study of Incorporating Hands-On and Virtual Laboratories,» *Innovative Higher Education*, vol. 33, n. 5, pp. 333-344, 2009.
- [42] N. Waight e F. Abd-El-Khalick, «The impact of technology on the enactment of "inquiry" in a technology enthusiast's sixth grade science classroom,» *Journal of Research in Science Teaching*, vol. 44, n. 1, pp. 154-182, 2007.
- [43] M. Bonde, G. Makransky, J. Wandall, M. V. Larsen, M. Morsing, H. Ø. Jarmer e M. Sommer, «Improving biotech education through gamified laboratory simulations.,» *Nature Biotechnology*, vol. 32, n. 7, pp. 694-697, 2014.
- [44] J. Pirker, I. Lesjak e C. Guetl, «Maroon VR: A Room-Scale Physics Laboratory Experience,» in 2017 IEEE 17th International Conference on Advanced Learning Technologies (ICALT), 2017.
- [45] J. Pirker, M. Holly, H. Almer, C. Gutl e W. Belcher, «Virtual reality STEM education from a teacher's perspective,» *iLRN 2019 London, Workshop, Long and Short Paper, and Poster Proceedings: from the Fifth Immersive,* 2019.
- [46] T. Nemoto e D. Beglar, «Likert-scale questionnaires,» *JALT 2013 conference proceedings*, pp. 1-8, 2014.

- [47] J. Pirker, M. S. Holly, P. Hipp, C. Konig, D. Jeitler e C. Gutl, «Improving physics education through different immersive and engaging laboratory setups,» *Interactive mobile communication, technologies and learning*, pp. 443-454, 2017.
- [48] J. Pirker, I. Lesjak, M. Parger e C. Gütl, «An Educational Physics Laboratory in Mobile Versus Room Scale Virtual Reality A Comparative Study.,» *REV*, pp. 1029-1043, 2017.
- [49] j. Brooke, «SUS: A 'Quick and Dirty' Usability Scale,» *Usability Evaluation in Industry*, pp. 207-212, 1996
- [50] D. Allcoat, T. Hatchard, F. Azmat, K. Stansfield, D. Watson e A. v. Mühlenen, «Education in the Digital Age: Learning Experience in Virtual and Mixed Realities:,» *Journal of Educational Computing Research*, 2021.
- [51] B. G. Davis, «Tools for teaching, 2nd ed.,», 2009.
- [52] W. McKeachie e M. Svinicki, McKeachie's teaching tips, Cengage Learning, 2013.
- [53] J. Fahrenkamp-Uppenbrink, «A kid's guide to chemistry,» *Science*, vol. 350, n. 6266, pp. 1322-1322, 2015.
- [54] C. Zahn e U. Kraus, «Sector models? A toolkit for teaching general relativity: I. Curved spaces and spacetimes,» *European Journal of Physics*, vol. 35, n. 5, p. 55020, 2014.
- [55] C. Zahn e U. Kraus, «Sector models—a toolkit for teaching general relativity: II. Geodesics,» *European Journal of Physics*, vol. 40, n. 1, p. 15601, 2019.
- [56] U. Kraus e C. Zahn, «Sector models—a toolkit for teaching general relativity: III. Spacetime geodesics,» *European Journal of Physics*, vol. 40, n. 1, p. 15602, 2019.
- [57] L. Galante, Teaching General Relativity, 2020.
- [58] T. B. Foundation, «Blender v2.79 Manual,» [Online]. Available: https://docs.blender.org/manual/en/2.79/index.html.
- [59] S. MozVR, «A-Frame v1.1.0 Documentation,» [Online]. Available: https://aframe.io/docs/1.1.0/introduction/.