

# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale  
in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Caratterizzazione dello smorzamento in giunti  
bullonati mediante metodi numerici e sperimentali



Relatori

Prof. Christian Maria Firrone

Ing. Giuseppe Battiato

Candidato

Gianmarco Brescia

Aprile 2021

## Sommario

Il giunto bullonato è un organo di collegamento che accomuna la maggior parte delle strutture meccaniche esistenti. La semplicità di costruzione, la facilità di montaggio/smontaggio e la sua economicità giustificano il suo largo impiego. Sebbene non vi siano particolari criticità nel suo utilizzo, il bullone risulta essere, in fase di progettazione, una fonte notevole di incertezze, dovute principalmente alle non linearità introdotte dal contatto per attrito. È noto, dallo stato dell'arte, il beneficio che si ottiene, in termini di smorzamento introdotto, nel comportamento dinamico globale di una struttura contenente questa tipologia di elementi di collegamento. Riuscire a prevedere lo smorzamento introdotto, attraverso tecniche numeriche, ad esempio il metodo agli elementi finiti, potrebbe rendere possibile la progettazione di macchine sempre più competitive in termini di prestazioni e leggerezza.

Questo elaborato è composto da una parte numerica ed una sperimentale. Nella parte numerica, con l'utilizzo del codice commerciale agli elementi finiti Ansys, è stato analizzato il comportamento statico di due travi collegate mediante un giunto bullonato, lo studio è stato focalizzato sul fenomeno del receding contact, il quale prevede una riduzione dell'impronta di contatto a fronte di un incremento della forza di serraggio. Nella seconda parte, è stata analizzata, attraverso un approccio sperimentale, la dinamica non lineare della struttura precedentemente descritta. La non linearità, introdotta dalle superfici a contatto, genera una componente importante di smorzamento. In questa seconda parte è stato valutato lo smorzamento introdotto in differenti condizioni operative.

---

# Ringraziamenti

Questo lavoro di tesi si pone a conclusione di un percorso universitario che mi ha permesso, grazie ad insegnamenti quotidiani, di crescere come studente e come uomo. Vorrei ringraziare i miei relatori, il Prof. Christian Maria Firrone e l'Ing. Giuseppe Battiato, per la loro immensa disponibilità e per avermi seguito costantemente nella realizzazione di questo lavoro.

Un ringraziamento speciale va alla mia famiglia: mia madre, mio padre e mio fratello, senza di loro non sarebbe stato possibile raggiungere questo traguardo. Ci terrei a ringraziare anche gli amici di sempre: Martina, Mattia, Luigi, Alessio, Francesco e Alessio per la loro costante presenza nella mia vita, tanto da considerarli parte della famiglia.

Un ringraziamento va anche ai miei compagni/collegi/amici conosciuti durante questi anni. In particolare vorrei ringraziare Luca, Andrea, Fabio, Davide, Davide e Domenico per aver reso divertenti anche i pomeriggi di studio.

---

# Indice

<b>Sommario</b>	<b>i</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>iii</b>
<b>Elenco delle figure</b>	<b>vii</b>
<b>Elenco delle tabelle</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2 Approccio numerico al problema</b>	<b>11</b>
2.1 Costruzione del modello FEM . . . . .	11
2.2 Analisi statica . . . . .	20
2.2.1 Modellizzazione del contatto . . . . .	21
2.2.2 Effetto del precarico e dello spessore delle travi . . . . .	25
2.3 Analisi modale . . . . .	32
2.3.1 Confronto tra diverse linearizzazioni del contatto . . . . .	34
2.3.2 Analisi della frequenza naturale in funzione del precarico . . . . .	36
<b>3 Approccio sperimentale al problema</b>	<b>39</b>
3.1 Hammer test: Configurazione del banco di prova . . . . .	40
3.1.1 Configurazione 1: Struttura calettata sullo shaker . . . . .	42
3.1.2 Configurazione 2: Struttura con condizione di vincolo free-free (trave) . . . . .	42
3.1.3 Configurazione 3: Struttura con condizione di vincolo free-free (vite) . . . . .	45
3.2 Stepped Sine test: Configurazione del banco di prova . . . . .	46
3.3 Strumentazione e catena di misura . . . . .	51
3.4 Identificazione dello smorzamento mediante metodo della metà potenza . . . . .	62
3.5 Identificazione dello smorzamento mediante metodo dei fratti semplici . . . . .	64
<b>4 Analisi dei risultati delle prove sperimentali</b>	<b>67</b>
4.1 Hammer test . . . . .	67
4.1.1 Configurazione 1: Struttura calettata sullo shaker . . . . .	69
4.1.2 Configurazione 2: Struttura con condizione di vincolo free-free (trave) . . . . .	71
4.1.3 Configurazione 3: Struttura con condizioe di vincolo free-free (vite) . . . . .	75
4.2 Stepped Sine test: Ripetibilità dei test . . . . .	79
4.2.1 Acquisizione dati . . . . .	79
4.2.2 Identificazione dei parametri modali . . . . .	80
4.2.3 Identificazione del precarico applicato al bullone . . . . .	89
4.3 Stepped Sine test: Nuova campagna di misura . . . . .	90
4.3.1 Acquisizione dati . . . . .	90
4.3.2 Identificazione dei parametri modali . . . . .	92
4.3.3 Analisi dell'influenza del precarico applicato al bullone . . . . .	93

4.3.4	Analisi dell'influenza dello spessore delle travi . . . . .	98
<b>5</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>101</b>
<b>A</b>	<b>Guida all'utilizzo dell'elemento PRETS179 in Ansys</b>	<b>103</b>
A.1	Introduzione all'elemento . . . . .	103
A.2	Definizione della sezione di precarico . . . . .	104
A.3	Applicazione del precarico . . . . .	106
A.4	Soluzione e Post-processing . . . . .	107
<b>B</b>	<b>Guida all'utilizzo dell'elemento CONTA178 in Ansys</b>	<b>109</b>
B.1	Introduzione all'elemento . . . . .	109
B.2	Algoritmi di risoluzione . . . . .	110
B.2.1	Pure Penalty Method . . . . .	111
B.2.2	Pure Lagrange Multipliers Method . . . . .	113
B.2.3	Augmented Lagrange Method . . . . .	114
B.2.4	Lagrange Multiplier on Normal and Penalty on Tangent Plane . . . . .	115
B.3	Definizione della direzione normale di contatto . . . . .	115
B.4	Status del contatto . . . . .	116
B.5	Parametri per la definizione dell'elemento (KEYOPTION) . . . . .	116
B.6	Esempio applicativo . . . . .	118
<b>C</b>	<b>Guida all'utilizzo del software di acquisizione</b>	<b>123</b>
C.1	Modulo Stepped Sine . . . . .	123
	<b>Bibliografia</b>	<b>133</b>

# Elenco delle figure

1.1	Esempi applicativi di tecniche di giunzione . . . . .	2
1.2	Esempio di contatto in strisciamento: blocco in contatto di strisciamento per attrito con una superficie rigida . . . . .	3
1.3	Caratteristica modello di attrito di Coulomb - da [1] . . . . .	3
1.4	Caratteristica modello di attrito viscoso di Reynolds - da [1] . . . . .	4
1.5	Caratteristica modello integrato Coulomb viscoso (1) - da [1] . . . . .	4
1.6	Caratteristica modello integrato Coulomb viscoso (2) - da [1] . . . . .	5
1.7	Caratteristica modello di Stribeck - da [1] . . . . .	5
1.8	Esempio FRF (Frequency Response Function) . . . . .	6
1.9	Sistema SDOF lineare massa-molla-smorzatore . . . . .	7
2.1	Setup preliminare del banco di prova . . . . .	11
2.2	Struttura oggetto di studio: 1) trave; 2) vite M16; 3) dado. . . . .	12
2.3	Quote necessarie per la costruzione del modello FEM . . . . .	13
2.4	Elemento MESH200 - da [2] . . . . .	14
2.5	Elemento SOLID185 - da [3] . . . . .	14
2.6	Confronto discretizzazioni . . . . .	15
2.7	Confronto discretizzazione trave variando il parametro di discretizzazione $p$ .	16
2.8	Modello FEM struttura . . . . .	17
2.9	Interfacce di contatto . . . . .	17
2.10	Modello FEM componenti . . . . .	18
2.11	Applicazione elementi PRETS179 . . . . .	19
2.12	Applicazione dei vincoli alla base della vite e del dado ( $u_x = u_y = u_z = 0$ ) . .	20
2.13	Tensioni assiali dovute all'applicazione del precarico di 5kN, colorbar in Pa (N/m) . . . . .	20
2.14	Receding contact - da [4] . . . . .	21
2.15	Deformata della struttura, primo tentativo, precarico 1kN . . . . .	22
2.16	Status del contatto trave 1 – trave 2, primo tentativo, precarico 1kN . . . . .	22
2.17	Deformata della struttura, secondo tentativo, precarico 1kN . . . . .	23
2.18	Status del contatto trave 1 – trave 2, secondo tentativo, precarico 1kN . . . . .	23
2.19	Deformata della struttura, terzo tentativo, precarico 1kN . . . . .	23
2.20	Status del contatto trave 1 – trave 2, terzo tentativo, precarico 1kN . . . . .	23
2.21	Applicazione algoritmo per il calcolo del raggio di contatto, Pure Penalty method, precarico 1kN . . . . .	24
2.22	Confronto algoritmi risolutivi Pure Penalty vs. Augmented Lagrange . . . . .	25
2.23	Variazione della dimensione dell'impronta di contatto: confronto tra i due algoritmi . . . . .	26
2.24	Raggio di contatto in funzione dello spessore della trave . . . . .	26
2.25	Confronto visivo stati del contatto per casi limite . . . . .	27
2.26	Effetto di lift-off longitudinale, $\Delta z_l$ . . . . .	28
2.27	Effetto di lift-off trasversale, $\Delta z_w$ . . . . .	28

2.28	Effetto di lift-off longitudinale in funzione del precarico, $\Delta z_l$ . . . . .	28
2.29	Effetto di lift-off trasversale in funzione del precarico, $\Delta z_w$ . . . . .	29
2.30	Effetto di lift-off laterale $\Delta z_l$ in funzione dello spessore della trave . . . . .	29
2.31	Effetto di lift-off trasversale $\Delta z_w$ in funzione dello spessore della trave . . . . .	30
2.32	Nodi estratti per confronto deformazioni . . . . .	30
2.33	Confronto valori Modal Assurance Criterion (MAC) . . . . .	31
2.34	Modal Analysis, Analysis Options . . . . .	33
2.35	Frequenze naturali struttura . . . . .	34
2.36	Modo di vibrare n°7, $f = 392.84\text{Hz}$ . . . . .	34
2.37	Modo di vibrare n°8, $f = 393.87\text{Hz}$ . . . . .	35
2.38	Modo di vibrare n°9, primo modo flessionale, $f = 463.81\text{Hz}$ . . . . .	35
2.39	Modo di vibrare n°10, secondo modo flessionale, $f = 857.52\text{Hz}$ . . . . .	35
2.40	Confronto frequenza naturale ottenuta attraverso l'utilizzo di CP equations oppure attraverso gli elementi di contatto CONTA178 . . . . .	36
2.41	Andamento frequenza naturale del primo modo flessionale in funzione del precarico . . . . .	37
3.1	Struttura studiata durante l'attività sperimentale . . . . .	39
3.2	Modo di vibrare studiato durante le prove sperimentali (primo flessionale) . . . . .	39
3.3	Delta di Dirac $\delta(t - \tau)$ - da [5] . . . . .	40
3.4	Confronto fra impulso teorico e pratico nel dominio del tempo - da [5] . . . . .	41
3.5	Confronto fra impulso teorico e pratico nel dominio della frequenza - da [5] . . . . .	41
3.6	Martello strumentato . . . . .	41
3.7	Configurazione 1: Struttura calettata sullo shaker . . . . .	42
3.8	Configurazioni vincolo cedevole: 2a) vincolo all'estremità; 2b) vincolo nei nodi della forma modale; 2c) vincolo in prossimità del bullone . . . . .	43
3.9	Configurazione 2a: vincolo cedevole all'estremità della trave . . . . .	43
3.10	Configurazione 2b: vincolo cedevole nei nodi della forma modale . . . . .	44
3.11	Configurazione 2c: vincolo cedevole in prossimità del bullone . . . . .	44
3.12	Configurazioni vincolo cedevole: 3a) vincolo in prossimità del piattello; 3b) vincolo in mezzzeria; 2c) vincolo in prossimità del dado . . . . .	45
3.13	Configurazione 3a: vincolo cedevole all'estremità della trave . . . . .	45
3.14	Configurazione 3b: vincolo cedevole all'estremità della trave . . . . .	46
3.15	Configurazione 3c: vincolo cedevole all'estremità della trave . . . . .	46
3.16	Sistema SDOF massa-molla-smorzatore . . . . .	47
3.17	Esempio recettanza sistema SDOF . . . . .	48
3.18	Esempio ineranza sistema SDOF . . . . .	49
3.19	Sistema SDOF massa-molla-smorzatore con tavola vibrante . . . . .	49
3.20	Configurazione banco di prova per Stepped Sine test . . . . .	50
3.21	Sistema di acquisizione Data Physics Signal Analyzer Mobilyzer . . . . .	51
3.22	Amplificatore di potenza LDS PA100 . . . . .	51
3.23	Shaker elettrodinamico . . . . .	52
3.24	Cella di carico . . . . .	52
3.25	Accelerometro . . . . .	53
3.26	Modello CAD: Posizione dei trasduttori . . . . .	53
3.27	Schema logico collegamenti . . . . .	54
3.28	Closed-loop sulla cella di carico . . . . .	54
3.29	Chiave dinamometrica . . . . .	55
3.30	Schema ponte di Wheatstone a ponte intero . . . . .	55
3.31	Estensimetro elettrico a resistenza $350\Omega$ . . . . .	56
3.32	Applicazione estensimetri . . . . .	56

3.33	Modifiche apportate al bullone . . . . .	56
3.34	HBM QuantumX Data Acquisition System . . . . .	57
3.35	Schermata principale software “MX Assistant V4.8 R1” . . . . .	57
3.36	Banco per fissaggio struttura e centraggio bullone: (1) fissaggio struttura; (2) centraggio bullone . . . . .	58
3.37	Schema di un giunto bullonato, legame tra coppia di serraggio e tiro del bullone - da [6] . . . . .	59
3.38	Diagramma di corpo libero del filetto – da [6] . . . . .	59
3.39	Schema filettatura trapezoidale – da [6] . . . . .	60
3.40	Caratteristica del precarico applicato al bullone in funzione della coppia di serraggio . . . . .	61
3.41	Caratteristica del precarico applicato al bullone in funzione della coppia di serraggio, linea di tendenza . . . . .	61
3.42	Esempio applicativo Half Power Method: Inertanza . . . . .	62
3.43	Esempio applicativo Half Power Method: Recettanza . . . . .	63
3.44	Esempio applicativo Half Power Method: Applicazione . . . . .	63
3.45	Esempio applicativo metodo dei fratti semplici: Recettanza . . . . .	65
4.1	Inertanza con ampiezza della forzante armonica 0.1N . . . . .	68
4.2	Recettanza, ampiezza della forzante armonica 0.1N . . . . .	68
4.3	Hammer Test configurazione 1: Inertanza . . . . .	69
4.4	Hammer Test configurazione 1: Recettanza . . . . .	70
4.5	Confronto analisi modale trave con differente condizione di vincolo . . . . .	70
4.6	Hammer Test configurazione 2a: Inertanza . . . . .	71
4.7	Hammer Test configurazione 2a: Recettanza . . . . .	72
4.8	Hammer Test configurazione 2b: Inertanza . . . . .	73
4.9	Hammer Test configurazione 2b: Recettanza . . . . .	73
4.10	Hammer Test configurazione 2c: Inertanza . . . . .	74
4.11	Hammer Test configurazione 2c: Recettanza . . . . .	74
4.12	Hammer Test configurazione 3a: Inertanza . . . . .	75
4.13	Hammer Test configurazione 3a: Recettanza . . . . .	76
4.14	Hammer Test configurazione 3b: Inertanza . . . . .	77
4.15	Hammer Test configurazione 3b: Recettanza . . . . .	77
4.16	Hammer Test configurazione 3c: Inertanza . . . . .	78
4.17	Hammer Test configurazione 3c: Recettanza . . . . .	78
4.18	FRF stepped sine test in “up” . . . . .	80
4.19	FRF stepped sine test in “up”, dettaglio . . . . .	81
4.20	FRF stepped sine test in “down” . . . . .	81
4.21	FRF stepped sine test in “down”, dettaglio . . . . .	82
4.22	FFT del segnale della cella di carico, test in “up” . . . . .	82
4.23	FFT del segnale della cella di carico, test in “down” . . . . .	83
4.24	Confronto tra le inertanze ottenute attraverso uno sweep “up” e uno sweep “down”, ampiezza della forzante 0.5N . . . . .	84
4.25	Confronto tra le FFT del segnale della cella di carico ottenuto attraverso uno sweep “up” e uno sweep “down”, ampiezza della forzante 0.5N . . . . .	84
4.26	Ampiezza dell’inertanza in funzione dell’ampiezza della forzante armonica . . . . .	85
4.27	Frequenza di risonanza in funzione dell’ampiezza della forzante armonica . . . . .	85
4.28	Rapporto di smorzamento $\zeta$ : confronto sweep in “up” e in “down”, identificazione dei parametri modali mediante metodo dei punti di metà potenza . . . . .	86
4.29	Quality factor: confronto sweep in “up” e in “down”, identificazione dei parametri modali mediante metodo dei punti di metà potenza . . . . .	87

4.30	Rapporto di smorzamento $\zeta$ : confronto sweep in "up" e in "down", identificazione dei parametri modali mediante metodo dei fratti semplici . . . . .	88
4.31	Quality factor: confronto sweep in "up" e in "down", identificazione dei parametri modali mediante metodo dei fratti semplici . . . . .	88
4.32	Rapporto di smorzamento $\zeta$ : confronto metodi di identificazione dei parametri modali . . . . .	89
4.33	Confronto curve ampiezza in risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica . . . . .	90
4.34	FRF stepped sine test in "up", precarico 7kN . . . . .	91
4.35	FRF stepped sine test in "down", precarico 7kN . . . . .	91
4.36	Ampiezza dell'inertanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, precarico 7kN . . . . .	92
4.37	Frequenza di risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, precarico 7kN . . . . .	93
4.38	Rapporto di smorzamento $\zeta$ : confronto sweep in "up" e in "down", identificazione dei parametri modali mediante metodo dei fratti semplici, precarico 7kN . . . . .	94
4.39	Quality factor: confronto sweep in "up" e in "down", identificazione dei parametri modali mediante metodo dei fratti semplici, precarico 7kN . . . . .	94
4.40	FRF stepped sine test, precarico 5kN . . . . .	95
4.41	Ampiezza in risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto precarico 5kN e 7kN . . . . .	96
4.42	Frequenza di risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto precarico 5kN e 7kN . . . . .	97
4.43	Rapporto di smorzamento $\zeta$ in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto precarico 5kN e 7kN . . . . .	97
4.44	Quality factor $Q$ in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto precarico 5kN e 7kN . . . . .	98
4.45	Ampiezza in risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto travi di spessore 4mm e 8mm . . . . .	99
4.46	Rapporto di smorzamento $\zeta$ in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto travi di spessore 4mm e 8mm . . . . .	100
4.47	Quality factor $Q$ in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto travi di spessore 4mm e 8mm . . . . .	100
A.1	ElementoPRETS179 - da [7] . . . . .	103
A.2	Elemento PRETS179 . . . . .	104
A.3	Procedura per creare la sezione di taglio . . . . .	105
A.4	Elementi PRETS179 nel modello . . . . .	105
A.5	Procedura per applicare il precarico . . . . .	106
A.6	Stress in direzione assiale (z) . . . . .	107
A.7	Stress in direzione assiale (z), variazione 1 della posizione della sezione di taglio	108
A.8	Stress in direzione assiale (z), variazione 2 della posizione della sezione di taglio	108
B.1	Elemento CONTA178 - da [8] . . . . .	109
B.2	Differenza fra problema fisico e problema numerico - da [9] . . . . .	110
B.3	Profondità dell'elemento sottostante l'elemento di contatto - da [9] . . . . .	111
B.4	Forza normale di contatto - da [10] . . . . .	112
B.5	Modello FEM per esempio applicativo . . . . .	118
B.6	Applicazione dei vincoli . . . . .	118
B.7	Keyoption e real constant impostate per l'elemento CONTA178 . . . . .	119
B.8	Elemento di contatto CONTA178 . . . . .	119

---

B.9	Applicazione delle forze . . . . .	119
B.10	Condizione di sliding . . . . .	120
B.11	Condizione di sticking . . . . .	120
B.12	Condizione di contatto aperto (open contact) . . . . .	121
C.1	Icona software SignalCalc Mobilyzer II . . . . .	123
C.2	New Test – Stepped Sine . . . . .	124
C.3	Schermata principale software SignalCalc Mobilyzer II . . . . .	124
C.4	Percorso per consultare la finestra “Channel Table” . . . . .	125
C.5	Finestra “Channel Table” - Input . . . . .	125
C.6	Finestra “Channel Table” - Generator . . . . .	125
C.7	Finestra “Channel Table” - Measurement . . . . .	126
C.8	Percorso per consultare la finestra “Channel Indicators” . . . . .	126
C.9	Finestra “Channel Indicators” . . . . .	126
C.10	Legenda utilizzo dei canali . . . . .	127
C.11	Control Panel . . . . .	127
C.12	Measurement Panel . . . . .	128
C.13	Measurement Panel - primo blocco . . . . .	128
C.14	Measurement Panel - secondo blocco . . . . .	129
C.15	Measurement Panel - terzo blocco . . . . .	129
C.16	Measurement Panel - quarto blocco . . . . .	129
C.17	Percorso per consultare la finestra “Signal Map Dialog” . . . . .	130
C.18	Signal Map . . . . .	130
C.19	Setup per formato di esportazione . . . . .	130
C.20	Signal Map – selezione dei dati da esportare . . . . .	131
C.21	Save/Export Signals . . . . .	131



# Elenco delle tabelle

2.1	Proprietà dei materiali . . . . .	15
2.2	Numero di elementi in funzione del parametro di discretizzazione . . . . .	16
2.3	Confronto risultati analitici e simulati . . . . .	20
2.4	Rigidezze di contatto di primo tentativo . . . . .	21
2.5	Rigidezze di contatto di secondo tentativo . . . . .	22
4.1	Valori di smorzamento ottenuto dalle curve di recettanza (Forzante armonica 0.1N) . . . . .	68
4.2	Confronto alternative configurazione 2 analizzate . . . . .	75
4.3	Confronto alternative configurazione 3 analizzate . . . . .	79
4.4	Parametri dei canali di acquisizione . . . . .	80



# Capitolo 1

## Introduzione

Questo lavoro di tesi è stato condotto per studiare il comportamento dinamico di superfici estese, collegate mediante contatto per attrito, attraverso strumenti di calcolo numerici e indagine sperimentale. Nonostante nel corso degli anni l'innovazione nel campo dei collegamenti sia stata importante, uno degli obiettivi principali della progettazione meccanica è quello di ridurre il numero di elementi di collegamento, basti pensare che per la costruzione di un aeromobile Boeing 747 sono necessari circa 2.5 milioni di organi di collegamento [11]. Tuttavia, non è possibile eliminare del tutto questi elementi perché il loro impiego rende sempre agevole lo smontaggio dei diversi componenti.

Gli elementi di collegamento, anche chiamati giunti, sono dei dispositivi meccanici che permettono il collegamento solidale tra due parti adiacenti del sistema. I giunti possono essere classificati in:

- Giunti smontabili;
- Giunti fissi o permanenti;
- Accoppiamenti;
- Organi di trasmissione.

I giunti smontabili vengono utilizzati quando è previsto il montaggio e lo smontaggio dei componenti in maniera non distruttiva, come ad esempio nel caso dei collegamenti bullonati o elastici, questo non avviene invece con i collegamenti fissi o permanenti. Gli accoppiamenti prevedono l'unione di due parti senza l'interposizione di terzi elementi, mentre gli organi di trasmissione sono utilizzati per la trasmissione del moto attraverso una catena cinematica. Alcuni esempi applicativi di questi giunti sono riportati in Figura 1.1. Attraverso la bullonatura (Figura 1.1a) è possibile avere un collegamento robusto, affidabile e facilmente smontabile. Per l'unione di lamiere o profilati poco spessi, ad esempio in ambito aeronautico, si ricorre alla rivettatura (Figura 1.1b), questo perché risulterebbe complicato ricorrere alla saldatura (Figura 1.1c) in presenza di leghe leggere di alluminio e materiali compositi. L'incollaggio (Figura 1.1d) rappresenta invece una tecnica utilizzata in applicazioni non di primaria importanza [12].

Il giunto bullonato è quindi un collegamento impiegato per unire, in una configurazione smontabile, due componenti grazie a dei bulloni, ovvero attraverso una serie di viti passanti e dadi. Per ottenere un collegamento efficiente è fondamentale che le superfici di appoggio della testa e del dado siano perpendicolari all'asse e che l'asse del foro e del bullone coincidano. È inoltre necessario che il foro passante abbia un diametro leggermente superiore al diametro del gambo della vite, solitamente è necessario un incremento del 10% [13]. Il collegamento delle parti avviene tramite una coppia di serraggio applicata attraverso una chiave dinamometrica alla testa della vite o al dado, così che le parti collegate siano sottoposte ad una forza di compressione mentre la vite è sottoposta ad un carico di trazione,

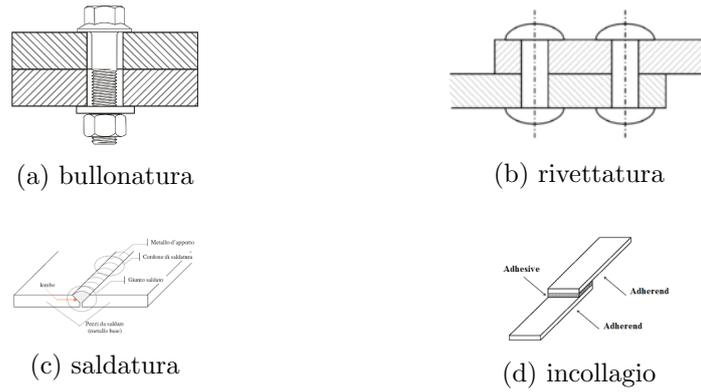


Figura 1.1: Esempi applicativi di tecniche di giunzione

chiamato precarico. Il precarico può discostarsi dal valore teorico per via delle incertezze. La forza di serraggio può inoltre diminuire nel tempo a causa dell'allentamento introdotto dalle vibrazioni a cui è sottoposto il giunto durante il suo esercizio.

Gli elementi di collegamento introducono delle non linearità che devono essere studiate per poter progettare adeguatamente il sistema. Oltre alle non linearità, bisognerà valutare la variazione di rigidità e smorzamento del sistema. Lo smorzamento introdotto è dovuto principalmente alle deformazioni locali a livello microscopico delle asperità superficiali nelle zone di contatto. L'introduzione di queste non linearità non rende possibile l'impiego del principio di sovrapposizione degli effetti.

Per poter comprendere a fondo il problema del contatto è necessario far riferimento all'attrito. Alcuni dei primi studi sul contatto tra i materiali sono stati focalizzati sull'attrito. Le leggi dell'attrito radente furono scoperte inizialmente da Leonardo da Vinci nel 15° secolo, ma non furono pubblicate. Successivamente furono riscoperte e pubblicate nel 1699 da Amontons, infine nel 1785 furono confermate anche da Coulomb. Il modello di attrito basato su questi primi lavori è stato denominato il modello di Coulomb e molto semplicemente definisce la forza d'attrito come funzione del carico normale e della direzione della velocità [4, 1]. Quindi per il contatto di strisciamento, raffigurato in Figura 1.2, si assume che:

$$F_t = \begin{cases} \mu F_n \text{sign}(\dot{x}) & \text{se } \dot{x} \neq 0 \\ F_{app} & \text{se } \dot{x} = 0 \text{ e } F_{app} < \mu F_n \end{cases} \quad (1.1)$$

Dove:

- $F_t$  rappresenta la forza di attrito;
- $F_n$  rappresenta il carico normale;
- $F_{app}$  rappresenta la forza applicata;
- $\dot{x}$  rappresenta la velocità di scorrimento;
- $\mu$  rappresenta il coefficiente d'attrito.

La caratteristica del modello di Coulomb è rappresentata in Figura 1.3. Quando la forza applicata ( $F_{app}$ ) è minore della forza di attrito di Coulomb ( $F_c = \mu F_n$ ) non è presente strisciamento tra le due superfici a contatto e la forza di attrito potrebbe assumere qualsiasi valore compreso tra zero e la forza di Coulomb. Quando  $\dot{x} \neq 0$ , ovvero quando è presente strisciamento fra le superfici a contatto, la forza di attrito può assumere solo due valori:  $F_c$  o  $-F_c$  a seconda della direzione di strisciamento [1]. Nonostante la legge di Coulomb sia molto semplice e sviluppata più di due secoli fa, resta molto popolare ed è tuttora

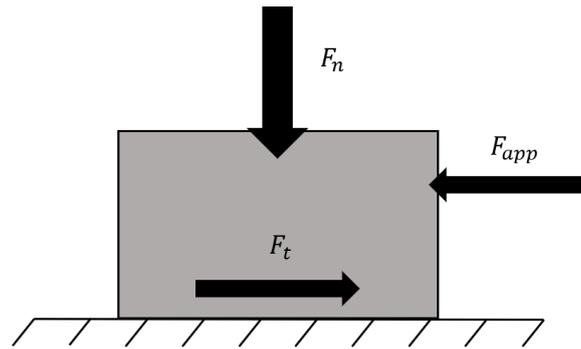


Figura 1.2: Esempio di contatto in strisciamento: blocco in contatto di strisciamento per attrito con una superficie rigida

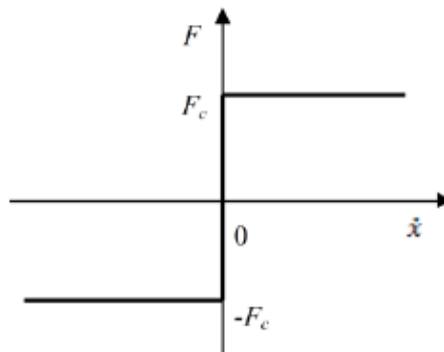


Figura 1.3: Caratteristica modello di attrito di Coulomb - da [1]

impiegata in molti studi riguardanti il contatto. Probabilmente la ragione principale della sua popolarità risiede nel fatto di essere, matematicamente parlando molto semplice ma allo stesso tempo riesce a fornire con una buona approssimazione la descrizione del fenomeno fisico studiato [4]. Oltre al modello di Coulomb, negli anni, sono stati sviluppati altri modelli, matematicamente più complessi. Nel 1833 Morin scoprì che il coefficiente di attrito statico, cioè il coefficiente di attrito che caratterizza il contatto quando i corpi sono fermi ( $\dot{x} = 0$ ), è maggiore rispetto all'attrito di Coulomb, anche chiamato attrito dinamico. Successivamente fu introdotto, da Reynolds, il modello di attrito viscoso, molto importante nella teoria della lubrificazione e spesso utilizzato in combinazione con il modello di Coulomb. Nel modello di attrito viscoso, riportato nell'Equazione 1.2 e raffigurato in Figura 1.4, la forza di attrito è direttamente proporzionale alla velocità di strisciamento [1].

$$F = k_v \dot{x} \quad (1.2)$$

Dove:

- $F$  rappresenta la forza di attrito;
- $k_v$  rappresenta il coefficiente di attrito viscoso;
- $\dot{x}$  rappresenta la velocità di strisciamento.

L'applicazione del modello di attrito viscoso è limitata poiché non rappresenta adeguatamente il fenomeno fisico quando non è presente lubrificazione [14], per questo motivo spesso è impiegato in combinazione con il modello di Coulomb. Ci sono due modi per combinare i due modelli di attrito, il primo descritto dall'Equazione 1.3 e raffigurato in Figura 1.5. Il problema di questo modello è che la forza di attrito è ancora "indefinita" in prossimità

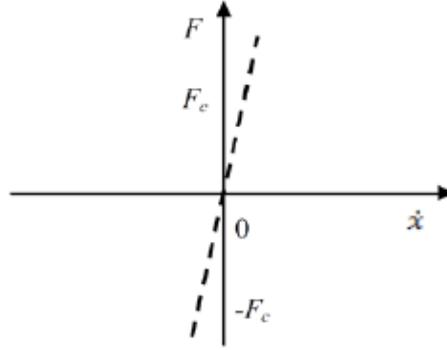


Figura 1.4: Caratteristica modello di attrito viscoso di Reynolds - da [1]

di  $\dot{x} = 0$ . Per ovviare questa problematica, si è pensato di integrare i due modelli nell'intorno di  $\dot{x} = 0$ , quest'alternativa costituisce il secondo e ultimo modo di integrazione dei due modelli, descritto nell'Equazione 1.4 e raffigurato in Figura 1.6. In questo modello il coefficiente di attrito viscoso determina la velocità con cui la forza di attrito varia da valori negati a valori positivi[1, 14].

$$F = \begin{cases} \mu F_n \text{sign}(\dot{x}) + k_v \dot{x} & \text{se } \dot{x} \neq 0 \\ F_{app} & \text{se } \dot{x} = 0 \text{ e } F_{app} < \mu F_n \end{cases} \quad (1.3)$$

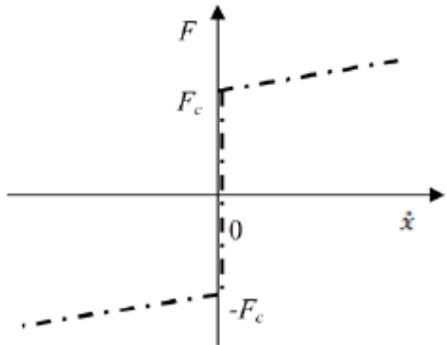


Figura 1.5: Caratteristica modello integrato Coulomb viscoso (1) - da [1]

$$F = \begin{cases} \min(\mu F_n, k_v \dot{x}) & \text{se } \dot{x} \geq 0 \\ \max(-\mu F_n, k_v \dot{x}) & \text{se } \dot{x} < 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

Nel 1902 Stribeck osservò sperimentalmente che la forza di attrito decresce con l'aumentare della velocità di strisciamento passando dall'attrito statico all'attrito dinamico. Questo fenomeno è chiamato effetto Stribeck. Il modello di Stribeck consiste nell'integrazione del modello di Coulomb, del modello di attrito viscoso e dell'effetto di Stribeck ed è riportato nell'Equazione 1.5, mentre la caratteristica della forza di attrito è riportata in 1.7 [1].

$$F = (F_c + (F_s - F_c)e^{-(\frac{\dot{x}}{v_s})^i})\text{sign}(\dot{x}) + k_v \dot{x} \quad (1.5)$$

Dove:

- $F$  rappresenta la forza di attrito;
- $\dot{x}$  rappresenta la velocità di scorrimento;
- $F_c$  rappresenta la forza di attrito di Coulomb;

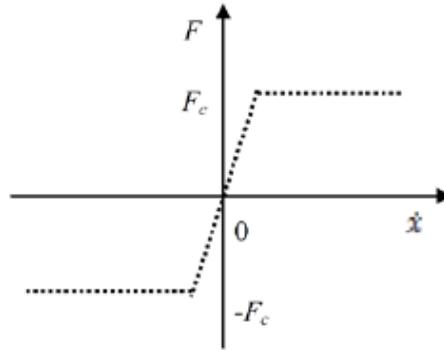


Figura 1.6: Caratteristica modello integrato Coulomb viscoso (2) - da [1]

- $F_s$  rappresenta la forza di attrito statico;
- $v_s$  rappresenta la velocità di Stribeck;
- $k_v$  rappresenta il coefficiente di attrito viscoso,
- $i$  rappresenta un esponente caratteristico del modello.

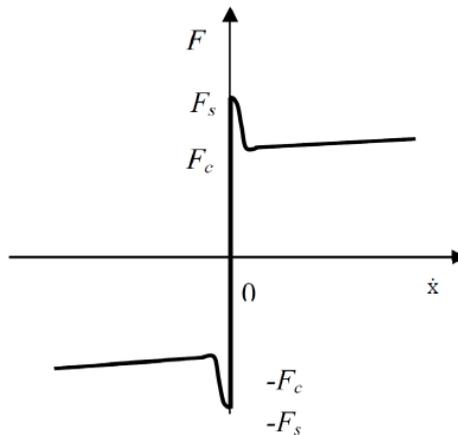


Figura 1.7: Caratteristica modello di Stribeck - da [1]

Nel 1968, Dahl fu il primo a modellare l'attrito come una funzione dello spostamento relativo di due superfici a contatto, questo modello è stato chiamato modello di Dahl. Il modello è basato sul fatto che la forza di attrito dipende dal micro spostamento, anche chiamato pre-strisciamento (pre-sliding). La condizione di pre-sliding si presenta quando la forzante esterna non è abbastanza grande da superare l'attrito statico, di conseguenza le asperità sulle due superfici di contatto iniziano a deformarsi localmente. Quando la forzante esterna diventa abbastanza grande da superare il limite posto dall'attrito statico, lo stato di pre-sliding si trasforma in uno stato di strisciamento tra le due superfici a contatto. Il modello di Dahl non descrive l'effetto Stribeck [1, 15]. Nel 1995 fu sviluppato il modello di LuGre (nome proveniente dalle due Università Lund e Grenoble), questo modello incorpora l'attrito viscoso, l'effetto di pre-sliding e l'effetto Stribeck in un unico modello matematico [1, 15].

In letteratura sono presenti altri modelli, ancora più complessi rispetto ai modelli precedentemente illustrati. L'inadeguatezza del modello di Coulomb, sotto determinate condizioni, ha prodotto un grande interesse nella ricerca di un modello che descrivesse sempre meglio

il fenomeno dell'attrito, anche se, ad oggi, non è stato ancora trovato un modello che sostituisce completamente quello proposto da Coulomb. Probabilmente la causa principale risiede nel fatto che i meccanismi contribuenti al fenomeno dell'attrito giacciono su scale completamente differenti, infatti si passa dalla scala microscopica, caratterizzata dai grani del materiale, alla scala macroscopica, caratterizzata dalla rugosità delle superfici a contatto. In aggiunta, l'attrito è fortemente influenzato dalle condizioni superficiali, anche questa caratteristica contribuisce alla difficoltà nello sviluppare un modello basato sulla fisica del problema (physics-based) [4].

Tutte le strutture meccaniche in esercizio sono sottoposte a sollecitazioni esterne che causano delle vibrazioni. Per vibrazioni si intendono le oscillazioni attorno ad un punto di equilibrio originate da condizioni operative o disturbi esterni indesiderati. Le oscillazioni possono essere periodiche o casuali nel tempo e inducono delle sollecitazioni importanti nel sistema. Nelle oscillazioni periodiche, la frequenza, misurata in Hertz, indica il numero di volte, in un secondo, in cui si ripresenta la medesima configurazione. Variando la frequenza di oscillazione, l'ampiezza della deformazione cambia e la curva assume il suo valore massimo alla frequenza di risonanza. Per risonanza si intende la condizione fisica in cui il sistema viene eccitato da una forzante avente frequenza pari alla frequenza propria del sistema. Questa condizione è da evitare perché sottopone il sistema ad eccessive deformazioni, e di conseguenza sollecitazioni, che possono portare anche alla rottura del componente. In Figura 1.8 vi è un esempio di funzione di risposta in frequenza (FRF – frequency response function) in cui è riportato l'andamento dell'ampiezza di oscillazione  $x/x_{stat}$  in funzione della frequenza di eccitazione che per semplicità è definito come rapporto tra la frequenza di eccitazione e la frequenza propria del sistema ( $r = \omega/\omega_n$ ). Le curve sono state calcolate variando il rapporto di smorzamento modale  $\zeta$ , questo fattore influenza il valore dell'ampiezza di oscillazione. Affinché il sistema non subisca eccessive deformazioni è necessario conoscere il range di frequenze critiche del sistema cercando di evitare di sottoporre gli organi meccanici a condizioni operative in questo range di frequenze o quantomeno di limitarne l'utilizzo in queste zone a dei ridotti transitori.

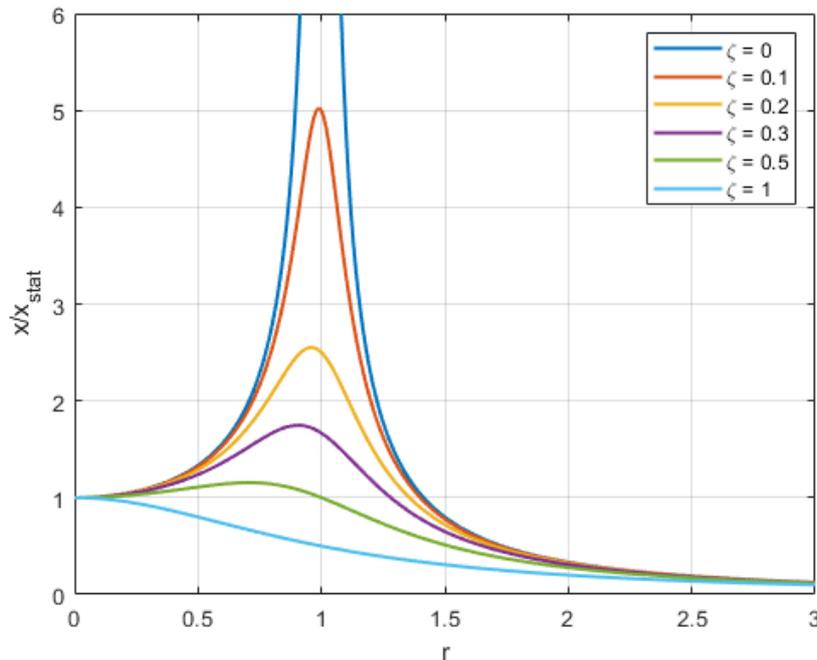


Figura 1.8: Esempio FRF (Frequency Response Function)

Attraverso la dinamica strutturale è possibile studiare sistemi soggetti a sollecitazioni periodiche nel tempo. Solitamente si studiano sistemi complessi con  $n$  gradi di libertà,

i quali, tuttavia, possono essere ricondotti a  $n$  sistemi indipendenti SDOF (single degree of freedom), disaccoppiando il sistema di equazioni attraverso l'analisi modale. Per poter applicare l'analisi modale è necessario che il sistema sia lineare [16]. Un sistema ad un grado di libertà, riportato in Figura 1.9, può essere costituito da tre elementi:

- Elemento massa,  $m$ : infinitamente rigido, rappresenta l'inerzia del sistema;
- Elemento molla,  $k$ : lineare, privo di massa e capace di accumulare energia sottoforma di energia elastica, rappresenta la rigidità del sistema;
- Elemento smorzatore viscoso,  $c$ : lineare, privo di massa e capace di dissipare energia.

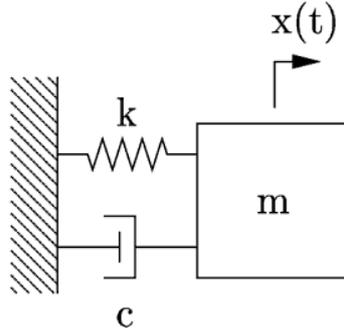


Figura 1.9: Sistema SDOF lineare massa-molla-smorzatore

Attraverso l'equazione di equilibrio alla traslazione è possibile ricavare l'equazione del moto del sistema rappresentato in Figura 1.9 e riportata nell'equazione 1.6:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1.6)$$

Estendendo il sistema precedentemente studiato ad un sistema avente  $n$  gradi di libertà, si ottengono  $n$  equazioni del moto, le quali, per comodità, sono riportate sottoforma di equazione matriciale nell'equazione 1.7.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1.7)$$

Dove:

- $[M]$  rappresenta la matrice di inerzia;
- $[C]$  rappresenta la matrice di smorzamento;
- $[K]$  rappresenta la matrice di rigidità;
- $\{f(t)\}$  rappresenta il vettore delle forzanti esterne;
- $\{x(t)\}$  rappresenta il vettore contenente i gradi di libertà del sistema.

L'analisi modale permette di trovare la soluzione sincrona del sistema, vale a dire quella condizione in cui tutte le masse, degli  $n$  sistemi SDOF, si muovono con un'unica funzione del tempo. In questo caso il sistema è considerato privo delle forzanti esterne e dello smorzamento in modo da ricavare le frequenze proprie e le relative forme modali della struttura. Per fare ciò è necessario risolvere il seguente problema agli autovalori riportato nell'equazione 1.8, escludendo le soluzioni banali:

$$(-\omega^2[M] + [K])\{q\} = \{0\} \quad (1.8)$$

Dove:

- $\omega_i$  rappresenta la frequenza naturale  $i$  –esima;
- $\{q_i\}$  rappresenta la forma modale associata alla frequenza  $i$  –esima.

Ordinando gli autovettori per colonna è possibile costruire la matrice modale, che, ipotizzando di avere smorzamento proporzionale (o di Rayleigh), definito nell'Equazione 1.9, rende possibile il disaccoppiamento delle equazioni nel sistema di riferimento modale, così facendo è possibile calcolare le ampiezze e gli spostamenti dei gradi di libertà visualizzando graficamente gli spostamenti modali, i quali sono definiti a meno di una costante [17].

$$[C_p] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (1.9)$$

In ambito sperimentale è molto utilizzata l'analisi delle funzioni di risposta in frequenza (FRF). Attraverso il rapporto tra la grandezza di output (spostamento, velocità o accelerazione) e quella di input (forzante) è possibile descrivere il comportamento dinamico di un sistema, passando dal dominio del tempo al dominio della frequenza [18]. Le funzioni di trasferimento (transfer function) più comuni sono:

- Recettanza (receptance), definita come il rapporto tra lo spostamento e la forzante;
- Mobilità (mobility), definita come il rapporto tra la velocità e la forzante;
- Inertanza (inertance), definita come il rapporto tra l'accelerazione e la forzante.

In fase progettuale è spesso usata la recettanza, mentre in ambito sperimentale è preferita l'inertanza in quanto i trasduttori più usati sono gli accelerometri [16].

In ambito meccanico, spesso, le vibrazioni rappresentano una forte criticità, poiché disperdono energia, creano effetti acustici indesiderati, diminuiscono la vita a fatica dei componenti ma, soprattutto, possono arrecare danno alla salute dell'uomo. È evidente, dunque, la necessità di avere dei dissipatori atti a smorzare queste vibrazioni. Esistono strumentazioni adibite esclusivamente a questo scopo, ma ci sono anche parti strutturali, con altre funzioni, che hanno la capacità di assorbire una parte di energia vibrazionale. Un esempio è il giunto bullonato, il quale trasforma, grazie all'attrito tra le sue parti, l'energia dovuta alle vibrazioni in energia termica [18].

In questo elaborato, costituito da cinque capitoli e tre appendici, si è voluto studiare il comportamento statico e dinamico di una struttura collegata attraverso un giunto bullonato attraverso metodi numerici e test sperimentali. Nella parte statica è stato studiato il fenomeno del receding contact e la sua corretta implementazione grazie all'utilizzo del software Ansys Mechanical APDL. Nella parte dinamica è stato valutato lo smorzamento introdotto per attrito dal giunto bullonato in differenti condizioni operative.

Nel secondo capitolo, denominato "Approccio numerico al problema", è riportata una descrizione della geometria studiata e della procedura per la costruzione del modello agli elementi finiti, iniziando dalla geometria, fino all'implementazione degli elementi di contatto e degli elementi pretensioners. Riguardo gli elementi di contatto, in questo capitolo sono riportate le analisi eseguite per la corretta modellizzazione del receding contact. Per concludere è riportato uno studio di sensitivity per valutare l'effetto di alcuni parametri, ad esempio il precarico o lo spessore delle travi, sull'impronta di contatto.

Nel terzo capitolo, denominato "Approccio sperimentale al problema", sono inizialmente descritti i test eseguiti sulla struttura, in particolare è stato eseguito un Hammer test per poter eseguire un'analisi modale sperimentale ed uno Stepped Sine test per misurare la risposta forzata della struttura soggetta ad una forzante armonica. Nello stesso capitolo sono descritti le strumentazioni impiegate e la teoria necessaria sulle tecniche di identificazione dei parametri modali, in particolare si è fatto riferimento all'Half Power method (metodo

dei punti di metà potenza) e al Rational Fraction Polynomials method (metodo dei fratti semplici).

Nel quarto capitolo, denominato "Analisi dei risultati delle prove sperimentali", sono riportati i risultati relativi ai test eseguiti, in particolare nella prima parte sono riportati i risultati relativi all'Hammer test, nella seconda parte i risultati delle risposte forzate eseguite su delle travi di spessore 4mm ed infine, nell'ultima parte, sono riportati i risultati dello Stepped Sine test eseguito su travi di spessore 8mm.

In Appendice A è riportata una guida all'utilizzo degli elementi pretensioners, PRE-TS179 in Ansys, comprensiva di un esempio applicativo.

In Appendice B è riportata una guida all'utilizzo degli elementi di contatto nodo-nodo, CONTA178 in Ansys, comprensiva della teoria sugli algoritmi risolutivi, la descrizione dei parametri da definire ed una serie di esempi applicativi.

In Appendice C è riportata la guida all'utilizzo del software SignalCalc Mobyizer II, in particolare al modulo Stepped Sine, necessario per poter eseguire i test con il sistema di acquisizione DataPhysics.



## Capitolo 2

# Approccio numerico al problema

L'indagine sperimentale, avvenuta attraverso l'impiego di un banco di prova apposito, il cui setup preliminare è riportato in Figura 2.1, consiste nello studio della dinamica non lineare di due travi collegate attraverso un giunto bullonato. Attraverso uno shaker elettromagnetico, si intende eccitare la struttura affinché essa vibri secondo il primo modo flessionale. Per fare ciò è necessario conoscere, prima di effettuare i vari test, i modi di vibrare e le relative frequenze naturali della struttura. Per questo motivo è fondamentale affiancare all'analisi sperimentale, un modello numerico. L'analisi numerica, permette di estrapolare, in tempi relativamente brevi, informazioni difficilmente ottenibili attraverso un approccio puramente sperimentale. L'attendibilità di queste informazioni dipende dalla discretizzazione del modello e dai parametri inseriti.



Figura 2.1: Setup preliminare del banco di prova

### 2.1 Costruzione del modello FEM

Il metodo agli elementi finiti, anche conosciuto come FEM (Finite Element Method), è un metodo numerico ampiamente utilizzato per risolvere numericamente equazioni differenziali alle derivate parziali, le quali non potrebbero essere risolte analiticamente senza l'utilizzo di ipotesi molto restrittive. Il FEM, per risolvere un problema, prevede la suddivisione della geometria in piccole parti elementari, denominate appunto elementi finiti. Questa discretizzazione permette di approssimare un sistema avente un numero infinito di punti (dominio

reale) con un sistema avente un numero finito di punti (dominio numerico). Applicando opportunamente la formulazione del metodo agli elementi finiti si ottiene un sistema di equazioni algebriche per un problema statico, oppure un set di equazioni differenziali ordinarie per un problema dinamico.

In questo lavoro di tesi si è scelto di utilizzare il codice commerciale agli elementi finiti Ansys (Analysis Systems Inc.), in particolare Ansys Mechanical APDL 19.3 (Ansys Parametric Design Language), perché rende possibile, attraverso l'utilizzo di listati di comandi, la parametrizzazione del modello.

Il primo step per la costruzione del modello FEM consiste nella definizione della geometria. Ansys offre all'utente la possibilità di scegliere, a seconda dell'esigenza di avere o meno una geometria parametrica, se importare la geometria da un modello CAD oppure costruirla attraverso il linguaggio APDL. La seconda opzione, che rende possibile avere una geometria parametrica, prevede in fase realizzativa tempi maggiori, perché ogni componente deve essere definito partendo dai keypoints per ottenere delle linee. Successivamente, dalle linee è possibile definire delle aree ed infine da quest'ultime sarà possibile ottenere i volumi. In questo elaborato si è optato per la costruzione di una geometria parametrica, la quale sarà discretizzata in elementi solidi tridimensionali.

La struttura oggetto di studio, costituita dalle due travi collegate attraverso un giunto bullonato, è riportata in Figura 2.2. Le quote dei particolari, necessarie per la costruzione della geometria del modello FEM sono riportate in Figura 2.3.

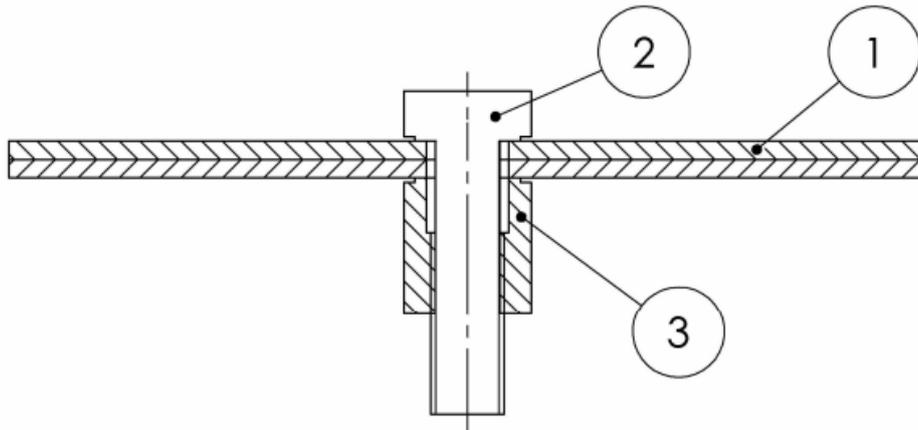


Figura 2.2: Struttura oggetto di studio: 1) trave; 2) vite M16; 3) dado.

È possibile osservare dalle quote che sia la vite che il dado hanno subito delle modifiche progettuali, in quanto alcune dimensioni non sono quelle unificate. In particolare, il diametro non filettato della vite è stato ridotto a 14mm e sono stati effettuati due fori, uno passante ortogonale all'asse della vite e uno cieco, posizionato al centro della testa della vite e coassiale con il suo asse. Per quanto riguarda il dado, è stata eliminata la filettatura per una lunghezza di 12mm, creando un foro di diametro 18mm. Queste lavorazioni sono state effettuate per poter alloggiare adeguatamente gli estensimetri. Le modifiche progettuali, ora introdotte, sono trattate in dettaglio nel capitolo successivo.

Per poter costruire una geometria che sia rappresentativa della struttura studiata e che, al tempo stesso, non sia troppo onerosa in termini di calcolo, si è optato per le seguenti semplificazioni:

- Eliminazione di smussi e raccordi;
- Eliminazione delle filettature;
- Eliminazione dei fori per il passaggio dei cavi elettrici.

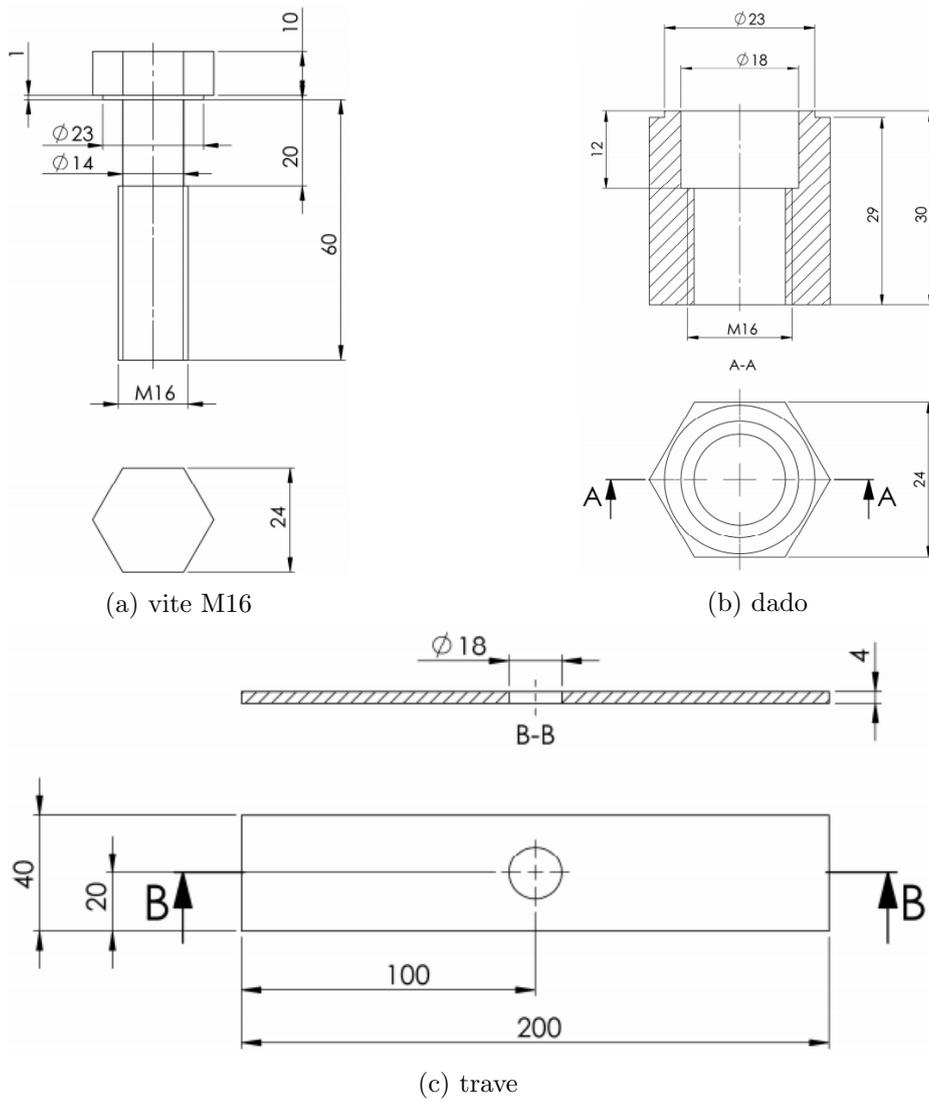


Figura 2.3: Quote necessarie per la costruzione del modello FEM

Attraverso queste assunzioni è possibile ottenere un modello più semplice, tuttavia rinunciando alle filettature, bisogna tener conto che l'interazione tra i filetti di vite e madrevite non è considerata.

La struttura è stata modellata definendo, in prima battuta, gli elementi ed i materiali costituenti le travi ed il bullone. Gli elementi (element type in Ansys) utilizzati sono:

- Elementi MESH200;
- Elementi SOLID185.

Gli elementi MESH200, definiti come element type 1, sono utilizzati per discretizzare la superficie dei corpi e per facilitare la regolarità della mesh di volume. Questi particolari elementi non contribuiscono alla soluzione. In ambito strutturale, dalla teoria degli elementi finiti, è consigliabile avere elementi quadrilateri rispetto a quelli triangolari (CST constant strain triangle), per questo motivo è stata scelta una forma dell'elemento MESH200 quadrangolare, mostrata in Figura 2.4, impostando la Keyoption 1. L'elemento MESH200 è verificato, prima dello svolgimento di qualunque analisi, attraverso l'analisi della forma degli elementi, come suggerito dal software, in modo da effettuare il controllo della mesh [2].

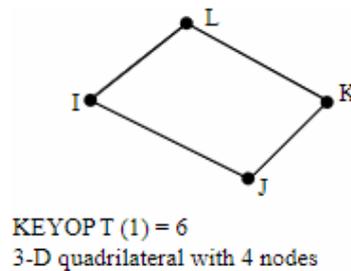


Figura 2.4: Elemento MESH200 - da [2]

Gli elementi SOLID185, definiti come element type 2, sono degli elementi tridimensionali a 8 nodi, ogni nodo è caratterizzato da tre gradi di libertà traslazionali lungo i tre assi (x, y, z) [3]. Un esempio è riportato in Figura 2.5. Nella libreria di Ansys sono presenti anche elementi solidi a 20 nodi (SOLID186), questi garantiscono una precisione migliore incrementando però il costo computazionale. Dopo alcune prove con questi elementi si è scelto di utilizzare gli elementi SOLID185 in quanto garantiscono una buona affidabilità dei risultati ed un costo computazionale accettabile.

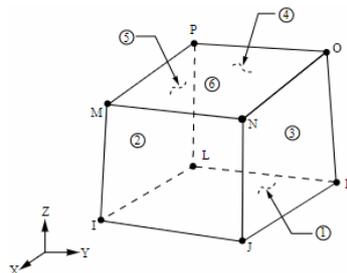


Figura 2.5: Elemento SOLID185 - da [3]

Le proprietà dei materiali considerate sono riassunte in Tabella 2.1. Le informazioni riguardanti i materiali e le loro proprietà sono consultabili e modificabili in Ansys seguendo il percorso: *Preprocessor* → *Material Props* → *Material Models*.

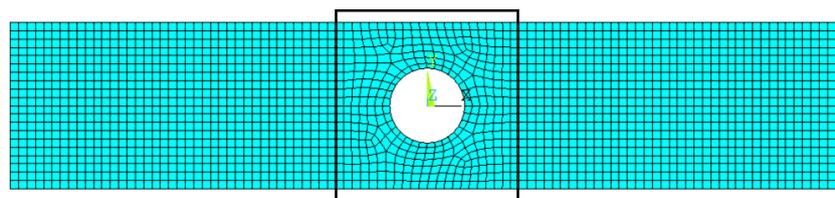
La geometria del sistema è stata definita anch'essa per via parametrica, in modo da permettere di analizzarne le proprietà al variare di pochi parametri caratteristici come: larghezza, lunghezza e spessore della trave, posizione del foro ecc. La geometria è definita a

Tabella 2.1: Proprietà dei materiali

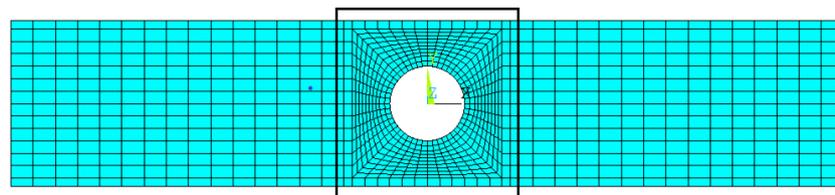
Elemento	Materiale	Modulo di Young [ $Pa$ ]	Coefficiente di Poisson	Densità [ $kg/m^3$ ]
Vite	Acciaio	$2.0E11$	0.3	7800
Dado	Acciaio	$2.0E11$	0.3	7800
Trave	Alluminio	$7.0E10$	0.3	2800

partire dai keypoints principali del sistema. Per definire i keypoints in Ansys è sufficiente utilizzare il comando K, numerando in modo sequenziale i keypoints e inserendo le coordinate spaziali x, y e z del punto da definire. Una volta definiti i punti, questi devono essere collegati attraverso delle linee (comando L). Le linee successivamente sono utilizzate per definire delle aree (comando AL) da discretizzare con l'elemento MESH200. Questa superficie discretizzata sarà successivamente estrusa utilizzando i comandi EXTOP e VEXT, ottenendo finalmente il volume desiderato discretizzato con elementi SOLID185.

Gli elementi forniscono i risultati migliori quando la loro forma geometrica coincide con quella dell'elemento di riferimento. In pratica è quasi impossibile che tutti gli elementi abbiano una forma geometrica ideale, si parla allora di elementi distorti. Un limitato valore di distorsione può essere comunque accettato. Oltre un determinato valore limite di distorsione, però, la rigidità dell'elemento viene valutata con scarsa precisione: oltre un limite critico diventa addirittura impossibile calcolare la matrice di rigidità. È difficile determinare quello che costituisce il limite accettabile di distorsione: oltretutto il comportamento è diverso da elemento a elemento [19]. Al fine di ottenere una discretizzazione mappata, nella costruzione del modello sono state utilizzate linee ed aree ausiliarie, non fondamentali per la costruzione della geometria ma necessarie per ottenere una mesh più regolare possibile. Ogni linea è stata divisa in un numero ben preciso di segmenti attraverso il comando LESIZE, il numero di segmenti è scelto in modo da ottenere il minor numero di elementi distorti. È possibile osservare, in Figura 2.6, un confronto tra due discretizzazioni, la prima ottenuta automaticamente dal software (Figura 2.6a) e la seconda attraverso una discretizzazione guidata dall'utente (Figura 2.6b). È possibile notare, specialmente in prossimità del foro, un'elevata distorsione degli elementi nella discretizzazione automatica, questa problematica è stata risolta appunto discretizzando manualmente la struttura.



(a) discretizzazione automatica del software



(b) discretizzazione guidata dall'utente

Figura 2.6: Confronto discretizzazioni

Avendo discretizzato manualmente ogni componente, dividendo ogni linea in segmenti, il numero di questi ultimi è stato reso parametrico, in modo da poter incrementare il nu-

mero di elementi qualora se ne avesse bisogno. Definito  $p$  parametro di discretizzazione, in Figura 2.7 è riportato un confronto visivo fra le discretizzazioni. È possibile notare, in particolare modo in prossimità del foro, un infittimento importante della mesh. È fondamentale avere un numero elevato di elementi, e quindi di nodi, in questa zona per poter studiare adeguatamente il contatto, al contrario, infittire la discretizzazione della vite e del dado non comporterebbe un beneficio in termini di risultati, ma solo un incremento importante del tempo di calcolo. In Tabella 2.2 è riportato il numero di elementi con cui il rispettivo componente è stato discretizzato. È possibile osservare che, passando da una discretizzazione grossolana, ottenuta impostando  $p = 1$ , ad una discretizzazione più fitta, impostando  $p=3$ , si ottiene un netto incremento del numero di elementi che costituiscono la trave (quasi 10 volte maggiore). Al contrario, l'incremento non è così sostanziale per gli elementi che costituiscono il dado e la vite. Confrontando la dimensione degli elementi in prossimità del foro della trave, è possibile osservare che, passando da una discretizzazione grossolana, ad una mesh fitta, si ottiene una riduzione della dimensione dell'elemento del 77%, passando da 1.75mm ( $p=1$ ) a 0.4mm ( $p=3$ ).

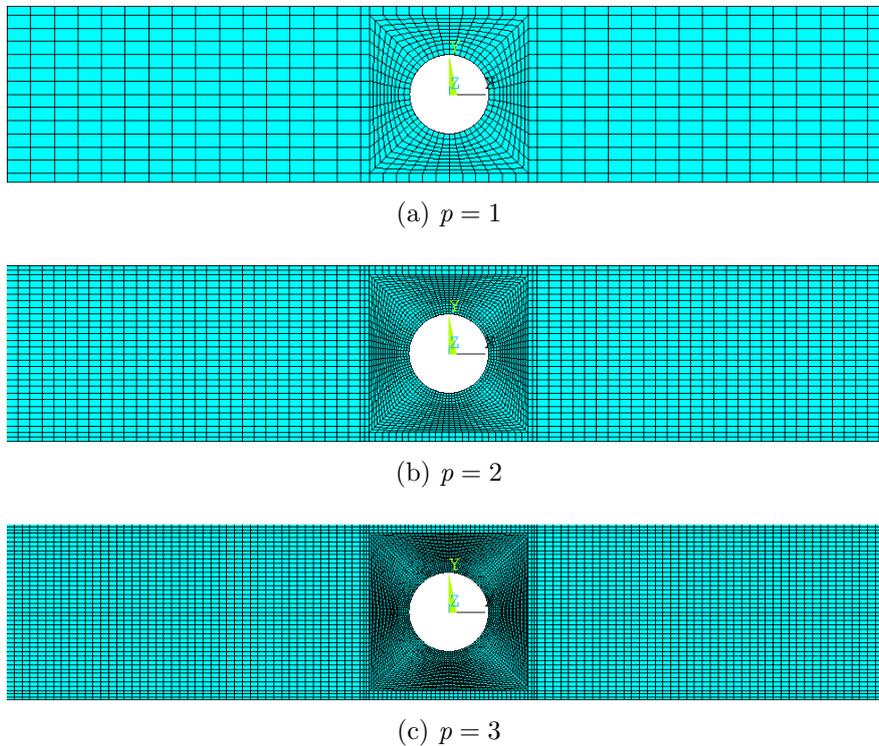


Figura 2.7: Confronto discretizzazione trave variando il parametro di discretizzazione  $p$

Tabella 2.2: Numero di elementi in funzione del parametro di discretizzazione

Componente	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$
Trave	5712	22848	51408
Dado	2400	3744	5088
Vite	10128	11280	12432

Di seguito, in Figura 2.8, è riportato l'assieme analizzato. In Figura 2.10 sono riportati invece i componenti dopo essere stati discretizzati con elementi solidi (SOLID185).

Dopo aver discretizzato la geometria è stato necessario inserire gli elementi di contatto. Questi ultimi possono essere classificati in:

- Surface-to-surface;

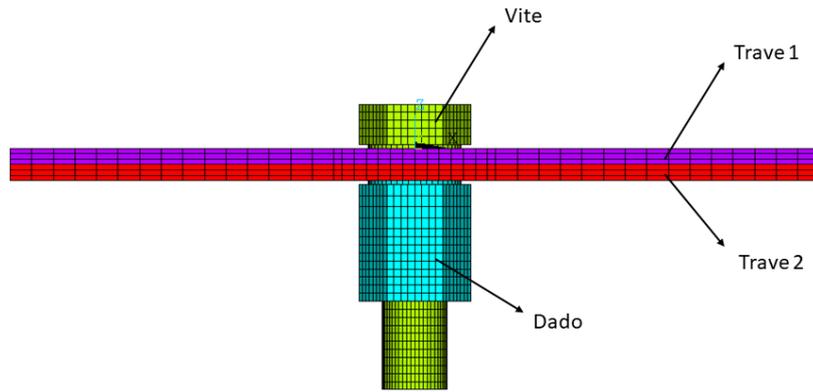


Figura 2.8: Modello FEM struttura

- Node-to-surface;
- Node-to-node.

Per le prime due classi è presente nel software un'interfaccia grafica che facilita la loro implementazione (Contact Wizard). In questo lavoro di tesi si è scelto di implementare gli elementi di contatto node-to-node, presenti nella libreria di Ansys con il nome CONTA178. La descrizione dell'elemento, la guida per l'implementazione ed un esempio applicativo è riportato in Appendice B. Nel modello FEM precedentemente costruito in Ansys sono presenti i seguenti contatti, raffigurati in Figura 2.9:

- Contatto tra testa della vite e trave 1;
- Contatto tra trave 1 e trave 2;
- Contatto tra dado e trave 2.

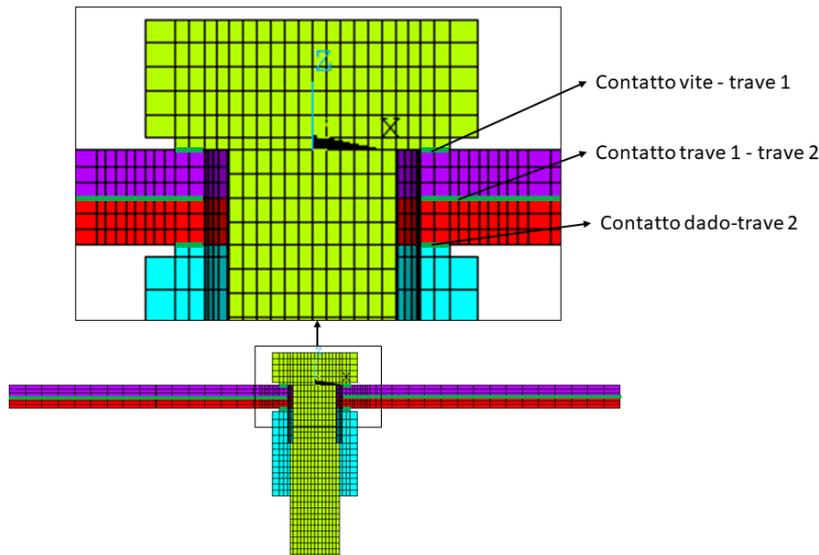
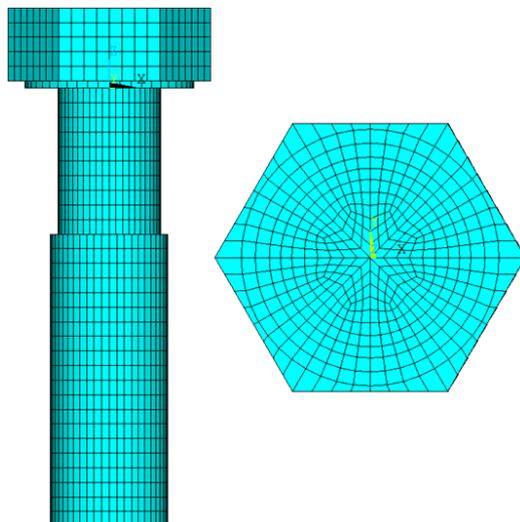
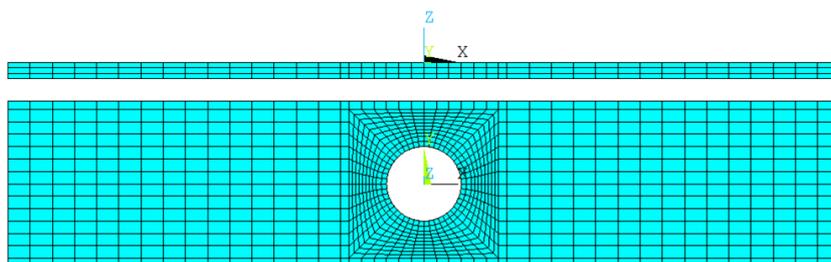


Figura 2.9: Interfacce di contatto

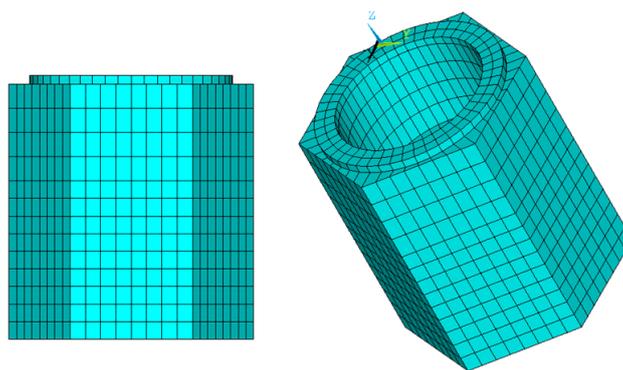
Affinché si generi la forza di tenuta, è necessario che le viti siano inizialmente poste in tensione. Il mantenimento della forza è dovuto all'elasticità dei materiali stretti. La forza di tensione deve essere tale per cui la tenuta allo scorrimento dei due materiali uniti sia offerta dall'attrito tra le parti. Se la tensione dovesse risultare insufficiente, le due parti



(a) Modello FEM vite



(b) Modello FEM trave



(c) Modello FEM dado

Figura 2.10: Modello FEM componenti

potrebbero infatti scorrere fino a toccare la vite e agire su questa come cesoie. Inoltre, i materiali, sfregando, potrebbero usurarsi e ridursi di spessore, annullando la forza tensiva agente sulla vite. Nel software FEM Ansys è possibile implementare, attraverso l'utilizzo di elementi specifici, chiamati "Pretensioners", la forza di precarico. Questi elementi sono presenti nella libreria di Ansys con il nome PRETS179. In Appendice A è presente la loro descrizione, una breve guida all'utilizzo ed un esempio applicativo.

Dopo aver inserito gli elementi PRETS179 nel modello (Figura 2.11) e aver opportunamente vincolato la struttura (Figura 2.12), è stata lanciata una simulazione di prova per verificare che le tensioni calcolate analiticamente, ipotizzando un precarico di 5kN, siano opportunamente simulate dal modello FEM. Il modello è stato vincolato impostando uno spostamento nullo dei gradi di libertà traslazionali dei nodi appartenenti alla base del dado e della vite. Ricordando le dimensioni della vite, riportate in Figura 2.3, ovvero un diametro inferiore di 14mm ed uno maggiore di 16mm, è possibile calcolare la tensione analitica dovuta all'applicazione del precarico. Le tensioni possono essere semplicemente calcolate come:

$$\sigma_z = \frac{N}{A} \quad (2.1)$$

Dove:

- $\sigma_z$  rappresenta la tensione assiale;
- $N$  rappresenta la forza normale applicata (precarico);
- $A$  rappresenta la sezione resistente.

Si ottengono rispettivamente delle tensioni analitiche di 32MPa e 25MPa. Le tensioni ottenute dalla simulazione FEM possono essere ricavate consultando la colormap e la colorbar riportata in Figura 2.13, contenete le tensioni assiali ( $\sigma_z$ ) della vite nel sistema di unità di misura internazionale (SI). È possibile osservare che, fatta eccezione per le zone in cui vi è una variazione di sezione e quindi un'intensificazione delle tensioni, i valori ottenuti dalla simulazione sono pressoché gli stessi ricavati dal modello analitico. È inoltre possibile esportare le soluzioni nodali, selezionando opportunamente gli elementi, per poter calcolare un valore medio e confrontarlo con il valore analitico di tensione calcolato precedentemente per poter stimare l'errore relativo commesso. I valori ottenuti sono riportati in Tabella 2.3 ed è possibile affermare che la differenza fra le due tensioni, ovvero quella ricavata analiticamente e quella simulata, è tutto sommato accettabile.

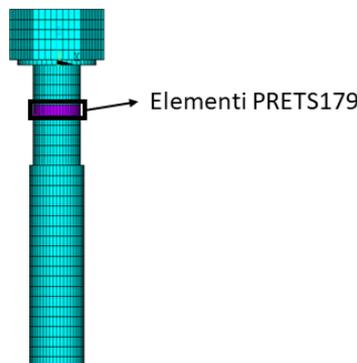


Figura 2.11: Applicazione elementi PRETS179

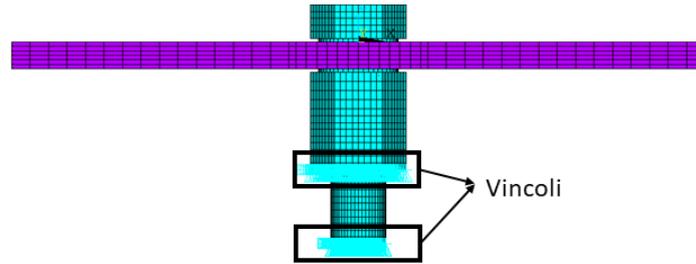


Figura 2.12: Applicazione dei vincoli alla base della vite e del dado ( $u_x = u_y = u_z = 0$ )

Tabella 2.3: Confronto risultati analitici e simulati

Sezione	D [mm]	$\sigma_{z,analitico}$ [MPa]	$\sigma_{z,simulato}$ [MPa]	err %
1	14	32.48	32.52	0.12
2	16	24.87	24.61	1.04

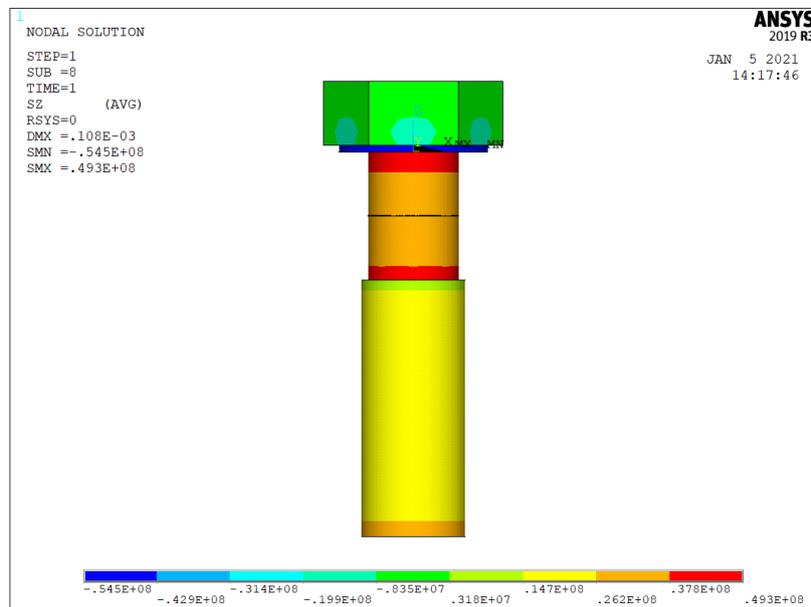


Figura 2.13: Tensioni assiali dovute all'applicazione del precarico di 5kN, colorbar in Pa (N/m)

## 2.2 Analisi statica

L'analisi statica prevede la simulazione della struttura, precedentemente modellata in Ansys, sotto l'effetto del precarico applicato al bullone. In questa sezione saranno affrontate le problematiche relative all'impostazione dei parametri necessari per simulare la struttura e l'analisi critica dei risultati ottenuti. L'obiettivo di questa analisi è riuscire a simulare correttamente il fenomeno del receding contact (Figura 2.14) e caratterizzare l'impronta di contatto in funzione di alcuni parametri, ad esempio il precarico applicato. Per receding contact si intende quella tipologia di contatto in cui l'area di contatto decresce a causa dell'applicazione del carico normale. È stato inoltre dimostrato che, quando un carico normale è monotonamente applicato a questo tipo di contatto, i bordi del contatto tendono ad aprirsi, così da creare una zona di separazione adiacente ad una zona di strisciamento. Pur incrementando l'entità del carico normale, le dimensioni delle zone di strisciamento e

separazione non varieranno oltre un certo limite. Per questa serie di motivi, il receding contact è spesso definito come il contatto in cui la dimensione dell'area di contatto non può aumentare [4, 20].

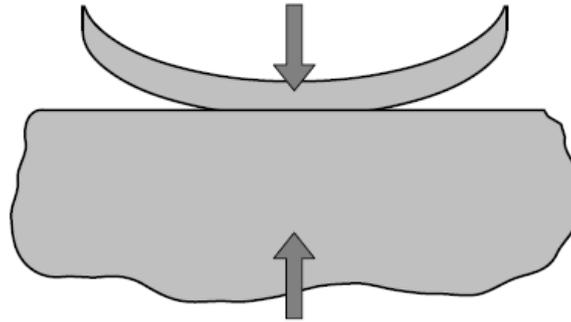


Figura 2.14: Receding contact - da [4]

### 2.2.1 Modellizzazione del contatto

Nella precedente sezione sono stati introdotti gli elementi di contatto inseriti nel modello FEM, in particolare sono stati impiegati gli elementi di contatto node-to-node CONTA178. In questa sezione saranno indicati i parametri necessari per simulare correttamente la struttura ed ottenere il fenomeno del receding contact. I parametri che saranno analizzati sono i valori di rigidezza di contatto e l'algoritmo di risoluzione, in particolare il confronto sarà tra Augmented Lagrange e Pure Penalty method.

#### Scelta delle rigidezza di contatto

Per scegliere correttamente i valori delle rigidzze di contatto, o per lo meno l'ordine di grandezza, si è scelto di utilizzare l'algoritmo risolutivo Pure Penalty method, un risultato analogo lo si otterrebbe impiegando l'algoritmo Augmented Lagrange. Le tre zone a contatto nella struttura sono:

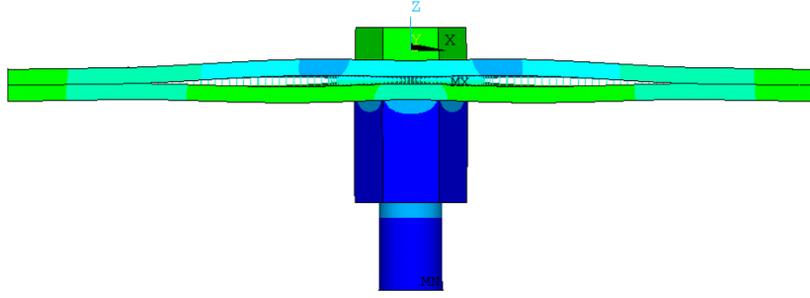
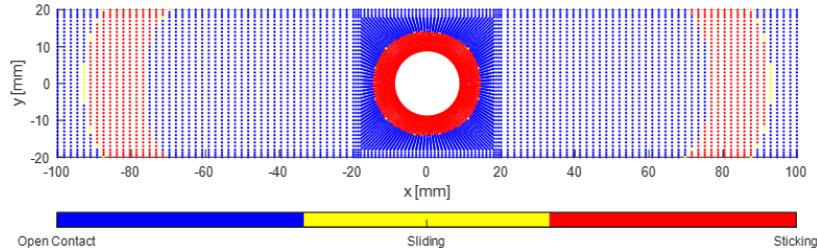
- Testa della vite e trave 1;
- Dado e trave 2;
- Trave 1 e trave 2.

Ricordando che il metodo Pure Penalty richiede in input la rigidezza di contatto normale (FKN) e la rigidezza di contatto tangenziale (FKS), in Tabella 2.4 sono riportati i valori di primo tentativo. I risultati in termini deformata della struttura e status del contatto, applicando un precarico di 1kN, sono riportati rispettivamente in Figura 2.15 e Figura 2.16. È possibile osservare che il fenomeno del receding contact non è correttamente simulato adottando questi parametri.

Tabella 2.4: Rigidzze di contatto di primo tentativo

Contatto	FKN [N/m]	FKS [N/m]
Vite - Trave 1	1E10	1E10
Dado - Trave 2	1E10	1E10
Trave 1 - Trave 2	1E10	1E10

Il secondo tentativo è stato quello di separare la zona di contatto adiacente al foro, dalla zona di contatto esterna, la quale dovrebbe presentare l'effetto lift off, caratteristico del


 Figura 2.15: Deformata della struttura, primo tentativo, precarico  $1kN$ 

 Figura 2.16: Status del contatto trave 1 – trave 2, primo tentativo, precarico  $1kN$ 

receding contact. Si è scelto di adottare per questa zona una rigidezza di contatto normale e tangenziale inferiore rispetto ai valori precedenti. Una tabella riassuntiva contenete i valori inseriti è riportata in Tabella 2.5. I risultati in termini di deformata della struttura e status del contatto, applicando un precarico di  $1kN$ , sono riportati rispettivamente in Figura 2.17 e Figura 2.18. È possibile osservare che il fenomeno del receding contact è correttamente simulato, in quanto la zona esterna della trave è in lift-off e l'impronta di contatto è concentrata nell'intorno del foro.

Tabella 2.5: Rigidezze di contatto di secondo tentativo

Contatto	FKN [N/m]	FKS [N/m]
Vite - Trave 1	1E10	1E10
Dado - Trave 2	1E10	1E10
Trave 1 - Trave 2 (zona foro)	1E10	1E10
Trave 1 - Trave 2 (zona esterna)	1E8	1E8

La terza configurazione non prevede la variazione della rigidezza di contatto, bensì il numero di elementi. In particolare è stato valutata la possibilità di eliminare gli elementi di contatto nella zona della trave in lift off. Quest'operazione renderebbe possibile ridurre il numero degli elementi di contatto tra trave 1 e trave 2 del 56% (da 8814 a 4944), riducendo l'onere computazionale, ovvero del tempo di simulazione del 84.3% (da circa 3500s a 550s). I risultati sono riportati in Figura 2.19 e Figura 2.20. Confrontandoli con i risultati riportati in Figura 2.17 e Figura 2.18 è possibile osservare che il fenomeno del receding contact è correttamente simulato in entrambi i modelli, per questo motivo, nelle simulazioni successive, gli elementi di contatto posti tra trave 1 e trave 2 saranno quelli adiacenti al foro, denominati in Tabella 2.5 contatto trave 1 – trave 2 (zona foro).

### Scelta dell'algorithmo risolutivo

Tra i quattro algoritmi risolutivi presenti nel software Ansys, l'attenzione è stata posta sul metodo Augmented Lagrange e il metodo Pure Penalty. Il modo in cui è visto il contatto è praticamente lo stesso, ovvero come una molla dotata di rigidezza normale e tangenziale.

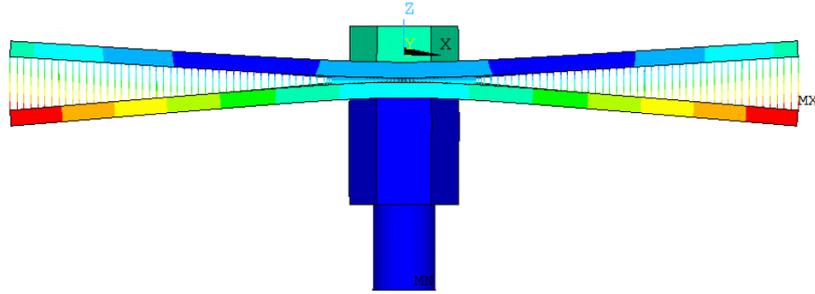


Figura 2.17: Deformata della struttura, secondo tentativo, precarico 1kN

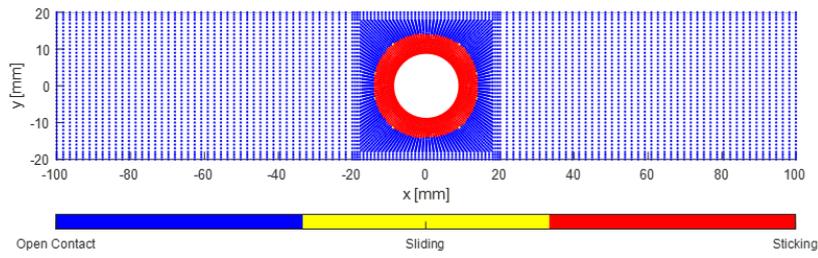


Figura 2.18: Status del contatto trave 1 – trave 2, secondo tentativo, precarico 1kN

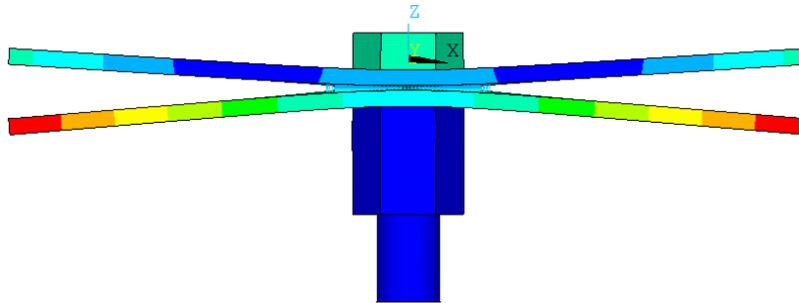


Figura 2.19: Deformata della struttura, terzo tentativo, precarico 1kN

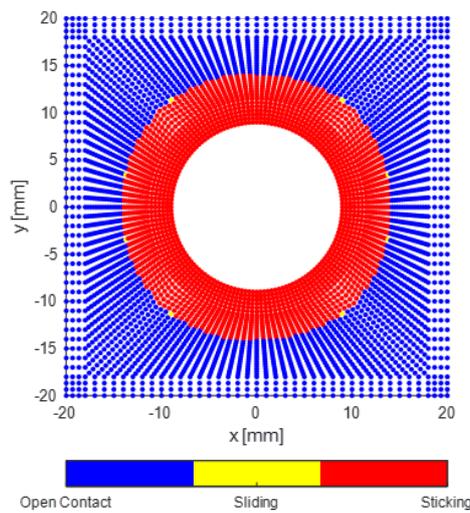


Figura 2.20: Status del contatto trave 1 – trave 2, terzo tentativo, precarico 1kN

La differenza sta nel fatto che il metodo Augmented Lagrange prevede un controllo sulla penetrazione, non previsto dal secondo algoritmo. Quest'ulteriore controllo potrebbe rendere i risultati numerici più vicini alla realtà fisica del problema, ovvero assenza di compenetrazione tra i corpi a contatto, introducendo a sua volta dei problemi di convergenza. Ulteriori informazioni sugli algoritmi risolutivi sono riportate in Appendice B.

Per analizzare quale algoritmo riproduca al meglio il fenomeno del receding contact, sono state eseguite una serie di simulazioni statiche sullo stesso modello FEM e, a parità di rigidità di contatto ( $FKN = 1E10N/m$  e  $FKS = 1e10N/m$  per il Pure Penalty, mentre  $FKN = 1E10N/m$  e  $TOLN = 0.2$  per l'Augmented Lagrange), è stato fatto variare il precarico del bullone. Per valutare il trend sono stati impiegati anche precarichi molto elevati, ad esempio  $150kN$ , i quali non potranno mai essere applicati nella realtà al bullone analizzato. La dimensione dell'impronta di contatto è stata valutata esportando i risultati di Ansys in dei file di testo, i quali sono poi stati analizzati attraverso un codice Matlab. La determinazione del raggio di contatto è stata effettuata associando ad ogni elemento di contatto i nodi corrispondenti, e associando successivamente ad ogni nodo la sua posizione nel piano XY. Attraverso lo status del contatto è stato possibile distinguere i nodi che effettivamente sono in contatto (sticking) dai nodi che sono in separazione (open contact) o in strisciamento (sliding) e poter finalmente identificare il raggio di contatto. Applicando l'algoritmo per la determinazione della dimensione dell'impronta di contatto allo status rappresentato in Figura 2.20, si ottiene un raggio di  $14.34mm$ , riportato in Figura 2.21 (circonferenza nera).

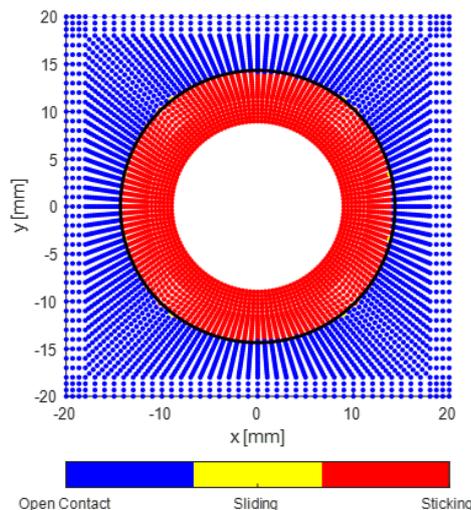


Figura 2.21: Applicazione algoritmo per il calcolo del raggio di contatto, Pure Penalty method, precarico  $1kN$

In Figura 2.22 è riportato l'andamento del raggio di contatto in funzione del precarico applicato. È possibile osservare che il trend corretto, ovvero quello in cui, superato un certo valore di precarico, l'impronta di contatto resta invariata, è ottenuto utilizzando l'algoritmo risolutivo Augmented Lagrange. Questo è spiegato intuitivamente dal fatto che, se la penetrazione non è controllata, più elementi possono ritrovarsi in una condizione di sticking, perciò si otterrà un'impronta di contatto maggiore. È possibile osservare che per precarichi bassi, ad esempio  $1kN$ , la dimensione dell'impronta ottenuta con differenti algoritmi coincide, questo perché con carichi normali bassi, la penetrazione è talmente piccola che i due algoritmi convergono alla stessa soluzione.

Nelle figure seguenti è possibile osservare visivamente l'effetto del receding, nel caso dell'Augmented Lagrange, passando da un precarico di  $1kN$  (Figura 2.23a) ad un precarico di  $20kN$  (Figura 2.23c) si ottiene un decremento dell'area di contatto del 20.2%. Non

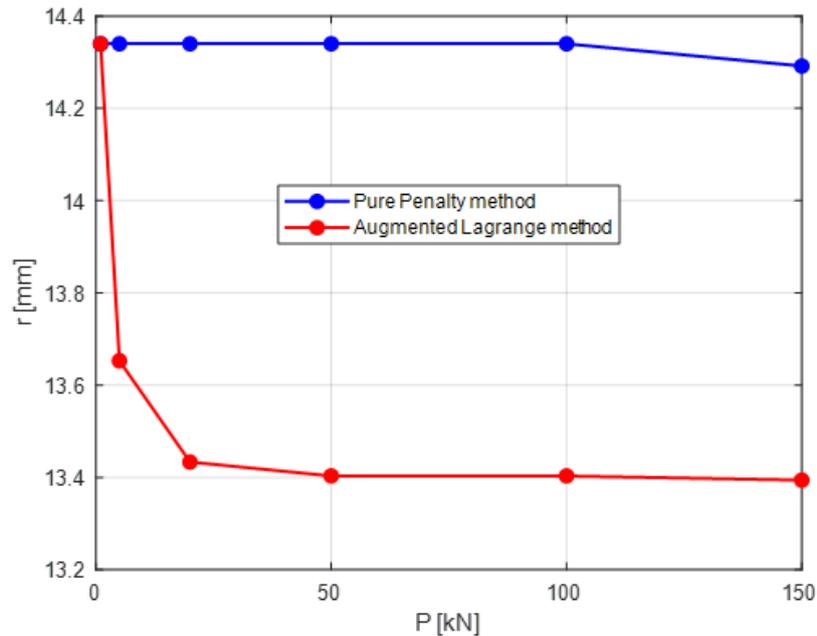


Figura 2.22: Confronto algoritmi risolutivi Pure Penalty vs. Augmented Lagrange

è possibile invece apprezzare questo fenomeno nel caso del Pure Penalty method, infatti passando da un precarico di 1kN (Figura 2.23b) ad un precarico di 20kN (Figura 2.23d), a causa dell'eccessiva penetrazione, l'area di contatto non subisce variazioni.

Dopo aver analizzato i risultati delle simulazioni, è possibile affermare che l'algoritmo che permette di simulare il fenomeno del receding contact, in termini di dimensione dell'area di contatto, correttamente è l'Augmented Lagrange method.

## 2.2.2 Effetto del precarico e dello spessore delle travi

Dopo aver costruito adeguatamente il modello per riprodurre il fenomeno che si vuole studiare, è stata effettuata un'analisi di sensibilità (sensitivity). È definita analisi di sensitivity la tecnica utilizzata per determinare, come e/o quanto i valori assegnati alle variabili indipendenti impatteranno su una variabile dipendente. Nello studio del giunto bullonato, quest'analisi è stata effettuata valutando ad esempio il lift-off delle travi oppure la dimensione dell'impronta di contatto (variabili dipendenti) in funzione del precarico applicato oppure dello spessore della trave (variabili indipendenti).

### Analisi del raggio di contatto in funzione dello spessore delle travi

In questa sezione sono stati analizzati gli effetti introdotti dall'incremento dello spessore delle travi nel comportamento del receding contact. Il raggio di contatto, posto come variabile dipendente del problema, è stato analizzato per differenti spessori, iniziando dalla trave di 4mm, fino ad una trave da 8mm, cioè di spessore doppio, e per due condizioni operative, ovvero per precarichi pari a 1kN e 5kN. Quello che ci si aspetta da questa analisi è un incremento del raggio di contatto perché, incrementando lo spessore delle travi, la rigidità flessionale incrementa a sua volta, perciò l'effetto di receding è meno marcato a parità di precarico. In Figura 2.24, è riportato l'andamento del raggio di contatto in funzione dello spessore della trave.

È possibile osservare innanzitutto che la dimensione dell'impronta di contatto mostra un trend crescente quando lo spessore della trave subisce un incremento. In particolare, raddoppiando lo spessore della trave da 4mm a 8mm, si ha un incremento del raggio di con-

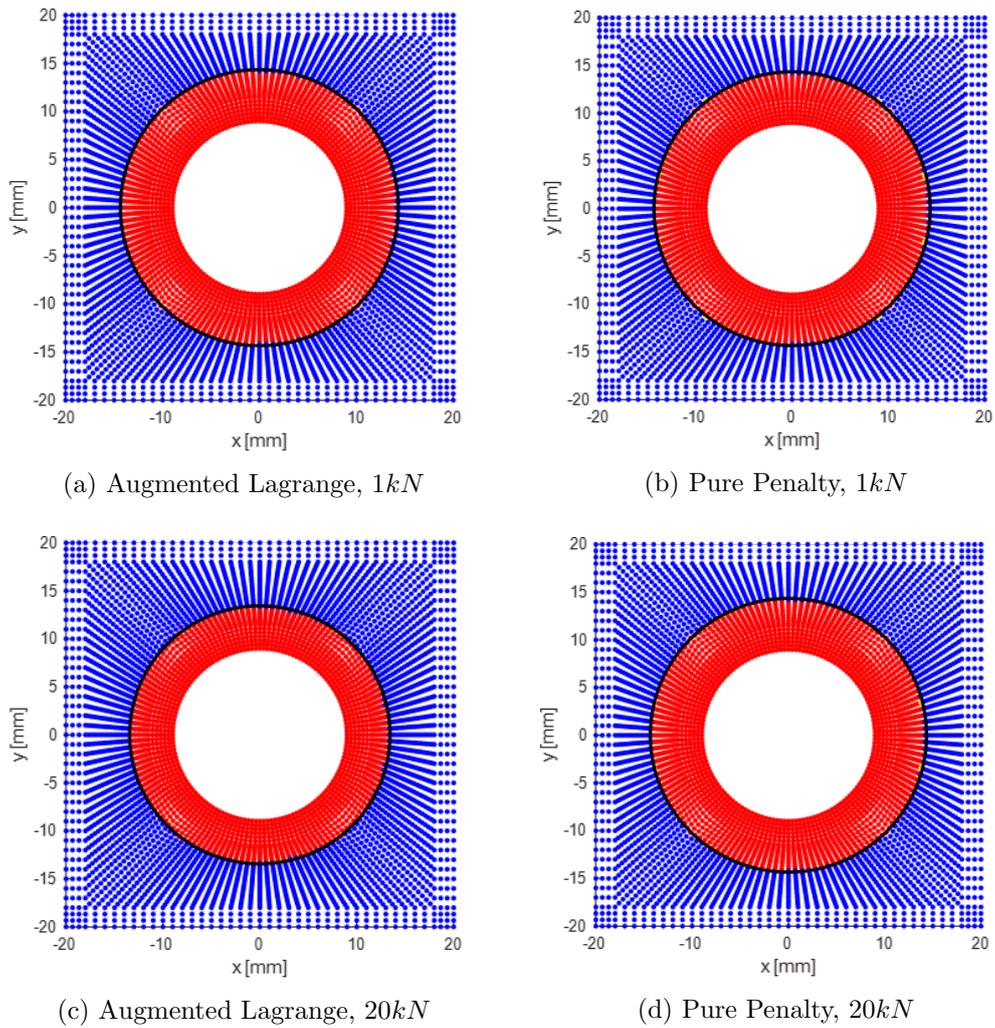


Figura 2.23: Variazione della dimensione dell'impronta di contatto: confronto tra i due algoritmi

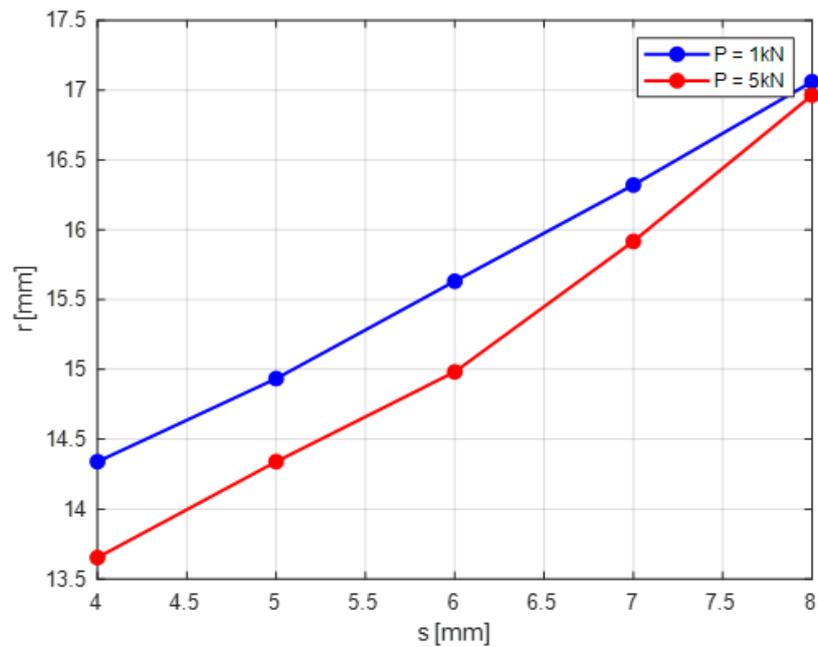


Figura 2.24: Raggio di contatto in funzione dello spessore della trave

tatto del 19.0% per un precarico di 1kN, mentre l'incremento nel caso di un precarico pari a 5kN risulta essere pari a 24.2%. Un'altra osservazione potrebbe essere fatta sull'effetto del receding contact confrontando le due curve, in particolare è possibile notare che il decremento del raggio di contatto che si ottiene per effetto Poisson, passando da un precarico di 1kN ad un precarico di 5kN, tende a ridursi notevolmente passando da una trave di 4mm (riduzione del 4.8%) ad una trave di 8mm (riduzione dello 0.6%).

In Figura 2.25 è possibile osservare visivamente l'effetto dell'incremento dello spessore della trave sullo status del contatto trave 1 – trave 2. Sono riportati gli stati dei contatti per i casi limite, ovvero trave di 4mm e trave di 8mm. Confrontando la Figura 2.25a con la Figura 2.25c è possibile osservare il netto decremento dell'impronta di contatto, non più così netto ponendo a confronto la Figura 2.25b con la Figura 2.25d.

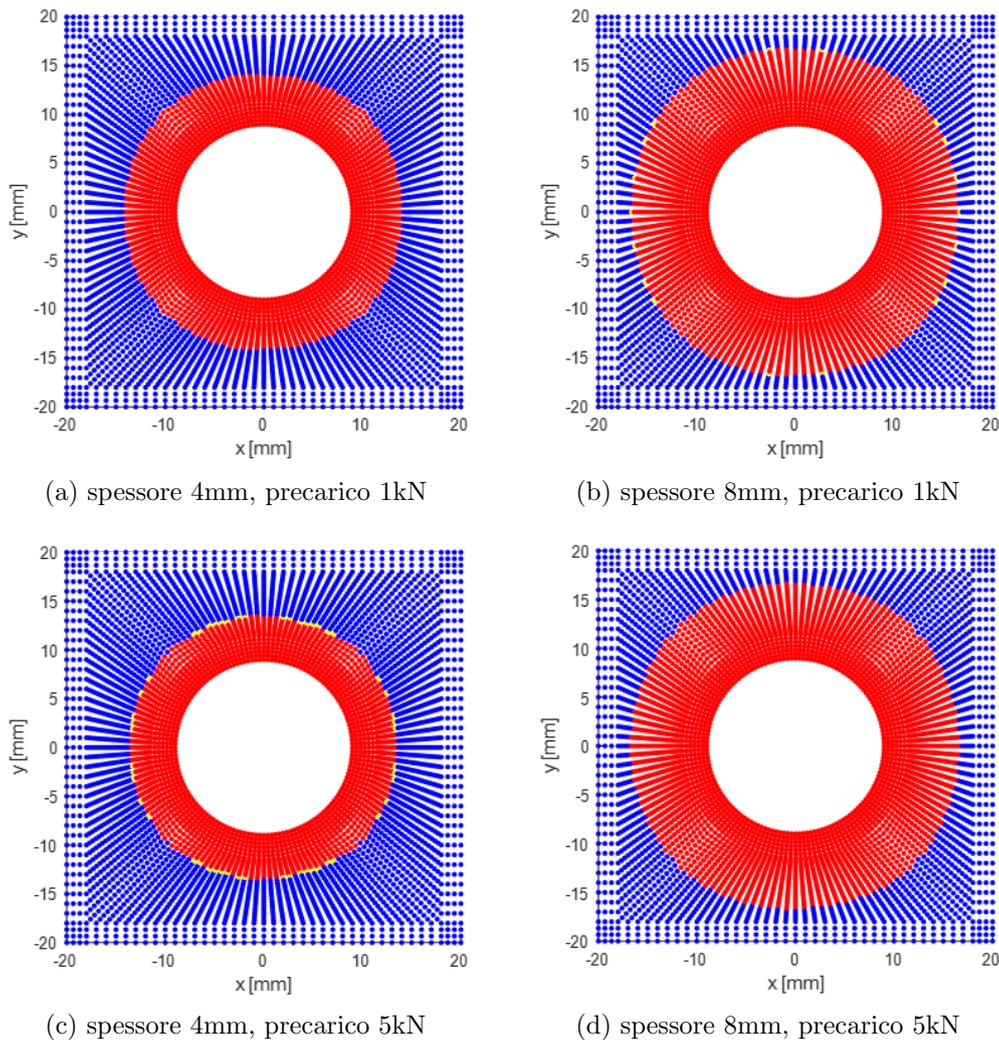
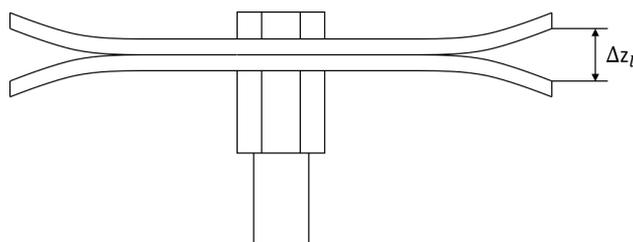
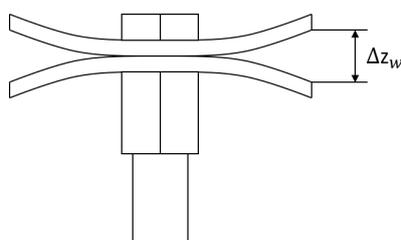


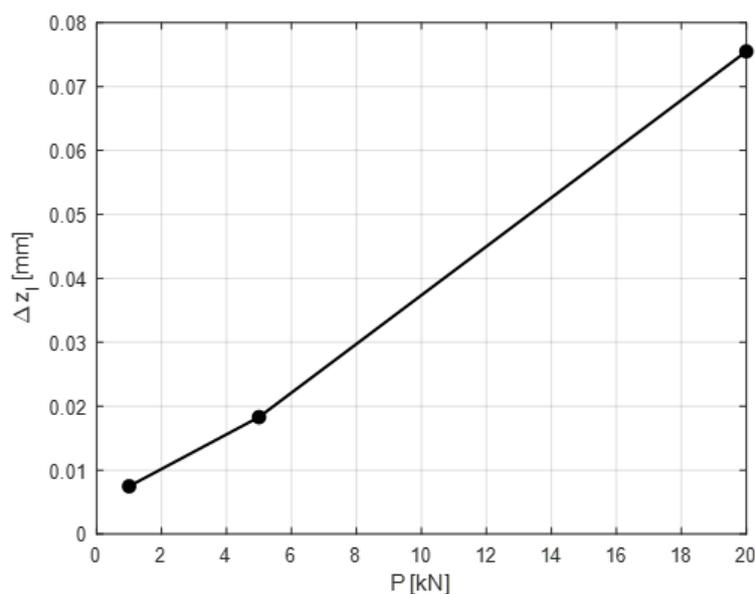
Figura 2.25: Confronto visivo stati del contatto per casi limite

### Analisi dell'effetto di lift-off in funzione del precarico

Come anticipato precedentemente, una caratteristica di questa tipologia di contatto è il lift-off, ovvero l'apertura dei bordi, in questo caso delle travi, sotto l'azione del carico normale (precarico). Nella struttura studiata, questo fenomeno compare lungo le due dimensioni prevalenti, ovvero lunghezza e larghezza della trave. L'effetto di lift-off longitudinale, definito come  $\Delta z_l$ , è rappresentato in Figura 2.26, mentre quello trasversale, definito come  $\Delta z_w$ , è rappresentato in Figura 2.27.


 Figura 2.26: Effetto di lift-off longitudinale,  $\Delta z_l$ 

 Figura 2.27: Effetto di lift-off trasversale,  $\Delta z_w$ 

L'effetto di lift-off è riportato in funzione del precarico applicato. Sono stati considerati i primi tre precarichi raffigurati nel grafico in Figura 2.22, ovvero: 1kN, 5kN e 20kN. In Figura 2.28 è riportato l'andamento del lift off longitudinale, mentre in Figura 2.29 è raffigurato l'andamento del lift off trasversale. È possibile osservare un trend monotamente crescente per entrambe le curve.


 Figura 2.28: Effetto di lift-off longitudinale in funzione del precarico,  $\Delta z_l$ 

### Analisi dell'effetto di lift-off in funzione dello spessore delle travi

Durante quest'analisi è stato effettuato lo studio dell'effetto di lift-off, longitudinale e trasversale, in funzione dello spessore delle travi collegate mediante il giunto bullonato. Intuitivamente, incrementando lo spessore delle travi e quindi la rigidezza a flessione della struttura, ci si attende un decremento dell'effetto di lift-off dovuto al receding contact. Quanto atteso da un ragionamento intuitivo, lo si è ottenuto anche attraverso le simulazioni

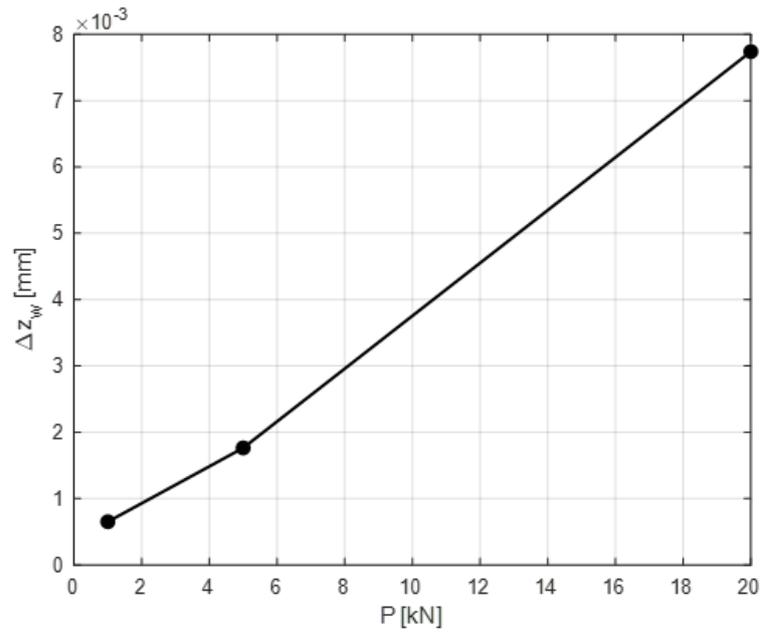


Figura 2.29: Effetto di lift-off trasversale in funzione del precarico,  $\Delta z_w$

numeriche, in particolare in Figura 2.30 è riportato l'andamento del lift-off longitudinale  $\Delta z_l$ , mentre in Figura 2.31 è riportato l'andamento del lift-off trasversale  $\Delta z_w$ .

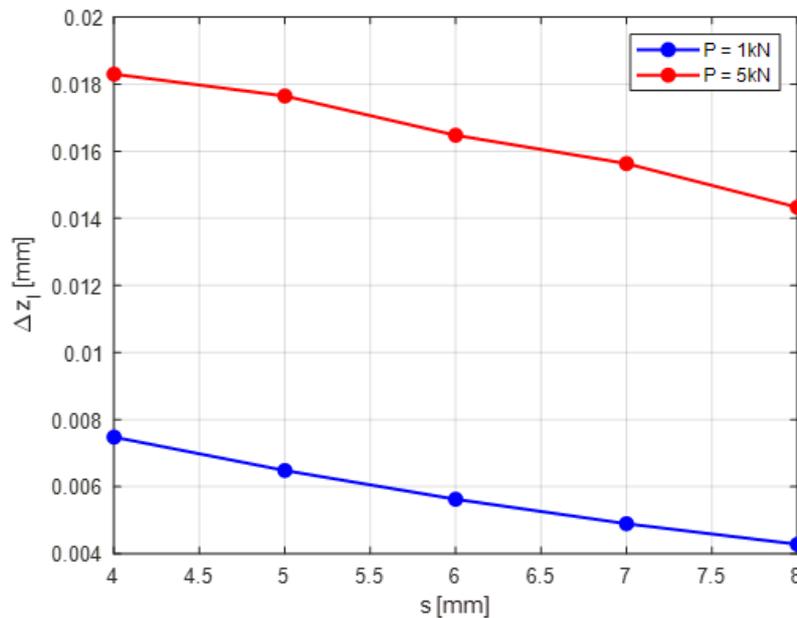


Figura 2.30: Effetto di lift-off laterale  $\Delta z_l$  in funzione dello spessore della trave

### Confronto della deformazione della trave in funzione dello spessore e del precarico

A causa dei risultati discordanti, ottenuti dal confronto tra i grafici in Figura 2.30 e Figura 2.24, è stata analizzata la deformazione della trave superiore nei casi limite, ovvero:

- Trave di spessore 4mm con precarico di 1kN;

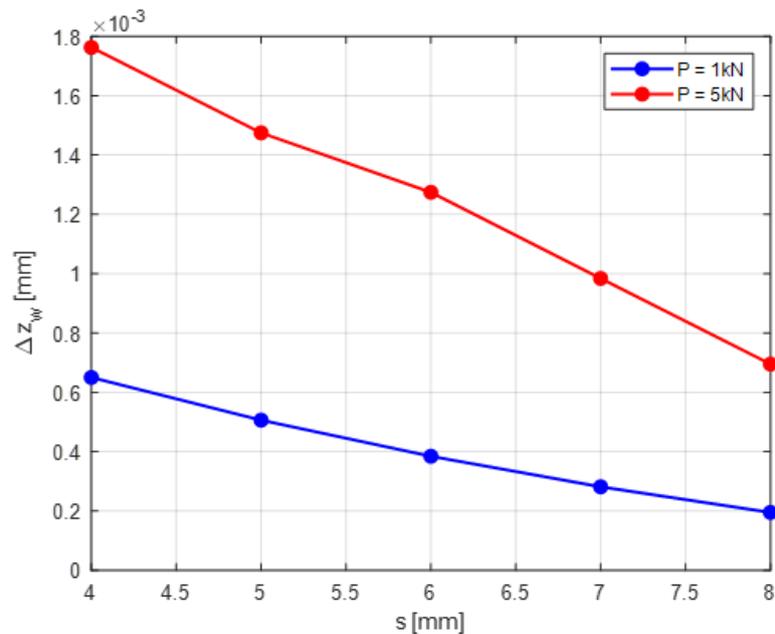
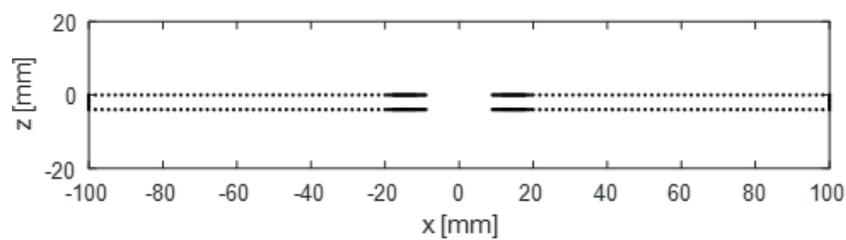


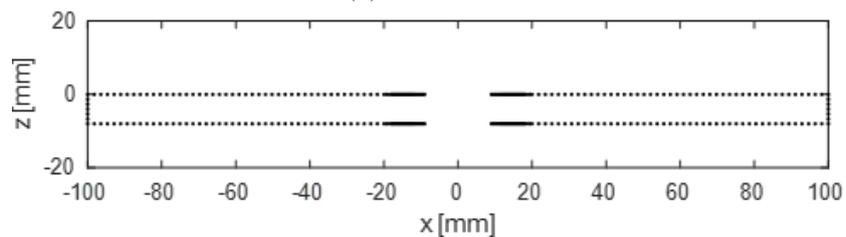
Figura 2.31: Effetto di lift-off trasversale  $\Delta z_w$  in funzione dello spessore della trave

- Trave di spessore 4mm con precarico di 5kN;
- Trave di spessore 8mm con precarico di 1kN;
- Trave di spessore 8mm con precarico di 5kN.

Per effettuare quest'analisi, dal modello FEM, sono stati estratti gli spostamenti nodali in direzione  $z$  ( $u_z$ ), relativi ai nodi giacenti sul perimetro del piano medio della trave superiore. Per non considerare gli effetti di bordo dovuti all'applicazione del precarico, i nodi appartenenti al foro non sono stati considerati. I nodi estratti sono rappresentati in Figura 2.32.



(a) trave 4mm



(b) trave 8mm

Figura 2.32: Nodi estratti per confronto deformazioni

Per confrontare i vettori degli spostamenti è stato impiegato il Modal Assurance Criterion (MAC). Il MAC è un indicatore statistico ed è prevalentemente impiegato per confrontare le forme modali ottenute da un modello teorico o numerico con quelle ottenute attraverso l'attività sperimentale [16]. Il MAC è calcolato come prodotto scalare normalizzato di due vettori e definito come:

$$MAC_{TS} = \frac{|\{\Psi_T\}^T\{\Psi_S\}|^2}{(\{\Psi_T\}^T\{\Psi_T\})(\{\Psi_S\}^T\{\Psi_S\})} \quad (2.2)$$

Dove:

- $\{\Psi_T\}$  rappresenta la forma modale teorica;
- $\{\Psi_S\}$  rappresenta la forma modale sperimentale.

Questa particolare forma di analisi di regressione lineare basata sui minimi quadrati permette di avere un indicatore più sensibile alle grandi differenze tra i valori confrontati piuttosto che ai piccoli cambiamenti [21]. Nel caso in cui i modi coincidano il MAC è unitario, mentre se i modi fossero completamente differenti sarebbe pari a zero. A questi risultati si giunge anche quando i modi, che sono sempre definiti a meno di una costante arbitraria, sono stati scalati con criteri diversi. Il MAC costituisce così uno strumento di facile implementazione e interpretazione: valori prossimi a uno fanno pensare che si stiano confrontando due forme modali simili, mentre valori prossimi allo zero, o realisticamente al di sotto di 0.5, fanno sospettare che il paragone sia condotto su due modi differenti [16].

Il MAC, in questo elaborato, non è stato calcolato per confrontare un modello numerico con uno sperimentale, ma per analizzare il modo in cui si deforma la trave, quando variano le condizioni al contorno, ad esempio cambiando il precarico, oppure variando lo spessore lo trave stessa. In Figura 2.33 sono riportati i valori ottenuti del parametro MAC sottoforma di matrice con l'aggiunta di una colormap per risaltarne i valori. È possibile osservare un valore unitario lungo la diagonale della matrice, lo si ottiene confrontando un vettore con sé stesso ed è utile per verificare la corretta implementazione del MAC.



Figura 2.33: Confronto valori Modal Assurance Criterion (MAC)

Un primo confronto può essere fatto considerando la trave di spessore 4mm e confrontando le deformazioni ottenute applicando un precarico di 1kN o 5kN. Il valore dell'indicatore MAC ottenuto è di circa 0.76 ed questo valore indica che le travi si deformano in maniera diversa. Questo risultato è comprensibile in quanto, passando da un precarico di 1kN ad

un precarico di 5kN, per effetto del receding contact si ottiene una notevole riduzione del raggio di contatto e, di conseguenza, anche una deformazione differente della trave.

Il secondo confronto è stato effettuato considerando la trave di spessore doppio rispetto al caso precedente, ovvero la trave di 8mm. Confrontando le deformazioni ottenute applicando un precarico di 1kN o 5kN, il valore dell'indicatore MAC ottenuto è di circa 0.95. Questo valore indica che le travi si deformano allo stesso modo. Questo risultato è compatibile con il risultato ottenuto precedentemente, ovvero passando da un precarico di 1kN ad un precarico di 5kN. Nel caso della trave con spessore 8mm l'effetto del receding contact in termini di raggio di contatto non è apprezzabile (Figura 2.24), perciò è comprensibile una deformazione della trave pressoché simile.

Il terzo confronto è stato effettuato considerando un precarico costante, cioè 1kN, e valutando la variazione in termini di deformazione della trave che si ottiene passando da uno spessore di 4mm ad uno di 8mm. Il valore del rispettivo MAC è di circa 0.55, un valore molto basso che indica che le due travi si deformano in modo completamente diverso.

L'ultimo confronto è stato effettuato considerando un precarico costante, cioè 5kN, e valutando la variazione in termini di deformazione della trave che si ottiene passando da uno spessore di 4mm ad uno di 8mm. Il valore del rispettivo MAC è di circa 0.84, un valore intermedio, che indica che le travi non si deformano esattamente allo stesso modo, ma neanche in modo completamente diverso.

## 2.3 Analisi modale

L'analisi modale fornisce le caratteristiche vibrazionali, ovvero frequenze naturali e forme modali (mode shapes) di una struttura meccanica. Le frequenze naturali e le forme modali sono parametri molto importanti nella progettazione di una struttura sottoposta a carichi dinamici. È comune utilizzare il metodo agli elementi finiti per eseguire questo tipo di analisi, sia perché la struttura analizzata potrebbe avere forma arbitraria e sia perché i risultati del calcolo sono accettabili. L'analisi modale è un'analisi lineare ed eventuali non linearità introdotte dal modello di materiale o ad esempio dagli elementi di contatto, non sono considerate.

Eseguire un'analisi modale significa risolvere il seguente problema agli autovalori (eigen problem):

$$(-\omega^2[M] + [K])\{q\} = \{0\} \quad (2.3)$$

per trovare le frequenze naturali  $\omega_i$  e le forme modali  $\{q_i\}$ .

Applicando l'analisi modale ad un modello ottenuto attraverso il metodo agli elementi finiti (FEM), è necessario ricorrere ad un algoritmo di riduzione dei gradi di libertà per ridurre il tempo di calcolo. È possibile effettuare una riduzione senza introdurre errori nei risultati perché generalmente il numero di gradi di libertà necessari a caratterizzare il comportamento dinamico di una struttura è molto minore di quello richiesto per ricavare tensioni e deformazioni durante un'analisi statica [19]. Tra i vari algoritmi di riduzione presenti nel software Ansys, si è optato per l'utilizzo dell'algoritmo Block Lanczos.

Per effettuare l'analisi modale alla struttura studiata è stato necessario post-processare in Matlab i risultati ottenuti dalla simulazione statica, questo perché è fondamentale conoscere quali nodi sono effettivamente a contatto sotto l'azione di un determinato precarico. Mentre i contatti vite – trave 1 e dado – trave 2 sono sempre in sticking, l'impronta del contatto trave 1 – trave 2 dipende dall'entità del carico normale applicato. Una volta esportati i risultati della simulazione statica, è stato analizzato lo status del contatto trave 1 – trave 2. Sono stati selezionati gli elementi aventi lo status in condizione di sticking (STAT = 3) e successivamente salvati in una matrice avente il seguente formato:

$$contstatus = [elemento, status, nodo1, nodo2]$$

- *elemento* rappresenta il numero dell'elemento di contatto;
- *status* rappresenta lo status del contatto (sticking: STAT = 3);
- *nodo1* rappresenta il nodo appartenente alla trave inferiore (trave 2);
- *nodo2* rappresenta il nodo appartenente alla trave superiore (trave 1);

A causa dell'elevato numero di nodi, è stato stilato un codice Matlab, riportato di seguito, per ottenere un file di testo contenente i comandi in linguaggio APDL per selezionare i nodi in sticking. In Ansys il comando utilizzato per effettuare una selezione di nodi è NSEL.

```
fid = fopen('nodisticking.txt','wt');
for k = 1:size(contstatus,1)
    if k == 1
        fprintf(fid, 'nsel,s,,%d \n', contstatus(k,3));
        fprintf(fid, 'nsel,a,,%d \n', contstatus(k,4));
    else
        fprintf(fid, 'nsel,a,,%d \n', contstatus(k,3));
        fprintf(fid, 'nsel,a,,%d \n', contstatus(k,4));
    end
end
end
fclose(fid);
```

È possibile vincolare i nodi a contatto procedendo in due modi differenti e successivamente analizzati in dettaglio. Il primo metodo prevede l'utilizzo di CP equations, mentre il secondo l'utilizzo degli elementi di contatto con comportamento "bonded (always)".

Per lanciare un'analisi modale è necessario selezionare modal dal seguente percorso: *Main menu* → *Solution* → *Analysis Type* → *New Analysis* → *Modal*. Successivamente è possibile impostare l'algoritmo di riduzione, il numero di modi da estrarre dal modello e il numero di modi da espandere (Figura 2.34) attraverso il seguente percorso: *Main menu* → *Solution* → *Analysis Type* → *Analysis Options*.

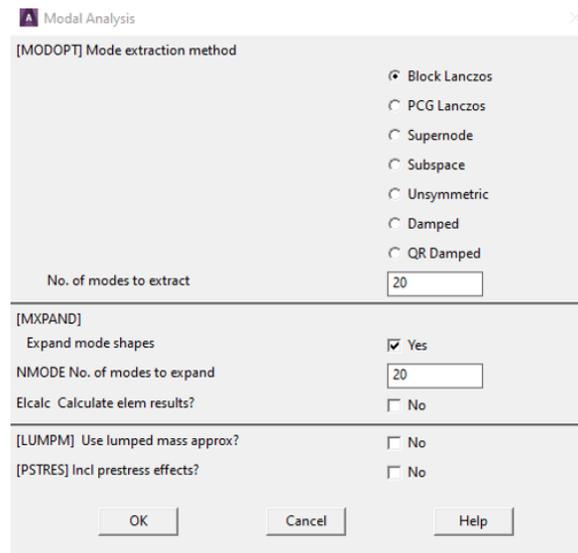


Figura 2.34: Modal Analysis, Analysis Options

Per lanciare la simulazione è necessario cliccare su *Solve Current LS*: *Main menu* → *Solution* → *Solve* → *Current LS*.

Un esempio di risultati dell'analisi modale in termini di frequenze naturali è riportato in Figura 2.35. Queste frequenze sono ottenute per un modello avente elementi di contatto in condizione bonded, una rigidezza di contatto pari a  $1e10$  N/m e impronta di contatto dovuta ad un precarico di 5kN. Le prime sei frequenze naturali sono moti di corpo rigido, dovuti al fatto che la struttura non è stata vincolata e quindi è libera di traslare/ruotare nello spazio. Il modo numero 7 e il modo numero 8, rappresentati rispettivamente in Figura 2.36 e Figura 2.37, costituiscono dei modi esistenti solo nel modello numerico, in quanto non è fisicamente possibile la compenetrazione fra le travi. In Figura 2.38 è riportato il primo modo flessionale della struttura, corrispondente ad una frequenza pari a 463.81 Hz, in Figura 2.39 invece è riportato il secondo modo flessionale, corrispondente ad una frequenza di 857.52 Hz. I modi successivi sono a frequenze troppo elevate e quindi non facilmente eccitabili. Il modo sul quale ci si è concentrati in questo studio è il primo flessionale (modo 9 in Figura 2.38).

**SET,LIST Command**

File

```

**** INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE ****
SET  TIME/FREQ  LOAD STEP  SUBSTEP  CUMULATIVE
 1  0.0000      1          1         1
 2  0.0000      1          2         2
 3  0.0000      1          3         3
 4  0.21624E-01 1          4         4
 5  0.38279E-01 1          5         5
 6  0.45821E-01 1          6         6
 7  392.84      1          7         7
 8  393.87      1          8         8
 9  463.81      1          9         9
10  857.25      1         10        10
11  1710.4      1         11        11
12  1722.2      1         12        12
13  1729.3      1         13        13
14  1773.9      1         14        14
15  2298.6      1         15        15
16  2421.3      1         16        16
17  2423.9      1         17        17
18  2596.3      1         18        18
19  2679.1      1         19        19
20  3014.0      1         20        20
    
```

Figura 2.35: Frequenze naturali struttura

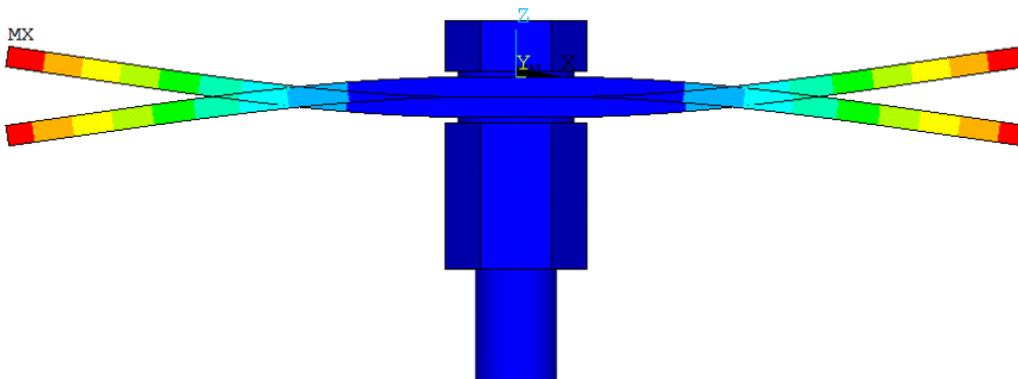


Figura 2.36: Modo di vibrare n°7,  $f = 392.84\text{Hz}$

### 2.3.1 Confronto tra diverse linearizzazioni del contatto

In questa sezione è stata analizzata la differenza che si ottiene nell'utilizzo di CP equations oppure elementi di contatto in condizione bonded in termini di frequenza naturale. Attra-

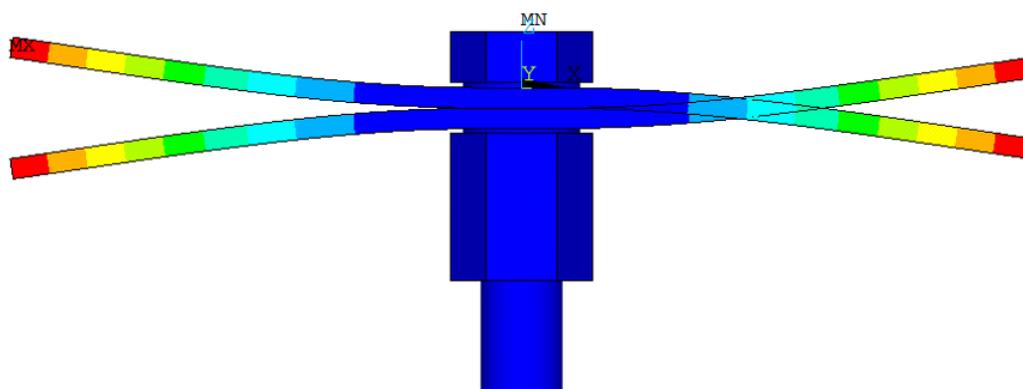


Figura 2.37: Modo di vibrare n°8,  $f = 393.87\text{Hz}$

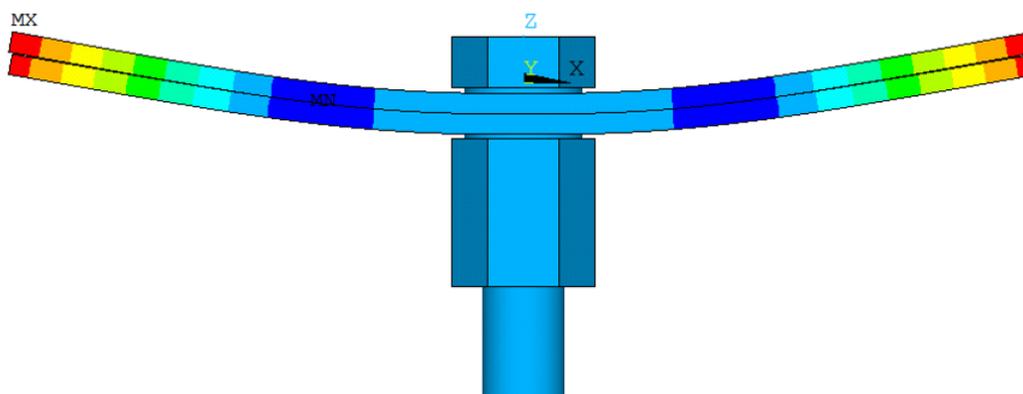


Figura 2.38: Modo di vibrare n°9, primo modo flessionale,  $f = 463.81\text{Hz}$

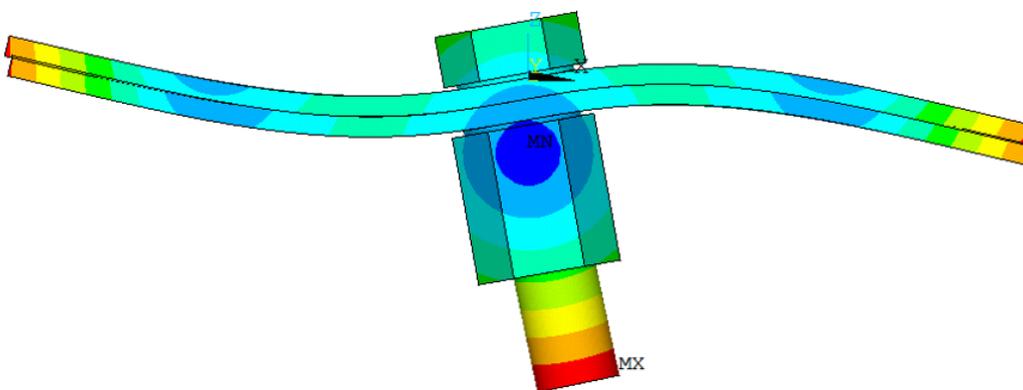


Figura 2.39: Modo di vibrare n°10, secondo modo flessionale,  $f = 857.52\text{Hz}$

verso le CP equations è possibile accoppiare rigidamente i gradi di libertà appartenenti ad una selezione di nodi. Utilizzando invece gli elementi di contatto in condizione bonded è possibile collegare i gradi di libertà attraverso una rigidità di contatto fornita dall'utente.

L'analisi è stata effettuata processando i risultati ottenuti da una simulazione statica imponendo un precarico di 5kN. L'informazione relativa al precarico è stata inserita nel modello FEM attraverso la selezione degli elementi in condizione di sticking. Il medesimo modello è stato analizzato prima utilizzando le CP equations come vincolo tra i gradi di libertà dei nodi a contatto e successivamente sostituendo alle CP equations gli elementi di contatto CONTA178. Agli elementi di contatto è stata associata una rigidità di contatto normale crescente, partendo da un valore basso di 1E9N/m fino a raggiungere un valore di 1E15N/m. I risultati delle simulazioni sono riportati in Figura 2.40. È possibile osservare che pur incrementando il valore di rigidità di contatto normale non è possibile raggiungere la frequenza naturale ottenuta attraverso l'impiego delle CP equations.

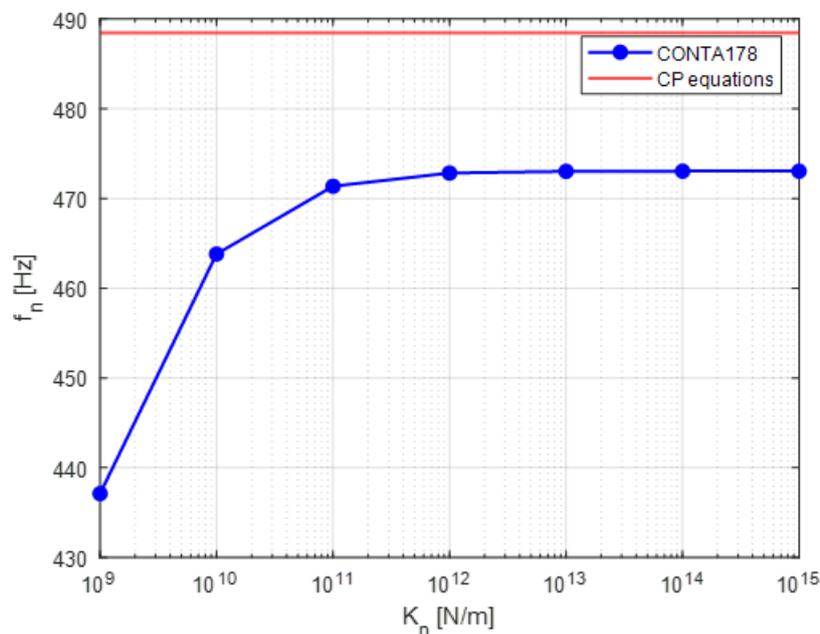


Figura 2.40: Confronto frequenza naturale ottenuta attraverso l'utilizzo di CP equations oppure attraverso gli elementi di contatto CONTA178

### 2.3.2 Analisi della frequenza naturale in funzione del precarico

È stato analizzato l'andamento della frequenza naturale, relativa al primo modo flessionale, in funzione del precarico applicato al bullone. Sono stati considerati i seguenti precarichi: 1kN, 5kN, 20kN. I carichi normali successivi non sono stati considerati perché l'effetto di receding è stato saturato in corrispondenza del precarico di 20kN. Il modello FEM utilizzato per l'analisi ha gli elementi di contatto CONTA178, caratterizzati da una rigidità di contatto pari a 1E10N/m e disposti in corrispondenza dei nodi risultati in sticking dalla relativa simulazione statica. In Figura 2.41 è riportato l'andamento della frequenza naturale relativa al primo modo flessionale della struttura in funzione del precarico applicato. È possibile osservare che, in corrispondenza del precarico minore, 1kN, è stata ottenuta una frequenza naturale pari a 467.5Hz, mentre in corrispondenza del precarico di 20kN si ottiene una frequenza naturale pari a 462.7Hz. Globalmente la variazione che si ottiene, in termini di frequenza naturale, dall'applicazione di un determinato valore di precarico è del 1.0%.

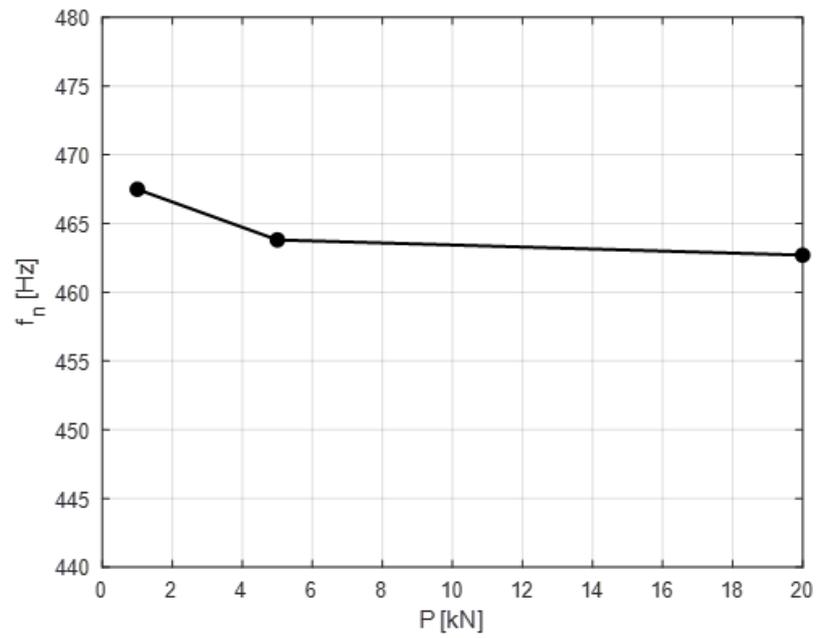


Figura 2.41: Andamento frequenza naturale del primo modo flessionale in funzione del precarico



## Capitolo 3

# Approccio sperimentale al problema

L'attività sperimentale, condotta sulla struttura rappresentata in Figura 3.1, ha come obiettivo la valutazione dello smorzamento modale riferito al primo modo flessionale (Figura 3.2) introdotto dal giunto bullonato in diverse condizioni operative. La struttura è costituita inizialmente da due travi di spessore 4mm collegate tramite un giunto di tipo bullone. Dado e bullone sono caratterizzati da un diametro nominale M16, mentre il foro passante ha un diametro di 18mm. Successivamente le prove sono state ripetute utilizzando travi di spessore doppio (8mm).

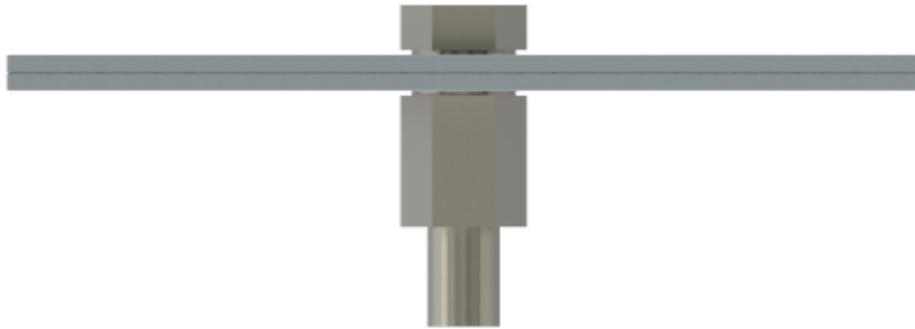


Figura 3.1: Struttura studiata durante l'attività sperimentale

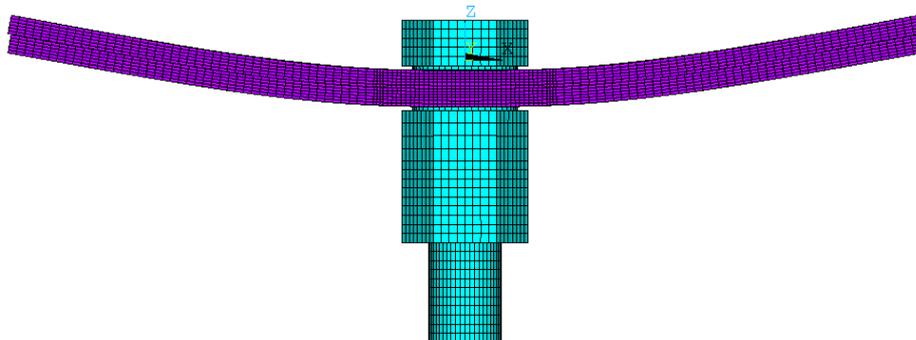


Figura 3.2: Modo di vibrare studiato durante le prove sperimentali (primo flessionale)

### 3.1 Hammer test: Configurazione del banco di prova

Attraverso l' Hammer Test è possibile effettuare un'analisi modale sperimentale, dalla quale poter estrarre la risposta in frequenza e le frequenze naturali della struttura. Questa tecnica di eccitazione prevede l'utilizzo di una forza impulsiva, generata dalla martellata. Per eccitazione impulsiva si intende una eccitazione di durata estremamente breve (teoricamente infinitesima) e di ampiezza significativa. Analiticamente l'impulso unitario è descritto dalla funzione Delta di Dirac  $\delta(t - \tau)$ , costituita da un segnale nullo per ogni tempo  $t \neq \tau$  e da un segnale non nullo in corrispondenza dell'istante  $t = \tau$  con ampiezza tale da rendere unitaria l'area sottesa dalla curva rappresentante la funzione stessa sul piano ampiezza-tempo. La Delta di Dirac può essere immaginata come la funzione limite di quella rappresentata analiticamente nella seguente equazione e rappresentata in Figura 3.3 [5].

$$f(\tau, \varepsilon) = \begin{cases} 0 & \text{se } t \notin [\tau - \frac{\varepsilon}{2}, \tau + \frac{\varepsilon}{2}] \\ \frac{1}{\varepsilon} & \text{se } t \in [\tau - \frac{\varepsilon}{2}, \tau + \frac{\varepsilon}{2}] \end{cases} \quad (3.1)$$

Si ha quindi che:

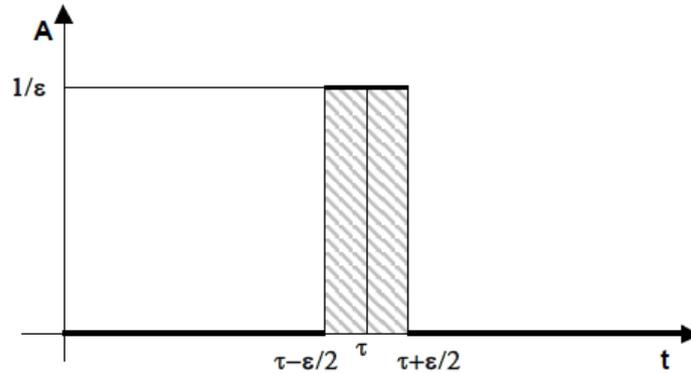


Figura 3.3: Delta di Dirac  $\delta(t - \tau)$  - da [5]

$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} f(\tau, \varepsilon) \quad (3.2)$$

La funzione Delta di Dirac  $\delta(t)$  ( $\tau = 0$ ) assume particolare interesse in quanto la sua Trasformata di Fourier (e quindi il suo contenuto in frequenza) è rigorosamente costante e pari a  $\frac{1}{2\pi}$ . In teoria quindi, se si fosse sicuri di riuscire ad applicare al sistema un impulso perfetto, non sarebbe neppure necessario misurare la forza effettivamente applicata: a meno di un fattore scala facilmente identificabile, il contenuto in frequenza della risposta sarebbe già la FRF che si voleva misurare. Nella pratica non è tuttavia possibile pensare di applicare un impulso ideale e la forza scambiata tra martello e struttura in tale periodo è tutt'altro che costante. Sta di fatto che comunque minore è la durata della forza impulsiva, maggiore e più "piatto" è il contenuto in frequenza effettivo dell'eccitazione. Se quindi la martellata è applicata sufficientemente bene, allora il contenuto in frequenza dell'eccitazione è maggiore del campo di frequenze di interesse per la misura: misurando contemporaneamente la forza applicata dal martello strumentato e la relativa risposta del sistema, dopo aver effettuato le Trasformate di Fourier, è possibile ottenere con un'unica prova la FRF del sistema [5].

Il martello strumentato, rappresentato in Figura 3.6, è molto simile ad un normale martello. Sulla testa è montata una cella di carico che misura la forza che effettivamente si scambiano il martello e la struttura. Sulla cella di carico possono essere avvitate dei puntali costituiti di vario materiale. I puntali possono essere interamente in metallo, oppure ricoperti da vari spessori di gomma più o meno dura. Il compito di tali componenti è

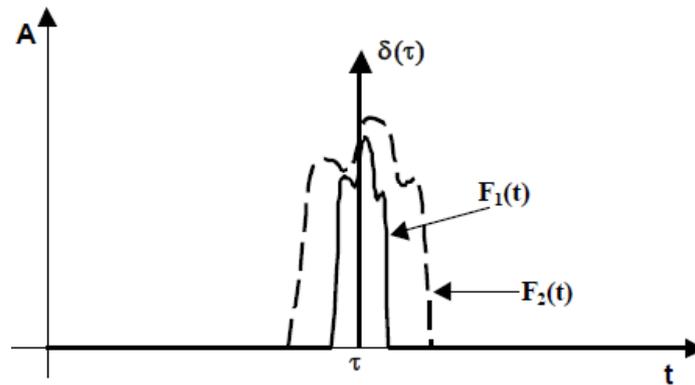


Figura 3.4: Confronto fra impulso teorico e pratico nel dominio del tempo - da [5]

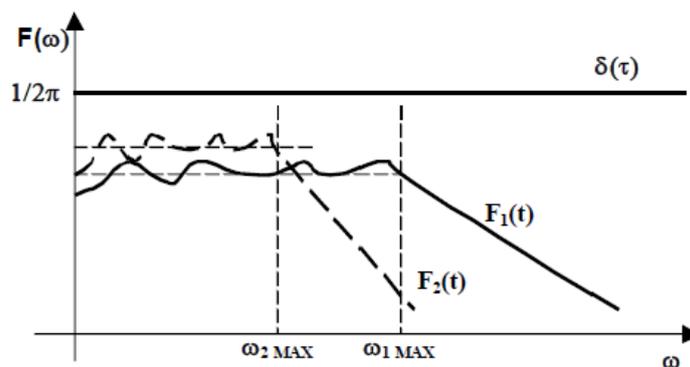


Figura 3.5: Confronto fra impulso teorico e pratico nel dominio della frequenza - da [5]

quello di costituire un primo filtro meccanico tra il martello e la struttura da eccitare: se la struttura necessita di eccitazione ad alte frequenze di utilizzerà il puntale in metallo, al contrario, se le frequenze a cui si vuole sollecitare la struttura sono via via decrescenti, si utilizzeranno puntali con spessori crescenti di gomma e/o di materiale più morbido. È inoltre necessario porre grande attenzione durante la martellata per evitare il doppio colpo, cioè una sequenza costituita da due (o più) impulsi ravvicinati, che porta ad uno spettro con dei “buchi” in corrispondenza dei quali la struttura è poco eccitata [16, 5].



Figura 3.6: Martello strumentato

### 3.1.1 Configurazione 1: Struttura calettata sullo shaker

La prima configurazione analizzata prevede di eccitare direttamente la struttura calettata sullo shaker (Figura 3.7). Lo shaker elettromagnetico, successivamente impiegato per eccitare la struttura sarà descritto nella prossima sezione. È necessario che la struttura sia eccitata in modo simmetrico per evitare di ottenere risposte in frequenza indesiderate, ad esempio la creazione di picchi doppi in risonanza. La struttura è stata eccitata martellando sulla testa della vite, evitando di danneggiare i cavi degli estensimetri. Attraverso l'accelerometro e la cella di carico presente nel martello strumentato è stata valutata l'inertanza (inertance) utilizzando il sistema di acquisizione DataPhisycs e il software SignalCalc Mobilyzer II (modulo Transfer Function).

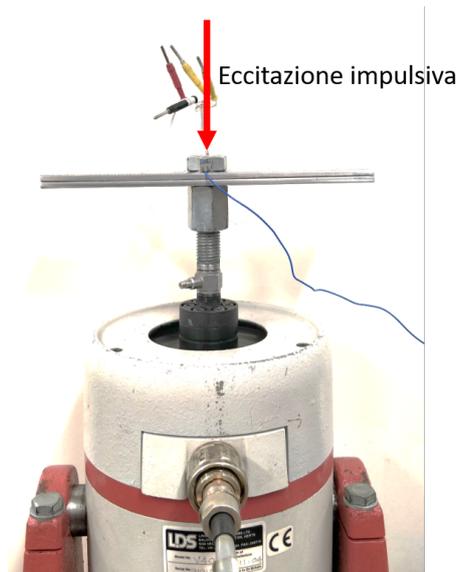


Figura 3.7: Configurazione 1: Struttura calettata sullo shaker

### 3.1.2 Configurazione 2: Struttura con condizione di vincolo free-free (trave)

Un montaggio di tipo free prevede la scelta di un vincolo talmente cedevole da approssimare la condizione di assenza di vincoli (sistema labile): le frequenze introdotte dalla cedevolezza del vincolo sono generalmente molto basse. Agendo sulla rigidità del vincolo si fa dunque in modo che queste cadano molto al di sotto del campo di frequenze che si intende investigare. In questo modo il vincolo risulta facilmente modellabile come una completa labilità del sistema. Una tipica tecnica di montaggio free consiste nel sospendere tramite uno o più tiranti il componente. Adottando un montaggio di questo tipo risulta difficile esercitare sul componente eccitazioni molto forti o a frequenze molto basse perché essendo il sistema praticamente labile a sollecitazioni anche molto piccole corrispondono spostamenti notevoli del vincolo: ciò si traduce quasi esclusivamente nella generazione di moti rigidi del componente in prova. Tali modi rigidi possono produrre nella risposta del sistema dei falsi modi caratterizzati da frequenze proprie molto basse che tuttavia possono essere facilmente individuati e trascurati [5].

Nei test eseguiti, la struttura è stata sospesa attraverso due fili in nylon. Il test è stato ripetuto per tre posizioni differenti del vincolo cedevole (Figura 3.8), ovvero all'estremità della trave (2a), in prossimità del bullone (2c) e nei nodi della forma modale studiata (2b). La posizione dei nodi è stata ricavata dal modello FEM e risulta essere a 60mm dall'estremità della trave.

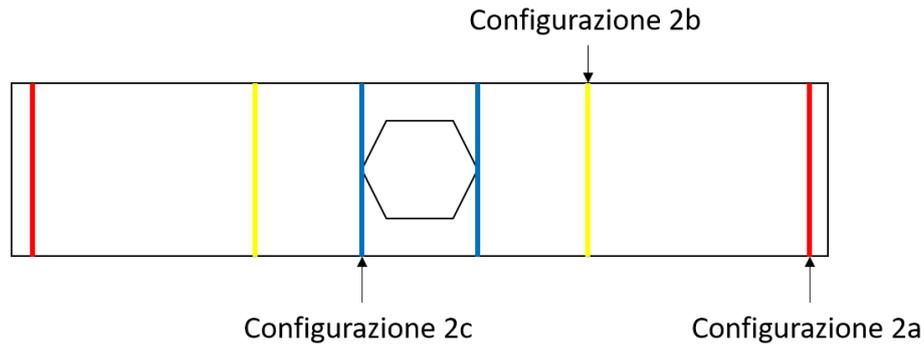


Figura 3.8: Configurazioni vincolo cedevole: 2a) vincolo all'estremità; 2b) vincolo nei nodi della forma modale; 2c) vincolo in prossimità del bullone

Nella prima configurazione (2a) il vincolo cedevole è stato posto in prossimità dell'estremità della trave (Figura 3.9) e la martellata è stata data sull'elemento filettato del piattello, questo per eccitare simmetricamente la struttura ed evitare di ottenere inertanze differenti da quelle volute. Essendo il tirante in nylon trasparente non è ben visibile in figura, ma è stato evidenziato dall'etichetta.

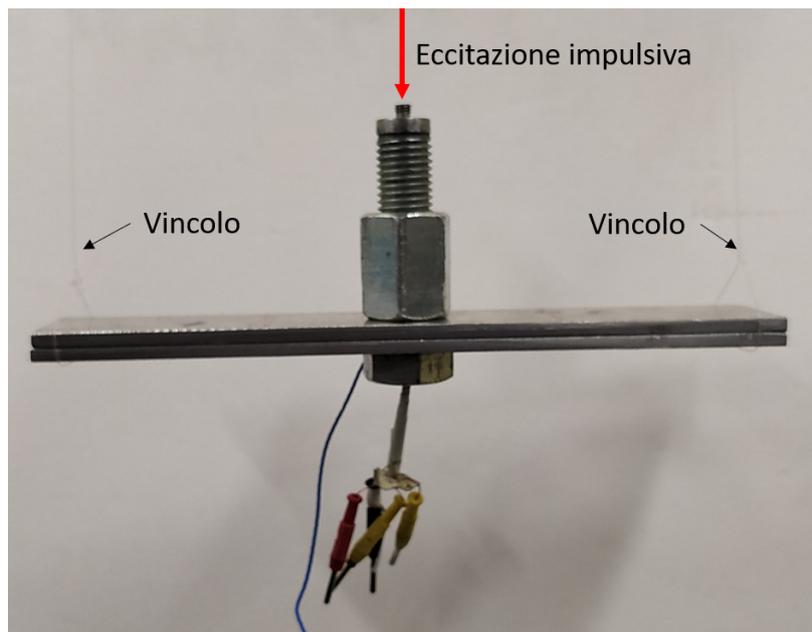


Figura 3.9: Configurazione 2a: vincolo cedevole all'estremità della trave

Nella seconda configurazione (2b) il vincolo cedevole è stato posto nei nodi della forma modale della trave (Figura 3.10) e la martellata è stata data sull'elemento filettato del piattello. Essendo il tirante in nylon trasparente non è ben visibile in figura, ma è stato evidenziato dall'etichetta.

Nella terza configurazione (2c) il vincolo cedevole è stato posto in prossimità del bullone (Figura 3.11) e la martellata è stata data sull'elemento filettato del piattello. Essendo il tirante in nylon trasparente non è ben visibile in figura, ma è stato evidenziato dall'etichetta.

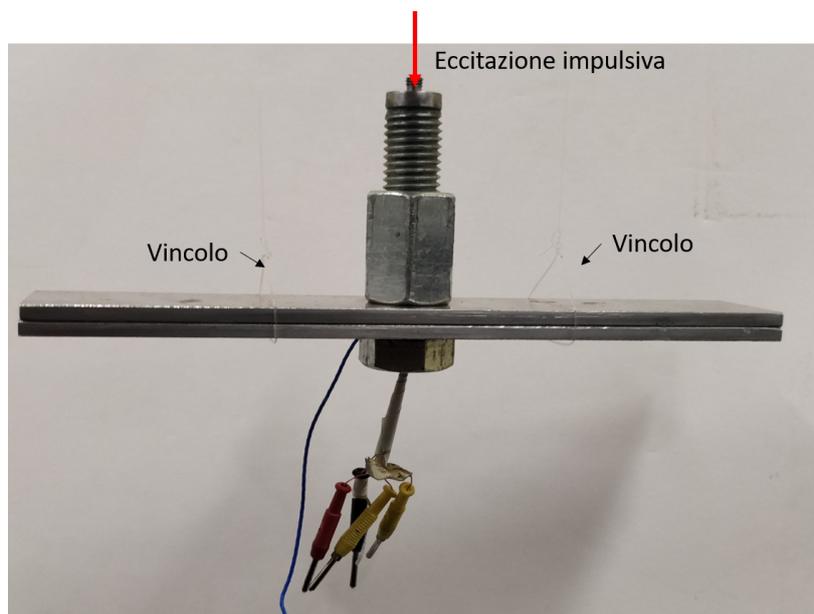


Figura 3.10: Configurazione 2b: vincolo cedevole nei nodi della forma modale

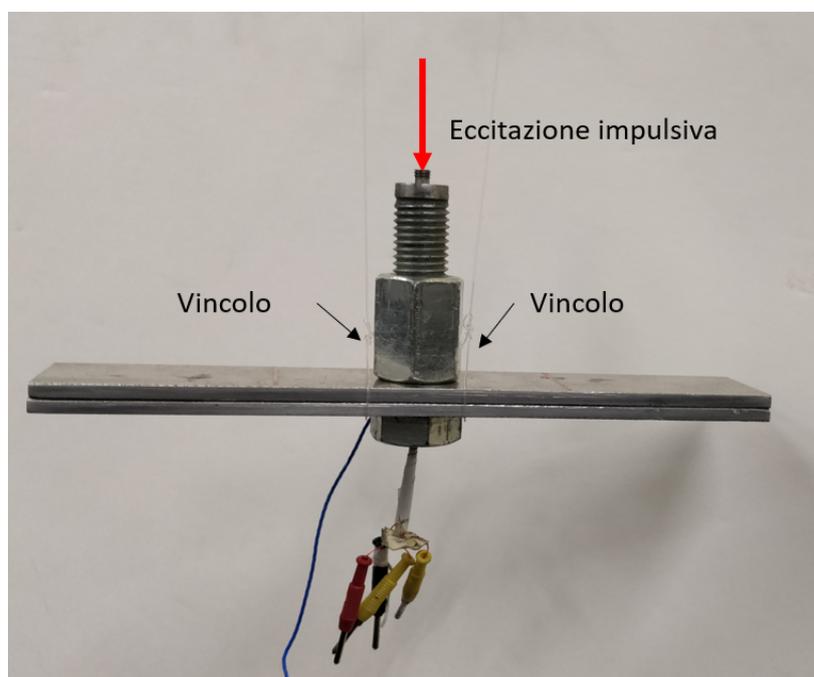


Figura 3.11: Configurazione 2c: vincolo cedevole in prossimità del bullone

### 3.1.3 Configurazione 3: Struttura con condizione di vincolo free-free (vite)

In questa configurazione, la struttura è stata vincolata posizionando i fili in nylon direttamente sulla vite, al fine di simulare un vincolo cedevole che sia meno invasivo rispetto alla configurazione precedente. Anche per questa configurazione sono state considerate tre posizioni, rappresentate in Figura 3.12, ovvero in prossimità del piattello (3a), in mezzzeria (3b) e in prossimità del dado (3c).

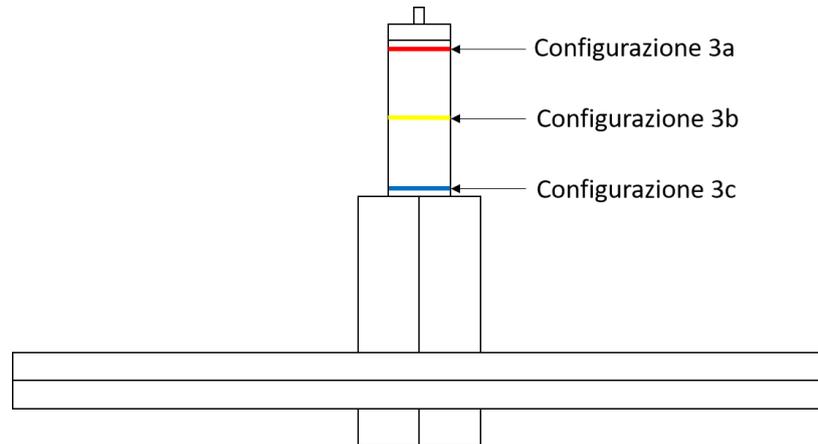


Figura 3.12: Configurazioni vincolo cedevole: 3a) vincolo in prossimità del piattello; 3b) vincolo in mezzzeria; 2c) vincolo in prossimità del dado

Nella prima configurazione (3a) il vincolo cedevole è stato posto in prossimità del piattello (Figura 3.13), martellando sull'elemento filettato del piattello. Essendo il tirante in nylon trasparente non è ben visibile in figura, ma è stato evidenziato dall'etichetta.

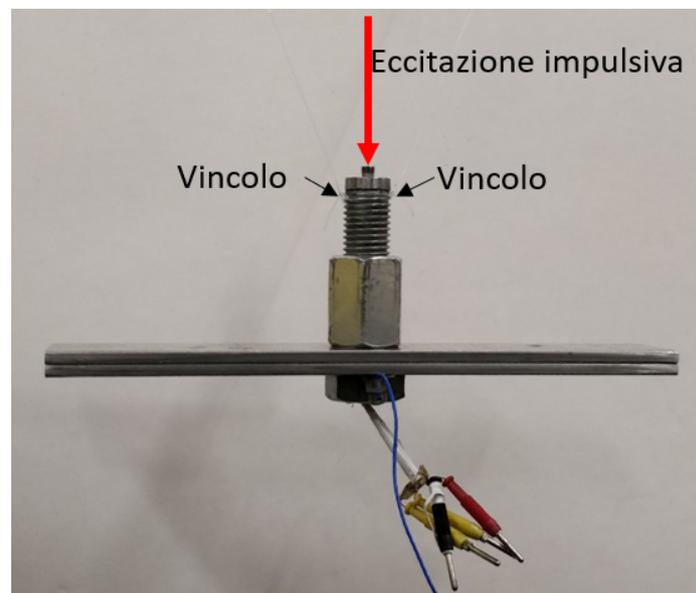


Figura 3.13: Configurazione 3a: vincolo cedevole all'estremità della trave

Nella seconda configurazione (3b) configurazione il vincolo cedevole è stato posto a metà altezza della vite (Figura 3.14) martellando sull'elemento filettato del piattello. Essendo il tirante in nylon trasparente non è ben visibile in figura, ma è stato evidenziato dall'etichetta.

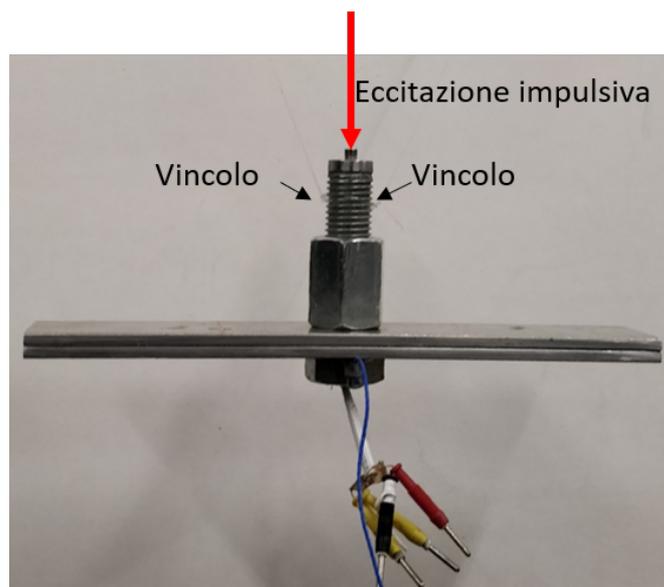


Figura 3.14: Configurazione 3b: vincolo cedevole all'estremità della trave

Nella terza configurazione (3c) il vincolo cedevole è stato posto in prossimità del dado (Figura 3.15), martellando sull'elemento filettato del piattello. Essendo il tirante in nylon trasparente non è ben visibile in figura, ma è stato evidenziato dall'etichetta.

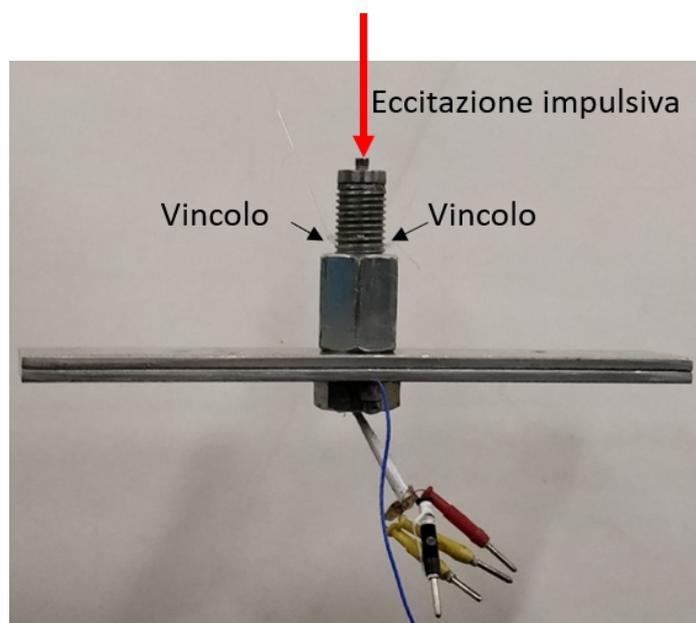


Figura 3.15: Configurazione 3c: vincolo cedevole all'estremità della trave

### 3.2 Stepped Sine test: Configurazione del banco di prova

L'essenza di uno Stepped Sine Test è che l'eccitazione introdotta nella struttura è costituita da una singola frequenza in un dato momento. La frequenza tuttavia varia nel tempo. Il test può iniziare ad una frequenza bassa e successivamente passare a frequenza maggiori, in questo caso il ciclo è detto "up", oppure si può partire da frequenze alte e successivamente passare a frequenze più basse, in questo caso è detto ciclo "down". Attraverso lo Stepped

Sine Test è possibile identificare le frequenze di risonanza e i fattori di smorzamento, inoltre è possibile controllare la linearità della rigidità e dello smorzamento variando l'ampiezza di eccitazione.

Si immagini di considerare un sistema con un solo grado di libertà (SDOF: single degree of freedom), ovvero un sistema massa-molla-smorzatore eccitato attraverso la forzante  $f(t)$  e raffigurato in Figura 3.16. Attraverso il diagramma di corpo libero è possibile scrivere l'equazione del moto caratterizzante il sistema e riportata di seguito:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (3.3)$$

Poiché si intende eccitare il sistema nell'intorno della sua frequenza naturale, sarà necessario calcolare una risposta forzata applicando una forzante armonica del tipo:

$$f(t) = f_0 \sin(\omega t) \quad (3.4)$$

Dove:

- $f_0$  rappresenta l'ampiezza della forzante di eccitazione;
- $\omega$  rappresenta la frequenza di eccitazione in  $rad/s$ .

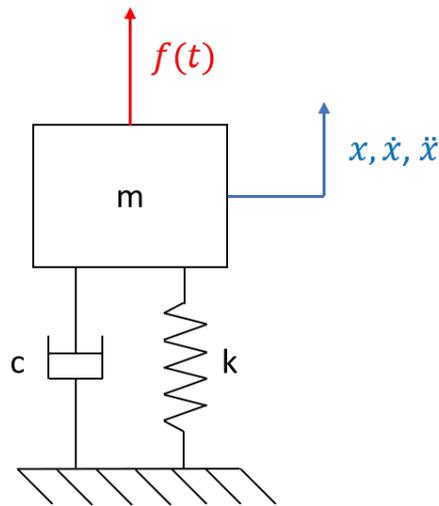


Figura 3.16: Sistema SDOF massa-molla-smorzatore

La forzante armonica può essere vista come la parte immaginaria, nel caso della funzione seno, o come la parte reale, nel caso della funzione coseno, di una funzione esponenziale complessa definita dalla relazione di Eulero:

$$e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i\sin(\omega t) \quad (3.5)$$

Sostituendo la relazione precedente nell'equazione del moto si ottiene:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_0 e^{i\omega t} \quad (3.6)$$

Il cui integrale particolare è:

$$x(t) = X_0 e^{i\omega t} \quad (3.7)$$

Derivando l'integrale particolare e sostituendo i termini nell'equazione del moto si ottiene:

$$(-m\omega^2 + ic\omega + k)X_0 = f_0 \quad (3.8)$$

Rigirando l'equazione precedente è possibile ottenere la relazione della recettanza (receptance), essendo quest'ultima una quantità complessa, spesso se ne considera il modulo:

$$X_0/f_0(\omega) = \frac{1}{k - m\omega^2 + ic\omega} \quad (3.9)$$

$$|X_0/f_0(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (3.10)$$

In ambito sperimentale è spesso utilizzata l'inertanza (inertance) in quanto lo strumento di misura più comunemente usato nell'ambito delle vibrazioni è l'accelerometro, il quale misura l'accelerazione, perciò ricordando la relazione che lega accelerazione e spostamento è possibile passare da una funzione di recettanza ad una di inertanza moltiplicando per  $-\omega^2$ , ottenendo:

$$\ddot{X}_0/f_0(\omega) = \frac{-\omega^2}{k - m\omega^2 + ic\omega} \quad (3.11)$$

$$|\ddot{X}_0/f_0(\omega)| = \frac{\omega^2}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (3.12)$$

Un esempio di recettanza ed inertanza relativo ad un sistema SDOF è riportato rispettivamente in Figura 3.17 e Figura 3.18.

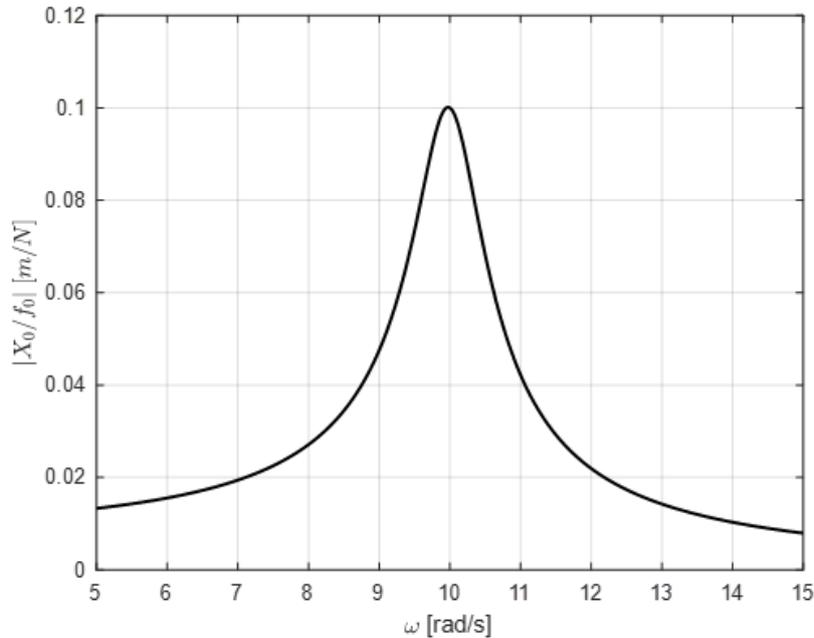


Figura 3.17: Esempio recettanza sistema SDOF

Per poter eccitare la struttura, in ambito sperimentale, è possibile utilizzare tavole vibranti oppure shaker, attraverso i quali è possibile trasmettere alla struttura forzanti ad ampiezza costante, entro un determinato range di tolleranza, ed entro un determinato range di frequenze. In questo lavoro di tesi è stato utilizzato impropriamente uno shaker elettromagnetico come tavola vibrante. Facendo riferimento al sistema SDOF, la forzante armonica, nel caso in cui l'eccitazione provenga dal moto di una tavola vibrante, deve essere espressa in termini di spostamento, perciò il modello ad un grado di libertà equivalente è rappresentato in Figura 3.19.

Analogamente, attraverso il diagramma di corpo libero, può essere ricavata l'equazione del moto:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (3.13)$$

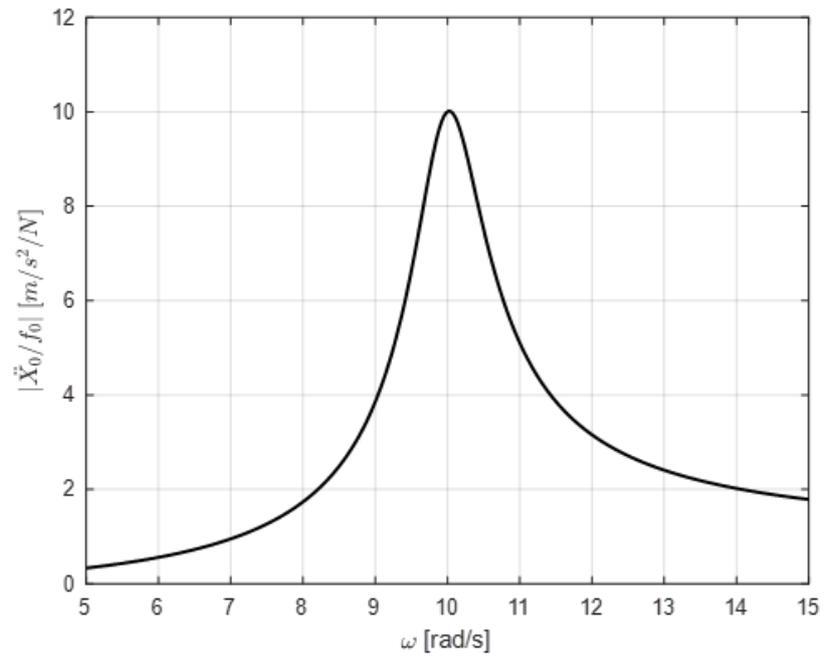


Figura 3.18: Esempio ineranza sistema SDOF

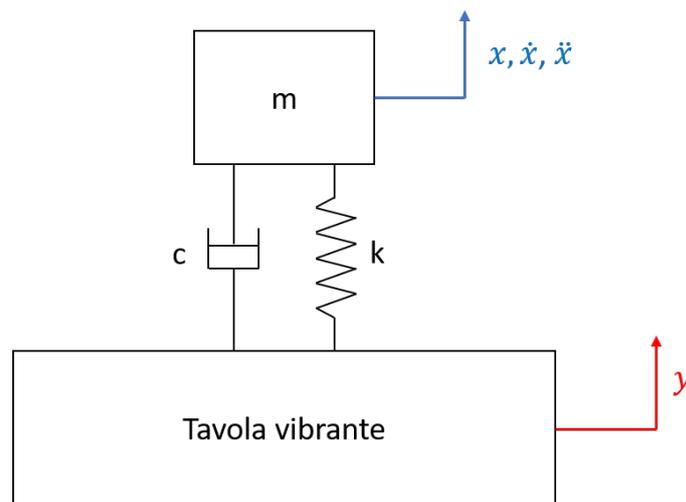


Figura 3.19: Sistema SDOF massa-molla-smorzatore con tavola vibrante

Indicando con  $z = x - y$  lo spostamento relativo, è possibile ottenere:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\ddot{y} \quad (3.14)$$

Sostituendo nell'equazione del moto la formulazione esponenziale degli spostamenti  $y$  e  $z$ , con le relative derivate si ottiene:

$$(-m\omega^2 + ic\omega + k)Z_0 = m\omega^2 Y_0 \quad (3.15)$$

Definendo come ampiezza della forzante

$$f_0 = m\omega^2 Y_0 \quad (3.16)$$

è possibile ricavare nuovamente la formulazione di recettanza (Equazione 3.9).

Non essendo lo shaker una tavola vibrante e non essendo il sistema semplice come un sistema ad un grado di libertà, non è possibile calcolare l'ampiezza della forzante semplicemente come descritto precedentemente, ma sarà ricavata attraverso un controllo iterativo sul segnale della cella di carico (closed loop). La cella di carico sarà inserita tra struttura e shaker per misurare istante per istante la forza trasmessa, inoltre questo segnale sarà analizzato per modulare adeguatamente lo spostamento della tavola mobile, affinché alla struttura sia trasmessa una forzante armonica avente l'ampiezza desiderata. La configurazione del banco di prova è riportata in Figura 3.20.

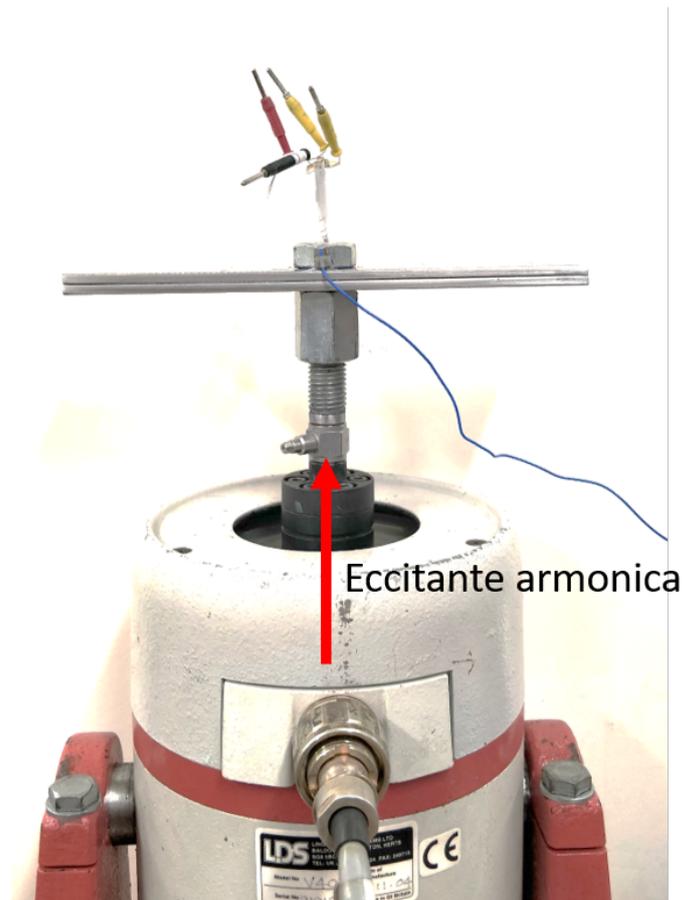


Figura 3.20: Configurazione banco di prova per Stepped Sine test

### 3.3 Strumentazione e catena di misura

L'acquisizione dei dati sperimentali è avvenuta attraverso il sistema di acquisizione Data Physics Dynamic Signal Analyzer Mobilyzer, rappresentato in Figura 3.21, e grazie al software di acquisizione SignalCalc Mobilyzer II, sfruttando la sua funzione di Stepped Sine. Lo Stepped Sine test permette di misurare le risposte in frequenza del sistema soggetto all'azione di una forzante armonica. Durante il test, il software aziona un generatore interno di segnali affinché crei un'onda armonica sinusoidale stabile ad una determinata frequenza. La risposta del sistema è misurata solo a quella determinata frequenza, ottenuta la misura del punto  $i$ -esimo, il generatore genera un segnale armonico caratterizzato dalla frequenza successiva ( $i + 1$ ) e dopo una breve pausa che permette al sistema di esaurire eventuali transitori (settling time), la misurazione è ripetuta per il nuovo punto. Si evince che la funzione di risposta in frequenza (FRF) è costruita per punti, ogni punto è ottenuto eccitando il sistema ad una determinata frequenza.



Figura 3.21: Sistema di acquisizione Data Physics Signal Analyzer Mobilyzer

Il segnale generato dal Data Physics è caratterizzato da un basso voltaggio, questo per preservare l'integrità della strumentazione. Un valore elevato potrebbe bruciare la scheda interna del sistema di acquisizione. Il segnale generato necessita dunque di essere amplificato, questo effetto lo si ottiene attraverso l'amplificatore di potenza, raffigurato in Figura 3.22. È consigliabile scegliere un valore di compromesso fra un voltaggio non troppo elevato per evitare di danneggiare la scheda del Data Physics e un valore di guadagno (gain) dell'amplificatore che permetta di ottenere l'ampiezza di eccitazione desiderata.



Figura 3.22: Amplificatore di potenza LDS PA100

Il segnale uscente dall'amplificatore alimenta il moto dell'eccitatore, in questo caso elettromagnetico. Gli eccitatori elettromagnetici sono i più usati e vengono comunemente chiamati shaker (Figura 3.23). Essi sono costituiti essenzialmente da un magnete permanente, libero di oscillare assialmente e immerso in un campo magnetico variabile e dipendente dal segnale che si fornisce loro in ingresso come comando. Al magnete è poi solidale un elemento filettato, la tavola mobile, che permette il collegamento con la struttura. Lo shaker consente

di applicare un'eccitazione a frequenza alta (fino a 10000Hz) ma con forze e spostamenti generalmente non molto grandi [16]. Nei test eseguiti, lo shaker è stato impropriamente utilizzato come tavola vibrante. Questo modo di utilizzare lo strumento non permette di sfruttare a pieno le sue potenzialità in termini di ampiezza della forzante eccitante. Si è notato infatti che, oltre un valore di voltaggio limite, lo shaker non riesce ad eccitare armonicamente il sistema e si verifica un errore sia in lettura che nella memorizzazione dei dati.



Figura 3.23: Shaker elettrodinamico

Per ottenere le misure necessarie alla costruzione della funzione di risposta in frequenza è necessario l'utilizzo di almeno due trasduttori, rispettivamente uno di forza ed uno di accelerazione. I trasduttori di forza sono detti generalmente celle di carico (Figura 3.24) e sono montati tra lo shaker e la struttura. In genere sono formati da cristalli piezoelettrici e misurano la forza agente lungo il loro asse (in trazione e in compressione). Anche i trasduttori di accelerazione o accelerometri (Figura 3.25) sono in genere piezoelettrici, ma sono in uso anche quelli capacitivi e induttivi. Sia le celle di carico sia gli accelerometri possono essere di tipo monoassiale oppure effettuare le misure lungo tre assi ortogonali, nel qual caso prendono il nome di triassiali. Va tenuto presente che tutte le misure possono presentare un errore legato alla sensibilità trasversale degli strumenti, ovvero alla loro indesiderata capacità di rilevare anche le componenti ortogonali al loro asse di misura.



Figura 3.24: Cella di carico

L'accelerometro piezoelettrico ad esempio sfrutta, come principio per la rilevazione dello spostamento della massa, il segnale elettrico generato da un cristallo piezoelettrico quando è sottoposto ad una compressione. In questi accelerometri la massa viene sospesa sul cristallo piezoelettrico, che, in questo caso, costituisce sia il sensore, che l'elemento elastico. In



Figura 3.25: Accelerometro

presenza di un'accelerazione la massa (che presenta una certa inerzia) comprime il cristallo, il quale genera un segnale elettrico proporzionale alla compressione.

La realizzazione del banco di prova prevede il corretto collegamento degli strumenti illustrati precedentemente. Dopo aver assemblato la struttura, applicando al bullone il precarico desiderato, è necessario applicare correttamente i trasduttori. La cella di carico è stata posizionata tra la tavola mobile dello shaker e un piattello, al quale è incollata la base della vite. Il collegamento tra la cella di carico e questi due elementi è avvenuto tramite due grani filettati. L'accelerometro invece è stato fissato sulla trave superiore tramite incollaggio. La posizione di questi due elementi è rappresentata in Figura 3.26. I due trasduttori sono stati successivamente collegati al sistema di acquisizione DataPhysics attraverso un collegamento cablato, la cella di carico è stata collegata al primo canale, mentre l'accelerometro è stato collegato al secondo canale.

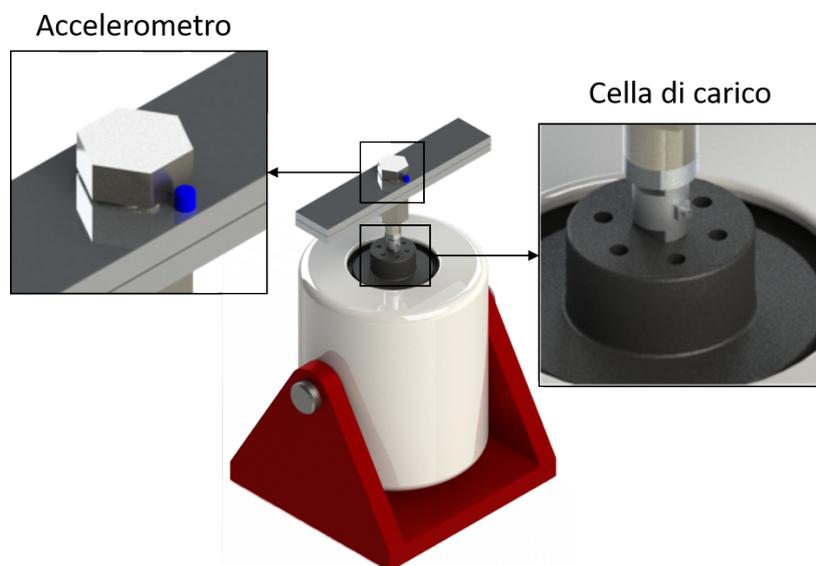


Figura 3.26: Modello CAD: Posizione dei trasduttori

Successivamente sono stati effettuati tutti i collegamenti cablati necessari al funzionamento del banco di prova, lo schema è riportato in Figura 3.27. Il sistema di acquisizione è collegato al computer contenente il software SignalCalc Mobilyzer II attraverso collegamento LAN. Il DataPhysics è stato successivamente collegato all'amplificatore ed infine quest'ultimo è collegato allo shaker. Internamente il software comanda un controllo a ciclo chiuso (closed-loop) sulla cella di carico (Figura 3.28). Impostata da software l'ampiezza

dell'eccitante armonica ed una sua tolleranza (2% - 5%), il sistema di acquisizione invia un impulso elettrico allo shaker, quest'ultimo reagisce con un determinato movimento della tavola mobile. La cella di carico misura istante per istante la forza generata dallo shaker, comunicandola al Dataphysics. Confrontando le due forze, quella imposta dall'utente e quella misurata dal trasduttore, è possibile regolare l'impulso elettrico generato dal sistema di acquisizione affinché la forza misurata rientri nella tolleranza desiderata. Una volta raggiunta la convergenza, si esce dal loop e inizia la memorizzazione dei dati di forza e accelerazione. Questa procedura è ripetuta per ogni frequenza appartenente allo sweep.

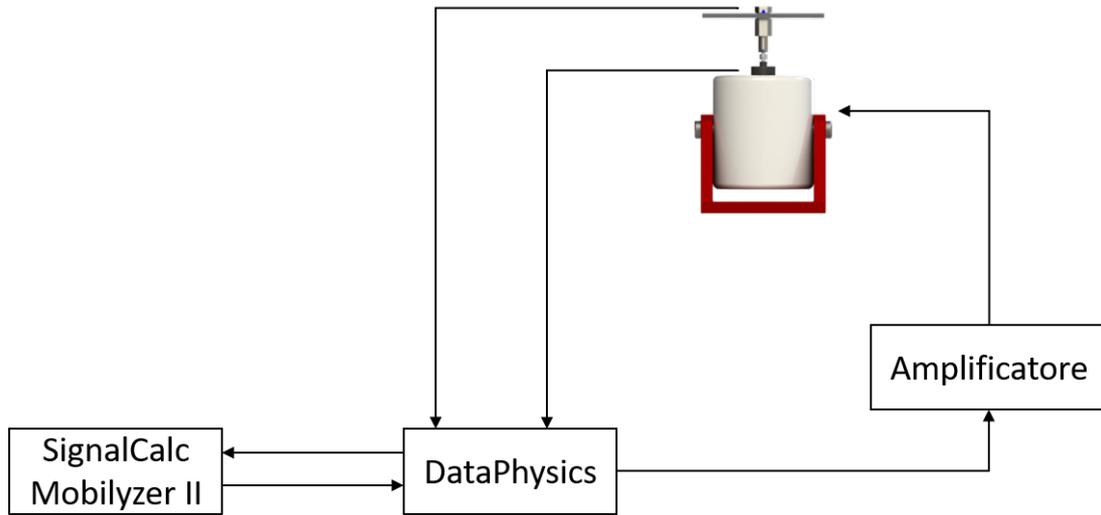


Figura 3.27: Schema logico collegamenti

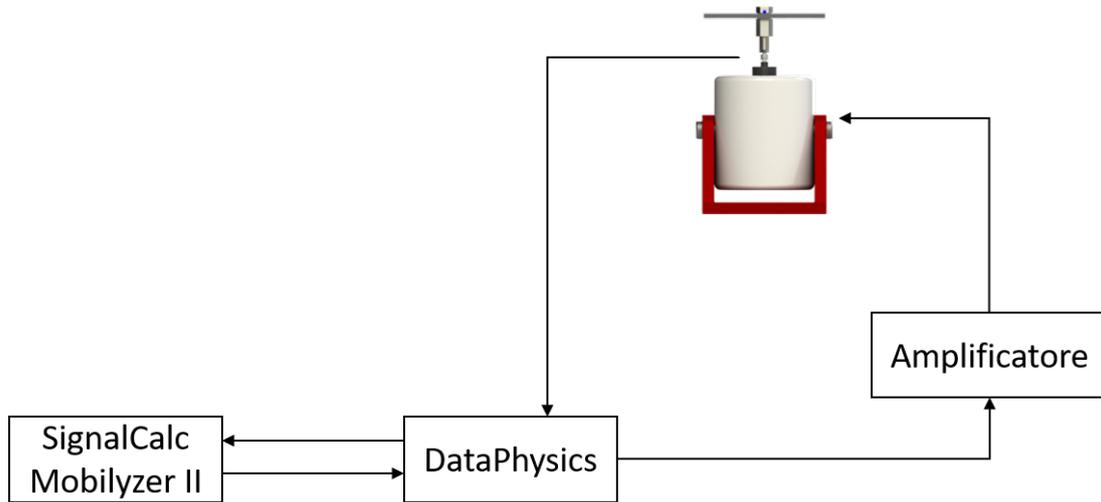


Figura 3.28: Closed-loop sulla cella di carico

La struttura è stata analizzata variando il precarico, per poter applicare il carico normale fornito al bullone è stata utilizzata una chiave dinamometrica (Figura 3.29), per poter ottenere il valore della coppia di serraggio. La chiave dinamometrica utilizzata è puramente manuale. È possibile leggere la coppia di serraggio dal quadrante graduato grazie all'utilizzo delle due lancette presenti, la lancetta nera, che si muove a seguito di una torsione dell'attacco della chiave, indica istante per istante il valore di coppia, la lancetta rossa invece,

essendo trascinata dalla lancetta nera, indica il valore massimo di coppia misurata, ovvero la coppia di serraggio applicata al bullone. Il suo range di funzionamento è  $5 \div 10 Nm$ .



Figura 3.29: Chiave dinamometrica

A causa dell'incertezza della relazione che lega coppia di serraggio al tiro della vite, il precarico effettivo è stato valutato attraverso l'utilizzo di estensimetri elettrici. Un estensimetro elettrico è un dispositivo capace di tradurre una deformazione in un segnale elettrico. Questa misurazione avviene grazie alla variazione delle proprietà elettriche dell'estensimetro stesso. Le principali tipologie di estensimetri elettrici sono quelli a resistenza, quelli capacitivi e quelli induttivi. Questi dispositivi presentano molti vantaggi quali la semplicità costruttiva, un basso costo e una buona precisione. La difficoltà principale è la sua applicazione, in quanto per garantire un corretto utilizzo, necessitano di avere una buona adesione al provino nella giusta direzione. La variazione di resistenza di un estensimetro è misurata attraverso un ponte di Wheatstone, ovvero un circuito elettrico che converte queste deformazioni in variazioni di tensione, successivamente amplificate e registrate da un apposito sistema di acquisizione. Il ponte di Wheatstone, rappresentato in Figura 3.30, è governato dalla seguente equazione:

$$E = S_g \frac{V}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (3.17)$$

Dove:

- $V$  rappresenta la tensione di alimentazione;
- $S_g$  rappresenta il gage factor;
- $E$  rappresenta la tensione di sbilanciamento al ponte;
- $\varepsilon$  rappresenta la deformazione dell'estensimetro.

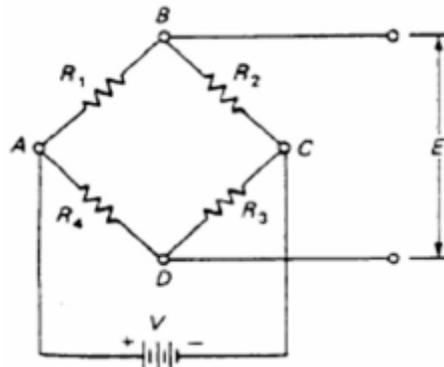


Figura 3.30: Schema ponte di Wheatstone a ponte intero

La relazione si riferisce ad un caso in cui tutti e quattro i rami del ponte siano dotati di un estensimetro, in questo caso il ponte è detto completo. Sul bullone analizzato è stato realizzato un collegamento a ponte completo utilizzando estensimetri a resistenza (Figura 3.31).



Figura 3.31: Estensimetro elettrico a resistenza 350Ω

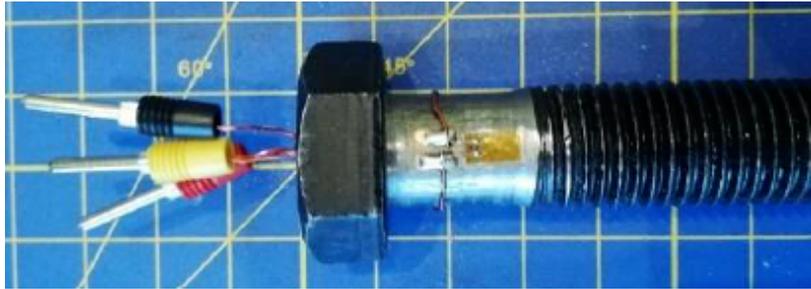


Figura 3.32: Applicazione estensimetri

Le modifiche apportate alla vite, per poter alloggiare correttamente il circuito elettrico e gli estensimetri, consistono nella creazione di due fori, uno passante, sulla parte non filettata e perpendicolare all'asse della vite e uno non passante, al centro della testa della vite e coassiale con il suo asse. Questi fori sono necessari per far passare i fili elettrici necessari per l'applicazione degli spinotti utilizzati per il collegamento con il sistema di acquisizione. Oltre ai fori, il diametro non filettato della vite, sul quale sono applicati gli estensimetri è stato ridotto a 14mm (Figura 3.33a). Per quanto riguarda il dado, per evitare che i filetti vadano a danneggiare gli estensimetri, attraverso l'utilizzo di un tornio, è stata eliminata la filettatura per una lunghezza di 12mm, creando un foro di diametro 18mm (Figura 3.33b).



(a) vite M16 e dado



(b) dado

Figura 3.33: Modifiche apportate al bullone

Il sistema di acquisizione utilizzato per poter leggere la tensione uscente dal circuito elettrico è il "HBM QuantumX Data Acquisition System", raffigurato in Figura 3.34, mentre il software che permette la lettura dei dati è il "MX Assistant V4.8 R1", la cui schermata principale è riportata in Figura 3.35.

Riformulando l'equazione che governa il ponte estensimetrico (Equazione 3.17) è possibile ricavare la relazione utile per determinare la deformazione:

$$E = S_g \frac{V}{4} (\varepsilon + \nu\varepsilon + \varepsilon + \nu\varepsilon) \quad (3.18)$$



Figura 3.34: HBM QuantumX Data Acquisition System

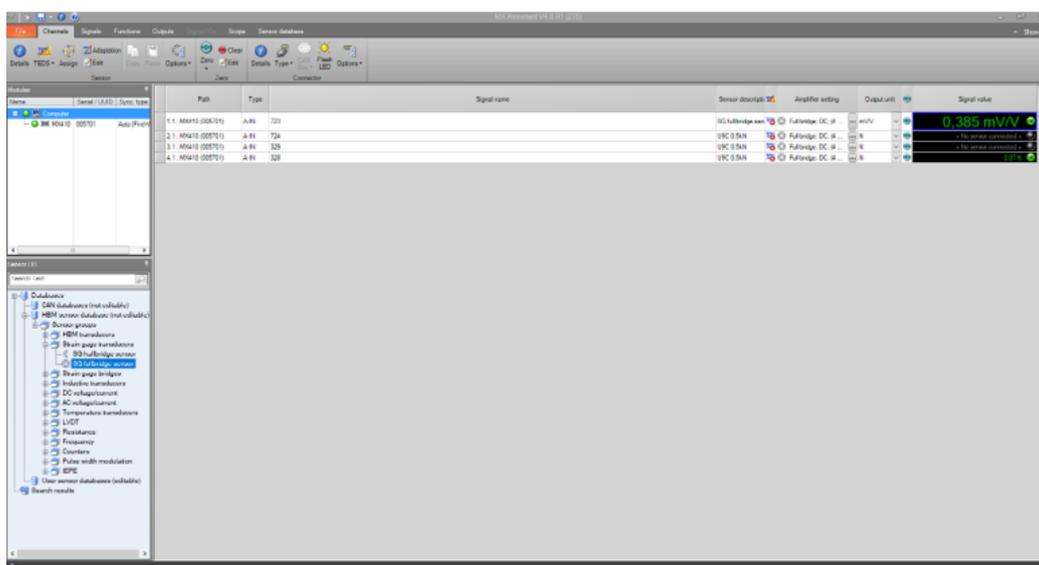


Figura 3.35: Schermata principale software “MX Assistant V4.8 R1”

$$E = S_g \frac{V}{4} (1 + \nu) 2\varepsilon \quad (3.19)$$

E quindi è possibile esplicitare la relazione necessaria per ricavare la deformazione:

$$\varepsilon = \frac{2}{S_g(1 + \nu)} \frac{E}{V} \quad (3.20)$$

$S_g$ , nel caso analizzato, assume un valore pari a 2.6, mentre il rapporto  $\frac{E}{V}$  è spesso indicato in (mV/V), perciò è possibile modificare ulteriormente la relazione precedente, ottenendo:

$$\varepsilon = \frac{2}{S_g(1 + \nu)1000} \frac{E}{V} \quad (3.21)$$

Ottenuta la deformazione assiale, è possibile calcolare la tensione  $\sigma$  e il precarico applicato al bullone  $F_{act}$  con le seguenti relazioni:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.22)$$

$$F_{act} = \sigma \pi \frac{d^2}{4} \quad (3.23)$$

Per facilitare il centraggio del bullone e allo stesso tempo fissare la struttura, affinché possa essere applicata la coppia necessaria, è stato realizzato un banchetto, riportato in Figura 3.36. In particolare, attraverso la struttura evidenziata in (1) è stato possibile fissare la struttura per poter avvitare/svitare il bullone, attraverso la chiave evidenziata dal riquadro (2) invece è stato possibile il centraggio del bullone, così che i cavi elettrici collegati all'estensimetro non tocchino i bordi del foro compromettendo la lettura dei risultati. Lo specchio presente in figura è stato utilizzato per la lettura della coppia applicata.

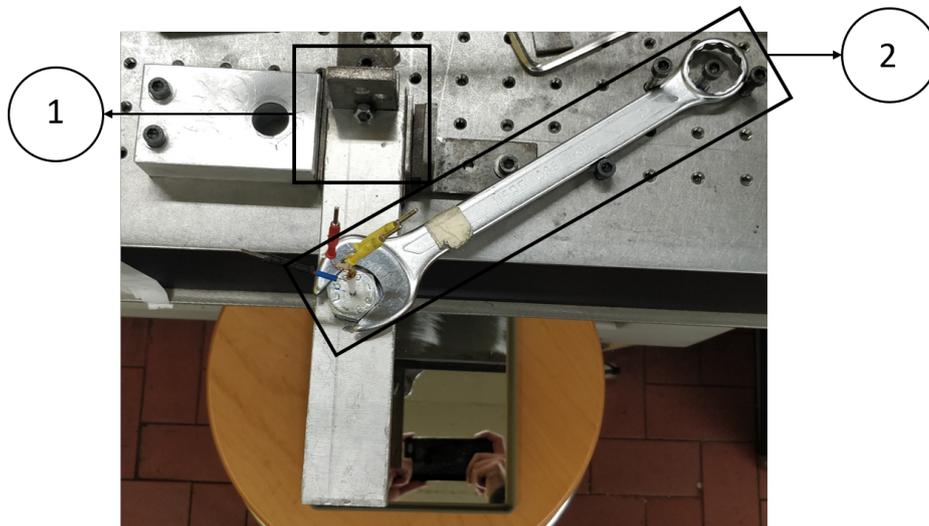


Figura 3.36: Banco per fissaggio struttura e centraggio bullone: (1) fissaggio struttura; (2) centraggio bullone

Attraverso la teoria sugli elementi filettati è possibile ricavare la relazione analitica che lega la coppia di serraggio al tiro della vite. La chiusura del collegamento filettato avviene per applicazione di un momento torcente intorno all'asse principale della vite, questo momento è denominato appunto coppia di serraggio e dipende dalle caratteristiche geometriche dell'elemento filettato, dall'attrito tra i filetti di vite e madrevite e infine dall'attrito fra la superficie del pezzo e quella del dado e del sottotesta. Facendo riferimento allo schema

riportato in Figura 3.37 e al diagramma di corpo libero del filetto (Figura 3.38), il momento di serraggio applicato agisce sul filetto lungo le direzioni U (orizzontale) e V (verticale) con due componenti di forza, che unite formano una risultante alla quale si oppone la forza resistente all'avvitamento  $F_{RES}$ . Questa può essere interpretata e scomposta in una componente normale alla superficie di contatto  $F_N$  e in una d'attrito  $F_{attrito}$ . Evidentemente la coppia di serraggio è data dall'azione della forza  $F_U$  per un braccio pari al raggio medio del filetto [6]. La relazione è riportata di seguito:

$$M_T = F_U \frac{d_m}{2} = \frac{F_V}{2} [d_m \tan(\alpha_m + \varphi)] \quad (3.24)$$

Nel caso in cui si volesse tener conto dell'attrito sviluppato al sottotesta di diametro  $d_t$  è

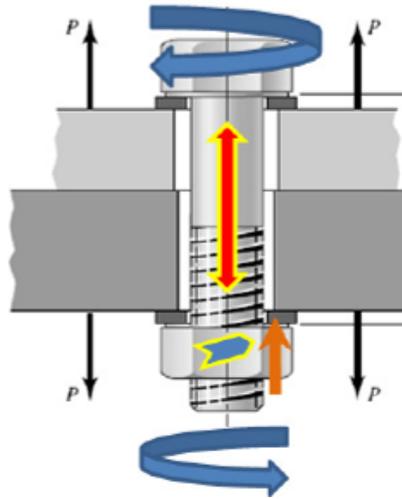


Figura 3.37: Schema di un giunto bullonato, legame tra coppia di serraggio e tiro del bullone - da [6]

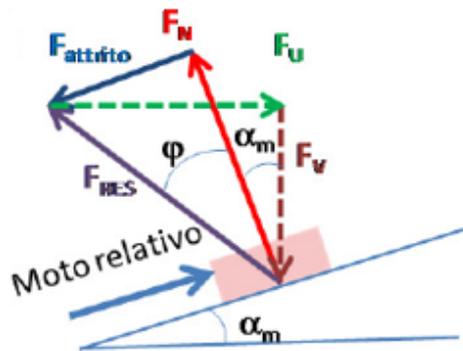


Figura 3.38: Diagramma di corpo libero del filetto - da [6]

necessario aggiungere un secondo termine:

$$M_T = \frac{F_V}{2} [d_m \tan(\alpha_m + \varphi) + d_t \tan \varphi_s] \quad (3.25)$$

Nel caso di filetto triangolare e trapezoidale esiste un secondo piano inclinato, tale per cui la forza deve essere proiettata secondo l'angolo di tale inclinazione  $\alpha$  (Figura 3.39). Nel caso delle figure precedenti per tener conto dell'inclinazione del filetto occorre sostituire a  $F_N \rightarrow$

$F_N = \frac{F_N}{\cos\alpha}$  da cui:

$$\tan\varphi' = \frac{\tan\varphi}{\cos\alpha} \quad (3.26)$$

Dove  $\alpha$ , nel caso di filettature metriche risulta essere pari a  $30^\circ$  [6]. In conclusione, si ottiene

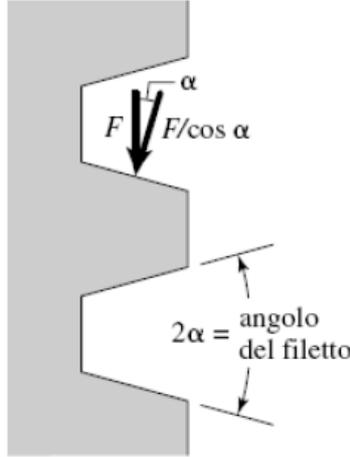


Figura 3.39: Schema filettatura trapezoidale – da [6]

la seguente relazione:

$$M_T = \frac{F_V}{2} [d_m \tan(\alpha_m + \varphi') + d_t \tan\varphi_s] \quad (3.27)$$

Rielaborando e assumendo che  $\tan(\alpha_m + \varphi') \approx \tan\alpha_m + \tan\varphi'$  è possibile ottenere la relazione finale:

$$M_T = \frac{F_V}{2} \left[ \frac{p}{\pi} + d_m \frac{\tan\varphi}{\cos\alpha} + d_t \tan\varphi_s \right] \quad (3.28)$$

Dove:

- $F_V$  rappresenta la forza agente sulla vite;
- $M_T$  rappresenta il momento (o coppia) di serraggio;
- $d_m$  rappresenta il diametro medio del filetto;
- $d_t$  rappresenta il diametro efficace su cui agisce la forza fra testa e sottotesta;
- $\tan\varphi_s$  rappresenta il coefficiente d'attrito sottotesta-pezzo ( $f_s$ );
- $\tan\varphi$  rappresenta il coefficiente d'attrito tra vite e madrevite ( $f$ );
- $\tan\varphi'$  rappresenta il coefficiente d'attrito apparente ( $f/\cos\alpha$ );
- $\alpha_m$  rappresenta l'angolo d'elica;
- $p$  rappresenta il passo della vite ( $p = \pi \tan\alpha_m d_m$ ).

Come anticipato precedentemente, essendo i valori da attribuire ai coefficienti di attrito molto incerti, attraverso l'utilizzo della chiave dinamometrica (Figura 3.29) e i dati post-processati ottenuti dagli estensimetri è stata tracciata la caratteristica precarico – coppia di serraggio, riportata in Figura 3.40. È possibile osservare una buona ripetibilità dei dati ottenuti. Elaborando i risultati in Matlab è stato possibile ricavare la linea di tendenza, riportata in Figura 3.41, la quale presenta un andamento quadratico in prossimità dei valori iniziali, fino ad un valore di coppia di serraggio pari a 10Nm, superato quel valore assume un andamento lineare, coerentemente con il modello analitico introdotto precedentemente.

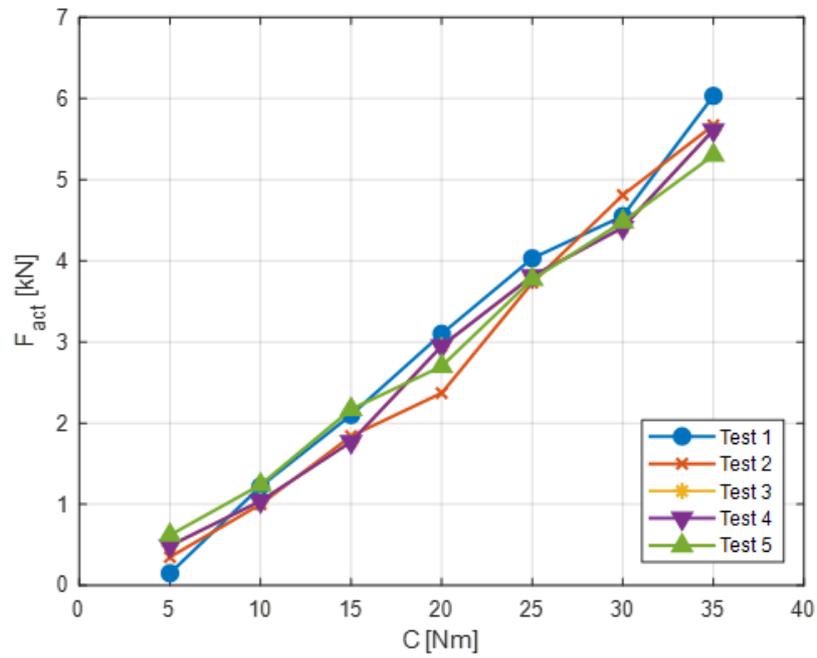


Figura 3.40: Caratteristica del precarico applicato al bullone in funzione della coppia di serraggio

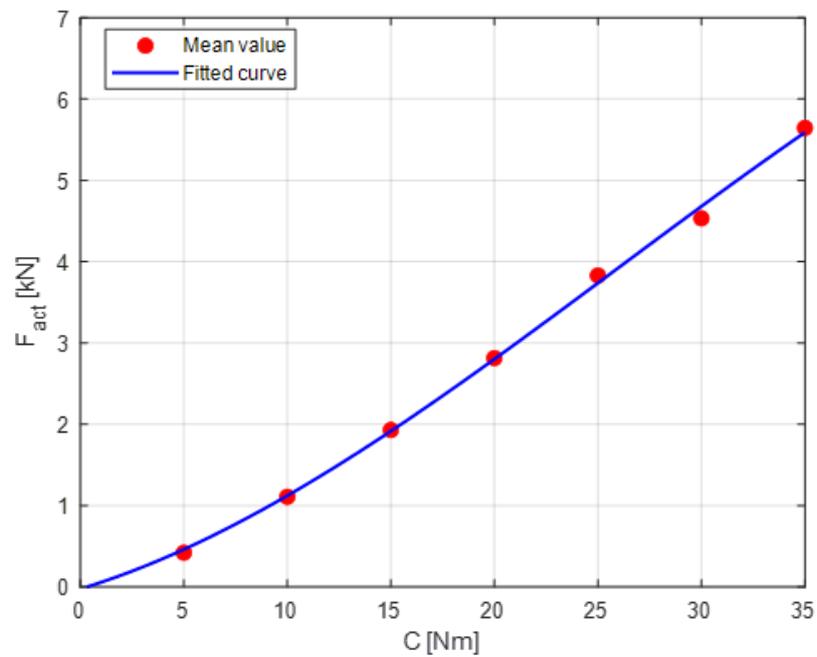


Figura 3.41: Caratteristica del precarico applicato al bullone in funzione della coppia di serraggio, linea di tendenza

### 3.4 Identificazione dello smorzamento mediante metodo della metà potenza

Uno dei metodi di identificazione dello smorzamento modale nel dominio della frequenza è il metodo dei punti della metà potenza, anche noto come Half Power method. Questa tecnica è di larghissima diffusione e viene ancora oggi citata come punto di riferimento in molte normative tecniche riguardanti il rumore e le vibrazioni. Avendo ottenuto attraverso l'utilizzo degli accelerometri una inertanza, è necessario ottenere la curva della recettanza ricordando la relazione che lega posizione e accelerazione:

$$x = X_0 e^{i\omega t} \quad (3.29)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 X_0 e^{i\omega t} = -\omega^2 x \quad (3.30)$$

Perciò è possibile convertire una inertanza in una recettanza attraverso la seguente relazione:

$$\frac{x}{F} = \frac{-\ddot{x}/\omega^2}{F} \quad (3.31)$$

Tracciata la curva del modulo della recettanza se ne legge il valore massimo in corrispondenza della risonanza. Da tale valore si intercettano due punti ad ampiezza diminuita di  $\sqrt{2}$  rispetto al massimo, leggendo le relative frequenze. Applicando la seguente relazione è possibile calcolare il fattore di smorzamento modale  $\zeta$ :

$$\zeta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_r} = \frac{f_2 - f_1}{2f_r} \quad (3.32)$$

Dove per  $\omega$  si intende una frequenza misurata in rad/s, mentre per  $f$  si intende una frequenza misurata in Hz.

Successivamente è riportato un esempio di calcolo, partendo dalla inertanza fino al calcolo del fattore di smorzamento.

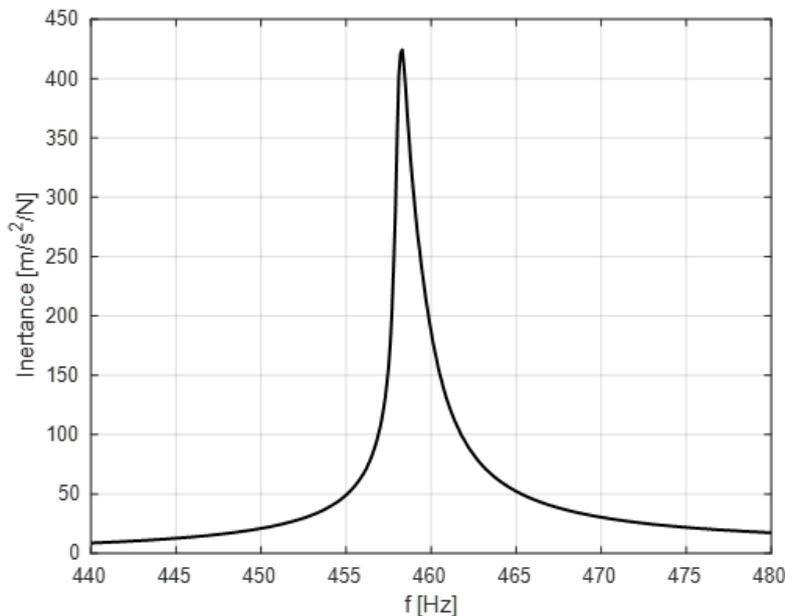


Figura 3.42: Esempio applicativo Half Power Method: Inertanza

Dalla Figura 3.43 è possibile intercettare il massimo e la relativa frequenza di risonanza

che corrispondono rispettivamente a:

$$A_{max} = 0.0020 \text{ m/N}$$

$$f_r = 458.3 \text{ Hz}$$

Tracciando la retta orizzontale relativa ad un'ampiezza pari a  $A_{max}/\sqrt{2}$  è possibile leggere le frequenze  $f_1$  e  $f_2$  (Figura 3.44).

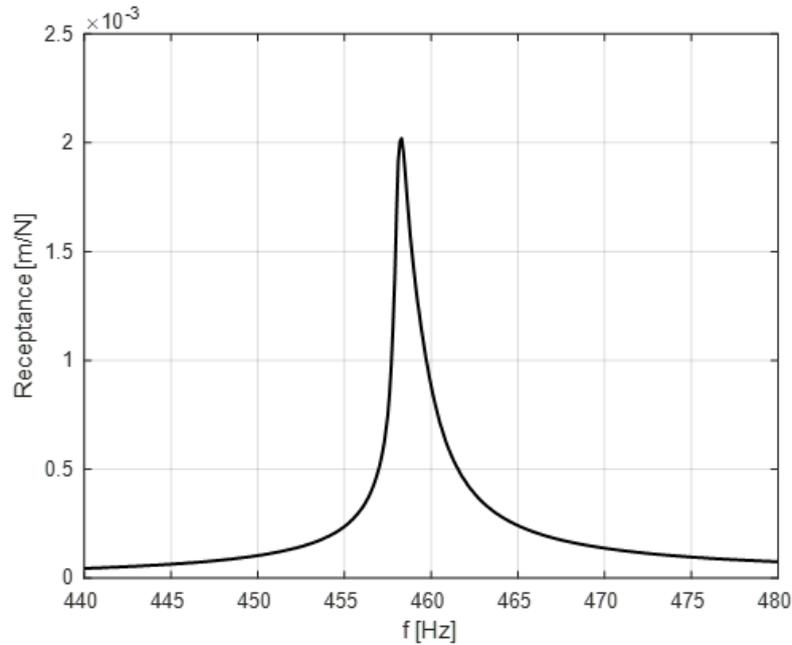


Figura 3.43: Esempio applicativo Half Power Method: Recettanza

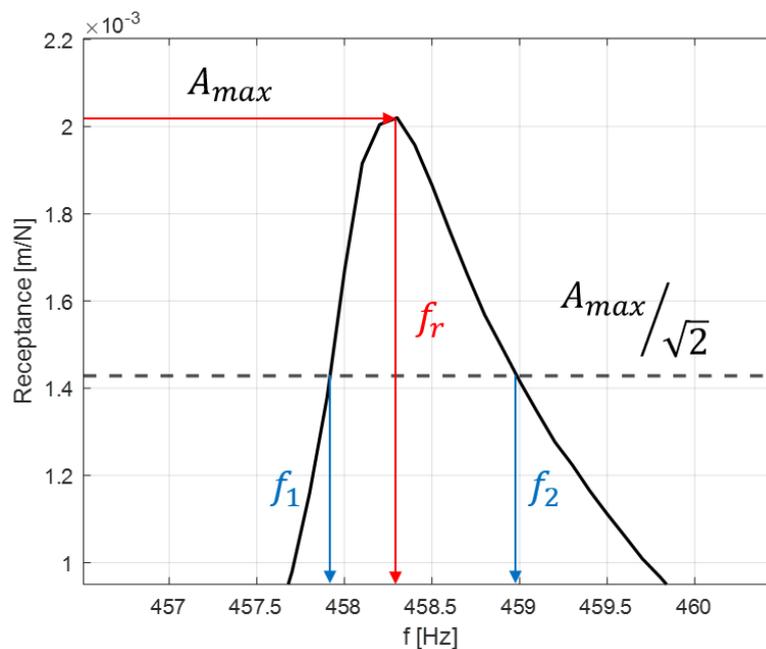


Figura 3.44: Esempio applicativo Half Power Method: Applicazione

Una volta ottenuti i valori di  $f_1$  e  $f_2$  è possibile inserirli nell'equazione del calcolo del

fattore di smorzamento.

$$f_1 = 457.9Hz$$

$$f_2 = 459.0Hz$$

$$\zeta = 0.12\%$$

Nell'ambito delle vibrazioni è spesso utilizzato il quality factor (Q factor) per rappresentare lo smorzamento di una struttura. Calcolato il fattore di smorzamento è possibile ricavare il Q factor attraverso la seguente relazione:

$$Q = \frac{1}{2\zeta} \quad (3.33)$$

Nell'esempio applicativo si ottiene un valore di questo fattore pari a:

$$Q = 429.9$$

### 3.5 Identificazione dello smorzamento mediante metodo dei fratti semplici

La tecnica dei punti di metà potenza ha una importante limitazione, ovvero si basa sul modulo di una FRF e non utilizza in alcun modo l'informazione relativa alla fase. Al contrario, il metodo dei fratti semplici tiene conto contemporaneamente della parte reale e di quella immaginaria [16]. È possibile rielaborare la formulazione di recettanza per un sistema a molti gradi di libertà (MDOF), riportata nell'Equazione 3.34, nel seguente modo (Equazione 3.35):

$$\alpha_{jk}(\Omega) = \frac{X_{j0}}{F_{k0}} = \sum_{r=1}^n \frac{\Psi_{kr} \Psi_{jr}}{k_r - m_r \Omega^2 + i c_r \Omega} \quad (3.34)$$

$$\alpha_{jk}(\Omega) = \sum_{r=1}^n \frac{a_{jk}^r + i\Omega b_{jk}^r}{|s_r|^2 - \Omega^2 - i2\Omega \Re(s_r)} \quad (3.35)$$

dove  $a_{jk}^r$  e  $b_{jk}^r$  sono costanti reali dipendenti anche dalle forme modali e  $s_r$  sono i poli, i quali possono essere descritti come segue (Equazione 3.36):

$$s_r = \zeta_r \omega_r + i\omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} \quad (3.36)$$

Attraverso l'ipotesi di smorzamento proporzionale (o di Rayleigh) e approssimata con smorzamento non proporzionale e di piccola entità, l'Equazione 3.34 diventa:

$$\alpha_{jk}(\Omega) = \sum_{r=1}^n \frac{a_{jk}^r + i\Omega b_{jk}^r}{\omega_r^2 - \Omega^2 - i2\zeta_r \omega_r \Omega} \quad (3.37)$$

Limitandosi ad un solo modo, la sommatoria scompare e si tratta di determinare, nota la funzione di risposta in frequenza, le costanti  $a_r = a_{jk}^r$ ,  $b_r = b_{jk}^r$ ,  $\omega_r$  e  $\zeta_r$ . Poiché la funzione di risposta in frequenza (FRF) è calcolata per punti, si definisce  $R_m = \Re[H(\Omega_m)]$  e  $I_m = \Im[H(\Omega_m)]$  la sua parte reale e immaginaria alla frequenza  $\Omega_m$  [16]. È possibile infine scrivere:

$$(R_m + iI_m) = \frac{a_r + i\Omega_m b_r}{\omega_r^2 - \Omega_m^2 - i2\zeta_r \omega_r \Omega_m} \quad (3.38)$$

La quale diventa in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} R_m & -\Omega_m I_m & -1 & 0 \\ I_m & \Omega_m R_m & 0 & -\Omega_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_r^2 \\ 2\zeta_r \omega_r \\ a_r \\ b_r \end{Bmatrix} = \Omega_m^2 \begin{Bmatrix} R_m \\ I_m \end{Bmatrix} \quad (3.39)$$

L'Equazione 3.39 rivela che ogni singolo punto della FRF fornisce due equazioni nelle incognite  $a_r$ ,  $b_r$ ,  $\omega_r^2$  e  $2\zeta_r \omega_r$ , dunque è sufficiente scegliere due punti per ottenere un sistema di quattro equazioni nelle quattro incognite. È però molto più opportuno utilizzare tutti i valori della recettanza di cui si dispone, da  $\Omega_m$  a  $\Omega_{m+M}$ , e costruire una matrice sovradeterminata [16].

$$\begin{bmatrix} R_m & -\Omega_m I_m & -1 & 0 \\ I_m & \Omega_m R_m & 0 & -\Omega_m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{m+M} & -\Omega_{m+M} I_{m+M} & -1 & 0 \\ I_{m+M} & \Omega_{m+M} R_{m+M} & 0 & -\Omega_{m+M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_r^2 \\ 2\zeta_r \omega_r \\ a_r \\ b_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Omega_m^2 R_m \\ \Omega_m^2 I_m \\ \vdots \\ \Omega_{m+M}^2 R_{m+M} \\ \Omega_{m+M}^2 I_{m+M} \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

La soluzione dell'Equazione 3.40 avviene con una procedura ai minimi quadrati che minimizza lo scarto tra la funzione interpolante e i punti sperimentali. Questo modo di procedere ha, rispetto al metodo dei punti di metà potenza, il pregio di riuscire a tener conto contemporaneamente delle informazioni fornite da molti punti sperimentali e di fornire come risultato un solo valore di frequenza e smorzamento modale. I punti, da  $\Omega_m$  a  $\Omega_{m+M}$ , vanno scelti il più possibile vicini alla risonanza, in modo da limitare l'influenza degli altri modi, senza però sottovalutare l'esigenza opposta, che richiederebbe di avvalersi del maggior numero possibile di dati sperimentali [16].

Successivamente è riportato un esempio di calcolo, utilizzando la recettanza riportata in Figura 3.45 e usando come range di frequenze quelle comprese fra 450Hz e 465Hz.

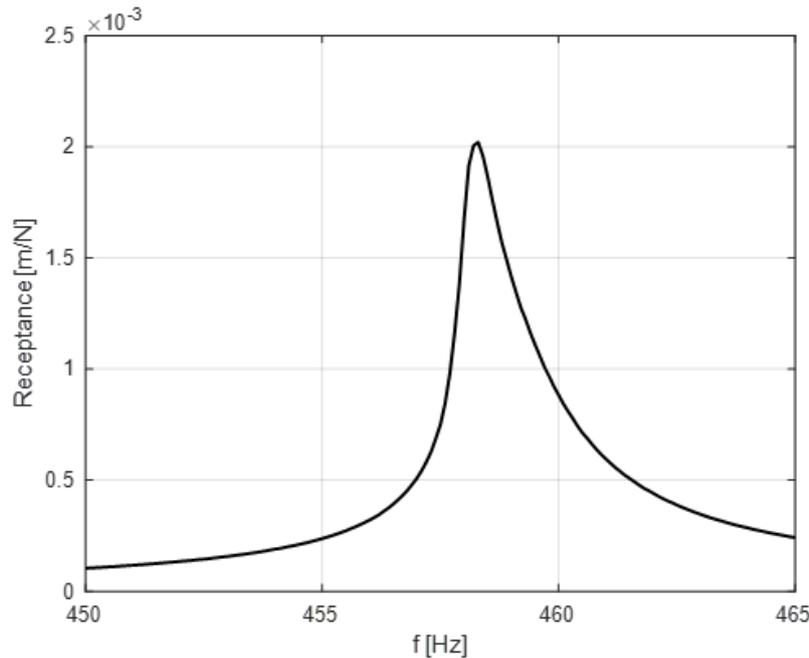


Figura 3.45: Esempio applicativo metodo dei fratti semplici: Recettanza

Implementando l'algoritmo in Matlab si ottengono i seguenti risultati:

$$f_r = 458.6Hz$$

$$\zeta = 0.12\%$$

$$Q = 431.5$$

## Capitolo 4

# Analisi dei risultati delle prove sperimentali

In questo capitolo sono riportati e analizzati i risultati ottenuti dalle prove sperimentali introdotte nel capitolo precedente.

Nella prima sezione sono riportati i risultati dell'hammer test, eseguito su travi di spessore 4mm collegate attraverso il giunto bullonato, in particolare è stata ricavata la frequenza naturale e il fattore di smorzamento per ogni configurazione e successivamente confrontato con il fattore di smorzamento ottenuto attraverso risposta forzata su shaker con ampiezza della forzante armonica più bassa, ovvero 0.1N. È stata effettuata questa analisi per valutare qualitativamente l'ammontare di smorzamento introdotto attraverso il collegamento filettato tra cella di carico e tavola mobile dello shaker.

Nella seconda sezione sono riportati i risultati ottenuti da risposte forzate su shaker variando l'ampiezza della forzante armonica. I risultati ottenuti sono stati confrontati con quelli ottenuti dal dottorando Yongfeng Wang, il quale, diversi mesi fa, ha utilizzato un differente sistema di acquisizione. Questo confronto è stato effettuato per verificare che il fenomeno fisico studiato sia ripetibile e che non dipenda dal sistema di acquisizione o dall'operatore.

Nella terza sezione sono riportati i risultati ottenuti da risposte forzate su shaker utilizzando travi di spessore doppio (8mm). La struttura è stata studiata variando l'ampiezza dell'eccitazione armonica e il precarico applicato al bullone. Infine, attraverso il metodo dei fratti semplici è stato valutato il fattore di smorzamento nelle diverse configurazioni.

### 4.1 Hammer test

Prima di analizzare tutte le configurazioni proposte nel capitolo precedente, è stato calcolato lo smorzamento ottenuto dalla risposta forzata su shaker, per poter effettuare il confronto con i risultati ottenuti dall'hammer test. Le risposte forzate presentano una dispersione maggiore dei risultati quando sono eccitate con forzanti basse, come ad esempio 0.1N, tuttavia i risultati, dopo una serie di prove tendono ad assestarsi. In Figura 4.1 sono riportate le curve dell'inertanza ottenute attraverso sei cicli, rispettivamente tre in up e tre in down, mentre in Figura 4.2 sono riportate le curve di recettanza, necessarie per il calcolo dello smorzamento modale. Per ottenere un valore di smorzamento che sia il più significativo possibile, è stato applicato il metodo dei punti della metà potenza a più curve. I valori di smorzamento ottenuti, in termini di rapporto di smorzamento ( $\zeta$ ) e Quality factor (Q) sono riportati in Tabella 4.1.

Confrontando i valori di smorzamento ottenuti e le sei curve di recettanza, è possibile osservare che la curva denominata "Ciclo 4, down" è molto distante dalle altre, inoltre il rapporto di smorzamento ottenuto si discosta molto dagli altri valori, molto probabilmente

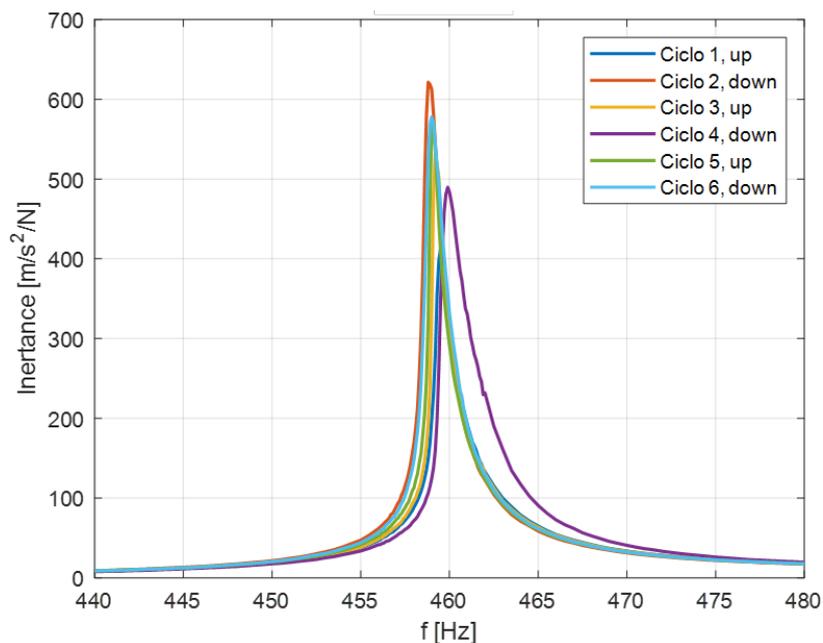


Figura 4.1: Inertanza con ampiezza della forzante armonica 0.1N

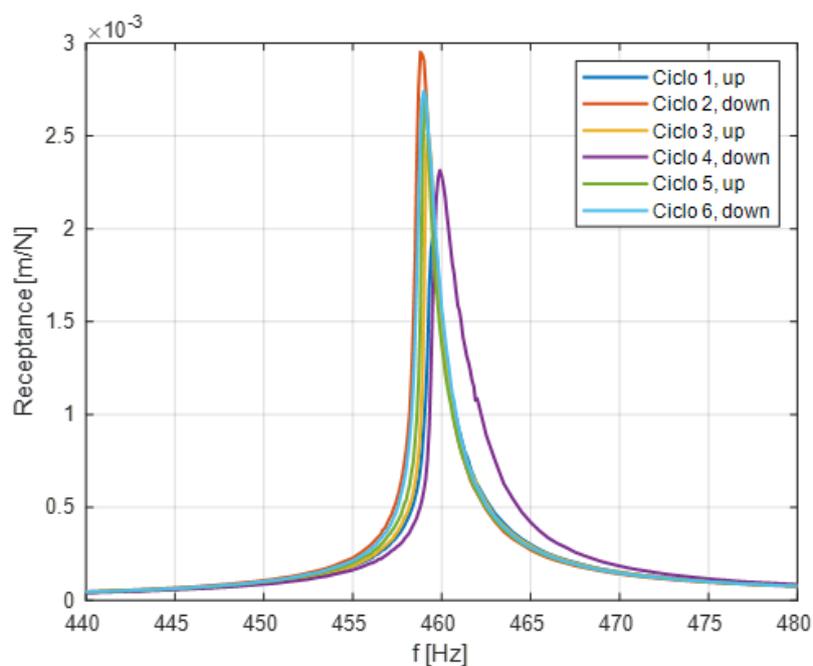


Figura 4.2: Recettanza, ampiezza della forzante armonica 0.1N

Tabella 4.1: Valori di smorzamento ottenuto dalle curve di recettanza (Forzante armonica 0.1N)

Curva n°	$\zeta$ [%]	Q
1	0.10	493.03
2	0.10	483.46
3	0.08	648.59
4	0.15	343.21
5	0.07	701.99
6	0.11	446.50

la curva n°4 non è rappresentativa del sistema studiato, perciò questa curva è stata esclusa nel calcolo del rapporto di smorzamento medio. Effettuando la media aritmetica si ottiene:

$$\zeta = 0.09\%$$

$$Q = 554.71$$

Questi valori di smorzamento ottenuti saranno confrontati con i fattori di smorzamento ottenuti nelle diverse configurazioni proposte durante l'hammer test.

#### 4.1.1 Configurazione 1: Struttura calettata sullo shaker

Si faccia riferimento alla configurazione rappresentata in Figura 3.7, in Figura 4.3 è riportata l'inertanza, mentre in Figura 4.4 è riportata la curva di recettanza. Una prima osservazione potrebbe essere fatta sulla riduzione della frequenza di risonanza, in particolare si ottiene un valore di 459.3Hz per la risposta forzata su shaker, mentre 426.9Hz per la risposta ottenuta attraverso l'eccitazione impulsiva, con una riduzione del 7.59%. Questa riduzione è dovuta principalmente alla tipologia di vincolo, perché quando la struttura è eccitata attraverso lo shaker, la condizione di vincolo è free-free, ovvero non vi è alcun vincolo, al contrario, eccitando impulsivamente la struttura, il collegamento alla cella di carico, e quindi allo shaker, costituisce un vincolo. Un'analogia potrebbe essere fatta eseguendo due analisi modali sulla stessa trave, la prima con condizione free-free (Figura 4.5a), mentre la seconda inserendo un vincolo in mezzeria (Figura 4.5b). È possibile osservare che per la trave libera si ottiene una frequenza naturale di 523.6Hz e due nodi, mentre per la trave vincolata si ottiene una frequenza di 334.9Hz ed un solo nodo.

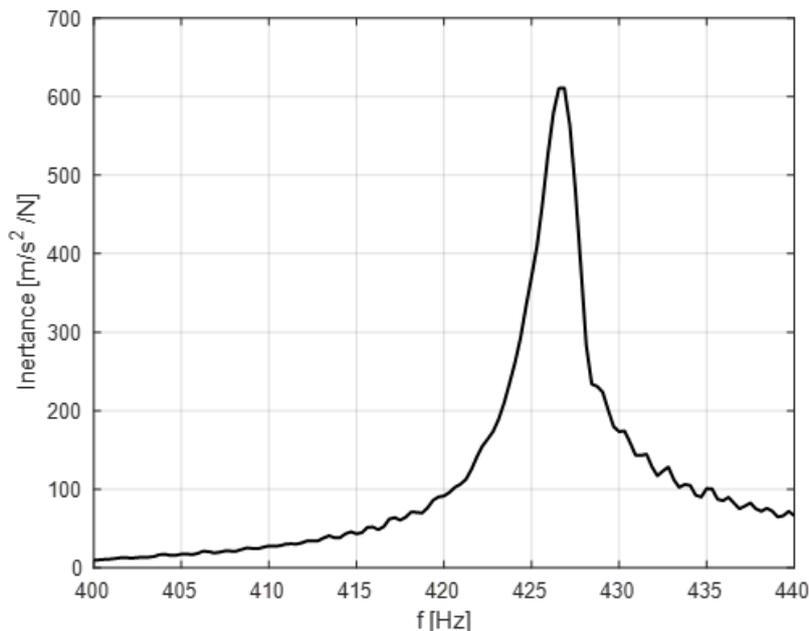


Figura 4.3: Hammer Test configurazione 1: Inertanza

Attraverso il metodo dei punti di metà potenza, è possibile identificare lo smorzamento della struttura in questa configurazione e successivamente confrontarlo con lo smorzamento ottenuto dalla risposta forzata. I parametri di smorzamento ottenuti sono:

$$\zeta = 0.27\%$$

$$Q = 185.2$$

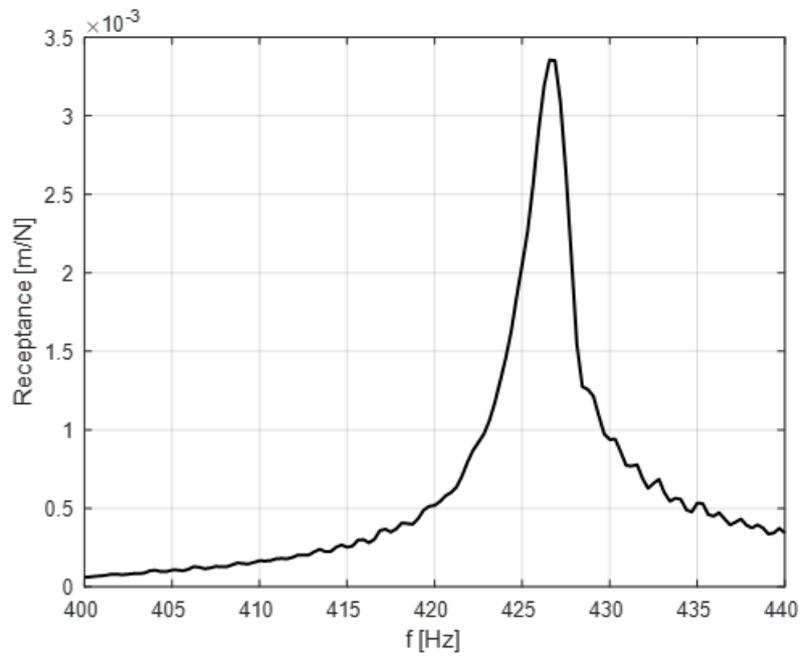


Figura 4.4: Hammer Test configurazione 1: Recettanza

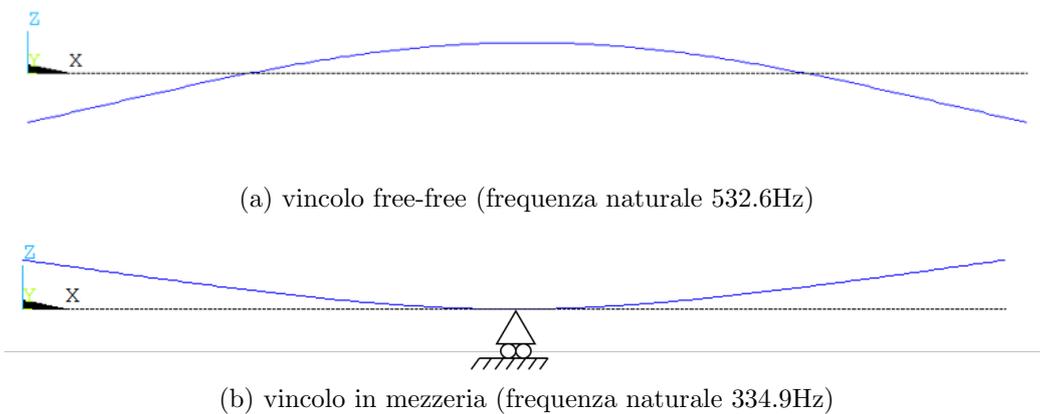


Figura 4.5: Confronto analisi modale trave con differente condizione di vincolo

È possibile osservare un incremento del 200% del fattore di smorzamento eccitando impulsivamente la struttura. Questo comportamento è dovuto alla tipologia di vincolo, infatti lo shaker nel caso di forzante armonica svolge un ruolo attivo, mentre, eccitando la struttura attraverso il martello strumentato, lo shaker svolge un ruolo passivo, introducendo smorzamento nel sistema. Per questo motivo la configurazione 1 non è idonea per raggiungere l'obiettivo del test, ovvero distinguere il contributo di smorzamento introdotto dalle non linearità, da quello introdotto dal giunto tra struttura e cella di carico.

#### 4.1.2 Configurazione 2: Struttura con condizione di vincolo free-free (trave)

Facendo riferimento alla Figura 3.8, successivamente sono riportati i risultati ottenuti dalle tre alternative proposte, ovvero applicando il vincolo cedevole all'estremità della trave, nei nodi della forma modale oppure in prossimità del bullone.

Facendo riferimento alla configurazione 2a (Figura 3.9), ovvero quella in cui il vincolo cedevole è posizionato all'estremità della trave, in Figura 4.6 sono riportate le inertanze ottenute da test diversi, ogni curva è ottenuta mediando dieci test. È possibile osservare che vi è una variazione del 7.4% nell'ampiezza in risonanza, considerando la curva ad ampiezza maggiore (Test 1:  $597m/s^2/N$ ) e quella ad ampiezza minore (Test 5:  $556.2m/s^2/N$ ), questa variazione è dovuta sostanzialmente al fatto che ogni martellata è differente dalla precedente, perciò la struttura non sarà mai eccitata allo stesso modo, tuttavia è una variazione accettabile. Focalizzandosi sull'ampiezza della campana della FRF, che rappresenta un primo indice del valore di smorzamento, è possibile definire il test ripetibile.

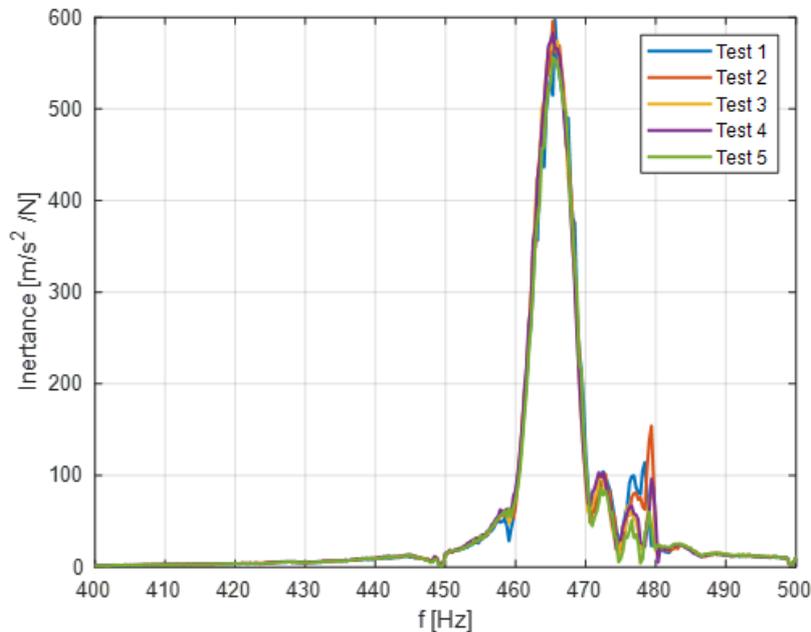


Figura 4.6: Hammer Test configurazione 2a: Inertanza

Per calcolare il fattore di smorzamento è stata scelta la curva appartenente al Test 5. Attraverso la relazione nota tra accelerazione e spostamento, si è passati da Inertanza a Recettanza (Figura 4.7) e su questa curva sono stati calcolati i parametri di smorzamento riportati di seguito.

$$\zeta = 0.49\%$$

$$Q = 102.9$$

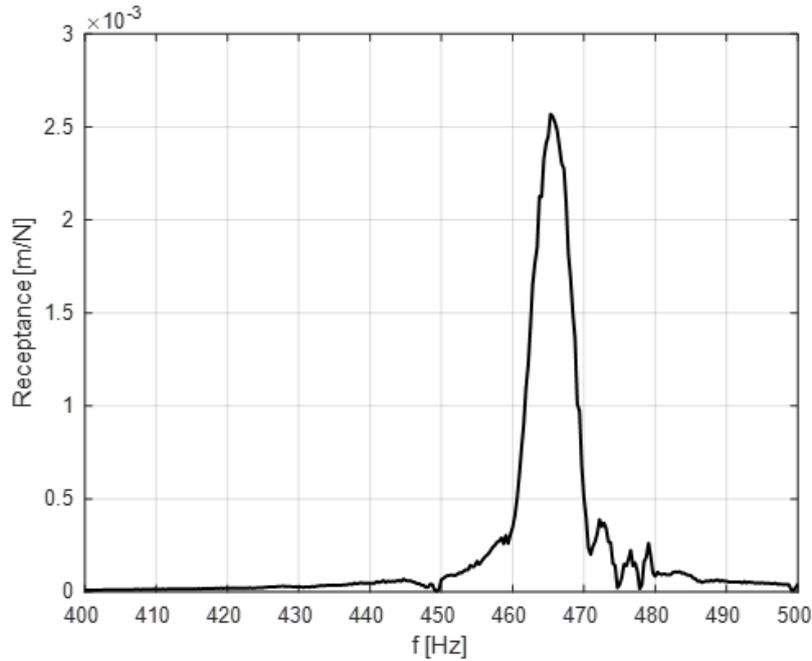


Figura 4.7: Hammer Test configurazione 2a: Recettanza

Facendo riferimento alla configurazione 2b (Figura 3.10), ovvero quella in cui il vincolo cedevole è posizionato nei nodi della forma modale, in Figura 4.8 sono riportate le inertanze ottenute da test diversi, ogni curva è ottenuta mediando dieci test. È possibile osservare che vi è una variazione del 18.3% nell'ampiezza in risonanza, considerando la curva ad ampiezza maggiore (Test 1:  $2503m/s^2/N$ ) e quella ad ampiezza minore (Test 3:  $2044m/s^2/N$ ), la variazione non è trascurabile, tuttavia essendo focalizzati sul calcolo dello smorzamento modale, è stato considerato come indicatore di ripetibilità l'estensione della campana.

Per calcolare il fattore di smorzamento è stata scelta la curva appartenente al Test 1. Attraverso la relazione nota tra accelerazione e spostamento, si è passati da Inertanza a Recettanza (Figura 4.9) e su questa curva sono stati calcolati i parametri di smorzamento riportati di seguito.

$$\zeta = 0.23\%$$

$$Q = 216.7$$

Facendo riferimento alla configurazione 2c (Figura 3.11), ovvero quella in cui il vincolo cedevole è posizionato in prossimità del bullone, in Figura 4.10 sono riportate le inertanze ottenute da test diversi, ogni curva è ottenuta mediando dieci test. È possibile osservare che vi è una variazione del 12.8% nell'ampiezza in risonanza, considerando la curva ad ampiezza maggiore (Test 1:  $8035m/s^2/N$ ) e quella ad ampiezza minore (Test 5:  $7006m/s^2/N$ ), la variazione non è trascurabile, tuttavia essendo focalizzati sul calcolo dello smorzamento modale, è stato considerato come indicatore di ripetibilità l'estensione della campana.

Per calcolare il fattore di smorzamento è stata scelta la curva appartenente al Test 3. Attraverso la relazione nota tra accelerazione e spostamento, si è passati da Inertanza a Recettanza (Figura 4.11) e su questa curva sono stati calcolati i parametri di smorzamento riportati di seguito.

$$\zeta = 0.13\%$$

$$Q = 377.1$$

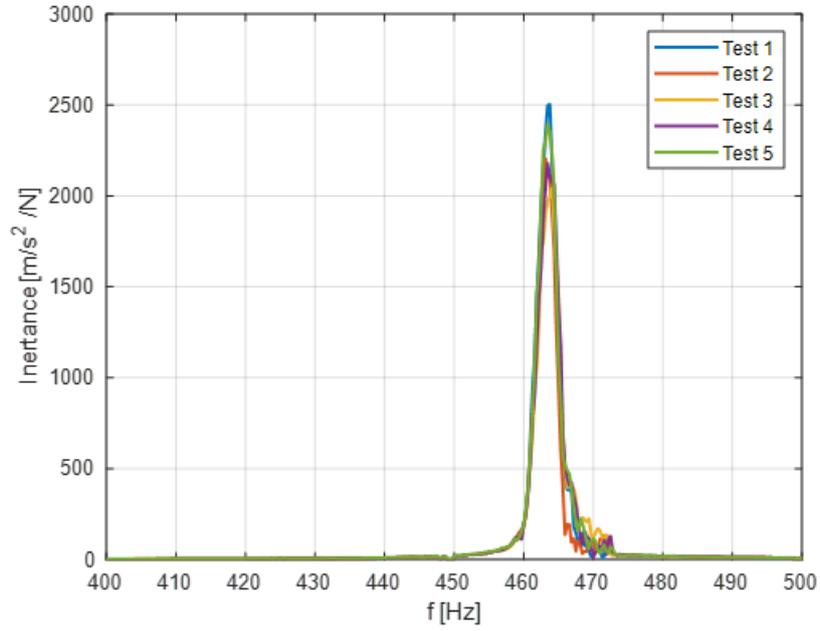


Figura 4.8: Hammer Test configurazione 2b: Inertanza

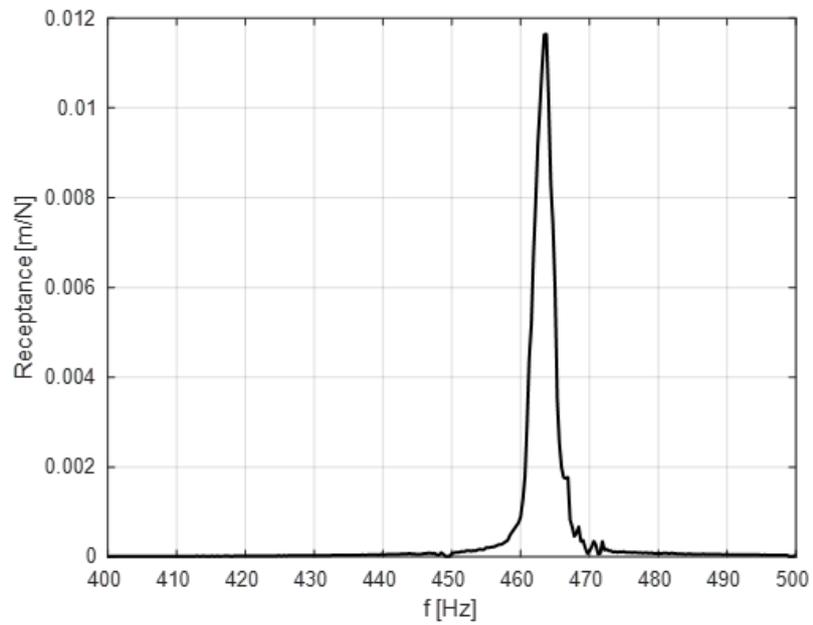


Figura 4.9: Hammer Test configurazione 2b: Recettanza

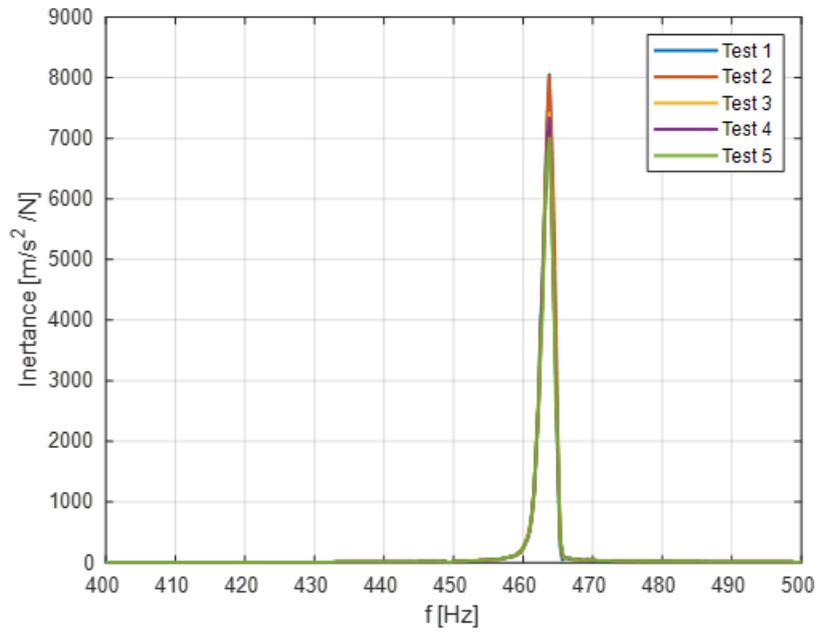


Figura 4.10: Hammer Test configurazione 2c: Inertanza

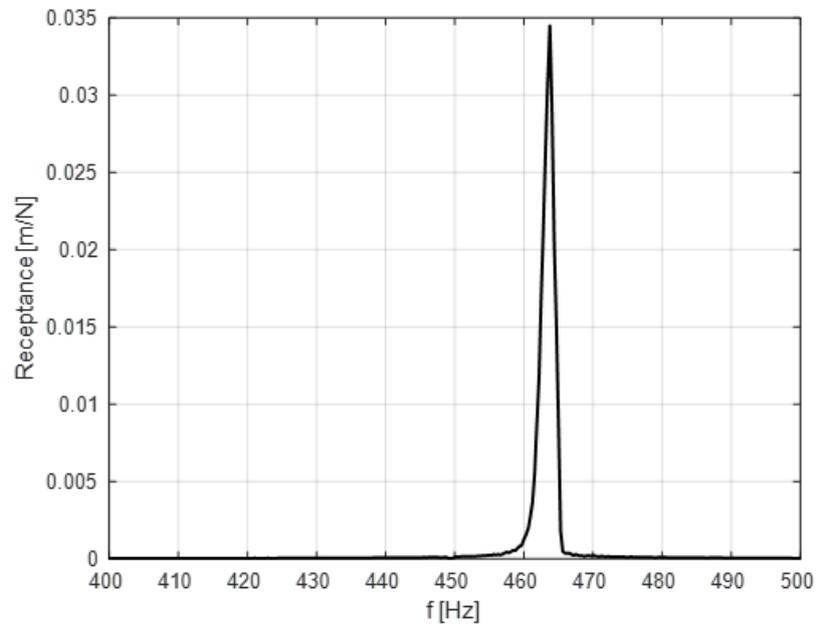


Figura 4.11: Hammer Test configurazione 2c: Recettanza

Dopo aver analizzato singolarmente ogni configurazione, è ripotata una tabella riassuntiva dei parametri ottenuti dalle varie prove (Tabella 4.2). È possibile notare che la frequenza di risonanza è pressoché la stessa nelle tre configurazioni, in particolare si ha un valore di 463.8Hz per le configurazioni 2b e 2c, mentre per la configurazione 2a si ottiene un valore di 465.3Hz (variazione dello 0.3%). Probabilmente nella prima configurazione vi è un lieve incremento della rigidità della struttura dovuto al posizionamento del vincolo. Analizzando ora i parametri di smorzamento,  $\zeta$  e  $Q$ , è possibile osservare che posizionando il vincolo sempre più distante dal bullone, lo smorzamento presenta un trend crescente. Tuttavia, la configurazione non risulta essere ancora idonea, perché lo smorzamento risulta essere ancora maggiore rispetto a quello calcolato nella risposta forzata con ampiezza della forzante molto bassa (0.1N).

Tabella 4.2: Confronto alternative configurazione 2 analizzate

Configurazione	$f_r$ [Hz]	$\zeta$ [%]	Q
2a	465.3	0.49	102.9
2b	463.8	0.23	216.7
2c	463.8	0.13	377.1

#### 4.1.3 Configurazione 3: Struttura con condizioe di vincolo free-free (vite)

Facendo riferimento alla Figura 3.12, successivamente sono riportati i risultati ottenuti dalle tre alternative proposte, ovvero applicando il vincolo cedevole in prossimità del piattello, in prossimità del dado, oppure a metà altezza.

Facendo riferimento alla configurazione 3a (Figura 3.13), ovvero quella in cui il vincolo cedevole è posizionato in prossimità del piattello, in Figura 4.12 sono riportate le inertanze ottenute da test diversi, ogni curva è ottenuta mediando dieci test. È possibile osservare che vi è una variazione del 45.7% nell'ampiezza in risonanza, considerando la curva ad ampiezza maggiore (Test 3:  $9219m/s^2/N$ ) e quella ad ampiezza minore (Test 4:  $5006m/s^2/N$ ), la variazione non è trascurabile, tuttavia essendo focalizzati sul calcolo dello smorzamento modale, è stato considerato come indicatore di ripetibilità l'estensione della campana.

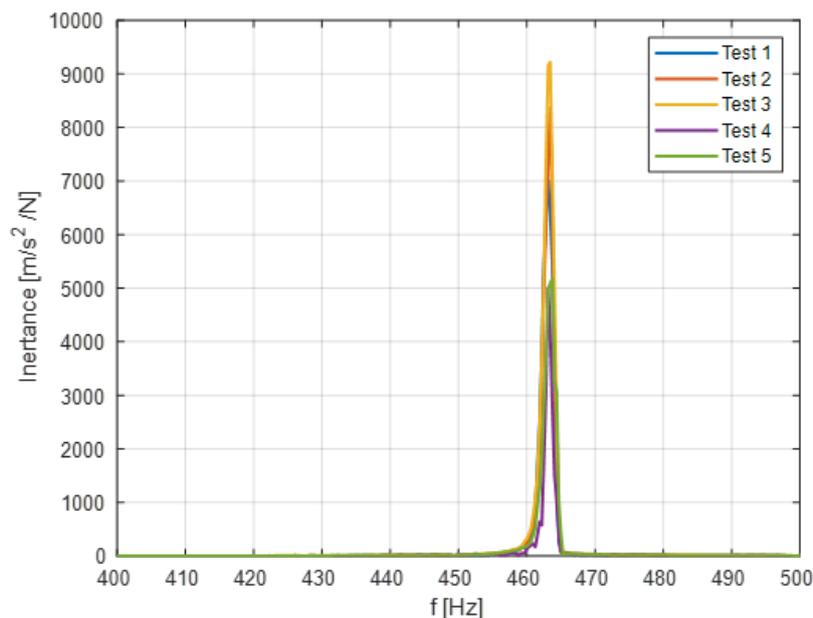


Figura 4.12: Hammer Test configurazione 3a: Inertanza

Per calcolare il fattore di smorzamento è stata scelta la curva appartenente al Test 2. Attraverso la relazione nota tra accelerazione e spostamento, si è passati da Inertanza a Recettanza (Figura 4.13) e su questa curva sono stati calcolati i parametri di smorzamento riportati di seguito.

$$\zeta = 0.13\%$$

$$Q = 382.3$$

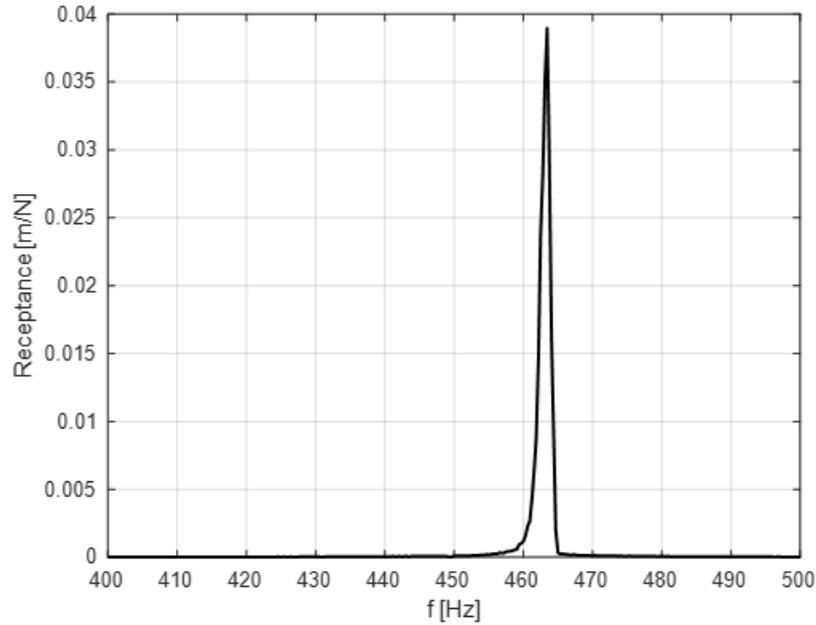


Figura 4.13: Hammer Test configurazione 3a: Recettanza

Facendo riferimento alla configurazione 3b (Figura 3.14), ovvero quella in cui il vincolo cedevole è posizionato a metà altezza, in Figura 4.14 sono riportate le inertanze ottenute da test diversi, ogni curva è ottenuta mediando dieci test. È possibile osservare che vi è una variazione del 21.5% nell'ampiezza in risonanza, considerando la curva ad ampiezza maggiore (Test 1:  $9085m/s^2/N$ ) e quella ad ampiezza minore (Test 5:  $7136m/s^2/N$ ), la variazione non è trascurabile, tuttavia essendo focalizzati sul calcolo dello smorzamento modale, è stato considerato come indicatore di ripetibilità l'estensione della campana.

Per calcolare il fattore di smorzamento è stata scelta la curva appartenente al Test 4. Attraverso la relazione nota tra accelerazione e spostamento, si è passati da Inertanza a Recettanza (Figura 4.15) e su questa curva sono stati calcolati i parametri di smorzamento riportati di seguito.

$$\zeta = 0.14\%$$

$$Q = 363.5$$

Facendo riferimento alla configurazione 3c (Figura 3.15), ovvero quella in cui il vincolo cedevole è posizionato in prossimità del dado, in Figura 4.16 sono riportate le inertanze ottenute da test diversi, ogni curva è ottenuta mediando dieci test. È possibile osservare che vi è una variazione del 59.5% nell'ampiezza in risonanza, considerando la curva ad ampiezza maggiore (Test 5:  $8459m/s^2/N$ ) e quella ad ampiezza minore (Test 1:  $3429m/s^2/N$ ), la variazione non è trascurabile, tuttavia essendo focalizzati sul calcolo dello smorzamento modale, è stato considerato come indicatore di ripetibilità l'estensione della campana.

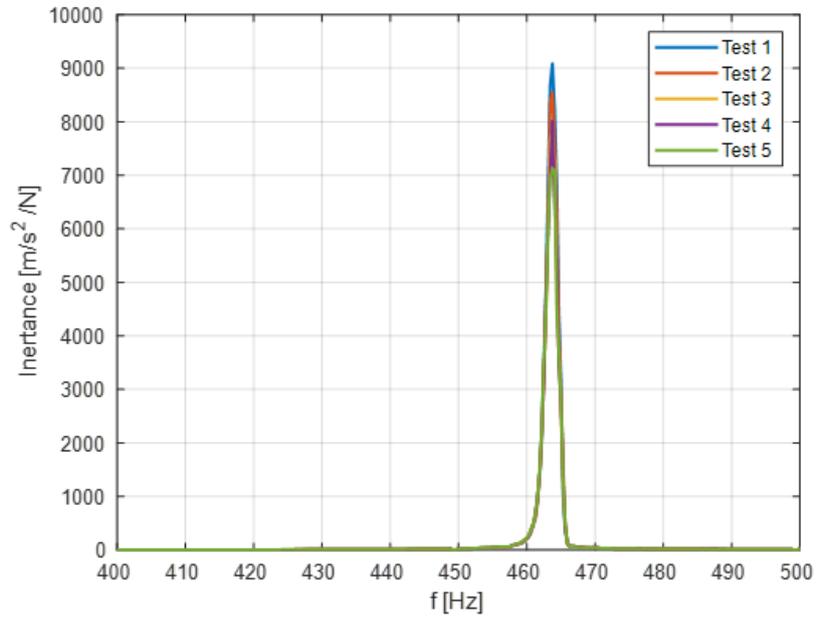


Figura 4.14: Hammer Test configurazione 3b: Inertanza

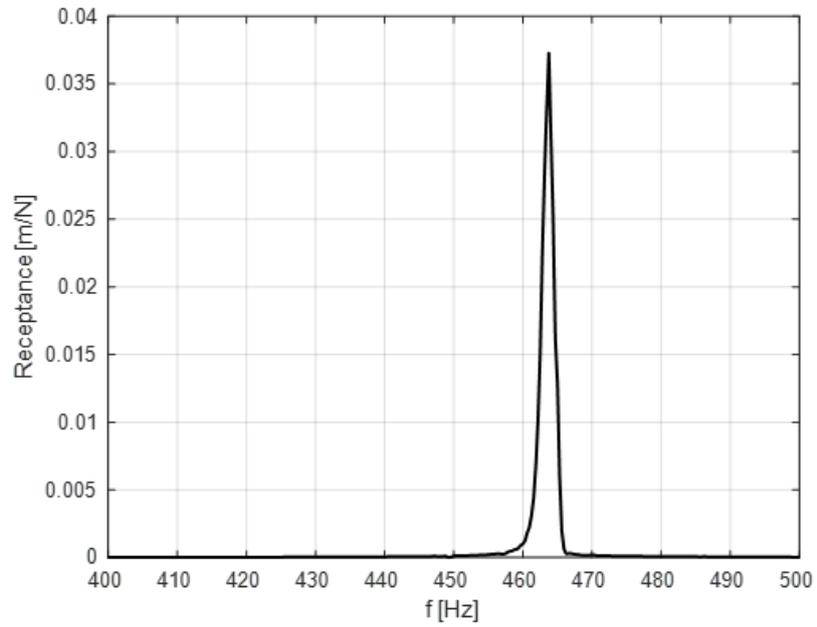


Figura 4.15: Hammer Test configurazione 3b: Recettanza

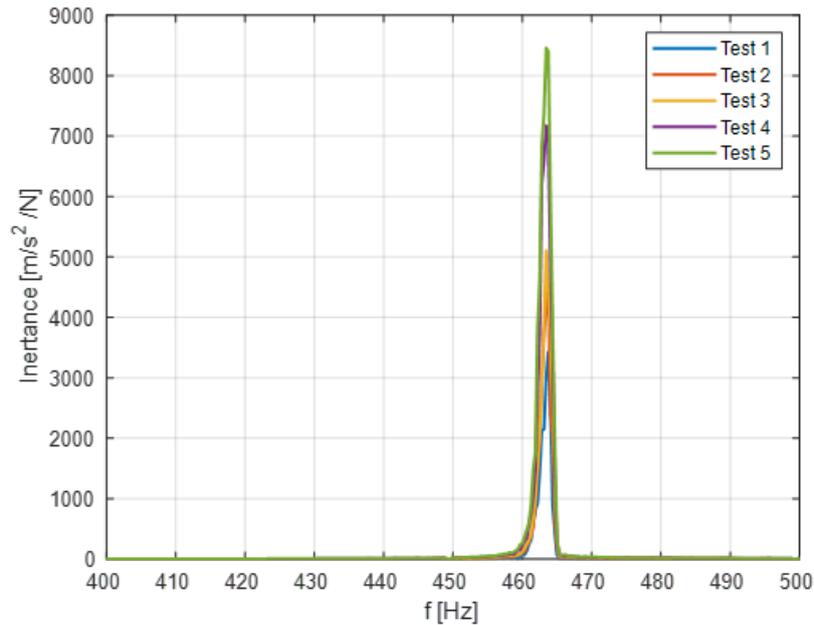


Figura 4.16: Hammer Test configurazione 3c: Inertanza

Per calcolare il fattore di smorzamento è stata scelta la curva appartenente al Test 1. Attraverso la relazione nota tra accelerazione e spostamento, si è passati da Inertanza a Recettanza (Figura 4.17) e su questa curva sono stati calcolati i parametri di smorzamento riportati di seguito.

$$\zeta = 0.09\%$$

$$Q = 534.9$$

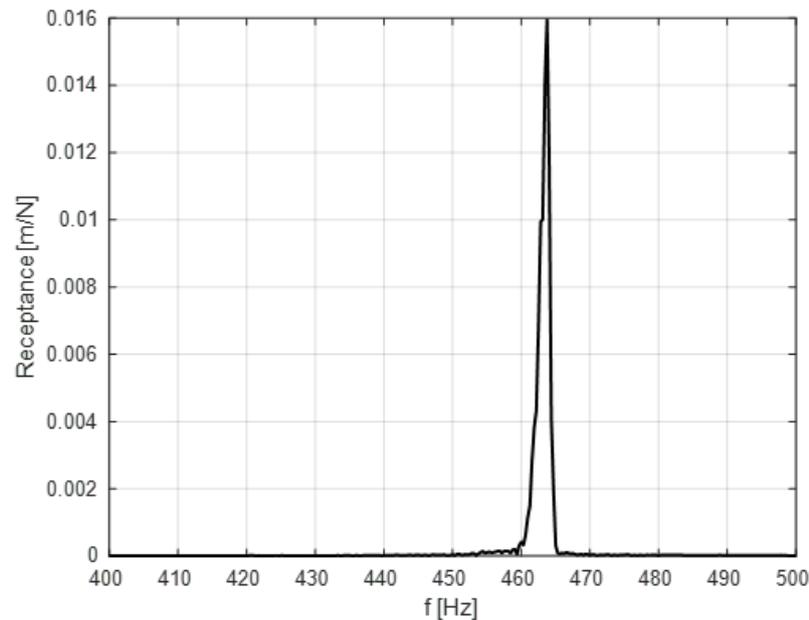


Figura 4.17: Hammer Test configurazione 3c: Recettanza

Dopo aver analizzato singolarmente ogni configurazione, è riportata una tabella riassuntiva dei parametri ottenuti dalle varie prove (Tabella 4.3). È possibile notare che la frequenza

di risonanza è pressoché la stessa nelle tre configurazioni, in particolare si ha un valore di 463.8Hz per le configurazioni 3b e 3c, mentre per la configurazione 3a si ottiene un valore di 463.4Hz (variazione dello 0.09%). Analizzando ora i parametri di smorzamento,  $\zeta$  e  $Q$ , è possibile osservare che, per le prime due configurazioni, 3a e 3b, il valore di smorzamento ottenuto è pressoché simile, infatti si ottengono rispettivamente 0.13% e 0.14%. Posizionando il vincolo cedevole in prossimità del dado, nella configurazione 3c, si ottiene un fattore di smorzamento minore, pari a 0.09%. Questo fattore risulta essere pari al fattore identificato dalla risposta forzata su shaker. Ovviamente analizzando questo risultato bisogna tener conto della dispersione dei risultati, tuttavia, tenendo conto delle incertezze, è possibile affermare che lo smorzamento introdotto dal giunto tra cella di carico e tavola mobile dello shaker è trascurabile, per cui quando saranno analizzate le risposte forzate con ampiezza dell'eccitante armonica maggiore, l'incremento dello smorzamento potrà essere attribuito alle non linearità introdotte dalle superfici a contatto e non dal collegamento tra struttura e shaker.

Tabella 4.3: Confronto alternative configurazione 3 analizzate

Configurazione	$f_r$ [Hz]	$\zeta$ [%]	$Q$
3a	463.4	0.13	382.3
3b	463.8	0.14	363.5
3c	463.8	0.09	534.9

## 4.2 Stepped Sine test: Ripetibilità dei test

In questa sezione sono riportati i risultati dei test eseguiti su travi di spessore 4mm collegate attraverso giunto bullonato ed eccitate mediante shaker elettromagnetico. Sono state ripetute le prove eseguite dal dottorando Yongfeng Wang, utilizzando un sistema di acquisizione differente per provare che il fenomeno analizzato non dipenda dall'operatore o dalla strumentazione usata. In particolare, le prove sono state eseguite sulla struttura avente un precarico ignoto e attraverso il confronto dei grafici delle funzioni di risposta in frequenza si vuole ipotizzare quale sia stato l'ultimo precarico applicato al bullone. Successivamente collegando il ponte estensimetrico alla centralina e scaricando il bullone si potrà verificare se il precarico ipotizzato in prima battuta, corrisponda a quello effettivamente applicato dal precedente operatore.

### 4.2.1 Acquisizione dati

Le misure sperimentali sono state ottenute attraverso il sistema di acquisizione DataPhysics. Il segnale è stato campionato impiegando una frequenza di campionamento  $F_s$  pari a 5120Hz. La funzione di risposta in frequenza (FRF) è stata valutata nel range di frequenze contenenti il modo di vibrare oggetto di studio, ovvero il primo modo flessionale. Quest'intervallo, da 440Hz a 480Hz, è stato discretizzato in un'unica banda, impostando un  $\Delta f$  di 0.1Hz, ottenendo 401 punti. Per ogni punto del FRF si è atteso un tempo di assestamento, chiamato dal software "Settling Time", pari ad 1s, tempo necessario per esaurire il transitorio venutosi a creare quando si passa dalla frequenza  $i$ -esima a quella successiva. Il valore attribuito ad ogni punto è costituito dalla media aritmetica di più misure, che in questo caso risultano pari a 5. La tolleranza sul controllo della forzante di eccitazione è stata impostata pari a  $\pm 5\%$ , si è tentato l'impiego di tolleranze più strette, ad esempio  $\pm 2\%$ , con risultati non accettabili a determinate ampiezze di forzante.

Successivamente sono stati impostati i parametri relativi ai due canali impiegati, rispettivamente cella di carico ed accelerometro. I parametri sono riassunti in Tabella 4.4.

Tabella 4.4: Parametri dei canali di acquisizione

Channel	Coupling	ARF	Range [V]	Range [EU]	mV/EU	EU
1	ICP 4ma	OFF	1	90.91	11	N
2	ICP 4ma	OFF	1	919.96	1.087	$m/s^2$

Le misure sono state acquisite partendo dalla forzante più bassa, 0.1N, eseguendo in successione uno sweep in "up" (440Hz  $\rightarrow$  480Hz) e uno in down (440Hz  $\leftarrow$  480Hz). Questo procedimento è stato ripetuto per tutte le forzanti considerate.

In Figura 4.18 sono riportati i risultati delle prove eseguendo uno sweep in frequenza in modalità "up", osservando il dettaglio riportato in Figura 4.19 è possibile osservare il classico andamento di un fenomeno non lineare, in quanto, incrementando l'ampiezza della forzante armonica si osserva una riduzione sia dell'ampiezza della risposta del sistema, sia della frequenza di risonanza. Lo stesso fenomeno lo si osserva quando si esegue uno sweep in frequenza in modalità "down", i cui risultati sono riportati in Figura 4.20 (dettaglio in Figura 4.21).

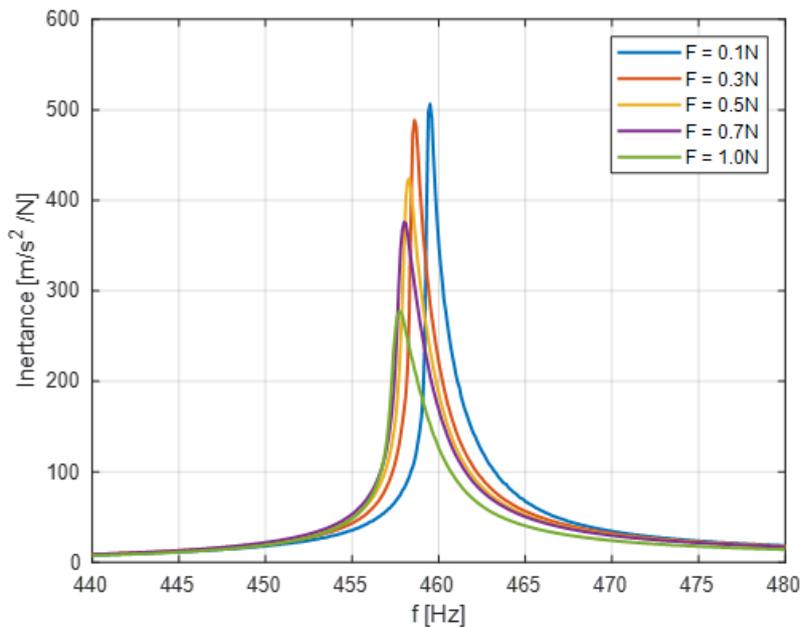


Figura 4.18: FRF stepped sine test in "up"

Per verificare la validità dei dati raccolti è necessario controllare che la Trasformata di Fourier del segnale nel tempo della cella di carico rientri nella tolleranza impostata nel software ( $\pm 5\%$ ). In Figura 4.22 e Figura 24 sono riportate le Fast Fourier Transform (FFT) rispettivamente dei cicli in "up" e "down", è possibile osservare che tutti i punti risultano in tolleranza.

#### 4.2.2 Identificazione dei parametri modali

Un primo confronto è stato fatto tra la risposta ottenuta attraverso uno sweep "up" o attraverso uno sweep "down". Focalizzandosi su una curva intermedia, ad esempio con ampiezza della forzante armonica 0.5N, riportata in Figura 4.24, è possibile osservare che sia l'ampiezza che la frequenza di risonanza coincidono. È possibile notare che l'ampiezza della campana

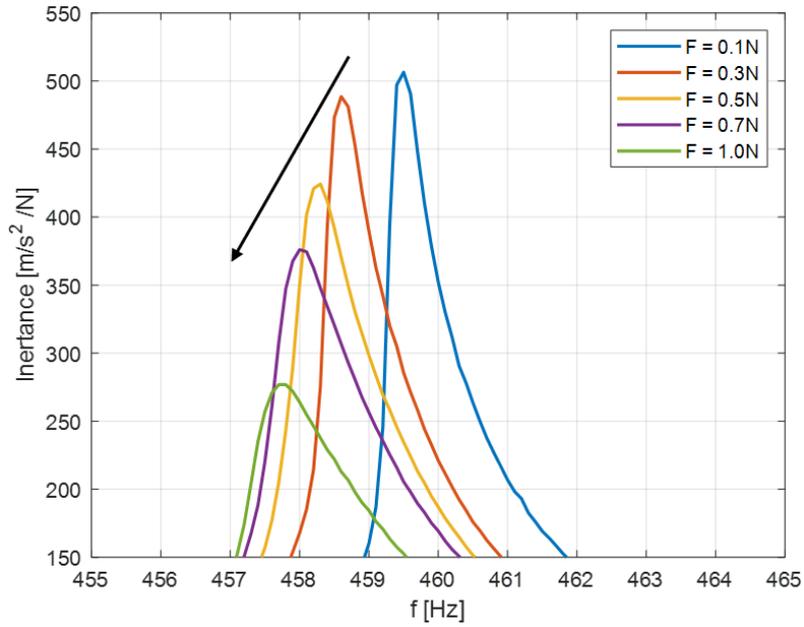


Figura 4.19: FRF stepped sine test in “up”, dettaglio

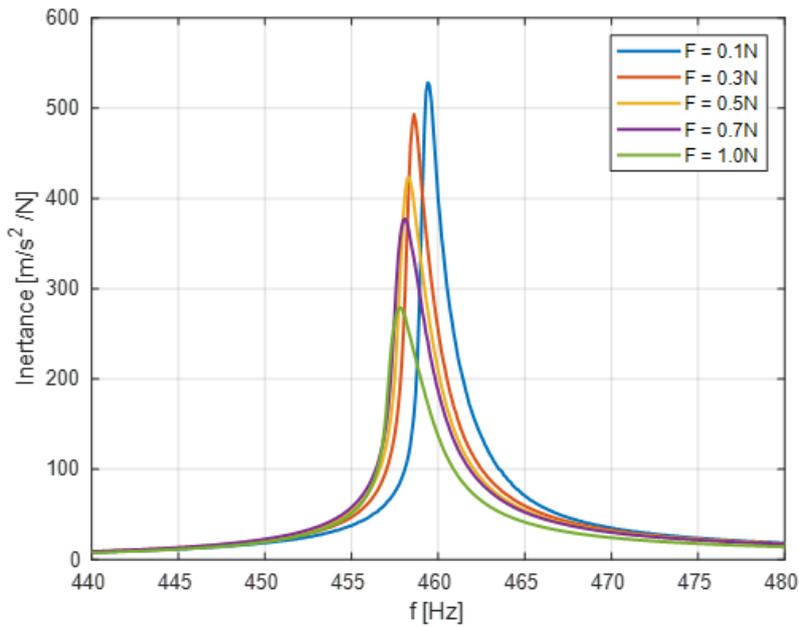


Figura 4.20: FRF stepped sine test in “down”

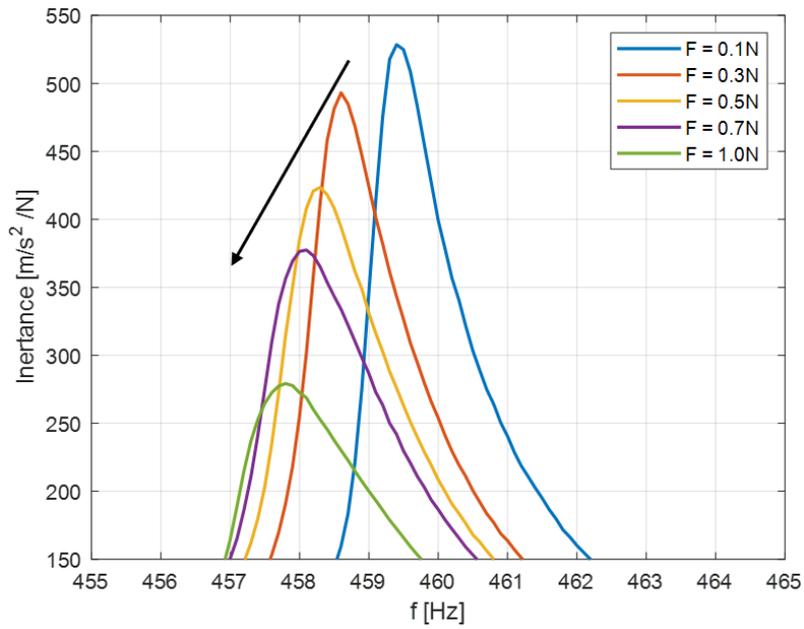


Figura 4.21: FRF stepped sine test in “down”, dettaglio

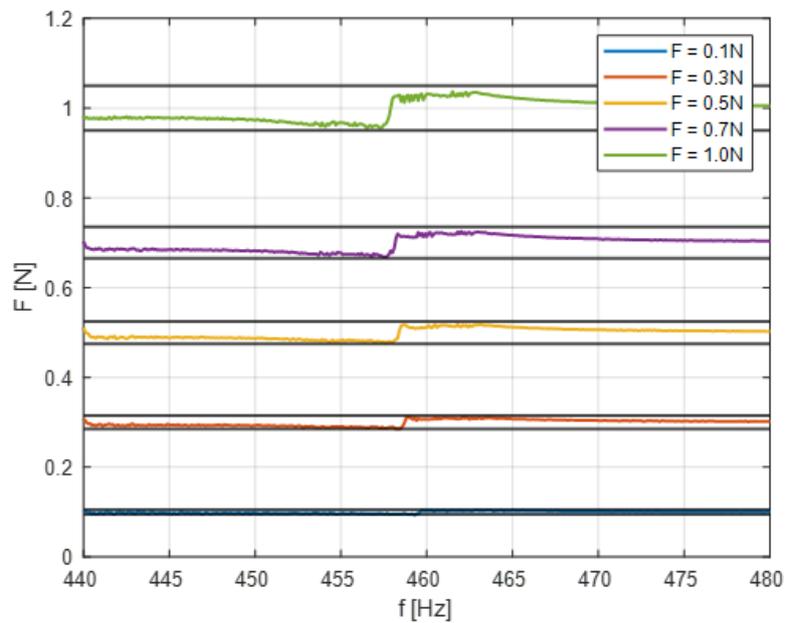


Figura 4.22: FFT del segnale della cella di carico, test in “up”

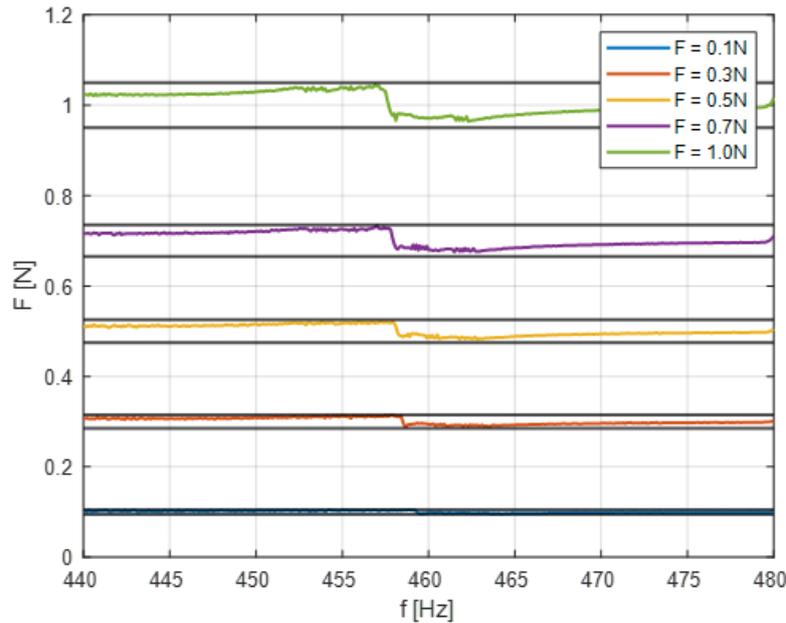


Figura 4.23: FFT del segnale della cella di carico, test in “down”

della curva ottenuta attraverso uno sweep in “down” risulta essere maggiore rispetto a quella ottenuta mediante lo sweep in “up”, questo vorrebbe dire che lo smorzamento ricavato da una curva in “down” probabilmente sarà maggiore di quello ricavato da una curva in “up”.

Una seconda analisi potrebbe essere effettuata sulla Trasformata di Fourier del segnale della cella di carico, riportato in Figura 4.25. È possibile osservare che l’algoritmo di convergenza del segnale, analizzando ad esempio un ciclo in “up”, prima della risonanza converge a valori inferiori rispetto al valore nominale, superata la frequenza di risonanza, l’algoritmo converge a valori superiori a quello nominale. La stessa cosa accade quando si imposta uno sweep in “down”, tenendo conto che il test inizia dalla frequenza maggiore (480Hz) e termina alla frequenza più bassa (440Hz).

In Figura 4.26 sono riportate le ampiezze in risonanza in funzione dell’ampiezza della forzante armonica per un ciclo in “up” e in “down”. È possibile osservare un’importante riduzione in termini di ampiezza di vibrazione passando da una forzante molto bassa ad una forzante elevata, questo comportamento è dovuto alle non linearità presenti nella struttura. In particolare, è possibile osservare una riduzione del 45.3% per un ciclo in direzione “up”, passando da un valore di  $506.4m/s^2/N$  ad un valore di  $276.8m/s^2/N$ , per quanto riguarda invece il ciclo in “down” è possibile notare una riduzione del 47.2%, passando da un valore di  $528.5m/s^2/N$ , corrispondente ad una forzante di 0.1N, ad un valore di  $279.2m/s^2/N$ , corrispondente ad un’ampiezza della forzante armonica di 1.0N. È possibile osservare inoltre che per forzanti basse, in particolare per 0.1N, vi è una leggera dispersione dei risultati, si osserva infatti una variazione del 4.2%, differenza tutto sommato accettabile. Questa dispersione nei risultati ottenuti per forzanti basse è dovuta al fatto che si utilizza uno shaker elettromagnetico come se fosse una tavola vibrante, inoltre la cella di carico utilizzata presenta un fondo scala di 500N, perciò è ragionevole che non riesca a lavorare in modo ottimale quando deve controllare una forzante molto bassa.

In Figura 4.27 è riportata la frequenza in risonanza in funzione dell’ampiezza della forzante armonica, per un ciclo in “up” e uno in “down”. È innanzitutto possibile osservare che i valori ottenuti sono pressoché gli stessi, inoltre è possibile notare un trend monotonicamente decrescente. In particolare, per uno sweep in direzione “up” si ottiene un decremento del 0.39%, passando da un valore di 459.5Hz, corrispondente ad una forzante di 0.1N, ad

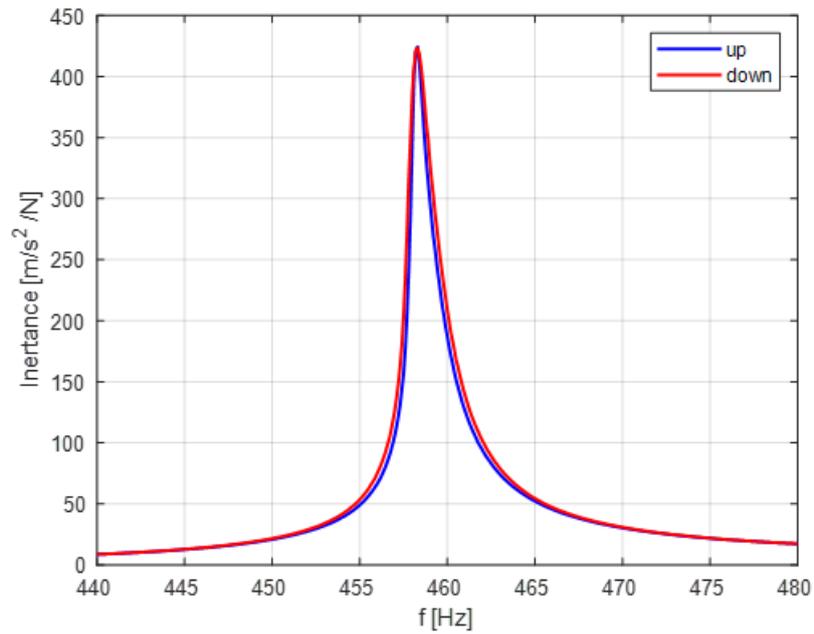


Figura 4.24: Confronto tra le inertanze ottenute attraverso uno sweep “up” e uno sweep “down”, ampiezza della forzante 0.5N

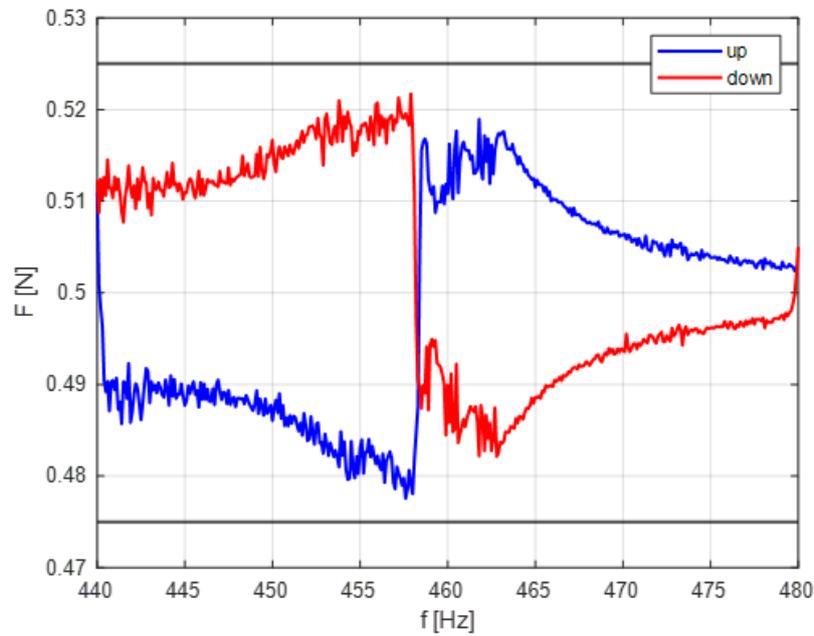


Figura 4.25: Confronto tra le FFT del segnale della cella di carico ottenuto attraverso uno sweep “up” e uno sweep “down”, ampiezza della forzante 0.5N

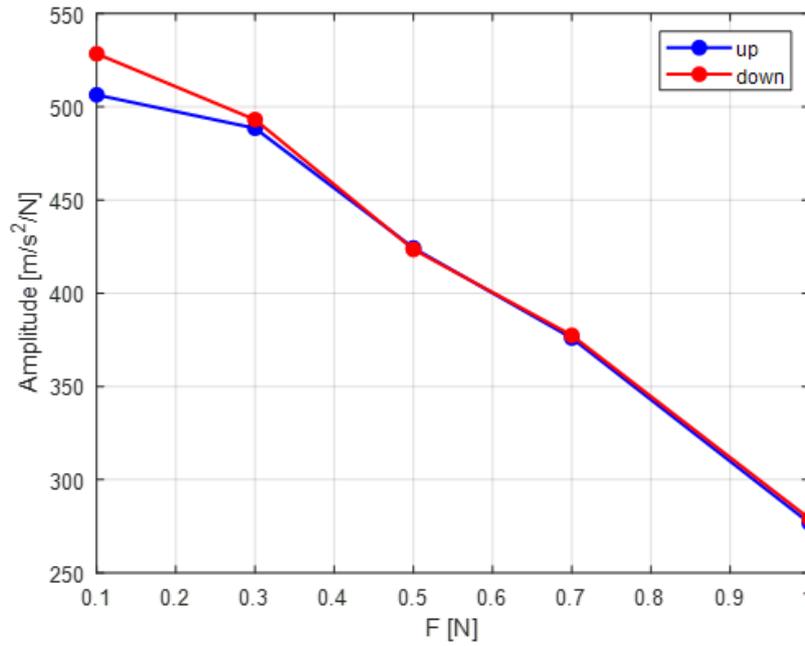


Figura 4.26: Ampiezza dell'inertanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica

un valore di 457.7Hz, corrispondente ad una forzante armonica di 1.0N, per una direzione di sweep “down”, si ottiene una riduzione del 0.37%, passando da un valore di 459.4Hz, corrispondente ad una forzante armonica di 0.1N, ad un valore di 457.7Hz, corrispondente ad un'ampiezza della forzante armonica di 1.0N.

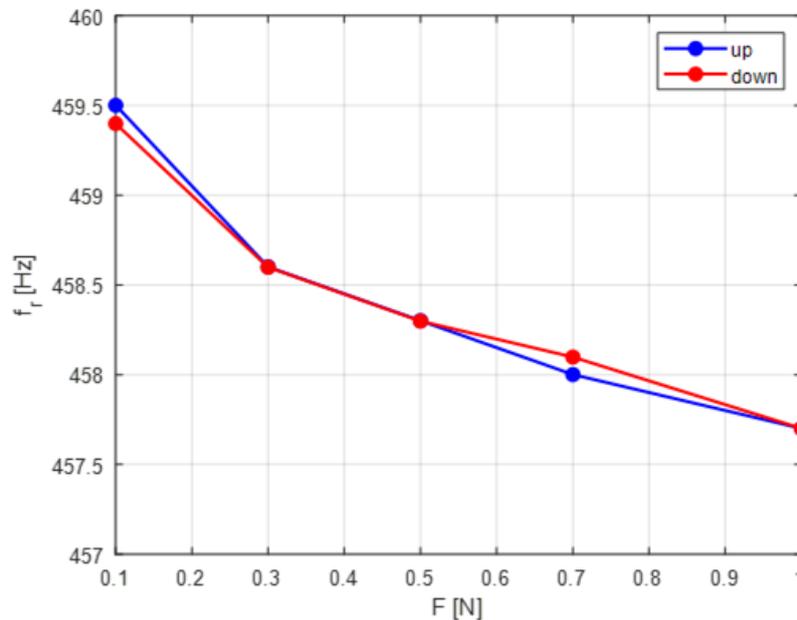


Figura 4.27: Frequenza di risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica

Dopo aver confrontato i due modi di eseguire lo sweep in frequenza è stato calcolato lo smorzamento, in termini di rapporto di smorzamento e Q factor, attraverso il metodo dei punti di metà potenza (Half Power method). In Figura 4.28 è riportato il rapporto di smorzamento  $\zeta$ , è possibile osservare che, incrementando l'ampiezza dell'eccitante armonica, il rapporto di smorzamento cresce. In particolare, per uno sweep in direzione “up” si osserva che, avendo come ampiezza della forzante armonica 0.1N si ottiene un valore di smorzamento

$\zeta$  pari a 0.076%, mentre applicando una forzante pari a 1.0N si ottiene un valore di 0.169%, ovvero un incremento del 121.4%. Analizzando la curva ottenuta eseguendo uno sweep in direzione down, si osserva che per una forzante armonica pari a 0.1N si ottiene un rapporto di smorzamento pari a 0.117%, mentre applicando una forzante pari a 1.0N si ottiene 0.207%, ovvero un incremento del 76.6%. Confrontando le due curve è possibile osservare che, indifferentemente dalla forzante armonica considerata, lo smorzamento ottenuto attraverso un'inertanza con direzione di sweep "down" risulta essere sempre maggiore rispetto a quello ottenuto mediante una direzione "up".

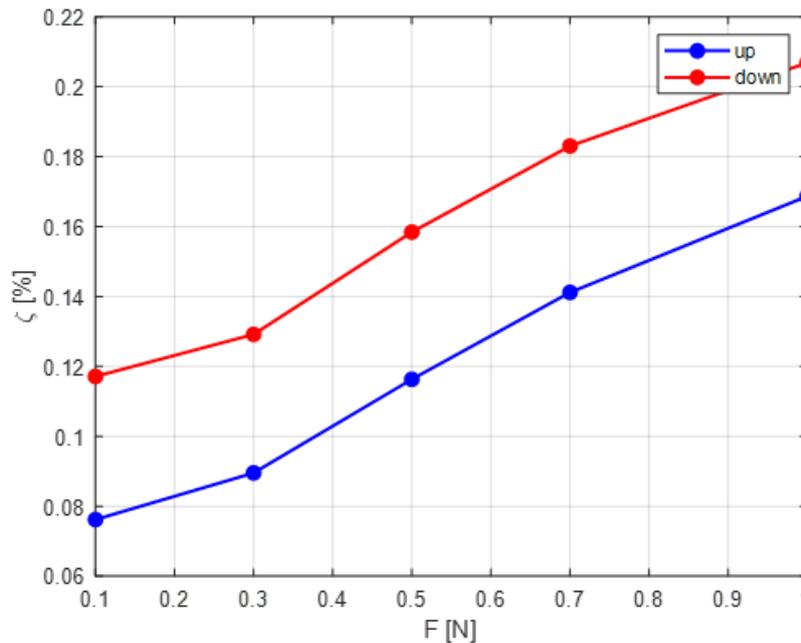


Figura 4.28: Rapporto di smorzamento  $\zeta$ : confronto sweep in "up" e in "down", identificazione dei parametri modali mediante metodo dei punti di metà potenza

In Figura 4.29 è riportato un altro fattore rappresentante lo smorzamento della struttura, ovvero il Quality factor. Essendo questi due parametri legati da una legge di proporzionalità inversa, l'andamento delle due curve risulta essere decrescente. In particolare, per uno sweep in "up" si ottiene un decremento del 54.8%, passando da un valore di 654.4 per una forzante di 0.1N, ad un valore di 296.4 per una forzante di 1.0N, per uno sweep in "down" si ottiene un decremento del 43.4%, passando da un valore di 427.0 per una forzante di 0.1N, ad un valore di 241.7 per una forzante di 1.0N.

Dopo aver calcolato i parametri di smorzamento modale attraverso il metodo dei punti di metà potenza, i medesimi sono stati calcolati utilizzando una seconda tecnica di identificazione, ovvero il metodo dei fratti semplici, introdotto nel capitolo precedente. Il vantaggio che si ottiene utilizzando questa tecnica, leggermente più complessa, risiede nel fatto che, al contrario del metodo precedente (Half Power method) utilizza più punti della curva di recettanza e tiene conto dell'informazione sulla fase, fornendo risultati più attendibili nel caratterizzare il comportamento della struttura.

In Figura 4.30 è riportato il rapporto di smorzamento  $\zeta$ , è possibile osservare lo stesso trend ottenuto con il metodo precedente ovvero, incrementando l'ampiezza dell'eccitante armonica, il rapporto di smorzamento cresce. In particolare, per uno sweep in direzione "up" si osserva che, avendo come ampiezza della forzante armonica 0.1N si ottiene un valore di smorzamento  $\zeta$  pari a 0.101%, mentre applicando una forzante pari a 1.0N si ottiene un valore di 0.139%, ovvero un incremento del 37.6%. Analizzando la curva ottenuta eseguendo uno sweep in direzione down, si osserva che per una forzante armonica pari a 0.1N si ottiene

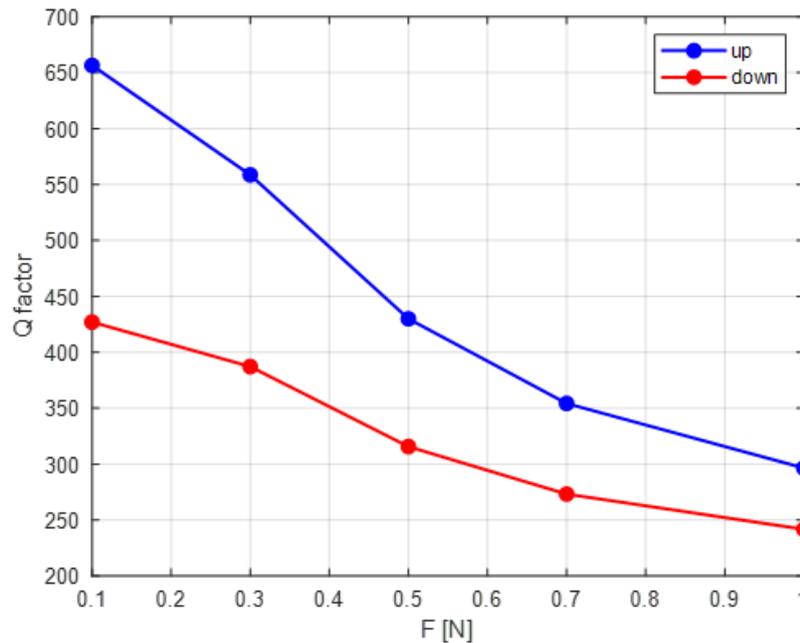


Figura 4.29: Quality factor: confronto sweep in "up" e in "down", identificazione dei parametri modali mediante metodo dei punti di metà potenza

un rapporto di smorzamento pari a 0.117%, mentre applicando una forzante pari a 1.0N si ottiene 0.154%, ovvero un incremento del 29.1%. Confrontando le due curve è possibile osservare che, indifferentemente dalla forzante armonica considerata, lo smorzamento ottenuto attraverso un'inertanza con direzione di sweep "down" risulta essere sempre maggiore rispetto a quello ottenuto mediante una direzione "up".

In Figura 4.31 è riportato un altro fattore rappresentante lo smorzamento della struttura, ovvero il Quality factor. Essendo questi due parametri legati da una legge di proporzionalità inversa, l'andamento delle due curve risulta essere decrescente. In particolare, per uno sweep in "up" si ottiene un decremento del 27.4%, passando da un valore di 494.7 per una forzante di 0.1N, ad un valore di 359.4 per una forzante di 1.0N, per uno sweep in "down" si ottiene un decremento del 24.1%, passando da un valore di 429.3 per una forzante di 0.1N, ad un valore di 325.8 per una forzante di 1.0N.

Dopo aver confrontato i parametri di smorzamento modale in funzione dell'ampiezza della forzante armonica ottenuti applicando due tecniche di identificazione differenti sulle due differenti direzioni di sweep, sono stati confrontati i due metodi di identificazione. Lo smorzamento, ottenuto mediando i valori corrispondenti per lo sweep in direzione "up" e per quello in direzione "down", è riportato in funzione dell'ampiezza dell'eccitante armonica in Figura 4.32. È possibile osservare che per valori bassi dell'eccitante armonica i risultati sono praticamente identici, ad esempio considerando una forzante di 0.1N si ottiene un rapporto di smorzamento di 0.109% utilizzando il metodo dei punti di metà potenza, mentre utilizzando il metodo dei fratti semplici si ottiene un valore di 0.097%. Considerando forzanti armoniche elevate, la discrepanza tra i risultati ottenuti è più evidente, infatti si osserva che, nel caso di una forzante pari a 1.0N, si ottiene un rapporto di smorzamento di 0.188% utilizzando il metodo dei punti di metà potenza, mentre utilizzando il metodo dei fratti semplici si ottiene un valore di 0.146% (differenza del 22.34%).

Effettuato il confronto si è ritenuto opportuno, per le successive identificazioni, l'utilizzo del metodo dei fratti semplici perché, essendo le risposte forzate molto non lineari, specialmente per forzanti elevate, è fondamentale considerare più punti della curva sperimentale per caratterizzare al meglio i parametri modali. Il metodo della metà potenza risulta perciò

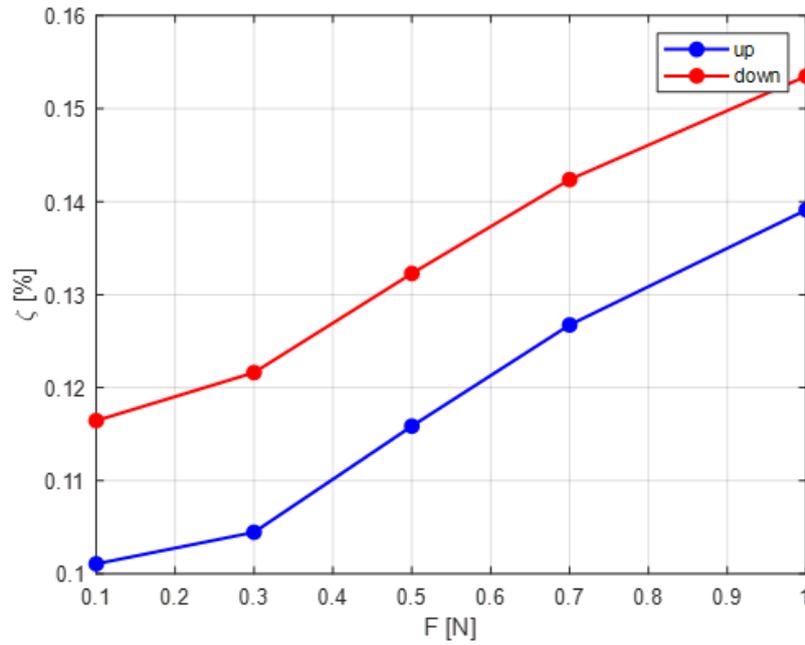


Figura 4.30: Rapporto di smorzamento  $\zeta$ : confronto sweep in "up" e in "down", identificazione dei parametri modali mediante metodo dei fratti semplici

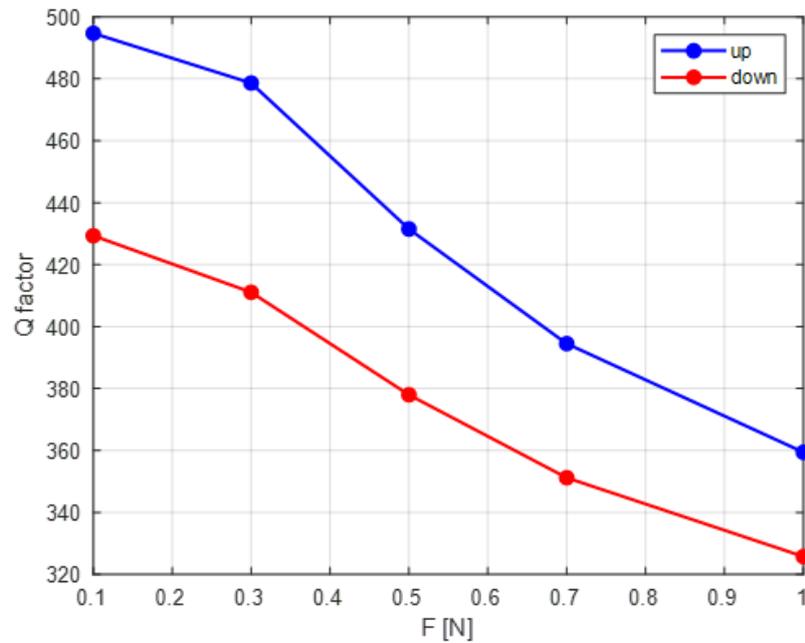


Figura 4.31: Quality factor: confronto sweep in "up" e in "down", identificazione dei parametri modali mediante metodo dei fratti semplici

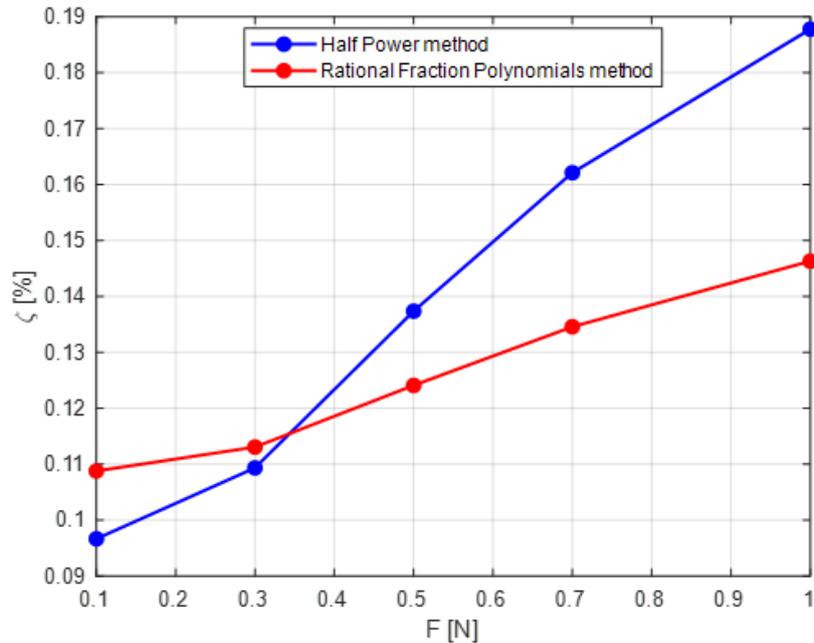


Figura 4.32: Rapporto di smorzamento  $\zeta$ : confronto metodi di identificazione dei parametri modali

limitante perché nella sua implementazione tiene conto solo di tre punti, perciò è consigliabile usarlo solo per applicazioni lineari.

### 4.2.3 Identificazione del precarico applicato al bullone

L'obiettivo di quest'ultima parte è quello di poter identificare il tiro del bullone confrontando i grafici di ampiezza dell'inertanza in funzione della forzante armonica ottenuti attraverso il Dataphysics con le curve ottenute dal dottorando Yongfeng Wang utilizzando un diverso sistema di acquisizione.

In Figura 4.33 è riportato il confronto tra le curve che riportano l'ampiezza in risonanza in funzione della forzante armonica applicata. Dal confronto visivo è ragionevole ipotizzare che l'ultimo precarico applicato dal dottorando Yongfeng Wang sia 7kN.

Per conoscere il valore reale del tiro del bullone, sono stati collegati i cavi elettrici, saldati sugli estensimetri, alla centralina "HBM QuantumX Data Acquisition System". Utilizzando il software dedicato è stato possibile disassemblare il bullone e misurare la variazione di deformazione nella vite. Attraverso quest'informazione, fornita dal software in  $mV/V$  è stato possibile ricavare il precarico attraverso la relazione che lega deformazione e tensione nel ponte di Wheatstone. I risultati sono riportati di seguito, per ottenerli bisogna tener conto gli estensimetri sono posizionati su un diametro di 14mm, il modulo elastico dell'acciaio è stato considerato pari a 200000MPa e il coefficiente di Poisson è stato posto pari a 0.3.

$$E_{out}/V = 0.39mV/V$$

$$\varepsilon = 2.31E - 04$$

$$\sigma = 46.15MPa$$

$$F_{act} = 7.10kN$$

Attraverso l'utilizzo degli estensimetri è stato possibile identificare il tiro reale del bullone, corrispondente a circa 7kN. Il risultato ottenuto è molto importante in quanto, a distanza

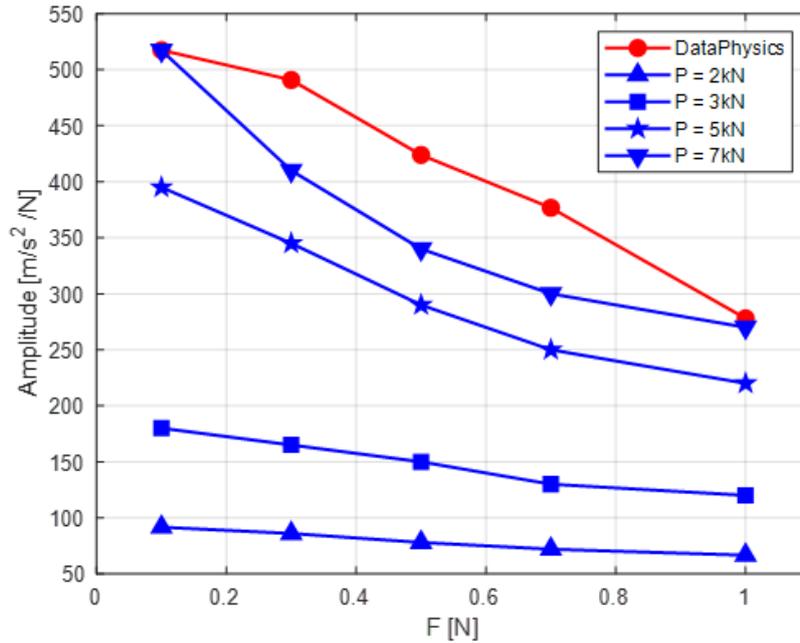


Figura 4.33: Confronto curve ampiezza in risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica

di mesi, un altro operatore ha ottenuto ragionevolmente gli stessi risultati pur utilizzando un diverso sistema di acquisizione. In conclusione, confrontando il grafico riportato in Figura 30 e i risultati ottenuti dal post-processing dei dati estensimetrici è possibile confermare la ripetibilità dei test e del fenomeno analizzato.

### 4.3 Stepped Sine test: Nuova campagna di misura

In questa sezione sono riportati i risultati delle prove effettuate utilizzando due travi di spessore doppio (8mm) rispetto alle precedenti ed eccitate mediante shaker elettromagnetico. Anche per questa struttura sono stati estratti i parametri modali per effettuare dei confronti applicando differenti precarichi e confrontando le due strutture differenti, ovvero quella costituita da travi di spessore 4mm con quella costituita da travi di spessore 8mm, applicando il medesimo precarico.

#### 4.3.1 Acquisizione dati

Le misure sperimentali sono state ottenute attraverso il sistema di acquisizione DataPhysics. Il segnale è stato campionato impiegando una frequenza di campionamento  $F_s$  pari a 13440Hz. La funzione di risposta in frequenza (FRF) è stata valutata nel range di frequenze contenenti il modo di vibrare oggetto di studio, ovvero il primo modo flessionale. Quest'intervallo, da 985Hz a 1010Hz, è stato discretizzato in un'unica banda, impostando un  $\Delta f$  di 0.1Hz, ottenendo 251 punti. Per ogni punto del FRF si è atteso un tempo di assestamento, chiamato dal software "Settling Time", pari ad 1s, tempo necessario per esaurire il transitorio venutosi a creare quando si passa dalla frequenza  $i$ -esima a quella successiva. Il valore attribuito ad ogni punto è costituito dalla media a 10. La tolleranza sul controllo della forzante di eccitazione è stata impostata pari a  $\pm 2\%$ , ottenendo buoni risultati.

Avendo utilizzato gli stessi trasduttori introdotti nella sezione precedente, i parametri necessari per la corretta definizione dei canali di acquisizione sono riportati in Tabella 4.4.

Le misure sono state acquisite partendo dalla forzante più bassa, 0.1N, eseguendo in successione uno sweep in "up" (985Hz → 1010Hz) e uno in down (985Hz ← 1010Hz). Questo procedimento è stato ripetuto per tutte le forzanti considerate. Il primo set di prove sperimentali è stato effettuato applicando un precarico di 7kN al bullone.

In Figura 4.34 sono riportati i risultati delle prove eseguendo uno sweep in frequenza in modalità "up" ad una struttura precaricata con 7kN, è possibile osservare il classico andamento di un fenomeno non lineare, in quanto, incrementando l'ampiezza della forzante armonica si osserva una riduzione sia dell'ampiezza della risposta del sistema, sia della frequenza di risonanza. Lo stesso fenomeno lo si osserva quando si esegue uno sweep in frequenza in modalità "down", i cui risultati sono riportati in Figura 4.35.

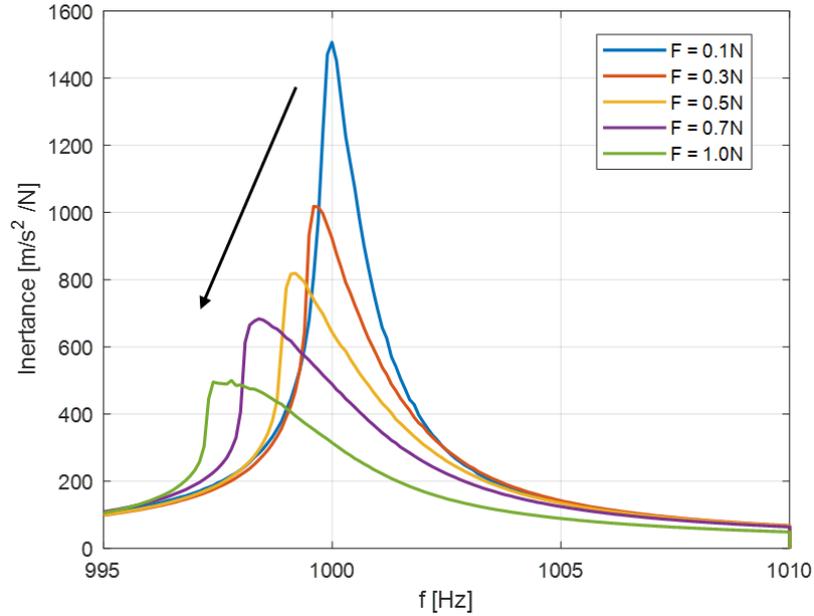


Figura 4.34: FRF stepped sine test in "up", precarico 7kN

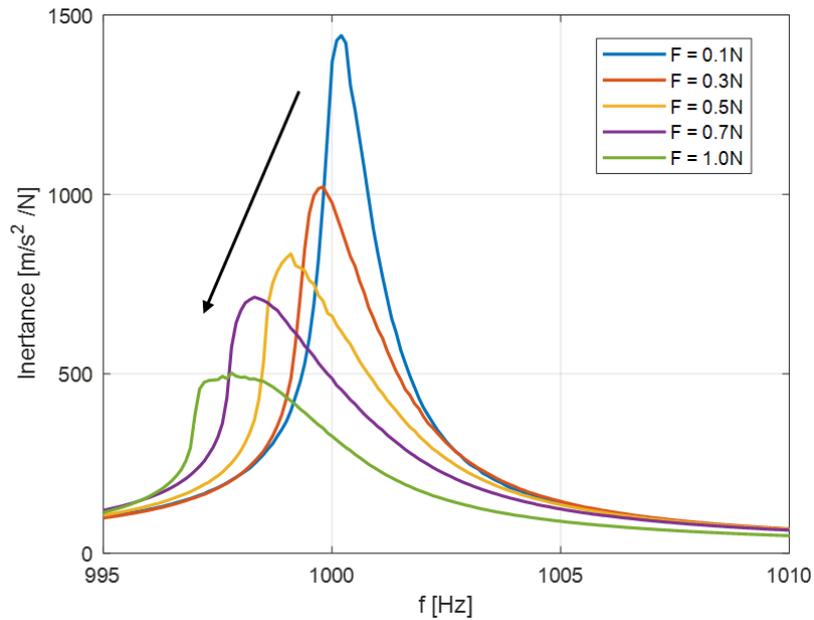


Figura 4.35: FRF stepped sine test in "down", precarico 7kN

### 4.3.2 Identificazione dei parametri modali

In Figura 4.36 sono riportate le ampiezze in risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica per un ciclo in “up” e in “down”, relative ad un precarico di 7kN. È possibile osservare un'importante riduzione in termini di ampiezza di vibrazione passando da una forzante molto bassa ad una forzante elevata. Questo comportamento è dovuto alle non linearità presenti nella struttura. In particolare, è possibile osservare una riduzione del 66.8% per un ciclo in direzione “up”, passando da un valore di  $1507m/s^2/N$  ad un valore di  $500.1m/s^2/N$ . Per quanto riguarda invece il ciclo in “down” è possibile notare una riduzione del 65.2%, passando da un valore di  $1443m/s^2/N$  corrispondente ad una forzante di 0.1N, ad un valore di  $502.3m/s^2/N$  corrispondente ad un'ampiezza della forzante armonica di 1.0N. È possibile osservare inoltre che per forzanti basse, in particolare per 0.1N, vi è una leggera dispersione dei risultati, che determina una variazione del 4.4%, differenza tutto sommato accettabile. Questa dispersione nei risultati ottenuti per forzanti basse è dovuta al fatto che si utilizza uno shaker elettromagnetico come se fosse una tavola vibrante, inoltre la cella di carico utilizzata presenta un fondo scala di 500N, perciò è ragionevole che non riesca a lavorare in modo ottimale quando deve controllare una forzante molto bassa.

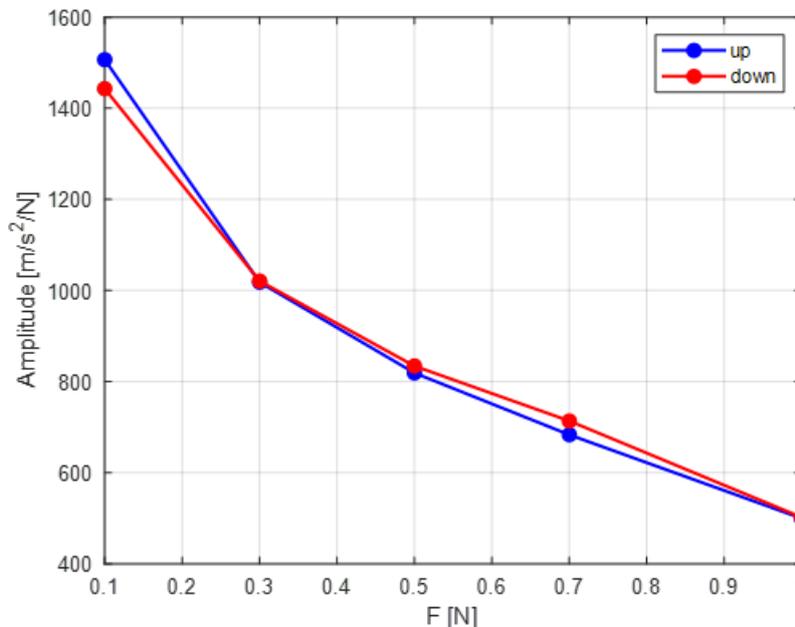


Figura 4.36: Ampiezza dell'inertanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, precarico 7kN

In Figura 4.27 è riportata la frequenza in risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, per un ciclo in “up” e uno in “down”, relativa ad un precarico di 7kN. È innanzitutto possibile osservare che i valori ottenuti sono pressoché gli stessi, notando inoltre un trend monotonamente decrescente. In particolare, per uno sweep in direzione “up” si ottiene un decremento del 0.22%, passando da un valore di 1000Hz corrispondente ad una forzante di 0.1N, ad un valore di 997.8Hz corrispondente ad una forzante armonica di 1.0N, per una direzione di sweep “down”, si ottiene una riduzione del 0.24%, passando da un valore di 1000.2Hz, corrispondente ad una forzante armonica di 0.1N, ad un valore di 997.8Hz, corrispondente ad un'ampiezza della forzante armonica di 1.0N.

Dopo aver confrontato i due modi di eseguire lo sweep in frequenza è stato calcolato lo smorzamento, in termini di rapporto di smorzamento e Q factor, attraverso il metodo dei fratti semplici (Rational Fraction Polynomials method). In Figura 4.38 è riportato il rapporto di smorzamento  $\zeta$ , è possibile osservare che, incrementando l'ampiezza dell'eccitante

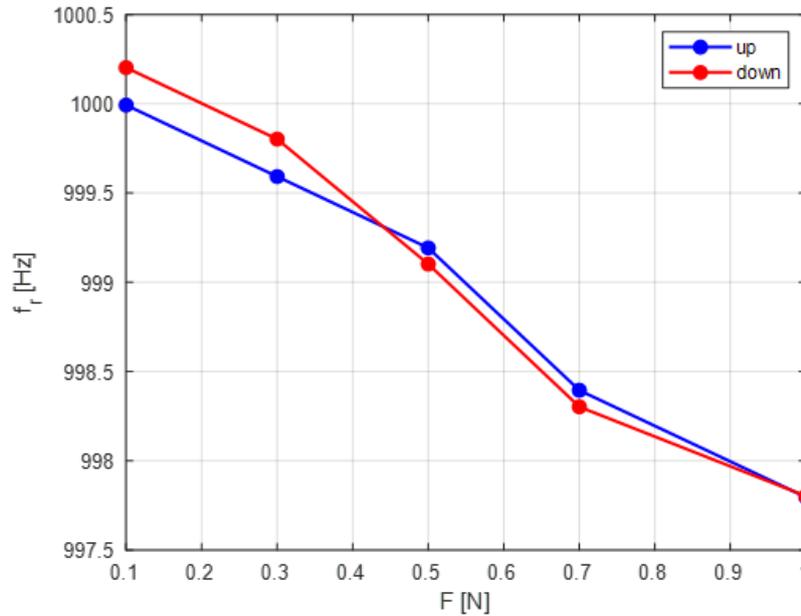


Figura 4.37: Frequenza di risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, precarico 7kN

armonica, il rapporto di smorzamento cresce. In particolare, per uno sweep in direzione “up” si osserva che, avendo come ampiezza della forzante armonica 0.1N si ottiene un valore di smorzamento  $\zeta$  pari a 0.034%, mentre applicando una forzante pari a 1.0N si ottiene un valore di 0.067%, ovvero un incremento del 92.0%. Analizzando la curva ottenuta eseguendo uno sweep in direzione down, si osserva che per una forzante armonica pari a 0.1N si ottiene un rapporto di smorzamento pari a 0.034%, mentre applicando una forzante pari a 1.0N si ottiene 0.066%, ovvero un incremento del 92.0%. Confrontando le due curve è possibile osservare che si ottiene lo stesso valore di rapporto di smorzamento a prescindere che si sia seguito uno sweep in direzione “up” piuttosto che uno in direzione “down”.

In Figura 4.39 è riportato un altro fattore rappresentante lo smorzamento della struttura, ovvero il Quality factor. Essendo questi due parametri legati da una legge di proporzionalità inversa, l'andamento delle due curve risulta essere decrescente. In particolare, per uno sweep in “up” si ottiene un decremento del 48.7% passando da un valore di 1451.6 per una forzante di 0.1N ad un valore di 744.2 per una forzante di 1.0N. Per uno sweep in “down” si ottiene un decremento del 47.9%, passando da un valore di 1457.7 per una forzante di 0.1N ad un valore di 759.1 per una forzante di 1.0N.

### 4.3.3 Analisi dell'influenza del precarico applicato al bullone

L'obiettivo di questa analisi è stato quello di valutare l'influenza del precarico nella caratterizzazione dinamica della struttura. In particolare, sono stati confrontati i risultati ottenuti per precarichi di 5kN e 7kN.

Il segnale è stato campionato impiegando una frequenza di campionamento  $F_s$  pari a 13440Hz. La funzione di risposta in frequenza (FRF) è stata valutata nel range di frequenze contenenti il modo di vibrare oggetto di studio, ovvero il primo modo flessionale. Quest'intervallo, da 990Hz a 1005Hz, è stato discretizzato in un'unica banda, impostando un  $\Delta f$  di 0.1Hz, ottenendo 151 punti. Per ogni punto del FRF si è atteso un tempo di assestamento, chiamato dal software “Settling Time”, pari ad 1s, tempo necessario per esaurire il transitorio venutosi a creare quando si passa dalla frequenza  $i$ -esima a quella successiva. Il

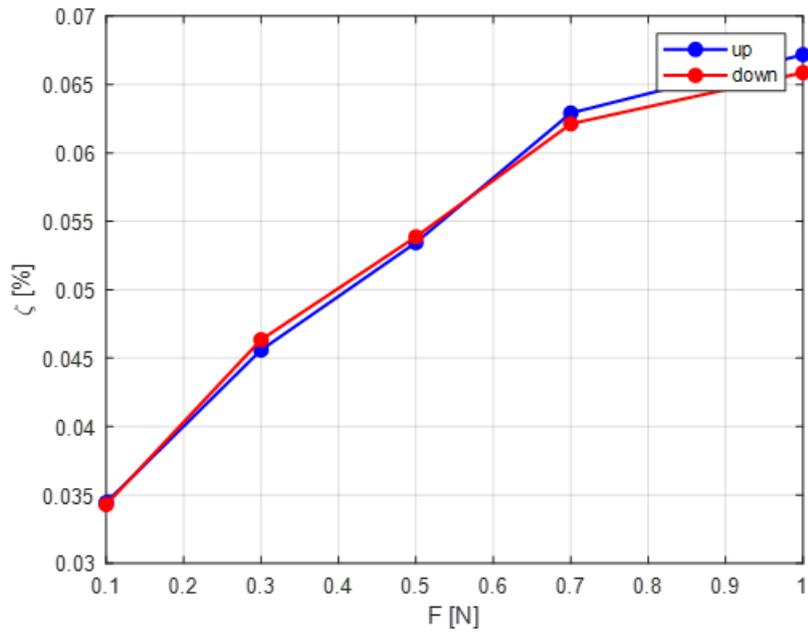


Figura 4.38: Rapporto di smorzamento  $\zeta$ : confronto sweep in "up" e in "down", identificazione dei parametri modali mediante metodo dei fratti semplici, precarico 7kN

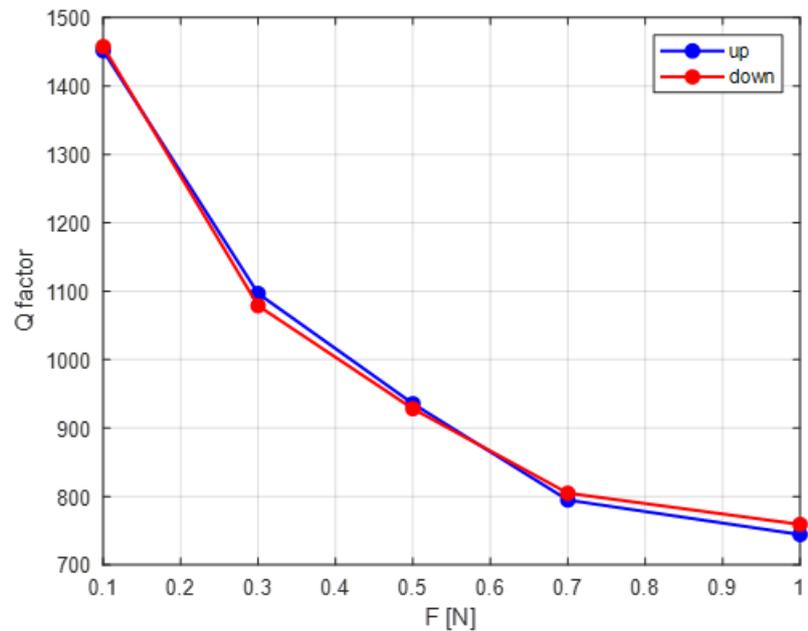


Figura 4.39: Quality factor: confronto sweep in "up" e in "down", identificazione dei parametri modali mediante metodo dei fratti semplici, precarico 7kN

valore attribuito ad ogni punto è costituito dalla media a 10. La tolleranza sul controllo della forzante di eccitazione è stata impostata pari a  $\pm 2\%$ , ottenendo buoni risultati.

Avendo utilizzato gli stessi trasduttori introdotti nella sezione precedente, i parametri necessari per la corretta definizione dei canali di acquisizione sono riportati in Tabella 4.4.

Le misure sono state acquisite partendo dalla forzante più bassa, 0.1N, eseguendo in successione uno sweep in "up" (990Hz  $\rightarrow$  1005Hz) e uno in down (990Hz  $\leftarrow$  1005Hz). Questo procedimento è stato ripetuto per tutte le forzanti considerate.

In Figura 4.40 sono riportati i risultati delle prove eseguendo uno sweep in frequenza in modalità "up" ad una struttura precaricata con 5kN, è possibile osservare il classico andamento di un fenomeno non lineare, in quanto, incrementando l'ampiezza della forzante armonica si osserva una riduzione sia dell'ampiezza della risposta del sistema, sia della frequenza di risonanza.

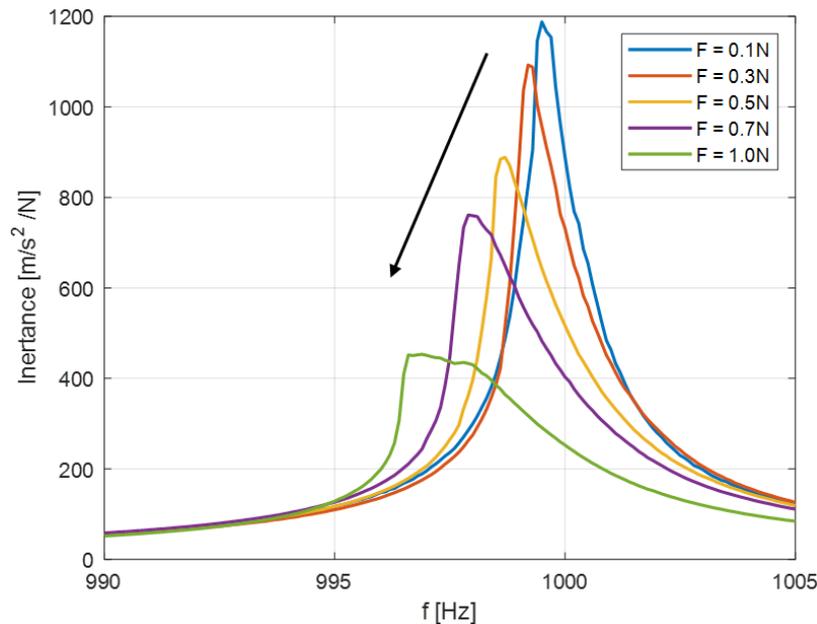


Figura 4.40: FRF stepped sine test, precarico 5kN

In Figura 4.41 è riportato il confronto tra l'ampiezza in risonanza ottenuta per la struttura con un precarico di 5kN e quella con un precarico di 7kN in funzione dell'ampiezza dell'eccitante armonica. Nel caso di travi di precarico pari a 5kN, la riduzione dell'ampiezza in risonanza, dovuta alle non linearità del sistema è del 61.8%, mentre analizzando l'ampiezza in risonanza del sistema caratterizzato da un precarico di 7kN è possibile apprezzare un decremento del 66.0%. Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 0.1N, riducendo il precarico da 7kN a 5kN si ottiene un decremento in termini di ampiezza del 19.5% ( $1474.9m/s^2/N \rightarrow 1187.8m/s^2/N$ ). Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 1.0N, riducendo il precarico da 7kN a 5kN si ottiene un decremento in termini di ampiezza del 9.6% ( $501.2m/s^2/N \rightarrow 453.3m/s^2/N$ ).

In Figura 4.42 è riportato il confronto tra la frequenza in risonanza ottenuta per la struttura con un precarico di 5kN e quella con un precarico di 7kN in funzione dell'ampiezza dell'eccitante armonica. Nel caso di travi di precarico pari a 5kN, la riduzione della frequenza di risonanza è dello 0.3%, mentre analizzando l'ampiezza in risonanza del sistema caratterizzato da un precarico di 7kN, è possibile apprezzare un decremento del 0.2%. Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 0.1N, riducendo il precarico da 7kN a 5kN si ottiene un decremento in termini di frequenza di risonanza del 0.06% ( $1000.1Hz \rightarrow 999.5Hz$ ). Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 1.0N, riducendo

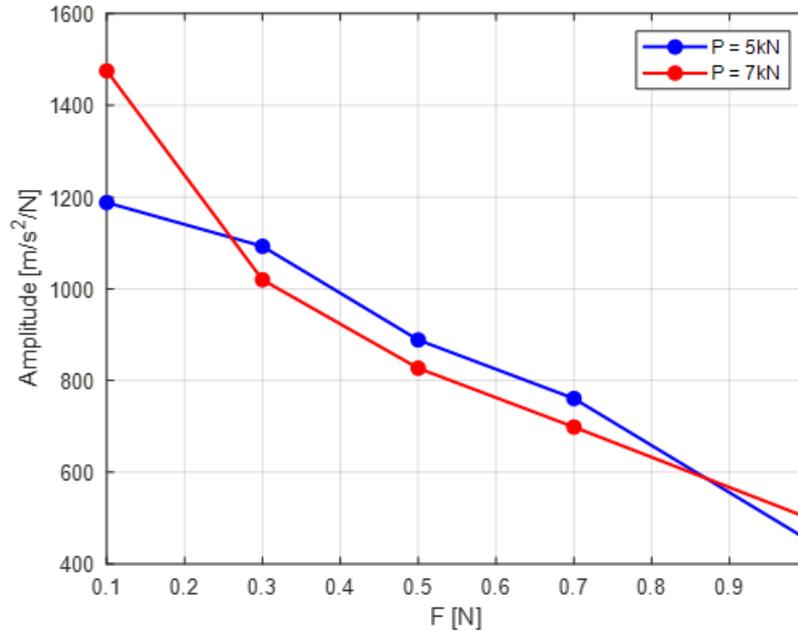


Figura 4.41: Ampiezza in risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto precarico 5kN e 7kN

il precarico da 7kN a 5kN si ottiene un decremento in termini di frequenza di risonanza del 0.09% (997.8Hz  $\rightarrow$  996.9Hz).

In Figura 4.43 è riportato il confronto tra il rapporto di smorzamento  $\zeta$  ottenuto per la struttura con un precarico di 5kN e quella con un precarico di 7kN in funzione dell'ampiezza dell'eccitante armonica. Nel caso di travi di precarico pari a 5kN, l'incremento del rapporto di smorzamento è del 51.4%, mentre analizzando il rapporto di smorzamento del sistema caratterizzato da un precarico di 7kN, è possibile apprezzare un incremento del 48.3%. Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 0.1N, riducendo il precarico da 7kN a 5kN si ottiene un incremento in termini di rapporto di smorzamento del 36.7% (0.034%  $\rightarrow$  0.047%). Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 1.0N, riducendo il precarico da 7kN a 5kN si ottiene un incremento in termini di rapporto di smorzamento del 45.5% (0.067%  $\rightarrow$  0.097%).

In Figura 4.44 è riportato il confronto tra il Quality factor  $Q$  ottenuto per la struttura con un precarico di 5kN e quella con un precarico di 7kN in funzione dell'ampiezza dell'eccitante armonica. Nel caso di travi di precarico pari a 5kN, la riduzione del Quality factor è del 51.4%, mentre analizzando il Quality factor del sistema caratterizzato da un precarico di 7kN, è possibile apprezzare un decremento del 48.3%. Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 0.1N, riducendo il precarico da 7kN a 5kN si ottiene un decremento in termini di Quality factor del 26.9% (1454.7  $\rightarrow$  1064.1). Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 1.0N, riducendo il precarico da 7kN a 5kN si ottiene un decremento in termini di Quality factor del 31.3% (751.6  $\rightarrow$  516.6).

L'incremento ottenuto in termini di smorzamento è dovuto principalmente alla maggiore labilità della struttura quando è collegata mediante giunto bullonato con un precarico applicato minore. La maggior labilità del sistema rende possibile la presenza di un numero maggiore di macro-strisciamenti (macro-slip) nell'area di contatto, introducendo così maggior smorzamento da attrito (frictional damping).

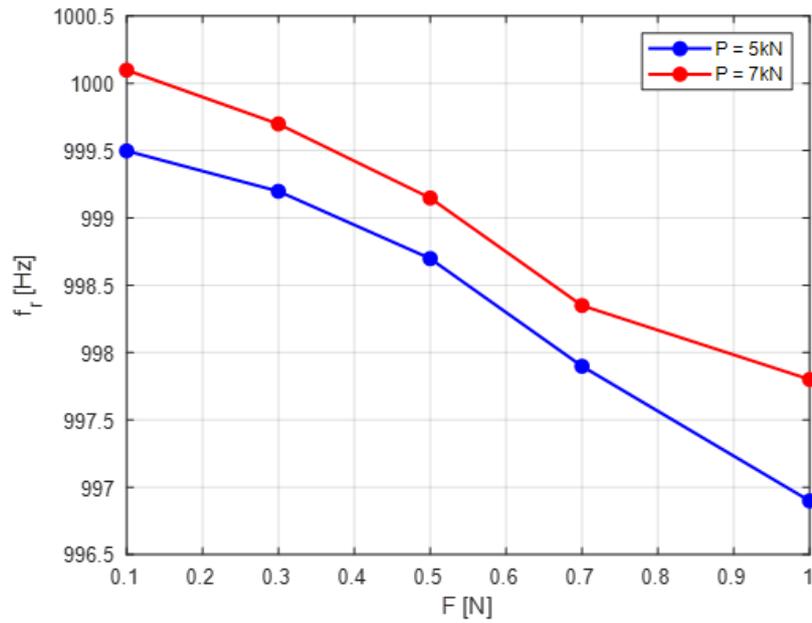


Figura 4.42: Frequenza di risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto precarico 5kN e 7kN

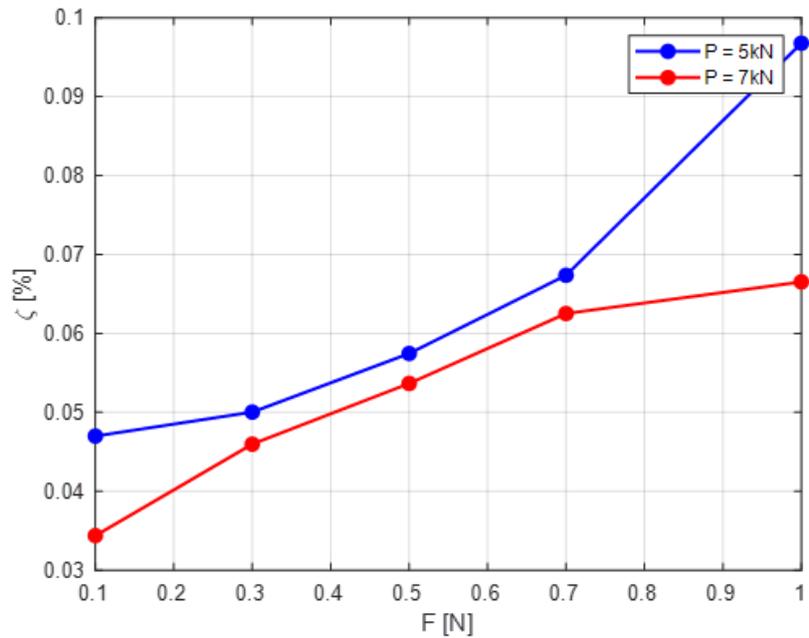


Figura 4.43: Rapporto di smorzamento  $\zeta$  in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto precarico 5kN e 7kN

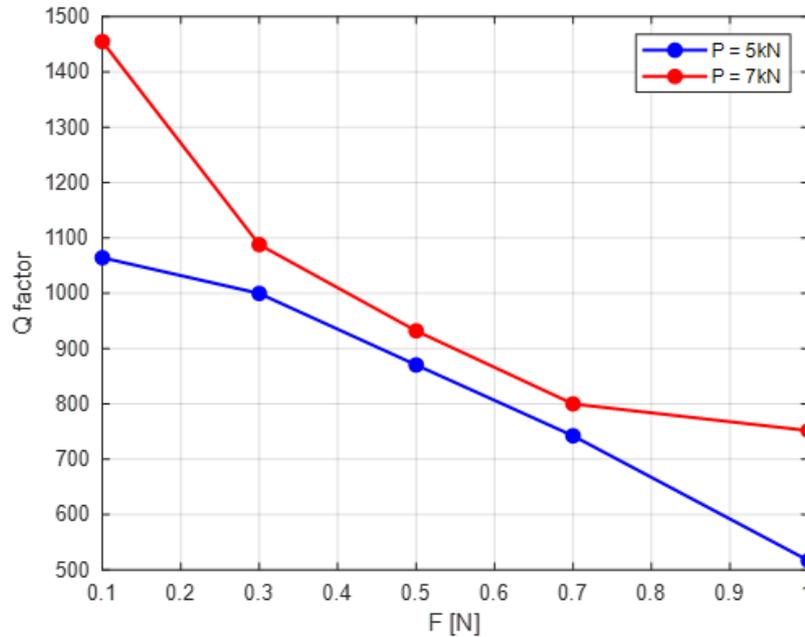


Figura 4.44: Quality factor  $Q$  in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto precarico 5kN e 7kN

#### 4.3.4 Analisi dell'influenza dello spessore delle travi

L'obiettivo di questa analisi è stato quello di valutare l'influenza dello spessore delle travi durante la caratterizzazione dinamica della struttura collegata mediante giunto bullonato. In particolare, sono stati confrontati i risultati ottenuti testando travi di spessore 4mm e travi di spessore doppio (8mm), mantenendo costante il valore del precarico applicato al bullone (7kN).

Una prima osservazione potrebbe essere fatta sul range di frequenze di risonanza, ovvero confrontando i grafici in Figura 4.27 e Figura 4.37 è possibile osservare che, analizzando la dinamica delle travi di spessore 8mm, la frequenza di risonanza si trova a circa 1000Hz, mentre, nel caso di travi di spessore 4mm, la frequenza di risonanza si trova a circa 460Hz. Il motivo per cui si ottengono frequenze così differenti è dovuto al fatto che, raddoppiando lo spessore della trave, la massa del sistema aumenta ( $m \propto s$ ) e questo tenderebbe a ridurre la frequenza naturale del sistema ma, allo stesso tempo, lo spessore gioca un ruolo fondamentale nella determinazione della rigidità flessionale e questo tenderebbe ad incrementare la frequenza naturale ( $k \propto s^3$ ). Facendo riferimento ad un caso molto semplice di sistema SDOF, in cui la frequenza naturale è calcolata come:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.1)$$

È possibile evidenziare una proporzionalità diretta tra la frequenza naturale e lo spessore della trave ( $f_n \propto s$ ). Chiaramente il sistema analizzato non è un sistema ad un grado di libertà ma, al contrario, ha infiniti gradi di libertà (sistema continuo) e per poter trovare la relazione corretta occorre analizzare la teoria dei sistemi continui.

In Figura 4.45 è riportato il confronto tra l'ampiezza in risonanza ottenuta per la struttura con travi di spessore 4mm con quella ottenuta per la struttura contenente travi di spessore 8mm in funzione dell'ampiezza dell'eccitante armonica. Nel caso di travi di spessore 4mm, la riduzione dell'ampiezza in risonanza, dovuta alle non linearità del sistema è del 46.3%, mentre analizzando l'ampiezza in risonanza del sistema costituito da travi di spessore 8mm

è possibile apprezzare un decremento del 66.0%. Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 0.1N, raddoppiando lo spessore delle travi si ottiene un incremento in termini di ampiezza del 185.0% ( $517.5m/s^2/N \rightarrow 1474.9m/s^2/N$ ). Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 1.0N, raddoppiando lo spessore delle travi si ottiene un incremento in termini di ampiezza del 80.3% ( $278.0m/s^2/N \rightarrow 501.2m/s^2/N$ ).

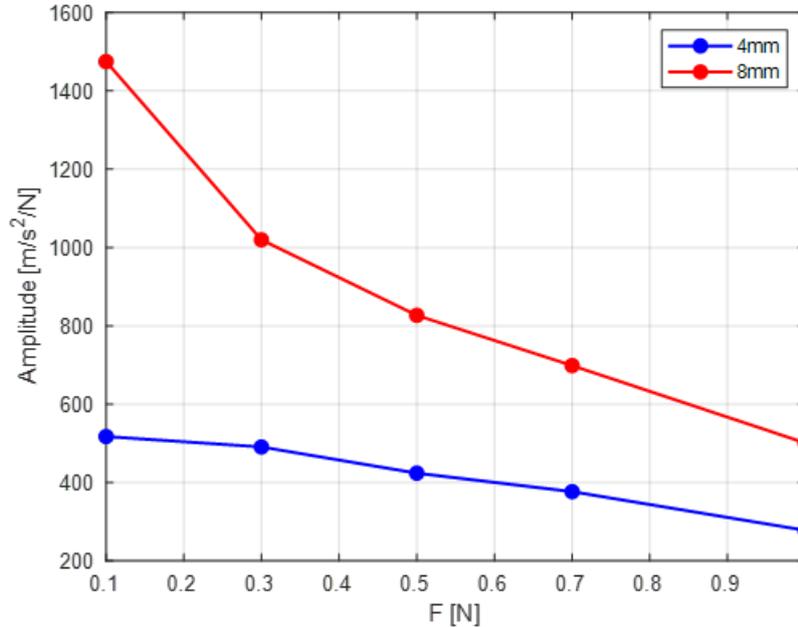


Figura 4.45: Ampiezza in risonanza in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto travi di spessore 4mm e 8mm

In Figura 4.46 è riportato il confronto tra il rapporto di smorzamento  $\zeta$  ottenuto per la struttura con travi di spessore 4mm con quello ottenuta per la struttura contenente travi di spessore 8mm in funzione dell'ampiezza dell'eccitante armonica. Nel caso di travi di spessore 4mm, l'incremento del rapporto di smorzamento è del 34.5%, mentre analizzando il rapporto di smorzamento relativo al sistema costituito da travi di spessore 8mm, è possibile apprezzare un incremento del 93.5%. Confrontando il  $\Delta\zeta$  assoluto, piuttosto che quello relativo, è possibile apprezzare un incremento molto simile, per le travi da 8mm si ottiene un incremento del 0.032%, mentre per le travi di 4mm si ottiene un incremento del 0.038%. Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 0.1N, raddoppiando lo spessore delle travi si ottiene un decremento in termini di rapporto di smorzamento del 68.4% ( $0.11\% \rightarrow 0.03\%$ ). Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 1.0N, raddoppiando lo spessore delle travi si ottiene un decremento in termini di rapporto di smorzamento del 54.5% ( $0.15\% \rightarrow 0.07\%$ ).

In Figura 4.47 è riportato il confronto tra il Quality factor  $Q$  ottenuto per la struttura con travi di spessore 4mm con quello ottenuta per la struttura contenente travi di spessore 8mm in funzione dell'ampiezza dell'eccitante armonica. Nel caso di travi di spessore 4mm, il decremento del Quality factor è del 25.7%, mentre analizzando il Quality factor relativo al sistema costituito da travi di spessore 8mm, è possibile apprezzare un decremento del 48.3%. Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 0.1N, raddoppiando lo spessore delle travi si ottiene un incremento in termini di Quality factor del 68.4% ( $459.7 \rightarrow 1454.7$ ). Confrontando i valori ottenuti per una forzante armonica di 1.0N, raddoppiando lo spessore delle travi si ottiene un incremento in termini di Quality factor del 54.5% ( $341.8 \rightarrow 751.6$ ).

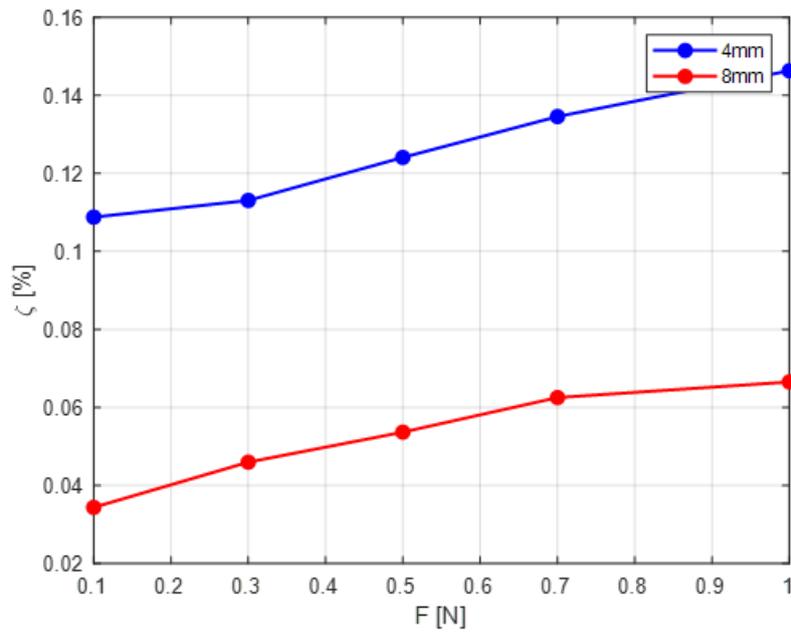


Figura 4.46: Rapporto di smorzamento  $\zeta$  in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto travi di spessore 4mm e 8mm

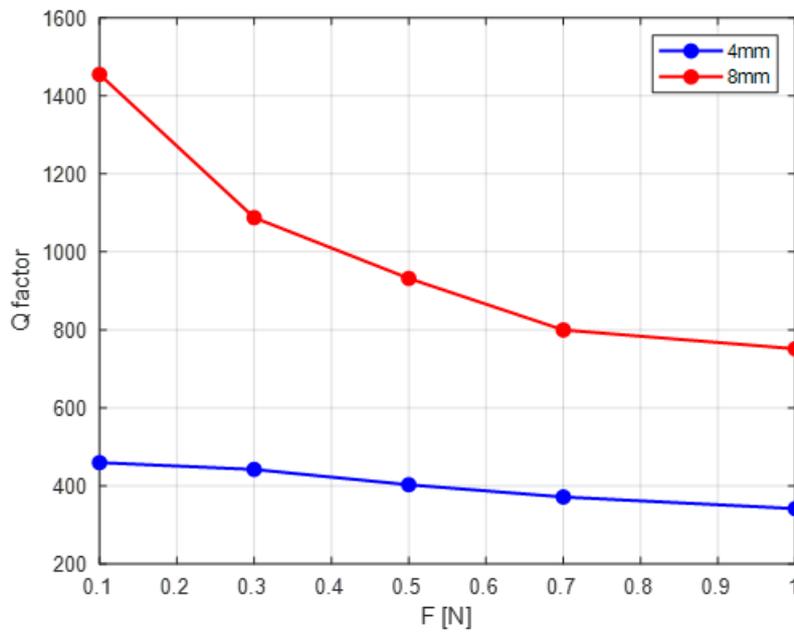


Figura 4.47: Quality factor  $Q$  in funzione dell'ampiezza della forzante armonica, confronto travi di spessore 4mm e 8mm

## Capitolo 5

# Conclusioni

In questo elaborato è stato affrontato lo studio del comportamento statico e dinamico delle superfici estese collegate mediante contatto per attrito. L'argomento affrontato è sicuramente fonte di interesse ingegneristico, in quanto la maggior parte dei sistemi meccanici prevedono degli elementi di collegamento tra le parti. In questo elaborato è stato considerato come elemento di collegamento il giunto bullonato in quanto, la sua facilità di montaggio/smontaggio, la sua economicità e la sua affidabilità rendono possibile il suo impiego in applicazioni di vario genere.

Attraverso un approccio numerico, utilizzando il software Ansys Mechanical è stato possibile modellizzare il comportamento statico della struttura, costituita da due travi collegate mediante giunto bullonato. L'obiettivo di questa prima parte è stato quello di poter modellizzare correttamente il fenomeno del receding contact, ovvero quella tipologia di contatto in cui l'area di contatto decresce a causa dell'applicazione del carico normale, che nel caso di un giunto bullonato è costituito dal precarico. Pur incrementando l'entità del carico normale, le dimensioni delle zone di strisciamento e separazione non varieranno oltre un certo limite. Attraverso le simulazioni numeriche si è visto che utilizzando gli elementi di contatto node-to-node, CONTA178 in Ansys, ed un'adeguata discretizzazione del modello è possibile, attraverso l'algoritmo di risoluzione Augmented Lagrange, modellizzare il fenomeno del receding contact. Variando il precarico applicato al bullone, mediante l'utilizzo degli elementi PRETS179 in Ansys, è stato possibile osservare una riduzione dell'area di contatto fino ad un determinato valore di precarico e successivamente, si è riscontrato un raggio di contatto costante, in accordo con la definizione di receding contact. Il valore limite di precarico tale da saturare questo fenomeno dipende dallo spessore delle travi che si stanno analizzando, infatti per delle travi di spessore 4mm, il fenomeno risulta saturato con 20kN di carico normale, mentre per delle travi di spessore doppio sono necessari precarichi molto più elevati. Dopo aver analizzato lo status del contatto del modello agli elementi finiti, ottenuto come risultato delle simulazioni numeriche statiche, il raggio di contatto è stato utilizzato come input per le analisi modali, in modo da poter inserire come comportamento "bonded" solo gli elementi di contatti risultati in sticking dalla precedente simulazione. Effettuando quest'analisi per differenti valori di precarico è stato possibile osservare che la frequenza naturale del sistema subisce una lieve riduzione quando il precarico aumenta e dunque per un'analisi preliminare non è fondamentale conoscere precisamente quali elementi siano in stato di sticking e quali in open contact.

Attraverso un approccio sperimentale è stata caratterizzata la dinamica non lineare della struttura precedentemente descritta. In prima battuta sono stati eseguiti vari Hammer test, per poter determinare quale sia l'entità dello smorzamento introdotto attraverso il collegamento tra cella di carico e tavola mobile dello shaker elettromagnetico. Sono state proposte varie configurazioni in cui poter posizionare i vincoli cedevoli, costituiti da fili di Nylon, ma la posizione risultata più soddisfacente è stata quella in cui è stato applicato

il vincolo direttamente sulla vite. Lo smorzamento ottenuto risulta pari a quello ottenuto attraverso la risposta più lineare effettuata sullo shaker, ovvero quella ad ampiezza della forzante di eccitazione minore. Questo costituisce un risultato importante in quanto è possibile considerare trascurabile lo smorzamento introdotto dall'ulteriore giunto.

Successivamente è stato effettuato uno Stepped Sine test sulla struttura precedentemente studiata dal dottorando Yongfeng Wang durante l'anno accademico precedente. L'obiettivo di queste prove è stato quello di poter stimare il precarico applicato dal dottorando attraverso il confronto tra le risposte forzate eseguite dal collega e quelle ottenute durante le prove descritte in questo elaborato, utilizzando un differente sistema di acquisizione. Attraverso il confronto dei grafici è stato ipotizzato un precarico di 7kN, successivamente confermato scaricando le deformazioni presenti nella vite e analizzando i dati estensimetrici. Quanto ottenuto è di fondamentale importanza in quanto indica una ripetibilità del fenomeno e delle prove sperimentali a prescindere dall'operatore e dal sistema di acquisizione.

Dopo aver confermato la ripetibilità dei test è stato raddoppiato lo spessore delle travi ed è stata effettuata una nuova campagna di misure. Al bullone sono stati applicati due precarichi differenti, 5kN e 7kN, in modo da poter studiare il comportamento dinamico della struttura variando il carico normale. Dal confronto si osserva un'ampiezza in risonanza inizialmente maggiore per la struttura con precarico maggiore (7kN), successivamente, con l'incremento dell'ampiezza della forzante armonica si osservano valori pressoché simili. Analizzando invece il rapporto di smorzamento, entrambe le soluzioni mostrano un incremento all'aumentare dell'ampiezza della forzante armonica. Confrontando i valori ottenuti è possibile osservare che per precarichi minori si ottengono valori di smorzamento maggiori, questo è dovuto principalmente alla maggiore labilità del sistema. La maggiore labilità del sistema favorisce la presenza di macro-strisciamenti (macro-slip) causando globalmente l'incremento dello smorzamento da attrito (frictional damping) nella struttura.

Dopo aver confrontato la stessa struttura soggetta a precarichi differenti, sono state analizzate, a parità di precarico, travi di spessore differente per valutare l'influenza dello spessore nel comportamento dinamico della struttura. Sono state impiegate travi di spessore 4mm e travi di spessore doppio (8mm), entrambe soggette ad un carico normale di 7kN. Dal confronto si osserva un'ampiezza in risonanza maggiore per travi di spessore doppio inoltre, risulta essere maggiore anche il decremento di ampiezza relativo che si ottiene a causa delle non linearità introdotte dal contatto per attrito. Analizzando invece il rapporto di smorzamento, entrambe mostrano un incremento all'aumentare dell'ampiezza della forzante armonica. Confrontando i valori ottenuti è possibile osservare che per travi di spessore inferiore si ottengono valori di smorzamento maggiori, questo è dovuto principalmente al fatto che, essendo la struttura meno rigida, la presenza di macro-strisciamenti (macro-slip) è favorita rispetto al caso in cui si utilizzano travi di spessore doppio in quanto rendono la struttura più rigida.

## Appendice A

# Guida all'utilizzo dell'elemento PRETS179 in Ansys

### A.1 Introduzione all'elemento

Il precarico nelle viti, così come in altri componenti strutturali, ha effetto sulle deformazioni e tensioni. Nel software FEM Ansys è possibile applicare il precarico sfruttando gli elementi PRETS179. Questo particolare elemento è usato per definire una sezione di precarico 2D o 3D in una struttura discretizzata. L'elemento PRETS179 ha un grado di libertà traslazionale  $u_x$  e quest'ultimo rappresenta la direzione del precarico. Ansys, internamente, trasforma la geometria del problema, cosicché la forza di precarico sia applicata nella direzione di precarico dell'elemento ( $u_x$ ) [7].

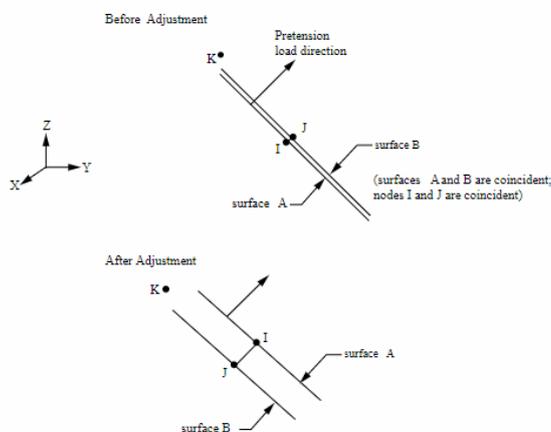


Figura A.1: ElementoPRETS179 - da [7]

La sezione di precarico è modellata da un insieme di elementi di precarico, anche chiamati pretensioners e rappresentati in Figura A.1. Questi elementi sono costituiti da tre nodi (I, J, K) e da tre informazioni sulla sezione (NX, NY, NZ), le quali definiscono la direzione relativa del precarico rispetto alla superficie A. I nodi I e J sono inizialmente coincidenti e devono essere definiti usando lo stesso sistema di coordinate nodali. Inoltre, è importante che siano ordinati in modo che tutti i nodi I appartengano alla superficie A e tutti i nodi J appartengano alla superficie B. Il nodo K è il nodo di precarico, ha un solo grado di libertà,  $u_x$ , il quale definisce lo spostamento relativo tra le due sezioni A e B, nella direzione del carico. Il nodo K è usato per controllare e monitorare il carico totale di tensione. Se il nodo di precarico o la struttura non dovessero essere ben vincolati, si potrebbero ottenere risultati fisicamente non corretti, come ad esempio un movimento di corpo rigido [7].

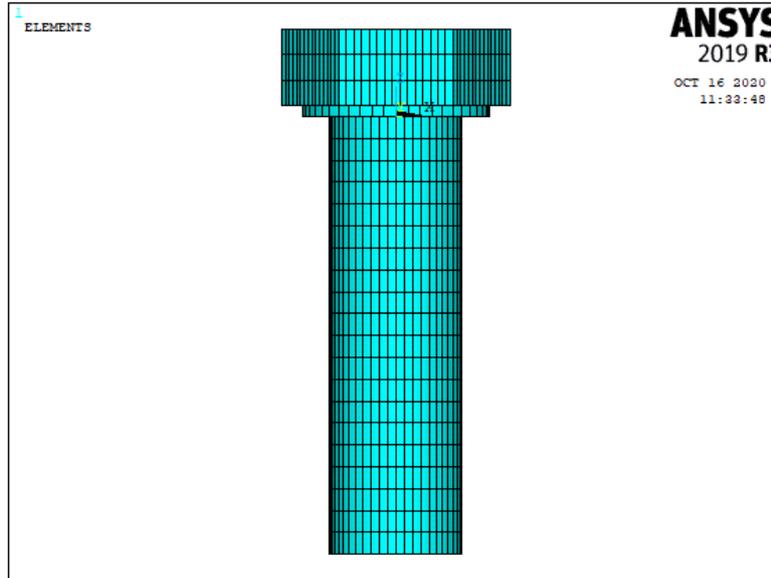


Figura A.2: Elemento PRETS179

Nei paragrafi successivi verrà mostrato come applicare questi elementi e come definire il valore di precarico da applicare. La procedura sarà applicata al modello rappresentato in Figura A.2.

## A.2 Definizione della sezione di precarico

Il modo più semplice per applicare gli elementi di precarico è attraverso il comando `PSMESH`. È possibile utilizzare questo comando solo quando la vite, o la struttura da caricare, non è discretizzata in più parti (mesh unica). Questo comando definisce la sezione di precarico e genera gli elementi `PRETS179`. Se si volessero rimuovere questi elementi, sarebbe possibile eliminando direttamente la sezione di precarico. Anche la direzione normale è specificata attraverso il comando `PSMESH`. I lati A e B sono connessi da una o più elementi di precarico, in particolare è applicato un elemento per ogni coppia di nodi coincidenti. È possibile eseguire questa procedura seguendo due approcci differenti, ovvero, inserendo il comando nel prompt dei comandi oppure utilizzare l'interfaccia grafica in modo interattivo. L'help di ANSYS fornisce la spiegazione dei parametri da inserire nel comando [22]:

*PSMESH, SECID, Name, p0, Egroup, NUM, KCN, KDIR, VALUE, NDPLANE, PSTOL, PSTYPE, ECOMP, NCOMP*

- *SECID*: numero della sezione, non deve essere già assegnato;
- *Name*: nome da assegnare alla sezione (massimo otto caratteri, facoltativo);
- *p0*: numero del nodo di precarico, di default viene assegnato il numero successivo all'ultimo nodo inserito;
- *Egroup, NUM*: gruppo di elementi su cui il comando stesso deve operare:
  - L (LINE);
  - A (AREA);
  - V (VOLU);

- P (PICK);
  - ALL.
- *KCN*: sistema di coordinate utilizzato;
  - *KDIR*: direzione del sistema di coordinate ( $x, y, z$ );
  - *VALUE*: punto lungo la direzione scelta in *KDIR* sul quale allocare la sezione di separazione, questo parametro viene ignorato quando è inserito il valore di *NDPLANE*;
  - *NDPLANE*: definisce il nodo che sarà preso come riferimento per posizionare la superficie di taglio;
  - *PSTOL*: tolleranza opzionale;
  - *PSTYPE*: se specificato, questo valore corrisponde al numero di elemento di precarico, di default è usato l'elemento PRETS179;
  - *ECOMP*: se specificato, corrisponde al nome del componente che deve essere composto dai nuovi elementi di precarico e i vecchi elementi modificati dal comando *PSMESH*;
  - *NCOMP*: nome del componente che sarà composto dai nodi sui nuovi elementi creati (elementi di precarico).

Ora verranno mostrati i passi da seguire per applicare gli elementi di precarico attraverso l'interfaccia grafica (Figura A.3 e A.4).

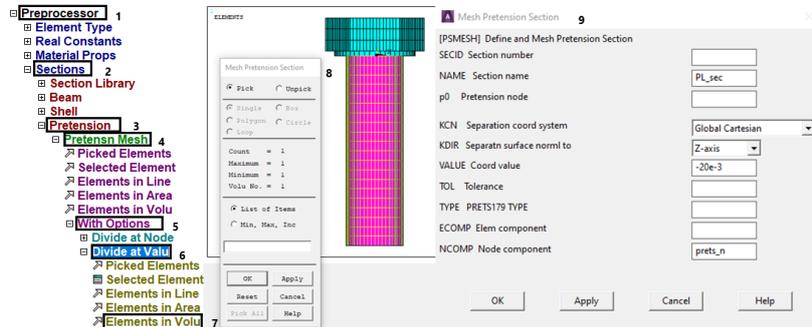


Figura A.3: Procedura per creare la sezione di taglio

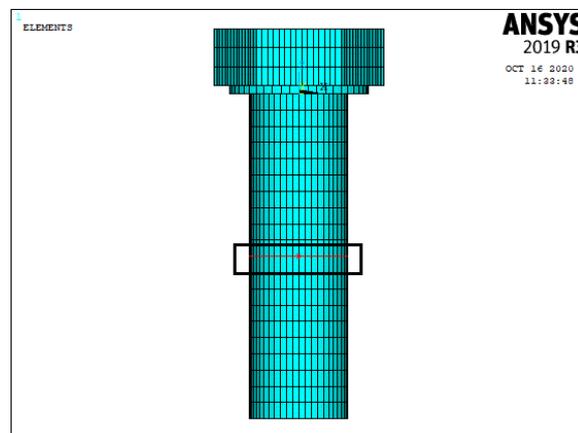


Figura A.4: Elementi PRETS179 nel modello

### A.3 Applicazione del precarico

Per applicare il precarico nella sezione appena creata è possibile, anche in questo caso, seguire le due strade precedentemente illustrate, ovvero, inserire il comando dal prompt dei comandi, oppure attraverso l'interfaccia grafica del software in modo interattivo.

Il comando da usare e descritto nell'help di ANSYS è *SLOAD* [23]:

*SLOAD, SECID, PLNLAB, KINIT, KFD, FDVALUE, LSLOAD, LSLOCK*

- *SECID*: numero della sezione, deve essere necessariamente assegnato ad una sezione;
- *PLNLAB*: rappresenta la sequenza di carico nel formato "*PL<sub>nn</sub>*" dove nn è un intero da 1 a 99;
- *KINIT*: necessario solo per PL01, omesso per i successivi, ci sono tre scenari possibili:
  - LOCK: vincola il piano di taglio alla sezione di precarico;
  - SLID: non vincola il piano di taglio alla sezione di precarico;
  - TINY: applica una piccola percentuale del precarico prima di impostare il valore desiderato, questo carico di piccola ampiezza previene problemi di convergenza.
- *KFD*: definisce se il precarico applicato sia in termini di forza o spostamento:
  - FORC;
  - DISP.
- *FDVALUE*: valore del precarico;
- *LSLOAD*: load step in cui applicare il precarico;
- *LSLOCK*: load step in cui lo spostamento generato dalla forza di precarico è bloccato, parametro valido solo se il precarico è applicato in termini di forza.

Ora verranno mostrati i passi da seguire per applicare gli elementi di precarico attraverso l'interfaccia grafica (in Figura A.5).

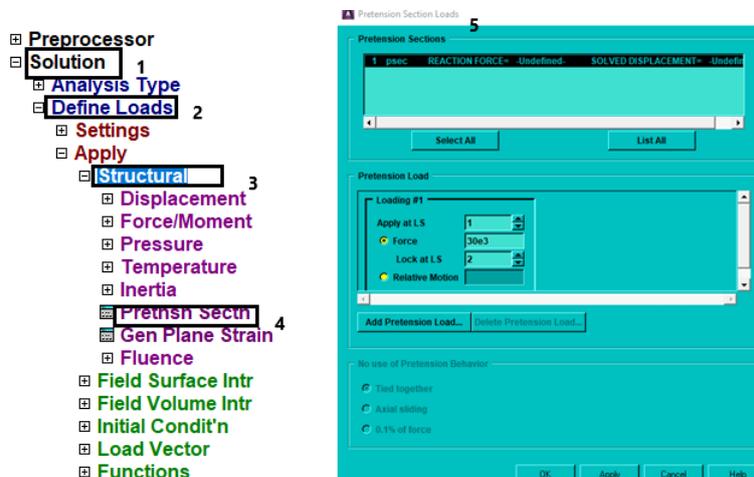


Figura A.5: Procedura per applicare il precarico

## A.4 Soluzione e Post-processing

Dopo aver opportunamente vincolato la struttura per evitare movimenti di corpo rigido, è possibile risolvere il problema e visualizzare i risultati. Un risultato importante è la tensione nel componente in direzione assiale, riportata in Figura A.6, poiché è generata direttamente dall'applicazione del precarico.

Selezionando, ad esempio, i nodi in prossimità della sezione di taglio è possibile confrontare i valori ottenuti dalla simulazione con i valori di trazione teorici. In particolare, si ha un valore medio di 26.51MPa nei risultati della simulazione, mentre analiticamente, avendo una sezione resistente caratterizzata da un diametro di 12mm ed un precarico di 30kN, si ottiene un valore di 26.5MPa. Questo confronto può garantire la veridicità dei risultati ottenuti attraverso le simulazioni numeriche.

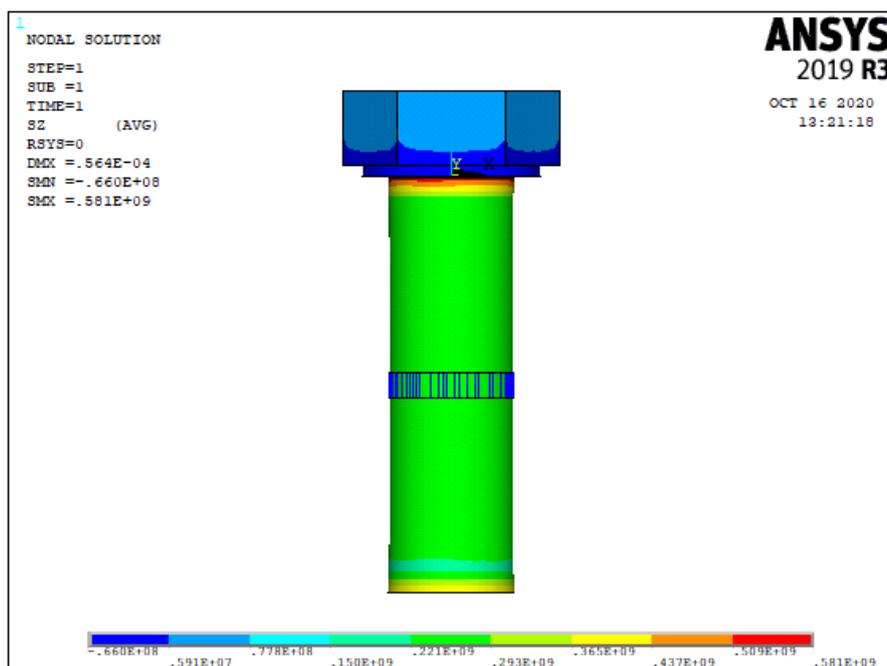


Figura A.6: Stress in direzione assiale (z)

Un'altra osservazione potrebbe scaturire dal confronto delle tensioni ottenute variando la quota della sezione di taglio. Questo confronto può avvenire osservando la Figura A.6, Figura A.7 e la Figura A.8. Dai risultati si può notare che variando questo parametro, sia la distribuzione di tensioni in direzione assiale che il valore stesso nei nodi non varia. Questo risultato permette l'inserimento, durante la costruzione del modello, di elementi di precarico ad una quota arbitraria nel componente.

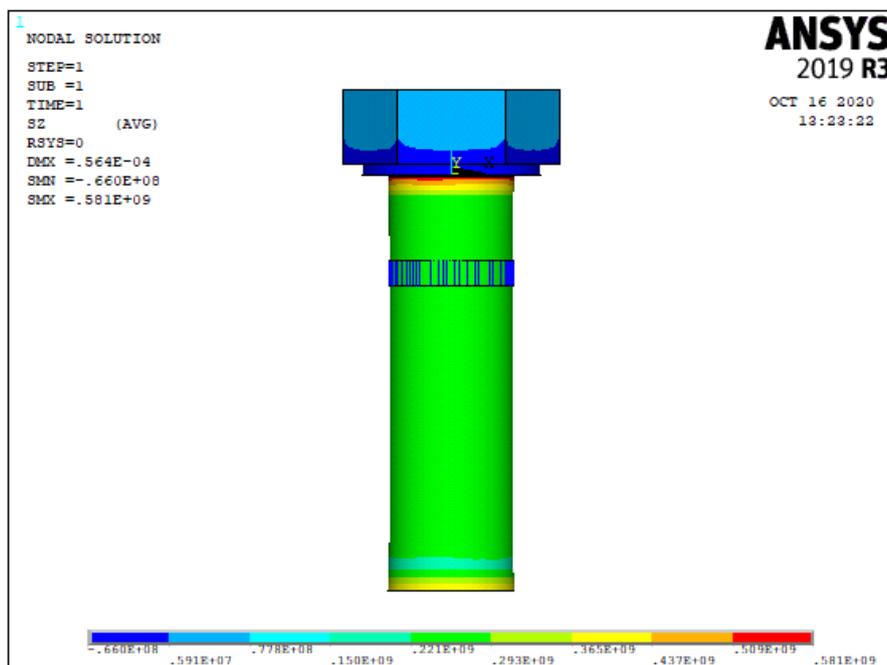


Figura A.7: Stress in direzione assiale (z), variazione 1 della posizione della sezione di taglio

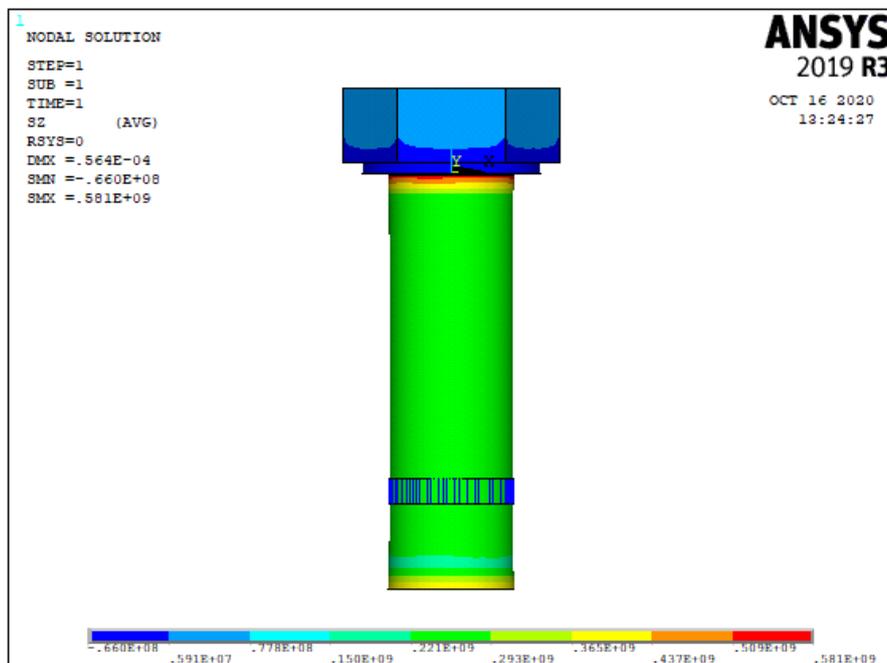


Figura A.8: Stress in direzione assiale (z), variazione 2 della posizione della sezione di taglio

## Appendice B

# Guida all'utilizzo dell'elemento CONTA178 in Ansys

### B.1 Introduzione all'elemento

L'elemento CONTA178 è un elemento di contatto nodo-nodo che permette di riprodurre il contatto e lo strisciamento tra due nodi appartenenti ad una qualsiasi tipologia di elementi. Il contatto nodo-nodo è solitamente utilizzato per modellare il contatto punto-punto, ma può essere impiegato anche per descrivere il contatto tra due superfici specificando le coppie di nodi a contatto. È necessario che le coppie di nodi appartenenti a due superfici opposte siano geometricamente coincidenti e che lo spostamento relativo sia trascurabile. Questo elemento è costituito da due nodi e tre gradi di libertà traslazionali per nodo ( $x, y, z$ ), potrebbe però essere impiegato anche in modelli 2D o assialsimmetrici vincolando il grado di libertà traslazionale  $u_z$ . L'elemento è capace di sopportare la compressione nella direzione normale di contatto e l'attrito di Coulomb nella direzione tangenziale. Potrebbe inoltre essere precaricato inserendo un gap iniziale [8].

La geometria, le posizioni dei nodi e il sistema di coordinate sono mostrati in Figura B.1. L'elemento è definito dai due nodi (I e J), un eventuale gap iniziale, uno status iniziale e da due coefficienti di smorzamento. L'orientamento delle interfacce è definito dalla posizione dei nodi o da una direzione normale di contatto definita dall'utente. Le interfacce si assume che siano ortogonali alla congiungente dei due nodi I-J o alla direzione del gap introdotto [8].

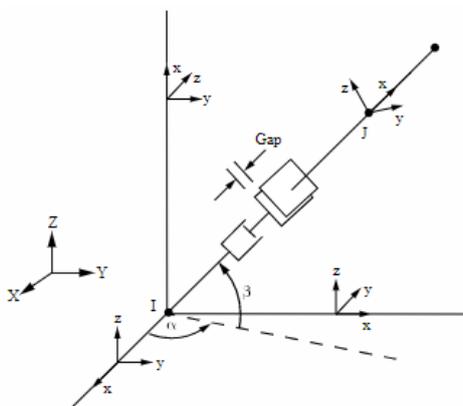


Figura B.1: Elemento CONTA178 - da [8]

## B.2 Algoritmi di risoluzione

Il problema del contatto statico può essere formulato come un problema di minimizzazione vincolato, dove la funzione da minimizzare è l'energia potenziale di tutti i corpi in contatto e i vincoli sono forniti dalla condizione di non penetrazione fra i corpi. Ad esempio, il problema del contatto può essere descritto come riportato nell'Equazione B.1 [9].

$$\begin{cases} \min \Pi(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^t \mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{f}^t \mathbf{u} \\ \text{soggetto a } g_j(\mathbf{u}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Dove:

- $\mathbf{u}$  rappresenta il vettore degli spostamenti;
- $\mathbf{K}$  rappresenta la matrice di rigidità;
- $\mathbf{f}$  rappresenta il vettore dei carichi;
- $g_j(\mathbf{u})$  rappresenta il vincolo di non penetrazione tra i corpi.

In Figura B.2a è illustrato il problema fisico del contatto, dove non è presente la penetrazione tra i corpi elastici e le forze di contatto sono scambiate attraverso l'area di contatto. In Figura B.2b è rappresentato il problema numerico del contatto, in questo caso, l'approccio comune è quello di considerare i corpi in contatto quando il vincolo di non penetrazione non è soddisfatto. Il vincolo viene ridefinito come  $(\mathbf{u}) \leq \text{TOLN}$ , dove TOLN rappresenta la penetrazione consentita dall'analisi di contatto [9].

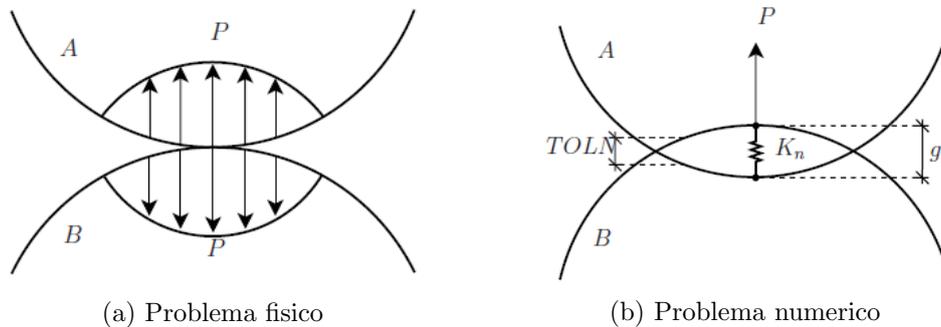


Figura B.2: Differenza fra problema fisico e problema numerico - da [9]

Gli algoritmi di risoluzione del problema del contatto più comuni sono: Penalty Method, Lagrange Multipliers Method e Augmented Lagrangian Method. Alcuni parametri in questi metodi possono avere un'interpretazione fisica, come ad esempio il moltiplicatore di Lagrange, il quale rappresenta la pressione di contatto. Questi algoritmi sono solitamente implementati combinando alcune tecniche numeriche come il metodo agli elementi finiti. I parametri critici nell'analisi numerica del contatto sono la rigidità di contatto normale e la penetrazione limite. La rigidità di contatto definisce la quantità di penetrazione permessa tra i corpi a contatto, un basso valore potrebbe comportare dei risultati non corretti a causa dell'eccessiva penetrazione presente nell'analisi, al contrario, un elevato valore potrebbe portare alla non convergenza del problema, perché renderebbe la matrice di rigidità globale del sistema mal condizionata. L'ideale sarebbe trovare un valore abbastanza elevato da garantire poca penetrazione, senza introdurre problemi numerici. La penetrazione limite definisce la penetrazione ammissibile tra gli elementi di contatto. Questo parametro è applicato alla direzione normale di contatto e dipende dalla profondità degli elementi sottostanti.

Chiamato  $h$  lo spessore dell'elemento sottostante la superficie di contatto e riportato in Figura B.3, la penetrazione limite è definita dal prodotto del fattore di penetrazione limite (TOLN) per la profondità dell'elemento ( $h$ ). Se la penetrazione risultante dall'analisi sarà maggiore di questo prodotto, la soluzione non sarà considerata convergente [9].

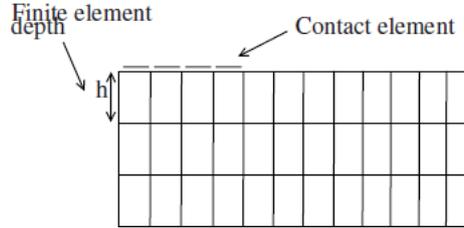


Figura B.3: Profondità dell'elemento sottostante l'elemento di contatto - da [9]

In Ansys sono presenti quattro algoritmi di risoluzione e sono selezionabili attraverso la keyoption 2 dell'elemento. Il metodo impostato di default è "Augmented Lagrange method".

### B.2.1 Pure Penalty Method

Questo algoritmo ha il vantaggio di avere i vincoli di non penetrazione inclusi direttamente nella funzione da minimizzare, riportata nell'Equazione B.2. La base di questo metodo è quella di penalizzare i vincoli non possibili con alti valori [9].

$$\min P(\mathbf{u}) = \Pi(\mathbf{u}) + \frac{r}{2}g(\mathbf{u})_+^2 \quad (\text{B.2})$$

Dove:

- $\Pi(\mathbf{u})$  rappresenta la funzione energia potenziale;
- $g(\mathbf{u})_+^2 = \max[0, g(\mathbf{u})]$  rappresenta il vincolo di non penetrazione;
- $r$  rappresenta il coefficiente di penalizzazione.

Il gradiente dell'energia potenziale è riportato nell'Equazione B.3, mentre la matrice Hessiana, definita come Laplaciano dell'energia potenziale, è riportata nell'Equazione B.4.

$$\nabla P(\mathbf{u}) = \mathbf{K}\mathbf{u} - \mathbf{f} + rg(\mathbf{u})_+\nabla g(\mathbf{u}) \quad (\text{B.3})$$

$$H(\mathbf{u}) = \nabla^2 P(\mathbf{u}) = \mathbf{K} + rg(\mathbf{u})_+[\nabla g(\mathbf{u})^t \nabla g(\mathbf{u}) + \nabla^2 g(\mathbf{u})] \quad (\text{B.4})$$

È chiaro che il coefficiente  $r$  influisce sul condizionamento della matrice Hessiana, la quale corrisponde alla matrice di rigidità. Per alti valori di  $r$ , la matrice di rigidità potrebbe diventare mal condizionata e questo rappresenta il principale problema del metodo Penalty [9].

Nel software di calcolo Ansys, questo algoritmo richiede in input i valori di rigidità di contatto normale e tangenziale (FKN e FKS). Il valore di default di FKN (indicato anche come  $K_n$  è fornito attraverso una stima basata sul modulo di Young e la dimensione degli elementi sottostanti, mentre FKS ( $K_s$ ) è calcolato semplicemente come  $MU \times FKN$ , dove MU ( $\mu$ ) rappresenta il coefficiente d'attrito. Questi valori possono essere sovrascritti inserendo dei fattori scala (inserendo un input positivo) o dei valori assoluti (inserendo un input negativo) [24].

Il vettore di carico di Newton-Raphson è riportato nella seguente equazione:

$$\{F_l^{NR}\} = \begin{Bmatrix} F_n \\ F_{sy} \\ F_{sz} \\ -F_n \\ -F_{sy} \\ -F_{sz} \end{Bmatrix} \quad (B.5)$$

Dove:

- $F_n$  rappresenta la forza normale di contatto;
- $F_{sy}$  rappresenta la forza tangenziale in direzione  $y$ ;
- $F_{sz}$  rappresenta la forza tangenziale in direzione  $z$ .

La funzione della forza normale di contatto è definita dall'Equazione B.6 e mostrata in Figura B.4. Nella guida all'utilizzo del software Ansys, il vincolo di non penetrazione, che precedentemente è stato indicato come  $g(\mathbf{u})$ , è indicato come  $x_n$ . È chiaro che per  $x_n > 0$  non si ha contatto, perciò  $F_n = 0$ ; al contrario per  $x_n \leq 0$ , vi è contatto tra i due corpi, generando una forza normale di contatto di entità pari a  $F_n = K_n x_n$ .

$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{se } x_n > 0 \\ K_n x_n & \text{se } x_n \leq 0 \end{cases} \quad (B.6)$$

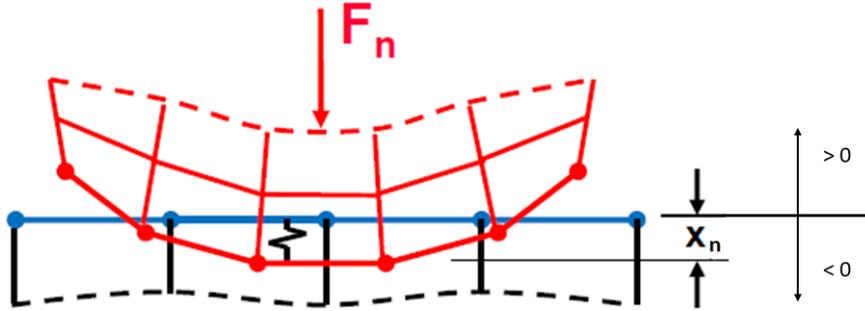


Figura B.4: Forza normale di contatto - da [10]

La funzione di  $F_{sy}$ , riportata nell'Equazione B.7, spiega che, se la risultante delle forze tangenziali  $F_s$  è minore del limite di Coulomb, imposto dal modello di attrito, il contatto è in uno stato di sticking, ovvero non vi è strisciamento. Una volta raggiunto questo limite, ovvero  $F_s = \mu F_n$ , il contatto ammette uno strisciamento relativo tra i due corpi e questo stato viene chiamato sliding.

$$F_{sy} = \begin{cases} K_s x_y & \text{se } \sqrt{F_{sy}^2 + F_{sz}^2} - \mu F_n < 0 \text{ (sticking)} \\ \mu K_n x_n & \text{se } \sqrt{F_{sy}^2 + F_{sz}^2} - \mu F_n = 0 \text{ (sliding)} \end{cases} \quad (B.7)$$

Dove:

- $K_n$  rappresenta la rigidità normale di contatto;
- $x_n$  rappresenta la dimensione del gap di contatto;

- $K_s$  rappresenta la rigidità tangenziale di contatto;
- $x_y$  rappresenta la distanza di strisciamento nella direzione  $y$ ;
- $\mu$  rappresenta il coefficiente di attrito.

### B.2.2 Pure Lagrange Multipliers Method

L'algoritmo dei moltiplicatori di Lagrange introduce nuove variabili al problema ed il problema è risolto per queste nuove variabili. È chiaro che, se i moltiplicatori di Lagrange fossero noti, la soluzione del problema originale vincolato sarebbe facilmente calcolabile [9]. La funzione di Lagrange è così definita:

$$L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = \Pi(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\lambda}^t g(\mathbf{u}) \quad (\text{B.8})$$

Dove  $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$  rappresenta il vettore contenente i moltiplicatori di Lagrange. Il problema potrebbe essere riformulato in un unico sistema di equazioni in forma matriciale, riportato nell'Equazione B.9, dove la condizione di vincolo  $g(\mathbf{u}) \leq 0$  è stata espressa come  $\mathbf{B}\mathbf{u} - \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$  [9].

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{B}^t \\ \mathbf{B} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\alpha} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

L'implementazione di questo metodo in Ansys consiste nell'aggiunta di nuove variabili al sistema invece di aggiungere la rigidità degli elementi di contatto direttamente nella matrice di rigidità globale del sistema. Il vantaggio di questo metodo è che è possibile forzare una condizione di penetrazione nulla, dato che la rigidità normale di contatto non fa parte dell'algoritmo. Tuttavia, l'aggiunta di queste nuove variabili, ovvero i moltiplicatori di Lagrange, richiede più iterazioni per l'analisi rispetto ad altri algoritmi. Non essendo fornite le rigidità di contatto, le forze di contatto diventano gradi di libertà incogniti per ogni elemento [9]. Il vettore di carico di Newton-Raphson associato è definito dall'Equazione B.10 [24].

$$\{F^{NR}\} = \begin{Bmatrix} F_n \\ F_{sy} \\ F_{sz} \\ -F_n \\ -F_{sy} \\ -F_{sz} \\ x_n \\ x_y \\ x_z \end{Bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

Le pressioni di contatto sono calcolate attraverso la variazione dello status di contatto, utilizzando la penetrazione limite (TOLN) e la massima tensione di contatto di trazione dovuta alla forza di contatto (FTOL). Una forza di contatto negativa si presenta quando lo stato del contatto è chiuso, una forza di contatto positiva si ottiene quando è presente una separazione tra le superfici di contatto, ma non necessariamente indica uno stato di contatto aperto [8]. Il comportamento può essere descritto in questo modo:

- Se lo stato del contatto dalla precedente iterazione è aperto e l'attuale penetrazione calcolata è minore della tolleranza TOLN, il contatto resta aperto, altrimenti lo stato diventa chiuso ed è necessaria un'altra iterazione;
- Se lo stato del contatto dalla precedente iterazione risulta chiuso e l'attuale forza di contatto calcolata è positiva, ma minore di FTOL, il contatto resta chiuso, altrimenti

se la forza di contatto risulta positiva e maggiore di FTOL, lo stato del contatto diventa aperto e si procede all'iterazione successiva.

L'obbiettivo di TOLN e FTOL è quello di fornire stabilità al modello che esibisce variazioni tra stato di contatto chiuso e aperto. Se i valori di tolleranza saranno troppo piccoli, la soluzione necessiterà di più iterazioni per giungere a convergenza; se invece i valori dovessero essere troppo alti, questo influenzerà l'accuratezza della soluzione [8].

I due principali limiti di questo algoritmo sono:

- Eccessivo chattering (variazione dello status di contatto) in alcuni nodi durante l'analisi, il quale può influenzare la precisione della soluzione e/o la sua convergenza;
- Se il problema dovesse essere eccessivamente vincolato, ad esempio aggiungendo ulteriori vincoli in termini di spostamento nei nodi a contatto, l'algoritmo potrebbe non convergere oppure potrebbe convergere ad un risultato non accurato.

### B.2.3 Augmented Lagrange Method

L'Augmented Lagrangian è un metodo ibrido del Lagrangian Multipliers e del Penalty. Rappresenta completamente i vincoli del contatto usando il coefficiente di penalizzazione e i moltiplicatori di Lagrange, penalizzando le violazioni dei vincoli di non penetrazione allo stesso modo del Pure Penalty Method. Per il corretto valore di  $\lambda$ , il gradiente della funzione di Lagrange Augmented  $L_{aug}$ , tende a zero, così la funzione è penalizzata esattamente, dunque non è necessario introdurre un coefficiente di penalizzazione troppo elevato [9]. La funzione di Lagrange Augmented è definita come:

$$L_{aug} = \Pi(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\lambda}^t g(\mathbf{u}) + \frac{r}{2} g(\mathbf{u})_+^2 \quad (\text{B.11})$$

Il software Ansys richiede in input la rigidità normale di contatto FKN ( $K_n$ ), la massima penetrazione ammissibile TOLN ed il massimo strisciamento consentito SLTOL. La rigidità tangenziale FKS ( $K_s$ ) può essere derivata attraverso lo strisciamento consentito e la forza normale di contatto. Esattamente come il metodo Pure Penalty, Ansys fornisce dei valori di default per FKN, questi valori possono essere sovrascritti inserendo un fattore scala o un valore assoluto (inserendo un input negativo e rispettando le unità di misura). Utilizzando un alto valore di TOLN, questo algoritmo lavora come il Pure Penalty. Inserire un valore di FKN troppo basso e TOLN troppo alto, potrebbe causare penetrazione mentre, inserire un valore di FKN troppo alto e TOLN troppo basso, potrebbe portare alla non convergenza del problema [8].

Di seguito è riportato il vettore di carico di Newton-Raphson, analogo a quello del Pure Penalty [24]:

$$\{F_l^{NR}\} = \begin{Bmatrix} F_n \\ F_{sy} \\ F_{sz} \\ -F_n \\ -F_{sy} \\ -F_{sz} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

La forza di contatto è definita come:

$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{se } x_n > 0 \\ K_n x_n + \lambda_{i+1} & \text{se } x_n \leq 0 \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

$$\lambda_{i+1} = \begin{cases} \lambda_i + K_n x_n & \text{se } |x_n| > \varepsilon \\ \lambda_i & \text{se } |x_n| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

Dove:

- $\lambda_{i+1}$  rappresenta il moltiplicatore di Lagrange all'iterazione  $i+1$ , è calcolato localmente per ogni elemento e iterativamente;
- $\varepsilon$  rappresenta la tolleranza sulla penetrazione TOLN.

#### B.2.4 Lagrange Multiplier on Normal and Penalty on Tangent Plane

Questo algoritmo rappresenta un'alternativa al Pure Lagrangian Multipliers Method, permettendo solo una piccola quantità di strisciamento per una condizione di sticking. Nel codice commerciale agli elementi finiti Ansys, questo algoritmo richiede in input oltre alle tolleranze TOLN e FTOL anche il massimo strisciamento ammissibile STOL. Attraverso le tolleranze, la forza di contatto normale calcolata ed il coefficiente di attrito, la rigidità di contatto FKS può essere calcolata automaticamente. In alcuni casi il valore di FKS può essere sovrascritto, bisogna però fare attenzione ai valori, in particolare, inserendo un valore troppo alto di SLTOL e troppo basso di FKS, si avrà un'eccessivo slittamento, al contrario, inserendo un valore troppo basso di SLTOL e troppo alto di FKS, il problema potrebbe non convergere [8].

In questo metodo solo la superficie di contatto normale è trattata come un moltiplicatore di Lagrange. Le forze tangenziali sono calcolate seguendo il Penalty Method [24]:

$$F_{sy} = \begin{cases} K_s x_y & \text{se } \sqrt{F_{sy}^2 + F_{sz}^2} - \mu F_n \leq 0 \text{ (sticking)} \\ \mu F_n & \text{se } \sqrt{F_{sy}^2 + F_{sz}^2} - \mu F_n > 0 \text{ (sliding)} \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

### B.3 Definizione della direzione normale di contatto

La direzione normale di contatto è di primaria importanza in un'analisi di contatto. Di default, Ansys la calcola partendo dalle posizioni iniziali dei nodi I e J, tale per cui uno spostamento positivo (nel sistema di coordinate dell'elemento) del nodo J rispetto al nodo I apre il gap [8]. In alcuni casi è necessario specificare la direzione, ad esempio:

- se il nodo I e il nodo J hanno le stesse coordinate iniziali;
- se il modello ha un'interferenza iniziale tale per cui gli elementi sottostanti si sovrappongono;
- se la distanza iniziale di apertura del gap è molto piccola.

Nei casi sopra illustrati è importante l'ordine dei nodi I e J, perché la direzione normale al contatto punta dal nodo I al nodo J.

È possibile specificare la direzione normale attraverso le real constants NX, NY, NZ (specificando i coseni direttori relativi al sistema di riferimento cartesiano globale) oppure utilizzando la keyoption 5. Di seguito sono spiegati i parametri da inserire in questa keyoption [8]:

- KEYOPT(5) = 0: la direzione normale è basata sui valori inseriti attraverso le real constants NX, NY, NZ, oppure sulle posizioni dei nodi se i coseni direttori non sono stati definiti;
- KEYOPT(5) = 1 (2, 3): la direzione normale punta in una direzione che è la media tra i coseni direttori dell'asse X (Y, Z) delle coordinate nodali dei nodi I e J;
- KEYOPT(5) = 4 (5, 6): la direzione normale punta la direzione X (Y, Z) del sistema di riferimento dell'elemento selezionato attraverso il comando ESYS.

Questa spiegazione vale quando si utilizza la keyoption  $1 = 0$ , ovvero l'opzione di gap unidirezionale.

## B.4 Status del contatto

Il gap iniziale definisce la dimensione del divario (se positivo) o l'interferenza (se negativo). Se la keyoption 4 è impostata a 0, di default, la dimensione del gap può essere automaticamente calcolata dalla real constant relativa al gap e dalle posizioni dei nodi. Al contrario, se la keyoption 4 è impostata a 1, la dimensione iniziale del gap tiene conto solo della real constant. L'effetto della forza di contatto può essere separato nella direzione normale e tangenziale [8].

- Forza normale  $F_n < 0$ :
  - se la forza tangenziale è  $F_s = \mu|F_n|$ , allora si ha una condizione di strisciamento ( $STAT = 2$ );
  - se la forza tangenziale è  $F_s < \mu|F_n|$ , allora si ha una condizione di sticking ( $STAT = 3$ ).
- Forza normale  $F_n > 0$ , il contatto è interrotto e non è trasmessa alcuna forza ( $F_n = F_s = 0$ ), ( $STAT = 1$ ).

L'input START determina lo stato iniziale del contatto, in particolare:

- $START = 0$ : segue le impostazioni fornite dalla keyoption 4;
- $START = 1$ : contatto inizialmente aperto;
- $START = 2$ : contatto chiuso e con presenza di sliding;
- $START = 3$ : contatto inizialmente chiuso senza sliding.

## B.5 Parametri per la definizione dell'elemento (KEYOPTION)

Di seguito sono riportate le keyoption da definire quando si dichiara l'elemento CONTA178 [8]:

- KEYOPT(1), tipologia di gap:
  - 0, unidirezionale;
  - 1, cilindrico;
  - 2, sferico;
  - 3, radiale non lineare.
- KEYOPT(2), algoritmo del contatto:
  - 0, Augmented Lagrange method;
  - 1, Pure Penalty method;
  - 2, Lagrange multiplier on contact normal and penalty on tangent method;
  - 3, Lagrange multiplier method.
- KEYOPT(3), weak spring:
  - 0, non usata;

- 1, agisce attraverso un contatto aperto, contribuisce solo alla rigidità;
  - 2, agisce attraverso un contatto aperto o un piano di strisciamento, contribuisce solo alla rigidità;
  - 3, agisce attraverso un contatto aperto, contribuisce alla rigidità e forze interne;
  - 4, agisce attraverso un contatto aperto o un piano di strisciamento, contribuisce alla rigidità e alle forze.
- KEYOPT(4), dimensione del gap:
    - 0, basata su real constant GAP e posizione dei nodi;
    - 1, basata solo su real constant GAP.
  - KEYOPT(5), direzione normale al contatto:
    - 0, posizione dei nodi o real constants NX, NY, NZ;
    - 1 (2, 3), media sui due nodi;
    - 4 (5,6), componente X (Y, Z) del sistema di coordinate dell'elemento.
  - KEYOPT(6), seleziona i gradi di libertà dell'elemento:
    - 0, UX, UY, UZ;
    - 1, UX, UY, UZ, TEMP;
    - 2, TEMP;
    - 3, UX, UY, UZ, TEMP, VOLT;
    - 4, TEMP, VOLT;
    - 5, UX, UY, UZ, VOLT;
    - 6, VOLT.
  - KEYOPT(7), controllo sull'incremento del tempo:
    - 0, nessun controllo;
    - 1, tende a mantenere un certo incremento tempo/carico;
    - 2, tende a raggiungere il minimo incremento tempo/carico;
    - 4, utilizza vincoli di impatto in analisi transitoria con un aggiustamento automatico dell'incremento temporale.
  - KEYOPT(9), applicazione del gap iniziale:
    - 0, applicato in uno step;
    - 1, applicato seguendo una rampa nel primo load step.
  - KEYOPT(10), comportamento del contatto:
    - 0, standard;
    - 1, rough;
    - 2, no separazione (sliding permesso);
    - 3, bonded;
    - 4, no separazione (sempre);
    - 5, bonded (sempre);
    - 6, bonded (all'inizio);

- 7, attrito di Coulomb rigido.
- KEYOPT(12), stato del contatto:
  - 0, non stampare lo stato del contatto;
  - 1, stampare lo stato del contatto e la rigidezza del contatto.

## B.6 Esempio applicativo

Per mostrare un'applicazione di questo elemento è stato impiegato un modello molto semplice costituito da due travi a contatto, mostrate in Figura B.5. Le travi sono costituite da elementi solidi a 8 nodi (SOLID185). Il modello è stato opportunamente vincolato come mostrato in Figura B.6.

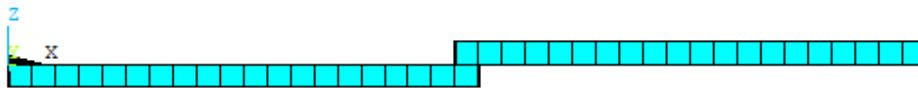


Figura B.5: Modello FEM per esempio applicativo

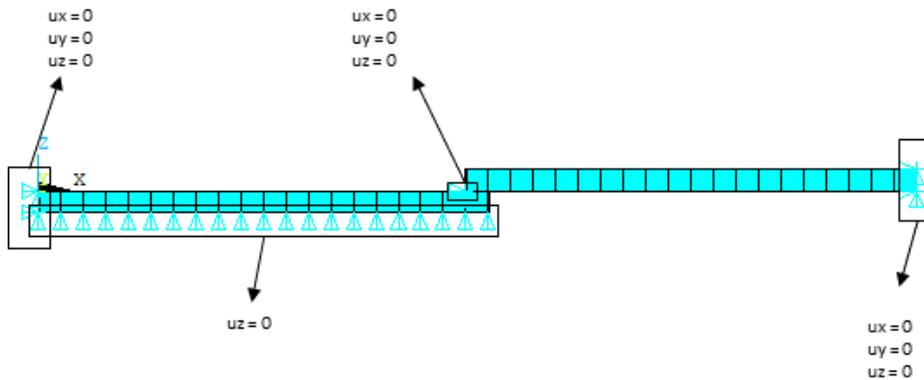


Figura B.6: Applicazione dei vincoli

Dopo aver applicato i vincoli, è stato implementato l'elemento di contatto CONTA178. Il primo step è stato quello di dichiarare l'elemento, inserendo le opportune keyoptions e real constants. Attraverso le keyoptions è stato impostando l'algoritmo di soluzione, i gradi di libertà dell'elemento e il comportamento della superficie di contatto. Nelle real constants invece sono state impostati i valori di rigidezza normale del contatto FKN e rigidezza tangenziale FKS, entrambi pari a  $1E9N/m$ . Essendo i due nodi coincidenti è stato necessario indicare la direzione normale del contatto, che nel caso analizzato corrisponde all'asse Z del sistema di coordinate, perciò è stato posto  $NZ = 1$ . Real constants e keyoptions dell'elemento sono riportate in Figura B.7.

Successivamente sono stati selezionati i due nodi e, attraverso il comando *EINTF*, è stato creato l'elemento di contatto, visibile in B.8.

Per dimostrare il corretto funzionamento dell'elemento, sono state applicate delle forze in prossimità del contatto, come mostrato in Figura B.9. Le forze globali sono state divise nei sei nodi, applicando una forza nodale normale di 50N (300N globale) ed una tangenziale di 100N (600N globale). Essendo il coefficiente d'attrito pari a 0.5, la forza tangenziale supera il limite di Coulomb ( $F_s = \mu F_n$ ) che in questo caso risulta pari a 150N, questo implica una condizione di sliding ( $STATUS = 2$ ), risultato ottenuto dalla simulazione e riportato in Figura B.10.

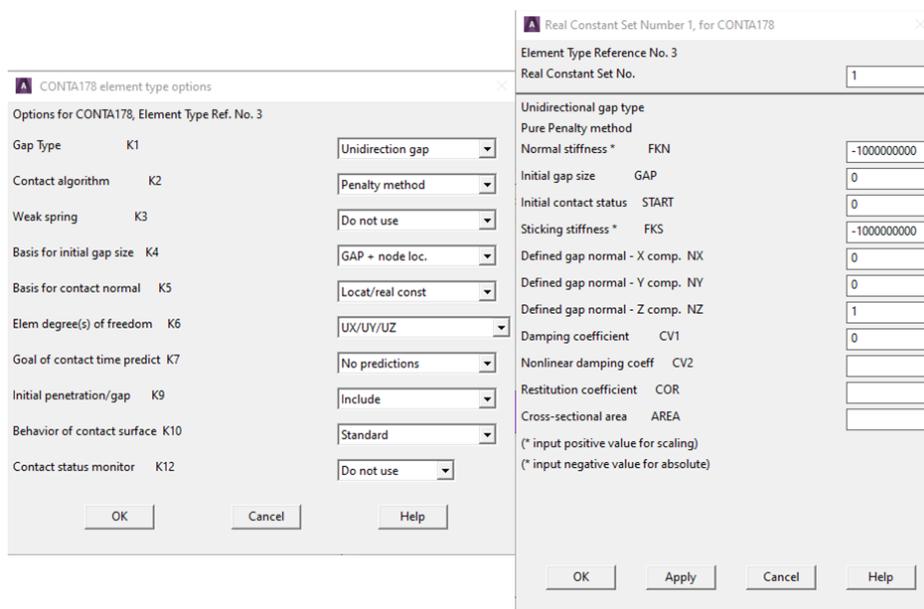


Figura B.7: Keyoption e real constant impostate per l'elemento CONTA178

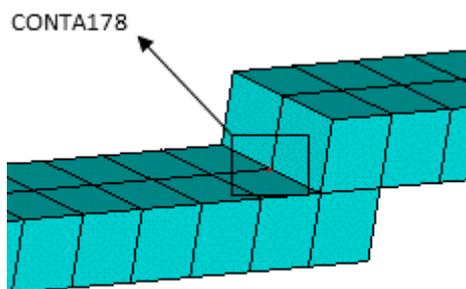


Figura B.8: Elemento di contatto CONTA178

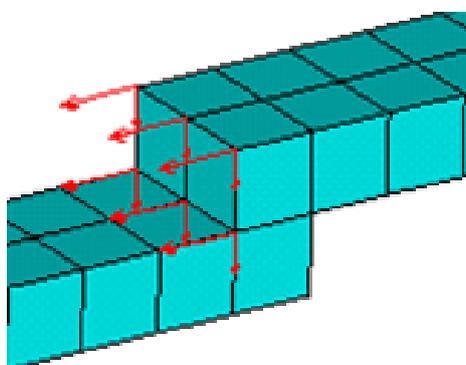


Figura B.9: Applicazione delle forze

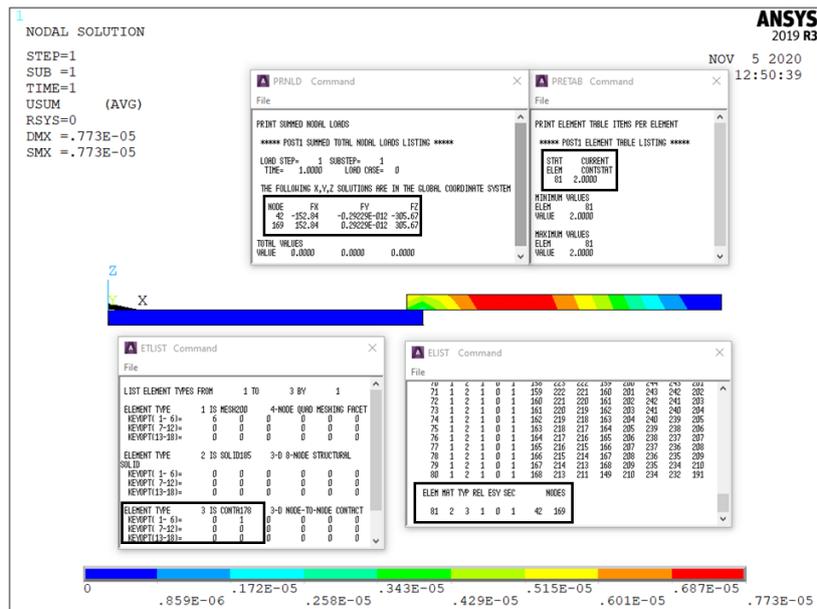


Figura B.10: Condizione di sliding

Per ottenere una condizione di sticking, la forza tangenziale deve risultare minore del limite di Coulomb, ad esempio applicando una forza di 120N (20N nodale). È possibile, infatti, notare nei risultati della simulazione, in Figura B.11, che lo status del contatto è di sticking (STATUS = 3). La forza tangenziale di contatto risulta minore del limite di Coulomb (150N).

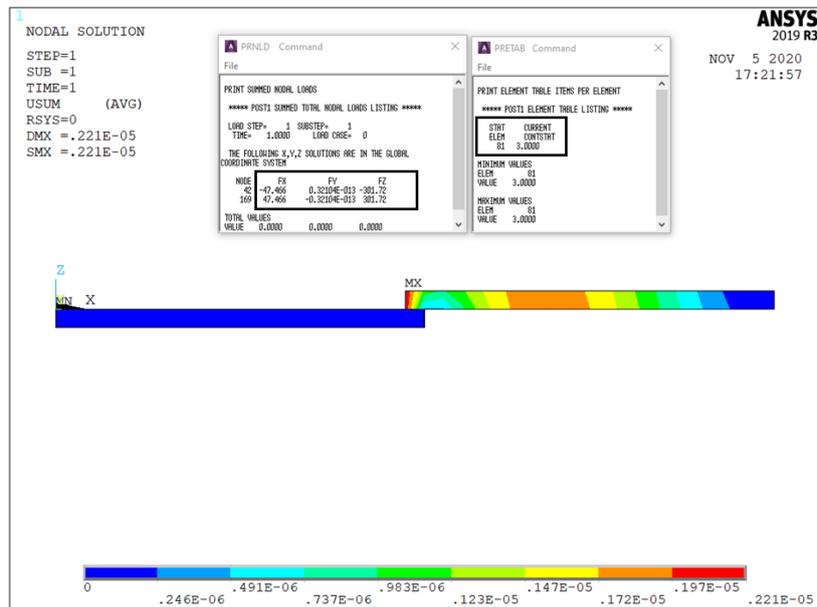


Figura B.11: Condizione di sticking

L'ultimo controllo può essere effettuato in una condizione anomala, ovvero applicando una forza normale che tenda a separare le due travi. Questo dovrebbe portare ad uno status di contatto aperto (STATUS = 1). Il risultato della simulazione è riportato in Figura B.12, lo stato del contatto risulta effettivamente aperto, inoltre non sono presenti forze di contatto perché, in questo caso,  $x_n$  risulta maggiore di 0 essendo le due travi separate.

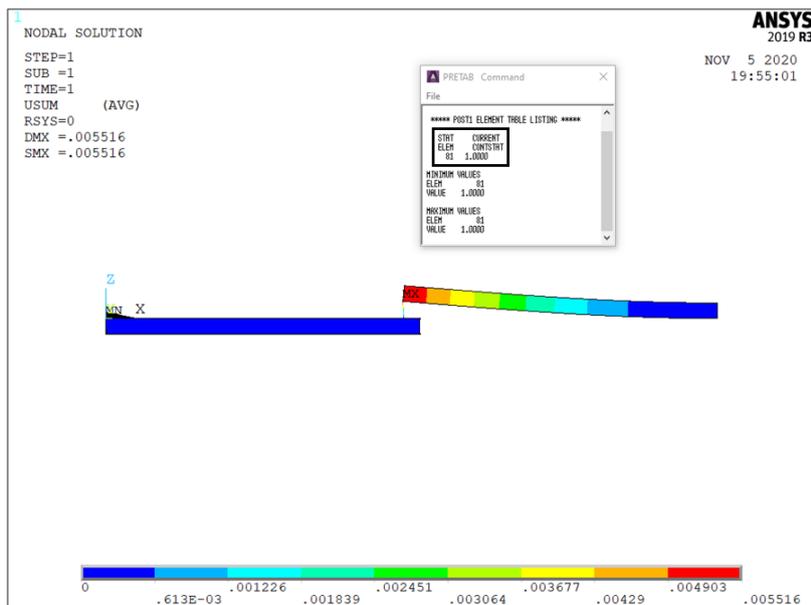


Figura B.12: Condizione di contatto aperto (open contact)



## Appendice C

# Guida all'utilizzo del software di acquisizione

Il software necessario per l'acquisizione dei dati è il "SignalCalc Mobilyzer II". In questa appendice ci si concentrerà sul fornire le informazioni necessarie per impostare ed utilizzare adeguatamente il software durante l'attività di sperimentazione, inoltre saranno fornite le informazioni necessarie per esportare i dati raccolti, cosicché il post-processing dei dati possa avvenire in un ambiente esterno, ad esempio Matlab.

### C.1 Modulo Stepped Sine

Dopo aver lanciato il collegamento per l'eseguibile presente sul desktop (Figura C.1) e aver cliccato su "Stepped Sine Test" (Figura C.2) dovrebbe aprirsi la schermata principale del software (Figura C.3). È possibile osservare inizialmente che nella parte sinistra vi è un pannello di controllo, il quale verrà analizzato in dettaglio successivamente, in cui è possibile impostare i parametri di acquisizione della prova, nella parte destra invece vi sono quattro finestre in cui sono riportati in tempo reale i dati raccolti dai trasduttori e/o una loro elaborazione.



Figura C.1: Icona software SignalCalc Mobilyzer II

Prima di procedere con l'impostazione dei parametri nel pannello di controllo, è necessario fornire le informazioni relative ai canali. Nei test sono stati usati due canali, il primo associato alla cella di carico, mentre il secondo associato all'accelerometro. È fondamentale ricordare a quale canale sia collegato un determinato trasduttore, in caso contrario si potrebbero ottenere dei risultati privi di senso fisico o comunque non quelli desiderati. Fatta questa premessa si procede con l'input dei parametri dei trasduttori. Cliccando sull'icona evidenziata in Figura C.4, è possibile aprire la finestra denominata "Channel Table" (Figura C.5). In questa finestra, posizionandosi sul tab Input (1), è possibile selezionare i canali attivi tra quelli disponibili (2). Successivamente è necessario dichiarare la tipologia di trasduttore, in questo caso è stato selezionato, per entrambi i canali, dall'elenco a tendina

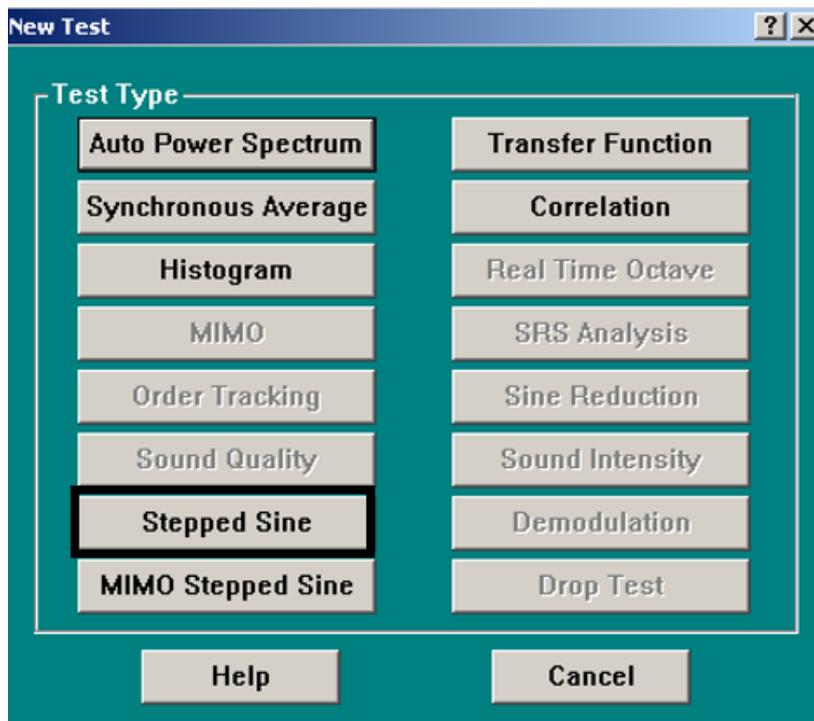


Figura C.2: New Test – Stepped Sine

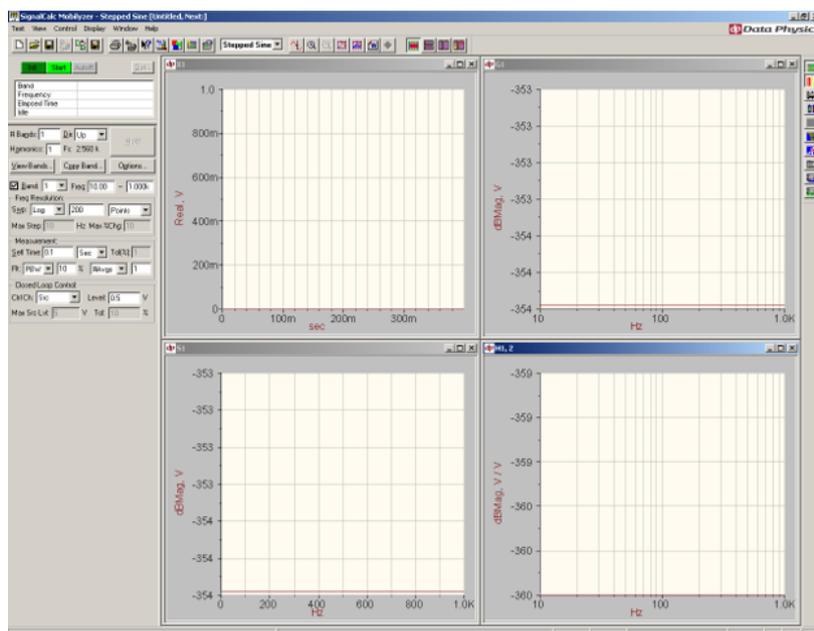


Figura C.3: Schermata principale software SignalCalc Mobilyzer II

ICP 4mA (3). Un accelerometro ICP (Integrated Circuit Piezoelectric) è un sensore che genera un output elettrico proporzionale all'accelerazione applicata. Questa tipologia di accelerometri è progettata per misurare vibrazioni e urti in una grande varietà di applicazioni, inoltre, la loro facilità di utilizzo e accuratezza su un ampio range di frequenze rende il loro impiego consigliabile per test di vario genere. In (4) è possibile inserire le costanti di calibrazione, queste costanti sono fornite dal costruttore del trasduttore e sono presenti all'interno della documentazione tecnica. Infine, è necessario inserire nella colonna denominata EU (Engineering Unit) la grandezza ingegneristica che si vuole correlare al canale, in questo caso nel primo canale è necessario inserire  $N$  perché si tratta di una cella di carico, mentre nel secondo canale va inserito  $m/s^2$  in quanto vi è associato un accelerometro (5).

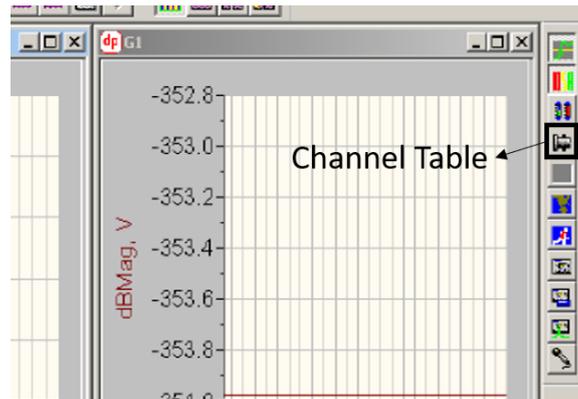


Figura C.4: Percorso per consultare la finestra “Channel Table”

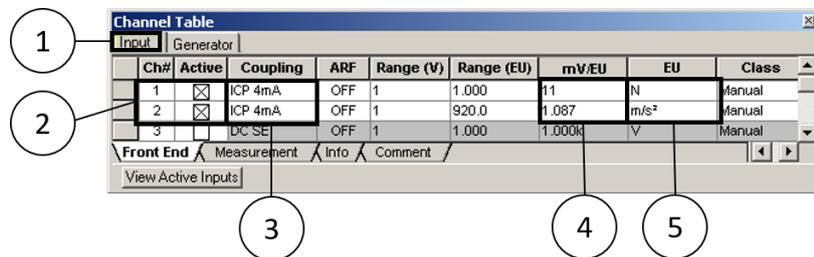


Figura C.5: Finestra “Channel Table” - Input

Posizionandosi ora sul tab Generator (1), in Figura C.6, è possibile definire il canale corrispondente all'input, in questo caso il canale 1 (2) e il tempo con cui raggiungere la forzante desiderata, sotto la voce Ramp Time (3). Cliccando sul tab Measurement (1), in Figura

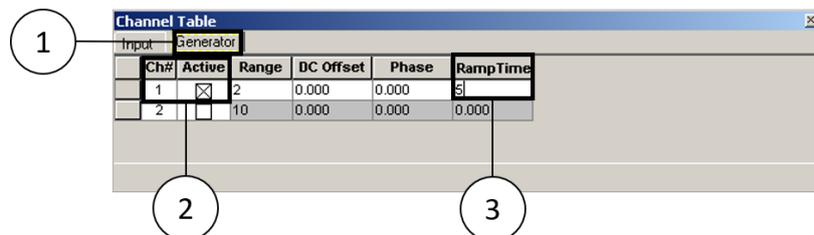


Figura C.6: Finestra “Channel Table” - Generator

C.7, è possibile selezionare come canale di riferimento quello collegato alla cella di carico, inoltre è necessario selezionare la casella in corrispondenza del primo canale nella colonna Auto Ctrl.

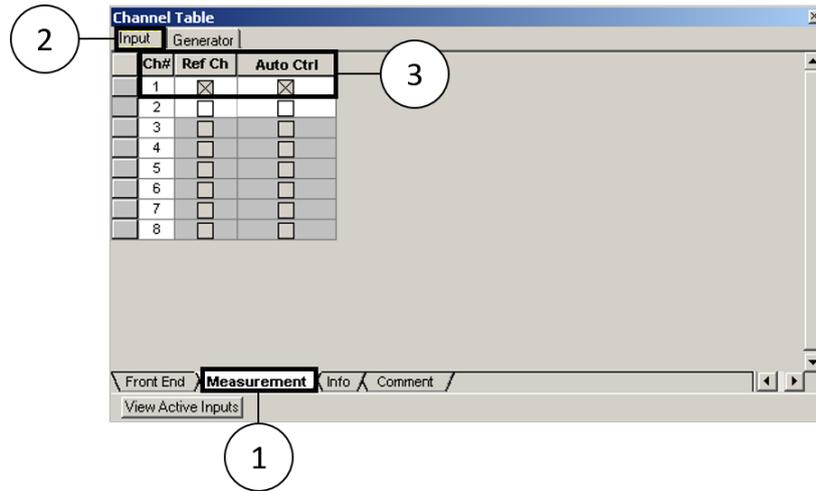


Figura C.7: Finestra “Channel Table” - Measurement

Dopo aver settato i canali è necessario controllare che non ci siano problemi di accoppiamento fra il sistema Data Physics e i sensori. È possibile effettuare quest’operazione cliccando sull’icona evidenziata in Figura C.8, la quale permette di aprire la finestra “Channel Indicators”, riportata in Figura C.9. Cliccando su “Check ICP” è possibile effettuare la verifica dei canali (1), una volta terminata, il software comunica l’esito riempiendo lo sfondo dei riquadri rappresentanti i canali (2). Uno sfondo verde indica che non ci sono problemi e si può proseguire, al contrario un colore nero indica la presenza di un errore. Gli errori potrebbero essere dovuti al mancato inserimento di dati nella finestra “Channel Table” oppure un mancato collegamento del trasduttore al sistema di acquisizione.

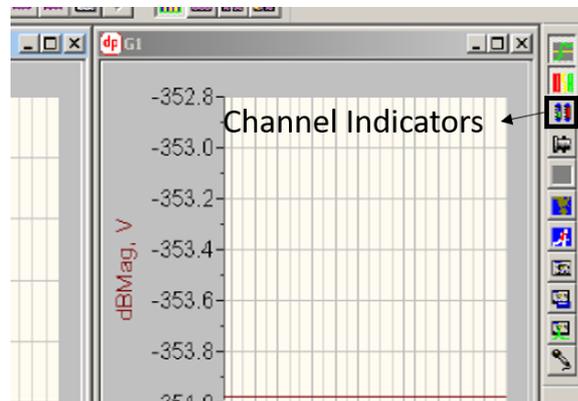


Figura C.8: Percorso per consultare la finestra “Channel Indicators”

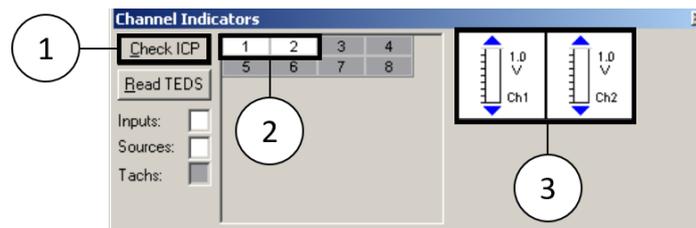


Figura C.9: Finestra “Channel Indicators”

In Figura C.5 è riportata una colonna intitolata “Range (V)” ed è strettamente legata al riquadro (3) presente in Figura C.9. Quest’indicatore invia un feedback in tempo reale

sull'utilizzo del canale durante la prova. La legenda è riportata in Figura C.10 e prevede un colore rosso per uno scarso utilizzo (Figura C.10a), giallo per un utilizzo discreto (Figura C.10b), verde per un buon utilizzo (Figura C.10c) e nero per una condizione di overload (Figura C.10d). La condizione di overload, ovvero la condizione per cui si ha la saturazione del canale in termini di voltaggio, è assolutamente da evitare, perché le misure non saranno attendibili. Teoricamente si vorrebbe avere un buon utilizzo (colore verde) in tutto il range di frequenze analizzate, praticamente ci si accontenta di avere un buon utilizzo nell'intorno della risonanza. Il voltaggio da assegnare al canale (Figura C.5) deve essere regolato in funzione dell'utilizzo del canale.

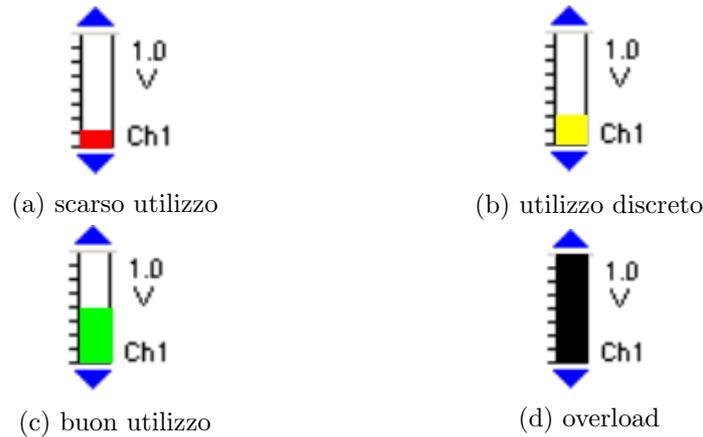


Figura C.10: Legenda utilizzo dei canali

Terminata la configurazione dei canali, è possibile configurare attraverso il pannello di setup (lato sinistro Figura C.3) i parametri necessari per eseguire i test. Iniziando dall'alto è possibile identificare il "Control Panel" (Figura C.11). Attraverso questo pannello è possibile inizializzare (Init) e far partire la prova (Start), inoltre nel riquadro evidenziato è possibile monitorare alcuni parametri della prova, ad esempio il numero di banda, la frequenza eccitante e il tempo trascorso dall'inizio della prova.

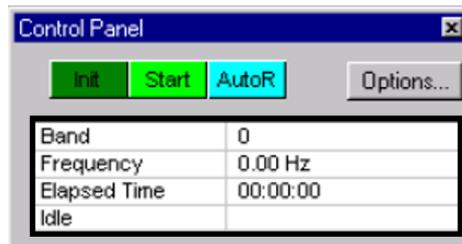


Figura C.11: Control Panel

Procedendo verso il basso si incontra il "Measurement Panel" (Figura C.12), pannello nel quale andranno inseriti tutti i parametri caratterizzanti la prova. Questo pannello può essere diviso in quattro parti e successivamente spiegate in dettaglio.

Nel primo blocco (Figura C.13) è possibile selezionare il numero di bande in cui dividere lo sweep in frequenza (1), in questo modo è possibile usare risoluzioni in frequenza differenti a seconda della zona di interesse. In (2) è possibile selezionare la direzione di sweep, up indica uno sweep crescente, al contrario down indica uno sweep decrescente. La frequenza di campionamento è gestita attraverso il numero di armoniche (3), essendo la frequenza di campionamento per definizione  $f_s = 1/\Delta t$  è possibile ricavare il periodo di campionamento  $\Delta t$ , ovvero il tempo che intercorre fra un istante di lettura e il successivo. Cliccando sul

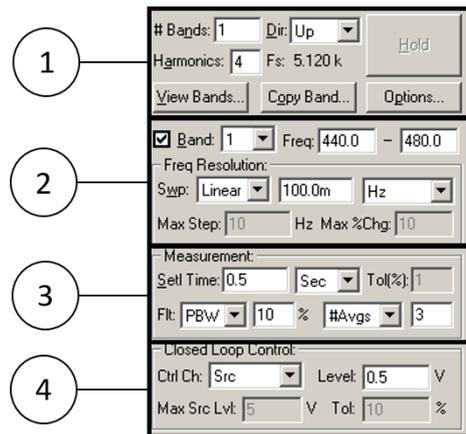


Figura C.12: Measurement Panel

tasto “View Bands” (4) è possibile visualizzare un riassunto in forma tabulare delle bande che sono state create.

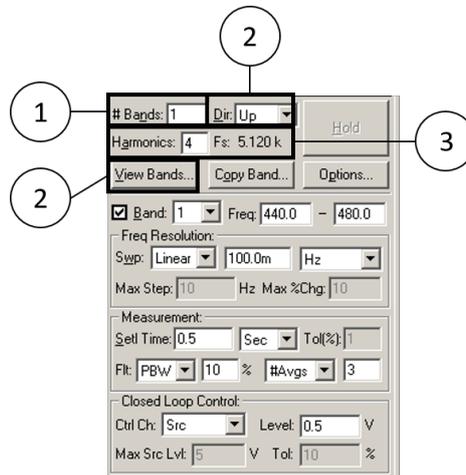


Figura C.13: Measurement Panel - primo blocco

Nel secondo blocco (Figura C.14) è possibile inserire per ogni banda, selezionabile dal menu a tendina nel riquadro (1), il range di frequenze definito come frequenza iniziale e finale (2). Inoltre, è possibile selezionare la risoluzione dello sweep in frequenza (3), dal menu a tendina “Swp” è possibile scegliere fra uno sweep logaritmico, lineare o automatico. Per lo sweep logaritmico e lineare è possibile scegliere se discretizzare il range di frequenze in un numero definito di punti oppure definire un  $\Delta f$  (in Hz).

Nel terzo blocco (Figura C.15) è possibile definire il settling time (1), chiamato anche tempo di assestamento, ovvero il tempo necessario affinché il segnale sia considerato stabile. È possibile fornire questo input in secondi o numero di cicli. Nel riquadro (2) è possibile inserire il numero di medie da effettuare per ogni singolo punto, è consigliabile considerare almeno tre medie.

Nel quarto blocco (Figura C.16) è possibile definire attraverso il menu a tendina “Ctrl Ch” (1) quale canale deve essere controllato, ad esempio nei test eseguiti il canale controllato è quello relativo alla cella di carico perché le prove sono eseguite mantenendo costante l’ampiezza della forzante armonica. Nel riquadro (2) è possibile definire l’ampiezza in termini di EU (Engineering Unit) e la relativa tolleranza. Nel riquadro (3) invece è posto un limite al voltaggio generato dalla scheda di acquisizione per evitare di danneggiarla con dei sovraccarichi.

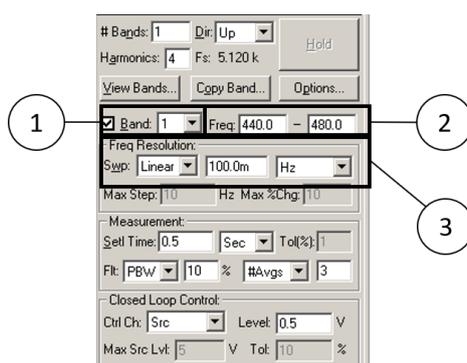


Figura C.14: Measurement Panel - secondo blocco

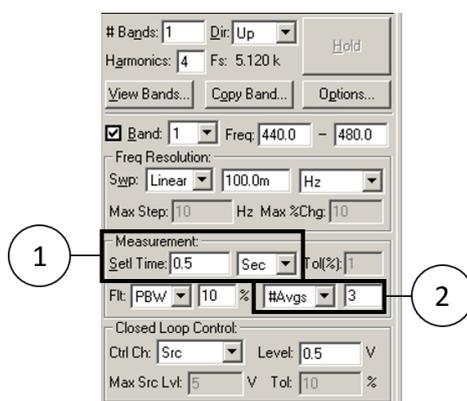


Figura C.15: Measurement Panel - terzo blocco

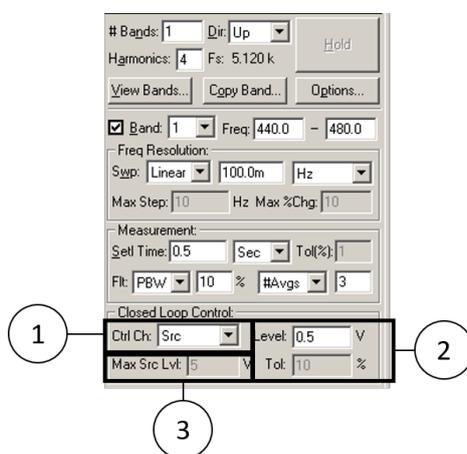


Figura C.16: Measurement Panel - quarto blocco

Dopo aver configurato il software è possibile inizializzare e far partire il test cliccando i pulsanti mostrati in Figura C.11. Durante la prova è possibile visualizzare l'andamento di alcune grandezze derivate (parte destra Figura C.3) come la funzione di risposta in frequenza oppure l'FFT (Fast Fourier Transform) dei segnali in ingresso dai canali.

Il software permette l'esportazione dei dati in diversi formati, poiché il post-processing avverrà in Matlab si è scelto il formato \*.mat. Per esportare i dati è necessario cliccare su "Signal Map Dialog" (Figura C.17), successivamente si aprirà la finestra "Signal Map" (Figura C.18), delle voci presenti serviranno: Allocated Signals, Saved Signals ed Export Targets.

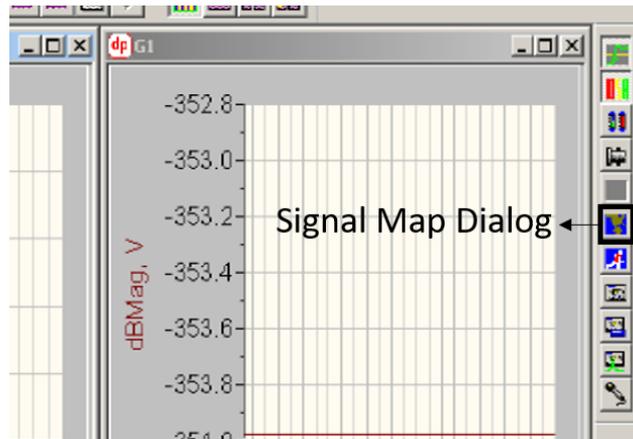


Figura C.17: Percorso per consultare la finestra "Signal Map Dialog"

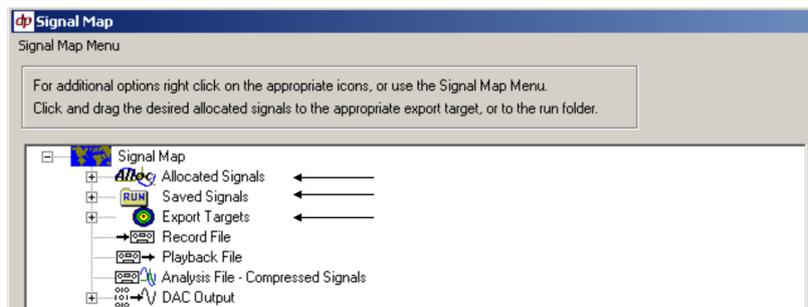


Figura C.18: Signal Map

Prima di procedere al salvataggio vero e proprio è necessario impostare il formato con cui si vogliono esportare i dati. Cliccando con il tasto destro su Export Signal si aprirà una finestra in cui sarà possibile selezionare il tipo di formato desiderato (Figura C.19).

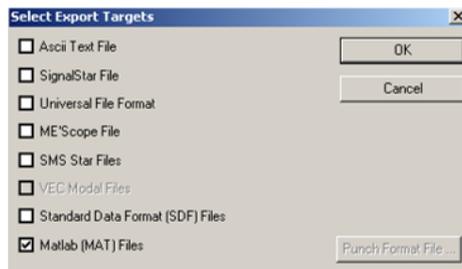


Figura C.19: Setup per formato di esportazione

Una volta selezionato il formato desiderato è necessario cliccare sul (+) a fianco delle sezioni Allocated Signals ed Export Targets e trascinare i dati dalla prima cartella nella seconda sotto la voce Matlab Files, come mostrato in Figura C.20. Successivamente è possibile chiudere la finestra “Signal Map” cliccando su Ok.

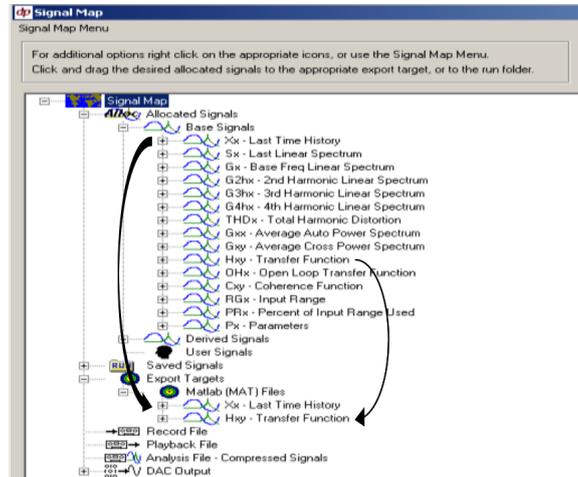


Figura C.20: Signal Map – selezione dei dati da esportare

A questo punto ci si ritrova nella schermata principale del software, per salvare i dati occorre cliccare su “Save/Export Signals” (Figura C.21). Una volta salvati, i dati saranno presenti, in formato \*.mat, all’interno di una cartella chiamata “MATLAB” presente nella cartella del progetto.



Save/Export Signals

Figura C.21: Save/Export Signals



# Bibliografia

- [1] Y. Liu, J. Li, Z. Zhang, X. Hu, and W. Zhang. Experimental comparison of five friction models on the same test-bed of the micro stick-slip motion system. *Mechanical Sciences*, 6:15–28, 03 2015.
- [2] Ansys Inc. Element reference, mesh200, 2021.
- [3] Ansys Inc. Element reference, solid185, 2021.
- [4] Robert C. Flicek. *Analysis of complete contacts subject to fatigue*. PhD thesis, Oxford University, UK, 2015.
- [5] E. Mucchi. Linee guida per l’allestimento di prove sperimentali. Materiale didattico corso: Simulazioni e test vibrazionali per lo sviluppo del prodotto, 2018.
- [6] T. Berruti and E. Brusa. Collegamenti filettati. Materiale didattico corso: Elementi di costruzione e disegno di macchine, 2014.
- [7] Ansys Inc. Element reference, prets179, 2021.
- [8] Ansys Inc. Element reference, conta178, 2021.
- [9] A. Hattori, G. e Serpa. Influence of the main contact parameters in finite element analysis of elastic bodies in contact. *Key Engineering Materials*, 681, 02 2016.
- [10] Ansys Inc. Ansys mechanical, introduction to contact, 2010.
- [11] J.E. Shigley, R.G. Budynas, J.K. Nisbett, D. Amodio, and G. Santucci. *Progetto e costruzione di macchine*. Collana di istruzione scientifica. McGraw-Hill Education, 2013.
- [12] L. Rossetti. Simulazione dinamica non lineare di superfici estese collegate mediante contatto per attrito. Master’s thesis, Politecnico di Torino, 2018.
- [13] E. Chirone and S. Tornincasa. *Disegno Tecnico Industriale, vol. 2*. 09 2014.
- [14] Soen Andersson, Anders Soerberg, and Stefan Björklund. Friction models for sliding dry, boundary and mixed lubricated contacts. *Tribology International*, 40:580–587, 04 2007.
- [15] Carlos Canudas de Wit, Henrik Olsson, Karl Johan Åström, and Pablo Lischinsky. A new model for control of systems with friction. *IRE Transactions on Automatic Control*, 40(3), 1995.
- [16] A. Fasana and S. Marchesiello. *Meccanica delle vibrazioni*. CLUT, 2006.
- [17] G. Genta. *Vibration Dynamics and Control*. Mechanical Engineering Series. Springer US, 2008.

- [18] A. Perrone. Studio sperimentale statico e dinamico di giunti bullonati. Master's thesis, Politecnico di Torino, 2020.
- [19] A. Gugliotta. *Elementi finiti*. Didattica in rete. Otto, 2002.
- [20] J. Dundurs and M. Stippes. Role of elastic constants in certain contact problems. 1970.
- [21] Miroslav Pastor, Michal Binda, and Tomáš Harčarik. Modal assurance criterion. *Procedia Engineering*, 48:543–548, 2012. Modelling of Mechanical and Mechatronics Systems.
- [22] Ansys Inc. Command reference, psmesh, 2021.
- [23] Ansys Inc. Command reference, sload, 2021.
- [24] Ansys Inc. Theory reference, conta178, 2021.