

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Biomedica

Tesi di Laurea Magistrale

Valutazione di tecniche
numeriche per l'identificazione
della funzionalità di ortesi
articolate piede-caviglia



Relatori:

Prof. Carlo Ferraresi
Prof. Walter Franco
Prof.ssa Daniela Maffiodo
Ing. Carlo De Benedictis

Candidato:

Laura Bellaera

Marzo 2021

A papà, mamma e Guglielmo.

Sommario

Lo studio in vivo della cinematica articolare, per il singolo paziente, è fondamentale per sviluppare e progettare dispositivi, quali HAFO *custom made*. Il loro utilizzo è necessario per il trattamento del sistema muscolo scheletrico o neurologico dell'articolazione tibio-tarsica, con l'obiettivo di garantire al paziente un cammino che sia il più fisiologico possibile.

Per ottenere le informazioni necessarie alla determinazione dei parametri articolari della caviglia, il movimento viene prima acquisito mediante tecniche di *motion capture* e poi elaborato mediante l'utilizzo di tecniche numeriche.

Nel presente lavoro di tesi vengono valutati due **approcci funzionali**:

- SARA (Symmetrical Axis Rotation Approach);
- IHA (Instantaneous Helical Axis).

Allo stato dell'arte, i metodi per analizzare la cinematica articolare sono i metodi predittivi ed i metodi funzionali. I primi si basano sulle equazioni di regressione e richiedono l'adozione di protocolli specifici per il posizionamento dei marker. Gli approcci funzionali, invece, introdotti per superare alcune limitazioni delle tecniche predittive, considerano sul moto relativo tra una coppia di segmenti corporei rispetto all'articolazione identificata. Non richiedono il posizionamento specifico di marker sui punti di riferimento anatomici e l'unico requisito, per ottenere la posizione e l'orientamento dei segmenti relativi, è che ciascun corpo rigido sia composto da almeno tre marker. I metodi funzionali sono potenzialmente adatti nei casi di deficit motorio e quindi possono essere utilizzati per diverse categorie di pazienti.

Lo scopo del seguente lavoro di tesi è stato quello di analizzare i metodi SARA ed IHA, per valutare la cinematica articolare tra i due gusci rigidi, guscio solidale alla gamba e guscio solidale al piede, al fine di poter progettare un'ortesi piede-caviglia. Per varie prove del cammino e di dorsiplantarflessione è stato individuato l'asse istantaneo di rotazione, ovvero il fascio d'assi e l'asse medio e sono state messe in risalto le differenze inter-approccio, in termini di posizione ed orientamento degli assi rispetto ai malleoli.

Dall'analisi dei risultati, si è osservato come gli assi di rotazione calcolati con IHA mostrassero una scarsa ripetibilità e quindi una dispersione maggiore rispetto agli assi ottenuti attraverso l'algoritmo SARA, i quali, risultano essere molto più concentrati.

Il metodo SARA quindi, restituisce dei dati "confortanti" e realistici, in quanto, al fine della realizzazione di una HAFO, bisogna che il moto relativo tra i gusci, una volta montato il giunto, segua quello individuato durante una deambulazione normale, ammettendo eventualmente una limitata e definita variazione nell'intorno dell'asse ideale.

Indice

Sommario

CAPITOLO 1	8
INTRODUZIONE	8
1.1 LA CAVIGLIA: ANATOMIA	8
1.1.1 <i>Anatomia</i>	8
1.1.2 <i>Tibia e Fibula</i>	9
1.1.3 <i>Astragalo</i>	10
1.1.4 <i>Articolazioni</i>	11
1.1.5 <i>Legamenti</i>	11
1.1.6 <i>Tendini</i>	12
1.2 BIOMECCANICA DELLA CAVIGLIA.....	12
1.2.1 <i>Cinematica del passo</i>	14
1.2.2 <i>Dinamica del passo</i>	16
1.3 ANKLE – FOOT ORTHOSIS.....	17
1.3.1 <i>Solid AFO</i>	18
1.3.2 <i>Leaf Spring AFO</i>	19
1.3.3 <i>Dynamic AFO</i>	20
1.3.4 <i>Hinged AFO</i>	21
CAPITOLO 2	23
ANALISI DEL MOVIMENTO	23
2.1 ANALISI CINEMATICA DEL MOVIMENTO	23
2.1.1 <i>Sistemi non ottici</i>	24
<i>Sistemi elettromeccanici</i>	24
<i>Sistemi inerziali</i>	25
<i>Sistemi magnetici</i>	25
2.1.2 <i>Sistemi ottici</i>	25
<i>Principi di Stereofotogrammetria</i>	26
<i>Sistemi markerless</i>	28
<i>Sistemi marker-based</i>	29
2.2 PROTOCOLLI PER IL POSIZIONAMENTO DEI MARKER	30
2.2.1 <i>Protocollo Davis-Gage</i>	30
2.2.2 <i>Protocollo CAST</i>	31
2.2.3 <i>Protocollo SAFLO</i>	32
2.2.4 <i>Protocollo IOR-gait</i>	33
2.3 ERRORI ED ARTEFATTI	35
2.4 TECNICHE DI ANALISI CINEMATICA IN VIVO.....	36
2.4.1 <i>Metodi predittivi</i>	36
2.4.2 <i>Metodi funzionali</i>	37
<i>Metodi di adattamento</i>	37
<i>Tecniche di trasformazione</i>	40
2.5 ANALISI DINAMICA	42
2.5.1 <i>Sistemi per analisi dinamiche</i>	43

CAPITOLO 3	44
PROVE DI ANALISI CINEMATICA	44
3.1 REALIZZAZIONE DEI GUSCI.....	44
3.2 ALGORITMI PER LO STUDIO DELL'ANALISI CINEMATICA	46
3.2.1 Assi elicoidali istantanei (IHA)	46
3.2.2 Approccio degli assi simmetrici di rotazione (SARA).....	50
3.4 SETTING DI LABORATORIO E MARKER SET	52
3.5 SISTEMI DI RIFERIMENTO	53
3.5.1 Sistema di riferimento tecnico della gamba	53
3.5.2 Sistema di riferimento anatomico della gamba.....	54
3.5.3 Sistema di riferimento tecnico del piede.....	55
3.6 PROVE EFFETTUATE	55
CAPITOLO 4	57
RISULTATI PROVE ANALISI CINEMATICA	57
4.1 VALIDAZIONE SARA: PROVE SU VALIGETTA	57
4.2 VALUTAZIONE ASSI DI ROTAZIONE DURANTE LE PROVE DI MOVIMENTO EFFETTUATE.....	62
4.2.1 Calcolo fascio d'assi e asse medio e confronto SARA/IHA tramite i parametri di dispersione (utilizzo sistema di riferimento tecnico della gamba)	62
PROVE DEL CAMMINO	62
PROVE DEL CAMMINO VELOCE	66
PROVE DI DORSI – PLANTARFLESSIONE ATTIVA	69
4.2.2 Calcolo fascio d'assi e asse medio e confronto SARA/IHA tramite i parametri di dispersione (utilizzo sistema di riferimento anatomico della gamba).....	72
PROVE DEL CAMMINO	73
PROVE DEL CAMMINO VELOCE	76
PROVE DI DORSI - PLANTARFLESSIONE ATTIVA.....	80
4.2.3 Analisi dei risultati attraverso segmentazione per cicli (sistema di riferimento anatomico della gamba)...	82
PROVE DEL CAMMINO	82
PROVE DEL CAMMINO VELOCE	83
PROVE DI DORSI - PLANTARFLESSIONE ATTIVA.....	84
CAPITOLO 5	86
CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI	86
APPENDICE	89
<i>Algoritmi Matlab per lo studio del movimento articolare a partire dalle coordinate dei marker</i>	89
A.1 MAIN.M.....	89
A.2 M_TRASFORMAZIONE_G.M	97
M_TRASFORMAZIONE_P.M	98
A.3 COORD_LOCALI_G.M	99
COORD_LOCALI_P.M	100
A.4. L2C.M	101
A.5 SVDR.M.....	102
A.6. SVDM.M.....	103
A.7 PLOT_ASSE_LOCALG.M	104
A.8 PLOT_ASSE_LOCALP.M	106
A.9 PLOT_ASSI_GLOBAL.M.....	107
A.10 COORD_LOCALI_G_NEW	110
A.11 MSARA_CALC.M.....	112
A.12. WOLIHAPASARA.M.....	112
BIBLIOGRAFIA	115
RINGRAZIAMENTI	117

Capitolo 1

Introduzione

Per comprendere i requisiti che un dispositivo ortesico deve predisporre è necessario studiare i segmenti ossei e le articolazioni coinvolte. Lo studio delle informazioni di tipo anatomico e fisiologico permette di evidenziare il movimento articolare da limitare o da ripristinare, a seconda dell'uso del dispositivo.

Nel presente lavoro di tesi, è stata fatta una ricerca sui dispositivi ortesici di caviglia attualmente disponibili in commercio per valutare lo stato dell'arte.

1.1 La caviglia: Anatomia

La caviglia è un'articolazione del piede che svolge un ruolo fondamentale all'interno del corpo umano: deve fornire una base stabile di appoggio e permettere determinati movimenti.

Nel linguaggio puramente anatomico, il termine caviglia identifica l'insieme di tre articolazioni:

- l'articolazione talocrurale (o tibio-tarsica);
- l'articolazione sottotolare;
- l'articolazione tibio-fibulare inferiore (o tibio-peroneale inferiore).

Di questi tre elementi articolari, l'articolazione talocrurale corrisponde alla caviglia nel linguaggio comune.

Essa fa parte della famiglia delle **trocleoartrosi** caratterizzate da una gola concava all'interno della quale si inserisce una faccia convessa (troclea).

Quest'articolazione è l'equivalente meccanico di una cerniera piana; il moto angolare relativo corrisponde ad una rotazione attorno all'asse trasversale, in cui si sviluppa il movimento principale di flessione-estensione del piede nel piano sagittale.

1.1.1 Anatomia

I segmenti ossei dell'articolazione di caviglia sono:

- tibia;
- fibula (o perone);
- astragalo (o talo);

La tibia e la fibula sono ossa lunghe della gamba e si dispongono rispettivamente medialmente e lateralmente, l'astragalo fa parte del tarso.



Figura 1.1: Vista posteriore e laterale della caviglia

1.1.2. Tibia e Fibula

La tibia è il secondo osso dell'intero corpo umano per lunghezza, è situata nella parte antero-mediale della gamba e presenta due concavità: una superiore, concava lateralmente e una inferiore, concava medialmente risultando un osso non rettilineo.

Essa inoltre si articola con il femore e la rotula nell'articolazione del ginocchio superiormente, supero – medialmente e infero – medialmente con il perone e con l'astragalo inferiormente.

Può essere suddivisa in tre porzioni ossee principali: corpo di forma triangolare e due epifisi, una prossimale ed una distale.

La diafisi (corpo) è la porzione compresa tra epifisi prossimale ed epifisi distale. È di forma prismatica triangolare e presenta tre facce (mediale, laterale e posteriore) e tre margini (mediale, laterale e anteriore). Le superfici laterale e posteriore sono rilevanti in quanto la prima è collegata alla membrana interossea tibio-peroneale, cioè un foglietto di tessuto fibroso che unisce indirettamente tibia e perone; la superficie posteriore, che sulla cresta ossea della linea del soleo, origina il muscolo soleo del polpaccio.

L'epifisi prossimale è la porzione più vicina al femore, è implicata nell'articolazione del ginocchio ed è una zona visibilmente allargata, con due evidenti prominenze che prendono il nome di condilo mediale e condilo laterale. Oltre ai condili tibiali troviamo un'eminenza intercondiloidea, il tubercolo del Gerdy, la tuberosità tibiale e due aree intercondiloidee.



Figura 2.2: Vista anteriore e posteriore di tibia e perone

L'epifisi distale è la porzione tibiale localizzata più vicino al piede.

È una zona visibilmente allargata e con caratteristiche tali che le consentono di articolarsi con le ossa tarsali del piede e formare la caviglia. È caratterizzata dalla faccia inferiore che si articola con la superficie trocleare dell'astragalo, dalla faccia laterale che presenta un'incavatura connessa da legamenti all'estremità inferiore del femore ed infine dalla faccia interna che si prolunga verso il basso con una tuberosità nota come malleolo interno.

Il perone o fibula è un osso lungo e pari, è posizionato lateralmente alla gamba e si presenta di circa 4-5 volte più sottile della tibia.

Anche in questo caso possiamo considerare l'osso costituito da un corpo e due estremità periferiche. Il corpo è orientato verticalmente e presenta tre facce (mediale, laterale e posteriore) e tre margini (mediale, laterale e anteriore).

La faccia laterale è convessa in alto e concava verso il basso, leggermente voltata in senso anteriore. La faccia mediale presenta un allargamento, una sorta di cresta longitudinale chiamata cresta interossea, su cui poggia la membrana interossea tibio – peroneale. La faccia posteriore è rugosa e convessa. Il margine anteriore, detto anche cresta anteriore, sottile, si suddivide in due rami procedendo verso il basso, uno diretto al margine anteriore del malleolo, l'altro si porta di lato a costituire un margine del solco dove si innestano i muscoli peronei.

L'epifisi prossimale (detta testa del perone) forma, ingrossandosi, una sporgenza laterale chiamata apice o processo stiloideo, mentre l'epifisi distale, forma anch'essa una sporgenza laterale a forma piramidale, detta malleolo esterno, simmetrico a quello della tibia.

1.1.3. Astragalo

L'astragalo, chiamato anche "talo" è un osso breve (o "corto") del piede situato nel tarso che si articola superiormente con la tibia e il perone, inferiormente col calcagno e anteriormente con il navicolare. Trasmette il peso del corpo sul piede.

L'astragalo offre alla descrizione una testa di forma rotondeggiante, un corpo di forma cubica e un collo di forma cilindrica che li collega.

La testa dell'astragalo si presenta rivestita di cartilagine e costituisce la *superficie articolare navicolare* mediante la quale stabilisce una enartrosi con il navicolare.

Il corpo, di forma pressoché cubica, offre alla descrizione sei facce, delle quali quella anteriore si continua col collo dell'astragalo. La faccia superiore del corpo presenta il rilievo della troclea astragalica, superficie articolare mediante la quale l'astragalo prende rapporto con la tibia nell'articolazione tibio-astragalica o tarso-tibiale. Tale superficie articolare si continua sulle superfici mediale e laterale del corpo nelle superfici articolari malleolari dell'astragalo che si articolano col malleolo mediale della tibia ed il malleolo laterale del perone.

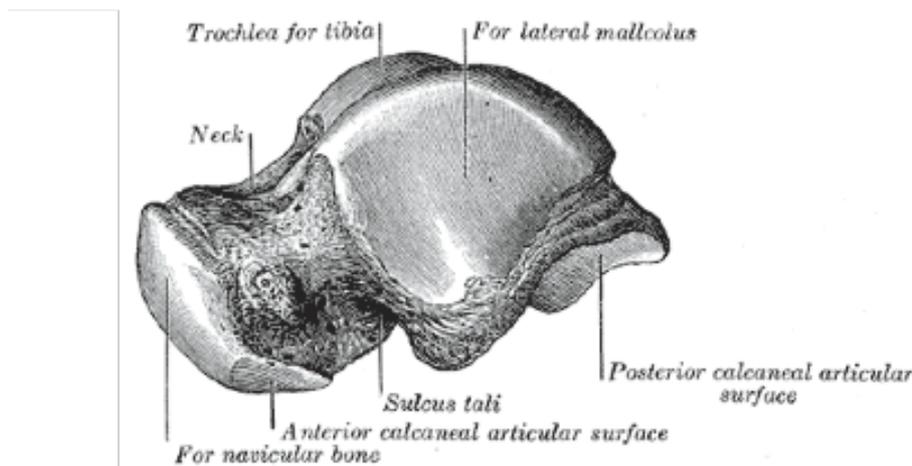


Figura 1.3: Vista laterale dell'astragalo

Inoltre dalla superficie laterale del corpo dell'astragalo, al di sotto della superficie articolare malleolare laterale, si prolunga lateralmente il processo laterale dell'astragalo. Dalla superficie posteriore invece si prolunga il processo posteriore dell'astragalo. Tale processo, scavato nel mezzo dal solco del muscolo flessore lungo dell'alluce, è suddiviso in due rilievi detti tubercoli posteriori dell'astragalo e distinti in mediale e laterale.

La superficie inferiore del corpo si caratterizza infine per la presenza della superficie articolare calcaneare posteriore dell'astragalo. Tale superficie articolare è divisa dalla superficie articolare calcaneare anteriore, situata sulla superficie inferiore del collo dell'astragalo, dal solco dell'astragalo. Questo, assieme all'omologo solco talare situato sulla superficie superiore del calcagno, forma il seno del tarso.

1.1.4. Articolazioni

Le articolazioni di caviglia sono:

- articolazione tibio – peroniera distale: essa si inserisce tra la superficie articolare tibiale del perone e l'incisione fibulare della tibia;
- articolazione talocrurale o tibio – tarsica: essa consiste in una trocleo – artrosi tra la troclea del talo ed il mortaio tibio – fibulare;
- articolazione astragalo – calcaneare la superficie inferiore del talo si articola con quella superiore del calcagno.

1.1.5. Legamenti

I legamenti della caviglia sono delle fasce di tessuto connettivo fibroso che collegano i malleoli della tibia e della fibula con le ossa dell'astragalo e conferiscono stabilità nei movimenti di dorsiflessione, plantar flessione, eversione e inversione del piede.

Possono essere suddivisi in mediali, detti anche deltoidei e laterali.

- I legamenti mediali sono quattro: i legamenti talo-tibiale anteriore e talo-tibiale posteriore che uniscono il malleolo mediale al talo in due punti, il legamento tibio-calcaneale che unisce il malleolo al calcagno ed infine il legamento tibio-navicolare che collega il malleolo all'osso navicolare.
- I legamenti laterali sono tre: i legamenti talo-fibulare anteriore e talo-fibulare posteriore che uniscono il malleolo laterale al talo in due punti ed il legamento calcaneo-fibulare che unisce il malleolo al calcagno.

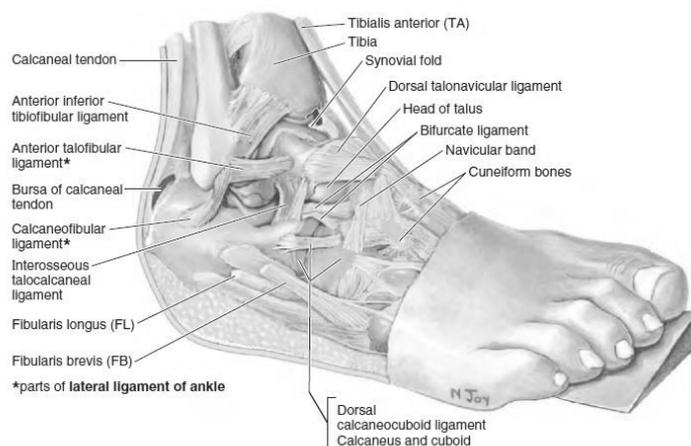


Figura 1.4: Vista anterolaterale di una dissezione di caviglia [Moore, 2013]



Figura 1.5: Vista posteriore di una dissezione di caviglia [Moore, 2013]

1.1.6. Tendini

Oltre ai legamenti, anche i tendini conferiscono stabilità alla caviglia durante il movimento. Essi sono strutturalmente simili ai legamenti, ma collegano un muscolo ad un osso e non due ossa. Tra i vari tendini, citiamo:

- Il **tendine di Achille** che collega i muscoli del polpaccio all'osso calcaneale;
- Il **tendine tibiale anteriore** grazie a cui il tibiale anteriore è collegato ad un osso tarsale del piede in posizione mediale;
- Il **tendine tibiale posteriore** che unisce il muscolo tibiale posteriore alle ossa tarsali;
- I **tendini peronei** che uniscono i muscoli peronei alle ossa tarsali del piede in posizione laterale.

1.2 Biomeccanica della caviglia

I movimenti principali della caviglia sono la dorsiflessione e la plantarflexione del piede che avvengono attorno ad un asse trasversale, indicativamente passante per il talo. La plantarflexione è la più stabile perché la troclea del talo rimane abbastanza libera tra i malleoli e, mancando la pressione di questi, sono consentiti dei micro-movimenti di abdu-adduzione e inversione/eversione.

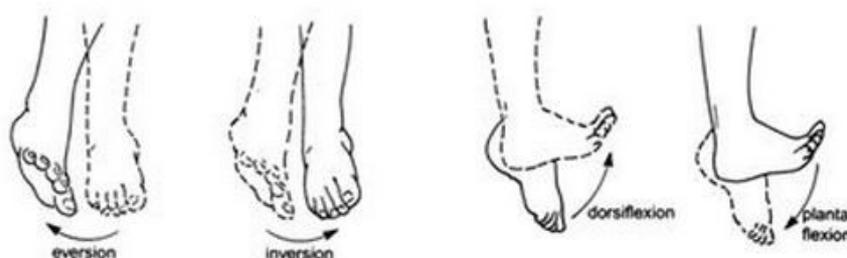


Figura 1.6: Movimenti di dorsiflessione e plantarflexione del piede

- La dorsiflessione (flessione del piede), comandata dai muscoli anteriori della gamba, è generalmente limitata dalla resistenza passiva del tricipite surale e dalla tensione dei legamenti mediale e laterale. Normalmente si possono raggiungere i 20° di flessione in configurazione attiva, 30° per la passiva. I valori di angolo sono valutati rispetto alla posizione neutra, quella in cui il piede è idealmente ortogonale alla linea della gamba.
- La plantarflessione (estensione del piede) è prodotta dai muscoli del comparto posteriore della gamba. Il dorso del piede tende ad allinearsi alla superficie anteriore della gamba: tipicamente si hanno 30° in movimento attivo, e fino a 50° in movimento passivo. Naturalmente questi valori sono soltanto indicativi, e ricavati a partire da individui con capacità del tutto comuni.

Come già detto, la caviglia si comporta come un giunto a cerniera, il cui movimento si compie prevalentemente lungo il piano sagittale e per fare ciò la capsula articolare non deve essere troppo spessa ed invasiva poiché deve consentire il movimento con un ROM adeguato. Proprio per questo motivo si potrebbe modellare la caviglia come un giunto con un singolo grado di libertà (DOF); in realtà nessuna articolazione è perfettamente conforme ad un equivalente meccanico, dato che l'insieme di ossa, muscoli, legamenti e tendini non può bloccare in maniera rigorosa uno specifico movimento, a differenza di quanto accade nel modello meccanico.

Pensando al piede e alla gamba come due corpi rigidi, da teoria si sa che ogni corpo possiede 6 DOF nello spazio: in pratica si può dire che almeno tre di questi sono bloccati (o estremamente limitati, almeno in un soggetto sano), cioè quelli relativi ai movimenti traslatori. Oltre al movimento di flesso/estensione, sono possibili anche i movimenti di abdu-adduzione (rotazione attorno ad un asse idealmente longitudinale della gamba) e di prono-supinazione, sebbene ci si riferisca ad essi, per il piede, con i termini di eversione e inversione.

Questi movimenti "secondari" hanno dei ROM più piccoli rispetto a quello del movimento di flesso/estensione, che può essere considerato primario. È rilevante sottolineare che, data la complessità delle interazioni tra le varie ossa e il posizionamento dei legamenti, in ogni movimento complesso è possibile osservare una combinazione di più movimenti semplici: nel processo di adduzione, o rotazione interna, si ha contemporaneamente inversione del piede, che consiste nel sollevamento della sua estremità mediale. Al contrario, durante i movimenti di abduzione, o rotazione esterna, si ha contemporaneamente eversione, con il sollevamento del margine laterale del piede.

Con i termini di pronazione e supinazione ci si riferisce, per la caviglia, a movimenti complessi nello spazio costituiti dalla combinazione di diversi movimenti semplici (primari e secondari), come descritto in Figura 1.7.

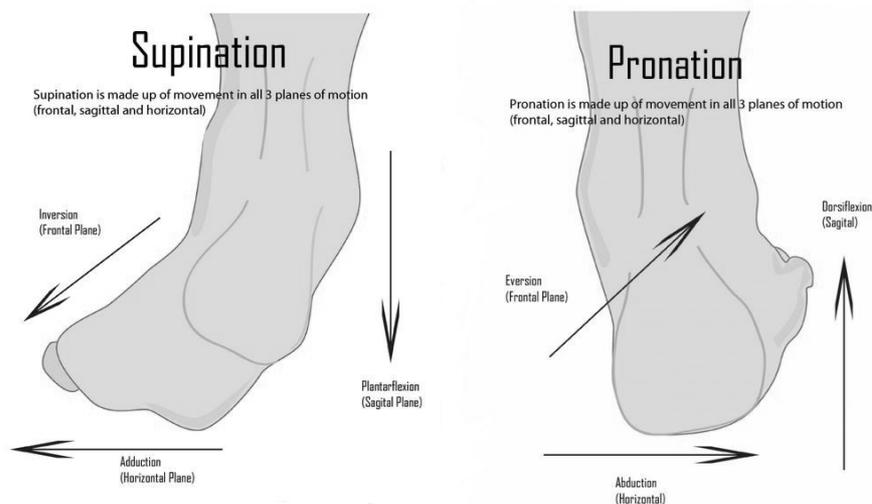


Figura 1.7 Movimenti di supinazione e pronazione del piede

Amnesso che possano essere trascurati i movimenti diversi dalla flessione/estensione (e ciò dipende prevalentemente dall'applicazione o dal grado di complessità del modello), è possibile pensare alla caviglia come una cerniera: come sarà evidenziato successivamente, diversi dispositivi ortesici e protesici assumono che il movimento avvenga attorno ad un asse di rotazione ben definito e invariante. In realtà, sebbene l'ipotesi di giunto a singolo DOF possa essere ben accettata, soprattutto durante le fasi del cammino, bisogna ricordare che l'asse di rotazione varia istante per istante, in modo più o meno significativo a seconda della fase del passo, delle proprietà anatomiche del soggetto, dell'eventuale presenza di patologie a carico del sistema nervoso periferico o del sistema muscolo-scheletrico. L'asse di rotazione, inoltre non coincide con l'asse passante per i malleoli, come si potrebbe pensare in prima approssimazione.

1.2.1 Cinematica del passo

Lo studio della caviglia e delle patologie associate è ovviamente legato all'attività che più frequentemente interessa questa articolazione, la deambulazione.

La deambulazione è un processo ciclico per questo viene anche detta "ciclo del passo", all'interno della quale si possono individuare determinate fasi. Naturalmente le durate delle diverse fasi sono da assumere del tutto indicative, e possono variare notevolmente in caso di patologie che interessino gli arti inferiori o il coordinamento motorio.

Ogni ciclo è diviso in due fasi:

- *appoggio* (o *stance*);
- *oscillazione* (o *swing*).

Durante l'appoggio, che inizia con il *contatto iniziale*, il piede è a contatto con il suolo. In un soggetto sano, privo di patologie questa fase dura circa il 60% di tutto il ciclo, il restante 40% è impegnato dalla fase oscillazione. In questa fase, il piede non è più a contatto con il terreno: la gamba è oscillante, in preparazione per il passo successivo.

La fase di *stance* a sua volta si suddivide in tre sottofasi separate:

- *doppio appoggio* iniziale: entrambi i piedi sono a contatto con il suolo;
- *singolo appoggio*, durante il quale il piede destro è a contatto con il suolo ed il piede sinistro è oscillante;
- *doppio appoggio* terminale, in cui entrambi i piedi sono nuovamente a contatto con il terreno.

La nomenclatura qui descritta si riferisce alla parte destra del corpo, ma vale analogamente per la parte sinistra: il doppio appoggio iniziale per la parte destra corrisponde al doppio appoggio terminale della parte sinistra.

Le due fasi non sono completamente separate, per circa il 20% dell'intero ciclo ci si trova infatti in condizione di doppio appoggio, più precisamente nei momenti in cui si sta poggiando il piede a terra e quando lo si sta sollevando.

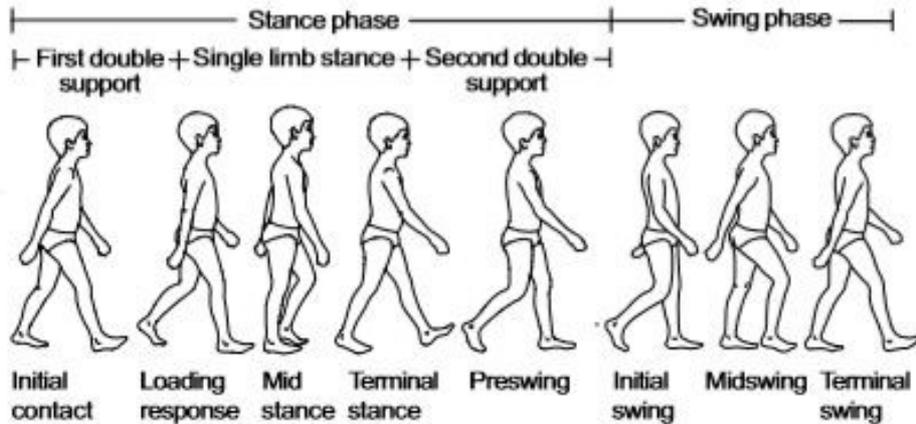


Figura 1.8: Ciclo del passo [Vaughan et al, 1999]

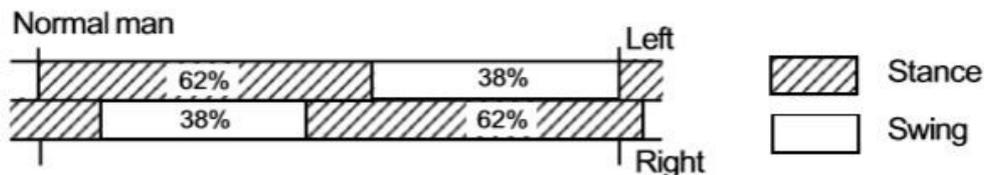


Figura 1.9: Durata delle fasi di appoggio e pendolamento [Vaughan et al, 1999]

Pazienti che soffrono di patologie come necrosi avascolare, o osteoartrite, modificano notevolmente le proporzioni tra le fasi del cammino: se in un individuo sano, non essendoci differenze sostanziali tra i due arti, il passo è praticamente simmetrico, in un soggetto patologico può accadere che la fase di appoggio su un arto dolente si riduca notevolmente, ovviamente facendo aumentare quella sull'arto controlaterale.

A partire dalle due fasi principali, si è diviso il ciclo in otto eventi o periodi, cinque dei quali relativi all'appoggio (figura 1.10). I nomi si riferiscono principalmente al movimento eseguito del piede; essi sono:

1. impatto del tallone (heel strike) 0%;
2. piede piatto (foot-flat) 0%-8%;
3. appoggio pieno (midstance) 8%-30%;
4. distacco del tallone (heel-off) 30%-40%;
5. distacco della punta (toe-off) 40%-60%;
6. accelerazione (acceleration) 60%-75%;
7. pendolamento centrale (midswing) 75%-85%;
8. decelerazione (deceleration) 85%-100%.

Il baricentro del corpo, che si trova nella posizione più bassa possibile durante la fase di impatto del tallone, si porta al punto più alto nell'appoggio pieno, quando l'arto controlaterale supera quello in appoggio. Con il distacco del tallone inizia il cosiddetto pushoff, l'azione di plantar flessione della caviglia comandata dal tricipite surale, che serve a fornire la giusta spinta all'arto che termina l'appoggio per iniziare il pendolamento. Durante il volo l'arto subisce inizialmente un'accelerazione in avanti, comandata dai muscoli flessori dell'anca, e poi, subito dopo aver superato l'arto controlaterale (che si trova in fase di midstance), subisce l'azione deceleratrice dei muscoli della gamba, così da prepararsi al prossimo appoggio.

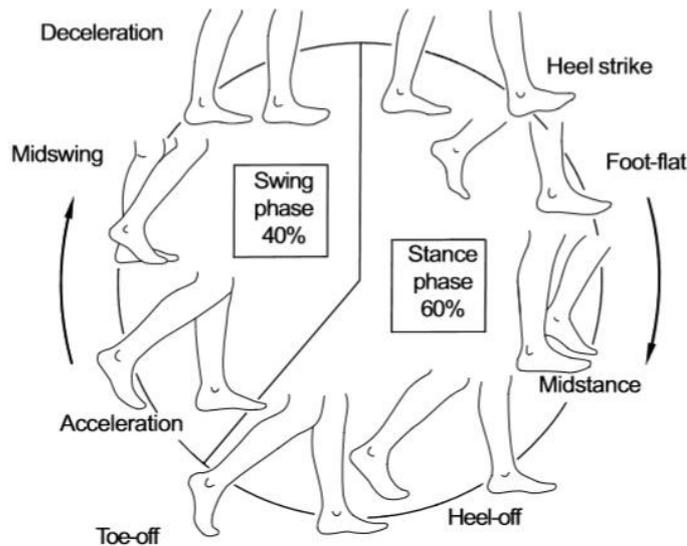


Figura 1.10: Dettaglio delle fasi di una camminata normale [Vaughan et al, 1999]

1.2.2 Dinamica del passo

L'analisi dinamica viene suddivisa in analisi dinamica diretta ed inversa. Misurare direttamente le forze ed i momenti risulta essere una procedura molto lunga e abbastanza complicata per questo motivo si preferisce procedere attraverso l'uso dell'analisi dinamica inversa. Quest'ultima ci permette di studiare l'effetto delle forze e delle sollecitazioni esterne applicate alle nostre articolazioni, trova le forze intersegmentali scambiate tra i diversi segmenti di una catena cinematica seriale, a partire da tre informazioni; alle quali può essere aggiunta una prova elettromiografica che ci fornisce informazioni riguardanti l'attività dei muscoli.

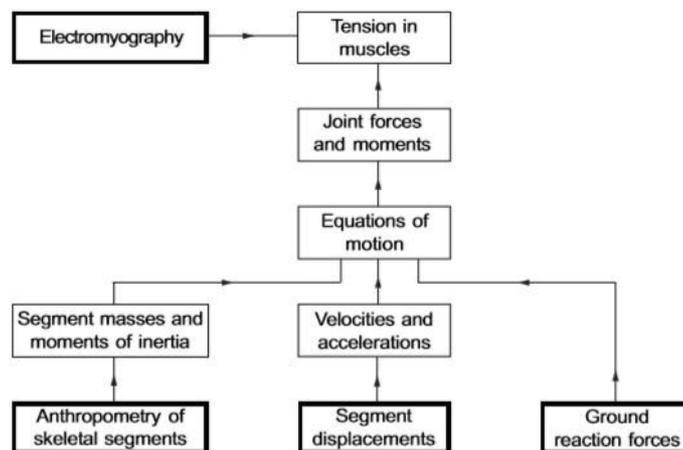


Figura 1.11: Processo di analisi dinamica inversa [Vaughan et al, 1999]

Le tre informazioni fondamentali sono:

- Dati antropometrici e inerziali;
- Dati cinematici;
- Dati dinamici.

L'antropometria dei segmenti, le masse, i momenti di inerzia e le posizioni dei baricentri dei vari segmenti vengono ricavati a partire dalle misure di alcune dimensioni caratteristiche del soggetto in esame con l'aggiunta di informazioni ottenute da modelli ben precisi definiti dai protocolli [1].

Per risolvere il problema bisogna anche conoscere i dati relativi alla cinematica: spostamento, velocità e accelerazione.

Dal punto di vista dinamico, nel caso specifico del presente lavoro, si è interessati ad osservare le forze e le sollecitazioni a cui è soggetta l'articolazione di caviglia.

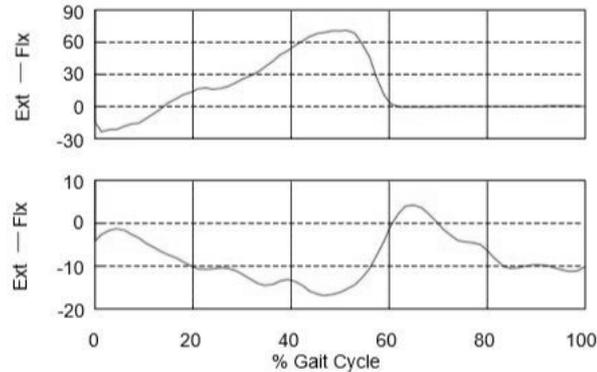


Figura 1.12: In alto: momento della caviglia [Nm]; In Basso: angolo della caviglia [°]. [Vaughan et al, 1999]

In figura 1.12 si può osservare, in alto, un tipico andamento del momento che si ha nella caviglia durante il passo. Intorno al 60% del ciclo inizia la fase di pendolamento e la forza, quindi il momento, si annullano. In basso si trova il diagramma dell'angolo della caviglia: si può notare che l'andamento è praticamente speculare (rispetto all'asse delle ascisse) se confrontato con il grafico del momento questo perché, nel momento dell'impatto del tallone con il terreno, la caviglia passa rapidamente da uno stato di dorsiflessione ad uno di plantarflexione (estensione), comandata da un momento opportuno (che è inizialmente negativo). Quando inizia la fase di pushoff, intorno al 50% del ciclo, la caviglia si porta nuovamente in dorsiflessione: ciò, oltre a fornire la spinta per iniziare il pendolamento, serve a sollevare la punta del piede da terra, riducendo il rischio di inciampo. Naturalmente il momento, che si era portato ad un massimo di circa 70 Nm in flessione, diminuisce fino a portarsi a zero.

1.3 Ankle – Foot Orthosis

Per ortesi si intende un dispositivo che va ad affiancare un segmento o più segmenti corporei e fornisce delle funzioni di sostegno, supporto, stabilità e funzioni antalgiche.

Sono oggetti che, a seconda dell'applicazione, possono essere realizzati in taglie differenti o "custom made". Ciò è vero soprattutto in quei casi in cui bisogna trattare deformità o disfunzioni di particolare entità, che necessitano di un supporto che segua in maniera precisa l'anatomia del soggetto.

Le ortesi vengono suddivise in tre grandi gruppi a seconda della loro funzione:

- Ortesi per arto inferiore;
- Ortesi per arto superiore;
- Ortesi spinali;
- Strumenti di mobilità che consentono una deambulazione anche se non fisiologica.

In questo lavoro ci si è concentrati su quelle di arto inferiore, nello specifico il complesso piede-caviglia (AFO).

Secondo una classificazione di natura clinica, le ortesi possono avere tre scopi:

- Di posizione o scarico: la finalità è quella di bloccare o limitare in maniera adeguata un movimento, così da permettere il recupero in tempi brevi;
- Correttivo: si intende correggere movimenti errati, dovuti a malformazioni congenite o in seguito a traumi;
- Funzionale: utilizzate per trattare patologie quali paraplegia, emiplegia, neuropatie, poliomielite.

Sebbene uno strumento ortesico possa agire in modi diversi per svolgere il proprio compito (per esempio applicando forze secondo direzioni specifiche), la stragrande maggioranza dei dispositivi, soprattutto quelli che lavorano sugli arti, agisce regolando in maniera opportuna il momento presente sul giunto articolare, controllando e supportando quest'ultimo in uno o più piani.

Come per ogni categoria di ortesi in commercio, anche per quelle di caviglia esistono molti tipi di dispositivi in commercio, con filosofie di lavoro molto diverse ed applicazioni differenti. Esistono anche ortesi attive, capaci di assecondare e facilitare il movimento attraverso strumenti di assistenza più complessi, come pistoncini idraulici, molle o sistemi esoscheletrici [2].

Normalmente si distinguono quattro tipologie di AFO [3]:

- Solid AFO;
- Leaf Spring AFO;
- Dynamic AFO;
- Hinged AFO.

1.3.1. Solid AFO

Tra le più diffuse in commercio, le AFO rigide sono ortesi non articolate ed hanno l'obiettivo di bloccare i movimenti della caviglia e del piede in tutti i piani e quindi di immobilizzare totalmente l'articolazione. Sono generalmente realizzate in plastica morbida (polipropilene): la rigidità del materiale assume un ruolo di notevole importanza, dato che da essa dipende la capacità dell'ortesi di assecondare il movimento del soggetto. In pratica questi dispositivi lavorano come un elemento elastico: in fase di appoggio la forza di reazione del terreno è tale da indurre un movimento dorsiflessorio sulla caviglia, producendo un momento opposto di plantar flessione grazie alla stiffness dell'ortesi. Ciò facilita e supporta la fase di distacco del tallone, agendo quindi sulla plantar-dorsiflessione della caviglia; contemporaneamente, data la struttura avvolgente del dispositivo, si può supportare anche la pronosupinazione e l'inversione-eversione. Inoltre, percependo l'articolazione come bloccata, il soggetto tende normalmente a iperestendere il ginocchio, sollevando il tallone precocemente: ciò ha un effetto positivo indiretto sui pazienti affetti da paralisi cerebrali, che tendono a mantenere il ginocchio flesso. Bloccando la caviglia, si impedisce l'insorgenza di reazioni spastiche nella muscolatura dell'articolazione. Conseguenza che i pazienti trattati con AFO rigide possiedono normalmente condizioni di debolezza o assenza dei flessori plantari e dorsali di caviglia, spasticità e debolezza degli estensori di ginocchio.



Figura 1.13: Solid AFO

1.3.2. Leaf Spring AFO

La traduzione italiana del “*leaf spring*” è “*balestra*”: questa tipologia di ortesi è caratterizzata da grande flessibilità ed elasticità. I pazienti a cui sono rivolti questi dispositivi soffrono generalmente di assenza o debolezza dei muscoli dorsiflessori, come nel caso di soggetti affetti da drop foot, che normalmente godono di buona stabilità del ginocchio e in prono-supinazione del piede, con assenza o basso livello di spasticità.

Data la struttura del dispositivo, infatti, non è possibile garantire alta stabilità per i movimenti nel piano trasversale.

La struttura dell’ortesi è tale da migliorare il supporto per il push-off, incrementando la funzionalità complessiva della caviglia, ma non immagazzinando e cedendo energia meccanica (o elastica), come fanno le AFO dinamiche. Garantiscono buona stabilità in fase di appoggio e prevengono l’eccessiva plantar flessione durante il pendolamento in modo da migliorare in maniera significativa la camminata del soggetto.

Si tratta di ortesi semi-rigide che garantiscono un maggiore controllo del movimento della tibia rispetto alle AFO rigide. Anche queste ortesi sono normalmente costruite in materiale plastico termoformato, con imbottiture nelle zone di maggiore pressione sull’arto del paziente. Esistono diverse sottoclassi di leaf spring AFO, nelle quali varia generalmente la forma dello scafo della gamba: esistono PLS-AFO (Posterior Leaf Spring-AFO) e ALS-AFO (Anterior Leaf Spring-AFO), dove la regione a contatto con la gamba si trova rispettivamente dietro (nella zona del polpaccio) e avanti (sulla parte anteriore della tibia). Le rigidità di queste ortesi sono ben differenti, come dimostrato in letteratura [15]: le PLS sono molto rigide in dorsi-plantar flessione e in inversione-eversione, confrontate con altri tipi di ortesi (rigide, articolate), e oppongono la maggior resistenza al movimento in plantar flessione. Le ALS, al contrario, sono più rigide in dorsiflessione, e non garantiscono la stessa stabilità nel piano frontale (inversione-eversione) delle PLS.

La forma è meno invasiva di quella delle AFO rigide, permettendo maggiore comfort e migliorando l’indossabilità del dispositivo.



Figura 1.14: Leaf Spring AFO (prodotta da Ossur)

1.3.3. Dynamic AFO

Le ortesi dinamiche possono essere paragonate idealmente ad una molla per il loro funzionamento: durante la fase di appoggio immagazzinano energia che viene rilasciata nella fase di pre-swing in modo da incrementare la spinta e diminuire il dispendio energetico della camminata. Per questo motivo il materiale utilizzato per produrre le Dynamic AFO è generalmente fibra di carbonio, nota per le sue proprietà di elasticità e leggerezza. Oltre alla fibra di carbonio, che costituisce normalmente l'elemento elastico, si utilizzano anche dei materiali plastici di supporto, perciò a tutti gli effetti si tratta complessivamente di materiali compositi. Queste ortesi hanno soprattutto il ruolo di ristabilire la funzionalità della caviglia, facilitando la camminata ad alta velocità e la gestione di pesi importanti, anche su superfici difficili. I pazienti a cui questi dispositivi si rivolgono sono normalmente affetti da diversi gradi di drop foot, mentre ci sono grosse controindicazioni per coloro che soffrono di grosse deformità della caviglia e del piede, alta spasticità ed edema. L'ortesi dinamica ha il pregio di ridurre il consumo energetico del soggetto durante la camminata, abbassando l'escursione dell'anca.

Le ortesi che rientrano in questa tipologia hanno generalmente strutture molto leggere e poco invasive, lasciando spesso libero il tallone e garantendo in questo modo un pattern di camminata più efficiente.



Figura 1.15: Dynamic AFO (prodotta da Ossur)

1.3.4. Hinged AFO

Le Hinged AFO consentono il movimento di flessione/estensione (entro un certo range, tipicamente fissato attraverso dei fermi) mentre bloccano i movimenti negli altri piani.

In questa categoria fanno parte le ortesi articolate costituite da due scalfi plastici tenuti insieme da un giunto meccanico realizzato generalmente in metallo. La possibilità di realizzare un giunto che consenta maggiore mobilità nelle varie direzioni, superando il concetto di asse di rotazione fisso, è stata oggetto del presente lavoro.

Le AFO articolate possono essere personalizzate per soddisfare le esigenze di vari pazienti, in termini di rigidità ed escursione del movimento di flessione-dorsiflessione: per questo motivo si prestano ad un gran numero di applicazioni, essendo adattabili a pazienti che soffrono di “drop foot”, piede equino, emiplegia e altre patologie dell’arto inferiore. Normalmente questi dispositivi consentono un movimento articolare migliore rispetto a quanto si ha con le altre tipologie di ortesi, ma la presenza dei giunti normalmente li rende più ingombranti e difficili da indossare all’interno di una calzatura.



Figura 1.15: AFO articolate.

Molti studi sostengono la tesi secondo cui le AFO articolate siano molto più performanti rispetto alle rigide. Ad esempio in [4]. sono stati considerati 19 soggetti, affetti da paralisi cerebrale, che hanno effettuato delle prove di deambulazione in tre diverse condizioni:

- 1- piede sinistro con scarpa e piede destro con scarpa;
- 2- piede sinistro con scarpa e piede destro con AFO rigida;
- 3- piede sinistro con scarpa e piede destro con AFO articolata.

E’ stato dimostrato che la condizione (3) genera un movimento di dorsiflessione della caviglia più vicino a quello normale rispetto alla condizione (2): gli angoli sia alla caviglia sia al ginocchio in (3) hanno andamento e valori simili al caso fisiologico. Inoltre nella condizione (3) si produce maggiore energia in fase di pre-pendolamento che si traduce in una flessione plantare più intensa.

Ankle – Foot Orthosis

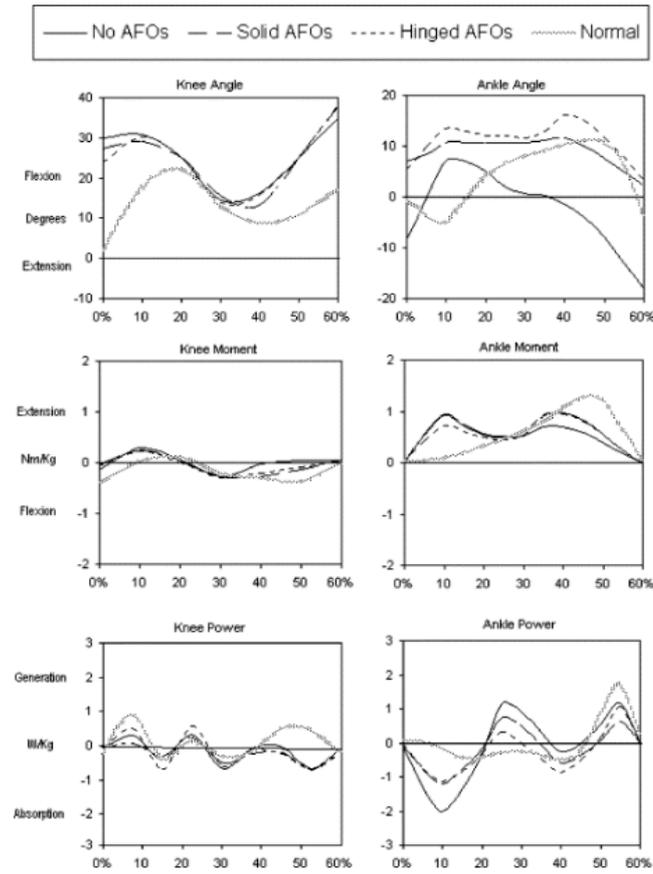


Figura 1.16: Angolo, momento e potenza alla caviglia e al ginocchio [Sandra A. Radtka et al., 2005].

Capitolo 2

Analisi del movimento

Con analisi del movimento si intendono tutte quelle tecniche che permettono di andare a valutare e descrivere il movimento umano in tutte le sue componenti.

Il movimento umano è un meccanismo complesso che coinvolge il sistema nervoso centrale, il sistema nervoso periferico e l'apparato muscolo-scheletrico. Negli ultimi anni l'analisi del movimento si è affermata nel campo della medicina riabilitativa in quanto è un esame oggettivo, quantitativo e non invasivo delle limitazioni funzionali che scaturiscono da una certa patologia.

Le applicazioni più importanti dell'analisi del movimento si trovano in:

- campo clinico: analisi del sistema di controllo dell'equilibrio, valutazione dell'efficacia di trattamenti farmacologici, chirurgici e riabilitativi, conoscenza della fisiopatologia dell'apparato scheletrico e locomotore, progettazione e validazione di protesi/ortesi;
- campo ergonomico: progettazione biomeccanica di attrezzi di lavoro;
- campo sportivo: definizione di programmi di allenamento per evitare infortuni e migliorare le performance di atleti.

2.1 Analisi cinematica del movimento

I metodi di analisi cinematica del movimento valutano le posizioni, le velocità e le accelerazioni di punti predefiniti nello spazio. Contestualmente al movimento umano lo scopo è quantificare il movimento dei segmenti corporei e gli angoli articolari attorno a varie direzioni.

I sistemi di analisi cinematica si dividono in: strumentali e non. I sistemi non strumentali sono i più semplici in quanto non richiedono l'uso di strumentazione: ad esempio per ricavare i descrittori geometrici del cammino è sufficiente analizzare l'impronta del soggetto (Figura 2.1).

Nel presente lavoro di tesi ci si è concentrati sull'utilizzo di metodi strumentali, che a loro volta si suddividono in due sotto-categorie:

- Sistemi non ottici;
- Sistemi ottici.

Di seguito vengono presentati gli aspetti principali delle varie categorie, concentrandosi sui sistemi di stereofotogrammetria.

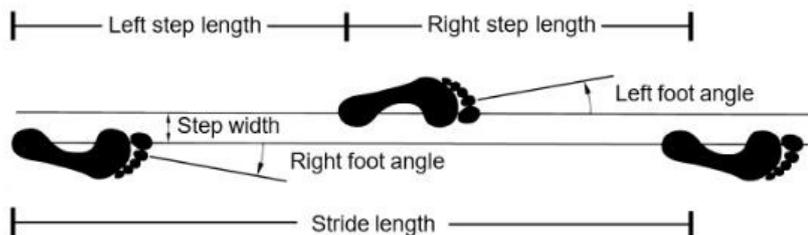


Figura 2.1: Parametri di un'analisi non strumentale [Vaughan et al., 1999]

2.1.1 Sistemi non ottici

I sistemi non ottici non necessitano l'ausilio di telecamere e per questo motivo possono essere installati anche in ambienti diversi dai laboratori; consentono di ricavare informazioni sulla cinematica di un corpo: rispetto ai sistemi optoelettronici, però, non si prestano generalmente ad analisi "a tutto campo". Al contrario, sono normalmente predisposti all'analisi del campo di movimento di una specifica articolazione o di un corpo in movimento.

Si distinguono sistemi elettromeccanici, sistemi inerziali e sistemi magnetici.

Sistemi elettromeccanici

All'interno di questa categoria si trovano gli elettrogoniometri, strumenti posti a contatto con la cute in corrispondenza di un'articolazione e utilizzati per ricavare informazioni sull'angolo che si forma tra due segmenti adiacenti (Figura 2.2).

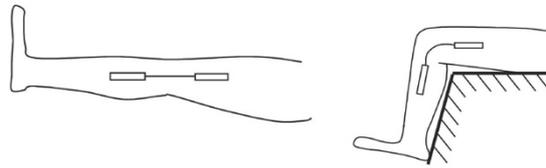


Figura 2.2: Schema di funzionamento di un elettrogoniometro.

In commercio sono disponibili elettrogoniometri sensibili esclusivamente al moto in un piano. (per esempio sagittale), altri invece sono multidimensionali. Sebbene i secondi permettano un'analisi più completa del movimento articolare, spesso sono preferibili i monodimensionali, che sono generalmente meno ingombranti ed economici.

Un elettrogoniometro si basa normalmente su variazioni di resistenza di filamenti integrati nella struttura, vincolati tramite le estremità ai due corpi coinvolti nel moto relativo: un sistema opportuno di condizionamento genera un'uscita elettrica, tipicamente proporzionale all'angolo.

In generale questo tipo di strumenti permettono analisi abbastanza raffinate, con accuratezze del decimo di grado [20] sia in condizioni statiche che di movimento.

Come per tutti i sensori non ottici, sebbene il discorso sia generalizzabile a molti trasduttori meccanici, il problema del carico meccanico è significativo: essendo questi sensori a contatto con la cute del paziente potrebbero ostacolare o limitare il movimento, influenzando così i risultati dell'analisi. Per questo motivo si preferiscono elettrogoniometri realizzati in polimeri, integrati in tessuti che possono essere direttamente indossati dal paziente.

Un altro problema che si può riscontrare è il *cross talk*: contaminazione dei segnali elettrici prodotti dai sensori; questo si verifica nel caso in cui vi è un elevato numero di strumenti posizionati in prossimità dell'articolazione indagata, per questo si preferisce usare degli strumenti wireless.

Nonostante sia possibile andare ricavare velocità ed accelerazioni a partire dai segnali campionati dagli elettrogoniometri, si cerca di evitare di utilizzare questa tecnica perchè si introduce dell'incertezza legata all'operazione di derivazione.

Sistemi inerziali

I sensori inerziali, come accelerometri e giroscopi permettono di effettuare della analisi cinematiche complete.

A partire dalla misura della posizione relativa di una massa interna (massa sismica) rispetto al case (involucro) del sensore, gli accelerometri calcolano delle accelerazioni lineari. La misura viene effettuata con altri sensori di spostamento o deformazione, a seconda del tipo di applicazione e dell'entità delle accelerazioni in gioco.

I giroscopi, invece, sfruttano la legge di conservazione del momento angolare, per la quale un rotore tende a mantenere il proprio asse parallelo a se stesso: in questo modo si riescono a ricavare delle informazioni sull'orientamento del corpo a cui è legato il sensore giroscopico. Generalmente, per le analisi del cammino, si utilizzano sensori inerziali che integrano micro-accelerometri e giroscopi (figura 2.3): si tratta di strumenti abbastanza economici, similmente agli elettrogoniometri, dei quali condividono anche l'accuratezza e il relativo basso ingombro, oltre che l'effetto di carico meccanico. Queste tipologie di sensori possiedono il vantaggio di fornire segnali praticamente in tempo reale, permettendo analisi rapide del movimento, seppure non "a tutto campo". Ciò costituisce una delle profonde differenze tra questa categoria di strumenti e quelli optoelettronici, che generalmente richiedono un impegnativo post-processing per ottenere delle informazioni significative a partire dai dati grezzi.



Figura 2.3: Sensore inerziale.

Sistemi magnetici

I sistemi magnetici misurano sia la posizione sia l'orientamento del segmento articolare su cui sono posti. Ciò che si misura è la differenza di campo magnetico tra un generatore di campo ed un sensore posto sulla zona di interesse. E' importante non avere distorsione del segnale, causata dalla presenza di materiali ferromagnetici, in quanto si potrebbe avere un abbassamento dell'accuratezza. Inoltre il volume di cattura è molto ridotto rispetto ai sistemi elettromeccanici e la risposta del sensore può essere non lineare.

2.1.2 Sistemi ottici

I sistemi ottici hanno riscosso maggior successo, in quanto permettono maggiore libertà di movimento al soggetto, possibilità di acquisire anche movimenti ampi come il cammino e sono dotati di accuratezza elevata. Quando ci si riferisce ai sistemi ottici, normalmente si preferisce utilizzare il termine "optoelettronici" perché queste tecniche combinano l'utilizzo di sistemi ottici, come gli obiettivi di telecamere ad alta frequenza di acquisizione, insieme a sistemi elettronici, utili a regolare l'illuminazione o l'acquisizione dei segnali.

Per percepire il moto nella sua tridimensionalità si sfruttano i principi della stereofotogrammetria. La capacità naturale di percepire qualsiasi cosa ci circonda in modo tridimensionale è data dalla visione stereoscopica, ossia la capacità di unire due immagini di uno stesso oggetto per cogliere informazioni circa la sua profondità e quindi generare una visione tridimensionale.

A partire dalle posizioni assunte da punti specifici del corpo in vari istanti di tempo, rispetto al sistema di riferimento globale del laboratorio, si combinano e processano le immagini provenienti dalle telecamere e si risale alla cinematica articolare del soggetto.

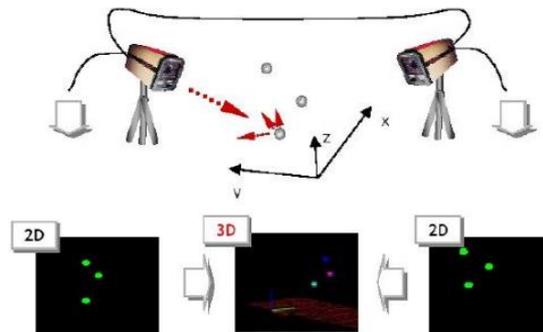


Figura 2.4: Ricostruzione 3D di un punto.

Principi di Stereofotogrammetria

Dato un punto che si muove nello spazio, con le tecniche di stereofotogrammetria siamo in grado di ricostruire la posizione che tale punto ha assunto nei vari istanti di tempo rispetto ad un sistema di riferimento.

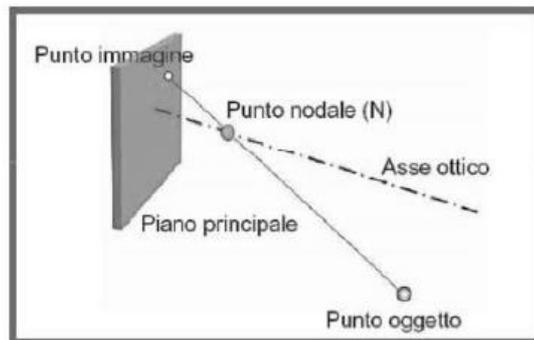


Figura 2.5: Caratteristiche di una lente.

Ogni lente (quindi ogni obiettivo, telecamera) è composta da un piano principale, un punto nodale e un asse ottico (figura 2.5): quest'ultimo è l'asse normale al piano principale (del sensore) sul quale si trova il punto nodale, in cui il cono di luce che entra si incrocia con il cono di luce, invertito, che va sul sensore formando l'immagine. Il punto immagine, ovvero il punto reale che viene proiettato sul piano principale del sensore rappresenta una delle tante infinite rappresentazioni dell'oggetto reale. La proiezione avviene sempre lungo un asse passante per il punto nodale: nel caso di un segmento corporeo ci sarà un fascio di assi passanti per il punto nodale, la cui intersezione con il piano principale determina la rappresentazione dell'oggetto sul sensore.

Nello spazio, date due lenti (camere) i cui assi ottici non siano paralleli, si otterranno due punti immagine, uno per lente, le cui coordinate nel piano principale di ogni sensore sono note. Conoscendo la posizione e l'orientamento di ogni telecamera, il punto in cui gli assi, che congiungono punto immagine e punto nodale di ogni telecamera, si incrociano avrebbe, idealmente, la medesima posizione del punto reale (figura 2.6). Nella realtà però, la ricostruzione non è perfetta, a causa dell'incertezza con cui si conoscono i parametri di posizionamento delle telecamere, la risoluzione finita dei sensori e gli errori di tipo computazionale che si commettono nel processo di ricostruzione

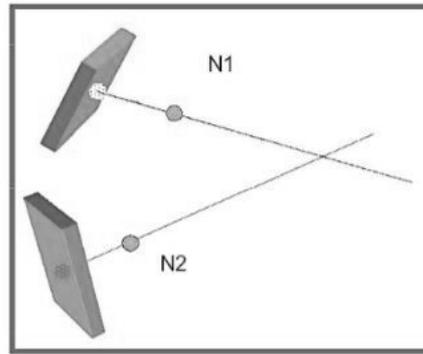


Figura 2.6: Ricostruzione 3D di un punto.

Un generico sistema ottico è costituito da:

- una parte hardware: destinata all'acquisizione delle immagini nello spettro del visibile o dell'infrarosso
- una parte software: utilizzata per la successiva elaborazione, da cui si ricava una stima delle variabili cinematiche.

Nel dettaglio: si predispone un numero di telecamere che varia in base alla complessità sia del movimento da ricostruire sia del modello biomeccanico utilizzato. Sono sufficienti da 2 a 4 telecamere per analizzare il movimento unilateralmente, invece un set di 6 telecamere analizza completamente movimenti in volumi ridotti ed infine 10 o più telecamere ricostruiscono gesti sportivi o movimenti in volumi più estesi.

La frequenza di acquisizione delle telecamere di solito varia tra 100 e 1000 fps: più è alta, più immagini si collezionano e quindi più dettagli dell'esecuzione dei movimenti si mettono a disposizione dell'analisi.

Le telecamere, essendo anche esse dei sensori, vanno calibrate prima di ogni sessione. Esistono due tipi di calibrazione:

- *statica*:
- *dinamica*.

La prima, consiste nell'utilizzo di alcuni marker in posizioni ben definite del laboratorio; si parla di c. statica perché si considera un sistema in stato di quiete. Si sfruttano degli strumenti di dimensioni e geometria note, la cui posizione identifica quella del sistema di riferimento globale (figura 2.7): questa procedura consente di definire l'origine e la direzione degli assi. La procedura è di solito impegnativa e richiede molto tempo e strumentazione adeguata, perciò più spesso si effettua, prima di ogni misura, la calibrazione dinamica. Quest'ultima procedura consente di calcolare tutti i parametri delle telecamere andando a montare due marker all'estremità di una bacchetta rigida di dimensioni note che viene mossa in tutto lo spazio di ripresa delle telecamere.

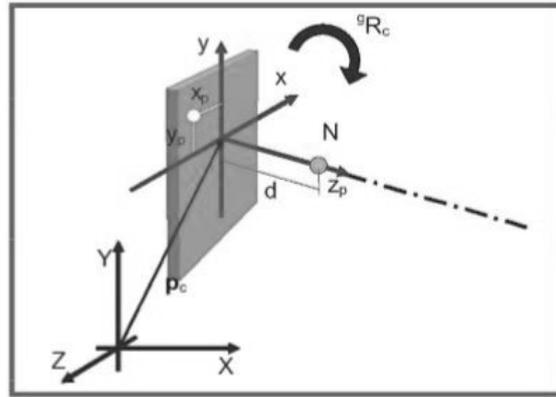


Figura 2.7: Parametri di calibrazione di una telecamera.

I parametri di calibrazione sono la posizione p_c e l'orientamento sR_c delle telecamere rispetto al sistema di riferimento globale del laboratorio, e la posizione z_p dei punti nodali N, cioè dei centri ottici delle telecamere, rispetto ai piani principali (distanza focale). Essi sono raggruppati nella cosiddetta “matrice di calibrazione” e se aggiunti alle coordinate immagine consentono di calcolare le coordinate (X,Y,Z) di un punto P nel sistema di riferimento globale del laboratorio.

Un altro componente di un sistema optoelettronico è il sistema di illuminazione: si tratta di una luce stroboscopica a diodi (LEDs) sincronizzata con la velocità di acquisizione dell'immagine che può arrivare fino a 500 fps.

In molti casi si reputa vantaggioso l'uso di marker, o attivi o passivi, posti sulla cute del soggetto perché facilmente visibili nelle immagini ad alto contrasto.

A questo proposito è possibile dividere i sistemi ottici in due sottocategorie:

- sistemi marker-based;
- sistemi markerless.

Sistemi markerless

Per far fronte alle limitazioni poste dall'utilizzo di marker sono stati introdotti i sistemi markerless. Posizionare un certo numero di marker sulla cute richiede tempo e può generare problemi in termini di accuratezza e precisione a causa di artefatti sperimentali: i marker, infatti, sono soggetti sia a movimenti globali scaturiti dal sistema scheletrico sia a movimenti locali causati dallo scorrimento della pelle e dei tessuti sottostanti rispetto alle strutture ossee.

I sistemi markerless si dividono in attivi e passivi. Quelli attivi emettono una luce laser, o una serie di impulsi di luce modulati, nello spettro del visibile o dell'IR. Essi godono di grande accuratezza, ma deve esserci un affinato controllo dell'ambiente di misura. Inoltre si prediligono misure statiche poiché una luce laser impiega un certo intervallo di tempo per acquisire immagini dell'intera superficie corporea. Perciò lo sviluppo della metodologia markerless si orienta verso i sistemi passivi. Essi si limitano ad acquisire immagini del soggetto in movimento nell'ambiente dove si effettua la sessione di misura. Nella maggior parte dei casi viene introdotto un modello a priori contenente dettagli anatomici e cinetici per vincolare i dati misurati. Se tale modello non viene introdotto, le immagini registrate vengono confrontate con un set di immagini campione.

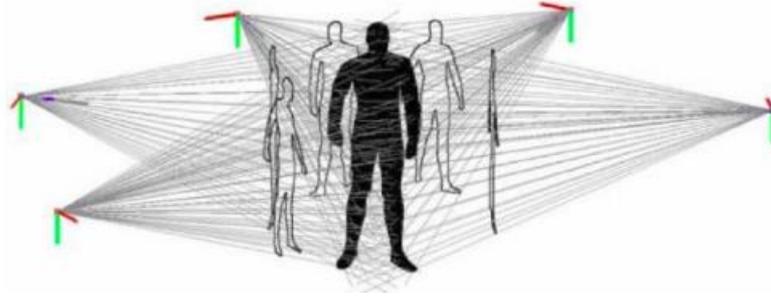


Figura 2.8: Sistema markerless.

Sistemi marker-based

I sistemi ottici marker-based sfruttano dei marcatori posizionati con del nastro biadesivo su punti specifici della superficie corporea. Essi sono visibili nell'infrarosso e, grazie ad una corretta illuminazione dell'ambiente di misura e ad un alto contrasto, consentono di seguire nel tempo la traiettoria di punti di repere. I marker possono essere:

- *Attivi*: hanno una sorgente luminosa intrinseca capace di essere rilevata dal sistema optoelettronico di telecamere. Pertanto necessitano di essere alimentati e sincronizzati via cavo: potrebbero comportare problemi di ingombro a causa delle loro dimensioni;



Figura 2.9: Esempio di marker attivi.

- *Passivi*: spesso si preferisce utilizzare questi ultimi, del tutto privi di alimentazione e fili di collegamento. In questo caso il marcatore consiste in un semplice supporto, generalmente di materiale plastico, ricoperto di una pellicola retro-riflettente (figura 2.9). In questo modo è possibile avere dispositivi estremamente leggeri e in grado di riflettere la luce emessa dal sistema di illuminazione in modo molto più efficiente rispetto al resto dell'ambiente, incrementando il contrasto; la radiazione emessa è generalmente nel NIR (infrarosso vicino), poco oltre i 780 nm di lunghezza d'onda. Ovviamente le telecamere riescono a distinguere i marker dallo sfondo anche grazie a filtri ottici, in maniera analoga alle termocamere ad infrarosso.

Esistono marker di ogni dimensione: tipicamente si utilizzano quelli da 14 mm o 20 mm di diametro, naturalmente la scelta della taglia dei marker non è casuale, e dipende strettamente dal tipo di esame che bisogna condurre. Nel caso in cui si debba tracciare il movimento di un intero arto, o del corpo intero, si può pensare di utilizzare marker di grosse dimensioni. Dimensioni grosse facilitano il riconoscimento da parte delle telecamere ma potrebbero generare problemi significativi di cross talk nel caso in cui più marker fossero posizionati in punti vicini, non solo potrebbero essere poco adatti a tracciare micro-movimenti, come per esempio accade nello studio dell'attività muscolare del viso, della mano o del piede.

- Altezza;
- Lunghezza e circonferenza della gamba;
- Lunghezza e circonferenza del femore;
- Larghezza e altezza del malleolo;
- Larghezza e altezza del piede;
- Diametro del ginocchio;
- Larghezza delle ASIS.

Vengono utilizzati marker passivi posti sulla superficie cutanea del soggetto mediante uso di biadesivo.

Il marker-set è costituito da 22 marcatori (si fa uso anche di bastoncini, o *wand*, in particolare sul femore e sulla gamba).

Una volta effettuate le misure antropometriche ed il posizionamento dei marker si procede con l'acquisizione delle posizioni dei marker per calcolare i sistemi di riferimento associati a ciascun segmento e le posizioni dei centri articolari. Successivamente verrà effettuata un'acquisizione dinamica.

2.2.2 Protocollo CAST

Il protocollo CAST, il cui acronimo "*calibrated anatomical system technique*", è stato introdotto nel 1995 da Cappozzo et al. per superare il problema dell'artefatto da tessuto molle mediante il concetto di calibrazione anatomica.

La calibrazione anatomica dei punti di repere viene eseguita mediante l'uso di una bacchetta alle cui estremità sono posti, almeno due marcatori riflettenti. La distanza tra i due marker è nota.

L'estremità della bacchetta viene posizionata su un punto di repere e attraverso calcoli matematici e usando la posizione dei marcatori sulla bacchetta, è possibile determinare la posizione del punto anatomico. Tale procedura viene ripetuta per ogni marcatore.

I marker possono essere posizionati sia sulla cute del soggetto oppure possono essere montati su placche rigide. Viene calcolato un sistema di riferimento tecnico solidale al segmento corporeo di interesse, successivamente viene posto in relazione ad un sistema di riferimento anatomico. Quest'ultimo è calcolato mediante una calibrazione statica, usufruendo di marker messi in posizioni anatomiche.

Si procede a calcolare le coordinate dei marker posti in corrispondenza dei punti di repere anatomici nel sistema di riferimento tecnico, sfruttando le coordinate dei marker del cluster tecnico stesso.

Questo protocollo permette di ricostruire punto per punto la posizione e l'orientazione nello spazio delle ossa del soggetto, durante l'esecuzione della deambulazione e degli esercizi fisici, con l'utilizzo della stereofotogrammetria.

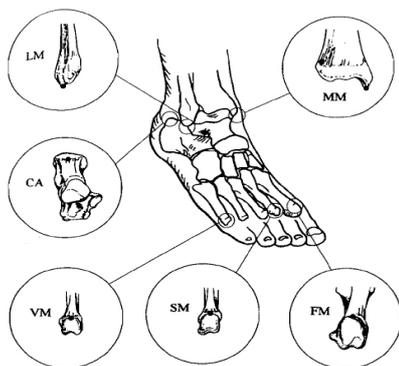


Figura 2.12: Posizione dei marker del piede.

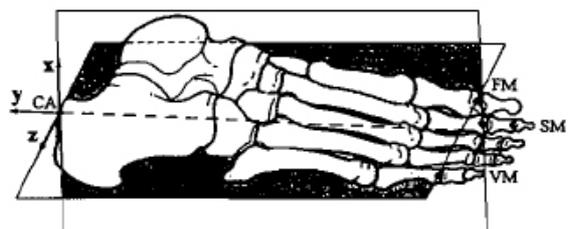


Figura 2.13: Sistema di riferimento e piano anatomico del piede.

Protocolli per il posizionamento dei marker

ASIS (spina iliaca anteriore superiore)	Pelvi	
PSIS (spina iliaca posteriore superiore)		
AC (centro dell'acetabolo)		
FH (testa femorale)	Femore	
GT (gran trocantere)		
LE (epicondilo laterale)		
ME (epicondilo mediale)		
LP (apice antero-laterale della superficie patellare)		
MP (apice antero-mediale della superficie patellare)		
LC (condilo laterale)		
MC (condilo mediale)		
IE (eminenza intercondilare)		Gamba
TT (tuberosità tibiale)		
HF (testa della fibula)		
MM (malleolo mediale)		
LM (malleolo laterale)		
MMP (punto mediale della superficie tibiale)		
MLP (punto laterale della superficie tibiale)		
CA (calcagno)	Piede	
FM (prima testa metatarsale)		
SM (seconda testa metatarsale)		
VM (quinta testa metatarsale)		

Figura 2.14: *Marker set*: punti di reperi anatomici secondo il protocollo CAST.

2.2.3 Protocollo SAFLO

Il protocollo Saflo è stato sviluppato presso il centro di Bioingegneria a Milano nel 1998 da Frigo et al. L'acronimo sta ad indicare "*Servizio di Analisi della Funzionalità Locomotoria*". Saflo descrive la "gait analysis" di una popolazione di adulti normali e di soggetti patologici.

La procedura è basata su:

- Misure antropometriche, facili da ottenere;
- Rapporti morfologici del bacino umano, analizzati statisticamente in relazione al sesso, all'età e ad altri parametri misurabili;
- Dati cinematici riguardo al moto relativo tra i segmenti adiacenti durante il cammino naturale.

Il vantaggio del protocollo Saflo è proprio l'utilizzo di pochi marcatori, distribuiti nel modo seguente:

- Prominenza inferiore del sacro;
- Spine iliache posteriori;
- Condili femorali laterali;
- Malleoli laterali;
- Quinte teste metatarsali.

A questi, è possibile aggiungere degli "extended marker": sono tre bacchette posizionate sui condili femorali laterali, la parte anteriore dei piedi e l'asse tibiale anteriore.

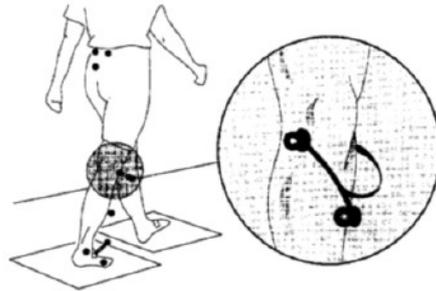


Figura 2.15: Posizione dei marker.

Bacino	PSIS = spina iliaca superiore posteriore
	Prominenza inferiore del sacro
Femore	Condilo femorale laterale
Gamba	Malleoli laterali
Piede	Aspetto laterale della quinta testa metatarsale

Figura 2.16: Marker set Saflo.

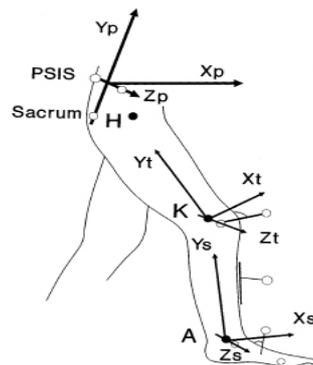


Figura 2.17: Sistemi di riferimento Saflo.

2.2.4 Protocollo IOR-gait

Nel 2007 nasce il protocollo IOR-gate. Sviluppato dall'Istituto Ortopedico Rizzoli di Bologna (Leardini et al., 2007), per l'esecuzione della *gait analysis* dei bambini con età media di circa 9 anni, esso mira ad un compromesso tra la riduzione del tempo di preparazione del paziente e della raccolta dei dati e l'accuratezza e affidabilità dei risultati. Requisiti protocollo

- Numero di marker limitato;
- Marker posti in punti facilmente accessibili;
- Marker passivi e riflettenti.

Così come il protocollo CAST, anche l'IOR-gate prevede la calibrazione anatomica di alcuni punti di reperi: epicondilo mediale, malleolo mediale e seconda testa metatarsale.

SEGMENTO	SIGLA MARKER	NOME MARKER
Bacino	RASIS	Spina iliaca superiore anteriore destra
	LASIS	Spina iliaca superiore anteriore sinistra
	RPSIS	Spina iliaca superiore posteriore destra
	LPSIS	Spina iliaca superiore posteriore sinistra
Femore	GT	Protuberanza più esterna del grande trocantere
	LE	Epicondilo femorale laterale
Gamba	HF	Apice esterno della testa della fibula
	TT	Protuberanza della tuberosità tibiale
	LM	Apice esterno del malleolo laterale
Piede	CA	Calcagno
	VM	Estremità dorsale della quinta testa metatarsale
	FM	Estremità dorsale della prima testa metatarsale

Figura 2.18: Marker set IOR-gate.

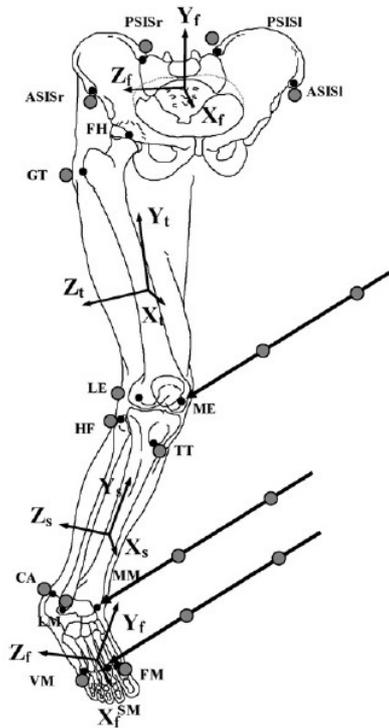


Figura 2.19: Punti di repero anatomici (grigio) e marker (nero) nel protocollo IOR-gate.

2.3 Errori ed artefatti

La stima della cinematica articolare comporta per definizione, la ricostruzione della posizione e dell'orientamento relativo dei sistemi di riferimento solidali con i segmenti ossei sotto esame. L'accuratezza della cinematica articolare ricostruita è di fondamentale importanza per l'utilizzo dei risultati in condizioni operative come nel processo di decisione clinica.

Purtroppo, sono molte le fonti di inaccuratezza che possono sfociare in una errata determinazione delle coordinate dei marcatori nello spazio e quindi dare origine a degli errori.

Le principali tipologie di errore sono:

Errori strumentali

Gli errori strumentali sono errori intrinseci del processo stereofotogrammetrico e possono essere di due tipi: sistematici o casuali. I primi, dovuti ad inaccuratezze in fase di calibrazione, hanno un contenuto frequenziale molto basso e perciò è utile che, prima di ogni sessione sperimentale si eseguano delle prove di verifica per valutare la bontà del sistema.

Gli errori casuali sono prodotti da rumore elettrico oppure dal processo di digitalizzazione dei segnali. Avendo un contenuto frequenziale molto alto, non sovrapponibile alla banda del segnale utile, per poter contenere questo tipo di errori conviene effettuare delle tecniche di filtraggio sia nel dominio della frequenza che del tempo. Ad esempio è possibile utilizzare la *Fast Fourier Transform* (FFT) per studiare la potenza del segnale, oppure effettuare un'analisi dei *residui*, dove per residuo si intende la differenza tra il modello cinematico grezzo ed il segnale ottenuto dopo il filtraggio.

Errori nella individuazione dei punti di repere anatomico

I "punti di repere" sono punti di riferimento utili ad identificare univocamente una regione anatomica del corpo. Essi, a seconda dei protocolli adottati, possono coincidere con delle sporgenze ossee e dunque essere individuati visivamente o per semplice palpazione, oppure essere interni e quindi più difficili da reperire. Essi, a volte sono ricoperti da uno strato, più o meno spesso, di tessuto molle, diventando così delle superfici da reperire e non dei punti e questo comporta uno scostamento tra le coordinate dei marker e le coordinate del punto di repere anatomico atteso.

Artefatti da tessuto molle (Soft Tissue Artefact (STA)):

Nell'analisi del movimento si fa l'ipotesi semplificativa secondo cui il cluster di marker posto su ogni segmento corporeo sia solidale all'osso sottostante. In realtà il cluster è solidale alla pelle che, durante l'esecuzione del movimento, può scorrere e deformarsi rispetto all'osso sottostante e questo provoca un errore chiamato "artefatto da tessuto molle" (STA). Infatti, data l'impossibilità di posizionare i marker direttamente sull'osso, la cinematica ricostruita non è descrittiva dei movimenti articolari ma degli spostamenti della pelle e dei tessuti molli. Questo artefatto ha lo stesso contenuto frequenziale della cinematica articolare e quindi non è possibile attenuarlo utilizzando delle tecniche di filtraggio. Esistono però, al fine di minimizzare questo artefatto, dei dispositivi di ancoraggio su cui fissare un cluster di marker e ricostruire la cinematica articolare; successivamente i risultati ottenuti verranno confrontati con i dati ricavati dal cluster posizionato sulla superficie corporea. I dispositivi in questione sono: pin-intracorticali, fissatori esterni, tracciatori percutanei. Di recente, però, grazie all'utilizzo delle tecniche di imaging medico, è possibile combinare la stereofotogrammetria e la fluoroscopia tridimensionale [5].

2.4 Tecniche di analisi cinematica in vivo

La biomeccanica applicata è diventata uno strumento molto robusto per l'analisi del movimento umano, al fine di quantificare il movimento del corpo umano e di valutare la cinematica articolare, nonché la dinamica.

La cinematica delle articolazioni umane è quindi utile in aree di ricerca come analisi del cammino, protesi e riabilitazione, ergonomia, scienze dello sport, biodinamica del corpo e valutazione delle condizioni di invecchiamento. Infatti, la valutazione dei parametri articolari, come gli assi (AoR) o centri (CoR) di rotazione condiziona fortemente l'analisi dei modelli di movimento umano, a causa degli effetti diretti sulla cinematica degli arti inferiori e sul calcolo della dinamica. Tutti questi aspetti giustificano la necessità di valutare accuratamente i parametri articolari.

A tal fine, devono essere considerati due requisiti principali: l'acquisizione dei dati di movimento e la modellazione del corpo umano. Il primo è reso possibile attraverso diversi sistemi: tra tutti, i sistemi optoelettronici già diffusi utilizzati per il motion capture, si basano su una tecnica stereofotogrammetrica e sull'uso simultaneo di videocamere e marker, opportunamente fissati su segmenti corporei per essere tracciati. Tuttavia, l'uso di sistemi di tracciamento ottico è stato ostacolato nella pratica a causa di diversi motivi principalmente riguardanti la libertà di movimento limitata del soggetto. Sono stati poi proposti sistemi di motion capture alternativi, come i sensori inerziali indossabili, in modo da identificare il movimento umano, così come la cinematica articolare. Una volta acquisiti i dati di movimento, il secondo requisito si occupa dell'associazione di queste informazioni sui segmenti corporei, tenendo conto di una facile assunzione del corpo umano costituito da segmenti rigidi, collegati da giunti meccanici, opportunamente identificati con adeguati gradi di libertà. I modelli sono importanti per la finalità presentata, poiché consentono di valutare parametri e di acquisire dati non direttamente misurabili sul soggetto.

La valutazione della cinematica articolare, in particolare durante le sessioni di analisi del movimento e di analisi del cammino, si basa spesso sull'ipotesi geometrica, relativa al punto (o articolazione) attorno al quale due segmenti sono in movimento relativo. La determinazione di questo punto è spesso difficile da misurare in vivo, rappresentando una questione cruciale durante l'analisi del movimento, soprattutto in applicazioni non standard o quando si considerano persone affette da patologie o deformità fisiche che compromettono il movimento ed i risultati della cinematica[6][7][8][9][10].

I parametri articolari possono essere valutati secondo diversi approcci, vale a dire:

- Metodi predittivi;
- Metodi funzionali.

2.4.1 Metodi predittivi

Questa tecnica, che è attualmente adottata dai laboratori clinici per le misurazioni e l'analisi del movimento umano, si basa su equazioni di regressione [11] tenendo conto sia di una posizione 3D specifica di marker corrispondenti ad un osso palpabile esternamente sia di misurazioni antropometriche. Pertanto, questo approccio richiede l'adozione di protocolli specifici per il posizionamento dei marker sui punti di riferimento anatomici [12], per poi utilizzare i dati di movimento come input per le equazioni. I metodi predittivi sono semplici e immediati, nonostante possano mancare di precisione. Infatti, la necessità di un corretto posizionamento del marker è uno degli svantaggi, a causa della non facile identificazione del punto di riferimento anatomico. Inoltre, questa tecnica non è così adatto per le persone che presentano deformità ossee o per casi non standard, ad esempio, in presenza di una malattia, fornendo diverse fonti di errore [7], [13], [14].

2.4.2 Metodi funzionali

I metodi funzionali sono stati introdotti per superare alcune limitazioni che caratterizzano l'approccio predittivo. In primo luogo, non si riferiscono a relazioni empiriche e si basano solo sul movimento relativo tra una coppia di segmenti corporei, rispetto all'articolazione identificata. Questo approccio non richiede il posizionamento di marker sui punti di riferimento anatomici, ma l'unico requisito richiesto è che almeno tre marker devono essere posti su ciascun corpo rigido, per il calcolo della posizione e dell'orientamento dei segmenti relativi.

Questi approcci sono quindi potenzialmente adatti nei casi di deficit motorio, diventando adattabili a diverse categorie di persone.

In letteratura sono state presentate diverse strategie di approcci funzionali, fornendo così un'altra sotto-classificazione:

- Metodi di adattamento (FA)
- Tecniche di trasformazione (TT).

La prima categoria FA comprende varianti dei metodi di adattamento della sfera, dove il centro e il raggio sono ottimizzati per adattarsi al meglio alle traiettorie di posizione dei marker [15]: ogni marker può ruotare attorno agli stessi assi del giunto o al centro, con un arco separato [16],[17] senza un'ipotesi di corpo rigido.

Al contrario, TT considera ogni corpo come rigido, valuta i parametri articolari con trasformazioni di corpo rigido, attraverso l'uso di matrici di rotazione e vettori di traslazione [18][19], consente di definire un sistema di coordinate locali, assumendo il CoR comune come punto fisso.

Confrontando in vivo, metodi funzionali diversi, il principale svantaggio è che la valutazione della loro precisione, influenzata da artefatti dei tessuti molli (STA) [13], può essere gestita solo attraverso il confronto con metodologie standard, come ad esempio le equazioni di regressione che però presentano, anche loro, proprie fonti di inesattezza.

In generale, i metodi funzionali forniscono risultati più accurati secondo quanto riportato in letteratura [20],[16],[17],[21],[22],[23],[18],[19], rispetto a quelli predittivi. Si basano tuttavia su diverse combinazioni di vincoli cinematici e geometrici, nonché su tecniche di ottimizzazione, fornendo buoni risultati solo in determinate condizioni [24], [20], ad esempio con un adeguato range di movimento (RoM).

Metodi di adattamento

I metodi di adattamento presuppongono che ogni marker ruoti attorno all'asse con un arco separato, e che tutti i rispettivi centri possiedano un vettore normale comune stazionario (Figura 2.20). Si deve quindi presumere che l'AoR sia fisso rispetto al sistema di coordinate globale, il che implica che un segmento è a riposo.

Il metodo suppone che la cinematica di 2 segmenti, $k=1,2$ sia rappresentata dai markers $j=1, \dots, m$ e le posizioni dei marker globali p_{ij}^k sono date per tutti gli istanti di tempo.

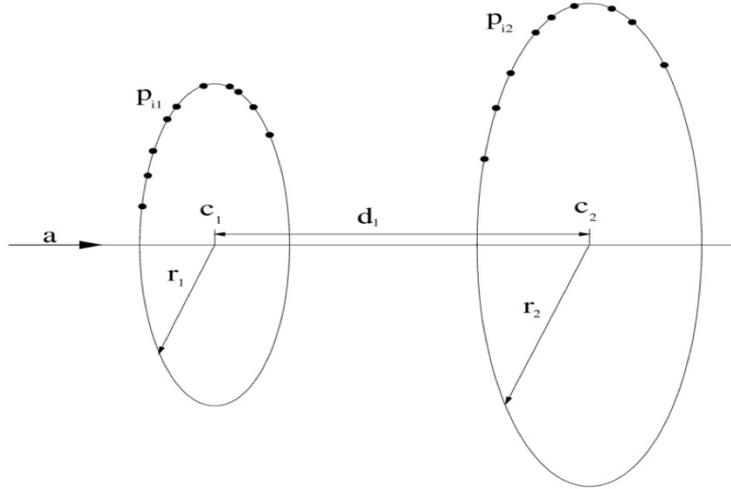


Figura 2.20: L'asse di rotazione per le tecniche di adattamento è considerata la linea che descrive il miglior asse comune per tutti gli archi. Questa rappresentazione schematica mostra due marker, p_{i1} e p_{i2} , che ruotano attorno ad archi con raggi di c_1 e c_2 , attorno a un asse comune con direzione a . La distanza d_1 tra entrambi i cerchi è definita da $d_1 a = c_2 - c_1$. [Ehrig et al., 2006]

Per poter andare a rappresentare l'asse del giunto sono richiesti due parametri, c che è un punto sull'asse ed a che è il vettore direzione normalizzato.

La misura della distanza tra un singolo cerchio (definito dal centro, c , come un punto sull'asse, raggio r , e con direzione a) e le posizioni del marker è data dall'equazione della distanza:

$$f_{\text{geom}}(c, r, a) = \sum_{i=1}^n \left[\left\{ a \cdot (p_i - c) \right\}^2 + \left\{ \| a \times (p_i - c) \| - r \right\}^2 \right].$$

Equazione 1.1.

Quando vengono considerati markers aggiuntivi, allora $c_j = c_1 + d_j a$ (con $j=2, \dots, m$) deve valere per ogni centro del cerchio aggiuntivo, dove c_1, \dots, c_m sono i centri dei cerchi con i raggi r_1, \dots, r_m e dove d_j ($j=2, \dots, m$) sono i numeri reali. Queste condizioni assicurano che la posizione del centro di ogni cerchio si trovi lungo un asse comune con il vettore direzione a . Quindi con l'equazione della distanza simultanea diventa:

$$f_{\text{geom}}(c_1, r_1, \dots, r_m, d_2, \dots, d_m, a) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left[\left\{ a \cdot (p_{ij} - c_1 - d_j a) \right\}^2 + \left\{ \| a \times (p_{ij} - c_1) \| - r_j \right\}^2 \right].$$

Equazione 1.2.

Il numero di parametri può essere notevolmente ridotto poiché i raggi, r_j , e d_j sono dati da:

$$r_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \| a \times (p_{ij} - c_1) \|, \quad d_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a \cdot (p_{ij} - c_1).$$

Equazione 1.3.

Pertanto per gli m marker, solo le componenti di c_1 e due parametri per il vettore unitario a , rimangono per essere parametrizzati in modo univoco.

Per trovare i parametri dell'AoR ottimale, la minimizzazione dell'equazione 1.2 deve essere eseguita utilizzando metodi iterativi, ad es. [25]. Tali algoritmi richiedono valori iniziali per i parametri e, tuttavia, spesso non facilmente disponibili. L'approccio descritto dalla metodologia di cui sopra si

basa sulle distanze euclidee tra le posizioni dei marker e i loro cerchi corrispondenti, ed è quindi denominato “**Geometric Axis Fit**”.

È possibile allentare le condizioni per i movimenti del marker e assumere solo che la distanza di ciascun marker, dall'asse comune dell'articolazione, rimanga costante. L'interpretazione geometrica di una tale situazione è che i marker saranno posizionati sulla superficie di cilindri concentrici. Matematicamente, questo porta all'equazione della distanza semplificata:

$$f_{\text{cylinder}}(c_1, r_1, \dots, r_m, a) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left\{ \left\| a \times (p_{ij} - c_1) \right\| - r_j \right\}^2$$

Equazione 1.4.

Che è chiamata “**Cylinder Axis Fit**”.

Vi è un'altra categoria di metodi di adattamento, chiamata “**Algebraic Axis Fit**”, di seguito vengono proposti due approcci, molto simili tra loro, che utilizzano questa tecnica:

- Halvorsen et al., [17];
- Gamage and Lasenby [16].

Questi approcci si basano sui dati di movimento acquisiti da un insieme di marker, dai quali è possibile valutare l'AoR minimizzando due funzioni obiettivo.

Le caratteristiche principali di questi algoritmi sono riportate di seguito:

- Versatilità di applicazione a diverse tipologie di giunti (cerniera singola o sferica);
- Assenza di ipotesi di corpo rigido, anche se ogni marker può ruotare attorno allo stesso AoR (o CoR);
- Utilizzo di due funzioni obiettivo che vengono minimizzate, utilizzando metodi di SVD (Singular Value Decomposition) per valutare rispettivamente il coseno direzionale dell'AoR e la sua localizzazione, indicando semplicemente un punto su di esso;
- No stima preliminare sui parametri iniziali dell'asse.

$$f_{\text{alg}}(c_1, r_1, \dots, r_m) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left\{ (p_{ij} - c_1)^2 - r_j^2 \right\}^2$$

Equazione 1.5.

In particolare, l'AoR può essere valutato come un vettore che meglio si adatta all'asse di rotazione perpendicolare al piano contenente diversi vettori di spostamento marker, valutati accuratamente tra due frame, in modo da coprire un corretto RoM.

Nelle situazioni in cui l'ipotesi del corpo rigido è valida e quando è presente il rumore di misurazione, i metodi proposti sono inferiori ai metodi che utilizzano il presupposto del corpo rigido, tuttavia, quando sono presenti grandi artefatti da movimento della pelle, gli approcci di Halvorsen e di Gamage e Lasenby sono più robusti. Ciò non è troppo sorprendente, poiché il metodo non fa presupposti sulla rigidità del corpo. Potrebbe quindi essere promettente nelle situazioni in cui questa ipotesi è violata.

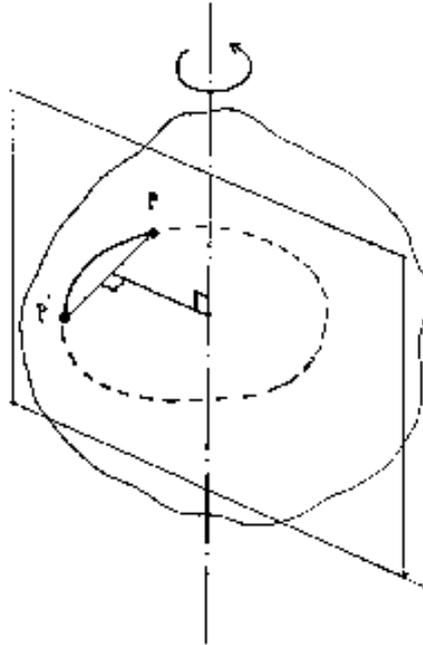


Figura 2.21: Corpo che ruota. Tutti i percorsi di ogni punto sono segmenti di cerchio. Ogni spostamento è normale al piano contenente l'AoR ed il punto medio dello spostamento. [1999 Halvorsen, et al.]

Tecniche di trasformazione

Le cosiddette tecniche di trasformazione presumono che l'AoR sia stazionario nel sistema di riferimento locale di ogni segmento. Inoltre, se inizialmente si assume che un segmento e quindi l'AoR sia stazionario, allora è possibile definire trasformazioni di corpo rigido, cioè rotazioni R_i e traslazioni t_i , $i = 1, \dots, n$.

Se l'AoR è rappresentato da un punto sull'asse e dal vettore direzione normalizzato, queste trasformazioni dovrebbero mappare i punti dell'AoR del sistema di riferimento globale \tilde{c} , nei punti c dell'asse di variazione temporale locale. Pertanto la funzione obiettivo deve essere ridotta al minimo:

$$f_{\text{ATT}}(c, \tilde{c}) = \sum_{i=1}^n \|R_i \tilde{c} + t_i - c\|^2 \quad \text{Equazione 1.6.}$$

In alternativa, posso scrivere l'equazione 1.6 come un problema ai minimi quadrati lineari:

$$\begin{pmatrix} R_1 & -I \\ \vdots & \vdots \\ R_n & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{c} \\ c \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{pmatrix}$$

Il sistema non ha una soluzione univoca, ma piuttosto un insieme unidimensionale di soluzioni o punti che appartengono agli assi del giunto. È quindi possibile costruire una rappresentazione univoca degli assi utilizzando le tecniche SVD [26].

Queste tecniche di trasformazione degli assi possono essere a loro volta suddivise in altre due categorie:

1. Tecniche di trasformazione unilaterale;
2. Tecniche di trasformazione bilaterale;

Le tecniche di trasformazione unilaterale presuppongono che uno dei due segmenti, quindi il CoR sia in condizione statica. Uno dei tanti approcci [18][23] che ritroviamo in questa sotto-categoria, che è anche oggetto di valutazione del seguente lavoro di tesi, è la teoria degli assi elicoidali istantanei di Woltring et al [27].

In particolare, questo algoritmo considera:

- una condizione di corpo rigido, assumendo una distanza costante di ciascun marker sul rispettivo segmento;
 - una descrizione rigida del moto con trasformazioni di rototraslazione nello spazio, mediante matrici di rotazione e vettori di traslazione;
 - la definizione di un solo sistema di riferimento locale, per poter utilizzare un sistema di coordinate comune.
- Sostanzialmente uno dei due segmenti deve prima essere trasformato nel sistema di coordinate dell'altro, questo comporta che qualsiasi artefatto dei marker locali, e quindi qualsiasi errore nella definizione del sistema di coordinate locali, viene trasformato nel sistema di coordinate del secondo, amplificando così eventuali imprecisioni nella determinazione dell'AoR.
- un'ipotesi di moto elicoidale a vite, per descrivere il moto di rototraslazione come elicoidale.

Sapendo che tra due o più segmenti ossei, tenuti insieme da una generica articolazione, esiste un moto relativo sia di traslazione che di rotazione lungo un asse (IHA) avente una certa direzione ed un certo orientamento nello spazio, è possibile valutare la variabilità nel tempo di questo stesso asse.

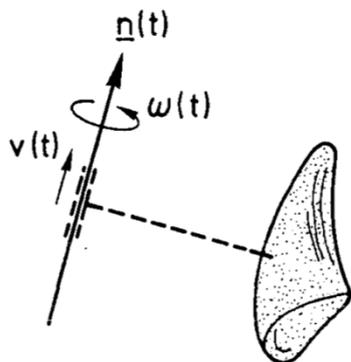


Figura 2.22: Asse elicoidale istantaneo. [Woltring et al 1987]

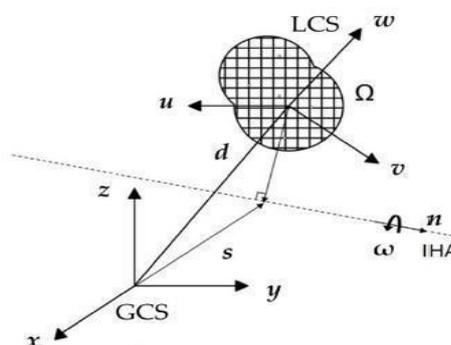


Figura 2.23: Rappresentazione dell'IHA

$$s = d + \frac{1}{|w|^2} (w \times \dot{d}) \qquad v = n^T \dot{d}$$

L'asse IHA è univocamente determinato dalla sua posizione $s(t)$ e dalla sua direzione $n(t)$, invece la velocità di traslazione $v(t)$ e la velocità di rotazione $w(t)$ definiscono il moto traslatorio e rotatorio. Le variabili $s(t)$, $n(t)$, $v(t)$ e $w(t)$ vengono normalmente stimate facendo uno smoothing e poi interpolando le misure stereofotogrammetriche.

Uno dei problemi principali che risente l'IHA è che diventa indefinito per valori molto piccoli di $w(t)$, spesso si dice infatti che l'IHA tende all'infinito quando $w(t)$ è pari a zero. Per questo motivo potrebbero nascere dei problemi, se la velocità di rotazione diventa piccola, specialmente se l'IHA

deve essere stimato a partire da posizioni rumorose di marker. Non solo, la presenza di operazioni di derivazione nel calcolo della posizione $s(t)$ degli IHA rende il problema di stima IHA mal posto o non correttamente posto.

La trattazione analitica e dettagliata del seguente algoritmo è descritta nel Capitolo 3.

Infine, il metodo SARA [24], secondo l'acronimo di "Symmetrical Axis of Rotation Assessment", è invece una tecnica di trasformazione bilaterale, perché non richiede l'ipotesi di un CoR stazionario, considerando entrambi i segmenti in moto.

Le caratteristiche principali di questo approccio sono le seguenti:

- L'assenza di assunzione stazionaria di un segmento (entrambi possono muoversi);
- la mancanza di presupposti legati al tipo di articolazione e la presenza di un moto relativo tra i segmenti considerati;
- la definizione di un sistema di riferimento locale per ogni segmento;
- la valutazione sia delle matrici di orientamento che dei vettori di traslazione, al fine di calcolare le trasformazioni tra il sistema di riferimento locale in uno globale comune;
- l'uso di un approccio lineare dei minimi quadrati per risolvere il problema di ottimizzazione tramite SVD.

Con questo algoritmo, vengono valutati due punti arbitrari sull'asse del giunto nei sistemi di coordinate locali, per minimizzare una funzione obiettivo, con l'ipotesi che la posizione di ciascuno di questi punti debba essere costante rispetto a ciascun segmento, e che attraverso opportune trasformazioni in un sistema di riferimento globale, può esserci una stima univoca per tale parametro.

$$f_{SARA}(c_1, c_2) = \sum_{i=1}^n \|R_i c_1 + t_i - (S_i c_2 + d_i)\|^2,$$

Equazione 1.7: funzione di minimizzazione SARA.

$$\begin{pmatrix} R_1 & -S_1 \\ \vdots & \vdots \\ R_n & -S_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 - t_1 \\ \vdots \\ d_n - t_n \end{pmatrix}.$$

Dove c_1 e c_2 rappresentano la posizione dell'asse nei rispettivi sistemi di riferimento locali; R_n , S_n , d_n e t_n sono rispettivamente le matrici di trasformazione ed i vettori traslazione che permettono la trasformazione dal sistema di riferimento globale ai sistemi di riferimento locali.

La trattazione analitica e dettagliata del seguente algoritmo è descritta nel Capitolo 3.

2.5 Analisi dinamica

L'analisi dinamica si divide in analisi dinamica diretta ed inversa. La prima, a partire dalla conoscenza delle forze e dei momenti che agiscono sull'articolazione interessata, permette di determinare il movimento che ne consegue. La seconda invece, si pone come obiettivo la determinazione delle forze inter-segmentali (forze generalizzate che agiscono sui giunti) conoscendo il movimento dei sistemi meccanici, le forze scambiate con l'ambiente esterno e le proprietà inerziali di ogni segmento corporeo. Le informazioni di partenza per effettuare l'analisi dinamica inversa sono:

- Dati antropometrici: dati che si riferiscono alla conformazione del soggetto (dimensioni, caratteristiche inerziali dei segmenti);
- Dati cinematici;
- Forze esterne scambiate tra l'arto interessato e l'ambiente (Ad esempio: le forze di contatto del piede quando si è in fase d'appoggio).

Successivamente, applicando le equazioni cardinali della dinamica si giunge al calcolo delle forze inter-segmentali. Quest'ultime, attraverso l'utilizzo di un modello muscolo-scheletrico, possono essere suddivise in: forze inter-articolari e forze muscolari.

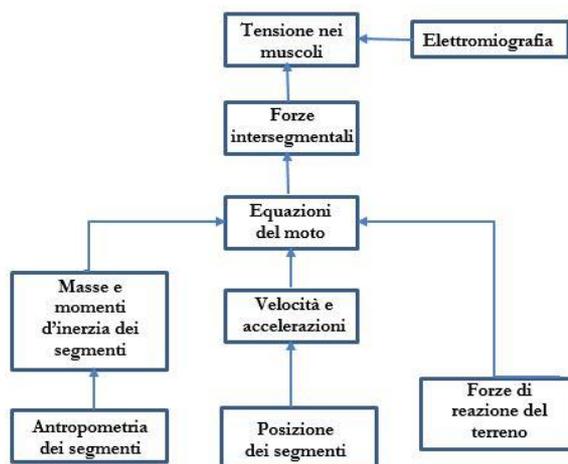


Figura 2.24: Processo analisi dinamica inversa.

2.5.1 Sistemi per analisi dinamiche

Per calcolare le forze esterne scambiate tra piede e pavimento si fa uso delle pedane dinamometriche. All'interno di queste piattaforme sono integrati dei sensori di forza che misurano, rispetto al sistema di riferimento del laboratorio, un certo numero di componenti della forza generalizzata: tre componenti di forza ed una di momento.

I sensori possono essere di tipo estensimetrico: misurano una variazione di resistenza elettrica a seguito di una compressione o di una trazione; oppure di tipo piezoelettrico. Questi ultimi, misurano la polarizzazione elettrica di un cristallo piezoelettrico causata dalla deformazione meccanica applicata.

Al fine di ottenere delle misure attendibili, è necessario che le piattaforme non ostacolino il cammino del soggetto, abbiano delle caratteristiche simili a quelle del suolo e che ad esso siano ben ancorate.

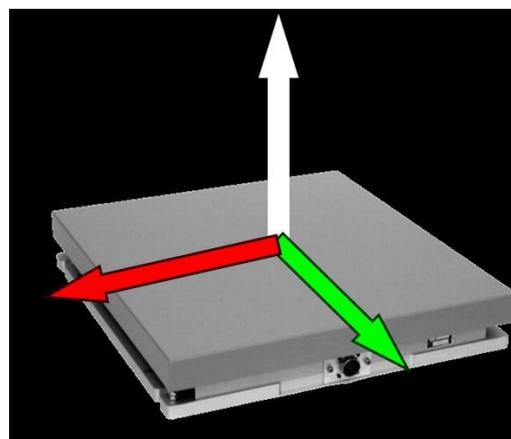


Figura 2.25: Piattaforma di forza.

Capitolo 3

Prove di analisi cinematica

Questo studio propone il confronto di due metodi funzionali, SARA ed IHA, per lo studio della cinematica articolare tra due gusci, propria di un certo soggetto.

La cinematica articolare può essere individuata tramite elaborazione dei risultati della motion capture: sono stati calcolati gli assi istantanei di rotazione ed i relativi assi medi del moto relativo tra i due scafi di gamba e piede.

Il fine ultimo è quello, in un futuro, di realizzare un HAFO che consenta, il più possibile, l'esecuzione dei movimenti naturali e fisiologici della caviglia.

3.1 Realizzazione dei gusci

L'utilizzo dei gusci rigidi, come dimostrato in [28][29], ha avuto lo scopo di minimizzare l'artefatto da movimento e minimizzare lo scorrimento relativo tra marker dello stesso cluster.

I gusci rigidi di gamba e piede, utilizzati nel seguente lavoro sono stati progettati in [28][29] attraverso il processo di *Reverse Engineering*, ovvero "ingegneria inversa". Un processo per cui, partendo da una nuvola di punti, prelevata con varie tecniche di digitalizzazione 3D, si arriva alla creazione di un modello CAD di un oggetto reale [Martorelli M., *Reverse Engineering*, Università degli Studi di Napoli Federico II].

Il primo step della progettazione dei gusci di gamba e piede custom-made è stato la fase di scansione su un soggetto donna di 23 anni sano con peso 57 kg e altezza 1.65 m.

La posizione di riferimento scelta è la seguente: soggetto in appoggio bipodale con piede sinistro posizionato in una schiuma fenolica per la presa d'impronta plantare.

Il processo di acquisizione ha contato vari passaggi:

- 1) scansione della gamba sinistra e del dorso del piede;
- 2) scansione della schiuma fenolica per ricavare la forma della pianta del piede in appoggio;
- 3) processing delle scansioni;
- 4) definizione delle superfici dei gusci;
- 5) costruzione del modello solido per la stampa 3D.

I gusci sono stati stampati presso il DIMEAS del Politecnico di Torino usufruendo della stampante 3D "uPrint SE Plus" ed il materiale scelto è l'acrilonitrile-butadiene-stirene (ABS). Si tratta di un polimero termoplastico che diventa modellabile se viene riscaldato, al contrario si indurisce se viene raffreddato. Esso è lavorato allo stato di transizione vetrosa per preservare le caratteristiche meccaniche di leggerezza, rigidità e durabilità.

Una volta concluso il processo di stampa, sono state effettuate altre operazioni necessarie al miglioramento dell'indossabilità dei gusci: sono state inserite delle imbottiture di spugna tramite una colla per plastiche. Queste sono state posizionate nelle zone laterali sia del guscio della gamba che del piede e inoltre su quest'ultimo sono state posizionate anche nella zona del calcagno e nella zona di contatto con il dorso del piede. Dopodiché, per evitare lo scivolamento del piede in avanti è

Realizzazione dei gusci

stata aggiunta anteriormente una soletta nella zona a contatto con la pianta del piede. Dopo aver realizzato l'imbottitura sono state inserite delle strisce di velcro per tenere entrambi i gusci saldi al soggetto durante la deambulazione.



Figura 3.1: Gusci per la cinematica (a sinistra vista anteriore, a destra vista posteriore) [26]



Figura 3.2: Gusci per la cinematica (vista laterale) [26]



Figura 3.3: Gusci per la cinematica (vista mediale) [26]

3.2 Algoritmi per lo studio dell'analisi cinematica

Di seguito viene riportata la trattazione analitica delle due tecniche utilizzate per valutare l'analisi cinematica tra il guscio della gamba e del piede.

La prima, la teoria degli assi elicoidali istantanei deriva da un lavoro di tesi precedente [30].

La seconda, SARA è stata derivata e validata nel seguente lavoro di tesi, dopo una serie di "trial and errors".

3.2.1 Assi elicoidali istantanei (IHA)

Di seguito, viene riportata la trattazione analitica per la derivazione degli assi elicoidali istantanei introdotta da Woltring et al., [27].

Ricordiamo che la teoria degli assi elicoidali istantanei fa parte della sotto-categoria delle tecniche di trasformazione dell'asse (ATT) e questo approccio presuppone che uno dei due segmenti corporei e quindi l'AoR sia stazionario.

Durante il movimento continuo di un'articolazione, istante per istante, si può considerare che il segmento mobile possieda una velocità di traslazione lungo un asse attorno al quale contemporaneamente ruoti con una certa velocità angolare (figura 3.4). Questo asse, variabile nel tempo, permette di valutare gli assi di cerniera delle articolazioni, o i bracci di leva per legamenti e muscoli [31].

A causa della sua derivazione analitica, l'asse elicoidale non può descrivere movimenti di pura traslazione, infatti, per valori molto piccoli di velocità angolare la sua stima è mal posta.

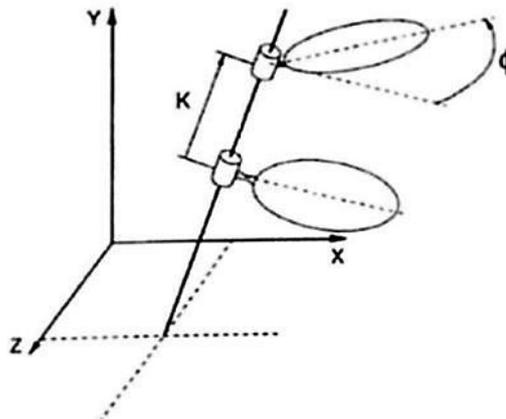


Figura 3.4: Movimento di un corpo lungo l'asse elicoidale di una quantità K, con una rotazione antioraria ϕ [Cappozzo et al., 1990]

Esistono diversi modi per descrivere lo screw axis, di seguito se ne espone la trattazione analitica facendo riferimento a [27] e [32].

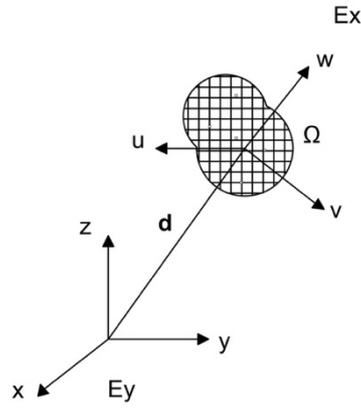


Figura 3.5: Sistema di riferimento globale Ey e locale Ex

Una serie di punti non collineari, in genere con un numero maggiore di tre, definisce un corpo Ω . Con $c_1(t)$ si indicano le coordinate dei punti nel sistema di riferimento globale e con $c_2(t)$ quelle relative al sistema locale. Per un generico istante di tempo t si ha che:

$$c_1(t) = d(t) + R(t) \cdot c_2(t) \quad \text{Equazione 3.1}$$

$d(t)$, vettore definito nel sistema di riferimento globale, identifica la posizione di Ex rispetto a Ey . Il vettore $c_2(t)$, definito nel sistema di riferimento locale Ex , per poter essere sommato a $d(t)$, deve essere premoltiplicato per la matrice di rotazione $R(t)$ (matrice che indica l'orientamento di Ex rispetto a Ey). Ogni vettore e matrice sono riferiti ad un determinato istante temporale t , quindi nello studio del movimento articolare, è necessario disporre di questi dati per tutti gli istanti di tempo lungo i quali l'azione viene svolta.

Per semplicità di notazione, successivamente la variabile temporale t verrà omessa.

Nel piano, basterebbe calcolare la posizione di un punto (a velocità nulla) attorno al quale avviene la rotazione; nello spazio, invece, bisogna ricercare i punti a velocità minima, che appartengono quindi all'asse (per un certo istante di tempo).

Si deriva l'equazione 3.1:

$$\dot{c}_1 = \dot{d} + \dot{R} \cdot c_2 \quad \text{Equazione 3.2}$$

Il sistema di riferimento locale Ex si muove con l'oggetto Ω : di conseguenza le coordinate dei punti c_2 si mantengono costanti nel tempo, ammesso che il corpo sia rigido. La matrice di rotazione R , è una matrice ortogonale, quindi: $R \cdot R^T = I$; dall'equazione 3.1 si ricava che:

$$c_2 = R^T \cdot (c_1 - d) \quad \text{Equazione 3.3}$$

Sostituendo l'equazione 3.3 in 3.2 si ottiene:

$$\dot{c}_1 = \dot{d} + \dot{R}R^T \cdot (c_1 - d) \quad \text{Equazione 3.4}$$

La matrice $A = \dot{R}R^T$ è antisimmetrica; si può infatti dimostrare che:

$$A = \dot{R}R^T = -(\dot{R}R^T)^T \Leftrightarrow A_{ij} = -A_{ji} \quad \text{Equazione 3.5}$$

Gli elementi sulla diagonale principale di A sono nulli. Per ogni matrice antisimmetrica si sa che:

$$A[\omega] \cdot b = \omega \wedge b \quad \text{Equazione 3.6}$$

$$A[\omega] = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{vmatrix}$$

Il vettore assiale ω della matrice antisimmetrica è noto come vettore di velocità istantanea di rotazione, il cui modulo è la velocità angolare con cui l'oggetto ruota nello spazio. Segue dalle equazioni 3.4 e 3.6 che:

$$\dot{c}_1 = \dot{d} + \omega \wedge (c_1 - d) \quad \text{Equazione 3.7}$$

Si procede nel trovare i punti a velocità minima, ovvero i valori di c_1 che minimizzino \dot{c}_1 ; si procede ad effettuare un'operazione di derivazione:

$$\frac{\partial}{\partial c_1} |\dot{c}_1|^2 = 0 \quad \text{Equazione 3.8}$$

Prima di calcolare la derivata se ne valuta l'argomento:

$$|\dot{c}_1|^2 = |\dot{d}|^2 + 2\dot{d}(\omega \wedge (c_1 - d)) + |\omega|^2 |c_1 - d|^2 - (\omega(c_1 - d))^2 \quad \text{Equazione 3.9}$$

Gli ultimi due termini si ricavano dalla nota relazione vettoriale:

$$(a \wedge b)(c \wedge f) = (a \cdot c)(b \cdot f) - (a \cdot f)(b \cdot c)$$

Assumendo $a = \omega = c$ e $b = c_1 - d = f$. Dato che $\nabla_{c_1} (a(\omega \wedge c_1)) = a \wedge \omega$ (con il simbolo del gradiente si intende la derivata rispetto a c_1), combinando le equazioni 3.8 e 3.9 si ottiene:

$$\dot{d} \wedge \omega + |\omega|^2 (c_1 - d) - \omega(c_1 - d)\omega = 0 \quad \text{Equazione 3.10}$$

Andando a derivare il primo termine dell'equazione 3.9, si può notare come questo sia nullo, mentre l'ultimo termine dell'equazione 3.10, dopo aver scomposto il quadrato, è stato ricavato derivando l'ultimo termine presente in 3.9. Alla fine, noto che $a \wedge b = -(b \wedge a)$, si ricava:

$$\omega \wedge \dot{d} = Q(c_1 - d), \quad Q = (|\omega|^2 I - (\omega \cdot \omega^T)) \quad \text{Equazione 3.11}$$

La matrice Q è singolare, e ciò produce una classe di soluzioni; nel caso in cui $\omega = 0$, Q è la matrice degli zeri, e la soluzione del problema di minimizzazione non è definita. Per ogni $\omega \neq 0$ la soluzione è una retta, i cui punti si ricavano dall'equazione:

$$c_1 = s + \lambda n \quad \text{Equazione 3.12}$$

s è la posizione di un punto specifico dell'asse, mentre n è un versore, definito come:

$$n = \omega / |\omega| \quad \text{Equazione 3.13}$$

Tutti i vettori si intendono definiti nel sistema di riferimento globale Ey .

n definisce la direzione dell'asse elicoidale, attorno al quale il corpo ruota con velocità angolare di modulo $|\omega|$. Per $c_1 = s$ si ottiene, naturalmente, $\lambda = 0$: il coefficiente λ indica una quantità ovvero, a seconda del punto considerato, di quanto sposta lungo l'asse (con verso definito da n).

La scelta del punto specifico, identificato da s , è stata fatta considerando il punto più vicino all'origine di Ex , che si ottiene proiettando il vettore d sull'IHA (orientato come n naturalmente). Ciò consente di sfruttare la seguente relazione (fare riferimento alla figura 3.6):

$$\omega^T (s - d) = 0 \quad \text{Equazione 3.14}$$

Combinando le equazioni 3.12 e 3.14 si ottiene che, per $c_1 = s$:

$$s = d + \frac{1}{|\omega|^2} (\omega \wedge \dot{d}) \quad \text{Equazione 3.15}$$

L'equazione 3.15 permette di calcolare la posizione degli IHA, istante per istante, nota la posizione della terna di riferimento locale al corpo in movimento, la sua velocità lineare e la velocità angolare. Dall'equazione 3.13 si calcola la direzione dell'asse (espressa come versore), mentre il modulo della velocità assiale v si trova come proiezione di \dot{d} su n :

$$|v| = n^T \dot{d} \quad \text{Equazione 3.16}$$

In definitiva, è possibile definire ogni asse elicoidale istantaneo da quattro parametri:

- s ed n : parametri vettoriali che indicano la posizione e l'orientamento dell'asse nello spazio
- $|v|$ e $|\omega|$: parametri scalari che definiscono il movimento istantaneo lungo e attorno all'asse.

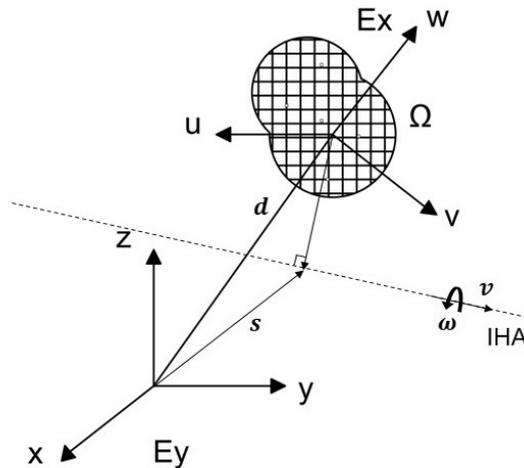


Figura 3.6: Rappresentazione grafica dell'asse elicoidale istantaneo e di alcuni suoi parametri.

3.2.2 Approccio degli assi simmetrici di rotazione (SARA)

L'approccio SARA, come già descritto nel capitolo 2, fa parte della sotto-categoria delle tecniche di trasformazione degli assi (ATT) e determina un AoR unico, in grado di considerare simultaneamente due segmenti dinamici, utilizzando le informazioni di entrambi i set di marker. La filosofia dell'approccio qui presentato è che le coordinate dell'AoR devono rimanere costanti rispetto a entrambi i segmenti, non richiedendo quindi l'ipotesi che uno dei segmenti debba rimanere a riposo e/o fisso [24][20].

1. Il primo passo è definire due sistemi di coordinate locali (LCS) corrispondenti ai due segmenti, in cui il CoR o l'AoR rimangono costanti.
 2. Si definiscono le trasformazioni di corpo rigido che mi permettono di passare dalle coordinate locali di ciascun segmento alle coordinate globali: le rotazioni $R_j(t_i)$ degli assi principali del sistema di coordinate del segmento e le traslazioni $d_j(t_i)$ dell'origine del sistema di coordinate del segmento nel sistema di riferimento globale.
- Gli indici $j = 1,2$ si riferiscono al segmento uno e due, mentre t_i indica lo step temporale i , $i = 1, \dots, N$.

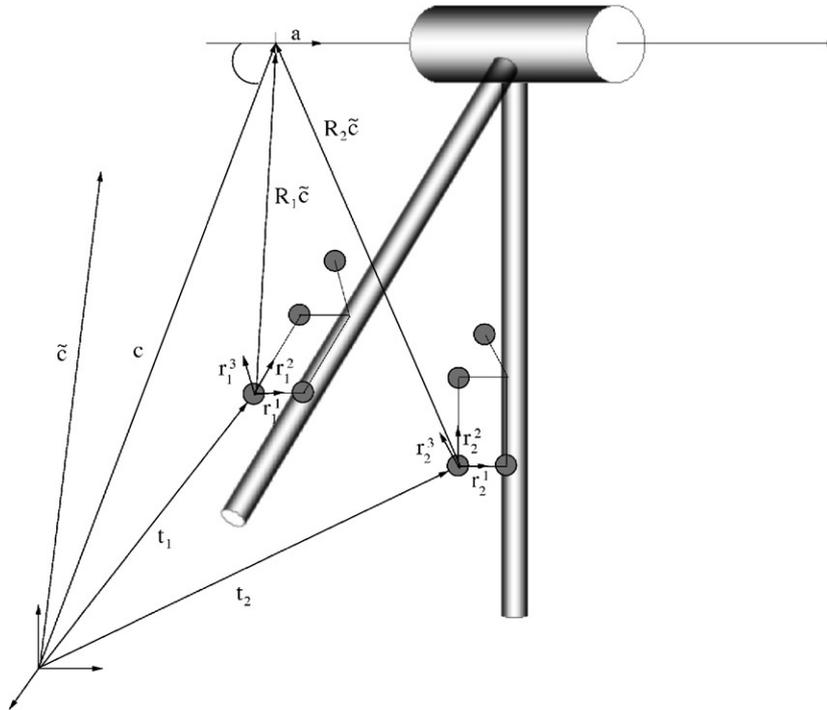


Figura 3.7: Rappresentazione della costruzione di coordinate locali su un segmento del giunto virtuale.

Le traslazioni t_1 e t_2 , insieme alle rotazioni $R_i = (r_i^1, r_i^2, r_i^3)$ (dove i tre r_i sono i vettori base unitari per costruire i sistemi di coordinate locali) trasformano il punto \tilde{c} sull'asse, dai sistemi di riferimento locali, nel punto c definito nel sistema di riferimento globale. [Ehrigh et al., 2006]

Sia c_j il CoR fisso o un punto sull'AoR nel LCS j , rispettivamente, lo stesso punto è dato nel GCS da:

$$c_G(t_i) = R_j(t_i)c_j + d_j(t_i), \quad j = 1, 2. \quad \text{Equazione 3.17}$$

$$f(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2) = \sum_i \left\| (R_1(t_i)\mathbf{c}_1 + \mathbf{d}_1(t_i)) - (R_2(t_i)\mathbf{c}_2 + \mathbf{d}_2(t_i)) \right\|^2 \quad \text{Equazione 3.18}$$

3. L'algoritmo SARA [24] risolve l'equazione 3.17 minimizzando simultaneamente l'errore al quadrato in entrambi i sistemi di coordinate locali (LCS) ottenendo la seguente funzione obiettivo:

L'equazione 3.18 può essere riscritta come un problema lineare dei minimi quadrati:

$$\begin{pmatrix} R_1(t_1) & -S_1(t_1) \\ \vdots & \vdots \\ R_1(t_N) & -S_1(t_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_2(t_1) - d_1(t_1) \\ \vdots \\ d_2(t_N) - d_1(t_N) \end{pmatrix} \quad \text{Equazione 3.19}$$

Se denominiamo con R la matrice contenente, in tutti gli istanti di tempo R_1 e $-S_1$; con d il vettore traslazione, differenza tra d_1 e $-t_1$ in tutti gli istanti di tempo:

$$R = \begin{pmatrix} R_1(t_1) & ; & -S_1(t_1) \\ \vdots & ; & \vdots \\ R_1(t_N) & ; & -S_1(t_N) \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} d_1(t_1) & ; & -t_1(t_1) \\ \vdots & ; & \vdots \\ d_1(t_N) & ; & -t_1(t_N) \end{pmatrix}$$

Per poter risolvere il problema lineare dei minimi quadrati dell'equazione 3.18, bisogna effettuare alcune considerazioni:

- *Rango della matrice R*: Il rango r della matrice R ($3N \times 6$) determina la dimensione della soluzione. Se R ha rango pieno, cioè $r = 6$, questo rappresenta un giunto sferico con un CoR unico. Per un dato movimento planare, tuttavia, il rango si riduce di una dimensione, producendo $r = 5$. In questo caso, c'è un insieme unidimensionale di soluzioni (c_1, c_2) che rappresenta un AoR fissato da posizione e direzione. Tuttavia, l'errore di misurazione rende completo il rango della matrice, implicando quindi virtualmente una soluzione a punto singolo.
4. *Calcolo dell'AoR*: per movimento planare e rumore zero, la soluzione dell'equazione 3.18 tramite SVD [26], $R = U \Sigma V^T$, fornisce il seguente vettore:

$$(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2)^T = \mathbf{R}^+ \mathbf{d} = V \Sigma^+ U^T \mathbf{d} \quad \text{Equazione 3.20}$$

L'equazione 3.20 definisce un punto di riferimento sull'asse avente dimensioni 6×1 (le prime); R^+ rappresenta la *pseudoinversa* della matrice R .

In presenza di rumore, σ_6 sarà finito ma piccolo e deve essere interpretato come una misura di perturbazione. v_6 può essere interpretato come una direzione approssimativa dell'asse e σ_6 misura la quantità di movimento di questo asse approssimativo. Sostituire σ_6 con zero è il modo naturale per affrontare l'effetto del rumore.

Il valore singolare più piccolo appartenente alla matrice Σ^+ viene posto uguale a 0 ($\sigma_6 = 0$). L'autovettore v_6 corrispondente a σ_6 invece, rappresenta la direzione dell'asse in entrambi gli LCS.

La matrice $R = U \Sigma V^T$ verrà sostituita da $R_0 = U \Sigma_0 V^T$ con $\Sigma_0 = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, 0)$ corrispondente ai dati che rappresentano il movimento planare.

Ancora una volta si otterrà un vettore di soluzione minima $(c_1, c_2)^T = R_0^+ d$, avente dimensioni 6×1 , che rappresenta un punto di riferimento sull'asse.

5. Applicando l'equazione 3.17 si otterranno le coordinate nel GCS.

A causa del rumore di misurazione, nel sistema di coordinate globale, questo approccio produce una posizione del giunto per ogni segmento e ogni istante di tempo, $R_1(t_i) c_1 + d_1(t_i)$ e $R_2(t_i) c_2 + d_2(t_i)$ che non sono necessariamente esattamente coincidenti.

La stima più ovvia per l'attuale AoR globale è quindi quella di prendere la media tra queste due posizioni c_1 e c_2 .

3.4 Setting di laboratorio e marker set

Le prove di analisi cinematica sui gusci, sono state svolte presso il Laboratorio di Analisi del Movimento dell'Istituto Ortopedico Rizzoli di Bologna e sono state svolte in un'unica sessione, in condizioni esterne stabili, su un soggetto donna di 23 anni sano con peso 57 kg e altezza 1.65 m [28].

Strumentazione utilizzata:

- 8 telecamere M2;
- Datastation Vicon 612 (Vicon Motion Capture, Oxford UK);
- marker sferici passivi di raggio 7 mm.

La frequenza di campionamento delle telecamere utilizzata per il prelievo dei dati è stata impostata a 100 Hz.

I marker sono stati posizionati sull'arto inferiore, in particolare quello sinistro, secondo il protocollo definito dalla IOR di Bologna con i seguenti punti di repere anatomici:

Marker anatomici:

- RASIS: spina iliaca anterosuperiore destra;
- RPSIS: spina iliaca posterosuperiore destra;
- LASIS: spina iliaca anterosuperiore sinistra;
- LPSIS: spina iliaca posterosuperiore sinistra;
- LGT: grantrocantere sinistro;
- LLE: epicondilo laterale sinistro;
- LHF: testa della fibula sinistra;
- LTT: tuberosità tibiale sinistra;
- LLM: malleolo laterale sinistro;
- LCA: calcagno sinistro;
- LVM: testa del V metatarso sinistro;
- LFM: testa del I metatarso sinistro;
- LME: epicondilo mediale sinistro (marker ricostruito);
- LMM: malleolo mediale sinistro (marker ricostruito);
- LSM: testa del II metatarso sinistro (marker ricostruito).

Ai marker sopra elencati ne sono stati aggiunti altri, medialmente e lateralmente, sia sul guscio della gamba sia sul guscio del piede.

Marker tecnici:

- TMedProx: marker medio prossimale del guscio della gamba;
- TLatProx: marker latero prossimale del guscio della gamba;
- TMedDis: marker medio distale del guscio della gamba;
- TLatDis: marker latero distale del guscio della gamba;
- FMedProx: marker medio prossimale del guscio del piede;
- FLatProx: marker latero prossimale del guscio del piede;
- FMedDis: marker medio distale del guscio del piede;
- FLatDis: marker latero distale del guscio del piede.



Figura 3.8: Posizionamento dei marker (vista frontale) [28].



Figura 3.9: Posizionamento dei marker (a sinistra vista laterale, a destra vista frontale) [28].

3.5 Sistemi di riferimento

Tramite l'utilizzo dei marker elencati nella sezione precedente è stato possibile calcolare gli assi istantanei di rotazione ed i rispetti assi medi, per ogni prova eseguita, nei seguenti sistemi di riferimento:

- Sistema di riferimento tecnico della gamba;
- Sistema di riferimento anatomico della gamba;

Ai fini del calcolo dell'algoritmo SARA è stato necessario definire anche un sistema di riferimento tecnico del piede.

3.5.1 Sistema di riferimento tecnico della gamba

Questo sistema di riferimento è solidale al guscio della gamba sinistra ed è costituito da

Sistemi di riferimento

- Shogus_g: l'origine è collocata nel punto medio del segmento che congiunge TMedDis e TLatDis;
- asse vtt: asse passante per i marker TMedDis e TLatDis con direzione dal mediale al laterale;
- asse utt: asse ortogonale al piano definito da TMedDis, TLatDis e TMedProx, avente verso positivo dalla parte posteriore alla parte anteriore del piede;
- asse wtt: asse ortogonale al piano vtt – utt ed è rivolto verso l'alto.

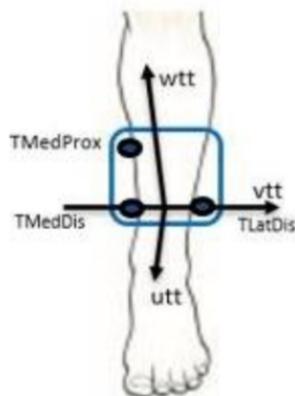


Figura 3.10: Sistema di riferimento tecnico della gamba.

3.5.2 Sistema di riferimento anatomico della gamba

Il sistema di riferimento anatomico della gamba è solidale alla gamba sinistra ed è così definito:

- Sho: origine collocata nel punto medio dell'asse che collega i due malleoli LMM ed LLM;
- asse v: asse inter-malleolare ed ha verso positivo dal malleolo mediale al malleolo laterale;
- asse u: asse ortogonale al piano definito dai malleoli e dalla testa della fibula HF; avente verso positivo dalla parte posteriore alla parte anteriore del piede;
- asse w: asse perpendicolare agli altri due avente direzione verso l'alto.

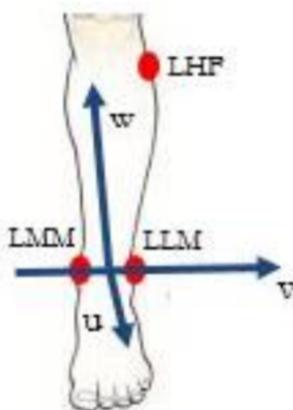


Figura 3.11: Sistema di riferimento anatomico della gamba.

3.5.3 Sistema di riferimento tecnico del piede

Come già detto, si è introdotto un ulteriore sistema di riferimento locale che tenesse in considerazione il piede, necessario ai fini del calcolo dell' algoritmo SARA.

Tale sistema di riferimento è stato costruito partendo dai marker tecnici posizionati sul guscio cinematico del piede stesso.

Ed è stato definito nel seguente modo:

- Shogus_p: l'origine è collocata nel punto medio del segmento che congiunge FMedDis e FLatDis;
- asse vtt: asse passante per i marker FMedDis e FLatDis con direzione dal mediale al laterale;
- asse utt: asse ortogonale al piano definito da FMedDis, FLatDis e FMedProx;
- asse wtt: asse perpendicolare al piano formato dagli assi precedenti.

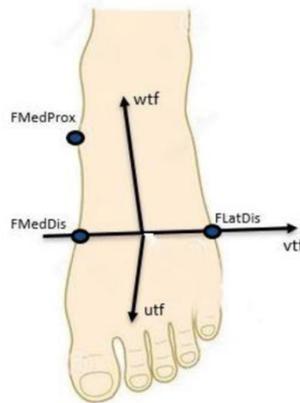


Figura 3.12: Sistema di riferimento tecnico del piede

3.6 Prove effettuate

I movimenti esaminati sono stati i seguenti:

- cinque ripetizioni di cammino a velocità normale;
- cinque ripetizioni di cammino a velocità elevata;
- una ripetizione da cinque cicli di dorsi-plantarflessione attiva eseguita in posizione eretta;



Figura 3.13: Dorsi-plantarflessione attiva

Sistemi di riferimento

Il sistema di acquisizione Vicon ha prodotto diversi file .cvs per ogni prova effettuata. I file contengono come informazione:

- Le coordinate X, Y e Z in mm per ogni marker nel sistema di riferimento globale del laboratorio;
- le coordinate dell'angolo articolare tra la gamba e il piede.

Le coordinate del sistema di riferimento globale sono state convertite tramite apposite routine Matlab dettagliate in appendice A, nei sistemi di riferimento locali spiegati precedentemente.

Capitolo 4

Risultati prove analisi cinematica

Di seguito, si riportano i risultati ottenuti dalle varie prove descritte nel capitolo 3 e la loro interpretazione. Gli obiettivi principali di tale studio sono:

- La valutazione della cinematica articolare tra due gusci rigidi, al fine di poter progettare un'ortesi piede-caviglia.
- La validazione del nuovo metodo funzionale SARA, per lo studio dell'analisi cinematica;

Per il primo obiettivo, sono stati individuati gli assi di rotazione di caviglia del soggetto analizzato, utilizzando sia l'approccio SARA sia gli IHA, mettendo in risalto le differenze inter-approccio.

Per validare la routine Matlab (Appendice A), adoperata per il calcolo dell'algoritmo SARA, si è deciso di effettuare un'analisi cinematica su una valigetta, individuando l'asse di rotazione istante per istante che dovrebbe coincidere con quello della cerniera stessa.

4.1 Validazione SARA: prove su valigetta

In questa sezione sono state svolte delle prove di analisi cinematica, valutando il movimento sul piano sagittale di una valigetta. Le prove sono state svolte presso il laboratorio di Analisi del movimento del Politecnico di Torino.

Strumentazione utilizzata:

- 12 telecamere;
- datastation Vicon Nexus;
- Vicon Active Wand;
- marker sferici passivi di raggio 7 mm.

La frequenza di campionamento per il prelievo dei dati è stata impostata a 100 Hz. Prima di effettuare l'acquisizione dei dati, il sistema deve essere predisposto a ricevere tali informazioni. Si effettua, quindi, inizialmente una maschera dello spazio di cattura, ovvero tutti i punti che potrebbero essere confusi con dei marker durante la prova vengono oscurati.

Si passa alla calibrazione delle telecamere: si agita la Vicon Active Wand, ovvero una bacchetta a forma di croce con dei LED posizionati, in modo che le telecamere riescano individuarla nello spazio. In seguito quest'ultima, viene posizionata sul terreno per determinare l'origine del sistema di riferimento globale del laboratorio.



Figura 4.1: Vicon Active Wand.

Vengono posizionati 10 marker:

- 4 per la parte superiore della valigetta: CMedDis, CLatDis, CMedProx, CLatProx;
- 4 per la parte inferiore della valigetta: BMedDis, BLatDis, BMedProx, BLatProx;
- 2 marker AxisLat e AxisDis in prossimità della cerniera, sebbene questa non fosse del tutto accessibile. Per questa ragione, c'è comunque un pò di offset tra l'asse passante tra questi due marker e quello reale, stimato di circa 0.5/1 cm lungo l'orizzontale e la verticale.

Di seguito viene riportato lo schema del posizionamento dei marker:

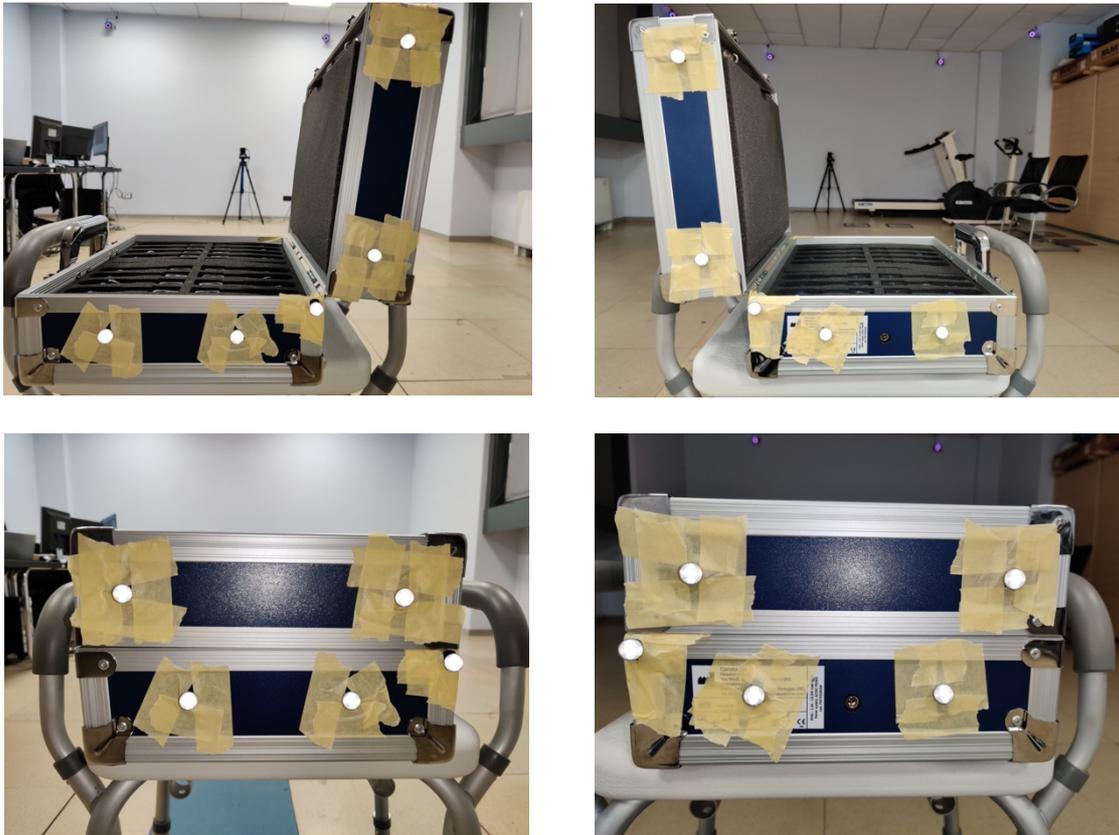


Figura 4.2: Posizionamento dei marker sulla valigetta.

Viene effettuata una seconda calibrazione con l'oggetto ed i marker inseriti. Si svolge una prova statica e successivamente una prova dinamica di apertura e chiusura ciclica della valigetta.

Si etichettano i marker, ovvero si effettua il Labeling, ed a questo punto si possono svolgere le prove:

- Base valigetta fissa, chiusura e apertura del coperchio a velocità normale;
- Base valigetta fissa, chiusura e apertura del coperchio a velocità maggiore;
- Valigetta sospesa, rotazione della base e del coperchio a velocità normale;
- Valigetta sospesa, rotazione della base e del coperchio a velocità maggiore;

Terminate le prove il sistema di acquisizione ha restituito le coordinate dei marker, istante per istante, nel sistema di riferimento del laboratorio.

Sono stati definiti due sistemi di riferimento locali: uno per la base ed uno per il coperchio.

Sistema di riferimento locale del coperchio:

- Shogus_c: l'origine è collocata nel punto medio del segmento che collega CMedProx e CLatProx;
- asse vtt: è l'asse passante per i marker CMedProx e CLatProx con direzione positiva dal mediale al laterale;
- asse wtt: è ortogonale al piano definito da CMedProx, CLatProx e CMedDis e possiede segno positivo verso l'alto;
- asse utt: è perpendicolare agli altri due assi ed è diretto dalla parte posteriore alla parte anteriore della valigetta.

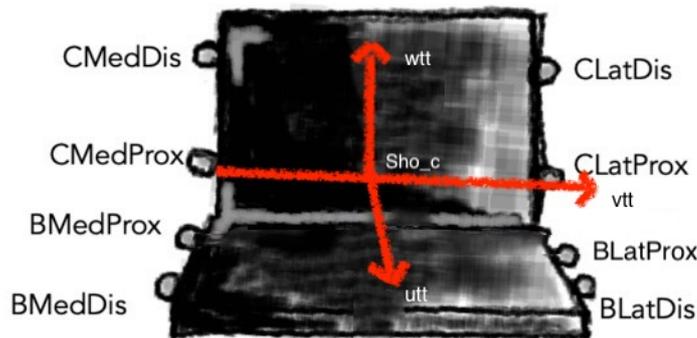


Figura 4.3: Sistema di riferimento locale del coperchio.

Sistema di riferimento locale della base:

- Shogus_b: l'origine è collocata nel punto medio del segmento che collega BMedProx e BLatProx;
- asse vtt: è l'asse passante per i marker BMedProx e BLatProx con direzione positiva dal mediale al laterale;
- asse wtt: è ortogonale al piano definito da BMedProx, BLatProx e BMedDis e possiede segno positivo verso l'alto;
- asse utt: è perpendicolare agli altri due assi ed è diretto dalla parte posteriore alla parte anteriore della valigetta.

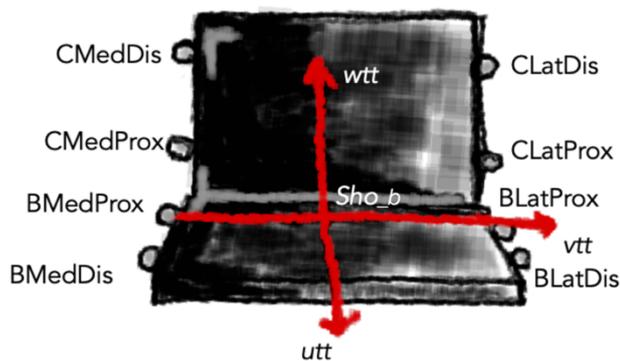


Figura 4.4: Sistema di riferimento locale della base.

Gli assi di rotazione sono stati ottenuti tramite la routine Matlab in Appendice A e la routine Matlab [30] e sono stati riportati nel sistema di riferimento locale della base, per valutare il movimento del coperchio rispetto a quest'ultima. Inoltre, data la quantità di dati ottenuta, per poter estrarre delle informazioni significative, si è deciso di studiare due parametri:

Validazione SARA: prove su valigetta

- d_{eff} : scarto quadratico medio effettivo tra gli assi istantanei e l'asse medio;
- X_{eff} : dispersione angolare del fascio d'assi ottenuto.

Prove	d_{eff} [mm] SARA	X_{eff} SARA
Lento, base fissa	0,045	0,007
Veloce, base fissa	0,067	0,007
Lento, sospeso	0,100	0,010
Veloce, sospeso	0,072	0,008

Tabella 4.1: Parametri di dispersione algoritmo SARA per le quattro prove effettuate.

Prove	d_{eff} [mm] IHA	X_{eff} IHA
Lento, base fissa	1,371	0,091
Veloce, base fissa	2,848	0,159
Lento, sospeso	4,419	0,104
Veloce, sospeso	2,517	0,075

Tabella 4.2: Parametri di dispersione algoritmo IHA per le quattro prove effettuate.

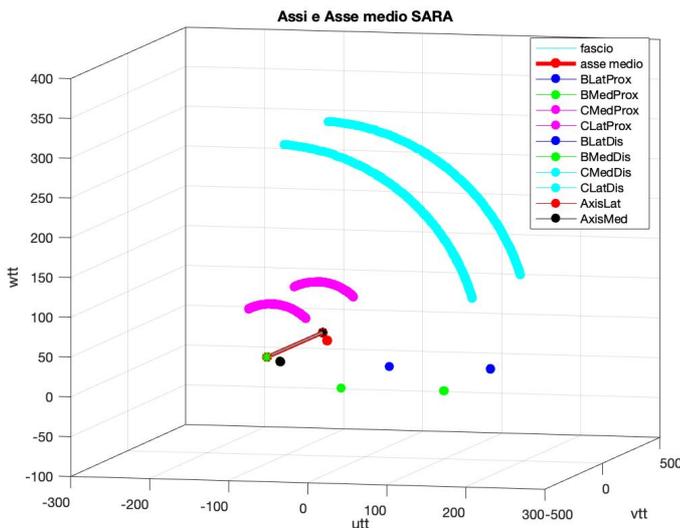


Figura 4.5: Assi di rotazione e asse medio SARA con traiettoria dei marker.

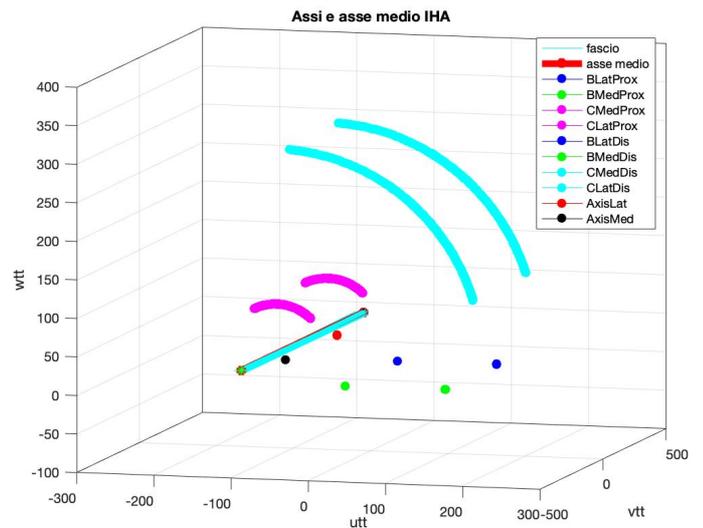


Figura 4.6: Assi di rotazione e asse medio IHA con traiettoria dei marker.

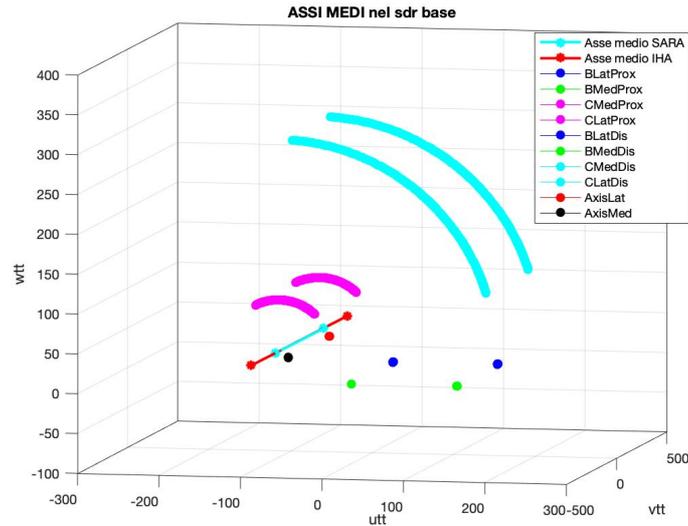


Figura 4.7: Assi medi SARA ed IHA con traiettoria dei marker.

In figura 4.5 ,4.6 e 4.7 è possibile osservare il movimento dei marker appartenenti al coperchio rispetto alla base. La traiettoria descritta dai marker è pulita ed inoltre la posizione dell'asse medio, sia per l'algoritmo SARA sia per l'algoritmo IHA, è coerente con la posizione reale del giunto.

Dalla tabella sugli IHA (tabella 4.2) si nota che, seppur i risultati sulla posizione angolare e l'orientamento assoluto dell'asse, tornano sempre in maniera plausibile e ripetibile, purtroppo è possibile osservare un errore non trascurabile sulla posizione del fascio d'assi. Questo errore è circa due ordini di grandezza più grande rispetto a quello dell'algoritmo SARA (vedi tabella 4.1). Molto probabilmente è un problema che è legato alla matematica c'è dietro: in SARA non viene effettuato il calcolo delle velocità, questo espone l'algoritmo a meno errori rispetto all'IHA.

In virtù con quanto osservato è possibile affermare che la nuova procedura SARA, adottata per il calcolo dell'asse di rotazione di un corpo intorno ad un altro sembrerebbe essere corretta e dare anche dei fasci d'assi più realistici rispetto al metodo IHA.

4.2 Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

Come già ribadito più volte, per la progettazione futura di un giunto di un'ortesi, in particolare per poter individuare la sua posizione ottimale, è necessario effettuare lo studio della cinematica articolare. Per questo motivo si è deciso di calcolare gli assi di rotazione istantanei e l'asse medio in entrambi gli approcci SARA ed IHA ed effettuare un confronto tra i due, in termini di ripetibilità e accuratezza.

Istante per istante si è valutato il movimento relativo del guscio del piede rispetto alla gamba, attraverso l'utilizzo di apposite routine Matlab riportate in Appendice A ed in [30]. Inoltre, data la quantità di dati ottenuta, per poter estrarre delle informazioni significative, si è deciso di studiare due parametri:

- d_{eff} : scarto quadratico medio effettivo tra gli assi istantanei e l'asse medio;
- X_{eff} : dispersione angolare del fascio d'assi ottenuto.

4.2.1 Calcolo fascio d'assi e asse medio e confronto SARA/IHA tramite i parametri di dispersione (utilizzo sistema di riferimento tecnico della gamba)

Per effettuare un confronto consistente tra i due algoritmi, si è deciso di calcolare gli assi di rotazione ed i relativi assi medi nel sistema di riferimento tecnico della gamba. La scelta effettuata segue la seguente motivazione; ovvero per la costruzione successiva di una futura ortesi, ha senso utilizzare tale sistema di riferimento in quanto il dispositivo ortesico è costituito da due scafi collegati tramite un giunto, quindi è utile analizzare la cinematica ottenuta dal movimento relativo dei due gusci.

Sono stati quindi calcolati gli assi di rotazione e di conseguenza gli assi medi per ogni prova, in entrambi gli algoritmi, ottenendo i relativi parametri di dispersione, introdotti precedentemente. Tali assi sono stati calcolati prendendo un numero intero di ripetizioni della prova in modo da attenuare il più possibile il rumore, questo è stato possibile andando a osservare l'angolo articolare alla caviglia che delimita il movimento di dorsi-plantarflexione del piede. Di seguito le prove sono state raggruppate in base al movimento, ottenendo i parametri di dispersione medi con le relative deviazioni standard.

Prove del cammino

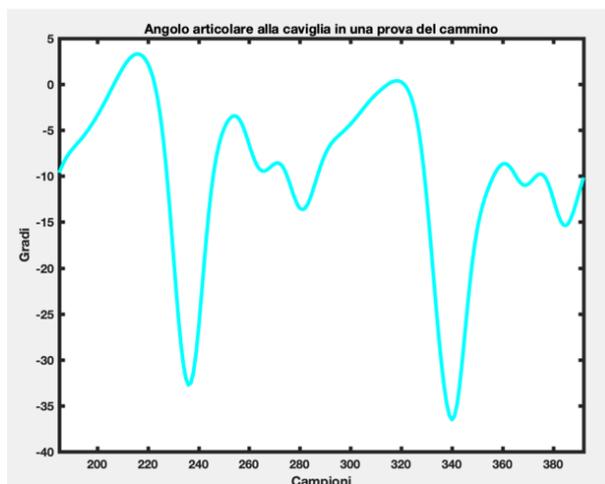


Figura 4.8: angolo articolare della caviglia ottenuto per una generica prova del cammino. E' possibile individuare due cicli del passo.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

Nelle tabelle 4.3 e 4.4 vengono riportate le coordinate dei punti A e B degli assi medi per ogni prova del cammino. Questi, rappresentano l'intersezione dell'asse con due piani sagittali posti a ± 40 mm (A per il piano laterale e B per il piano mediale) dal punto medio dell'asse passante da TMedDis e TMedProx. Sono anche riportati i parametri di dispersione d_{eff} e X_{eff} .

Nel caso dell'algoritmo SARA, gli assi non saranno posti a ± 40 ma un po' più spostati; ciò è dovuto alla procedura con cui viene effettuato il calcolo dell'algoritmo (Vedi appendice A)

SARA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
Cam00	-31,605	46,523	-72,299	2,945	-37,780	-56,786	0,990	2,687
Cam01	-26,242	45,799	-75,654	8,718	-38,304	-58,946	0,986	2,553
Cam02	-24,897	45,782	-76,804	5,450	-38,006	-59,178	1,086	2,645
Cam03	-28,435	46,154	-71,102	6,266	-37,835	-58,785	1,098	2,531
Cam04	-28,104	45,797	-76,592	13,979	-39,004	-57,817	0,994	2,575
Media	-27,857	46,011	-74,490	7,472	-38,186	-58,302	$1,031 \pm 0,056$	$2,598 \pm 0,066$

Tabella 4.3: Punti A e B e parametri di dispersione con media e deviazione standard, algoritmo SARA.

IHA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
Cam00	-7,428	40,000	-61,565	3,150	-40,000	-60,709	25,346	35,867
Cam01	-5,356	40,000	-62,685	7,368	-40,000	-58,147	20,932	35,843
Cam02	-2,421	40,000	-65,050	-0,832	-40,000	-56,546	25,009	35,461
Cam03	-10,571	40,000	-60,148	10,041	-40,000	-55,616	29,575	39,017
Cam04	-12,163	40,000	-70,951	8,717	-40,000	-56,983	19,382	35,556
Media	-7,588	40,000	-64,080	5,689	-40,000	-57,600	$24,049 \pm 3,787$	$36,349 \pm 4,216$

Tabella 4.4: Punti A e B e parametri di dispersione con media e deviazione standard, algoritmo IHA.

Di seguito, viene presentato un esempio di grafici degli assi di rotazione ed i relativi assi medi, di una generica prova del cammino, per entrambi gli algoritmi SARA ed IHA.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

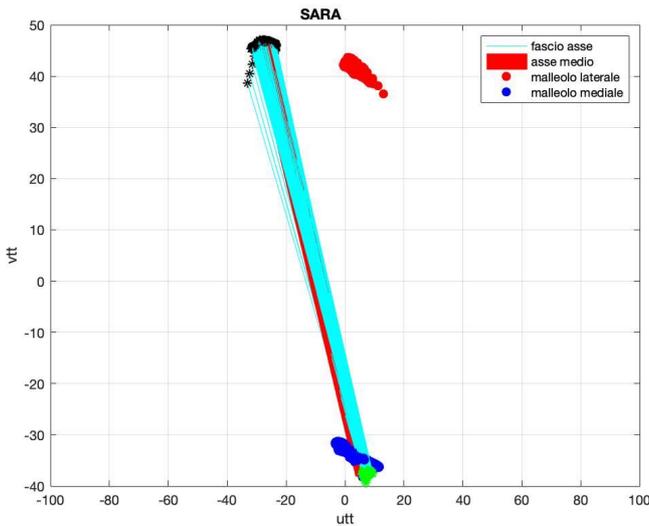


Figura 4.9: Fascio d'assi e asse medio per una generica prova del cammino dell'algorithm SARA, raffigurati nel piano trasversale.

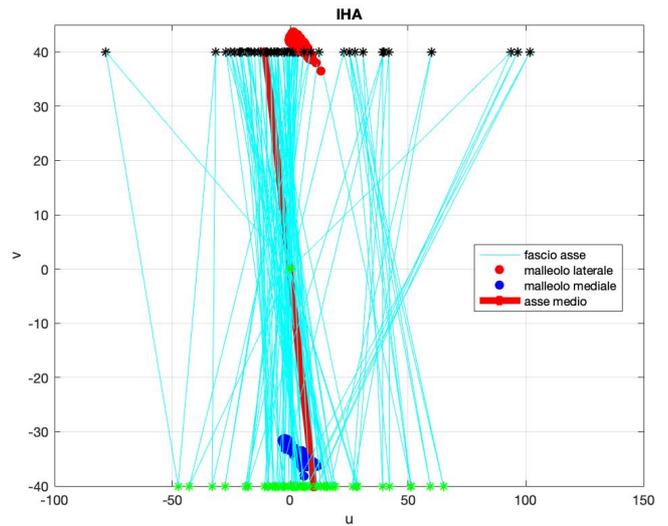


Figura 4.10: Fascio d'assi e asse medio per una generica prova del cammino dell'algorithm IHA, raffigurati nel piano trasversale.

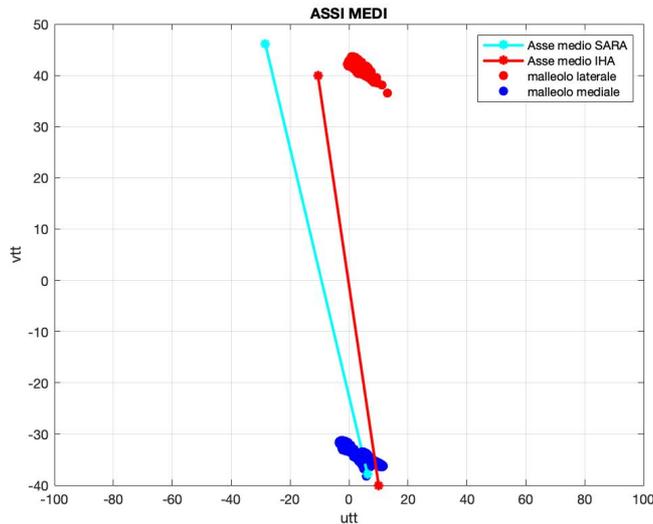


Figura 4.11: Particolare dell'asse medio per una generica prova del cammino dell'algorithm SARA e dell'algorithm IHA, raffigurato nel piano trasverso.

Dai grafici 4.9, 4.10 e 4.11 e dalle tabelle 4.3 e 4.4 sopra rappresentati, si può notare una differenza sostanziale tra i due algoritmi: gli assi SARA rispetto agli assi IHA medialmente, hanno una variabilità molto più concentrata. Lateralmente si ha sempre una certa dispersione che comunque, è sempre minore rispetto agli IHA. È possibile infatti osservare, dalle colonne dei parametri di dispersione lineare e angolare, che questi, nell'algorithm SARA hanno un ordine di grandezza inferiore rispetto ad IHA.

Questo risultato è dovuto alla metodologia di calcolo che c'è dietro l'algorithm SARA. Per come è stato sviluppato l'algorithm: si calcolano gli assi che sono solidali ai due sistemi di riferimento scelti, e quindi i fasci di assi non hanno una variabilità così marcata.

Osservando invece, i rispettivi assi medi, si riscontra che questi, in entrambi gli algoritmi utilizzati risultano essere posizionati in prossimità dei malleoli. Di seguito vengono riportati gli assi medi per ogni prova del cammino plottati nei tre piani: frontale, sagittale, laterale.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

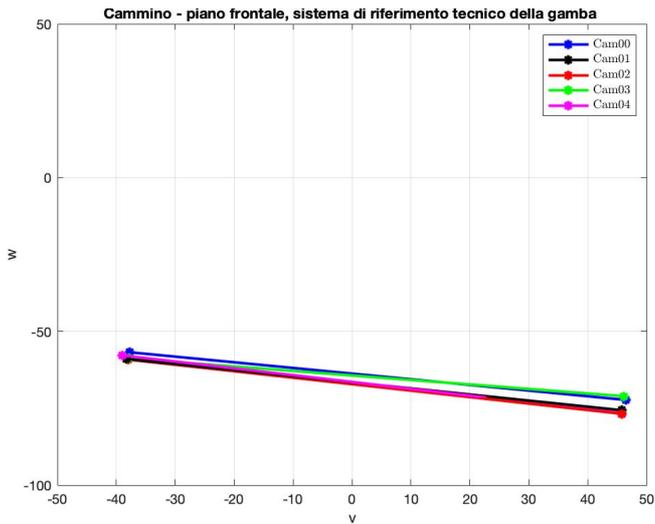


Figura 4.12: Assi medi SARA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano frontale.

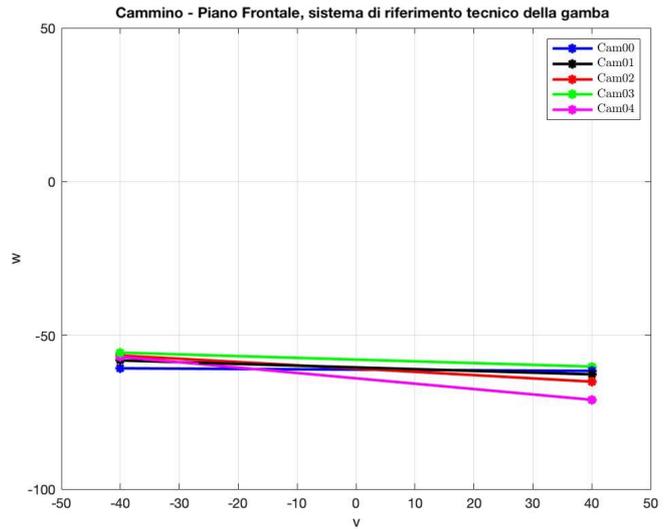


Figura 4.13: Assi medi IHA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano frontale.

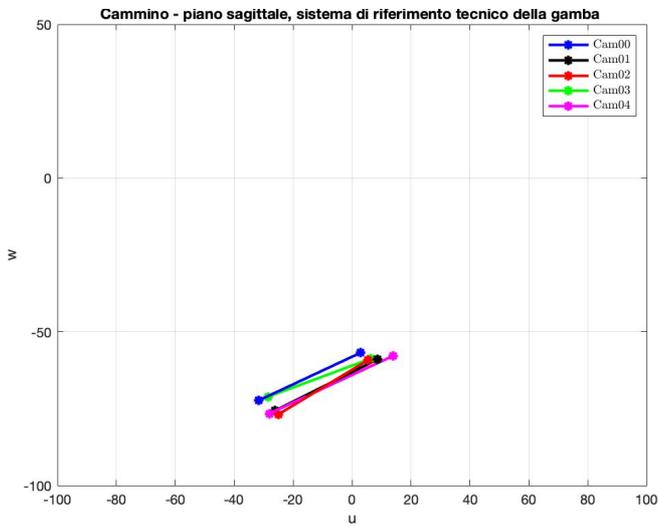


Figura 4.14: Assi medi SARA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano sagittale.

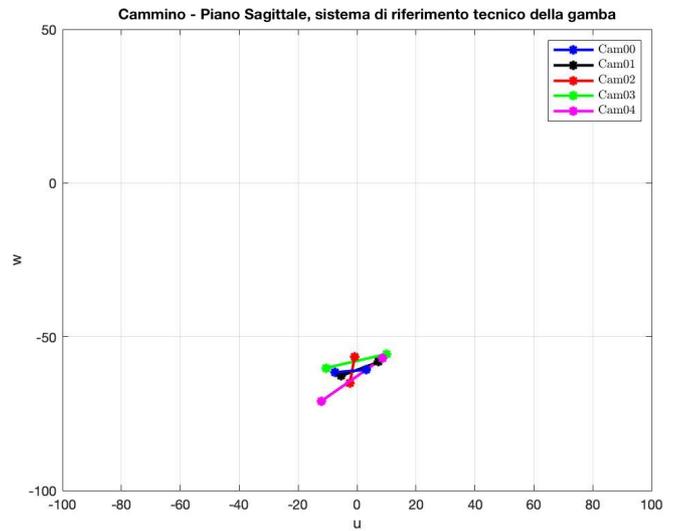


Figura 4.15: Assi medi IHA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano sagittale.

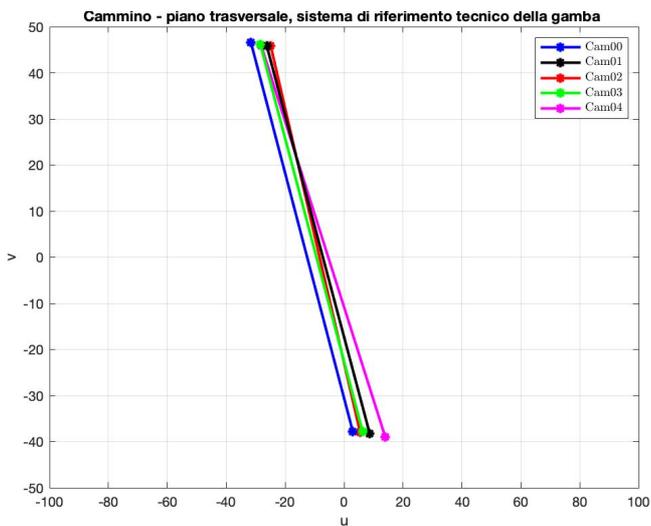


Figura 4.16: Assi medi SARA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano trasversale.

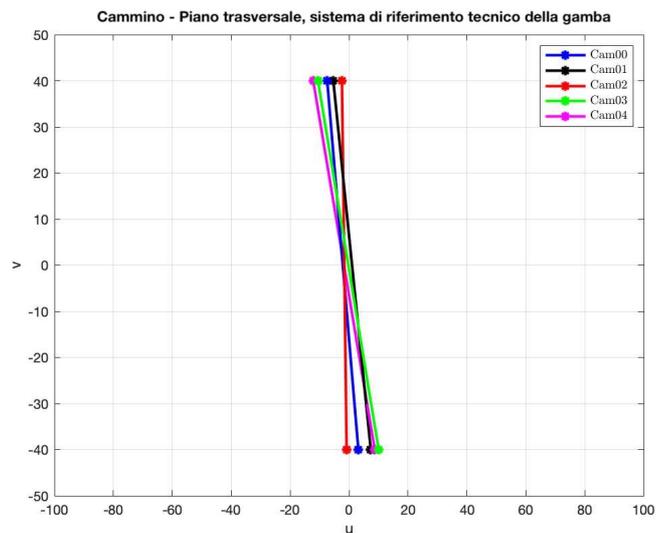


Figura 4.17: Assi medi IHA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano trasversale.

Dalle figure 4.12, ..., 4.17 si nota che gli assi, nelle varie prove del cammino, conservano la stessa altezza sia dal lato mediale che dal lato laterale per entrambi gli algoritmi utilizzati.

Osservando gli assi SARA è possibile notare come essi abbiano grossomodo la stessa pendenza e la stessa direzione per ogni prova del cammino; mentre gli IHA un po' meno anzi, in figura 4.15 è possibile osservare che la prova Cam02 sia al quanto anomala: si ha un'inversione della pendenza dell'asse stesso. Ciò può essere motivato dal fatto che il soggetto, tra le varie ripetizioni, può aver eseguito il movimento con velocità o andatura differente. È comunque difficile trarre delle conclusioni di tipo funzionale, sui dati calcolati con gli IHA, riguardanti la cinematica articolare del soggetto, a causa dell'elevata dispersione dei risultati.

Prove del cammino veloce

Nelle tabelle 4.5 e 4.6 vengono riportate le coordinate dei punti A e B degli assi medi ed i parametri di dispersione lineare ed angolare, per ogni prova del cammino veloce e per entrambi gli algoritmi.

SARA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
Camvel00	-24,588	45,068	-65,925	4,465	-36,772	-55,106	0,936	2,625
Camvel01	-28,585	45,892	-74,855	6,799	-37,755	-58,227	1,137	2,690
Camvel02	-22,116	45,613	-72,191	2,967	-37,567	-60,303	1,162	2,748
Camvel03	-28,241	46,083	-74,989	3,336	-37,354	-59,598	1,123	2,622
Camvel04	-19,999	46,100	-80,240	1,792	-35,895	-65,381	1,612	2,459
Media	-24,706	45,751	-73,640	3,872	-37,068	-59,723	1,194± 0,250	2,629± 0,108

Tabella 4.5: Punti A e B e parametri di dispersione con media e deviazione standard, algoritmo SARA.

IHA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
Camvel00	-7,438	40,000	-65,563	-0,715	-40,000	-59,134	30,346	43,771
Camvel01	-15,249	40,000	-70,965	8,460	-40,000	-56,741	29,637	41,302
Camvel02	-17,894	40,000	-70,024	-2,445	-40,000	-59,120	29,378	41,935
Camvel03	-23,495	40,000	-75,313	5,697	-40,000	-53,563	39,212	41,079
Camvel04	-10,793	40,000	-74,908	14,478	-40,000	-61,698	42,287	42,265
Media	-14,974	40,000	-71,355	5,095	-40,000	-58,051	34,172± 6,112	42,070± 1,063

Tabella 4.6: Punti A e B e parametri di dispersione con media e deviazione standard, algoritmo IHA.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

Dalle tabelle 4.5 e 4.6 è possibile notare ancora una volta, la differenza di un ordine di grandezza nei parametri di dispersione, tra i due approcci utilizzati. Inoltre, i parametri di dispersione lineare e angolare per l'algoritmo IHA, risultano essere maggiori rispetto alle prove del cammino a velocità normale, ciò può essere dovuto all'aumento della velocità che comporta una diminuzione della finezza del passo. Per l'algoritmo SARA invece, i parametri di dispersione lineare e angolare, rimangono inalterati e ciò è dovuto alla matematica che sta dietro questo approccio: per come è costruito matematicamente, si ottengono dei dati sono meno dispersi e variabili (questo è confermato anche dalle prove in vitro, sezione 4.1: prove su valigetta). Dal punto di vista fisiologico è ragionevole, perché la cinematica, indipendentemente da una prova di cammino veloce e/o normale, non dovrebbe cambiare.

Di seguito, vengono riportati un esempio di grafici degli assi di rotazione ed i relativi assi medi, di una generica prova del cammino veloce, per entrambi gli algoritmi SARA ed IHA.

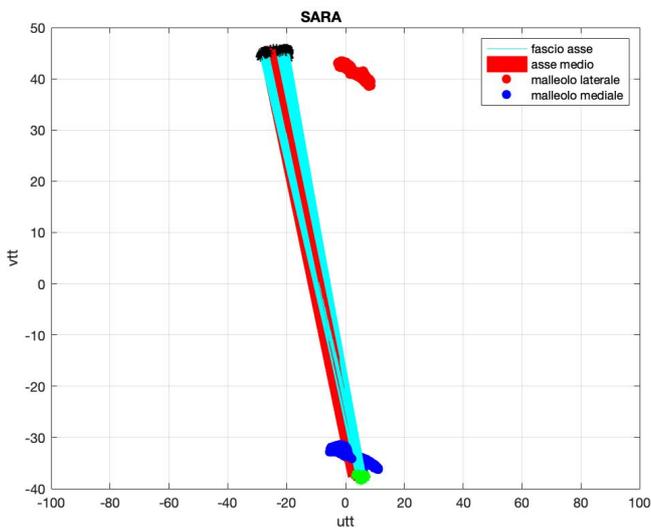


Figura 4.17: Fascio d'assi e asse medio per una generica prova del cammino dell'algoritmo SARA, raffigurati nel piano trasversale.

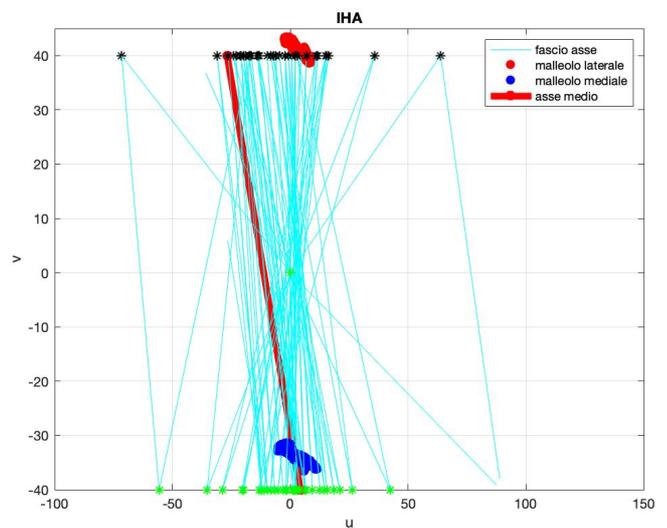


Figura 4.18: Fascio d'assi e asse medio per una generica prova del cammino dell'algoritmo IHA, raffigurati nel piano trasversale.

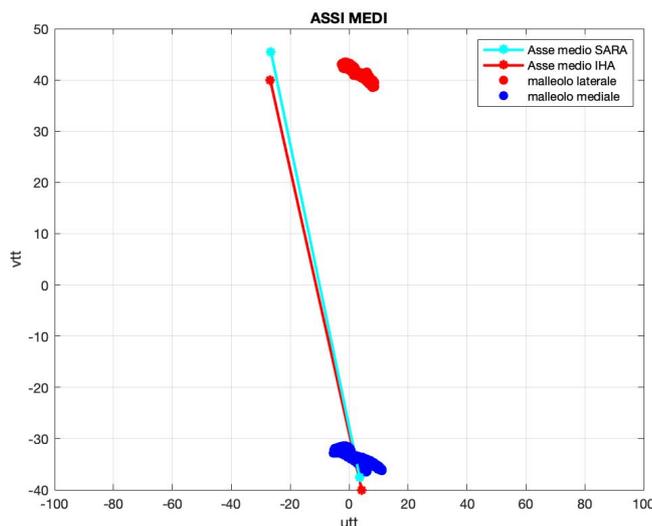


Figura 4.19: Particolare dell'asse medio per una generica prova del cammino dell'algoritmo SARA e dell'algoritmo IHA, raffigurato nel piano trasverso.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

Anche nelle prove del cammino veloce possiamo osservare, dai grafici 4.17, 4.18, 4.9 come gli assi SARA rispetto agli assi IHA hanno una variabilità molto più concentrata medialmente. Lateralmente si ha sempre una certa dispersione che comunque, è sempre minore rispetto agli IHA. Gli assi medi si concentrano sempre nell'intorno dell'asse inter-malleolare.

Di seguito sono riportati gli assi medi per ogni prova del cammino veloce in entrambi gli algoritmi, plottati nei tre piani (frontale, sagittale e trasversale).

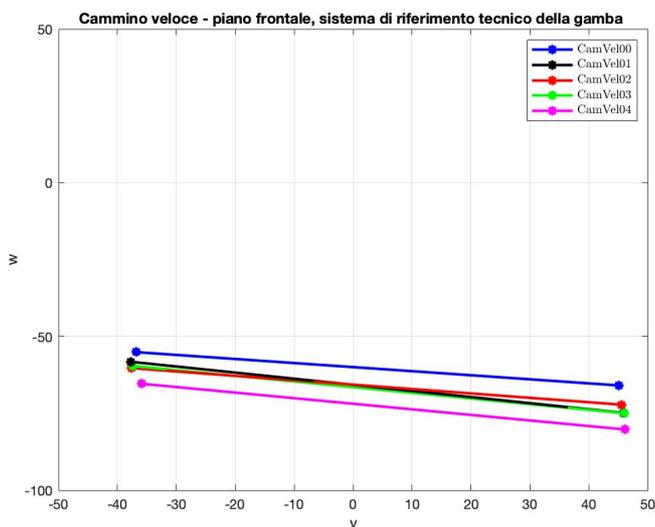


Figura 4.20: Assi medi SARA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano frontale.

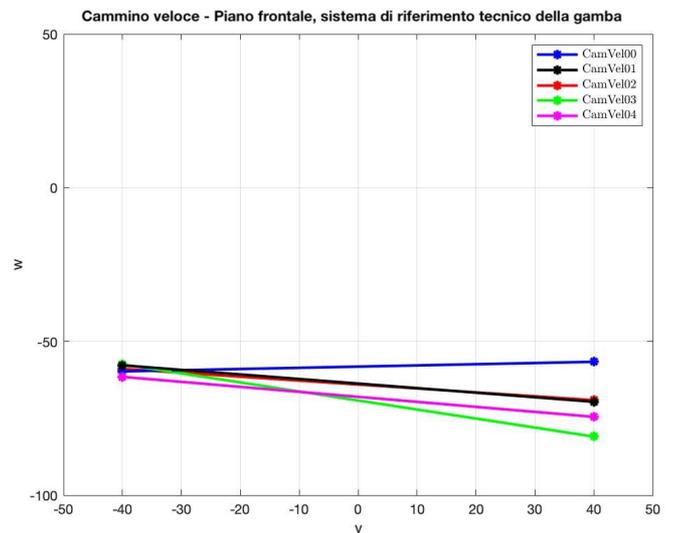


Figura 4.21: Assi medi IHA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano frontale.

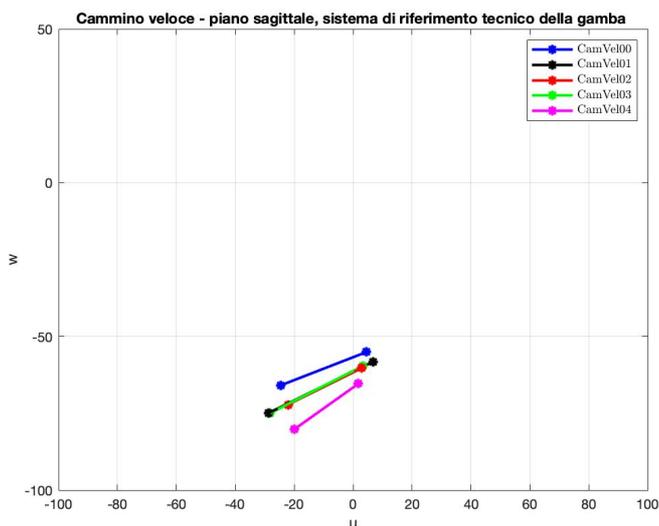


Figura 4.22: Assi medi SARA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano sagittale.

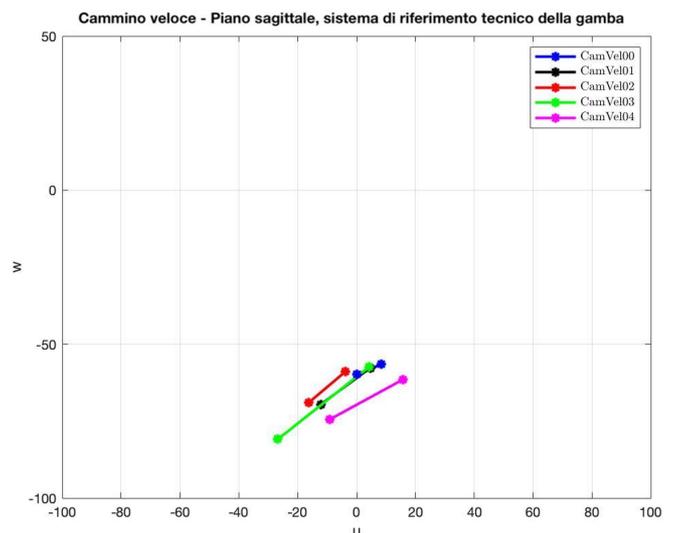


Figura 4.23: Assi medi IHA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano sagittale.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

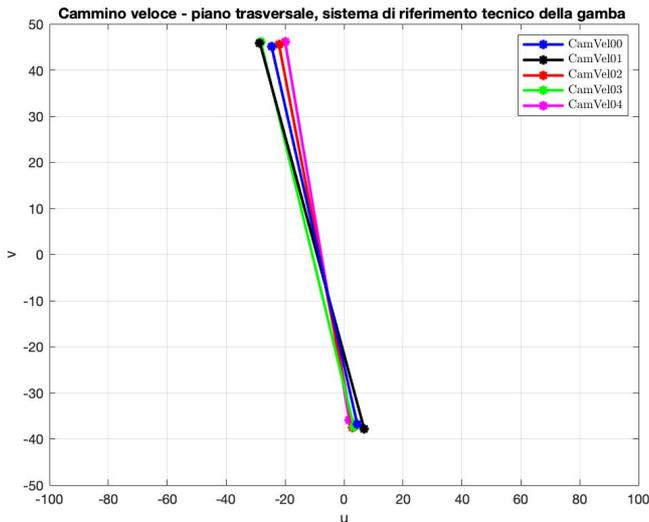


Figura 4.22: Assi medi SARA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano trasversale.

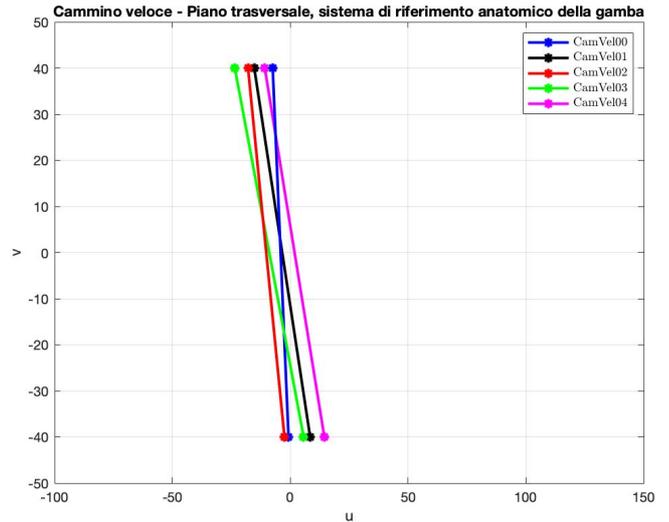


Figura 4.23: Assi medi IHA per ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano trasversale.

Confrontando le prove del cammino veloce con quelle del cammino a velocità ridotta descritte precedentemente, si è constatato che l'andamento degli assi rimane analogo. Si è notata però una maggiore dispersione per quanto riguarda l'altezza dei punti laterali e mediali degli assi SARA e dei punti laterali degli assi IHA, rispetto al sistema di riferimento; infatti, nelle prove del cammino, figura 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 i punti mediali e laterali risultavano più o meno alla stessa quota. Anche nel piano trasversale (figura 4.22, 4.23) gli assi medi assumono un andamento analogo alle prove del cammino (figura 4.16 e 4.17), un po' meno variabili e più concentrati gli assi SARA, rispetto agli assi IHA. Inoltre, sul piano sagittale degli IHA (Figura 4.23) è possibile osservare l'assenza della prova anomala che si era riscontrata sopra (Cam02), evidenziando quindi la ripetibilità dei test.

Prove di dorsi – plantarflexione attiva

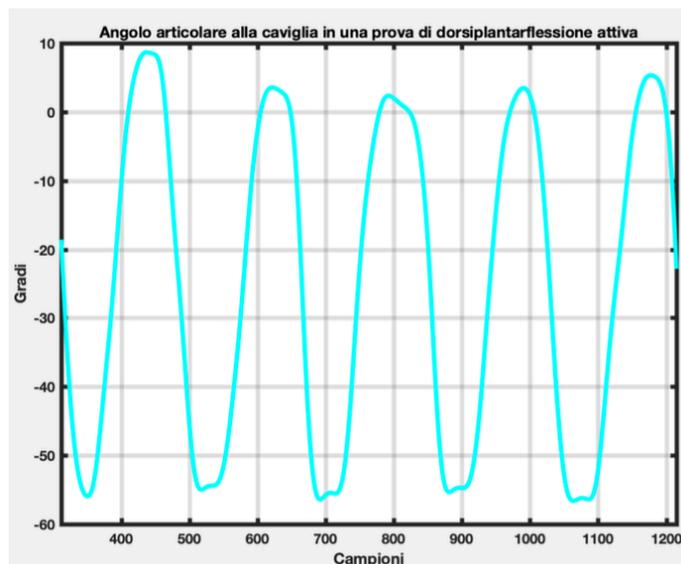


Figura 4.23: Angolo articolare della caviglia ottenuto per una generica prova di dorsi-plantarflexione attiva; è possibile identificare cinque ripetizioni.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

SARA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
DPF attiva	-14,01	44,78	-64,95	-5,131	-36,18	-53,85	0,84	1,7

Tabella 4.7: Punti A e B e parametri di dispersione con media e deviazione standard, algoritmo SARA.

IHA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
DPF attiva	-8,306	40	-64,4	-2,629	-40	-53,54	15,9	22

Tabella 4.8: Punti A e B e parametri di dispersione con media e deviazione standard, algoritmo IHA.

Così come nelle prove del cammino e del cammino veloce, anche per le prove di dorsiplantarflessione attiva possiamo notare come si ripresenti la differenza sostanziale sull'ordine di grandezza dei parametri di dispersione, tra i due approcci analizzati. Inoltre, i parametri di dispersione, in entrambi gli algoritmi, risultano avere dei valori più bassi (vedi tabella 4.7 e 4.8) rispetto alle prove del cammino e del cammino veloce (tabelle 4.3, 4.4, 4.5, 4.6). Risultato plausibile in quanto la deambulazione è un movimento più dinamico rispetto ad una dorsiplantarflessione attiva. È possibile notare che, conformemente a ciò che si aspettava, gli assi sono concentrati principalmente nell'intorno dell'asse inter-malleolare.

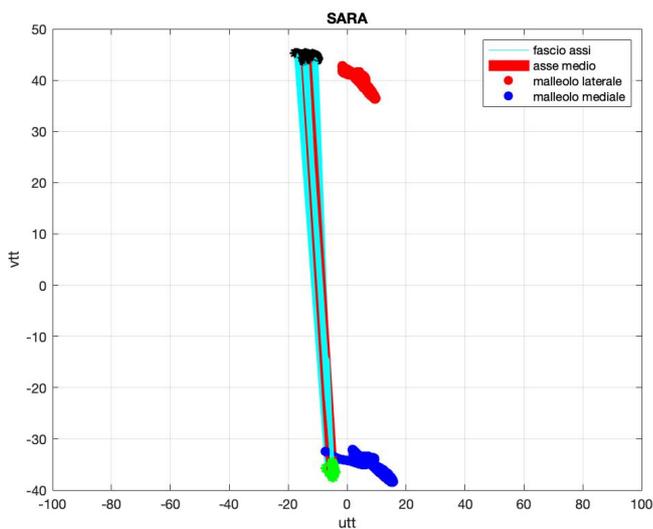


Figura 4.24: Fascio d'assi e asse medio per una generica prova di dorsiplantarflessione dell'algoritmo SARA, raffigurati nel piano trasversale.

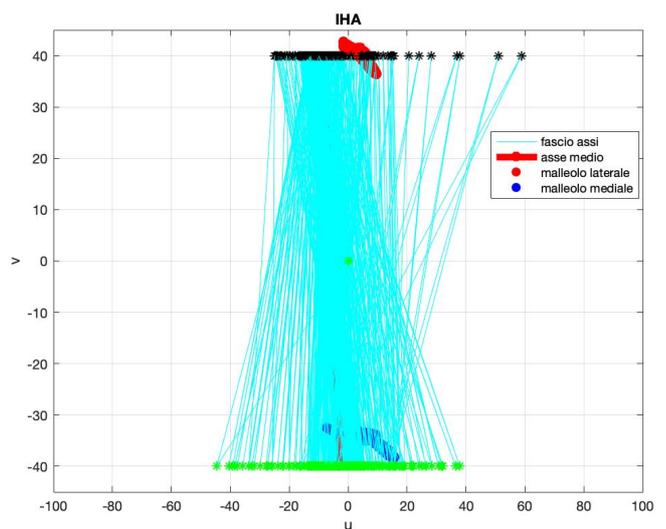


Figura 4.25: Fascio d'assi e asse medio per una generica prova di dorsiplantarflessione dell'algoritmo IHA, raffigurati nel piano trasversale.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

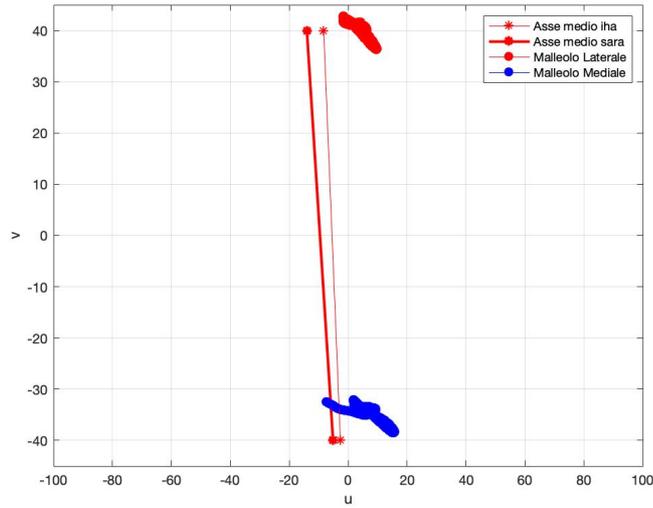


Figura 4.26: Particolare dell'asse medio per una generica prova di dorsiflessione dell'algoritmo SARA e dell'algoritmo IHA, raffigurato nel piano trasverso.

Di seguito sono riportati gli assi medi per la prova di dorsiflessione attiva effettuata dal soggetto 2 plottati nei tre piani (frontale, sagittale e trasversale).

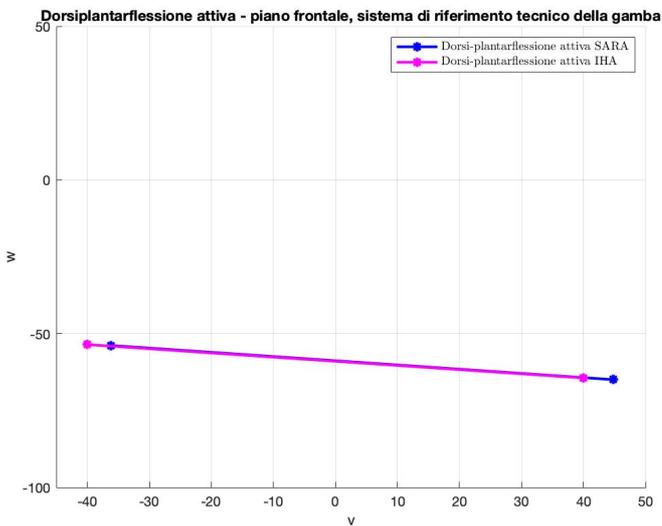


Figura 4.27: Assi medi SARA ed IHA per la prova di dorsiflessione attiva, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano frontale.

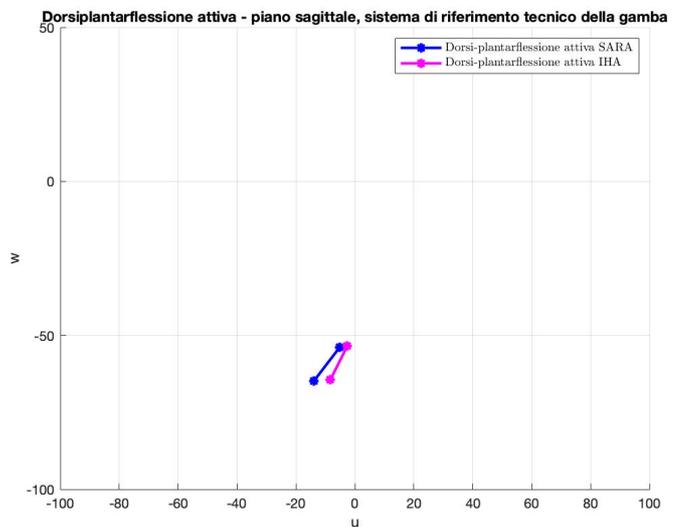


Figura 4.28: Assi medi SARA ed IHA per la prova di dorsiflessione attiva, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano sagittale.

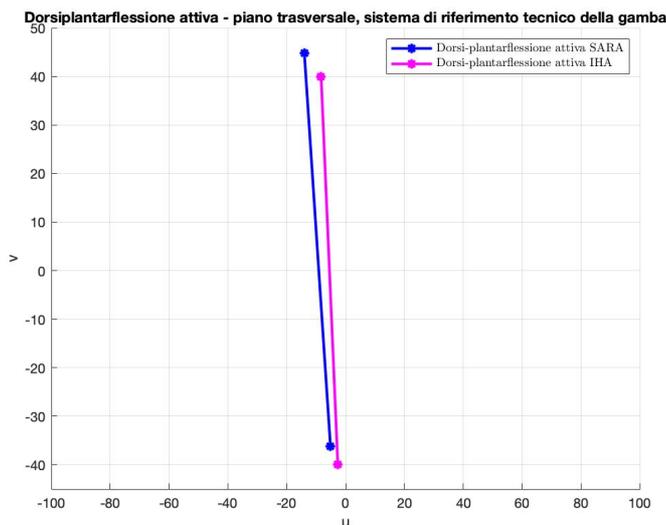


Figura 4.29: Assi medi SARA ed IHA per la prova di dorsiplantarflessione attiva, plottati nel sistema di riferimento tecnico della gamba nel piano trasversale.

Dalle figure 4.27, 4.28 e 4.29 è possibile osservare come, sia le pendenze sia le direzioni degli assi medi, per entrambi gli algoritmi utilizzati, siano molto simili su tutti e tre i piani anzi, nel piano trasversale sono sostanzialmente coincidenti. Questo risultato è molto simile al risultato ottenuto sulle prove con cerniera fissa (sezione 4.1: prove su valigetta). Questo non è possibile affermarlo per le prove del cammino. Infatti, essendo il cammino un processo dinamico, questo può aver alterato maggiormente la configurazione di marker, sui cluster rigidi.

4.2.2 Calcolo fascio d'assi e asse medio e confronto SARA/IHA tramite i parametri di dispersione (utilizzo sistema di riferimento anatomico della gamba)

Per una migliore visualizzazione dei dati si è deciso di plottare gli assi medi delle varie prove, calcolati nel sistema di riferimento tecnico della gamba, nel sistema di riferimento anatomico della stessa (ciò è stato ottenuto moltiplicando i dati ottenuti nel primo sistema di riferimento per un'opportuna matrice di trasformazione), al fine di ottenere dati più facilmente interpretabili. Infatti, si è deciso di valutare la posizione di questi assi, rispetto ai malleoli. Questo è stato fatto per due ragioni:

- Per effettuare un ulteriore confronto tra i due algoritmi;
- Per trovare delle prove significative per la costruzione di un ipotetico giunto. Infatti, è più rappresentativo calcolare la posizione ed i parametri di dispersione di questi assi rispetto ai malleoli, perché essi, essendo dei punti di repere anatomici ben visibili, è possibile individuarli, con molto facilità, su ogni paziente.

Per queste ragioni si è deciso di calcolare gli assi medi SARA ed IHA, per ogni prova effettuata dal soggetto. Inoltre, per identificare una geometria concorde, per un'ipotetica ortesi, con i dati ottenuti, si è deciso di rappresentare i punti di intersezione tra gli assi calcolati per ogni ciclo di ogni prova con i piani posti a ± 40 mm dall'asse inter - malleolare. Questa distanza è stata scelta perché sembrerebbe una distanza ragionevole, per un successivo posizionamento del giunto rispetto al guscio

della gamba: la distanza calcolata tra il malleolo mediale e il malleolo laterale è di 6 cm quindi si è deciso di lasciare 1 cm a lato di scarto tra i malleoli e l'ortesi.

Prove del cammino

Il calcolo del fascio d'assi e degli assi medi dell'algoritmo SARA ed IHA e dei relativi parametri di dispersione è stato ripetuto nel sistema di riferimento anatomico della gamba, con lo scopo di stimare eventuali differenze con quanto determinato nel corrispondente sistema di riferimento tecnico.

SARA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
Cam00	-36,088	43,436	-21,533	-3,884	-40,660	-0,744	2,585	3,184
Cam01	-29,759	42,092	-24,350	3,141	-41,651	-2,456	2,267	2,896
Cam02	-28,360	42,726	-26,163	-0,426	-40,726	-3,633	2,307	3,075
Cam03	-32,356	43,177	-22,072	-0,260	-40,705	-3,530	2,791	2,915
Cam04	-30,50	40,70	-23,54	7,46	-40,00	-2,59	2,65	3,10
Media	-31,413	42,426	-23,531	1,205	-40,748	-2,590	$2,521 \pm 0,226$	$3,035 \pm 0,125$

Tabella 4.9: Punti A e B e parametri di dispersione con media e deviazione standard, algoritmo SARA.

IHA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
Cam00	-8,240	40,000	-14,081	3,097	-40,000	-18,315	18,340	38,210
Cam01	-9,096	40,000	-17,097	3,688	-40,000	-13,247	19,780	38,378
Cam02	-7,539	40,000	-15,974	-7,416	-40,000	-15,706	19,301	38,271
Cam03	-12,070	40,000	-14,203	8,166	-40,000	-9,765	23,469	39,583
Cam04	-8,973	40,000	-17,042	10,063	-40,000	-4,912	13,967	37,556
Media	-9,184	40,000	-15,680	3,520	-40,000	-12,389	$18,972 \pm 3,407$	$38,399 \pm 0,736$

Tabella 4.10: Punti A e B e parametri di dispersione con media e deviazione standard, algoritmo IHA.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

Osservazioni:

- Differenza di un ordine di grandezza tra d_{eff} e X_{eff} nei due algoritmi, nel sistema di riferimento anatomico della gamba (tabelle 4.10 e 4.11);
- SARA: andando a confrontare i parametri di dispersione angolare e di posizione, con quelli nel sistema di riferimento tecnico (tabella 4.3) si nota che nel sistema di riferimento anatomico, assumano dei valori più alti. Ciò può essere dovuto all'implementazione dell'algoritmo: nel nuovo metodo SARA, gli assi vengono calcolati nel sistema di riferimento tecnico della gamba e successivamente trasformati, attraverso un'opportuna matrice di trasformazione, nel sistema di riferimento anatomico della gamba.

	SARA s.d.r. tecnico	SARA s.d.r. anatomico
d_{eff} medio	1,031	2,521
X_{eff} medio	2,598	3,035

Tabella 4.11: d_{eff} e X_{eff} nei due sistemi di riferimento, tecnico ed anatomico, dell'algoritmo SARA.

- IHA: il calcolo degli assi viene effettuato, a priori, nel sistema di riferimento anatomico della gamba. Infatti, i valori riportati in tabella 4.9 e in tabella 4.4 (sistema di riferimento tecnico della gamba) rimangono dello stesso ordine di grandezza ma è possibile notare che il fascio di IHA calcolato nel sistema di riferimento tecnico è, rispetto a quello determinato nel corrispondente sistema di riferimento anatomico, più disperso in termini di posizione.

	IHA s.d.r. tecnico	IHA s.d.r. anatomico
d_{eff} medio	24,049	18,972
X_{eff} medio	36,349	38,399

Tabella 4.12: d_{eff} e X_{eff} nei due sistemi di riferimento, tecnico ed anatomico, dell'algoritmo IHA.

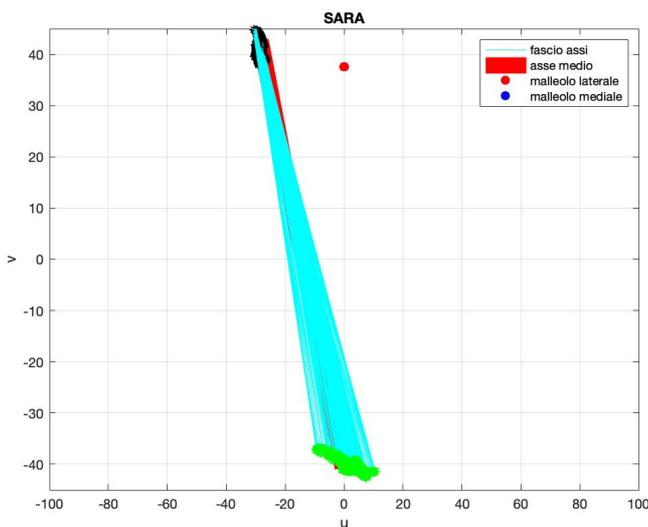


Figura 4.30: Fascio d'assi e asse medio per una generica prova del cammino dell'algoritmo SARA, raffigurati nel piano trasversale, nel sistema di riferimento anatomico della gamba.

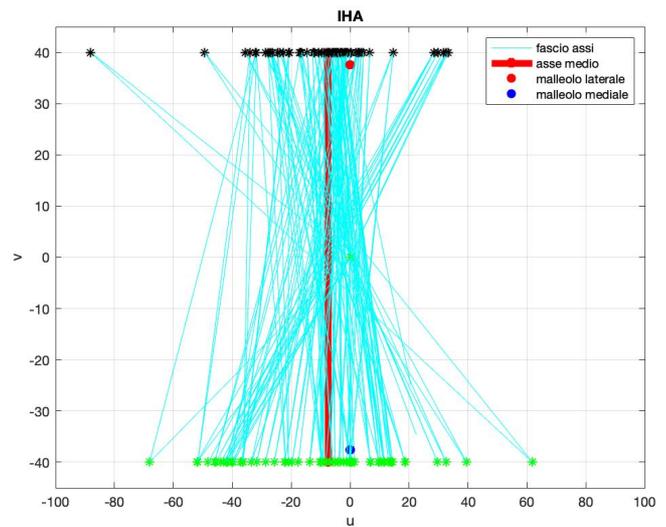


Figura 4.31: Fascio d'assi e asse medio per una generica prova del cammino dell'algoritmo IHA, raffigurati nel piano trasversale, nel sistema di riferimento anatomico della gamba.

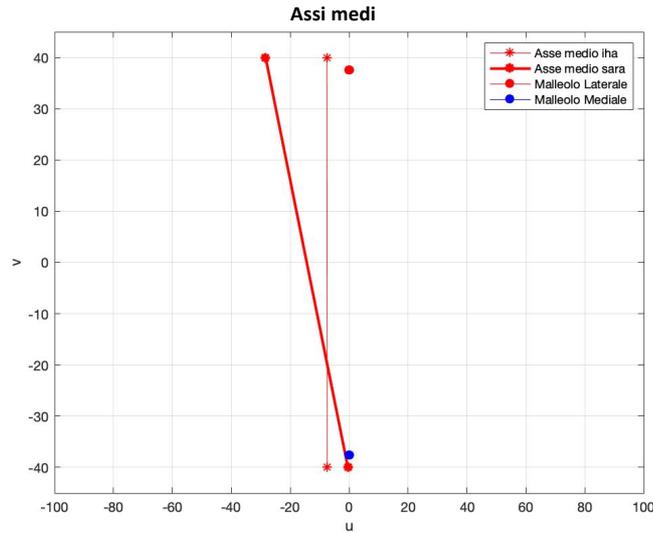


Figura 4.32: Particolare dell'asse medio per una generica prova di dorsiflessione dell' algoritmo SARA e dell' algoritmo IHA, raffigurato nel piano trasverso.

Dai grafici 4.30, 4.31, si può notare come, anche nel caso del sistema di riferimento tecnico, una differenza sostanziale tra i due algoritmi: gli assi SARA rispetto agli assi IHA medialmente, hanno una variabilità molto più concentrata. Lateralmente si ha sempre una certa dispersione che comunque, è sempre minore rispetto agli IHA.

Osservando invece, i rispettivi assi medi, si riscontra che questi, in entrambi gli algoritmi utilizzati risultano essere posizionati in prossimità dei malleoli. Gli assi IHA hanno un offset minore sia lateralmente che medialmente, rispetto ai malleoli. Gli assi SARA hanno un offset di circa 30 mm lateralmente nel piano trasversale.

Di seguito sono riportati gli assi medi per ogni prova del cammino, per entrambi gli algoritmi plottati nei due piani (frontale, trasversale)

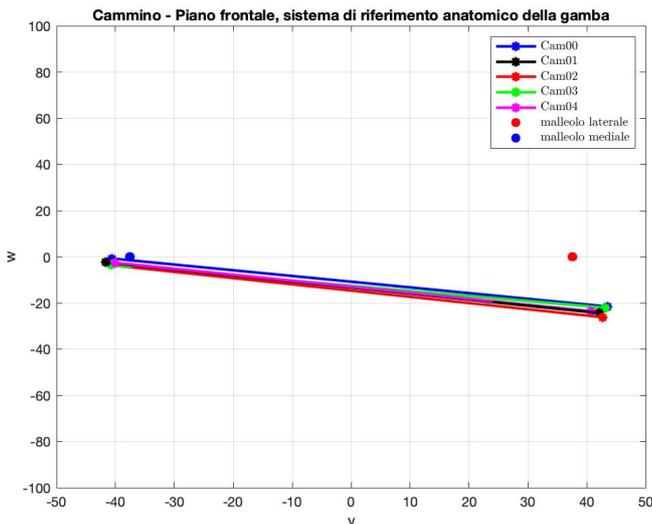


Figura 4.33: Assi medi SARA per le prove del cammino, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

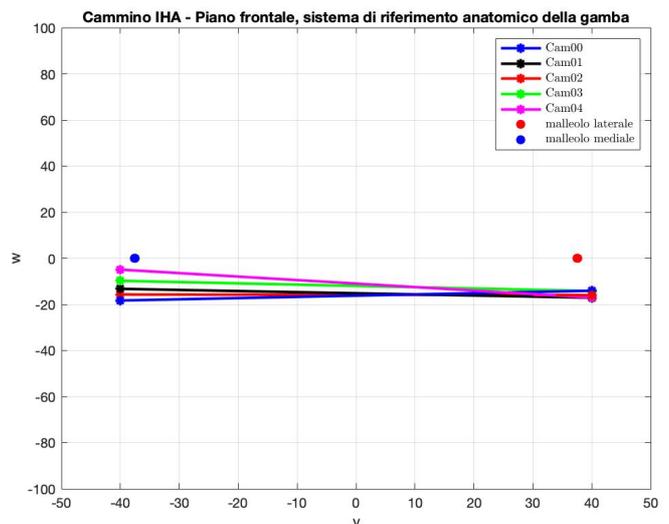


Figura 4.34: Assi medi IHA per le prove del cammino, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

In direzione longitudinale, per le varie prove del cammino, in entrambi gli algoritmi, si nota che entrambi gli assi medi IHA e SARA hanno coordinata w negativa, sia lateralmente sia medialmente, con l'eccezione che i punti medialiali degli IHA hanno una dispersione di posizione maggiore rispetto a SARA. L'orientamento degli assi SARA, nelle varie prove del cammino, risulta ben definito, a differenza degli assi ottenuti con gli IHA.

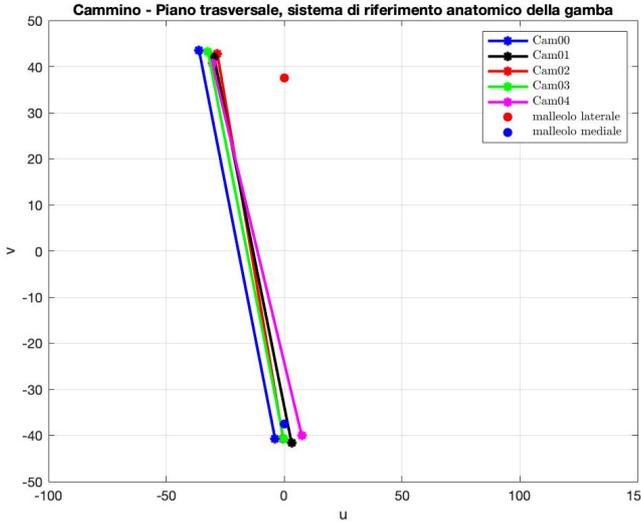


Figura 4.34: Assi medi SARA per le prove del cammino, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano trasversale.

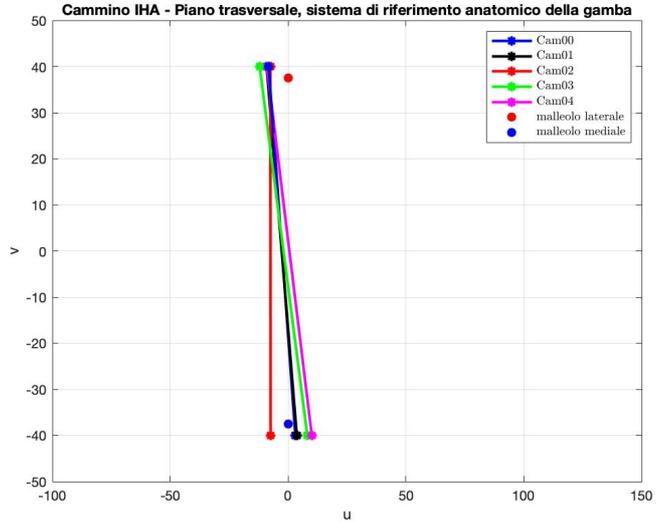


Figura 4.35: Assi medi IHA per le prove del cammino, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano trasversale.

Nel piano trasversale è possibile osservare che rispetto alla linea inter-malleolare, tutti i punti laterali degli assi IHA sono posti posteriormente rispetto al malleolo e tutti i punti medialiali, ad eccezione del secondo ciclo del “cammino02”, sono posizionati anteriormente rispetto a questo stesso. Gli assi SARA invece, in tutte le prove del cammino si posizionano in una regione ben definita: tutti i punti medialiali degli assi si trovano nell'intorno del malleolo mediale, mentre i punti laterali, si trovano a circa 30 mm, distanti da questo stesso, sia nel piano trasversale sia nel piano longitudinale.

Prove del cammino veloce

SARA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
CamVel00	-22,065	38,618	-18,098	7,443	-42,018	-1,185	1,882	3,086
CamVel01	-30,770	42,412	-25,981	2,589	-40,944	-4,433	2,503	2,975
CamVel02	-26,960	42,684	-21,540	-2,511	-39,920	-5,163	2,448	2,921
CamVel03	-27,314	41,481	-19,439	1,419	-41,038	-1,270	2,124	2,848
CamVel04	-14,994	39,674	-33,985	3,279	-41,640	-14,393	2,753	2,873
Media	-24,421	40,974	-23,809	2,444	-41,112	-5,289	$2,342 \pm 0,341$	$2,941 \pm 0,095$

Tabella 4.13: Punti A e B e parametri di dispersione con media e deviazione standard, algoritmo SARA.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

IHA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
CamVel100	-4,418	40,000	-14,662	9,071	-40,000	-4,330	29,028	45,305
CamVel01	-12,809	40,000	-22,884	14,257	-40,000	3,158	20,688	42,096
CamVel02	-15,086	40,000	-29,384	14,627	-40,000	-3,902	21,910	42,574
CamVel03	-22,702	40,000	-31,774	24,502	-40,000	8,267	20,842	41,485
CamVel04	-8,670	40,000	-30,817	21,582	-40,000	-13,302	33,533	42,876
Media	-12,737	40,000	-25,904	16,808	-40,000	-2,022	25,200± 5,794	42,867± 1,461

Tabella 4.14: Punti A e B e parametri di dispersione con media e deviazione standard, algoritmo IHA.

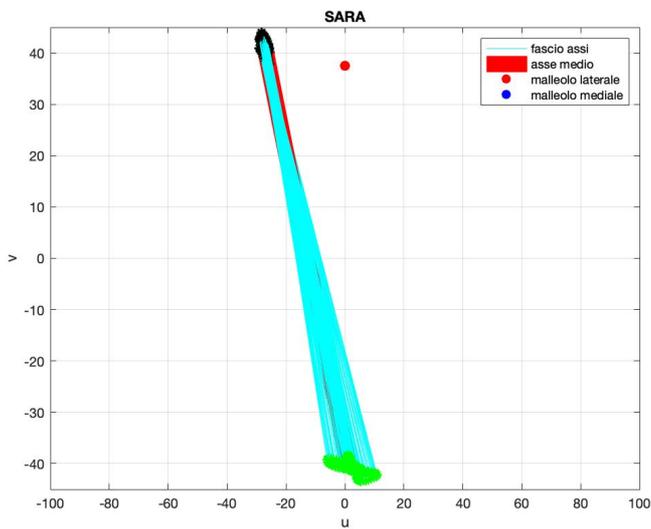


Figura 4.36: Fascio d'assi e asse medio per una generica prova del cammino veloce dell'algoritmo SARA, raffigurati nel piano trasversale, nel sistema di riferimento anatomico della gamba.

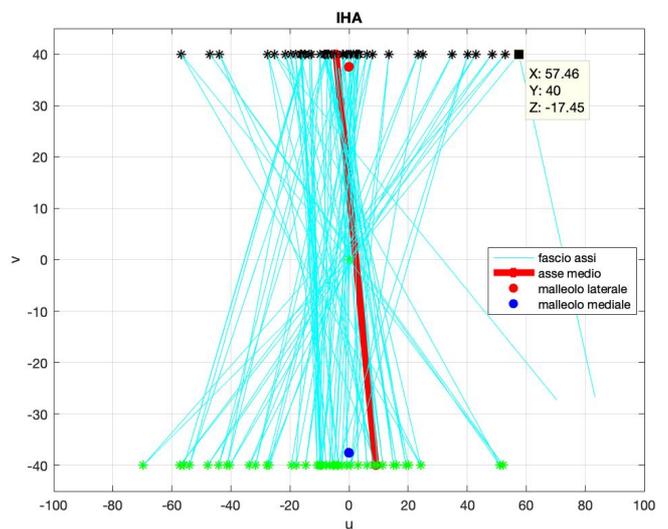


Figura 4.37: Fascio d'assi e asse medio per una generica prova del cammino veloce dell'algoritmo IHA, raffigurati nel piano trasversale, nel sistema di riferimento anatomico della gamba.

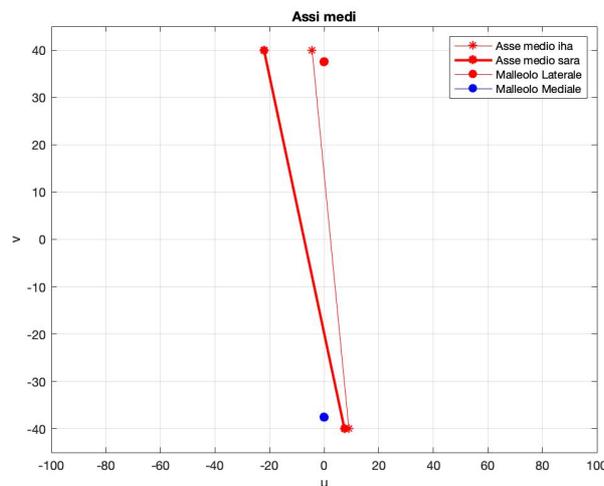


Figura 4.38: Particolare dell'asse medio per una generica prova del cammino veloce dell'algoritmo SARA e dell'algoritmo IHA, raffigurato nel piano trasversale, nel sistema di riferimento anatomico della gamba.

Anche nelle prove del cammino veloce, è possibile effettuare le stesse considerazioni descritte per le prove del cammino:

- Differenza di un ordine di grandezza tra d_{eff} e X_{eff} nei due algoritmi, nel sistema di riferimento anatomico della gamba (tabelle 4.10 e 4.11);
- Leggero aumento di d_{eff} e X_{eff} , nell'algoritmo SARA, nel sistema di riferimento anatomico della gamba, rispetto al sistema di riferimento tecnico (dovuto, forse, all'implementazione dell'algoritmo);

	SARA s.d.r. tecnico	SARA s.d.r. anatomico
d_{eff} medio	1,194	2,342
X_{eff} medio	2,629	2,941

Tabella 4.15: d_{eff} e X_{eff} nei due sistemi di riferimento, tecnico ed anatomico, dell'algoritmo SARA.

- Il fascio d'assi IHA calcolato nel sistema di riferimento tecnico è, rispetto a quello determinato nel corrispondente sistema di riferimento anatomico, più disperso in termini di posizione.

	IHA s.d.r. tecnico	IHA s.d.r. anatomico
d_{eff} medio	34,172	25,2
X_{eff} medio	42,070	42,867

Tabella 4.16: d_{eff} e X_{eff} nei due sistemi di riferimento, tecnico ed anatomico, dell'algoritmo IHA.

- Confrontando le prove del cammino con quelle del cammino veloce, i parametri di dispersione di posizione e angolare, per l'algoritmo SARA, rimangono quasi simili. Mentre nel caso degli IHA, notiamo un aumento di d_{eff} e X_{eff} nelle prove del cammino veloce.

	SARA, cammino	SARA, cammino veloce	IHA, cammino	IHA, cammino veloce
d_{eff} medio	2,521	2,342	18,972	25,200
X_{eff} medio	3,035	2,941	38,399	42,867

Tabella 4.17: d_{eff} e X_{eff} nei due sistemi di riferimento, tecnico ed anatomico, per le prove del cammino e del cammino veloce per l'algoritmo IHA e SARA.

Per quanto riguarda i grafici 4.36 e 4.37, come si è sempre riscontrato, il fascio d'assi SARA risulta molto più concentrato in una determinata regione dello spazio, vicino all'asse inter-malleolare, a differenza del fascio d'assi IHA che risulta assai disperso in termini di posizione e orientamento.

Di seguito, sono riportati gli assi medi per ogni prova del cammino veloce, per entrambi gli algoritmi plottati nei due piani (frontale, trasversale)

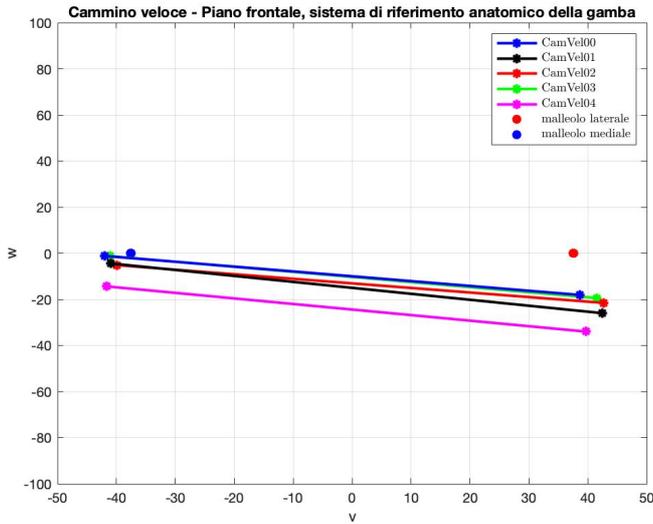


Figura 4.36: Assi medi SARA per ciascuna prova del cammino veloce, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

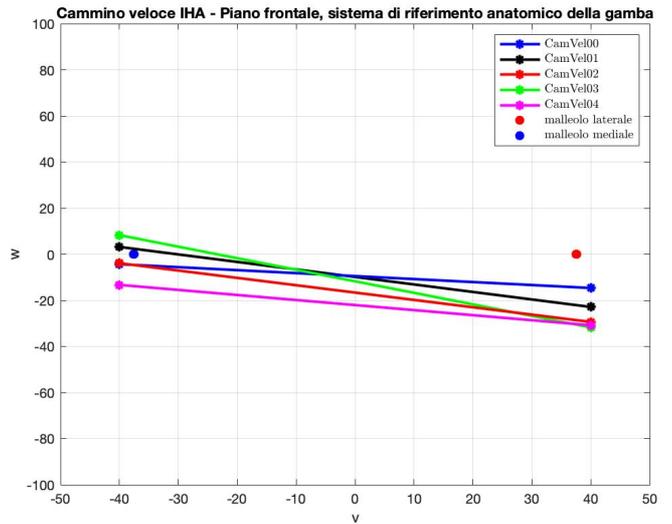


Figura 4.37: Assi medi IHA per ciascuna prova del cammino veloce, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

Esaminando i risultati ottenuti dalle prove del cammino veloce, si deduce che le estremità mediali B del set di assi IHA si posizionano a w negative (fatta eccezione per il primo ciclo “CamVel00” e per il terzo ciclo “Camvel03”) e quindi più in basso e in direzione anteriore rispetto al malleolo. Gli assi medi SARA invece, si posizionano tutti a w negative e sono meno dispersi rispetto agli IHA, fatta eccezione per il “CamVel04” che è posizionato più in basso rispetto alle altre prove. Invece le estremità laterali sia per SARA sia per IHA giacciono nel semiasse negativo delle w negative, vale a dire indietro e più in basso rispetto al malleolo laterale.

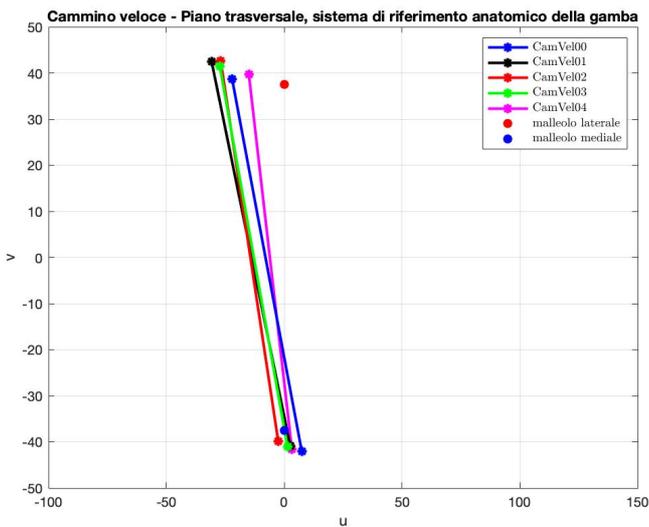


Figura 4.38: Assi medi SARA per ciascuna prova del cammino veloce, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano trasversale.

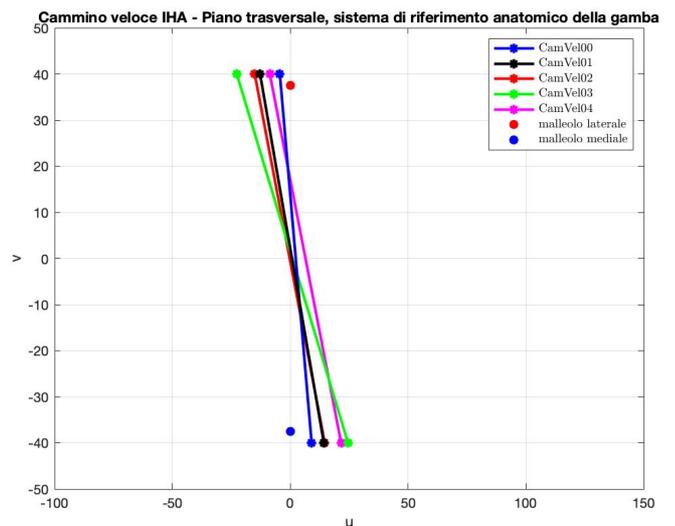


Figura 4.39: Assi medi IHA per ciascuna prova del cammino veloce, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano trasversale.

Sul piano trasversale notiamo come, l'orientamento degli assi SARA sia simile in tutte cinque le prove e che gli assi si posizionino sempre nell'intorno del malleolo mediale, e con un offset di 30 mm nel malleolo laterale. Offset visibile anche sul piano longitudinale.

Gli IHA, nelle varie prove del cammino veloce assumono invece, una pendenza diversa, ed hanno un offset sia laterale che mediale di circa 30mm sia nel piano longitudinale sia in quello trasversale.

Prove di dorsi - plantarflessione attiva

SARA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
DPF-attiva	-17,050	41,612	-12,599	-11,093	-39,186	1,252	2,533	2,583

Tabella 4.18: Punti A e B e parametri di dispersione, algoritmo SARA.

IHA	Autt	Avtt	Awtt	Butt	Bvtt	Bwtt	d_{eff} [mm]	X_{eff} [deg]
DPF-attiva	-8,039	40,000	-13,990	-6,164	-40,000	1,437	11,785	23,596

Tabella 4.19: Punti A e B e parametri di dispersione, algoritmo IHA.

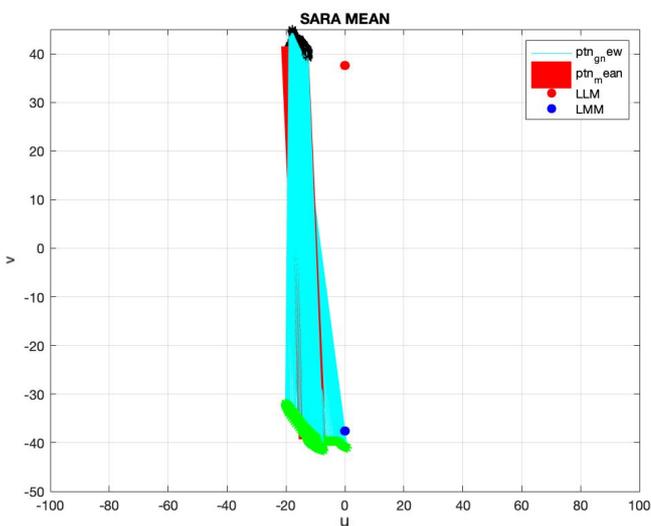


Figura 4.40: Fascio d'assi e asse medio per la prova di dorsiplantarflessione attiva dell'algoritmo SARA, raffigurati nel piano trasversale, nel sistema di riferimento anatomico della gamba.

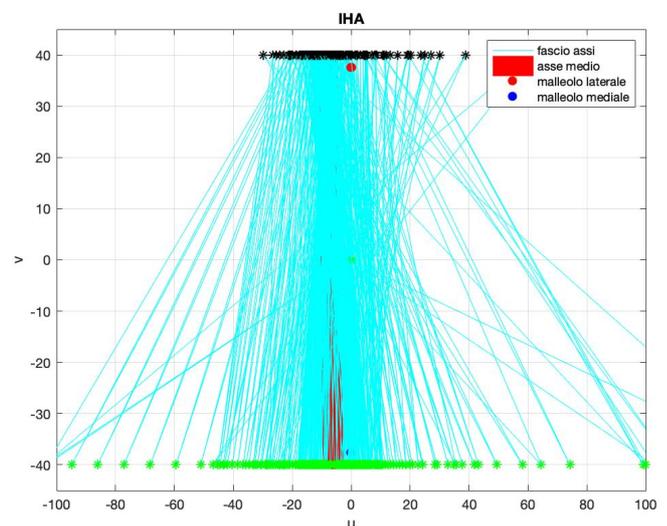


Figura 4.41: Fascio d'assi e asse medio per la prova di dorsiplantarflessione attiva dell'algoritmo IHA, raffigurati nel piano trasversale, nel sistema di riferimento anatomico della gamba.

Nelle prove di dorsiplantarflessione attiva, come anche nelle prove del cammino, è possibile osservare la differenza di un ordine di grandezza nei parametri di dispersione di posizione e angolare tra i due algoritmi.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

Andando ad effettuare il confronto con il sistema di riferimento tecnico della gamba, i parametri di dispersione, nel sistema di riferimento anatomico della gamba, risultano molto più elevati, rispetto al sistema di riferimento tecnico, per l’algoritmo SARA. Mentre per gli assi IHA è il contrario.

	SARA, DPF- attiva S.d.r anatomico	SARA, DPF-attiva S.d.r tecnico
d_{eff} medio	2,533	0,84
X_{eff} medio	2,583	1,7

	IHA, DPF- attiva S.d.r anatomico	IHA, DPF-attiva S.d.r tecnico
d_{eff} medio	11,785	15,9
X_{eff} medio	23,596	22,446

Tabella 4.20: d_{eff} e X_{eff} nei due sistemi di riferimento, tecnico ed anatomico, per la prova di dorsiplantarflessione attiva per l’algoritmo IHA e SARA.

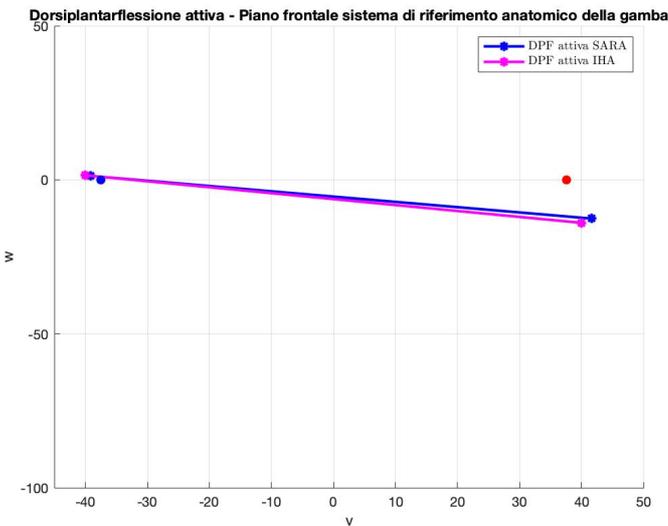


Figura 4.42: Assi medi SARA ed IHA per la prova di dorsiplantarflessione attiva, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

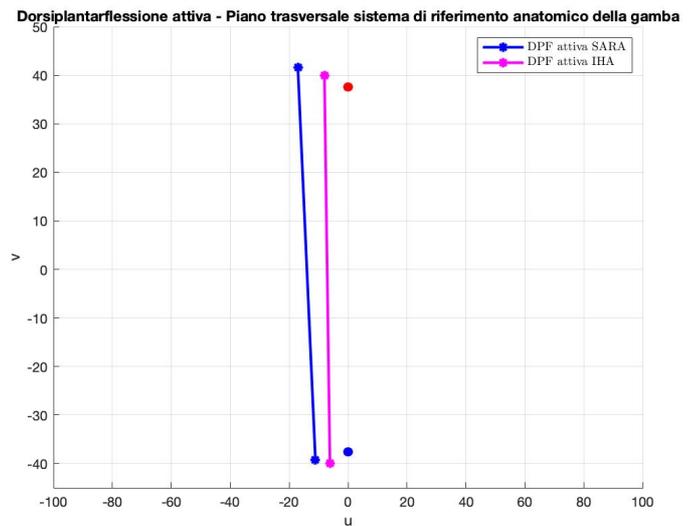


Figura 4.43: Assi medi SARA ed IHA per la prova di dorsiplantarflessione attiva, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

Dalla figura 4.42 è possibile osservare come il comportamento dell’asse medio SARA ed IHA è molto simile in termini di posizione rispetto all’asse inter-malleolare. Entrambi sono posti medialmente, a w positive, mentre lateralmente a w negative, un po’ più in basso l’asse medio IHA rispetto all’asse medio SARA. Ed è possibile notare come quasi coincidano.

Sul piano trasversale, figura 4.43, gli assi presentano lo stesso comportamento, l’asse medio SARA un po’ più spostato verso le u negative.

4.2.3 Analisi dei risultati attraverso segmentazione per cicli (sistema di riferimento anatomico della gamba)

Si è deciso di calcolare gli assi medi SARA ed IHA, per delle ripetizioni di ogni prova effettuata dal soggetto, osservando così i vari cicli separatamente.

Per ciascuna prova, utilizzando i grafici dell'angolo articolare di caviglia, si è effettuata una divisione in cicli per il calcolo dell'asse medio. In questo modo si è potuto osservare come varia, tra un ciclo ed il successivo, nel corso di una stessa prova, l'asse medio in posizione ed in orientamento.

Prove del cammino

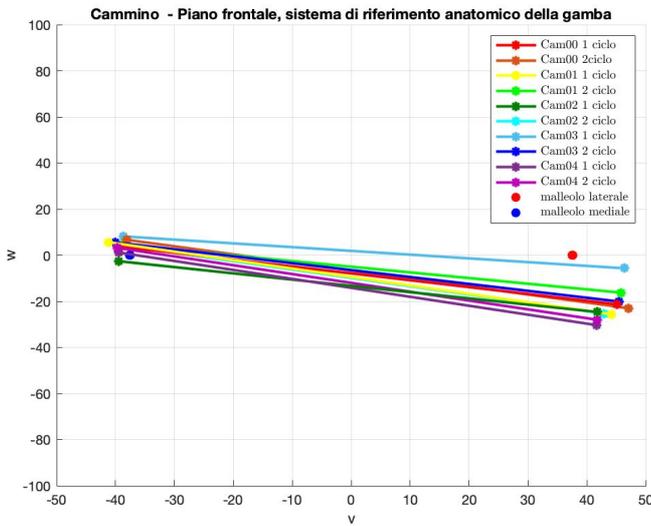


Figura 4.44: Assi medi SARA per ogni ciclo di ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

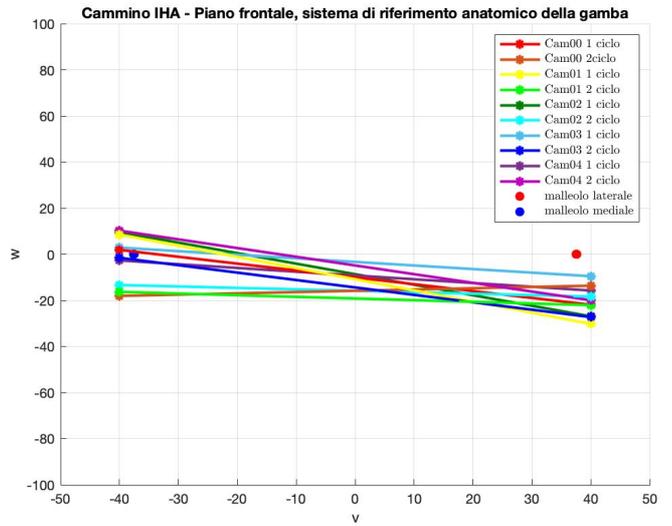


Figura 4.45: Assi medi IHA per ogni ciclo di ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

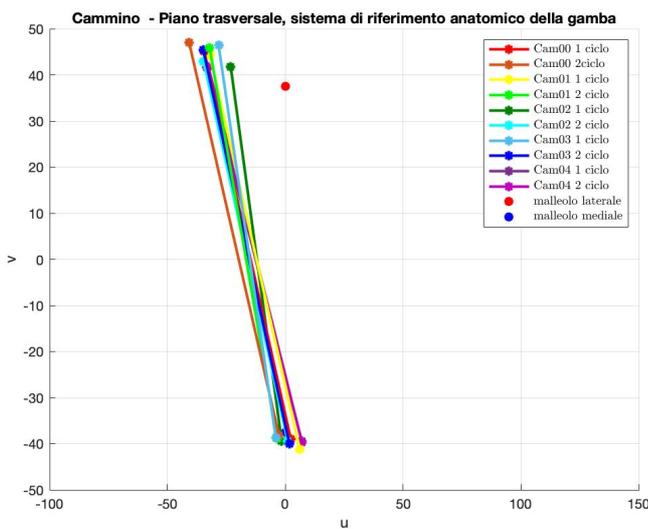


Figura 4.46: Assi medi IHA per ogni ciclo di ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano trasversale.

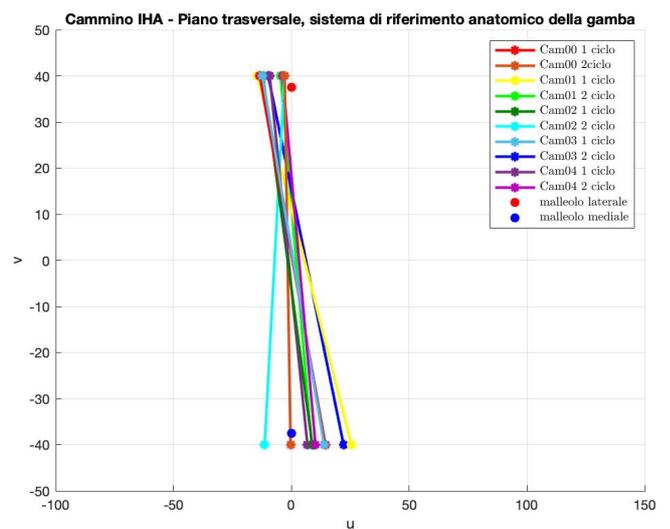


Figura 4.47: Assi medi IHA per ogni ciclo di ogni prova del cammino, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano trasversale.

Nelle figure 4.44, 4.45, 4.46 e 4.47 si osserva una variabilità degli assi medi, più marcata negli IHA che nei SARA. Infatti, andando a confrontare questi risultati con le figure 4.33 e 4.34 delle varie prove del cammino, si ottengono dei risultati un po' più variabili, come per esempio gli assi ricavati dalla segmentazione in due cicli, nella prova Cam03. Questo potrebbe essere dovuto al fatto che il soggetto può aver cambiato l'andatura del passo tra un ciclo ed il successivo; oppure perché durante il processo di segmentazione sono stati considerati pochi campioni e di conseguenza la variabilità aumenta.

Prove del cammino veloce

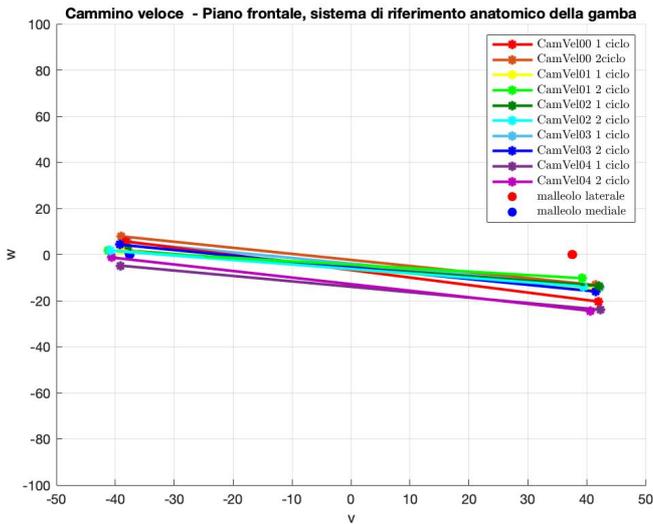


Figura 4.48: Assi medi SARA per ogni ciclo di ogni prova del cammino veloce, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

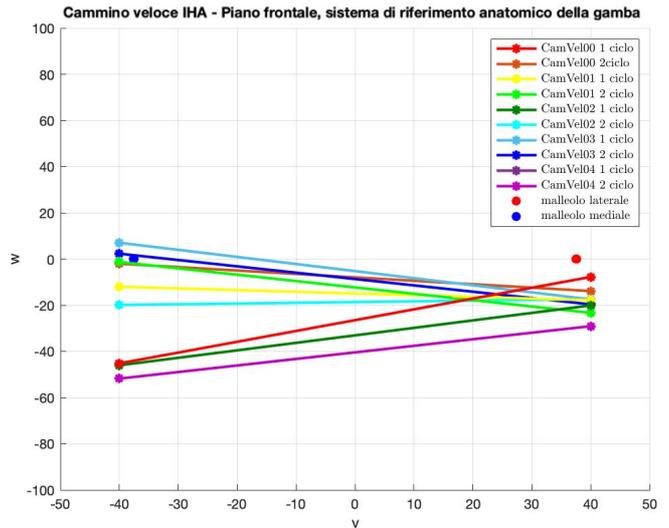


Figura 4.49: Assi medi IHA per ogni ciclo di ogni prova del cammino veloce, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

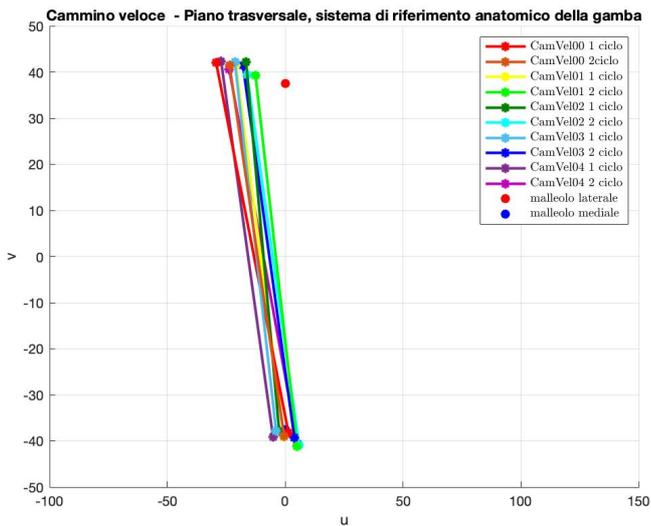


Figura 4.50: Assi medi SARA per ogni ciclo di ogni prova del cammino veloce, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano trasversale.

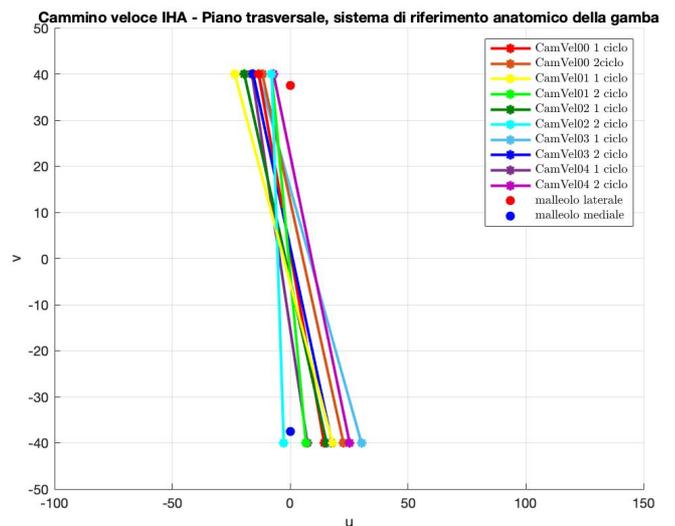


Figura 4.51: Assi medi IHA per ogni ciclo di ogni prova del cammino veloce, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano trasversale.

Anche per le prove del cammino veloce, emergono le stesse considerazioni delle prove del cammino: una variabilità degli assi medi, più marcata negli IHA che in SARA.

Andando a fare un confronto tra le prove del cammino (figura 4.44, 4.45, 4.46,4.47) e quelle del cammino veloce (figura 4.48, 4.49, 4.50 e 4.51) possiamo osservare che gli assi SARA non variano di molto, mentre gli IHA nelle figure 4.49 e 4.51 hanno una dispersione in termini di posizione e di orientamento, maggiore rispetto agli IHA delle prove del cammino, questo può essere dovuto alla matematica utilizzata nel seguente algoritmo, dove la determinazione degli assi è molto influenzata dal valore di velocità angolare.

Prove di dorsi - plantarflexione attiva

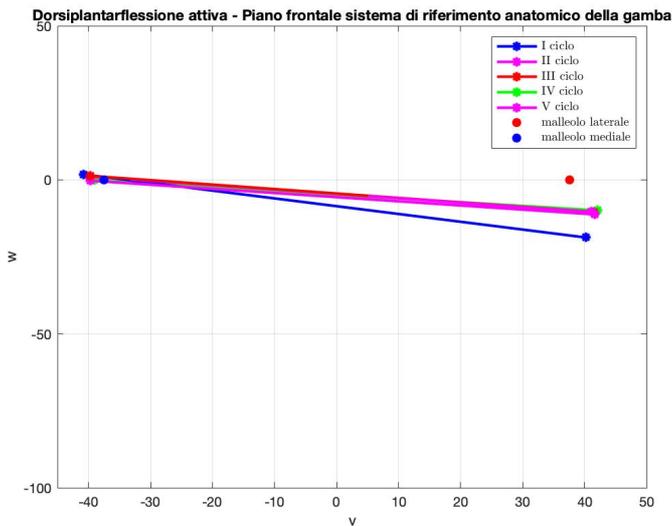


Figura 4.52: Assi medi SARA per ogni ciclo di ciascuna prova di dorsi – plantarflexione attiva, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

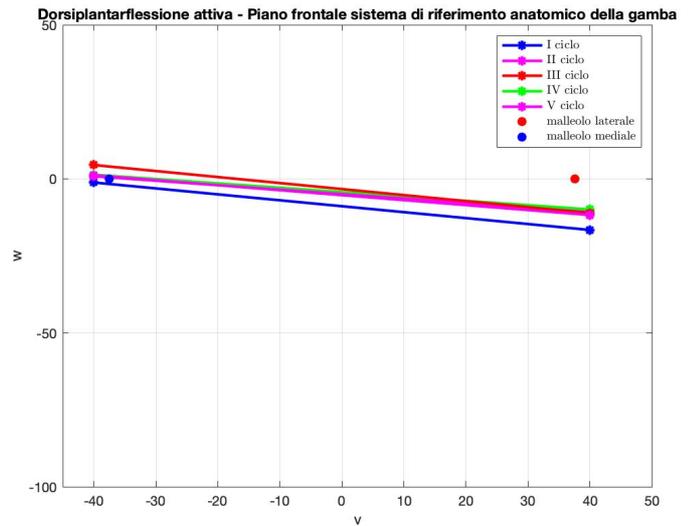


Figura 4.53: Assi medi IHA per ogni ciclo di ciascuna prova di dorsi – plantarflexione attiva, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano frontale.

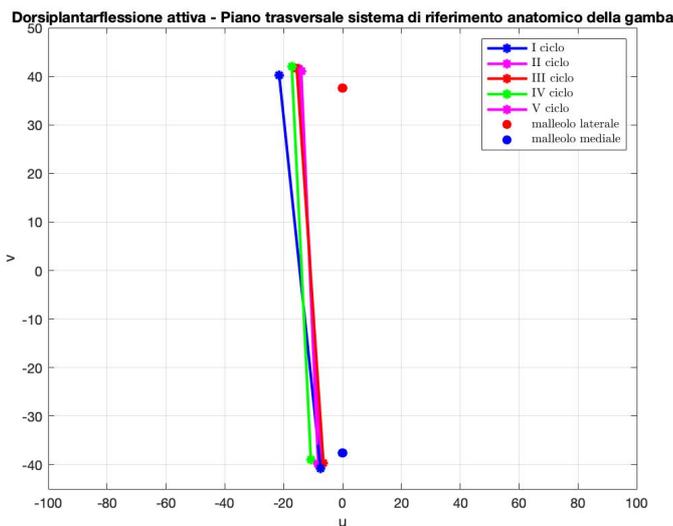


Figura 4.54: Assi medi SARA per ogni ciclo di ciascuna prova di dorsi – plantarflexione attiva, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano trasversale.

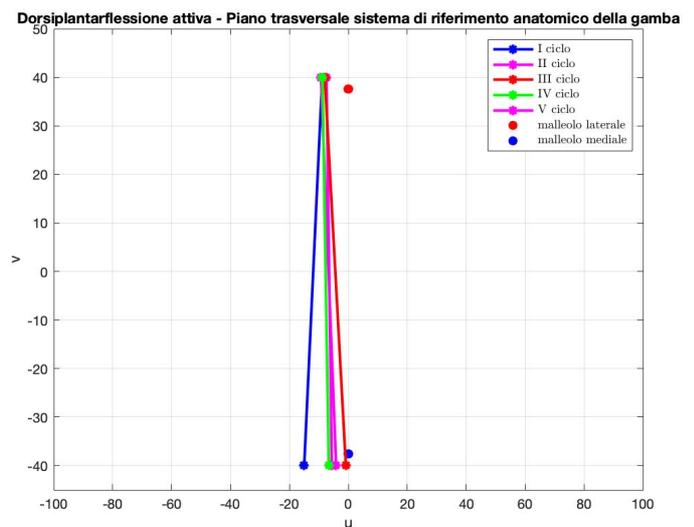


Figura 4.55: Assi medi IHA per ogni ciclo di ciascuna prova di dorsi – plantarflexione attiva, plottati nel sistema di riferimento anatomico della gamba nel piano trasversale.

Valutazione assi di rotazione durante le prove di movimento effettuate

Nella prova di dorsiplantarflessione-attiva sono stati individuati 5 cicli e dalle figure 4.52, 4.53, 4.54, 4.55 è possibile notare come gli assi SARA abbiano tutti lo stesso orientamento, sia sul piano trasversale sia su quello frontale, fatta eccezione per il primo ciclo che ha un orientamento diverso dagli altri. Questo può essere dovuto alla segmentazione: può essere siano stati presi pochi campioni.

Gli assi calcolati con gli IHA in figura 4.53 sul piano trasversale possiedono anche loro lo stesso orientamento ma anche una certa dispersione di posizione rispetto ai malleoli, più marcata anche rispetto agli assi SARA (figura 4.52). Nel piano trasversale (figura 4.55) anche qui, gli assi IHA possiedono una maggior dispersione di posizione rispetto al malleolo mediale ed hanno un orientamento diverso.

Capitolo 5

Conclusioni e sviluppi futuri

L'obiettivo principale del seguente lavoro di tesi è stato quello di definire e valutare delle tecniche sperimentali, che passino anche attraverso l'utilizzo di metodologie numeriche, SARA ed IHA, e che sono finalizzate alla realizzazione di un'ortesi, cioè di un dispositivo che deve mimare la cinematica articolare specifica di un soggetto. Proprio per questo motivo, sono stati utilizzati dei gusci rigidi per i due segmenti corporei, gamba e piede.

Sono state ripetute le stesse analisi dei progetti precedenti [28][30][29], però utilizzando il nuovo algoritmo SARA, nella speranza che quest'ultimo, avendo una dispersione dei risultati più bassa, ci fornisca dei risultati più replicabili, ragionevoli e accurati per lo sviluppo di una possibile e futura ortesi.

Quindi, il primo step del lavoro è stato quello di validare il nuovo metodo di calcolo e confrontarlo, in termini di dispersione e orientamento dell'asse di cerniera ottenuto, con l'algoritmo IHA.

Sono state svolte 4 prove, per entrambi gli algoritmi: movimento del coperchio rispetto alla base a velocità moderata ed a velocità più elevata, e movimento simultaneo della base e del coperchio, sempre con due velocità differenti. Per ognuna di queste sono stati valutati i parametri di dispersione di posizione e angolare del fascio d'assi e l'asse medio.

Andando a valutare i parametri di dispersione angolare e di posizione, per l'algoritmo SARA, questi si mantengono molto bassi (centesimo di millimetro per la posizione, e millesimo di grado per l'angolo) per tutte e quattro le prove, mentre nell'algoritmo IHA seppure, la posizione angolare e tornasse sempre in maniera plausibile e ripetibile, purtroppo si è riscontrato un errore non trascurabile sulla posizione del fascio d'assi. Quest'ultimo è circa due ordini di grandezza più elevato rispetto all'algoritmo SARA (3 mm per IHA, 0,045 mm per SARA). Molto probabilmente è un problema che è legato alla matematica che c'è dietro l'algoritmo IHA: nella teoria degli assi di istantanea rotazione, viene effettuato il calcolo delle velocità angolari e quindi la derivazione dei gradi di libertà, esponendo l'approccio ad una probabilità molto alta di errore. Mentre SARA, si basa su una metodologia più semplice, ovvero un problema ai minimi quadrati "*linear least squares problem*" risolvibile attraverso SVD, "*singular value decomposition*".

Entrambi gli algoritmi però, hanno fornito un'asse, che è coerente con la posizione reale del giunto. Quindi, si è constatato che la procedura SARA, adottata per effettuare il calcolo della cinematica tra due corpi rigidi, sembrerebbe essere corretta e fornisca anche dei risultati più realistici rispetto agli IHA.

Una volta validata la metodologia di calcolo, sono stati ripresi i vecchi dati in vivo, ottenuti nell'ultimo progetto [30], su un soggetto donna sano di 23 anni, e si è studiato e confrontato il comportamento degli assi di rotazione istantanei e dell'asse medio, dei due algoritmi, in termini di ripetibilità ed accuratezza.

I rispettivi fasci d'assi e asse medi, SARA ed IHA sono stati valutati, in un primo momento, nel sistema di riferimento tecnico della gamba in quanto, per la costruzione di un'ortesi, è opportuno analizzare la cinematica relativa tra i gusci. In seguito, i vari assi sono stati graficati nel sistema di riferimento anatomico della gamba, per capire la loro posizione rispetto ai malleoli e quindi riuscire, su un CAD ad identificarne la posizione corretta.

Dall'analisi delle varie prove del cammino e del cammino, sia per il sistema di riferimento tecnico e anatomico gamba, sono emersi fuori le seguenti valutazioni:

Conclusioni e sviluppi futuri

- I fasci d'asse ottenuti tramite l'algoritmo SARA, per le varie prove, risultano meno dispersi in termini di posizione e orientamento, rispetto agli IHA. Un ordine di grandezza differente tra i due: dispersione di posizione e dispersione angolare di una unità per SARA e decine di unità per gli IHA. Il fatto che questi dati vengano così piccoli per SARA può essere confermato anche dallo studio condotto da Leardini et al., 1999 su prove su cadaveri [33] dove, anche qui i parametri di dispersione di posizione e angolare risultavano dell'ordine di poche unità. In virtù di ciò, si potrebbe affermare che SARA dia dei fasci d'asse più realistici e plausibili e soprattutto che sono simili tra loro per le varie prove effettuate.
- Osservando i grafici dei fasci d'assi, è possibile notare come questi "seguano" molto i malleoli, e questo dato, almeno a livello qualitativo è ragionevole, perché nello spazio, essi non sono tanto lontani dall'asse inter-malleolare, al contrario delle prove ottenute con gli IHA. Infatti, questi ultimi risultano molto dispersi. Medialmente, il fascio d'assi SARA è posto quasi sempre nell'intorno del malleolo mediale, mentre lateralmente si osserva un certo offset di circa 30 mm rispetto al malleolo laterale.
- Gli assi medi SARA, calcolati per ogni prova, possiedono la stessa pendenza e lo stesso orientamento, mentre gli IHA medi sono variabili. Comunque, in entrambi gli approcci l'asse medio si trova sempre nell'intorno del malleolo mediale e shiftato di circa 30 mm rispetto al malleolo laterale, ma la differenza è che, andando a valutare l'asse medio, viene effettuata una media del fascio d'assi, e come già ribadito prima, gli IHA hanno una dispersione in termini di posizione e orientamento più marcata rispetto a SARA. Questo dimostra la ripetibilità dei test e la possibilità, in futuro, di realizzare un giunto, tramite i risultati ottenuti con l'algoritmo SARA, che abbia una variabilità ridotta.
- Un'ulteriore conferma della robustezza del metodo SARA è data dal confronto tra le prove del cammino veloce e del cammino, dove i parametri di dispersione risultano pressoché inalterati: poche unità, in entrambe le prove. Mentre nel caso degli IHA si è riscontrato un leggero aumento di questi parametri nelle prove del cammino veloce.

Nel sistema di riferimento anatomico gamba valgono le stesse considerazioni riportate sopra con la differenza di un leggero aumento dei parametri di dispersione di posizione e angolare in entrambi i metodi SARA ed IHA (SARA: una unità nel sistema di riferimento tecnico, 3 unità circa nel sistema di riferimento anatomico, sia per i parametri di dispersione angolare che di posizione. IHA: i parametri di dispersione angolare, mentre si riscontra un decremento di d_{eff} medio nel sistema di riferimento anatomico. Infatti, troviamo un d_{eff} medio di 34,172 mm nel s.d.r tecnico e di 25,2 mm nel s.d.r. anatomico). Anche se, d_{eff} medio degli IHA, differentemente da quanto detto, risulta maggiore nel sistema di riferimento tecnico.

Dalle prove di dorsiplantarflessione attiva emergono le stesse valutazioni effettuate sulle prove del cammino, con la differenza che sia le pendenze sia le direzioni degli assi medi, per entrambi gli algoritmi utilizzati, sono molto simili su tutti e tre i piani anzi, nel piano trasversale risultano sostanzialmente coincidenti. Questo risultato è molto simile al risultato ottenuto sulle prove con cerniera fissa (sezione 4.1: prove su valigetta). Questo dato evidente si è riscontrato solo nella prova di dorsiplantarflessione attiva e non nelle prove del cammino. Infatti, essendo il cammino un processo dinamico, questo può aver alterato maggiormente la configurazione di marker, sui cluster rigidi.

Un'ulteriore analisi, per verificare la ripetibilità del metodo SARA e confrontarlo con IHA è stato quello di segmentare le varie prove del cammino in cicli del passo, e le prove di dorsiplantarflessione

Conclusioni e sviluppi futuri

attiva in cinque cicli. Dalle seguenti prove è emersa una certa variabilità degli assi medi tra i vari cicli, più marcata negli IHA che nell'algoritmo SARA. Questo può essere dovuto al fatto che il soggetto può aver cambiato l'andatura del passo tra un ciclo ed il successivo; oppure perché durante il processo di segmentazione sono stati considerati pochi campioni e di conseguenza la variabilità aumenta.

Dal presente lavoro di tesi è possibile trarre diversi sviluppi futuri. Il primo tra tutti sarà quello di realizzare un'ortesi piede-caviglia rispettosa della cinematica articolare specifica del soggetto, e realizzarla sulla base dell'utilizzo di una nuova tecnica numerica: SARA.

L'algoritmo SARA, infatti ha dato dei risultati più realistici, ripetibili e meno variabili, per ogni prova, rispetto agli IHA. Infatti, se si volesse progettare un giunto sulla base dei risultati ottenuti con l'algoritmo SARA, mi aspetterai una variabilità più ridotta rispetto agli IHA: un giunto più "semplice" da progettare che sia "quasi" fisso rispetto al malleolo mediale e che abbia un certo offset rispetto al malleolo laterale.

Un altro sviluppo futuro potrebbe essere quello di estendere il data set, ovvero: avere più cicli del cammino o prove più lunghe o avere un campione di soggetti più ampio ed eventualmente tra di loro eterogenei, e capire se si presentino, ovviamente nello stesso sottogruppo di pazienti omogenei, delle tendenze simili riguardo i dati sull'orientamento dell'asse e sui parametri di dispersione.

Appendice

Algoritmi Matlab per lo studio del movimento articolare a partire dalle coordinate dei marker

Nella seguente appendice vengono riportati i listati di codice Matlab per elaborare i dati di stereofotogrammetria ed il calcolo degli assi simmetrici di rotazione. Ogni sezione è relativa ad uno script. Di seguito, verranno elencati nell'ordine in cui vengono eseguiti.

A.1 main.m

Main.m costituisce il corpo principale, da questo vengono richiamate le altre routine necessarie allo sviluppo dell'algoritmo SARA.

Nella prima parte vengono importati i file .csv contenente i dati provenienti dalle prove di stereofotogrammetria, successivamente viene richiesto di selezionare un range di informazioni necessarie. Grazie a questo è possibile scartare tutti quei dati che spesso risultano incompleti (per esempio: coordinate dei marker mancanti). Successivamente a questa fase preliminare di controllo e correzione, vengono eseguiti i passaggi successivi:

1. Calcolo delle matrici di trasformazione per i due segmenti corporei di gamba e piede: "M_trasformazione_G.m" ed "M_trasformazione_P.m";
2. Trasformazione delle coordinate dei marker del sistema di riferimento globale ai rispettivi sistemi di riferimento locali, gamba e piede: "coord_locali_G.m" ed "coord_locali_P.m";
3. Formattazione di matrici 3*numero di frame x numero di marker, necessarie a definire un "modello", a partire dalle coordinate dei marker, per la gamba e per il piede: "l2c.m";
4. Stima delle matrici di trasformazione e dei vettori traslazione per passare dalle coordinate locali di gamba e piede alle coordinate globali: "svdR.m", "svdm.m";
5. Calcolo della funzione di minimizzazione dell'algoritmo SARA, attraverso "*singular value decomposition*";
6. Plot dell'asse di rotazione per il sistema di riferimento piede e plot asse di rotazione per il sistema di riferimento gamba: "plot_asse_localg.m", "plot_asse_localp.m";
7. Trasformazione dei due assi ricavati per il sistema di riferimento gamba e per il sistema di riferimento piede nel sistema di riferimento globale;
8. Plot fascio d'assi nel sistema di riferimento globale: "plot_assi_global.m";
9. Per poter effettuare il confronto con l'algoritmo IHA, si è deciso di effettuare un ulteriore trasformazione del fascio d'assi nel sistema di riferimento gamba: "coord_locali_G_new.m";

10. Calcolo dei parametri di dispersione: “MSARA_calc.m”, “wolihasasara.m”;

11. Plot fascio d’assi e asse medio nel sistema di riferimento gamba: “plot_ASSI_localg”;

```
%% SARA MATLAB (Symmetrical Axis of Rotation Approach)
clc
close all
clearvars -except kk mm answer nomeexcel

% % Seleziona il file .csv con i dati dei marker:
[nomefile, pathfile]=uigetfile('*.csv');
% Apre il file .csv cosi' da scegliere il range:
open([pathfile nomefile])
a=input('Inserire l''indice della prima riga: ');
b=input('Inserire l''indice dell''ultima riga: ');

% 'data' e' la matrice con le coordinate XYZ dei marker nel sistema
% di riferimento globale (laboratorio):
data=csvread([pathfile nomefile],a-1,0,[a-1 0 b-1 48]);

% Preleva le coordinate dei marker nel riferimento del laboratorio, partendo
% dalla casella [r_in,c_in] e specificando il range:
LHFx=data(:,2);LHFy=data(:,3);LHFz=data(:,4);           % testa fibula
LTTx=data(:,5);LTTY=data(:,6);LTTz=data(:,7);           % tuber. tibiale
LLMx=data(:,8);LLMy=data(:,9);LLMz=data(:,10);          % malleolo laterale
LCAx=data(:,11);LCAY=data(:,12);LCAZ=data(:,13);        % calcagno
LVMx=data(:,14);LVMy=data(:,15);LVMz=data(:,16);        % quinto metatarso
LFMx=data(:,17);LFMy=data(:,18);LFMz=data(:,19);        %primo metatarso
TMedProxx=data(:,20);TMedProxy=data(:,21); TMedProxz=data(:,22);
TLatProxx=data(:,23);TLatProxy=data(:,24);TLatProxz=data(:,25); %prossimale
laterale guscio gamba
TMedDisx=data(:,26);TMedDisy=data(:,27);TMedDisz=data(:,28); %mediale
distale gamba
TLatDisx=data(:,29);TLatDisy=data(:,30);TLatDisz=data(:,31); % gamba tecnico
FMedProxx=data(:,32);FMedProxy=data(:,33);FMedProxz=data(:,34); % piede tecnico
FLatProxx=data(:,35);FLatProxy=data(:,36);FLatProxz=data(:,37); % piede tecnico
FMedDisx=data(:,38);FMedDisy=data(:,39);FMedDisz=data(:,40); % piede tecnico
FLatDisx=data(:,41);FLatDisy=data(:,42);FLatDisz=data(:,43); % piede tecnico
LLMx=data(:,44);LLMy=data(:,45);LLMz=data(:,46);        %malleolo mediale
LSMx=data(:,47);LSMy=data(:,48);LSMz=data(:,49);        %secondo metatarso

LKAnglex=data(:,50);LKAngley=data(:,51);LKAnglez=data(:,52);
LAAnglex=data(:,53);LAAngley=data(:,54);LAAnglez=data(:,55);
LHAnglex=data(:,56);LHngley=data(:,57);LHAnglez=data(:,58);

Shox=.5*(TMedDisx+TLatDisx);Shoy=.5*(TMedDisy+TLatDisy);Shoz=.5*(TMedDisz+TLatDisz);
Shox_g=.5*(TMedDisx+TLatDisx);Shoy_g=.5*(TMedDisy+TLatDisy);Shoz_g=.5*(TMedDisz+TLatDisz);
Shox_p=.5*(FMedDisx+FLatDisx);Shoy_p=.5*(FMedDisy+FLatDisy);Shoz_p=.5*(FMedDisz+FLatDisz);
% Calcola il numero di frame (istanti di tempo considerati):
Nf=length(LFMx);

% Definizione di matrici (3xNf) con le coordinate dei marker
% nel riferimento del laboratorio.
```

Appendice

```
Sho=[Shox Shoy Shoz]';
Sho_g=[Shox_g Shoy_g Shoz_g]';
Sho_p=[Shox_p Shoy_p Shoz_p]';

LHF=[LHFx LHFy LHFz]';
LTT=[LTTx LTTY LTTz]';
LLM=[LLMx LLMy LLMz]';
LCA=[LCAx LCAy LCAz]';
LVM=[LVMx LVMy LVMz]';
LFM=[LFMx LFMy LFMz]';
TMedProx=[TMedProxx TMedProxy TMedProxz]';
TLatProx=[TLatProxx TLatProxy TLatProxz]';
TMedDis=[TMedDisx TMedDisy TMedDisz]';
TLatDis=[TLatDisx TLatDisy TLatDisz]';
FMedProx=[FMedProxx FMedProxy FMedProxz]';
FLatProx=[FLatProxx FLatProxy FLatProxz]';
FMedDis=[FMedDisx FMedDisy FMedDisz]';
FLatDis=[FLatDisx FLatDisy FLatDisz]';
% LKAngle=[LKAnglex LKAngley LKAnglez]';
% LAAngle=[LAAnglex LAAngle y LAAnglez]';
% LHAngle=[LHAnglex LHAngle y LHAnglez]';

LMM=[LMMx LMMy LMMz]';
LSM=[LSMx LSMy LSMz]';

%filtro di butterworth passa basso di 4 ordine con frequenza di taglio 6
fc=100; %frequenza di campionamento
ft=7; %frequenza di taglio
fn=fc/2; %frequenza di nyquist
[b,a]= butter(4,ft/fn); %filtro di butter di ordine 4
figure(1)
freqz(b,a);
title ('Filtro per abbattere il ruomoire sui marker');

%filtro a doppia passata tutte le coordinate dei marker nel sistema di
%riferimento locale

Shonew=filtfilt(b,a,Sho');
Sho_gnew=filtfilt(b,a,Sho_g');
Sho_pnew=filtfilt(b,a,Sho_p');

LHFnew=filtfilt(b,a,LHF');
LTTnew=filtfilt(b,a,LTT');
LLMnew=filtfilt(b,a,LLM');
LCAnew=filtfilt(b,a,LCA');
LVMnew=filtfilt(b,a,LVM');
LFMnew=filtfilt(b,a,LFM');
LMMnew=filtfilt(b,a,LMM');
LSMnew=filtfilt(b,a,LSM');

TMedDisnew=filtfilt(b,a,TMedDis');
TLatDisnew=filtfilt(b,a,TLatDis');
TMedProxnew=filtfilt(b,a,TMedProx');
TLatProxnew=filtfilt(b,a,TLatProx');

FMedDisnew=filtfilt(b,a,FMedDis');
FLatDisnew=filtfilt(b,a,FLatDis');
FMedProxnew=filtfilt(b,a,FMedProx');
FLatProxnew=filtfilt(b,a,FLatProx');
TMedDisnew=TMedDisnew';
TLatDisnew=TLatDisnew';
```

Appendice

```
TMedProxnew=TMedProxnew';
TLatProxnew=TLatProxnew';

FMedDisnew=FMedDisnew';
FLatDisnew=FLatDisnew';
FMedProxnew=FMedProxnew';
FLatProxnew=FLatProxnew';

Shonew=Shonew';
Sho_gnew=Sho_gnew';
Sho_pnew=Sho_pnew';
LHFnew=LHFnew';
LTTnew=LTTnew';
LLMnew=LLMnew';
LCAnew=LCAnew';
LVMnew=LVMnew';
LFMnew=LFMnew';
LMMnew=LMMnew';
LSMnew=LSMnew';

%plot dei filtraggi solo per i marker tecnici marker

% figure(2)
% plot3(TMedDisnew(1,:),TMedDisnew(2,:),TMedDisnew(3,:), 'Marker', '*');hold on
% plot3(TLatDisnew(1,:),TLatDisnew(2,:),TLatDisnew(3,:), 'Marker', '*');hold on
% plot3(TMedProxnew(1,:),TMedProxnew(2,:),TMedProxnew(3,:), 'Marker', '*');hold on
% plot3(TLatProxnew(1,:),TLatProxnew(2,:),TLatProxnew(3,:), 'Marker', '*');hold on
%
% plot3(FMedDisnew(1,:),FMedDisnew(2,:),FMedDisnew(3,:), 'Marker', '*');hold on
% plot3(FLatDisnew(1,:),FLatDisnew(2,:),FLatDisnew(3,:), 'Marker', '*');hold on
% plot3(FMedProxnew(1,:),FMedProxnew(2,:),FMedProxnew(3,:), 'Marker', '*');hold on
% plot3(FLatProxnew(1,:),FLatProxnew(2,:),FLatProxnew(3,:), 'Marker', '*');hold on
%
% plot3(TMedDis(1,:),TMedDis(2,:),TMedDis(3,:), 'Marker', '*');
% plot3(TLatDis(1,:),TLatDis(2,:),TLatDis(3,:), 'Marker', '*');
% plot3(TMedProx(1,:),TMedProx(2,:),TMedProx(3,:), 'Marker', '*');
% plot3(TLatProx(1,:),TLatProx(2,:),TLatProx(3,:), 'Marker', '*');
%
% plot3(FMedDis(1,:),FMedDis(2,:),FMedDis(3,:), 'Marker', '*');
% plot3(FLatDis(1,:),FLatDis(2,:),FLatDis(3,:), 'Marker', '*');
% plot3(FMedProx(1,:),FMedProx(2,:),FMedProx(3,:), 'Marker', '*');
% plot3(FLatProx(1,:),FLatProx(2,:),FLatProx(3,:), 'Marker', '*');
%
% legend ('TMedDis filtrato','TLatDis filtrato','TMedProx filtrato','TLatProx
filtrato', 'TMedDis non filtrato','TLatDis non filtrato','TMedProx non
filtrato','TLatProx non filtrato','FMedDis filtrato','FLatDis
filtrato','FMedProx filtrato','FLatProx filtrato', 'FMedDis non
filtrato','FLatDis non filtrato','FMedProx non filtrato','FLatProx non
filtrato');

%Rinomino i marker sempre allo stesso modo ed elimino i primi e gli ultimi
%20 frame per togliere eventuali problemi di filtraggio
TMedDis=TMedDisnew(:,20:1:end-20);
TLatDis=TLatDisnew(:,20:1:end-20);
TMedProx=TMedProxnew(:,20:1:end-20);
TLatProx=TLatProxnew(:,20:1:end-20);

FMedDis=FMedDisnew(:,20:1:end-20);
FLatDis=FLatDisnew(:,20:1:end-20);
FMedProx=FMedProxnew(:,20:1:end-20);
FLatProx=FLatProxnew(:,20:1:end-20);
```

Appendice

```
Sho=Shonew(:,20:1:end-20);
Sho_g=Sho_gnew(:,20:1:end-20);
Sho_p=Sho_pnew(:,20:1:end-20);
LHF=LHFnew(:,20:1:end-20);
LTT=LTTnew(:,20:1:end-20);
LLM=LLMnew(:,20:1:end-20);
LCA=LCAnew(:,20:1:end-20);
LVM=LVMnew(:,20:1:end-20);
LFM=LFMnew(:,20:1:end-20);
LMM=LMMnew(:,20:1:end-20);
LSM=LSMnew(:,20:1:end-20);

Nf=size(LLM,2);

markerGlobal=struct('Sho',Sho,'Sho_g',Sho_g,'Sho_p',Sho_p,'LHF',LHF,'LTT',LTT,'L
LM',LLM,'LCA',LCA,'LVM',LVM,'LFM',LFM,'TMedProx',TMedProx,'TLatProx',TLatProx,'T
MedDis',TMedDis,'TLatDis',TLatDis,'FMedProx',FMedProx,'FLatProx',FLatProx,'FMedD
is',FMedDis,'FLatDis',FLatDis,'LMM',LMM,...
    'LSM',LSM);

% figure(3)
% plot3(TMedDis(1,:),TMedDis(2,:),TMedDis(3:),'Marker','*');hold on
% plot3(TLatDis(1,:),TLatDis(2,:),TLatDis(3:),'Marker','*');hold on
% plot3(TMedProx(1,:),TMedProx(2,:),TMedProx(3:),'Marker','*');hold on
% plot3(TLatProx(1,:),TLatProx(2,:),TLatProx(3:),'Marker','*');hold on
%
% plot3(FMedDis(1,:),FMedDis(2,:),FMedDis(3:),'Marker','*');hold on
% plot3(FLatDis(1,:),FLatDis(2,:),FLatDis(3:),'Marker','*');hold on
% plot3(FMedProx(1,:),FMedProx(2,:),FMedProx(3:),'Marker','*');hold on
% plot3(FLatProx(1,:),FLatProx(2,:),FLatProx(3:),'Marker','*');hold on
% plot3(Sho_g(1,:),Sho_g(2,:),Sho_g(3:),'Marker','*');hold on
% plot3(Sho_p(1,:),Sho_p(2,:),Sho_p(3:),'Marker','*');hold on
% legend
('TMedDis','TLatDis','TMedProx','TLatProx','FMedDis','FLatDis','FMedProx','FLatP
rox','Sho_g','Sho_p')

%% Calcolo matrici di trasformazione (sarebbe la matrice POSA).
% Trasformo le coordinate globali dei marker nei due sistemi di riferimento
% locali: gamba e piede

%GAMBA
A10=M_trasformazione_G(markerGlobal,Nf);

markerLocal_G= coord_locali_G(A10,markerGlobal,Nf);

%PIEDE
A20=M_trasformazione_P(markerGlobal,Nf);

markerLocal_P= coord_locali_P(A20,markerGlobal,Nf);

% 'tria' e' una matrice (3*Nm x Nf), ogni riga contiene la posizione
% nel tempo di un marker rispetto a uno degli assi del riferimento
% locale. Si sfruttano solo TLatDis, TLatProx, TMedDis, TMedProx,
% FLatDis, FLatProx, FMedDis, FMedProx

triaglob_G=[markerGlobal.('TLatDis');markerGlobal.('TLatProx');
            markerGlobal.('TMedDis');markerGlobal.('TMedProx')] ;           %globale
gamb
```

Appendice

```
triaglob_P=[markerGlobal.('FlatDis');markerGlobal.('FlatProx');
            markerGlobal.('FMedDis');markerGlobal.('FMedProx')] ;           %globale
piede

trialoc_G=[markerLocal_G.('TLatDis');markerLocal_G.('TLatProx');
            markerLocal_G.('TMedDis');markerLocal_G.('TMedProx')] ;
%locale gamba

trialoc_P=[markerLocal_P.('FlatDis');markerLocal_P.('FlatProx');
            markerLocal_P.('FMedDis');markerLocal_P.('FMedProx')] ;
%locale piede

%coordinate dei marker nel sistema di riferimento globale
figure(2);hold on
fieldN=fieldnames(markerGlobal);
for i=1:numel(fieldN)
    plot3(markerGlobal.(fieldN{i})(1,:),markerGlobal.(fieldN{i})(2,:),...
          markerGlobal.(fieldN{i})(3:),'DisplayName',fieldN{i})
end
xlabel('X');ylabel('Y');zlabel('Z');grid;box;legend('show')

%coordinate dei marker nel sistema di riferimento locale gamba
figure(3);hold on
fieldN=fieldnames(markerLocal_G);
for i=1:numel(fieldN)

plot3(markerLocal_G.(fieldN{i})(1,:),markerLocal_G.(fieldN{i})(2,:),markerLocal_
G.(fieldN{i})(3:),'DisplayName',fieldN{i})
end

currentLines=get(gca,'children');
%vado ad evidenziare l'asse intermalleolare LMM e LLM e Fmeddis e Flatdis
set(currentLines(14),'Marker','o','MarkerFaceColor','k','Color','k')
set(currentLines(15),'Marker','o','MarkerFaceColor','r','Color','r')
set(currentLines(5),'Marker','o','MarkerFaceColor','b','Color','b')
set(currentLines(6),'Marker','o','MarkerFaceColor','g','Color','g')
xlabel('utt');ylabel('vtt');zlabel('wtt');grid;box;legend('show');
title(['coordinate nel sdr locale gamba']);

%coordinate dei marker nel sistema di riferimento locale piede
figure(4);hold on
fieldN=fieldnames(markerLocal_P);
for i=1:numel(fieldN)

plot3(markerLocal_P.(fieldN{i})(1,:),markerLocal_P.(fieldN{i})(2,:),markerLocal_
P.(fieldN{i})(3:),'DisplayName',fieldN{i})
end

currentLines=get(gca,'children');
%vado ad evidenziare l'asse intermalleolare LMM e LLM e TmedDis e TlatDis
set(currentLines(14),'Marker','o','MarkerFaceColor','k','Color','k')
set(currentLines(15),'Marker','o','MarkerFaceColor','r','Color','r')
set(currentLines(1),'Marker','o','MarkerFaceColor','b','Color','b')
set(currentLines(2),'Marker','o','MarkerFaceColor','g','Color','g')
xlabel('utf');ylabel('vtf');zlabel('wtf');grid;box;legend('show');
title(['coordinate nel sdr locale piede']);
% 'mrks' riporta i numeri identificativi dei 4 marker:
```

Appendice

```
mrks=[1,2,3,4];

% Fornisce 'dat', formattazione (3*Nf x Nm) di 'tria':
datglob_G=l2c(triaglob_G,mrks); %coordinate globali gamba
datglob_P=l2c(triaglob_P,mrks); %coordinate globali piede

datloc_G=l2c(trialoc_G,mrks); %coordinate locali gamba
datloc_P=l2c(trialoc_P,mrks); %coordinate locali piede

%% CALCOLO R e T ATTRAVERSO SVD: R OPTIMIZATION METHOD
%R,S (3*Nf x 3) Gamba
%T,D (3*Nf x 1) Piede
%io voglio passare dalle coordinate locali di gamba e piede (datloc_G, datloc_P)
alle coordinate
%globali (datglob_G, datglob_P)

[R,T]=svdR(datloc_G,datglob_G);
[S,D]=svdR(datloc_P,datglob_P);

%Definisco la matrice Q e il vettore d che mi serviranno per implementare
%la funzione di minimizzazione di SARA
%Q=
%      | R1      -S(1) |
%      | R2      -S(2) |          (3*Nf x 6)
%      | ..      - ..  |
%      | R(Nf)   -S(Nf) |

%p=
%      | D(1)-T(1) |
%      | D(2)-T(2) |          (3*Nf x 1)
%      | .....    |
%      | D(Nf)-T(Nf) |

Q=[R,-S];
p=D-T;

%% CALCOLO FUNZIONE DI MINIMIZZAZIONE SARA
% Per articolo "Identifying Tibio-Femoral Joint Kinematics: Individual
% Adjustment versus Numerical Robustness":
[UQ,DQ,VQ]=svd(Q);
DQ(6,6)=0; % Essendo un'articolazione a cerniera la matrice Q avr?
rango = 5 % ma a causa del rumore questa avr? rango=6, quindi il pi?
DQ0=DQ; % piccolo
piccolo % singular value DQ(6,6) viene posto = 0

ng=zeros(3,1);
np=zeros(3,1);
ng=VQ(1:3,6); % L'autovettore corrispondente al pi? piccolo singular
value definisce
np=VQ(4:6,6); % l'orientamento dell'asse, le prime 3 colonne di VQ per
l'orientamento % di ng, le ultime 3 colonne di VQ per l'orientamento
% di np

ng=(1/norm(ng))*ng; % HO RISCALATO A NORMA I VETTORI ng e np, se io infatti
facessi
np=(1/norm(np))*np; % la norma di questi due vettori vengono =1

Qsvd=UQ*DQ*VQ';
vectorc=zeros(6,1);
```

Appendice

```
vectorc=((Qsvd'*Qsvd)^-1)*Qsvd'*p; % Funzione di minimizzazione SARA, calcolata
tramite SVD

cg=vectorc(1:3); % vettore posizione nel sdr locale gamba
cp=vectorc(4:6); % vettore posizione nel sdr locale piede

axisParam_g=struct('ng',ng,'cg',cg);
axisParam_p=struct('np',np,'cp',cp);

%% PLOT ASSI NEI SISTEMI DI RIFERIMENTO LOCALI
%GAMBA
[ptn_g,Ag,Bg]=plot_asse_localg(markerLocal_G,axisParam_g,Nf);

%PIEDE
[ptn_p,Ap,Bp]=plot_asse_localp(markerLocal_P,axisParam_p,Nf);

%% TRASFORMAZIONE ASSI NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO GLOBALE

for i=1:Nf

Ag_global(:,i)=R((i-1)*3+1:3*i,:)*Ag+T((i-1)*3+1:3*i);
Bg_global(:,i)=R((i-1)*3+1:3*i,:)*Bg+T((i-1)*3+1:3*i);

Ap_global(:,i)=S((i-1)*3+1:3*i,:)*Ap+D((i-1)*3+1:3*i);
Bp_global(:,i)=S((i-1)*3+1:3*i,:)*Bp+D((i-1)*3+1:3*i);

end

for i=1:Nf
cg_global(:,i)=R((i-1)*3+1:3*i,:)*cg+T((i-1)*3+1:3*i);

cp_global(:,i)=S((i-1)*3+1:3*i,:)*cp+D((i-1)*3+1:3*i);
end

axisParamglobal_g=struct('Ag_global',Ag_global,'Bg_global',Bg_global,'cg_global',
cg_global); %ATTENZIONE CHE cp e cg sono in coord globali
axisParamglobal_p=struct('Ap_global',Ap_global,'Bp_global',Bp_global,'cp_global',
cp_global); %ATTENZIONE CHE cp e cg sono in coord globali

%% PLOT ASSI NEL SDR GLOBALE, MEDIA TRA ASSI GAMBA E ASSI PIEDE

[ptnglobal,A,B,C,n]=plot_assi_global(markerGlobal,axisParamglobal_g,axisParamglo
bal_p,Nf);

axisParamglobal=struct('A',A,'B',B,'C',C,'n',n);

markerGlobal_new=struct('Sho',Sho,'Sho_g',Sho_g,'Sho_p',Sho_p,'LHF',LHF,'LTT',LT
T,'LLM',LLM,'LCA',LCA,'LVM',LVM,'LFM',LFM,'TMedProx',TMedProx,'TLatProx',TLatPro
x,'TMedDis',TMedDis,'TLatDis',TLatDis,'FMedProx',FMedProx,'FLatProx',FLatProx,'F
MedDis',FMedDis,'FLatDis',FLatDis,'LMM',LMM,...
'LSM',LSM,'A',A,'B',B,'C',C);

%% PLOT FASCIO D'ASSI SARA NEL SDR GAMBA (ALGORITMO SARA).
% Questo passaggio da coordinate globali a coordinate locali nel sdr locale
% gamba è necessario per poi effettuare un confronto tra IHA e SARA nello
% stesso sistema di riferimento: sdr locale gamba.
```

```
[markerLocal_G_new,axisParam_g_new]=
coord_locali_G_new(A10,markerGlobal_new,Nf);

%PARAMETRI NEL SDR GAMBA
Ag_new=axisParam_g_new.('Ag_new');
Bg_new=axisParam_g_new.('Bg_new');
Cg_new=axisParam_g_new.('Cg_new');
ng_new=axisParam_g_new.('ng_new');

%PARAMETRI DI DISPERSIONE
[noptg,coptg,deffg,chig,errore]=MSARA_calc(ng_new,Cg_new);

%PLOT FASCIO D'ASSI E ASSE MEDIO
[ptn_mean,ptn_g_new]=plot_ASSI_localg(markerLocal_G_new,axisParam_g_new,Nf);
```

A.2 M_trasformazione_G.m

```
function [Rab] = M_trasformazione_G(markerCoord,Nf)
% Questa funzione restituisce le matrici di trasformazione 'Rab'
% sfruttando le convenzioni scelte per i vari
% sistemi di riferimento.
% Le matrici di output non sono delle (4x4), ma delle (4x4*Nf):
%
% Rab = |Rab(1) Rab(2) Rab(3)..... Rab(Nf)|
%
% con 'Nf' numero di frame e Rab(i) matrice (4x4).
% Per salvare in questo modo le matrici si sono sfruttati due
% contatori che vengono incrementati iterazione dopo iterazione:
% in = 1,5,9....., fin = 4,8,12....
% Nella prima iterazione si riempiono le colonne (delle matrici di
% trasformazione) da in = 1 a fin = 4, nella seconda iterazione
% quelle da in = 5 a fin = 8, ecc.
%
% -----
% INPUT:
% HF...Sho (3 x Nf): matrici contenenti coordinate dei marker nel
% riferimento globale
% Nf (1 x 1): numero di frame
% -----
% OUTPUT:
% Rab (4 x 4*Nf): matrice di orientamento di "a" rispetto a "b"
% -----
vtt=zeros(3,Nf); mi=zeros(3,Nf); utt=zeros(3,Nf);
lam=zeros(3,Nf); ni=zeros(3,Nf); Rab=zeros(4,4*Nf);

%SDR TECNICO GAMBA
TMedDis=markerCoord.TMedDis;
TLatDis=markerCoord.TLatDis;TMedProx=markerCoord.TMedProx;
Sho_g=markerCoord.Sho_g;

for i=1:Nf
in=(i-1)*4+1;
fin=in+3;
vtt(:,i)=TLatDis(:,i)-TMedDis(:,i); %asse medio laterale
mi(:,i)=vtt(:,i)/norm(vtt(:,i));
utt(:,i)=cross(mi(:,i),TMedProx(:,i)-Sho_g(:,i)); %asse perpendicolare a vtt e
al piano che contiene TmedProx
lam(:,i)=utt(:,i)/norm(utt(:,i));
```

```
ni(:,i)=cross(lam(:,i),mi(:,i));
Rab(:,in:fin)=[lam(:,i) mi(:,i) ni(:,i) Sho_g(:,i); 0 0 0 1];
end
end
```

M_trasformazione_P.m

```
function [Rab] = M_trasformazione_P(markerCoord,Nf)
% Questa funzione restituisce le matrici di trasformazione 'Rab'
% sfruttando le convenzioni scelte per i vari
% sistemi di riferimento.
% Le matrici di output non sono delle (4x4), ma delle (4x4*Nf):
%
% Rab = |Rab(1) Rab(2) Rab(3)..... Rab(Nf)|
%
% con 'Nf' numero di frame e Rab(i) matrice (4x4).
% Per salvare in questo modo le matrici si sono sfruttati due
% contatori che vengono incrementati iterazione dopo iterazione:
% in = 1,5,9....., fin = 4,8,12....
% Nella prima iterazione si riempiono le colonne (delle matrici di
% trasformazione) da in = 1 a fin = 4, nella seconda iterazione
% quelle da in = 5 a fin = 8, ecc.
%
% -----
% INPUT:
% HF...Sho (3 x Nf): matrici contenenti coordinate dei marker nel
% riferimento globale
% Nf (1 x 1): numero di frame
% -----
% OUTPUT:
% Rab (4 x 4*Nf): matrice di orientamento di "a" rispetto a "b"
% -----
vtf=zeros(3,Nf); mi=zeros(3,Nf); utf=zeros(3,Nf);
lam=zeros(3,Nf); ni=zeros(3,Nf); Rab=zeros(4,4*Nf);

%SDR TECNICO PIEDE
FMedDis=markerCoord.FMedDis;
FLatDis=markerCoord.FLatDis;FMedProx=markerCoord.FMedProx;
Sho_p=markerCoord.Sho_p;

for i=1:Nf
in=(i-1)*4+1;
fin=in+3;
vtf(:,i)=FLatDis(:,i)-FMedDis(:,i); %asse medio laterale
mi(:,i)=vtf(:,i)/norm(vtf(:,i));
utf(:,i)=cross(mi(:,i),FMedProx(:,i)-Sho_p(:,i)); %asse perpendicolare a vtf e
al piano che contiene FmedProx
lam(:,i)=utf(:,i)/norm(utf(:,i));
ni(:,i)=cross(lam(:,i),mi(:,i));
Rab(:,in:fin)=[lam(:,i) mi(:,i) ni(:,i) Sho_p(:,i); 0 0 0 1];
end
end
```

A.3 coord_locali_G.m

```

function markerLocalG = coord_locali_G(Rab,markerCoord,Nf)

% La funzione restituisce delle matrici (3xNf), in cui ogni riga e'
% una coordinata (nel riferimento opportuno) che evolve nel tempo.
% Ogni matrice corrisponde ad un marker. A\B risolve il sistema:
%   A*x=B,
% in questo caso x=coordinate nel riferimento locale, B=coordinate
% nel riferimento del laboratorio e A=A10, dove 1 È il pedice e 0 e
% l'apice, ovvero sono i coseni direttori del riferimento locale 1 rispetto
% al riferimento globale 0. qui il problema viene visto all'inverso.
% -----
% INPUT:
% Rab      (4 x 4*Nf): matrice di orientamento di "a" rispetto a "b"
% HF...Sho (3 x   Nf): matrici contenenti coordinate dei marker nel
%                    riferimento globale
% Nf       (1 x   1): numero di frame
% -----
% OUTPUT:
% HF1...Sho1 (3 x   Nf): matrici contenenti coordinate dei marker
%                    nel riferimento locale
% -----
LHF1=zeros(3,Nf); LMM1=zeros(3,Nf); LLM1=zeros(3,Nf); LCA1=zeros(3,Nf);
LV1=zeros(3,Nf); LFM1=zeros(3,Nf); Sho1_g=zeros(3,Nf); LTT1=zeros(3,Nf);
LSM1=zeros(3,Nf); TMedProx1=zeros(3,Nf); TLatProx1=zeros(3,Nf);
TMedDis1=zeros(3,Nf); TLatDis1=zeros(3,Nf);
FMedProx1=zeros(3,Nf); FLatProx1=zeros(3,Nf);
FMedDis1=zeros(3,Nf); FLatDis1=zeros(3,Nf);

for i=1:Nf
in=(i-1)*4+1;
fin=in+3;

Hhf=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LHF(:,i)' 1]')';
LHF1(1,i)=Hhf(1);LHF1(2,i)=Hhf(2);LHF1(3,i)=Hhf(3);
Hhm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LMM(:,i)' 1]')';
LMM1(1,i)=Hhm(1); LMM1(2,i)=Hhm(2); LMM1(3,i)=Hhm(3);
Hlm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LLM(:,i)' 1]')';
LLM1(1,i)=Hlm(1);LLM1(2,i)=Hlm(2);LLM1(3,i)=Hlm(3);
Hca=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LCA(:,i)' 1]')';
LCA1(1,i)=Hca(1);LCA1(2,i)=Hca(2);LCA1(3,i)=Hca(3);
Hvm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LVM(:,i)' 1]')';
LV1(1,i)=Hvm(1);LV1(2,i)=Hvm(2);LV1(3,i)=Hvm(3);
Hfm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LFM(:,i)' 1]')';
LFM1(1,i)=Hfm(1);LFM1(2,i)=Hfm(2);LFM1(3,i)=Hfm(3);
Hsho=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.Sho_g(:,i)' 1]')';
Sho1_g(1,i)=Hsho(1); Sho1_g(2,i)=Hsho(2); Sho1_g(3,i)=Hsho(3);
Htt=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LTT(:,i)' 1]')';
LTT1(1,i)=Htt(1);LTT1(2,i)=Htt(2);LTT1(3,i)=Htt(3);
Hsm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LSM(:,i)' 1]')';
LSM1(1,i)=Hsm(1);LSM1(2,i)=Hsm(2);LSM1(3,i)=Hsm(3);

Htmedprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TMedProx(:,i)' 1]')';
TMedProx1(1,i)=Htmedprox(1);TMedProx1(2,i)=Htmedprox(2);TMedProx1(3,i)=Htmedprox
(3);
Htlatprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TLatProx(:,i)' 1]')';
TLatProx1(1,i)=Htlatprox(1);TLatProx1(2,i)=Htlatprox(2);TLatProx1(3,i)=Htlatprox
(3);

```

Appendice

```
Htmeddis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TMedDis(:,i)' 1]')';
TMedDisl(1,i)=Htmeddis(1);TMedDisl(2,i)=Htmeddis(2);TMedDisl(3,i)=Htmeddis(3);
Htlatdis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TLatDis(:,i)' 1]')';
TLatDisl(1,i)=Htlatdis(1);TLatDisl(2,i)=Htlatdis(2);TLatDisl(3,i)=Htlatdis(3);
Hfmedprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FMedProx(:,i)' 1]')';
FMedProxl(1,i)=Hfmedprox(1);FMedProxl(2,i)=Hfmedprox(2);FMedProxl(3,i)=Hfmedprox
(3);
Hflatprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FLatProx(:,i)' 1]')';
FLatProxl(1,i)=Hflatprox(1);FLatProxl(2,i)=Hflatprox(2);FLatProxl(3,i)=Hflatprox
(3);
Hfmeddis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FMedDis(:,i)' 1]')';
FMedDisl(1,i)=Hfmeddis(1);FMedDisl(2,i)=Hfmeddis(2);FMedDisl(3,i)=Hfmeddis(3);
Hflatdis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FLatDis(:,i)' 1]')';
FLatDisl(1,i)=Hflatdis(1);FLatDisl(2,i)=Hflatdis(2);FLatDisl(3,i)=Hflatdis(3);
end
```

```
markerLocalG=struct('Sho_g',Shol_g,'LHF',LHF1,'LMM',LMM1,'LLM',LLM1,'LTT',LTT1,'
LCA',LCA1,'LVM',LVM1,'LFM',LFM1,'LSM',LSM1,'TMedProx',TMedProxl,'TLatProx',TLatP
rox1,'TMedDis',TMedDisl,'TLatDis',TLatDisl,'FMedProx',FMedProxl,'FLatProx',FLatP
rox1,'FMedDis',FMedDisl,'FLatDis',FLatDisl);
```

coord_locali_P.m

```
function markerLocalP = coord_locali_P(Rab,markerCoord,Nf)
```

```
% La funzione restituisce delle matrici (3xNf), in cui ogni riga e'
% una coordinata (nel riferimento opportuno) che evolve nel tempo.
% Ogni matrice corrisponde ad un marker. A\B risolve il sistema:
%   A*x=B,
% in questo caso x=coordinate nel riferimento locale, B=coordinate
% nel riferimento del laboratorio e A=A10
% -----
% INPUT:
% Rab      (4 x 4*Nf): matrice di orientamento di "a" rispetto a "b"
% HF...Sho (3 x   Nf): matrici contenenti coordinate dei marker nel
%                       riferimento globale
% Nf       (1 x   1): numero di frame
% -----
% OUTPUT:
% HF1...Shol (3 x   Nf): matrici contenenti coordinate dei marker
%                       nel riferimento locale
% -----
LHF1=zeros(3,Nf); LMM1=zeros(3,Nf); LLM1=zeros(3,Nf); LCA1=zeros(3,Nf);
LVM1=zeros(3,Nf); LFM1=zeros(3,Nf); Shol_p=zeros(3,Nf); LTT1=zeros(3,Nf);
LSM1=zeros(3,Nf); TMedProxl=zeros(3,Nf);TLatProxl=zeros(3,Nf);
TMedDisl=zeros(3,Nf);TLatDisl=zeros(3,Nf);
FMedProxl=zeros(3,Nf); FLatProxl=zeros(3,Nf);
FMedDisl=zeros(3,Nf);FLatDisl=zeros(3,Nf);

for i=1:Nf
in=(i-1)*4+1;
fin=in+3;

Hhf=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LHF(:,i)' 1]')';
LHF1(1,i)=Hhf(1);LHF1(2,i)=Hhf(2);LHF1(3,i)=Hhf(3);
Hhm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LMM(:,i)' 1]')';
LMM1(1,i)=Hhm(1); LMM1(2,i)=Hhm(2); LMM1(3,i)=Hhm(3);
Hlm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LLM(:,i)' 1]')';
LLM1(1,i)=Hlm(1);LLM1(2,i)=Hlm(2);LLM1(3,i)=Hlm(3);
```

Appendice

```
Hca=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LCA(:,i)' 1]')';
LCA1(1,i)=Hca(1);LCA1(2,i)=Hca(2);LCA1(3,i)=Hca(3);
Hvm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LVM(:,i)' 1]')';
LV1(1,i)=Hvm(1);LV1(2,i)=Hvm(2);LV1(3,i)=Hvm(3);
Hfm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LFM(:,i)' 1]')';
LF1(1,i)=Hfm(1);LF1(2,i)=Hfm(2);LF1(3,i)=Hfm(3);
Hsho=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.Sho_p(:,i)' 1]')';
Shol_p(1,i)=Hsho(1); Shol_p(2,i)=Hsho(2); Shol_p(3,i)=Hsho(3);
Htt=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LTT(:,i)' 1]')';
LTT1(1,i)=Htt(1);LTT1(2,i)=Htt(2);LTT1(3,i)=Htt(3);
Hsm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LSM(:,i)' 1]')';
LS1(1,i)=Hsm(1);LS1(2,i)=Hsm(2);LS1(3,i)=Hsm(3);

Htmedprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TMedProx(:,i)' 1]')';
TMedProx1(1,i)=Htmedprox(1);TMedProx1(2,i)=Htmedprox(2);TMedProx1(3,i)=Htmedprox(3);
Htlatprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TLatProx(:,i)' 1]')';
TLatProx1(1,i)=Htlatprox(1);TLatProx1(2,i)=Htlatprox(2);TLatProx1(3,i)=Htlatprox(3);
Htmeddis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TMedDis(:,i)' 1]')';
TMedDis1(1,i)=Htmeddis(1);TMedDis1(2,i)=Htmeddis(2);TMedDis1(3,i)=Htmeddis(3);
Htlatdis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TLatDis(:,i)' 1]')';
TLatDis1(1,i)=Htlatdis(1);TLatDis1(2,i)=Htlatdis(2);TLatDis1(3,i)=Htlatdis(3);
Hfmedprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FMedProx(:,i)' 1]')';
FMedProx1(1,i)=Hfmedprox(1);FMedProx1(2,i)=Hfmedprox(2);FMedProx1(3,i)=Hfmedprox(3);
Hflatprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FLatProx(:,i)' 1]')';
FLatProx1(1,i)=Hflatprox(1);FLatProx1(2,i)=Hflatprox(2);FLatProx1(3,i)=Hflatprox(3);
Hfmeddis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FMedDis(:,i)' 1]')';
FMedDis1(1,i)=Hfmeddis(1);FMedDis1(2,i)=Hfmeddis(2);FMedDis1(3,i)=Hfmeddis(3);
Hflatdis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FLatDis(:,i)' 1]')';
FLatDis1(1,i)=Hflatdis(1);FLatDis1(2,i)=Hflatdis(2);FLatDis1(3,i)=Hflatdis(3);
end

markerLocalP=struct('Sho_p',Shol_p,'LHF',LHF1,'LMM',LMM1,'LLM',LLM1,'LTT',LTT1,'LCA',LCA1,'LVM',LV1,'LFM',LF1,'LSM',LS1,'TMedProx',TMedProx1,'TLatProx',TLatProx1,'TMedDis',TMedDis1,'TLatDis',TLatDis1,'FMedProx',FMedProx1,'FLatProx',FLatProx1,'FMedDis',FMedDis1,'FLatDis',FLatDis1);
```

A.4. l2c.m

```
function dat=l2c(tria,mrks)
% L2C Program to convert data format from xNf in Nfx
% DAT=L2C(TRIA,MRKS) provide marker trajectories from 'Leardini'
% format to 'Cappello' (3*Nf x Nm) one. Useful for all the runs of
% WLS programs. It is possible to select the markers for the
% conversion by MRKS variable.
% -----
% INPUT:
% tria (3*Nm x Nf) : mrk trajectories in Leardini format
% mrks (1 x 6) : # of the 6 markers to be transferred to dat
% -----
% OUTPUT:
% dat (3*Nf x Nm) : mrk trajectories in Cappello format
% -----
% Auth: A Leardini 15/1/96
% See : WLS_DOF, WLS_MOD, SVD_DOF

% Assegna a 'Nm' il numero di righe di 'tria', e a 'Nf' il numero
```

Appendice

```
% di colonne, cioe' di frame:
Nf=size(tria,2);

% Inizializza una matrice di zeri di (3*Nf x 4):
dat=zeros(3*Nf,4);

% Crea un vettore riga (1x4) contenente i valori [1,4,7,10]:
mksr=(mrks-1)*3+1;
% Crea un secondo vettore riga (1x4), contenente [3,6,9,12]:
mksp=mksr+2;

for i=1:Nf
    fi=(i-1)*3+1;
    % 'fi' parte da 1, poi diventa 4 all'iterazione successiva, e
    % cosi' via. Ad ogni iterazione assegna tre righe a 'dat', in
    % ognuna delle quattro colonne ci sono le tre coordinate di
    % ogni marker, fissato un certo istante di tempo. Iterando fino
    % a 'Nf', considera tutti gli istanti di tempo. Dopo la prima
    % iterazione riempie quarta, quinta e sesta riga con le coordinate
    % relative al secondo frame, e cosi' via.
    dat(fi:fi+2,:)=[tria(mksr(1):mksp(1),i) tria(mksr(2):mksp(2),i)...
        tria(mksr(3):mksp(3),i) tria(mksr(4):mksp(4),i)];
end % Alla fine si ottiene una matrice (3*Nf x Nm), con 'Nf' istanti
    % di tempo e 'Nm' marker.
```

A.5 svdR.m

```
function [Rm,Tm]=svdR(X,Y)
%% SVDR Estimation of optimal Rm.
%Ricava stime di R (3x3) e T (3x1) (vettore traslazione) con SVD
%per passare da X (coordinate locali) a Y (coordinate globali ).
% -----
% INPUT:
% X=datloc      (3*Nf x Nm)      : local marker coordinates for Nf frames
% Y=datglob     (3*Nf x Nm)      : global marker coordinates for Nf frames
% -----
% OUTPUT:
% Rm (3*Nf x 3)      : estime of the output optimal Rm
%
% Tm (3*Nf x 1)      : estime of the output optimal Tm
% -----

%Dividendo il numero di righe per 3, ricava n='Nf'
n=size(Y,1)/3;

% Definisce una matrice (3*Nf x3) contenente le Rm ottimali ed i Tm
% ottimali

Rm=zeros(3*n,3);
Tm=zeros(3*n,1);

for i=1:n
    % Con i=1 prende le prime tre righe di 'datloc' e 'datglob', cioe' le
    % coordinate dei
    % 4 marker nel primo istante di tempo, per i=2 nel secondo istante e cosi'
    % via ...
    Pfr=Y((i-1)*3+1:3*i,:);    %datglob
    Pfrx=X((i-1)*3+1:3*i,:);    %datloc
```

Appendice

```
% Ricavo R e T tramite SVD. Sono delle stime che consentono di ricavare
% la matrice di rotazione ottimale. Si lavora su un frame per volta
(Y=Pfr,X=Pfrx).
```

```
[R,T]=svdm(Pfrx,Pfr);
```

```
% Copia nella matrice Rm tutte le R calcolate
% all'istante i-esimo, aggiornando la matrice
% iterazione dopo iterazione, senza cancellare le R ricavate
% precedentemente.
```

```
Rm((i-1)*3+1:3*i,:)=R;
```

```
Tm((i-1)*3+1:3*i,:)=T;
```

```
end
```

A.6. svdm.m

```
function [R,T] = svdm(X,Y)
```

```
% SVDM
```

```
% [R,T] = SVDM(X,Y) return estimated rotation matrix and
% translation vector by means of the Singular Value Decomposition
% (SVD) non-iterative algorithm.
% The relationship between X and Y is: Y[i]=R*X[i]+T+e[i]
% where e[i] represents additive aleatory noise
% (ver. for Nm=4 and 1 frame)
```

```
-----
% INPUT:
```

```
% X (3*Nf x Nm) :local x,y,z marker coordinates
```

```
% Y (3*Nf x Nm) :global x,y,z marker coordinates
```

```
-----
% OUTPUT:
```

```
% R (3*Nf x 3) : estimate of the rotation matrix
```

```
% T (3*Nf x 1) : estimate of the translation vector
```

```
-----
% Ref.: Determining the movements of the skeleton using well-configured
% markers. Soderkvist and Wedin; J Biomechanics 1993; 26(12)
% 1473-1477
```

```
% Auth: A Leardini 25/1/96
```

```
% See: WLS_MOD, SVD_DOE, SVDPAR
```

```
% N.B. 'svdm.m' lavora su un frame per volta, perciò si fornisce
```

```
% Y=Pfr e non direttamente 'datglob'.
```

```
Nm=size(X,2);
```

```
% Le coordinate del centroide (nei due riferimenti) si trovano come
```

```
% media delle posizioni dei quattro marker.
```

```
Lm=mean(X,2); MLm=Lm*ones(1,Nm); % Lm centroid coord. in the Local frame
```

```
Pm=mean(Y,2); MPm=Pm*ones(1,Nm); % Pm centroid coord. in the Global frame
```

```
% MLm=
```

```
% | Lm(1) Lm(1) Lm(1) Lm(1) |
% | Lm(2) Lm(2) Lm(2) Lm(2) |
% | Lm(3) Lm(3) Lm(3) Lm(3) |
```

```
% N.B. Vale lo stesso per 'MPm', sono matrici (3x4).
```

```
% Quindi si calcolano le posizioni relative (rispetto al centroide)
```

```
% dei marker nel sistema di riferimento locale e in
```

```
% quello globale:
```

```
Xg=X-MLm; % local marker coord. with Origin in the centroid
```

Appendice

```
Yg=Y-MPm;          % global marker coord. with Origin in the centroid
% Xg=
%      | x1(1)-Lm(1) x2(1)-Lm(1) x3(1)-Lm(1) x4(1)-Lm(1) |
%      | x1(2)-Lm(2) x2(2)-Lm(2) x3(2)-Lm(2) x4(2)-Lm(2) |
%      | x1(3)-Lm(3) x2(3)-Lm(3) x3(3)-Lm(3) x4(3)-Lm(3) |
% N.B. Vale lo stesso per 'Yg', sono matrici (3x4).

Z=Yg*Xg'; % Si calcola la matrice Z (3x3), necessaria alla SVD.

% Singular Value Decomposition (SVD), consiste nella risoluzione del
% problema  $U D V'=Z$ , con U e V matrici unitarie ( $U*U=I$ ,  $U*$  e' la
% trasposta coniugata di U, se reale  $U*=U'$ ). D e' diagonale (3x3),
% contiene i valori singolari di A (autovalori).
[U,D,V]=svd(Z);

% L'SVD serve a ricavare R e T tali che:  $Y[i]=R*X[i]+T$ .
% Lo scarto quadratico si calcola tra  $RX+T$  e Y.
% Per fare cio' e' necessario risolvere il problema:  $U D V'=Z=BA'$ , con
%  $A=Yg$  (coordinate relative nel sistema globale) e  $B=Xg$  (coordinate
% relative nel riferimento locale). Trovate U e V si possono ricavare
% R e T come segue:

R=U*diag([1 1 det(U*V')])*V'; % Matrice di rotazione

% Vettore traslazione, si trova sostituendo in  $Y[i]=R*X[i]+T$  la Y e
% la X media; e' il vettore che indica la posizione del riferimento
% locale a partire da quello globale.
T=Pm-R*Lm;
```

A.7 plot_asse_localg.m

```
function [ptn,A,B] = plot_asse_localg(markerLocal_G,axisParam_g,Nf)
% La function si occupa di plottare l'asse di rotazione. In input vengono date
% le coordinate ed i parametri locali
% della gamba. In output si hanno le coordinate dei punti A e B, coordinate
% dei punti che si ricavano per intersezione dell'asse e di due piani
% distanti +-40 mm da Sho_g, posti lateralmente e medialmente. Ci si
% riferisce alla terna di riferimento scelta con (x,y,z).
% -----
% INPUT:
% MM...VM (3 x Nf): matrici contenenti coordinate dei marker nel
%               riferimento locale
% ng      (3x1): versore dell'asse nel riferimento locale
% cg      (3x1): vettore posizione dell'asse nel riferimento locale
% Nf      (1 x1): numero di frame
% -----
% OUTPUT:
% ptn     (3x2): coordinate dei punti A e B nel riferimento scelto
% A       (3xNf): coordinate dovute all'intersezione dell'asse e del
%               piano posto lateralmente a +40 mm da Sho_g
% B       (3xNf): coordinate dovute all'intersezione dell'asse e del
%               piano posto medialmente a -40 mm da Sho_g
% -----

Xa=zeros(1,Nf); Ya=zeros(1,Nf); Za=zeros(1,Nf);
Xb=zeros(1,Nf); Yb=zeros(1,Nf); Zb=zeros(1,Nf);
ptn=zeros(3,2*Nf);
ptnn=zeros(3,2*Nf);
A=zeros(3,Nf);
B=zeros(3,Nf);
```

Appendice

```
LMM=markerLocal_G.('LMM');      LLM=markerLocal_G.('LLM');
ng=axisParam_g.('ng');          cg=axisParam_g.('cg');

% Memorizza in 'ntemp' il valore di n all'istante i-esimo, (3x1):
ntemp=ng;

% Le componenti di n (rispetto a (x,y,z)) sono anche i coseni
% direttori dell'IHA nel riferimento globale:

Cux=ng(1,1);  Cuy=ng(2,1);  Cuz=ng(3,1);

% Si memorizzano in x1,y1,z1 le componenti di cg (x,y,z)
% all'istante i-esimo.
% N.B. Si tratta di valori numerici (1x1).

x1=cg(1,1);   y1=cg(2,1);   z1=cg(3,1);

% Trova le coordinate di A e B rispetto a (xyz). Questi punti
% sono dati dall'intersezione dell'asse con due piani sagittali:
% A e' il punto sul piano laterale (a 40 mm da Sho_g, ortogonale
% a y), B e' il punto sul piano mediale (a -40 mm da Sho_g).
Ax1=x1+((Cux/Cuy)*(40-y1));
Ay1=y1+((Cuy/Cuy)*(40-y1));
Az1=z1+((Cuz/Cuy)*(40-y1));
Bx1=x1+((Cux/Cuy)*(-40-y1));
By1=y1+((Cuy/Cuy)*(-40-y1));
Bz1=z1+((Cuz/Cuy)*(-40-y1));

% Si creano dei vettori che contengono le coordinate dei punti
% sui due piani (ptn e' una matrice (3x2)).

An1=[Ax1;Ay1;Az1];   Bn1=[Bx1;By1;Bz1];   ptn=[An1 Bn1];   %ptn(:,2*i-
1:2*i)=[An1 Bn1];

% Si copiano le coordinate dei punti A e B in questi vettori
% riga (Xa..Zb):

Xa=Ax1;Ya=Ay1;Za=Az1;
Xb=Bx1;Yb=By1;Zb=Bz1;

A=[Xa;Ya;Za];
B=[Xb;Yb;Zb];

% Si crea la figura corrispondente al grafico dell'asse:
figure(5),hold on, grid on
% Si impongono dei limiti agli assi:
axis([-100 200 -45 45 -100 150]);
box;xlabel('u'),ylabel('v'),zlabel('w')

% Si plottano i punti sui due piani a +-40 mm da Sho_p:
plot3(ptn(1,:),ptn(2,:),ptn(3,:), 'c', 'linewidth',0.5)
plot3(LLM(1,:),LLM(2,:),LLM(3,:), 'Or', 'MarkerFaceColor', 'r')
```

```
plot3(LMM(1,:), LMM(2,:), LMM(3,:), 'Ob', 'MarkerFaceColor', 'b')
plot3(Xa, Ya, Za, 'k*')
plot3(Xb, Yb, Zb, 'g*')
title(['malleolo mediale blu,malleolo laterale rosso']);
```

A.8 plot_asse_localp.m

```
function [ptn,A,B] = plot_asse_localp(markerLocal_P,axisParam_p,Nf)
% La function si occupa di plottare l'asse di rotazione. In input vengono date
% le coordinate ed i parametri locali
% del piede. In output si hanno le coordinate dei punti A e B, coordinate
% dei punti che si ricavano per intersezione dell'asse e di due piani
% distanti +-40 mm da Sho_p, posti lateralmente e medialmente. Ci si
% riferisce alla terna di riferimento scelta con (x,y,z).
% -----
% INPUT:
% MM...VM (3 x Nf): matrici contenenti coordinate dei marker nel
% riferimento locale
% np (3x1): versore dell'asse nel riferimento locale
% cp (3x1): vettore posizione dell'asse nel riferimento locale
% Nf (1 x1): numero di frame
% -----
% OUTPUT:
% ptn (3x2): coordinate dei punti A e B nel riferimento scelto
% A (3xNf): coordinate dovute all'intersezione dell'asse e del
% piano posto lateralmente a +40 mm da Sho_g
% B (3xNf): coordinate dovute all'intersezione dell'asse e del
% piano posto medialmente a -40 mm da Sho_g
% -----

Xa=zeros(1,Nf); Ya=zeros(1,Nf); Za=zeros(1,Nf);
Xb=zeros(1,Nf); Yb=zeros(1,Nf); Zb=zeros(1,Nf);
ptn=zeros(3,2*Nf);
ptnn=zeros(3,2*Nf);
A=zeros(3,Nf);
B=zeros(3,Nf);

LMM=markerLocal_P.('LMM'); LLM=markerLocal_P.('LLM');

np=axisParam_p.('np'); cp=axisParam_p.('cp');

ntemp=np;

% Le componenti di n (rispetto a (x,y,z)) sono anche i coseni
% direttori dell'asse nel riferimento globale:
Cux=np(1,1); Cuy=np(2,1); Cuz=np(3,1);

% Si memorizzano in x1,y1,z1 le componenti di cp (x,y,z)
% all'istante i-esimo.
% N.B. Si tratta di valori numerici (1x1).

x1=cp(1,1); y1=cp(2,1); z1=cp(3,1);

% Trova le coordinate di A e B rispetto a (xyz). Questi punti
% sono dati dall'intersezione dell'asse con due piani sagittali:
% A e' il punto sul piano laterale (a 40 mm da Sho_p, ortogonale
% a y), B e' il punto sul piano mediale (a -40 mm da Sho_p).
Ax1=x1+((Cux/Cuy)*(40-y1));
```

Appendice

```
Ay1=y1+((Cuy/Cuy)*(40-y1));
Az1=z1+((Cuz/Cuy)*(40-y1));
Bx1=x1+((Cux/Cuy)*(-40-y1));
By1=y1+((Cuy/Cuy)*(-40-y1));
Bz1=z1+((Cuz/Cuy)*(-40-y1));

% Si creano dei vettori che contengono le coordinate dei punti
% sui due piani (ptn e' una matrice (3x2)).
An1=[Ax1;Ay1;Az1];    Bn1=[Bx1;By1;Bz1];    ptn=[An1 Bn1];    %ptn(:,2*i-
1:2*i)=[An1 Bn1];

% Si copiano le coordinate dei punti A e B in questi vettori

Xa=Ax1;Ya=Ay1;Za=Az1;
Xb=Bx1;Yb=By1;Zb=Bz1;

A=[Xa;Ya;Za];
B=[Xb;Yb;Zb];

% Si crea la figura corrispondente al grafico dell'asse:

figure(6),hold on, grid on
% Si impongono dei limiti agli assi:
axis([-100 200 -45 45 -200 150]);
box;xlabel('u'),ylabel('v'),zlabel('w')

% Si plottano i punti sui due piani a +-40 mm da Sho_p:
plot3(ptn(1,:),ptn(2,:),ptn(3,:), 'c', 'linewidth',0.5)
plot3(LLM(1,:),LLM(2,:),LLM(3,:), 'Or', 'MarkerFaceColor', 'r')
plot3(LMM(1,:), LMM(2,:), LMM(3,:), 'Ob', 'MarkerFaceColor', 'b')
plot3(Xa,Ya,Za, 'k*')
plot3(Xb,Yb,Zb, 'g*')
title(['malleolo mediale blu,malleolo laterale rosso']);
```

A.9 plot_assi_global.m

```
function [ptnglobal,Ag,Bg,C,n] =
plot_assi_global(markerGlobal,axisParamglobal_g,axisParamglobal_p,Nf)
% La function si occupa di plottare il fascio d'assi nel sistema di riferimento
% globale e il vettore orientamento n. Il fascio d'assi È stato ricavato:
% - media tra le coordinate dei punti A della gamba e coordinate dei punti A del
% piede
% - media tra le coordinate dei punti B della gamba e coordinate dei punti B del
% piede
% I punti A e B, sono stati ricavati precedentemente nelle funzioni
% plot_asse_localg e plot_asse_localp per intersezione dell'asse e di due piani
% distanti +-40 mm da Sho_g e Sho_p, posti lateralmente e medialmente.
Successivamente
% questi punti sono stati trasformati nel sistema di riferimento globale tramite
% le
% rispettivi matrici di trasformazione R e S ed i vettori D e T.
% il vettore orientamento È stato calcolato come la differenza tra i punti
% A e B diviso la norma (A-B/norm(A-B)).
% -----
% INPUT:
% MM...VM (3xNf): matrici contenenti coordinate dei marker nel
% riferimento globale
% Ag_global (3xNf): coordinate dovute all'intersezione dell'asse e del
% piano posto lateralmente a +40 mm da Sho_g nel
% riferimento globale
```

```

% Bg_global (3xNf): coordinate dovute all'intersezione dell'asse e del
%                piano posto medialmente a -40 mm da Sho_g nel
%                riferimento globale
% cg_global (3xNf): vettore posizione dell'asse

% Ap_global (3xNf): coordinate dovute all'intersezione dell'asse e del
%                piano posto lateralmente a +40 mm da Sho_p nel
%                riferimento globale
% Bp_global (3xNf): coordinate dovute all'intersezione dell'asse e del
%                piano posto medialmente a -40 mm da Sho_p nel
%                riferimento globale
% cp_global (3xNf): vettore posizione dell'asse
% Nf         (1x1) : numero di frame
% -----
% OUTPUT:
% ptnglobal   (3x2*Nf): coordinate dei punti A e B nel riferimento scelto
% A           (3 x Nf): media tra le coordinate dei punti A della gamba
%                e coordinate dei punti A del piede
% B           (3 x Nf): media tra le coordinate dei punti B della gamba
%                e coordinate dei punti B del piede
% C           (3 x Nf): media tra le coordinate dei punti cg_global della
gamba
%                e coordinate dei punti cp_global del piede
% n           (3 x Nf): differenza tra i punti A e B diviso la norma
%                (A-B/norm(A-B))
% -----

```

```

Xa_g=zeros(1,Nf); Ya_g=zeros(1,Nf); Za_g=zeros(1,Nf);
Xb_g=zeros(1,Nf); Yb_g=zeros(1,Nf); Zb_g=zeros(1,Nf);
ptnglobal_g=zeros(3,2*Nf);
ptnn_g=zeros(3,2*Nf);

```

```

Xa_p=zeros(1,Nf); Ya_p=zeros(1,Nf); Za_p=zeros(1,Nf);
Xb_p=zeros(1,Nf); Yb_p=zeros(1,Nf); Zb_p=zeros(1,Nf);
ptnglobal_p=zeros(3,2*Nf);
ptnn_p=zeros(3,2*Nf);

```

```

Xa=zeros(1,Nf); Ya=zeros(1,Nf); Za=zeros(1,Nf);
Xb=zeros(1,Nf); Yb=zeros(1,Nf); Zb=zeros(1,Nf);
ptnglobal=zeros(3,2*Nf);

```

```

LMM=markerGlobal('LMM');           LLM=markerGlobal('LLM');
TMedDis=markerGlobal('TMedDis');   TLatDis=markerGlobal('TLatDis');

```

```

Ag_global=axisParamglobal_g('Ag_global');
cg_global=axisParamglobal_g('cg_global');
%ng_global=axisParamglobal_g('ng_global');
Bg_global=axisParamglobal_g('Bg_global');

```

```

Ap_global=axisParamglobal_p('Ap_global');
cp_global=axisParamglobal_p('cp_global');
%np_global=axisParamglobal_p('np_global');
Bp_global=axisParamglobal_p('Bp_global');

```

```

for i=1:Nf

```

```

Atemp_g=Ag_global(:,i);
Btemp_g=Bg_global(:,i);

Atemp_p=Ap_global(:,i);
Btemp_p=Bp_global(:,i);

%MEDIO I PUNTI A della base e del coperchio per ogni frame.
Atemp(:,i)=(Ag_global(:,i)+Ap_global(:,i))*0.5;
%MEDIO I PUNTI B della base e del coperchio per ogni frame
Btemp(:,i)=(Bg_global(:,i)+Bp_global(:,i))*0.5;
%VETTORE ORIENTAMENTO
n(:,i)=(Atemp(:,i)-Btemp(:,i))/norm(Atemp(:,i)-Btemp(:,i));

Atemp=Atemp(:,i);
Btemp=Btemp(:,i);

%VETTORE POSIZIONE
C(:,i)=(cg_global(:,i)+cp_global(:,i))*0.5;

xA_g=Atemp_g(1,1);   yA_g=Atemp_g(2,1);   zA_g=Atemp_g(3,1);
xB_g=Btemp_g(1,1);   yB_g=Btemp_g(2,1);   zB_g=Btemp_g(3,1);

xA_p=Atemp_p(1,1);   yA_p=Atemp_p(2,1);   zA_p=Atemp_p(3,1);
xB_p=Btemp_p(1,1);   yB_p=Btemp_p(2,1);   zB_p=Btemp_p(3,1);

xA=Atemp(1,1);       yA=Atemp(2,1);       zA=Atemp(3,1);
xB=Btemp(1,1);       yB=Btemp(2,1);       zB=Btemp(3,1);

A_g=[xA_g;yA_g;zA_g];   B_g=[xB_g;yB_g;zB_g];   %ASSI DELLA BASE
1:2*i)=[A_g B_g];      ptnglobal_g(:,2*i-

A_p=[xA_p;yA_p;zA_p];   B_p=[xB_p;yB_p;zB_p];   %ASSI DEL COPERCHIO
1:2*i)=[A_p B_p];      ptnglobal_p(:,2*i-

%ASSE MEDIO: media tra tutti gli A e media tra tutti gli B

A=[xA;yA;zA];          B=[xB;yB;zB];          ptnglobal(:,2*i-1:2*i)=[A
B];

% Si copiano le coordinate dei punti A e B in questi vettori
% riga (Xa..Zb):

Xa_g(i)=xA_g;Ya_g(i)=yA_g;Za_g(i)=zA_g;
Xb_g(i)=xB_g;Yb_g(i)=yB_g;Zb_g(i)=zB_g;

Xa_p(i)=xA_p;Ya_p(i)=yA_p;Za_p(i)=zA_p;
Xb_p(i)=xB_p;Yb_p(i)=yB_p;Zb_p(i)=zB_p;

Xa(i)=xA;Ya(i)=yA;Za(i)=zA;
Xb(i)=xB;Yb(i)=yB;Zb(i)=zB;

```

Appendice

```
Ag(:,i)=[Xa(i);Ya(i);Za(i)];
Bg(:,i)=[Xb(i);Yb(i);Zb(i)];

end

figure(7),hold on, grid on
% Si impongono dei limiti agli assi:
%axis([-500 500 300 1000 0 500]);
box;xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
plot3(ptnglobal(1,:),ptnglobal(2,:),ptnglobal(3,),'c','linewidth',0.5)
plot3(markerGlobal.LLM(1,:),markerGlobal.LLM(2,:),markerGlobal.LLM(3,),'Or','Ma
rkerFaceColor','r');
plot3(markerGlobal.LMM(1,:),markerGlobal.LMM(2,:),markerGlobal.LMM(3,),'Ob','Ma
rkerFaceColor','b');
%plot3(markerGlobal.TMedDis(1,:),markerGlobal.TMedDis(2,:),markerGlobal.TMedDis(
3,),'Marker','o','MarkerFaceColor','k','Color','k');
%plot3(markerGlobal.TLatDis(1,:),markerGlobal.TLatDis(2,:),markerGlobal.TLatDis(
3,),'Marker','o','MarkerFaceColor','m','Color','m');
plot3(Xa,Ya,Za,'k*')
plot3(Xb,Yb,Zb,'g*')
legend('ptnglobal','LLM','LMM');hold on
%legend('ptnglobal','LLM','LMM','TMedDis','TLatDis');hold on
title(['Assi nel sistema di riferimento globale']);hold off
```

A.10 coord_locali_G_new

```
function [markerLocalG,axisParam_g_new] = coord_locali_G_new(Rab,markerCoord,Nf)
% La funzione restituisce delle matrici (3xNf), in cui ogni riga e'
% una coordinata (nel riferimento opportuno) che evolve nel tempo.
% Ogni matrice corrisponde ad un marker. A\B risolve il sistema:
%   A*x=B,
% in questo caso x=coordinate nel riferimento locale, B=coordinate
% nel riferimento del laboratorio e A=A10, dove 1 È il pedice e 0 e
% l'apice, ovvero sono i coseni direttori del riferimento locale 1 rispetto
% al riferimento globale 0. qui il problema viene visto all'inverso.
% -----
% INPUT:
% Rab      (4 x 4*Nf): matrice di orientamento di "a" rispetto a "b"
% HF...Sho (3 x   Nf): matrici contenenti coordinate dei marker nel
%                    riferimento globale
% Nf      (1 x   1): numero di frame
% -----
% OUTPUT:
% HF1...Shol_g,Shol_p (3 x   Nf): matrici contenenti coordinate dei marker
%                                nel riferimento locale
% Al...nl_p (3 x   Nf):          matrici contenenti i parametri degli assir
%                                nel riferimento locale
% -----
LHF1=zeros(3,Nf); LMM1=zeros(3,Nf); LL1L=zeros(3,Nf); LCA1=zeros(3,Nf);
LV1L=zeros(3,Nf); LF1L=zeros(3,Nf); Shol_g=zeros(3,Nf); LTT1=zeros(3,Nf);
LS1L=zeros(3,Nf); TMedProx1=zeros(3,Nf); TLatProx1=zeros(3,Nf);
TMedDis1=zeros(3,Nf); TLatDis1=zeros(3,Nf);
FMedProx1=zeros(3,Nf); FLatProx1=zeros(3,Nf);
FMedDis1=zeros(3,Nf); FLatDis1=zeros(3,Nf);
A1=zeros(3,Nf); B1=zeros(3,Nf); C1=zeros(3,Nf); nl=zeros(3,Nf);

for i=1:Nf
in=(i-1)*4+1;
fin=in+3;

Hhf=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LHF(:,i)' 1]')';
```

Appendice

```

LHF1(1,i)=Hhf(1);LHF1(2,i)=Hhf(2);LHF1(3,i)=Hhf(3);
Hm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LMM(:,i)' 1]')';
LMM1(1,i)=Hm(1);LMM1(2,i)=Hm(2);LMM1(3,i)=Hm(3);
Hlm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LLM(:,i)' 1]')';
LLM1(1,i)=Hlm(1);LLM1(2,i)=Hlm(2);LLM1(3,i)=Hlm(3);
Hca=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LCA(:,i)' 1]')';
LCA1(1,i)=Hca(1);LCA1(2,i)=Hca(2);LCA1(3,i)=Hca(3);
Hvm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LVM(:,i)' 1]')';
LVM1(1,i)=Hvm(1);LVM1(2,i)=Hvm(2);LVM1(3,i)=Hvm(3);
Hfm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LFM(:,i)' 1]')';
LFM1(1,i)=Hfm(1);LFM1(2,i)=Hfm(2);LFM1(3,i)=Hfm(3);
Hsho=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.Sho_g(:,i)' 1]')';
Sho_g(1,i)=Hsho(1);Sho_g(2,i)=Hsho(2);Sho_g(3,i)=Hsho(3);
Htt=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LTT(:,i)' 1]')';
LTT1(1,i)=Htt(1);LTT1(2,i)=Htt(2);LTT1(3,i)=Htt(3);
Hsm=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.LSM(:,i)' 1]')';
LSM1(1,i)=Hsm(1);LSM1(2,i)=Hsm(2);LSM1(3,i)=Hsm(3);

Htmedprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TMedProx(:,i)' 1]')';
TMedProx1(1,i)=Htmedprox(1);TMedProx1(2,i)=Htmedprox(2);TMedProx1(3,i)=Htmedprox(3);
Htlatprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TLatProx(:,i)' 1]')';
TLatProx1(1,i)=Htlatprox(1);TLatProx1(2,i)=Htlatprox(2);TLatProx1(3,i)=Htlatprox(3);
Htmeddis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TMedDis(:,i)' 1]')';
TMedDis1(1,i)=Htmeddis(1);TMedDis1(2,i)=Htmeddis(2);TMedDis1(3,i)=Htmeddis(3);
Htlatdis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.TLatDis(:,i)' 1]')';
TLatDis1(1,i)=Htlatdis(1);TLatDis1(2,i)=Htlatdis(2);TLatDis1(3,i)=Htlatdis(3);
Hfmedprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FMedProx(:,i)' 1]')';
FMedProx1(1,i)=Hfmedprox(1);FMedProx1(2,i)=Hfmedprox(2);FMedProx1(3,i)=Hfmedprox(3);
Hflatprox=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FLatProx(:,i)' 1]')';
FLatProx1(1,i)=Hflatprox(1);FLatProx1(2,i)=Hflatprox(2);FLatProx1(3,i)=Hflatprox(3);
Hfmeddis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FMedDis(:,i)' 1]')';
FMedDis1(1,i)=Hfmeddis(1);FMedDis1(2,i)=Hfmeddis(2);FMedDis1(3,i)=Hfmeddis(3);
Hflatdis=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.FLatDis(:,i)' 1]')';
FLatDis1(1,i)=Hflatdis(1);FLatDis1(2,i)=Hflatdis(2);FLatDis1(3,i)=Hflatdis(3);

HtA=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.A(:,i)' 1]')';
Al(1,i)=HtA(1);Al(2,i)=HtA(2);Al(3,i)=HtA(3);

HtB=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.B(:,i)' 1]')';
Bl(1,i)=HtB(1);Bl(2,i)=HtB(2);Bl(3,i)=HtB(3);

HtC=(Rab(:,in:fin)\[markerCoord.C(:,i)' 1]')';
Cl(1,i)=HtC(1);Cl(2,i)=HtC(2);Cl(3,i)=HtC(3);

nl(:,i)=(Al(:,i)-Bl(:,i))/norm(Al(:,i)-Bl(:,i));

end
markerLocalG=struct('Sho_g',Sho_g,'Sho_l_g',Sho_l_g,'LHF',LHF1,'LMM',LMM1,'LLM',LLM1,'LTT',LTT1,'LCA',LCA1,'LVM',LVM1,'LFM',LFM1,'LSM',LSM1,'TMedProx',TMedProx1,'TLatProx',TLatProx1,'TMedDis',TMedDis1,'TLatDis',TLatDis1,'FMedProx',FMedProx1,'FLatProx',FLatProx1,'FMedDis',FMedDis1,'FLatDis',FLatDis1);
%'A',Al,'B',Bl,'C',Cl,'n',nl,'ptn',ptn);

```

Appendice

```
axisParam_g_new=struct('Ag_new',Al,'Bg_new',Bl,'Cg_new',Cl,'ng_new',nl);  
%ATTENZIONE CHE cp e cg sono in coord loc
```

A.11 MSARA_calc.m

```
function [noptg,coptg,deffg,chig] = MSARA_calc(n,C)  
% Sfrutta la routine 'wolihapasara.m' per calcolare i parametri  
% di dispersione nel sistema di riferimetno scelto.  
% -----  
% INPUT:  
% n (3xNf): versore del fascio d'assi  
% C (3xNf): vettore posizione del fascio d'assi  
% -----  
% OUTPUT:  
% noptg (3xNf): versore del mean SARA  
% soptg (3xNf): vettore posizione del mean SARA  
% deffg (1x 1): distanza RMS tra copt ed il fascio d'assi  
% chig (1x 1): dispersione angolare  
% -----  
  
% Si calcolano i parametri ottimali, cioe' quelli che definiscono  
% l'asse medio SARA. Si noti che 'nopt' (i.e.) e' (3x1).  
[noptg,coptg,deffg,chig] = wolihapasara(n,C);  
  
% Si calcola il valore in gradi della dispersione angolare del mean SARA:  
chig=(chig*180)/pi;  
  
end
```

A.12. wolihapasara.m

```
function[nopt,copt,deff,chi] = wolihapasara(n,C)  
% WOLIHPAR return the relevant parameters of the MEAN  
% SARA Axis [NOPT,SOPT,DEFF,CHI] = WOLIHPASARA(n,C) returns  
% the estime of the mean SARA axis and the pivot point  
% of the bundle of axes' provided in input, the rms  
% distance between the pivot point and the bundle of axes', and  
% the dispersion angle of the bundle of axes'.  
% The orientation of NOPT is changed according to the mean  
% orientations of bundle of axes', because the routine was enable  
% to automatically get it (27/4/96).  
% -----  
% INPUT:  
% ng_new (3xNf): unit vector of the axes  
% Cg_new (3xNf): position vector of the axes' [mm]  
% -----  
% OUTPUT:  
% nopt(3x 1): optimal mean SARA axis orientation of the axis  
% copt(3x 1): optimal mean SARA axis position of the axis [mm]  
% deff : rms distance between sopt and of the axis [mm]  
% chi : dispersion angle of the axis [rad]  
% -----  
% Ref.: Data processing and error analysis: Woltring HJ; pp. 203-237  
% In: Biomechanics of Human Movement (Cappozzo and Berme Ed) 1991  
% Auth: A Leardini 29/1/96  
  
Nf=size(n,2); % Trova il numero di fram
```

Appendice

```
% ----- Calculating the Pivot Point: copt -----
% Q=(1/Nf)*sum(Q[i])=(1/Nf)*sum(I-n[i]n[i]'), si ricava minimizzando
% la media della somma dei quadrati dei vettori d[i], ortogonali a
% n[i] e passanti per il punto identificato da copt, posizione del
% MHA. d[i]=(I-n[i]n[i]')(C-C[i]).
Q=zeros(3,3);
opt=zeros(3,1); seff=0;

% Calcola 'Qi' ad ogni iterazione, in Q fa la sommatoria dei vari Qi.
% 'opt' e' necessario a valutare copt al punto successivo.
for i=1:Nf
    Qi=eye(3)-n(:,i)*n(:,i)'; % Q[i]=I-n[i]n[i]'
    Q=Q+Qi; % sum(Q[i])
    opt=opt+Qi*C(:,i); % sum(Q[i]C[i])
end
invn=1/Nf;
Q=invn*Q; % Calcola 'Q' come (1/Nf)*sum(Qi).

% Valuta copt come (1/Nf)*(Q^-1)*sum(Q[i]c[i]), e' quanto
% si ricava ponendo a zero la derivata della media
% della somma dei quadrati dei vari d[i]. E' quindi
% il punto (pivot) che minimizza le distanze rms dal fascio d'assi.
copt=invn*inv(Q)*opt;

% Valuta la distanza rms come:
% d^2=(1/Nf)*sum(copt-c[i])'Q[i](copt-c[i]).
% Quindi ricalcola 'Qi' ad ogni iterazione e calcola la sommatoria.
for i=1:Nf
    Qi=eye(3)-n(:,i)*n(:,i)';
    eff=(copt-C(:,i))'*Qi*(copt-C(:,i));
    seff=seff+eff;
end

% RMS distance between Sopt and axis', valutata dividendo 'seff'
% per 'Nf' e facendo la radice quadrata.
deff=sqrt(invn*seff);

% ----- Calculating the Mean SARA Axis: nopt -----
% La soluzione di Nopt deriva dalla minimizzazione della distanza da
% un arbitrario punto dell'asse medio ed il fascio d'assi. Il punto e' definito
% da 'k', a partire da copt (e diretto come n). Si ricava:
% e^2=d^2+k^2 n'Q*n.
% Il minimo assoluto della distanza 'e' si ottiene
% se n e' autovettore di Q con l'autovalore piu' piccolo possibile
% (lambda). Quindi si risolve un problema agli autovalori:

% In V memorizza gli autovettori (in colonna), in D si hanno (sulla
% diagonale) gli autovalori:
[V,D]=eig(Q);

% Si trova il piu' piccolo autovalore e l'indice sulla diagonale:
[lambda,ind]=min(diag(D));

% Si ricava l'autovettore corrispondente a lambda, selezionando la
% colonna corrispondente all'indice di lambda (lungo la diagonale):
nopt=V(:,ind);

% Dispersion angle of the axis' about nopt.
% Si dimostra che lambda=(1/Nf)*sum((sin(chi[i]))^2).
```

Appendice

```
chi=asin(sqrt(lambda));
```

```
% Checking and Updating the direction of the Mean SARA:
```

```
% a causa di come e' costruita la routine, se l'orientamento di 'nopt'
```

```
% e' opposto rispetto a quello medio, cambia segno.
```

```
if sum(nopt./mean(n'))<0
```

```
    nopt=-nopt;
```

```
end
```

Bibliografia

- [1] C. . Vaughan, B. . Davis, and J. . O'Connor, *D Ynamics of*. 1992.
- [2] A. M. Dollar and H. Herr, "Lower extremity exoskeletons and active orthoses: Challenges and state-of-the-art," *IEEE Trans. Robot.*, vol. 24, no. 1, pp. 144–158, 2008, doi: 10.1109/TRO.2008.915453.
- [3] D. I. Padova, "COMPET I T I V I T A ' Ortesi di arto inferiore esperienza."
- [4] S. A. Radtka, S. R. Skinner, and M. E. Johanson, "A comparison of gait with solid and hinged ankle-foot orthoses in children with spastic diplegic cerebral palsy," *Gait Posture*, vol. 21, no. 3, pp. 303–310, 2005, doi: 10.1016/j.gaitpost.2004.03.004.
- [5] K. Makki, B. Borotikar, M. Garetier, S. Brochard, D. Ben Salem, and F. Rousseau, "In vivo ankle joint kinematics from dynamic magnetic resonance imaging using a registration-based framework," *J. Biomech.*, vol. 86, pp. 193–203, 2019, doi: 10.1016/j.jbiomech.2019.02.007.
- [6] G. Belforte, M. Sorli, and L. Gastaldi, "Active orthosis for rehabilitation and passive exercise," *Int. Conf. Simulations Biomed. Proceedings, BIOMED*, vol. 4, pp. 199–208, 1997.
- [7] U. Della Croce, A. Leardini, L. Chiari, and A. Cappozzo, "Human movement analysis using stereophotogrammetry Part 4: Assessment of anatomical landmark misplacement and its effects on joint kinematics," *Gait Posture*, vol. 21, no. 2, pp. 226–237, 2005, doi: 10.1016/j.gaitpost.2004.05.003.
- [8] L. Gastaldi, S. Pastorelli, and S. Frassinelli, "A biomechanical approach to paralympic cross-country sit-ski racing," *Clin. J. Sport Med.*, vol. 22, no. 1, pp. 58–64, 2012, doi: 10.1097/JSM.0b013e31824202d3.
- [9] K. Rita, "Variability of gait characterized by normalized deviation of parameters," *26th Danubia-Adria Symp. Adv. Exp. Mech.*, no. January 2010, pp. 109–110, 2009.
- [10] E. Szczerbik and M. Kalinowska, "The influence of knee marker placement error on evaluation of gait kinematic parameters," *Acta Bioeng. Biomech.*, vol. 13, no. 3, pp. 43–46, 2011.
- [11] C. P. Charalambous, "Measurement of lower extremity kinematics during level walking," *Class. Pap. Orthop.*, pp. 397–398, 2014, doi: 10.1007/978-1-4471-5451-8_100.
- [12] C. Frigo and M. Rabuffetti, "Multifactorial estimation of hip and knee joint centres for clinical application of gait analysis," *Gait Posture*, vol. 8, no. 2, pp. 91–102, 1998, doi: 10.1016/S0966-6362(98)00031-9.
- [13] A. Leardini, A. Chiari, U. Della Croce, and A. Cappozzo, "Human movement analysis using stereophotogrammetry Part 3. Soft tissue artifact assessment and compensation," *Gait Posture*, vol. 21, no. 2, pp. 212–225, 2005, doi: 10.1016/j.gaitpost.2004.05.002.
- [14] C. Stewart and A. P. Shortland, "The biomechanics of pathological gait - from muscle to movement," *Acta Bioeng. Biomech.*, vol. 12, no. 3, pp. 3–12, 2010.
- [15] S. J. Piazza, N. Okita, and P. R. Cavanagh, "Accuracy of the functional method of hip joint center location: Effects of limited motion and varied implementation," *J. Biomech.*, vol. 34, no. 7, pp. 967–973, 2001, doi: 10.1016/S0021-9290(01)00052-5.
- [16] S. S. H. U. Gamage and J. Lasenby, "New least squares solutions for estimating the average centre of rotation and the axis of rotation," *J. Biomech.*, vol. 35, no. 1, pp. 87–93, 2002, doi: 10.1016/S0021-9290(01)00160-9.
- [17] K. Halvorsen, M. Lesser, and A. Lundberg, "A new method for estimating the axis of rotation and the center of rotation," *J. Biomech.*, vol. 32, no. 11, pp. 1221–1227, 1999, doi: 10.1016/S0021-9290(99)00120-7.
- [18] C. W. Spoor and F. E. Veldpaus, "Rigid body motion calculated from spatial co-ordinates of markers," *J. Biomech.*, vol. 13, no. 4, pp. 391–393, 1980, doi: 10.1016/0021-9290(80)90020-

2.

- [19] H. J. Woltring, R. Huiskes, A. de Lange, and F. E. Veldpaus, “Finite centroid and helical axis estimation from noisy landmark measurements in the study of human joint kinematics,” *J. Biomech.*, vol. 18, no. 5, pp. 379–389, 1985, doi: 10.1016/0021-9290(85)90293-3.
- [20] R. M. Ehrig, W. R. Taylor, G. N. Duda, and M. O. Heller, “A survey of formal methods for determining the centre of rotation of ball joints,” *J. Biomech.*, vol. 39, no. 15, pp. 2798–2809, 2006, doi: 10.1016/j.jbiomech.2005.10.002.
- [21] A. Leardini *et al.*, “Validation of a functional method for the estimation of hip joint centre location,” *J. Biomech.*, vol. 32, no. 1, pp. 99–103, 1999, doi: 10.1016/S0021-9290(98)00148-1.
- [22] B. A. MacWilliams, “A comparison of four functional methods to determine centers and axes of rotations,” *Gait Posture*, vol. 28, no. 4, pp. 673–679, 2008, doi: 10.1016/j.gaitpost.2008.05.010.
- [23] M. H. Schwartz and A. Rozumalski, “A new method for estimating joint parameters from motion data,” *J. Biomech.*, vol. 38, no. 1, pp. 107–116, 2005, doi: 10.1016/j.jbiomech.2004.03.009.
- [24] R. M. Ehrig, W. R. Taylor, G. N. Duda, and M. O. Heller, “A survey of formal methods for determining functional joint axes,” *J. Biomech.*, vol. 40, no. 10, pp. 2150–2157, 2007, doi: 10.1016/j.jbiomech.2006.10.026.
- [25] P. Brémaud, *Texts in Applied Mathematics*. 2010.
- [26] G. Gregorcic, “The Singular Value Decomposition and the Pseudoinverse Singular Value Decomposition,” vol. 0, pp. 1–7, 2001.
- [27] “1987 - H.J. Woltring - Instantaneous Helical Axis Estimation Via Natural, Cross-Validated Splines.pdf.” .
- [28] P. D. I. Torino, “Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Biomedica Realizzazione e Verifica Sperimentale di Prototipo di Ortesi Piede – Caviglia Rispettosa della Cinematica Articolare Naturale,” 2019.
- [29] P. D. I. Torino, “Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Biomedica Tesi di Laurea Magistrale Studio teorico e sperimentale di giunto per ortesi articolata basato sulla cinematica naturale della caviglia.”
- [30] P. D. I. Torino, “Sviluppo di un ’ ortesi articolata piede-caviglia ad asse di rotazione flottante basato sulla cinematica articolare fisiologica,” 2015.
- [31] H. Woltring and R. Huiskes, “A Statistically Motivated Approach to Instantaneous Helical Axis Estimation From Noisy, Sampled Landmark Coordinates,” *Biomech. IX-B*, no. 1985, pp. 274–279, 1985.
- [32] I. Reichl and W. Auzinger, *Identifying Tibio-Femoral Joint Kinematics: Individual Adjustment versus Numerical Robustness**, vol. 45, no. 2. IFAC, 2012.
- [33] “1999 kinematics of the human ankle complex in passive flexion□a single degree of freedom system.pdf.” .

Ringraziamenti

Vorrei ringraziare il Professor Carlo Ferraresi, che fin dall'inizio del mio percorso di studi, mi ha fatto appassionare al mondo della biomeccanica, con il corso di "Meccanica applicata ai sistemi biomedici" e lo ringrazio, per avermi concesso l'opportunità di poter lavorare a questo progetto di tesi, al quale ho dedicato tutta me stessa: anima e corpo. Ringrazio i Professori Walter Franco e Daniela Maffiodo per essere stati presenti durante il lavoro svolto e soprattutto l'ing. Carlo De Benedictis. Un tutor, una guida, un esempio ed un collega per me, che nonostante la pandemia ed il lavoro in remoto, mi ha aiutato passo dopo passo in questo mio, anzi nostro, progetto. Grazie Carlo, per la pazienza ed i consigli fornitimi, ne farò tesoro.

Ringrazio la città di Torino per avermi accolta e per avermi fatto conoscere delle persone meravigliose: i miei colleghi, persone fondamentali per il mio corso di studi e le mie amiche Dasha e Fabiana, punti di riferimento in questa mia esperienza. Ringrazio Francesca, la mia coinquilina, la mia quotidianità in questi anni universitari. Grazie per avermi fatto sentire a casa e per avermi supportata e sopportata. Ringrazio Beatrice, o meglio la mia "cucciola di bea", per la presenza, per l'aiuto emotivo, per avermi ascoltata e soprattutto incentivata tutte le volte che pensavo di non portare al termine il mio progetto di tesi.

Ringrazio le mie amiche di sempre, Alice e Giulia, sorelle per scelta, fonte inesauribile di spensieratezza per me; il mio sorriso è il vostro. Mi avete fatto credere in me stessa, nelle mie capacità e potenzialità più di chiunque altro. Grazie per essermi state sempre vicine in qualsiasi situazione, nel bene e nel male.

Grazie alla mia numerosa famiglia di zii, cugini e nonni, perché con voi ho capito che una gioia condivisa è una gioia raddoppiata ed un dolore condiviso è un dolore dimezzato.

Infine, ringrazio mia madre, mio padre e mio fratello. Grazie per avermi dato la possibilità di diventare ed essere la persona che sono oggi, senza di voi non ce l'avrei mai fatta.

Grazie per aver messo sempre me e Guglielmo al primo posto: prima di un viaggio, prima di una cena, di un pranzo e prima di voi stessi. Spero che tutti i sacrifici fatti siano stati ripagati. Io, nel mio piccolo, posso solo dirvi che la mia tesi di laurea è per voi. Spero siate orgogliosi di me ogni giorno, come io lo sono di voi. Vi voglio bene.