POLITECNICO DI TORINO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA STRUTTURALE, EDILE E GEOTECNICA

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile delle Strutture

Tesi di Laurea Magistrale

Caratterizzazione dinamica finalizzata alla diagnosi di un ponte storico in cemento armato

Relatore:
Prof. Ing. Rosario Ceravolo

Correlatori:
Dr. Ing. Gaetano Miraglia
Dr. Ing. Giorgia Coletta
Dr. Arch. Erica Lenticchia

Candidata:
Maria Cristina Lunardi

Marzo 2021

Alla mia mamma,

la stella più bella del cielo

che illumina il cammino della mia vita.

Sommario

1. Introduzione 8

2. Monitoraggio Strutturale 9

2.1 Monitoraggio Statico 9

2.2 Monitoraggio Dinamico 9

2.3 Strumentazione per il monitoraggio 10

3. Modelli dinamici 12

3.1 Approccio alla dinamica delle strutture 12

3.2 Modello spaziale, modale e di risposta 13

4. Identificazione dinamica 14

4.1 Metodi d'identificazione per l'analisi modale 15

4.2 Analisi Modale sperimentale e operazionale 18

4.3 Metodi nel dominio delle frequenze 19

4.4 Metodi nel dominio del tempo 20

4.5 La formulazione state-space 22

4.6 Formulazioni dal tempo continuo al tempo discreto 26

4.7 Parametri di Markov 26

4.8 Eigensystem Realization Algorithm ERA 28

4.8.1 Input e output noti 28

4.8.2 Output-only con l'azione di random noise 32

4.9 Stochastic Subspace Identification (SSI) 33

4.9.1 Predizione e stati di Kalman 34

5 Caso studio: il Ponte Lamberti 37

5.1 Descrizione generale 37

5.1.1 Fenomeni di degrado nei ponti in cemento armato 41

5.2 Valutazione della sicurezza (Ghizzoni 2013) 43

5.2.1 Analisi del sito e della struttura 43

5.2.2 Cenni sull'azione sismica e sui parametri di progetto 45

5.2.3 Cenni sui carichi e sugli schemi di carico 46
5.2.4 Cenni sull'analisi sismica e verifiche condotte 48
5.2.5 Valutazione della sicurezza dell'opera 49
5.3 Modello preliminare 51
5.2.1 Modello preliminare agli elementi finiti 52
5.4 Acquisizione dei segnali 54
6 Identificazione dinamica 58
6.1 L'algoritmo ERA 58
6.1.1 Definizione delle matrici dei segnali acquisiti 58
6.1.2 Preprocessing 58
6.1.3 Processing del segnale 65
6.1.4 Parti essenziali dell'algoritmo 74
6.1.5 Risultati ottenuti e confronto (preprocessing con ERA) 75
6.2 L'algoritmo SSI 79
6.2.1 Processing del segnale 79
6.2.2 Parti essenziali dell'algoritmo 87
6.2.3 Risultati ottenuti e confronto (preprocessing con SSI) 87
6.2.4 Frequenze stabili/instabili 90
6.2.5 Cluster Analysis 96
6.3 Confronto risultati: picco manuale, ERA, SSI 112
6.4 Forme modali 117
Accelerazione Setup01 SSI 119
Accelerazione Setup02 SSI 119
LVDT Setup01 SSI 119
Accelerazione Setup01 ERA 121
Accelerazione Setup02 ERA 121
LVDT Setup01 ERA 122
Plot delle forme modali 122

1° modo di vibrare – range di frequenza 2.2-2.3 Hz 123
Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI 123
Forma modale: Accelerazione Setup02 SSI 124
Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA 126
Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 SSI 127
2° modo di vibrare – range di frequenza 2.7-2.8 Hz 128
Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI 128
Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA 130
Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 SSI 131
Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 ERA 132
3° modo di vibrare – range di frequenza 4.6-4.7 Hz 133
Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI 133
Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA 134
Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 ERA 136
4° modo di vibrare – range di frequenza 5.2-5.3 Hz 137
Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI 137
Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA 138
Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 ERA 140
5° modo di vibrare – range di frequenza 7.0-7.1 Hz 141
Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI 141
Forma modale: Accelerazione Setup02 SSI 142
Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA 144
Forma modale: Accelerazione Setup02 ERA 145
Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 ERA 147
6° modo di vibrare – range di frequenza 10.2-10.3 Hz 148
Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI 148
Forma modale: Accelerazione Setup02 SSI 149
Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA 151

Forma modale: Accelerazione Setup02 ERA 152

Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 SSI 154

7° modo di vibrare – range di frequenza 10.6-10.7 Hz 155

Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI 155

Forma modale: Accelerazione Setup02 SSI 156

Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 SSI 158

PLOT FINALE DELLE FORME MODALI STRUTTURALI 158

7 Conclusioni 166

8 Allegati 168

8.1 Allegato 1: Modulo della Trasformata di Fourier 168

8.2 Allegato 2: valori forniti da ERA 171

8.3 Allegato 3: valori forniti da SSI 173

8.4 Allegato 4: forme modali piano XYZ, Accelerazione - Setup01 SSI 177

8.5 Allegato 5: forme modali piano XYZ, Accelerazione - Setup02 SSI 184

8.6 Allegato 6: forme modali piano XY, LVDT - Setup01 SSI 191

8.7 Allegato 7: forme modali piano XYZ, Accelerazione - Setup01 ERA 199

8.8 Allegato 8: forme modali piano XYZ, Accelerazione - Setup02 ERA 207

8.9 Allegato 9: forme modali piano XY, LVDT- Setup01 ERA 213

References 220

Bibliografia 220

Sitografia 221

Ringraziamenti 222

1. Introduzione

Il presente lavoro di tesi ha come obiettivo finale l'identificazione dinamica del Ponte Lamberti, attraverso lo sviluppo e l'esplorazione di un codice in linguaggio Matlab, a partire dai dati sperimentali forniti dal monitoraggio strutturale del ponte, in particolare, si pone l'attenzione ai parametri modali quali frequenze, modi di vibrare e smorzamenti. Per il caso studio è stato sviluppato uno script, all'interno del quale sono stati richiamati degli algoritmi preconfezionati, quelli utilizzati nel codice per l'identificazione di tali parametri, sono stati: ERA (Eigensystem Realization Algorithm) sviluppato da *C. Roberto* e *G.Toso (luglio 2004)* e da *A. Saettone (dicembre 2004)* e SSI (Stochastic Subspace Identification) sviluppato invece inizialmente da *A. Saettone (2005)* e successivamente da *G. Abbiati (2009).*

I parametri modali vengono estrapolati tramite la combinazione degli algoritmi di identificazione dinamica con i dati acquisiti nella campagna di prova, l'obiettivo principale è quello di identificare dei valori quanto più vicini a quelli reali. Come è ben noto, quando si ha a che fare con dei dati sperimentali di strutture estese, come nel caso in esame, non è sempre facile valutare il giusto comportamento dell'opera e il suo livello di danneggiamento, lo scopo principale è dunque quello di raffinare al meglio i parametri modali tramite un confronto tra gli algoritmi. Si tenga presente che, un modello preliminare, un'elaborazione dei dati e un aggiornamento dello stesso con i parametri modali preliminari era stato condotto in precedenza, in questo caso, quello che si vuole fare è costruire un lavoro che permetta un ulteriore aggiornamento del modello in modo da inquadrare in maniera più realistica la struttura, evidenziando eventuali danneggiamenti e criticità in modo più chiaro.

2. Monitoraggio Strutturale

Il monitoraggio strutturale è uno strumento di fondamentale importanza per tenere sotto osservazione lo stato delle opere d'arte, ai fini della valutazione della loro sicurezza. In generale, utilizzato in svariate applicazioni, permette di esaminare il comportamento di una struttura in qualsiasi situazione, di ottenere significative informazioni ed in base a queste organizzare successive fasi di studio o programmare eventuali interventi futuri.
I controlli più diffusi sono sicuramente le ispezioni visive che, per essere efficaci, devono essere effettuate ad intervalli di tempo regolari e da personale specializzato in grado di condurre ispezioni rigorose. Come si può intuire, in questo modo, è difficile capire a pieno lo stato dell'opera ed averne quindi il pieno controllo, una soluzione in grado di risolvere il problema delle sole ispezioni visive e quindi migliorare la sicurezza delle strutture esistenti, è sicuramente il monitoraggio strutturale. Il monitoraggio si può suddividere in due grandi categorie: il monitoraggio statico e quello dinamico. Tra le grandezze monitorabili si hanno grandezze fisiche legate direttamente alla struttura (spostamenti, inclinazioni, tensioni, accelerazioni), e grandezze non strutturali (umidità, vento, temperatura) che, pur non essendo connesse alla struttura, ne influenzano il comportamento.

2.1 Monitoraggio Statico

Il monitoraggio statico è volto alla caratterizzazione del comportamento deformativo della struttura e all'individuazione delle variazioni della risposta statica del sistema a seguito di un eventuale e progressivo danneggiamento. In generale questo tipo di monitoraggio prevede l'applicazione di strumenti atti a misurare spostamenti assoluti e relativi ma riguarda anche la conoscenza di tutte quelle grandezze come pressione, umidità, temperatura, forza ecc… che devono essere tenute in conto. Il monitoraggio statico richiede che vengano misurate, a cadenza regolare, piccole variazioni su lunghi periodi, consente quindi la conoscenza di determinate grandezze a livello puntuale piuttosto che una conoscenza comportamentale dell'opera a livello globale.

2.2 Monitoraggio Dinamico

Il monitoraggio dinamico è spesso volto all'identificazione dei parametri modali della struttura (frequenze proprie, modi di vibrare, smorzamenti), in particolare, il monitoraggio delle accelerazioni e degli spostamenti permette, a seguito di un'elaborazione dei dati, di

caratterizzare dinamicamente il manufatto. Si consideri che un cambiamento dei parametri dinamici è sintomo di un cambiamento di comportamento e di un eventuale e progressivo danneggiamento. Al fine di valutare le grandezze citate vengono utilizzati accelerometri e LVDT (Linear Variable Displacement Transducer), i quali, verranno discussi in modo più approfondito nei paragrafi successivi.
Risulta chiaro che un monitoraggio strutturale di questo tipo, soprattutto se, come nel caso in esame, non in rilevamento continuo ad acquisizione automatica, non potrebbe garantire la sicurezza in caso di eventi catastrofici, bensì, può essere utile per la diagnosi preventiva del degrado strutturale, volta alla realizzazione di interventi di manutenzione, soprattutto di strutture e infrastrutture vetuste, ma indispensabili per la collettività.

2.3 Strumentazione per il monitoraggio

L'utilizzo di una strumentazione adeguata riveste un ruolo fondamentale per un buon monitoraggio strutturale. La strumentazione che viene utilizzata riguarda in generale i sistemi di eccitazione, i sensori per l'acquisizione di determinate grandezze ed il sistema di analisi dei segnali. Per quanto concerne i sistemi di eccitazione, essi vengono predisposti quando si vuole generare un input sulla struttura, trasmettendo una forza che generi una perturbazione all'opera. La perturbazione viene misurata con appositi sensori, tipicamente si misurano accelerazione e/o spostamenti, questi vengono successivamente convertiti in segnali elettrici e registrati dal sistema di analisi. I sistemi di eccitazione possono essere collegati alla struttura (sistemi fissi) oppure possono non essere a stretto contatto con la struttura (sistemi non fissi). Nel primo caso gli esempi più comuni e diffusi sono gli shaker che si suddividono in shaker elettrodinamici e shaker meccanici o vibrodine. Alla base dello shaker elettrodinamico vi è una bobina di filo, sospesa in un campo magnetico radiale, quando la corrente attraversa la bobina si genera una forza assiale che viene trasmessa all'elemento a cui lo strumento è fissato. La vibrodina invece è uno strumento atto ad imporre vibrazioni dinamiche rigorosamente sinusoidali unidirezionali, con frequenza ed ampiezza note, ad una struttura o a parte di essa, consiste in due (o più) masse solidali a due dischi calettati su alberi controrotanti mossi da un motore elettrico di sufficiente potenza. Le due masse controrotanti sono causa di due forze centrifughe: le componenti orizzontali delle due forze si elidono a vicenda, mentre le componenti verticali si sommano dando origine ad una forza sinusoidale unidirezionale, lungo la perpendicolare all'asse dei due alberi su cui sono calettate le masse. Per variare la frequenza della forza generata è sufficiente modificare la velocità di rotazione del motore, tale forza, di tipo sinusoidale, viene trasmessa alla struttura

tramite i collegamenti tra il sistema di supporto della vibrodina e la struttura stessa. Si deve tenere presente che questo tipo di strumentazione risulta essere molto pesante, talvolta il peso che grava sulla struttura può influenzarne il comportamento soprattutto laddove si hanno strutture molto leggere da analizzare. Per quanto riguarda i sistemi di eccitazione non fissi, quello più utilizzato è sicuramente il martello strumentato, esso è costituito da un semplice martello su cui viene montato un trasduttore di forza. L'energia e il contenuto in frequenza sono funzione della forza d'impatto, del peso del martello e della deformabilità del punto di contatto.

Per quanto riguarda i sensori, quelli che vengono utilizzati per misurare le accelerazioni e gli spostamenti sono definiti rispettivamente accelerometri e LVDT. Gli accelerometri o trasduttori di accelerazione sono costituiti da un sistema vibrante massa-molla, l'accelerometro quando inizia ad oscillare restituisce un segnale proporzionale all'accelerazione, in pratica il principio dello strumento consiste nell'individuare l'inerzia della massa quando è assoggettata ad accelerazioni. Questi strumenti sono apparecchiature molto piccole, rigide e leggere, il cui posizionamento non modifica il comportamento della struttura. Il meccanismo massa-molla può essere realizzato in molti modi, ad esempio, nel caso in cui l'elemento elastico sia costituito da materiale piezoelettrico si ha a che fare con trasduttori piezoelettrici. Essi sono i più utilizzati nell'ambito dell'analisi modale e sono costituiti da elementi piezoelettrici (ceramiche policristalline, cristalli di quarzo, o in generale materiali ceramici che presentano piezoelettricità) che subendo una deformazione, generano una differenza di cariche tra le facce dello strumento, la differenza di carica viene successivamente convertita in un segnale. In pratica, in questo caso, su un lato dello strumento viene posto il materiale piezoelettrico, sull'altro viene attaccata una massa sismica, quando l'accelerometro è soggetto a vibrazioni, la forza generata da tale fenomeno agisce sull'elemento piezoelettrico ed è pari al prodotto tra l'accelerazione per la massa sismica. Per via dell'effetto piezoelettrico si viene a generare una carica elettrica di output proporzionale alla forza applicata che l'ha generata.

Gli LVDT (Linear Variable Displacement Transducer o trasduttori di spostamento) invece, sono dispositivi elettromagnetici molto sensibili che vengono utilizzati per misurare piccoli spostamenti variabili nel tempo. Essi vengono solitamente posizionati in punti strategici della struttura, per ottenere risultati quanto più significativi, per esempio, nel caso in esame, i trasduttori di spostamento sono stati posizionati a livello dei giunti, in modo da misurare i diversi comportamenti delle campate.

3. Modelli dinamici

3.1 Approccio alla dinamica delle strutture

Il primo approccio alla dinamica delle strutture può avvenire con lo studio dei sistemi SDOF (Single Degree Of Freedom), ovvero sistema ad un solo grado di libertà. In questo caso si ha a che fare con una sola massa concentrata che è, nel caso più generale, collegata ad una molla e uno smorzatore, e assoggettata o meno ad una forzante esterna f(t) *[1].*

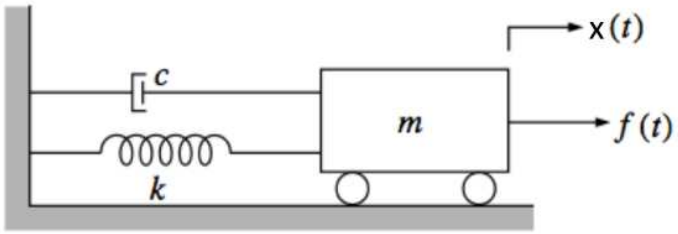

Figura 3.1.1: sistema SDOF.

In questo caso è indispensabile risolvere l'equazione differenziale del secondo ordine:

$$M\,\ddot{x}(t) + C\,\dot{x}(t) + K\,x(t) = \mathrm{f}(t) \tag{3.1.1}$$

e valutare la risposta in spostamento x(t).

Molto spesso accade però che i gradi di libertà del sistema siano più di uno, in questo caso è necessario studiare sistemi MDOF (Multi Degree Of Freedom) *[1].* Se si considera un sistema meccanico discreto con n gradi di libertà, costituito da n masse, collegate in serie da molle e smorzatori, l'equazione differenziale (3.1.1) si trasforma in un sistema di equazioni differenziali del secondo ordine, con tante equazioni quanti sono i gradi di libertà.

$$[\mathrm{M}]\{\ddot{\mathrm{X}}\} + [\mathrm{C}]\{\dot{\mathrm{X}}\} + [\mathrm{K}]\{\mathrm{X}\} = \{\mathrm{f(t)}\} \tag{3.1.2}$$

La sostanziale differenza tra i sistemi meccanici a n gradi di libertà e le strutture reali risiede nel fatto che queste ultime sono costituite da parametri distribuiti anziché concentrati, dunque sono necessarie delle approssimazioni. In linea generale il sistema reale viene approssimato con un modello FEM, l'equazione (3.1.1) può rappresentare l'approssimazione ad elementi finiti del sistema con n gradi di libertà, tuttavia tale equazione non può essere usata direttamente con un modello FEM, per via di alcune incongruenze. L'equazione (3.1.1) risulta essere in un tempo continuo, i dati che invece vengono acquisiti sperimentalmente

sono in tempo discreto, inoltre, non tutti i gradi di libertà possono essere monitorati, in quanto i sensori che vengono predisposti sulla struttura sono sempre in numero limitato, ed infine l'eccitazione/forzante non è sempre nota. Tuttavia con una scelta ottimale della posizione dei sensori, si può risalire, con un certo grado di approssimazione, al comportamento dinamico della struttura, tenendo presente in aggiunta che è possibile passare da un sistema di equazioni a tempo continuo ad un sistema di equazioni a tempo discreto. Molto spesso accade che per comodità si passi da sistemi di n equazioni differenziali del secondo ordine, allo spazio delle fasi in cui si hanno 2n equazioni differenziali del primo ordine.

3.2 Modello spaziale, modale e di risposta

Nell'Ingegneria civile si è tradizionalmente abituati ad identificare una struttura dalla conoscenza delle masse, delle rigidezze, dalla geometria in generale, dai legami costitutivi dei materiali, dalle condizioni di vincolo, ossia, da tutte le caratteristiche spaziali che vanno a determinare il comportamento statico e dinamico della struttura in esame, sotto determinate azioni esterne (forzanti, spostamenti imposti). Per risolvere questa tipologia di problemi solitamente si impongono le condizioni di equilibrio e la congruenza degli spostamenti e si risolvono sistemi di equazioni differenziali per giungere alla risposta della struttura. Tale procedimento mira alla soluzione dell'equazione di equilibrio dinamico generica, ad n gradi di libertà (3.1.2), note le matrici di massa [M], rigidezza [K] e smorzamento [C]. Dall'equazione omogenea associata è possibile, con la risoluzione del problema agli autovalori, individuare le n frequenze proprie di vibrazione, le n forme modali o modi vibrazionali e i rispettivi smorzamenti, in questo modo si identifica la struttura dal punto di vista dinamico. Una volta noto il modello modale, è possibile determinare la risposta dinamica in termini di spostamenti, deformazioni e sollecitazioni gravanti sulla struttura.
Talvolta questo tipo di approccio non è possibile da perseguire, molto spesso infatti le matrici di massa, rigidezza e smorzamento non sono note a priori, questo processo, tipico della dinamica delle strutture, può tuttavia essere percorso a ritroso. Partendo dal modello di risposta, è possibile giungere al modello spaziale, passando per quello modale. La derivazione del modello modale a partire da quello di risposta è definita identificazione dinamica, una procedura che si sta sviluppando sempre più nel campo dell'ingegneria strutturale, grazie anche allo sviluppo dell'acquisizione ed elaborazione dei dati sperimentali.

4. Identificazione dinamica

Con l'espressione identificazione dinamica di una struttura si intendono tutte quelle tecniche, sia analitiche che sperimentali, che consentono di individuare la risposta dinamica della struttura, ovvero le frequenze proprie, i relativi modi di vibrazione e i coefficienti di smorzamento. L'analisi modale sperimentale è denominata anche come problema inverso nel quale sono noti la risposta e ciò che la causa (l'input), l'obiettivo è quello di conoscere la struttura. In analogia si ha il cosiddetto problema diretto, nel quale sono noti l'input e la struttura, e si vuole conoscere la risposta.

Le varie tecniche di identificazione sono nate inizialmente nel campo della ricerca aeronautica, allo scopo di studiare il comportamento dei velivoli sotto l'azione delle vibrazioni indotte dai carichi, si sono poi estese a vari altri campi, dall'industria automobilistica, alla robotica, alle costruzioni. Il principale motivo di interesse nei riguardi dell'analisi modale sperimentale è legato alla considerazione che il comportamento dinamico di una struttura è una sorta di impronta digitale, esso dipende solo dalle sue caratteristiche intrinseche (masse, rigidezze, smorzamenti, grado di vincolo…) e non dall'entità e/o dal tipo di carico applicato, pertanto, se non intervengono modifiche interne al manufatto come per esempio, dei danni strutturali, il comportamento rimane inalterato, in caso contrario, si noterà una variazione delle frequenze e dei modi propri di vibrare. Inoltre, l'identificazione strutturale è di per sé una tecnica non distruttiva, e in quanto tale può essere applicata sia a strutture nuove, per esempio in fase di collaudo, sia a strutture esistenti o storiche.

La teoria dell'analisi modale sperimentale è basata su tre ipotesi fondamentali:

- la linearità: il comportamento dinamico della struttura è lineare, per cui la risposta ad una certa combinazione di ingressi al sistema è uguale alla medesima combinazione delle rispettive risposte, ossia è applicabile il principio di sovrapposizione degli effetti (PSE).

- la stazionarietà: le caratteristiche dinamiche della struttura non cambiano nel tempo, pertanto i coefficienti delle equazioni differenziali che reggono il problema sono costanti rispetto al tempo.

- l'osservabilità: i dati necessari a determinare le caratteristiche dinamiche di interesse devono poter essere misurati, di qui la necessità di scegliere in maniera ottimale i punti di misura.

4.1 Metodi d'identificazione per l'analisi modale

I sistemi di identificazione sono dei processi che permettono la costruzione di modelli matematici di sistemi dinamici basati sui dati misurati, nelle applicazioni di ingegneria civile, sono degli strumenti essenziali che permettono di risolvere problemi di monitoraggio strutturale, di controllo strutturale ma anche di rilevamento dei danni.

Per quanto citato in precedenza, i sistemi presi in considerazione nell'ambito dell'analisi modale sperimentale sono sistemi lineari stazionari. Essi risultano completamente caratterizzati dalla loro Impulse Response Function (IRF o h(t)) nel dominio del tempo, o dalla Frequency Response Function (FRF o H(f)), nonché equivalente della IRF ma nel dominio della frequenza. In generale quindi, le prove sperimentali per la determinazione dei parametri modali sono basate sulla possibilità di descrivere il comportamento dinamico della struttura mediante un sistema di equazioni differenziali nel dominio del tempo, oppure mediante un set di equazioni algebriche nel dominio della frequenza. Le tecniche di identificazione dinamica pertanto possono essere raggruppate in due grandi categorie: metodi nel dominio del tempo e metodi nel dominio della frequenza. I primi, in particolare, fanno riferimento alla funzione di risposta ad impulso IRF, che per un sistema ad un grado di libertà, può essere rappresentata dalla somma di risposte sinusoidali smorzate *[1]*.

$$h(t) = \frac{1}{\omega_D} e^{-\xi\omega_n t} sen(\omega_D t) \tag{4.1.1}$$

ω_D = pulsazione smorzata

ξ = smorzamento

ω_n = pulsazione naturale

La generalizzazione della IRF a sistemi a più gradi di libertà risulta essere:

$$[IRF] = [e^{A(t)}][B] * \{f(t)\} \tag{4.1.2}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [0] \\ [M^{-1}] \end{bmatrix} \tag{4.1.3}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M^{-1}][K] & -[M^{-1}][C] \end{bmatrix} \tag{4.1.4}$$

$[e^{-A(t)}]$ = matrice esponenziale, con proprietà analoghe alla funzione esponenziale

Per quanto concerne i metodi nel dominio delle frequenze, il comportamento dinamico delle strutture viene definito attraverso la funzione di risposta in frequenza (FRF). In generale la FRF di un sistema ad un grado di libertà può essere determinato come segue *[1]*:

$$H(f) = \frac{1}{\omega_n^2} Rd \cdot e^{-j\theta} \tag{4.1.5}$$

Rd = fattore di amplificazione dinamica

ω_n = pulsazione naturale

θ = fase

j = unità immaginaria

In aggiunta, le tecniche utilizzate per le analisi nel dominio delle frequenze sono basate sull'utilizzo della Trasformata di Fourier con cui è possibile determinare la soluzione dell'equazione del moto, convertendo il sistema di equazioni differenziali nel dominio del tempo in un sistema di equazioni algebriche, di più semplice risoluzione, nel dominio delle frequenze *[1]*.

$$(M\omega^2 + C\omega + K)x(\omega) = f(\omega) \tag{4.1.6}$$

La funzione di risposta in frequenza è esprimibile come rapporto tra la trasformata di Fourier della risposta e l'input.

$$H(j\omega) = \frac{x(j\omega)}{f(j\omega)} \tag{4.1.7}$$

Le funzioni di risposta in frequenza sono funzioni complesse con parte reale e parte immaginaria e possono essere rappresentate anche in termini di ampiezza e fase dalle seguenti equazioni:

Ampiezza: $$a = \sqrt{\mathrm{Im}^2 + \mathrm{Re}^2} \tag{4.1.8}$$

Fase: $$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}}\right) \tag{4.1.9}$$

Inoltre la funzione di risposta in frequenza può essere ottenuta applicando la Trasformata di Fourier alla funzione di risposta all'impulso, viceversa la IRF può essere determinata applicando la trasformata inversa alla FRF.

I primi metodi ad essere sviluppati furono quelli nel dominio delle frequenze, tuttavia, a causa dei problemi legati alla risoluzione in frequenza e al leakage iniziarono a prendere piede anche i metodi di identificazione nel dominio del tempo. Nel dominio delle frequenze si può verificare che si abbia una dispersione dell'energia spettrale, ciò dipende dall'assunzione di periodicità del segnale, ovvero dal troncamento temporale del segnale nel periodo di osservazione. In linea generale i metodi nel dominio delle frequenze tendono a

fornire migliori risultati quando nei dati campionati è presente una vasta banda di frequenze o un ampio numero di modi oscillatori, mentre i metodi che operano nel dominio del tempo portano a risultati più accurati quando il range delle frequenze d'interesse è limitato ed il numero di modi da identificare è modesto.

Entrambi i metodi possono essere ulteriormente suddivisi in metodi diretti e indiretti. Come già citato nei capitoli precedenti, si parla di approccio diretto, quando, conoscendo alcune caratteristiche della struttura come geometria, vincoli, proprietà dei materiali, distribuzione delle masse, distribuzione delle rigidezze e smorzamento, si giunge a determinare i parametri modali del sistema risolvendo un problema agli autovalori. Per quanto riguarda invece i metodi indiretti o inversi, l'approccio sperimentale prevede che, fornendo un input dinamico alla struttura e misurandone la sua risposta strutturale, si vadano a determinare le caratteristiche dinamiche della struttura (EMA). L'approccio operazionale prevede invece, di valutare i parametri dinamici solamente tramite la risposta strutturale, senza conoscere l'eccitazione di input (OMA) *[2]*.

Un'altra classificazione possibile dei metodi di identificazione riguarda la quantità di modi che possono essere determinati, nel caso in cui i modi siano molteplici, si ha una trattazione a più gradi di libertà (MDOF: Multi Degree Of Freedom), mentre nel caso in cui si identifichi un unico modo, si ha una trattazione di un singolo grado di libertà (SDOF: Single Degree Of Freedom). Negli algoritmi nel dominio del tempo si hanno unicamente metodi a più gradi di libertà, mentre nel dominio delle frequenze è possibile avere sia MDOF che SDOF.

Nonostante i molteplici progressi delle tecniche dei sistemi di identificazione, ci sono ancora molte sfide da superare, soprattutto quando si ha a che fare con strutture reali come ponti, torri ed edifici in generale, che tipicamente presentano una vasta quantità di gradi di libertà e grandi dimensioni fisiche. Queste strutture sono generalmente assoggettate ad eccitazioni complesse, come per esempio eccitazioni sismiche e di conseguenza presentano risposte complesse. Le eccitazioni sismiche sono intrinsecamente multidimensionali, esse creano input che vengono applicati simultaneamente alla struttura e in differenti direzioni, di conseguenza la struttura risponde in modo piuttosto complesso. Tenendo presente anche il fatto che gli effetti di questi input sulla struttura possono essere accoppiati, significa che le risposte misurate contengono il contributo di più di un input. I sistemi di identificazione di queste strutture sono perciò trattate come una procedura MIMO (Multi Input Multi Output) prevedendo l'impiego di più punti di eccitazione del sistema e più punti di rilevazione simultanea della risposta. Benché questo tipo di procedura è quella più diffusa a livello di

applicazioni ingegneristiche, non è l'unica. Qualora la struttura venga eccitata e ne venga misurata la risposta, su un unico punto della medesima, in questo caso, si ha a che fare con una procedura detta di tipo SISO (Single Input Single Output); esistono anche procedure di tipo SIMO (Single Input Multi Output) sotto l'eccitazione di un singolo punto della struttura con più punti di rilevazione della risposta. Talvolta, è possibile imbattersi anche in procedure MISO (Multi Input Single Output) che prevedono l'impiego di più sollecitazioni contemporanee ma di un solo punto di rilevazione dell'output *[3]*.

Infine vi è una classificazione che separa i metodi parametrici da quelli non parametrici, i primi scelgono a priori il modello matematico della struttura estrapolato dai risultati del segnale processato attraverso un fitting, in modo da avere la migliore stima dei parametri, per i secondi invece, si derivano i parametri modali direttamente dai dati processati. Esempi di metodi parametrici sono l'algoritmo ERA (Eigensystem Realization Algorithm), SSI (Stochastic Subspace Identification), il metodo di previsione dell'errore (Prediction Error Method), il metodo Polyreference Least Squares Complex Frequency Domain, i modelli ARMA. Esempi di metodi non parametrici includono invece il metodo Peaking-Picking e il metodo di scomposizione nel dominio della frequenza. I metodi non parametrici sono generalmente più efficienti, ma meno accurati rispetto ai primi *[3]*.

Detto questo, se si compara la procedura MIMO con quella SIMO è chiaro che la prima presenta più difficoltà, indipendentemente dall'uso dei metodi parametrici o non parametrici. Nel caso dei metodi parametrici l'esistenza di un input multiplo implica la stima di più parametri, per quelli non parametrici invece, la stima delle funzioni di risposta ad impulso o in frequenza richiede l'inversione delle matrici dello spettro di potenza. Per ridurre la complessità computazionale e migliorare l'accuratezza dei risultati, è auspicabile decomporre la procedura MIMO in un determinato numero di procedure SIMO, la chiave è decomporre e isolare il contributo di ogni input per uno specifico output.

4.2 Analisi Modale sperimentale e operazionale

Come già citato al punto 4.1, l'analisi modale sperimentale (EMA) fa uso di misurazioni di input (eccitazione) e di output (risposta all'eccitazione) per stimare i parametri modali. Generalmente le tecniche EMA sono difficili da applicare, in quanto, molto spesso, risulta impossibile applicare un input così forte da eccitare l'intera struttura, soprattutto mantenendo un certo livello di sicurezza. L'analisi EMA viene pertanto normalmente condotta in laboratorio su modelli in scala, tuttavia, in molte applicazioni la condizione di

funzionamento reale può essere differente, anche in modo significativo, da quella applicata nei test di laboratorio, sorge dunque una problematica di corretta scelta delle condizioni al contorno da applicare al modello in scala.
L'altra possibilità riguarda l'analisi modale operazionale (OMA), una tecnica che si basa sulla misurazione della sola risposta della struttura, e che utilizza il rumore ambientale per l'eccitazione della struttura. La tecnica consente il monitoraggio delle opere civili, difficili o sconvenienti da eccitare tramite forzanti esterne controllate, anche a causa delle loro importanti dimensioni. Le strutture vengono testate in situ senza compromettere la destinazione d'uso, evitando interruzioni del loro uso quotidiano, e le misurazioni vengono effettuate in condizioni reali; il costo dell'analisi risulta perciò essere di gran lunga inferiore rispetto all'analisi modale sperimentale in quanto viene evitato l'uso di strumentazione costosa per generare le forze di input. Anche per questa tecnica, sorgono alcune problematiche da evidenziare, innanzitutto, è necessaria una strumentazione molto sensibile per poter apprezzare la risposta, vista la ridotta entità delle sollecitazioni, in secondo luogo è indispensabile prestare molta attenzione all'elaborazione dei dati, avendo a che fare con i soli risultati di output. In aggiunta le misurazioni in output-only non permettono di determinare un modello modale completo, dal momento che le forme modali non possono essere scalate in senso assoluto, inoltre l'ambiente di eccitazione potrebbe essere confinato a bande di frequenza ristrette e di conseguenza i risultati andrebbero ad individuare solo un limitato numero di modi.

In generale, per sistemi di output-only, la forza che eccita la struttura è costituita da rumore bianco o una forza non nota sommata al rumore bianco, in ogni caso, l'input è ignoto dal punto di vista analitico e va trattato di conseguenza in soli termini probabilistici. Le forze di input, come le forze ambientali quali il vento e/o il traffico sono solitamente modellate come quantità stocastiche, con parametri incogniti ma con comportamento noto *[2]*.

4.3 Metodi nel dominio delle frequenze

I metodi nel dominio delle frequenze prevedono l'acquisizione di dati dalle prove sperimentali e permettono di ricavare informazioni sul comportamento dinamico di una struttura, in termini di frequenze proprie, smorzamenti e forme modali, mediante le funzioni di risposta in frequenza (FRF). Numerosi sono i metodi che consentono di identificare i modi propri dalle FRF, i quali, pur utilizzando procedure molto diverse, partono tutti dalla stessa ipotesi: in vicinanza della frequenza di risonanza il contributo del modo che provoca la

risonanza stessa è quello assolutamente prevalente nella definizione del valore della FRF, ovvero, in altre parole, il contributo degli altri modi è trascurabile. Con questa supposizione, un sistema a n gradi di libertà può essere trasformato in n sistemi a un singolo grado di libertà (disaccoppiamento modale).

Le tradizionali procedure EMA, vedono lo sviluppo di diversi metodi nel dominio delle frequenze. I metodi indiretti sono i più diffusi, e si basano prevalentemente sulla determinazione dei parametri modali da procedure di curve fitting della FRF (Frequency Response Function). Nell'ambito dell'analisi OMA nel dominio delle frequenze, come già anticipato precedentemente, si possono distinguere procedure di tipo parametrico e di tipo non parametrico, il metodo non parametrico più semplice e intuitivo è il cosidetto Peak Picking (PP), in questo caso viene assunto che ogni modo di vibrare può essere stimato indipendentemente rispetto gli altri modi. Questo metodo consiste nel valutare le frequenze naturali dall'osservazione dei picchi nel grafico della FRF, i modi vibrazionali dal rapporto tra i picchi in vari punti della struttura e gli smorzamenti dalla "larghezza" dei picchi, benché rudimentale, consente una valida stima dei parametri modali qualora i modi siano nettamente separati e lo smorzamento sia modesto *[2]*.

Uno dei metodi di identificazione più avanzati, di tipo non parametrico, è l'algoritmo FDD (Frequency Domain Decomposition), il quale si fonda sul concetto che gli autovettori costituiscono una base essendo linearmente indipendenti, e quindi qualsiasi spostamento del sistema può esser rappresentato da una loro combinazione lineare. Più precisamente, è basato sulla scomposizione della matrice di densità spettrale di potenza (PSD: Power Spectral Density) usando la scomposizione dei valori singolari (SVD: Singular Value Decomposition). La SVD permette di scomporre la risposta spettrale del sistema in un insieme di sistemi ad un singolo grado di libertà, ognuno corrispondente ad un modo di vibrare. Si possono pertanto disaccoppiare le componenti dei vari modi, riuscendo a distinguere modi e frequenze vicine, che con il metodo Peak Picking sarebbero state certamente confuse.

4.4 Metodi nel dominio del tempo

I modelli nel dominio del tempo costituiscono un potente strumento analitico per la descrizione e l'interpretazione di processi stocastici derivante dall'osservazione di fenomeni dinamici. Essi furono inizialmente sviluppati in discipline quali l'ingegneria del controllo e la teoria dei sistemi; le basi teoriche e le caratteristiche fondamentali sono state descritte da *Van Overschee & De Moor (1993)*. Negli ultimi anni tali modelli sono stati utilizzati da

numerosi autori per la descrizione e l'identificazione dinamica di strutture ad uso civile (ponti, edifici…) soggetti ad eccitazione ambientale. Le risposte dinamiche, acquisite durante le prove sperimentali, possono essere considerate come serie temporali discrete e possono essere valutate in modo statistico mediante processi stocastici.
I modelli matematici utilizzati sono costituiti da equazioni alle differenze nella variabile tempo al discreto, a cui corrispondono equazioni differenziali che governano il moto dei sistemi vibranti a tempo continuo. Tali modelli possono essere suddivisi in due grandi famiglie: i modelli a rappresentazione esterna ed i modelli a rappresentazione interna.

I modelli a rappresentazione esterna o modelli ingresso-uscita sono quelli in cui nelle equazioni intervengono solo le variabili di ingresso e di uscita, senza ricorso a variabili ausiliarie.

$$y(k) = \alpha_1 y(k-1) + ... + \alpha_n y(k-n) + \beta_1 u(k-1) + ... + \beta_n u(k-n) \qquad (4.4.1)$$

Con la (4.4.1) si descrive l'uscita del modello y(k) al tempo t = k*Δt tramite la combinazione lineare dei suoi valori assunti in istanti precedenti y(k – 1),…,y(k – n) e la combinazione lineare dei valori assunti dalla forzante negli istanti u(k),…, u(k – n). Poiché a causa della poca accuratezza del modello rispetto al sistema reale e agli inevitabili errori nell'acquisizione delle misure, i valori osservati non saranno in pieno accordo con la modellazione analitica, deve pertanto essere introdotto il termine e(k), detto errore d'equazione.

$$y(k) = \alpha_1 y(k-1) + ... + \alpha_n y(k-n) + \beta_1 u(k-1) + ... + \beta_n u(k-n) + e(k) \qquad (4.4.2)$$

Se il modello rappresenta bene il sistema meccanico vibrante, il termine e(k) è schematizzabile statisticamente attraverso un rumore bianco. Dall'equazione generale (4.4.2) è possibile ottenere modelli più o meno complessi in base alla definizione di e(k) e alla presenza o meno di u(k), rappresentante la forzante. Per esempio nei modelli AR, e(k) è un rumore bianco a valore atteso E[e(k)] nullo; rispetto a questi, i modelli ARX presentano anche la variabile di ingresso u(k). I modelli ARMA invece descrivono l'errore di equazione per mezzo di un processo di media mobile (MA). Questo metodo si fonda sulla determinazione del comportamento del sistema tramite un'equazione differenziale lineare, che viene discretizzata, e i cui parametri diventano le incognite da determinare. In particolare quelli legati all'eccitazione sono detti parametri di media mobile (moving average), e quelli legati alla risposta misurata sono detti parametri di auto regressione. In realtà solo questi

ultimi sono necessari per la definizione del problema, in quanto la parte di moving average è sostituita da un errore di previsione, che diventa la variabile da minimizzare per calcolare i parametri di auto regressione, e quindi frequenze naturali, e modi di vibrare. Questa procedura è particolarmente indicata per l'analisi modale operazionale, in quanto l'espressione deterministica dell'eccitazione non è indispensabile ai fini dell'analisi, e si può considerare l'input dinamico come un rumore bianco. In maniera del tutto analoga, i modelli ARMAX contengono la variabile u(k).

I metodi richiedono la selezione dell'ordine del modello, che indica quanti valori del segnale acquisito in istanti precedenti a quello considerato sono tenuti in considerazione per definire la risposta del sistema all'uscita attuale y(k). Infine richiedono, dopo aver determinato i parametri modali, la distinzione tra modi strutturali e non strutturali, tale operazione è usualmente effettuata tramite diagrammi di stabilizzazione.

I modelli a rappresentazione interna o modelli di stato si differenziano da quelli a rappresentazione esterna poiché oltre a considerare le variabili di ingresso e di uscita, considerano anche variabili ausiliarie. I modelli di stato possono essere risolti mediante algoritmi a sottospazi; l'identificazione con questi metodi è basata sulla manipolazione di matrici, le quali possono essere determinate considerando sia i dati di input che quelli di output, oppure direttamente dalla sola conoscenza dei segnali di uscita. In particolare, due metodi che sono dei tipici modelli di stato sono denominati Stochastic Subspace Identification (SSI), ed Eigensystem Realization Method (ERA), discussi approfonditamente nei capitoli successivi.

4.5 La formulazione state-space

Prima di procedere all'analisi dell'algoritmi ERA e SSI è importante definire i parametri di Markov, alla base della definizione della Matrice di Hankel. Per poter definire tali parametri è necessario definire la formulazione state-space *[1]*.

Si consideri innanzitutto la classica equazione del moto:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} \tag{4.5.1}$$

Considerando un sistema ad n gradi di libertà, si ha a che fare con n equazioni differenziali del second'ordine. Il primo passo è quello di riscrivere la stessa equazione del moto nella

formulazione state-space, trasformando le n equazioni del second'ordine in 2n equazioni del prim'ordine.

Introducendo il vettore di stato:
$$\{x\} = \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \dot{\{u\}} \end{Bmatrix} \tag{4.5.2}$$

L'equazione del moto può essere riscritta nella seguente forma:

$$\begin{bmatrix} [C] & [M] \\ [M] & [0] \end{bmatrix} \dot{\{x\}} + \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & [-M] \end{bmatrix} \{x\} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{4.5.3}$$

$$\begin{bmatrix} [C] & [M] \\ [M] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \ddot{u} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & [-M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \dot{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{4.5.4}$$

Dalla formulazione matriciale si posso estrarre le equazioni:

$$[\mathrm{M}]\{\ddot{\mathrm{u}}\} + [\mathrm{C}]\{\dot{\mathrm{u}}\} + [\mathrm{K}]\{\mathrm{u}\} = \{\mathrm{F(t)}\} \tag{4.5.5}$$

$$[\mathrm{M}]\{\dot{\mathrm{u}}\} - [\mathrm{M}]\{\dot{\mathrm{u}}\} = 0 \tag{4.5.6}$$

La prima, è l'equazione classica ben nota, la seconda è un'identità che sta ad indicare come gli n termini finali di {x} siano le derivate dei primi n termini.

La formulazione (4.5.3) può essere espressa anche nel seguente modo:

$$\dot{\{x\}} = [A]\{x\} + [B]\{F(t)\} \tag{4.5.7}$$

In cui:

Matrice di transizione:
$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M^{-1}][K] & -[M^{-1}][C] \end{bmatrix} \tag{4.5.8}$$

Matrice di carico:
$$[B] = \begin{bmatrix} [0] \\ [M^{-1}] \end{bmatrix} \tag{4.5.9}$$

Nei passaggi successivi si va a dimostrare l'espressione (4.5.7).

Ponendo:

$$[F] = \begin{bmatrix} [C] & [M] \\ [M] & [0] \end{bmatrix} \tag{4.5.10}$$

$$[L]=\begin{bmatrix}[K] & [0]\\ [0] & [-M]\end{bmatrix} \tag{4.5.11}$$

$$\{R\}=\begin{Bmatrix}F(t)\\ 0\end{Bmatrix} \tag{4.5.12}$$

Si ottiene:

$$[F]\{\dot{x}\}+[L]\{x\}=\{R\} \tag{4.5.13}$$

A questo punto moltiplicando [F], [L] e {R} per $[F]^{-1}$ si ottiene che:

$$[F]^{-1}=\frac{1}{\det F}\begin{bmatrix}[0] & -[M]\\ -[M] & [C]\end{bmatrix}=\frac{1}{-M^2}\begin{bmatrix}[0] & -[M]\\ -[M] & [C]\end{bmatrix} \tag{4.5.14}$$

$$[F]^{-1}[F]=[I] \tag{4.5.15}$$

$$[F]^{-1}[L]=\begin{bmatrix}[0] & -[I]\\ [M^{-1}][K] & [M^{-1}][C]\end{bmatrix} \tag{4.5.16}$$

$$[F]^{-1}\{R\}=\begin{bmatrix}[0]\\ [M]^{-1}\end{bmatrix}\{F(t)\} \tag{4.5.17}$$

Per cui:

$$[F]^{-1}[F]\{\dot{x}\}+[F]^{-1}[L]\{x\}=[F]^{-1}\{R\} \tag{4.5.18}$$

Risulta essere pari a:

$$[I]\{\dot{x}\}+\begin{bmatrix}[0] & -[I]\\ [M^{-1}][K] & [M^{-1}][C]\end{bmatrix}\{x\}=\begin{bmatrix}[0]\\ [M^{-1}]\end{bmatrix}\{F(t)\} \tag{4.5.19}$$

Ovvero:

$$\{\dot{x}\}=\begin{bmatrix}[0] & [I]\\ -[M^{-1}][K] & -[M^{-1}][C]\end{bmatrix}\{x\}+\begin{bmatrix}[0]\\ [M^{-1}]\end{bmatrix}\{F(t)\} \tag{4.5.20}$$

In analogia con i sistemi SDOF si cerca una soluzione del tipo:

$$\{x\}=[e^{At}]\{c(t)\}=(\Sigma_{m=0}^{\infty}\frac{[A]^m t^m}{m!})\{c(t)\} \tag{4.5.21}$$

$[e^{-At}]$ = matrice esponenziale, con proprietà analoghe alla funzione esponenziale

$\{c(t)\}$ = funzione incognita del tempo

Sapendo che:

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{F(t)\} \tag{4.5.22}$$

E cercando una soluzione del tipo:

$$\{x\} = [e^{At}]\{c(t)\} \tag{4.5.23}$$

Si ha:

$$\{\dot{x}\} = [e^{At}]\{\dot{c}(t)\} + [A][e^{At}]\{c(t)\} \tag{4.5.24}$$

Sostituendo:

$$[A][e^{At}]\{c(t)\} + [e^{At}]\{\dot{c}(t)\} = [A][e^{At}]\{c(t)\} + [B]\{F(t)\} \tag{4.5.25}$$

$$\{\dot{c}(t)\} = [e^{-At}][B]\{F(t)\} \tag{4.5.26}$$

Per determinare {c(t)} è necessario integrare:

$$\{c(t)\} = \int_0^t [e^{-A\tau}][B]\{F(\tau)\}d\tau + \{c(0)\} \tag{4.5.27}$$

Ma poiché a t=0 $\{c(0)\} = \{x(0)\}$, si ottiene che:

$$\{x(t)\} = [e^{At}]\{c(t)\} = [e^{At}]\left(\int_0^t [e^{-A\tau}][B]\{F(\tau)\}d\tau + \{x(0)\}\right) \tag{4.5.28}$$

Tenendo conto del fatto che quando non si ha un'eccitazione iniziale la componente $[e^{At}]\{x(0)\}$ viene omessa, si ottiene, in definitiva:

$$\{x(t)\} = \int_0^t [e^{A(t-\tau)}][B]\{F(\tau)\}d\tau \tag{4.5.29}$$

L'espressione ricorda l'integrale di convoluzione, in particolare risulta essere l'integrale di convoluzione generalizzato per un sistema a più gradi di libertà.

$$[IRF] = ([e^{A(t-\tau)}][B]) * \{F(t)\} \tag{4.5.30}$$

[IRF] = matrice della funzione di risposta ad impulso

4.6 Formulazioni dal tempo continuo al tempo discreto

Le espressioni a tempo continuo sono facilmente convertibili in quelle a tempo discreto, nel caso in esame in particolare, l'equazione state-space può essere discretizzata nel tempo attuando alcune semplici assunzioni *[1]*.

Detto Δt il tempo di campionamento, sostituendo $t_0 = k\Delta t$ e $t = (k+1)\Delta t$ nella formulazione al tempo continuo (4.5.28), la soluzione generale relativa ad un istante successivo è:

$$\{x[(k+1)\Delta t]\} = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} [e^{A((k+1)\Delta t-\tau)}][B]\{F(\tau)\}d\tau + [e^{A\Delta t}]\{x(k\Delta t)\} \tag{4.6.1}$$

Usando una diversa variabile di integrazione $\sigma = (k+1)\Delta t - \tau$ in notazione discreta si ha:

$$\{x(k+1)\} = \int_0^{\Delta t} [e^{A\sigma}][B]\{F(k)\}d\sigma + [e^{A\Delta t}]\{x(k)\} \tag{4.6.2}$$

In definitiva la versione a tempo discreto dell'equazione nello spazio delle fasi diventa:

$$\{x(k+1)\} = [A']\{x(k)\} + [B']\{F(k)\} \tag{4.6.3}$$

Avendo posto:

$$[A'] = [e^{A\Delta t}] \tag{4.6.4}$$

$$[B'] = \int_0^{\Delta t} [e^{A\sigma}][B]d\sigma \tag{4.6.5}$$

4.7 Parametri di Markov

La "realizzazione" di un sistema è un modello nello spazio delle fasi che riproduce un dato comportamento input-output. Visto che la risposta è misurata, come ad esempio nelle strutture monitorate, vi è la necessità di distinguere il vettore di stato, dal vettore delle risposte misurate {y(t)}, il quale, viene definito dai sensori posizionati sulla struttura, presenti in un numero limitato r, con r molto inferiore a 2n *[1]*.

Il vettore delle risposte misurate sarà una combinazione del vettore di stato:

$$\{y(k)\} = [D]\{x(k)\} \tag{4.7.1}$$

In cui [D] rappresenta la matrice degli output (rx2n).

Dunque la versione completa dell'equazione nello spazio delle fasi relativa ad un sistema monitorato si esprime come:

$$\begin{aligned} \{x(k+1)\} &= [A']\{x(k)\} + [B']\{F(k)\} \\ \{y(k)\} &= [D]\{x(k)\} \end{aligned} \tag{4.7.2}$$

Si consideri ora un sistema soggetto ad un impulso all'istante zero $\{\delta(0)\}$, un vettore di zero e di uno che dipende da dove l'impulso viene applicato.

Per k=1:

$$\{y(1)\} = [D]\{x(1)\} \tag{4.7.3}$$

$$\{x(1)\} = [A']\{x(0)\} + [B']\{F(0)\} = [B']\{\delta(0)\} \tag{4.7.4}$$

{x(0)} =0 in quanto si ha spostamento iniziale nullo laddove si ha un impulso.

Per cui:

$$\{y(1)\} = [D][B']\{\delta(0)\} \tag{4.7.5}$$

Ripetendo lo stesso concetto anche per gli altri istanti di tempo e per gli altri punti, il vettore rappresentante l'impulso viene generalizzato, risultando essere la matrice identità per ogni istante k considerato. Se infatti l'impulso è applicato in r punti, uno alla volta, tutti i vettori delle risposte a k=1 corrispondenti a ciascuno degli m impulsi possono essere raccolti in un'unica matrice (rxm).

$$[y(1)] = [D][B'][I] = [D][B'] \tag{4.7.6}$$

Utilizzando lo stesso procedimento è possibile determinare le matrici [y] anche per gli altri istanti k. In particolare per k=2 si ottiene:

$$[y(2)] = [D][A'][B'] \tag{4.7.7}$$

E così per ogni istante di misura si ha:

$$[y(k)] = [D][A']^{k-1}[B'] \tag{4.7.8}$$

Le matrici di cui sopra sono i parametri di Markov del sistema. La catena di parametri di Markov associata ad un modello dinamico è l'omologo discreto dell'IRF nella formulazione a tempo continuo.

4.8 Eigensystem Realization Algorithm ERA

4.8.1 Input e output noti

Eigensystem Realization Algorithm è un metodo di identificazione parametrico, che opera nel dominio del tempo, di tipo MIMO e si basa sulla formulazione di tipo state-space *[1][4]*. ERA venne sviluppato da Juang *[Juang & Pappa, 1985]*, mentre due anni più tardi fu introdotta da *Aoki (1987)* la realizzazione legata alla risoluzione di sistemi output-only.

I passaggi fondamentali riguardanti l'algoritmo sono sostanzialmente quattro. Una volta raccolti e trattati i dati sperimentali, ERA decompone la matrice di Hankel dei parametri di Markov utilizzando la decomposizione ai valori singolari (SVD), estrae nuove matrici di osservabilità e controllabilità, dopodiché risolve il problema agli autovalori per la matrice di realizzazione del sistema ed infine calcola frequenze, smorzamenti, modi di vibrare utilizzando gli autovalori e autovettori ottenuti.
Generalmente l'algoritmo utilizza i dati di output generati da impulsi, infatti, isola e considera solo il segnale in free-decay, ovvero quella parte del segnale che misura le oscillazioni libere dovute proprio all'applicazione dell'impulso. In questo caso quindi, è nota sia la risposta (output), ma anche l'input impulsivo. Molto spesso però, questo algoritmo viene utilizzato per derivare i parametri modali da strutture importanti che vengono monitorate senza l'applicazione di nessuna forzante esterna impulsiva. I dati sperimentali che l'algoritmo va a trattare sono frequentemente generati da rumori ambientali (white noise), pertanto l'input è incognito e non è un impulso. Nonostante non siano rispettate completamente le condizioni di perfetta operatività di ERA, lo stesso algoritmo può comunque essere impiegato per fornire frequenze, modi vibrazionali e smorzamenti in quanto risulta essere di tipo robusto.
In primis si espone il metodo che prevede dati noti, sia di input, sia di misurazioni della risposta; il metodo determina un modello completo dello spazio degli stati basato sui principi della teoria della realizzazione minima attribuita a *Ho e Kalman*. In seguito verrà presentata la procedura che può essere applicata nel caso frequente in cui sia nota solo la risposta dinamica misurata, con debite ipotesi statistiche sull'input dinamico.

Il modello mediante rappresentazione state-space è dato dalle seguenti equazioni:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \tag{4.8.1.1}$$

$$y(k) = Dx(k) \tag{4.8.1.2}$$

I dati registrati, opportunamente trattati, derivanti dai canali di acquisizione, possono essere organizzati nella matrice a blocchi di Hankel. Le matrici di Hankel vengono formate quando, nota una sequenza di dati in uscita, si richiede la realizzazione di un sottostante spazio-condizione o di un modello di Markov nascosto. La scomposizione a singolo valore della matrice di Hankel fornisce un mezzo per il calcolo delle matrici A_d, B_d, D_d che definiscono la realizzazione dello stato.

$$H_k = \begin{bmatrix} y_{k+1} & y_{k+2} & \cdots & y_{k+\beta} \\ y_{k+2} & y_{k+3} & \cdots & y_{k+\beta+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{k+\alpha} & \cdots & \cdots & y_{k+\beta+\alpha-1} \end{bmatrix} \tag{4.8.1.3}$$

Introducendo le matrici di osservabilità e controllabilità, si giunge alla seguente asserzione:

$$H_k = P_\alpha A_d^k Q_\beta \tag{4.8.1.4}$$

Risulta pertanto doveroso definire i concetti relativi alle matrici di osservabilità e controllabilità.

La controllabilità e l'osservabilità sono due importanti concetti che furono introdotti per la prima volta nel 1960 da *Kalman*. Una definizione rigorosa di sistema controllabile, nel tempo continuo, è formulata nello spazio delle fasi:

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B']\{u\} \tag{4.8.1.5}$$

$$\{y(t)\} = [D]\{x(t)\} \tag{4.8.1.6}$$

La verifica standard sulla controllabilità di un sistema si basa sul rango di una certa matrice. Il sistema espresso dalla precedente equazione si dimostra essere controllabile se e solo se la matrice [R] (2nx2nr) ha rango 2n, con r pari al numero degli eccitatori.

$$[R] = \left[[B] \quad [A][B] \quad [A]^2[B] \quad \ldots \quad [A]^{2n-1}[B] \right] \tag{4.8.1.7}$$

In questo caso la coppia di matrici [A][B] è detta controllabile ed [R] è denominata matrice di controllabilità.

Un concetto analogo è quello che ogni variabile di stato del sistema abbia un qualche effetto sull'output dello stesso, ciò è definito osservabilità. Un sistema è osservabile se dall'esame dell'output si possono ricavare informazioni su ciascuna delle variabili di stato, il che si verifica quando la matrice [Γ] (2nx2nm) ha rango 2n, con m pari al numero dei sensori.

$$[\Gamma] = \begin{bmatrix} [D] & [D][A] & [D]^2[A] & \dots & [D]^{2n-1}[A] \end{bmatrix}^T \tag{4.8.1.8}$$

Si consideri ora la matrice di Hankel per k=0, essa può essere scomposta ai valori singolari, ovvero fattorizzata in due matrici unitarie e in una matrice diagonale.

$$H_0 = P_\alpha Q_\beta = R\Sigma S^T \tag{4.8.1.9}$$

Poiché il rango delle matrici P e Q è minore o al più uguale all'ordine n del sistema, si deduce che anche il rango di H_0 sarà tale, in particolare ha dimensione (mxr). Qualsiasi matrice algebrica è equivalente al prodotto di altre matrici, opportunamente calcolate seguendo il procedimento SVD. In pratica, se si ha una matrice, H_0 nel nostro caso, di dimensioni (mxr), la forma SVD equivalente è il prodotto delle matrici $R\Sigma S^T$. La matrice R ha una dimensione (mxm), la matrice Σ è di dimensioni (mxr), mentre la matrice S^T è di dimensioni (rxr).

Scegliendo opportunamente α e β, si ottiene che la matrice Σ ha n valori singolari non nulli. Si ricorda che r è il numero degli eccitatori, m è il numero dei sensori e N è l'ordine del sistema.

$$\alpha \geq \frac{N}{m} \qquad \beta \geq \frac{N}{r} \tag{4.8.1.10}$$

Considerando la parte non nulla della matrice dei valori singolari, si può operare un'ulteriore scomposizione.

$$H_0 = R_s \Sigma_s V_s^T \tag{4.8.1.11}$$

La matrice Σ_s si scompone ulteriormente in due matrici diagonali, ottenendo:

$$\Sigma_s = E_1 E_2 \tag{4.8.1.12}$$

$$H_0 = (R_s E_1)(E_2 V_s^T) \tag{4.8.1.13}$$

Da cui:

$$P_\alpha = R_s E_1 \tag{4.8.1.14}$$

$$Q_\beta = E_2 V_s^T \tag{4.8.1.15}$$

Dalla definizione di matrice di osservabilità di ordine α e da quella di controllabilità di ordine β si evince che le prime m righe della prima forniscono una realizzazione di D_d e dalle prime r colonne della seconda una realizzazione di B_d.

$$P_\alpha = \begin{bmatrix} D_d \\ D_d A_d \\ \vdots \\ D_d A_d^{\alpha-1} \end{bmatrix} \tag{4.8.1.16}$$

$$Q_\beta = \begin{bmatrix} B_d & A_d B_d & \dots & A_d^{\beta-1} B_d \end{bmatrix} \tag{4.8.1.17}$$

Per completare la realizzazione del sistema è necessario individuare la matrice A_d. Essa si può determinare a partire da H_1.

$$H_1 = P_\alpha A_d Q_\beta = (R_s E_1) A_d (E_2 V_s^T) \tag{4.8.1.18}$$

In particolare, nota la matrice del sistema A_d, si può passare alla corrispondente matrice nel continuo A_c, per poi individuare gli n autovalori e successivamente le frequenze, i modi di vibrare e gli smorzamenti, completando l'identificazione del sistema.

$$\hat{A}_d = \Psi[\mu_i]\Psi^{-1} \tag{4.8.1.19}$$

Ψ = matrice degli autovettori del sistema discreto

$[\mu_i]$ = poli nel dominio discreto

È possibile determinare μi a partire dai poli nel dominio continuo del tempo λi attraverso la seguente relazione:

$$\mu_i = \exp(\lambda_i) \tag{4.8.1.20}$$

Infine è possibile determinare:

$$\omega_i = |\lambda_i| \text{ pulsazione} \tag{4.8.1.21}$$

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \text{ frequenza} \tag{4.8.1.22}$$

$$\zeta_i = \frac{\mathrm{Re}(\lambda_i)}{|\lambda_i|} \text{ smorzamento} \tag{4.8.1.23}$$

$$\Phi = D\Psi \text{ matrice delle forme modali} \tag{4.8.1.24}$$

4.8.2 Output-only con l'azione di random noise

Come detto in precedenza, accade molto frequentemente che non si abbiano i dati sull'input dinamico, in quanto è spesso difficoltoso eccitare le strutture, soprattutto se di grandi dimensioni. Si preferisce dunque la misurazione del solo output, come risposta dell'opera sotto l'azione di rumore ambientale ignoto *[1]*. È ragionevole formulare alcune asserzioni di tipo statistico, per esempio, introducendo una componente di rumore bianco, a media nulla con covarianza ignota si ha:

$$x(k+1) = Ax(k) + \omega(k) \tag{4.8.2.1}$$

$$y(k) = Dx(k) + \nu(k) \tag{4.8.2.2}$$

L'obiettivo del processo di identificazione è di determinare le matrici del sistema A e D, incognite, nonché le matrici di covarianza, partendo dalla sola conoscenza dei segnali di uscita.

A tale scopo si assume che il processo stocastico sia stazionario:

$$E(x_k) = 0 \tag{4.8.2.3}$$

$$E(x_k \omega_k^{\,T}) = 0 \tag{4.8.2.4}$$

$$E(x_k x_k^{\,T}) = \Sigma \tag{4.8.2.5}$$

Siccome ω_k e υ_k sono rumori bianchi a media nulla, essi non sono correlati con lo stato x. Di conseguenza sostituendo la 4.8.2.1 nella 4.8.2.5 la matrice di covarianza Σ dello stato x può essere valutata in funzione della matrice A:

$$\Sigma = E(x_{k+1} x_{k+1}^{\,T}) = E((Ax_k + \omega_k)(Ax_k + \omega_k)^T) = AE(x_k x_k^{\,T})A^T + E(\omega_k \omega_k^{\,T}) = A\Sigma A^T + Q \tag{4.8.2.6}$$

$$Q = E(\omega_k \omega_k^{\,T}) \tag{4.8.2.7}$$

Si definisce inoltre la matrice G (matrice di guadagno, gain matrix) come segue:

$$G = E(x_{k+1} y_k^T) = E((Ax_k + \omega_k)(Dx_k + \upsilon_k)^T) = AE(x_k x_k^T)D^T + E(\omega_k \upsilon_k^T) = A\Sigma D^T + S \tag{4.8.2.8}$$

$$S = E(\omega_k \upsilon_k^T) \tag{4.8.2.9}$$

La matrice di covarianza degli output per l'istante temporale i risulta essere:

$$\Lambda_i = E(y_{k+i} y_k^T) \tag{4.8.2.10}$$

Se si considera i=1, la matrice di covarianza degli output è data da:

$$\Lambda_1 = E(y_{k+1} y_k^T) = E((Dx_{k+1} + \upsilon_{k+1}) y_k^T)) = DE(x_{k+1} y_k^T) + E(\upsilon_{k+1} y_k^T) = DG \tag{4.8.2.11}$$

$$E(\upsilon_{k+1} y_k^T) = 0 \text{ ipotesi di rumore bianco} \tag{4.8.2.12}$$

Se si considera i=2, la matrice di covarianza degli output è data da:

$$\begin{aligned} &\Lambda_2 = E(y_{k+2} y_k^T) = E((Dx_{k+2} + \upsilon_{k+2}) y_k^T)) = DE(x_{k+2} y_k^T) + E(\upsilon_{k+2} y_k^T) = \\ &= DE(Ax_{k+1} + \omega_{k+1}) y_k^T = DAE(x_{k+1} y_k^T) + E(\omega_{k+1} y_k^T) = DAG \end{aligned} \tag{4.8.2.13}$$

$$E(\upsilon_{k+2} y_k^T) = 0 \text{ ipotesi di rumore bianco} \tag{4.8.2.14}$$

$$E(\omega_{k+1} y_k^T) = 0 \text{ ipotesi di rumore bianco} \tag{4.8.2.15}$$

Di conseguenza all'istante generico di tempo i:

$$\Lambda_i = DA^{i-1}G \tag{4.8.2.16}$$

Confrontando questo risultato con l'equazione relativa ai parametri di Markov nel caso di input noto, si deduce che la matrice di covarianza può essere interpretata come gli stessi parametri di Markov di un sistema descritto dalle matrici A, G e D. Dopo aver calcolato la covarianza si può procedere con l'identificazione tramite ERA come esposto in precedenza.

4.9 Stochastic Subspace Identification (SSI)

Tutta la famiglia dei metodi d'identificazione Stochastic Subspace deriva dalla teoria classica della realizzazione di *Ho e Kalman* che fu estesa ai sistemi stocastici *da Akaike e Aoki.* Successivamente *Van Overshee e De Moor* hanno raccolto in modo sistematico diverse

pubblicazioni relative a discipline disparate: la teoria dei sistemi, la statistica, la teoria dell'ottimizzazione e l'algebra lineare e ne hanno unificato i contributi.

SSI è un metodo parametrico, la tecnica di identificazione si basa sull'adeguamento del modello parametrico alla serie di dati grezzi. Tramite la soluzione del problema delle matrici di stato, stima le stesse matrici in modo diretto per poi risalire ai modi di vibrare in maniera analitica. Una scelta di fondamentale importanza è il numero di parametri, non deve essere né troppo basso, in quanto non si andrebbe a definire in modo completo il modello stesso, né troppo elevato, infatti se si ricade in quest'ultimo caso, il modello risulterà sovradimensionato causando un aumento dell'incertezza statistica. Tutto questo deve esser tenuto in conto nella definizione delle dimensioni della matrice di transizione [A].

La procedura per l'identificazione dei parametri modali può essere ricondotta a quella eseguita per l'algoritmo ERA in condizioni di output-only con l'azione di random noise. In sostanza anche qui si vanno ad introdurre le misure all'interno della matrice a blocchi di Hankel *[5]*.

Come visto al capitolo 4.8.1, la risposta del sistema può essere espressa all'interno delle matrici a blocchi di Hankel. In particolare la matrice di Hankel dell'output viene definita come segue:

$$H = Y_h = \begin{Bmatrix} y_{hp} \\ y_{hf} \end{Bmatrix} \tag{4.9.1}$$

In cui $\{y_{hp}\}$ fa riferimento agli stati passati, mentre $\{y_{hf}\}$ si riferisce agli stati futuri. La dimensione della matrice di Hankel risulta essere: (2sM)x(N-2s), in cui s è il numero di data shift, M è il numero di canali e N il numero di dati a disposizione.

4.9.1 Predizione e stati di Kalman

Una parte importante dell'algoritmo SSI è la cosiddetta predizione o proiezione ortogonale. In particolare, introducendo la matrice O di predizione possiamo avere la predizione del futuro sulla base del passato.

$$O = E(y_{hf} \mid y_{hp}) \tag{4.9.1.1}$$

La stessa matrice può essere calcolata come media condizionata in quanto la proiezione stessa deriva da matrici shiftate. Dalla definizione di *Overschee e De Moor* si ha pertanto:

$$O = y_{hf}\, y_{hp}^{T} (y_{hp}\, y_{hp}^{T})^{-1}\, y_{hp} \tag{4.9.1.2}$$

Ogni colonna di O può essere espressa come segue:

$$o_{col} = \Gamma_s x_0 \tag{4.9.1.3}$$

Quindi:

$$O = \Gamma_s X_0 \tag{4.9.1.4}$$

In cui:

$$\Gamma_s = \begin{bmatrix} D & DA_d & DA_d^2 & \dots & DA_d^{s-1} \end{bmatrix}^T \tag{4.9.1.5}$$

Γ_s = matrice di osservabilità, s indica la dimensione della matrice di predizione e della matrice a blocchi di Hankel.

x_0 = matrice degli stati di Kalman al tempo t_0

I cosiddetti stati di Kalman sono le condizioni iniziali per tutte le colonne della matrice di predizione [O], tuttavia, poiché non si conosce la matrice Γ_s non si possono determinare direttamente gli stati di Kalman. Essi vengono pertanto calcolati attraverso la decomposizione ai valori singolari (SVD) della matrice di predizione O.

$$O = USV^T \tag{4.9.1.6}$$

In questo modo è possibile valutare $\hat{\Gamma}_s$ e $\hat{X}_0$, rispettivamente matrice di osservabilità stimata e matrice degli stati di Kalman stimata.

$$\hat{\Gamma} = US$$

$$\hat{X}_0 = S^{1/2}V$$

Successivamente è possibile determinare $\hat{X}_1$ al tempo t_1 e tutti gli altri stati di Kalman utili a stimare la parte di rumore relativa alla risposta stocastica. Dopo aver calcolato $\hat{\Gamma}_s$ è possibile determinare la matrice di transizione $\hat{A}_d$ che può essere trovata per regressione, e la matrice D (matrice degli output) che può essere determinata dalla prima riga della matrice di osservabilità.

$$\hat{\Gamma}_{2:s}\,\hat{A}_d = \hat{\Gamma}_{1:s-1}$$

$$\hat{D} = \hat{\Gamma}_{1:1} \tag{4.9.1.7}$$

Infine è possibile valutare i parametri modali, andando a decomporre agli autovalori la matrice di transizione come visto al capitolo 4.8.1; si vedano le formulazioni (4.8.1.21, 4.8.1.22, 4.8.1.23, 4.8.1.24).

5 Caso studio: il Ponte Lamberti

Come anticipato nell'introduzione, il caso studio del presente lavoro di tesi riguarda l'identificazione dinamica del Ponte Lamberti. Nella prima parte si fa riferimento alla localizzazione e costruzione del manufatto, si descrivono tutti gli interventi che hanno interessato l'opera nel corso del tempo e si introducono i principali fenomeni di degrado che non solo riguardano il ponte in questione, bensì i ponti in cemento armato in generale; viene inoltre posta l'attenzione al lavoro svolto dallo *studio di Ingegneria Ghizzoni (2013)* incentrato sulla valutazione della sicurezza del ponte. Nella seconda parte invece, si introduce il modello preliminare atto ad individuare una corretta posizione della strumentazione, l'acquisizione dei segnali e l'identificazione dinamica tramite gli algoritmi ERA e SSI, che fornirà i risultati in termini di frequenze, smorzamenti e modi di vibrare.

5.1 Descrizione generale

Il Ponte Lamberti è situato in provincia di Parma (strada provinciale SP28), oltrepassa il fiume Ceno e permette il collegamento tra i Comuni di Varsi e Bardi dell'omonima Provincia (Figura 5.1.1).

Figura 5.1.1: Ponte Lamberti

Importante opera realizzata nel 1933, tutt'oggi di grande rilievo per la comunità locale, è interamente realizzata in calcestruzzo armato ed è costituita da tre campate centrali ad arco (38 metri ognuna) e due strutture reticolari laterali in corrispondenza delle sponde, di

lunghezze pari a 13 m lato Varsi e 19 m lato Bardi, per un complessivo di 146 metri di ponte. Ognuna delle tre arcate, è collegata all'impalcato mediante elementi verticali ed obliqui, gli stessi archi sono inoltre collegati tra di loro con travi trasversali poste al di sotto dell'impalcato (Figura 5.1.2, Figura 5.1.3, Figura 5.1.4).

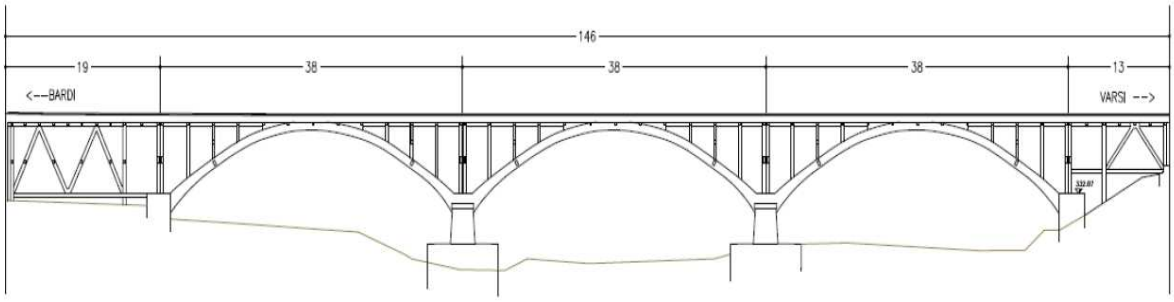

Figura 5.1.2: Sezione longitudinale Ponte Lamberti

Figura 5.1.3: Ponte Lamberti

Figura 5.1.4: Struttura reticolare (lato Varsi)

L'impalcato è costituito da un sistema di travi trasversali e longitudinali su cui è stata realizzata una soletta di spessore pari a 50 centimetri, anch'essa in calcestruzzo, mentre le strutture reticolari laterali sono state realizzate in epoca successiva rispetto agli archi centrali, in seguito alla variazione del tracciato stradale. L'altezza massima della struttura, da estradosso fondazione in alveo, a estradosso soletta d'impalcato, è pari a circa 13 m, mentre la larghezza complessiva dell'impalcato, che ospita una singola carreggiata a due corsie è pari a 8.5 m, con un allargamento laterale di circa 1 m atto ad ospitare il passaggio pedonale. Le strutture principali portanti sono costituite dai tre arconi a sezione rettangolare per singola campata, inoltre, in corrispondenza della sezione di attacco alle pile in c.a., gli archi presentano un ringrosso. Sugli arconi si poggiano i pilastrini verticali anch'essi in cemento armato che fungono da sostegno per la soletta dell'impalcato, infine, all'estremità di ogni arcata vi è la presenza di due elementi inclinati controventanti in c.a. a sezione rettangolare.

Nello studio del ponte non è stato possibile disporre del progetto originale, la prima documentazione disponibile risale al 1984 ed è relativa al progetto esecutivo dell'intervento di sistemazione dell'impalcato esistente, il quale, fino ad allora, si presentava sprovvisto dei sistemi di impermeabilizzazione della soletta. L'intervento dell'84 prevedeva inoltre l'inserimento dei giunti di dilatazione a tenuta e l'adeguamento del sistema di smaltimento delle acque meteoriche. Nel 2006 fu eseguito un ulteriore intervento riguardante l'adeguamento delle barriere laterali di sicurezza e l'allargamento dell'impalcato per la realizzazione di un nuovo passaggio pedonale. Di questo secondo progetto sono disponibili gli elaborati grafici e di calcolo, ma le informazioni sono comunque limitate al rifacimento

delle banchine laterali e al posizionamento delle nuove barriere di sicurezza. Infine sono disponibili due relazioni su visite di controllo effettuate nel 1979 e nel 1983 ad opera dell'Ufficio Tecnico Servizio di Controllo delle opere d'arte della Provincia di Parma.

Ad oggi il ponte si presenta diffusamente ammalorato, in quanto non sono stati effettuati interventi di manutenzione nel tempo, finalizzati al contenimento dei fenomeni di degrado; è stato possibile osservare dal sopralluogo effettuato nel settembre 2018, come in molte zone il livello di danneggiamento della struttura abbia prodotto il distaccamento dei copriferri con conseguente esposizione delle armature ai fenomeni di corrosione (Figura 5.1.5 e Figura 5.1.6).

Figura 5.1.5: Barre di armatura esposte in corrispondenza della campata centrale

Figura 5.1.6: Barre d'armatura a taglio esposte di una delle travi longitudinali

5.1.1 Fenomeni di degrado nei ponti in cemento armato

Il Lamberti non è l'unico caso di ponte in cemento armato su cui si è sviluppato un diffuso danneggiamento, è frequente ritrovare molti casi simili. I ponti, inevitabilmente, in piccola o grande misura, si deteriorano nel tempo, i fattori che provocano il degrado possono essere di diversa natura, ma possono essere racchiusi in tre grandi categorie:

- cause fisiche

- cause meccaniche

- cause chimiche

Tra le cause fisiche possiamo individuare per esempio i cicli di gelo-disgelo dell'acqua presente all'interno delle porosità della matrice cementizia, l'acqua passando allo stato solido aumenta di volume provocando uno stato tensionale che con il passare del tempo può portare a distacchi superficiali e fessurazioni. Tra le cause di tipo meccanico, nel caso delle infrastrutture vi sono i carichi ciclici e le sollecitazioni provocati dal traffico e dal transito continuo dei mezzi. Per quanto riguarda i ponti, in particolare quelli in acciaio, un problema da non sottovalutare è sicuramente quello della fatica. Per le cause di natura chimica invece, vi sono due fattori molto frequenti, ovvero la carbonatazione e gli attacchi da cloruri che provocano, seppur in modo diverso, la corrosione delle armature.

Il calcestruzzo, pur essendo soggetto a dilavamenti, reazioni chimiche e alle intemperie, è in genere un materiale molto resistente nel tempo, a testimonianza vi sono molteplici opere che lo dimostrano, come ad esempio il Pantheon romano che ha circa 2000 anni. Non si può dire lo stesso del calcestruzzo armato, la presenza di armature d'acciaio, indispensabili per rendere il materiale resistente a trazione, fanno sì che le strutture e quindi anche i ponti, siano vulnerabili alla corrosione.

Come è ben noto, il principale fenomeno che favorisce la corrosione generalizzata delle armature è la carbonatazione del calcestruzzo, in realtà questo fenomeno non è pericoloso per il calcestruzzo in sé, poiché non provoca danni di tipo meccanico e chimico, anzi, riduce la porosità del conglomerato con conseguente aumento della resistenza meccanica, tuttavia crea le condizioni favorevoli all'innesco della corrosione generalizzata delle barre di armatura. Per carbonatazione del calcestruzzo si intende la formazione di carbonato di calcio nella massa indurita del materiale, per effetto di questo fenomeno diminuisce il ph e si stabiliscono le condizioni che favoriscono l'ossidazione delle armature, in particolare le sostanze che provocano tale fenomeno sono l'anidride carbonica, l'acqua e l'ossigeno.

Durante la presa e l'indurimento del calcestruzzo, i componenti del conglomerato cementizio quali C_2S (alite) e C_3S (belite), sono interessati dalle reazioni di idratazione e formano la famiglia dei composti C-H-S (silicati idrati di calcio) e l'idrossido di calcio $Ca(OH)_2$. L'idrossido di calcio abbassa l'acidità del calcestruzzo fino a valori del ph maggiori di 13, e l'ambiente basico dato dal composto favorisce la passivazione delle armature metalliche, ovvero la formazione di un film passivante di ossido di ferro (Fe_2O_3) che garantisce protezione. La pellicola impermeabile e compatta, isola l'armatura dal contatto con l'ossigeno e con l'acqua, impedendo la formazione della cosiddetta ruggine, con il tempo però l'anidride carbonica presente nell'aria riesce a diffondersi all'interno dei pori del materiale, si innesca così il processo di carbonatazione, che provoca la formazione di carbonato di calcio ($CaCO_3$), il quale innalza l'acidità del conglomerato cementizio (per un calcestruzzo completamente carbonatato, scende fino a circa 8,5).

$$Ca(OH)_2 + CO_2 = CaCO_3 + H_2O \qquad (5.1.1.1)$$

La riduzione del ph provoca la depassivazione del ferro, la pellicola protettiva dell'armatura diventa porosa e incoerente, consentendo all'ossigeno e all'acqua di attaccare l'armatura. L'acqua e l'ossigeno provocano l'ossidazione del ferro dando origine alla ruggine:

$$2Fe + O_2 + 2H_2O = 2Fe(OH)_2 \qquad (5.1.1.2)$$

All'ossidazione dell'armatura metallica corrisponde un aumento del volume del metallo con conseguente fessurazione del copriferro e nei casi più gravi con espulsione dello stesso.

L'altro fenomeno che comporta la corrosione localizzata delle armature, è l'attacco da cloruri. In questo caso la corrosione, definita localizzata per vaiolatura (pitting), si innesca quando lo strato passivante che riveste le barre viene localmente rotto per effetto degli ioni cloro. Questi ioni, presenti in ambiente marino o nei sali disgelanti, penetrano nella matrice cementizia, e laddove si crea un alto tenore di cloruri, si può generare la disgregazione del film protettivo (anche nel caso di calcestruzzo non carbonatato), innescando la corrosione puntuale del metallo sottostante. Il fenomeno di pitting, non essendo accompagnato dalla formazione di ruggine e quindi dall'aumento di volume, è estremamente pericoloso in quanto non facilmente rilevabile, in aggiunta tale fenomeno è molto più aggressivo rispetto alla corrosione generalizzata che avanza invece in modo più lento.

5.2 Valutazione della sicurezza (Ghizzoni 2013)

Nel 2013 lo studio di *Ingegneria Ghizzoni*, commissionato della Provincia di Parma, ha redatto una documentazione relativa alla valutazione della sicurezza del Ponte Lamberti, al fine di ricostruire le caratteristiche principali ed evidenziarne eventuali criticità.

5.2.1 Analisi del sito e della struttura

Data l'assenza di sufficiente documentazione originaria per effettuare l'analisi strutturale, è stato necessario procedere con una serie di indagini, in particolare:

- Rilievo topografico di tutta la struttura, per definire correttamente le geometrie degli elementi in cemento armato delle arcate centrali e delle strutture reticolari laterali.

- Indagine geologica e modellazione sismica del sito per la ricostruzione del profilo morfologico del terreno e per la definizione dei parametri sismici del sottosuolo.

- Prove in situ e in laboratorio per definire le proprietà meccaniche dei materiali e per definire il quantitativo e la disposizione delle armature.

A seguito delle indagini è emerso che, il degrado della struttura è da imputarsi all'assenza di manutenzione nel corso degli anni, piccoli accorgimenti, o interventi di manutenzione potevano salvaguardare le barre di armatura dalla corrosione diffusa. Oltre all'azione degli agenti atmosferici, va presa in considerazione l'azione dei sali disgelanti utilizzati sulla

pavimentazione stradale nel periodo invernale, che, insieme all'assenza di una adeguata impermeabilizzazione della soletta dell'impalcato e di un adeguato dispositivo di smaltimento delle acque meteoriche (fino al 1984), ha comportato un'importante riduzione dei copriferri con esposizione e corrosione delle barre d'armatura.

L'indagine geologica del sito e relative indagini geognostiche hanno permesso di capire, oltre l'inquadramento geologico e geomorfologico della zona, la ricostruzione stratigrafica e idrogeologica, hanno permesso inoltre la caratterizzazione meccanica del sottosuolo, e la modellazione sismica di base. A tal proposito, risulta di fondamentale importanza per la valutazione della sicurezza della struttura nei confronti delle azioni sismiche, la definizione della categoria di appartenenza del sottosuolo, per questo motivo sono state condotte indagini sismiche per determinare la velocità di propagazione delle onde di taglio $V_{s,30}$. A seguito di tali indagini è emerso che:

- Il settore ovest (sinistra idraulica), caratterizzato da materiali sciolti, in particolare detriti, ghiaie, materiali antropici, è stato classificato in categoria E *"Terreni dei sottosuoli di tipo C o D per spessore non superiore a 20 m, posti sul substrato di riferimento (con Vs > 800 m/s)"*.

- Il settore est (destra idraulica), caratterizzato da roccia presente ad una profondità inferiore di 3 metri dal piano campagna, è stato classificato in categoria B *"Rocce tenere e depositi di terreni a grana grossa molto addensati o terreni a grana fina molto consistenti con spessori superiori a 30 m, caratterizzati da un graduale miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di Vs,30 compresi tra 360 m/s e 800 m/s (ovvero NSPT,30 > 50 nei terreni a grana grossa e cu,30 > 250 kPa nei terreni a grana fina)"*.

- Il settore centrale (alveo del torrente Ceno), caratterizzato da depositi alluvionali e depositi detritici sovrapposti alla roccia in sito, è stato classificato in categoria E.

Riguardo invece le condizioni topografiche, entrambe le spalle del ponte sono state classificate in Categoria T2.

Per la determinazione delle caratteristiche meccaniche dei materiali sono state eseguite prove in sito non distruttive e prove in laboratorio sui campioni prelevati. Per quanto riguarda le prime citate, sono state eseguite prove pacometriche per l'identificazione delle armature principali all'interno dei getti di calcestruzzo, è possibile ricavare con buona precisione la posizione delle barre, la loro profondità (copriferro) e il loro diametro, e prove sclerometriche per la valutazione della resistenza a compressione del calcestruzzo. La prova

pacometrica è basata sul principio dell'induzione magnetica, mentre quella sclerometrica è basata sul principio per cui il rimbalzo di una massa elastica dipende dalle caratteristiche di resistenza e rigidezza della superficie su cui urta. La normativa di riferimento UNI EN 12504-2:2001 prescrive che: *"… il metodo di prova non è inteso come una alternativa per la determinazione della resistenza alla compressione del calcestruzzo ma, con una opportuna correlazione, può fornire una stima della resistenza in sito. L'indice sclerometrico determinato mediante questo metodo può essere utilizzato per la valutazione dell'uniformità del calcestruzzo in sito, per delineare le zone o aree di calcestruzzo di scarsa qualità o deteriorato presenti nelle strutture."*

Per quanto riguarda le prove distruttive, sono state eseguite in laboratorio prove di compressione sui provini prelevati. In base ai risultati ottenuti dalle indagini distruttive e non, è emerso un valore di Rck di 30 Mpa nella maggior parte della struttura (classe di resistenza C25/30). Per le armature metalliche invece, non è stato prelevato alcun campione per non indebolire ulteriormente la struttura, e tenendo conto della normativa dell'epoca (Decreto-Legge del 4 settembre 1927) e del degrado sviluppatosi, si è fatto cautelativamente riferimento ad un acciaio tipico, l'Feb32k, con una resistenza a rottura di 490 Mpa e con una resistenza a snervamento di 315 Mpa.

5.2.2 Cenni sull'azione sismica e sui parametri di progetto

Per la determinazione dell'azione sismica è stato utilizzato il foglio di calcolo "*SPETTRI-NTC"* redatto dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, il quale fornisce gli spettri di risposta rappresentativi delle componenti orizzontali e verticali delle azioni sismiche di progetto per un generico sito del territorio nazionale. La definizione degli spettri di risposta relativi ad uno Stato Limite è articolata in tre fasi, ciascuna delle quali prevede la scelta dei valori relativi ad alcuni parametri:

Fase 1*: individuazione delle pericolosità del sito.* Le NTC adottano un approccio prestazionale agli stati limite per la progettazione delle nuove strutture agli stati limite e per la verifica di quelle esistenti. L'azione sismica è valutata a partire da una "pericolosità di base" del sito di costruzione, il quale rappresenta l'elemento di conoscenza primario per la determinazione delle azioni sismiche.

Fase 2*: scelta della strategia di progettazione.* Le azioni sismiche su ciascuna costruzione vengono valutate in relazione ad un periodo di riferimento V_R che si ricava moltiplicando la vita nominale della struttura V_N per un coefficiente d'uso C_U, funzione della classe d'uso.

Fase 3: *determinazione dell'azione di progetto*. La valutazione dell'azione sismica prevede la conoscenza di diversi parametri, quali ad esempio: Stato Limite considerato, categoria di sottosuolo, categoria topografica.

Per quanto riguarda lo Stato Limite considerato, le NTC ne prevedono quattro: due di esercizio, Stato limite di Operatività (SLO) e Stato Limite di Danno (SLD) e due ultimi, Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV) e Stato Limite di prevenzione del Collasso (SLC).

I parametri che concorrono alla definizione dell'azione sismica del sito sono:

- Vita nominale: 50 anni

- Coefficiente d'uso: 1.5

- Periodo di riferimento: $V_R = V_N C_U$ = 50 anni x 1.5 = 75 anni

- Classe d'uso: III (ponte la cui interruzione provochi situazioni di emergenza)

- Categoria di sottosuolo: E, caratterizzata da: *"Terreni dei sottosuoli di tipo C o D per spessore non superiore a 20 m, posti sul substrato di riferimento (con Vs > 800 m/s)"*

- Categoria topografica: T2, corrispondente a *"pendii con inclinazione media* $i > 15°$*"*

- Amplificazione topografica S_T =1.018

Tramite l'impiego dei parametri appena citati sono stati determinati i parametri a_g, F_0, T_c che hanno permesso la definizione degli spettri di risposta elastici per i vari stati limite analizzati.

5.2.3 Cenni sui carichi e sugli schemi di carico

Per il calcolo della struttura, sono stati assunti i carichi da ponte definiti nel capitolo 5 D.M. 14 Gennaio 2008 (attuale capitolo 5 NTC 2018). Sulla base di quanto indicato dalle Norme Tecniche gli schemi di carico assunti per le verifiche globali e locali dell'impalcato sono elencati nelle pagine seguenti.

- Load Model 1 (LM1):

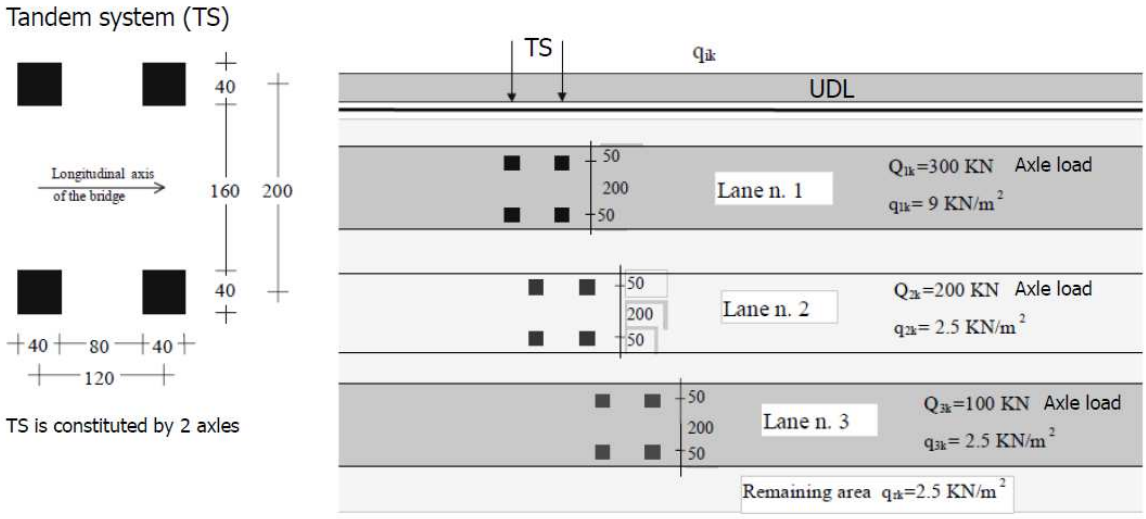

Figura 5.2.3.1: LM1 (NTC18)

Questo schema è da assumere a riferimento sia per le verifiche globali, sia per le verifiche locali, considerando un solo carico tandem per corsia, disposto in asse alla corsia stessa. In concomitanza ai carichi concentrati descritti in precedenza, bisogna tenere in considerazione anche i carichi distribuiti.

- Load Model 2 (LM2):

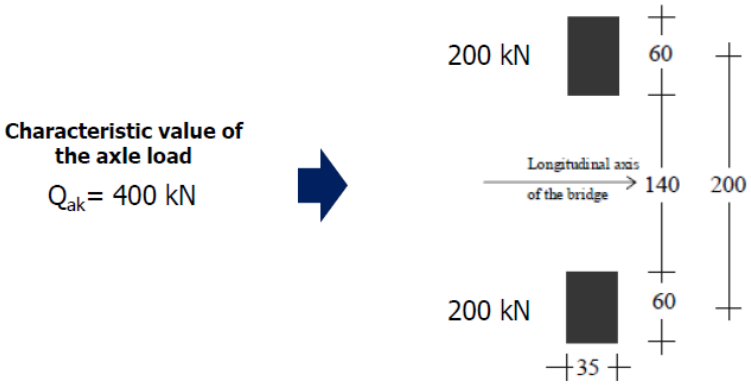

Figura 5.2.3.2: LM2 (NTC18)

Questo schema va considerato autonomamente con asse longitudinale nella posizione più gravosa ed è da assumere a riferimento solo per verifiche locali.

- Load Model 3 (LM3):

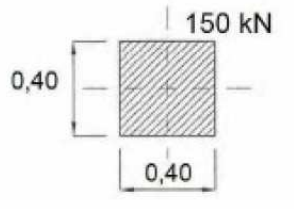

Figura 5.2.3.3: LM3 (NTC18)

Si utilizza per verifiche locali su marciapiedi non protetti da sicurvia.

Per quanto concerne l'azione longitudinale di frenamento o di accelerazione q_3, essa viene valutata secondo l'espressione:

$$180\ \text{kN} \le q_3 = 0{,}6\ (2Q_{1k}) + 0{,}10 q_{1k} \cdot w_1 \cdot L \le 900\ \text{kN}$$

q_{1k} : characteristic value of UDL on Notional Lane 1 (LM1)
Q_{1k} : characteristic value of single axle load related to TS on Notional Lane 1 (LM1)

- L is the considered loaded length
- the braking and acceleration forces are considered as uniformly distributed along the loaded length L
- the braking and acceleration forces should be applied along the centreline of any Notional Lane (not simultaneously)
- the braking and acceleration forces are always applied at the level of the pavement surface (they have a level arm with respect to the centroid of the main structural members)
- if transversal eccentricities are not significant, the braking and acceleration forces can be applied along the centreline of the entire carriageway

Figura 5.2.3.4: Braking and acceleration forces (NTC18)

Per l'analisi statica e sismica del manufatto stradale sono stati presi in considerazione anche i seguenti carichi statici relativi allo stato di fatto: il peso degli elementi in c.a., la pavimentazione stradale, le barriere di sicurezza, inoltre è stato valutato il carico neve e l'azione del vento.

5.2.4 Cenni sull'analisi sismica e verifiche condotte

Per la valutazione della sicurezza della struttura in oggetto è stata condotta un'analisi sismica lineare dinamica, tale analisi consiste nella determinazione dei modi di vibrare, nel calcolo degli effetti dell'azione sismica, rappresentata dallo spettro di risposta di progetto per ciascuno dei modi di vibrare individuati, e nella combinazione di questi effetti. L'analisi è stata condotta partendo dal valore di progetto dell'azione sismica prevista dalle Norme Tecniche per una nuova costruzione di analoga Vita Nominale e Classe d'Uso e valutando le resistenze ultime dei singoli elementi strutturali. Si è quindi proceduto in modo iterativo

abbassando progressivamente il periodo di ritorno dell'azione sismica (e conseguentemente il valore dell'accelerazione sismica sulla struttura con riduzione delle sollecitazioni sull'opera) fino al raggiungimento della condizione di verifica per l'ultimo elemento strutturale. Per l'opera in esame è emerso quanto segue: l'elemento strutturale che presenta maggiore vulnerabilità all'azione sismica è l'arco centrale nelle due campate più esterne che, data l'assenza di elementi di controvento, è sollecitato da azioni flettenti e torcenti molto gravose indotte dalle rotazioni dell'impalcato. A seguito di questo sono state condotte le verifiche strutturali dell'arco centrale e degli archi laterali di ogni campata, e la verifica di martellamento a quota impalcato.

5.2.5 Valutazione della sicurezza dell'opera

Nelle verifiche è stato evidenziato che la resistenza ultima del ponte è dettata dalla crisi per torsione dell'arco centrale e che la struttura offre una capacità resistente residua nei confronti delle azioni sismiche pari al 10% di quella prevista dalle Norme Tecniche vigenti per una struttura analoga di nuova costruzione. Sulla base delle analisi eseguite è stato necessario formulare un giudizio, pertanto è stato indispensabile introdurre il concetto di tempo di ritorno e tempo di intervento (Tint), quest'ultimo definisce la tempistica necessaria a porre rimedio ad una data inadeguatezza strutturale. Si riporta quanto affermato dal Comitato Tecnico Scientifico della Regione Emilia-Romagna: *"si ritiene che sia ipotizzabile rinviare a tempi successivi, in occasione di interventi generali e comunque senza la necessità di una immediata programmazione, gli interventi su quegli edifici per i quali TINT risulti maggiore di 30 anni (accettando, con ciò, che una modesta "inadeguatezza" possa caratterizzare le costruzioni esistenti a tempo indeterminato, anche tenendo conto della convenzionalità delle analisi). Sul fronte opposto, si intende che nel caso in cui la valutazione della sicurezza evidenzi "particolari elementi di rischio", i provvedimenti necessari alla riduzione di quest'ultimo a valori accettabili debbano essere adottati nel minor tempo possibile. Oltre ad elementi specifici che il tecnico incaricato potrà individuare, per gli aspetti sismici è ragionevole ritenere (anche sulla base dei risultati delle verifiche finora condotte) "particolari elementi di rischio" i meccanismi caratterizzati da TINT ≤ 2 anni. È evidente che gli interventi potranno essere anche parziali e/o temporanei, al fine di risolvere le vulnerabilità più importanti ed eseguire in momenti successivi gli interventi più "corposi", atti a migliorare/adeguare complessivamente la costruzione e/o parti di essa, nel sopra esplicitato spirito della gravità dell'inadeguatezza commisurata alla vita nominale restante."*

Nel caso in oggetto, secondo la formulazione seguente:

$$\frac{T_{INT} \cdot C_U}{T_{SLV}} = -\ln(1-0.1) = 0.105 \tag{5.2.5.1}$$

Con C_U il coefficiente d'uso e T_{SLV} (T_R) il periodo di ritorno dell'azione sismica corrispondente all'attivazione del meccanismo di rottura in esame allo SLV – Stato Limite di Salvaguardia della Vita.

Si ha:

$$T_{INT} = \frac{0.105 T_{SLV}}{C_U} = 0.07 T_{SLV} \tag{5.2.5.2}$$

Per valutare quale sia il tempo di intervento, occorre associare il tempo di ritorno per il quale si attiva il meccanismo di rottura del primo elemento strutturale non verificato, pertanto:

$$T_R = -\frac{C_U \cdot V_N}{\ln(1-P_{VR})} \tag{5.2.5.3}$$

dove P_{VR} è la probabilità di superamento dell'evento

Al fine di calcolare T_R sono state condotte analisi specifiche mediante modelli strutturali agli elementi finiti, facendo variare P_{VR} fino al raggiungimento della verifica di tutti gli elementi strutturali. Per la struttura in oggetto, dalle analisi strutturali condotte, si è definito un valore di P_{VR} pari a circa 0.9 da cui si ottiene un corrispondente Tempo di Ritorno:

$$T_R = -\frac{1.5 \cdot 50}{\ln(1-0.9)} \approx 30 anni \tag{5.2.5.4}$$

Pertanto il relativo Tempo di Intervento risulta essere:

$$T_{INT} = 0.07 \cdot 30 = 2.1 anni \tag{5.2.5.5}$$

Tale valore risulta inferiore al valore limite di 30 anni indicato nelle note tecniche citate precedentemente, pertanto si rende necessaria una programmazione degli interventi sulla struttura in oggetto senza evidenziare però particolari elementi di rischio in quanto non si presentano meccanismi con $T_{INT} < 2$ anni. Anche se il Tempo di Intervento è molto prossimo al limite di 2 anni non si ritiene necessario dar corso ad interventi immediati atti a migliorare

gli aspetti sismici dell'opera, è necessario però definire un'immediata programmazione degli interventi stessi.

5.3 Modello preliminare

Sulla base delle informazioni acquisite nei precedenti capitoli è stato possibile creare un modello preliminare agli elementi finiti utile allo studio e alla progettazione dei Setups, ovvero all'individuazione ottimale della posizione dei sensori che con la loro acquisizione dei segnali, hanno permesso l'identificazione dinamica del Ponte Lamberti.

I modelli preliminari realizzati sono stati due, per ciascuno di essi è stata prima eseguita una schematizzazione geometrica semplificata e successivamente è stato creato un modello agli elementi finiti. Sul software ANSYS è stata lanciata un'analisi modale preliminare con cui è stato possibile estrarre delle forme modali, lo studio di queste forme è stato di fondamentale importanza per la determinazione della posizione dei sensori in grado di monitorare il Ponte, e da cui è successivamente partita l'identificazione dinamica. Occorre sottolineare che nella fase preliminare di studio, la modellazione realizzata sulla base delle informazioni a disposizione, presentava diverse approssimazioni legate alla geometria degli elementi, alle condizioni di vincolo della struttura e alle proprietà meccaniche dei materiali. Si sottolinea inoltre che in questa stessa fase, lo scopo principale risultava essere quello di individuare la disposizione ottimale delle strumentazione di monitoraggio e non quello di disporre di un modello tridimensionale accurato per determinarne il comportamento dinamico. Solo successivamente all'identificazione si potrà disporre di un quadro più completo della struttura, tale da consentire un affinamento del modello attraverso la procedura di Model Updating.

Come citato in precedenza sono stati sviluppati due modelli preliminari, in particolare uno con giunti di collegamento tra le campate e uno senza. Nel caso "con giunti" sono state connesse le diverse campate con elementi "beam" solamente per tenere in conto del minimo effetto di compartecipazione strutturale tra le campate dovuto alla pavimentazione stradale. Nel caso "senza giunti" invece, il ponte è stato considerato privo di discontinuità, ovvero tutte le campate sono state considerate con un'elevata compartecipazione strutturale, pertanto l'intero impalcato è stato modellato con elementi "shell".

Come anticipato, il modello geometrico essendo preliminare è stato costruito tenendo a mente di generare un modello semplice ma funzionale, pertanto, sono state adottate diverse approssimazioni nel corso della sua realizzazione. Molti elementi strutturali, anche se di

sezione leggermente differente, sono stati approssimati alla stessa tipologia; in generale sono stati utilizzati elementi "beam" per travi, pilastri, controventi e giunti (laddove presenti), ed elementi "shell" per la modellazione dell'impalcato; infine non sono state modellate le spalle e le pile del ponte. Per quanto riguarda il materiale, è stata definita una maggiore differenziazione, in previsione delle possibili disomogeneità che potrebbero verificarsi in seguito al monitoraggio e all'identificazione dinamica. L'intera struttura è stata realizzata in cemento armato, ma sono state individuate cinque sotto-categorie (struttura reticolare lato Bardi, struttura reticolare lato Varsi, tre campate del ponte). In ognuna di queste è stata effettuata un'ulteriore distinzione tra: calcestruzzo componente i pilastri, calcestruzzo delle travi longitudinali, delle travi trasversali, della soletta e delle arcate presenti in ogni campata.

5.2.1 Modello preliminare agli elementi finiti

Il metodo degli elementi finiti è lo studio dei criteri con cui rappresentare il continuo mediante un insieme di elementi discreti. Si rappresenta il continuo, tramite una quantità numerabile di elementi finiti che sono connessi gli uni con gli altri tramite nodi (punti nodali). Su ciascun elemento, la soluzione del problema viene espressa dalla combinazione di funzioni di forma (shape functions), l'esempio tipico è quello che fa riferimento a funzioni polinomiali, in cui il numero di coefficienti che identifica la soluzione su ogni elemento, è legato al grado del polinomio scelto, questo, a sua volta, governa l'accuratezza della soluzione numerica trovata. Il metodo degli elementi finiti in particolare, fa parte della classe del metodo di Galërkin, queste tipologie si basano sull'idea di approssimare la soluzione del problema mediante una combinazione lineare di funzioni elementari, i coefficienti di tale combinazione (gradi di libertà) diventano le incognite del problema algebrico.
In generale il metodo agli elementi finiti viene utilizzato sia per problemi in regime statico, sia in regime dinamico, permette di risolvere problemi legati a leggi costitutive di tipo lineare, tipici i problemi di sforzo-deformazione in campo elastico, la diffusione del calore all'interno di un corpo…, altre soluzioni invece, consentono di esplorare il comportamento dei materiali anche in campo fortemente non lineare, ipotizzando comportamenti di tipo plastico o visco-plastico. Come accennato nelle prime righe del capitolo, per arrivare a generare il modello agli elementi finiti è necessario passare attraverso la fase di modellazione e di discretizzazione. La modellazione permette il passaggio dal sistema fisico ad un modello matematico, focalizzando l'attenzione su poche variabili di interesse e "filtrando" le rimanenti, il modello sarà composto da elementi e la scelta di un tipo di elemento piuttosto che di un altro, equivale ad una scelta implicita del modello matematico che vi è alla base.

L'altro tassello fondamentale è la discretizzazione che ha lo scopo di ottenere un modello caratterizzato da un numero finito di gradi di libertà, pertanto, viene introdotta una mesh che garantisce la definizione dei nodi. Nella modellazione bisogna aver cura di verificare che il numero dei nodi sia sufficiente a descrivere la geometria della struttura (es. nodo in corrispondenza dell'innesto trave-pilastro…), che i nodi siano posizionati anche nei punti e sulle linee di discontinuità, ad esempio dove cambiano le caratteristiche dei materiali, o le caratteristiche delle sezioni. Se il software non lo prevede si devono posizionare dei nodi anche in corrispondenza dei punti in cui sono applicati carichi concentrati o masse nodali, e in tutti i punti in cui è presente un vincolo.

Per la realizzazione del modello preliminare del Ponte Lamberti è stato utilizzato il codice di calcolo agli elementi finiti ANSYS, e come affermato in precedenza, sono stati realizzati due modelli differenti per descrivere i due possibili scenari di comportamento del ponte, in un caso, sono stati considerati i giunti tra una campata e la successiva, nell'altro caso non sono stati considerati. Nel realizzare i giunti nel primo modello, sono state inserite delle travi caratterizzate da proprietà differenti rispetto al resto della struttura, in questo modo, nonostante le campate siano elementi indipendenti, è stata garantita la compartecipazione tra le stesse che nella realtà è generata dalla pavimentazione stradale. Nel secondo caso l'assenza di giunti è stata giustificata dal fatto che sono stati utilizzati elementi piastra bidimensionali, eliminando le travi di collegamento tra una campata e la successiva. Questo secondo modello è stato comunque realizzato nonostante sia emerso, in fase di studio preliminare, una maggiore tendenza al comportamento di indipendenza strutturale tra le campate. Per entrambi i modelli sono state impostate le condizioni di vincolo, è stata applicata la mesh automatica generata dal software e sono state impostate tutte proprietà dei materiali. Successivamente i modelli sono stati sottoposti ad analisi modale e sono stati ricavati i primi cento modi di vibrare del ponte e i fattori di partecipazione modale relazionati ai sei gradi di libertà di un corpo rigido nello spazio (traslazione in X, Y, Z, rotazione attorno X, Y, Z). In funzione della massa partecipante sono stati valutati i modi più significativi, più la massa partecipante è elevata più il modo di vibrare sarà significativo, essa indica infatti quanta massa viene eccitata per ciascun modo di vibrare ed è strettamente connessa al tagliante sismico alla base relativo al singolo modo. Moltiplicando la massa partecipante per l'accelerazione spettrale corrispondente al periodo di vibrazione del modo, si ottiene il tagliante alla base, maggiore è il tagliante alla base e maggiore sarà il danneggiamento che verrà arrecato alla struttura. Solitamente la massa partecipante viene indicata come percentuale della massa sismica totale, a tal proposito le NTC18 affermano che "*Devono*

essere considerati tutti i modi con massa partecipante significativa. È opportuno a tal riguardo considerare tutti i modi con massa partecipante superiore al 5% e comunque un numero di modi la cui massa partecipante totale sia superiore all'85%" (Paragrafo 7.3.3.1 NTC18). Per ciascuno dei modelli realizzati, è stato quindi possibile individuare i modi di vibrare più importanti, occorre precisare che i risultati derivanti dall'analisi preliminare devono essere presi in considerazione con estrema cautela in quanto determinati a partire da un modello approssimativo. Dopo aver valutato i modi di vibrare più significativi per entrambi i modelli si è passati alla determinazione delle posizioni ottimali dei sensori di acquisizione, in realtà, nonostante siano state valutate le forme per entrambi i modelli, si è posta maggiore attenzione al "modello con giunti" in quanto forniva risultati che sembravano essere in maggiore accordo con il comportamento reale della struttura.

5.4 Acquisizione dei segnali

L'acquisizione dei dati sperimentali è stata effettuata attraverso l'impiego di accelerometri e LVDT o trasduttori di spostamento. I primi sono stati posizionati su dei cubi capacitivi sull'impalcato del ponte, i secondi sono stati posti in prossimità dei giunti tra una campata e la successiva. Dopo aver posizionato la strumentazione per il monitoraggio e l'acquisizione delle grandezze (accelerazioni e spostamenti), questa è stata collegata con dei cavi, al sistema di analisi dei segnali posizionato su di un tavolino situato sulla passerella pedonale del ponte. Il sistema di acquisizione è stato munito di corrente elettrica fornita da un generatore.

L'acquisizione è stata suddivisa in due giornate di lavoro, nella prima è stato effettuato il Setup01 e il Setup01bis, il giorno successivo il Setup02 e il Setup02bis.

I Setup con la posizione degli accelerometri e LVDT sono rappresentati nelle figure alla pagine seguente.

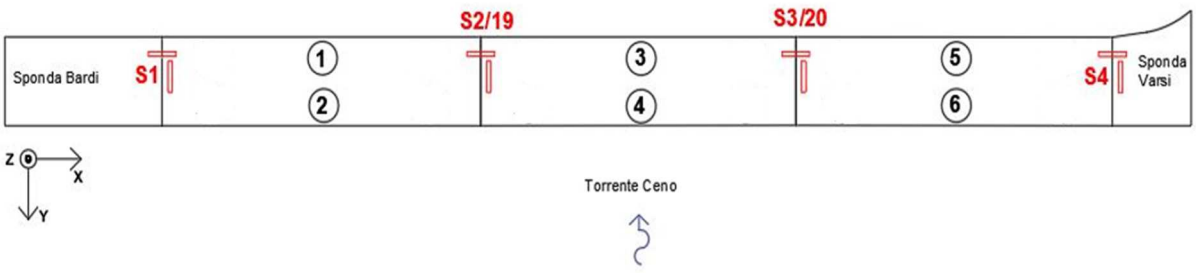

Figura 5.4.1: Posizione accelerometri e LVDT Setup01-01bis

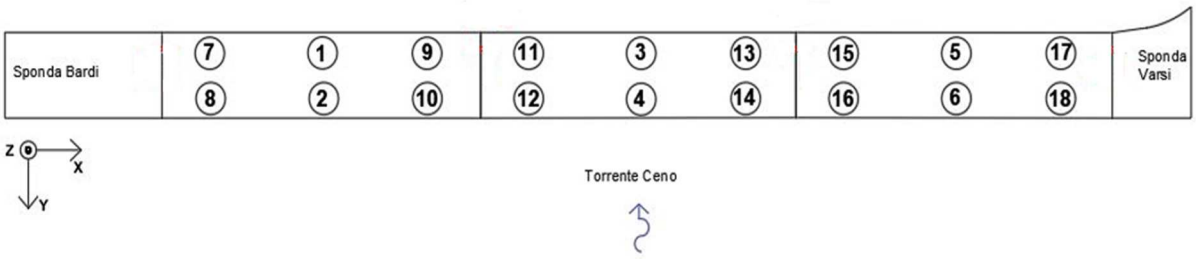

Tabella 5.4.2: Posizione accelerometri e LVDT Setup02-02bis

Per maggiore chiarezza si riportano nelle tabelle a seguire, i vari Setup con: numero posizioni, numero cubetti, lato di posizionamento, canale, seriale e segno rispetto al sistema di riferimento.

SETUP		POSIZIONE	CUBETTO	LATO	CH	CAVO	PROL	ACQ	SERIAL	SEGNO
SETUP 1	Posizioni fisse	1	1	VALLE	1Z	1Z	1Z	scheda 1 ch 0	SN6838	1
		2	2	MONTE	2Z	2Z	2Z	scheda 1 ch 1	SN6875	1
		3	3	VALLE	3Z	3Z	-	scheda 1 ch 2	SN6881	1
					3Y	3Y	-	scheda 1 ch 3	SN6835	1
		4	4	MONTE	4Z	4Z	-	scheda 2 ch 0	SN6836	1
		5	5	VALLE	5Y	5Y	5Y	scheda 2 ch 1	SN3920	1
					5Z	5Z	5Z	scheda 2 ch 2	SN6874	1
		6	6	MONTE	6Z	6Z	6Z	scheda 2 ch 3	SN6882	1
	Posizioni mobili	19 S2	19 S2	VALLE	19X	7Z	7Z	scheda 3 ch 0	SN6897	1
				VALLE	19Y	9Z	9Z	scheda 3 ch 1	SN6880	1
		20 S3	20 S3	VALLE	20X	15Z	15Z	scheda 3 ch2	SN6896	1
				VALLE	20Y	17Z	17Z	scheda 3 ch 3	SN1144	-1
		S1	LVDT	VALLE	S1X	S1X	S1X	scheda 4 ch 0		
				VALLE	S1Y	S1Y	S1Y	scheda 4 ch 1		
		S2	LVDT	VALLE	S2X	S2X	S2X	scheda 4 ch 2		
				VALLE	S2Y	S2Y	S2Y	scheda 4 ch 3		
		S3	LVDT	VALLE	S3X	S3X	S3X	scheda 5 ch 0		
				VALLE	S3Y	S3Y	S3Y	scheda 5 ch 1		
		S4	LVDT	VALLE	S4X	S4X	S4X	scheda 5 ch 2		
				VALLE	S4Y	S4Y	S4Y	scheda 5 ch 3		

Tabella 5.4.1: Setup01

SETUP		POSIZIONE	CUBETTO	LATO	CH	CAVO	PROL	ACQ	SERIAL	SEGNO
SETUP 1 BIS	Posizioni fisse	1	1	VALLE	1Z	1Z	1Z	scheda 1 ch 0	SN6838	1
		2	2	MONTE	2Z	2Z	2Z	scheda 1 ch 1	SN6875	1
		3	3	VALLE	3X	3X	-	scheda 1 ch 2	SN6881	-1
					3Y	3Y	-	scheda 1 ch 3	SN6835	1
		4	4	MONTE	4Z	4Z	-	scheda 2 ch 0	SN6836	1
		5	5	VALLE	5Y	5Y	5Y	scheda 2 ch 1	SN3920	1
					5Z	5Z	5Z	scheda 2 ch 2	SN6874	1
		6	6	MONTE	6Z	6Z	6Z	scheda 2 ch 3	SN6882	1
	Posizioni mobili	19 PILA 1	19 PILA 1	VALLE	19X	19X	19X	scheda 3 ch 0	SN6897	1
				VALLE	19Y	19Y	19Y	scheda 3 ch 1	SN6880	1
		20 PILA 2	20 PILA 2	VALLE	20X	15Z	15Z	scheda 3 ch 2	SN6896	1
				VALLE	20Y	17Z	17Z	scheda 3 ch 3	SN1144	1
		S1	LVDT	VALLE	S1X	S1X	S1X	scheda 4 ch 0		
				VALLE	S1Y	S1Y	S1Y	scheda 4 ch 1		
		S2	LVDT	VALLE	S2X	S2X	S2X	scheda 4 ch 2		
				VALLE	S2Y	S2Y	S2Y	scheda 4 ch 3		
		S3	LVDT	VALLE	S3X	S3X	S3X	scheda 5 ch 0		
				VALLE	S3Y	S3Y	S3Y	scheda 5 ch 1		
		S4	LVDT	VALLE	S4X	S4X	S4X	scheda 5 ch 2		
				VALLE	S4Y	S4Y	S4Y	scheda 5 ch 3		

Tabella 5.4.2: Setup01bis

SETUP		POSIZIONE	CUBETTO	LATO	CH	CAVO	PROL	ACQ	SERIAL	SEGNO
SETUP 2	Posizioni fisse	1	1	VALLE	1Z	1Z	1Z	scheda 1 ch 0	SN6838	1
		2	2	MONTE	2Z	2Z	2Z	scheda 1 ch 1	SN6875	1
		3	3	VALLE	3Z	3Z	-	scheda 1 ch 2	SN6881	1
					3Y	3Y	-	scheda 1 ch 3	SN6835	1
					3X	3X	-	scheda 2 ch 0	SN6837	-1
		4	4	MONTE	4Z	4Z	-	scheda 2 ch 1	SN6836	1
		5	5	VALLE	5Z	5Z	5Z	scheda 2 ch 2	SN6874	1
		6	6	MONTE	6Z	6Z	6Z	scheda 2 ch 3	SN6882	1
	Posizioni mobili	7	7	VALLE	7Z	7Z	7Z	scheda 3 ch 0	SN6897	1
		8	8	MONTE	8Z	8Z	8Z	scheda 3 ch 1	SN6880	1
		9	9	VALLE	9Z	9Z	9Z	scheda 3 ch 2	SN6896	1
		10	10	MONTE	10Z	10Z	10Z	scheda 3 ch 3	SN1144	1
		11	11	VALLE	11Z	11Z	-	scheda 4 ch 0	SN6883	1
		12	12	MONTE	12Z	12Z	12Z	scheda 4 ch 1	SN6877	1
		13	13	VALLE	13Z	13Z	13Z	scheda 4 ch 2	SN6895	1
		14	14	MONTE	14Z	14Z	14Z	scheda 4 ch 3	SN6876	1
		15	15	VALLE	15Z	15Z	15Z	scheda 5 ch 0	SN6879	1
		16	16	MONTE	16Z	16Z	16Z	scheda 5 ch 1	SN1143	1
		13	17	VALLE	17Z	13Z	13Z	scheda 5 ch 2	SN1155	1
		13	18	MONTE	18Z	13Z	13Z	scheda 5 ch 3	SN1159	1

Tabella 5.4.3: Setup02

SETUP		POSIZIONE	CUBETTO	LATO	CH	CAVO	PROL	ACQ	SERIAL	SEGNO
SETUP 2 BIS	Posizioni fisse	1	1	VALLE	1Y	1Z	1Z	scheda 1 ch 0	SN6838	1
		2	2	MONTE	2Z	2Z	2Z	scheda 1 ch 1	SN6875	1
		3	3	VALLE	3X	3X	-	scheda 1 ch 2	SN6881	-1
					3Y	3Z	-	scheda 1 ch 3	SN6835	1
					3Z	3Y	-	scheda 2 ch 0	SN6837	1
		4	4	MONTE	4Z	4Z	-	scheda 2 ch 1	SN6836	1
		5	5	VALLE	5Y	5Z	5Z	scheda 2 ch 2	SN6874	1
		6	6	MONTE	6Z	6Z	6Z	scheda 2 ch 3	SN6882	1
	Posizioni mobili	7	7	VALLE	7Y	7Z	7Z	scheda 3 ch 0	SN6897	1
		8	8	MONTE	8Z	8Z	8Z	scheda 3 ch 1	SN6880	1
		9	9	VALLE	9Y	9Z	9Z	scheda 3 ch 2	SN6896	1
		10	10	MONTE	10Z	9Y	10Z	scheda 3 ch 3	SN1144	1
		11	11	VALLE	11Y	11Z	-	scheda 4 ch 0	SN6883	1
		12	12	MONTE	12Z	12Z	12Z	scheda 4 ch 1	SN6877	1
		13	13	VALLE	13Y	13Z	-	scheda 4 ch 2	SN6895	1
		14	14	MONTE	14Z	14Z	14Z	scheda 4 ch 3	SN6876	1
		15	15	VALLE	15Y	15Z	15Z	scheda 5 ch 0	SN6879	1
		16	16	MONTE	16Z	16Z	16Z	scheda 5 ch 1	SN1143	1
		17	17	VALLE	17Y	13Z	13Z	scheda 5 ch 2	SN1155	-1
		18	18	MONTE	18Z	13Z	13Z	scheda 5 ch 3	SN1159	1

Tabella 5.4.4: Setup02bis

Come si può osservare dalle tabelle e dalle posizioni assunte dagli strumenti di monitoraggio, i Setup01 e 01bis si differenziano solamente nella direzione assunta dall'accelerometro in posizione 3, nel primo caso è stato direzionato lungo z, nel secondo lungo x. Lo stesso discorso è valido anche per il Setup02 e 02bis, in cui le posizioni si mantengono sempre costanti tra loro, quella che varia è la direzione assunta. Per maggiore chiarezza, laddove vi era una variazione della direzione tra un Setup e il suo bis, il canale (CH) è stato evidenziato in giallo.

La scelta delle posizioni dei sensori è stata valutata in funzione delle forme modali derivanti dal modello preliminare "con giunti", dalle forme si evince come la struttura sia

caratterizzata da una traslazione lungo Y e X in corrispondenza degli stessi. Non a caso nei setup 01 e 01bis oltre agli accelerometri, sono stati collocati gli LVDT orientati lungo X e Y in vicinanza ai giunti, allo scopo di rilevare l'entità degli spostamenti nelle due direzioni in loro prossimità. Nel setup 02, non sono stati impiegati i trasduttori in spostamento, mentre per gli accelerometri è stata scelta una disposizione ad una distanza dai giunti a circa un terzo della semi-lunghezza della campata. In definitiva i setup 01 e 01bis aiutano a comprendere principalmente il comportamento del ponte nel piano dell'impalcato (dominio X-Y) mentre i setup 02 e 02bis consentono di identificare in prevalenza i modi di vibrare fuori dal piano.

6 Identificazione dinamica

6.1 L'algoritmo ERA

6.1.1 Definizione delle matrici dei segnali acquisiti

Il primo passo per realizzare l'identificazione dinamica con ERA è quello di caricare la matrice dei dati sperimentali, nel codice da comporre in linguaggio Matlab. Le matrici dei segnali acquisiti sono state suddivise in matrice s1 e matrice s2, la prima contenente i dati accelerometrici e di spostamento del Setup01, la seconda contenente invece i dati ricavati dal Setup02. Si è operato allo stesso modo sia con s1 che con s2 ma si sono tenuti ben separati i due script del codice di calcolo; nelle pagine seguenti verrà illustrato il modus operandi assunto per s1 nonché lo stesso anche per s2. I Setup01bis e 02bis non sono stati considerati in questo lavoro di tesi.

La matrice s1 risulta essere di dimensioni 1382400x20, in cui nelle prime 12 colonne si trovano i dati accelerometrici, mentre nelle ultime 8 sono posti i dati forniti dai trasduttori di spostamento. Le righe rappresentano invece il numero di dati misurati nella campagna di prova, avendo un tempo di campionamento pari a 512 Hz e un intervallo di acquisizione della durata di 45 minuti, in cui la struttura è stata eccitata in modo naturale (random noise e traffico veicolare), il numero di segnali acquisiti risulta essere coincidente con il numero di righe di s1.

Per valutare separatamente quanto offerto dai dati accelerometrici e di spostamento, è stato opportuno separarli in due matrici distinte. Per quanto detto in precedenza la matrice delle accelerazioni risulta di dimensioni 1382400x12, quella degli spostamenti di dimensioni 1382400x8. La matrice s2 risulta invece di 1408000x20 (poco più di 45 minuti di acquisizione) in cui in tutte le colonne sono presenti dati accelerometrici.

6.1.2 Preprocessing

Per il processamento dei dati è stata utilizzata l'intera lunghezza di acquisizione, pari a 45 minuti, in cui tutti i segnali sono stati filtrati con un filtro passa banda di tipo Butterworth di ordine 4, con intervallo compreso tra 0.5 e 32 Hz, e decimati fino a 128 Hz, in questo modo le matrici dei dati di input, in particolare le righe di tali matrici, sono state ridotte. Il filtro è

stato applicato a seguito della rimozione di ogni tipo di trend lineare presente e anche a seguito del filtraggio è stato nuovamente applicato il detrend.

Nelle Figure sottostanti vengono riportati i segnali filtrati in funzione del tempo.

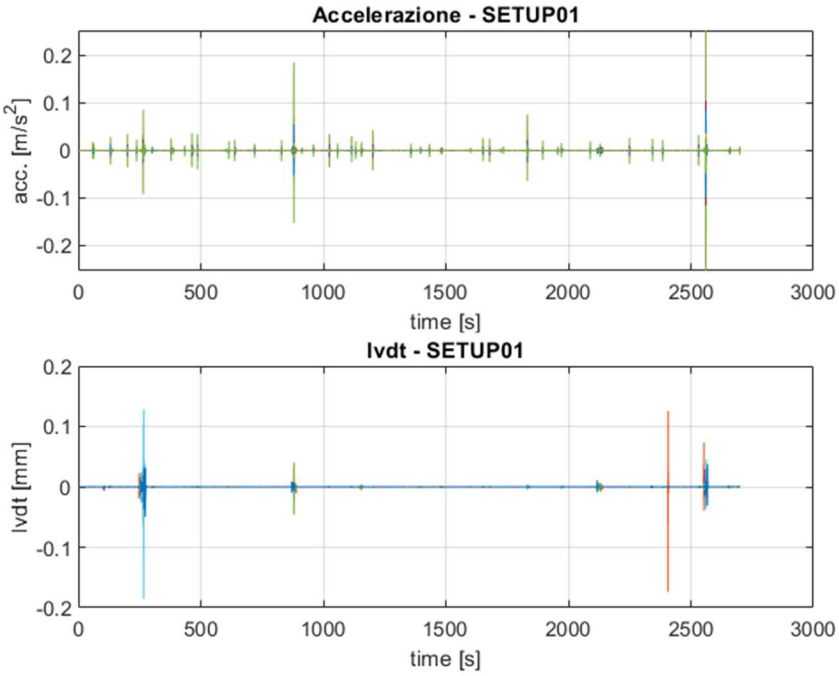

Figura 6.1.2.1: Segnali nel dominio del tempo Setup01

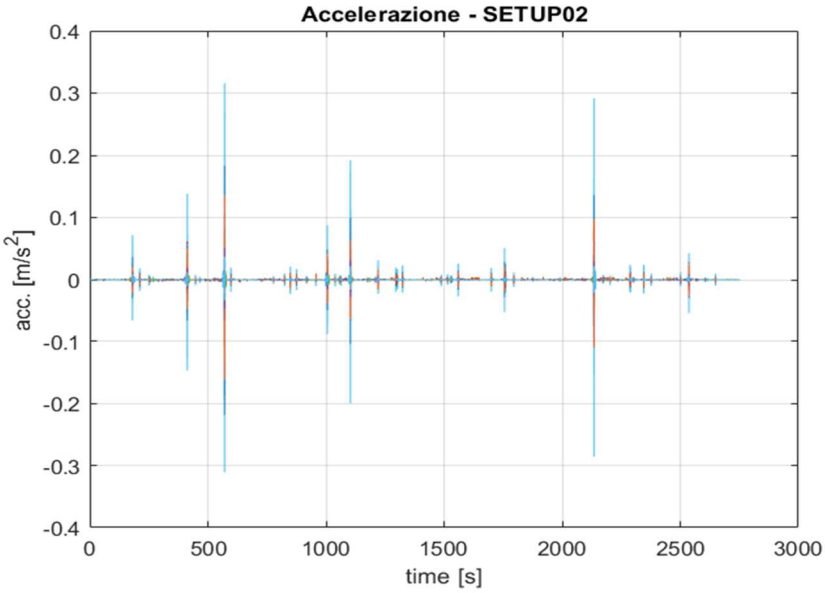

Figura 6.1.2.2: Segnali nel dominio del tempo Setup02

Successivamente, tramite la Trasformata di Fourier è stato possibile il passaggio dal dominio del tempo a quello della frequenza, in particolare è stato valutato il modulo di tali risultati e ne sono stati tracciati i grafici. Si ricorda che il calcolo della trasformata di Fourier può essere effettuato direttamente mediante il comando *FFT* nel software Matlab, siccome la trasformata è una funzione complessa, di essa possono esserne rappresentati il modulo e la fase, quantità reali facilmente visualizzabili, tali componenti vengono ricavate mediante i comandi "*abs"* e "*angle"*, nel caso in esame si è fatto uso del solo comando "*abs"*. I grafici riportano sulle ascisse il valore di frequenza [Hz] e sulle ordinate il valore della trasformata delle accelerazioni in modulo o il valore della trasformata degli spostamenti in modulo.

Per il Setup01, nella Figura 6.1.2.3 sono riportate le curve di tutti i canali accelerometrici, mentre nella Figura 6.1.2.4 le curve di tutti i canali degli LVDT. All'interno di tali grafici si possono individuare le frequenze ad elevato contenuto energetico presenti nel range scelto dall'operatore (0-16 Hz), in questo modo osservando i picchi, è possibile valutare le frequenze con contenuto energetico maggiore e quindi considerarle, con molta probabilità, frequenze associate ai modi di vibrare strutturali.

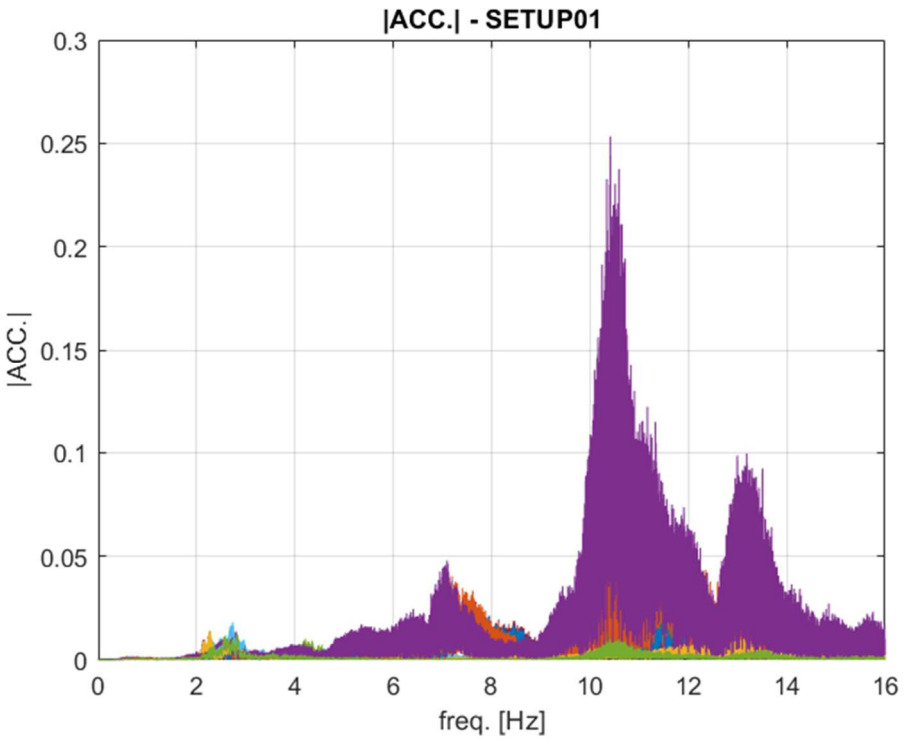

Figura 6.1.2.3: Accelerazioni nel dominio della frequenza Setup01

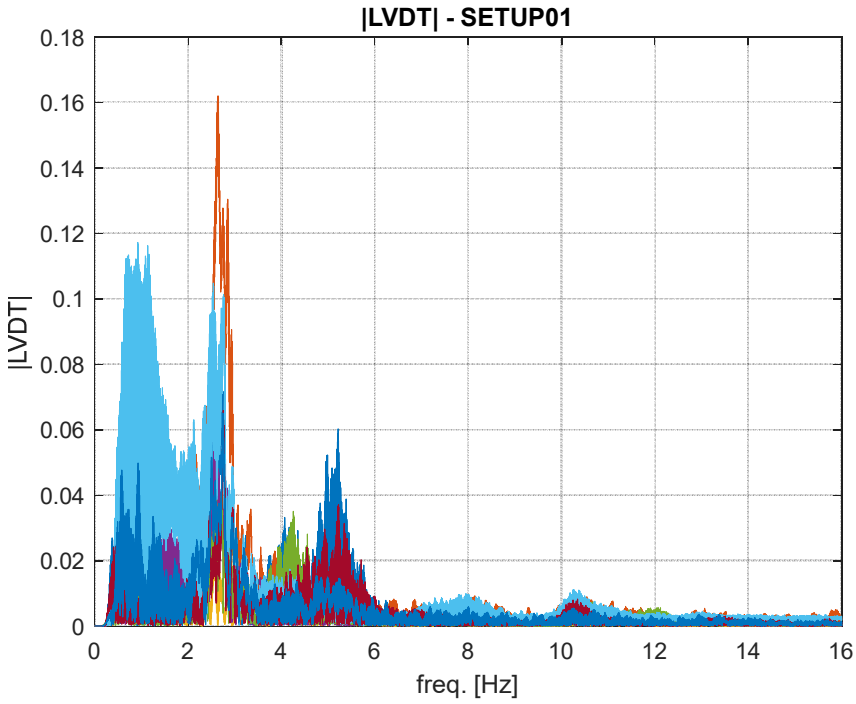

Figura 6.1.2.4: Spostamenti nel dominio della frequenza Setup01

Anche per il Setup02 è stata applicata la stessa procedura, individuando il grafico per i dati accelerometrici in gioco (Figura 6.1.2.5).

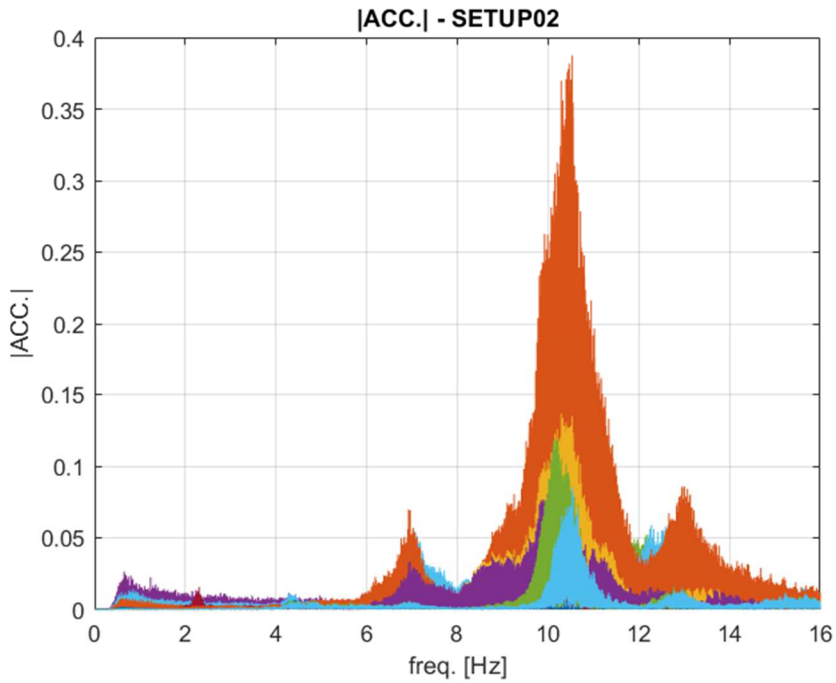

Figura 6.1.2.5: Accelerazioni nel dominio della frequenza Setup02

Per un'analisi più scrupolosa, è stato successivamente isolato ogni singolo canale, è stato determinato il modulo della Trasformata di Fourier e ne sono stati valutati i picchi più accentuati. A titolo di esempio alcuni dei grafici sono riportati in Allegato 1 a fondo tesi (Capitolo 8.1).

I valori di frequenza individuati manualmente vengono riportati nelle Tabelle a seguire, in cui, per comodità di visualizzazione, sono stati ulteriormente raggruppati in funzione della direzione del sensore (x, y o z).

SETUP01						
Acc. in direzione Z						
1Z	2Z	3Z	4Z	5Z	6Z	freq. [Hz]
2.7	2.65	2.7	2.7	2.7	2.7	**2.7**
4.3	4.3	4.2	4.2	4.12	4.2	**4.2**
4.9	4.9	5.2	5.2			**5**
7.1	7.1			7	7	**7**
			7.7	7.68		**7.7**
10.41	10.4	10.59	10.5	10.1	10.4	**10.4**
		11.9	12.2			**12**
13.2	13	13		12.8	13.1	**13**
			15.1			**15.1**

Tabella 6.1.2.1: Frequenze stimate dalle accelerazioni in direzione z Setup01

SETUP01				
Acc. in direzione Y				
3Y	5Y	19Y	20Y	freq. [Hz]
2.27	2.26	2.26	2.57	**2.3**
2.8	2.73	2.71	2.8	**2.75**
4.59	4.59			**4.59**
5.2				**5.2**
	7			**7**
10.59	10.57	10.56	10.59	**10.58**
12.12	12.02	12.18		**12**
12.94	12.94	12.94		**13**
			13.4	**13.4**
15.1	15.08	15.17		**15.1**

Tabella 6.1.2.2: Frequenze stimate dalle accelerazioni in direzione y Setup01

SETUP01		
Acc. in direzione X		
19X	20X	freq. [Hz]
2.58	2.56	**2.57**
4.1	4.07	**4.1**
7.1	7.1	**7.1**
10.4	10.41	**10.4**
11.2		**11.2**
12.94	13.19	**13**

Tabella 6.1.2.3: Frequenze stimate dalle accelerazioni in direzione x Setup01

SETUP01				
LVDT in direzione X				
S1X	**S2X**	**S3X**	**S4X**	**freq. [Hz]**
0.48	0.56	0.58	0.56	**0.56**
	0.92			**0.92**
2.72	2.6	2.72	2.76	**2.7**
4.06	4.2	4.26		**4.2**
5.2	5.07	4.9	5.2	**5.2**
7.7		7.7		**7.7**
10.6		10.5	10.3	**10.4**
		11.9		**11.9**
			13.32	**13.3**

Tabella 6.1.2.4: Frequenze stimate dagli spostamenti in direzione x Setup01

SETUP01				
LVDT in direzioneY				
S1Y	**S2Y**	**S3Y**	**S4Y**	**freq. [Hz]**
0.84	0.97	0.92	0.9	**0.9**
2.64	2.57	2.6	2.7	**2.7**
			5.2	**5.2**
		7.9	7.98	**7.9**
		10.3	10.3	**10.3**

Tabella 6.1.2.5: Frequenze stimate dagli spostamenti in direzione y Setup01

Per il Setup02:

SETUP02																		
Acc. in direzione Z																		
1Z	**2Z**	**3Z**	**4Z**	**5Z**	**6Z**	**7Z**	**8Z**	**9Z**	**10Z**	**11Z**	**12Z**	**13Z**	**14Z**	**15Z**	**16Z**	**17Z**	**18Z**	**freq. [Hz]**
			0.84			0.69						0.64						
2.29	2.27	2.22		2.3	2.29						2.3							**2.3**
					2.8													
4.3	4.32	4.4	4.4	4.4	4.45	4.43	4.41	4.3	4.3		4.08	4.4		4.49	4.4	4.3	4.3	**4.4**
				5.3	5.3	5.3	5.3			5								**5.3**
6.95	6.96	7		6.93	6.95	6.93	6.95	6.95	6.95	6.92	6.92	7.4	6.95	6.95	6.95	6.92	6.9	**6.95**
				8.77					8.73	8.59								
10.2								10.1	10.2		9.92				10.2	10.2		
	10.6	10.5		10.4	10.5	10.5	10.6	10.5			10.5	10.3	10.5	10.5			10.5	**10.5**
			11							11.1		11.1						
		12.6		11.6	11.4	11.3	11.4				11.6							
13	12.9		13					13	13	12.7	12.7		13		12.3	13	13	**12.96**
						13.7	13.6								13.7			
15.3	15.3										14.9						15.3	
15.7	15.7															15.7	15.7	
					16		16			15.9								
				16.3		16.2												

Tabella 6.1.2.6: Frequenze stimate dalle accelerazioni in direzione z Setup02

SETUP02	
Acc. in direzione Y	
3Y	freq. [Hz]
0.65	**0.65**
2.2	**2.2**
2.7	**2.7**
4.29	**4.29**
11.03	**11.03**
12.95	**12.95**

Tabella 6.1.2.7: Frequenze stimate dalle accelerazioni in direzione y Setup02

SETUP02	
Acc. in direzione X	
3X	freq. [Hz]
2.3	**2.3**
2.8	**2.8**
4.4	**4.4**
10.53	**10.53**
12.28	**12.28**

Tabella 6.1.2.8: Frequenze stimate dalle accelerazioni in direzione x Setup02

Raggruppando i valori di frequenza finali di ogni Setup e di ogni direzione, trascurando alcuni valori considerati non plausibili, emerge quanto segue:

Setup01 Preprocessing						
ACC.				LVDT		
SETUP1 Z	SETUP1 Y	SETUP1 X	freq [Hz]	SETUP1 X	SETUP1 Y	freq [Hz]
	2.3		**2.3**			
		2.57	**2.57**			
2.7	2.75		**2.7**	2.7	2.7	**2.7**
4.2		4.1	**4.1/4.2**	4.2		**4.2**
	4.59		**4.6**			
5	5.2		**5.1**	5.2	5.2	**5.2**
7	7	7.1	**7**			
7.7			**7.7**	7.7	7.9	**7.8**
10.4	10.58	10.4	**10.4/10.5**	10.4	10.3	**10.4**
		11.2	**11.2**			
12	12		**12**	11.9		**12**
13	13	13	**13**	13.3		**13.3**

Tabella 6.1.2.9: Frequenze finali stimate Setup01

Setup02 Preprocessing			
ACC.			
SETUP2 Z	SETUP2 Y	SETUP2 X	freq [Hz]
2.3	2.2	2.3	**2.3**
2.8	2.7	2.8	**2.7**
4.4	4.29	4.4	**4.3**
5.3			**5.3**
6.95			**7**
10.5		10.53	**10.5**
11.1	11.03		**11**
12.96	12.95		**13**

Tabella 6.1.2.10: Frequenze finali stimate Setup02

Questi valori sono necessari per avere una base di confronto con i valori che verranno individuati tramite l'identificazione dinamica.

6.1.3 Processing del segnale

In questa fase si affronta la vera e propria identificazione dinamica tramite l'algoritmo ERA. Per quanto affermato al Capitolo 4.8, l'algoritmo utilizza i dati di output generati da impulsi, infatti, isola e considera solo il segnale in free-decay, ovvero quella parte del segnale che misura le oscillazioni libere dovute proprio all'applicazione dell'impulso. In questo caso, la struttura non viene sottoposta ad input impulsivi, ma viene misurata la risposta in funzione del rumore ambientale e da traffico. Da come si può osservare dai grafici del segnale, riportati in funzione del tempo (si veda Figura 6.1.3.1 e Figura 6.1.3.2), si hanno i valori di picco più accentuati nell'istante del passaggio di un mezzo pesante sul ponte, questo comportamento può essere approssimato ad un impulso applicato alla struttura, con oscillazioni libere nel lasso di tempo successivo a tale passaggio. Da questa considerazione è stato quindi opportuno isolare tratti del segnale (substeps o sotto-segnali), considerando i picchi e la corrispondente parte in free-decay, solo a questo punto è stato applico l'algoritmo.

Per maggiore chiarezza si evidenziano i valori di picco presi in considerazione per l'analisi, in particolare per il Setup01, per i valori di accelerazione sono stati considerati quattro valori di picco, per i valori di spostamento tre valori di picco, mentre per il Setup02 ne sono stati valutati altri tre.

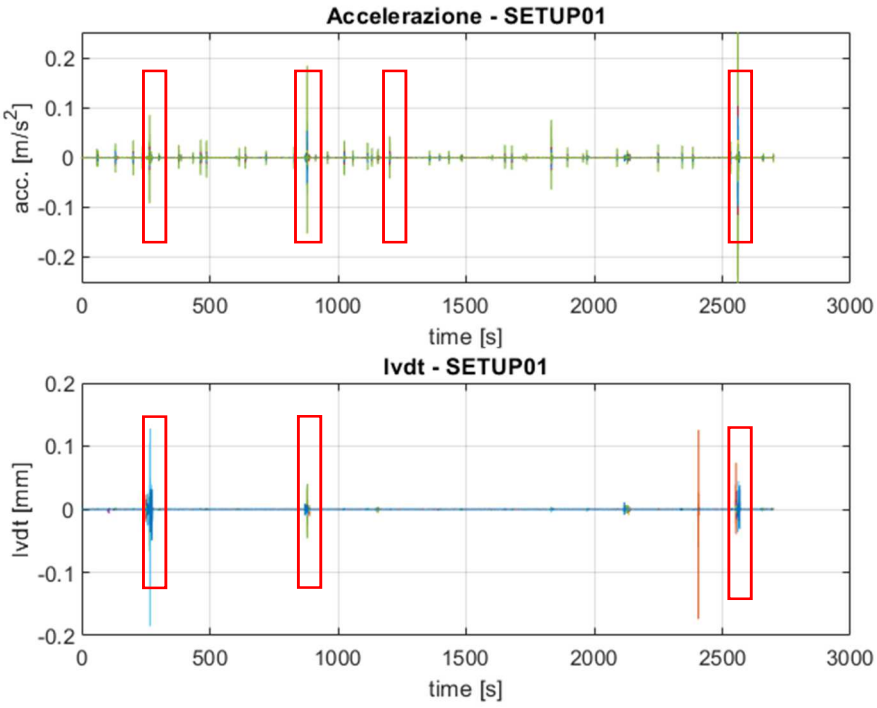

Figura 6.1.3.1: Individuazione picco nei segnali nel dominio del tempo Setup01

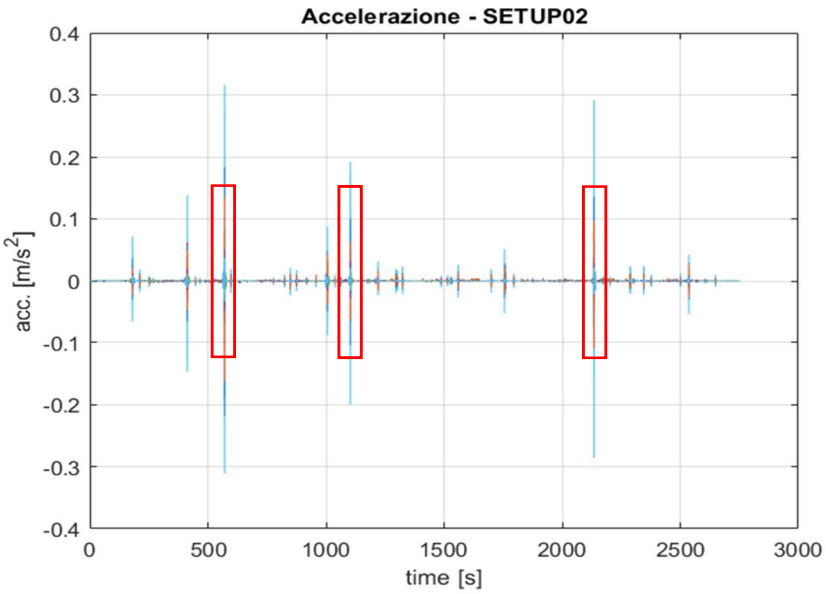

Figura 6.1.3.2: Individuazione picco nei segnali nel dominio del tempo Setup02

Per il Setup01, i valori di picco non devono essere necessariamente gli stessi per accelerazione e LVDT, e neanche tra Setup01 e Setup02. Nelle Tabelle 6.1.3.1, 6.1.3.2 e 6.1.3.3 vengono riportati i valori temporali corrispondenti ai picchi scelti.

Setup01 Accelerazioni	
Picco 1	271 sec.
Picco 2	880 sec.
Picco 3	1203 sec.
Picco 4	2561 sec.

Tabella 6.1.3.1: Valore dell'ascissa temporale corrispondente al picco scelto: Acc. Setup01

Setup01 Spostamenti	
Picco 1	267 sec.
Picco 2	880.5 sec
Picco 3	2568 sec.

Tabella 6.1.3.2: Valore dell'ascissa temporale corrispondente al picco scelto: Spost. Setup01

Setup02 Accelerazioni	
Picco 1	570.5 sec.
Picco 2	1104 sec.
Picco 3	2136 sec.

Tabella 6.1.3.3: Valore dell'ascissa temporale corrispondente al picco scelto: Acc. Setup02

Si deve tenere presente che questa fase racchiude i passaggi fondamentali per una buona identificazione, nei grafici sovrastanti sono stati riportati tutti i segnali dei canali in funzione del tempo, questo significa che per le accelerazioni del Setup01 si hanno 12 valori in termini di segnale, per i valori in spostamento se ne hanno otto e per il Setup02 si hanno 20 valori accelerometrici. La principale difficoltà nell'individuazione dei picchi risiede nel fatto che ogni segnale di uno stesso Setup non presenta necessariamente il picco nello stesso istante di tempo di un altro. Come ribadito più volte, l'algoritmo ERA lavora con l'ipotesi di free-decay, pertanto i segnali da considerarsi dovrebbero essere presenti solo in un ramo di decrescita, sarebbe dunque necessario spostarsi, in termini di ascissa temporale, fintanto che venga soddisfatta tale ipotesi; è chiaro che più a destra ci si sposta, più l'ampiezza dei picchi decresce. Nasce quindi una problematica legata alla scelta ottimale del picco, da un lato c'è la necessità di individuare un picco tale per cui nel tratto temporale successivo vi siano segnali in decrescita, dall'altro lato bisogna mantenere un picco con un'ordinata abbastanza grande da avere sufficiente energia di input, le frequenze infatti sono dipendenti da tale energia. Avendo a che fare con un sistema sperimentale, esso non potrà mai essere perfettamente lineare, ciò significa che la rigidezza tangente alla curva media del segnale, si riduce notevolmente in maniera non lineare, in particolare, in prossimità del valore di tempo nullo la rigidezza può variare molto per piccole deviazioni. Le frequenze che si identificano con l'algoritmo sono frequenze a tangente in zero, se l'energia di input è bassa, lo è anche

l'eccitazione che hanno i modi di vibrare, pertanto si possono ottenere dei modi instabili, e dove le coordinate modali sono maggiormente affette da errore, addirittura possono non essere individuati i modi corrispondenti alle basse frequenze.

Qui stiamo analizzando un sistema sperimentale in cui la teoria non può essere perfettamente rispettata, nonostante ciò è un riferimento prezioso da considerare. Tenendo presente quanto detto, nel caso in esame, si sono determinati i picchi cercando di spostarsi il più possibile a destra sull'asse del tempo, per avere circa tutti i segnali in una ramo di decrescita, ma non così tanto a destra per non abbattere troppo l'energia di input.

Avendo affrontato la questione del picco, è bene citare anche la questione riguardante la coda del segnale. Con l'uso dell'algoritmo ERA, la lunghezza del segnale è meno rilevante rispetto altri metodi (es. SSI), in ogni caso è stata una scelta influenzata dell'andamento, in pratica è stato considerato il segnale tra un picco e il successivo, mantenendo l'ipotesi di segnale mediamente decrescente.

Vengo riportati nei grafici sottostanti i picchi e i rami dei segnali (substep), per ogni Setup.

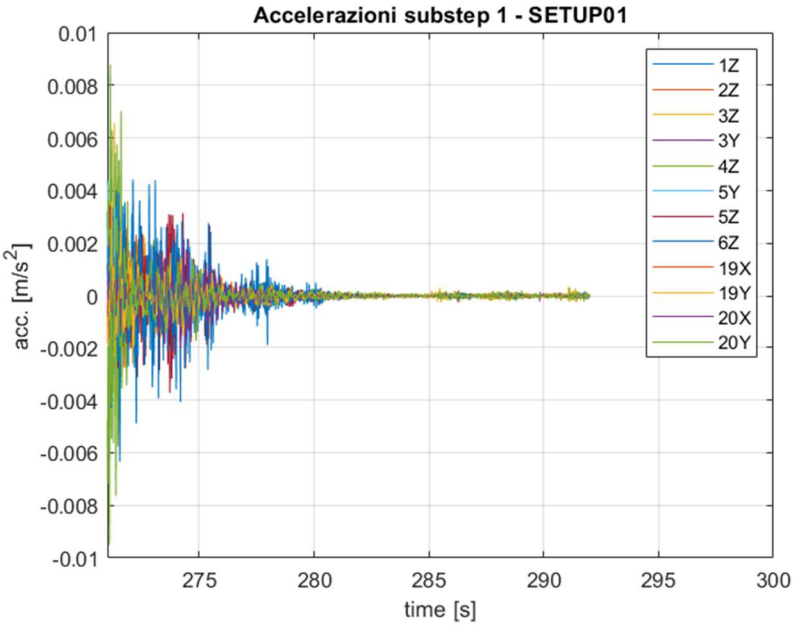

Figura 6.1.3.3: Accelerazioni substep 1 Setup01, con picco a 271 sec.

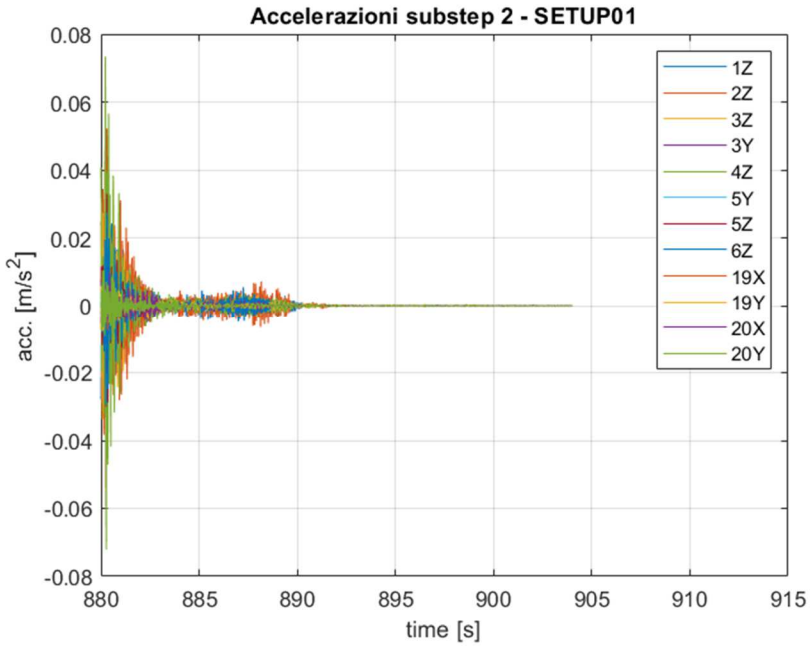

Figura 6.1.3.4: Accelerazioni substep 2 Setup01, con picco a 880 sec.

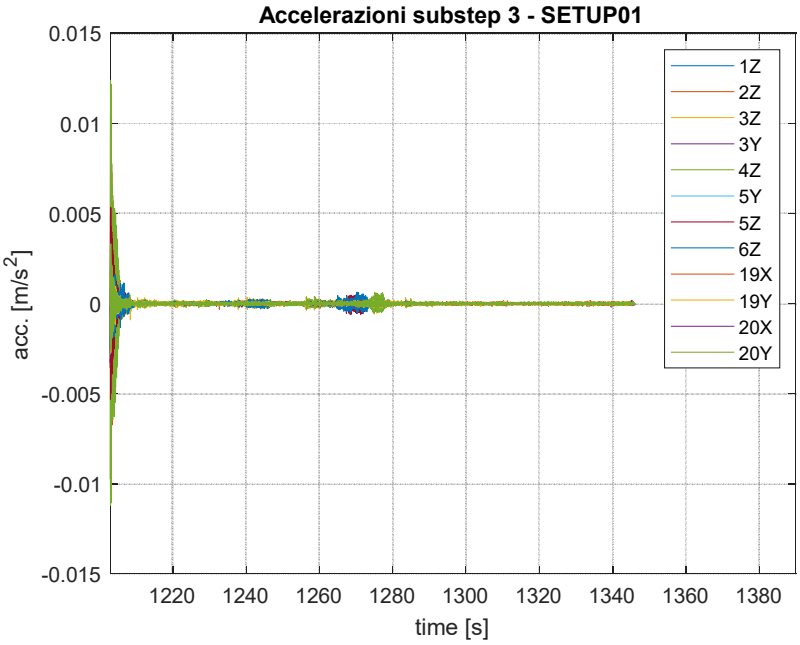

Figura 6.1.3.5: Accelerazioni substep 3 Setup01, con picco a 1203 sec.

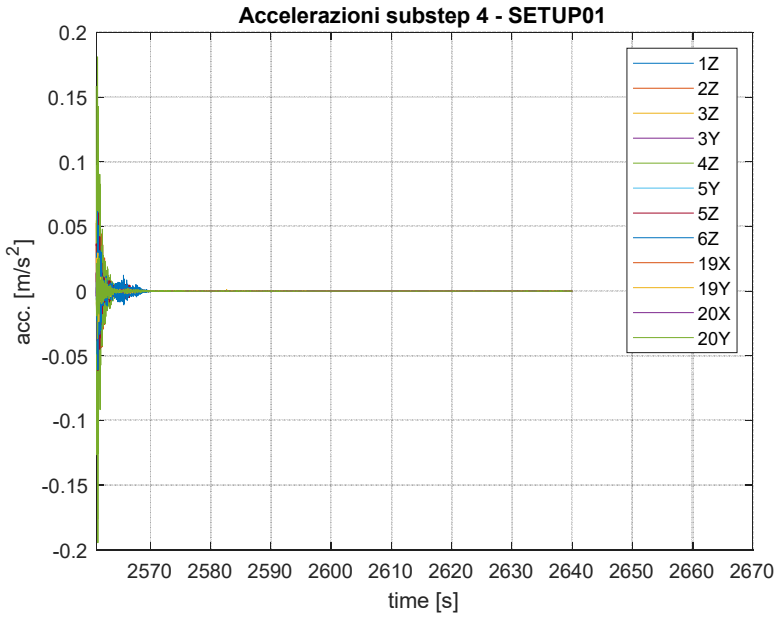

Figura 6.1.3.6: Accelerazioni substep 4 Setup01, con picco a 2561 sec.

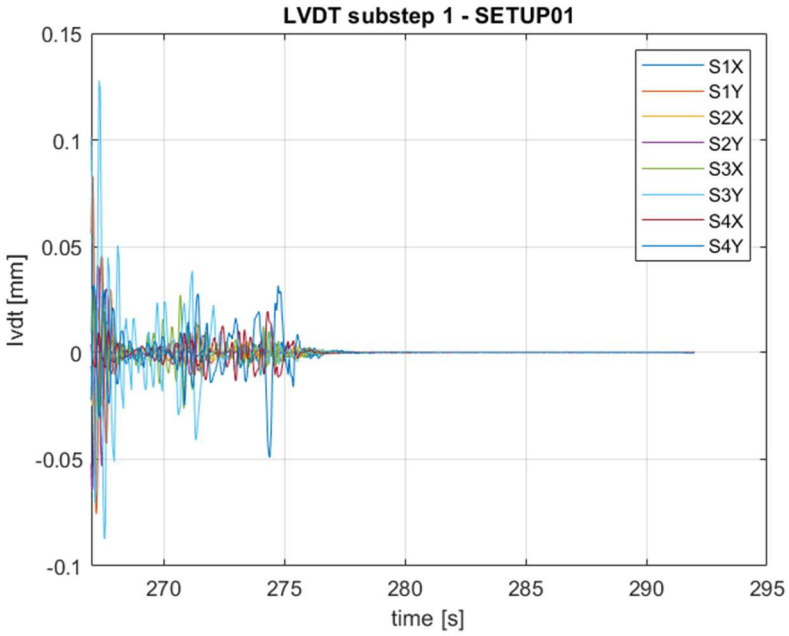

Figura 6.1.3.7: Spostamenti substep 1 Setup01, con picco a 267 sec.

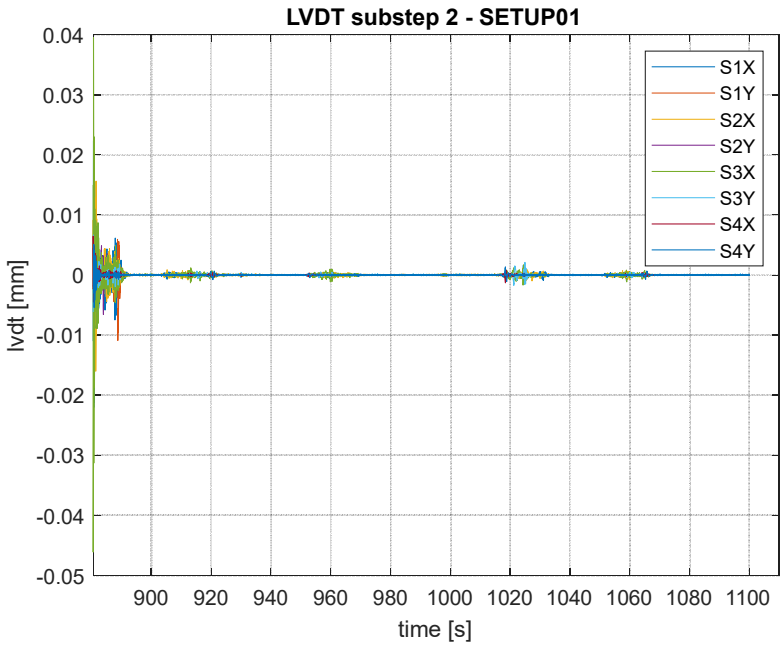

Figura 6.1.3.8: Spostamenti substep 2 Setup01, con picco a 880.5 sec.

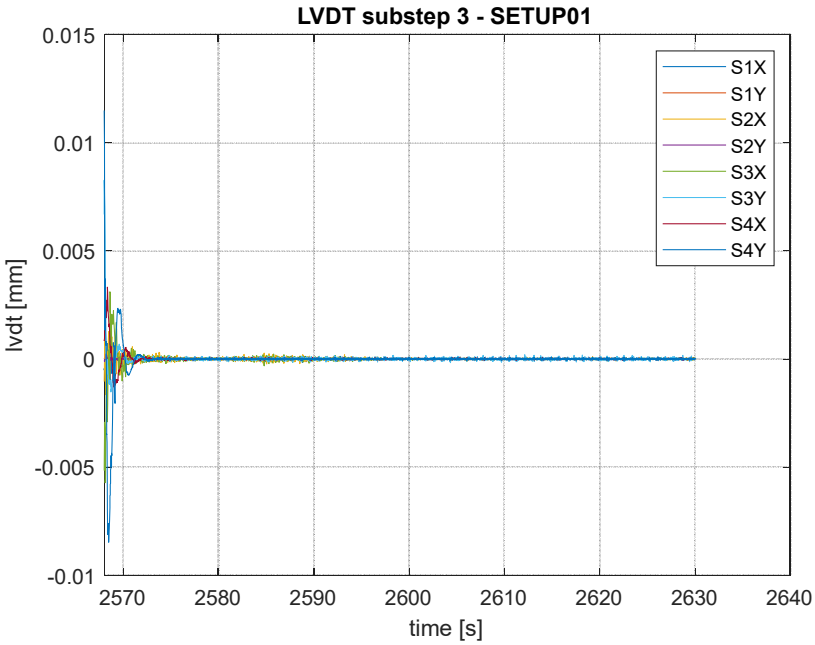

Figura 6.1.3.9: Spostamenti substep 3 Setup01, con picco a 2568 sec.

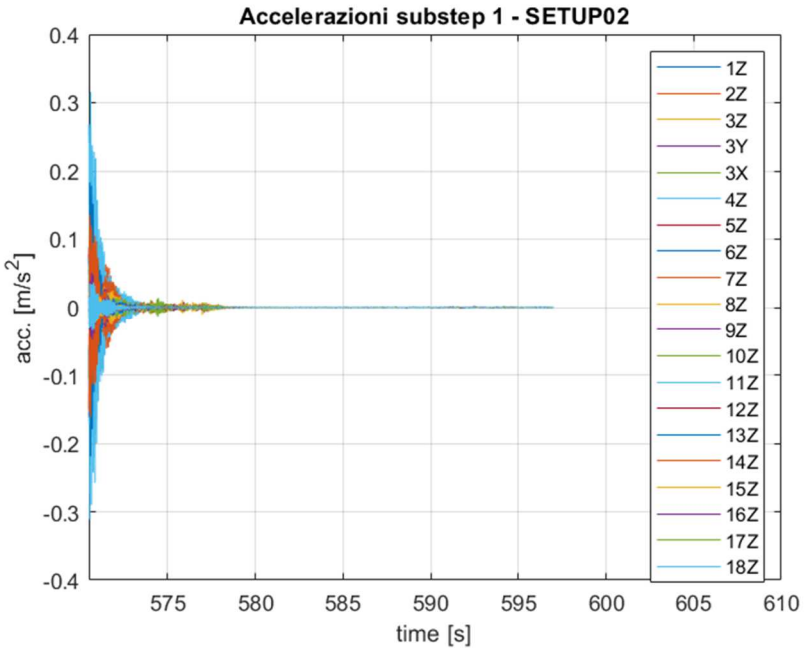

Figura 6.1.3.10: Accelerazioni substep 1 Setup02, con picco a 570.5 sec.

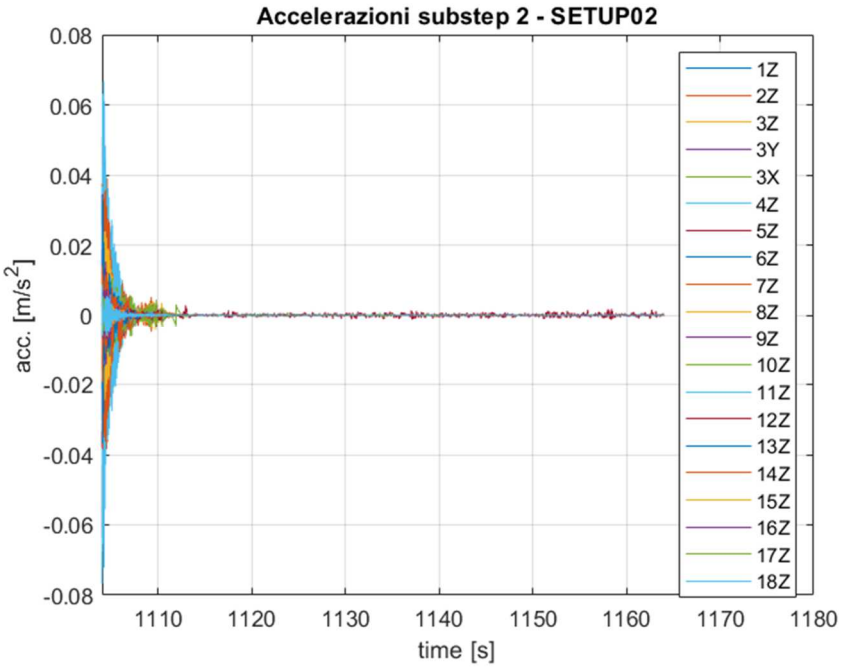

Figura 6.1.3.11: Accelerazioni substep 2 Setup02, con picco a 1104 sec.

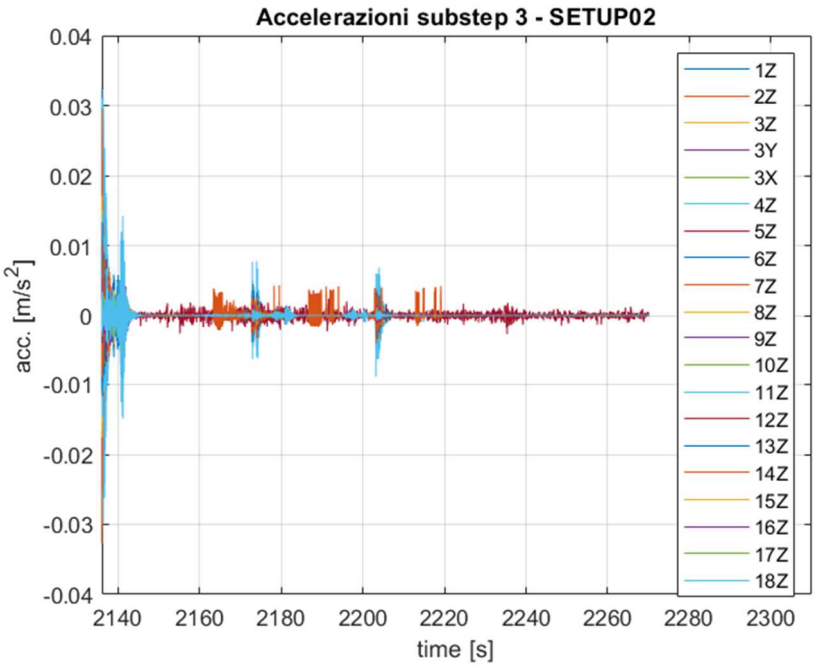

Figura 6.1.3.12: Accelerazioni substep 3 Setup02, con picco a 2136 sec.

Una volta determinati i sotto-segnali, ognuno di essi è stato processato con l'algoritmo di identificazione. Questo algoritmo vuole in input il sotto-segnale accelerometrico o di spostamento, il time step (ts), assunto pari a 1/fs (fs = frequenza di campionamento), il numero massimo di ordini che l'algoritmo esplora (nmax) e l'ordine del sistema n. Il sotto-segnale e il time step sono noti, n ed nmax devono invece essere fissati dall'operatore. In realtà il numero di gradi di libertà di una struttura reale è infinito, siccome nei codici di calcolo non è possibile includere tale numero bisognerebbe inserire un ordine del sistema molto elevato, ma poiché i modi a frequenza molto alta sono anche i modi meno energetici e siccome l'algoritmo produce degli errori che si concentrano vicino ai modi poco energetici, non ha molto senso introdurre un ordine elevato. Con n grandi infatti è possibile visualizzare in output molti modi di vibrare, ma è più difficile capire se tali modi siano strutturali o numerici (spuri), inoltre, siccome si ha un errore nell'osservazione, aumentare l'ordine del sistema significa incrementare il numero di modi spuri ed alterare parzialmente i modi strutturali. Per il Ponte Lamberti si è deciso di fissare a priori nmax pari a 250, come il numero massimo di gradi di libertà che ci si aspetta di trovare. Questo valore è stato scelto sulla base del caso studio, in modo da visualizzare abbastanza modi vibrazionali, senza creare un'elevata incertezza. Per quanto riguarda n invece, è stata impiegata un'analisi parametrica, l'ordine del sistema è stato fatto variare da 2 a nmax con passo 2; per ogni valore di n e per ogni sotto-segnale sono stati identificati dei valori di frequenza, e sulla base

dei risultati ottenuti, si è scelto il valore di n ottimale. In linea generale, quando vengono utilizzati algoritmi di questo tipo, l'ordine del sistema è solitamente compreso in un range che si estende da 20 a 100-200, per alcune identificazioni in cui i segnali risultano essere molto disturbati, l'ordine può incrementare fino anche a 500, è chiaro che con esso aumenta anche l'incertezza di sistema.

Come affermato al Capitolo 4.8 l'algoritmo ERA si basa sulla matrice a blocchi di Hankel dei parametri di Markov utilizzando la decomposizione ai valori singolari (SVD), n pertanto, può essere visto come il numero di gradi di libertà realistico della struttura che a posteriori viene confermato dal fatto che per quel determinato n, i valori singolari vengono abbattuti. Questo principio riguardante la ricerca automatica di n, sulla base dell'andamento dei valori singolari, viene utilizzato soprattutto in ingegneria meccanica ed è sostanzialmente collegato al concetto di entropia. Avendo scelto la via di un'analisi parametrica e non avendo perseguito il percorso di ricerca automatica di n, non sarà ulteriormente approfondita tale tematica.

Per il caso studio del Ponte Lamberti, dopo aver valutato le frequenze ottenute, per ogni sotto-segnale, per ogni valore di n, e tenendo a mente i valori di frequenza stimati dal preprocessing, è stato adottato un ordine del sistema pari a 100. In allegato 2 a fondo tesi (capitolo 8.2), sono riportati, a titolo di esempio, alcuni dei valori di frequenza ottenuti per alcuni substep e per alcuni n valutati. Allo stesso modo si sono riportati i valori di MAC.

6.1.4 Parti essenziali dell'algoritmo

L'algoritmo ERA lavora nello spazio delle fasi con la teoria del I ordine, questo comporta che i dati di output quali frequenze naturali, smorzamento e modi siano complessi coniugati, e quindi che le forme modali siano espresse in forma complessa con modulo e fase. Si precisa che ERA restituisce una matrice contenente i moduli della risposta della struttura e la fase correlata, quindi determina dei modi di vibrare in campo complesso. Per determinare i modi di vibrare reali è necessario moltiplicare i moduli restituiti dall'algoritmo per il segno del coseno delle corrispondenti fasi.

$$modsha=mod.*sign(cos(pha)) \qquad (6.1.4.1)$$

Una volta definiti i dati di input di ERA, ovvero, i segnali sperimentali nel tempo, il time step, l'ordine massimo del sistema e l'ordine n, l'algoritmo stesso fornisce in output i valori di frequenza, di smorzamento, le coordinate dei modi di vibrare, le fasi e i valori di MAC.

Per quanto riguarda le frequenze, lo smorzamento e i modi di vibrare, l'algoritmo restituisce 2n soluzioni, di queste alcune saranno soluzioni strutturali, mentre le altre solo numeriche. I modi strutturali saranno al massimo pari al numero di gradi di libertà associati al sistema e per individuarli si utilizzano tre criteri. Il primo consiste nell'eliminare le soluzioni non accoppiate, infatti una soluzione strutturale sarà sempre complessa coniugata. Il secondo criterio è definito come "criterio del MAC (Modal Assurance Criterial)", ERA fornisce in output anche i valori del MAC, ovvero valori di correlazione tra un modo che l'algoritmo si calcola supponendo un certo numero di gradi di libertà del sistema e il modo che lo stesso algoritmo calcola aumentando il numero di "gdl". Dando in input l'ordine del sistema, ERA "prova" diversi ordini all'interno dell'algoritmo e vede se un modo rimane stabile al variare dell'ordine, calcola la correlazione tra una colonna di un autovettore che determina con un certo n e quella che calcola con un altro ordine. Se la colonna mantiene sempre gli stessi valori al variare di n si avrà un MAC pari a 1 e il modo si dirà stabile, pertanto, strutturale. Ci sono comunque delle incertezze sulla valutazione del MAC che sono quantificate pari a circa il 10%, per questo motivo si scartano tutti i modi che presentano un MAC inferiore a 0,9 e superiore ad 1. Il terzo criterio riguarda lo smorzamento, per strutture reali il damping ratio varia tra circa l'1 e 7%, pertanto vengono scartati tutti quei modi che presentano uno smorzamento non compreso in tale intervallo.

Una volta scartati tutti i valori fuori dai range sopracitati, le frequenze rimaste sono state ordinate in ordine crescente per ogni n e per ogni sotto-segnale.

6.1.5 Risultati ottenuti e confronto (preprocessing con ERA)

Nelle tabelle a seguire, sono stati confrontati i valori di frequenza ottenuti dalle due procedure (preprocessing con individuazione manuale dei picchi *peak-picking,* e identificazione dinamica con l'algoritmo ERA) e si sono evidenziati con gli stessi colori le frequenze concordi. Inoltre a fianco delle frequenze individuate con l'algoritmo sono stati riportati i corrispondenti valori di MAC.

Per una maggiore comprensione si riporta una legenda in termini di frequenza-colore valida sia per i risultati forniti dal metodo Peak-Picking, sia per ERA, sia per SSI.

frequenza [Hz]	*colore*
2.2/2.3	
2.7/2.8	
4/4.3	
4.4/4.5	
5/5.2	
5.3/5.4	
7.0/7.1	
7.7	
10.1/10.3	\
10.4/10.5	
11	
12	
13	

Legenda: Frequenza-colore

Per il Setup01 con n=100 e nmax=250:

Setup01 ERA													
acc f1 picco a 271		acc f2 picco a 880		acc f3 picco a 1203		acc f4 picco a 2561		lvdt f1 picco a 267		lvdt f2 picco a 880.5		lvdt f3 picco a 2568	
freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]
2.26	0.96												
2.81	0.99											2.81	0.93
								3.30	0.98				
								3.61	0.99	3.67	0.97		
		3.85	0.98							3.96	0.99		
		4.18	0.93							4.17	1.00		
		4.64	0.96	4.53	0.97			4.73	0.99	4.71	0.99		
		4.82	0.99							4.91	1.00		
						5.19	0.92						
		5.28	0.99									5.34	0.96
		5.49	0.99									5.66	0.93
6.54	0.91	6.71	0.99			6.42	0.98						
						7.01	0.98			6.93	0.96	7.19	0.95
		7.34	0.98							7.69	0.99		
		7.73	0.99							7.79	0.95	8.07	0.95
		8.42	0.98					8.31	0.93				
8.58	0.95	8.44	1.00	8.88	0.93					8.54	0.90	8.46	0.93
												9.16	0.96
		9.37	0.98			9.53	0.99			9.86	0.98	9.23	0.97
				10.25	1.00			10.24	0.96	10.24	1.00		
		10.50	0.97	10.61	1.00	10.38	1.00					10.51	0.97
10.84	1.00											10.56	0.99
		10.95	0.99	11.19	1.00							11.15	1.00
										11.27	0.96	11.44	0.99
		11.90	0.97			11.59	1.00	11.70	0.97				
		11.93	1.00									11.94	1.00
						12.25	0.98					12.26	0.97
12.85	0.93					12.81	1.00			12.64	0.90	12.71	1.00
						12.91	1.00						
				13.16	1.00	12.95	0.99						
		13.48	0.99			13.77	1.00						

Tabella 6.1.5.1: Frequenze individuate con algoritmo ERA Setup01

Setup01 Preprocessing						
ACC.				LVDT		
SETUP1 Z	SETUP1 Y	SETUP1 X	freq [Hz]	SETUP1 X	SETUP1 Y	freq [Hz]
	2.3		**2.3**			
		2.57	**2.57**			
2.7	2.75		**2.7**	2.7	2.7	**2.7**
4.2		4.1	**4.1/4.2**	4.2		**4.2**
	4.59		**4.6**			
5	5.2		**5.1**	5.2	5.2	**5.2**
7	7	7.1	**7**			
7.7			**7.7**	7.7	7.9	**7.8**
10.4	10.58	10.4	**10.4/10.5**	10.4	10.3	**10.4**
		11.2	**11.2**			
12	12		**12**	11.9		**12**
13	13	13	**13**	13.3		**13.3**

Tabella 6.1.5.2: Frequenze individuate manualmente dai picchi Setup01

Per il Setup02 con n=100 e nmax=250:

Setup02 ERA					
acc f1 picco a 570.5		**acc f2** picco a 1104		**acc f3** picco a 2136	
freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]
		2.94	**0.94**		
		4.08	**0.95**		
5.14	**0.98**				
		6.38	**0.91**		
6.66	**0.96**	**6.83**	**1.00**	**6.87**	**0.91**
7.03	**0.94**	**7.09**	**0.99**		
8.59	**0.92**				
9.12	**0.97**	**9.08**	**0.98**		
		9.60	**0.93**		
10.05	**1.00**	**9.72**	**1.00**		
10.20	**1.00**	**10.13**	**1.00**	**10.22**	**1.00**
10.46	**1.00**	**10.49**	**1.00**		
10.84	**1.00**	**11.04**	**1.00**	**10.97**	**1.00**
11.40	**1.00**				
12.12	**1.00**	**11.56**	**1.00**		
				12.27	**0.92**
12.77	**1.00**			**12.78**	**1.00**
		13.12	**0.99**		
13.45	**1.00**				

Tabella 6.1.5.3: Frequenze individuate con algoritmo ERA Setup02

Setup02 Preprocessing			
ACC.			
SETUP2 Z	SETUP2 Y	SETUP2 X	freq [Hz]
2.3	2.2	2.3	**2.3**
2.8	2.7	2.8	**2.7**
4.4	4.3	4.4	**4.3**
5.3			**5.3**
6.95			**7**
10.5		10.53	**10.5**
11.1	11.03		**11**
12.96	12.95		**13**

Tabella 6.1.5.4: Frequenze individuate manualmente dai picchi Setup02

Dai risultati ottenuti si può osservare come molte delle frequenze ottenute dall'individuazione manuale dei picchi della Trasformata di Fourier del segnale (*peak-picking*), si ripresentino anche nella procedura d'identificazione. In particolar modo per il Setup01 buona parte delle frequenze individuate nel preprocessing vengono trovate anche con ERA, solo le frequenze evidenziate in rosso pari a 2.57 Hz e 13.3 Hz (per gli LVDT) non vengono riscontrate con l'algoritmo ERA.

Con l'identificazione sono state trovate, per alcuni sotto-segnali, frequenze molto diverse rispetto a quelle del preprocessing, in questo caso sono state escluse poiché associate a modi spuri. Vi è però un valore di frequenza di circa 10.15-10.2 Hz che appare in modo più persistente (anche nel Setup02) pertanto, nonostante non sia stato individuato manualmente, è stato comunque tenuto in considerazione.

Un discorso analogo può essere fatto per il Setup02, in questo caso nell'identificazione non vengono captate le prime due frequenze riscontrate invece con il *peak-picking*, per ricollegare quanto detto in precedenza, le frequenze più basse tendono a non essere individuate con la procedura di identificazione laddove l'ampiezza dell'input non risulta molto accentuata. Per questo motivo nonostante non siano state riscontrate sono state comunque prese in considerazione, così come la frequenza di 2.57 Hz e 13.3 Hz del Setup01. Si può osservare inoltre come tutte le frequenze presentino un MAC molto prossimo all'unità.

Per maggiore chiarezza nella tabella sottostante si riportano tutti i valori di frequenza che in definitiva sono stati tenuti in considerazione e dove tali valori sono stati riscontrati.

	Setup01				Setup02	
	ACC.		LVDT		ACC.	
Frequenza [Hz]	Picco manuale	Algoritmo ERA	Picco manuale	Algoritmo ERA	Picco manuale	Algoritmo ERA
2.2-2.3	sì	sì	no	no	sì	no
2.57	sì	no	no	no	no	no
2.7-2.8	sì	sì	sì	sì	sì	no
4.1-4.2-4.3	sì	sì	sì	sì	sì	sì
4.6	sì	sì	no	sì	no	no
5-5.2	sì	sì	sì	no	no	no
5.3	no	sì	no	sì	sì	sì
6.95-7-7.1	sì	sì	no	sì	sì	sì
7.7	sì	sì	sì	sì	no	no
10.1-10.2	no	sì	no	sì	no	sì
10.4-10.5	sì	sì	sì	sì	sì	sì
11-11.2	sì	sì	no	sì	sì	sì
11.9-12	sì	sì	sì	sì	no	sì
13	sì	sì	sì	no	sì	sì

Tabella 6.1.5.5: Frequenze finali

6.2 L'algoritmo SSI

Per quanto riguarda la definizione delle matrici e la parte di preprocessing, la trattazione è la medesima esposta al Capitolo 6.1.1 e al Capitolo 6.1.2, pertanto si introduce direttamente il processing dell'algoritmo.

6.2.1 Processing del segnale

In questa fase avviene la trattazione dell'identificazione dinamica tramite l'algoritmo SSI. A differenza di quanto affermato per l'algoritmo ERA, in questo caso SSI necessita di substeps composti da segnali quanto più simili al rumore bianco (random noise), ovvero dei segnali pressoché stazionari nel tempo, dotati di ampiezze limitate, senza presenza di picchi. Inoltre per SSI la lunghezza del segnale diventa un fattore di notevole importanza, infatti, lavorare con ampiezze del segnale molto piccole, significa avere la struttura non completamente eccitata, pertanto è necessario sopperire a questa mancanza di eccitazione utilizzando molti più dati di output, in modo da generare un'analisi stocastica. Sarebbe opportuno non scendere al di sotto di lunghezze temporali di circa cinque minuti, in pratica, per fare delle identificazioni corrette con SSI si dovrebbero utilizzare segnali di lunghezza complessiva pari a 30 minuti almeno, registrati sottoponendo la struttura a solo rumore ambientale. L'intero segnale registrato verrebbe successivamente spezzato in substeps di cinque minuti e con ognuno di essi si utilizzerebbe l'algoritmo, in definitiva si otterrebbero sei identificazioni separate e da queste si andrebbe a definire l'identificazione finale come media di quelle ottenute.

Il caso studio del Ponte Lamberti non offre quanto richiesto dalla pratica sull'uso di SSI, infatti se si osservano i dati registrati non si hanno segnali composti da solo random noise per lassi di tempo di mezz'ora, questo poiché il Ponte non è mai stato chiuso al traffico durante la campagna di prova. Si notano segnali complessivi della durata di 45 minuti ma con presenza di molti picchi all'interno di tali registrazioni, quelli più accentuati in corrispondenza del passaggio di mezzi pesanti, quelli meno rilevanti associati invece a veicoli di massa più ridotta. Avendo avuto un traffico piuttosto regolare, i picchi non sono molto distanziati l'uno dall'altro, soprattutto se consideriamo il passaggio dei veicoli leggeri, i lassi tempo non superano il minuto tra un picco e il successivo.

Per trovare una soluzione risolutiva sono state adottate alcune semplificazioni, si è deciso di approssimare i picchi più piccoli a segnali ottenuti dal solo rumore ambientale, e la

lunghezza del segnale è stata scelta in funzione dell'andamento dello stesso. Per i substeps individuati, nonostante si sia cercato di valutare lassi temporali più lunghi possibile, per i valori di accelerazione, la durata massima nel Setup01 è stata di 148 secondi, mentre nel Setup02 si sono raggiunti i cinque minuti (300 secondi). Anche per i segnali in spostamento (LVDT del Setup01) sono stati individuati intervalli abbastanza importanti, con quello più lungo pari a cinque minuti.

Come primo passaggio sono stati identificati i sotto-segnali, per maggiore chiarezza si evidenziano gli intervalli presi in considerazione per l'analisi, in particolare per il Setup01, per i valori di accelerazione e spostamento sono stati considerati tre intervalli per ognuno, così come per il Setup02 ne sono stati valutati altrettanti tre.

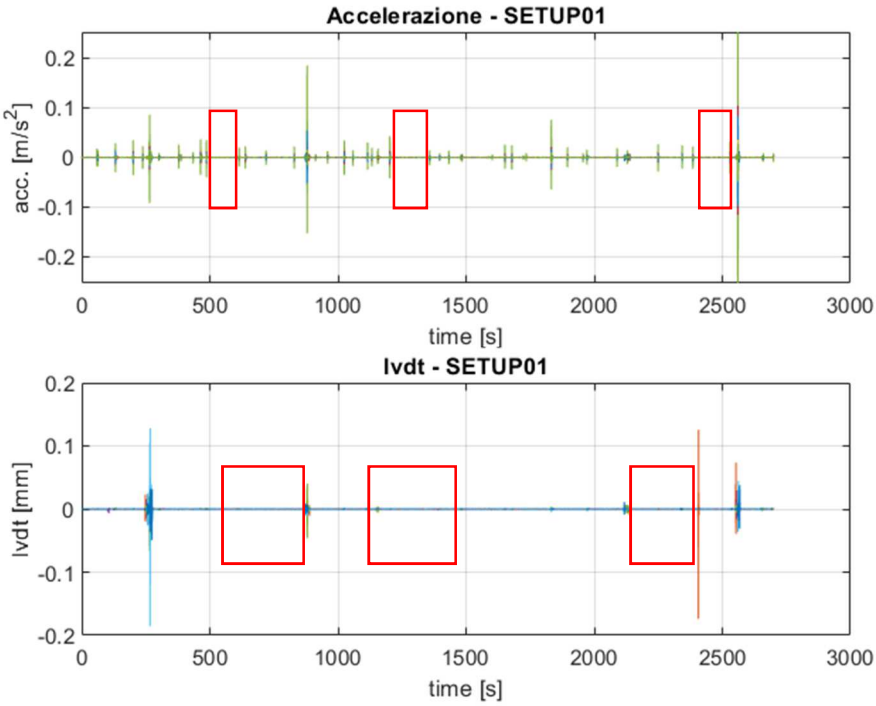

Figura 6.2.1.1: Individuazione intervalli nei segnali nel dominio del tempo Setup01

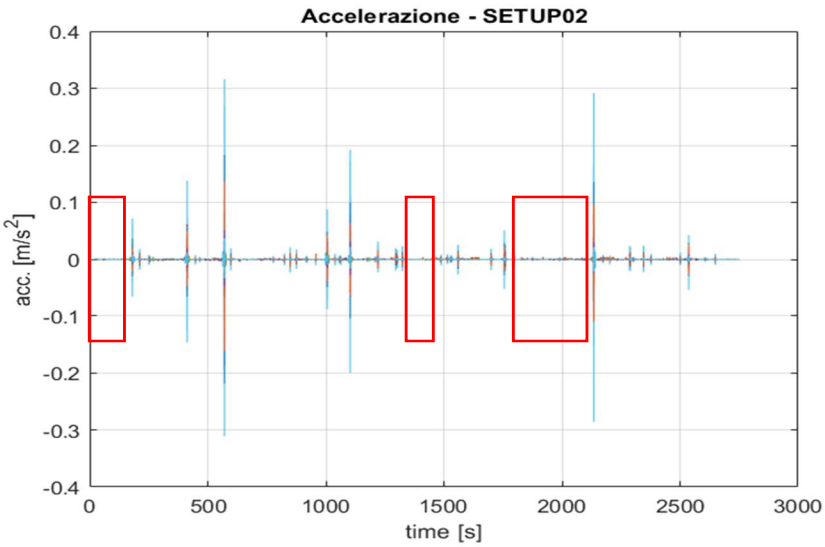

Figura 6.2.1.2: Individuazione intervalli nei segnali nel dominio del tempo Setup02

Nelle Tabelle 6.2.1.1, 6.2.1.2 e 6.2.1.3 vengono riportati i valori temporali corrispondenti agli intervalli scelti:

Setup01 Accelerazioni	
Intervallo 1	492-602 sec.
Intervallo 2	1208-1356 sec.
Intervallo 3	2393-2524 sec.

Tabella 6.2.1.1: Intervallo dell'ascissa temporale: Accelerazione Setup01

Setup01 Spostamenti	
Intervallo 1	580-868 sec.
Intervallo 2	1166-1466 sec.
Intervallo 3	2148-2400 sec.

Tabella 6.2.1.2: Intervallo dell'ascissa temporale: Spostamento Setup01

Setup02 Accelerazioni	
Intervallo 1	0-170 sec.
Intervallo 2	1330-1485 sec.
Intervallo 3	1820-2120 sec.

Tabella 6.2.1.3: Intervallo dell'ascissa temporale: Accelerazione Setup02

Vengo riportati nei grafici sottostanti gli intervalli individuati (substep), per ogni Setup.

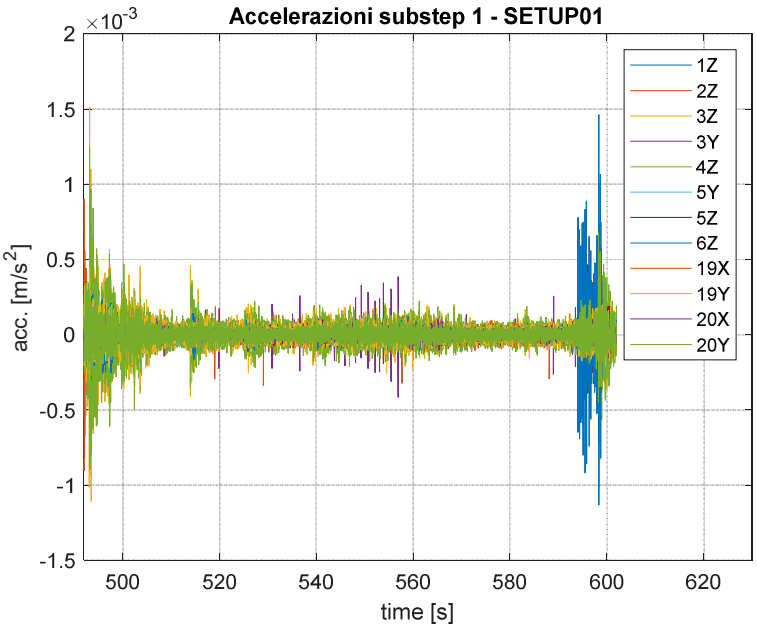

Figura 6.2.1.3: Accelerazioni substep 1 Setup01, intervallo 492-602 sec.

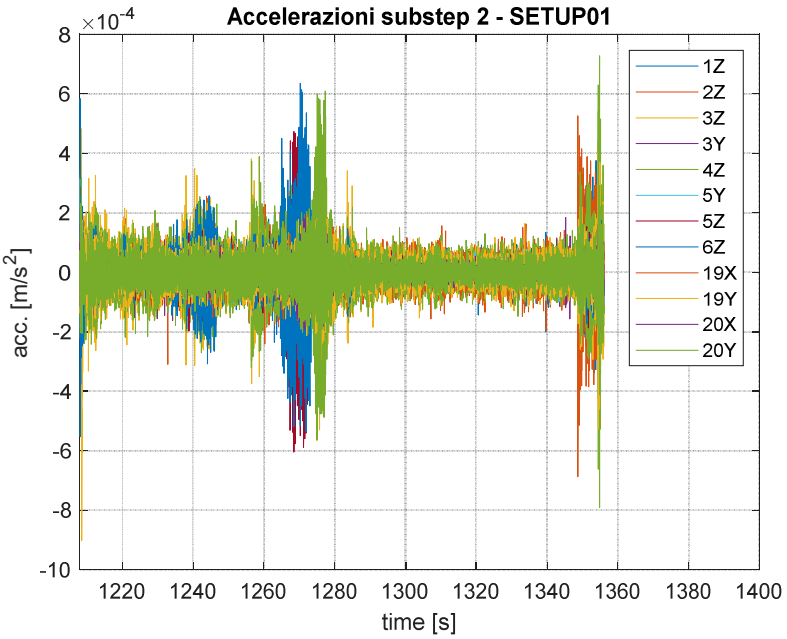

Figura 6.2.1.4: Accelerazioni substep 2 Setup01, intervallo 1208-1356 sec.

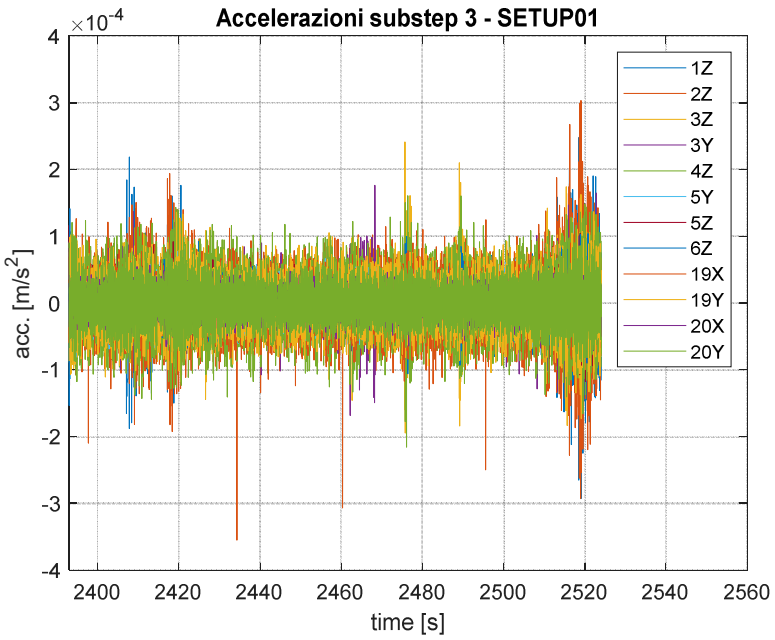

Figura 6.2.1.5: Accelerazioni substep 3 Setup01, intervallo 2393-2524 sec.

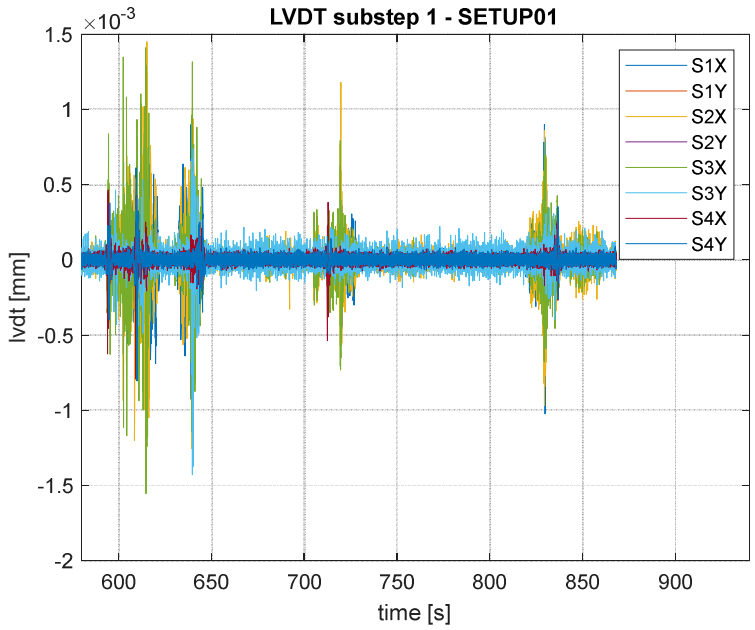

Figura 6.2.1.6: Spostamenti substep 1 Setup01, intervallo 580-868 sec.

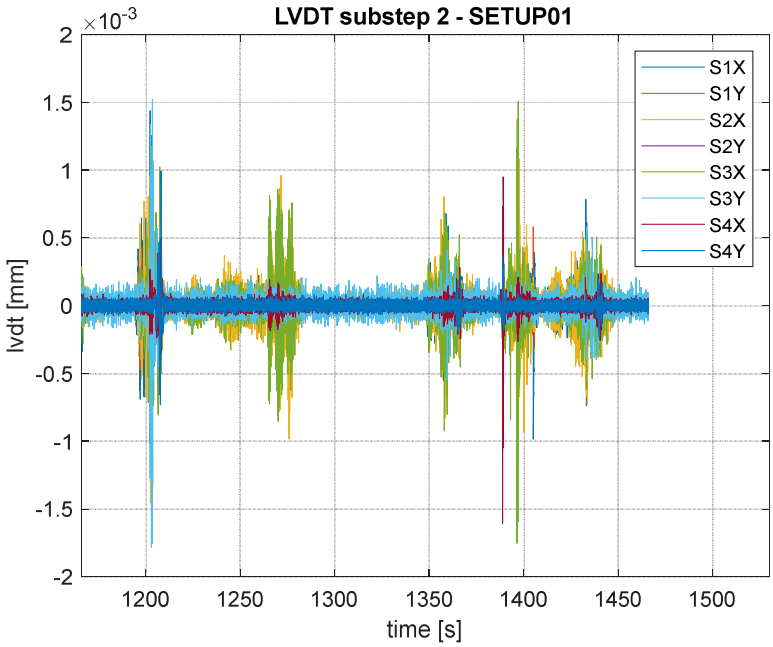

Figura 6.2.1.7: Spostamenti substep 2 Setup01, intervallo 1166-1466 sec.

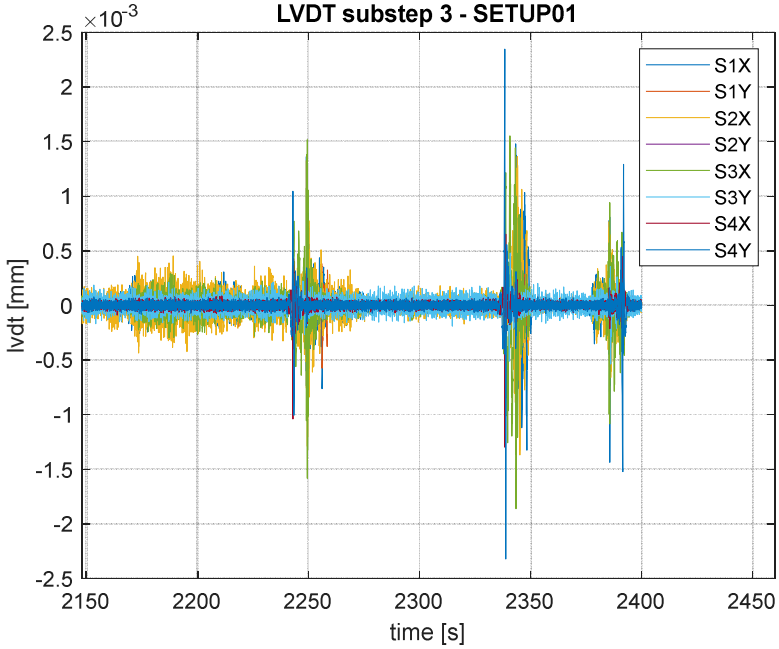

Figura 6.2.1.8: Spostamenti substep 3 Setup01, intervallo 2148-2400 sec.

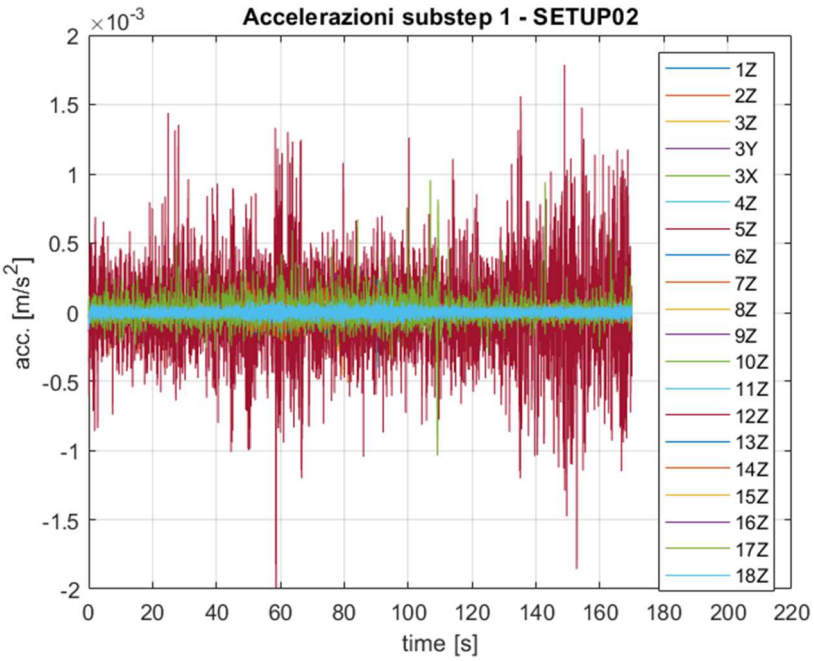

Figura 6.2.1.9: Accelerazioni substep 1 Setup02, intervallo 0-170 sec.

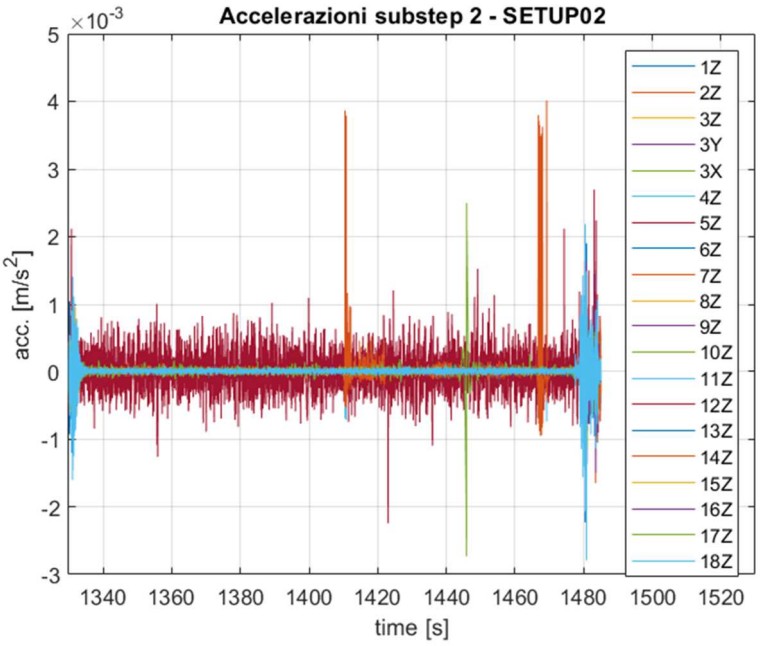

Figura 6.2.1.10: Accelerazioni substep 2 Setup02, intervallo 1330-1485 sec.

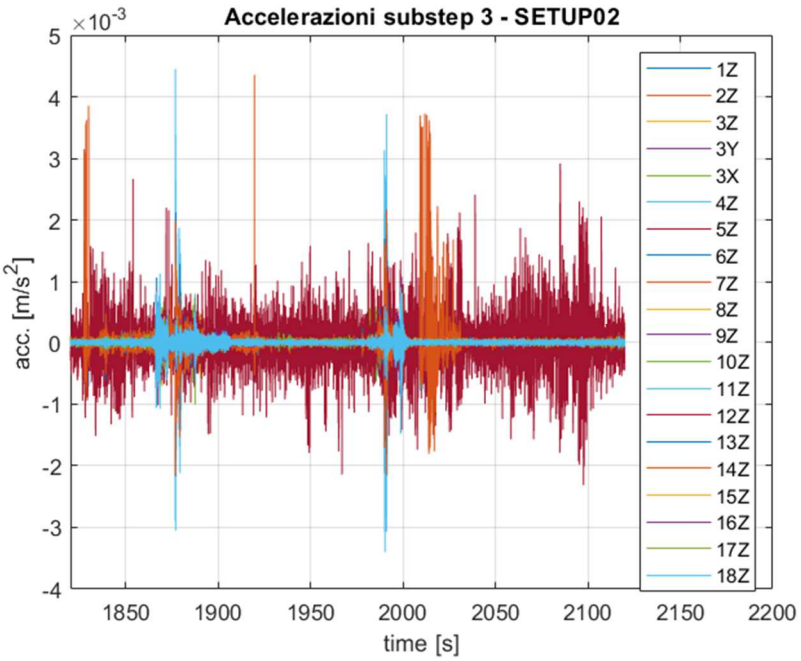

Figura 6.2.1.11: Accelerazioni substep 3 Setup02, intervallo 1820-2120 sec.

Una volta determinati i sotto-segnali, ognuno di essi è stato processato con l'algoritmo di identificazione SSI.

$$[f , z, mod, pha, MAC]=SSI(accf, i, fs, nn) \qquad (6.2.1.1)$$

L'algoritmo vuole in input il sotto-segnale accelerometrico o di spostamento (accf o lvdtf), l'ordine del sistema (nn), il valore di "i" ovvero il numero di blocchi di righe della matrice di Hankel che in questo caso è stato assunto pari al doppio di nn, ed infine è indispensabile inserire il valore di "fs" ovvero della frequenza di campionamento. Il sotto-segnale e la frequenza di campionamento sono noti, mentre "nn" e di conseguenza anche il valore di "i" devono essere fissati dall'operatore. Come detto al capitolo 6.1.3, avere un ordine del sistema elevato permette di identificare più modi vibrazionali, ma allo stesso tempo incrementa l'incertezza e la difficoltà nell'individuare quali tra questi modi siano strutturali e quali numerici. Come affermato per l'algoritmo ERA, anche in questo caso si è deciso di impiegare un'analisi parametrica facendo variare l'ordine del sistema da un valore minimo, in questo caso pari a 50, fino ad un valore massimo di 200, scegliendo un passo pari a 2. Per ogni valore di "nn" e per ogni sotto-segnale, sono stati identificati dei valori di frequenza, e sulla base dei risultati ottenuti, si è scelto il valore di "nn" ottimale, in particolare, tenendo presente i valori di frequenza stimati dal preprocessing, è stato adottato un ordine del sistema pari a 100, nonché concorde con quello assunto per l'algoritmo ERA.

In allegato 3 a fondo tesi (capitolo 8.3), sono riportati, a titolo di esempio, alcuni dei valori di frequenza ottenuti per alcuni substeps e per alcuni n valutati. Allo stesso modo si sono riportati i valori di MAC.

6.2.2 Parti essenziali dell'algoritmo

Come per ERA, anche SSI lavora nello spazio delle fasi con la teoria del I ordine, questo comporta che i dati di output quali frequenze naturali, smorzamento e modi siano complessi coniugati, e quindi che le forme modali siano espresse in forma complessa con modulo e fase. SSI restituisce una matrice contenente i moduli della risposta della struttura e la fase correlata, quindi determina dei modi di vibrare in campo complesso. Per determinare i modi reali, anche in questo caso come per ERA, è necessario moltiplicare i moduli restituiti dall'algoritmo per il segno del coseno delle corrispondenti fasi.

$$modsha=mod.*sign(cos(pha)) \qquad (6.2.2.1)$$

Una volta definiti i dati di input di SSI, l'algoritmo stesso fornisce in output i valori di frequenza, di smorzamento, le coordinate dei modi di vibrare, le fasi e i valori di MAC (si veda formulazione (6.2.1.1)). Per quanto riguarda le frequenze, lo smorzamento e i modi di vibrare, l'algoritmo restituisce 2n soluzioni, di queste alcune saranno soluzioni strutturali, mentre le altre solo numeriche. I modi strutturali saranno al massimo pari al numero di gradi di libertà associati al sistema e per individuarli si utilizzano gli stessi criteri descritti nell'algoritmo ERA. In primis si eliminano le soluzioni non accoppiate, successivamente si eliminano tutte quelle soluzioni che portano ad avere uno smorzamento non compreso tra l'1% e il 7%, infine si trascurano le soluzioni che portano ad avere un valore di MAC non compreso tra 0,9 e 1. Per quest'ultimo criterio bisogna sottolineare che il MAC fornito da SSI non è un vettore bensì una matrice quadrata, questa, una volta ridotta in funzione dei primi due criteri illustrati, viene trasformata in un vettore per poter applicare il restante terzo criterio ($0,9<MAC<1$). Una volta scartati tutti i valori fuori dai range sopracitati, i valori di frequenza rimasti vengono ordinati in ordine crescente per ogni "nn" e per ogni sotto-segnale.

6.2.3 Risultati ottenuti e confronto (preprocessing con SSI)

Nelle tabelle a seguire, sono stati confrontati i valori di frequenza ottenuti dalle due procedure (preprocessing con individuazione manuale dei picchi e identificazione dinamica con l'algoritmo SSI) e si sono evidenziati con gli stessi colori le frequenze concordi.

Inoltre a fianco delle frequenze individuate con l'algoritmo sono stati riportati i corrispondenti valori di MAC.

Per il Setup01 con nn=100:

Setup01 SSI											
acc f1 492-602		acc f2 1208-1356		acc f3 2393-2524		lvdt f1 580-868		lvdt f2 1166-1466		lvdt f3 2148-2400	
freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]
2.30	1.00	2.30	1.00	2.31	1.00	2.30		2.29	1.00		
						2.59		2.55	1.00		
2.78	1.00	2.78	1.00	2.83	1.00	2.78	1.00	2.73	1.00	2.82	1.00
						2.93	1.00	2.85	1.00		1.00
						3.15	1.00			3.10	1.00
								3.34	1.00	3.31	1.00
						3.52	1.00	3.42	1.00		
						3.82	1.00	3.78	1.00	3.68	1.00
						3.93	1.00	3.82	1.00	3.92	1.00
3.98	1.00	4.09	1.00	4.17	1.00			4.05	1.00		
4.62	1.00	4.64	1.00	4.58	1.00	4.52	1.00	4.54	1.00	4.50	1.00
						4.67	1.00		1.00	4.56	1.00
						4.86	1.00	4.84			
				5.22	1.00	5.13	1.00	5.07	1.00	4.99	1.00
5.35	1.00	5.41	1.00					5.34	1.00	5.27	1.00
				5.51	1.00	5.50	1.00	5.38	1.00	5.42	1.00
						5.60	1.00	5.63	1.00	5.69	1.00
						6.00	1.00	5.82	1.00		
						6.49	1.00	6.38	1.00	6.15	1.00
										6.83	1.00
7.13	1.00	7.19	1.00	7.23	1.00	6.98	1.00	7.16	1.00	7.11	1.00
						7.29	1.00				
						7.49	1.00	7.45	1.00		
								7.85	1.00	7.78	1.00
		7.92	1.00	8.12	1.00	7.99	1.00				
								8.21	1.00		
						8.66	1.00				
						8.70	1.00				
								9.71	1.00		
						10.21	1.00	10.28	1.00	10.29	1.00
						10.34	1.00	10.39	1.00	10.51	1.00
		10.60	1.00	10.62	1.00	10.64	1.00	10.70	1.00	10.68	1.00
		11.02	1.00	11.08	1.00	10.97	1.00	11.12	1.00	11.11	1.00
		11.13	1.00								
11.20	1.00	11.19	1.00								
11.26	1.00	11.26	1.00	11.26	1.00						
11.69	1.00			11.59	1.00			11.48	1.00	11.50	1.00
								11.54	1.00	11.74	1.00
								11.82	1.00		
						12.41	1.00			12.48	1.00
				12.72	1.00			12.89	1.00	12.55	1.00
12.91	1.00	13.02	1.00	13.29	1.00	13.01	1.00			13.04	1.00

Tabella 6.2.3.1: Frequenze individuate con algoritmo SSI Setup01

Setup01 Preprocessing						
ACC.				LVDT		
SETUP1 Z	SETUP1 Y	SETUP1 X	freq [Hz]	SETUP1 X	SETUP1 Y	freq [Hz]
	2.3		**2.3**			
		2.57	**2.57**			
2.7	2.75		**2.7**	2.7	2.7	**2.7**
4.2		4.1	**4.1/4.2**	4.2		**4.2**
	4.59		**4.6**			
5	5.2		**5.1**	5.2	5.2	**5.2**
7	7	7.1	**7**			
7.7			**7.7**	7.7	7.9	**7.8**
10.4	10.58	10.4	**10.4/10.5**	10.4	10.3	**10.4**
		11.2	**11.2**			
12	12		**12**	11.9		**12**
13	13	13	**13**	13.3		**13.3**

Tabella 6.2.3.2: Frequenze individuate manualmente dai picchi Setup01

Per il Setup02 con nn=100:

Setup02 SSI					
acc f1 0-170		acc f2 1330-1485		acc f3 1820-2120	
freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]
2.40	**1.00**	**2.34**	**1.00**	**2.28**	**1.00**
3.09	**1.00**				
4.85	**1.00**	**4.73**	**1.00**	**4.66**	**1.00**
				5.49	**1.00**
5.65					
6.16	**1.00**	**6.31**	**1.00**	**6.11**	
6.55	**1.00**				
6.89	**1.00**				
				7.13	**1.00**
7.25	**1.00**				
7.91	**1.00**				
9.62	**1.00**				
10.15	**1.00**				
10.49	**1.00**			**10.54**	
10.70	**1.00**	**10.71**	**1.00**	**10.73**	**1.00**
		10.85		**10.83**	**1.00**
11.07	**1.00**			**11.10**	
11.22	**1.00**			**11.25**	**1.00**
	1.00			**11.33**	**1.00**
11.68	**1.00**			**11.62**	**1.00**
				11.80	**1.00**
		12.05			
13.28				**13.26**	

Tabella 6.2.3.3: Frequenze individuate con algoritmo SSI Setup02

Setup02 Preprocessing			
ACC.			
SETUP2 Z	SETUP2 Y	SETUP2 X	freq [Hz]
2.3	2.2	2.3	**2.3**
2.8	2.7	2.8	**2.7**
4.4	4.29	4.4	**4.3**
5.3			**5.3**
6.95			**7**
10.5		10.53	**10.5**
11.1	11.03		**11**
12.96	12.95		**13**

Tabella 6.2.3.4: Frequenze individuate manualmente dai picchi Setup02

Dal confronto si può osservare come in effetti quasi tutte le frequenze ottenute con il metodo *peak-picking*, si siano ripresentate anche nell'identificazione SSI. Nello specifico, per quanto riguarda il Setup01 quasi tutte le frequenze individuate nel preprocessing sono state riscontrate anche con l'algoritmo SSI, eccezion fatta per la frequenza 2,57 Hz (già in dubbio nella trattazione di ERA), per quanto riguarda invece le frequenze 7.7 Hz (accelerazione), 10.4/10.5 Hz (accelerazione) e 12 Hz (accelerazione) del preprocessing sono state in parte evidenziate in rosso, poiché non riscontrate in ERA nei risultati relativi alle accelerazioni, ma solo in quelli relativi agli LVDT. Per il Setup02 le frequenze che non sono state riscontrate con SSI risultano essere pari a 2,7/2,8 Hz e 4,3/4,4 Hz, questo risultato può essere giustificato dal fatto che il Setup02 è un segnale maggiormente disturbato rispetto a quello fornito dal Setup01, pertanto è plausibile avere nel complesso, meno frequenze coincidenti.

Per maggiore chiarezza nella tabella successiva si riportano tutti i valori di frequenza che in definitiva sono stati tenuti in considerazione e dove tali valori sono stati riscontrati.

	Setup01				Setup02	
	ACC.		LVDT		ACC.	
Frequenza [Hz]	Picco manuale	Algoritmo SSI	Picco manuale	Algoritmo SSI	Picco manuale	Algoritmo SSI
2.2-2.3	sì	sì	no	sì	sì	sì
2.57	sì	no	no	sì	no	no
2.7-2.8	sì	sì	sì	sì	sì	no
4.1-4.2-4.3	sì	sì	sì	sì	sì	no
4.6	sì	sì	no	sì	no	sì
5-5.2	sì	sì	sì	sì	no	no
5.3	no	sì	no	sì	sì	sì
6.95-7-7.1	sì	sì	no	sì	sì	sì
7.7	sì	no	sì	sì	no	no
10.1-10.2	no	no	no	sì	no	sì
10.4-10.5	sì	no	sì	sì	sì	sì
11-11.2	sì	sì	no	sì	sì	sì
11.9-12	sì	no	sì	sì	no	sì
13	sì	sì	sì	sì	sì	sì

Tabella 6.2.3.5: Frequenze finali

6.2.4 Frequenze stabili/instabili

Una volta stabilite le possibili frequenze strutturali determinate scegliendo un opportuno ordine del sistema, con l'algoritmo SSI sono state valutate le cosiddette "frequenze stabili", in questo caso si è valutato un range di ordini del sistema compreso tra 50 e 200 e si è cercato riscontro tra le frequenze individuate come possibili strutturali, e quelle stabili. Per frequenze stabili si intendono tutte quelle frequenze che rispettano determinati parametri, quello che è stato valutato è la fluttuazione dei valori di frequenza tra un ordine e il successivo, comparando il delta valore (o valore di scarto) con un delta limite. Si è ripetuta la stessa

procedura anche con i valori di smorzamento e MAC, comparando i risultati ottenuti con uno specifico ordine e quelli dell'ordine successivo, si sono determinati i delta smorzamento e i valori di MAC e si sono confrontati con i limiti prefissati. Qualora tutti e tre i valori risultavano soddisfare i limiti prestabiliti si identificava una frequenza stabile (pallino rosso sul grafico), altrimenti la frequenza veniva identificata come instabile (x sul grafico).

I valori limite considerati in questo caso sono stati, per la frequenza 0.05, per lo smorzamento 0.05 e per il MAC 0.95, si intendono quindi valori di frequenza stabili se i delta-frequenza ottenuti risultano inferiori al valore limite 0.05, in contemporanea devono essere soddisfatte anche le rimanenti due condizioni ovvero, il delta-smorzamento che si calcola deve essere inferiore al limite di 0.05 e il MAC calcolato con la formulazione (6.2.4.1) deve essere maggiore di 0.95 (si vuole in sostanza che l'autovettore $\{\phi_i\}$ e l'autovettore $\{\phi_k\}$ siano accoppiati).

$$MAC = \frac{(\{\phi_i^T\}\{\phi_k\})^2}{(\{\phi_i^T\}\{\phi_i\})(\{\phi_k^T\}\{\phi_k\})} \qquad (6.2.4.1)$$

Nei grafici seguenti vengono riportati i risultati ottenuti in termini di frequenze stabili/instabili per ogni substep di ogni setup valutato.

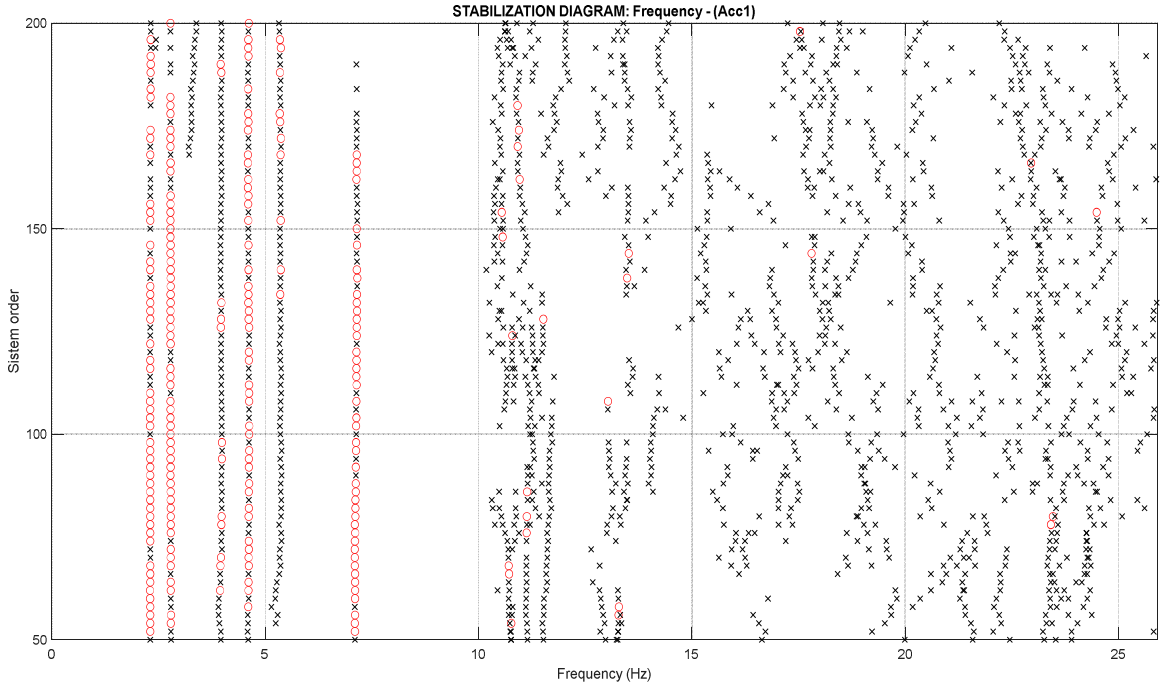

Figura 6.2.4.1: Frequenze stabili/instabili per Setup01 Acc., intervallo 1 (492-602 sec.)

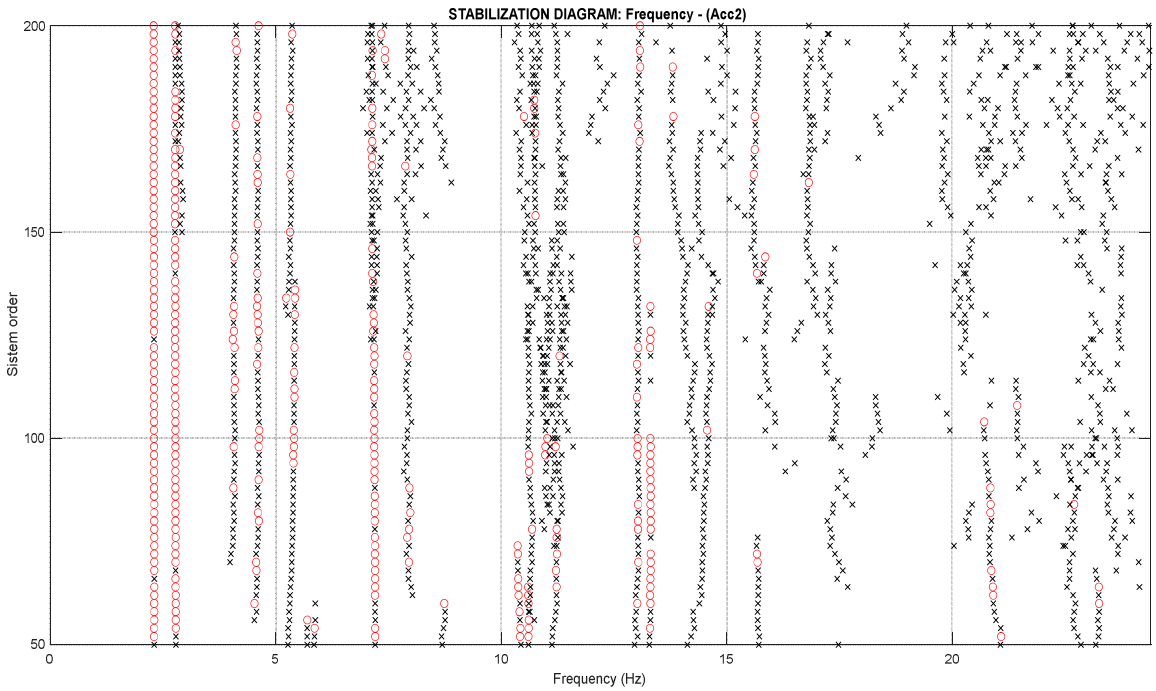

Figura 6.2.4.2: Frequenze stabili/instabili per Setup01 Acc., intervallo 2 (1208-1356 sec.)

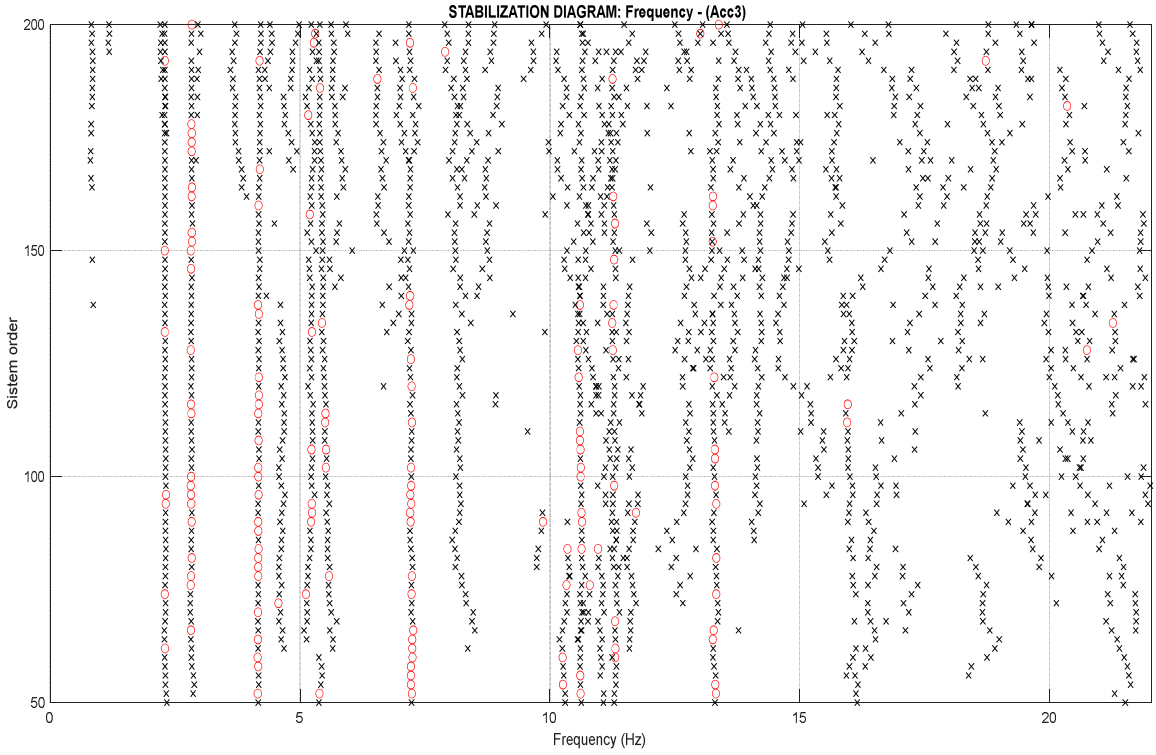

Figura 6.2.4.3: Frequenze stabili/instabili per Setup01 Acc., intervallo 3 (2393-2524 sec.)

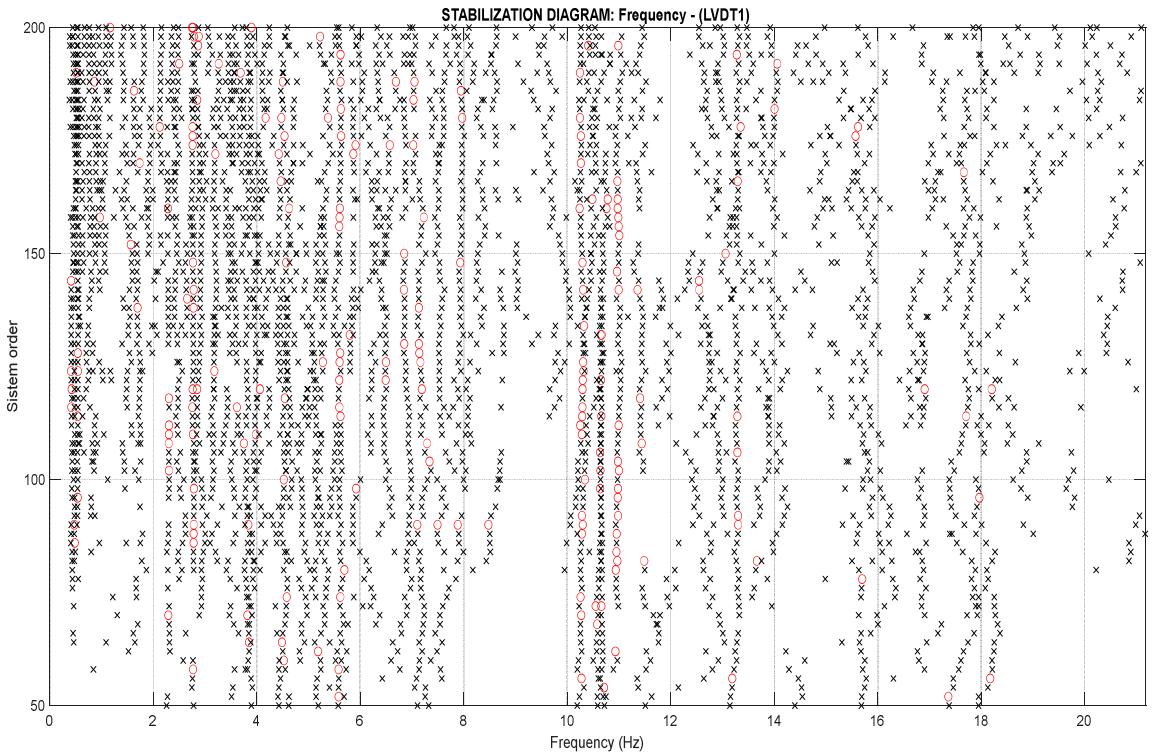

Figura 6.2.4.4: Frequenze stabili/instabili per Setup01 LVDT, intervallo 1 (580-868 sec.)

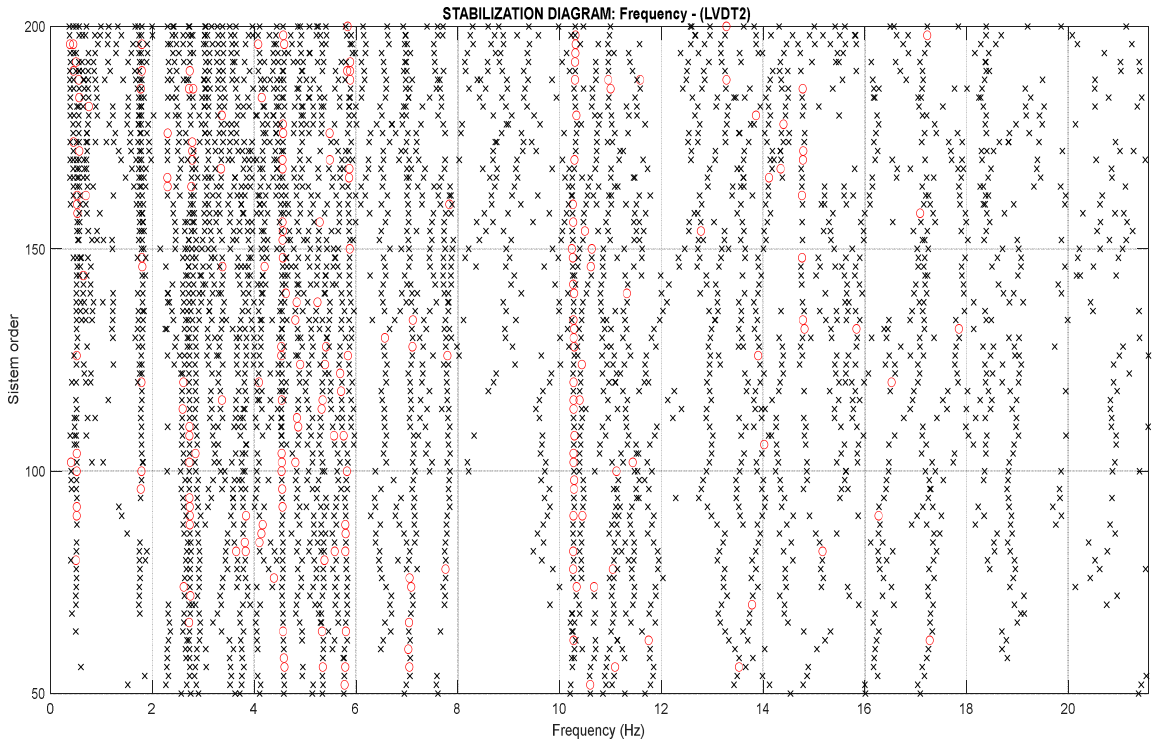

Figura 6.2.4.5: Frequenze stabili/instabili per Setup01 LVDT, intervallo 2 (1166-1466 sec.)

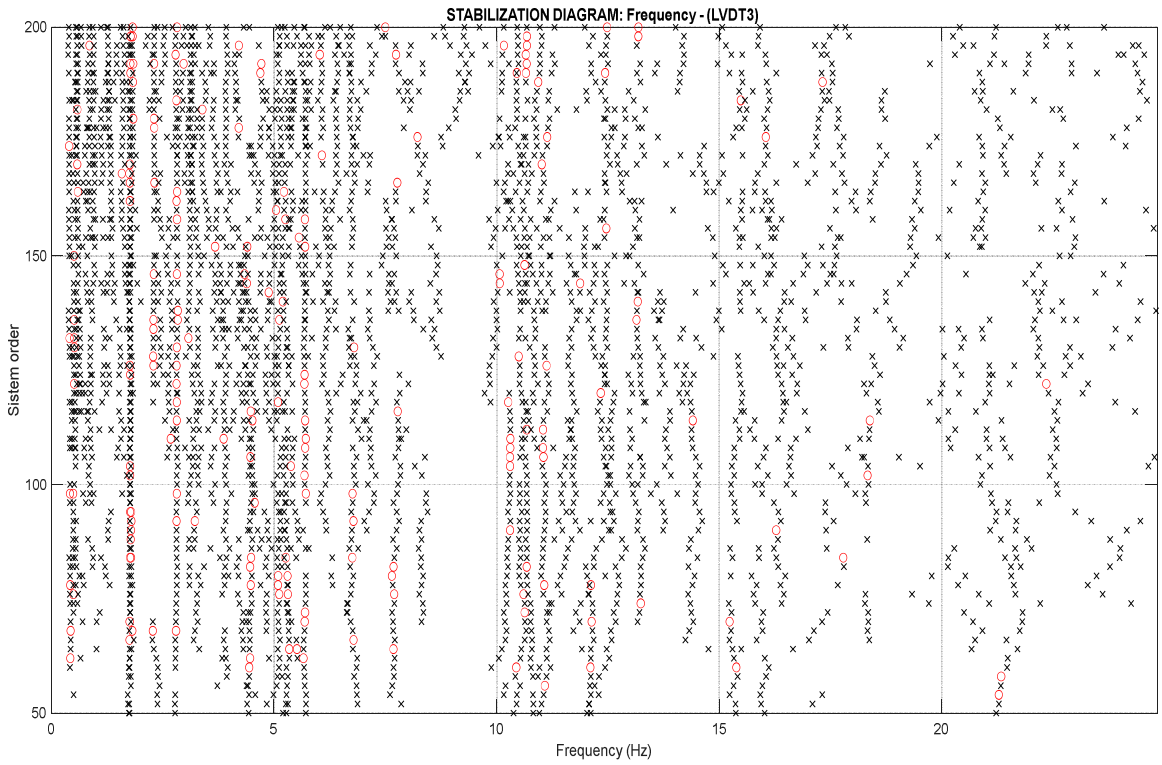

Figura 6.2.4.6: Frequenze stabili/instabili per Setup01 LVDT, intervallo 3 (2148-2400 sec.)

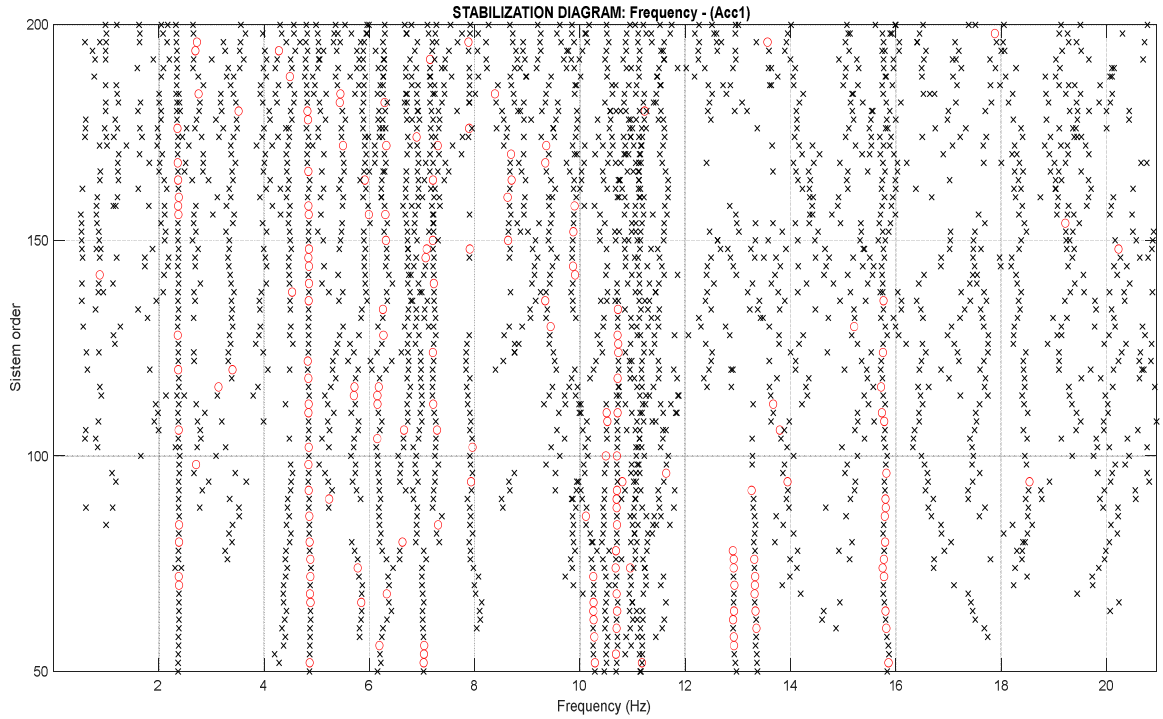

Figura 6.2.4.7: Frequenze stabili/instabili per Setup02 Acc., intervallo 1 (0-170 sec.)

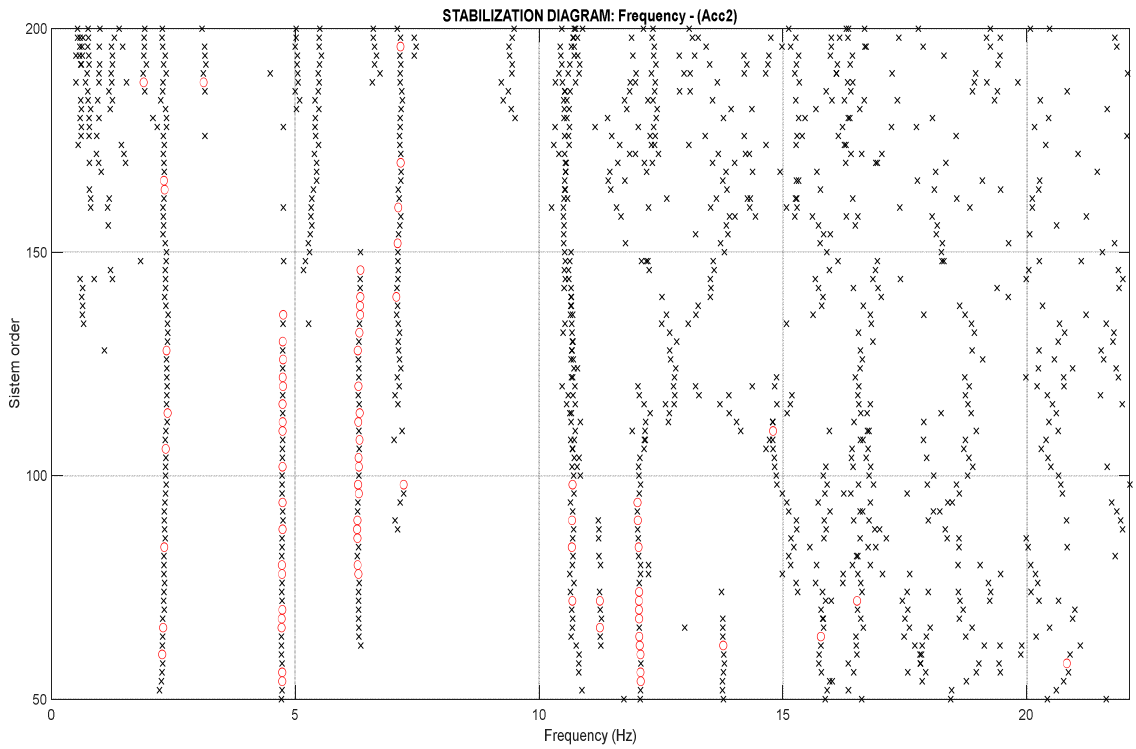

Figura 6.2.4.8: Frequenze stabili/instabili per Setup02 Acc., intervallo 2 (1330-1485 sec.)

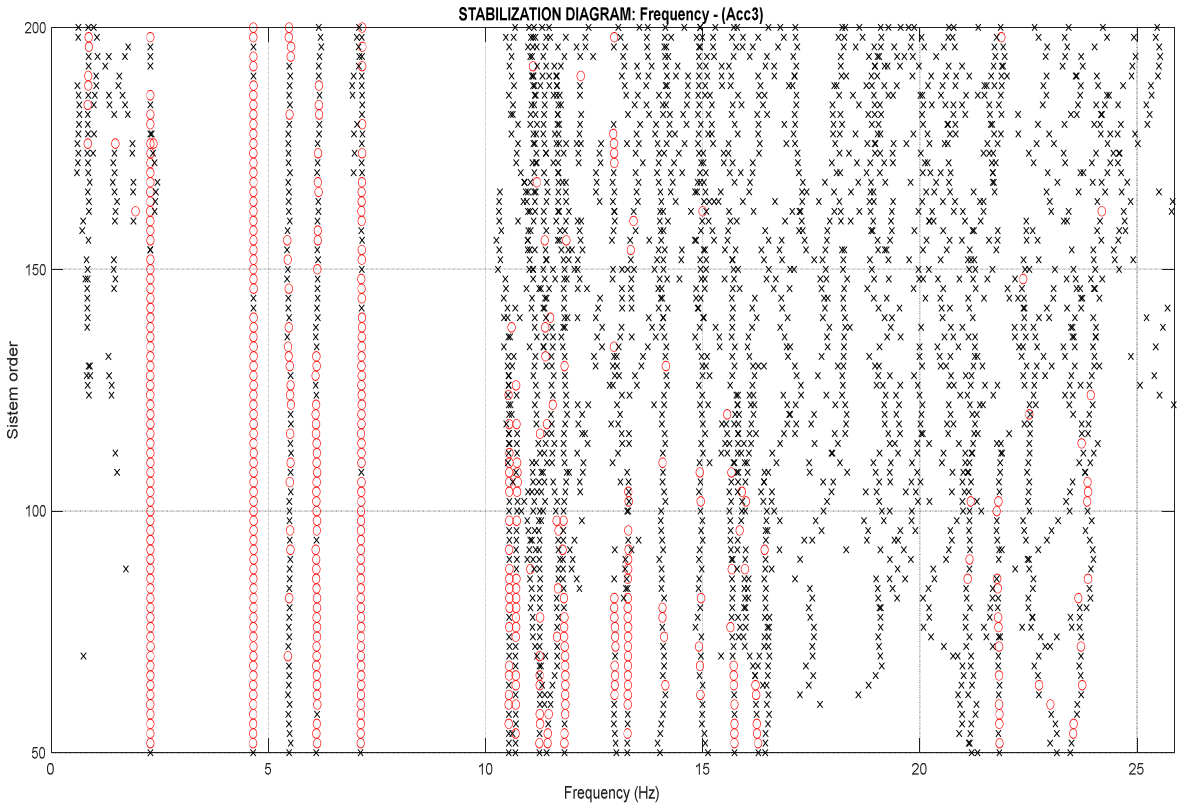

Figura 6.2.4.9: Frequenze stabili/instabili per Setup02 Acc., intervallo 3 (1820-2120 sec.)

6.2.5 Cluster Analysis

Dopo aver valutato le frequenze stabili e quelle instabili si è deciso di applicare la cosiddetta cluster analysis. Per clustering o analisi dei gruppi (cluster analysis) si intende un insieme di tecniche di analisi multivariata dei dati, volte alla selezione e al raggruppamento di elementi omogenei in un insieme di dati. Le tecniche di clustering si basano su misure relative alla somiglianza tra gli elementi stessi, in molti approcci questa similarità o meglio dissimilarità è concepita in termini di distanza in uno spazio multidimensionale, e la bontà delle analisi ottenute dagli algoritmi dipende sostanzialmente dalla metrica e quindi da come viene calcolata la distanza. Vi sono differenti tipologie di clustering, un'importante distinzione vi è fra il clustering partizionante e il clustering gerarchico, quest'ultimo caso mira a costruire una gerarchia di cluster e può essere di tipo agglomerativo, in cui si parte dall'inserimento di ciascun elemento in un cluster differente e si procede all'accorpamento graduale di cluster a due a due, oppure può essere di tipo divisivo in cui tutti gli elementi si trovano inizialmente in un singolo cluster che viene via via suddiviso in sotto-cluster. Il clustering gerarchico di tipo agglomerativo utilizza la seguente traccia per l'identificazione dei cluster: inizialmente ciascun elemento del data set forma un cluster separato, ad ogni iterazione sono accorpati i cluster più simili, via via ampliando la soglia di similarità, l'iterazione termina quando tutti gli oggetti sono accorpati in un unico cluster, dove tutti gli elementi sono considerati simili. La formazione dei cluster è rappresentata attraverso un dendogramma o grafico ad albero, come mostrato in figura 6.2.5.1.

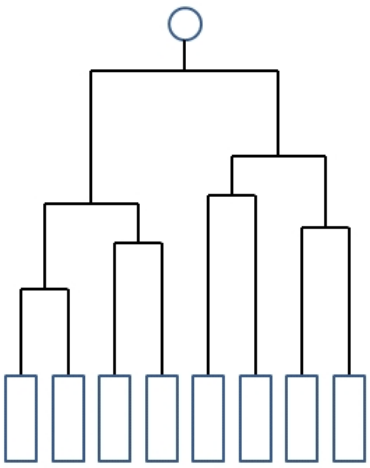

Figura 6.2.5.1: Dendogramma o grafico ad albero

In Matlab, per procedere con la cluster analysis è importante definire la matrice delle distanze (dissimilarity matrix), a tale scopo si utilizza il comando *squareform.*

```
VECTOR_DISSIM = squareform (ID_Dissim);
```

Si può osservare dai risultati che il vettore VECTOR_DISSIM corrisponde esattamente alla matrice triangolare superiore (o inferiore) di ID_Dissim.

Determinata la distanza, la funzione *linkage* raggruppa questi elementi in cluster sulla base delle informazioni contenute nella matrice delle distanze, questa funzione crea inizialmente dei cluster binari attraverso l'unione di elementi vicini, questi cluster vengono poi fusi tra loro in cluster binari sempre più grandi fin quando tutti gli elementi del data set sono collegati in una struttura gerarchica ad albero (dendogramma).

La funzione *linkage* si implementa digitando la seguente espressione:

```
Z = linkage(VECTOR_DISSIM,clusterA.linkage);

clusterA.linkage='average';
```

Come già anticipato, la funzione *linkage* utilizza la distanza tra gli elementi come informazione di partenza con cui costruire i cluster, a sua volta però deve determinare la distanza tra i cluster che crea, a tale scopo esistono diverse tecniche, nel caso in esame si è utilizzata la *Group-avarage,* nota anche come *Unweighted Pair-Group Method (UPGMA).* Attraverso questa tecnica, la distanza tra due gruppi viene definita come la distanza media tra ciascuno dei loro membri.

Z è una matrice costituita da 3 colonne, in cui le prime due identificano i cluster collegati, la terza colonna contiene invece l'informazione relativa alla distanza tra questi elementi.

Per comprendere meglio la gerarchia creata è possibile implementare nella Command Window la funzione *dendogram*.

```
H=dendrogram(Z,0);
```

I numeri sull'asse orizzontale rappresentano gli indici degli elementi che costituiscono il data set, mentre i collegamenti tra i cluster binari del livello inferiore sono rappresentati attraverso delle U rovesciate, la cui altezza identifica la distanza tra gli elementi.

A questo punto per suddividere il dendogramma in cluster si implementa la cosiddetta funzione *cluster*. L'utilizzo di tale funzione permette di creare i cluster in due modi:

specificando un numero N di cluster arbitrari o trovando la suddivisione naturale degli elementi. In alternativa Matlab consente di individuare i cluster con un taglio orizzontale del dendogramma attraverso l'opzione *criterion,* in questo modo il criterio di suddivisione degli elementi in cluster si basa sulla distanza. A tal proposito la funzione è stata implementata nel seguente modo:

```
CLUSTZ = cluster(Z,'cutoff',dist_min,'criterion','distance');
```

"dist_min" rappresenta il valore di taglio fissato, infatti, fissato un certo valore di taglio del coefficiente d'inconsistenza, la funzione analizza ciascun collegamento nel dendogramma e mantiene intatti i collegamenti che presentano un valore del coefficiente inferiore al valore prefissato, spezza invece tutti gli altri.

L'output *CLUSTZ* ha la stessa dimensione del data set originario e ciascun elemento rappresenta il numero del cluster in cui il singolo elemento viene inserito.

In base ai cluster ottenuti ce ne saranno alcuni che verranno scartati e altri che verranno presi in considerazione. Nei cluster tenuti in conto saranno contenuti gli elementi "da salvare", ognuno di essi avrà una frequenza, con l'associato smorzamento e modo di vibrare.

I risultati ottenuti vengono riportati nei grafici a seguire.

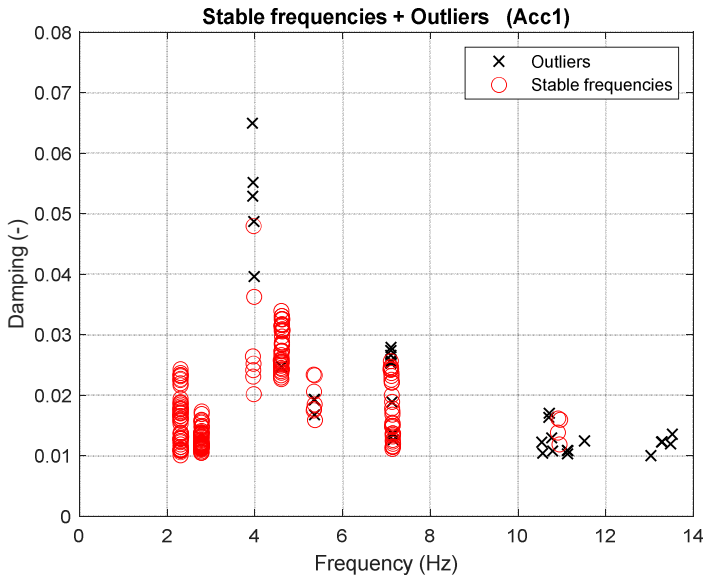

Figura 6.2.5.2: Freq. Stabili + outliers – smorzam. per Setup01 Acc., intervallo 1 (492-602 sec.)

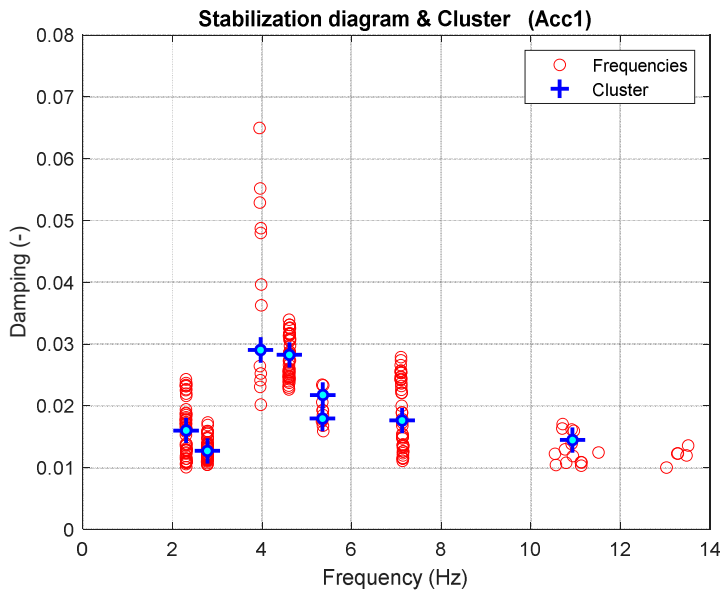

Figura 6.2.5.3: Frequenze + cluster – smorzamento per Setup01 Acc., intervallo 1 (492-602 sec.)

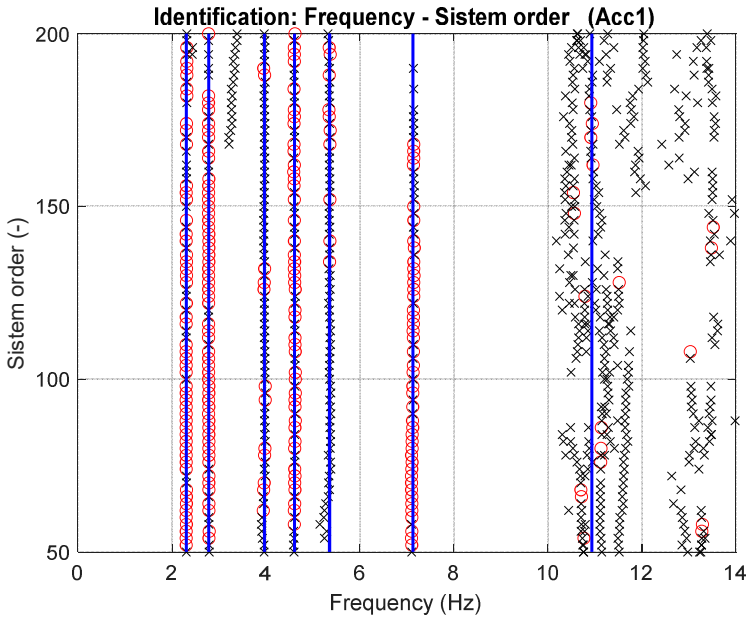

Figura 6.2.5.4: Freq. Stabili– ordine del sistema per Setup01 Acc., intervallo 1 (492-602 sec.)

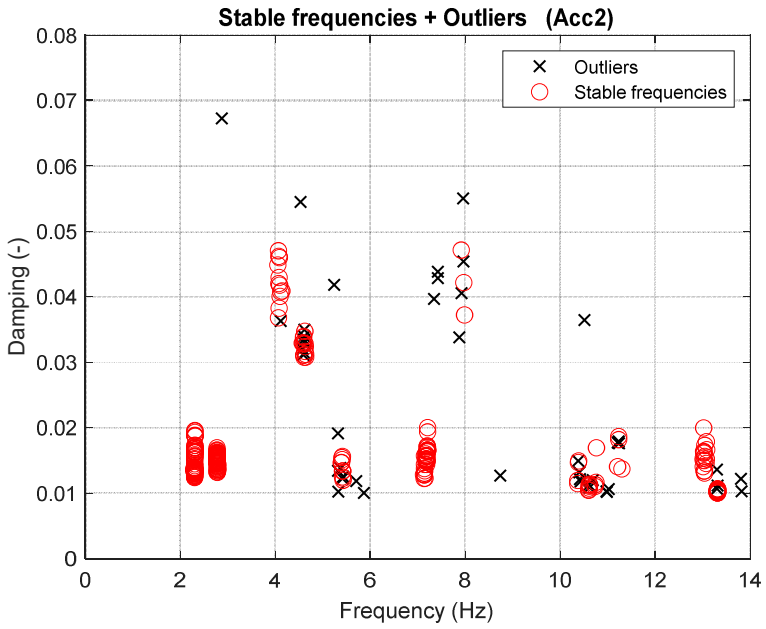

Figura 6.2.5.5: Freq. Stabili+outliers – smorzam. per Setup01 Acc., intervallo 2 (1208-1356 sec.)

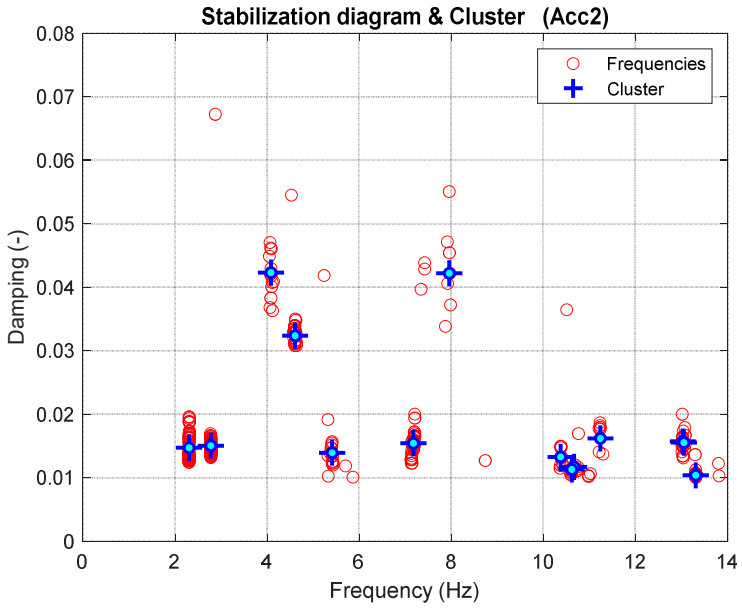

Figura 6.2.5.6: Frequenze + cluster – smorzam. per Setup01 Acc., intervallo 2 (1208-1356 sec.)

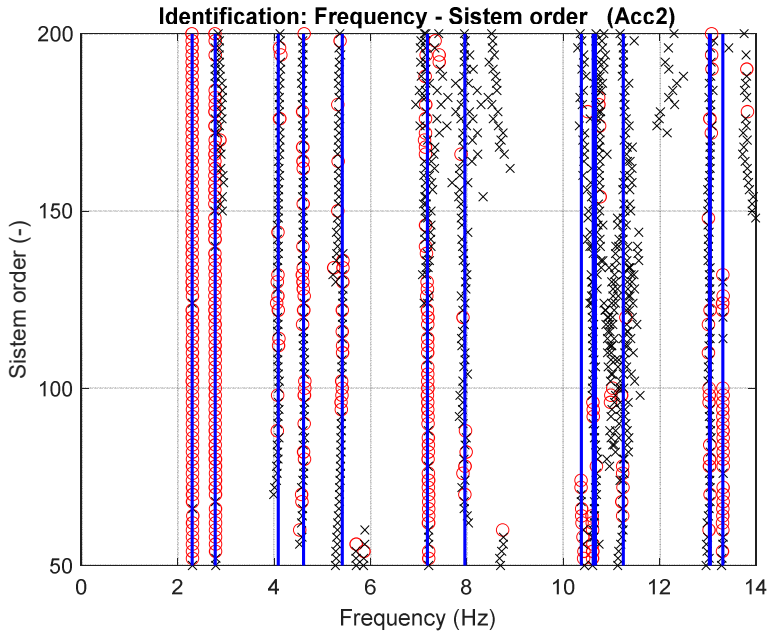

Figura 6.2.5.7: Freq. Stabili– ordine del sistema per Setup01 Acc., intervallo 2 (1208-1356 sec.)

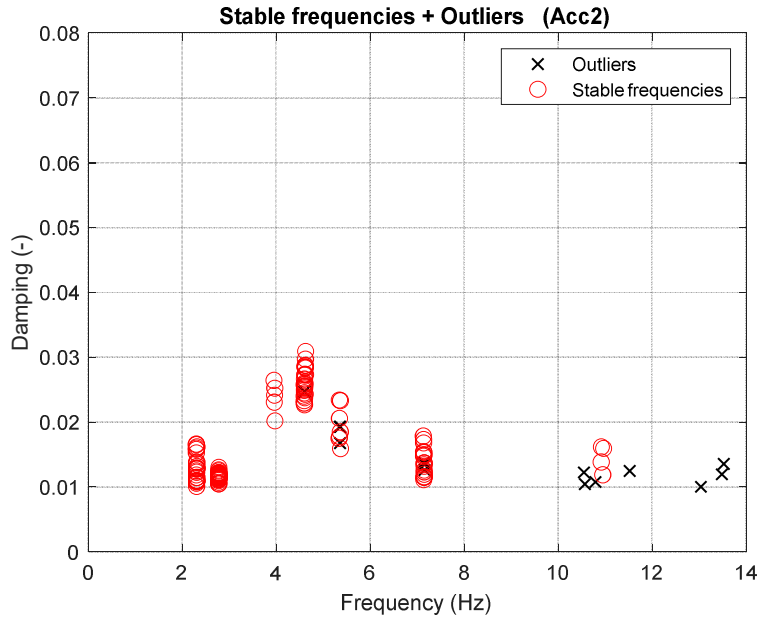

Figura 6.2.5.8: Freq. Stabili+outliers – smorzam. per Setup01 Acc., interv. 3 (2393-2524 sec.)

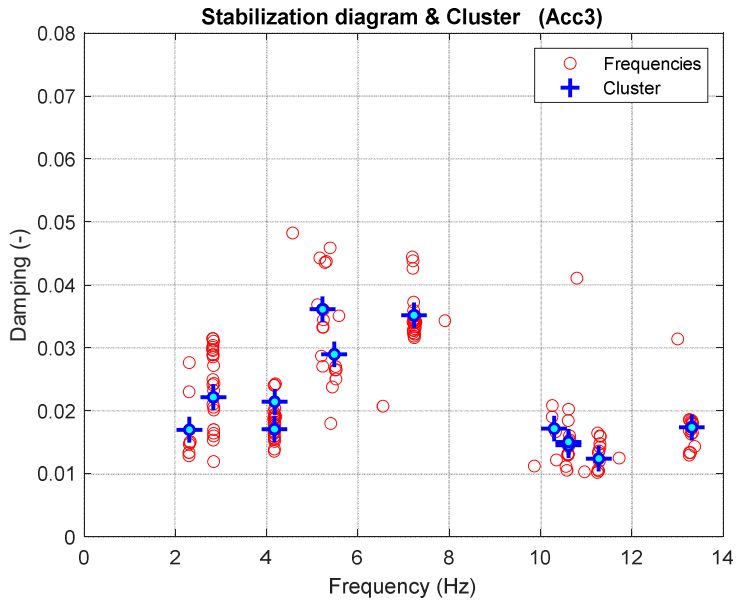

Figura 6.2.5.9: Frequenze + cluster – smorzam. per Setup01 Acc., intervallo 3 (2393-2524 sec.)

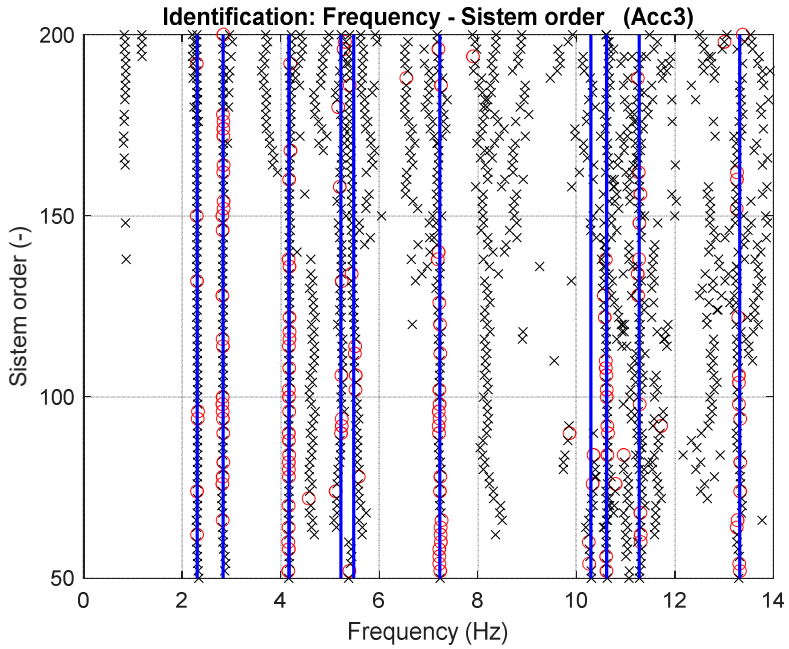

Figura 6.2.5.10: Freq. Stabili– ordine del sistema per Setup01 Acc., intervallo 3 (2393-2524 sec.)

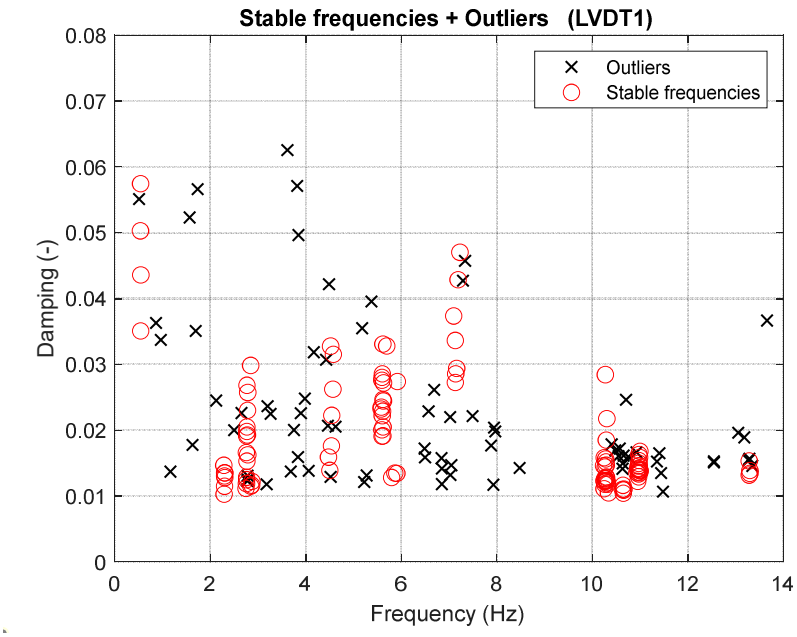

Figura 6.2.5.11: Freq. Stabili+outliers – smorzam. per Setup01 LVDT, interv. 1 (580-868 sec.)

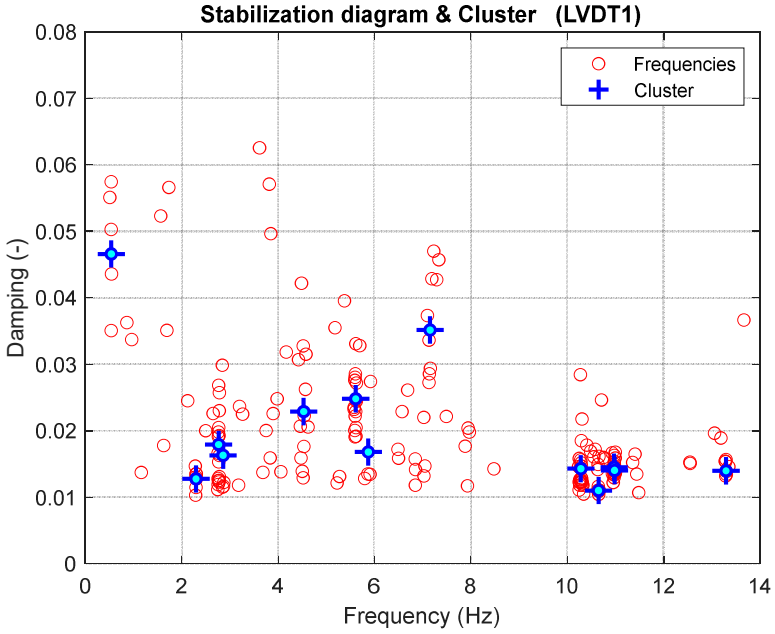

Figura 6.2.5.12: Frequenze + cluster – smorzam. per Setup01 LVDT, intervallo 1 (580-868 sec.)

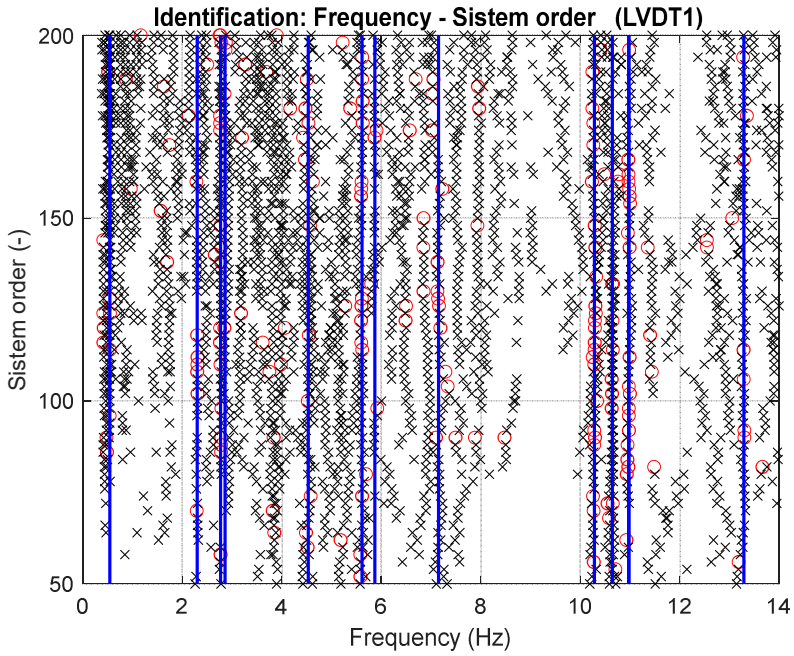

Figura 6.2.5.13: Freq. Stabili– ordine del sistema per Setup01 LVDT, intervallo 1 (580-868 sec.)

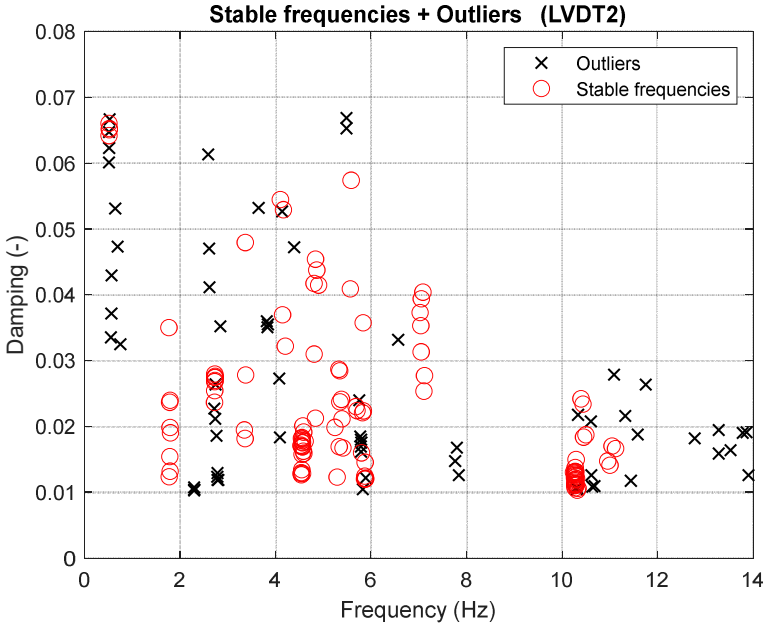

Figura 6.2.5.14: Freq. Stabili+outliers – smorzam. per Setup01 LVDT, interv. 2 (1166-1466 sec.)

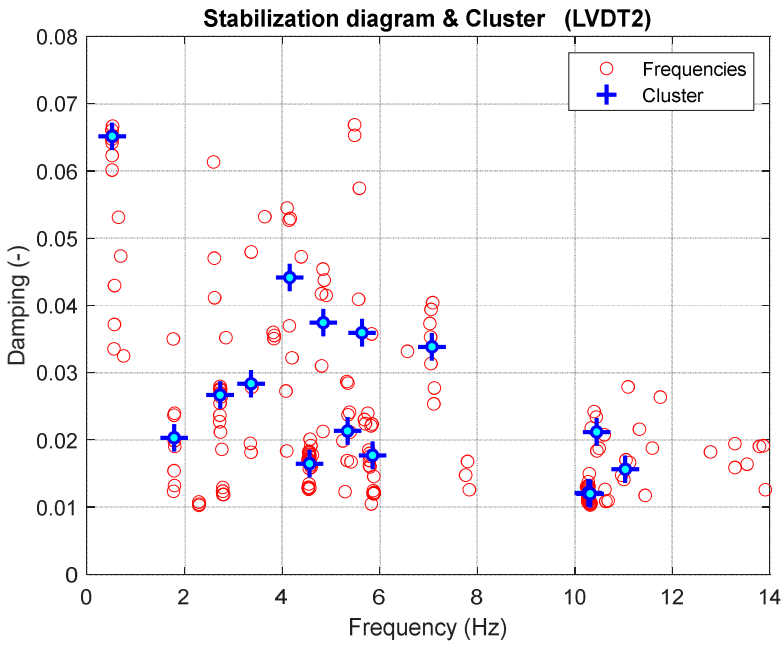

Figura 6.2.5.15: Freq. + cluster – smorzam. per Setup01 LVDT, intervallo 2 (1166-1466 sec.)

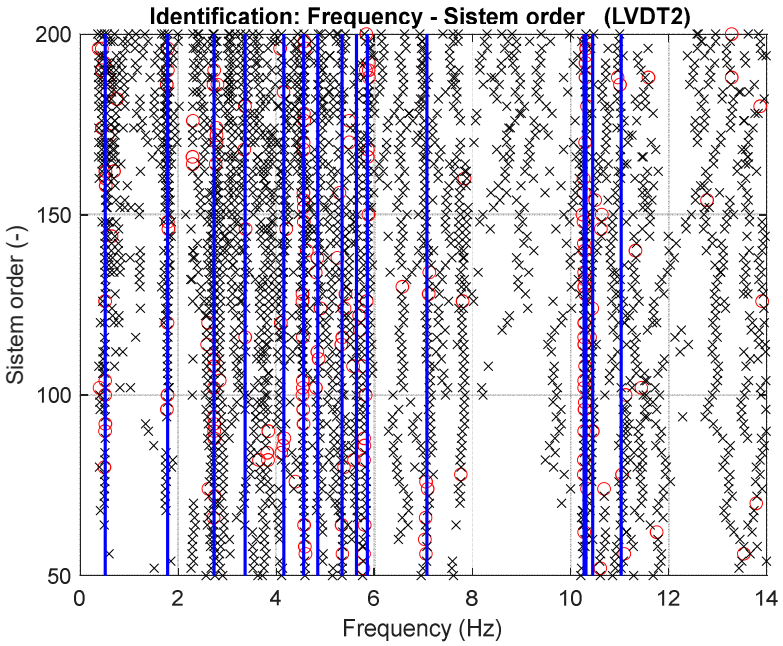

Figura 6.2.5.16: Freq. Stabili– ordine del sistema per Setup01 LVDT, interv. 2 (1166-1466 sec.)

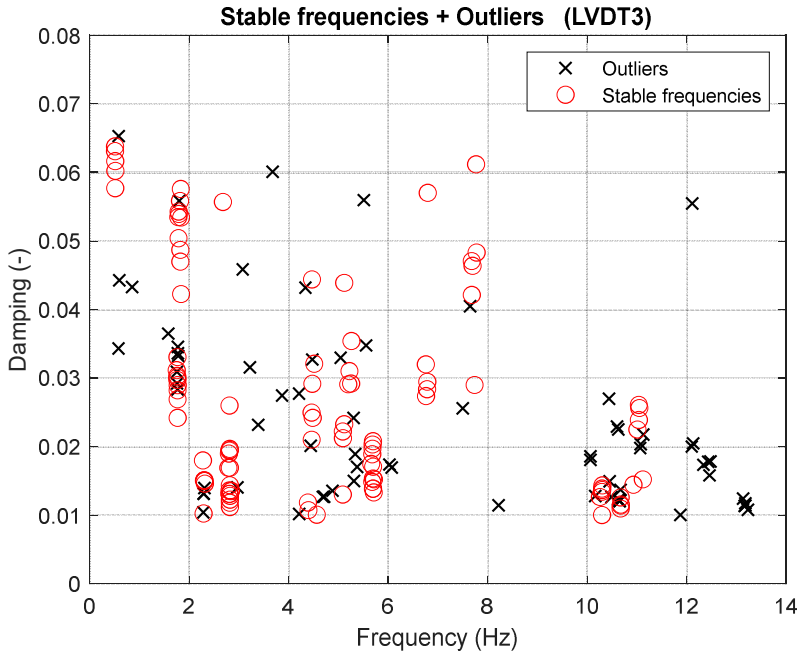

Figura 6.2.5.17: Freq. Stabili+outliers – smorzam. per Setup01 LVDT, interv. 3 (2148-2400 sec.)

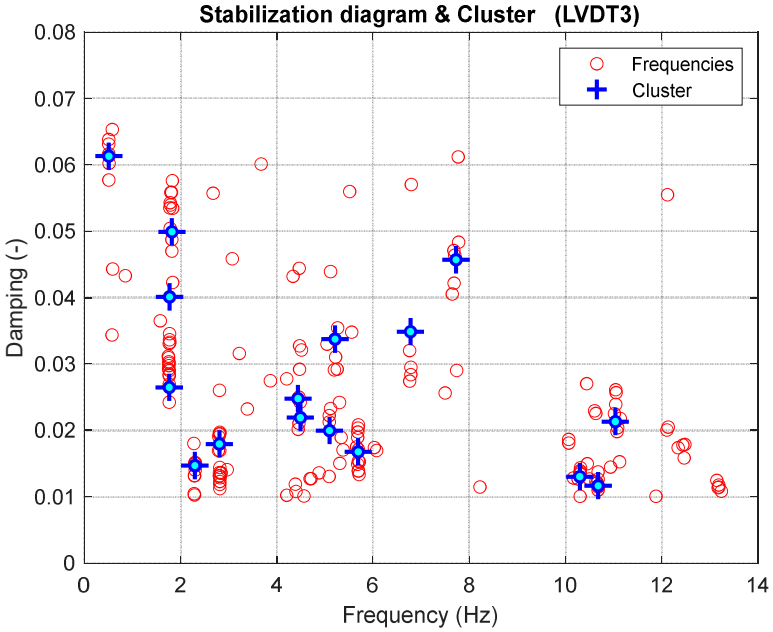

Figura 6.2.5.18: Freq. + cluster – smorzam. per Setup01 LVDT, intervallo 3 (2148-2400 sec.)

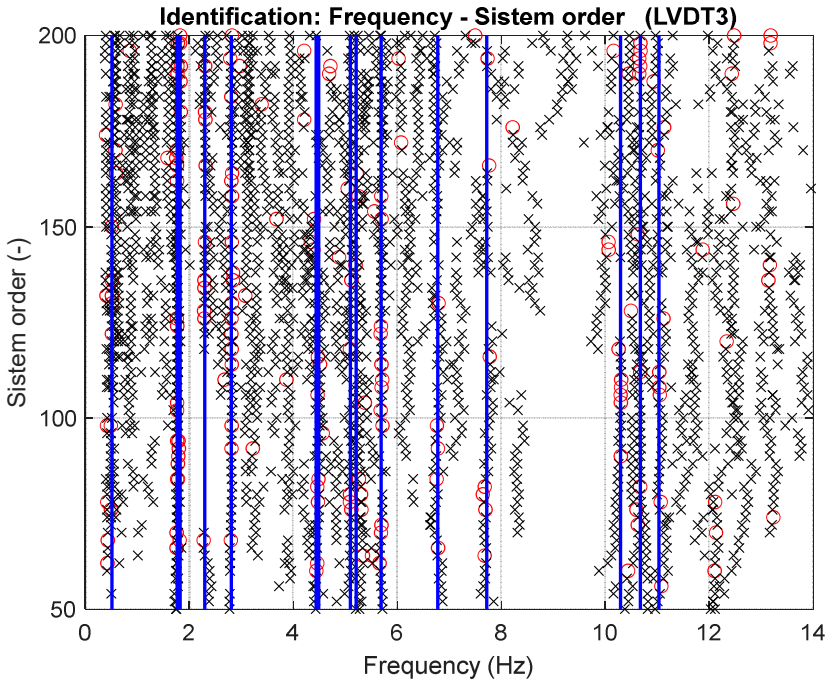

Figura 6.2.5.19: Freq. Stabili– ordine del sistema per Setup01 LVDT, interv. 3 (2148-2400 sec.)

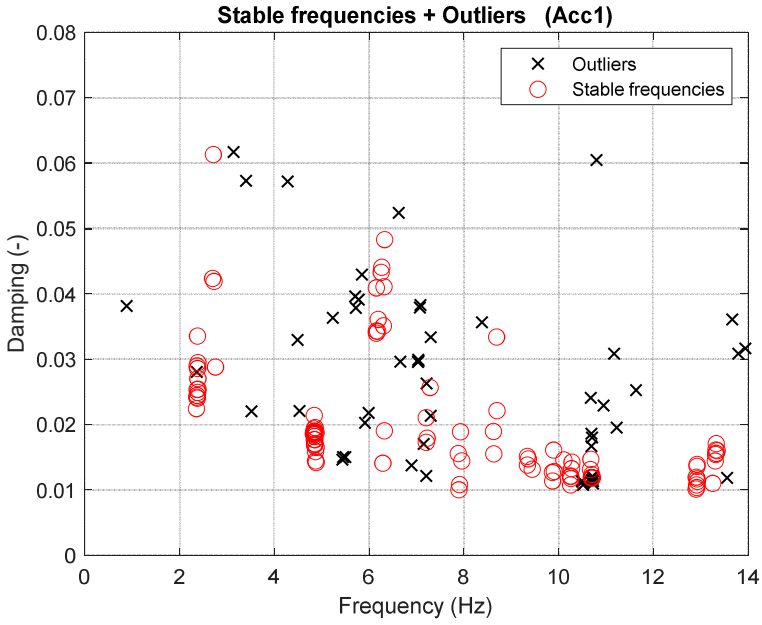

Figura 6.2.5.20: Freq. Stabili+outliers – smorzamento per Setup02 Acc., intervallo 1 (0-170 sec.)

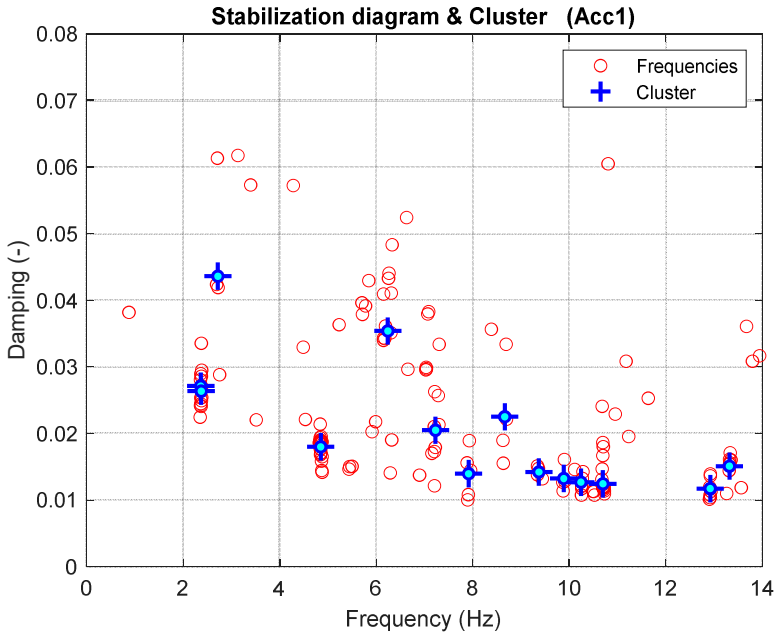

Figura 6.2.5.21: Frequenze + cluster – smorzamento per Setup02 Acc., intervallo 1 (0-170 sec.)

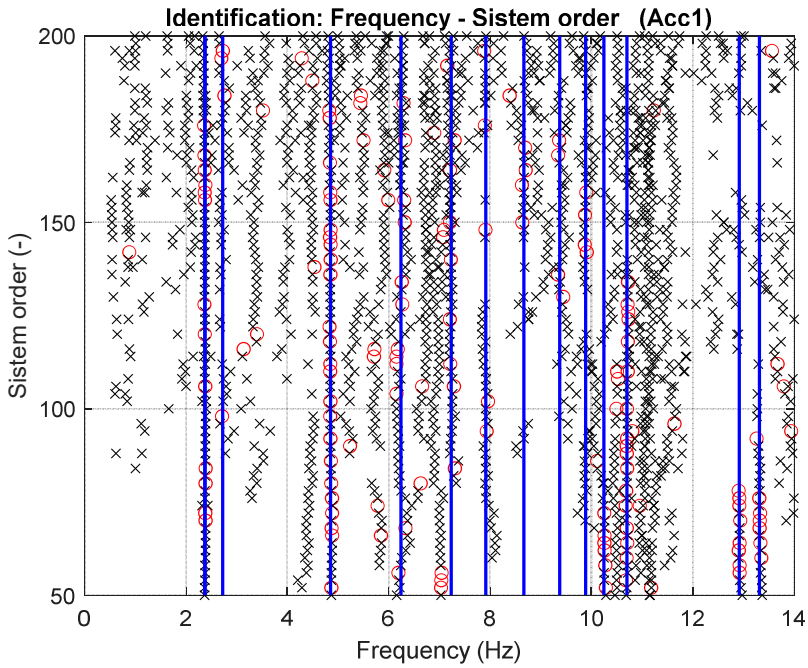

Figura 6.2.5.22: Freq. Stabili– ordine del sistema per Setup02 Acc., intervallo 1 (0-170 sec.)

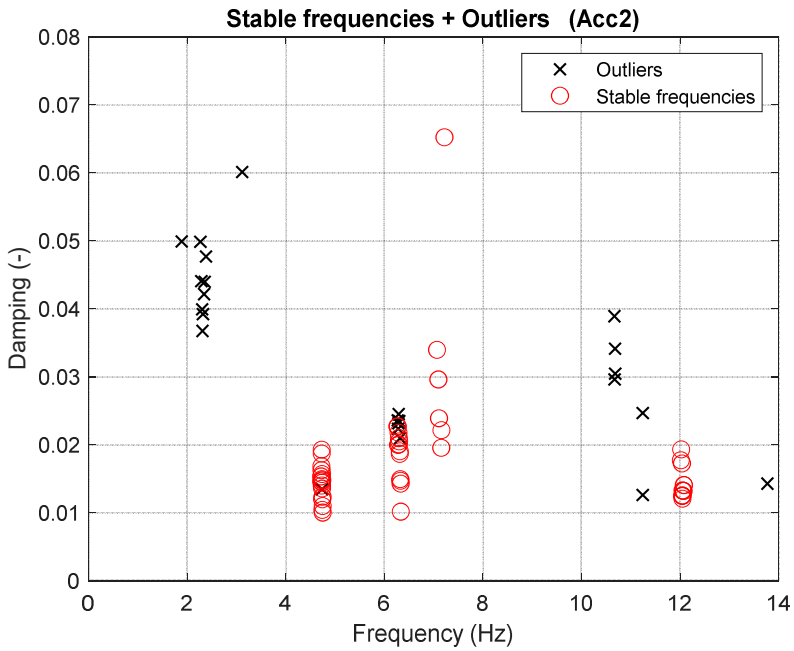

Figura 6.2.5.23: Freq. Stabili+outliers – smorzam. per Setup02 Acc., interv. 2 (1330-1485 sec.)

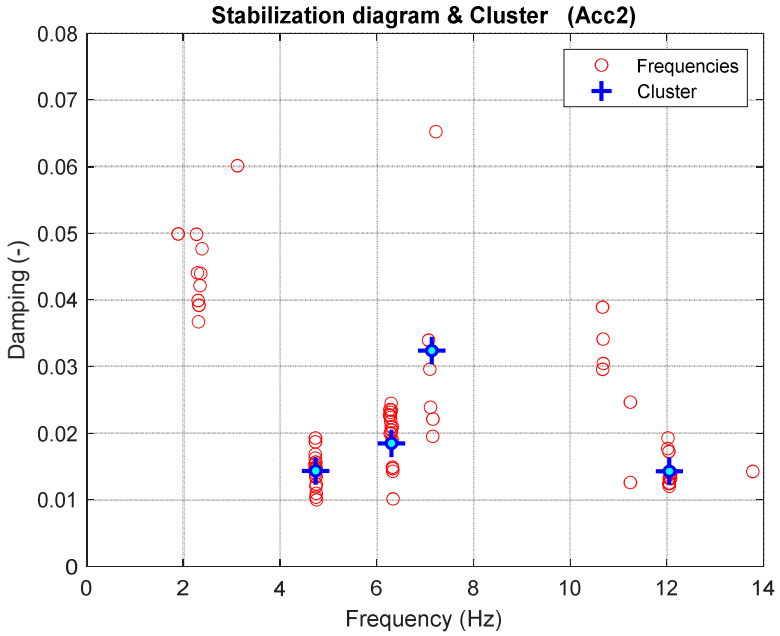

Figura 6.2.5.24: Frequenze + cluster – smorzam. per Setup02 Acc., intervallo 2 (1330-1485 sec.)

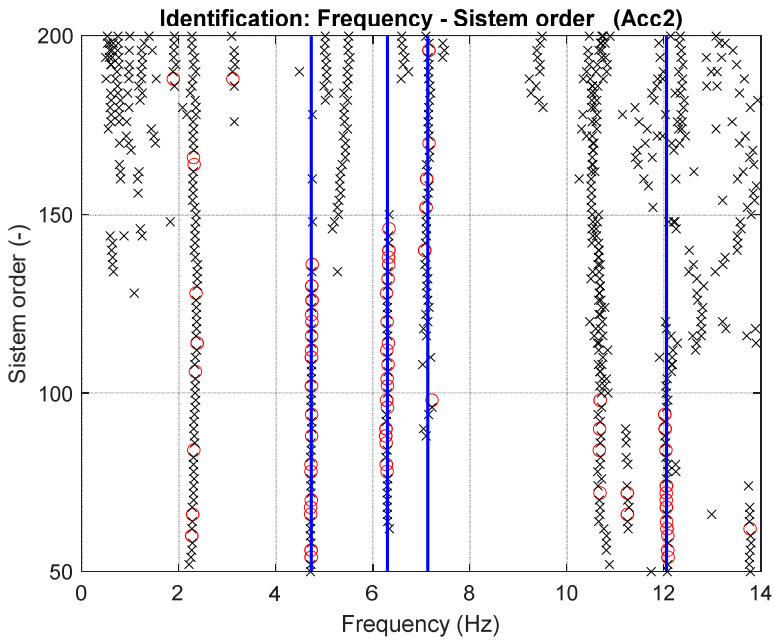

Figura 6.2.5.25: Freq. Stabili– ordine del sistema per Setup02 Acc., intervallo 2 (1330-1485 sec.)

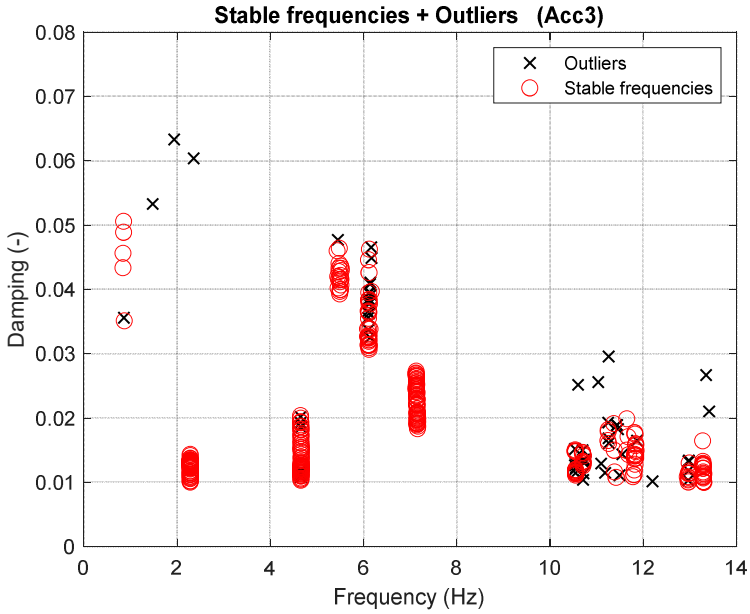

Figura 6.2.5.26: Freq. Stabili+outliers – smorzam. per Setup02 Acc., interv. 3 (1820-2120 sec.)

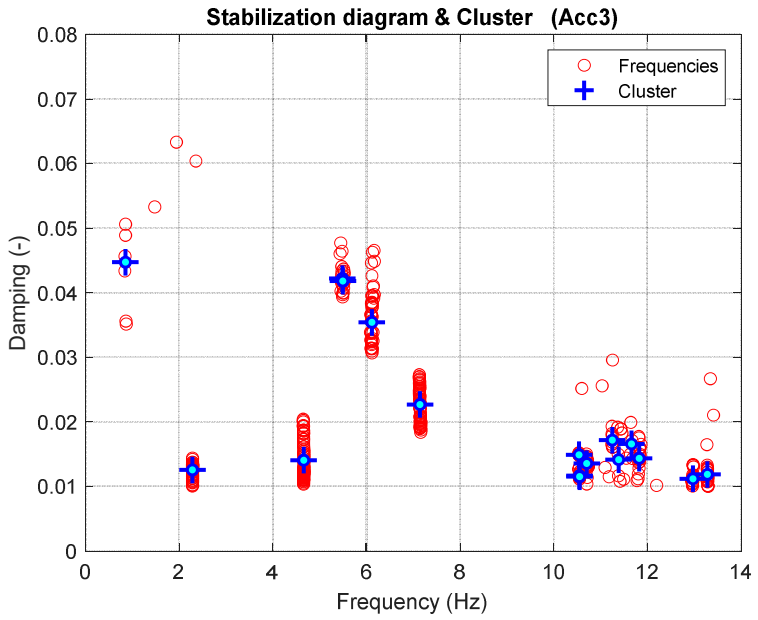

Figura 6.2.5.27: Frequenze + cluster – smorzam. per Setup02 Acc., intervallo 3 (1820-2120 sec.)

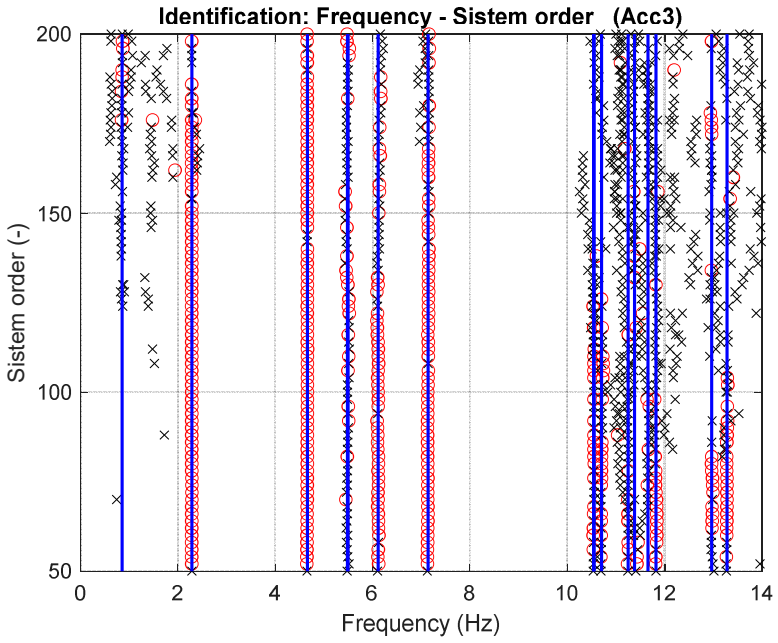

Figura 6.2.5.28: Freq. Stabili– ordine del sistema per Setup02 Acc., intervallo 3 (1820-2120 sec.)

In tabella 6.2.5.1 sono riassunte le frequenze della cluster analysis prese in considerazione, per ogni Substep e per ogni Setup.

Risultati delle frequenze ottenute con la cluster analysis																			
Acc1(1) 492-602	2.305	2.781	3.968		4.610	5.350					7.129					10.935			
Acc2(1) 1208-1356	2.301	2.775	4.084		4.607		5.411				7.179			10.375	10.668			13.052	13.312
Acc3(1) 2393-2524	2.307	2.831	4.169			5.225					7.228		10.300		10.613				13.316
lvdt1(1) 580-868	2.296	2.766		4.532				5.610	5.872		7.154		10.283		10.650	10.973			13.295
lvdt2(1) 1166-1466		2.729	4.154	4.561			5.341	5.636	5.853		7.069		10.275	10.446		11.033			
lvdt3(1) 2148-2400	2.298	2.807		4.489		5.096	5.211	5.692				7.724	10.295		10.676	11.033			
Acc1(2) 0-170	2.378	2.724			4.853					6.244	7.231		10.243		10.697			12.920	13.317
Acc2(2) 1330-1485					4.736					6.305	7.137						12.053		
Acc3(2) 1820-2120	2.284				4.658		5.486			6.113	7.142			10.548	10.703		11.821	12.970	13.282

Tabella 6.2.5.1: Frequenze determinate con la cluster analysis (valori considerati)

6.3 Confronto risultati: picco manuale, ERA, SSI

Per determinare in definitiva quali sono le frequenze proprie di vibrazione della struttura è necessario comparare tutti i risultati ottenuti, in particolare è importante confrontare in primis i valori finali di frequenza del Setup01 ottenuti con il preprocessing, ERA e SSI, ripetere lo stesso ragionamento anche per il Setup02 e dedurre le frequenze concordi in tutti i metodi utilizzati.

Nelle Tabelle alle pagine seguenti vengono nuovamente riportati i valori ottenuti, con alcune modifiche rispetto a quanto concluso nei capitoli 6.1.5 e 6.2.3. In questo caso infatti si fa un confronto incrociato anche tra i risultati forniti dai due algoritmi di identificazione e il preprocessing e non solo tra preprocessing e singolo algoritmo.

Setup01:

Setup01 Preprocessing						
ACC.				LVDT		
SETUP1 Z	SETUP1 Y	SETUP1 X	freq [Hz]	SETUP1 X	SETUP1 Y	freq [Hz]
	2.3		**2.3**			
2.7	2.75		**2.7**	2.7	2.7	**2.7**
4.2		4.1	**4.1/4.2**	4.2		**4.2**
	4.59		**4.6**			
5	5.2		**5.1**	5.2	5.2	**5.2**
7	7	7.1	**7**			
7.7			**7.7**	7.7	7.9	**7.8**
10.4	10.58	10.4	**10.4/10.5**	10.4	10.3	**10.4**
		11.2	**11.2**			
12	12		**12**	11.9		**12**
13	13	13	**13**	13.3		**13.3**

Tabella 6.3.1: Frequenze individuate manualmente dai picchi Setup01

Setup01 ERA													
acc f1 picco a 271		acc f2 picco a 880		acc f3 picco a 1203		acc f4 picco a 2561		lvdt f1 picco a 267		lvdt f2 picco a 880.5		lvdt f3 picco a 2568	
freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]
2.26	0.96												
2.81	0.99											2.81	0.93
								3.30	0.98				
								3.61	0.99	3.67	0.97		
		3.85	0.98							3.96	0.99		
		4.18	0.93							4.17	1.00		
		4.64	0.96	4.53	0.97			4.73	0.99	4.71	0.99		
		4.82	0.99							4.91	1.00		
						5.19	0.92						
		5.28	0.99									5.34	0.96
		5.49	0.99									5.66	0.93
6.54	0.91	6.71	0.99			6.42	0.98						
						7.01	0.98			6.93	0.96	7.19	0.95
		7.34	0.98							7.69	0.99		
		7.73	0.99							7.79	0.95		
												8.07	0.95
		8.42	0.98					8.31	0.93				
8.58	0.95	8.44	1.00	8.88	0.93					8.54	0.90	8.46	0.93
												9.16	0.96
		9.37	0.98			9.53	0.99			9.86	0.98	9.23	0.97
				10.25	1.00			10.24	0.96	10.24	1.00		
		10.50	0.97	10.61	1.00	10.38	1.00					10.51	0.97
10.84	1.00											10.56	0.99
		10.95	0.99	11.19	1.00							11.15	1.00
										11.27	0.96	11.44	0.99
		11.90	0.97			11.59	1.00	11.70	0.97				
		11.93	1.00									11.94	1.00
						12.25	0.98					12.26	0.97
12.85	0.93					12.81	1.00			12.64	0.90	12.71	1.00
						12.91	1.00						
				13.16	1.00	12.95	0.99						
		13.48	0.99			13.77	1.00						

Tabella 6.3.2: Frequenze individuate con l'algoritmo ERA Setup01

Setup01 SSI											
acc f1 492-602		acc f2 1208-1356		acc f3 2393-2524		lvdt f1 580-868		lvdt f2 1166-1466		lvdt f3 2148-2400	
freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]
2.30	1.00	2.30	1.00	2.31	1.00	2.30		2.29	1.00		
						2.59		2.55	1.00		
2.78	1.00	2.78	1.00	2.83	1.00	2.78	1.00	2.73	1.00	2.82	1.00
						2.93	1.00	2.85	1.00		1.00
						3.15	1.00			3.10	1.00
								3.34	1.00	3.31	1.00
						3.52	1.00	3.42	1.00		
						3.82	1.00	3.78	1.00	3.68	1.00
						3.93	1.00	3.82	1.00	3.92	1.00
3.98	1.00	4.09	1.00	4.17	1.00			4.05	1.00		
						4.52	1.00	4.54	1.00	4.50	1.00
4.62	1.00	4.64	1.00	4.58	1.00	4.67	1.00		1.00	4.56	1.00
						4.86	1.00	4.84			
				5.22	1.00	5.13	1.00	5.07	1.00	4.99	1.00
5.35	1.00	5.41	1.00					5.34	1.00	5.27	1.00
				5.51	1.00	5.50	1.00	5.38	1.00	5.42	1.00
						5.60	1.00	5.63	1.00	5.69	1.00
						6.00	1.00	5.82	1.00		
						6.49	1.00	6.38	1.00	6.15	1.00
										6.83	1.00
7.13	1.00	7.19	1.00	7.23	1.00	6.98	1.00	7.16	1.00	7.11	1.00
						7.29	1.00				
						7.49	1.00	7.45	1.00		
								7.85	1.00	7.78	1.00
		7.92	1.00	8.12	1.00	7.99	1.00				
								8.21	1.00		
						8.66	1.00				
						8.70	1.00				
								9.71	1.00		
						10.21	1.00	10.28	1.00	10.29	1.00
						10.34	1.00	10.39	1.00	10.51	1.00
		10.60	1.00	10.62	1.00	10.64	1.00	10.70	1.00	10.68	1.00
		11.02	1.00	11.08	1.00	10.97	1.00	11.12	1.00	11.11	1.00
		11.13	1.00								
11.20	1.00	11.19	1.00								
11.26	1.00	11.26	1.00	11.26	1.00						
11.69	1.00			11.59	1.00			11.48	1.00	11.50	1.00
								11.54	1.00	11.74	1.00
								11.82	1.00		
						12.41	1.00			12.48	1.00
				12.72	1.00			12.89	1.00	12.55	1.00
12.91	1.00	13.02	1.00	13.29	1.00	13.01	1.00			13.04	1.00

Tabella 6.3.3: Frequenze individuate con l'algoritmo SSI Setup01

Setup02:

Setup02 Preprocessing			
ACC.			
SETUP2 Z	SETUP2 Y	SETUP2 X	freq [Hz]
2.3	2.2	2.3	**2.3**
2.8	2.7	2.8	**2.7**
4.4	4.29	4.4	**4.3**
5.3			**5.3**
6.95			**7**
10.5		10.53	**10.5**
11.1	11.03		**11**
12.96	12.95		**13**

Tabella 6.3.4: Frequenze individuate manualmente dai picchi Setup02

Setup02 ERA					
acc f1 picco a 570.5		**acc f2** picco a 1104		**acc f3** picco a 2136	
freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]
		2.94	0.94		
		4.08	0.95		
5.14	0.98				
		6.38	0.91		
6.66	0.96	6.83	1.00	6.87	0.91
7.03	0.94	7.09	0.99		
8.59	0.92				
9.12	0.97	9.08	0.98		
		9.60	0.93		
10.05	1.00	9.72	1.00		
10.20	1.00	10.13	1.00	10.22	1.00
10.46	1.00	10.49	1.00		
10.84	1.00	11.04	1.00	10.97	1.00
11.40	1.00	11.56	1.00		
12.12	1.00				
				12.27	0.92
12.77	1.00			12.78	1.00
		13.12	0.99		
13.45	1.00				

Tabella 6.3.5: Frequenze individuate con l'algoritmo ERA Setup02

Setup02 SSI					
acc f1 0-170		**acc f2** 1330-1485		**acc f3** 1820-2120	
freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]	freq. [Hz]	MAC [-]
2.40	1.00	2.34	1.00	2.28	1.00
3.09	1.00				
		4.73	1.00	4.66	1.00
4.85	1.00				
				5.49	1.00
5.65					
6.16	1.00	6.31	1.00	6.11	
6.55	1.00				
6.89	1.00				
				7.13	1.00
7.25	1.00				
7.91	1.00				
9.62	1.00				
10.15	1.00				
10.49	1.00			10.54	
10.70	1.00	10.71	1.00	10.73	1.00
		10.85		10.83	1.00
11.07	1.00			11.10	
11.22	1.00			11.25	1.00
	1.00			11.33	1.00
11.68	1.00			11.62	1.00
				11.80	1.00
		12.05			
13.28				13.26	

Tabella 6.3.6: Frequenze individuate con l'algoritmo SSI Setup02

Anche in questo caso, mettendo a confronto tutti i risultati ottenuti, sono stati evidenziati con lo stesso colore i valori delle frequenze concordi.

Per maggiore chiarezza si riporta una Tabella riassuntiva con le frequenze che in definitiva sono state scelte come plausibili frequenze strutturali.

Si sottolinea che i valori forniti da ERA e SSI sono stati ottenuti con un ben preciso ordine del sistema, invece, i valori forniti dalla cluster analysis applicata in SSI forniscono frequenze in funzione di un range di ordini di sistema (50-200).

Setup01			
ACC.			
Frequenza [Hz]	Picco manuale	ERA	SSI cluster an.
2.2-2.3	sì	sì	sì
2.7-2.8	sì	sì	sì
4-4.3	sì	sì	sì
4.4-4.5 solo lvdt	\	\	\
4.6-4.7	sì	sì	sì
5-5.2	sì	sì	sì
5.3-5.4	no	sì	sì
7-7.1	sì	sì	sì
7.7	sì	sì	no
10.1-10.3	no	sì	sì
10.4-10.5	sì	sì	sì
10.7			sì
11	sì	sì	sì
12	sì	sì	no
13	sì	sì	sì
13.3			sì

Tabella 6.3.7: Frequenze Finali Strutturali (Setup01-Acc.)

Setup02			
ACC.			
Frequenza [Hz]	Picco manuale	ERA	SSI cluster an.
2.2-2.3	sì	no	sì
2.7-2.8	sì	no	sì
4-4.3	sì	sì	no
4.4-4.5 solo lvdt	\	\	\
4.6-4.7	no	no	sì
5-5.2	no	sì	no
5.3-5.4	sì	no	sì
6.2-6.3			sì
7-7.1	sì	sì	sì
7.7	no	no	no
10.1-10.3	no	sì	sì
10.4-10.5	sì	sì	sì
10.7			sì
11	sì	sì	no
12	no	sì	sì
13	sì	sì	sì
13.3			sì

Tabella 6.3.8: Frequenze Finali Strutturali (Setup02-Acc.)

Setup01			
LVDT			
Frequenza [Hz]	Picco manuale	ERA	SSI cluster an.
2.2-2.3	no	no	sì
2.7-2.8	sì	sì	sì
4-4.3	sì	sì	sì
4.4-4.5 solo lvdt	no	no	sì
4.6-4.7	no	sì	no
5-5.2	sì	no	sì
5.3-5.4	no	sì	sì
5.6			sì
5.8			sì
7-7.1	no	sì	sì
7.7	sì	sì	sì
10.1-10.3	no	sì	sì
10.4-10.5	sì	sì	sì
10.7			sì
11	no	sì	sì
12	sì	sì	no
13	sì	no	no
13.3			sì

Tabella 6.3.8: Frequenze Finali Strutturali (Setup01-LVDT)

Analizzando i risultati finali emergono alcune osservazioni: le frequenze sono state evidenziate con colori differenti a seconda della loro presenza nelle varie categorie. In verde scuro sono state riportate le frequenze con una maggiore probabilità di essere strutturali (frequenze riscontrate in tutti e tre i campi), in verde chiaro quelle con una probabilità inferiore rispetto le prime (frequenze riscontrate solo in alcuni campi tra cui SSI cluster analysis), in arancione quelle con una probabilità ancora più bassa (frequenze che non hanno trovato riscontro in SSI cluster analysis). Sono stati inoltre aggiunti dei valori (evidenziati in arancione chiaro) in quanto determinati con molta assiduità nella cluster analysis, ma che non erano stati presi in considerazione negli step precedenti.

6.4 Forme modali

Dopo aver identificato le possibili frequenze strutturali, il passo successivo è stato quello di plottare le forme modali, si è inizialmente posta l'attenzione ai risultati forniti dalla cluster analysis in SSI. Se si considerano tali risultati (si veda *Tabella 6.2.5.1: Frequenze determinate con la cluster analysis*) si può notare come, sia per l'accelerazione del Setup01, sia per l'accelerazione del Setup02 e sia per gli spostamenti del Setup01, per ogni tipologia di frequenza, si possono ottenere al massimo tre valori (in colonna), corrispondenti ai substeps analizzati. Se si pone l'attenzione per esempio al range di frequenza 2.2-2.3 Hz si può osservare come per il Setup01 (accelerazione) siano stati individuati tre valori, per lo spostamento due valori e per il Setup02 (accelerazione) altri due valori. Essendo che per

ogni range di frequenza e per ogni categoria si deve ottenere un'unica forma modale, è necessario valutare la correlazione tra le stesse. Considerando sempre lo stesso range, per la categoria del Setup01 (accelerazione) di dovrà valutare la correlazione tra le tre forme corrispondenti alle tre frequenze individuate della cluster analysis, se tali forme risultano essere sufficientemente correlate allora dovranno essere mediate, se la correlazione viene meno significa che i modi sono, con molta probabilità, modi di vibrare distinti e pertanto dovranno essere considerati separatamente. Lo stesso procedimento è stato applicato anche ai risultati forniti dall'algoritmo ERA.

La correlazione è stata determinata tramite la valutazione del MAC tra le forme modali, in particolare laddove si avevano tre forme la matrice del MAC risultava essere una 3x3, simmetrica, con valori unitari sulla diagonale principale e valori compresi tra zero e uno fuori diagonale. Se la valutazione delle correlazione avveniva tra due forme allora la matrice del MAC era una 2x2, mentre se si aveva un'unica forma non era chiaramente necessario valutare nessun tipo di correlazione. Per l'accelerazione del Setup01 in ERA, avendo considerato quattro substeps, una possibile matrice del MAC poteva risultare una 4x4.

Ponendo per un istante l'attenzione ai risultati forniti dal Modal Assurance Criterial, la matrice deve per forza risultare simmetrica, non a caso la correlazione tra, per esempio, la prima forma valutata e la seconda è la stessa che c'è tra la seconda e la prima, pertanto la cella della matrice 1,2 deve essere pari alla cella 2,1. Allo stesso modo, la diagonale principale deve contenere solo valori unitari in quanto indica la correlazione tra un modo e lo stesso, di conseguenza ci sarà sempre piena correlazione.

Il calcolo del MAC è affetto da un certo grado di incertezza, pertanto, per valutare se c'è correlazione o meno tra le forme modali si è posto un limite al di sopra del quale si ha "buona correlazione", al di sotto si ha "non correlazione", nel caso in esame, tale limite è stato assunto pari a 0.8. In realtà parecchi risultati calcolati erano compresi tra 0.7 e 0.8, quindi, inizialmente le forme erano state associate a modi differenti, ma successivamente plottandole ci si è resi conto che potevano essere considerate come appartenenti allo stesso modo di vibrare (stessa colonna). Tali valori, contenuti nelle successive tabelle, sono stati evidenziati in arancione.

Accelerazione Setup01 SSI

Acc1(1) 492-602	2.305	2.781	3.968	4.610	5.350		7.129				10.935		
Acc2(1) 1208-1356	2.301	2.775	4.084	4.607		5.411	7.179		10.375	10.668		13.052	13.312
Acc3(1) 2393-2524	2.307	2.831	4.169		5.225		7.228	10.300		10.613			13.316
Frequenza mediata	**2.304**	**2.796**	**4.074**	**4.609**	**5.287**	**5.411**	**7.179**	**10.300**	**10.375**	**10.640**	**10.935**	**13.052**	**13.314**
Smorzamento mediato	**0.016**	**0.017**	**0.029**	**0.030**	**0.027**	**0.014**	**0.023**	**0.017**	**0.013**	**0.013**	**0.014**	**0.016**	**0.014**

Tabella 6.4.1: Valori di frequenza - Accelerazione Setup01 SSI

Inizialmente la frequenza 5.411 Hz era stata associata alle frequenze 5.350 Hz e 5.225 Hz, ma a seguito della valutazione del MAC è stata considerata separatamente, non trovando riscontro nella correlazione delle forme.

In allegato 4 sono riportate tutte le forme modali rappresentate sul piano XYZ.

Accelerazione Setup02 SSI

Acc1(2) 0-170	2.378	2.724	4.853			6.244	7.231	10.243		10.697			12.920	13.317
Acc2(2) 1330-1485			4.736		6.305		7.137					12.053		
Acc3(2) 1820-2120	2.284		4.658	5.486	6.113		7.142		10.548		10.703	11.821	12.970	13.282
Frequenza mediata	**2.331**	**2.724**	**4.749**	**5.486**	**6.209**	**6.244**	**7.170**	**10.243**	**10.548**	**10.697**	**10.703**	**11.937**	**12.945**	**13.300**
Smorzamento mediato	**0.019**	**0.044**	**0.015**	**0.042**	**0.027**	**0.035**	**0.025**	**0.013**	**0.012**	**0.012**	**0.014**	**0.014**	**0.011**	**0.013**

Tabella 6.4.2: Valori di frequenza - Accelerazione Setup02 SSI

In questo caso si può notare un numero inferiore di valori evidenziati in verde rispetto ai risultati dell'Accelerazione del Setup01 SSI, questo può essere dovuto dal fatto che il secondo Setup è costituito da un segnale più disturbato rispetto al primo, è quindi plausibile avere meno correlazione tra le diverse forme modali. Come detto in precedenza, i valori in arancione hanno una correlazione quantificata tramite il MAC tra 0.7 e 0.8.
Inizialmente i valori in rosso appartenevano rispettivamente all'insieme delle frequenze 6.305 e 6.113 Hz e 10.697 Hz.

In allegato 5 sono riportate tutte le forme modali rappresentate sul piano XYZ.

LVDT Setup01 SSI

LVDT(1) 580-868	2.296	2.766		4.532			5.610	5.872	7.154		10.283		10.650	10.973		13.295
LVDT(2) 1166-1466		2.729	4.154	4.561		5.341	5.636	5.853	7.069		10.275	10.446			11.033	
LVDT(3) 2148-2400	2.298	2.807		4.489	5.096	5.211	5.692			7.724	10.295		10.676	11.033		
Frequenza mediata	**2.297**	**2.767**	**4.154**	**4.527**	**5.096**	**5.276**	**5.646**	**5.862**	**7.111**	**7.724**	**10.284**	**10.446**	**10.663**	**11.003**	**11.033**	**13.295**
Smorzamento mediato	**0.014**	**0.021**	**0.044**	**0.020**	**0.020**	**0.028**	**0.026**	**0.017**	**0.035**	**0.046**	**0.013**	**0.021**	**0.011**	**0.018**	**0.016**	**0.014**

Tabella 6.4.3: Valori di frequenza - LVDT Setup01 SSI

In questo caso il valore in rosso apparteneva inizialmente all'insieme delle frequenze 10.973 e 11.033 Hz.

Per quanto riguarda i risultati forniti dagli LVDT avendo determinato tramite i sensori posti sui giunti, un delta spostamento, ovvero una differenza di spostamento tra una campata e la successiva e non avendo misurato uno spostamento assoluto, non è stato possibile rappresentare le forme modali allo stesso modo delle deformate fornite dagli accelerometri. In questo caso si è deciso di rappresentare una "deformata a blocchi" sul piano XY in cui, la prima e la terza campata sono assoggettate ad uno spostamento rigido rispettivamente pari a delta-lvdt1 e delta-lvdt4, in cui l'intera campata viene mantenuta rigida e orizzontale, mentre lo spostamento della campata centrale è stato determinato applicando un offset di delta-lvdt2 dall'estremità destra della campata uno e un offset di delta-lvdt3 dall'estremità sinistra della campata tre.

Si precisa che inizialmente si voleva determinare una deformata assoluta anche per la categoria degli LVDT, incrociando i valori forniti nel sistema assoluto dagli accelerometri del Setup01, coi i delta-valori forniti dai sensori di spostamento. Rappresentando i dati su un grafico bi-dimensionale in cui sulle ascisse si andavano ad inserire i risultati delle forme fornite dai sensori di accelerazione e sulle ordinate i risultati delle delta-forme degli LVDT, era possibile determinare una legge ai minimi quadrati che descrivesse la relazione tra ascisse e ordinate. Siccome gli accelerometri del Setup01 non erano posti in numero sufficiente in prossimità dei giunti, tale operazione non è stata possibile.

Successivamente, visto che invece nel Setup02 si avevano sufficienti sensori di accelerazione posti all'incirca in corrispondenza dei giunti, si voleva determinare una sorta di "deformata a blocchi", in pratica si voleva rappresentare un delta-valore considerando i risultati degli accelerometri 7, 11-9, 15-13, 17 e 8, 12-10, 16-14, 18. Anche in questo caso non è stato possibile portare a termine tale procedura, quasi tutti i sensori citati erano in direzione z (si veda Setup02) e non in direzione x e y, utile invece per un confronto con la categoria degli LVDT.

In allegato 6 sono riportate le deformate a blocchi rappresentate sul piano XY; per una migliore interpretazione i plot sono stati realizzati considerando le letture longitudinali degli LVDT nulle.

Accelerazione Setup01 ERA

Picco 1 271 sec	2.255	2.809														
Picco 2 880 sec			4.184	4.640			5.277		7.734			10.500	10.948		11.929	
Picco 3 1203 sec					4.531					10.254	10.607			11.191		13.161
Picco 4 2561 sec						5.185		7.008			10.380					12.947
Frequenza mediata	**2.255**	**2.809**	**4.184**	**4.640**	**4.531**	**5.185**	**5.277**	**7.008**	**7.734**	**10.254**	**10.494**	**10.500**	**10.948**	**11.191**	**11.929**	**13.054**
Smorzamento mediato	**0.015**	**0.043**	**0.019**	**0.056**	**0.030**	**0.054**	**0.041**	**0.039**	**0.017**	**0.014**	**0.030**	**0.012**	**0.012**	**0.018**	**0.034**	**0.015**

Tabella 6.4.4: Valori di frequenza - Accelerazione Setup01 ERA

In questo caso la frequenza 4.531 Hz era stata inizialmente associata alla frequenza 4.640 Hz, dopo la valutazione del MAC è stata considerata separatamente, non trovando riscontro nella correlazione delle forme. Allo stesso modo anche la frequenza 10.500 Hz era inizialmente stata associata alle frequenze 10.607 e 10.380 Hz e la frequenza 11.191 era stata associata alla 10.948 Hz, successivamente sono state separate.

In allegato 7 sono riportate le forme modali rappresentate sul piano XYZ.

Accelerazione Setup02 ERA

Picco 1 570.5 sec		5.143	7.033		10.204	10.456		10.840			12.123	
Picco 2 1104 sec	4.082		7.090	10.128			10.493		11.042			13.120
Picco 3 2136 sec				10.216						10.966		
Frequenza mediata	**4.082**	**5.143**	**7.062**	**10.172**	**10.204**	**10.456**	**10.493**	**10.840**	**11.042**	**10.966**	**12.123**	**13.120**
Smorzamento mediato	**0.029**	**0.035**	**0.034**	**0.016**	**0.042**	**0.018**	**0.023**	**0.038**	**0.014**	**0.017**	**0.030**	**0.013**

Tabella 6.4.5: Valori di frequenza - Accelerazione Setup02 ERA

Anche questo caso si può notare come ci sia un numero inferiore di valori evidenziati in verde rispetto al Setup01 ERA, trova ulteriore conferma il fatto che il Setup02 sia composto da un segnale maggiormente disturbato rispetto al segnale del Setup01.

La frequenza 10.204 Hz era stata associata alle frequenze 10.128 Hz e 10.216 Hz, dopo la valutazione del MAC è stata considerata separatamente, non trovando riscontro nella correlazione delle forme. Allo stesso modo anche la frequenza 10.493 Hz era inizialmente stata associata alla frequenza 10.456 Hz, così come le frequenze 11.042 e 10.966 Hz erano state associate alla 10.840 Hz, successivamente sono state separate.

In allegato 8 sono riportate tutte le forme modali rappresentate sul piano XYZ.

LVDT Setup01 ERA

Picco 1 267 sec			4.727						10.239				
Picco 2 880.5 sec		4.171		4.708		6.926		7.790		10.242			
Picco 3 2568 sec	2.809				5.340		7.194				10.513	11.150	11.938
Frequenza mediata	**2.809**	**4.171**	**4.727**	**4.708**	**5.340**	**6.926**	**7.194**	**7.790**	**10.239**	**10.242**	**10.513**	**11.150**	**11.938**
Smorzamento mediato	**0.010**	**0.024**	**0.044**	**0.036**	**0.048**	**0.021**	**0.055**	**0.021**	**0.029**	**0.029**	**0.018**	**0.014**	**0.029**

Tabella 6.4.6: Valori di frequenza - LVDT Setup01 ERA

Come per i valori del Setup01 SSI-LVDT, sono state plottate le deformate a blocchi sul piano XY. In questo caso la frequenza 4.708 Hz era stata inizialmente associata alla frequenza 4.727 Hz, la 7.194 Hz alla 6.926 Hz e la 10.242 Hz alla 10.239 Hz.

In allegato 9 sono riportate le deformate a blocchi rappresentate sul piano XY; per una migliore interpretazione i plot sono stati realizzati considerando le letture longitudinali degli LVDT nulle.

Plot delle forme modali

Ogni categoria valutata ha fornito un numero abbastanza elevato di forme modali (riportate tutte in allegato), di queste solo alcune sono state considerate come strutturali. Per valutare quali scartare e quali mantenere sono state confrontate le forme di tutte le categorie con frequenza simile, laddove si riscontrava una forte analogia tra gli andamenti venivano prese considerazione, in caso contrario venivano scartate.

Per quanto riguarda il plottaggio delle forme modali, inizialmente sono state graficate le posizioni dei sensori in fase deformata, successivamente, per ricostruire un andamento leggibile, tali posizioni sono state "collegate" tramite la rappresentazione di polinomi p(x) di un certo grado n che meglio si adattavano nel senso dei minimi quadrati, ai valori dell'ordinata dei punti deformati.

Prima di procedere al confronto, una scrematura iniziale delle forme è stata fatta valutando il singolo andamento della deformata, se si riscontravano casi con presenza di outliers, la deformata non poteva essere realisticamente plausibile, semplicemente accadeva che alcuni dei sensori venivano eccitati localmente ad esempio dal passaggio di un mezzo pesante sul ponte (si veda per esempio Figura 8.5.2 in Allegato 8.5).

A seguito di tutte le considerazioni sono state riportate le forme modali considerate strutturali.

1° modo di vibrare – range di frequenza 2.2-2.3 Hz

Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI

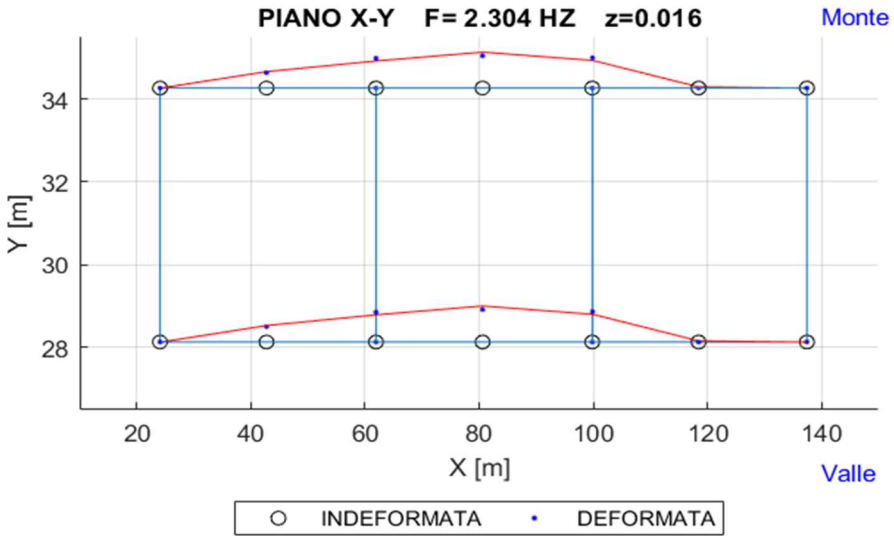

Figura 6.4.1: Forma modale, frequenza 2.304 Hz– Piano XY

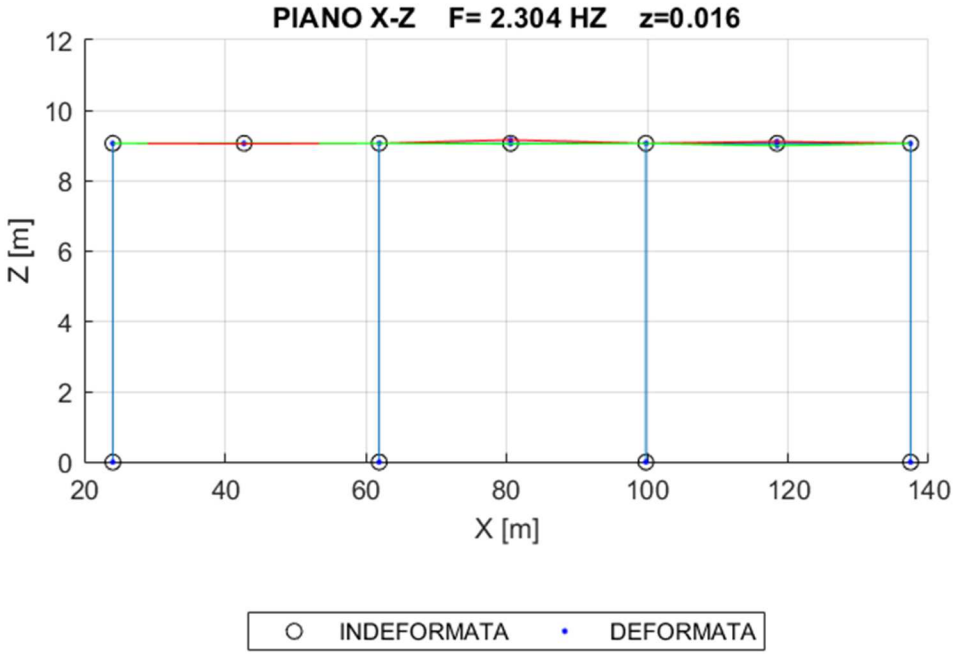

Figura 6.4.2: Forma modale, frequenza 2.304 Hz– Piano XZ

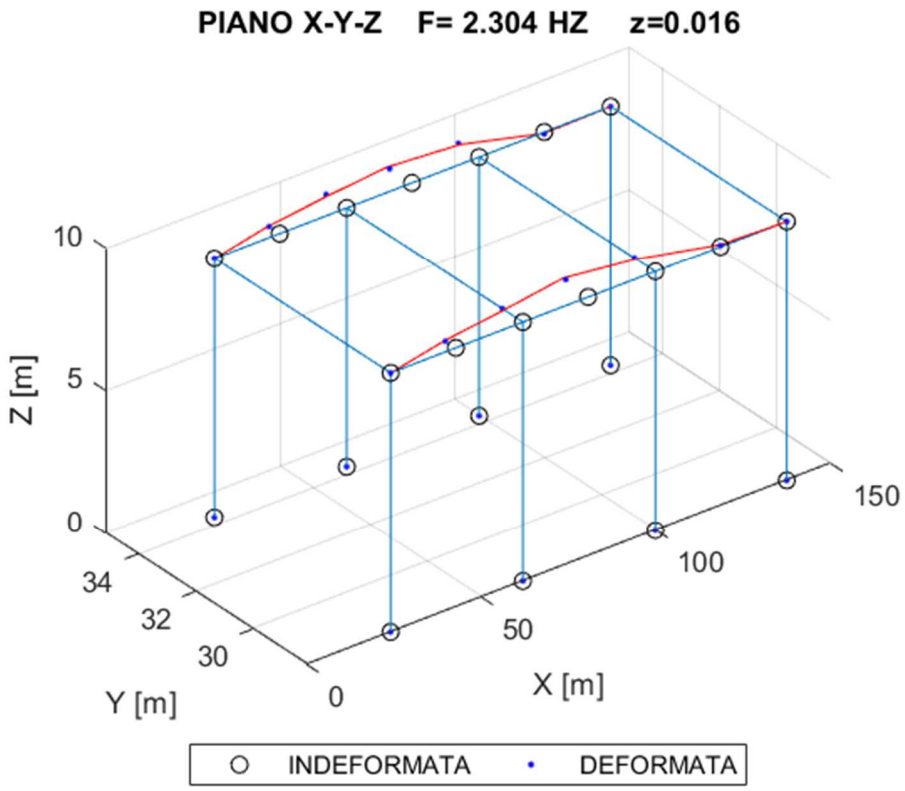

Figura 6.4.3: Forma modale, frequenza 2.304 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup02 SSI

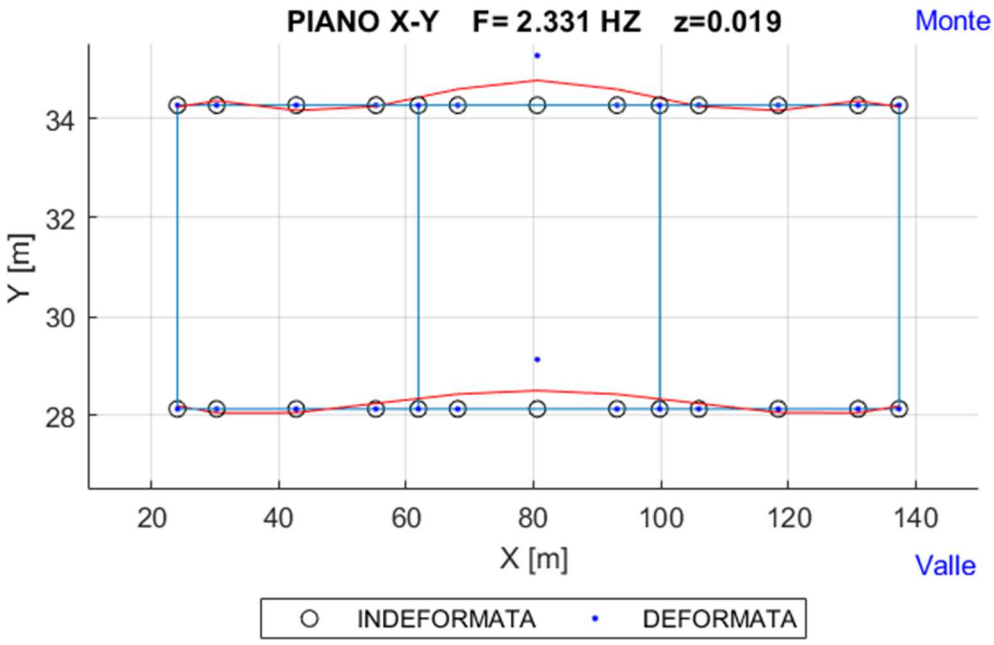

Figura 6.4.4: Forma modale, frequenza 2.331 Hz– Piano XY

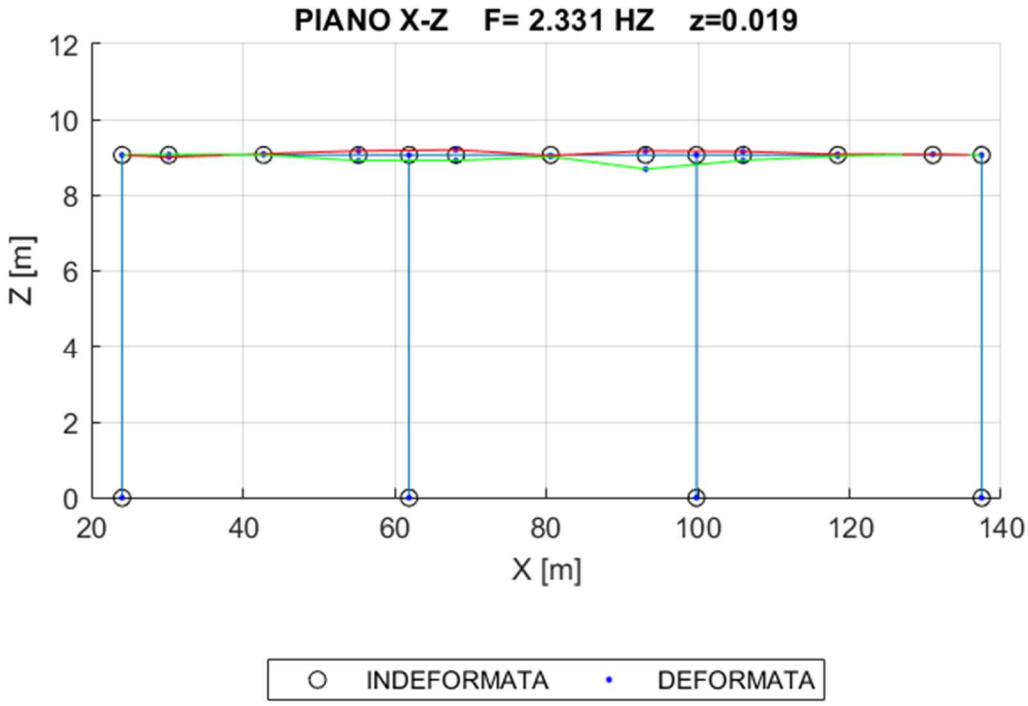

Figura 6.4.5: Forma modale, frequenza 2.331 Hz– Piano XZ

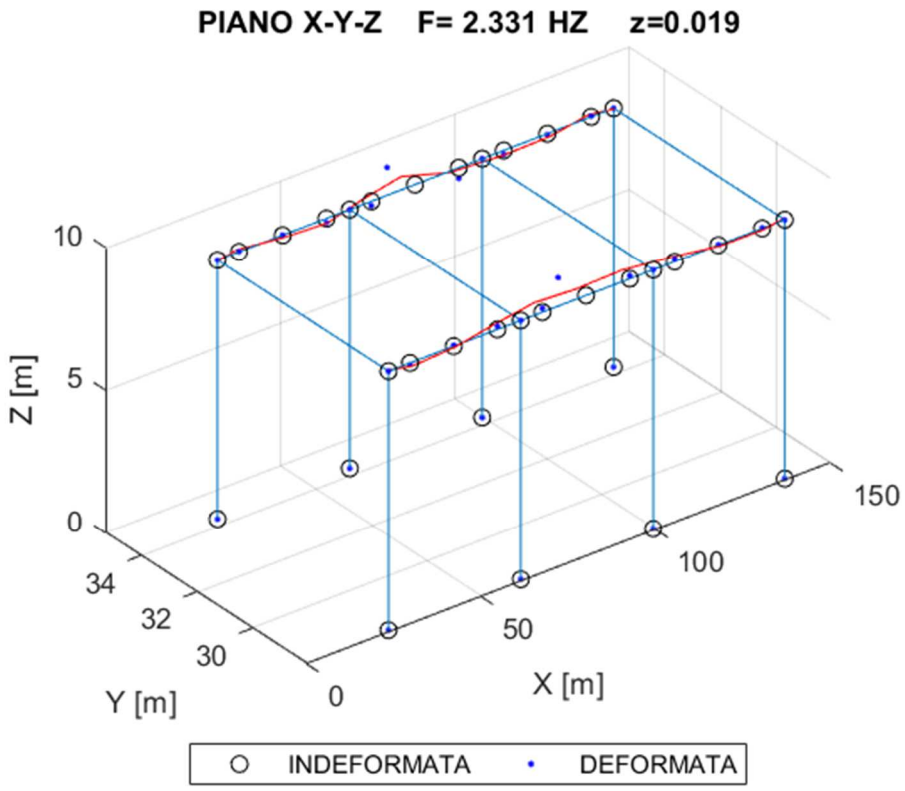

Figura 6.4.6: Forma modale, frequenza 2.331 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA

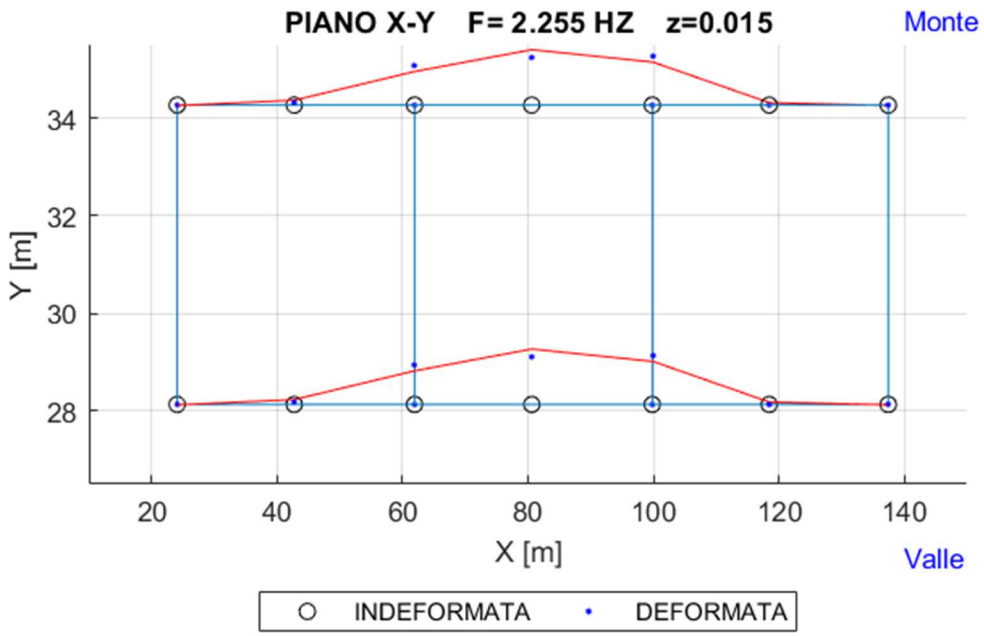

Figura 6.4.7: Forma modale, frequenza 2.255 Hz– Piano XY

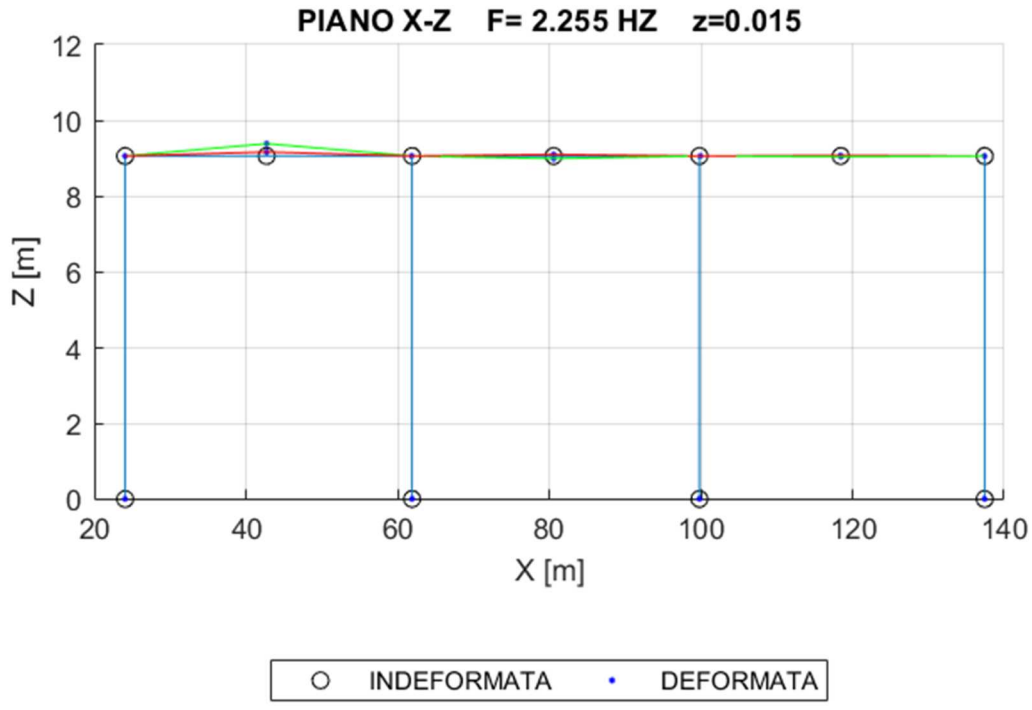

Figura 6.4.8: Forma modale, frequenza 2.255 Hz– Piano XZ

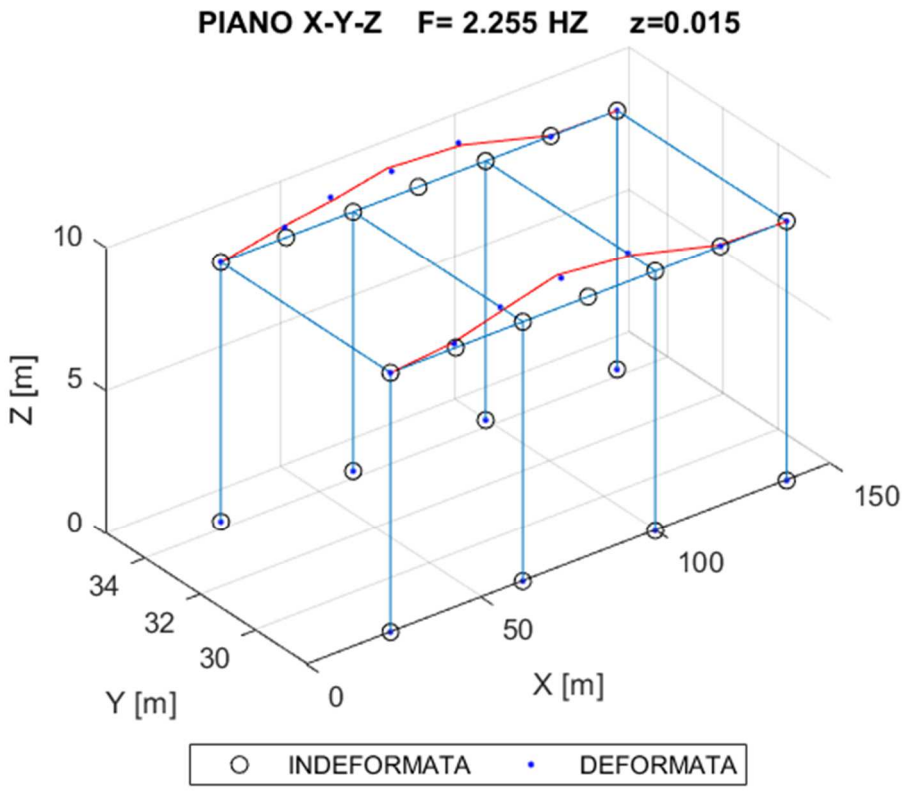

Figura 6.4.9: Forma modale, frequenza 2.255 Hz– Piano XYZ

Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 SSI

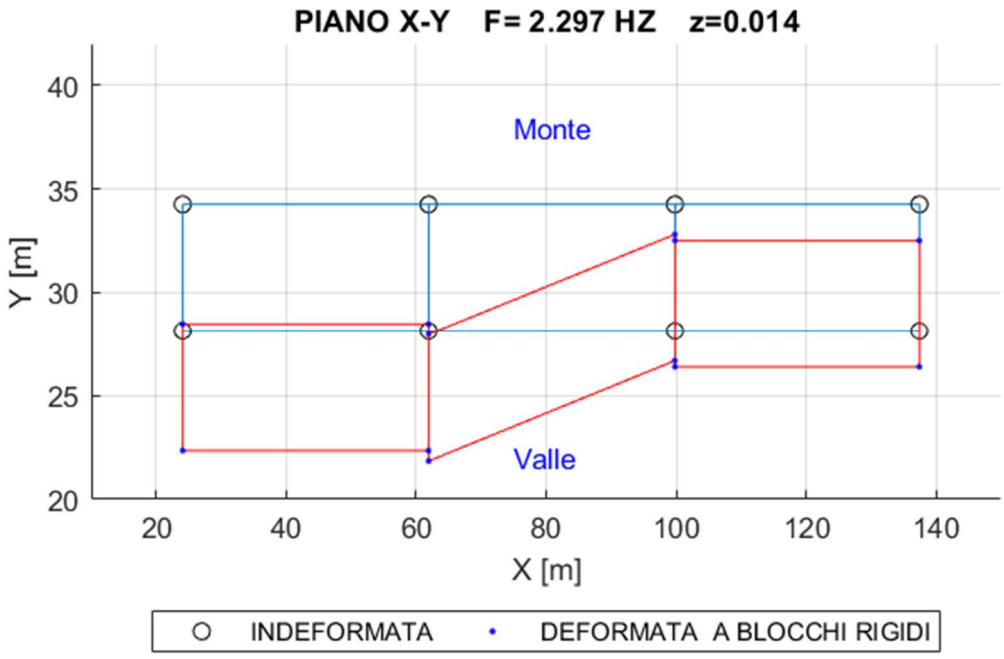

Figura 6.4.10: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 2.297 Hz– Piano XY

Come detto in precedenza, la deformata fornita dai risultati degli LVDT è stata rappresentata in modo differente rispetto le forme derivanti dai risultati accelerometrici. Siccome gli LVDT erano in grado di captare solo lo spostamento relativo tra una campata e la successiva ma non lo spostamento assoluto, l'unico modo in cui è stato possibile darne una rappresentazione grafica, è stato attraverso la deformata a blocchi. Solo successivamente nel plot finale delle forme, la rappresentazione grafica degli LVDT è stata integrata con alcuni risultati significativi degli accelerometri. In tal modo si è potuto confrontare forme degli LVDT e forme degli accelerometri in modo più chiaro.

Per quanto riguarda invece il confronto tra le forme fornite dalle categorie degli accelerometri si può osservare come ci sia molta corrispondenza tra le deformate, in particolare si può notare come il ponte si deformi trasversalmente nel piano dell'impalcato.

Lo smorzamento si attesta tra l'1.4 e l'1.9 %.

2° modo di vibrare – range di frequenza 2.7-2.8 Hz

Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI

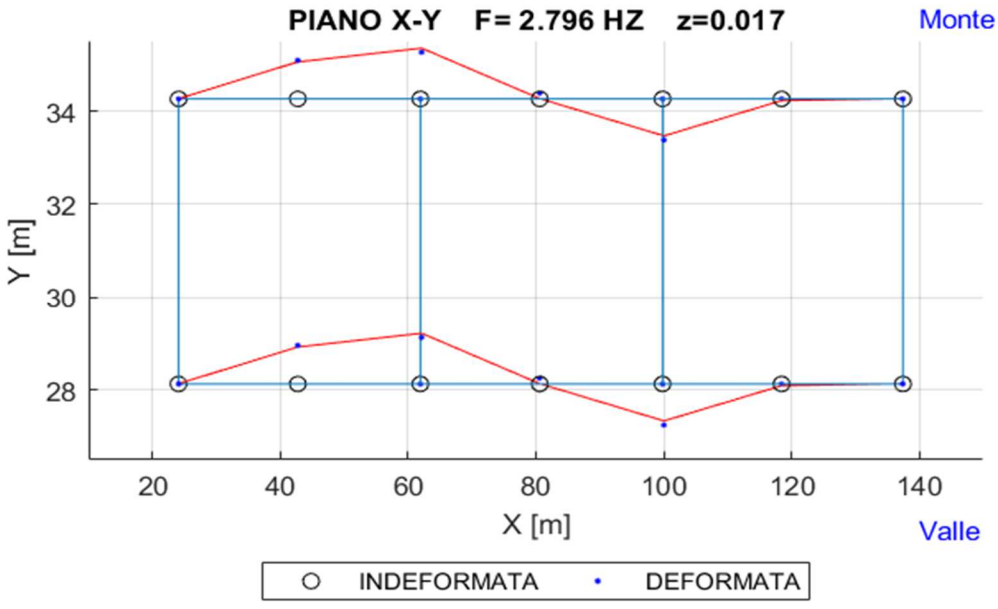

Figura 6.4.11: Forma modale, frequenza 2.796 Hz– Piano XY

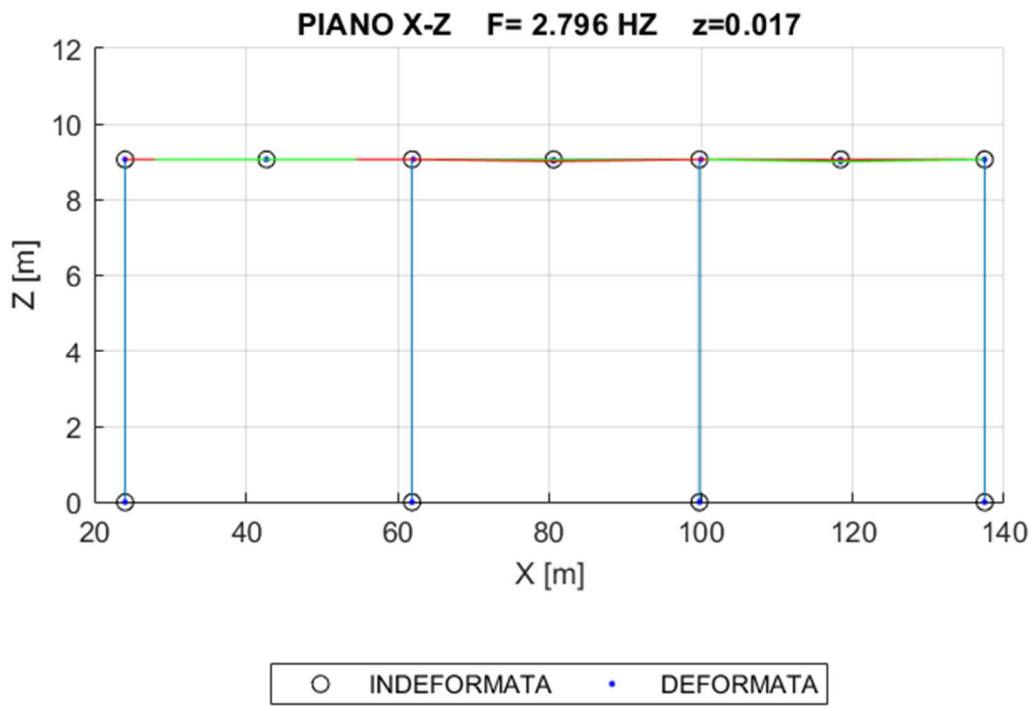

Figura 6.4.12: Forma modale, frequenza 2.796 Hz– Piano XZ

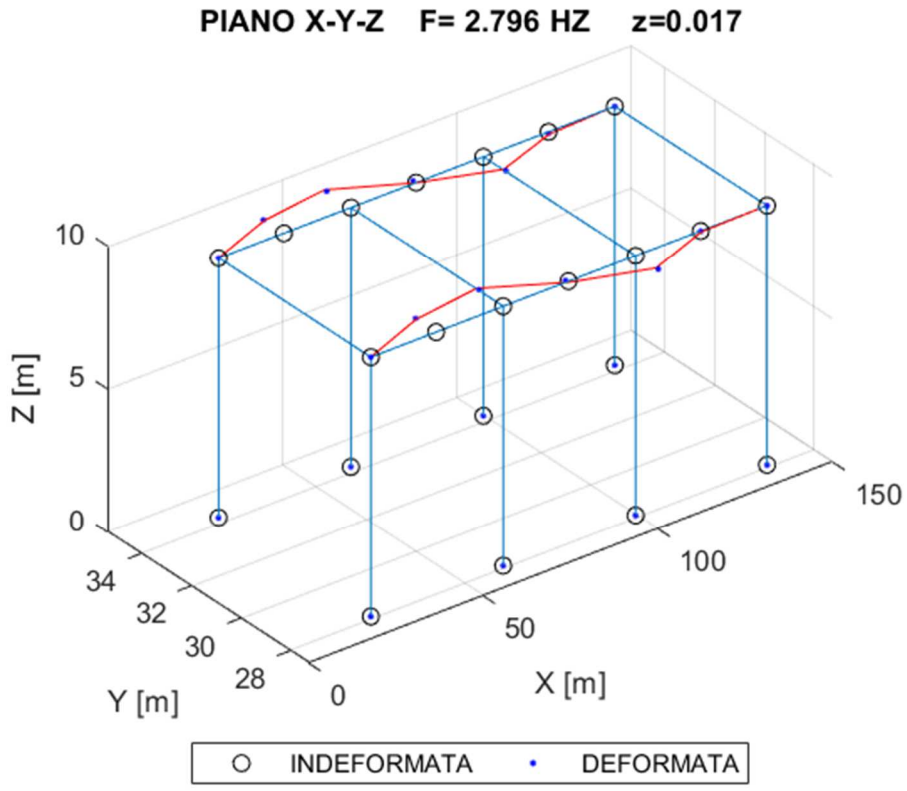

Figura 6.4.13: Forma modale, frequenza 2.796 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA

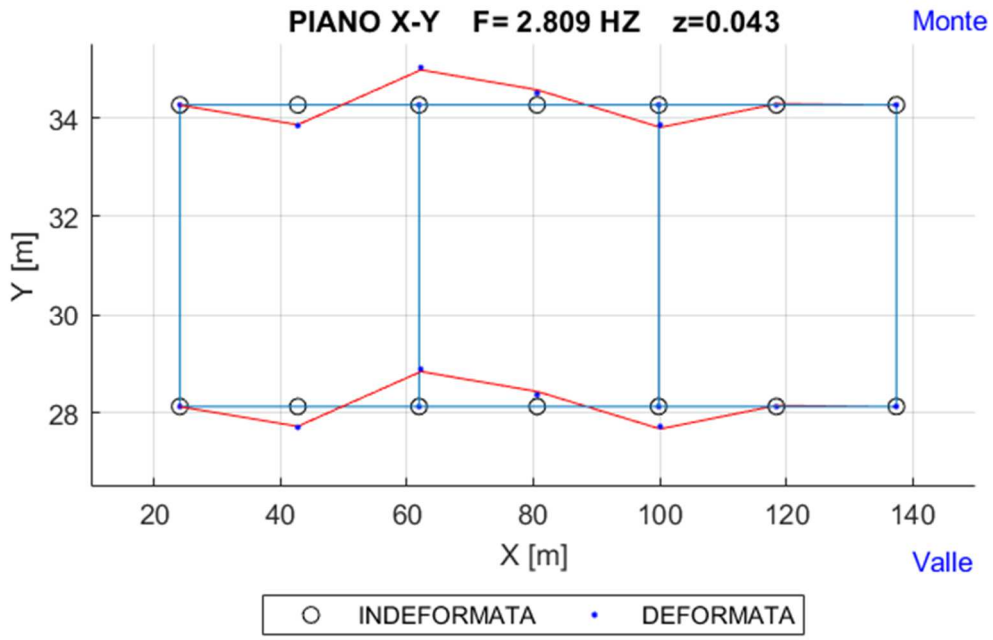

Figura 6.4.14: Forma modale, frequenza 2.809 Hz– Piano XY

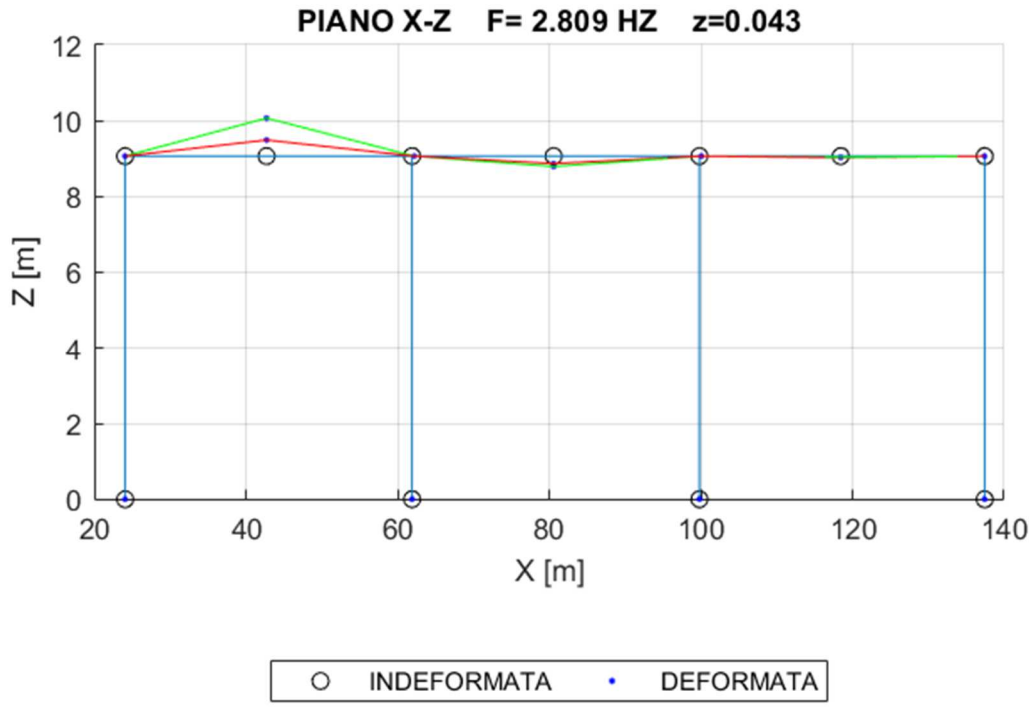

Figura 6.4.15: Forma modale, frequenza 2.809 Hz– Piano XZ

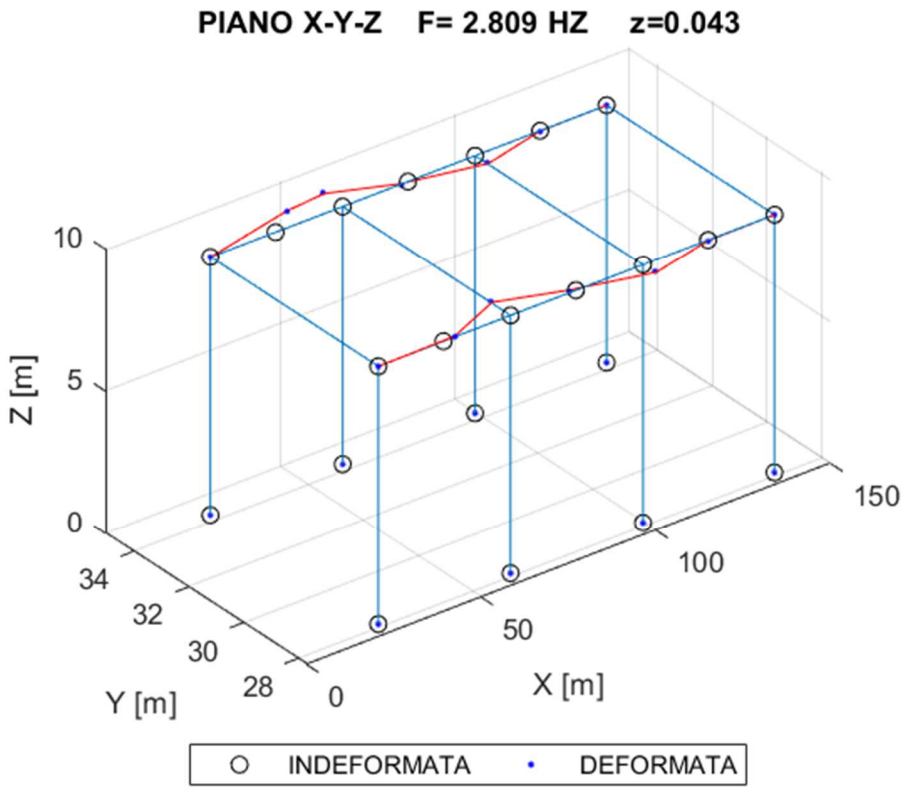

Figura 6.4.16: Forma modale, frequenza 2.809 Hz– Piano XYZ

Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 SSI

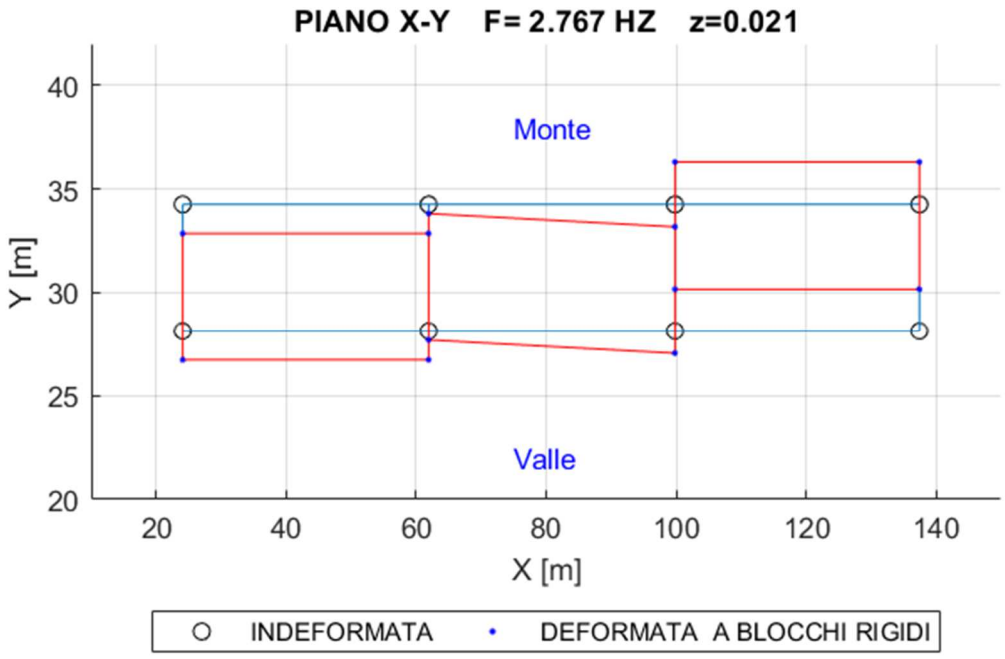

Figura 6.4.17: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 2.767 Hz– Piano XY

Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 ERA

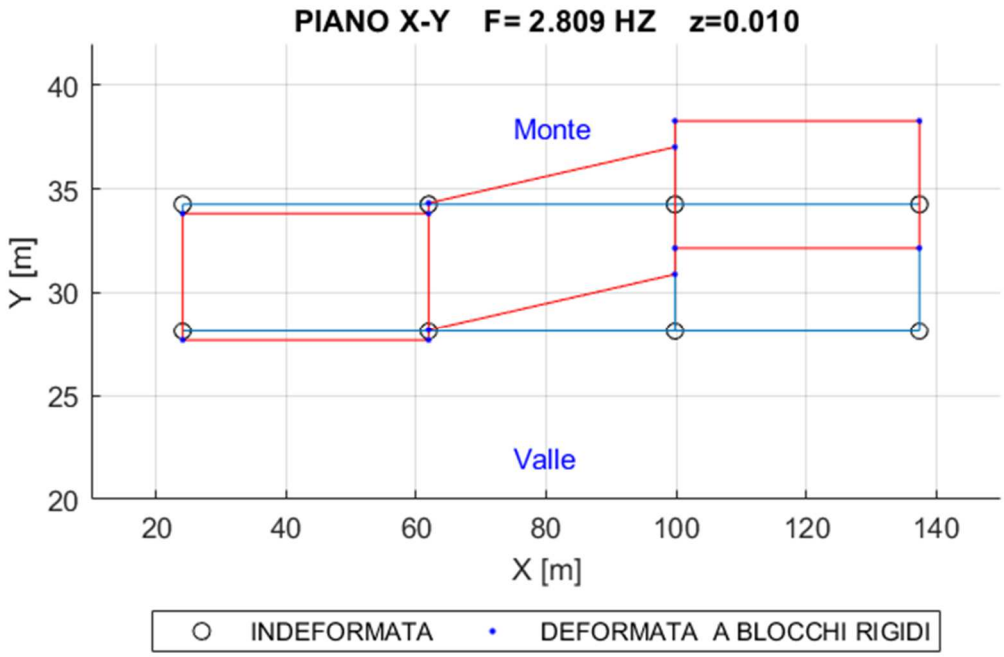

Figura 6.4.18: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 2.809 Hz– Piano XY

In questo secondo modo, si può notare buona correlazione tra le forme, confrontandole sul piano xy, si può notare una leggera discrepanza dei risultati associati al sensore di mezzeria della prima campata, i valori assunti sono sostanzialmente opposti, tale discrepanza si ripercuote anche sul piano xz in cui in un caso il sensore assume un valore pressoché nullo (Accelerazione Setup01 SSI), nell'altro (Accelerazione Setup01 ERA) assume invece un valore diverso da zero. In generale si può osservare come il ponte subisca flessione nel piano dell'impalcato, pertanto la forma modale più plausibile viene associata ai risultati forniti da SSI.

Si vuole precisare che le forme sono definite a meno di una costante, questo fa capire il motivo per cui le due deformate a blocchi sono sostanzialmente uguali ma specchiate rispetto l'asse longitudinale di mezzeria della struttura.

In questo caso lo smorzamento assume valori più dispersi rispetto al caso precedente, tra l'1.0% e il 4.3 %.

3° modo di vibrare – range di frequenza 4.6-4.7 Hz

Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI

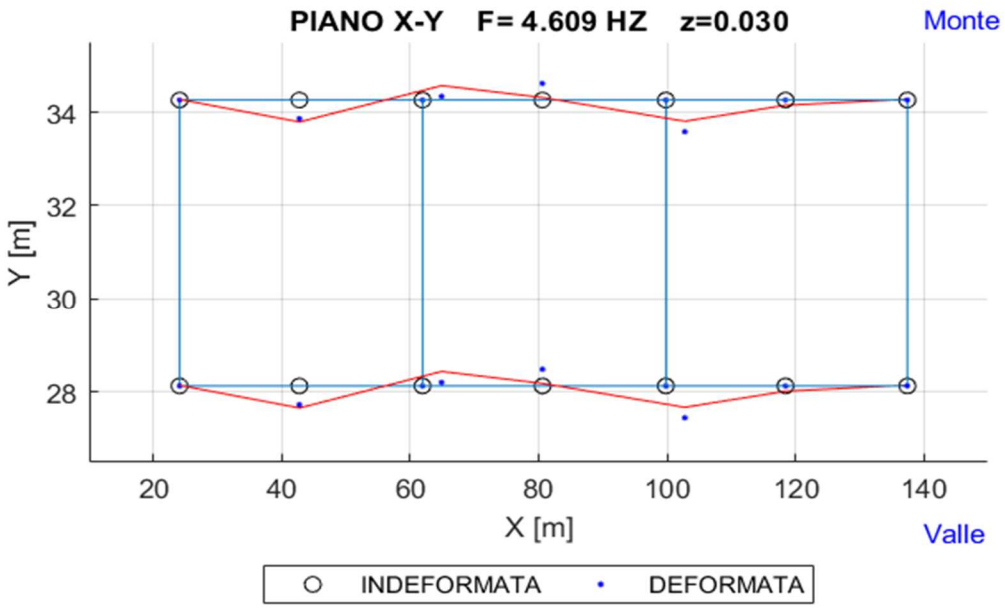

Figura 6.4.19: Forma modale, frequenza 4.609 Hz– Piano XY

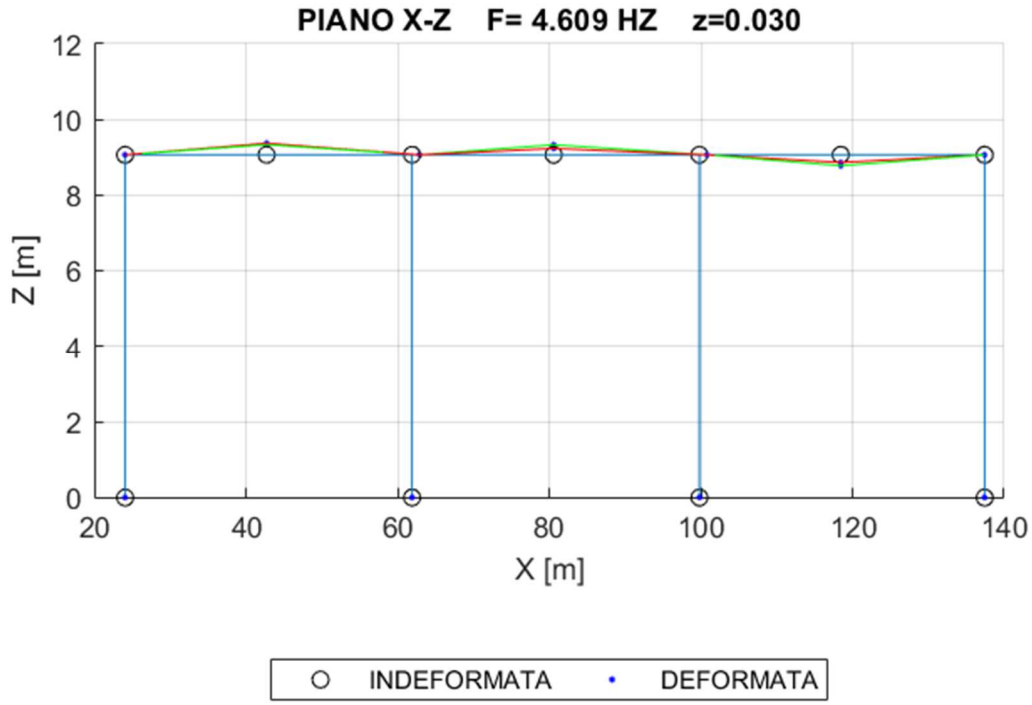

Figura 6.4.20: Forma modale, frequenza 4.609 Hz– Piano XZ

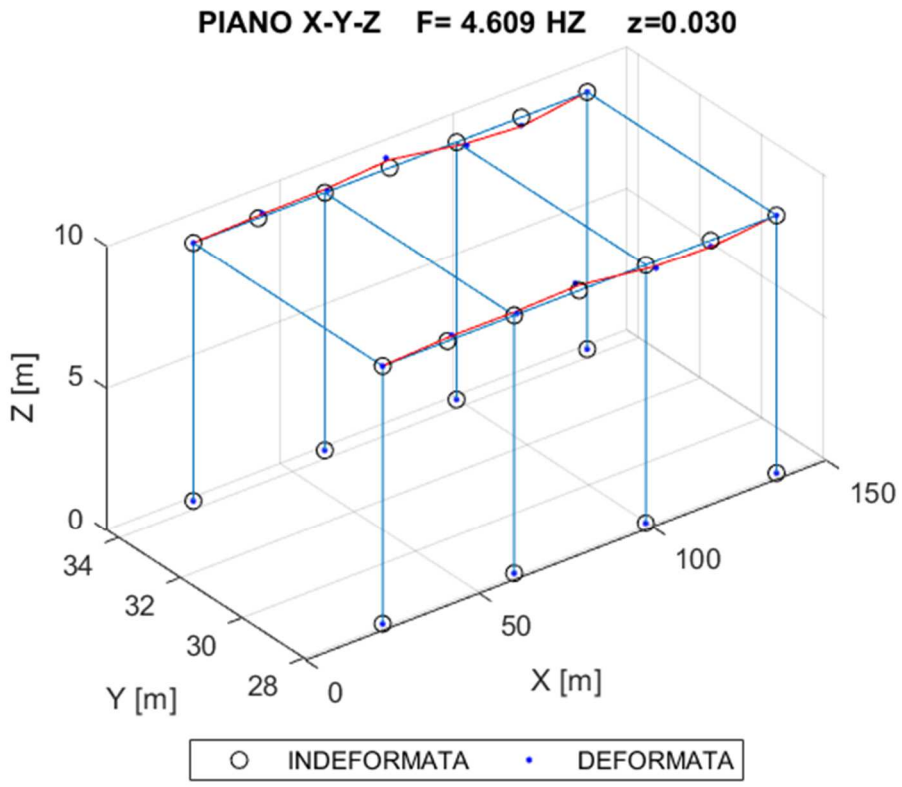

Figura 6.4.21: Forma modale, frequenza 4.609 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA

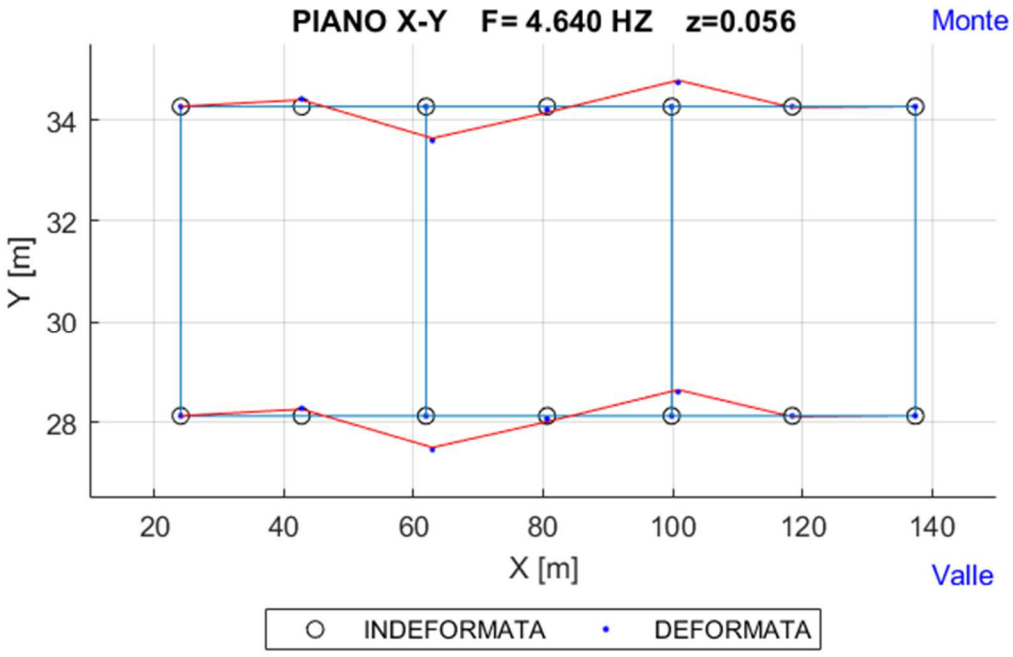

Figura 6.4.22: Forma modale, frequenza 4.640 Hz– Piano XY

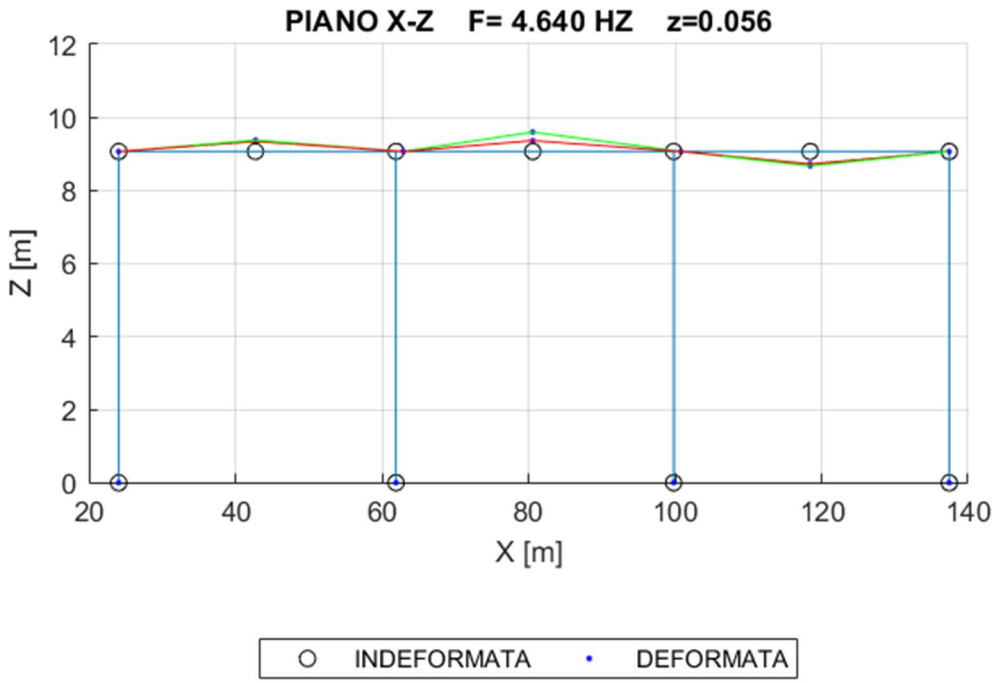

Figura 6.4.23: Forma modale, frequenza 4.640 Hz– Piano XZ

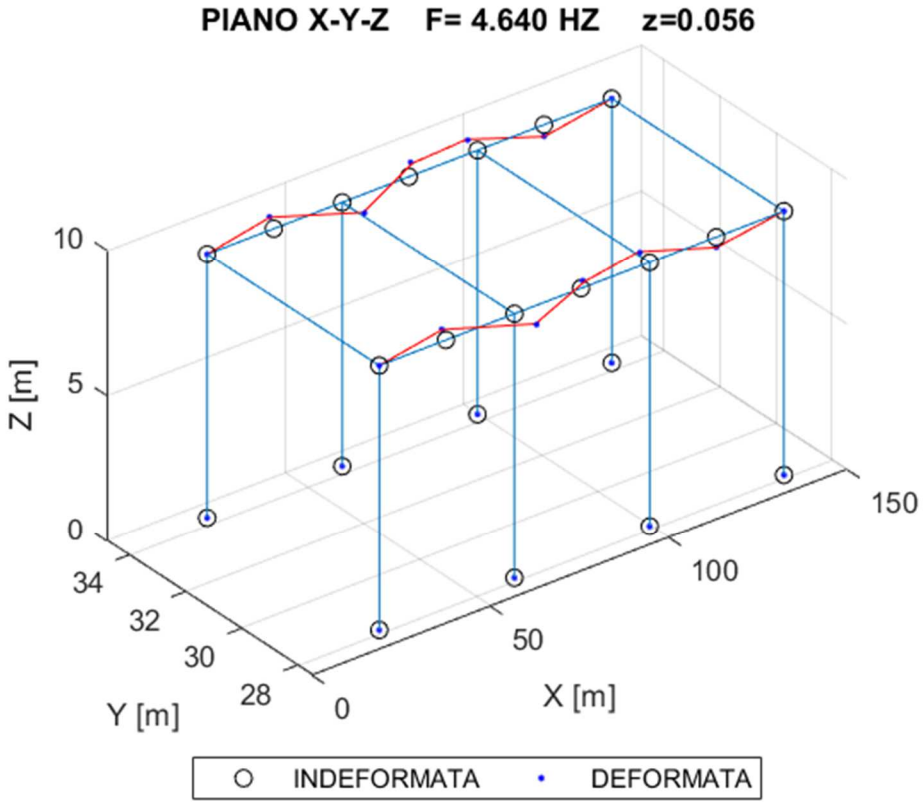

Figura 6.4.24: Forma modale, frequenza 4.640 Hz– Piano XYZ

Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 ERA

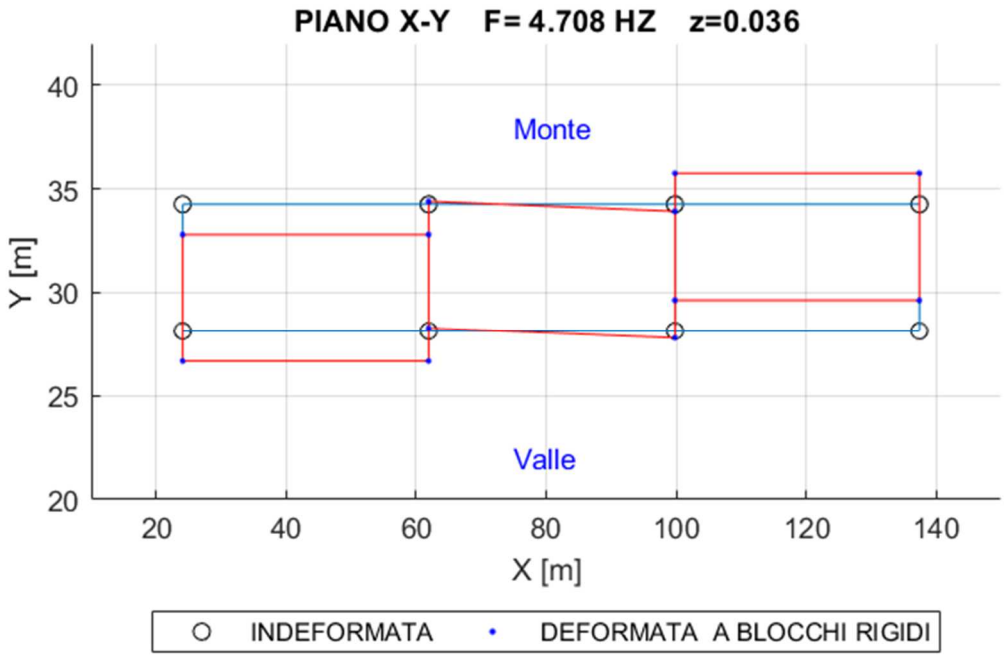

Figura 6.4.25: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 4.708 Hz– Piano XY

Il modo di vibrare associato al range di frequenza 4.6-4.7 Hz è un modo misto in cui tende ad esserci sia un comportamento flessionale nel piano dell'impalcato (xy), sia un comportamento flessionale nel piano xz, anche se meno accentuato. Ricordando sempre che le forme sono definite a meno di una costante, nel piano xy esse tendono ad essere simili (opposte ma correlate), nel piano xz tendono ad essere simili ma non opposte, questo implica una certa incongruenza che dovrà essere successivamente verificata con il modello agli elementi finiti alla mano.

Per quanto riguarda la deformata a blocchi, essa trova particolare correlazione con le forme modali appartenenti allo stesso piano.

Anche in questo caso lo smorzamento assume valori relativamente dispersi compresi tra il 3.0 % e il 5.6 %.

4° modo di vibrare – range di frequenza 5.2-5.3 Hz

Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI

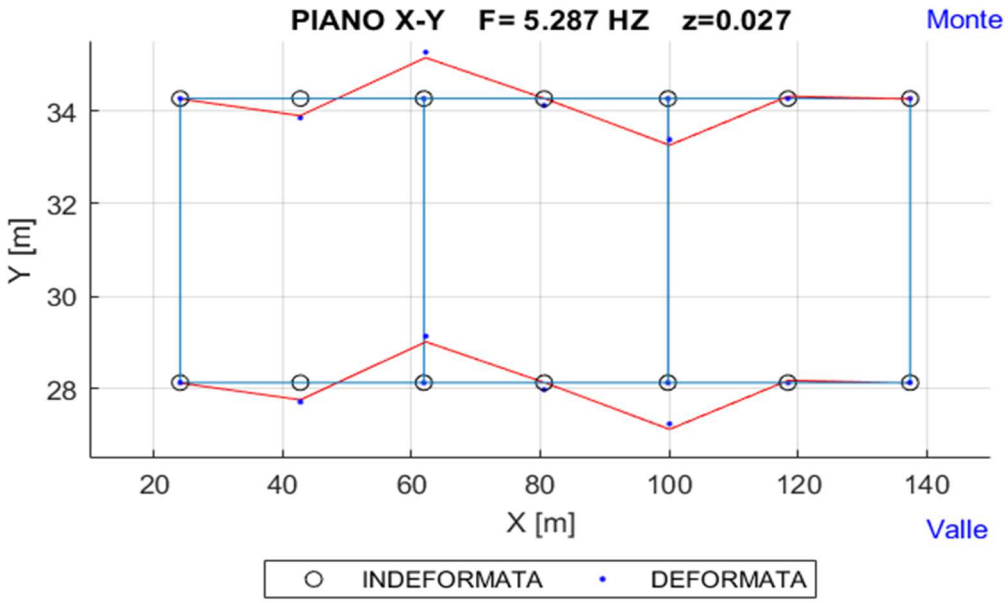

Figura 6.4.26: Forma modale, frequenza 5.287 Hz– Piano XY

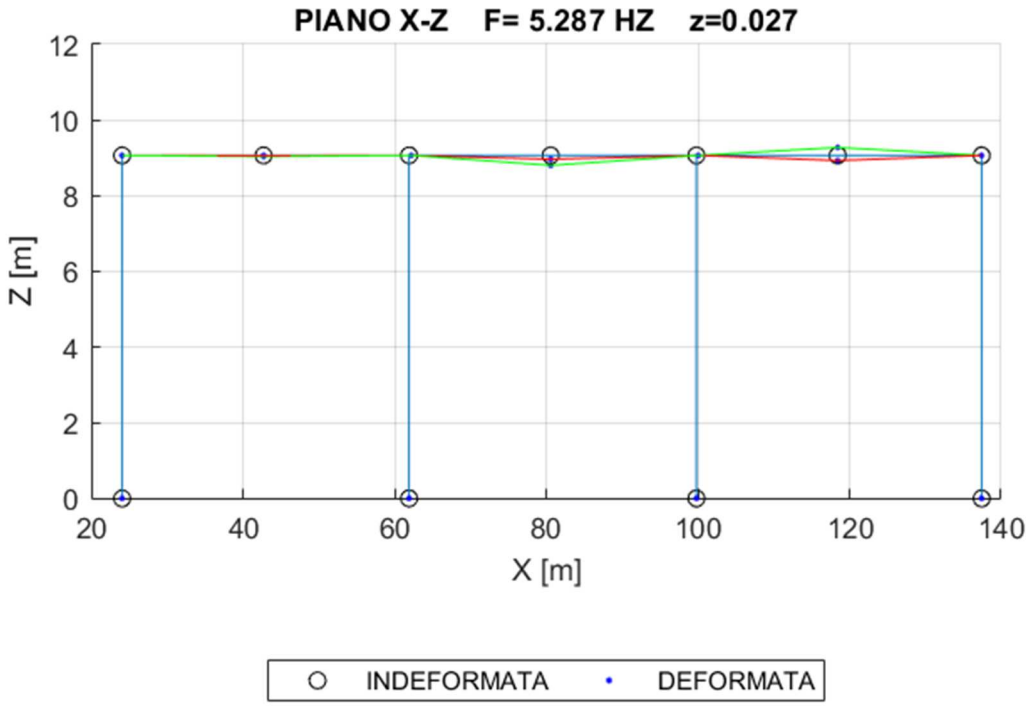

Figura 6.4.27: Forma modale, frequenza 5.287 Hz– Piano XZ

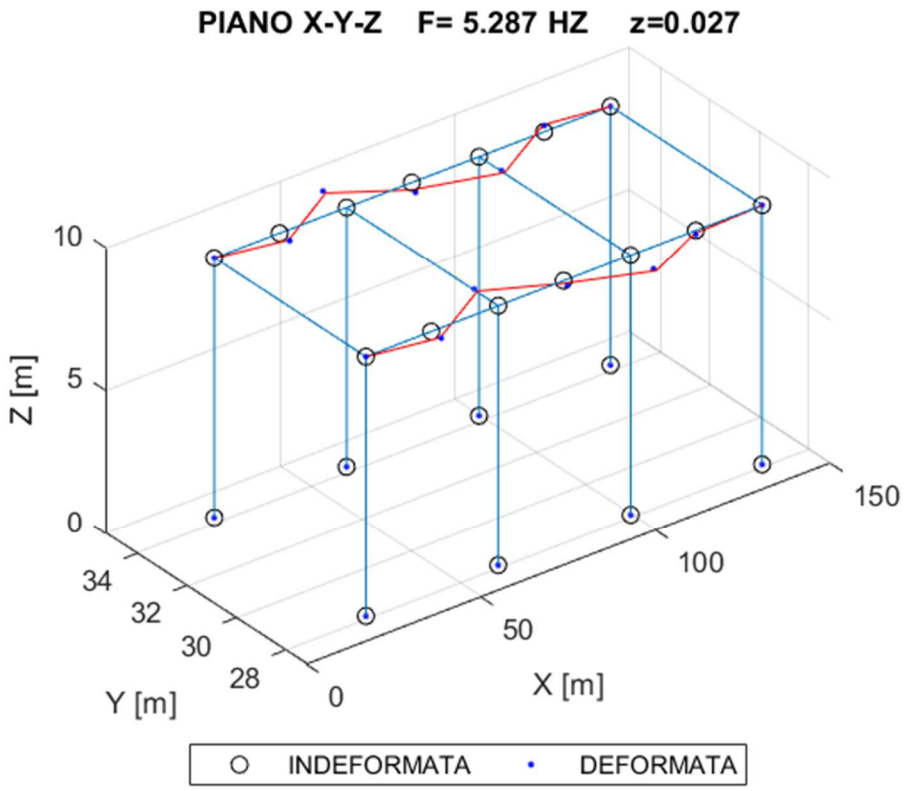

Figura 6.4.28: Forma modale, frequenza 5.287 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA

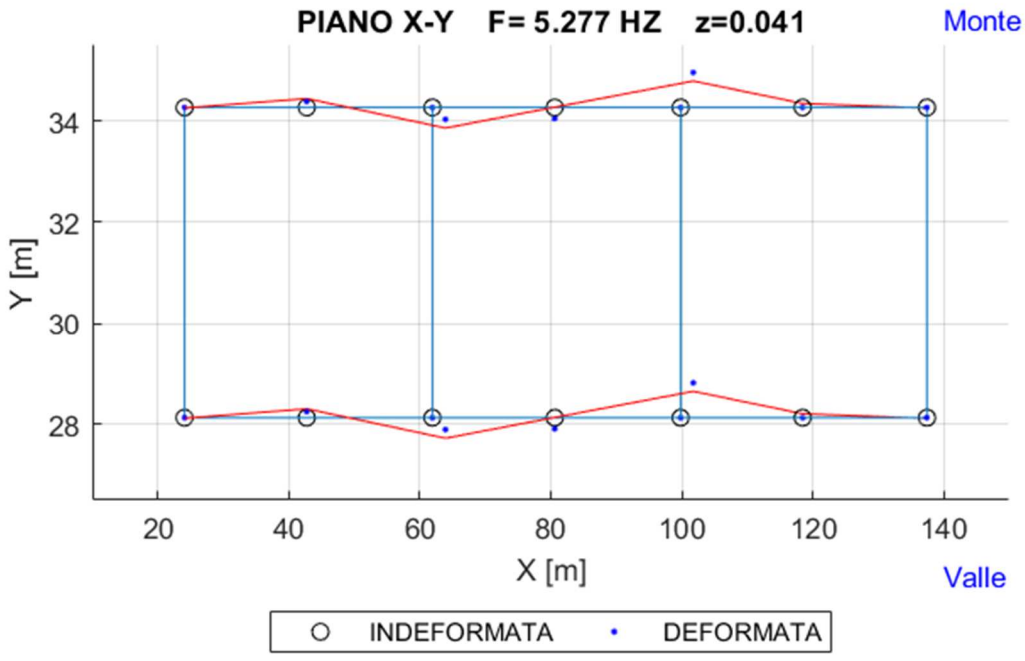

Figura 6.4.29: Forma modale, frequenza 5.277 Hz– Piano XY

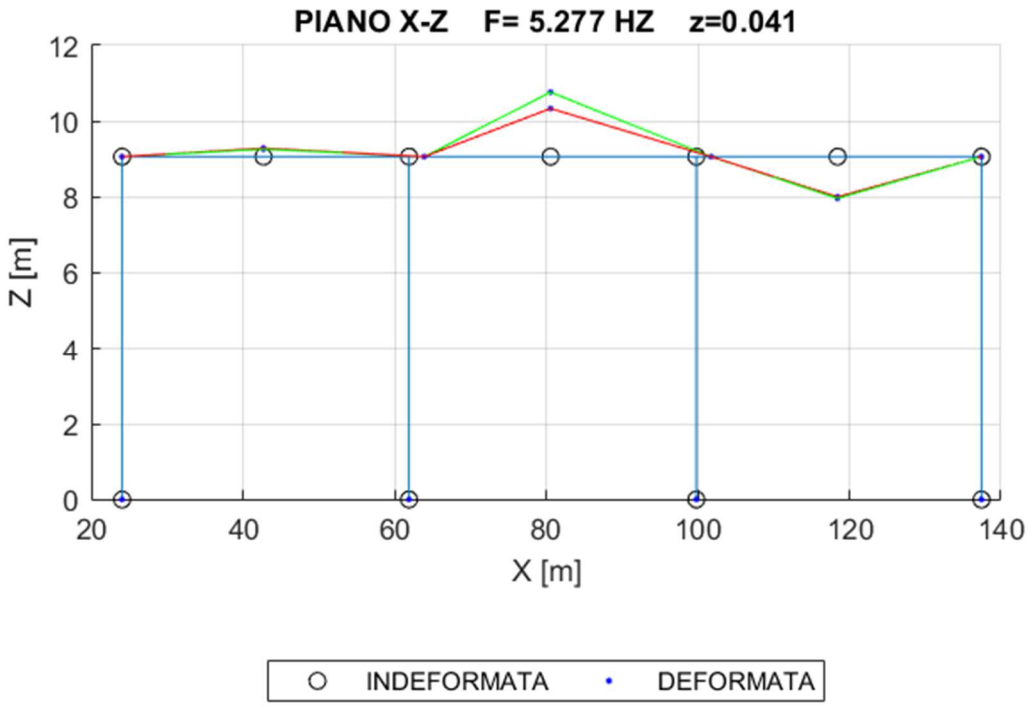

Figura 6.4.30: Forma modale, frequenza 5.277 Hz– Piano XZ

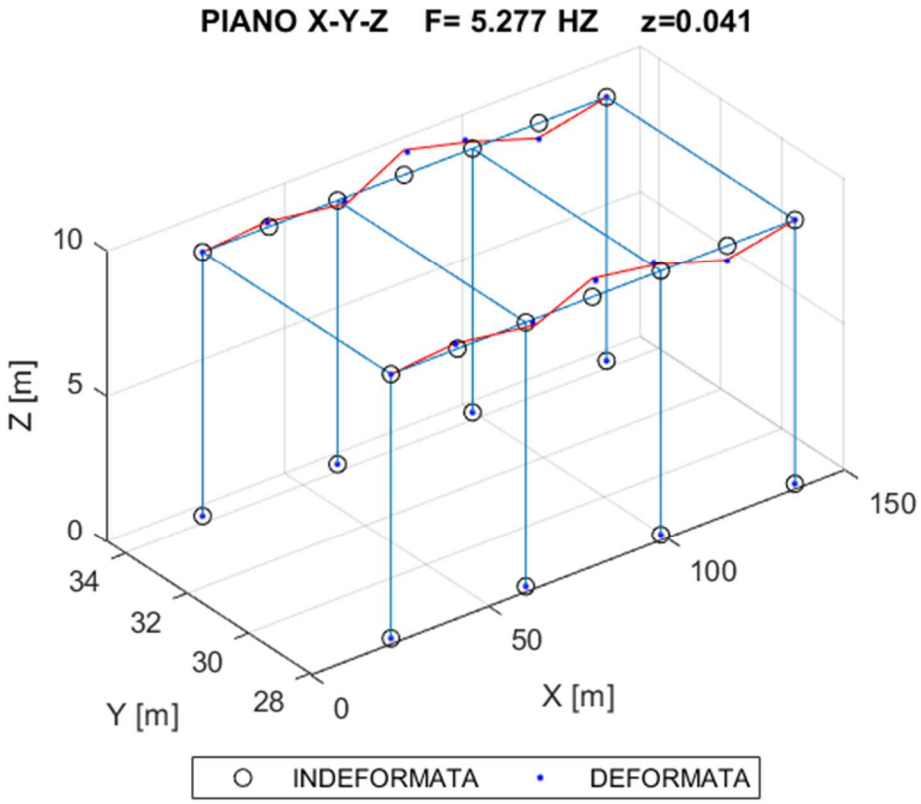

Figura 6.4.31: Forma modale, frequenza 5.277 Hz– Piano XYZ

Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 ERA

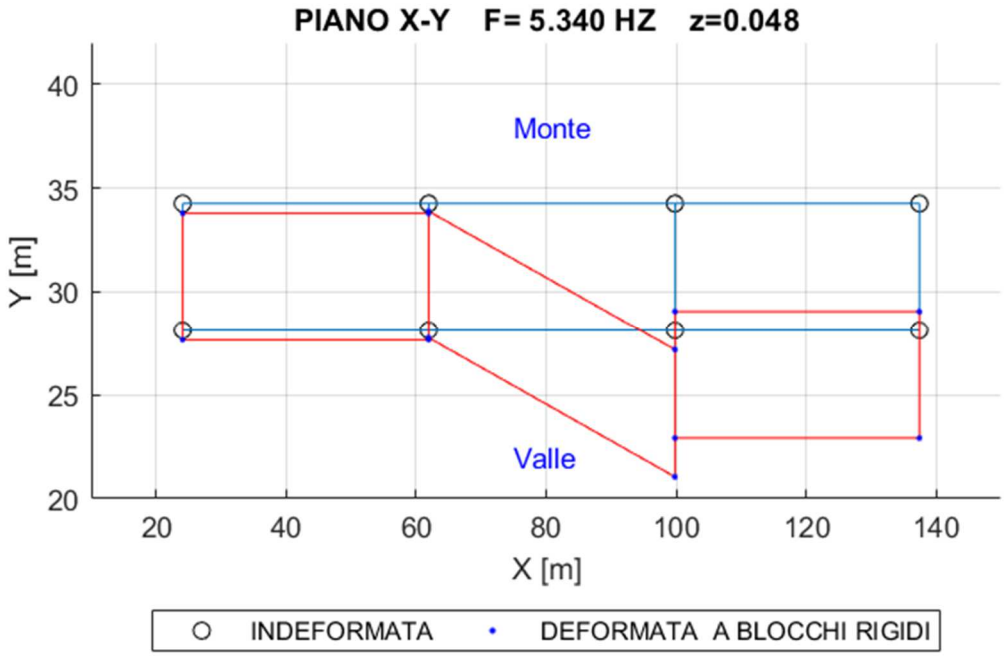

Figura 6.4.32: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 5.340 Hz– Piano XY

Anche in questo caso il comportamento sembra essere di tipo misto, in parte vi è una flessione nel piano dell'impalcato e in parte un comportamento flessionale nel piano xz. Comparando le forme fornite da SSI con quelle fornite da ERA si possono osservare delle incongruenze, con SSI prevale la deformazione trasversale nel piano dell'impalcato, con ERA prevale invece il comportamento flessionale. Anche la deformata a blocchi (piano xy) trova meno riscontro con le forme appartenenti allo stesso piano. Tali incongruenze dovranno essere verificate con il modello FEM aggiornato.

In questo caso lo smorzamento assume valori relativamente dispersi compresi tra il 2.7 % e il 4.8 %.

5° modo di vibrare – range di frequenza 7.0-7.1 Hz

Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI

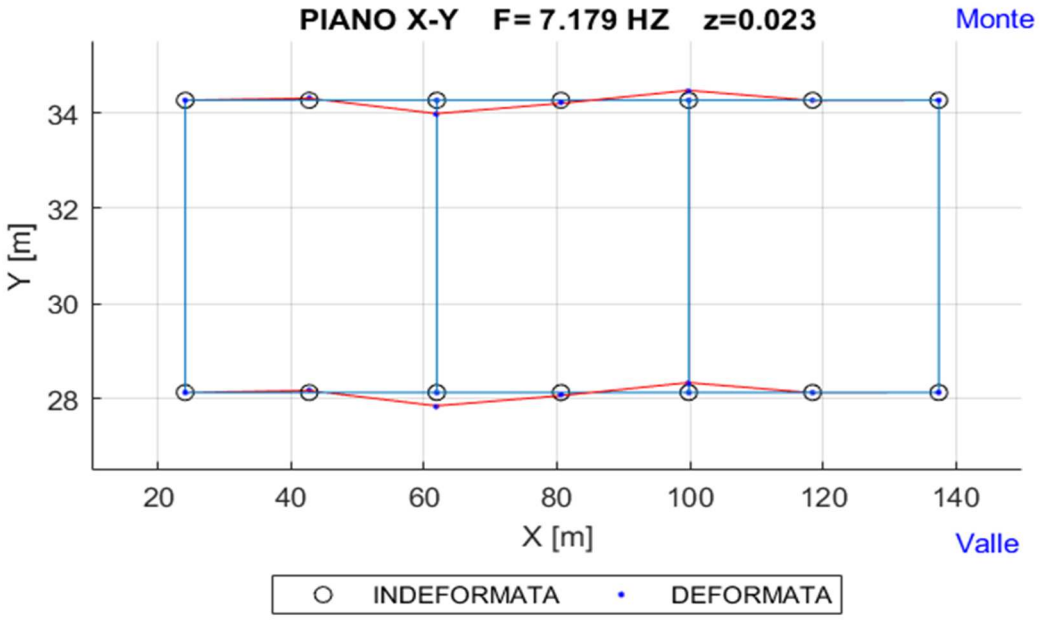

Figura 6.4.33: Forma modale, frequenza 7.179 Hz– Piano XY

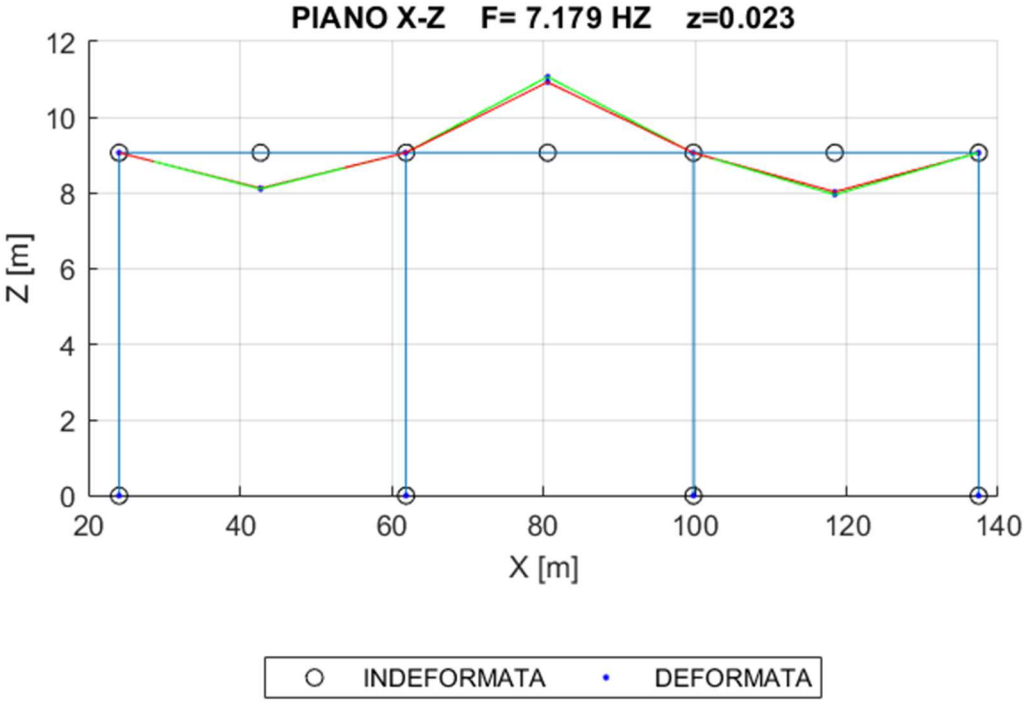

Figura 6.4.34: Forma modale, frequenza 7.179 Hz– Piano XZ

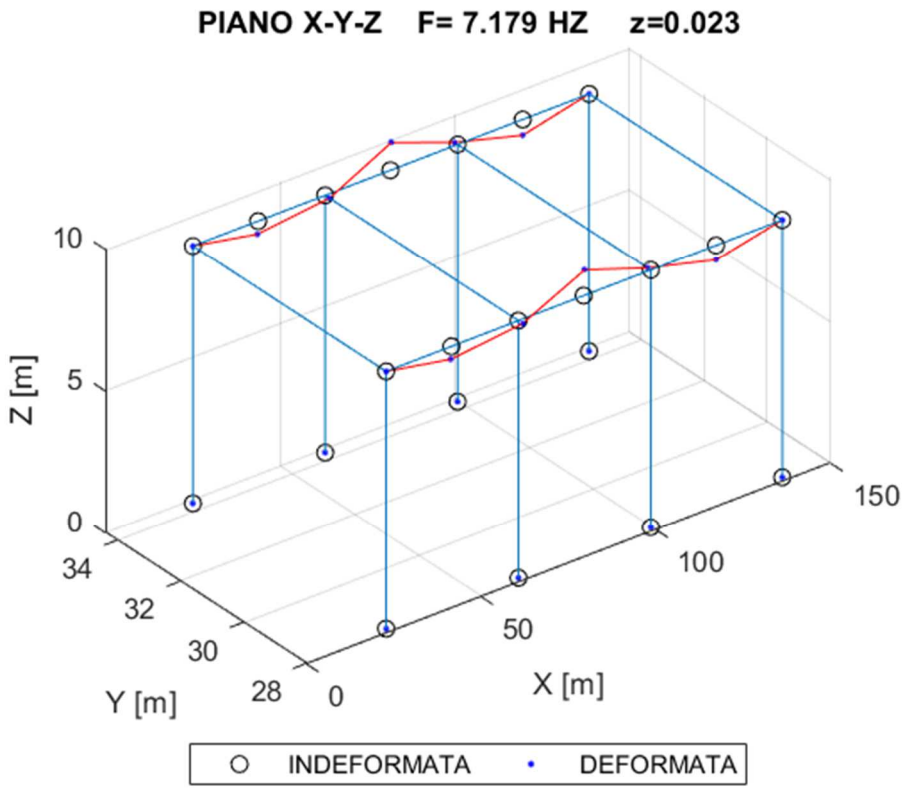

Figura 6.4.35: Forma modale, frequenza 7.179 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup02 SSI

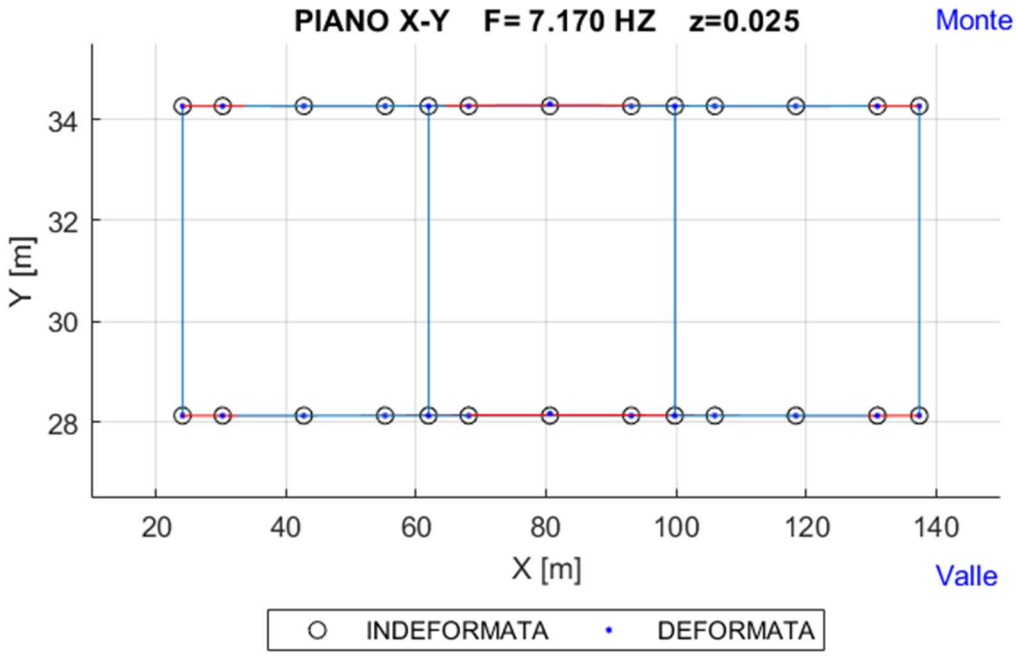

Figura 6.4.36: Forma modale, frequenza 7.170 Hz– Piano XY

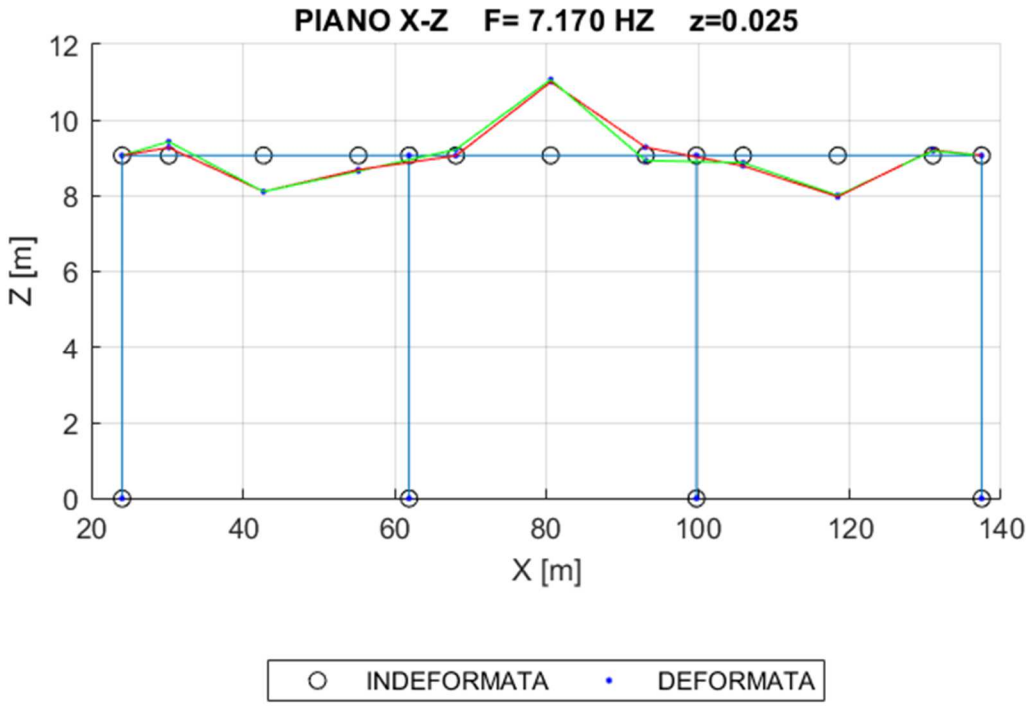

Figura 6.4.37: Forma modale, frequenza 7.170 Hz– Piano XZ

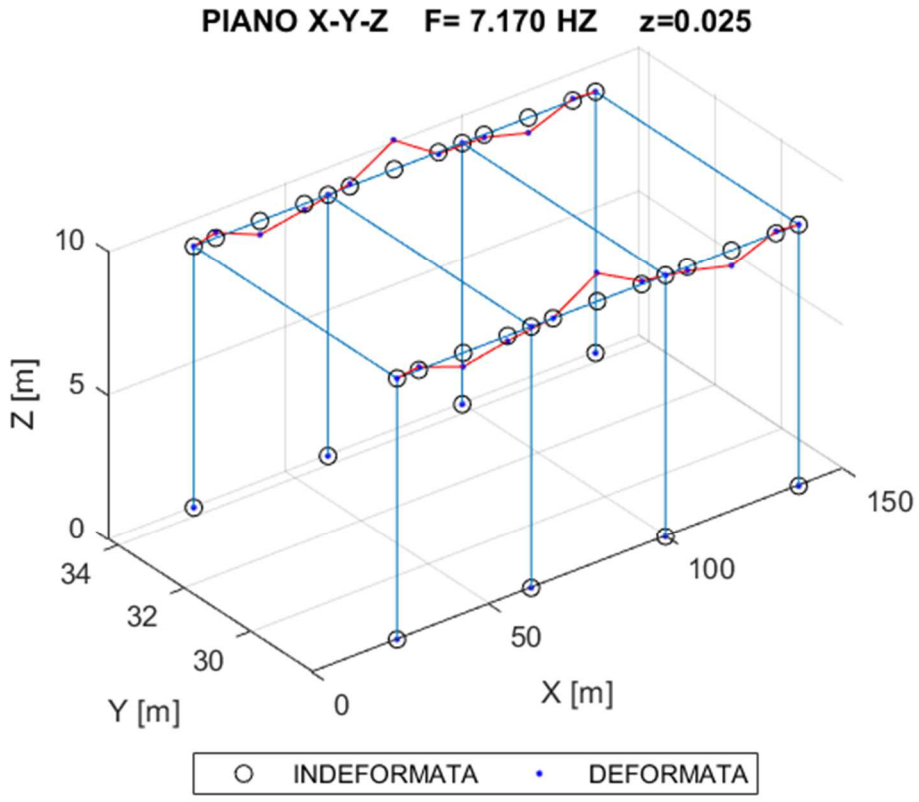

Figura 6.4.38: Forma modale, frequenza 7.170 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA

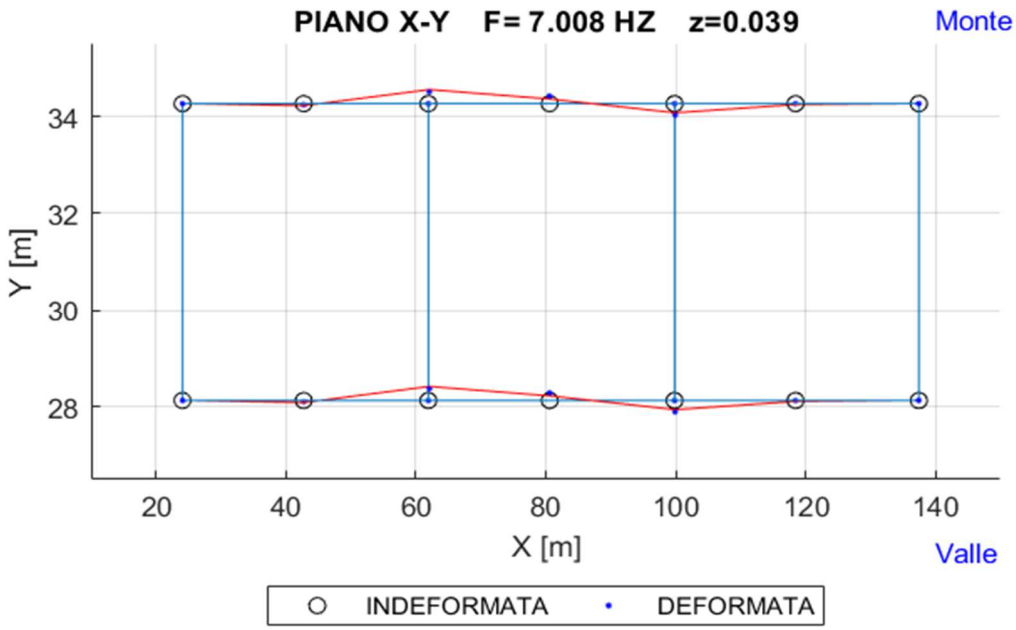

Figura 6.4.39: Forma modale, frequenza 7.008 Hz– Piano XY

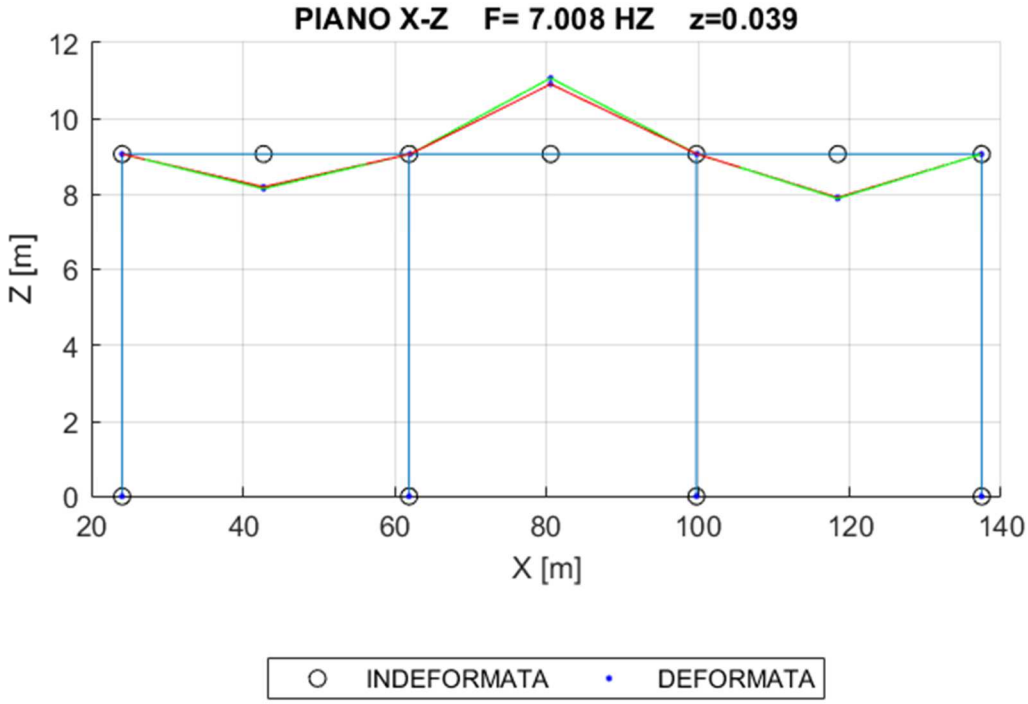

Figura 6.4.40: Forma modale, frequenza 7.008 Hz– Piano XZ

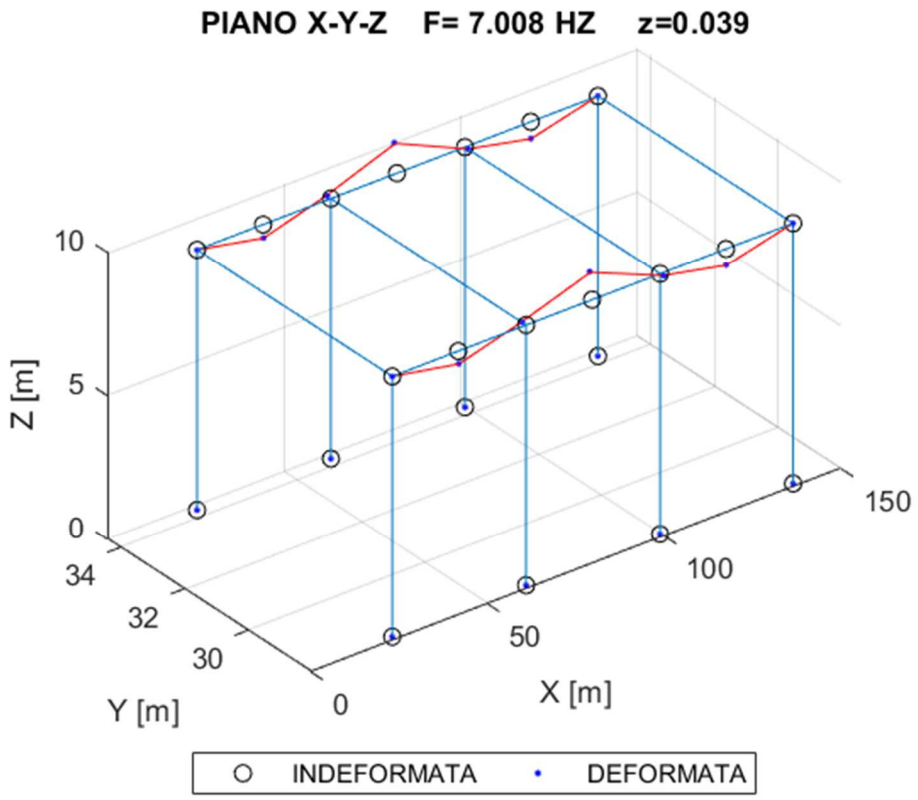

Figura 6.4.41: Forma modale, frequenza 7.008 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup02 ERA

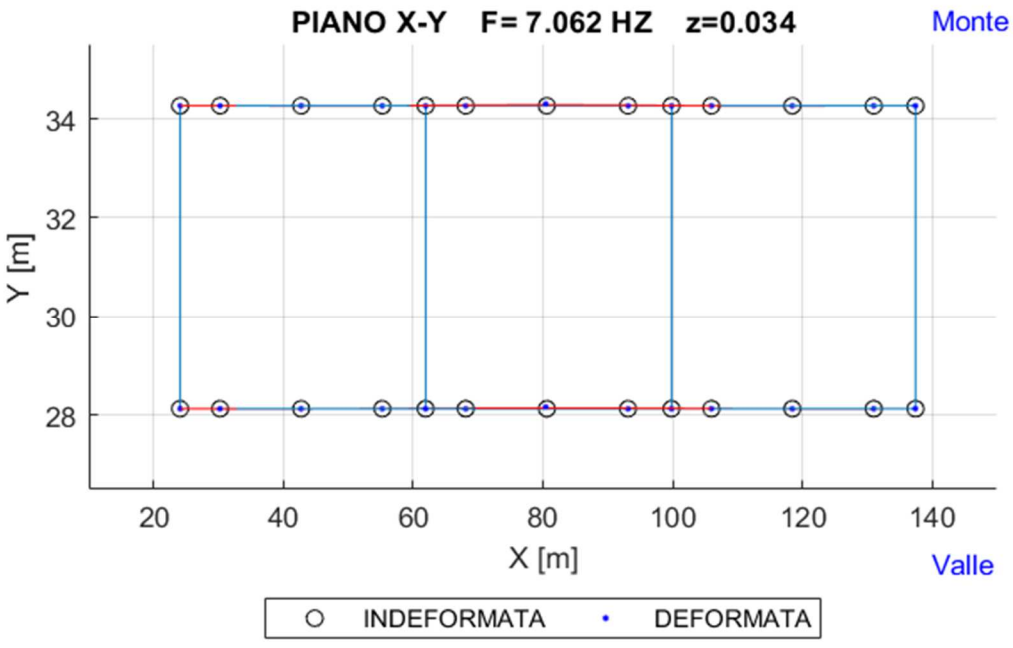

Figura 6.4.42: Forma modale, frequenza 7.062 Hz– Piano XY

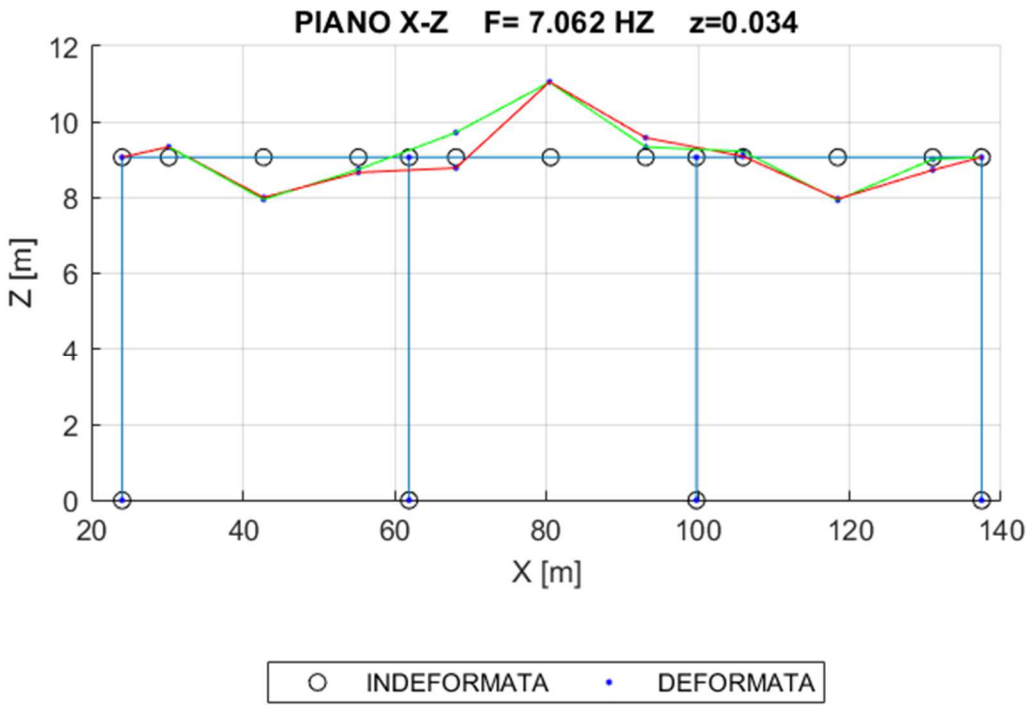

Figura 6.4.43: Forma modale, frequenza 7.062 Hz– Piano XZ

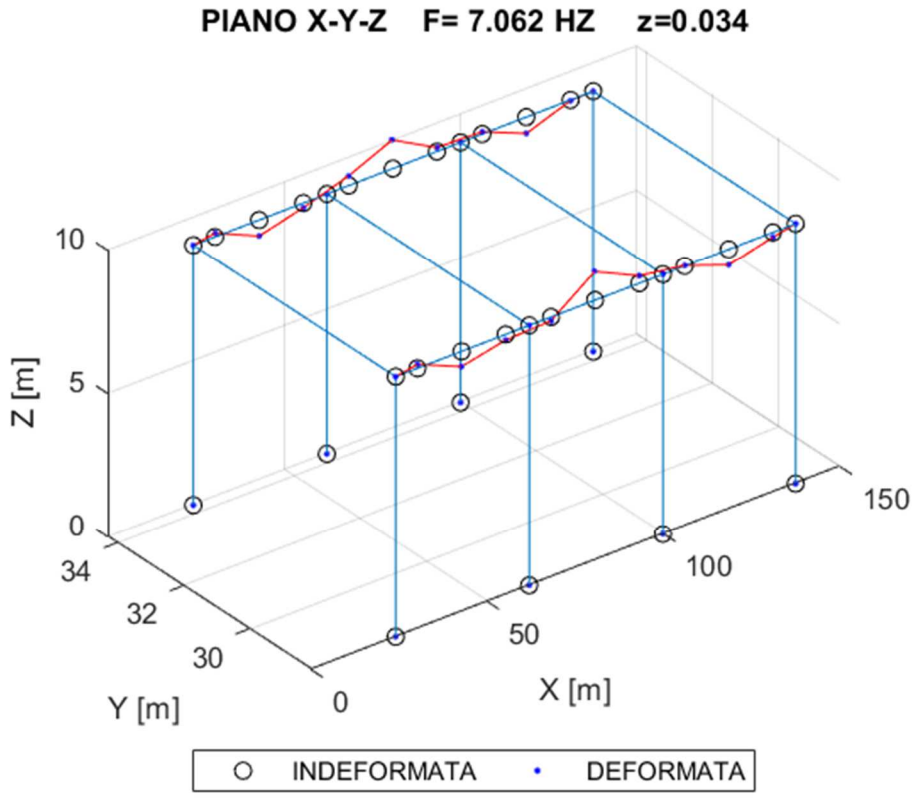

Figura 6.4.44: Forma modale, frequenza 7.062 Hz– Piano XYZ

Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 ERA

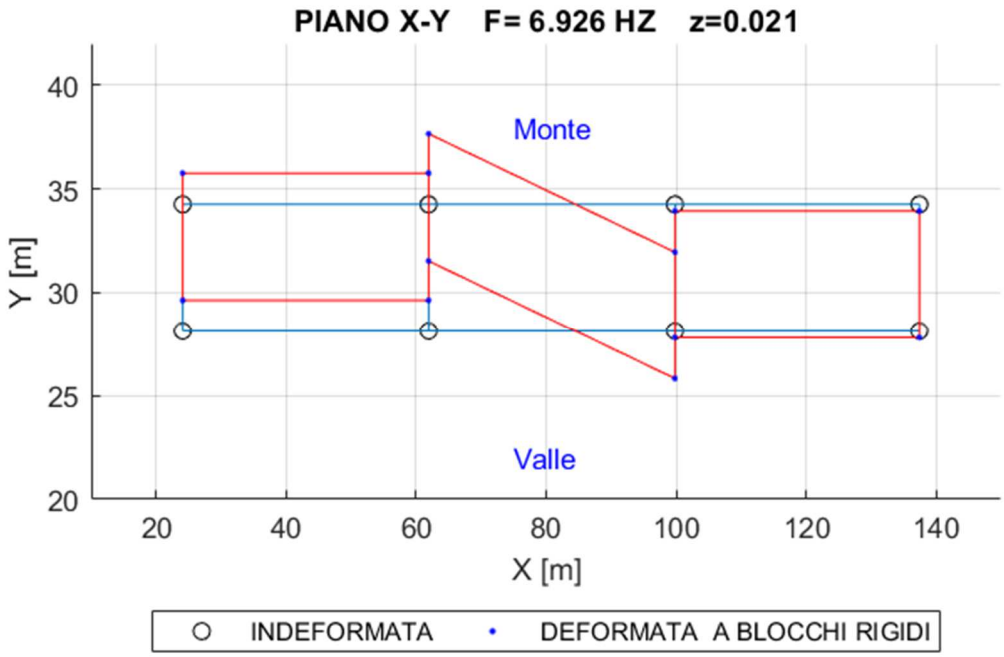

Figura 6.4.45: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 6.926 Hz– Piano XY

Dai risultati ottenuti si può osservare un comportamento del ponte prettamente flessionale nel piano xz, per tale motivo la deformata a blocchi risulta essere meno significativa rispetto i casi precedenti.

In questo caso lo smorzamento assume valori compresi tra il 2.1 % e il 3.9 %.

6° modo di vibrare – range di frequenza 10.2-10.3 Hz

Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI

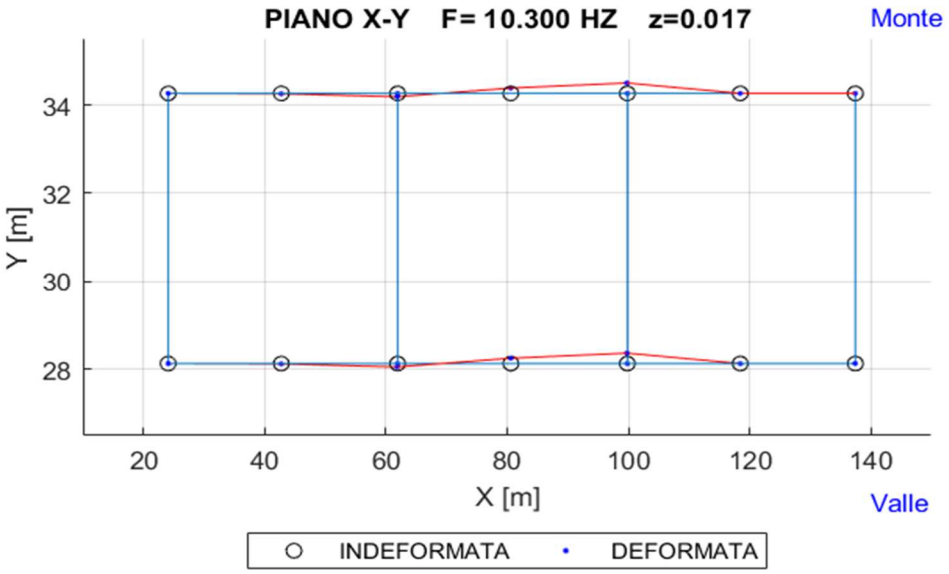

Figura 6.4.46: Forma modale, frequenza 10.300 Hz– Piano XY

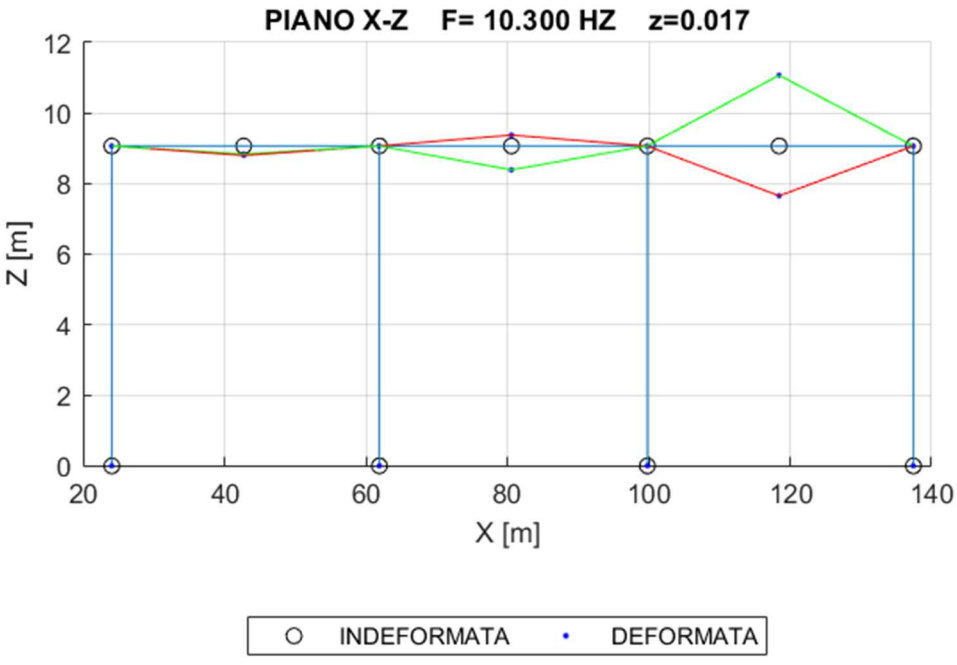

Figura 6.4.47: Forma modale, frequenza 10.300 Hz– Piano XZ

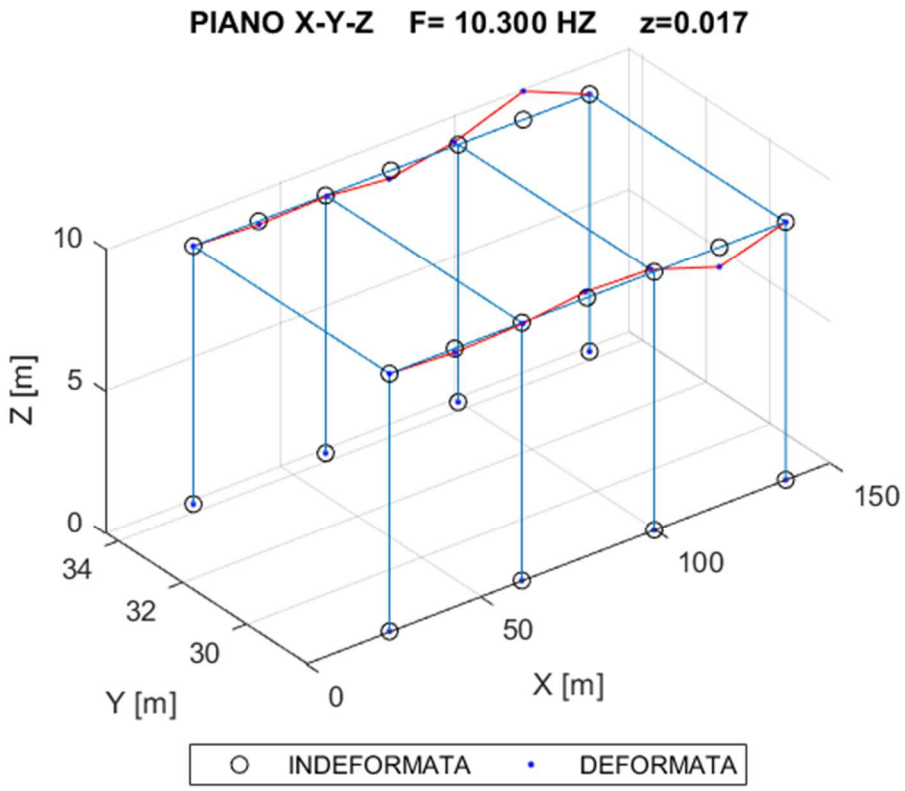

Figura 6.4.48: Forma modale, frequenza 10.300 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup02 SSI

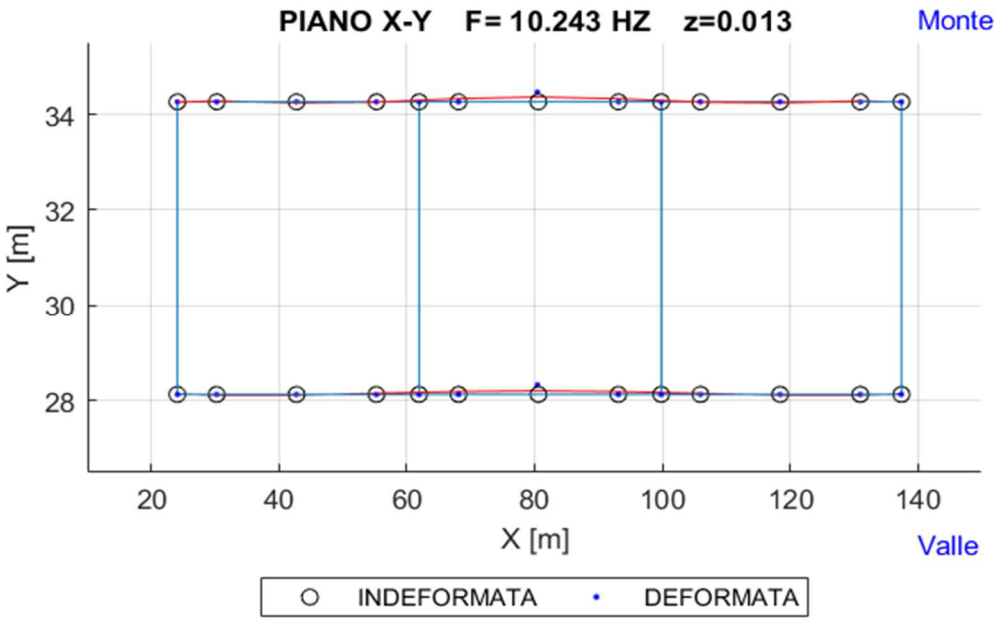

Figura 6.4.49: Forma modale, frequenza 10.243 Hz– Piano XY

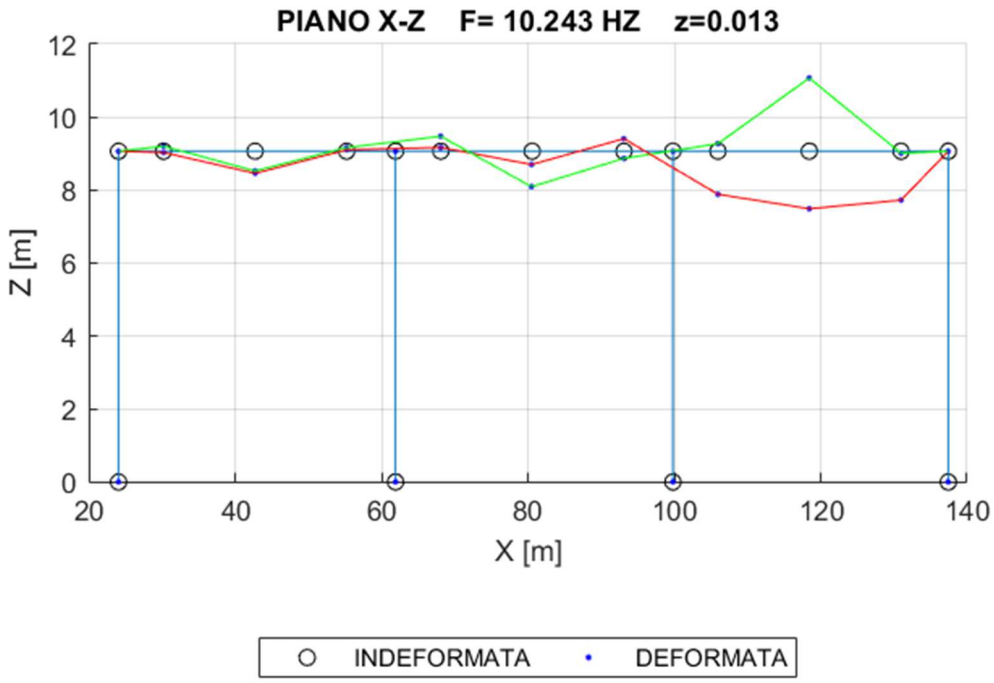

Figura 6.4.50: Forma modale, frequenza 10.243 Hz– Piano XZ

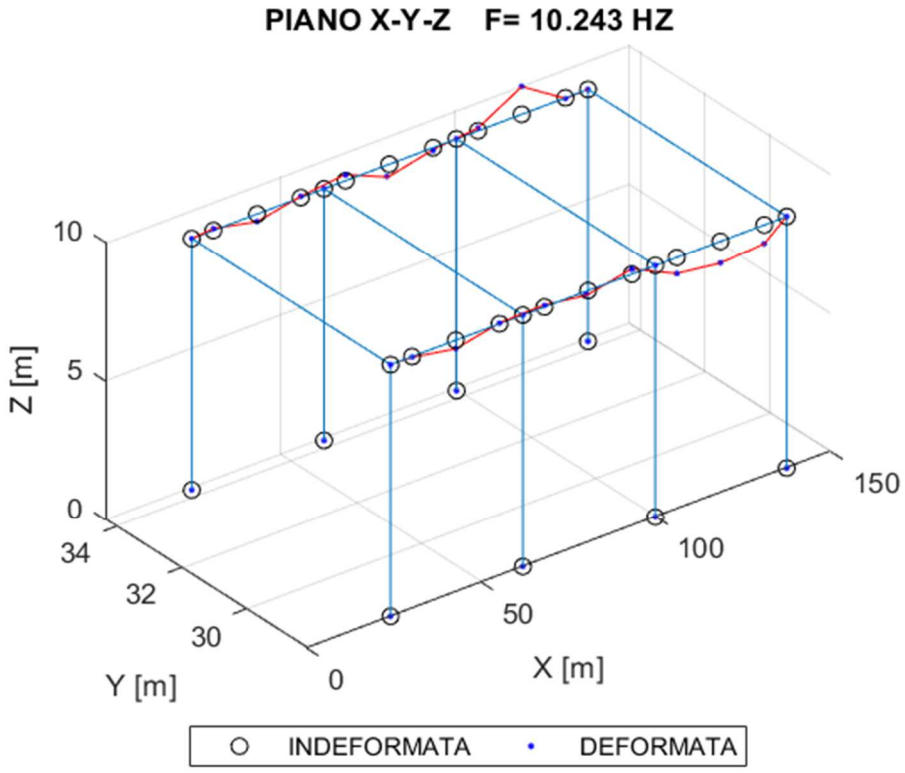

Figura 6.4.51: Forma modale, frequenza 10.243 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup01 ERA

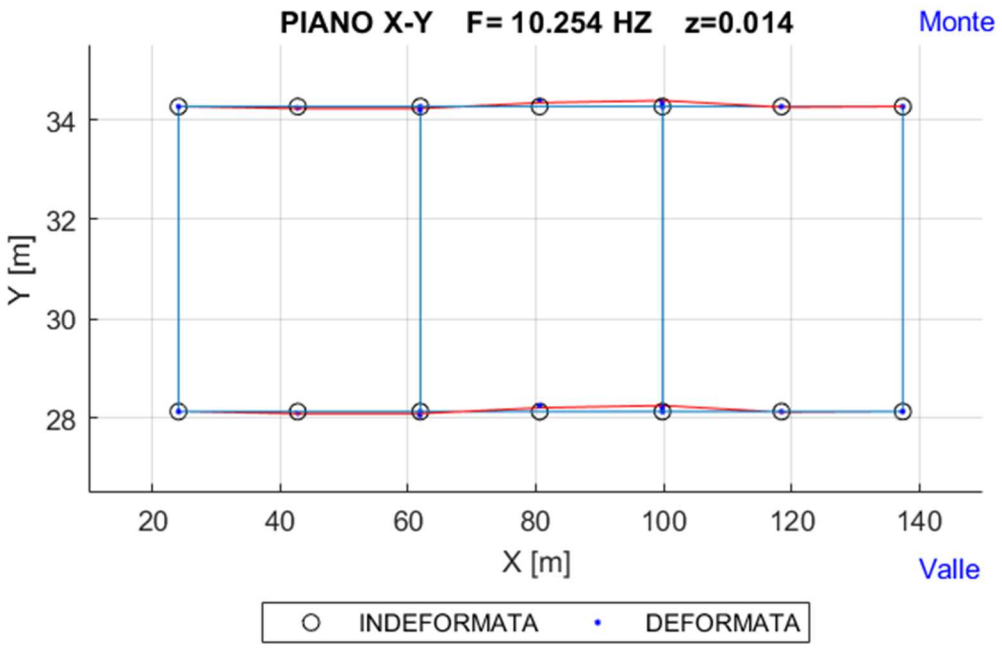

Figura 6.4.52: Forma modale, frequenza 10.254 Hz– Piano XY

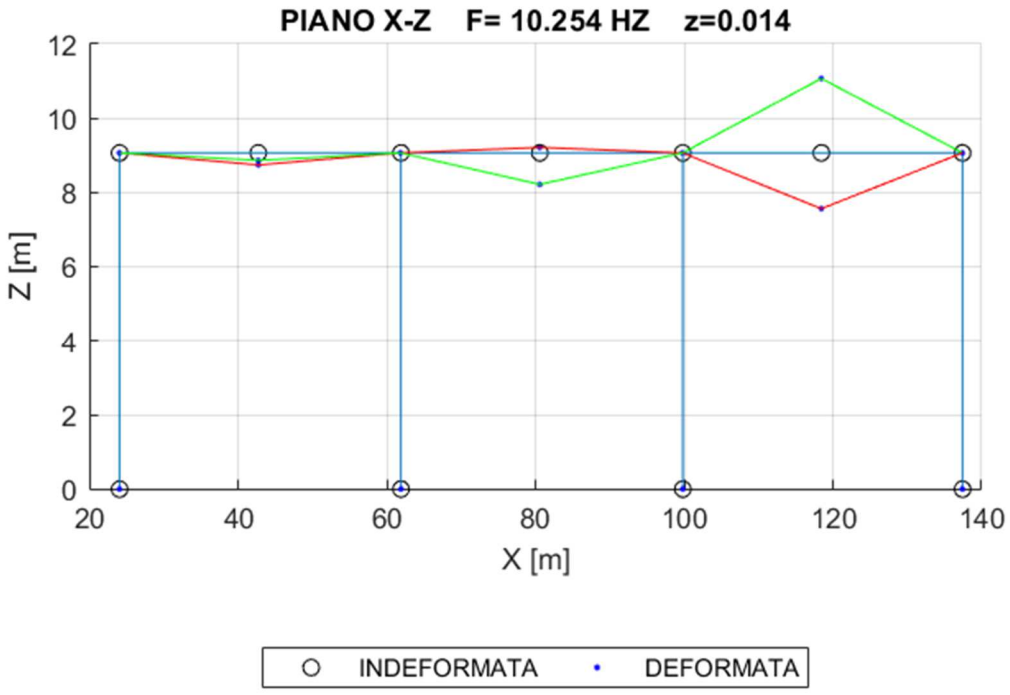

Figura 6.4.53: Forma modale, frequenza 10.254 Hz– Piano XZ

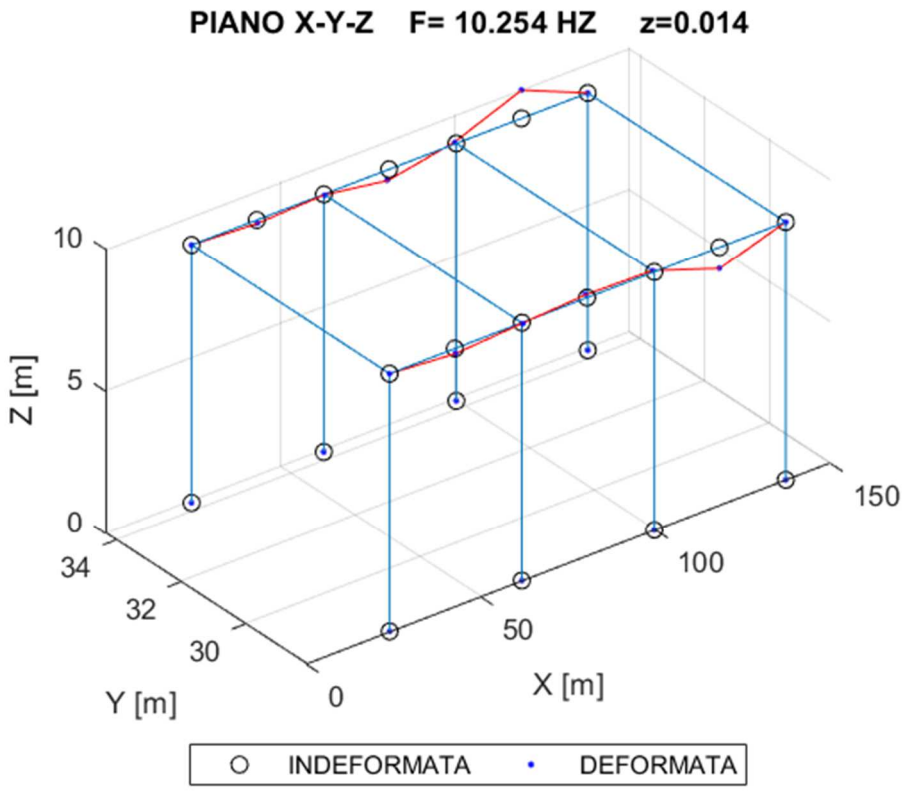

Figura 6.4.54: Forma modale, frequenza 10.254 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup02 ERA

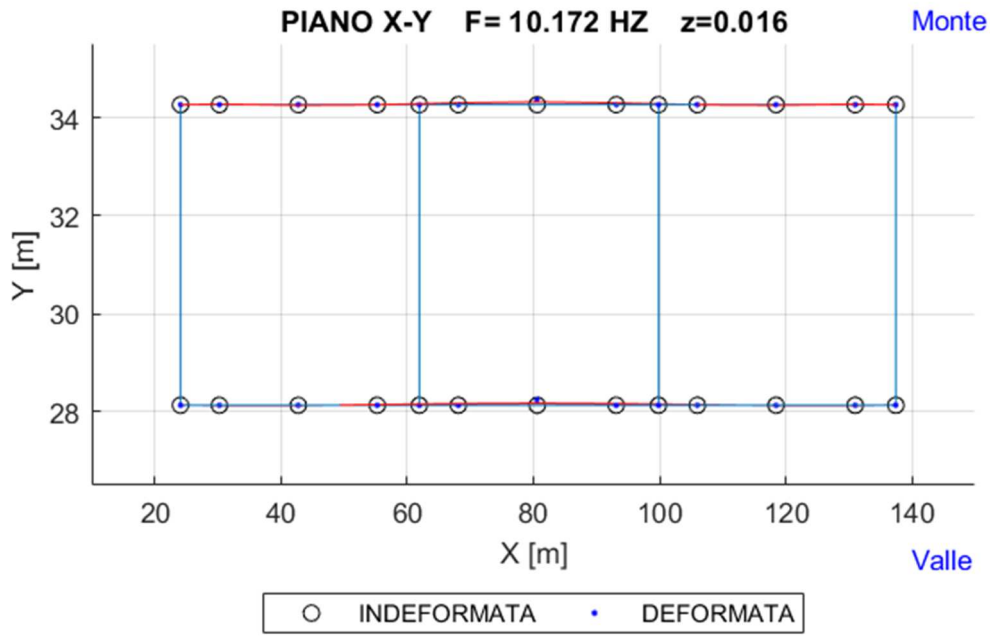

Figura 6.4.55: Forma modale, frequenza 10.172 Hz– Piano XY

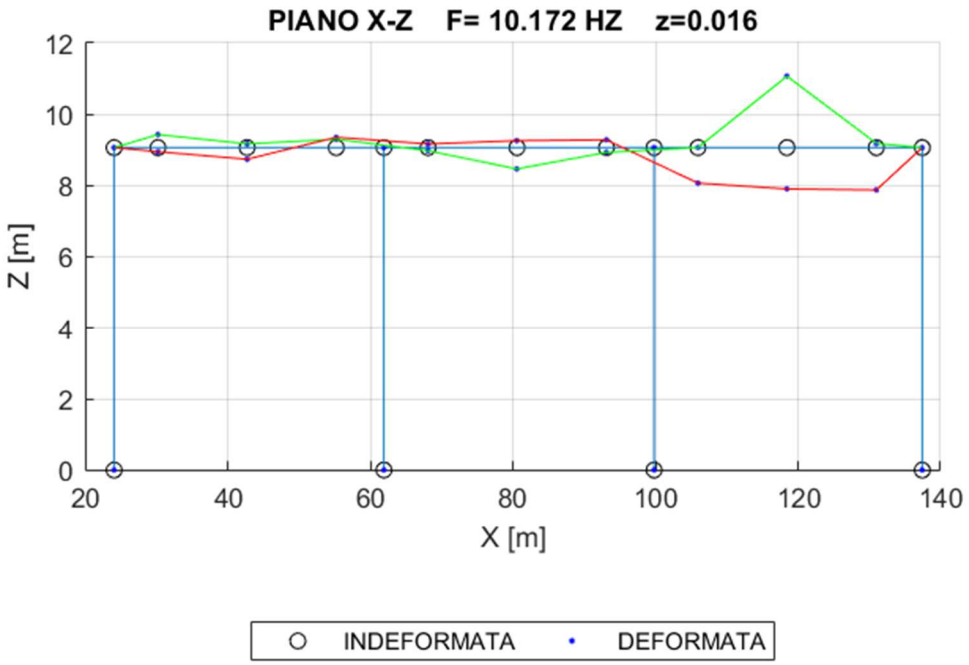

Figura 6.4.56: Forma modale, frequenza 10.172 Hz– Piano XY

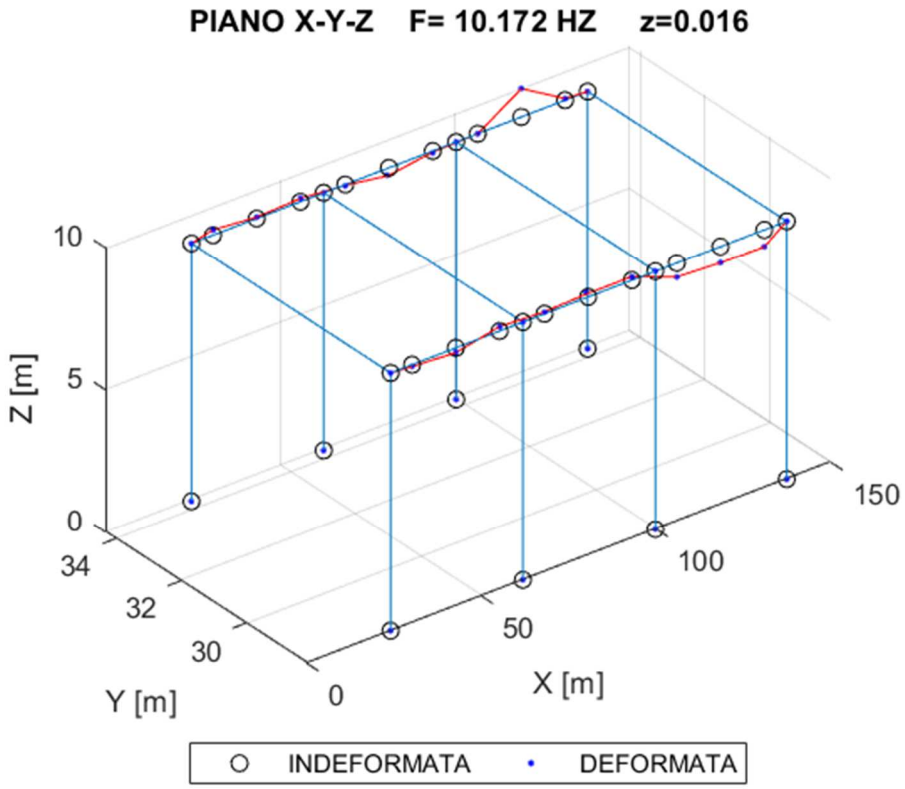

Figura 6.4.57: Forma modale, frequenza 10.172 Hz– Piano XYZ

Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 SSI

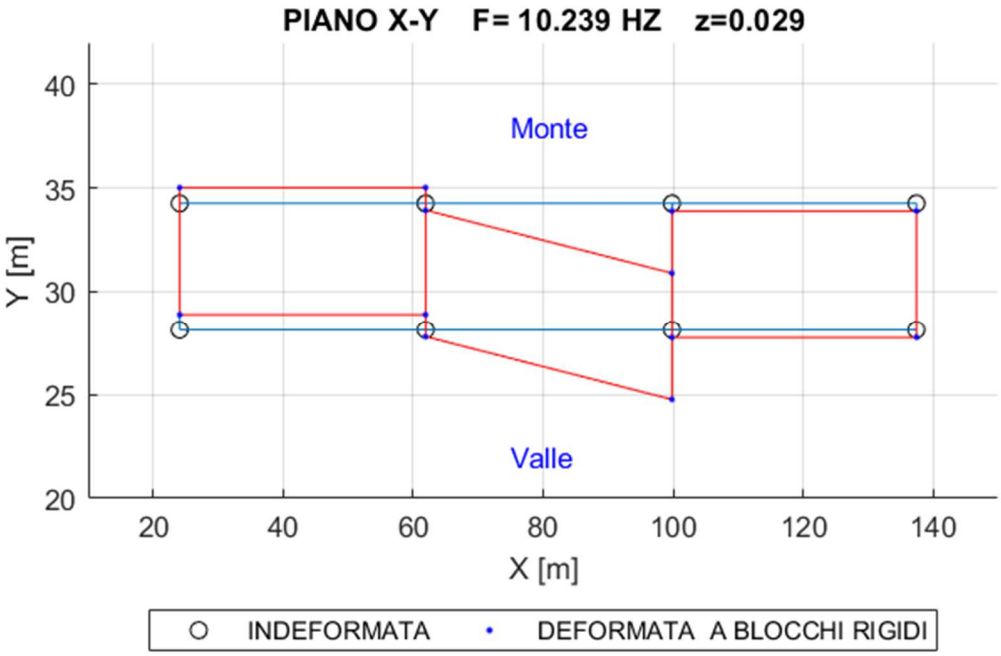

Figura 6.4.58: Deformata a blocchi, frequenza 10.284 Hz– Piano XY

In questo caso, l'impalcato del ponte ha un comportamento tendenzialmente torsionale, in particolare la terza campata subisce movimenti più accentuati rispetto le altre due. Avendo a che fare con deformate appartenenti al piano xz, la deformata a blocchi risulta essere poco rappresentativa.

In questo caso lo smorzamento assume valori compresi tra l'1.3 % e l'1.7 %.

7° modo di vibrare – range di frequenza 10.6-10.7 Hz

Forma modale: Accelerazione Setup01 SSI

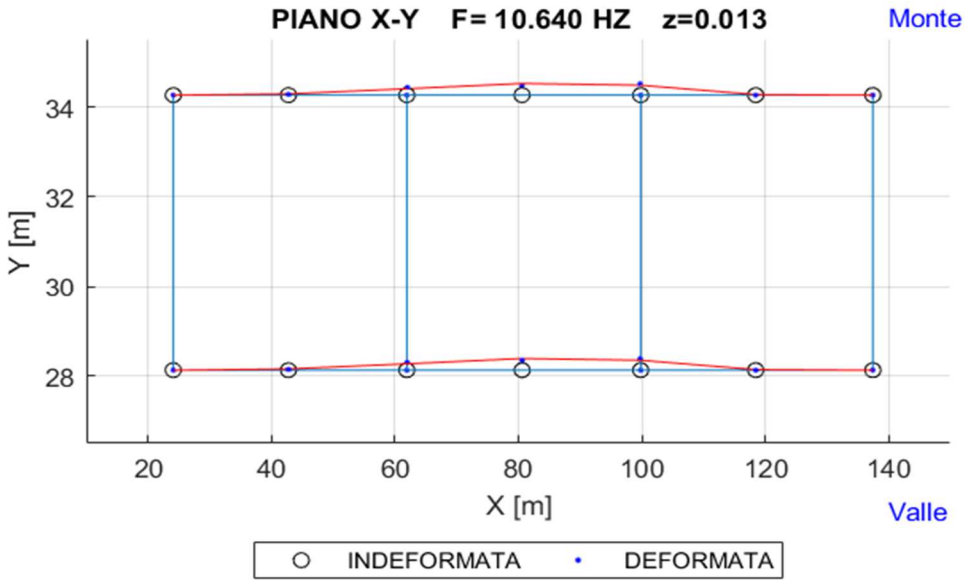

Figura 6.4.59: Forma modale, frequenza 10.640 Hz– Piano XY

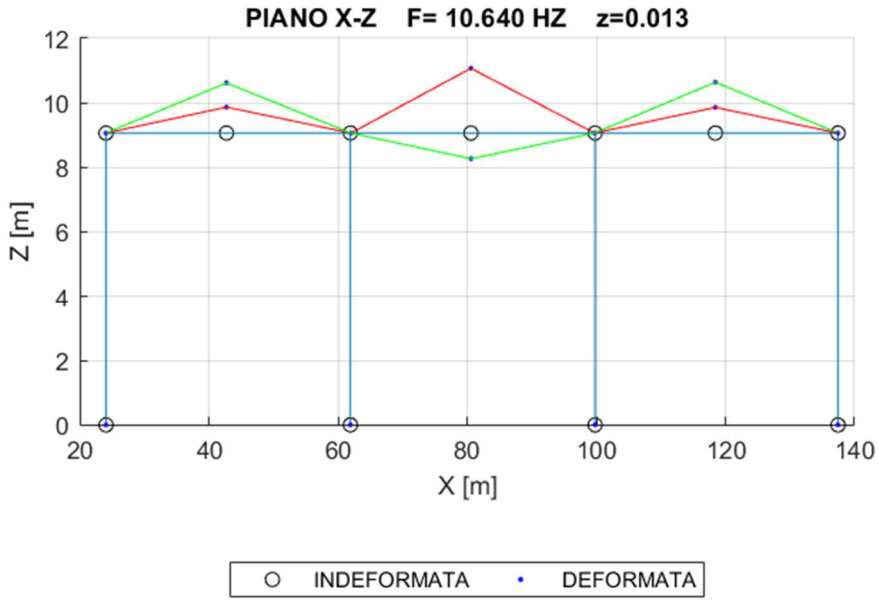

Figura 6.4.60: Forma modale, frequenza 10.640 Hz– Piano XZ

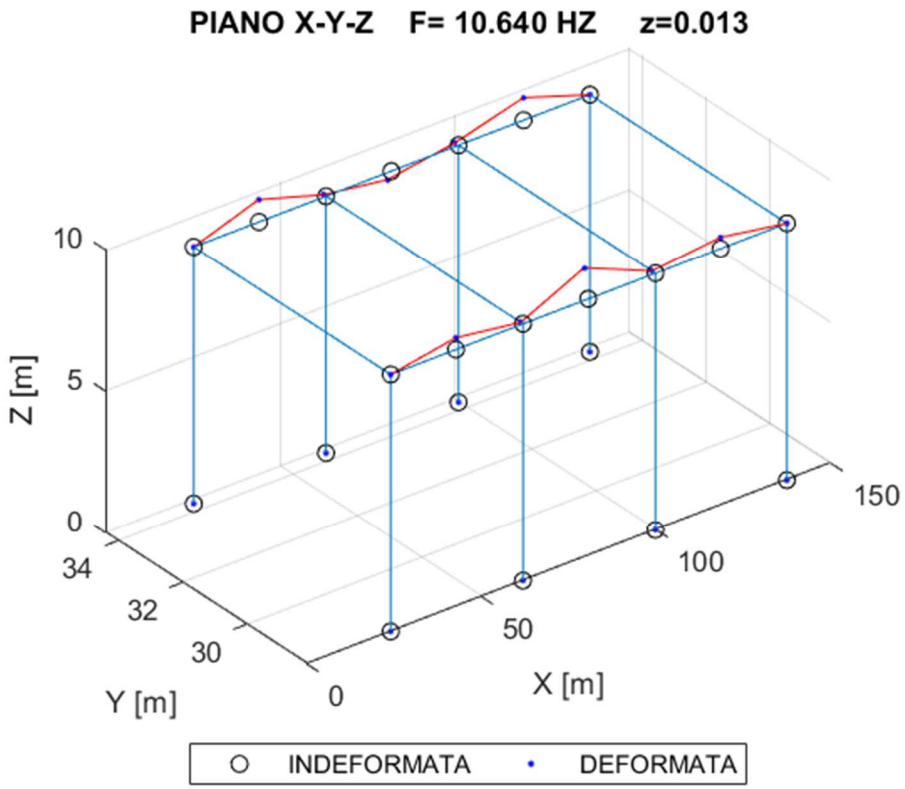

Figura 6.4.61: Forma modale, frequenza 10.640 Hz– Piano XYZ

Forma modale: Accelerazione Setup02 SSI

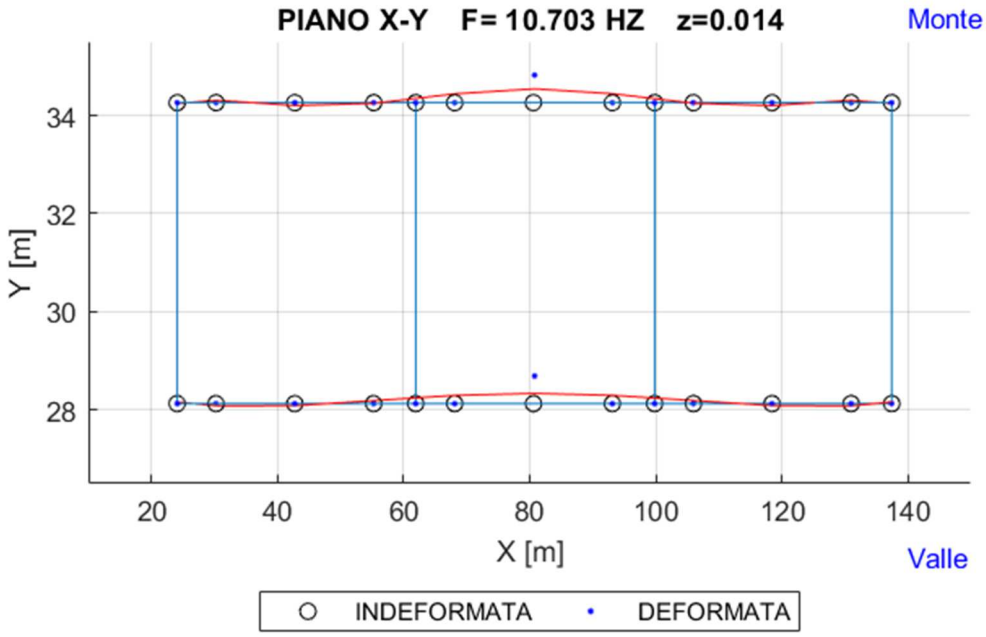

Figura 6.4.62: Forma modale, frequenza 10.703 Hz– Piano XY

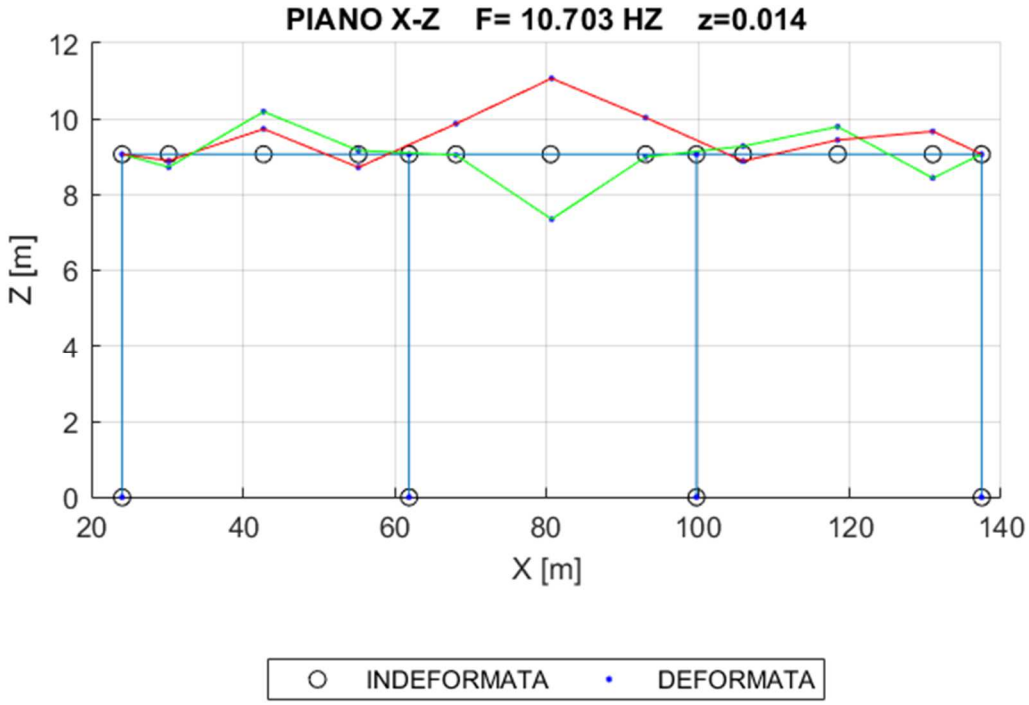

Figura 6.4.63: Forma modale, frequenza 10.703 Hz– Piano XZ

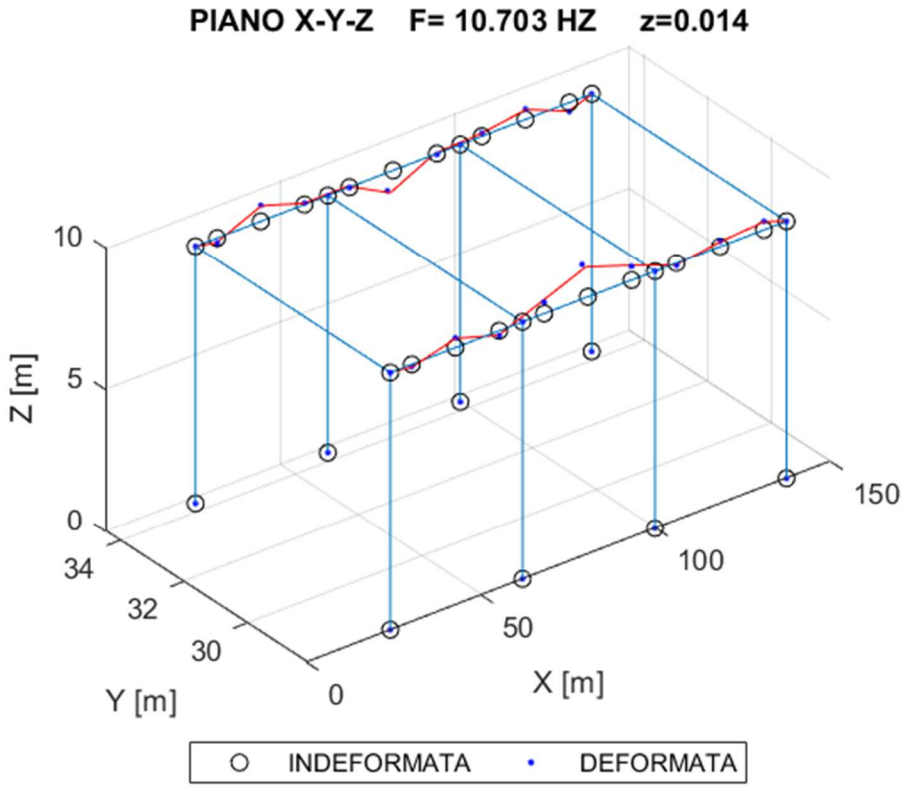

Figura 6.4.64: Forma modale, frequenza 10.703 Hz– Piano XYZ

Deformata a blocchi rigidi: LVDT Setup01 SSI

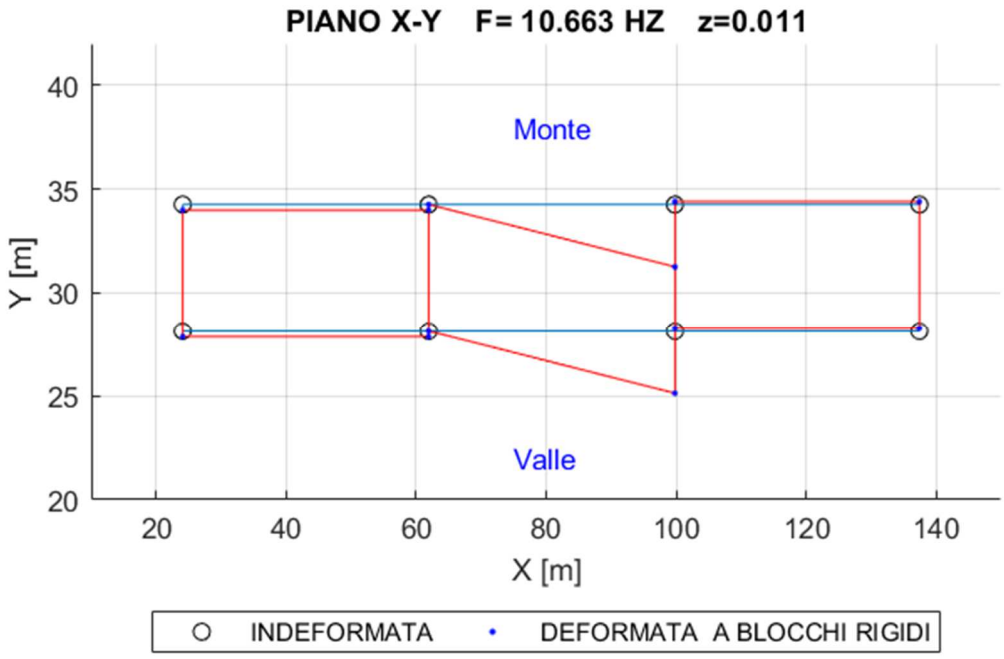

Figura 6.4.65: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 10.663 Hz– Piano XY

Per quest'ultimo modo individuato si può osservare, come nel caso precedente, un comportamento dell'impalcato in prevalenza torsionale. Il movimento sul piano xy è pressoché nullo, pertanto come per il modo precedente, la deformata a blocchi risulta essere poco rappresentativa.

In questo caso lo smorzamento assume valori compresi tra l'1.1 % e l'1.4 %

PLOT FINALE DELLE FORME MODALI STRUTTURALI

A seguito di un controllo visivo delle deformate selezionate come attendibili si è riscontrato in generale che le forme derivanti dal Setup02 presentavano basso matching fra i risultati di ERA e SSI, a differenza invece del Setup01. Inoltre, molto spesso le stesse forme presentavano coordinate degli autovettori poco veritiere (outliers o problemi di sfasamento fra ERA e SSI), tali forme sono state pertanto scartate.

Nella Tabella 6.4.7 si riporta il cluster finale dei modi mediati derivante da Peak-Picking, ERA e SSI applicati ai vari sottosegnali (accelerometri).

Sono state selezionate le forme elencate nel seguito:

ACCELEROMETRI

MODO 1: setup01 SSI & setup01 ERA

MODO 2: setup01 SSI

MODO 3: setup01 SSI & setup01 ERA

MODO 4: setup01 SSI & setup01 ERA

MODO 5: setup01 SSI & setup01 ERA

MODO 6: setup01 SSI & setup 1 ERA

MODO 7: setup01 SSI

RESULTS FROM ACCELEROMETERS								
MODE		1	2	3	4	5	6	7
TYPE		Mainly horizontal		Mixed		Mainly vertical		
DAMPING RATIO [%]		1.55	1.7	4.3	3.4	3.1	1.55	1.3
FRQUENCY [Hz]		2.280	2.796	4.624	5.282	7.093	10.277	10.641
MODE SHAPE	CH 1Z	0.057028	-0.005232	-0.274275	-0.514074	-0.544091	-0.7278687	0.396
	CH 2Z	-0.117548	-0.057356	-0.344407	-0.262526	-0.568597	1	0.785
	CH 3Z	0.148531	-0.047589	0.233261	0.412286	0.924605	0.1138533	1
	CH 3Y	1	0.124439	0.027833	-0.203231	0.027516	0.0593731	0.109
	CH 4Z	-0.030537	-0.010489	0.4001	0.453669	1	-0.3809403	-0.397
	CH 5Y	0.261827	0.82807	0.007235	-0.275419	0.005441	-0.0094282	0.007
	CH 5Z	0.033333	0.003504	0.291427	0.084049	-0.450763	-0.1480077	0.4006093
	CH 6Z	0.173037	-0.00117	0.291455	0.055143	-0.466872	-0.1079273	0.7746597
	CH 19X	0.094448	0.212647	1	0.948431	-0.00261	-0.0252174	-0.0469474
	CH 19Y	0.994636	-0.881191	0.126826	-0.41828	-0.009931	0.0816502	0.1253099
	CH 20X	-0.004072	0.193117	0.999463	1	0.01832	-0.0261623	0.0429502
	CH 20Y	0.87326	1	-0.323955	0.683739	-0.011876	-0.0368476	0.0860178
MAC		1	0.015838	0.000129	0.0000100	0.000586	0.0001262	0.0378728
		0.015838	1	0.0000284	0.162644	0.0000203	0.0068811	0.0013259
		0.000129	0.0000284	1	0.538266	0.06493	0.0296746	0.00008300
		0.0000100	0.162644	0.538266	1	0.14838	0.0039181	0.0015833
		0.000586	0.0000203	0.06493	0.14838	1	0.0217203	0.0576597
		0.000126	0.006881	0.029675	0.003918	0.02172	1	0.0845653
		0.037873	0.001326	0.0000830	0.001583	0.05766	0.0845653	1

Tabella 6.4.7: Risultati derivanti dagli accelerometri

Nella Tabella 6.4.8 si riporta invece il cluster finale dei modi mediati derivante da Peak-Picking, ERA e SSI applicati ai vari sottosegnali (LVDT).

Sono state selezionate le forme elencate nel seguito:

LVDT

MODO 1: setup01 SSI

MODO 2: setup01 SSI & setup01 ERA

MODO 3: setup01 ERA

MODO 4: setup01 ERA

MODO 5: setup01 ERA

MODO 6: setup01 SSI

MODO 7: setup01 SSI

RESULTS FROM LVDT								
MODE		1	2	3	4	5	6	7
TYPE		Mainly horizontal		Mixed		Mainly vertical		
DAMPING RATIO [%]		1.4	1.55	3.6	4.8	2.1	1.3	1.1
FRQUENCY [Hz]		2.297	2.788	4.708	5.340	6.926	10.284	10.663
MODE SHAPE	CH S1X	1	0.102817	-0.803821	-0.641401	-0.676376	0.649099	0.8317466
	CH S1Y	0.618136	-0.00628	-0.073165	-0.023857	0.501788	-0.019854	-0.0288418
	CH S2X	-0.938837	0.20108	1	0.487272	0.777257	1	1
	CH S2Y	0.053455	-0.055476	0.080252	0.005118	0.633171	0.1025542	0.0292352
	CH S3X	0.401185	0.375008	0.6008	1	1	0.3791928	0.3555618
	CH S3Y	0.032432	-0.065258	0.091905	0.093527	0.662563	0.1828951	0.3306822
	CH S4X	0.109837	-0.528922	-0.093566	-0.306249	-0.093938	-0.0168529	0.0502873
	CH S4Y	-0.187098	1	-0.074863	0.260897	0.107491	0.0055655	-0.0151148
MAC		1	0.009828	0.466721	0.139077	0.05711	0.0050147	0.0003078
		0.009828	1	0.031497	0.252082	0.06154	0.0695846	0.0441611
		0.466721	0.031497	1	0.709328	0.61576	0.1637912	0.0842027
		0.139077	0.252082	0.709328	1	0.639945	0.0769599	0.0294448
		0.05711	0.06154	0.61576	0.639945	1	0.1570499	0.1010208
		0.005015	0.069585	0.163791	0.07696	0.15705	1	0.9710315
		0.000308	0.044161	0.084203	0.029445	0.101021	0.9710315	1

Tabella 6.4.8: Risultati derivanti dagli LVDT

Nelle Figure a seguire si riportano i plot finali delle forme modali determinate a partire dai dati accelerometrici e dai dati degli LVDT. Per una maggiore comprensione i risultati degli LVDT sono stati integrati con alcuni risultati significativi forniti dagli accelerometri, in modo da ottenere una rappresentazione conforme con i primi.

Per ulteriore chiarezza sono state modificate le scale di rappresentazione come mostrato nei grafici a seguire.

1° MODO DI VIBRARE

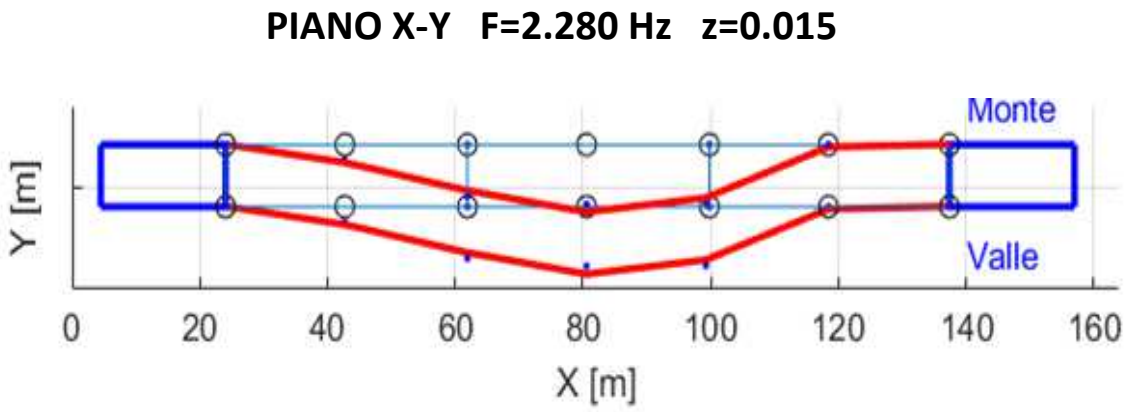

Figura 6.4.66: Forma modale, frequenza 2.280 Hz– Piano XY

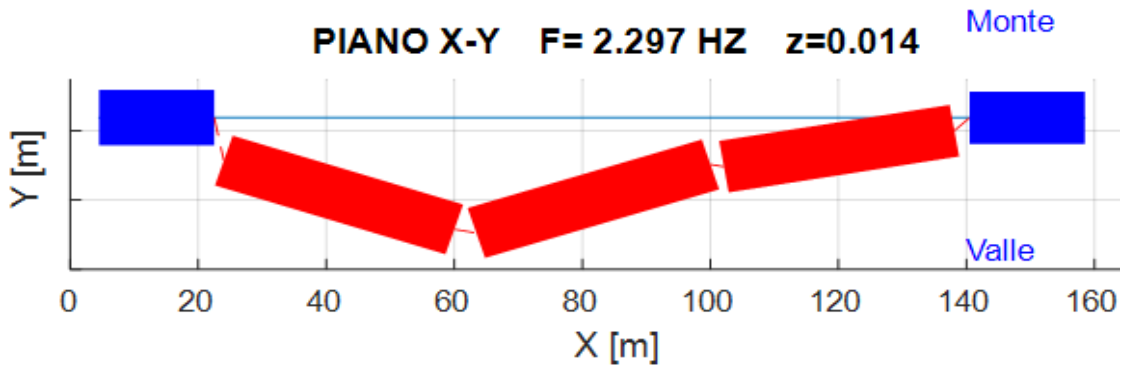

Figura 6.4.67: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 2.297 Hz– Piano XY

2° MODO DI VIBRARE

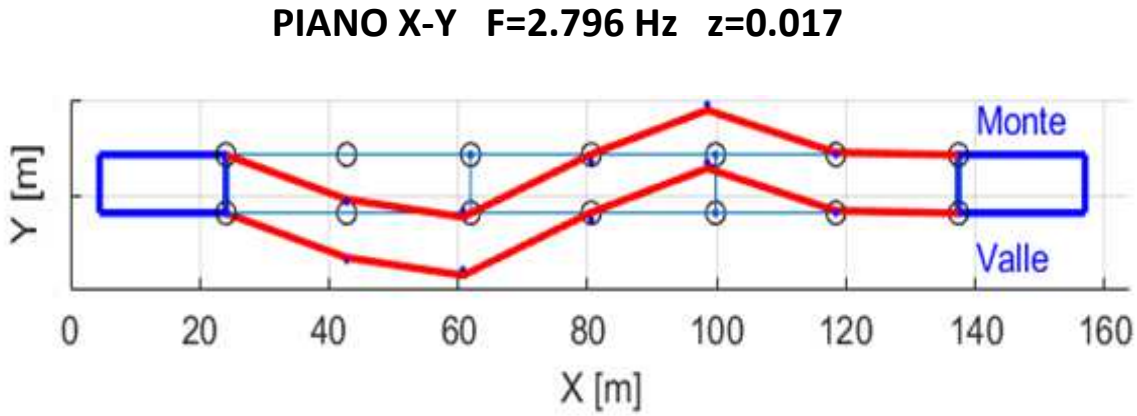

Figura 6.4.68: Forma modale, frequenza 2.796 Hz– Piano XY

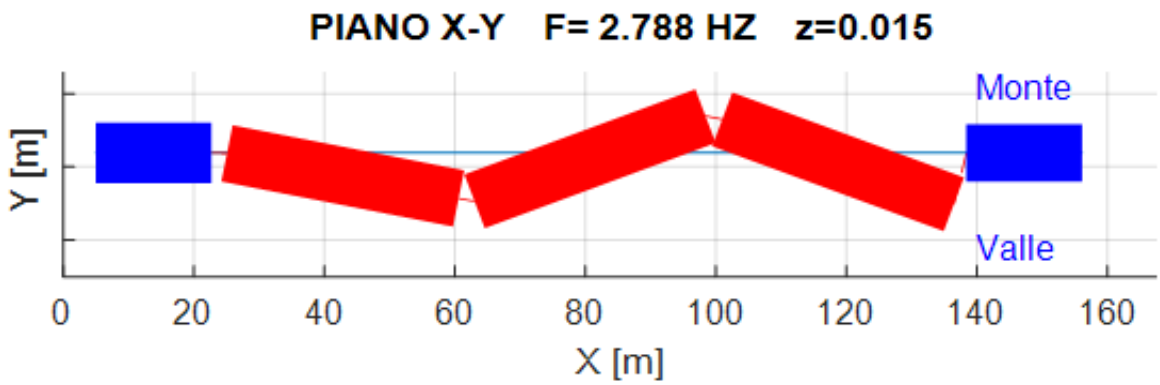

Figura 6.4.69: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 2.788 Hz– Piano XY

3° MODO DI VIBRARE

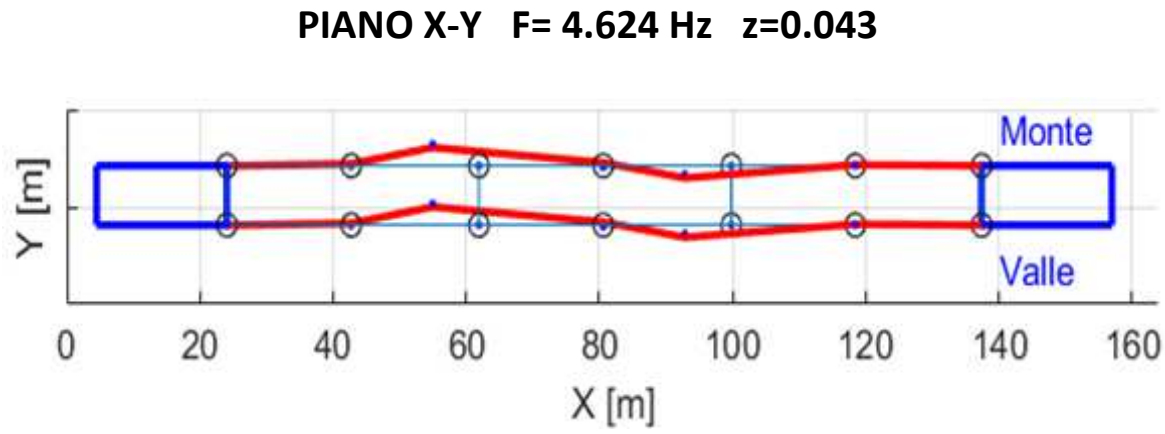

Figura 6.4.70: Forma modale, frequenza 4.624 Hz– Piano XY

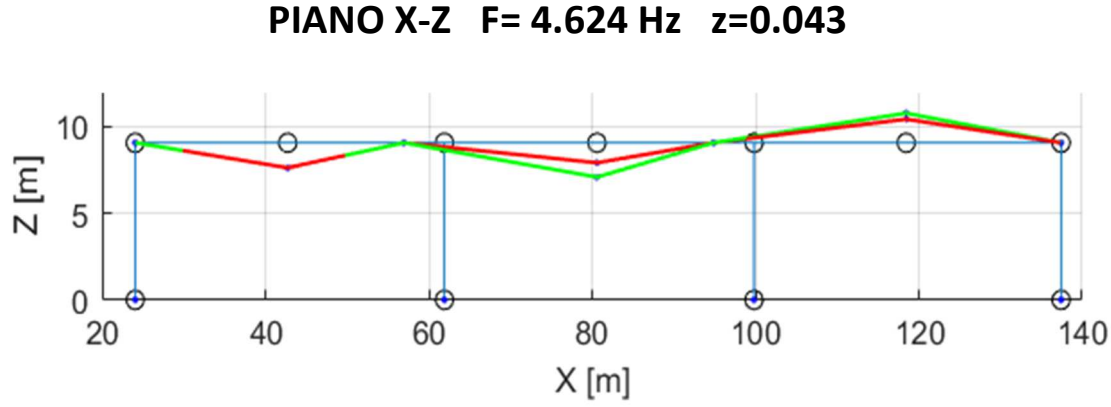

Figura 6.4.71: Forma modale, frequenza 4.624 Hz– Piano XZ

PIANO X-Y F= 4.708 Hz z=0.036

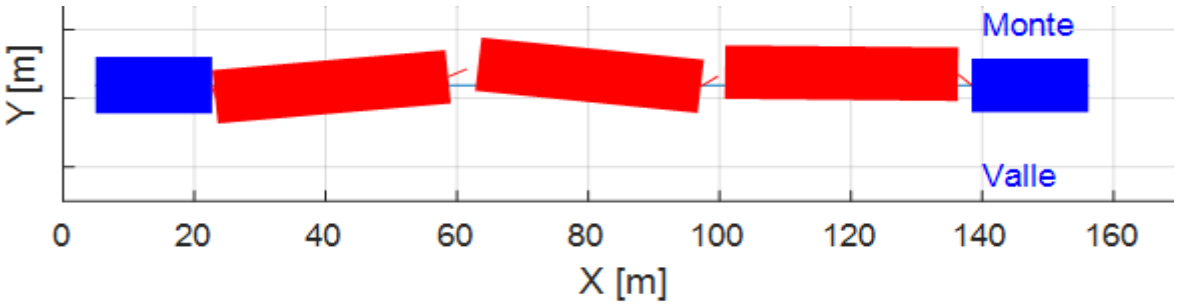

Figura 6.4.72: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 4.708 Hz– Piano XY

4° MODO DI VIBRARE

PIANO X-Y F= 5.282 Hz z=0.034

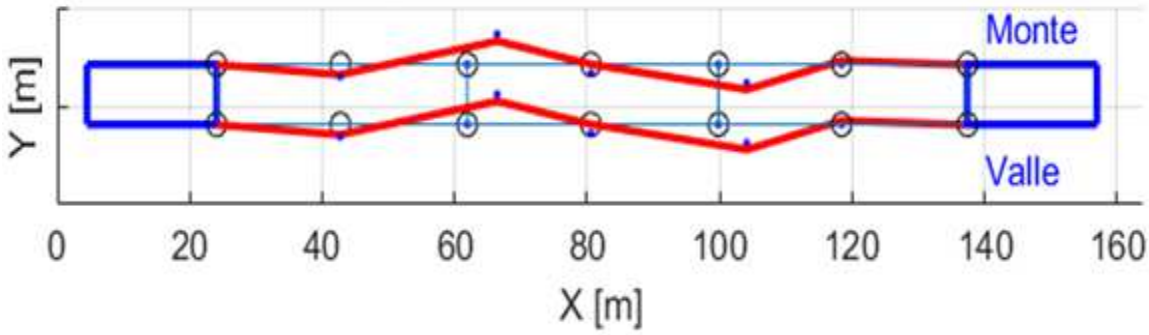

Figura 6.4.73: Forma modale, frequenza 5.282 Hz– Piano XY

PIANO X-Z F= 5.282 Hz z=0.034

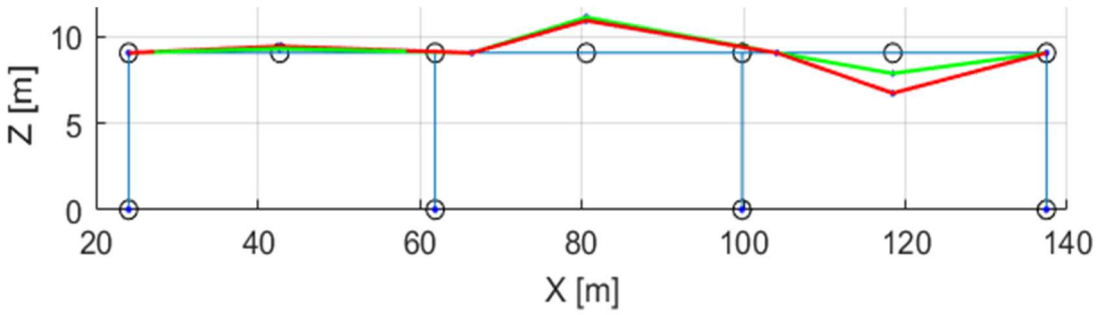

Figura 6.4.74: Forma modale, frequenza 5.282 Hz– Piano XZ

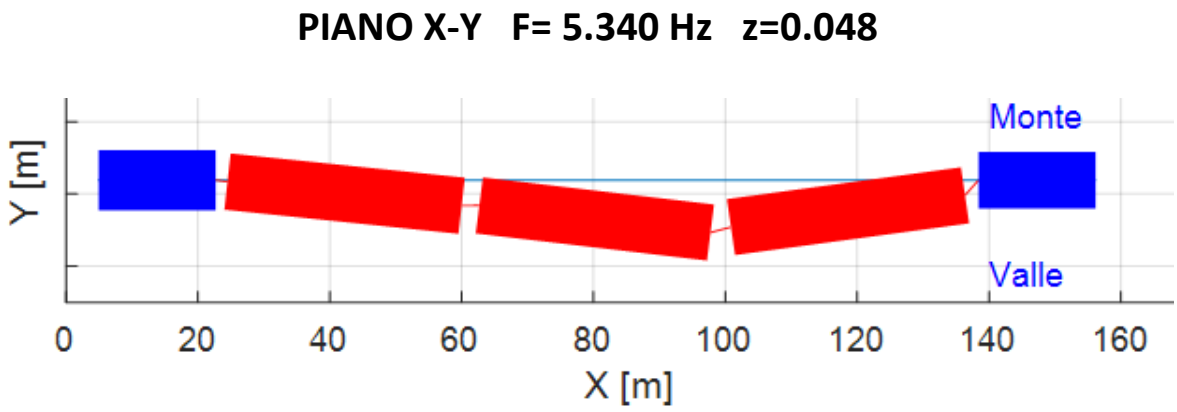

Figura 6.4.75: Deformata a blocchi rigidi, frequenza 5.340 Hz– Piano XY

5° MODO DI VIBRARE

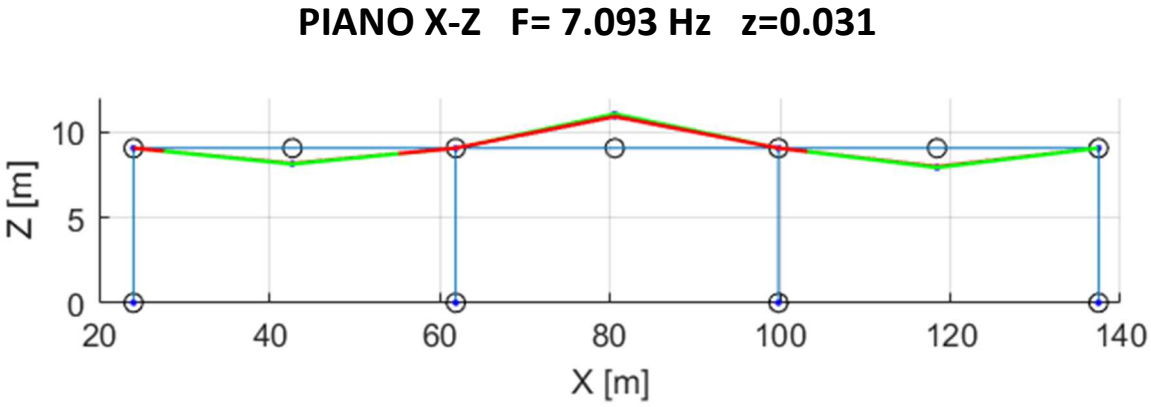

Figura 6.4.76: Forma modale, frequenza 7.093 Hz– Piano XZ

6° MODO DI VIBRARE

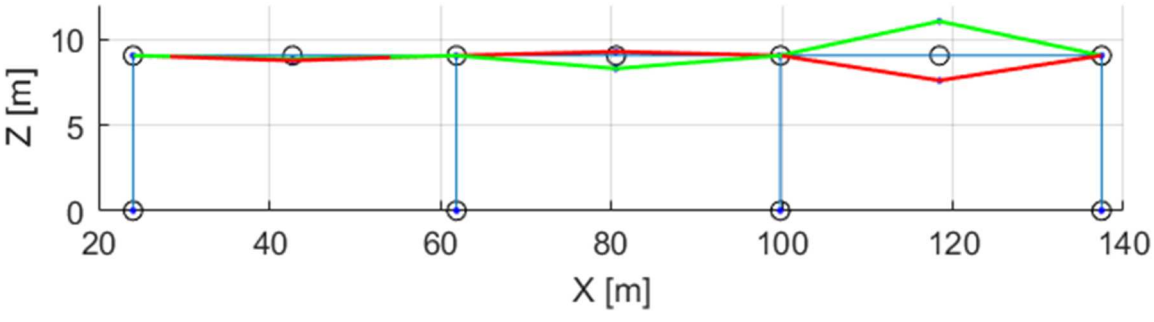

Figura 6.4.77: Forma modale, frequenza 10.277 Hz– Piano XZ

7° MODO DI VIBRARE

PIANO X-Z F= 10.640 Hz z=0.013

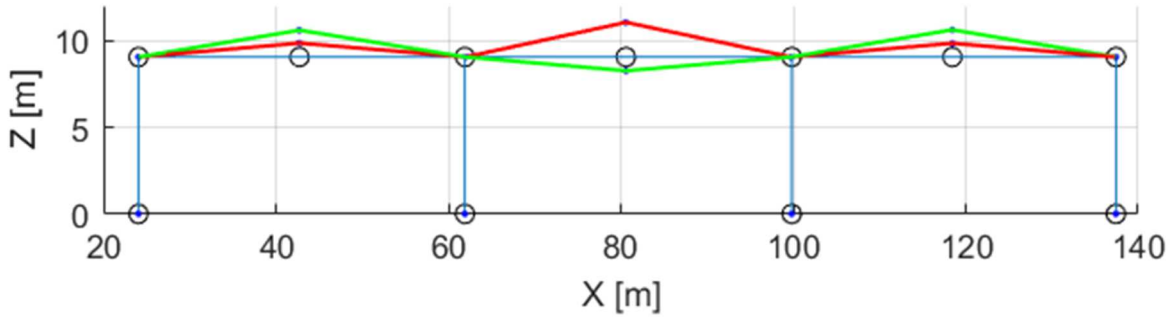

Figura 6.4.78: Forma modale, frequenza 10.640 Hz– Piano XZ

Dai grafici si può notare un'ottima corrispondenza tra i risultati forniti dagli accelerometri e quelli forniti con gli LVDT. Solo per il quarto modo non c'è correlazione, questo significa che presumibilmente le due rappresentazioni appartengono a modi separati.

Con la rappresentazione sovrastante della deformata a blocchi rigidi emerge il comportamento dei giunti, in particolare si può notare una elevata deformabilità dei giunti soprattutto per i primi due modi di vibrare (modi prettamente orizzontali).

7 Conclusioni

Da una nota del Consiglio Nazionale delle Ricerche è emerso che sono più di 10000 i ponti in Italia che andrebbero subito controllati e revisionati *[6]*. Come ribadito più volte, uno strumento essenziale per tenere sotto osservazione lo stato delle opere ai fini della valutazione della loro sicurezza è il monitoraggio strutturale; esso permette di individuare lo stato di danneggiamento della struttura attraverso l'elaborazione di variazioni di dati di piccola entità (rumore ambientale, traffico veicolare), diagnosticando possibili problemi di entità maggiore.

Con lo svolgimento della tesi è stato possibile apprezzare l'importanza effettiva del monitoraggio e come, da esso, poterne ricavare informazioni utili. Lo scopo principale è stato quello di determinare i parametri modali, necessari per l'aggiornamento di un modello agli elementi finiti, indispensabile per evidenziare le possibili criticità. Il collegamento tra i dati sperimentali e i parametri modali è stato eseguito tramite i metodi di identificazione dinamica (ERA e SSI), ampiamente discussi nei primi capitoli.

Gli algoritmi utilizzati per il caso studio hanno permesso di identificare delle frequenze, degli smorzamenti e delle forme modali; di queste solo alcune sono state ritenute strutturali. Il modus operandi è stato quello di plottare tutte le forme corrispondenti alle frequenze ritenute valide, una volta graficate, solo quelle che presentavano un andamento prettamente realistico e trovavano riscontro con tutte le categorie analizzate, venivano mantenute. In aggiunta, a seguito del controllo visivo è emerso che le forme derivanti dal Setup02, molto spesso presentavano problematiche di outliers o di sfasamento tra le forme di ERA e SSI. Il cluster finale dei modi mediati è stato pertanto valutato con i soli risultati offerti dal Setup01, come riportato al paragrafo "*Plot delle forme modali strutturali"*.

Per il Ponte Lamberti sono stati individuati sette modi finali di vibrare, il primo e il secondo modo corrispondenti rispettivamente ad un range di frequenza di 2.2-2.3 Hz e 2.7-2.8 Hz hanno rilevato una deformazione trasversale nel piano dell'impalcato (flessione nel piano xy) e un'elevata deformabilità dei giunti, il terzo e il quarto rispettivamente a frequenza 4.6-4.7 Hz e 5.2-5.3 Hz hanno fatto emergere un comportamento misto, con in parte flessione nel piano xy e in parte flessione nel piano xz. Il quinto modo (frequenza 7.0-7.1 Hz) ha rilevato un comportamento del ponte prettamente flessionale (piano xz), mentre dagli ultimi due modi (frequenza 10.2-10.3 Hz e 10.6-10.7 Hz) è emerso un comportamento torsionale dell'impalcato.

Si può in definitiva riassumere che per i modi a frequenza più bassa si ha flessione nel piano dell'impalcato ed una elevata deformabilità dei giunti, per i modi a frequenza media si ha flessione nel piano xy e nel piano xz, per i modi a frequenza più elevata si ha un comportamento prettamente flessionale fuori dal piano e per frequenze ancora maggiori il comportamento è tendenzialmente torsionale.

Avendo note le forme modali il passo successivo sarà quello di aggiornare il modello agli elementi finiti andando a modificare le proprietà degli elementi, in modo da far collimare le forme modali ottenute dal FEM con quelle note dall'identificazione dinamica. I modi dall'uno al quattro (in particolare i primi due modi) relativi ai dati accelerometrici verranno utilizzati per ottenere una calibrazione dei parametri degli archi e dei pilastri, i modi dal cinque al sette verranno impiegati per la calibrazione dei parametri dell'impalcato, mentre i modi misti saranno necessari per "cucire" in un'ultima calibrazione finale, le due precedenti.

Per quanto riguarda invece i modi relativi ai dati degli LVDT, i primi quattro modi serviranno per calibrare i parametri dei giunti tra le campate, mentre i restanti tre verranno scartati dal processo di calibrazione. Siccome l'energia offerta dagli ultimi tre modi in direzione orizzontale risulta essere poco rilevante, essi stessi sono poco rappresentativi, offrono risultati poco affidabili e sono maggiormente soggetti ad errore.

Questa calibrazione orientata permette di ottenere, per strutture molto deteriorate, un modello maggiormente affidabile che non si otterrebbe qualora la calibrazione avvenisse in un unico passaggio. Una volta calibrato il modello sarà possibile individuare tutte le eventuali criticità del ponte e programmare gli interventi da attuare.

8 Allegati

8.1 Allegato 1: Modulo della Trasformata di Fourier

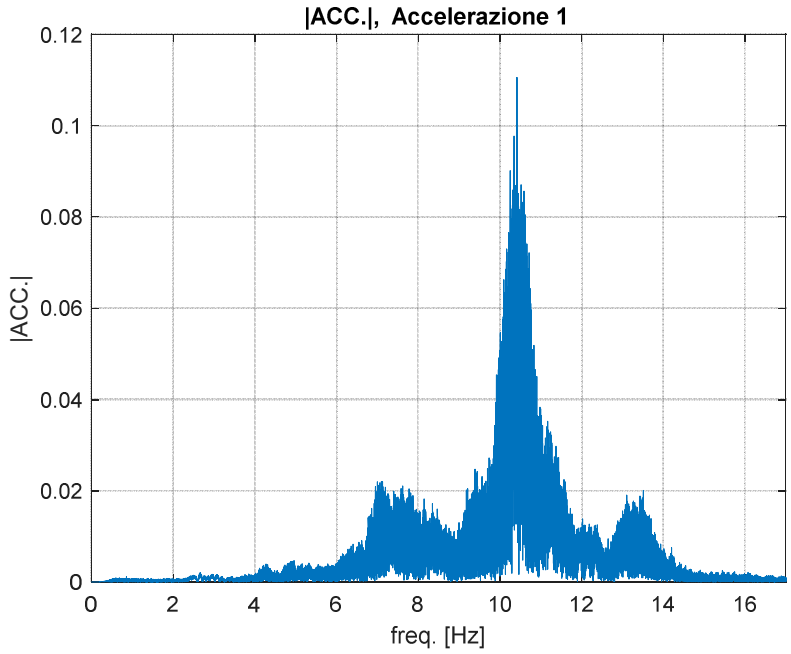

Figura 8.1.1: Accelerazione 1 (CH. 1Z) nel dominio della frequenza Setup01

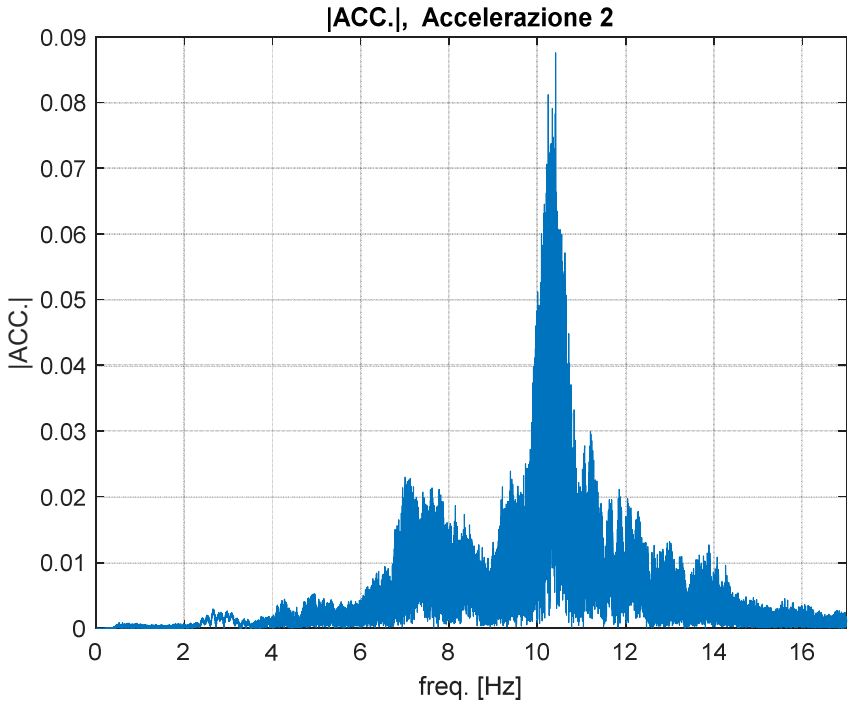

Figura 8.1.2: Accelerazione 2 (CH. 2Z) nel dominio della frequenza Setup01

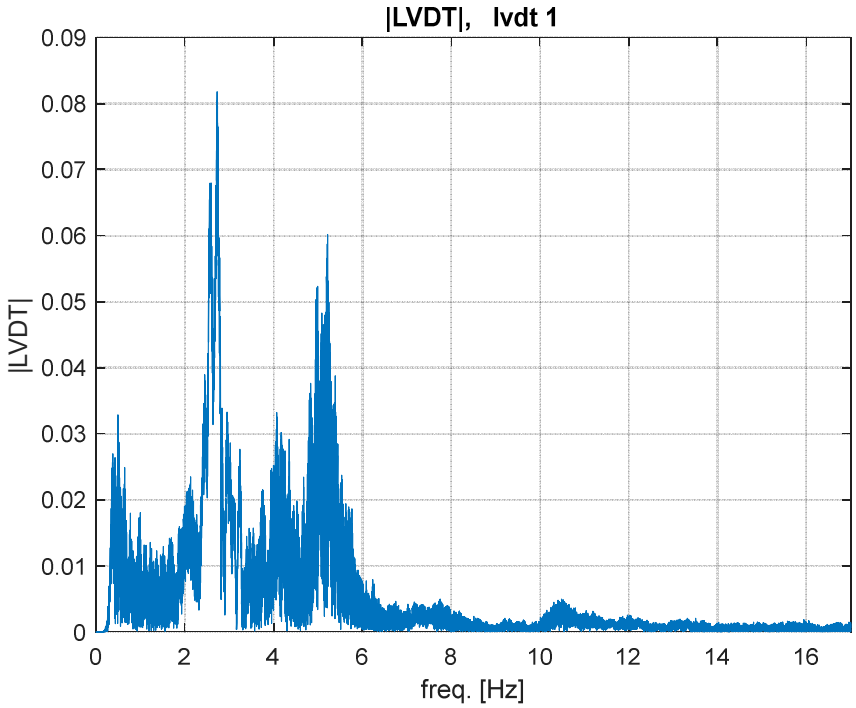

Figura 8.1.3: LVDT 1 (CH. S1X) nel dominio della frequenza Setup01

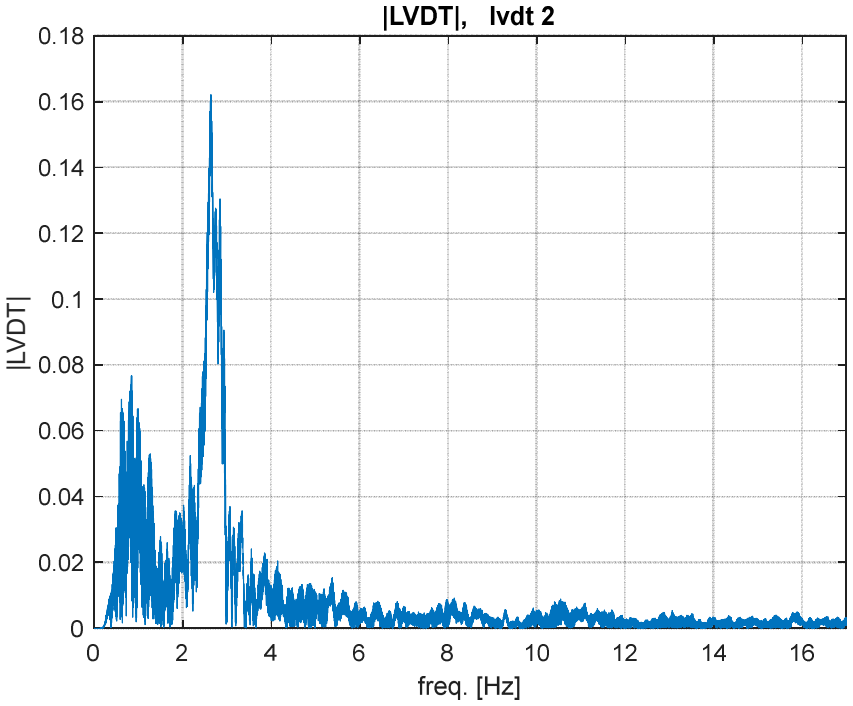

Figura 8.1.4: LVDT 2 (CH. S1Y) nel dominio della frequenza Setup01

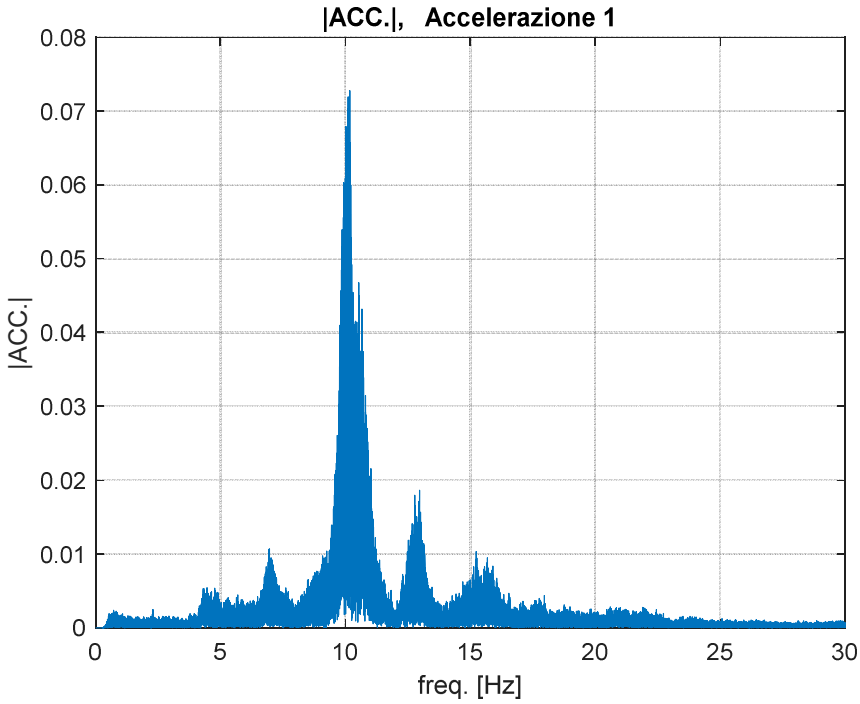

Figura 8.1.5: Accelerazione 1 (CH. 1Z) nel dominio della frequenza Setup02

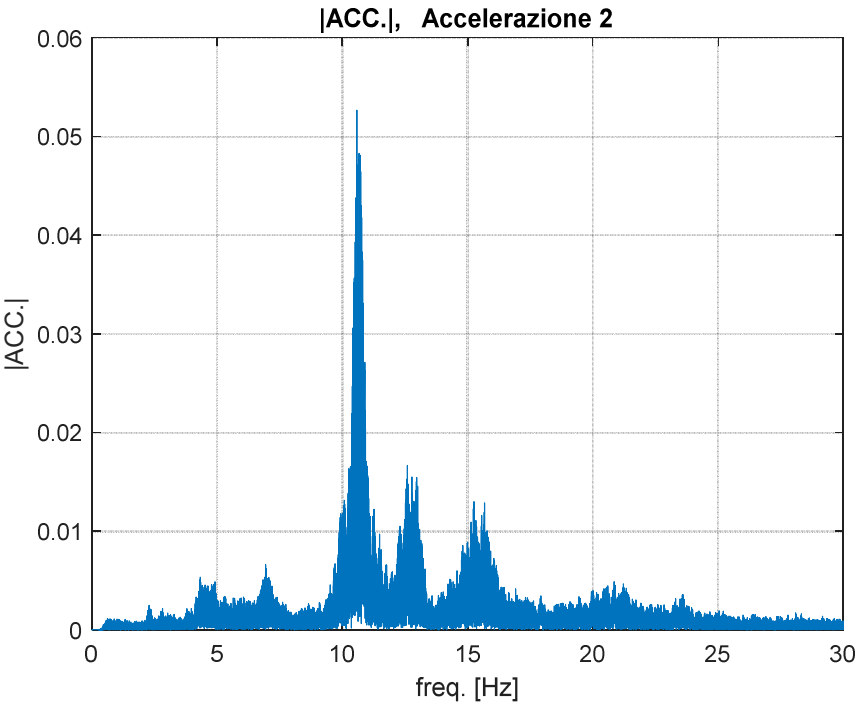

Figura 8.1.6: Accelerazione 2 (CH. 2Z) nel dominio della frequenza Setup02

8.2 Allegato 2: valori forniti da ERA

Setup01 frequenze															
Acc f1 picco a 271															
n=80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110
2.23	2.23	2.77	10.19	2.76	2.22	2.82	2.22	2.23	2.22	2.26	7.41	3.14	3.16	2.82	2.86
2.76	2.76	7.02	10.53	3.20	2.80	10.21	2.81	2.82	2.82	2.81	8.07	6.34	10.52	3.16	4.72
10.15	9.09	10.55	13.16	4.70	6.98	11.93	6.99	6.95	6.59	6.54	9.09	9.64	13.12	4.19	9.47
10.50	9.84	11.02	14.11	10.18	8.08	13.18	10.90	11.42	7.41	8.58	11.39	10.23	13.92	10.98	11.93
11.01	10.19	11.88	14.87	10.53	11.45	14.06	11.37	14.05	9.46	10.84	11.93	11.40	15.29	11.92	14.19
11.51	10.52	12.97	16.50	13.19	13.17	16.53	11.42	16.02	10.18	12.85	15.47	11.93	17.40	14.19	16.86
11.87	10.94	13.13	17.56	13.98	14.37	17.02	13.18	16.53	11.42	14.05	16.51	12.94	18.65	17.54	17.36
13.08	11.45	14.20	18.26	15.35	16.52	18.32	14.03	18.34	14.95	14.32	17.37	13.12		18.27	20.19
13.16	12.06	14.27	19.27	16.49	17.72	19.77	14.42	19.16	14.95	16.09	18.36	14.35		20.06	22.51
13.89	14.02	14.89	23.15	17.28	19.21	22.34	14.92	19.24	16.52	16.53	18.56	15.07		20.82	34.82
16.46	16.48	15.91	24.43	17.95	19.88	23.26	16.54	20.59	19.20	17.57	19.74	15.51		22.36	
16.81	17.33	16.45	25.39	18.50	20.89	24.88	17.10	22.36	19.75	17.99	20.24	16.58		31.05	
18.71	19.43	17.31	34.46	19.00	21.88	25.02	17.38	23.38	22.40	18.41	20.61	17.37			
19.82	19.55	18.15		19.74	22.03	35.18	19.03	25.32	25.34	19.12	22.19	18.15			
22.97	23.95	18.94		19.80	22.65		19.75	29.13	35.12	19.69	22.57	18.46			
	24.76	22.40		22.50	27.18		20.57	35.12		22.35	31.72	21.98			
	28.31	23.03		24.77	28.48		22.35			24.78		22.39			
		25.09			30.26		26.36			25.51		23.25			
		34.15			35.10		35.11			28.83					

Figura 8.2.1: Frequenze in funzione di n (n da 80 a 110) Acc. f1, picco 271 sec. Setup01

Setup01 MAC															
Acc f1 picco a 271															
n=80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110
0.976	0.960	0.966	0.999	0.933	0.916	0.967	0.914	0.934	0.936	0.958	0.910	0.933	0.956	0.961	0.982
0.980	0.990	0.961	0.999	0.930	0.954	1.000	0.982	0.973	0.989	0.994	0.956	0.941	1.000	0.963	0.908
0.995	0.944	0.998	0.975	0.970	0.994	0.960	0.972	0.947	0.938	0.915	0.940	0.993	0.997	0.950	0.989
0.991	0.988	0.981	0.983	0.998	0.971	0.999	0.999	0.969	0.906	0.947	0.964	0.998	0.981	0.999	0.953
0.997	0.996	0.941	0.953	0.995	0.992	0.979	0.992	0.998	0.998	0.998	0.998	0.987	0.976	0.995	0.991
0.935	0.995	0.950	0.992	0.951	0.987	0.982	0.960	0.969	0.918	0.931	0.964	0.915	0.929	0.943	0.992
0.923	0.985	0.975	0.915	0.981	0.953	0.977	0.988	0.982	0.997	0.989	0.981	0.968	0.968	0.937	0.980
0.995	0.980	0.963	0.976	0.912	0.956	0.954	0.993	0.993	0.966	0.975	0.902	0.990		0.968	0.999
0.966	0.936	0.980	0.972	0.970	0.994	0.995	0.968	0.999	0.995	0.992	0.956	0.940		0.918	0.999
0.952	0.980	0.908	0.987	0.914	0.987	0.995	0.985	0.998	0.979	0.988	0.991	0.968		0.950	0.961
0.990	0.947	1.000	0.998	0.997	0.982	0.976	0.977	0.908	0.903	0.925	0.995	0.975		0.944	
0.920	0.934	0.978	0.914	0.966	0.938	0.985	0.909	0.987	0.924	0.956	0.920	0.997		0.918	
0.999	0.997	0.922	0.944	0.977	0.985	0.957	0.913	0.905	0.943	0.975	0.956	0.973			
0.975	0.990	0.934		0.939	0.936	0.939	0.998	0.971	0.960	0.976	0.949	0.989			
0.991	0.964	0.996		0.976	0.946		0.985	0.904	0.959	0.993	0.920	0.968			
	0.968	0.911		0.930	0.987		0.930	0.947		0.954	0.905	0.965			
	0.976	0.971		0.963	0.999		0.966			0.988		0.902			
		0.965			0.942		0.902			0.950		1.000			
		0.968			0.930		0.956			0.944					

Figura 8.2.2: MAC in funzione di n (n da 80 a 110) Acc. f1, picco 271 sec. Setup01

Setup01 frequenze															
LVDT f1 picco a 267															
n=80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110
4.72	2.07	1.58	2.15	3.22	1.81	2.17	3.20	3.29	3.28	3.30	3.30	2.18	4.45	4.46	2.19
5.57	3.17	2.13	4.43	4.75	2.16	3.55	4.80	4.80	4.75	3.61	4.74	3.29	5.59	10.21	4.47
6.53	3.51	3.51	4.72	7.12	3.31	4.46	7.83	6.81	7.81	4.73	6.96	6.92	8.42	15.02	4.81
7.94	4.65	4.43	7.24	7.81	4.75	4.77	11.27	7.81	14.64	8.31	9.42	8.35	10.28	16.13	5.31
10.30	6.81	4.66	8.19	8.22	7.26	7.81	13.04	9.14	15.44	10.24	12.71	12.64	13.22	19.50	6.17
13.12	8.40	11.13	8.48	9.49	7.83	8.22	13.49	11.32	17.34	11.70	13.20	15.03	14.53	19.62	8.44
14.26	8.50	13.81	10.12	10.11	8.39	10.15	14.48	13.66	19.25	15.34	14.91	19.34	15.01	21.83	10.23
14.37	9.00	19.11	10.81	10.37	10.17	11.30	16.11	16.06	20.17	16.34	15.27	21.04	16.06	22.51	15.47
18.81	13.71	19.45	15.71	11.21	11.37	12.55	19.20	20.35	20.45	17.50	16.25	21.81	19.40	22.63	15.69
19.34	14.41	20.63	16.02	12.62	11.92	16.10	22.37	20.93	21.23	17.78	17.37	21.89	21.01	23.62	16.20
19.56	15.71	20.91	20.69	13.11	12.55	17.82	22.43	23.86	21.68	21.25	21.94	22.82	21.70	23.72	19.49
21.13	16.85	21.44	21.17	19.19	14.23	19.05	25.08	24.61	24.77	22.36	22.01	24.22	21.80	24.25	21.81
22.19	19.09	22.01	21.84	23.87	16.10	19.30	25.96	26.01	26.54	23.14	24.79	26.38	25.52	27.10	21.87
24.84	19.48	28.97	24.78	26.42	19.80	19.90	28.15	31.39		23.86	26.18	30.39	26.56	29.62	22.30
25.29	21.06	30.44	26.68	27.08	24.00	20.72	30.29	37.40		25.65	30.41		30.75	30.20	24.24
	21.45		29.08	27.93	25.03	22.04				29.24				31.19	27.59
	25.76				27.10	29.84				30.72				31.60	28.33
	27.06														29.64
															30.28

Figura 8.2.3: Frequenze in funzione di n (n da 80 a 110) LVDT f1, picco 267 sec. Setup01

Setup01 MAC															
LVDT f1 picco a 267															
n=80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110
0.994	0.925	0.929	0.975	0.989	0.906	0.962	0.905	0.990	0.991	0.980	0.998	0.958	0.922	0.985	0.956
1.000	0.968	0.970	0.904	0.968	0.977	0.961	0.984	0.989	0.990	0.992	0.997	1.000	0.940	0.988	0.916
0.914	0.967	0.959	0.992	0.927	0.987	0.921	0.965	0.914	0.961	0.988	0.971	0.936	0.946	0.968	0.997
0.987	0.970	0.973	0.921	0.984	0.993	0.983	0.942	0.969	0.903	0.928	0.944	0.977	0.996	0.934	0.976
0.982	0.920	0.991	0.999	0.992	0.939	0.980	0.904	0.946	0.960	0.960	0.921	0.990	1.000	0.944	0.978
0.933	0.992	0.929	0.954	0.989	0.986	0.994	0.974	0.991	0.907	0.974	0.999	0.963	0.965	0.994	0.937
0.967	0.951	0.923	0.932	0.969	0.973	0.991	0.907	0.973	0.950	0.990	0.916	0.956	0.991	0.977	0.992
0.917	0.902	0.905	0.994	0.992	0.989	0.975	0.986	0.998	0.962	0.976	0.971	0.986	0.966	0.978	0.988
0.908	0.996	0.957	0.968	0.936	0.967	0.967	0.931	0.961	0.976	0.929	0.995	0.995	0.976	0.966	0.933
0.977	0.998	0.993	0.981	0.924	0.930	0.956	0.980	0.974	0.971	0.953	0.913	0.963	0.992	0.957	0.967
0.968	0.901	0.948	0.931	0.959	0.962	0.974	0.965	0.992	0.928	0.991	0.999	0.995	0.918	0.977	0.985
0.979	0.933	0.984	0.961	0.965	0.940	0.910	0.943	0.988	0.990	0.911	0.980	0.961	0.994	0.971	0.991
0.974	0.948	0.988	0.979	0.911	0.996	0.981	0.951	0.952	0.996	0.924	0.990	0.993	0.938	0.993	0.977
0.946	0.992	0.956	0.940	0.989	0.947	0.972	0.971	0.999		0.957	0.941	0.927	1.000	0.954	0.995
0.982	0.960	0.993	0.982	0.962	0.992	0.979	0.904	0.966		0.946	0.971		0.956	0.940	0.926
	0.966		0.979	0.934	0.971	0.981				0.953				0.912	0.965
	0.981				0.910	0.913				0.981				0.916	0.995
	0.971														0.921
															0.974

Figura 8.2.4: MAC in funzione di n (n da 80 a 110) LVDT f1, picco 267 sec. Setup01

8.3 Allegato 3: valori forniti da SSI

Setup01 frequenze															
acc f1 range 492-602															
n=80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110
2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30
2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78
3.98	3.98	3.97	3.98	3.97	3.97	3.98	3.98	3.99	3.98	3.98	3.98	3.98	3.98	3.97	3.97
4.61	4.62	4.61	4.61	4.62	4.62	4.62	4.62	4.62	4.62	4.62	4.63	4.62	4.62	4.62	4.62
5.37	5.37	5.38	5.36	5.36	5.38	5.37	5.35	5.38	5.37	5.35	5.34	5.35	5.36	5.36	5.37
7.11	7.11	7.11	7.12	7.12	7.12	7.12	7.13	7.13	7.13	7.13	7.13	7.14	7.13	7.14	7.14
10.53	10.33	10.31	10.48	11.15	11.16	11.14	11.30	11.28	11.27	11.20	10.50	11.22	10.60	10.63	10.64
10.88	10.49	11.15	10.87	11.48	11.25	11.21	11.66	11.66	11.73	11.26	11.16	11.49	11.20	10.82	11.20
11.13	10.87	11.26	11.14	11.64	11.65	11.67	13.07	13.05	13.05	11.69	11.32	11.72	13.03	11.24	11.41
11.42	11.33	11.67	11.29	13.22	13.10	13.05	13.47	14.05	13.47	14.08	11.72	14.11	14.19	11.74	13.56
11.65	11.70	13.47	11.65	13.50	13.43	13.46	14.01	15.39	14.03	15.73	14.09	14.80	14.38	13.03	14.23
13.12	13.15	13.49	13.13	13.99	14.04	14.05	16.43	16.43	16.14	15.94	15.97	16.91	16.98	16.87	15.27
13.31	13.44	15.59	13.41	15.74	15.84	15.83	17.49	16.53	17.39	17.24	16.97	17.73	17.16	17.24	16.88
16.58	15.73	17.03	14.09	17.08	17.14	17.20	19.18	17.42	18.68	18.67	17.88	18.75	18.39	18.18	17.16
17.28	17.03	17.48	15.49	17.48	17.24	18.98	19.52	18.89	19.20	19.34	20.32	20.28	19.36	19.25	17.40
18.86	17.32	19.12	17.03	19.04	18.97	19.05	21.08	19.38	21.01	19.96	21.01	21.21	20.32	20.09	18.45
18.89	18.97	20.54	17.52	19.07	20.22	19.76	22.42	21.05	22.41	21.19	21.55	21.75	20.90	21.08	19.33
20.35	19.16	22.33	19.09	20.59	22.13	21.02	23.29	22.34	22.65	21.82	22.68	23.04	21.82	21.58	20.19
21.59	20.62	23.41	19.18	22.99	23.40	22.51	23.35	22.68	23.41	23.66	23.36	23.79	23.14	22.25	20.80
21.85	23.54	23.72	20.81	23.09	23.82	23.41	24.28	23.30	24.10	23.84	23.71	24.48	23.92	22.66	21.79
23.46	24.30	24.82	22.55	23.72	24.04	24.01	24.77	24.28	24.73	24.53	24.34	25.82	24.84	23.33	23.14
23.51	24.58	25.44	22.98	24.19	24.77	24.64	25.99	25.45	25.51	25.67	25.94	26.58	25.84	23.95	25.20
24.34	25.61	27.54	23.69	24.41	26.04	25.92	27.99	27.48	26.68	25.98	26.40	28.21	26.85	24.46	25.30
25.09	27.97	27.96	24.46	26.32	27.99	28.04	28.53	28.16	28.25	27.34	28.22	28.37	28.22	25.94	28.13
27.90	28.64	30.57	24.50	28.06	28.09	28.74	31.00	28.38	28.34	28.15	28.78	30.32	28.43	26.41	28.92
28.28	30.48	30.81	26.34	28.64	29.69	30.40	32.79	29.61	29.42	29.28	30.46	30.40	30.39	28.21	30.33
30.60	31.01	32.95	28.13	30.49	31.01	30.90	33.19	30.45	30.42	30.39	31.15	31.14	30.51	28.31	30.56
30.74	32.79	34.06	28.55	30.95	33.13	30.97	34.22	30.99	31.04	31.06	32.87	32.67	30.94	30.33	33.17
32.80	34.12	35.75	30.43	32.87	36.01	33.18	35.79	33.21	32.54	32.85	33.31	33.25	32.71	30.78	33.31
34.02	35.61	36.61	30.90	34.15	36.32	34.18	36.63	34.04	33.15	33.29	34.13	34.18	33.07	31.44	34.03
35.97	36.64	38.89	32.92	36.11	36.57	36.05	37.94	35.96	34.11	34.28	35.64	35.19	33.98	33.01	35.57
36.67	38.83	40.63	34.12	36.37	37.46	36.10	38.85	35.98	35.92	35.68	36.80	36.76	35.18	34.04	36.80
38.70	40.73	0.00	35.95	36.48	39.00	36.73	40.85	36.67	36.03	36.65	36.87	37.83	36.91	34.05	38.28
40.79	0.00	0.00	36.13	36.49	40.83	37.23	0.00	38.05	36.39	37.57	39.05	38.95	38.31	35.56	39.19
0.00	0.00	0.00	38.19	38.89	0.00	38.86	0.00	39.03	36.73	38.66	41.11	40.93	39.03	35.77	41.07
0.00	0.00	0.00	38.89	40.65	0.00	40.92	0.00	41.01	38.28	38.85	0.00	0.00	40.93	36.70	0.00
0.00	0.00	0.00	40.69	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	38.90	40.99	0.00	0.00	0.00	38.16	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	41.06	0.00	0.00	0.00	0.00	38.93	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	40.95	0.00

Figura 8.3.1: Frequenze in funzione di n (n da 80 a 110) Acc. f1, range 492-602 sec. Setup01

Setup01 MAC															
acc f1 range 492-602															
n=80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Setup01 frequenze															
LVDT f1 range 580-868															
n=80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110
0.42	0.42	0.40	0.48	0.49	0.49	0.49	0.49	0.41	0.42	0.42	0.83	0.54	0.55	0.41	0.41
0.63	0.48	0.48	0.55	0.55	1.27	0.55	1.33	0.49	0.49	0.51	1.69	0.84	0.74	0.45	0.46
0.70	0.56	0.53	0.91	0.82	1.76	1.28	1.77	0.77	0.71	0.87	1.76	1.77	0.91	0.52	0.52
1.22	0.92	0.94	1.76	1.28	1.79	1.76	1.79	0.90	0.86	1.76	1.78	1.78	1.47	0.54	0.77
1.74	1.20	1.11	1.79	1.76	2.81	1.80	2.81	1.76	0.95	1.77	2.81	2.84	1.63	0.74	0.87
1.79	1.75	1.76	2.81	1.78	3.20	2.81	3.27	1.77	1.59	2.82	3.14	3.17	1.76	0.88	1.56
2.82	1.80	1.78	3.08	2.81	3.86	3.22	3.92	2.82	1.76	3.10	3.29	3.28	1.78	1.50	1.77
3.09	2.83	2.81	3.19	3.09	4.41	3.91	4.47	3.07	1.79	3.31	3.89	3.58	2.60	1.76	1.78
3.30	3.10	3.78	3.57	3.22	4.46	4.46	4.54	3.24	2.81	3.68	4.42	3.91	2.82	1.76	2.68
3.88	3.43	3.93	4.00	3.92	4.63	4.86	4.78	3.64	3.08	3.92	4.51	4.46	3.09	2.64	2.81
3.98	3.90	4.21	4.49	4.21	4.85	5.14	5.11	3.93	3.59	4.50	5.07	4.51	3.18	2.82	3.18
4.20	4.16	4.48	4.68	4.51	5.14	5.29	5.15	4.48	4.04	4.56	5.21	5.13	3.31	3.00	3.87
4.50	4.46	4.83	4.94	4.72	5.23	5.53	5.22	4.56	4.51	4.99	5.41	5.26	3.60	3.21	4.26
4.88	4.81	5.07	5.11	4.88	5.24	6.16	5.48	5.06	4.57	5.27	5.68	5.38	3.95	3.36	4.45
5.09	5.08	5.23	5.29	5.08	5.53	6.78	6.10	5.24	5.09	5.42	6.25	5.69	4.47	3.66	4.49
5.30	5.18	5.26	5.38	5.15	5.65	7.03	6.73	5.27	5.17	5.69	6.80	6.20	4.51	3.90	5.02
5.71	5.31	5.50	5.71	5.28	6.17	7.81	7.13	5.41	5.27	6.15	7.28	6.79	5.15	4.43	5.23
6.28	6.71	6.31	5.78	5.56	6.75	8.30	7.76	5.71	5.72	6.83	7.84	7.19	5.26	4.52	5.32
6.78	7.68	6.76	6.69	6.74	7.08	10.31	8.45	6.03	6.06	7.11	8.32	7.84	5.41	5.17	5.46
7.65	8.29	7.70	6.89	7.67	7.75	10.52	10.25	6.77	6.76	7.78	10.30	8.16	5.71	5.27	5.71
8.35	10.25	8.31	7.75	8.31	8.26	10.69	10.56	7.24	7.25	10.29	10.68	10.30	6.19	5.42	6.23
10.23	10.50	10.23	8.25	10.26	10.30	11.09	10.68	7.68	7.76	10.51	11.06	10.65	6.85	5.70	6.97
10.50	10.67	10.54	10.25	10.50	10.53	11.39	11.10	8.41	8.42	10.68	11.42	11.02	7.16	6.16	7.13
10.68	11.01	10.68	10.53	10.65	10.68	11.77	11.57	10.28	10.31	11.11	11.69	11.53	7.72	6.77	7.80
11.00	11.52	11.03	10.68	11.05	11.07	12.11	11.70	10.51	10.52	11.50	12.51	11.72	8.39	7.17	7.86
11.43	12.00	11.55	11.04	11.29	11.47	12.41	12.55	10.68	10.67	11.74	12.55	12.44	10.30	7.80	10.31
12.03	12.18	12.18	11.60	11.68	11.87	12.63	12.60	11.07	11.10	12.48	12.97	12.47	10.53	10.30	10.56
12.44	12.67	12.81	12.24	12.36	12.52	13.17	13.19	11.48	11.44	12.55	13.28	13.01	10.65	10.57	10.64
12.73	13.23	13.28	12.90	12.81	12.57	13.78	13.75	11.73	11.78	13.04	13.91	13.28	11.05	10.91	10.84
13.24	14.31	14.51	13.33	13.29	13.16	14.62	14.56	12.33	12.40	13.17	14.47	13.78	11.56	11.04	11.05
14.44	16.32	15.30	14.32	14.36	13.74	15.40	15.34	12.54	12.68	13.60	15.33	14.56	11.73	11.27	11.63
15.26	17.80	15.89	15.24	16.32	14.53	16.38	16.33	13.12	13.06	14.52	16.09	15.28	12.40	11.76	11.70
15.72	20.13	16.28	15.88	18.32	16.28	17.57	17.38	13.71	13.46	15.27	16.61	15.86	12.57	12.45	12.35
16.48	21.55	17.78	16.23	21.32	17.40	21.21	21.23	14.46	14.06	15.81	17.73	16.56	13.22	12.58	12.58
19.77	21.77	20.15	17.41	21.91	21.08	21.67	21.47	15.34	14.47	15.96	18.33	17.53	13.22	13.00	13.04
20.53	23.78	21.42	20.28	23.78	21.65	23.35	22.99	16.23	15.27	16.51	20.90	18.34	13.89	13.83	13.77
21.56	26.70	21.67	21.64	29.13	24.15	24.46	29.06	17.39	15.96	17.86	22.42	19.51	14.47	14.40	14.38
23.47	28.86	23.99	22.01	31.10	29.30	29.16	35.46	18.29	16.68	18.35	26.06	21.08	15.34	15.33	15.46
25.92	30.89	26.57	24.01	34.86	35.15	35.64		21.13	18.06	20.86	29.29	22.53	15.99	16.04	15.79
28.83	34.78	28.74	29.37					21.49	18.28	22.58	31.24	24.64	16.60	16.60	16.32
31.06		30.99	34.83					22.19	21.10	26.32	35.71	26.18	18.20	17.88	16.72
35.08		34.51						25.95	22.60	29.64		29.43	18.25	20.20	18.16
								29.53	26.00	35.33		29.71	19.03	21.07	18.36
								35.72	29.36			31.46	20.82	21.42	20.14
									35.67			35.50	21.54	22.58	21.00
													22.44	26.12	21.36
													24.78	26.93	22.57
													25.74	29.05	26.29
													29.40	30.73	26.68
													30.97	31.86	29.38
													32.20	35.12	31.10
													35.53		32.14
															35.25

Figura 8.3.3: Frequenze in funzione di n (n da 80 a 110) LVDT f1, range 580-868 sec. Setup01

Setup01 MAC															
LVDT f1 range 580-868															
n=80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

8.4 Allegato 4: forme modali piano XYZ, Accelerazione - Setup01 SSI

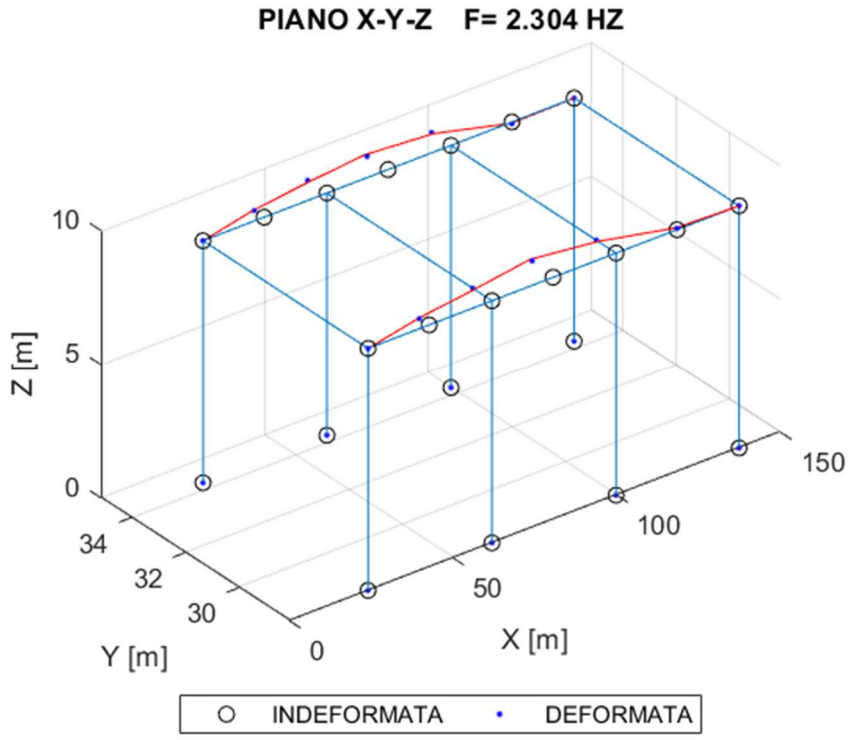

Figura 8.4.1: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 2.304 Hz– Piano XYZ

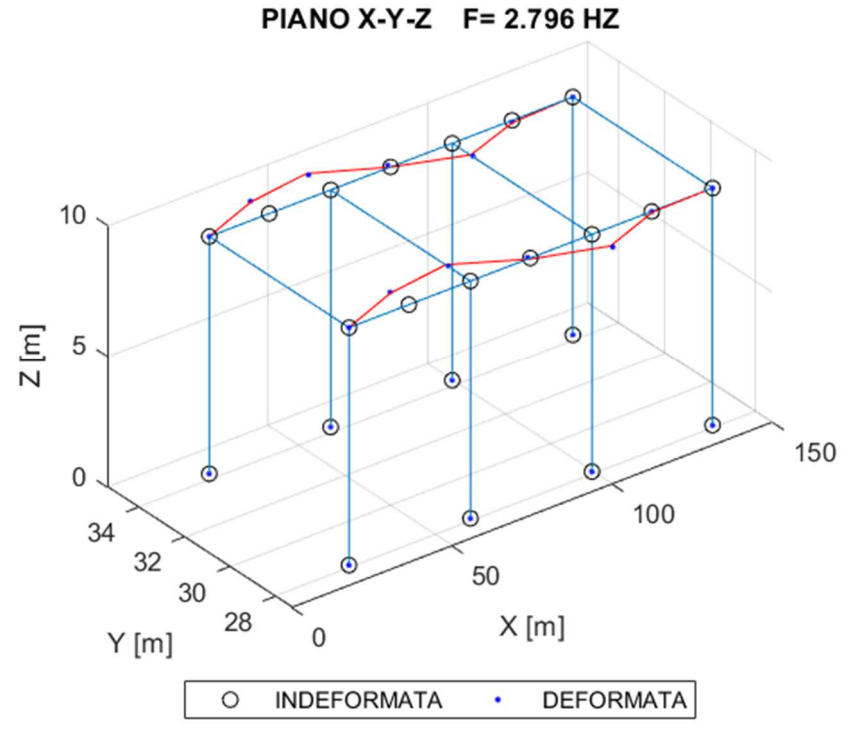

Figura 8.4.2: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 2.796 Hz – Piano XYZ

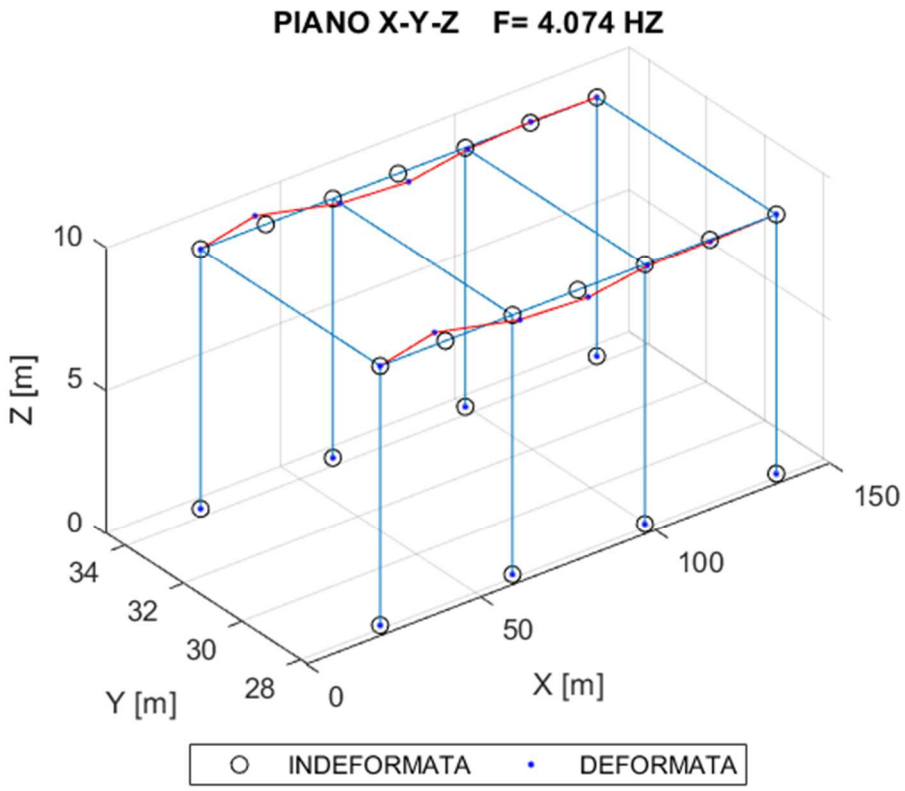

Figura 8.4.3: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 4.074 Hz – Piano XYZ

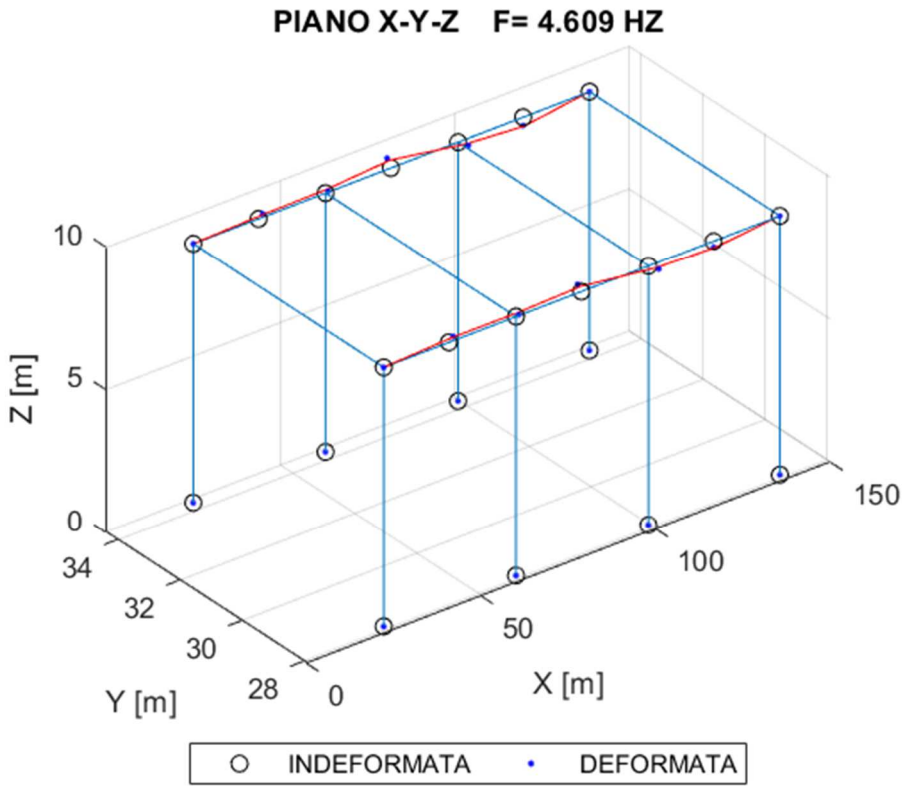

Figura 8.4.4: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 4.609 Hz – Piano XYZ

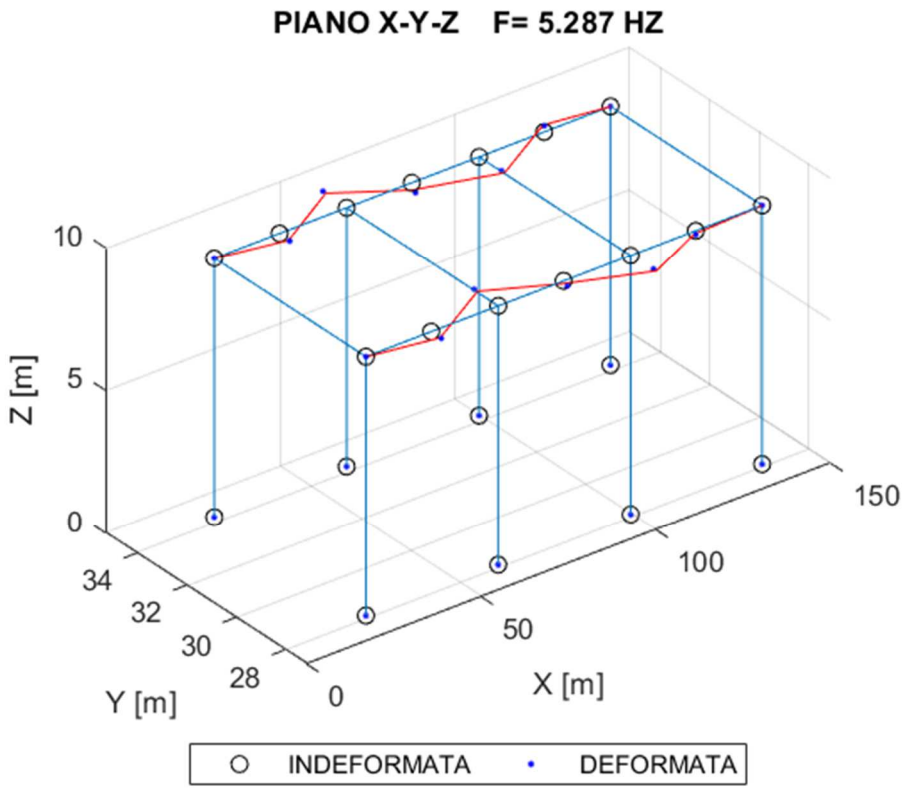

Figura 8.4.5: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 5.287 Hz– Piano XYZ

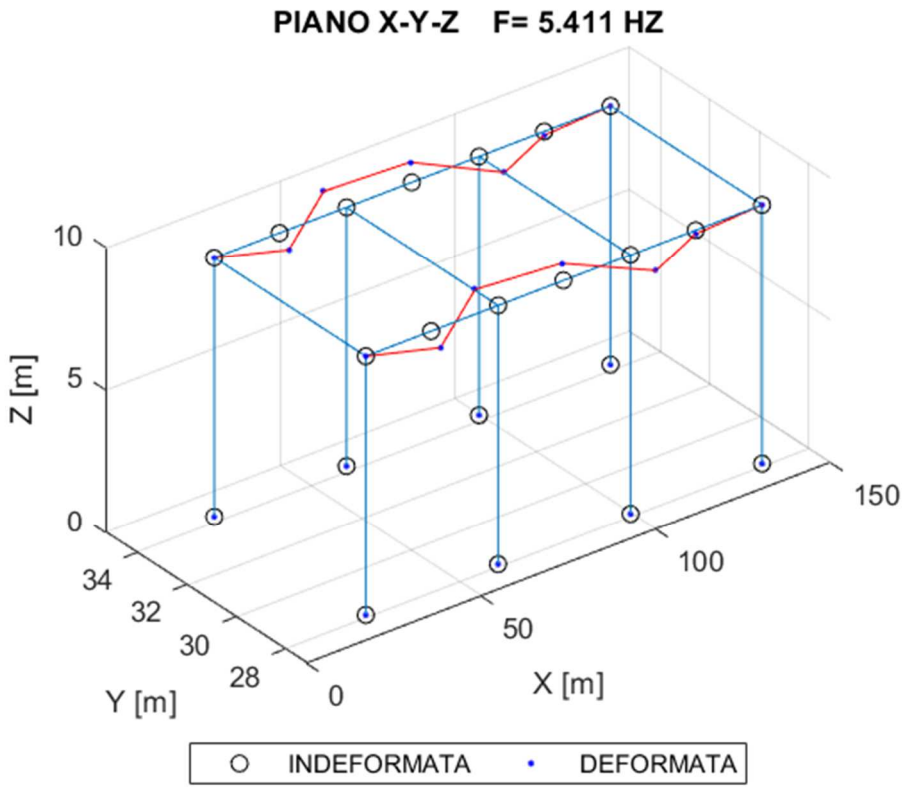

Figura 8.4.6: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 5.411 Hz– Piano XYZ

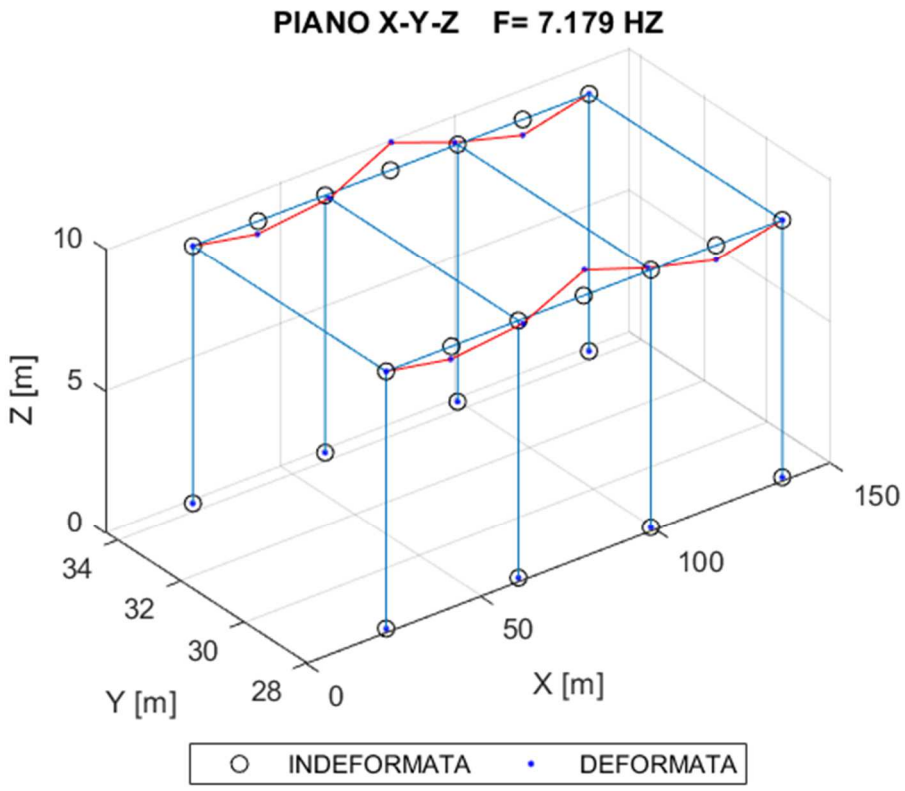

Figura 8.4.7: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 7.179Hz– Piano XYZ

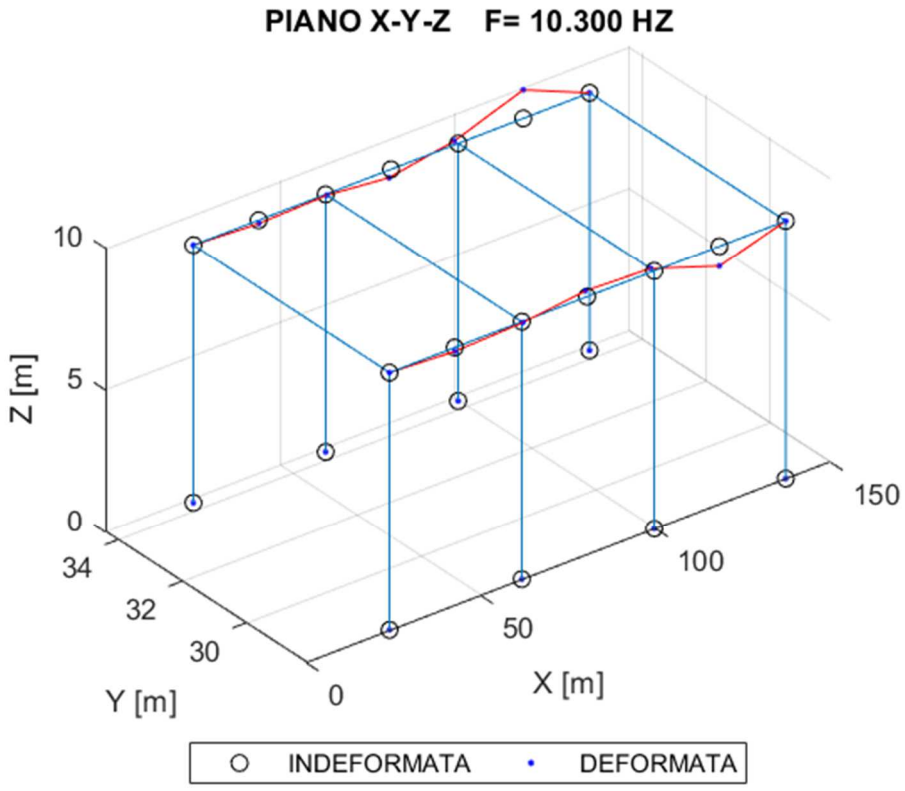

Figura 8.4.8: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 10.300 Hz– Piano XYZ

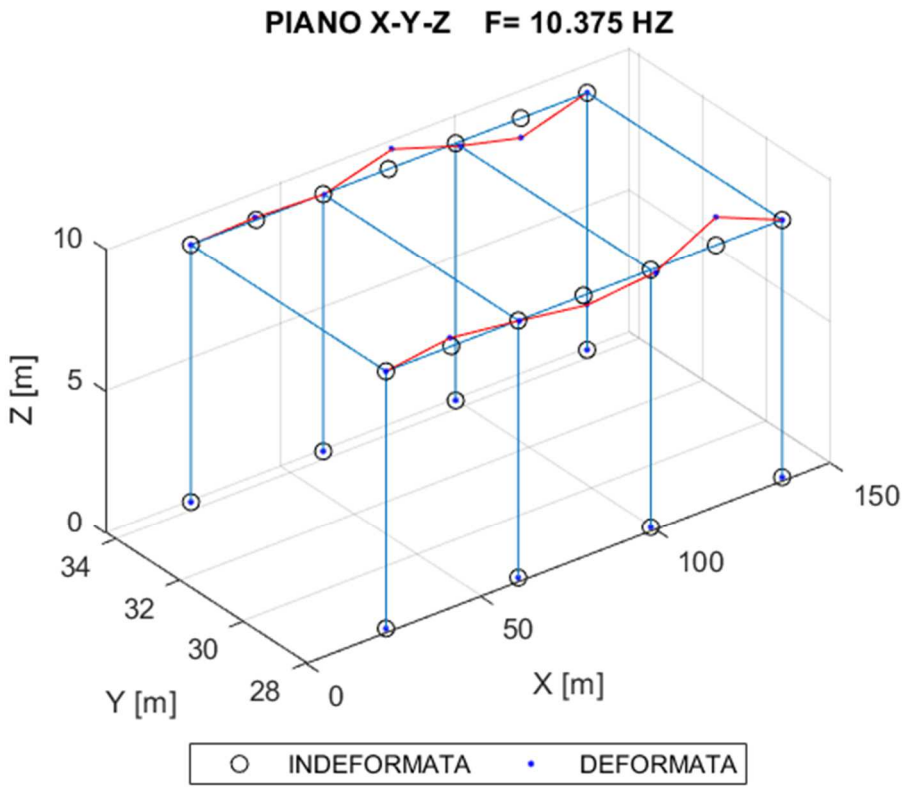

Figura 8.4.9: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 10.375 Hz– Piano XYZ

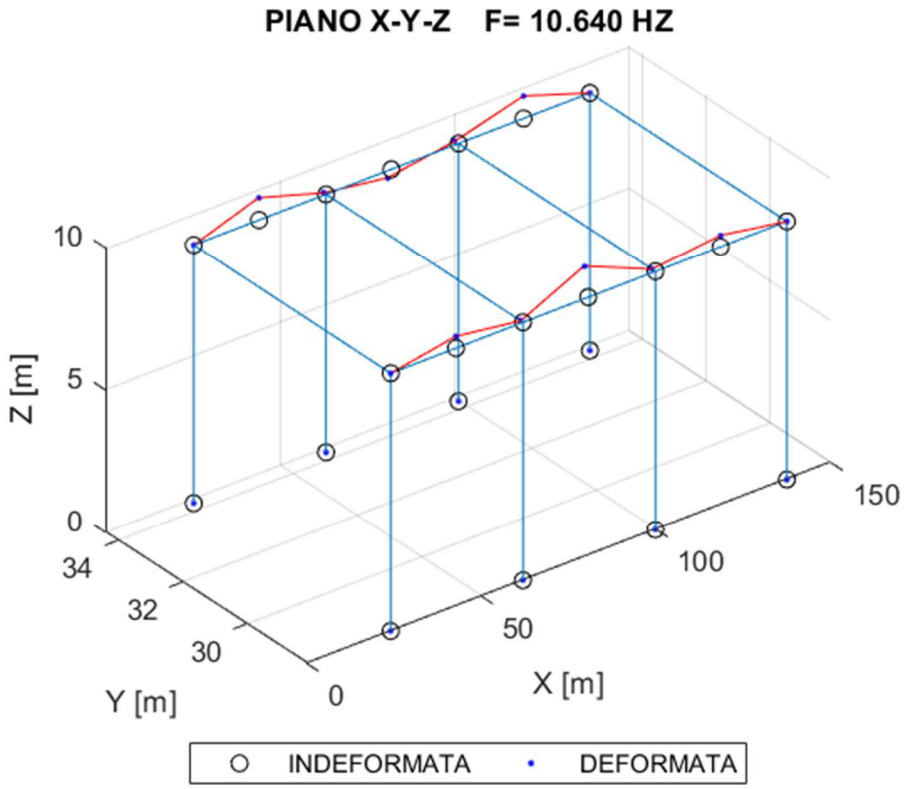

Figura 8.4.10: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 10.640 Hz– Piano XYZ

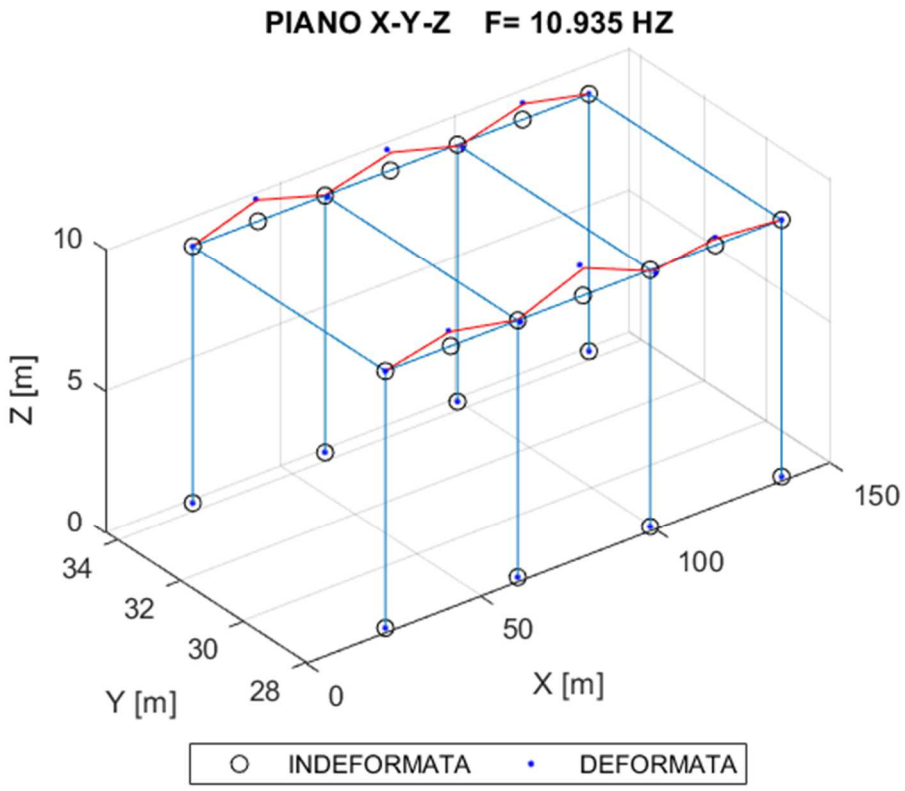

Figura 8.4.11: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 10.935 Hz– Piano XYZ

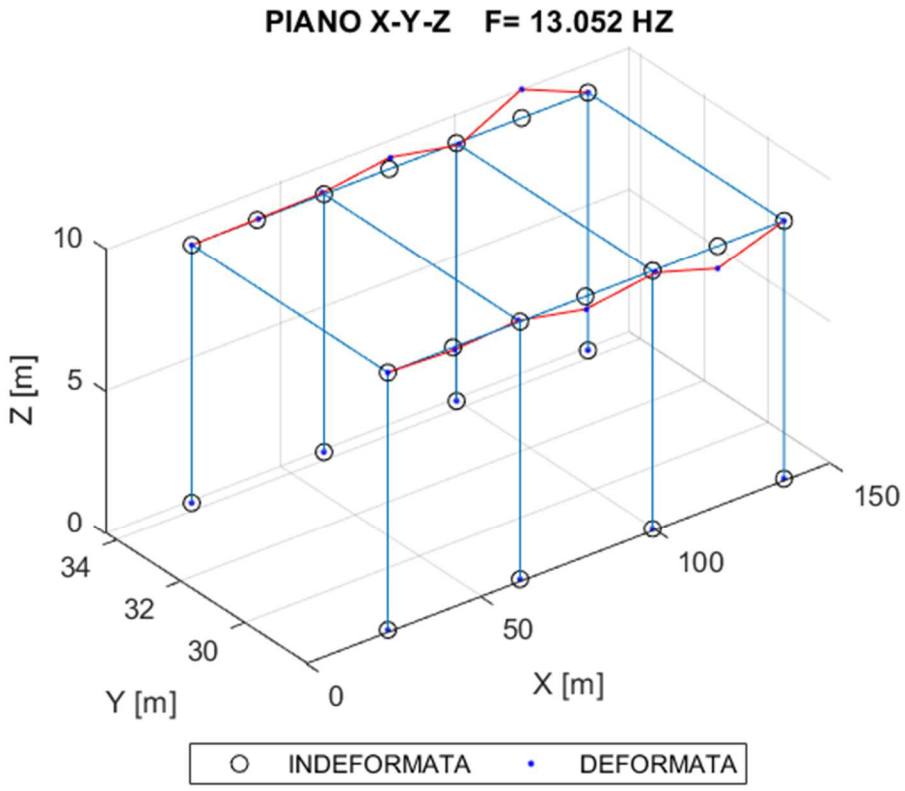

Figura 8.4.12: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 13.052 Hz– Piano XYZ

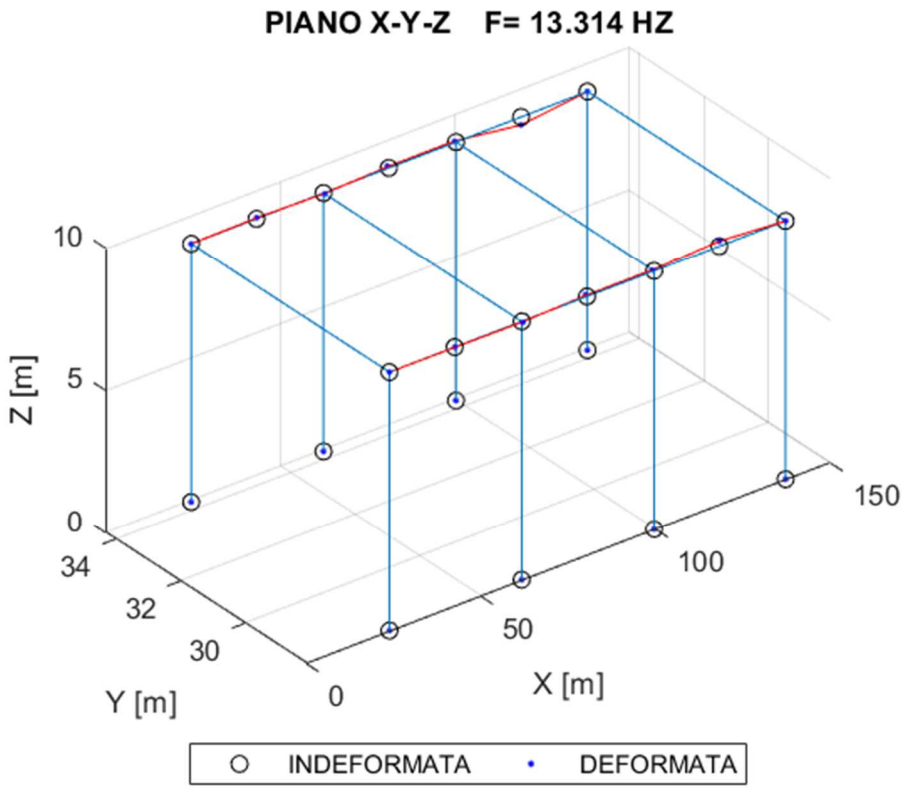

Figura 8.4.13: Accelerazione Setup01 SSI, frequenza 13.314 Hz– Piano XYZ

8.5 Allegato 5: forme modali piano XYZ, Accelerazione - Setup02 SSI

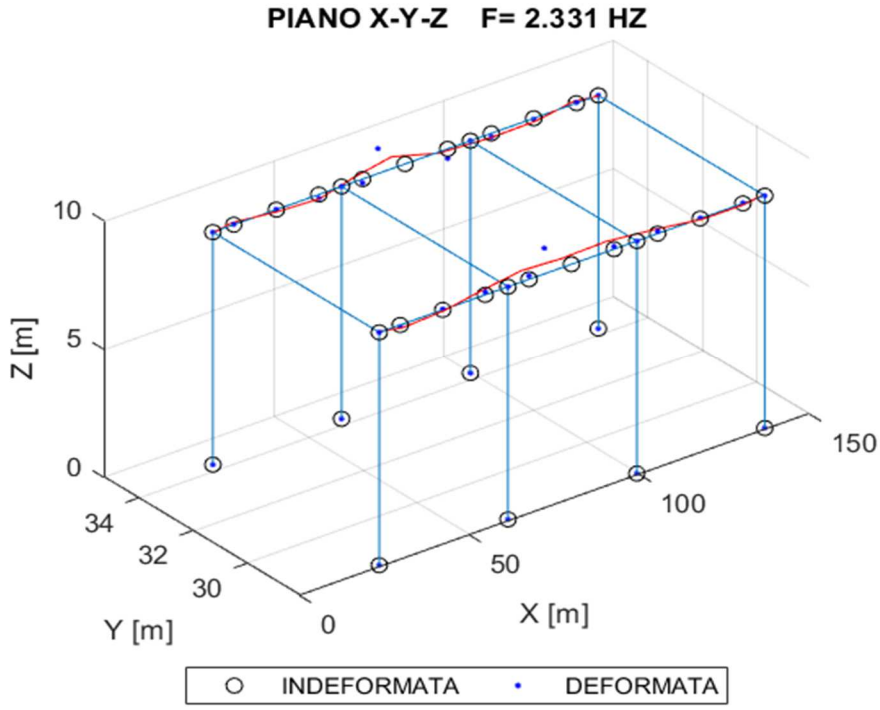

Figura 8.5.1: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 2.331 Hz– Piano XYZ

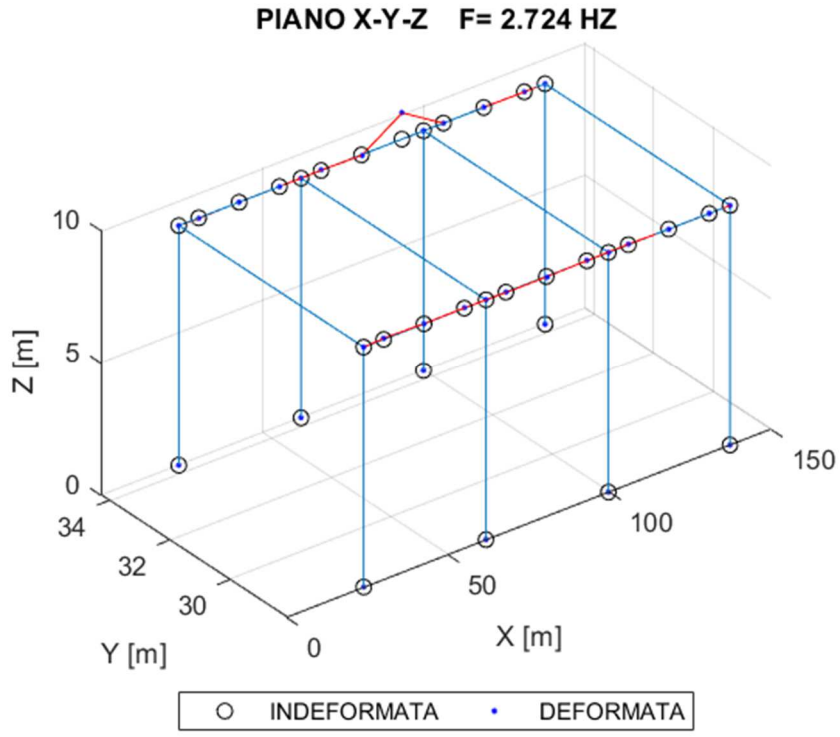

Figura 8.5.2: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 2.724 Hz – Piano XYZ

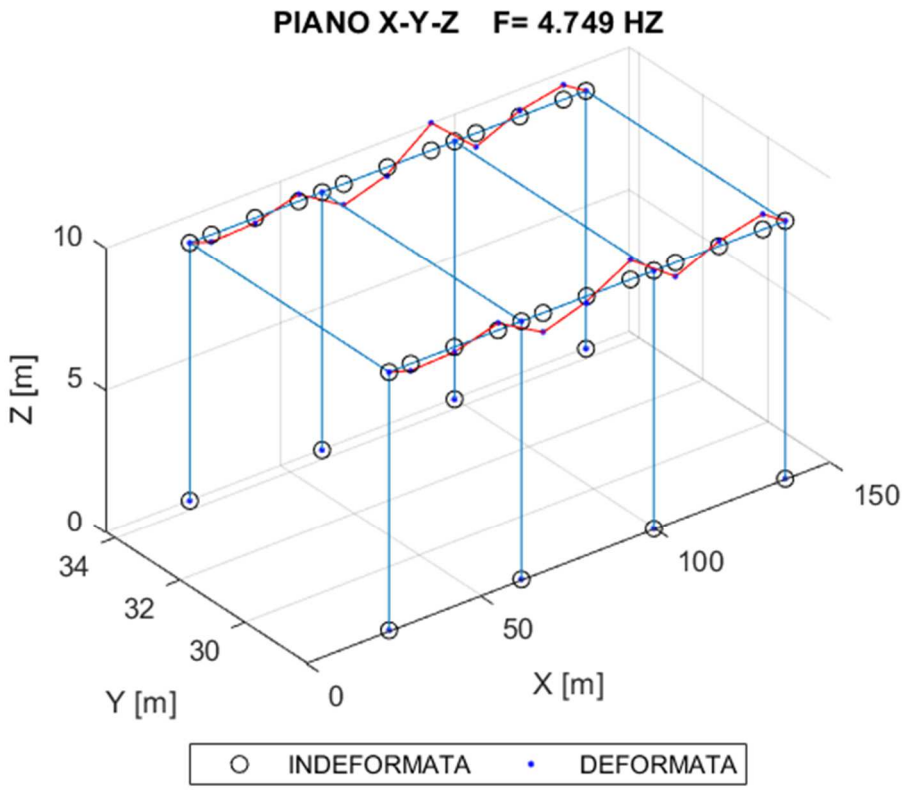

Figura 8.5.3: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 4.749 Hz– Piano XYZ

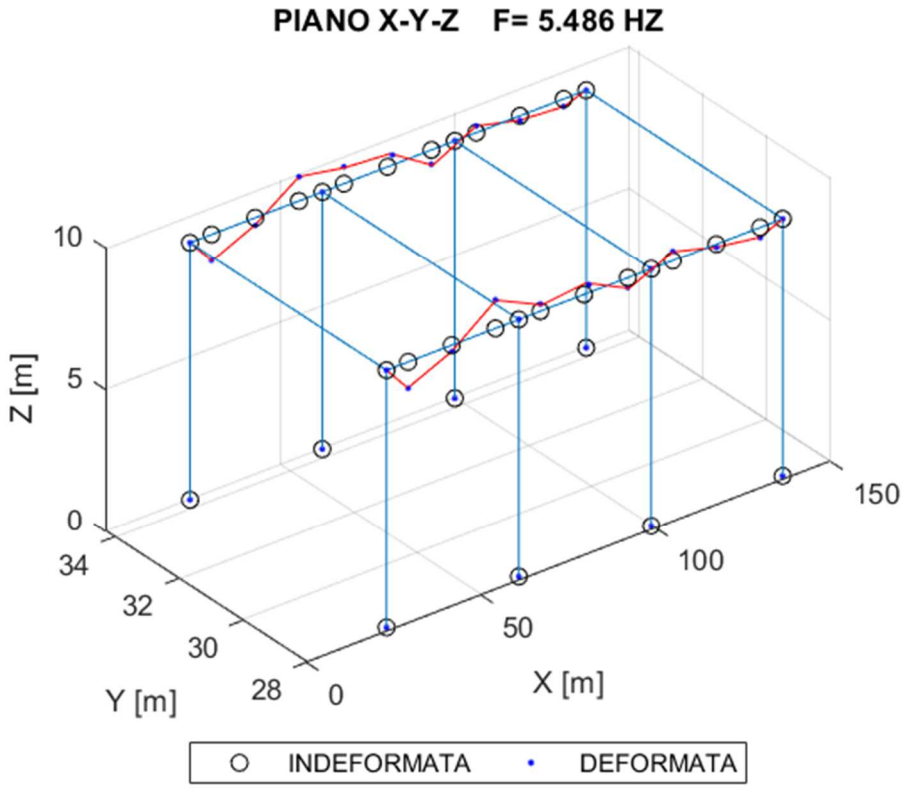

Figura 8.5.4: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 5.486 Hz– Piano XYZ

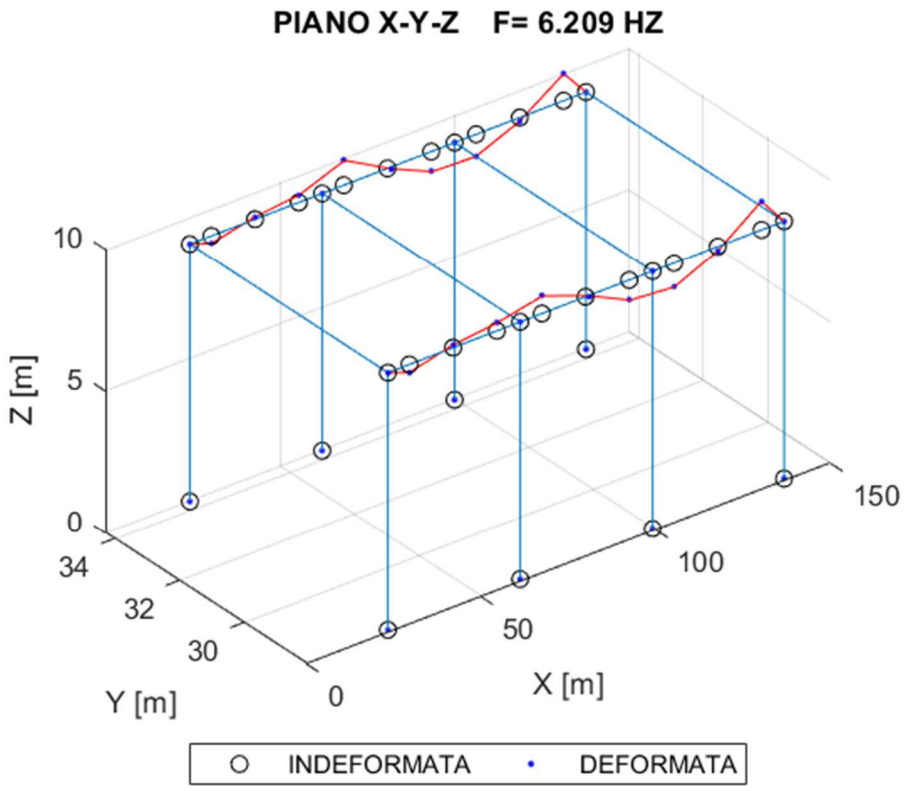

Figura 8.5.5: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 6.209 Hz– Piano XYZ

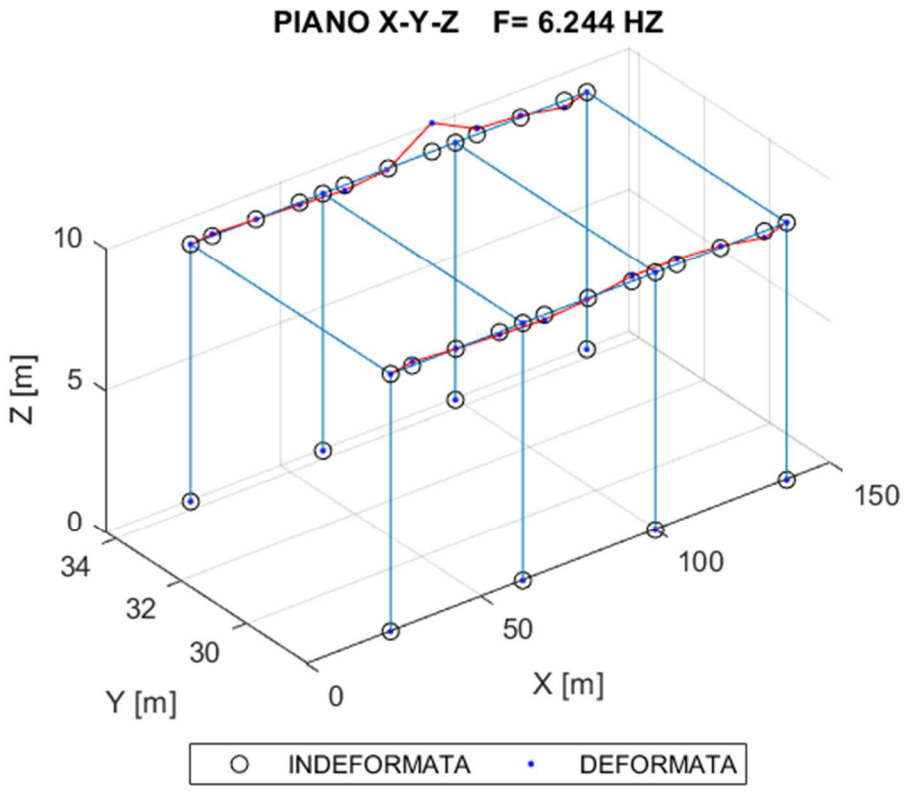

Figura 8.5.6: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 6.244 Hz– Piano XYZ

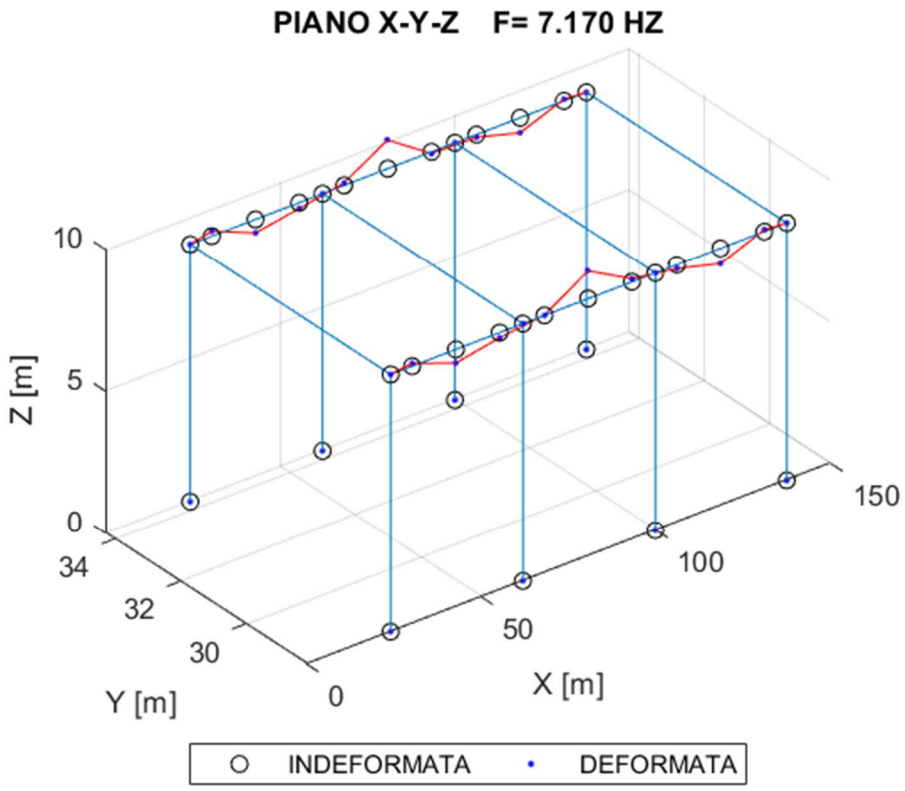

Figura 8.5.7: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 7.170 Hz– Piano XYZ

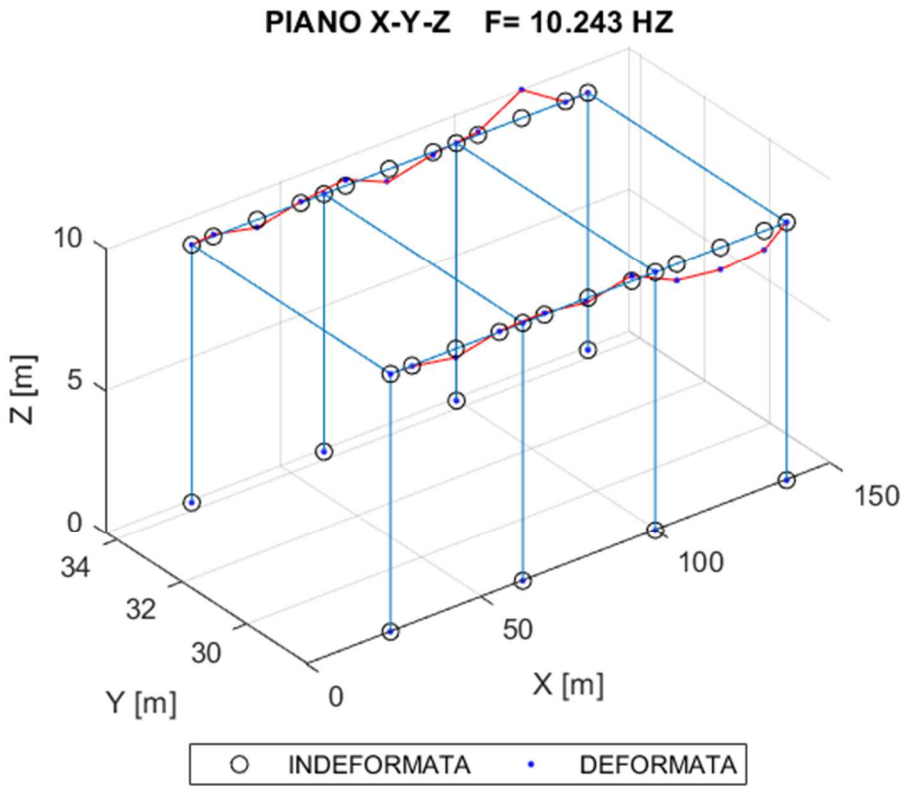

Figura 8.5.8: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 10.243 Hz– Piano XYZ

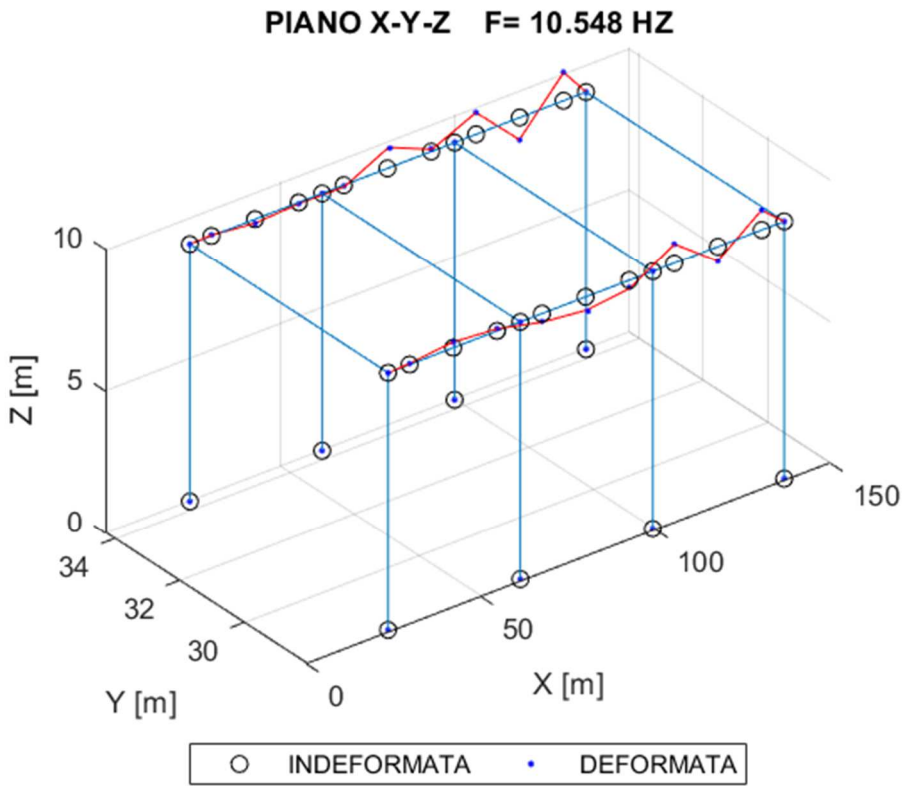

Figura 8.5.9: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 10.548 Hz– Piano XYZ

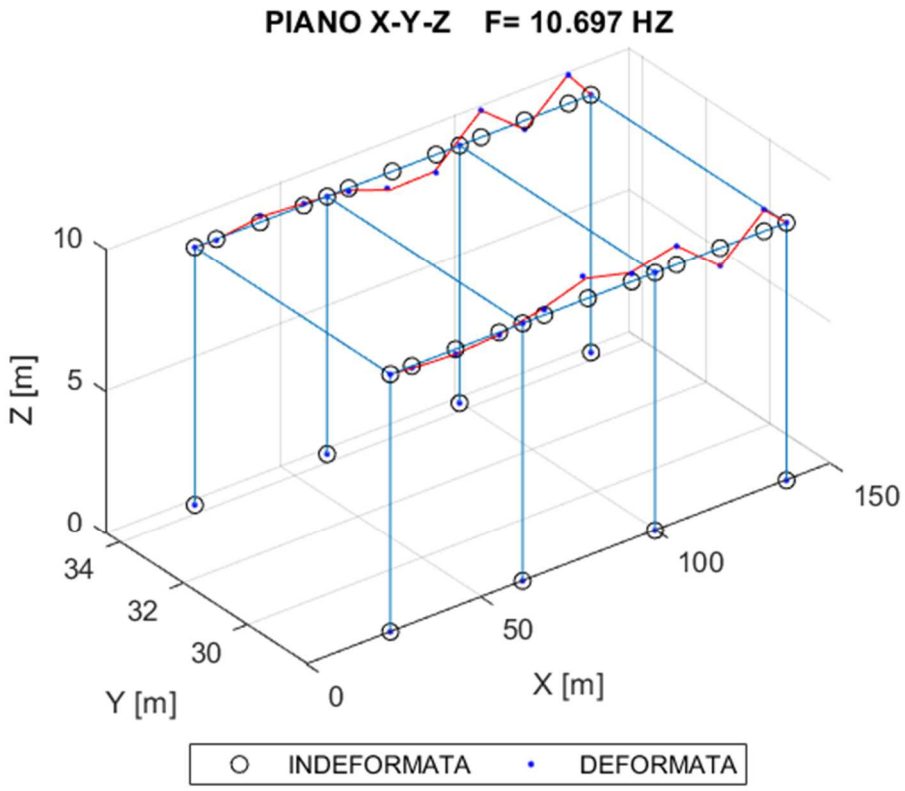

Figura 8.5.10: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 10.697 Hz– Piano XYZ

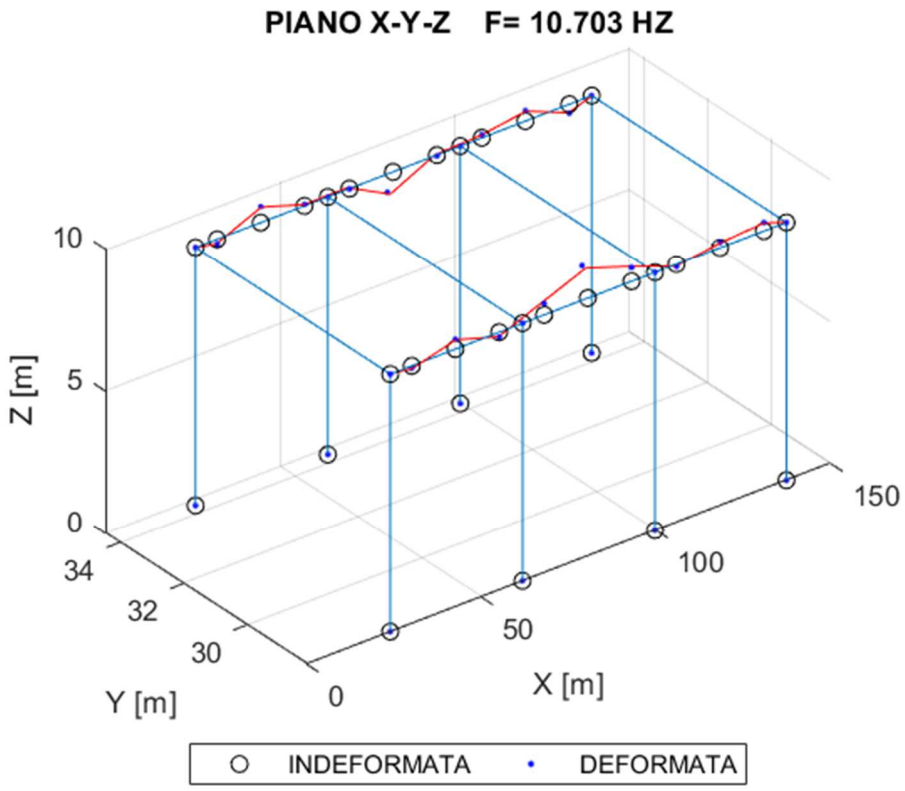

Figura 8.5.11: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 10.703 Hz– Piano XYZ

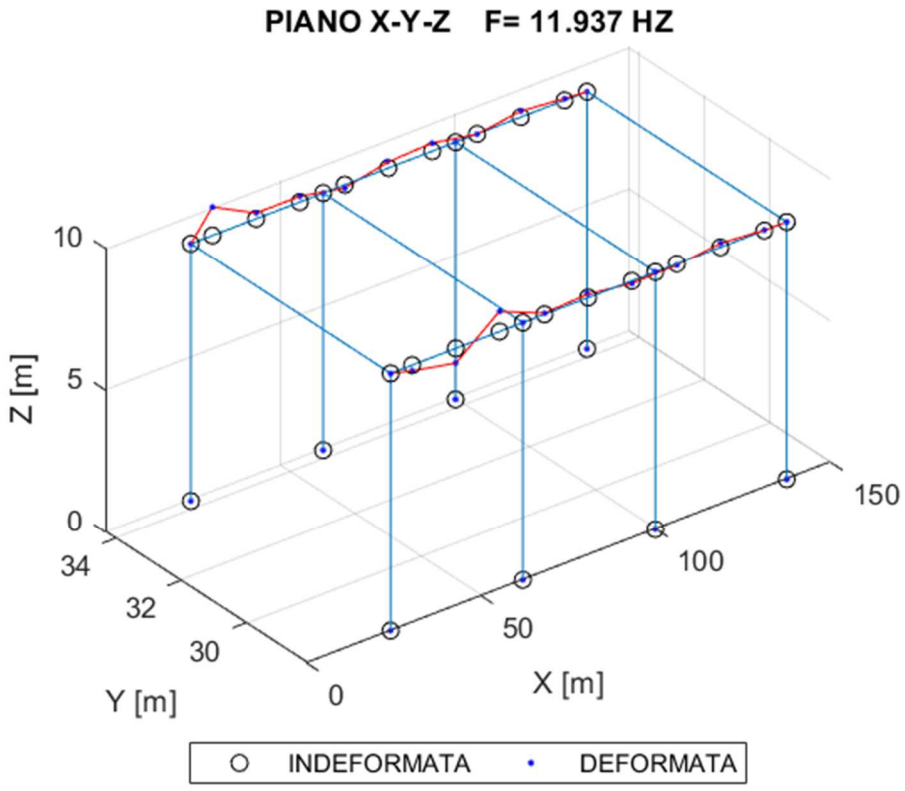

Figura 8.5.12: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 11.937 Hz– Piano XYZ

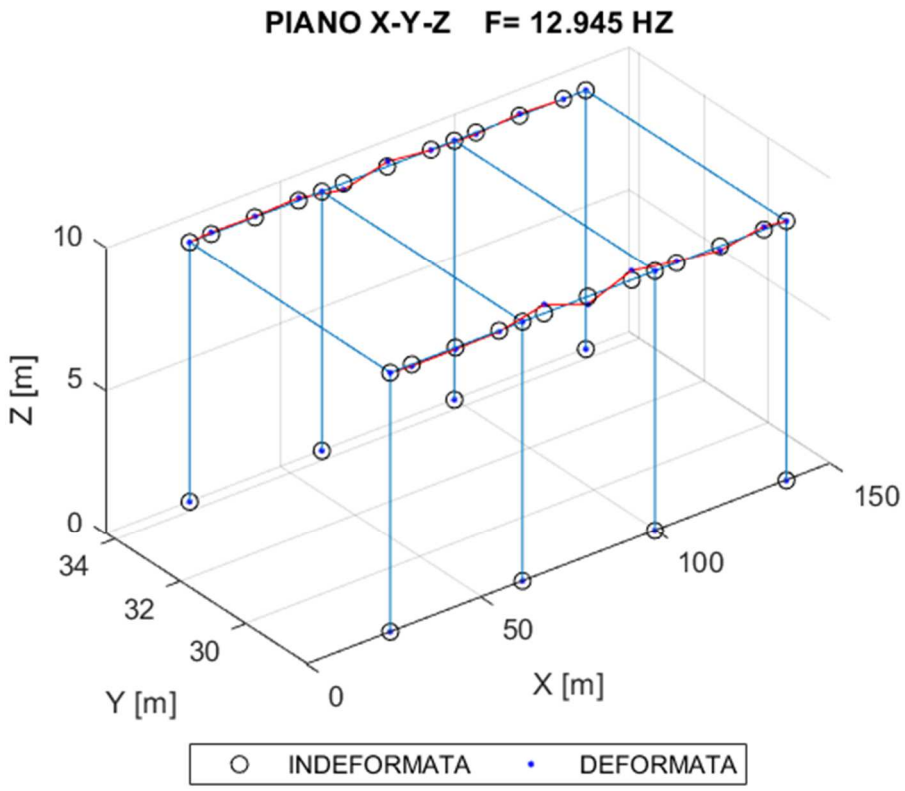

Figura 8.5.13: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 12.945 Hz– Piano XYZ

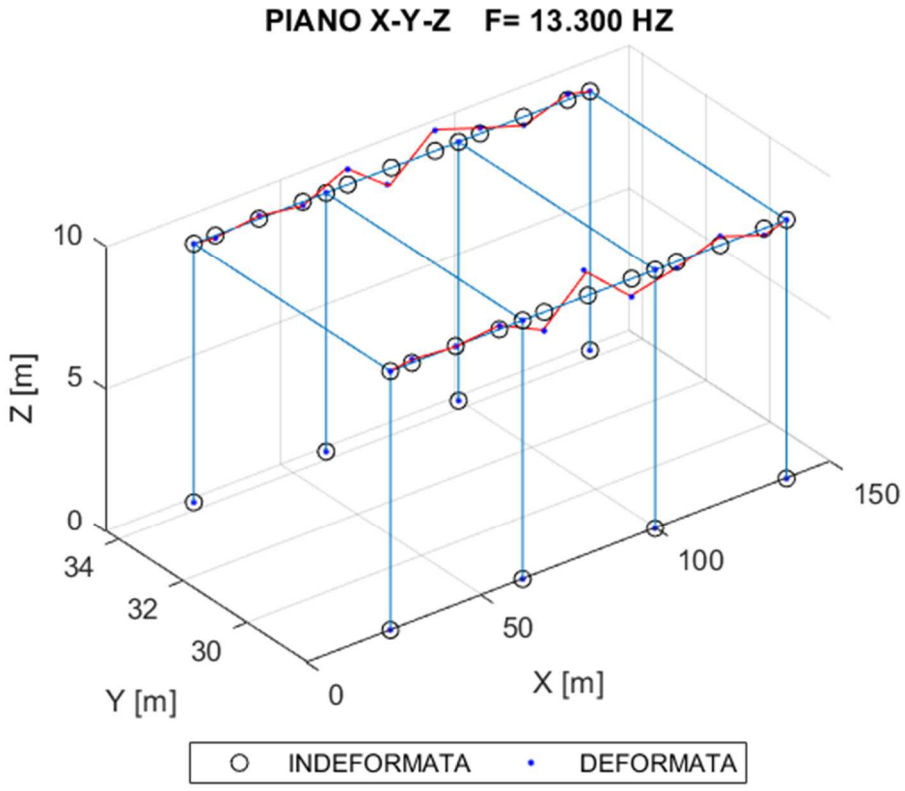

Figura 8.5.14: Accelerazione Setup02 SSI, frequenza 13.300 Hz– Piano XYZ

8.6 Allegato 6: forme modali piano XY, LVDT - Setup01 SSI

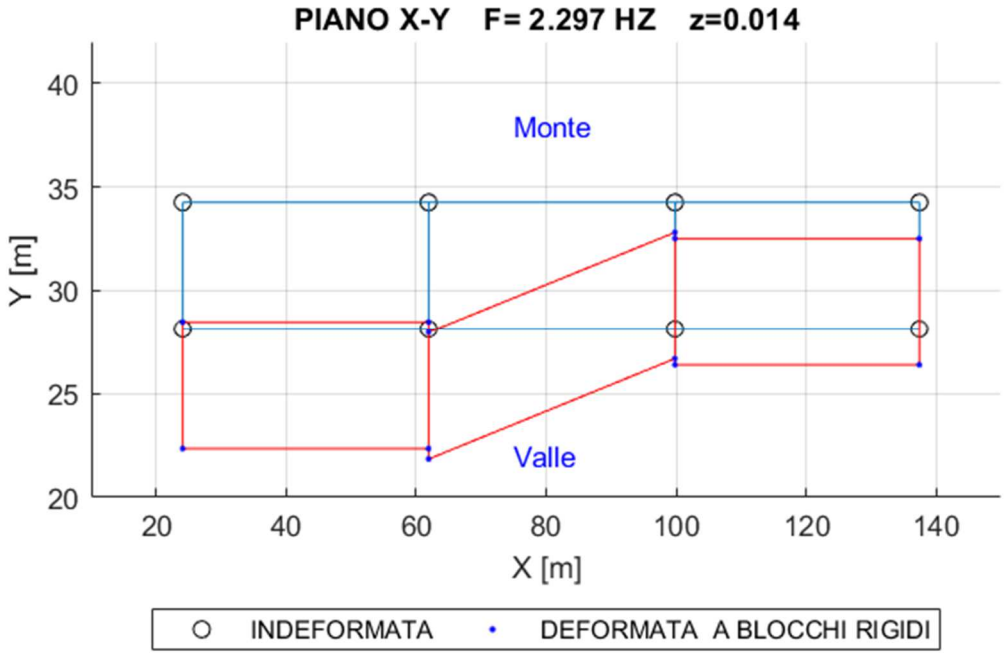

Figura 8.6.1: LVDT Setup01 SSI, frequenza 2.297 Hz – Piano XY

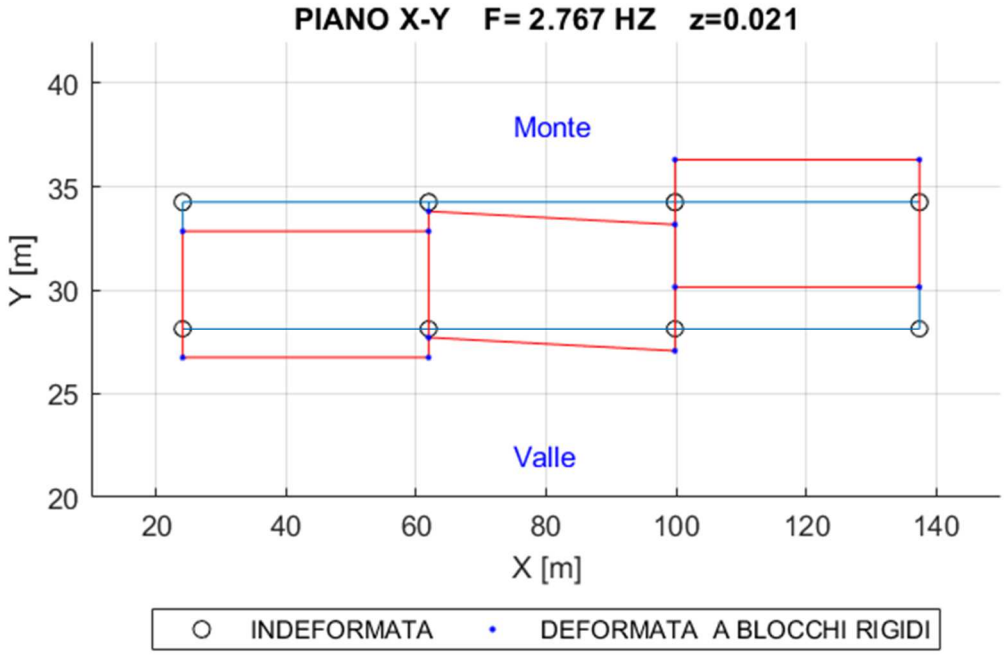

Figura 8.6.2: LVDT Setup01 SSI, frequenza 2.767 Hz – Piano XY

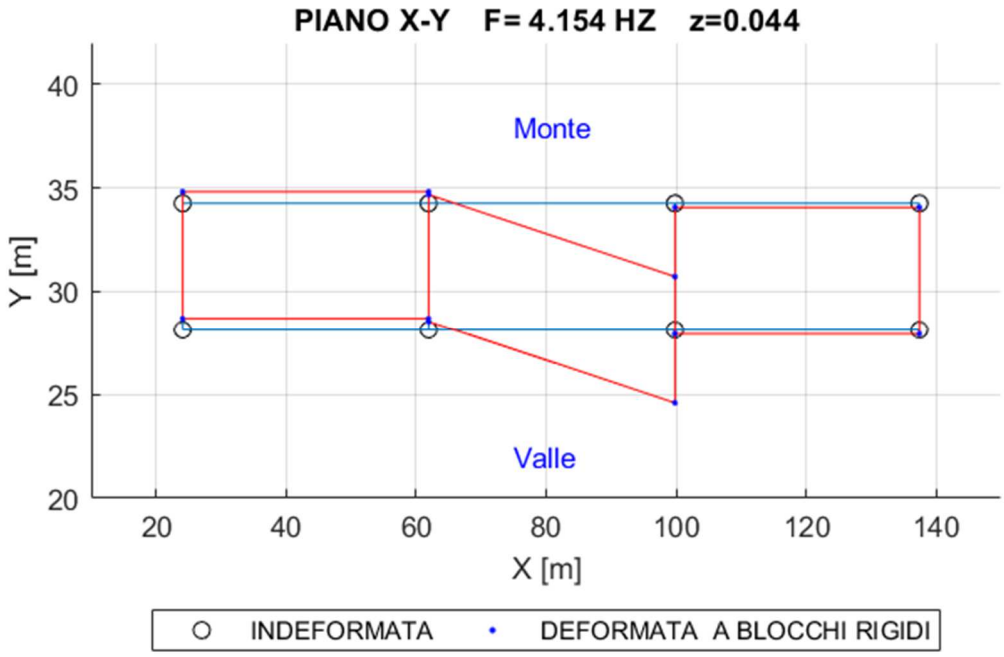

Figura 8.6.3: LVDT Setup01 SSI, frequenza 4.154 Hz – Piano XY

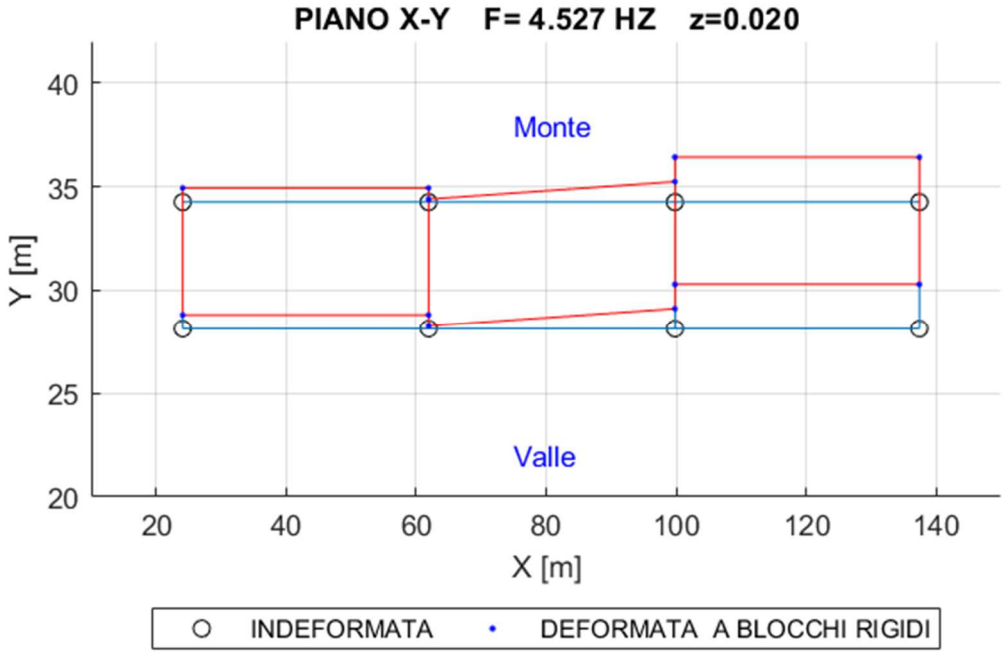

Figura 8.6.4: LVDT Setup01 SSI, frequenza 4.527 Hz – Piano XY

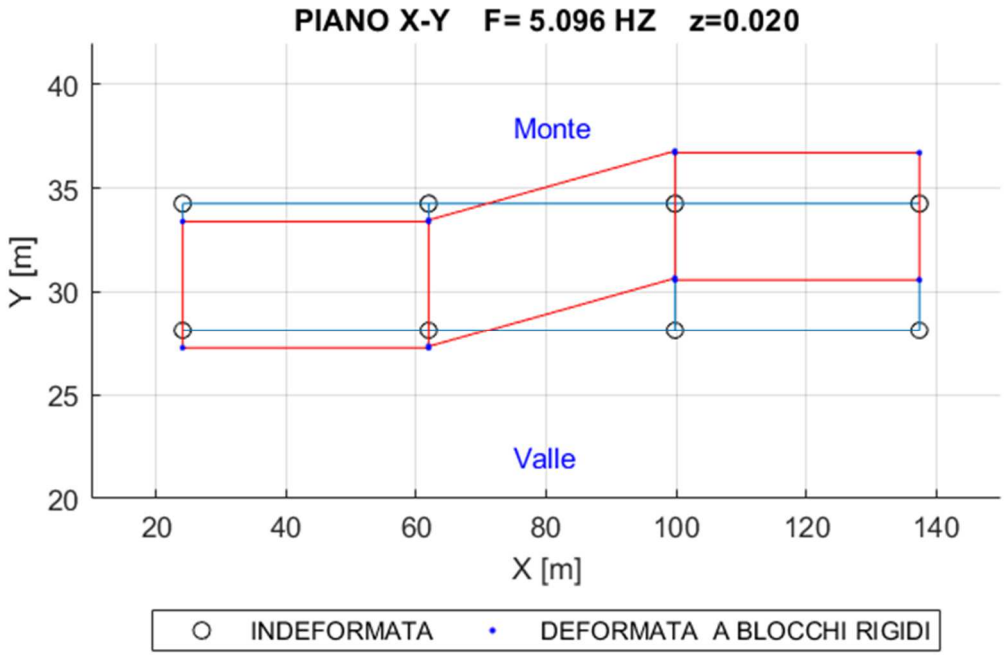

Figura 8.6.5: LVDT Setup01 SSI, frequenza 5.096 Hz – Piano XY

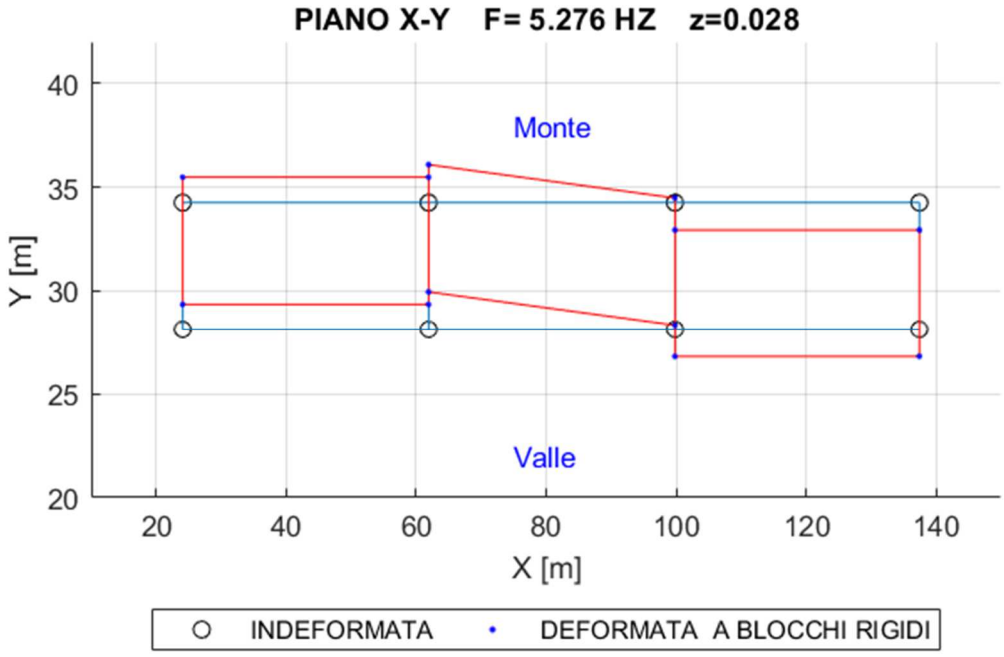

Figura 8.6.6: LVDT Setup01 SSI, frequenza 5.276 Hz – Piano XY

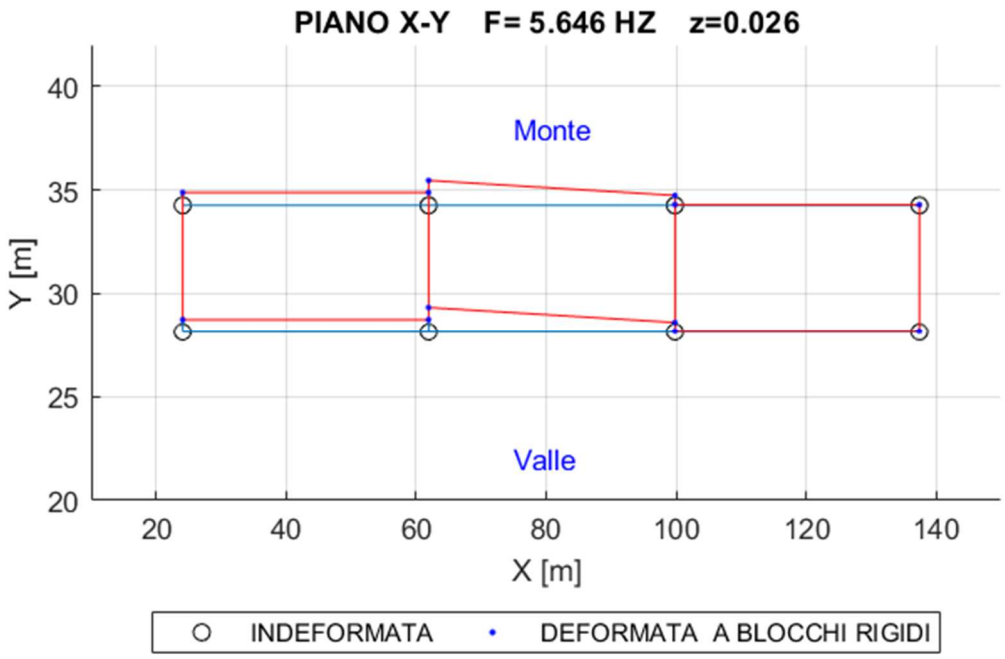

Figura 8.6.7: LVDT Setup01 SSI, frequenza 5.646 Hz – Piano XY

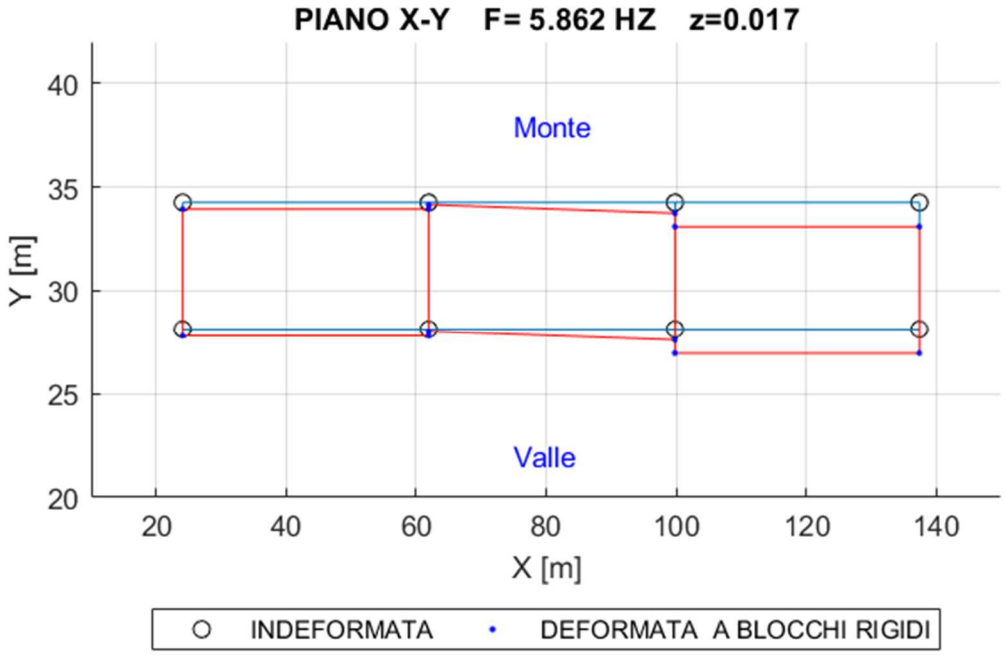

Figura 8.6.8: LVDT Setup01 SSI, frequenza 5.862 Hz – Piano XY

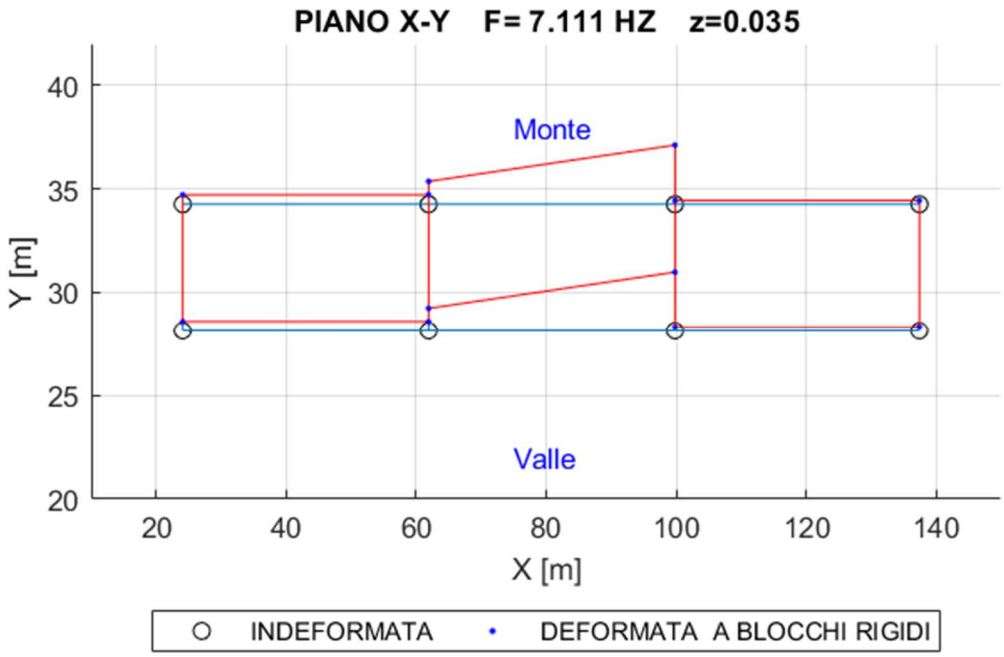

Figura 8.6.9: LVDT Setup01 SSI, frequenza 7.111 Hz – Piano XY

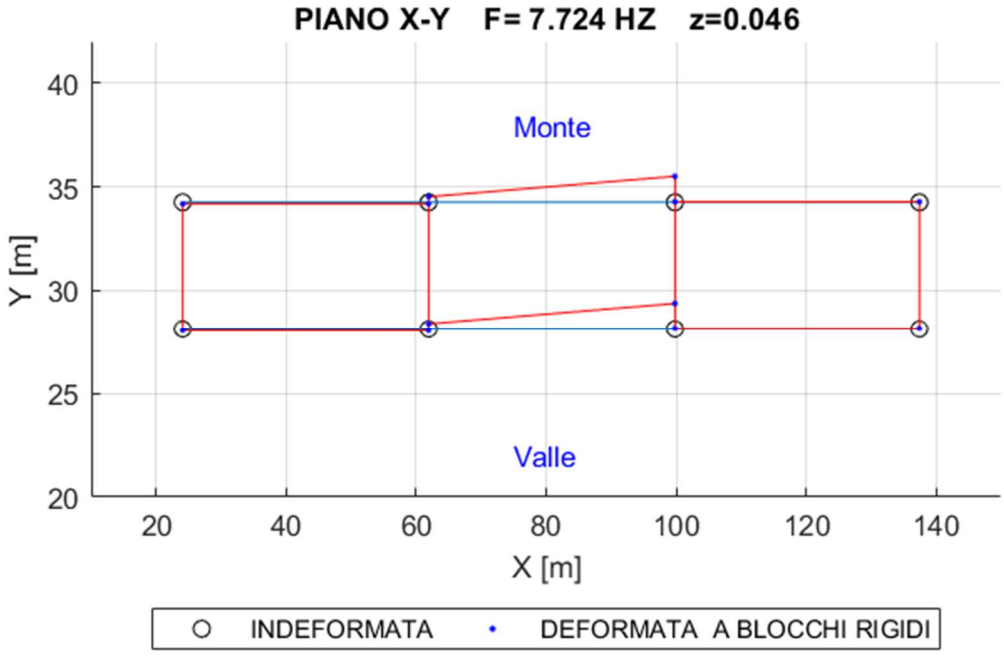

Figura 8.6.10: LVDT Setup01 SSI, frequenza 7.724 Hz – Piano XY

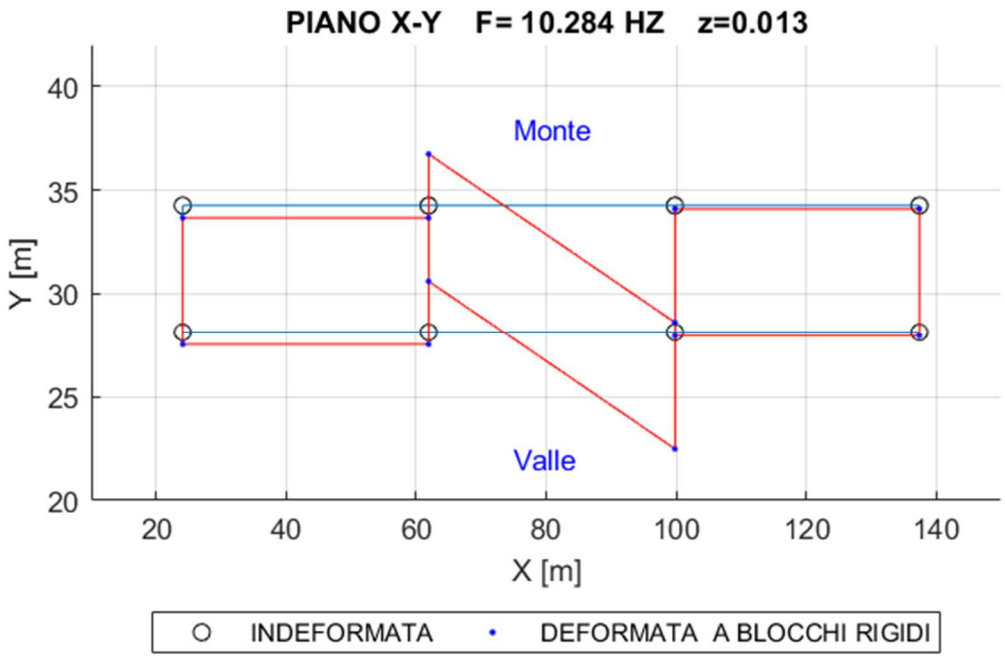

Figura 8.6.11: LVDT Setup01 SSI, frequenza 10.284 Hz – Piano XY

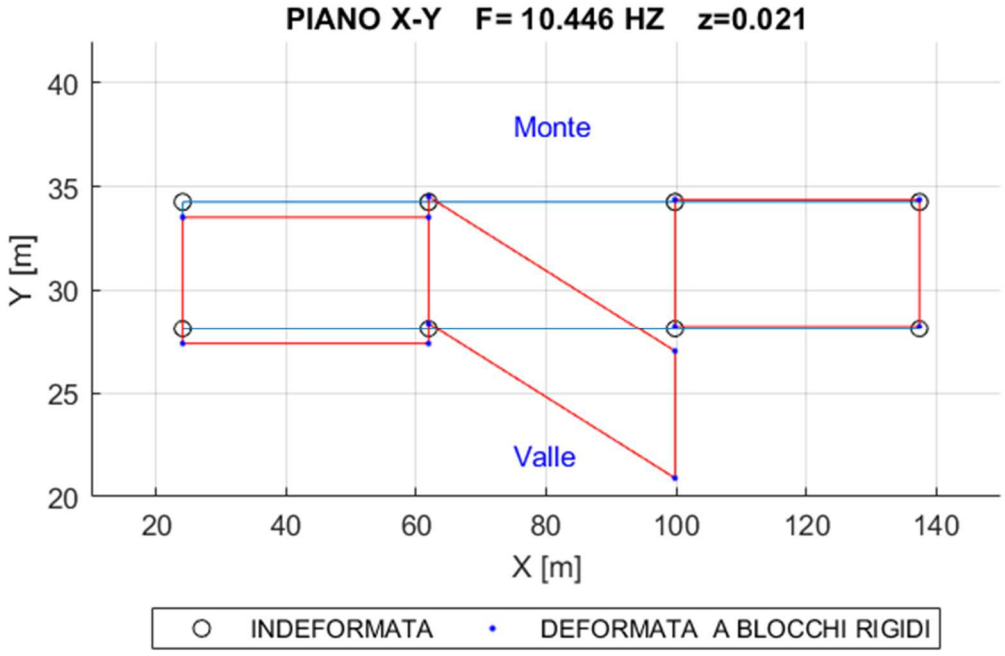

Figura 8.6.12: LVDT Setup01 SSI, frequenza 10.446 Hz – Piano XY

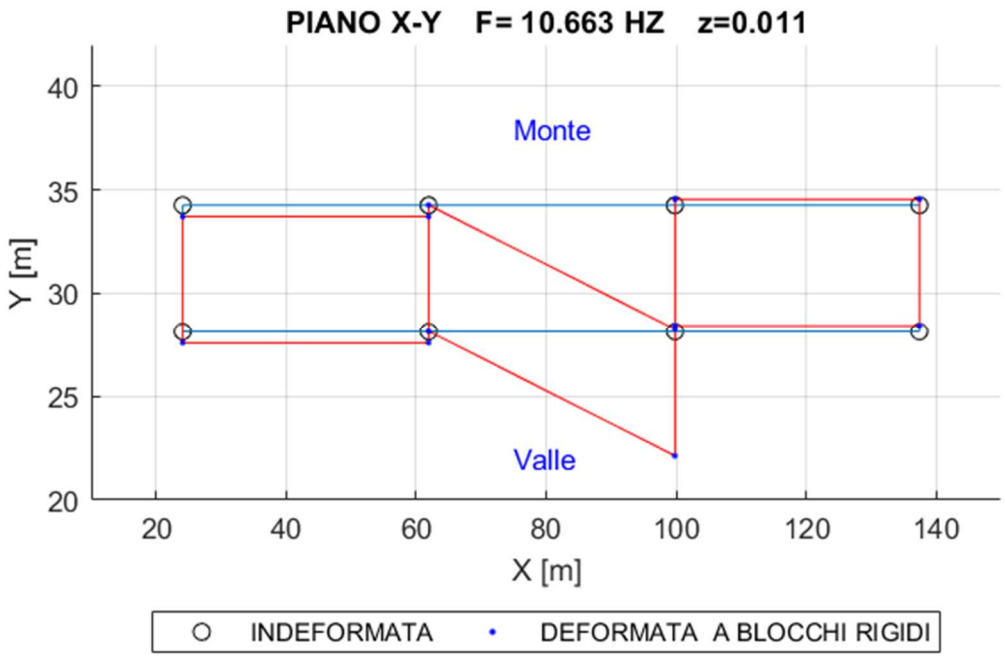

Figura 8.6.13: LVDT Setup01 SSI, frequenza 10.663 Hz – Piano XY

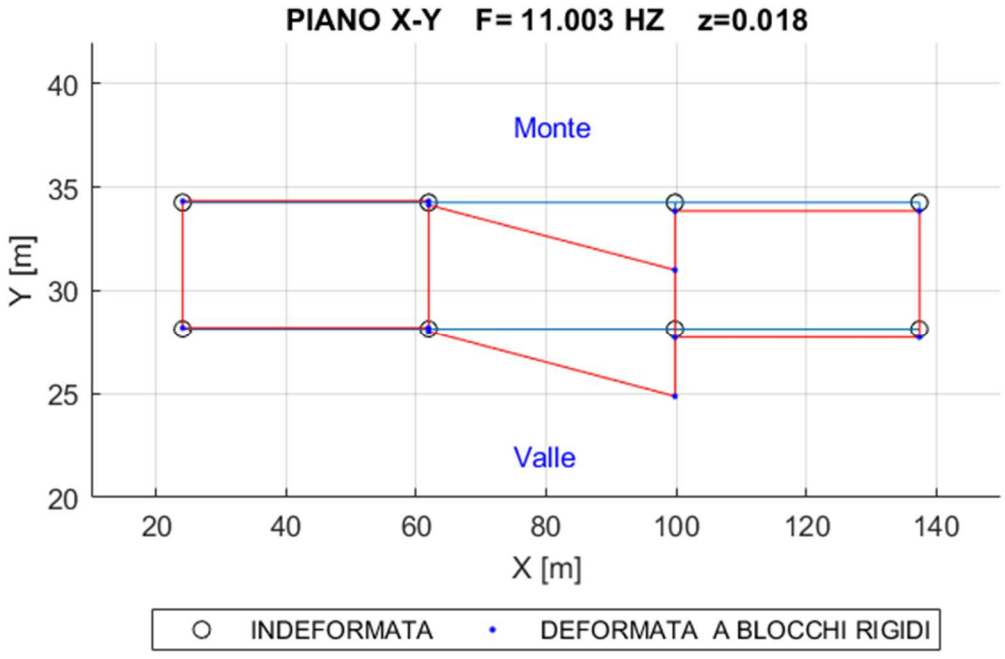

Figura 8.6.14: LVDT Setup01 SSI, frequenza 11.003 Hz – Piano XY

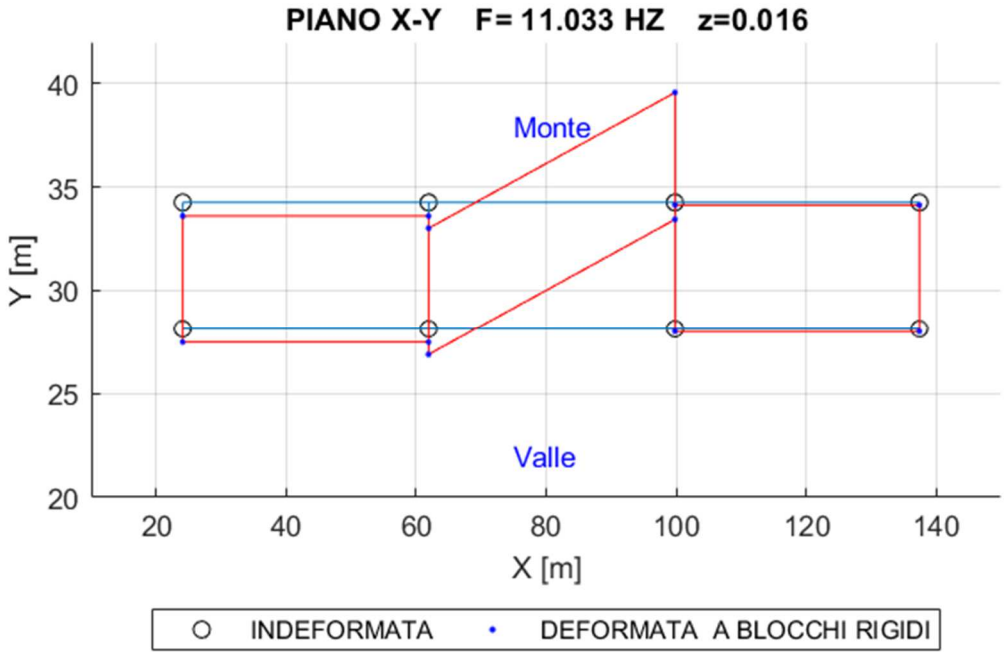

Figura 8.6.15: LVDT Setup01 SSI, frequenza 11.033 Hz – Piano XY

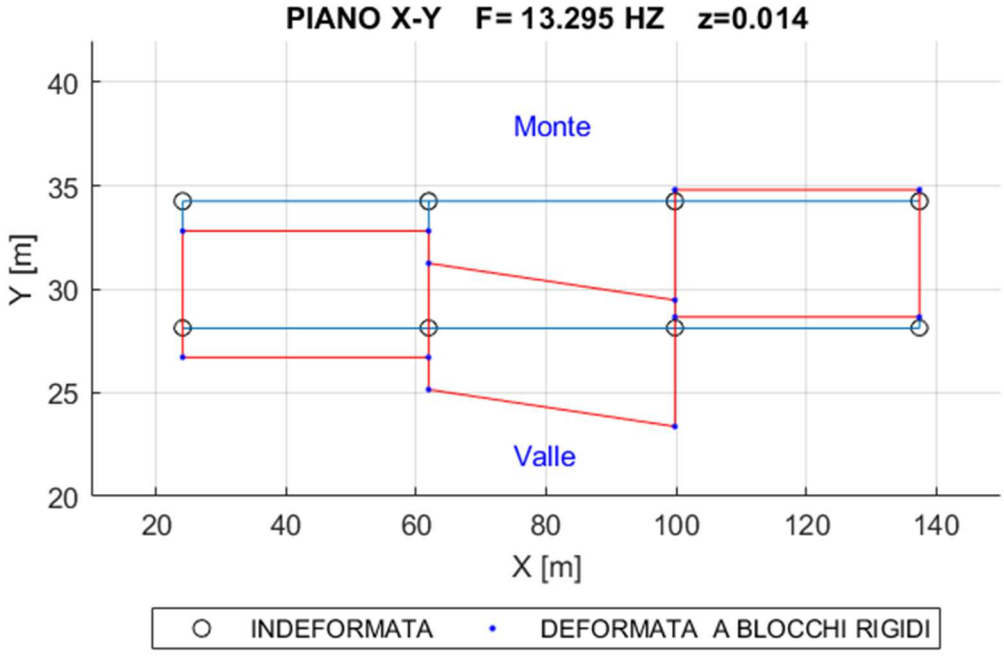

Figura 8.6.16: LVDT Setup01 SSI, frequenza 13.295 Hz – Piano XY

8.7 Allegato 7: forme modali piano XYZ, Accelerazione - Setup01 ERA

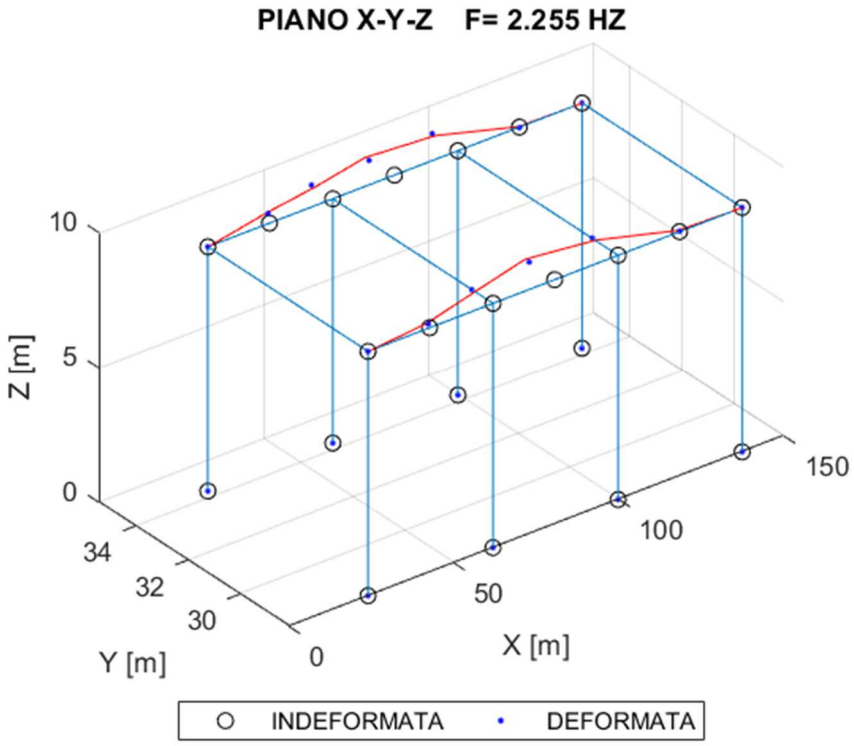

Figura 8.7.1: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 2.255 Hz– Piano XYZ

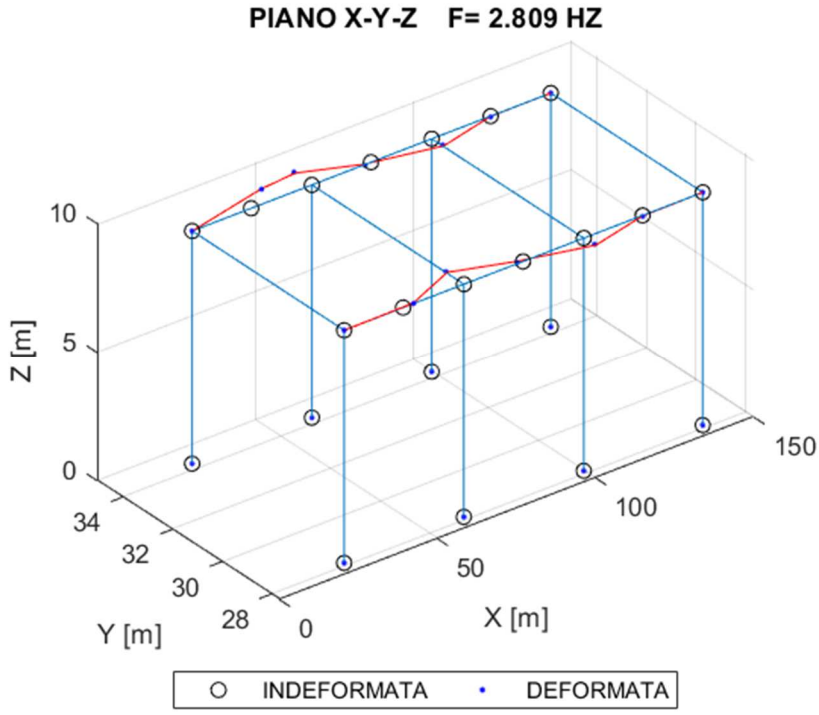

Figura 8.7.2: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 2.809 Hz– Piano XYZ

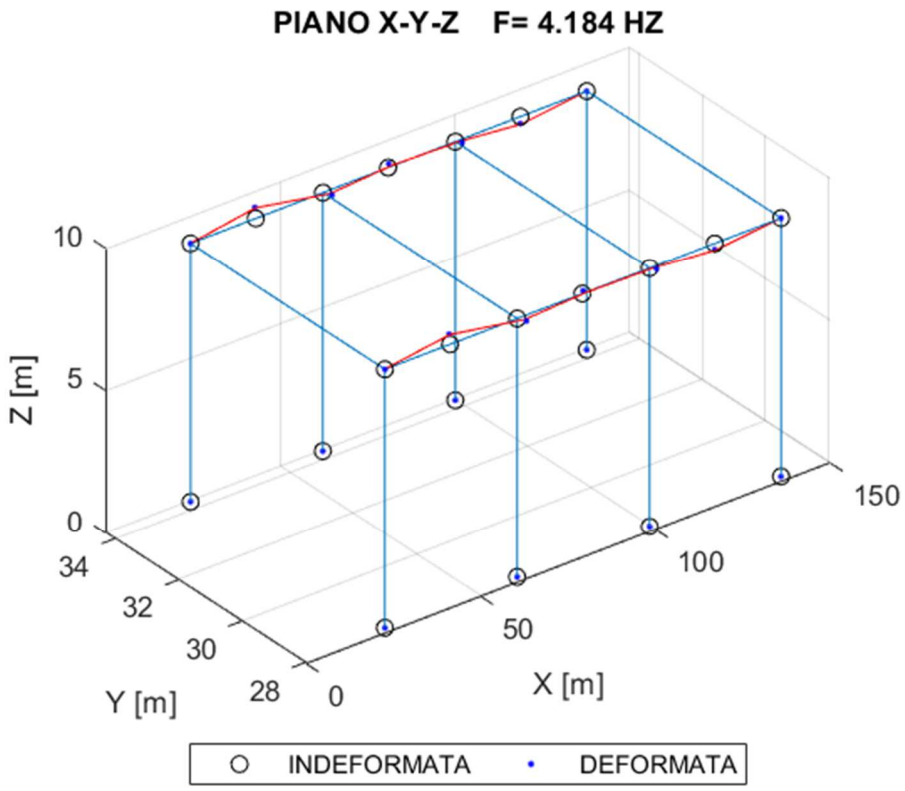

Figura 8.7.3: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 4.184 Hz– Piano XYZ

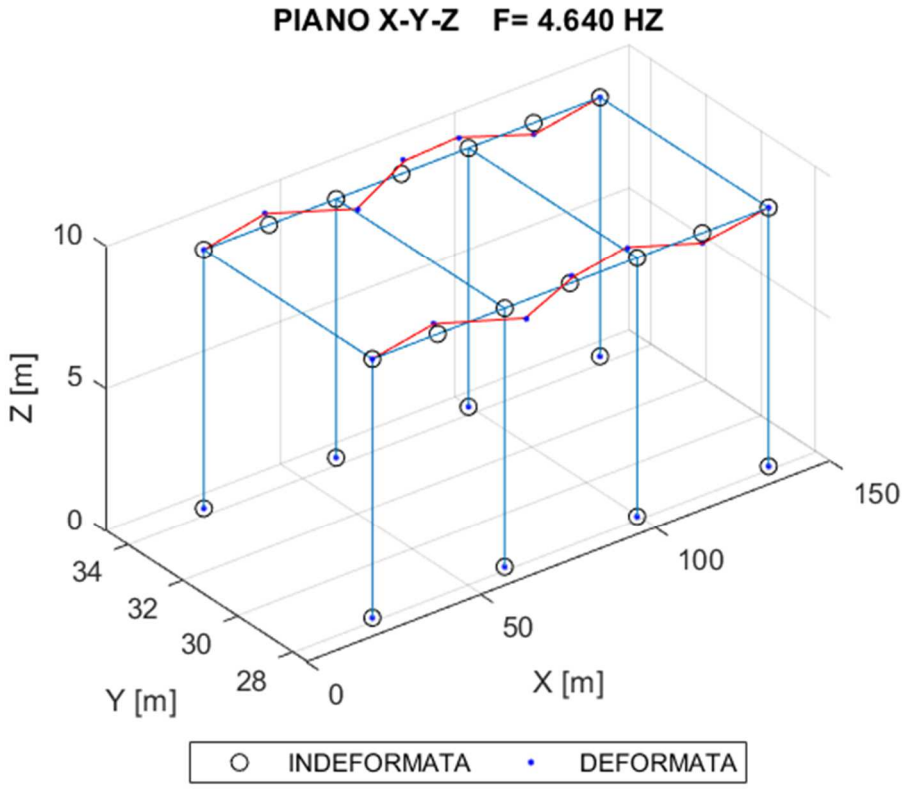

Figura 8.7.4: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 4.640 Hz– Piano XYZ

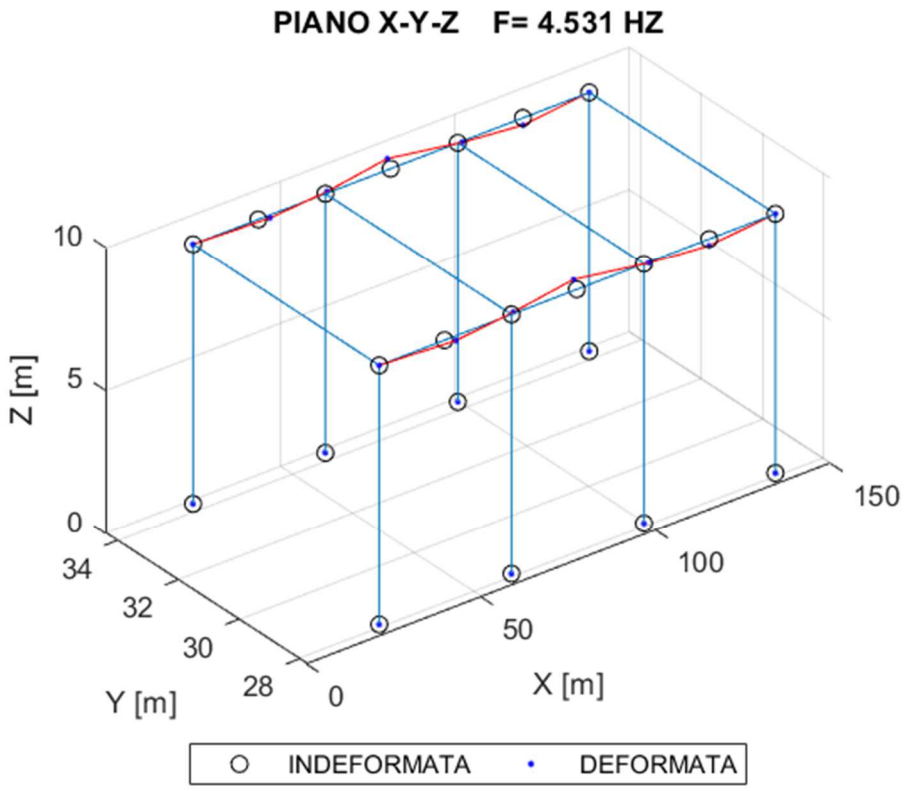

Figura 8.7.5: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 4.531 Hz– Piano XYZ

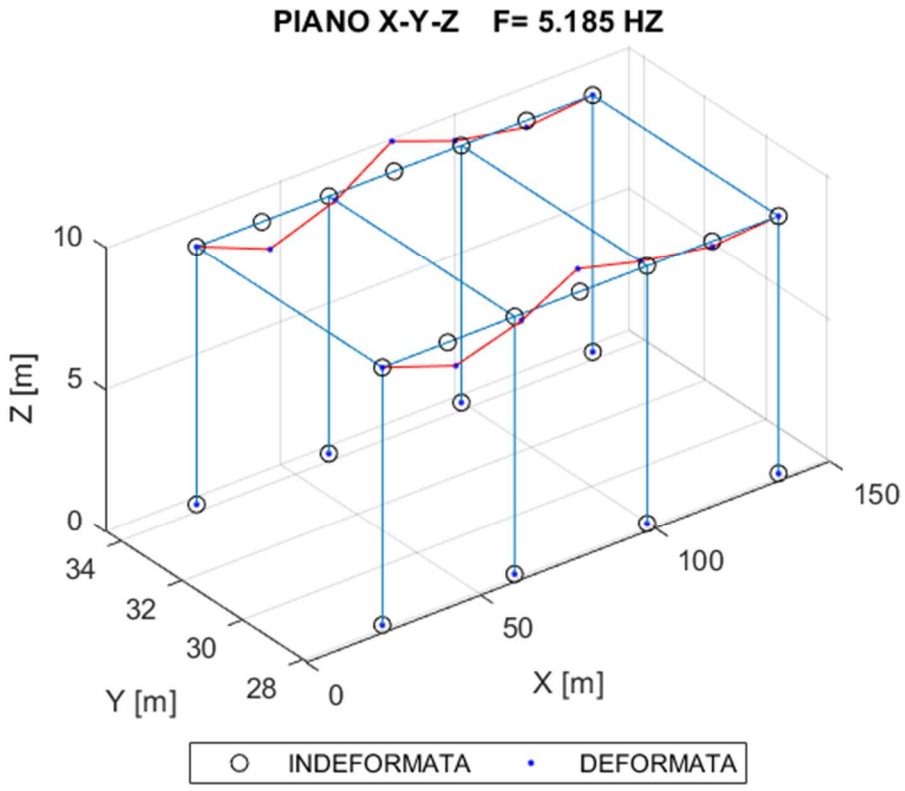

Figura 8.7.6: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 5.185 Hz– Piano XYZ

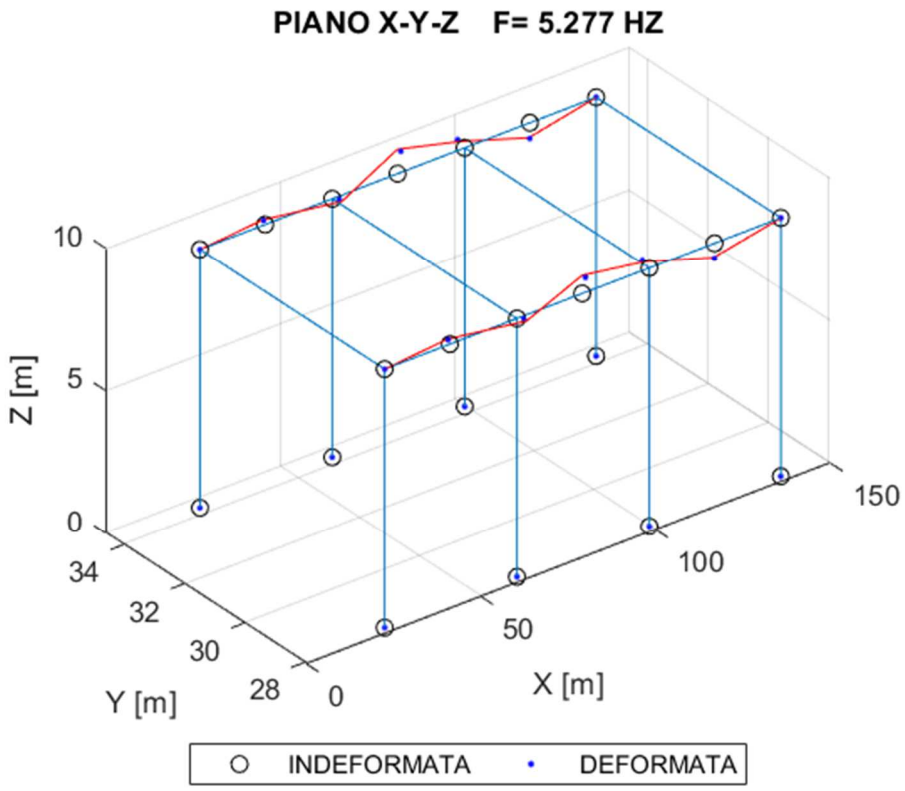

Figura 8.7.7: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 5.277 Hz– Piano XYZ

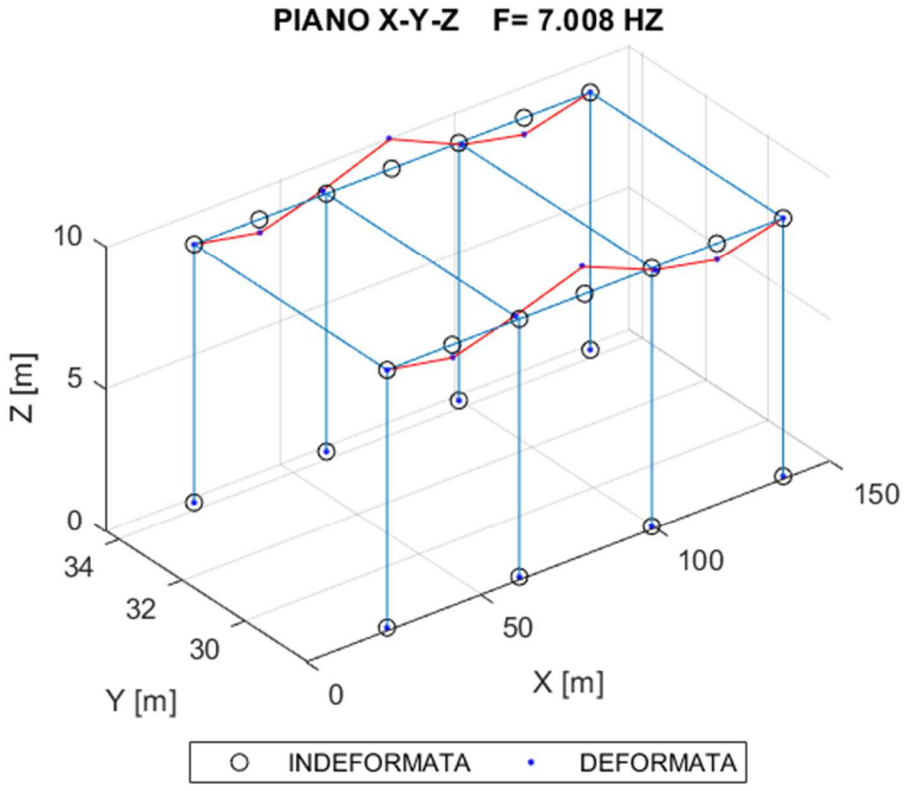

Figura 8.7.8: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 7.008 Hz– Piano XYZ

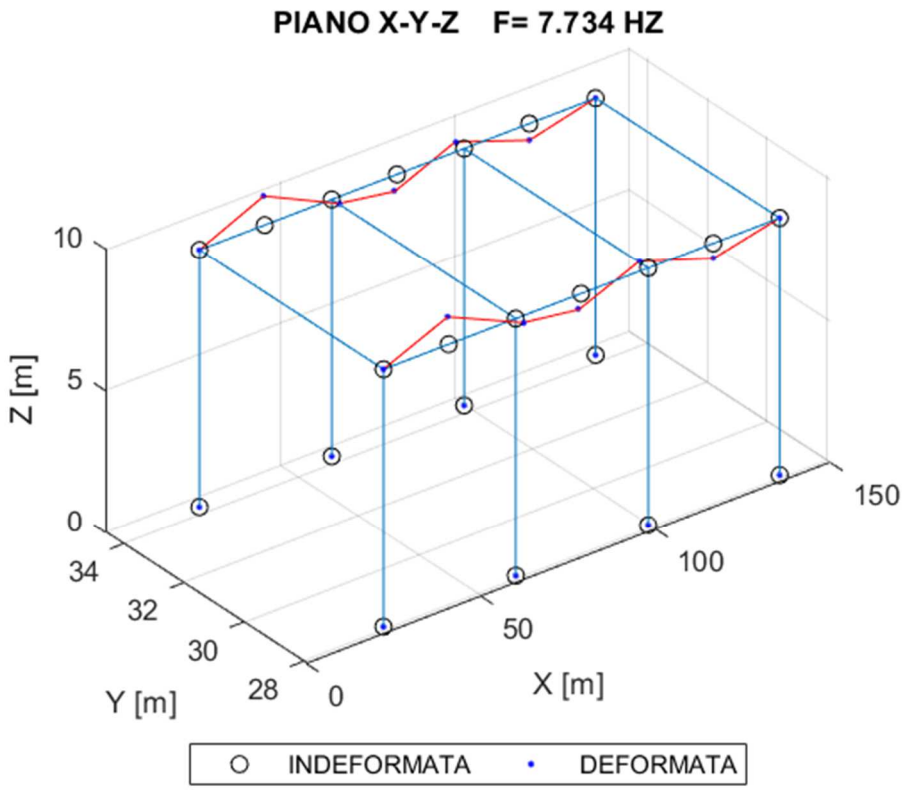

Figura 8.7.9: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 7.734 Hz– Piano XYZ

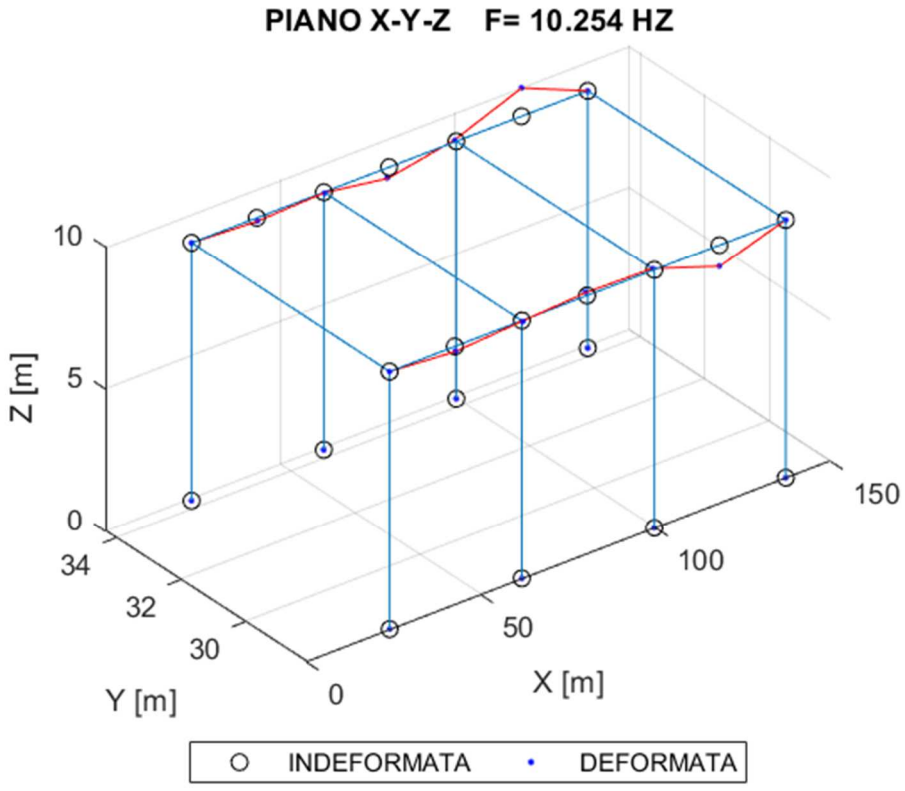

Figura 8.7.10: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 10.254 Hz– Piano XYZ

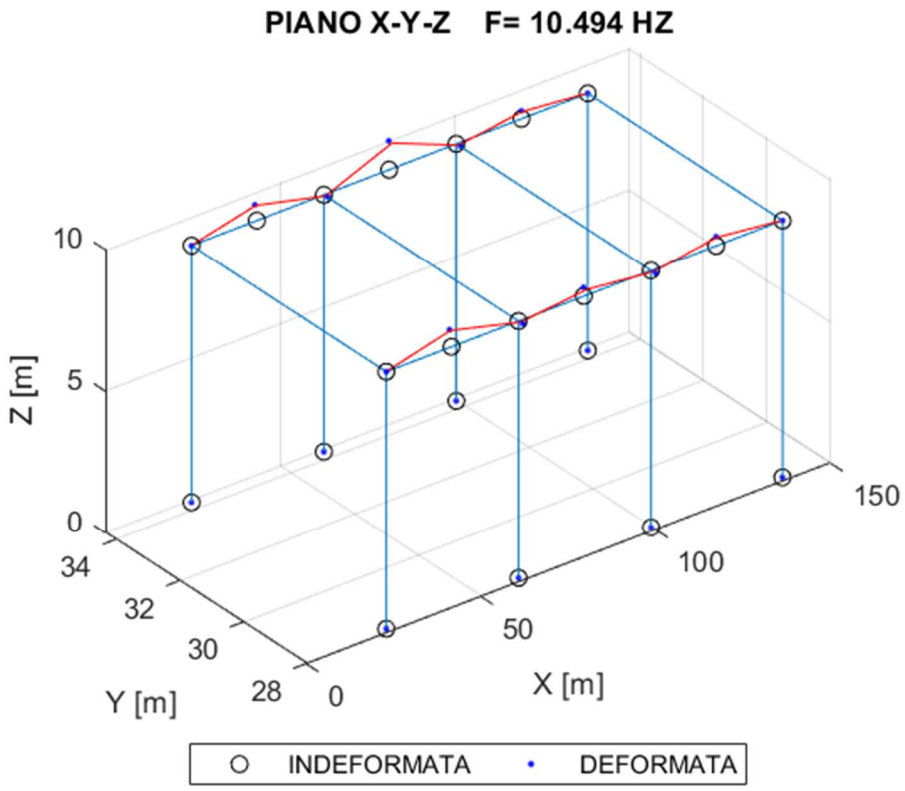

Figura 8.7.11: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 10.494 Hz– Piano XYZ

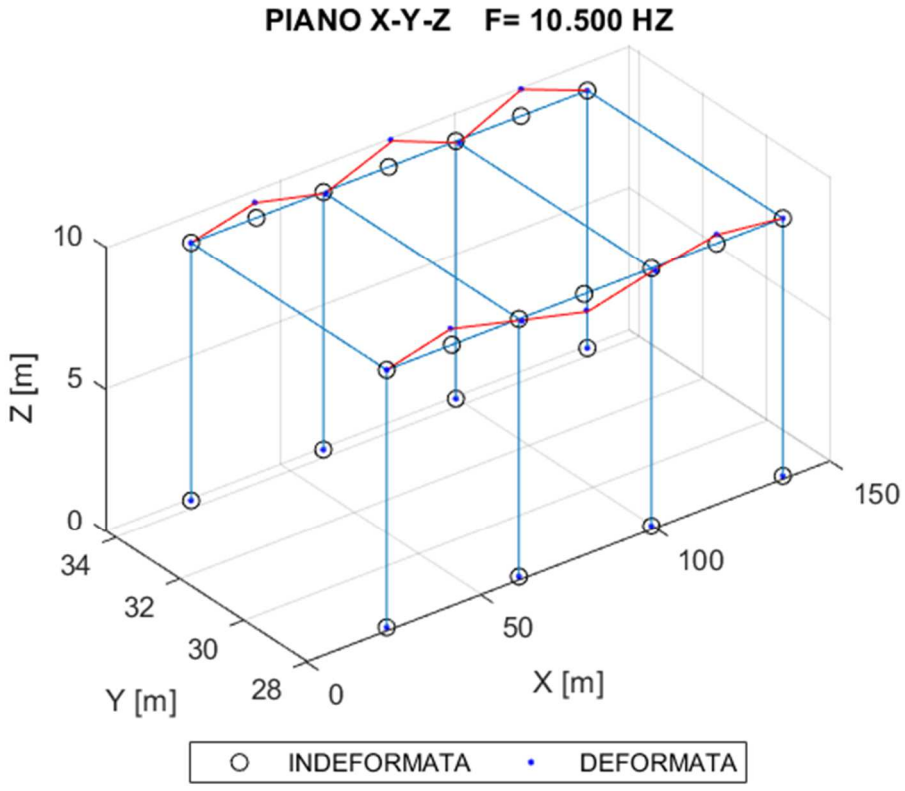

Figura 8.7.12: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 10.500 Hz– Piano XYZ

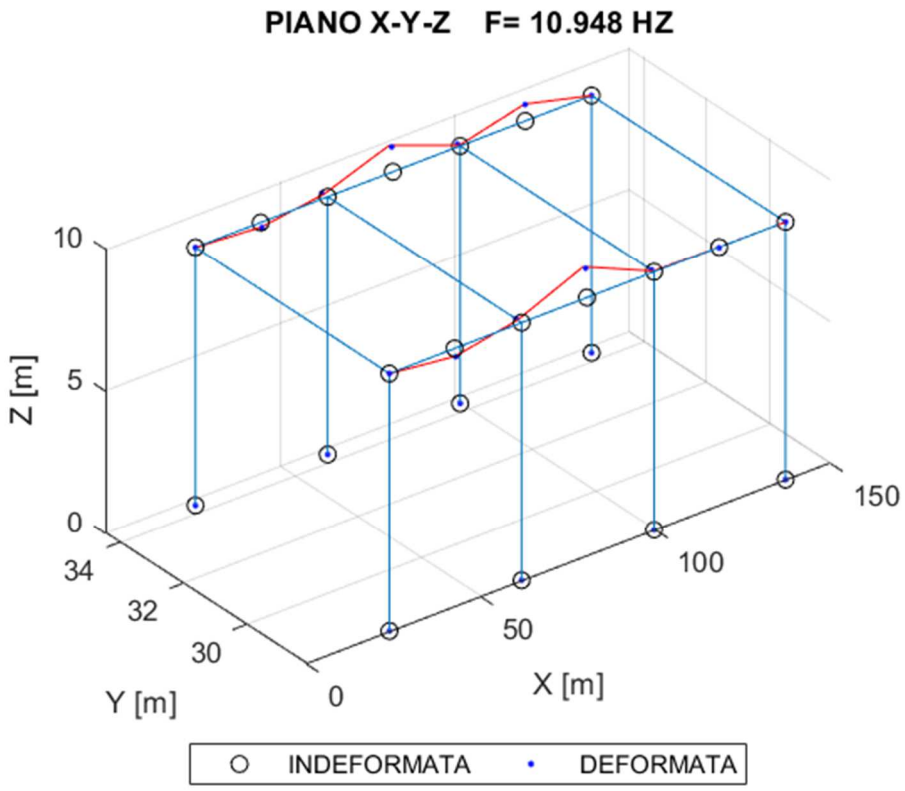

Figura 8.7.13: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 10.948 Hz– Piano XYZ

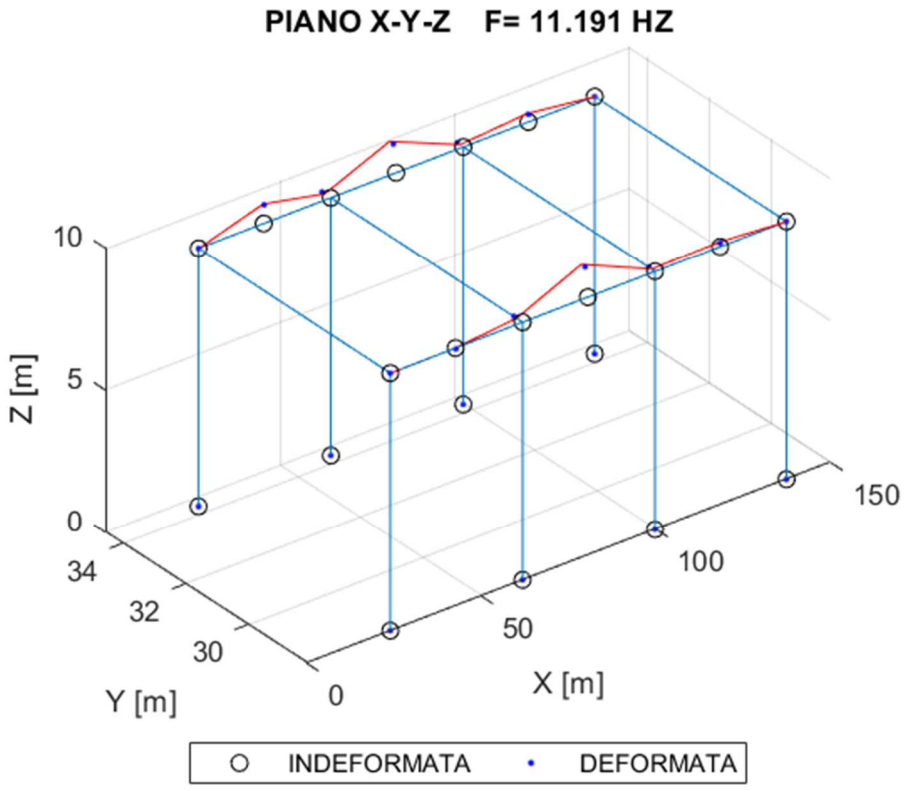

Figura 8.7.14: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 11.191 Hz– Piano XYZ

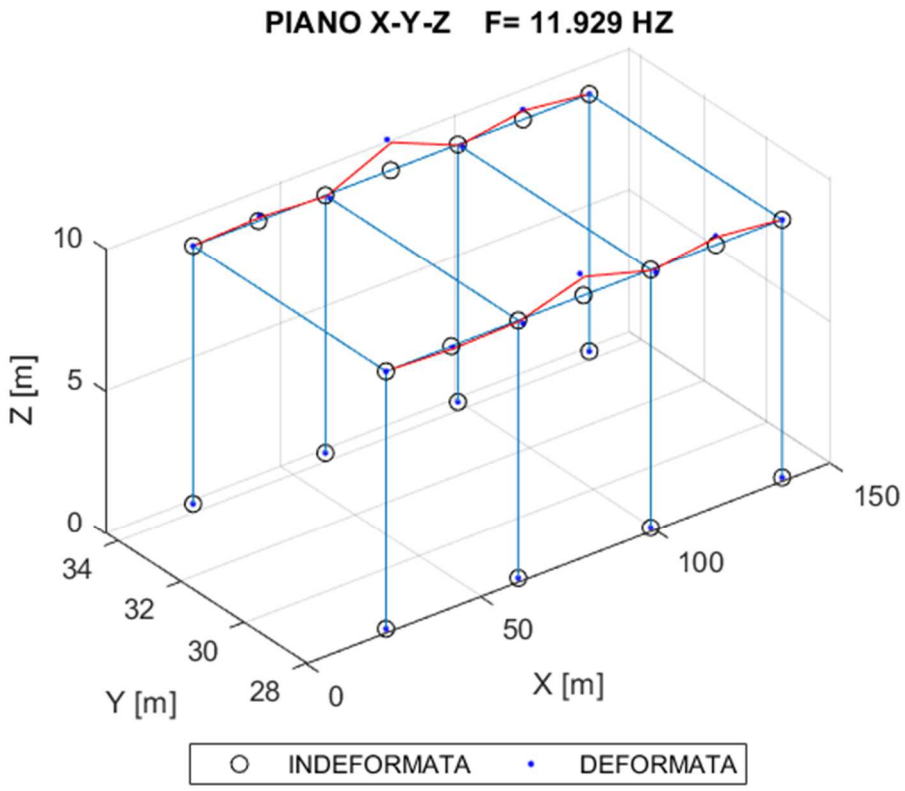

Figura 8.7.15: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 11.929 Hz– Piano XYZ

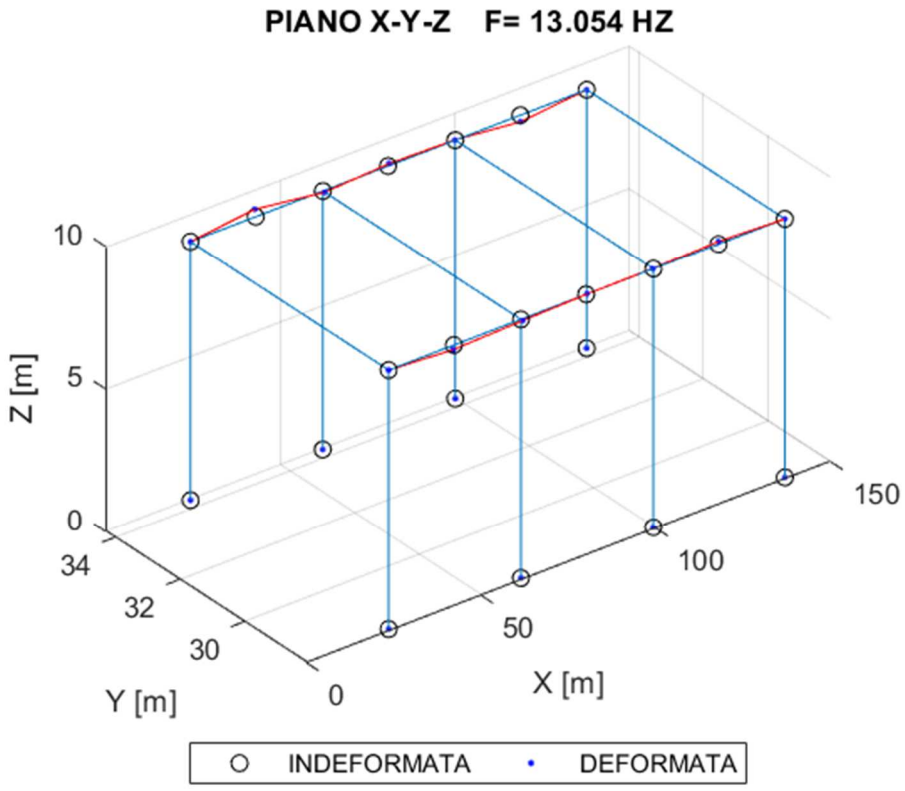

Figura 8.7.16: Accelerazione Setup01 ERA, frequenza 13.054 Hz– Piano XYZ

8.8 Allegato 8: forme modali piano XYZ, Accelerazione - Setup02 ERA

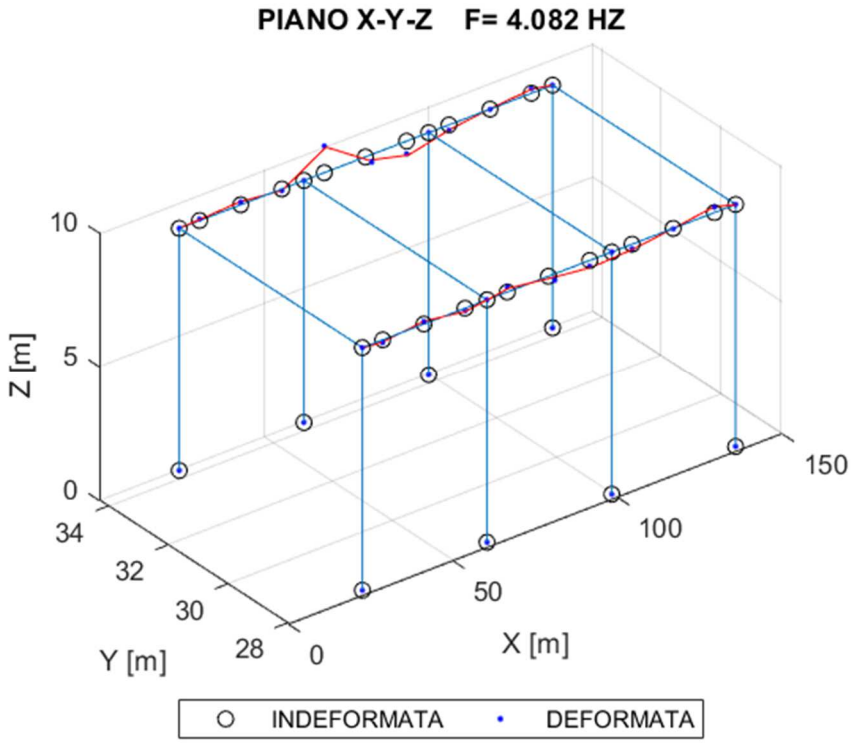

Figura 8.8.1: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 4.082 Hz– Piano XYZ

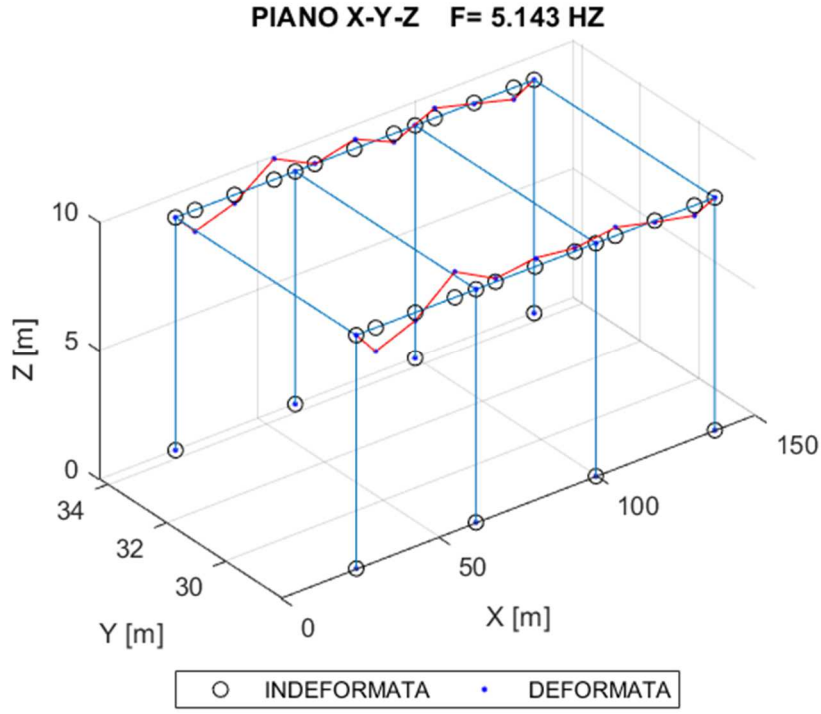

Figura 8.8.2: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 5.143 Hz– Piano XYZ

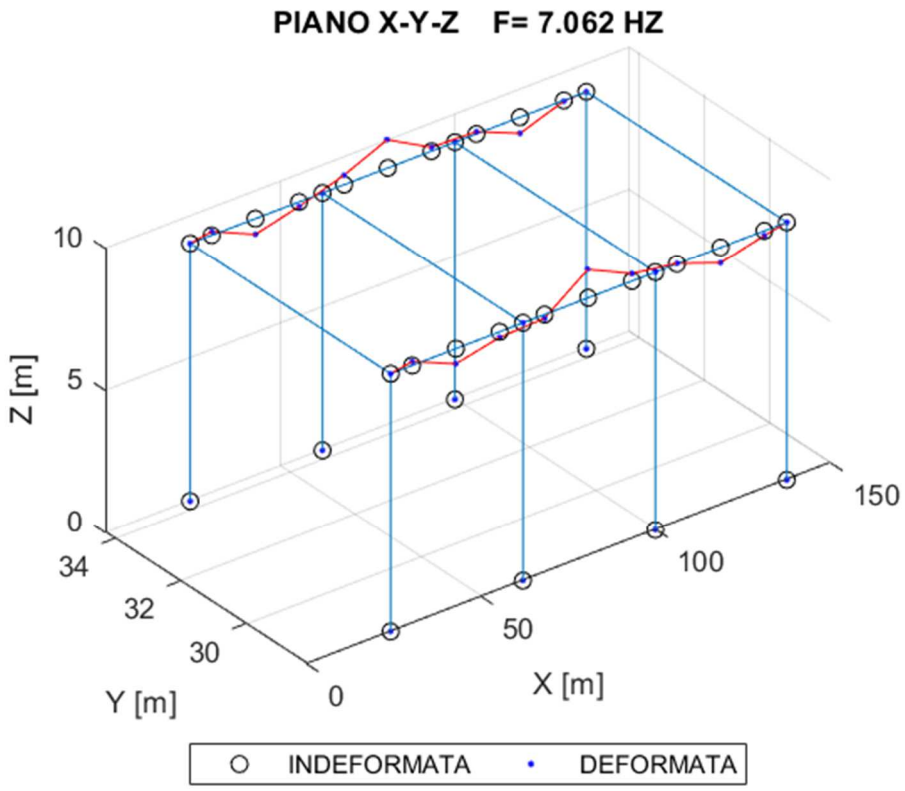

Figura 8.8.3: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 7.062 Hz– Piano XYZ

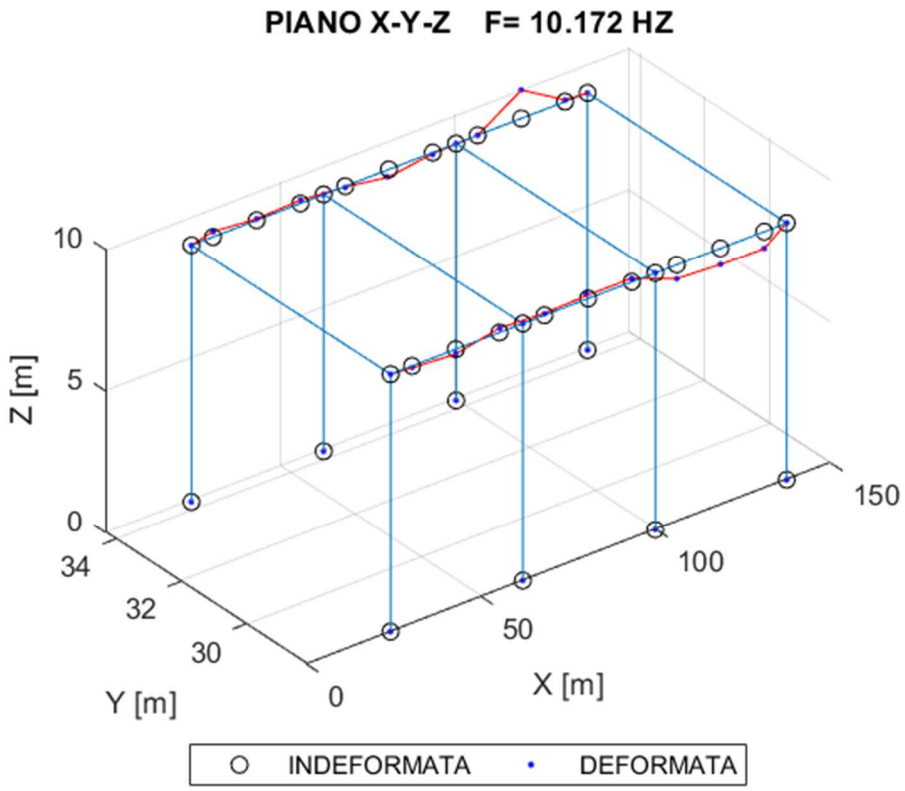

Figura 8.8.4: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 10.172 Hz– Piano XYZ

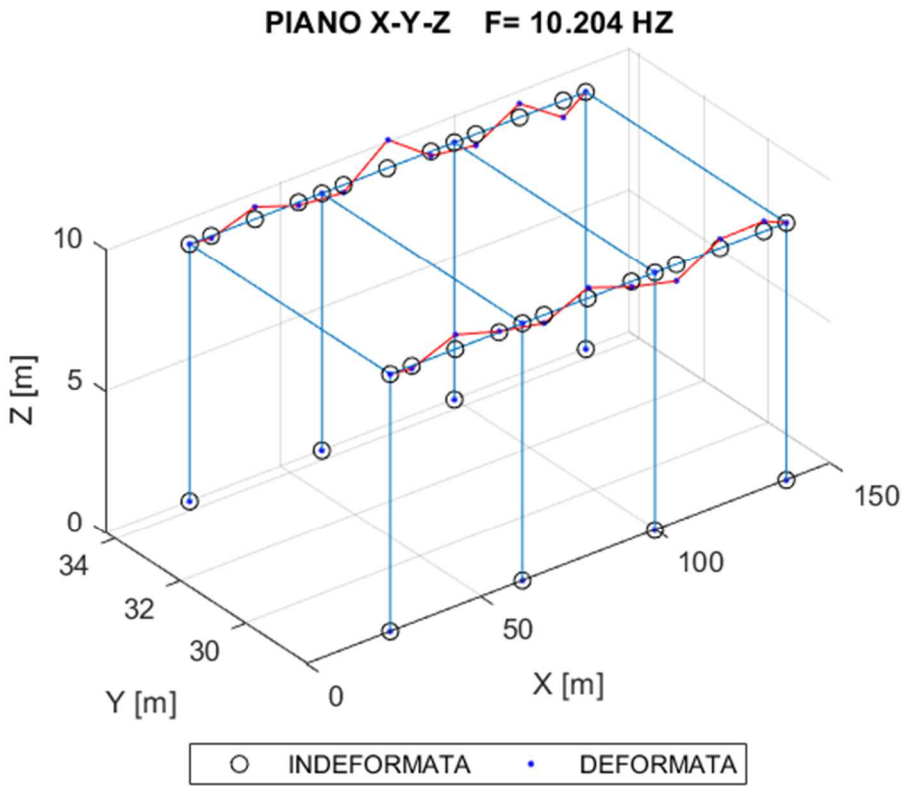

Figura 8.8.5: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 10.204 Hz– Piano XYZ

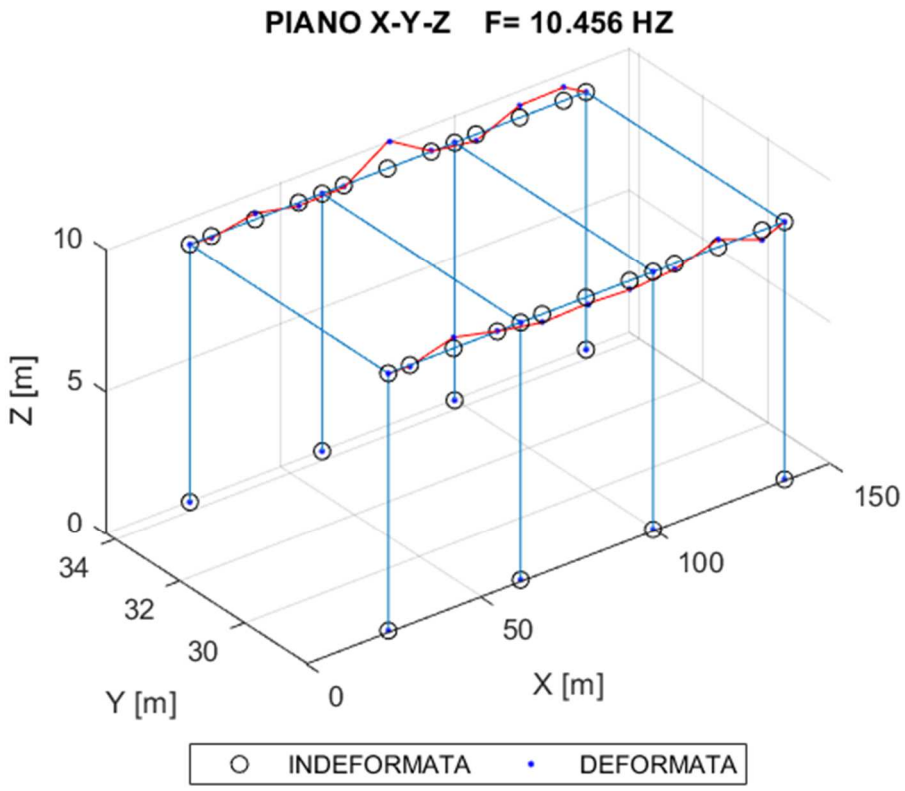

Figura 8.8.6: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 10.456 Hz– Piano XYZ

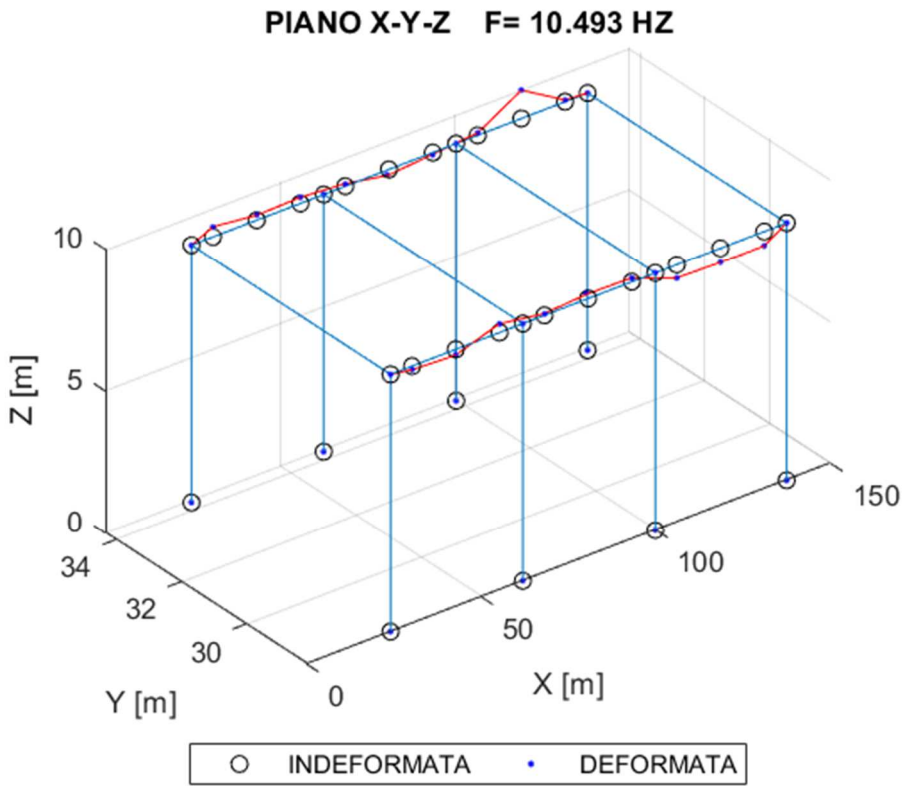

Figura 8.8.7: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 10.493 Hz– Piano XYZ

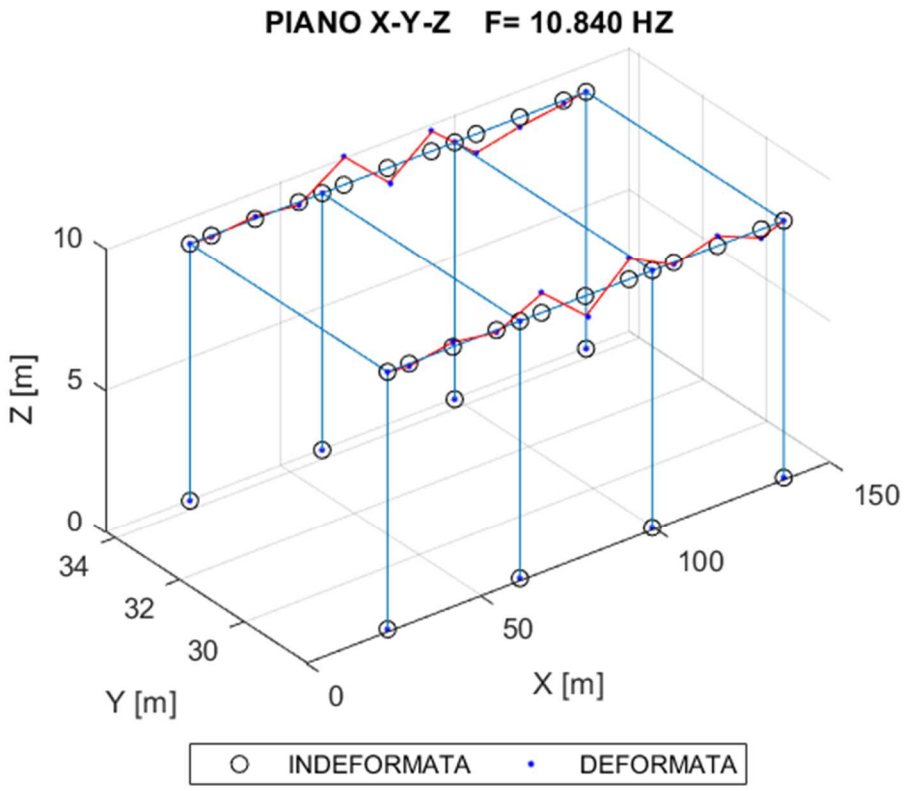

Figura 8.8.8: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 10.840 Hz– Piano XYZ

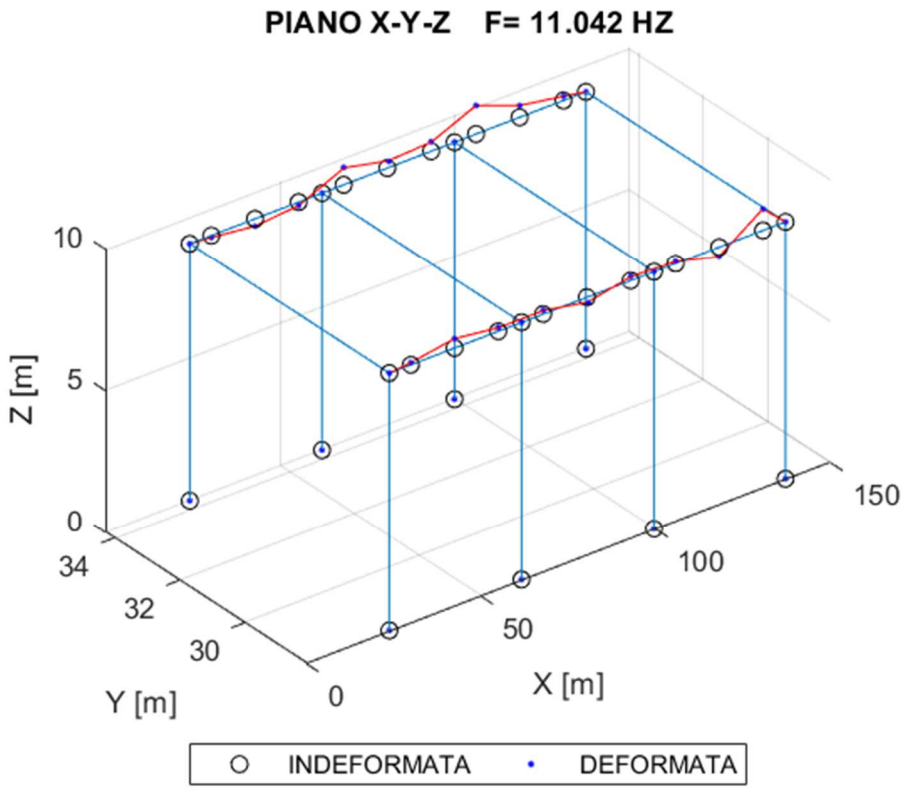

Figura 8.8.9: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 11.042 Hz– Piano XYZ

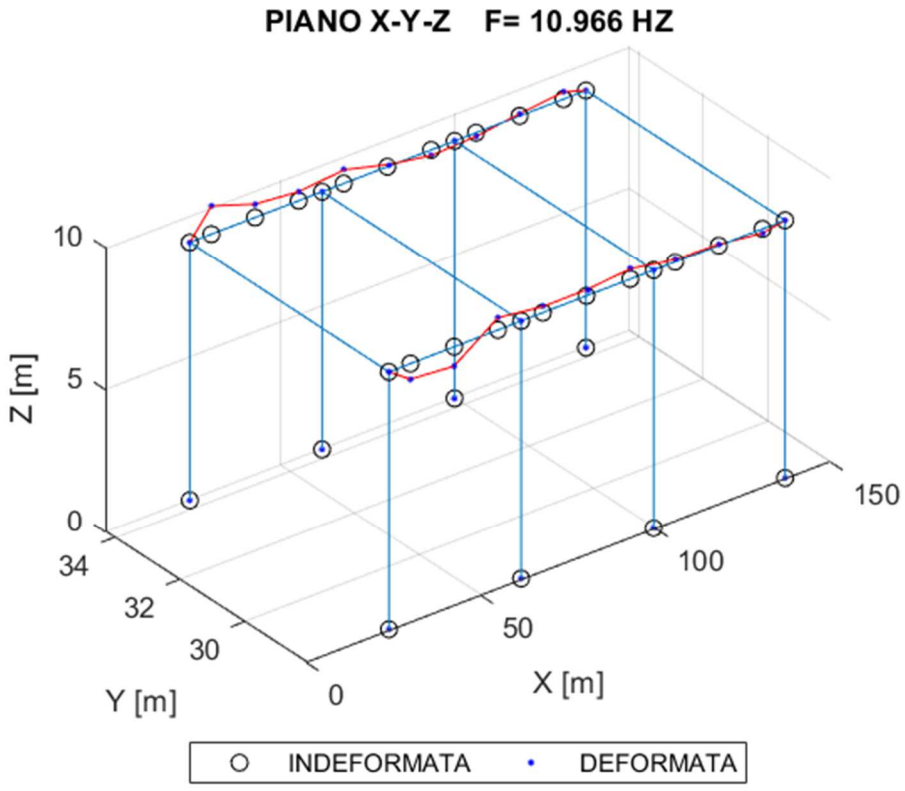

Figura 8.8.10: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 10.966 Hz– Piano XYZ

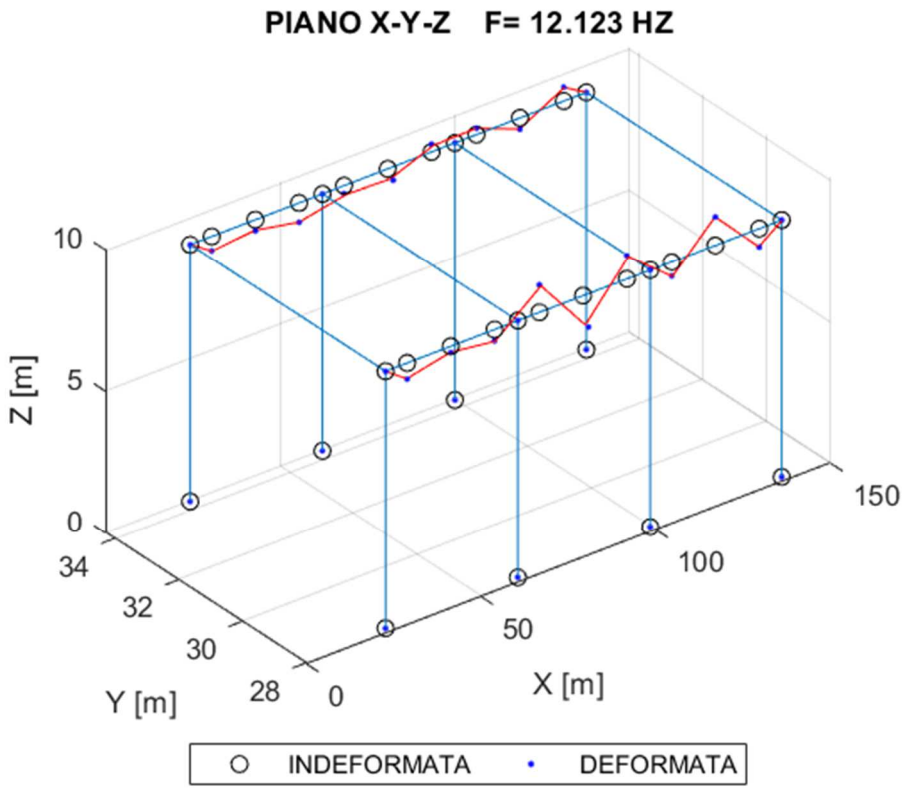

Figura 8.8.11: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 12.123 Hz– Piano XYZ

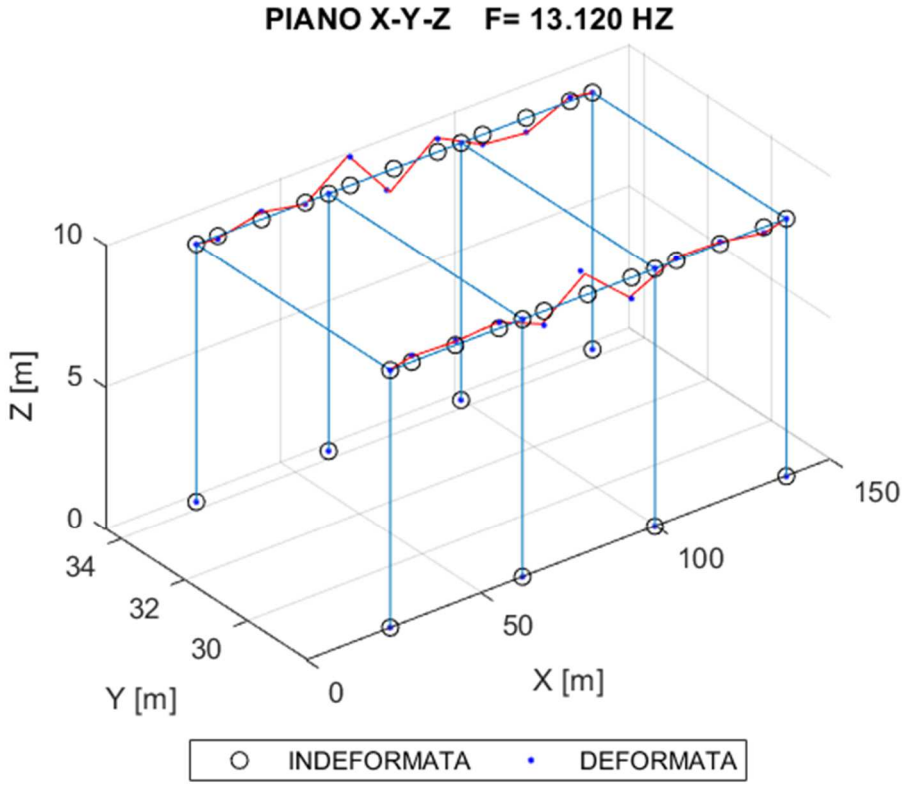

Figura 8.8.12: Accelerazione Setup02 ERA, frequenza 13.120 Hz– Piano XYZ

8.9 Allegato 9: forme modali piano XY, LVDT- Setup01 ERA

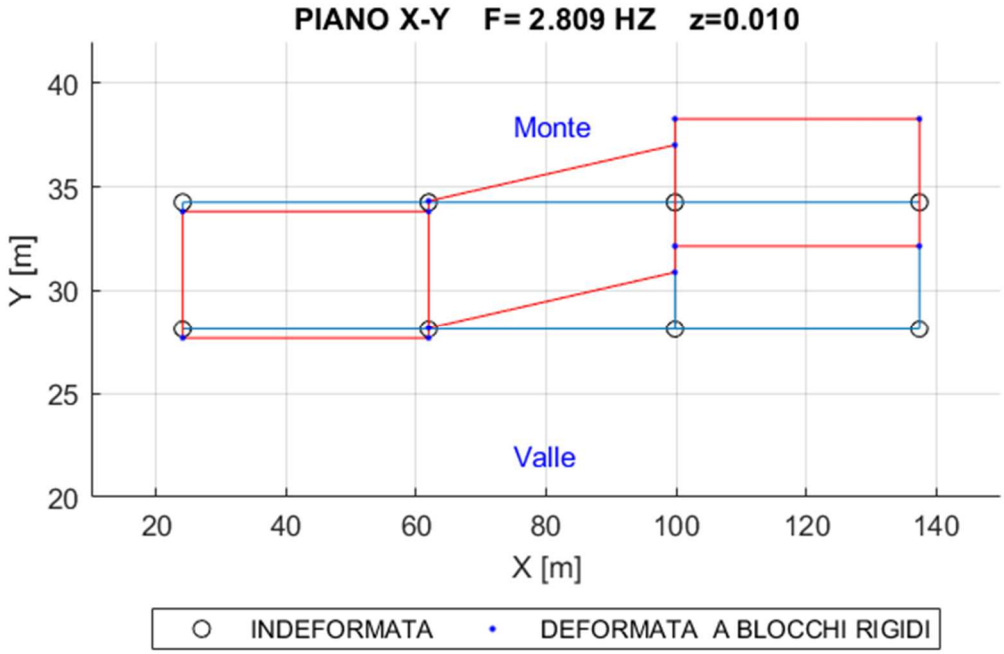

Figura 8.9.1: LVDT Setup01 ERA, frequenza 2.809 Hz – Piano XY

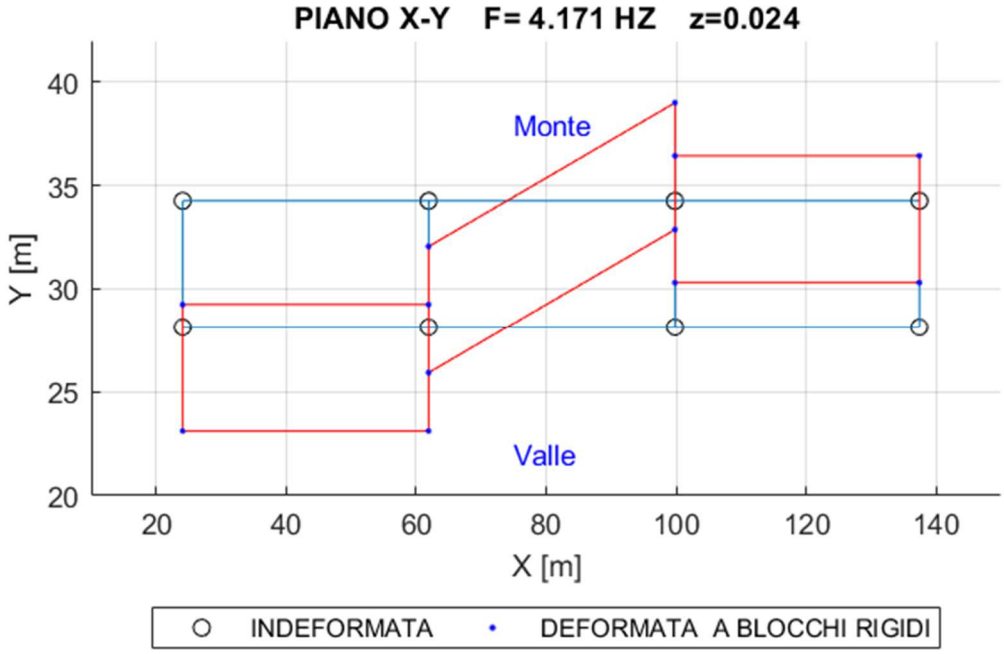

Figura 8.9.2: LVDT Setup01 ERA, frequenza 4.171 Hz – Piano XY

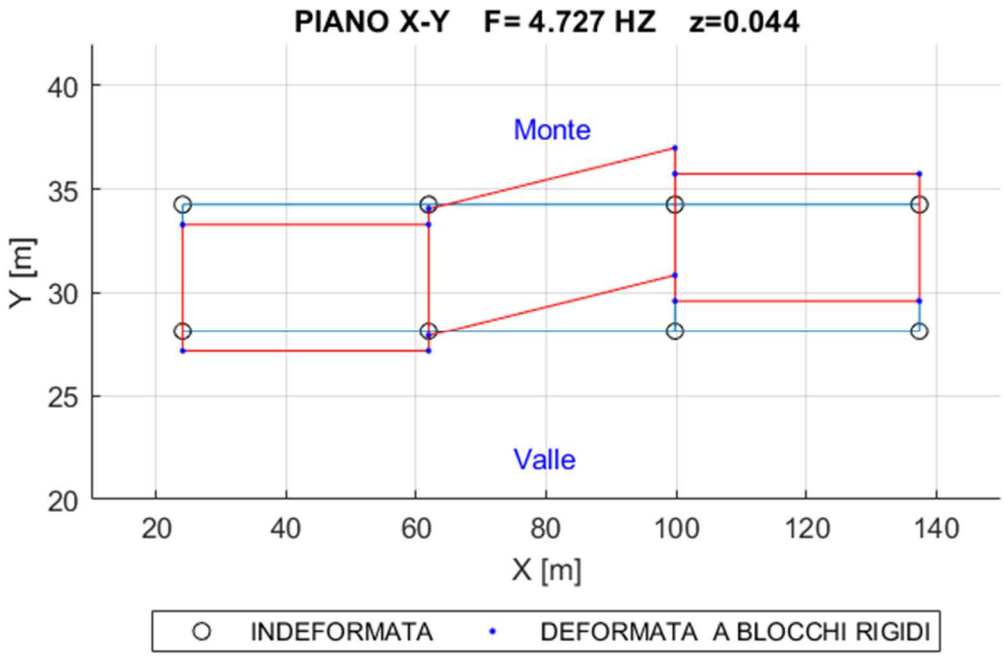

Figura 8.9.3: LVDT Setup01 ERA, frequenza 4.727 Hz – Piano XY

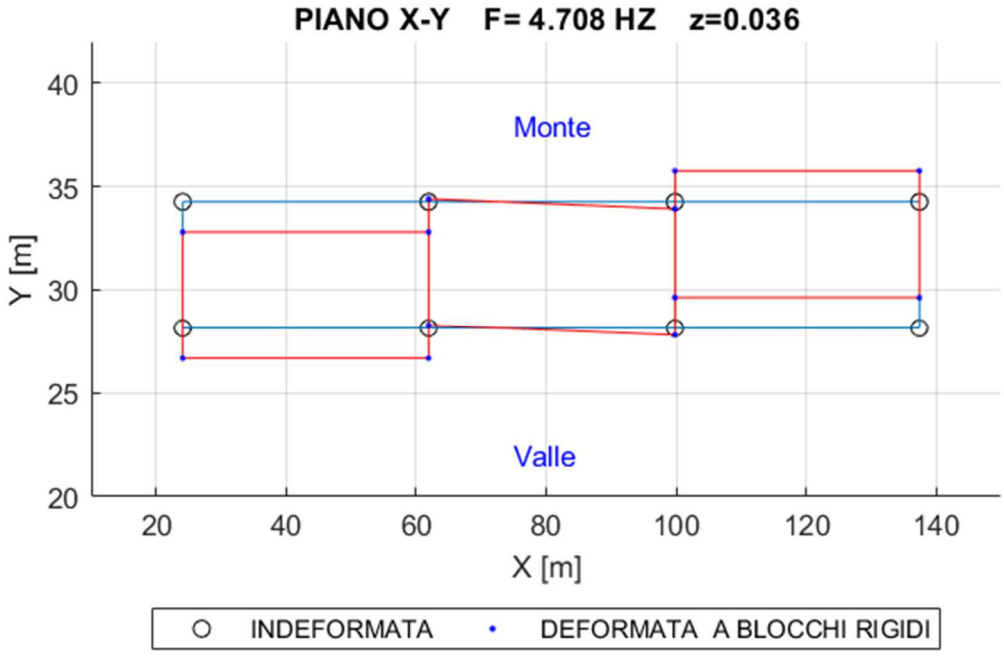

Figura 8.9.4: LVDT Setup01 ERA, frequenza 4.708 Hz – Piano XY

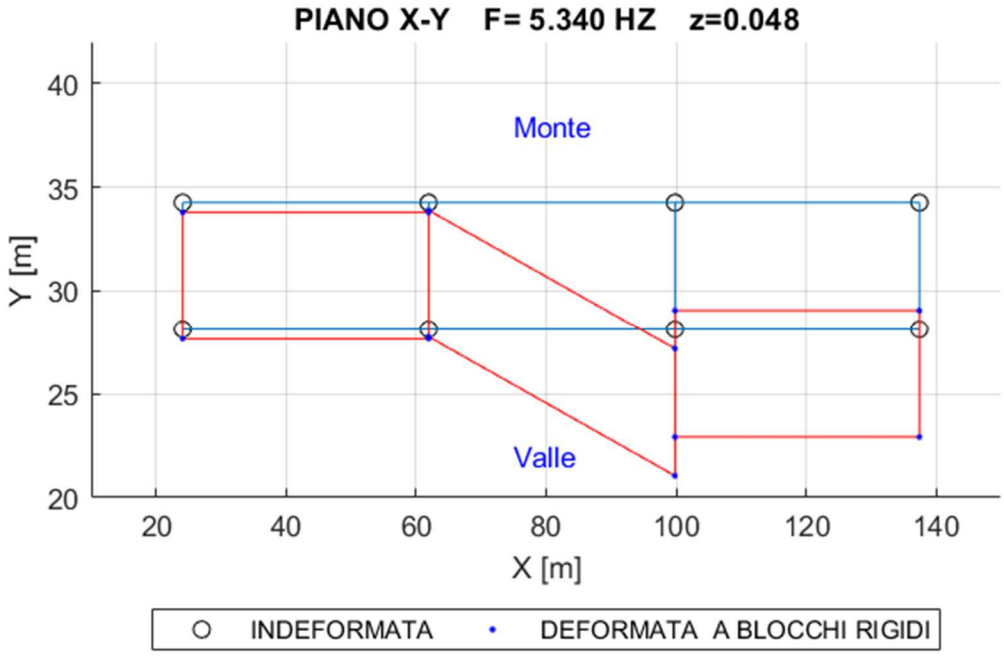

Figura 8.9.5: LVDT Setup01 ERA, frequenza 5.340 Hz – Piano XY

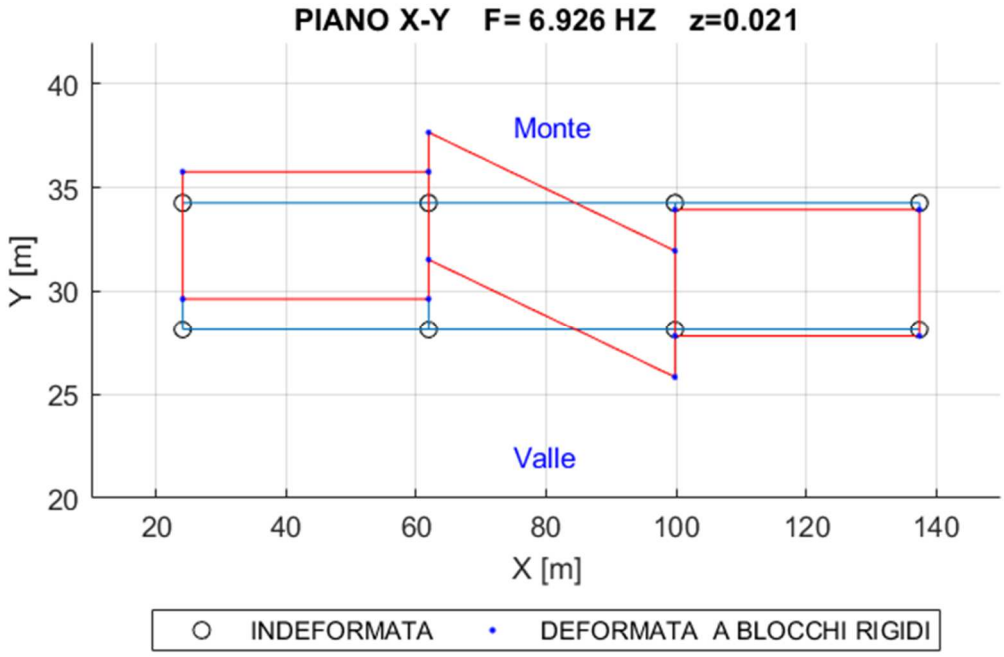

Figura 8.9.6: LVDT Setup01 ERA, frequenza 6.926 Hz – Piano XY

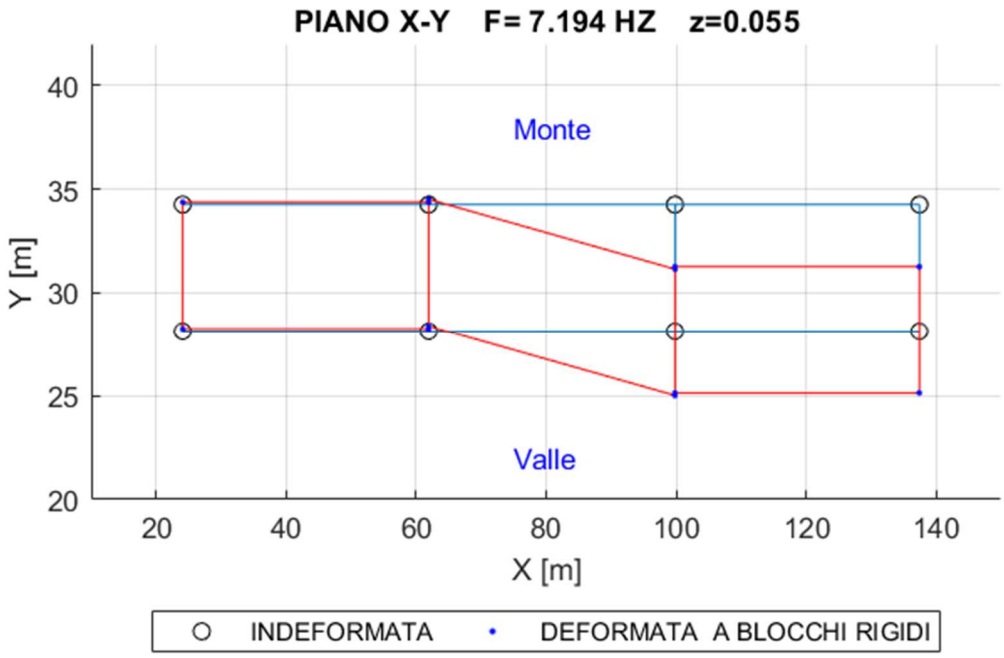

Figura 8.9.7: LVDT Setup01 ERA, frequenza 7.194 Hz – Piano XY

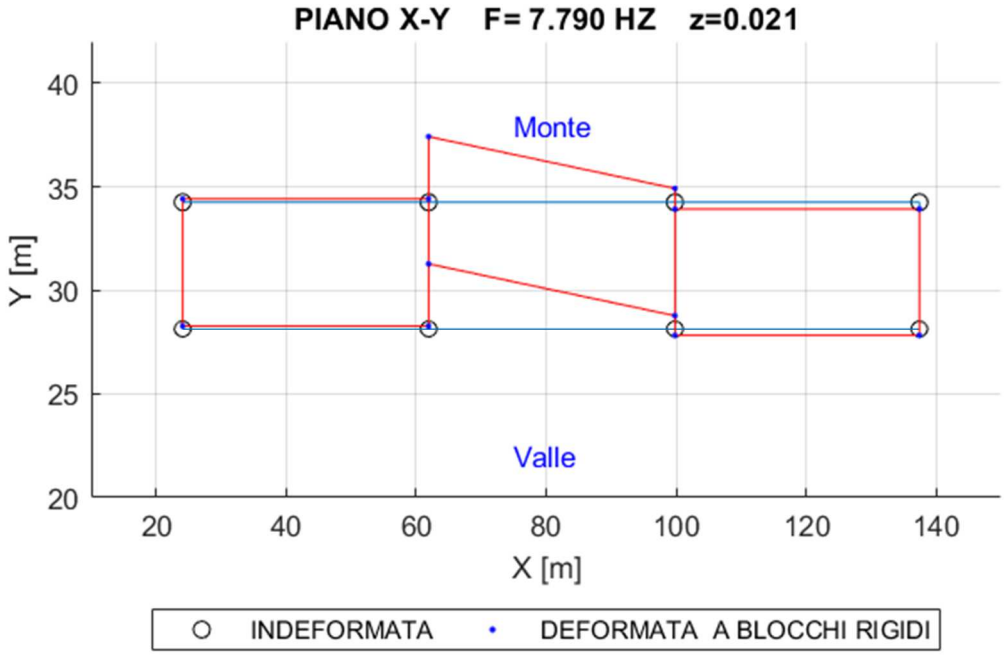

Figura 8.9.8: LVDT Setup01 ERA, frequenza 7.790 Hz – Piano XY

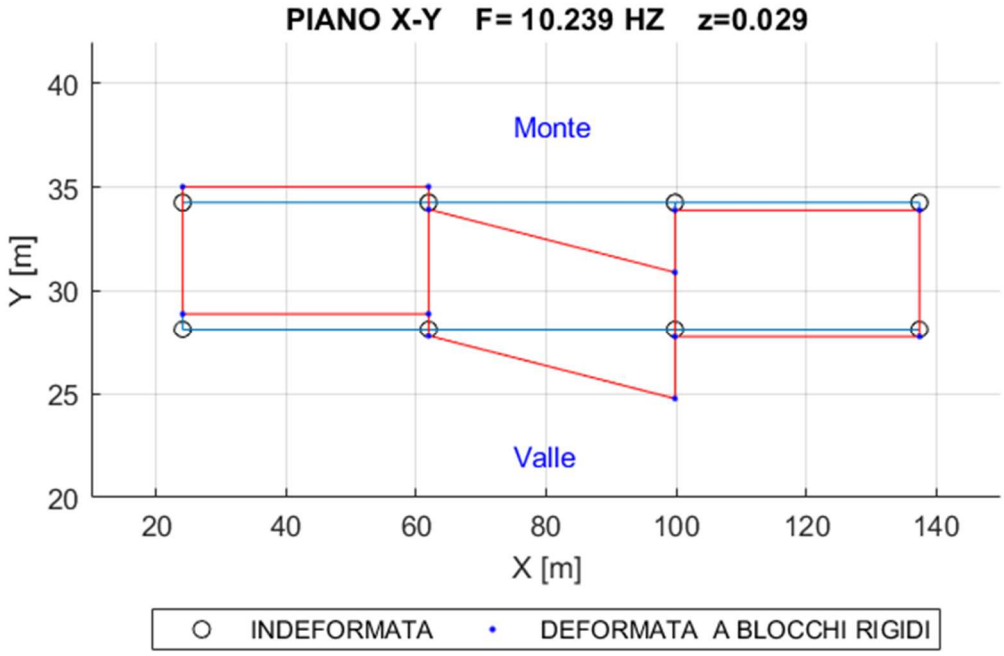

Figura 8.9.9: LVDT Setup01 ERA, frequenza 10.239 Hz – Piano XY

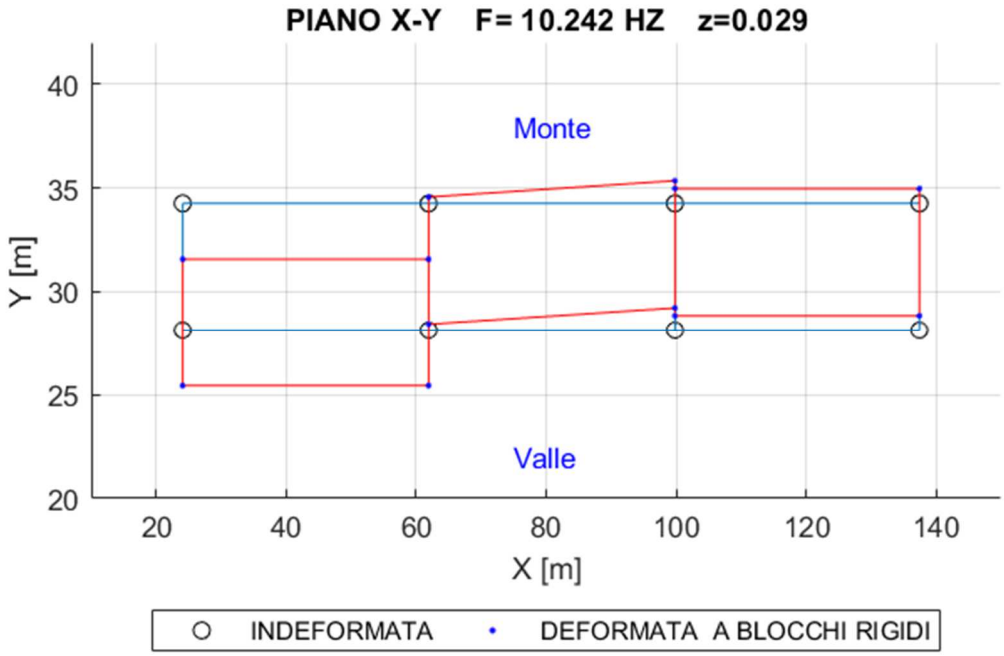

Figura 8.9.10: LVDT Setup01 ERA, frequenza 10.242 Hz – Piano XY

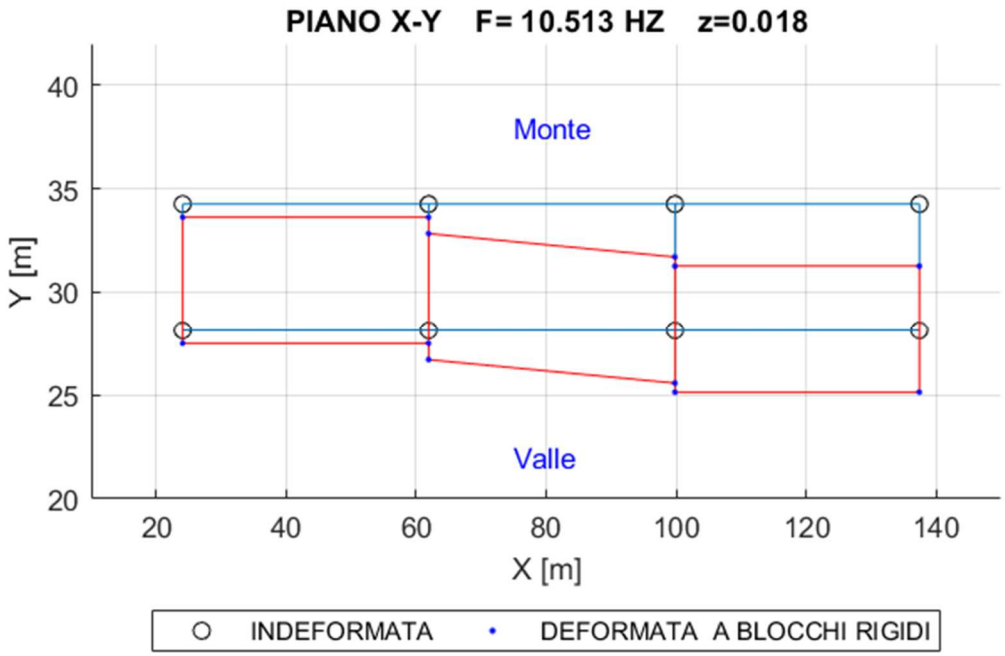

Figura 8.9.11: LVDT Setup01 ERA, frequenza 10.513 Hz – Piano XY

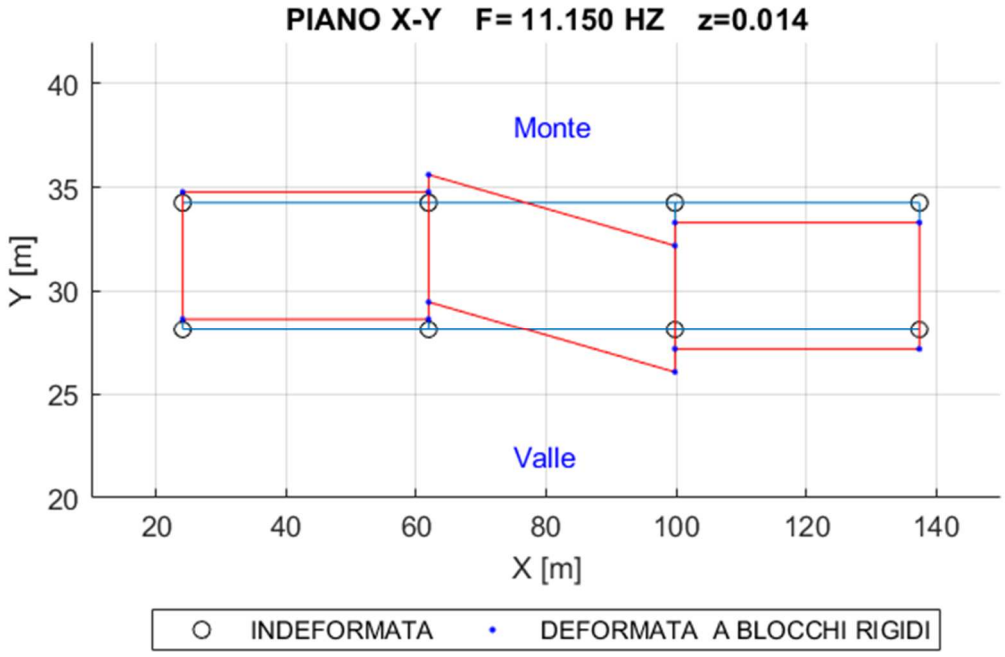

Figura 8.9.12: LVDT Setup01 ERA, frequenza 11.150 Hz – Piano XY

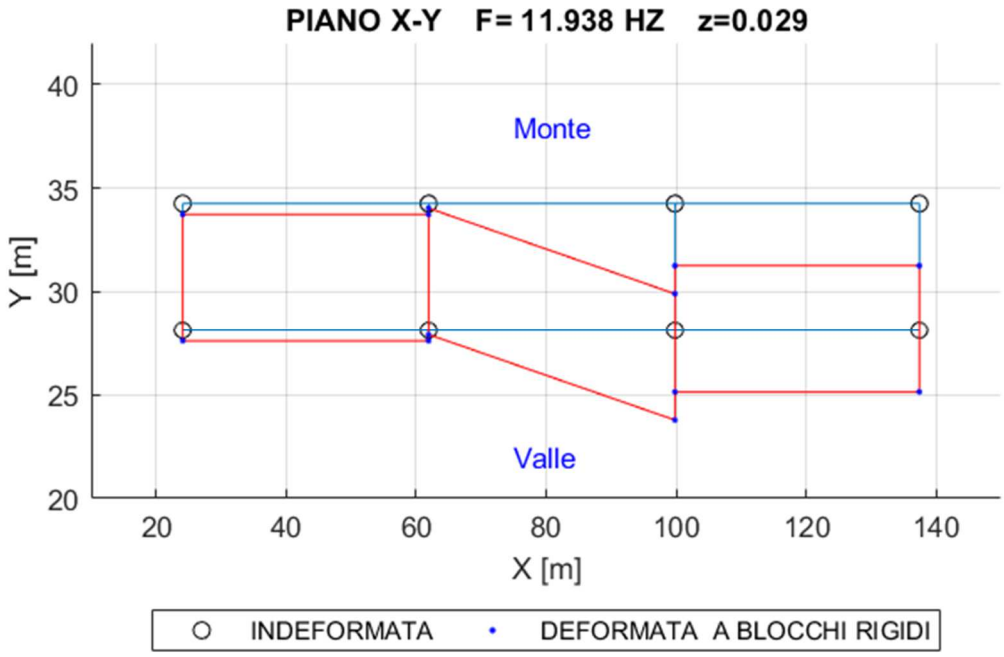

Figura 8.9.13: LVDT Setup01 ERA, frequenza 11.938 Hz – Piano XY

References

[1] Dynamic of structures. Ray W. Clough, Joseph Penzien, 1993.

[2] System Identification Method for (Operational) Modal Analysis: Review and Comparison. Edwin Reynders.

[3] Parametric time-domain identification of multiple-input systems using decoupled output signals. Jian Li, Manuel Ruiz-Sandoval, Billie F. Spencer Jr. and Amr S. Elnashai.

[4] Time Domain Identification of Structures: Comparative Analysis of Output-Only Methods. Rosario Ceravolo, M.ASCE; and Giuseppe Abbiati.

[5] Understanding Stochastic Subspace Identification. Rune Brincker and Palle Andersen.

[6] Consiglio Nazionale delle Ricerche

Bibliografia

Allemang Randall J., University of Cincinnati, Ohio. *The Modal Assurance Criterion – Twenty years of Use and Abuse.*

Andersen Palle and Brincker Rune. *Understanding Stochastic Subspace Identification*.

Ceravolo Rosario, M.ASCE; and Giuseppe Abbiati. *Time Domain Identification of Structures: Comparative Analysis of Output-Only Methods.*

Clough Ray W., Penzien Joseph, 1993. *Dynamic of structures*.

De Moor Bart and Van Overschee Peter. *A Unifying Theorem for Three Subspace System Identification Algorithms.*

Elnashai Amr S., Li Jian, Ruiz-Sandoval Manuel and Spencer Jr Billie F. *Parametric time-domain identification of multiple-input systems using decoupled output signals.*

De Stefano Alessandro, Ceravolo Rosario, Matta Emiliano, Quattrone Antonino, Zanotti Fragonara Luca. *Identificazione dinamica sperimentale di edifici strategici sotto sisma.*

Ghizzoni, M. (2013). *Verifiche tecniche dei livelli di sicurezza strutturale del Ponte Lamberti sul Torrente Ceno nei Comuni di Bardi e Varsi. Valutazione della sicurezza.* Studio Tecnico Ing.Maurizio Ghizzoni.

Junhee Kim and Jerome P. Lynch. *Subspace system identification of support-excited structures - Part I: theory and black-box system identification.*

Junhee Kim and Jerome P. Lynch. *Subspace system identification of support-excited structures - Part II: gray-box interpretations and damage detection.*

Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti. (2008). *Norme Tecniche per le Costruzioni D.M.14/01/2008.* Roma: Gazzetta ufficiale della Repubblica Italiana.

Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti 17 gennaio 2018. *Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni».*

Normativa di riferimento *UNI EN 12504-2:2001.*

Reynders Edwin. *System Identification Method for (Operational) Modal Analysis: Review and Comparison.*

Rollo Simone. *Tesi di Laurea Magistrale "Caratterizzazione dinamica dei ponti ad arco in cemento armato: sperimentazione del Ponte Lamberti sul fiume Ceno.*

Studio Tecnico Ing. Maurizio Ghizzoni (2013) *Tavole di rilievo.*

Sitografia

Consiglio Nazionale delle Ricerche: www.cnr.it

Google Maps

Ringraziamenti

Il primo giorno di Università pensai a questo momento, mi dissi "chissà quando arriverò a scrivere i ringraziamenti della tesi", avevo tanta paura di non farcela, di non essere all'altezza, avevo paura di mollare e di deludere me stessa e tutte le persone a me care. Oggi vorrei poter dire alla me di ormai qualche anno fa che non c'è nulla di cui temere, se ci sono passione, costanza, dedizione, voglia di fare e di mettersi in gioco. Questo percorso universitario non è stato solo un percorso "scolastico", ma è stata anche una crescita personale, talvolta mi ha messo a dura prova ma mi ha insegnato che anche le situazioni che ci appaiono più complesse sono risolvibili.

In primis vorrei ringraziare chi mi ha permesso di poter svolgere questa tesi di laurea, in particolare il Professor Ceravolo, Gaetano, Erica e Giorgia, è grazie a loro se ho potuto approfondire l'ambito del monitoraggio strutturale dei ponti storici in cemento armato, un tema che reputo molto interessante, molto importante e altrettanto attuale.

Vorrei ringraziare anche le persone più importanti che il Politecnico mi ha fatto incontrare, persone che davvero posso chiamare amici e che porterò sempre nel cuore. Un ringraziamento va a tutto il gruppo "2nd floor" senza di voi non sarebbe stato lo stesso, abbiamo davvero condiviso gioie e dolori, non posso che dirvi grazie! P.S. mi mancano le pause caffè alla macchinette sopra la segreteria!
Un grazie particolare va alle mie coinquiline Francesca e Cristina, due amiche con la A maiuscola che mi hanno sempre sostenuto e con cui ho condiviso tanto!

Un grazie speciale va ai miei genitori Nadia e Armando che hanno sempre creduto in me, avere avuto due pilastri come loro nella vita mi ha permesso di essere chi sono oggi. Un pensiero speciale va a te mamma, so quanto avresti voluto esserci quest'oggi, ma so anche che ovunque tu sia, ti starai complimentando con tutti raccontando di quanto tu sia fiera di me. Non sarai fisicamente al mio fianco ma so che sei e sarai sempre nel mio cuore, "sei la stella più bella del cielo che illumina il cammino della mia vita".

Un grazie speciale va anche al terzo pilastro della mia vita, mio fratello Enrico, il mio compagno di giochi d'infanzia ma anche la persona che ci sarà sempre per me. Uno dei regali più belli è leggere nei suoi occhi quanto sia orgoglioso di sua sorella.

Infine vorrei ringraziare il quarto piastro della mia vita, Fabio, non penso ci siano sufficienti parole per descrivere quanto io sia grata e fortunata di avere accanto una persona così

speciale. Mi ha sempre sostenuto e mi ha accompagnato in questo percorso sin dal primo giorno, mi ha consolato nei momenti tristi e mi ha fatto divertire quando c'era da festeggiare, ha visto ogni mia sfaccettatura, spesso bella, talvolta brutta, ma nonostante tutto c'è sempre stato.

Vorrei aggiungere un ringraziamento speciale per la nonna Rosanna, sempre fiera di sua nipote e che ora più che mai ha bisogno del nostro affetto.

Grazie davvero a tutti, amici, parenti e tutte le persone che ho incontrato ma che non ho citato, senza di voi non sarebbe stato lo stesso.

Maria Cristina

24 Marzo 2021