POLITECNICO DI TORINO

I facoltà di ingegneria

Corso di Laurea di secondo livello
in Ingegneria Meccanica

Tesi di laurea magistrale

Indagini sperimentali e approfondimenti metrologici sulle proprietà fonoassorbenti di metamateriali acustici con cavità a spirale realizzati con manifattura additiva

Relatori:
Alessandro Fasana
Alessandro Schiavi
Andrea Prato

Candidato:
Tommaso Maria Pandolfi

Indice

Sommario

Metamateriali

I metamateriali costituiscono una delle ultime frontiere dell'elettromagnetismo, dell'ottica, e dell'acustica e dell'ingegneria dei materiali. La loro funzione è quella di controllare, modulare e direzionare fenomeni oscillatori di varia natura. Negli ultimi vent'anni c'è stata un'esplosione di articoli sull'argomento (più di 24000 nel 2015 [1]) e i campi di applicazione sono sempre in aumento: tra le più 'famose' si trovano sicuramente le super lenti ottiche ed acustiche ed il cloaking ottico ed acustico. In questo capitolo si cercherà di definire cosa si intende per "metamateriale", si tratterà come è nato questo ramo della ricerca, e si farà una panoramica sulle principali tipologie di metamateriali esistenti.

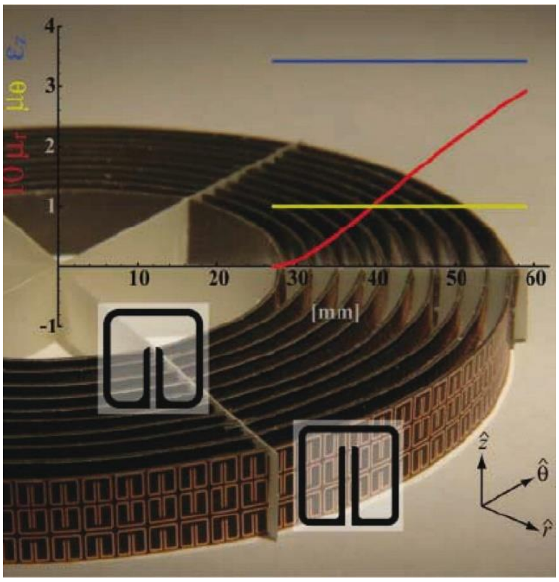


Figura 1 metamateriale per il cloacking elettromagnetico realizzato nel 2006 [2]

Definizione

Il termine "metamateriale" deriva dall'unione della parola greca μετά *meta,* inteso come "oltre", con la parola latina *materia,* materiale. Fu proposto nel 1999 Rodger M. Walser [3] per esprimere il desiderio di creare materiali artificiali il cui comportamento, a fronte di sollecitazioni esterne, andasse oltre i limiti naturali dei materiali compositi. Egli li definì come "un composto macroscopico, avente una architettura cellulare periodica e sintetica progettata per produrre una combinazione ottimizzata, non disponibile in natura, di due o più risposte a una specifica sollecitazione"

Da allora il concetto di metamateriale è in continua e rapidissima espansione, e i campi di applicazione si sono moltiplicati di pari passo con le proprietà dei nuovi metamateriali stessi. Il concetto di metamateriale è stato riformulato talmente tante volte che darne una definizione universale e univoca, ad oggi, non è ancora possibile. Raccogliere e discutere questi tentativi fu l'oggetto delle pubblicazioni di Ari Sihvola[4,5], dell'università di Helsinky. Questi notò come il confine tra ciò che che si chiama metamateriale e altre tipologie di strutture, sia ancora molto labile, essendo le definizioni spesso incomplete, vaghe, discordanti o, ancora peggio, troppo generali. Senza dimenticare, tra l'altro, che Sihvola trattò il problema parlando solo dei metamateriali elettromagnetici, trascurando completamente i metamateriali acustici e le loro applicazioni.

Sihvola nei suoi articoli riporta che le seguenti diciture sono presenti in tutte le definizioni di metamateriale e possono pertanto considerarsi caratterizzanti:

1. *I metamateriali presentano proprietà non osservabili nei materiali che li costituiscono.* I metamateriali sono costituiti da altri materiali omogenei o da loro miscele dalle proprietà note. La loro geometria e la loro disposizione nello spazio, però, causa l'"emergere", a livello globale, di proprietà diverse e per nulla correlabili alle proprietà dei costituenti (in questo senso nella radice della parola si va "oltre" i materiali);
2. *I metamateriali presentano proprietà non osservabili in natura.* Questa affermazione è molto più controversa della prima perché, a seconda del punto di vista da cui viene letta potrebbe portare a due obiezioni. La prima è che si potrebbe pensare che i metamateriali siano in qualche modo qualcosa di innaturale, quando in realtà sono dei materiali ingegnerizzati per rispondere ad una funzione specifica, e l'ingegnerizzazione è un precesso effettuato (inevitabilmente) sfruttando le leggi della natura. Il secondo è che qualunque materiale artificiale (plastiche, leghe ecc..) e moltissimi oggetti fatti dall'uomo presentano delle caratteristiche non osservabili in natura, e pertanto questa non può essere una frase utilizzabile per definire un materiale. Si può uscire dall'impasse specificando come per "proprietà" si intendano parametri quantificabili che nei metamateriali assumono valori particolari, o specificando che queste proprietà si manifestano attraverso funzioni di risposta globale alle sollecitazioni molto particolari e altrimenti impossibili.

Ci sono altre due caratteristiche dei metamateriali che sono meno comunemente riportate, o non da tutti considerate necessarie (nel caso della quarta), ma comunque piuttosto frequenti, ovvero:

3. *Le caratteristiche dei metamateriali sono date dall'inclusione di disomogeneità artificiali di piccole dimensioni.* Spesso viene specificato che le dimensioni delle disomogeneità sono piccole in confronto alla lunghezza d'onda della sollecitazione su cui devono ad agire. Viene quindi posto sotto i riflettori come la funzione di risposta globale sia direttamente dipendente dalle dimensioni e dalla forma delle inclusioni (che possono essere, ad esempio, degli scatterizzatori o delle cavità), e come sia necessaria una certa omogeneità, a fronte della lunghezza d'onda della sollecitazione, affinché i metamateriali possano dirsi "materiali".
4. *I metamateriali presentano una struttura periodica o reticolare.* I metamateriali pertanto presentano una "molecola" o cella: una unità fondamentale che si ripete nel piano o nello spazio. Non è stato ancora stabilito se la periodicità sia una caratteristica necessaria, o se è solo un vezzo ingegneristico: una necessità di ordine legata all' omogeneità di cui sopra. Talvolta non è nemmeno specificato se, o quanto la periodicità ha influenza sulle caratteristiche volute dal metamateriale. Secondo alcune fonti questa caratteristica non è necessaria per la definizione e dice esplicitamente che può esserlo o meno [6,7].

Sihvola, alla luce della sua analisi, non formula una definizione ma le considerazioni appena sviscerate danno una buona idea di cosa si parlerà da qui in avanti.

Le origini dei metamateriali

Da dove nascono i metamateriali? A cosa si deve l'interesse degli ultimi anni attorno ad essi?

Come spesso succede per le nuove tecnologie, si possono trovare diversi esempi nel passato, o addirittura in natura, in cui queste siano già in uso inconsapevolmente. Un esempio di metamateriale potrebbe essere il vetro di Murano, prodotto a partire dal 16° secolo, in quanto realizzato tramite inclusioni plasminiche di oro nel vetro. Un'altro esempio sono le ali di alcune farfalle, le scaglie di alcuni pesci tropicali, o gli ornamenti colorati degli uccelli variopinti, i cui colori sgargianti sono dovuti ad una particolare microstruttura interna che è a tutti gli effetti un cristallo fotonico.

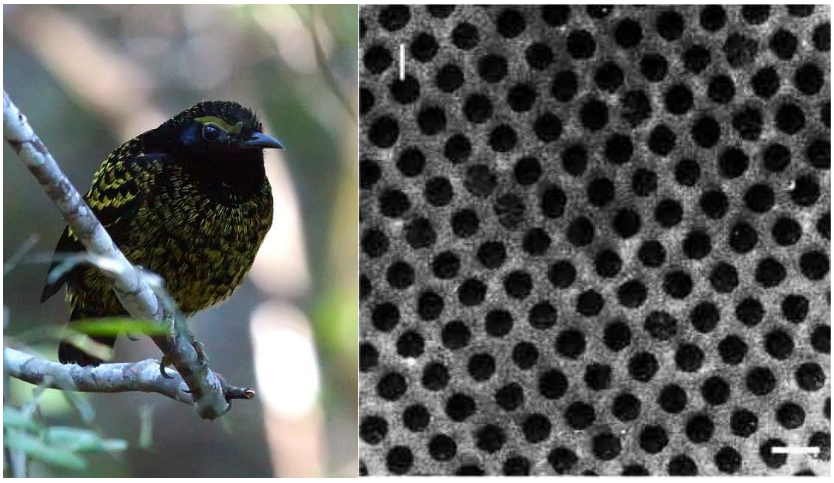


Figura 2 Collagene epidermico della Philepitta Castanea vista al microscopio elettronico. Il colore blu è dato dalla microstruttura [8].

Alcuni autori[6,9] riconducono le origini del concetto di metamateriale negli studi pubblicati nei primi anni dell'800 sulla polarizzazione della luce dovuta all'interazione con materiali aventi una struttura interna chirale naturale (Bose), o in quelli dei primi anni del ventesimo secolo dove la chiralità era artificiale (Lindman). Più tardi, negli anni '40 del novecento, Winston E. Kock, dei laboratori AT&T Bell, inventò dei metamateriali che prendono il nome di "dielettrici artificiali" sostituendo il materiale refrattivo in una lente dielettrica con una disposizione periodica di sfere metalliche[10] al fine di rendere le lenti più leggere. Le sfere, poste in tale struttura, a fronte delle onde radio perdevano le proprie caratteristiche di conduttive e si comportavano come dielettrici. Realizzò dei dielettrici artificiali anche cospargendo di vernici metalliche fogli di cellophane e polistirolo[11]. Rotman[12] vent'anni dopo realizzò i dielettrici artificiali con strutture metalliche ad asta, che vennero utilizzati per la sintesi di antenne miniaturizzate e per componenti a microonde.

Sebbene le fonti appena citate trattassero quelli che a tutti gli effetti possono essere considerati dei metamateriali, gli studi che hanno portato all'enorme interesse sull'argomento (raccontano i ricercatori coinvolti [13,14]) furono altri, e tutti affondano le loro radici nel lavoro di Eli Yablonovitch [15,16] del Bell comunication research, e di Sajeev John [17] della Princeton University. I due ricercatori negli anni Ottanta (gli articoli furono pubblicati nel 1987), studiarono separatamente delle stutture ottiche che presentavano analogie nella trasmissione delle onde elettromagnetiche con il comportamento delle bande nei semiconduttori. John, lavorando su strutture dielettriche disordinate, osservò come, se l'indice di rifrazione viene fatto variare in modo casuale nella struttura, si può delineare un'analogia tra la localizzazione di un fotone in tal mezzo e la localizzazione dell'elettrone nei semiconduttori disordinati (localizzazione di Anderson e Mott). Yablonovitch, invece, studiando un metodo per impedire l'emissione spontanea di fotoni legata ai fenomeni di ricombinazione nei semiconduttori, intuì che ciò era possibile se questi fossero stati posizionati come difetti all'interno di una struttura periodica composta da due dielettrici aventi indici di rifrazione molto differenti. Tale struttura, se ben progettata e dimensionata, avrebbe presentato una banda di frequenze proibita nella curva di dispersione del materiale, facendo sì che la radiazione emessa o incidente in tale banda fosse o completamente riflessa, o confinata e propagata in pochi difetti inseriti nel reticolo. La realizzazione pratica di tale struttura fu possibile solo una decina di anni più tardi con lo sviluppo della litografia e della tecnologia di deposizione dei materiali. Nacquero così i cristalli fotonici, ora utilizzati per la realizzazione di circuiti ottici[18].

Gli studi di Yablonovitch sull'interazione delle radiazioni elettromagnetiche con strutture periodiche generarono molto interesse e furono fondati gruppi e campagne di ricerca in tutto il mondo per lo studio delle proprietà dei cristalli fotonici. Uno di questi gruppi era quello formato da John B. Pendry, un ricercatore dell'Imperial College noto all'epoca per il suo lavoro sui semiconduttori, e il team GEC-Marconi ovvero il ramo dedicato alla difesa nazionale della General Electric Company, che si occupava, tra le altre cose, della produzione di assorbitori di frequenze radio realizzati tramite materiali compositi.

Gli studi sui metamateriali cominciarono quando un finanziatore propose di applicare le nuove idee sulle strutture periodiche sviluppate per i cristalli fotonici agli assorbitori di frequenze radio. L'idea di Pendry [19] fu quella di sfruttare un fenomeno di assorbimento simile a quello che si presenta nell'oro colloidale nero:

creare un plasma artificiale che generi plasmoni nel range delle onde radio. Questo significava ottenere una struttura che abbassasse la frequenza di plasma del metallo costituente dal range dell'ultravioletto all'ordine dei GHz, in modo che la costante dielettrica efficace. Pendry propose a tal fine una stuttura periodica in tre dimensioni come quella in figura,

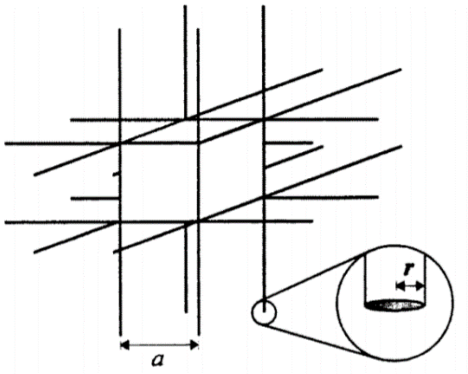


Figura 3 Struttura del plasma artificiale di Pendry

composta da sottilissimi fili metallici completamente interconnessi e distanziati tra loro di alcuni centimetri. In questo modo abbassò la densità di carica nella struttura complessiva e aumentò la massa efficace degli elettroni grazie al momento magnetico autoindotto nei fili sottili. La frequenza di plasma, che dipende da questi due fattori, scese ai valori voluti. La struttura fu realizzata sperimentalmente con fili di tungsteno rivestiti d'oro aventi 20 micrometri di diametro.

Essendo riusciti a creare un plasma artificiale elettrico, la sfida successiva del team fu quella di creare un plasma artificiale magnetico caratterizzato da una permeabilità magnetica efficace negativa [23]. Da qui nacque la famosa struttura a doppio anello spezzato nidificato, gli split-ring resonators SRR, realizzati in rame ed inseriti ordinatamente in una base di materiale dielettrico. Pendry dimostrò che, a livello globale, strutture caratterizzate da disposizioni regolari di questi elementi presentano una permeabilità magnetica efficace negativa nel range di frequenze che va dalla frequenza di risonanza dello SRR (che si comporta come un piccolo circuito RLC), alla frequenza magnetica di plasma.

Negli stessi anni la comunità scientifica mondiale aveva cominciato a muoversi nella direzione dei metamateriali. Nel 1999 Walser coniò il termine e con esso nomino il programma avviato dalla DARPA per la ricerca sui materiali compositi. Introdusse questa nuova concezione di materiale alla comunità scientifica in un workshop durante il Defence Science Research Council, il cui contenuto venne pubblicato l'anno successivo [3]. Nello stesso anno (1999), il dottor David Smith dell'Università di San Diego California progettò e realizzò il primo metamateriale doppio-negativo nel range delle microonde sovrapponendo nella stessa regione di spazio le due strutture di Pendry [24]. Lo costruì con una serie di SRR e di fili depositati litograficamente su un supporto per circuiti standard dell'altezza complessiva di 1 cm.

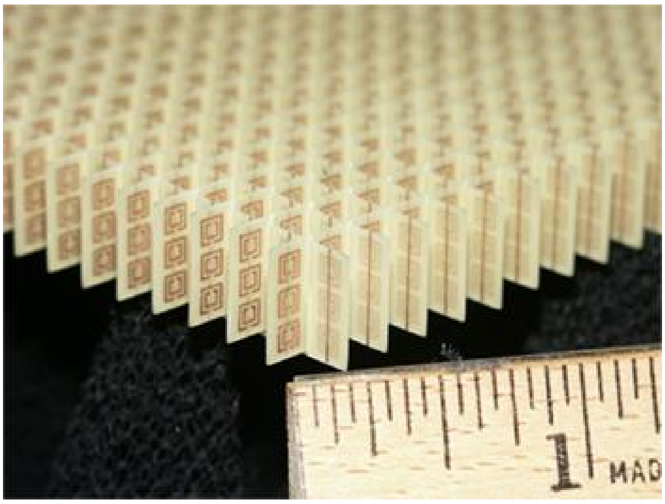


Figura 4 Metamateriale Double negative

Smith, irradiando un prisma di questo materiale con microonde piane e misurando la rifrazione con un opportuno rilevatore, scoprì che non solo l'indice di rifrazione era reale, ma era anche negativo. Nel 2001 pubblicò un articolo [25] in cui illustrava tale risultato provocando una controversia nella comunità scientifica: la validità degli esperimenti venne messa in discussione in quanto pareva andare contro le leggi della fisica.

La diatriba si risolse solo quando Pendry ritrovò uno studio di Viktor G. Veselago [26], fisico russo, pubblicato nel 1968 e caduto poi nell'oblio. In esso Veselago investigava in forma puramente teorica la propagazione di un'onda monocromatica piana in un materiale ipotetico che avesse entrambe la permettività e la permeabilità negative. Battezzava questi materiali con il nome Left Handed Material LHM: in essi la velocità di fase non è più direzionata secondo la regola della mano destra rispetto ai vettori di campo elettrico e di campo magnetico, ma nella direzione opposta.

Con il riconoscimento della possibilità di avere indici di rifrazione negativi, e dopo la dimostrazione pratica di Smith, l'interesse si diffuse a macchia d'olio. Le superlenti, l'invisibilità e molte altre potenziali applicazioni furono trovate in pochissimo tempo. Nuove strutture, supporti e geometrie sono state esplorate al fine di adattarle a diversi intervalli di frequenze e renderli molto meno dispersivi di quanto lo fossero nelle prime strutture descritte.

Inoltre, data la somiglianza formale tra le leggi che regolano i fenomeni elettromagnetici e quelle di altri fenomeni oscillatori, questo nuovo modo di ingegnerizzare i materiali fu trasposto anche nel campo dell'acustica, e della dinamica dando vita a nuove soluzioni per il controllo del rumore e delle onde acustiche e vibrazionali.

I metamateriali ottici ed elettromagnetici

In questa sezione, facendo una panoramica per nulla esaustiva delle tipologie di metamateriali ottici ed elettromagnetici risonanti esistenti, saranno introdotte delle sigle e delle diciture comuni a tutte le tipologie di metamateriali e che ritorneranno, in parte, anche più avanti nella trattazione dei metamateriali acustici.

I metamateriali risonanti non sono l'unica tipologia esistente nel campo dei metamateriali elettromagnetici. Altre proprietà interessanti si ottengono inducendo nella struttura delle bi-isotropie (come nei mezzi di Pasteur e di Telleger) oppure forti anisotropie, come avviene, ad esempio, nei metamateriali iperbolici. Un'altra classe che vale la pena citare è quella dei metamateriali che presentano una chiralità artificiale, alternando al loro interno celle speculari tra loro. Dalla chiralità infatti si ricavano dei fenomeni interessanti come l'attività ottica e il dicroismo circolare, oppure si possono creare dispositivi che, contrastando le forze attrattive di Casimir, potrebbero in futuro permettere la costruzione di nanomacchine. La trattazione approfondita di tutte queste tipologie di metamateriale non è di interesse per il lavoro oggetto di questo elaborato ma è giusto citarle per completezza della trattazione.

Classificazione secondo il valore efficace di μ ed ε: metamateriali risonanti

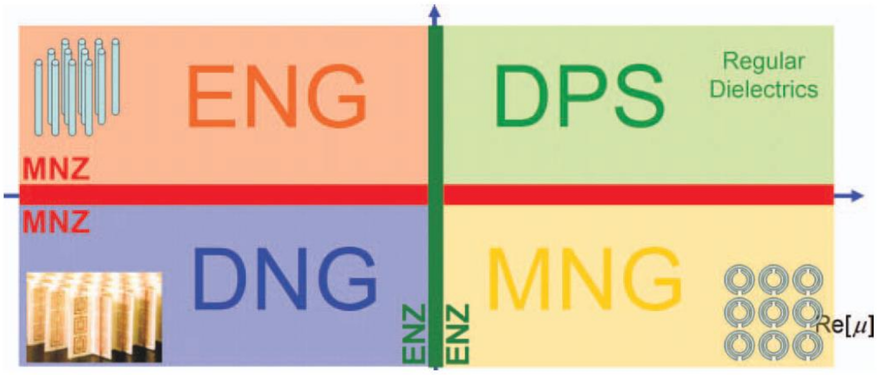


Figura 5 Classificazione e nomenclatura dei metamateriali elettromagnetici risonanti. Sugli assi sono riportati i valori della parte reale della permettività elettrica (x) e della permeabilità magnetica (y)

Come si vede in figura, secondo questa classificazione è possibile suddividere i materiali in quattro macrocategorie. Senza entrare nel dettaglio della fisica che c'è dietro (più di quanto non sia già stato fatto nella sezione precedente) queste sono:

- **Double Positive materials DPS**: possiedono entrambi i parametri μ ed ε positivi. Fanno parte di questa categoria tutti i materiali dielettrici presenti in natura e i già accennati dielettrici artificiali di Koch e di Rotman. Fanno parte di questa categoria anche alcuni metamateriali nei quali si sono volute alterare drammaticamente l'ordine di grandezza del valore di uno dei due, o di tutti e due, i parametri μ ed ε.

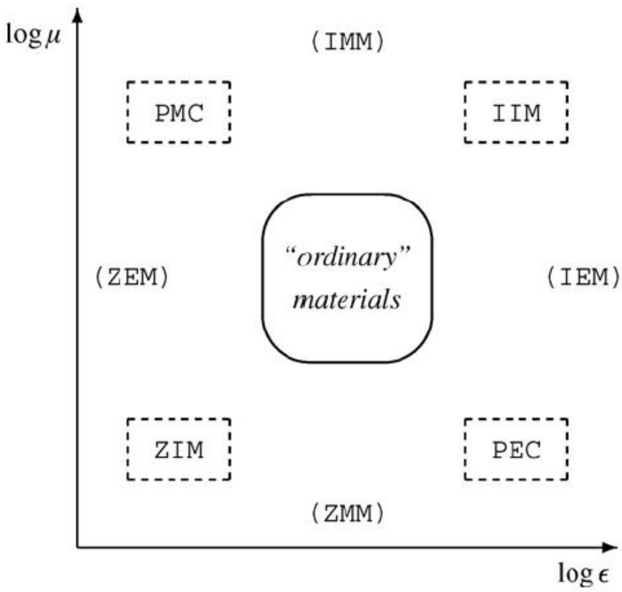


Figura 6 Classificazione dei Double Positive Metamaterials (DPS)

Nascono così gli:

- Zero-Index Materials ZIM: aventi entrambe le grandezze tendenti allo zero. Bloccano la propagazione della radiazione e pertanto se ottenuti come DPS non sono di particolare interesse scientifico. Più avanti vedremo che con i metamateriali double-negative si possono ottenere invece dei ZIM per il cloacking;
- Zero-Epsilon Materials ZEM: aventi la epsilon che tende a zero. Fanno parte di questa categoria i Perfect Magnetic Conductors PMC o mezzi ad impedenza infinita (essendo l'impedenza $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$), che presentano anche una μ tendente ad infinito (e pertanto possono essere considerati come Infinite-Magnetic Material IMM);
- Zero-Magnetic Materials ZMM: aventi la mi tendente a zero, fanno parte di questa categoria anche i Perfect Electric Conductor PEC caratterizzati da impedenza quasi nulla e da una epsilon molto grande (Possono essere considerati anche come Infinite Epsilon Materials IEM);
- Infinite Index Materials IIM in cui entrambi gli indici tendono all'infinito. Fanno parte di questa categoria i Perfect ElectroMagnetic Conductors, PEMC nati dall'unione dei PEC e dei PMC e hanno una funzione di risposta ai campi elettromagnetici globale molto peculiare. La loro risposta rimane isotropa anche quando il materiale è in movimento rispetto alla sorgente, cosa che non succede in altri materiali isotropi.

I PEC, PMC e PEMC sono più recenti degli altri metamateriali finora trattati e sono di interesse perché le loro peculiarissime risposte a radiazioni esterne le rende utili, ad esempio, per direzionare il segnale di antenne planari, rendere oggetti invisibili o comprimere energia ottica ed elettromagnetica.

- **Single Negative medium (SNG):** presentano uno dei due parametri efficaci negativo. Nel caso elettromagnetico, pertanto, si dividono in:
  - *Epsilon (ε) Negative medium (ENG)***:** fa parte di questa categoria, ad esempio, la struttura a reticolo di fili interconnessi di Pendry che abbiamo visto in precedenza. Possiedono permittività elettrica efficace negativa e la permeabilità magnetica positiva (ε <0 e μ >0) in un certo intervallo di frequenze.
  - *mi (μ) negative medium (MNG***):** hanno la permittività positiva ma la permeabilità efficace negativa (ε >0 e μ <0) in un determinato range di

frequenze. Oltre ai già visti split ring reasonators (e strutture analoghe) alcuni mezzi girotropici in certe bande di frequenza esibiscono questo comportamento;

(foto di strutture alternative)

- **double negative medium (DNG):** possiedono entrambi i parametri efficaci negativi (ε <0 e μ <0) a detrminate frequenze. Questa tipologia di metamateriali può essere chiamata in diversi modi in letteratura. Ogni denominazione si ricollega ad una delle caratteristiche principale di questo mezzo. Le più comuni sono:
    - *Left Handed Material (LHM):* terminologia che, come abbiamo già accennato, introdusse Veselago per indicare che il campo elettrico, il campo magnetico e il vettore d'onda compongono una terna sinistrorsa e non destrorsa come in tutti i mezzi di propagazione.
    - *Negative Refractive Index (NRI) o* ***Negative Index Materials (NIM):*** nome derivante dal segno negativo dell'indice di rifrazione globale che presenta il metamateriale. Nel caso acustico vedremo che questo comportamento può essere indotto anche con altri meccanismi non legati ai valori efficaci o a fenomeni di risonanza;
    - *Backward-Wave (BW):* Si sottolinea in questo caso come la velocità di fase e quella di gruppo siano opposte;
    - *Veselago medium:* come tributo al fisico russo, anche se tale nome non presenta alcuna informazione sulle propriet° del mezzo.

Veselago ricavò matematicamente le principali caratteristiche di questi materiali e ciò che ottenne fu che:

- Il vettore di Poynting dell'onda è antiparallelo rispetto al vettore della velocità di fase, ma è parallelo alla velocità di gruppo. Come conseguenza di ciò l'effetto Doppler risulta invertito: allontanandosi dalla sorgente in un DNG, il segnale percepito ha una frequenza più alta.
- L'effetto Cerenkov, ovvero L'emissione di luce che avviene quando una particella carica si muove in un mezzo ad una velocità maggiore di quella che avrebbe la luce nello stesso, risulta invertito: in un materiale normale la luce verrebbe emessa nella stessa direzione della velocità della particella, in questo caso, invece, nel verso opposto.
- L'indice di rifrazione, affinché continuino a valere nel mezzo le leggi di Maxwell, va considerato pari alla radice negativa del prodotto tra

permettività e permeabilità (altrimenti l'onda propagherebbe un'energia negativa). Da questo consegue che l'angolo di propagazione dell'onda trasmessa nel mezzo, secondo la legge di Snell, sia anch'esso anomalo e negativo.

L'interesse che si è generato attorno a questa tipologia di metamateriale nasce dalle sue possibili applicazioni. Gli scienziati di Oxford suggerirono che alternando uno strato di materiale a rifrazione positiva con uno strato di materiale a rifrazione negativa si potesse creare un mezzo trasparente, non riflettente nello spazio libero e avente indice di rifrazione globale nullo. "una porzione di spazio che non c'è" la defininì Pendry, in quanto il campo elettro magnetico sarebbe rimasto invariato dal passaggio al suo interno (Zero Index Metamaterial). Un'altra applicazione è la lente "perfetta" di Veselago, poi ripresa dallo stesso Pendry[27-29], in grado di realizzare un'immagine di una sorgente tale da avere una risoluzione inferiore al limite di diffrazione delle comuni lenti ottiche. Questo è possibile riuscendo ad amplificare e focalizzare la parte evanescente di una radiazione che in lenti normali viene persa. Dall'idea della lente "perfetta" nacque poi l'idea di creare un'altro tipo di materiale ottico in grado di deviare le radiazioni e farle girare attorno ad un oggetto rendendolo invisibile. Il primo metamateriale per il cloacking è stato realizzato nel 2006 [2] ed era progettato per deviare frequenze nel range delle microonde (figura 1).

I metamateriali acustici

I metamateriali acustici sono il corrispettivo meccanico dei metamateriali elettromagnetici visti fin'ora. Si sono sviluppati negli ultimi vent'anni applicando gli stessi principi e idee viste fin'ora al campo dell'acustica. Tratteremo in questa sezione i motivi che hanno spinto la ricerca in questa direzione e le principali tipologie di metamateriali fin' ora realizzate, analizzando le loro proprietà per il controllo del rumore e delle onde acustiche.

La legge della massa e i materiali acustici

La legge della massa è una legge matematica con cui tutti i materiali acustici devono fare i conti e costituisce ad oggi il loro più grande limite. Essa quantifica il potere fonoisolante (in termini di perdite di trasmissione) e fonoassorbente di una parete in funzione della sua densità di massa superficiale, e della frequenza dell'onda incidente.

Ipotizzando che la parete sia composta di un materiale omogeneo, elastico e non poroso, e l'onda sia piana e propaghi nell'aria in condizioni standard si ottiene:

$$TL \approx 20\log(mf) - 42{,}5\ (dB)$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi f m}{\rho_0 c_0}\right)^2}$$

dove per l'appunto TL è la transmission loss, la perdita di trasmissione, m è la massa per unità di superficie, f la frequenza dell'onda e α è il coefficiente di assorbimento acustico. Queste due leggi sono all'incirca valide per tutte le basse frequenze ad eccezione delle frequenze di risonanza e antirisonanza della parete.

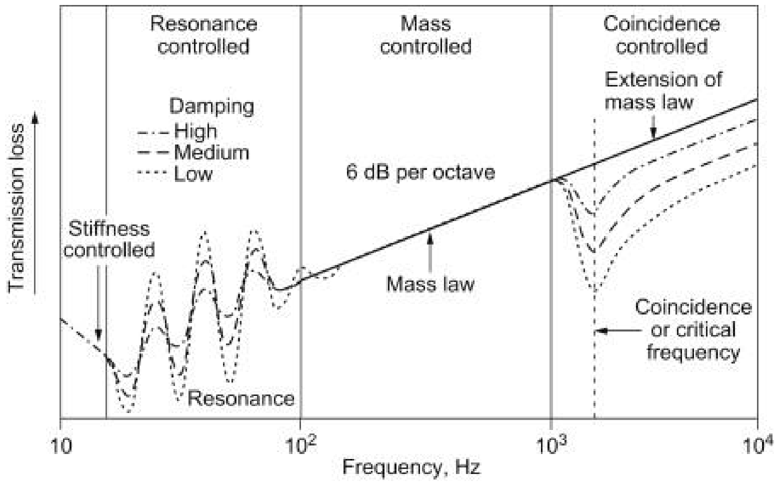


Figura 7 Tipico andamento delle perdite di trasmissione in una parete al variare della frequenza.

È evidente dalle formule e dal grafico in figura, come, se si ha a che fare con frequenze fino ai 1000 Hz, L'assorbimento e l'isolamento diventano problematici e spesso richiedono soluzioni molto massive e ingombranti. Anche i materiali porosi sono poco performanti in quel range: i pori sono troppo piccoli per innescare fenomeni viscosi o risonanze per le lunghezze d'onda in gioco, e vengono percepiti come fossero materiali omogenei.

Si capisce quindi che l'obiettivo dichiarato dei metamateriali nell'acustica è proprio quello di infrangere la legge della massa-frequenza nello spettro delle basse frequenze e permettere un maggiore controllo su tali onde. Attualmente le principali soluzioni ingegneristiche adottate sono quattro:

1. Creare materiali che siano antirisonanti in una o più frequenze in tale range al fine di ottenere un isolamento perfetto da tali frequenze;

2. Creare materiali che siano risonanti in una o più frequenze in tale range al fine di ottenere forti accumuli di energia e forti dissipazioni viscose per un assorbimento perfetto di tali frequenze;
3. Creare mezzi caratterizzati da una velocità del suono immaginaria, o che presentino dei band-gap che non permettano di propagare suoni;
4. Creare mezzi caratterizzati da una velocità del suono negativa al fine di poter infrangere i limiti della legge di Snell nel controllo della direzione di propagazione dell'onda e ottenere elevati angoli di rifrazione, o addirittura la propagazione a retroso del segnale acustico.

Per ottenere le ultime due proprietà è intuibile che bisogna riallacciarsi al discorso fatto per i DNM o NIM elettromagnetici. L'unica differenza, a livello matematico-formale, è che nel caso acustico le grandezze coinvolte sono la densità efficace e la compressibilità efficace del materiale. La realizzazione di NIM meccanici, inoltre, permette di tradurre i discorsi sull'invisibilità (facendo deviare le onde acustiche attorno all'oggetto) o sulle superlenti (orientando e focalizzando le componenti evanescenti dell'onda acustica riflessa), anche al campo dell'acustica. Chiariamo ora cosa si intende per densità dinamica e compressibilità efficace, il loro ruolo, e in che modo è possibile farle diventare negative.

Densità dinamica e modulo di compressibilità efficace [30]

Per comprendere l'importanza di questi due parametri si riporta di seguito l'equazione dell'onda acustica in un mezzo omogeneo in assenza di una sorgente:

$$\nabla^2 P - \frac{\rho}{\kappa}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0$$

In questa equazione P è la pressione, ρ e κ sono rispettivamente la densità e la compessibilità, ovvero i parametri costitutivi del mezzo di propagazione. Da questi dipende la velocità di propagazione dell'onda nel mezzo, data da $\sqrt{\kappa/\rho}$, e l'impedenza, data da $\sqrt{\rho\kappa}$, grandezze fondamentali nei fenomeni di propagazione e di assorbimento. Se comparata con l'equazione dell'onda elettromagnetica, tralasciando le differenze ontologiche dei due fenomeni e concentrandosi sull'aspetto puramente matematico-formale delle due equazioni, è possibile tracciare una corrispondenza tra la densità e la permettività elettrica, e tra il reciproco della compressibilità con la permeabilità magnetica. Anche il calcolo dell'indice di rifrazione rispecchia questa corrispondenza. È evidente quindi che tutte le considerazioni fisiche fatte per i mezzi di Veselago, valgano anche per i mezzi acustici.

Come fare, però, ad ottenere per la densità e per la compressibilità del materiale dei valori efficaci dipendi dalla frequenza di sollecitazione? Se si pensa ad un secchio pieno d'acqua, si saprà che il compito di trasportarlo a mano da un punto ad un'altro è reso difficile dallo sciabordio del liquido al suo interno. Allo stesso modo un materiale composito che permetta il movimento relativo tra le inclusioni ed il materiale costituente avrà una risposta inerziale diversa da quella che caratterizzerebbe un comune corpo rigido.

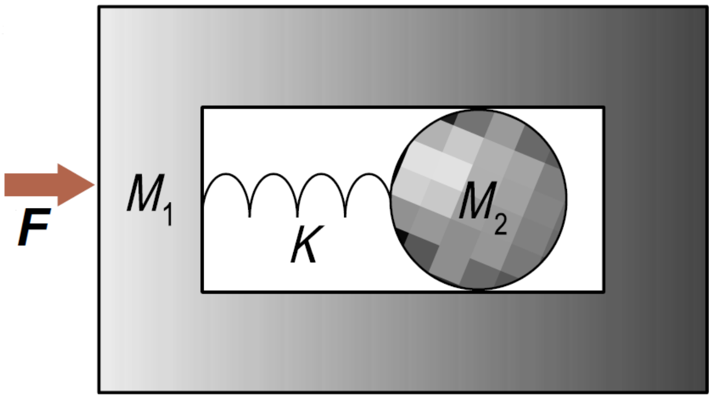


Figura 8 Schematizzazione monodimensionale del comportamento di un materiale composito che permetta l'oscillazione relativa delle inclusioni rispetto alla matrice

Per chiarire questo concetto dal punto di vista matematico si può prendere in considerazione, per semplicità, il modello dinamico dell'oscillatore mono-dimensionale in figura, sottoposto ad una forza armonica esterna. Supponendo che tra la massa 2 e la massa 1 che la contiene, non ci sia attrito, la forza esterna applicata sulla massa 1 sarà data da:

$$F(\omega) + K(x_2 - x_1)$$

dove il secondo termine è legato all'accoppiamento tra le masse, schematizzato nel modello da una molla. L'equilibrio dinamico sulla massa 2 è invece dato da:

$$M_2\ddot{x}_2 = -K(x_2 - x_1)$$

Supponendo un andamento armonico per x_1 e x_2, e sostituendo $\ddot{x}_2 = -\omega^2 x_2$, con un po' di passaggi matematici si può ottenere:

$$F = \left(M_1 + \frac{K}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)\ddot{x}_1$$

dove $\omega_0 = \sqrt{K/M_2}$ è la frequenza di risonanza (in assenza di smorzamento) della massa M_2. Confrontando questa equazione con la seconda legge della dinamica è possibile considerare il fattore in parentesi come una massa dinamica apparente che è funzione della pulsazione della forzante:

$$\bar{M}(\omega) = M_1 + \frac{K}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Quanto appena descritto suggerisce che qualora in un metamateriale si abbiano spostamenti relativi tra la matrice e le inclusioni, o si abbiano altri fenomeni oscillatori al suo interno si debba definire per esso una densità dinamica efficace data da

$$\bar{\rho} = \frac{\langle f \rangle}{\langle \ddot{x} \rangle}$$

Dove f è la densità di forza e $\ddot{x}$ l'accelerazione del materiale, entrambe mediate su tutto il provino preso in considerazione.

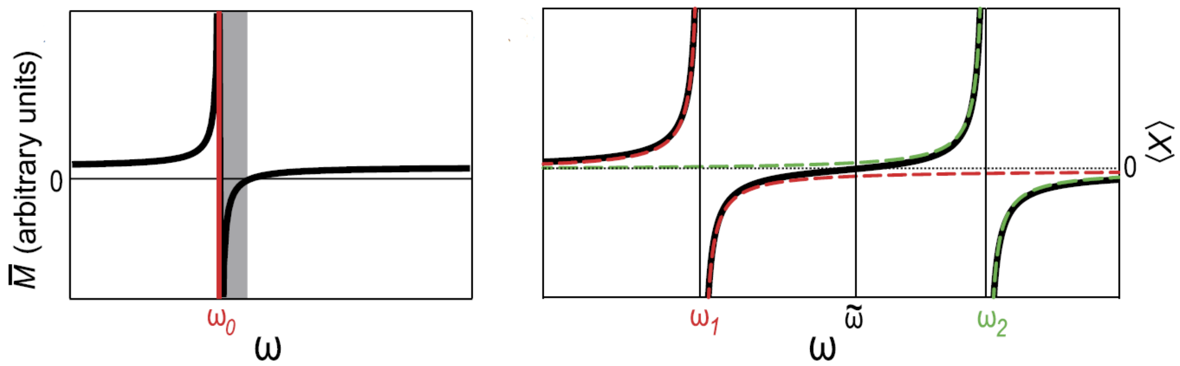


Figura 9 Andamento della massa efficace (sinistra) e dello spostamento medio (destra) al variare della frequenza.

Particolarmente interessante, nell'ottica dei metamateriali, è il valore che si ottiene per $\bar{\rho}$ in corrispondenza e in prossimità delle frequenze di antirisonanza. In tali frequenze lo spostamento, e di conseguenza l'accelerazione media della struttura si annullano e la densità assume l'andamento riportato in figura 9: quando $\bar{\rho}$ assume valori molto grandi o valori negativi, come nel caso della zona in grigio, l'onda acustica viene fortemente attenuata all'interno del mezzo e si ha un bandgap.

Per quanto riguarda la comprimibilità efficace, invece, non si entra in questa tesi nell'aspetto matematico del fenomeno. Verrà soltanto detto che a differenza della densità dinamica, il cui valore è legato allo spostamento del centro di massa del sistema considerato, la comprimibilità efficace è connessa ai fenomeni di espansione/compressione nello stesso.

In maniera più specifica è stato dimostrato da Li e Chan [31] che l'oscillazione della densità e della compressibilità efficace sono associati a due distinte simmetrie spaziali del moto effettuato dal mezzo di propagazione alle risonanze principali. In generale hanno stabilito che i modi con simmetria dipolare contribuiscono alla risposta inerziale, e quindi alterano la densità efficace, mentre i modi a simmetria monopolare sono responsabili dell'andamento del modulo di compressibilità.

Adesso possiamo possiamo fare una panoramica delle principali tipologie di metamateriali acustici esistenti.

I cristalli fononici

Figura 10 Statua di arte moderna di E. Sampere a Madrid. È stata la prima struttura in cui si sia misurato un quasi bandgap acustico [32].

I cristalli fononici sono strutture realizzate attraverso una disposizione ordinata e periodica in una, due o tre dimensioni di scatterizzatori in una matrice di materiale avente caratteristiche molto diverse dalle loro. Questi metamateriali si sono sviluppati in parallelo ai cristalli fotonici a partire dal 1992 [33,34] (con i primi modelli fisici realizzati nel 1998 [35,36]), infatti hanno un principio di funzionamento molto simile a questi ultimi: la struttura periodica fa sì che ci siano dei bandgap nella struttura a bande del reticolo e pertanto effettuano un isolamento selettivo da determinate frequenze che non possono propagare al suo interno.

Le dimensioni di questi cristalli sono il motivo per cui spesso non sono considerati come metamateriali ma come una categoria a sé stante. La formazione delle bande proibite avviene, infatti, per fenomeni di interferenza legati allo scattering di Bragg che avvengono solo quando i parametri del retico e le lunghezze d'onda delle frequenze nella banda proibita sono di dimensioni confrontabili $n\lambda \sim 2d$ (legge di Bragg).

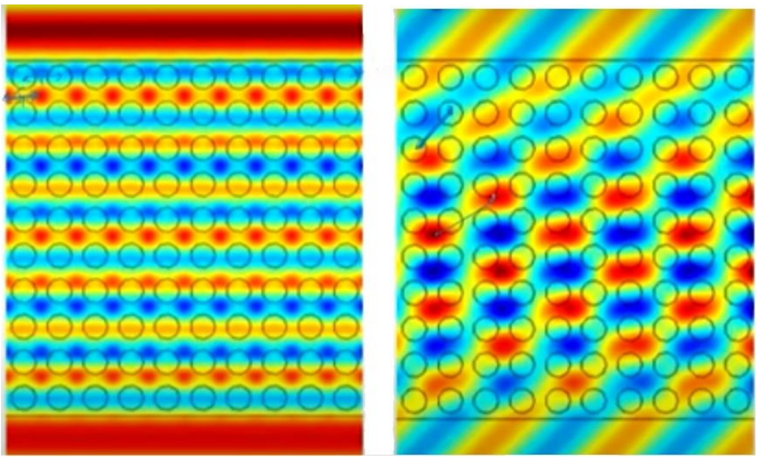


Figura 11 Campi acustici tipici nelle strutture periodiche o cristalline

A livello teorico, la struttura a bande si ottiene applicando il teorema di Bloch alla singola cella unitaria del reticolo, nello spazio reticolare reciproco (prima zona di Brillouin irriducibile). Secondo questo teorema, il campo acustico all'interno di una struttura periodica assume le stesse periodicità e simmetrie della struttura in questione. Le onde (onde di Bloch) che possono propagare in una determinata direzione nel cristallo sono quindi quantizzate, e limitate a quelle in grado di riprendere la periodicità del reticolo. Al contrario, una frequenza appartiene ad una banda proibita se ad essa non è associabile nessun modo di propagazione in nessuna direzione del reticolo, come avviene in figura 12 nella zona grigia.

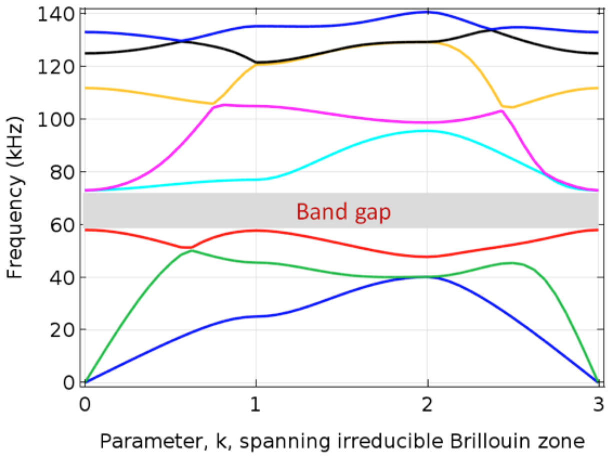


Figura 12 Tipica struttura a bande di un cristallo fononico. Le curve colorate rappresentano i primi otto modi di propagazione nel reticolo, k è un parametro che indica una direzione specifica lungo il perimetro della prima zona di Brillouin irriducibile.

L'isolamento da determinate frequenze e la loro riflessione non sono gli unici effetti utili ottenibili con questi materiali: esistono ad esempio studi nei quali è stato dimostrato sia teoricamente che sperimentalmente che nella dispersione delle onde ottenuta attraverso lo scattering di Bragg alcune bande presentano una velocità di gruppo antiparallela alla velocità di fase, e quindi un indice di rifrazione negativo[37]. È stato quindi possibile realizzare delle super-lenti acustiche [38], o altri nei quali è stato possibile far convergere ed intrappolare le onde acustiche per poi dissiparle viscosamente al loro interno (buco nero acustico) [39,40].

Per il resto, questi metamateriali trovano interessanti applicazioni in un larghissimo range di frequenze: le dimensioni del reticolo, infatti, grazie alle moderne tecniche litografiche, possono spaziare dai nanometri fino ai metri.

- Nella scala dei nanometri e dei micrometri possono essere usati per ridurre sensibilmente la conducibilità termica di un sistema. Ciò si ottiene creando delle strutture che abbiano dei bandgap nelle bande delle oscillazioni termiche. Strutture di questo tipo sono state realizzate sintetizzando superreticoli epitassiali con ossidi di perovskite (SrTiO3/CaTiO3 o SrTiO3/BaTiO3) [41], oppure creando sottili strati di grafene con alte concentrazioni dell'isotopo 13 del carbonio [42] (o di Germanio, o di silicio[43]) al posto dell'isotopo 12. Questa manipolazione dell'oscillazione termica può essere usata per la creazione di diodi termici [44], e potrebbe in futuro permettere di esplorare l'interazione elettrone/fonone (cristalli foxonici).

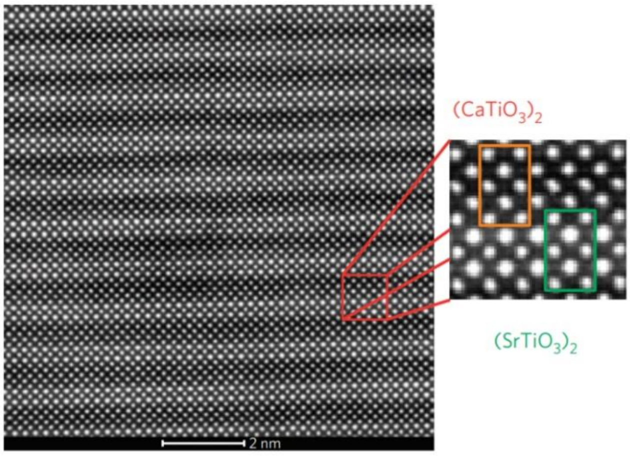


Figura 13 Cristallo fononico unidimensionale in scala nanometrica realizzato con superreticoli epitassiali di perovskite [41]

- Nella scala dei micrometri e dei millimetri possono essere usati come sensori per misurare le proprietà fisiche dei liquidi [45]

- Nella scala dei millimetri e dei metri si stanno utilizzando per realizzare sistemi antisismici per l'edilizia e l'ingegneria civile: sono state progettate soluzioni sia per l'interno dell'edificio, come il metacemento [46], sia per l'esterno, come gli scudi sismici ricavati con fori cilindrici nel terreno [47]: è un settore in via di sviluppo.

In letteratura, talvolta, i materiali appena trattati vengono chiamati cristalli sonici, e talvolta quelli che in questa trattazione sono considerati cristalli sonici, in letteratura vengono riportati come cristalli fononici risonanti. Non è chiaro a cosa sia dovuta questa ambiguità. In questa trattazione si è voluto separare le due tipologie in virtù della differenza tra i principi fisici che ne regolano il comportamento. Inoltre, mentre si può discutere sul fatto che i cristalli fononici siano o meno dei metamateriali, per via delle loro dimensioni, sui cristalli sonici questo dubbio non c'è.

Cristalli sonici

I cristalli sonici sono strutturalmente identici ai cristalli fononici tuttavia, come già accennato, il principio di funzionamento è molto diverso. Nei cristalli sonici, il bandgap è indotto da risonanze locali delle celle alle basse frequenze che causano una forte dispersione nei valori della densità dinamica e della compressibilità, che arrivando ad assumere valori molto alti o valori negativi.

Il vantaggio che si ha nell'utilizzo di una struttura risonante rispetto ad una scatterizzante sta nelle dimensioni del sistema: la costante del reticolo del cristallo sonico può essere fino ad 1/100 della lunghezza dell'onda con cui il cristallo interagisce. Quello che viene guadagnato in dimensioni, tuttavia viene perso in complessità della struttura.

Il primo cristallo sonico fu realizzato nel 2000 da Liu et al. [48,49] e fu anche il primo metamateriale acustico nel quale è stata riscontrata sperimentalmente la densità dinamica negativa. Il cristallo, rappresentato in figura, è costituito da una matrice di resina epossidica all'interno della quale è stata inserita una distribuzione periodica tridimensionale di sfere di piombo ricoperte da uno strato omogeneo di silicone. Tale struttura presenta due risonanze proprie al di sotto dei 1400 Hz in corrispondenza delle quali sono state riscontrate forti oscillazioni della densità dinamica.

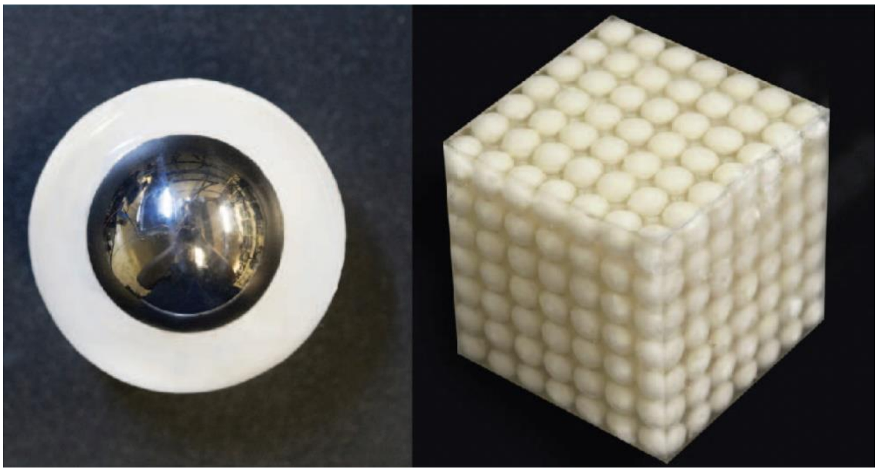


Figura 14 Cristallo sonico di Liu et al.

Nel 2007 e nel 2015 sono state proposte altre due strutture risonanti che realizzano anche la compressibilità efficace negativa. La prima tramite la coesistenza nella stessa matrice di due reticoli fcc molto diversi [50] (uno formato da bolle contenenti acqua e l'altro da sfere d'oro ricoperte di gomma), la seconda è un metafluido realizzato immergendo piccole sfere in materiale microporoso in acqua [51].

Degne di nota sono le strutture risonanti riportate nella rewiew di Liu [52] del 2019: sistemi massa-molla [53], o cantilever-molla [54], accoppiati ad elementi strutturali come piastre rinforzate o travi, ne rendono negativo il modulo elastico efficace e generano dei bandgap vibrazionali. Essendo delle soluzioni semplici e non distruttive potrebbero trovare presto applicazioni pratiche nell'edilizia e nella meccanica strutturale.

Metamateriali membranali

Come si intuisce dal nome, i metamateriali membranali presentano nella propria cella fondamentale una membrana, ovvero uno strato sottile di materiale elastico che non presenta rigidezza flessionale. La cella così costituita presenta delle risonanze alle basse frequenze a cui corrispondono modi dipolari, quindi in grado (per quel che è stato detto) di generare una densità efficace negativa. I vantaggi di questo tipo di metamateriali risiedono nelle dimensioni estremamente contenute della cella e nella possibilità di accordarli in modo che manifestino le proprie risonanze alle frequenze volute. In futuro questi metamateriali potrebbero aprire le porte alla possibilità di avere un controllo attivo del rumore.

Al fine di ottenere dei bandgap legati alla ρ_{eff} negativa sono state proposte due principali tipologie di celle fondamentali:

- Cella 1: membrana in tensione con una massa attaccata al centro o "membrana decorata" (Decorated Membrane Resonator DMR).

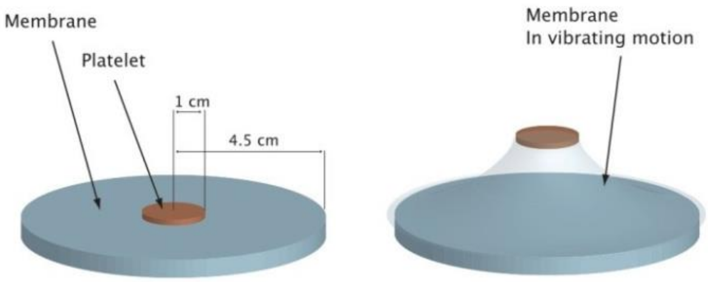


Figura 15 schema di una membrana decorata.

Questa soluzione venne proposta per la prima volta nel 2008 da Yang et al. [55]. La struttura presenta due modi propri di risonanza nel range che va dai 100 Hz ai 1000 Hz, e tra le due, una frequenza di antirisonanza.

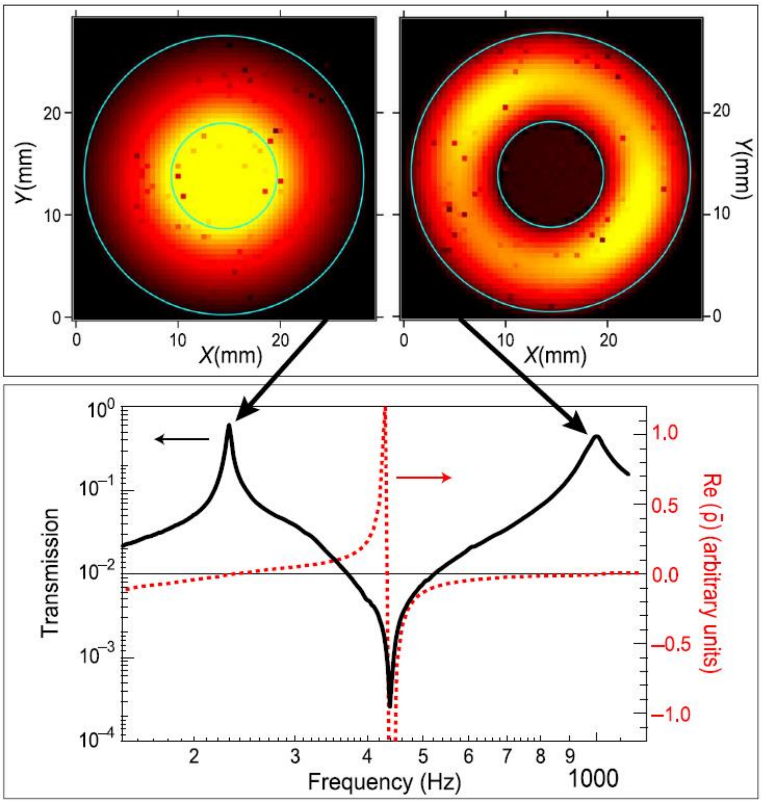


Figura 16 In alto sono rappresentati gli spostamenti caratteristici dei due modi di risonananza. in basso il loro effetto sulla trasmissione (in nero) e sulla densità dinamica (rosso)

In maniera del tutto analoga al caso dell'oscillatore monoassiale visto in precedenza si ha che (vedi figura):

1. alle frequenze di risonanza, lo spostamento diverge, la densità efficace è nulla e con essa anche l'impedenza della cella. Si ha un picco di

trasmissione dell'onda incidente che si può sfruttare per ottenere il superaccoppiamento acustico di due ambienti. In alcuni studi la cella fondamentale è stata modificata per sfruttare queste risonanze e ottenere dei matemateriali assorbenti con ottime prestazioni alle basse frequenze. Nascono così i "Dark metamaterials" [56] e le celle con un volume di aria intrappolato dietro la membrana (Metamateriali a risonanza ibrida) [57].

2. alla frequenza di antirisonanza lo spostamento medio è nullo e pertanto la densità efficace diverge: si ha un vistoso minimo nella trasmissione dell'onda che viene completamente riflessa.
3. nel range di frequenze che precede la prima risonanza, e nel range che va dalla frequenza di antirisonanza alla seconda frequenza di risonanza, la densità efficace è negativa in quanto l'accelerazione del sistema oscilla in controfase rispetto alla forza incidente. In questo caso sulla superficie della membrana si presentano fenomeni vibratori simili a quelli dei plasmoni superficiali dei metalli: questa proprietà è stata sfruttata da Park et al [58,59] per amplificare i modi evanescenti di un segnale e realizzare una superlente attraverso una struttura bidimensionale molto piccola.

- Cella 2: membrana in tensione semplice.
  La cella in figura è stata proposta per la prima volta nel 2009 da Lee et al. [60] ed è una semplice membrana in tensione posta in una guida d'onda soggetta ad un'onda planare. La densità efficace in questa cella ha un andamento molto simile al modello di Drude per la permettività elettrica dei metalli: Al di sotto della pulsazione naturale del sistema, la densità efficace è negativa e la propagazione è bloccata: l'isolamento avviene su un ampio range di basse frequenze.

Le celle descritte possono essere disposte in diverse configurazioni per soddisfare diverse applicazioni. Possono essere montate in serie (ad una distanza tale per cui siano indipendenti l'una dall'altra) in una guida d'onda per realizzare filtri passa-banda (DMR) o passa-alto (membrana semplice), oppure possono essere montate in parallelo su pannelli [61], anche in strutture a nido d'ape [62], per l'utilizzo come fonoisolanti, fonoassorbenti (nel caso dei dark metamaterials) e superfici riflettenti per il controllo della qualità acustica degli ambienti.

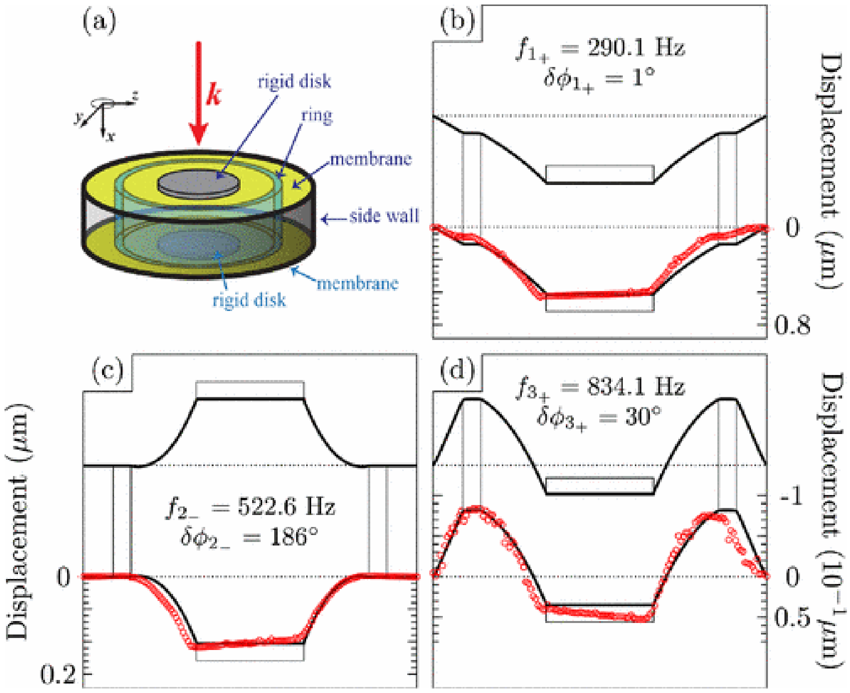


Figura 17 Schema della cella con due membrane accoppiate e rappresentazione dei tre modi caratteristici. il modo c ha simmetria monopolare e pertanto causa la dispersione dei valori della compressibilità efficace

Grazie ad un terzo tipo di cella (in figura), infine, è stato possibile ottenere anche un metamateriale con entrambe la densità efficace e la compressibilità efficace negative alle basse frequenze [63]. La cella in questione è composta da due membrane decorate accoppiate e separate da una cavità sigillata piena di aria. Questo tipo di struttura mantiene invariati i due modi dei DMR già descritti (in figura i modi a e b), ma ne induce un terzo (modo c) nel quale le due membrane vibrano uno contro l'altra generando nell'aria della cavità un moto di espansione-compressione. Il nuovo modo, avendo simmetria monopolare, ha effetto sul valore della compressibilità efficace e lo fa diventare negativo.

Risonatori di Helmholtz

Quello del risonatore di Helmholtz è una struttura ormai nota da più di due secoli e già largamente in uso per la creazione di pannelli fonoassorbenti per l'edilizia per la creazione di strumenti musicali e tante altre applicazioni in campo meccanico e acustico. Il principio alla base è molto semplice: una struttura ad ampolla con collo stretto induce al suo interno la risonanza di una specifica frequenza il cui valore è dipendente dalle caratteristiche geometriche del risonatore tramite una relazione matematica precisa:

$$f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{VL}}$$

Dove f è la frequenza di risonanza, c è la velocità del suono nel mezzo in cui è immerso il risonatore, A è l'area della sezione del collo, V è il volume della cavità ed L è la lunghezza del collo.

Nel campo dei metamateriali questo tipo di struttura è stata utilizzata come cella fondamentale per pannelli fonoassorbenti monofrequenza ultra-sottili [64,65], o in pannelli microforati con strutture a nido d'ape per applicazioni broadband [66,67] (in figura), o per assorbitori multifrequenza, realizzati inserendo nella stessa cella più risonatori di dimensioni diverse [68].

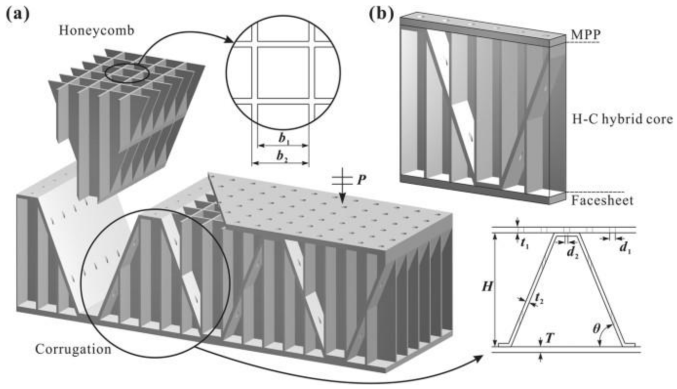


Figura 18 Struttura a nido d'ape basata sui principi dei risonatori di Helmholtz e dei pannelli microforati

I risonatori di Helmholtz assunsero molta importanza nel campo dei metamateriali quando, nel 2006, Fang et al [69] li utilizzarono per ottenere per la prima volta il modulo di compressibilità efficace negativo: costruirono una guida d'onda intarsiata sulla superficie laterale da numerosi risonatori uguali e disposti in serie, scoprendo così che la dispersione delle onde nella colonna d'aria indotta da tale struttura aveva effetti anomali sul modulo di compressione efficace della stessa. Il valore negativo venne ottenuto nel range degli ultrasuoni. Successivamente la stessa struttura fu accoppiata a delle membrane decorate disposte in serie nella stessa guida d'onda [70,71], ottenendo in questo modo i primi Double Negative medium (DNG) acustico.

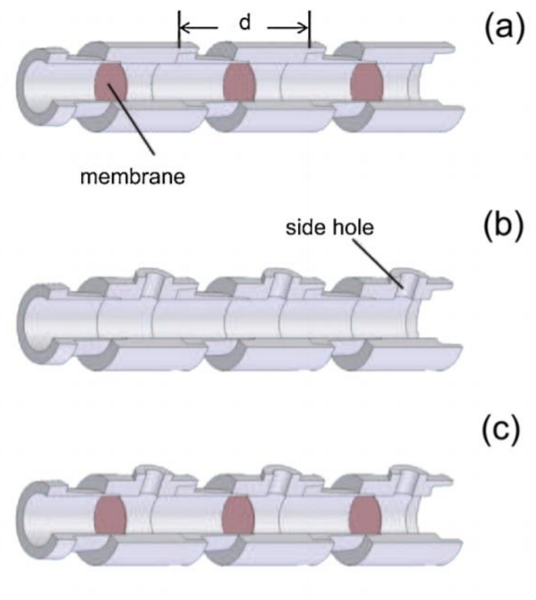


Figura 19 Guida d'onda DNG ottenuta dalla sovrapposizione degli effetti dovuti a a) le membrane decorate (densità efficace negativa) e a b) i risonatori di Helmholtz (compressibilità negativa)

Un altro Negative Index Metamaterial è stato realizzato da Kaina et al [72] dimostrando che si possono ottenere entrambi i parametri efficaci negativi semplicemente introducendo delle leggere asimmetrie nella periodicità di un Single Negative Metamaterial. Andando a modificare leggermente la posizione nel reticolo, o la frequenza di risonanza di un risonatore di Helmholtz ogni due all'interno di una distribuzione bidimensionale degli stessi, riuscirono a realizzare delle superlenti con risoluzioni che superano di 7 e 3,5 volte il limite di diffrazione.

Space-coiled metamaterials

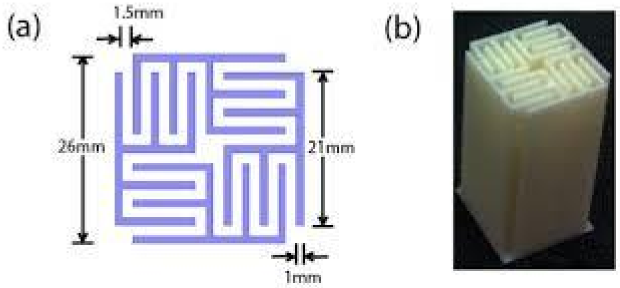


Figura 20 Cella del metamateriale space-coiled di Liang

I primi metamateriali che presentassero come cella fondamentale un "volume attorcigliato", ovvero una struttura a labirinto con dei condotti ripiegati su se stessi (vedere figura), furono proposti nel 2012 da Liang et al. [73]. L'obiettivo era sfruttare il fatto che le guide d'onda acustica non presentino una frequenza di cut-off per indurre nell'onda incidente, costretta a propagare per tutta la lunghezza della cavità, un ritardo di fase apparente analogo a quello che avrebbe subito attraversando un mezzo caratterizzato da valori estremi di indice di rifrazione. A partire da questa cella furono realizzati metamateriali SNG che potevano presentare alternativamente la densità efficace negativa o la compressibilità efficace negativa [74], metamateriali double negative [75,76] e dispositivi per il tunnelling o per l'invisibilità acustica aventi indice di rifrazione globale nullo [77] (Zero Index Metamaterials, già visti quando abbiamo trattato i DNG elettromagnetici).

Negli stessi anni, utilizzando una cella più semplice composta da un solo canale a serpentina passante furono eccitate le risonanze di Fabry-Perot della cavità e furono quindi ottenuti fenomeni interessanti di trasmissione dell'onda incidenti. Tra questi si citano: lenti graduate in grado di focalizzare il suono con alta efficienza di trasmissione [78,79], super-trasmettitori in grado di presentare indice di trasmissione unitario per un range broadband di frequenze [80] e lenti Fresnel acustiche [81]

Realizzando, infine, delle serpentine chiuse da una superficie rigida è stato possibile, dapprima ottenere strutture per il controllo della fase e del fronte di propagazione delle onde riflesse [82,83], poi, nel 2014 [64], dei pannelli ultrasottili fonoassorbenti monofrequenza per le basse frequenze. Inserendo nella stessa cella più di una cavità di lunghezze diverse, si può ottenere un metamateriale per l'assorbimento multifrequenza [85,85] o, inserendo nelle cavità del materiale poroso, un assorbimento broadband [85].

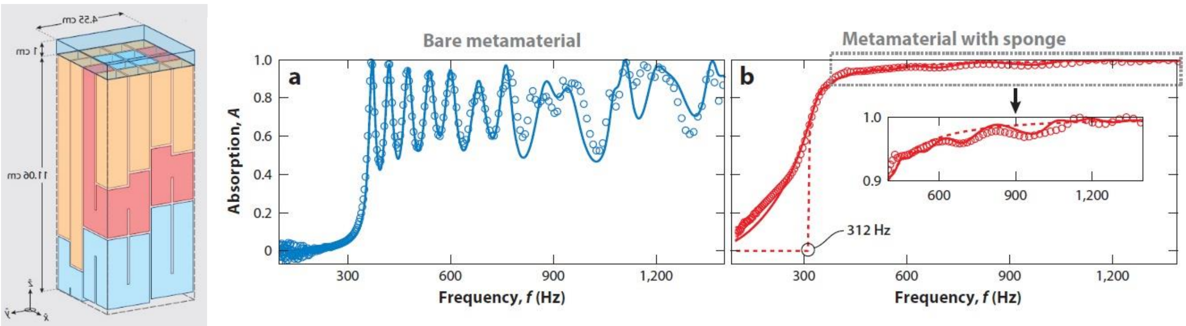


Figura 21 a sinistra: metamateriale per l'assorbimento multifrequenza realizzato inserendo più cavità di diversa lunghezza all'interno della cella fondamentale. Al centro e a destra gli andamenti del coefficiente di assorbimento rispettivamente senza e con materiale poroso nelle cavità.

Futuro dei metamateriali acustici

In questo capitolo abbiamo visto le principali tipologie di metamateriali acustici fino ad oggi indagati, tuttavia questa trattazione, è tutt'altro che esaustiva: farne una più completa sarebbe uno sforzo titanico che non è tra gli obiettivi principali di questa tesi. La ricerca sta progredendo molto velocemente e nuovi metamateriali con nuove proprietà vengono proposti quasi all'ordine del giorno. Un grande sforzo, inoltre, si sta facendo, per trovare applicazioni pratiche per questi metamateriali. Ad oggi, infatti, le strutture proposte sono ad uno stadio embrionale di grandissimo interesse per la ricerca scientifica ma ancora di scarso interesse ingegneristico. In questo senso, i metamateriali acustici stanno avendo meno fortuna dei corrispettivi metamateriali elettromagnetici, già usati per la produzione di antenne e altre componentistiche. In futuro però con lo sviluppo di strutture con effetti broadband sulle basse frequenze o strutture controllabili attivamente (tramite la tensione delle membrane o tramite strutture piezoelettriche) le cose potrebbero cambiare.

Misure acustiche sui metamateriali

Il problema della misura

Come abbiamo avuto modo di vedere solo negli ultimi dieci anni la ricerca sui metamateriali ha già intrapreso innumerevoli direzioni. Questo grande impeto della comunità scientifica va sicuramente interpretato come un ottimo segnale e un indice delle loro grandi potenzialità, tuttavia potrebbe diventare un'arma a doppio taglio se la ricerca viene mal gestita o per nulla indirizzata. Il rischio è quello di creare confusione e rallentare lo sviluppo e l'industrializzazione di questi materiali. Un esempio abbastanza indicativo di questa confusione è la mancanza, ad oggi, di una definizione univoca, rigorosa ed omnicomprensiva di cosa sia un metamateriale e di cosa lo distingua dagli altri materiali compositi. Con queste considerazioni non si vuole dire che è necessario imbrigliare la creatività della comunità scientifica, o dire che certe strade siano migliori di altre, tuttavia è bene sottolineare come, essendo un territorio in larga parte nuovo ed inesplorato, sia necessaria, nella fase iniziale, una dose in più di rigore e di collaborazione internazionale tra gruppi di ricerca.

In questo senso, un problema tipico degli studi sui metamateriali, nonché l'oggetto di questa tesi, è quello delle misure sperimentali. Gran parte degli articoli pubblicati sono volti a proporre nuove soluzioni, nuove geometrie e nuovi design per materiali con proprietà innovative. Non è raro, tuttavia, che in questi articoli la fase sperimentale sia del tutto assente e la convalida della teoria sia affidata esclusivamente a simulazioni numeriche sul calcolatore.

Anche quando sono presenti, i risultati sperimentali, non sono esenti da critiche e sono di più o meno dubbia affidabilità: in buona parte dei casi sono le misure sono effettuate con apparecchiature o metodi non standardizzati e spesso i setup sperimentali vengono costruiti ad hoc in laboratorio per adattarsi alla singola necessità, ma senza basarsi su nessuna normativa. In altri articoli la descrizione del metodo di misura è del tutto assente. Nei restanti casi, la misura viene effettuata correttamente seguendo una normativa di riferimento che viene citata, tuttavia non viene data nessuna informazione sull'incertezza della misura legata alla sua riproducibilità, o sulla riproducibilità dei provini misurati.

Bisogna dire, ad onor del vero, che non tutti i metamateriali si prestano a misure acustiche con le metodologie fino ad oggi normate: la complessità della loro struttura li rende incompatibili con le misure nei tubi ad impedenza standard, ed i costi di realizzazione di pannelli, per le misure in camera riverberante, sono ancora elevati. Ciò però non significa che un approccio più rigoroso dal punto di vista metrologico non debba essere perseguito ed attuato anche in questo campo.

L'obiettivo della tesi, da qui in avanti, sarà, quindi, proprio quello di scegliere un metamateriale tra quelli presenti in letteratura e caratterizzarlo acusticamente ponendo particolare attenzione sulla riproducibilità della misura, e sulla riproducibilità e scalabilità delle celle fondamentali. Verranno discussi inoltre diversi fattori della progettazione e della realizzazione dei provini che possono influenzare la loro performance ed i risultati sperimentali.

Il metamateriale scelto

La scelta del metamateriale su cui lavorare è stata fatta alla luce dei vincoli pratici e tecnologici imposti dalla strumentazione a disposizione dell'Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica. A tal proposito il metamateriale deve:

- Essere progettato per il fonoassorbimento ed essere caratterizzabile in un tubo di Kundt;
- Avere dimensioni di cella ridotte, o scalabili (diametro inferiore a 5 cm);
- Essere realizzabile tramite stampante 3D con materiale polimerico;
- Avere una geometria semplice, facilmente riproducibile su CAD e descritta dettagliatamente nell'articolo che lo propone.
- Essere presentato in un articolo che abbia al suo interno dei risultati sperimentali con cui poter fare un facile confronto

La scelta è ricaduta su un metamateriale per l'assorbimento acustico proposto nel 2014 da Cai et al. L'articolo in questione discute la realizzazione di un pannello ultrasottile in materiale polimerico in grado di assorbire totalmente (coefficiente di assorbimento acustico apparente α=1) una singola frequenza nel range delle basse frequenze. Per realizzare tale pannello Cai propone due celle fondamentali: una è un comune risonatore di Helmholtz nel quale la tipica geometria ad ampolla viene sostituita da una più compatta forma a disco, l'altra è un risonatore di Fabry-Perot cilindrico chiuso e avvolto a spirale su un piano (in figura).

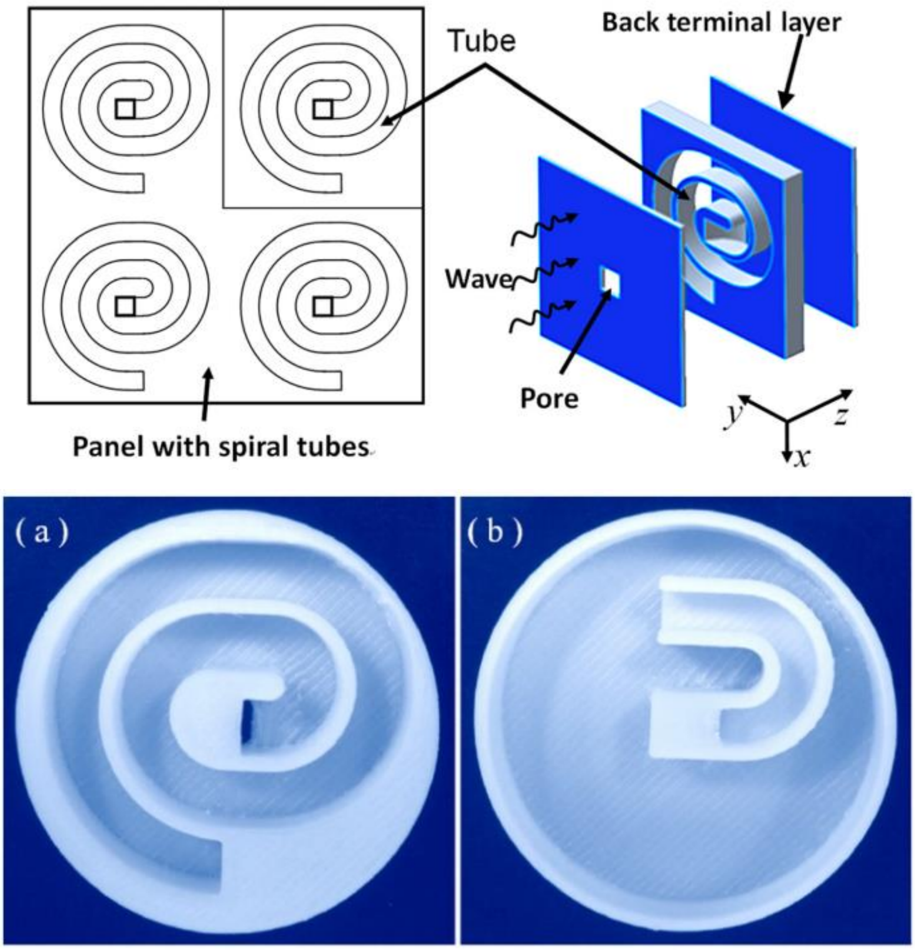


Figura 22 In alto: Pannello di metamateriale fonoassorbente proposto da Cai et al.; in basso: celle fondamentali per il pannello: cella con cavità a spirale (a), risonatore di Helmholtz (b)

Siccome quella del risonatore di Helmholtz è una struttura le cui proprietà fonoassorbenti sono note da più di un secolo è stato ritenuto più interessante concentrarsi sulla seconda tipologia di cella. Questo metamateriale e già stato incontrato nel penultimo paragrafo del capitolo precedente, nel quale si parlava di space-coiled metamaterials. Il principio fisico su cui si basa verrà trattato più avanti nel capitolo dedicato al modello teorico. Per il momento basti sapere che fenomeni di risonanza e riflessione nel tubo fanno in modo che l'onda incidente associata ad una singola frequenza (tipicamente caratterizzata da una lunghezza d'onda pari a quattro volte la lunghezza della spirale) venga totalmente dissipata nella cavità. In questo modo il metamateriale è in grado di infrangere la legge di massa-frequenza.

Per dimostrare l'efficacia della struttura proposta Cai progetta e realizza tramite stampa 3-D, un provino per l'assorbimento di un'onda con frequenza di 400 Hz. I risultati teorici (simulazione FEM) e sperimentali per l'assorbimento e la trasmissione, sono riportati nel grafico in figura 23. Si note come la frequenza assorbita ottenuta sia di 411 Hz. Le misure sono state effettuate seguendo la normativa ISO 10534 in un tubo di Kundt di 60 mm di diametro.

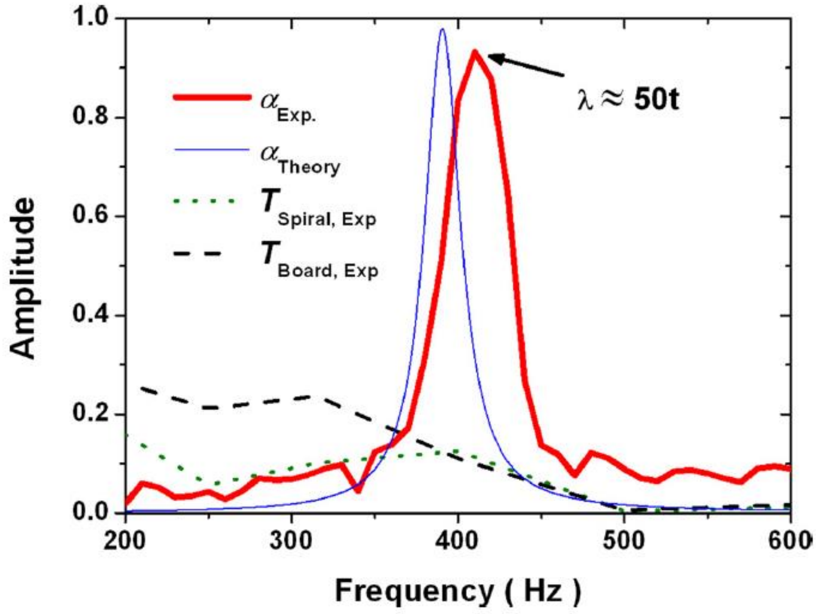


Figura 23 Grafico dei risultati riportati da Cai et al. In rosso i risultati delle misure nel tubo di Kundt, in blu i risultati teorici, tratteggiati i valori ottenuti per il coefficiente di trasferimento.

Strumentazione e setup sperimentale

Sarà discussa adesso la strumentazione usata per la realizzazione dei provini e delle misure presso i laboratori di acustica dell'INRiM.

La stampante 3-D

Figura 24 Stampante per la modellazione a deposizione fusa Maker Replicator 2 e relativa bobina di materiale termoplastico

La stampante 3-D utilizzata è una Makerbot Replicator 2, una macchina professionale per la modellazione a deposizione fusa di fascia medio-alta in termini di qualità. La risoluzione dichiarata della macchina è di 0,1 mm, con una precisione di posizionamento dell'ugello di 11 micron nel piano XY e di 2,5 micron lungo l'asse z. La macchina è alimentata con filamenti di materiale termoplastico aventi dimetro 1,75 mm che viene fuso ed estruso attraverso un ugello di 0,4 mm. Il polimero utilizzato per la realizzazione dei provini è l'acido polilattico o PLA (densità: 1.210-1.430 g·cm^{-3} , temperatura di fusione: 150-160 °C) che viene venduto dal produttore della stampante in bobine come quella in figura.

Strumentazione di misura

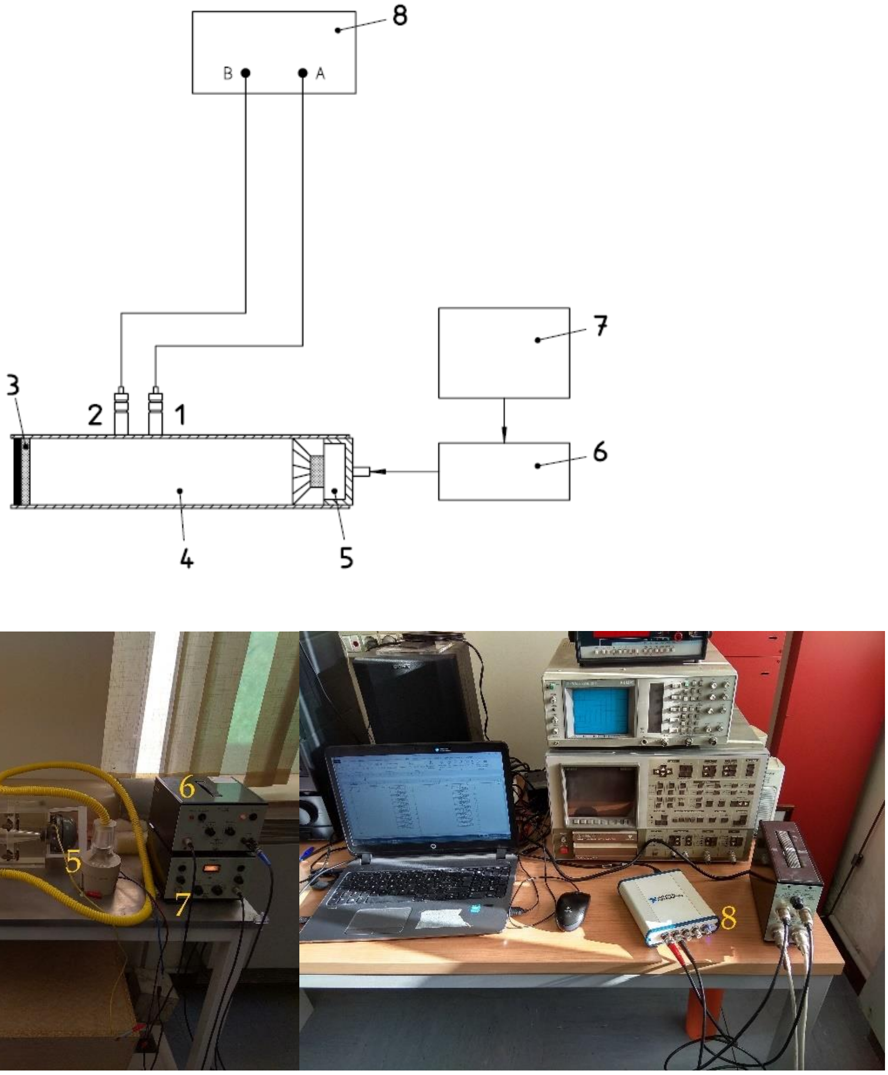


Figura 25 Il setup di misura

Il setup di misura è schematizzato in figura 25. Gli elementi che lo compongono sono:

1. 2. Due microfoni a condensatore Brüel & Kjær 4136 aventi diametro nominale di ¼" per la misura della pressione sonora ad alto livello di precisione
4. Due tubi di Kundt differenti:
    - Tubo di 30mm di diametro; lunghezza di 45 cm; spaziatura tra i microfoni di 16 mm; range di frequenze misurabili ad elevata precisione: 400-6300 Hz;
    - Tubo di 50mm di diametro; lunghezza di 52 cm; spaziatura tra i microfoni di 26 mm; range di frequenze misurabili ad elevata precisione 100-3150 Hz;
5. Altoparlanti connessi ai due tubi

6. Amplificatore di segnale
7. Generatore di rumore bianco in grado di fornire un segnale a spettro piatto nel range 100-5000 Hz
8. Sistema di acquisizione composto da un condizionatore di segnale e un modulo ad alta precisione National Instruments USB-4431 analogico I/O a 4431 bit
9. trasduttori calibrati per misurazione della temperatura, della pressione atmosferica e dell'umidità relativa.

Normativa ISO 10534 e il metodo della funzione di trasferimento

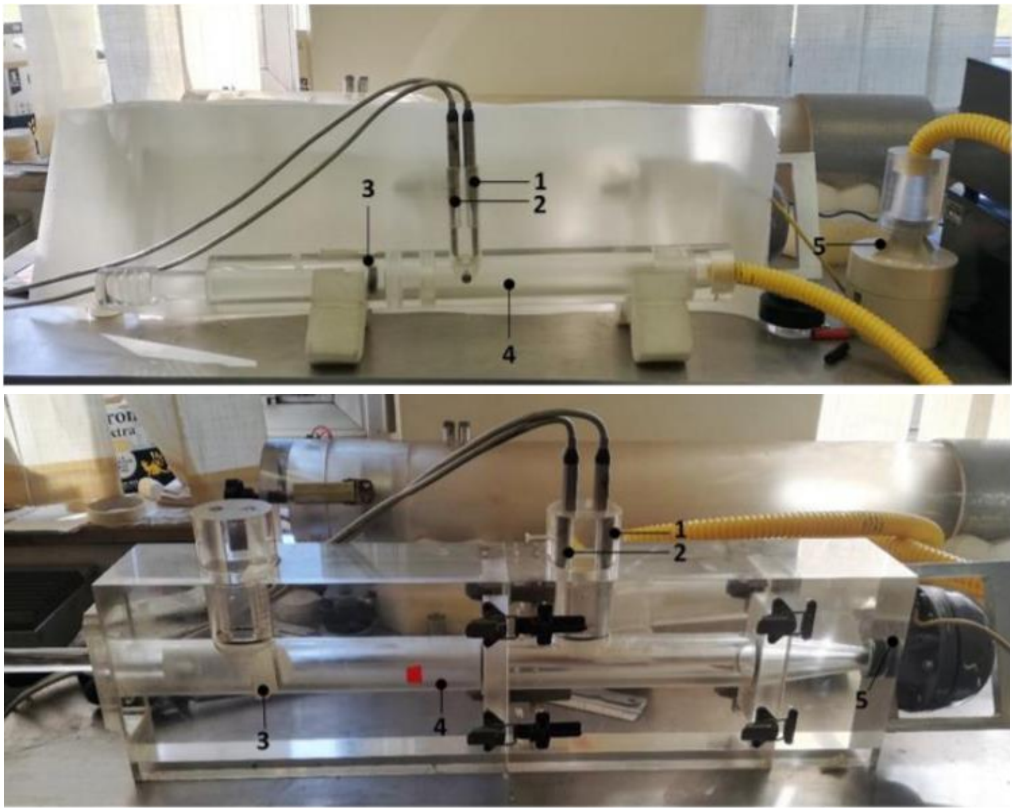


Figura 26 Tubi di Kundt utilizzati presso i laboratori INRiM: In alto il tubo da 30mm, in basso il tubo da 50mm

Il metodo del tubo di Kundt è una tecnica sperimentale utilizzata per misurare l'assorbimento ad incidenza normale di un provino di materiale fonoassorbente di piccole dimensioni. Il tubo di Kundt è un cilindro liscio, chiuso e rigido realizzato, nel nostro caso, in plexiglass spesso. Alle estremità del tubo sono contrapposti il provino (posizionato tramite uno stantuffo anch'esso in plexiglass) e un altoparlante. La lunghezza del tubo è tale da permettere alle al segnale di pressione di svilupparsi completamente al suo interno, e impattare sul campione con un fronte d'onda piano. I modi non piani generati dall'altoparlante si estinguono solitamente ad una distanza pari a circa tre volte il diametro del tubo. Oltre questa distanza, in corrispondenza di piccole aperture sulla superficie laterale, sono montati uno o più microfoni a condensatore, (a seconda della tecnica di misura utilizzata), che misurano la pressione sonora in corrispondenza della posizione di montaggio.

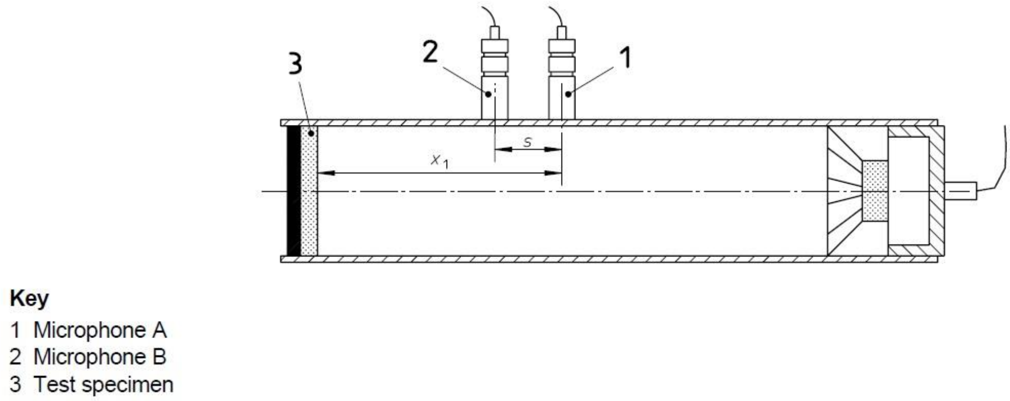


Figura 27 Schema del tubo di Kundt con le misure utili

Il metodo di misura che è stato utilizzato in questo lavoro è il metodo della funzione di trasferimento ed è completamente descritto nella normativa ISO 10534. Questa tecnica necessita di due microfoni che vanno posizionati davanti al materiale e a distanza ravvicinata tra loro. Alla base del metodo c'è il fatto che è dimostrabile che il coefficiente di riflessione ad incidenza normale r_p può essere determinato semplicemente dalla funzione di trasferimento H_{12} calcolata tra i due microfoni, attraverso l'equazione:

$$r_p = \frac{H_{12} - H_I}{H_R - H_{12}} e^{2jk_0x_1}$$

Dove x_1 è la distanza del microfono in posizione 1 rispetto alla superficie del campione (figura 27), k_0 è il numero di fase complesso dell'onda $k_0 = k_0' + k_0''$, H_I ed H_R sono le funzioni di trasferimento, rispettivamente, per la sola onda incidente e per la sola onda riflessa. Sono note, in quanto date da:

$$H_I = e^{-jk_0s}$$

$$H_R = e^{jk_0s}$$

Dove s è la distanza tra i due microfoni. Queste formule sono tutte dimostrate per il campo acustico stazionario del tubo sul testo della normativa.

Operativamente, l'acquisizione dei risultati avviene su computer, tramite il software LabWIEW. In input viene ricevuto il segnale dei due microfoni legato ai valori di pressione misurati. La misura viene protratta complessivamente per un minuto, durante il quale ogni due secondi viene generato uno spettro: lo spettro finale è dato dalla media dei trenta spettri generati in questo modo. A partire dagli spettri viene calcolatala e restituita dal software la parte reale e la parte immaginaria della funzione di trasferimento H_{12} per ogni frequenza. Per correggere eventuali disallineamenti e disaccoppiamenti tra i microfoni, ed evitare di dover fare la calibrazione ogni volta, la misura va ripetuta lasciando inalterata la posizione del provino e scambiando le posizioni dei due microfoni. Dalle due funzioni di trasferimento ottenute nelle due misure si calcola la funzione di trasferimento corretta ponendo su Matlab:

$$H_{12} = \sqrt{\frac{H_{12}^{I}}{H_{21}^{II}}}$$

La procedura seguita per ogni misurazione è quindi la seguente:

1. Misura della temperatura, della pressione e dell'umidità dell'ambiente;
2. Posizionamento del provino all'interno del tubo di Kundt facendo attenzione che i bordi siano ben sigillati sul tubo grazie all'uso della vaselina industriale;
3. Chiusura del tubo di Kundt e misurazione della distanza tra provino e microfono 1. Accensione del generatore del rumore;
4. Acquisizione dei valori di pressione sonora in tempo reale sul software LabWIEW:
5. Scambio dei microfoni e seconda acquisizione.
6. Calcolo della funzione di trasferimento corretta e calcolo dell'assorbimento tramite codice Matlab.

Risultati sperimentali

Il primo set di provini

I modelli CAD

Per poter stampare i campioni con la stampante a modellazione fusa è stato realizzato su SOLIDWORKS un modello CAD che riproducesse quanto più fedelmente possibile il campione riportato in figura 22. Da ciò che si legge sull' articolo è noto che il provino ha un diametro esterno di 60 mm e uno spessore totale di 17 mm, di cui: 3,4 mm di strato forato anteriore, 5 mm di coperchio posteriore e 8,6 mm occupati dalla spirale. La spirale ha una lunghezza di 205 mm e una sezione quadrata di lato 8,6 mm da cui risulta una porosità (data dall'area del foro divisa per la superficie frontale del provino) pari a ϕ = 0,026. La sezione della spirale è quadrata, e non cilindrica, per rendere più facile l'assemblaggio dei provini e, probabilmente, per rientrare nei limiti geometrici imposti dal diametro del tubo ad impedenza. Tutte le altre quote non riportate sono state ricavate dalla fotografia del modello fisico o calcolate per rientrare nei 205 mm di lunghezza della spirale. Nello specifico è stato imposto uno spessore di parete pari ad 1,8 mm e sono stati ricavati i seguenti diametri per gli archi della spirale:

LUNGHEZZA SPIRALE			
	Diametro (mm)	Circonferenza (mm)	Semicirconf (mm)
Cerchio1	12.2	38.32743037	19.16371519
Cerchio2	22.6	70.99999397	35.49999699
Cerchio3	33	103.6725576	51.83627878
Cerchio4	43.4	136.3451212	68.17256058
Tratti rettilinei			30.3
tot			204.9725515

Tabella 1 dimensioni della spirale nel modello CAD

Dal momento che la stampante non permette di estrudere materiali di supporto solubili, Per evitare il collasso del materiale al momento della chiusura della cavità, è stato necessario realizzare un coperchio di spessore 5 mm da incollare, a componente ultimato, con colla extra rapida Loctite. Sul provino sono stati ricavati due perni per garantire il corretto accoppiamento tra le due parti.

Una volta realizzato il modello in scala 1:1, tutte le quote sono state riscritte come funzioni del diametro esterno: in questo modo cambiando una sola quota l'intera geometria viene scalata in automatico con un fattore di scala $D_{esterno}/60$. Si sono così ottenuti un modello di diametro 29,4 mm e uno di diametro 49,4 mm (0,6 mm sono stati considerati di gioco per permettere l'inserimento nei tubi di Kundt) dai quali è stato generato il file .stl per il software della stampante.

Si riportano alcune dimensioni caratteristiche di questi provini.

Provino	$D_{provino}$	$L_{spirale}$	a_{foro}	$S_{frontale}$	$S_{Interno}$	$S_{posteriore}$
60 mm	60 mm	205 mm	8,6 mm	3,4 mm	8,6 mm	5 mm
30 mm	29,4 mm	100,45 mm	4,2 mm	1,7 mm	4,2 mm	2,5 mm
50 mm	49,4 mm	169	7,1 mm	2,8 mm	7,1 mm	4,1 mm

Tabella 2 dimensioni caratteristiche dei provini

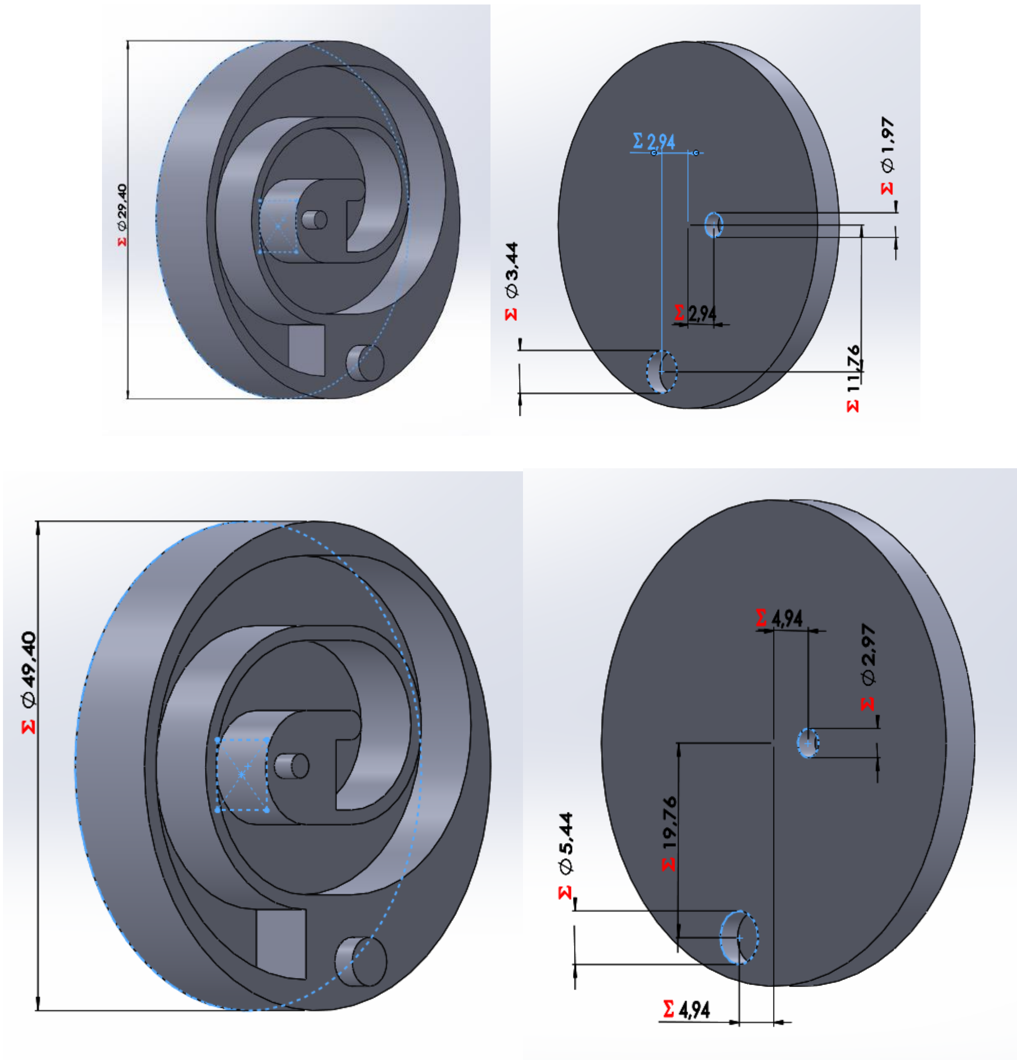


Figura 28 I modelli CAD dei primi provini stampati

Aggiustaggio ed incollaggio

Figura 29 Foto dei primi provini stampati ed assemblati

Dai due CAD in figura 28 sono stati stampati tre provini per ciascuna tipologia al fine di poter valutare, confrontando i profili di assorbimento ottenuti da ciascuno, la riproducibilità dei campioni con stampa 3-D. Il processo di assemblaggio e di incollaggio non è stato immediato: nei provini stampati ricorrevano difetti di planarità nei coperchi e difetti di cilindricità sia nei perimetri esterni che, soprattutto, nei perni di riferimento del coperchio, i quali, nonostante fosse stato previsto un gioco consistente con la risoluzione della macchina hanno richiesto in più casi un aggiustaggio con lima prima dell'incollaggio. Per via delle differenti planarità, inoltre, non tutti i coperchi erano compatibili con tutte le basi. Gli accoppiamenti riusciti, alla fine, sono stati incollati apponendo la colla sul tutto il perimetro e sulle pareti della spirale, e successivamente lasciati ad asciugare sotto ad un peso.

Infine, come spesso avviene con questa tecnologia di fabbricazione additiva ,la finitura superficiale dei pezzi non è ottimale, le striature lasciate dal filamento fuso sono piuttosto evidenti e ciò potrebbe avere un'influenza sui valori di assorbimento ottenuti.

Riproducibilità delle misure

Pressione	Temperatura
99880 Pa	20,1° C

Tabella 3 Temperatura e pressione dell'ambiente durante le misure di riproducibilità

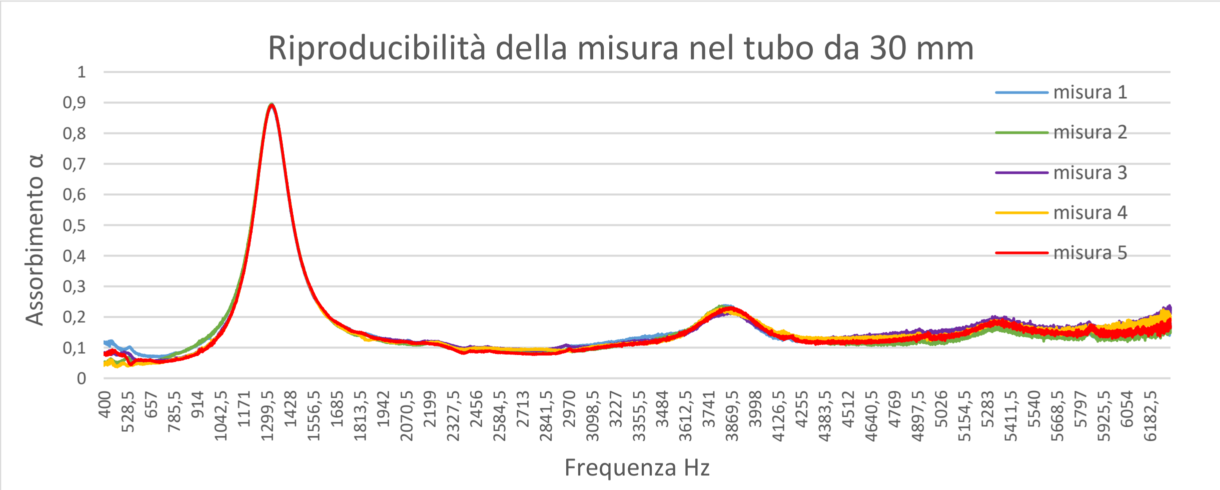


Figura 30 Grafico dell'assorbimento misurato sullo stesso provino in cinque condizioni di montaggio diverse nel tubo di Kundt da 30 mm

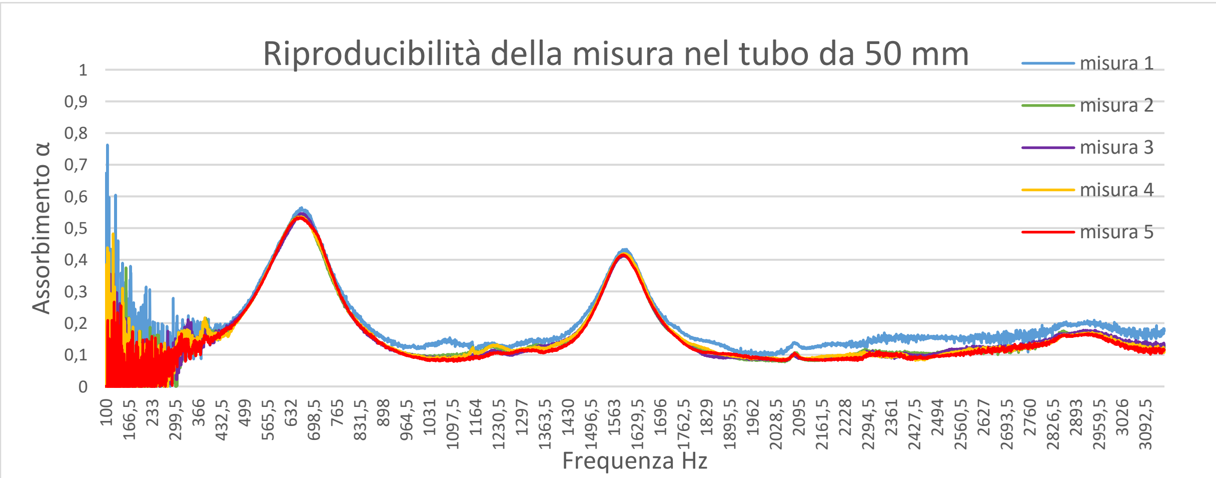


Figura 31 Grafico dell'assorbimento misurato sullo stesso provino in cinque condizioni di montaggio diverse nel tubo di Kundt da 50 mm

Nei grafici qui riportati sono rappresentati i valori di assorbimento misurati sullo stesso provino in cinque montaggi diversi. Le misure sono state effettuate nell'arco della stessa giornata caratterizzata dai valori di pressione e temperatura riportati in tabella 2. Tra una prova e l'altra, il tubo è stato aperto, il provino estratto e ripulito dalla Vaselina industriale, per poi essere reinserito nuovamente.

Le curve ottenute dalle diverse prove sono molto simili e la riproducibilità ottenuta è elevata. Il provino da 30 mm presenta una prima risonanza tra i 1330 Hz e i 1332 Hz con valori tra 0,89 e 0,90 e una seconda perturbazione tra i 3815 Hz ed i 3876 Hz con valori di assorbimento tra lo 0,22 e lo 0,24. Il provino da 50 mm presenta una prima risonanza tra i 659 Hz ed i 653 Hz con assorbimentiche oscillano tra lo 0,41 e lo 0,43

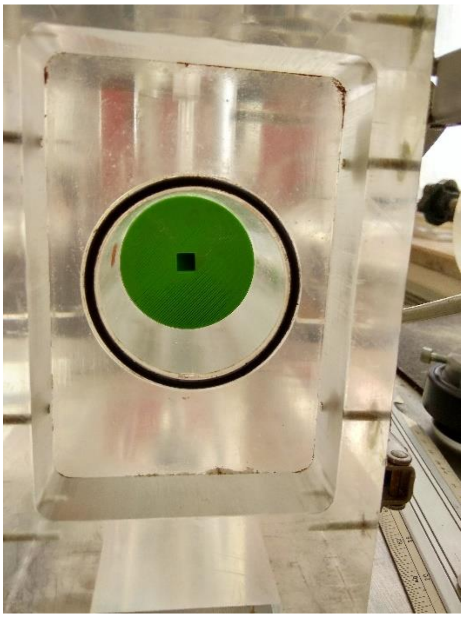


Figura 32 Provino montato nel tubo di Kundt da 50mm

Riproducibilità del provino da 30 mm

	Pressione	*Temperatura*
Provino 1	97565 Pa	23,05 °C
Provino 2	97635 Pa	22,53 °C
Provino 3	98805 Pa	18,47 °C

Tabella 4 Pressione e temperatura dell'ambiente durante le misure (30 mm)

Figura 33 Provino di diametro 29,4

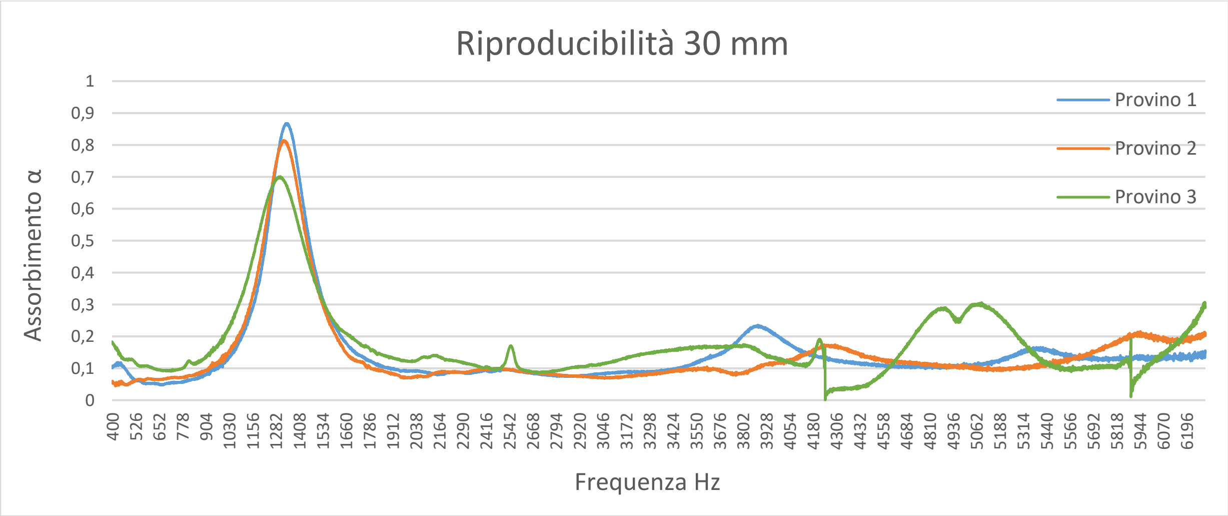


Figura 34 Misure di assorbimento acustico su tre provini nominalmente uguali (30 mm)

Picco 1	provino 1	provino 2	provino 3	teoria
frequenza	1330	1325	1308.5	839
assorbimento	0.88756	0.81428	0.70119	1

Tabella 5 Valori di assorbimento in corrispondenza del picco di risonanza nei tre provini da 30 mm

Riproducibilità del provino da 50 mm

	Pressione	*Temperatura*
Provino 1	97510 Pa	22,33 °C
Provino 2	97535 Pa	23,14 °C
Provino 3	98805 Pa	18,79 °C

Tabella 6 Pressione e temperatura dell'ambiente durante le misure (50 mm)

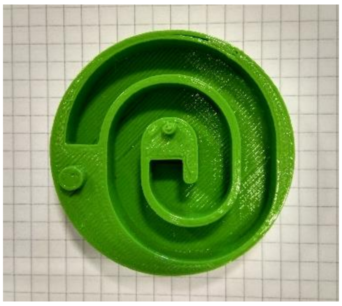


Figura 35 Provino con diametro 49,4 mm

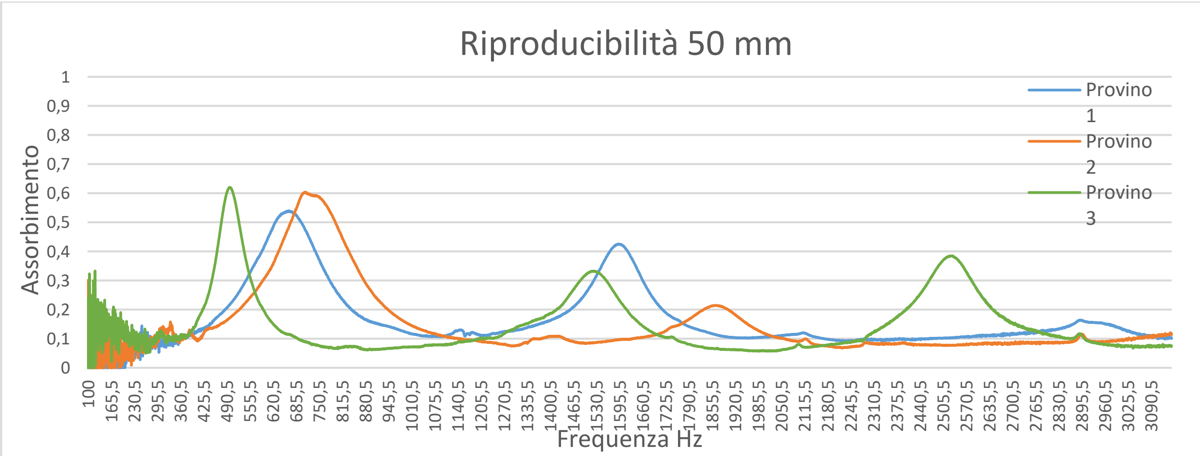


Figura 36 Misure di assorbimento acustico su tre provini nominalmente uguali (30 mm)

Picco 1	provino 1	provino 2	provino 3	teoria
frequenza	661	712.5	499	500
assorbimento	0.56271	0.6035	0.62011	1

Tabella 7 Valori di assorbimento in corrispondenza del 1° picco di risonanza nei tre provini da 50 mm

Picco 2	provino 1	provino 2	provino 3	teoria
frequenza	1598	1867	1521	-
assorbimento	0.43287	0.21447	0.33239	-

Tabella 8 Valori di assorbimento in corrispondenza del 2° picco di risonanza nei tre provini da 50 mm

Picco 3	provino 1	provino 2	provino 3	teoria
frequenza	-	-	2533.5	-
assorbimento	-	-	0.38483	-

Tabella 9 Valori di assorbimento in corrispondenza del 3° picco di risonanza nei tre provini da 50 mm

Commento sulla riproducibilità dei provini

In figura 34 e 36 sono stati riportati i risultati ottenuti per l'assorbimento acustico su tre distinti provini generati dallo stesso file STL. In figura 34 sui provini da 30 mm, in figura 36 sui provini da 50 mm. Nelle tabelle 5, 7, 8 e 9 sono riportati i valori di assorbimento, e della frequenza, in corrispondenza dei picchi di risonanza riscontrati. La frequenza ottenuta nelle prime risonanze è stata confrontata con un valore teorico calcolato effettuando una approssimazione suggerita da Cai et al. Questa prevede di considerare la cavità della cella come grande a sufficienza da avere l'impedenza caratteristica uguale a quella dell'ambiente. Da questa approssimazione (che verrà chiarita meglio nel capitolo 4), risulta che il coefficiente di riflessione si annulla (e quindi α=1) quando:

$$cotg\ kL = \phi$$

Dove L è la lunghezza della spirale, k il numero d'onda e ϕ la porosità superficiale. Risolvendo questa equazione per i nostri provini si ottengono le frequenze di 839 Hz, nel caso dei provini da 30 mm, e 500 Hz nel caso dei provini da 50 mm.

La prima considerazione evidente da fare è che la riproducibilità tra provini diversi è molto inferiore alla riproducibilità sullo stesso provino. Questo dimostra che le differenze legate alla realizzazione di questi campioni tramite stampa 3-D e incollaggio sono molto più impattanti sulla riproducibilità delle incertezza legate al metodo di misura.

Si nota, inoltre, come la riproducibilità dei provini più piccoli sia molto più elevata rispetto a quella dei provini da 50 mm. Questo può essere dovuto al fatto che difetti di produzione (come le già accennate planarità dei coperchi) possono essere molto più frequenti in provini di dimensioni più grandi, e più impattanti nella fase incollaggio. I componenti più grandi, infatti risultano essere anche quelli più rigidi, ed è più difficile applicare una pressione omogenea sui provini da 50 mm rispetto a quelli da 30mm. Non è un caso, inoltre, che il provino che più si avvicina ai risultati attesi dalla teoria sia il provino 3 da 50 mm, essendo stato l'unico ad esser stato posto in una morsa al momento dell'assemblaggio. Questo provino presenta una frequenza di risonanza che differisce del solo 0,2% rispetto alla frequenza attesa. I provini da 30 mm invece, benché presentino dei profili di assorbimento simili deviano vistosamente dal comportamento atteso, essendo la frequenza a cui risuonano maggiore del 58% rispetto a quella calcolata.

Un altro fattore da notare è l'assenza totale di risonanze successive alla prima nel grafico in figura 34. È noto dalla letteratura [88] che questo tipo di strutture presentino almeno un'altra risonanza in corrispondenza della terza armonica della frequenza di risonanza fondamentale, pertanto la loro presenza (o nel nostro caso assenza) può essere considerato un indice della qualità del campione. In qualcuno dei provini da 50 mm (compreso il provino numero 3) questa risonanza compare benchè la dispersione in frequenza dei loro valori possa anche far pensare che siano dei modi spuri formatisi nel tubo e non effettive risonanze

Tutto ciò che è stato appena detto suggerisce che la tecnologia e la qualità di stampa, nonché la fase di incollaggio, siano la principali fonti di variabilità nelle prestazioni di queste strutture. Questo e altri fattori sono stati indagati producendo un altro set di provini di cui adesso parleremo.

Il modello teorico

Arrivati a questo punto del lavoro è stato ritenuto necessario comprendere meglio il fenomeno fisico alla base del funzionamento della cella del metamateriale scelto. A questo scopo è stato costruito un modello teorico, poi implementato su Octave (linguaggio Matlab), che, partendo dai parametri ambientali e dalle caratteristiche geometriche della cella fondamentale, restituisse i valori di assorbimento che con il provino si sarebbero dovuti idealmente ottenere per ciascuna delle frequenze oggetto di misura. I risultati teorici sono stati poi confrontati con i risultati sperimentali fin qui esposti, con il doppio fine di convalidare il modello e fare delle valutazioni sulla qualità dei provini realizzati. Successivamente, sulla base del modello, è stato scritto un altro codice (sempre su Octave) per la progettazione di nuovi provini. Tale codice, partendo dai parametri ambientali e inserendo le frequenze che si vogliono assorbire, restituisce la combinazione porosità/ lunghezza del condotto ottimali affinchè l'assorbimento sia massimo in provini da 30 mm o da 50mm di diametro. La convalida sperimentale dei valori ottenuti in questo modo sarà l'oggetto del prossimo capitolo.

Costruzione del modello

Per illustrare come è stato costruito il modello si partirà dall'alto, ovvero da come si calcola il coefficiente di assorbimento α, per poi man mano scendere di livello e trattare come sono calcolate tutte le grandezze da cui questo dipende. Si procederà iterativamente in questo modo fino al raggiungimento della dipendenza dai soli parametri ambientali o dalla geometria del sistema.

Coefficiente di assorbimento acustico

Come noto dall'acustica, un'onda che si propaga in un mezzo, quando incontra un ostacolo può essere da questo riflessa, trasmessa o assorbita in forma di calore. L'indice che viene utilizzato per valutare le prestazioni di un materiale fonoassorbente, prende il nome il coefficiente di assorbimento acustico apparente, ed è definito come la capacità del materiale di non riflettere l'energia incidente su di esso. Nel valutare questa grandezza la componente di potenza trasmessa e la componente assorbita vengono sommate e messe a confronto con la potenza incidente totale. Si ha pertanto:

$$\alpha = \frac{W_{assorb} + W_{trasm}}{W_{incid}} = 1 - r_w = 1 - |r_p{}^2|$$

Dove r_w è il coefficiente di riflessione dato dal rapporto della potenza riflessa dal materiale con la potenza dell'onda incidente su di esso, mentre r_p è lo stesso coefficiente scritto in termini di pressione sonora.

Supponendo che i due mezzi di propagazione siano caratterizzati ciascuno da una propria impedenza acustica, che indicheremo con Z_1 e Z_2, nel caso di incidenza normale dell'onda, il coefficiente di riflessione dipende da queste due impedenze secondo la relazione:

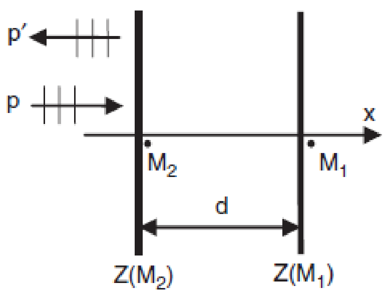
$$r_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

Nel nostro caso avremo che Z_1 sarà l'impedenza caratteristica dell'aria nel tubo di Kundt (ovvero l'impedenza associata alle onde piane che propagano nell'aria nel tubo), indicata nell'articolo come $Z_{c0} = \rho_0 c_0$, mentre Z_2 è l'impedenza della cella del Metamateriale, che calcoleremo non singolarmente, ma come facente parte di un pannello di metamateriale poroso. L'impedenza sulla superficie del pannello sarà indicata come Z_{in}, impedenza superficiale o di input. Si evidenzia come il massimo assorbimento ($\alpha = 1$) si ottenga quando r_p si annulla, ovvero quando l'impedenza di input coincide con l'impedenza dell'aria. Questo potrebbe far pensare che il picco di assorbimento ottenuto sia in realtà dovuto a un picco nella trasmissione dell'onda sonora: del resto i metamateriali space-coiled sono noti per la loro straordinaria capacità di trasmettere l'onda acustica (agendo come risonatori di Fabry-Perot) e la coincidenza delle impedenze, in elettrotecnica, è una condizione ricercata per ottenere il massimo trasferimento di potenza in un circuito. Tuttavia, Cai ha misurato sperimentalmente il coefficiente di trasmissione, ottenendo che la componente trasmessa è una parte trascurabile dell'energia incidente: l'onda viene dissipata (quasi) totalmente all'interno della cavità.

Impedenza superficiale del pannello di metamateriale

Come già detto, il provino verrà discusso come facente parte del pannello di metamateriale con disposizione periodica e bidimensionale delle celle fondamentali. Tale pannello verrà trattato in questo paragrafo e nel calcolo dell'impedenza superficiale come se fosse un materiale poroso con pori cilindrici ortogonali alla superficie esterna.

Il primo step da fare è capire come varia l'impedenza all'interno della cavità del metamateriale. Per fare ciò consideriamo una regione di spazio nella quale si sovrappongono due onde armoniche piane aventi la stessa pulsazione, che si propagano lungo la stessa direzione x ma in verso opposto. È la situazione che si presenta nella regione che precede una superficie riflettente.



Supponiamo di associare il segno positivo al verso di propagazione dell'onda incidente p (nell'immagine) e verso negativo a quello dell'onda riflessa p'. La pressione e la velocità di queste due onde sono descritte dalle seguenti equazioni:

Onda incidente	Onda riflessa
$p(x,t) = Ae^{i(-kx+\omega t)}$	$p'(x,t) = A'e^{i(kx+\omega t)}$

$$v(x,t) = \frac{A}{Z_c} e^{i(-kx+\omega t)} \qquad v'(x,t) = -\frac{A'}{Z_c} e^{i(kx+\omega t)}$$

Il campo acustico nella regione (pressione totale e velocità totale) è descritto dalla sovrapposizione di queste due onde:

$$p_T = Ae^{i(-kx+\omega t)} + A'e^{i(kx+\omega t)}$$

$$v_T = \frac{A}{Z_c} e^{i(-kx+\omega t)} - \frac{A'}{Z_c} e^{i(kx+\omega t)}$$

Supponiamo adesso di conoscere l'impedenza nel punto M_1 , che con il campo acustico appena descritto vale:

$$Z(M_1) = \frac{p_T(M_1)}{v_T(M_1)} = Z_c \frac{Ae^{-ikx(M_1)} + A'e^{ikx(M_1)}}{Ae^{-ikx(M_1)} - A'e^{ikx(M_1)}}$$

e di voler calcolare l'impedenza nel punto M_2 posto ad una distanza d da M_1. Analogamente all'equazione precedente si può scrivere:

$$Z(M_2) = Z_c \frac{Ae^{-ikx(M_2)} + A'e^{ikx(M_2)}}{Ae^{-ikx(M_2)} - A'e^{ikx(M_2)}}$$

Dall'equazione dell'impedenza in M_1 possiamo ricavare che:

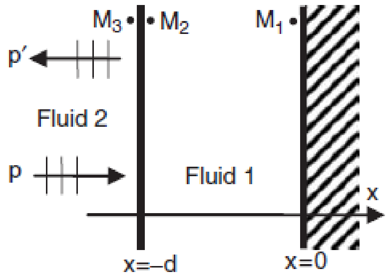
$$\frac{A'}{A} = \frac{Z(M_1) - Z_c}{Z(M_1) + Z_c} e^{-2ikx(M_1)}$$

Che sostituito nell'equazione di Z in M_2, dopo diversi passaggi matematici, permette di ottenere l'equazione:

$$Z(M_2) = Z_c \frac{-iZ(M_1)cotg(kd) + Z_c}{Z(M_1) - iZ_c cotg(kd)}$$

anche nota come teorema della traslazione di impedenza.

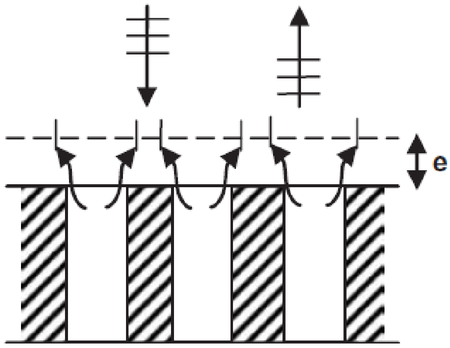
Nelle condizioni appena descritte l'aria nel tubo assume caratteristiche fisiche e acustiche differenti rispetto all'aria nell'ambiente e può a tutti gli effetti essere trattato come un fluido a se stante. Supponiamo quindi ora di essere nel caso in cui un fluido (fluid 1) sia posizionato a ridosso di un muro infinitamente rigido ed un'onda, che vada ad incidere normalmente su questo fluido, si propaghi al suo interno per poi essere riflessa dal muro.



L’impedenza in M_2, ovvero l’impedenza in un punto a distanza d dal muro nel fluido in esame è ottenibile a partire dal teorema appena visto facendo tendere l’impedenza in M_1 ad infinito. Si ottiene pertanto:

$$Z(M_2) = -iZ_c cotg\ kd$$

É bene sottolineare che facendo questo questo passaggio abbiamo approssimato il materiale del provino ad un materiale infinitamente rigido, escludendo quindi che l’onda, o parte di essa, possa essere trasmessa al suo interno o assorbita. Supponiamo adesso che i pori siano tutti identici, cilindrici e aventi asse ortogonale alla superficie esterna del pannello. Questa ipotesi viene accettata in quanto, come abbiamo visto, la tortuosità della cavità non ha influenza sull’assorbimento e la geometria della sezione influisce soltanto qualora il foro sia molto molto piccolo rispetto alla dimensione del provino, nel qual caso i fenomeni di bordo sono predominanti.



La terza ed ultima considerazione da fare riguarda la distanza e dalla superficie del pannello a cui posizionare l’interfaccia tra l’ambiente nel poro e l’ambiente esterno, ovvero a quale distanza le caratteristiche del fluido di propagazione sono indipendenti dal comportamento del singolo poro. In letteratura viene detto che se i pori sono ad una distanza tra loro tale da essere indipendenti l’uno dall’altro questa distanza può essere trascurata e l’interfaccia può essere posizionato in coincidenza della superficie esterna del pannelo. Adesso non rimane altro che calcolarne l’impedenza superficiale.

Si riprenda il caso in figura xx, dove si suppone che i punti M_2 ed M_3 siano entrambi posizionati sull'interfaccia poro/ esterno con M_2 appartenente all'ambiente del poro ed M_3 appartenente al'ambiente esterno. Affinché il flusso e la pressione siano continue sull'interfaccia si deve avere che:

$$p(M_3) = p(M_2)$$

$$v(M_3) = \phi v(M_2)$$

Dove ϕ è la porosità, che nel caso particolare del pannello oggetto di studio è definita come area complessiva dei fori divisa per la superficie totate del pannello (nel modello questo rapporto sarà rappresentato dall'area del foro divisa per l'area della faccia frontale del provino). Per concludere, siccome $Z(M_3) = p(M_3)/v(M_3) = Z(M_2)/\phi$ e siccome $Z(M_2)$ era già stato calcolato si ottiene:

$$Z_{in} = Z(M_3) = -i\frac{Z_c}{\phi}cotg\ kd$$

Dove d è la distanza percorsa dall'onda prima di essere riflessa. Nel nostro caso è la lunghezza della cavità del campione di prova.

Impedenza caratteristica, densità e compressibilità nei tubi cilindrici: le equazioni di Kirchhoff ed il modello di Zwikker e Kosten

Il parametro che adesso ci ritroviamo a dover calcolare è l'impedenza caratteristica all'interno della cavità cilindrica. In generale l'impedenza caratteristica si calcola come:

$$Z = \sqrt{\rho K}$$

Dove ρ è la densità e K è il modulo di compressibilità del mezzo di propagazione. Nel nostro caso il mezzo di propagazione è l'aria all'interno della cavità. Nell'articolo di Cai et al. in prima approssimazione viene detto che se la cavità del provino è larga a sufficienza i valori di queste grandezze nel tubo coincidono con quelle nell'ambiente. In tal caso ($Z_c = Z_{c0}$) si ottiene che $Z_{in} = Z_{c0}$ (e quindi $\alpha = 1$) sempicemente quando $cotg\ kd = \phi$. Questa approssimazione è stata utilizzata anche in questa tesi per ricavare il valore atteso di frequenza assorbita nei primi provini che sono stati realizzati. In questa fase, tuttavia, questa ipotesi non verrà effettuata: saranno calcolati dei valori per la densità e la comprimibilità che tengano conto dei fenomeni termici e viscosi all'interno della spirale. Per poter calcolare questi nuovi valori è necessario capire meglio il fenomeno delle propagazione di onde piane nei condotti cilindrici e darne una descrizione matematica quanto più rigorosa possibile. Questo lavoro venne fatto da Kirchhoff nella seconda metà del 1800 e in questo paragrafo sarà descritta brevemente la sua teoria e i modelli semplificativi adottati per risolvere il problema.

Si consideri un tubo di raggio r_w contenente un gas ideale avente viscosità μ e conducibilità termica κ. Lo stato del gas è descritto dalla sua pressione P, dalla temperatura T, la densità ρ, e la velocità della singola particella **V**. Queste grandezze sono legate tra loro in primo luogo dalle prime due equazioni di Navier-Stokes (conservazione della massa e bilancio della quantità di moto), dall'equazione della conduzione termica all'interno del gas e dall'equazione di stato di un gas ideale:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_0 \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{V}$$

$$\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla}\mathbf{P} + \frac{4}{3}\mu \boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{V}) - \mu \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{V}$$

$$\kappa \boldsymbol{\nabla}^2 T = \frac{T_0}{P_0}\left(\rho_0 C_v \frac{\partial P}{\partial t} - P_0 C_p \frac{\partial \rho}{\partial t}\right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P_0}{\rho_0 T_0}\left(\rho_0 \frac{\partial T}{\partial t} + T_0 \frac{\partial \rho}{\partial t}\right)$$

P_0, T_0 e ϱ_0 sono rispettivamente pressione, temperatura e densità dell'aria in condizioni di equilibrio, C_v e C_p invece sono i calori specifici a volume e a pressione costante. Adesso si assume che il valore di tutte le variabili oscilli nel tempo con una pulsazione pari ad ω:

$$P(t) = P_0 + Re\{pe^{i\varpi t}\}$$

$$\rho(t) = \rho_0 + Re\{\delta e^{i\varpi t}\}$$

$$T(t) = T_0 + Re\{\tau e^{i\varpi t}\}$$

$$\boldsymbol{V}(t) = Re\{\boldsymbol{v} e^{i\varpi t}\}$$

Dove p, δ, τ e **v** sono grandezze complesse e rappresentano rispettivamente: pressione sonora massima, ampiezza di oscillazione della densità, ampiezza di oscillazione della temperatura e velocità massima della particella. Sostituendo queste relazioni nelle prime equazioni si ottiene:

$$i\varpi\delta = -\rho_0 \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}$$

$$i\varpi\rho_0 \boldsymbol{v} = -\boldsymbol{\nabla}\mathbf{P} + \frac{4}{3}\mu\boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}) - \mu\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{v}$$

$$\kappa\boldsymbol{\nabla}^2\tau = i\varpi\frac{T_0}{P_0}\left(\rho_0 C_v p - P_0 C_p \delta\right)$$

$$p = \frac{P_0}{\rho_0 T_0}(\rho_0\tau + T_0\delta)$$

Si introducono adesso le condizioni al contorno: si impone che la velocità della particella e l'oscillazione della temperatura siano nulle sul bordo del tubo. Si riscrivono quindi le equazioni per far sì che in due di esse appaiano solo τ e **v**. Si ottiene:

$$i\varpi\rho_0 \boldsymbol{v} = -\frac{P_0}{T_0}\boldsymbol{\nabla}\tau + \left(\frac{P_0}{i\omega} + \frac{4}{3}\mu\right)\boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}) - \mu\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{v}$$

$$\kappa\boldsymbol{\nabla}^2\tau = i\varpi\rho_0 C_v\tau + \rho_0 T_0\left(C_p - C_v\right)\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}$$

Queste due equazioni vengono ulteriormente riscritte introducendo due costanti v e v',

$$v = {}^{\mu}/_{\rho_0} \qquad\qquad v' = {}^{\kappa}/_{(\rho_0 C_v)}$$

e introducendo la velocità del suono adiabatica c, il coefficiente di dilatazione adiabatico γ e la costante caratteristica del gas perfetti R, date da:

$$\rho_0 c^2 = \gamma P_0 \qquad\qquad \gamma = {}^{C_p}/_{C_v}$$

$$\left(C_p - C_v\right) = R = {}^{P_0}/_{\rho_0 T_0}$$

Quindi si ottiene:

$$i\varpi\boldsymbol{v} = -\frac{c^2}{\gamma T_0}\boldsymbol{\nabla}\tau + \left(\frac{c^2}{i\omega\gamma} + \frac{4}{3}v\right)\boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}) - \mu\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{v}$$

$$v'\boldsymbol{\nabla}^2\tau = i\varpi\tau + (\gamma - 1)\boldsymbol{T_0}\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}$$

Una volta risolte queste due in **v** e τ, δ e p possono essere ottenute grazie alla conservazione della massa e l'equazione di stato.

Queste due equazioni furono risolte da Kirchhoff nel caso di tubo cilindrico. In tale soluzione la velocità viene scomposta nella componente assiale e nella componente radiale e le due componenti vengono risolte separatamente ottenendo:

$$\boldsymbol{v} = q\hat{r} + u\hat{z}$$

$$\begin{cases} u = \left[AQ - A_1 m\left(\dfrac{i\varpi}{\lambda_1} - v'\right)Q_1 - A_2 m\left(\dfrac{i\varpi}{\lambda_2} - v'\right)Q_2\right]e^{mz} \\ q = \left[-\dfrac{Am}{\dfrac{i\varpi}{v} - m^2}\dfrac{dQ}{dr} - A_1\left(\dfrac{i\varpi}{\lambda_1} - v'\right)\dfrac{dQ_1}{dr} - A_2\left(\dfrac{i\varpi}{\lambda_2} - v'\right)\dfrac{dQ_2}{dr}\right]e^{mz} \\ \dfrac{\tau}{(\gamma-1)T_0} = (A_1Q_1 + A_2Q_2)e^{mz} \end{cases}$$

DoveA, A_1, A_2, sono costanti calcolate imponendo le condizioni al contorno, Q, Q_1 e Q_2 sono funzioni date da:

$$Q = J_0\left[r\left(m^2 - \frac{i\varpi}{\boldsymbol{v}}\right)^{1/2}\right]$$

$$Q_1 = J_0\left[r(m^2 - \lambda_1)^{1/2}\right]$$

$$Q_2 = J_0\left[r(m^2 - \lambda_2)^{1/2}\right]$$

Con J_0 che indica la funzione di Bessel di ordine 0, e λ_1 e λ_2 sono le due radici dell'equazione

$$\lambda^2\left(\frac{c^2 v'}{i\varpi\gamma} + \frac{4}{3}vv'\right) - \lambda\left[c^2 + i\varpi\left(\frac{4}{3}v + v'\right)\right] - \varpi^2 = 0$$

Il parametro m, invece, è la costante di propagazione e si valuta ponendosi sulla parete del tubo, e calcolando numericamente il valore in cui si annulla il determinante del sistema di u, q e $\tau/(\gamma-1)T_0$ dato da:

$$\frac{i\varpi m^2}{\dfrac{i\varpi}{v} - m^2}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\frac{d\ln Q}{dr_w} + \left(\frac{i\varpi}{\lambda_1} - v'\right)\frac{d\ln Q_1}{dr_w} - \left(\frac{i\varpi}{\lambda_2} - v'\right)\frac{d\ln Q_2}{dr_w} = 0$$

Il sistema di equazioni descritto poco fa può essere riformulato in modo che in esso appaia una sola costante, che è stata indicata con B, incognita e dipendente dalle condizioni al contorno. Imponendo infatti le condizioni u = $\tau/(\gamma-1)T_0$= 0 in r = r_w (la velocità è nulla per la non slip condition, ipotesi piuttosto comune nei problemi di questo tipo, l'osillazione termica sul bordo è considerata nulla in quanto il tubo è, per ipotesi, un ottimo conduttore termico), con la prima e la terza equazione del sistema è possibile ricavare agevolmente A e A_2 in funzione di A_1. Sostituendo quindi $B = -A_1/Q_w Q_{2w}$, dove il pedice w indica che si tratta del valore della funzione calcolato sul bordo. Il sistema diventa:

$$\begin{cases} u = mB\left[-i\varpi\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)QQ_{1w}Q_{2w} + \left(\frac{i\varpi}{\lambda_1}-v'\right)Q_wQ_1Q_{2w} - \left(\frac{i\varpi}{\lambda_2}-v'\right)Q_wQ_{1w}Q_2\right]e^{mz} \\ q = B\left[\frac{i\varpi m^2}{\frac{i\varpi}{v}-m^2}\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)Q_{1w}Q_{2w}\frac{dQ}{dr} + \left(\frac{i\varpi}{\lambda_1}-v'\right)Q_wQ_{2w}\frac{dQ_1}{dr} - \left(\frac{i\varpi}{\lambda_2}-v'\right)Q_wQ_{1w}\frac{dQ_2}{dr}\right]e^{mz} \\ \frac{\tau}{(\gamma-1)T_0} = BQ_w(Q_1Q_{2w}+Q_{1w}Q_2)e^{mz} \end{cases}$$

Da queste relazioni, riprendendo la legge di conservazione della massa e l'equazione di stato dei gas perfetti, ricaviamo anche l'ampiezza di oscillazione della densità e la pressione sonora:

$$\delta = \rho_0 BQ_w\left[\left(\frac{v'\lambda_1}{i\varpi}-1\right)Q_1Q_{2w} - \left(\frac{v'\lambda_2}{i\varpi}-1\right)Q_{1w}Q_2\right]e^{mz}$$

$$p = P_0 BQ_w\left[\left(\frac{v'\lambda_1}{i\varpi}-\gamma\right)Q_1Q_{2w} - \left(\frac{v'\lambda_2}{i\varpi}-\gamma\right)Q_{1w}Q_2\right]e^{mz}$$

Queste ultime cinque equazioni descrivono dettagliatamente il valore delle quantità p, δ, τ e **v** al variare della posizione nella cavità. In molte applicazioni, inclusa la nostra, non è richiesto un valore puntuale di queste funzioni ma piuttosto un valore mediato sulla sezione. In particolare, per arrivare ad una formulazione della densità e della comprimibilità, sarà necessario calcolare la media integrale della velocità assiale e dell'ampiezza di oscillazione della densità. La media integrale su una sezione circolare, in coordinate cilindriche di una grandezza ξ generica è data da:

$$\langle\xi\rangle = \frac{1}{\pi r_w^2}\int_0^{r_w} 2\pi r\xi(r)\,dr$$

Tale integrale calcolato su δ e u restituisce:

$$\langle u\rangle = -\frac{2mB}{r_w}\left[i\varpi\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)\frac{Q_{1w}Q_{2w}R_w}{\left(m^2-\frac{i\varpi}{v}\right)^{1/2}} - \left(\frac{i\varpi}{\lambda_1}-v'\right)\frac{Q_wR_{1w}Q_{2w}}{(m^2-\lambda_1)^{1/2}} + \left(\frac{i\varpi}{\lambda_2}-v'\right)\frac{Q_wQ_{1w}R_{2w}}{(m^2-\lambda_2)^{1/2}}\right]e^{mz}$$

$$\langle\delta\rangle = \rho_0\frac{2BQ_w}{i\varpi r_w}\left[\frac{v'\lambda_1-i\varpi}{(m^2-\lambda_1)^{1/2}}R_{1w}Q_{2w} - \frac{v'\lambda_2-i\varpi}{(m^2-\lambda_2)^{1/2}}Q_{1w}R_{2w}\right]e^{mz}$$

Dove R, R_1 e R_2 sono funzioni di Bessel del primo ordine:

$$R = J_1\left[r\left(m^2 - \frac{i\varpi}{v}\right)^{1/2}\right]$$

$$R_1 = J_1\left[r(m^2 - \lambda_1)^{1/2}\right]$$

$$R_2 = J_1\left[r(m^2 - \lambda_2)^{1/2}\right]$$

Le equazioni che abbiamo visto fino ad ora hanno validità generale, tuttavia la loro risoluzione numerica è piuttosto onerosa. Lo è in particolar modo il passaggio fondamentale del calcolo della costante di propagazione tramite l'annullamento del determinante sopra descritto. Delle equazioni approssimate più semplici per risolvere il problema sono state proposte da Zwikker e Kosten ed inizialmente sono state ritenute valide solo nei limiti delle basse e delle alte frequenze. In realtà, tramite un confronto numerico della soluzione esatta con quella approssimata è stato constatato che l'approssimazione è accettabile per un grande range di frequenze e raggi del tubo. In particolare l'approssimazione che sarà trattata ora è valida se:

$$r_w f^{3/2} < 10^6\ cm\ s^{-3/2} \qquad \text{e} \qquad r_w > 10^{-3} cm$$

I provini oggetto di studio, alle frequenze di interesse, rientrano in questa casistica. L'intervallo appena descritto, comunque, risulta essere molto ampio in relazione alle finalità per cui queste tipologie di metamateriali vengono normalmente progettati.

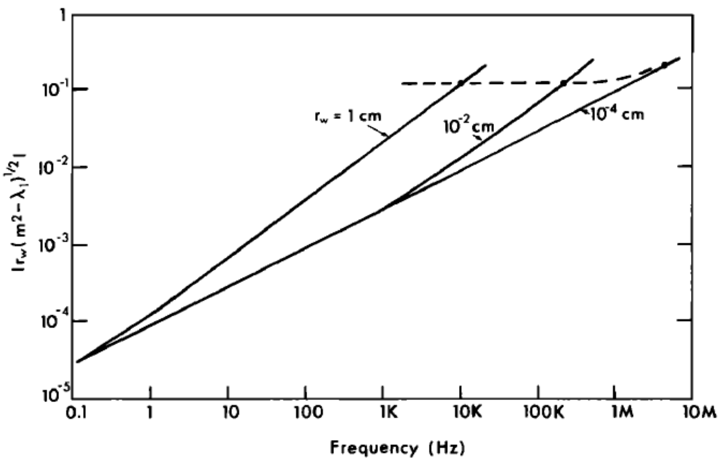
Le approssimazioni introdotte nel modello di Zwikker e Kosten sono tre:

1. $\lambda_1 \ll \lambda_2$: considerando che per l'aria standard si ha, all'incirca, che v = 0,151 cm e che c = 34300 cm/s² risulta che per frequenze inferiori ai 10^8 Hz vale $\frac{\varpi v}{c^2} \ll 1$. Questa relazione, se utilizzata per approssimare l'equazione per il calcolo di λ_1 e λ_2 fa in modo che risulti che:

   $$\lambda_1 \approx -\frac{\omega^2}{c^2} \qquad e \qquad \lambda_2 \approx \frac{i\varpi\gamma}{v'}$$

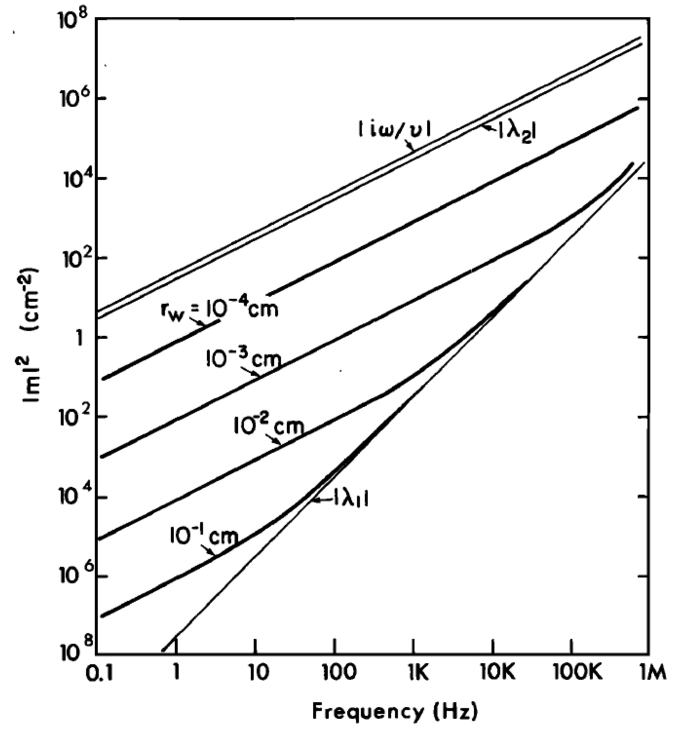
   Dove per l'aria vale $\gamma = 1{,}4$ e $v' = 0{,}3\ cm^2/s$

2. $Q_1 \approx 1$ $\quad e \quad$ $\frac{dQ_1}{dr} = -(m^2 - \lambda_1)^{1/2} R \approx -\frac{1}{2}(m^2 - \lambda_1) r$: Weston, quando tratta la distinzione tra i tubi piccoli, larghi e molto larghi, afferma che l'argomento della funzione Q_1, ovvero $r(m^2 - \lambda_1)^{1/2}$, è piccolo sia nei tubi piccoli che nei tubi larghi. Questa affermazione è confermata dal grafico in figura, dove viene rappresentato l'andamento del modulo di tale argomento al variare della frequenza e del raggio del tubo.



In particolare si nota come al di sotto del limite nel quale l'approssimazione è valida ($r_w f^{3/2} < 10^6\ cm\ s^{-3/2}$, linea tratteggiata in figura) l'argomento non supera il valore di 0,1 permettento a tutte le funzioni da esso dipendendi di essere sostituite con i valori sopra descritti

3. $|m^2| \ll |\lambda_2| \quad e \quad |m^2| \ll \left|\frac{i\varpi}{v}\right|$: questa approssimazione risulta accettabile se si guarda al grafico in figura che mette a confronto le tre grandezze al variare della frequenza: imponendo che il raggio del tubo sia inferiore a 10^{-3} cm, $|m^2|$ risulta sempre due ordini di grandezza più piccolo rispetto a $|\lambda_2|$ e $\left|\frac{i\varpi}{v}\right|$.



Facendo le dovute approssimazioni e sostituzioni nelle equazioni di Kirchhoff riportate in precedenza si ottiene:

$$p \approx -P_0 B \gamma Q_w Q_{2w} e^{mz}$$

$$\langle u \rangle = \frac{mBc^2}{i\varpi} Q_{2w} \left[Q_w - 2\left(-\frac{i\varpi}{v}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{R_w}{r_w} \right] e^{mz}$$

$$\langle \delta \rangle = -\rho_0 B Q_w \left[Q_{2w} + 2(\gamma - 1)\left(-\frac{i\varpi}{v'}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{R_{2w}}{r_w} \right] e^{mz}$$

Possiamo finalmente introdurre la funzione complessa per la densità $\rho(\varpi)$, definita attraverso l'equazione

$$i\varpi\rho(\varpi)\langle u \rangle = -\frac{dp}{dz}$$

e vale

$$\rho(\varpi) = \frac{\rho_0}{\left\{ 1 - 2\left(-\frac{i\varpi}{v}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{G\left[r_w\left(-\frac{i\varpi}{v}\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{r_w} \right\}}$$

Dove G è il rapporto tra le funzioni di Bessel di primo ordine e di ordine zero calcolate sull'argomento

$$G[\xi] = \frac{J_1(\xi)}{J_0(\xi)}$$

Introduciamo anche il coefficiente di compressibilità cubica complesso C(ω), definito tramite la relazione

$$C(\varpi) = \frac{\langle \delta \rangle}{\rho_0 p}$$

Il che sostituendo diventa

$$C(\varpi) = \frac{1}{\gamma P_0} \left\{ 1 + 2(\gamma - 1)\left(-\frac{i\varpi\gamma}{v'}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{G\left[r_w\left(-\frac{i\varpi\gamma}{v'}\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{r_w} \right\}$$

$$v = {}^{\mu}/_{\rho_0} \qquad\qquad v' = {}^{\kappa}/_{(\rho_0 C_v)}$$

È interessante notare come risulti che i fenomeni viscosi e i fenomeni conduttivi siano completamente disaccoppiati in queste relazioni: la densità complessa dipende solo dai primi mentre il coefficiente di compressività cubica complessa dipende solo dai secondi.

Possiamo finalmente calcolare l'impedenza caratteristica come

$$Z_c = \sqrt{\frac{\rho(\varpi)}{C(\varpi)}}$$

Densità e viscosità dinamica dell'aria e velocità del suono nell'ambiente

Gli unici valori rimasti da calcolare sono la densità e la viscosità dinamica dell'aria, e la velocità del suono nell'ambiente di misura. A tal fine viene incontro la letteratura, in quanto le formule qui utilizzate sono prese da un articolo che propone un metodo standard ed unificato per calcolare in maniera esatta i parametri ambientali in fase di calibrazione dei microfoni. Tutto al fine di rendere confrontabili i risultati ottenuti con misure acustiche in diversi laboratori metrologici. La velocità del suono, tuttavia, merita un discorso a sé, visto che la formula proposta dall'articolo allontana molto il modello dai risultati sperimentali. Motivo di ciò è probabilmente il fatto che il risultato dipende troppo fortemente da un parametro, la frazione molare dell'anidride carbonica nell'aria, della quale non è stata fatta alcuna misurazione ed il cui valore cautelare proposto, $x_c = 0{,}0004$, non è probabilmente accettabile nel nostro caso di studio. Il lettore più attento osserverà che tale parametro è presente anche nella formulazione della densità, tuttavia il valore proposto fa sì che il suo contributo si annulli all'interno della formula, rendendola da esso indipendente. Per il calcolo della velocità del suono si è attinto dalla teoria fisica, più che dalla pratica metrologica.

Le formule per il calcolo della densità, della viscosità e della velocità del suono qui proposte sono state inserite in un foglio di calcolo Excel ampiamente in uso nei laboratori INRiM, e pertanto nel codice Matlab verranno inseriti solo i risultati come dati di input dell'algoritmo.

Densità dell'aria umida

$$\rho = [3{,}48349 + 1{,}44(x_c - 0{,}0004)]\times 10^{-3}\frac{p_s}{ZT}(1 - 0{,}3780x_w)$$

Questa formula prende il nome di CIPM-81/91 in quanto fu proposta da P. Giacomo nel Metrologia, nel 1981, e approvata nello stesso anno dal Comitato Internazionale per i Pesi e le Misure. La dicitura “91” indica il fatto che nel 1991 i valori della costante molare del gas e di alcuni parametri addizionali furono rivisti e sostituiti con valori più esatti.

Viscosità dinamica del gas

$$\eta = (a_0 + a_1T + (a_2 + a_3T)x_w + a_4T^2 + a_5x_w^2)\times 10^{-8}$$

Dove $a_0 \ldots a_5$ sono costanti i cui valori sono:

$a_1 = 84{,}986$ $\quad a_2 = 7$ $\quad a_3 = 113{,}157$

$a_4 = -3{,}7501$ $\quad a_5 = 100{,}015$

Il valore della viscosità non è molto importante ai fini della calibrazione dei microfoni. Non a caso alcune procedure propongono un valore costante da assumere per questa grandezza. Ai fini del modello matematico, tuttavia, una stima inesatta porterebbe ad un valore errato per la costante v che verrebbe propagato (seppur con poco peso) nel calcolo della densità dell’aria nel tubo.

Velocità del suono nell’ambiente

$$c = \sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}}\sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

È il classica formula della velocità del suono adiabatica.

Limiti del modello

I limiti del modello fin’ora descritto sono legati a tutte le ipotesi semplificative fatte per ottenere le formulazioni matematiche utilizzate per costruirlo. In questo paragrafo verranno rielencate mettendole in relazione alla teoria per cui sono state fatte.

Coefficiente di riflessione

- L'onda incidente si propaga ortogonalmente alla superficie riflettente. Esiste la formulazione per un angolo di incidenza qualunque, tuttavia non è una casistica che è stata esplorata in questa trattazione.

Calcolo dell'impedenza di superficie

- Il materiale del provino viene considerato come infinitamente rigido
- Il provino viene trattato come un comune materiale poroso, pertanto vengono trascurati fenomeni di perdita localizzata (o di incanalamento) all'ingresso della cavità.
- La cavità è considerata dritta e ortogonale alla superficie esterna. Come abbiamo gia visto, però, la tortuosità della cavità non ha effetto sull'assorbimento del provino

Calcolo dell'impedenza caratteristica: teoria di Kirchhoff

Il modello di Kirchhoff è costruito su un caso ideale che non può trovare riscontro nella realtà. Tuttavia come si vedrà in seguito può essere utilizzato per uttenere una buona approssimazione di essa, o un suo caso limite. Infatti è stato ipotizzato che:

- Il mezzo di propagazione (aria) deve essere omogeneo
- Il flusso di materiale non è stazionario
- Le oscillazione sono di piccola ampiezza e sinusoidali: non sono previsti fenomeni di ricircolo e turbolenza
- Tubo infinitamente lungo, rigido, liscio e caratterizzato da una elevata trasmittanza termica

Calcolo dell'impedenza caratteristica: Modello di Zwikker e Kosten

- La sezione della cavità è considerata cilindrica. Esistono soluzioni per altre geometrie ma hanno delle formulazioni piuttosto complesse e di difficile implementazione su Matlab.
- Il raggio del tubo e la frequenza che si propaga al suo interno devono essere tali che

$r_w f^{3/2} < 10^6\ cm\ s^{-3/2}$ e $r_w > 10^{-3} cm$

Il codice Matlab

```
P_0=                    %Pressione statica dell'ambiente
T_0=                    %Temperatura ambiente
```

```
ro_0=                       %Densità dell'aria calcolata tramite foglio excel
velsuono=                   %Velocità del suono calcolata tramite foglio excel
mu=                         %Viscosità dell'aria calcolata tramite foglio excel
gamma=1.4;                  %Coefficiente di dilatazione adiabatica dell'aria
Cp=1005;                    %Calore specifico a pressione costante
Cv=Cp/gamma;                %Calore specifico a volume costante
k=2.6*10^(-2);              %Conducibilità termica dell'aria
Rt=                         %Raggio della sezione del tubo di Kundt
rw=                         %Raggio della sezione della cavità nel provino
L=                          %Lunghezza della cavità nel provino
f=0:0.5:8192;               %Range di frequenze su cui vine effettuato il calcolo
f=f';
w=(2*pi).*f;                %Pulsazioni associate alle frequenze
poro=(rw/Rt)^2;             %Calcolo della porosità del provino

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%

v=mu/ro_0;
v1=k/(ro_0*Cv);
s=sqrt((-i).*w/v);
s1=sqrt(((-i)*gamma).*w/v1);
j0=besselj(0,rw.*s);
j1=besselj(1,rw.*s);
J0=besselj(0,rw.*s1);
J1=besselj(1,rw.*s1);
g=j1./j0;
G=J1./J0;
roeff=ro_0./(1-(2.*g)./(s.*rw));
C=(1/(gamma*P_0)).*(1+(2*((gamma-1)).*G)./(s1.*rw));
Zc=sqrt(roeff./C);
numk=w.*sqrt(roeff.*C);
Zin=(-i)*Zc.*cot(L*numk)/poro;
Z0=velsuono.*ro_0;
R=(Zin-Z0)./(Zin+Z0);
alfa=1-abs(R).^2;

plot(f,alfa);
```

Confronto con i risultati sperimentali

Bibliografia

[1].Sergei Tretyakov et al 2017 J. Opt. 19 080404

[2].D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, D. R. Smith, Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science 314, 977–980 (2006).

[3].Walser, R.M. (2001) Electromagnetic metamaterials, Inaugural Lecture, Proc. of SPIE (Complex Mediums II: Beyond Linear Isotropic Dielectrics; Lakhtakia, A, Weiglhofer, W.S., and Hodgkinson, I.J.editors), 4467, 1--15.

[4].A. Sihvola, Electromagnetic emergence in metamaterials, in: S. Zouhdi, A. Sihvola, M. Arsalane (Eds.), in: Advances in Electromagnetics of Complex Media and Metamaterials, vol. 89, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2003, pp. 1–17 (NATO Science Series II: Mathematics, Physics, and Chemistry).

[5].A. Sihvola,Metamaterials in electromagnetics,Metamaterials 1 (2007) 2–11

[6].https://en.wikipedia.org/wiki/Metamaterial

[7].https://www.treccani.it/enciclopedia/metamateriali_%28XXI-Secolo%29/

[8].R. O. Prum, R. Torres, Structural colouration of avian skin: Convergent evolution of coherently scattering dermal collagen arrays. J. Exp. Biol. 206, 2409–2429 (2003)

[9]. F. Bilotti and L. Sevgi, "Metamaterials: definitions, properties, applications, and FDTD-based modeling and simulation," International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering, Vol. 22, No. 4, pp. 422-438, July 2012

[10].W. E. Kock, Metal-lens antennas, Proc. IRE 34 (1946) 828–836.

[11].W. E. Kock, Metallic delay lenses, Bell Syst. Tech. J. 27 (1948)58–82.

[12] W. Rotman, Plasma simulation by artificial dielectrics andparallel-plate media, IRE Trans. Antennas Propag. 10 (1962)82–95.

[13] W. J. Stewart 2017 The early days of metamaterials J. Opt. 19 084001

[14] John S. Derov et al 2017 J. Opt. 19 084002

[15] E. Yablonovitch, Inhibited spontaneous emission in solid-state Ephysics and electronics.Phys. Rev. Lett. 58, 2059–2062 (1987).

[16] E. Yablonovitch, T. J. Gmitter, Photonic band structure: The face-centered-cubic case.Phys. Rev. Lett. 63, 1950–1953 (1989).

[17] S. John, Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. Phys.Rev. Lett. 58, 2486–2489 (1987).

[18] E. Yablonovitch 2001 Photonic crystals: semiconductors of light Sci. Am. 285 47–55

[19] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart and I. Youngs 1996 Phys. Rev. Lett. 76 4773

[20] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins and W. J. Stewart 1998 J. Phys. Condens. Matter 10 4785

[21] D. F. Sievenpiper, M. E. Sickmiller and E. Yablonovitch 1996 Phys. Rev. Lett. 76 2480

[22] J. B. Pendry , A. J. Holden , Robins D. J. and Stewart W. J. 1999 Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena IEEE. Trans. Microw. Theory Tech. 472075–84

[23] J. B. Pendry et al., IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 47, 2075 (1999)

[24] D. R. Smith et al 2000 Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity Phys. Rev. Lett. 84 4184–7

[25] R. A. Shelby , D. R. Smith and S. Schultz 2001 Experimental verification of a negative index of refraction Science 292 77

[26] V. G. Veselago, The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of and μ, Soviet Phys. Usp. 10 (1968) 509–514.

[27] J. B. Pendry, Negative refraction makes a perfect lens. Phys. Rev. Lett. 85, 3966–3969 (2000).

[28] J. B. Pendry, D.R. Smith, The quest for the superlens, Sci. Am.295 (1) (2006) 42–49.

[29] Zhang, X., Liu, Z. Superlenses to overcome the diffraction limit. Nature Mater 7, 435–441 (2008).

[30] G. Ma, P. Sheng, Acoustic metamaterials: From local resonances to broad horizons.Sci. Adv. 2, e1501595 (2016).

[31] J. Li, C. T. Chan, Double-negative acoustic metamaterial. Phys. Rev. E. Stat. Nonlin. Soft Matter Phys. 70, 055602 (2004).

[32] R. Martínez-Sala, J. Sancho, J. V. Sánchez, V. Gómez, J. Llinares, F. Meseguer, Sound attenuation by sculpture. Nature 378, 241 (1995).

[33] M. Sigalas, E. N. Economou, Band structure of elastic waves in two dimensional systems.Solid State Commun. 86, 141–143 (1993).

[34] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, B. Djafari-Rouhani, Acoustic band structure of periodic elastic composites. Phys. Rev. Lett. 71, 2022–2025 (1993).

[35] M.F. de Espinosa, E. Jiménez, M. Torres, Ultrasonic band gap in a periodic two-dimensional composite. Phys. Rev. Lett. 80, 1208 (1998)

[36] J.V. Sánchez-Pérez, D. Caballero, R. Mártinez-Sala, C. Rubio, J. Sánchez-Dehesa,F. Meseguer, J. Llinares, F. Gálvez, Sound attenuation by a two-dimensional array of rigid cylinders. Phys. Rev. Lett. 80, 5325–5328 (1998)

[37] A. Sukhovich, L. Jing, and J. H. Page, Phys. Rev. B 77, 014301(2008).

[38] J. H. Page Focusing of ultrasonic waves by negative refraction in phononic crystals. AIP Advances 6, 121606 (2016)

[39] R. Li, X. Zhu, B. Liang, Y. Li, X. Zou et al., A broadband acoustic omnidirectional absorber comprising positive-index materials, Appl. Phys. Lett. 99, 193507 (2011)

[40] A. Climente, D. Torrent, and J. Sánchez-Dehesa, Omnidirectional broadband acoustic absorber based on metamaterials,Appl. Phys. Lett. 100, 144103 (2012);

[41] Ravichandran, J., Yadav, A., Cheaito, R. et al. Crossover from incoherent to coherent phonon scattering in epitaxial oxide superlattices. Nature Mater 13, 168–172 (2014).

[42] A. Balandin, D. L.Nika,Phononics in low-dimensional materials, Materials Today Volume 15, Issue 6, Pages 266-275 (2012)

[43] M. M. Sigalas, E. N. Koukaras, Phononic bandgaps in graphene-based materials,Appl. Phys. Lett. 100, 203109 (2012)

[44] M. Maldovan, Sound and heat revolutions in phononics. Nature 503, 209–217 (2013).

[45] R. Lucklum and J Li 2009 Meas. Sci. Technol. 20 124014

[46] C. Kettenbeil, G. Ravichandran,Experimental investigation of the dynamic behavior of metaconcrete,International Journal of Impact Engineering,Volume 111,199-207,2018,

[47] M. Miniaci1, A. Krushynska, F. Bosia, N. M. Pugno, Large scale mechanical metamaterials as seismic shields, New J. Phys. 18, 083041 (2016)

[48] Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y. Y. Zhu, Z. Yang, C. T. Chan, P. Sheng, Locally resonant sonic materials. Science 289, 1734–1736 (2000).

[49] Z. Liu, C. T. Chan, P. Sheng, Analytic model of phononic crystals with local resonances.Phys. Rev. B 71, 014103 (2005).

[50] Y. Ding, Z. Liu, C. Qiu, J. Shi, Metamaterial with simultaneously negative bulk modulus and mass density. Phys. Rev. Lett. 99, 093904 (2007).

[51] T. Brunet, A. Merlin, B. Mascaro, K. Zimny, J. Leng, O. Poncelet, C. Aristégui,O. Mondain-Monval, Soft 3D acoustic metamaterial with negative index. Nat. Mater.14, 384–388 (2015).

[52] J. Liu, H. Guo, T. Wang, A Review of Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals. Crystals 10, 305 (2020)

[53] Zhu, X.; Xiao, Y.;Wen, J.; Yu, D. Flexural wave band gaps and vibration reduction prop erties of a locally resonant stiffened plate (In Chinese). Acta Phys. Sin. 2016, 65, 316–330.[cross-ref]

[54] J. Wu, X. C. Bai, Y. Xiao, X. M. Geng, D.L. Yu, J.H. Wen, Low frequency band gaps and vibration reduction properties of a multi-frequency locally resonant phononic plate (In Chinese). Acta Phys. Sin. 2016, 65, 209–219.[cross-ref]

[55] Z. Yang, J. Mei, M. Yang, N. H. Chan, P. Sheng, Membrane-type acoustic metamaterial with negative dynamic mass. Phys. Rev. Lett. 101, 204301 (2008).

[56] J. Mei, G. Ma, M. Yang, Z. Yang, W. Wen, P. Sheng, Dark acoustic metamaterials as superabsorbers for low-frequency sound. Nat. Commun. 3, 756 (2012).

[57] Ma G, Yang M, Xiao S, Yang Z, Sheng P., Acoustic metasurface with hybrid resonances. Nat. Mater. 13:873–78 (2014)

[58] C. M. Park, J. J. Park, S. H. Lee, Y. M. Seo, C. K. Kim, S. H. Lee, Amplification of acoustic evanescent waves using metamaterial slabs. Phys. Rev. Lett. 107, 194301 (2011).

[59] J. J. Park, C. M. Park, K. J. B. Lee, S. H. Lee, Acoustic superlens using membrane-based metamaterials. Appl. Phys. Lett. 106, 051901 (2015).

[60] S. H. Lee, C. M. Park, Y. M. Seo, Z. G. Wang, C. K. Kim, Acoustic metamaterial with negative density. Phys. Lett. A 373, 4464–4469 (2009).

[61] Z. Yang, H. M. Dai, N. H. Chan, G. C. Ma, P. Sheng, Acoustic metamaterial panels for sound attenuation in the 50–1000 Hz regime. Appl. Phys. Lett. 96, 041906 (2010).

[62] Kuan Lu, Jiu Hui Wu, Dong Guan, Nansha Gao, and Li Jing, A lightweight low-frequency sound insulation membrane-type acoustic metamaterial,AIP Advances 6, 025116 (2016);

[63] M. Yang, G. Ma, Z. Yang, P. Sheng, Coupled membranes with doubly negative mass density and bulk modulus. Phys. Rev. Lett. 110, 134301 (2013).

[64] X. Cai, Q. Guo, G. Hu, J. Yang, Ultrathin low-frequency sound absorbing panels based on coplanar spiral tubes or coplanar Helmholtz resonators. Appl. Phys. Lett. 105, 121901 (2014).

[65] N. Jiméneza, W. Huang, V. Romero-García, V. Pagneux, and J.-P. Groby, Ultra-thin metamaterial for perfect and quasi-omnidirectional sound absorption, Appl. Phys. Lett. 109, 121902 (2016)

[66] Tang, Y. et al. Hybrid acoustic metamaterial as super absorber for broadbandlow-frequency sound. Sci. Rep. 7, 43340 (2017).

[67] Yufan Tang et al 2017 EPL 118 44002

[68] Chong Rui Liu et al 2019 Appl. Phys. Express 12 084002

[69] N. Fang, D. Xi, J. Xu, M. Ambati, W. Srituravanich, C. Sun, X. Zhang, Ultrasonic metamaterials with negative modulus. Nat. Mater. 5, 452–456 (2006).

[70] S. H. Lee, C. M. Park, Y. M. Seo, Z. G. Wang, C. K. Kim, Acoustic metamaterial with negative modulus. J. Phys. Condens. Matter 21, 175704 (2009).

[71] S. H. Lee, C. M. Park, Y. M. Seo, Z. G. Wang, C. K. Kim, Composite acoustic medium with simultaneously negative density and modulus. Phys. Rev. Lett. 104, 054301 (2010).

[72] N. Kaina, F. Lemoult, M. Fink, G. Lerosey, Negative refractive index and acoustic superlens from multiple scattering in single negative metamaterials. Nature 525, 77–81 (2015).

[73] Z. Liang, J. Li, Extreme acoustic metamaterial by coiling up space. Phys. Rev. Lett. 108, 114301 (2012).

[74] Cheng, Y., Zhou, C., Yuan, B. et al. Ultra-sparse metasurface for high reflection of low-frequency sound based on artificial Mie resonances. Nature Mater 14, 1013–1019 (2015).

[75] Z. Liang, T. Feng, S. Lok, F. Liu, K. B. Ng, C. H. Chan, J. Wang, S. Han, S. Lee, J. Li, Space-coiling metamaterials with double negativity and conical dispersion. Sci. Rep. 3, 1614 (2013).

[76] Y. Xie, B.-I. Popa, L. Zigoneanu, S. A. Cummer, Measurement of a broadband negative index with space-coiling acoustic metamaterials. Phys. Rev. Lett. 110, 175501 (2013).

[77] Y. Li, B. Liang, Z.-M. Gu, X.-Y. Zou, J.-C. Cheng, Unidirectional acoustic transmission through a prism with near-zero refractive index. Appl. Phys. Lett. 103, 053505 (2013).

[78] Y. Li, B. Liang, X. Tao, X.-F. Zhu, X.-Y. Zou, J.-C. Cheng, Acoustic focusing by coiling up space. Appl. Phys. Lett. 101, 233508 (2012).

[79] Y. Li, G. Yu, B. Liang, X. Zou, G. Li, S. Cheng, J. Cheng, Three-dimensional ultrathin planar lenses by acoustic metamaterials. Sci. Rep. 4, 6830 (2014).

[80] Y. Li, B. Liang, X.-Y. Zou, J.-C. Cheng, Extraordinary acoustic transmission through ultrathin acoustic metamaterials by coiling up space. Appl. Phys. Lett. 103, 063509 (2013).

[81] Molerón M, Serra-GarciaMand Daraio C2014 Appl. Phys. Lett. 105 114109

[82] Y. Li, B. Liang, Z.-M. Gu, X.-Y. Zou, J.-C. Cheng, Reflected wavefront manipulation based on ultrathin planar acoustic metasurfaces. Sci. Rep. 3, 2546 (2013).

[83] Y. Li, X. Jiang, R.-Q. Li, B. Liang, X.-Y. Zou, L.-L. Yin, J.-C. Cheng, Experimental realization of full control of reflected waves with subwavelength acoustic metasurfaces. Phys. Rev. Appl. 2, 064002 (2014).

[84] Yifan Zhu et al 2019 Appl. Phys. Express 12 114002

[85] Yang M, Chen S, Fu C, Sheng P. 2016. Optimal sound absorbing structures. arXiv:1609.09561

[87] ISO 10534-2:2001. Acoustics - Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes - Part 2: Transfer-function method.

[88] Hannink, M. Acoustic resonators for the reduction of sound radiation and transmission, PhD Thesis, Uni-versity of Twente, (2007).