

POLITECNICO DI TORINO



CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

Simulazione di antenne con membrana e ossatura flessibile

Relatori

Prof. ERASMO CARRERA

Prof. ALFONSO PAGANI

Ing. DANIELE CATELANI

Candidato

MARTA MOLLO

DICEMBRE 2020

Sommario

In questa tesi si è svolto un lavoro di progettazione e modellizzazione di strutture dispiegabili, partendo da uno studio teorico presentato dell'ingegner Pellegrino nel libro "Deployable Structures". Queste strutture hanno la caratteristica di occupare uno spazio ridotto, quando sono ripiegate, per poi dispiegarsi al momento opportuno, tramite l'utilizzo di forze esterne. Proprio per le loro caratteristiche costruttive, sono particolarmente leggere e quindi adatte all'uso spaziale.

L'analisi della struttura dispiegabile è stata effettuata utilizzando il software commerciale MSC Adams, tramite il quale si sono sviluppati 4 modelli differenti i quali a loro volta sono stati costruiti prima in materiale rigido, acciaio, e successivamente con elementi flessibili, creati tramite FE_parts.

Infine si è studiata e progettata una membrana flessibile tramite i software MSC Patran e MSC Nastran, che potesse essere inserita sull'unità di dispiegamento della struttura. Tale membrana è stata creata partendo dall'idea che non dovesse dispiegarsi ma come top, fissa, tra i piani dell'unità dispiegabile. I primo capitolo è una spiegazione generale di cosa si è trattato, partendo da una panoramica storica delle tipologie di strutture dispiegabili.

Nel secondo capitolo si è introdotto il sistema multi-body e come esso venga trattato dal software utilizzato, MSC Adams.

Nei capitoli successivi, 3 e 4 e 5, si sono spiegati e analizzati i modelli creati con le varie analisi effettuate e il comportamento della membrana durante la fase di dispiegamento della struttura.

Infine, si sono presi in considerazione i limiti dei modelli, analizzando il loro comportamento durante il moto nel caso in cui una forza agisse per impedirlo o si rompessero dei giunti. Nelle conclusioni, si sono prese in esame i possibili sviluppi futuri, fornendo una panoramica finale sul lavoro svolto.

Ringraziamenti

*Ai miei genitori,
ai quali devo questo importante traguardo. Grazie per tutti i vostri insegnamenti.
Grazie per avermi trasmesso il valore dello studio e dell'impegno.*

*Un grazie alla mia collega Veronica,
che mi ha sostenuta durante l'intero percorso universitario.*

*Un ringraziamento speciale ad un gruppo di amiche fantastiche
Angela, Cristina e Francesca.*

*Un grazie a Matteo che, con la sua pazienza, mi ha supportato durante questo
periodo di scrittura.*

Un ringraziamento particolare al Professor Carrera, al Professor Pagani e all'Ingegnere Catelani che mi hanno seguita con attenzione ed interesse durante l'intero percorso di tesi.

Indice

Elenco delle tabelle	VII
Elenco delle figure	VIII
1 Introduzione	1
1.1 Cenni storici	2
1.2 Classificazione delle strutture	7
1.2.1 Aste a spirale	7
1.2.2 Gusci flessibili	10
1.2.3 Meccanismi strutturali	13
1.2.4 Membrane	16
1.2.5 Pannelli Rigidi	16
2 Cenni Dinamica dei Sistemi Multibody	18
2.1 Codici per il multi-body	19
2.2 Elementi del multi-body	21
2.3 Processo di modellazione	24
2.4 Tipologie di analisi	28
2.5 Simulazione dinamica	29
2.5.1 Analisi cinematica	29
2.5.2 Analisi dinamica	33
2.6 Metodo Newton-Raphson	37
2.7 Flessibilità nei sistemi multi-body	40
2.7.1 Metodo Craig-Bampton	41
2.7.2 FE Part	43
3 Simulazione ossatura di antenne dispiegabili	45
3.1 Classificazione modelli realizzati	46
3.1.1 Modello con distanziamento e apertura giunti sul piano orizzontale	53

3.1.2	Modello senza distanziamento e apertura giunti sul piano orizzontale	56
3.1.3	Modello senza distanziamento e apertura giunti sul piano diagonale	57
3.2	Analisi e confronto	59
4	Simulazione della membrana flessibile	63
4.1	Realizzazione membrana	63
4.2	Analisi membrana isolata	67
5	Simulazione di antenne dispiegabili	76
5.1	Modello completo con distanziamento	76
5.2	Confronto tra modelli	83
5.3	Possibili failure	88
6	Conclusioni	91
	Bibliografia	93

Elenco delle tabelle

3.1	Tabella grandezza fisiche <i>bushing</i>	51
3.2	Tabella confronto pesi del modello con distanziamento	55
3.3	Tabella confronto pesi del modello senza distanziamento	57
3.4	Tabella confronto pesi del modello senza distanziamento e giunti a 45 gradi	59

Elenco delle figure

1.1	Esempio struttura dispiegabile	1
1.2	Timeline	2
1.3	Merchan: classificazione base	3
1.4	Gantes: classificazione base	4
1.5	Pellegrino: classificazione base	5
1.6	Nanaor e Levy: classificazione base, caselle verdi link rigidi, caselle gialle link flessibili	6
1.7	Del Grosso e Basso: classificazione base	7
1.8	Diagramma schematico di un'asta a spirale	8
1.9	Schema asta dispiegabile	9
1.10	Apertura asta elicoidale	9
1.11	Apertura asta tramite cavo assiale motorizzato	10
1.12	Metro da carpentiere	10
1.13	Single STEM	11
1.14	Bi-STEM	11
1.15	Tubo pieghevole	12
1.16	Sezione tubo	12
1.17	Avvolgimento del metro a nastro	12
1.18	Flessione del metro a nastro	13
1.19	Schema semplificato pantografo 2D	14
1.20	Schema dispiegamento pantografo	15
1.21	Schema dispiegamento pantografo ad anello [4]	15
1.22	(1) Struttura CubeSat (2) Schema pannello dispiegabile	16
1.23	Dispiegamento pannelli rigidi (1) impacchettati (2) dispiegati	17
2.1	Metodo Newton-Raphson	38
2.2	Metodo Newton-like	39
2.3	<i>constraint modes</i> con contributo di frequenza sconosciuto [14]	43
2.4	<i>Boundary eigenvector</i> con una frequenza naturale di 1250 Hz [14]	43
2.5	Costruzione FE Part: (1) <i>Formulation</i> (2) <i>Nodes</i>	44

3.1	Esempio di struttura dispiegabile	45
3.2	Struttura della base dei modelli realizzata in Adams	46
3.3	Dispiegamento modello in due tempi diversi	47
3.4	<i>link</i> realizzato tramite FE_Part	47
3.5	Schematizzazione giunto sferico [6]	48
3.6	Collegamento tra due link tramite giunto sferico	48
3.7	Giunto sferico scheda informativa Adams	49
3.8	<i>Bushing</i> e relativo giunto sferico	51
3.9	Legge di moto	52
3.10	Geometria della base del modello con distanziamento	53
3.11	Configurazione chiusa al tempo $t = 0sec$ del modello rigido	54
3.12	Configurazione aperta al tempo $t = 1sec$ del modello rigido	54
3.13	Configurazione chiusa al tempo $t = 0sec$ del modello flessibile	55
3.14	Configurazione aperta al tempo $t = 1sec$ del modello flessibile	55
3.15	Andamento in 4 steps dell'apertura del modello rigido senza distanziamento	56
3.16	Posizione giunti	57
3.17	Andamento in 4 steps dell'apertura del modello rigido senza distanziamento con giunti a 45 gradi	58
3.18	Andamento del dispiegamento traslazionale del modello rigido e flessibile nel tempo $t = 2sec$	60
3.19	Accelerazione traslazionale della legge di moto del modello rigido e flessibile con distanziamento in $t = 2sec$	60
3.20	Accelerazione del centro di massa riferito al top del modello rigido e flessibile con distanziamento in $t = 2sec$	61
3.21	Andamento della forza totale agente sul marker iniziale del link in $t = 2sec$	61
3.22	Accelerazione angolare relativa al <i>bushing</i> tra link e top del modello rigido e flessibile in $t = 2sec$	62
4.1	Geometria dei punti creazione membrana in Patran	64
4.2	Mesh Seeds	65
4.3	Mesh del modello membrana in Patran	66
4.4	Membrana isolata e relativi giunti fissi in Adams	67
4.5	Deformazione membrana: funzione $F = 10 * t$ in $t = 5sec$	68
4.6	Andamento delle torsione agente sui giunti fissi per $F = 10 * t$ in $t = 5sec$	68
4.7	Accelerazione angolare del centro di massa della membrana per $F = 10 * t$ in $t = 5sec$	69
4.8	Accelerazione angolare subita dai giunti fissi per $F = 10 * t$ in $t = 5sec$	69
4.9	Deformazione membrana: funzione $STEP(time,0,0,0.5,100)$	70

4.10	Stress di Von Mises per $v = 0.2m/sec$	71
4.11	<i>Hot Spots</i> per $v = 0.2m/sec$ rappresentazione grafica	71
4.12	<i>Hot Spots</i> per $v = 0.2m/sec$ tabella	72
4.13	Torsione subita dai giunti per $v = 0.2m/sec$	72
4.14	Confronto andamento delle tre funzioni $STEP(time, t0, m0, t1, m1)$	73
4.15	Confronto andamento delle velocità delle tre leggi di moto	74
4.16	Confronto andamento delle accelerazioni delle tre leggi di moto	74
4.17	Andamento del modo con frequenza $f = 6.44551Hz$: (1) velocità modale (2) accelerazione modale	75
5.1	Confronto deformazione membrana: (1) modello rigido, (2) modello flessibile	77
5.2	Confronto stress di Von Mises: (1) modello rigido, (2) modello flessibile	77
5.3	Tabelle valori degli <i>Hot Spots</i> : (1) modello rigido (2) modello flessibile	78
5.4	Andamento stress di Von Mises nel tempo	79
5.5	Andamento accelerazione membrana nel tempo	79
5.6	Andamento accelerazione modale: (1) modello rigido, (2) modello flessibile	80
5.7	Confronto andamento funzioni STEP e STEP5	81
5.8	Confronto andamento torsione asse X dei <i>bushing</i> per funzioni STEP e STEP5	82
5.9	Confronto andamento torsione asse Y dei <i>bushing</i> per funzioni STEP e STEP5	82
5.10	Confronto accelerazione centro di massa per funzioni STEP e STEP5	83
5.11	Andamento degli stress nei tre modelli a link rigidi $v = 1m/sec$	84
5.12	Torsione del giunto fisso membrana/top modello a link rigidi $v =$ $1m/sec$	84
5.13	Torsione <i>bushing</i> link/top modello a link rigidi $v = 1m/sec$	85
5.14	Andamento accelerazione del centro di massa della membrana in $t = 10sec$	86
5.15	Andamento stress assiale nel <i>link</i> collegato alla base per $v = 1m/sec$	87
5.16	Andamento stress assiale nel <i>link</i> collegato al top per $v = 1m/sec$	88
5.17	<i>Failure bushing</i> tra base e link al secondo $t = 3sec$	89
5.18	Andamento del <i>bushing</i> corrispettivo al componente in <i>failure</i>	89
5.19	Andamento traslazione del giunto sferico in <i>failure</i>	90

Capitolo 1

Introduzione

Le strutture dispiegabili hanno la capacità di trasformarsi e adottare prevedibilmente più configurazioni predeterminate, spostandosi attraverso percorsi noti, mentre vengono dispiegate in modo controllato e sicuro. Queste caratteristiche introducono vantaggi quando si prendono in considerazione questioni come la facilità di trasporto, il montaggio e la sostenibilità complessiva della struttura mediante un'elevata efficienza dei materiali. Questo primo capitolo vuole prendere in considerazione le varie tipologie di classificazioni delle strutture dispiegabili che sono state realizzate nell'arco degli ultimi 60 anni, dalla loro comparsa ed utilizzo fino a oggi, cercando di soffermarci in particolar modo sulle motivazioni di tali classificazioni. Successivamente si prenderanno in esame le strutture dispiegabili utilizzate e progettate per l'ambito spaziale, anche se, come vedremo nella prima parte, alcuni autori non hanno distinto le strutture in base al loro utilizzo, terrestre o spaziale, ma in base alla loro cinematica.

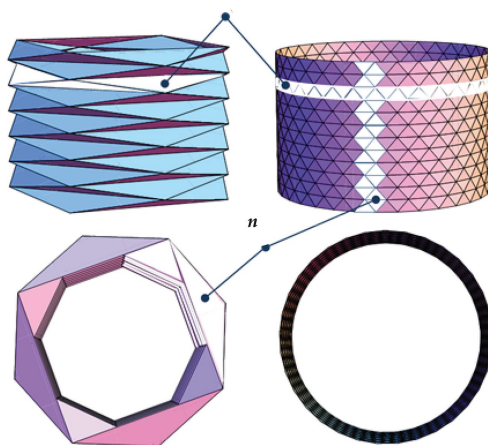


Figura 1.1: Esempio struttura dispiegabile

1.1 Cenni storici

Per riuscire a descrivere in modo appropriato e coerente le varie classificazioni create da autori differenti, si è preso come riferimento l'articolo di G.E. Fenci [1], in modo tale da avere un lavoro il più possibile completo e ben organizzato. Le strutture dispiegabili hanno la capacità di cambiare la loro morfologia, riadattandosi ad impulsi ricevuti dall'esterno, siano essi di tipo cinematico, una forza che agisce in un determinato punto che ne determina il moto, o di tipo ambientale e climatico, ad esempio i teloni ombreggianti ai quali il moto è imposto tramite fotocellula. A seconda di come avviene la trasformazione, sia in apertura che in chiusura, si possono considerare due macro-categorie:

- strutture dispiegabili attraverso meccanismi cinematici;
- strutture con moduli ripetitivi componibili e riconfigurabili.

Uno dei motivi per cui le strutture dispiegabili hanno preso così piede nei più svariati ambiti è per la loro infinita possibilità di utilizzo e unicità che consente di spaziare dal campo medico a quello ingegneristico tramite una sempre nuova combinazione di configurazioni.

La trattazione degli autori è di tipo cronologico: si considerano quindi tre periodi e per ognuno si analizzano gli autori, tenendo in conto del periodo dei loro studi e che la tecnologia, soprattutto negli ultimi anni, progredisce rapidamente.



Figura 1.2: Timeline

Merchan

Come mostrato nel grafico precedente fig.1.2, Carlos H. H. Merchan è uno dei primi autori a trattare l'argomento delle classificazioni delle strutture dispiegabili. Egli suddivide i vari tipi di strutture in due macro categorie:

- strutture a montanti, ovvero in grado di supportare il carico degli elementi in tensione, compressione o flessione (travature di sostegno);
- strutture di superficie, costituite da superficie continue realizzate in materiale di tipo dispiegabile e in grado di supportare solo carichi a trazione (teloni per proteggere dal sole, come nei grandi spazi all'aperto e negli stadi).

Egli considera le strutture a montanti nel solo atto del dispiegamento e non nel ripiegamento e dunque, una volta giunti a massima estensione tramite blocchi su cerniere e vincoli, la struttura resta bloccata nella sua posizione. Uno dei maggiori problemi della sua classificazione è la non considerazione delle strutture telescopiche, che altri autori, invece, tratteranno come una categoria di mezzo alle due proposte da Merchan, come se fossero un ibrido.

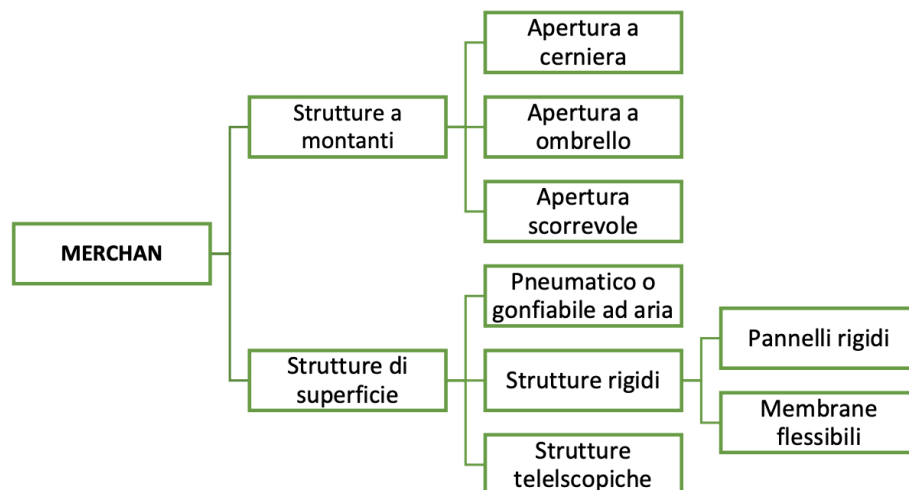


Figura 1.3: Merchan: classificazione base

Gantes

Uno dei primi autori a riprendere in mano la classificazione delle strutture dispiegabili nel primo decennio del XX secolo è il professor Gantes. Egli distingue in maniera netta due tipologie di strutture, quelle adeguate all'ambito terrestre e quelle invece utilizzabili in ambito spaziale. Tale netta distinzione, oggi, ci lascia interdetti poiché sappiamo, grazie anche ad autori e studi successivi, che vi è una netta e solida correlazione tra strutture utilizzabili in ambito terrestre e spaziale e vice versa. In ogni caso, il professor Gantes prende in considerazione la parte di strutture dispiegabili a uso terrestre, andandole a sotto categorizzare utilizzando come distinguo la loro morfologia. Per quanto riguarda la parte di strutture che Gantes considera a solo utilizzo spaziale, egli si presta ad elencare esclusivamente una carrellata di modelli partendo da esempi puramente teorici fino alle soluzioni in uso.

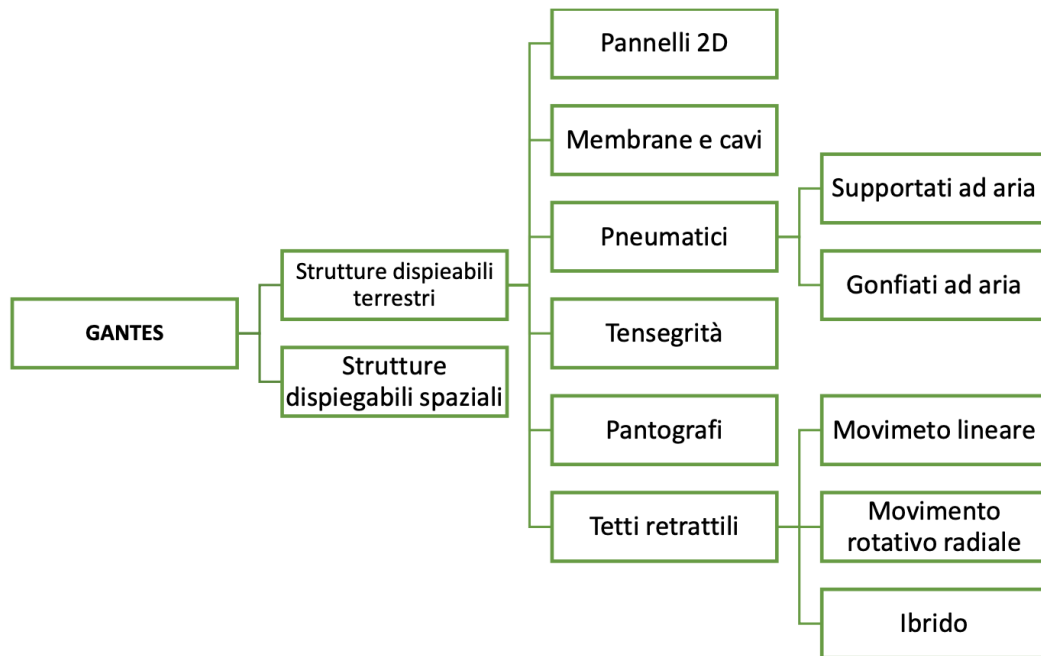


Figura 1.4: Gantes: classificazione base

Pellegrino

Il professor Pellegrino è uno dei principali ricercatori in ambito e, a differenza del professor Gantes, non considera l'ambito di applicazione delle strutture come ad un fattore determinante di classificazione, anzi specifica che i movimenti ed i cinematismi accomunano le due categorie rimanendo essenzialmente gli stessi, indipendentemente dal loro campo di utilizzo. Pellegrino, inoltre, fornisce un elenco completo di strutture in grado di resistere a grandi deformazioni senza però darne una vera e propria classificazione.

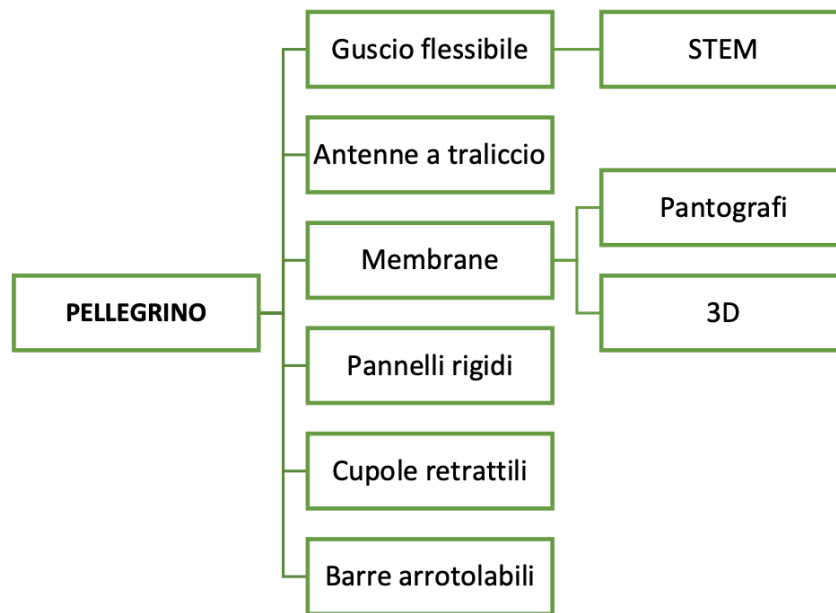


Figura 1.5: Pellegrino: classificazione base

Hanaor e Levy

Nel 2001, lo stesso anno in cui esce il libro di Pellegrini, viene pubblicata la ricerca di Hanaor e Levy che si concentra principalmente sugli spazi architettonici ed alcune considerazioni in ambito spaziale. La classificazione è una distinzione a due vie: morfologica e cinematica, le quali sono a loro volta suddivise secondo precise sotto categorie. In particolare, per la macro categoria morfologia, essa è suddivisa in: strutture scheletriche o reticolari e strutture a membrana continua e componenti deformabili. Un ulteriore parametro di classificazione aggiunto al precedente riguarda il cinematismo del dispiegamento della struttura.

Questa tipologia di classificazione può essere considerata una delle più coerenti e complete dell'epoca ma si possono notare alcune carenze in termini di strutture ibride, trattate come un insieme di strutture reticolari aventi anche una componente

membranale che è in grado di sopportare carichi di stress importanti, se non addirittura uguali a quelli applicabili alla struttura reticolare. Come si può intuire, tale definizione è vaga in quanto non specifica che una struttura membranale per sopportare un carico debba sempre avere un supporto esterno per far sì che la membrana possa essere in trazione.

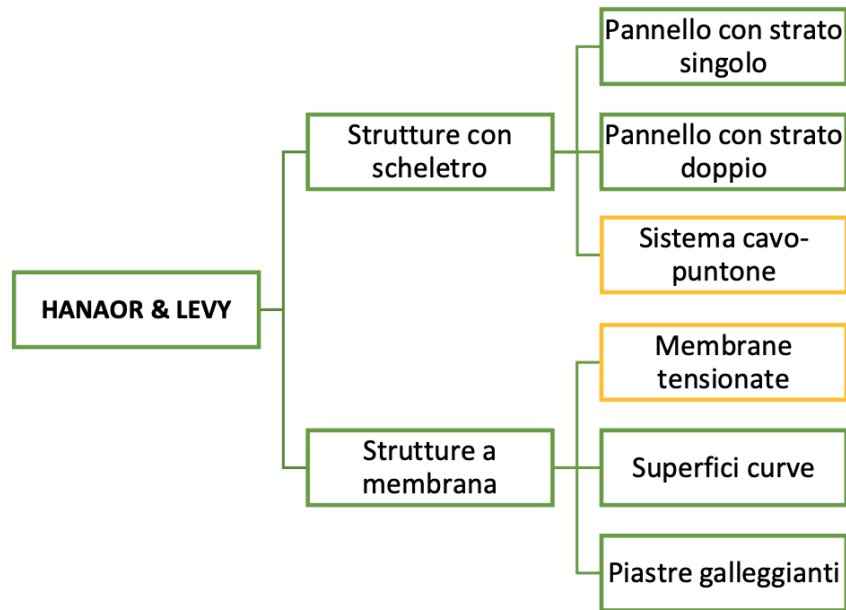


Figura 1.6: Nanaor e Levy: classificazione base, caselle verdi link rigidi, caselle gialle link flessibili

Del Grosso e Basso

Nel 2013 Del Grosso e Basso hanno pubblicato un documento sulle strutture dispiegabili implementando la classificazione realizzata da Hanaor e Levy.

La prima macro distinzione nella trattazione di Del Grosso e Basso è data dalla tipologia di struttura, creata utilizzando *links* flessibili, deformabili, oppure rigidi, indeformabili. La novità risiede nell'approccio alla classificazione in termini delle aste, utilizzate per la costruzione come un elemento anch'esso facente parte della mobilità dell'intera struttura, anziché considerare solo i giunti come unico mezzo capace di trasmettere flessione e movimento. In questa trattazione l'innovazione sta proprio nel considerare le aste come elementi in grado di variare la loro lunghezza, in modo lineare, all'interno della travatura permettendo lo studio di nuove tipologie di dispiegamenti. Ancora un volta, gli autori si soffermano sui micro aspetti del movimento delle strutture dispiegabili, perdendo la concezione della struttura nella sua interezza.

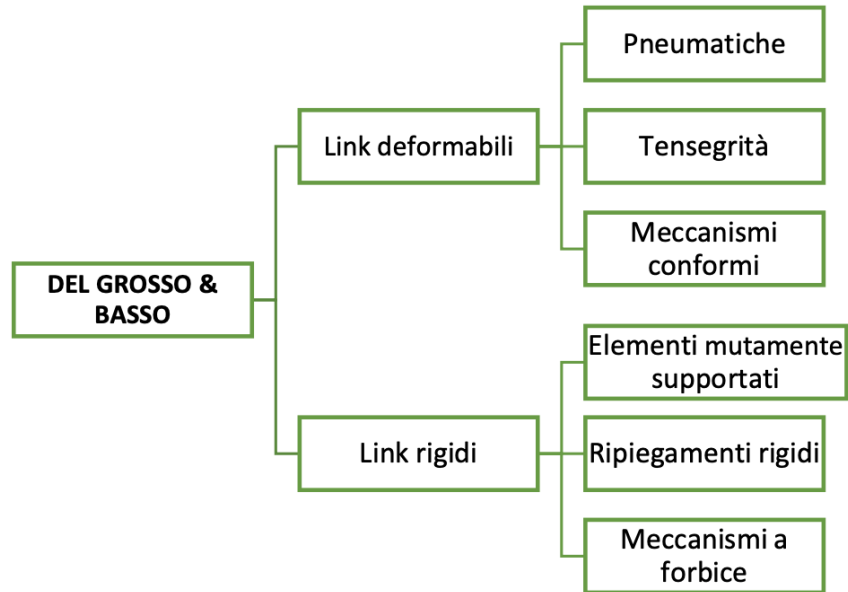


Figura 1.7: Del Grosso e Basso: classificazione base

1.2 Classificazione delle strutture

Dopo aver preso in considerazione svariati punti di vista sulle varie possibilità di classificazione delle strutture dispiegabili, cercando di evidenziarne i punti di forza e di debolezza, si tratterà ora l'autore che più si focalizza sull'impiego delle strutture dispiegabili in ambito spaziale: Pellegrino.

Di seguito, prendendo spunto dal suo libro *Deployable Structures*, si tratteranno le varie tipologie di strutture, analizzandone gli aspetti salienti [2].

1.2.1 Aste a spirale

Una delle strutture più semplici, dispiegabile e rettilinea, è realizzata tramite un'asta sottile con sezione trasversale circolare r , avvolta in maniera uniforme attorno ad una bobina di raggio R , tale per cui si abbia $R > r$.

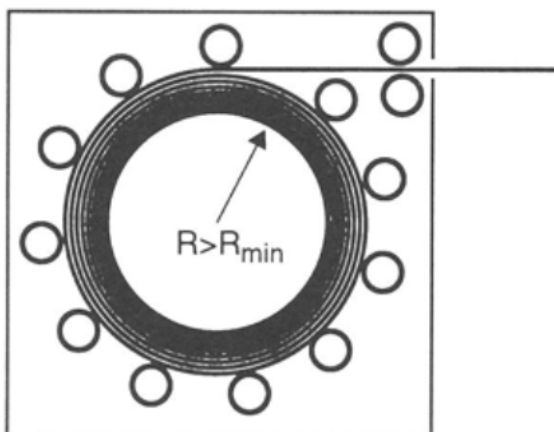


Figura 1.8: Diagramma schematico di un'asta a spirale

Tali strutture possono essere dispiegate tramite appositi meccanismi rotativi, facendo sì che si possa passare dalla configurazione compatta, contenuta in piccoli alloggiamenti, fino al completo dispiegamento quando necessario.

Queste strutture, se da una parte hanno l'enorme vantaggio di essere estremamente leggere e compattabili, risultano però rigide strutturalmente, paragonabili a un metro a nastro.

Un netto miglioramento rispetto al prototipo precedente sta nell'inserimento di elementi di supporto nella struttura a traliccio, con l'utilizzo di longheroni controventati da elementi corti perpendicolari ed elementi diagonali, in modo da aumentarne la stabilità (fig.1.9). Tramite questi accorgimenti, il peso rimane comunque contenuto mentre i carichi sopportabili diventano importanti. Inoltre, è bene non trascurare la capacità di resistenza al vento, aumentata grazie alle piccole aree che ne riducono al minimo le zone esposte, facendo sì che un eventuale danno causato dall'impatto di elementi esterni non comprometta l'intera stabilità strutturale.

Consideriamo ora come compattare un'asta ricorrendo allo studio effettuato da Kirchhoff il quale asserisce che qualsiasi asta possa essere costituita utilizzando una forma elicoidale, fig.1.10. In tal modo, applicando una forza ad una delle due estremità, essa potrà essere dispiegata completamente o ripiegata fino al completo imballaggio attorno alla bobina di partenza. Questa teoria, seppur valida per qualunque asta, in realtà è applicabile solo ad aste con uno sbraccio inferiore ai 3 metri. Oltre a tale valore, si devono utilizzare degli accorgimenti per mantenere la stabilità strutturale durante la movimentazione, come l'utilizzo di un cavo assiale motorizzato (fig.1.11).

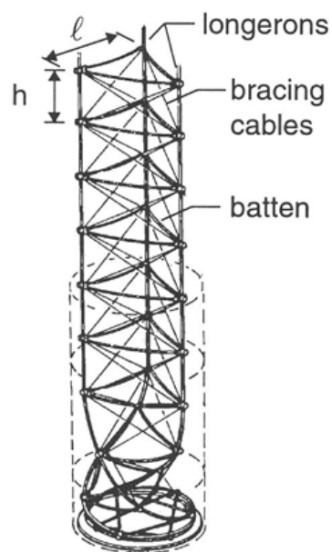


Figura 1.9: Schema asta dispiegabile

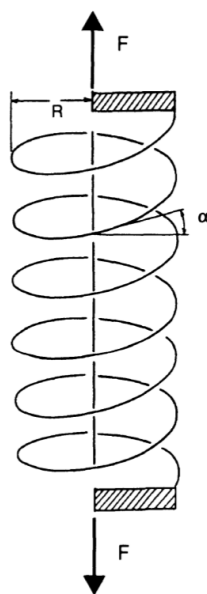


Figura 1.10: Apertura asta elicoidale

Infine, la base dell'asta è solitamente fissata all'interno di uno spazio, contenitore o bobina, in grado di ruotare in modo da facilitare il dispiegamento dell'intera struttura.

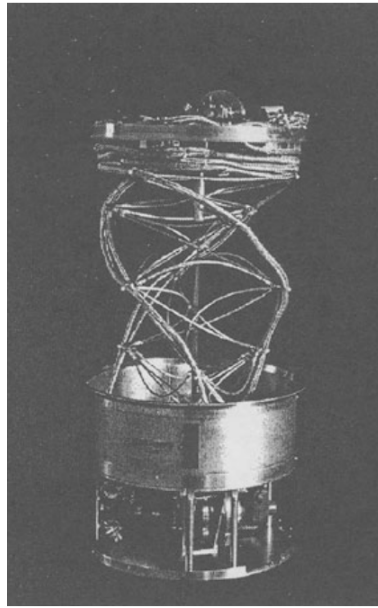


Figura 1.11: Apertura asta tramite cavo assiale motorizzato

1.2.2 Gusci flessibili

Un esempio, tra i più noti, di struttura a guscio flessibile è il metro a nastro, comunemente detto metro da carpentiere. E' un nastro in acciaio formato da uno strato sottile, tipicamente di 0.1-0.2 mm, che può raggiungere lunghezze di oltre 3 metri, avente una curvatura che varia tra i 12 e 14 mm di raggio. Nella configurazione imballata, il nastro è avvolto attorno ad un rocchetto contenuto in un contenitore fig.1.12.

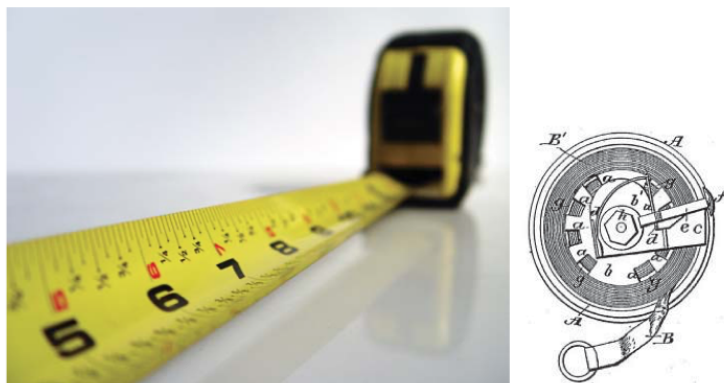


Figura 1.12: Metro da carpentiere

A differenza del nastro preso ad esempio, i gusci flessibili hanno la sezione trasversale che forma un cerchio completo con alcune sovrapposizioni. Si possono distinguere tre configurazioni di gusci flessibili o STEM [3]:

- *Single STEM*: composto da un unico nastro avente un grande angolo d'arco, maggiore di 360° , che forma un unico tubo circolare estendibile (fig.1.13). Il nastro è avvolto su un tamburo per l'immagazzinamento, alla base, e può essere dispiegato e ritirato mediante rotazione del tamburo in un meccanismo compatto;



Figura 1.13: Single STEM

- *Bi-STEM*: è un miglioramento del singolo STEM, formato da due nastri annidati uno all'altro, in modo tale che una striscia sia posizionata all'interno dell'altra con una sovrapposizione avente i lati concavi di ciascun elemento, uno di fronte all'altro (fig.1.14). Il Bi-STEM può essere immagazzinato su uno o più fusti allo stesso modo dei singoli STEM;

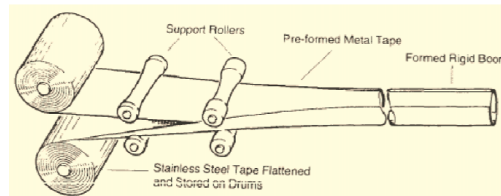


Figura 1.14: Bi-STEM

- *Tubo pieghevole*: è realizzato incollando due sottili strisce trasversalmente curve lungo i bordi, formando una forma biconvessa. Questo crea un braccio tubolare con una maggiore rigidità torsionale rispetto allo STEM (fig.1.13). Il tubo può essere piegato e riavvolto su un tamburo di stoccaggio e, come nella configurazione single STEM, il tubo non subisce una rotazione della punta durante il dispiegamento/retrazione.

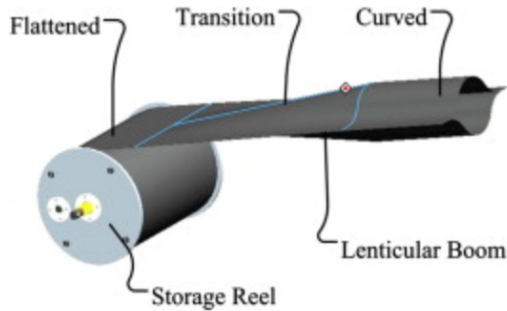


Figura 1.15: Tubo pieghevole

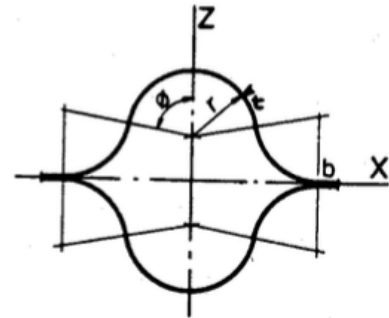


Figura 1.16: Sezione tubo

Nella configurazione piegata, queste strutture sono appiattite e, a causa del loro spessore minimo, lo stress agisce solo come una deformazione elastica. L'energia elastica trattenuta nella struttura viene rilasciata una volta che il nastro si dispiega completamente. Si possono identificare due diversi modi di piegare tali strutture: stesso verso o verso opposto.

Nel primo caso i lembi del guscio vanno in compressione durante l'avvolgimento, nel secondo caso entrano in trazione (fig.1.17).

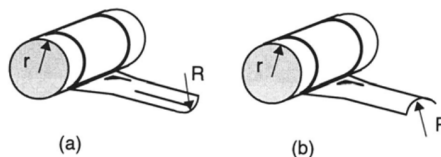


Figura 1.17: Avvolgimento del metro a nastro

La stessa nomenclatura viene adottata quando il nastro è sottoposto a flessione (fig.1.18).

Le figure superiori mostrano la flessione del verso opposto, mentre le figure inferiori quella dello stesso verso.

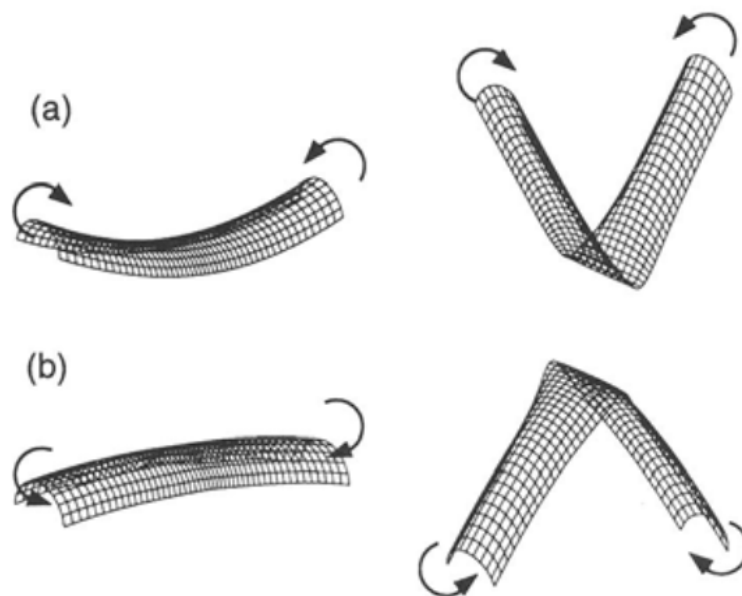


Figura 1.18: Flessione del metro a nastro

Un'applicazione pratica di un guscio flessibile è stata utilizzata per il sistema di distribuzione dei pannelli solari del telescopio spaziale Hubble, dove sono stati adottati nastri bi-STEM.

1.2.3 Meccanismi strutturali

Con il termine meccanismi strutturali si intende la configurazione di strutture dispiegabili formate da un assieme di parti rigide collegate da giunti mobili, disposti in modo tale da permettere il dispiegamento della struttura, da impacchettata, a completamente aperta.

A differenza dei collegamenti meccanici e di altri meccanismi utilizzati nell'ingegneria meccanica, le parti che compongono i meccanismi strutturali sono essi stessi i componenti strutturali che svolgono le funzioni richieste.

Una differenza importante tra le strutture dispiegabili descritte in questa sezione e quelle considerate in precedenza è la loro discontinuità strutturale: mentre gli elementi "rigidi" sono essi stessi rigidi e precisi nella forma, i giunti possono causare una potenziale imprecisione di forma durante il dispiegamento.

Nelle applicazioni che richiedono un'elevata precisione, il modo per aggirare questa difficoltà consiste nell'incorporare, nella progettazione dei giunti, elementi di aggancio, spesso costituiti da elementi elastici. Un altro accorgimento utilizzabile, per semplificare la progettazione di un giunto diminuendo il numero di gradi di libertà

che esso consente, è quello di sostituire alcune delle parti rigide della struttura con componenti elastici.

Un tipo molto interessante di meccanismo strutturale è il *pantografo*, la cui forma bidimensionale più semplice è formata da un insieme di aste diritte di uguale lunghezza collegate da perni al centro e alle estremità (fig.1.19). Il perno al centro di ciascuna coppia di aste viene definito *giunto a forbice*.

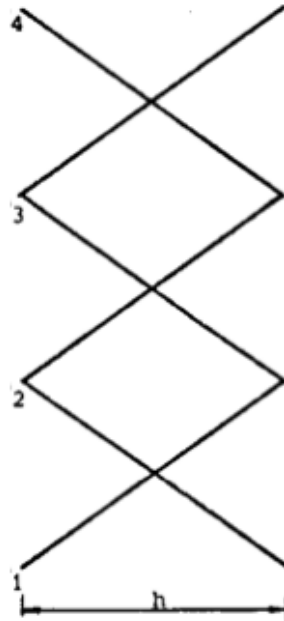


Figura 1.19: Schema semplificato pantografo 2D

Questo modulo di base può essere piegato e dispiegato liberamente: la sua configurazione è definita dal singolo parametro centrale. Se tutti i moduli impilati l'uno sull'altro, risultassero avere lo stesso angolo di apertura tra i bracci ed il perno centrale, allora l'intero pantografo avrebbe bisogno di un solo meccanismo per il dispiegamento, facendo sì che l'intera struttura possa essere aperta in modo sincrono.

Un'altra tipologia di pantografo è stata utilizzata per creare una sequenza di distribuzione di un *albero dispiegabile* (fig.1.20), costituito da cinque vani. A questa struttura sono stati aggiunti una serie di brevi cavi che collegano i giunti del pantografo, i quali diventano tesi e pretensionati nella configurazione completamente dispiegata e hanno la funzione di aumentare la rigidità della struttura quando è completamente aperta.

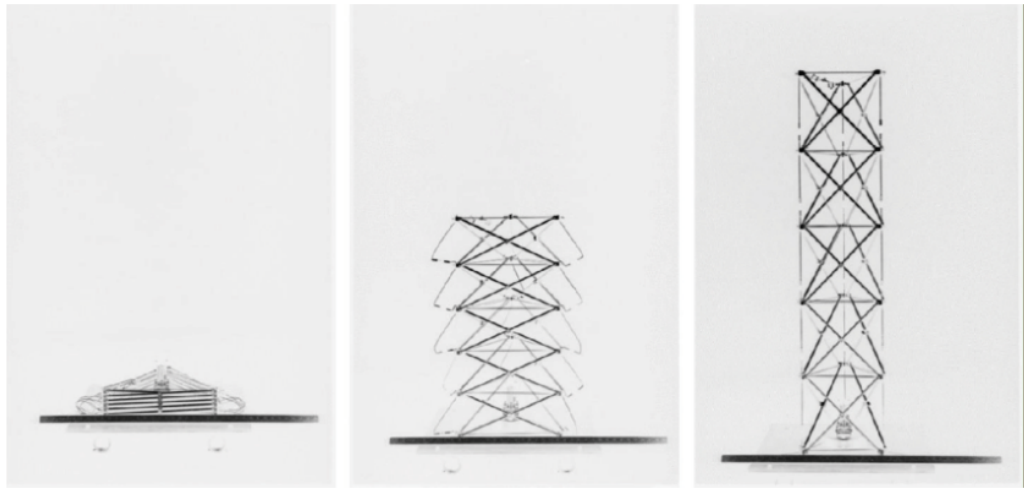


Figura 1.20: Schema dispiegamento pantografo

Infine, si può considerare la *struttura ad anello* del pantografo (fig.1.21). L'apertura è ottenuta tramite un movimento radiale della struttura, che ne aumenta il diametro espandendosi. In questo tipo di pantografo non è raro avere differenti dimensioni delle barre, così da poter creare una struttura più piccola al centro e più alta nella regione esterna. I pantografi ad anello sono spesso utilizzati nel meccanismo di dispiegamento delle antenne paraboliche, proprio per la loro forma circolare.

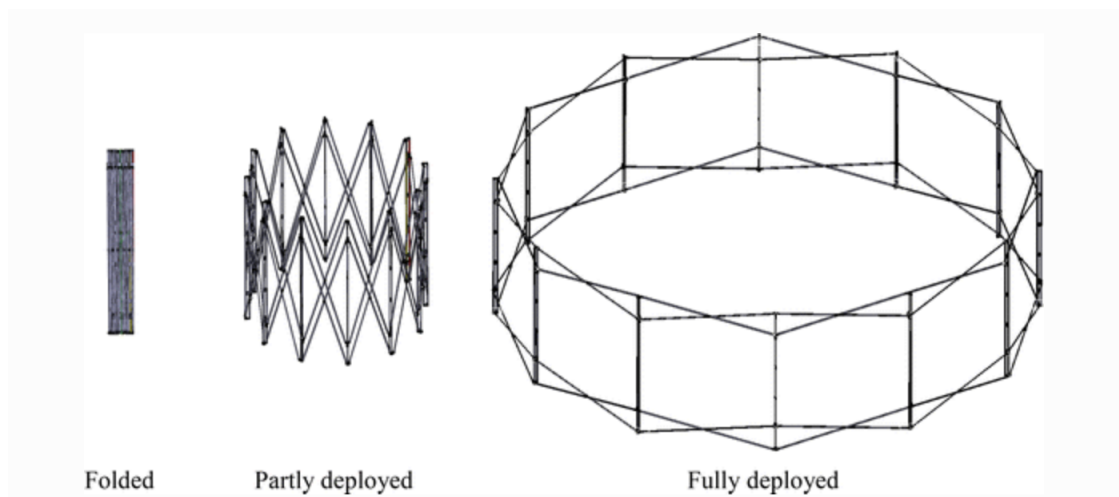


Figura 1.21: Schema dispiegamento pantografo ad anello [4]

1.2.4 Membrane

Le membrane sono strutture sottili e rigide, stabili se soggette a uno stato di tensione biassiale, eppure "collassano" e possono essere imballate in uno spazio anche molto limitato quando la tensione viene rimossa. La maggior parte delle strutture a membrana dispiegabili possono essere imballate praticamente in qualsiasi modo si desideri: la forma dell'involucro della struttura imballata può essere modificata per adattarsi a diverse applicazioni e il suo volume è l'unico vincolo fisso. La configurazione più semplice di struttura a membrana dispiegabile è costituita da una membrana piatta, tesa tra i supporti strutturali mobili.

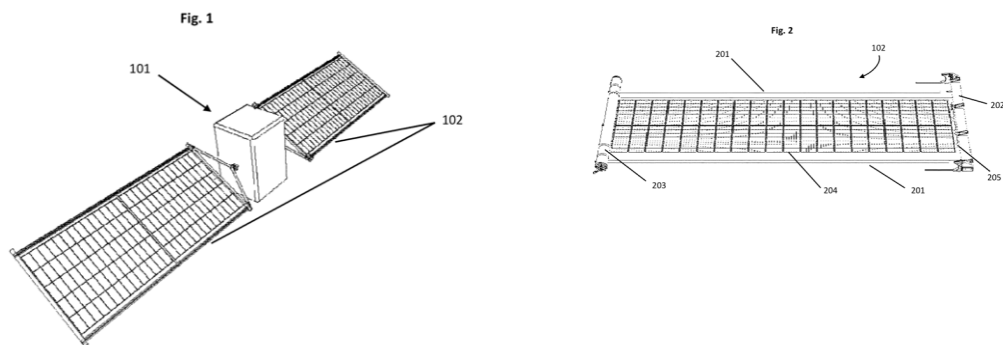


Figura 1.22: (1) Struttura CubeSat (2) Schema pannello dispiegabile

Come si nota in fig.1.22, la membrana è arrotolata quando la matrice viene imballata e dispiegata nel momento in cui la struttura rigida del bordo, formata dai due bracci, viene aperta. Per ottenere una superficie a specchio priva di rughe, vengono applicate forze angolari alla membrana attraverso la struttura di supporto e si possono ottenere distribuzioni biassiali uniformi delle sollecitazioni. Affinché risulti piana, è necessario che i quattro supporti angolari siano complanari. [5]

1.2.5 Pannelli Rigidi

Le strutture a pannelli retrattili sono costituite da una serie di pannelli rettangolari collegati da cerniere cilindriche su bordi paralleli.

Nella configurazione chiusa, questi pannelli si impilano lungo la struttura di supporto mentre nella configurazione dispiegata formano un'unica struttura piatta a sbalzo dal supporto, perpendicolare ad esso. Una tale disposizione dei pannelli è chiamata fisarmonica, per la netta somiglianza alla struttura del mantice.

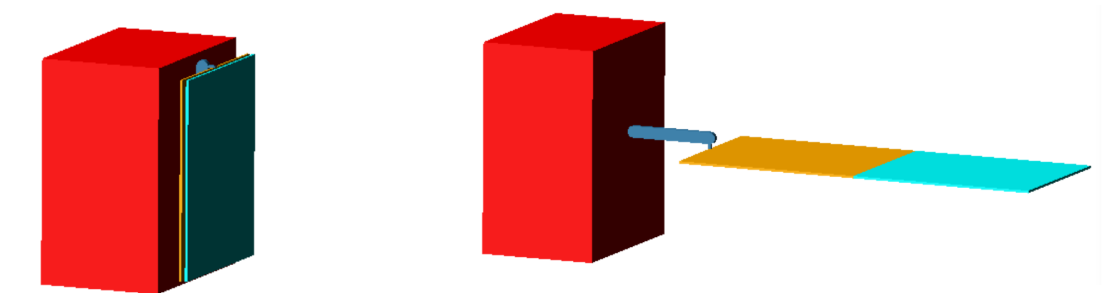


Figura 1.23: Dispiegamento pannelli rigidi (1) impacchettati (2) dispiegati

Le figure sopra riportate, sono state create utilizzando il software Adams.

Capitolo 2

Cenni Dinamica dei Sistemi Multibody

La *MSC Software* nasce nel 1963 e, tra i vari software successivamente sviluppati, i più conosciuti in campo universitario troviamo *MSC Patran* e *MSC Nastran*, *MSC Adams* e *MSC Marc*; d'ora in avanti ci riferiremo ai software precedenti tramite semplice dicitura Patran, Nastran e Adams. Nelle fasi di progettazione di nuovi modelli, risulta fondamentale comprendere come i vari elementi interagiscano tra loro e, in caso, valutarne il corretto funzionamento nei vari step di studio. Tale possibilità permette di arrivare ad un modello completo e funzionante, almeno su software, così da ottimizzarlo prima della realizzazione effettiva.

L'enorme vantaggio dell'utilizzo del software Adams consiste nel poter verificare e risolvere possibili problemi ed errori durante la fase di sviluppo, senza dover aspettare il modello reale. Il software Adams è composto da tre elementi principali:

- *Adams View*: interfaccia di creazione effettiva del modello tramite geometrie 3D, che permette di realizzare un prototipo tramite i vari elementi messi a disposizioni, sia dal punto di vista della creazione del corpo del modello, dunque links, sia dal punto di vista delle giunzioni, come ad esempio varie tipologie di giunti e forze ad essi applicabili.
- *Adams Solver*: fase di controllo del modello nella quale si analizzano quindi i dati inseriti e i vari movimenti imposti alla struttura, così da controllare che operino correttamente, descrivendo un modello completo e funzionante.
- *Adams PostProcessing*: interfaccia per la visualizzazione dei risultati e la creazione di studi mirati, tramite grafici, di qualsivoglia elemento inserito nel modello, sia dal punto di vista dello spostamento, della velocità, dell'accelerazione o delle forze che vi agiscono. Inoltre, dà la possibilità di realizzare video delle delle movimentazioni imposte al modello creato.

2.1 Codici per il multi-body

Il sistema multi-body è definibile come un sistema di parti meccaniche, rigide o flessibili, che sono interconnesse tra loro tramite giunti, i quali possono a loro volta essere rigidi o flessibili, soggetti ad un qualsiasi sistema di forze, in grado di muoversi nello spazio tramite spostamenti, rotazioni e traslazioni [4]. Per descrivere il moto di un qualsiasi modello, si deve fornire la risposta temporale del sistema allo spostamento, assoluto o relativo, in riferimento al sistema di riferimento adottato per ognuna delle sue parti. Così facendo, si ottiene un sistema di equazioni differenziali che risulta accoppiato ad un sistema di equazioni algebriche, riferito ai vincoli inseriti nel modello, che dovrà essere soddisfatto dal moto relativo dei vari corpi che interagiscono durante la movimentazione.

Per riuscire ad analizzare una tale mole di dati, si utilizzano dei codici in grado di elaborare automaticamente e risolvere numericamente le equazioni del moto, istante per istante, partendo dalle proprietà del sistema modellato. La difficoltà sta nel fatto che le equazioni del moto sono di tipo non lineare. Un modo per semplificare e superare l'ostacolo, è studiare il moto tramite una linearizzazione delle equazioni attorno ad una situazione di equilibrio del sistema, facendo quindi una analisi agli autovalori. Si potrebbe anche utilizzare il metodo semplificato imponendo l'ipotesi di piccoli spostamenti, ma tale semplificazione risulterebbe eccessiva nel caso di sistemi multi-body, in quanto andrebbe a limitare la descrizione del moto, fornendo una rappresentazione non significativa del modello.

Per poter, dunque, risolvere il problema della non linearità delle equazioni del moto di sistemi multi-body, si sono sviluppate due scuole di pensiero differenti:

- *Special Purpose Computer Programs*: programmi dedicati alla simulazione dinamica ed in grado di fornire forme semplificate di equazioni della cinematica e della dinamica, partendo dalle proprietà inserite dal progettista durante la modellizzazione del sistema;
- *General Purpose Computer Programs*: programmi creati prendendo spunto da quelli esistenti sull'analisi strutturale agli elementi finiti, con i quali è possibile, almeno in teoria, creare, analizzare e simulare qualsiasi tipologia di sistema multi-body.

Quest'ultima tipologia risulta più complessa, in quanto permette di risolvere automaticamente le equazioni del moto partendo dalla conoscenza delle geometrie e dei vincoli del sistema, ma simulando qualsiasi combinazione di equazioni. Inoltre, permette di associare all'analisi dinamica e cinematica anche quella strutturale, grazie ai dati che è possibile scambiare con i codici ad elementi finiti.

Una tra le caratteristiche fondamentali di distinzione tra i diversi codici di simulazione dinamica è il numero di equazioni che si utilizzano per descrivere il

moto dei sistemi multi-body.

Il primo metodo adotta un *maximal set* di coordinate cartesiane per descrivere posizione e orientamento di ciascun corpo che costituisce il modello meccanico, generando un sistema di equazioni, anche ridondanti, associate ad un ulteriore *maximal set* di equazioni che rappresentano i vincoli, contenenti le relazioni tra le coordinate ed i moltiplicatori di Lagrange come incognite, rappresentanti l'azione dei vincoli.

Il secondo metodo utilizza, viceversa, un *minimal set* di coordinate relative tra corpi e sistema di riferimento localizzati sui giunti, utilizzando una tecnica ricorsiva per individuare la posizione di un corpo nel sistema meccanico partendo da uno di riferimento. E' una formulazione che diviene via via più complessa con l'aumentare del numero di corpi utilizzati nel sistema. Con tale metodo, si ottengono delle equazioni differenziali ordinarie complicate, che costituiscono un sistema ridotto ma pieno, a cui non è possibile applicare tecniche numeriche dedicate: l'algoritmo risolutore impiega la maggior parte del tempo di calcolo nell'assemblaggio del sistema di equazioni. Il primo metodo, invece, ha il vantaggio dell'utilizzo di sistemi di equazioni algebrico-differenziali semplificate e sparso, sul quale si può operare utilizzando le tecniche di risoluzione di matrici sparse, in modo che si possano calcolare le reazioni vincolari fondamentali nello studio del progetto dinamico. Ha lo svantaggio di impiegare un tempo computazionale decisamente elevato per tale risoluzione.

Il programma di simulazione dinamica Adams rientra nella prima categoria, utilizzando un metodo computazionale di tipo numerico che risolve numericamente, istante per istante, le equazioni di moto.

Infine, si possono analizzare diverse metodologie di integrazione delle equazioni del moto che descrivono il sistema meccanico vincolato.

- *augmentation method*: o metodo aumentato, include in un unico sistema le equazioni differenziali di moto e le equazioni algebriche di vincolo *DAE*; la soluzione è affidata ad integratori impliciti che si basano su metodi alle differenze all'indietro *BDF*;
- *elimination method*: o metodo di eliminazione, riduce il sistema di equazioni tramite la partizione delle coordinate generalizzate, così da ottenere un sistema di equazioni differenziali *ODE* che può essere risolto con un integratore esplicito.

Adams permette la soluzione tramite l'utilizzo di entrambi gli approcci descritti con l'uso degli integratori *GSTIFF* e *WSTIFF*.

L'analisi di un sistema multi-body, oltre a definire il modello attraverso le parti meccaniche, corpi e giunti, permette di definirlo attraverso le forze che agiscono al

suo interno. Dopo aver creato il modello ed aver definito, se necessario, le varie condizioni cinematiche iniziali e di vincolo, si passa all'analisi vera e propria. Il codice, con l'avvio dell'analisi, passa in rassegna il modello alla ricerca di eventuali errori sia nella formulazione delle espressioni, che nelle variabili utilizzate. Dopo di che, se non vi sono errori di schematizzazione e modellazione si passa allo studio dei gradi di libertà del sistema in base al numero di corpi e vincoli di cui è formato. Se non vi sono gradi di libertà, si passa in automatico all'analisi cinematica, altrimenti, nel caso in cui i gradi di libertà siano in numero maggiore di zero, si effettua un'analisi di tipo statico, quasi-statico o dinamico in base alle richieste dell'utente. Infine, come ultimo passaggio, si possono visualizzare i risultati ottenuti sotto forma di tabulati, grafici o immagini e animazioni.

2.2 Elementi del multi-body

In questa sezione si vuole dare una breve introduzione ai possibili elementi che solitamente caratterizzano un sistema di tipo multi-body, analizzando le sue caratteristiche salienti.

Corpi rigidi

Un corpo è rigido se la deformazione che subisce, rispetto alle dimensioni del modello completo, è trascurabile ed è tale da non influire sulla dinamica del corpo stesso, o del sistema. Un generico moto del corpo rigido nello spazio è definito univocamente tramite un sistema di 6 coordinate generalizzate, di cui 3 coordinate cartesiane (x,y,z):

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

e da 3 coordinate di rotazione, solitamente definite tramite i tre angoli di Eulero che corrispondono alla sequenza rotativa 3-1-3:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \psi \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Possiamo definire genericamente un set di coordinate per un qualunque corpo rigido, come segue:

$$\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} p_i \\ \epsilon_i \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Sulla base di questa scelta di coordinate generalizzate, si può valutare la velocità longitudinale:

$$\mathbf{u} = \dot{\mathbf{p}} \quad (2.4)$$

e la velocità angolare:

$$\bar{\omega} = B\dot{\epsilon} \quad (2.5)$$

dove:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \sin\phi\sin\theta & 0 & \cos\theta \\ \cos\phi\sin\theta & 0 & -\sin\theta \\ \cos\theta & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

L'equazione (2.6) è importante in quanto definisce la relazione tra la velocità angolare (una caratteristica intrinseca del corpo) e la scelta delle coordinate generalizzate (che, come accennato in precedenza, possono essere scelte in vari modi). Per quanto riguarda l'accelerazione, si deve far riferimento alla matrice di orientamento $\mathbf{A}$, definita tramite i 3 angoli di Eulero, e la velocità angolare:

$$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{A}\tilde{\omega} \quad (2.7)$$

Queste quantità vettoriali, e quindi lo spostamento, la velocità e l'accelerazione, devono essere calcolate rispetto ad un punto di riferimento preciso. In Adams, è possibile utilizzare tre diversi sistemi di riferimento:

1. sistema di riferimento globale e immutabile, denominato *ground*, definito a prescindere dal modello e punto di partenza per qualunque modellizzazione;
2. sistema di riferimento locale, che può essere un altro corpo rigido del sistema, che si muove in concomitanza col sistema multi-body stesso;
3. sistema di riferimento puntuale, associato ad un particolare punto, come ad esempio un marker.

Si avrà dunque un sistema di 6 equazioni dinamiche che legano la forza all'accelerazione e 6 equazioni cinematiche che legano la posizione alla velocità. Ogni corpo rigido, quando viene definito tramite geometria, è sempre accompagnato dalla creazione e dal calcolo delle sue caratteristiche inerziali quali massa, momenti di inerzia, posizione, orientamento del baricentro. Adams associa anche un materiale di base, l'acciaio, per poterne calcolare le caratteristiche; tale materiale può essere cambiato dall'utente in qualsiasi momento della progettazione e se tale materiale risultasse all'interno della banca dati del software, le caratteristiche intrinseche del corpo si aggiornerebbero automaticamente.

Essendo un corpo rigido, i gradi di libertà ad esso associato sono 6 in quanto è libero di traslare nelle 3 direzioni e ruotare attorno ai 3 assi.

Vincoli

Sono gli elementi che limitano il moto relativo tra le parti. Per ogni vincolo olonomo (dipendente dallo spostamento) Adams definisce un'equazione algebrica, mentre

per ogni vincolo anolonomo (dipendente dalla velocità) un'equazione differenziale. Le equazioni di vincolo assicurano che la configurazione non sia violata durante il corso della simulazione. Utilizzando le equazioni di vincolo assieme alle equazioni differenziali si definisce il sistema multi-body. Per la determinazione del numero di gradi di libertà del modello (*DOF*), vale a dire il numero minimo di spostamenti delle coordinate necessario a caratterizzare completamente la configurazione del sistema meccanico, si ricorre all'equazione di Gruebler:

$$GDL = 6 * N_b - N_c \quad (2.8)$$

dove N_b indica il numero di corpi, rigidi o flessibili, del modello e N_c le condizioni di vincolo inserite.

Nel caso in cui fossero stati inseriti dei vincoli ridondanti, il software, durante il processamento del sistema, elimina automaticamente le equazioni ridondanti in modo tale da assicurare la consistenza cinematica del modello. Si deve però fare attenzione a cosa Adams sceglie di non utilizzare come equazione, perché potrebbe andare ad inibire un vincolo che invece è fondamentale per la movimentazione del modello ma che risulta futile dal punto di vista del conteggio puramente matematico dei *DOF*. Per tale motivo, è sempre bene accertarsi della bontà del modello andando ad analizzare la scheda formativa che viene fornita ogni volta che si lancia la simulazione del modello tramite Adams/Solver.

I vincoli si possono raggruppare in due categorie tipologie:

- giunti, che possono essere di tipo traslazionale, cerniere, vincoli sferici, planari, cilindri, incastri o vincoli cardanici;
- giunti di tipo primitivo, non direttamente associabili ad uno inseribile tramite oggetto di modellazione, ma intesi come condizioni che una parte del modello deve soddisfare rispetto ad un'altra.

Leggi di moto

Definire una legge di moto per un sistema multi-body implica definire una legge in funzione del tempo applicata ad un vincolo o ad un punto specifico del modello. Se si va ad applicare la legge di moto ad un vincolo, ciò significa controllarne i gradi di libertà, imponendo una certa legge in funzione del tempo e dello spostamento. Se, invece, la legge di moto si applica ad un marker, si impone il movimento del corpo al quale appartiene il punto notevole rispetto al sistema di riferimento. Per ogni punto scelto, a prescindere da quale esso sia, si possono definire 6 leggi di moto: 3 riguardanti la traslazione e 3 la rotazione.

Leggi di forza

Possono essere forze gravitazionali, aerodinamiche, elettromagnetiche, elastiche, di interazione strada-pneumatico, tipo trave elastica, tipo cerniera elastica, ecc.

Adams calcola automaticamente le forze inerziali e di reazione (in base ai dati relativi ai corpi ed ai vincoli). Per ogni componente di forza applicata, Adams modifica automaticamente le equazioni algebrico-differenziali del sistema. Le forze sono traslazionali, rotazionali (coppie), di sola azione, di azione e reazione, tra punti fissi relativamente ad una parte o mobili, lineari e non lineari, dipendenti da qualsiasi caratteristica del sistema. In questo modo è possibile, attraverso la simulazione, dimensionare gli attuatori necessari ad ottenere lo spostamento della parte voluto.

2.3 Processo di modellazione

Il modo con cui Adams analizza e processa un modello meccanico, quale può essere un sistema multi-body, si suddivide in 7 passaggi fondamentali, di cui i primi 4 riguardanti il pre-processing tramite l'utilizzo di Adams/View e i successivi 3 trattati tramite Adms/Solver e quindi simulazione, costruzione e risoluzione del sistema di equazioni, facendo sì che si abbia in ultimo i risultati finali richiesti e visibili tramite il post-processing [6].

Creazione di un modello idealizzato partendo dal modello fisico

L'idealizzazione del modello reale, tramite l'utilizzo di elementi basici, permette di creare un prototipo del sistema da analizzare. Può essere utile, soprattutto in questa fase, creare un modello concettuale semplificato per poi arricchirlo sia dal punto di vista della modellazione matematica che geometrica, in modo tale da avere un prototipo finale coerente con quello che si vorrà realizzare. Risulta ovvio che maggiori saranno le semplificazioni effettuate durante la fasi di modellazione del prototipo minore sarà la corrispondenza dei risultati ottenuti rispetto al sistema reale analizzato. E' però possibile, durante la fase di modellazione, incrementare la complessità del sistema aumentando la precisione dei risultati. Va da sé che maggiore è il grado di precisione desiderato, maggiore è il costo computazionale in termini di tempo.

Decomposizione del modello in componenti base

Si crea la rappresentazione matematica del modello reale tramite la creazione di un insieme ordinato di dati che includa tutti gli elementi utilizzati per la modellazione del prototipo, definendo le parti, i vincoli, le forze e, se necessario, un eventuale numero arbitrario di equazioni algebrico/differenziali. Grazie a questo procedimento si è creato il data-set di input per Adams/Solver.

Rappresentazione schematica del modello

Si rappresenta graficamente il sistema multi-body tramite l'utilizzo di elementi

disponibili in Adams/View.

Scelta del sistema delle unità di misura

E' una scelta che deve essere realizzata prima ancora della visualizzazione della pagina di lavoro, ed è possibile effettuarla tramite un menù a tendina. Dopo aver scelto un set di unità, è necessario utilizzarlo in modo coerente in tutto il modello, poiché tramite esso Adams/View caratterizza i meccanismi e il loro comportamento, definendone le dimensioni di massa, lunghezza, tempo e forza.

Costruzione del sistema di equazioni

Riprendendo ciò che abbiamo già descritto nella sotto sezione precedente, il sistema è governato da:

- 6 equazioni della dinamica del primo ordine per per ciascuna parte;
- 6 equazioni della cinematica del primo ordine per ciascuna parte;
- 1 equazione algebrica per ciascun vincolo dipendente dal movimento;
- 1 equazione differenziale per ciascun componente scalare di forza;
- altre equazioni algebriche o differenziali del primo ordine inserite dall'utente.

Adams/Solver utilizza le equazioni nell'elenco e le assembla in un unico sistema da risolvere simultaneamente per i valori dipendenti dal tempo, trovando il valore del vettore delle incognite. La forma generale del sistema delle equazioni è:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) = 0 \quad (2.9)$$

$$\dot{\mathbf{u}} - \mathbf{q} = 0 \quad (2.10)$$

$$\Phi(\mathbf{q}, \mathbf{f}, t) = 0 \quad (2.11)$$

Il vettore $\mathbf{q}$ è costituito dalle coordinate generalizzate del sistema, comprendente le variabili traslazionali e rotazionali. Il vettore $\mathbf{u}$ è costituito dalle derivate, rispetto al tempo, delle componenti del vettore $\mathbf{q}$, come indicato dall'equazione (2.10). Il vettore $\mathbf{f}$ indica le forze applicate e le equazioni di vincolo. $\mathbf{M}$ rappresenta tutte le equazioni della dinamica e tutte le equazioni differenziali introdotte dall'utente. Il vettore Φ è costituito dalle equazioni algebriche che descrivono i vincoli del sistema. Dunque, risolvere il vettore delle incognite significa calcolare la velocità traslazionale e angolare di ciascun corpo, le 3 coordinate cartesiane e i 3 angoli rotazionali per ciascun centro di massa di ogni corpo del sistema, le forze applicate e le reazioni di

vincolo, queste ultime rappresentate dai moltiplicatori di Lagrange.

Risoluzione del sistema DAE

L'acronimo *DAE* sta per Differential and Algebraic Equations, ovvero tutte le equazioni algebrico-differenziali non lineari ed ha la caratteristica di essere sparso, quindi si possono utilizzare tecniche risolutive molto efficienti dal punto di vista computazionale. Il sistema di equazioni, prendendo l'analisi dinamica ad esempio, come segue:

$$\mathbf{G}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) = 0 \quad (2.12)$$

$\mathbf{G}$ è un sistema da N equazioni in $2N$ incognite. Per poter trovare una soluzione a tale sistema è necessario ridurre il numero di incognite, almeno ad N , utilizzando la derivata rispetto al tempo di ciascuna componente del sistema, approssimandola. Adams/Solver risolve il sistema completo di equazioni ad istanti discreti di tempo e per riuscirci utilizza due tipologie di integratori:

- Integratori *DAE*:

Gli integratori che fanno parte di questa categoria sono *GSTIFF* e *WSTIFF*, integrano il sistema di equazioni algebrico-differenziale utilizzando formule di differenziazione all'indietro, detto *BDF*, fino al raggiungimento dei criteri di convergenza o, se ciò non avvenisse, fino al completamento del massimo numero di iterazioni previste. Nel momento in cui non si riuscisse a raggiungere la convergenza, l'intervallo di integrazione viene modificato ottenendo un nuovo algoritmo predittore per l'integrazione del sistema *DAE*.

Il funzionamento dell'integrazione differenziale all'indietro consiste in primis in una predizione, calcolando i valori di $\mathbf{y}$ e $\dot{\mathbf{y}}$ ad un tempo t_{n+1} che soddisfi il polinomio predittore interpolante; successivamente si verifica e calcola l'errore presente tra il valore effettivo trovato e quello che si è predetto: se l'errore è nullo, $\mathbf{G}=\mathbf{0}$, allora si è giunti a convergenza e si hanno i valori di $\mathbf{y}$. Se invece l'errore non è nullo si passa ad un processo iterativo tramite il metodo di Newton-Raphson che permette di calcolare la discrepanza tra i valori reali e predetti in modo tale da fornire un errore finale nullo:

$$\mathbf{J}\Delta\mathbf{y} = -\mathbf{G}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t_{n+1}) \quad (2.13)$$

dove $\mathbf{J}$ è la matrice jacobiana del sistema *DAE*.

Il sistema si aggiorna

$$\mathbf{y}^{k+1} = \mathbf{y}^k + \Delta\mathbf{y}^k \quad (2.14)$$

fino a che non vengano soddisfatti i criteri di convergenza. Dopo di che, si controlla l'errore di integrazione confrontandolo con la tolleranza inserita dall'utente: se risulta eccessivo, l'integrazione del passo viene segnalata come fallita e il processo d'integrazione ricomincia; se il valore rientra nella tolleranza, l'integrazione allora è avvenuta con successo e si considera conclusa.

- Integratori *ODE*:

L'idea alla base della discretizzazione *HHT* è che il ridimensionamento della formulazione lineare del moto

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}(t) \quad (2.15)$$

venga eseguito insieme alle forze complessive applicate al sistema. Il valore corrente della forza viene prima scalato di $(1 + \alpha)$, mentre il valore della forza nella fase temporale precedente viene sottratto dopo essere stato scalato di α . Le equazioni del moto associate per un sistema multi-body assumono la forma del tipo:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{\Phi}_q^T(\mathbf{q})\lambda = \mathbf{Q}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t) \quad (2.16)$$

Poiché in generale non è possibile ottenere un'approssimazione dell'errore globale al tempo $t_n + 1$, l'obiettivo è di produrre un'approssimazione dell'errore di integrazione locale facendo avanzare la simulazione dal passo n al passo $n + 1$. Una volta che l'errore di integrazione locale è noto, viene implementato un algoritmo per garantire che questo errore rimanga inferiore alla tolleranza voluta. L'equazione del moto trattata in un sistema iterativo diviene

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} + (1 + \alpha)(\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{q}_{n+1}) - \alpha(\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_n + \mathbf{K}\mathbf{q}_n) = \mathbf{F}(t_{n+1}) \quad (2.17)$$

dove

$$t_{n+1} = t_n + (1 + \alpha)h$$

Per riuscire a calcolare l'errore locale dell'integrazione si considera che la configurazione al tempo t_n sia costante. Così facendo, ci si concentra esclusivamente sul calcolo dell'errore associato all'avanzamento della simulazione dal tempo t_n al tempo $t_n + 1$ utilizzando il metodo- α . Poiché la configurazione è considerata coerente al tempo t_n , esso soddisferà le equazioni del moto

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_n + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_n + \mathbf{K}\mathbf{q}_n = \mathbf{F}_n \quad (2.18)$$

Il sistema viene aggiornato fino a che non si sono soddisfatti i criteri di convergenza. In tal caso, come per la trattazione precedente, l'iterazione si ritiene conclusa nel momento in cui l'errore calcolato risulta essere minore della tolleranza richiesta [7].

Analisi dei risultati

Grazie ai file di output di Adams/Solver è possibile passare alla parte di post-processing tramite Adams/View che permette di visualizzare i risultati ottenuti sia tramite grafici o tabulati numerici che utilizzando l'animazione grafica per osservarne l'andamento qualitativo.

2.4 Tipologie di analisi

Adams/Solver può eseguire diversi tipi di analisi a seconda delle caratteristiche del problema e dei risultati che si vogliono ottenere, tenendo conto che il software procede secondo le indicazioni date dall'utente e che quindi sta a quest'ultimo la scelta appropriata dell'analisiolutiva da utilizzare in base al sistema di multi-body, in modo da avere dati di output coerenti al modello reale. Come descritto nei paragrafi seguenti, le varie analisi forniscono diverse informazioni sul sistema.

1. *Analisi delle condizioni iniziali*

Definita anche processo di assemblaggio, è il primo passo che effettua il codice sul modello, verificando che lo stato del sistema, dunque spostamenti e velocità, sia compatibile con le equazioni di vincolo inserite.

2. *Analisi cinematica*

Determina il moto del sistema in termini di spostamento, velocità e accelerazioni. Nel caso in cui si imponessero delle proprietà inerziali come dati di input del modello, il codice può calcolarne le forze di azione e reazione necessarie a garantire il moto del sistema multi-body.

3. *Analisi statica*

Determina la configurazione di equilibrio del sistema, bilanciando le forze interne con quelle esterne, considerando il modello in assenza di moto o di forze inerziali.

4. *Analisi quasi-statica*

Permette di effettuare, ad intervalli regolari e fissi, una sequenza di analisi statiche in modo da poter analizzare differenti configurazioni del sistema durante il moto.

5. *Analisi dinamica*

Determina il moto del sistema meccanico, ovvero spostamenti, velocità, accelerazioni e reazioni vincolari, soggetto a forze inerziali, di gravità e di qualsiasi altro tipo, definite dall'utente. Rappresenta la parte focale del codice perché calcola la soluzione temporale del sistema *DAE*.

6. *Analisi lineare*

Permette di effettuare una linearizzazione del sistema di equazioni non lineari attorno ad un punto operativo. La soluzione del sistema di equazioni lineari ottenuto fornisce come risultato gli autovalori (associate alle frequenze del sistema), gli autovettori (associate ai modi di vibrare del sistema) o le matrici di stato.

2.5 Simulazione dinamica

In questa sezione si vogliono approfondire i metodi numerici utilizzati dal software Adams/Solver per la risoluzione delle equazioni sia di tipo algebriche che algebrico-differenziali, caratterizzanti l'analisi cinematica e dinamica dei sistemi multi-body.

2.5.1 Analisi cinematica

Si definisce analisi cinematica, come detto all'interno della sezione precedente, quell'analisi che permette, istante per istante, di conoscere le caratteristiche meccaniche e fisiche del sistema.

Si definisce, dunque, un sistema di coordinate generali e di variabili che riescano, in modo univoco, a caratterizzare il modello in termini di posizione e orientamento di ciascun corpo presente nel sistema descrivendone la configurazione. Le coordinate possono essere sia di tipo indipendente, scelte arbitrariamente dall'utente secondo le esigenze progettuali, sia dipendenti, tramite l'inserimento di vincoli o forze. Il vettore $\mathbf{q}$ comprende tutte le coordinate generalizzate che, in funzione del tempo, descrivono la configurazione del singolo corpo del sistema.

Per l'identificazione delle coordinate che definiscono il corpo, Adams utilizza la metodologia *maximal set* per la descrizione del meccanismo del sistema, avendo così a disposizione un numero di equazione ridondanti rispetto al numero di gradi di libertà del modello. Tale tipologia permette di avere una matrice dei coefficienti sparsa, trattabile tramite applicazioni numeriche semplificate e ad alta efficienza computazionale [8]. Quindi, ciascun corpo rigido presente nel sistema multi-body è caratterizzato dal vettore $\{\mathbf{q}_i\}$ costituito da 6 coordinate generalizzate, 3 di traslazione e 3 di rotazione. Per un sistema multi-body di nb corpi si ha:

$$\{\mathbf{q}\} = \{\mathbf{q}_1^T, \mathbf{q}_2^T, \dots, \mathbf{q}_{nb}^T\}^T \quad (2.19)$$

Le relazioni tra le coordinate generalizzate sono espresse da equazioni vincolari che impongono condizioni sul moto relativo tra le coppie di corpi in gioco. Come detto in precedenza, ci sono due tipologie di equazioni: le olonome che riguardano relazioni algebriche della posizione e orientamento; le anolonome che riguardano relazioni tra le componenti di velocità, espresse tramite equazioni differenziali. Per descrivere un sistema avente nh equazioni vincolari olonome, si possono utilizzare altrettante equazioni algebriche nella forma:

$$\Phi^K(q) = [\Phi_1^K(q), \Phi_2^K(q), \dots, \Phi_{nh}^K(q)]^T = 0 \quad (2.20)$$

Nel caso fossero funzioni nel tempo:

$$\Phi^K(q, t) = 0 \quad (2.21)$$

Poiché stiamo trattando un sistema multi-body che può muoversi nello spazio, si dovrà avere il numero di equazioni di vincolo in modo tale che siano minori delle coordinate generalizzate: $nc > nh$.

Si può dire, in generale, che se si sono utilizzati vincoli consistenti ed indipendenti tra loro, il numero di gradi di libertà del sistema è $nc - nh$.

Per poter determinare il moto del sistema si definiscono:

- per un'analisi cinematica: un numero di condizioni aggiuntive sul moto uguale al numero di DOF del sistema, in modo da determinare $\mathbf{q}(t)$ algebricamente;
- per un'analisi dinamica: le forze agenti sul sistema in modo da risolvere il sistema di equazioni differenziali del moto, determinando $\mathbf{q}(t)$

Considerando il primo caso, si specifica ($nc > nh$) vincoli sui movimenti indipendenti:

$$\Phi^D(q, t) = 0 \quad (2.22)$$

La differenza tra vincoli cinematiche e vincoli sul movimento sta nel fatto che i primi, che riguardano la funzione delle coordinate generalizzate, non dipendono in maniera esplicita dal tempo e descrivono la struttura fisica del meccanismo, definendo i gradi libertà rispetto ai quali è permesso il movimento relativo tra le parti. I secondi, al contrario, sono espressi da leggi di moto che definiscono, attraverso dei comandi trasmessi da attuatori, la storia temporale della posizione dei corpi, dipendenti dunque dal tempo. Nel caso in cui i gradi di libertà del sistema, DOF, fossero uguali a zero, il sistema di equazioni risulterebbe:

$$\Phi^D(q, t) = \begin{bmatrix} \Phi^K(q) \\ \Phi^D(q, t) \end{bmatrix} = 0 \quad (2.23)$$

Tale sistema risulta essere cinematicamente determinato e può essere risolto per $\mathbf{q}(t)$. L'obiettivo dell'analisi di posizione consiste nella risoluzione, in funzione del tempo, dell'equazione:

$$\Phi(q, t) = 0 \quad (2.24)$$

Poiché queste equazioni sono altamente non lineari, trovare una soluzione in forma chiusa risulta generalmente impossibile e, quindi, per l'analisi di posizione, si deve verificare che esista effettivamente una soluzione $\mathbf{q}$ valida per il sistema. Successivamente, se la verifica dell'esistenza della soluzione ha avuto esito positivo, si passa all'applicazione di tecniche numeriche per la risoluzione.

La condizione che determina automaticamente l'esistenza della soluzione per il sistema di equazioni, nel tempo, è che il Jacobiano sia non nullo, quindi non singolare:

$$\Phi_q(q, t) = \left[\frac{\partial \Phi_i(q, t)}{\partial q_j} \right]_{nc \times nc} \implies |\Phi_q| \neq 0 \quad (2.25)$$

Possiamo affermare che la soluzione esiste grazie al teorema della funzione implicita [9]. Per analizzarlo, si consideri $\mathbf{q}^0$ una soluzione dell'equazione (2.21) per il tempo $t = t_0$ e che sia continua e differenziabile di secondo ordine rispetto alle sue variabili. Se lo Jacobiano $\Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}, t)$ è non singolare per $(\mathbf{q}_0, t)$ allora esiste ed è unica la soluzione $\mathbf{q} = f(t)$ dell'equazione (2.21) per t nell'intorno di t_0 , tale che $f(t_0) = \mathbf{q}^0$. Tutto ciò equivale a dire che, per $\delta > 0$ si ha:

$$\Phi(f(t), t) = 0 \implies |t - t_0| \leq \delta \quad (2.26)$$

Il teorema della funzione implicita garantisce le condizioni tali per cui possa esistere una soluzione delle equazioni cinematiche, ma non fornisce il metodo analitico per ricavarle. Dunque sappiamo che esiste la soluzione, ma dobbiamo ancora capire come poterla realmente trovare.

Anche in questo aspetto possiamo sfruttare lo Jacobiano per la risoluzione numerica delle equazioni cinematiche non lineari. Uno dei metodi più utilizzati è quello di Newton-Raphson, che consiste in un'interattività che, a partire dalla condizione iniziale $\mathbf{q}^0$ della configurazione, si determina, per ogni istante t la soluzione $\mathbf{q}$ tale per cui si soddisfi l'equazione (2.21). Il primo valore, di partenza delle condizioni iniziali, è fornito dall'utente o viene ricavato dalle condizioni iniziali delle coordinate del sistema:

$$t = t_0 \implies \mathbf{q}^0 \quad (2.27)$$

Successivamente, per ogni $t > t_0$ il valore di $\mathbf{q}$ è estrapolato dalle soluzioni precedenti. Ciò è possibile perchè, ad ogni iterazione, si definisce l'equazione:

$$\Phi(\mathbf{q}^k, t) + \Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}^k, t)\Delta\mathbf{q}^k = 0 \quad (2.28)$$

Dunque, grazie al secondo termine dell'equazione (2.25), è possibile conoscere gli scostamenti da 0 fino ad un massimo di $\mathbf{q}^k$. L'equazione (2.26) può essere riscritta come segue:

$$\Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}^k, t)\Delta\mathbf{q}^k = -\Phi(\mathbf{q}^k, t) \quad (2.29)$$

e risolta per $\Delta\mathbf{q}^k$ che viene aggiunto alla soluzione al passo precedente per ottenere quella al passo successivo:

$$\mathbf{q}^{k+1} = \mathbf{q}^k + \Delta\mathbf{q}^k \quad (2.30)$$

L'iterazione prosegue fino a che la tolleranza dell'errore non risulti soddisfatta. Punto positivo di questo metodo è che risulta quadraticamente convergente, cioè che l'errore migliora in modo proporzionale rispetto all'errore riscontrato nel punto precedente.

Comunque, il metodo potrebbe divergere nel momento in cui il sistema multi-body analizzato non fosse correttamente assemblato da un punto di vista fisico, o se fossero state inserite condizioni iniziali insufficienti rispetto ai corpi da trattare. Per questo motivo, per ottenere valori affidabili in fase risolutiva, si cerca il vettore

q delle coordinate generalizzate tale per cui, al tempo iniziale $t = t_0$ si minimizzi l'errore nel soddisfare le equazioni di vincolo e che si avvicini il più possibile ai valori iniziali di q^0 dati.

Il metodo prevede di minimizzare la funzione:

$$\Psi_0(q, t_0, r) = (q - q^0)^T (q - q^0) + r \Phi^T(q, t_0) \Phi(q, t_0) \quad (2.31)$$

incrementando progressivamente il valore del parametro $r > 0$ si trova il modo di soddisfare in modo sempre più appropriato le equazioni di vincolo fino ad ottenere una soluzione q^a . Si ottiene quindi il valore di $q(r)$ che minimizza la funzione Ψ utilizzando un algoritmo di ottimizzazione. Ad ogni iterazione il parametro r viene incrementato ed il problema d'ottimizzazione viene nuovamente risolto fino a raggiungere il valore finale, tale per cui:

$$q^a = \lim_{r \rightarrow \infty} q(r) \quad (2.32)$$

Per la minimizzazione dell'equazione (2.28) si deve calcolare il gradiente della funzione Ψ :

$$\Psi_q = 2(q - q^0)^T + 2r \Phi^T(q, t_0) \Phi_q(q, t_0) \quad (2.33)$$

Se il sistema risulta assemblabile viene svolta automaticamente una procedura di rilevazione ed eliminazione dei vincoli ridondanti, valutando il rango della matrice Jacobiana. Se la rimozione di tali vincoli determina un sistema non più cinematicamente determinato, l'utente viene avvertito della necessità di aggiungere gli opportuni vincoli di moto affinché l'analisi possa procedere.

Per concludere, attraverso la non singolarità dello Jacobiano si può determinare l'insorgere di configurazioni singolari che comportano l'arresto del sistema.

Quindi, considerando l'equazione (2.22) dello Jacobiano non singolare, grazie all'enunciato del teorema della funzione implicita, sappiamo che è garantita l'esistenza della soluzione e ciò implica l'esistenza dei valori di velocità e di accelerazione del sistema. Sappiamo però che q non è una funzione esplicita del tempo e per tale ragione non può essere differenziata per ottenere tutti i valori desiderati. Per ottenere i valori della velocità si deve derivare nel tempo l'equazione (2.21):

$$\dot{\Phi} = \Phi_q \dot{q} + \Phi_t = 0 \implies \Phi_q \dot{q} = -\Phi_t = \nu \quad (2.34)$$

Se Φ_q è non singolare, allora si può risolvere l'equazione precedente al fine di ricavare il valore di $\dot{q}$.

Per ottenere il vettore accelerazione, si deriva due volte nel tempo la funzione (2.31) e si ha:

$$\Phi_q \ddot{q} + (\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} + \Phi_{qt} \dot{q} = -\Phi_{tq} \dot{q} - \Phi_{tt} \quad (2.35)$$

sapendo che $\Phi_{qt} = \Phi_{tq}$, si ha:

$$\Phi_q \ddot{q} = -(\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} - 2\Phi_{tq} \dot{q} - \Phi_{tt} = \gamma \quad (2.36)$$

Si tenga in considerazione che per calcolare l'accelerazione si è dovuto intervenire tramite una derivata secondo che ha comportato l'introduzione di tre derivate della funzione Φ :

$$\Phi_{tt} = \left[\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial t^2} \right]_{nh \times 1} \quad (2.37)$$

$$\Phi_{qt} = \left[\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial q_j \partial t} \right]_{nh \times nc} \quad (2.38)$$

$$(\Phi_q \dot{q})_q = \left[\frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{k=1}^{nc} \frac{\partial \Phi_i}{\partial q_k} \dot{q}_k \right]_{nc \times nc} = \left[\sum_{k=1}^{nc} \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial q_j \partial q_k} \dot{q}_k \right]_{nc \times nc} \quad (2.39)$$

dove, si ricorda, nh è il numero di vincoli olonomi e nc delle coordinate generalizzate.

Considerando, infine, l'equazione di moto del sistema meccanico multi-body vincolato

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^A \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$\mathbf{M}$ è la matrice di massa, Q^A forze generalizzate applicate.

Dato che il sistema è cinematicamente determinato, ovvero Jacobiano non singolare, tramite l'analisi dell'accelerazione si determina il valore numero di $\ddot{q}$, allora si può risolvere l'equazione (2.37) per ottenere i valori dei moltiplicatori di Lagrange λ in modo da definire in modo univoco le forze agenti sull'intero sistema.

2.5.2 Analisi dinamica

Determina il moto del sistema meccanico, ovvero spostamenti, velocità, accelerazioni e reazioni vincolari, soggetto a forze inerziali, di gravità e di qualsiasi altro tipo, definite dall'utente. Per riuscire a determinare le equazioni per la risoluzione dell'analisi dinamica del sistema, è di fondamentale importanza definire con che metodo si intende formularle e con che metodo numerico si ha intenzione di risolverle.

Analisi dinamica con integratore implicito

Si definisce integratore implicito un solutore caratterizzato dal *augmantation method* che risolve un sistema *Differential and Algebraic Equations* tramite l'uso del metodo numero *Backward Differentiation Formula*. [10][11]

Quando i gradi di libertà del sistema multi-body sono maggiori di zero, si devono determinare le condizioni iniziali, i valori del vettore posizione q e velocità $\dot{q}$ al tempo iniziale $t = t_0$. Tramite un problema di minimizzazione, si determinano le condizioni iniziale della posizione, con la funzione

$$L_0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n w_i (q_i - q_{0i})^2 + \sum_{j=1}^m \lambda_j^0 \Phi_j \quad (2.41)$$

dove: n è il numero delle coordinate totali del sistema, m dei vincoli scalari; q_{0i} sono le coordinate da data-set o ricavate tramite codice; w_i i parametri per la minimizzazione; Φ_j le funzioni di vincolo; λ_j^0 i moltiplicatori di Lagrange. Per riuscire a minimizzare la funzione (2.38), le derivate parziali

$$\frac{\partial L_0}{\partial q_i} \quad \frac{\partial L_0}{\partial \lambda_j^0} \quad (2.42)$$

devono essere nulle.

Si ottiene dunque un sistema di $n + m$ equazioni algebriche non lineari in q_i e λ_j^0

$$\begin{aligned} w_i(q_i - q_{0i}) + \sum_{j=1}^m \frac{\partial \Phi_j}{\partial q_i} &= 0 \quad i = 1, \dots, n \\ \Phi_j &= 0 \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (2.43)$$

Le quali vengono risolte con il metodo iterativo Newton-Raphson e espresse sotto forma matriciale

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial q_k} & \sum_{l=1}^m \frac{\partial f_i}{\partial \lambda_l^0} \\ \sum_{k=1}^n \frac{\partial g_j}{\partial q_k} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_{kp} \\ \Delta \lambda_{kp}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_i(q_{kp}, \lambda_{kp}^0) \\ -g_j(q_{kp}) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Tramite il metodo iterativo si risolve l'equazione (2.41) fino alla convergenza, ricavando per ogni passo d'integrazione i valori di posizione e velocità del passo successivo:

$$\begin{aligned} q_{k,p+1} &= q_{kp} + \Delta q_{kp} \\ \lambda_{l,p+1}^0 &= \lambda_{l,p}^0 + \Delta \lambda_{l,p}^0 \end{aligned} \quad (2.45)$$

Dopo aver determinato la posizione iniziale, il problema della determinazione della velocità, dell'accelerazione e delle reazioni vincolari diviene un problema lineare. Per il calcolo della velocità al tempo iniziale $t = t_0$ si riprende la funzione (2.38)

$$L_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n w_i'(\dot{q}_i - \dot{q}_{0i})^2 + \sum_{j=1}^m \lambda_j' \frac{d\Phi_j}{dt} \quad (2.46)$$

Anche in questo caso, per la minimizzazione si devono annullare le derivate prime

$$\frac{\partial L_1}{\partial \dot{q}_i} \quad \frac{\partial L_1}{\partial \lambda_j'} \quad (2.47)$$

Facendo valere l'equazione delle reazioni vincolari:

$$\frac{d\Phi_j}{dt} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Phi_j}{\partial q_k} \dot{q}_k + \frac{\partial \Phi_j}{\partial t} = 0 \quad (2.48)$$

Risolvendo le derivate e minimizzando l'equazione (2.43) si ottiene il seguente sistema matriciale

$$\begin{bmatrix} w'_i & \sum_{j=1}^m \frac{\partial \Phi_{ji}}{\partial q_i} \\ \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Phi_j}{\partial q_k} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_k \\ \lambda'_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w'_i \dot{q}_{0i} \\ -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

il quale risulta essere lineare in $[\dot{q}_k \ \lambda'_j]^T$ e la matrice dei coefficienti è simile a quella ricavata per la soluzione della posizione del sistema (2.41).

Per quanto riguarda la soluzione per i valori iniziali dell'accelerazione, ricalcando ciò che è stato fatto per le due caratteristiche iniziali precedenti, si ha il sistema

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (m_{ik}(q_r)) \ddot{q}_k + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial q_i} &= g_i(q_k, \dot{q}_k, t) \\ \frac{d^2 \Phi}{dt^2} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Phi_j}{\partial q_i} \ddot{q}_i - h_j(q_k, \dot{q}_k, t) &= 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

Posso così esprimere l'equazione precedente in forma matriciale

$$\begin{bmatrix} m_{ik}(q_r) & \sum_{j=1}^m \frac{\partial \Phi_{ji}}{\partial q_i} \\ \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Phi_j}{\partial q_k} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_k \\ \lambda_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_i \\ h_j \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Avendo calcolato i valori di velocità e accelerazione, la matrice dei coefficienti è nota, si possono così trovare i valori delle accelerazioni ai passi iterativi, $\ddot{q}_k$ successivi e le reazioni vincolari λ_j .

Arrivati a questo punto, il codice ha calcolato tutte le condizioni iniziali del sistema necessarie per la risoluzione delle equazioni della dinamica, che avviene tramite l'uso di un algoritmo implicito *stiff integrator*.

Analisi dinamica con integratore esplicito

Si definisce integratore esplicito un solutore caratterizzato dal *elimination method* che risolve un sistema *Ordinal Differential Equations* tramite l'uso del metodo numero *Adams-Bashforth Adams-Moulton*. [12]

Considerando il sistema misto delle equazioni algebrico-differenziali, si ha:

- l'equazione del moto del sistema multi-body vincolato (2.31):

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^A \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

- le condizioni di vincolo, con funzione derivabile due volte rispetto alle singole variabili:

$$\Phi(q, t) = 0 \quad (2.53)$$

- l'equazione della velocità:

$$\Phi_q \dot{q} = \nu \quad (2.54)$$

Si deve inoltre definire un sistema di equazioni per le condizioni iniziali del sistema, la posizione, la velocità e le reazioni vincolari, in modo da ottenere la posizione $q(t_0)$ e la velocità $\dot{q}(t_0)$ del sistema meccanico:

$$\begin{aligned} \Phi^I(q(t_0), t_0) &= 0 \\ B^I q(t_0) &= \nu' \end{aligned} \quad (2.55)$$

Poiché la matrice dei coefficienti è non singolare, può essere invertita per ottenere:

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= f(q, \dot{q}, t) \\ \lambda &= g(q, \dot{q}, t) \end{aligned} \quad (2.56)$$

e, riprendendo il teorema della funzione implicita, sappiamo che le funzioni f e g sono differenziabili rispetto alle loro variabili. Non si deve però ignorare che la matrice che il codice sta analizzando è grossa e che vi sono delle interazioni tra la posizione e la velocità del sistema, anche per le condizioni iniziali. Si deve inoltre tenere a mente che il sistema del moto è misto e come tale non è possibile pensare di considerare q e $\dot{q}$ come due variabili indipendenti, altrimenti si rischia di arrivare a soluzioni numeriche che non soddisfino le reazioni vincolari volute.

Vediamo come poter comprendere meglio questo aspetto, considerando uno spostamento virtuale δq che possa soddisfare le equazioni di vincolo del primo ordine (2.51): $\Phi_q \delta q = 0$.

Grazie al metodo di riduzione di Gauss si ha:

$$U \delta u = R \delta v = 0 \quad (2.57)$$

Essendo la matrice U triangolare, con valori unitari sulla diagonale, e non singolare, si può determinare univocamente lo spostamento δq dopo aver scelto δv : v è il vettore delle coordinate generalizzate indipendenti e u è quello delle coordinate dipendenti. Sapendo che Φ_u è non singolare, si ha grazie al teorema della funzione implicita la possibilità di determinare u in funzione di v :

$$u = h(v, t) \quad (2.58)$$

con h vettore differenziabile due volte rispetto alle variabili. Questo risultato è considerabile solo dal punto di vista teorico della risoluzione, in quanto non è pensabile di risolvere esplicitamente l'equazione (2.50) per ricavare i valori della (2.55).

Per avere gli algoritmi definiti numericamente si deve dunque ricorrere ai sistemi *DAE*, apportando delle semplificazioni al sistema generale di equazioni del moto che permettono di analizzare dinamicamente il sistema meccanico nel modo più reale possibile.

2.6 Metodo Newton-Raphson

Il metodo Newton è ampiamente utilizzato da Adams/Solver ed è un importante algoritmo numerico da comprendere per produrre modelli attraverso robusti e veloci simulazioni. [6]

Si consideri un problema uni-dimensionale avente una equazione non lineare del tipo

$$f(x) = 0 \quad (2.59)$$

si vuole trovare la radice x tale per cui si possa risolvere l'equazione. Si assuma che la funzione f sia differenziabile.

Si consideri una soluzione approssimativa iniziale x^0 e, tramite il metodo iterativo di Newton, si trova una soluzione x^1 calcolata utilizzando la relazione:

$$x^1 = x^0 - \frac{f(x^0)}{f'(x^0)} \quad (2.60)$$

dove $f'(x^0)$ è la funzione derivata rispetto alla variabile dipendente x^0 .

Procedendo nell'iterazione, l'algoritmo attua una linearizzazione della funzione nell'intorno del punto considerato

$$f(x) \approx f(x^0) + f'(x^0)(x - x^0) \quad (2.61)$$

Tramite la (2.58) è più facile trovare la soluzione per $f(x) = 0$ rispetto alla risoluzione della (2.57)

$$f(x^0) + f'(x^0)(x^1 - x^0) = 0 \implies x^1 = x^0 - \frac{f(x^0)}{f'(x^0)} \quad (2.62)$$

L'algoritmo procede nell'iterazione sostituendo la soluzione approssimata nell'intorno del punto x^0 con quella trovata nel punto x^1 , di modo che si possa arrivare alla convergenza del metodo, come illustrato a fig.2.1. La caratteristica del metodo è la sua convergenza in funzione quadratica ma questo è valido nel momento in cui si parta da un valore ben approssimato, vicino alla radice esatta.

Dal punto di vista computazionale, il metodo non è ottimizzato in quanto richiede ad ogni iterata il calcolo della differenziata delle funzione al passo precedente. Per ovviare a questo problema, si può considerare una variante, detta metodo *Newton-like* fig.2.2, che considera per N iterazioni sempre la stessa derivata della

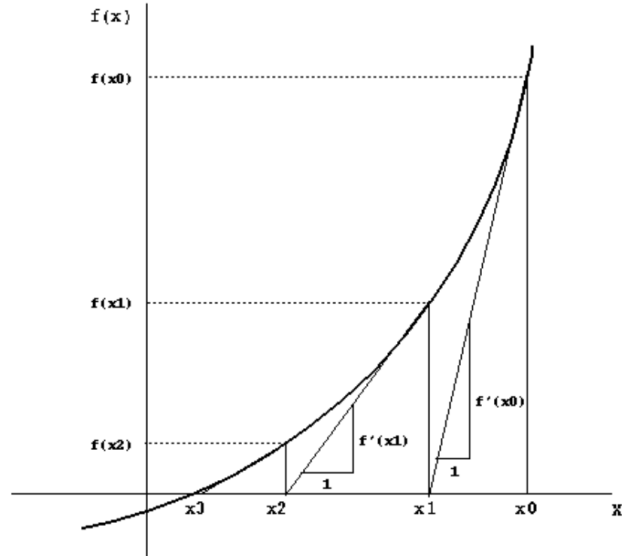


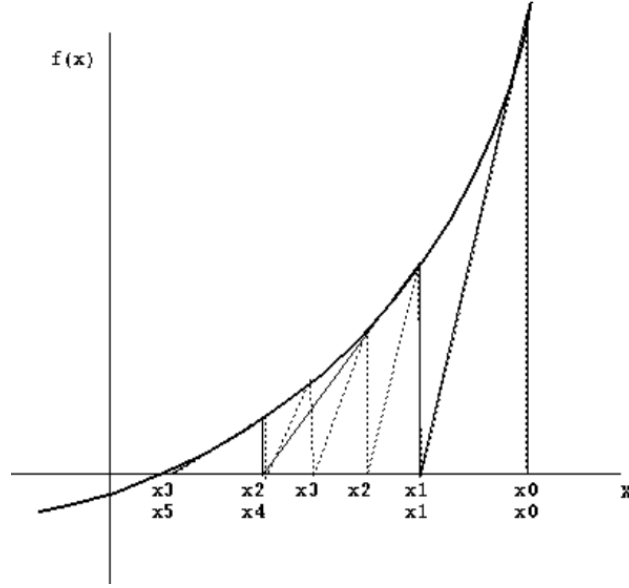
Figura 2.1: Metodo Newton-Raphson

funzione:

$$\begin{aligned}
 x^1 &= x^0 - \frac{f(x^0)}{f'(x^0)} \\
 x^2 &= x^1 - \frac{f(x^1)}{f'(x^1)} \\
 &\quad \Downarrow \\
 x^N &= x^{N-1} - \frac{f(x^{N-1})}{f'(x^{N-1})}
 \end{aligned} \tag{2.63}$$

Come si può notare, confrontando le due figure rappresentanti i due metodi, il metodo Newton-Raphson converge più velocemente di quello Newton-like, di circa il doppio. Si deve però valutare anche il costo computazionale, il quale è riconducibile al costo della valutazione del Jacobiano. Per entrambi i metodi si ha che maggiore è la velocità di convergenza, maggiore è il costo computazionale. Quindi, considerato il tutto, conviene avere un metodo che converga meno rapidamente ma che per ogni iterazione abbia un costo computazionale minore.

In generale, Adams/Solver permette di trattare sistemi di equazioni lineari a più incognite. Per capire come fa, si può pensare di sostituire l'incognita del sistema

**Figura 2.2:** Metodo Newton-like

1D studiato e inserire un vettore ad n-parametri:

$$f(q) = \begin{bmatrix} f_1(q) \\ f_2(q) \\ \vdots \\ f_n(q) \end{bmatrix} = 0 \quad (2.64)$$

Qualitativamente il procedimento è lo stesso: si calcola la funzione in un punto iniziale, la si linearizza per quel punto e la si approssima a zero. Successivamente, si calcola l'approssimazione alla seconda iterata che si spera si avvicini alla soluzione, così da avere una configurazione solutiva che converge in pochi passi. In particolare si ha:

$$f(q) \approx f(q^0) + F(q^0)(q - q^0) \quad (2.65)$$

dove $F(q^0)$ è il Jacobiano nel punto q^0 , definito come:

$$F(q^0) = \left. \frac{\partial f}{\partial q} \right|_{q=q^0} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial q_i} \right]_{q=q^0} \quad (2.66)$$

Al passo iterativo successivo si ha la soluzione nell'intorno del punto q^1 , grazie alla soluzione dell'equazione linearizzata:

$$f(q^0) + F(q^0)(q^1 - q^0) = 0 \implies q^1 = q^0 - [F(q^0)]^{-1} f(q^0) \quad (2.67)$$

2.7 Flessibilità nei sistemi multi-body

In passato, l'analisi degli elementi finiti (FEA) e la simulazione del sistema multi-body (MBS) erano considerati come due approcci separati nel campo della simulazione dei sistemi meccanici. Mentre i codici di analisi multi-body si sono concentrati sulla dinamica non lineare di interi sistemi di corpi rigidi interconnessi, i solutori FEA sono stati utilizzati per studiare il comportamento strutturale dei componenti deformabili del sistema. Nel campo della simulazione di sistemi multi-body si ha sempre più la necessità di rappresentare in modo realistico la flessibilità dei corpi. Grazie allo scambio di dati tra l'analisi dei sistemi multi-body e quella degli elementi finiti è possibile derivare condizioni di carico dinamico complesse anche per i componenti flessibili.

In particolare, nel campo dell'ottimizzazione strutturale basata sugli elementi finiti, la formulazione di condizioni realistiche al contorno e di carico è di vitale interesse poiché queste influenzano in modo significativo il progetto finale, considerando che la flessibilità di una sua parte può arrivare ad influenzare la risposta dinamica dell'intero sistema multi-body. Un approccio di ottimizzazione MBS-FEA accoppiato offre la possibilità di ottenere una migliore progettazione del componente considerato ed a tempi di sviluppo del prodotto più brevi. [13]

Adams sfrutta la deformazione modale per descrivere un corpo flessibile, in particolare suddivide il corpo flessibile da modellare in un certo numero di elementi finiti, rigidi, interconnessi tra loro da elementi elastici privi di massa [14]. I corpi così descritti sono caratterizzati da una massa e da un'inerzia ricollegabile ai soli elementi rigidi, mentre le parti di collegamento sono descritte tramite la matrice di rigidezza e di smorzamento fornite dall'analisi FEA. Le forze che si scambiano i singoli elementi rigidi sono esercitate dall'elemento flessibile interconnesso. Si considera che l'elemento singolo finito, in cui è discretizzato il componente flessibile, subisca piccole e lineari deformazioni rispetto al sistema di riferimento locale. La deformazione lineare u dei nodi del generico elemento può essere approssimata attraverso la combinazione lineare di un certo numero di nodi Φ :

$$u = \sum_{i=1}^M \Phi_i q_i \quad (2.68)$$

M è il numero delle forze modali e q le coordinate modali. La premessa di base della *sovrapposizione modale* è la capacità di descrivere un componente caratterizzato da un elevato numero di gradi di libertà tramite un numero sensibilmente inferiore utilizzando il cosiddetto *troncamento modale*.

Normalmente si considera l'equazione (2.65) in forma matriciale

$$u = \Phi q \quad (2.69)$$

q è il vettore delle coordinate modali, Φ è la matrice modale le cui colonne sono i modi Φ_i , la quale, dopo il troncamento, diviene rettangolare.

A tal proposito, si deve comprendere quali coordinate modali siano state eliminate tramite il troncamento e come si possa mantenere la qualità dell'analisi con un numero ridotto.

2.7.1 Metodo Craig-Bampton

Con questo metodo, appartenente alle tecniche dette *Component Mode Synthesis*, si permette di far scegliere all'utente quali gradi di libertà utilizzare, o meno, per la sovrapposizione modale. Considera uno schema semplice di struttura dei modi:

- *constraint modes*: sono le forme modali statiche ottenute assegnando ad ogni *boundary* DOF uno spostamento unitario, mantenendo fissi gli altri DOF rimanenti. Si ha una corrispondenza biunivoca tra le coordinate modali vincolate e gli spostamenti dei boundary DOF: $q_C = u_B$;
- *Fixed-boundary normal modes*: ottenute fissando i boundary DOF che grazie al calcolo agli autovalori definiscono l'espansione modale dei DOF interni. La bontà del calcolo è direttamente proporzionale al numero di modi mantenuti.

La relazione che intercorre tra i DOF fisici e quelli utilizzati dal metodo può essere espressa tramite la relazione:

$$u = \begin{Bmatrix} u_B \\ u_I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_C \\ q_N \end{Bmatrix} \quad (2.70)$$

dove: u_B e u_I rappresentano i DOF al contorno e quelli interni; I e 0 le matrici identità e di zeri; Φ_{IC} e Φ_{IN} gli spostamenti fisici dei DOF interni nei modi di vincolo e di quelli normali; q_C e q_N le coordinate modali dei modi di vincolo e di quelli normali.

Si modificano, di conseguenza, le matrici di rigidezza e di massa in base alla trasformazione modale descritta. La matrice di rigidezza, $\hat{K}$ diviene:

$$\hat{K} = \Phi^T K \Phi = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{BB} & K_{BI} \\ K_{BI} & K_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{CC} & 0 \\ 0 & \hat{K}_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

La matrice di massa, $\hat{M}$ diviene:

$$\hat{M} = \Phi^T M \Phi = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_{BB} & M_{BI} \\ M_{BI} & M_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{M}_{CC} & \hat{M}_{NC} \\ \hat{M}_{NC} & \hat{M}_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

dove i pedici I, B, N e C indicano rispettivamente: DOF interni, di contorno, modi normali e di vincolo.

Questo metodo risulta particolarmente utile da un punto di vista del troncamento modale, ma le basi modali presentano delle mancanze che lo rendono inadatto ad un uso diretto nelle simulazioni dinamiche:

- nei *constraint modes* sono compresi i 6 DOF del corpo rigido, che devono essere disattivati prima di avviare l'analisi, in quanto Adams fornisce già i 6 DOF ai corpi rigidi che tratta;
- i *constraint modes* sono il risultato di una condensazione statica che causa l'impossibilità di conoscere la frequenza dinamica che caratterizza il modo, quindi si perde l'utilità della simulazione se non si ha la possibilità di conoscerne il contenuto modale;
- i *constraint modes* non possono essere disabilitati perchè farlo equivarrebbe ad applicare un vincolo al sistema.

Questi problemi possono essere risolti applicando una trasformazione matematica alle basi modali facendo sì che diventino un sistema equivalente ortogonale di basi coordinate modali, q^* , utilizzando una matrice di trasformazione N :

$$Nq^* = q \quad (2.73)$$

L'equazione (2.65) diviene così:

$$u = \sum_{i=1}^M \Phi_i^* q^* \quad (2.74)$$

I modi ortogonalizzati, Φ_i^* , non sono gli autovettori del sistema originale, ma sono quelli che rappresentano il sistema nel metodo di Craig-Bampton:

- *Fixed-boundary normal modes*: sostituiti da un'approssimazione degli autovettori del corpo non vincolato;
- *constraint modes*: sostituiti da autovettori di contorno. Questo concetto si può capire meglio considerando una piastra rettangolare aventi i punti di attacco lungo uno dei due lati lunghi. Nella figura sottostante si ha lo spostamento unitario di un unico nodo di bordo, secondo il modo del metodo di Craig-Bampton, mentre tutti gli altri nodi sul bordo sono fissati.

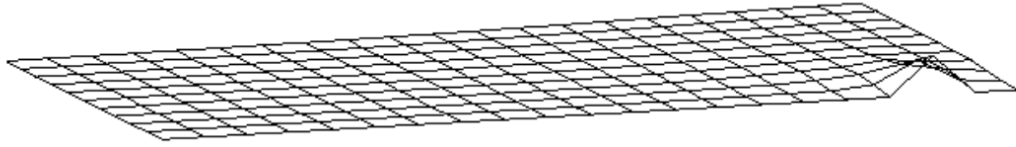


Figura 2.3: *constraint modes* con contributo di frequenza sconosciuto [14]

Dopo aver applicato l'ortogonalizzazione si ha la figura sottostante, a cui è stata associata una frequenza naturale.

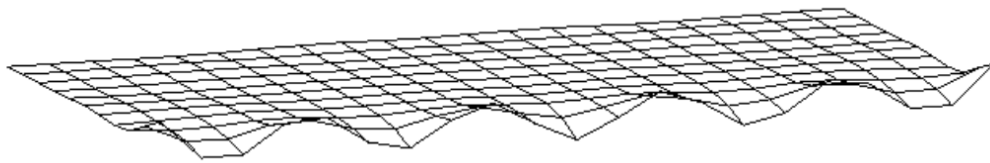


Figura 2.4: *Boundary eigenvector* con una frequenza naturale di 1250 Hz [14]

2.7.2 FE Part

FE Part è uno strumento di Adams che permette la modellazione di oggetti flessibili aventi proprietà di inerzia e risulta particolarmente accurato per lo studio di casi di grandi deformazioni per strutture a trave. Risulta essere diversa dai modelli di corpi flessibili creati utilizzando Adams/Flex in quanto è in grado di rappresentare in modo più accurato le grandi deformazioni, cosa che i modi lineari non riescono ad analizzare, e non richiede infine l'utilizzo di un file esterno di tipo MNF.

Creando un elemento tramite FE Part le proprietà d'inerzia vengono specificate in una matrice di massa, simmetrica, che rimane costante.

Si hanno due tipologie di modellizzazione dell'oggetto trave:

- 2D, ovvero una rappresentazione geometricamente non lineare utile se si hanno strutture la cui linea centrale è assunta vincolata ad un piano parallelo al piano su cui giace il modello globale. La rappresentazione della trave in 2D può allungarsi o flettersi nel piano;
- 3D rappresentazione geometricamente non lineare che tiene conto, nell'analisi dell'allungamento, del taglio, della flessione e della torsione. E' più lenta dal punto di vista computazionale della 2D ma risulta più completa ed accurata.

Queste opzioni di creazione di elementi flessibili sono possibili grazie all'adozione da parte di MSC della formulazione *Absolute Nodal Coordinate Formulation*, ANCF.

Questa implementazione di formulazione permette di creare degli elementi FE che sono migliorati rispetto all'utilizzo del puro ANCF in quanto è stato implementato considerando anche la teoria della trave, facendo sì che si potessero superare i limiti della formulazione ANCF convenzionale.

Un aspetto da tenere in considerazione nell'utilizzo del FE Part è che esso non supporta la non linearità dei materiali.

In Adams/View è possibile creare una FE Part tramite la seguente procedura guida:

1. *Formulation*: in questa pagina si va a formulare la trave, potendo scegliere il materiale, la tipologia se 2D o 3D, le caratteristiche di rigidità e di massa dell'elemento;
2. *Centerline*: si può scegliere in che modo definire la trave, se utilizzando una curva creata tramite *Spline* oppure inserendo i punti di inizio e di fine, creati precedentemente come *Marker*;
3. *Nodes*: ultimo step di definizione in cui si inseriscono le caratteristiche geometriche consistenti a loro volta in:
 - quanti nodi si vuole suddividere la lunghezza della trave, tenendo conto che al numero che si inserisce vengono aggiunti automaticamente il nodo iniziale e finale;
 - la distanza tra i vari nodi interni dell'elemento, distribuiti uniformemente o inserendoli a mano;
 - l'angolo di rotazione tra l'asse centrale e la sezione al nodo della linea centrale della trave;
 - la sezione della trave che può essere uniforme per tutti gli elementi oppure variare.

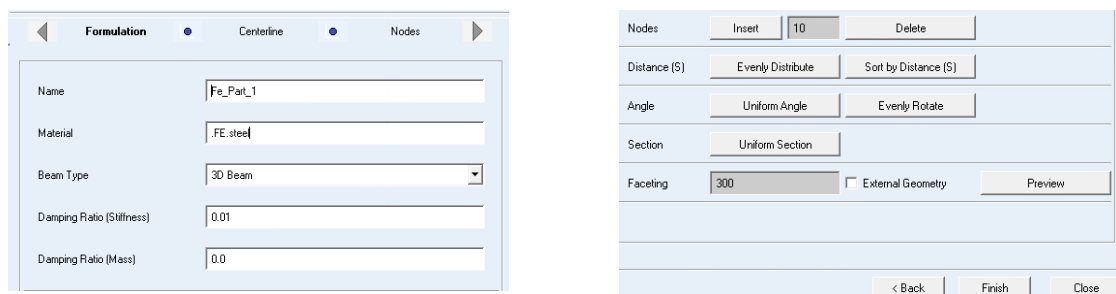


Figura 2.5: Costruzione FE Part: (1) *Formulation* (2) *Nodes*

Capitolo 3

Simulazione ossatura di antenne dispiegabili

Per la realizzazione del modello si è preso spunto dalla trattazione di Pellegrino [2] circa un particolare tipo di meccanismo strutturale di dispiegamento, già utilizzato in ambito spaziale. La figura 3.1 rappresenta un principio di struttura

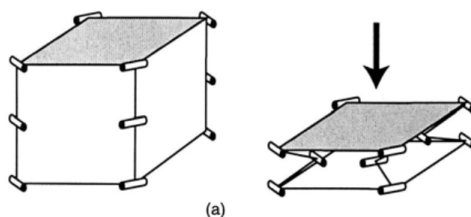


Figura 3.1: Esempio di struttura dispiegabile

dispiegabile per strutture spaziali, caratterizzata dalla forma a cubo e dall'elevata capacità d'impacchettamento. Ciascuno dei quattro elementi verticali è dotato di tre cerniere cilindriche parallele che gli consentono di piegarsi all'interno, sfruttando un piano diagonale. In questo modo, il quadrato superiore si abbassa quando le cerniere centrali dei lati verticali si spostano verso l'interno. Sarebbe anche stato possibile far spostare verso l'esterno cerniere centrali, ma ciò avrebbe comportato una maggiore dimensione dell'involucro della struttura imballata. Si noti inoltre che lo stesso principio di piegatura funziona per le cerniere in qualsiasi direzione orizzontale: l'unica condizione è che tutte e tre le cerniere in ciascun elemento verticale debbano essere parallele.

Prendendo spunto dall'esempio precedente, si sono sviluppati diversi modelli che si potessero aprire e richiudere tramite una unica forza, sviluppando due concetti differenti di dispiegamento: il primo considera il piano di apertura dei lati verticali su un piano orizzontale, mentre il secondo tramite un piano diagonale.

3.1 Classificazione modelli realizzati

Di seguito si analizzeranno, uno per uno, i modelli, specificandone le caratteristiche geometriche di costruzione e i punti salienti di interesse della modellazione. Inoltre, per ciascun modello si presenterà sia il MBS a corpi rigidi che quello a corpi flessibili. Prima di trattare modello per modello, in modo specifico, si vuole spiegare in generale i punti comuni a tutte le modellizzazioni, in modo da fornire le caratteristiche salienti.

Caratteristiche geometriche

La *base* e il *top* della struttura sono stati realizzati tramite l'uso di 4 solidi di dimensioni: lunghezza $l = 1000mm$, spessore $s = 20mm$ ed altezza $h = 40mm$.

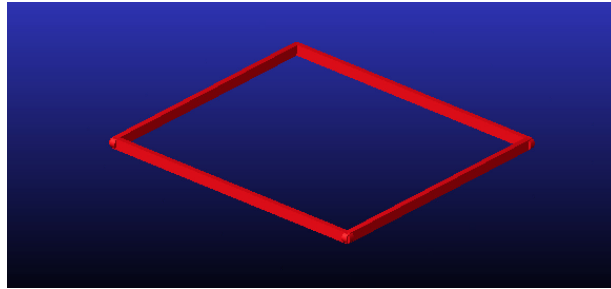


Figura 3.2: Struttura della base dei modelli realizzata in Adams

I 4 lati sono stati incastrati tra loro grazie all'uso del comando, presente in Adams *Booleans: unit two solid* che permette di creare una geometria complessa intersecando due solidi, facendo sì che la massa conteggiata sia la risultante della somma delle masse dei vari corpi giunti tra loro. La base è stata bloccata al *ground* in modo da poter evitare la creazione di un giunto fisso, blocco, tra le due parti.

I *links* che costituiscono i lati verticali della struttura, posseggono la seguente dimensione: lunghezza $l = 600mm$, spessore $s = 20mm$ ed altezza $h = 40mm$. In particolare, per quanto riguarda il calcolo della lunghezza dei links, si è preferito fare in modo che fossero tutti della stessa lunghezza, e per tale motivo, a seconda del modello si avranno dimensioni differenti. Questo permette alla struttura, formata

da links rigidi, di potersi dispiegare senza incorrere in problemi di disequilibrio. Per tale motivo, per ogni modello si analizzerà lo studio geometrico effettuato così da deciderne la lunghezza appropriata.

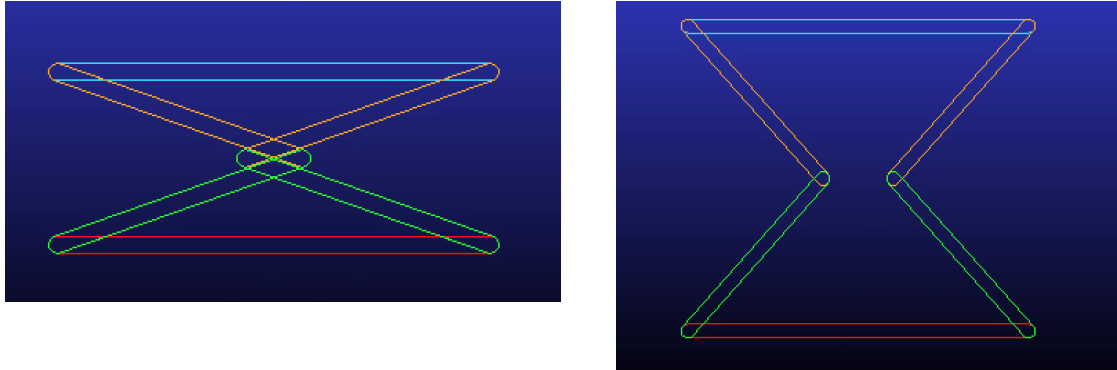


Figura 3.3: Dispiegamento modello in due tempi diversi

Come si evince dalle immagini, i links durante il dispiegamento si sovrappongono. Questo accade perché durante la modellazione della struttura si è concentrati sulla realizzazione del sistema multi-body completo da un punto di vista progettistico. Rimane il fatto che, nella realtà, due corpi rigidi non potranno mai coesistere in uno stesso volume e che si dovranno tenere in considerazione i loro effettivi ingombri. Questo appunto vale anche per la presenza dei corpi di giunzione, modellati come se non occupassero spazio aggiuntivo, non può avvenire nella realtà.

Per quanto riguarda i *link* creati tramite l'utilizzo del comando *FE_part*, dunque di tipo flessibile, si è utilizzato il tipo di trave 3D, suddiviso in 20 nodi sulla lunghezza equamente distanziati, con sezione trasversale di tipo rettangolare solido:

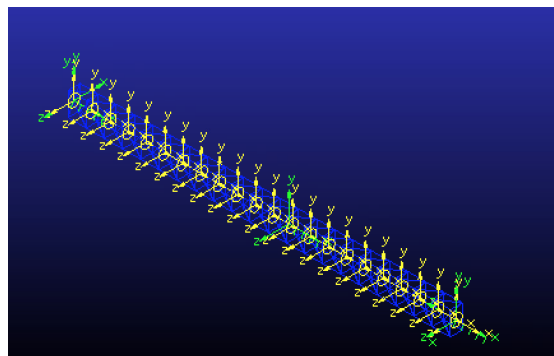


Figura 3.4: *link* realizzato tramite FE_Part

Giunti

Tutti i giunti utilizzati nel modello sono del tipo sferico. Permettono il libero movimento su i 3 angoli rotazionali e risultano utili nello studio della cinematica tra le due parti coinvolte.

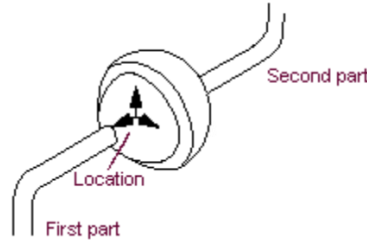


Figura 3.5: Schematizzazione giunto sferico [6]

La posizione e l'orientamento del giunto, dunque, risultano di fondamentale interesse, per far sì che il movimento possa avvenire nel modo corretto. Per quanto riguarda il posizionamento, si è inserito il giunto facendo riferimento ai corpi, ovvero selezionando prima il punto notevole in cui inserirlo, il marker, successivamente selezionando il corpo primario, in riferimento al quale far avvenire la rotazione, e il corpo secondario, che subisce il movimento. Infine, utilizzando il comando *Parameterize Orientation*, si è scelto l'orientamento dell'asse Z del giunto in modo che fosse conforme al movimento. Questo passaggio risulta utile, non tanto per il movimento della struttura, in quanto essendo un vincolo sferico non crea problemi in nessuna direzione di rotazione, ma per il successivo inserimento dei *bushing*.

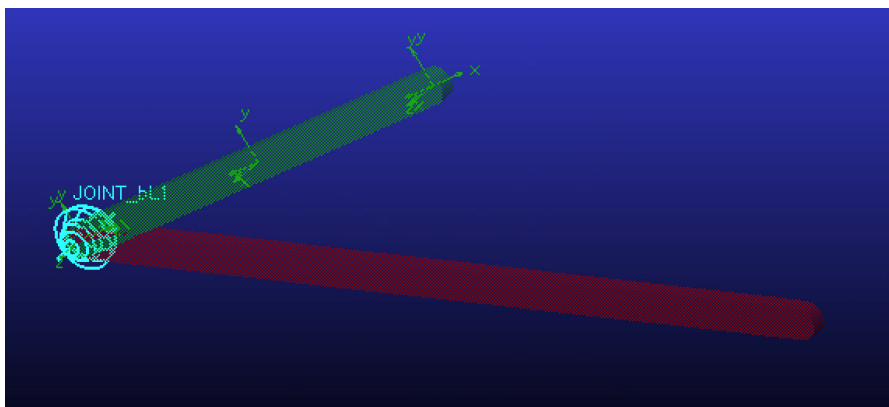


Figura 3.6: Collegamento tra due link tramite giunto sferico

```

Object Name      : .tesi_4.JOINT_bLl
Object Type      : Spherical Joint
Parent Type      : Model
Adams ID         : 2
Active           : NO_OPINION
I Marker         : .tesi_4.Llibase
J Marker         : .tesi_4.base.jLl

I Marker         : .tesi_4.Llibase
Local :
  Location       : 0.0, 0.0, 0.0 (mm, mm, mm)
  Orientation    : 90.0, 90.0, 270.0 (deg)
                  (ORI_ALONG_AXIS(Ll.ig, Ll.jg, "Z"))
Global :
  Location       : 0.0, 0.0, 0.0 (mm, mm, mm)
  Orientation    : 90.0, 90.0, 270.0 (deg)

J Marker         : .tesi_4.base.jLl
Local :
  Location       : 0.0, 0.0, 0.0 (mm, mm, mm)
  Orientation    : 90.0, 90.0, 270.0 (deg)
                  (ORI_ALONG_AXIS(Ll.ig, Ll.jg, "Z"))
Global :
  Location       : 0.0, 0.0, 0.0 (mm, mm, mm)
  Orientation    : 90.0, 90.0, 270.0 (deg)

```

Figura 3.7: Giunto sferico scheda informativa Adams

Forze

Le forze definiscono i carichi applicati ad uno o più corpi del MBS.

In particolare, le forze flessibili di cui fan parte i *bushing*, non impediscono il movimento, dunque non vanno ad influire sui DOF del sistema, ma consentono di inserire un certo grado di rigidità al giunto per meglio descriverne il movimento, rendendo le simulazioni più veritiere. I *bushing* sono creati tramite la definizione di due punti notevoli, o marker, che identifichino i corpi su cui agiscono. Come per i giunti, il primo corpo va a costituire il marker I, mentre il secondo il marker J.

Le equazioni costitutive, utilizzate da Adams/View per ricavare i dati sui *bushing*, sono formate dall'applicazione di una forza e di una coppia a seconda dello spostamento e della velocità che il corpo avente marker I esercita sul corpo con

marker J. Il sistema di coordinate è riferito al marker J.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix} \\
 &- \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

dove: F_x , F_y e F_z sono le forze traslazionali; T_x , T_y e T_z sono le componenti delle forza rotazionale; x , y e z sono la misura delle deformazioni vettoriali dei *bushing*; a , b e c sono le proiezioni delle piccole rotazioni del marker I rispetto al marker J. V_x , V_y e V_z è la velocità, calcolata come la derivata nel tempo degli spostamenti x , y e z ; ω_x , ω_y e ω_z sono le componenti della velocità angolare del marker I sul marker J. F_1 , F_2 e F_3 sono i precarichi di forza applicati nelle coordinate x , y e z ; T_1 , T_2 e T_3 sono i pre carichi di torsione applicati alle coordinate x , y e z . Dunque, l'elemento *bushing* applica una forza e una torsione d'equilibrio sul secondo corpo:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_J &= -\mathbf{F}_I \\
 \mathbf{T}_J &= -\mathbf{T}_I - \delta \mathbf{F}_I
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

con δ vettore delle deformazioni istantanee del corpo J rispetto al corpo I. Mentre la forza agente sul marker J è uguale ed opposta a quella agente sul marker I, ciò non vale per la coppia applicata su J, in quanto si deve tener conto del braccio d'azione della coppia che creare un momento torcente causato dalle deformazioni per la forza che agisce dell'elemento stesso.

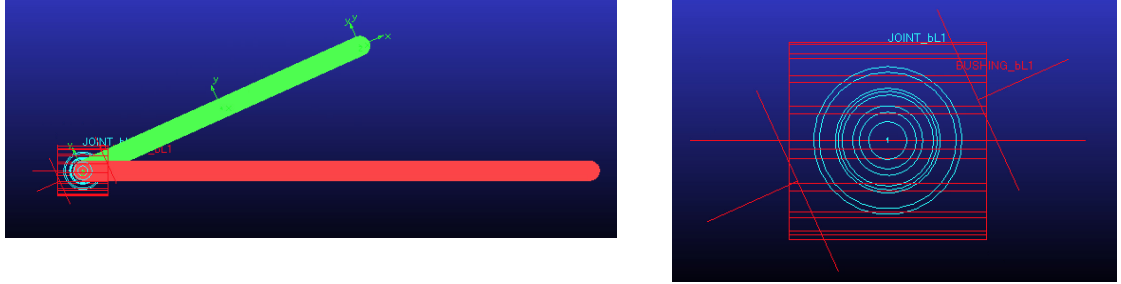
Aspetto da tenere in considerazione è la limitazione del comportamento lineare del *bushing*, il quale va bene fino a che i gradi di rotazione a e b non superano i 90° , oltre si incorre in errori di convergenza della soluzione.

Nel modello è stato sufficiente utilizzare i dati per il posizionamento e l'orientamento reperibili dalla scheda informativa dei giunti sferici sui quali si voleva inserire il *bushing*, Fig.3.7. Dopo aver specificato i corpi ed il punto di locazione, si devono definire le caratteristiche della forza:

Grandezza	Coordinate			Unità
	x	y	z	
Damping	0.0	0.0	0.0	[Ns/mm]
Stiffness	1.0	1.0	1.0	[N/mm]
Force Preload	0.0	0.0	0.0	[N]
Tdamping	0.0	0.0	1000.0	[Nsmm/deg]
Tstiffness	1.0	1.0	1E6.0	[Nmm/deg]
Torque Preload	0.0	0.0	0.0	[N/mm]

Tabella 3.1: Tabella grandezza fisiche *bushing*

Nei modelli creati, i *bushing* sono presenti tra la base ed i link e tra i link e il top della struttura.


Figura 3.8: *Bushing* e relativo giunto sferico

Legge di moto

Un generatore di moto descrive, tramite una funzione, il movimento di un corpo rispetto ad un altro.

La tipologia di moto utilizzata è detta *Point Motion* in quanto permette di specificare i corpi tra i quali si vuole far avvenire il movimento e anche la direzione, l'asse, secondo cui farla avvenire. Il corpo che si vuole far dispiegare è il top rispetto alla base, muovendosi lungo la direttrice Z. Per far questo si è posizionato il *Point Motion* nel marker associato al top, nel punto centrale della struttura. Per descrivere il moto, si è utilizzata la funzione STEP la quale permette di inserire 5 dati che specificano completamente il movimento che si vuole realizzare:

$$STEP(x, x0, h0, x1, h1)$$

dove:

- x indica la variabile di funzione, nel caso trattato il *time*;

- x_0 e x_1 specifica l'intervallo di tempo entro il quale far avvenire il movimento;
- h_0 e h_1 specifica l'intervallo di ampiezza, in questo caso $[mm]$, entro il quale far avvenire il movimento.

```
Object Name      : .tesi_4.MOTION_1
Object Type      : Point Motion
Parent Type      : Model
Adams ID         : 1
Active           : NO_OPINION
Type             : translational
Time Derivative  : displacement
Function         : step(time,0,0,1,1000)
I Marker         : .tesi_4.top.MARKER_106
J Marker         : .tesi_4.ground.MARKER_107
```

Figura 3.9: Legge di moto

Materiali

Il materiale utilizzato per i corpi ,sia rigidi che flessibili, è l'*acciaio* isotropo, avente le seguenti caratteristiche:

- modulo di Young $E = 2.07E + 11 [N/m^2]$
- densità $\rho = 7801 [kg/m^3]$
- Poisson's ratio $\nu = 0.29$
- modulo di taglio $G = 8.02E + 10 [N/m^2]$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Adams calcola automaticamente le masse dei vari corpi che formano il sistema ed i momenti di inerzia. Per quanto riguarda il calcolo della massa:

$$M = \rho Volume[kg]$$

I componenti del tensore d'inerzia IP sono:

$$I_{xx} = \int (y^2 + z^2)dm$$

$$I_{yy} = \int (x^2 + z^2)dm$$

$$I_{zz} = \int (x^2 + y^2)dm$$

$$I_{xy} = \int xydm$$

$$I_{xz} = \int xzdm$$

$$I_{yz} = \int yzdm$$

dove x , y e z sono le coordinate della posizione del centro del volume infinitesimale dm , misurato a partire dall'origine del centro d'inerzia del corpo. L'integrale è svolto sull'intero volume del corpo. Nel caso in cui il centro d'inerzia non fosse specificato, esso coincide di default con il centro di massa. La matrice d'inerzia che utilizza Adams/Solver, per la formulazione delle equazioni di moto e per l'analisi d'equilibrio, è la seguente:

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

Di seguito si mostreranno i modelli realizzati trattando, per ciascuno, prima il caso rigido, poi il caso flessibile ed infine confrontandoli.

3.1.1 Modello con distanziamento e apertura giunti sul piano orizzontale

La *base* e il *top* sono caratterizzati da un *link* alle estremità di lunghezza $l = 100[mm]$, posizionato perpendicolarmente, che permette di avere un distanziamento tra le facce, inferiore e superiore, e i laterali.

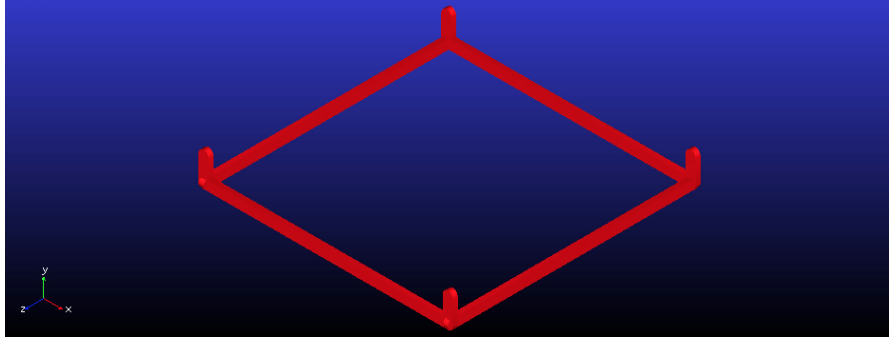


Figura 3.10: Geometria della base del modello con distanziamento

I *link* laterali, hanno dimensione: lunghezza $l = 600mm$, spessore $s = 20mm$ ed altezza $h = 40mm$.

L'ingombro per la configurazione chiusa è di $h = 240mm$ e aperta $h = 1440mm$.

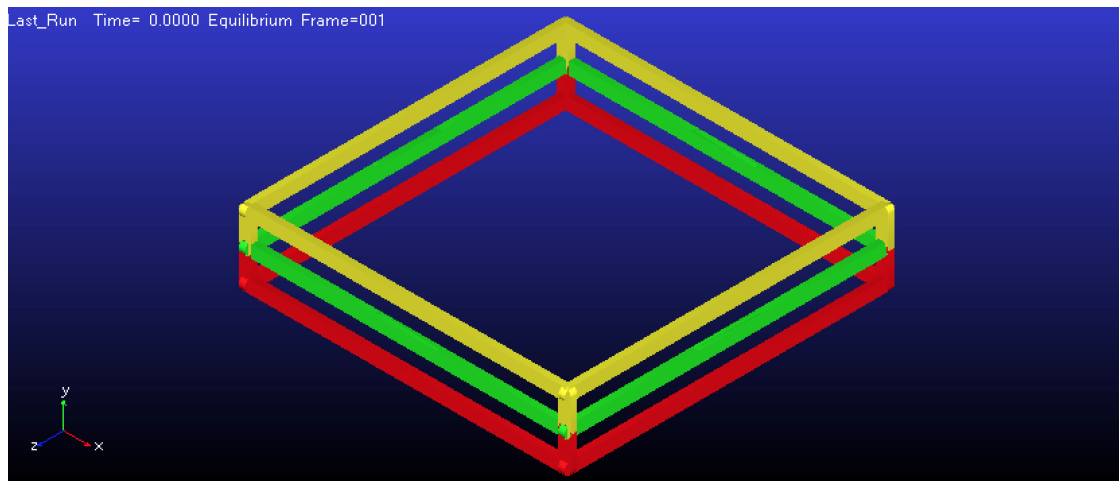


Figura 3.11: Configurazione chiusa al tempo $t = 0sec$ del modello rigido

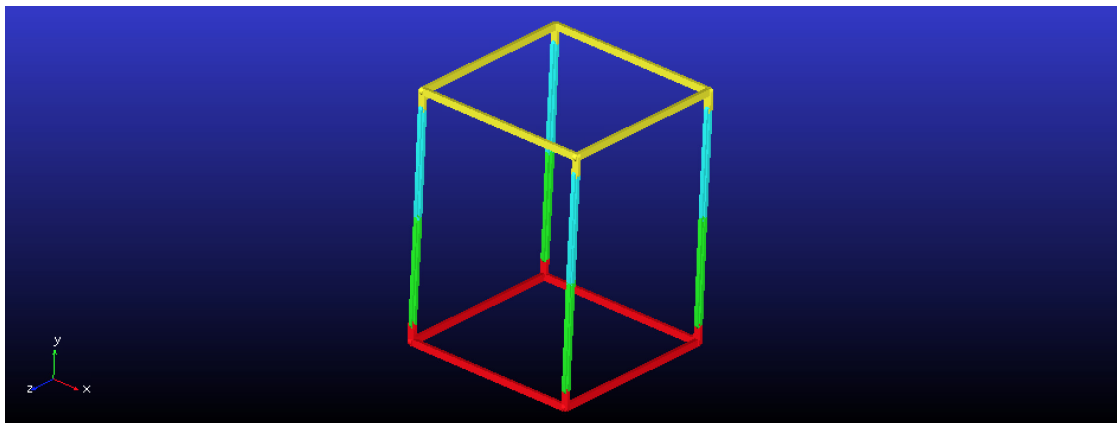


Figura 3.12: Configurazione aperta al tempo $t = 1sec$ del modello rigido

Per quanto riguarda il modello con *link* flessibili, si ha:

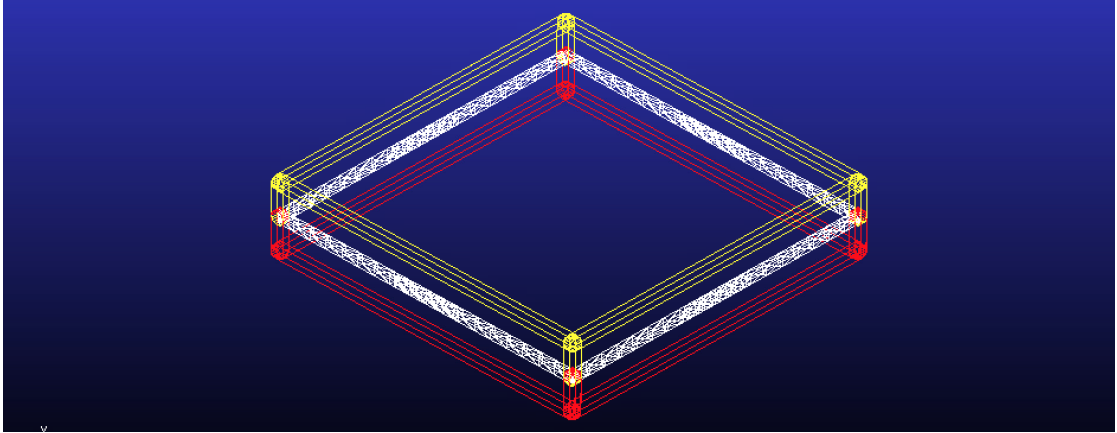


Figura 3.13: Configurazione chiusa al tempo $t = 0sec$ del modello flessibile

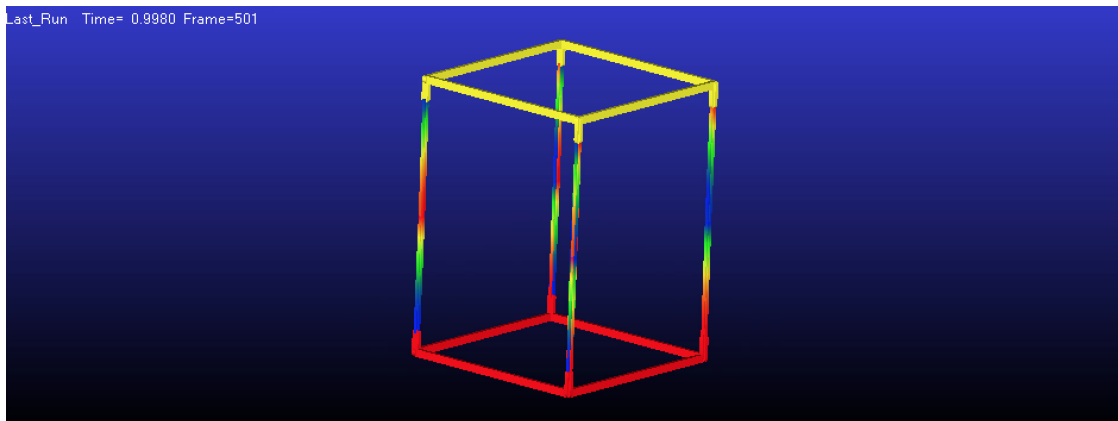


Figura 3.14: Configurazione aperta al tempo $t = 1sec$ del modello flessibile

Come si può notare la geometria è identica; ciò che varia è il peso della struttura.

Corpo	mod rigido [kg]	mod flessibile [kg]
Base	32.27	32.27
Link	3.94	3.74
Top	32.27	32.27
Totale	127.58	124.38

Tabella 3.2: Tabella confronto pesi del modello con distanziamento

3.1.2 Modello senza distanziamento e apertura giunti sul piano orizzontale

Questo modello è il prototipo descritto nell'introduzione, in cui, nella fase chiusa, risulta impacchettato completamente su se stesso.

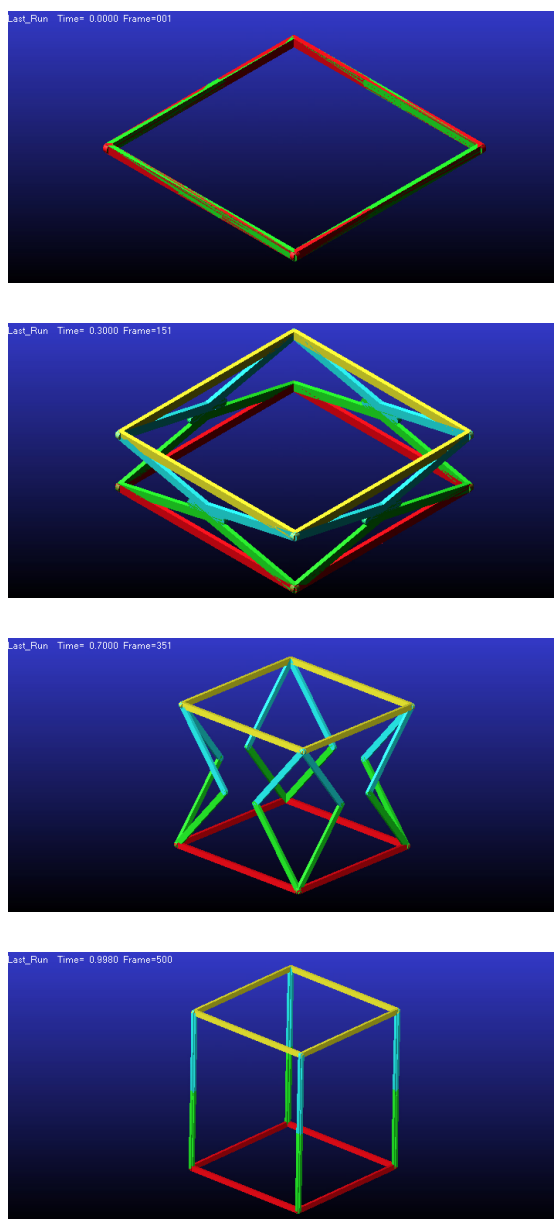


Figura 3.15: Andamento in 4 steps dell'apertura del modello rigido senza distanziamento

L'ingombro per la configurazione chiusa è di $h = 40mm$ e aperta $h = 1240mm$.
I pesi che caratterizzano questo modello sono:

Corpo	mod rigido [kg]	mod flessibile [kg]
Base	25.73	25.73
Link	3.94	3.74
Top	25.73	25.73
Totale	114.5	111.3

Tabella 3.3: Tabella confronto pesi del modello senza distanziamento

3.1.3 Modello senza distanziamento e apertura giunti sul piano diagonale

In questo modello il numero di giunti e di link per il dispiegamento è dimezzato rispetto ai precedenti. Ciò è possibile grazie all'utilizzo del piano diagonale per il dispiegamento.

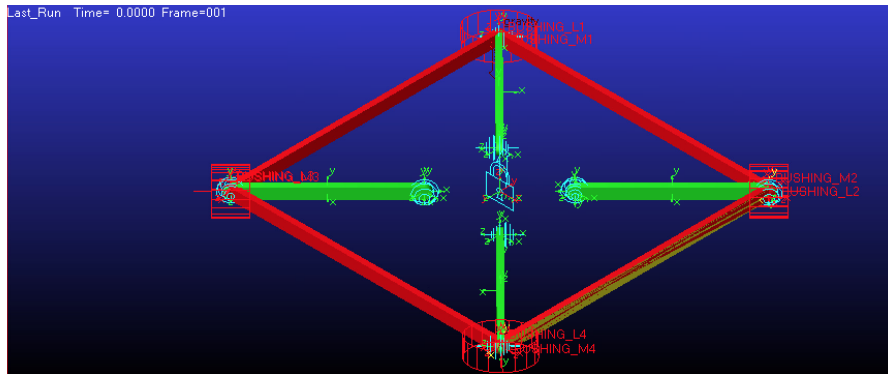


Figura 3.16: Posizione giunti

In particolare, le dimensioni dei *link* sono: lunghezza $l = 510mm$, spessore $s = 20mm$ ed altezza $h = 40mm$.

L'ingombro per la configurazione chiusa è di $h = 40mm$ e aperta $h = 1060mm$. Per quanto riguarda l'andamento del dispiegamento, di seguito si mostrano 4 fasi intermedie.

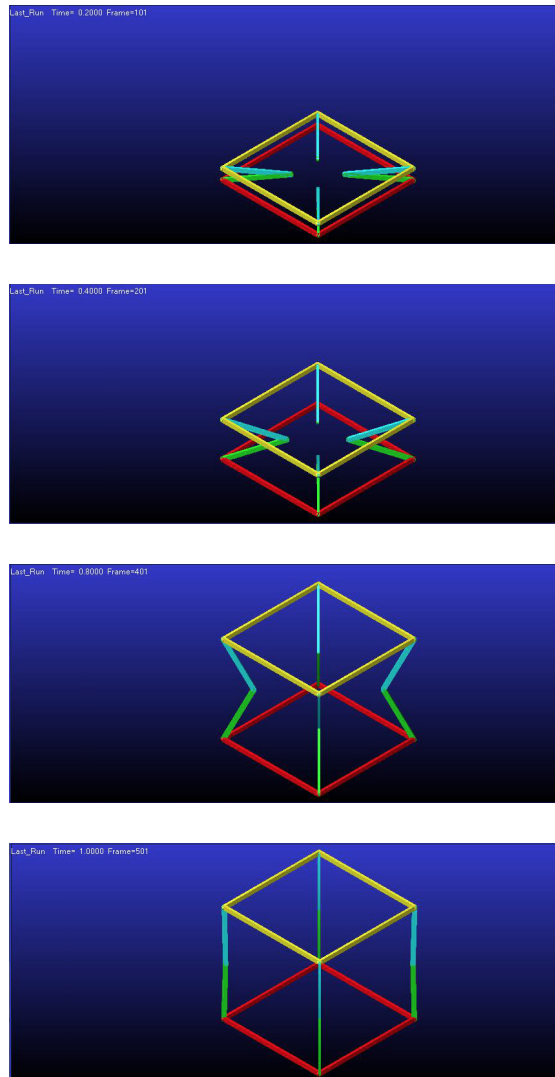


Figura 3.17: Andamento in 4 steps dell'apertura del modello rigido senza distanziamento con giunti a 45 gradi

I pesi che caratterizzano questo modello sono:

Corpo	mod rigido [kg]	mod flessibile [kg]
Base	25.73	25.73
Link	3.37	3.2
Top	25.73	25.73
Totale	78.42	77.06

Tabella 3.4: Tabella confronto pesi del modello senza distanziamento e giunti a 45 gradi

In tutti e tre i casi analizzati, la differenza di peso è dovuta al fatto che nella costruzione dei link rigidi, è presente un'aggiunta di volume, rispetto a quelli flessibili. Questa differenza, calcolabile in $V = 4.8E + 5mm^3$, considerando il medesimo materiale e quindi una densità uguale, che comporta una differenza di peso di $W = 0.1749kg$

3.2 Analisi e confronto

Nella sezione precedente ci si è concentrati sul presentare i vari modelli realizzati, sia elementi rigidi che flessibili.

Per comprendere meglio le differenze effettive, in termini di analisi sul dispiegamento, si è preso in considerazione il modello con distanziamento, 3.1.1.

Di seguito si mostrano grafici in cui si è messo a diretto confronto il comportamento dei due tipi di modello, corrispondenti alla medesima legge di moto:

$$STEP(time,0,0,1,1200) + STEP(time,1,0,2,-1000)$$

Si è imposto quindi il completo dispiegamento della struttura ed una sua successiva chiusura.

Ciò è riscontrabile nel grafico 3.18 nel quale le due curve risultano sovrapposte per l'intera durata del moto: apertura da $0 - 1200mm$ in $t = [0,1]$ e chiusura da $1200 - 200mm$ in $t = [1,2]$.

Analizzando ora il comportamento dei modelli in riferimento all'accelerazione imposta dallo spostamento 3.19; si nota come le due curve, per un breve lasso di tempo, qualche decimo di secondo, si discostino.

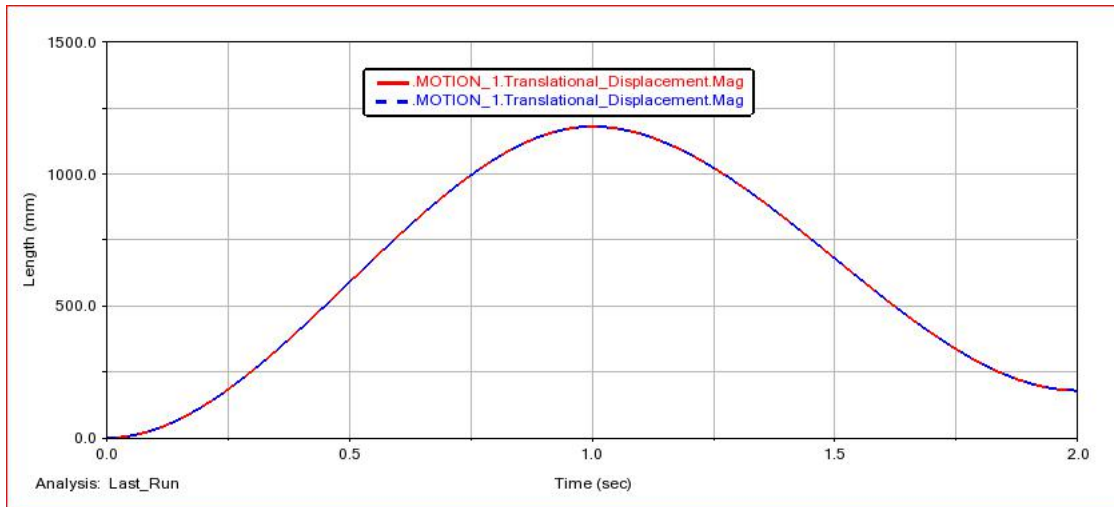


Figura 3.18: Andamento del dispiegamento traslazionale del modello rigido e flessibile nel tempo $t = 2\text{sec}$

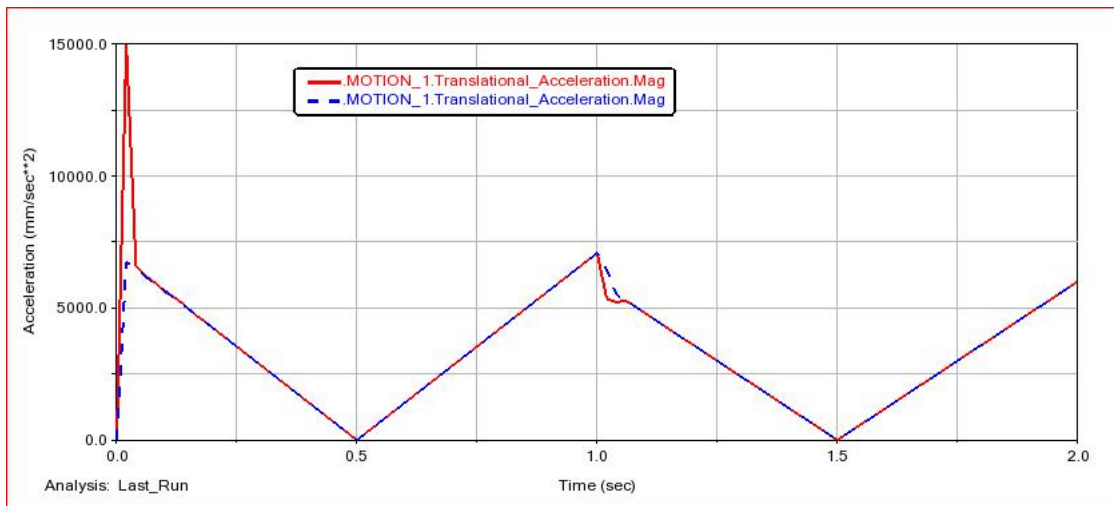


Figura 3.19: Accelerazione traslazionale della legge di moto del modello rigido e flessibile con distanziamento in $t = 2\text{sec}$

In particolare, la curva rossa, raffigurante l'andamento del modello a corpi rigidi, subisce una netta accelerazione, arrivando ad un picco di $a = 15000\text{mm/sec}^2$, il doppio del picco che si ha con la curva blu, $a = 7000\text{mm/sec}^2$. Questo andamento iniziale può essere spiegato considerando il fatto che si è imposto un movimento all'intera struttura senza dare il tempo di assestamento al sistema. Il fatto che la

curva rossa subisca un'accelerazione doppia di quella blu, può essere spiegato considerando la rigidezza del modello complessivo, decisamente maggiore nel modello a corpi rigidi.

Tale andamento è riscontrabile anche nel grafico 3.20.

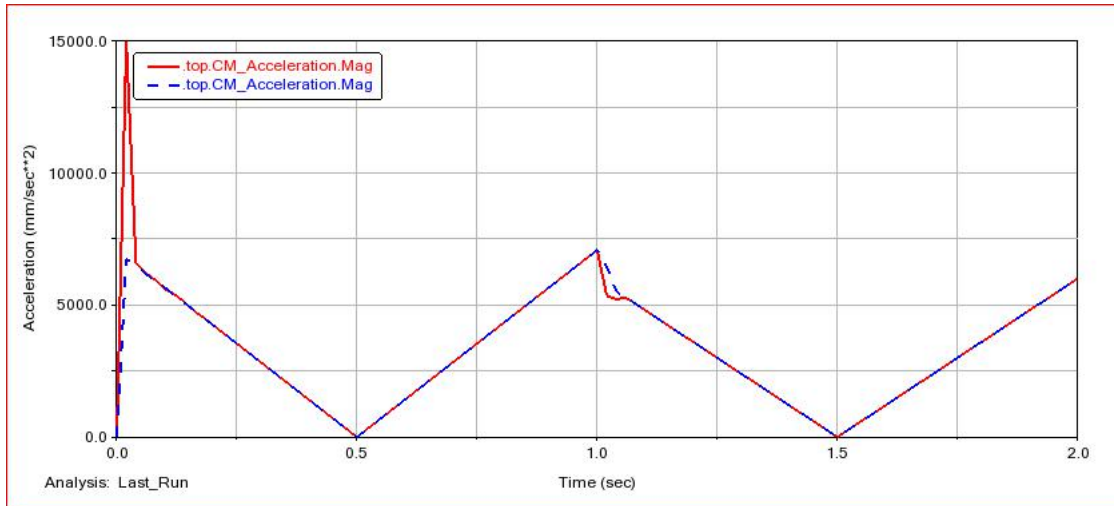


Figura 3.20: Accelerazione del centro di massa riferito al top del modello rigido e flessibile con distanziamento in $t = 2sec$

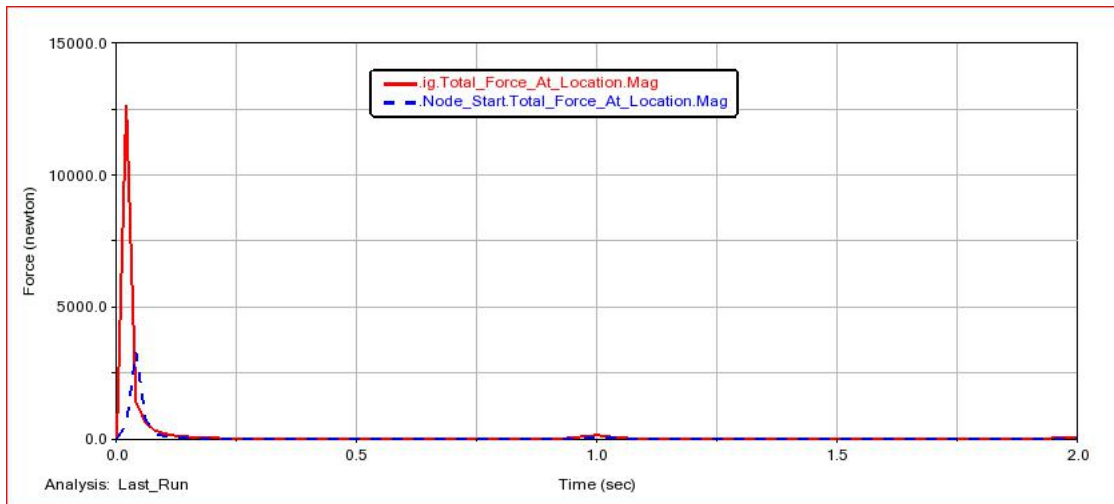


Figura 3.21: Andamento della forza totale agente sul marker iniziale del link in $t = 2sec$

Considerando inoltre il grafico 3.21 si nota come l'andamento rispecchi i precedenti. La forza imposta al punto iniziale del link rigido rispetto a quella che subisce il link flessibile è circa il triplo dell'intensità. Anche in questo caso, dopo un transitorio di pochi decimi di secondo, si ha la coincidenza delle due curve.

Inoltre si osserva una leggera curvatura in corrispondenza di $t = 1\text{sec}$, spiegabile considerando che in quel momento si arriva all'apertura massima del modello e si impone la sua chiusura, avendo una inversione del moto.

Fino ad ora si è analizzato il comportamento dei links, della struttura geometrica e del moto imposto dalla legge. Si passa ora a considerare le forze che intervengono e come esse agiscano sull'intera struttura.

Considerando il grafico 3.22, raffigurante l'accelerazione angolare dei *bushing* nel tempo, le due curve sono nettamente distinte:

- la curva blu, del modello rigido, mostra un transitorio iniziale, dovuto all'inizio del movimento, e una cuspidi in corrispondenza dell'inversione del moto, da apertura a chiusura;
- la curva rossa, del modello flessibile, mostra una curva costante di valore nullo.

Questo andamento può ricondursi al fatto che i link flessibili permettono un maggior assorbimento delle forze causate dal moto e, deformandosi, consentono di assorbire le accelerazioni, permettendo al *bushing* di non intervenire.

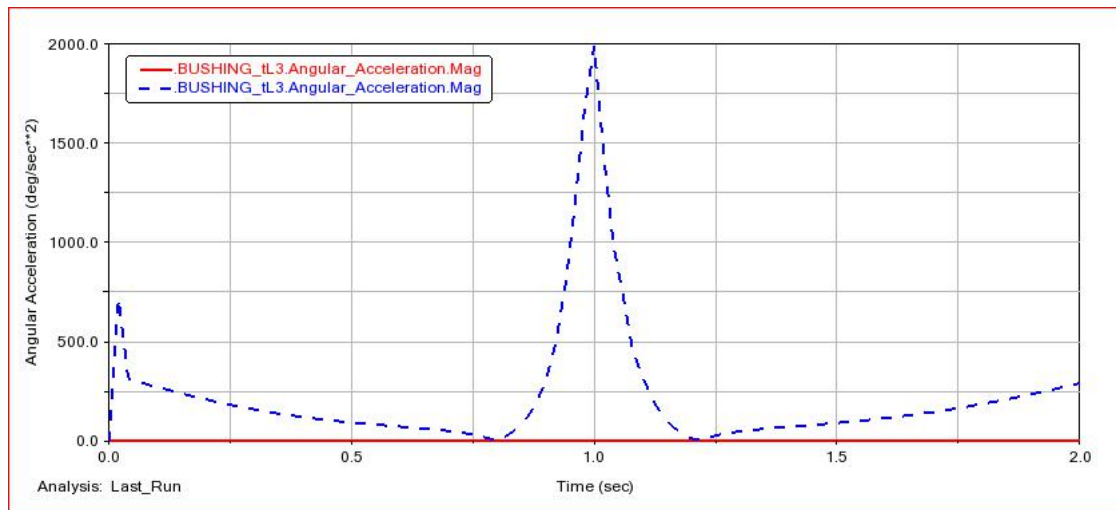


Figura 3.22: Accelerazione angolare relativa al *bushing* tra link e top del modello rigido e flessibile in $t = 2\text{sec}$

Capitolo 4

Simulazione della membrana flessibile

L'analisi delle deformazioni di tipo non lineare di corpi flessibili, creati tramite l'utilizzo degli elementi finiti, avviene grazie al software Nastran che comunica con Adams grazie a file di tipo *.mnf*. Questi file, processati da Nastran, sono realizzati grazie al software di modellazione Patran. Per far sì che il modello venga correttamente importato in Adams, il file *.bdf* deve contenere solamente i nodi, gli elementi, i materiali, le proprietà e, se presenti, i carichi distribuiti. Aspetto fondamentale, nella fase di import del modello, sono le unità di misura che devono essere specificate in modo tale che siano coerenti con quelle presenti in Adams, utilizzate per il resto della modellizzazione del sistema multi-body.

4.1 Realizzazione membrana

Per la creazione della membrana, si è utilizzato il software di modellazione Patran, con il quale è stato possibile definirne le caratteristiche sia fisiche che geometriche. Di seguito se ne analizzerà passo passo il processo di definizione e creazione, spiegandone i passaggi.

Caratteristiche geometriche

La membrana, secondo l'idea di Pellegrino, doveva essere realizzata e pensata come un piano fissato alla parte superiore dell'unità dispiegabile. Vediamo i passaggi per realizzarla:

- definizione di punti tramite *Create → Point → XYZ*;
- collegamento dei punti tramite *Create → Curve → 2Points*;

- collegamento delle varie linee per creare la superficie *Create* $\rightarrow$ *Surface* $\rightarrow$ *2Curves*.

Nello specifico, si è realizzata una membrana di lato $l = 1000mm$, avente 9 superfici separate, in quanto si è tenuto conto del fatto che dovesse essere successivamente ancorata alla struttura tramite dei punti notevoli, o *Master DOFs*.

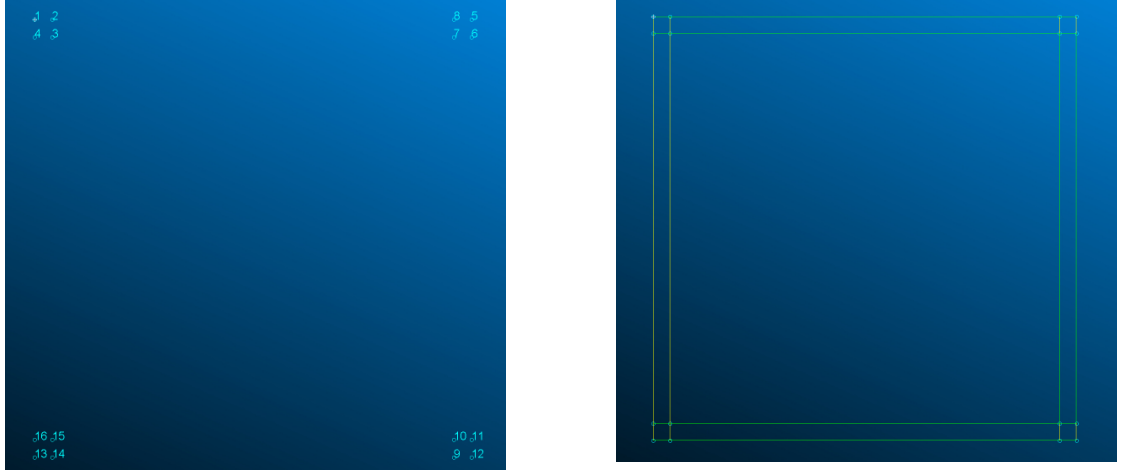


Figura 4.1: Geometria dei punti creazione membrana in Patran

L'idea è quella di ricreare la superficie dei links del top dell'unità dispiegabile, per poi riuscire a ricavare delle aree tali per cui si riuscisse ad ottenere una mesh conforme all'inserimento dei *Master DOFs*, necessari per importare e collegare la membrana al modello Adams realizzato.

Materiale

Un ulteriore passo per la definizione della membrana è quello di determinare le caratteristiche del materiale utilizzato. Per inserire le proprietà si è utilizzato il comando

Create $\rightarrow$ *Isotropic* $\rightarrow$ *Manual Input*

Il materiale utilizzato per la creazione della membrana è il *Tungsteno Carbide*, già utilizzato e sperimentato in altri lavori [15]:

- modulo elastico $E = 700GPa$;
- densità $\rho = 15.63g/cm^3$;
- Poisson's ratio $\nu = 0.31$.

Dopo aver inserito le caratteristiche ed aver attribuito un nome al materiale, è possibile assegnarlo alla geometria

Create → 2D → Shell

definendo lo spessore della membrana, considerato pari a $h = 0.5mm$.

Mesh

Per la creazione della *mesh*, si è tenuto conto del fatto che si volessero ottenere 3 punti notevoli su ciascun lato, nello specifico uno al centro del primo quadrato di lato, nel punto $l = 0mm$, il secondo nel centro della membrana $l = 500mm$ e l'ultimo al centro del quadrato di destra, $l = 1000mm$. Siccome i quadrati estremi 4.1 hanno lato $l = 20mm$, per creare la *mesh* si è utilizzato il seguente passaggio:

Create → Mesh Seed → Uniform

con ciascun elemento di lato $l = 10mm$. Infine si è creata la *mesh* per l'intera superficie,

Create → Mesh → Surface

con le caratteristiche di default proposte, ovvero

Element Shape: Quad Mesher: IsoMesh Topology: Quad4

specificando però l'utilizzo del materiale precedentemente creato inserendolo tramite il comando

Select Property Set: WC

.

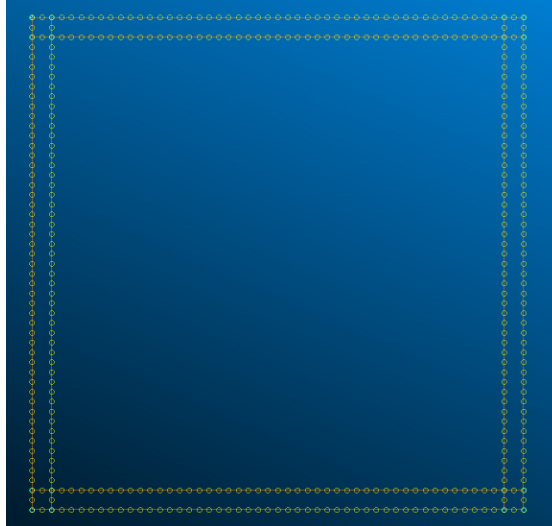


Figura 4.2: Mesh Seeds

Per poter applicare i vincoli alla membrana all'interno di Adams è necessario definire dei *Multi-point constraints* in Patran. In particolare, si è utilizzato la tipologia *RBE2*:

Create → *MPC* → *RBE2*

Tramite la *Define Terms* si sono selezionati tutti e 8 i DOFs. Per avere una risposta coerente della membrana rispetto al modello in Adams, i nodi presenti sulle superfici ai bordi sono stati suddivisi in 4 aree in modo che ogni nodo indipendente avesse, all'incirca, lo stesso numero di nodi associati.

Dopo di che si è creata la lista dei nodi master, ovvero gli 8 nodi indipendenti delle *RBE2*.

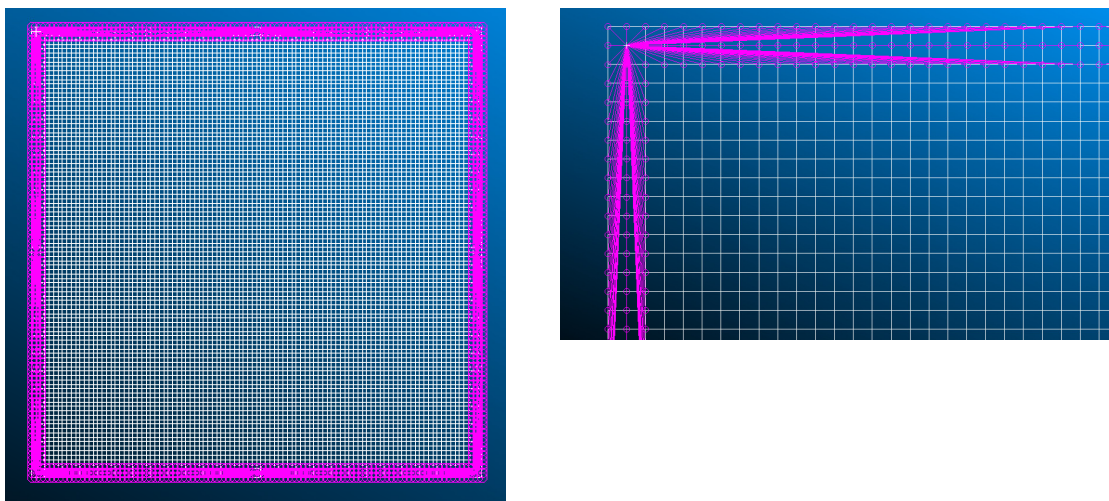


Figura 4.3: Mesh del modello membrana in Patran

Infine, per poter far sì che il modello della membrana potesse essere importato correttamente in Adams, e utilizzato, si è creato il file *.bdf* tenendo conto di fornire tramite

Analyze → *Entire Model* → *Analysis Deck*

tutte le informazioni desiderate, tra cui quanti modi si vogliono ottenere e che tipo di soluzione utilizzare. Una volta definito il tutto, Patran fornisce il file *.bdf* desiderato, nel quale si ha la definizione dell'intero modello agli elementi finiti: posizioni dei nodi, connessioni degli elementi, *RBE2*, materiali utilizzati e la tipologia di dati che si voglio analizzare.

4.2 Analisi membrana isolata

Per quanto riguarda il modello completo, il punto d'applicazione della legge di moto è riferito alla struttura e, per riuscire ad analizzare il comportamento della membrana isolata nel piano, è stato creato, al centro, un ulteriore *DOF*, al quale applicare le forze desiderate. Come si può notare in figura 4.4, la membrana è

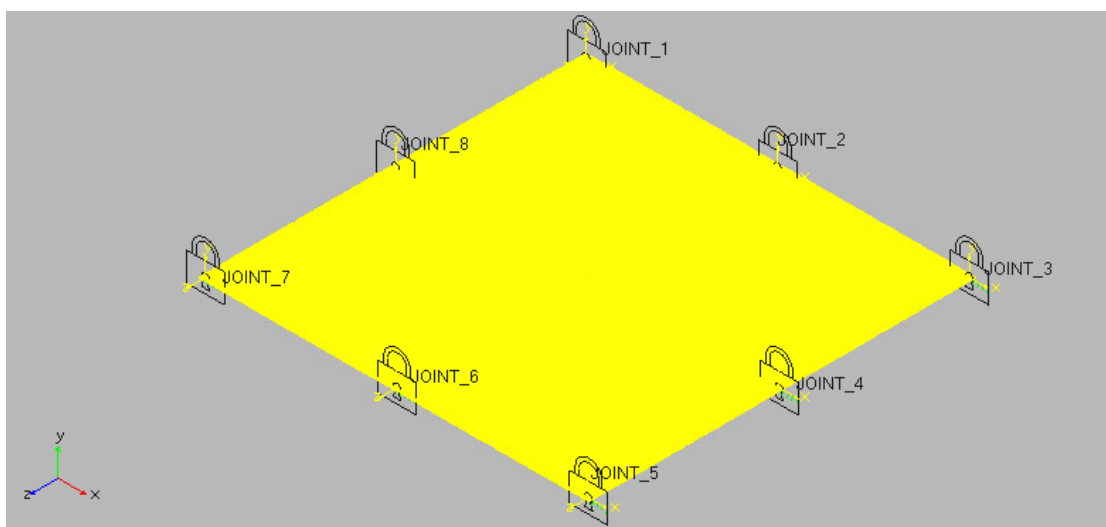


Figura 4.4: Membrana isolata e relativi giunti fissi in Adams

vincolata al *ground* tramite 8 giunti fissi, come nrl modello completo al resto del meccanismo. La legge di moto è applicata al nodo master al centro della membrana.

La legge di moto è applicata al nodo master al centro della membrana. Si è considerata la deformazione della piastra in funzione della forza che è del tipo $F = x * t$ dove x indica l'intensità della forza e t il tempo. Le simulazioni considerano un tempo $t = 5sec$ con 500 passi di output. Applicando una funzione del tipo:

$$\mathbf{F} = 10 * t$$

si ottiene la deformazione mostrata in fig.4.5

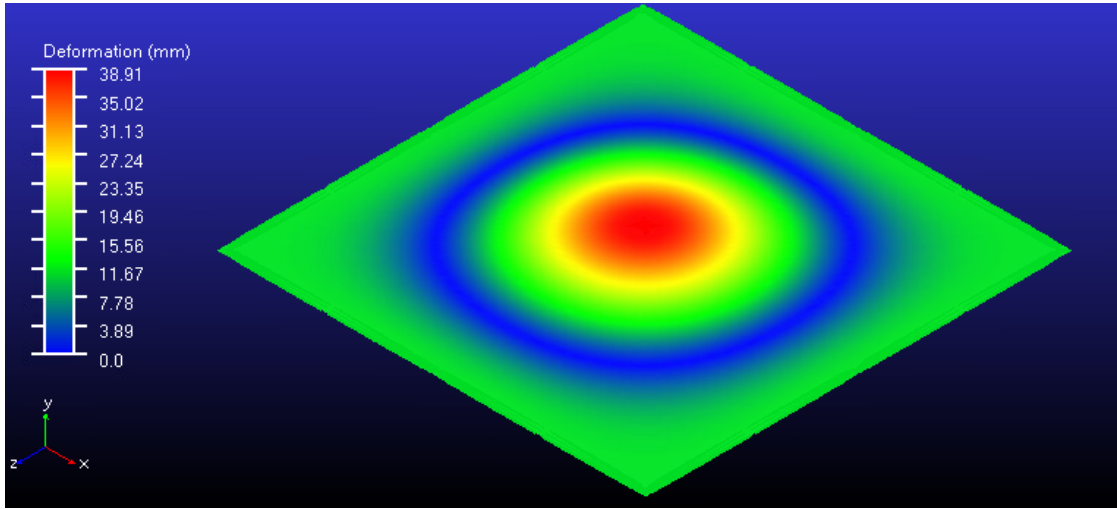


Figura 4.5: Deformazione membrana: funzione $F = 10 * t$ in $t = 5sec$

Inoltre, possiamo analizzare il comportamento dei giunti e di come essi risentano del movimento della membrana considerando il loro modo di reagire alla deformazione. In entrambe le analisi, come ci si poteva aspettare, avendo inserito una forza in funzione del tempo, sia la forza che la torsione agente sui giunti ha inizialmente valore nullo per poi aumentare (fig. 4.6). Si osservi come la torsione aumenti in modo rettilineo al passare del tempo e i giunti che subiscono maggior torsione, siano il secondo ed il sesto, numerati secondo la rappresentazione in (fig.4.4).

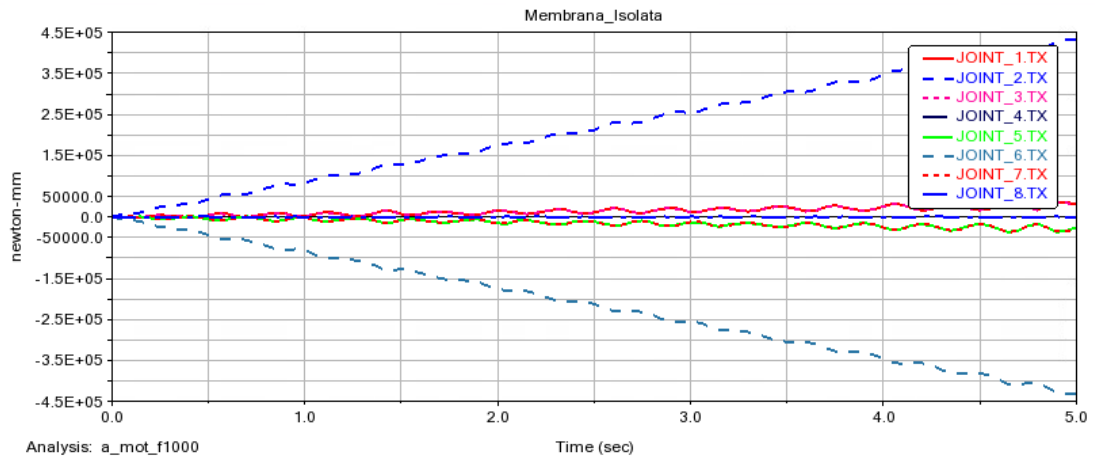


Figura 4.6: Andamento delle torsione agente sui giunti fissi per $F = 10 * t$ in $t = 5sec$

Un'altra analisi possibile riguarda l'accelerazione angolare in risposta alla legge

di moto applicata. Si noti come i grafici siano simili, in quanto maggiore è l'accelerazione angolare che subisce la membrana e maggiore è quella subita dai giunti. In particolare, si è considerata la magnitudo dell'accelerazione angolare e si è osservato come il picco massimo sia all'inizio, mentre vada via via stabilizzandosi sul valore nullo dopo poco più di 3 secondi.

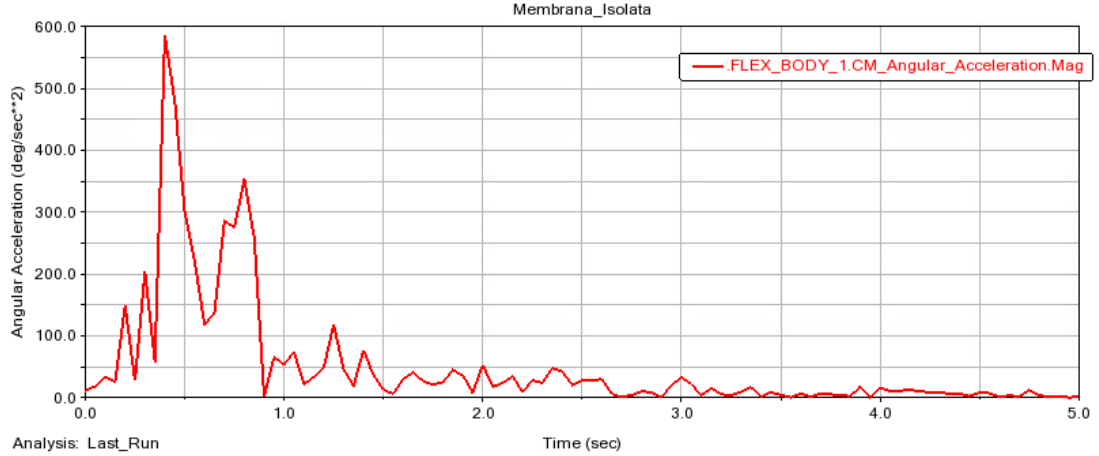


Figura 4.7: Accelerazione angolare del centro di massa della membrana per $F = 10 * t$ in $t = 5sec$

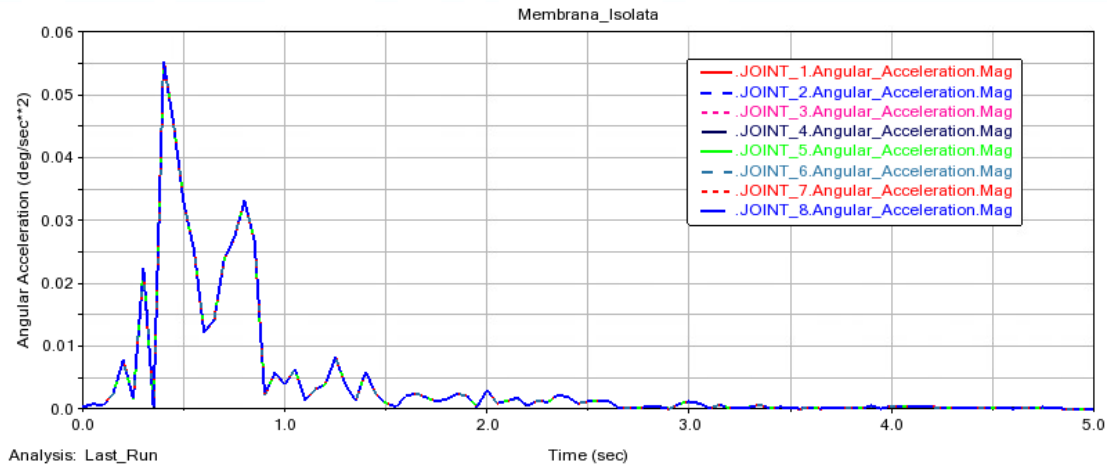


Figura 4.8: Accelerazione angolare subita dai giunti fissi per $F = 10 * t$ in $t = 5sec$

Per analizzare, invece, una legge di moto che permetta di inserire l'intervallo di tempo e punto di partenza e di arrivo delle condizioni del dislocamento della

membrana stessa, si è considerata la funzione:

$$STEP(time, t0, m0, t1, m1)$$

dove $t0$ e $t1$ indicano l'intervallo di tempo entro il quale si svolge il moto da $m0$ a $m1$. Le simulazioni considerano un tempo $t = 2sec$ con 200 passi. In tutte le simulazioni effettuate si parte da uno stato iniziale di equilibrio.

Applicando la legge di moto:

$$STEP(time, 0, 0, 0.5, 100)$$

si è imposto che la membrana sopportasse una velocità di dislocamento verticale di $v = 0.2m/sec$.

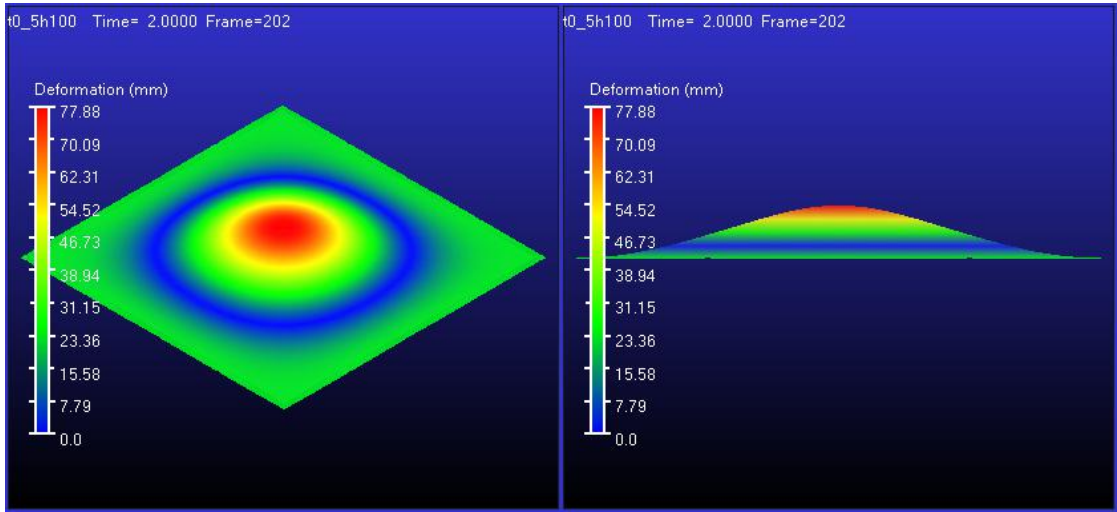


Figura 4.9: Deformazione membrana: funzione $STEP(time, 0, 0, 0.5, 100)$

Inoltre, si è analizzato lo stress di von Mises, il quale ci permette di comprendere se il materiale del quale è costituita la membrana, possa o meno sopportare un certo carico. "Il criterio di snervamento di von Mises afferma che, se la sollecitazione di von Mises di un materiale sotto carico è uguale o maggiore del limite di snervamento dello stesso materiale sotto tensione semplice, il materiale cederà." [16]

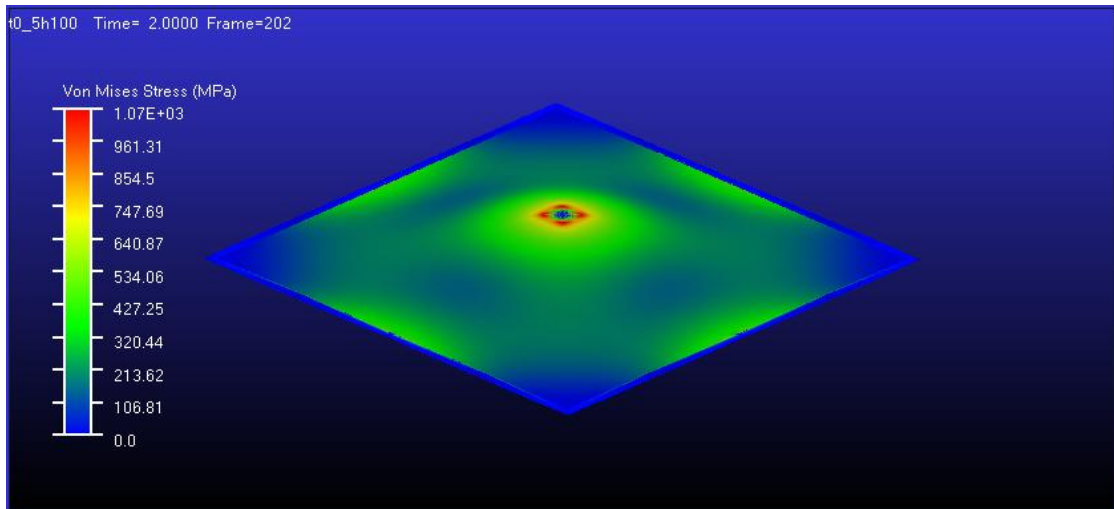


Figura 4.10: Stress di Von Mises per $v = 0.2m/sec$

Per analizzare i punti di maggior snervamento, gli *Hot Spots*, tramite

Plugins $\rightarrow$ *Durability* $\rightarrow$ *Hot Spots*

si crea la tabella con i nodi più interessati. Per evitare che vengano visualizzati tutti i punti in una regione particolarmente soggetta a valori elevati di stress, si impone un valore di 50 mm, che indica che viene considerato solo il nodo con stress massimo all'interno di tale raggio, per poi individuare un altro nodo al di fuori, per poter estrarre le informazioni sull'intera struttura.

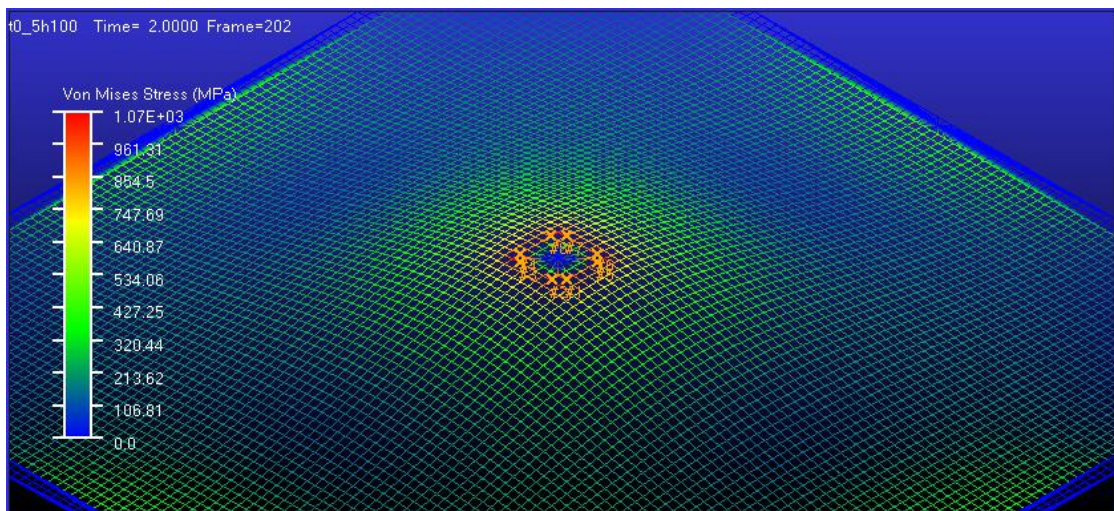


Figura 4.11: *Hot Spots* per $v = 0.2m/sec$ rappresentazione grafica

VON MISES Hot Spots for FLEX_BODY_1 Date= 2020-11-17 09:01:35						
Model= .membrana_isolata		Analysis= t0_5h100		Time = 0 to 2 sec		
Top 10 Hot Spots			Abs	Radius= 50 mm		
Hot Spot	Stress	Node	Time	Location wrt LPRF (mm)		
#	(newton/mm**2)	id	(sec)	X	Y	Z
1	1063.27	5812	1.04	530	20	520
2	1063.25	5318	1.04	480	20	530
3	1063.24	5708	1.04	520	20	470
4	1063.23	5214	1.04	470	20	480
5	603.016	5619	1.04	510	20	570
6	603.012	6205	1.04	570	20	490
7	602.984	4821	1.04	430	20	510
8	602.98	5407	1.04	490	20	430
9	549.716	6211	1.04	570	20	550
10	549.703	5025	1.04	450	20	570

Figura 4.12: Hot Spots per $v = 0.2m/sec$ tabella

Per quanto riguarda l'effetto che tale moto ha sui giunti, è stata considerata la torsione che essi subiscono durante il movimento.

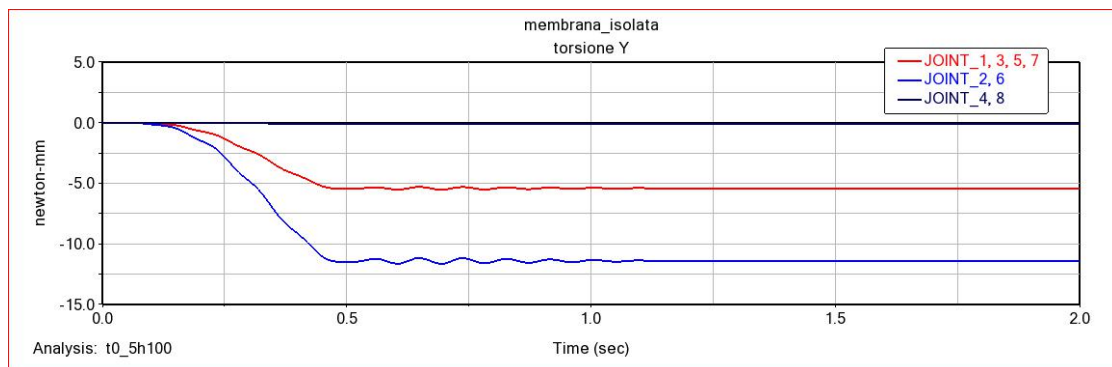


Figura 4.13: Torsione subita dai giunti per $v = 0.2m/sec$

In riferimento alla fig.4.4, i giunti rispondono alla torsione a seconda della loro posizione, si osservi come quelli posizionati negli angoli rispondano tutti e 4 in egual misura, mentre i restanti 4 rimangono accoppiati a due a due a seconda delle facce.

Da notare come i giunti centrali delle facce normali all'X non risentano della torsione.

Si confrontano tre analisi derivanti da altrettante leggi di moto, le quali sono:

- $STEP(time, t0, m0, t1, m1)$, con $t0 = 0sec$, $m0 = 0mm$, $t1 = 0.5sec$, $m1 = 100mm$, dunque $v = 0.2m/sec$;
- $STEP(time, t0, m0, t1, m1)$, con $t0 = 0sec$, $m0 = 0mm$, $t1 = 0.5sec$, $m1 = 200mm$, dunque $v = 0.4m/sec$;
- $STEP(time, t0, m0, t1, m1)$, con $t0 = 0sec$, $m0 = 0mm$, $t1 = 1sec$, $m1 = 100mm$, dunque $v = 0.1m/sec$;

In particolare, ci si concentra sulla membrana e sul suo comportamento in funzione della velocità e dell'accelerazione con riferimento ai modi che maggiormente la caratterizzano. Analizziamo, in primo luogo, il moto; come detto in precedenza, si è imposta una legge di moto differente, sia nei tempi che nello spazio.

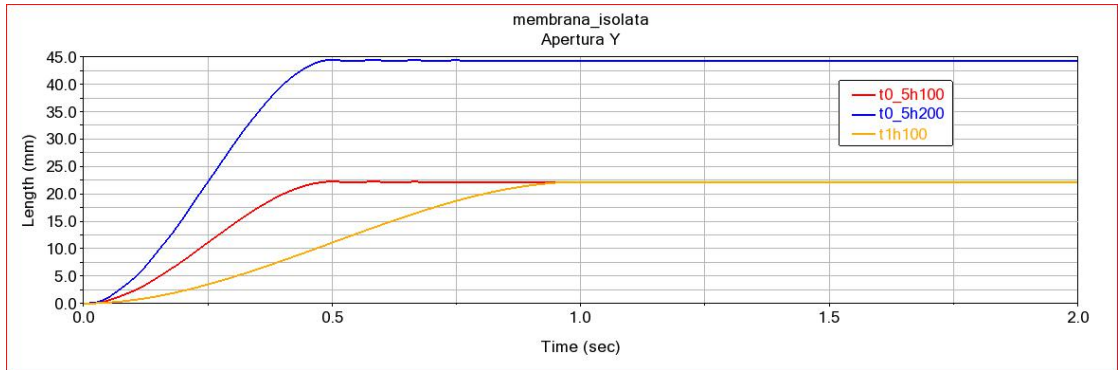


Figura 4.14: Confronto andamento delle tre funzioni $STEP(time, t0, m0, t1, m1)$

Per quanto riguarda la velocità lungo l'asse Y, l'analisi che comporta maggiori oscillazioni prima dell'assestamento è $STEP(time, 0, 0, 0.5, 200)$, ovvero $t0_5h200$, mentre l'analisi $t1h100$, avente legge di moto $STEP(time, 0, 0, 1, 100)$, dopo solo due oscillazioni attorno al valore nullo, si stabilizza.

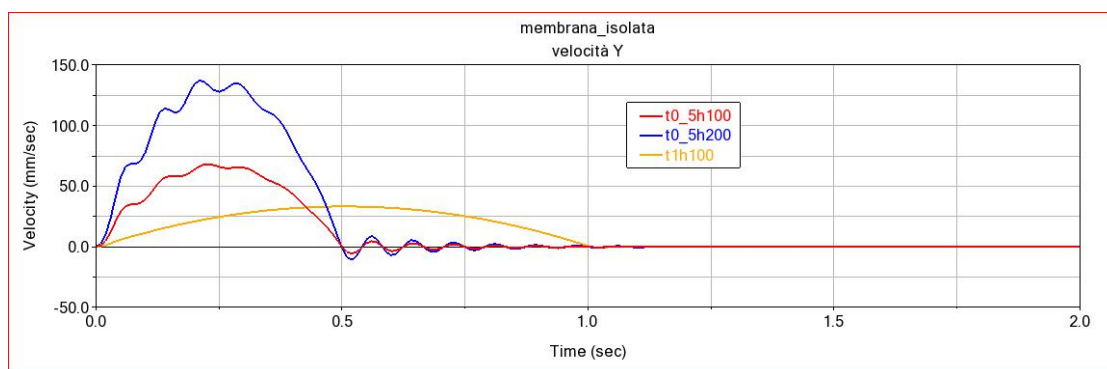


Figura 4.15: Confronto andamento delle velocità delle tre leggi di moto

Infine si è presa in esame l'accelerazione che subisce la membrana. Come si nota fig.4.16, l'andamento delle curve riguardanti le leggi di moto che si sviluppano nell'arco di $t = 0.5\text{sec}$ hanno un andamento oscillatorio per tutta la durata del moto, assestandosi al valore nullo non prima del secondo. Per quanto riguarda la curva blu, quella riguardante la legge di moto più lenta, si ha l'assestamento dopo 1 secondo. Dunque, la velocità maggiore implica un tempo maggiore di assesto e delle oscillazioni maggiori prima di giungere ad un valore stabilmente nullo.

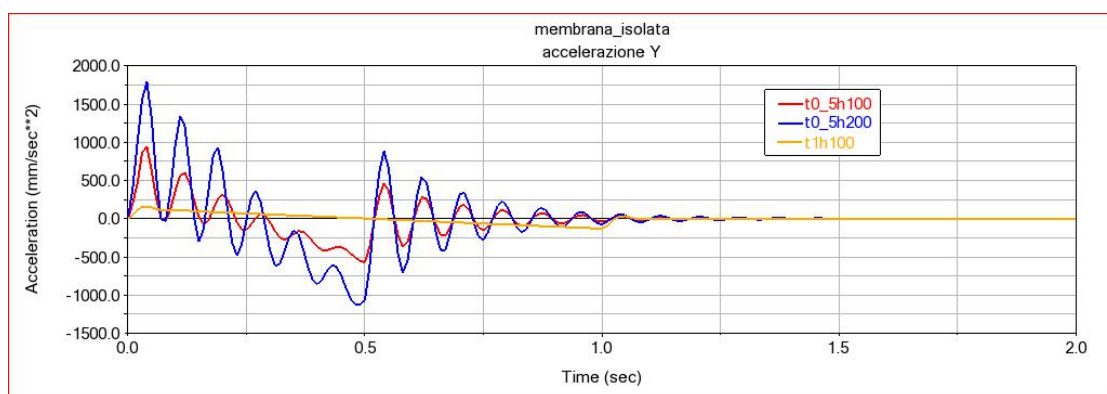


Figura 4.16: Confronto andamento delle accelerazioni delle tre leggi di moto

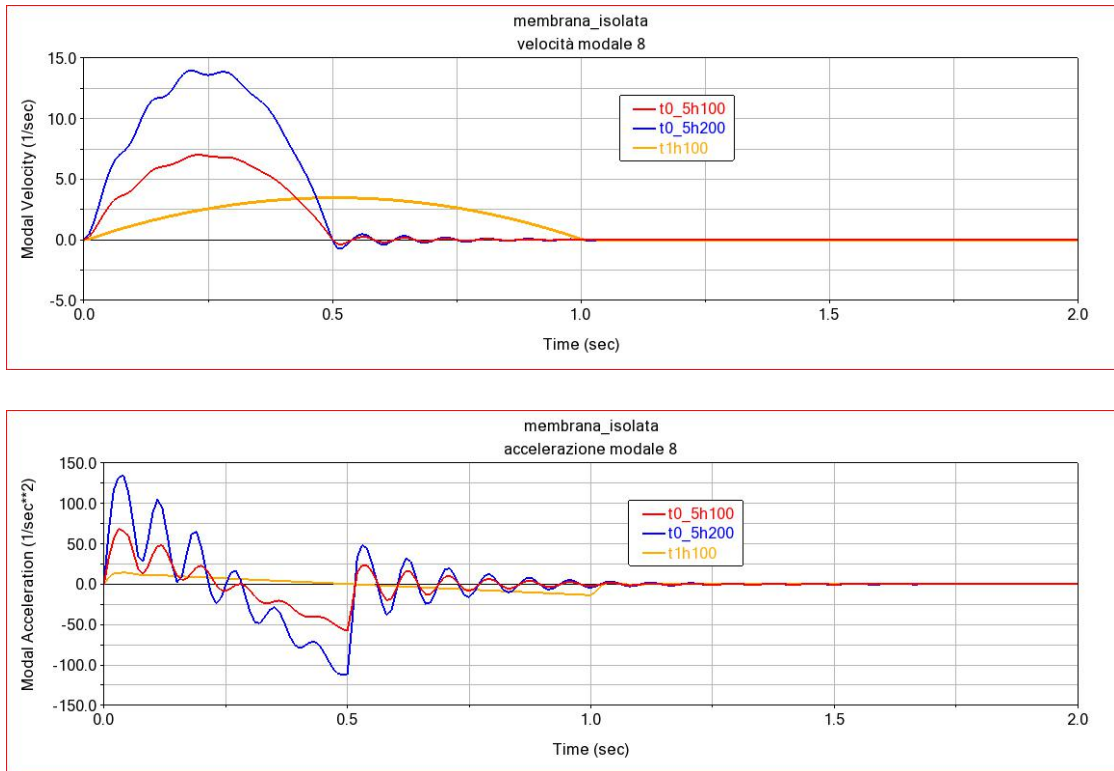


Figura 4.17: Andamento del modo con frequenza $f = 6.44551Hz$: (1) velocità modale (2) accelerazione modale

Sia per l'analisi della velocità che per quella dell'accelerazione, il modo che maggiormente le caratterizza è il modo 8. Si noti come l'andamento rispecchi punto a punto e che i valori toccati siano di solo un ordine minore del valore ricavato nei grafici 4.15 e 4.16.

Capitolo 5

Simulazione di antenne dispiegabili

Dopo aver analizzato il modello multi-body, realizzato in Adams, e la membrana, creata utilizzando Nastran, si è arrivati all'analisi finale nella quale si considera l'interazione delle singole parti in un unico sistema multi-corpo.

Saranno riportate analisi riguardanti il modello finito per le quali è stata utilizzata l'unità dispiegabile con i distanziamenti, in modo da effettuare un confronto col capitolo in cui si tratta solo il meccanismo. Successivamente si considererà l'analisi degli altri due modelli di dispiegamento e il loro confronto.

5.1 Modello completo con distanziamento

Riprendiamo la trattazione del modello del meccanismo dispiegabile con distanziamento tra la base-link e link-top, in modo da avere una sua analisi completa, dato che lo stesso modello è stato precedentemente utilizzato per la spiegazione del funzionamento dell'apertura e chiusura del sistema multi-body. La membrana è stata fissata al modello tramite l'utilizzo di 8 giunti fissi. Tali giunti, posizionati nei nodi *DOFs*, sono centrali rispetto alla larghezza della struttura di supporto e equidistanti tra loro. Si analizzerà poi il comportamento delle due tipologie di modello, avente link rigido e creato tramite FE_Part, e come il meccanismo reagisca all'inserimento del modello membrana.

Per il confronto si è utilizzata la legge di moto avente funzione:

$$STEP(time, t0, m0, t1, m1) + STEP(time, t1, m0, t3, -m1)$$

simulando così l'apertura e la chiusura dell'unità. Si è considerato un tempo totale di $t = 2sec$, in particolare $t0 = 0sec$, $t1 = 1sec$ e $t3 = 2sec$ e un dispiegamento da

$m0 = 0mm$ a $m1 = 1200mm$. Per quanto riguarda la simulazione si è impostata un'analisi dinamica con integratore HHT con un tempo $t = 2sec$ e 200 passi di output.

Mettendo a confronto le deformazioni che subisce la membrana fig. 5.1, si noti come le differenze siano minime e la stessa membrana abbia un massimo di deformazione di $11.17mm$, di molto inferiore rispetto al caso di membrana isolata, analizzata nel capitolo 4, in cui la forza era applicata alla membrana stessa.

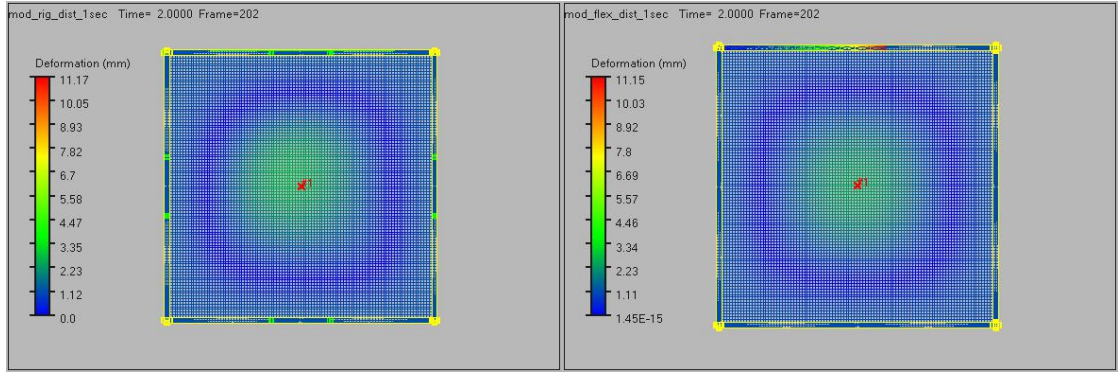


Figura 5.1: Confronto deformazione membrana: (1) modello rigido, (2) modello flessibile

Anche per quanto riguarda lo stress subito dalla membrana si hanno valori relativamente bassi.

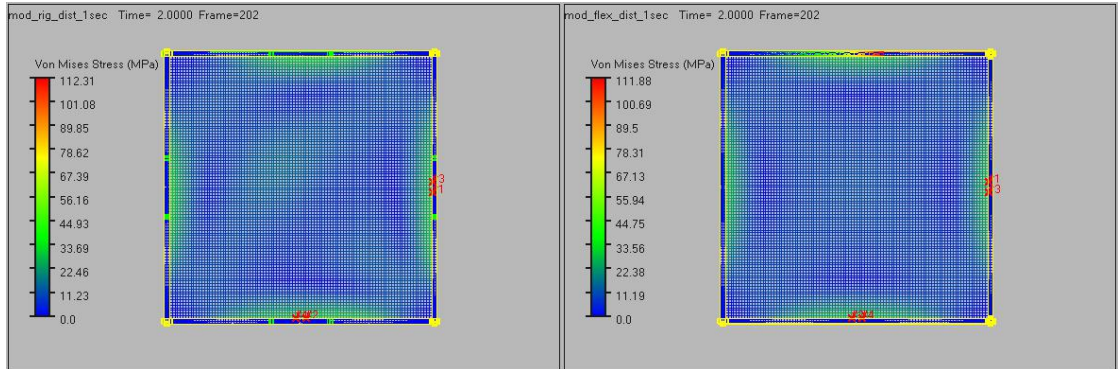


Figura 5.2: Confronto stress di Von Mises: (1) modello rigido, (2) modello flessibile

Nella fig.5.2 si sono evidenziati anche i rispettivi punti di maggior sollecitazione, gli *Hot Spots*, i quali sono posizionati, in entrambi i modelli, in corrispondenza dei giunti fissi 4 e 6 (per la numerazione si fa riferimento alla fig.4.4). In particolare, i valori effettivi di stress in questi punti sono indicati nelle tabelle 5.3.

VON MISES Hot Spots for FLEX_BODY_1 Date= 2020-11-19 10:48:31						
Model= .tesi_3		Analysis= mod_rig_dist_1sec		Time = 0 to 2 sec		
Top 10 Hot Spots			Abs	Radius= 50 mm		
Hot Spot	Stress	Node	Time	Location wrt LPRF (mm)		
#	(newton/mm**2)	id	(sec)	X	Y	Z
1	112.313	10366	0.07	990	20	520
2	112.313	5760	0.07	520	20	990
3	101.69	5166	0.07	460	20	990
4	101.69	10360	0.07	990	20	460
5	100.55	662	0.07	10	20	500
6	100.55	5464	0.07	500	20	10
7	98.8966	5959	0.07	550	20	10
8	98.8966	667	0.07	10	20	550
9	98.8958	4969	0.07	450	20	10
10	98.8958	657	0.07	10	20	450

VON MISES Hot Spots for .tesi_3_flex.FLEX_BODY_1 Date= 2020-11-19 11:53:21						
Model= .tesi_3_flex		Analysis= mod_flex_dist_1sec		Time = 0 to 2 sec		
Top 10 Hot Spots			Abs	Radius= 50 mm		
Hot Spot	Stress	Node	Time	Location wrt LPRF (mm)		
#	(newton/mm**2)	id	(sec)	X	Y	Z
1	111.878	10362	0.07	990	20	480
2	111.878	5364	0.07	480	20	990
3	101.309	5958	0.07	540	20	990
4	101.309	10368	0.07	990	20	540
5	100.159	662	0.07	10	20	500
6	100.159	5464	0.07	500	20	10
7	98.5359	657	0.07	10	20	450
8	98.5359	4969	0.07	450	20	10
9	98.5354	667	0.07	10	20	550
10	98.5354	5959	0.07	550	20	10

Figura 5.3: Tabelle valori degli Hot Spots: (1) modello rigido (2) modello flessibile

Per osservare l'andamento degli stress nel tempo, si è riportato il diagramma 5.4 in cui è possibile notare come le due curve siano praticamente sovrapposte, cosa che ci si aspettava osservando i valori delle tabelle (fig.5.3). Dal punto di vista temporale, i momenti in cui i picchi sono di maggior importanza, corrispondono ai

momenti in cui il movimento ha inizio e quando si ha il cambio di direzione del moto, da fase di apertura a quella di chiusura. Si osservi inoltre come alla fine del tempo considerato, $t = 2\text{sec}$, il sistema non si sia stabilizzato al punto nullo ma esso continui ad oscillare. Per l'analisi del tempo di assestamento, si rimanda alla parte successiva della sezione.

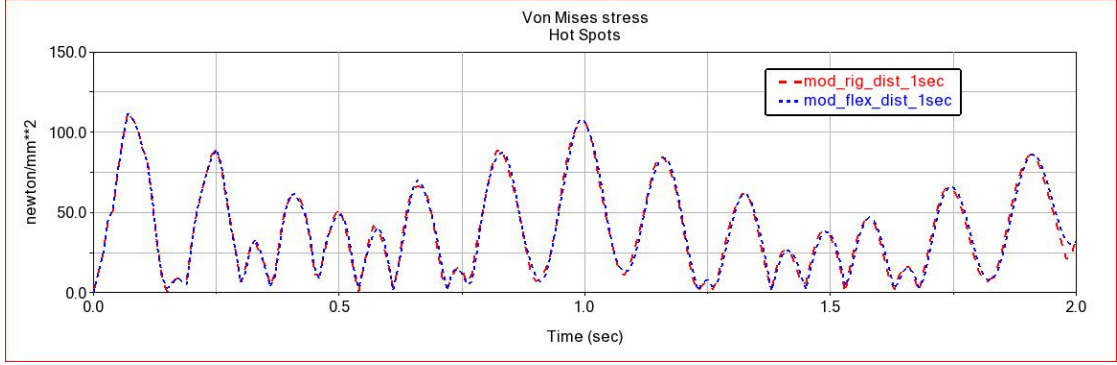


Figura 5.4: Andamento stress di Von Mises nel tempo

Ultima analisi condotta di confronto tra i due modelli, riguarda l'accelerazione lungo l'asse Y che subisce la membrana durante il moto imposto al meccanismo. Le due curve, in linea con i risultati precedenti, sono sovrapposte, fig.5.5.

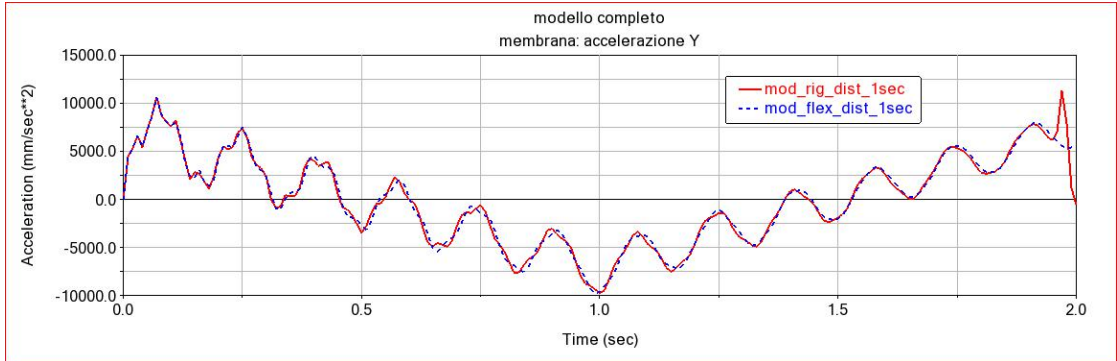


Figura 5.5: Andamento accelerazione membrana nel tempo

In entrambi i casi si è osservato che le accelerazioni modali che maggiormente influenzano l'andamento dell'accelerazione che subisce la membrana lungo Y, sono da ricondursi:

- curva rossa: modo 8 avente frequenza $f = 6.412932Hz$;
- curva blu: modo 12 avente frequenza $f = 18.915022Hz$;

- curva gialla: modo 23 avente frequenza $f = 38.763355 Hz$;

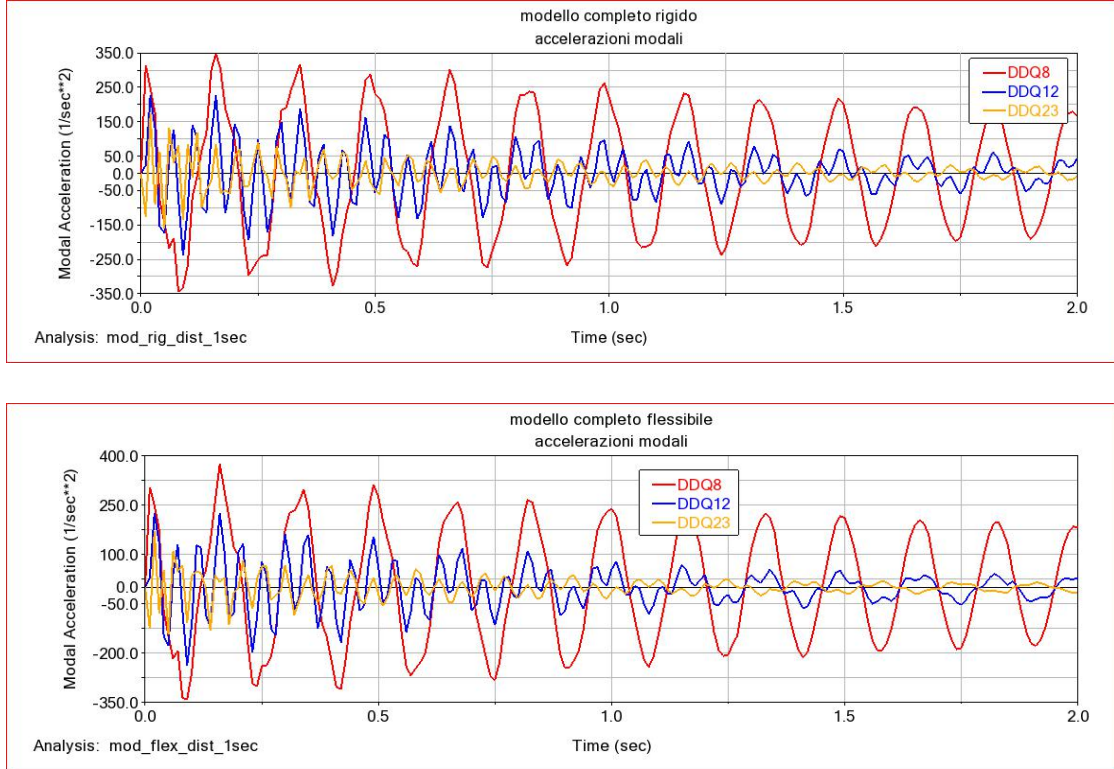


Figura 5.6: Andamento accelerazione modale: (1) modello rigido, (2) modello flessibile

In entrambi i grafici fig.5.6 si noti come le curve rosse, dopo un primo lasso di tempo in cui l'oscillazione risulta frastagliata, vadano stabilizzandosi e diminuendo d'intensità. Le oscillazioni non si smorzano al valore nullo perchè si è considerato, per la simulazione, esattamente lo stesso tempo che è imposto come intervallo di moto della funzione.

Si vuole fare ora un approfondimento per quanto riguarda la funzione utilizzata per il movimento del modello completo [6], mostrando in primis il loro funzionamento e in secondo luogo cosa voglia dire in termini di analisi effettiva sul modello tramite grafici e confronti.

STEP

La funzione *STEP* è già stata più volte trattata nel corso di questo lavoro in quanto è quella che permette di avere una buona approssimazione del moto con la prima

derivata continua e la seconda discontinua. Tale funzione permette di approssimare la funzione passo Heaviside con un polinomio cubico.

L'equazione che definisce la funzione *STEP* è:

$$a = h_1 - h_0$$

$$\Delta = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

$$STEP = \begin{cases} h_0 & : x \leq x_0 \\ h_0 + a * \Delta^2(3 - 2\Delta) & : x_0 < x < x_1 \\ h_1 & : x \geq x_1 \end{cases} \quad (5.1)$$

STEP5

La funzione *STEP5* permette di approssimare la funzione di Heaviside con un polinomio di grado quinto e in questo caso sia la derivata prima che la derivata seconda sono continue.

L'equazione che la definisce è:

$$a = h_1 - h_0$$

$$\Delta = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

$$STEP5 = \begin{cases} h_0 & : x \leq x_0 \\ h_0 + a * \Delta^3[10 - 15\Delta + 6\Delta^2] & : x_0 < x < x_1 \\ h_1 & : x \geq x_1 \end{cases} \quad (5.2)$$

Per il confronto si è preso in considerazione il modello completo a corpi flessibili. Nel grafico fig.5.7 si ha l'andamento del dispiegamento del modulo, perfettamente in linea con il risultato che ci si aspettava.

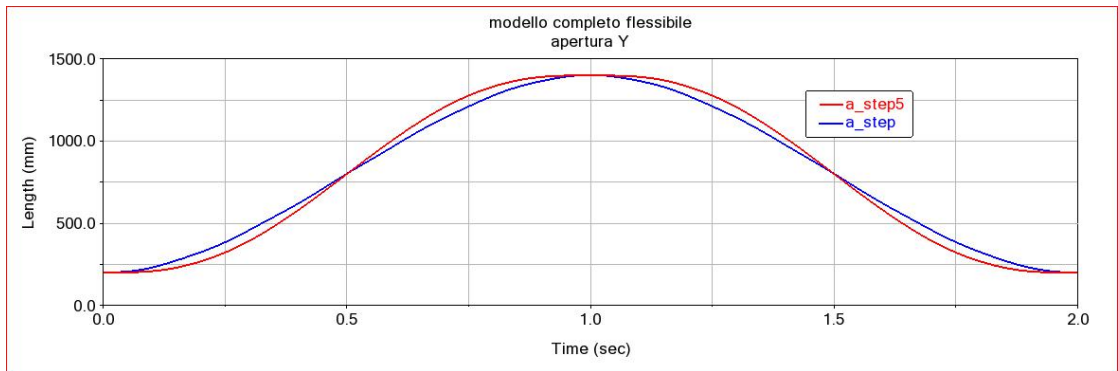


Figura 5.7: Confronto andamento funzioni STEP e STEP5

Analizzando l'andamento della torsione lungo l'asse X e l'asse Y (fig.5.9) che subiscono i *bushing*, si noti come la curva rossa, in entrambi i casi, abbia un andamento conforme alla curva blu ma con valori più attenuati.

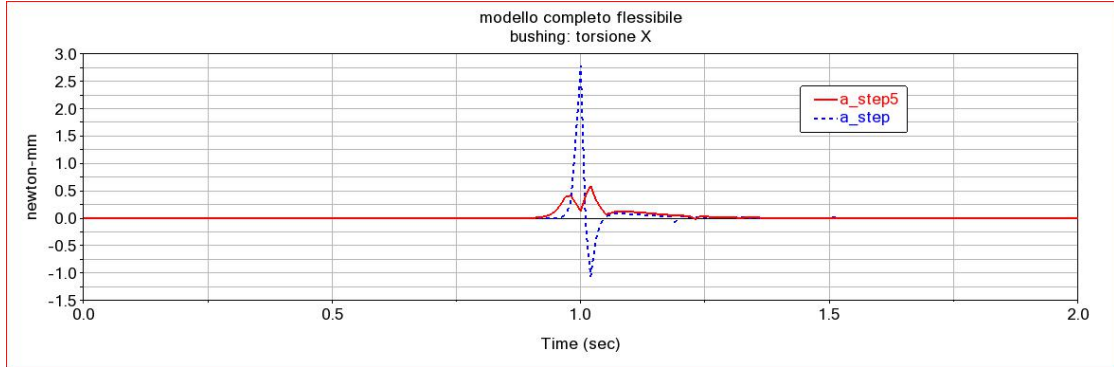


Figura 5.8: Confronto andamento torsione asse X dei *bushing* per funzioni STEP e STEP5

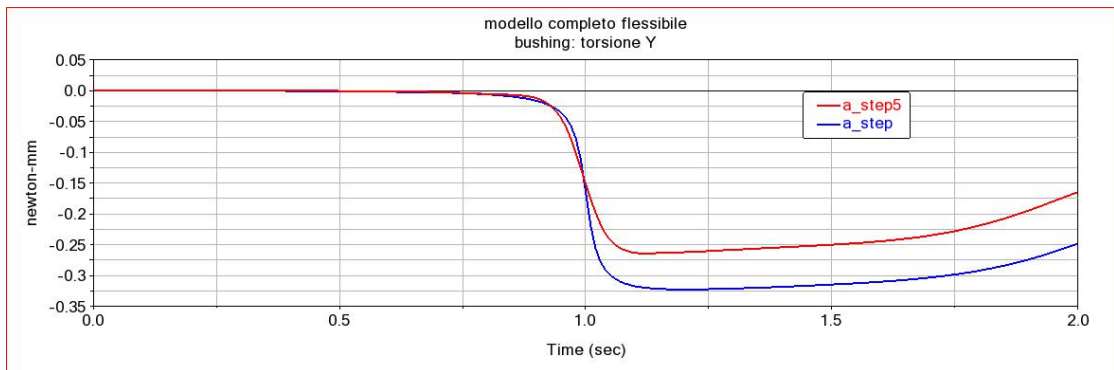


Figura 5.9: Confronto andamento torsione asse Y dei *bushing* per funzioni STEP e STEP5

Questa differenza di valori non va di certo ad inficiare l'analisi, se si considera una funzione piuttosto che un'altra, ma rende comprensibile come, a seconda della scelta, si abbiano valori più o meno significativi.

Infine, si è osservato l'andamento oscillatorio della membrana, inserendo le medesime variabili per entrambe le funzioni di moto ($t_0 = 0\text{sec}$, $t_0 = 1\text{sec}$ e $t_0 = 2\text{sec}$, $m_0 = 0\text{mm}$, $m_1 = 1200\text{mm}$ e $m_0 = 0\text{mm}$), facendo una simulazione di durata $t = 10\text{sec}$ e con 1000 passi di output.

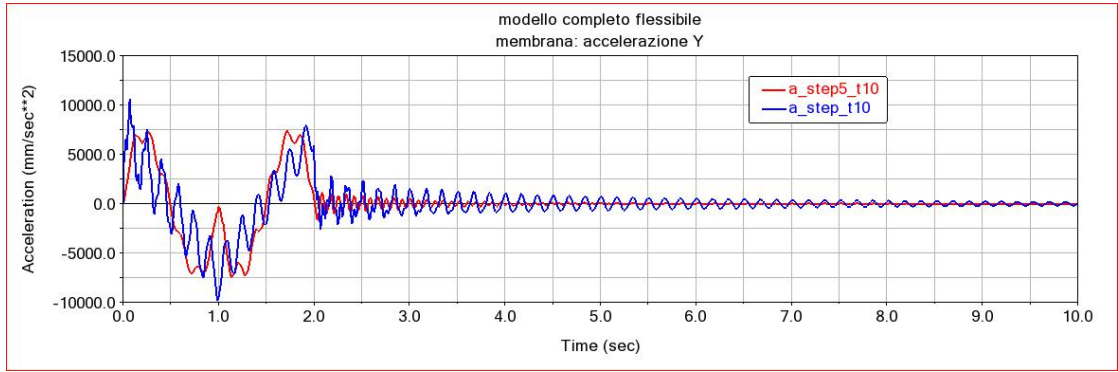


Figura 5.10: Confronto accelerazione centro di massa per funzioni STEP e STEP5

Si noti come l'andamento della curva rossa possa ritenersi stabile, con accelerazione nulla, dopo i 5 secondi di simulazione, mentre la curva blu continui ad avere delle oscillazioni, seppur minime, anche dopo i 10 secondi.

Alla luce dei grafici mostrati, si può affermare che la funzione *STEP5* sia maggiormente stabile rispetto alla *STEP*.

5.2 Confronto tra modelli

Si considerano infine tutti i modelli, già descritti nel capitolo 3, facendone una comparazione sia da un punto di vista del dispiegamento che da un punto di vista della stabilità del sistema.

Verranno di seguito trattate le tipologie di modello aventi link rigidi e successivamente quelle realizzate tramite FE Parts, in modo da considerare tutti i sistemi sviluppati.

Modelli rigidi

Si è analizzato il comportamento dei modelli utilizzando la legge di moto avente funzione:

$$STEP5(time, t0, m0, t1, m1) + STEP5(time, t1, m0, t3, -m1)$$

in modo da avere una velocità di apertura e chiusura totale di $v = 1m/sec$. Si considera così il comportamento della membrana dal punto di vista del nodo maggiormente sollecitato da stress e come esso si comporti al taglio subito. Tale nodo è stato ricavato analizzando gli *Hot Spots* relativi agli stress di von Mises per ogni modello, constatando che rimaneva costante. Come si può notare dai grafici di fig.5.11, lo sviluppo nel tempo dell'andamento del nodo maggiormente sollecitato è congruente nei tre modelli e le curve si sovrappongono completamente.

Da ciò si evince che, a prescindere dal modello considerato, la membrana subisce il medesimo stress.

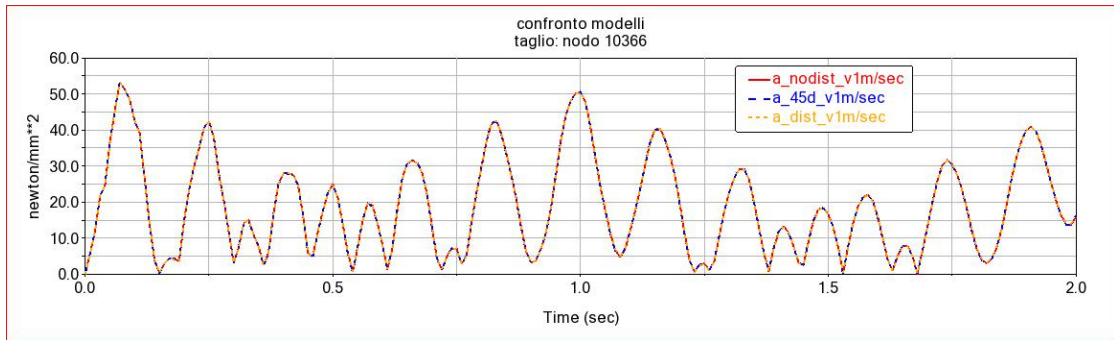
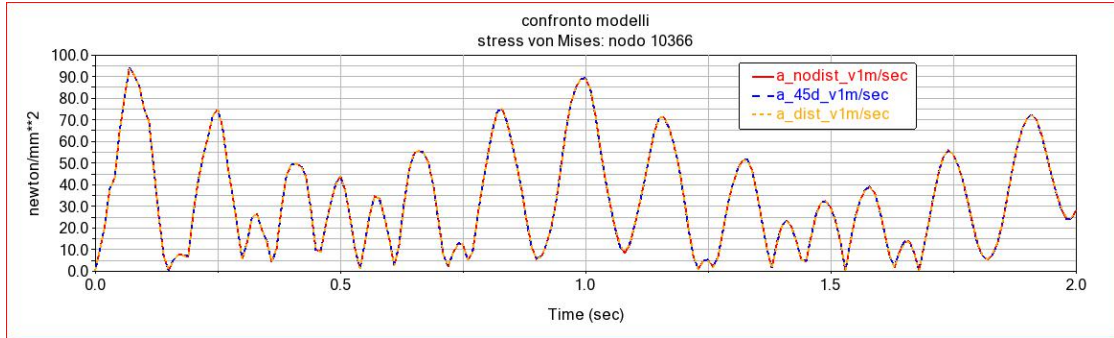


Figura 5.11: Andamento degli stress nei tre modelli a link rigidi $v = 1m/sec$

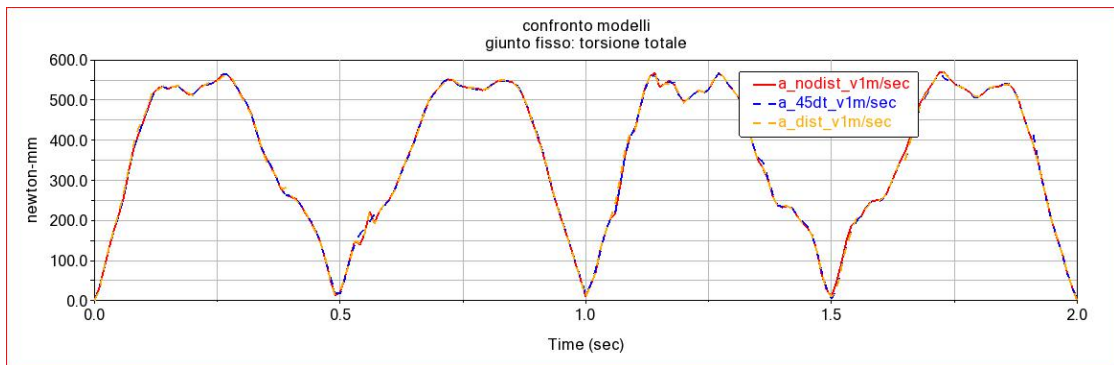


Figura 5.12: Torsione del giunto fisso membrana/top modello a link rigidi $v = 1m/sec$

Per quanto riguarda i giunti fissi e quindi di collegamento tra membrana e parte

fissa del meccanismo, si è considerata la torsione che essi subiscono durante il movimento del meccanismo. Nel grafico fig.5.12 si è considerato il giunto fisso numero 1, in riferimento alla disposizione raffigurata in fig.4.4. Non si osservano differenze fra le curve neanche in questo studio ed esse risultano infatti perfettamente sovrapposte

Si osserva il comportamento dei *bushing* agente tra il top e i link laterali, fig.5.13. In questo caso, le curve riferite ai modelli con apertura dei giunti parallele alle

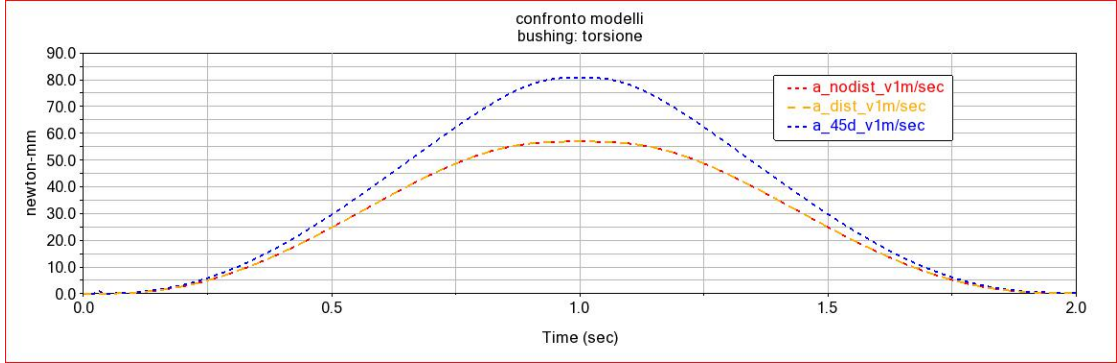


Figura 5.13: Torsione *bushing* link/top modello a link rigidi $v = 1m/sec$

facce laterali sono coincidenti, mentre quella del modello con apertura a 45 gradi è concorde nell'andamento ma con un picco di circa $T = 30Nmm$ superiore. Si può ritenere che nel caso della curva blu i *bushing* debbano subire una torsione maggiore a causa della loro posizione nello spazio, in quanto non seguono le facce del meccanismo, ma la sua diagonale.

Infine, si è osservato l'andamento oscillatorio della membrana, facendo una simulazione di durata $t = 10sec$ e con 1000 passi di output (fig.5.14).

Per l'analisi, si sono considerati separatamente gli andamenti per ciascun modello poichè la totale apertura e chiusura è differente per ciascun di essi e tale risulta anche il tempo totale impiegato nel movimento completo.

Il primo grafico rappresenta il modello con distanza, già analizza nella sezione precedente. Si noti come si possa definire stabilizzato ad un valore nullo dopo circa $t = 7sec$ di simulazione.

Per quanto riguarda il secondo grafico, ovvero senza distanziamento, esso ricalca il grafico di quello precedente se non per il fatto che le oscillazioni nell'intorno dello zero risultano di minore intensità.

Il terzo grafico rappresenta il modello con apertura a 45 gradi rispetto alle facce. In questo caso, l'andamento risulta concorde ma sfasato dal punto di vista del tempo a causa della differente lunghezza dei link che comporta una variante della funzione per avere la stessa velocità di apertura e chiusura, che si è imposta a

$v = 1m/sec$. Dopo la conclusione del movimento, la membrana si stabilizza quasi immediatamente con presenza non significativa delle oscillazioni che, invece, si osservano nei grafici precedenti.

Si può dire, osservando tale comportamento, che la struttura con giunti a 45 gradi possa ritenersi maggiormente stabile.

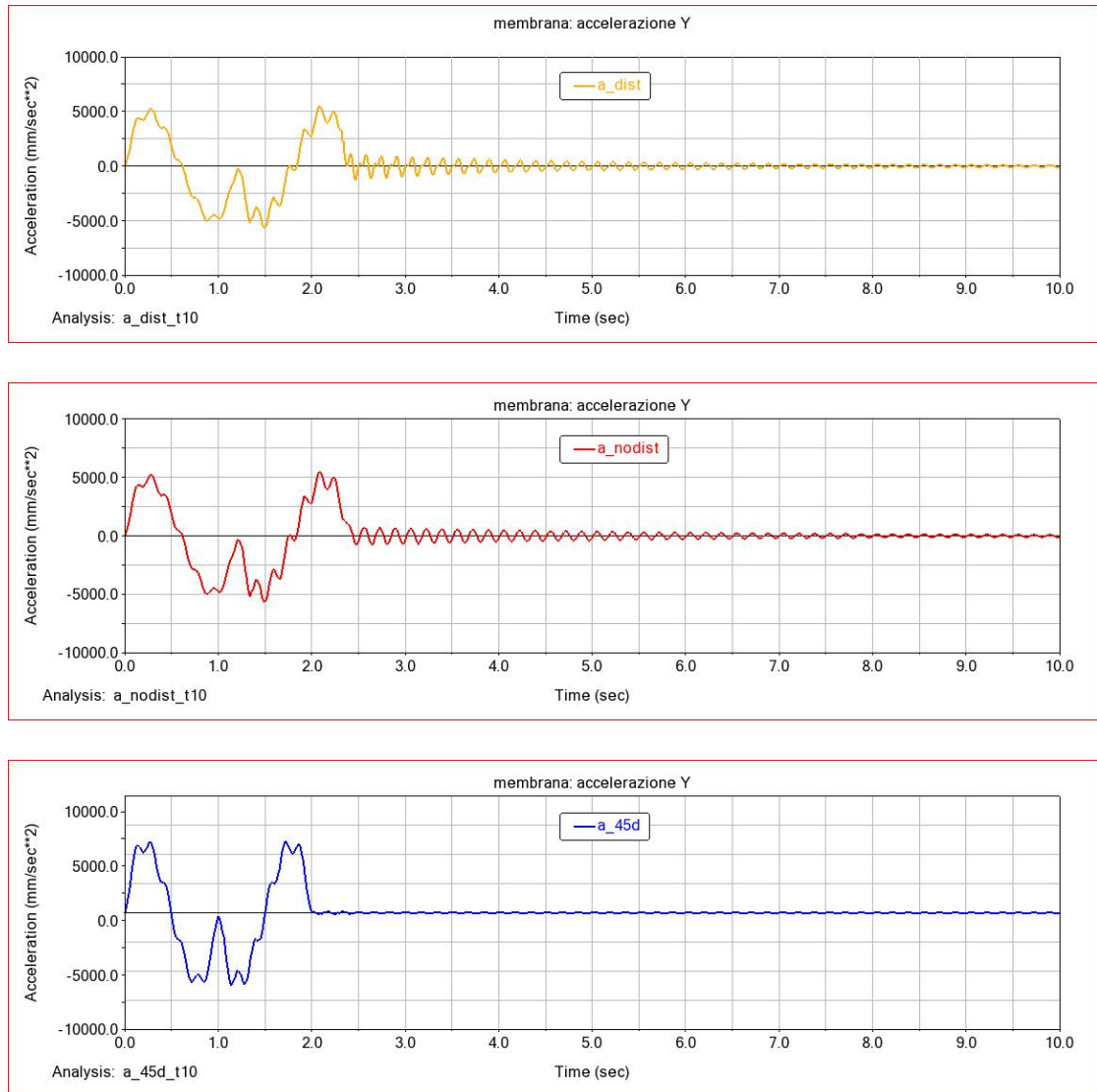


Figura 5.14: Andamento accelerazione del centro di massa della membrana in $t = 10sec$

Modelli con FE_Part

Per lo studio, la funzione che descrive la legge di moto utilizzata è la stessa delle analisi precedenti:

$$STEP5(time, t0, m0, t1, m1) + STEP5(time, t1, m0, t3, -m1)$$

Poichè gli studi condotti sono risultati congruenti alle analisi precedenti, si è preferito non riportare nuovamente i grafici, ma si è svolto uno studio per quanto riguarda il comportamento dei *link* creati tramite *FE_Part*.

Si è analizzato l'andamento del medesimo link per ciascun modello, in modo da poterne comparare il comportamento in riferimento al nodo denominato *nodo end*, in quanto esso appartiene all'ultima sezione in cui si è discretizzata la trave.

Nella fig.5.15 la trave utilizzata è quella inferiore, ovvero quella in collegamento, tramite giunto sferico, alla base.

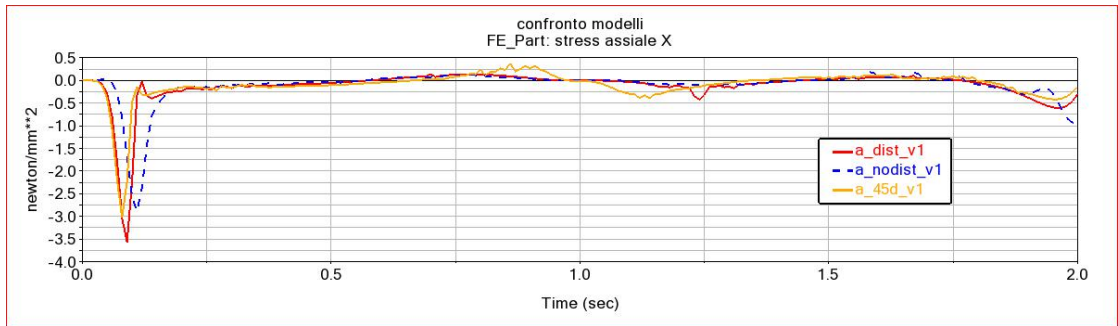


Figura 5.15: Andamento stress assiale nel *link* collegato alla base per $v = 1m/sec$

Le curve hanno un andamento simile ma non uguale, infatti si noti come l'andamento del modello avente una distanza subisca uno stress assiale maggiore, picco più importante, mentre il modello con i giunti a 45 gradi, durante l'intervallo, a differenza delle altre curve, abbia un tempo di assestamento maggiore, con delle oscillazioni attorno al secondo $t = 1sec$, momento in cui, per funzione, si è imposto il cambio di moto all'intero sistema.

Questo andamento con valori negativi è dovuto al link considerato, quello appunto inferiore e facente riferimento alla base.

Considerando il link corrispettivo, ovvero facente riferimento alla parte superiore, al top, si noti come le curve siano perfettamente speculari rispetto al valore nullo, fig.5.16

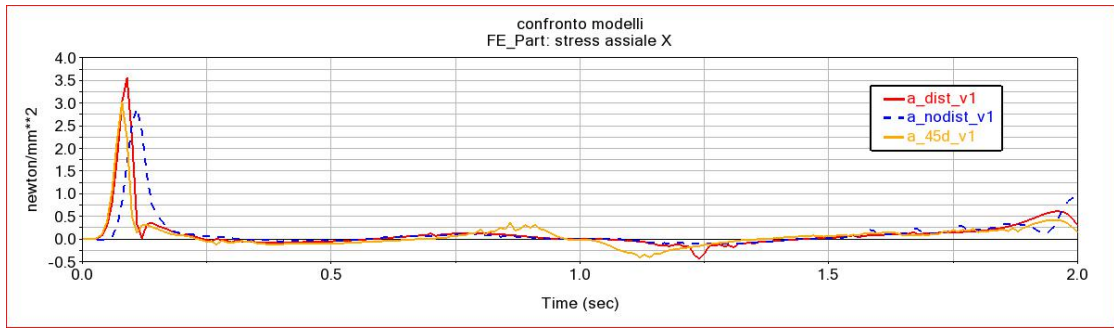


Figura 5.16: Andamento stress assiale nel *link* collegato al top per $v = 1m/sec$

5.3 Possibili failure

In ultima analisi, si sono considerati dei possibili mal funzionamenti durante il moto del sistema multi-body.

Considerando una simulazione di $t = 4sec$, con output di 400 passi, si fa riferimento alla legge di moto che permette la completa apertura e chiusura del modello, in intervalli di tempo uguali.

Per riuscire a simulare un malfunzionamento, grazie al comando:

Simulation $\rightarrow$ *Modify* $\rightarrow$ *Deactivate*

è possibile selezionare il componente che si vuole disattivare e scegliere in che momento e per quanto tempo. In tutte le analisi si è impostato che il malfunzionamento avvenisse durante la fase di chiusura del modello.

Malfunzionamento di un *bushing* riferito ad un giunto sferico di collegamento tra il link e la base. Come si vede dal grafico 5.17, la curva rossa, che descrive il comportamento del *bushing* che si rompe, al secondo 3 si porta ad un valore nullo e tale rimane per il resto del tempo di simulazione. La curva blu, invece, rappresenta il comportamento di un *bushing* che funziona perfettamente.

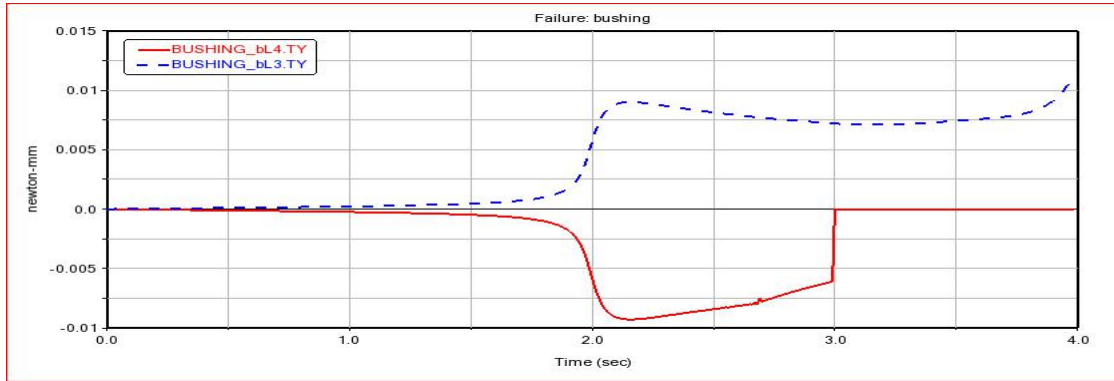


Figura 5.17: *Failure bushing* tra base e link al secondo $t = 3\text{sec}$

Il non funzionamento del *bushing* $bL4$ fa sì che il suo corrispettivo, riferito al top, $tL4$, subisca un incremento notevole della torsione subita. Per riuscire a confrontare i due andamenti (fig. 5.18) si sono inserite due differenti scale per la torsione, dato che il valore di picco del *bushing* funzionante è di 5 ordini di grandezza superiore rispetto ai valori nominali.

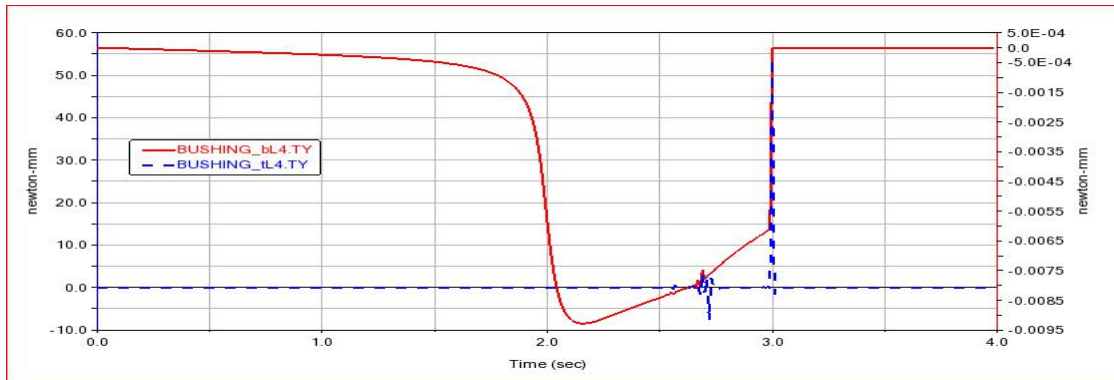


Figura 5.18: Andamento del *bushing* corrispettivo al componente in *failure*

Infine, considerando la rottura di un giunto sferico, se ne è analizzato il comportamento in riferimento alla traslazione (fig.5.19). La curva blu corrisponde ad un giunto perfettamente funzionante mentre la rossa fa riferimento alla sua rottura. In questo caso, il comportamento della struttura durante il suo moto di chiusura diverge, rendendo impossibile il corretto impacchettamento.



Figura 5.19: Andamento traslazione del giunto sferico in *failure*

Capitolo 6

Conclusioni

Questo lavoro di Tesi Magistrale riguarda lo studio della simulazione di antenne dispiegabili aventi ossatura e membrana flessibile.

Si è iniziata la trattazione attraverso una introduzione storica sulle classificazioni che diversi autori hanno realizzato inerenti a tipologie di strutture dispiegabili, concentrandosi in particolar modo sul lavoro svolto da Pellegrino, dal quale si è preso spunto per l'intero modello sviluppato e trattato.

Successivamente si è considerata la dinamica dei sistemi multi-body in riferimento a come essa è trattata dal software Adams, fornendo una panoramica relativa all'elaborazione del codice, ai sistemi multi-body sia da un punto di vista della realizzazione del prototipo, sia in riferimento allo studio delle equazioni che ne governano il moto.

Si sono poi considerati tre differenti prototipi di unità di dispiegamento ed il modello della membrana flessibile e, anche in questo caso, è stata analizzata la loro realizzazione per poi elaborare i grafici che ne spiegassero il comportamento. A tal proposito, per l'analisi della membrana flessibile, per poterne studiare i comportamenti e dimostrare l'effettiva validità del modello, si è realizzata una membrana del tutto simile a quella utilizzata nel modello completo, che potesse essere trattata come corpo isolato. Grazie a questo studio si sono evidenziati i comportamenti a deformazione ed a stress della membrana anche in riferimento al materiale utilizzato per la realizzazione, WC. Inoltre, per testarne ulteriormente il comportamento, si sono considerate delle leggi di moto che imponessero un carico superiore rispetto a quello che avrebbe dovuto subire nel modello completo, così da esser certi del corretto comportamento, una volta inserita la membrana sul modello multi-body, riscontrando un andamento dello stress di von Mises coerente ai valori di snervamento del materiale utilizzato.

Si è giunti poi alla trattazione dell'antenna vera e propria completa di membrana, e si sono effettuate analisi riguardanti non solo il comportamento della membrana, ma anche parti dell'ossatura. In tutte le analisi, sono state considerate dei confronti

tra i modelli differenti ed anche tra corpi rigidi e flessibili riferiti allo stesso modello. Nel caso di medesimo modello avente link rigidi e flessibili, si è notato che la deformazione e gli stress della membrana applicata al modello avente parti flessibili fossero minori rispetto a quello con parti rigide, questo riconducibile al fatto che le parti flessibili hanno una maggiore capacità di assorbire i carichi e, deformandosi, di dissiparne l'energia.

In conclusione, si è considerata la possibilità di *failure* del modello da un punto di vista cinematico e, dunque, trattando prima il non funzionamento di un giunto e successivamente di un *bushing*. In entrambi i casi si è riscontrato un errore tale per cui fosse impossibile realizzare la chiusura del modello in modo coerente con quanto avvenuto senza malfunzionamenti.

Per questo lavoro la membrana è stata elaborata come un corpo flessibile, senza trattarne l'apertura o chiusura, in quanto essa risulta fissata all'unità attraverso 8 giunti fissi alla struttura rigida del top del sistema multi-body. Un eventuale sviluppo futuro potrebbe riguardare lo studio di una membrana fissata sulle facce laterali dell'unità, andandone a trattare il comportamento durante il moto di apertura del modello stesso. Tale analisi comporterebbe lo studio di un corpo flessibile altamente non lineare possibile grazie alla cosimulazione dei software Nastran e Marc.

Bibliografia

- [1] Giulia E Fenci e Neil Gr Currie. «Deployable structures classification: A review». eng. In: *International journal of space structures* 32.2 (2017), pp. 112–130. ISSN: 0956-0599 (cit. a p. 2).
- [2] S. Pellegrino. *Deployable Structures*. Springer-Verlang Wien, 1994 (cit. alle pp. 7, 45).
- [3] Zhongyi Chu, Yian Lei e Dan Li. «Dynamics and robust adaptive control of a deployable boom for a space probe». eng. In: *Acta astronautica* 97.1 (2014), pp. 138–150. ISSN: 0094-5765 (cit. a p. 11).
- [4] Joseph Costantine, Youssef Tawk, Ignacio Maqueda, Maria Sakovsky, Gina Olson, Sergio Pellegrino e Christos G Christodoulou. «UHF Deployable Helical Antennas for CubeSats». eng. In: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 64.9 (2016), pp. 3752–3759. ISSN: 0018-926X (cit. alle pp. 15, 19).
- [5] Stephen F White Brian R Spence. «Directionally controlled elastically deployable roll-out solar array». eng. In: (2014) (cit. a p. 16).
- [6] Adams/Solver. *User's Guide*. 2020 (cit. alle pp. 24, 37, 48, 80).
- [7] Bassam Hussein, Dan Negrut e Ahmed Shabana. «Use of the Implicit HHT-I3 and the Explicit ADAMS Methods with the Absolute Nodal Coordinate Formulation». In: (ago. 2007) (cit. a p. 27).
- [8] Timothy A. Davis e E. Palamadai Natarajan. «Sparse Matrix Methods for Circuit Simulation Problems». In: *Scientific Computing in Electrical Engineering SCEE 2010*. A cura di Bastiaan Michielsen e Jean-René Poirier. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012, pp. 3–14. ISBN: 978-3-642-22453-9. DOI: 10.1007/978-3-642-22453-9_1. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-642-22453-9_1 (cit. a p. 29).
- [9] S. Lancelotti. *Analisi matematica 2. Teoria*. CELID, 2017. ISBN: 9788867890965. URL: <https://books.google.it/books?id=8gfGswEACAAJ> (cit. a p. 31).

- [10] Timothy Maly e Linda R Petzold. «Numerical methods and software for sensitivity analysis of differential-algebraic systems». eng. In: *Applied numerical mathematics* 20.1-2 (1996), pp. 57–79. ISSN: 0168-9274 (cit. a p. 33).
- [11] Kathryn E Brenan e Kathryn Eleda Brenan. *Numerical solution of initial- value problems in differential- algebraic equations / K.E. Brenan, S.L. Campbell, L.R. Petzold*. eng. New York: North- Holland, 1989 (cit. a p. 33).
- [12] C. William Gear. *Numerical initial value problems in ordinary differential equations / C. William Gear*. eng. Prentice- Hall series automatic computation. Englewood Cliffs: Prentice- Hall, 1971 (cit. a p. 35).
- [13] Ottmar Mueller, P. Haeussler, Ralph Lux, Bernd Ilzhoefer e Albert Albers. «Automated coupling of MDI/ADAMS and MSC.CONSTRUCT for the topology and shape optimization of flexible mechanical systems.» In: (nov. 2020) (cit. a p. 40).
- [14] Adams. *User's Guide: Theory of Flexible Bodies*. 2020 (cit. alle pp. 40, 43).
- [15] Michael Decius, Kees van 't Klooster, Lorenzo Scialino, Marzia Migliorelli, Yves Gloy e T. Gries. «Warp knitting technology for large deployable reflector antenna mesh for space applications». English. In: null ; Conference date: 15-11-2016 Through 17-11-2016. Nov. 2016 (cit. a p. 64).
- [16] *Elements of Plastic Deformation*. eng. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2013, pp. 59–79. ISBN: 9781118163962 (cit. a p. 70).