POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale

In Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Dinamica dei dischi di turbina e identificazione dello smorzamento alla radice pala

Relatori

Prof. Daniele Botto

Candidato

Alessio Marino

Sommario

Indice delle figure

Indice delle tabelle

Nomenclatura

c costante di smorzamento viscoso

d costante di smorzamento

f frequenza (Hz)

h costate di smorzamento strutturale

k rigidezza equivalente

m massa equivalente

BTT blade tip timing

F forza

FRF funzione di risposta in frequenza

N numero di settori circolari

J matrice Jacobiana

Simboli

α funzione di risposta in frequenza

ω frequenza (rad/s)

ω_n frequenza naturale (rad/s)

x posizione

$\dot{x}$ velocità

$\ddot{x}$ accelerazione

m_d massa del disco

m_b massa della paletta

k_d rigidezza del disco (primo contributo)

k_c rigidezza del disco (secondo contributo)

k_b rigidezza della paletta

φ angolo di fase

η coefficiente di perdita di smorzamento strutturale

ζ coefficiente di perdita di smorzamento viscoso

σ_r varianza dei residui

cov_p matrice dei parametri di covarianza

1. Introduzione

Questa tesi si concentrerà sullo studio del comportamento dinamico delle strutture, in particolar modo del comportamento di un disco di turbina di bassa pressione (LPT). Ci si è posti quest'obiettivo in quanto, al giorno d'oggi, il principale scopo nel mondo dell'industria aeronautica è l'ottimizzazione ed il miglioramento di tecnologie già presenti sul mercato. Infatti, per quanto riguarda la propulsione aeronautica, ci si è rivolti con maggior attenzione a migliorare la componentistica (e quindi a ciò che è prettamente in ambito meccanico) e le loro performance (aspetti tipicamente fluidodinamici). A tale scopo si andrà ad analizzare l'attrito che vi è tra il dovetail della paletta e lo slot del disco, ovvero la sede in cui la paletta si inserisce. Questo fenomeno risulta di notevole importanza in quanto è causa di smorzamento strutturale che si manifesta tra i due elementi una volta che il disco viene posto in rotazione. Si tratterà allora di studiare una forza che ciclicamente sollecita il sistema, con l'obiettivo di comprendere come influenzi il disco palettato e come quest'ultimo si comporti quando posto in rotazione. Si tratterà dunque di condurre un'analisi dinamica, durante la quale si esaminerà la risposta in frequenza del sistema sollecitato in diverse configurazioni (tramite appositi modelli). Si considereranno allora come dati di input frequenze ed ampiezze di oscillazione delle singole palette (dati forniti da un esperimento svolto in collaborazione tra il Politecnico di Torino e Avio Aero) sollecitate a diverse intensità di forza (vi è una forzante magnetica esterna che eccita il sistema portandolo a diverse velocità di rotazione), e si andranno a ricavare come output tutte quelle grandezze come frequenze naturali, rigidezza e smorzamento strutturale che descriveranno non solo il comportamento delle singole palette, ma anche dell'intero disco. Dati che verranno ricavati attraverso un software di calcolo noto come SciDAVis, in grado di iterare sui dati forniti in input e di approssimarli con opportuni algoritmi e formule inserite dall'utente, restituendo così gli output ricercati anche in via grafica.

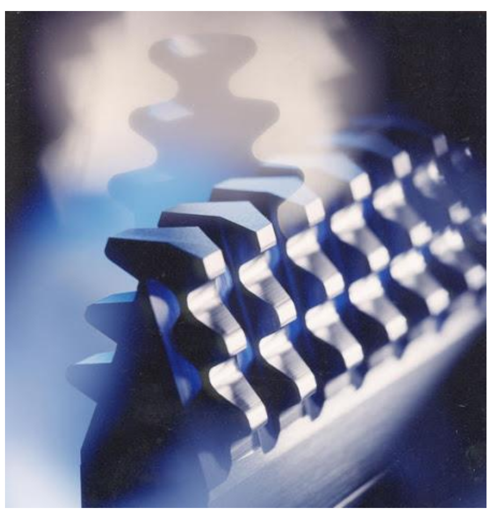

Figura 1.1: Dovetail di una paletta

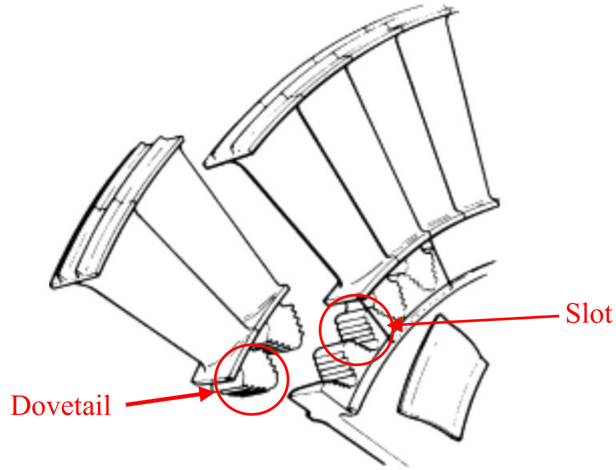

Figura 1.1: Dovetail e slot del disco

1.1 Il disco di turbina

Introduciamo il lavoro svolto descrivendo brevemente cosa è e quali funzioni svolge un disco di turbina.

Un disco di turbina è uno dei componenti di una turbina composto da palette incastrate allo stesso tramite uno slot. Le palette che costituiscono il disco sono "raggruppate" in due elementi quali il rotore e lo statore. Il primo è l'elemento rotante che ruota attorno all'asse della macchina, il secondo è l'elemento che funge da sede per il rotore.

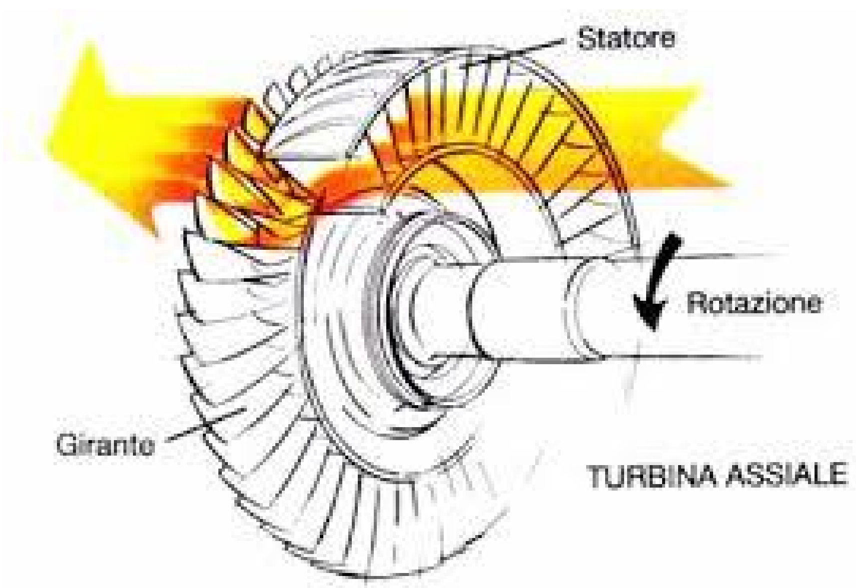

Figura 1.2: Disco di turbina

Questi due elementi sono i principali attori dello scambio di energia che avviene tra il fluido di lavoro che li attraversa e le palette che compongono il rotore e lo statore. Tale scambio di energia (che viene sfruttato per ottenere potenza meccanica e/o fluidodinamica) si ottiene facendo sì che le palette dei due elementi deviino la direzione con la quale il flusso si presenta in ingresso macchina.

Quanto detto è possibile studiarlo tramite un elemento caratteristico per l'analisi di uno stadio di turbina, ovvero i triangoli delle velocità. Di seguito se ne riporta un esempio.

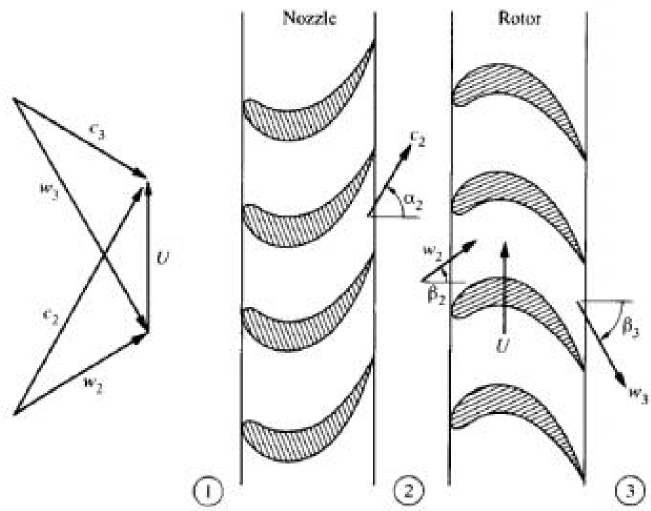

Figura 1.3: Triangoli di velocità e rappresentazione schematica di uno stadio di turbina

Da questi si può analizzare e progettare uno stadio di turbina e vedere quali caratteristiche assume il flusso da una condizione iniziale (quella di ingresso) ad una finale (quella di uscita). Per una turbina si avrà un'espansione del flusso, con una conseguente diminuzione della sua velocità ed una diminuzione di pressione e temperatura. In questa fase sostanzialmente la turbina estrae lavoro dal fluido. Quanto detto lo si può anche ritrovare in un diagramma T-S, che descrive a livello termodinamico quale sia l'evoluzione del flusso nel passaggio attraverso la struttura.

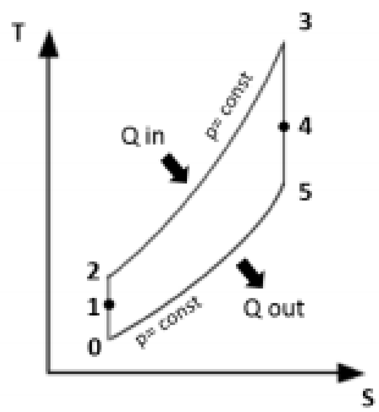

Figura 1.4: Diagramma T-S

1.2 Il lavoro eseguito

Si è spiegato quale sia il funzionamento principale di un disco di turbina o di un singolo stadio della turbomacchina. Questo è utile anche per capire meglio il lavoro che si andrà ad affrontare. Infatti, essendo un elemento rotante, le palette, così come il disco, saranno sottoposte a forze (nel caso particolare di pressione date dal fluido) che saranno variabili nel tempo, generando allo stesso modo sollecitazioni e deformazioni cicliche. Il tutto in funzione della velocità alla quale è posto in rotazione il disco durante la sua attività di esercizio. Analogo discorso vale per quello che è il vero focus di questo lavoro di tesi, ovvero l'interpretazione ed il ruolo che gioca lo smorzamento strutturale durante l'attività del disco. Infatti, tutte queste variabili creano non pochi danni in quella che è la resistenza a fatica della struttura.

Allora, in questo lavoro di tesi si cercherà di capire che ruolo giochi lo smorzamento dovuto all'attrito tra il dovetail e lo slot del disco sollecitando quest'ultimo con una forza magnetica esterna di intensità variabile da una prova all'altra. Si studierà quindi come evolve e si comporta l'intera struttura al variare dell'intensità della forza, a cui sarà direttamente proporzionale la velocità del disco. In questo modo vedremo il ruolo che giocherà lo smorzamento e che effetti avrà il disco in termini di rigidezza e di frequenze naturali, il tutto al variare della velocità. Oltre a questo, tale analisi verrà condotta anche per tutte le palette componenti il disco, e anzi saranno il punto di partenza per definire successivamente il comportamento dell'intera struttura. Si cercherà quindi di andare dal particolare (analisi dinamica della singola paletta) al generale (il disco intero) per comprendere e dare una spiegazione fisica di questo fenomeno. L'obiettivo sarà quindi di cercare una configurazione che ci permetta di ottimizzare le prestazioni e ridurre il più possibile lo smorzamento nelle condizioni tipiche di esercizio di un disco di turbina. Inoltre, si cerca così una possibile via per controllare e prevedere questo fenomeno, allo scopo di avere una misura sempre più accurata e precisa di quale potrà essere la vita a fatica della struttura oltre che poterne comprendere meglio gli effetti su essa e come la influenza.

2. Stato dell’arte

L’ idea di questo lavoro di tesi nasce da un precedente esperimento nato da una partnership tra il Politecnico di Torino e la prestigiosa azienda Avio Aero S.p.A.
Quanto svolto in questo esperimento era volto ad analizzare e caratterizzare quale fosse il comportamento dinamico strutturale delle palette di un disco di una turbina di bassa pressione poste in rotazione nel vuoto.
Per fare ciò si è fatto uso della tecnologia Rolls-Royce, che prevedeva l’uso del Blade Tip Timing (BTT), ovvero sensori posti nelle vicinanze della paletta, e vincolati tramite un apposito supporto, per registrare valori di frequenza ed ampiezza delle vibrazioni alle quali sono state sottoposte le palette nelle diverse configurazioni testate. Tale simulazione si è svolta per diversi casi, variando velocità di rotazione (e di conseguenza le forze che agivano sulle diverse palette del disco) ed assetto di mistuning. A questo punto, ricavati i dati, è stato compito del Politecnico di Torino estrapolare i fattori di smorzamento (damping factors) per tutte le configurazioni testate durante la campagna sperimentale. Ulteriore lavoro svolto dall’ Ateneo è stato quello di verificare tutti dati relativi a tutte le palette del disco, e se questi fossero abbastanza buoni da essere processati per le analisi che ne susseguiranno.
Tutti i test sono eseguiti con lo scopo di rappresentare l’incipiente condizione di flutter, in quanto in questa particolare condizione lo smorzamento meccanico è equivalente a quello aerodinamico, detto aerodamping.
Da precisare come i test condotti nel vuoto si sono rivelati estremamente utili per comprendere in maniera chiara ed efficace quale possa essere il comportamento dinamico strutturale di una turbina di bassa pressione posta in rotazione.
Dunque, il mio compito descritto in questo elaborato, è stato quello di analizzare una serie di dati ricavati proprio da tale campagna sperimentale ed estrarre i valori di smorzamento ricercati (attraverso un modello a parametri concentrati che descriveremo in seguito). Tutto ciò è stato eseguito per tre diverse configurazioni, studiando così come evolveva il comportamento del disco di turbina al variare, in maniera crescente, della velocità di rotazione.
Vediamo ora come sono stati ricavati i dati, base fondamentale per le attività svolte in seguito.

2.1 La Campagna Sperimentale

Come già anticipato l'esperimento è stato condotto in condizioni di vuoto, ma andiamo a vedere più nel dettaglio come è stato preparato e successivamente svolto. A tale scopo, è stata sperimentata una nuova struttura per test rotanti (denominata "Stargate") atta a caratterizzare i modi di vibrare delle 146 palette componenti il disco di turbina, commissionata e costruita direttamente da Avio Aero.

Stargate è composto da due alberi co-rotanti, uno che ingloba l'oggetto di studio e l'altro che ospita il sistema sollecitante. Il sistema di eccitazione del secondo albero è costituito da magneti permanenti, inclusi sia su ciascuna pala del rotore che sui dischi del sistema sollecitante in un modello con diametro nodale regolare. A questo punto, interviene la tecnologia fornita da Rolls-Royce (BTT) che permette di monitorare e misurare singolarmente lo spostamento di ogni paletta del disco per tutta la durata della prova per ogni configurazione testata.

Nelle figure che seguono si può osservare il layout dello Stargate utilizzato per condurre l'esperimento ed una sua sezione, la quale ci mostra in maniera più chiara i due alberi co-rotanti.

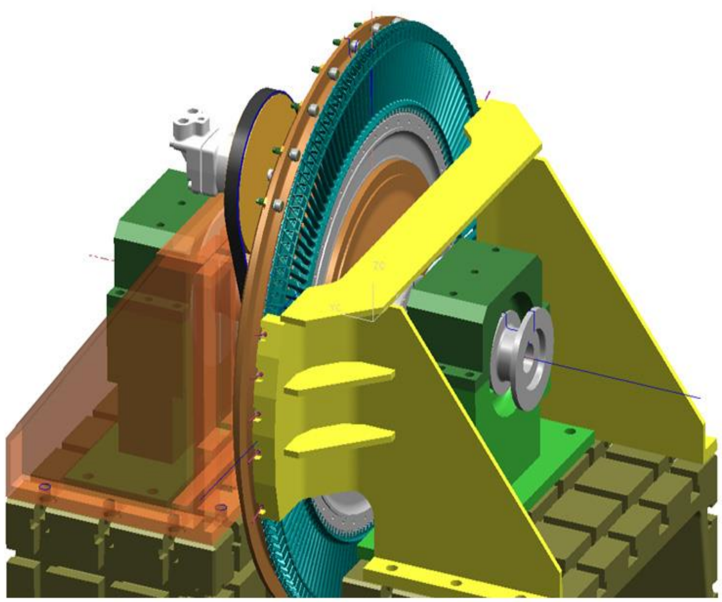

Figura 2.5: Stargate layout

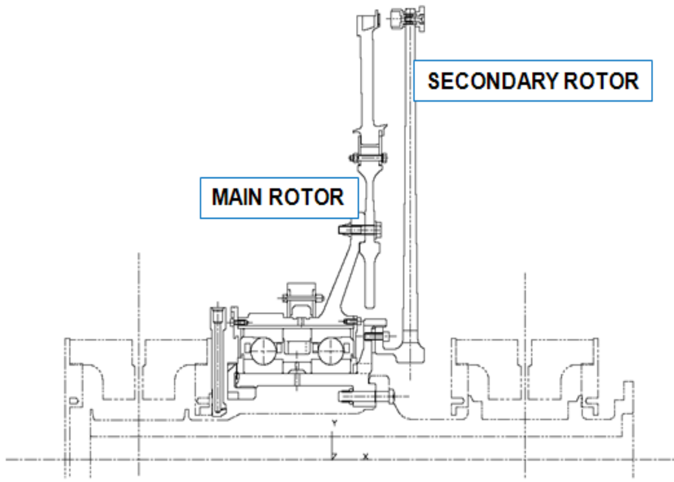

Figura 2.6: Vista in sezione del layout dello Stargate

Si riporta anche una vista in sezione indicante la disposizione dei magneti nelle due strutture.

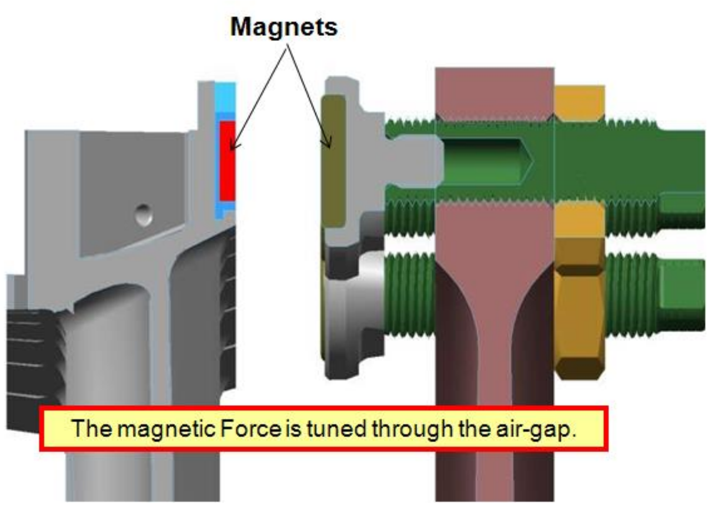

Figura 2.7: Disposizione dei magneti permanenti

Vediamo, infine, una schematizzazione di quale sia la tecnologia BTT Rolls-Royce che ci ha permesso di estrapolare i dati di partenza per il lavoro condotto ed il supporto al quale è stata vincolata.

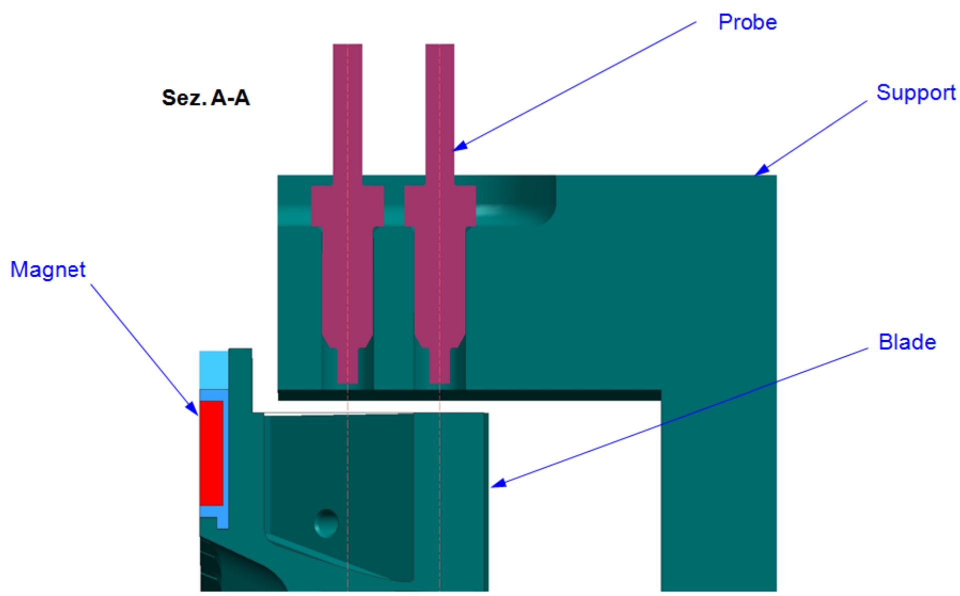

Figura 2.8: Sezione dello Stargate

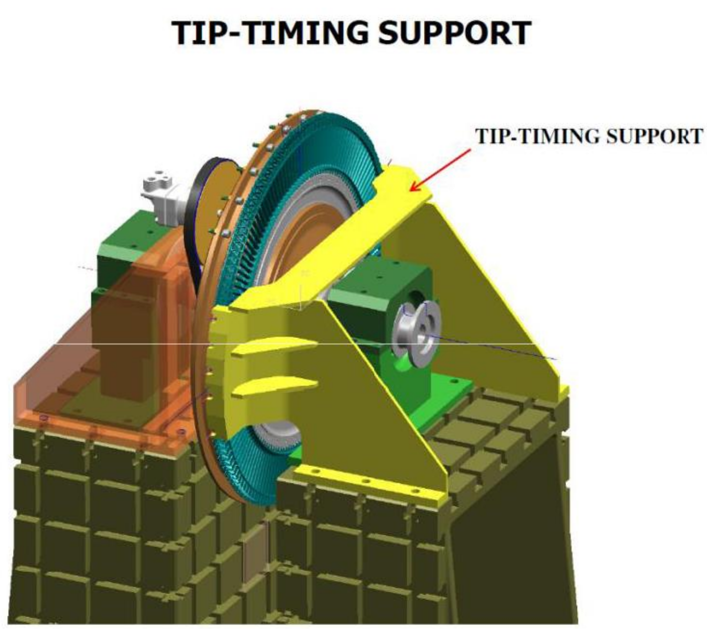

Figura 2.9: Vista isometrica dello Stargate

Inoltre, per realizzare le condizioni di vuoto, è stata la stessa Avio Aero a prendersi carico di costruire un'apposita stanza che realizzasse tali condizioni, con lo scopo di ottenere risultati più accurati ed attendibili. In questo modo si è riuscito ad avere un dataset che ci permettesse di effettuare analisi e valutazione maggiormente accurate ed attendibili, fornendo un riscontro più realistico del comportamento del disco di turbina durante l'esperimento. In particolare, è stato possibile effettuare considerazioni migliori per quanto concerne lo smorzamento meccanico delle palette testate, senza dimenticare il fatto che essendo in condizioni di vuoto si è riusciti ad evitare l'effetto windage, che non è nient'altro che la deflessione subita dalla paletta dovuto allo spostamento d'aria. Viene mostrata di seguito quale sia la stanza, progettata da Avio Aero, che realizza le condizioni di vuoto.

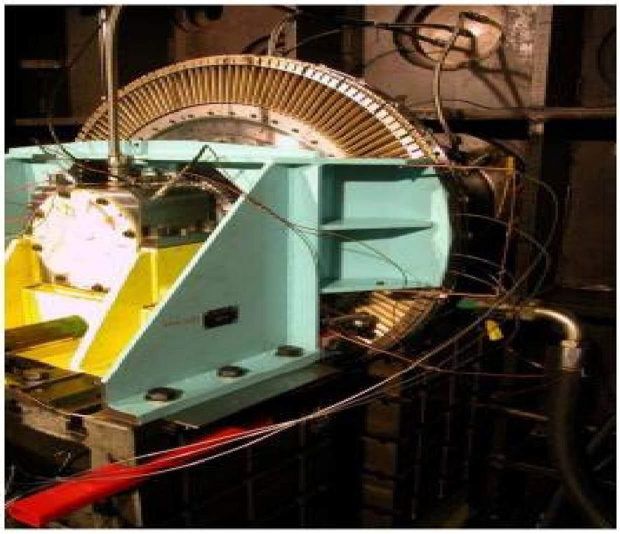

Figura 2.10: Vacuum Chamber

Un altro elemento che merita attenzione è proprio la paletta del disco di turbina. Infatti, ad ogni singola paletta è stata apportata una modifica nella sua struttura (o layout) appositamente studiata con lo scopo di alloggiare al tip un magnete permanente. Così facendo, i magneti montati sulle diverse palette consentono alle medesime di essere eccitate da una forza magnetica scatenata dall'interazione con i restanti magneti allocati sull'albero secondario.
Di seguito viene mostrato quale sia il progetto delle palette sviluppate da Avio Aero e dove siano posti i magneti su di esse.

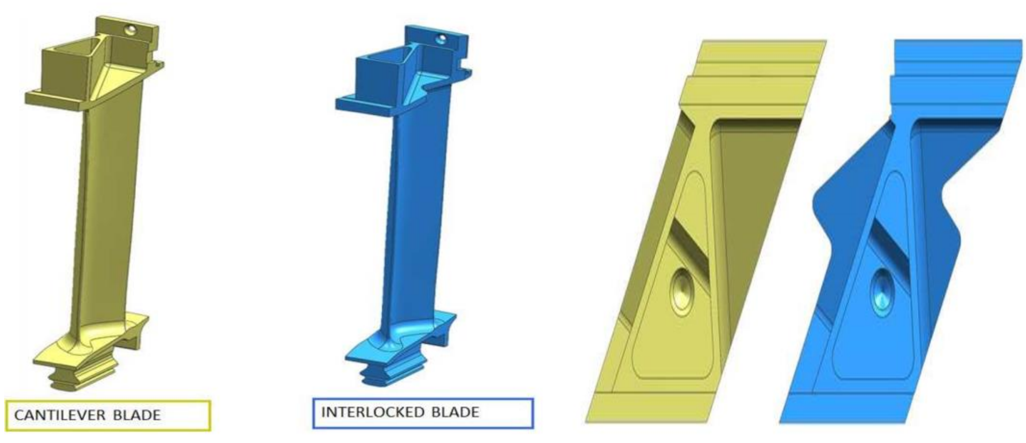

Figura 2.11: Layout delle palette

2.2 I dati di input

Riepilogando quanto detto, si è fatto uso della struttura “Stargate” per analizzare il comportamento dinamico strutturale di un disco di turbina posto in rotazione e sollecitato da una forzante esterna. Forzante scaturita dall’interazione tra i magneti permanenti presenti nella struttura e nelle palette del disco, e che quindi presenterà un andamento sinusoidale con frequenza costante. Varierà la sua intensità (e di conseguenza la frequenza alla quale si manifesta) al variare della configurazione scelta per l’analisi, essendo quest’ultima funzione della velocità di rotazione alla quale è sottoposto il disco.

L’esperimento è stato condotto analizzando tutte le 146 singole palette componenti il disco.

Riportiamo di seguito un estratto dei dati ricavati dall’esperimento, base di partenza per il lavoro di tesi svolto, atto a determinare il comportamento dinamico strutturale del disco palettato, ovvero ricavare quei parametri che ne descrivano il comportamento nelle diverse configurazioni testate, ponendo particolare attenzione a come vari lo smorzamento strutturale nei diversi casi e come questo influenzi il resto della struttura.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
SHOT 120 (2160 RPM)													
Freq1	Amp1	Freq2	Amp2	Freq3	Amp3	Freq4	Amp4	Freq5	Amp5	Freq6	Amp6	Freq7	Amp7
187	0.2855	179.5	0.9362	175	0.88	175	0.7869	175	0.8654	176	0.3275	175	0.6808
187	0.2933	181.5	0.3022	175.5	0.6713	175.5	0.7773	175.5	0.9558	176	0.3098	175.5	0.9713
187	0.3116	181.5	0.3185	180.5	0.3794	181.5	0.4408	181.5	0.3424	176.5	0.268	181	0.3313
187	0.3014	181.5	0.3293	180.5	0.3656	181.5	0.4906	181.5	0.3336	182	0.2239	181.5	0.3402
187	0.3004	181.5	0.3359	181	0.4002	181.5	0.4597	181.5	0.3521	182	0.222	181.5	0.3317
187	0.3094	181.5	0.315	181	0.3739	181.5	0.4584	182	0.3315	182	0.2076	181.5	0.3512
187	0.3165	181.5	0.3254	181	0.3671	181.5	0.4735	182	0.3906	182	0.2306	181.5	0.307
187	0.3168	181.5	0.3593	181	0.3682	182	0.4692	182	0.3788	182.5	0.2145	181.5	0.2976
187	0.3264	182	0.3577	181	0.3934	182	0.4856	182	0.3439	182.5	0.2176	182	0.344
187	0.3334	182	0.3605	181	0.41	182	0.486	182	0.351	182.5	0.2411	182	0.3717
187	0.3362	182	0.3608	181	0.4178	182	0.4799	182	0.3518	182.5	0.2533	182	0.3744
187	0.3458	182	0.3087	181	0.3832	182	0.4489	182	0.36	182.5	0.2419	182	0.3634
187	0.3369	182	0.3378	181	0.3582	182	0.4622	182	0.3691	182.5	0.2811	182	0.3724
187.5	0.3135	182	0.3715	181	0.3734	182	0.4849	182	0.3669	182.5	0.2253	182	0.3998
187.5	0.3117	182	0.3991	181	0.4031	182	0.5043	182.5	0.3819	182.5	0.2007	182	0.3865
187.5	0.3182	182	0.388	181	0.3871	182	0.4948	182.5	0.3967	182.5	0.2422	182	0.3756
187.5	0.3247	182	0.3653	181	0.4034	182	0.488	182.5	0.3878	182.5	0.2487	182	0.3534
187.5	0.3183	182	0.348	181.5	0.4297	182	0.4899	182.5	0.4011	183	0.2368	182	0.3274
187.5	0.3203	182	0.3432	181.5	0.4491	182	0.5012	182.5	0.4132	183	0.2401	182	0.3045
187.5	0.3221	182	0.3626	181.5	0.4303	182	0.5296	182.5	0.4127	183	0.2514	182	0.2984
187.5	0.3382	182	0.4096	181.5	0.3541	182	0.5455	182.5	0.4213	183	0.2579	182	0.3205
187.5	0.3485	182.5	0.3597	181.5	0.4151	182.5	0.5103	182.5	0.396	183	0.2674	182.5	0.4008
187.5	0.3306	182.5	0.3983	181.5	0.43	182.5	0.5031	182.5	0.3839	183	0.2581	182.5	0.351
187.5	0.3351	182.5	0.3833	181.5	0.4156	182.5	0.4705	182.5	0.3729	183	0.2184	182.5	0.3538
187.5	0.364	182.5	0.402	181.5	0.3998	182.5	0.5381	182.5	0.3738	183	0.2118	182.5	0.3497
187.5	0.3512	182.5	0.4122	181.5	0.4077	182.5	0.5552	182.5	0.4065	183	0.2035	182.5	0.3194
187.5	0.3874	182.5	0.4265	181.5	0.4322	182.5	0.5634	182.5	0.4357	183	0.2591	182.5	0.295
187.5	0.3846	182.5	0.428	181.5	0.4594	182.5	0.5582	182.5	0.4302	183	0.2742	182.5	0.2782
187.5	0.4318	182.5	0.413	181.5	0.4116	182.5	0.5502	182.5	0.4147	183	0.2795	182.5	0.2829

Figura 2.12: Dati di input prima configurazione (2160rpm)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
SHOT 121 (2700 RPM)													
Freq1	Amp1	Freq2	Amp2	Freq3	Amp3	Freq4	Amp4	Freq5	Amp5	Freq6	Amp6	Freq7	Amp7
191	0.1374	192.5	0.3898	192	0.4741	191.5	0.4973	190.5	0.3075	191	0.2194	192.5	0.1961
192.5	0.1709	192.5	0.4794	192.5	0.4434	192	0.5516	190.5	0.2592	192	0.2647	192.5	0.263
193	0.1424	193	0.451	192.5	0.4411	192	0.5622	191	0.3035	192	0.238	193	0.1681
193.5	0.1618	193	0.3434	192.5	0.5371	192	0.5471	191.5	0.3488	192.5	0.2143	193	0.2745
193.5	0.1373	193.5	0.4102	192.5	0.5706	192	0.5715	191.5	0.4226	192.5	0.233	193.5	0.1653
193.5	0.1893	193.5	0.3855	192.5	0.6117	192.5	0.5071	192	0.3012	192.5	0.304	193.5	0.2144
194	0.1928	193.5	0.4768	193	0.5584	192.5	0.5241	192	0.2974	193	0.2747	193.5	0.2224
194.5	0.1211	193.5	0.4962	193	0.6097	192.5	0.5183	192	0.2993	193	0.2644	193.5	0.2321
194.5	0.1522	193.5	0.4011	193	0.5391	192.5	0.4981	192	0.3397	193	0.3002	193.5	0.2864
194.5	0.1969	193.5	0.421	193	0.575	192.5	0.6121	192	0.2817	193.5	0.2063	193.5	0.2623
194.5	0.2319	193.5	0.47	193	0.5597	192.5	0.6243	192.5	0.2258	193.5	0.2024	194	0.1864
194.5	0.2879	193.5	0.4236	193	0.5794	193	0.4456	192.5	0.3369	193.5	0.2137	194	0.2935
194.5	0.2105	193.5	0.3653	193	0.5987	193	0.5036	192.5	0.3305	193.5	0.2402	194	0.2701
194.5	0.3104	194	0.4991	193	0.6097	193	0.4513	192.5	0.345	193.5	0.4058	194	0.3407
195	0.1415	194	0.3724	193	0.6416	193	0.473	192.5	0.3752	194	0.2169	194	0.4699
195	0.2173	194	0.4034	193	0.5969	193	0.5187	192.5	0.3449	194	0.2282	194	0.4785
195	0.1595	194	0.465	193.5	0.4409	193	0.5665	192.5	0.4849	194	0.3378	194.5	0.1553
195	0.2288	194	0.443	193.5	0.4197	193	0.5546	193	0.3705	194	0.3476	194.5	0.1912
195	0.2413	194	0.4529	193.5	0.5992	193	0.5444	193	0.337	194	0.3304	194.5	0.2505
195	0.2332	194	0.4302	193.5	0.5709	193	0.5628	193	0.2682	194	0.3532	194.5	0.2592
195	0.2766	194	0.4815	193.5	0.5928	193	0.6046	193	0.375	194	0.2808	194.5	0.2722
195	0.2917	194	0.4422	193.5	0.6185	193	0.5945	193	0.4838	194	0.3066	194.5	0.3923
195.5	0.1108	194	0.402	193.5	0.6184	193	0.593	193	0.5033	194	0.3131	194.5	0.3356
195.5	0.1819	194	0.3835	193.5	0.6174	193	0.6198	193	0.6293	194	0.3638	194.5	0.2749
195.5	0.1519	194	0.3778	193.5	0.5738	193	0.6878	193	0.5306	194	0.3605	194.5	0.3018

Figura 2.13: Dati di input seconda configurazione (2700rpm)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
SHOT 122 (3510 RPM)												
Freq1	Amp1	Freq2	Amp2	Freq3	Amp3	Freq4	Amp4	Freq5	Amp5	Freq6	Amp6	Freq7
210	0.2547	209.5	0.6303	212.5	0.3366	206	0.308	211.5	0.5983	205.5	0.1391	208.5
210	0.2726	210	0.6539	212.5	0.3757	206.5	0.3006	211.5	0.5432	206.5	0.1335	212
210.5	0.2792	210	0.6026	213	0.388	206.5	0.3193	211.5	0.5645	206.5	0.156	212
210.5	0.3016	210	0.601	213	0.6747	206.5	0.3149	211.5	0.5874	206.5	0.1786	212.5
210.5	0.2953	210	0.6742	213	0.7003	206.5	0.3438	211.5	0.57	206.5	0.1908	213
210.5	0.311	210	0.6329	213	1.4341	206.5	0.3385	211.5	0.6355	207	0.161	213
211	0.2911	210	0.6339	213.5	0.3557	207.5	0.2599	212	0.5711	207	0.208	213.5
211	0.2884	210	0.606	213.5	0.3248	207.5	0.2593	212	0.5346	207.5	0.1701	213.5
211	0.2824	210	0.4739	213.5	0.6447	207.5	0.269	212	0.5966	207.5	0.1644	213.5
211	0.2917	210	0.4654	213.5	0.7736	207.5	0.3172	212	0.6012	207.5	0.1628	214
211	0.2692	210.5	0.687	213.5	0.7609	207.5	0.3385	212	0.6394	207.5	0.1604	214
211	0.39	210.5	0.6198	213.5	0.9587	207.5	0.2941	212	0.6243	207.5	0.2389	214
211	0.3197	210.5	0.6395	213.5	1.091	207.5	0.3456	212	0.6155	208	0.1513	214
211	0.3523	210.5	0.6985	213.5	1.2893	207.5	0.3221	212	0.5917	208	0.1473	214
211	0.3559	210.5	0.6998	213.5	1.3561	207.5	0.393	212	0.6006	208	0.1764	214
211	0.3533	210.5	0.6906	213.5	1.4045	207.5	0.3531	212	0.5907	208	0.2231	214
211.5	0.295	210.5	0.6574	213.5	1.4657	207.5	0.5189	212	0.5621	208	0.1627	214.5
211.5	0.2895	210.5	0.6387	213.5	1.4815	208	0.259	212	0.5782	208	0.2284	214.5
211.5	0.2952	210.5	0.6369	213.5	1.4961	208	0.3137	212	0.5895	208.5	0.1246	214.5
211.5	0.2935	210.5	0.6404	214	0.3471	208	0.3255	212	0.6158	208.5	0.1462	214.5
211.5	0.2879	210.5	0.6659	214	0.4064	208	0.3237	212	0.618	208.5	0.1612	214.5
211.5	0.3316	210.5	0.6527	214	0.3937	208	0.3205	212	0.6429	208.5	0.1811	214.5
211.5	0.306	210.5	0.6025	214	0.3084	208	0.3564	212	0.7059	208.5	0.2497	214.5
211.5	0.2804	210.5	0.5849	214	0.5935	208	0.4175	212	0.6956	208.5	0.1666	214.5

Figura 2.14: Dati di input terza configurazione (3510rpm)

Si può notare come i dati forniti siamo espressi in termini di frequenza e ampiezza di oscillazione per ognuna della 146 palette componenti il disco. Sarà allora partendo da questi dati che andremo ad analizzare come si comportano le singole palette, e quindi a quali frequenze vibrano, se per esempio corrono il rischio di andare in risonanza o meno (ciò si manifesta quando la frequenza alla quale vibra la paletta è uguale alla frequenza naturale della paletta stessa). Faremo ciò per arrivare alla conclusione finale in merito a quale sia il comportamento dell'intero disco sollecitato nelle diverse prove in termini di smorzamento strutturale, rigidezza e frequenze alle quali vibra.
Sempre dando uno sguardo ai dati forniti, possiamo trarre alcuni indizi su ciò che sarà l'esperimento, ed in particolare si può notare come all'aumentare della velocità di rotazione aumenti conseguentemente anche la frequenza alle quali vibrano le single palette. Da ciò ci aspettiamo che, aumentando la frequenza come conseguenza dell'incremento della velocità di rotazione, avremo un conseguente aumento della rigidezza ed una diminuzione dello smorzamento strutturale del sistema (sia del sistema paletta che del sistema disco). Sarà dunque compito di questo lavoro di tesi produrre risultati che supportino questa prima conclusione (o che ne mostrino eventuali scostamenti), alla quale siamo giunti osservando solo gli input che sono stati forniti da questo esperimento.

3. Il modello di calcolo

In questo capitolo verrà mostrato quale sia stato il modello utilizzato per analizzare i dati ricavati dall'esperimento precedentemente descritto. Ricordiamo ancora una volta come il principale interesse sia l'estrazione del coefficiente di smorzamento per le diverse configurazioni testate al variare della velocità di rotazione del disco di turbina. Questo verrà effettuato andando a ricavare la funzione di risposta in frequenza del disco palettato sollecitato, strumento fondamentale non solo per ricavare i valori di smorzamento, ma anche tutte quelle caratteristiche e grandezze che ci identificano il comportamento dinamico delle palette del disco.
A questo scopo, per ottimizzare l'estrazione dei dati è stata ridefinita una più accurata BBT analisi (Blade Tip Timing) in modo da ottenere una miglior soluzione in termini di frequenza e velocità per le risonanze prefissate. Il processo di estrazione di tale coefficiente si articola essenzialmente in tre step, quali:

- Data filtering
- Fitting, effettuato su diversi modelli a diversi gradi di libertà
- Parameter accuracy

Questi step sono stati svolti in cascata ed essenzialmente prevedono: un filtraggio dei dati iniziali, l'assunzione di ipotesi semplificative (ma allo stesso tempo efficaci) in grado di permetterci di ricavare la funzione di risposta in frequenza e di studiare il comportamento dell'oggetto in esame, ed infine l'analisi dei dati sotto tale ipotesi e la loro accuratezza (espressa in termini di varianza). Vediamo ora nel dettaglio quali siano questi processi che hanno caratterizzato il lavoro di tesi svolto.

3.1 Data Filtering

Il filtering (o filtraggio) consiste nel filtrare i dati ottenuti, e quindi considerare quei valori utili, escludendo così quelli che risultano insignificanti ai fini dell'analisi. Tale procedimento è stato effettuato relativamente alla risposta in frequenza della funzione, ovvero l'ampiezza al tip della paletta A (picco-picco) rispetto alla frequenza alla quale vibrano, in modo da ridurre il rumore ed eliminare i dati privi di significato.

3.2 Fitting

In questa fase si sono definiti quali fossero i modelli matematici (che meglio erano in grado di approssimare il comportamento in campo dinamico del disco di turbina posto in rotazione nelle diverse configurazioni di test) e la successiva analisi dei dati.
I modelli in questione sono quelli solitamente definiti come "modelli a parametri concentrati", grazie ai quali si può analizzare il comportamento dell'oggetto in esame, considerando le grandezze di interesse come concentrate. Sarà quindi un sistema volto ad analizzare grandezze equivalenti, che tramite opportune assunzioni, rappresentano molto bene il comportamento reale del corpo oggetto di studio. Illustriamo ora di seguito quali modelli sono stati scelti per condurre le successive analisi.

3.2.1 Sistema con un grado di libertà

Ricordando che l'obiettivo di questo lavoro di tesi è quello di ricavare la risposta del sistema disco palettato in termini di oscillazioni e smorzamenti, si è considerato inizialmente un sistema dinamico forzato (un classico sistema massa-molla-smorzatore) ad un grado di libertà. Tale sistema è composto da una generica massa m, una molla con rigidezza k ed uno smorzatore con costante di smorzamento c.
Una rappresentazione del modello la ritroviamo nella Figura 3.1.

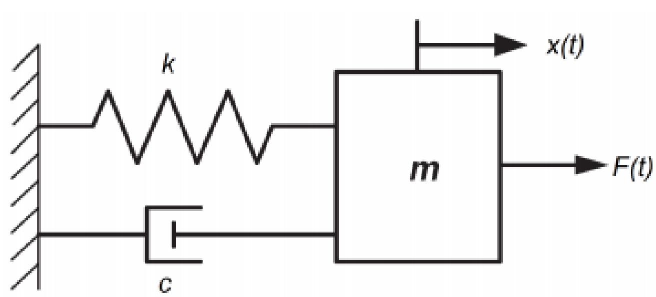

Figura 3.15: Sistema massa-molla-smorzatore ad 1 grado di libertà

Tale sistema consente alla massa di oscillare lungo un'unica direzione (considerata l'asse x per comodità). L'equazione del moto della massa si ricava facilmente imponendo l'equilibrio delle forze agenti sul sistema, e quindi:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

Dove $x(t)$ rappresenta lo spostamento della massa, $\dot{x}(t)$ la velocità con la quale si sposta la massa ed infine $\ddot{x}(t)$ l'accelerazione alla quale è sottoposta la massa. La forzante come si può vedere è anch'essa funzione del tempo ed esprimibile come:

$$F(t) = F_0 \cos(\omega t)$$

Si tratta dunque di una funzione armonica con andamento sinusoidale, che può essere vista come parte reale di una funzione complessa, quale:

$$F(t) = F_0 e^{i\omega t} = F_0[\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)\,]$$

La soluzione dell'equazione iniziale è quella che viene comunemente definita funzione di risposta del sistema. Tale funzione seguirà l'andamento della forzante, e quindi nel nostro caso sarà armonico.
Allora la risposta del sistema la possiamo scrivere come, in notazione esponenziale:

$$x(t) = x_0[\cos(\omega t + \varphi) + i \sin(\omega t + \varphi)\,] = x_0 e^{i\omega t + \varphi} = x_0 e^{\varphi} e^{i\omega t} = \bar{x} e^{i\omega t}$$

Dove φ è l'angolo di fase della risposta rispetto alla forzante. Da questo possiamo ricavare velocità ed accelerazione della massa, essendo queste la derivata prima e la derivata seconda della posizione come:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = i\omega \bar{x} e^{i\omega t} \\ \ddot{x} = -\omega^2 \bar{x} e^{i\omega t} \end{cases}$$

E sostituendo nell'equazione iniziale si ottiene:

$$(k - \omega^2 m + i\omega c)\bar{x} = F_0$$

Dove il termine fra parantesi viene indicato come rigidezza dinamica ed è funzione della pulsazione della forzante F_0. Inoltre, si può notare come appaiano tutti i termini che caratterizzano il sistema, dalla rigidezza k, passando per la massa m, per finire con lo smorzamento c. Da questa possiamo ricavare $\bar{x}$ come:

$$\bar{x} = \frac{F_0}{k\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + 2i\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)}$$

Espressione che sarà funzione allora della frequenza naturale ω_n, della forzante F_0, dello smorzamento viscoso e della frequenza ω alla quale vibra la massa.
In questa espressione appare ζ che viene definito come smorzamento viscoso ed è espresso come:

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

Ed è quindi funzione della massa m, della rigidezza k e dello smorzamento c.
Possiamo anche esprimere la frequenza naturale come:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Ovvero in funzione della rigidezza k e della massa m. Si sono così ricavati tutti gli strumenti per descrivere il sistema ad un singolo grado di libertà, descritto dalla funzione di risposta riportata sopra.

3.2.2 Sistema con due gradi di libertà

Il sistema a due gradi di libertà ripercorre i passi del sistema precedentemente descritto, con l'aggiunta di una seconda massa collegata alla prima tramite un elemento elastico (dotato di una sua rigidezza) ed uno smorzatore. Si può vedere lo schema del sistema nelle Figura 3.2.

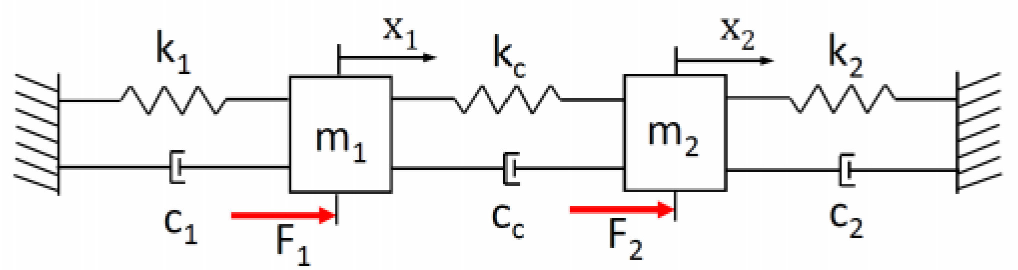

Figura 3.16: Sistema massa-molla-smorzatore a due gradi di libertà

Per descrivere questo sistema si adotterà una notazione matriciale, che fornirà una visione più generale del sistema, mostrandoci come questo sia applicabile per un qualsiasi sistema ad N gradi di libertà.

In questo caso, l'equilibrio del sistema, ottenuto sempre imponendo l'equilibrio delle forze, sarà:

$$\begin{cases} m_1\ddot{x_1} + (c_1 + c_c) - \dot{x_2}c_c + (k_1 + k_c)x_1 - k_c x_2 = F_1 \\ m_2\ddot{x_2} + (c_2 + c_c) - \dot{x_1}c_c + (k_2 + k_c)x_2 - k_c x_1 = F_2 \end{cases}$$

Il sistema può essere riscritto in forma matriciale come:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} \ddot{x_1} \\ \ddot{x_2} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_c & -c_c \\ -c_c & c_2 + c_c \end{bmatrix}\begin{pmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_c & -k_c \\ -k_c & k_2 + k_c \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}$$

Che risulta essere nella forma compatta come:

$$[M](\ddot{x}) + [C](\dot{x}) + [K](x) = (F)$$

Equazione formalmente identica a quella riportata per il sistema ad un grado di libertà. In quest'equazione appaiono la matrice delle masse $[M]$, la matrice degli smorzamenti $[C]$ e la matrice delle rigidezze $[K]$. Ricavata l'equazione in forma matriciale che descrive il sistema, siamo in grado di scrivere la funzione di risposta dello stesso sistema, ricordando che:

$$\begin{cases} F(t) = F_0 e^{i\omega t} \\ x(t) = \bar{x} e^{i\omega t} \end{cases}$$

Dove ora sia la forzante che lo spostamento sono vettori. Per cui ora li possiamo esprimere come:

$$(F) = (F_0) e^{i\omega t}$$
$$(x) = (\bar{x}) e^{i\omega t}$$

Ricavando in questo modo:

$$(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])(\bar{x}) = (F)$$

Dove anche per quest'equazione possiamo notare come sia formalmente identica a quella scritta per il sistema ad un singolo grado di libertà. Infatti, anche in quest'equazione appaiono, sotto forma di matrici, la massa$[M]$, lo smorzamento $[C]$ e la rigidezza $[K]$. Per comodità, il termine tra parentesi viene raggruppato sotto un unico termine, detto matrice di rigidezza dinamica $[D(\omega)]$, riducendo così l'equazione a:

$$[D(\omega)](\bar{x}) = (F)$$

Dalla quale siamo dunque in grado di ricavare la risposta del sistema esplicitando il vettore degli spostamenti come:

$$(\bar{x}) = [D(\omega)]^{-1}(F)$$

Emerge allora come questo modello, che noi abbiamo descritto per un sistema a due gradi di libertà, sia valido per sistemi ad N gradi di libertà, dove gli elementi costituenti vettori e matrici saranno tanto più numerosi tanto più saranno le masse che entreranno a far parte del modello.

3.2.3 Confronto tra i due modelli

I due modelli che sono stati presentati descrivono lo stesso fenomeno ma con approssimazioni diverse.
Questo è dovuto al fatto che il modello con un singolo grado di libertà non riusciva, una volta eseguite l'analisi attraverso gli opportuni software, a rilevare la presenza di due o più picchi nella distribuzione dei dati presenti per ogni prova. Ciò vuol dire che il modello non è abbastanza accurato per percepire ciò che accadeva al sistema in esame e che di conseguenza era meglio virare su un modello più sensibile in grado di recepire queste differenze. Bisogna ricordare, infatti, come i modelli che vengono utilizzati devono rispecchiare il più possibile quella che può essere una qualsiasi condizione analizzata e della quale se ne vuole studiare il comportamento.
Per questo motivo per l'analisi condotta si è fatto uso del solo secondo modello, in quanto rispondeva meglio alle nostre esigenze. Sarà quindi mostrata, nei capitoli seguenti, l'applicazione del solo secondo modello al disco palettato posto in rotazione a diverse velocità.

3.3 Parameter accuracy

Questo è l'ultimo degli step eseguiti per effettuare l'analisi e ci descrive come sono stati trattati i dati per giungere ai risultati.

Dunque, per far ciò si è fatto uso di un algoritmo di approssimazione, denominato Levenberg-Marquardt. Questo è un algoritmo di ottimizzazione usato per la risoluzione di problemi in forma di minimi quadrati quando si presentano in forma non lineare. Si tratta di un algoritmo iterativo, nel quale il vettore che viene continuamente aggiornato iterando per step successivi è dato da un'interpolazione fra il metodo di discesa del gradiente (che costituisce la fase più lenta del processo ma che porta a convergenza, ove possibile, i dati trattati) e l'algoritmo di Gauss-Newton.

In definitiva, l'algoritmo di Levenberg-Marquardt ci fornisce uno strumento in grado di fornire una soluzione numerica relativamente al problema di minimizzare una funzione non lineare in uno spazio di m parametri. Tale strumento di calcolo fa ciò ottimizzando m parametri p della funzione in esame, in modo che la somma dei quadrati delle deviazioni standard su un dataset di N dati risulti minima.

Ciò si realizza come segue:

$$E(p) = \sum_{1}^{N} \left(\alpha_{ex}(\omega) - \alpha_m(\omega, p)\right)_i^2 = \sum_{1}^{N} r_i^2$$

L'algoritmo ci restituisce anche i valori di varianza dei residui e la matrice dei parametri di covarianza espressi come:

$$\sigma_r = \frac{1}{m - N} \sum_{1}^{N} r_i^2$$

$$cov_p = \sigma_r (J^t J)^{-1}$$

Dove J è la matrice Jacobiana.

Vediamo di seguito come è stato possibile sfruttare l'algoritmo per ricavare i risultati del lavoro di tesi svolto.

3.3.1 Il software utilizzato

Per implementare l'algoritmo di approssimazione di Levenberg-Marquardt si è scelto di utilizzare un software open source quale SciDAVis, acronimo di Scientific Data Analysis and Visualization. Tale programma è molto utilizzato per la rappresentazione grafica e l'analisi dei dati in campo scientifico, in quanto in grado di fornire rappresentazioni 2D e/o 3D di dati importati al suo interno in formato ASCII, o di dati inseriti manualmente o, come nel nostro caso, di dati ricavati tramite l'utilizzo di formulazioni matematiche. I dati utilizzati per condurre l'analisi vengono riportati in fogli di calcoli, suddivisi per colonne (tipicamente si indicano valori di x e y per ottenere grafici 2D) o per matrici nell'ipotesi di ricavare grafici in 3D.

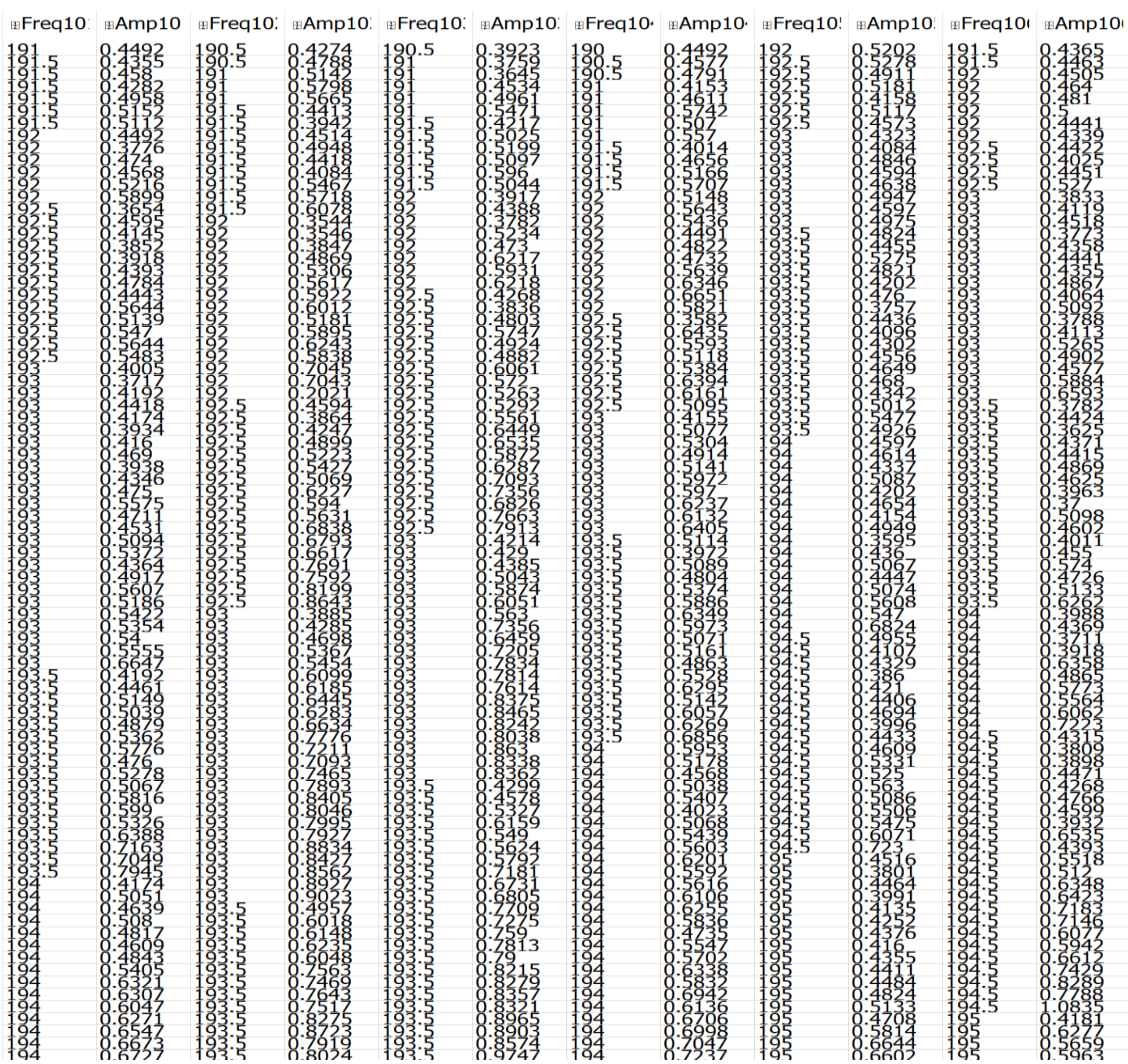

Figura 3.17: Esempio di foglio di calcolo in SciDAVis

A questo punto, una volta raccolti i dati, il programma ci consente di scegliere arbitrariamente quale colonna definire come asse x del nostro grafico e quale come y. Sarà sufficiente selezionare la colonna di interesse, cliccare su di essa con il tasto destro del mouse e selezionare la variabile da associare.

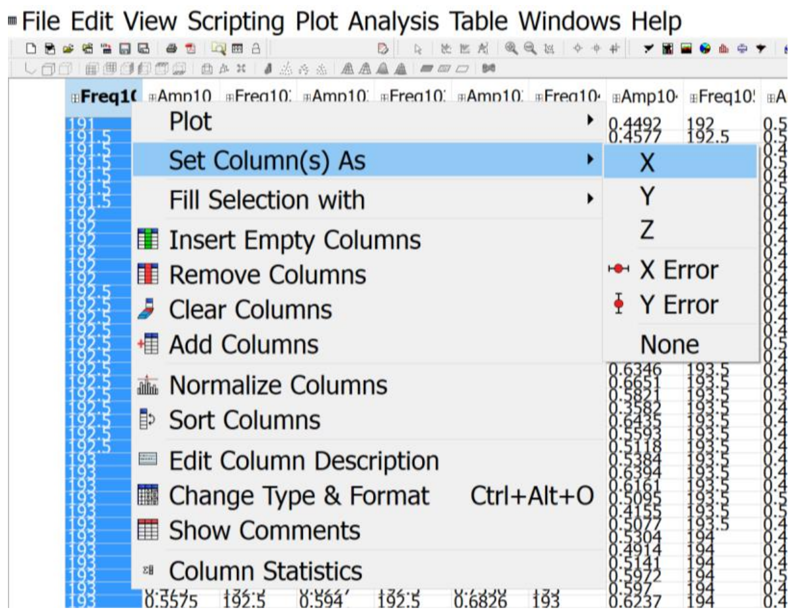

Figura 3.18: Definire le variabili in SciDAVis

Definite quali siano le x e le y saremo in grado di plottare i nostri dati, semplicemente andando con il mouse sul tasto plot, dove cliccando, potremo scegliere tra diversi grafici quello che più si adatta alle nostre esigente ed immediatamente apparirà a video il grafico scelto per rappresentare i nostri dati.

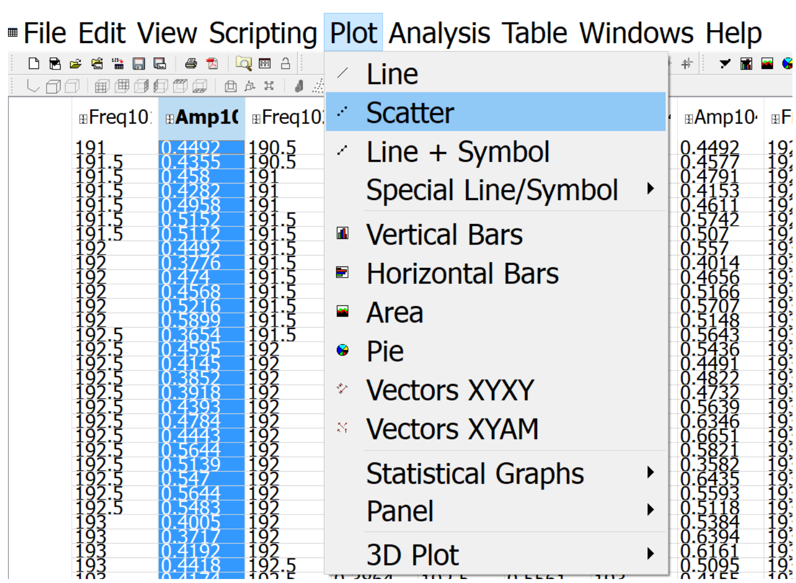

Figura 3.19: Scelta del grafico in SciDAVis

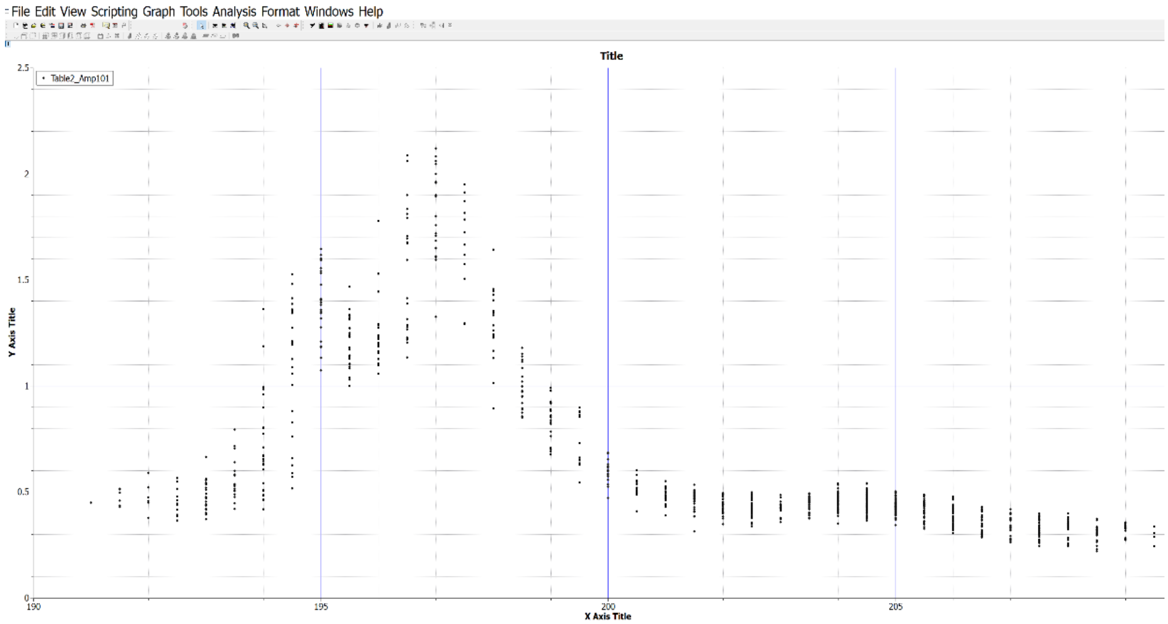

Figura 3.20: Esempio di grafico in SciDAVis

A questo punto SciDAVis, come accennato in precedenza, ci permette di inserire manualmente formule grazie alle quali andare a ricavare i risultati del nostro lavoro. Semplicemente basta andare in alto su "Analysis" dove troveremo già diverse funzioni implementate. Sarà invece necessario selezionare "Fit Wizard…" se interessati ad inserire manualmente noi le formule matematiche.

Selezionato ciò si aprirà davanti a noi un ambiente di lavoro come mostrato di seguito.

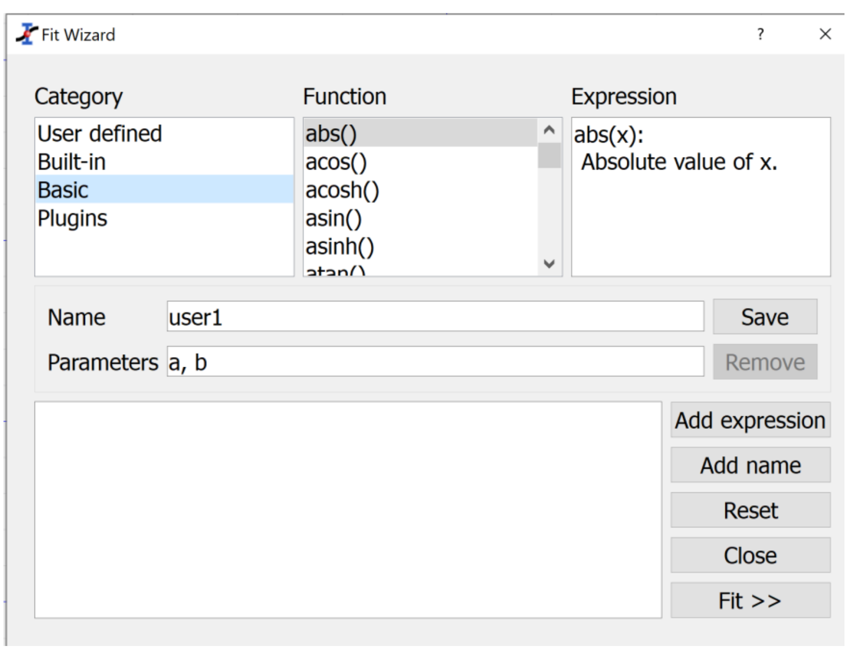

Figura 3.21: Ambiente di lavoro in SciDAVis

In questo ambiente di lavoro ci si presentano davanti diverse opportunità. Si può vedere infatti come sia possibile scegliere tra diverse formule già predefinite e contenute in librerie (indicate come "Category" nel programma), modificare le formule contenute nelle "Category" o ancora crearne di nuove noi stessi e salvandole nella categoria "User defined".

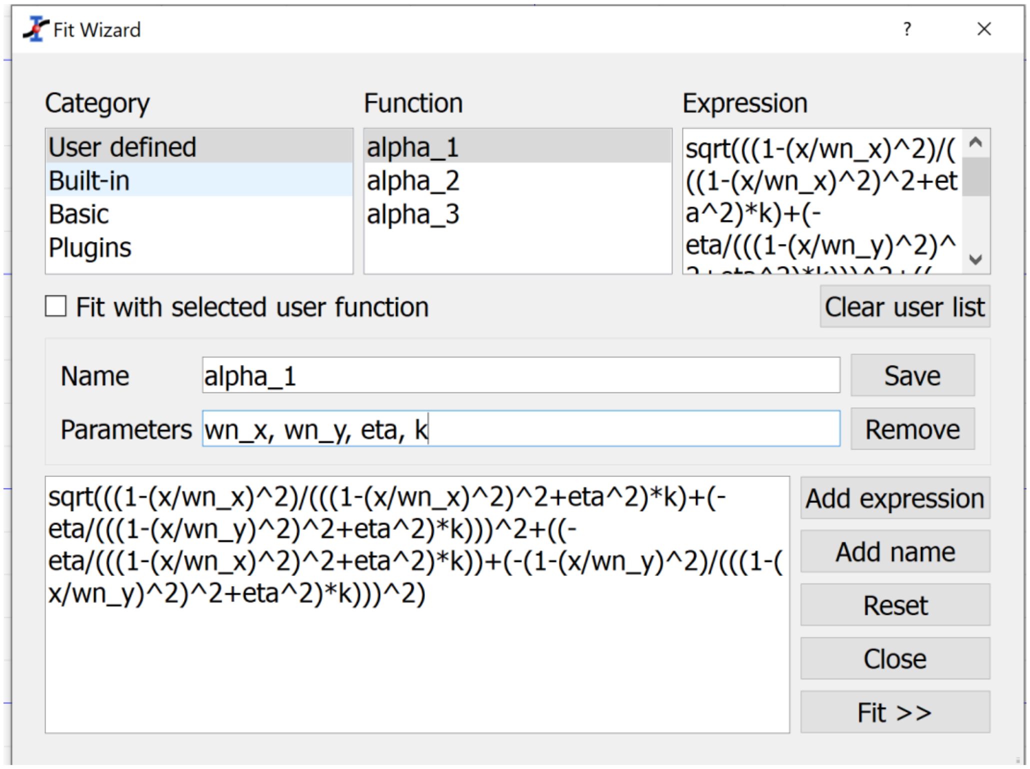

Figura 3.22: Definizione delle formule in SciDAVis

Possiamo vedere come sia stata definita una nuova formula, chiamata alpha_1, e salvata nel programma insieme ad altre, nella categoria "User defined". Inoltre, il programma, oltre a salvare funzioni matematiche, ci fornisce anche l'opportunità di definire quali siano i parametri della funzione che vogliamo studiare, semplicemente indicandoli nella casella di testo che fa riferimento a "Parameters". A questo punto, siamo in grado di andare a ricercare gli output e ricavare così i risultati, semplicemente selezionando "Fit>>", e si aprirà una nuova schermata che ci pone di fronte a diverse scelte.

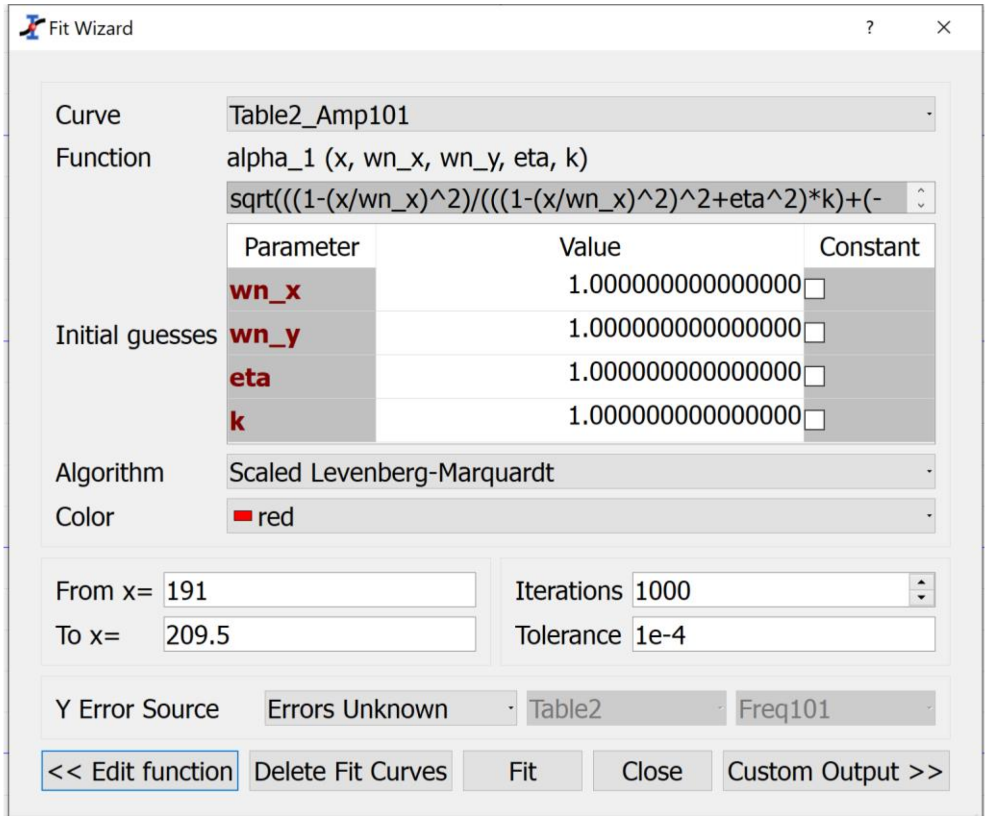

Figura 3.23: Ambiente di calcolo in SciDAVis

Arrivati a questo punto possiamo finalmente utilizzare l'algoritmo di Levenberg-Marquardt per approssimare la funzione precedentemente salvata (SciDAVis offre l'opportunità di far uso anche di altri algoritmi che però non verranno trattati in questo lavoro). Abbiamo inoltre diverse strade da poter scegliere per effettuare il calcolo. Infatti, il programma ci offre la possibilità, oltre che di variare il numero di iterazioni che questo può eseguire, di fornire un valore di partenza dei parametri selezionati come punto di inizio dell'iterazione (è sufficiente scrivere il valore desiderato nella colonna "Value"), ed eventualmente, spuntando la cella di fianco al parametro, di scegliere quale tenere come costante durante l'analisi e su quale invece eseguire l'iterazione. Determinato tutto ciò, sarà sufficiente premere su "Fit" per ricavare la curva selezionata ed i valori per i quali la funzione va a convergenza, per esempio con un limite di mille iterazioni.

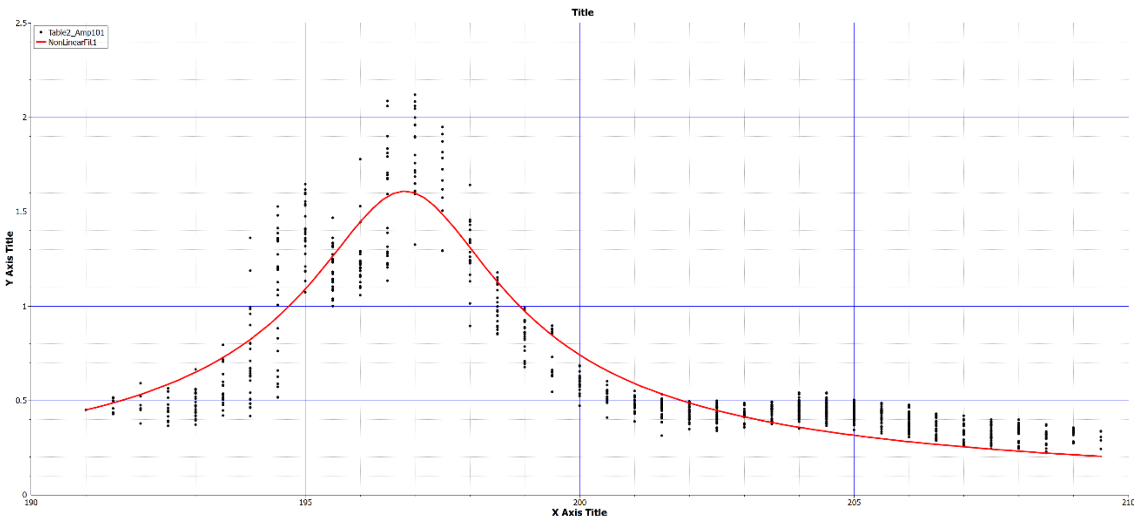

Figura 3.24: Curva 2D ottenuta tramite SciDAVis

```
--------------------------------------------------------------------------------------
[23/11/2020 17:17:41 Plot: "Graph2"]
Non-linear fit of dataset: Table2_Amp101, using function:
sqrt(((1-(x/wn_x)^2)/(((1-(x/wn_x)^2)^2+eta^2)*k)+(-eta/(((1-(x/wn_y)^2)^2+eta^2)*k)))^2+((-
eta/(((1-(x/wn_x)^2)^2+eta^2)*k))+(-(1-(x/wn_y)^2)/(((1-(x/wn_y)^2)^2+eta^2)*k)))^2)
Y standard errors: Unknown
Scaled Levenberg-Marquardt algorithm with tolerance = 0.0001
From x = 191 to x = 209.5
wn_x  = 196.816359911625 +/- 30.8727397681044
wn_y  = 196.816692540986 +/- 29.8466058410671
eta  = 0.0169368049314347 +/- 0.308454757524996
k  = 51.9222700323812 +/- 0.181216721718056
--------------------------------------------------------------------------------------
Chi^2 = 24.5987550111469
R^2 = 0.834655071265913
--------------------------------------------------------------------------------------
Iterations = 16
Status = success
```

Figura 3.25: Riepilogo dei risultati

Si può osservare come SciDAVis fornisca diverse informazioni sui risultati ottenuti. Infatti, oltre ad un riepilogo contente la formula e quale algoritmo siano stati usati per l'analisi, al numero di iterazioni necessarie per andare a convergenza (e quindi lo stato di successo o meno dell'operazione), ci fornisce anche con quale precisione il programma ha calcolato i risultati, in termini di incertezza sulla misura relativa ai parametri ricercati. Questa incertezza sulla misura è un ottimo strumenti per comprendere la bontà dei risultati e se quindi il modello matematico scelto o l'uso dell'algoritmo prescelti risultino efficaci ai fini dell'analisi. Ovviamente l'incertezza della misura non è funzione solo di questi due parametri, ma è comunque un primo strumento da utilizzare come verifica di quanto è stato eseguito. Questa, infatti, può anche essere funzione della bontà dei dati raccolti e d conseguenza sulla dispersione che quest'ultimi hanno, influenzando così in maniera positiva e/o negativa il risultato (argomento che sarà trattato in seguito).

In questo capitolo si sono dunque analizzati quali siano gli strumenti a nostra disposizione per poter studiare il comportamento dinamico strutturale di un disco di turbina sollecitato da una forza rotante.
Vedremo allora nei prossimi capitoli come applicare i modelli di calcolo sopra citati e come ci verrà in contro il programma scelto per l'analisi, andando a mostrare i risultati ottenuti e quanto questi siano validi per descrivere il comportamento del disco di turbina.

4. Applicazione del modello matematico

In questo capitolo vedremo come applicare quanto spiegato nel capitolo precedente ed i risultati che ci forniranno i modelli applicati, ricordando che sono pur sempre un'ipotesi semplificativa di ciò che accade nella realtà, ma pur sempre efficace. Andremo allora a vedere cosa vuol dire applicare un modello matematico ad un sistema reale e nello specifico come risulterà essere un disco palettato di turbina visto come un sistema massa-molla-smorzatore. Oltre a ciò, si presenterà anche la simmetria ciclica, uno strumento che si basa sulla geometria del corpo in esame e che ci permetterà di semplificare l'analisi rendendola allo stesso tempo affidabile e realistica.

4.1 Approssimazione della struttura

Per comprendere come approssimare un disco palettato, è necessario dapprima capire come questo sia fatto e quali siano i suoi principali elementi.
Allora un disco palettato non è che un componente rotante di una turbomacchina, costituito da un disco e da un determinato numero di palette attaccate al disco, sollecitato da forze di diversa natura, come per esempio forze di attrito o di pressione. Quindi i principali elementi di nostro interesse e soggetti all'analisi, saranno due:

- Il disco;
- Le palette.

Figura 4.26: Rappresentazione di un disco palettato

Come possiamo notare dalla Figura 1, si tratta di strutture circolari; è allora qui che entra in gioco la prima ipotesi, ovvero quella di simmetria ciclica secondo la quale, sfruttando la geometria circolare del corpo, è sufficiente analizzare una porzione del disco (definita come settore circolare) per ricavare il comportamento di tutta la struttura. Quest'assunzione si basa su una forte ipotesi, per la quale ogni settore considerato è uguale sia al precedente che al successivo. In buona sostanza si assume che tutti i settori sono tra loro identici sotto tutti i punti di vista (come per esempio geometria, forze applicate e materiale), e di conseguenza per descrivere il comportamento dell'intero disco sollecitato da forze esterne (visto come la sommatoria degli N settori circolari considerati) sarà sufficiente considerare un singolo settore circolare. Sotto quest'ipotesi, il comportamento dell'intero disco può essere determinato partendo dallo studio di un singolo settore circolare, per poi estendere i risultati ottenuti all'intero sistema esaminato (attraverso opportune condizioni al contorno). Inoltre, queste strutture a simmetria ciclica mostrano particolari caratteristiche dinamiche, giocando un ruolo importante per quanto concerne le vibrazioni agenti sul corpo durante la sua attività. Queste caratteristiche possono essere più facilmente studiate proprio considerandone una porzione, un settore appunto, ed isolandolo dal resto della struttura.

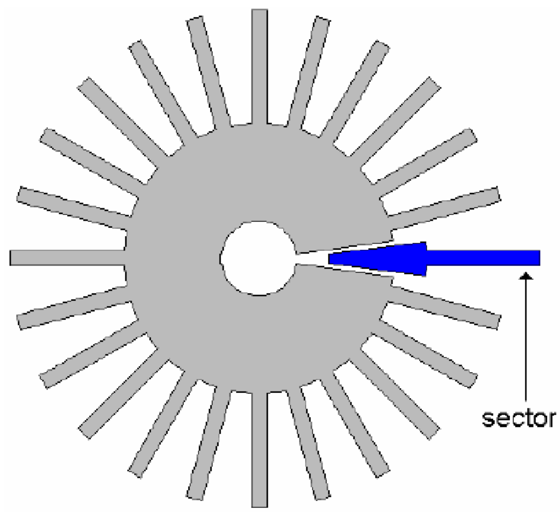

Figura 4.27: Rappresentazione di un settore del disco

Partendo da questo presupposto, si assume il disco palettato come una membrana circolare. Questa ipotesi è riduttiva in quanto la struttura considerata è tridimensionale e il comportamento è molto più complesso di quello mostrato da una membrana, ma è comunque adeguata a fornire risultati attendibili e sui quali possiamo basarci per analizzare il disco in questione e capirne il comportamento.

Dunque, rimane comunque un'ipotesi sufficiente per comprendere il comportamento dinamico da un punto di vista generale, rappresentando così un buon punto di partenza per la discussione.

L'aspetto di maggior interesse nella nostra discussione è rappresentato da ciò che viene definito come diametro nodale, ovvero quel luogo di punti (detti nodi) che non si muove ad una specifica frequenza.

In una struttura circolare vi è più di un diametro nodale. Infatti, il numero di questi ultimi è fortemente legato al numero di settori in cui il disco è suddiviso (soddisfando sempre la simmetria ciclica della struttura), ed ognuno di essi corrisponde un dato valore di frequenza alla quale è sottoposto il disco.

Per questo motivo un settore è genericamente rappresentato da una paletta, e di conseguenza corrisponde ad una parte del corpo del disco al quale sono attaccate le palette.
In questo modo si crea una struttura circolare chiusa formata da sottostrutture tutte identiche tra di loro, dove il numero di settori N coinciderà con il numero di palette n.

4.2 Modellazione della struttura

In questo paragrafo ci occuperemo di definire come il modello a due gradi di libertà analizzato nel Capitolo 3 approssimi il disco di turbina palettato, dove possiamo considerare ogni singola paletta come incastrata in un settore del disco.

Allora, il modello (che ricordiamo essere a parametri concentrati) prevederà la presenza di una massa della paletta m_b e di una del disco m_d, legate tra loro da quella che è la rigidezza della paletta k_b. Avremo inoltre la rigidezza del disco k_d, che lega quest'ultimo a terra ed infine la rigidezza k_c, che indica la rigidezza tra due settori del disco contigui.

Questi parametri sono disposti in modo da costruire un modello equivalente della struttura, ovvero un sistema massa-molla-smorzatore come mostrato nella Figura 4.3. si ipotizza inizialmente l'assenza di smorzamento.

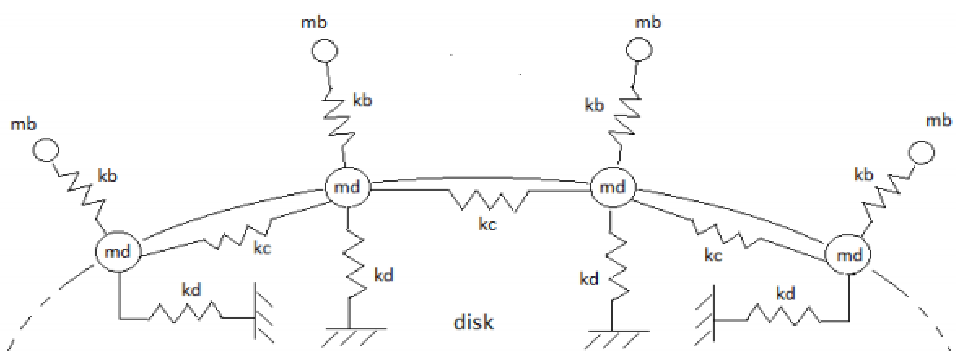

Figura 4.28: Schematizzazione di un sistema a parametri concentrati

L'equazione che descrive il sistema sarà allora:

$$[M](\ddot{x}) + [K](x) = (F)$$

Dove

$$(x) = x_i \quad con\ 1 < i < N$$

Ed N indica il numero di settori in cui il disco è diviso, nonché i gradi di libertà dell'intero sistema (oltre che il numero di palette). Considerando il nostro disco palettato in questione, si avrà allora un sistema a 146 gradi di libertà. All'interno della matrice delle masse $[M]$ troveremo i contributi dovuti alla massa della paletta m_b e quella del disco m_d; nella matrice delle rigidezze $[K]$ vi saranno le tre rigidezze k_b, k_d e k_c.

Possiamo vedere dunque tutti i parametri precedentemente elencati e come essi siano collegati tra loro. Inoltre, emerge chiaramente cosa si intenda per modello a parametri concentrati, dove viene mostrato come, per esempio, le masse in esame siano concentrate in punti, perdendo così la tridimensionalità del corpo. Questo modello sarà la base di partenza del lavoro svolto, e come visto nel precedente capitolo, ci permette di descrivere il comportamento della struttura attraverso equazioni differenziali che ci portano a definire quale sia la funzione di risposta in frequenza dell'intero disco sollecitato da una forza rotante esterna.

4.3 Simmetria ciclica del modello a parametri concentrati

Come accennato in precedenza, il disco palettato ha la proprietà di avere una simmetria ciclica, e ciò consente di analizzarne un solo settore circolare per conoscere comunque il comportamento dell'intera struttura. Ciò è veritiero affiancando alla proprietà di simmetria ciclica l'ipotesi di uguaglianza tra due settori contigui. In questo modo si avrà un settore uguale al precedente ed al successivo (in termini di materiale, geometria e forze applicate), e di conseguenza tutti i settori circolari considerati risulteranno tra loro uguali. Per questo motivo si fa corrispondere ad ogni settore una paletta del disco, avendo così tanti settori quante sono le palette del disco. Ne deriva di conseguenza che si ipotizza che anche le palette siano tutte uguali tra di loro (il che è veritiero a conferma dell'ipotesi precedentemente introdotta). Questa proprietà è molto utile ai fini dello studio del comportamento in dinamica del disco palettato, in quanto riduce notevolmente i tempi di calcolo fornendo risultati allo stesso modo attendibili.
Allora, in questo paragrafo vedremo come si trasformerà il modello a parametri concentrati precedentemente introdotto per l'intera struttura in quello per un unico settore, ricavando così il modello di base per studiare le dinamiche del sistema nelle sue diverse configurazioni. Sappiamo che ad ogni settore corrisponde una paletta del disco, allora il modello applicato al singolo settore sarà solamente riferito ad una paletta ed a quella porzione di disco a cui essa è vincolata. Si avrà anche qui un sistema massa-molla-smorzatore, ma solamente applicato alla singola porzione di disco. Si ipotizza inizialmente l'assenza di smorzamento.

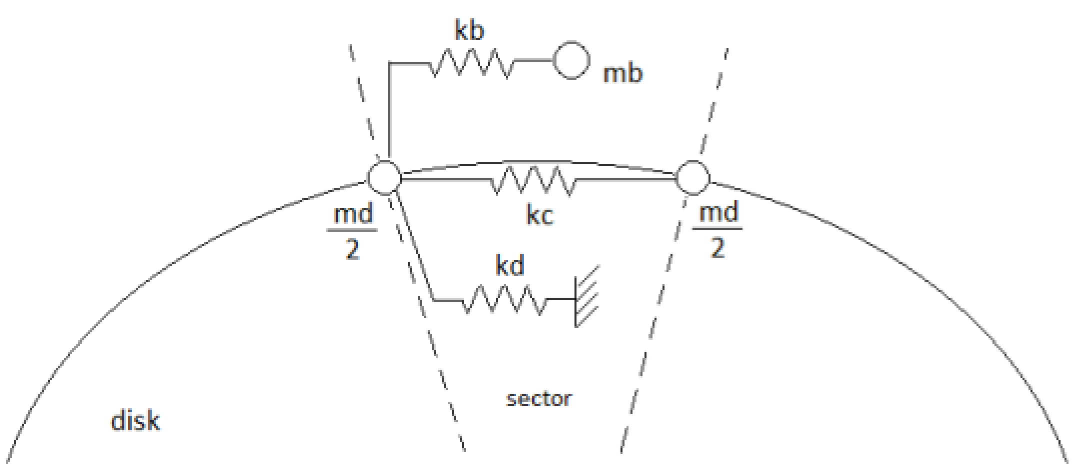

Figura 4.29: Schematizzazione di un sistema a parametri concentrati del settore del disco

Facendo riferimento al modello completo, per rispettare la simmetria ciclica, si sono considerate la metà delle masse del disco e solo una paletta è stata inclusa nel settore circolare esaminato. Allora l'equazione che descrive il settore i-esimo è:

$$(m_{i,d} + m_{i,b})\ddot{x} + (k_{i,d} + k_{i,b} + k_{i,c})x = F_i$$

Partendo da quest'equazione del singolo settore siamo in grado di giungere a quelle più generali, che ci descrivono tutto il disco, e di conseguenza di ricavarne la funzione di risposta.
Funzione di risposta che per il singolo settore sarà data dall'equazione ricavata nel Capitolo 3, ovvero:

$$[(k_{i,c} + k_{i,b} + k_{i,d}) - \omega^2(m_{i,b} + m_{i,d})]\bar{x} = F_0$$

Riportata in assenza di smorzamento.
Abbiamo capito ora come viene approssimato il disco in esame. Lo step successivo è quello di entrare ancor più nel dettaglio e caratterizzare ulteriormente il modello. A tale scopo si analizzerà il modello andando ad indentificare quali siano i parametri indipendenti che lo descrivono, i gradi di libertà che lo rappresentano ed infine, ai fini di comprenderne il comportamento dinamico, come sia influenzato dalla presenza dello smorzamento, il vero focus dell'esperimento Si ricorda come da questo momento in poi ci si stia riferendo ad un singolo settore (e quindi ad una singola paletta del disco) per spiegare come sia stato approssimato il disco e come sia stato svolto il lavoro di tesi, che mira comunque a dare una spiegazione del comportamento dell'intero disco palettato. Infatti, nella successiva fase di analisi dei dati tramite l'utilizzo di SciDAVis si è implementato il modello ricavato per tutte le palette del disco, ricavando così tutti i dati necessari atti a comprendere il comportamento dell'intera struttura, partendo però da una singola paletta.
Riportiamo dunque di seguito l'effettivo modello utilizzato nel lavoro di analisi.

4.3.1 Modello a 2 gradi di libertà

Il modello a due gradi di libertà assume che il corpo possa muoversi (o come nel nostro caso oscillare) lungo due direzioni quando sollecitato da una generica forza F applicata. Nel nostro caso sarà la medesima cosa, con il corpo libero di oscillare su due direzioni tra loro ortogonali quando sollecitato da una forza rotante alternata F.
Il sistema da noi considerato si basa su alcune assunzioni quali:

- Si considera la massa equivalente m, intesa come somma della massa del disco m_d e massa della paletta m_b:

$$m = m_d + m_b$$

- La rigidezza equivalente k, data dalla somma dei tre contributi k_c, k_d, k_b, dove i primi due termini sono rigidezze legate al disco e la rigidezza restante è rappresentativa della rigidezza della paletta:

$$k = k_c + k_d + k_b$$

- Si considera la forza esterna sollecitante F_{ex}, nel nostro caso rotante, come espressa in termini di frequenze e smorzamenti:

$$F = F_0 e^{i\varphi}$$

- Si considerano le frequenze ω ed ω_n, ovvero la frequenza alla quale è sollecitato e la frequenza propria del corpo (quella naturale);

- Si assume la presenza di uno smorzamento strutturale η.

Essendo ora un moto bidimensionale, avremo due funzioni di risposta in frequenza a caratterizzare il sistema, oltre che lo sdoppiarsi di tutte le grandezze quali rigidezza e smorzamento. Avremo allora una rigidezza equivalente, una frequenza di oscillazione ed uno smorzamento per ogni direzione di moto.
Si suppone invece uguale lungo le due direzioni la frequenza naturale del corpo. Nell'ipotesi del solo smorzamento strutturale, le grandezze coinvolte saranno, in considerazione di ciò, le seguenti:

- ω_{nx} ed ω_{ny};
- k_x ed k_y;
- η_x ed η_y.

Ricordando che:

$$\begin{cases} \eta = \dfrac{h}{k} \\ \omega_n = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \end{cases}$$

Avremo:

$$\begin{cases} \eta_x = \dfrac{h_x}{k_x} \\ \eta_y = \dfrac{h_y}{k_y} \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} \omega_{nx} = \sqrt{\dfrac{k_x}{m}} \\ \omega_{ny} = \sqrt{\dfrac{k_y}{m}} \end{cases}$$

Schematicamente possiamo raffigurare quanto detto come mostrato di seguito.

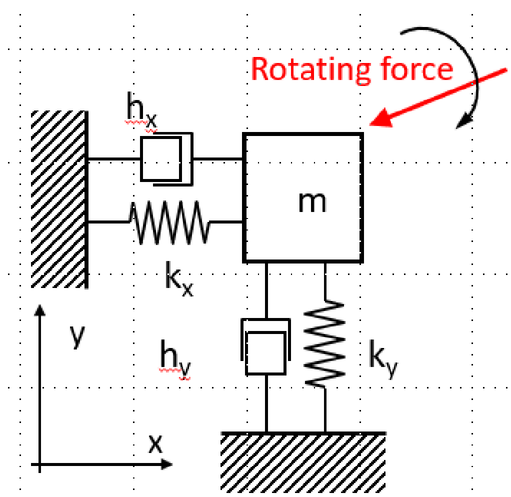

Figura 4.30: Sistema massa-molla-smorzatore a 2 gradi di libertà

In questo sistema è stato ipotizzato la presenza del solo smorzamento strutturale (e di conseguenza il solo coefficiente η). Si ha sempre la presenza della forza esterna rotante F ad eccitare il nostro sistema.

Nuovamente questa risulta espressa come:

$$F = F_0 e^{i\varphi}$$

Risulta essere chiaro allora come in questo caso avremo due funzioni di risposta in frequenza che ci mostreranno il comportamento della massa, una $\alpha_x(\omega)$ che indicherà come si comporta lungo l'asse x ed una $\alpha_y(\omega)$ che lo descriverà lungo l'asse y. Per avere l'idea generale del comportamento globale della struttura considerata potremo fare ricorso al principio di sovrapposizione degli effetti, ricavando così la risposta in frequenza globale come somma algebrica delle due risposte in frequenza ortogonali fra loro. Su avrà dunque:

$$\alpha(\omega) = \alpha_x(\omega) + \alpha_y(\omega)$$

Sarà dunque questa la risposta in frequenza di nostro interesse e che andremo ad analizzare ed esplicitare in seguito. Ricordando quanto scritto in precedenza, considerando solo lo smorzamento strutturale, $\alpha_x(\omega)$ e $\alpha_y(\omega)$ le possiamo esprimere come:

$$\begin{cases} \alpha_x(\omega) = \dfrac{A}{F_{ex,x}} = \dfrac{1/k_x}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2 + i\eta_x} \\ \alpha_y(\omega) = \dfrac{A}{F_{ex,y}} = \dfrac{1/k_y}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2 + i\eta_y} \dfrac{1}{e^{i\varphi}} \end{cases}$$

Dove le due equazioni sono espresse in funzione della rigidezza equivalente k, della frequenza alla quale il corpo è sollecitato ω_n, della frequenza naturale del corpo ω e dello smorzamento strutturale η. La somma delle due sarà allora la risposta in frequenza dell'intero sistema.
La funzione di risposta del sistema sarà allora:

$$\alpha(\omega) = \left(\frac{1/k_x}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2 + i\eta_x} \right) + \left(\frac{1/k_y}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2 + i\eta_y} \frac{1}{e^{i\varphi}} \right)$$

Ricordiamo come la risposta in frequenza qui determinata sia relativa alla singola paletta e non all'intero disco. Sarà determinando tutte le varie risposte in frequenza che potremo estendere il discorso all'intero disco palettato in esame e capire così come quest'ultimo si comporta nelle diverse configurazioni testate.
Tutti i parametri che ci descrivono le due funzioni sono considerati come agenti sulla direzione lungo la quale viene considerata la funzione di risposta in frequenza. Infine, possiamo osservare

come la funzione espressa lungo la direzione y $\alpha_y(\omega)$ sia moltiplicata per un coefficiente $\frac{1}{e^{i\varphi}}$, termine responsabile di indicarci di quanto è ruotata la funzione lungo la direzione y rispetto a quella lungo la direzione x (per comodità si assumerà in seguito $\varphi = 90°$).
Anche in questo caso possiamo concludere identificando quali siano i parametri indipendenti che descrivono il sistema. Essi sono:

- Le frequenze naturali ω_{nx} e ω_{ny};
- Le rigidezze equivalenti k_x e k_y;
- Gli smorzamenti strutturali η_x e η_y.

4.4 Le configurazioni testate

Arrivati a questo punto possiamo introdurre il lavoro che è stato svolto. Quanto è stato fatto si è basato sull'assunzione del disco palettato inteso come sistema massa-molla-smorzatore a due gradi di libertà, assumendo dapprima 4 parametri indipendenti, passando per 5 ed infine considerandone 6. Tutto questo considerando tre diverse velocità di rotazione alle quali il disco è stato posto, ricavando di conseguenza tre risposte diverse del comportamento dinamico strutturale di quest'ultimo. Le analisi sono state condotte considerando le tre seguenti velocità di rotazione:

- 2160 rpm;
- 2700 rpm;
- 3510 rpm;

In linea teorica ci aspettiamo di trovare nei risultati ottenuti che con l'aumentare della velocità di rotazione alla quale è sottoposto il disco vi sia un incremento della rigidezza equivalente ed allo stesso tempo una diminuzione di smorzamento. Ciò ci porta a dire che più il disco ruota velocemente meno l'effetto dello smorzamento (dovuto all'attrito tra il dovetail e lo slot del disco) si manifesta, contestualmente con un aumento di rigidezza che ci indica quanto è maggiormente stabile (a livello strutturale) il sistema.
Come accennato in precedenza, ogni singola configurazione verrà testata sotto tre diverse ipotesi (e quindi tre diversi modelli) quali:

- Sistema a 2 gradi di libertà e 4 parametri indipendenti: si assume che il corpo sia libero di oscillare lungo le due direzioni principali x e y, il che ci consente di ricavare i primi due parametri quali ω_{nx} ed ω_{ny} (ovvero le frequenze naturali del corpo), e che sia lo smorzamento strutturale η che la rigidezza equivalente k sia i medesimi lungo i due assi. Abbiamo così i nostri quattro parametri che ci descriveranno il sistema e che dovremo andare a determinare;

- Sistema a 2 gradi di libertà e 5 parametri indipendenti: questo sistema differisce dal precedente in quanto si basa su una diversa assunzione. Infatti, in questo caso si considerano diverse sui due assi principali anche le rigidezze equivalenti, ottenendo così k_x e k_y. Il sistema sarà dunque descritto da cinque parametri indipendenti che dovremo andare a determinare;

- Sistema a 2 gradi di libertà e 6 parametri: in quest'ultimo sistema si considerano diverse sui due assi oltre alle frequenze naturale del corpo ed alle rigidezze equivalenti anche gli smorzamenti strutturali η_x ed η_y. Avremo una condizione per cui ogni variabile mi descrive cosa succede sul rispettivo asse e, tramite il principio di sovrapposizione degli effetti, saremo in grado di capire la risposta globale del settore circolare in esame. Il sistema sarà dunque descritto da sei parametri indipendenti che dovremo andare a determinare.

Esaminiamo ora nel dettaglio come sono stati affrontati ognuno di questi modelli nelle diverse configurazioni di velocità e come si sia arrivati ad estrapolare tutti i parametri attraverso l'utilizzo del software SciDAVis.

4.4.1 Modello a 4 parametri

Il modello a quattro parametri indipendenti si basa sul modello precedentemente descritto a due gradi di libertà. Le variabili in questione sono quindi:

- Le frequenze naturali ω_{nx} ed ω_{ny};
- La rigidezza equivalente k;
- Lo smorzamento strutturale η.

Vediamo come queste siano state sfruttate nel corso dell'analisi di questo modello a quattro parametri indipendenti. Si ipotizza dunque:

- $\eta_x = \eta_y = \eta$;
- $k_x = k_y = k$.

Per fare ciò si è partiti dalla funzione di risposta precedentemente individuata.

$$\alpha(\omega) = \left(\frac{1/k_x}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2 + i\eta_x} \right) + \left(\frac{1/k_y}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2 + i\eta_y} \frac{1}{e^{i\varphi}} \right)$$

A questo punto lo scopo è stato quello di esplicitare in una forma più compatta possibile e di facile gestione $\alpha(\omega)$, in modo da poterla inserire nel software SciDAVis e ricavare così i dati utili ai fini dell'analisi. Quindi, ipotizzando $\varphi = 90°$ si ha:

$$\alpha(\omega) = \left(\frac{1/k_x}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2 + i\eta_x} \right) + \left(\frac{1/k_y}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2 + i\eta_y} \right)$$

A questo punto, sfruttando le proprietà dei numeri complessi per le quali:

$$a = \frac{a + ib}{c + id}$$

Dove i termini b e c sono frazioni. Si è dovuto quindi fare ricorso alle operazioni di quoziente tra numeri complessi che ricordiamo essere:

$$a = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + i\frac{bc - ad}{c^2 + d^2}$$

Ed il modulo del numero complesso è dato da:

$$|a| = \sqrt{Re(a)^2 + Im(a)^2}$$

Si è potuto ricavare la funzione di risposta dopo alcuni passaggi matematici espressa come:

$$\alpha(\omega) = \sqrt{\left\{ \left[\frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2\right]^2 + \eta^2} \frac{1}{k} \right] + \left[\frac{-\eta}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2\right]^2 + \eta^2} \frac{1}{k} \right] \right\}^2 + \left\{ \left[\frac{\eta}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2\right]^2 + \eta^2} \frac{1}{k} \right] - \left[\frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2\right]^2 + \eta^2} \frac{1}{k} \right] \right\}^2}$$

Funzione che indica l'ampiezza delle oscillazioni del corpo ed espressa nei soli parametri indipendenti che caratterizzano il sistema. Possiamo infatti notare come compaiano sia le frequenze naturali ω_{nx} ed ω_{ny}, sia la rigidezza k lo smorzamento η.

Questa è la funzione che è stata successivamente implementata nel software di calcolo, che recepisce come valori in input il dato della frequenza di oscillazione del corpo ω fornito dal dataset ricavato dalla campagna sperimentale, e successivamente restituiva come output l'ampiezza dell'oscillazione $\alpha(\omega)$, svolgendo il numero di iterazioni necessarie per far convergere il risultato ottenuto $\alpha(\omega)$ ad ogni iterazione con quello riportato nel dataset fornito (a meno di una tolleranza di errore prefissata).

4.4.2 Modello a 5 parametri

Il modello a cinque parametri indipendenti è una variante di quello a quattro parametri indipendenti. Le variabili in questione sono quindi:

- Le frequenze naturali ω_{nx} ed ω_{ny};
- Le rigidezze equivalenti k_x e k_y ;
- Lo smorzamento strutturale η.

Vediamo come queste siano state sfruttate nel corso dell'analisi di questo modello a cinque parametri indipendenti. Si ipotizza dunque:

- $\eta_x = \eta_y = \eta$;

Il procedimento per arrivare alla funzione finale è uguale al precedente. Si riporta dunque solamente la funzione di risposta che sarà la base del calcolo dei parametri indipendenti tramite il software di calcolo SciDAVis.

$$\alpha(\omega) = \sqrt{\left\{\left[\frac{1-\left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2\right]^2+\eta^2}\frac{1}{k_x}\right]+\left[\frac{-\eta}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2\right]^2+\eta^2}\frac{1}{k_y}\right]\right\}^2+\left\{\left[\frac{\eta}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2\right]^2+\eta^2}\frac{1}{k_x}\right]-\left[\frac{1-\left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2\right]^2+\eta^2}\frac{1}{k_y}\right]\right\}^2}$$

Funzione che indica l'ampiezza delle oscillazioni del corpo in funzione di cinque parametri che caratterizzano il sistema. Possiamo infatti notare come compaiano sia le frequenze naturali ω_{nx} ed ω_{ny}, sia le rigidezze k_x e k_y che lo smorzamento η.

Questa è la funzione che è stata successivamente implementata nel software di calcolo, che recepisce come valori in input il dato della frequenza di oscillazione del corpo ω fornito dal dataset ricavato dalla campagna sperimentale, e successivamente restituiva come output l'ampiezza dell'oscillazione $\alpha(\omega)$, svolgendo il numero di iterazioni necessarie per far convergere il risultato ottenuto $\alpha(\omega)$ ad ogni iterazione con quello riportato nel dataset fornito (a meno di una tolleranza di errore prefissata).

4.4.3 Modello a 6 parametri

Riportiamo infine il modello a sei parametri indipendenti, un'estensione dei due precedenti. Le variabili in questione sono quindi:

- Le frequenze naturali ω_{nx} ed ω_{ny};
- Le rigidezze equivalenti k_x e k_y ;
- Gli smorzamenti strutturali η_x e η_y.

In questo caso non si pone nessuna ulteriore ipotesi restrittiva e si lascia il corpo libero di oscillare e di essere soggetto a smorzamenti nelle due direzioni principali.
In questo caso la funzione di risposta del sistema sarà:

$$\alpha(\omega) = \sqrt{\left\{\left[\frac{1-\left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2\right]^2+{\eta_x}^2}\frac{1}{k_x}\right]+\left[\frac{-\eta_y}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2\right]^2+{\eta_y}^2}\frac{1}{k_y}\right]\right\}^2+\left\{\left[\frac{\eta_x}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2\right]^2+{\eta_x}^2}\frac{1}{k_x}\right]-\left[\frac{1-\left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2\right]^2+{\eta_y}^2}\frac{1}{k_y}\right]\right\}^2}$$

Funzione che indica l'ampiezza delle oscillazioni del corpo in funzione di cinque parametri che caratterizzano il sistema. Possiamo infatti notare come compaiano sia le frequenze naturali ω_{nx} ed ω_{ny}, sia le rigidezze k_x e k_y che lo smorzamento η.

Questa è la funzione che è stata successivamente implementata nel software di calcolo, che recepisce come valori in input il dato della frequenza di oscillazione del corpo ω fornito dal dataset ricavato dalla campagna sperimentale, e successivamente restituiva come output l'ampiezza dell'oscillazione $\alpha(\omega)$, svolgendo il numero di iterazioni necessarie per far convergere il risultato ottenuto $\alpha(\omega)$ ad ogni iterazione con quello riportato nel dataset fornito (a meno di una tolleranza di errore prefissata).

5. Analisi dei risultati

In questo capitolo verranno mostrati quali sono stati i dati ricavati mediante l'utilizzo del software SciDAVis. Avremo così un primo strumento per capire se i modelli semplificativi adottati costituiscono un buono strumento per comprendere quale sia il comportamento dinamico di un disco palettato di turbina al variare della velocità di rotazione.
I risultati sono stati ricavati inserendo nel software di calcolo le equazioni ricavate nel Capitolo precedente a seconda dell'analisi condotta. Le diverse prove sono state effettuate per tutte le palette componenti il disco di turbina. Questo perché le equazioni ricavate sono riferite alla singola paletta mentre noi, sfruttando la simmetria ciclica, ricerchiamo il comportamento dell'intero sistema disco nelle diverse configurazioni nei diversi modelli proposti.
Si mostreranno dunque in seguito una serie di grafici (i più significativi) che caratterizzano le analisi svolte nell'applicazione dei diversi modelli nelle tre configurazioni di test e quali siano stati i passaggi svolti per arrivare alle conclusioni finali, supportate da elementi grafici riassuntivi che esplicano in maniera più chiara la buona riuscita o meno del lavoro. I grafici mostrati saranno supportati da file di testo in cui si mostreranno i valori numerici di quanto ottenuto. I valori riportati conterranno anche la tolleranza sulla misura, un primo strumento molto importante per rendersi conto dell'accuratezza del risultato. Questo fornisce solo una prima indicazione sulla bontà del risultato svolto ma non è decisiva a giudicarlo, in quanto l'errore sulla misura può non essere dovuto unicamente al modello applicato, ma anche alla precisione di calcolo dell'algoritmo di approssimazione utilizzato dal software di calcolo, oltre che di una distribuzione di punti fornita che è sicuramente influenzata dalle condizioni in cui si è svolto l'esperimento.
Vi è anche l'opportunità di accedere attraverso ad un QR Code ad una cartella nella quale sono riportati tutti i risultati ottenuti. Li si potranno trovare tutti i grafici di cui in seguito ne mostreremo un estratto, oltre che tutti i file di testo a supporto contenti i valori dei parametri ricavati per ogni paletta in tutte le configurazioni analizzate e nei diversi modelli descritti. Infine, al suo interno vi saranno anche i grafici riassuntivi che esplicano quanto fatto e forniscono un'idea del comportamento di tutto il disco di turbina alle diverse velocità.
Iniziamo a mostrare alcuni degli elementi che caratterizzano le diverse configurazioni di velocità analizzate.

5.1 Configurazione 1: 2160 rpm.

La prima prova si è svolta ponendo il disco ad una velocità di rotazione pari a 2160 rpm. In questa situazione si sono voluti calcolare i parametri di nostro interesse che descrivono il sistema, inizialmente quando questi siano solamente quattro, poi cinque ed infine sei. Ricordiamo come l'analisi sia eseguita su un singolo settore circolare alla volta per pervenire alla comprensione del comportamento dell'intera struttura. Riporto per comodità uno schema di ciò che sarà oggetto di analisi.

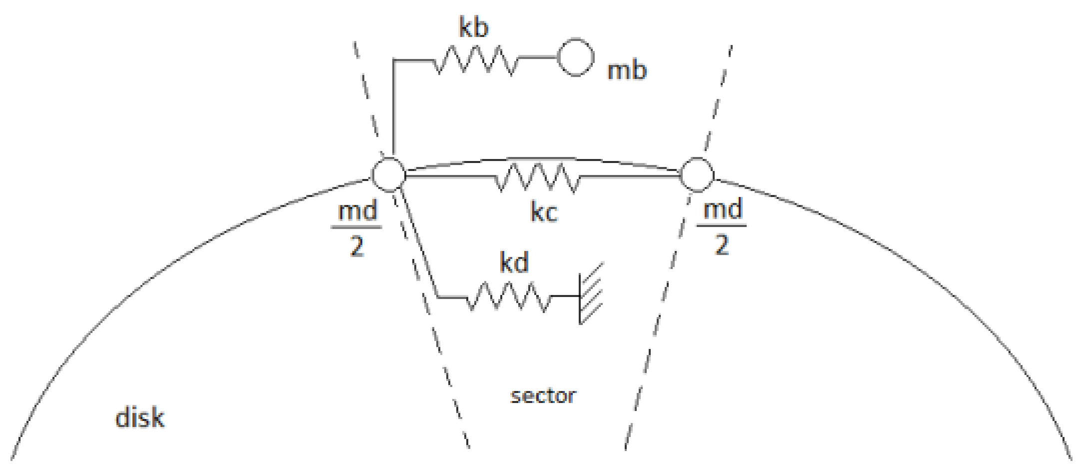

Figura 5.31: Modello del settore circolare del disco palettato

5.1.1 Risultati a 4 parametri indipendenti

Riportiamo di seguito alcuni dei grafici ottenuti durante il lavoro nell'ipotesi in cui il sistema sia caratterizzato da quattro parametri indipendenti. I grafici mostreranno la curva interpolante i punti forniti dall'esperimento svolto in collaborazione tra il Politecnico ed Avio Aero, e saranno affiancati da file di testo nei quali potremo trovare i valori delle variabili ricercate per tutte le palette componenti il disco di turbina in questa prima configurazione.

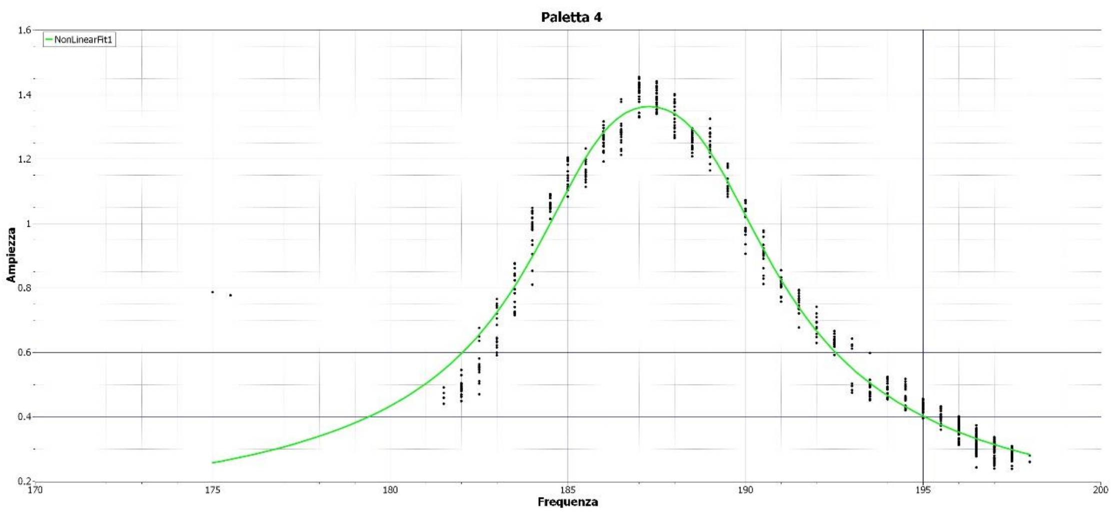

Figura 5.32: Paletta 4

Tabella 5.1: Risultati parametri indipendenti Paletta 4

Paletta 4	
wn_x	185.906424952367 +/- 0.0026909623256955
wn_y	188.7249180189 +/- 0.00298234030058195
k	43.843517559 +/- 0.0302348479155015
eta	0.0282615986029589 +/- 2.29899602790447e-05

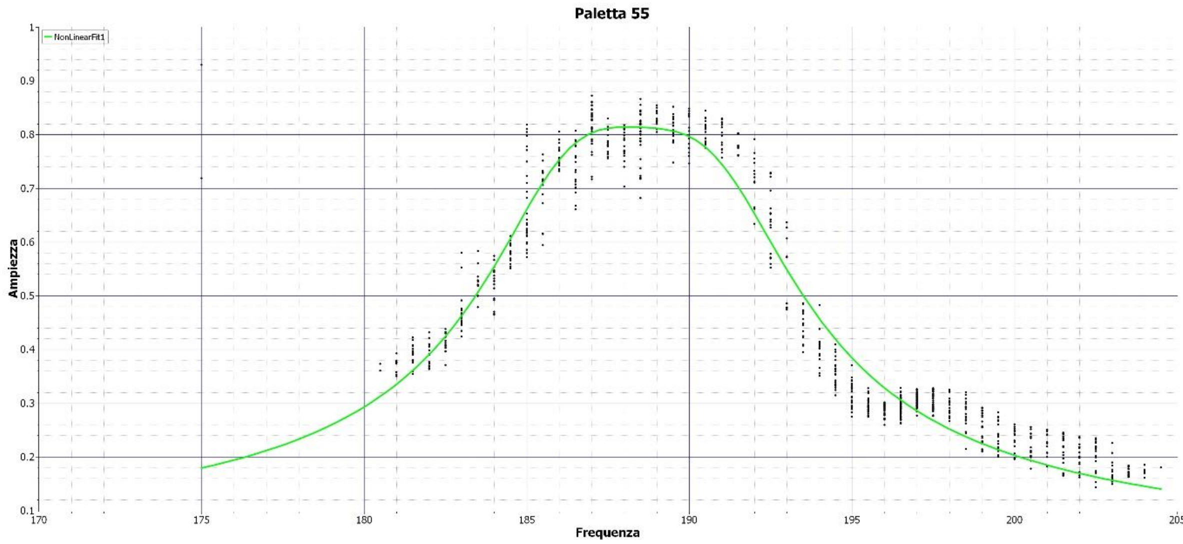

Figura 5.33: Paletta 55

Tabella 5.2: Risultati parametri indipendenti Paletta 55

Paletta 55	
wn_x	186.213684883259 +/- 0.00300134741926725
wn_y	190.754056963033 +/- 0.00350180221321322
k	59.4184883870387 +/- 0.0439445100022349
eta	0.033013358576462 +/- 3.6240749988615e-05

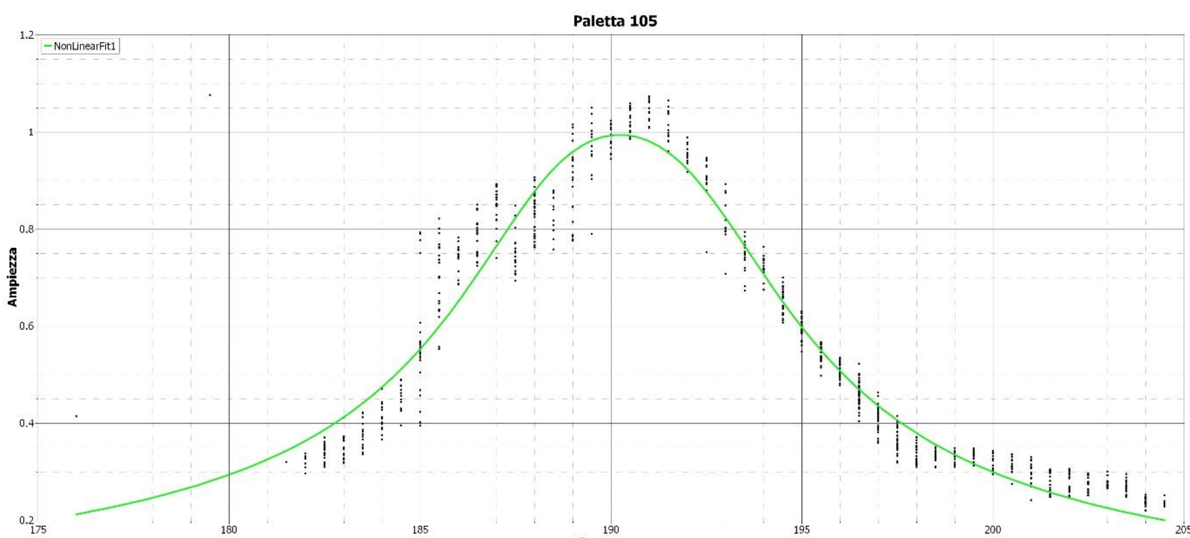

Figura 5.34: Paletta 105

Tabella 5.3: Risultati parametri indipendenti Paletta 105

Paletta 105	
wn_x	188.554499514947 +/- 0.00557320125094489
wn_y	191.969711072985 +/- 0.00613468440180764
k	46.5955261007107 +/- 0.0485775754710459
eta	0.0366906369870762 +/- 4.09322679843067e-05

Di seguito vengono riportati anche i grafici inerenti a descrivere l'andamento dell'intero disco palettato delle grandezze considerate. Questi grafici mostreranno i diversi comportamenti che hanno le singole palette analizzate poste in rotazione e come queste caratterizzino di conseguenza il comportamento del disco nel suo insieme. Saranno dunque questi valori, successivamente trattati, che andremo a sfruttare per descrivere e capire come si comporta il disco quando sollecitato da una forza esterna rotante.

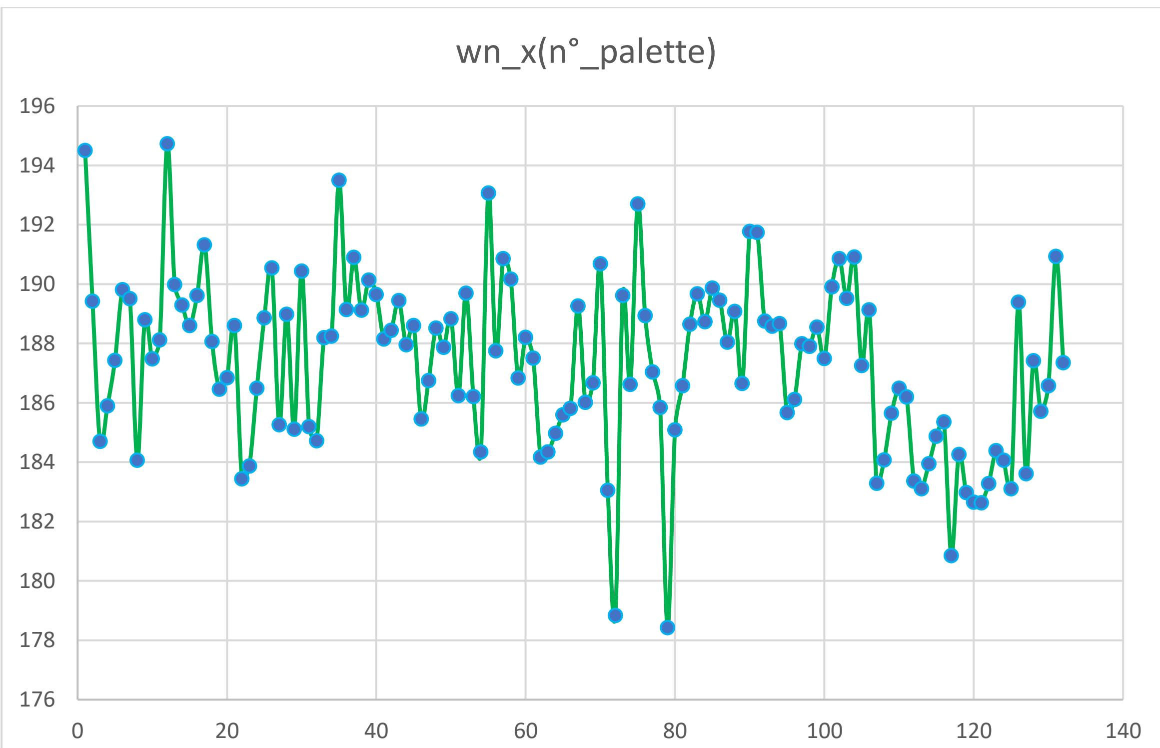

Figura 5.35: Valori di ω_{nx} al variare del numero di palette

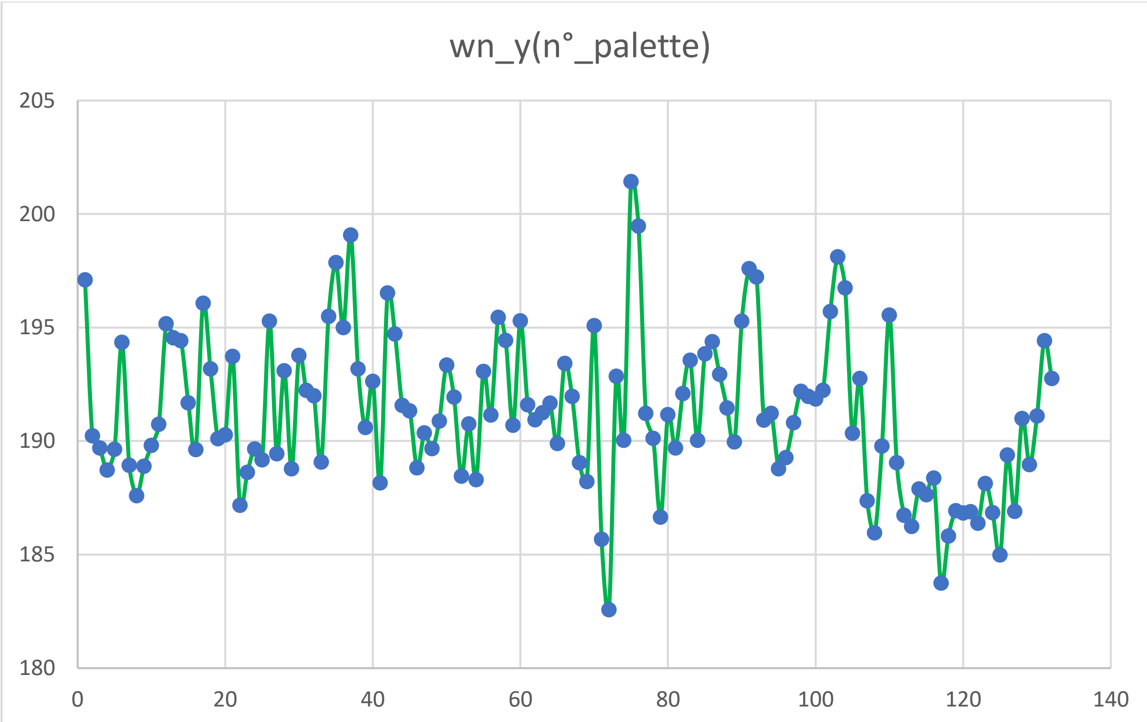

Figura 5.36: Valori di ω_{ny} al variare del numero di palette

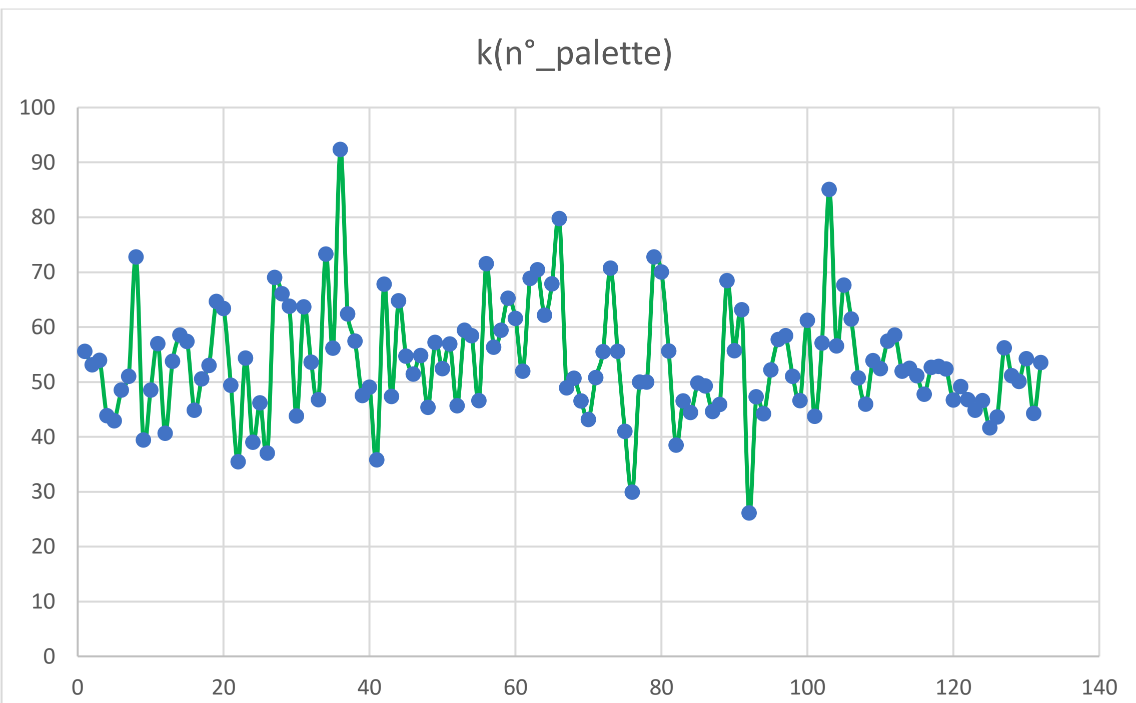

Figura 5.37: Valori di k al variare del numero di palette

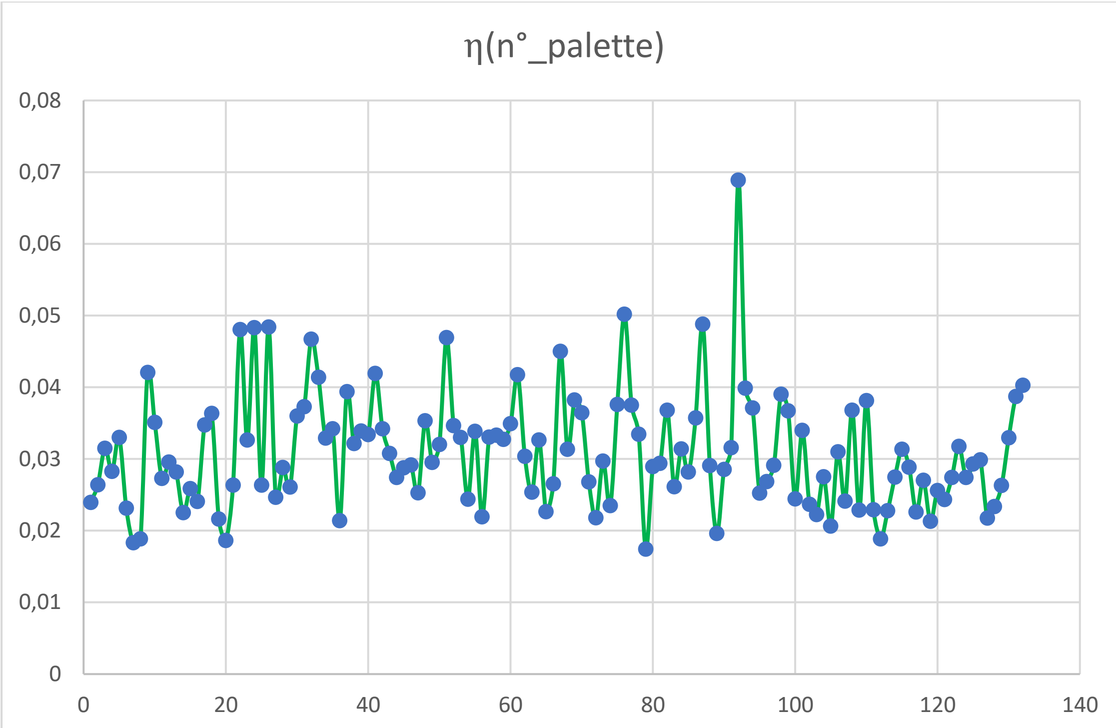

Figura 38: Valori di η al variare del numero di palette

Da questi grafici possiamo notare le oscillazioni che ha ciascuna variabile nel corso dell'analisi effettuata. Si può notare come alcuni dei valori ottenuti risultino incoerenti con la maggior parte dei dati ricavati. Questo errore può essere dovuto a diversi fattori, tra i quali:

- La distribuzione di punti che descrive la curva interpolante relativa alla singola turbina. Infatti, i dati ottenuti dall'esperimento sono influenzati dalle condizioni in cui questo è stato condotto, e ciò può portare ad una distribuzione di punti che può essere affetta da errori, e ciò porta, come conseguenza, ad un risultato che risente di ciò risultando così non propriamente accurato;
- L' algoritmo di approssimazione utilizzato di Levenberg-Marquardt. Infatti, in alcuni casi tale algoritmo non portava a convergenza i parametri indicati (tutti o alcuni di essi), oppure forniva risultati con incertezze eccessive, ad indicare la difficoltà attraverso la quale è riuscito ad andare a convergenza, fornendo di conseguenza risultati affetti da errore.

Quanto detto è possibile osservarlo sfruttando il QR Code, attraverso il quale è possibile ritrovare tutti i dati ricavati. Di seguito ne riporteremo un estratto come esempio di quanto detto (sia in file formato .txt sia in file Excel dove sono riuniti in tabella tutti i dati ricavati con le annesse incertezze sulle misure ottenute).

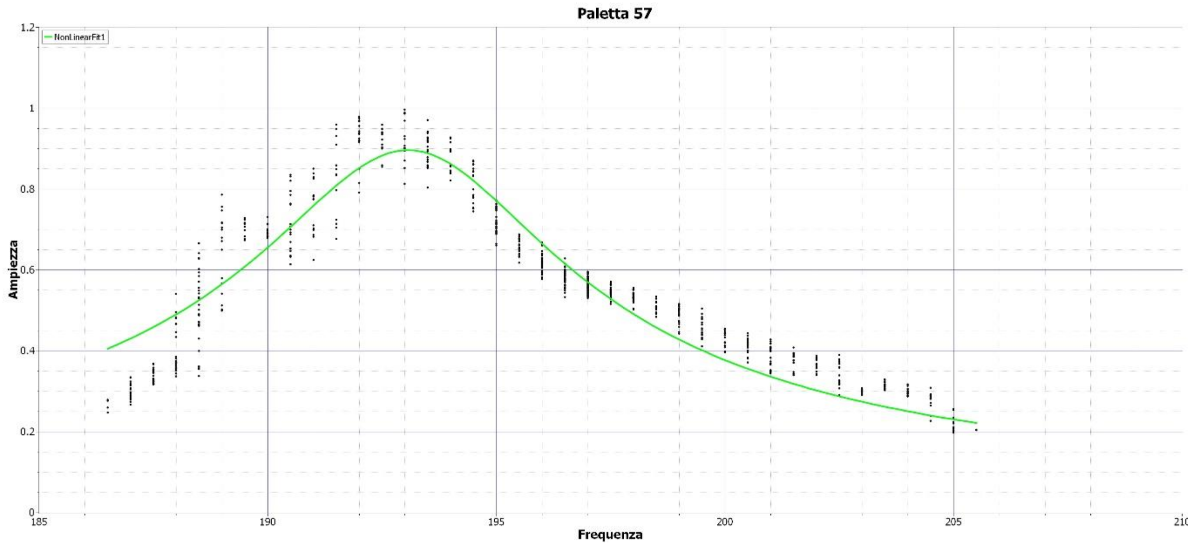

Figura 5.39: Paletta 57

Tabella 5.4: Risultati parametri Paletta 57 affetti da errore

Paletta 57	
wn_x	193.074336032345 +/- 3.94421828796441
wn_y	193.071302831461 +/- 3.68590713073485
k	46.6054555402946 +/- 0.123031229971628
eta	0.0338517335977583 +/- 0.0396657927112721

5.1.2 Risultati a 5 parametri indipendenti

Riportiamo di seguito alcuni dei grafici ottenuti durante il lavoro nell'ipotesi in cui il sistema sia caratterizzato da cinque parametri indipendenti. I grafici mostreranno la curva interpolante i punti forniti dall'esperimento svolto in collaborazione tra il Politecnico ed Avio Aero, e saranno affiancati da file di testo nei quali potremo trovare i valori delle variabili ricercate per tutte le palette componenti il disco di turbina in questa prima configurazione.

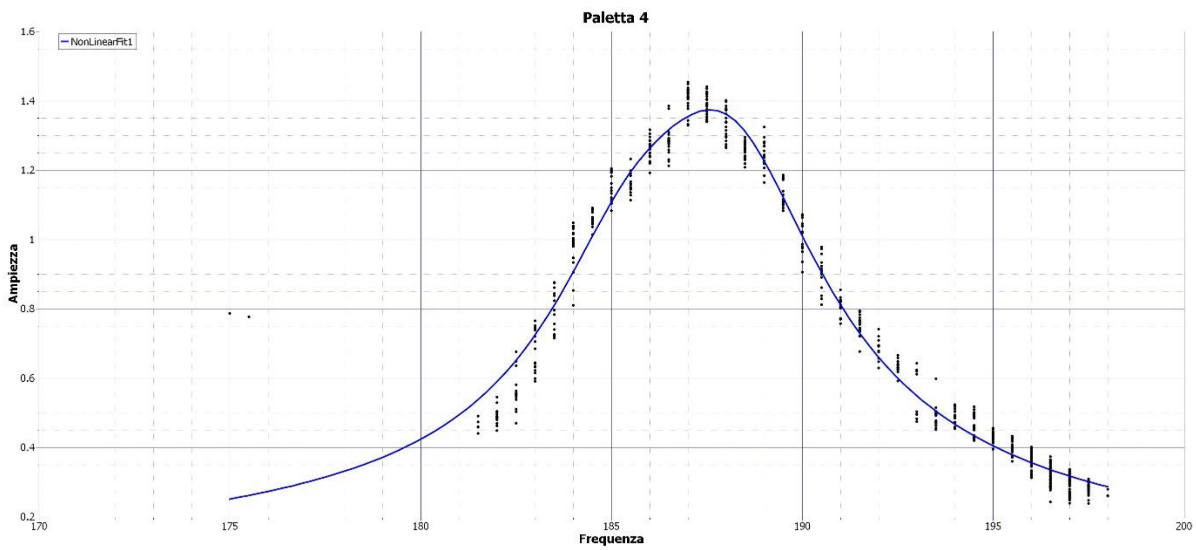

Figura 5.40: Paletta 4

Tabella 5.5: Risultati parametri indipendenti Paletta 4

Paletta 4	
wn_x	185.211325503024 +/- 0.0087528415648406
wn_y	188.223451555602 +/- 0.00512937798688705
k_x	69.9705480619236 +/- 0.424293965743152
k_y	34.5665825359038 +/- 0.0658250121870879
eta	0.0270877288166971 +/- 2.46565289868222e-05

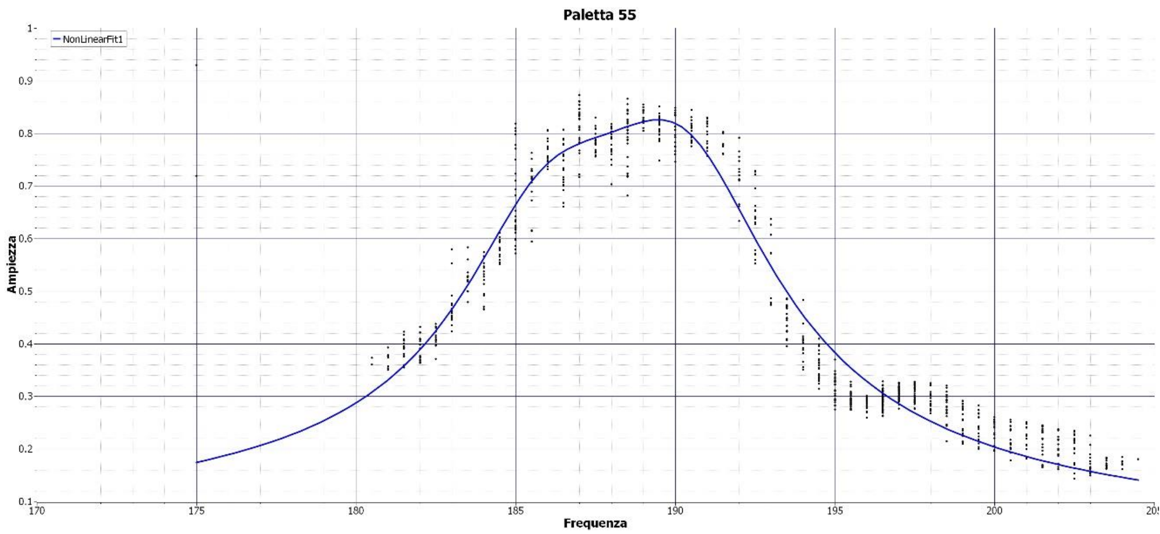

Figura 5.41: Paletta 55

Tabella 5.6: Risultati parametri indipendenti Paletta 55

Paletta 55	
wn_x	185.660536166189 +/- 0.00674057606088157
wn_y	190.379203992397 +/- 0.00564657229066998
k_x	74.6987626495053 +/- 0.201070451916272
k_y	51.7162415449136 +/- 0.0855456196932931
eta	0.0318455942990939 +/- 3.20440072619006e-05

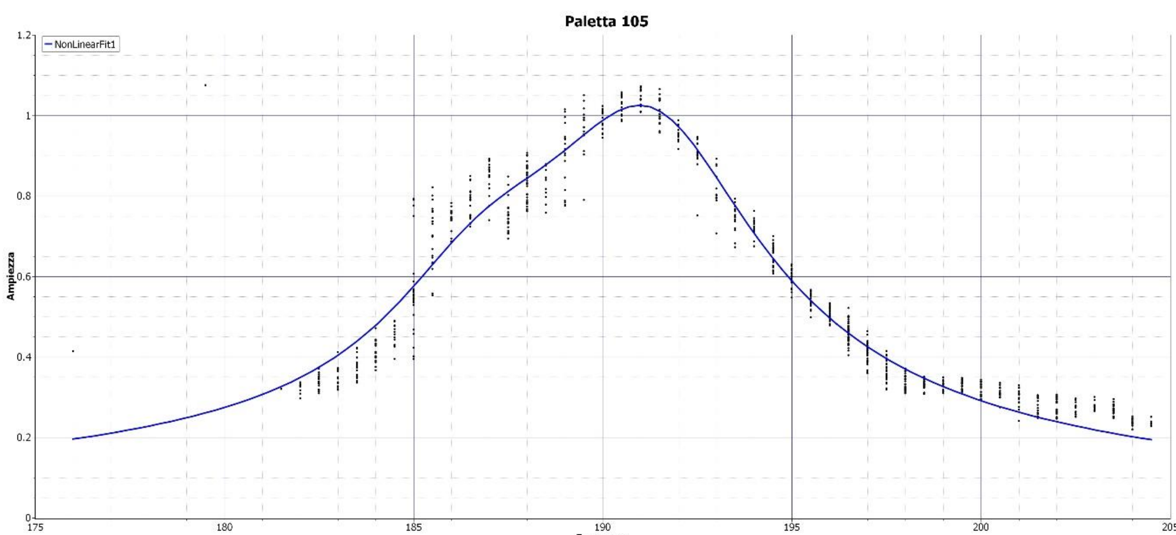

Figura 5.42: Paletta 105

Tabella 5.7: Risultati parametri indipendenti Paletta 105

Paletta 105	
wn_x	186.494722925701 +/- 0.00709174261819676
wn_y	191.342399892993 +/- 0.00388659656218115
k_x	110.258095871389 +/- 0.37629754879786
k_y	36.8660909492664 +/- 0.0383237166804419
eta	0.030586794978779 +/- 2.56801843677789e-05

Di seguito vengono riportati anche i grafici inerenti a descrivere l'andamento dell'intero disco palettato delle grandezze considerate. Questi grafici mostreranno i diversi comportamenti che hanno le singole palette analizzate poste in rotazione e come queste caratterizzino di conseguenza il comportamento del disco nel suo insieme. Saranno dunque questi valori, successivamente trattati, che andremo a sfruttare per descrivere e capire come si comporta il disco quando sollecitato da una forza esterna rotante.

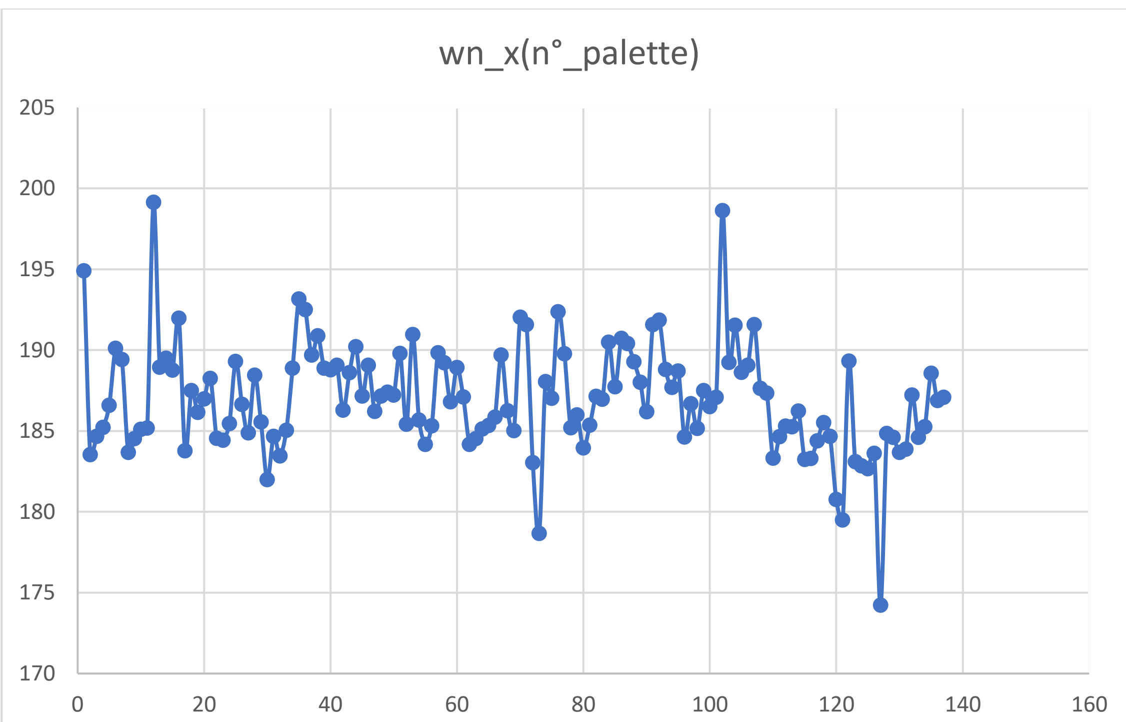

Figura 5.43: Valori di ω_{nx} al variare del numero di palette

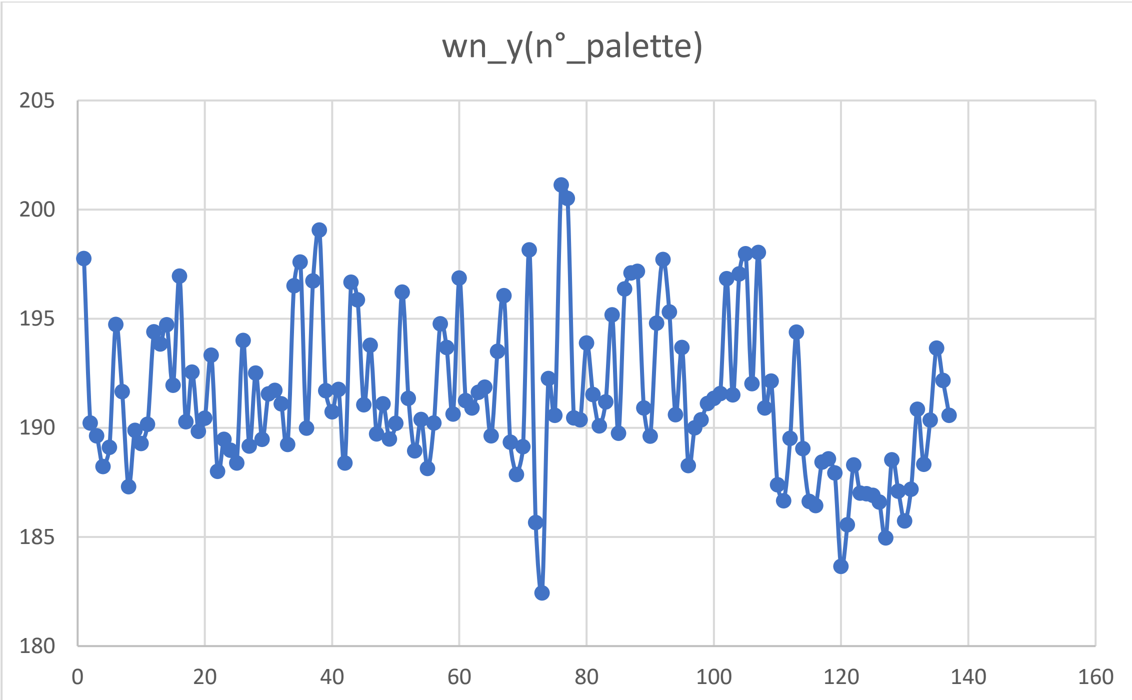

Figura 5.44: Valori di ω_{ny} al variare del numero di palette

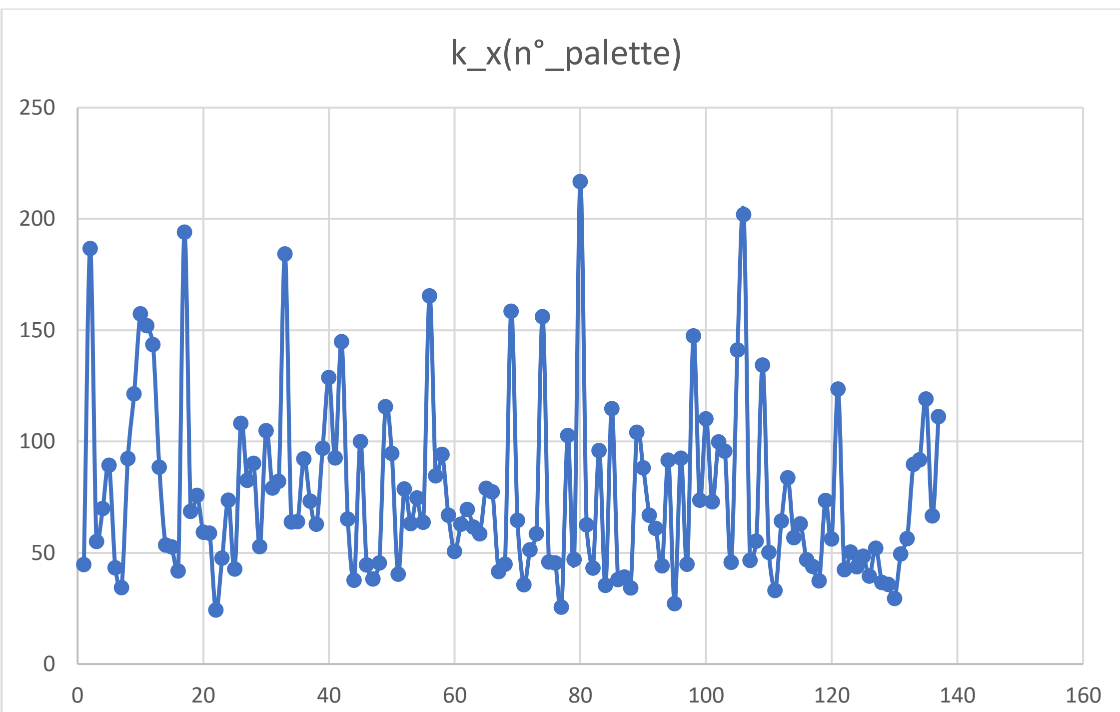

Figura 5.45: Valori di k_x al variare del numero di palette

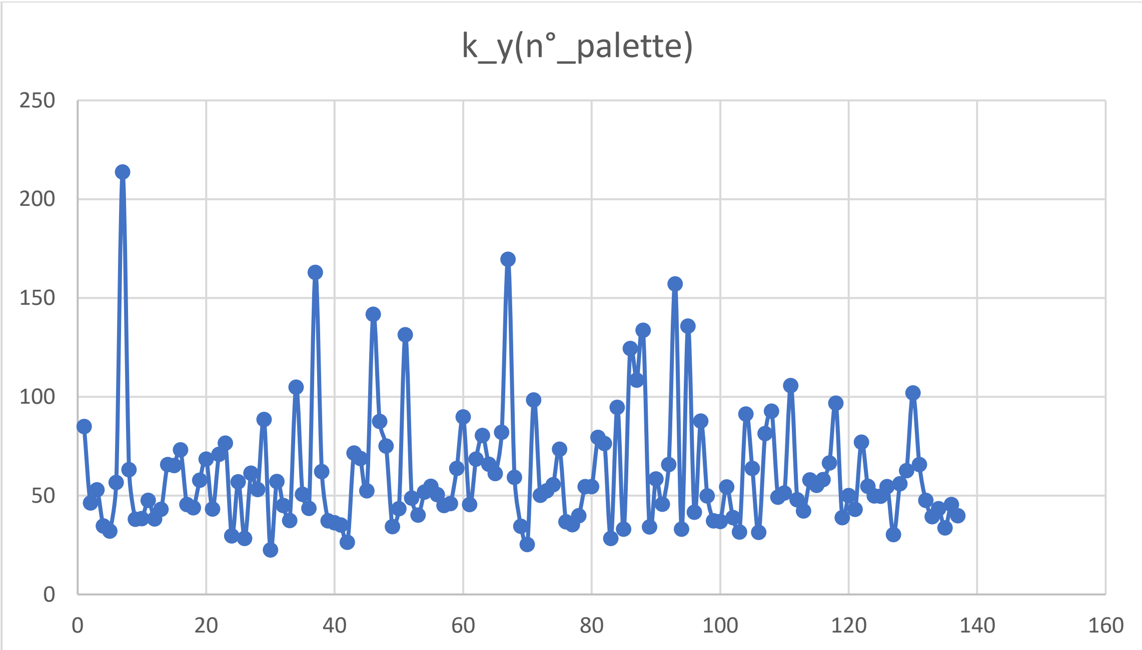

Figura 5.46: Valori di k_y al variare del numero di palette

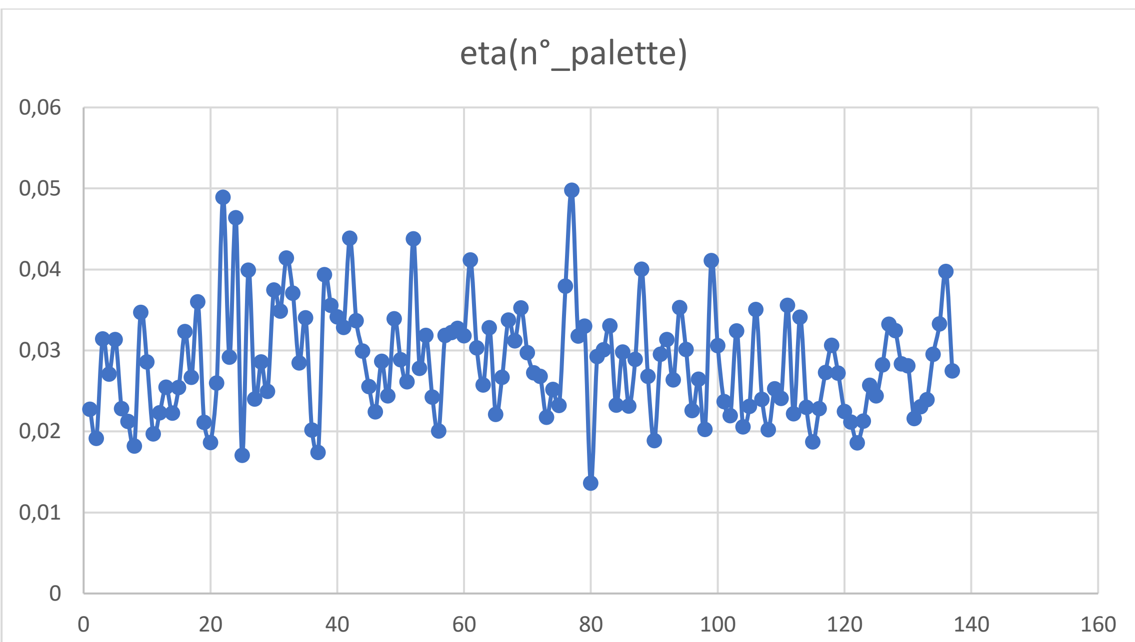

Figura 5.47: Valori di η al variare del numero di palette

Da questi grafici possiamo notare le oscillazioni che ha ciascuna variabile nel corso dell'analisi effettuata. Si può notare come alcuni dei valori ottenuti risultino incoerenti con la maggior parte dei dati ricavati. Questo errore può essere dovuto a diversi fattori, tra i quali:

- La distribuzione di punti che descrive la curva interpolante relativa alla singola turbina. Infatti, i dati ottenuti dall'esperimento sono influenzati dalle condizioni in cui questo è stato condotto, e ciò può portare ad una distribuzione di punti che può essere affetta da errori, e ciò porta, come conseguenza, ad un risultato che risente di ciò risultando così non propriamente accurato;
- L' algoritmo di approssimazione utilizzato di Levenberg-Marquardt. Infatti, in alcuni casi tale algoritmo non portava a convergenza i parametri indicati (tutti o alcuni di essi), oppure forniva risultati con incertezze eccessive, ad indicare la difficoltà attraverso la quale è riuscito ad andare a convergenza, fornendo di conseguenza risultati affetti da errore o risultati poco inerenti se paragonati a tutti gli altri dati ottenuti.

Di seguito ne riporteremo un estratto come esempio di quanto detto (sia in file formato .txt sia in file Excel dove sono riuniti in tabella tutti i dati ricavati con le annesse incertezze sulle misure ottenute).

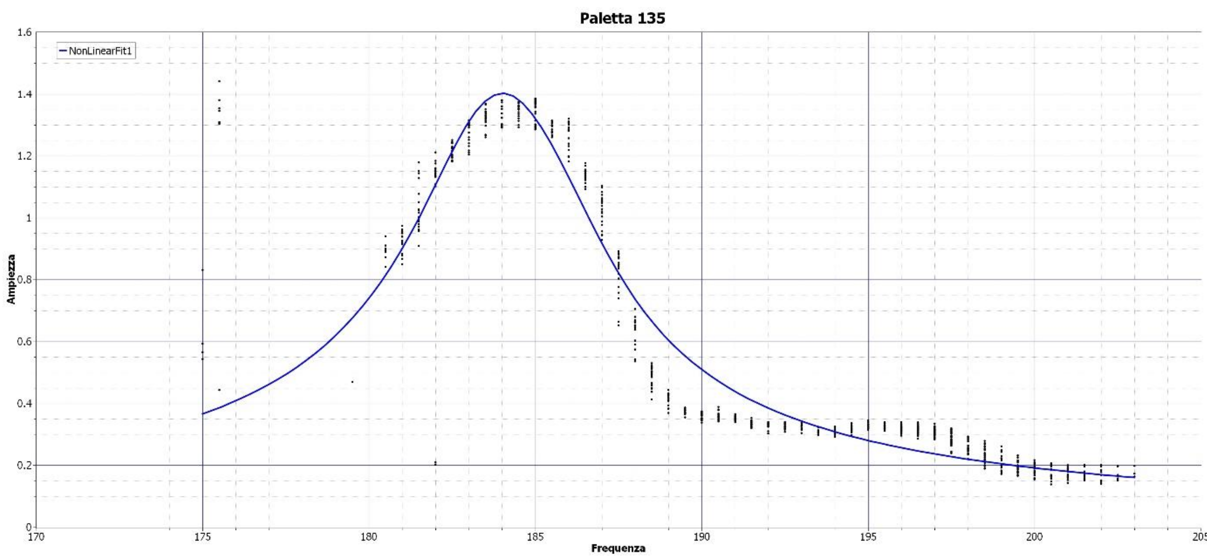

Figura 5.48: Paletta 135

Tabella 5.8: Risultati parametri Paletta 135 affetti da errore

Paletta 135	
wn_x	183.662949469427 +/- 0.0378059612355626
wn_y	185.729450924485 +/- 0.13825931039131
k_x	29.5264661241452 +/- 0.429264577988226
k_y	101.883095350386 +/- 14.9694768674056
eta	0.0281124364686578 +/- 0.000323592939394771

5.1.3 Risultati a 6 parametri indipendenti

Riportiamo di seguito alcuni dei grafici ottenuti durante il lavoro nell'ipotesi in cui il sistema sia caratterizzato da sei parametri indipendenti. I grafici mostreranno la curva interpolante i punti forniti dall'esperimento svolto in collaborazione tra il Politecnico ed Avio Aero, e saranno affiancati da file di testo nei quali potremo trovare i valori delle variabili ricercate per tutte le palette componenti il disco di turbina in questa prima configurazione.

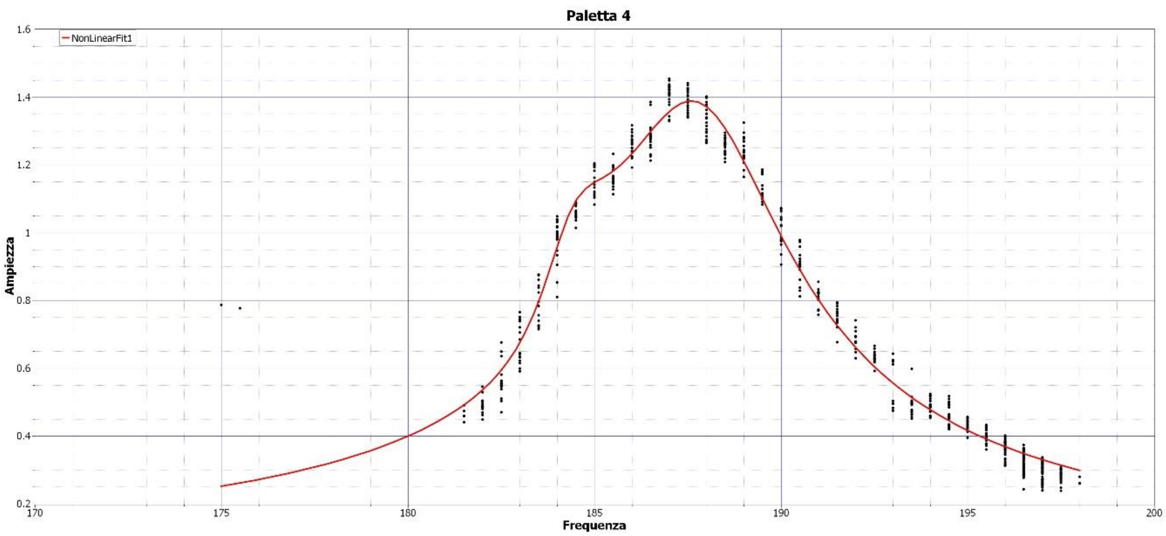

Figura 5.49: Paletta 4

Tabella 5.9: Risultati parametri indipendenti Paletta 4

Paletta 4	
wn_x	184.313989418329 +/- 0.0022996582027227
wn_y	187.76679380396 +/- 0.0021839316320848
k_x	249.036018404137 +/- 1.44506331004817
k_y	29.6371555756069 +/- 0.0197566947146583
eta_x	0.0115600908988282 +/- 4.80234867903201e-05
eta_y	0.0261898965533402 +/- 1.29265599305555e-05

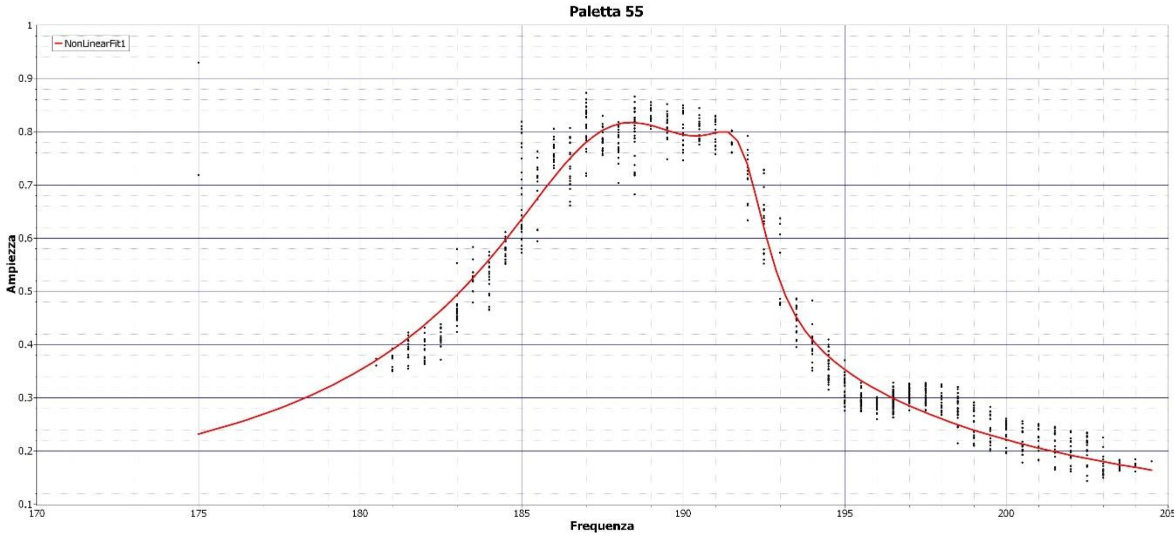

Figura 5.50: Paletta 55

Tabella 5.10: Risultati parametri indipendenti Paletta 55

Paletta 55	
wn_x	187.865491870895 +/- 0.00252299766234202
wn_y	191.915492996544 +/- 0.00209482400824893
k_x	31.7838468963541 +/- 0.0143189018249461
k_y	306.01531509235 +/- 1.26435072910966
eta_x	0.0425844387178622 +/- 3.15206421860457e-05
eta_y	0.0112728515218352 +/- 4.22830639524184e-05

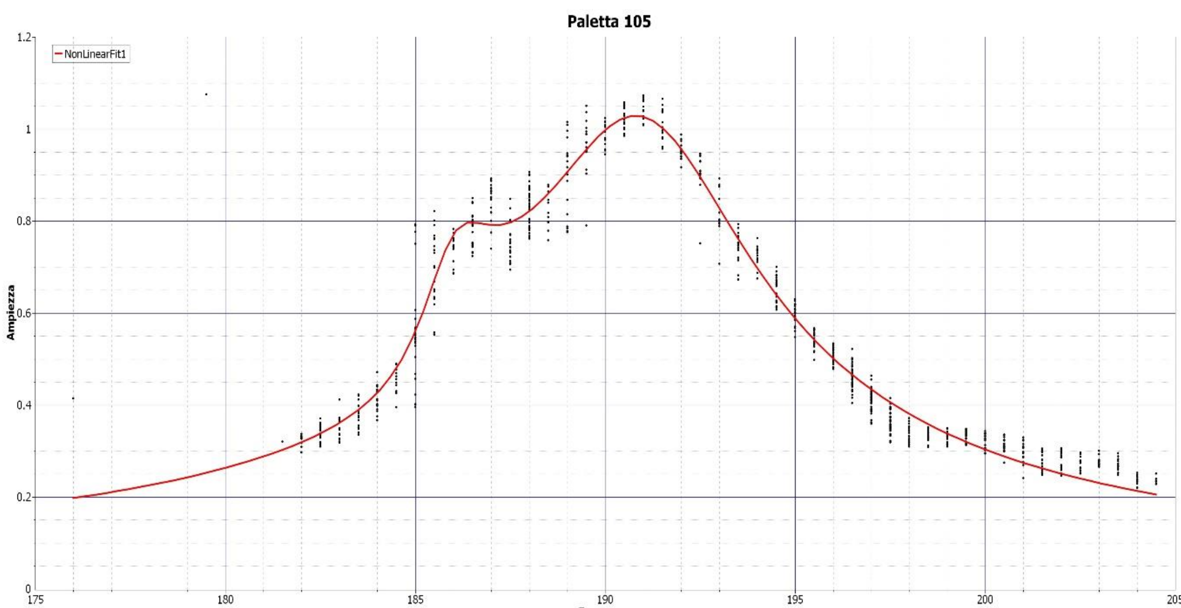

Figura 5.51: Paletta 105

Tabella 5.11: Risultati parametri indipendenti Paletta 105

Paletta 105	
wn_x	185.930739778934 +/- 0.00205018418021734
wn_y	190.935982108927 +/- 0.00237202302218561
k_x	304.231698029118 +/- 1.29732595786076
k_y	32.896889505781 +/- 0.0205325828231723
eta_x	0.011527311810179 +/- 4.38981561181297e-05
eta_y	0.0313303165428689 +/- 1.87555635099261e-05

Di seguito vengono riportati anche i grafici inerenti a descrivere l'andamento dell'intero disco palettato delle grandezze considerate. Questi grafici mostreranno i diversi comportamenti che hanno le singole palette analizzate poste in rotazione e come queste caratterizzino di conseguenza il comportamento del disco nel suo insieme. Saranno dunque questi valori, successivamente trattati, che andremo a sfruttare per descrivere e capire come si comporta il disco quando sollecitato da una forza esterna rotante.

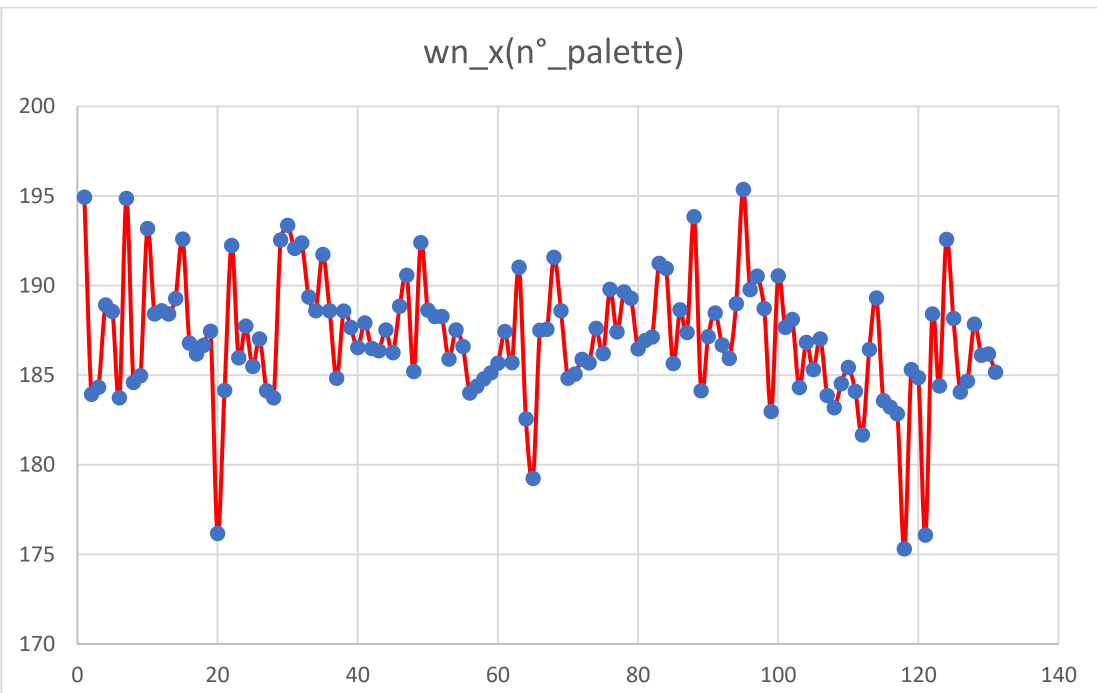

Figura 5.52: Valori di ω_{nx} al variare del numero di palette

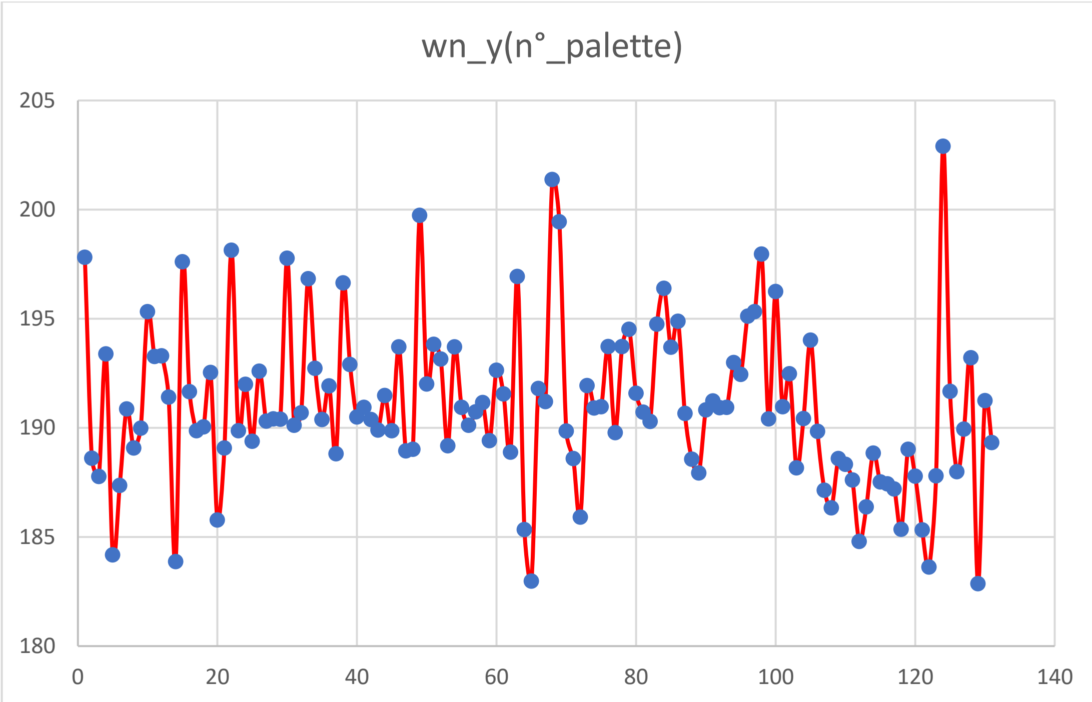

Figura 5.53: Valori di ω_{ny} al variare del numero di palette

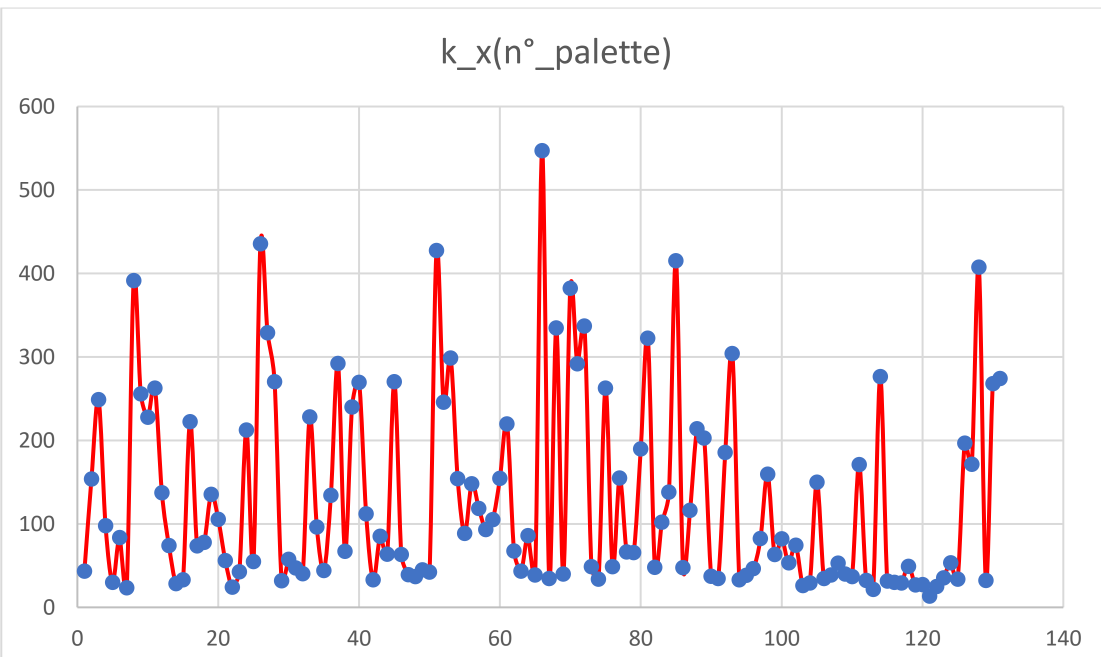

Figura 5.54: Valori di k_x al variare del numero di palette

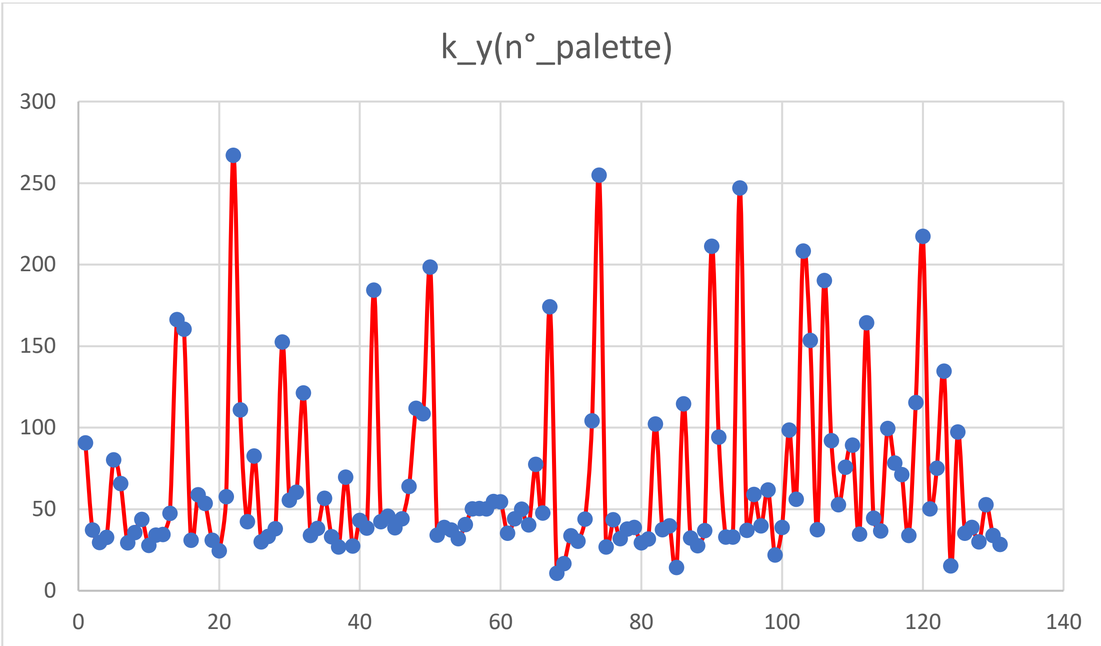

Figura 5.55: Valori di k_y al variare del numero di palette

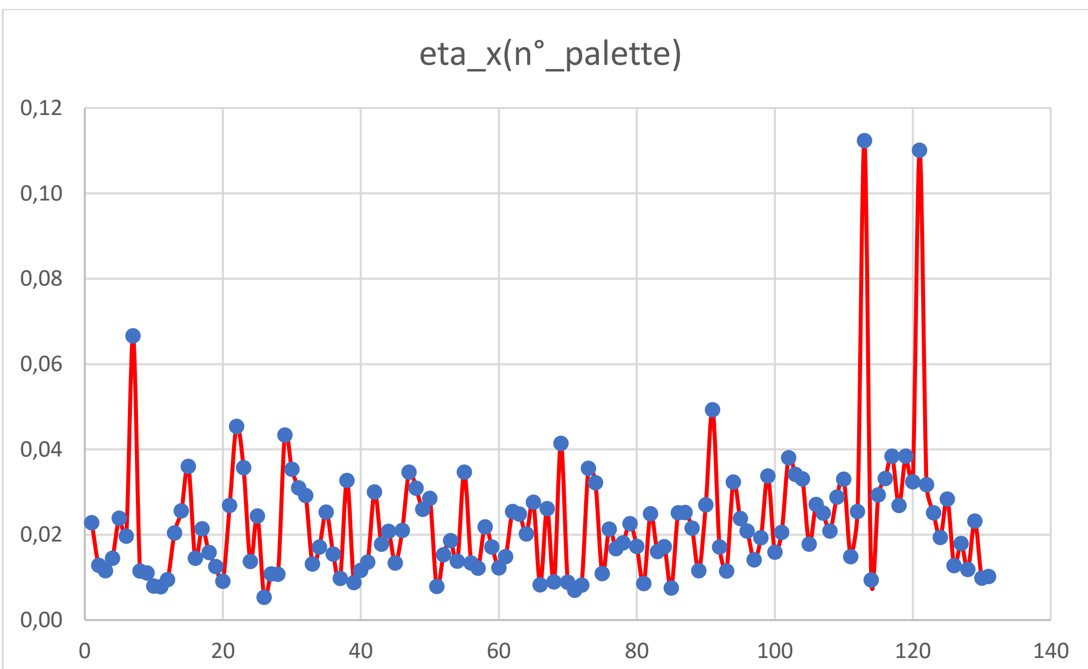

Figura 5.56: Valori di η_x al variare del numero di palette

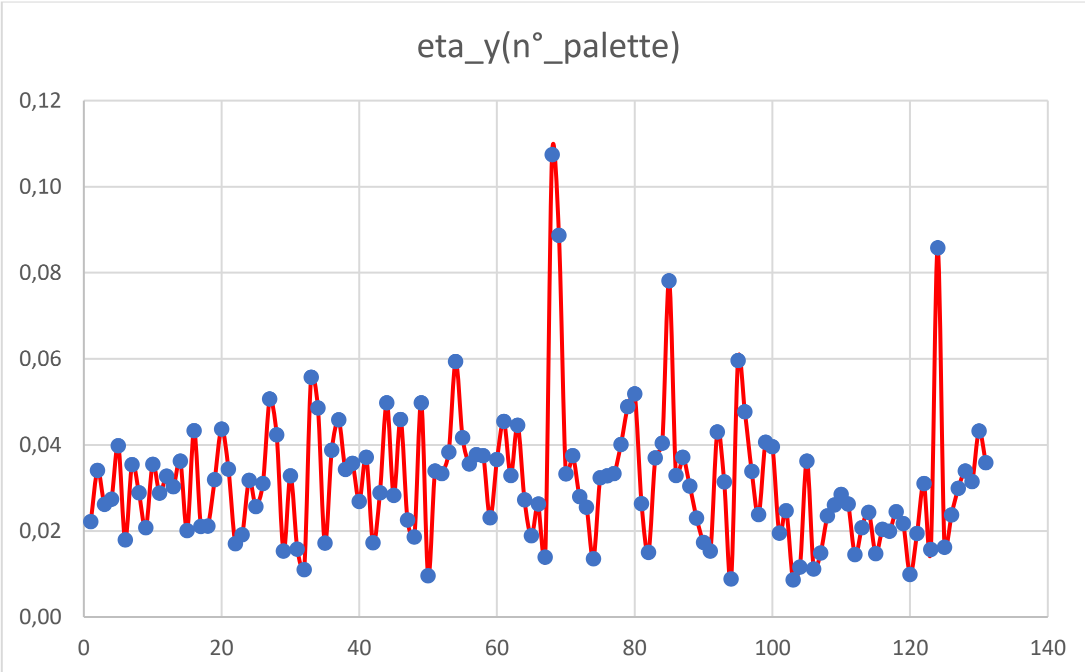

Figura 5.57: Valori di η_y al variare del numero di palette

Da questi grafici possiamo notare le oscillazioni che ha ciascuna variabile nel corso dell'analisi effettuata. Si può notare come alcuni dei valori ottenuti risultino incoerenti con la maggior parte dei dati ricavati. Questo errore può essere dovuto a diversi fattori, tra i quali:

- La distribuzione di punti che descrive la curva interpolante relativa alla singola turbina. Infatti, i dati ottenuti dall'esperimento sono influenzati dalle condizioni in cui questo è stato condotto, e ciò può portare ad una distribuzione di punti che può essere affetta da errori, e ciò porta, come conseguenza, ad un risultato che risente di ciò risultando così non propriamente accurato;
- L' algoritmo di approssimazione utilizzato di Levenberg-Marquardt. Infatti, in alcuni casi tale algoritmo non portava a convergenza i parametri indicati (tutti o alcuni di essi), oppure forniva risultati con incertezze eccessive, ad indicare la difficoltà attraverso la quale è riuscito ad andare a convergenza, fornendo di conseguenza risultati affetti da errore.

Di seguito ne riporteremo un estratto come esempio di quanto detto (sia in file formato .txt sia in file Excel dove sono riuniti in tabella tutti i dati ricavati con le annesse incertezze sulle misure ottenute).

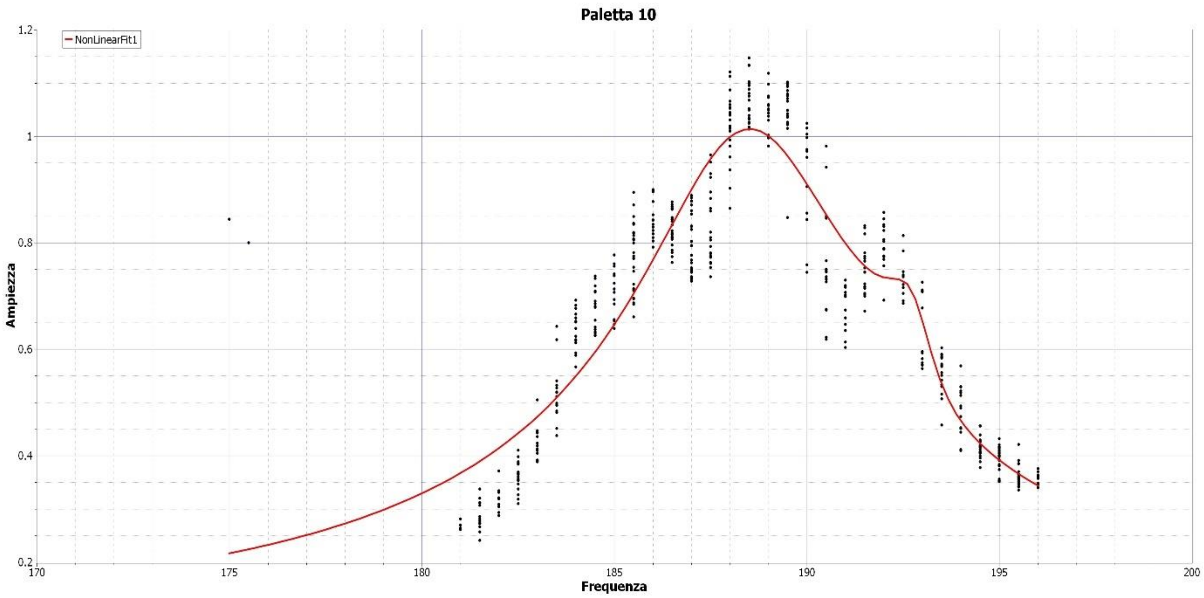

Figura 5.58: Paletta 10

Tabella 5.12: Risultati parametri Paletta 10 affetti da errore

Paletta 10	
wn_x	184.583204013603 +/- 0.00755162495247114
wn_y	189.075906294553 +/- 0.00652906261047781
k_x	391.61813356929 +/- 7.16694050855742
k_y	35.7152203429188 +/- 0.0849006457063691
eta_x	0.0115501829130746 +/- 0.000176211827031455
eta_y	0.0288355222973515 +/- 6.08756552908959e-05

5.2 Configurazione 2: 2700 rpm

La seconda prova si è svolta ponendo il disco ad una velocità di rotazione pari a 2700 rpm. In questa situazione si sono voluti calcolare i parametri di nostro interesse che descrivono il sistema, inizialmente quando questi siano solamente quattro, poi cinque ed infine sei. Ricordiamo come l'analisi sia eseguita su un singolo settore circolare grazie alla proprietà di simmetria ciclica della struttura.

5.2.1 Risultati a 4 parametri indipendenti

Riportiamo di seguito alcuni dei grafici ottenuti durante il lavoro nell'ipotesi in cui il sistema sia caratterizzato da quattro parametri indipendenti. I grafici mostreranno la curva interpolante i punti forniti dall'esperimento svolto in collaborazione tra il Politecnico ed Avio Aero, e saranno affiancati da file di testo nei quali potremo trovare i valori delle variabili ricercate per tutte le palette componenti il disco di turbina in questa seconda configurazione.

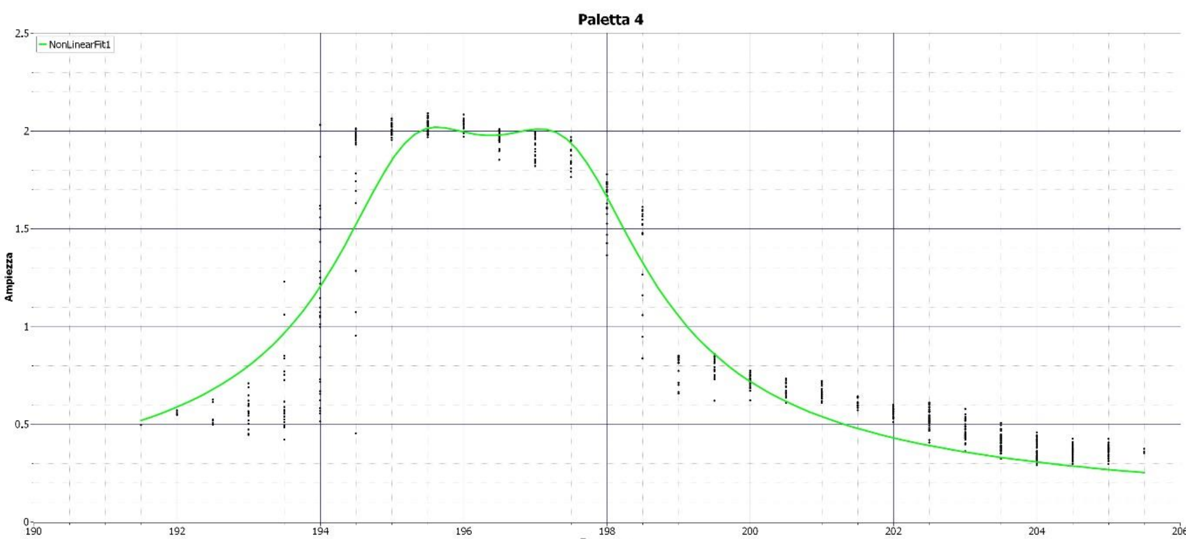

Figura 5.59: Paletta 4

Tabella 5.13: Risultati parametri indipendenti Paletta 4

Paletta 4	
wn_x	195.227078743253 +/- 0.0062175256259193
wn_y	197.482367106777 +/- 0.00699956164039014
k	60.7790325374119 +/- 0.213980360887229
eta	0.0120427088236919 +/- 7.22151319904982e-05

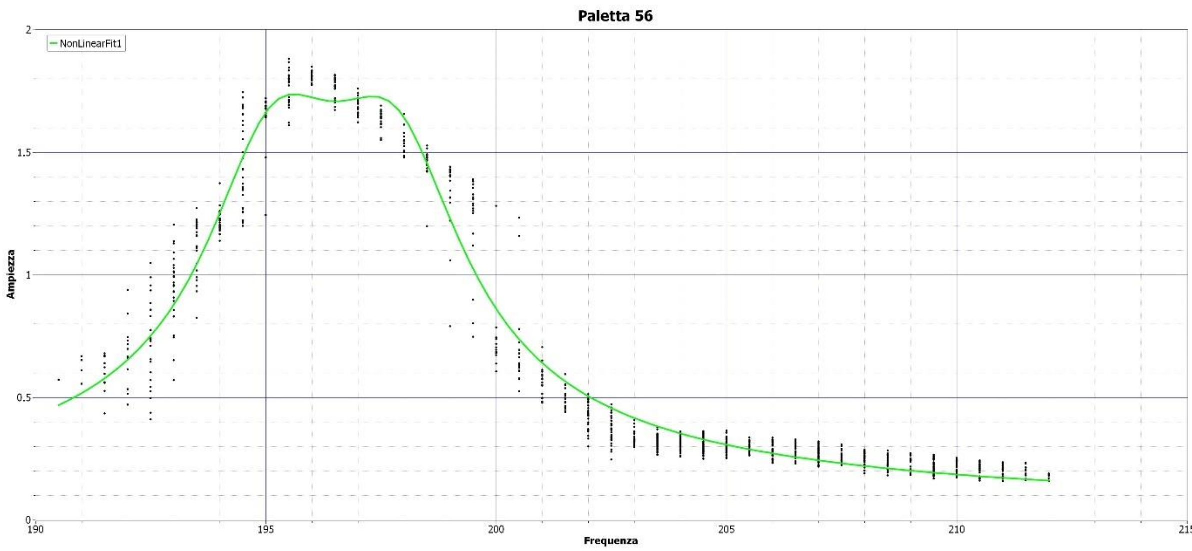

Figura 5.60: Paletta 56

Tabella 5.14: Risultati parametri indipendenti Paletta 56

Paletta 56	
wn_x	195.055526046085 +/- 0.00203256718827886
wn_y	197.900082912015 +/- 0.0023238932068212
k	54.9713208187874 +/- 0.0469331419104357
eta	0.0156095419714299 +/- 2.26079591744136e-05

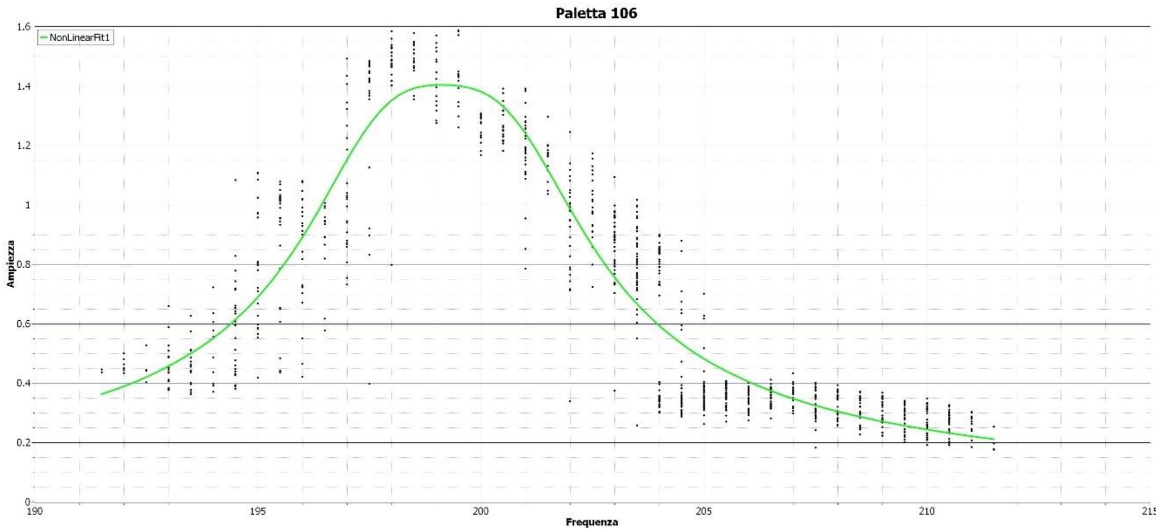

Figura 5.61: Paletta 106

Tabella 5.15: Risultati parametri indipendenti Paletta 106

Paletta 106	
wn_x	197.742240324283 +/- 0.010243794128416
wn_y	200.646581472954 +/- 0.0105899774900132
k	53.9055010379123 +/- 0.159702899150072
eta	0.0214717629759917 +/- 8.81126348524078e-05

Di seguito vengono riportati anche i grafici inerenti a descrivere l'andamento dell'intero disco palettato delle grandezze considerate. Questi grafici mostreranno i diversi comportamenti che hanno le singole palette analizzate poste in rotazione e come queste caratterizzino di conseguenza il comportamento del disco nel suo insieme. Saranno dunque questi valori, successivamente trattati, che andremo a sfruttare per descrivere e capire come si comporta il disco quando sollecitato da una forza esterna rotante.

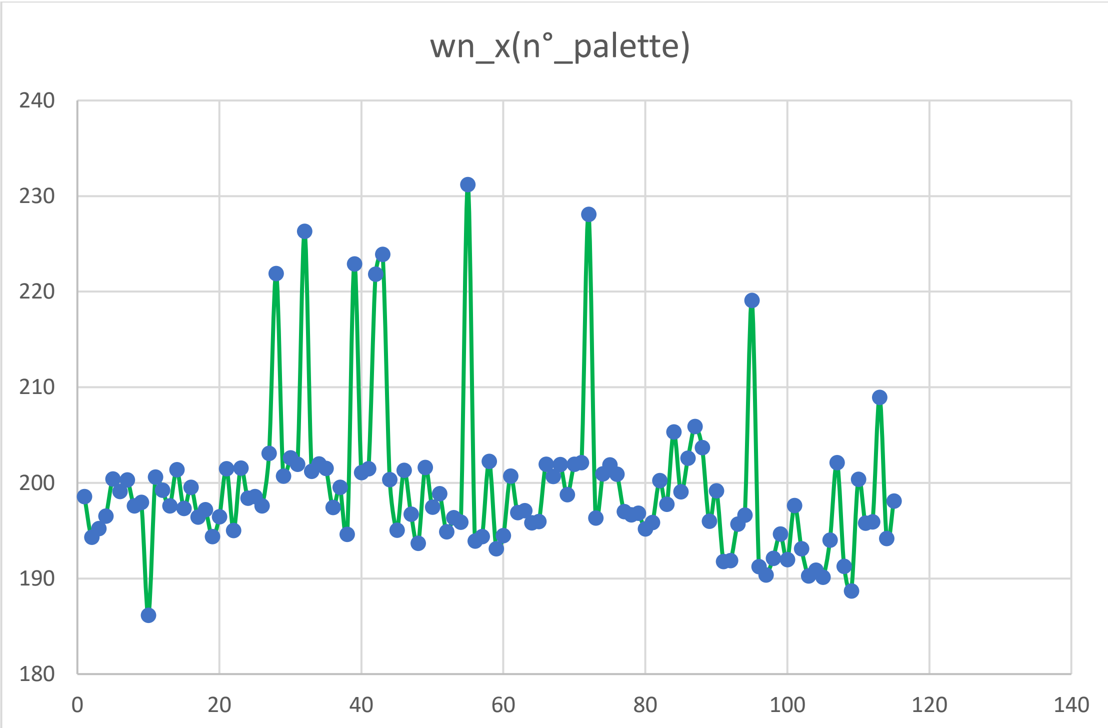

Figura 5.62: Valori di ω_{nx} al variare del numero di palette

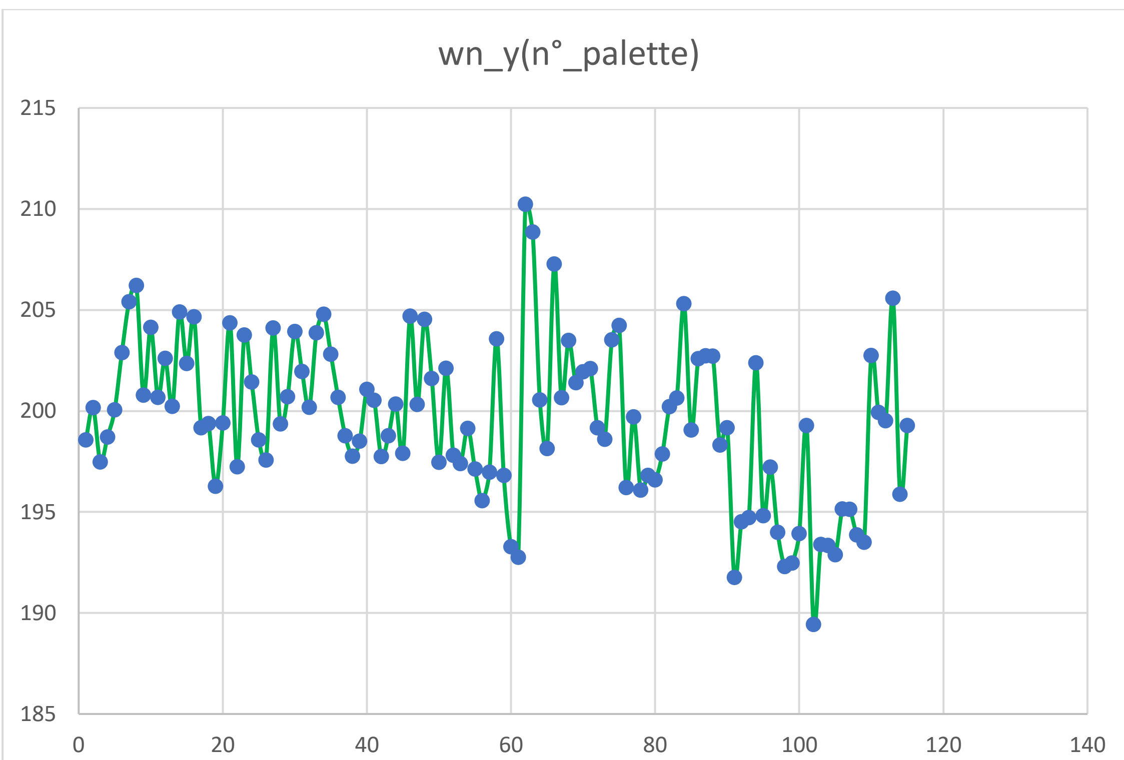

Figura 5.63: Valori di ω_{ny} al variare del numero di palette

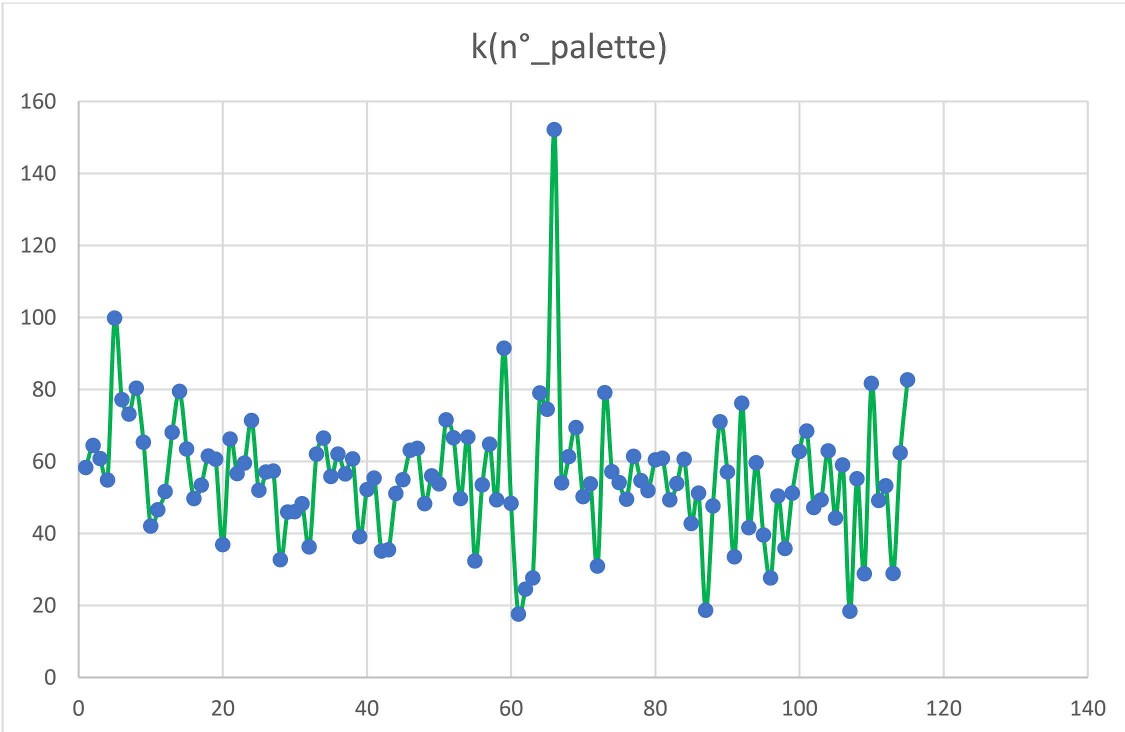

Figura 5.64: Valori di k al variare del numero di palette

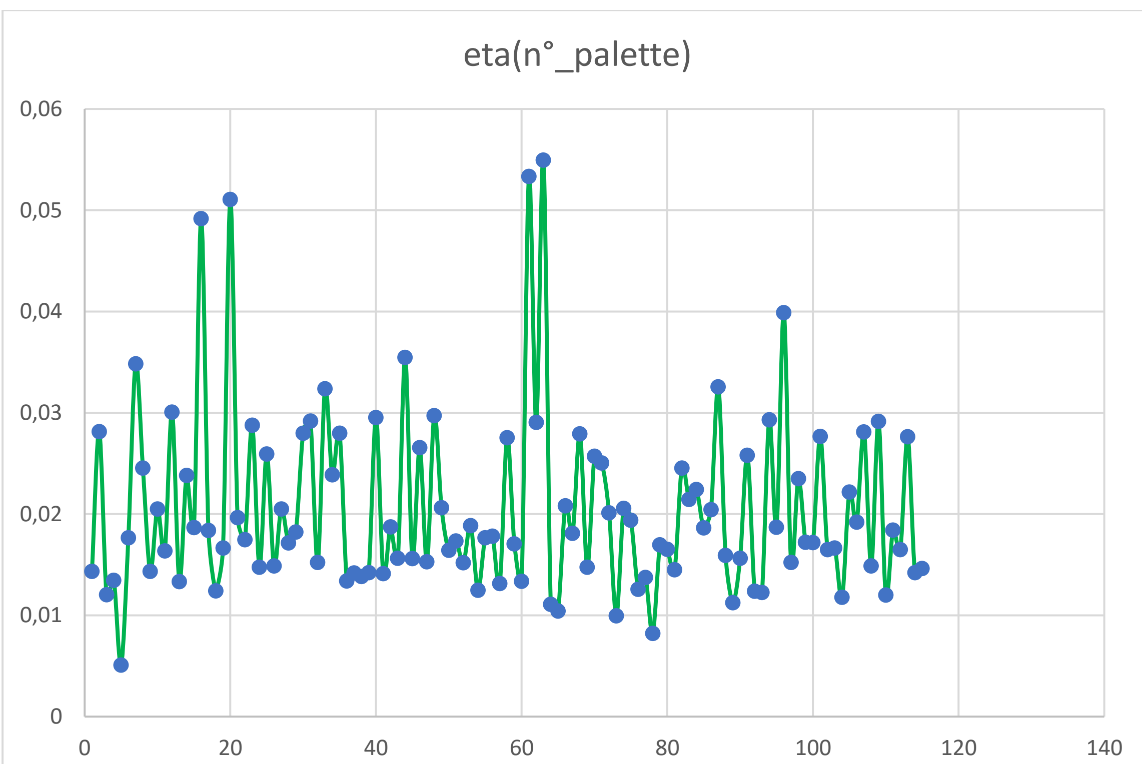

Figura 5.65: Valori di η al variare del numero di palette

Da questi grafici possiamo notare le oscillazioni che ha ciascuna variabile nel corso dell'analisi effettuata. Si può notare come alcuni dei valori ottenuti risultino incoerenti con la maggior parte dei dati ricavati. Questo errore può essere dovuto a diversi fattori, tra i quali:

- La distribuzione di punti che descrive la curva interpolante relativa alla singola turbina. Infatti, i dati ottenuti dall'esperimento sono influenzati dalle condizioni in cui questo è stato condotto, e ciò può portare ad una distribuzione di punti che può essere affetta da errori, e ciò porta, come conseguenza, ad un risultato che risente di ciò risultando così non propriamente accurato;
- L' algoritmo di approssimazione utilizzato di Levenberg-Marquardt. Infatti, in alcuni casi tale algoritmo non portava a convergenza i parametri indicati (tutti o alcuni di essi), oppure forniva risultati con incertezze eccessive, ad indicare la difficoltà attraverso la quale è riuscito ad andare a convergenza, fornendo di conseguenza risultati affetti da errore.

Di seguito ne riporteremo un estratto come esempio di quanto detto (sia in file formato .txt sia in file Excel dove sono riuniti in tabella tutti i dati ricavati con le annesse incertezze sulle misure ottenute).

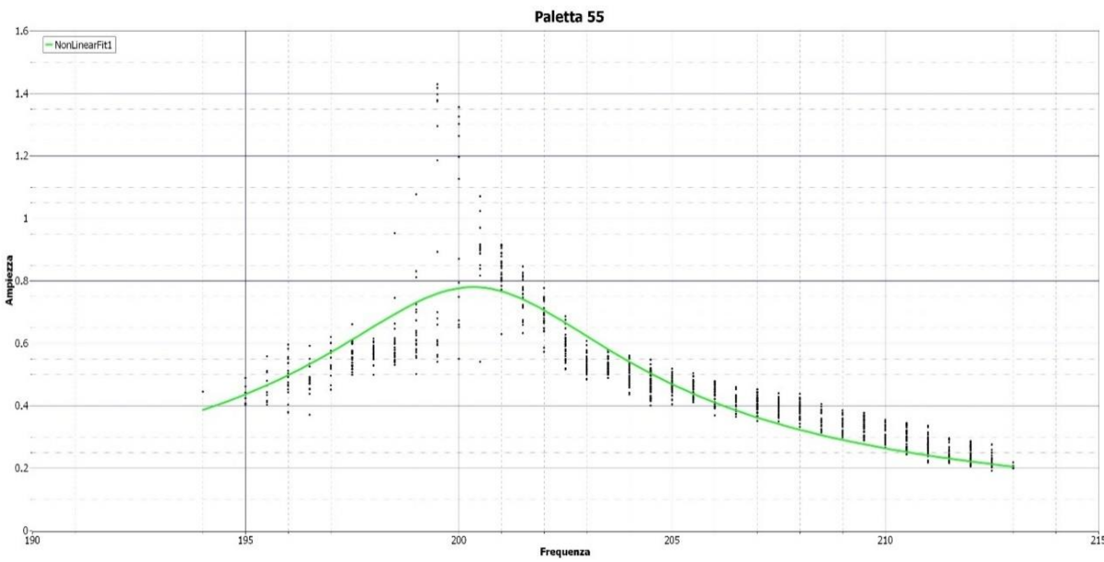

Figura 5.66: Paletta 55

Tabella 5.16: Risultati parametri Paletta 55 affetti da errore

Paletta 55	
wn_x	200.33583507791 +/- 33.0304718129844
wn_y	200.335009641378 +/- 30.7649654621457
k	51.1022339121481 +/- 0.700320771593539
eta	0.0354945718518198 +/- 0.319046023429756

5.2.2 Risultati a 5 parametri indipendenti

Riportiamo di seguito alcuni dei grafici ottenuti durante il lavoro nell'ipotesi in cui il sistema sia caratterizzato da cinque parametri indipendenti. I grafici mostreranno la curva interpolante i punti forniti dall'esperimento svolto in collaborazione tra il Politecnico ed Avio Aero, e saranno affiancati da file di testo nei quali potremo trovare i valori delle variabili ricercate per tutte le palette componenti il disco di turbina in questa seconda configurazione.

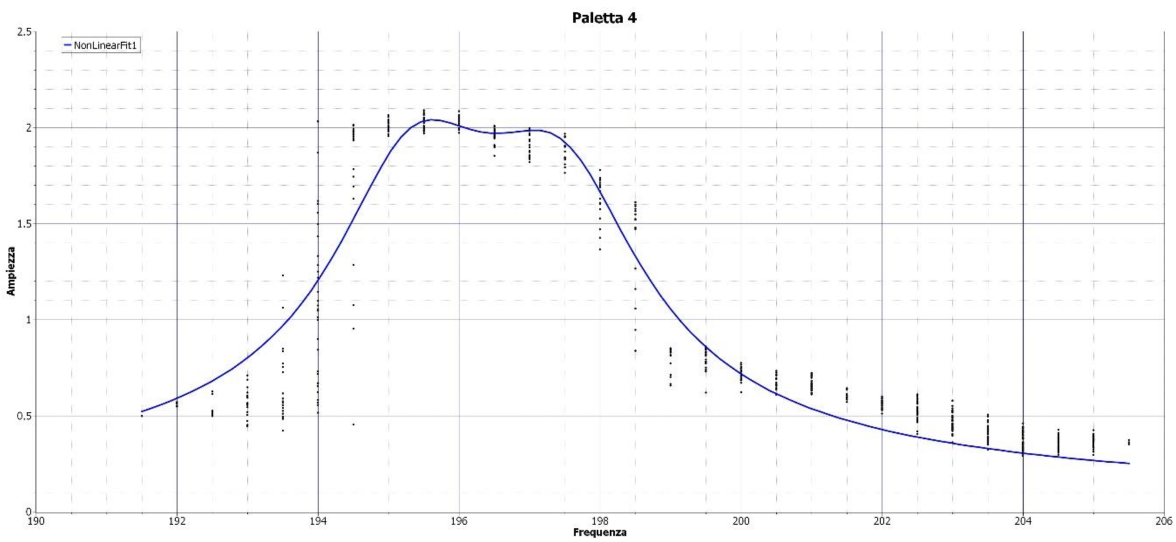

Figura 5.67: Paletta 4

Tabella 5.17: Risultati parametri indipendenti Paletta 4

Paletta 4	
wn_x	195.268628486983 +/- 0.010743452680186
wn_y	197.534130371155 +/- 0.0113301531391367
k_x	58.4175892627557 +/- 0.499514872026397
k_y	63.4066888359367 +/- 0.513409443027344
eta	0.0120313387275802 +/- 7.2775911508491e-05

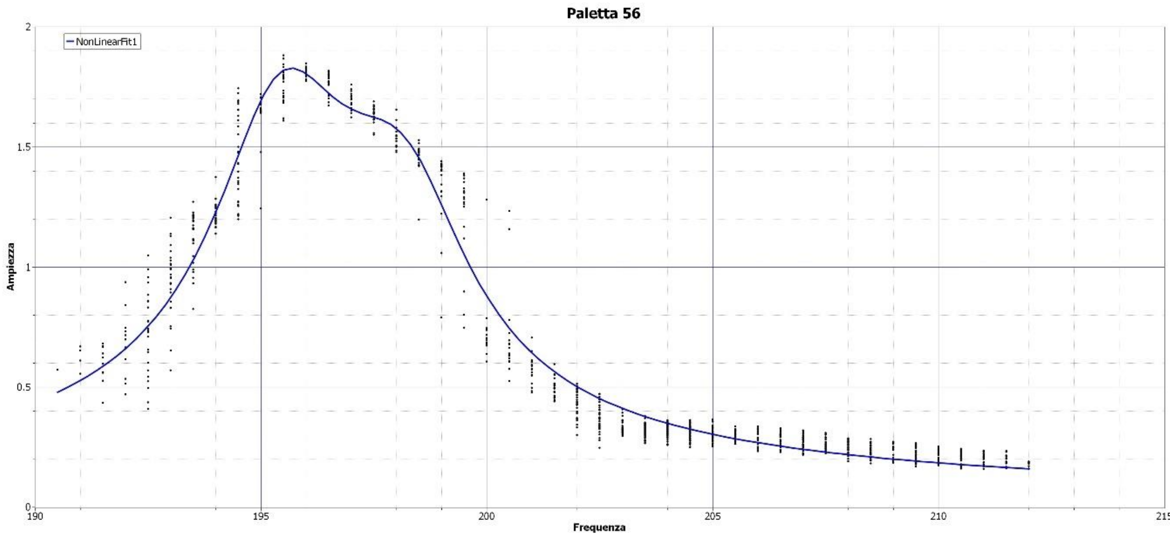

Figura 5.68: Paletta 56

Tabella 5.18: Risultati parametri indipendenti Paletta 56

Paletta 56	
wn_x	195.361479924654 +/- 0.00307766976909581
wn_y	198.283421959905 +/- 0.00425479989654537
k_x	45.7966379496806 +/- 0.0825476703722343
k_y	70.4602783837377 +/- 0.186669600339294
eta	0.0154905117865873 +/- 2.03986275694973e-05

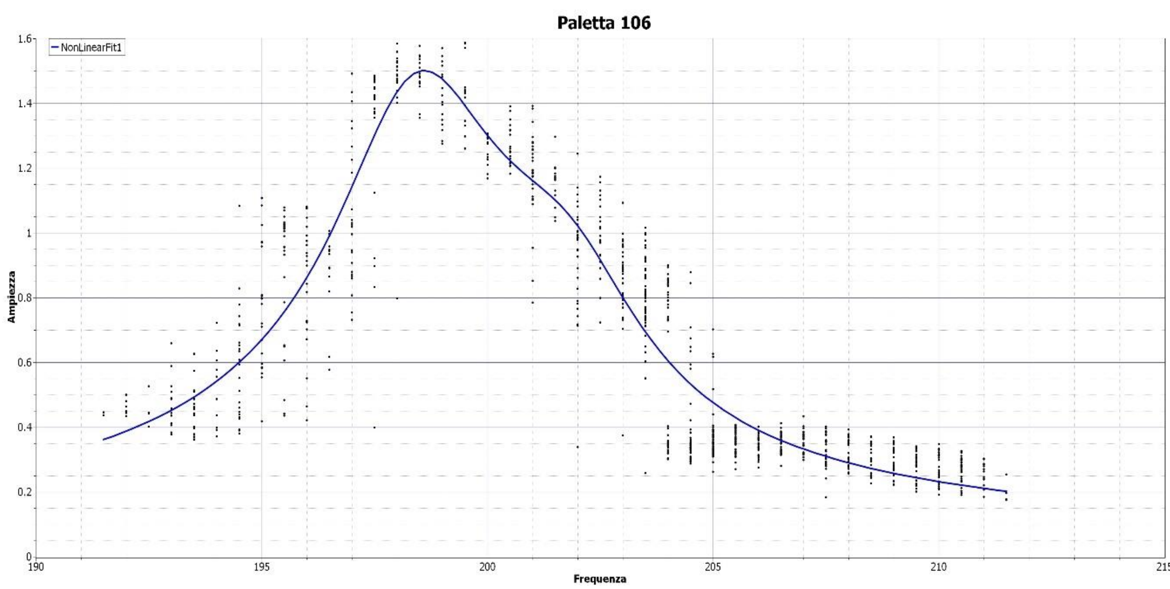

Figura 5.69: Paletta 106

Tabella 5.19: Risultati parametri indipendenti Paletta 106

Paletta 106	
wn_x	198.376955128288 +/- 0.00978695128238222
wn_y	201.939985983366 +/- 0.0169201827093153
k_x	41.0892782069045 +/- 0.166972402889307
k_y	114.026766921168 +/- 1.3315141884353
eta	0.0187986371921178 +/- 6.78347097341232e-05

Di seguito vengono riportati anche i grafici inerenti a descrivere l'andamento dell'intero disco palettato delle grandezze considerate. Questi grafici mostreranno i diversi comportamenti che hanno le singole palette analizzate poste in rotazione e come queste caratterizzino di conseguenza il comportamento del disco nel suo insieme. Saranno dunque questi valori, successivamente trattati, che andremo a sfruttare per descrivere e capire come si comporta il disco quando sollecitato da una forza esterna rotante.

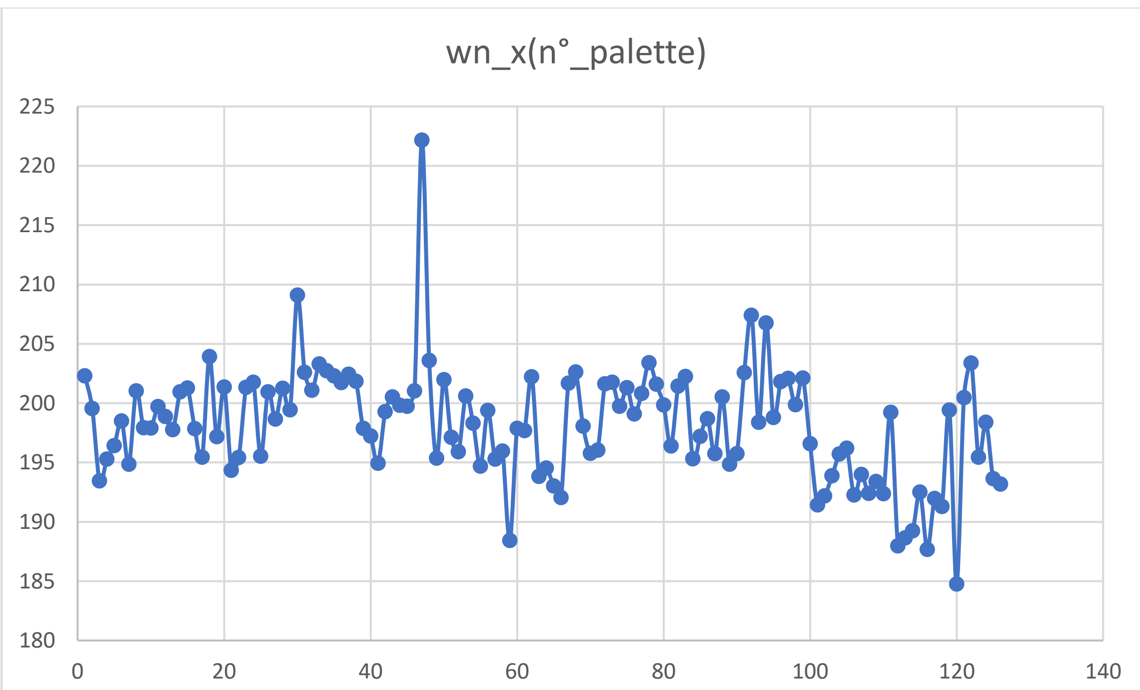

Figura 5.70: Valori di ω_{nx} al variare del numero di palette

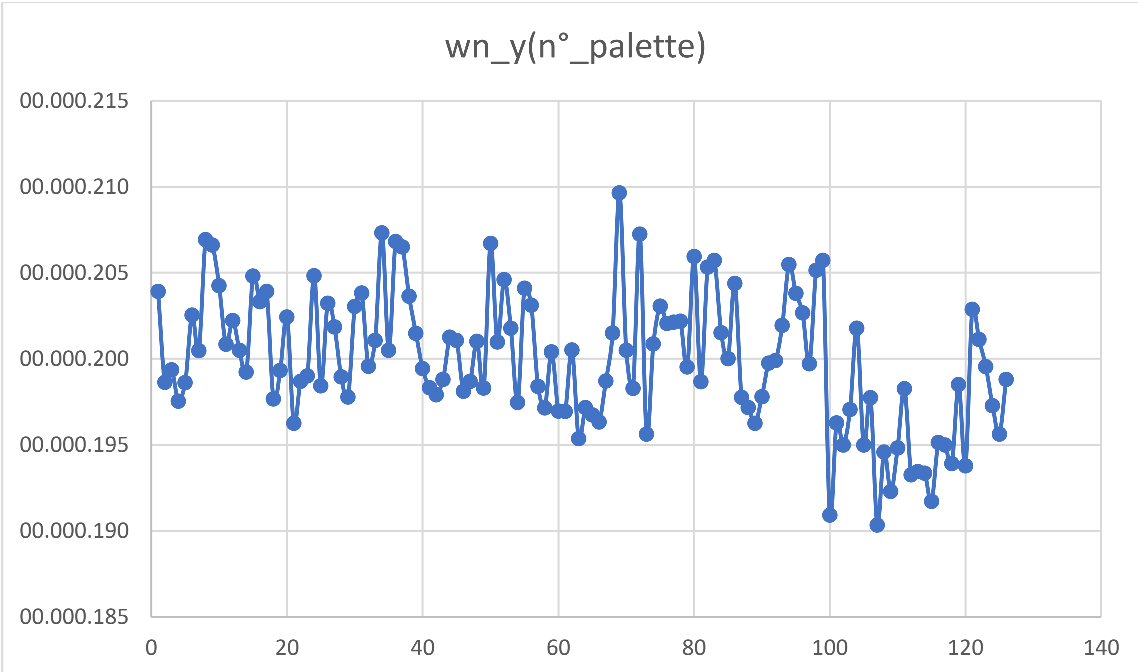

Figura 5.71: Valori di ω_{ny} al variare del numero di palette

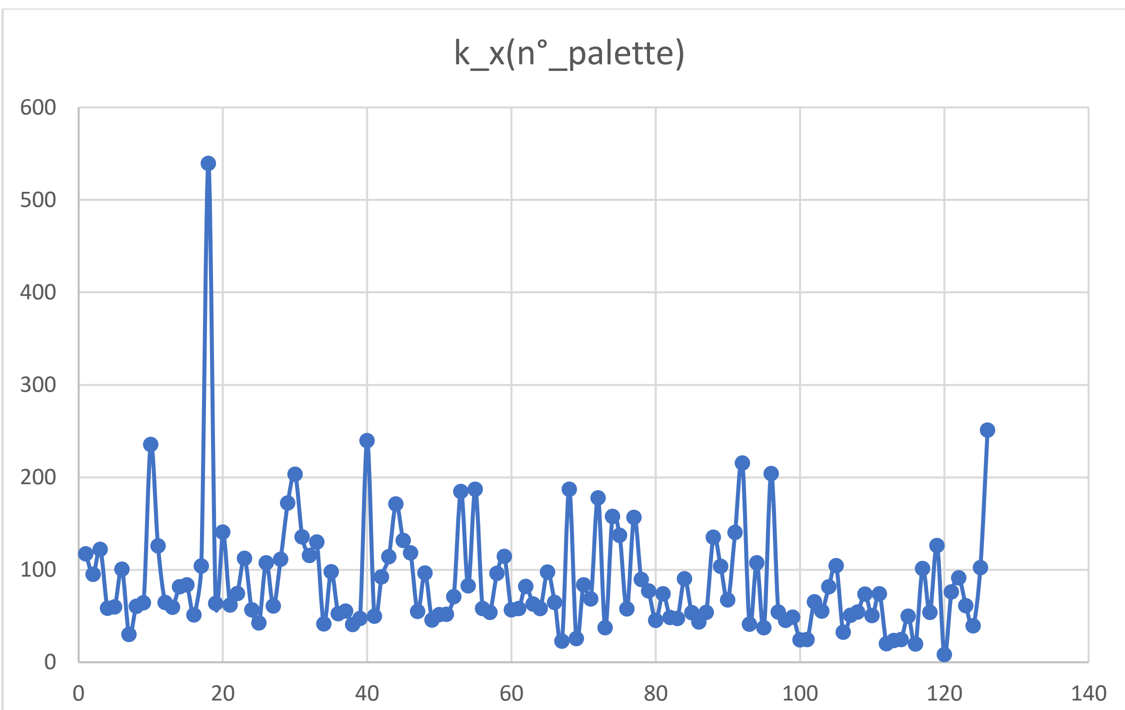

Figura 5.72: Valori di k_x al variare del numero di palette

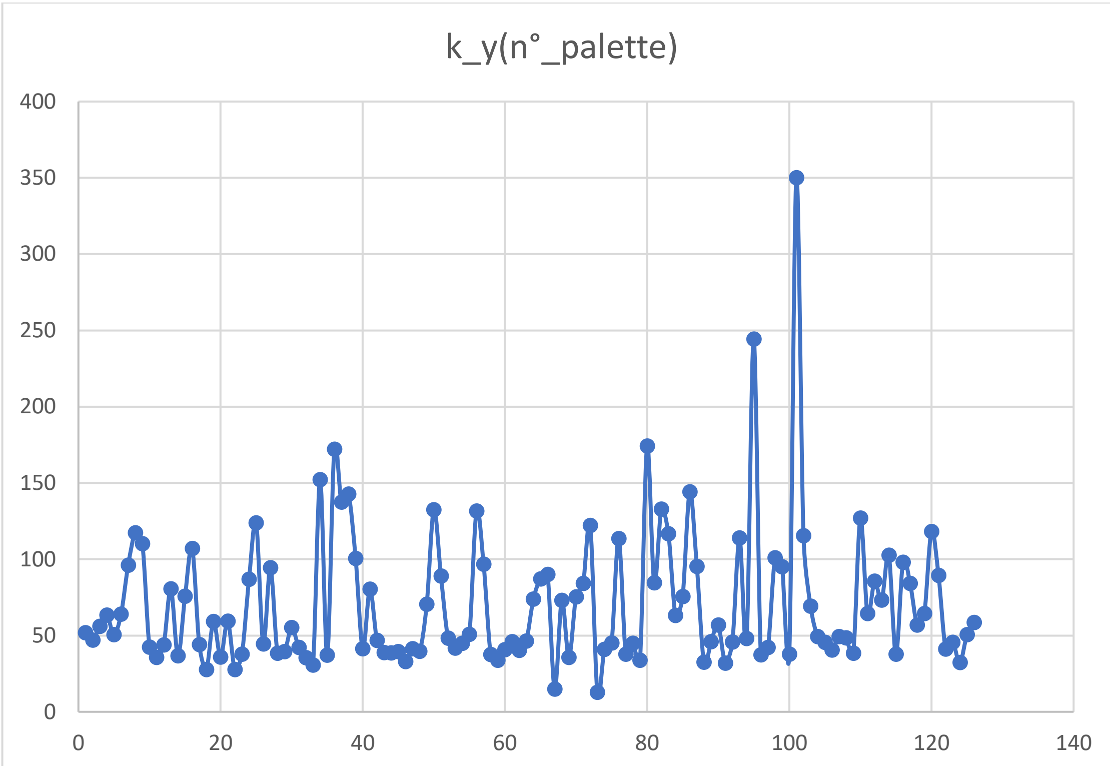

Figura 5.73: Valori di k_y al variare del numero di palette

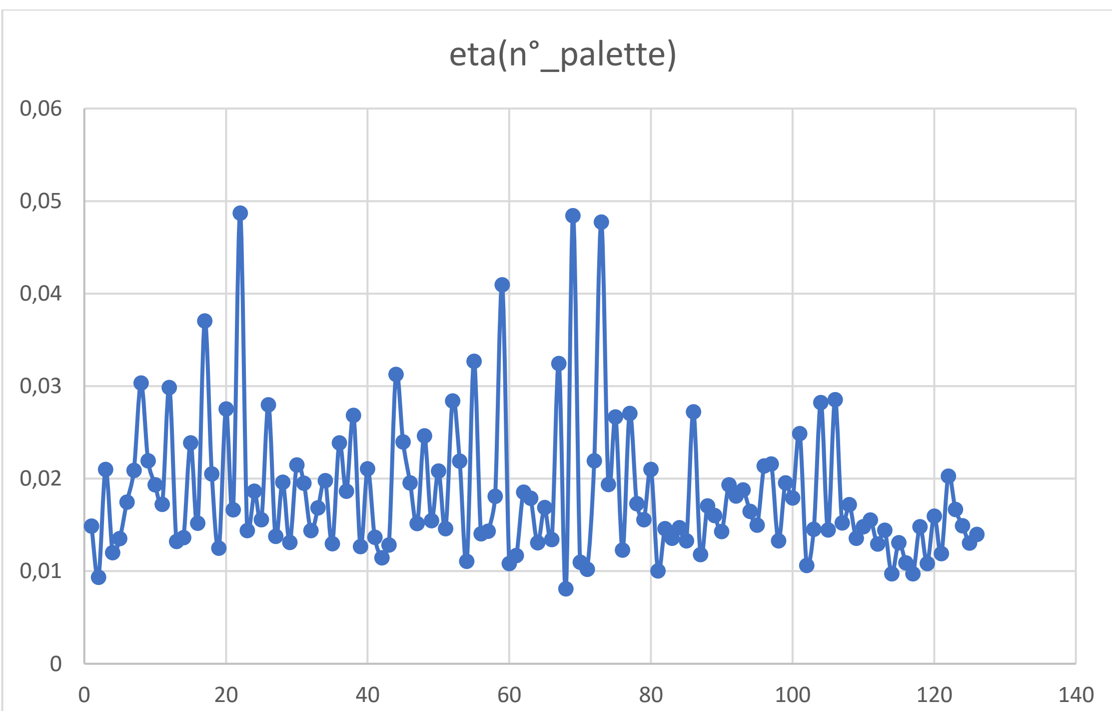

Figura 5.74: Valori di η al variare del numero di palette

Da questi grafici possiamo notare le oscillazioni che ha ciascuna variabile nel corso dell'analisi effettuata. Si può notare come alcuni dei valori ottenuti risultino incoerenti con la maggior parte dei dati ricavati. Questo errore può essere dovuto a diversi fattori, tra i quali:

- La distribuzione di punti che descrive la curva interpolante relativa alla singola turbina. Infatti, i dati ottenuti dall'esperimento sono influenzati dalle condizioni in cui questo è stato condotto, e ciò può portare ad una distribuzione di punti che può essere affetta da errori, e ciò porta, come conseguenza, ad un risultato che risente di ciò risultando così non propriamente accurato;
- L' algoritmo di approssimazione utilizzato di Levenberg-Marquardt. Infatti, in alcuni casi tale algoritmo non portava a convergenza i parametri indicati (tutti o alcuni di essi), oppure forniva risultati con incertezze eccessive, ad indicare la difficoltà attraverso la quale è riuscito ad andare a convergenza, fornendo di conseguenza risultati affetti da errore.

Di seguito ne riporteremo un estratto come esempio di quanto detto (sia in file formato .txt sia in file Excel dove sono riuniti in tabella tutti i dati ricavati con le annesse incertezze sulle misure ottenute).

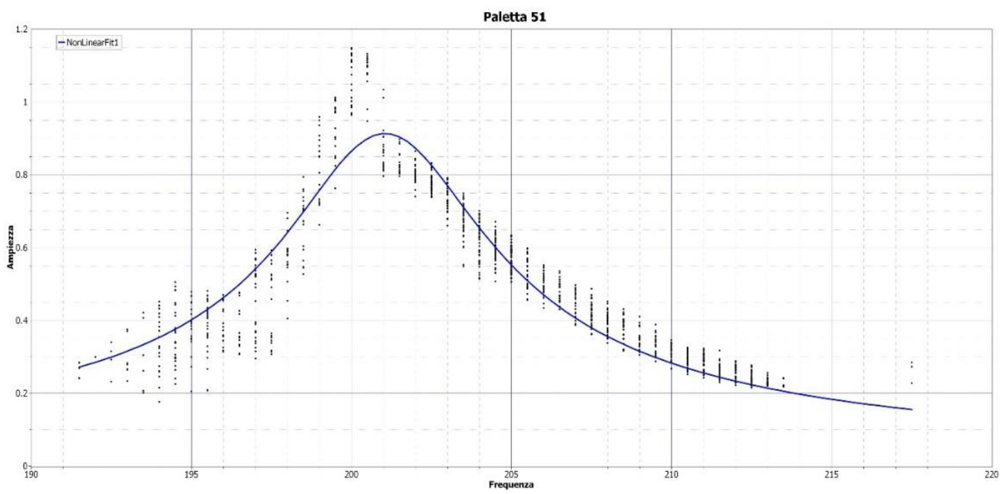

Figura 5.75: Paletta 51

Tabella 5.20: Risultati parametri Paletta 51 affetti da errore

Paletta 51	
wn_x	199.817690297082 +/- 0.286183855787224
wn_y	201.249690957401 +/- 0.0379217054310205
k_x	171.279106488288 +/- 69.9729631544044
k_y	38.6238516690582 +/- 0.851795652130297
eta	0.0312772312321521 +/- 0.000518492110568245

5.2.3 Risultati a 6 parametri indipendenti

Riportiamo di seguito alcuni dei grafici ottenuti durante il lavoro nell'ipotesi in cui il sistema sia caratterizzato da sei parametri indipendenti. I grafici mostreranno la curva interpolante i punti forniti dall'esperimento svolto in collaborazione tra il Politecnico ed Avio Aero, e saranno affiancati da file di testo nei quali potremo trovare i valori delle variabili ricercate per tutte le palette componenti il disco di turbina in questa seconda configurazione.

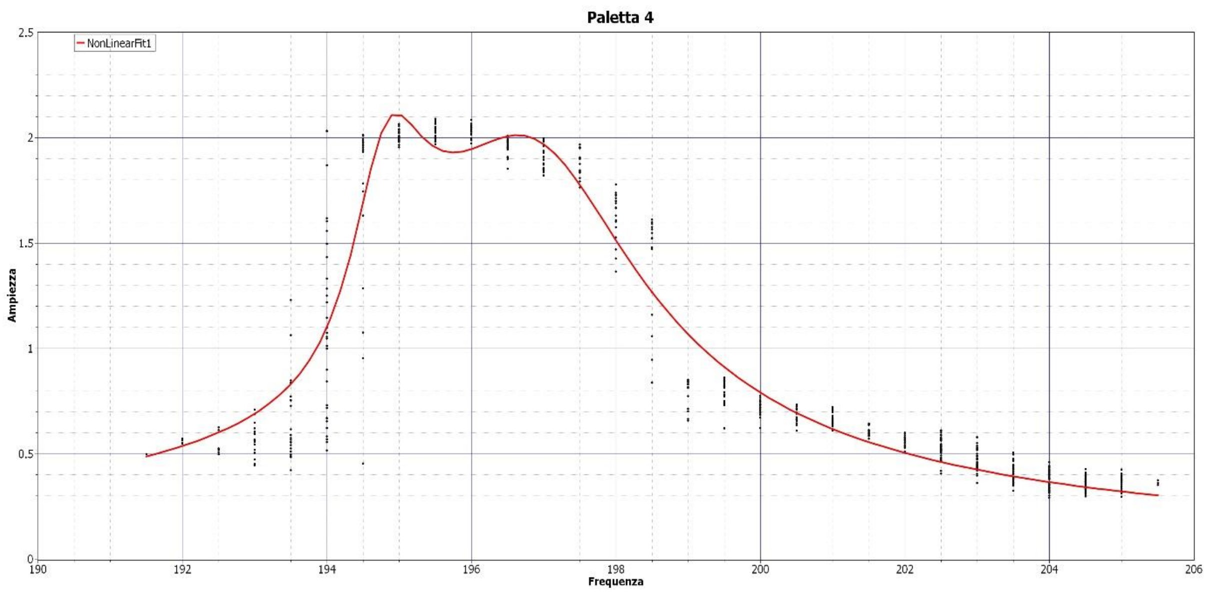

Figura 5.76: Paletta 4

Tabella 5.21: Risultati parametri indipendenti Paletta 4

Paletta 4	
wn_x	194.776399550647 +/- 0.00475009719725002
wn_y	196.881017467741 +/- 0.010267811687186
k_x	156.238416546858 +/- 2.48980742297701
k_y	38.0273219920089 +/- 0.185216052913316
eta_x	0.00559956153542802 +/- 7.58266352485478e-05
eta_y	0.0153224673325512 +/- 6.18832427857557e-05

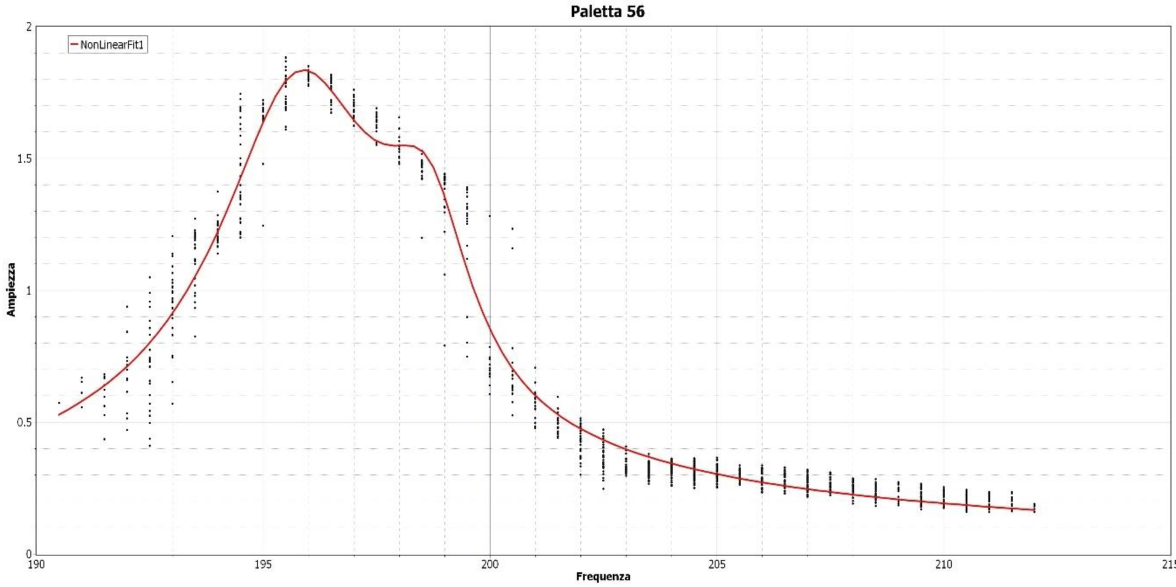

Figura 5.77: Paletta 56

Tabella 5.22: Risultati parametri indipendenti Paletta 56

Paletta 56	
wn_x	195.707735705021 +/- 0.00287613928664881
wn_y	198.747058454676 +/- 0.00315020208286563
k_x	36.0359112180167 +/- 0.0551573776093166
k_y	131.0621071082 +/- 0.748568596208802
eta_x	0.0173583309995983 +/- 2.06480511263242e-05
eta_y	0.0102995843144539 +/- 4.43674039600137e-05

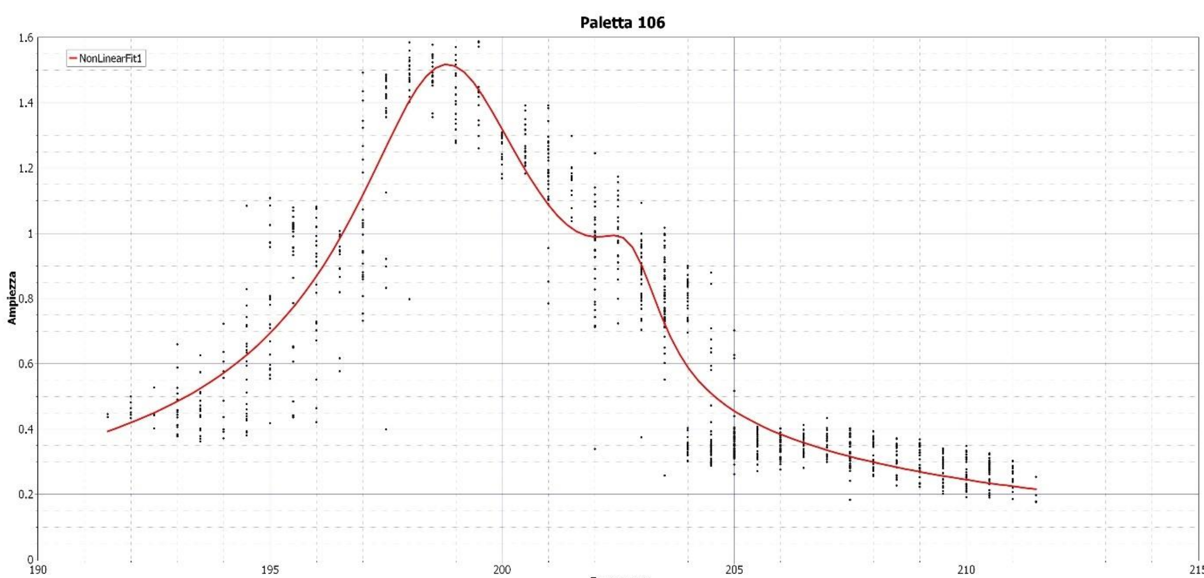

Figura 5.78: Paletta 106

Tabella 5.23: Risultati parametri indipendenti Paletta 106

Paletta 106	
wn_x	198.756850544041 +/- 0.00640980352480745
wn_y	202.835565115661 +/- 0.00828166153253666
k_x	34.7494082341729 +/- 0.0971066215994123
k_y	350.878858866005 +/- 6.62990588389373
eta_x	0.0198710400258827 +/- 6.27440091969249e-05
eta_y	0.00819587359752538 +/- 0.000141104782691308

Di seguito vengono riportati anche i grafici inerenti a descrivere l'andamento dell'intero disco palettato delle grandezze considerate. Questi grafici mostreranno i diversi comportamenti che hanno le singole palette analizzate poste in rotazione e come queste caratterizzino di conseguenza il comportamento del disco nel suo insieme. Saranno dunque questi valori, successivamente trattati, che andremo a sfruttare per descrivere e capire come si comporta il disco quando sollecitato da una forza esterna rotante.

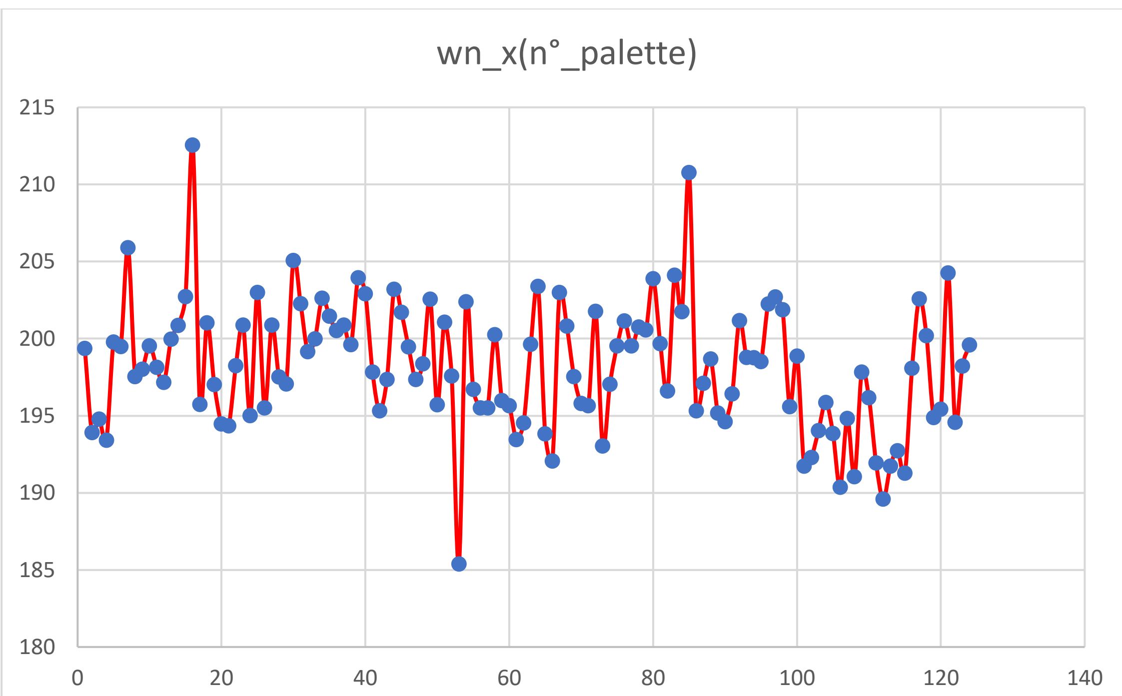

Figura 5.79: Valori di ω_{nx} al variare del numero di palette

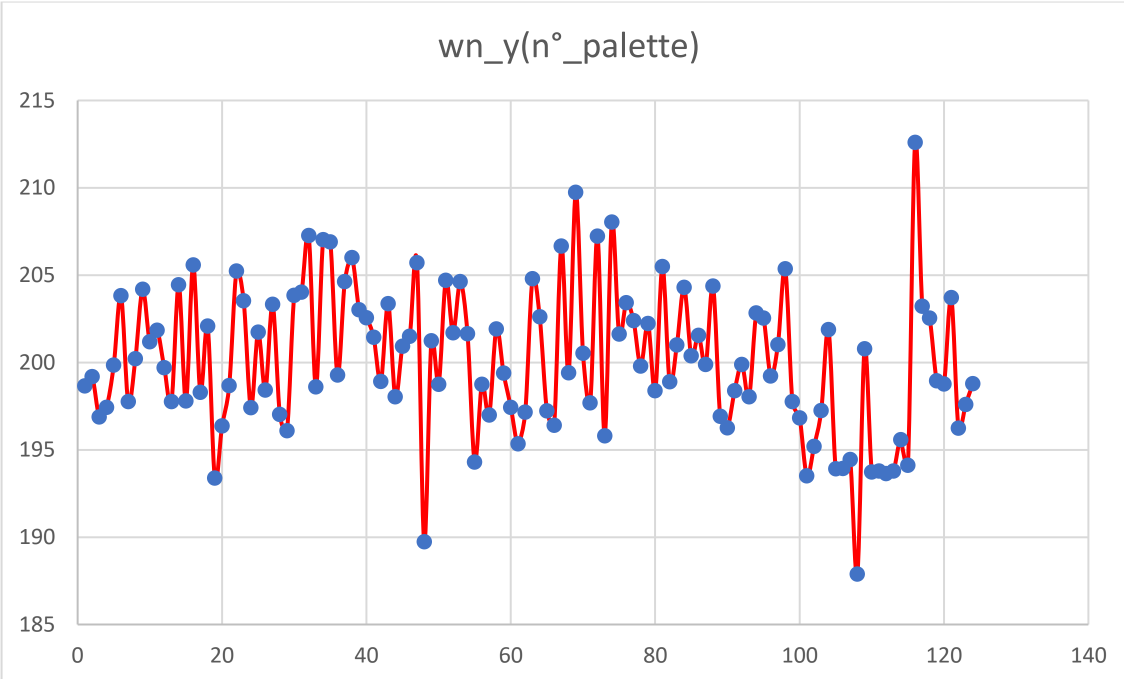

Figura 5.80: Valori di ω_{ny} al variare del numero di palette

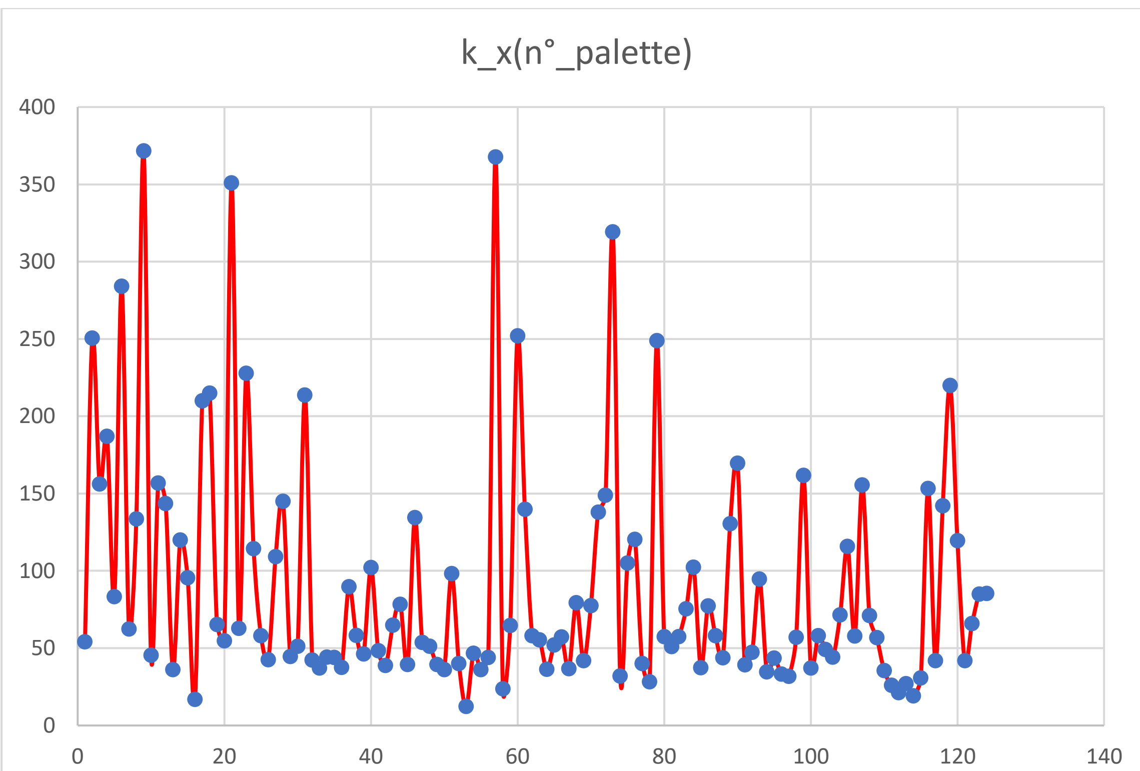

Figura 5.81: Valori di k_x al variare del numero di palette

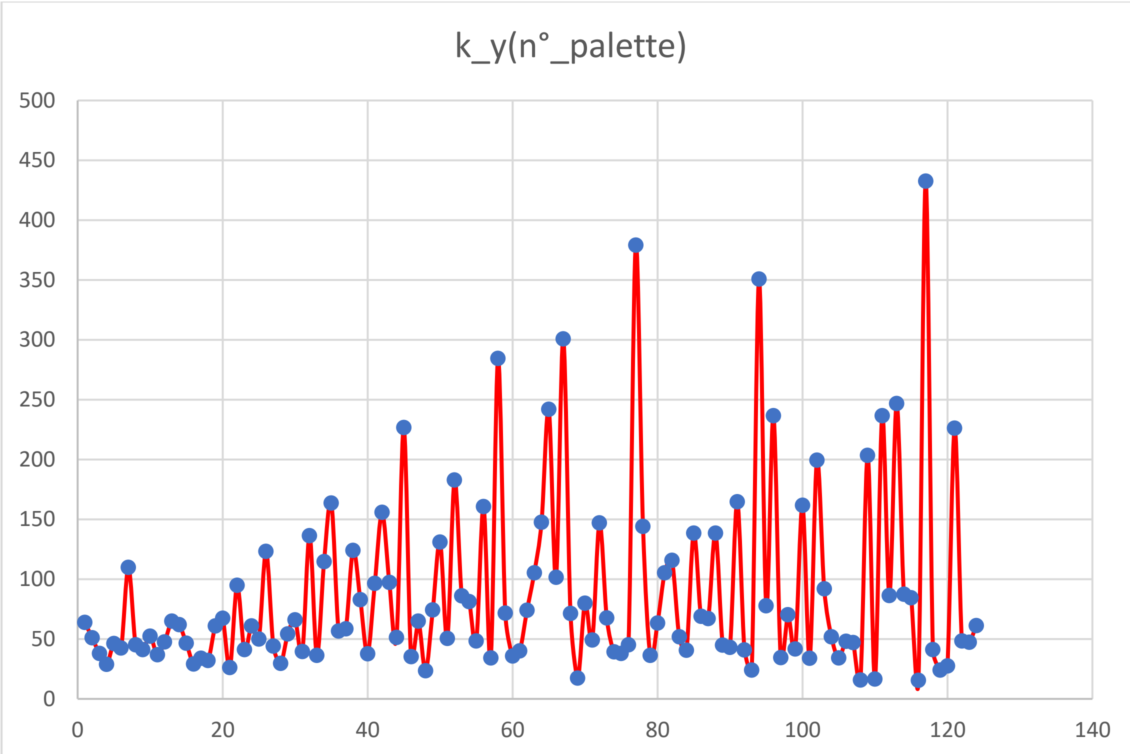

Figura 5.82: Valori di k_y al variare del numero di palette

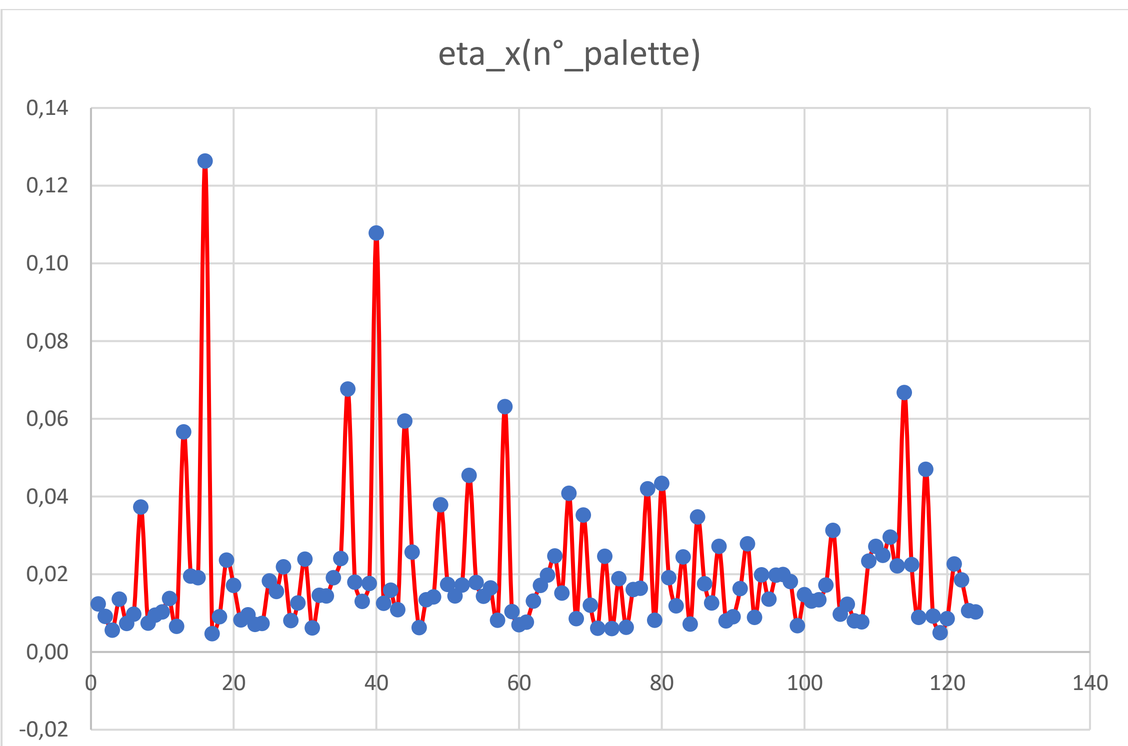

Figura 5.83: Valori di η_x al variare del numero di palette

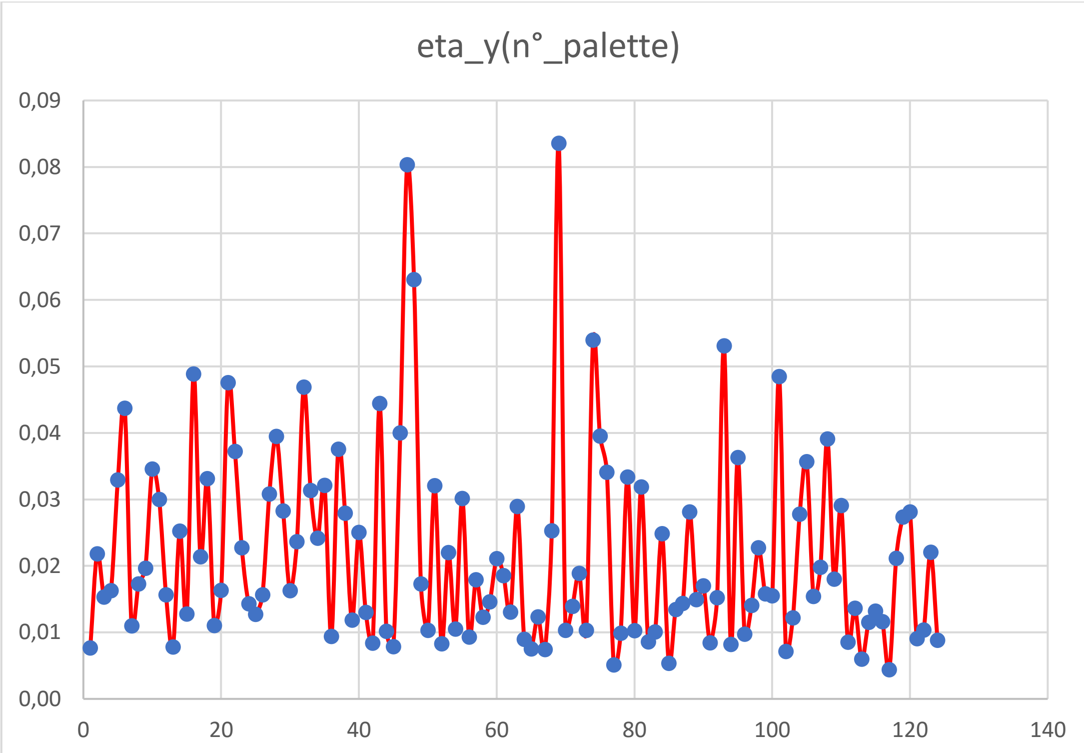

Figura 5.84: Valori di η_y al variare del numero di palette

Da questi grafici possiamo notare le oscillazioni che ha ciascuna variabile nel corso dell'analisi effettuata. Si può notare come alcuni dei valori ottenuti risultino incoerenti con la maggior parte dei dati ricavati. Questo errore può essere dovuto a diversi fattori, tra i quali:

- La distribuzione di punti che descrive la curva interpolante relativa alla singola turbina. Infatti, i dati ottenuti dall'esperimento sono influenzati dalle condizioni in cui questo è stato condotto, e ciò può portare ad una distribuzione di punti che può essere affetta da errori, e ciò porta, come conseguenza, ad un risultato che risente di ciò risultando così non propriamente accurato;
- L' algoritmo di approssimazione utilizzato di Levenberg-Marquardt. Infatti, in alcuni casi tale algoritmo non portava a convergenza i parametri indicati (tutti o alcuni di essi), oppure forniva risultati con incertezze eccessive, ad indicare la difficoltà attraverso la quale è riuscito ad andare a convergenza, fornendo di conseguenza risultati affetti da errore.

Di seguito ne riporteremo un estratto come esempio di quanto detto (sia in file formato .txt sia in file Excel dove sono riuniti in tabella tutti i dati ricavati con le annesse incertezze sulle misure ottenute).

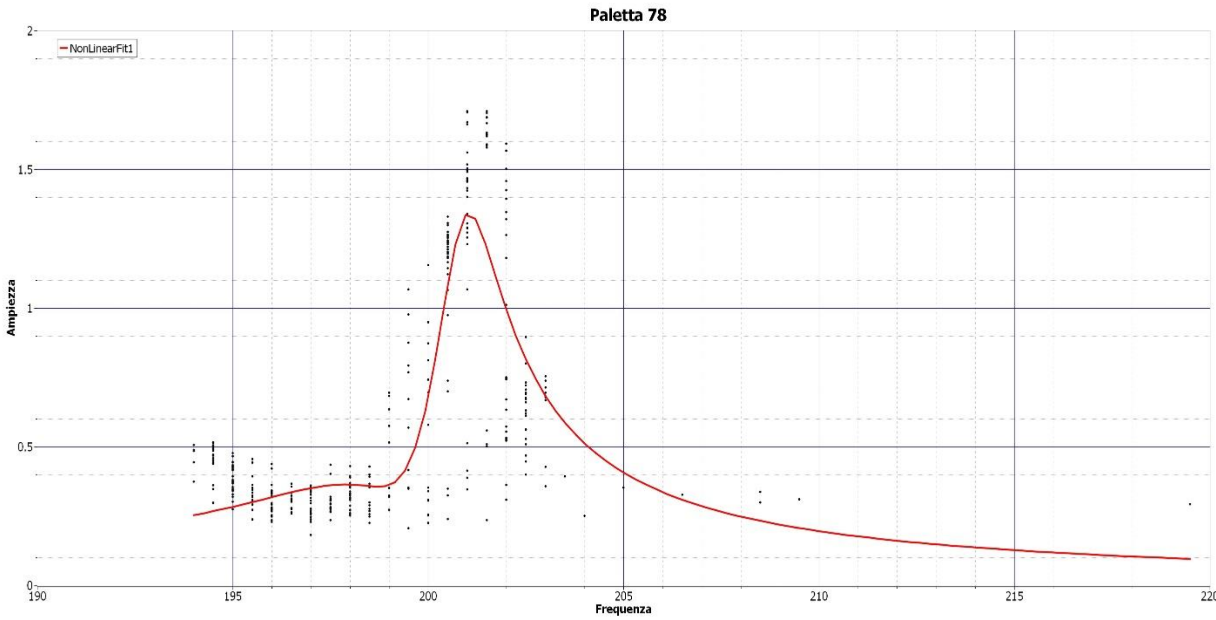

Figura 5.85: Paletta 78

Tabella 5.24: Risultati parametri Paletta 78 affetti da errore

Paletta 78	
wn_x	200.823774930585 +/- 0.031542826017369
wn_y	199.415672530448 +/- 0.176743019866456
k_x	79.3375189221709 +/- 5.74343276951782
k_y	71.3423746801737 +/- 8.69779993454362
eta_x	0.00861556690071325 +/- 0.000351093939821715
eta_y	0.0252640618487529 +/- 0.00249500484727298

5.3 Configurazione 3: 3510 rpm

La terza prova si è svolta ponendo il disco ad una velocità di rotazione pari a 3510 rpm. In questa situazione si sono voluti calcolare i parametri di nostro interesse che descrivono il sistema, inizialmente quando questi siano solamente quattro, poi cinque ed infine sei. Ricordiamo come l'analisi sia eseguita su un singolo settore circolare grazie alla proprietà di simmetria ciclica della struttura.

5.3.1 Risultati a 4 parametri indipendenti

Riportiamo di seguito alcuni dei grafici ottenuti durante il lavoro nell'ipotesi in cui il sistema sia caratterizzato da quattro parametri indipendenti. I grafici mostreranno la curva interpolante i punti forniti dall'esperimento svolto in collaborazione tra il Politecnico ed Avio Aero, e saranno affiancati da file di testo nei quali potremo trovare i valori delle variabili ricercate per tutte le palette componenti il disco di turbina in questa terza configurazione.

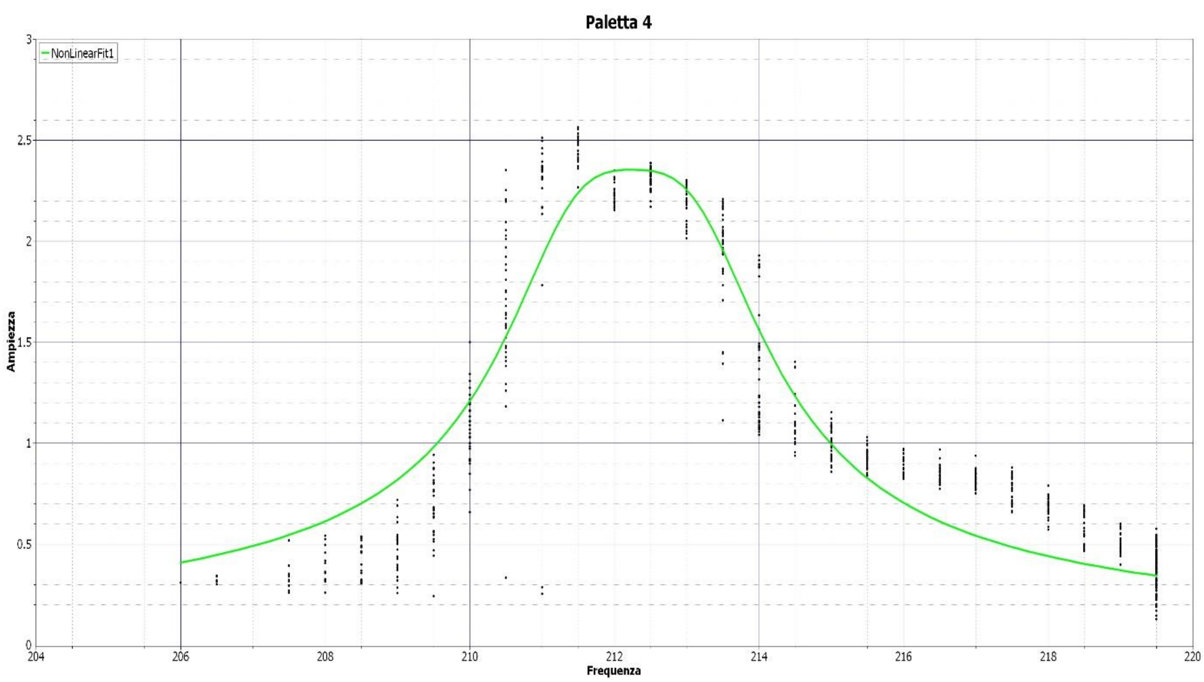

Figura 5.86: Paletta 4

Tabella 5.25: Risultati parametri indipendenti Paletta 4

Paletta 4	
wn_x	211.434460417199 +/- 0.00953380013997884
wn_y	213.11669200749 +/- 0.00887938414616921
k	61.1435792594358 +/- 0.299284078321412
eta	0.0111705724447376 +/- 7.96748479991871e-05

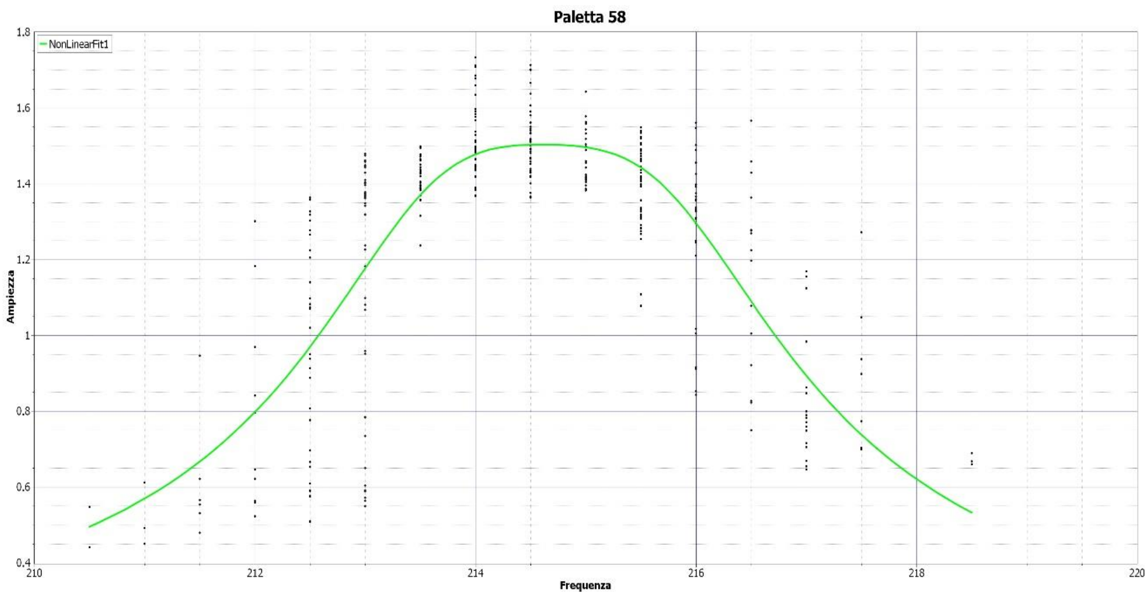

Figura 5.87: Paletta 58

Tabella 5.26: Risultati parametri indipendenti Paletta 58

Paletta 58	
wn_x	213.640439888975 +/- 0.0116693653550474
wn_y	215.658967671438 +/- 0.0128535664418214
k	80.2363906378222 +/- 0.849361256920002
eta	0.0133595966511803 +/- 0.000189923080496293

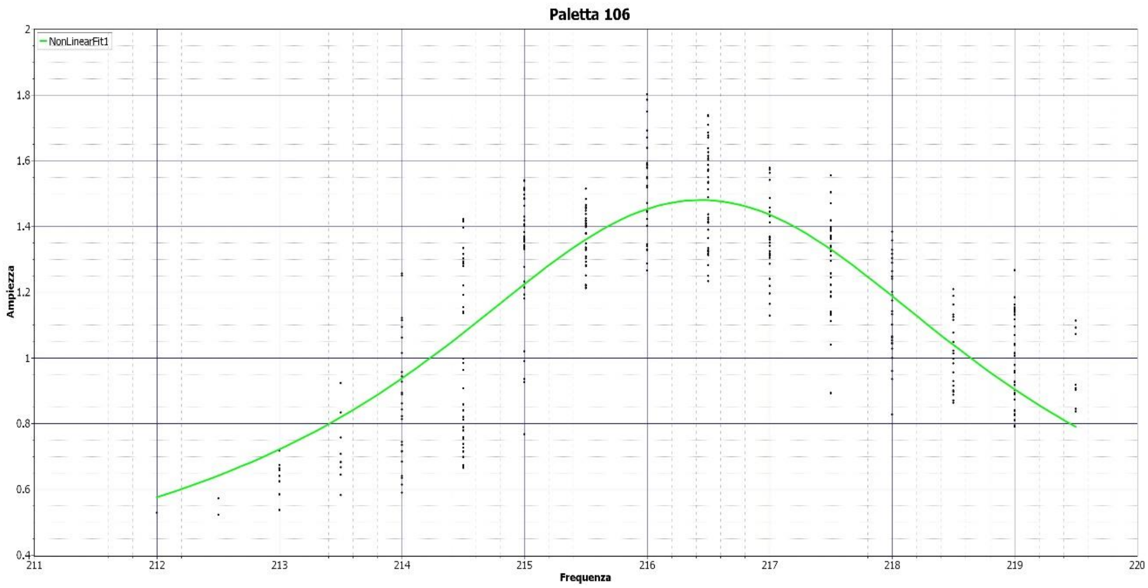

Figura 5.88: Paletta 106

Tabella 5.27: Risultati parametri indipendenti Paletta 106

Paletta 106	
wn_x	215.728951292167 +/- 0.0459844312333736
wn_y	217.150334121247 +/- 0.0470558923601925
k	58.9951455685488 +/- 0.979881481035064
eta	0.0194450187738292 +/- 0.000239663018932933

Di seguito vengono riportati anche i grafici inerenti a descrivere l'andamento dell'intero disco palettato delle grandezze considerate. Questi grafici mostreranno i diversi comportamenti che hanno le singole palette analizzate poste in rotazione e come queste caratterizzino di conseguenza il comportamento del disco nel suo insieme. Saranno dunque questi valori, successivamente trattati, che andremo a sfruttare per descrivere e capire come si comporta il disco quando sollecitato da una forza esterna rotante.

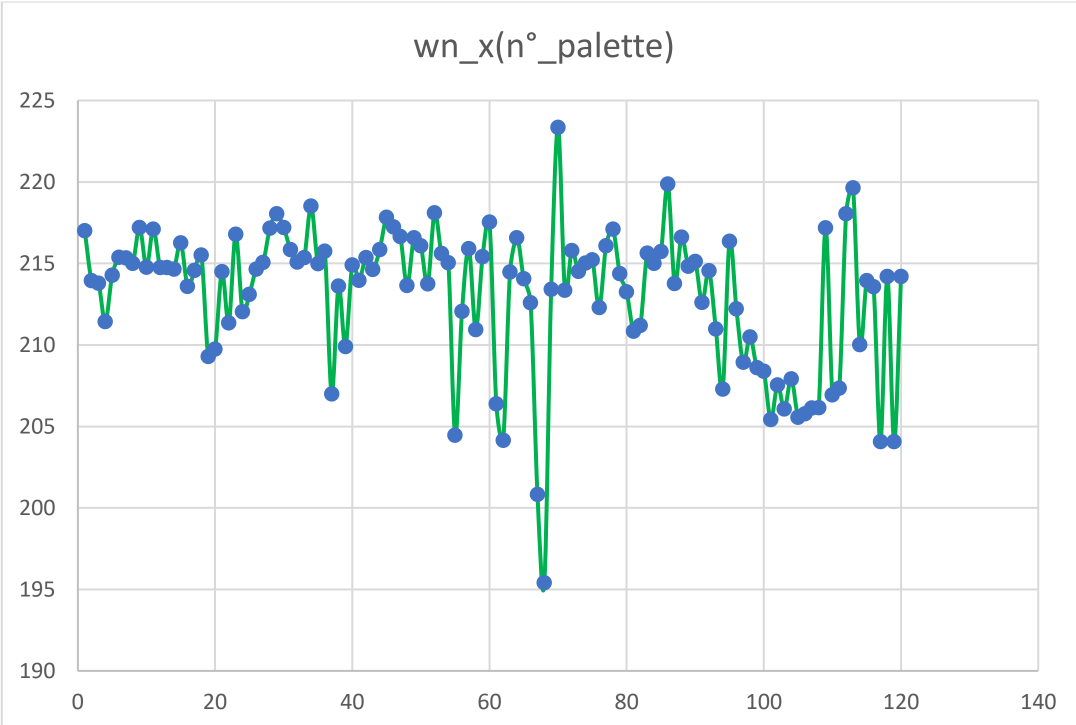

Figura 5.89: Valori di ω_{nx} al variare del numero di palette

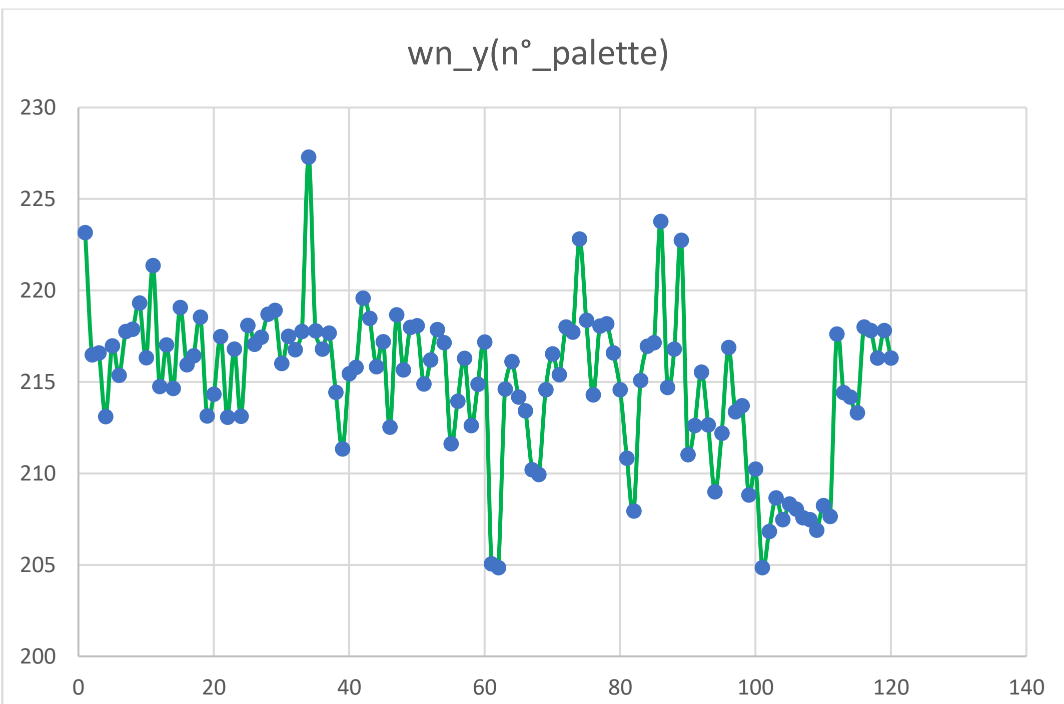

Figura 5.90: Valori di ω_{ny} al variare del numero di palette

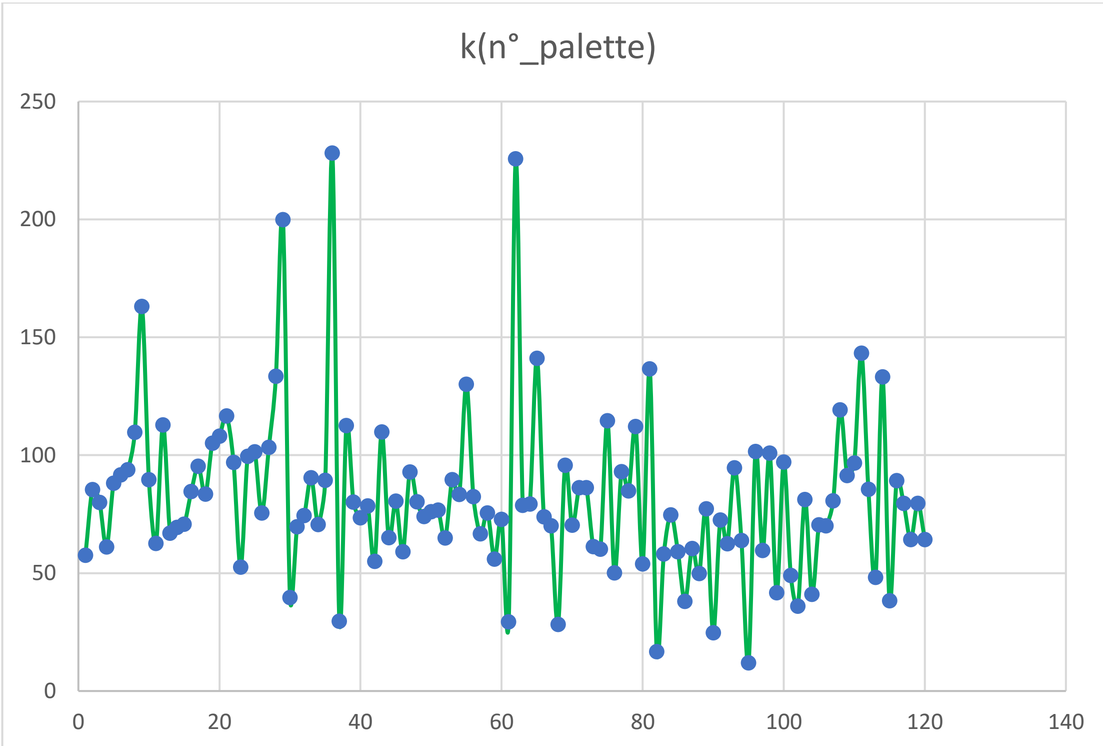

Figura 5.91: Valori di k al variare del numero di palette

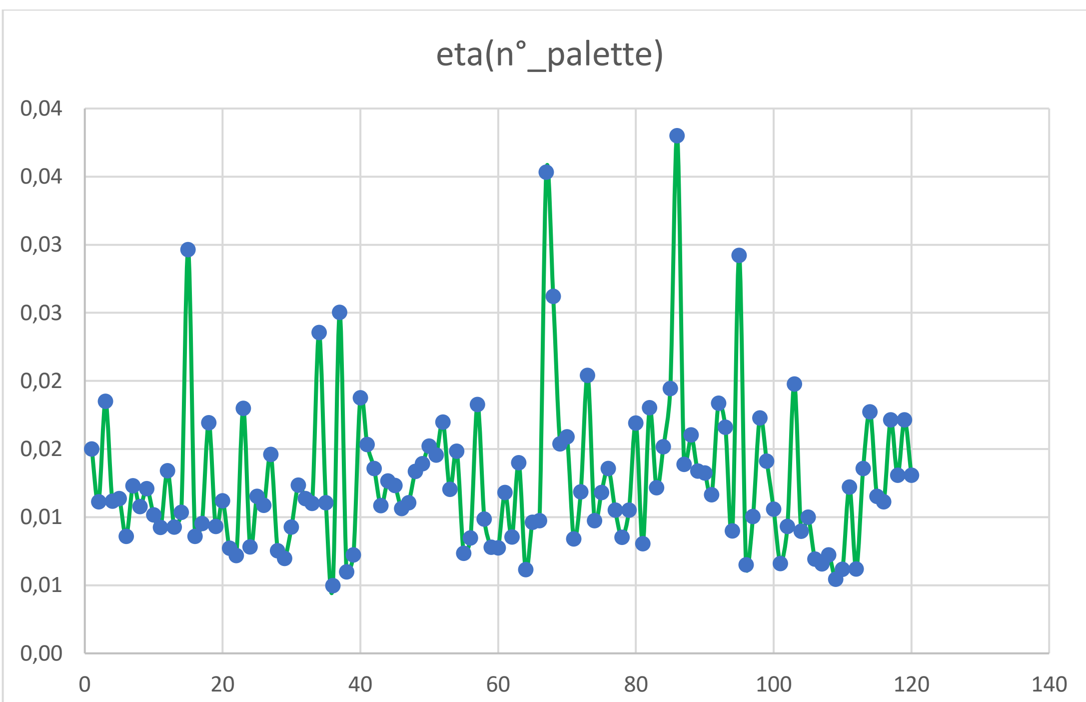

Figura 5.92: Valori di η al variare del numero di palette

Da questi grafici possiamo notare le oscillazioni che ha ciascuna variabile nel corso dell'analisi effettuata. Si può notare come alcuni dei valori ottenuti risultino incoerenti con la maggior parte dei dati ricavati. Questo errore può essere dovuto a diversi fattori, tra i quali:

- La distribuzione di punti che descrive la curva interpolante relativa alla singola turbina. Infatti, i dati ottenuti dall'esperimento sono influenzati dalle condizioni in cui questo è stato condotto, e ciò può portare ad una distribuzione di punti che può essere affetta da errori, e ciò porta, come conseguenza, ad un risultato che risente di ciò risultando così non propriamente accurato;
- L' algoritmo di approssimazione utilizzato di Levenberg-Marquardt. Infatti, in alcuni casi tale algoritmo non portava a convergenza i parametri indicati (tutti o alcuni di essi), oppure forniva risultati con incertezze eccessive, ad indicare la difficoltà attraverso la quale è riuscito ad andare a convergenza, fornendo di conseguenza risultati affetti da errore.

Di seguito ne riporteremo un estratto come esempio di quanto detto (sia in file formato .txt sia in file Excel dove sono riuniti in tabella tutti i dati ricavati con le annesse incertezze sulle misure ottenute).

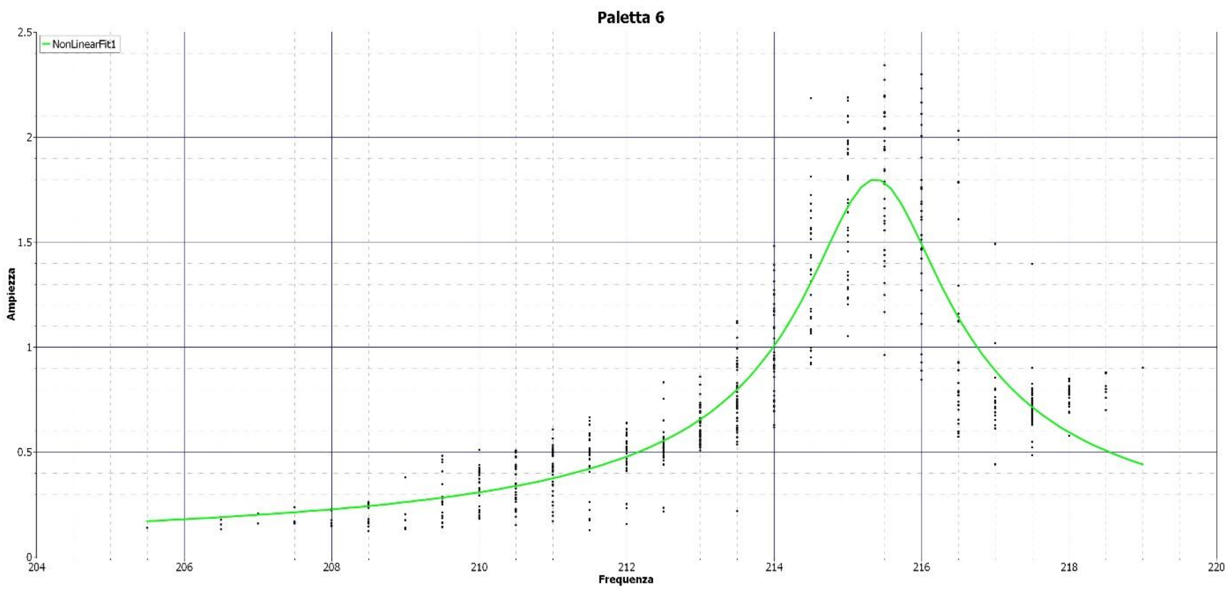

Figura 5.93: Paletta 6

Tabella 5.28: Risultati parametri Paletta 6 affetti da errore

Paletta 6	
wn_x	215.375720326493 +/- 31.4181748464974
wn_y	215.375913529983 +/- 30.8839798164746
k	91.5879194258476 +/- 0.489901655965006
eta	0.00857831900361203 +/- 0.289149736706004

5.3.2 Risultati a 5 parametri indipendenti

Riportiamo di seguito alcuni dei grafici ottenuti durante il lavoro nell'ipotesi in cui il sistema sia caratterizzato da cinque parametri indipendenti. I grafici mostreranno la curva interpolante i punti forniti dall'esperimento svolto in collaborazione tra il Politecnico ed Avio Aero, e saranno affiancati da file di testo nei quali potremo trovare i valori delle variabili ricercate per tutte le palette componenti il disco di turbina in questa terza configurazione.

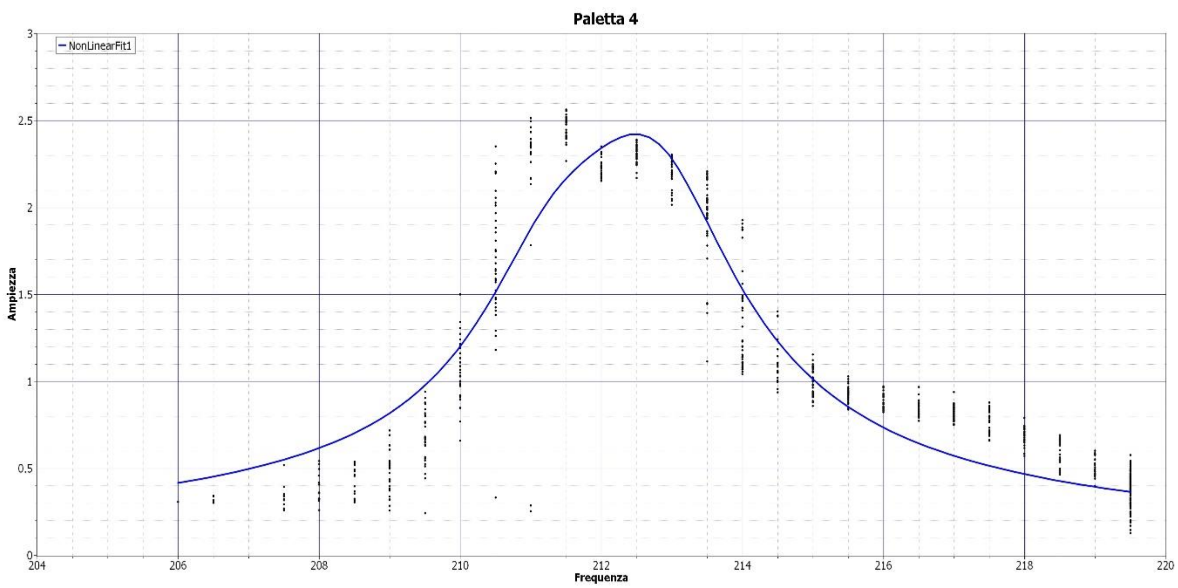

Figura 5.94: Paletta 4

Tabella 5.29: Risultati parametri indipendenti Paletta 4

Paletta 4	
wn_x	211.216119200174 +/- 0.0355447076787924
wn_y	212.812855057513 +/- 0.0207328231878855
k_x	86.9867652726499 +/- 3.85675344195989
k_y	46.5338382116747 +/- 0.732496518047193
eta	0.0115607590285714 +/- 9.0115093415196e-05

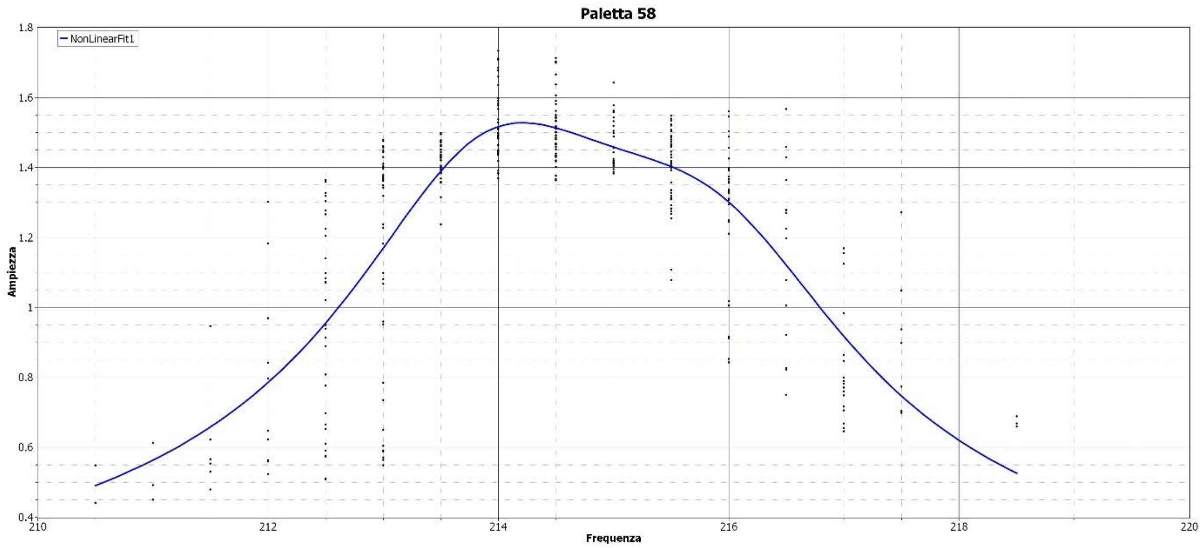

Figura 5.95: Paletta 58

Tabella 5.30: Risultati parametri indipendenti Paletta 58

Paletta 58	
wn_x	213.836357838694 +/- 0.017659651484494
wn_y	216.000216243983 +/- 0.024744150963781
k_x	69.6239740910344 +/- 1.09531285914289
k_y	104.839889288459 +/- 1.8801681304592
eta	0.0126678719527277 +/- 0.000157964287861004

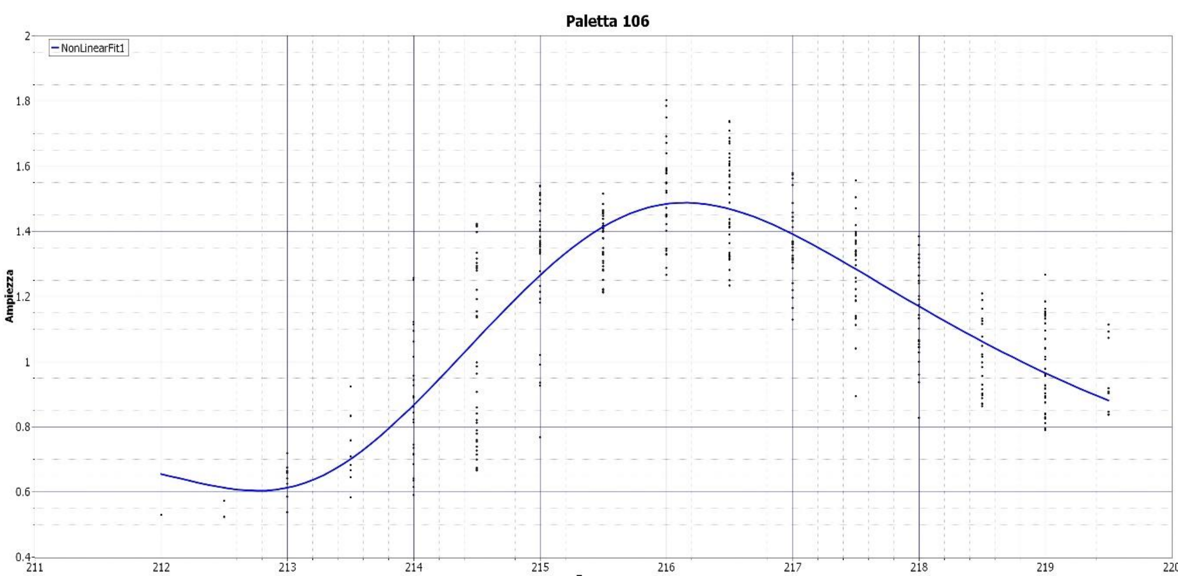

Figura 5.96: Paletta 106

Tabella 5.31: Risultati parametri indipendenti Paletta 106

Paletta 106	
wn_x	212.551632797953 +/- 0.0337918104269875
wn_y	215.737948665155 +/- 0.0255104372520614
k_x	67.5758036523865 +/- 2.85115856295644
k_y	27.0399996071401 +/- 0.22872019070006
eta	0.0208749735522259 +/- 0.000113288456942129

Di seguito vengono riportati anche i grafici inerenti a descrivere l'andamento dell'intero disco palettato delle grandezze considerate. Questi grafici mostreranno i diversi comportamenti che hanno le singole palette analizzate poste in rotazione e come queste caratterizzino di conseguenza il comportamento del disco nel suo insieme. Saranno dunque questi valori, successivamente trattati, che andremo a sfruttare per descrivere e capire come si comporta il disco quando sollecitato da una forza esterna rotante.

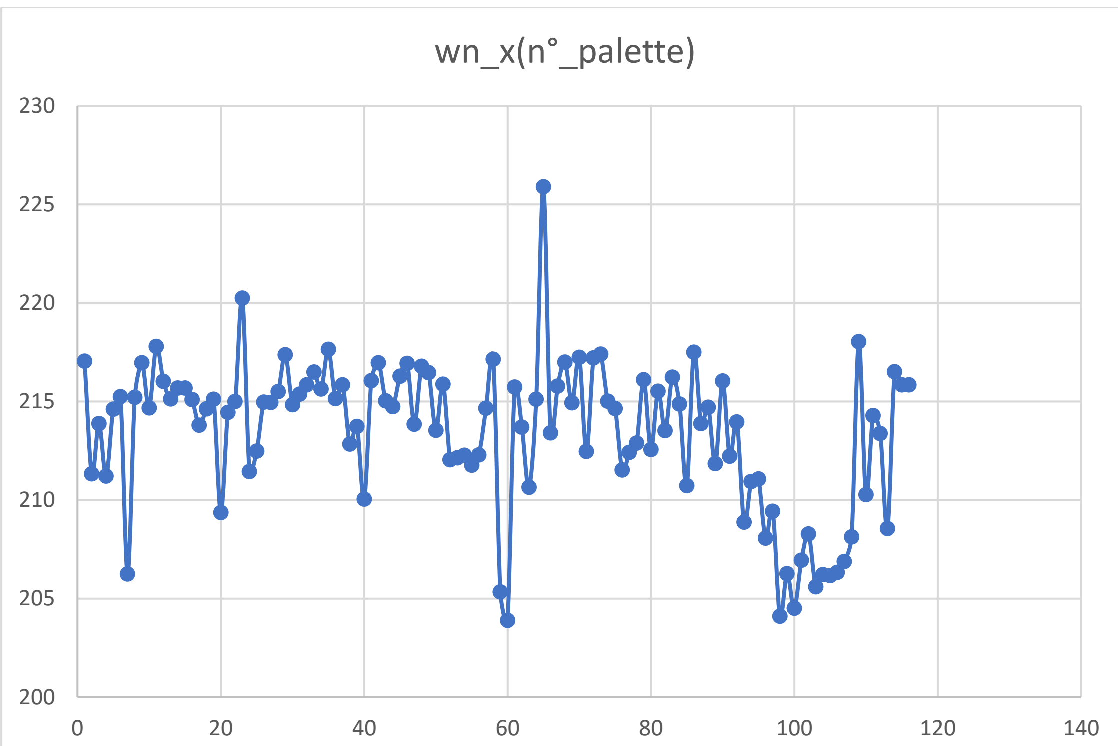

Figura 5.97: Valori di ω_{nx} al variare del numero di palette

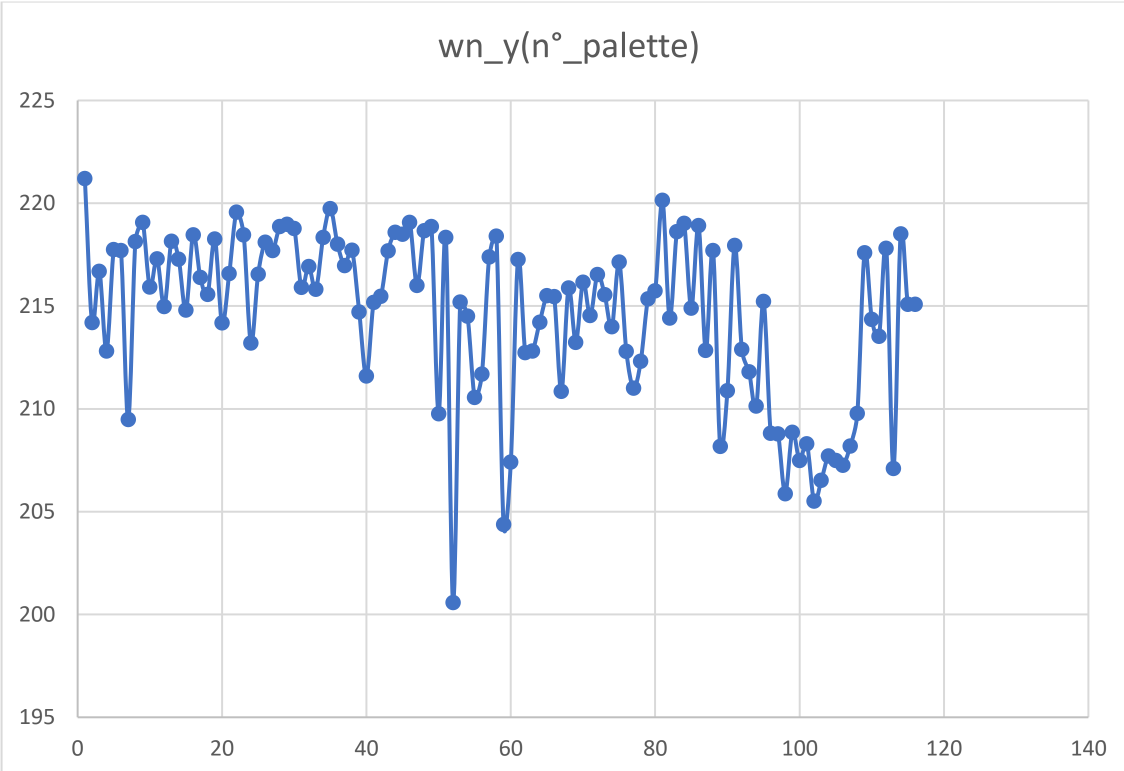

Figura 5.98: Valori di ω_{ny} al variare del numero di palette

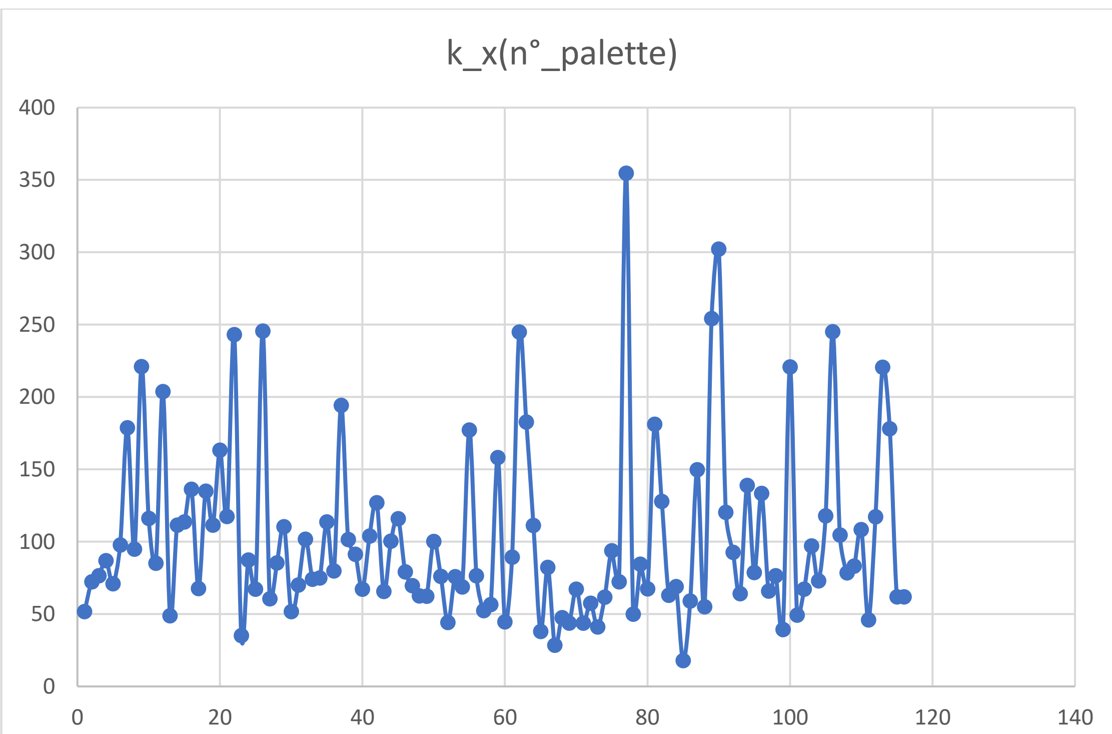

Figura 5.99: Valori di k_x al variare del numero di palette

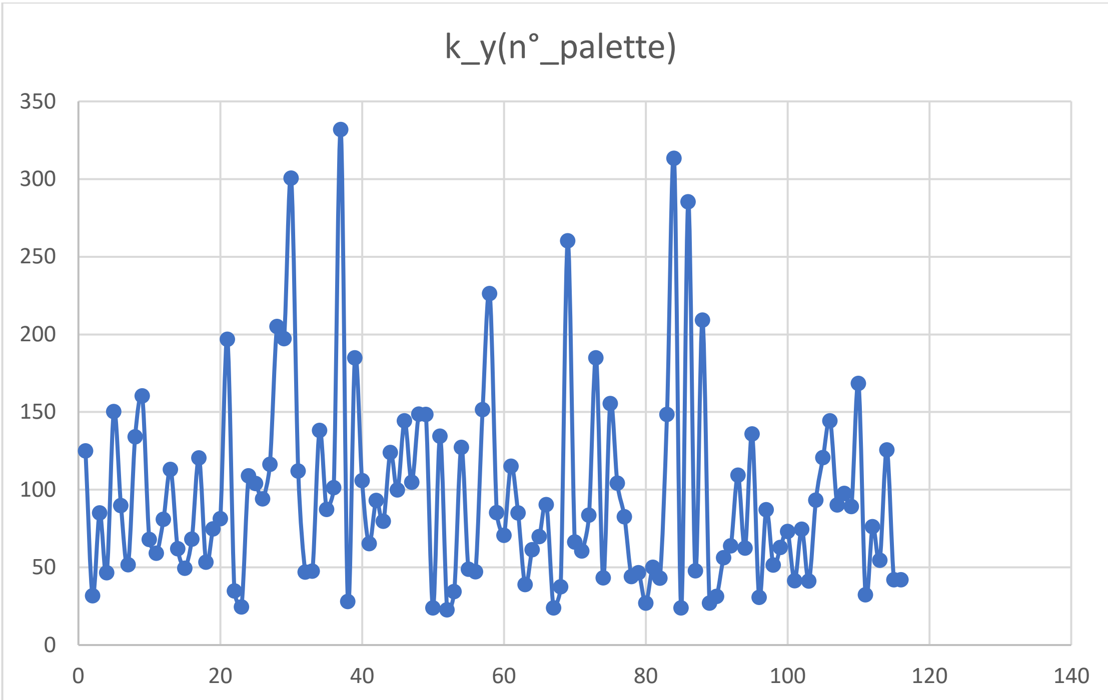

Figura 5.100: Valori di k_y al variare del numero di palette

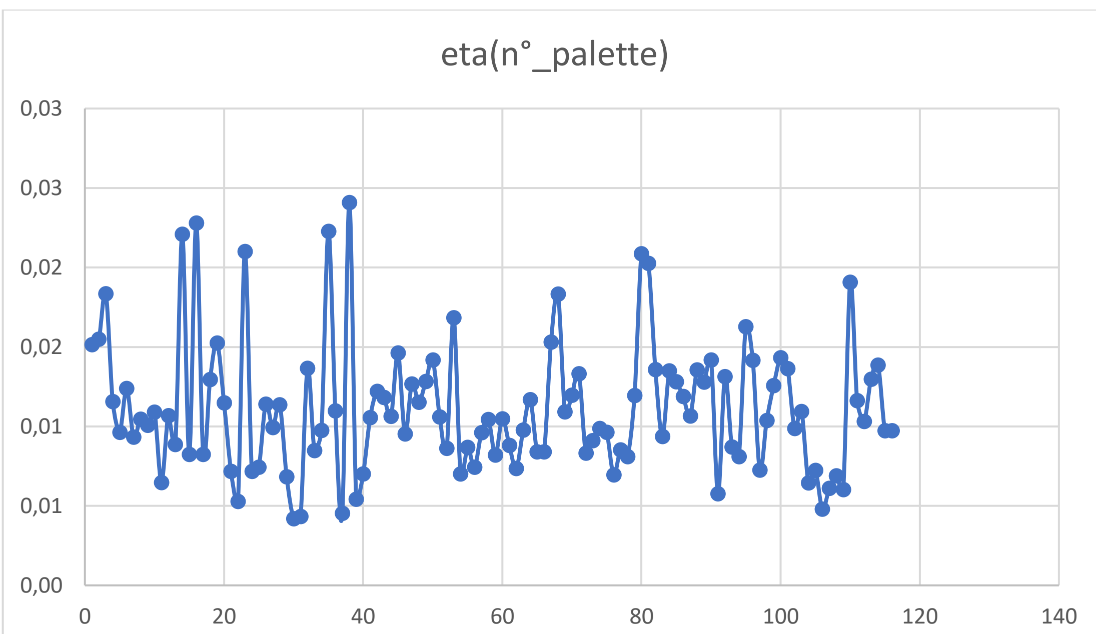

Figura 5.101: Valori di η al variare del numero di palette

Da questi grafici possiamo notare le oscillazioni che ha ciascuna variabile nel corso dell'analisi effettuata. Si può notare come alcuni dei valori ottenuti risultino incoerenti con la maggior parte dei dati ricavati. Questo errore può essere dovuto a diversi fattori, tra i quali:

- La distribuzione di punti che descrive la curva interpolante relativa alla singola turbina. Infatti, i dati ottenuti dall'esperimento sono influenzati dalle condizioni in cui questo è stato condotto, e ciò può portare ad una distribuzione di punti che può essere affetta da errori, e ciò porta, come conseguenza, ad un risultato che risente di ciò risultando così non propriamente accurato;
- L' algoritmo di approssimazione utilizzato di Levenberg-Marquardt. Infatti, in alcuni casi tale algoritmo non portava a convergenza i parametri indicati (tutti o alcuni di essi), oppure forniva risultati con incertezze eccessive, ad indicare la difficoltà attraverso la quale è riuscito ad andare a convergenza, fornendo di conseguenza risultati affetti da errore.

Di seguito ne riporteremo un estratto come esempio di quanto detto (sia in file formato .txt sia in file Excel dove sono riuniti in tabella tutti i dati ricavati con le annesse incertezze sulle misure ottenute).

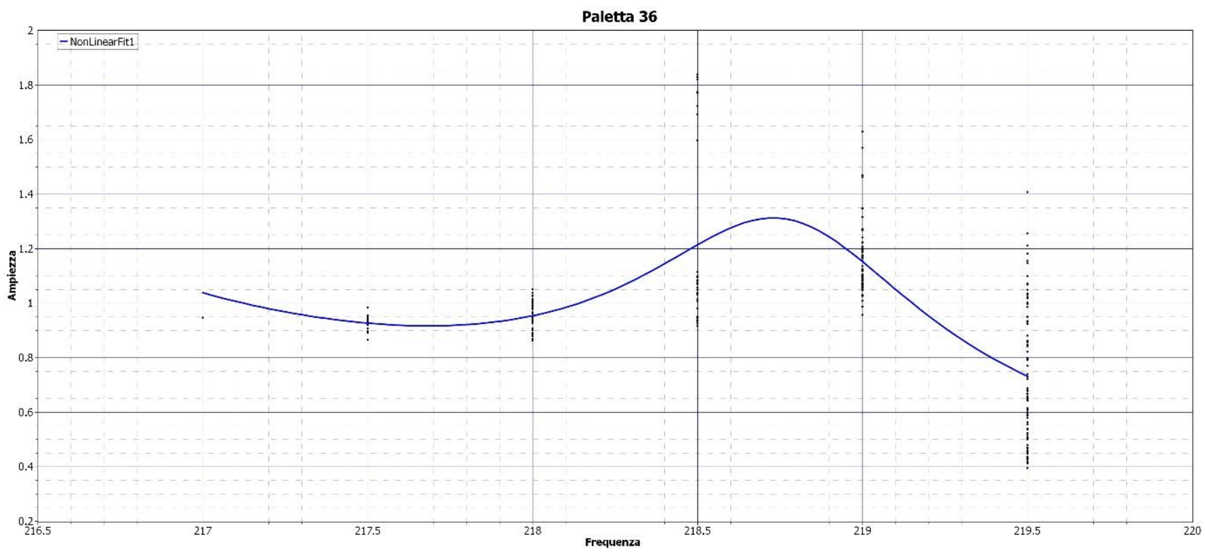

Figura 5.102: Paletta 36

Tabella 5.32: Risultati parametri Paletta 36 affetti da errore

Paletta 36	
wn_x	214.835950242316 +/- 0.726385380645875
wn_y	218.770755774205 +/- 0.00947116367130325
k_x	51.7897146640589 +/- 17.8959541141182
k_y	300.588414642663 +/- 60.7452358583102
eta	0.00420478144174002 +/- 0.000531702229179987

5.3.3 Risultati a 6 parametri indipendenti

Riportiamo di seguito alcuni dei grafici ottenuti durante il lavoro nell'ipotesi in cui il sistema sia caratterizzato da sei parametri indipendenti. I grafici mostreranno la curva interpolante i punti forniti dall'esperimento svolto in collaborazione tra il Politecnico ed Avio Aero, e saranno affiancati da file di testo nei quali potremo trovare i valori delle variabili ricercate per tutte le palette componenti il disco di turbina in questa terza configurazione.

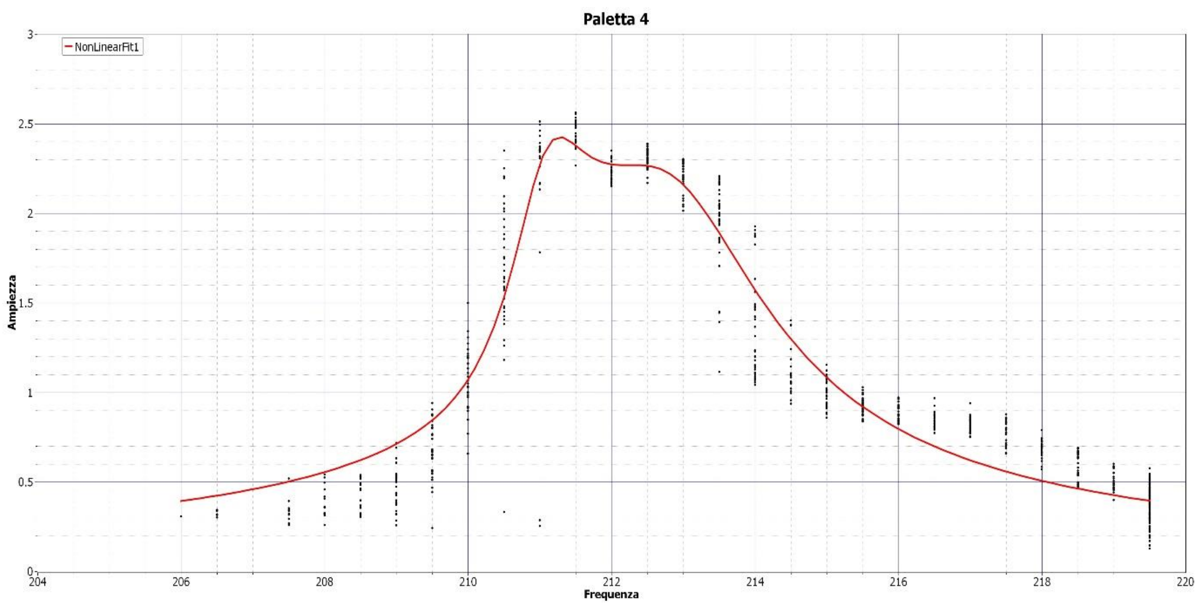

Figura 5.103: Paletta 4

Tabella 5.33: Risultati parametri indipendenti Paletta 4

Paletta 4	
wn_x	211.052368708677 +/- 0.00682237028399493
wn_y	212.82684649502 +/- 0.0123976575745048
k_x	133.972800346106 +/- 2.70945297136969
k_y	41.3691418039606 +/- 0.280178550584186
eta_x	0.00560895446888334 +/- 8.1243867710891e-05
eta_y	0.0133124201568966 +/- 6.81422239256487e-05

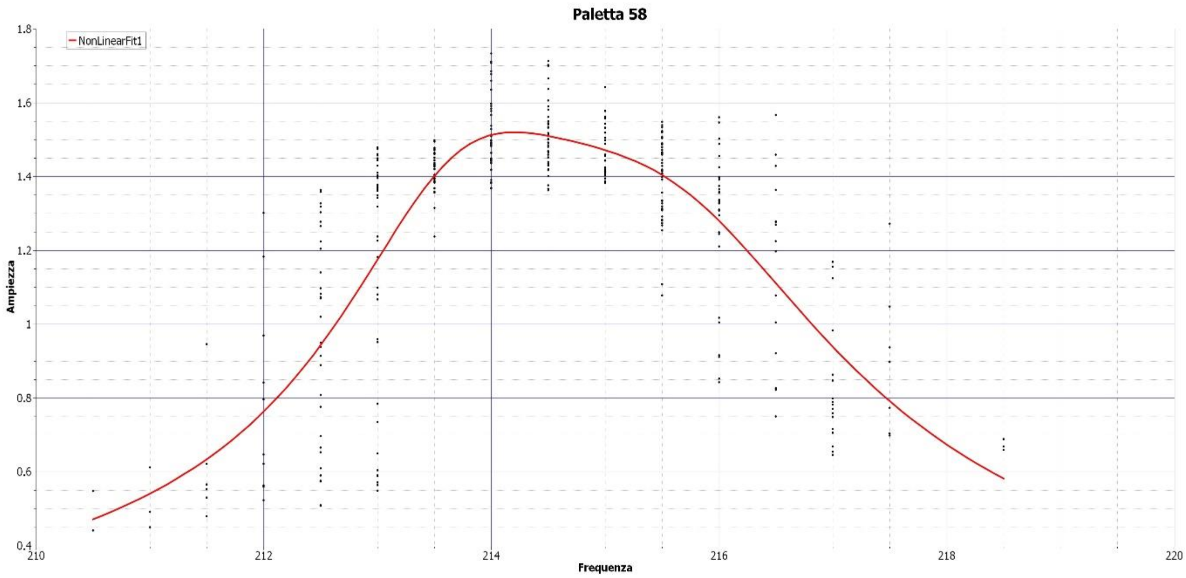

Figura 5.104: Paletta 58

Tabella 5.34: Risultati parametri indipendenti Paletta 58

Paletta 58	
wn_x	213.634276391906 +/- 0.0382783321616712
wn_y	215.671480155564 +/- 0.0661207624514791
k_x	90.1499398435678 +/- 4.96767060646146
k_y	69.0619735215031 +/- 4.05797776518819
eta_x	0.011791101705427 +/- 0.000234167899945489
eta_y	0.0156695734808399 +/- 0.000433579216965656

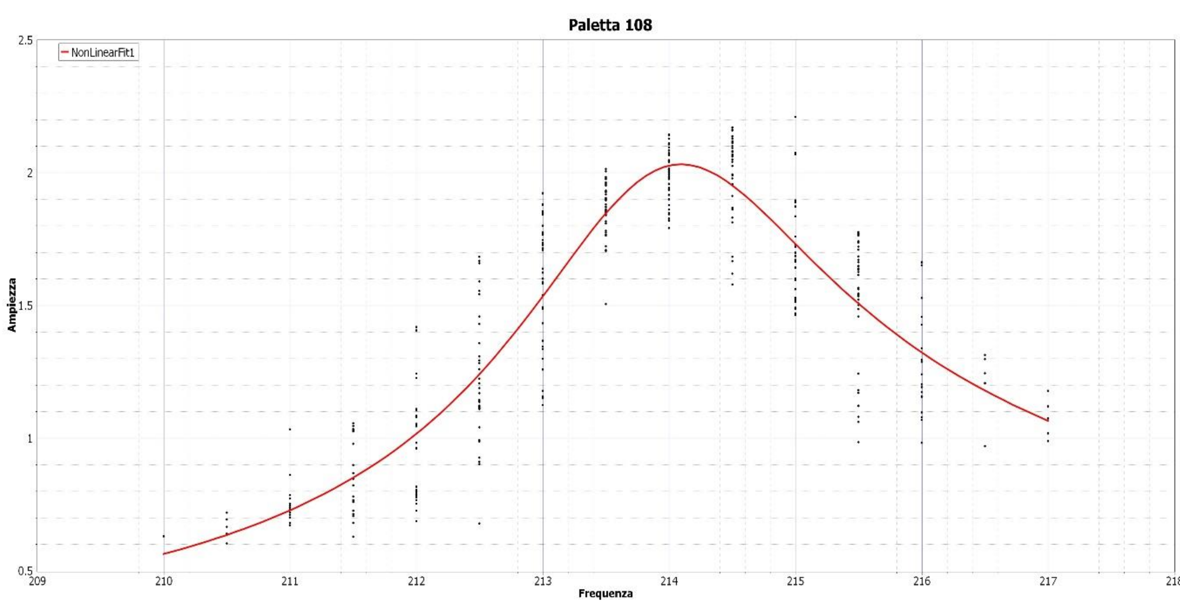

Figura 5.105: Paletta 108

Tabella 5.35: Risultati parametri indipendenti Paletta 108

Paletta 108	
wn_x	213.954097581406 +/- 0.0182681769391304
wn_y	217.127249426902 +/- 1.01364402116119
k_x	44.7559606263421 +/- 1.28226547802488
k_y	65.8258488861671 +/- 17.2523538469163
eta_x	0.0121799473212882 +/- 0.000228454190307692
eta_y	0.0416570635991153 +/- 0.0138127027548816

Di seguito vengono riportati anche i grafici inerenti a descrivere l'andamento dell'intero disco palettato delle grandezze considerate. Questi grafici mostreranno i diversi comportamenti che hanno le singole palette analizzate poste in rotazione e come queste caratterizzino di conseguenza il comportamento del disco nel suo insieme. Saranno dunque questi valori, successivamente trattati, che andremo a sfruttare per descrivere e capire come si comporta il disco quando sollecitato da una forza esterna rotante.

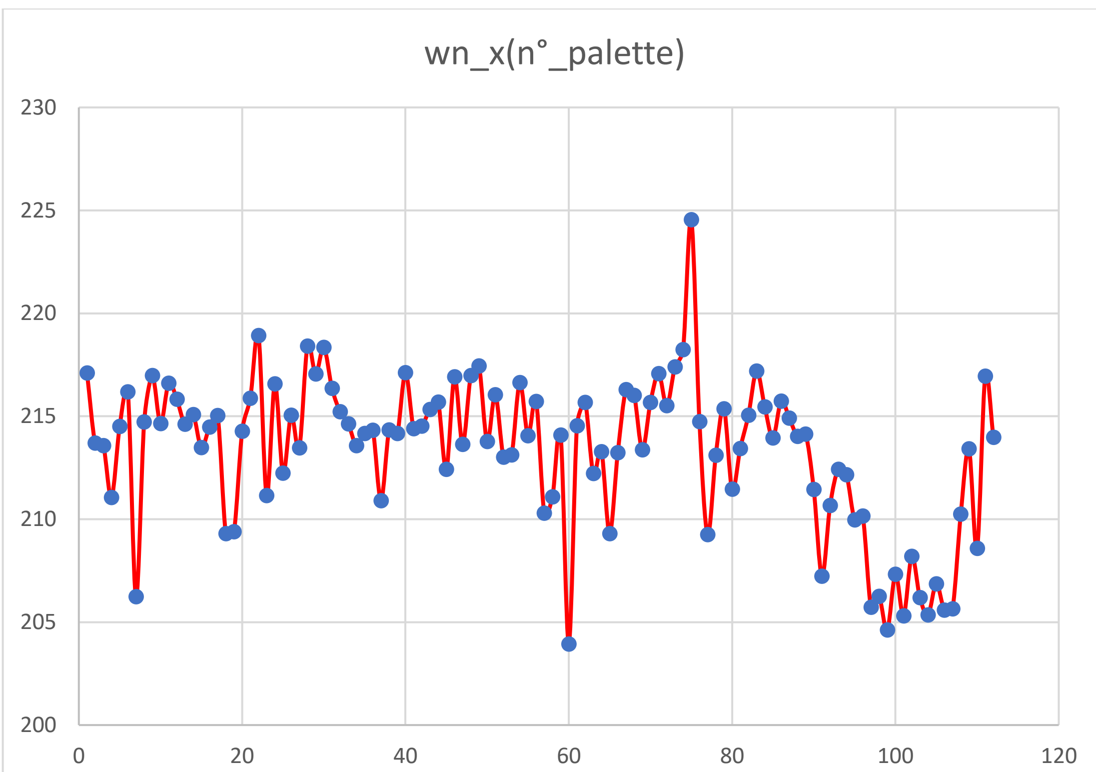

Figura 5.106: Valori di ω_{nx} al variare del numero di palette

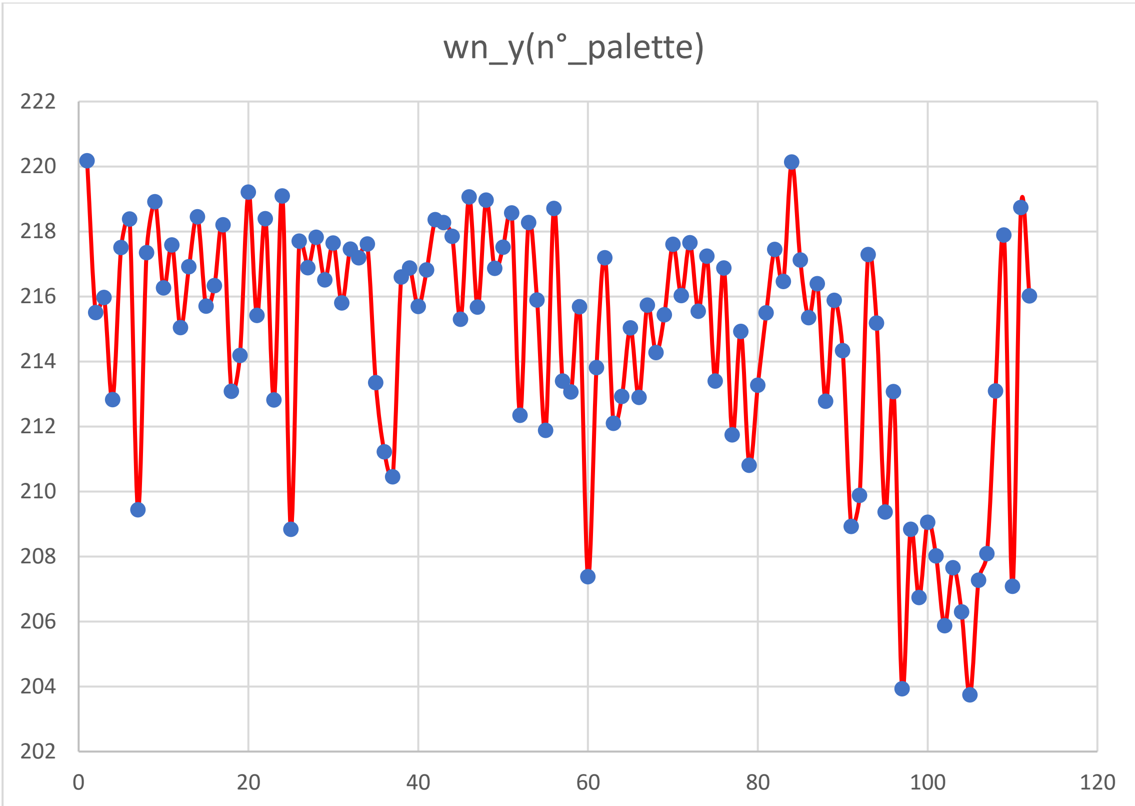

Figura 5.107: Valori di ω_{ny} al variare del numero di palette

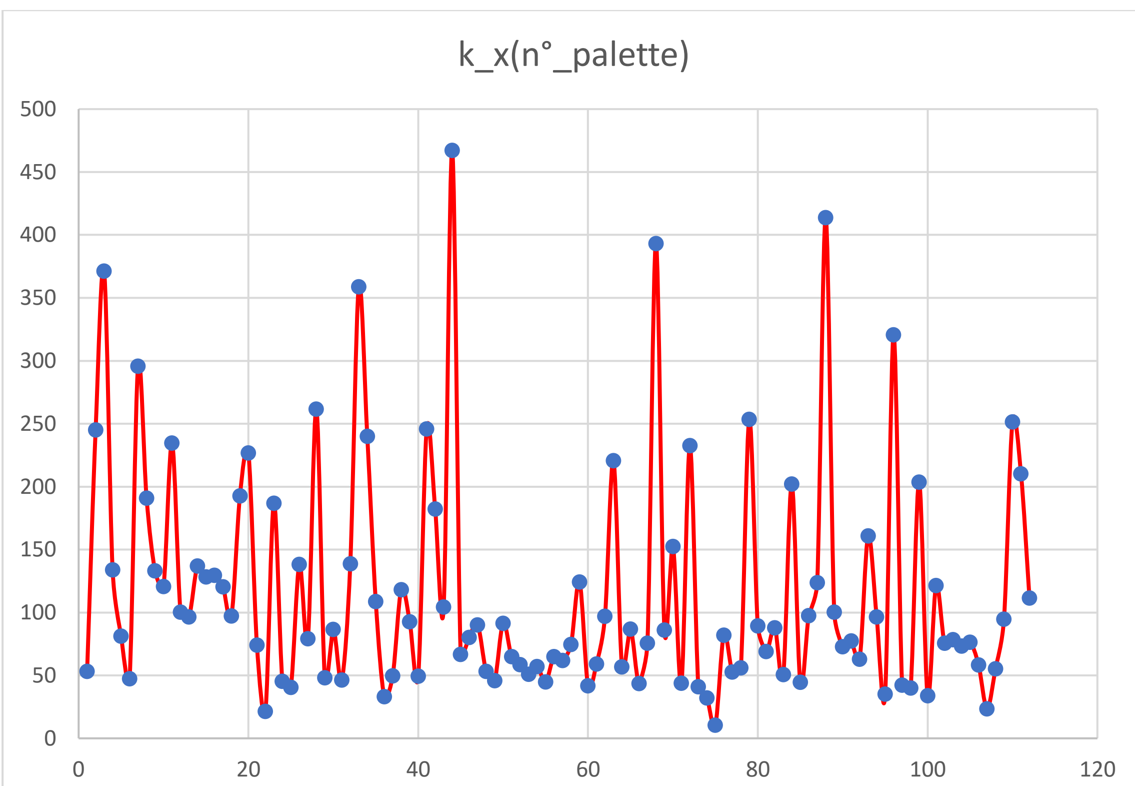

Figura 5.108: Valori di k_x al variare del numero di palette

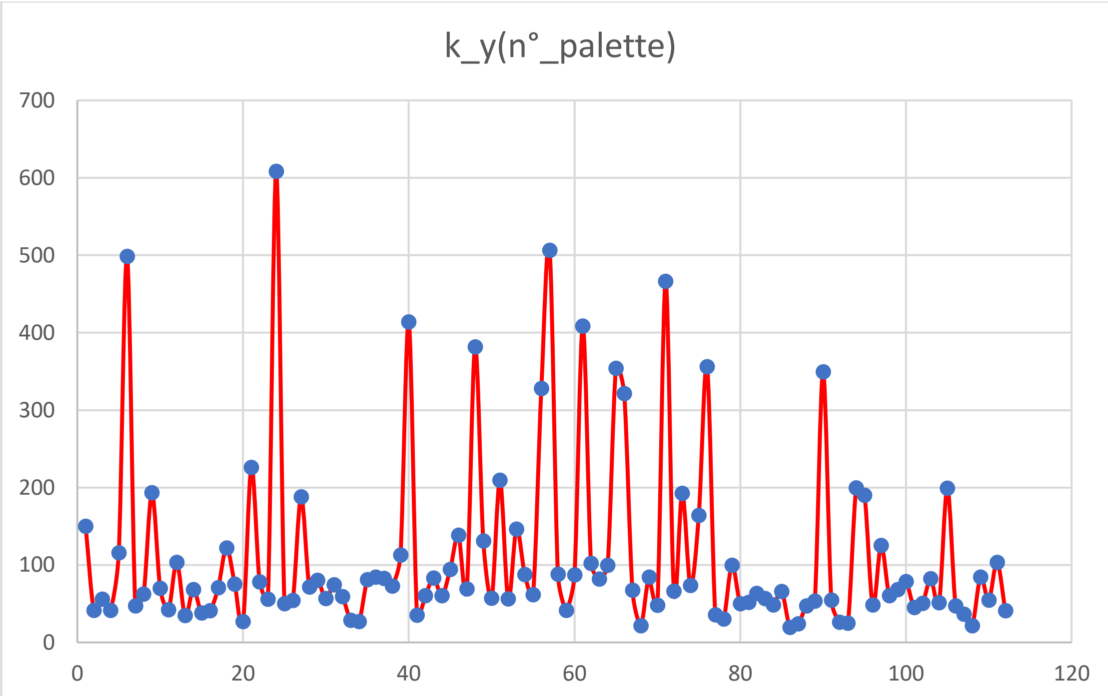

Figura 5.109: Valori di k_y al variare del numero di palette

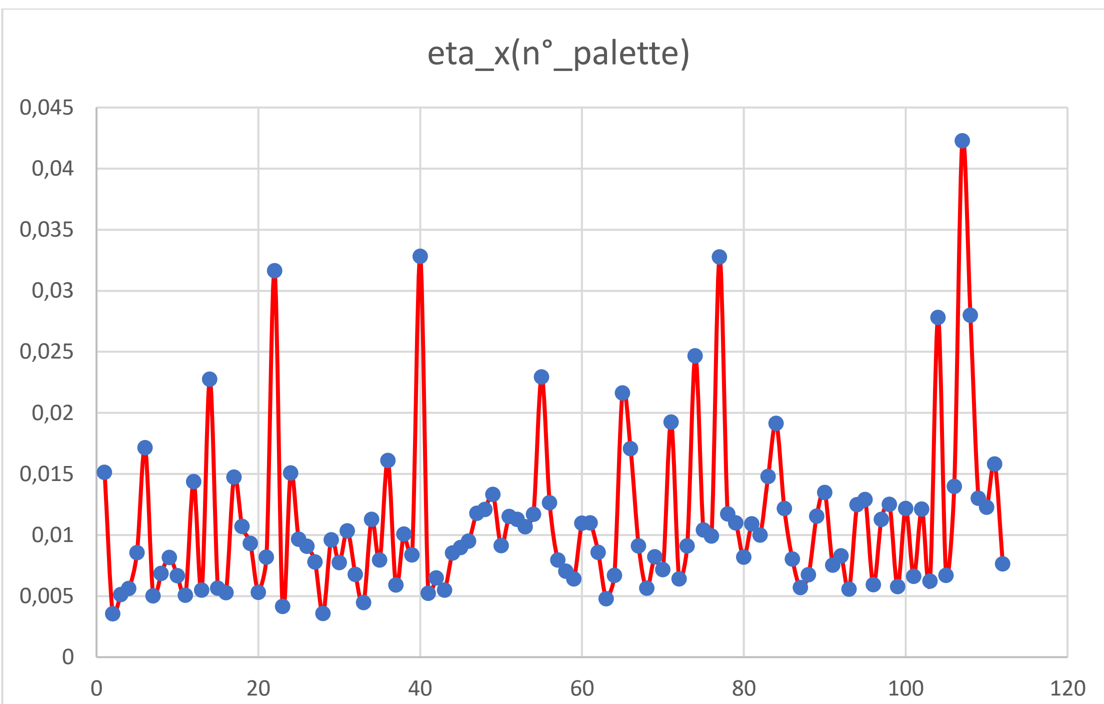

Figura 5.110: Valori di η_x al variare del numero di palette

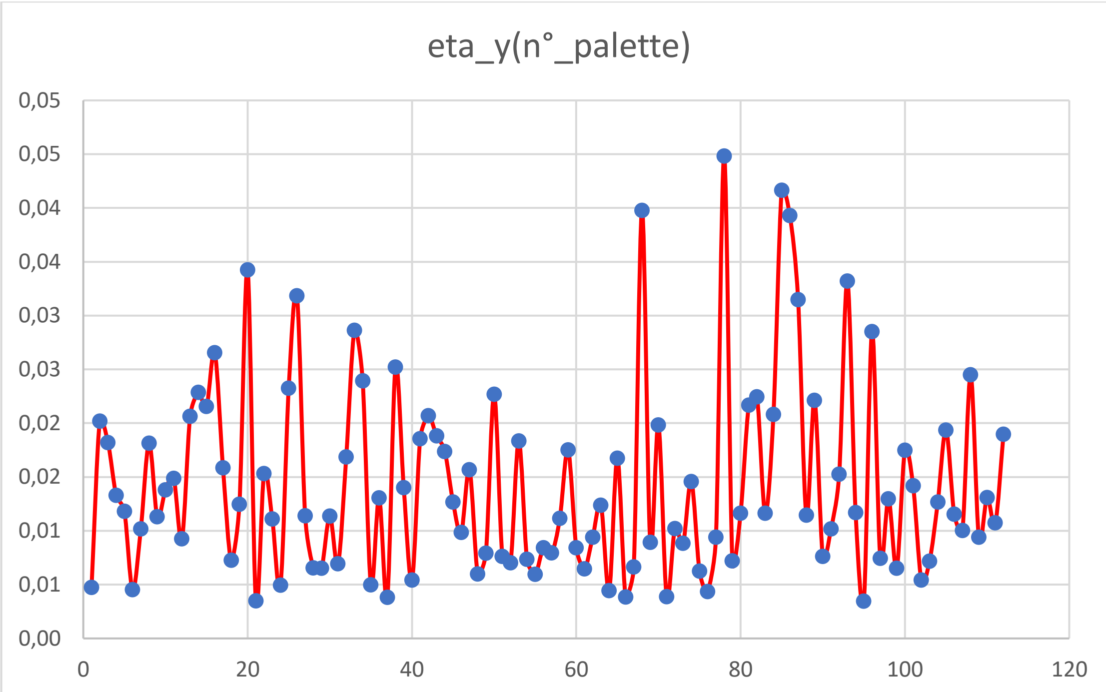

Figura 5.111: Valori di η_y al variare del numero di palette

Da questi grafici possiamo notare le oscillazioni che ha ciascuna variabile nel corso dell'analisi effettuata. Si può notare come alcuni dei valori ottenuti risultino incoerenti con la maggior parte dei dati ricavati. Questo errore può essere dovuto a diversi fattori, tra i quali:

- La distribuzione di punti che descrive la curva interpolante relativa alla singola turbina. Infatti, i dati ottenuti dall'esperimento sono influenzati dalle condizioni in cui questo è stato condotto, e ciò può portare ad una distribuzione di punti che può essere affetta da errori, e ciò porta, come conseguenza, ad un risultato che risente di ciò risultando così non propriamente accurato;
- L' algoritmo di approssimazione utilizzato di Levenberg-Marquardt. Infatti, in alcuni casi tale algoritmo non portava a convergenza i parametri indicati (tutti o alcuni di essi), oppure forniva risultati con incertezze eccessive, ad indicare la difficoltà attraverso la quale è riuscito ad andare a convergenza, fornendo di conseguenza risultati affetti da errore.

Di seguito ne riporteremo un estratto come esempio di quanto detto (sia in file formato .txt sia in file Excel dove sono riuniti in tabella tutti i dati ricavati con le annesse incertezze sulle misure ottenute).

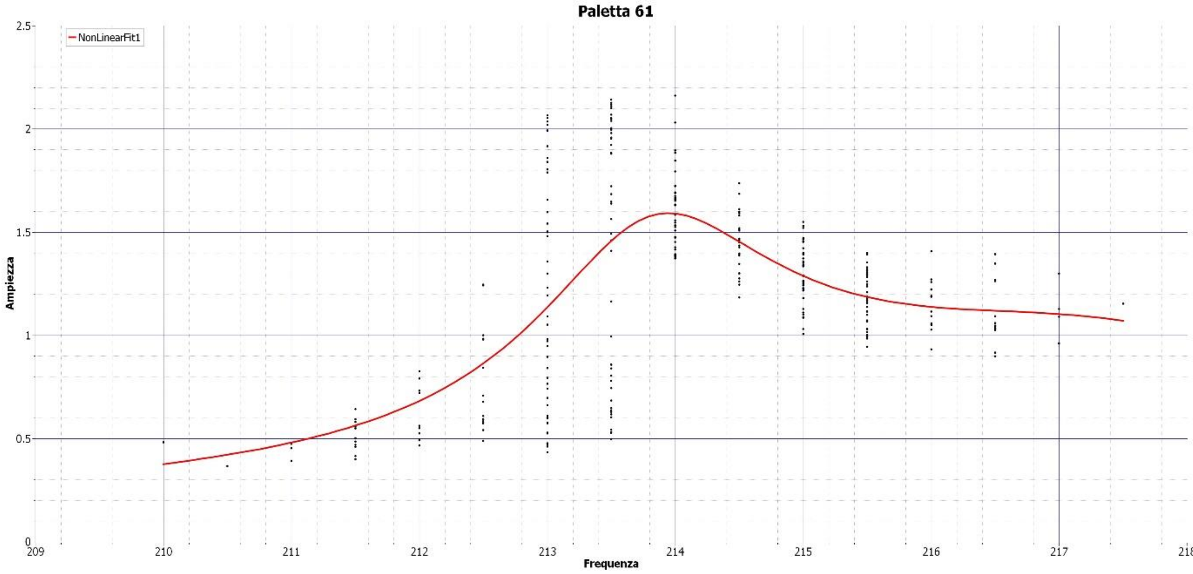

Figura 5.112: Paletta 61

Tabella 5.36: Risultati parametri Paletta 61 affetti da errore

Paletta 61	
wn_x	213.77698164426 +/- 0.0694505695240203
wn_y	217.512857933714 +/- 0.998235811509923
k_x	91.580487269057 +/- 10.3157547221696
k_y	56.8520256410926 +/- 34.4963747159982
eta_x	0.00912596031921832 +/- 0.000388000882512076
eta_y	0.022676397490063 +/- 0.0113063067138

6. Conclusioni

Arrivati a questo punto del lavoro siamo in possesso di tutti gli elementi che ci servono per descrivere il comportamento del disco palettato di turbina, oltre che di capire la bontà delle analisi condotte e l'efficacia degli strumenti utilizzati. Per fare tutto ciò si mostreranno una serie di grafici ricavati calcolando il valore medio di ogni parametro considerato in tutte le configurazioni testate, mostrando così come questi varino al variare della velocità di rotazione del disco. Si fa uso dei valori medi delle relative grandezze (ricavati dai dati estrapolati per ogni paletta) in modo da simulare quello che è l'intero disco di turbina, in modo da vedere come varia nelle diverse prove. A supporto di questi grafici ve ne saranno altri dove verrà mostrato come varino i parametri calcolati al variare delle velocità nei diversi modelli di test. In questo modo avremo un riscontro sui grafici relativi ai valori medi, oltre che ad avere uno strumento per vedere come anche le singole palette si comportino al variare della velocità. Infine, si mostreranno dei grafici dei test condotti dove si cercherà di mettere in luce alcuni aspetti che ci hanno condotto a riflessioni inerentemente a quanto fornito a livello numerico e grafico dal software di calcolo.

6.1 Il disco di turbina

Partendo dall'analisi del disco di turbina, riportiamo di seguito i grafici relativi ai valori medi delle diverse grandezze al variare della velocità di rotazione. Vediamo così come si comporta quest'ultimo. Si riporta di seguito un estratto dei grafici ottenuti. Tutti i dati completi si possono reperire sempre tramite il QR Code. Ciò che viene riportato è comunque sufficiente a commentare e descrivere il comportamento del disco in esame. Per comodità ci riferiremo sempre l caso a cinque parametri indipendenti.

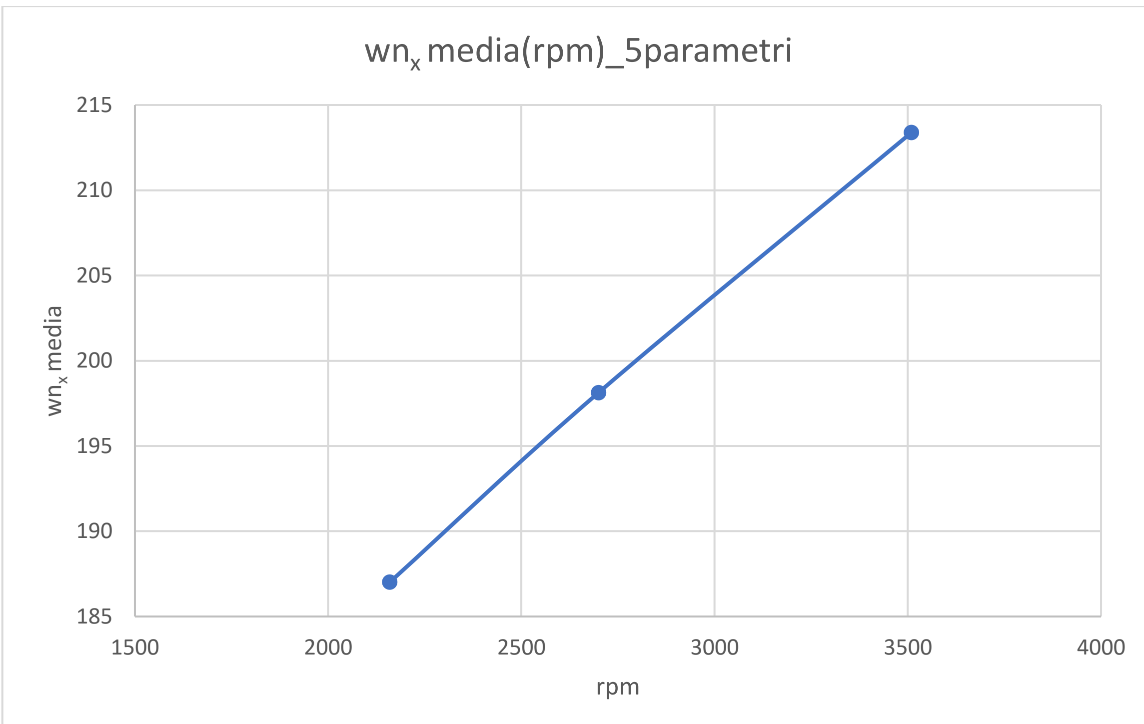

Figura 6.113: $\overline{\omega_{nx}}$ al variare della velocità

Tabella 6.1: $\overline{\omega_{nx}}$

$\overline{\omega_{nx}}$	DEV.STAND. $\overline{\omega_{nx}}$
187.0217184	2.949970419
198.1350193	4.022079854
213.3927825	3.79213544

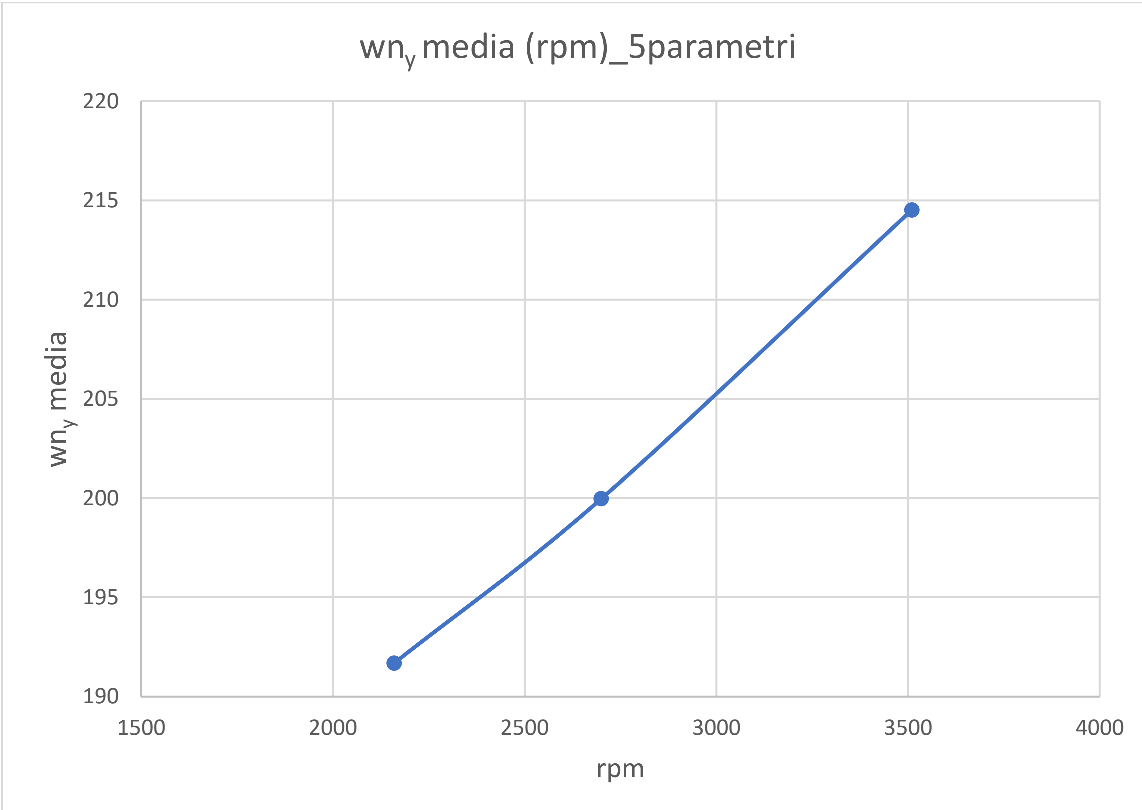

Figura 6.114: $\overline{\omega_{ny}}$ al variare della velocità

Tabella 6.2: $\overline{\omega_{ny}}$

$\overline{\omega_{ny}}$	DEV.STAND. $\overline{\omega_{ny}}$
191.6903140	4.201975525
199.9692560	3.866043701
214.5177294	4.179910176

Possiamo osservare come all'aumentare della velocità di rotazione del disco, aumenti anche la frequenza naturale media di quest'ultimo, con conseguente aumento della rigidezza media. Da ciò ne consegue che velocità di rotazione, frequenza naturale e rigidezza sono direttamente proporzionali.

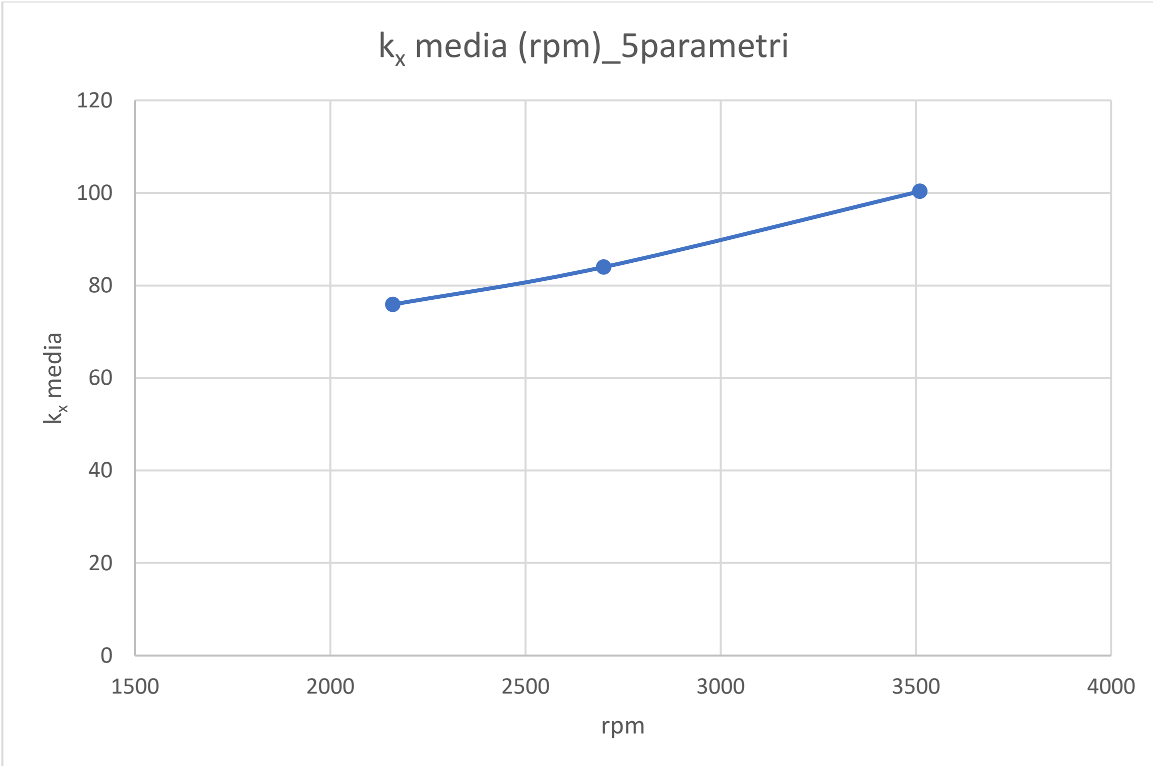

Figura 6.115: $\overline{k_x}$ al variare della velocità

Tabella 6.3: $\overline{k_x}$

$\overline{k_x}$	DEV.STAND. $\overline{k_x}$
75.8750084	40.01769588
83.95818683	48.42501598
100.3311768	56.39525207

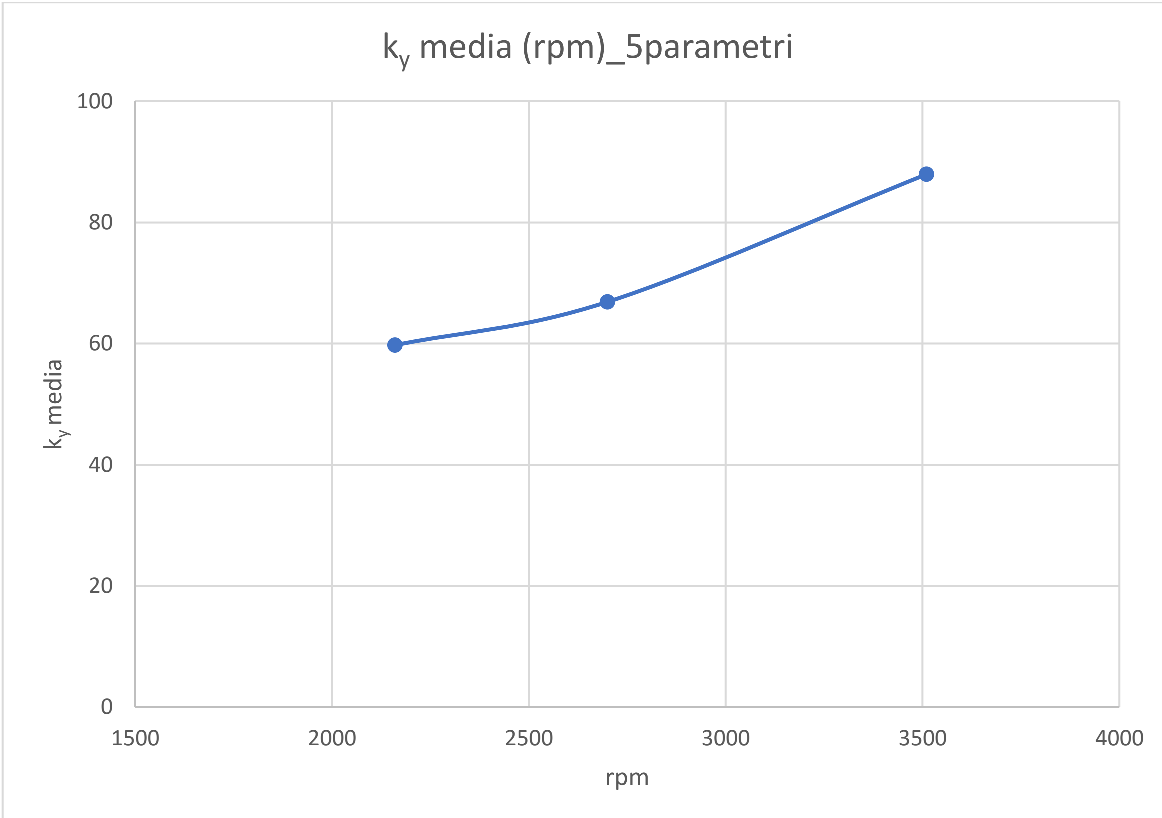

Figura 6.116: $\overline{k_y}$ al variare della velocità

Tabella 6.4: $\overline{k_y}$

$\overline{k_y}$	DEV.STAND. $\overline{k_y}$
59.74229325	28.53051663
66.88461671	34.96523219
87.93688191	48.18569716

Quanto detto lo possiamo anche osservare attraverso altri grafici, i quali mostrano come si comportano le singole palette al variare della velocità. Saranno grafici in cui allora compariranno le tre serie di dati alle tre diverse velocità per quel dato modello con quattro, cinque o sei parametri indipendenti (anche di questi ne riportiamo solo un estratto; i dati completi si potranno sempre reperire facendo uso del QR Code che riporterò a fine lavoro). Si vedrà così come evolvono le frequenze alle quali vibrano le diverse palette al variare della velocità e di conseguenza anche il disco, inteso come valore medio delle palette che lo costituiscono.

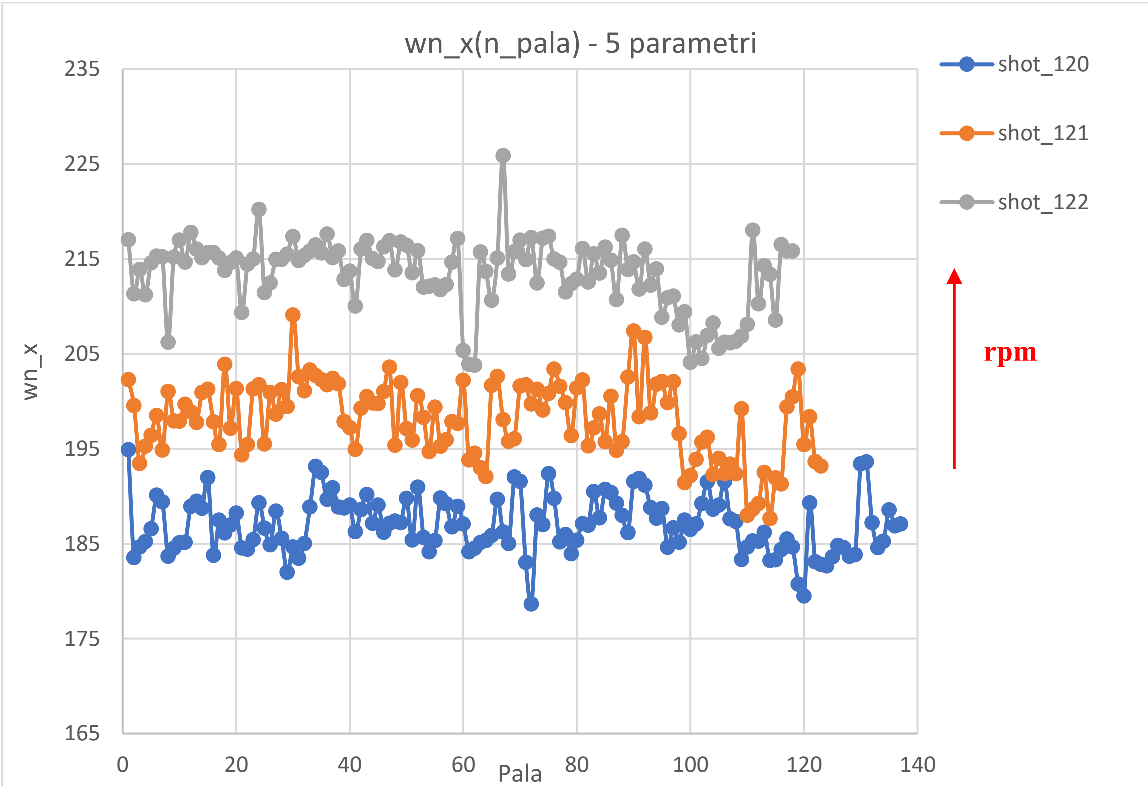

Figura 6.117: ω_x al variare della velocità

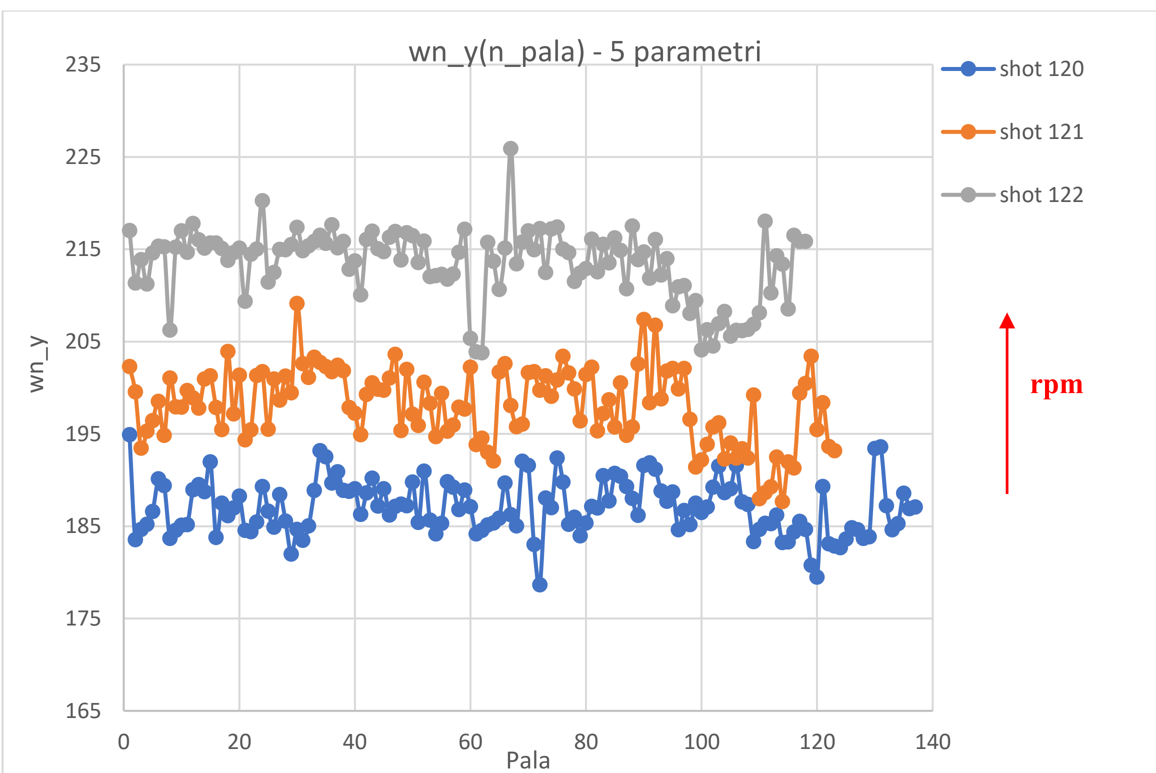

Figura 6.118: ω_y al variare della velocità

A testimonianza di quanto detto, si vede come anche per le singole palette aumenti la frequenza naturale all'aumentare della velocità di rotazione a cui è sottoposto il disco durante il test. Infatti, lo shot 120 è rappresentativo della velocità di rotazione della prova pari a 2160 rpm, lo shot 121 descrive i risultati ad una velocità pari a 2700 rpm ed infine lo shot 122 è relativo ad una velocità di 3150 rpm.

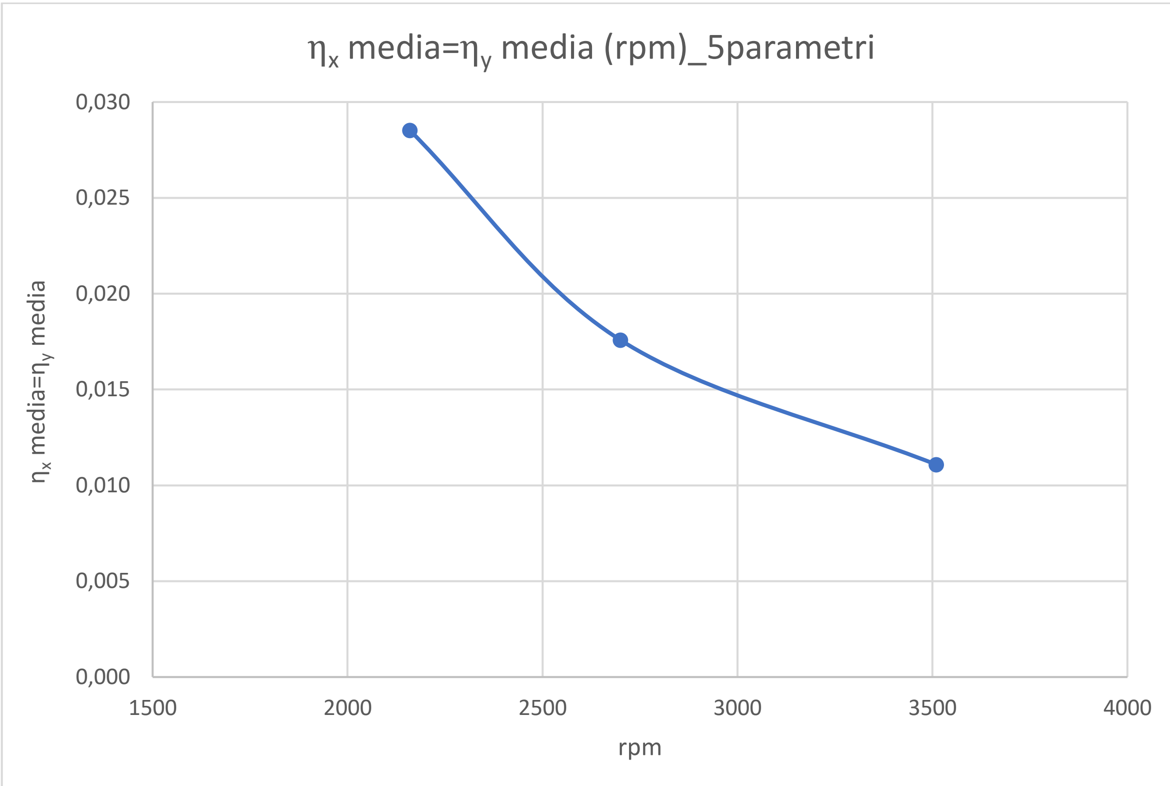

Figura 6.119: $\bar{\eta}$ al variare della velocità

Tabella 6.5: $\bar{\eta}$

$\overline{\eta_x} = \overline{\eta_y} = \bar{\eta}$	DEV.STAND. $\bar{\eta}$
0.028516639	0.006840955
0.017578324	0.005817315
0.011083592	0.004099755

Per quanto riguarda invece lo smorzamento strutturale, si vede come questo sia inversamente proporzionale alla velocità di rotazione (e di conseguenza anche rispetto a frequenza naturale e rigidezza). Si avrà nel complesso un sistema, inteso come media dei valori ricavati, che vedrà aumentare le frequenze alle quali oscilla (e di conseguenza una diminuzione delle ampiezze di oscillazione) oltre che la sua rigidezza ed una diminuzione dello smorzamento strutturale, il tutto all'aumentare della velocità di rotazione. Ciò significa che l'attrito presente tra il dovetail e lo slot del disco, ovvero il fenomeno che origina lo smorzamento strutturale che è stato esaminato in questo lavoro, sarà tanto minore tanto più sarà maggiore la velocità con la quale ruoterà il disco, ed avrà come conseguenza uno smorzamento strutturale minore (come riportato in precedenza). Avremo dunque un sistema meno smorzato, più rigido e di conseguenza sarà meno "sforzato" da ciò che è un effetto limitante durante la sua rotazione. Analogamente a quanto fatto in precedenza, a supporto della diminuzione dello smorzamento strutturale, riportiamo i grafici che mostrano come le singole palette reagiscono all'aumento di velocità se volgiamo lo sguardo allo studio proprio di questo parametro.

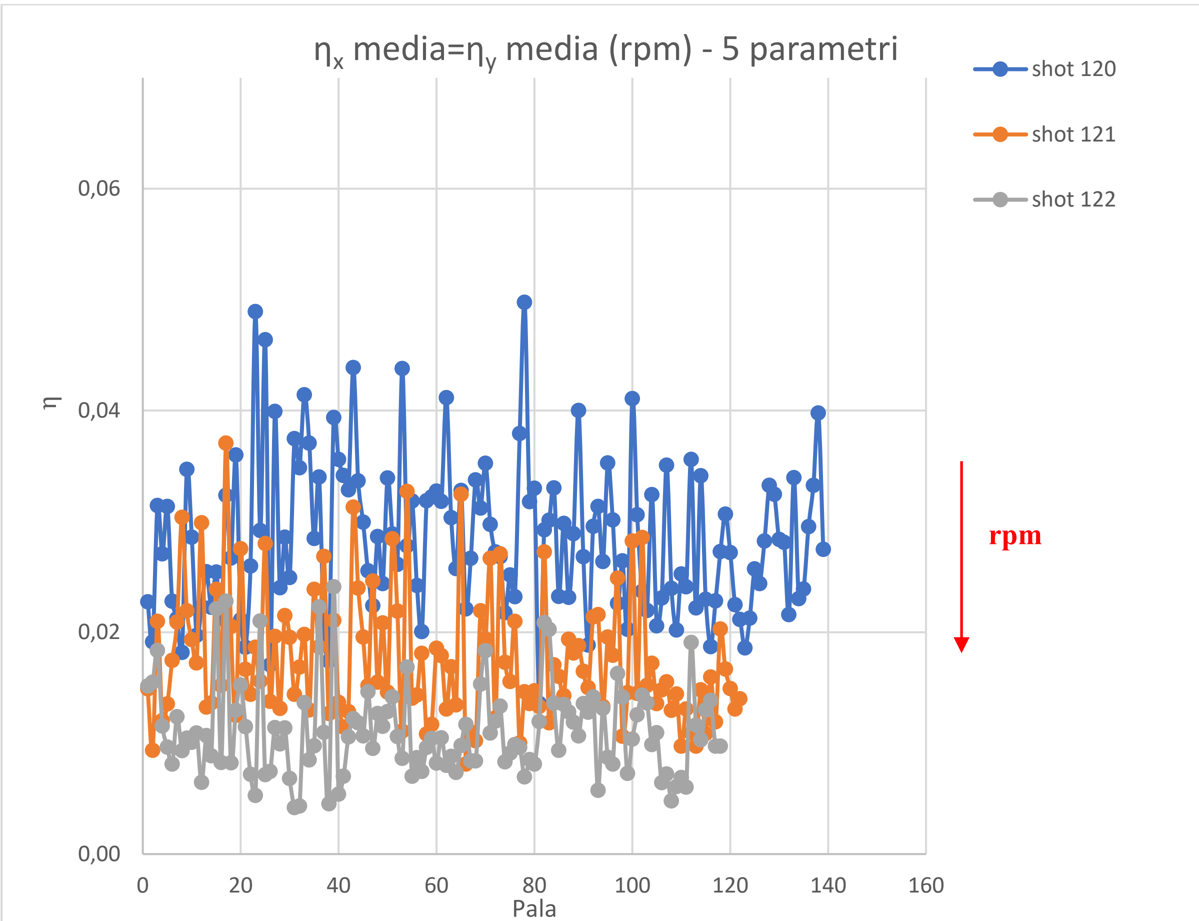

Figura 6.120: η al variare della velocità

Si può vedere come anche questi dati supportino quanto detto in precedenza, e di come lo smorzamento strutturale diminuisca nei vari shot, all'aumentare della velocità. Di conseguenza, esaminando i valori medi di queste tre curve, si deduce come i risultati precedentemente mostrati e ricavati risultino corretti. Infine, possiamo concludere sottolineando la bontà del modello matematico utilizzato per approssimare il disco di turbina, in quanto ci ha permesso di pervenire a risultati in linea con ciò che è realmente il comportamento del disco in esame. Dunque, è stata una scelta vincente far uso di un sistema massa-molla-smorzatore a due gradi di libertà e ci ha permesso di descrivere, a meno di errori intesi come limiti del modello nel descrivere il fenomeno, in maniera accurata il disco di turbina ed avere un modello che potremo riutilizzare in un futuro qual ora ce ne fosse il bisogno.

6.2 Analisi del Software SciDAVis

In questa sezione verranno mostrati alcuni grafici che utilizzeremo per spiegare come mai alcuni valori ricavati non risultino corretti o non in linea con le nostre aspettative, oltre che alcune differenze riscontrate nell'utilizzo del software. Proveremo dunque ad identificare e spiegare alcune delle cause che hanno condizionato in maniera negativi i risultati ottenuti, ed eventualmente come poterle correggere.

Iniziamo questo discorso da un primo grafico come esempio che mostra il comportamento del disco di turbina, sempre inteso come valore medio delle 146 palette che lo compongono.

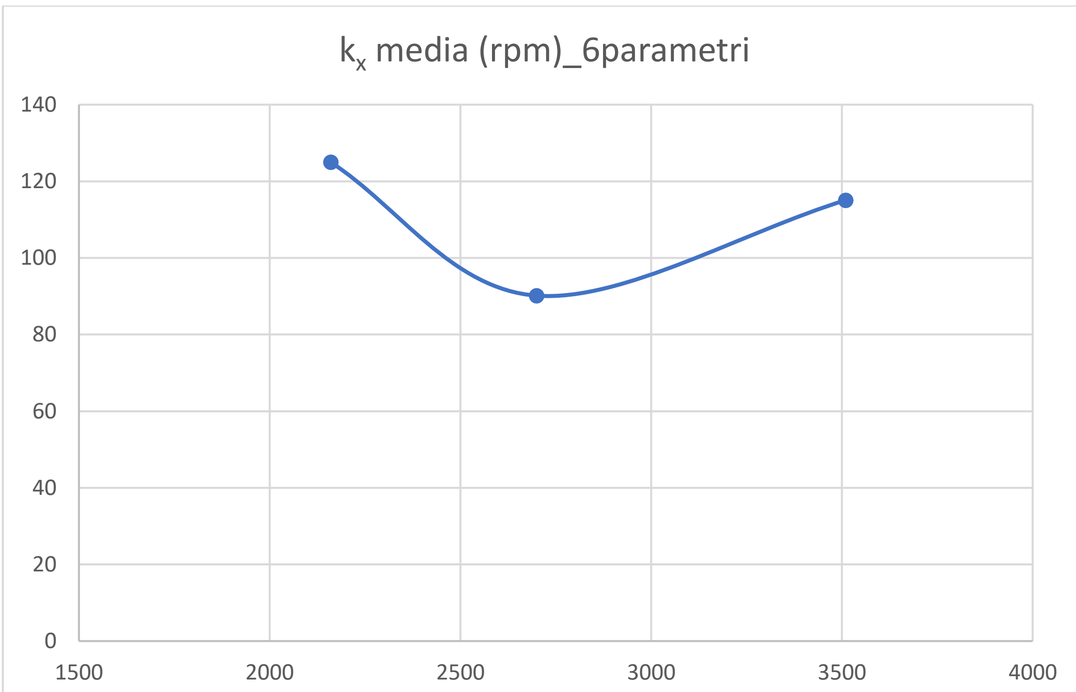

Figura 6.121: $\overline{k_x}$ al variare della velocità

Questo è il grafico ottenuto analizzando un modello a sei parametri indipendenti e descrive come vari la rigidezza media equivalente al variare della velocità. È stato preso come riferimento questo grafico in quanto in precedenza è stato detto come la rigidezza vari al variare della velocità di rotazione a cui il disco è sottoposto, ed in particolare di come questa aumenti (essendo direttamente proporzionale alla velocità). Allora emerge chiaramente come, relativamente all'analisi di questa variabile, siano sorte delle problematiche in quanto si vede come questa diminuisca per poi ricrescere, giungendo ad un valore (calcolato per la più alta tra le tre velocità di rotazione) sempre inferiore rispetto a quello ricavato per la velocità di rotazione più bassa. Siamo di fronte, dunque, ad un risultato non corretto e questo può, per esempio, essere dovuto all'algoritmo di approssimazione usato che non interpola con precisone i punti

forniti come input facendo per così dire "fatica" ad arrivare a convergenza. Oltre a questo, l'errore può essere dovuto alla distribuzione di punti forniti, a sua volta influenzata dalle condizioni in cui sono state eseguite le prove. Se l'errore fosse dovuto a ciò si può tentare di ottenere un miglior risultato "ripulendo" i dati, ovvero eliminando quei dati di input che più si allontanano dalla nuvola di punti che descrive quanto testato. Nel caso specifico è stato testato ciò, ma si perveniva sempre alla stessa soluzione. Per questo motivo si è giunti alla conclusione che tale risultato errato può essere per lo più attribuito ad un limite del software di calcolo scelto che , nel caso specifico, aveva difficoltà a giungere a duna corretta convergenza dei dati. Quanti detto lo si può ritrovare sempre facendo riferimento al QR Code dopo riportato, dove ciò è contenuto in un file Excel con tutti i dati numerici relativi alle prove svolte.
Infine, l'ultimo aspetto di interesse è sempre osservabile tramite grafici e mostra le diverse metodologie attraverso le quali il software ci mostra le soluzioni. Quanto seguirà non avrà una vera e propria spiegazione, ma piuttosto si vuole sollevare un dubbio su come "pensi" ed "agisca" questo software ed eventualmente come questo possa essere migliorato successivamente.

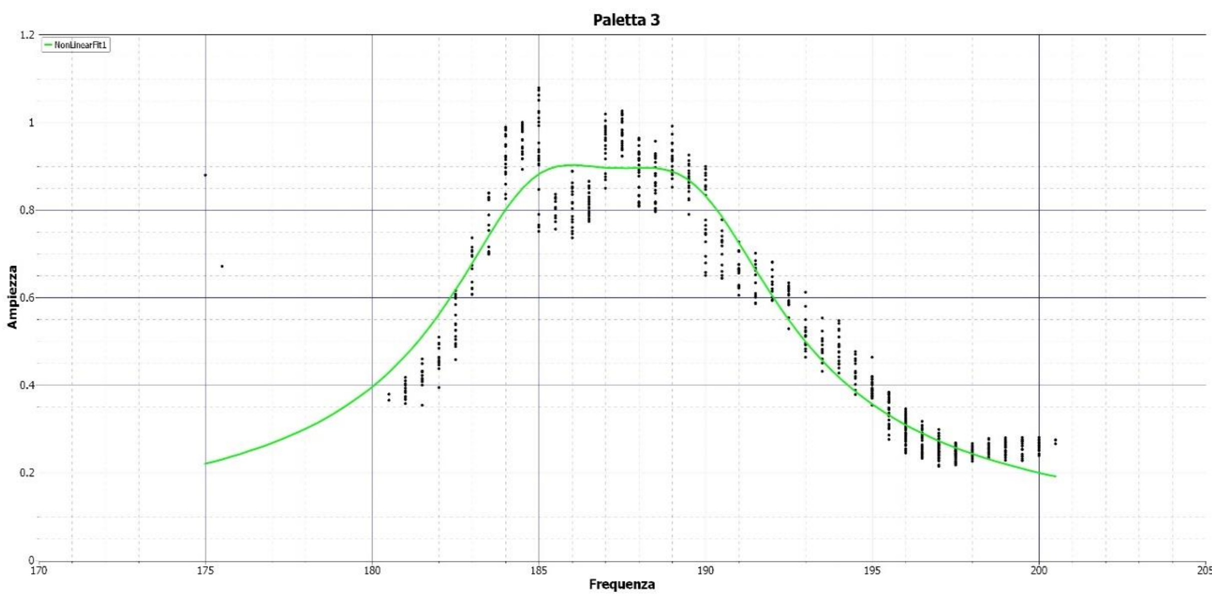

Figura 6.122: Paletta 3 a quattro parametri

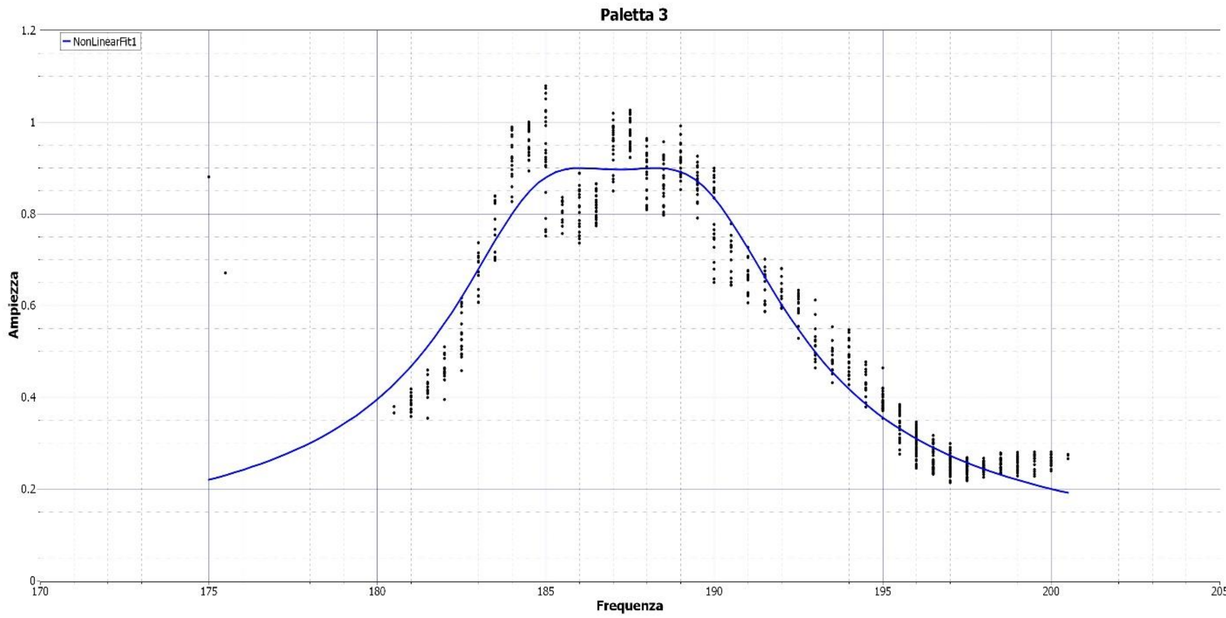

Figura 6.123: Paletta 3 a cinque parametri

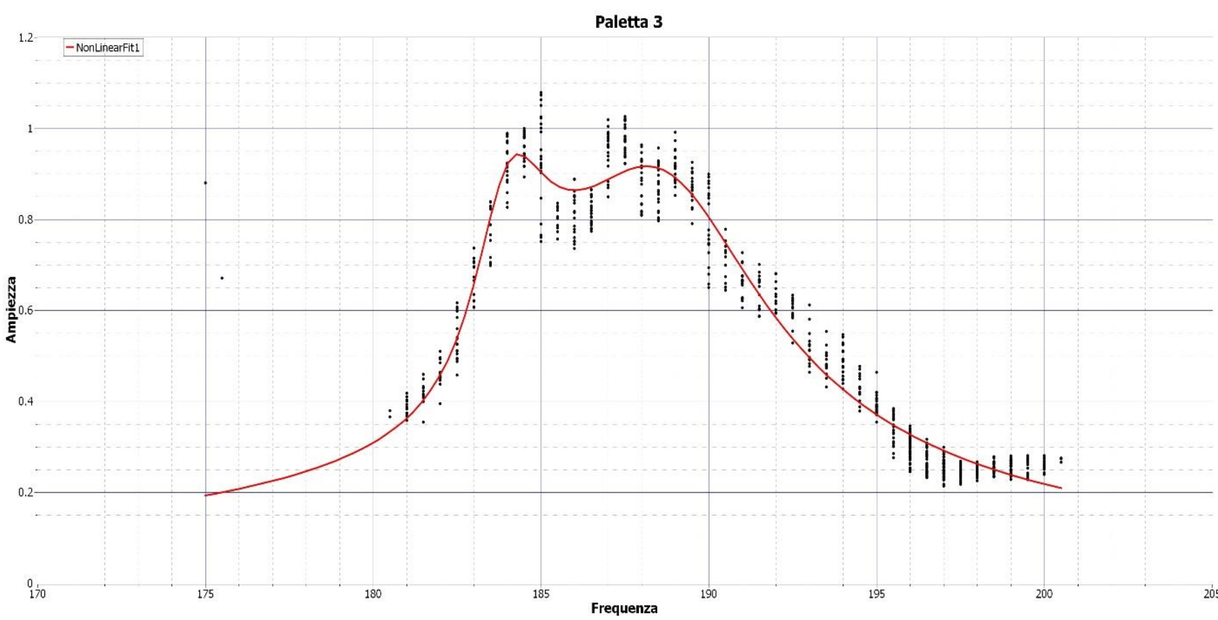

Figura 6.124: Paletta 3 a sei parametri

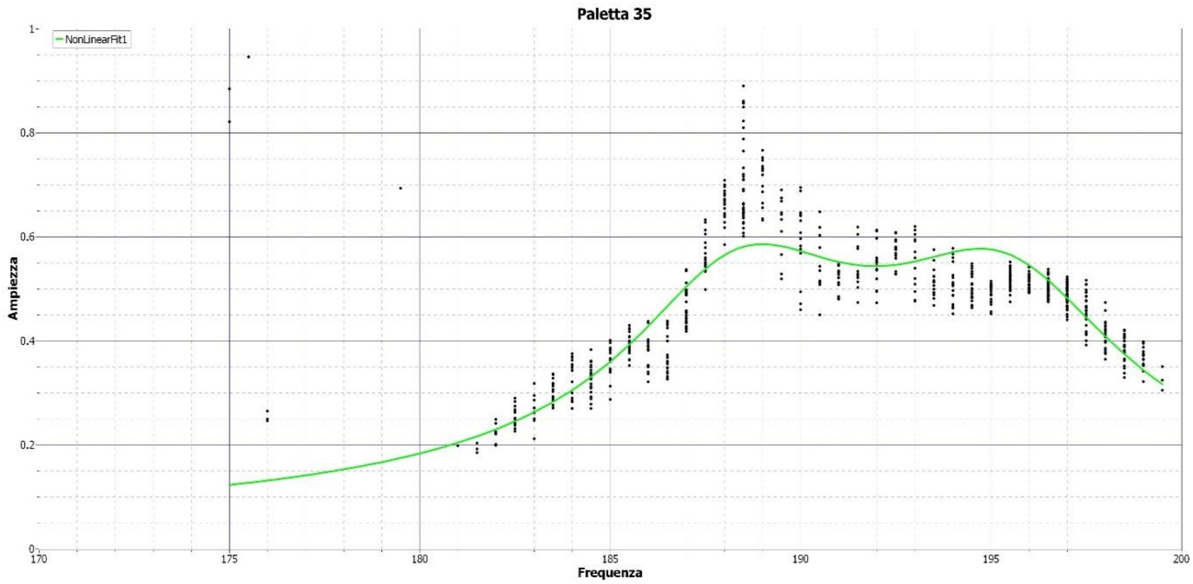

Figura 6.125: Paletta 35 a quattro parametri

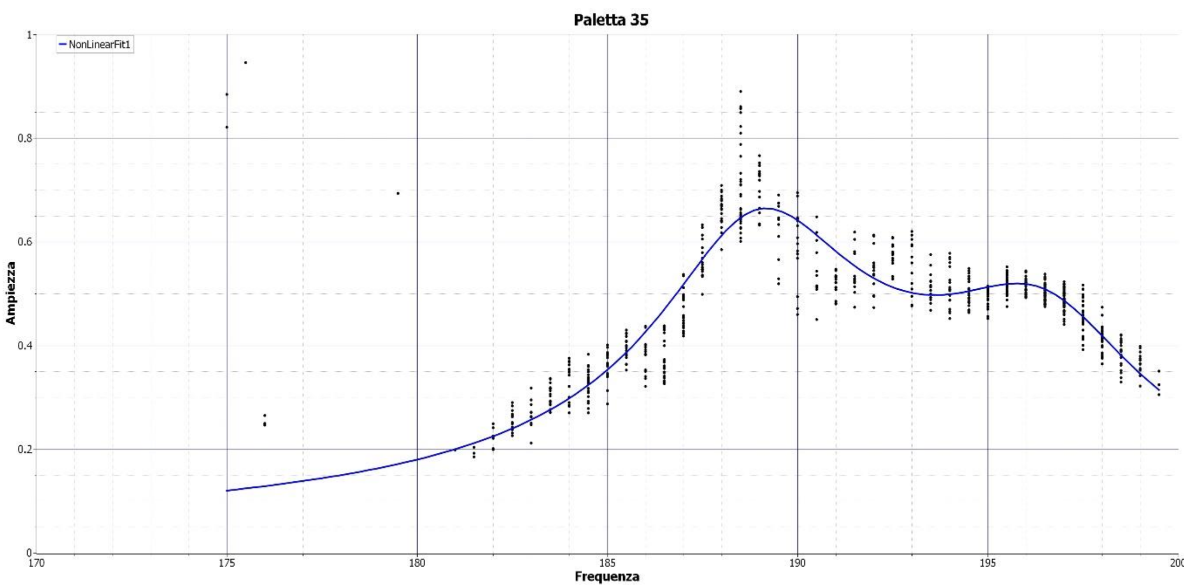

Figura 6.126: Paletta 35 a cinque parametri

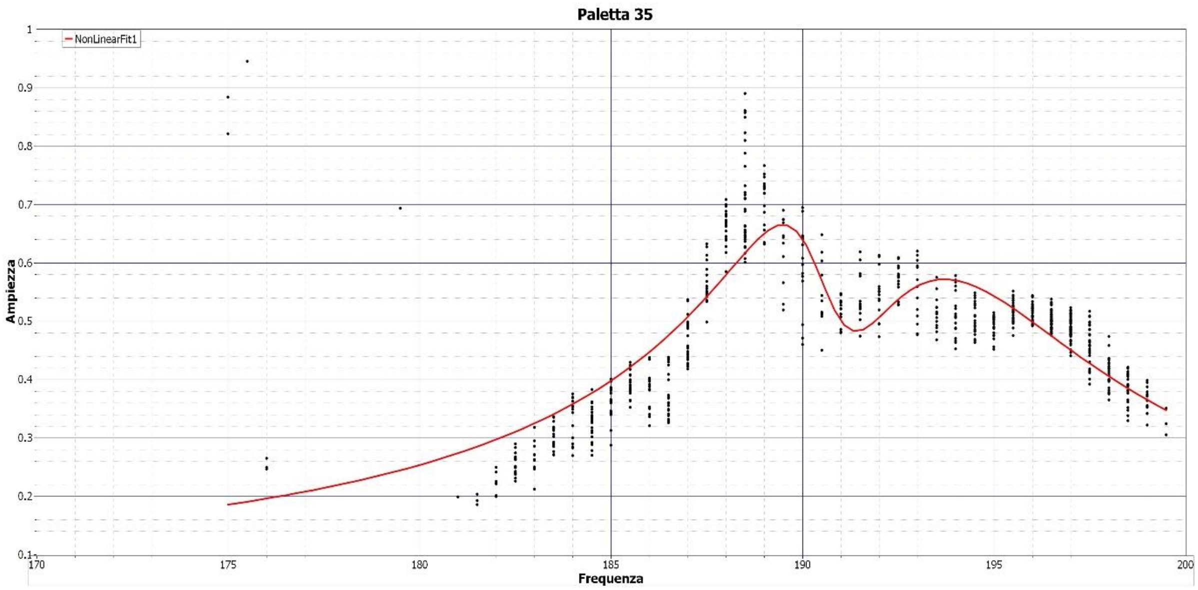

Figura 6.127: Paletta 35 a sei parametri

Possiamo vedere da questi due esempi riportati, come il software riesca ad elaborare graficamente un risultato migliore man mano che crescono i parametri indipendenti utilizzati per descrivere il sistema. Si vede infatti come, nel caso a sei parametri, le curve elaborate approssimino meglio la distribuzione di punti data rispetto ai modelli precedenti; e di come a sua volta, il modello a cinque parametri fornisca un'approssimazione grafica leggermente migliore rispetto a quello a quattro parametri. Ciò che è stato riscontrato però è che in linea teorica, avendo approssimazioni grafiche più dettagliate e precise, ci saremmo aspettati di trovare allo stesso modo, per esmepio considerando il modello a sei parametri, anche dati numerici più precisi ad avvalorare quanto ricavato graficamente. Invece ciò che è successo risulta essere l'esatto contrario, ovvero mediamente si è riscontrato che tanto più era precisa la stima grafica, tanto più i risultati ottenuti risultavano essere meno precisi e con le relative incertezze maggiori se confrontate con i modelli a meno parametri indipendenti. Riportiamo di seguito a titolo di esempio, un confronto dei dati ricavati relativi alla Paletta 35 per i modelli a quattro ed a sei parametri.

```
Scaled Levenberg-Marquardt algorithm with tolerance = 0.0001
From x = 175 to x = 199.5
wn_x  = 188.255591923006 +/- 0.00668928628739817
wn_y  = 195.494595817659 +/- 0.00629387220681108
k  = 73.2705444767961 +/- 0.138187592252946
eta  = 0.0329291726260701 +/- 9.80378544143396e-05
```

Figura 6.128: Risultati dei quattro parametri Paletta 35

```
Scaled Levenberg-Marquardt algorithm with tolerance = 0.0001
From x = 175 to x = 199.5
wn_x  = 192.539917441976 +/- 0.00825629788621459
wn_y  = 190.391765791275 +/- 0.00433437351715183
k_x  = 31.9506267135121 +/- 0.0954103124978843
k_y  = 152.414882033039 +/- 3.25239965707672
eta_x  = 0.0434133989786302 +/- 0.000242709516732081
eta_y  = 0.0153128452399314 +/- 0.000177040923418335
```

Figura 6.129: Risultati dei sei parametri Paletta 35

Si vede chiaramente come nel caso a sei parametri risultino esserci incertezze sulle misure molto più grandi, di almeno un ordine di grandezza, rispetto al modello a quattro parametri. Tale differenza, sia a livello grafico che numerico, può essere attribuita al fatto che un numero maggiore di parametri indipendenti, che descrivono il sistema, aiutano il software ad approssimare la distribuzione di punti ma allo stesso tempo rendano più difficile un'ottimale esecuzione dell'algoritmo di calcolo per giungere a convergenza in confronto ai dati di input, riferiti solamente ad ampiezza e frequenza di oscillazione del corpo. Quanto detto lo possiamo supportare anche numericamente. Infatti, si è calcolata quale fosse la deviazione standard di ogni singolo parametro nei diversi modelli e nelle diverse configurazioni. Deviazione standard ottenuta dai valori relativi ad ogni singola paletta presente nel disco. Si è, fatto ciò, sui dati ricavati tramite SciDAVis, per avere un indice di quanto fossero dispersi i dati intorno al valor medio della relativa grandezza (che ricordiamo indicare il disco in sé e non le singole palette). Riportiamo a titolo di esempio la frequenza naturale ω_x, ma tale discorso si potrà estendere per tutte le variabili dei modelli.

Tabella 6.6: ω_x 4 parametri

$\overline{\omega_x}$ 4 *parametri*	DEV.STAND. ω_x 4 *parametri*
187.390618204	2.908164593
197.650311149	3.940741792
213.311242359	3.766723299

Tabella 6.7: ω_x 5 parametri

$\overline{\omega_x}$ 5 *parametri*	DEV.STAND. ω_x 5 *parametri*
187.0217184	2.949970419
198.1350193	4.022079854
213.3927825	3.79213544

Tabella 6.8: ω_x 6 parametri

$\overline{\omega_x}$ $6\ parametri$	DEV.STAND. ω_x $6\ parametri$
187.0001573	3.352357624
198.1783445	3.634122665
213.1907918	3.792720538

Si può vedere, a supporto di quanto detto, come mediamente cresce la deviazione standard all'aumentare del numero di parametri che descrivono il sistema considerato. Ciò significa proprio che aumenta la densità dei valori che si allontana dal valor medio ricavato (ci sarà di conseguenza una maggiore dispersione di dati), a testimonianza del fatto che all'aumentare del numero di parametri avremo un'approssimazione grafica più precisa, ma allo stesso tempo un calo di precisione sui risultati numerici ricavati. Nonostante ciò si ripete come i metodi utilizzati, nelle diverse casistiche affrontate, descrivano bene il disco analizzato e si siano mostrati efficaci ai fini dell'analisi.

Questo ci porta a concludere che non per forza l'utilizzo di più o meno parametri per descrivere un sistema porti ad una soluzione più accurata (soprattutto a livello numerico). Serve per così dire il giusto mezzo, anche se per quanto riguarda il nostro caso, tutti e tre i modelli descrivono in maniera adeguata il disco di turbina che si è voluto studiare al variare della velocità di rotazione, e di quale fosse l'effetto dello smorzamento strutturale (causato dalla presenza dell'attrito) durante il suo moto. Ovviamente i tre modelli come abbiamo visto non lo descrivono nello stesso modo, ma si avvicinano molto come mostrato dai grafici a meno degli errori dettati dai dati di input e dai potenziali limiti del software che abbiamo cercato di analizzare.

Ricordo infine che tutti i dati elaborati ed i relativi grafici si possano trovare facendo uso del QR Code di seguito riportato.

Allegati

QR CODE dove vedere tutti i risultati ottenuti durante il lavoro di tesi

Bibliografia e sitografia

https://webthesis.biblio.polito.it/15151/1/tesi.pdf

https://it.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_di_Levenberg-Marquardt

Modal testing: Theory and Practice, D.J. Ewins, Professor of Vibration Engineering. Imperial College of Science and Technology, London, England.

DYNAMICS OF ROTATIONALLY PERIODIC STRUCTURES, D. L. THOMAS Central Electricity Research Laboratories, Leatherhead, Surrey, England. INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING, VOL. i4,81-102 (1979)

FUTURE Flutter-Free Turbomachinery Blades, Modal and friction characterization of the assembly Paolo CALZA, Daniele BOTTO, Marco MOLETTA.