

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Gestionale

Tesi di Laurea Magistrale

Capital allocation: realizzazione di un portafoglio ottimo con titoli azionari dell'Euro Stoxx 50.



Relatore
Prof. Franco Varetto

Candidato
Domenico Marra

Anno Accademico 2019/2020

Sommario

| | |
|---|-----------|
| INTRODUZIONE..... | 1 |
| 1. PRESENTAZIONE E ANALISI TECNICA DEI DATI..... | 4 |
| 1.1 TIPOLOGIA DEGLI ASSET FINANZIARI | 4 |
| 1.2 INTRODUZIONE AI DATI UTILIZZATI | 4 |
| 1.3 ALLIANZ SE (ALVG)..... | 9 |
| 1.4 AXA S.A. (AXAF) | 12 |
| 1.5 BANCO SANTANDER (SAN)..... | 15 |
| 1.6 BAYER AG (BAYGN) | 18 |
| 1.7 BAYERISCHE MOTOREN WERKE AG (BMW)..... | 21 |
| 1.8 DAIMLER AG (DAIGN) | 24 |
| 1.9 DEUTSCHE TELEKOM AG (DTEGN)..... | 27 |
| 1.10 FRESENIUS SE (FREG)..... | 30 |
| 1.11 INTESA SANPAOLO S.P.A. (ISP)..... | 33 |
| 1.12 MUNCHENER RUCK AG (MUVGN)..... | 36 |
| 1.13 ORANGE S.A. (ORAN)..... | 39 |
| 1.14 SANOFI S.A. (SASY)..... | 42 |
| 1.15 SOCIÉTÉ GÉNÉRALE S.A. (SOGN)..... | 45 |
| 1.16 TELEFONICA S.A. (TEF)..... | 48 |
| 1.17 VOLKSWAGEN AG (VOWG)..... | 51 |
| 2. I MERCATI FINANZIARI | 54 |
| 2.1 CENNI SUI MERCATI FINANZIARI..... | 54 |
| 2.2 EFFICIENZA DEI MERCATI FINANZIARI..... | 54 |
| 2.3 LA TEORIA DEL “RANDOM WALK”..... | 56 |
| 2.3.1 La teoria del “Random Walk”: approccio matematico..... | 56 |
| 2.3.2 Verifica della teoria del “Random Walk” | 58 |
| 2.3.3 Allianz SE (ALVG) | 60 |
| 2.3.4 Axa S.A. (AXAF) | 61 |
| 2.3.5 Banco Santander (SAN)..... | 62 |
| 2.3.6 BAYER AG (BAYGN)..... | 63 |
| 2.3.7 Bayerische Motoren Werke AG (BMW)..... | 64 |
| 2.3.8 Daimler AG (DAIGN)..... | 66 |
| 2.3.9 Deutsche Telekom AG (DTEGN)..... | 68 |
| 2.3.10 Fresenius SE (FREG)..... | 69 |
| 2.3.11 Intesa Sanpaolo S.p.A. (ISP)..... | 70 |
| 2.3.12 Munchener Ruck AG (MUVGN)..... | 71 |
| 2.3.13 Orange S.A. (ORAN)..... | 72 |
| 2.3.14 Sanofi S.A. (SASY)..... | 73 |
| 2.3.15 Société Générale SA (SOGN)..... | 74 |
| 2.3.16 Telefonica S.A. (TEF)..... | 75 |
| 2.3.17 Volkswagen AG (VOWG)..... | 76 |
| 3. TEORIA DI SELEZIONE DEL PORTAFOGLIO..... | 77 |
| 3.1 PREZZI, RENDIMENTI, QUOTE | 77 |
| 3.2 MODELLO DI MARKOWITZ..... | 78 |
| 3.3 LA FRONTIERA EFFICIENTE..... | 80 |
| 3.4 APPLICAZIONE PRATICA PER LA COSTRUZIONE DELLA FRONTIERA EFFICIENTE: $r_f=0$ | 83 |
| 3.5 IL PORTAFOGLIO DI MERCATO M : AGGIUNTA DEL TITOLO RISK FREE | 89 |
| 3.6 APPLICAZIONE PRATICA PER LA COSTRUZIONE DELLA FRONTIERA EFFICIENTE: $r_f=0,5\%$ | 92 |
| 3.7 PORTAFOGLIO DI MERCATO..... | 96 |
| 3.8 APPLICAZIONE PRATICA PORTAFOGLIO DI MERCATO: $r_f=0$ | 96 |
| 3.9 APPLICAZIONE PRATICA PORTAFOGLIO DI MERCATO: $r_f=0,5\%$ | 99 |
| 3.10 IL PORTAFOGLIO OTTIMO | 101 |
| 3.11 APPLICAZIONE PRATICA DEL PORTAFOGLIO OTTIMO: $r_f=0$ | 103 |
| 3.12 APPLICAZIONE PRATICA DEL PORTAFOGLIO OTTIMO: $r_f=0,5\%$ | 104 |

| | |
|---|------------|
| 3.13 CONSIDERAZIONI E FRAGILITÀ DEL MODELLO | 106 |
| 4. IL MODELLO DI BLACK & LITTERMAN | 109 |
| 4.1 L'IMPIANTO TEORICO E LE IPOTESI | 109 |
| 4.2 L'APPROCCIO DI EQUILIBRIO | 110 |
| 4.3 VIEW DELL'INVESTITORE E LIVELLO DI CONFIDENZA..... | 113 |
| 4.4 L'APPROCCIO BAYESIANO AL MODELLO | 114 |
| 4.5 L'APPLICAZIONE PRATICA DEL MODELLO BLACK-LITTERMAN..... | 118 |
| 4.5.1 I pesi della capitalizzazione di mercato w_i | 118 |
| 4.5.2 Il coefficiente di avversione al rischio λ | 119 |
| 4.5.3 Shrinkage factor τ | 121 |
| 4.5.4 Il vettore θ dei rendimenti impliciti e derivazione del conseguente portafoglio..... | 121 |
| 4.6 DEFINIZIONE DELLE VIEW | 123 |
| 4.7 L'OTTIMIZZAZIONE DI PORTAFOGLIO SECONDO BL: AGGREGAZIONE DELLE VIEW AI RENDIMENTI IMPLICITI | 130 |
| CONCLUSIONI..... | 139 |
| BIBLIOGRAFIA | 141 |
| SITOGRAFIA..... | 142 |

Introduzione

Un portafoglio di investimento è lo strumento attraverso il quale un investitore raggiunge i propri obiettivi finanziari: nello specifico è l'insieme di numerosi prodotti finanziari, chiamati asset, detenuti e gestiti da un investitore individuale, istituzionale, una banca, un fondo o da qualsiasi altra intermediario finanziario. L'asset allocation è il processo con il quale si decide in che modo distribuire le risorse fra i diversi possibili investimenti al fine di ottenere un portafoglio che rispecchi la propensione al rischio degli investitori con l'obiettivo di trovare un equilibrio tra i rendimenti attesi e i rischi ad esso connessi. Le principali categorie di strumenti finanziari entro cui si orienta questa scelta possono essere suddivise in **attività finanziarie** (azioni, obbligazioni, liquidità) o **attività reali** (immobili, merci, metalli preziosi, etc.).

I vari asset gestiti dall'investitore sono in genere suddivisi e organizzati per tipologie chiamate asset class. Le asset class possono distinguere la natura dell'investimento: per esempio i titoli di debito come le obbligazioni possono costituire un asset class diverso dagli investimenti in capitale come le azioni. La suddivisione delle asset class può anche essere effettuata nel seguente modo: per esempio si possono distinguere gli asset in base all'orizzonte temporale (breve/medio/lungo termine) entro cui si inquadra l'investimento stesso.

In sostanza l'asset allocation ha il compito di raggiungere una gestione ottimale del portafoglio, ossia una gestione che equilibri nel miglior modo possibile il rendimento e il rischio delle attività (in termini statistici espresso dalla varianza) secondo le esigenze e aspettative dell'investitore. I concetti di rendimento e del rischio tendono ad essere direttamente proporzionali in quanto in genere un'attività ad elevato rischio tende anche ad avere un elevato rendimento atteso. Il rischio è per questo motivo considerato come uno dei parametri fondamentali per distinguere tra loro gli investimenti. Alcuni studiosi parlano a tal proposito di rischio specifico e di rischio generico:

- Il rischio specifico è un rischio legato alla natura dello stesso investimento. Se per esempio si prende un investimento azionario, il rischio specifico sarà dato dalle caratteristiche economiche della società emittente dall'andamento del conto economico, alla solidità patrimoniale, alle prospettive future, al posizionamento dell'azienda rispetto ai suoi concorrenti;
- Il rischio generico (o sistemico) è invece il rischio endemico a cui il singolo investimento è sottoposto per via delle fluttuazioni del mercato e che non può essere

eliminato o sostanzialmente diminuito con la diversificazione del portafoglio, come invece avviene per il rischio generico.

Ovviamente esistono diversissimi profili di investitore che richiedono altrettante gestioni dei singoli portafogli. Ad esempio, un investitore orientato con un basso profilo rischio/rendimento sarà tendenzialmente più orientato a un portafoglio finanziario con una più elevata componente obbligazionaria che azionaria, poiché per antonomasia il mercato del credito, essendo gestito da istituzioni governative, risulta molto meno fluttuante di quello azionario (Borsa Italiana, 2017). In conclusione, è bene ricordare che la diversificazione investendo in prodotti differenti permette l'eliminazione e la sostanziale riduzione del solo rischio specifico dei singoli asset ma purtroppo non è in grado di eliminare il rischio sistemico il che forse è ciò che rende il mondo degli investimenti molto interessante.

Negli anni si sono sviluppati diversi modelli di asset allocation: i più famosi, che saranno trattati nel lavoro di tesi, sono quelli che fanno capo al premio Nobel **Harry Markowitz (1952)** e agli studiosi **Fisher Black & Robert Litterman (1992)** all'epoca impiegati presso Goldman Sachs.

- Lo studio di Markowitz si basa sull'analisi del rapporto rischio/rendimento espresso dalle attività finanziarie. Il principio base che governa la teoria di Markowitz è che al fine di costruire un portafoglio efficiente occorre individuare una combinazione di titoli tale da minimizzare il rischio e massimizzare il rendimento complessivo compensando gli andamenti asincroni dei singoli titoli. Per far sì che ciò accada, i titoli che compongono il portafoglio dovranno essere non perfettamente correlati. Gli assunti fondamentali della teoria di portafoglio secondo Markowitz sono i seguenti:
 1. Gli investitori intendono massimizzare la ricchezza finale e sono avversi al rischio (investitore razionale);
 2. Il periodo di investimento è unico;
 3. I costi di transazione e le imposte sono nulle, le attività sono perfettamente divisibili e non ci sono limiti sulle posizioni assunte;
 4. durata uniperiodale degli investimenti;
 5. Il valore atteso e la deviazione standard sono gli unici parametri che guidano la scelta;
 6. Il mercato è perfettamente concorrenziale e competitivo (performance trading, s.d.).

Per la determinazione del portafoglio più efficiente è necessario stabilire intanto la frontiera efficiente: è una curva su cui sono collocati tutti i portafogli che per un dato rendimento hanno il minor rischio a cui viene associato il maggior rendimento per quella determinata combinazione. Una volta individuati i portafogli che fanno parte della frontiera efficiente è possibile individuare quello che soddisfa maggiormente il profilo del singolo investitore che varia a seconda della maggiore o minore propensione al rischio dell'investitore stesso. Per questo è necessario introdurre il concetto di curva di indifferenza: indica la preferenza e l'utilità connessa al singolo investitore basandosi sul rendimento atteso e sul grado di rischio. Nel caso in cui l'investitore sia maggiormente propenso al rischio sceglierà un portafoglio posto nella parte in alto a destra della frontiera; se al contrario, l'investitore avrà una minor propensione al rischio preferirà un portafoglio posto nella parte in basso a sinistra della frontiera (ForexWiki, s.d.).

- Nel modello Black & Litterman invece viene utilizzato un approccio bayesiano per combinare le view soggettive di un investitore (riguardo ai rendimenti medi di uno o più titoli) con il vettore dei rendimenti attesi (la distribuzione a posteriori). La caratteristica più innovativa del modello consiste nella combinazione delle aspettative dell'investitore con il vettore dei rendimenti attesi di equilibrio. Si ottiene una nuova distribuzione dei rendimenti attesi e l'intero vettore dei rendimenti medi attesi da inserire nell'ottimizzazione media-varianza viene modificata. Questa rettifica permette di ridurre le opportunità di arbitraggio che deriverebbero dalle minime differenze tra i rendimenti attesi di equilibrio e le previsioni soggettive dell'investitore, evitando così portafogli pesantemente concentrati in pochi titoli. L'idea è che se il mercato ha un'aspettativa circa i ritorni futuri e l'investitore ne ha un'altra, per capire in che modo allocare gli asset occorre prima definire un rendimento da raggiungere, e questo rendimento è proprio quello che minimizza la distanza tra i due rendimenti ipotizzati dal mercato e dal privato. (startingfinance.com, s.d.)

Infine, per ottenere il portafoglio ottimo finale, i rendimenti e la varianza calcolati, dovranno essere inseriti come input all'interno del processo di ottimizzazione standard di Markowitz (verafinanza, 2019).

1. Presentazione e analisi tecnica dei dati

1.1 Tipologia degli asset finanziari

Ai fini della trattazione risulta fondamentale la scelta degli strumenti finanziari utilizzati come set di partenza per la composizione del portafoglio e sui quali si articolerà l'intera analisi. Il problema principale consiste nell'impiegare dati che incorporino il più possibile gli effetti delle operazioni compiute sul capitale quali acquisizioni, scissioni, frazionamenti, dividendi; tutti questi sono eventi che influenzano profondamente le quotazioni e di conseguenza anche gli operatori finanziari.

Gli strumenti scelti nella presente analisi sono i **titoli azionari**. Questi consentono a chi li detiene di ricevere un insieme di pagamenti di ammontare incerto per un numero teoricamente infinito di anni. I redditi di capitale che periodicamente molte società distribuiscono agli azionisti sono detti dividendi. Subito dopo lo stacco di un dividendo l'azione è quotata ex dividendo e, se non intervengono fatti straordinari, la quotazione subisce un calo di ammontare molto vicino all'importo del dividendo distribuito. (“Manuale di Matematica Finanziaria”, Micocci & Batista Masala, 2012)

Si specifica come le quotazioni proposte in seguito, tengono conto di questi accadimenti.

Il prezzo di mercato di un titolo azionario, inoltre, come quello della maggior parte dei beni economici, è regolato dal paradigma economico della legge della domanda e dell'offerta. Il prodotto fra il prezzo di mercato e il numero di azioni circolanti esprime il valore che il mercato attribuisce a una società quotata.

Discorso da tenere ulteriormente in considerazione è la rischiosità delle azioni. Il mercato azionario è ritenuto dagli operatori economici un mercato piuttosto rischioso nel quale esiste un'elevata probabilità di realizzare grandi guadagni o ingenti perdite. Sebbene tale percezione non sia del tutto corretta, è innegabile che l'investimento azionario sia, rispetto ad altre tipologie quali quella obbligazionaria, maggiormente incerto nei suoi risultati finali. In altri termini la fonte d'incertezza primaria nel mercato di borsa è la variabilità dei corsi azionari suscettibile di influenzare notevolmente e in tempi brevi il valore di un portafoglio d'investimento.

1.2 Introduzione ai dati utilizzati

Per lo sviluppo della tesi sono stati scelti 15 titoli azionari, tratti dal listino europeo EuroStoxx50 (di cui si parlerà in maniera più approfondita nel 4.5.2), di imprese appartenenti

a diverse aree geografiche dell'area Euro e diverse industry, in modo da diversificare il più possibile la costruzione del suddetto portafoglio in ottica di riduzione dei rischi. Tali settori sono banking, insurance, pharmaceutical, automotive e telecommunication: settori strutturalmente e sistematicamente diversi tra loro che possono dare spunto a diverse analisi.

La ratio adottata nella ricerca dei titoli è stata considerare nel paniere diversi stock di imprese mid-cap che fossero allo stesso tempo appartenenti a diverse realtà sia geografiche che industriali tali da poter valutarne le performance azionare eterogeneamente. Non a caso ciascun settore su citato è rappresentato da rispettivamente 3 diverse imprese.

Sulla base di quanto detto, la tabella seguente riassume gli indici selezionati per l'elaborato in oggetto:

Tabella 1: Indici in analisi

| Azienda | CODE | Stato | Settore |
|-----------------------------|-------------|--------------|----------------|
| Allianz SE | ALVG | Germania | Insurance |
| Axa S.A. | AXAF | Francia | Insurance |
| Banco Santander | SAN | Spagna | Banking |
| BAYER AG | BAYGn | Germania | Pharmaceutical |
| Bayerische Motoren Werke AG | BMW | Germania | Automotive |
| Daimler AG | DAIGn | Germania | Automotive |
| Deutsche Telekom AG | DTEGn | Germania | TLC |
| Fresenius SE | FREG | Germania | Pharmaceutical |
| Intesa San Paolo S.p.A | ISP | Italia | Banking |
| Munchener Ruck AG | MUVGn | Germania | Insurance |
| Orange S.A. | ORAN | Francia | TLC |
| Sanofi S.A. | SASY | Francia | Pharmaceutical |
| Société Générale S.A. | SOGN | Francia | Banking |
| Telefónica S.A. | TEF | Spagna | TLC |
| Volkswagen AG | VOWG | Germania | Automotive |

Si procede di seguito all'illustrazione delle serie storiche utilizzate per l'analisi. Per serie storica si intende una collezione di misurazioni di un certo fenomeno ordinate nel tempo. Si può quindi parlare di serie finanziarie, ossia un caso particolare di serie storiche.

Le serie storiche¹ di dati (reperate da investing.com), impiegate per l'elaborazione delle statistiche descrittive, sono costituite da stringhe composte rispettivamente dalla data di riferimento del relativo record, prezzo di chiusura della borsa, di apertura, valore massimo e minimo raggiunto durante la giornata di contrattazione, volumi scambiati e rendimenti.; l'arco

¹ Si è ritenuto opportuno utilizzare i soli valori di chiusura perché sono i più attendibili tra le quotazioni disponibili.

temporale coperto va dal 1° Gennaio 2015 al 31 Dicembre 2019 (un lustro). La tabella seguente riporta a titolo di esempio come sono state organizzate le varie serie storiche sulla base dei dati citati:

Tabella 1 - Esempio di serie storica relativo all'indice ALVG

| Data | Ultimo | Apertura | Massimo | Minimo | Vol. | Rendimento |
|----------|--------|----------|---------|--------|-------|------------|
| 02/01/15 | 113,00 | 114,05 | 115,40 | 112,15 | 1,87M | 0,00% |
| 05/01/15 | 109,20 | 112,85 | 113,80 | 109,20 | 2,96M | -3,36% |
| 06/01/15 | 110,45 | 109,80 | 112,90 | 108,35 | 2,54M | 1,14% |
| 07/01/15 | 110,45 | 110,75 | 112,00 | 109,95 | 1,91M | 0,00% |
| 08/01/15 | 116,45 | 112,25 | 116,90 | 112,15 | 3,06M | 5,43% |
| 09/01/15 | 113,15 | 116,45 | 116,45 | 112,65 | 2,64M | -2,83% |

Inoltre, per via della diversa gestione delle giornate di contrattazione dei vari Paesi, un po' perché la calendarizzazione dei trading day differisce in funzione del mercato di riferimento, i valori di indice relativi ad una determinata data in molti casi non corrispondevano. Si è reso dunque necessario un intervento di filtraggio dei dati, andando a scartare tutti quei valori che non trovavano una corrispondenza nelle quotazioni dei titoli associati a meno trading day: ad esempio i titoli con minor osservazioni sono quelli tedeschi con un totale di 1265 quotazioni, mentre i titoli con un maggior numero di osservazioni sono quelli francesi con 1281 quotazioni; Dai prezzi di chiusura giornalieri sono stati ricavati i **rendimenti logaritmici** che, in presenza di variazioni percentuali ragionevolmente piccole, approssimano in modo soddisfacente il calcolo aritmetico. Il Log rendimento è definito nel seguente modo:

$$(1.1) \quad r_t = \ln (p_t/p_{t-1})$$

dove numeratore e denominatore rappresentano rispettivamente il prezzo di chiusura di borsa all'istante t e $t-1$.

Come già detto, successivamente, lo studio ha coinvolto l'analisi di ulteriori indicatori che fornissero maggiori informazioni sulla distribuzione dei rendimenti logaritmici:

- I. *La media come parametro di centratura della distribuzione;*
- II. *La deviazione standard e la varianza come misure di dispersione;*
- III. *La skewness (asimmetria) per indicazioni sulla decentrata;*
- IV. *La curtosi come indicatore dello spessore delle code (fat tails).*

Tali parametri, insieme al “test di normalità” svolto per ciascuno indice, ha permesso di analizzare più approfonditamente la distribuzione dei rendimenti e capire se quest’ultimi fossero approssimabili o meno ad una distribuzione normale.

Infine, nella descrizione di ciascun indice è stata inserita anche una parte di analisi delle “medie mobili”.

Le medie mobili sono degli algoritmi che consentono attraverso una formula, di ricavare un indicatore sintetico dell’andamento del prezzo di un asset finanziario. (money.it, 2019)

Dal punto di vista matematico questo indicatore è una “media” di una determinata quantità di dati, ossia i prezzi di un asset finanziario, rispetto ad una finestra temporale “mobile”, poiché considera soltanto le ultime ‘N’ rilevazioni in ordine di tempo. Nel calcolo di una media mobile infatti il numero di elementi (i prezzi) è fisso, mentre la finestra temporale considerata avanza: il dato più vecchio della serie viene sostituito ogni giorno con quello nuovo. Questo procedimento matematico fa sì che la media si muova in progressione con l’andamento del prezzo del titolo oggetto del calcolo. Ci sono tre tipologie di media mobile, a seconda della differente costruzione della formula aritmetica sottostante: media mobile semplice, media mobile ponderata e media mobile esponenziale².

È da specificare come questi sono indicatori che usati da soli possono dar luce a difetti di interpretazione delle serie storiche e dei conseguenti trend: uno è sicuramente quello del ritardo nei segnali. Infatti, se da una parte è vero che le medie mobili sono in grado di identificare i cambiamenti del trend in atto, dall'altra è anche vero che spesso questi segnali sono forniti con un notevole ritardo, e ciò non consente di sfruttare appieno ogni movimento. (soldionline.it, s.d.)

Il secondo aspetto negativo da sottolineare è quello dei falsi segnali. Le medie mobili, infatti, sono maggiormente valide soprattutto in periodi di forte trend. Nel momento in cui il mercato entra in una fase di lateralità (prezzi oscillanti in un range fisso di valori), spesso esse forniscono una serie di falsi segnali che, se seguiti con precisione, possono portare a notevoli perdite. (soldionline.it, s.d.)

La **media mobile semplice**, che sarà utilizzata nella trattazione (Simple Moving Average, da cui l’acronimo SMA), è una classica media aritmetica del prezzo. Si calcola sommando i prezzi di chiusura di N periodi di tempo e dividendo il risultato ottenuto per N:

(1.2)

² In questa trattazione si farà riferimento puramente alla media mobile semplice a 22 e 66 giorni.

$$SMA = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$$

Questo tipo di media però viene spesso criticata da molti in quanto assegna la stessa importanza ad ogni singolo dato: ad esempio in una media mobile a 100 periodi l'ultimo valore ha la stessa importanza, 1% di "peso", del primo valore. Non si riscontrano nella trattazione problemi di questo tipo siccome la durata di periodo massima con la quale è calcolata la SMA è per l'appunto 66 giorni. Come si vedrà nei seguenti paragrafi, l'analisi condotta è costruita tramite l'utilizzo di due medie mobili che consentono agli analisti di poter effettuare analisi approssimativi circa l'andamento di un titolo: si utilizzano contemporaneamente una media più veloce (22 giorni) e una più lenta (66 giorni) e se ne osservano gli incroci. Se la media mobile più veloce taglia al rialzo quella lenta si avrà un segnale di acquisto, ossia un segnale rialzista, (il noto "golden cross"), mentre si avrà un segnale di vendita, ossia ottica ribassista, quando la media mobile più lenta incrocia al ribasso quella più veloce (il famoso "death cross"). (money.it, 2019)

1.3 Allianz SE (ALVG)

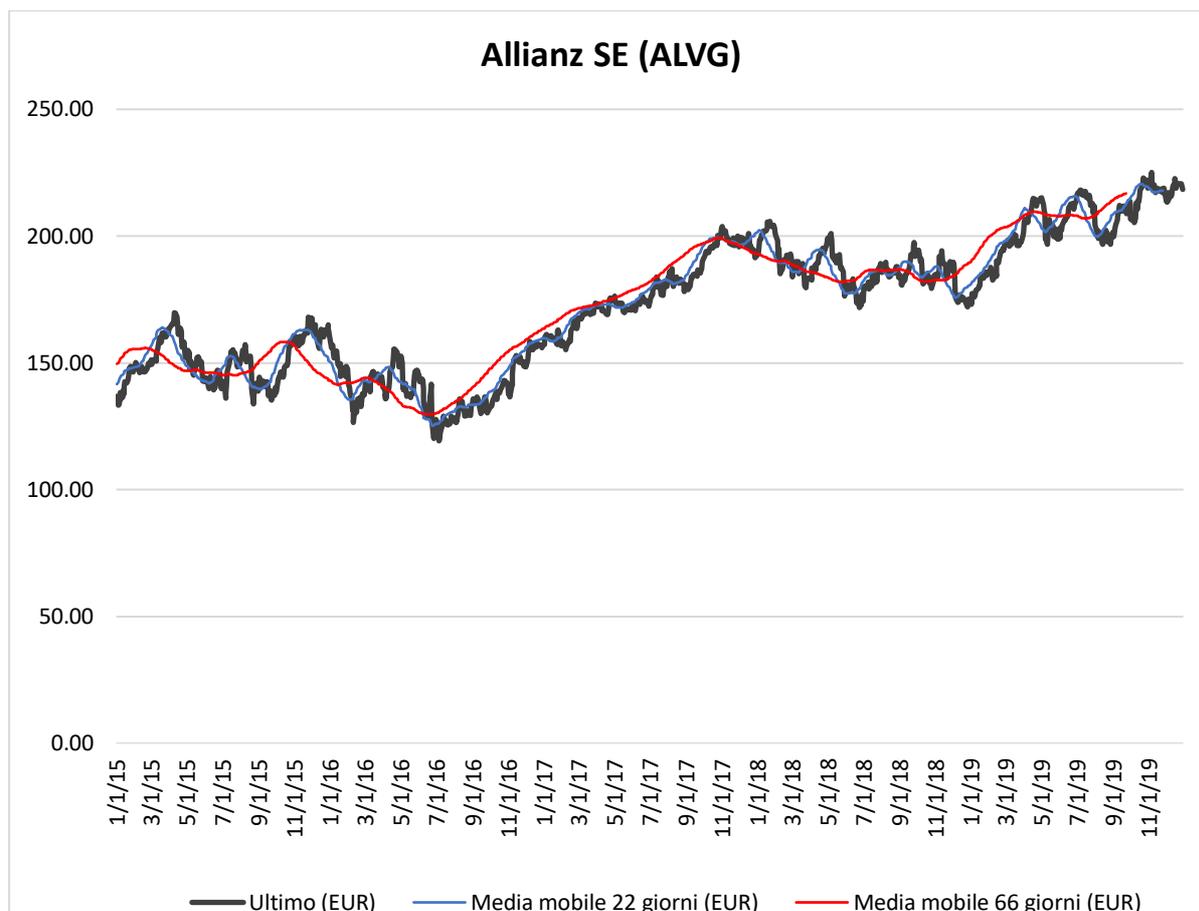


Figura 1 - Andamento prezzi del titolo ALVG con medie mobili a 22 e 66 giorni.

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del titolo **Allianz** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019, corredato anche dalla presenza delle medie mobili semplici a 22 e 66 giorni, corrispondenti rispettivamente a uno e tre mesi di trading day.

Allianz è una multinazionale che fonda il suo business sull'offerta di servizi finanziari, di prodotti e servizi assicurativi per vita e malattia, danni e infortuni, bancari e di asset management. (ilsole24ore.com, s.d)

Come già accennato l'utilizzo combinato delle due medie semplici, con quello che è l'andamento complessivo delle oscillazioni delle quotazioni dei prezzi dell'asset di riferimento, consente di predire il timing di quando il mercato è rialzista/ribassista e di conseguenza che tipologie di strategie adottare in termini di contrattazione (short/long³).

Se si osserva attentamente il grafico, è possibile scorgere nell'arco temporale tra Febbraio e Aprile 2015 come la media mobile più veloce taglia al rialzo quella più lenta, il che predice un

³ Con questi due termini si identificano rispettivamente la volontà di vendere e acquistare un determinato asset finanziario.

imminente rialzo dei prezzi di borsa, con una possibile entrata tipo long nel mercato (acquistare titoli perché conveniente, dato il rialzo dei prezzi) che può portare ad un guadagno tramite ricorso al capital gain⁴;

Viceversa, tra Gennaio e Febbraio 2016 si ha un segnale ribassista (andare short), vale a dire che converrebbe vendere asset dato l'imminente fase di ribasso dei prezzi dell'intero mercato; questo viene predetto per il fatto che la media mobile più lenta (curva di colore celeste) taglia al ribasso la media più veloce (curva di colore rosso).

Analizzato dapprima il titolo ALVG da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti, ottenuti in ambiente SPSS:

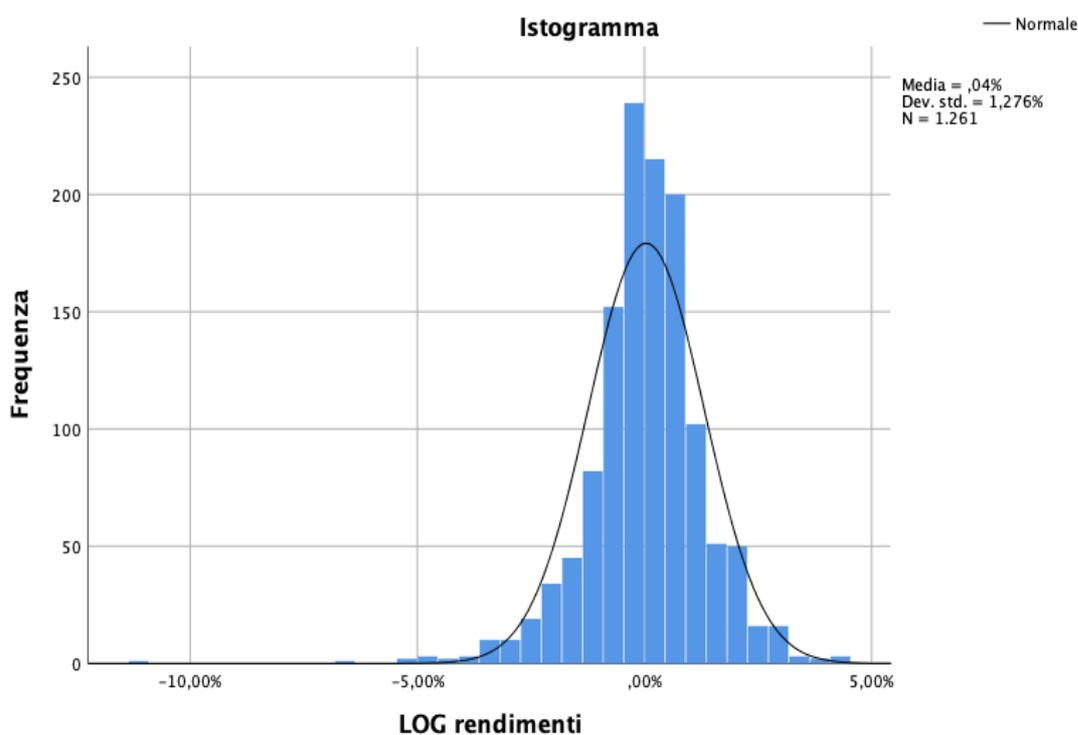


Figura 2 - Distribuzione dei log-rendimenti

La figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti (rappresentata dai rettangoli in celeste) che sommariamente sembra essere normale (delimitata da una linea nero grassetto): per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente a distribuzione è approssimabile ad una normale.

⁴ Profitti proveniente dalle variazioni di prezzo di un asset finanziario.

Nella seguente tabella sono riportati i dati descrittivi della distribuzione e del test di normalità:

| Descrittive | | | Statistica |
|----------------|--|------------------|------------|
| LOG rendimenti | Medio | | 0,0372% |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,0333% |
| | | Limite superiore | 0,1076% |
| | Media ritagliata al 5% | | 0,0693% |
| | Mediana | | 0,0748% |
| | Varianza | | 1,628 |
| | Deviazione std. | | 1,27576% |
| | Asimmetria | | -,924 |
| | Curtosi | | 6,204 |

| Test di normalità | | | | | | |
|-------------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| LOG rendimenti | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG rendimenti | ,070 | 1261 | ,000 | ,946 | 1261 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 3 - Analisi statistica descrittiva ALVG

Disponendo di tutte le descrittive necessarie è possibile effettuare il test di normalità. Si precisa come la scelta dei test di normalità è ricaduta su quelli di Kolmogorov-Smirnov e Shapiro-Wilk siccome fittano meglio con l'analisi di pool di campioni superiori alle 200 unità e siccome sono i test forniti dalla piattaforma SPSS. Il suddetto test consta di due parti: la prima riguarda quello di "Kolmogorov-Smirnov", in cui, affinché i dati possano essere approssimati a una Normale, deve presentare una statistica test inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a "Shapiro-Wilk" in cui la statistica test deve essere contenuto nell'intervallo [0,97;1] per confermare la suddetta approssimazione.

Come si evince, sebbene il test di Shapiro-Wilk non è perfettamente rispettato per via della presenza di piccoli scostamenti dai valori soglia che difatti è possibile trascurare, è possibile approssimare la distribuzione dei rendimenti ad una normale, in modo da potere beneficiare di tutte semplificazioni del caso.

Inoltre, la suddetta ipotesi è anche confermata dai valori di curtosi che essendo molto distanti dal valore benchmark indicato per una distribuzione normale, ossia 3: i log-rendimenti di ALVG presentano una curtosi di 6,204.

1.4 Axa S.A. (AXAF)

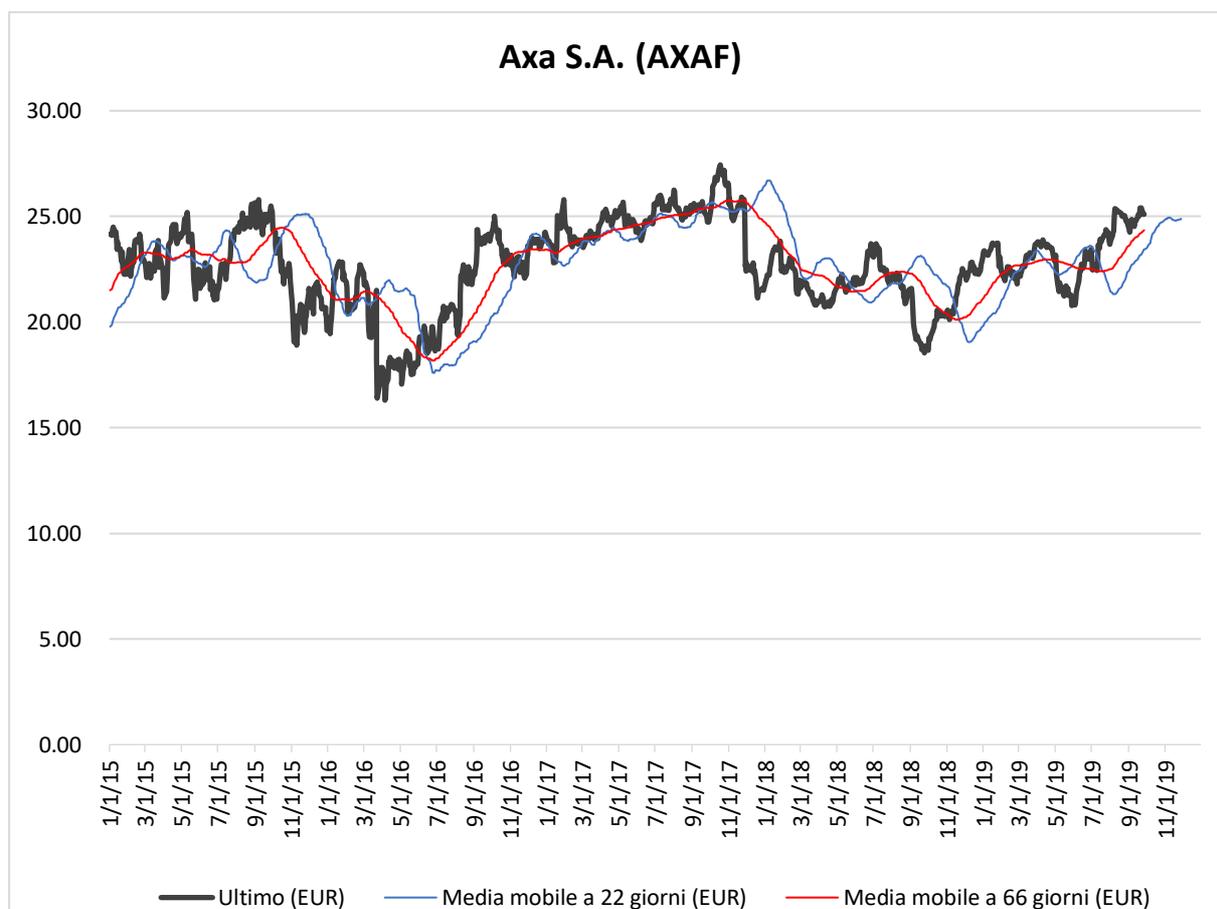


Figura 4 - Andamento prezzi titolo AXAF con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del titolo **Axa S.A.** nel quinquennio 01/01/2015 - 31/12/2019.

Axa Sa è una compagnia d'assicurazione francese, attiva a livello mondiale, presente in 57 Paesi principalmente in Europa, Nord America e Africa e quotata alle Borse di Parigi, Milano e New York. (ilsole24ore, s.d.)

Se si osserva attentamente il grafico, è possibile scorgere nell'arco temporale tra fine Settembre 2015 e Aprile 2016 un trend ribassista-stabile-ribassista in una fase laterale di mercato (vendita dunque titoli perché dato il ribasso dei prezzi); quanto detto è poi dimostrato da lì a poco, appunto, con performance negative dell'indice, evidenziate la curva di colore scuro.

Un'altra ondata ribassista si registra nella settimana dal 4/12/17 al 20/12/17 in cui il prezzo ha subito una variazione del -17,45% (da 25,44 € a 21,14 €) la quale era stata preceduta da un generale e graduale trend rialzista da Aprile 2016 a Dicembre 2017. Analizzato in prima battuta il titolo AXAF da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei

Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

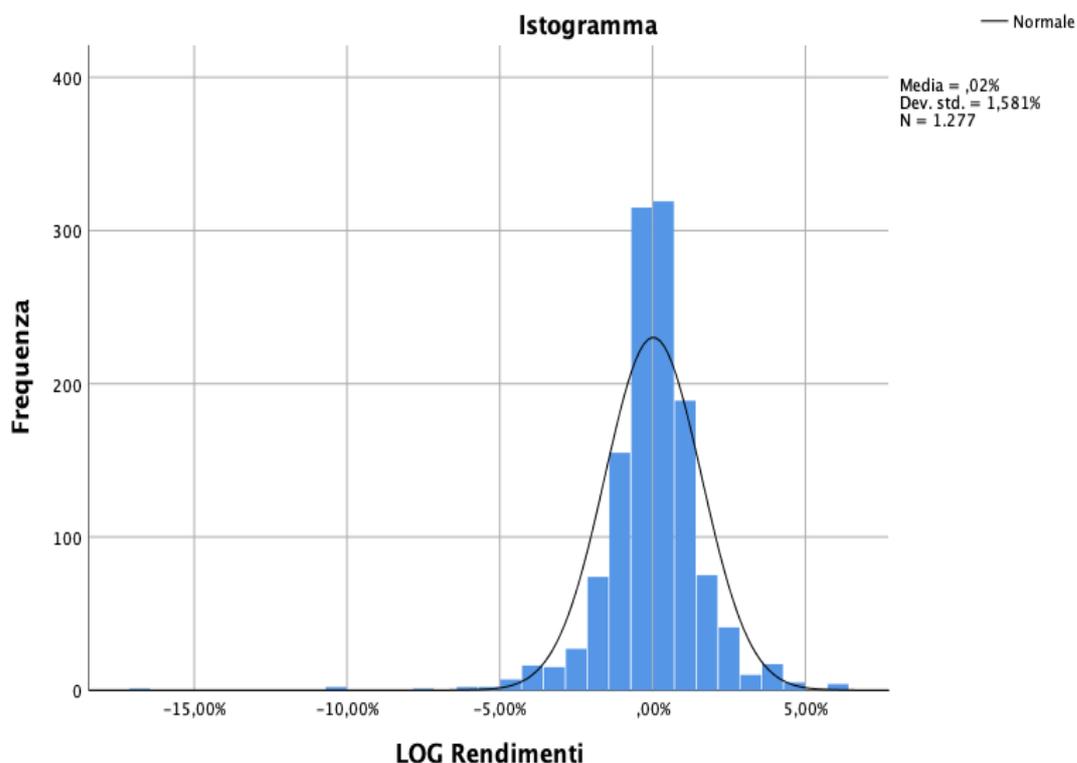


Figura 5 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente la distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | 0,0214% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,0654% |
| | | Limite superiore | 0,1082% |
| | Media ritagliata al 5% | 0,0579% | |
| | Mediana | 0,0845% | |
| | Varianza | 2,498 | |
| | Deviazione std. | 1,58064% | |
| | Asimmetria | -1,449 | |
| Curtosi | 14,107 | | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,088 | 1277 | ,000 | ,895 | 1277 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 6 - Analisi statistica descrittiva AXAF

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati entrambi i test non sono rispettati e inoltre la distribuzione dei log-rendimenti di AXAF appare piuttosto leptocurtiche che asimmetrica. Pertanto, è possibile approssimare la distribuzione dei rendimenti di AXAF ad una normale, considerando le dovute cautele e origini statistiche della distribuzione in modo da potere beneficiare di tutte semplificazioni per l’applicazione dei modelli Markowitz e Black-Littermann.

1.5 Banco Santander (SAN)

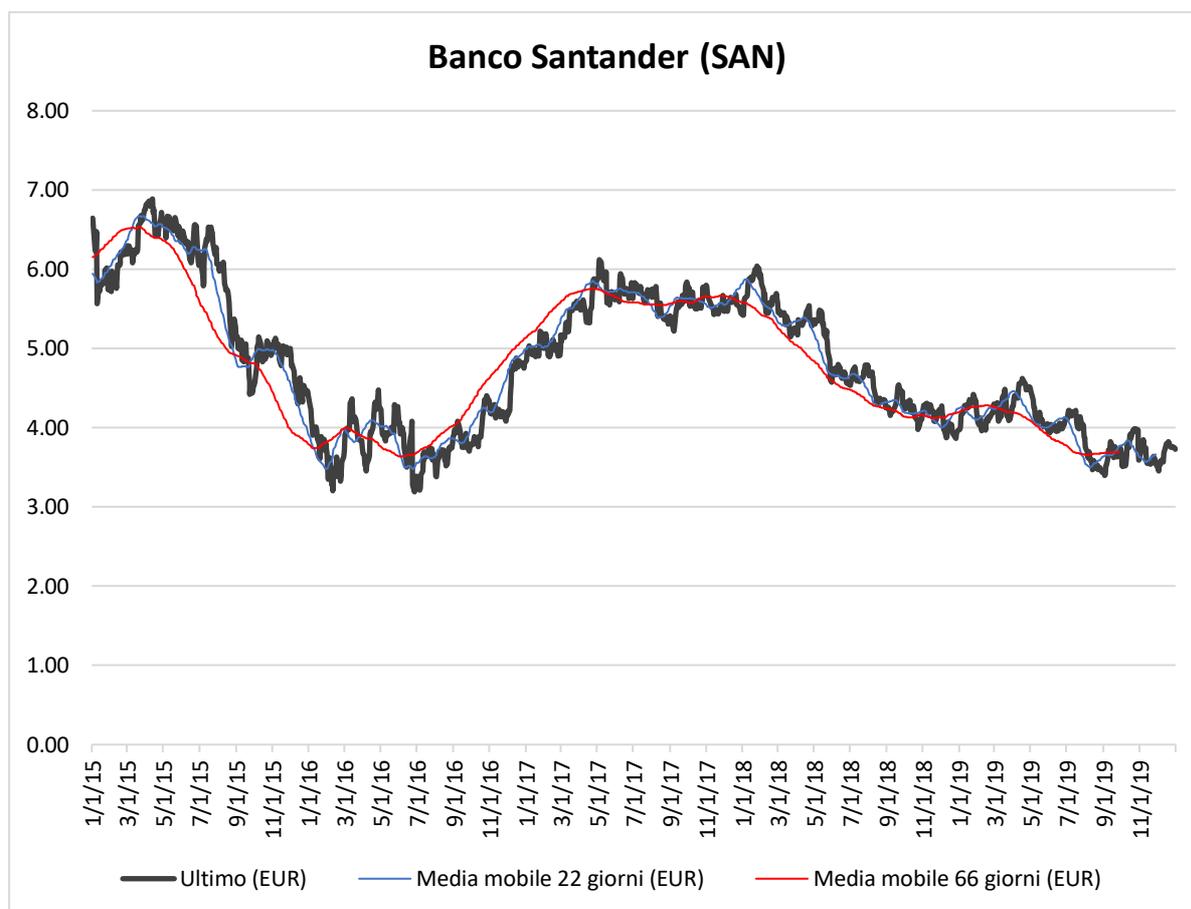


Figura 7 - Andamento prezzi titolo SAN con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del titolo **Banco Santander** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Banco Santander è un gruppo spagnolo di organizzazioni bancarie che operano a livello internazionale, basate principalmente in Europa e in Sud America, con sede a Madrid.

È presente in 40 Paesi con 125 milioni di clienti, 3,9 milioni di azionisti. Offre servizi di banca al dettaglio tra cui: mutuo, gestione professionale del portafoglio, scelta di fondo d'investimento e consulenza finanziaria. In Italia è stato uno degli azionisti di Sanpaolo Imi, uscito dal capitale dopo la fusione con Banca Intesa e la nascita di Intesa Sanpaolo. Nel 2007 Santander ha venduto Banca Antonveneta a Mps, mantenendo il controllo di Interbanca. In 2008, il gruppo ha realizzato a Londra l'acquisizione di Alliance & Leicester and Bradford & Bingley. (ilsole24ore.com, s.d.)

L'andamento del prezzo del titolo è molto semplice e di facile comprensione: dopo una prima importante fase ribassista a partire dal 28/4/17 a 6,72 € ad azione (prezzo massimo registrato

nel lustro) e durata fino al 27/6/16, è seguita una più moderata ripresa del titolo fino a Gennaio 2018 per poi scendere nuovamente fino a giungere ai 3,73 € ad azione di fine 2019.

Le fasi ribassiste e rialziste sopra citate sono giustificate nuovamente dalle medie mobili presenti anch'esse nel grafico.

Analizzato in prima battuta il titolo SAN da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

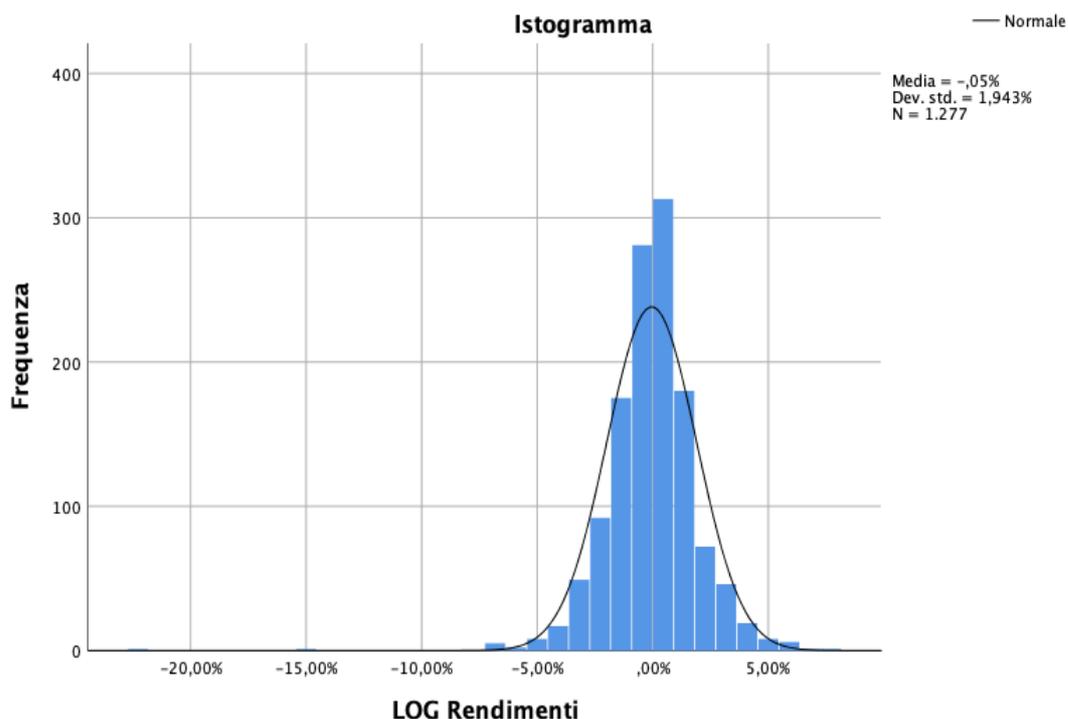


Figura 8 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente a distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | -0,0452% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,1519% |
| | | Limite superiore | 0,0615% |
| | Media ritagliata al 5% | -0,0255% | |
| | Mediana | 0,0000% | |
| | Varianza | 3,776 | |
| | Deviazione std. | 1,94325% | |
| | Asimmetria | -1,484 | |
| | Curtosi | 16,391 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,069 | 1277 | ,000 | ,914 | 1277 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 9 - Analisi statistica descrittiva SAN

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, se il primo test è accettabile per scostamenti non altamente significativi per via anche dell’agire del margine di errore, per quanto riguarda il secondo test, quest’ultimo non rispetta le soglie prestabilite: una spiegazione plausibile è da attribuire alla elevata volatilità dei rendimenti dovuti a momenti sia di eccessiva euforia che non da parte degli investitori; pertanto è possibile approssimare la distribuzione dei rendimenti di SAN ad una normale, in modo da potere beneficiare di tutte agevolazioni statistiche del caso.

1.6 BAYER AG (BAYGn)

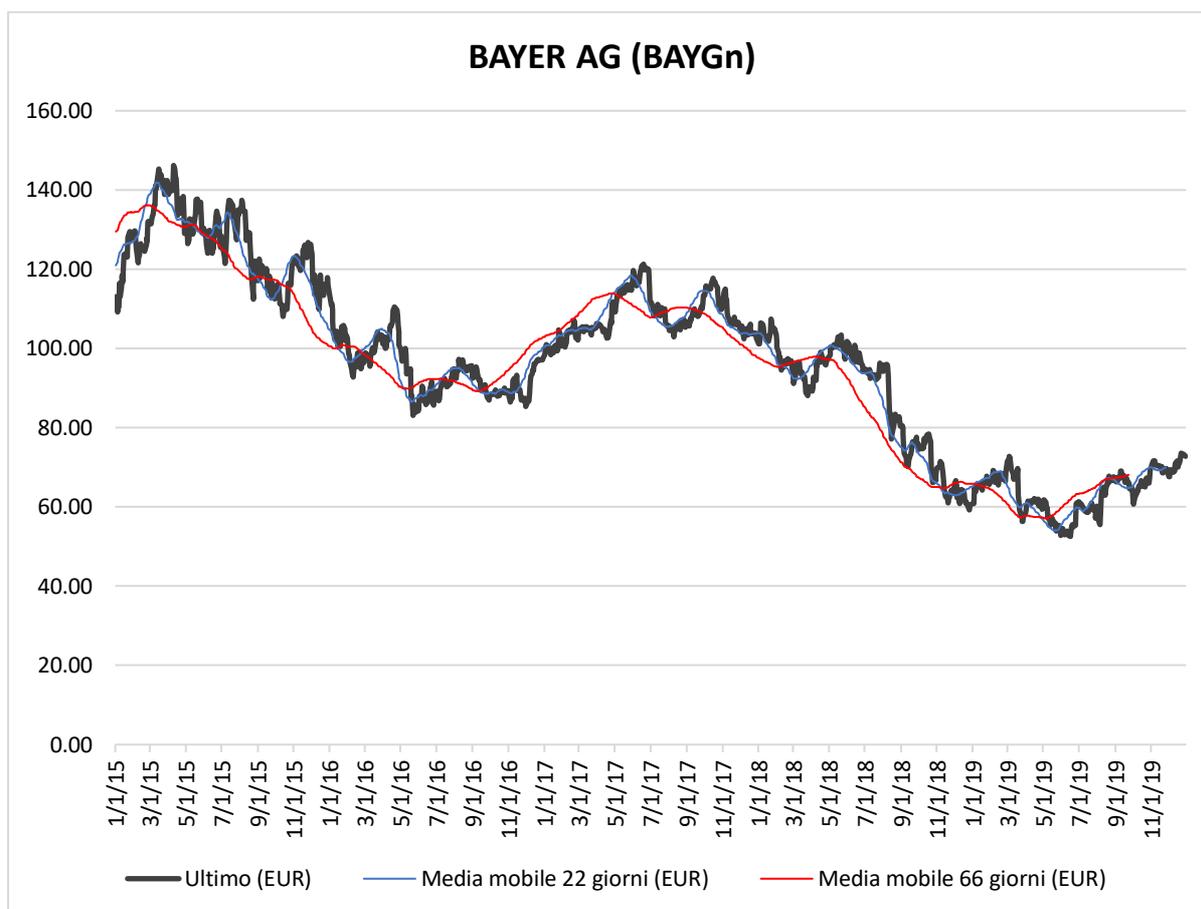


Figura 10 - Andamento prezzi titolo BAYGn con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del **BAYER AG** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Famosa nel mondo come l'azienda dell'aspirina, Bayer opera da sempre nell'area farmaceutica e oggi, anche in seguito all'acquisizione di Schering, offre una vasta gamma di farmaci specializzati in diverse aree terapeutiche, dalla cardiologia alla diagnostica. Nel settore dei farmaci da automedicazione Bayer è ai primi posti in Italia ed Europa grazie alla gamma di prodotti analgesici e antinfiammatori, multivitaminici, preparati contro malattie da raffreddamento e tosse. (ilsole24ore.com, s.d.)

L'andamento del titolo BAYGn ricalca molto quello di SAN prima descritto: ci sono state nel periodo Gennaio 2015-Maggio 2016 una serie di fase ripetute rialziste e ribassiste (testimoniate dall'incrocio delle medie mobili) con queste ultime che hanno avuto sempre una durata ed effetti maggiori. Dopodiché da Agosto 2018 fino agli ultimi periodi dell'anno, il titolo ha conosciuto una fase di lento ribasso, partendo dai 93,36 € fino agli attuali 72,81 €. Motivo

scatenante di questa performance negativa è sicuramente legata allo scandalo del glifosato, principio attivo presente nel diserbante Round up e commercializzato negli USA da Monsanto, controllata della Bayer. Le accuse di negligenza e mancata informazione circa i possibili pericoli derivanti da tale prodotto, ha portato in tribunale l'industria tedesca con più di 11.200 cause legali promosse da agricoltori, giardinieri e aziende agricole. Le ripercussioni del titolo, nel biennio 2018-2019, sono dovute proprio a tale fatto di cronaca.

Analizzato in prima battuta l'indice DOW 30 da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

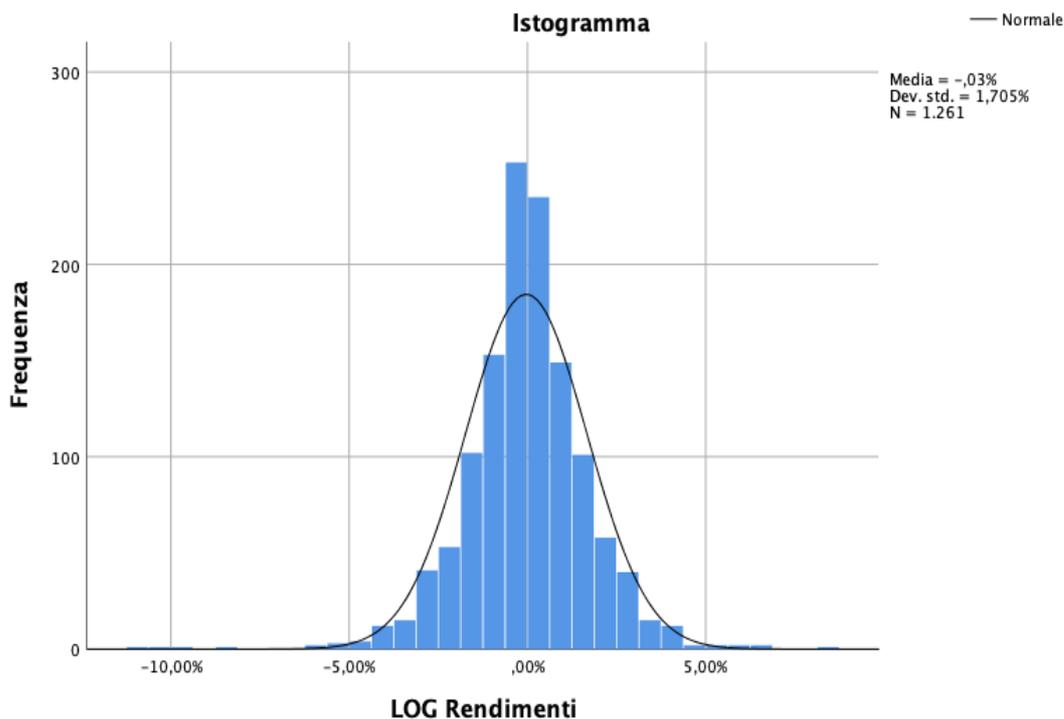


Figura 11 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente a distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | -0,0349% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,1290% |
| | | Limite superiore | 0,0593% |
| | Media ritagliata al 5% | -0,0177% | |
| | Mediana | -0,0445% | |
| | Varianza | 2,906 | |
| | Deviazione std. | 1,70479% | |
| | Asimmetria | -,444 | |
| | Curtosi | 4,458 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,059 | 1261 | ,000 | ,956 | 1261 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 12 - Analisi statistica descrittiva BAYGn

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, nonostante i valori non rientrano perfettamente nei range sopra indicati e considerando anche la variabile di errore (influenti in particolare per il primo test), è possibile approssimare la distribuzione dei rendimenti del titolo BAYGn ad una normale, per via della presenza di piccoli scostamenti dai valori soglia che difatti è possibile trascurare.

1.7 Bayerische Motoren Werke AG (BMW)

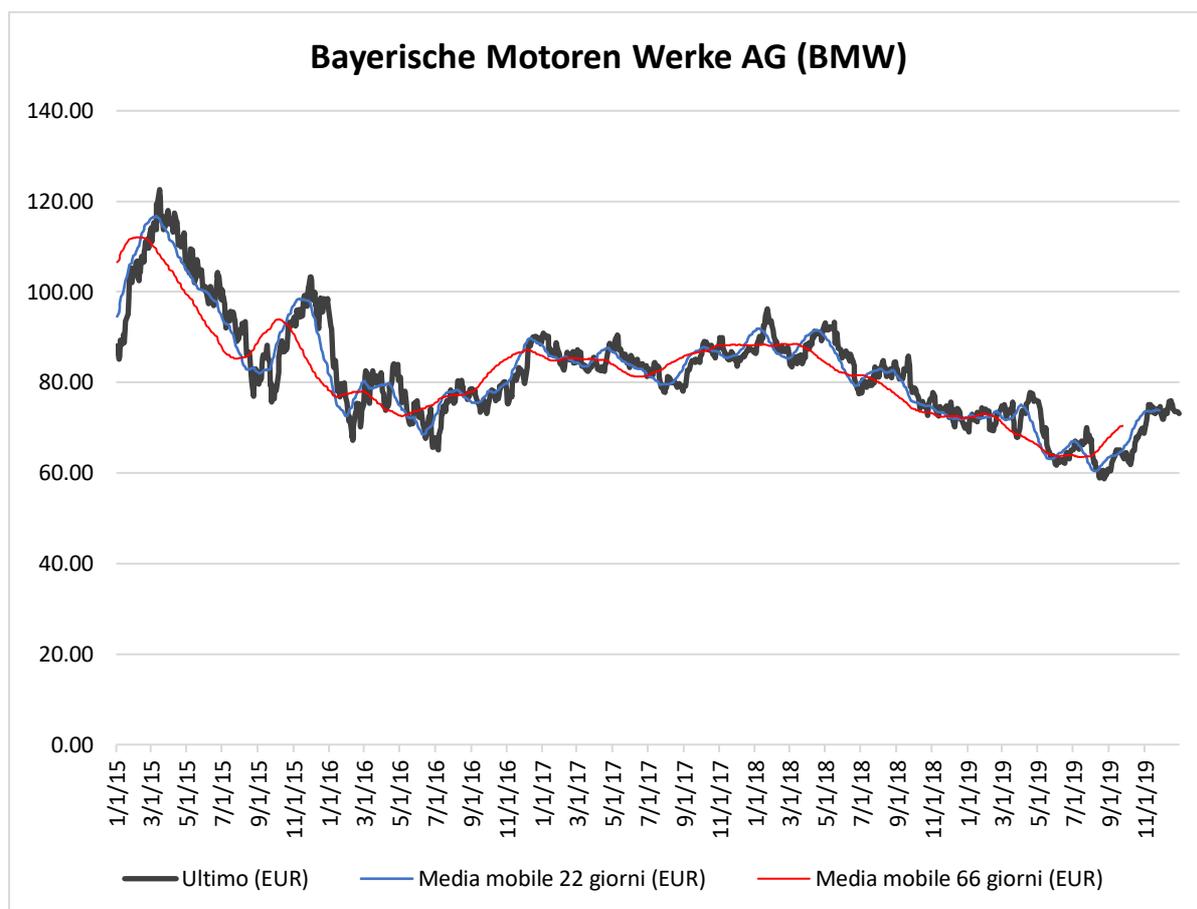


Figura 13 - Andamento prezzi titolo BMW con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del **Bayerische Motoren Werke AG** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Il gruppo Bmw, nato nel 1917, è un'azienda tedesca produttrice di autoveicoli e motoveicoli. Attiva con i tre marchi Bmw, Mini e Rolls-Royce Motor Cars, la società possiede 15 impianti, tra quelli di produzione e di assemblaggio distribuiti in 7 Paesi tra cui Gran Bretagna, Sud Africa, America, Austria e Brasile. (ilsole24ore.com, s.d.)

Il titolo ha visto nell'arco dei 5 anni una variazione netta del -14,03%. Valori massimi lambiti a marzo 2015 a quota 122,60 € e valori minimi ad agosto 2019 con 60,60€. Questa forte volatilità può essere giustificata in parte dal valore assunto dal titolo stesso pari a 1,27 e in parte dalla considerazione per la quale essendo il settore automotive, e con sé anche tutti i settori correlati e l'andamento delle materie prime di supporto, facilmente suscettibile può incidere anche sull'aspetto finanziario.

Analizzato in prima battuta il titolo BMW da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

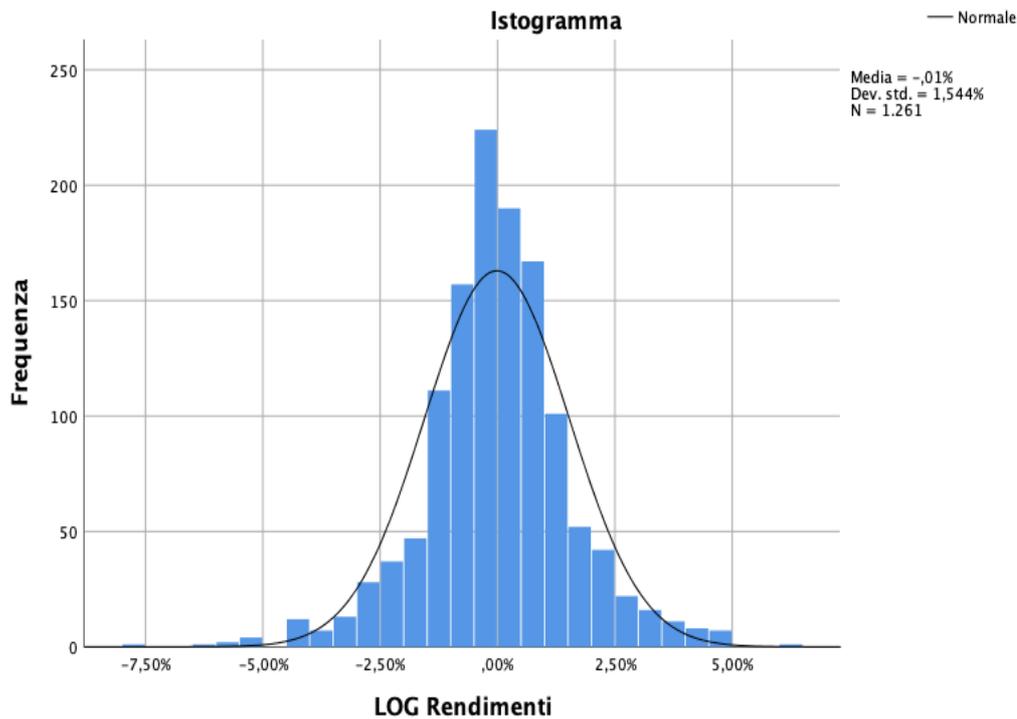


Figura 14 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente a distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | -0,0147% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,1000% |
| | | Limite superiore | 0,0706% |
| | Media ritagliata al 5% | -0,0085% | |
| | Mediana | -0,0386% | |
| | Varianza | 2,383 | |
| | Deviazione std. | 1,54358% | |
| | Asimmetria | -,138 | |
| | Curtosi | 1,870 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,056 | 1261 | ,000 | ,975 | 1261 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 15 - Analisi statistica descrittiva BMW

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, entrambi i test sono perfettamente soddisfatti, pertanto è possibile approssimare la distribuzione dei rendimenti del titolo BMW ad una normale, in modo da potere beneficiare di tutte semplificazioni del caso.

1.8 Daimler AG (DAIGn)

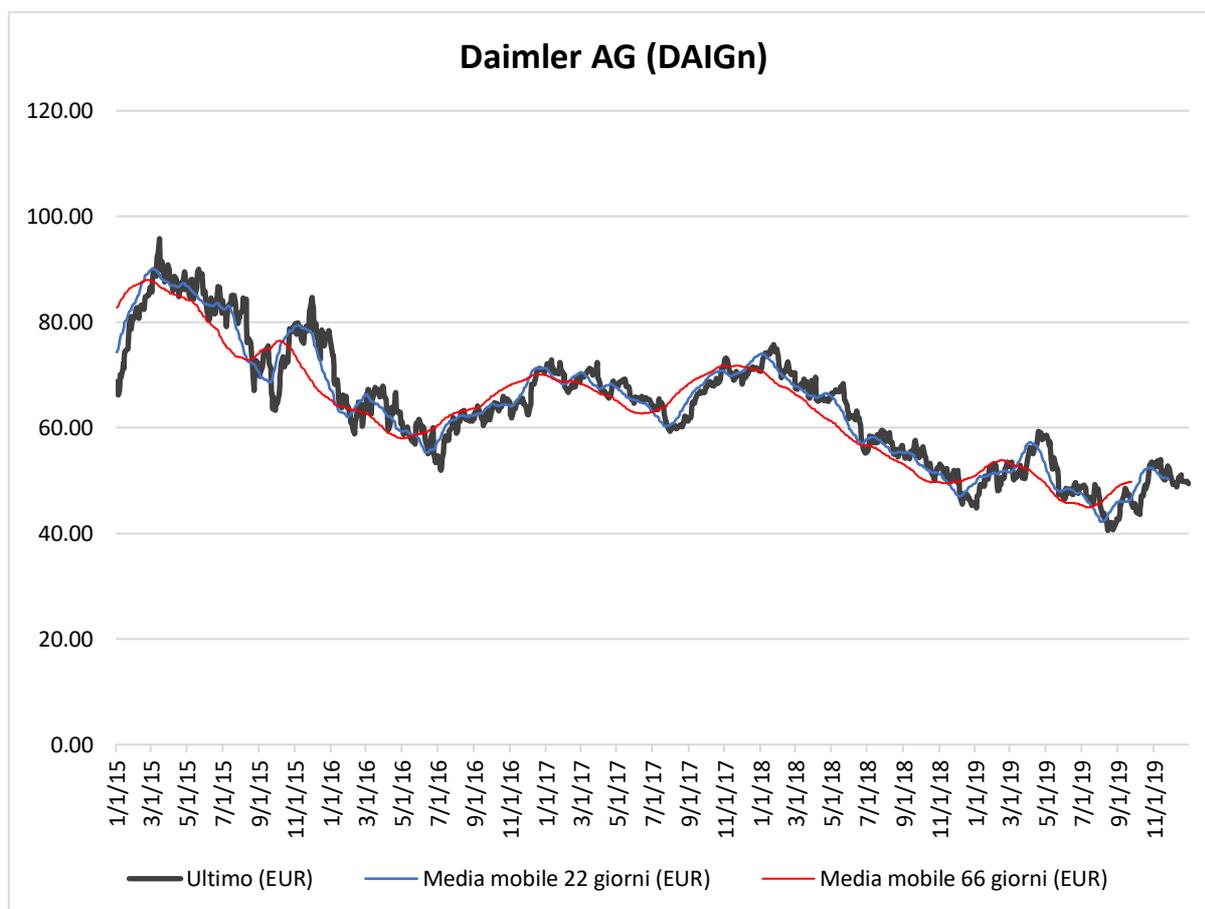


Figura 16 - Andamento prezzi titolo DAIGn con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del **Daimler AG** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019. A quest'ultima curva sono state aggiunte le medie mobili, la cui definizione è stata anticipata nel paragrafo 1.2.

È una delle storiche e grandi compagnie automobilistiche tedesche mondiali e dal 2007 ha preso il nome di Daimler Ag. Comprende le divisioni industriali di Mercedes-Benz (automobili a marchio Mercedes, Smart e Maybach e la scuderia McLaren di Formula 1), Daimler Trucks (camion e componenti) Mercedes-Benz Vans (furgoni), Daimler Buses (autobus) e Daimler Financial Services (servizi finanziari, assicurativi e di leasing). (ilsole24ore.com, s.d.)

Se si osserva attentamente il grafico, è possibile scorgere nell'arco temporale tra metà Marzo 2015 e Agosto 2015 (con i valori assunti a Marzo che ben possono rappresentare una resistenza, essendosi mai più verificati nell'arco del lustro analizzato) come la media mobile più veloce taglia al rialzo quella più lenta, il che predice un imminente ribasso delle performance dei prezzi di borsa, con una possibile entrata tipo short nel mercato (vendere titoli perché conveniente,

dato il ribasso dei prezzi); quanto detto è poi dimostrato da lì a poco, appunto, con performance negative del titolo, evidenziate la curva di colore nero.

Non si registrano al contrario fasi rialziste importanti e durature che avrebbero potuto dare un po' di ossigeno alla quotazione. Anche per DAIGN si passa da valori a inizio 2015 di 66,17€ a 49,37 di fine lustro.

Analizzato in prima battuta il titolo da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

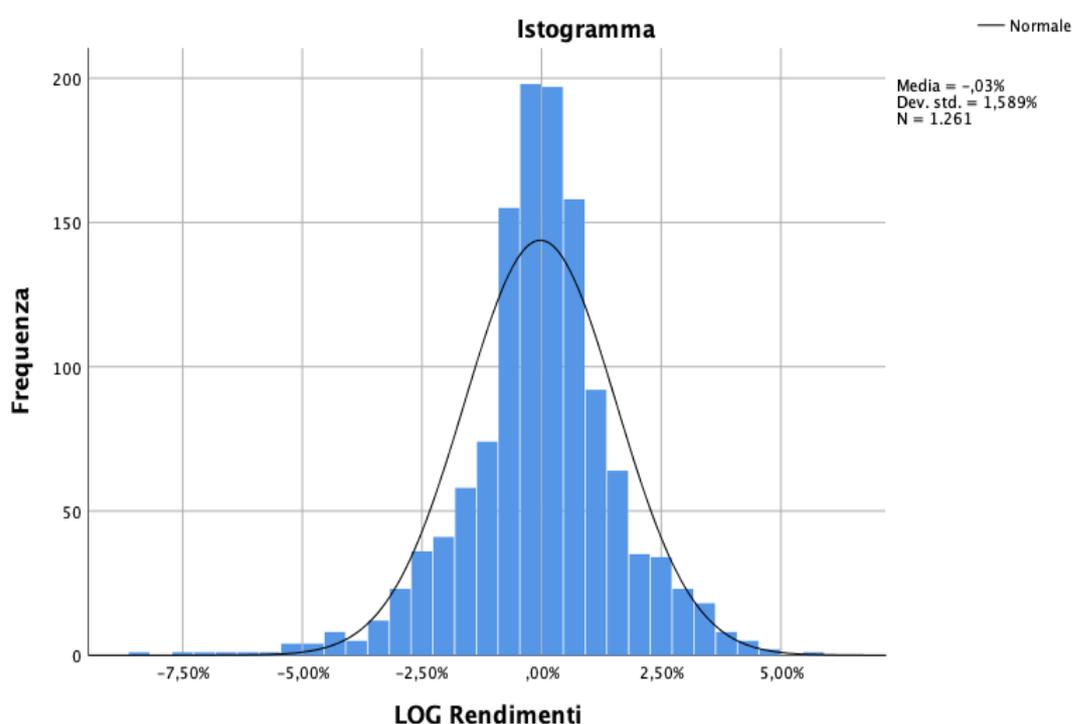


Figura 17 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente la distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | -0,0263% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,1141% |
| | | Limite superiore | 0,0615% |
| | Media ritagliata al 5% | 0,0009% | |
| | Mediana | 0,0306% | |
| | Varianza | 2,526 | |
| | Deviazione std. | 1,58940% | |
| | Asimmetria | -,456 | |
| | Curtosi | 2,261 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,079 | 1261 | ,000 | ,969 | 1261 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 18 - Analisi statistica descrittiva DAIGN

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, entrambi i test sono rispettati (per via di scostamenti trascurabili dai valori soglia), pertanto è possibile approssimare la distribuzione dei rendimenti del titolo DAIGN ad una normale, in modo da potere beneficiare di tutte semplificazioni del caso. Questi risultati sono rafforzati anche dalla presenza di caratteristiche descrittive della curva come l’asimmetria e la curtosi che rientrano nei valori ottimali e di riferimento di una Normale.

1.9 Deutsche Telekom AG (DTEGn)

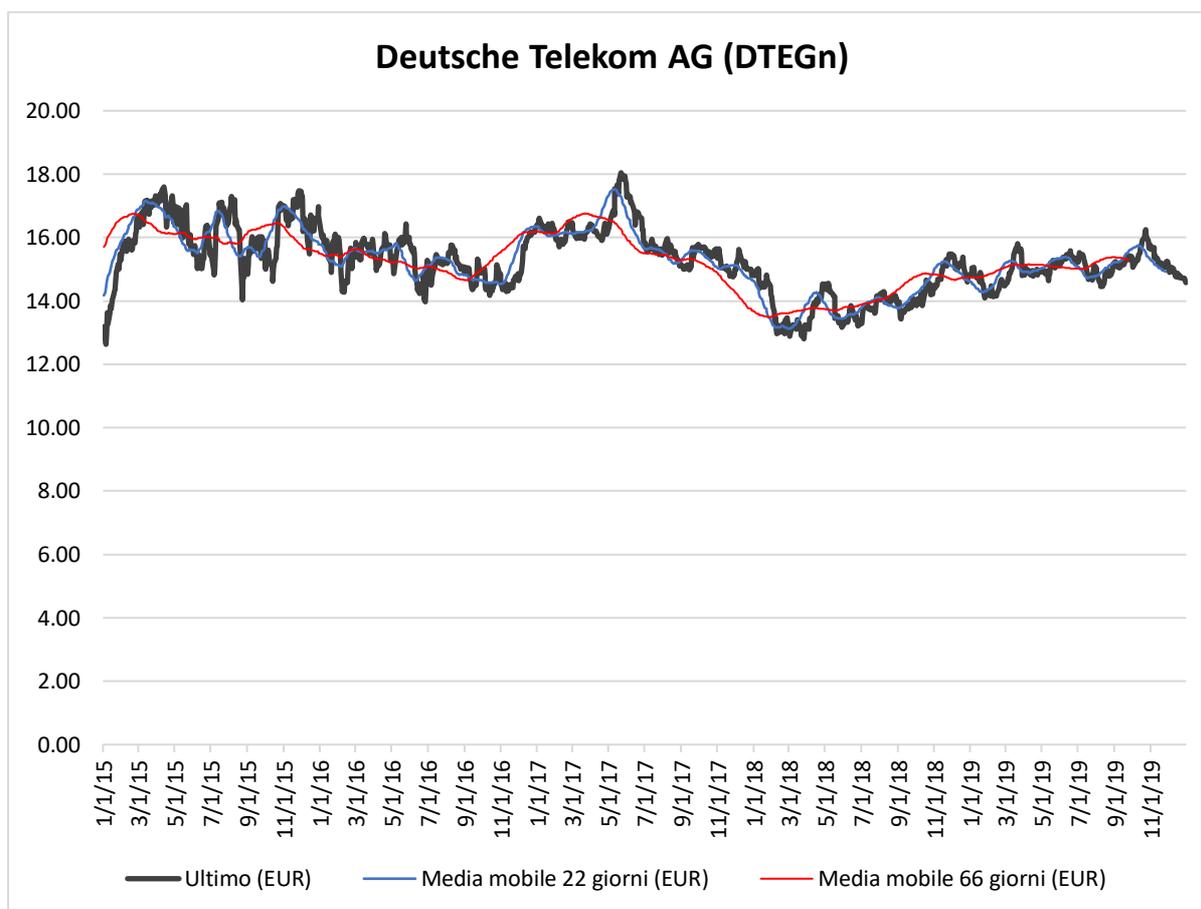


Figura 19 - Andamento prezzi titolo DTEGn con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del **Deutsche Telekom AG** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Deutsche Telekom è la più grande azienda di telecomunicazioni della Germania e d'Europa. Anche se Deutsche Telekom è una public company, lo Stato tedesco ne ha sempre controllato una importante quota azionaria: dal 2009 il 14,87% delle azioni appartengono allo Stato tedesco. Tutte le società controllate operano nei settori della telefonia fissa e mobile e dell'internet service e sono caratterizzate da un nome-marchio che inizia con "T- ". Si tratta di T-Home, che offre i servizi di telefonia fissa, T-Mobile, che si occupa della telefonia mobile, T-Online, che è un internet service provider, e T-Systems, che si occupa delle grandi utenze aziendali e comprende anche il dipartimento di ricerca e sviluppo. (ilsole24ore.com, s.d.)

L'andamento dei prezzi del titolo risulta piuttosto stabile nell'arco del lustro. Soltanto la finestra temporale da Dicembre 2016 a Marzo 2018 non presenta più la lateralità che invece ha

contraddistinto le contrattazioni nell'arco di tutto il lustro, con una resistenza di 17,31 € e un supporto di 14,04 €

Da Marzo 2018 in poi, il titolo ha subito una lenta e quasi costante crescita fino ad arrivare a valori di 14,57 € ad azioni di fine anno 2019.

Analizzato in prima battuta l'indice DTEGn da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

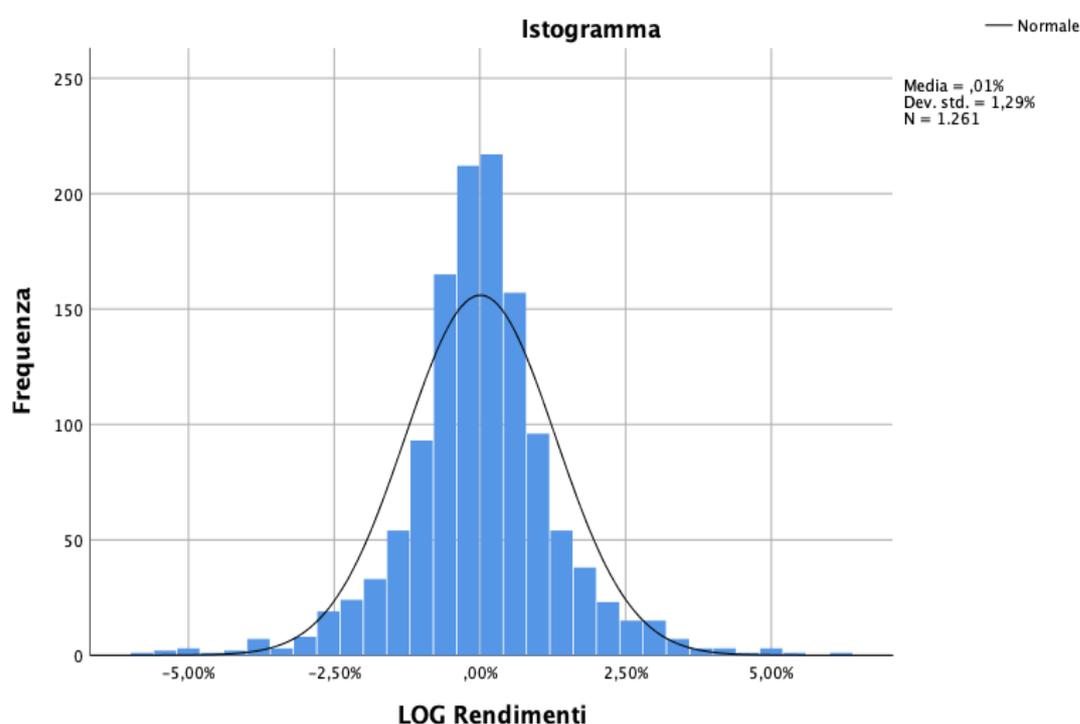


Figura 20 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente la distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | 0,0079% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,0633% |
| | | Limite superiore | 0,0792% |
| | Media ritagliata al 5% | 0,0073% | |
| | Mediana | 0,0000% | |
| | Varianza | 1,664 | |
| | Deviazione std. | 1,29003% | |
| | Asimmetria | -,005 | |
| | Curtosi | 2,818 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,071 | 1261 | ,000 | ,960 | 1261 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 21 - Analisi statistica descrittiva DTEGn

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

I dati mostrano come entrambi i test sono rispettati (per via di scostamenti trascurabili dai valori soglia soprattutto per il secondo test), pertanto è possibile approssimare la distribuzione dei rendimenti del titolo DTEGn ad una normale, in modo da potere beneficiare di tutte semplificazioni del caso. La distribuzione appare Normale sia perché perfettamente simmetrica ma anche poiché non accentuatamente leptocurtica.

1.10 Fresenius SE (FREG)

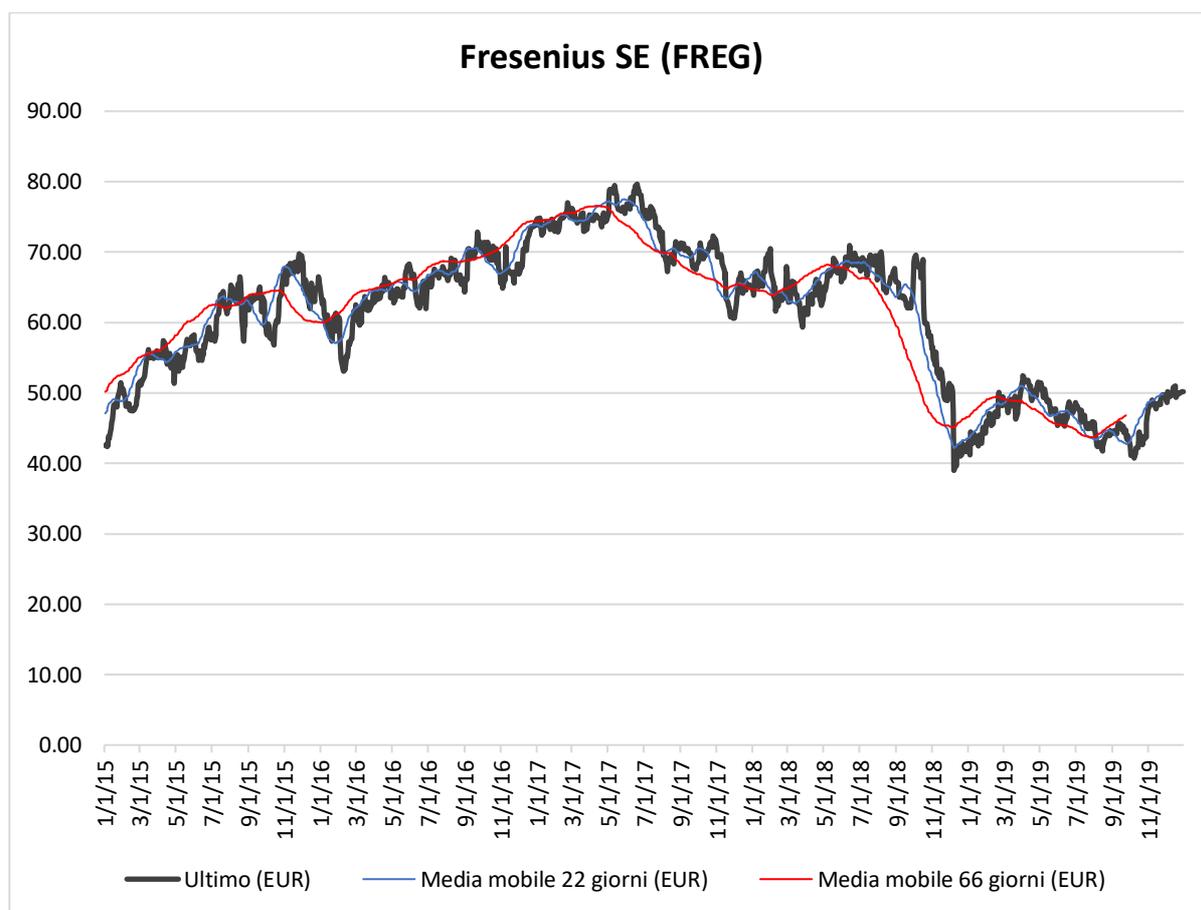


Figura 22 - Andamento prezzi titolo FREG con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del **Fresenius SE** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Fresenius SE & Co KGaA è un gruppo con sede in Germania che opera nell'assistenza sanitaria attraverso quattro segmenti di business. Il segmento Fresenius Medical Care gestisce una rete globale di cliniche per la dialisi, che forniscono trattamenti per pazienti con insufficienza renale cronica, oltre a offrire dializzatori, macchine per la dialisi e farmaci renali. Il segmento Fresenius Kabi è specializzato nella fornitura di farmaci a somministrazione per via endovenosa (farmaci IV), nutrizione clinica e terapie infusionali. Fresenius Helios gestisce ospedali privati, contando più di 130 strutture in Germania, tra cui ospedali di massima cura e centri di riabilitazione e, tramite Quironsalud, più di 80 ospedali e centri ambulatoriali e circa 300 centri occupazionali per la prevenzione del rischio in Spagna. Il segmento Fresenius Vamed opera a livello globale, gestendo progetti e fornendo servizi per l'assistenza sanitaria, tra cui sviluppo e

costruzione di strutture chiavi in mano, manutenzione e gestione operativa completa. (investing.com, s.d.)

Se si osserva attentamente il grafico, è possibile scorgere immediatamente il forte drop verificatosi tra il 15/10/2018 al 11/12/2018, che ha portato il titolo ai minimi storici (39,66 €). Questo evento ribassista prolungato è stato segnalato dall'incrocio delle medie mobili, ma si emerge chiaramente in questo caso uno dei difetti principali connessi con l'utilizzo di questi indicatori: il ritardo. L'incrocio si è verificato a fine Maggio 2018 mentre l'effettiva caduta di prezzo è avvenuta esattamente dopo 5 mesi. È evidente come chi sia entrato long sul titolo nei periodi precedenti il drop out, e abbia detenuto questa posizione fino alla fine dell'anno, abbia ottenuto la perdita della bellezza di un -42,45% Analizzato in prima battuta l'indice FREG da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

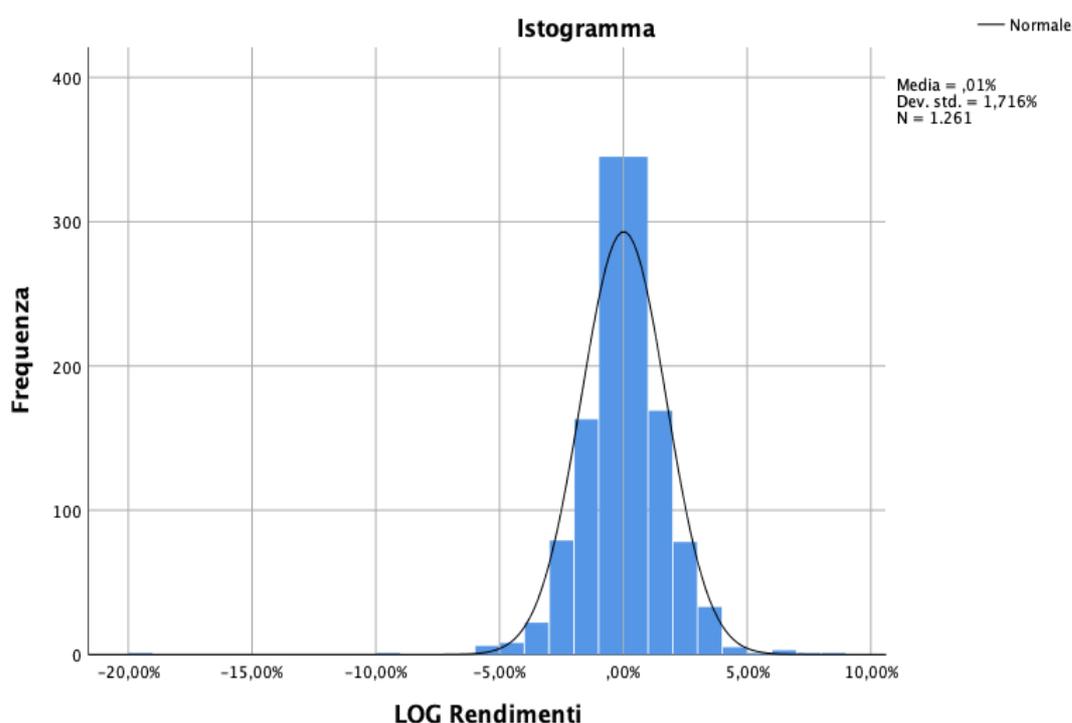


Figura 23 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente a distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

| Descrittive | | | Statistica |
|--------------------|--|------------------|------------|
| LOG Rendimenti | Medio | | 0,0131% |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,0817% |
| | | Limite superiore | 0,1079% |
| | Media ritagliata al 5% | | 0,0276% |
| | Mediana | | 0,0134% |
| | Varianza | | 2,944 |
| | Deviazione std. | | 1,71591% |
| | Asimmetria | | -1,131 |
| | Curtosi | | 14,805 |

| Test di normalità | | | | | | |
|--------------------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,064 | 1261 | ,000 | ,924 | 1261 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 24 - Analisi statistica descrittiva FREG

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, entrambi i test non sono rispettati, ma per via di scostamenti trascurabili rispetto ai valori soglia e considerando anche la variabile di errore, è possibile sostenere che la difformità da una distribuzione normale sia limitata.

1.11 Intesa Sanpaolo S.p.A. (ISP)

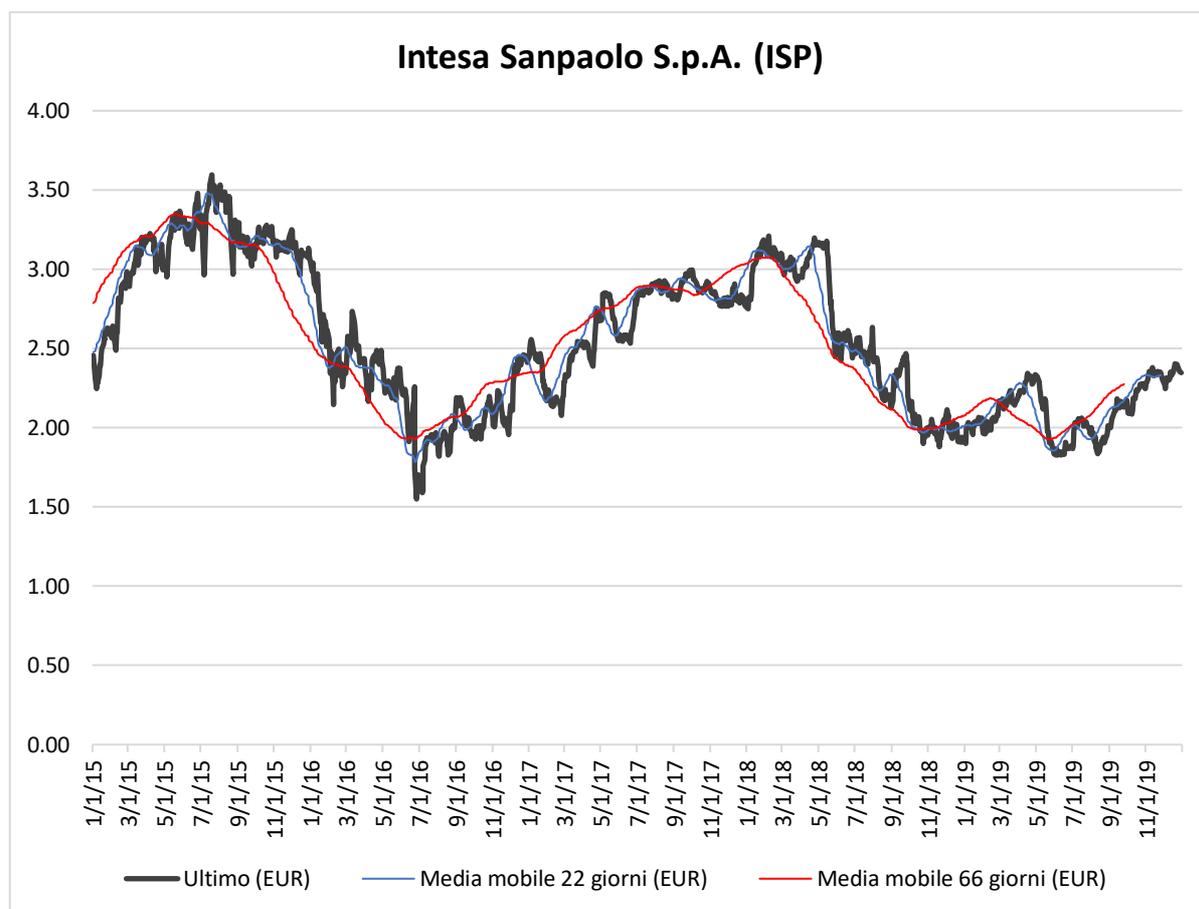


Figura 25 - Andamento prezzi titolo ISP con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del titolo **Intesa Sanpaolo S.p.A.** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Intesa Sanpaolo S.p.A. è una società di attività bancarie. I segmenti della Società comprendono la Banca dei Terra, Servizi bancari aziendali e di investimento, Banche sussidiarie internazionali, Gestione dei beni, Servizi bancari privati e Assicurazioni. La divisione la Banca dei Terra comprende le sue attività di raccolta di depositi e prestiti tradizionali. La divisione Servizi bancari aziendali e di investimento che si occupa delle attività bancarie aziendali, finanza pubblica e servizi bancari di investimento in Italia e all'estero. La divisione Banche Sussidiarie, che comprende le sue attività commerciali sui mercati internazionali attraverso la controllata e le banche associate principalmente coinvolte in attività bancarie al dettaglio. La divisione Servizi bancari privati, che fornisce a privati e individui di elevato valore netto specifici prodotti e servizi. La divisione Gestione dei beni, che offre soluzioni di gestione dei

beni. La divisione Assicurazione, che comprende le attività di Intesa Sanpaolo Vita S.p.A. e Fideuram Vita S.p.A. (investing.com, s.d.)

Valori massimi e minimi registrati per il titolo sono stati rispettivamente 3,60 € al 20/07/2015 e 1,55 € al 27/06/2016. Momenti salienti di ribasso o rialzo sono stati rispettivamente Luglio 2016 (con incrocio medie mobili avvenuto nel mese precedente) e Gennaio 2018 (in tal caso la media mobile veloce aveva tagliato al rialzo quella lenta in maniera sufficientemente anticipata rispetto all'effettiva performance poi verificatasi).

Analizzato in prima battuta l'indice ISP da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

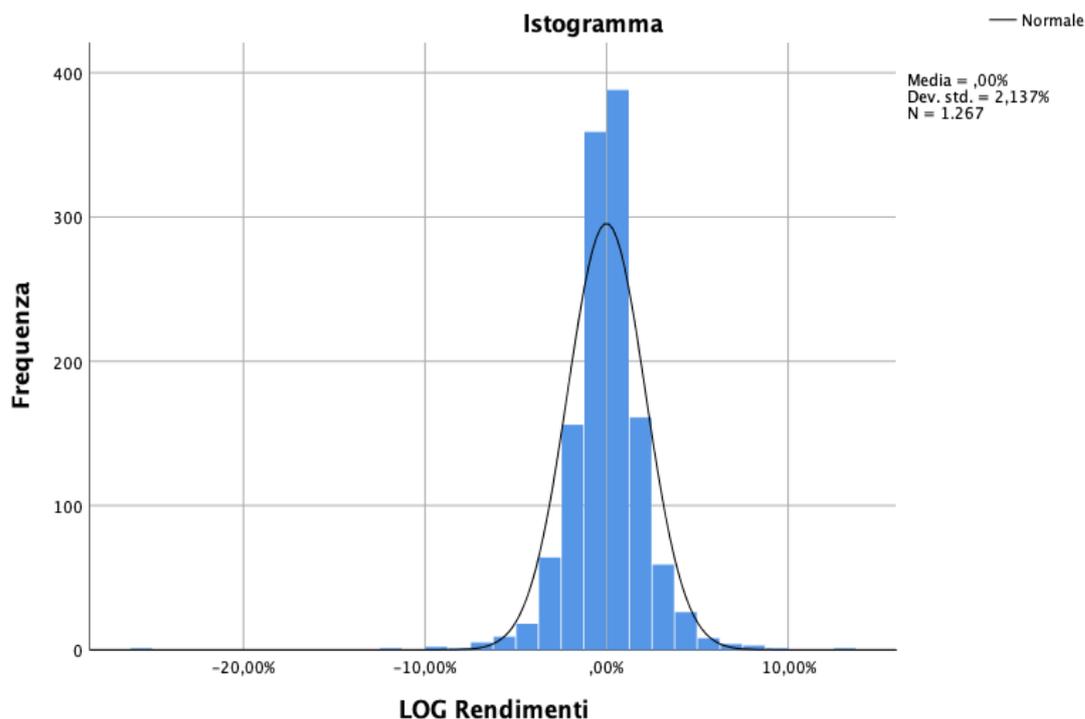


Figura 26 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente a distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | -0,0035% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,1213% |
| | | Limite superiore | 0,1143% |
| | Media ritagliata al 5% | 0,0054% | |
| | Mediana | 0,0000% | |
| | Varianza | 4,567 | |
| | Deviazione std. | 2,13715% | |
| | Asimmetria | -1,298 | |
| | Curtosi | 20,373 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,083 | 1267 | ,000 | ,891 | 1267 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 27 - Analisi statistica descrittiva ISP

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, entrambi i test non sono rispettati. Anche le caratteristiche morfologiche della distribuzione non consentono un’ approssimazione alla Normale. Ai fini delle applicazioni di Markowitz e Black-Littermann consideriamo la difformità dalla condizione di normalità limitata.

1.12 Munchener Ruck AG (MUVGn)

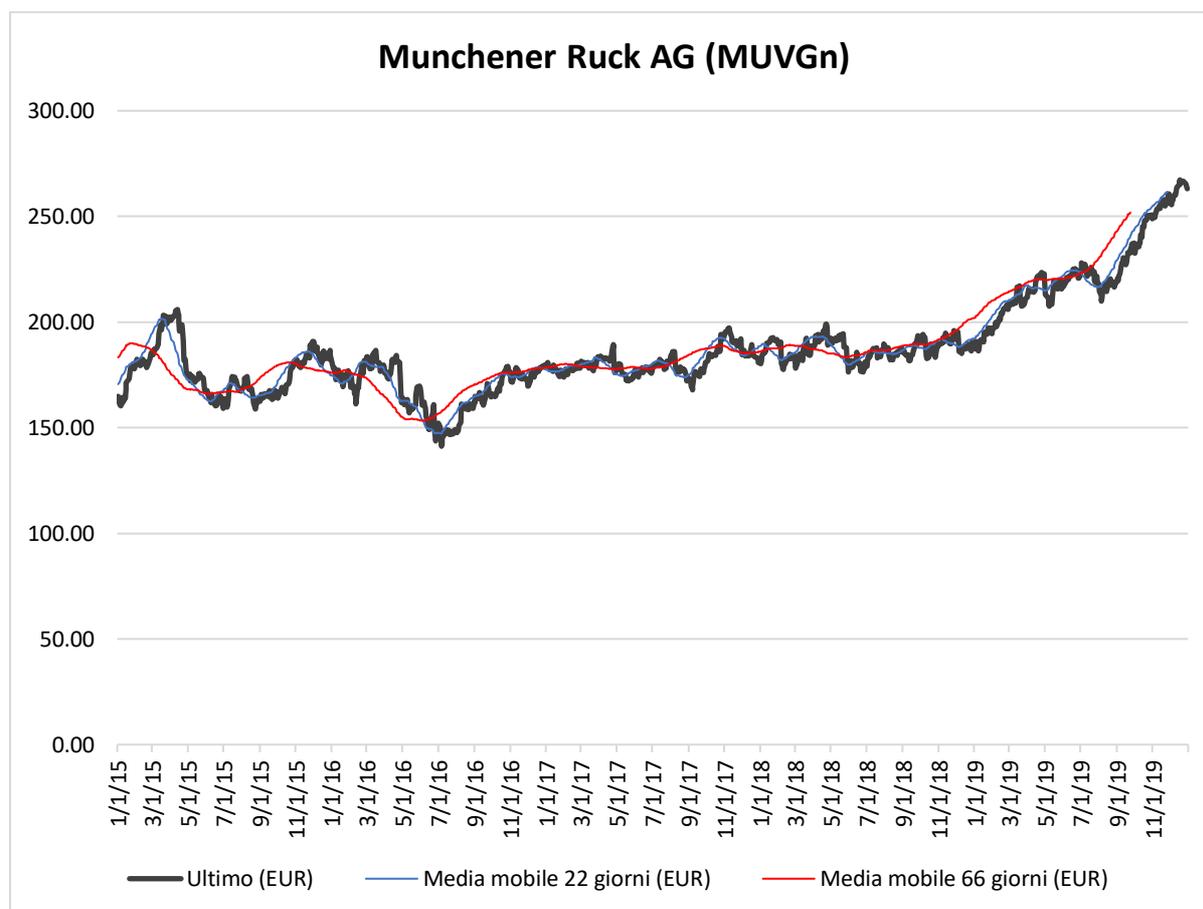


Figura 28 - Andamento prezzi titolo MUVGn con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del titolo **Munchener Ruck AG** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Munchener Ruck è un gruppo assicurativo tedesco, una delle maggiori compagnie del mondo. Con una rete di 5000 agenzie in 160 Paesi, i principali settori in cui opera sono l'assicurazione delle piattaforme petrolifere e dei danni derivanti da catastrofi naturali o da satelliti. Nel campo dell'assicurazione, la compagnia opera tramite Ergo, nato dalla fusione di Victoria, Dkv e Das. Il gruppo è attivo anche nell'asset management tramite Munigh Ergo AssetManagement GmbH (Meag). (il sole24ore.com, s.d.).

Se si osserva attentamente il grafico, è possibile scorgere che a partire da una resistenza piazzata a 141,20 € (Luglio 2016) il titolo sia andato sempre in rialzo, con piccole fasi, non significative, di ribasso. Questa performance è soprattutto giustificata dalla solidità del gruppo e dalle caratteristiche del settore stesso che difficilmente risente di forti scossoni. Nell'arco temporale tra Agosto e Dicembre 2019, c'è una fase bull del mercato che continua ancora oggi.

Analizzato in prima battuta l'indice MUVGn da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

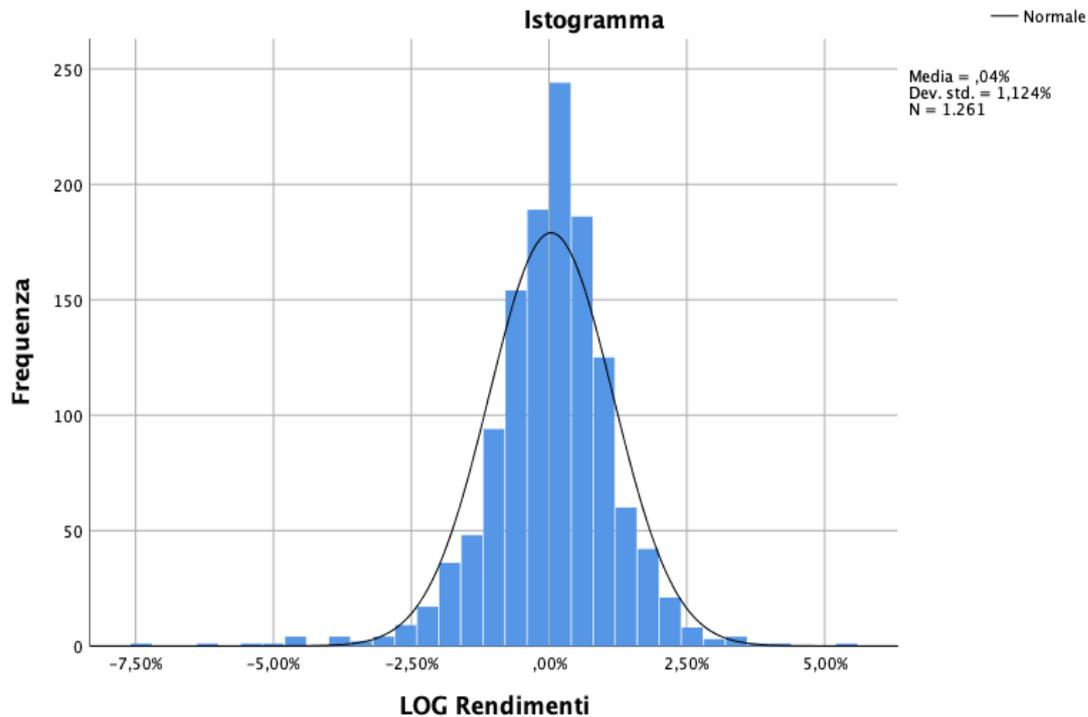


Figura 29 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente a distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | 0,0370% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,0250% |
| | | Limite superiore | 0,0991% |
| | Media ritagliata al 5% | 0,0632% | |
| | Mediana | 0,0963% | |
| | Varianza | 1,263 | |
| | Deviazione std. | 1,12387% | |
| | Asimmetria | -,687 | |
| | Curtosi | 4,336 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,060 | 1261 | ,000 | ,953 | 1261 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 30 - Analisi statistica descrittiva MUVGn

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, entrambi i test non sono rispettati, anche se le caratteristiche morfologiche della distribuzione potrebbero consentire un'approssimazione a una Normale. (curtosi non troppo distante da 3, così come i valori di skewness). Ai fini delle applicazioni di Markowitz e Black-Littermann consideriamo la difformità dalla condizione di normalità limitata.

1.13 Orange S.A. (ORAN)

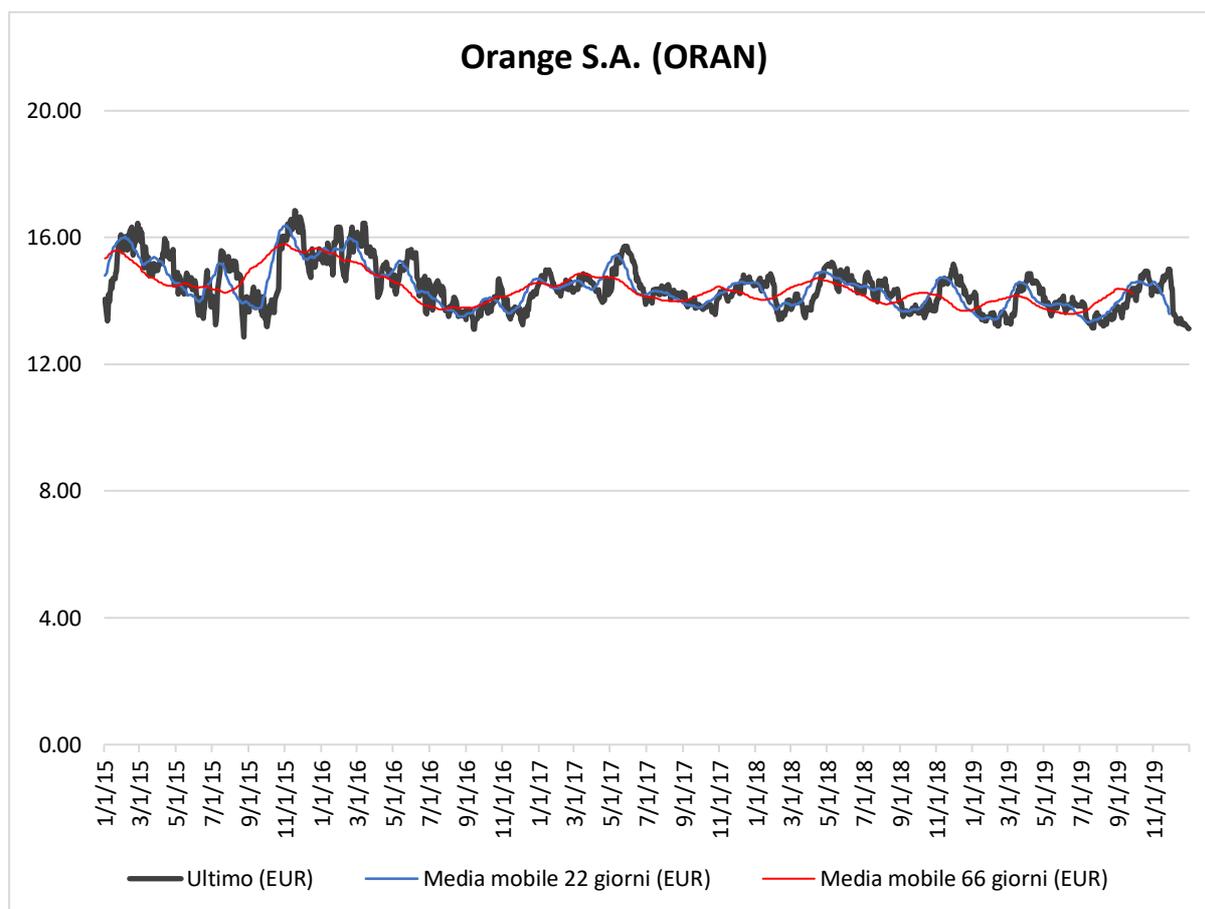


Figura 31 - Andamento prezzi titolo ORAN con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi di **Orange S.A.** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Orange S.A. è un operatore di telecomunicazioni multiservizio con sede in Francia. La Società gestisce sette segmenti: Francia, Spagna, Europa, Africa e Medio Oriente, Azienda, Vettori Internazionali e servizi condivisi, Orange Bank. La Francia comprende tutti i servizi di comunicazione fissa e mobile per i consumatori e le aziende, nonché i servizi per i vettori. La Spagna copre la rete fissa, la telefonia mobile e la fibra. L'Europa (Polonia, Belgio, Lussemburgo, Romania, Slovacchia e Moldavia) fornisce banda larga mobile e fissa ad alta velocità. Orange Bank offre servizi finanziari mobili. Orange SA è la società madre del gruppo Orange. (investing.com, s.d.)

Il grafico dei prezzi giornalieri del titolo possono confermare in maniera palese e certa le condizioni di un mercato laterale, con i valori che da Maggio 2016 a Dicembre 2019 sono contenuti e bloccati all'interno di un range specifico identificato da un supporto e una resistenza

ben definita e facilmente osservabile dal grafico. Non è necessario rilevare pertanto fasi di ribasso piuttosto che di rialzo poiché non hanno avuto poi grandi influenze sull'attuale quotazione del titolo (Dicembre 2019) che risulta essere di 13,12 €, frutto di una flessione solo nell'ultimo mese.

Analizzato in prima battuta il titolo ORAN da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

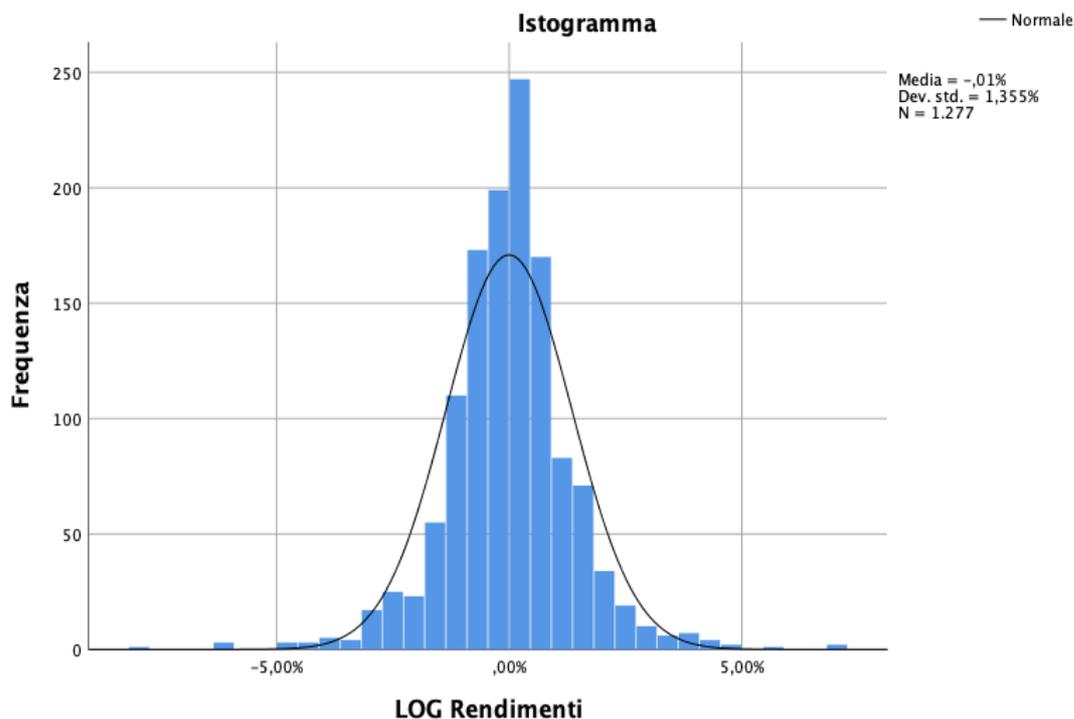


Figura 32 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente a distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | -0,0054% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,0798% |
| | | Limite superiore | 0,0689% |
| | Media ritagliata al 5% | 0,0001% | |
| | Mediana | 0,0000% | |
| | Varianza | 1,835 | |
| | Deviazione std. | 1,35460% | |
| | Asimmetria | -,059 | |
| | Curtosi | 3,990 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,066 | 1277 | ,000 | ,953 | 1277 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 33 - Analisi statistica descrittiva ORAN

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, i test sono accettabili a meno di scostamenti non altamente significativi (per via anche dell’agire del margine di errore); pertanto è possibile approssimare la distribuzione dei rendimenti del titolo francese ORAN ad una normale, in modo da potere beneficiare di tutte semplificazioni del caso.

1.14 Sanofi S.A. (SASY)

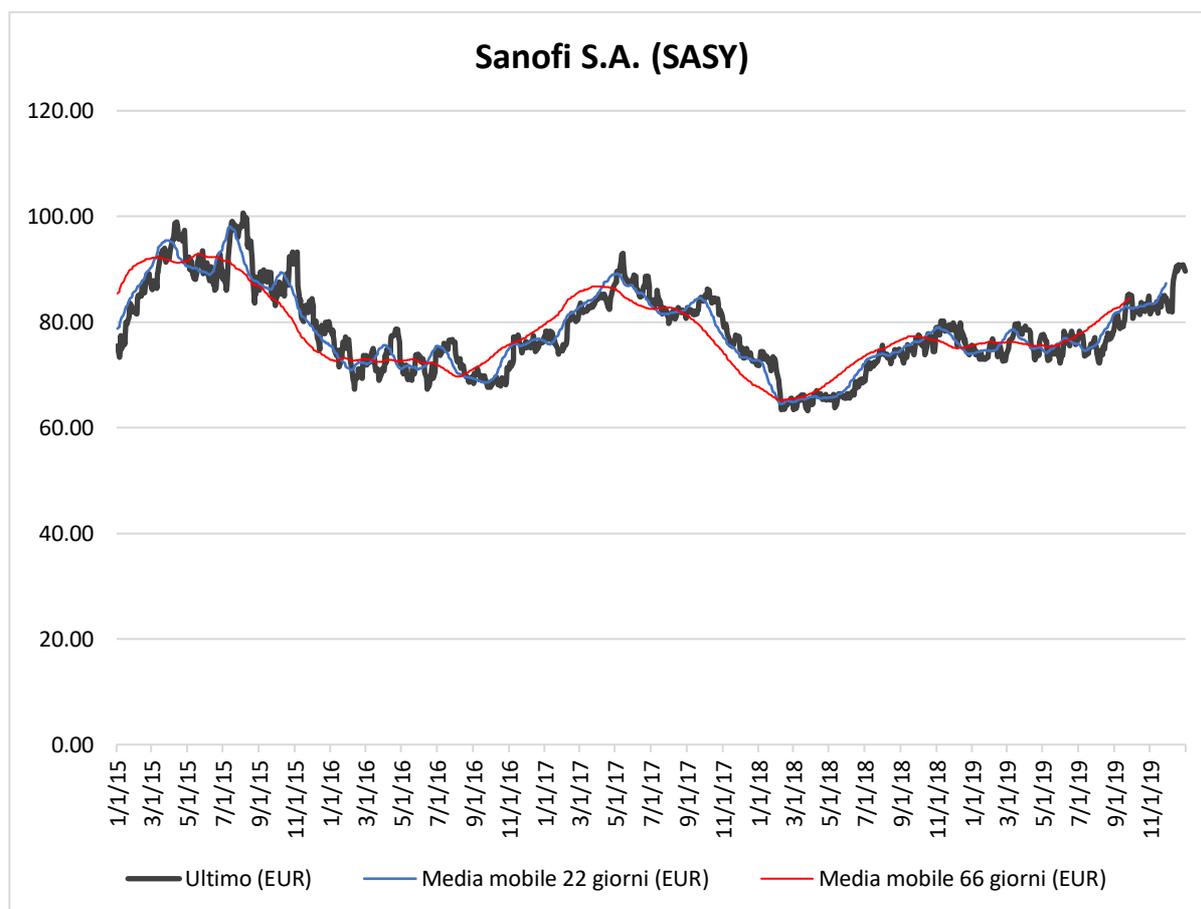


Figura 34 - Andamento prezzi titolo SASY con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi di **Sanofi S.A.** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Sanofi S.A. è una società di assistenza sanitaria impegnata nella ricerca, nello sviluppo, nella produzione e commercializzazione di soluzioni terapeutiche. Le divisioni della Società sono Farmaci, Vaccini umani (vaccini) e Altro. La divisione Farmaci comprende la gestione di diversi franchising, tra cui Speciality Care (Malattie rare, Sclerosi multipla, e Oncologia), Diabete e cardiovascolare, Prodotti da prescrizione affermati, Assistenza sanitaria al consumatore e generici, e ricerca e sviluppo. Il segmento Vaccini è dedicato ai vaccini e comprende la gestione commerciale della divisione per i vaccini Sanofi Pasteur, ricerca dedicata e sviluppo, produzione e attività di marketing per le operazioni riguardanti i vaccini. (investing.com, s.d.)

Se si osserva accuratamente il grafico, è possibile scorgere nell'arco temporale tra il 06/07/2016 e il 27/07/2016 una fase fortemente rialzista, testimoniata da un puntuale incrocio sul grafico

della media mobile a 22 giorni che interseca al rialzo quella a 66 giorni, con una performance nel periodo di +9,79%. Una buona fase in cui entrare long nel mercato con acquisto in blocco di questo titolo, con guadagni tramite ricorso al capital gain.

Analizzato in prima battuta l'indice SASY da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

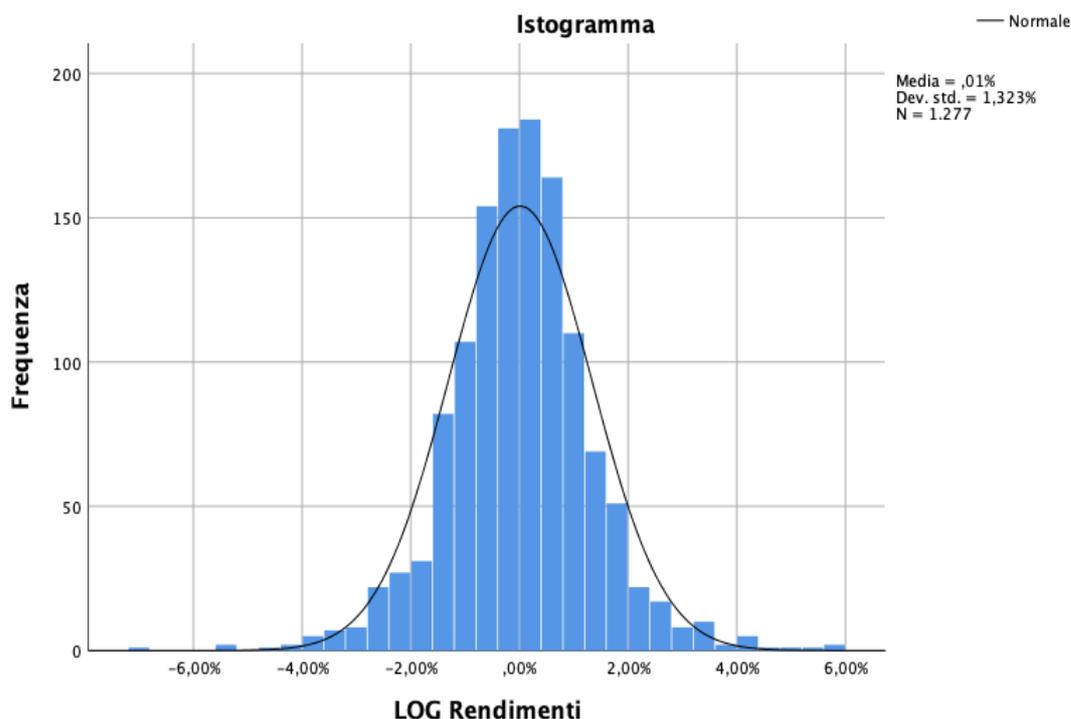


Figura 35 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente la distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | 0,0135% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,0591% |
| | | Limite superiore | 0,0861% |
| | Media ritagliata al 5% | 0,0102% | |
| | Mediana | 0,0000% | |
| | Varianza | 1,749 | |
| | Deviazione std. | 1,32261% | |
| | Asimmetria | ,016 | |
| | Curtosi | 2,235 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,046 | 1277 | ,000 | ,977 | 1277 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 36 - Analisi statistica descrittiva SAS

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

La figura 36 mostra come entrambi i test, così come le descrittive della distribuzione statistica dei log rendimenti, soddisfano e quindi approssimano perfettamente la distribuzione a una normale. Non sono state dunque necessarie alcuna approssimazione forzata.

1.15 Société Générale S.A. (SOGN)

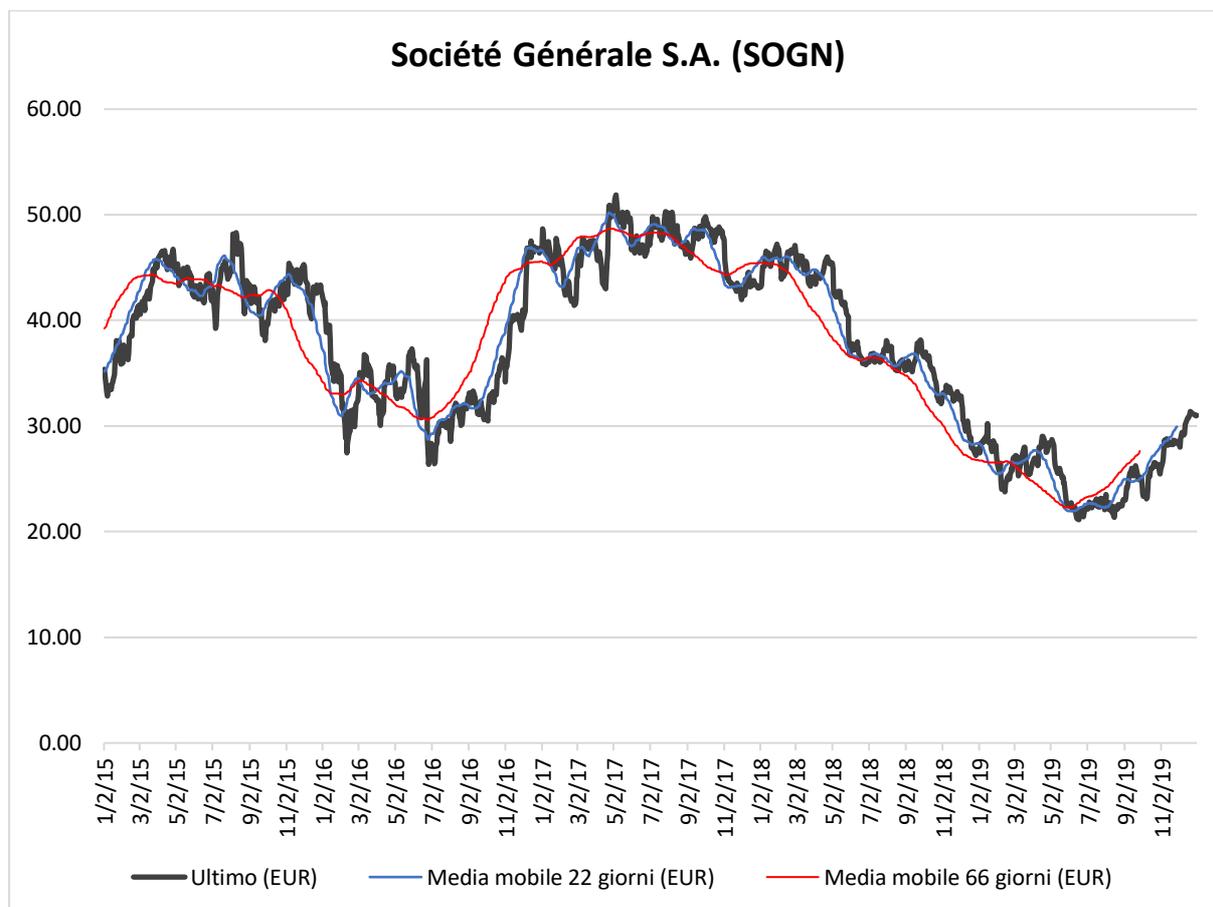


Figura 37 - Andamento prezzi titolo SOGN con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi del titolo **Société Générale S.A.** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Société Générale è un gruppo bancario francese attivo nei settori corporate e investment banking, asset management, factoring, credito al consumo, noleggio a lungo termine e leasing. Opera sul suolo francese con due marchi principali: Société Générale e Crédit du Nord. Quotato alle Borse di Parigi, Londra e Milano, l'istituto ha all'attivo 22,5 milioni di clienti, una rete bancaria distribuita in 30 Paesi del mondo e offre i suoi servizi finanziari a 42 nazioni. (ilsole24ore.com, s.d.)

Osservando il plot è possibile a primo impatto notare la forte oscillazione dei prezzi. Non è sorprendente come risultato, considerando che il titolo possiede un valore β che è il più elevato nel portafoglio e dunque anche la posizione dell'investitore non è così facilmente tutelata, soprattutto nel medio-lungo periodo.

Fasi ribassiste a cui hanno fatto seguito fasi di short sono Gennaio-Febbraio 2016 (non testimoniata tempestivamente dall'incrocio tra le medie mobili) e Giugno-Luglio 2016. Al contrario importanti momenti rialzisti sono stati da Ottobre-Dicembre 2016 e recentemente Ottobre-Dicembre 2019 attestandosi a un valore finale di 30,98 €.

Analizzato in prima battuta l'indice SOGN da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

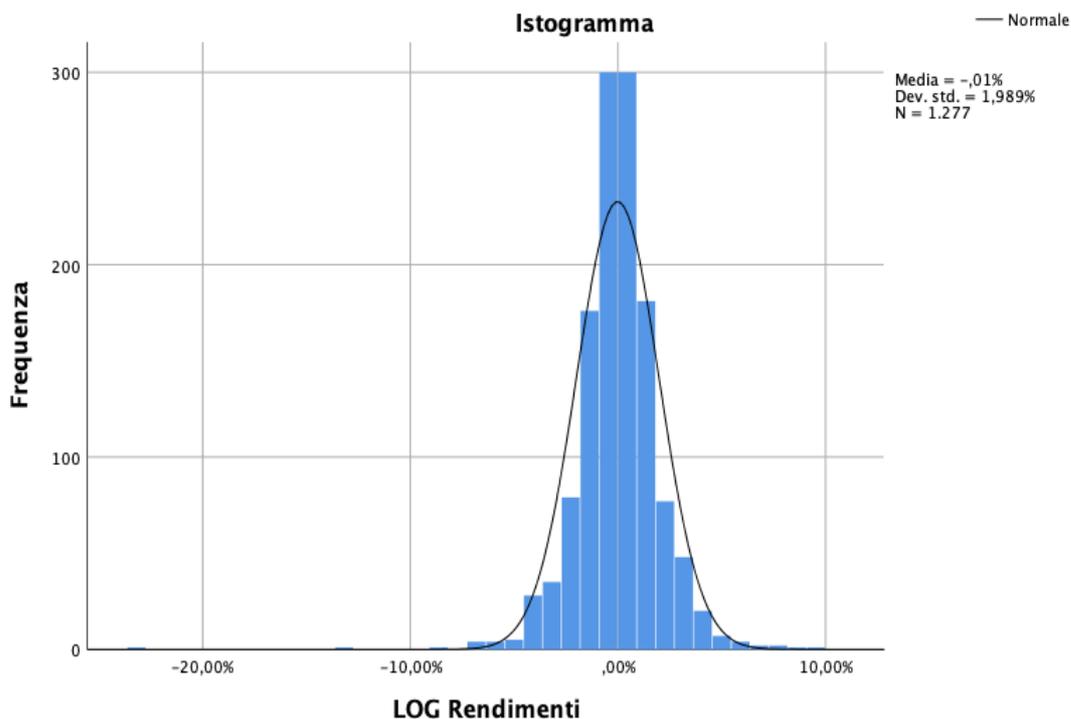


Figura 38 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente a distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | -0,0103% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,1195% |
| | | Limite superiore | 0,0990% |
| | Media ritagliata al 5% | 0,0093% | |
| | Mediana | 0,0000% | |
| | Varianza | 3,957 | |
| | Deviazione std. | 1,98929% | |
| | Asimmetria | -1,345 | |
| | Curtosi | 16,811 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,075 | 1277 | ,000 | ,907 | 1277 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 39 - Analisi statistica descrittiva SOGN

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, entrambi i test non sono rispettati. Anche le caratteristiche morfologiche della distribuzione non consentono un'approssimazione alla Normale. Ai fini delle applicazioni di Markowitz e Black-Litterman consideriamo la difformità dalla condizione di normalità limitata.

1.16 Telefonica S.A. (TEF)

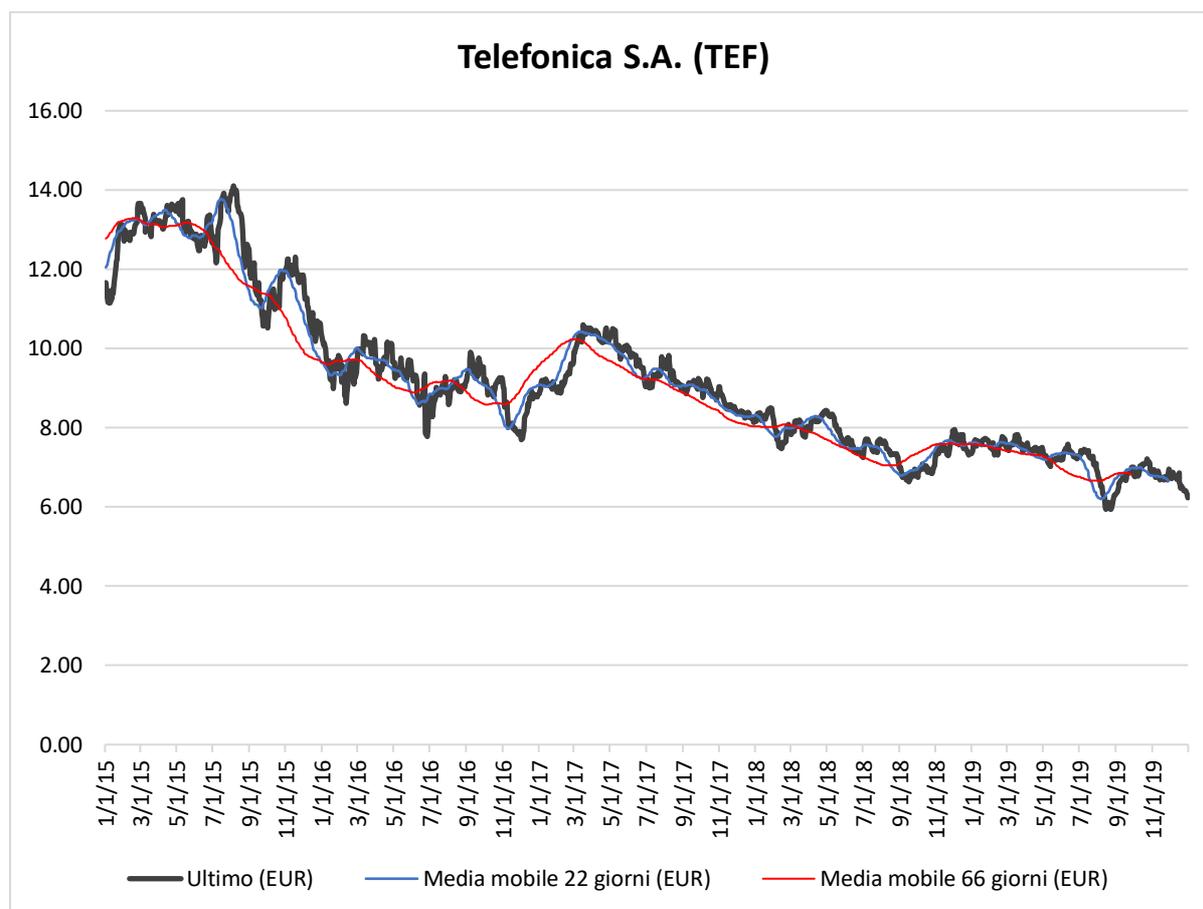


Figura 40 - Andamento prezzi titolo TEF con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi di **Telefonica SA** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Telefonica Sa è un provider spagnolo di telecomunicazioni e banda larga, attivo principalmente in Europa, in America Latina e in Asia. La società ha sede principale a Madrid, in Spagna ed opera attraverso le sussidiarie Telefónica Europe, Telefónica de España, Telefónica Móviles, Telecomunicações de São Paulo, Terra Networks e Vivi Sa.

Nel settore delle telecomunicazioni è il quinto gruppo al mondo per capitalizzazione di mercato e il sesto nella classifica dell'Eurostoxx 50. (ilsole24ore.com, s.d.)

Se si osserva attentamente il grafico, è possibile scorgere diverse fasi ribassiste consecutive tra loro: Agosto-Settembre 2015, Novembre 2015-Gennaio 2016 ed un'altra che da Maggio 2017 si è prolungata fino a Dicembre 2019, intervallata di diverse fasi di stabilità e lateralità del titolo.

Analizzato in prima battuta il titolo TEF da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

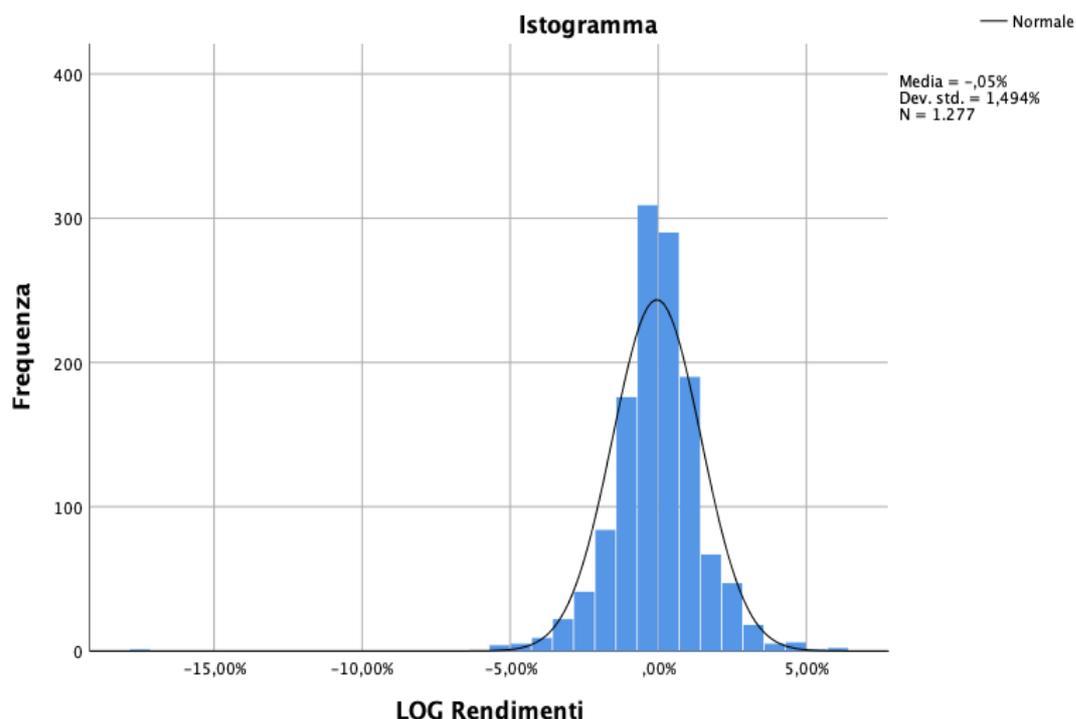


Figura 41 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente la distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | -0,0491% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,1312% |
| | | Limite superiore | 0,0329% |
| | Media ritagliata al 5% | -0,0326% | |
| | Mediana | -0,0401% | |
| | Varianza | 2,233 | |
| | Deviazione std. | 1,49427% | |
| | Asimmetria | -1,260 | |
| | Curtosi | 15,741 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,066 | 1277 | ,000 | ,923 | 1277 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 42 - Analisi statistica descrittiva TEF

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, se il primo test è accettabile per scostamenti non altamente significativi per via anche dell’agire del margine di errore, per quanto riguarda il secondo test, quest’ultimo non rispetta le soglie prestabilite: una spiegazione plausibile è da attribuire alla elevata volatilità dei rendimenti dovuti a momenti di eccessiva euforia e non, da parte degli investitori; pertanto è possibile approssimare la distribuzione dei rendimenti del titolo TEF ad una normale, in modo da potere beneficiare di tutte semplificazioni del caso.

1.17 Volkswagen AG (VOWG)

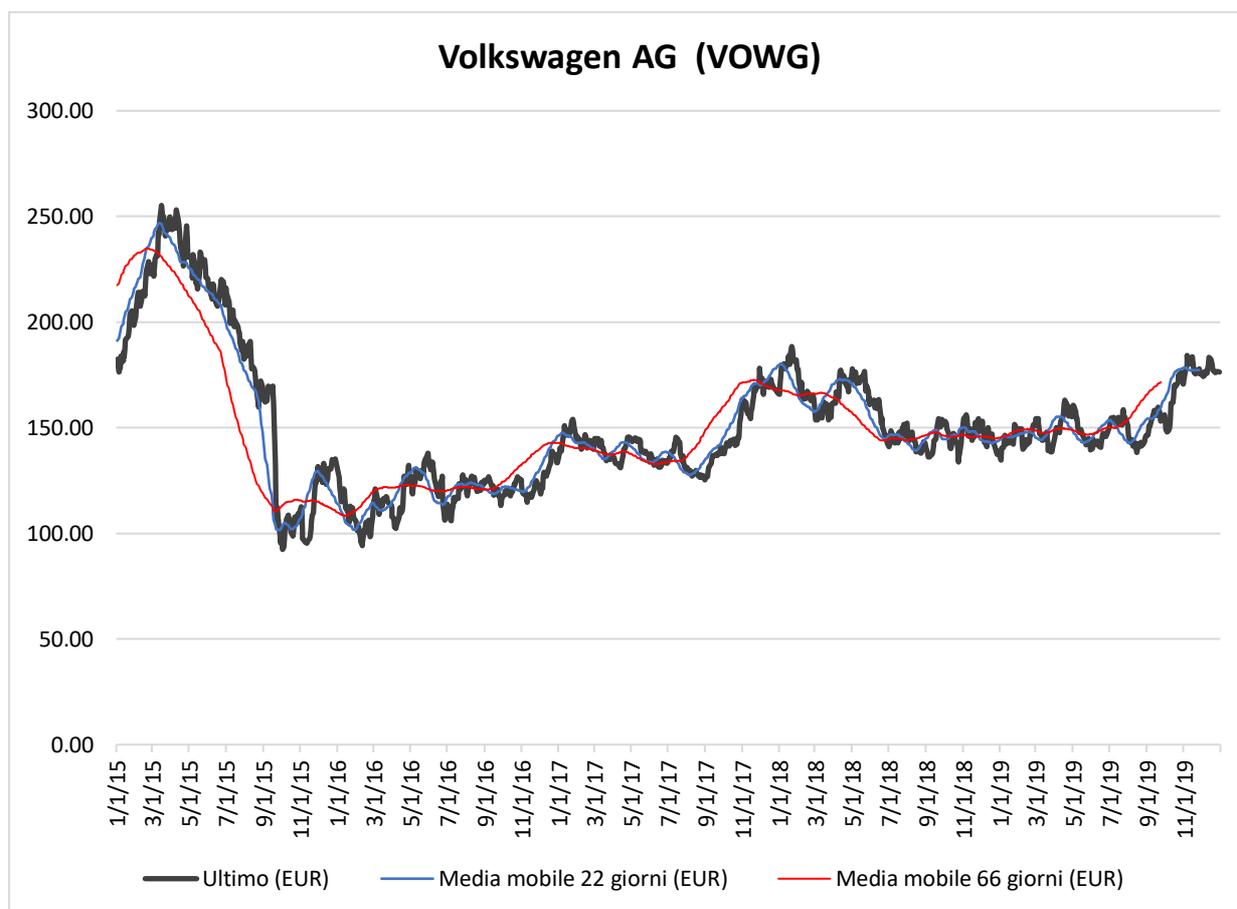


Figura 43 - Andamento prezzi titolo VOWG con medie mobili a 22 e 66 giorni

Il grafico in alto dimostra l'andamento dei prezzi di **Volkswagen Ag** nel quinquennio che va dal 01/01/2015 al 31/12/2019.

Volkswagen Group Ag è uno dei più grandi gruppi automobilistici sia a livello europeo che mondiale, quotato alla Borsa di Francoforte.

La casa tedesca, con sede principale a Wolfsburg, comprende i marchi Volkswagen, Audi, Seat, Škoda Auto, Bentley, Lamborghini, Ducati, Bugatti, Porsche, Italdesign Giugiaro e vanta partecipazioni azionarie in Scania Ab, Suzuki e MAN SE. (ilsole24ore.com, s.d.)

Il periodo di crisi che ha attraversato il titolo è stato da Aprile-Ottobre 2015. È da ricordare come il settore dell'automotive è molto sensibile a notizie, cambiamenti e scossoni che avvengono anche a mercati che sono anche indirettamente correlati a quello automobilistico stesso. Inoltre, anche lo scandalo diesel-gate è concomitante con il pesante drop del valore azionario del titolo che si registra precisamente nel periodo dal 18/09/2015 al 8/10/2015, con opzioni di vendite, se non di short selling, molto accentuate in quel periodo. Dopodiché il titolo

non ha più subito variazioni importanti e acute se non fisiologiche cambiamenti di prezzo come ad esempio da luglio a dicembre 2019, raggiungendo gli attuali 176,24 € ad azione.

Analizzato in prima battuta l'indice VOWG da un punto di vista delle performance generali, si è poi proceduto al calcolo dei Log rendimenti e alla determinazione delle variabili statistiche rilevanti. Di seguito vengono riportati i valori dei dati con la rappresentazione della distribuzione dei rendimenti e il test di normalità della stessa, ottenuti in ambiente SPSS:

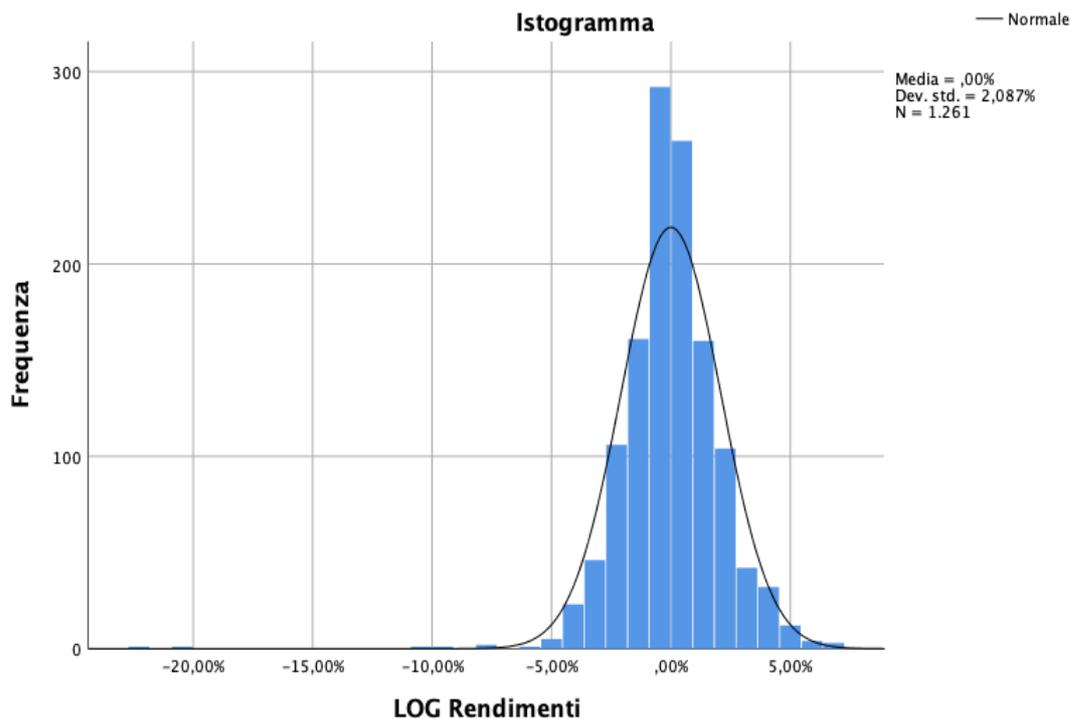


Figura 44 - Distribuzione dei log-rendimenti

La seguente figura mostra la distribuzione dei log-rendimenti che a primo impatto sembra essere normale: per determinare effettivamente ciò, sono necessarie ulteriori parametri quali asimmetria e curtosi, i quali poi insieme al test di normalità ci permetteranno di capire se effettivamente a distribuzione è approssimabile ad una normale.

Nella seguente tabella sono riportati i dati di riferimento:

Descrittive

| | | Statistica | |
|----------------|--|------------------|----------|
| LOG Rendimenti | Medio | -0,0028% | |
| | 95% di intervallo di confidenza per la media | Limite inferiore | -0,1181% |
| | | Limite superiore | 0,1125% |
| | Media ritagliata al 5% | 0,0138% | |
| | Mediana | -0,0441% | |
| | Varianza | 4,355 | |
| | Deviazione std. | 2,08677% | |
| | Asimmetria | -1,713 | |
| | Curtosi | 17,966 | |

Test di normalità

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------------|---------------------------------|------|-------|--------------|------|-------|
| | Statistica | gl | Sign. | Statistica | gl | Sign. |
| LOG Rendimenti | ,060 | 1261 | ,000 | ,900 | 1261 | ,000 |

a. Correzione di significatività di Lilliefors

Figura 45 - Analisi statistica descrittiva VOWG

Calcolati tutti i parametri necessari è possibile effettuare il test di normalità che consta di due parti: la prima riguarda quello di “Kolmogorov-Smirnov”, in cui il valore statistico deve essere inferiore a 0,07; la seconda invece fa riferimento a “Shapiro-Wilk” in cui il valore statistico deve essere contenuto nel range [0,97;1].

Come si evince dai dati, se il primo test è completamente accettabile, per quanto riguarda il secondo test, per scostamenti non altamente significativi per via anche dell’agire del margine di errore pertanto è possibile ritenerlo accettato: approssimare la distribuzione dei rendimenti ad una normale, in modo da potere beneficiare di tutte semplificazioni del caso, è cosa giusta.

2. I Mercati Finanziari

2.1 Cenni sui mercati finanziari

I mercati finanziari sono i "luoghi" virtuali dove è possibile acquistare o vendere strumenti e servizi finanziari (azioni, obbligazioni, derivati, quote di fondi ecc.). Una primaria distinzione è fra:

- **mercato primario** – dove investitori, normalmente istituzionali, sottoscrivono le azioni appena messe in circolazione (ad esempio quando una società emette nuove azioni o in seguito a una prima quotazione sul mercato, IPO) facendo pervenire denaro direttamente alla società.
- **mercato secondario** – rappresentato dai **mercati finanziari** (ad esempio la *Borsa*) dove si acquistano titoli da chi li ha già sottoscritti e in cui la società inizialmente emettrice, non è più coinvolta nella transazione.

Un'altra suddivisione è possibile farla sulla base delle **funzioni dei mercati finanziari**: esse sono il trasferimento delle risorse finanziarie e dei rischi, la formazione dei prezzi, la produzione di informazioni sugli operatori e strumenti finanziari, la semplificazione degli scambi e il contenimento dei costi di transazione.

2.2 Efficienza dei mercati finanziari

Le funzioni dei mercati finanziari sono classificabili in base a tre diverse categorie di **efficienza**: efficienza allocativo-funzionale, efficienza informativa e efficienza tecnico-operativa.

L'informazione nel mondo finanziario ha un valore. Acquisirla ha, dunque, un costo. Gli operatori che riescono ad acquisire informazioni e a trarne profitto sono i cosiddetti *Trader Informati*, i quali guadagnano sottraendo valore ai "Trader non informati" (o *noise traders*).

Attraverso l'attività di compravendita operata dai *Trader Informati*, i prezzi si muovono e rispecchiano le informazioni usate per svolgere analisi e produrre previsioni.

Comprando e vendendo titoli sui mercati finanziari, i trader segnalano l'esistenza di informazioni positive e negative riguardanti un certo strumento finanziario e, in questo senso,

i mercati finanziari formano dei prezzi in maniera efficiente. Quindi il mercato è efficiente dal punto di vista informativo se consente una corretta formazione dei prezzi e una più affidabile raccolta delle informazioni su strumenti e operatori finanziari.

Circa al grado di efficienza informativa, che è quella di rilevante importanza ai fini della definizione di andamento casuale (*random walk*, paragrafo 2.3) si denota la formalizzazione di tre gradi di efficienza proposta dal Nobel per l'economia **Eugene Fama** nel 1970:

- **Efficienza informativa debole:** i prezzi di mercato rispecchiano solo le informazioni contenute nei prezzi passati, nessun trader che non abbia ulteriori informazioni può trarre vantaggio da questa situazione, soprattutto se cerca di operare usando analisi statistiche o grafici che tutti gli altri operatori potrebbero utilizzare. La maggior parte dei mercati finanziari hanno un'efficienza informativa debole.
- **Efficienza informativa semi-forte:** i prezzi di mercato rispecchiano sia le informazioni racchiuse nei prezzi passati che le informazioni pubbliche: oltre ai nuovi bilanci o alle notizie dei giornali anche i tweet sono informazioni pubbliche perché tutti possono accedervi e operare sui mercati di conseguenza. Solo chi detiene informazioni private può trarre vantaggio in questa situazione, perché le informazioni private non sono racchiuse nei prezzi. I mercati finanziari sono efficienti in forma semi-forte per quanto riguarda informazioni facilmente reperibili, ma non per dati pubblici difficili da processare se non con tecniche sofisticate.
- **Efficienza informativa forte:** i prezzi di mercato rispecchiano tutte le informazioni concernenti il titolo finanziario, siano esse informazioni private o pubbliche. In questi mercati nessuno può fare profitti soltanto partecipando agli scambi perché i valori reali degli strumenti scambiati sono conosciuti da tutti. Sono pochi i mercati che mostrano efficienza informativa forte.

Eugene Fama definì un mercato finanziario efficiente quello in cui i prezzi dei titoli quotati rispecchiano sempre e pienamente le informazioni disponibili. Secondo tale ipotesi, quindi, un investitore qualsiasi non può pensare di battere regolarmente il mercato nonostante l'applicazione di un meticoloso lavoro di analisi e studio di esso. È meglio invece operare con una strategia passiva, detenendo semplicemente il portafoglio di mercato, mediante la tecnica del Buy and Hold, che apparentemente sembrerebbe l'unico metodo per battere il mercato (performance trading, s.d.).

A onore di cronaca bisogna anche citare che, allo stato attuale, l'evidenza empirica sembrerebbe tuttavia indicare che i mercati spesso non sono efficienti, neanche in forma debole. In particolare, numerosi lavori, prevalentemente basati sulla metodologia di event study avrebbero individuato strategie di trading che conseguono rendimenti in eccesso rispetto al mercato, basate sull'informazione contenuta nei prezzi passati; ciò sarebbe ovviamente incompatibile con l'ipotesi di efficienza dei mercati. Nella seguente trattazione, verrà mostrato come non tutti i rendimenti dei titoli analizzati rispettano la teoria dell'efficienza dei mercati (debole), ma nonostante ciò vengono, solo a titolo puramente ipotetico, citate alcune motivazioni circa il motivo dietro questo aspetto: non vengono presentati studi e approfondimenti sulla metodologia degli event study.

2.3 La teoria del “Random walk”

L'idea di base del processo random walk (“passeggiata aleatoria”) è che il valore di una serie all'istante t sia pari al valore dell'istante $t-1$ più un valore imprevedibile, casuale.

Tale teoria fonda i suoi presupposti sull'ipotesi dell'efficienza dei mercati, che presuppone un'elevata trasparenza delle notizie finanziarie riguardanti le aziende, che diventano così accessibili alla maggior parte degli investitori. Secondo questa ipotesi, dunque, il prezzo attuale di uno strumento finanziario rappresenta una buona stima del suo valore intrinseco e la quotazione di mercato rispecchia già tutte le notizie disponibili. (traderpedia.it, s.d.)

Pertanto, i movimenti dei prezzi e dei rendimenti non seguono alcun trend o regolarità, quindi i movimenti passati non possono essere usati per fornire previsioni certe future (performance trading, s.d.).

In base a questo modello, quindi, vi è uguale probabilità che la variazione nel tempo sia positiva o negativa: una previsione il più possibile attendibile del prezzo all'istante successivo può essere fatta solo in base al prezzo corrente poiché, dato che l'andamento non è regolare, i movimenti fatti registrare nel passato non danno indicazioni valide per le previsioni future (treccani, s.d.).

2.3.1 La teoria del “Random Walk”: approccio matematico

Prima di analizzare in dettaglio la costruzione e l'interpretazione dell'approccio quantitativo della teoria del random walk, è necessario introdurre brevemente alcune definizioni fondamentali per la trattazione. Si supponga di lavorare con dati ordinati nel tempo, ovvero una serie storica. Si noti inoltre che le seguenti formulazioni sono tratte dal testo *Santi & Bee*, 2013.

Definizione 2.1 (Processo Stocastico) Un processo stocastico è una famiglia di variabili casuali $\{X_t: t \in T\}$ indicizzate da un insieme T , comunemente interpretato come “tempo”.

Si consideri una realizzazione x_1, x_2, \dots di un processo stocastico discreto, vale a dire un processo in cui $T = \{t_1, t_2, \dots\}$ è un insieme discreto. Una questione fondamentale alla quale siamo interessati è se le osservazioni sono o meno autocorrelate. Se la risposta è negativa, infatti, si ha un primo indizio a favore dell’ipotesi che il processo stocastico sia puramente casuale, cioè composto da osservazioni iid⁵.

Definizione 2.2 (Random Walk) Sia $\{\epsilon_t\}$ un processo stocastico discreto a componenti indipendenti ed identicamente distribuite (processo iid) aventi valore atteso nullo e varianza finita pari a σ^2 . Il processo stocastico $\{X_t\}$ definito come:

$$(2.1) \quad X_t = \sum_{j=0}^t \epsilon_j$$

(con $\epsilon_0 = 0$) è un random walk.

Ci basta calcolare la varianza del processo (2.1) per verificare che esso non è stazionario, infatti:

$$\text{var}(X_t) = \text{var} \left(\sum_{j=0}^t \epsilon_j \right) = \sum_{j=0}^t \text{var} (\epsilon_j) = \sum_{j=1}^t \sigma^2 = \sigma^2 t,$$

e quindi la varianza del processo non è indipendente dal tempo.

Se si formula la (2.1) nel seguente modo:

$$(2.2) \quad X_t = X_{t-1} + \epsilon_t$$

⁵ iid: processi o dati indipendentemente ed identicamente distribuiti.

è possibile rilevare con maggiore immediatezza la presenza del trend stocastico nel processo $\{X_t\}$, infatti si nota che le innovazioni (fattore casuale) \mathcal{E}_t contribuiscono a determinare il valore del processo $\{X_t\}$ ad ogni stadio t senza mai attenuare nel tempo il loro effetto a causa del fatto che il coefficiente del termine autoregressivo X_{t-1} è pari ad uno. Si avrebbe infatti che, se la (2.2) potesse essere espressa in questo modo:

$$(2.3) \quad X_t = \varphi X_{t-1} + \mathcal{E}_t$$

dovrebbe essere a questo punto evidente che un modo per sottoporre a test statistico la presenza di una radice unitaria in una serie storica consiste nel verificare l'ipotesi che il coefficiente φ dell'equazione (2.3) sia pari ad uno. **Il test di Dickey e Fuller** è basato su questo principio e prevede che la stima sia effettuata su una trasformazione della (2.3):

$$(2.4) \quad \Delta X_t = \gamma X_{t-1} + \mathcal{E}_t,$$

con $\gamma = \varphi - 1$.⁶ Si ha così che i sistemi di ipotesi formulabili sono:

$$\begin{array}{ccc} \left\{ \begin{array}{l} \text{Hp}_0 : \gamma = 0 \\ \text{Hp}_1 : \gamma \neq 0 \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \text{Hp}_0 : \gamma = 0 \\ \text{Hp}_1 : \gamma < 0 \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \text{Hp}_0 : \gamma = 0 \\ \text{Hp}_1 : \gamma > 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Le cui ipotesi alternative individuano rispettivamente **l'assenza di radice unitaria, la stazionarietà e l'esplosività del processo.**

2.3.2 Verifica della teoria del "Random Walk"

A partire dalla trattazione teorica del random walk pocanzi illustrata, si vuole ora dimostrare che, a partire dalle serie storiche dei principali indici raccolti, quest'ultimi soddisfano la suddetta teoria per cercare di giungere a definirli mercati che presentano un grado di efficienza debole.

⁶ Per ottenere l'equazione (2.4) dalla (2.3) basta sottrarre a quest'ultima X_{t-1} da entrambi i lati sostituendo in seguito ΔX_t a $(X_t - X_{t-1})$ ed il coefficiente γ a $(\varphi - 1)$.

Per facilità di analisi, si è preferito seguire l'impostazione del libro "Finanza quantitativa con R" (Santi & Bee, 2013) e pertanto nelle regressioni effettuate sono stati considerati i rendimenti logaritmici⁷. Si registra che le analisi sono state effettuate con la presenza di quattro *Lag*⁸ di diversa durata pari a uno, tre, cinque e dieci periodi (valore 1 affinché si studi l'assenza di correlazione tra i rendimenti del periodo t e $t-1$, 3 tra t e $t-3$, 5 tra t e $t-5$, 10 tra t e $t-10$).

Inoltre, il test delle ipotesi scelto, tra i tre possibili, per verificare che il coefficiente γ sia nullo e che il processo in questione risulti essere un processo stocastico (quindi casuale) è il seguente:

$$\begin{cases} \text{Hp}_0 : \gamma = 0 \\ \text{Hp}_1 : \gamma \neq 0 \end{cases}$$

dove l'ipotesi nulla **Hp₀** rappresenta il modello stocastico in cui si avrebbe **radice unitaria** del coefficiente autoregressivo poiché il termine γ renderebbe valida la (2.4) (in cui si manifesterebbe l'assenza di correlazione tra i rendimenti all'istante t e quelli dell'istante passato considerato), affermando pertanto la definizione di random walk del processo in esame. Viceversa, l'ipotesi alternativa **Hp₁**, come già citato, individua l'assenza di radice unitaria, quindi l'esistenza di un walk non casuale.

Si consideri, inoltre, un livello di significatività del test pari ad $\alpha = 5\%$.

I risultati ottenuti saranno illustrati di seguito in una tabella, identicamente per tutti gli indici presi in considerazione in questa trattazione, dove il valore dell'intercetta, così come per gli altri mercati, assumerà un valore prossimo o in un intorno vicino allo zero, come difatti ci aspettava, in modo che si possa giungere alla (2.4). L'attenzione quindi ricadrà sull'analizzare il risultato del coefficiente di X_{t-1} , X_{t-3} , X_{t-5} e X_{t-10} e i loro rispettivi p-value (valore di significatività), in modo da potere condurre il test delle ipotesi e analizzare i risultati con opportune considerazioni.

⁷ Log rendimenti: $\text{Log}\left(\frac{P(t)}{P(t-1)}\right)$, dove per $P(t)$ si intende il prezzo del relativo indice all'istante t .

⁸ Lag: ritardo con cui si manifestano gli effetti delle misure monetarie o fiscali (garzantilinguistica, s.d.). In questo caso la misura di riferimento sono i Log rendimenti.

2.3.3 Allianz SE (ALVG)

Tabella 2 - Valori regressione ALVG

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | 0,000314564 | 0,000361164 | 0,870973396 | 0,383937131 |
| X(t-1) | 0,014780743 | 0,028346636 | 0,521428471 | 0,602161359 |
| X(t-3) | 0,015364889 | 0,02832231 | 0,542501269 | 0,587570639 |
| X(t-5) | -0,05179033 | 0,028361975 | -1,826048084 | 0,068083197 |
| X(t-10) | 0,018956149 | 0,028193489 | 0,672359105 | 0,501480271 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo Allianz

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,014780743 con un p-value dell'60,21%. Si noti come il termine γ (valore "Coefficienti" relativo a X_{t-1}) è prossimo a zero, valore che sposerebbe la teoria esposta fino ad ora e difatti dimostrerebbe l'ipotesi di moto casuale dell'andamento dei rendimenti. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p > \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi non può essere rifiutata. In altre parole, i dati osservati, relativi ai Log rendimenti del titolo in questione, non sono statisticamente significativi tali da poter rigettare l'ipotesi nulla.

Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p0} non è rifiutabile, come il processo in analisi sia a radice unitaria e quindi soddisfi la (2.4) e pertanto l'assenza di correlazione (ossia indipendenza) tra i rendimenti di due periodi differenti, ossia del periodo corrente t e $t-1$.

Lo stesso identico ragionamento e conclusione si può condurre anche per gli altri tre lag considerati: in tutti e tre i casi, il p-value $> \alpha = 5\%$, con rispettivamente valori del 58,75%, 6,81%, 50,15%. Soltanto per il lag pari a 5 periodi l'ipotesi di random walk è molto più "debole" rispetto agli altri due lag, siccome presenta un valore prossimo al livello di significatività del 5%, ma viene comunque rispettata e valorizzata.

Quanto pocanzi dedotto lascia presagire come la definizione di random walk riformulata come la (2.2) sia soddisfatta e che quindi il titolo Allianz rispetti il grado di efficienza debole dei mercati, escludendo dunque ogni possibilità di poter prevedere in anticipo possibili trend o andamenti del titolo sulla base dei risultati passati, almeno facendo fede ai log rendimenti degli ultimi 5 anni considerando time bucket di al massimo 10 giorni.

2.3.4 Axa S.A. (AXAF)

Tabella 3 - Valori regressione AXAF

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-Value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | 0,000193569 | 0,000440038 | 0,439890924 | 0,660091431 |
| X(t-1) | 0,06802665 | 0,028026313 | 2,427242233 | 0,015353289 |
| X(t-3) | -0,021358307 | 0,02791932 | -0,765000989 | 0,444413984 |
| X(t-5) | -0,063236756 | 0,027980005 | -2,260069472 | 0,023986806 |
| X(t-10) | -0,019702741 | 0,027811303 | -0,708443667 | 0,478800615 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo Axa S.A.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,06802665 con un p-value dell'1,53%. Si noti come il termine γ (valore in corrispondenza della colonna "Coefficienti" per X_{t-1}) non è così prossimo a zero rispetto al caso analizzato precedentemente, valore che sposerebbe la teoria per cui si rileva un'assenza di random walk per lag pari a 1 periodo. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p < \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi può essere rifiutata. In altre parole, si sta cercando di dire come i dati osservati, relativi ai Log rendimenti del titolo Axa, sono statisticamente significativi tali da portare a rigettare l'ipotesi nulla. Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p_0} è rifiutabile, come il processo in analisi non sia a radice unitaria e quindi non soddisfi la (2.4) e pertanto giustifichi la presenza di correlazione (se pur piccola, ossia pari al 0,068) tra i rendimenti di due periodi differenti distanti un trading day.

Bisogna però cercare di contestualizzare e successivamente comprendere le eventuali cause che hanno potuto portare ad un risultato che si presta ad uscire dalle normali aspettative che si erano presupposte; questo perché, quando si parla di modelli che cercano di spiegare perfettamente la realtà, per lo più una realtà complessa e in continua evoluzione come quella dei mercati finanziari, bisogna pur sempre considerare la presenza di errori e l'influire di variabili esogene. A tal proposito una variabile che potrebbe distorcere il modello matematico è senz'altro l'emotività e la psicologia di coloro i quali risultano essere gli attori principali coinvolti nei mercati. I movimenti dei mercati sono influenzati da una miriade di variabili come, tra le tante, anche la psicologia delle masse, (vedasi le bolle speculative) e in particolare quelli azionari a

differenza di quelli del credito (ossia con riferimento ai titoli di stato) sono molto più suscettibili a informazioni, informazioni di risultati aziendali e caratteristiche del settore di appartenenza. In finanza si evidenzia che la formazione del prezzo di una azione è indipendente dal precedente prezzo di mercato per quella azione, e che la storia dei prezzi di quella azione non costituisce un indicatore affidabile per i prezzi futuri di lungo periodo della medesima.

Per il titolo Axa in particolare, la presenza di una spiccata debolezza nella struttura stocastica dei log rendimenti, tali da renderli instabili, suggerisce che l'ipotesi di random walk per lag pari a 1 e 5 periodi (ossia 1 giorno e una settimana di trading day) sia violata, mentre non sia violata per lag pari a 3 e 10 periodi.

Questo duplice outcome è testimonianza di come non sussiste una stabilità nei rendimenti logaritmici, soprattutto per i titoli azionari (indipendentemente se big o small firm), che consentano sul lungo periodo, come i 5 anni analizzati nella trattazione, che i prezzi passati possano influenzare quelli futuri e in che misura. Risulta infatti piuttosto scettica la visione per cui se il random walk è verificato per almeno un lag temporale, allora esso lo sia anche per altri lag: si è visto, proprio in concomitanza con il titolo Axa, come tali ipotesi è confutabile e che soprattutto solitamente sono più numerosi i lag in cui non vale il Random Walk che quelli in cui invece è valido.

2.3.5 Banco Santander (SAN)

Tabella 4 - Valori regressione SAN

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | -0,00036541 | 0,000531577 | -0,687406799 | 0,491952721 |
| X(t-1) | 0,028016193 | 0,028098558 | 0,997068687 | 0,318922306 |
| X(t-3) | 0,008116531 | 0,028065541 | 0,28919918 | 0,772476459 |
| X(t-5) | -0,068612618 | 0,028126962 | -2,439389574 | 0,014849088 |
| X(t-10) | -0,023429243 | 0,027329299 | -0,857293954 | 0,391445217 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo Banco Santander. Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,028016193 con un p-value dell'31,89%. Si noti come quindi questo termine γ , è in un intorno prossimo a zero, valore che sposerebbe la teoria esposta fino ad ora e difatti dimostrerebbe l'ipotesi di moto casuale dell'andamento dei rendimenti. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una

concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p > \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi non può essere rifiutata. In altre parole, i dati osservati, relativi ai Log rendimenti giornalieri del titolo spagnolo, non sono statisticamente significativi tali da portare a rigettare l'ipotesi nulla.

Quindi se si uniscono entrambe le valutazioni, queste ci portano a dire come il valore del parametro γ sia, da un punto di vista statistico, accettabile dato che non vi sono dati che permetterebbero di dire l'opposto. Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p0} non è rifiutabile, come il processo in analisi sia a radice unitaria e quindi soddisfi la (2.4) e pertanto l'assenza di correlazione tra i rendimenti di due periodi differenti.

Quanto poc'anzi dedotto lascia presagire come la definizione di random walk riformulata come la (2.2) sia soddisfatta e che quindi il titolo della banca spagnola rispetti il grado di efficienza debole dei mercati, tra l'altro non solo per lag pari a 1, ma anche per a 3 e 10. Questa forte insensibilità dei prezzi futuri non predicibili con quelli passati (almeno nel breve periodo) può anche essere il frutto di un settore, quello bancario, su cui è molto basato l'Unione Europea e tutti gli stati facenti parte. Questo sistema bank-based giustifica, secondo una mia osservazione personale, una stabilità e una totale indipendenza tra prezzi passati e futuri e quindi denota l'impossibilità di attuare alcuna tipologia di test o di trovare a tutti i costi un effetto che possa confutare il rispetto, da parte del titolo Banco Santander, del principio di efficienza debole dei mercati.

2.3.6 BAYER AG (BAYGn)

Tabella 5 - Valori regressione BAYGn

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | -0,000438337 | 0,000478727 | -0,91563048 | 0,360037905 |
| X(t-1) | 0,028328216 | 0,028281525 | 1,001650927 | 0,316706695 |
| X(t-3) | 0,019155344 | 0,028277479 | 0,677406366 | 0,498273915 |
| X(t-5) | -0,054807259 | 0,028248996 | -1,94014894 | 0,052586976 |
| X(t-10) | -0,033478541 | 0,028099122 | -1,19144441 | 0,233706062 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo BAYER AG.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,028281525 con un p-value dell'31,67%. Si noti come dunque questo termine, assimilabile a γ , è in un intorno prossimo a zero, valore che sposerebbe la teoria esposta fino ad ora e difatti dimostrerebbe l'ipotesi di moto casuale dell'andamento dei rendimenti. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p > \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi non può essere rifiutata. In altre parole, si sta cercando di dire come i dati osservati, relativi ai Log rendimenti del presente titolo, non sono statisticamente significativi tali da portare a rigettare l'ipotesi nulla.

Quindi se si uniscono entrambe le valutazioni, queste ci portano a dire come il valore del parametro γ sia, da un punto di vista statistico, accettabile dato che non vi sono dati che permetterebbero di dire l'opposto. Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p_0} non è rifiutabile, come il processo in analisi sia a radice unitaria e quindi soddisfi la (2.4) e pertanto l'assenza di correlazione tra i rendimenti di due periodi differenti.

Lo stesso modus operandi è applicabile anche agli altri tre lag temporali, da cui è possibile ottenere lo stesso risultato teorico.

Quanto poc'anzi dedotto lascia presagire come la definizione di random walk riformulata come la (2.2) sia soddisfatta e che quindi il titolo dell'industria delle "aspirine" rispetti il grado di efficienza debole dei mercati.

2.3.7 Bayerische Motoren Werke AG (BMW)

Tabella 6 - Valori regressione BMW

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | -0,000187673 | 0,00043147 | -0,434960959 | 0,663666089 |
| X(t-1) | 0,088090848 | 0,028174588 | 3,126606414 | 0,001809283 |
| X(t-3) | 0,043509757 | 0,028058438 | 1,550683472 | 0,121231501 |
| X(t-5) | -0,078789768 | 0,028202735 | -2,79369241 | 0,005290812 |
| X(t-10) | -0,01913043 | 0,02797216 | -0,683909643 | 0,494159392 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo su citato.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,088090848 con un p-value del 0,18%. Si noti come il termine γ è tutt'altro che prossimo a zero, valore che dunque non porterebbe a sposare a primo acchito la teoria esposta di moto casuale dell'andamento dei rendimenti. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p < \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica è più che sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi può essere rifiutata. In altre parole, si sta cercando di dire come i dati osservati, relativi ai Log rendimenti del titolo in questione, non sono statisticamente significativi tali da portare a rigettare l'ipotesi nulla.

Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p_0} è rifiutabile, come il processo in analisi non sia a radice unitaria e pertanto la presenza di correlazione, anche piuttosto marcata, tra i rendimenti di due periodi differenti, in questo caso t e $t-1$. Lo stesso risultato è rappresentativo anche per il caso con un lag pari a 5 periodi (trading day). Anche i numeri, circa il coefficiente γ e il p-value sono simili rispetto al caso su citato.

Quanto poc'anzi dedotto lascia presagire come la definizione di random walk riformulata come la (2.2) non sia soddisfatta e che quindi il titolo tedesco non rispetti il grado di efficienza debole dei mercati per lag pari a 1 e 5 trading day.

A sostegno dei risultati ottenuti, è possibile osservare, dai dati sui prezzi plottati nel paragrafo 1.7, una evidenza empirica (se pur non molto marcata e ripetuta) a sostegno di una plausibile inefficienza del mercato finanziario del titolo BMW: si può percepire, dall'anno 2017 in poi, una "January Effect", ossia una tendenza dei rendimenti ad essere più alti nel mese di gennaio di ogni anno fino al 2019. (traderlink.it, s.d.)

Il "January Effect" rientra tra una più vasta serie di cosiddette "calendar effect", che se verificato, porta a un'anomalia di mercato e a un differente comportamento sui mercati azionari rispetto al normale in periodi particolari dell'anno o in corrispondenza di particolari eventi. Inoltre, non è meno importante non considerare come l'effetto derivante dallo scandalo *Dieseldgate*, in cui sono stati coinvolti anche Volkswagen e Daimler abbiano portato il mercato a una fase ribassista prolungata e quindi prevedibile facilmente nel breve periodo dagli operatori.

2.3.8 Daimler AG (DAIGn)

Tabella 7 - Valori regressione DAIGn

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | -0,000328438 | 0,000444424 | -0,739018923 | 0,460034696 |
| X(t-1) | 0,078104256 | 0,028162317 | 2,773360463 | 0,005630816 |
| X(t-3) | 0,035633686 | 0,028092672 | 1,268433499 | 0,204880118 |
| X(t-5) | -0,081590751 | 0,028185005 | -2,894828293 | 0,003859788 |
| X(t-10) | -0,053690305 | 0,027972787 | -1,919376336 | 0,0551649 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo Daimler AG.

Il titolo Daimler segue, forse non a caso, lo stesso andamento teorico del titolo BMW. La dicitura “non a caso” è dovuta poiché entrambe sono aziende tedesche ed entrambe appartenenti al settore automotive, quindi è possibile magari rintracciare un trend o derivare una teoria comune per questi. Già questa affermazione fa propendere il lettore verso un’interpretazione circa il rispetto dell’efficienza dei mercati, che viene mostrata di seguito.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,078104256 con un p-value dell’0,56%. Si noti come il termine γ , è in un intorno non molto prossimo a zero, valore che sposerebbe la teoria esposta fino ad ora e difatti dimostrerebbe l’ipotesi di moto casuale dell’andamento dei rendimenti. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l’attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p < \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l’evidenza empirica è contraria all’ipotesi nulla che quindi va rifiutata. In altre parole, si sta cercando di dire come i dati osservati, relativi ai Log rendimenti del titolo in questione, sono statisticamente significativi tali da portare a rigettare l’ipotesi nulla. Quanto poc’anzi dedotto lascia presagire come la definizione di random walk riformulata come la (2.2) non sia soddisfatta e che quindi il titolo Daimler non rispetti il grado di efficienza debole dei mercati. La suddetta analisi è perseguibile anche per lag temporale pari a 5 trading day.

Bisogna però cercare di contestualizzare e successivamente comprendere le eventuali cause che hanno potuto portare ad un risultato che si presta ad uscire dalle normali aspettative che si erano presupposte; questo perché, quando si parla di modelli che cercano di spiegare perfettamente la realtà, per lo più una realtà complessa e in continua evoluzione come quella dei mercati finanziari, bisogna pur sempre considerare la presenza di errori e l’influire di variabili esogene. A tal proposito una variabile che potrebbe distorcere il modello matematico è senz’altro l’emotività e la psicologia di coloro i quali risultano essere gli attori principali coinvolti nei

mercati in seguito soprattutto, come già citato nel precedente paragrafo, alla nascita della “Cupola dell’auto” nel 2015 e poi venuto a galla tramite informazione pubblica nel 2017, di cui facevano parte Volkswagen, Daimler e BMW. Questa intesa nasceva infatti con l’obiettivo di ritardare l’adozione di sistemi di abbattimento dei gas di scarico limitando quindi l’accesso degli automobilisti a vetture più ecologiche (e verosimilmente più costose da acquistare e quindi più difficili da vendere). (lastampa.it, 5 aprile 2019).

Questa notizia sconvolgente, che destabilizzò tutto il settore automotive mondiale, suscita dunque non piccole reazioni negli investitori che si ripercossero nell’immediato sull’andamento dei titoli azionari delle aziende coinvolte, con effetti nel breve periodo. Di seguito sono elencate idee che confermano come l’emotività degli operatori sia un fattore fondamentale nella determinazione dell’efficienza dei mercati:

“le componenti psicologiche legate alla irrazionalità degli operatori/investitori [...], sono "rumori" di intensità irrilevante per l'economista. Tuttavia, la Borsa è un "fenomeno" molto complesso ma prima di ogni aspetto è un fenomeno sociale, in quanto messo in atto da soggetti umani, e quindi va affrontato con metodologia psicosociale, per cercare di arrivarne a capo e trarre conclusioni che ci possano essere di aiuto ai fini operativi. Il mercato finanziario, a differenza della teoria, è caratterizzato da assenza di modelli dominanti. La pluralità delle opinioni genera comportamenti di massa e questi sono il risultato dei comportamenti di tanti individui [...]. Nella realtà gli investitori sembrano compiere sistematici errori di valutazione ed effettuare scelte di investimento non massimizzanti. I mercati sembrano mostrare significativi e ripetuti allontanamenti dall'efficienza e non riflettere sempre il valore corretto delle attività finanziarie. [...] le informazioni fanno variare il mercato in una direzione piuttosto che in un'altra, e soprattutto tali informazioni (a volte) sono in possesso di pochi che “controllano” il mercato.” (performance trading, s.d.).

2.3.9 Deutsche Telekom AG (DTEGn)

Tabella 8 - Valori regressione DTEGn

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | 3,98275E-05 | 0,000359601 | 0,110754644 | 0,91182875 |
| X(t-1) | -0,017930592 | 0,028210027 | -0,635610596 | 0,525146977 |
| X(t-3) | 0,010740338 | 0,028220173 | 0,380590787 | 0,703571792 |
| X(t-5) | -0,017369951 | 0,028136065 | -0,617355391 | 0,537113139 |
| X(t-10) | -0,093115475 | 0,027831066 | -3,345738734 | 0,000845079 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo Deutsche Telekom AG.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a -0,017930592 con un p-value dell'52,51%. Si noti come il termine γ , se pure negativo, è in un intorno molto prossimo a zero, valore che sposerebbe la teoria esposta fino ad ora e difatti dimostrerebbe l'ipotesi di moto casuale dell'andamento dei rendimenti. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p > \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi non può essere rifiutata.

Quindi se si uniscono entrambe le valutazioni, queste ci portano a dire come il valore del parametro γ sia, da un punto di vista statistico, accettabile dato che non vi sono dati che permetterebbero di dire l'opposto.

Quanto poc'anzi dedotto lascia presagire come la definizione di random walk riformulata come la (2.2) sia soddisfatta. Il soddisfacimento della formula del random walk si registra anche con lag temporali pari a 3 e 5 trading day, giustificato soprattutto dall'appartenenza del titolo a un settore "difensivo", come quello delle telecomunicazioni, poco correlato con il ciclo economico e che risentono meno delle fasi di rallentamento o recessione. (bancobpm.it, s.d.)

Un'eccezione, derivante dalla non stabilità della distribuzione log rendimenti, risultano i random walk che con lag pari a 10 trading day, non risultano rispettati per il suddetto titolo.

2.3.10 Fresenius SE (FREG)

Tabella 9 - Valori regressione FREG

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | 3,43349E-05 | 0,000485001 | 0,070793389 | 0,943573554 |
| X(t-1) | -0,030498269 | 0,028289333 | -1,078083703 | 0,281205069 |
| X(t-3) | -0,018235289 | 0,028262602 | -0,645209148 | 0,518910442 |
| X(t-5) | 0,018370529 | 0,028223753 | 0,650888949 | 0,515238185 |
| X(t-10) | -0,024450739 | 0,02820372 | -0,866933112 | 0,386145575 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo Fresenius SE.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a -0,030498269 con un p-value dell'28,12%. Si noti come il termine γ , se pure negativo, è in un intorno prossimo a zero, valore che sposerebbe la teoria esposta fino ad ora e difatti dimostrerebbe l'ipotesi di moto casuale dell'andamento dei rendimenti. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p > \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi non può essere rifiutata.

Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p0} non è rifiutabile, come il processo in analisi sia a radice unitaria e quindi soddisfi la (2.4) e pertanto l'assenza di correlazione tra i rendimenti di due periodi differenti.

Quanto poc'anzi dedotto lascia presagire che la definizione di random walk riformulata come la (2.2) sia soddisfatta e che quindi il titolo tedesco appartenente al settore farmaceutico (settore "difensivo" per antonomasia) rispetti il grado di efficienza debole dei mercati, anche per lag pari a 3, 5 e 10 trading day.

2.3.11 Intesa Sanpaolo S.p.A. (ISP)

Tabella 10 - Valori regressione ISP

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | -4,94205E-05 | 0,000599883 | -0,082383614 | 0,934354835 |
| X(t-1) | -0,004593868 | 0,028297399 | -0,16234241 | 0,871062416 |
| X(t-3) | -0,024593195 | 0,028225869 | -0,871299852 | 0,383757492 |
| X(t-5) | -0,021812631 | 0,028255308 | -0,771983473 | 0,440269904 |
| X(t-10) | -0,019020596 | 0,028009744 | -0,679070673 | 0,497218595 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo Intesa Sanpaolo.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a -0,004593868 con un p-value dell'87,10%. Si noti come il termine γ è contenuto in un intorno di zero, valore che sposerebbe la teoria esposta fino ad ora e difatti dimostrerebbe l'ipotesi di moto casuale dell'andamento dei rendimenti. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p > \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi non può essere rifiutata. In altre parole, si sta cercando di dire come i dati osservati, relativi ai Log rendimenti dell'indice di borsa in questione, non sono statisticamente significativi tali da portare a rigettare l'ipotesi nulla.

Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p0} non è rifiutabile, come il processo in analisi sia a radice unitaria e quindi soddisfi la (2.4) e pertanto l'assenza di correlazione tra i rendimenti di due periodi differenti.

Quanto poc'anzi dedotto lascia presagire che la definizione di random walk riformulata come la (2.2) sia soddisfatta e che l'unico titolo italiano in portafoglio rispetti il grado di efficienza debole dei mercati, anche per lag pari a 3, 5 e 10 trading day. Si noti, inoltre, come l'evidenza empirica è molto strutturata e porta, da un punto di vista statistico, a sostenere in modo stabile la completa assenza di correlazione e quindi presenza di indipendenza tra i prezzi giornalieri registrati dal titolo ISP nel corso del lustro analizzato.

2.3.12 Munchener Ruck AG (MUVGn)

Tabella 11 - Valori regressione MUVGn

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | 0,000382845 | 0,000316622 | 1,209158119 | 0,226831491 |
| X(t-1) | 0,02449043 | 0,028239375 | 0,86724406 | 0,385975281 |
| X(t-3) | -0,03861773 | 0,02817024 | -1,370869761 | 0,170662433 |
| X(t-5) | -0,054420166 | 0,028197069 | -1,929993688 | 0,053834383 |
| X(t-10) | -0,031891847 | 0,028078499 | -1,135810244 | 0,256254407 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo Munchener Ruck AG. Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,02449043 con un p-value 38,59%. Anche per il presente titolo si seguirà lo stesso modus operandi adottato finora: si noti come il termine γ è prossimo a zero, valore che sposerebbe la teoria esposta fino ad ora e difatti dimostrerebbe l'ipotesi di moto casuale dell'andamento dei rendimenti. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p > \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi non può essere rifiutata.

Quindi se si uniscono entrambe le valutazioni, queste ci portano a dire come il valore del parametro γ sia, da un punto di vista statistico, accettabile dato che non vi sono dati che permetterebbero di dire l'opposto. Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p0} non è rifiutabile, che il processo in analisi sia a radice unitaria e quindi soddisfi la (2.4) e pertanto l'assenza di correlazione tra i rendimenti (dunque di prezzi) tra due periodi differenti.

Quanto poc'anzi dedotto lascia presagire come la definizione di random walk) sia soddisfatta e che quindi il titolo MUVGn rispetti il grado di efficienza debole dei mercati.

Si denota come il grado di efficienza debole dei mercati finanziari risulta rispettato anche per lag pari a 3, 5 e 10 trading day grazie all'ottenimento di p-value che hanno portato a rendere il test di Dickey e Fuller non significativo (ossia ad accettare la H_0 in tutti e 4 i casi temporali analizzati).

2.3.13 Orange S.A. (ORAN)

Tabella 13 - Valori regressione ORAN

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | -9,57347E-05 | 0,000376445 | -0,254312394 | 0,799295655 |
| X(t-1) | 0,001384311 | 0,028095218 | 0,049272118 | 0,960710236 |
| X(t-3) | -0,017693398 | 0,028088637 | -0,62991301 | 0,528865528 |
| X(t-5) | -0,014087379 | 0,02799561 | -0,503199557 | 0,614911787 |
| X(t-10) | -0,081430093 | 0,02772895 | -2,936645347 | 0,003378004 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo francese Orange S.A. Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,001384311 con un p-value del 96,07%. Si noti come il termine γ è molto prossimo a zero, valore che sposerebbe la teoria esposta fino ad ora e difatti dimostrerebbe l'ipotesi di moto casuale dell'andamento dei rendimenti. Anche se questo potrebbe essere analizzato già in forma assoluta considerando il suo valore, pur non rispettando alcun approccio propedeutico statistico, non si arriverebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto. Dunque, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p > \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi non può essere rifiutata. In altre parole, si sta cercando di dire come i dati osservati, relativi ai Log rendimenti degli ultimi 5 anni del titolo in questione, non sono statisticamente significativi tali da portare a rigettare l'ipotesi nulla. Essendo H_{p_0} non rifiutabile, si può sostenere l'assenza di correlazione tra i rendimenti tra il periodo t e $t-1$.

Lo stesso identico ragionamento e conclusioni si possono dedurre per i Log rendimenti relativi ai periodi $t-3$ e $t-5$, che presentano rispettivamente p-value pari a 52,89% e 61,49%. Una plausibile motivazione può essere la totale irrazionalità presente nei mercati, che quindi non porta gli investitori ad agire con una logica e un sentimento comune, determinando così una totale indipendenza nei prezzi tra un giorno e un altro.

Quanto poc'anzi dedotto lascia presagire come la definizione di random walk sia soddisfatta e che quindi il suddetto titolo tedesco rispetti il grado di efficienza debole dei mercati, per un settore che, così come spiegato nel caso di Deutsche Telekom AG, essendo definito "difensivo", non è colpito da scossoni ed eventi di profonda incertezza e che quindi non induce gli investitori a prevedibili e programmabili tecniche di trading.

Si specifica che invece, a fronte dell'incertezza statistica della distribuzione ricavata dai Log rendimenti degli ultimi 5 anni, non risulta corretto parlare di random walk per rendimenti datati a 10 trading day prima del periodo temporale t di riferimento.

2.3.14 Sanofi S.A. (SASY)

Tabella 14 - Valori regressione SASY

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | 0,000102782 | 0,000367063 | 0,280011221 | 0,779514785 |
| X(t-1) | 0,000677921 | 0,02797206 | 0,024235654 | 0,98066847 |
| X(t-3) | 0,033528777 | 0,027971671 | 1,198669093 | 0,230881675 |
| X(t-5) | -0,04094525 | 0,027921104 | -1,46646243 | 0,142771476 |
| X(t-10) | -0,080919631 | 0,027760569 | -2,914912595 | 0,003620676 |

I risultati della regressione riportati in tabella si riferiscono a uno dei colossi farmaceutici, Sanofi S.A.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,000677921 con un p-value del 98,07%. Si noti come il termine γ è davvero prossimo a zero, valore che sposerebbe la teoria esposta fino ad ora e difatti dimostrerebbe l'ipotesi di random walk dei rendimenti. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p \gg \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di asserire che l'evidenza empirica è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi può essere rifiutata.

Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p_0} è rifiutabile, come il processo in analisi sia a radice unitaria e quindi soddisfi la (2.4) e pertanto l'assenza di correlazione tra i rendimenti di due periodi differenti è presente.

Quanto poc'anzi dedotto, certificato anche da un p-value molto prossimo a 100%, lascia presagire che la definizione di random walk riformulata come la (2.2) sia soddisfatta e che quindi il titolo francese rispetti il grado di efficienza debole dei mercati.

Compatibilmente con quanto già asserito in precedenza per gli altri titoli che presentavano un'anomalia simile, anche in questo caso si può notare che il concetto di random walk è violato per lag pari a 10 trading day, ma non per lag di 3 e 5 trading day. Questa non uniformità di

output è il risultato di una non stabilità della struttura stocastica delle variabili aleatorie in analisi, ossia dei Log rendimenti.

2.3.15 Société Générale SA (SOGN)

Tabella 15 - Valori regressione SOGN

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | -7,18276E-05 | 0,000558415 | -0,128627524 | 0,897672881 |
| X(t-1) | 0,050421745 | 0,028148423 | 1,79128132 | 0,073487714 |
| X(t-3) | 0,023972471 | 0,028074683 | 0,853882149 | 0,393332338 |
| X(t-5) | -0,038359868 | 0,028135927 | -1,363376714 | 0,173006981 |
| X(t-10) | -0,002089737 | 0,028032114 | -0,074547957 | 0,940586198 |

I risultati della regressione riportati in tabella si riferiscono alla banca francese Société Générale SA.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,050421745 con un p-value del 7,35%. Poiché il suddetto coefficiente, preso in analisi in senso assoluto, non porterebbe ad una concreta conclusione nel test di ipotesi condotto, bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p > \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla, che quindi non può essere rifiutata. Quindi se si uniscono entrambe le valutazioni, queste ci portano a dire come il valore del parametro γ sia, da un punto di vista statistico, accettabile, dato che non vi sono dati che permetterebbero di dire l'opposto. Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p0} non è rifiutabile, come il processo in analisi sia a radice unitaria e quindi soddisfi la (2.4) e pertanto l'assenza di correlazione tra i rendimenti di due periodi differenti.

Quanto poc'anzi dedotto consente di sostenere che il concetto di random walk risulta verificato anche per gli lag temporali analizzati, con la presenza di p-value significativamente elevati: 39,33% per $t-3$, 17,3% per $t-5$ e 94,06% per $t-10$.

2.3.16 Telefonica S.A. (TEF)

Tabella 16 - Valori regressione TEF

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | -0,000531209 | 0,00041957 | -1,266081899 | 0,20571742 |
| X(t-1) | 0,0160671 | 0,028130937 | 0,571154107 | 0,567996878 |
| X(t-3) | -0,022668461 | 0,028127992 | -0,805903999 | 0,420450031 |
| X(t-5) | -0,021275997 | 0,028106308 | -0,756982993 | 0,449201351 |
| X(t-10) | -0,046516207 | 0,028063973 | -1,657506134 | 0,097665729 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo Telefonica S.A.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,0160671 con un p-value del 56,80% che risulta pertanto nettamente maggiore rispetto al livello di significatività del 5% assunto.

In altre parole, si sta cercando di dire come i dati osservati, relativi ai Log rendimenti del titolo in questione, non sono statisticamente significativi tali da portare a rigettare l'ipotesi nulla.

Quindi se si uniscono entrambe le valutazioni, queste ci portano a dire come il valore del parametro γ sia, da un punto di vista statistico, accettabile dato che non vi sono dati che permetterebbero di dire l'opposto. Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p_0} non è rifiutabile, come il processo in analisi sia a radice unitaria e quindi soddisfi la (2.4) e pertanto sussiste l'assenza di correlazione tra i rendimenti di due periodi differenti.

Quanto poc'anzi dedotto lascia presagire come la definizione di random walk riformulata come la (2.2) sia soddisfatta e che quindi il titolo azionario spagnolo rispetti il grado di efficienza debole dei mercati.

Anche per il titolo Telefonica SA valgono gli stessi concetti teorici già elencati per il titolo Deutsche Telekom. L'appartenenza a un settore cosiddetto "anticiclico" o "difensivo" consente agli investitori di essere certi della presenza di random walk per i rendimenti del titolo azionario in riferimento e di non poter dunque attuare quelle tecniche di analisi tecnica e fondamentali per cercare di stimare il valore intrinseco o la natura di un titolo azionario, per poterne conoscerne quantomeno i dati sommari e trarne un identikit comportamentale generico.

2.3.17 Volkswagen AG (VOWG)

Tabella 17 - Valori regressione VOWG

| | Coefficienti | Errore standard | Stat t | P-value |
|-------------------|---------------------|------------------------|---------------|----------------|
| Intercetta | -5,95803E-05 | 0,000580651 | -0,102609538 | 0,918289383 |
| X(t-1) | 0,167053063 | 0,027816619 | 6,005512747 | 2,49888E-09 |
| X(t-3) | 0,052727928 | 0,027810807 | 1,895951046 | 0,058197705 |
| X(t-5) | -0,041555421 | 0,027823084 | -1,493559119 | 0,135544065 |
| X(t-10) | -0,053882872 | 0,02777226 | -1,940168773 | 0,052584563 |

I risultati della regressione riportati in tabella sono da riferirsi per il titolo Volkswagen AG.

Il valore del coefficiente di X_{t-1} è pari a 0,167053063 con un p-value del 2,49E-09%. Finora, mai come in questo caso bisogna spostare l'attenzione ulteriormente sul valore del p-value: esso risulta essere $p \ll \alpha = 5\%$. Tale risultato permette di dire come l'evidenza empirica è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi può essere rifiutata. In altre parole, si sta cercando di dire come i dati osservati, relativi ai Log rendimenti dell'indice di borsa in questione, sono statisticamente significativi tali da portare a rigettare l'ipotesi nulla, rendendo appunto il test di ipotesi significativo.

Perciò è plausibile ritenere, dal momento che H_{p0} è rifiutabile, come il processo in analisi non sia a radice unitaria tale da non soddisfare la (2.4) e pertanto l'assenza di correlazione tra i rendimenti di due periodi differenti, t e $t-1$ in questo caso, definendo dunque un'assenza di random walk ma di un pattern prevedibile tra i rendimenti attuali e del trading day precedente. I dati del titolo Volkswagen non possono non tenere conto dello scandalo *Dieseldate* (già citato per i titoli BMW e Daimler AG) datato 2015 ma che poi ha avuto riscontri giuridici, con ufficializzazioni delle pene e ammende nel 2017. L'incombente di questo scandalo e il conseguente riflesso sui titoli ha determinato una assenza di casualità nel movimento dei prezzi delle azioni tale che il prezzo al giorno t risulti essere strettamente correlato con quello assunto nel giorno primo.

Lo stesso discorso non può essere ampliato ad altri lag temporali più "ampi" (3, 5 e 10 trading day) che evidentemente non vanno ad influenzare il prezzo del titolo al periodo t e che risulta essere indipendente da questo.

3. Teoria di selezione del Portafoglio⁹

3.1 Prezzi, rendimenti, quote

Si consideri un mercato con orizzonte temporale uniperiodale $[t; s]$, aperto esclusivamente alla data corrente t e a una data futura fissata s . Si assumerà convenzionalmente un orizzonte temporale unitario ponendo $t = 0$ e $s = 1$. Il generico contratto a_i (con $i = 1, \dots, n$) avrà valore A_i all'epoca finale s e il suo prezzo (ossia la sua quotazione) all'epoca iniziale t è P_i . Si supponga inoltre che i contratti a_i siano dei titoli rischiosi e che sia possibile considerare anche titoli privi di rischio (risk free); un'altra ipotesi importante riguarda la possibilità di vendite allo scoperto ("short sales"¹⁰).

Si consideri nuovamente un insieme di titoli $A = \{a_1, \dots, a_n\}$. Un portafoglio costituito dai titoli A è un insieme di quote λ_i acquistate per ciascun titolo a disposizione. Da un punto di vista matematico, è possibile quindi interpretare un portafoglio come un vettore a n componenti:

$\Pi = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\} \in \mathbb{R}^n$. Le quote λ_i possono essere negative se le vendite allo scoperto sono autorizzate. Considerando il portafoglio Π , il suo prezzo all'epoca iniziale t sarà la somma ponderata dei prezzi dei titoli a_i con i pesi λ_i :

$$(3.1) \quad P_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot P_i$$

Il valore di mercato del portafoglio all'epoca finale s sarà dato dalla stessa regola di linearità:

$$(3.2) \quad A_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot A_i$$

nel caso in cui le quote di composizione non siano tutte nulle, possiamo ridefinire le quote in forma percentuale nel modo seguente:

$$(3.3) \quad \omega_i = \frac{\lambda_i \cdot P_i}{P_{\Pi}}$$

⁹ Si ricorda che la trattazione del modello fa riferimento al testo "Manuale di Matematica Finanziaria" (Micocci & Batista Masala).

¹⁰ Short sales: acquistare allo scoperto un'unità del titolo a_i equivale ad incassare il prezzo di mercato P_i all'epoca t e impegnarsi a pagare alla controparte il valore A_i all'epoca finale s .

Con la condizione $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$. In questo caso, ω_i rappresenta la frazione di capitale investita nell'attività i -esima.

Arrivati a questo punto è opportuno esprimere la definizione di rendimento del portafoglio Π come:

$$(3.4) \quad R_{\Pi} = \frac{A_{\Pi}}{P_{\Pi}} - 1$$

dove sostituendo nella (3.4) rispettivamente la (3.1) e la (3.2) si ottiene:

$$(3.5) \quad R_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot R_i$$

Si dimostra così che il rendimento del portafoglio è la somma ponderata dei rendimenti dei singoli titoli con pesi le quote di composizione dei titoli stessi.

3.2 Modello di Markowitz

La teoria di selezione del portafoglio consiste nello scegliere all'epoca iniziale t un portafoglio Π avendo a disposizione un insieme di titoli $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ in modo tale da ottimizzare il suo rendimento R_{Π} . Secondo l'approccio rischio-rendimento, l'ottimizzazione del rendimento consiste nel massimizzare una misura di profitto e minimizzare una misura di rischiosità.

Da un punto di vista probabilistico, si assume come misura di profitto il valore atteso $E(R_{\Pi})$ e come misura di rischiosità la varianza $\text{Var}(R_{\Pi}) = \sigma_{R_{\Pi}}^2$ (o in maniera equivalente la deviazione standard).

Dal punto di vista media-varianza, un portafoglio Π_1 domina un portafoglio Π_2 (scriveremo $\Pi_1 \succ \Pi_2$) se a parità di rischio possiede un rendimento più elevato oppure se a parità di rendimento possiede un rischio più basso. Un portafoglio si dice "efficiente" se non è dominato da nessun altro portafoglio, mentre l'insieme di tutti i portafogli efficienti si chiamerà "frontiera efficiente". Un portafoglio efficiente si ottiene perciò massimizzando il rendimento atteso (a parità di rischio), oppure minimizzando il rischio (a parità di rendimento atteso).

Si precisa inoltre che la relazione d'ordine $\Pi_1 \succ \Pi_2$ non è una relazione di ordine totale, nel senso che due portafogli qualsiasi non sono sempre confrontabili. In realtà i portafogli efficienti

rappresentano degli ottimi paretiani, nel senso che non è possibile migliorare un obiettivo (ad esempio aumentare il rendimento) senza peggiorare l'altro (in questo caso aumentare il rischio). Il processo di scelta del portafoglio ottimo segue perciò due fasi:

- il processo di ottimizzazione, che consiste nel determinare la **frontiera efficiente** (ottimi paretiani) utilizzando gli indicatori media e varianza;
- la scelta definitiva tra i portafogli efficienti, basata sull'avversione al rischio del decisore attraverso la sua funzione di utilità (perciò si sceglierà il portafoglio efficiente che massimizza la funzione di utilità). Questa seconda fase è ovviamente una fase soggettiva, legata alla particolare funzione di utilità del decisore e non è uno step sempre richiesto.

Si noti che da un punto di vista empirico, la distribuzione normale non è sempre la distribuzione che si adatta meglio a rappresentare i rendimenti azionari: i fenomeni di leptocurtosi sono, infatti, molto frequenti.

Nel modello di selezione di portafoglio di Markowitz, si è assunta e si è già verificato precedentemente l'ipotesi di **normalità della distribuzione dei rendimenti** (si ricorda che nel nostro caso si stanno utilizzando i Log rendimenti).

Adesso si procede con la determinazione delle espressioni analitiche del rendimento atteso e del rischio del portafoglio in funzione delle quote di composizione ω_i .

Il valore atteso è:

$$(3.6) \quad \mu_{\Pi} = E(R_{\Pi}) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \mu_i$$

ossia la somma ponderata dei rendimenti attesi dei titoli, con pesi le quote di composizione (con $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$).

Utilizzando una notazione matriciale più compatta si possono definire a questo scopo il vettore dei pesi $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ e il vettore dei rendimenti $\Theta = \{\mu_1, \dots, \mu_n\}$. Quindi

$$(3.7) \quad \mu_{\Pi} = \Omega \cdot \Theta^T$$

dove Θ^T è il vettore trasposto (in questo caso è un vettore colonna).

Focus adesso alla varianza del portafoglio. Per questo, introducendo la matrice di covarianza (di ordine n) definita nel modo seguente:

$$(3.8) \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}$$

dove $\sigma_{kj} = \text{Cov}(R_k, R_j)$ mentre sulla diagonale principale abbiamo le varianze $\sigma_{kk} = \text{Var}(R_k) = \sigma_k^2$. Si avrà quindi:

$$(3.9) \quad \text{Var}(R_{\Pi}) = \sigma_{\Pi}^2 = \sum_{k=1}^n \omega_k^2 \cdot \sigma_k^2 + 2 \sum_{k < j=1}^n \omega_k \cdot \omega_j \cdot \sigma_{kj}$$

Attraverso la notazione matriciale:

$$(3.10) \quad \sigma_{\Pi}^2 = \Omega \cdot \Sigma \cdot \Omega^T$$

Si denota che, affinché si abbia $\sigma_{\Pi}^2 \geq 0$, la matrice di covarianza Σ dovrà essere semidefinita positiva.

3.3 La frontiera efficiente

Date le precedenti assunzioni, col modello di Markowitz si individua la **frontiera efficiente** risolvendo uno dei due seguenti problemi di ottimizzazione vincolata (equivalenti tra loro):

$$\begin{cases} \text{Max}_{\omega_1, \dots, \omega_n} E(R_{\Pi}) \\ \sigma_{\Pi}^2 = \tilde{\sigma} \\ \sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \end{cases} \quad [1] \qquad \begin{cases} \text{Min}_{\omega_1, \dots, \omega_n} \sigma_{\Pi}^2 \\ E(R_{\Pi}) = \tilde{R} \\ \sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \end{cases} \quad [2]$$

con $\tilde{\sigma}$ e \tilde{R} volatilità e rendimento obiettivo.

Nella trattazione si è scelto di minimizzare la volatilità, ossia di proseguire con il problema [2] determinando la forma analitica della frontiera efficiente nel caso generale di n titoli rischiosi.

In forma vettoriale, dunque, il problema di ottimizzazione [2] diventa:

$$\begin{cases} \text{Min}_{\Omega} \frac{1}{2} \sigma_{\Pi}^2 = \frac{1}{2} \Omega^T \cdot \Sigma \cdot \Omega \\ \Omega^T \cdot e = \alpha^{11} \\ \Omega^T \cdot u = 1^{12} \end{cases} \quad [3]$$

dove e rappresenta il vettore colonna dei rendimenti degli n titoli (nel nostro caso di studio gli indici azionari), u rappresenta il vettore colonna unità a n componenti e Ω è il vettore colonna delle quote. Si moltiplica la funzione obiettivo per $\frac{1}{2}$ per comodità di calcolo.

Il problema viene risolto con il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, ottenendo come risultato i pesi ottimali dei titoli all'interno del portafoglio.

(3.11)

$$L = \frac{1}{2} \Omega^T \cdot \Omega \cdot \Sigma - \lambda \cdot (\Omega^T \cdot e - \alpha) - \mu \cdot (\Omega^T \cdot u - 1)$$

Ricorrendo alle condizioni necessarie del primo ordine si giunge alla definizione dei moltiplicatori e del vettore delle quote Ω :

$$(3.12) \quad \Omega = \lambda \cdot (\Sigma^{-1} \cdot e) + \mu \cdot (\Sigma^{-1} \cdot u)$$

con

$$(3.13) \quad \lambda = \frac{\alpha \cdot C - A}{D};$$

$$(3.14) \quad \mu = \frac{B - \alpha \cdot A}{D}$$

Dove:

¹¹ Vincolo di rendimento: ovvero α è il rendimento che atteso del portafoglio.

¹² Vincolo di bilancio: tutta la liquidità posseduta viene investita nella costruzione del portafoglio.

$$\begin{aligned}
 A &= u^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot e; \\
 B &= e^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot e; \\
 C &= u^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot u; \\
 D &= B \cdot C - A^2.
 \end{aligned}$$

Sostituendo questi valori nell'espressione della varianza, si ottiene l'espressione analitica che lega la varianza al rendimento atteso α , ossia l'equazione analitica della frontiera efficiente:

(3.15)

$$\sigma_{\Pi}^2 = \frac{C}{D} \cdot \alpha^2 - 2 \frac{A}{D} \cdot \alpha + \frac{B}{D}$$

Se si dovesse rappresentare l'equazione nel piano $(\sigma; \alpha)$, questa rappresenterebbe un'iperbole. Si mostra facilmente che il centro dell'iperbole ha ordinate $(0; A/C)$, mentre il suo vertice (cui corrisponde il portafoglio efficiente che presenta il rischio più basso) ha coordinate $(\sqrt{1/C}; A/C)$.

Viceversa, nel piano $(\sigma^2; \alpha)$ abbiamo l'equazione di una parabola con vertice nel punto di coordinate $(1/C; A/C)$.

Un esempio viene riportato di seguito:

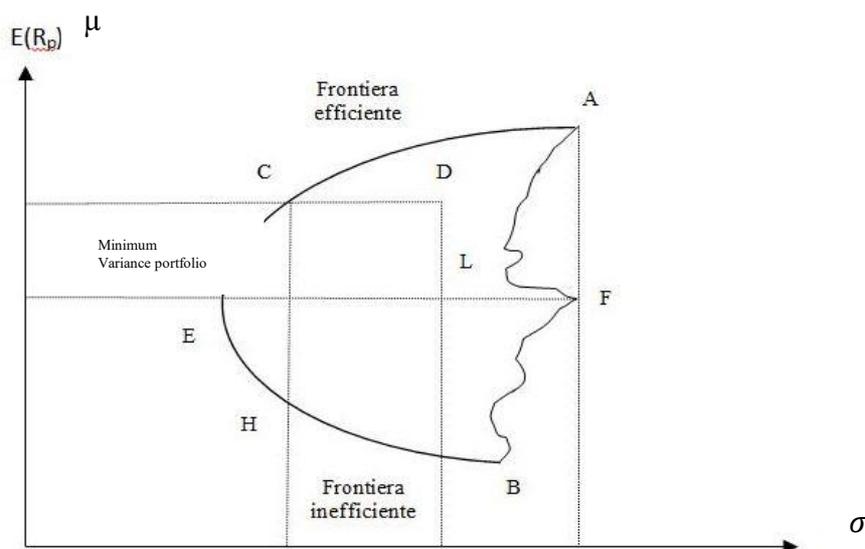


Figura 31 - Esempio Frontiera Efficiente – Fonte: verafinanza.com

Si osserva che il tratto di curva sotto il vertice (punto E) corrisponde al ramo non efficiente della frontiera. In effetti, i portafogli di questo ramo sono dominati dai portafogli che stanno sul ramo superiore (efficiente) che corrisponde al tratto tra il punto E ed A. Inoltre, il punto E rappresenta il portafoglio che minimizza il valore della varianza (Minimum variance portfolio). Infine, se per esempio consideriamo i portafogli C ed H, entrambi hanno la stessa varianza ma un rendimento atteso diverso: l'investitore, perciò sceglierà il portafoglio C siccome il ritorno è superiore.

3.4 Applicazione pratica per la costruzione della frontiera efficiente: $rf=0$

Per la costruzione della frontiera efficiente si è utilizzato lo strumento aggiuntivo “Risolutore” in ambiente Excel, applicato al problema di ottimizzazione lineare proposto nella [2] del precedente paragrafo, in modo da restituire le quote di composizione del portafoglio giacente sulla frontiera efficiente (ossia che presenta il minimo livello di varianza per un dato livello di rendimento). Si specifica come sono state consentite le vendite allo scoperto per l'investitore. Inoltre, sono analizzati i casi sia in presenza ($rf=0,5\%$ su base annua) che in assenza di un titolo risk free in portafoglio.

Gli elementi di input necessari alla risoluzione di tale problema sono i seguenti:

Tabella 18 - Dati di input

| Valori descrittivi | | | | rf=0 | rf=0,5% |
|--------------------|-----------------------------|-----------------------|---------------------|--------------|--------------|
| | Rendimenti medi giornalieri | Rendimenti medi annui | Deviazione standard | Sharpe ratio | Sharpe ratio |
| ALVG | 0,0372% | 9,8259% | 1,2758% | 2,9125% | 2,7573% |
| AXAF | 0,0214% | 5,5403% | 1,5806% | 1,3554% | 1,2302% |
| SAN | -0,0452% | -10,7679% | 1,9433% | -2,3270% | -2,4289% |
| BAYGn | -0,0349% | -8,4206% | 1,7048% | -2,0446% | -2,1607% |
| BMW | -0,0147% | -3,6369% | 1,5436% | -0,9508% | -1,0791% |
| DAIGn | -0,0263% | -6,4136% | 1,5894% | -1,6522% | -1,7767% |
| DTEGn | 0,0079% | 2,0107% | 1,2900% | 0,6140% | 0,4606% |
| FREG | 0,0131% | 3,3561% | 1,7159% | 0,7639% | 0,6486% |
| ISP | -0,0035% | -0,8781% | 2,1372% | -0,1623% | -0,2549% |
| MUVGn | 0,0370% | 9,7706% | 1,1239% | 3,2961% | 3,1200% |
| ORAN | -0,0054% | -1,3516% | 1,3546% | -0,4000% | -0,5461% |
| SASY | 0,0135% | 3,4603% | 1,3226% | 1,0198% | 0,8702% |
| SOGN | -0,0103% | -2,5623% | 1,9893% | -0,5155% | -0,6150% |
| TEF | -0,0491% | -11,6410% | 1,4943% | -3,2891% | -3,4215% |
| VOWG | -0,0028% | -0,7031% | 2,0868% | -0,1326% | -0,2275% |

Si può notare che sono state proposte, con gradazione di colore via via più chiare, i tre titoli più (in verde) e meno (in rosso) performanti del periodo in esame, in relazione al cosiddetto **Sharpe Ratio**:

$$SRp = \frac{\mu_i - r_f}{\sigma_i}$$

con:

μ_i = rendimento medio del titolo i;

r_f = rendimento medio del titolo risk free;

σ_i = deviazione standard del titolo i.

Si rimanda a una breve descrizione e relative considerazioni di tale grandezza nel paragrafo 3.5. Si specifica come i rendimenti annuali sono stati ottenuti considerando un periodo di 252 trading day annui (nonostante nel corso del lustro 2015-2019 ci fossero stati alcuni anni, come il 2015 e 2017 con 251 trading day) e utilizzando un regime di capitalizzazione composta. Si è proposta la suddivisione tra i rendimenti giornalieri e annui lungo il periodo analizzato. Si specifica inoltre che nel presente paragrafo la costruzione dei portafogli avviene considerando l'assenza di titolo risk free ($r_f=0$).

Di seguito invece, riferendoci alla tabella 19 estratta dall'ambiente Excel, possiamo dapprima analizzare i dati di input del procedimento di costruzione della frontiera efficiente: nelle celle da (D23:D37) si trovano i Log rendimenti giornalieri medi attesi¹³ (appena descritti) e nelle celle troviamo invece (B5:P19) la matrice di covarianze di dimensioni 15x15. Inoltre, nella cella C41 viene riportata la funzione obiettivo del nostro problema che, come già affermato precedentemente, si è scelto di optare per la minimizzazione della varianza; nelle celle C44 ed C45 sono invece riportati i vincoli del problema, rispettivamente il primo rappresenta il rendimento atteso del portafoglio che si sta trovando (**vincolo di rendimento**), il secondo talvolta il **vincolo di bilancio** (tutta la liquidità posseduta viene investita). In (E23:E27) sono riportate invece le quote di composizione oggetto del procedimento di ottimizzazione vincolata (nel caso sotto riportato, le quote di composizione fanno riferimento a un vincolo rendimento arbitrario fissato al 0,01% su base giornaliera).

¹³ Calcolati precedentemente, per ciascun indice, mediante l'analisi statistica descrittiva esposta nel capitolo 2.

Tabella 20 - Esempi di portafogli della frontiera efficiente con rendimenti target arbitrari ($r_f=0$)

| PORTAFOGLI FRONTIERA EFFICIENTE ($r_f=0$) | | | | | |
|---|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | min varianza | | | | |
| Rendimento atteso giornaliero | 0,015% | 0,02% | 0,03% | 0,04% | 0,05% |
| Rendimento atteso annuo | 3,85% | 5,20% | 7,85% | 10,03% | 13,42% |
| Rischio (Dev.standard) | 0,7671% | 0,7692% | 0,7848% | 0,8152% | 0,8605% |
| ALVG | 2,38% | 3,65% | 9,01% | 14,45% | 19,85% |
| AXAF | 9,12% | 12,66% | 17,12% | 21,55% | 25,97% |
| SAN | -9,20% | -9,03% | -10,86% | -12,78% | -14,11% |
| BAYGn | 3,03% | 0,53% | -2,89% | -6,24% | -9,22% |
| BMW | 1,09% | 2,96% | 3,16% | 3,36% | 0,47% |
| DAIGn | -2,22% | -5,93% | -10,20% | -14,33% | -18,49% |
| DTEGn | 8,78% | 12,45% | 11,88% | 11,28% | 10,94% |
| FREG | 4,20% | 4,32% | 5,31% | 6,28% | 7,24% |
| ISP | 9,39% | 8,37% | 8,01% | 7,65% | 7,45% |
| MUVGn | 34,10% | 34,94% | 37,70% | 40,46% | 43,19% |
| ORAN | 9,32% | 9,55% | 10,07% | 10,59% | 11,12% |
| SASY | 16,77% | 17,32% | 18,65% | 19,99% | 20,97% |
| SOGN | -0,16% | -2,46% | -2,40% | -2,20% | -2,33% |
| TEF | 13,79% | 10,93% | 5,47% | -0,02% | -5,56% |
| VOWG | -0,39% | -0,22% | 0,01% | 0,01% | 2,54% |

Buying
Short-selling

Nella tabella 15 sono mostrati i risultati ottenuti, mediante la risoluzione del problema di ottimizzazione [2], di cinque diversi portafogli efficienti con valori di rendimento attesi man mano crescenti; si noti come all'aumentare di quest'ultimo parametro si registra di conseguenza un aumento del rischio, confermando così l'appartenenza alla frontiera efficiente (vedi figura 31, zona dal punto E in poi).

Si rammenta inoltre che le quote positive, evidenziate in verde e denominate con "buying", indicano le quote da comprare (le posizioni long da assumere) di un particolare titolo, viceversa le quote negative, evidenziate in rosso e denominate con "short selling", indicano quote da vendere allo scoperto di un particolare titolo. La vendita allo scoperto consente all'investitore di poter raggiungere rendimenti target prefissati anche tramite la vendita di titoli che possedendo rendimenti negativi e rischiosità bassa consentono in generale al portafoglio di diminuirne la deviazione standard: questo viene testimoniato dalla vendita allo scoperto di titoli come Banco Santander, secondo peggior titolo per rendimento nell'arco del lustro. Non bisogna dimenticare però che lo short selling comporta anche un maggior rischio di esposizione, di cui i modelli qui presentati non tengono conto: se infatti si sommano i valori assoluti delle quote in assenza di vendite allo scoperto, si ottiene un'esposizione finanziaria pari a 1, mentre in presenza l'esposizione totale è pari a 1,29€ nel primo caso, 1,35€ nel secondo, poi

rispettivamente 1,52€, 1,71€ e 1,99€; questo vuol dire che, se nel primo caso si vuole investire 1€ nel portafoglio, in questo secondo caso si investirà 1,29€ (per $r=0,015\%$), con un evidente maggior rischio in caso di andamento anomalo del mercato. Pertanto, per un migliore apprezzamento della sensibilità della composizione del portafoglio a variazioni nel vincolo di rendimento atteso, si propongono le composizioni dei portafogli in oggetto mediante il grafico di figura 32. È possibile osservare che all'aumentare del rischio il portafoglio tende ad essere composto dai soli titoli che presentano elevati rendimenti storici; in particolare, per il caso in esame, si può notare come il portafoglio sia completamente sbilanciato verso i due titoli Munchener Ruck, AXA e Allianz violando, dunque, il principio di diversificazione su cui si basa il modello. Il titolo Munchener Ruck presenta le migliori prestazioni in assoluto e l'indice di Sharpe più elevato; in esso, infatti, viene allocato il 43,44% della ricchezza disponibile quando il rapporto rendimento/rischio è massimo.



Figura 32 - Composizione dei portafogli giacenti sulla frontiera efficiente ($r_f=0$)

Anche se risulta essere un caso estremo nella realtà dei mercati finanziari, viene presentato di seguito anche la frontiera efficiente ottenuta considerando **assenza** di *short sales*. Si nota chiaramente come al crescere del rendimento target, fino a giungere a quello che massimizza lo Sharpe Ratio, l'investitore tende a concentrare le proprie risorse maggiormente in quei titoli che presentano i rendimenti storici più proficui.

Tabella 21 - Esempi di portafogli della frontiera efficiente con rendimenti target arbitrari, no short sales ($r_f=0$)

| PORTAFOGLI FRONTIERA EFFICIENTE ($r_f=0$) | | | | |
|---|--------------|---------|------------------|--------|
| | min varianza | | max Sharpe Ratio | |
| Rendimento atteso giornaliero | 0,015% | 0,02% | 0,03% | 0,033% |
| Rendimento atteso annuo | 3,85% | 5,20% | 7,85% | 8,67% |
| Rischio (Dev.standard) | 0,7770% | 0,7836% | 0,8556% | 0,930% |
| ALVG | 0,95% | 0,03% | 14,74% | 18,69% |
| AXAF | 6,15% | 9,55% | 16,21% | 17,89% |
| SAN | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| BAYGn | 0,52% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| BMW | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| DAIGn | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| DTEGn | 12,07% | 10,00% | 0,00% | 0,00% |
| FREG | 3,89% | 3,76% | 0,00% | 0,00% |
| ISP | 8,57% | 7,93% | 2,01% | 0,00% |
| MUVGn | 35,00% | 40,36% | 51,28% | 59,57% |
| ORAN | 10,47% | 9,74% | 0,00% | 0,00% |
| SASY | 17,33% | 18,62% | 15,76% | 3,85% |
| SOGN | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| TEF | 5,04% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| VOWG_p | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| Buying | | | | |

Con il grafico seguente invece, si vuole dimostrare che la frontiera efficiente considerando la presenza di possibilità di short-selling abbia un andamento diverso rispetto a quella appena presentata. Col meccanismo della vendita allo scoperto infatti si riesce a sfruttare ancor di più il meccanismo della diversificazione. Non va dimenticato però che lo short-selling presenti un maggior rischio di esposizione, in termini soprattutto finanziari. In ogni caso, la frontiera con possibilità di short-sales domina quella che non prevede tale possibilità: ossia per un dato livello di rischio, si presentano due diversi portafogli ottimi, di cui uno con rendimento maggiore.

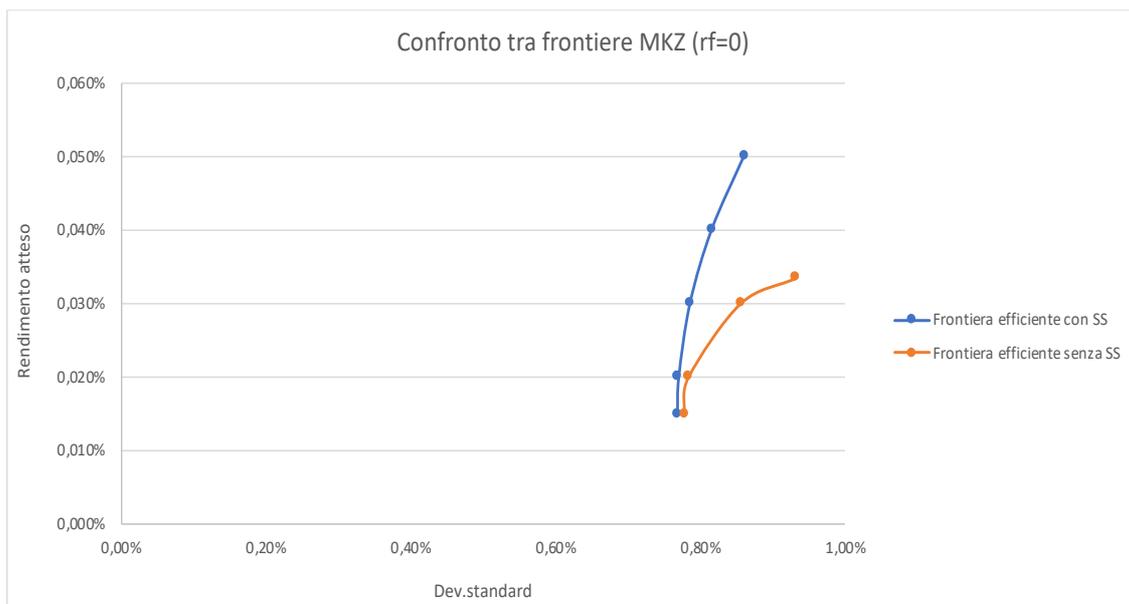


Figura 33 – Confronto tra frontiere efficienti secondo MKZ, con e senza Short sales

3.5 Il portafoglio di mercato M: aggiunta del titolo risk free

Si consideri ora la possibilità di comporre un portafoglio aggiungendo agli n titoli rischiosi un titolo privo di rischio (ossia un titolo con volatilità nulla e rendimento atteso denominato r_f). Il titolo risk free sarà rappresentato sul piano rischio-rendimento da un punto sull'asse delle ordinate. Si vuole stabilire in questo nuovo contesto come si modifica la frontiera efficiente ottenuta con i soliti titoli rischiosi.

Nel piano scarto-rendimento il titolo risk free è indicato con $P(0; r_f)$. SI supponga inoltre che il rendimento privo di rischio r_f sia minore del rendimento del portafoglio a varianza minima (M). Nei calcoli proposti in seguito si verificherà questa condizione.

Preso un portafoglio Π sulla FE, lo si combina con il titolo P : i portafogli così ottenuti giacciono sulla semiretta uscente da P e passante per Π . I portafogli di questa semiretta non sono tutti efficienti. Se prendiamo invece il portafoglio di tangenza M (come in figura 34), i portafogli della semiretta \overline{PM} sono adesso efficienti. La semiretta \overline{PM} diventa perciò la nuova frontiera efficiente. Con l'introduzione del titolo risk free, si verifica perciò il fenomeno della linearizzazione della frontiera efficiente.

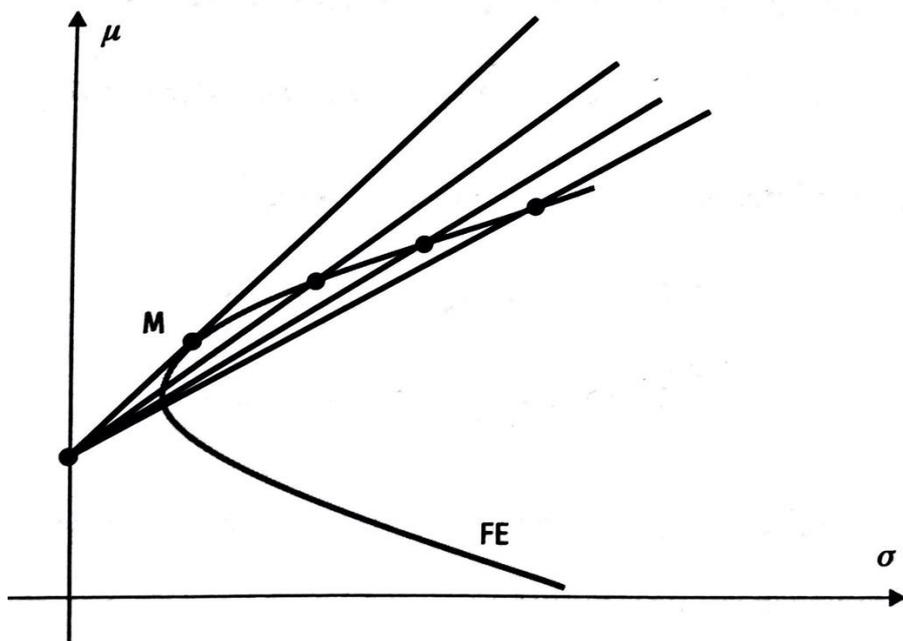


Figura 34 – Linearizzazione frontiera efficiente - Fonte: testo "Manuale di Matematica Finanziaria"

Indichiamo con $M (\sigma_M; \mu_M)$ le coordinate del punto di tangenza M , l'equazione della semiretta \overline{PM} è:

$$(3.16) \quad \mu = r_f + \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M} \cdot \sigma$$

Come già accennato nel paragrafo 3.4 il rapporto $\frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}$ è definito **Sharpe Ratio**.

Lo *Sharpe Ratio* è stato sviluppato dal premio Nobel William F. Sharpe e viene utilizzato per aiutare gli investitori a comprendere il rendimento di un investimento rispetto al suo rischio. Il rapporto esprime il rendimento medio ottenuto in eccesso rispetto al tasso privo di rischio per unità di volatilità. È intuitivo osservare che maggiore è il valore del rapporto di Sharpe, più attraente è il rendimento corretto per il rischio. Se al contrario l'indice di Sharpe è negativo, significa che il titolo privo di rischio è maggiore del rendimento del titolo i -esimo o che il rendimento del titolo i -esimo dovrebbe essere negativo. In entrambi i casi, un rapporto di Sharpe negativo non fornisce alcun significato utile. Il rapporto Sharpe presenta però diversi punti deboli, incluso il presupposto che i rendimenti dei titoli siano normalmente distribuiti, che, si ricorda, non è sempre osservabile. I portafogli compresi tra P e M sono ottenuti senza

vendite allo scoperto. I portafogli alla destra di M si ottengono tramite una quota negativa (vendita allo scoperto) del titolo P (ossia l'investitore s'indebita a tasso fisso r_f) per investire nel titolo M oltre l'effettiva disponibilità. Si ha in questo caso un esempio di leva finanziaria.

Esaminando il problema da un punto di vista analitico il problema di ottimizzazione in forma vettoriale, risulta essere:

$$\begin{cases} \text{Min}_{\Omega} \frac{1}{2} \sigma_{\Pi}^2 = \frac{1}{2} \Omega^T \cdot \Omega \cdot \Sigma \\ \Omega^T \cdot e + (1 - \Omega^T \cdot u) \cdot r_f = \alpha \end{cases} \quad [4]$$

dove e rappresenta ancora il vettore dei Log rendimenti medi degli n titoli rischiosi e u rappresenta il vettore unità a n componenti. La quota di composizione del titolo risk free è $1 - \Omega^T \cdot u$. Si osserva che il vincolo di bilancio $\Omega^T \cdot u + (1 - \Omega^T \cdot u) \cdot r_f = 1$ è automaticamente soddisfatto. La funzione lagrangiana del problema si scrive ora:

$$L = \frac{1}{2} \Omega^T \cdot \Omega \cdot \Sigma - \lambda \cdot [\Omega^T \cdot e + (1 - \Omega^T \cdot u) \cdot r_f - \alpha]$$

Imponendo le condizioni del primo ordine avremo l'espressione del moltiplicatore λ e del vettore delle quote Ω :

$$(3.17) \quad \lambda = \frac{\alpha - r_f}{H}$$

$$(3.18) \quad \Omega = \Sigma^{-1} \cdot (e - u \cdot r_f) \cdot \frac{\alpha - r_f}{H}$$

$$(3.19) \quad \text{con } H = B - 2A \cdot r_f + C \cdot r_f^2$$

¹⁴ Vincolo di rendimento

Sostituendo nell'espressione della varianza ed estraendo la radice quadrata si ottiene l'espressione della frontiera efficiente:

(3.20)

$$\sigma_{\Pi} = \frac{\alpha - r_f}{\sqrt{H}} \quad \text{se } \alpha \geq r_f$$

(3.21)

$$\sigma_{\Pi} = -\frac{\alpha - r_f}{\sqrt{H}} \quad \text{se } \alpha \leq r_f$$

Risulta che $H > 0$ perché la matrice Σ è definita positiva. Nel piano scarto-rendimento ci sono due semirette con pendenza $\pm\sqrt{H}$ uscenti dal punto $P(0; r_f)$. Se $r_f \neq \frac{A}{C}$, una di queste due semirette interseca la vecchia frontiera efficiente in unico punto di tangenza. Più precisamente, se $r_f < \frac{A}{C}$ l'intersezione si ottiene con la semiretta di pendenza $+\sqrt{H}$ mentre, se $r_f > \frac{A}{C}$ l'intersezione si ottiene con la semiretta di pendenza $-\sqrt{H}$ (in questo caso, il portafoglio di tangenza è inefficiente).

3.6 Applicazione pratica per la costruzione della frontiera efficiente: $r_f=0,5\%$

Si considera in questa fase lo stesso ragionamento adottato nel paragrafo 3.4 con l'introduzione in questo caso anche di un titolo risk free forfettario scelto al $r_f=0,5\%$ (annuo) e sono consentite all'investitore pratiche di short selling. Non sono stati scelti rendimenti risk free negativi (quali i tassi correnti Euribor, dei Bund tedeschi etc.) siccome il modello implementato da Markowitz nel 1952 ancora non teneva conto di questa remota possibilità dato che sul mercato non si era ancora mai presentata una situazione del genere.

Per la costruzione della nuova frontiera efficiente si è nuovamente utilizzato lo strumento "Risolutore" in ambiente Excel, applicato al problema di ottimizzazione lineare proposto nella [2] o [4] (il risultato ottenuto è lo stesso), in modo da restituire le quote di composizione del portafoglio giacente sulla frontiera efficiente (ossia che ha presenta i minimi livelli di varianza per massimi livelli di rendimento) con la presenza questa volta, anche del risk free.

Gli elementi di input necessari alla risoluzione di tale problema sono i rendimenti giornalieri dei 15 titoli azionari del pool di dati in aggiunta al titolo risk free. Inoltre, è da specificare che la matrice delle covarianze Σ in questo caso ha dimensione 16×16 , con l'aggiunta della riga e colonna (relativa al titolo risk free) con valori pari a 0, siccome per definizione tale titolo ha varianza nulla. Viene quindi, rispetto al problema di ottimizzazione prima effettuato, aggiunta

una cella al vettore colonna dei rendimenti medi giornalieri, al vettore colonna delle quote di composizione e al vettore colonna unitario.

Anche in questo caso, si specifica che la scelta dei rendimenti target per ottenere il processo di ottimizzazione del portafoglio a là Markowitz è frutto di una scelta che in primis ha tenuto conto dei rendimenti giornalieri dei titoli in portafoglio; pertanto, considerando che il rendimento giornaliero medio del pool dei 15 dati è pari a -0,0041% e considerando che un investitore non ha come obiettivo (ovviamente) quello di ottenere capital gain negativi, sono stati scelti rendimenti target positivi, a partire da quello che si ottiene in corrispondenza del portafoglio di minima varianza, che seguissero l'ordine di grandezza dei titoli già posseduti. L'output è esposto di seguito.

Tabella 22 - Esempi di portafogli della frontiera efficiente con rendimenti target arbitrari ($r_f=0,5\%$)

| PORTAFOGLI FRONTIERA EFFICIENTE ($r_f=0,5\%$) | | | | | |
|---|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | min varianza | | | | |
| Rendimento atteso giornaliero | 0,015% | 0,02% | 0,03% | 0,04% | 0,05% |
| Rendimento atteso annuo | 3,85% | 5,20% | 7,85% | 10,03% | 13,42% |
| Rischio (Dev.standard) | 0,7595% | 0,7694% | 0,7850% | 0,8154% | 0,8584% |
| ALVG | 1,00% | 3,63% | 9,01% | 14,54% | 21,49% |
| AXAF | 10,31% | 12,65% | 17,02% | 21,53% | 26,56% |
| SAN | -8,02% | -9,03% | -10,97% | -12,81% | -17,71% |
| BAYGn | 2,12% | 0,53% | -2,89% | -6,26% | -10,28% |
| BMW | 2,78% | 2,97% | 3,07% | 3,13% | 3,38% |
| DAIGn | -3,63% | -5,95% | -10,12% | -14,15% | -19,28% |
| DTEGn | 13,14% | 12,45% | 11,88% | 11,29% | 10,53% |
| FREG | 3,76% | 4,32% | 5,31% | 6,26% | 7,26% |
| ISP | 8,50% | 8,37% | 8,01% | 7,65% | 7,20% |
| MUVGn | 33,14% | 34,94% | 37,70% | 40,43% | 43,44% |
| ORAN | 9,09% | 9,55% | 10,07% | 10,57% | 8,74% |
| SASY | 16,41% | 17,31% | 18,64% | 19,98% | 20,80% |
| SOGN | -2,41% | -2,46% | -2,20% | -2,18% | -2,15% |
| TEF | 13,46% | 10,92% | 5,46% | 0,03% | 0,03% |
| VOWG_p | -0,64% | -0,21% | -0,01% | -0,01% | -0,01% |

Buying
Short-selling

Pertanto, per un migliore apprezzamento della sensibilità della composizione del portafoglio a variazioni nel vincolo di rendimento atteso, si propongono le composizioni dei portafogli in oggetto mediante il grafico di figura 35.

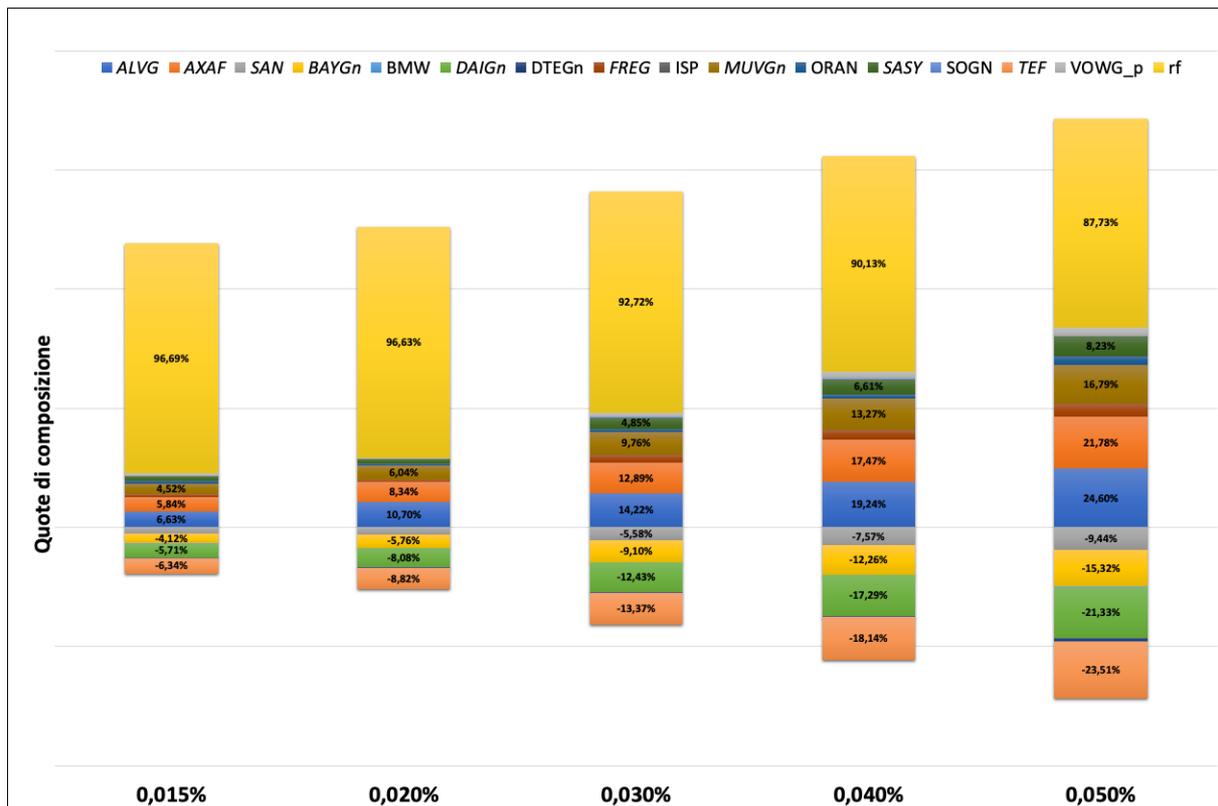


Figura 35 - Composizione dei portafogli giacenti sulla frontiera efficiente ($rf=0,5\%$)

Si specifica che, ai soli fini rappresentativi, per ciascun rendimento target di portafoglio la quota di composizione per il rf è rappresentata in giallo. Si specifica inoltre che è stata tenuta traccia della presenza di un titolo risk free sia nella scrittura della funzione obiettivo che dei vincoli di rendimento e di bilancio. Anche in presenza di un titolo risk free in portafoglio si deve sempre tenere in considerazione il discorso relativo all'esposizione finanziaria, che nel caso di massimizzazione non vincolata assume valori ancora più marcati: se infatti senza vendite allo scoperto si utilizza 1€ come investimento (ossia tutta la liquidità realmente disponibile), in presenza il patrimonio investito in termini assoluti diventa di 1,39€, 1,52€, 1,82€, 2,11€ e 2,43€ rispettivamente per ciascun rendimento desiderato esponendo l'investitore ai rischi che ne derivano e che non vengono percepiti dal modello matematico. Si nota come anche l'esposizione di denaro, complessivamente è maggiore rispetto al caso con assenza di risk free in portafoglio in corrispondenza di ciascun rendimento desiderato.

Analizzando le composizioni dei portafogli si nota come il modello porti a sovrastimare il peso di quei titoli che presentano un elevato rendimento atteso, bassa varianza e correlazioni negative; in tal modo si ottengono portafogli composti prevalentemente da titoli con queste caratteristiche che risultano maggiormente soggetti ad un elevato errore di stima. Infatti dalla figura 34 si nota come anche in questo caso (così come in assenza di titolo risk free) al crescere

del rendimento target desiderato ovviamente cresce in modo diretto anche la deviazione standard del portafoglio, ma soprattutto si preferisce man mano ad assumere posizioni long sempre più cospicue per quei titoli che presentano una combinazione rendimento-varianza ottimale: ad esempio la liquidità investita nel titolo Munchener Ruck aumenta al crescere del rendimento desiderato, così come per il titolo Allianz e Axa. Si comportano in modo opposto titoli quali Telefonica e Daimler.

Anche se risulta essere un caso estremo nella realtà dei mercati finanziari, viene presentato di seguito anche la frontiera efficiente ottenuta considerando **assenza** di *short sales*. Si nota chiaramente come al crescere del rendimento target, fino a giungere a quello che massimizza lo Sharpe Ratio, l'investitore tende a concentrare le proprie risorse maggiormente in quei titoli che presentano i rendimenti storici più proficui.

Tabella 23 - Esempi di portafogli della frontiera efficiente con rendimenti target arbitrari ($rf=0,5\%$), no short sales

| PORTAFOGLI FRONTIERA EFFICIENTE ($rf=0,5\%$) | | | | |
|--|--------------|---------|------------------|--------|
| | min varianza | | max Sharpe Ratio | |
| Rendimento atteso giornaliero | 0,015% | 0,02% | 0,03% | 0,033% |
| Rendimento atteso annuo | 3,85% | 5,20% | 7,85% | 8,67% |
| Rischio (Dev.standard) | 0,3836% | 0,5343% | 0,8306% | 0,930% |
| ALVG | 8,49% | 10,83% | 16,69% | 18,69% |
| AXAF | 7,58% | 10,67% | 15,97% | 17,89% |
| SAN | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| BAYGn | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| BMW | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| DAIGn | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| DTEGn | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| FREG | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| ISP | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| MUVGn | 23,71% | 34,21% | 53,19% | 59,57% |
| ORAN | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| SASY | 1,43% | 1,22% | 3,44% | 3,85% |
| SOGN | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| TEF | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| VOWG_p | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| rf | 58,78% | 43,06% | 10,72% | 0,00% |
| Buying | | | | |

3.7 Portafoglio di mercato

Riprendendo la trattazione del paragrafo 3.6 si procede col determinare le coordinate del portafoglio di mercato, ottenuto tramite la tangenza tra la frontiera efficiente su cui giacciono portafogli ottimali ottenuti con titoli rischiosi e la semiretta uscente dal punto P che individua il titolo risk free. Si pone a sistema l'equazione della frontiera efficiente dei titoli rischiosi con la nuova frontiera efficiente linearizzata:

$$\begin{cases} \sigma_{\Pi}^2 = \frac{C}{D} \cdot \alpha^2 - 2 \frac{A}{D} \cdot \alpha + \frac{B}{D} \\ \alpha = \sqrt{H} \cdot \sigma_{\Pi} + r_f \end{cases} \quad [5]$$

Risolvendo il sistema si ottengono le soluzioni che difatti sono le coordinate del portafoglio M di tangenza:

$$\begin{cases} \mu_M = \frac{B - A \cdot r_f}{A - C \cdot r_f} \\ \sigma_M = \frac{\sqrt{H}}{A - C \cdot r_f} \end{cases} \quad [6]$$

3.8 Applicazione pratica portafoglio di mercato: $r_f=0$

A partire dal sistema [6] è possibile, sulla base dei dati a disposizione, individuare le coordinate del portafoglio di tangenza M , e conseguentemente determinare le quote di composizione in corrispondenza di questo. A tal proposito la retta che nel grafico rischio-rendimento descrive il titolo risk free, con le considerazioni appena fatte, sarà come rappresentato nella seguente figura 35:

Di seguito si considereranno i due casi con $r_f = 0$ e il caso $r_f = 0,5\%$.

Nel primo caso, poiché l'equazione manca dell'intercetta ($r_f = 0$), la retta ottenuta passa per l'origine degli assi e la sua inclinazione specifica, data quindi dal rapporto tra rendimento medio e deviazione standard, è un elemento caratterizzante il tipo di portafoglio cui si riferisce.

Pertanto, la retta tangente alla frontiera è quella avente la costante di proporzionalità

maggiore rispetto a tutte le altre individuabili (ovvero corrisponde al massimo valore dell'indice di Sharpe o meglio alla migliore combinazione rischio-rendimento a cui è associata un rapporto più alto).

Quindi sulla base di quanto detto fino ad ora, essendo $r_f = 0$, il sistema [6] diventa il seguente:

$$\begin{cases} \mu_M = \frac{B}{A} = 0,3432 \% \\ \sigma_M = 3,6448 \% \end{cases} \quad [7]$$

Dove¹⁵:

$$A = 2,535249344;$$

$$B = H = 0,008702051;$$

$$\sqrt{H} = 0,093284784.$$

Utilizzando $\mu_M = 0,3432\%$ (corrispondente a un 137,14% annuo) giornaliero come dato di input nello strumento "Risolutore" in ambiente Excel si è ottenuto un portafoglio con deviazione standard minimizzata pari a $\sigma_M = 3,6448\%$ (giornaliero) e il vettore delle quote di composizione del portafoglio di mercato ottimo secondo la teoria di Markowitz come illustrato in Tabella 22.

¹⁵ Per le formule dei coefficienti A e B si rimanda al paragrafo 3.3

Tabella 23 - Composizione portafoglio di mercato ($r_f=0$)

| $r_f=0$ | Quote | Allocazione |
|---------------|----------|---------------|
| ALVG | 172,10% | Buying |
| AXAF | 152,93% | Buying |
| SAN | -67,62% | Short-selling |
| BAYGn | -107,06% | Short-selling |
| BMW | -4,98% | Short-selling |
| DAIGn | -148,18% | Short-selling |
| DTEGn | -5,94% | Short-selling |
| FREG | 37,13% | Buying |
| ISP | -2,89% | Short-selling |
| MUVGn | 122,96% | Buying |
| ORAN | 25,63% | Buying |
| SASY | 59,87% | Buying |
| SOGN | 1,82% | Buying |
| TEF | -162,68% | Short-selling |
| VOWG_p | 26,92% | Buying |

Emerge come il portafoglio di mercato M presenta un rendimento giornaliero medio nettamente superiore a tutti i rendimenti target dei portafogli giacenti sulla frontiera efficiente, in particolare superiore del 586% rispetto al valore obiettivo massimo precedentemente fissato (0,05% giornaliero). Il punto M appena trovato presenta coordinate che separano in modo esatto la parte della frontiera efficiente da quella inefficiente: ossia, tutti i portafogli appartenenti alla frontiera posti alla “destra” di tale punto, dominano parzialmente tutti i portafogli posti “alla sinistra” di tale punto M. Ovviamente anche la varianza dei rendimenti aumenta di pari entità. Sicuramente queste performance altisonanti sono raggiungibili, in presenza di vendite allo scoperto, con esposizione in termini assoluti pari di 11,08€ a fronte di 1€ in loro assenza. Le posizioni da assumere in short selling, come già ricordato prima, sono legate ai titoli con rendimenti più bassi nel pool di dati raccolto, mentre i titoli più performanti (Allianz, Axa e Munchener) sono indotti a essere acquistati sovrainvestendo la liquidità di cui dispone. L’idea è quella di vendere allo scoperto tali titoli (ossia venderli sul mercato senza materialmente possederli) e indebitarsi per un valore pari al controvalore della quota in short selling a un tasso pari al r_f che, usualmente, è riferimento a titoli di stato governativi a rischio per l’appunto nulla (come i Bund tedeschi, i Bill Treasury Bill americani etc.)

3.9 Applicazione pratica portafoglio di mercato: $r_f=0,5\%$

In questa seconda variante invece, considerando un $r_f = 0,5\%$ annuo (ossia un $0,00198\%$ giornaliero) la retta individuante il titolo risk free parte dal punto di coordinate $(0;0,198)$ e avrà pendenza pari allo Sharpe Ratio. Il portafoglio M in questo caso viene individuato andando a massimizzare la funzione obiettivo contenente lo Sharpe Ratio e impostando come unico vincolo solo quello di bilancio, oppure utilizzando la stessa metodologia pocanzi adottata si giunge a valori di coordinate di portafoglio (seguendo le formule della [6]), dopo aver provveduto invece a minimizzarne la varianza, pari a:

$$\begin{cases} \mu_M = \frac{B - A \cdot r_f}{A - C \cdot r_f} = 0,3934\% \\ \sigma_M = 4,2194\% \end{cases}$$

Dove:

$$A = 2,535249344;$$

$$B = 0,008702051;$$

$$H = 0,008608352;$$

$$\sqrt{H} = 0,09781205$$

$$r_f = 0,00198\% \text{ (rendimento giornaliero).}$$

Utilizzando $\mu_M = 0,3934\%$ giornaliero (corrispondente a un $169,37\%$ annuo) come dato di input si ottiene una deviazione standard minimizzata pari a $\sigma_M = 4,2194\%$ (giornaliero) e la composizione del portafoglio ottimo secondo la teoria di Markowitz così come indicata in Tabella 23.

Tabella 24 - Composizione portafoglio di mercato ($r_f=0,5\%$)

| $r_f=0,5\%$ | Quote | Allocazione |
|---------------|----------|---------------|
| ALVG | 200,77% | Buying |
| AXAF | 177,01% | Buying |
| SAN | -77,77% | Short-selling |
| BAYGn | -124,71% | Short-selling |
| BMW | -5,67% | Short-selling |
| DAIGn | -172,58% | Short-selling |
| DTEGn | -8,03% | Short-selling |
| FREG | 41,61% | Buying |
| ISP | -4,95% | Short-selling |
| MUVGn | 136,16% | Buying |
| ORAN | 28,43% | Buying |
| SASY | 66,96% | Buying |
| SOGN | 2,24% | Buying |
| TEF | -191,89% | Short-selling |
| VOWG_p | 31,42% | Buying |

La presenza del titolo risk free non altera granché la media del rendimento ottenibile dal portafoglio di mercato (pari a 0,39% contro il 0,34% del caso precedente), mentre la deviazione standard del rendimento varia in modo più che sensibile: passa da un 3,6448% a 4,2194% (sempre su base giornaliera). Si nota come, rispetto al caso precedente, il punto di tangenza M si trova in posizione posta più a “centro-nord”, dovuto anche ad una maggior pendenza dello Sharpe Ratio che interseca la frontiera efficiente in una posizione nel grafico più in alto rispetto alla precedente.

La presenza di un titolo a zero volatilità ha sicuramente influito su questo risultato abbattendo l’incertezza dei rendimenti di portafoglio. Aumenta in modo importante anche la liquidità, in termini assoluti, investita: ora è pari a 12,65€ contro gli 11,08€ in assenza di risk free rate. La logica relativa alle posizioni da adottare per i titoli è esattamente la medesima del caso appena trattato (con $r_f=0$) in quanto la struttura del portafoglio non cambia essenzialmente, ma con la presenza di un titolo totalmente sicuro, le performance possono migliorare a fronte appunto di una maggiore certezza di conseguire tale risultato.

3.10 Il portafoglio ottimo¹⁶

Seguendo l'impostazione di Markowitz si è giunti all'individuazione della frontiera efficiente. Tuttavia, non si è ancora analizzato come sia possibile identificare il “**portafoglio ottimo**” per l'investitore, ossia il portafoglio che massimizza la sua utilità attesa. Quest'ultimo dovrà selezionare uno dei punti della frontiera efficiente in base al proprio livello di propensione al rischio. Al fine di individuare il portafoglio ottimo si ricorre al concetto di “curva di indifferenza”, la quale permette di identificare le combinazioni rischio-rendimento considerate equivalenti dall'investitore. In presenza di livelli diversi di soddisfazione verrà identificata una mappa di curve di indifferenza.

Nel caso della “Portfolio Selection” analizzata da Markowitz, vengono prese in esame delle curve di indifferenza basate una funzione di utilità quadratica del tipo:

$$(3.24) \quad U(\mu, \sigma) = \mu - \gamma \cdot (\mu^2 + \sigma^2)$$

dove γ rappresenta il coefficiente di avversione al rischio dell'investitore e quest'ultimo sarà scelto in maniera arbitraria e al suo aumentare si ottiene un portafoglio ottimo che converge al titolo risk free. Questa tipologia di funzione di utilità ha le seguenti proprietà: esprime le preferenze degli investitori solo in funzione di due sole variabili, il rendimento ed il rischio (questa è chiaramente crescente rispetto a μ e decrescente rispetto a σ) e riconosce il rendimento atteso come un “bene” e il rischio come un “male”.

La rappresentazione grafica della funzione di utilità sono le **curve di indifferenza** che possiedono le seguenti caratteristiche:

- Sono curve convesse (concavità verso l'alto): le curve d'indifferenza poste più “in alto” corrispondono a valori più elevati dell'utilità.
- I portafogli appartenenti a una stessa curva d'indifferenza costituiscono una scelta equivalente per il decisore
- Maggiore è l'avversione al rischio del decisore, maggiore sarà la convessità delle curve di livello.

¹⁶ La trattazione di questo paragrafo fa riferimento al libro di testo “Manuale di Matematica Finanziaria” (Micocci & Batista Masala)

Nel piano media-varianza, se oltre alla frontiera efficiente viene disegnata anche la curva di indifferenza dell'investitore, allora il portafoglio ottimo si trova nel punto di tangenza delle due curve. Nella Figura 35 sono rappresentate la frontiera efficiente e due curve di indifferenza. Dalla pendenza delle due curve è possibile affermare che la curva il cui punto di tangenza con la frontiera efficiente è più a sinistra, identifica un investitore con molta avversione al rischio, dato che ad un aumento del rischio viene richiesto un minore aumento del rendimento per riportare l'utilità al livello massimo.

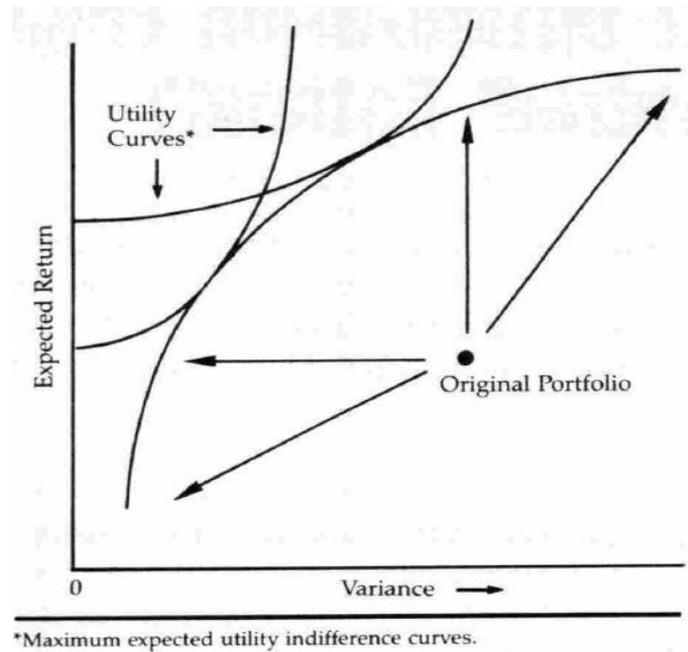


Figura 36 - Portafoglio ottimo - Fonte: Michaud (1989)

Nel caso in cui la frontiera efficiente è stata costruita utilizzando un titolo risk free $P(0; r_f)$, si può dimostrare che le coordinate del portafoglio efficiente $K(\tilde{\sigma}; \tilde{\mu})$ che massimizza l'utilità attesa sono date da:

$$\begin{cases} \tilde{\sigma} = \frac{\pi_M}{1 + \pi_M^2} \cdot (\beta - r_f) \\ \tilde{\mu} = \frac{r_f + \pi_M^2 \cdot \beta}{1 + \pi_M^2} \end{cases} \quad [8]$$

Con $\beta = \frac{1}{\alpha \cdot P_{\Pi}^{17}} - 1$, $\pi_M = \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}$ e $(\sigma_M; \mu_M)$ sono le coordinate del portafoglio (di mercato) di tangenza M determinato del paragrafo precedente.

3.11 Applicazione pratica del portafoglio ottimo: $r_f=0$

In questo paragrafo si procede con l'applicazione pratica delle formule finora elencate circa le coordinate del portafoglio ottimo. Si considerano innanzitutto la presenza di vendite allo scoperto e il caso con $r_f=0$. Inoltre, sono proposti due scenari differenti in virtù dell'utilizzo di variabili arbitrarie differenti:

- $\beta = 1$; $\alpha = 0,5$; rappresentativo di un investitore più avverso al rischio;
- $\beta = 3$; $\alpha = 0,25$; rappresentativo di un investitore con maggior attitudine al rischio.

Applicando quanto detto fino ad ora al nostro pool di dati, con l'assenza di un titolo privo di rischio ($r_f = 0$) e con asset che risultino essere i quindici titoli azionari presi come riferimento, la [8] viene ad avere i seguenti valori:

$$\begin{array}{l} (\beta=1) \\ \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\sigma} = 2,8468449 \% \\ \tilde{\mu} = 0,0811111 \% \end{array} \right. \quad [9] \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (\beta=3) \\ \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\sigma} = 8,5405348 \% \\ \tilde{\mu} = 0,24333315 \% \end{array} \right. \quad [10] \end{array}$$

A partire dai dati di $\tilde{\mu}$ e $\tilde{\sigma}$ della [9] e della [10] e considerando la funzione obiettivo [4], è possibile individuare le quote di composizione del **portafoglio ottimo**, nei due casi sopra citati, con lo strumento "Risolutore" in Excel, così riportate di seguito:

¹⁷ P_{Π} è la somma investita che consideriamo per facilità essere pari a 1.

Tabella 25 - Composizione portafoglio ottimo $\beta=1$

| Beta=1 | Quote | Allocazione |
|--------|---------|---------------|
| ALVG | 35,87% | Buying |
| AXAF | 39,50% | Buying |
| SAN | -20,28% | Short-selling |
| BAYGn | -19,97% | Short-selling |
| BMW | 1,57% | Buying |
| DAIGn | -33,24% | Short-selling |
| DTEGn | 9,07% | Buying |
| FREG | 10,47% | Buying |
| ISP | 6,21% | Buying |
| MUVGn | 51,59% | Buying |
| ORAN | 12,65% | Buying |
| SASY | 25,45% | Buying |
| SOGN | -1,66% | Short-selling |
| TEF | -22,22% | Short-selling |
| VOWG_p | 4,98% | Buying |

Tabella 26 - Composizione portafoglio ottimo $\beta=3$

| Beta=3 | Quote | Allocazione |
|--------|----------|---------------|
| ALVG | 121,48% | Buying |
| AXAF | 110,79% | Buying |
| SAN | -50,18% | Short-selling |
| BAYGn | -74,34% | Short-selling |
| BMW | -2,19% | Short-selling |
| DAIGn | -105,63% | Short-selling |
| DTEGn | -0,04% | Short-selling |
| FREG | 26,80% | Buying |
| ISP | 0,39% | Buying |
| MUVGn | 95,91% | Buying |
| ORAN | 20,84% | Buying |
| SASY | 47,08% | Buying |
| SOGN | 0,51% | Buying |
| TEF | -110,13% | Short-selling |
| VOWG_p | 18,76% | Buying |

Si specifica che anche per i dati sopra esposti, il riferimento alla media del rendimento del portafoglio ottimo è giornaliero. Corrispondo, rispettivamente, un rendimento annuo del 22,66% nel caso di un investitore più avverso al rischio e 84,48% nel caso di un investitore meno avverso al rischio. I risultati e le modalità di investimento della liquidità disponibile sono coerenti con quanto detto finora e con le peculiarità personali dell'investitore: basti pensare che nel caso di $\beta = 3$ il patrimonio investito in termini assoluti è pari a 7,85€, contro i 2,94€ dell'investitore che presenta $\beta = 1$.

3.12 Applicazione pratica del portafoglio ottimo: $r_f=0,5\%$

In questo paragrafo si procede ugualmente con l'applicazione pratica delle formule finora elencate circa le coordinate del portafoglio ottimo. Si considerano innanzitutto la presenza di vendite allo scoperto e il caso con $r_f=0,5\%$. Inoltre, sono proposti due scenari differenti in virtù dell'utilizzo di variabili arbitrarie differenti:

- $\beta = 1$; $\alpha = 0,5$; rappresentativo di un investitore più avverso al rischio;
- $\beta = 3$; $\alpha = 0,25$; rappresentativo di un investitore con maggior attitudine al rischio.

Applicando quanto detto fino ad ora al nostro pool di dati, con la presenza di un titolo privo di rischio ($r_f = 0,5\%$) calcolato su base annua e con asset che risultino essere i quindici titoli

azionari presi come riferimento in aggiunta al titolo risk free, la [8] viene ad avere i seguenti valori:

$$\begin{array}{l}
 (\beta=1) \\
 \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\sigma} = 9,19875074 \% \\ \tilde{\mu} = 0,85545037 \% \end{array} \right. \quad [11]
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 (\beta=3) \\
 \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\sigma} = 9,25151249 \% \\ \tilde{\mu} = 2,56242651 \% \end{array} \right. \quad [12]
 \end{array}$$

A partire dai dati di $\tilde{\mu}$ della [11] e della [12] e considerando la funzione obiettivo [4], è possibile individuare le quote di composizione del **portafoglio ottimo**, nei due casi sopra citati, con lo strumento “Risolutore” in Excel, così riportati di seguito:

Tabella 27 - Composizione portafoglio ottimo $\beta=1$

| Beta=1 | Quote | Allocazione |
|--------|----------|---------------|
| ALVG | 443,70% | Buying |
| AXAF | 376,67% | Buying |
| SAN | -166,08% | Short-selling |
| BAYGn | -279,89% | Short-selling |
| BMW | -9,20% | Short-selling |
| DAIGn | -382,94% | Short-selling |
| DTEGn | -34,86% | Short-selling |
| FREG | 88,76% | Buying |
| ISP | -21,39% | Short-selling |
| MUVGn | 262,11% | Buying |
| ORAN | 51,82% | Buying |
| SASY | 128,43% | Buying |
| SOGN | 14,96% | Buying |
| TEF | -442,63% | Short-selling |
| VOWG_p | 69,56% | Buying |

Tabella 28 - Composizione portafoglio ottimo $\beta=3$

| Beta=3 | Quote | Allocazione |
|--------|-----------|---------------|
| ALVG | 1327,77% | Buying |
| AXAF | 1137,95% | Buying |
| SAN | -465,80% | Short-selling |
| BAYGn | -865,23% | Short-selling |
| BMW | -156,99% | Short-selling |
| DAIGn | -1108,86% | Short-selling |
| DTEGn | -0,15% | Short-selling |
| FREG | 241,55% | Buying |
| ISP | -39,76% | Short-selling |
| MUVGn | 703,96% | Buying |
| ORAN | 115,61% | Buying |
| SASY | 339,04% | Buying |
| SOGN | 6,95% | Buying |
| TEF | -1368,83% | Short-selling |
| VOWG_p | 232,82% | Buying |

Le ingenti quote da investire (considerate in senso assoluto) presentate nelle tabelle sopra sono coerenti con due aspetti: in primis la presenza di un titolo risk free in portafoglio, che garantendo un rendimento certo fa sì che per ottenere un determinato livello di utilità compatibile con l’attitudine dell’investitore sia necessario un grande sforzo economico, considerando che i titoli già in portafoglio non garantiscono gain eccessivi; il secondo aspetto è che la presenza di un titolo risk free in portafoglio, rende geometricamente l’intersezione tra le curve di utilità e la frontiera efficiente più alte nel grafico “rendimento-deviazione standard” considerando la forma di quest’ultima che è più proiettata verso l’alto.

3.13 Considerazioni e fragilità del modello

Il modello di Markowitz presenta diverse fragilità che ne limitano l'utilizzo nelle applicazioni reali: innanzitutto, riduce l'importanza dei manager poiché, basandosi unicamente su media e varianza storiche dei titoli analizzati, non sembrerebbero necessarie le opinioni e insight personali di esperti del settore. Nella realtà operativa, infatti, i manager ragionano direttamente in termini di pesi attraverso un processo di ottimizzazione non intuitivo e perciò inappropriato per essere implementato per la composizione dei portafogli dei clienti (He e Litterman, *The intuition behind Black-Litterman model portfolios*, 1999).

In più, i gestori dei fondi tendono di solito a focalizzarsi su un piccolo segmento del potenziale universo di investimenti (selezione di azioni e altri asset che ritengono sottovalutati, ricerca di asset in fase di crescita, nicchie di mercato estremamente profittevoli), mentre la teoria di Markowitz necessita, irrealisticamente, di specificare il rendimento atteso di ogni asset presente all'interno dell'universo che si vuole analizzare. Inoltre, l'ottimizzazione rispetto alla media ed alla varianza implica un trade-off rischio/rendimento lungo la frontiera efficiente ed i pesi del portafoglio sono il risultato di questa relazione.

Un altro aspetto limitante del modello, dal punto di vista matematico, è che il procedimento porta ad una massimizzazione dell'errore di stima. Questo porta infatti a sovrastimare i titoli che presentano un elevato rendimento atteso, correlazioni negative e bassa varianza, facendo di questi i componenti privilegiati del portafoglio; sono però proprio questi asset quelli maggiormente soggetti alla possibilità di errore di stima. Ne derivano spesso composizioni fortemente concentrate in pochi titoli ad alto rendimento e bassa volatilità, scenario poco plausibile nella realtà che tende invece a preferire portafogli composti da quote più piccole ma numero maggiore di asset.

Non è un caso come nell'analisi, le quote di composizione dei portafogli giacenti sulla frontiera efficiente presentino quote maggioritarie investite su quei titoli che garantiscono, secondo i dati storici, performance di Sharpe maggiori. Per onestà intellettuale, è anche da ammettere che i portafogli giacenti sulla frontiera non risultano concentrati in pochi titoli come d'altronde il modello di Markowitz teorizza, bensì c'è una suddivisione degli investimenti piuttosto equa: quote che vanno dal 20 al 40% per 4 titoli in portafoglio rispetto ai 15 posseduti, e 5/15 con posizioni di short-selling. I restanti 6 titoli presentano quote di investimento, invece, non significative.

Inoltre, sono proprio alcuni degli assunti posti alla base del modello a mettere in dubbio la bontà della procedura, in quanto alcuni di questi sono oltremodo restrittivi e poco attinenti alla realtà

finanziaria, come ad esempio l'assenza di costi di transazione e imposte non eliminabili nella realtà, o l'idea di considerare un unico periodo di pianificazione e di investimento.

Un ulteriore problema è il modo in cui vengono rappresentati i parametri, in quanto medie e varianze dovrebbero essere ricavate dai rendimenti futuri dei titoli, ma, non essendo noti, viene fatta una stima utilizzando dei dati storici. Tale stima risulta non attendibile, dal momento che i rendimenti potrebbero variare anche di molto nel breve periodo.

Alla luce di ciò la staticità del modello di Markowitz ne evidenzia ulteriori limiti. Nel tempo infatti i prezzi degli strumenti finanziari variano e quindi, di conseguenza, anche il valore del portafoglio dovrebbe variare. Affinché questo accada è necessario modificarne la composizione in maniera tale da rimanere in linea con l'obiettivo rischio-rendimento iniziale e non rischiare di non trovarsi più sulla frontiera efficiente. Per procedere a questo tipo di adeguamento sarebbe quindi necessaria una continua revisione ad intervalli periodici. Tuttavia, ciò non viene previsto dal modello che dunque conferma i suoi limiti e la sua staticità.¹⁸

Molte altre critiche sono state apportate nei confronti di questo modello. È stato evidenziato come solo particolari funzioni di utilità (quella di Von Neumann Morgenstern) risultino coerenti col criterio media-varianza e non tutte le altre; inoltre, si è sottolineato come la varianza sia solo una delle variabili utilizzate per rappresentare il rischio associato ad un portafoglio. Altre critiche poi sottolineano le difficoltà che, in virtù delle complesse metodologie statistiche utilizzate e della numerosità di titoli presenti sul mercato¹⁹ si riscontrano nel determinare tale matrice della covarianza.

Vi è poi un ulteriore difetto relativo all'ammontare di dati necessari per la procedura; la bontà del portafoglio ottenuto con il processo di ottimizzazione risiede principalmente nella qualità dei dati di input necessari, cioè nella stima dei rendimenti attesi e nella matrice di varianza-covarianza. L'ammontare di questi dati però aumenta esponenzialmente con l'aumentare dei titoli presi in considerazione per il portafoglio rendendo difficile la loro stima.

Da molti la teoria di Markowitz è stata inoltre accusata di "debolezza" in quanto fondata su un presupposto errato: l'esistenza di una distribuzione normale dei rendimenti. In realtà si utilizza questa ipotesi solo per facilità di trattamento dei calcoli matematici (già molto complicati dall'utilizzo di matrici e covarianze), ma tale assunto non ha mai ottenuto un reale e consistente riscontro.²⁰

¹⁸ Marmi S., 10 Feb. 2010, "Dynamics and time series: theory and application", Scuola Normale Superiore Lecture 7.

¹⁹ Cornelis A., November 2004, "Measuring the Degree of Financial Market Efficiency: An Essay", Los Kent State University, College of Business Administration and Graduate School of Management.

²⁰ Hurst H.E., 1951, "Long-Term storage capacity of reservoirs", in Transaction of The American Society of Civil Engineers.

Per questo motivo il modello di Markowitz sembra essere adeguato solamente per prendere delle decisioni in un periodo immediatamente successivo a quello di valutazione in quanto permette di mostrare i vantaggi della diversificazione con un approccio veloce, semplice e comprensibile.

A differenza del modello Black Litterman che verrà esposto nel prossimo capitolo, il processo di ottimizzazione di Markowitz non differenzia tra le view sulle quali l'investitore è fermamente convinto e quelle su cui ha solo una vaga opinione, ciò significa che il processo non distingue tra i diversi livelli di confidenza associati alle variabili di input. Inoltre, queste opinioni, che dovranno essere tradotte in rendimenti attesi, possono essere solo assolute e non relative. L'ipotesi cioè che l'investitore può sostenere è che le caratteristiche di un certo titolo nel futuro cresceranno o si abbasseranno, ma non può tuttavia sostenere che le caratteristiche di un titolo si alzeranno o abbasseranno rispetto ad altri titoli, in quanto attraverso il modello di Markowitz non è possibile tradurre quest'ultima osservazione in rendimenti.

4. Il modello di Black & Litterman²¹

4.1 L'impianto teorico e le ipotesi

Il modello di Black e Litterman consente di ottenere una maggiore stabilità dei portafogli rispetto ai modelli precedenti. Questo risultato è dovuto al fatto che il modello permette agli asset manager di formulare aspettative (consistenti con l'ottimizzazione del trade-off media-varianza) soltanto in merito a quegli asset su cui essi stessi sono in grado di esprimersi, lasciando la composizione degli altri al cosiddetto "equilibrio di mercato".

Lo schema parte perciò da un portafoglio di equilibrio (per esempio composto secondo la capitalizzazione di mercato), che propende nella direzione degli asset preferiti dall'investitore. Black e Litterman non assumono che ci si trovi costantemente in una condizione d'equilibrio, ma piuttosto che, "quando i rendimenti attesi si spostano dal loro valore di equilibrio, lo sbilanciamento che si viene a creare sui mercati tenda a farli tornare indietro" (Black, Litterman, 1992, p.29). Perciò si può ragionevolmente pensare che i rendimenti attesi non siano molto distanti dai loro valori d'equilibrio e che l'investitore possa trarre profitto combinando le sue personali view sui rendimenti dei diversi mercati con le informazioni contenute nei prezzi e nei rendimenti di equilibrio.

Il modello si basa quindi su due punti focali che lo contraddistinguono, e cioè:

- il cosiddetto "**approccio di equilibrio**", che garantisce la stabilità dei portafogli risultanti, ancorandoli attorno ad un determinato portafoglio scelto come riferimento (tipicamente il benchmark di mercato);
- la possibilità offerta all'operatore di esprimere le proprie **view** e di ponderarle secondo la fiducia in esse riposta.

Il meccanismo considera anzitutto l'equilibrio ideale di mercato come punto di riferimento del portafoglio e, in seguito, chiede all'investitore di indicare un determinato numero di view in termini di rendimenti attesi dai mercati, nonché di specificare il livello di confidenza attribuito a ciascuna aspettativa. Attraverso la combinazione delle view con i rendimenti di equilibrio si ottengono i cosiddetti "rendimenti attesi di Black e Litterman", che sono poi utilizzati come

²¹ La trattazione teorica fa riferimento al testo "Manuale di Matematica Finanziaria" (Micocci & Batista Masala).

input di un'ottimizzazione media-varianza: in questo modo nasce un portafoglio in cui gli scostamenti dai rispettivi valori di equilibrio sono diversi da zero soltanto per quegli asset su cui l'investitore si è espresso, ma non sugli altri. La misura dello scostamento, inoltre, dipende sia dai livelli di confidenza specificati dall'asset manager che da un parametro noto come *weight-on-views*, il quale ha l'obiettivo di specificare il peso delle view riguardo all'equilibrio di mercato.

4.2 L'approccio di equilibrio

Uno dei principali problemi del modello media-varianza, che Black e Litterman si propongono di superare, è rappresentato dal fatto che l'ottimizzazione proposta da Markowitz risulta eccessivamente sensibile alle ipotesi di rendimento formulate dall'investitore. Da qui è scaturita la necessità di fissare un punto di riferimento "neutrale", attorno al quale strutturare gli input del processo di ottimizzazione: questi ultimi sono identificati dai due autori con il set di rendimenti che sono in grado di spiegare la composizione di mercato, nell'ipotesi in cui tutti gli investitori possiedono identiche view. Il concetto di equilibrio è da intendersi come una situazione ideale di mercato, in cui domanda e offerta si eguagliano: anche se questo stato non si verifica effettivamente nei mercati finanziari, l'idea di un ipotetico equilibrio comporta molte conseguenze interessanti.

Per questa ragione B&L non presuppongono che i mercati siano in equilibrio, piuttosto, l'equilibrio è visto da loro come un "centro di gravità", cui si possono ancorare le diverse quote di portafoglio. Più in particolare l'approccio di equilibrio suggerito dagli autori consiste nello scegliere ex ante un'allocazione di equilibrio e nel determinare previsioni "neutrali" sui rendimenti futuri, in modo che, una volta che tali previsioni sono inserite nel tradizionale schema di ottimizzazione, restituiscano proprio l'allocazione di riferimento.

Tale tecnica è chiamata **reverse optimization**, perché sfrutta il processo di ottimizzazione non per ottenere la composizione ottimale di portafoglio, ma, al contrario, parte da essa e mira a ottenere i rendimenti attesi. In altre parole, anziché implementare la massimizzazione con i rendimenti storici, che danno origine a scelte prive di buon senso economico, il consiglio dei due studiosi è di utilizzare rendimenti in eccesso attesi, in grado di restituire esattamente il portafoglio di riferimento: su queste basi s'inseriranno in un secondo momento le aspettative degli investitori.

Ricordiamo che i rendimenti in eccesso sono i “premi” per il rischio dei vari asset, ossia i rendimenti puri meno il rendimento del titolo privo di rischio²².

Quindi la scelta di un indice di riferimento in base alla capitalizzazione del mercato è un ottimo modo di sfruttare i meccanismi di equilibrio che stanno alla base dei mercati finanziari stessi, i quali, per quanto non perfettamente efficienti, possiedono tuttavia un grado d’informazione sicuramente superiore rispetto a quello dei singoli operatori.

La reverse optimization, dunque, consiste nel meccanismo inverso alla massimizzazione della funzione di utilità quadratica, implementato ponendo come incognita i rendimenti attesi piuttosto che i pesi di portafoglio.

Tradizionalmente, infatti, il processo di massimizzazione dell’utilità quadratica assume la seguente formula:

(4.1)

$$\text{Max}_{\Omega} \left[\Omega^T \Theta - \frac{\lambda \cdot \Omega^T \Sigma \Omega}{2} \right]$$

dove: Ω rappresenta il vettore delle quote di portafoglio; Θ è il vettore dei rendimenti attesi; λ è il coefficiente di avversione al rischio; Σ è la matrice varianza-covarianza.

Il coefficiente di avversione al rischio λ sintetizza il trade-off tra rischio e rendimento atteso dal mercato. Per il suo calcolo la formula proposta è:

(4.2)

$$\lambda = \frac{E(R_p) - r_f}{\sigma^2}$$

in cui λ è definito come il rapporto tra il premio al rischio al mercato (r_f rappresenta infatti, il tasso di rendimento risk free) e il rischio stesso.

Tale equazione ha come soluzione per i pesi ottimi di portafoglio:

(4.3)

$$\Omega = (\lambda \cdot \Sigma)^{-1} \Theta$$

²² Nella maggior parte dei casi il titolo risk-free è un’obbligazione governativa di durata medio-lunga (ad esempio il Bund tedesco a cinque anni).

La tecnica della reverse optimization suggerisce, invece di assumere che un set di pesi portafoglio X sia ottimo (ossia derivanti dalla capitalizzazione di mercato di ciascun titolo rispetto al benchmark), e di risolvere l'equazione per il vettore dei rendimenti impliciti:

(4.4)

$$\Theta = \lambda \cdot \Sigma \Omega_B$$

dove Ω_B rappresenta, stavolta, il vettore delle quote del portafoglio di riferimento scelto dall'asset manager.

Applicando poi una necessaria e diffusa semplificazione, Black e Litterman assumono che i rendimenti teorici di equilibrio siano distribuiti come una normale multivariata, con valore atteso esattamente pari a Θ e matrice delle covarianze dei rendimenti teorici di equilibrio proporzionale a quella delle covarianze storiche Σ , ma ridimensionata tenendo conto di uno Shrinkage factor τ (solitamente vicino allo zero). Pertanto, la specificazione completa della distribuzione dei rendimenti attesi di equilibrio sarà:

(4.5)

$$E(R) \sim N(\Theta, \tau \cdot \Sigma)$$

I rendimenti impliciti ottenuti in questo modo dal benchmark scelto dall'asset manager, com'è stato già detto, forniscono un punto di riferimento “neutrale” da cui partire per incorporare le view soggettive dell'investitore riguardo ai rendimenti futuri. Qualora l'investitore non disponga di alcuna view sui rendimenti attesi, egli potrà semplicemente acquistare un portafoglio composto secondo la capitalizzazione di mercato: portafoglio che riflette lo stato di equilibrio, in cui la domanda eguagli l'offerta. Se, invece, l'investitore possiede delle aspettative a proposito dei rendimenti futuri, il difficile compito che si prospetta all'asset manager è quello di combinare queste view in maniera coerente con l'equilibrio di mercato.

Black e Litterman danno un'ulteriore possibilità all'investitore, quella di esprimere il proprio grado di fiducia riguardo a ciascuna view. Nel modello, dunque, sia i rendimenti attesi di equilibrio che le aspettative dell'investitore sono espresse in termini probabilistici. Intuitivamente possiamo dire che il peso relativo dell'equilibrio rispetto alle view dipenderà dal livello di confidenza indicato dall'investitore. Una minore sicurezza delle aspettative soggettive dell'investitore determinerà una maggiore tendenza del portafoglio finale verso i pesi del portafoglio di mercato; al contrario, le quote di portafoglio di un investitore che ripone un alto

livello di confidenza nelle proprie aspettative sui rendimenti di mercato si scosteranno parecchio dai rispettivi valori d'equilibrio. In conclusione, l'approccio di equilibrio riconosce nel benchmark di mercato un punto di riferimento neutrale cui ancorare il portafoglio.

4.3 View dell'investitore e livello di confidenza

L'idea di Black e Litterman, come si è detto, è quella di combinare il portafoglio di mercato con specifiche aspettative dell'investitore. A ciascuna view, inoltre, è possibile assegnare un livello di confidenza che permette all'asset manager di differenziare le aspettative tra loro.

Le view possono essere espresse nei due seguenti modi:

- in maniera assoluta come ad esempio: “Mi aspetto che il titolo A produca in futuro un rendimento del 5%”;
- in maniera relativa come ad esempio: “Credo che il titolo A produrrà in un futuro un rendimento del 2% superiore rispetto al titolo B”.

A ciascuna view, sia essa assoluta o relativa, l'asset manager può anche assegnare un livello di confidenza, espresso in termini di probabilità, che può oscillare tra lo 0% e il 100%: quanto più è alta la fiducia che il manager ripone nella sua aspettativa, tanto più elevato sarà il livello di confidenza che le assegnerà, e viceversa. Il livello di confidenza naturalmente condiziona l'influenza della view sulla composizione del portafoglio: se il livello di confidenza dell'aspettativa è basso, la view condiziona in maniera minima le quote di portafoglio. Ad ogni modo, le view indicano gli specifici asset su cui l'investitore vuole scommettere e la direzione (positiva o negativa) che si vuol dare alla scommessa rispetto ai pesi “neutrali” degli stessi.

Bisogna precisare, però, che l'ampiezza degli scostamenti dai valori d'equilibrio, o meglio dal portafoglio “neutrale”, dipende non soltanto dal livello di confidenza che si ripone nell'aspettativa, ma anche dalla view stessa, nonché dal parametro τ . Infatti, se la view specificata dall'investitore si scosta molto dal rendimento “neutrale”, questa contribuirà ad accrescere l'ampiezza dello scostamento. La letteratura definisce il parametro come *wight-on-views*, giacché esso ha il potere di condizionare in parte il valore delle quote di portafoglio, secondo le aspettative espresse dall'investitore. Black e Litterman nel loro lavoro non

propongono una precisa formula di calcolo, ma considerano il valore del parametro come una costante, il cui valore deve essere fissato molto vicino allo zero.

4.4 L'approccio bayesiano al modello

Come si è detto fino a questo punto, l'idea fondamentale del modello di Black e Litterman è quella di combinare l'informazione derivante dal mercato con quella a disposizione dell'asset manager. Per ottenere questo risultato bisogna utilizzare un approccio di tipo bayesiano.

La teoria dell'inferenza bayesiana prende il nome dal teorema su cui si fonda: il teorema di Bayes, appunto, che consente di combinare due diverse fonti d'informazione come è stato mostrato prima:

(4.6)

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

da cui:

(4.7)

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

dove A e B rappresentano due eventi possibili, che nel nostro caso possiamo interpretare come i rendimenti attesi dall'asset manager (evento A) e i rendimenti attesi neutrali (evento B).

Di conseguenza la funzione di densità di probabilità (pdf) dei rendimenti attesi condizionata ai rendimenti di equilibrio, $P(A|B)$, è data dal prodotto tra la pdf dei rendimenti d'equilibrio condizionata dai rendimenti attesi $P(B|A)$ e la funzione di densità di probabilità dell'evento A , $P(A)$, che sintetizza le view soggettive del gestore: il tutto è calcolato in unità di probabilità marginale dei rendimenti d'equilibrio $P(B)$. In questo modo il teorema di Bayes si propone di fornire un meccanismo formale in grado di sintetizzare le view soggettive con i rendimenti neutrali.

Se indichiamo con $E(R) = E(R_{t+1}|I_t)$ il vettore dei rendimenti attesi dal manager per il tempo $t+1$, condizionati dal set informativo di cui dispone al tempo t , e con θ il vettore dei rendimenti neutrali, possiamo riscrivere l'espressione del teorema di Bayes in questo modo:

(4.8)

$$P(E(R)|\Theta) = \frac{P(\Theta|E(R)) \cdot P(E(R))}{P(\Theta)}$$

S'ipotizza di seguito che la probabilità dei rendimenti attesi $P(E(R)|\Theta)$ assuma la forma di k vincoli lineari sul vettore di n rendimenti attesi $E(R)$, che possono essere espressi con una matrice P , di dimensioni $k \times n$, tale che:

$$(4.9) \quad P \cdot E(R) = q + \varepsilon$$

$$(4.10) \quad \text{con } q = \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_k \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{pmatrix}$$

dove q è un vettore $k \times 1$ che incorpora le view espresse dall'investitore in termini di sopra/sotto performance prevista, mentre ε è un vettore i cui elementi rappresentano un termine d'errore (white noise), che sintetizza l'incertezza delle view.

Si noti che k rappresenta il numero delle view espresse sui mercati e poiché tale deve essere sempre minore del numero degli asset: perciò deve sempre valere che $k \leq n$.

La distribuzione di ε ha media zero e varianza pari a Ψ , matrice diagonale, poiché si suppone che le view formulate dall'asset manager siano indipendenti tra loro. Tale matrice si costruisce ponendo sulla diagonale la varianza dei singoli termini di errore (Ψ_i):

(4.11)

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_k \end{pmatrix}$$

Dal momento che $\varepsilon \sim N(0, \Psi)$, si deduce:

$$(4.12) \quad P \cdot E(R) \sim N(q, \Psi)$$

Come si può notare, la matrice Ψ incide sulla distribuzione di probabilità dei rendimenti attesi, e questo, suggerisce che, man mano che gli elementi sulla diagonale della matrice si avvicinano a zero (e dunque con il diminuire della varianza dei singoli termini di errore), le aspettative vengono formulate sempre con maggior certezza.

Infine, per quanto riguarda la matrice P , essa possiederà tante righe quante sono le view espresse (k), e tante colonne quanti sono gli asset in portafoglio (n), di modo che ciascuna riga della matrice rappresenterà il peso di un determinato asset in una specifica view:

$$(4.13) \quad P = \begin{pmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k,1} & \cdots & p_{k,n} \end{pmatrix}$$

dove P , Ψ e q sono variabili note all'asset manager.

Se teniamo conto che

$$(4.14) \quad E(R) \sim N(\theta, \tau \cdot \Sigma)$$

la funzione di densità di probabilità dei rendimenti d'equilibrio condizionati alle aspettative del manager, sarà

$$(4.15) \quad \theta | E(R) \sim (E(R), \tau \cdot \Sigma)$$

A questo punto, servendoci del teorema di Bayes, possiamo affermare che la funzione di densità $P(E(R)|\theta)$ è una normale multivariata, con **media**

(4.16)

$$[(\tau \cdot \Sigma)^{-1} + P^T \Psi^{-1} P]^{-1} [(\tau \cdot \Sigma)^{-1} \theta + P^T \Psi^{-1} q]$$

e varianza

(4.17)

$$[(\tau \cdot \Sigma)^{-1} + P^T \Psi^{-1} P]^{-1}$$

Siamo così giunti a ottenere il valore atteso della distribuzione dei rendimenti attesi dall'asset manager, condizionati dai valori d'equilibrio, equazione fondamentale della ricerca di Black e Litterman in quanto consente di integrare view specifiche e personali con rendimenti neutrali. Per chiarire meglio quanto esposto, può essere utile riportare in uno schema il processo logico seguito da Black e Litterman nel loro lavoro: la figura 41 riassume in maniera efficace il procedimento seguito.

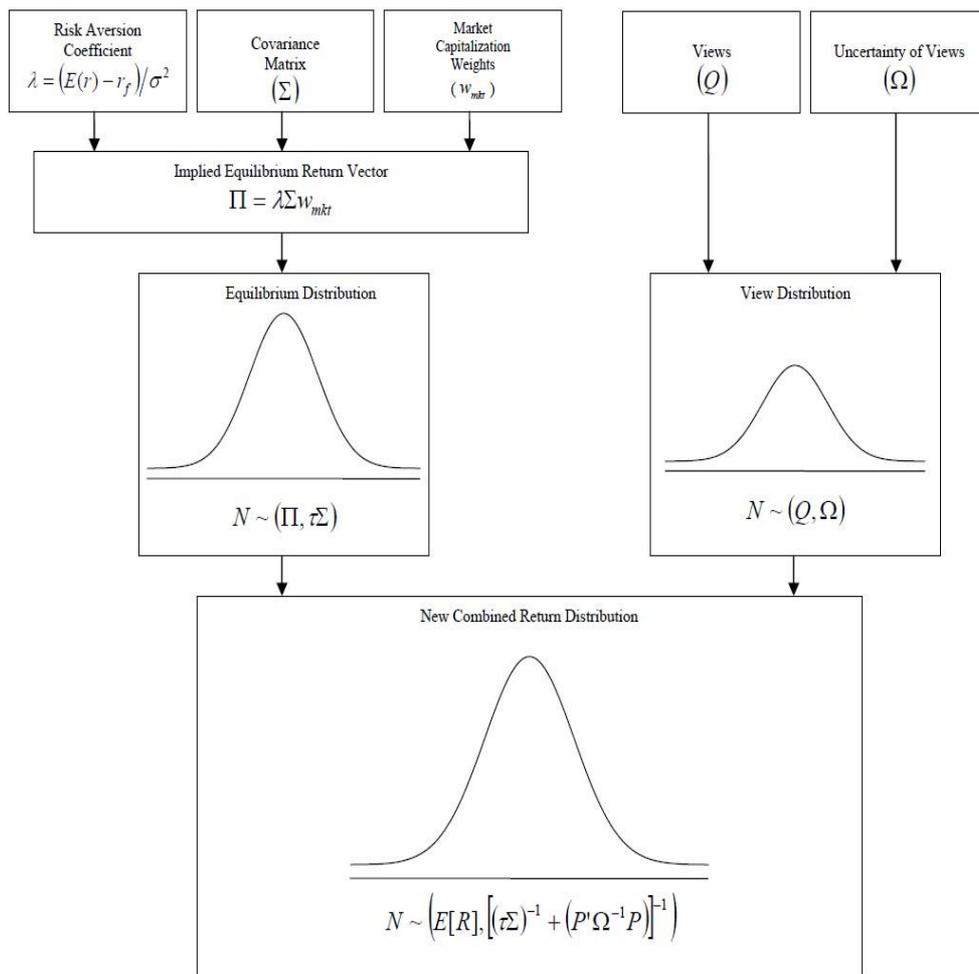


Figura 37 - Schema del modello di Black & Litterman - Fonte: Idzorek (2005)

Attraverso questo schema, è possibile osservare la formula generale del valore medio dei rendimenti in eccesso attesi condizionati, derivati combinando l'equilibrio iniziale con le view espresse. A questo punto, per ottenere la nuova composizione del portafoglio ottimale, basterà inserire il vettore dei rendimenti attesi così determinati nel tradizionale processo di ottimizzazione à la Markowitz.

4.5 L'applicazione pratica del modello Black-Litterman

4.5.1 I pesi della capitalizzazione di mercato w_i .

Utilizzando come dati di partenza lo stesso paniere impiegato per la costruzione del portafoglio secondo Markowitz, il primo passo da compiere per il calcolo dei rendimenti impliciti è capire quanto pesi la capitalizzazione del singolo indice rispetto al totale degli asset che compongono il basket; in altre parole, occorre definire il peso w della capitalizzazione di mercato di ciascun indice.

Il peso w è espresso come rapporto tra la capitalizzazione dello specifico indice e la capitalizzazione totale dell'intero portafoglio data appunto dalla somma delle capitalizzazioni tutti gli asset coinvolti (come se il mercato di riferimento fosse costituito solo dai titoli detenuti nel proprio portafoglio).

Perciò di seguito viene riportata la tabella con i quindici titoli azionari, con le rispettive capitalizzazioni in euro del free float relative all'ultimo giorno di analisi, ossia il 31/12/19 e i relativi pesi w_i .

Tabella 29 - Pesi delle capitalizzazioni di mercato

| | Market Cap (mld €) | Peso in % |
|---------------|--------------------|----------------|
| ALVG | 91,1 | 10,46% |
| AXAF | 66,59 | 7,64% |
| SAN | 71,75 | 8,23% |
| BAYGn | 81,2 | 9,32% |
| BMW | 27,12 | 3,11% |
| DAIGn | 54,48 | 6,25% |
| DTEGn | 16,29 | 1,87% |
| FREG | 21,75 | 2,50% |
| ISP | 39,54 | 4,54% |
| MUVGn | 38 | 4,36% |
| ORAN | 28,53 | 3,27% |
| SASY | 154,4 | 17,72% |
| SOGN | 26,5 | 3,04% |
| TEF | 7,09 | 0,81% |
| VOWG | 146,96 | 16,87% |
| TOTALE | 871,3 | 100,00% |

Ciò che è possibile osservare dalla tabella è che l'asset che pesa maggiormente nell'economia dell'intero portafoglio è Sanofi, seguito poi rispettivamente da Volkswagen e Allianz: questa peculiarità è coerente con la scelta di volere considerare nella trattazione imprese medium/large cap²³, in modo da avere una maggiore uniformità nella costruzione del portafoglio.

4.5.2 Il coefficiente di avversione al rischio λ

Il coefficiente di avversione al rischio λ nel modello di Black & Litterman, come già detto, richiama la tendenza degli investitori ad assumersi dei rischi o meno nel mercato di riferimento; dal punto di vista più strettamente analitico da quindi un'idea dell'extra- rendimento per ciascun punto aggiuntivo di rischio rispetto ad un benchmark. Proprio per quanto concerne il benchmark da scegliere come punto di riferimento neutrale dal quale partire, si è scelto di optare per un indice che tenesse conto del fatto che gli asset del portafoglio che si stanno considerando provengano da tutto il mondo. Per tale motivo l'indice "EURO STOXX 50" è stata la scelta più logica. Quest'ultimo è un indice azionario di titoli dell'eurozona creato nel 1998 dalla STOXX Limited, una joint venture creata da Deutsche Börse AG, Dow Jones & Company e SWX Group nel 1997. L'indice è composto dalle principali aziende dell'Eurozona e comprende una

²³La capitalizzazione caratterizzante i singoli mercati da un'idea realistica del grado di sviluppo dei relativi Paesi: quelli meno sviluppati e/o maggiormente "banco centrici" detengono quote di capitalizzazione significativamente inferiori rispetto a realtà maggiormente incentrate sulla Borsa

rappresentazione dei principali settori industriali dell'area. In esso sono presenti 50 titoli appartenenti a 16 paesi della zona Euro, ovvero Austria, Belgio, Danimarca, Finlandia, Francia, Germania, Irlanda, Italia, Lussemburgo, Paesi Bassi, Norvegia, Polonia, Portogallo, Spagna, Svezia e Svizzera. L'EuroStoxx 50 è ponderato in base alla capitalizzazione di mercato corretta per il flottante, vale a dire che le società più valide e liquide hanno il peso maggiore nel calcolo dell'indice. La ripartizione geografica dei valori che compongono l'indice Euro Stoxx 50 (al 2019) è la seguente: 34% di titoli francesi, 23.82% di titoli tedeschi, 13.12% di titoli spagnoli, 12.46% di titoli olandesi, 11.98% di titoli italiani, 3.72% di titoli olandesi e 0.91% di titoli irlandesi.

Tuttavia, per la definizione dell'extra-rendimento e di conseguenza per la determinazione del coefficiente λ , è stato necessario individuare un opportuno asset risk-free: si è ritenuto consono, dal momento che nell'analisi del portafoglio ottimale in ottica Markowitz si è utilizzato un tasso risk free del tutto arbitrario e forfettario del 0,5% su base annua, utilizzarlo anche per la realizzazione del portafoglio ottimale in ottica Black-Litterman anche per poter godere di uniformità e coerenza di giudizio. Si rammenta che potevano essere presi in considerazione i Bund tedeschi rispettivamente a 3,5,10 anni, ma considerata la loro negatività nei rendimenti (dovuti alla grande certezza e solidità della realtà dello Stato tedesco) si è preferito optare per il rendimento su menzionato.

Di seguito sono riportati i risultati ottenuti (i rendimenti sono espressi su base giornaliera):

Tabella 30 - Valori del coefficiente λ rispetto al benchmark Euro Stoxx 50

| | | |
|-----------------------------------|---------------|-------|
| Benchmark | Euro Stoxx 50 | |
| Rendimento medio | 0,01377% | 3,53% |
| Varianza | 0,01164% | |
| Deviazione standard | 1,07904% | |
| Risk free rate | 0,00198% | 0,50% |
| Coefficiente avversione al | 1,012751 | |

La tabella, come è evidente, riporta oltre i dati di input, il coefficiente di avversione al rischio: dal momento in cui la trattazione considera i rendimenti giornalieri degli asset componenti il portafoglio, ci si attende dei valori degli extra-rendimenti esigui; Pertanto il valore di λ individuato è pari a 1,012751: a tale risultato viene associata la combinazione titolo risk free con un $rf = 0,00198\%$ su base giornaliera (ossia 0,5% annuo), benchmark di mercato Euro Stoxx

50 che presenta un valore atteso dei Log rendimenti pari a 0,01377% su base giornaliera (3,53% base annua) e una varianza pari a 0,0116%.

4.5.3 Shrinkage factor τ

Come il parametro τ (shrinkage factor) come già spiegato nella teoria del modello, non influisce particolarmente sui risultati e dunque per determinarne il valore si possono utilizzare diversi metodi. Il parametro τ è uno scalare compreso tra 0 e 1 e tende a zero al crescere della numerosità del campione analizzato. (Schäfer and Strimmer, 2005). In altre parole, dal momento che l'incertezza della media dei rendimenti è minore dell'incertezza dei rendimenti stessi, il valore di τ dovrebbe essere vicino a zero. (Drobetz, 2001)

Un'interpretazione pratica di τ è che riflette il grado di fiducia di un investitore in mercati efficienti. Valori più piccoli indicano una minore incertezza soggettiva sull'efficienza del mercato e ridurre il peso sulle viste attive verso lo zero. Nel caso limite di $\tau = 0$ il peso su tutte le viste attive è pari a zero, e l'investitore deterrà passivamente il "mercato" rappresentato dal benchmark portafoglio (si ricade perciò nel modello di ottimizzazione alla Markowitz). Valori più grandi indicano la fiducia in inefficienze di mercato sfruttabili, con maggiori valori corrispondenti a una maggiore fiducia nelle opinioni attive e altro ancora disponibilità ad assumersi un rischio attivo. (O'Toole, March 21, 2017)

Per la seguente applicazione è stata scelta la teoria proposta da Blamont e Firoozye (2003), che interpretano $\tau\sigma$ come l'errore standard della stima dei rendimenti attesi d'equilibrio e pertanto lo scalare τ è approssimativamente pari a 1 diviso il numero delle osservazioni; nel nostro caso le osservazioni coincidono con i titoli, la cui numerosità è pari a 15, e perciò il valore scelto per il parametro è **0,067**.

4.5.4 Il vettore θ dei rendimenti impliciti e derivazione del conseguente portafoglio

Individuati i pesi di portafoglio dei vari asset sulla base delle capitalizzazioni di mercato, la matrice delle covarianze e il coefficiente di avversione al rischio, bisogna determinare il vettore dei rendimenti impliciti θ che forniscono un punto di riferimento da cui partire per incorporare le view soggettive dell'investitore riguardo ai rendimenti futuri. Qualora l'investitore non disponga di alcuna view sui rendimenti attesi, egli potrà acquistare un portafoglio composto secondo le capitalizzazioni di mercato: portafoglio che difatti rispecchia lo stato di equilibrio, in cui domanda e offerta si eguagliano.

Per calcolare i rendimenti impliciti attraverso la tecnica dell'ottimizzazione inversa è necessario avere anche una matrice di varianza-covarianza come misura del rischio. Per farlo è stata moltiplicata la matrice di varianza covarianza Σ calcolata precedentemente (vedi tabella 19) per il parametro τ , che in questo studio è stato considerato con valore uguale a 0,067. La matrice ottenuta ovviamente ha valori molto più bassi rispetto alla Σ iniziale, ma questo è in linea con l'idea generale del modello BL, e cioè che nel futuro i rendimenti, in media, subiranno poche oscillazioni dato che nel lungo periodo il mercato ritornerà sempre in equilibrio; sarà poi attraverso le view che l'investitore cercherà di approfittare a suo vantaggio di momentanei scostamenti o cambiamenti del trend. Utilizzando a questo punto la formula (4.4) si ottiene il seguente vettore dei rendimenti impliciti (su base giornaliera):

Tabella 31 - Vettore dei rendimenti impliciti

| Titoli | Rendimenti impliciti |
|--------|----------------------|
| ALVG | 0,000542% |
| AXAF | 0,000512% |
| SAN | 0,000664% |
| BAYGn | 0,000657% |
| BMW | 0,000713% |
| DAIGn | 0,000740% |
| DTEGn | 0,000462% |
| FREG | 0,000507% |
| ISP | 0,000342% |
| MUVGn | 0,000395% |
| ORAN | 0,000380% |
| SASY | 0,000435% |
| SOGN | 0,000633% |
| TEF | 0,000436% |
| VOWG | 0,000965% |

La tabella mostra come la deviazione standard dei titoli sia molto inferiore rispetto a quella ottenuta dai rendimenti storici, questo perché τ ha un valore molto vicino a 0 che porta ad avere un rischio molto basso. I rendimenti impliciti e la matrice di varianza-covarianza teorica costituiscono i nuovi input del processo di ottimizzazione che porta alla definizione del nuovo portafoglio di mercato con i rendimenti impliciti.

Il nuovo paniere ottimo è caratterizzato pertanto da un **rendimento atteso** dello **0,00071%** su base giornaliera (equivalente a uno 0,179% su base annua) a fronte di una **deviazione standard** dello **0,9476%**. Il grafico a torta di seguito mostra le quote di allocazione dei singoli titoli che

rispecchiamo esattamente sia i rendimenti storici dei titoli ponderati però con il peso posseduto, in termini di capitalizzazione di mercato nel portafoglio di analisi.

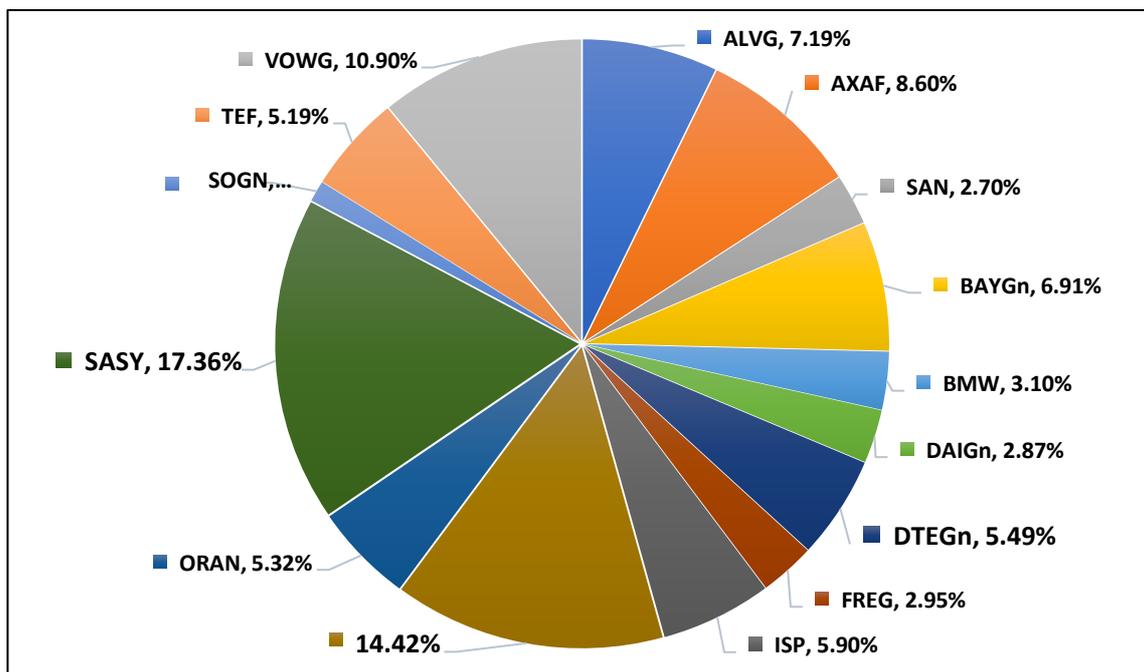


Figura 38. Composizione del portafoglio di mercato con rendimenti impliciti

Una volta calcolato il primo blocco di parametri, non resta che andare a dettagliare uno degli elementi portanti del modello di Black & Litterman, vale a dire le view dell'investitore.

4.6 Definizione delle view

Si specifica che le view di seguito proposte non tengono conto dei fatti accaduti a partire da febbraio 2020 (coerentemente con le serie storiche presentate nel capitolo 1), primo tra tutti l'avvento della pandemia di Covid-19, per evitare di inquinare in maniera troppo netta e importante le previsioni sulla crescita o decrescita dei rendimenti dei titoli. Tutte le considerazioni esposte fanno riferimento pertanto a outlook fornite dagli analisti alla fine del 2019. Le previsioni circa i futuri rendimenti azionari sono da intendere su base annua. Dal momento in cui i titoli raccolti per la composizione e analisi del portafoglio sono appartenenti a 5 settori operativi differenti, per quanto concerne la descrizione delle view da parte di un investitore generico che soddisfa le ipotesi alla base del modello Black-Litterman, si è deciso di procedere suddividendoli nel seguente modo:

- Settore insurance;

AXA: il gestore prevede che il titolo registrerà un trend positivo nei prossimi mesi con un rendimento che aumenterà del 25%. Per il settore assicurativo ci si aspetta un aumento dei profitti annuali pari al 3,7% e un aumento dei ricavi annuali pari al 4,5%. La compagnia assicurativa francese AXA in particolare, dopo aver dichiarato a novembre 2019 di provvedere alla vendita di una partecipazione del 29% in AXA Equitable Holdings, prevede dei ricavi netti di 3,1 m.d.€ e sostiene tramite una nota ufficiale di “aumentare di sei punti percentuali il coefficiente di requisito patrimoniale di Solvency II del gruppo e che tale operazione di disinvestimento non prevedrà impatti significati sul reddito.

Inoltre, anche la notizia che ha suscitato grandi apprezzamenti tra gli analisti e la promessa fatta dalle maggiori istituzioni finanziarie di stoppare in modo graduale i finanziamenti alle centrali di carbone. Così come affermato dal governatore della banca francese Francois Villeroy de Galhau al quotidiano “La Croix”: <<E' assolutamente necessario che il rischio di finanziare le centrali a carbone si riduca rapidamente nei bilanci delle banche francesi>>, ha indotto la stessa AXA all'impegno di uscire definitivamente dal mondo del carbone entro il 2030 nei paesi OCSE e entro il 2040 nel resto del mondo. (investing.com, 2019).

Sul fronte tedesco, ancora, Munchener Ruck dopo aver registrato un aumento da 188,40 a 260€ massimale per azione nell'ultimo anno, fa ancora sperare gli analisti e investitori: tra tutti i titoli in portafoglio è il titolo che ha registrato la miglior performance in assoluto, e l'investitore scommette fortemente su tale titolo secondo quanto suggerito dalle “momentum strategies”²⁴. Infatti, gli analisti si aspettano almeno un +2% annuo, sulla scia dei buoni risultati portati avanti dalla compagnia di assicurazioni di Monaco di Baviera nell'arco dell'ultimo lustro e sulla scia del settore riassicurativo di cui fa parte.

In un'agenzia battuta dall'agenzia di stampa britannica Reuters “Il CFO Christoph Jurecka ha dichiarato lunedì sera (26 novembre, ndr) a Monaco di essere più fiducioso che il più grande riassicuratore del mondo raggiungerà l'obiettivo di profitto di 2,8 miliardi di euro nel 2020. Il gruppo supererà l'obiettivo di 2,5 miliardi di euro di profitto promesso per il 2019. Tuttavia, anche poche settimane prima della fine dell'anno, Jurecka non si è fidato di essere fiducioso in una previsione più specifica, perché i gravi danni causati da uragani, dal tifone Hagibis e incendi boschivi in Australia e California hanno colpito con danni economici rilevanti il gruppo”. (Reuters, novembre 2019).

²⁴ Una momentum strategy è un sistema di acquisto di azioni o altri titoli che hanno avuto rendimenti elevati negli ultimi tre o dodici mesi e di vendita di quelli che hanno avuto scarsi rendimenti nello stesso periodo.

Sul fronte Allianz l'investitore prevede una situazione di parziale incertezza, soprattutto perché preoccupato da una situazione macroeconomica che potrebbe penalizzare in particolare quelle istituzioni finanziarie tedesche, come Allianz appunto, che hanno sempre osteggiato la politica dei tassi negativi della BCE. Secondo l'agenzia di rating Moody's "la redditività e il complessivo merito di credito degli istituti si indebolisca in un contesto di bassi tassi di interesse" nei prossimi 12-18 mesi e "le banche commerciali tradizionali e in particolare le istituzioni che si finanziano con i depositi faticeranno a guadagnare sui loro costi nel contesto di tassi bassi, anche se le rettifiche sui crediti sono particolarmente basse". (investing, novembre 2019)

Nonostante quindi i risultati di bilancio piuttosto incoraggianti, con utile netto di competenza degli azionisti è pari a 1,95 miliardi di euro e si confronta con una previsione di 1,84 miliardi di un sondaggio Refinitiv²⁵ con gli analisti, in aumento rispetto a 1,94 miliardi di euro dell'anno scorso, l'investitore valuta che l'impatto delle politiche monetarie ancora in atto possano comunque avere un effetto indesiderato sul fronte insurance e in particolare nella sezione del risparmio gestito.

- Settore banking;

Il settore bancario italiano è atteso da un prospero 2020 rispetto alle altre realtà europee. Lo testimoniano sia i dati attesi sui risultati di bilancio di fine anno e sia le prospettive future circa le prestazioni del FTSE MIB che sono letteralmente trainate dai titoli bancari negli ultimi mesi. In particolare, Intesa SanPaolo registrerà secondo l'investitore un aumento dei rendimenti del 0,5% rispetto ad altri istituti europei come Societe Generale. Oltre ad essere confermato il titolo più scambiato nel 2019 a Piazza Affari, la volontà di un'espansione e avvicinamento al mondo digital banking in territorio nazionale (si veda la partnership con la startup digitale londinese Oval Money), la candida sempre di più a essere al passo con l'avvento del digitale nel mondo bancario tradizionale al pari delle top banche europee per capitalizzazione. Anche la volontà di affermarsi sempre più come realtà fondamentale a livello sia nazionale (entrata nel capitale di Nexi con una quota del 9,9%) che sistemico (annuncio dello sbarco in Cina come prima banca straniera per attività di wealth management) conferisce agli analisti prospettive positive per il 2020.

Inoltre, le banche europee tra cui Société Générale e Banco Santander, risentiranno indirettamente del taglio dei tassi di interessi da parte della Federal Reserve in data 30 ottobre

²⁵ Refinitiv è una società inglese di fornitura dati, analisi, trading e strumenti di valutazione del rischio a livello globale per il mercato finanziario, punto di riferimento per gli analisti finanziari stessi.

2019 che lo stesso presidente Jerome Powell ha descritto come politica monetaria necessaria fino a che non vi sia un ulteriore peggioramento della situazione monetaria macroeconomica. Se, tuttavia, l'economia dovesse rallentare ulteriormente, la Fed sarebbe naturalmente pronta a riorientare le proprie politiche. Si prevedono pertanto crolli importanti dei rendimenti del 20% per l'istituto spagnolo, in quanto possiede un rapporto RWA/Total asset maggior rispetto alla banca francese (50% contro 30%), e quindi è più esposta al rischio. (Annual reports and Basel II Pillar 3 Documents, 2018).

Non sono state formulate view specifiche assolute di alcun tipo sul titolo Société Générale.

- Settore TLC;

Il settore TLC europeo è stato influenzato dalle dichiarazioni rilasciate da Donald Trump circa i comportamenti, a suo giudizio poco concorrenziali e scorretti, da parte di Huawei, tale da inserirla in una "lista nera" in cui rientrano tutte le aziende con cui le imprese americane hanno il divieto a trattare. Ovviamente una dichiarazione così forte ha avuto i suoi strascichi diplomatici anche in Europa e in particolare per quelle imprese che, necessitando di componentistica core per la realizzazione di una nuova infrastruttura 5G, ora si trovano spiazzate e incerte se continuare a rivolgersi ancora al colosso cinese per evitare disguidi diplomatici. Se secondo le attese il settore TLC avrebbe mantenuto un andamento pressoché costante con gli anni precedenti, con la sopravvenuta situazione potrebbe portare a un piccolo risentimento dell'intero settore guidato appunto dai 3 colossi europei leader nel settore delle telecomunicazioni. Si prevedono dunque, per Telefonica un vistoso calo dei rendimenti del 27% in quanto considerando un market share in Europa non elevato e al tempo stesso una sensibilità a cambiamenti di clientela rispetto agli altri due main competitor europei maggiore, le notizie di cronaca potrebbero impattarla maggiormente. Le già diffuse dichiarazioni circa la riduzione di apparecchiature acquisite da Huawei in favore di una maggiore pluralità di fornitori, confermano questo pessimismo degli analisti.

Situazione differente per Deutsche Telekom per cui, nonostante il veto imposto da Trump agli alleati, le trattative risultano piuttosto avanzate per mantenere Huawei come principale fornitore di apparecchiature radio per il 5G prima della sospensione dei negoziati per motivi politici. Così come riportato da Reuters, i talk prevedevano già che Huawei fornirebbe il 70% delle infrastrutture di trasmissione radio per le reti 5G di Deutsche Telekom per 533 milioni di euro. Considerando che il 32% dell'azionariato della società di telecomunicazioni è in mano al governo tedesco, l'ultimo colloquio tenuto il 3 dicembre era solo mirato a informare Huawei della temporanea interruzione dei trattati. Gli analisti comunque prevedono che nel corso del

nuovo anno (2020) la situazione di ostaggio in cui si trovano molti operatori di Paesi alleati agli USA possa terminare, consentendo la trasformazione e l'implementazione dei nuovi progetti. Per questa ragione il titolo DTEG è atteso in buona crescita il prossimo anno, esattamente del 7,85%.

Infine, non si formulano view per Orange, soprattutto perché le smentite circa una possibile fusione con il competitor tedesco appena citato sono state fortemente smentite da ambo le parti.

- Settore automotive;

Il settore automotive è quello indubbiamente più soggetto alle nuove sfide e ai nuovi trend portati dall'innovazione. Se a livello economico, l'Europa ha saputo tenere testa alle realtà macroeconomiche dominanti, come Cina e USA, in quanto nel 2018, l'economia totale dell'UE-28, con 15,8 trilioni di euro, era circa il 39% più grande di quella cinese, con 11,3 trilioni di euro, e solo il 9% circa più piccola di quella statunitense, con 17,2 trilioni di euro (mckinsey.com, 2019), gran parte del merito è sicuramente del settore automotive. Il blocco tedesco, composto da DAIMLER, Bmw e Volkswagen, dopo anni di crisi dovuti soprattutto alle tematiche Dieselgate che molto hanno inquinato sia l'ambiente che le loro prestazioni finanziarie, le previsioni degli analisti sono piuttosto positive: le sfide alla conversione a una mobilità green e sostenibile, sia per i veicoli privati, commerciali e per il trasporto pubblico sono state prese in palio dai player dominanti e sono alla base del cambiamento verso una mobilità futura che sarà "eacsy" (electrified, autonomous, shared, connected, pwc.com, 2018). Inoltre, dai dati comunicati dall'Acea (European Automobile Manufacturers Association) circa l'aumento delle immatricolazioni delle auto nel 2019 (1,2% rispetto al 2018) e dei veicoli commerciali (+2,5%) anche se a fronte di una drastica riduzione nella produzione di auto (-4,6% rispetto al 2018).

Infine, Volkswagen destinando al progetto auto elettriche il 40% degli investimenti, con il progetto Together 2025+ con free cash flow di 10 miliardi di € entro il 2025 (ilsole24ore, 2019) fa ben sperare gli analisti, nonostante la sua netta lentezza e miopia nel seguire il trend del mercato delle auto elettriche, così come sostenuto dall'AD Herbert Diess, secondo cui: "La vera domanda è: siamo abbastanza veloci? Se continuiamo al ritmo attuale, sarà molto dura. L'auto non è più solo un mezzo di trasporto e i produttori automobilistici non sono più solo produttori di veicoli, ha aggiunto. L'era delle classiche case automobilistiche è finita" (investing.com, 2019). Questo duro monito proveniente direttamente dal top management apre a una serie di scenari di completa "rivoluzione" tecnologica, sia nei siti produttivi che nelle nuove proposte di prodotto: si prevedono rendimenti leggermente superiori, in quanto trainati soprattutto dalle

aspettative di mercato elevate, rispetto a BMW del 13%, siccome gli analisti ripongono molta fiducia in questa esortazione all'innovazione in una realtà aziendale che per troppo tempo è rimasta ancorata ai dettami e tecniche del passato.

- Settore pharmaceutical;

L'industria farmaceutica è un settore altamente generativo di liquidità, e probabilmente rimarrà tale nel 2020. A causa degli alti livelli di redditività operativa - poco è cambiato per la maggior parte degli attori nell'ultimo decennio. La generazione di flussi di cassa liberi (definiti come flusso di cassa operativo dopo le spese nette in conto capitale e variazioni del capitale circolante) rappresentano oltre 5 miliardi di euro all'anno per la maggior parte dei grandi operatori farmaceutici europei. Tra i player più accreditati, Sanofi ha fatto trapelare l'indiscrezione secondo cui l'intenzione di lanciare un'OPA per acquisire tutte le azioni ordinarie in circolazione della società californiana Synthorx a un prezzo di 68\$ per azione, società di biotecnologia specializzata nello sviluppo di trattamenti per prolungare e migliorare la vita di persone affette da cancro o problemi autoimmuni, è testimonianza di uno sprint importante per accelerare il ricorso all'innovazione. Il segmento Specialty Care di Sanofi è su una base solida, in particolare con l'espansione regolare dell'etichetta di Dupixent (trattamento di dermatite atopica di entità grave). Il farmaco è diventato in brevissimo tempo il principale driver di punta per Sanofi. La pipeline di ricerca e sviluppo di Sanofi è solida e ha fornito diverse letture di dati positivi e raggiunto traguardi normativi nel 2019 con lo slancio che dovrebbe continuare nel 2020. Inoltre, i risparmi sui costi e le iniziative di efficienza supportano la crescita dei profitti. Non a caso infatti gli analisti prevedono rialzi futuri importante per la società francese, con valori attorno al 19%.

Segue questa ondata di fiducia anche il titolo Fresenius Medical Care che, così come confermato dal centro privato di ricerca Zacks Investment Research, rientra in una cerchia di titoli in forte consiglio "buy" trainato dalla crescita degli EPS a un tasso del 9,3%, utili 2019 che si attestano a 655 milioni di euro (contro la previsione degli analisti di 620 milioni di euro) e crescita dei flussi di cassa nel 2019 del 47,6% rispetto al 2018. (zacks.com, 2020)

Riepilogando, le view attese sono (su base annua, considerando 252 trading days):

- *View absolute:*
 - 1) Allianz: ribasso dell'1,78%;
 - 2) AXA: rialzo del 25,44%;

- 3) Munchener Ruck: rialzo del 23,25%;
- 4) Banco Santander: ribasso del 20%;
- 5) Telefonica: ribasso del 27%;
- 6) Deutsche Telekom: rialzo del 7,85%;
- 7) Sanofi: rialzo del 19,28%;
- 8) Fresenius: rialzo del 13%;

- *View relative:*

- 9) Intesa Sanpaolo: rialzo del 0,5% rispetto a Société Générale;
- 10) Volkswagen rialzo del 13,42% rispetto a BMW;

Una volta definite le opinioni, dal punto di vista di un asset manager, è possibile costruire il vettore q (rendimenti previsti di ciascuna view) e la matrice P (pesi di un determinato asset in una specifica view); si ricorda che, come riporta il testo di Manuale di Matematica Finanziaria (Micocci & Batista Masala), che nella matrice P l'espressione di un'aspettativa assoluta possiederà un peso pari all'unità in corrispondenza dell'asset interessato, mentre assumerà valore nullo per tutti gli altri asset; diversamente nel caso di una view relativa in cui si avrà un peso pari ad 1 per l'asset che si suppone produrrà un *over*-rendimento, mentre sarà pari a -1 il peso dell'asset che s'ipotizza produrrà un *under*-rendimento. Ciò che è importante in quest'ultimo caso, è la somma degli elementi della riga che deve essere pari a zero.

Si riassume quanto detto poc'anzi nella tabella 23:

Tabella 32 - Le view dell'asset manager con i rispettivi pesi

| | | P | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|------------------|------------------|------|------|-----|-------|-----|-------|-------|------|-----|-------|------|------|------|-----|--------|
| | | Base giornaliera | ALVG | AXAF | SAN | BAYGn | BMW | DAIGn | DTEGn | FREG | ISP | MUVGn | ORAN | SASY | SOGN | TEF | VOWG_p |
| q | View 1: ALVG | 0,007% | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | View 2: AXAF | 0,090% | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | View 3: MJUN | 0,083% | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | View 4: SAN | 0,090% | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | View 5: TEF | 0,090% | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| | View 6: SASY | 0,070% | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| | View 7: ISP-SOGN | 0,002% | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| | View 8: VOWG-BMW | 0,050% | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | View 9: FREG | 0,060% | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | View 10: DTEG | 0,030% | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Per quanto riguarda la matrice di confidenza, l'approccio utilizzato per la sua determinazione è quello della diagonalizzazione secondo la formula $\Psi = \text{diag}(P\tau\Sigma P^T)$ (verafinanza, 2019). Ciò che si ottiene è dunque:

Tabella 33 - Matrice di confidenza delle view Ψ

| | | | | | | | | | |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0,00000223 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0,000002560 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0,000004470 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0,000006120 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0,000007980 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,000009120 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,000012190 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,000014400 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,000038520 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,000070140 |

I valori ottenuti sulla diagonale sono molto vicini a 0 e grazie alla formattazione condizionale permette di avere una visione più chiara e approfondita circa il grado di confidenza dell'investitore rispetto alle sue aspettative relativi ai vari asset. Innanzitutto tutti gli elementi appartenenti alla diagonale principale sono molto prossimi allo zero, il che già fa presagire come queste view posseggono ciascuna una bassa varianza per quanto riguarda il termine di errore e quindi sono state formulate con un elevato grado di certezza; inoltre procedendo dal colore giallo chiaro (valori più piccoli) ad un tono più acceso dello stesso (valori più grandi), sono stati evidenziati rispettivamente le opinioni su cui il manager è più sicuro fino a quelle caratterizzate da un minore livello di confidenza. Le view cui è stato associato il maggior livello di fiducia sono la 1 e 2, rispettivamente relative a Allianz e Axa. Viceversa, le previsioni di performance che possiedono un minore grado di fiducia sono la view 9 e 10, facente rispettivamente riferimento alle uniche due view relative; pertanto questo vorrà dire che le quote di portafoglio terranno debitamente conto della visione personale del manager. Ora che tutti i tasselli del portafoglio di B&L sono al loro posto, occorre utilizzare l'approccio bayesiano per miscelare i rendimenti impliciti ottenuti dal benchmark di mercato con le view personali dell'investitore, in modo da ottenere il valore dei rendimenti dell'asset manager.

4.7 L'ottimizzazione di portafoglio secondo BL: aggregazione delle view ai rendimenti impliciti

I risultati derivanti dell'applicazione del teorema di Bayes al modello di B&L conducono a una funzione di densità di probabilità $P(E(R)|\Theta)$ approssimabile a una normale multivariata con media pari a:

$$(4.18) \quad \mu_{BL} = [(\tau \cdot \Sigma)^{-1} + P^T \Psi^{-1} P]^{-1} [(\tau \cdot \Sigma)^{-1} \Theta + P^T \Psi^{-1} q]$$

giungendo così a ottenere il valore atteso della distribuzione dei rendimenti attesi dall'asset manager condizionati dai valori di equilibrio. Svolgendo i calcoli è dunque possibile ricavare il vettore di dimensione 10x1 che andrà a costituire il primo dato di input dello stesso procedimento di ottimizzazione impiegato per il portafoglio di Markowitz; la tabella di seguito accosta i rendimenti attesi ottenuti alle rispettive deviazioni standard (queste ultime sono state ricavate estraendo la radice quadrata degli elementi presenti sulla diagonale principale del primo fattore della formula sopra indicata):

Tabella 34 - Rendimenti e varianze di equilibrio secondo B&L, rendimenti impliciti (su base giornaliera)

| | Rendimenti impliciti | Rendimenti BL | Varianze BL | Deviazioni Standard BL |
|--------|----------------------|---------------|-------------|------------------------|
| ALVG | 0,0005% | 0,0077% | 0,0164% | 1,2816% |
| AXAF | 0,0005% | 0,0627% | 0,0254% | 1,5948% |
| SAN | 0,0007% | -0,0530% | 0,0384% | 1,9595% |
| BAYGn | 0,0007% | 0,0168% | 0,0304% | 1,7423% |
| BMW | 0,0007% | 0,0069% | 0,0248% | 1,5740% |
| DAIGn | 0,0007% | 0,0144% | 0,0262% | 1,6196% |
| DTEGn | 0,0005% | 0,0120% | 0,0171% | 1,3092% |
| FREG | 0,0005% | 0,0223% | 0,0305% | 1,7467% |
| ISP | 0,0003% | 0,0134% | 0,0488% | 2,2091% |
| MUVGn | 0,0004% | 0,0389% | 0,0128% | 1,1332% |
| ORAN | 0,0004% | 0,0027% | 0,0193% | 1,3888% |
| SASY | 0,0004% | 0,0350% | 0,0178% | 1,3335% |
| SOGN | 0,0006% | 0,0065% | 0,0406% | 2,0149% |
| TEF | 0,0004% | -0,0453% | 0,0227% | 1,5079% |
| VOWG_p | 0,0010% | 0,0327% | 0,0451% | 2,1234% |

Nella Tabella 34 sono stati messi a confronto i rendimenti impliciti e quelli ottenuti considerando anche le view formulate. È possibile notare, in primo luogo, che non variano soltanto i rendimenti degli indici per i quali è stata formulata un'opinione, ma variano leggermente anche i rendimenti degli altri titoli. Questo è spiegabile dal fatto che tutti gli indici sono correlati tra loro perciò, quando si formula una view su un asset, indirettamente questa avrà conseguenze anche sugli altri asset.

Innanzitutto, si nota come i rendimenti impliciti sono inferiori rispetto a quelli di BL per tutti i titoli tranne per quelli per cui la view formalizzata è pesantemente negativa (Santander e Telefonica).

Prima di procedere con il calcolo delle quote di portafoglio tramite i rendimenti e le rischiosità identificate, occorre ragionare però sul significato della matrice di varianza e covarianza ottenuta dalla formula già introdotta nella presentazione del modello di Black & Litterman:

$$(4.19) \quad \sigma_{BL}^2 = [(\tau \cdot \Sigma)^{-1} + P^T \Psi^{-1} P]^{-1}$$

A ben osservare, l'espressione sopra riportata è esattamente la prima componente utilizzata per il calcolo dei rendimenti di equilibrio di BL; non bisogna però lasciarsi trarre in inganno. Le dispersioni che compongono la matrice non si riferiscono infatti al valore atteso dei rendimenti ma alla sua stima e, di conseguenza, non può essere utilizzate come input per la definizione dei pesi. Occorre infatti effettuare un passaggio intermedio di rimodulazione della matrice di varianza e covarianza di B&L aggiungendo Σ (matrice varianze e covarianze di partenza del modello di Markowitz, tabella 19) a quest'ultima; solo a questo punto è possibile proseguire con il passaggio conclusivo del modello. Per motivi di incompatibilità di spazi nella presente pagina, non è stata possibile la rappresentazione. Per quanto riguarda la matrice di varianza – covarianza di Black e Litterman bisogna sottolineare che essa non si riferisce al valore atteso dei rendimenti ma alla sua stima e, di conseguenza, non può essere utilizzata nel processo di ottimizzazione. A tal proposito occorre rimodellare la matrice di varianza–covarianza aggiungendovi la matrice di varianza–covarianza storica (i cui risultati sono stati già rappresentati in Tabella 25):

$$(4.20) \quad V^* = \sigma_{BL}^2 + \Sigma$$

Una volta ottenuti i rendimenti di equilibrio di Black & Litterman mediante l'approccio bayesiano, che ha permesso di combinare tra loro le aspettative di un gestore di un fondo e i rendimenti impliciti a partire di un benchmark di mercato, è giunto il momento di ottenere la nuova composizione del portafoglio ottimale, inserendo i rendimenti di B&L attesi nel tradizionale processo di ottimizzazione *à la Markowitz* visto nei capitoli precedenti.

Di seguito viene riportata la tabella con le varie composizioni di portafoglio ottenute, sia in presenza che assenza di possibilità di short selling, che concorrono alla creazione della frontiera efficiente:

Tabella 35 - Portafogli BL della frontiera efficiente con rendimenti target arbitrari: $r_f=0$

| PORTAFOGLI FRONTIERA EFFICIENTE ($r_f=0$) | | | | | |
|---|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | min varianza | | | | |
| Rendimento atteso giornaliero | 0,012% | 0,02% | 0,050% | 0,10% | 0,150% |
| Rendimento atteso annuo | 3,07% | 5,17% | 13,42% | 28,64% | 45,90% |
| Rischio (Dev.standard) | 0,7885% | 0,7772% | 0,8063% | 1,0514% | 1,4262% |
| ALVG | 8,06% | 4,65% | -7,49% | -27,74% | -47,99% |
| AXAF | 1,38% | 6,56% | 25,05% | 55,87% | 86,69% |
| SAN | -2,48% | -5,35% | -15,59% | -32,67% | -49,74% |
| BAYGn | 2,27% | 2,19% | 1,95% | 1,53% | 1,10% |
| BMW | 4,76% | 3,79% | 0,32% | -5,47% | -11,25% |
| DAIGn | -3,75% | -3,62% | -3,17% | -2,41% | -1,65% |
| DTEGn | 13,35% | 12,89% | 11,24% | 8,50% | 5,77% |
| FREG | 3,11% | 3,47% | 4,77% | 6,93% | 9,09% |
| ISP | 8,69% | 8,40% | 7,37% | 5,65% | 3,93% |
| MUVGn | 26,13% | 30,00% | 43,84% | 66,89% | 89,95% |
| ORAN | 9,45% | 9,13% | 8,01% | 6,13% | 4,25% |
| SASY | 14,08% | 15,47% | 20,42% | 28,68% | 36,94% |
| SOGN | -3,12% | -2,88% | -2,02% | -0,59% | 0,84% |
| TEF | 20,38% | 16,69% | 3,51% | -18,47% | -40,45% |
| VOWG_p | -2,30% | -1,40% | 1,82% | 7,17% | 12,52% |

Buying
Short-selling

Il primo titolo che balza all'occhio e che sicuramente conferma in modo deciso le aspettative dell'investitore, su cui gravano una bassa volatilità (così come testimoniato dalla matrice di confidenza), è Munchener Ruck: l'aspettativa di un rialzo futuro è confermato dal sovrainvestimento che un investitore pianificherebbe in un portafoglio costituito anche dai suddetti titoli

Anche se risulta essere un caso estremo nella realtà dei mercati finanziari, viene presentato di seguito anche la frontiera efficiente ottenuta considerando **assenza** di *short sales*. Si nota chiaramente come al crescere del rendimento target, fino a giungere a quello che massimizza lo Sharpe Ratio, l'investitore tende a concentrare le proprie risorse maggiormente in quei titoli per cui le view formulate sono significativamente fiduciose.

Tabella 36 - Portafogli BL della frontiera efficiente con rendimenti target arbitrari, senza short-sales: $r_f=0$

| PORTAFOGLI FRONTIERA EFFICIENTE ($r_f=0$) | | | | |
|---|--------------|---------|---------|------------------|
| | min varianza | | | max Sharpe Ratio |
| Rendimento atteso giornaliero | 0,012% | 0,02% | 0,030% | 0,05% |
| Rendimento atteso annuo | 3,07% | 5,17% | 7,85% | 13,42% |
| Rischio (Dev.standard) | 0,7929% | 0,7838% | 0,7873% | 0,9140% |
| ALVG | 7,31% | 2,28% | 0,00% | 0,00% |
| AXAF | 0,00% | 3,62% | 9,97% | 47,15% |
| SAN | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| BAYGn | 1,96% | 1,87% | 1,42% | 0,00% |
| BMW | 0,15% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| DAIGn | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| DTEGn | 13,09% | 12,57% | 10,91% | 0,00% |
| FREG | 2,91% | 3,44% | 3,94% | 0,00% |
| ISP | 8,69% | 8,42% | 8,01% | 0,00% |
| MUVGn | 25,84% | 31,97% | 36,34% | 49,64% |
| ORAN | 9,44% | 9,66% | 9,70% | 0,00% |
| SASY | 13,52% | 16,16% | 18,38% | 3,21% |
| SOGN | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| TEF | 17,09% | 10,00% | 1,33% | 0,00% |
| VOWG_p | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| Buying | | | | |

Tabella 37 - Portafogli BL della frontiera efficiente con rendimenti target arbitrari ($r_f=0,5\%$)

| PORTAFOGLI FRONTIERA EFFICIENTE ($r_f=0,5\%$) | | | | | |
|---|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | min varianza | | | | |
| Rendimento atteso giornaliero | 0,012% | 0,02% | 0,050% | 0,10% | 0,150% |
| Rendimento atteso annuo | 3,07% | 5,17% | 13,42% | 28,64% | 45,90% |
| Rischio (Dev.standard) | 0,093% | 0,1673% | 0,4459% | 0,9102% | 1,3745% |
| ALVG | -3,62% | -6,52% | -17,39% | -35,50% | -53,59% |
| AXAF | 6,02% | 10,82% | 28,82% | 58,82% | 88,80% |
| SAN | -3,39% | -6,10% | -16,26% | -33,19% | -50,11% |
| BAYGn | 0,00% | 0,00% | 0,00% | -0,01% | -0,03% |
| BMW | -0,95% | -1,71% | -4,54% | -9,30% | -14,07% |
| DAIGn | 0,00% | 0,02% | 0,06% | 0,15% | 0,25% |
| DTEGn | -0,05% | -0,09% | -0,24% | -0,49% | -0,75% |
| FREG | 0,53% | 0,96% | 2,54% | 5,18% | 7,83% |
| ISP | -0,02% | -0,04% | -0,10% | -0,20% | -0,31% |
| MUVGn | 5,40% | 9,71% | 25,88% | 52,82% | 79,77% |
| ORAN | -0,02% | -0,04% | -0,11% | -0,23% | -0,34% |
| SASY | 2,10% | 3,78% | 10,08% | 20,59% | 31,09% |
| SOGN | 0,16% | 0,30% | 0,79% | 1,61% | 2,43% |
| TEF | -3,52% | -6,33% | -16,87% | -34,43% | -52,01% |
| VOWG_p | 0,96% | 1,72% | 4,56% | 9,32% | 14,08% |
| Rf | 96,41% | 93,54% | 82,78% | 64,85% | 46,94% |
| Buying | | | | | |
| Short-selling | | | | | |

Tabella 38 - Portafogli BL della frontiera efficiente con rendimenti target senza short-sales ($r_f=0,5\%$)

| PORTAFOGLI FRONTIERA EFFICIENTE ($r_f=0,5\%$) | | | | |
|---|--------------|---------|------------------|---------|
| | min varianza | | max Sharpe Ratio | |
| Rendimento atteso giornaliero | 0,012% | 0,02% | 0,030% | 0,0425% |
| Rendimento atteso annuo | 3,07% | 5,17% | 7,85% | 13,42% |
| Rischio (Dev.standard) | 0,193% | 0,3616% | 0,5622% | 0,813% |
| ALVG | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| AXAF | 8,55% | 15,38% | 23,92% | 34,57% |
| SAN | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| BAYGn | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| BMW | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| DAIGn | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| DTEGn | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| FREG | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| ISP | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| MUVGn | 11,11% | 19,99% | 31,08% | 44,92% |
| ORAN | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| SASY | 2,19% | 3,94% | 6,12% | 8,84% |
| SOGN | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| TEF | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| VOWG_p | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| rf | 78,14% | 60,69% | 62,38% | 11,66% |
| Buying | | | | |

L'introduzione del titolo risk free è lo scenario in cui si vedono meglio le differenze rispetto al modello di Markowitz, in quanto il portafoglio non è più vincolato ad un rendimento obiettivo ma ricerca la composizione ottima in assoluto sulla frontiera efficiente.

È possibile interpretare i dati suddividendo l'analisi in ciò che è coerente con la teoria proposta da BL e in ciò che invece esula da queste teorie.

In Tabella 35 così come nella 37 sono riportati i pesi dei portafogli che costituiscono la frontiera efficiente ordinati secondo valori crescenti di rendimento nel caso di ammissione di short sales. A differenza del modello di Markowitz, è possibile notare come all'aumentare del rendimento target l'allocation del portafoglio risulti essere più equilibrata e bilanciata rispettando il principio di diversificazione, soprattutto verso quattro titoli Axa, Munchener Ruck, Sanofi per cui sono state formulate view ottimistiche.

Al contrario, Allianz, Santander e Telefonica presentano scarsa fiducia e quindi disinvestimento (oppure mancato investimento) sempre in esatta linea con le view formulate. I titoli per cui invece non sono state postulate delle view presentano posizioni piccole o addirittura in un intorno dello zero. Inoltre, a causa della forte deviazione standard dei titoli, la variazione di rendimento legata alle view assume entità importanti e per questo motivo gli asset diventano "dominanti" rispetto a quelli su cui non ci si è espressi o per i quali i giudizi sono stati negativi.

Anche per BL sono state confrontate graficamente le due frontiere efficienti nei due scenari proposti, protagoniste di questo continuo confronto durante l'analisi: la frontiera efficiente in presenza di vendite allo scoperto domina quella in assenza di vendite allo scoperto poiché è stato rilassato il vincolo di non negatività, con la possibilità di ottenere una maggiore varietà di portafogli raggiungendo livelli di redditività più elevati. Dal confronto emerge chiaramente come, a parità di rischio, il portafoglio ottimo in presenza di vendite allo scoperto presenta un rendimento maggiore tale da dominarlo anche se ciò appare in maniera meno marcata rispetto al modello markowitziano.

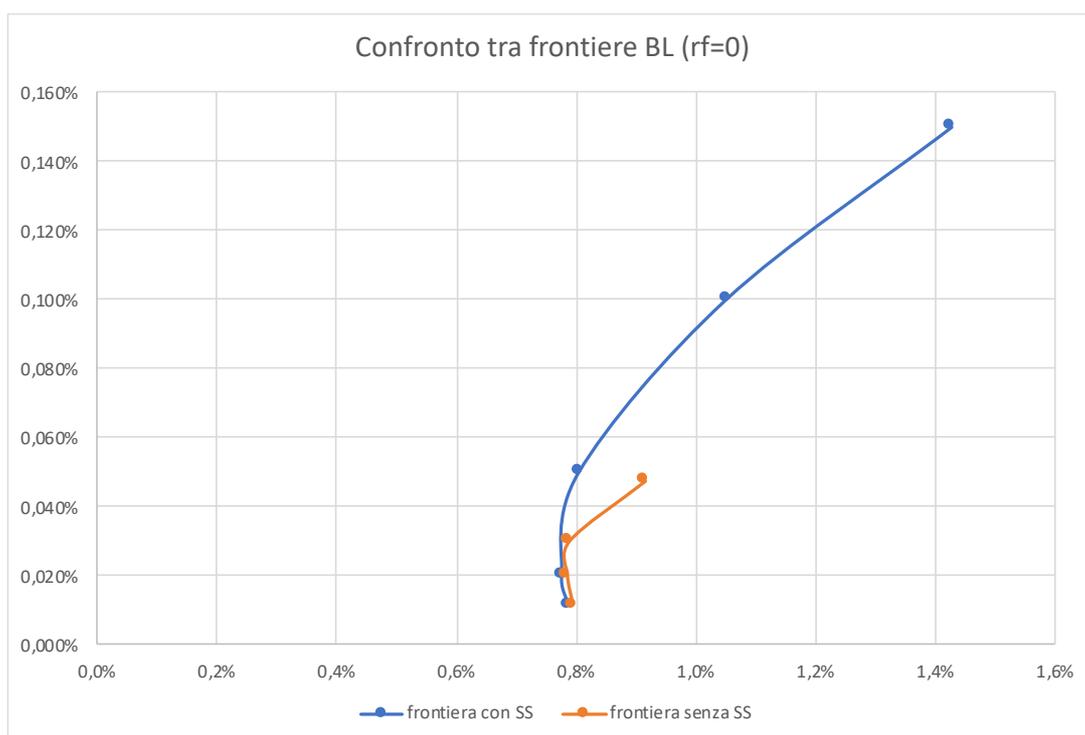


Figura 39 – Confronto tra frontiere efficienti secondo BL, con e senza Short sales

Bisogna infine sottolineare come il **portafoglio di mercato** ottimo di BL ottenuto per tangenza tra la retta che individua il titolo risk free e la frontiera efficiente, mostra un rendimento atteso (su base giornaliera) complessivo del 0,2622%, pari al 93,46% annuo a fronte di una deviazione standard pari a 2,4171% nel caso di assenza di titolo risk free; rendimento atteso (su base giornaliera) pari a 0,2809%, pari al 102,76% annuo, e deviazione standard del 2,5899% in presenza del titolo risk free $rf=0,5\%$. Di seguito si mostra il vettore di composizione delle quote di portafoglio.

Tabella 39 - Composizione portafoglio di mercato ($r_f=0$).

| rf=0 | Quote composizione | Allocazione |
|--------|--------------------|---------------|
| ALVG | -93,4% | Short-selling |
| AXAF | 155,9% | Buying |
| SAN | -88,1% | Short-selling |
| BAYGn | 0,2% | Buying |
| BMW | -24,2% | Short-selling |
| DAIGn | 0,03% | Buying |
| DTEGn | -0,4% | Short-selling |
| FREG | 13,9% | Buying |
| ISP | 0,1% | Buying |
| MUVGn | 141,7% | Buying |
| ORAN | 0,1% | Buying |
| SASY | 55,5% | Buying |
| SOGN | 4,0% | Buying |
| TEF | -89,8% | Short-selling |
| VOWG_p | 24,5% | Buying |

Tabella 40 - Composizione portafoglio di mercato ($r_f=0,5\%$)

| rf=0,5% | Quote composizione | Allocazione |
|---------|--------------------|---------------|
| ALVG | -101,0% | Short-selling |
| AXAF | 167,4% | Buying |
| SAN | -94,4% | Short-selling |
| BAYGn | -0,03% | Short-selling |
| BMW | -26,4% | Short-selling |
| DAIGn | 0,4% | Buying |
| DTEGn | -1,4% | Short-selling |
| FREG | 14,7% | Buying |
| ISP | -0,6% | Short-selling |
| MUVGn | 150,3% | Buying |
| ORAN | -0,7% | Short-selling |
| SASY | 58,6% | Buying |
| SOGN | 4,6% | Buying |
| TEF | -98,0% | Short-selling |
| VOWG_p | 26,5% | Buying |

I risultati del modello di Markowitz presentavano invece un portafoglio con una combinazione rendimento-rischio pari rispettivamente al (0,3432%; 3,6448%) in assenza di risk free e (0,3934%; 4,2194%) in sua presenza, andando a smentire le criticità e fragilità evidenziate dalla critica economica in comparazione col modello BL.

Per valutare quale sia il modello che offre le migliori prestazioni è stato calcolato l'indice di Sharpe; tale indice, infatti, fornisce una misura della performance del portafoglio, esprimendo il rendimento di un portafoglio titoli al netto del tasso risk free in rapporto al rischio del portafoglio stesso. È così indicato il rendimento in termini percentuali per ogni unità di rischio dell'investimento.

Avendo constatato che la frontiera efficiente in presenza di vendite allo scoperto domina quella in assenza di vendite allo scoperto (per entrambi gli scenari analizzati, ossia sia con che senza risk free), si è scelto di massimizzare e confrontare l'indice di Sharpe solo in presenza di short sales utilizzando come dati di input i rendimenti storici e i rendimenti di Black & Litterman.

Tabella 41 – Riepilogo parametri di portafoglio per ciascun modello finanziario

| Modello finanziario | Con short-selling | | |
|-------------------------|-------------------|---------------------|------------------|
| | Rendimento atteso | Deviazione standard | Indice di Sharpe |
| Markowitz | | | |
| Rf=0 | 0,34% | 3,64% | 9,42% |
| Rf=0,5% | 0,39% | 4,22% | 9,28% |
| Black-Littermann | | | |
| Rf=0 | 0,26% | 2,42% | 10,85% |
| Rf=0,5% | 0,28% | 2,59% | 10,77% |

Dai risultati emerge come il modello da preferire in termini di prestazioni sia quello di Black & Litterman. Inoltre, è possibile osservare che il rischio del portafoglio calcolato con il modello di Black e Litterman sia inferiore rispetto a quello del portafoglio analizzato con i rendimenti storici, a significare che con il modello di Black e Litterman si ottengono dei rendimenti attesi più stabili, concentrati intorno al proprio valore medio. Oltre a fornire le performance migliori, il modello di Black & Litterman è basato su un modello matematico consistente che riesce ad unire l'equilibrio di mercato con le opinioni personali dell'investitore. A differenza del modello di Markowitz, infatti, risulta essere un modello valutabile e affidabile a 360 gradi siccome tiene conto della capitalizzazione dei vari titoli all'interno del mercato, delle previsioni dell'investitore e della fiducia che egli ripone nelle stesse.

Conclusioni

La trattazione si prefiggeva l'obiettivo di analizzare i due, ma non unici, modelli principali di asset allocation (Markowitz e Black & Litterman), utilizzando come asset 15 titoli azionari tratti dall'Euro Stoxx 50, tratti da 5 tra le maggiori industry a livello europeo, nello specchio temporale 2015-2019.

Nonostante la rilevanza economica che riveste il modello di Markowitz per tutta la letteratura finanziaria, il suo utilizzo pratico nella realtà da parte degli investitori è stato veramente contenuto.

Tra le tante motivazioni già descritte nel paragrafo 3.11 forse la più determinante è l'inaffidabilità nel medio-lungo periodo siccome è sufficiente una piccola variazione negli input per ottenere come output una media, una varianza e una composizione del portafoglio ottimo completamente diversi da quelli calcolati precedentemente.

Invece il modello di Black & Litterman riesce a superare i problemi di "input sensitivity", di concentrazione in pochi titoli (alto rischio) e di poca intuitività dei portafogli derivanti dall'applicazione del modello di Markowitz. Nel modello viene utilizzato un approccio bayesiano per combinare le view soggettive di un investitore, riguardo ai rendimenti attesi di uno o più titoli, con il vettore dei rendimenti attesi.

Per valutare quale dei due portafogli offriva la migliore performance si è scelto di utilizzare l'indice di Sharpe che, nonostante sia un ottimo indicatore in materia finanziaria, risulta essere comunque superficiale poiché consente di accettare il portafoglio ottenuto dal modello di Markowitz, anche con tutti i limiti che lo caratterizzano, rendendolo di fatto un portafoglio poco affidabile.

Al contrario, le principali difficoltà del modello di Black e Litterman risiedono nella determinazione del parametro τ (su cui sono ancora in discussione diverse teorie aperte sulla sua autenticità) e della matrice di confidenza a causa della loro soggettività e dall'assenza di una metodologia di calcolo universale.

Nonostante le difficoltà nell'implementazione, la forza del modello risiede nell'inserire come input le view personali dell'investitore sugli asset che compongono il portafoglio ottimo, che possono non essere necessariamente riferite a tutti gli asset in dotazione.

Il modello BL, pertanto, si adatta alle caratteristiche del singolo investitore perché consente di esprimere anche la confidenza sulle view espresse, anche in modo graduale. Nell'analisi condotta, ad esempio, il buon grado di confidenza delle view su titoli secondo cui le aspettative

dell'investitore prevedono *underperformance* gli ha consentito di pianificare investimenti importanti, in termini %, su titoli per cui secondo il modello di Markowitz la scelta sarebbe risultata opposta (caso del titolo Allianz).

Esistono, inoltre, alcune accortezze da tenere in mente per l'applicazione del modello Black-Littermann: non è consigliabile, nonostante la presenza di aspettative confidenti, l'investimento in un'ottica di lungo periodo poiché appare piuttosto inverosimile in ambito finanziario una previsione di questa durata. È necessario anche che tali aspettative siano condivise da un numero importanti di analisti oppure dai più accreditati centri di ricerca (così come sviluppato nell'analisi) un modo da avere un consenso che rispecchi il più possibile tutta l'informazione disponibile sul mercato. Infine, il modello Black-Litterman risulta più adatto a essere utilizzato in periodo di moderata volatilità del mercato in quanto l'affidabilità dell'intero modello, basato proprio sulla importanza delle view, verrebbe meno.

Pertanto, la reale conclusione di tale lavoro di tesi è che è plausibile costruire portafoglio secondo la teoria di BL con uno Sharpe Ratio migliore di uno ottenuto secondo Markowitz, confermando positivamente tutte i dogmi su cui il modello finanziario più moderno si fonda. Da ciò non deriva che il modello Black-Litterman risulti essere il modello di capital allocation per antonomasia presente in finanza, ma è indubbio che rappresenta un buon punto di partenza che consenta agli investitori di unire a un benchmark di partenza (derivante dal mercato così come appare sui listini) le proprie opinioni sui singoli asset, senza così "subire" il modello e ottenendo al tempo stesso risultati soddisfacenti.

Bibliografia

Black F., Litterman R., Global portfolio optimization, 1992, Financial Analysts Journal, Vol. 48, No. 5.

Cornelis A., November 2004, "Measuring the Degree of Financial Market Efficiency: An Essay", Los Kent State University, College of Business Administration and Graduate School of Management.

Drobetz W. (2001), "How to avoid the pitfalls in portfolio optimization? Putting the Black-Litterman approach at work", Financial Markets and Portfolio Management, Volume 15, 2001, Number 1.

He G., Litterman R., The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios, 1999, Investment Management Research, Goldman Sachs.

Hurst H.E., 1951, Long-Term storage capacity of reservoirs, in Transaction of The American Society of Civil Engineers.

Idzorek T. M. (2005), "A step-by-step guide to the Black and Litterman model", Working Paper. (BL, psg 120)

Markowitz H., Portfolio Selection, 1952, The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1.

Marmi S., 10 Feb. 2010, Dynamics and time series: theory and application, Scuola Normale Superiore, Lecture 7.

Michaud R.O. (1989), The Markowitz optimization enigma: is 'optimized' optimal? Financial analysts journal, Vol. 45, No. 1, pp. 31-42.

Micocci, M., & Batista Masala, G. (s.d.). Manuale di Matematica Finanziaria. Carocci.

O'Toole R. (2017), "The Black-Litterman Model: Active Risk Targeting and the Parameter Tau", Northfield 29th Annual Research Conference.

Santi, F., & Bee, M. (2013). Finanza quantitativa con R. Apogeo.

Schafer J., Strimmer K. (2005), "A Shrinkage Approach to Large-Scale Covariance Matrix Estimation and Implications for Functional Genomics", Volume 4, Issue 1, Article 32.

Sitografia

Banco Bpm. (s.d) Settori ciclici e difensivi, la differenza.
<https://www.bancobpm.it/magazine/privati/investi-risparmia/settori-economici-ciclici-e-difensivi-qual-e-la-differenza/>

Borsa Italiana. (2017, giugno). Che cos'è l'asset allocation? Il processo con il quale si decide in che modo distribuire le risorse. Tratto da Borsa Italiana:
<https://www.borsaitaliana.it/notizie/sotto-la-lente/assetallocation.htm>

Borsa Italiana. (s.d.). EFFICIENZA DEL MERCATO. Tratto da Borsa Italiana:
<https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/efficienza-del-mercato.html>

Consob. (s.d.). I MERCATI FINANZIARI. Tratto da Consob:
<http://www.consob.it/web/investor-education/i-mercati-finanziari>

ForexWiki. (s.d.). Teoria di Markowitz. Tratto da ForexWiki:
<http://www.forexwiki.it/Teoria-di-Markowitz>

Ilsole24ore. (2019, marzo). Bayer, condanna da 80 milioni a Monsanto. Tratto da:
<https://www.ilsole24ore.com/art/bayer-condanna-80-milioni-monsanto-diserbante-glifosato-cancerogeno-AByCUgiB>

investing. (2019, dicembre). Huawei and Deutsche Telekom advanced talks over 5g network. Tratto da: https://www.zacks.com/stock/news/1045012/3-reasons-why-fresenius-fms-is-a-great-growth-stock?cid=CS-ZC-FT-tale_of_the_tape|yseop_template_11_growth-1045012

investing. (novembre, 2019). Munich Ruck più fiducioso nel 2020. Tratto da:
<https://de.investing.com/news/stock-market-news/munchener-ruck-zuversichtlicher-fur-2020-1949649>

investopedia. (s.d). Momentum strategy. Tratto da:
https://www.investopedia.com/terms/m/momentum_investing.asp

money.it. (2019, aprile). Le medie mobili: cosa sono, come si calcolano e quali sono le più usate. Tratto da money.it: <https://www.money.it/Le-medie-mobili-cosa-sono-come-si>

mckinsey.com (2019, gennaio). A long-term vision for the European automotive industry. Tratto da: <https://www.mckinsey.com/industries/automotive-and-assembly/our-insights/a-long-term-vision-for-the-european-automotive-industry>

performance trading. (s.d.). La teoria “random walk”. Tratto da performance trading:
https://www.performancetrading.it/Documents/McAnalisi/McA_Random_Walk.htm

pwc.com (s.d). Five trends transforming the Automotive Industry
<https://www.pwc.com/gx/en/industries/automotive/assets/pwc-five-trends-transforming-the-automotive-industry.pdf>

startingfinance. (s.d). Introduzione ai mercati finanziari. Tratto da:

<https://www.startingfinance.com/guide/mercati-finanziari-intermedio/introduzione-ai-mercati-finanziari/>

startingfinance. (s.d). È possibile prevedere il mercato? Il Random Walk. Tratto da startingfinance: https://www.startingfinance.com/approfondimenti/possibile-prevedere-mercato-random-walk/#_ftn1

strategia-borsa.it. (s.d). Il mercato borsistico Euro Stoxx 50. Tratto da: <https://www.strategia-borsa.it/indice-euro-stoxx-50.html>

wikipedia. (s.d). Calendar effect https://en.wikipedia.org/wiki/Calendar_effect

verafinanza. (2019, luglio). Il modello Black e Litterman e il portafoglio ottimale. Tratto da verafinanza: <https://www.verafinanza.com/il-modello-black-e-litterman-e-il-portafoglio-ottimale/>

verafinanza. (2019, luglio). Il modello Black e Litterman e il portafoglio ottimale. Tratto da verafinanza: <https://www.verafinanza.com/il-modello-black-e-litterman-e-il-portafoglio-ottimale/>

zacks. (s.d). 3 reasons why Fresenius is a great growth stock. Tratto da: https://www.zacks.com/stock/news/1045012/3-reasons-why-fresenius-fms-is-a-great-growth-stock?cid=CS-ZC-FT-tale_of_the_tape|yseop_template_11_growth-1045012