

POLITECNICO DI TORINO

Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



TESI DI LAUREA

Ottimizzazione della Geometria di un provino per la verifica VHCF di stent coronarici

Relatore:

Prof. Davide Salvatore Paolino

Corelatore:

Dott. Andrea Tridello

Candidato:

Roberto Ferrantino

Ottobre 2020

Sommario

Sommario.....	3
Ringraziamenti.....	5
1.1 Gli stent coronarici [1].....	7
1.1.1 L'aterosclerosi: cause e conseguenze.....	7
1.1.2 L'aterosclerosi: terapia.....	8
1.1.3 Tipologie di stent.....	10
1.2 Fatica nei materiali [2]-[3].....	12
1.3 Dinamica dei sistemi a molti gradi di libertà [4].....	15
1.3.1 Analisi modale.....	15
1.3.2 Funzione di Risposta in Frequenza (FRF).....	18
1.4 Richiami sul metodo degli elementi finiti [5].....	20
1.4.1 Il problema elastico tridimensionale.....	20
1.4.2 Il metodo degli elementi finiti (FEM).....	21
Derivazione del funzionale.....	22
Scrittura di una funzione di interpolazione.....	25
Sostituzione delle funzioni di approssimazione nel funzionale integrale.....	27
1.4.3 Analisi strutturale statica.....	28
1.4.4 Analisi strutturale dinamica.....	32
1.4.5 Richiami sugli elementi isoparametrici.....	32
Descrizione degli elementi utilizzati nell'analisi modale.....	34
1.5 Macchina per verifiche VHCF ad ultrasuoni.....	37
2.1 Descrizione del provino.....	39
2.1.2 Geometria di partenza.....	41
2.2 Simulazioni Matlab/Ansys.....	43
2.2.1 Descrizione del codice di Matlab.....	43
2.2.2 Descrizione del codice Ansys.....	45
2.3 Analisi di convergenza della soluzione.....	51
2.4 Analisi dell'effetto dei parametri.....	55
2.4.1 Effetto del semiasse maggiore dell'ellisse (a).....	56
2.4.2 Effetto del semiasse minore dell'ellisse (b).....	56
2.4.3 Effetto del parametro y_3	57
2.4.4 Effetto della semilarghezza dei bracci (Dext).....	58

2.4.5	Effetto della lunghezza dei bracci (L_{tot})	58
3.1	Risultati dell'ottimizzazione	60
3.1.1	Analisi preliminare	60
3.1.2	Risultati intermedi	62
3.1.3	Risultati finali	64
	Modifiche ai file di input	65
	Descrizione dei risultati ottenuti	66
3.2	Analisi dell'effetto dello spessore	68
3.2.1	Effetto sui risultati dell'analisi modale	68
3.2.2	Effetto sulla tensione e sugli spostamenti normali z	69
3.3	Analisi dell'effetto della curvatura del foro	73
3.3.1	Modifica della geometria	73
3.3.2	Andamento delle tensioni normali z	75
3.3.3	Andamento degli spostamenti normali z	78
3.3.4	Andamento dello spostamento minimo del foro, della tensione equivalente massima nel raccordo e nel provino e dei parametri $U_{max_surface}$, $Hole_ratio$ e $Surf_ratio$	81
4.1	Riprogettazione del provino cruciforme	83
4.1.1	Materiale: Acciaio	83
4.1.2	Risultati	83
4.1.3	Materiale: Lega di alluminio 7075-T6	84
4.1.4	Risultati	85
5.1	Realizzazione del provino in lega di alluminio	87

Sommario

La seguente tesi di Laurea Magistrale si identifica come uno studio approfondito in merito all'identificazione della miglior geometria da conferire ad un provino, al fine di effettuare verifiche VHCF su stent coronarici. Sono infatti stati effettuati altri studi in precedenza su provini dog-bone, hour-glass e a "C" ottenendo dei risultati non soddisfacenti, perciò nel seguente studio si riportano i risultati dell'analisi conseguenti all'ottimizzazione della geometria di un provino cruciforme.

La principale difficoltà nella progettazione di questi provini sta nel poter riprodurre la meccanica fisiologica di un'arteria così da ritenere veritieri i risultati sperimentali.

L'utilità nella realizzazione di un provino che simuli, in modo accettabile, la distribuzione di tensioni e deformazioni in uno stent posizionato all'interno di una arteria umana, non è quella di stimare esattamente la durata di ciascuno stent, bensì quella di fornire informazioni qualitative ai progettisti di stent, i quali ottenendo dei risultati in breve tempo, potranno osservare gli effetti delle modifiche della loro geometria. Infatti non è corretto pensare che, sollecitando uno stent con una frequenza di 20 000 Hz all'interno di una macchina di prova, si possa simulare ciò che accade in una arteria umana sollecitata ad una frequenza di 4 ordini di grandezza inferiore.

Attualmente i produttori di stent coronarici non forniscono dati accurati circa la loro durata, ma viene garantita una vita a fatica di circa 400 milioni di cicli, ovvero 10 anni.

Lo scopo di questo lavoro è stato di ottimizzare i diversi parametri geometrici del provino cruciforme al fine di ottenere i seguenti obiettivi:

1. Delle tensioni equivalenti massime nel componente che garantiscano una vita del provino compatibile con quella dello stent da verificare;
2. Una frequenza di risonanza del provino, per il modo di vibrare di interesse, compatibile con la frequenza di eccitazione della macchina di prova (20 kHz);
3. Degli spostamenti radiali, nel foro centrale del provino, uniformi e di un'entità tale da poter simulare correttamente la compressione e la dilatazione dell'arteria dovuta al flusso sanguigno;

Inizialmente si è deciso di utilizzare come materiale la lega di titanio Ti-6Al-4V in quanto possiede un buon limite di fatica (500 MPa). È stato necessario accettare delle tensioni equivalenti massime nel componente al di sopra del valore fissato inizialmente (200 MPa) per poter soddisfare gli altri obiettivi, in questo modo si avranno comunque delle vite a fatica del provino dell'ordine di 10^8 cicli.

Successivamente si è deciso di riprogettare il provino anche in lega di alluminio, 7075 T6, in questo caso la tensione equivalente massima nel componente è stata portata ad un valore di circa 150 MPa.

Per poter ottenere dei risultati sperimentali in breve tempo, si è deciso di realizzare il provino nella lega di alluminio scelta.

Ad oggi si è in attesa dei risultati sperimentali che probabilmente si otterranno nel mese di Ottobre 2020.

Ringraziamenti

Prima di addentrarci nella lettura del seguente elaborato, vorrei rubarvi qualche minuto per regalare queste righe di riconoscenza a coloro che mi sono stati accanto lungo questo arduo percorso.

Innanzitutto, vorrei ringraziare le persone grazie alle quali è stato possibile materializzare questo lavoro, ovvero il Prof. Davide Salvatore Paolino e il Dott. Andrea Tridello. Grazie per avermi permesso di iniziare e concludere questo elaborato nonostante le problematiche insorte a seguito della pandemia. Grazie per avermi dato fiducia, includendomi in questo originale studio sperimentale. Vi ringrazio soprattutto perché avete permesso di accrescere le mie conoscenze e le mie competenze.

Non posso non citare i miei genitori, *Anna* e *Giovanni*, che da sempre mi sostengono sia emotivamente che economicamente. Non finirò mai di ringraziarvi per avermi trasmesso la perseveranza e la curiosità, senza le quali non sarei potuto arrivare fin qui.

La persona alla quale devo metà della pergamena di Laurea è la mia ragazza, *Chiara*, che, durante questi lunghi cinque anni, ha sofferto e gioito con me ad ogni gradino di questa lunga scalinata, fino ad arrivare al traguardo. Grazie per tutti i momenti di spensieratezza e lietezza che mi hai regalato. Grazie per avermi fatto capire l'importanza nel condividere, festeggiando, i traguardi raggiunti. Grazie per il legame che hai costruito con me.

Un ringraziamento speciale va agli amici di Pescara, in particolare agli amici di sempre, *Simone*, *Alberto* e *Cesco*, che mi hanno dimostrato che una vera amicizia supera qualsiasi distanza. Non mi hanno mai fatto pesare i miei lunghi periodi di assenza.

Ringrazio i compagni del collegio, con cui ho condiviso i migliori momenti di gioia, di sacrificio e di successo. Grazie per aver creato un clima familiare, che mi ha trasmesso serenità in questi ultimi due anni.

Ringrazio i miei colleghi universitari, per aver alleggerito le lunghe ore di lezione con la vostra simpatia e solarità. Grazie a tutti i componenti del *team IRONMAN*, e tutte le altre persone che mi hanno accompagnato in questo percorso.

In particolare voglio ringraziare *Vincenzo*, amico e collega, per la sua disponibilità e sincerità, grazie per i preziosi consigli che ogni giorno mi dai e soprattutto grazie per avermi insegnato a non arrendermi mai.

Grazie a mio cugino *Francesco*, mio antipode, grazie a cui ho compreso l'importanza dell'apprezzare le cose semplici della vita.

Capitolo 1: Conoscenze preliminari

1.1 Gli stent coronarici [1]

1.1.1 L'aterosclerosi: cause e conseguenze

Una tra le principali cause di morte nei paesi occidentali è rappresentata dall'aterosclerosi, ovvero una malattia vascolare cronica e progressiva che si manifesta nell'età adulta e che causa una lesione nello strato più interno dell'arteria, la tonaca intima. Infatti il nome aterosclerosi deriva dal termine *ateroma*, il cui significato è quello di "poltiglia", poiché si ha la formazione di una lesione costituita da una componente lipidica, una fibrosa e una calcarea.

Il fattore patogenetico dell'ateroma è l'incremento dei livelli plasmatici delle LDL (rappresentano infatti il così detto "colesterolo cattivo"). Tali lipoproteine vengono captate dall'endotelio dell'arteria e si depositano sulla tonaca intima, successivamente vengono fagocitate dai macrofagi che si trasformano così in cellule schiumose.

Le cellule schiumose vanno poi incontro a morte, si crea così una lesione a cui aderiscono i fibroblasti, si forma una placca fibrosa piena di lipidi, questa può rompersi, di conseguenza si formerà un coagulo che potrà accrescersi andando ad ostruire completamente il vaso, o potrà disgregarsi generando emboli, che occluderanno vasi più piccoli.

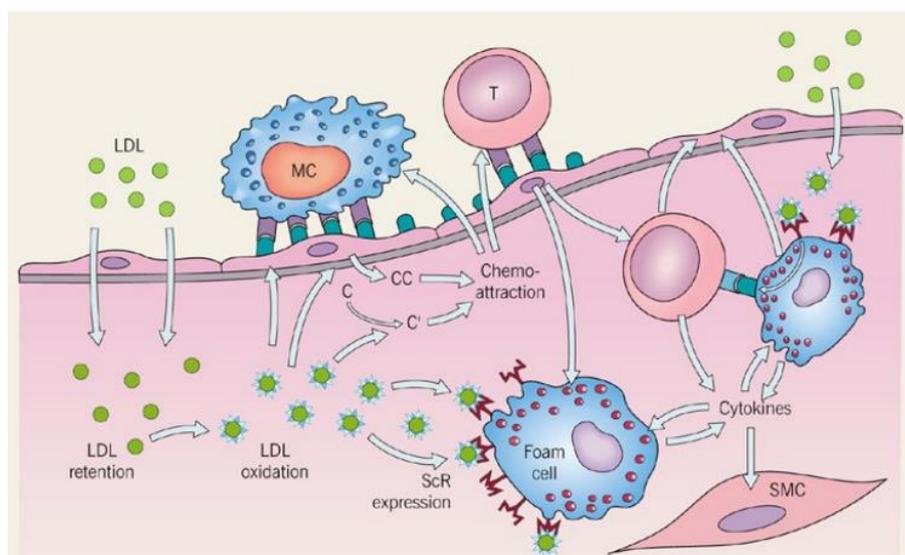


Figura 1 Rappresentazione della patogenesi dell'aterosclerosi

Le **principali conseguenze** dell'aterosclerosi sono l'infarto del miocardio, l'ictus cerebrale e l'arteriopatia periferica.

All'insorgenza dell'aterosclerosi partecipano:

- Fattori genetici:
 - Familiarità;
 - Età;
 - Sesso maschile;
 - Ipercolesterolemia;
 - Diabete;
 - Ipertensione;
 - Obesità.
- Fattori ambientali:
 - Fumo di sigaretta;
 - Inattività fisica.

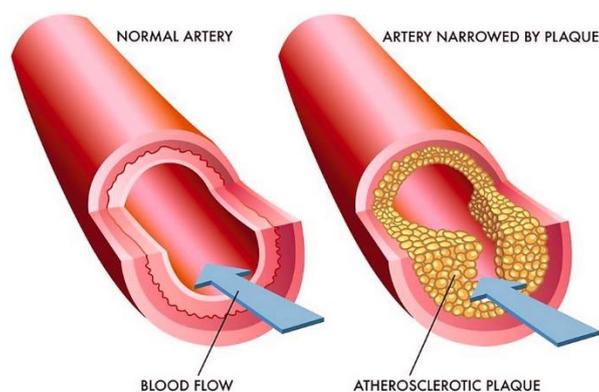


Figura 2 Rappresentazione della placca aterosclerotica nell'arteria

1.1.2 L'aterosclerosi: terapia

La miglior arma che si possiede per combattere patologie di questo genere è la prevenzione: tramite un'alimentazione equilibrata, un'esposizione ridotta a fumo di sigaretta, un consumo ridotto di alcolici e una costante attività fisica, è possibile ridurre notevolmente il rischio di incidenza dell'aterosclerosi.

Purtroppo in alcuni casi l'insorgenza di questa patologia è inevitabile, perciò risulta fondamentale il suo trattamento. Si predilige inizialmente una terapia farmacologica atta a ridurre la completa occlusione del vaso, poi, in caso di peggioramento delle condizioni del paziente, si agisce mediante l'intervento chirurgico.

Le principali tipologie di intervento sono il **bypass aorto-coronarico** e l'**angioplastica coronarica**.

Il **bypass aorto-coronarico** consiste nel creare una strada alternativa attraverso la quale il sangue ossigenato può raggiungere la zona da vascularizzare, interponendo un segmento di arteria o di vena tra l'aorta e l'arteria ostruita. In questo caso il rischio di formazione di stenosi è inferiore rispetto all'angioplastica, quindi può essere considerato un trattamento definitivo.

L'**angioplastica coronarica** prevede l'utilizzo di un dispositivo endoluminare, lo stent, costituito da una struttura cilindrica a maglie in acciaio inossidabile (solitamente AISI 316L) o in materiale a memoria di forma (Nitinol). Il suo scopo è quello di contrastare meccanicamente il ritorno elastico dell'arteria una volta posizionato nella zona interessata dall'occlusione, così da ristabilire la sezione originale del lume.

Nel paragrafo successivo si approfondisce quest'ultimo tipo di intervento chirurgico.

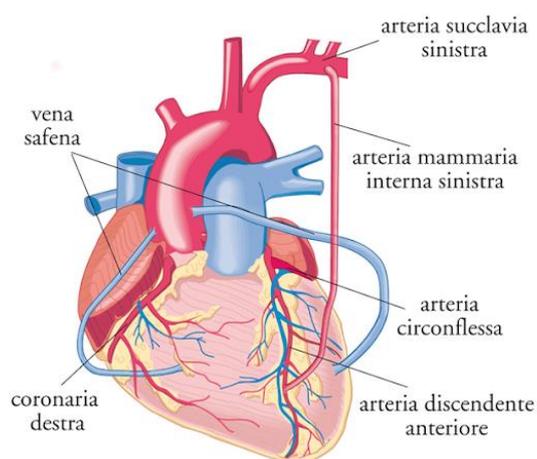


Figura 3 Esempio di by-pass

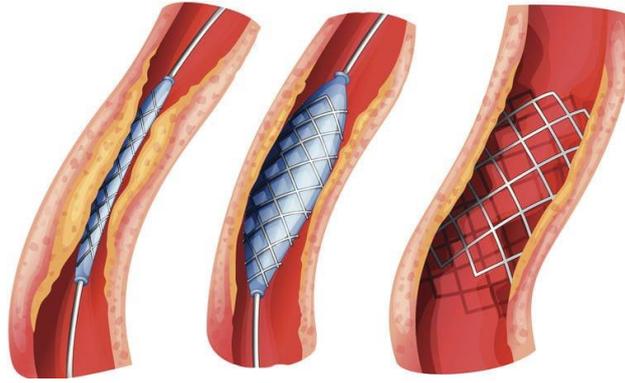


Figura 4 Esempio di angioplastica con stent espandibile con palloncino

1.1.3 Tipologie di stent

Nell'esecuzione dell'angioplastica coronarica possono essere utilizzati tre tipologie di stent:

- **Stent espandibili con palloncino**
- **Stent auto-espandibili**
- **Stent espandibili termicamente**

Gli **stent espandibili con palloncino** vengono posizionati nel vaso a rischio di stenosi mediante un catetere che ne fa da guida, per poi essere aperti mediante il gonfiaggio del palloncino con una soluzione fisiologica, deformando plasticamente lo stent. Il principale inconveniente di questa pratica è che nel gonfiaggio del palloncino si possono arrecare dei danni alla parete dell'arteria, scatenando così una reazione infiammatoria.

Gli **stent auto-espandibili** vengono guidati dal catetere nella zona interessata dalla stenosi e, sfruttando le proprietà elastiche e super elastiche dei materiali che li compongono, si espandono una volta rimossa la guaina che li avvolge, fino ad aderire alla parete dell'arteria.

Gli **stent espandibili termicamente** sono realizzati in materiali a memoria di forma, quindi al di sopra di una certa temperatura si espandono, permettendo allo stent di effettuare la sua azione di sostegno meccanico all'arteria. Il motivo di questa variazione di dimensione è dovuto al fatto che al di sotto di una certa temperatura (M_f) si ha la formazione di fase martensitica negli acciai, mentre al di sopra di un'altra temperatura (A_f) si ha la formazione di austenite.



Figura 5 Rappresentazione di uno stent auto-espandibile all'interno della sonda

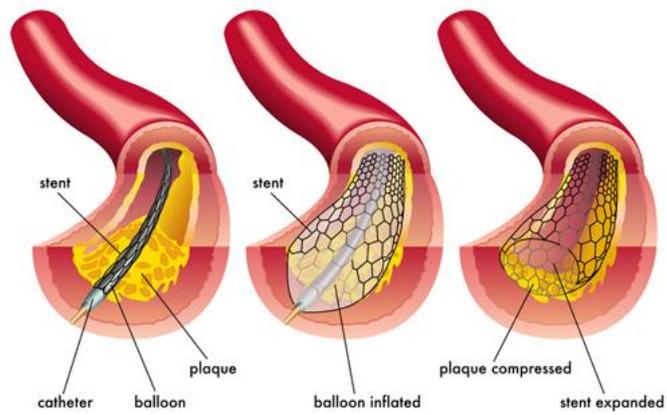


Figura 6 Rappresentazione dell'inserimento in una arteria di uno stent espandibile con palloncino

1.2 Fatica nei materiali [2]-[3]

Il concetto di fatica nei materiali è ormai noto da tempo grazie agli studi portati avanti dall'ingegnere August Wöhler, il quale osservò come componenti meccanici, sottoposti a carichi ciclici di entità inferiore al carico di snervamento del materiale, giungevano a rottura dopo un certo numero di cicli. Oltre a ciò scoprì come al di sotto di un certo valore di tensione, detto limite di fatica ($\sigma_{lim,fat}$), il componente non presentava rottura entro un milione di cicli. In questo modo si riuscì a distinguere la fatica con vita a termine da quella a vita infinita.

Le curve che l'ingegnere tedesco propose per affrontare questo fenomeno prendono il suo nome e riportano la tensione alterna (σ_a) in funzione del numero di cicli effettuati dal componente (N_f).

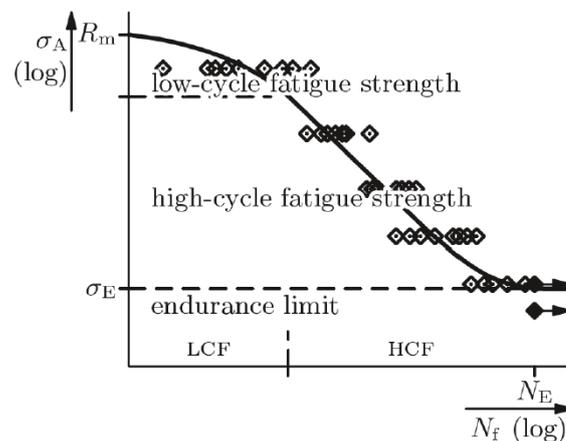


Figura 7 Curva rappresentante la tensione alterna in funzione della vita a fatica

Al giorno d'oggi questo concetto di limite di fatica non ha più alcun senso, perché, per tensioni alterne minori del limite di fatica, si possono ottenere rotture non a causa di iniziali scorrimenti di materiale in superficie, bensì per la presenza di inclusioni nel componente. Infatti le inclusioni nella zona centrale del provino sono sottoposte a carichi di trazione triassiali, che portano al distaccamento della interfaccia con la matrice metallica. A questo punto si ha la formazione di micro-vuoti da cui vengono generate, per coalescenza, delle cricche che comportano la rottura del componente.

È possibile fare una distinzione tra le diverse tipologie di fatica nei materiali:

- **Fatica a basso numero di cicli (LCF)**, la quale si estende fino ad $N = 10^3$ cicli.

Essa è dominata dalla presenza di grandi deformazioni plastiche ed è rappresentabile tramite la curva di Coffin-Manson:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \epsilon'_f (2 N_f)^c$$

dove:

- ϵ è la deformazione plastica,;
- N_f il numero delle alternanze;
- ϵ'_f e c sono parametri delle curve.

- **Fatica ad alto numero di cicli (HCF)**, che si ha per N compreso tra 10^3 e 10^6 cicli. Questa è dominata da prevalenti deformazioni elastiche ed è descritta dalla curva di Basquin:

$$\frac{\Delta \sigma}{2} = \sigma'_f (2 N_f)^b,$$

dove:

- σ è la tensione;
- N_f è il numero delle alternanze;
- σ'_f e b sono parametri per caratterizzare le curve.

- **Fatica ad altissimo numero di cicli (VHCF)**, per $N > 10^6$ in cui è possibile osservare diversi decadimenti progressivi del limite di fatica previsto dalla teoria di Wöhler.

Il concetto di VHCF è di forte interesse negli ultimi anni nel campo aerospaziale e biomedicale, in cui spesso i componenti devono affrontare, durante la loro missione, un numero di cicli che supera $N = 10^6$ cicli, dunque il concetto di limite di fatica non è più valido.

Tra questi componenti sono inclusi anche gli stent che, essendo situati all'interno di un'arteria, sono sottoposti a carichi ciclici dovuti al battito cardiaco e che sono progettati per resistere per almeno $4 \cdot 10^8$ cicli, l'equivalente di circa 10 anni se si considera un frequenza cardiaca media di 70 bpm .

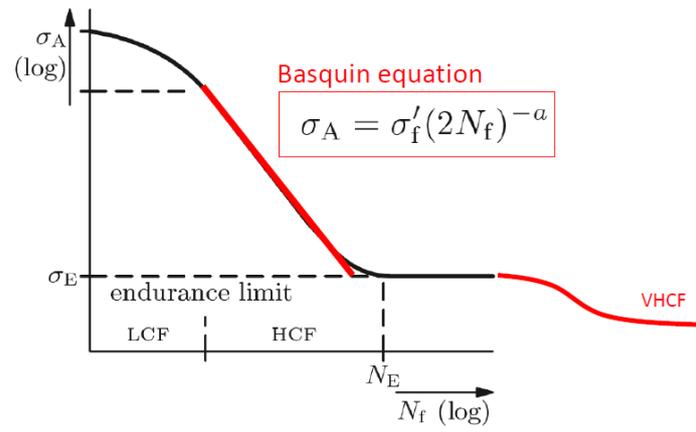


Figura 8 Rappresentazione delle zone LCF, HCF, VHCF, con particolare attenzione alla legge che descrive la zona HCF

1.3 Dinamica dei sistemi a molti gradi di libertà [4]

1.3.1 Analisi modale

Tutti i sistemi vibranti possono essere studiati dinamicamente in maniera approssimata mediante l'utilizzo di parametri concentrati, quali masse, molle e smorzatori. Tuttavia è necessario che nel sistema reale si possano individuare delle zone in cui il componente presenta un comportamento riconducibile ad uno di questi. In questo modo è possibile schematizzare tale zona con il corrispondente parametro concentrato.

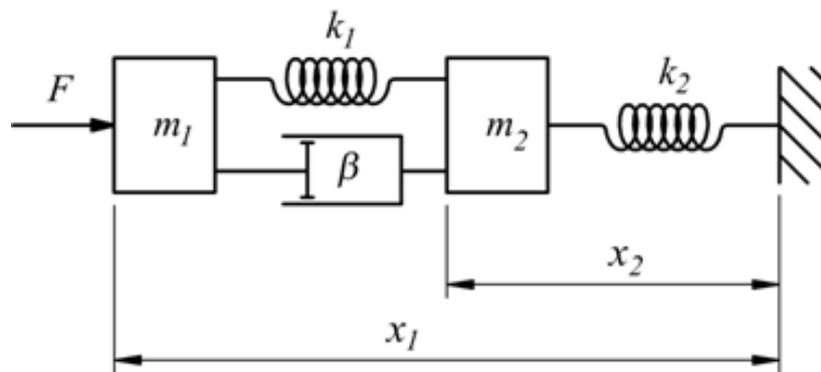


Figura 9 Esempio di sistema a 2 gradi di libertà in cui sono presenti delle masse (m_1, m_2), molle (k_1, k_2) e uno smorzatore (β)

Lo scopo dell'analisi modale è quello di calcolare per ciascun sistema le frequenze di risonanza e le rispettive forme modali. Ciascun sistema presenta un numero di frequenze e di forme modali pari al numero di gradi di libertà, cioè al numero di coordinate indipendenti necessarie per descriverne la posizione.

Le **frequenze di risonanza** sono frequenze alle quali il sistema non smorzato presenta delle oscillazioni con ampiezza tendente ad infinito. Dalla loro definizione si può comprendere quanto sia importante identificarne l'esatto valore, così che il progettista possa sfruttarle a proprio vantaggio.

Le **forme modali** rappresentano graficamente gli spostamenti che il componente effettua nel vibrare ad una specifica frequenza di risonanza. Dalle forme modali non è possibile ricavare gli spostamenti assoluti di tutti i punti del sistema, bensì, avendone fissato uno,

si possono invece ottenere tutti gli altri. Quindi l'informazione del modo di vibrare non è quantitativa ma qualitativa.

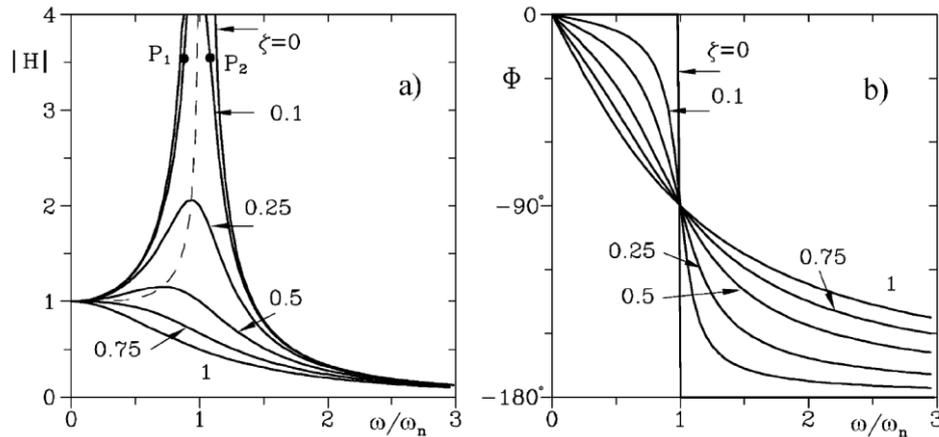


Figura 10 Ampiezze di oscillazione e angoli di sfasamento tra risposta e forzante al variare della frequenza di eccitazione

Un sistema reale possiede teoricamente un numero di gradi di libertà pari ad infinito, quindi infinite frequenze di risonanza e forme modali, però per la maggior parte delle applicazioni meccaniche solo le frequenze fino a 500 Hz hanno una rilevanza fisica. Infatti al crescere della frequenza di risonanza le ampiezze degli spostamenti decrescono.

In generale si può scrivere per ciascun sistema la seguente equazione:

$$[m]\{\ddot{x}\} + [\beta]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{F(t)\}$$

Dove :

- $[m]$ è la matrice contenente le masse dei singoli gradi di libertà del sistema;
- $[\beta]$ è la matrice dei coefficienti di smorzamento;
- $[k]$ è la matrice delle rigidità;
- $\{F(t)\}$ è il vettore delle forzanti esterne;
- $\{x\}$, $\{\dot{x}\}$, $\{\ddot{x}\}$ sono rispettivamente i vettori delle posizioni, delle velocità e delle accelerazioni delle masse del sistema.

Per l'analisi modale si considera il sistema non smorzato e non forzato, dunque si può riscrivere:

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\}$$

Si cercano delle soluzioni dell'equazione differenziale del tipo:

$$\{\ddot{x}\} = -\omega^2 \{x_0\} e^{i\omega t} \quad \{x\} = \{x_0\} e^{i\omega t}$$

Per cui sostituendo e semplificando $e^{i\omega t}$, si ricava facilmente:

$$(-\omega^2[m] + [k]) \{x_0\} = \{0\}$$

Deve quindi valere che:

$$\det(-\omega^2[m] + [k]) = 0$$

Risolvendo il determinante si ottiene un'equazione di grado n, cioè pari al numero di gradi di libertà del sistema:

$$a_n \omega^{2n} + a_{n-1} \omega^{2n-2} + \dots + a_1 \omega^2 + a_0 = 0$$

Gli zeri del polinomio caratteristico sono gli autovalori del problema e anche il quadrato delle frequenze di risonanza del sistema:

$$\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$$

Per ottenere le forme modali si sostituisce ciascuna delle frequenze di risonanza nell'equazione precedente e si ricava il valore di $\{\Psi_i\}$, normalizzato per il valore massimo di Ψ_{ij} , per ciascuna frequenza di risonanza.

$$(-\omega_i^2[m] + [k]) \{\Psi_i\} = \{0\}$$

Quindi per ciascun sistema si ottengono la matrice degli autovalori $[\Lambda]$ e degli autovettori $[\Psi]$:

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad [\Psi] = [\{\psi_1\}, \{\psi_2\}, \dots, \{\psi_n\}]$$

La soluzione generale del sistema è data dalla sommatoria dei vari contributi modali:

$$\{x(t)\} = \sum_{i=1}^n A_i \text{sen}(\omega_i t + \theta_r) \{\psi_i\}$$

Da ciò si evince che per descrivere dinamicamente un componente reale sarebbero necessari infiniti contributi nella suddetta sommatoria.

1.3.2 Funzione di Risposta in Frequenza (FRF)

In questo caso l'obiettivo è quello di ottenere la funzione di risposta in frequenza, cioè l'andamento dello spostamento (o accelerazione) del corpo al variare della frequenza della forzante esterna.

Si considera il sistema sollecitato da una forzante, supposta armonica, con frequenza pari ad Ω :

$$[m]\{\ddot{x}\} + [\beta]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{F(t)\} = F_0 e^{i\Omega t}$$

Le soluzioni cercate sono del tipo:

$$\{\ddot{x}\} = -\omega^2 \{x_0\} e^{i\Omega t} \quad \{x\} = \{x_0\} e^{i\Omega t}$$

Si ottiene in seguito quindi:

$$(-\omega^2[m]\{\ddot{x}\} + i\omega[\beta]\{\dot{x}\} + [k])\{x_0\} e^{i\Omega t} = F_0 e^{i\Omega t}$$

Sostituendo al primo membro la rigidità dinamica del sistema, si può esplicitare la Funzione di Risposta in Frequenza [H] desiderata:

$$[K_{dyn}] \{x_0\} = \{F_0\}$$

$$[H] = [K_{dyn}^{-1}] = \frac{\{x_0\}}{\{F_0\}}$$

Separando il contributo dell'ampiezza da quello della fase della FRF, si ottengono per ciascun grado di libertà una serie di grafici come quelli sottostanti, in cui si può notare come ad ogni picco dell'ampiezza corrispondono una risonanza del sistema ed un'inversione dello sfasamento della risposta rispetto alla forzante.

Solitamente tra due picchi di risonanza si ha un anti-risonanza, ovvero un valore di frequenza per la quale l'ampiezza della risposta del sistema è circa pari a zero.

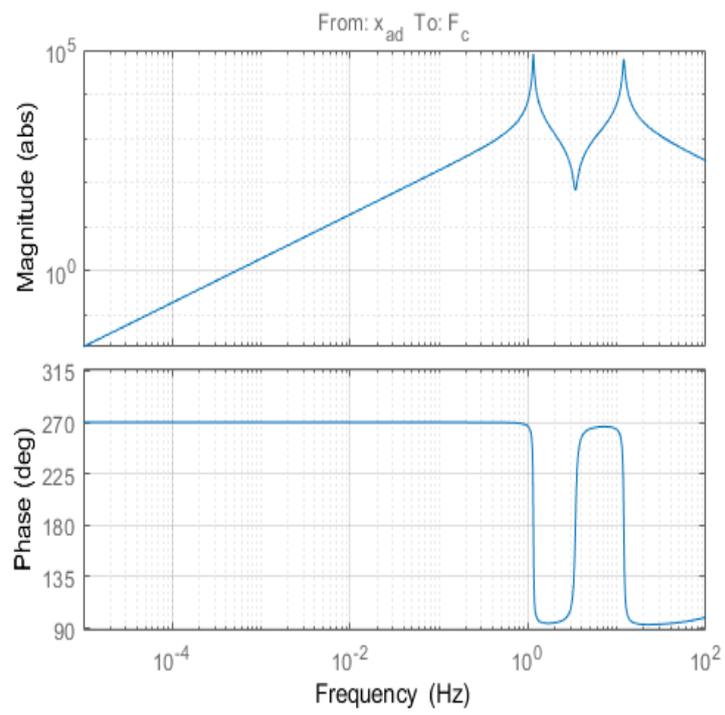


Figura 11 Esempio di analisi di risposta in frequenza

1.4 Richiami sul metodo degli elementi finiti [5]

1.4.1 Il problema elastico tridimensionale

Per effettuare uno studio strutturale di un componente è necessario risolvere il problema elastico tridimensionale descritto da 15 equazioni, 6 algebriche e 9 differenziali alle derivate parziali:

- 3 equazioni differenziali di equilibrio:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \phi_j = 0 \quad \text{per } j = 1,2,3$$

Dove:

- σ_{ij} sono le tensioni valutate sulle superfici del cubetto infinitesimo;
- ϕ_j sono le forze volumiche.

- 6 equazioni differenziali di compatibilità:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial X} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial v}{\partial Y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial w}{\partial Z} \\ \frac{\partial u}{\partial Y} & \frac{\partial v}{\partial X} & 0 \\ 0 & \frac{\partial v}{\partial Z} & \frac{\partial w}{\partial Y} \\ \frac{\partial u}{\partial Z} & 0 & \frac{\partial v}{\partial X} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

Dove:

- ε_{ij} sono le deformazioni assiali e tangenziali;
- γ_{ij} sono le deformazioni tangenziali;
- u, v, w sono gli spostamenti.

- 6 Leggi costitutive del materiale nel caso di materiali ortotropi:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

Dove:

- ε_{ij} sono le deformazioni assiali e tangenziali;
- γ_{ij} sono le deformazioni tangenziali;
- u, v, w sono gli spostamenti;
- E è il modulo di Young;
- G è il modulo di elasticità tangenziale;
- ν è il modulo di Poisson.

La risoluzione di queste equazioni in maniera completa è di difficile realizzazione, perciò sono state adottate due metodologie risolutive: una analitica e corretta (valida solo sotto opportune ipotesi), l'altra numerica e approssimata (con ipotesi meno stringenti).

Per la risoluzione analitica si utilizza la teoria di De Saint Venant nel caso di elementi in cui una dimensione è prevalente rispetto alle altre due (elementi asta e trave) e la teoria di piastre e gusci nel caso di stato di tensione piano. Per la risoluzione numerica si possono utilizzare il metodo degli elementi finiti oppure quello delle differenze finite. In questo paragrafo si approfondirà il metodo degli elementi finiti.

1.4.2 Il metodo degli elementi finiti (FEM)

Al giorno d'oggi qualsiasi analisi strutturale in campo statico o dinamico di componenti meccanici geometricamente complessi, ha alla sua base la teoria degli elementi finiti. Vengono infatti impiegati, in ambito strutturale, software di calcolo come Ansys, Abaqus,

HyperMesh per eseguire il calcolo delle tensioni e delle deformazioni nel caso di studio statico, mentre nel caso dinamico si va alla ricerca delle frequenze di risonanza e delle forme modali.

Lo scopo del metodo degli elementi finiti (FEM) è quello di risolvere numericamente il sistema di equazioni precedentemente descritto su un dominio finito. L'approccio consiste nel:

1. Scrivere a partire dalle equazioni differenziali un funzionale in forma integrale su di un dominio finito;
2. Applicare una discretizzazione del continuo introducendo delle funzioni di approssimazione;
3. Sostituire delle funzioni di approssimazione nel funzionale integrale, ottenendo quindi un problema matriciale.

Derivazione del funzionale

Per scrivere il funzionale possono essere utilizzati dei metodi energetici come il Principio dei lavori virtuali (nel caso statico) o l'Equazione di Lagrange (nel caso dinamico), oppure dei metodi variazionali come quello di Galerkin (per problemi accoppiati) o il metodo di Railegh-Ritz (per problemi dinamici).

Si è preferito descrivere il procedimento mediante il Principio dei lavori virtuali (PLV).

Il Principio dei lavori virtuali permette di dimostrare che, dato un campo di forze e di tensioni equilibrato, applicando un campo di spostamenti virtuali, il lavoro interno al sistema è uguale al lavoro introdotto nel sistema dall'esterno:

$$\int dL_{F_int} = \int dL_{F_ext}$$

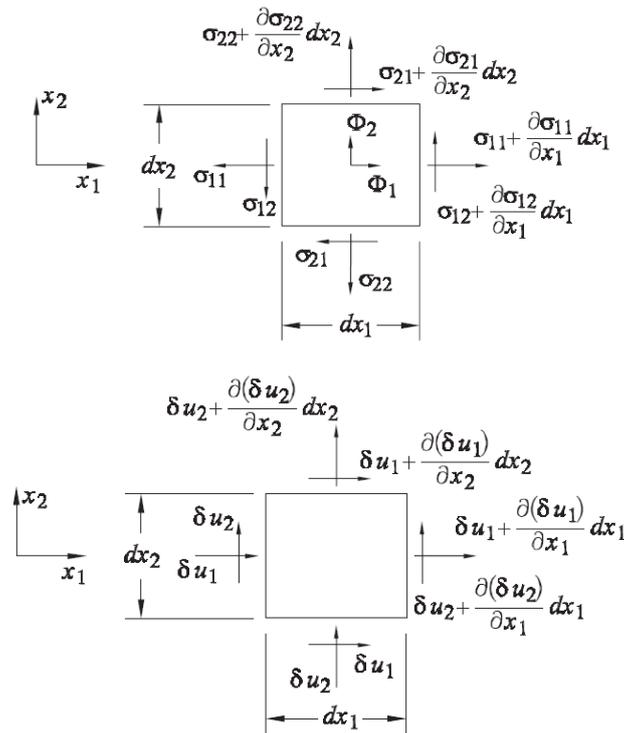


Figura 12 Campo di tensioni e di spostamenti di un elemento di volume infinitesimo

La somma dei lavori virtuali nelle facce entranti e uscenti per tutte e tre le direzioni ($i=1,2,3$) vale:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_i} \delta u_k + \sigma_{ik} \frac{\partial \delta u_k}{\partial x_i} \right) dV$$

Dove:

- σ_{ij} sono le tensioni sulle facce del volumetto;
- δu_k sono gli spostamenti virtuali;
- dV è il volume del cubetto infinitesimo.

Il primo termine della sommatoria può essere riscritto utilizzando l'equilibrio alla traslazione:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_i} \delta u_k \right) = - \sum_{k=1}^3 \phi_k \delta u_k$$

E quindi può essere ricondotto ad un prodotto scalare:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_i} \delta u_k \right) = -\{\phi\}^T \{\delta u\} = -\{\delta u\}^T \{\phi\}$$

Per il secondo termine, scambiando l'operatore ∂ con la variazione infinitesima δ , si ottiene:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left(\sigma_{ik} \frac{\partial \delta u_k}{\partial x_i} \right) = \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left(\sigma_{ik} \delta \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$$

Come fatto per il primo termine si sostituisce un prodotto scalare:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left(\sigma_{ik} \frac{\partial \delta u_k}{\partial x_i} \right) = \{\sigma\}^T \{\delta \varepsilon\} = \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\}$$

Quindi si può scrivere che:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_i} \delta u_k + \sigma_{ik} \frac{\partial \delta u_k}{\partial x_i} \right) dV = -\{\delta u\}^T \{\phi\} + \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV$$

Allo stesso tempo l'espressione relativa alla somma dei lavori virtuali nelle tre direzioni può essere direttamente sommata a tutti gli elementi:

$$\sum_{i=1}^3 \left(\sigma_{ik} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_i} dx_i \right) dA_i (\delta u_k + \frac{\partial \delta u_k}{\partial x_i} dx_i)$$

Dove:

- A_i è la faccia del cubetto elementare.

Si definiscono dF_k e u_k rispettivamente la forza sulla faccia i -esima uscente e lo spostamento della faccia i -esima:

$$dF_k = \left(\sigma_{ik} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_i} dx_i \right)$$

$$\delta u_k^* = (\delta u_k + \frac{\partial \delta u_k}{\partial x_i} dx_i)$$

Dato che i lavori virtuali sulle facce coincidenti si elidono a due a due:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \int_A \sigma_{ik} \delta u_k dA_i = \int_A \{\delta u\}^T \{t\} dA$$

Dove:

- $\{t\}$ è il vettore delle tensioni

Mettendo assieme tutto si ottiene un'unica equazione integrale:

$$\int_A \{\delta u\}^T \{t\} dA = - \int_V \{\delta u\}^T \{\phi\} dV + \int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV$$

Scrittura di una funzione di interpolazione

Il campo di spostamenti all'interno di un elemento è solitamente espresso mediante delle funzioni polinomiali perché facilmente derivabili. In questo modo si obbliga l'elemento a deformarsi secondo leggi imposte. L'approssimazione della soluzione è tanto migliore quanto più è alto il grado del polinomio.

Al fine di garantire una convergenza della soluzione al ridursi delle dimensioni degli elementi utilizzati, la funzione deve essere:

- Continua all'interno dell'elemento;
- In grado di rappresentare il moto rigido con un'energia di deformazione nulla;
- In grado di rappresentare uno stato di deformazione costante;
- Continua tra gli elementi;
- Geometricamente isotropa, cioè il campo di spostamenti deve essere invariante rispetto al sistema di riferimento.

Solitamente per la descrizione del campo degli spostamenti vengono utilizzate delle serie polinomiali, in cui a partire dalle coordinate dei nodi si ricavano quelle di qualunque punto interno all'elemento.

Nel caso tridimensionale si ha che:

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + \dots$$

$$v = b_1 + b_2x + b_3y + b_4z + \dots$$

$$w = c_1 + c_2x + c_3y + c_4z + \dots$$

Dove:

- a_i, b_i, c_i sono le coordinate generalizzate.

In forma compatta:

$$\{u\} = [P]\{a\}$$

Dove:

- $\{u\}$ è il vettore degli spostamenti;
- $[P]$ è la matrice polinomiale;
- $\{a\}$ è il vettore delle coordinate generalizzate.

È possibile valutare la posizione dei nodi con la precedente espressione, ottenendo $\{s\}$, il vettore degli spostamenti nodali:

$$\{s\} = [A]\{a\}$$

Dove:

- $[A]$ è la matrice polinomiale valutata nei nodi.

Ricavando da quest'ultima espressione $\{a\}$ e sostituendolo nella definizione di $\{u\}$, si può definire la matrice delle funzioni di forma $[n]$:

$$\{u\} = [P][A]^{-1}\{s\} = [n]\{s\}$$

Sostituzione delle funzioni di approssimazione nel funzionale integrale

Una volta definito il campo di spostamenti mediante le funzioni di forma, è possibile ottenere il vettore delle deformazioni $\{\varepsilon\}$.

$$\{u\} = [n]\{s\}$$

$$\{\varepsilon\} = [\partial]\{u\} = [\partial][n]\{s\} = [b]\{s\}$$

Dove:

- $[b]$ è la matrice di deformazione.

Prendendo in considerazione la legge di Hooke, nel caso di un componente pre-tensionato $\{\sigma_0\}$ e pre-deformato $\{\varepsilon_0\}$:

$$\{\sigma\} = [E](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\}$$

Questa espressione può essere quindi sostituita nel Principio dei lavori virtuali e, dato che si è utilizzato un campo di spostamenti approssimato, si hanno delle tensioni non equilibrate per ciascun punto. Quindi l'equilibrio alla traslazione presenterà un nuovo termine dovuto alla componente lungo la direzione j della forza volumica residua ρ_j :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \phi_j = \rho_j$$

Avendo definito il vettore della tensione $\{t\}$ come somma di una parte incognita $\{t^*\}$ ed una nota $\{t_0\}$, si sostituisce il tutto nel Principio dei lavori virtuali:

$$\begin{aligned} \{\delta s\}^T \int_A [n]^T \{t^*\} dA - \{\delta s\}^T \int_V [n]^T \{\rho\} dV + \{\delta s\}^T \int_A [n]^T \{t_0\} dA + \{\delta s\}^T \int_V [n]^T \{\phi\} dV = \\ \{\delta s\}^T \int_V [b]^T [E] [b] dV \{s\} - \{\delta s\}^T \int_V [b]^T [E] \{\varepsilon_0\} dV + \{\delta s\}^T \int_V [b]^T \{\sigma_0\} dV \end{aligned}$$

In forma compatta:

$$\{f\} + \{f_e\}_{t_0} + \{f_e\}_\phi = [k]\{s\} - \{f_e\}_{\varepsilon_0} + \{f_e\}_{\sigma_0}$$

Dove:

- $\{f\}$ è il vettore delle forze generalizzate,

$$\{f\} = \int_A [n]^T \{t^*\} dA - \int_V [n]^T \{\rho\} dV$$

- $\{fe\}_{t_0}$ è il vettore dei carichi generalizzati equivalenti ad una distribuzione superficiale nota t_0 ;

$$\{fe\}_{t_0} = \int_A [n]^T \{t_0\} dA$$

- $\{fe\}_\phi$ è il vettore dei carichi generalizzati equivalenti a delle forze volumiche;

$$\{fe\}_\phi = \int_V [n]^T \{\phi\} dV$$

- $[k]$ è la matrice di rigidezza;

$$[k] = \int_V [b]^T [E] [b] dV$$

- $\{fe\}_{\varepsilon_0}$ è il vettore dei carichi generalizzati dovuti a ε_0 ;

$$\{fe\}_{\varepsilon_0} = \int_V [b]^T [E] \{\varepsilon_0\} dV$$

- $\{fe\}_{\sigma_0}$ è il vettore dei carichi generalizzati dovuti a σ_0 .

$$\{fe\}_{\sigma_0} = \int_V [b]^T \{\sigma_0\} dV$$

1.4.3 Analisi strutturale statica

In generale per effettuare un'analisi statica è richiesto di definire innanzitutto le proprietà meccaniche del componente e la sua geometria. In seguito viene generata la mesh, manualmente o automaticamente, a partire da punti e linee precedentemente generati con lo scopo di descrivere la geometria.

È di fondamentale importanza la scelta di opportuni elementi bidimensionali o tridimensionali per descrivere il comportamento del pezzo da studiare, in quanto, essendo diverso il loro numero di nodi, sarà anche diversa la loro capacità di descrivere il campo di deformazione del corpo.

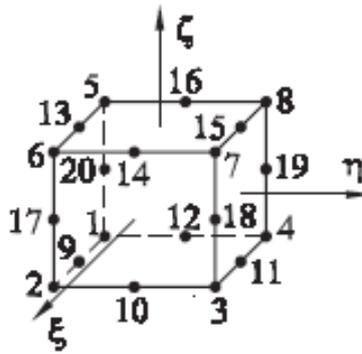


Figura 13 Esempio di elemento tridimensionale, cubico, a 20 nodi

Successivamente vengono applicati i carichi esterni e vincoli alla struttura sui rispettivi nodi, per poi infine lanciare il calcolo delle tensioni e deformazioni che vengono riportate mediante un tabulato numerico e in forma grafica.

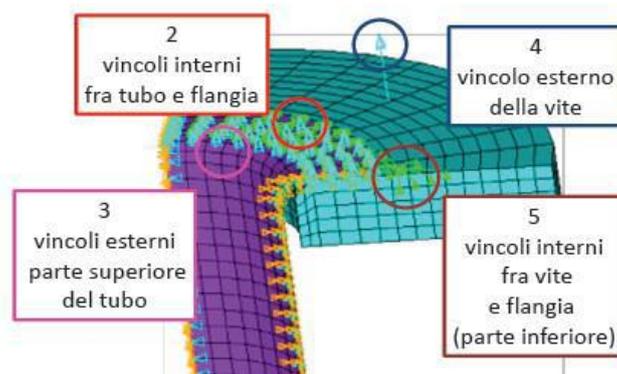


Figura 14 Esempio di applicazione di vincoli ai nodi di un componente

Per ottenere dei buoni risultati è indispensabile avere un elevato numero di elementi in prossimità delle zone in cui ci sono delle intensificazioni di tensioni (fori, raccordi,

variazione di diametri, etc.), in quanto in questo modo è possibile descrivere in maniera più precisa il gradiente di tensioni.

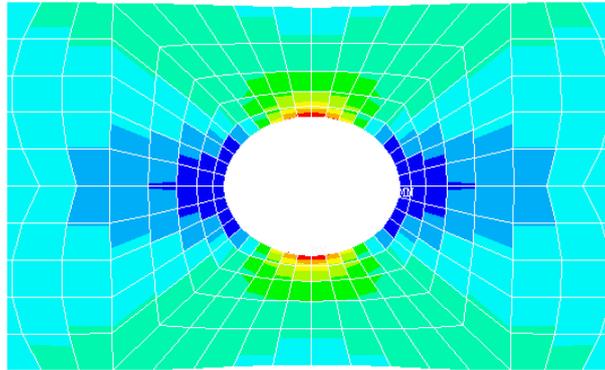


Figura 15 Esempio di infittimento della mesh in prossimità del foro di un componente

D'altro canto è possibile utilizzare un minore numero di elementi a patto che il numero di nodi di ciascun elemento sia superiore rispetto al caso precedente, perché al crescere del numero di nodi aumenta la capacità dell'elemento di rappresentare variazioni repentine di tensioni e/o deformazioni.

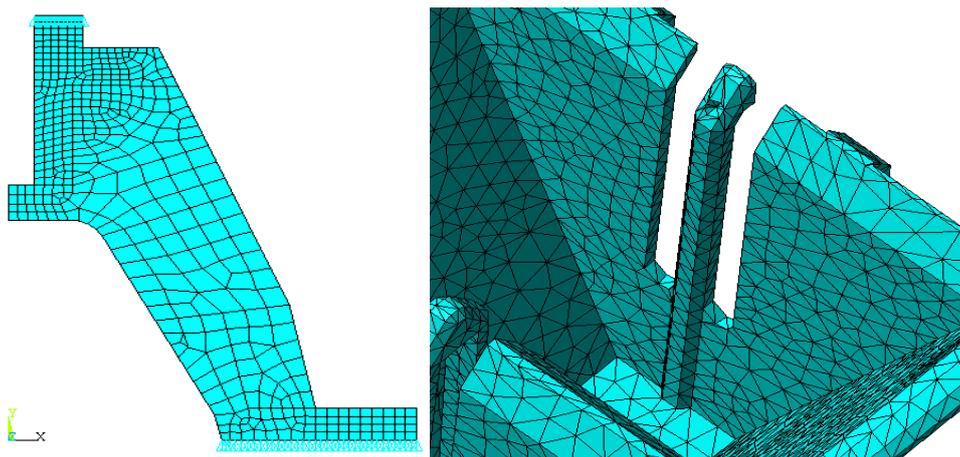


Figura 16 Esempio di utilizzo di elementi quadrangolari (sinistra) e triangolari (destra)

Per scegliere quale delle due soluzioni sia la migliore è necessario eseguire un'analisi di convergenza. Facendo crescere il numero di elementi per ciascuna tipologia da

confrontare, è possibile definire la numerosità degli elementi per cui è richiesto un minor tempo di calcolo a parità di errore. Infatti l'utilizzo degli elementi finiti porta con sé l'errore (o residuo) dovuto all'approssimazione della matrice di rigidezza e di massa, che in ogni caso non può essere azzerato.

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \phi_j = \rho_j \quad \text{per } j = 1,2,3$$

Dove:

- σ_{ij} sono le tensioni nell'elemento;
- ϕ_j sono le forze di volume;
- ρ_j è il residuo tensionale.

Sarebbe quindi necessario sommare tutti i contributi della differenza delle tensioni valutate in ciascun elemento ($\{\Delta\sigma\}_E$) e sottrarvi la somma di quelli ottenuti come media dei valori nei nodi ($\{\Delta\sigma\}_N$), si ottiene così un errore relativo:

$$\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma\}_E - \{\Delta\sigma\}_N$$

Solitamente al posto di valutare il residuo, si preferisce calcolare un errore energetico percentuale globale della mesh, in quanto proporzionale ad esso:

$$\%ERR = \% \frac{\{\{\Delta\sigma\}^T \{\Delta\sigma\}\}}{\|\{\Delta\sigma\}\|^2}$$

È necessario precisare che, avendo preso in considerazione dei dati relativi al modulo di Young che presentano di per sé un errore di circa 5%, non ha alcun senso fisico portare l'errore energetico percentuale al di sotto del medesimo valore.

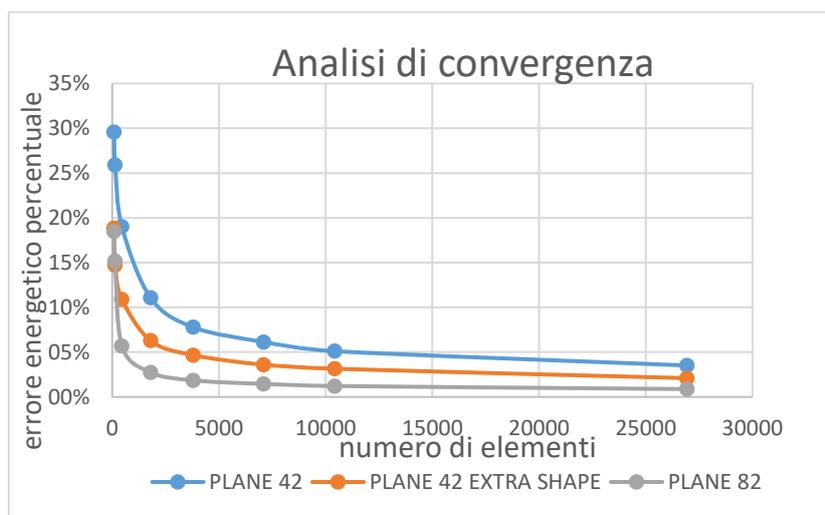


Figura 17 Esempio di analisi di convergenza

1.4.4 Analisi strutturale dinamica

In questo caso lo scopo dell'analisi è la determinazione delle frequenze di risonanza del componente e delle sue forme modali.

Vengono eseguite le medesime procedure, con la differenza che in questo caso non è necessaria una mesh molto fitta, in quanto ci si interessa più del comportamento globale del componente (modo di vibrare) e non puntuale (analisi delle tensioni e deformazioni). Inoltre in questo caso non devono essere applicati i carichi e non è indispensabile vincolare il componente per ottenere dei risultati.

L'output di questa analisi è solitamente costituito da un tabulato numerico (riportante le frequenze di risonanza) ed in forma grafica (per poter visionare la forma modale associata a quella specifica frequenza).

1.4.5 Richiami sugli elementi isoparametrici

L'utilizzo di elementi di forma geometrica regolare (triangolari, quadrangolari, cubici, prismatici) su oggetti reali di forma complessa non è possibile, in quanto accade che per adattarsi alla geometria del componente, più in particolare in prossimità di variazioni brusche di forma, gli elementi presentano un certo grado di distorsione. Più un elemento

è distorto peggiore è la sua attitudine nel descrivere in maniera precisa le variazioni di tensioni e deformazione.

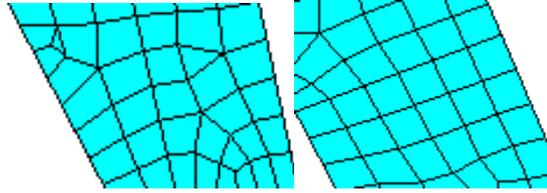


Figura 18 Esempio di elementi distorti (sinistra) e regolari (destra)

Per questo motivo si introduce il concetto di elementi isoparametrici, con il quale si crea una corrispondenza biunivoca tra l'elemento di una qualsiasi forma nel piano cartesiano (x, y, z) e quello di forma regolare nel sistema naturale (ξ, η, ζ)

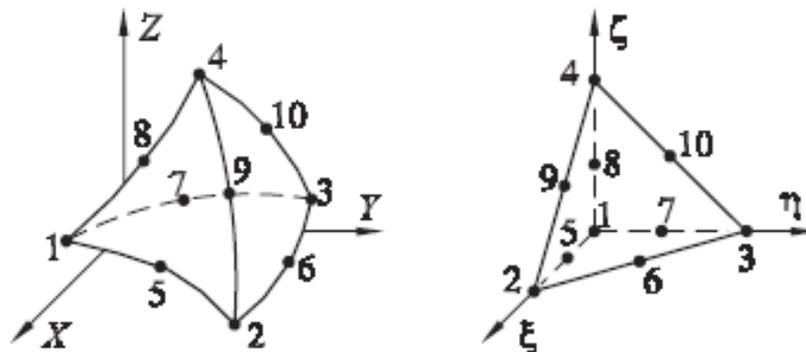


Figura 19 Rappresentazione di un elemento tetraedrico nel sistema di riferimento cartesiano (sinistra) e naturale (destra)

Quindi un generico elemento nel sistema di riferimento cartesiano (x, y, z) è ottenuto mediante una trasformazione di un elemento di forma semplice nel sistema naturale (ξ, η, ζ) . Nel caso generico tridimensionale si ha che:

$$x = \sum_{i=1}^n n_i(\xi, \eta, \zeta) x_i$$

$$y = \sum_{i=1}^n n_i(\xi, \eta, \zeta) y_i$$

$$z = \sum_{i=1}^n n_i(\xi, \eta, \zeta) z_i$$

Dove:

- x_i, y_i, z_i sono le coordinate cartesiane dei nodi dell'elemento;
- n_i sono le funzioni di forma o funzioni di trasformazione definite nel sistema di coordinate naturali (ξ, η, ζ) .

Le funzioni di forma n_i possono assumere un valore compreso tra 0 e 1 e sono pari al numero di nodi che costituiscono l'elemento.

Descrizione degli elementi utilizzati nell'analisi modale

Nella seguente trattazione al fine di descrivere il comportamento dinamico del provino cruciforme sono stati utilizzati elementi piani a 4 nodi (PLANE 183) e cubici a 20 nodi (SOLID226).

Gli elementi PLANE 183 essendo planari sono adatti alla descrizione di superfici, infatti sono stati sfruttati per creare la mesh della faccia frontale del provino.

La definizione della posizione di un punto interno all'elemento, nel sistema di riferimento cartesiano, avviene con le seguenti espressioni:

$$x = n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + n_4 x_4$$

$$y = n_1 y_1 + n_2 y_2 + n_3 y_3 + n_4 y_4$$

Dove le funzioni di forma sono:

$$n_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta)$$

$$n_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta)$$

$$n_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)$$

$$n_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)$$

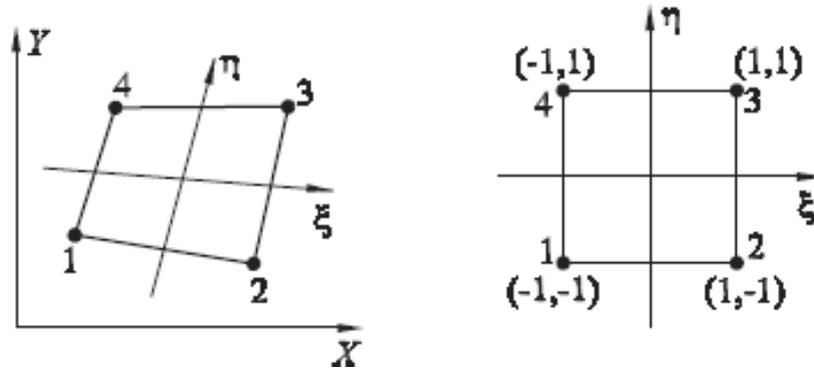


Figura 20 Rappresentazione di un elemento a 4 nodi nel sistema di riferimento cartesiano e naturale

Per quanto riguarda gli elementi SOLID 226, questi sono stati utilizzati nella creazione della mesh per l'intero volume del provino a partire dalla mesh della faccia frontale.

Anche in questo caso abbiamo delle formule analoghe a quelle precedenti, con l'aggiunta della terza coordinata z:

$$x = n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + \dots + n_{20} x_{20}$$

$$y = n_1 y_1 + n_2 y_2 + n_3 y_3 + \dots + n_{20} y_{20}$$

$$z = n_1 z_1 + n_2 z_2 + n_3 z_3 + \dots + n_{20} z_{20}$$

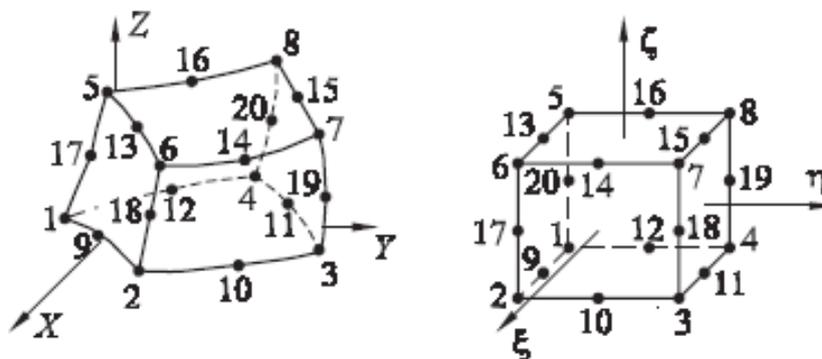


Figura 21 rappresentazione di un elemento a 20 nodi nel sistema di riferimento cartesiano e naturale

In questo caso le funzioni di forma possiedono una struttura differente in base alla numerazione dei nodi a cui si riferiscono:

Per i nodi sui vertici (1,2,3,4,5,6,7,8):

$$n_i = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i)(1 + \zeta \zeta_i)(-2 \xi \xi_i + \eta \eta_i + \zeta \zeta_i)$$

Per i nodi con $\xi = 0$ (9,11,13,15):

$$n_i = \frac{1}{4} (1 - \xi^2)(1 + \eta \eta_i)(1 + \zeta \zeta_i)$$

Per i nodi con $\eta = 0$ (10,12,14,16):

$$n_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i)(1 - \eta^2)(1 + \zeta \zeta_i)$$

Per i nodi con $\zeta = 0$ (17,18,19,20):

$$n_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i)(1 - \zeta^2)$$

1.5 Macchina per verifiche VHCF ad ultrasuoni

Al giorno d'oggi la necessità di incrementare le performance in termini di durata di componenti meccanici provenienti dal mondo aerospaziale e biomedicale, ha portato ad uno studio approfondito del fenomeno della fatica ad altissimo numero di cicli (VHCF). Il limite di fatica previsto dalla teoria di Wöhler, come prima accennato, non ha più alcun senso fisico per componenti la cui durata supera 10^6 cicli, in quanto la rottura può avvenire per tensioni applicate inferiori a tale valore.

Inoltre le metodologie di prova normalmente utilizzate per le usuali prove di fatica non permettono, in tempi accettabili, di eseguire prove VHCF, in quanto le frequenze alle quali tali macchine lavorano si aggirano tra i 30 Hz e 150 Hz.

Tutto ciò suggerisce che questo fenomeno deve essere studiato in maniera diversa: sono infatti utilizzate delle macchine di prova ad ultrasuoni che, operando a frequenza di circa 20 000 Hz, permettono di eseguire la prova VHCF in tempi ridotti.

Ad esempio utilizzando una macchina ad ultrasuoni per effettuare una prova a fatica con 400 milioni di cicli, si impiegano circa 6 ore, invece utilizzando una macchina classica che opera a 50 Hz, circa 3 mesi.

Presso il *Politecnico di Torino* è disponibile una macchina di prova VHCF ad ultrasuoni, la quale è costituita principalmente da:

- Un **supporto** per l'assorbimento delle vibrazioni;
- Un **generatore elettrico** per ultrasuoni, che permette di convertire la frequenza della corrente da 50 Hz a 20 000 Hz;
- Un **attuatore piezoelettrico**, che sottoposto ad una differenza di potenziale genera uno spostamento;
- Un **sonotrodo**, per amplificare le oscillazioni meccaniche;
- Il **provino cruciforme**, che viene collegato per un'estremità alla macchina di prova;
- Dei **sensori laser** per misurare gli spostamenti alle estremità laterali ed inferiori del provino;

Una volta convertito il segnale elettrico a $20 \text{ kHz} \pm 0,5 \text{ kHz}$, questo viene convertito in oscillazioni assiali armoniche dall'attuatore piezoelettrico. Poi mediante un sonotrodo

vengono amplificate le oscillazioni giungendo ad ampiezze comprese tra 10 e 90 μm , che vengono trasmesse al provino collegato ad un'estremità.



Figura 22 Rappresentazione della macchina ad ultra suoni presente nei laboratori del Politecnico di Torino

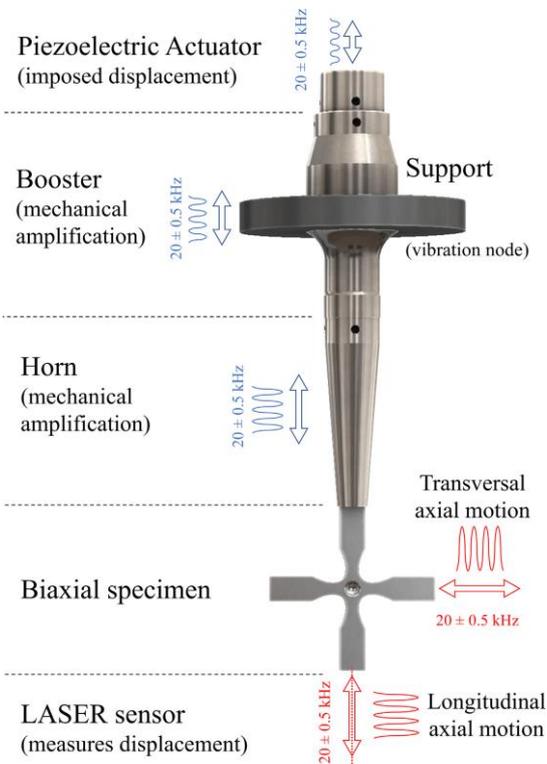


Figura 23 Rappresentazione del sonotrodo della macchina ad ultrasuoni

Capitolo 2: Analisi preliminari

2.1 Descrizione del provino

L'oggetto di questo studio è l'ottimizzazione di un provino cruciforme atto alla verifica a fatica di stent.

È stata scelta questa geometria prendendo spunto da quella proposta da un precedente studio [6], dove questa viene sfruttata per effettuare verifiche VHCF di diversi materiali. Nel nostro caso invece si è deciso di sfruttarla non per verificare il materiale che costituisce il provino, ma uno stent che verrà posizionato nel suo foro centrale.

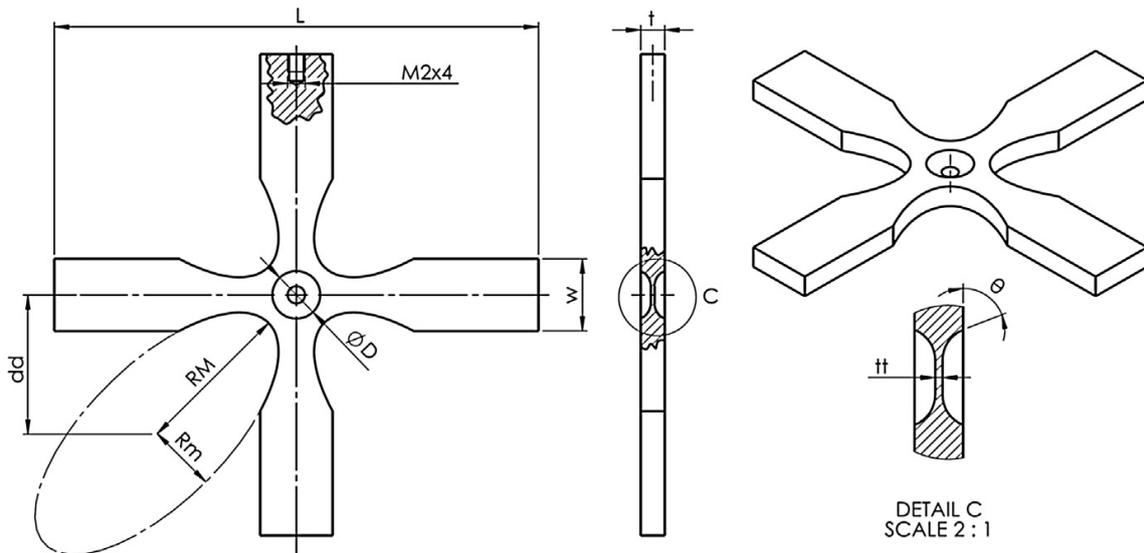


Figura 24 Rappresentazione del provino cruciforme preso in considerazione nello studio precedente

Inoltre tramite questa geometria è possibile sviluppare delle tensioni multiassiali sullo stent utilizzando una macchina che produce degli spostamenti uniassiali.

È di fondamentale importanza che il provino abbia una frequenza di risonanza pari a 20 kHz. A tale frequenza si deve avere la forma modale che comporta una trazione-compressione radiale uniforme del foro centrale, cosicché il provino vibrerà principalmente secondo questo modo di vibrare.

Il materiale scelto inizialmente per questo provino è la lega di titanio Ti 6Al 4V in quanto possiede delle buone proprietà meccaniche e un elevato limite di fatica (500 MPa). D'altro canto sarebbe possibile progettare il medesimo provino in acciaio o in lega di alluminio modificando i parametri geometrici del componente.

Per verificare lo stent a fatica, lo si posiziona nel foro centrale e, una volta attivata la sorgente di eccitazione, si mette in risonanza il provino che a sua volta, per il modo di vibrare, andrà a sollecitare lo stent mediante una compressione radiale uniforme.

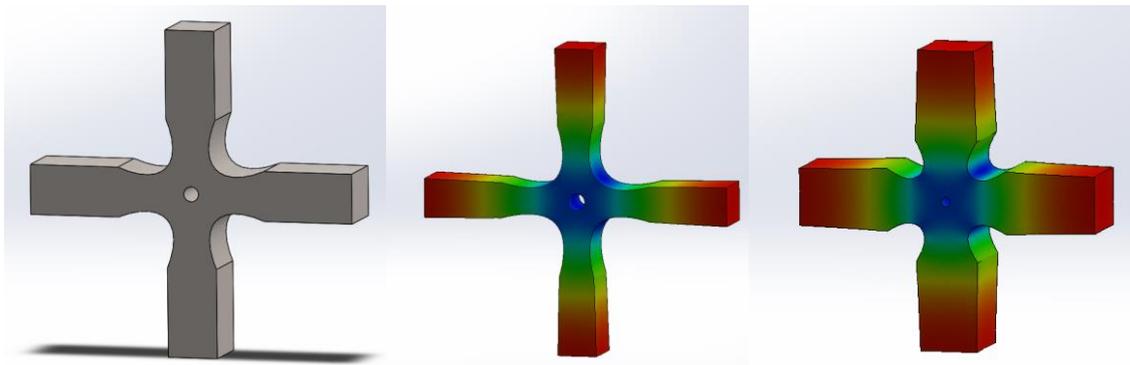


Figura 25 Rappresentazione dello stent nella configurazione a riposo, in trazione e in compressione secondo la forma modale a 20kHz

Questo provino è costituito da:

- 4 bracci attraverso uno dei quali viene trasmessa l'oscillazione dalla macchina di prova;
- 1 foro centrale di diametro pari a 3 mm;
- 4 raccordi ellittici con lo scopo di rendere multiassiale la tensione in prossimità del foro;

I parametri geometrici che sono stati ottimizzati sono:

- a , b , rispettivamente il quadrato del semiasse maggiore e minore dell'ellisse;
- y_3 , la posizione dell'intersezione tra l'ellisse costituente il raccordo ed il provino privo di raccordo;
- h , lo spessore del provino;
- D_{ext} , la semi-larghezza dei bracci;

- L_{tot} , la lunghezza di ciascun braccio.

2.1.2 Geometria di partenza

La geometria del provino cruciforme da cui si è partiti in questo studio presenta i seguenti parametri geometrici:

Parametri geometrici	Definizione	Valori
\sqrt{a}	Semiasse maggiore dell'ellisse	30 mm
\sqrt{b}	Semiasse minore dell'ellisse	16 mm
y_3	Intersezione tra l'ellisse e il provino senza raccordo	27 mm
L_{tot}	Lunghezza dei bracci	65 mm
D_{ext}	Semilarghezza dei bracci	8,4 mm
d_{foro}	Diametro del foro	3 mm
h	Spessore del provino	10 mm

Come si può ben immaginare, a causa della notevole profondità dei raccordi, si avrà un'elevata concentrazione degli sforzi che, come obiettivo, dovrà avere un valore massimo tale da garantire una vita a fatica compatibile con quella dello stent da verificare.

Gli unici vincoli che si hanno nella modifica della geometria sono sul diametro del foro, che dovrà essere di 3 mm, e sullo spessore del provino, di 10 mm.

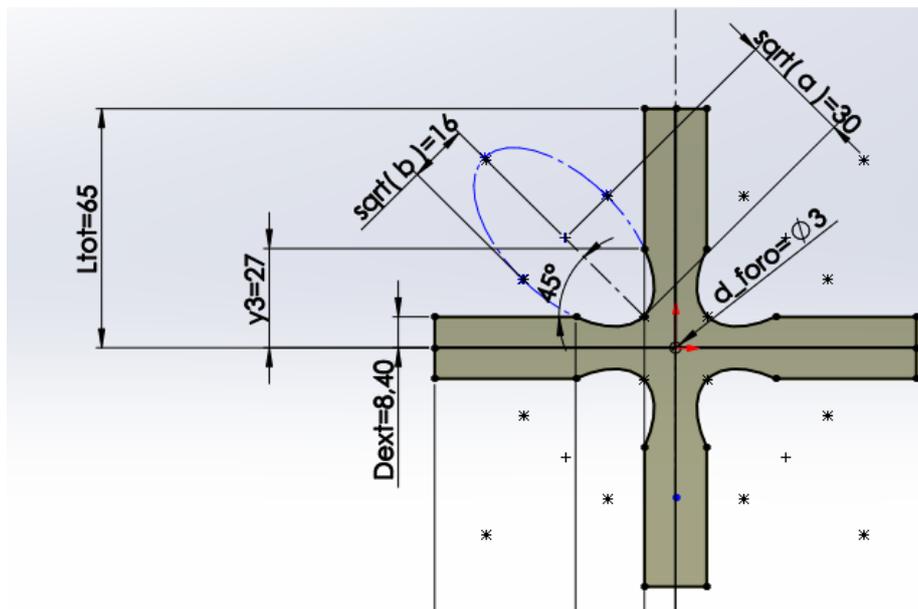


Figura 26 Geometria di partenza

2.2 Simulazioni Matlab/Ansys

Come già anticipato, lo scopo di questo lavoro è quello di ottimizzare i diversi parametri geometrici del provino cruciforme al fine di ottenere i seguenti obiettivi:

1. Delle tensioni equivalenti massime nel componente al di sotto di 200 MPa, nel caso in cui si utilizzi la lega di titanio scelta. È stato scelto questo valore perché notevolmente più basso rispetto al limite di fatica medio del materiale (500 MPa), infatti in questo modo si è sicuri di garantire una rottura del provino nell'ambito del VHCF. In precedenza sono stati progettati altri componenti con il medesimo materiale e una tensione equivalente massima inferiore ai 200 MPa, ed essendo attualmente operativi, dimostrano la validità della precedente osservazione;
2. Una frequenza di risonanza del provino, per il modo di vibrare di interesse, pari a $20 \text{ kHz} \pm 0,5 \text{ kHz}$;
3. Degli spostamenti radiali nel foro centrale del provino uniformi e di un'entità di circa $9 \mu\text{m}$;
4. Degli spostamenti dei due bracci perpendicolari, in prossimità delle superfici libere, di pari entità.

Le simulazioni sono state eseguite con 2 codici di calcolo:

- **Matlab**, per generare il profilo ellittico del raccordo e, dopo l'esecuzione dell'analisi modale su Ansys, per individuare i valori ottimali dei parametri geometrici;
- **Ansys**, per eseguire l'analisi modale una volta definita la geometria del componente.

2.2.1 Descrizione del codice di Matlab

Inizialmente sono stati definiti i parametri a cui l'analisi deve tendere:

Obiettivi analisi	Definizione	Valori
$f_{risonanza}$	Frequenza di risonanza del provino	20 000 Hz
$\sigma_{ammissibile}$	Tensione ammissibile per la lega di titanio	200 MPa

Surf_ratio_opt	Rapporto ottimale tra gli spostamenti massimo delle superfici libere dei bracci perpendicolari ($\frac{U_{ymax,surface}}{U_{xmax,surface}} \cdot 100$)	100 %
Hole_ratio_opt	Rapporto ottimale tra gli spostamenti massimi del foro lungo le direzioni y ed x ($\frac{U_{ymax,hole}}{U_{xmax,hole}} \cdot 100$)	100 %
Uxy_ratio_opt	Rapporto ottimale tra lo spostamento minimo del foro e lo spostamento massimo dei bracci ($\frac{U_{min,hole}}{U_{max,surface}}$)	0,1

Questi parametri verranno poi passati alla funzione da ottimizzare che varierà in base ai parametri geometri $a, b, y_3, Dext, Ltot$.

In seguito si definiscono i valori iniziali delle variabili indipendenti di questa analisi:

$$x_0 = [a_0, b_0, y_{3_0}, Dext_0, Ltot_0]$$

Si passano alla funzione da ottimizzare i parametri x_0 ed i valori che sono obiettivo dell'analisi;

$$Optim_FEM_fun = (x, Sigma_lim_fat, Surf_ratio_opt, Hole_ratio_opt, Uxy_ratio_opt)$$

A questo punto si costruisce la geometria del provino, in particolare del raccordo ellittico, che sarà costituito da un elevato numero di punti in modo tale da consentire, nell'analisi modale, di stimare in maniera più precisa i gradienti di tensione. Le coordinate di questi punti vengono salvati in un file di testo che verrà poi preso come input da Ansys.

Successivamente si accede al file di testo per l'analisi modale e si sostituiscono nelle righe di codice i valori delle numerosità dei punti che costituiscono l'ellisse, il valore della semi-larghezza dei bracci (Dext) e della lunghezza dei bracci (Ltot).

Lanciano la simulazione su Ansys viene eseguita l'analisi modale e viene generato, per una certa combinazione delle variabili indipendenti, un file di output contenente:

- la frequenza di risonanza del componente;

- il rapporto tra gli spostamenti delle superfici libere dei bracci perpendicolari;
- il rapporto degli spostamenti x e y del foro;
- il rapporto dello spostamento minimo del foro e il massimo delle superfici libere;
- la tensione equivalente massima nel componente.

Ottenuti i risultati, si definisce la funzione da ottimizzare come la somma delle differenze relative tra i valori ottenuti da ciascuna analisi ed i rispettivi valori obiettivo, con dei coefficienti premoltiplicativi che tengono conto dell'importanza di ciascun parametro. Il valore di questi coefficienti è stato modificato in base al parametro che si è interessati a far crescere più rapidamente ad ogni iterazione.

Nel seguente caso si è posto un peso del parametro relativo alla frequenza di risonanza pari a 2.

$$F = \text{sum} \left[2 \text{abs} \frac{f_{FEM} - f_{ris}}{f_{FEM}}, \text{abs} \frac{\text{Surf}_{ratio_{FEM}} - \text{Surf}_{ratio_{opt}}}{\text{Surf}_{ratio_{FEM}}}, \right. \\ \left. \text{abs} \frac{\text{Hole}_{ratio_{FEM}} - \text{Hole}_{ratio_{opt}}}{\text{Hole}_{ratio_{FEM}}}, \text{abs} \frac{Uxy_{ratio_{FEM}} - Uxy_{ratio_{opt}}}{Uxy_{ratio_{FEM}}}, \right. \\ \left. \text{abs} \frac{\text{Sigma}_{raccordo_{FEM}} - \text{Sigma}_{limite\ fatica}}{\text{Sigma}_{raccordo_{FEM}}} \right]$$

Si utilizza a questo punto una funzione implementata su Matlab per l'individuazione del minimo di una funzione. In seguito si salvano i valori ottimali dei parametri indipendenti ed i risultati in un vettore:

$$[x_{def}, f_{val}] = \text{fminsearch}(\text{funcmin}, x_0, \text{option})$$

2.2.2 Descrizione del codice Ansys

Innanzitutto si definiscono le proprietà del materiale Ti-4Al-6Va:

Proprietà del materiale	Valori
E (modulo di Young)	110 000 MPa
ν (coefficiente di Poisson)	0,34
ρ (densità)	$4433 \cdot 10^{-6} \frac{g}{mm^3}$

Si inizializzano i parametri geometrici del provino:

- L_{tot} , lunghezza dei bracci;
- D_{ext} , semi-larghezza dei bracci;
- y_3 , punto di intersezione tra il raccordo ellittico e la geometria del provino in assenza di raccordo
- r_{foro} , raggio del foro;
- h , spessore del provino;
- a, b semiassi dell'ellisse, elevati al quadrato;

Si costruisce l'ellisse a partire dal file di testo output di Matlab riportante le coordinate dei punti dell'ellisse ed il resto della geometria rappresentante solo un quarto del provino. Questa scelta è giustificata dal fatto che, essendo la geometria e gli spostamenti dovuti alla forma modale simmetrici rispetto agli assi x e y , le soluzioni saranno simmetriche.



Figura 27 Costruzione dell'ellisse su Ansys a partire dai punti creati sul software Matlab

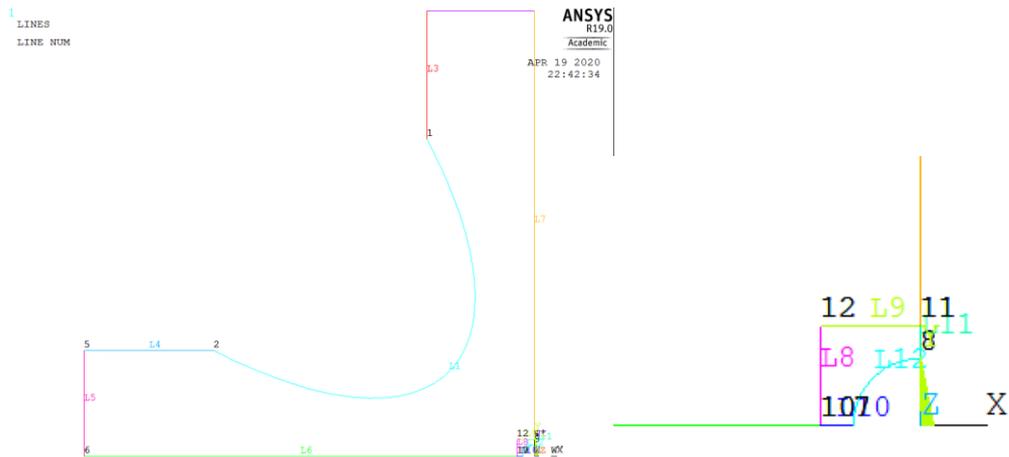


Figura 28 Costruzione della geometria su Ansys, con particolare attenzione alla zona in prossimità del foro

Si esegue una suddivisione delle varie linee in modo da ottenere una mesh quanto più omogenea possibile nella maggior parte della geometria ed in prossimità del foro centrale e del raccordo una suddivisione più fitta. Più in particolare, in prossimità del foro si è preferito creare una regione rettangolare che lo contenesse, in modo da ottenere una mesh più uniforme.

Si è deciso di rendere la suddivisione parametrica rispetto al parametro *ndivdef* che sarà oggetto di studio nell'analisi di convergenza. Si riportano di seguito le suddivisioni per il caso specifico preso in considerazione:

```

lesize,1,,ndivdef*(y3*pi/2/Dext)*2 !Ellisse
lesize,2,,ndivdef
lesize,3,,ndivdef*(Ltot-y3)/Dext
lesize,4,,ndivdef*(Ltot-y3)/Dext
lesize,5,,ndivdef
lesize,6,,ndivdef*Ltot/Dext
lesize,7,,ndivdef*Ltot/Dext
lesize,8,,ndivdef*(1.5*r_foro/Dext)*2
lesize,9,,ndivdef*(1.5*r_foro/Dext)*2
lesize,10,,ndivdef*(1.5*r_foro/Dext)*2
lesize,11,,ndivdef*(1.5*r_foro/Dext)*2
lesize,12,,ndivdef*(r_foro*pi/2/Dext)*2 !foro

```

Prima di procedere con l'esecuzione della mesh, si costruiscono le aree della sola faccia frontale del provino con i comandi:

a,1,2,5,6,10,12,11,3,4

a,7,8,11,12,10

Vengono ora definite le 2 direzioni di estrusione delle aree sopra definite e si genera così il volume del provino:

k,13,0,0,+h/2 !Direzio

ne positiva

l,9,13

!Direzio

ne negativa

l,9,14

! Generazione del volume

!estrudo area 1 e 2

vdrag,1,2,,,,,13

vdrag,1,2,,,,,14

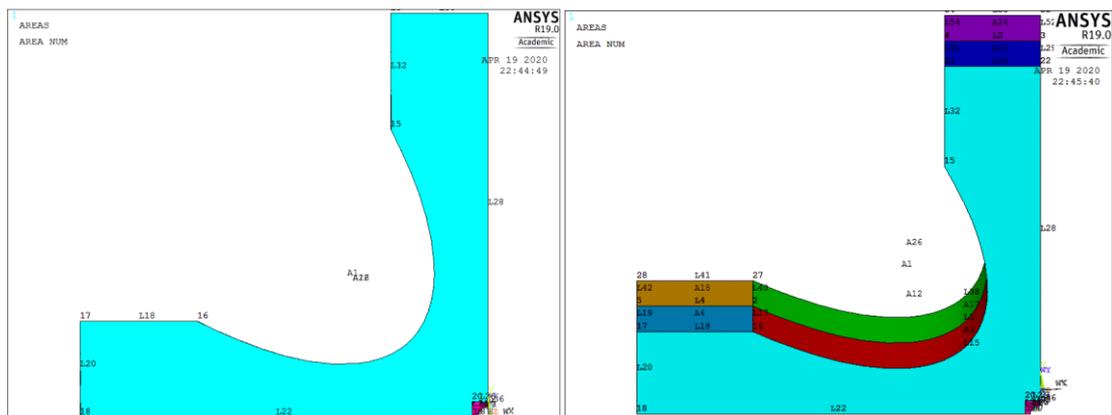


Figura 29 Suddivisione in aree della faccia frontale e generazione del volume

A questo punto viene eseguita la mesh della sola faccia frontale del provino, costituita da elementi quadrati a 8 nodi (plane 183) per poi generare la mesh dell'intero volume tramite degli elementi cubici a 20 nodi (solid 226). I comandi utilizzati sono:

mshkey,2

amesh,1,2

vsweep,all

Per rendere equivalente lo studio di un quarto di provino allo studio completo, si impongono delle condizioni di vincolo sulla superficie inferiore e laterale:

DA,9,UX,0

DA,23,UX,0

DA,28,UX,0

DA,14,UX,0

DA,6,UY,0

DA,20,UY,0

DA,15,UY,0

DA,29,UY,0

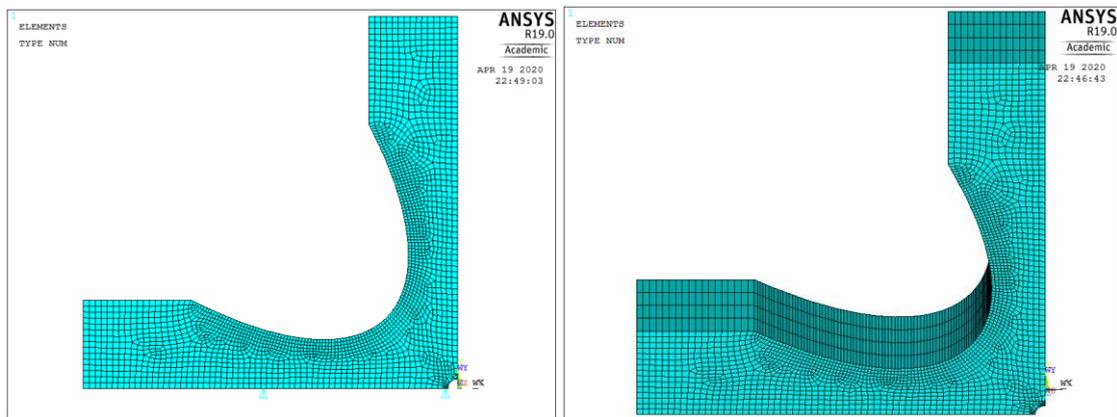


Figura 30 Esecuzione della mesh sulla faccia frontale e dell'intero volume ed applicazione dei vincoli

Viene eseguita un'analisi modale andando alla ricerca di una frequenza di risonanza compresa tra 19 000 e 20 000 Hz:

/solu

antype,2

modopt,unsymm,2,19,21

mexpand,,19,21,yes

solve

Si ottengono e si salvano in un file di testo i seguenti risultati:

- $f_{risonanza_{FEM}}$
- $\sigma_{raccordo_{FEM}}$

- $Surf_ratio_{FEM}$;
- $Hole_ratio_{FEM}$;
- Uxy_ratio_{FEM} ;

In particolare per ottenere la tensione al raccordo si è fatta la seguente ipotesi: essendo il materiale elastico lineare ed essendo noto lo spostamento massimo che la macchina di prova genera ($90 \mu m$), valutando il reale spostamento nel modello FEM e valutando la tensione equivalente massima nel raccordo, si è ottenuta la tensione effettiva con una semplice proporzione:

$$\sigma_{90\mu m} = \sigma_{spostamento_{FEM}} \frac{90 \mu m}{spostamento_{FEM}}$$

Questa condizione è certamente la più gravosa in quanto gli spostamenti imposti oscillano tra 10 e $90 \mu m$.

2.3 Analisi di convergenza della soluzione

Prima di effettuare uno studio sulla dinamica del componente è necessario eseguire un'analisi di convergenza della soluzione, in modo da ottenere dei buoni risultati con un tempo di calcolo ridotto. Questa analisi è stata effettuata sul software Ansys, riportando i risultati su un foglio di calcolo del software Microsoft Excel e rappresentando la soluzione al crescere del numero di elementi.

Lo scopo dell'analisi di convergenza è quello di individuare la dimensione, la numerosità e la tipologia di elementi da utilizzare all'interno del componente in modo da rendere i risultati delle analisi statiche e dinamiche quanto più precisi possibile.

Infatti è necessario che la mesh del componente sia abbastanza fine da cogliere in maniera precisa i gradienti di tensione in prossimità degli intagli, per questo motivo si è deciso di rendere la mesh più fitta in prossimità del foro e del raccordo.

Come anticipato precedentemente, la suddivisione delle linee (che influisce sulla divisione in elementi) avviene in maniera parametrica mediante *ndivdef*, perciò, facendolo variare all'interno di un certo intervallo (5-35), è possibile osservare la variazione del valore della tensione. Quello che ci si aspetta è che all'aumentare del numero degli elementi nel componente si ha una riduzione della tensione misurata, in quanto un maggior numero di elementi rendono l'intero componente meno rigido.

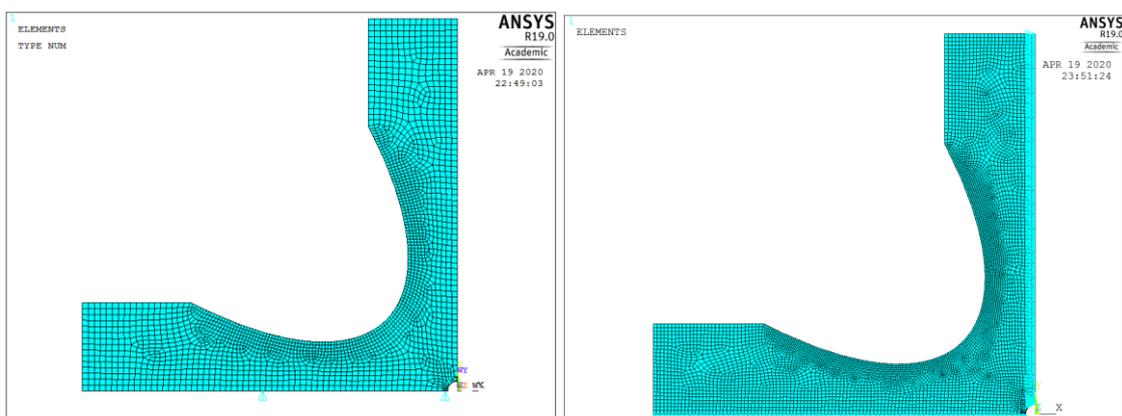


Figura 31 Esempio di variazione del parametro *ndivdef* da 15 a 25

Non si è considerato il valore massimo di tensione equivalente, ma un valore di tensione equivalente in una posizione ben definita perché, rendendo più fitta la mesh, la tensione equivalente massima nel raccordo crescerebbe. Infatti quanto più gli elementi utilizzati sono piccoli, tanto più riescono ad approssimare meglio l'intaglio.

Si è quindi deciso di valutare la tensione equivalente in 2 punti differenti: uno in prossimità del raccordo ellittico del componente ed uno in prossimità del foro centrale. Ovviamente più un intaglio ha raggio di raccordo minore e più la dimensione degli elementi utilizzati per descriverlo deve essere minore, perché in questo modo vengono descritti in maniera più precisa i gradienti di tensione.

Il primo punto considerato nella valutazione della tensione si trova in prossimità della massima tensione equivalente sul raccordo e ha le seguenti coordinate:

$$x = -21,491mm$$

$$y = 7,7313mm$$

$$z = 0 mm.$$

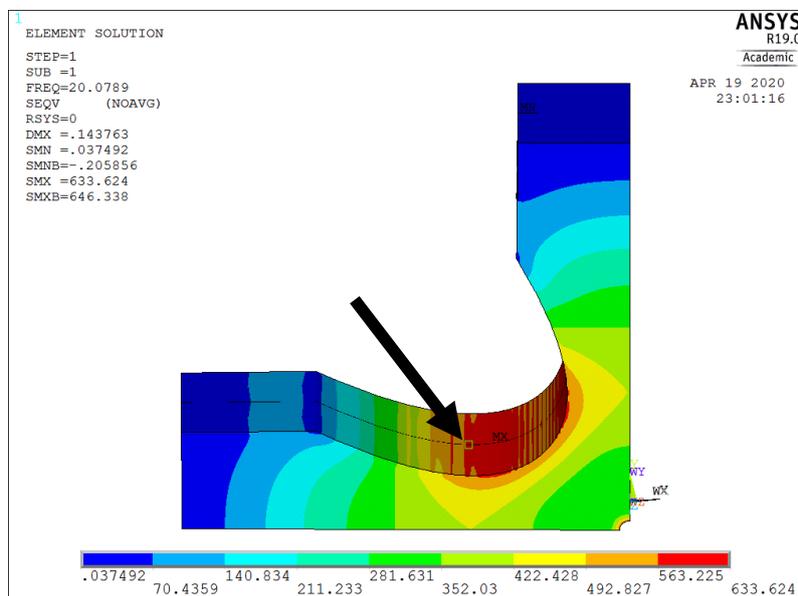


Figura 32 Posizione del primo nodo considerato

Dal grafico sottostante si può osservare come non si abbia una chiara convergenza “dall’alto” o “dal basso” alla soluzione esatta, bensì si ha un andamento oscillante. Questo

è dovuto al fatto che, essendo il raccordo molto ampio, con qualsiasi ndivdef si ha una più che buona approssimazione della tensione. Perciò da questo primo studio non si è in grado di scegliere un ndivdef opportuno.

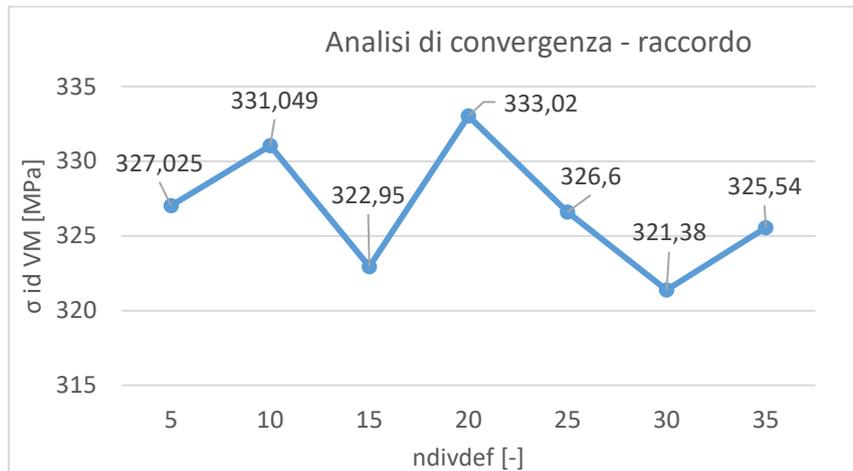


Figura 33 Analisi di convergenza della tensione equivalente nel primo punto considerato

Il secondo punto preso in considerazione presenta le seguenti coordinate:

$$x = 0 \text{ mm}$$

$$y = 1,875 \text{ mm}$$

$$z = 0 \text{ mm.}$$

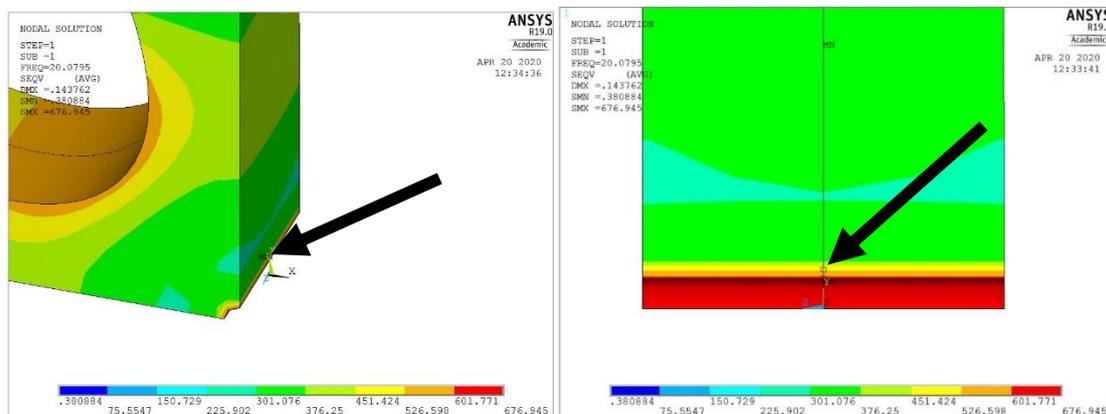


Figura 34 Posizione del secondo nodo considerato

A differenza del caso precedente, qui si ha una chiara convergenza dall'alto della tensione equivalente al valore esatto (246 MPa), perché, essendo il raggio del foro molto piccolo, con un numero esiguo di elementi non si è in grado di cogliere correttamente le variazioni di tensioni nell'intorno dell'intaglio.

La tensione diminuisce con l'aumentare del numero di elementi, perché con più elementi la rigidità del componente descritto da elementi finiti si riduce, quindi essendo la tensione legata in maniera proporzionale alla rigidità del componente, anch'essa si ridurrà.

Quindi, essendo trascurabile la variazione di tensione con *ndivdef* maggiori di 20, nelle successive analisi si utilizzerà questo valore.

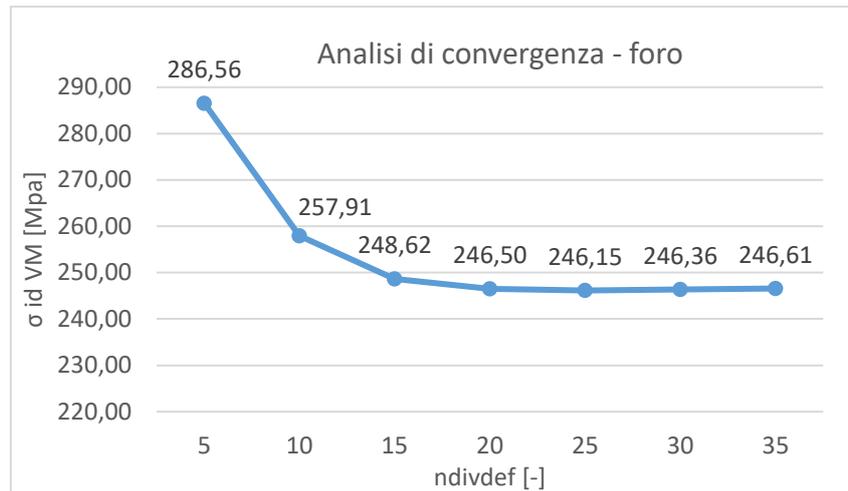


Figura 35 Analisi di convergenza della tensione equivalente nel secondo punto considerato

2.4 Analisi dell'effetto dei parametri

Al fine di avere un'idea generale dell'effetto che ciascuna caratteristica geometrica ha sui singoli risultati dell'analisi modale, è opportuno diagrammare entro degli opportuni intervalli il loro andamento. Vengono presi in considerazione l'effetto che hanno i semiassi dell'ellisse (a , b), l'intersezione tra l'ellisse costituente i raccordi e la geometria senza raccordo (y_3), la lunghezza e la semi-larghezza dei bracci (L_{tot} , D_{ext}).

La geometria dalla quale si decide osservare le variazioni dei vari risultati dell'analisi è la seguente:

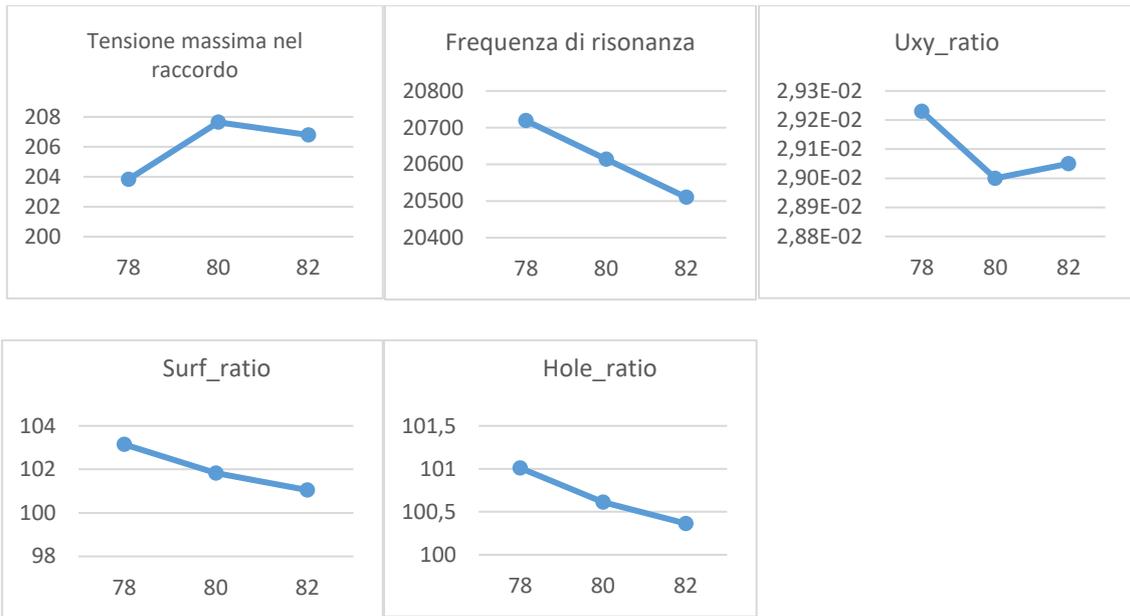
Parametri geometrici	Valori
\sqrt{a}	80 mm
\sqrt{b}	72 mm
y_3	70 mm
L_{tot}	92 mm
D_{ext}	8 mm
h	10 mm

Ovviamente si tiene a precisare che questa analisi è del tutto qualitativa, in quanto considera una variazione di un parametro alla volta, dunque trascura la reciproca influenza tra fattori.

Inoltre l'effetto che ciascun fattore ha sui risultati dell'analisi modale, dipende anche dai valori di partenza assegnati ai parametri.

Si riportano di seguito i grafici riassuntivi dell'analisi con i relativi commenti.

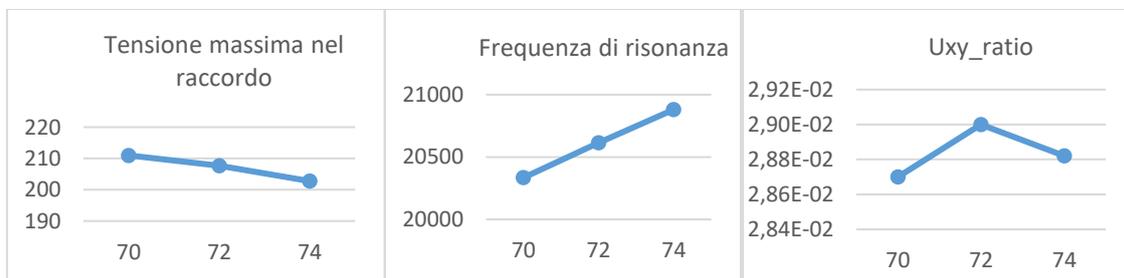
2.4.1 Effetto del semiasse maggiore dell'ellisse (a)

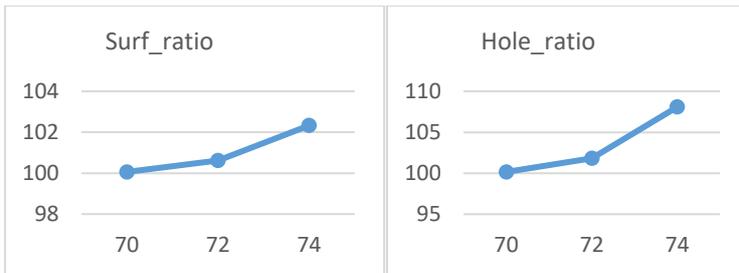


È possibile osservare come per poter raggiungere gli obiettivi prefissati sia necessario:

- Ridurre a in modo da ridurre le tensioni nel componente ed ottenere un U_{xy_ratio} più alto
- Aumentare a in modo da ridurre la frequenza di risonanza e per avere il $Surf_ratio$ e l' $Hole_ratio$ tendenti al 100%;

2.4.2 Effetto del semiasse minore dell'ellisse (b)

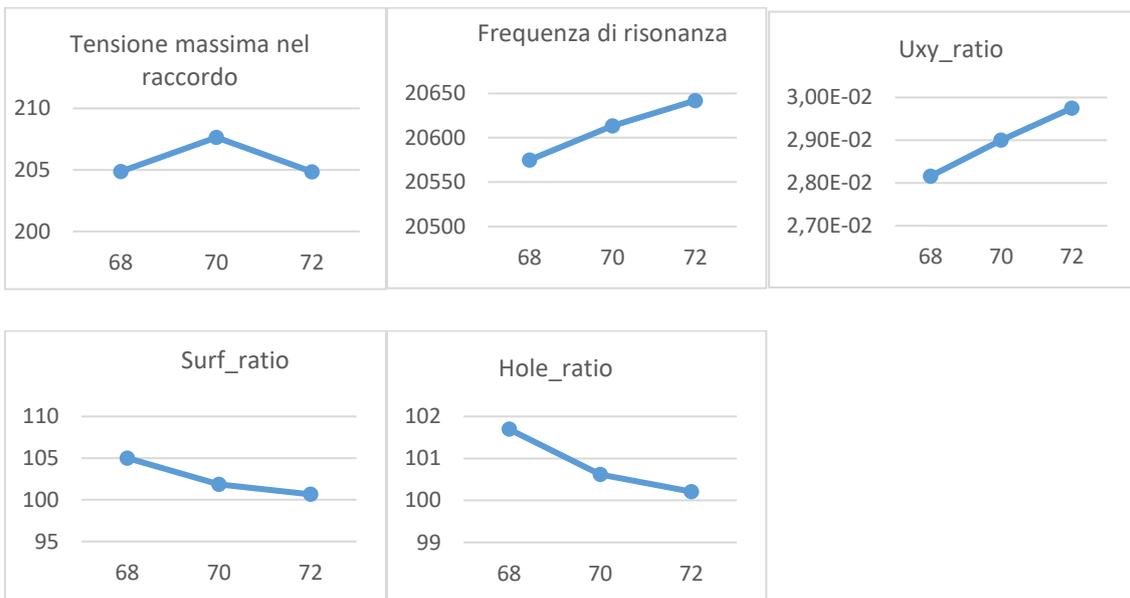




In questo caso si ottengono dei migliori risultati se si:

- Riduce b in modo da ridurre la frequenza di risonanza, e portare Surf_ratio e Hole ratio al 100%;
- Aumenta b in modo da ridurre la tensione massima;

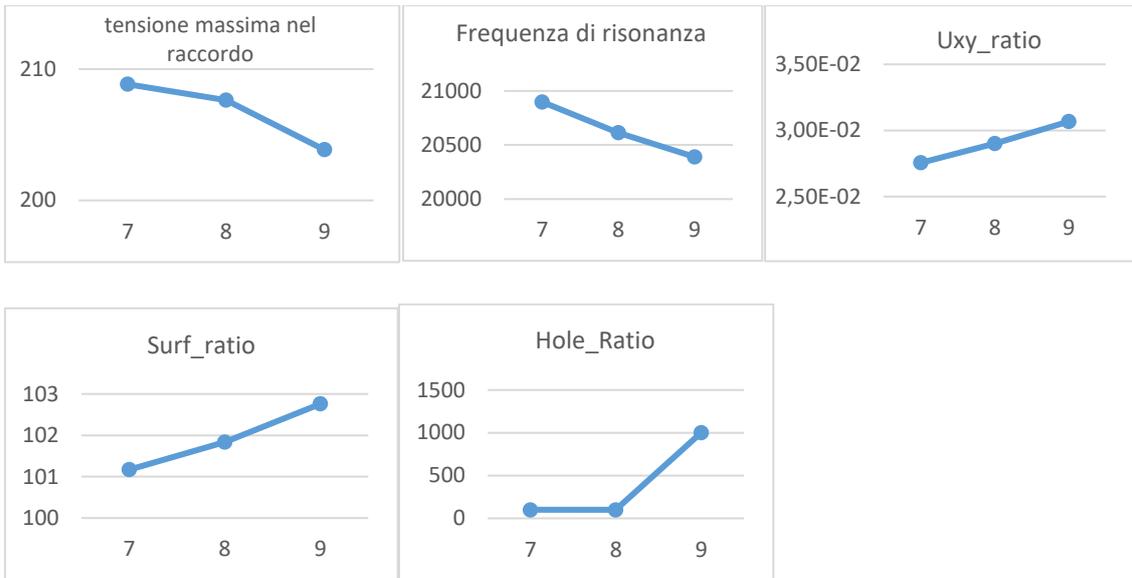
2.4.3 Effetto del parametro y_3



Per raggiungere gli obiettivi dell'analisi è preferibile:

- Ridurre y_3 per ridurre la frequenza di risonanza;
- Aumentare y_3 per aumentare l'Uxy_ratio e per avvicinare al 100% gli ultimi due rapporti;

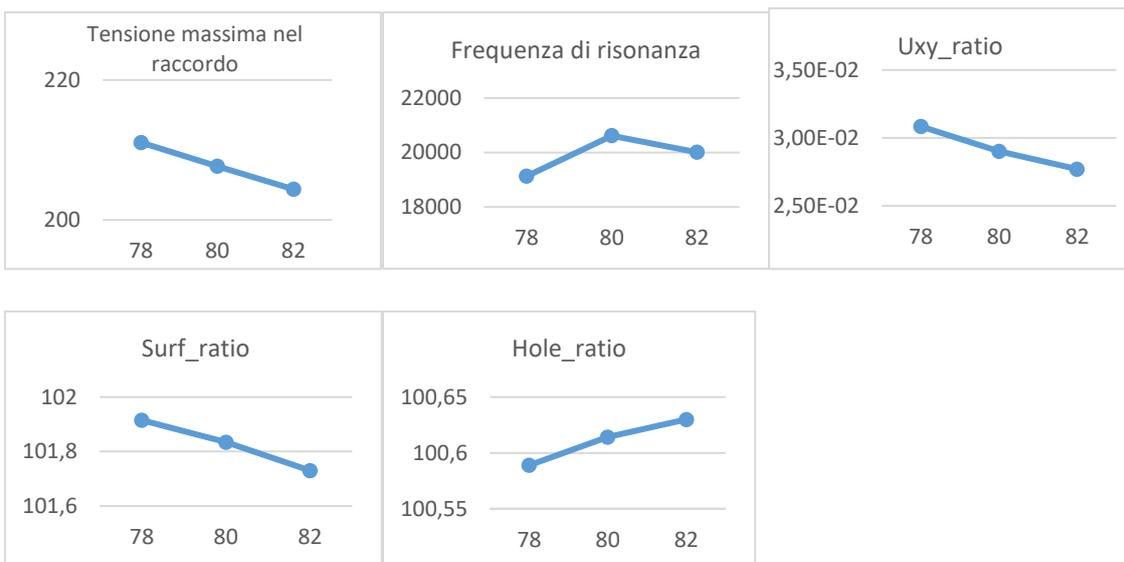
2.4.4 Effetto della semilarghezza dei bracci (Dext)



Si ottiene un'ottimizzazione se si:

- Aumenta *Dext* riducendo la tensione massima nel raccordo, la frequenza di risonanza, e aumentando l'*Uxy_ratio*;
- Riduce *Dext* riducendo il *Surf_ratio* e l'*Hole ratio*;

2.4.5 Effetto della lunghezza dei bracci (Ltot)



In quest'ultimo caso si ha che:

- Aumentando L_{tot} si riduce la tensione massima;
- Riducendo L_{tot} viene incrementato U_{xy_ratio} e si riduce il $Surf_ratio$;

Capitolo 3: Analisi dei risultati

3.1 Risultati dell'ottimizzazione

3.1.1 Analisi preliminare

Si è inizialmente considerata una geometria di partenza con i seguenti parametri:

Parametri geometrici	Valori
\sqrt{a}	30 mm
\sqrt{b}	16 mm
y_3	27 mm
L_{tot}	65 mm
D_{ext}	8,4 mm
d_{foro}	3 mm
h	10 mm

Dall'analisi modale si ricavano i seguenti risultati:

Risultati	Valori
Tensione equivalente massima (nel raccordo)	385 MPa
Frequenza di risonanza	19072 Hz
Uxy_ratio	0,0528
Surf_ratio	99,95%
Hole_ratio	99,83%
Spostamento massimo delle superfici libere	0,1979 mm

Si può osservare come la tensione equivalente massima nel raccordo ecceda di gran lunga la tensione ammissibile (200 MPa) ed inoltre come la frequenza di risonanza sia al di fuori del range concesso (19 500 Hz – 20 500 Hz).

Inoltre il parametro Uxy_ratio, che rappresenta il rapporto tra lo spostamento minimo del foro e quello massimo delle superfici libere dei bracci del provino, è notevolmente diverso rispetto al suo valore ottimale pari a 0,1.

Gli altri due parametri tendono a valori prossimi al 100%, per cui non richiedono ulteriori miglioramenti.

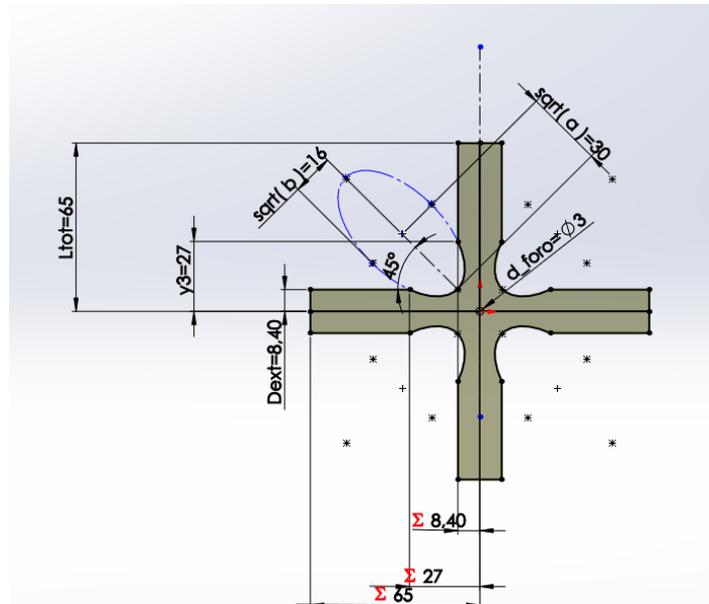


Figura 36 Rappresentazione della geometria iniziale conferita al provino cruciforme in lega di titanio

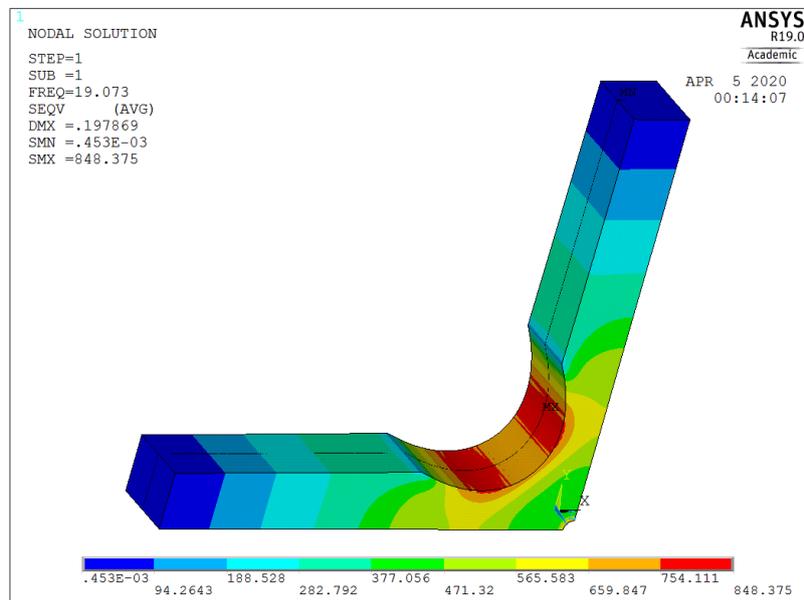


Figura 37 Andamento delle tensioni equivalenti di Von Mises nel componente

3.1.2 Risultati intermedi

In questa prima fase si è cercato principalmente di ridurre la tensione equivalente massima nel raccordo mantenendo la frequenza di risonanza intorno a 20 000 Hz. Tenendo conto dell'analisi dell'effetto dei singoli parametri descritta nel precedente capitolo, si sono incrementati a e b in modo da bilanciare l'effetto sulla frequenza di risonanza e allo stesso tempo di ridurre le tensioni equivalenti al raccordo.

Per permettere l'incremento di a e b è stato necessario aumentare il valore di y_3 , che inevitabilmente ha comportato un incremento della frequenza di risonanza, la quale è stata poi ridotta mediante l'incremento della lunghezza dei bracci del provino (L_{tot}).

Una volta decisa una prima variazione dei parametri è stato lanciato il codice di Matlab/Ansys che, in seguito ad un'ottimizzazione costata più di 500 iterazioni, ha generato la seguente geometria:

Parametri geometrici	Valori
\sqrt{a}	36 mm
\sqrt{b}	16 mm
y_3	27 mm
L_{tot}	65 mm
D_{ext}	8,4 mm
d_{foro}	3 mm
h	10 mm

I risultati ottenuti sono i seguenti:

Risultati	Valori
Tensione equivalente massima (nel raccordo)	204 MPa
Frequenza di risonanza	20072 Hz
Uxy_ratio	0,0277
Surf_ratio	100,63 %
Hole_ratio	101,73%
Spostamento massimo delle superfici libere	0,1856 mm

In questo caso i risultati possono essere ritenuti soddisfacenti dal punto di vista della tensione equivalente massima nel componente e per quanto riguarda la frequenza di risonanza, ma la stessa cosa non vale per il parametro U_{xy_ratio} .

A causa della notevole variazione della geometria, che ha comportato un irrobustimento del provino, lo spostamento minimo del foro centrale si è ridotto così come quello massimo delle superfici libere dei bracci, portando ad una complessiva diminuzione del parametro U_{xy_ratio} .

La successiva fase di ottimizzazione si è concentrata nella determinazione di un buon compromesso tra i risultati ottenuti.

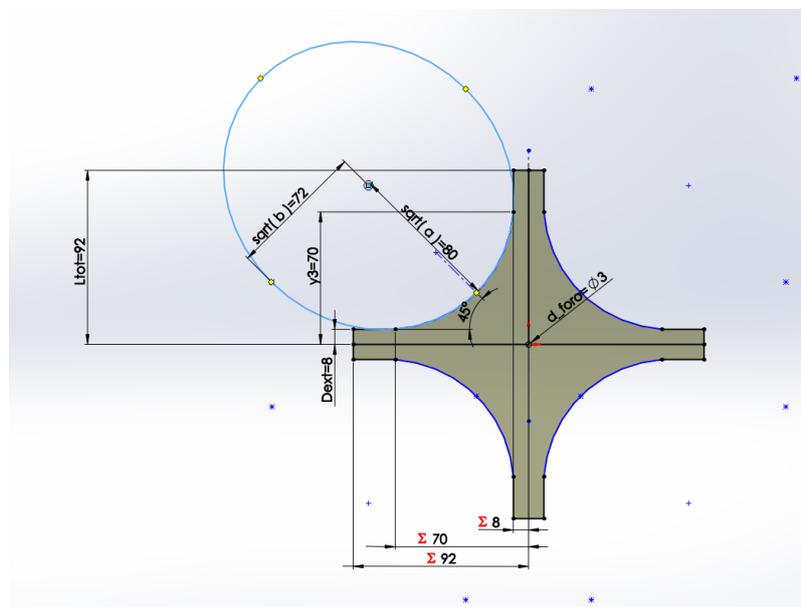


Figura 38 Rappresentazione della geometria del provino in lega di titanio ottenuta in seguito ad una prima fase di ottimizzazione

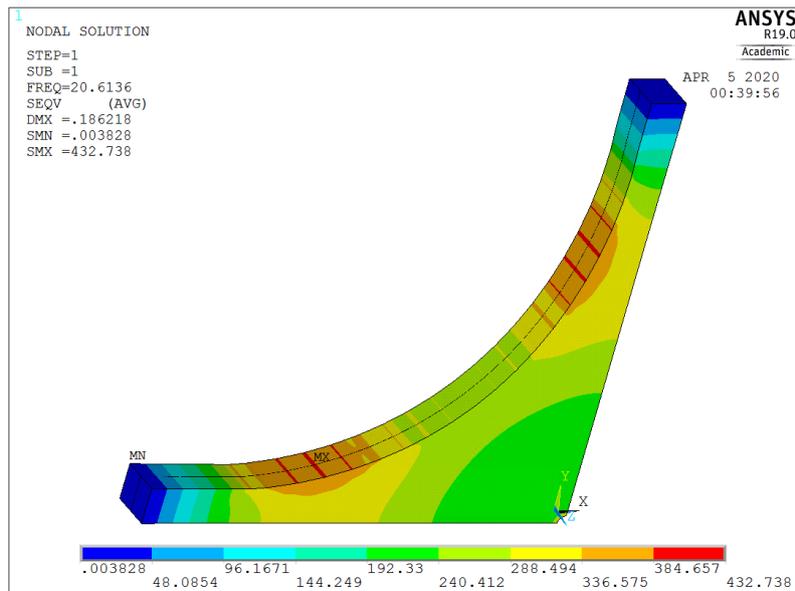


Figura 39 Andamento delle tensioni equivalenti di Von Mises nel componente

3.1.3 Risultati finali

Al fine di avere una corretta sollecitazione dello stent che verrà posizionato nel foro centrale del provino cruciforme, è necessario ottenere degli spostamenti delle pareti del foro centrale del provino di $6 \mu m$, quindi si è deciso di includere questo nuovo obiettivo (Spostamento_minimo_foro_opt) a quelli già esistenti, tralasciando il parametro Uxy_ratio.

Per ottenere degli spostamenti di tale entità è necessario che il raccordo sia più acuto e quindi si è deciso di aumentare il valore massimo ammissibile di tensione, passando da $200 MPa$ a $350 MPa$. Quest'ultimo cambiamento avrà ripercussioni sulla vita a fatica del componente, riducendola, rimanendo comunque al di sotto del limite di fatica del componente ($500 MPa$).

Inoltre al fine di ottenere delle tensioni equivalenti più basse si è deciso di rilassare la condizione di carico più gravosa, che consiste nel considerare degli spostamenti imposti dalla macchina ad ultra suoni di $90 \mu m$. Essendo l'intervallo di spostamenti imposti dalla macchina compresi tra $10-90 \mu m$ si è deciso di considerare $80 \mu m$.

Prendendo in considerazione le precedenti modifiche, sono stati adattati i file di input di Matlab e Ansys.

Modifiche ai file di input

Come nel caso precedente si definiscono, in primis, i nuovi obiettivi da raggiungere:

- $f_{risonanza} = 20\ 000\text{Hz}$;
- $\sigma_{limite,fatica} = 350\ \text{MPa}$, essendo inferiore al limite di fatica della lega di titanio (500 MPa) garantisce una vita a fatica nell'ambito della VHCF;
- Surf_ratio_opt = 100 %, il rapporto ottimale tra gli spostamenti delle superfici libere dei bracci;
- Hole_ratio_opt = 100 %, il rapporto ottimale tra gli spostamenti y e x del foro;
- Spostamento_minimo_foro_opt = 0,006 mm, lo spostamento minimo della superficie del foro.

In seguito si definiscono i parametri iniziali che verranno scelti come punto di partenza e i parametri che la funzione dovrà ottimizzare:

$$x_0 = [a_0, b_0, y_{3_0}, Dext_0, Ltot_0]$$

$$Optim_{FEM_fun} = (x, \text{Sigma_lim_fat}, \text{Surf_ratio_opt}, \text{Hole_ratio_opt}, \text{Spostamento_minimo_foro_opt})$$

In seguito alla simulazione Ansys, che è rimasta inalterata nella forma rispetto al caso precedente, si prelevano i risultati e si definisce la nuova funzione da ottimizzare:

$$F = \text{sum} \left[\text{abs} \frac{f_{FEM} - f_{ris}}{f_{FEM}}, \text{abs} \frac{\text{Surf}_{ratio_{FEM}} - \text{Surf}_{ratio_{opt}}}{\text{Surf}_{ratio_{FEM}}}, \right. \\ \left. \text{abs} \frac{\text{Hole}_{ratio_{FEM}} - \text{Hole}_{ratio_{opt}}}{\text{Hole}_{ratio_{FEM}}}, \text{abs} \frac{\text{Sigma}_{raccordo_{FEM}} - \text{Sigma}_{limite\ fatica}}{\text{Sigma}_{raccordo_{FEM}}}, \right. \\ \left. \text{abs} \frac{\text{Spostamento_minimo_foro_FEM} - \text{Spostamento_minimo_foro_opt}}{\text{Spostamento_minimo_foro_FEM}} \right]$$

Dove i risultati dell'analisi su Ansys sono:

- $f_{risonanza_{FEM}}$
- $\sigma_{raccordo_{FEM}}$;
- Surf_ratio_{FEM} ;
- Hole_ratio_{FEM} ;
- $\text{Spostamento_min_foro}_{FEM}$;

Infine si salvano i valori dei parametri indipendenti e della funzione in un vettore:

$$[x_{def}, f_{val}] = fminsearch(funcmin, x_0, option)$$

Descrizione dei risultati ottenuti

In seguito al processo iterativo di ottimizzazione si è ottenuta la seguente geometria:

Parametri geometrici	Valori
\sqrt{a}	61 mm
\sqrt{b}	25 mm
y_3	42 mm
L_{tot}	59 mm
D_{ext}	14 mm
d_{foro}	3 mm
h	10 mm

I risultati ottenuti sono i seguenti:

Risultati	Valori
Tensione equivalente massima (nel raccordo)	352 MPa
Frequenza di risonanza	20089 Hz
Spostamento minimo del foro	4,54 μm
Uxy_ratio	0,0346
Surf_ratio	99,90%
Hole_ratio	99,67%
<i>Spostamento massimo delle superfici libere</i>	0,173 mm

Si può affermare che i risultati siano soddisfacenti per quanto riguarda la tensione equivalente massima nel componente, di circa 350 MPa, la frequenza di risonanza, poco al di sopra di 20000 Hz, il Surf_ratio e l'Hole_ratio, prossimi al 100%.

Purtroppo lo spostamento minimo del foro non ha raggiunto il valore obiettivo di 6 μm , ma assume comunque un valore accettabile (4,54 μm).

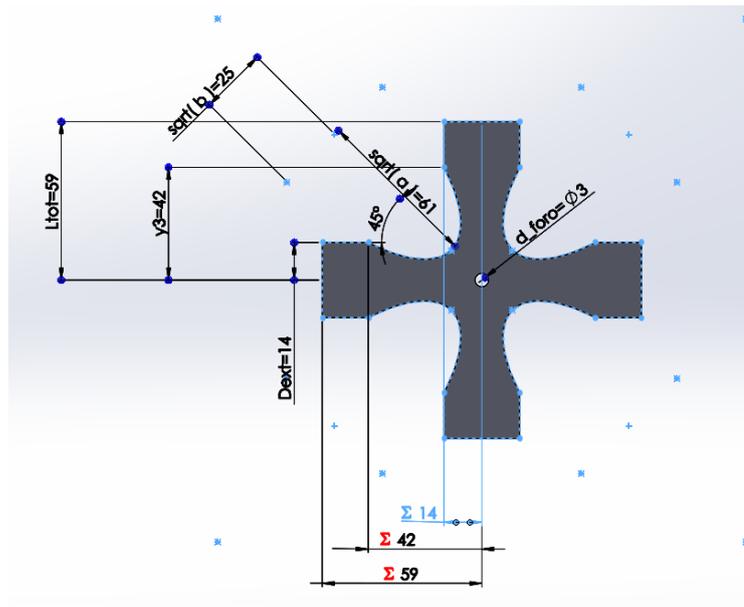


Figura 40 Rappresentazione della geometria ottimizzata del provino in lega di titanio

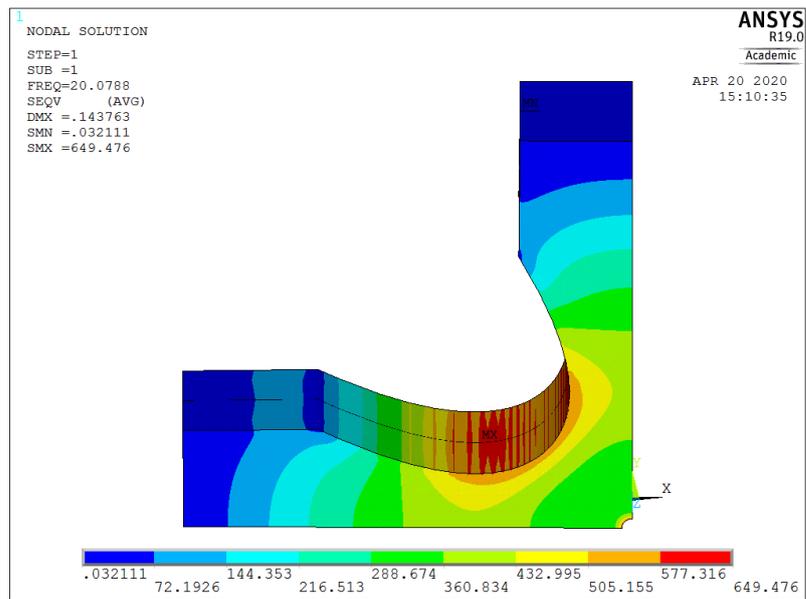


Figura 41 Andamento delle tensioni equivalenti di Von Mises all'interno del provino

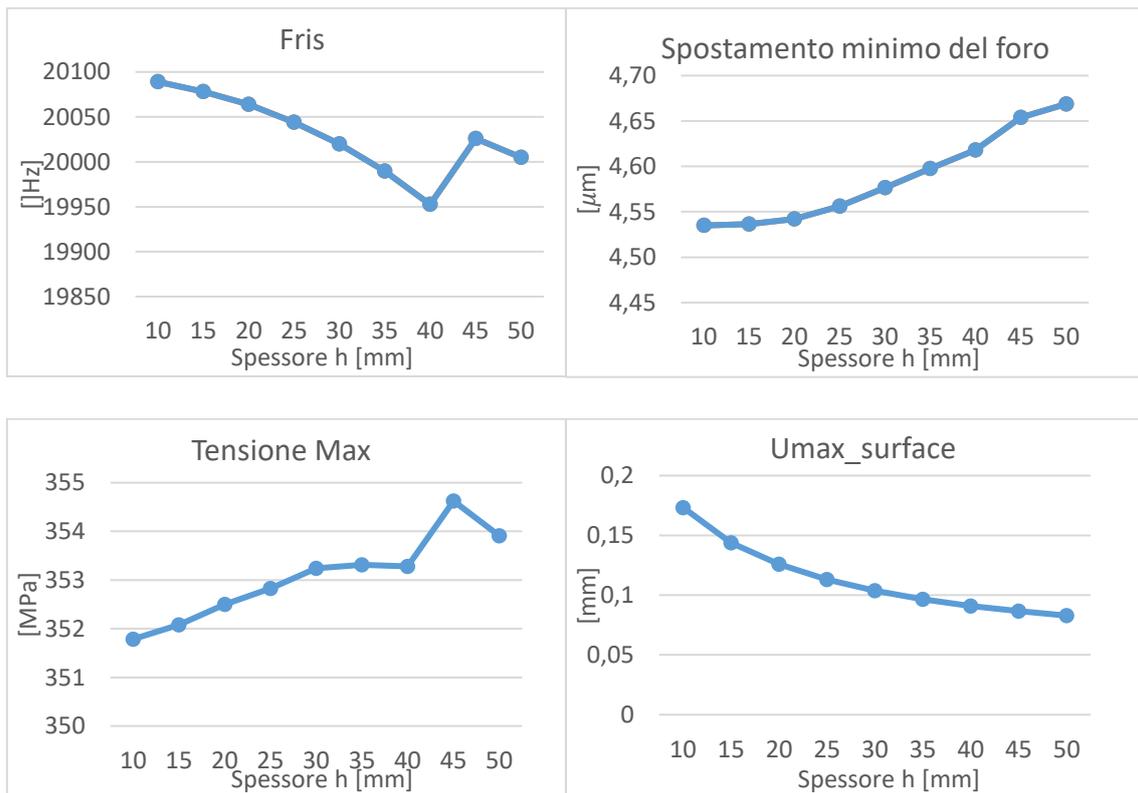
3.2 Analisi dell'effetto dello spessore

3.2.1 Effetto sui risultati dell'analisi modale

Fino ad ora non si è presa in considerazione la possibile variazione dello spessore del provino, in quanto il suo valore dipende dalla lunghezza dello stent che si desidera testare, perciò nei paragrafi precedenti si è utilizzato uno spessore di riferimento di 10 mm.

Ora si desidera valutare quali effetti lo spessore abbia sui vari risultati della simulazione a partire dalla condizione ottimizzata. Si è deciso di far variare lo spessore del provino tra 10 e 50 mm e, visto che la frequenza di risonanza decresce al crescere dello spessore, è stato necessario ridurre la lunghezza dei bracci in modo da avere sempre una frequenza intorno ai 20000 Hz.

Si riportano di seguito i grafici rappresentanti l'effetto dello spessore sui risultati dell'analisi.



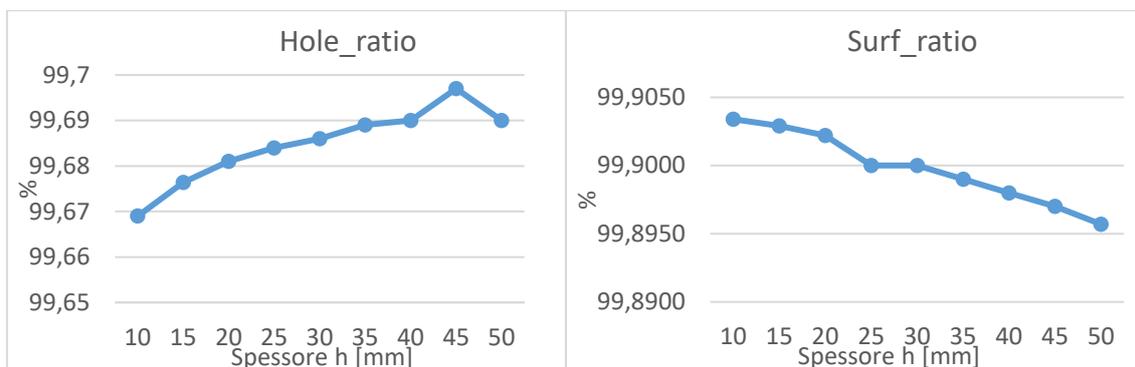


Figura 42 Effetto dello spessore sui risultati dell'analisi

Si osserva che:

- Lo spostamento minimo del foro cresce gradualmente al crescere dello spessore ma in maniera molto ridotta, infatti la variazione massima è di circa il 3%;
- La tensione equivalente massima rimane all'incirca la medesima, in quanto la sua variazione rientra nell'1%;
- Per l'Hole_ratio e il Surf_ratio, le variazioni sono al di sotto dello 0,1%;
- Per l'Umax_surface, al crescere dello spessore del provino si ottengono delle notevoli variazioni, raggiungendo una variazione massima poco al di sopra del 50%.

Si può concludere che lo spessore influisce principalmente sullo spostamento massimo delle superfici libere dei bracci del provino.

3.2.2 Effetto sulla tensione e sugli spostamenti normali z

Dal momento che per verificare uno stent è necessario che il foro si dilati e si restringa in maniera uniforme, è necessario far coincidere la frequenza di risonanza della forma modale che permette questi spostamenti con la frequenza di eccitazione della macchina ad ultrasuoni.

Inevitabilmente, per effetto Poisson, durante la fase di estensione o contrazione del provino si otterranno delle deformazioni, e quindi delle tensioni normali lungo la direzione z, ovvero lungo lo spessore del provino.

In questo studio si è voluto riportare l'andamento della tensione e degli spostamenti normali z sulla superficie del foro centrale del provino al variare della distanza dal piano mediano $z = 0$. Questo studio è stato poi ripetuto per spessori da 10 a 50 mm.

È importante tenere in considerazione il valore effettivo della tensione normale z in quanto anche questo carico essendo ciclico solleciterà a fatica lo stent in direzione assiale, riducendo ulteriormente la sua vita a fatica.

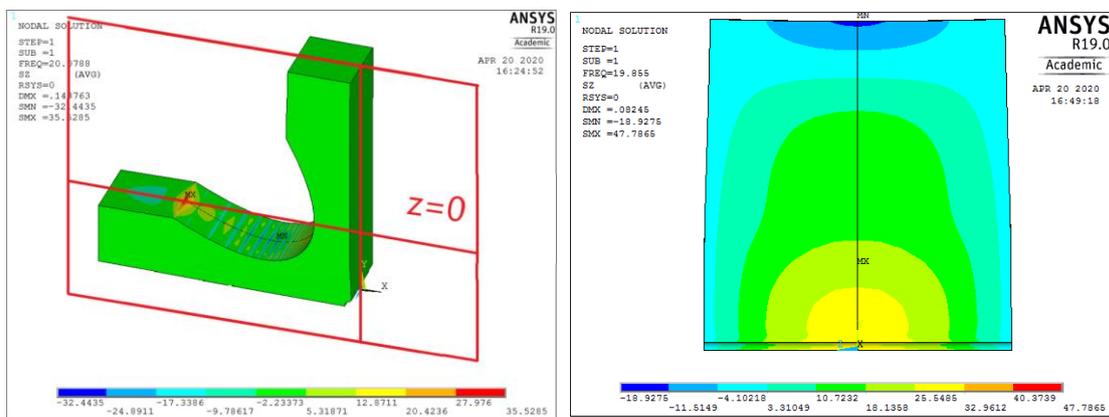


Figura 43 Rappresentazione del piano $z=0$ (sinistra) e vista posteriore del provino con spessore da 50 mm (destra)

Si osserva che la tensione normale massima si ha nel piano $z=0$, poi allontanandosi la tensione decresce fino a valori prossimi a 0 MPa. Inoltre al crescere dello spessore del componente si ha una tensione normale massima maggiore, più in particolare con uno spessore di 50 mm si raggiungono circa 30 MPa mentre nel caso di spessore di 10 mm si raggiungono all'incirca 5 MPa.

Dato che il valore massimo delle tensioni normali lungo z risentono molto dell'incremento dello spessore del provino, è preferibile non eccedere con il valore di quest'ultimo per evitare di complicare ulteriormente lo stato tensionale.

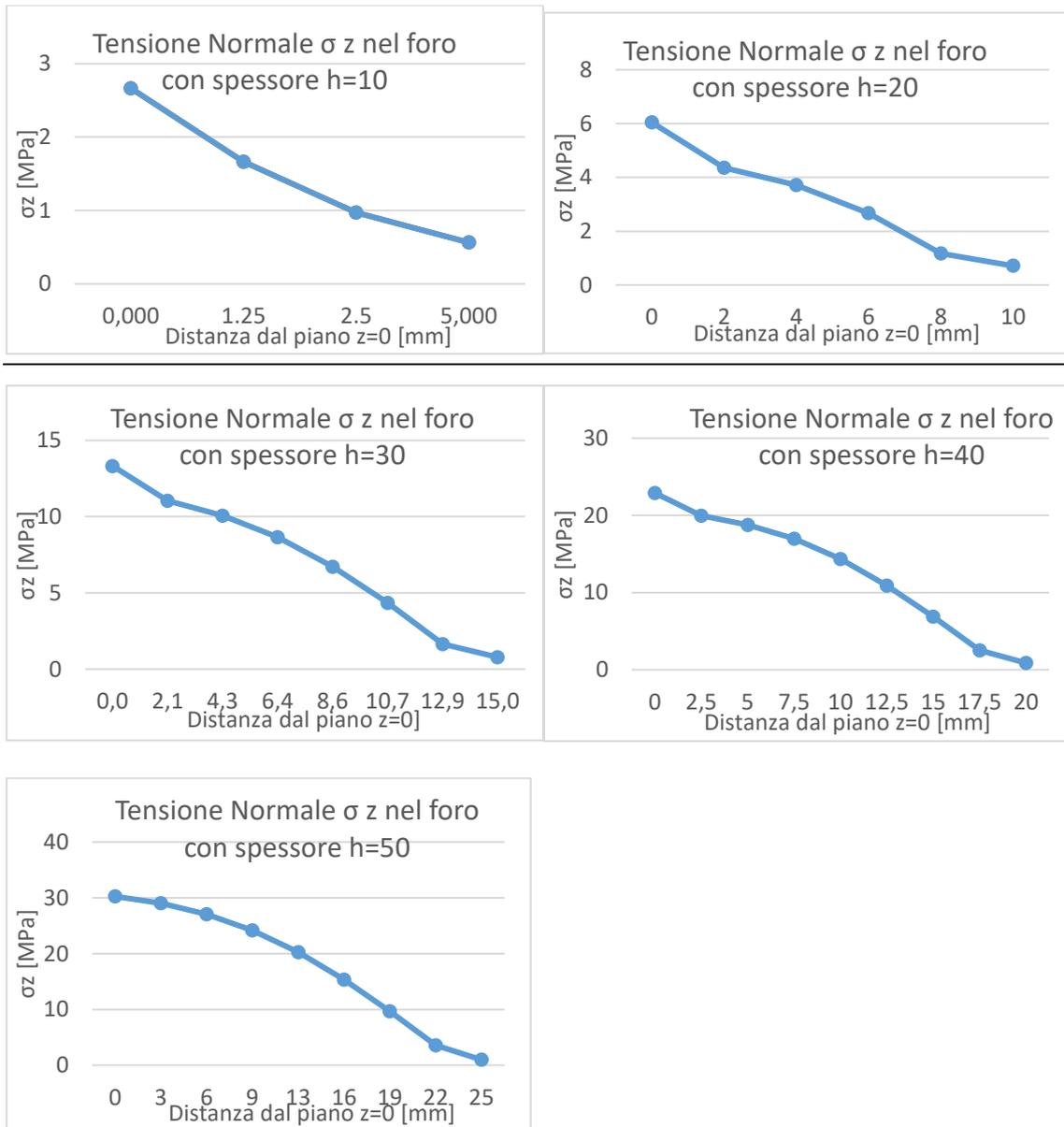


Figura 44 Andamento delle tensioni normali z al variare della distanza dal piano $z=0$

Ovviamente l'andamento degli spostamenti dipende da quello delle tensioni, per cui si osserva come nel piano $z=0$ non ci sia alcuno spostamento in nessuno dei 5 casi, mentre allontanandosi lo spostamento cresce. In particolare si osserva il massimo spostamento (pari a $30 \mu m$) per lo spessore maggiore (50 mm), invece per uno spessore di 10 mm questo è pari a $5 \mu m$.

Come detto precedentemente non bisogna eccedere con il valore di spessore del provino, quindi si ha un limite sulla lunghezza degli stent da verificare.

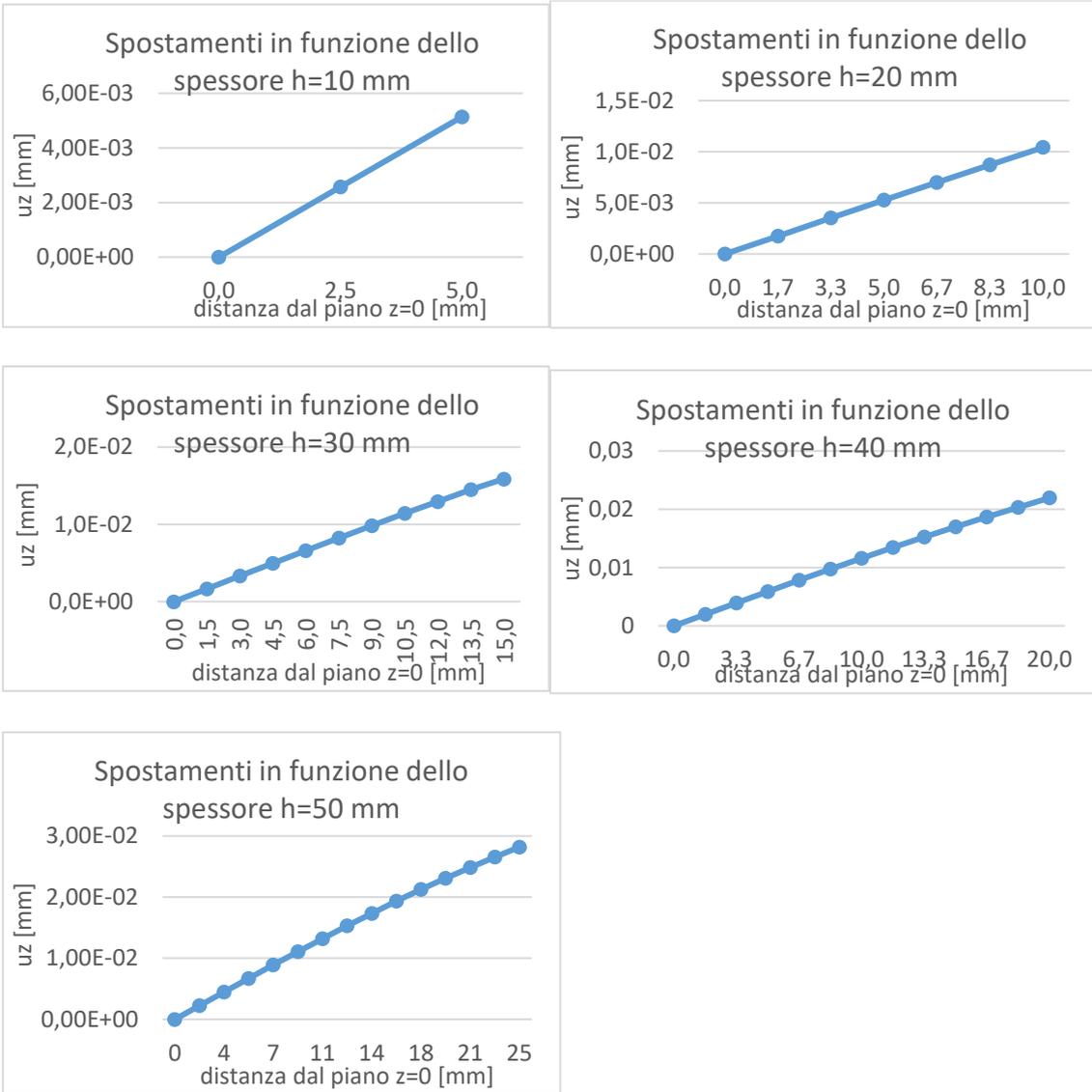


Figura 45 Andamento degli spostamenti normali al variare della distanza dal piano $z=0$

3.3 Analisi dell'effetto della curvatura del foro

3.3.1 Modifica della geometria

In questa sezione si è deciso di riportare l'effetto che ha una possibile curvatura del foro che dovrà ospitare lo stent in fase di prova sul valore di:

- Spostamento minimo del foro;
- Tensione equivalente di Von Mises massima nel raccordo del provino e quella nell'intero provino;
- Spostamento massimo delle superfici libere dei bracci del provino;
- Parametro Surf_ratio ;
- Parametro Hole_ratio;
- Tensioni normali z (σ_z) in prossimità del foro, valutati lungo lo spessore dello stesso;
- Spostamenti normali (u_z) in prossimità del foro, valutati lungo lo spessore dello stesso.

Il raggio di curvatura del foro è stato fatto variare tra *10 mm e 50 mm*.

Per eseguire lo studio è stato necessario modificare la geometria: dato che il componente analizzato ha un solo piano di simmetria (e non due come nei casi precedenti), si è dovuto considerare metà provino. Dovendo mantenere la stessa densità degli elementi per ottenere una convergenza della soluzione, il tempo di calcolo è raddoppiato.

Per imporre la condizione di simmetria rispetto all'asse Y si vincolano gli spostamenti lungo X di tutte le facce che giacciono sul piano $X = 0$.



Figura 46 Rappresentazione del nuovo modello

Quello che ci si aspetta è che la tensione equivalente di Von Mises e quella normale lungo z crescano in prossimità del foro al ridursi del raggio di curvatura, a causa dell'effetto di intaglio dovuto alla curvatura.

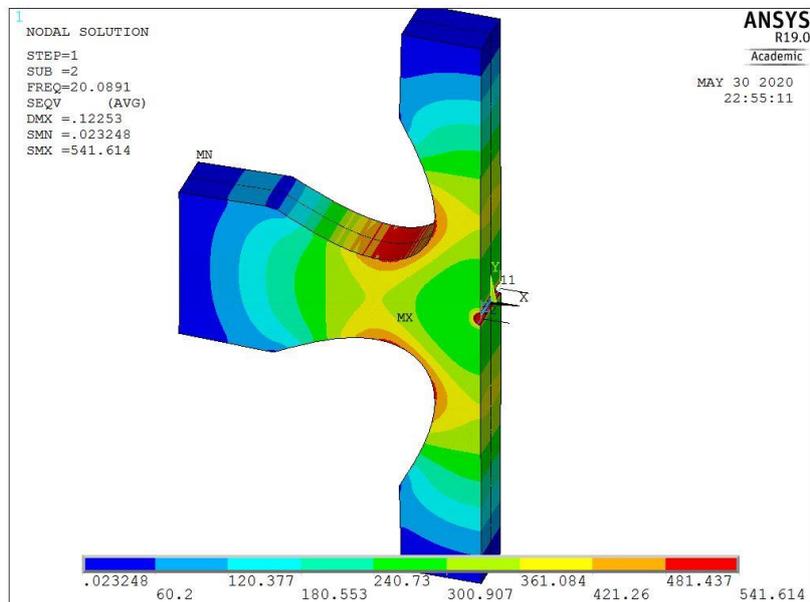


Figura 47 Andamento delle tensioni equivalenti di Von Mises con un raggio di curvatura pari a 30 mm



Figura 48 Andamento delle tensioni normali lungo l'asse z con un raggio di curvatura pari a 30 mm

3.3.2 Andamento delle tensioni normali z

In seguito ad una prima analisi si è notato che le tensioni normali z massime si hanno in prossimità del bordo inferiore del foro (di compressione) e di entità leggermente minore sul bordo superiore (di trazione). Per questo motivo si è deciso di studiare l'andamento delle tensioni normali z negli elementi posizionati lungo queste due linee.

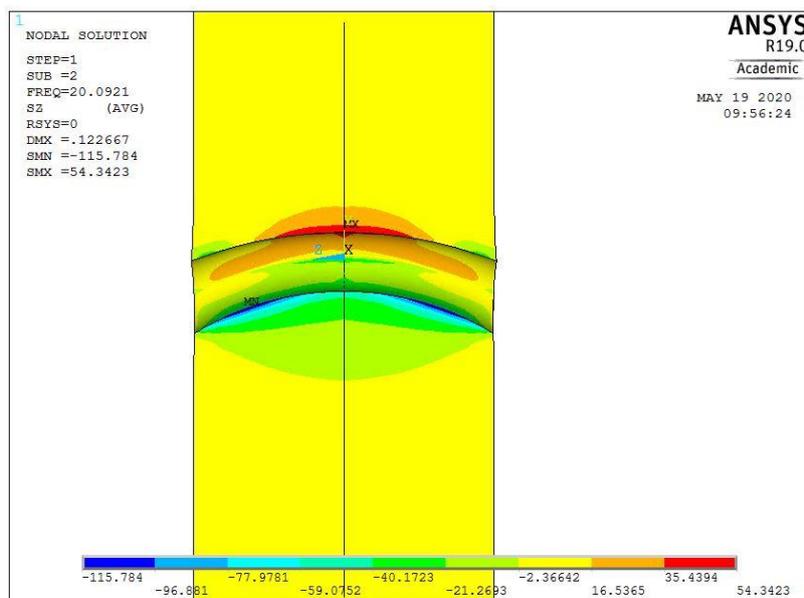


Figura 49 Andamento delle tensioni normali lungo z con raggio di curvatura pari a 10 mm

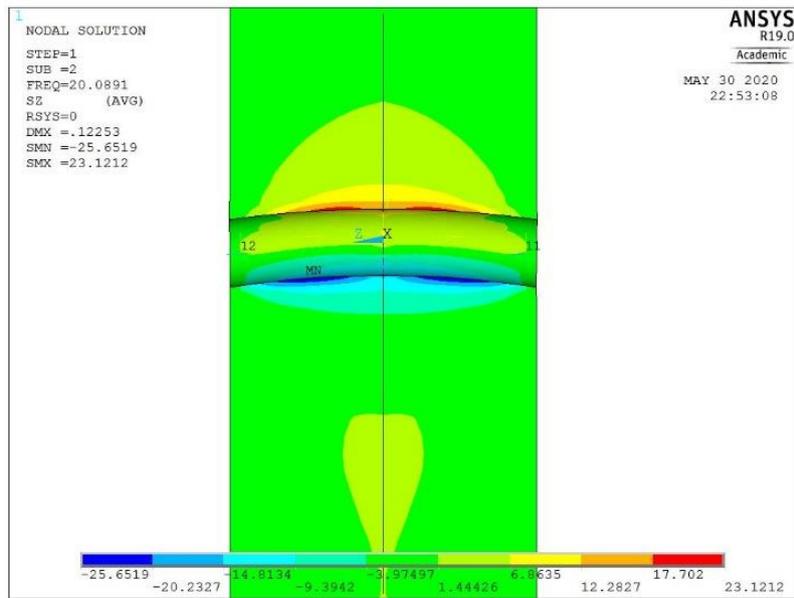
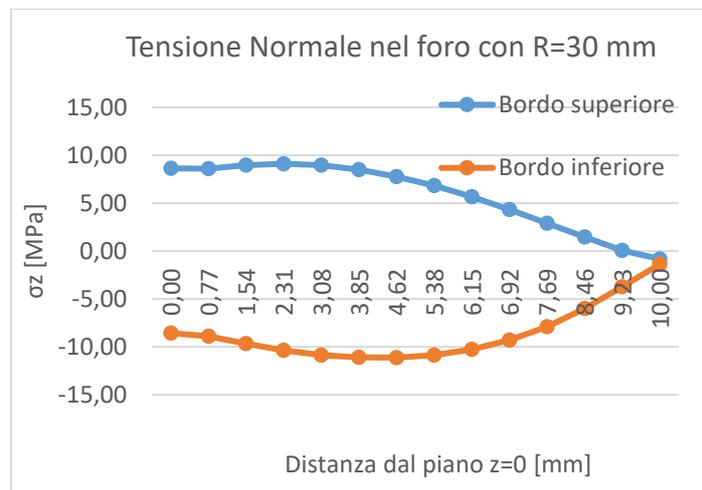
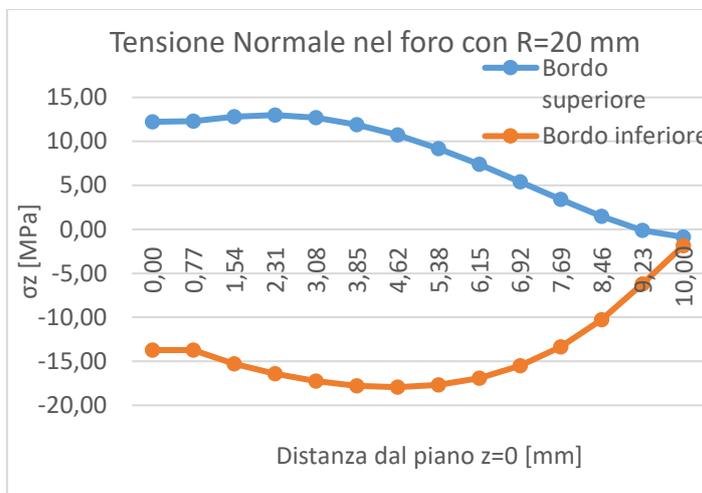
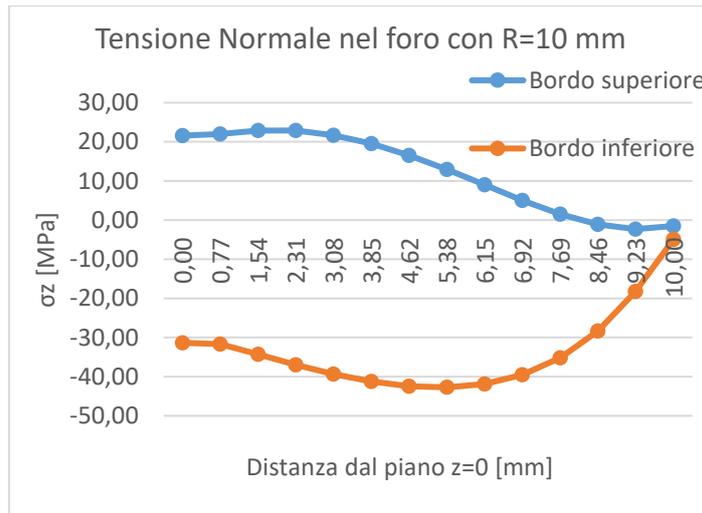


Figura 50 Andamento delle tensioni normali lungo z con raggio di curvatura pari a 30 mm

Nei grafici sottostanti si osserva come la tensione normale z di trazione nel bordo superiore del foro sia inizialmente crescente fino a 1-2 mm e poi decrescente allontanandosi dal piano $z=0$, mentre la tensione normale z di compressione del bordo inferiore del foro abbia un massimo per una distanza di circa 5 mm dal piano mediano.

Si può constatare che per raggi di curvatura del foro minori si hanno dei valori di tensione normale z maggiori: nel caso di $R=10$ mm la tensione massima di compressione è di circa -45 MPa, mentre la tensione massima di trazione vale circa 25 MPa. Man mano che si aumenta il raggio di curvatura queste tensioni si riducono gradualmente fino a valori massimi pari a -7 MPa (compressione nel bordo inferiore) e 6 MPa (trazione nel bordo superiore) nel caso di $R=50$ mm.

Si può quindi concludere che per evitare di avere delle tensioni normali lungo Z eccessive, si deve evitare di utilizzare raggi di curvatura molto piccoli.



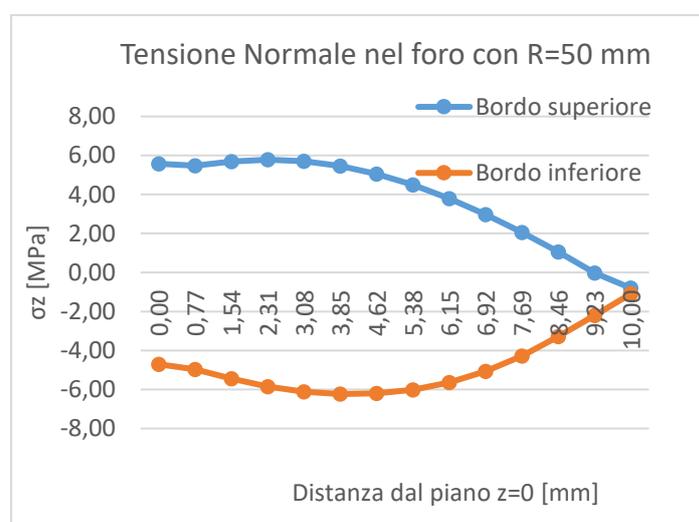
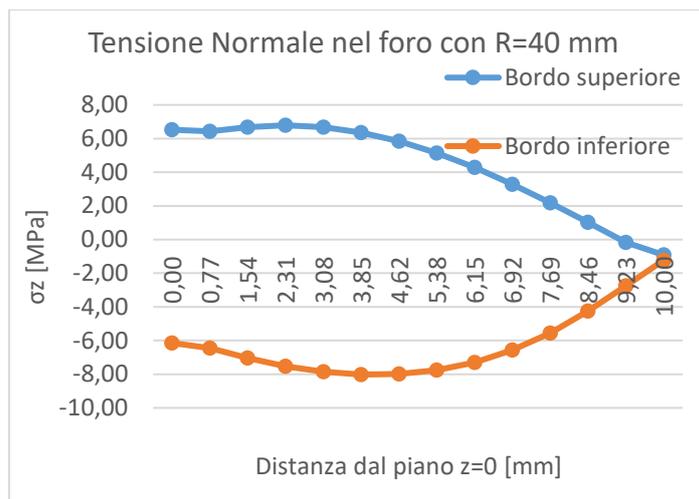


Figura 51 Andamento delle tensioni normali z lungo la superficie superiore e inferiore del foro al variare del raggio di curvatura del foro (R)

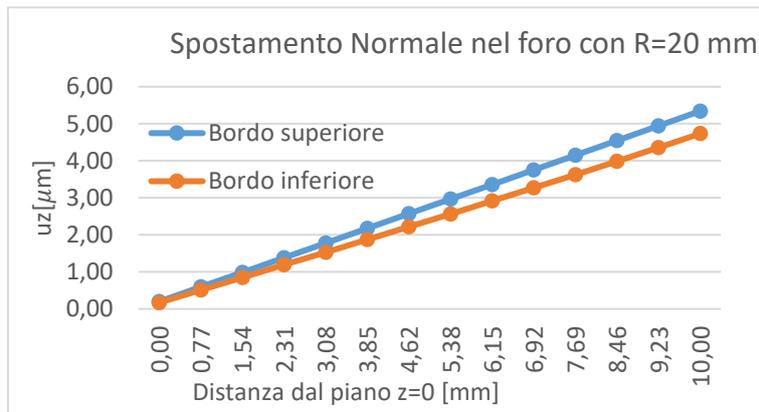
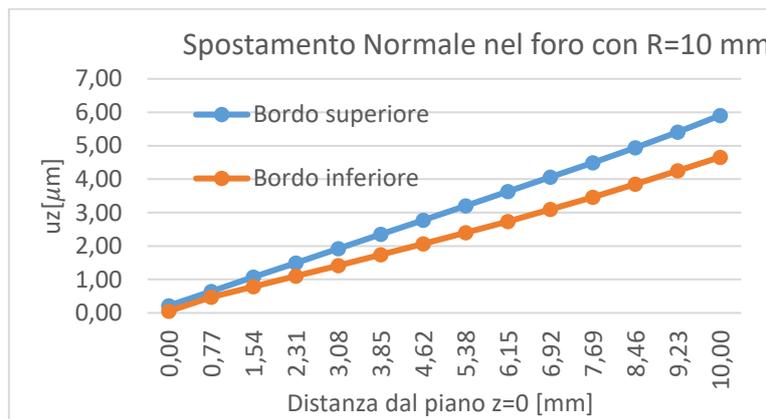
3.3.3 Andamento degli spostamenti normali z

Anche in questo caso si sono prese in considerazione le linee costituenti il bordo inferiore e superiore del foro del provino.

Dai grafici seguenti si può constatare che spostamenti di entrambi i fori prevedono un andamento crescente man mano che ci si avvicina alla superficie libera del provino ($z = \frac{h}{2}$). Il massimo dello spostamento normale si ha nella superficie libera perché in entrambi i casi la tensione normale z è più bassa in valore assoluto.

Inoltre lo spostamento della superficie superiore è sempre maggiore rispetto a quello della superficie inferiore perché le tensioni hanno un valore assoluto minore a parità di distanza dal piano mediano.

Si può notare come gli spostamenti delle due superfici si riducano gradualmente all'aumentare del raggio di curvatura e come la riduzione degli spostamenti di quella inferiore siano maggiori, portando ad avere due curve sempre più vicine.



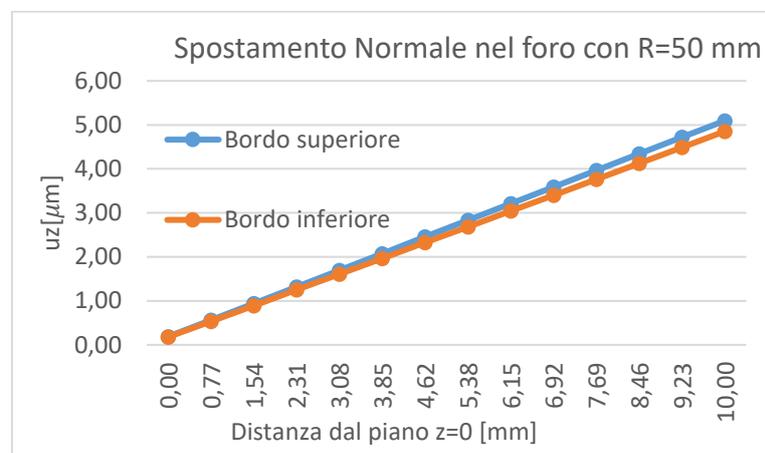
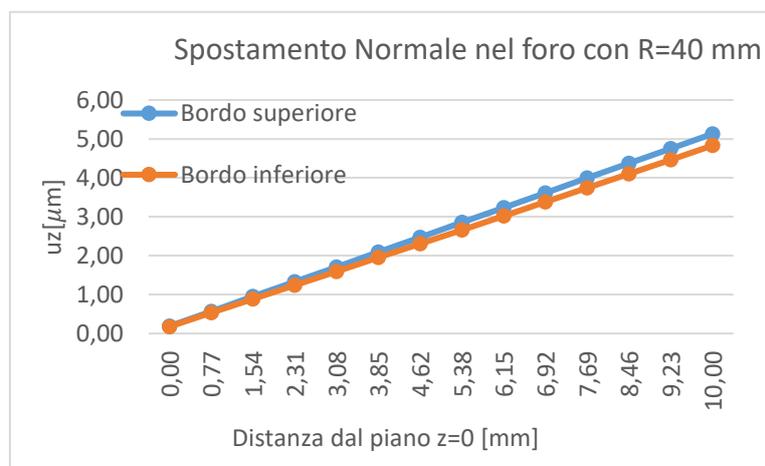
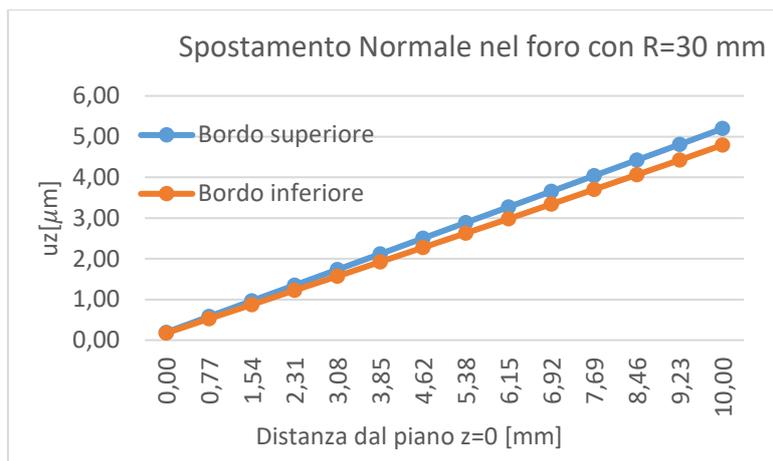


Figura 52 Andamento degli spostamenti normali lungo la superficie superiore e inferiore del foro al variare del raggio di curvatura del foro (R)

3.3.4 Andamento dello spostamento minimo del foro, della tensione equivalente massima nel raccordo e nel provino e dei parametri $U_{max_surface}$, $Hole_ratio$ e $Surf_ratio$

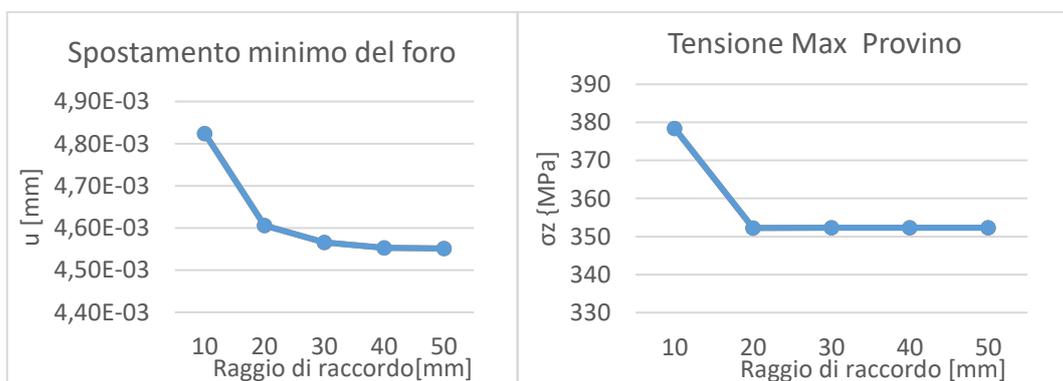
Nelle figure sottostanti si riporta l'effetto che la curvatura del foro ha sui singoli risultati della simulazione, tralasciando la frequenza di risonanza in quanto rimane costante in seguito a queste piccole modifiche della geometria globale.

Non si hanno sostanziali variazioni dello spostamento minimo del foro il quale passa da un valore di circa $4,5 \mu m$, con un raggio di raccordo di 50 mm, a circa $4,8 \mu m$ con un raggio di raccordo di 10 mm.

La tensione equivalente massima nel provino risulta sempre essere quella nel raccordo del provino e di entità pressoché costante ($352 MPa$), tranne che per il caso di $R = 10$ mm in cui la tensione massima si trova in prossimità del foro ($378 MPa$).

Lo spostamento massimo delle superfici libere dei bracci del provino ($U_{max_surface}$) rimane costante ($0,122 mm$).

Il parametro $Surf_ratio$ rimane all'incirca costante, mentre il parametro $Hole_ratio$ cresce in maniera evidente al decrescere del raggio di curvatura del foro, passando dal 105% a 120 %, quindi si hanno degli spostamenti del foro maggiori lungo la direzione y.



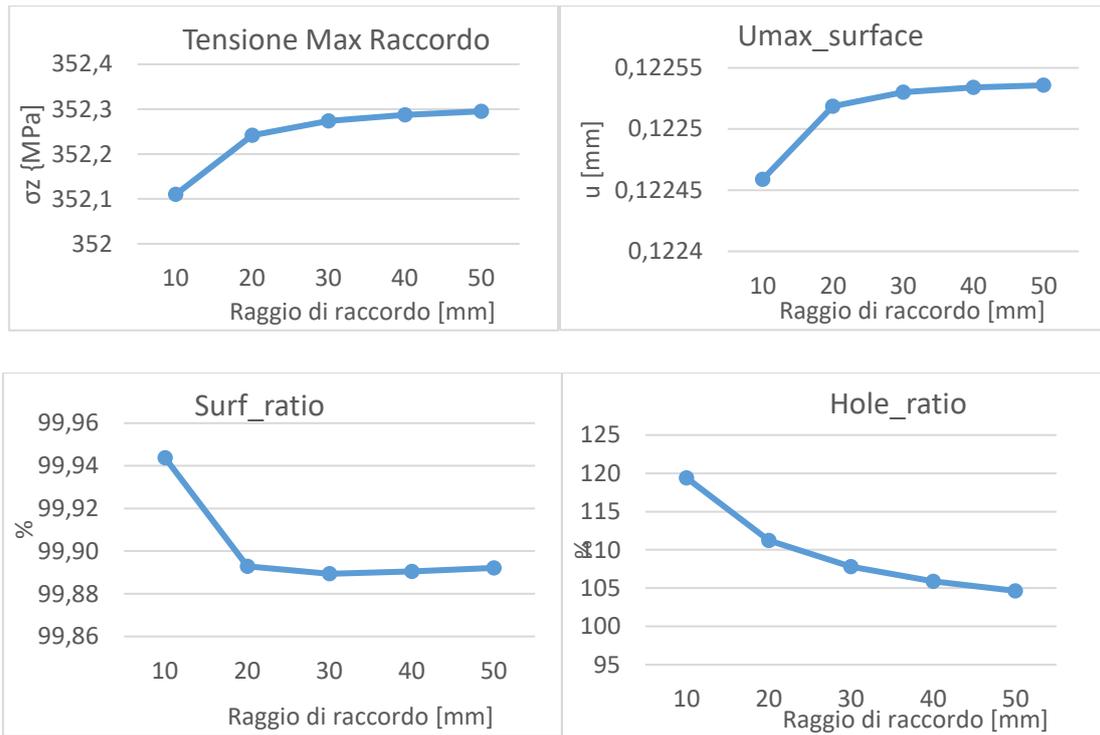


Figura 53 Andamento dello spostamento minimo del foro, della tensione equivalente massima nel raccordo e nel provino e dei parametri $U_{max_surface}$, $Hole_ratio$ e $Surf_ratio$

Capitolo 4: Realizzazione del provino

A questo punto del lavoro si è deciso di realizzare il provino, così da permettere la verifica sperimentale dei risultati delle analisi, in modo da dimostrarne l'efficacia.

Data l'impossibilità di individuare in breve tempo un fornitore per produrre il provino in lega di titanio, si è optato per la riprogettazione di quest'ultimo in acciaio e in lega di alluminio, in quanto meno costosi e di più semplice reperibilità.

4.1 Riprogettazione del provino cruciforme

4.1.1 Materiale: Acciaio

Si è deciso di utilizzare un acciaio con le seguenti proprietà:

Proprietà fisiche	Valori
Densità (ρ)	$7800 \frac{kg}{m^3}$
Modulo di Young (E)	$210\,000 MPa$
Coefficiente di Poisson (ν)	0,29

4.1.2 Risultati

Una volta effettuate le modifiche riguardanti le proprietà fisiche del materiale, è stato necessario eseguire nuovamente un'ottimizzazione iterativa della geometria del provino in modo da ottenere delle tensioni equivalenti di Von Mises massime quanto più basse possibili ed uno spostamento minimo del foro quanto più grande possibile.

Il miglior compromesso trovato presenta la seguente geometria:

Parametri geometrici	Valori
\sqrt{a}	61 mm
\sqrt{b}	50 mm
y_3	73.62 mm
L_{tot}	83 mm

D_{ext}	14 mm
d_{foro}	3 mm
h	10 mm

I risultati sono i seguenti:

Risultati	Valori
Tensione equivalente massima	407 MPa
Frequenza di risonanza	20008 Hz
Spostamento minimo del foro	2,77 μ m
Uxy_ratio	0,0346
Surf_ratio	99,99 %
Hole_ratio	99,89 %
Spostamento massimo delle superfici libere	0,119 mm

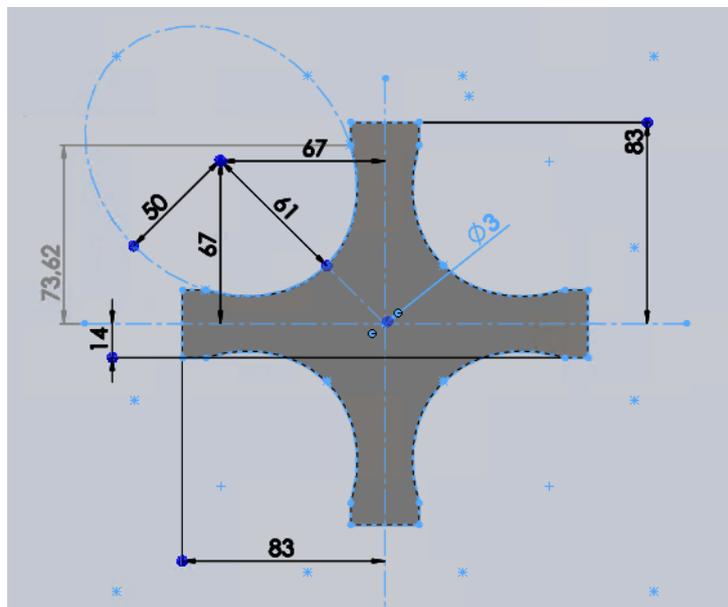


Figura 54 Modello CAD del provino cruciforme progettato in acciaio

4.1.3 Materiale: Lega di alluminio 7075-T6

La lega di alluminio presa in considerazione ha le seguenti proprietà:

Proprietà fisiche	Valori
Densità (ρ)	$2810 \frac{kg}{m^3}$
Modulo di Young (E)	$72\,500 MPa$
Coefficiente di Poisson (ν)	0,33
Tensione di rottura	$510 - 540 MPa$

4.1.4 Risultati

In questo caso si è deciso di mantenere la tensione equivalente massima di Von Mises nel componente al di sotto di 150 MPa in modo da avere un'adeguata durata a fatica del componente. Infatti in letteratura [7] viene stimata, per leghe di alluminio con una tensione di rottura maggiore a $340 MPa$, una vita dell'ordine di $5 \cdot 10^8$ cicli per una tensione alterna di $140 MPa$.

Lo spostamento minimo nel foro è stato massimizzato, ottenendo un valore di $3 \mu m$.

La geometria ottimale ottenuta è la seguente:

Parametri geometrici	Valori
\sqrt{a}	$61 mm$
\sqrt{b}	$47 mm$
y_3	$65.56 mm$
L_{tot}	$81 mm$
D_{ext}	$14 mm$
d_{foro}	$3 mm$
h	$10 mm$

I risultati sono i seguenti:

Risultati	Valori
Tensione equivalente massima	$148 MPa$
Frequenza di risonanza	$19930 Hz$
Spostamento minimo del foro	$3 \mu m$
U_{xy_ratio}	0,0379

Surf_ratio	99,99 %
Hole_ratio	99,92 %
Spostamento massimo delle superfici libere	0,193 mm

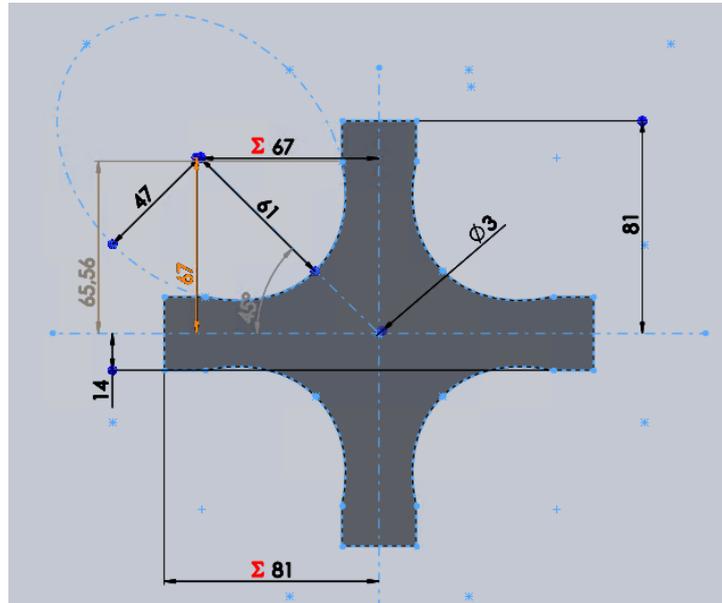


Figura 55 Modello CAD del provino cruciforme progettato in lega di alluminio

Capitolo 5: Conclusione

5.1 Realizzazione del provino in lega di alluminio

Si può concludere che il seguente studio ha portato alla luce un provino la cui geometria permette di simulare in modo migliore, rispetto ai precedenti provini progettati, ciò che accade meccanicamente nell'interfaccia arteria-stent.

Attualmente è stato realizzato il provino in lega di alluminio 7075-T6 per poter avere nel più breve tempo possibile dei risultati sperimentali, ma sicuramente in futuro verrà realizzato il provino in lega di titanio.



Figura 56 Fotografia del provino in lega di alluminio 7075-T6

Vista l'emergenza sanitaria, non è stato possibile per lo studente seguire anche l'ultima fase, ovvero la verifica sperimentale, che verrà quindi proseguita dai docenti.

Dunque ad oggi si è in attesa dei risultati sperimentali che probabilmente si otterranno nel mese di Ottobre 2020.

Bibliografia

- [1] Robbins, Cotran, *Le basi patologiche delle malattie, Malattie degli organi e degli apparati*, Masson, Edra-Masson, 2016.
- [2] J. Roesler, H. Harders, M. Baeker, *Mechanical Behaviour of Engineering Materials, Metals, Ceramics, Polymers and Composites*, Springer, Berlino, 2007
- [3] P. P. Milella, *Fatigue and Corrosion in Metals*, Springer, Milano, 2013
- [4] G. Genta, *Vibration Dynamic and Control*, Springer, New York, 2009
- [5] A. Gugliotta, *Elementi finiti*, Otto editore, Torino, 2002
- [6] Diogo Montalvão, Andrew Wren. *Redesigning axial-axial (biaxial) cruciform specimens for very high cycle fatigue ultrasonic testing machines*. *Heliyon* 3 (2017) e00466. doi: 10.1016/j.heliyon.2017. e00466
- [7] G. Petruzzi, *Lezioni di Costruzione di Macchine*, Palermo (2007)