

# POLITECNICO DI TORINO

**Corso di laurea magistrale  
in ingegneria meccanica**

**Tesi di laurea magistrale**

**Analisi dei dispositivi anti-backlash nelle trasmissioni  
per veicoli terrestri**



## **Relatori**

Prof. Francesca Maria Curà

Prof. Giovanni Belingardi

## **Candidato**

Cutrupi Daniele

A. A. 2019/2020

# **INDICE**

<b>INTRODUZIONE .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPITOLO 1 – STATO DELL’ARTE .....</b>	<b>2</b>
<b>1.1 – Trasmissioni automobilistiche .....</b>	<b>2</b>
<b>1.2 – Ruote dentate.....</b>	<b>8</b>
<b>1.2.1 – Caratteristiche geometriche .....</b>	<b>9</b>
<b>1.2.2 – Profilo del dente .....</b>	<b>11</b>
<b>1.2.3 – Rapporto di condotta .....</b>	<b>14</b>
<b>1.2.4 – Condizioni di ingranamento .....</b>	<b>15</b>
<b>1.3 – Backlash .....</b>	<b>17</b>
<b>1.3.1 – Effetti del backlash .....</b>	<b>21</b>
<b>1.3.2 – Eliminazione del backlash .....</b>	<b>22</b>
<b>1.3.2.1 – Metodo statico.....</b>	<b>22</b>
<b>1.3.2.2 – Metodi dinamici.....</b>	<b>26</b>
<b>1.4 – Dispositivi anti-backlash .....</b>	<b>28</b>
<b>1.4.1 – US4700582A .....</b>	<b>28</b>
<b>1.4.2 – US3496794A .....</b>	<b>31</b>
<b>1.4.3 – GB2570674A .....</b>	<b>33</b>
<b>1.4.4 – GB2409014A .....</b>	<b>35</b>
<b>CAPITOLO 2 – ANALISI DELLA TRASMISSIONE .....</b>	<b>37</b>
<b>2.1 – Analisi dati di partenza .....</b>	<b>40</b>
<b>2.2 – Analisi IV marcia .....</b>	<b>44</b>
<b>2.2.1 – Verifica al contatto secondo la teoria di Hertz (Statica).....</b>	<b>45</b>
<b>2.2.2 – Verifica a flessione secondo la teoria di Lewis (Statica) .....</b>	<b>46</b>
<b>2.2.3 – Verifica alla flessione a fatica secondo la normativa ISO 6336.....</b>	<b>49</b>
<b>2.2.3.1 – Parametri relativi all’ingranaggio (ISO 6336) .....</b>	<b>50</b>
<b>2.2.3.2 – Parametri relativi al funzionamento (ISO 6336).....</b>	<b>56</b>
<b>2.2.3.3 – Parametri relativi alla fatica (ISO 6336) .....</b>	<b>60</b>

2.2.4.1 – Risultati .....	68
2.2.4 – Verifica a resistenza a pitting (fatica) secondo la normativa ISO 6336 .....	69
2.2.4.1 – Parametri relativi all’ingranaggio (ISO 6336) .....	71
2.2.4.2 – Parametri relativi alla fatica (ISO 6336) .....	77
2.2.3.4 – Risultati .....	87
<b>CAPITOLO 3 – ANALISI DEL DISPOSITIVO ANTI-BACKLASH .....</b>	<b>89</b>
3.1 – Modellazione con CATIA V5.....	89
<b>CONCLUSIONI .....</b>	<b>96</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>98</b>

# INDICE FIGURE

<b>Figura 1</b> - Cambio di velocità di un autoveicolo	<b>3</b>
<b>Figura 2</b> - Prima marcia	<b>5</b>
<b>Figura 3</b> - Seconda marcia	<b>5</b>
<b>Figura 4</b> - Terza marcia	<b>6</b>
<b>Figura 5</b> - Quarta marcia	<b>6</b>
<b>Figura 6</b> - Quinta marcia	<b>7</b>
<b>Figura 7</b> - Dimensione del dente in funzione al modulo	<b>10</b>
<b>Figura 8</b> - Principali caratteristiche dei denti di una ruota dentata	<b>10</b>
<b>Figura 9</b> - Rappresentazione dell'angolo e della linea di pressione	<b>11</b>
<b>Figura 10</b> - Costruzione evolvente di cerchio	<b>12</b>
<b>Figura 11</b> - Costruzione evolvente di cerchio	<b>13</b>
<b>Figura 12</b> - Segmento $T_1T_2$	<b>14</b>
<b>Figura 13</b> - Passo base dei profili	<b>16</b>
<b>Figura 14</b> - Definizione di backlash	<b>17</b>
<b>Figura 15</b> - Backlash circonferenziale	<b>18</b>
<b>Figura 16</b> - Backlash normale	<b>18</b>
<b>Figura 17</b> - Backlash angolare	<b>19</b>
<b>Figura 18</b> - Backlash radiale	<b>19</b>
<b>Figura 19</b> - Backlash assiale	<b>20</b>
<b>Figura 20</b> - Relazioni delle tipologie di backlash	<b>20</b>
<b>Figura 21</b> - Tabella regolazioni	<b>22</b>
<b>Figura 22</b> - Caso B1: regolazione con rotazione	<b>23</b>
<b>Figura 23</b> - Caso B2: regolazione con traslazione parallela	<b>24</b>
<b>Figura 24</b> - Caso B3: regolazione con traslazione assiale	<b>24</b>
<b>Figura 25</b> - Caso C1: regolazione con movimento lineare	<b>25</b>
<b>Figura 26</b> - Caso C2: regolazione con movimento rotatorio	<b>25</b>
<b>Figura 27</b> - Scissor Gear	<b>26</b>
<b>Figura 28</b> - Brevetto US4700582A	<b>29</b>
<b>Figura 29</b> - Perno di collegamento tra piastra e ruota	<b>30</b>
<b>Figura 30</b> - Vista frontale del dispositivo	<b>31</b>

<b>Figura 31</b> - Brevetto US3496794A	<b>32</b>
<b>Figura 32</b> - Vista frontale del dispositivo	<b>33</b>
<b>Figura 33</b> - Brevetto GB2570674A	<b>33</b>
<b>Figura 34</b> - Accoppiamento delle due ruote	<b>34</b>
<b>Figura 35</b> - Sezione dispositivo anti-backlash	<b>34</b>
<b>Figura 36</b> - Sfasamento delle due ruote	<b>35</b>
<b>Figura 37</b> - Brevetto GB2409014A	<b>36</b>
<b>Figura 38</b> - Sezione dispositivo	<b>36</b>
<b>Figura 39</b> - Esempi di EuroCargo Iveco	<b>37</b>
<b>Figura 40</b> - Sezione dell' albero primario e secondario del cambio	<b>38</b>
<b>Figura 41</b> - Percorso della presa diretta (Innesto V marcia)	<b>39</b>
<b>Figura 42</b> - Schema di funzionamento della trasmissione	<b>39</b>
<b>Figura 43</b> - Dati delle caratteristiche geometriche di partenza	<b>40</b>
<b>Figura 44</b> - Dati delle caratteristiche tecniche della trasmissione	<b>40</b>
<b>Figura 45</b> - Valori in ingresso	<b>41</b>
<b>Figura 46</b> - Dimensioni delle ruote della IV marcia	<b>42</b>
<b>Figura 47</b> - Tabella verifica delle sollecitazioni	<b>44</b>
<b>Figura 48</b> - Tabella dati verifica larghezza fascia secondo la teoria di Hertz	<b>45</b>
<b>Figura 49</b> - Punto di massima sollecitazione per la teoria di Lewis	<b>46</b>
<b>Figura 50</b> - Tabella di definizione del modulo di Lewis	<b>47</b>
<b>Figura 51</b> - Tabella dati verifica secondo Lewis	<b>48</b>
<b>Figura 52</b> - Nomenclatura acciai trattati	<b>50</b>
<b>Figura 53</b> - Sezione più sollecitata secondo la normativa nel calcolo di $Y_F$	<b>51</b>
<b>Figura 54</b> - Diagramma per l'ottenimento del fattore $Y_\beta$	<b>53</b>
<b>Figura 55</b> - Diagramma per l'ottenimento del fattore $Y_B$	<b>54</b>
<b>Figura 56</b> - Diagramma per l'ottenimento del fattore $Y_{DT}$	<b>55</b>
<b>Figura 57</b> - Tabella per l'ottenimento il parametro $K_A$	<b>57</b>
<b>Figura 58</b> - Tabella per l'ottenimento del parametro $K_1$	<b>57</b>
<b>Figura 59</b> - Diagramma per l'ottenimento dei fattori $K_{H\alpha}$ , $K_{F\alpha}$	<b>59</b>
<b>Figura 60</b> - Diagramma per l'ottenimento del fattore $Y_{NT}$	<b>61</b>
<b>Figura 61</b> - Tabella del fattore di durata	<b>62</b>

<b>Figura 62</b> - Diagramma per l'ottenimento del parametro $Y_{\delta relT}$	<b>63</b>
<b>Figura 63</b> - Tabella dello strato di scorrimento	<b>64</b>
<b>Figura 64</b> - Diagramma per l'ottenimento del parametro $Y_{RrelT}$	<b>65</b>
<b>Figura 65</b> - Diagramma per l'ottenimento del parametro $Y_X$	<b>67</b>
<b>Figura 66</b> - Tabella del parametro $Y_X$	<b>67</b>
<b>Figura 67</b> - Ipotesi del contatto Hertziano	<b>70</b>
<b>Figura 68</b> - Diagrammi per l'ottenimento del parametro $Z_H$	<b>72</b>
<b>Figura 69</b> - Tabella dei moduli elastici e rapporto di Poisson degli acciai	<b>73</b>
<b>Figura 70</b> - Diagramma per l'ottenimento del parametro $Z_\epsilon$	<b>74</b>
<b>Figura 71</b> - Diagramma per l'ottenimento del parametro $Z_\beta$	<b>75</b>
<b>Figura 72</b> - Caratteristiche geometriche per il calcolo dei fattori $Z_B$ e $Z_D$	<b>76</b>
<b>Figura 73</b> - Diagramma per l'ottenimento del numero di cicli $N_L$	<b>78</b>
<b>Figura 74</b> - Tabella per l'ottenimento di $Z_{NT}$ in base al numero di cicli	<b>79</b>
<b>Figura 75</b> - Diagramma per l'ottenimento del parametro $Z_L$	<b>80</b>
<b>Figura 76</b> - Tabella delle classi di viscosità dei lubrificanti	<b>81</b>
<b>Figura 77</b> - Diagramma per l'ottenimento del parametro $Z_V$	<b>82</b>
<b>Figura 78</b> - Diagramma per l'ottenimento del parametro $Z_R$	<b>83</b>
<b>Figura 79</b> - Diagramma per l'ottenimento del parametro $Z_W$	<b>85</b>
<b>Figura 80</b> - Elenco dei dati per la parametrizzazione su Catia V5	<b>90</b>
<b>Figura 81</b> - Sketch nell'ambiente di Catia V5	<b>91</b>
<b>Figura 82</b> - Estrusione dello sketch	<b>91</b>
<b>Figura 83</b> - Risultato ottenuto mediante il comando "Matrice"	<b>92</b>
<b>Figura 84</b> - Le "mezze" ruote componenti l'anti-backlash	<b>92</b>
<b>Figura 85</b> - Ruota anti-backlash completa, modellizzata con Catia V5	<b>93</b>
<b>Figura 86</b> - Isometrica della trasmissione completa con la ruota anti-backlash	<b>94</b>
<b>Figura 87</b> - Vista frontale della trasmissione completa con la ruota anti-backlash	<b>95</b>

# Introduzione

La trasmissione di un autoveicolo al giorno d'oggi è uno dei meccanismi che più di tutti ha subito evoluzioni nel tempo.

Con questa tesi, lo scopo è quello di utilizzare delle ruote a denti diritti particolari, definite *anti-backlash*, e sostituirle ad una coppia di ruote costituenti una tra le marce di un veicolo stradale.

La caratteristica di queste ruote è quella di essere divisa in due parti, sfasate tra di loro, e tenute insieme da elemento elastico, oppure una molla, con il compito di mantenere lo sfasamento tra le due ruote.

Questa scelta può essere particolare, dato che al giorno d'oggi nel cambio di un veicolo le ruote sono tutte elicoidali, dato il loro grande rendimento. Con questa tesi, si è voluto verificare, se una ruota *anti-backlash* è in grado di reggere gli sforzi trasmessi dal sistema di trasmissione, generate a sua volta dal motore.

Infine, la ruota, una volta verificata, viene modellata tramite il software per la modellazione Catia V5, è inserita all'interno della trasmissione, in modo tale da avere una visione generale sui cambiamenti fatti all'interno della scatola cambio.

# Capitolo 1 – Stato dell’arte

Per permettere il movimento di un veicolo è necessario poter trasferire i valori di coppia e potenza dal motore, dal quale hanno origine, fino alle ruote e ciò che permette tale trasferimento è l’insieme degli organi di trasmissione.

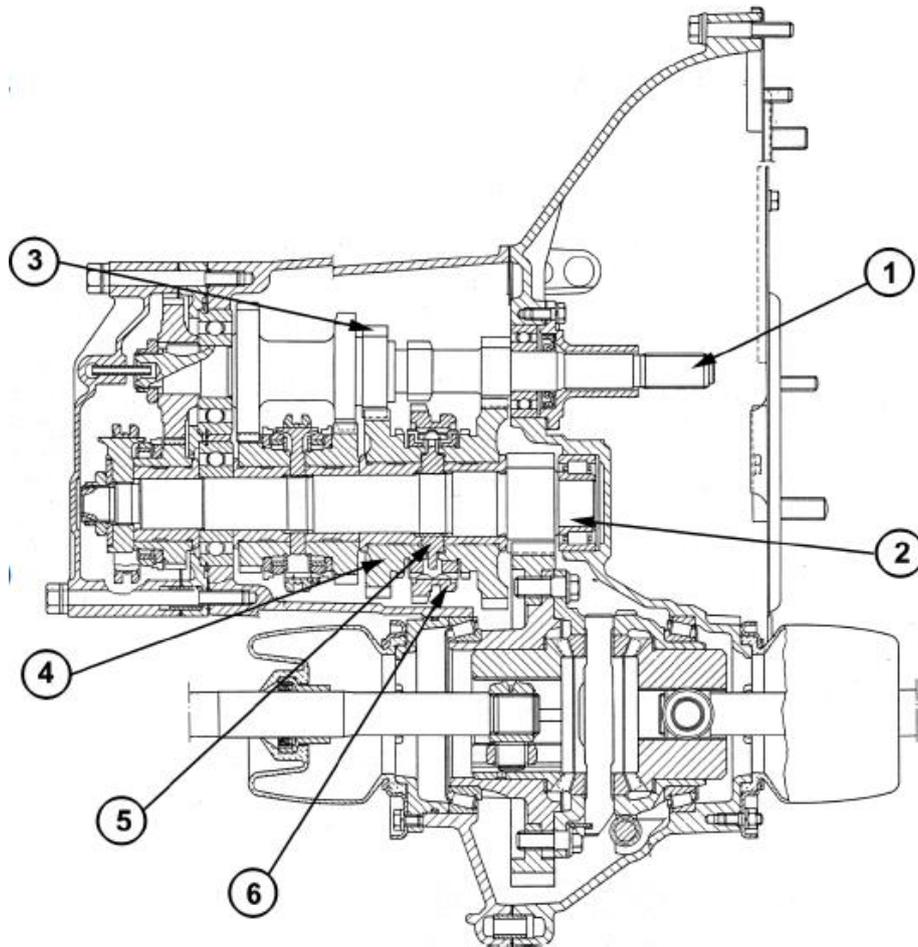
Tra tutti i componenti, ognuno fondamentale, quello che è soggetto di studio, in questa tesi, è il cambio di velocità, cioè un dispositivo in grado di variare le velocità trasmesse dal motore in base all’esigenza del momento. Tale variazione di velocità avviene mediante l’utilizzo di coppie di ruote dentate, organi meccanici in grado di consentire una trasmissione efficiente ed omogenea. Per migliorare notevolmente il rendimento di è preferito l’utilizzo di ruote a denti elicoidali.

## 1.1 – Trasmissioni automobilistiche

Il gruppo trasmissione è una serie di componenti fondamentali dell’autoveicolo, permettono il trasferimento della coppia/potenza generata dal motore fino alle ruote, consentendone il moto. L’architettura varia in base alle diverse tipologie di veicolo, che può essere a trazione anteriore, posteriore e integrale.

Nel gruppo di trasmissione, una componente fondamentale è il cambio di velocità, un ruotismo che permette di variare la coppia in uscita dal motore, adattandola alla richiesta delle ruote. È costituito da un’incastellatura (scatola), fissata rigidamente al motore, che contiene gli alberi di entrata e uscita, sui quali sono riportate le coppie di ruote dentate che, ingranate fra loro, realizzano i rapporti del cambio o rapporti di trasmissione.

In figura 1 è possibile distinguere alcune delle componenti principali di un cambio di velocità:



*Figura 1 - Cambio di velocità di un autoveicolo*

tra cui l'albero in entrata (1) e in uscita (2), una coppia di ruote dentate ingranate che collegano i due alberi (3 e 4), un sincronizzatore (5) che permette il passaggio dalla prima alla seconda marcia e viceversa ed un manicotto (6) per l'innesto delle marce.

Il rapporto di trasmissione, definito per ogni singola coppia di ingranaggi, è il rapporto fra la velocità angolare dell'albero in entrata e quella dell'albero in uscita; esso è uguale al rapporto fra il numero di denti della ruota in uscita e quella della ruota in entrata.

Il numero e la spaziatura dei rapporti sono scelti in funzione delle prestazioni che il veicolo vuole garantire.

Prendendo come esempio una scatola cambio moderna, per una trasmissione manuale, il fulcro del sistema è costituito da un numero variabile di ruote dentate, l'utilizzo va da quelle più semplici, con un solo rapporto, che sono sempre in presa, a quelle più complesse come ruote con rapporti multipli.

Le ruote ad un solo rapporto possono essere innestate e disinnestate mediante l'utilizzo di ruote folli montate sull'albero in uscita, con un sistema di bloccaggio costituito da una corona solidale con l'ingranaggio folle, un mozzo fisso sull'albero, entrambi con denti dritti e un manicotto scorrevole.

Le coppie di ruote, pari al numero delle marce, sono sempre ingranate tra di loro. Sull'albero in uscita sono poste tutte le ruote folli, le quali se non sono fissate all'albero mediante il sincronizzatore non trasmettono nessun moto.

Ad oggi, la maggior parte delle trasmissioni manuali, sono costituite da 5 o 6 rapporti (più comunemente, marce di velocità). Le ruote più utilizzate sono quelle elicoidali e gli alberi sono disposti parallelamente; il moto viene trasmesso tra i due alberi tramite una delle coppie di ruote.

Gli attuali cambi si raggruppano in due categorie:

- *in cascata*: composti da albero di entrata (albero primario) e di uscita (secondario), paralleli fra loro; la trasmissione avviene sempre attraverso una sola coppia di ingranaggi che realizzano il rapporto desiderato;
- *con presa diretta*: questo tipo di cambio è utilizzato nei veicoli con trazione posteriore e motore posto sull'anteriore, questa disposizione comporta che l'albero di uscita è coassiale con quello di ingresso; il rapporto è realizzato con due coppie di ingranaggi in presa, tranne la presa diretta che si ottiene connettendo fra loro le due parti dell'albero primario.

Durante il moto del veicolo, il problema principale della gestione della trasmissione è la fase di cambio marcia. Come descritto in precedenza, in ogni coppia di ruote, una è definita 'folle', in quanto ruota attorno al proprio asse, ma senza trasmettere la coppia. Questo vale per tutte le ruote, per cui all'interno della scatola, tutte le ruote girano contemporaneamente. Per poter trasmettere il moto, è necessario innestare la coppia di ruote della marcia che si vuole utilizzare; con l'innesto, la ruota folle si integra con l'albero di uscita, trasmettendo il moto. Questa operazione avviene tramite lo spostamento del manicotto reso solidale con l'albero dai denti, ma in grado di scivolare su di esso, in questo modo ingrana con la ruota folle facendola diventare integrale con l'albero.

Di seguito sono proposte una serie di immagini, in cui sono rappresentate le disposizioni delle ruote dentate per ogni marcia inserita e il percorso che segue la coppia trasmessa dall'albero ingresso e ricevuta da quello in uscita, oltre al movimento eseguito dal manicotto (sincronizzatore) per l'innesto della marcia:

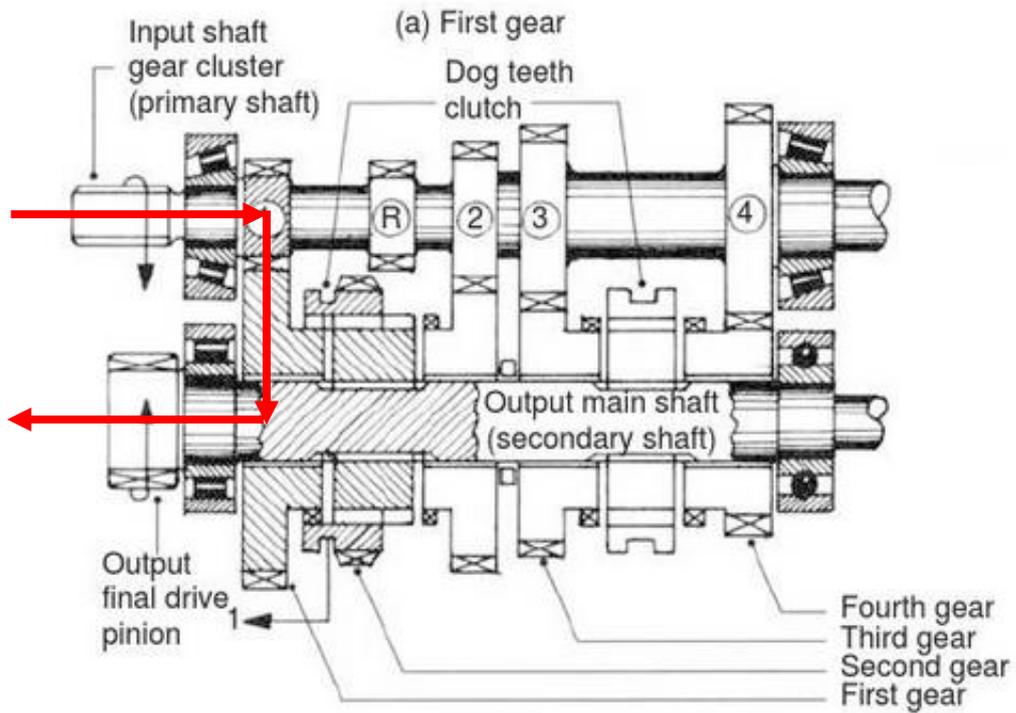


Figura 2 - Prima marcia

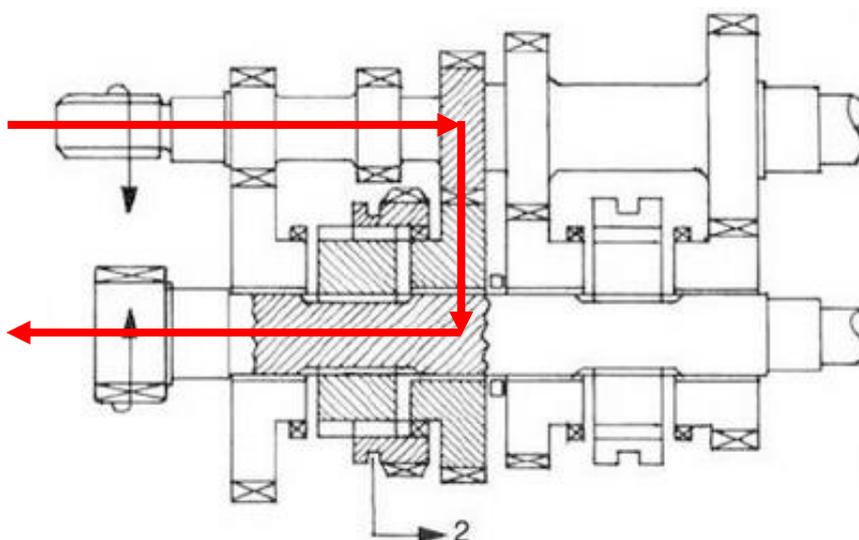


Figura 3 - Seconda marcia

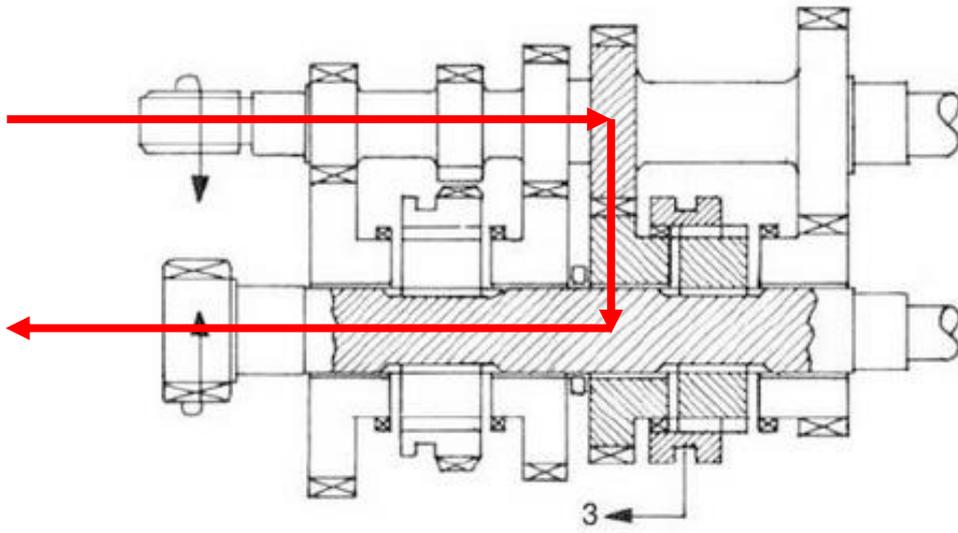


Figura 4 - Terza marcia

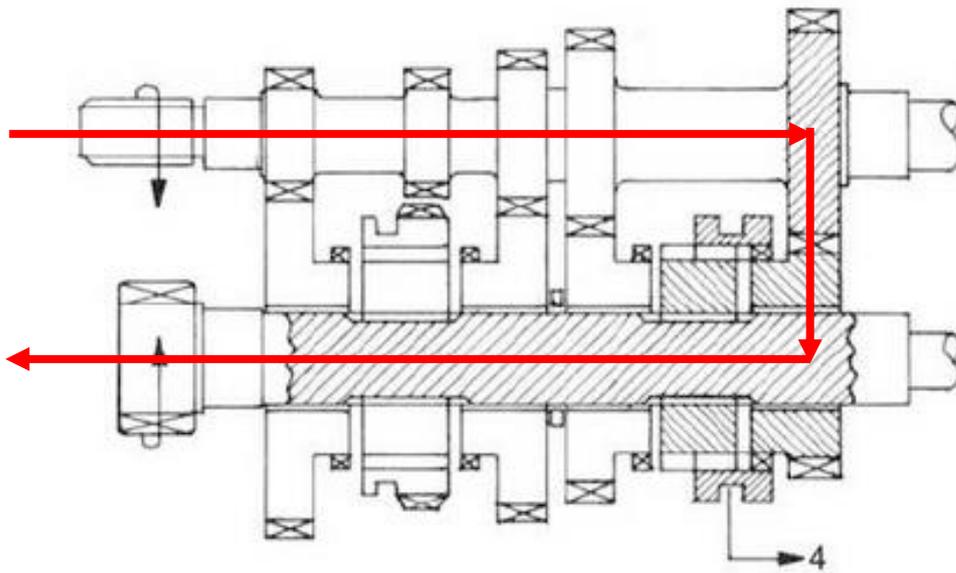


Figura 5 - Quarta marcia

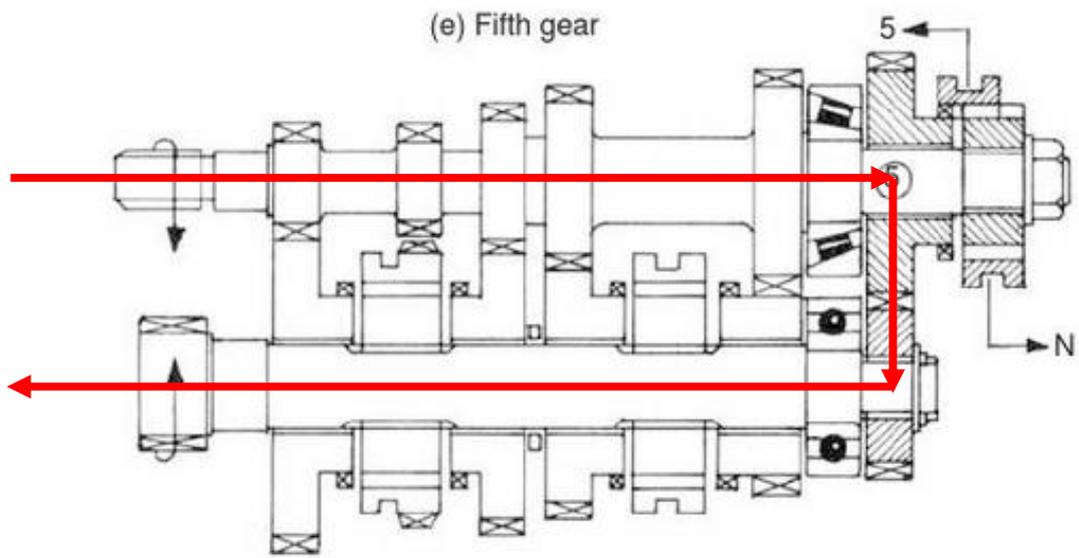


Figura 6 - Quinta marcia

## 1.2 – Ruote dentate

Gli elementi fondamentali per consentire in molte macchine per la produzione di energia, come motori a combustione interna, motori a turbina a gas industriali e motori elettrici di produrre energia grazie al movimento rotatorio trasmesso dagli organi meccanici interni sono le ruote dentate. Al giorno d'oggi è molto importante che questi dispositivi di trasmissione siano progettati in modo accurato con la garanzia di un lavoro efficace e continuativo nel tempo cercando di ridurre al minimo le perdite di coppia.

Quando si trasmette energia da una sorgente ad un carico, questo può essere svolto da una serie di dispositivi tra cui ingranaggi, cinghie, pulegge. Tuttavia, quando è richiesta una guida compatta, efficiente ad alte velocità, le ruote dentate rappresentano la soluzione più adatta ed efficace. Due ruote dentate con i rispettivi denti a contatto (*in presa*) costituiscono (con il telaio) un ingranaggio.

Ulteriori vantaggi dato dalle trasmissioni a ingranaggi sono la reversibilità, una buona flessibilità sulla configurazione a quasi tutti gli angoli tra ingresso e uscita e la loro efficacia a funzionare in condizioni difficili.

Tra le varie classi, gli ingranaggi cilindrici sono i più economici per le applicazioni con alberi paralleli. I loro denti dritti consentono l'inserimento o il disinnesto della ruota mediante meccanismi di scorrimento e frizione. Trovano la maggior parte delle applicazioni in cambi manuali e automatici di veicoli a motore, trasmissioni di macchine utensili, sistemi di trasporto, cambi di motori elettrici, meccanismi di fasatura e azionamenti di utensili elettrici. Si definiscono ingranaggi ordinari, tutti quelli con l'asse di rotazione fisso.

Tale tipologia di ingranaggi vengono classificati in base al posizionamento reciproco degli assi delle ruote, si suddividono in:

- *Paralleli*, se composti da ruote con assi di rotazione paralleli. La forma delle primitive delle ruote (tenendo conto della terza dimensione) è cilindrica; le dentature possono essere diritte, elicoidali, bieloidali; le dentature elicoidali hanno funzionamento più dolce, silenzioso e pertanto rendimenti leggermente più elevati, ma generano spinte assiali; le bieloidali, più complesse, hanno i vantaggi delle elicoidali ed in più il bilanciamento delle forze assiali;

- *concorrenti*, se composti da ruote con assi di rotazione che si intersecano; la forma delle primitive delle ruote (tenendo conto della terza dimensione) è a tronco di cono; le dentature possono essere diritte, oblique, a spirale;
- *sghembi*, se composti da ruote con assi di rotazione sghembi; le dentature possono essere a vite, a vite globoidale, ipoidi, elicoidali.

In una coppia di ruote dentate, quella più piccola è definita motrice o pignone, mentre quella più grossa è definita condotta.

### 1.2.1 – Caratteristiche geometriche

Le ruote dentate sono progettate secondo caratteristiche geometriche fondamentali, senza le quali sarebbe possibile la costruzione e di garantire un buon ingranamento tra di loro. Di seguito, vi sono descritte le principali caratteristiche:

- *Circonferenza primitiva*, è la circonferenza teorica sulla quale si basano i calcoli per la progettazione delle ruote; inoltre è il luogo dei punti di contatto tra i denti di una coppia di ruote. Viene ricavata dal diametro primitivo, quest'ultimo con la seguente formula:

$$d = m \cdot z \quad (1.1)$$

Dove  $m$  rappresenta il modulo e  $z$  il numero dei denti della ruota.

- *Passo primitivo*, è la distanza tra due punti posti sul fianco di un dente e su quello successivo, misurato lungo la circonferenza primitiva.

$$p = \frac{\pi \cdot d}{z} \quad (1.2)$$

- *Modulo*, è definito come il rapporto tra il diametro primitivo e il numero di denti di una ruota, è un valore fondamentale per la progettazione della ruota, da esso dipende la dimensione del dente.

$$m = \frac{d}{z} \quad (1.3)$$



Figura 7 - Dimensione del dente in funzione al modulo

- *Addendum* ( $h_a$ ), è la distanza radiale tra il diametro di testa e quello primitivo.
- *Dedendum* ( $h_f$ ), è la distanza radiale tra il diametro primitivo e quello di fondo, sommato all'addendum, si ricava l'altezza del dente.

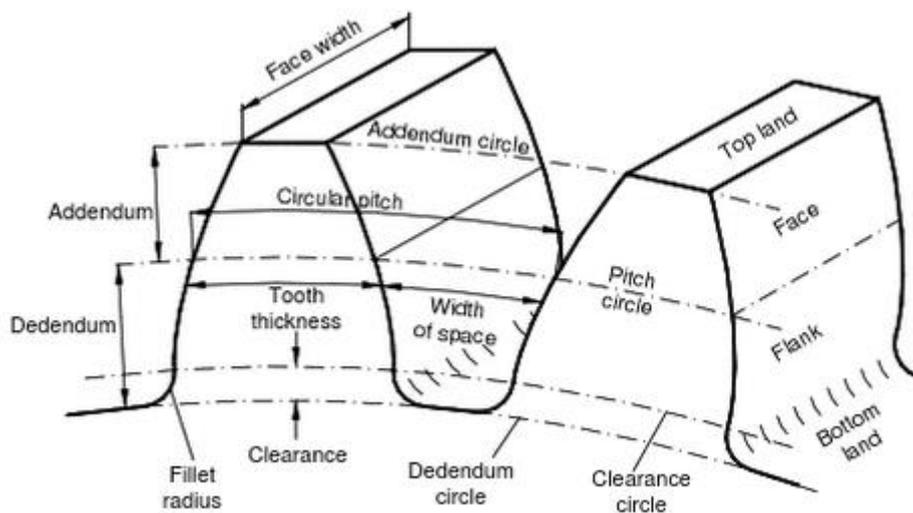


Figura 8 - Principali caratteristiche dei denti di una ruota dentata

- *Angolo di pressione* ( $\alpha$ ), è definito come l'angolo tra la retta d'azione (tangente alle circonferenze di base) e la perpendicolare della linea di centro. Tale angolo può variare, leggermente, se si modifica l'interasse tra i centri delle due ruote.

Dall'angolo di pressione è possibile ricavare:

$$d_b = d \cdot \cos \alpha \quad (1.4)$$

ove  $d_b$  è il diametro di base, mentre  $d$  il diametro primitivo.

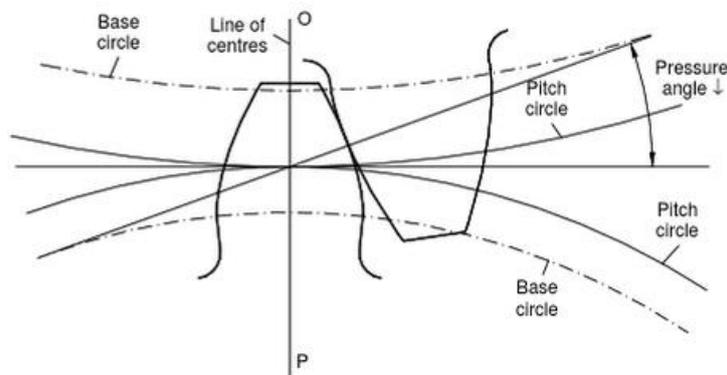


Figura 9 - Rappresentazione dell'angolo e della linea di pressione

## 1.2.2 – Profilo del dente

Un requisito primario degli ingranaggi è la costanza di trasmissione di velocità angolari, coppie e del moto in generale; per permettere ciò sono state sviluppate diverse curve per soddisfare la legge di ingranamento delle ruote. Ad oggi quella che si è rivelata come la più valida è la curva ad evolvente di cerchio.

L'evolvente di cerchio è una particolare curva descritta da un punto  $P$  di una retta che rotola senza strisciare sulla circonferenza di base con raggio  $R_b$ : per ogni circonferenza sono automaticamente definiti due profili ad evolvente uguali ed opposti dovuti al duplice verso di rotazione della retta e indipendenti dalla condizione iniziale del moto relativo.

Per comprendere meglio le qualità del profilo ad evolvente di cerchio è possibile considerare una particolare condizione di trasmissione del moto tra due circonferenze di raggi  $R_{b1}$  e  $R_{b2}$ .

Si suppone che appoggiata ad entrambe le circonferenze ci sia un'asta rigida che si muove in direzione tangente rispetto ai punti  $T_1$  e  $T_2$  delle due circonferenze e che il moto relativo rispetto esse sia sempre di puro rotolamento (Figura 10).

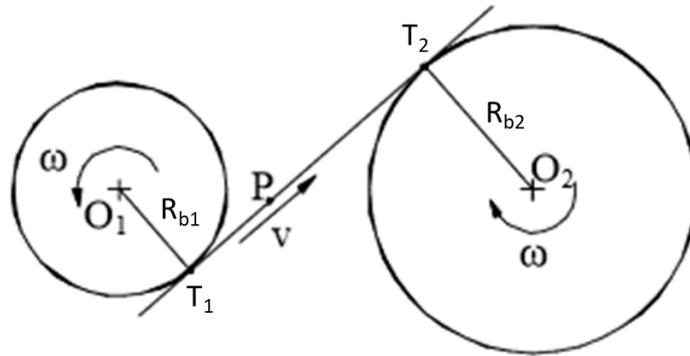


Figura 10 – Costruzione evolvente di cerchio

Assegnando alla circonferenza 1 (motrice) una velocità angolare di rotazione  $\omega_1$  questa trasmette all'asta un moto traslatorio uniforme di velocità  $v$  coincidente con la velocità periferica della circonferenza 1 nel punto di tangenza con essa  $T_1$ :

$$v = v_{T_1} = \omega_1 \cdot R_{b1} \quad (1.5)$$

La stessa condizione deve essere verificata anche nel punto  $T_2$  tra asta e circonferenza 2:

$$v_{T_2} = \omega_2 \cdot R_{b2} = v = v_{T_1} = \omega_1 \cdot R_{b1} \quad (1.6)$$

Da cui si ricava che il rapporto di trasmissione tra le due circonferenze, con queste condizioni cinematiche, è:

$$\tau = \frac{R_{b2}}{R_{b1}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (1.7)$$

Se si osserva, come spettatore posto sulla circonferenza 1, il generico punto  $P$  dell'asta nel suo moto descrive esattamente una curva evolvente relativo alla circonferenza 1 stessa, lo stesso vale per la circonferenza 2, in questo modo, si avrà che i due profili individuati dal moto del punto  $P$  saranno profili coniugati (Figura 11).

Ipotizzando quindi di costruire i due profili trovati e di trascurare l'asta, si può vedere che la nuova condizione di trasmissione sia uguale a quella vista sfruttando l'asta, infatti, il punto P, cioè il luogo in cui si ha la effettiva trasmissione effettua lo stesso movimento compiuto nel caso precedente.

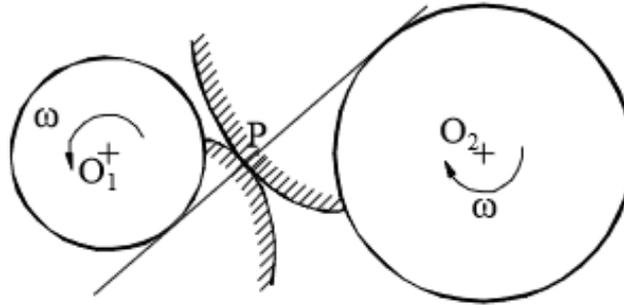


Figura 11 - Costruzione evolvente di cerchio

Ciò che rende molto efficace questo profilo è il rapporto di trasmissione costante nel tempo, questa proprietà è molto importante perché per garantire tale uniformità di trasmissione del moto è necessario che in certi istanti ci siano almeno due coppie di denti in presa. Se non dovesse verificarsi questa condizione ci si troverebbe in condizioni di interferenza.

### 1.2.3 – Rapporto di condotta

Il luogo nel quale avvengono i contatti tra i denti delle ruote non è l'intero segmento  $T_1T_2$ , ma una sua parte delimitata dalle due circonferenze di troncatura esterna al di fuori delle quali i profili ad evolventi non esistono più, in questo modo si localizza un segmento lungo  $AB$  in cui le coppie di denti delle due ruote sono effettivamente in presa.

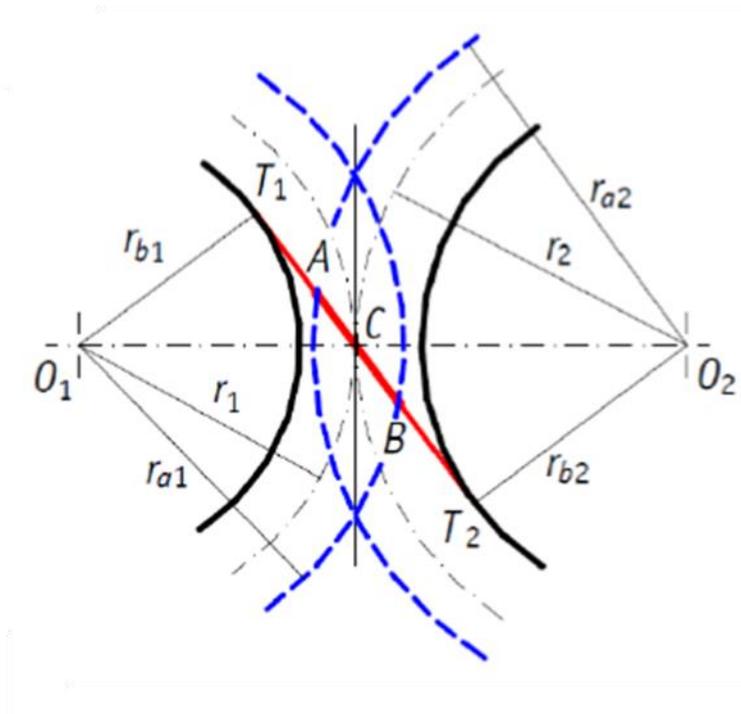


Figura 12 – Segmento  $T_1T_2$

Il rapporto di condotta ( $\varepsilon$ ) è definito come il rapporto tra arco d'azione e passo ( $p$ ):

$$\varepsilon = \frac{a}{p} \quad (1.8)$$

Dove con il termine 'a' ci si riferisce all'arco d'azione, cioè il percorso compiuto dal profilo nel passare dal punto di primo contatto al punto finale di contatto posti sulla circonferenza primitiva.

Dal rapporto di condotta dipende l'efficienza di trasmissione del moto, per questo motivo dev'essere maggiore dell'unità, questa condizione equivale a imporre che prima che la coppia di denti a contatto si separi ce ne sia una seconda che sia già entrata nell'arco d'azione.

Il rapporto di condotta solitamente ha un valore compreso tra 1-2, con questo intervallo di valori è possibile suddividere l'arco in tre parti:

- due parti di lunghezza pari ad  $(a-p)$  collocate agli estremi dell'arco di contatto in cui si ha contatto contemporaneamente tra due coppie di denti;
- una parte centrale dell'arco dei contatti di lunghezza pari a  $(2p-a)$  in cui si ha il contatto di una sola coppia di denti.

In genere si tende ad utilizzare valori di  $\epsilon$  maggiori di 2, in questo modo oltre a garantire due coppie di denti in presa, permette la riduzione degli urti nel momento dell'ingranamento, migliorandone la trasmissione, in più la distribuzione delle forze scambiate avviene su più denti, riducendo le sollecitazioni e quindi una maggior resistenza alla rottura per fatica.

## 1.2.4 – Condizioni di ingranamento

Per far sì che tra una coppia di ruote ci siano le giuste condizioni di ingranamento è necessario tenere in considerazione due aspetti geometrici: l'angolo di pressione e il passo base.

Si può verificare che l'angolo di pressione è funzione dell'accoppiamento supponendo di far ingranare due ruote prima con un certo interasse  $i$  e poi con un altro interasse  $i'$ , si nota che con questa variazione le condizioni di ingranamento non variano perché dipendenti dai profili che a loro volta dipendono dai cerchi base che rimangono invariati; anche il rapporto di trasmissione non cambia, in quanto dipendente dai cerchi base. L'unico parametro a cambiare è proprio l'angolo di pressione  $\alpha$ , come si vede dalla seguente formula:

$$\cos(\alpha) = \frac{R_{b1} + R_{b2}}{r_1 + r_2} = \frac{R_{b1} + R_{b2}}{i} \quad (1.9)$$

L'angolo di pressione deve il suo nome al fatto che indica l'inclinazione della retta dei contatti rispetto alla tangente comune alle circonferenze primitive delle ruote; la retta dei contatti rappresenta punto per punto la direzione delle forze normali (pressioni) scambiate tra i profili coniugati.

Per quanto riguarda l'ingranamento in condizioni di non interferenza a livello di angolo di pressione è sempre la stessa per tutte le coppie di profili coniugati in quanto tutte dipendono dalla stessa coppia di cerchi di base,  $\alpha$  può così essere generalizzato a proprietà dell'accoppiamento delle due ruote e non delle singole coppie di profili.

La condizione che tiene maggiormente conto della natura fisica della ruota è data dal passo base, per potersi accoppiare, due ruote devono obbligatoriamente avere lo stesso passo base.

Se si pensa ad una coppia di profili in condizioni di ingranamento si ha che i due punti P e P' di contatto durante il moto rotatorio del sistema si muovono alla stessa velocità  $v = \omega_1 \cdot R_{b1} = \omega_2 \cdot R_{b2}$  sull'asse dei contatti, di conseguenza la loro distanza misurata è costante.

La lunghezza del segmento PP' coincide sia con la lunghezza dell'arco  $O_1O_1'$ , sia con l'arco  $O_2O_2'$ ; per cui è evidente come ruote con passi base diversi non possano ingranare tra loro perché si andrebbero a creare sull'asse dei contatti, segmenti di lunghezza diversa il che può portare a condizioni di interferenza o gioco in base alla dimensione dei denti stessi.

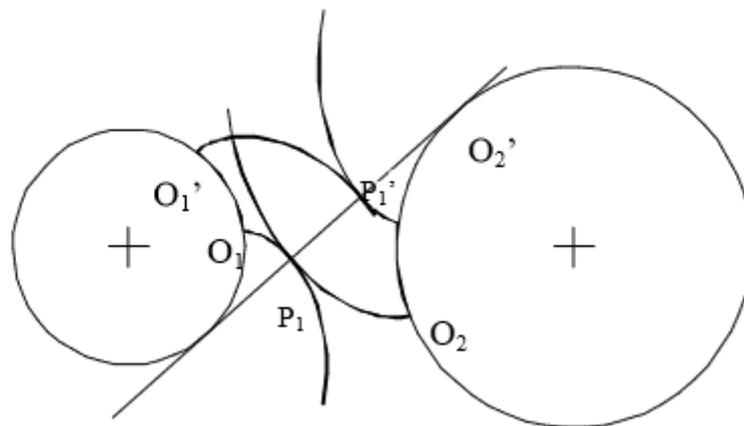


Figura 13 - Passo base dei profili

## 1.3 – Backlash

Con l'utilizzo di ruote a denti diritti, succede che la coppia di denti in presa, abbandona il contatto su tutta la lunghezza assiale della corona e, simultaneamente, la coppia successiva di denti entra in presa, questo dà origine a vibrazioni e rumori nocivi.

Volendo sostituire delle ruote elicoidali con ruote a denti diritti è bene conoscere gli effetti che quest'ultime potrebbero avere nella fase di trasmissione di coppia, uno dei fenomeni più ricorrenti è dato dal gioco presente tra i denti delle due ruote ingranate.

Tale gioco relativo allo spazio tra i denti attivi e quelli folli è un fenomeno comune nel sistema di trasmissione degli ingranaggi ed è definito *backlash*.

Il *backlash* è un fenomeno presente in qualsiasi sistema meccanico in cui un elemento guida (motore) è direttamente collegato ad un carico.

In presenza di tale fenomeno, quando il gap di *backlash* si apre, per alcuni istanti, il motore perde il controllo del carico, lasciandolo muovere autonomamente ed erogando della coppia che viene sfruttata solamente dalle componenti che si trovano prima del *backlash*. Ciò si manifesta o per la presenza di un'azione disturbante a livello del carico, o per rotazioni correttive in verso opposto alle rotazioni del carico da parte del motore.

Il *backlash* ( $j$ ) comporta nella maggior parte dei casi errori di trasmissione e perdita di coppia, riducendo il rendimento della trasmissione, è un errore dovuto dalla differenza tra la larghezza del vano di una ruota e lo spessore del dente della corrispettiva:

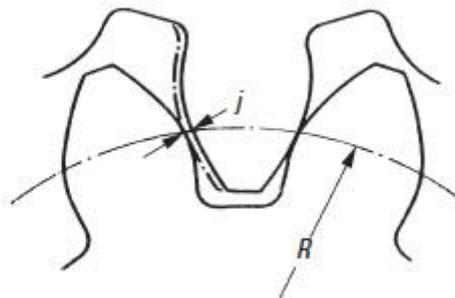


Figura 14 - Definizione di backlash

Esistono diversi tipi di *backlash*, ognuno di natura diversa:

- *backlash circonferenziale* ( $j_t$ ): è la lunghezza dell'arco sulla circonferenza primitiva percorso da una ruota quando viene ruotata fino a portare il dente in contatto con quello dell'altra ruota che viene tenuto ferma;

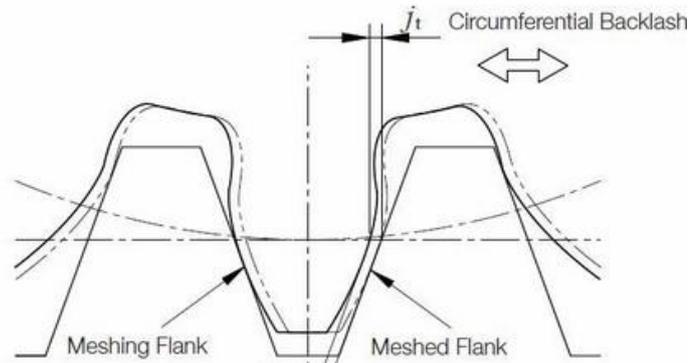


Figura 15 - Backlash circonferenziale

- *backlash normale* ( $j_n$ ): è la distanza minima tra i fianchi dei denti delle ruote accoppiate, quando dal lato opposto essi sono in contatto;

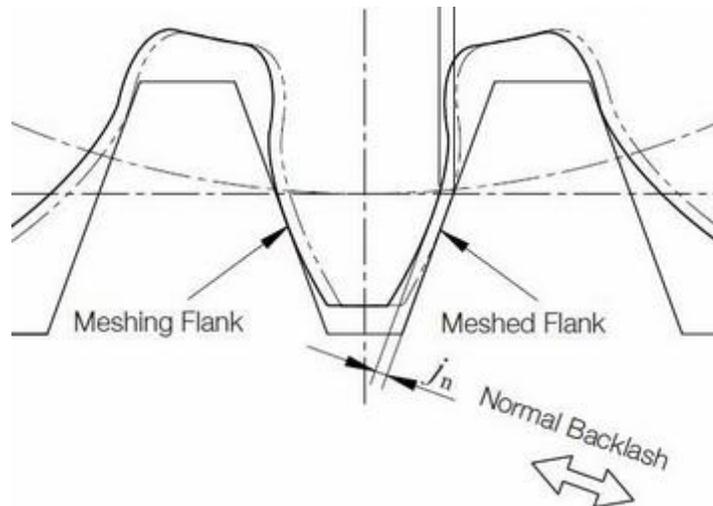


Figura 16 - Backlash normale

- *backlash angolare* ( $j_\theta$ ): è il massimo spostamento angolare effettuabile da una ruota quando l'altra è tenuta ferma;

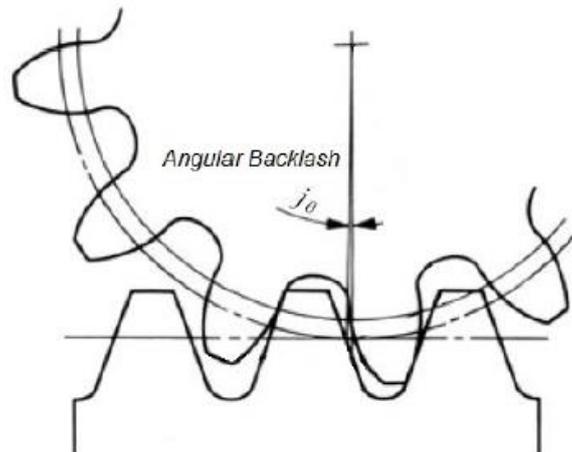


Figura 17 - Backlash angolare

- *backlash radiale* ( $j_r$ ): è lo spostamento radiale che dovrebbe essere effettuato per portare i fianchi di un dente a contatto con quelli del vano, partendo da una posizione centrale di simmetria;

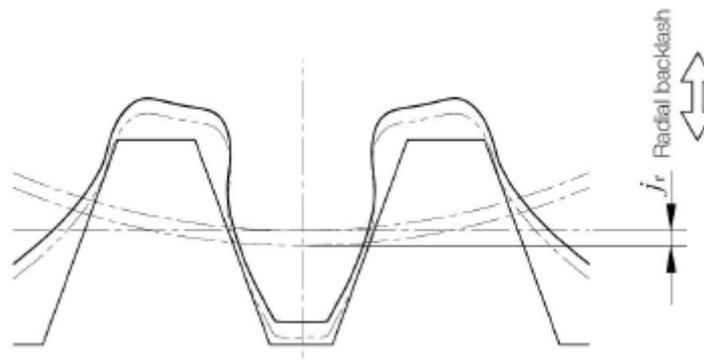


Figura 18 - Backlash radiale

- *backlash assiale* ( $j_x$ ): è lo spostamento assiale che dovrebbe essere effettuato su una ruota per portare i fianchi di un dente a contatto con quelli del vano dell'altra, nel caso di ruote coniche.

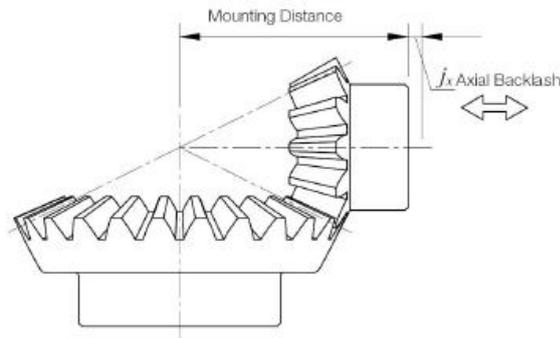


Figura 19 - Backlash assiale

È possibile misurare, mediante calcolo, il valore di *backlash* riferito ad una tipologia di ruota, partendo da un altro già conosciuto; viene fatto tramite l'utilizzo di relazioni presenti nella seguente tabella, nel quale ognuna varia in base al tipo di accoppiamento e di ingranaggio:

Gear Mesh	Type of Gear Meshes	Circumferential Backlash $j_t$	Normal Backlash $j_n$	Angular Backlash $j_\theta$	Radial Backlash $j_r$	Axial Backlash $j_x$	
Parallel Axes Gears	Spur gear	$\frac{j_n}{\cos \alpha_n \cos \beta}$	$j_t \cos \alpha_n \cos \beta$	$\frac{360^\circ j_t}{\pi d}$	$\frac{j_n}{2 \sin \alpha_n}$		
	Helical gear						
Intersecting Axes Gears	Straight bevel gear	$\frac{j_n}{\cos \alpha_n \cos \beta_m}$	$j_t \cos \alpha_n \cos \beta_m$				$\frac{j_n}{2 \sin \alpha_n \sin \delta}$
	Spiral bevel gear						
Nonparallel & Nonintersecting Axis Gears	Screw Gear	$\frac{j_n}{\cos \alpha_n \cos \beta}$	$j_t \cos \alpha_n \cos \beta$			$\frac{j_n}{2 \sin \alpha_n}$	
	Worm	$\frac{j_n}{\cos \alpha_n \sin \gamma}$	$j_t \cos \alpha_n \sin \gamma$				
	Wormwheel	$\frac{j_n}{\cos \alpha_n \cos \gamma}$	$j_t \cos \alpha_n \cos \gamma$				

Figura 20 - Relazioni delle tipologie di backlash

Dove:

$\alpha_n$ : angolo di pressione normale;

$\beta$ : angolo d'elica per una ruota elicoidale;

$\beta_m$ : angolo d'elica principale per una conica;

$\gamma$ : angolo principale per una vite senza fine.

In molti casi, il *backlash* è un parametro ricercato e voluto nell'assemblaggio delle ruote dentate. Questo viene fatto per diversi motivi, quali ad esempio: permettere il passaggio del lubrificante tra le superfici, prevenire il grippaggio dovuto al contatto su entrambi i lati del

dente nel vano a seguito di diverse deformazioni termiche delle ruote, ridurre il surriscaldamento e l'usura dei denti.

In altri casi il *backlash* può essere causato da altri fattori, errori che si possono riscontrare soprattutto nei sistemi di trasmissione bidirezionali, in cui il sistema di ingranaggi è in grado di invertire il moto; le cause più comuni che favoriscono il fenomeno del *backlash* sono:

- variazione di interasse;
- variazione dello spessore dei denti;
- variazione del passo.

### **1.3.1 – Effetti del backlash**

Come descritto nel capitolo 1.3, in molti casi il *backlash* è ricercato durante l'assemblaggio delle ruote per poterne ridurre l'usura ed i surriscaldamenti, ma può anche essere causa, insieme ad altri fattori, di uno dei maggiori difetti che possono affliggere un sistema di cambio di velocità, o più in generale, un dispositivo di trasmissione, cioè il rumore originato durante il funzionamento.

Esistono frequenze particolari, originate dal motore, di forze eccitanti che inducono un comportamento risonante all'albero primario del cambio. Durante questo comportamento risonante, gli ingranaggi dell'albero primario trasmettono elevate accelerazioni angolari agli ingranaggi folli dell'albero secondario, che comporta una generazione di coppie che producono vibrazioni lungo tutto il sistema di trasmissione.

Oltre alle vibrazioni, un altro fattore che influenza il rumore ed è anche sintomo di errori di trasmissione è lo spessore dei denti, da cui dipende il *backlash*, infatti quando una coppia di denti si separa ed entra in presa quella successiva, i denti impattano tra loro generando rumore. L'unico effetto dannoso è il rumore irradiato, che può andare ad influire negativamente sul comfort dei passeggeri all'interno del veicolo, poiché gli impatti tra le marce non cambiano il comportamento dinamico delle trasmissioni e non portano a carichi e danni eccessivi.

I parametri chiave che governano la generazione di rumore sono l'inerzia degli ingranaggi folli, la coppia di trascinamento che agisce su tali ingranaggi, le caratteristiche elastiche e di smorzamento durante gli impatti e le oscillazioni delle velocità degli ingranaggi guida posti sull'albero primario.

Questi difetti possono anche essere influenzati dal tipo di motore, dal design della trasmissione e dalle condizioni di marcia dell'auto.

### 1.3.2 – Eliminazione del backlash

Essendo tanti i fattori che possono influire sulla trasmissione in cui sono utilizzati ruote a denti dritti, un elemento su cui si può lavorare per poter ridurre il rumore e migliorare il rendimento è quello di ridurre, se non eliminare completamente, il gioco presente dalle ruote. Esistono due metodologie per eliminare o ridurre il *backlash*, uno statico ed uno dinamico. Il metodo statico riguarda i mezzi per assemblare gli ingranaggi e quindi effettuare le opportune regolazioni per ottenere il gioco ridotto desiderato. Mentre per quanto riguarda quello dinamico, si tratta di introdurre una forza esterna che elimina continuamente tutti i contraccolpi, indipendentemente dalla posizione di rotazione.

#### 1.3.2.1 – Metodo statico

Tale metodo si basa su un gioco di regolazioni tra lo spessore effettivo del dente dell'ingranaggio e dell'interasse tra le ruote. Come mostrato nella tabella successiva, si possono ottenere fino ad un massimo di quattro combinazioni possibili:

		Center Distance	
		Fixed	Adjustable
Gear Size	Fixed	A	C
	Adjustable	B	D

Figura 21 - Tabella regolazioni

- Caso A:

con questa combinazione i valori di spessore dei denti e dell'interasse sono mantenuti fissi, quindi per poter ridurre il *backlash*, l'unico modo è quello di migliorare la precisione di lavorazione e assemblaggio. Questo metodo va ad influenzare il costo del lavoro, che sarà tanto alto quanto l'accuratezza del lavoro stesso.

- Caso B:

l'interasse tra le ruote è mantenuto fisso, mentre lo spessore dei denti può essere regolato a piacimento. Con questa combinazione sono possibili, principalmente, tre metodi:

1. due ruote identiche vengono montate assialmente una accanto all'altra in modo che una delle due possa ruotare rispetto all'altra, che invece è tenuta fissa. In questo modo, lo spessore del dente effettivo può essere regolato per produrre il minimo gioco desiderato;

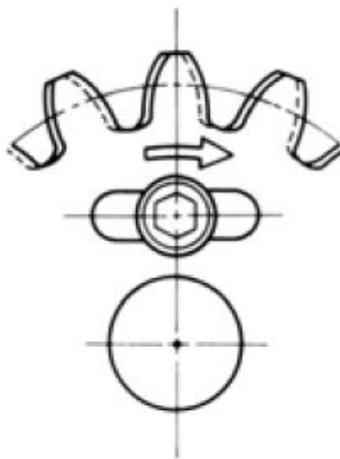


Figura 22 – Caso B1: regolazione con rotazione

2. una ruota elicoidale è suddivisa in due parti uguali e una di queste viene spostata assialmente fino ad arrivare a contatto con il lato opposto del dente successivo della ruota accoppiata;

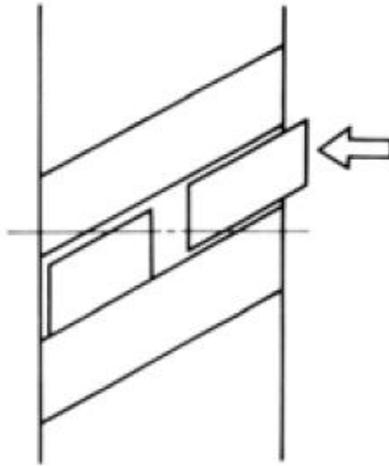


Figura 23 - Caso B2: regolazione con traslazione parallela

3. Si usano ruote coniche o tipo rastremato. Una è tenuta fissa mentre l'altra è spostata assialmente in modo da riempire i giochi tra denti e vani con un effetto a cuneo.

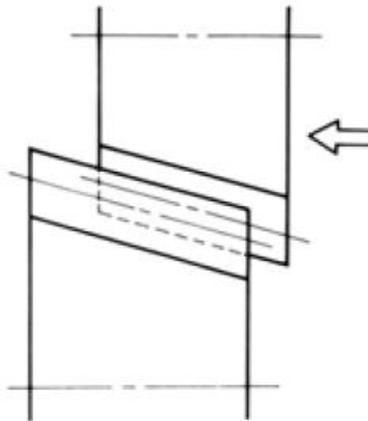


Figura 24 - Caso B3: regolazione con traslazione assiale

- Caso C:

l'interasse tra le ruote è regolabile, mentre lo spessore dei denti è mantenuto fisso, questo caso può essere realizzato in due modi:

1. Movimento lineare:

la regolazione avviene tramite lo spostamento assiale o parallelo, lungo la linea di centro. Dopo aver impostato il valore di *backlash*, i centri vengono bloccati in posizione;

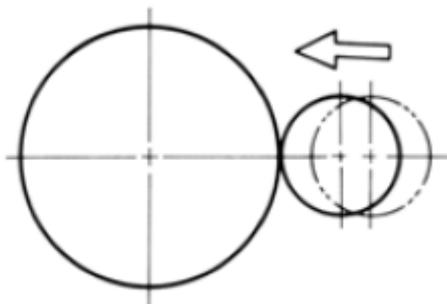


Figura 25 - Caso C1: regolazione con movimento lineare

2. Movimento rotatorio:

è un modo alternativo per effettuare la regolazione, si basa sullo spostamento tramite il centro di rotazione di una delle ruote mediante un braccio oscillante (per grossi spostamenti), oppure tramite boccola eccentrica (per piccoli spostamenti).

Come nel caso precedente, una volta scelta la posizione delle ruote, questa viene bloccata.

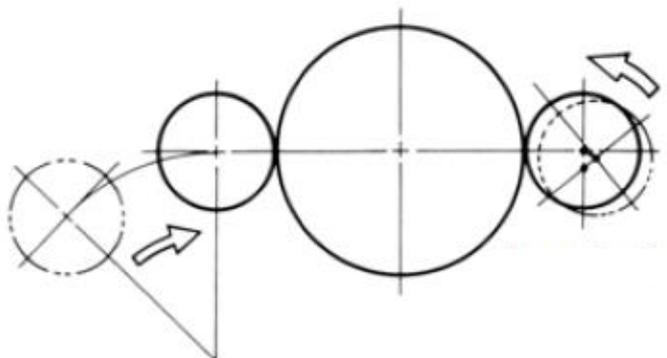


Figura 26 - Caso C2: regolazione con movimento rotatorio

- Caso D:

con quest'ultimo caso, possono essere regolati sia l'interasse delle ruote, che lo spessore dei denti, ma è una combinazione che non viene utilizzata, in quanto non migliore dei casi precedenti e molto più costosa.

### 1.3.2.2 – Metodi dinamici

Nei metodi dinamici, si utilizzano metodologie, di base, simili a quelli statici, con la differenza che in questi casi viene inserita una forza esterna che agisce in modo continuo sulle variazioni dello spessore dei denti e dell'interasse delle ruote:

- *Contatto forzato tra i denti*

Deriva dal metodo statico utilizzato nel caso B, in cui la ruota viene divisa in due parti, con la differenza che, in questo caso, il *backlash* non viene ridotto o regolato, ma viene rimosso del tutto.

Essendo un tipo di ingranamento delicato, dev'essere comunque utilizzato del lubrificante, in quanto entrambe le pareti dei denti sono in continuo contatto e ciò può causare elevati valori di usura e abrasione.

Per queste applicazioni viene utilizzato un ingranaggio definito a forbice (*Scissor Gear*). Le due mezze ruote sono collegate assialmente tra di loro e tenute insieme da molle precaricate, ciò si traduce in uno spessore del dente che varia continuamente così da riempire, completamente e in modo efficace, lo spazio tra i denti in ogni posizione durante l'ingranamento.

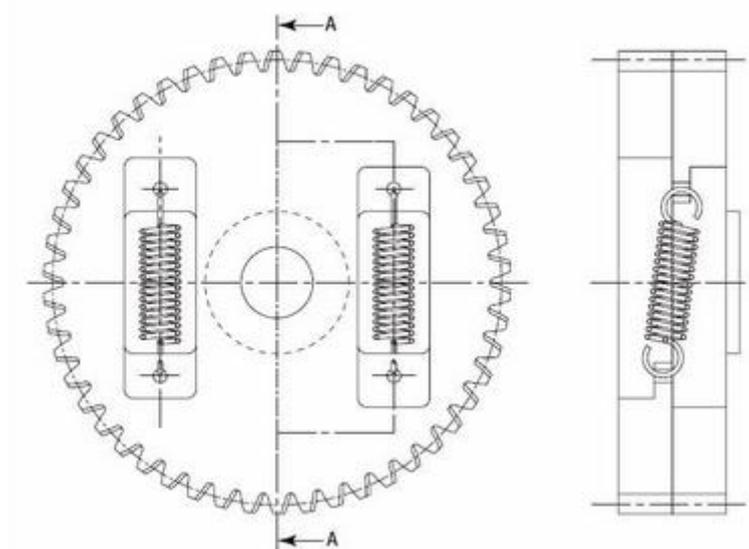


Figura 27 - Scissor Gear

- *Interasse forzato*

Questa soluzione, invece, agisce sul valore dell'interasse e prende spunto dal caso statico C visto precedentemente. Una forza elastica è applicata in modo da mantenere minima la distanza dell'interasse tra i centri delle ruote. Questa può agire come una forza diretta assialmente rispetto l'interasse, oppure come una coppia applicata al braccio della ruota oscillante. In entrambi i casi la forza dev'essere nota.

La relazione, teorica, tra le forze in gioco è la seguente:

$$F > F_1 + F_2$$

Dove  $F_1$  e  $F_2$  sono rispettivamente, la risultante dei carichi e la forza d'attrito agente sulla faccia dente.

Nel caso in cui:

$$F < F_1 + F_2$$

è impossibile rimuovere il *backlash*, mentre nel caso opposto, laddove F dovesse essere troppo maggiore, non andrebbe comunque bene, in quanto, un dente sottoposto a carichi elevati andrebbe a ridurre il proprio ciclo di vita.

Per questo è bene studiare la forza da applicare in fase di progetto.

## 1.4 – Dispositivi anti-backlash

Ad oggi, soprattutto per quanto riguarda le trasmissioni automobilistiche, le ruote utilizzate maggiormente sono quelle elicoidali, questo perché i denti in presa si lasciano in modo graduale e allo stesso modo i denti successivi iniziano l'ingranamento in modo progressivo, con riduzione del *backlash*, a differenza di quelle a denti diritti in cui il contatto si interrompe bruscamente.

Non per questo, le ruote a denti diritti sono state abbandonate, ma partendo dai metodi teorici visti nel capitolo 1.3.2, in cui sono stati spiegati due metodi per poter ridurre il *backlash* di una coppia di ruote in presa, nel corso del tempo sono stati studiati e brevettati diverse tecnologie nel quale questi metodi sono stati messi in pratica.

### 1.4.1 – US4700582A

Questo brevetto nasce con l'obiettivo di ridurre il rumore generato dal gioco presente negli ingranaggi all'interno di una trasmissione automobilistica.

Nel momento in cui il motore del veicolo è al minimo e il cambio non innesta nessuna marcia, quindi è in folle; in questa situazione le ruote della trasmissione continuano comunque a girare pur senza trasmettere il moto.

Essendo le ruote sempre ingranate tra di loro, porta ad una produzione di rumore definito crepitio del cambio. Questo accade perché le ruote continuando a girare con la marcia in folle, ruotano in modo non omogeneo e questo fa sì che i denti delle coppie delle ruote urtino tra di loro generando rumore. Di seguito, una figura rappresentante il complessivo del brevetto:

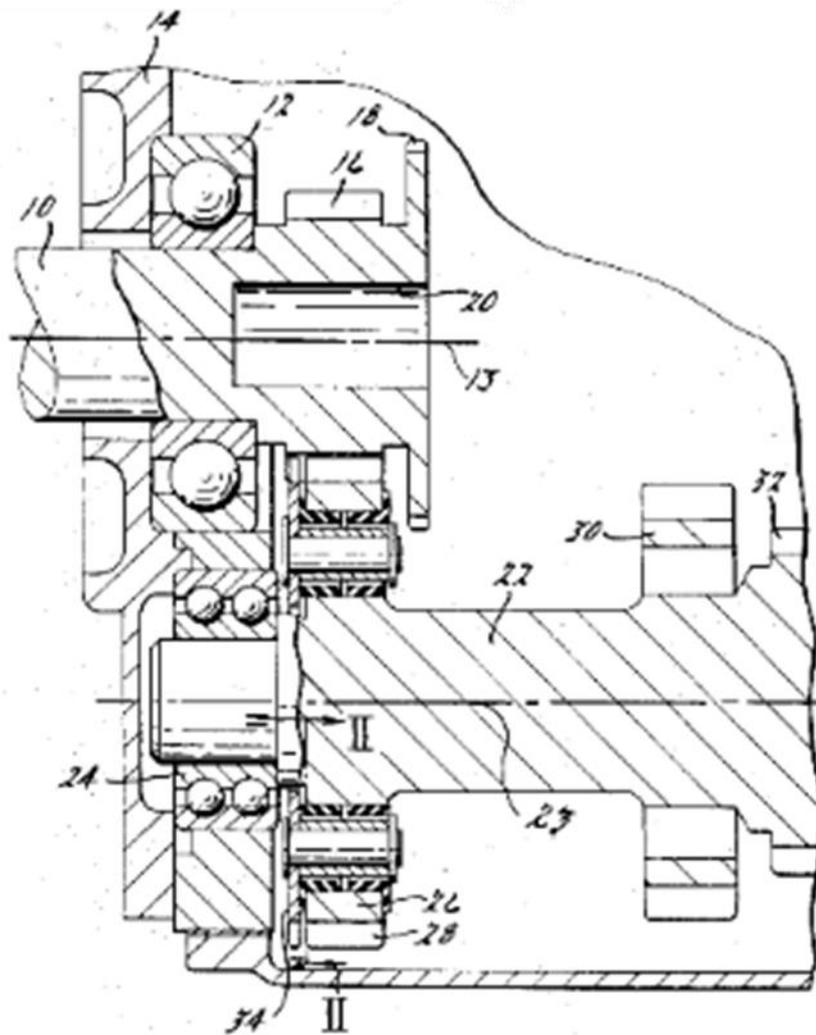


Figura 28 – Brevetto US4700582A

Questa invenzione prevede: un albero di ingresso (10) di un cambio manuale, montato mediante cuscinetti (12), una coppia di ruote dentate ingranate tra di loro, un dispositivo di soppressione del rumore generato dalle variazioni di velocità del motore, una piastra di carico (34) montata assialmente sulla ruota condotta (26) e adattata in modo tale da poter ingranare insieme alla ruota motrice, un albero di uscita supportato da un cuscinetto (24) situato all'interno di una tasca formata nella faccia terminale dell'albero di entrata. Sulla ruota dentata su cui è montata la piastra vi sono ricavati dei fori distanziati radialmente dal proprio asse, il centro del foro è spostato angularmente da quello del foro della piastra, in questo modo i denti della piastra e della ruota condotta sono entrambi in contatto con le pareti laterali dei denti della ruota motrice.

Dei distanziatori elastici (36,37) sono situati nei fori della ruota dentata e presentano una flangia radiale situata tra la piastra di carico e la faccia adiacente della ruota dentata.

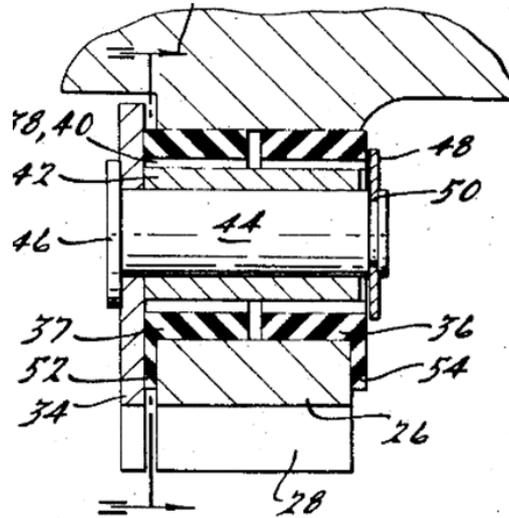


Figura 29 - Perno di collegamento tra piastra e ruota

La flangia (52) tiene separate la ruota dentata e la piastra di carico. Il distanziatore include un'altra flangia (54) che poggia sulla faccia opposta della ruota dentata. Un manicotto (42) viene inserito attraverso il distanziatore e afferra la superficie interna del distanziatore attraverso l'impegno di dentellature dirette assialmente. Un perno (44), inserito attraverso un foro nel distanziatore e attraverso il foro nella piastra di carico, ha su un'estremità una testa tenuta a contatto con la piastra di carico e una seconda estremità invece, tenuta a contatto con il distanziatore elastomerico.

Questa disposizione isola acusticamente la piastra di carico dalla ruota dentata su cui viene trasportata. Il perno, che fornisce un collegamento meccanico tra la piastra di carico e la ruota dentata, è supportato sulla ruota dentata dal contatto sul distanziale elastomerico, isolando acusticamente il perno dalla ruota dentata.

La piastra di carico e gli ingranaggi vengono assemblati ruotando prima i denti della piastra rispetto alla ruota dentata. Questa rotazione porta i fori della piastra di carico in allineamento con il foro del distanziatore, consente l'inserimento del perno e fornisce una forza di sollecitazione elastica che tende a mantenere la piastra di carico in contatto contro i fianchi del dente sul pignone con cui esso ingrana. La natura elastica del distanziatore elastomerico mantiene la forza di sollecitazione e opera per isolare la piastra di carico da una ruota dentata e per attenuare le vibrazioni.

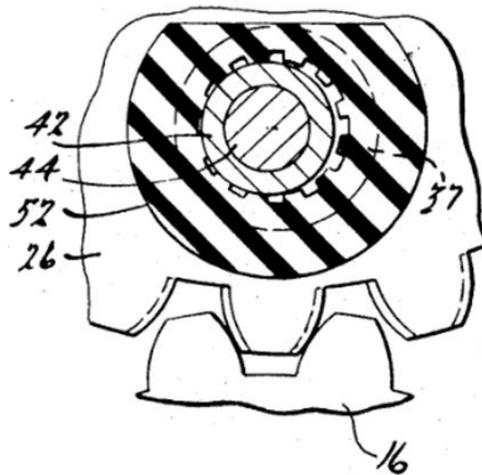


Figura 30 - Vista frontale del dispositivo

## 1.4.2 – US3496794A

Questo brevetto è stato studiato per risolvere i problemi di rumore che si generano nel cambio, dovuta all'irregolarità ciclica del motore termico, che si evidenzia soprattutto quando la leva del cambio non ingrana nessuna marcia, problemi simili individuati nel caso precedentemente descritto (US4700582A); per questo motivo i due brevetti hanno una struttura funzionale simile.

Anche per questa invenzione, si prevede un dispositivo che riprende il gioco secondo tramite una coppia di ruote, un elemento anulare coassiale (3) con la ruota condotta (2) e con denti simili, e delle molle (11) che mantengono elasticamente questo elemento anulare in una posizione angolarmente sfalsata rispetto alla ruota.

In particolare, le molle utilizzate sono di tipo elicoidali coniche, ricavate in cavità ottenute all'interno della ruota condotta.

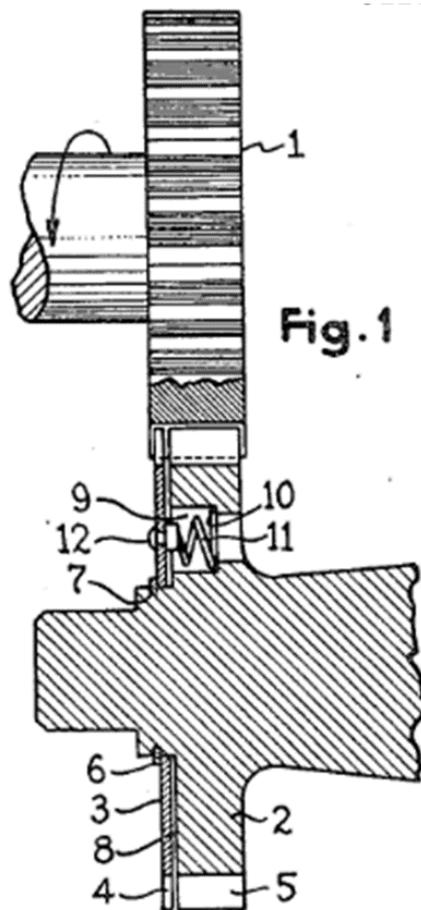


Figura 31 – Brevetto US3496794A

Le molle applicano delle forze longitudinali sulla piastra e sulla ruota, mantenendo in questo modo una piccola distanza tra i due elementi.

Quando la coppia di ruote ingrana, i denti della ruota motrice (1) riducono l'offset angolare della piastra coassiale, ciò produce una reazione tangenziale delle molle che tende a mantenere i denti della motrice costantemente a contatto con quelli della piastra e della condotta, sfalsati angolarmente, in modo tale che le irregolarità cicliche nel ruotismo della ruota motrice siano in gran parte assorbite dalla piastra che ha un'inerzia molto piccola e la cui connessione con la ruota condotta è essenzialmente elastica.

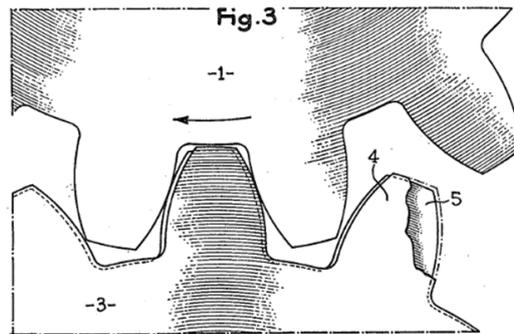


Figura 32 - Vista frontale del dispositivo

### 1.4.3 – GB2570674A

Il brevetto in questione descrive un metodo per costruire una ruota *anti-backlash* nel modo più semplice ed economico possibile, in questo capitolo viene riassunto il metodo di assemblaggio.

Questo dispositivo è stato pensato per diversi campi di applicazioni, tra i quali quello dell'autoveicolo.

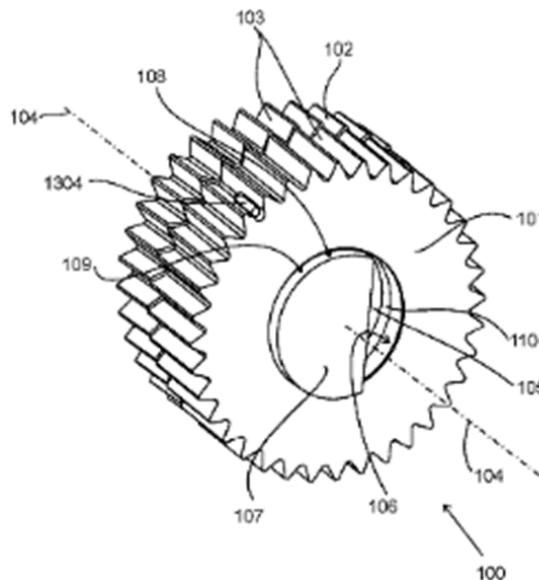


Figura 33 - Brevetto GB2570674A

L'invenzione descrive due ruote, con la stessa dentatura, con la differenza che su una è stata ricavata una tasca nel centro (ruota 101), mentre nell'altra ruota vi è una sporgenza, posta sempre centralmente (ruota 102).

Le due particolarità hanno il compito di simulare un accoppiamento albero-mozzo, per cui avremo che le due ruote verranno assemblate tra loro. Sulla sporgenza (107) vi è ricavata una

superficie periferica che permette alla ruota (101) la rotazione attorno al proprio asse, ma ne blocca il moto radiale rispetto alla ruota (102).

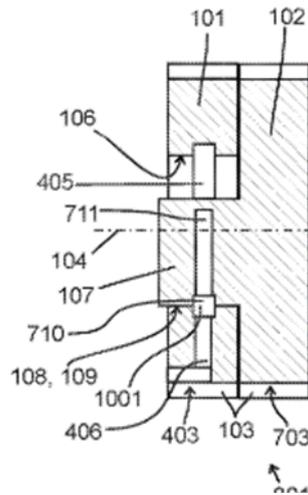


Figura 34 - Accoppiamento delle due ruote

L'elemento elastico (110) che ha il compito di rendere *anti-backlash* il dispositivo, è un filo metallico che viene fatto passare tramite una estremità in modo tale che attraversi sia la prima che la seconda ruota. Posizionato il filo, si fa ruotare la seconda ruota, in questo modo il filo assume una forma circolare e si incastra mediante un'altra scanalatura, bloccando il movimento rotatorio della prima ruota.

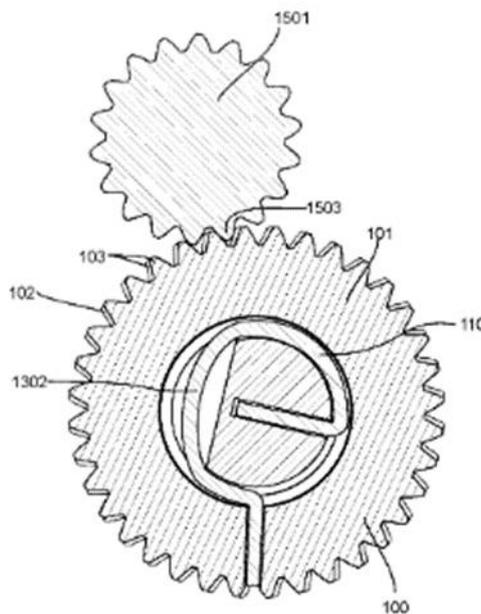


Figura 35 - Sezione dispositivo anti-backlash

In questo modo otteniamo un dispositivo composto da due ruote sfasate angolarmente, tale offset viene mantenuto dalla molla posizionata tra le due ruote. Lo sfasamento tra le due ruote

permette un contatto continuo con le pareti dei denti della ruota motrice, migliorando la precisione di trasmissione della coppia.

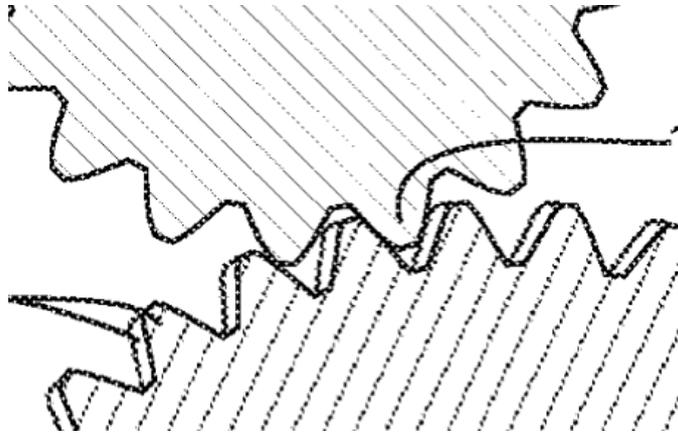


Figura 36 - Sfasamento delle due ruote

#### 1.4.4 – GB2409014A

La seguente invenzione presenta un'altra tipologia di ruota *anti-backlash* con un funzionamento simile visto nei brevetti precedenti, utili per il ridurre il rumore e le vibrazioni nei meccanismi di trasmissione del moto; ma con la differenza di essere assemblato con poche componenti in modo da risultare meno costoso da produrre.

Per andare incontro al risparmio, ma allo stesso tempo, essere un dispositivo efficace, la seguente invenzione è costituita da due ruote dentate concentriche assialmente adiacenti accoppiate tra loro mediante almeno un elemento elastomerico che permette un grado limitato di movimento circolare delle ruote dentate l'una rispetto all'altra.

Le due ruote vengono assemblate tra di loro grazie alla presenza di perni posti su una di esse che vengono accoppiati con dei fori, equipaggiati con elementi anulari elastici, presenti sull'altra ruota.

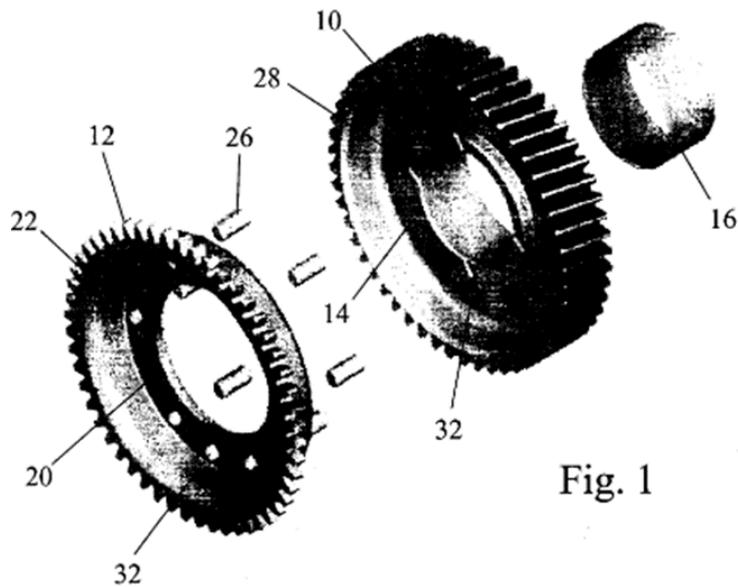


Fig. 1

Figura 37 – Brevetto GB2409014A

Durante la fase di montaggio, i fori nei mozzi delle ruote dentate sono disposti in posizione coassiale in modo tale che i denti delle due ruote siano allineati. Tali fori vengono vincolati mediante un perno, così da mantenere i denti delle ruote allineati per tutto il tempo della fase di montaggio nella trasmissione. Una volta che entrambe le ruote del dispositivo *anti-backlash* sono ingranati con la ruota motrice, il perno dei fori di allineamento può essere rimosso in modo da consentire lo sfasamento angolare, grazie alla presenza degli elementi elastici posti nei fori, tra le due ruote e permettere il contemporaneo contatto con entrambe le pareti del dente della ruota motrice.

Pertanto, il vero punto di forza, come evidenziato in precedenza, è la semplicità di costruzione, il dispositivo è costituito da due parti metalliche (le ruote) ed una componente elastica.

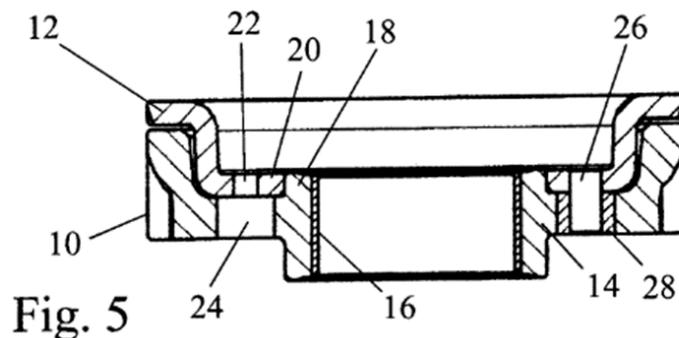


Fig. 5

Figura 38 - Sezione dispositivo

## Capitolo 2 – Analisi della trasmissione

Lo scopo della tesi è quello di analizzare il comportamento di una trasmissione meccanica, di un veicolo terrestre, con al suo interno delle ruote *anti-backlash* messe al posto di una coppia di ruote costituente una marcia del cambio.

La trasmissione, oggetto di quest'analisi, è un cambio appartenente ad un modello di EuroCargo appartenente al marchio Iveco.

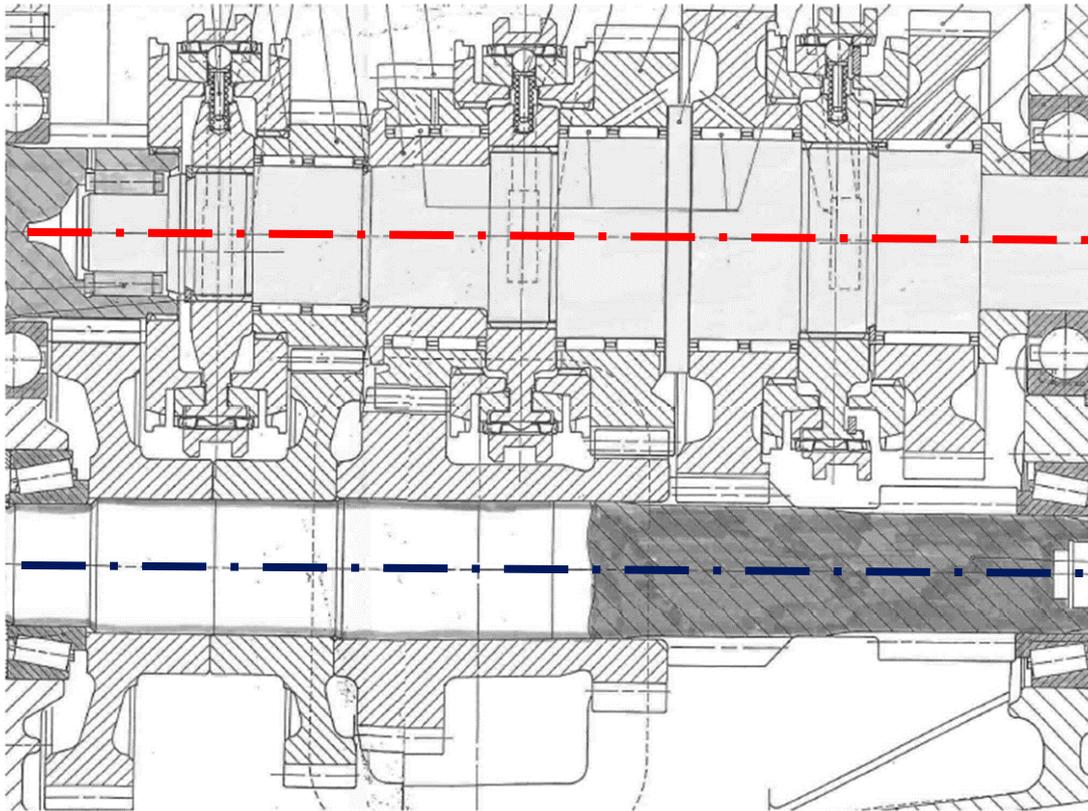


Figura 39 - Esempi di EuroCargo Iveco

Il cambio analizzato è verticale e costituito da 5 marce più la retromarcia, come per tutti i cambi moderni, anche questo è provvisto di una serie di sincronizzatori utili per il cambio marcia, per questo modello le marce sono sincronizzate nel seguente modo:

- 1 sincronizzatore per la V e la IV marcia
- 1 sincronizzatore per la III e la II marcia
- 1 sincronizzatore per la I marcia
- La retromarcia non è sincronizzata

Nella figura 40 è rappresentata una sezione del cambio in analisi, questo è costituito da due alberi, un albero primario ed uno secondario (Rispettivamente rosso il primario e blu il secondario).



*Figura 40 - Sezione dell'albero primario e secondario del cambio*

Questa trasmissione è dotata di un cambio a presa diretta, ciò vuol dire che, quando si ingrana la quinta marcia (marcia di velocità) la trasmissione del moto avviene direttamente dal motore senza passare attraverso l'albero secondario, come rappresentato in figura 41.

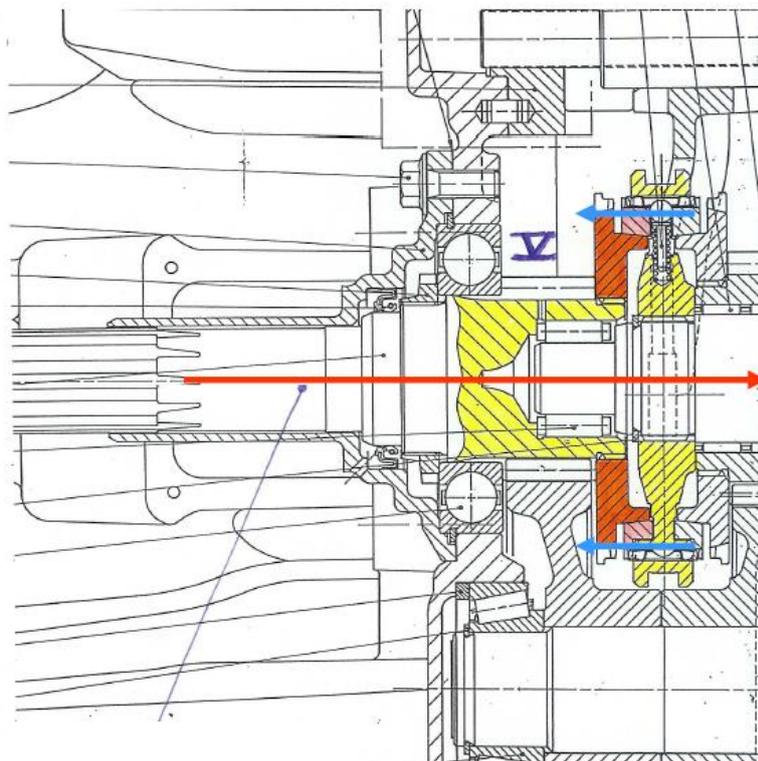


Figura 41 - Percorso della presa diretta (Innesto V marcia)

Come anticipato in precedenza, lo scopo di questo studio è quello di sostituire una coppia di ruote, nel nostro caso l'analisi sarà eseguita sulla quarta marcia.

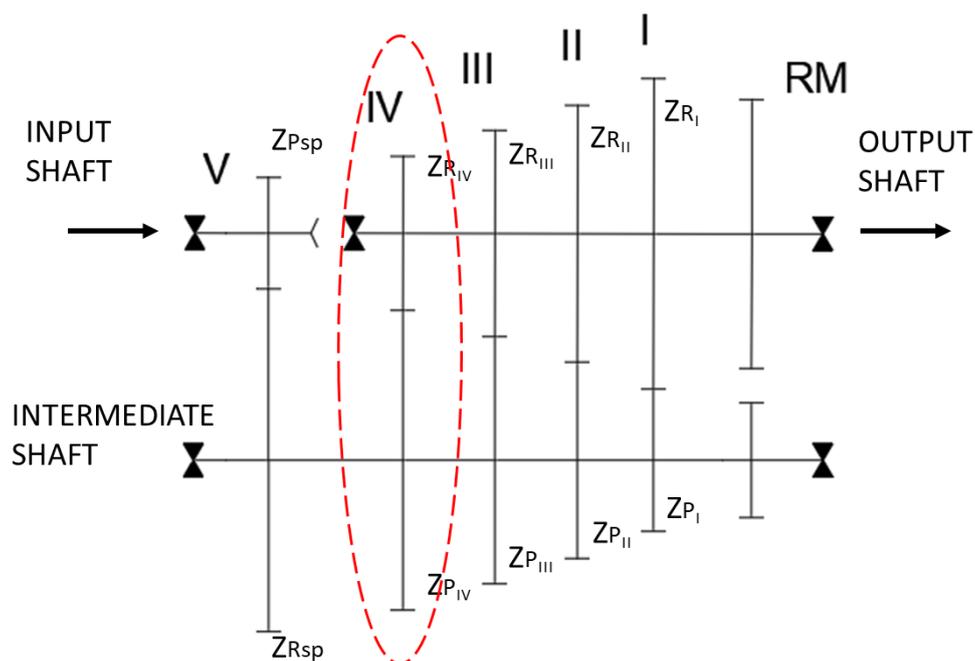


Figura 42 - Schema di funzionamento della trasmissione

## 2.1 – Analisi dati di partenza

I dati di partenza, a disposizione, sono indicati nelle tabelle successive e sono riferiti rispettivamente, alle caratteristiche geometriche delle singole ruote dentate e all'intera trasmissione.

MARCIA	$Z_R/Z_P$	$Z_P$	$Z_R$	$m_n$	$I$	$\alpha_n$	$\beta$
Speed	2,381	21	50	2,86 [mm]	110 [mm]	20°	22,5°
4'	0,6	45	27	2,80 [mm]	110 [mm]	20°	23,5°
3'	0,967	30	29	3,42 [mm]	110 [mm]	20°	23,5°
2'	1,684	19	32	3,97 [mm]	110 [mm]	20°	23°
1'	3,231	13	42	3,78 [mm]	110 [mm]	22,5°	19°
RM	1,75	12	21	4,00 [mm]	67,3 [mm]	22,5°	11°

Figura 43 – Dati delle caratteristiche geometriche di partenza

I dati in tabella rappresentano:

- $Z_P$ , numero di denti del pignone (motrice)
- $Z_R$ , numero di denti della ruota (condotta)
- $m_n$ , modulo normale
- $I$ , interasse delle ruote
- $\alpha_n$ , angolo di pressione normale
- $\beta$ , angolo di inclinazione dell'elica

$i_{\text{ponte}}$ :	3,73
Materiale: 16CrNi5	$R_{p0,2} = 2000 \text{ Mpa}$
Potenza massima/giri motore:	108 kW (147 CV) a 2700 rpm
Velocità massima/giri motore:	120 km/h a 2700 rpm
Circonferenza di rotolamento:	2575 mm

Figura 44 - Dati delle caratteristiche tecniche della trasmissione

Partendo dai dati a disposizione, è necessario ricavare tutti i valori mancanti utili per le verifiche da eseguire successivamente.

Il primo passo consiste nel calcolare i valori di coppia in entrata, alla trasmissione, e successivamente quella agente sulla quarta marcia.

La coppia trasmessa è funzione della potenza massima a disposizione utilizzata ad un determinato numero di giri:

$$C_{inV} = \frac{P_{max}}{\omega} = \frac{P_{max}}{\left(\frac{2\pi \cdot n}{60}\right)} \quad (2.1)$$

Ottenuta la coppia ingresso, è necessario calcolare la coppia in uscita, dalla ruota della quinta marcia, in quanto è posta sullo stesso albero del pignone della quarta marcia, in questo modo, quindi è possibile ricavare anche la coppia entrante in quarta.

$$C_{inIV} = C_{outV} = C_{inV} \cdot i_{speed} \quad (2.2)$$

Nella figura 45, sono riassunti i risultati di partenza e quelli calcolati, riferiti alla coppia trasmessa.

n	2700	rpm
$\omega$	282,74	rad/s
$P_{max}$	108	kW
$C_{inV}$	382,0	Nm
$i_{speed}$	2,381	
$C_{inIV}$	910	Nm

Figura 45 - Valori in ingresso

Calcolate le coppie trasmesse, è necessario ricavare tutte i dati delle caratteristiche geometriche delle ruote a denti dritti che dovranno essere inserite nel cambio, in sostituzione di quelle elicoidali, costituenti la marcia in questione.

Con il passaggio da ruote a denti elicoidali a quelle con denti diritti, è necessario calcolare il nuovo modulo della coppia ruote, in quanto con i dati attuali le ruote sono leggermente più piccole e il valore di interasse tra i due alberi del cambio non può essere modificato.

Per questo è necessario agire sul modulo della coppia di ruote, con la seguente relazione:

$$I = \frac{m_{n1} \cdot z_1 + m_{n2} \cdot z_2}{2} \quad (2.3)$$

Dato che il modulo delle due ruote è lo stesso, si avrà:

$$m_n = \frac{2I}{(z_1 + z_2)} = 3,05 \text{ mm} \quad (2.4)$$

Dal risultato ottenuto, si sceglie il valore, secondo la normativa, del modulo unificato che più si avvicina, nel nostro caso il nuovo modulo sarà pari a 3.

Di seguito, nella figura 46, sono riportati tutti i valori delle caratteristiche geometriche mancanti in precedenza:

$D_{\text{prim1}}$	135,0	mm
$D_{\text{prim2}}$	81,0	mm
$r_{\text{prim1}}$	67,5	mm
$r_{\text{prim2}}$	40,50	mm
$r_{\text{b1}}$	63,43	mm
$r_{\text{b2}}$	38,06	mm
$r_{\text{e1}}$	70,5	mm
$r_{\text{e2}}$	43,50	mm
$r_{\text{i1}}$	63,8	mm
$r_{\text{i2}}$	36,75	mm

Figura 46 - Dimensioni delle ruote della IV marcia

Dove:

- I raggi primitivi sono stati ricavati in funzione del modulo normale ( $m_n$ ) e del numero di denti ( $z$ ):

$$r_{prim} = \frac{m \cdot z}{2} \quad (2.5)$$

- Addendum e dedendum sono funzione del modulo normale:

$$h_a = m_n \quad (2.6)$$

$$h_f = 1,25 \cdot m_n \quad (2.7)$$

- I raggi esterni ed interni sono calcolati tramite il primitivo, addendum e dedendum:

$$r_e = r_{prim} + h_a \quad (2.8)$$

$$r_i = r_{prim} - h_f \quad (2.9)$$

- Il raggio di base è funzione dell'angolo di pressione:

$$r_b = r_{prim} \cdot \cos \alpha \quad (2.10)$$

Ottenuti i valori delle caratteristiche geometriche mancanti, il passo successivo è quello di ricavare la forza tangenziale agente sulla coppia di ruote, questo dipende dalla coppia trasmessa e dal raggio primitivo della ruota:

$$F_t = \frac{C_{IV}}{r_{prim1}} = 13480,5 \text{ N} \quad (2.11)$$

## 2.2 – Analisi IV marcia

Ricavati tutti i dati possibili riferiti alle ruote dentate della IV marcia, è possibile iniziare con i calcoli di verifica, che comprendono calcoli per la verifica per flessione e contatto hertziano, rispettivamente in condizioni di staticità e fatica, come in tabella.

Dimensionamento	Sollecitazione	
	<i>Flessione</i>	<i>Contatto hertziano</i>
<i>Statico</i>	Formula di Lewis $\sigma_{Lw} \leq \sigma_{amm}$	Formula cilindro su cilindro $\sigma_{Hz} \leq \sigma_{amm}$
<i>A fatica</i>	Normativa UNI 8862 $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$	Normativa UNI 8862 $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$

Figura 47 - Tabella verifica delle sollecitazioni

Nel caso di dimensionamento statico vengono confrontate delle tensioni calcolate, rispettivamente una tensione di flessione  $\sigma_{Lw}$  (ottenuta tramite la formula di Lewis) e una dovuta al contatto hertziano  $\sigma_{Hz}$  (calcolata secondo le formule finali della teoria di Hertz), con una tensione ammissibile nel materiale ottenuta dividendo il carico di rottura (o snervamento) per un opportuno coefficiente di sicurezza.

Analogamente nel dimensionamento a fatica vengono confrontate una tensione calcolata a Flessione  $\sigma_F$  e una calcolata a *pitting*  $\sigma_H$  con delle tensioni ammissibili, rispettivamente  $\sigma_{FP}$  e  $\sigma_{HP}$ , ottenute moltiplicando il limite di fatica del materiale (a flessione e a *pitting*) per una opportuna serie di coefficienti.

Nel caso del dimensionamento statico le tensioni massime calcolate  $\sigma_{Lw}$  e  $\sigma_{Hz}$  sono ottenute considerando le forze massime scambiate dall'ingranaggio, quelle cioè che possono produrre rottura nel dente.

Nel caso del dimensionamento a fatica, invece, le forze considerate nel calcolo delle  $\sigma_F$  e  $\sigma_H$  sono, in generale, forze medie di funzionamento oppure, nel caso in cui sia disponibile un istogramma (o una cumulata) del carico, possono essere delle forze equivalenti calcolate secondo una qualunque ipotesi di danno cumulativo.

## 2.2.1 – Verifica al contatto secondo la teoria di Hertz (Statica)

Attraverso la verifica statica secondo il contatto hertziano tra i denti delle due ruote, durante la fase di ingranamento le tensioni che si hanno tra una coppia di denti in presa devono essere minori della tensione ammissibile del materiale da cui sono composte.

Se infatti la tensione che si scarica sui denti risulta essere maggiore rispetto a quella massima, si rischia di incorrere o in fratture del dente o in deterioramenti superficiali. La pressione del dente risulta molto elevata in quanto applicata su una superficie limitata.

Per i calcoli è necessario ricavare la  $\sigma_H$  e verificare che sia inferiore alla  $\sigma_{Hlim}$  del materiale; per cui si parte dall'equazione generale:

$$\sigma_H = 0.418 \cdot \sqrt{\frac{P \cdot E \cdot \rho}{b}} \quad (2.12)$$

Dove:

- $P$  è la forza che preme sulla coppia di denti considerati
- $E$  è il modulo elastico del materiale
- $\rho$  è la curvatura di ogni singola superficie di contatto
- $b$  è la larghezza di fascia della ruota, che in questo calcolo viene considerata la larghezza di fascia delle ruote elicoidali poste in origine.

$$P = \frac{F_t}{\cos \alpha} \quad (2.13)$$

$$\rho = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot \frac{1}{\sin \alpha} \quad (2.14)$$

Di seguito, i dati ottenuti in figura 48:

Verifica larghezza di fascia (Hertz)		
P	14344,8	N
E	210000	Mpa
$\rho$	0,12	mm <sup>-1</sup>
b	25,6	mm
$\sigma_H$	1541,4	MPa
$\sigma_{Hlim}$	1500	MPa

Figura 48 -Tabella dati verifica larghezza fascia secondo la teoria di Hertz

Dai calcoli si può notare come la tensione calcolata sia maggiore della tensione limite, per cui si ricava un nuovo valore minimo di larghezza di fascia, in modo tale da rimanere in sicurezza, ottenendolo dalla tensione limite:

$$b = \frac{0,418^2 \cdot \rho \cdot E \cdot P}{\sigma_H^2} \quad (2.15)$$

### 2.2.2 – Verifica a flessione secondo la teoria di Lewis (Statica)

Nel calcolo a flessione secondo il metodo di Lewis, il dente è considerato come una mensola incastrata nella corona, sollecitata da una forza compressiva che le ruote si trasmettono, pensata applicata in punta del dente stesso.

Nella verifica è considerata la situazione più sfavorevole, quella cioè nella quale all'interno del segmento dei contatti è presente una sola coppia di denti in presa.

Un altro punto da considerare è su quale sezione del dente è applicata la tensione massima  $\sigma_{max}$ . Se il dente fosse a sezione costante, il massimo della tensione si avrebbe nella sezione di incastro (come avviene nelle travi a mensola).

In generale, invece, per la teoria di Lewis, il massimo si ha nella sezione dato da una parabola di uniforme resistenza, avente per asse l'asse del dente e origine nel punto H (figura 49).

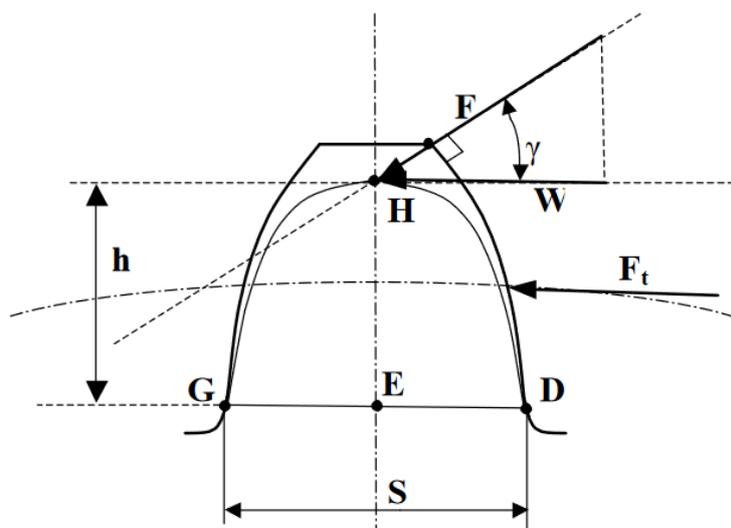


Figura 49 - Punto di massima sollecitazione per la teoria di Lewis

La sezione del dente più sollecitata è definita dal fattore di forma (secondo Lewis)  $y_{LW}$ , che è funzione dell'angolo di pressione  $\alpha$  e del proporzionamento del dente; tale fattore e il suo reciproco  $1/y_{LW}$  è tabulato (tabella 50) in funzione del numero di denti  $z$  della ruota.

<b>Z, Z<sub>v</sub></b>	<b><math>\alpha_n=20^\circ</math></b>			<b>Z, Z<sub>v</sub></b>	<b><math>\alpha_n=20^\circ</math></b>		
	<b>1/y<sub>LW</sub></b>	<b>y<sub>LW</sub></b>	<b>k</b>		<b>1/y<sub>LW</sub></b>	<b>y<sub>LW</sub></b>	<b>k</b>
12	0,245	4,08	0,88	28	0,352	2,84	0,588
13	0,261	3,83	0,839	30	0,358	2,79	0,571
14	0,276	3,62	0,803	34	0,371	2,70	0,541
15	0,289	3,46	0,773	38	0,383	2,61	0,516
16	0,295	3,39	0,751	43	0,396	2,53	0,49
17	0,302	3,31	0,73	50	0,408	2,45	0,451
18	0,308	3,25	0,712	60	0,421	2,38	0,43
19	0,314	3,18	0,695	75	0,434	2,30	0,395
20	0,32	3,13	0,679	100	0,446	2,24	0,355
21	0,327	3,06	0,663	150	0,459	2,18	0,307
22	0,33	3,03	0,651	300	0,471	2,12	0,242
24	0,336	2,98	0,629	$\infty$	0,484	2,07	
25	0,346	2,89	0,606				

Figura 50 – Tabella di definizione del modulo di Lewis

In base a queste considerazioni, la tensione massima calcolata secondo il metodo semplificato di Lewis è data dalla relazione seguente:

$$\sigma_{LW} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot y_{LW} \quad (2.16)$$

Mentre per il calcolo della tensione ammissibile,  $\sigma_{amm}$ , si divide il coefficiente di snervamento  $R_{p02}$  per un opportuno coefficiente di sicurezza:

$$\sigma_{LW\ amm} = \frac{R_{p02}}{CS} \quad (2.17)$$

In base alle relazioni scritte, si ottengono i seguenti risultati tabellati (figura 51):

Verifica Lewis		
$F_t$	13480,5	N
$b$	35	mm
$m_n$	3	mm
$\gamma_{LW}$	2,51	-
$\sigma_{LW}$	322,25	MPa
$R_{p\ 0,2}$	2000	MPa
CS	2	-
$\sigma_{amm}$	1000	MPa

Figura 51 - Tabella dati verifica secondo Lewis

Dai dati ottenuti, si riscontra che la  $\sigma_{LW}$  sia minore di quella ammissibile, per cui la verifica a flessione secondo Lewis è rispettata.

### 2.2.3 – Verifica alla flessione a fatica secondo la normativa ISO 6336

Per quanto riguarda il calcolo a fatica per flessione delle ruote di ingranaggi la normativa fa riferimento alla condizione di resistenza a rottura del dente tramite la relazione:

$$\sigma_F \leq \sigma_{FP} \quad (2.18)$$

Il valore limite delle sollecitazioni alla radice del dente dovrebbe preferibilmente essere derivato da test sui materiali utilizzando ingranaggi come pezzi di prova, poiché in questo modo gli effetti della geometria del pezzo di prova, come l'effetto del filetto alle radici dei denti, sono inclusi nei risultati.

I metodi di calcolo forniti costituiscono mezzi empirici per confrontare le sollecitazioni in ingranaggi di diverse dimensioni con i risultati sperimentali.

Più gli ingranaggi di prova e le condizioni di prova sono simili agli ingranaggi di servizio e alle condizioni di servizio, minore sarà l'influenza di imprecisioni nella formulazione delle espressioni di calcolo.

Partendo dalla (2.17) la  $\sigma_F$  è la tensione equivalente al piede del dente nel punto più sollecitato (tensione effettiva) espressa nel modo seguente:

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \cdot (K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}) \quad (2.19)$$

ed è una tensione calcolata, che dipende dalla tensione nominale alla base dente  $\sigma_{F0}$ , cioè lo stress principale locale massimo prodotto alla radice del dente quando una coppia di ingranaggi priva di errori viene caricata dalla coppia nominale statica e senza alcuna sollecitazione preliminare (come il montaggio a caldo) moltiplicata da una serie di fattori relativi al funzionamento.

A sua volta questa tensione è espressa:

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \cdot Y_B \cdot Y_{DT} \quad (2.20)$$

Dipendente dalla forza tangenziale agente sul dente, dalla larghezza di fascia e dal modulo normale, tutto moltiplicato ad una serie di fattori relativi all'ingranaggio.

La tensione  $\sigma_{FP}$  è detta tensione ammissibile, ma è calcolata in modo completamente diverso dalla tensione ammissibile del calcolo statico. Essa infatti vale:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{Fmin}} \cdot Y_{\delta relT} \cdot Y_{RrelT} \cdot Y_X \quad (2.21)$$

ed è funzione della tensione limite di fatica del materiale  $\sigma_{Flim}$ , del fattore di sicurezza minimo alla flessione  $S_{Fmin}$  e di una serie di coefficienti (parametri relativi alla fatica) che correggono il limite di fatica del materiale.

Nel caso in questione, si sta analizzando una ruota a denti diritti, per questo motivo, il calcolo di alcuni parametri, sarà molto approssimativo, in quanto, molti di questi hanno sono direttamente collegati all'angolo dell'elica, tipica di una ruota a denti elicoidali.

Per le abbreviazioni e le classificazioni utilizzate per i materiali che vengono utilizzati nella normativa ISO 6336 delle ruote dentate è necessario fare riferimento alla seguente tabella:

Material	Type	Abbreviation
Normalized low carbon steels / cast steels	Wrought normalized low carbon steels	St
	Cast steels	St (cast)
Cast iron materials	Black malleable cast iron (perlitic structure)	GTS (perl.)
	Nodular cast iron (perlitic, bainitic, ferritic structure)	GGG (perl., bai., ferr.)
	Grey cast iron	GG
Through-hardened wrought steels	Carbon steels, alloy steels	V
Through-hardened cast steels	Carbon steels, alloy steels	V(cast)
Case-hardened wrought steels		Eh
Flame or induction hardened wrought or cast steels		IF
Nitrided wrought steels / nitriding steels / through-hardening steels, nitrided	Nitriding steels	NT(nitr.)
	Through hardening steels	NV (nitr.)
Wrought steels, nitrocarburized	Through hardening steels	NV (nitrocar.)

Figura 52 - Nomenclatura acciai trattati

### 2.2.3.1 – Parametri relativi all'ingranaggio (ISO 6336)

I parametri relativi all'ingranaggio, ovvero i valori utili per il calcolo della tensione nominale agente sulla radice del dente, sono:

- $Y_F$ , fattore di forma del dente
- $Y_s$ , fattore di correzione della tensione
- $Y_B$ , fattore di spessore del dente
- $Y_\beta$ , fattore dell'angolo d'elica
- $Y_{DT}$ , fattore di profondità del dente

## Y<sub>F</sub> - fattore di forma del dente

Tiene conto della forma del dente e dell'influenza della tensione nominale agente sul punto di contatto della singola coppia di denti più sollecitato.

La sezione più sollecitata secondo la normativa è individuata da due rette inclinate di 30° rispetto all'asse di simmetria del dente (aventi origine nel punto di intersezione fra l'asse di simmetria e la retta dei contatti) e tangenti al profilo ad evolvente (mentre nel calcolo di Lewis si faceva riferimento al punto di tangenza con la parabola di uniforme resistenza).

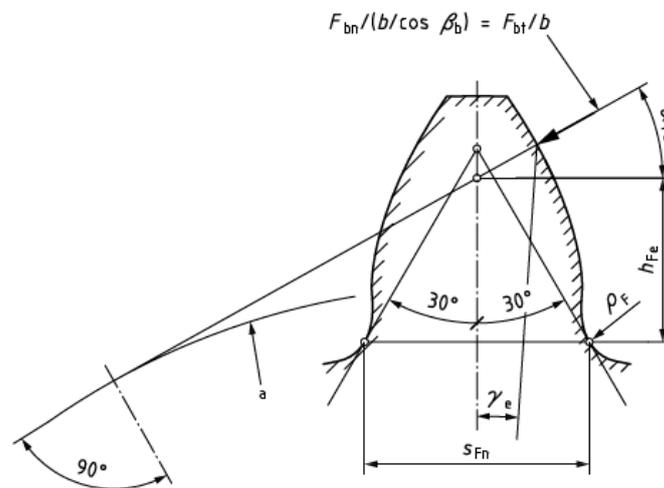


Figura 53 - Sezione più sollecitata secondo la normativa nel calcolo di Y<sub>F</sub>

Per calcolare Y<sub>F</sub> è necessario ricavare i seguenti fattori nella relazione seguente:

$$Y_F = \frac{6 \cdot h_{Fe} \cdot \cos \alpha_{Fen}}{\left(\frac{S_{Fn}}{m_n}\right)^2 \cdot \cos \alpha_n} \cdot f_{\epsilon} \quad (2.22)$$

Tutti calcolabili mediante la normativa, tra i quali, i principali:

$$\alpha_{Fen} = \tan \alpha_{en} - \text{inv} \alpha_n - \frac{0,5 \cdot \pi + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{z_n} \quad (2.23)$$

$$\frac{S_{Fn}}{m_n} = z_n \cdot \sin \left( \frac{\pi}{3} - \vartheta \right) + \sqrt{3} \cdot \left( \frac{G}{\cos \vartheta} - \frac{\rho_{fp}}{m_n} \right) \quad (2.24)$$

$$\frac{h_{Fe}}{m_n} = \frac{1}{2} \left[ (\cos \gamma_e - \sin \gamma_e \cdot \tan \alpha_{Fen}) \cdot \frac{d_{en}}{m_n} - z_n \cdot \cos \left( \frac{\pi}{3} - \theta \right) - \left( \frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fp}}{m_n} \right) \right] \quad (2.25)$$

Mentre per quanto riguarda il parametro  $f_\varepsilon$ , il suo valore dipende da determinate condizioni:

- Se  $\varepsilon_\beta = 0$  e  $\varepsilon_{\alpha n} < 2$

$$f_\varepsilon = 1$$

- Se  $\varepsilon_\beta = 0$  e  $\varepsilon_{\alpha n} \geq 2$

$$f_\varepsilon = 0,7$$

- Se  $0 < \varepsilon_\beta < 1$  e  $\varepsilon_{\alpha n} < 2$

$$f_\varepsilon = \left( 1 - \varepsilon_\beta + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_{\alpha n}} \right)^2$$

- Se  $0 < \varepsilon_\beta < 1$  e  $\varepsilon_{\alpha n} \geq 2$

$$f_\varepsilon = \left( \frac{1 - \varepsilon_\beta}{2} + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_{\alpha n}} \right)^{0,5}$$

- Se  $\varepsilon_\beta \geq 1$

$$f_\varepsilon = \varepsilon_{\alpha n}^{-0,5}$$

### Ys - fattore di correzione della tensione

Il fattore di correzione della tensione  $Y_s$  viene utilizzato per convertire la tensione nominale alla base del dente nella tensione locale alla applicata nello stesso punto. Questo fattore tiene conto:

- dell'effetto di amplificazione della tensione a causa del cambiamento di sezione al raggio di raccordo alla base del dente;
- dal fatto che il vero valore di tensione agente nella sezione critica della radice del dente rimane complessa, in quanto è costituita da due componenti, di cui una influenza direttamente il valore del momento flettente, mentre l'altra aumenta progressivamente man mano che ci si avvicina alla sezione critica in cui è applicato il carico.

Il valore di  $Y_s$  può essere calcolato nel seguente modo:

$$Y_s = (1,2 + 0,13 \cdot L) \cdot q_s^{\left[ \frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L}} \right]} \quad (2.26)$$

Dove:

$$L = \frac{S_{Fn}}{h_{Fe}} \quad (2.27)$$

$$q_s = \frac{S_{Fn}}{2\rho_F} \quad (2.28)$$

### $Y_\beta$ – Fattore dell'angolo di inclinazione dell'elica

Tiene conto dell'effetto dell'elicità del dente sulla tensione effettiva (assume valore unitario nel caso di ruote a denti dritti). Sulla normativa può essere ricavato sia tramite una relazione analitica (in funzione dell'angolo d'elica  $\beta$  e del coefficiente di ricoprimento  $\varepsilon_\beta$ ), sia tramite grafico.

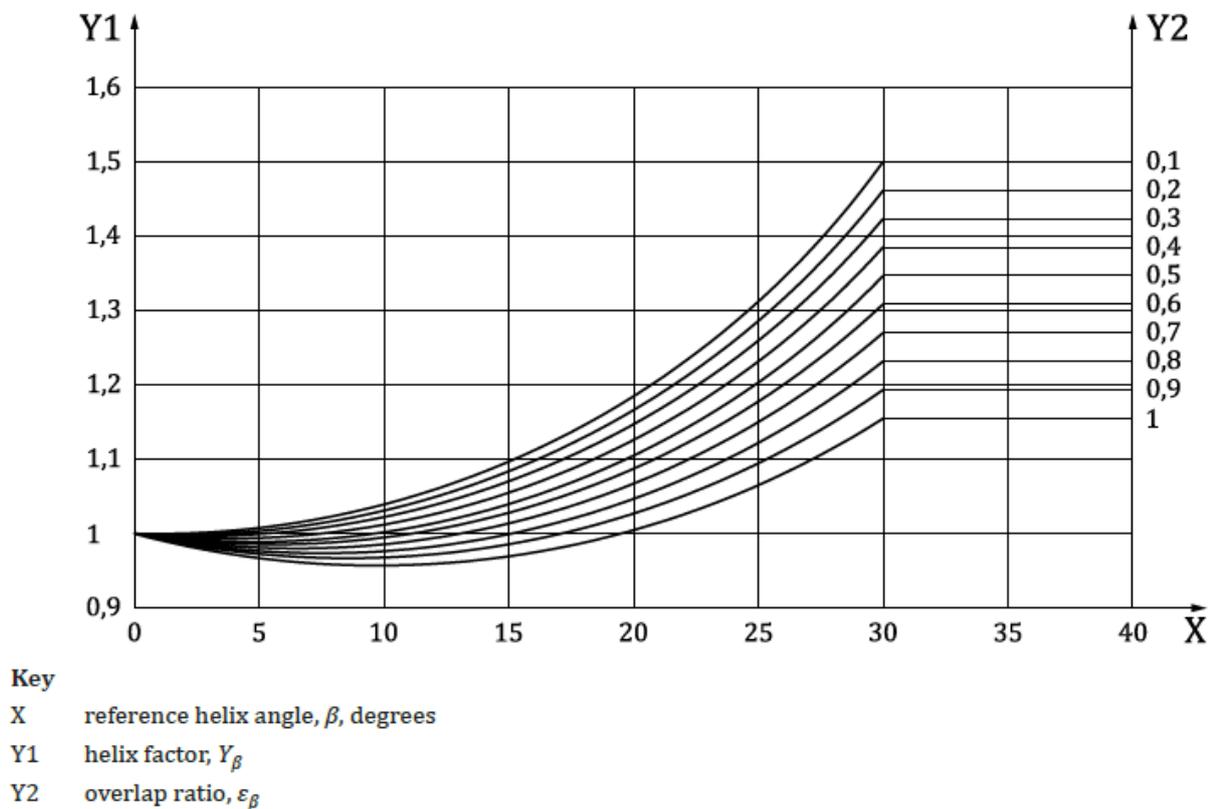


Figura 54 - Diagramma per l'ottenimento del fattore  $Y_\beta$

Per ricavarlo in forma analitica invece:

$$Y_{\beta} = \left(1 - \varepsilon_{\beta} \cdot \frac{\beta}{120^{\circ}}\right) \cdot \frac{1}{\cos^3 \beta} \quad (2.29)$$

### $Y_B$ – Fattore dello spessore del dente

Dove lo spessore del cerchio non è sufficiente per supportare pienamente la radice del dente, può succedere che a subire il cedimento per fatica da flessione sia il bordo dell'ingranaggio, piuttosto che la base raccordata della radice.

Il fattore  $Y_B$  è utilizzato per penalizzare le ruote, soprattutto con spessore piccolo, e quindi, più facilmente a rischio di rottura, quando non sono disponibili calcoli di tensione e compressione già testati.

Per ricavare  $Y_B$  si utilizzano i seguenti grafici, uno per le dentature esterne ed uno per quelle interne:

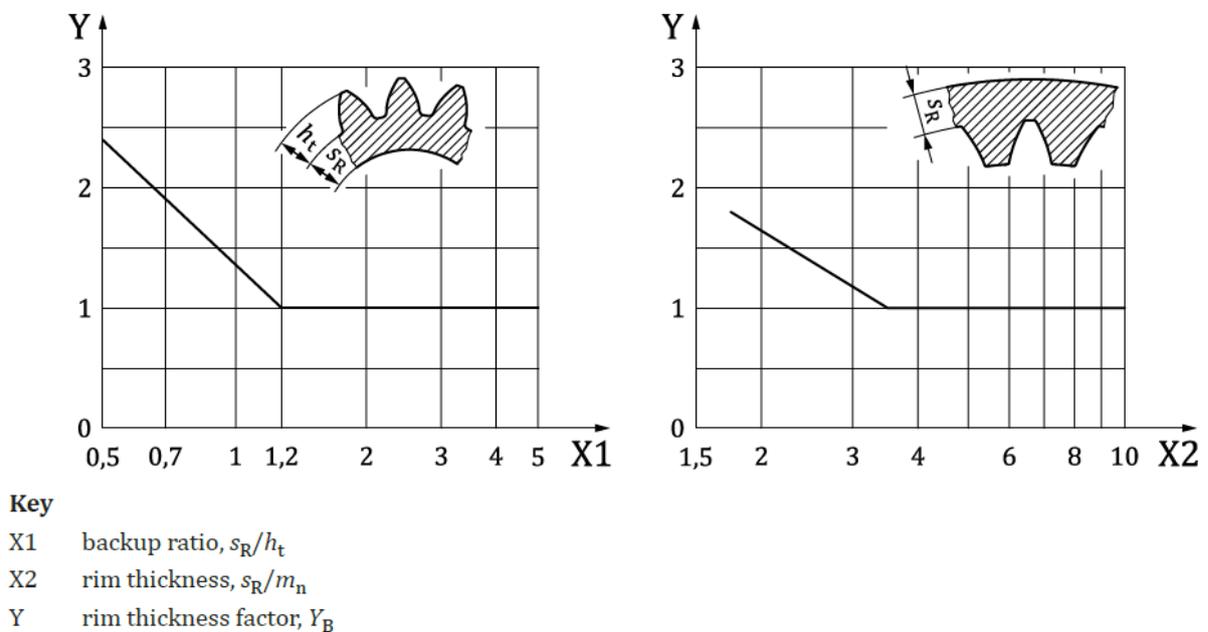
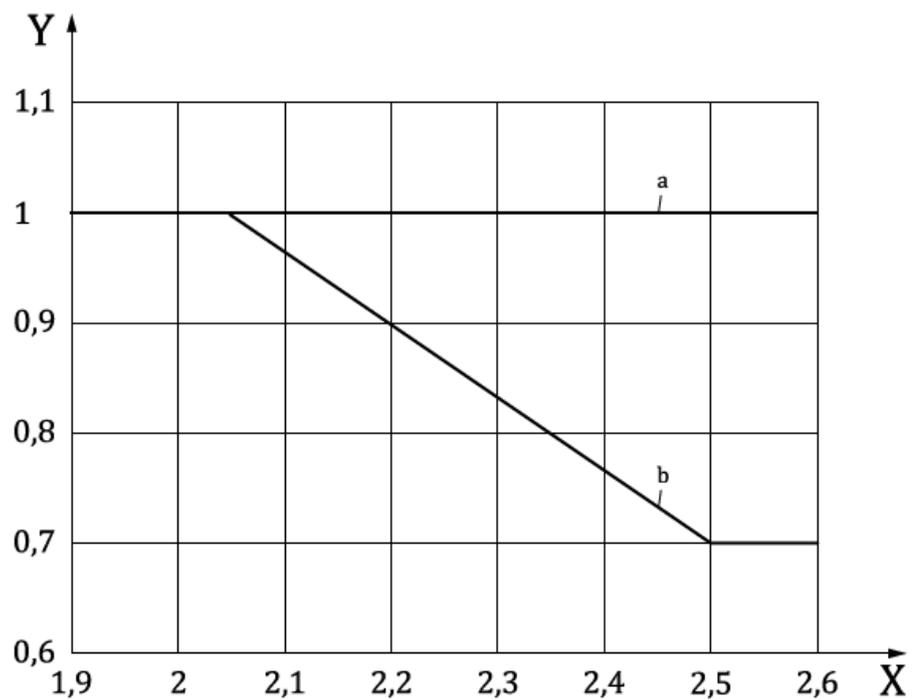


Figura 55 - Diagramma per l'ottenimento del fattore  $Y_B$

## $Y_{DT}$ – Fattore di prossimità del dente

Per le ruote con altro grado di precisione ed un rapporto di contatto ( $\epsilon_{\alpha n}$ ) compreso tra 2 e 2,5 e con la modifica del profilo effettivo applicata per ottenere una distribuzione del carico trapezoidale lungo il percorso di contatto, lo stress nominale della radice del dente,  $\sigma_{F0}$ , viene regolato dal fattore di profondità del dente.

Per ricavare il parametro è necessario utilizzare come riferimento il grado di precisione peggiore tra quello della coppia.



### Key

- X virtual contact ratio,  $\epsilon_{\alpha n}$
- Y deep tooth factor,  $Y_{DT}$
- a ISO Tolerance Class > 4.
- b ISO Tolerance Class  $\leq$  4.

Figura 56 - Diagramma per l'ottenimento del fattore  $Y_{DT}$

### 2.2.3.2 – Parametri relativi al funzionamento (ISO 6336)

I parametri relativi all'ingranaggio servono per calcolare il valore di tensione effettiva,  $\sigma_F$ , la tensione equivalente al piede del dente nel punto più sollecitato, sono:

- $K_A$ , fattore di applicazione del carico
- $K_V$ , fattore dinamico,
- $K_{H\alpha}$ , fattore di carico trasversale
- $K_{H\beta}$ , fattore di carico sulla faccia del dente

#### **$K_A$ – Fattore di applicazione del carico**

Il fattore  $K_A$  regola il carico tangenziale  $F_t$ , per compensare i carichi che vengono aggiunti a quelle già presenti, provenienti da fonti esterni. I carichi di quest'ultime solitamente dipendono da macchine motrici poste a monte del sistema che trasmettono i carichi in ingresso, in più, può influire la presenza delle masse e della rigidità del sistema, inclusi alberi e giunti utilizzati in tutto il sistema di trasmissione.

Nelle applicazioni marine, per esempio, e in tutte quelle coppie di ruote in cui è sono applicati coppie con valori di picco ciclico (vibrazioni torsionali) sono progettate per una durata infinita, in questi casi il fattore di applicazione può essere definito come il rapporto tra il picco ciclico coppie e la coppia nominale. Quest'ultima è definita dalla potenza nominale e dalla velocità di rotazione.

Se la ruota dentata è soggetta a un numero limitato di carichi noti in eccesso dell'ammontare del valore di picco della coppia ciclica, questa influenza può essere coperta direttamente dal valore medio della fatica cumulativa o dal valore medio di un fattore di applicazione aumentato. Il fattore di applicazione  $K_A$  dunque viene utilizzato per modificare la forza tangenziale  $F_t$ , in modo da tenere conto dei carichi addizionali ai carichi nominali che provengono da fonti esterne e agiscono sulle ruote dentate dell'ingranaggio.

Per ricavare questo parametro ci si basa su un incrocio di dati presenti in figura 57:

Working characteristic of driving machine	Working characteristic of driven machine			
	Uniform	Light shocks	Moderate shocks	Heavy shocks
Uniform	1,00	1,25	1,50	1,75
Light shocks	1,10	1,35	1,60	1,85
Moderate shocks	1,25	1,50	1,75	2,00
Heavy shocks	1,50	1,75	2,00	≥2,25

Figura 57 – Tabella per l'ottenimento il parametro  $K_A$

### $K_V$ – Fattore dinamico

Il fattore dinamico interno tiene conto degli effetti dell'accuratezza dei denti degli ingranaggi e delle modifiche in relazione alla velocità e al carico, perciò può essere influenzato da fattori quali, la progettazione e produzione.

Le ruote a elevato grado di accuratezza richiedono un minore declassamento rispetto alle ruote con un minore grado di accuratezza.

Per ricavare il valore di  $K_V$ , sono necessarie le seguenti espressioni:

$$K_V = 1 + \left( \frac{K_1}{K_A \cdot \frac{F_t}{b}} + K_2 \right) \cdot \frac{v \cdot z_1}{100} \cdot K_3 \cdot \sqrt{\frac{\tau^2}{1 + \tau^2}} \quad (2.30)$$

Dove i fattori  $K_1$  e  $K_2$ , possono essere ricavati nella seguente tabella, in relazione al grado di accuratezza:

	$K_1$ Tolerance class as specified in <a href="#">ISO 1328-1:2013</a>									$K_2$ All tolerance classes
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Spur gears	2,1	3,9	7,5	14,9	26,8	39,1	52,8	76,6	102,6	0,019 3
Helical gears	1,9	3,5	6,7	13,3	23,9	34,8	47,0	68,2	91,4	0,008 7
Consider the worst tolerance class between pinion and gear.										

Figura 58 - Tabella per l'ottenimento del parametro  $K_1$

Per quanto riguarda  $K_3$ , dipende dalla velocità tangenziale, infatti:

- Se  $\frac{v \cdot z_1}{100} \cdot \sqrt{\frac{\tau^2}{1 + \tau^2}} \leq 0.2$

$$K_3 = 2.0$$

- Se  $\frac{v \cdot z_1}{100} \cdot \sqrt{\frac{\tau^2}{1 + \tau^2}} \geq 0.2$

$$K_3 = -0,357 \cdot \frac{v \cdot z_1}{100} \cdot \sqrt{\frac{\tau^2}{1 + \tau^2}} + 2,071 \quad (2.31)$$

### **$K_{H\beta}$ , $K_{F\beta}$ – Fattore di carico sulla faccia del dente**

Tiene conto degli effetti della distribuzione non uniforme di carico sulle tensioni di contatto agenti sulla larghezza della faccia del dente della ruota dentata. Tale fattore viene definito come il rapporto tra la massima intensità di carico (carico locale per unità di incremento di lunghezza della larghezza di fascia) e il carico medio, ovvero  $\frac{F_m}{b}$ .

L'espressione utile al calcolo di  $K_{H\beta}$  è:

$$K_{H\beta} = \frac{\frac{F_t}{b}}{\frac{F_m}{b}} = \frac{\frac{F_t}{b}}{\frac{F_t \cdot K_A \cdot K_V}{b}} \quad (2.32)$$

### **$K_{H\alpha}$ , $K_{F\alpha}$ – Fattore di carico trasversale**

Il fattore di carico trasversale  $K_{H\alpha}$  ( $K_{F\alpha}$ ) tiene conto degli effetti sulla tensione superficiale della distribuzione di carico trasversale non uniforme tra diverse coppie di denti che ingranano contemporaneamente e consequenzialmente. Il fattore di carico trasversale viene definito come il rapporto tra il carico massimo sul dente che avviene durante l'ingranamento della coppia di ruote dentate vicino e il corrispondente carico massimo agente sul dente in corrispondenza di una coppia di ruote dentate simile a quella realmente ingranante ma esente da inesattezze. I principali parametri influenti sono:

- Deflessioni sotto carico
- Modifiche del profilo del dente
- Accuratezza di fabbricazione del dente
- Effetti di rodaggio

Il parametro  $K_{H\alpha}$  può essere calcolato in base a:

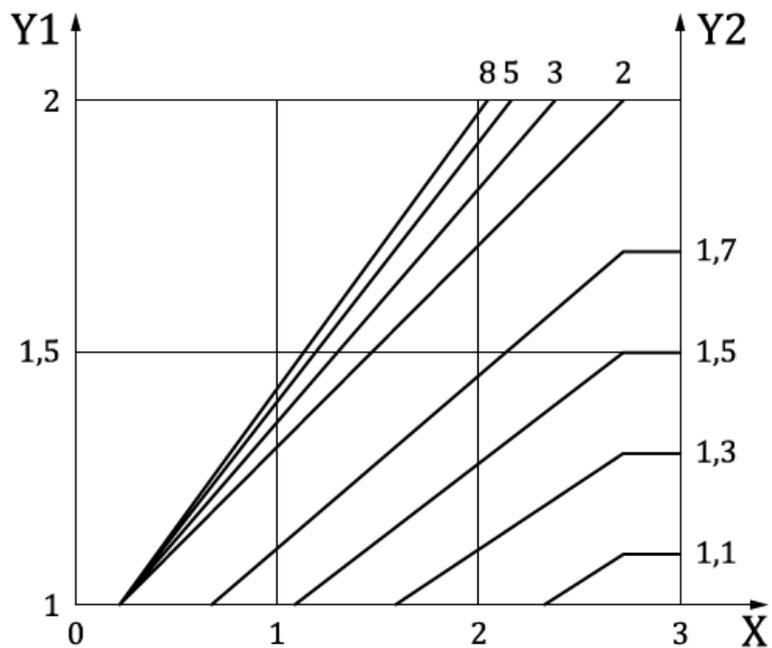
- $\varepsilon_\gamma \leq 2$

$$K_{H\alpha} = \frac{\varepsilon_\gamma}{2} \cdot \left( 0,9 + 0,4 \cdot \frac{c_{\gamma\alpha} \cdot (f_{pb} - y_\alpha)}{\frac{F_{tH}}{b}} \right) \quad (2.33)$$

- $\varepsilon_\gamma > 2$

$$K_{H\alpha} = 0,9 + 0,4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (\varepsilon_\gamma - 1)}{\varepsilon_\gamma}} \cdot \frac{c_{\gamma\alpha} \cdot (f_{pb} - y_\alpha)}{\frac{F_{tH}}{b}} \quad (2.34)$$

Può anche essere ricavato mediante grafico:



Key

$$X \quad q_\alpha = \frac{c_{\gamma\alpha} (f_{pb} - y_\alpha)}{F_{tH} / b}$$

Y1  $K_{F\alpha}$   $K_{H\alpha}$

Y2  $\varepsilon_\gamma$

Figura 59 - Diagramma per l'ottenimento dei fattori  $K_{H\alpha}$ ,  $K_{F\alpha}$

### 2.2.3.3 – Parametri relativi alla fatica (ISO 6336)

Questi parametri sono fondamentali per calcolare la tensione ammissibile in quanto tengono conto delle riduzioni di quest'ultima per cause prettamente correlate alla fatica, in particolare:

- $Y_{NT}$ , fattore di durata
- $Y_{ST}$ , fattore di correzione della tensione
- $Y_{\delta_{relT}}$ , fattore relativo alla sensibilità all'intaglio
- $Y_{R_{relT}}$ , fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente
- $Y_X$ , fattore di dimensione
- $S_{Fmin}$ , fattore di sicurezza a flessione

#### **$Y_{ST}$ – Fattore di correzione della tensione**

Il fattore di correzione della tensione  $Y_{ST}$  è relativo alle dimensioni delle ruote dentate test di riferimento standard.

I valori delle tensioni limite alla base del dente per i materiali, in accordo alla ISO 6336-5, sono stati derivati dai risultati sulle ruote dentate test di riferimento standard che fanno riferimento al valore del fattore di correzione della tensione:

$$Y_{ST} = 2$$

#### **$Y_{NT}$ – Fattore di durata**

Il fattore di vita  $Y_{NT}$  tiene conto della maggiore tensione alla base del dente che può essere tollerabile per una vita limitata (numero di cicli di carico) comparata con la tensione ammissibile a  $3(10^6)$  cicli.

I principali fattori che possono influenzare sono:

- Materiale e trattamento termico;
- Numero di cicli di carico,  $N_L$ ;
- Criterio di cedimento;
- Regolarità richiesta durante le operazioni di funzionamento;
- Pulizia del materiale della ruota dentata;
- Duttilità e tenacità a frattura del materiale;

- Tensioni residue all'interno del materiale.

A livello grafico, può essere ricavato tramite la relazione tra il numero di cicli di carico e ed il trattamento termico con cui viene modificato l'acciaio:

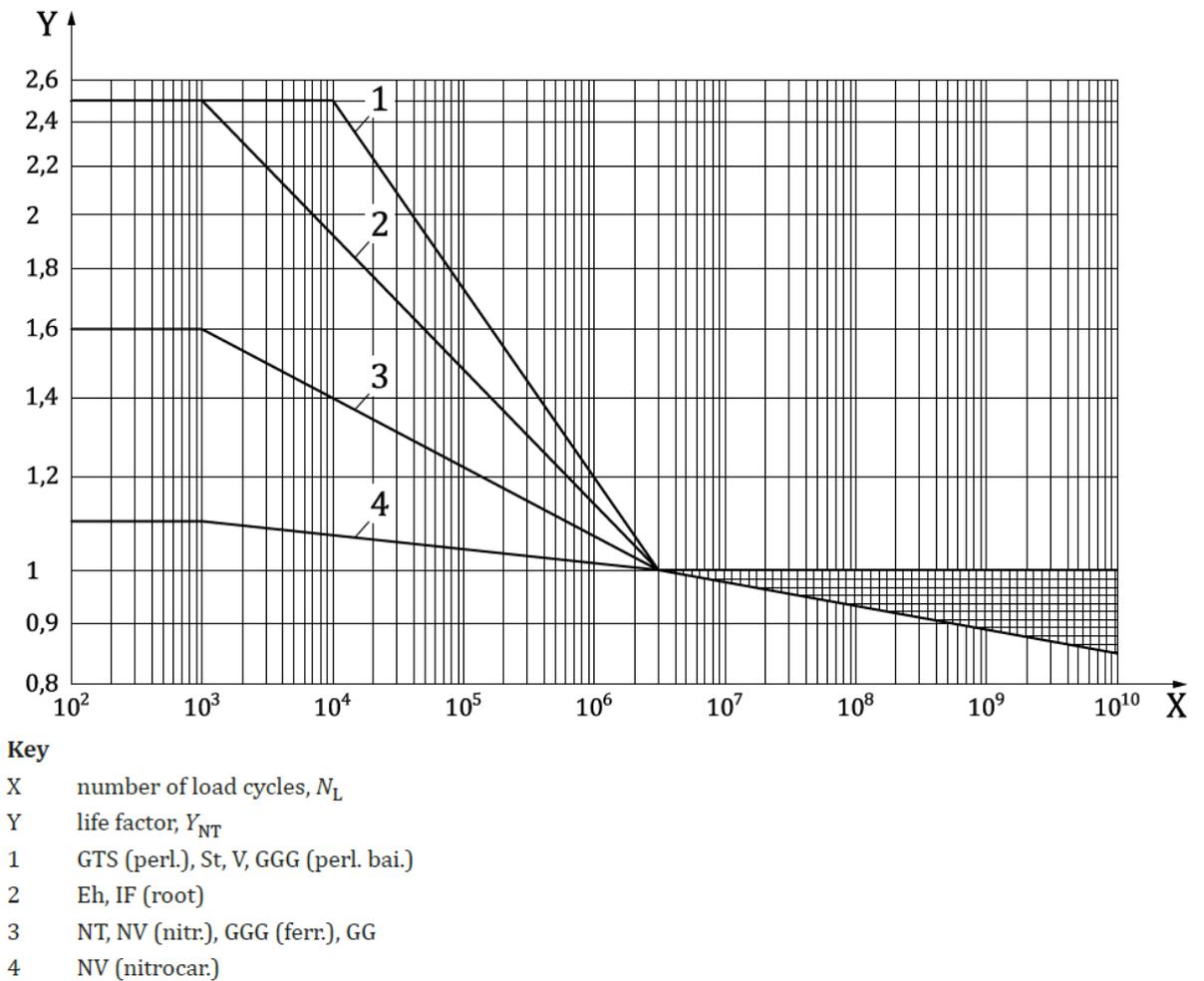


Figura 60 - Diagramma per l'ottenimento del fattore  $Y_{NT}$

Oppure può anche essere preso in modo indicativo dalla seguente tabella:

Material	Number of load cycles, $N_L$	Life factor, $Y_{NT}$
GG, GGG (ferr.), NT, NV (nitr.)	$N_L \leq 10^3$ , static	1,6
	$N_L = 3 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>a</sup>
NV (nitrocar.)	$N_L \leq 10^3$ , static	1,1
	$N_L = 3 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>a</sup>
GG, GGG (ferr.), NT, NV (nitr.)	$N_L \leq 10^3$ , static	1,6
	$N_L = 3 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>a</sup>
NV (nitrocar.)	$N_L \leq 10^3$ , static	1,1
	$N_L = 3 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>a</sup>

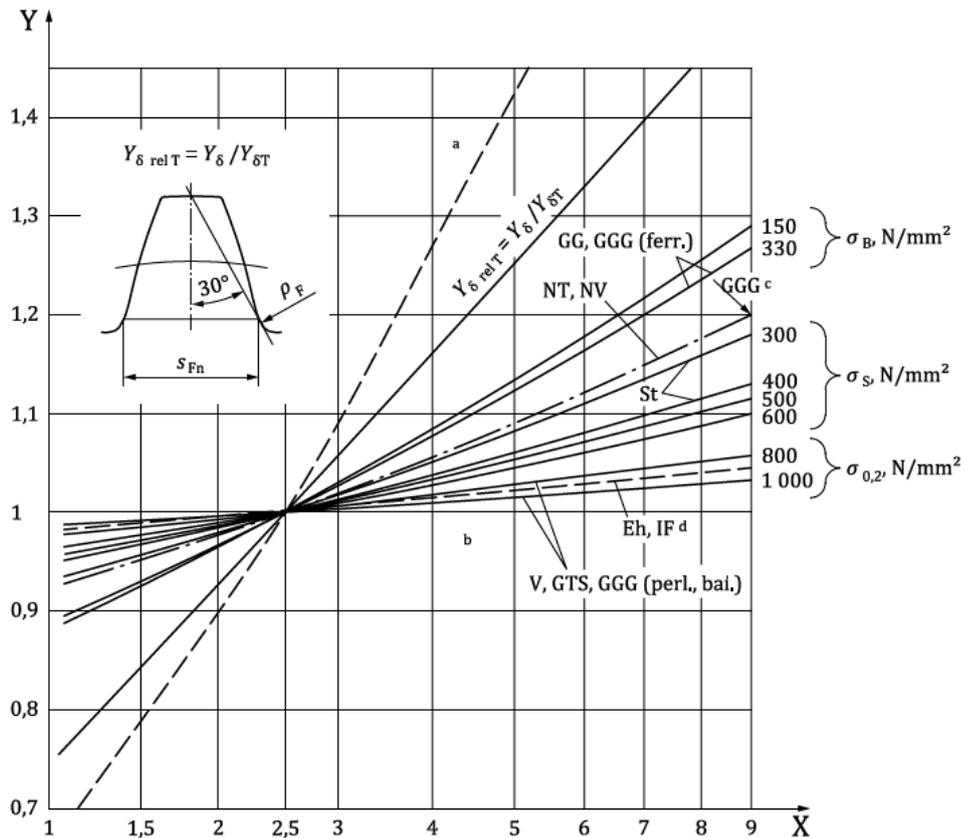
<sup>a</sup> The lower value of  $Y_{NT}$  may be used for critical service, where tooth root breakage shall be minimal. Values between 0,85 and 1,0 may be used for general purpose gearing. With optimum lubrication, material, manufacturing and experience 1,0 may be used.

Figura 61 - Tabella del fattore di durata

## $Y_{\delta rel T}$ – Fattore relativo alla sensibilità all’intaglio

È un fattore che dipende dal grado di precisione tecnologica della ruota dentata (è pari a uno per ruote “tecnologicamente perfette” prese come riferimento).

Può essere ricavato graficamente, in base al trattamento termico cui è posto l’acciaio:



- Key**
- X notch parameter,  $a_s = S_{Fn} / 2\rho_f$
  - Y relative notch sensitivity factor,  $Y_{\delta rel T}$ , for reference stress
  - a Fully insensitive to notches.
  - b Fully sensitive to notches.
  - c With increasingly pearlitic structure.
  - d (root).

Figura 62 - Diagramma per l'ottenimento del parametro  $Y_{\delta rel T}$

Se invece si preferisce ottenere un valore più preciso, è possibile calcolarlo mediante le seguenti formule:

$$Y_{\delta rel T} = \frac{Y_{\delta}}{Y_{\delta T}} = \frac{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi^*}}{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi_T^*}} \quad (2.35)$$

Dove lo spessore dello strato di scorrimento,  $\rho'$ , viene ricavato dalla tabella in figura 63:

Item	Material	$\rho'$ [mm] <sup>a</sup>
1	GG $\sigma_B = 150 \text{ N/mm}^2$	0,312 4
2	GG, GGG (ferr.); $\sigma_B = 300 \text{ N/mm}^2$	0,309 5
3	NT, NV; for all hardness	0,100 5
4	St; $\sigma_S = 300 \text{ N/mm}^2$	0,083 3
5	St; $\sigma_S = 400 \text{ N/mm}^2$	0,044 5
6	V, GTS, GGG (perl. bai.); $\sigma_S = 500 \text{ N/mm}^2$	0,028 1
7	V, GTS, GGG (perl. bai.); $\sigma_S = 600 \text{ N/mm}^2$	0,019 4
8	V, GTS, GGG (perl. bai.); $\sigma_{0,2} = 800 \text{ N/mm}^2$	0,006 4
9	V, GTS, GGG (perl. bai.); $\sigma_{0,2} = 1000 \text{ N/mm}^2$	0,001 4
10	Eh, IF (root); for all hardness	0,003 0

<sup>a</sup> For the same category of material the given values of  $\rho'$  can be interpolated for other values of  $\sigma_B$ ,  $\sigma_S$  or  $\sigma_{0,2}$ .

Figura 63 - Tabella dello strato di scorrimento

Mentre i gradienti di tensione vengono calcolati:

$$\chi^* = \chi_P^* \cdot (1 + 2q_s) \quad (2.36)$$

con  $\chi_P^* = \frac{1}{5}$

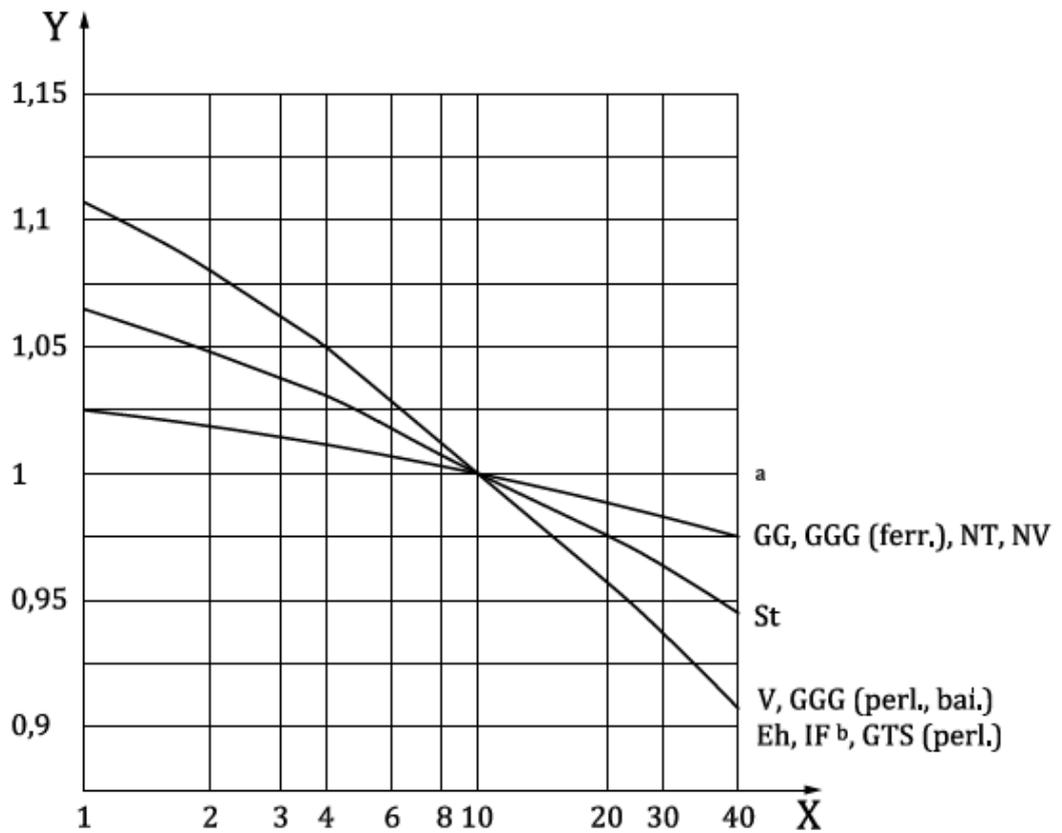
### **$Y_{RelT}$ – Fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente**

Il fattore superficiale  $Y_R$  tiene conto delle condizioni superficiali che si hanno alla base del dente e che influenzano la tensione alla base del dente.

I parametri dipendono dal materiale e dalla rugosità superficiale nei raccordi alla radice del dente. Questi fattori sono comparati a quelli di un pezzo piano e lucidato.

Il fattore superficiale relativo  $Y_{RelT}$  rappresenta la relazione tra il fattore superficiale  $Y_R$  della ruota dentata analizzata e il fattore superficiale  $Y_{RT}$  della ruota dentata test di riferimento standard.

Il valore di  $Y_{RelT}$  può essere ricavato graficamente:



**Key**

X roughness,  $R_z$ ,  $\mu\text{m}$

Y relative surface factor,  $Y_{RrelT}$

a For static stress and all materials.

b (root).

Figura 64 - Diagramma per l'ottenimento del parametro  $Y_{RrelT}$

Ma può essere anche calcolato:

- Nel caso in cui  $R_z < 1 \mu\text{m}$

per i materiali V, GGG (perl., bai.), Eh, IF e GTS (perl):

$$Y_{RrelT} = 1,12$$

Per i materiali St:

$$Y_{RrelT} = 1,07$$

Per i materiali GG, GGG (ferr.) e NT, NV:

$$Y_{RrelT} = 1,025$$

- Nel caso in cui invece  $1 \mu m \leq R_z \leq 40 \mu m$

per i materiali V, GGG (perl., bai.), Eh, IF e GTS (perl):

$$Y_{RrelT} = 1,674 - 0,529 \cdot (R_z + 1)^{0,1} \quad (2.37)$$

Per i materiali St:

$$Y_{RrelT} = 5,306 - 4,203 \cdot (R_z + 1)^{0,01} \quad (2.38)$$

Per i materiali GG, GGG (ferr.) e NT, NV:

$$Y_{RrelT} = 4,299 - 3,259 \cdot (R_z + 1)^{0,005} \quad (2.39)$$

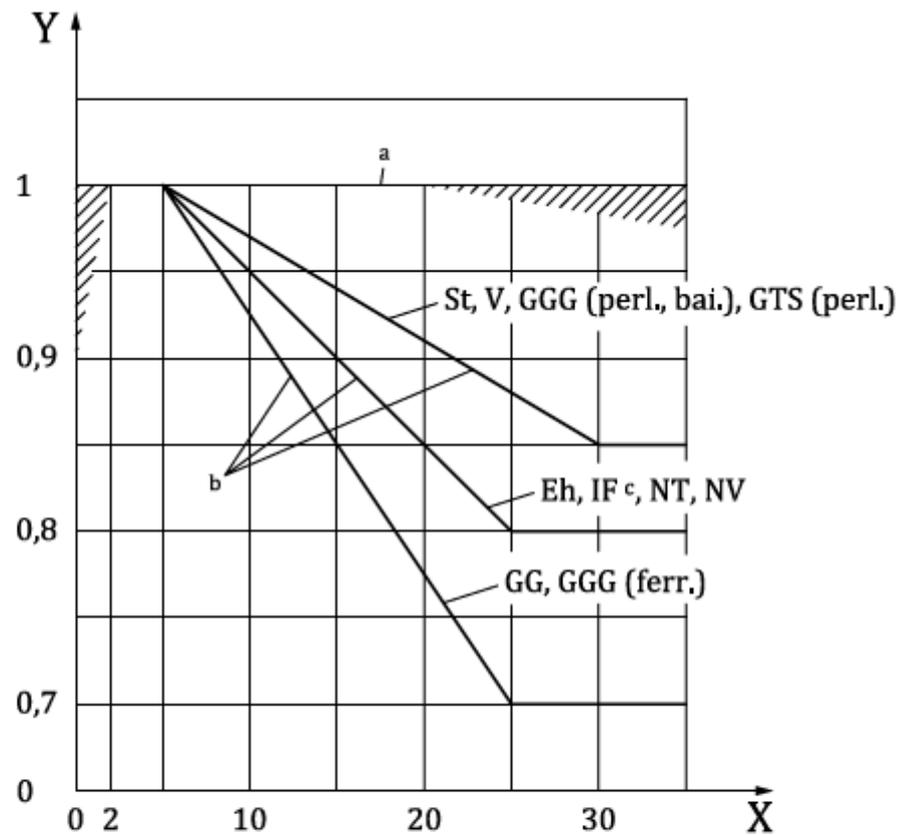
### **Y<sub>X</sub> – Fattore di dimensione**

Questo fattore tiene conto della dimensione sulla distribuzione probabile di punti deboli nella struttura del materiale, dei gradienti di tensione che in base alla resistenza del materiale decrescono all'aumentare delle dimensioni, della qualità del materiale determinata dall'estensione e dall'efficacia di forgiatura, della presenza di difetti, etc.

I principali fattori di influenza sono:

- Pulizia, chimica e processo di forgiatura;
- Profondità e uniformità di indurimento ottenuti con il trattamento termico;
- Modulo, nel caso di indurimento superficiale la profondità è relazionata con la dimensione del dente.

$Y_X$ , può essere ottenuto graficamente:



**Key**

X normal module,  $m_n$ , mm

Y size factor,  $Y_X$

a Static stress (all materials).

b Reference stress.

c (root).

Figura 65 - Diagramma per l'ottenimento del parametro  $Y_X$

Ed è tabulato nella seguente tabella:

Material		Normal module, $m_n$	Size factor, $Y_X$
St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.),	For $3 \times 10^6$ cycles	$m_n \leq 5$	$Y_X = 1,0$
		$5 < m_n < 30$	$Y_X = 1,03 - 0,006 m_n$
		$30 \leq m_n$	$Y_X = 0,85$
Eh, IF (root), NT, NV		$m_n \leq 5$	$Y_X = 1,0$
		$5 < m_n < 25$	$Y_X = 1,05 - 0,01 m_n$
		$25 \leq m_n$	$Y_X = 0,8$
GG, GGG (ferr.)		$m_n \leq 5$	$Y_X = 1,0$
		$5 < m_n < 25$	$Y_X = 1,075 - 0,015 m_n$
		$25 \leq m_n$	$Y_X = 0,7$
All materials for static stress		—	$Y_X = 1,0$

Figura 66 - Tabella del parametro  $Y_X$

### 2.2.4.1 – Risultati

In base al procedimento descritto fino a questo punto, di seguito vi sono i risultati tabellati per la verifica a flessione, secondo la normativa ISO-6336:

$F_t$	13480,5	N
$m_n$	3	mm
$b$	35,0	mm
$Y_F Y_S$	2,51	-
$Y_\beta$	1	-
$Y_B$	1	-
$Y_{DT}$	1	-
$\sigma_{F0}$	322,2	MPa

$Y_{ST}$	2	-
$Y_{NT}$	1	-
$Y_{\delta_{relT}}$	1,0	-
$Y_{R_{relT}}$	1,05	-
$Y_X$	1	-
$S_{Fmin}$	2	-
$\sigma_{FLim}$	1500	MPa
$\sigma_{FP}$	1561,1	MPa

$K_A$	1,35	-
$K_{F\alpha}$	0,75	-
$K_{F\beta}$	1,5	-
$K_V$	0,43	-
$\sigma_F$	197,3	MPa

Dai risultati, prendendo in considerazione una ruota con larghezza di fascia  $b = 35\text{mm}$  e costruita con dell'acciaio cementato, si ha che il valore di tensione equivalente al piede del dente nel punto più sollecitato (tensione effettiva) è minore della tensione ammissibile.

## **2.2.4 – Verifica a resistenza a pitting (fatica) secondo la normativa ISO 6336**

Durante l'ingranamento i denti in presa delle ruote dentate ingrananti si scambiano forze che agiscono su una superficie di contatto. Siccome si è in presenza di una superficie di contatto, si instaura una pressione di contatto e all'interno del materiale si genera uno stato tensionale di tipo Hertziano. Ai fini del corretto funzionamento dell'ingranaggio è importante che non si arrivi al cedimento del materiale che potrebbe causare l'asportazione di una porzione del materiale sulla superficie di contatto, creando dei piccoli solchi sui fianchi dei denti (fenomeno del *Pitting*), che possono portare alla rottura del dente.

È importante notare che il contatto Hertziano ha estrema importanza nel dimensionamento dell'ingranaggio in quanto spesso lo stato tensionale di contatto che si genera sulla superficie del dente è più gravoso dello stato tensionale a flessione che si ha in corrispondenza della radice del dente.

Le ipotesi fondamentali della teoria del contatto Hertziano sono le seguenti:

- Il materiale è considerato perfettamente elastico;
- Viene considerata una totale assenza delle forze di attrito;
- La dimensione della superficie di contatto è decisamente inferiore rispetto alle dimensioni dei corpi che entrano in contatto tra di loro.

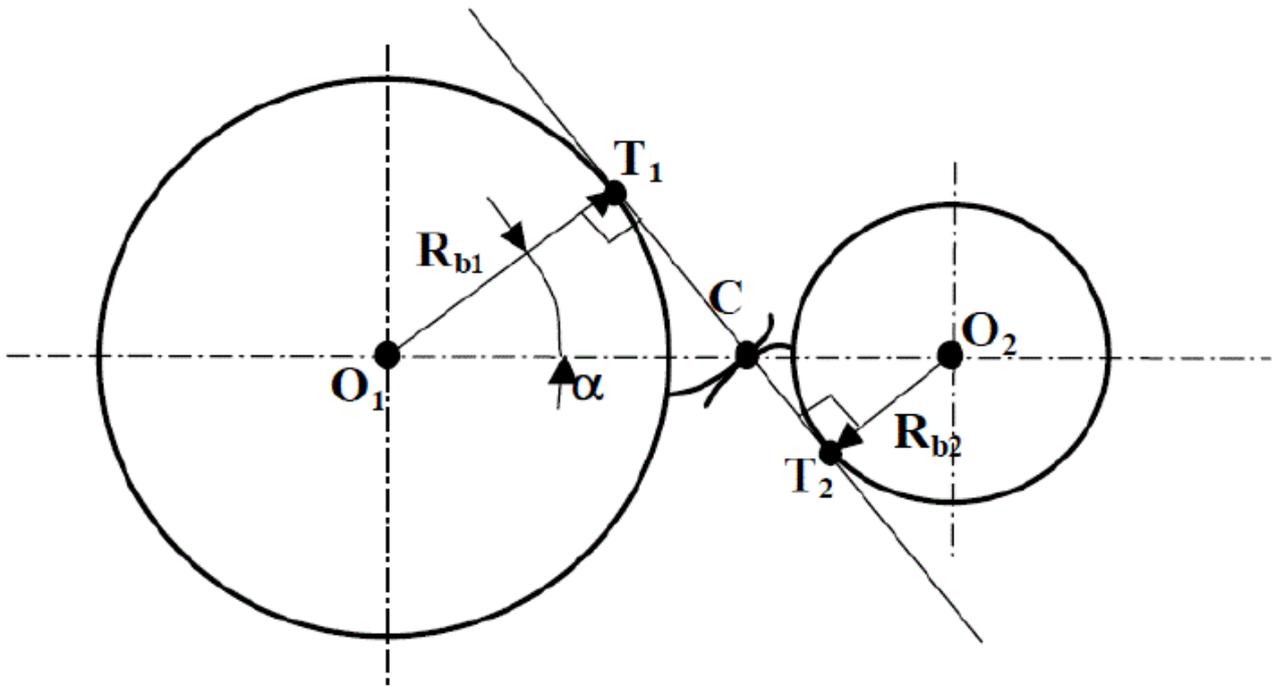


Figura 67 - Ipotesi del contatto Hertziano

Il contatto tra ruote dentate viene studiato attraverso la teoria di Hertz considerando le ruote ingrananti come due cilindri a contatto lungo una generatrice di lunghezza pari alla larghezza di fascia dell'ingranaggio  $b$ . Durante l'ingranamento il punto di contatto varia lungo il segmento dei contatti e le curvature delle ruote dentate cambiano a seconda della posizione del punto di contatto lungo il segmento dei contatti. Sperimentalmente è stato osservato che il punto maggiormente sollecitante è il punto di istantanea rotazione  $C$  dove si annulla la velocità relativa e di conseguenza è nulla la lubrificazione.

Lo stato tensionale dovuto al contatto tra le ruote dentate è tridimensionale e il punto dove agisce la massima tensione di contatto non si trova sulla superficie del dente ma all'interno del materiale ovvero leggermente al di sotto della superficie del dente.

Come per la verifica a flessione, anche in questo caso è necessario calcolare la pressione di contatto  $\sigma_H$ , la pressione di contatto ammissibile  $\sigma_{HP}$ , dove, dovrà essere confermata la seguente relazione:

$$\sigma_H \leq \sigma_{HP}$$

Per quanto riguarda pressione di contatto, essa viene ricavata secondo le seguenti espressioni:

$$\sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b} \cdot \frac{u+1}{u}} \quad (2.40)$$

$$\sigma_{H1} = Z_B \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_v \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \quad (2.41)$$

$$\sigma_{H2} = Z_D \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_v \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \quad (2.42)$$

Dove, la pressione di contatto nominale  $\sigma_{H0}$ , è funzione della forza tangenziale, il diametro primitivo, larghezza di fascia e il rapporto di trasmissione, il tutto moltiplicati per dei fattori relativi all'ingranaggio.

Le tensioni  $\sigma_{H1}$  e  $\sigma_{H2}$  sono riferite rispettivamente al pignone e alla ruota condotta.

Per il valore della pressione di contatto ammissibile, si utilizzano calcoli basati su ruote e materiali già testati e sottoposte a prove sperimentali, per cui l'espressione da utilizzare è:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT}}{S_{Hlim}} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X \quad (2.43)$$

Dove la pressione di contatto ammissibile è funzione della tensione limite del materiale e da alcuni coefficienti (parametri relativi al funzionamento).

### 2.2.4.1 – Parametri relativi all'ingranaggio (ISO 6336)

I parametri relativi all'ingranaggio tengono conto della geometria del dente sulla massima della pressione di contatto che si realizza nel materiale e sono:

- $Z_H$ , fattore di zona;
- $Z_E$ , fattore di elasticità del materiale
- $Z_\varepsilon$ , fattore del rapporto di condotta
- $Z_\beta$ , fattore dell'angolo elica

## Z<sub>H</sub> – Fattore di zona

È funzione degli angoli caratteristici delle ruote e tiene conto degli effetti della curvatura relativa dei fianchi dei denti nel punto primitivo di ingranamento.

Può essere ricavato graficamente:

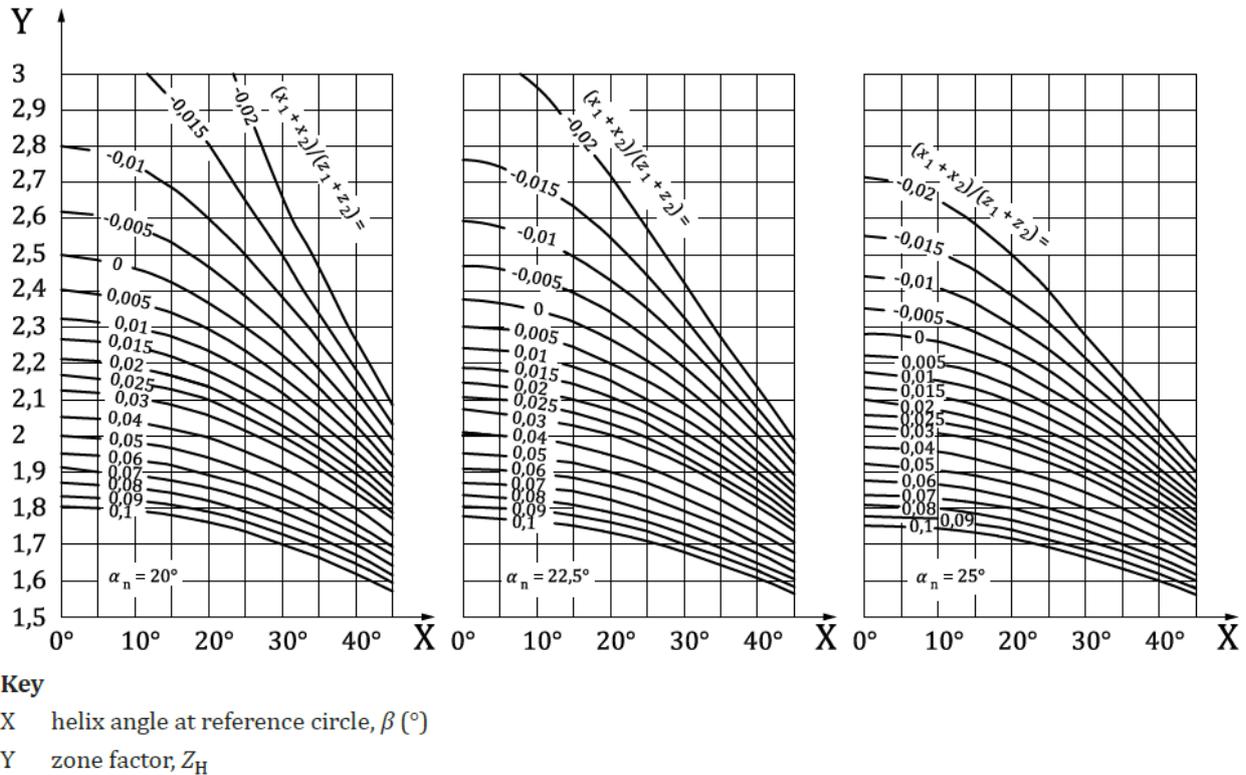


Figura 68 - Diagrammi per l'ottenimento del parametro  $Z_H$

Oppure, può essere calcolato:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \beta_b \cdot \cos \alpha_{wt}}{\cos^2 \alpha_t \cdot \sin \alpha_{wt}}} \quad (2.44)$$

## Z<sub>E</sub> – Fattore di elasticità del materiale

Dipende dalle caratteristiche elastiche del materiale, in particolare, dal modulo di elasticità, E, e dal rapporto di Poisson,  $\nu$ :

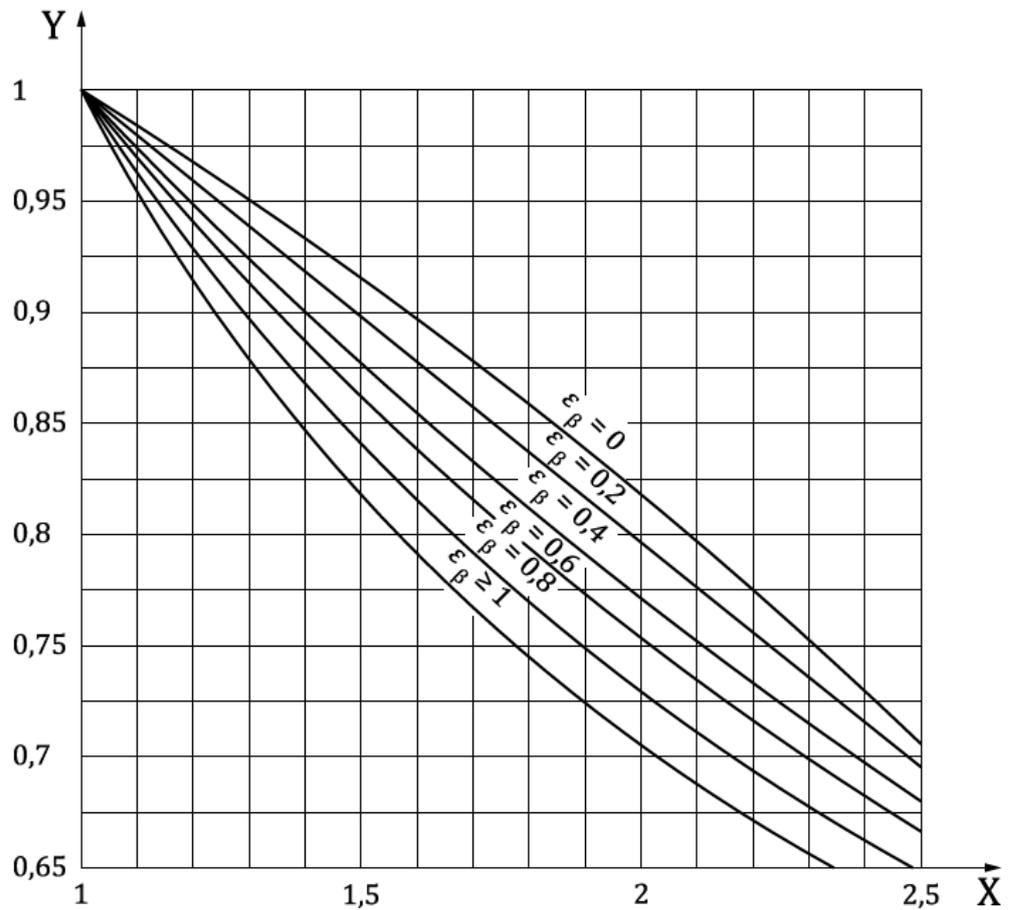
$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}} \quad (2.45)$$

Wheel 1			Wheel 2			$Z_E$ (N/mm <sup>2</sup> ) <sup>0,5</sup>
Material	Modulus of elasticity, $E$ N/mm <sup>2</sup>	Poisson's ratio, $\nu$	Material	Modulus of elasticity, $E$ N/mm <sup>2</sup>	Poisson's ratio, $\nu$	
St, V, Eh, IF, NT, NV	206 000	0,3	St, V, Eh, IF, NT, NV	206 000	0,3	189,8
			St(cast)	202 000		188,9
			GGG, GTS	173 000		181,4
			GG	126 000 to 118 000		165,4 to 162,0
St(cast)	202 000		St(cast)	202 000		188,0
			GGG, GTS	173 000		180,5
			GG	118 000		161,4
GGG, GTS	173 000		GGG, GTS	173 000		173,9
			GG	118 000		156,6
GG	126 000 to 118 000		GG	118 000		146,0 to 143,7

Figura 69 - Tabella dei moduli elastici e rapporto di Poisson degli acciai

### $Z_\epsilon$ – Fattore del rapporto di condotta

Il fattore di contatto  $Z_\epsilon$  tiene conto dell'influenza del contatto trasversale e del rapporto di sovrapposizione sulla capacità superficiale di carico delle ruote cilindriche. Il fattore di contatto  $Z_\epsilon$  viene fornito graficamente dalla Normativa ISO:



**Key**

- X transverse contact ratio,  $\varepsilon_\alpha$
- Y contact ratio factor,  $Z_\varepsilon$

Figura 70 - Diagramma per l'ottenimento del parametro  $Z_\varepsilon$

Oppure tramite calcolo, suddividendosi in due casi:

- Ruote a denti dritti

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} \quad (2.46)$$

- Ruote a denti elicoidali

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}\right) \cdot (1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}} \quad \text{per } \varepsilon_\beta < 1 \quad (2.47)$$

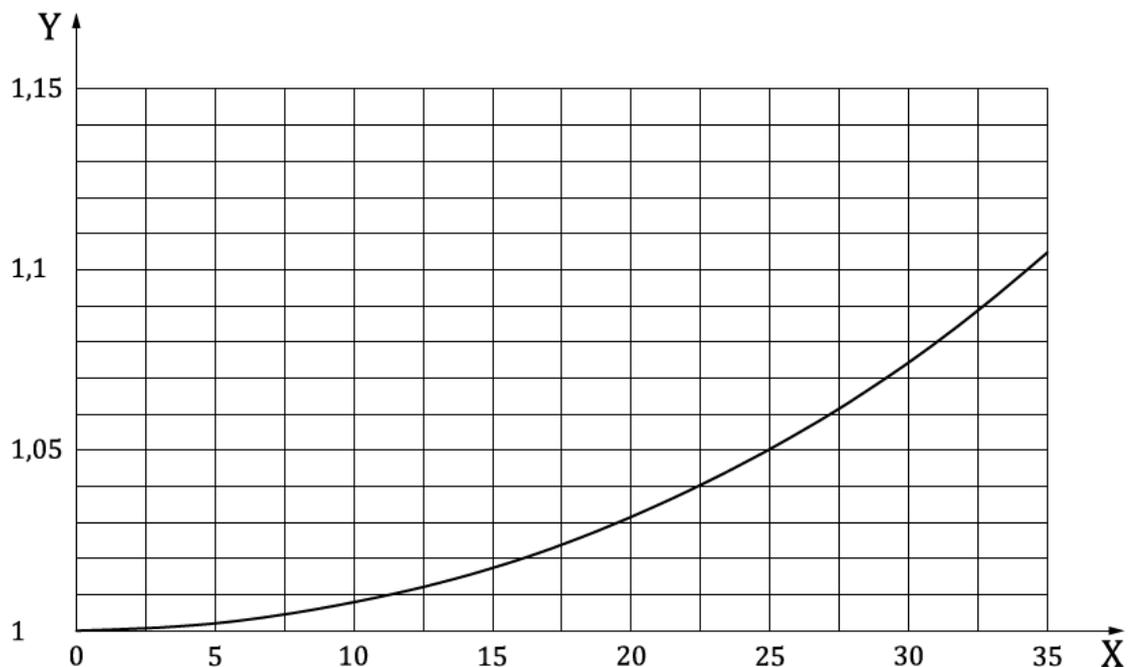
$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} \quad \text{per } \varepsilon_\beta < 1 \quad (2.48)$$

### $Z_\beta$ – Fattore dell'angolo d'elica

Tiene conto degli effetti dell'angolo d'elica sulla distribuzione del carico, si calcola secondo la seguente espressione:

$$Z_\beta = \sqrt{\frac{1}{\cos \beta}} \quad (2.49)$$

Oppure leggerlo graficamente:



**Key**

X helix angle at reference circle,  $\beta$  (°)

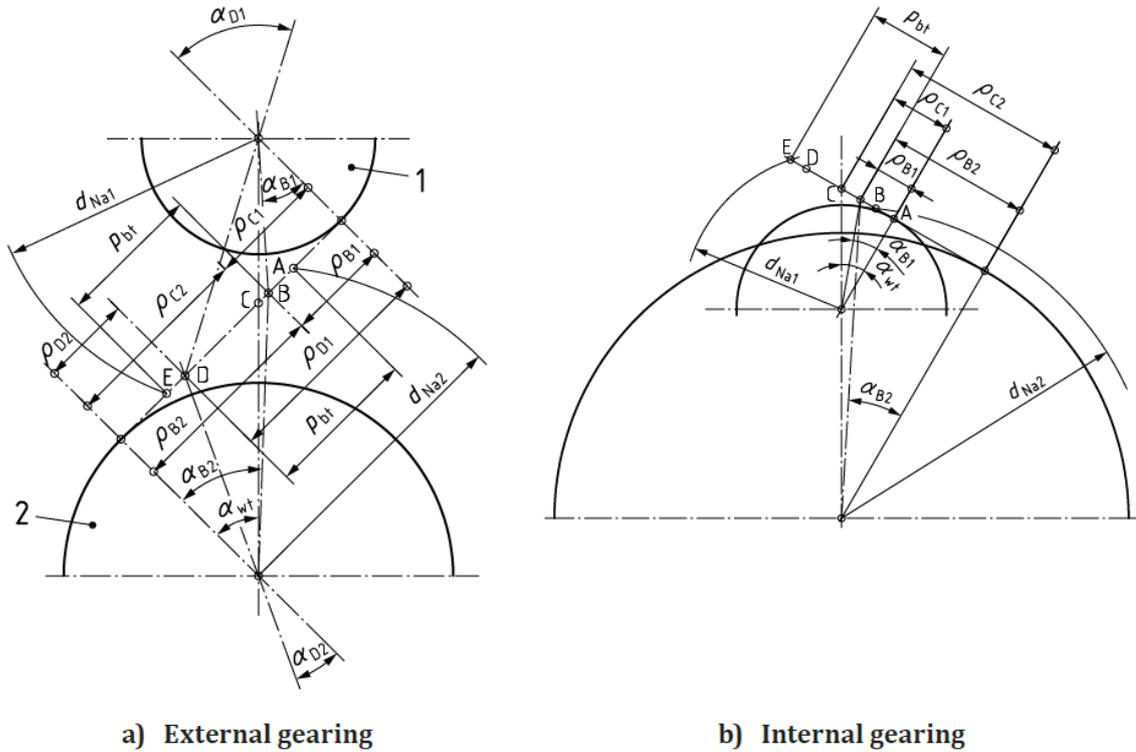
Y helix angle factor,  $Z_\beta$

Figura 71 - Diagramma per l'ottenimento del parametro  $Z_\beta$

### Fattori $Z_B$ e $Z_D$

I fattori di contatto della singola coppia di denti in presa  $Z_B$  e  $Z_D$  vengono utilizzati per trasformare la tensione di contatto in corrispondenza del diametro primitivo delle ruote dentate nella tensione di contatto agente nel punto interno B della singola coppia di denti in

contatto del pignone, oppure per trasformare la tensione di contatto in corrispondenza del diametro primitivo delle ruote dentate nella tensione di contatto agente nel punto interno D della singola coppia di denti in contatto della ruota condotta se  $Z_B < 1$  oppure  $Z_D > 1$ .



**Key**

- 1 pinion
- 2 wheel

Figura 72 - Caratteristiche geometriche per il calcolo dei fattori  $Z_B$  e  $Z_D$

$Z_B$  e  $Z_D$  vengono calcolati con le seguenti espressioni:

$$M_1 = \frac{\tan \alpha_{wt}}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{e1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - \frac{2\pi}{z_1}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{d_{e2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot \frac{2\pi}{z_2}\right)}} \quad (2.50)$$

$$M_2 = \frac{\tan \alpha_{wt}}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{e2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - \frac{2\pi}{z_2}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{d_{e1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot \frac{2\pi}{z_1}\right)}} \quad (2.51)$$

Per le ruote a denti diritti:

- Se  $M_1 \leq 1$ ,  $Z_B = 1$
- Se  $M_2 \leq 1$ ,  $Z_D = 1$
- Se  $M_1 > 1$ ,  $Z_B = M_1$
- Se  $M_2 > 1$ ,  $Z_D = M_2$

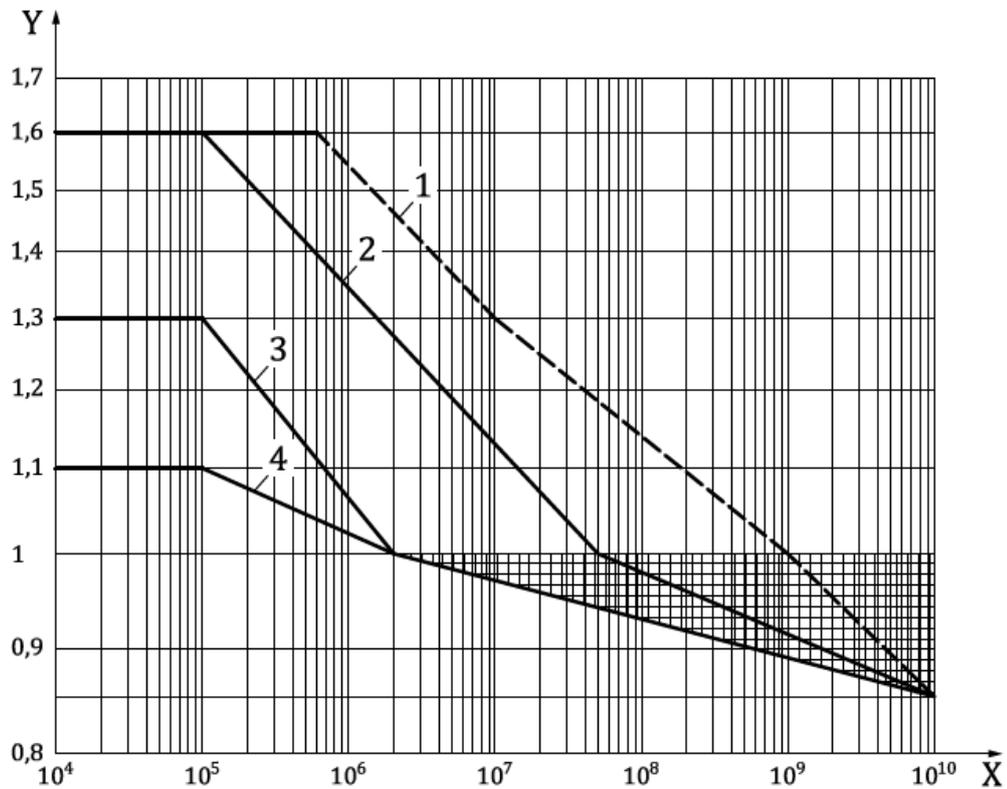
#### **2.2.4.2 – Parametri relativi alla fatica (ISO 6336)**

Sono i parametri che tengono conto delle riduzioni della pressione limite base di fatica di superficie per cause prettamente correlate alla fatica, in particolare:

- $Z_{NT}$ , fattore di durata
- $Z_L$ , fattore del lubrificante
- $Z_R$ , fattore di rugosità
- $Z_V$ , fattore di velocità
- $Z_W$ , fattore del rapporto tra durezza
- $Z_X$ , fattore di dimensione
- $S_{Hmin}$ , fattore di sicurezza *pitting*

## $Z_{NT}$ – Fattore di durata

Il fattore di durata tiene conto di una maggiore tensione di contatto, inclusa la tensione di contatto statica, che può essere tollerabile per una vita limitata in termini di cicli di carico.



### Key

X number of load cycles,  $N_L$

Y life factor,  $Z_{NT}$

1 St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF, when limited pitting according to [Clause 4](#) is permitted

2 St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF, when no pitting according to [Clause 4](#) is permissible

3 GG, GGG (ferr.), NT (nitr.), NV (nitr.)

4 NV (nitrocar.)

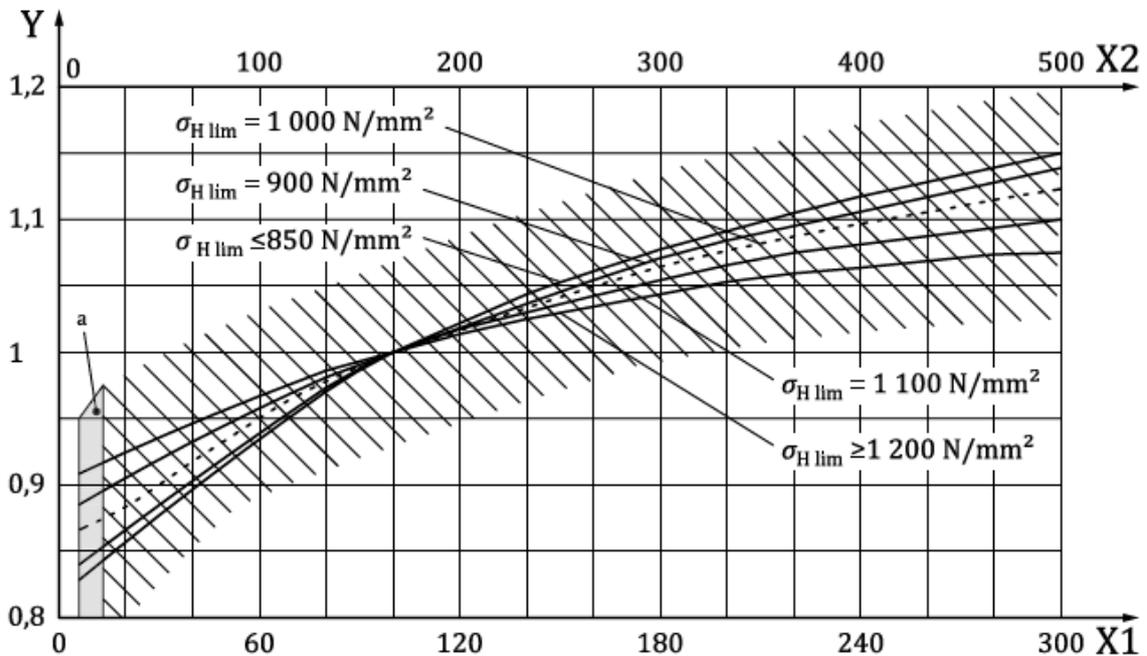
Figura 73 - Diagramma per l'ottenimento del numero di cicli  $N_L$

Material	Number of load cycles	Life factor, $Z_{NT}$
St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF; only when limited pitting according to <a href="#">Clause 4</a> is permissible	$N_L \leq 6 \times 10^5$ , static	1,6
	$N_L = 10^7$	1,3
	$N_L = 10^9$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>a</sup>
St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF	$N_L \leq 10^5$ , static	1,6
	$N_L = 5 \times 10^7$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>a</sup>
GG, GGG (ferr.), NT (nitr.), NV (nitr.)	$N_L \leq 10^5$ , static	1,3
	$N_L = 2 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>a</sup>
NV (nitrocar.)	$N_L \leq 10^5$ , static	1,1
	$N_L = 2 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>a</sup>
<sup>a</sup> The lower value of $Z_{NT}$ may be used for critical service. Values between 0,85 and 1,0 may be used for general purpose gearing. With optimum lubrication, material, manufacturing and experience 1,0 may be used.		

Figura 74 - Tabella per l'ottenimento di  $Z_{NT}$  in base al numero di cicli

## Z<sub>L</sub> – Fattore di lubrificazione

È funzione della viscosità cinematica del lubrificante a temperatura standard (40°C e 50°C) e della tensione  $\sigma_{Hlim}$ . La normativa riporta le espressioni analitiche per il calcolo e un diagramma che esprime l'andamento di Z<sub>L</sub> in funzione della viscosità.



### Key

X1 nominal kinematic viscosity at 50 °C,  $\nu_{50}$  mm<sup>2</sup>/s

X2 nominal kinematic viscosity at 40 °C,  $\nu_{40}$  mm<sup>2</sup>/s

Y lubricant factor, Z<sub>L</sub>

<sup>a</sup> These values have not been validated by test results. If these values are used for calculation, the results should be confirmed by experience.

Figura 75 - Diagramma per l'ottenimento del parametro Z<sub>L</sub>

La determinazione per via analitica vede:

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4 \cdot (1,0 - C_{ZL})}{\left(1,2 + \frac{80}{\nu_{50}}\right)^2} = C_{ZL} + \frac{4 \cdot (1,0 - C_{ZL})}{\left(1,2 + \frac{134}{\nu_{40}}\right)^2} \quad (2.52)$$

Il valore di  $C_{ZL}$  assume un valore in base alla tensione limite del materiale:

- $850 \frac{N}{mm^2} \leq \sigma_{Hlim} \leq 1200 \frac{N}{mm^2}$

$$C_{ZL} = \frac{\sigma_{Hlim}}{437,5} + 0,6357$$

- $\sigma_{Hlim} < 850 \frac{N}{mm^2}$

$$C_{ZL} = 0,83$$

- $\sigma_{Hlim} > 1200 \frac{N}{mm^2}$

$$C_{ZL} = 0,91$$

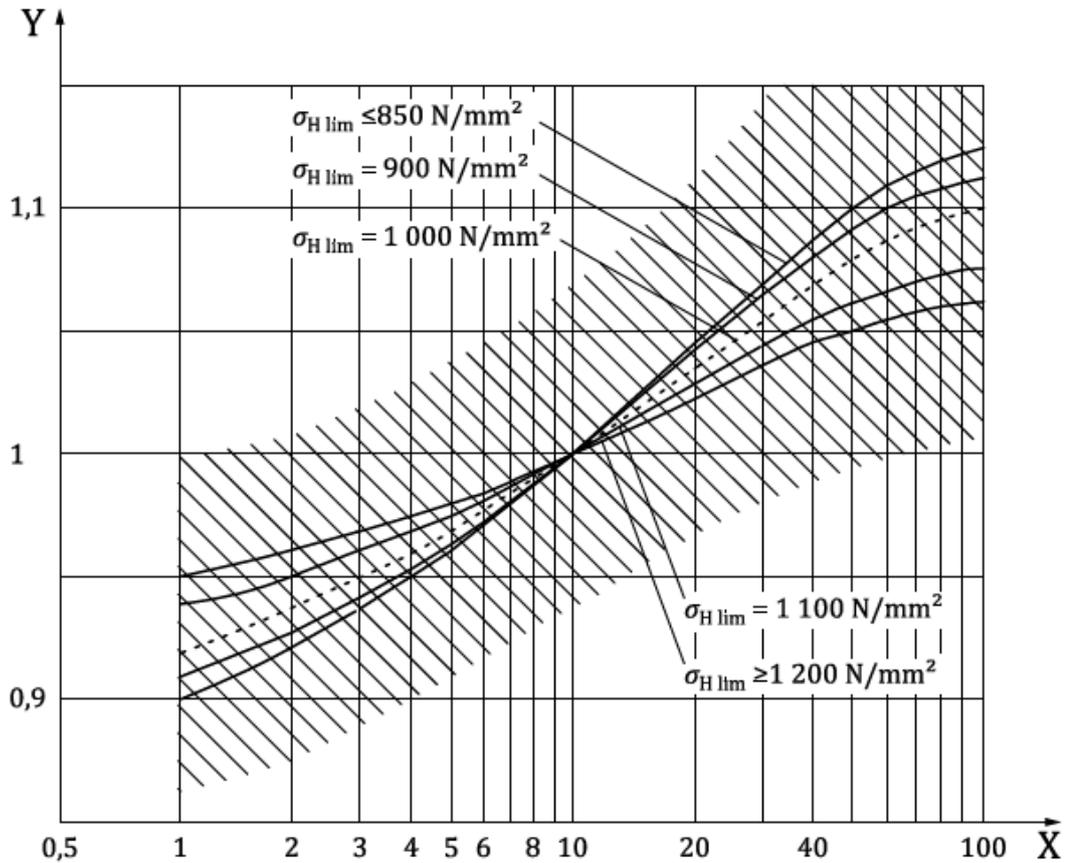
ISO viscosity class (grade)	VG 10 <sup>a</sup>	VG 15 <sup>a</sup>	VG 22	VG 32	VG 46	VG 68	VG 100	VG 150	VG 220	VG 320	
Nominal viscosity	v40	10	15	22	32	46	68	100	150	220	320
mm <sup>2</sup> /s	v50	7,5	10,6	15	21	30	43	61	89	125	180
Viscosity parameter	v <sub>f</sub>	0,006 8	0,013 1	0,023	0,040	0,067	0,107	0,158	0,227	0,295	0,370

<sup>a</sup> These values have not been validated by test results. If these values are used for calculation, the results should be confirmed by experience.

Figura 76 - Tabella delle classi di viscosità dei lubrificanti

## Z<sub>v</sub> – Fattore di velocità

Il fattore velocità tiene conto degli effetti della rotazione tramite la massima velocità periferica  $v_p$ , la normativa riporta delle espressioni analitiche per il calcolo e un diagramma che esprime l'andamento di  $Z_v$  in funzione della velocità periferica e della tensione  $\sigma_{Hlim}$ :



### Key

X circumferential velocity at the pitch line,  $v_w$ , m/s

Y velocity factor,  $Z_v$

Figura 77 - Diagramma per l'ottenimento del parametro  $Z_v$

Tramite calcolo:

$$Z_v = C_{ZV} + \frac{2 \cdot (1,0 - C_{ZV})}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{v_w}}} \quad (2.53)$$

Dove

$$C_{ZV} = C_{ZL} + 0,02$$

### Z<sub>R</sub> – Fattore di rugosità

È funzione delle rugosità medie sui fianchi dei denti e della tensione  $\sigma_{Hlim}$ . La normativa riporta delle espressioni analitiche per il calcolo e un diagramma che esprime l'andamento di Z<sub>R</sub> in funzione della rugosità di superficie:

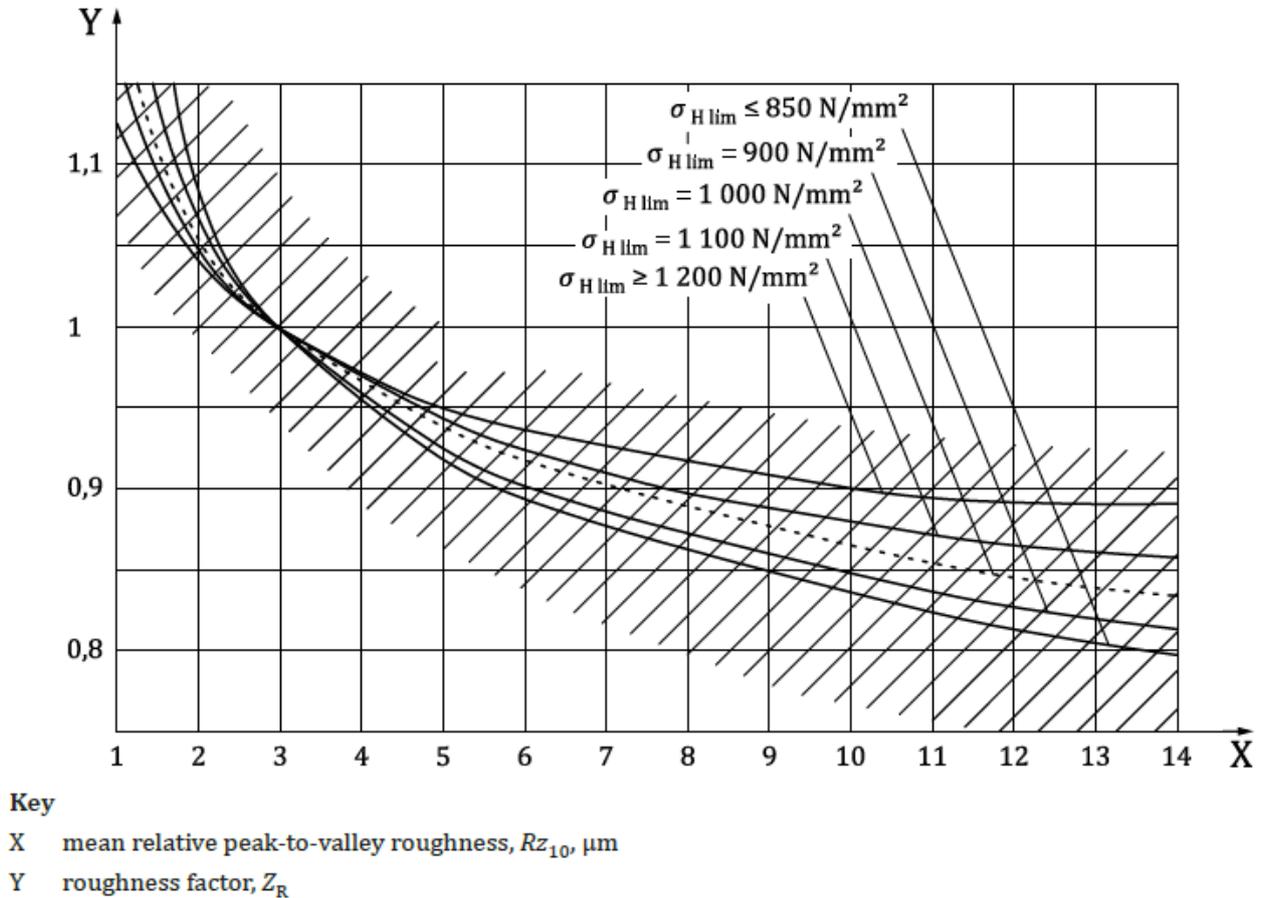


Figura 78 - Diagramma per l'ottenimento del parametro Z<sub>R</sub>

Per calcolare il valore di R<sub>Z10</sub>, utile per il grafico:

$$R_Z = \frac{R_{Z1} + R_{Z2}}{2} \quad (2.54)$$

I valori di rugosità R<sub>Z1</sub> e R<sub>Z2</sub> devono essere ricavati dalle superfici, dopo che queste sono state lavorate e trattate.

$$R_{Z10} = R_Z \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{\rho_{red}}} \quad (2.55)$$

$$\rho_{red} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (2.56)$$

Dove

$$\rho_{1,2} = 0,5 \cdot d_{b1,2} \cdot \tan \alpha_{wt} \quad (2.57)$$

$Z_R$  può essere calcolato con la seguente espressione:

$$Z_R = \left( \frac{3}{R_{z10}} \right)^{C_{ZR}} \quad (2.58)$$

In cui

- $850 \frac{N}{mm^2} \leq \sigma_{Hlim} \leq 1200 \frac{N}{mm^2}$

$$C_{ZR} = 0,32 - 0,0002 \cdot \sigma_{Hlim}$$

- $\sigma_{Hlim} < 850 \frac{N}{mm^2}$

$$C_{ZR} = 0,15$$

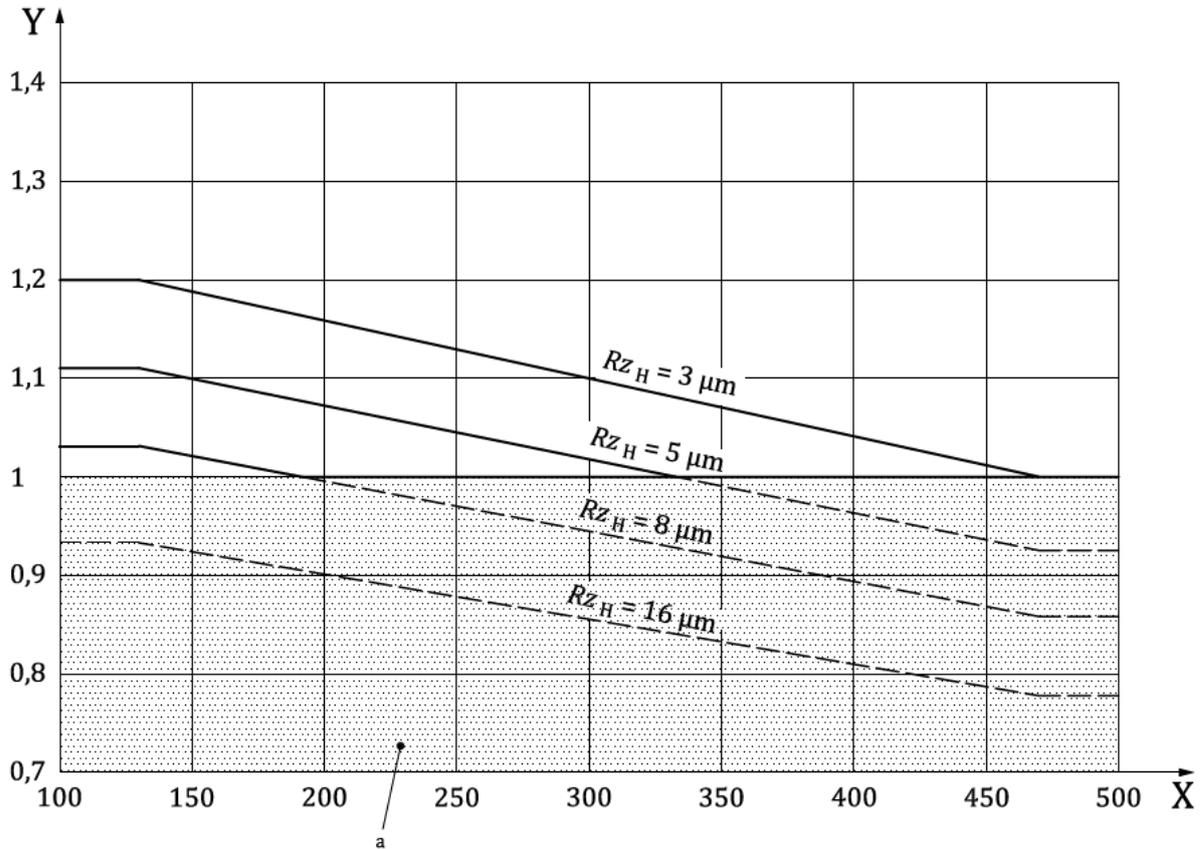
- $\sigma_{Hlim} > 1200 \frac{N}{mm^2}$

$$C_{ZR} = 0,08$$

### **$Z_W$ - fattore del rapporto tra durezza**

Il fattore di indurimento in esercizio tiene conto dell'aumento della durezza superficiale a causa dell'ingranamento di ruote realizzate in acciaio (acciaio strutturale o acciaio indurito) che provoca una maggiore durezza o sostanzialmente un pignone più duro con fianchi dei denti regolari.

L'incremento della durezza superficiale della ruota leggera dipende non solo da ogni indurimento di lavoro di questa ruota, ma anche da altre influenze come: la levigatura che è influenzata dal lubrificante, la lega di elementi e tensioni interne al materiale leggero, la rugosità del pignone indurito, le tensioni di contatto e i processi di indurimento. Il valore del fattore di indurimento  $Z_W$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

X tooth flank hardness of softer wheel, HB

Y work hardening factor,  $Z_W$

a Shaded area:  $Z_W = 1$ . Effects of wear (see 13.3.1.1).

Figura 79 - Diagramma per l'ottenimento del parametro  $Z_W$

Attraverso il grafico non è possibile interpretare una legge fisica, ma sono disponibili delle formule empiriche:

$$Rz_H = \frac{Rz_1 \cdot \left(\frac{10}{\rho_{red}}\right)^{0,33} \cdot \left(\frac{Rz_1}{Rz_2}\right)^{0,66}}{\left(\frac{v_{40} \cdot v_w}{1500}\right)^{0,33}} \quad (2.59)$$

Mentre l'espressione per ricavare il parametro  $Z_W$  analiticamente è:

- se  $130 \leq HB \leq 470$

$$Z_W = \left(1,2 - \frac{HB - 130}{1700}\right) \cdot \left(\frac{3}{Rz_H}\right)^{0,15} \quad (2.60)$$

- se  $HB < 130$

$$Z_W = 1,2 \cdot \left(\frac{3}{RZ_H}\right)^{0,15} \quad (2.61)$$

- se  $HB > 470$

$$Z_W = \left(\frac{3}{RZ_H}\right)^{0,15} \quad (2.62)$$

### **Z<sub>X</sub> – Fattore di dimensione**

È un fattore che tiene conto dell'evidenza statistica che indica che i livelli di sollecitazione a cui si verifica il danno da fatica diminuiscono con l'aumentare delle dimensioni del componente come conseguenza dell'influenza sui difetti dei gradienti di sollecitazione minori che si verificano (analisi delle sollecitazioni teoriche) e dell'influenza delle dimensioni sulla qualità del materiale. I parametri più importanti che influenzano questo fattore sono:

- Qualità del materiale
- Trattamenti termici
- Raggio di curvatura del fianco
- modulo, in caso di indurimento superficiale, profondità dello strato indurito rispetto alla dimensione dei denti

La normativa impone un valore unitario di  $Z_X$ .

### 2.2.3.4 – Risultati

In base al procedimento descritto fino a questo punto, di seguito vi sono i risultati tabellati per la verifica a *pitting*, secondo la normativa ISO-6336:

$F_t$	13481	N
$m_n$	3	mm
$b$	35,0	mm
$u$	0,6	-
$Z_H$	2,50	-
$Z_E$	189,86	MPa
$Z_\varepsilon$	0,88	-
$Z_\beta$	1	-
$\sigma_{H0}$	1148,05	MPa

$K_A$	1,35	-
$K_V$	0,40	-
$K_{H\beta}$	1,5	-
$K_{H\alpha}$	0,75	-
$K_\gamma$	1	-
$\sigma_H$	898,33	MPa
$Z_B$	0,99	-
$Z_D$	1,029	-
$\sigma_{H1}$	885,43	MPa
$\sigma_{H2}$	924,38	Mpa

$Z_{NT}$	1	-
$Z_L$	1,02	-
$Z_V$	1,04	-
$Z_R$	0,92	-
$Z_W$	1	-
$Z_X$	1,00	-
$S_H$	1,5	-
$\sigma_{Hlim}$	1500	MPa
$\sigma_{HP}$	975,4	MPa

Dai risultati, prendendo in considerazione una ruota con larghezza di fascia  $b = 34\text{mm}$  e costruita con dell'acciaio cementato, si ha che il valore della tensione di contatto è minore del valore di pressione di contatto ammissibile.

## Capitolo 3 – Analisi del dispositivo anti-backlash

Come già definito nel capitolo precedente, l'obiettivo è quello di inserire una ruota *anti-backlash* in sostituzione di quelle elicoidali, costituenti la quarta marcia.

Ora che sono state eseguite tutte le verifiche sulla coppia di ruote a denti dritti, che andranno a prendere il posto delle ruote elicoidali originali, è possibile sfruttarle come punto di partenza per progettare una ruota *anti-backlash* ideale per questa trasmissione.

In una coppia di ruote, è quella condotta che dovrà diventare un'*anti-backlash*, mentre per quanto riguarda il pignone, sarà semplicemente una ruota denti dritti.

### 3.1 – Modellazione con CATIA V5

Per eseguire questo compito, è ci si è avvalso del software CATIA V5, un modellatore 3D.

Per la modellazione, è stata presa come riferimento la struttura di una ruota *anti-backlash* già presente in commercio, si tratta di un modello costituito da due “mezze” ruote dentate posizionate coassialmente tra di loro e tenute insieme da due molle che hanno il compito di mantenere l'offset tra le due ruote.

La procedura per disegnare la ruota è la seguente:

- il primo passo è stato inserire tutti i valori delle dimensioni della coppia di ruote, partendo dal modulo, fino al numero di denti, ecc...

Questi dati sono stati inseriti in modo da eseguire una modellazione parametrizzata, una tecnica di modellazione che prevede l'utilizzo di formule che vengono successivamente associate alle quote del disegno. Questa procedura risulta utile in quanto basterà modificare i valori dei parametri per modificare l'intero disegno.

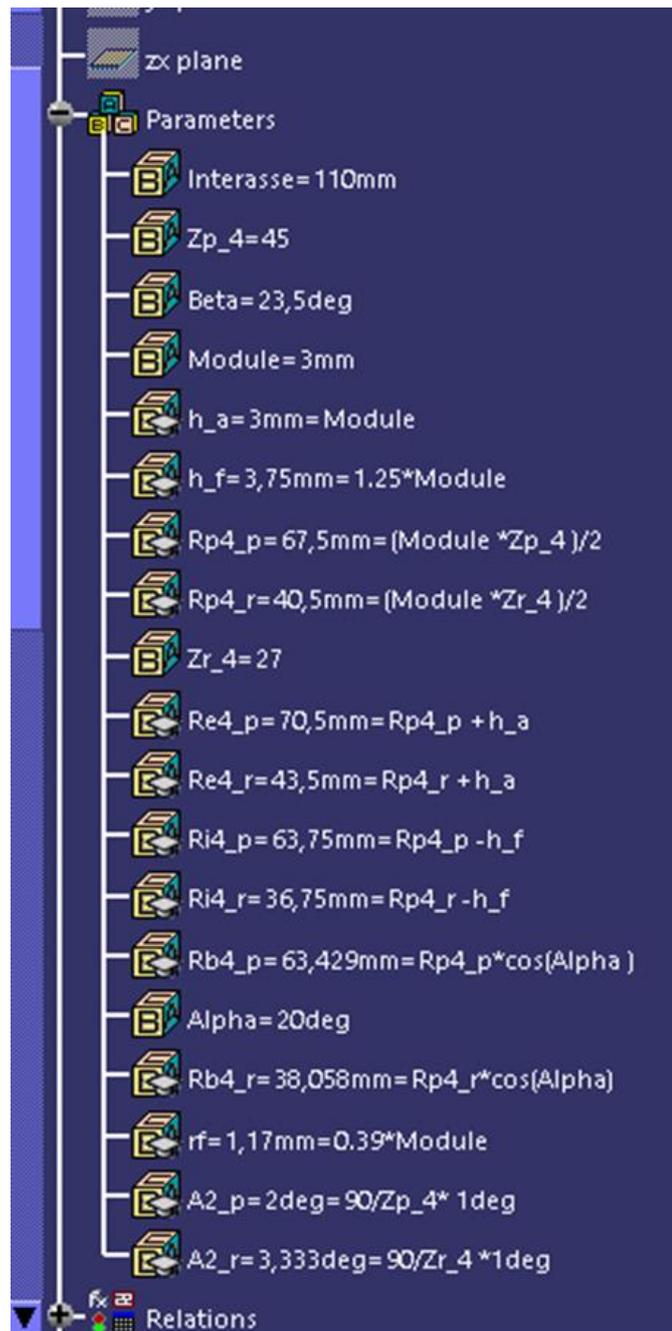


Figura 80 - Elenco dei dati per la parametrizzazione su Catia V5

- Inseriti i parametri, si procede con la creazione di uno sketch, ovvero, un disegno 2D, con il quale sarà possibile costruire la base per poter far evolvere il modello:

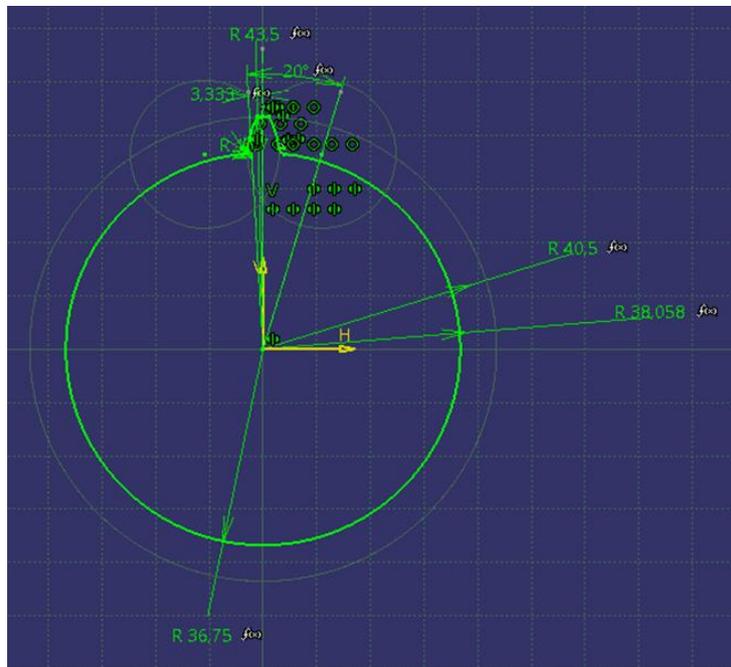


Figura 81 - Sketch nell'ambiente di Catia V5

- Completato lo sketch, è possibile tornare nell'ambiente 3D e poter eseguire "un'estrusione", cioè definire la terza dimensione e creare un modello solido:

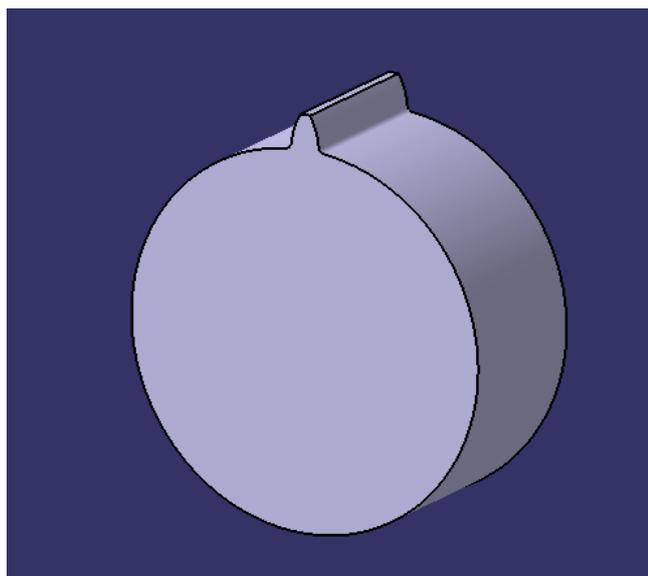
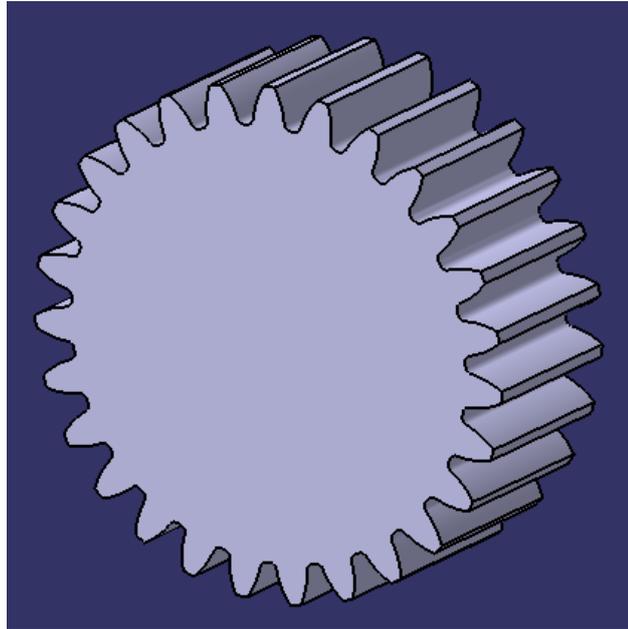


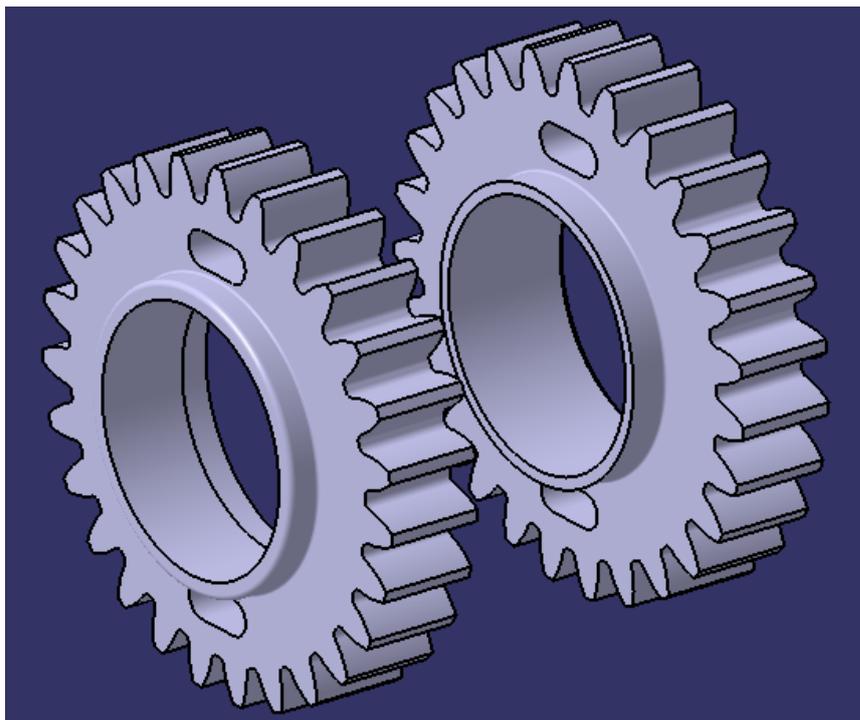
Figura 82 - Estrusione dello sketch

- Ottenuto il solido, sarà sufficiente generare una matrice lungo la circonferenza del cilindro, in modo da ottenere una ruota a denti dritti:



*Figura 83 - Risultato ottenuto mediante il comando "Matrice"*

- Successivamente alla generazione della ruota, dovrà essere divisa in due, per poter creare le due “mezze” ruote, che andranno a costituire la ruota anti-backlash, inoltre sarà necessario creare il foro per poterla montare sull’albero e creare le tasche per collocare le molle:



*Figura 84 - Le "mezze" ruote componenti l'anti-backlash*

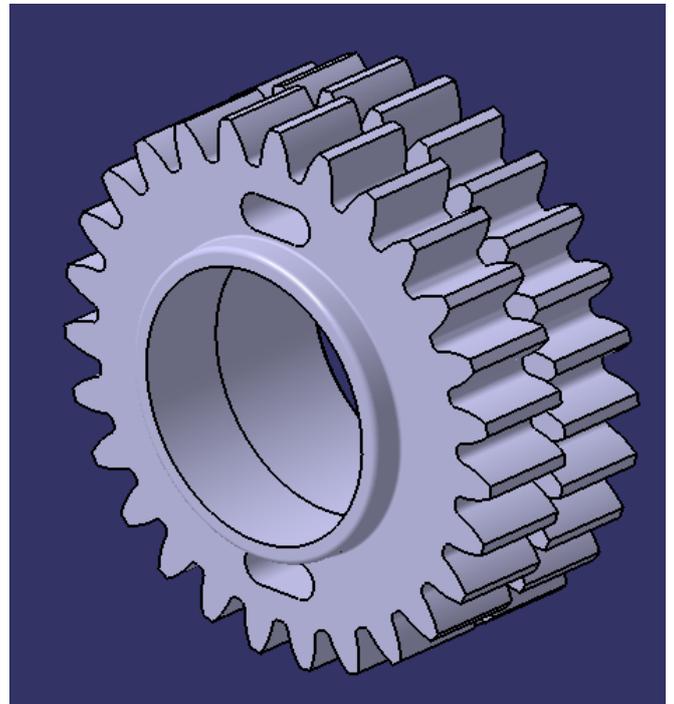
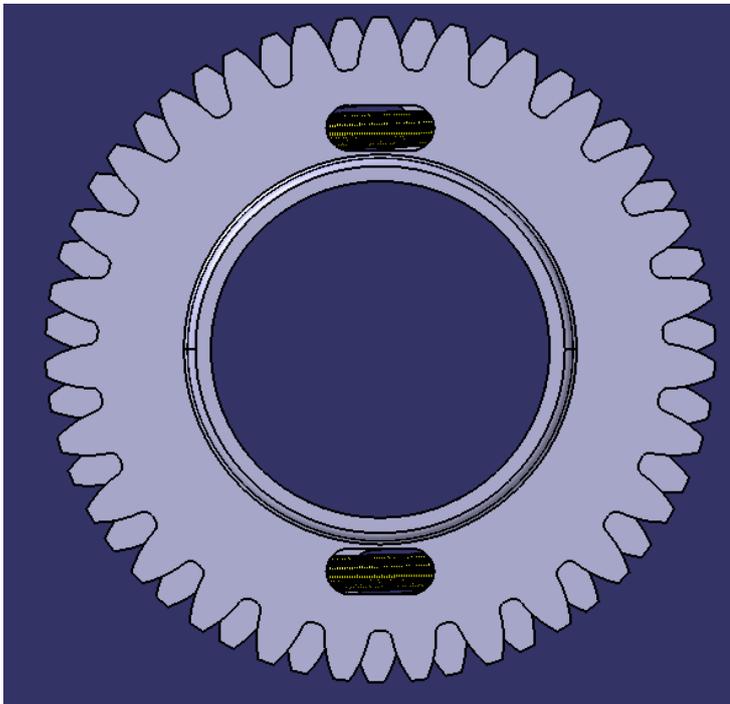
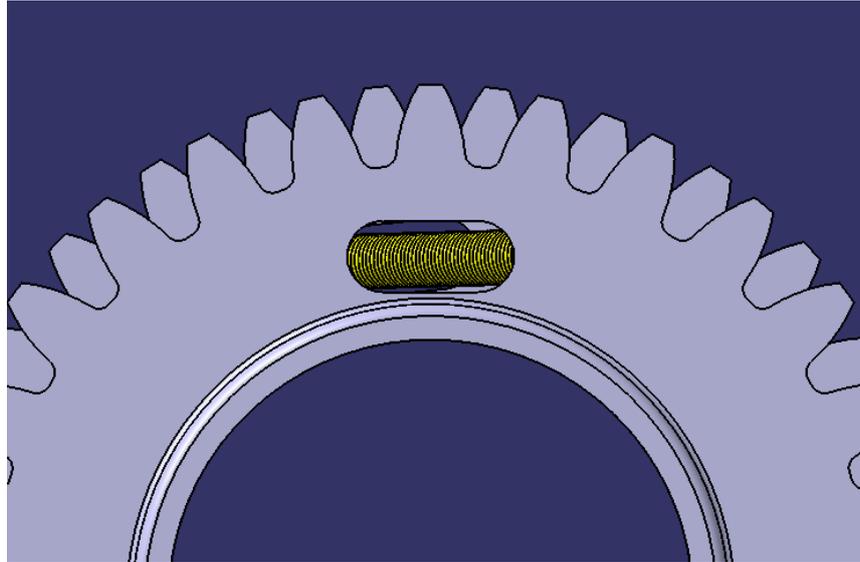
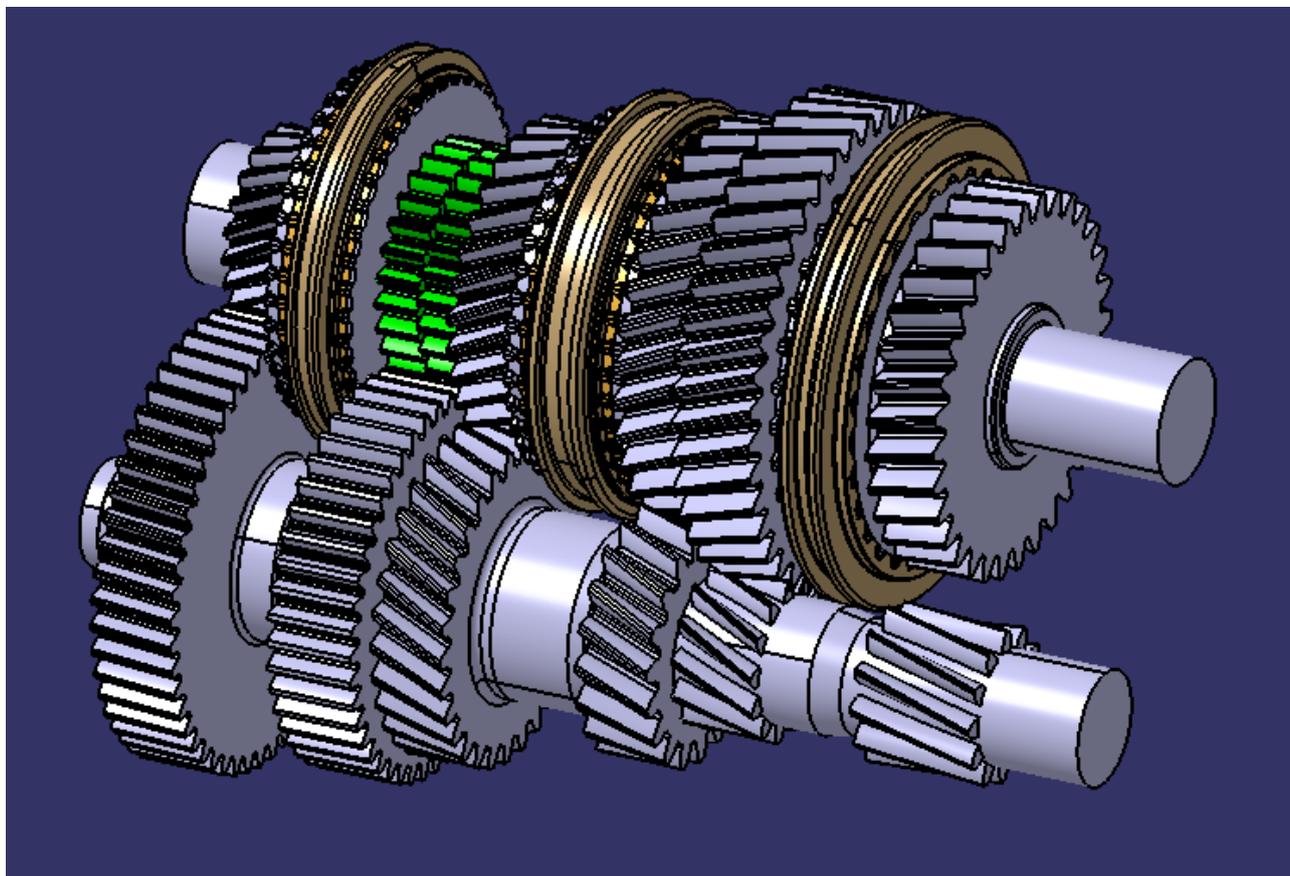


Figura 85 - Ruota anti-backlash completa, modellizzata con Catia V5

Nelle immagini, la ruota *anti-backlash* che dovrà sostituire la ruota condotta della IV marcia della trasmissione in esame.

Oltre alla ruota, tramite il software Catia, è stata disegnata tutta la trasmissione, in questo modo è possibile osservare il risultato finale:



*Figura 86 – Isometrica della trasmissione completa con la ruota anti-backlash*

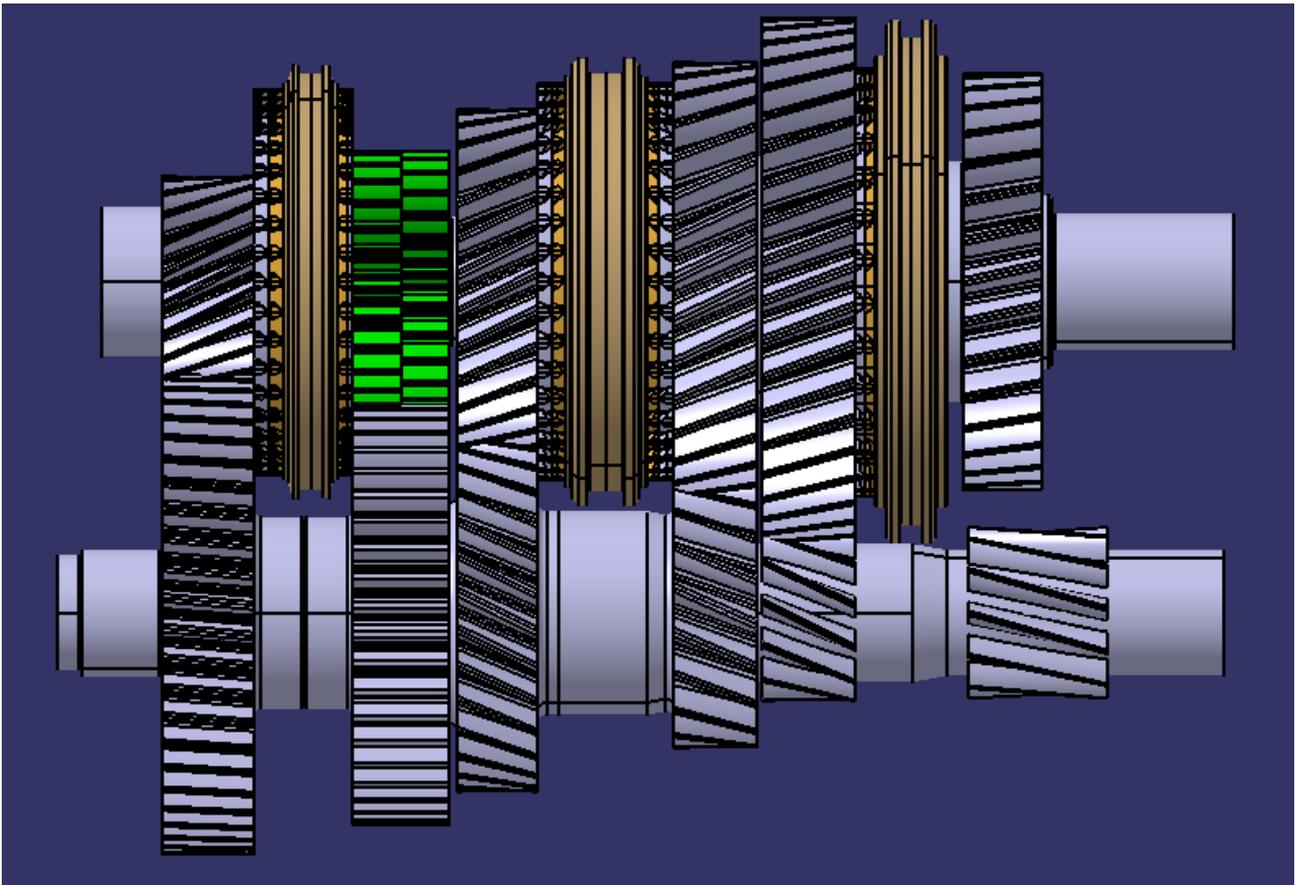


Figura 87 - Vista frontale della trasmissione completa con la ruota anti-backlash

La ruota *anti-backlash* ipotizzata è stata evidenziata con il colore verde, la particolarità che salta immediatamente è il fatto di aver utilizzato ruote a denti dritti, in un'applicazione in cui le ruote elicoidali la fanno da padrona, oltre al fatto di vedere due ruote più piccole ingranare contemporaneamente con una sola ruota.

# Conclusioni

L'obiettivo di questa tesi è stata una sperimentazione, un'idea; di fatto al giorno d'oggi e con il passare del tempo, il mondo dell'automobile diventa sempre più standardizzato e i campi di applicazione dove provare idee nuove ed innovative sono sempre meno, soprattutto per quanto riguarda la meccanica, a partire dal motore, sospensioni, impianto frenante, trasmissioni e cambi.

Per quanto riguarda quest'ultimi componenti, le trasmissioni sono tra quelle in cui sono state fatte più evoluzioni nel corso degli anni; inizialmente i cambi contavano solo tre marce, con il tempo sono aumentate, dai cambi manuali si è passati a quelli automatici e sequenziali, sono state progettate trasmissioni a doppia frizione, fino ad arrivare alle tanto chiacchierate e discusse auto elettriche in cui l'unico compito di una scatola cambio è quello di selezionare il senso di marcia tramite un semplice movimento avanti-indietro.

Per questo motivo, in questa tesi è stato provato a fare qualcosa di diverso, anche se non nuovo (i primi brevetti di trasmissioni con sistemi *anti-backlash* risalgono agli anni ottanta) ma ugualmente interessante, perché si è voluto utilizzare in un sistema in cui ci sono solo ruote elicoidali, le più performanti nel loro genere, ruote più comuni, a denti diritti, che per fare in modo che rendano al massimo sono state modificate ed equipaggiate con sistemi smorzanti rendendo la loro comprensione più complessa ma allo stesso tempo di facile applicazione.

In questa tesi si è potuto scegliere di lavorare su una trasmissione reale di truck, più precisamente su una marcia in particolare, la quarta, che nel complessivo è tra quelle che lavorano per più tempo e quindi più sotto sforzo, ripercuotendo il tutto sull'intero veicolo.

Per cui si è voluto creare da zero una ruota anti-backlash, partendo da una ruota a denti diritti normale e sottoporla a tutte le verifiche del caso, statica, a fatica, a flessione e a *pitting*, secondo la normativa, considerando tutti gli sforzi che dovrebbe sopportare generate dal motore del veicolo per tutto il suo ciclo di vita.

Dai calcoli è stato riscontrato che tale ruota a denti diritti è in grado di sostenere i carichi prodotti da questo modello di trasmissione di questa tipologia di veicolo, ma rispetto alla ruota di partenza, si è reso necessario allargare la larghezza di fascia, in questo modo ci si è messi in una zona di sicurezza dalla rottura, non tanto statica, quanto quella dovuta alla fatica.

Successivamente, dopo i calcoli di verifica, si è preso spunto da ruote anti-backlash esistenti in commercio e con l'ausilio del software di modellazione Catia V5, è stato possibile generare una ruota anti-backlash ad hoc, cercando di mantenere il più fedelmente possibile le caratteristiche della ruota di partenza, inoltre è stato ricreato tutto il sistema di trasmissione per poter simulare ed osservare, come si andrebbe a collocare la nuova coppia di ruote.

Il risultato si vede in figura, sulla carta questa coppia di ruote sembrerebbe funzionare in sintonia con le altre, per avere dei riscontri reali, l'ideale sarebbe costruire la nuova ruota e provarla su un banco di prova.

## Bibliografia

- [1] Kohara Gear Industry Co., Ltd., *Gear technical reference*, Giappone.
- [2] R. Paci, *Definizione e progettazione di massima di rotismi epicicloidali Beveloid per applicazioni robotiche*, 2014
- [3] SDP/SI, *Element of metric gear technology*.
- [4] Patent US 3496794, *Anti-backlash gear mechanism*, 24 February 1970.
- [5] Patent US 4700582, *Anti-backlash gear mechanism*, 20 October 1987.
- [6] Patent GB 2570674 A, *A method of assembling an anti-backlash gear*, 7 August 2019.
- [7] Patent GB 2409014 A, *Anti-backlash gear assembly*, 15 June 2005.
- [8] Automotive evolution – Drive train, A. Scattina – *Departement of Mechanical and Aerospace Engineering*, Politecnico di Torino.
- [9] *Costruzione di macchine, Ruote dentate*, Prof. Curti Graziano
- [10] Peter R. N. Childs, T. H. C. Childs, K. Maekawa, T. Obikawa, and Y. Yamane – *Mechanical Design, Elsevier Science & Technology*, 2013.
- [11] L. Caligaris, S. Fava, C. Tomasello – *Manuale di meccanica* – Hoepli
- [12] G. Santagata - *Progettazione e modellazione parametrica di cambi automobilistici e trasmissioni industriali*, 2018.
- [13] Normativa BS ISO 6336-1:2019
- [14] Normativa BS ISO 6336-2:2019
- [15] Normativa BS ISO 6336-3:2019

## **RINGRAZIAMENTI**

Con questa tesi si chiude un percorso, probabilmente uno dei più importanti e se ne aprirà un altro, quello del lavoro.

È stato un percorso difficile e faticoso, ma allo stesso tempo è stato il periodo più bello vissuto fino ad ora, perché in questi anni tra un esame e l'altro, tra un'ora di lezione e l'altra ho conosciuto persone provenire da altre città con pensieri, idee e modi di fare diversi, alcuni di questi sono diventati amici, altri sono stati di passaggio, ma tutti insieme hanno contribuito a mettere un po' di spensieratezza lungo questo percorso.

Detto questo vorrei ringraziare la professoressa Francesca Curà e il professore Giovanni Belingardi in quanto mi hanno proposto un argomento di tesi che ho potuto svolgere quasi autonomamente, in un periodo in cui il Politecnico, rimanendo chiuso, non ha permesso uno svolgimento normale, ma che non mi ha fatto perdere tempo per il raggiungimento della laurea.

Ringrazio i miei compagni di viaggio Antonio, Federico, Giuseppe G, Giuseppe I e Matteo con i quali è nata un'amicizia e che hanno contribuito a rendere meno noiose le giornate al Politecnico.

Ringrazio tutti i miei amici, alcuni vecchi, altri più nuovi, in particolare Valentin e Massi, con loro ho condiviso molti momenti di studio in biblioteca e che hanno sopportato ogni tipo di interruzione dovuto alle mie innumerevoli pause.

Ringrazio la mia numerosa famiglia, nonni, zii e cugini, ma soprattutto mamma e papà, che mi hanno sostenuto e che, nonostante si presentavano le difficoltà, mi hanno reso conscio delle mie capacità e che se mi fossi impegnato, avrei superato tutto. Insieme a loro anche Vanessa, che sa benissimo, essendosi laureata da poco la felicità che si prova.

Infine, voglio ringraziare la mia fidanzata, Alessia, perché anche lei, come me, conosce bene le difficoltà del Politecnico, mi è sempre rimasta accanto, spronando la mia pigrizia, i miei tentennamenti, sopportando tutte le mie uscite di testa, ma standomi sempre accanto e ricordandomi che posso sempre contare su di lei.