### POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica



Tesi di Laurea Magistrale

### Analisi e ottimizzazione dei parametri del processo di marcatura laser di visible switch per componentistica automotive

Relatore

Candidato

Prof. Marco GHIRARDI

Andrea CASTELLANI

Correlatori

Prof. Gianfranco GENTA

Tutor. Paolo DONADIO

LUGLIO 2020

## Sommario

Lo scopo del presente elaborato è la realizzazione di un modello predittivo costruito mediante la regressione lineare multipla. La funzione del modello è quella di predire risultati futuri di quote e luminosità media su un tasto montato su di un autovettura. Tale lavoro è stato condotto presso il Gruppo Bitron S.p.A nell'unità di Rossana. La motivazione che ha spinto l'azienda ad investire tempo e risorse su questo modello è la necessità di avere più coscienza del processo di marcatura laser ed allo stesso tempo di avere dei modelli in grado di prevedere i risultati finali (quote e luminanza media) in base ai parametri di processo fondamentali: frequenza (F), intensità di corrente (I) e velocità (V). Spesso la scelta di quest'ultimi è lasciata alla pura esperienza empirica degli operatori.

Il modello ottenuto ha buone capacità previsionali. Partendo sempre dalla definizione del modello si sono ricercate delle terne di ottimo  $(F, I \in V)$  che portassero alla migliore soluzione qualitativa in termini di *quote* e *luminosità*. Anche in questo caso sono stati raggiunti risultati soddisfacenti.

## Ringraziamenti

La realizzazione del presente elaborato non sarebbe stata possibile senza un attento e paziente supporto da parte dei Prof. Marco Ghirardi e Gianfranco Genta, i quali hanno deciso di sostenermi in tale lavoro pur non essendo mai stato loro studente. Inoltre, vorrei ringraziarli per avermi aiutato in ogni occasione sia da un punto vista umano che didattico.

Un altro ringraziamento particolare va al mio Tutor aziendale Paolo Donadio responsabile produzione Bitron S.p.A unità di Rossana, all'ing. Giovanni Morra, all'ing. Sergio Comi e Paolo Ballatore che hanno creduto in me proponendomi questo lavoro di tesi e supportandomi in ogni occasione di bisogno anche durante questo periodo di emergenza sanitaria dovuta al COVID-19.

Vorrei inoltre ringraziare Daniela, Eva e Silvia le quali mi hanno introdotto alla conoscenza del mondo dei laser e della marcatura. Inoltre, è doveroso ringraziarle anche da un punto di vista umano in quanto in ogni momento di difficoltà mi hanno supportato con sguardo materno.

Un altro grazie va ai capi reparto, capi turno, agli sperimentatori, agi assistenti e ai membri delle risorse umane: Alberto, Donato, Fabio, Giulia, Marco, Marina, Mario, Massimo, Samuele, Sergio, Stefania, Stefano, all'ing. Davide Galfrè, all'ing. Emanuele Blesio e alla dott.ssa Elisa Marraffa.

Ora vorrei ringraziare la mia famiglia e la Lori per avermi sostenuto in questi anni universitari non propriamente semplici e lineari che mi hanno portato a realizzare il mio piccolo sogno di vedere la realtà descritta dalla matematica e dalla fisica con la visione dell'ingegnere.

Un grazie pieno di affetto a Marta che mi ha sempre sostenuto in questi anni di magistrale in modo paziente, sopportandomi e supportandomi in qualsiasi difficoltà. Un grazie particolare va anche al mio amico Alex che mi ha consigliato la strada da seguire durante i momenti più duri di questa magistrale. Un grazie speciale e pieno di gratitudine a Maria in quanto mi ha ascoltato, sostenuto e supportato in tutte le fasi di questa tesi dalla scelta fino alle battute finali.

Infine un grazie colmo di stupore a tutti gli amici di Lavori in Corso, ai compagni di corso e alle famiglie di Torino che mi hanno sempre supportato e hanno creduto in me.

# Indice

Elenco delle tabelle VIII						
El	Elenco delle figure XI					
1	Intr	oduzio	ne			1
2	I La	ser				5
	2.1	Le ond	e elettromagnetiche $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	•		5
	2.2	Proprie	età del fascio laser	•	•	7
	2.3	Genera	zione del fascio laser	•	•	9
		2.3.1	Assorbimento, emissione spontanea e emissione stimolata	•	•	9
	2.4	Pompa	ggio	•	•	11
		2.4.1	Pompaggio su mezzi aeriformi	•	•	13
		2.4.2	Pompaggio su mezzi solidi	•	•	14
		2.4.3	Tipologie di pompaggio	•	•	17
	2.5	Sorgent	ti laser	•	•	22
		2.5.1	Mezzo attivo allo stato gassoso	•	•	23
		2.5.2	Mezzo attivo allo stato solido: Nd:YAG	•	•	25
		2.5.3	Mezzo attivo Nd:YVO4	•	•	26
		2.5.4	Confronto tra Nd:Yag o Nd:YVO4	•	•	26
		2.5.5	Diodo laser	•	•	27
	2.6	Laser a	ı fibra	•	•	31
	2.7	Sistema	a di trasporto del fascio	•	•	33
	2.8	Geome	tria del fascio un fascio laser e focalizzazione	•	•	34
	2.9	Caratte	eristiche fisiche e qualitative del fascio	•	•	35
	2.10	Efficien	1Za	•	•	37
	2.11	Marcat	$\alpha$ .	•	•	38
		2.11.1	Cenni sull'interazione materiale fascio	•	•	40
		2.11.2	Meccanismi di marcatura	•	•	45
		2.11.3	Tecniche di Marcatura	•	•	46
		2.11.4	Modalità di funzionamento e parametri di processo	•	•	49

	2.12	2.11.5 Materiali lavorabili per mezzo di marcatura	. 53 . 54
3	Gru	ppo Bitron S.p.A	56
-	3.1	Storia dell'azienda	57
	3.2	Bitron stabilimenti nel mondo	58
	3.3	Bitron stabilimenti italiani	. 50
	3.4	Bitron S n A Unità di Bossana	. 50
	0.4 2.5	Start and Stop Daimlor	. 55
	0.0	3.5.1 Fasi per passare del disegne el perze finite sul marentere	. 04
	26	Applici del processo di lacoratura	. 00
	<b>5.0</b>	Allalisi del processo di laseratura	. 70
		5.0.1 Marcatura deno Start and stop 5&5	. (1
4	Stru	imentazioni e procedure di misura	78
	4.1	Cenni sulla Pianificazioni esperimenti	. 79
	4.2	Marcatore Laser	. 80
	4.3	Misurazione quote	. 85
	4.4	Misure d'illuminazione	. 86
	4.5	Presentazione della matrice contenente i dati	. 88
5	Elal	porazioni dati e definizione dei modelli	90
0	5.1	Modello di regressione lineare multipla	90
	5.2	Test per la validazione del modello per la regressione lineare multir	. 50 Ja 02
	0.2	5.2.1 Test di significatività	02 02
		5.2.1 Vorifica della mancanza di adattamente	. 52
		5.2.2 Vermica dena mancanza di adattamento	. 94
	59	J.2.5 Metodo Stepwise	. 90
	0.0 E 4	Ducente del granci del residui	. 99
	5.4 F F		. 101
	5.5	Andamenti delle risposte in funzione dei parametri	. 111
	5.0		. 115
		5.6.1 Primo confronto fra risultati sperimentali e predetti	. 115
		5.6.2 Secondo confronto fra risultati sperimentali e predetti	. 117
	5.7	Ricerca delle terne F, I e V che ottimizzano le risposte	. 123
		5.7.1 Ottimizzazione singola lettera	. 124
		5.7.2 Terna che ottimizza tutte le risposte	. 138
		5.7.3 Terna che ottimizza solo le quote	. 141
6	Con	clusione	146
A	Tab	ella dati completa	149
в	Mo	delli	156

$\mathbf{C}$	Andamenti	166
D	Validazione modelli	175

# Elenco delle tabelle

2.1	Esempi di potenze in ingresso ed in uscita con diverse sorgenti 14
4.1	Estratto della tabella utilizzata per la raccolta dati $\ldots \ldots \ldots 89$
5.1	Valori coefficienti T dir-y
5.2	Sommario modello T dir-y
5.3	Risultati Anova T dir-y
5.4	Valori residui T dir-y
5.5	Valori coefficienti T dir-y prima scrematura outlier $\ \ .$ 105
5.6	Sommario del modello T dir-y prima scrematura outlier 105
5.7	Risultati Anova T dir-y prima scrematura outlier $\ .$
5.8	Valori residui T dir-y seconda scrematura
5.9	Valori coefficienti T dir-y dopo la seconda scrematura di outli er $~$ . 107
5.10	Sommario del modello T dir-y dopo la seconda scrematura di outlier 108
5.11	Risultati Anova T dir-y dopo la seconda scrematura di outlier $\ .\ .\ .\ 108$
5.12	Incertezza relativa quote a disegno
5.13	Riassunto di errore relativo ed incertezza relativa
5.14	Variabili indipendenti scelte per la validazione del modello 118
5.15	Valori validazione modello lettera T dir-y
5.16	Valori validazione modello lettera T dir-y prima scrematura 122
5.17	Valori validazione modello lettera T dir-y seconda scrematura 122
5.18	Ottimo di E in dir-x
5.19	Ottimo di T in dir-x
5.20	Ottimo di P in dir-x
5.21	Ottimo di E in dir-y $\dots \dots \dots$
5.22	Ottimo di T in dir-y $\ldots \ldots 132$
5.23	Ottimo di P in dir-y
5.24	Ottimo di TA in dir-y
5.25	Ottimo per la luminanza media
5.26	Ottimo considerando tutte le risposte
5.27	Ottimo considerando solo le lettere

5.28	Valori calcolati con terna di ottimo per la luminanza dati in meno	m	iec	lia	. c	on	5		145
A.1	Matrice completa dati.								149
D 1	Calefficienti E din sa								150
B.I D.0	Coemcienti E dir-x	·	·	·	•	• •	•	·	150
D.2	Sommario del modeno E dif-x $\ldots$ $\ldots$	·	·	·	•	• •	·	·	150
D.3 D 4	Allova E dir- $\mathbf{X}$	·	·	·	•		·	·	157
В.4 D.5		·	·	·	•	• •	•	·	157
B.5	Sommario del modello 1 dir-x	•	·	·	•	•••	•	·	158
B.0	Anova T dir-x	·	·	·	•		•	·	158
B.7	Coefficienti P dir-x	·	·	·	•		•	·	159
B.8	Sommario P dir-x	•	·	•	•	• •	•	·	159
B.9	Anova P dir-x	·	·	•	•	• •	•	·	159
B.10	Coefficienti E-dir-y	•	·	•	•		•	•	160
B.11	Sommario modello E dir-y	•	·	•	•		•	•	160
B.12	Anova E dir-y	•	·	·	•	• •	•	•	160
B.13	Tabella coefficienti T dir-y	•	•	•	•		•	•	161
B.14	Sommario T dir-y	•	•	•	•		•	•	161
B.15	Anova T dir-y	•	•	·	•		•	•	161
B.16	Coefficienti P-dir-y	•	•	·	•		•	•	162
B.17	Sommario P-dir-y	•	•	•	•		•		162
B.18	Anova P-dir-y		•	•	•		•		163
B.19	Coefficienti TA dir-y		•	•	•		•		163
B.20	Sommario TA dir-y			•	•				164
B.21	Anova TA dir-y			•	•				164
B.22	Coefficienti luminanza media $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$				•				164
B.23	Sommario luminanza media				•				165
B.24	Anova luminanza media		•		•		•		165
D.1	Validazione modello lettera E dir-x								175
D.2	Validazione modello lettera E dir-x prima scrematura				_				176
D.3	Validazione modello lettera E dir-x seconda scrematur.	a.							176
D 4	Validazione modello lettera T dir-x							·	177
D 5	Validazione modello lettera T dir x prima scrematura	•	•	•	•		•	•	177
D.6	Validazione modello lettera T dir x seconda scrematura	ล	•	•	•	•••	•	•	178
D.7	Validazione modello lettera P dir-x	a	•	•	•	•••	•	•	178
D.8	Validazione modello lettera P dir-x prima scrematura	•	•	•	•	•••	•	•	179
D.0	Validazione modello lettera P dir x seconda scrematura	๑	•	•	•	•••	•	•	179
D.0	Validazione modello lettera E dir-v	a	•	•	•	•••	•	•	180
D 11	Validazione modello lettera E dir-v prima scrematura	•	•	·	•	•••	•	•	180
D 19	Validazione modello lettera E dir-v seconda scrematur	ล	•	•	•	•••	•	•	181
10.14	, and allowed in the and a settimature	CU.	•	•	•	• •	•	•	TOT

D.13 Validazione modello lettera T dir-y			 1	81
D.14 Validazione modello lettera T dir-y prima scrematura			 1	82
D.15 Validazione modello lettera T dir-y seconda scrematura			 1	82
D.16 Validazione modello lettera P dir-y			 1	83
D.17 Validazione modello lettera P dir-y prima scrematura			 1	83
D.18 Validazione modello lettera P dir-y seconda scrematura .			 1	84
D.19 Validazione modello lettera TA dir-y			 1	84
D.20 Validazione modello lettera TA dir-y prima scrematura .			 1	85
D.21 Validazione modello lettera TA dir-y seconda scrematura			 1	85
D.22 Validazione modello luminanza media			 1	86
D.23 Validazione modello luminanza media prima scrematura			 1	86
D.24 Validazione modello luminanza media seconda scrematura			 1	87

# Elenco delle figure

2.1	Spettro delle onde elettromagnetiche 5
2.2	Rappresentazione andamento di una generica onda
2.3	Lunghezza d' onda
2.4	Divergenza
2.5	Monocromaticità
2.6	Assorbimento
2.7	Emissione spontanea
2.8	Schema emissione stimolata 10
2.9	Equilibrio termico
2.10	Inversione popolazione 11
2.11	Architettura sorgente laser
2.12	Fasi Amplificazione
2.13	Schema di una lampada utilizzata per il pompaggio
2.14	Schema energetico di una sorgente a tre livelli 16
2.15	Lampada ad elica
2.16	Pompaggio barretta cilindrica 17
2.17	Pompaggio su lastra
2.18	Cavità sezione circolare
2.19	Cavità a sezione ellittica 18
2.20	Pompaggio barretta cilindrica con diodi
2.21	Pompaggio lastra con diodi
2.22	Accoppiamento diretto
2.23	Esempio di mezzo ottico fra mezzo e diodo
2.24	Pompaggio dal lato corto
2.25	Pompaggio assiale con diodo
2.26	Accoppiamento con fibra
2.27	Accoppiamento nonimaging
2.28	Pompaggio su superficie
2.29	Schema energetico di una sorgente $CO_2$
2.30	Pompaggio in DC

2.31	Pompaggio in AC
2.32	Potenza in uscita sorgente Nd:YVO4
2.33	Potenza in uscita sorgente Nd:YAG
2.34	Emettitore singolo
2.35	Serie monodimensionale di diodi:
2.36	Superfice emettitrice con l'ausilio di specchi
2.37	Schema di un laser a fibra 31
2.38	Materiale per generare fasci laser
2.39	Potenze estraibili dai materiali
2.40	Trasporto del fascio mediante catena ottica
2.41	Focale, dimetro minimo, dimetro non minimo
2.42	$TEM_{10^*}$
2.43	$TEM_{00}$
2.44	$TEM_{10}$
2.45	$TEM_{11}$
2.46	Efficienze
2.47	Qualità delle lavorazioni 39
2.48	Lavorazione e tempo di interazione
2.49	Andamento coefficiente assorbimento
2.50	Coefficiente assorbimento Policarbonato PC 41
2.51	Effetti tra l'interazione laser e materia 42
2.52	Esempio di lavorazione a durata lunga 43
2.53	Esempio di lavorazione a durata breve 43
2.54	Effetti interazione laser materiale durata lunga 44
2.55	Effetti interazione laser materiale durata breve
2.56	Schema di marcatura lineare
2.57	Schema di marcatura a lente mobile
2.58	Schema di marcatura scansione
2.59	Schema di marcatura ad area 48
2.60	Potenza continua
2.61	Potenza pulsata
2.62	Andamento di R, Q, $N_2$ e I in modalità Q-switch $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 51$
2.63	Modalità Q-switch con specchio rotante
2.64	Modalità Q-switch con pockels cell
2.65	Modalità Q-switch con trasduttore
2.66	Modalità Q-switch passiva
3.1	Pulsantiera anni 80
3.2	Pannello di controllo attuale
3.3	Interruttore specchietti
3.4	Plancetta assetto veicolo

3.5	Interruttore alzacristalli, blocco porte e specchi etti 62
3.6	Interruttore alzacristalli, blocco porte e specchi etti con joystick 62
3.7	Stampo mobile tasto S&S $\ldots \ldots \ldots$
3.8	Stampo fisso tasto S&S $\ldots$ 63
3.9	Start and Stop vista frontale
3.10	Start and Stop vista laterale
3.11	Bilancella prima di essere verniciatura
3.12	Bilancella sottoposta alla verniciatura
3.13	Bilancella verniciata
3.14	Posizionamento spessori sfogliabili e placchette
3.15	Dettaglio dello spessore sfogliabile
3.16	Spessore sfogliabile dopo verniciatura
3.17	Misura dello zero su porzione sottostante
3.18	Misura dello spessore di vernice
3.19	Formina
3.20	Simbologia senza riempimento
3.21	Simbologia con riempimento
3.22	Supporto della tavola rotante
3.23	Altezza formina più pezzo 69
3.24	Esempio di componente con simboli misto a lettere
3.25	Overlap allo $0\%$
3.26	Overlap diverso dallo $0\%$
3.27	Effetto termico
3.28	Tasto corretto
3.29	Tasto bruciato
3.30	Mancanza penetrazione
3.31	Superficie che ha resistito
3.32	Superficie che non ha resistito
3.33	Sezione trasversale S&S
4.1	Marcatore vista frontale
4.2	Marcatore vista laterale
4.3	Testa e Risonatore
4.4	Spaccato del risonatore
4.5	Tavola rotante 83
4.6	PC che gestisce il marcatore
4.7	Impostazioni parametri di processo
4.8	Aspiratore
4.9	Disegno con quote S&S
4.10	Cursore Measure-x
4.11	Posizione di zero pezzo

$\begin{array}{c} 4.12\\ 4.13\end{array}$	Strumentazione camera oscura
5.1	Finestra Minitab per Stepwise
5.2	Step ottenuti dall'applicazione del metodo Stepwise
5.3	Andamento senza scostamento dalla normalità
5.4	Andamento con scostamento dalla normalità
5.5	Andamento temporale dei residui corretto
5.6	Andamento temporale dei residui non corretto
5.7	Omoschedasticità
5.8	Eteroschedasticità
5.9	Grafici residui T dir-y
5.10	Grafici residui dopo prima scrematura T dir-y
5.11	Grafici residui dopo seconda scrematura T dir-y
5.12	Andamento di TA in dir-y non significativo
5.13	Andamento E in dir-x per V costante
5.14	Andamento E in dir-x per F costante
5.15	Andamento E in dir-x per I costante
5.16	Andamento LM per V costante
5.17	Andamento LM per F costante
5.18	Andamento LM per I costante
5.19	Valori di ottimo lettera E dir-x
5.20	Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per E dir x
5.21	Valori di ottimo lettera T dir-x
5.22	Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per T dir x 128
5.23	Valori di ottimo lettera P dir-x
5.24	Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per P dir x $\ \ldots\ \ldots\ 129$
5.25	Valori di ottimo lettera E dir-y
5.26	Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per E dir y $\ldots$
5.27	Valori di ottimo lettera T dir-y
5.28	Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per T dir y
5.29	Valori di ottimo lettera P dir-y
5.30	Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per P dir y $\ldots$
5.31	Valori di ottimo lettera TA dir-y
5.32	Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per TA dir y
5.33	Valori di ottimo lettera luminanza media
5.34	Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per la luminanza media $~$ . 138
5.35	Valori di ottimo considerando tutte le risposte
5.36	Tasto S&S realizzato con terna che ottimizza tutte le risposte $~$ 141
5.37	Valori di ottimo considerando tutte le risposte delle quote con 5 dati
	in meno

5.38	Tasto S&S realizzato con terna che ottimizza solo le lettere 144
5.39	Valori di ottimo per luminanza media considerando cinque dati in
	meno
<b>C</b> 1	
C.1	Andamento di E in dir-x
C.2	Andamento di T in dir-x
C.3	Andamenti di P in dir-x
C.4	Andamenti di E in dir-y
C.5	Andamenti di T in dir-y
C.6	Andamenti di P in dir-y
C.7	Andamenti di TA in dir-y
C.8	Andamenti di luminosità media

# Capitolo 1 Introduzione

Negli Anni '50 Charles Townes negli stati Uniti e Nikolaj Basov e Aleksandr Prochorov in Unione Sovietica contemporaneamente misero appunto un sistema per la generazione e amplificazione di onde elettromagnetiche che sfruttava il principio dell'emissione stimolata che permetteva la moltiplicazione dei fotoni. Il fascio ottenuto con tale tecnica prendeva nome di Maser perché le onde elettromagnetiche generate avevano lunghezza d'onda nell'intervallo delle micronde. Solo nel 1958 Townes e Arthur Schawlow realizzarono e pubblicarono la teoria necessaria alla produzione del fascio laser, la cui lunghezza d'onda era prossima a quella del visibile [1]. Grazie a questa teoria è stato possibile sviluppare fasci laser sempre più prestanti, che trovano sempre più applicazioni in svariati settori industriali tra cui quello dell'automobile, aerospaziale e medicale. Il laser dà origine a diversi processi che sfruttano questa tecnica, ad esempio: il taglio, la saldatura, la marcatura, i trattamenti termici e microforature. In questo elaborato verrà presentata la marcatura laser, processo che nel mondo industriale ha avuto un'impennata di applicazioni grazie agli innumerevoli vantaggi che la contraddistinguono tra i quali: alta ripetibilità, nessun utilizzo di "utensili fisici" al punto che la trasmissione di vibrazioni è praticamente azzerata, aumento di qualità del prodotto rispetto a tecniche convenzionali simili, riduzione del tempo ciclo grazie alle alte velocità di movimento raggiunte, riduzione scarti, facilità di personalizzare i marcatori in base alle esigenze del cliente ed infine un incremento di automazione. La lavorabilità del materiale dipende dalle sue caratteristiche termiche ed ottiche essendo la marcatura un processo che basa l'asportazione di materiale su meccanismi termici [2] [3] [4]. L'azienda Bitron S.p.A si occupa della realizzazione di componentistica per vari

#### Introduzione

settori di mercato. In particolare, il presente sarà realizzato presso lo stabilimento Bitron unità di Rossana, che si occupa della realizzazione di parti in plastica, che saranno successivamente installate sulle autovetture prodotte dalle maggiori aziende automobilistiche del settore. Nello stabilimento di Rossana i componenti vengono progettati e realizzati partendo dalla materia prima, successivamente stampati attraverso le presse di stampaggio ad iniezione, poi verniciati, nonché laserati per ricavare la simbologia di interesse sul tasto e infine assemblati. Il presente elaborato si concentrerà sull'analisi e l'ottimizzazione del processo di laseratura di un particolare, cercando un modello statistico basato sulla regressione lineare multipla in grado di prevedere il risultato finale (quote e luminanza media) ottenuti in base ad una serie di input: frequenza, intensità di corrente e velocità. La costruzione del modello parte dalla definizione di una matrice dati contenente i valori di frequenza, intensità di corrente e velocità e i valori di quote e luminanza media. La sua costruzione è stata resa necessaria in quanto l'azienda non aveva in suo possesso uno storico causa (parametri di processo) effetto (quote e luminosità) a cui corrispondevano dei tasti fisici. Proprio per questo lo studio realizzato è un'analisi preliminare del lavoro a cui dovranno seguire approfondimenti.

L' elaborato sarà strutturato come di seguito indicato:

Nel primo capitolo viene presentata una breve introduzione dove è indicato lo scopo e la strutturazione del presente elaborato.

Nel secondo capitolo vengono presentati dei brevi concetti sulla natura duale ondaparticella della luce poiché il fascio laser può essere considerato come un fascio luminoso; successivamente vengono definite le sue proprietà ed infine si passa ad una breve descrizione di come si possa generare un fascio laser definendo i concetti di *assorbimento, emissione stimolata e l'inversione di popolazione*. Attraverso la definizione di questi fenomeni si può fare una breve disamina sui tipi di pompaggio (lampada o diodo), per poi definire le tipologie di pompaggio (assiale, trasversale, laterale e su di una superficie). A questo punto è possibile definire i mezzi (aeriformi, solidi) su cui l'energia viene pompata. Nel presente elaborato verranno descritti in modo più dettagliato quelli solidi come Nd:YAG e Nd:YVO<sub>4</sub>. Inoltre per l'importanza che riveste nel mondo industriale verrà presentato anche il mezzo aeriforme alla  $CO_2$ . Oltre ai mezzi citati poc'anzi vengono fatti dei cenni alla produzione del fascio per mezzo dei diodi e della fibra. Dopo che il fascio viene prodotto, lo stesso deve esser trasportato dalla sorgente sul pezzo quindi vengono spiegate in breve le tecniche di come questo sia possibile e sono definite alcune caratteristiche geometriche, fisiche del fascio e la sua efficienza. Una volta che il fascio è prodotto e trasportato sul pezzo si definisce il processo di marcatura, specificandone in breve le interazioni tra materiale e fascio, i vari meccanismi di marcatura, le tecniche di marcatura, i materiali che possono essere lavorati, vantaggi e svantaggi di tale processo. Infine sono descritti le modalità di funzionamento continuo e pulsato del fascio. In questa ultima fase vengono accennati i tre metodi per ottenere un regime pulsato: Free-run, Mode-Lock e il Q-switch.

Nel terzo capitolo viene presentato il gruppo Bitron S.p.A dandone alcune informazioni sui settori produttivi, i maggiori clienti, i vari stabilimenti esteri ed italiani. Inoltre viene eseguito un focus sullo stabilimento di Rossana indicando i processi produttivi principali, dai quali è possibile ottenere la produzione del tasto S&S. Inoltre viene eseguito un focus in merito alla marcatura di tale componente indicandone tutte le criticità.

Nel quarto capitolo viene spiegato come viene realizzata la raccolta dati, quindi sono definiti il marcatore con cui è stato realizzato il particolare, come sono state raccolte le quote dimensionali e di illuminazione. Infine è lasciato spazio per la presentazione della matrice contente i dati.

Nel quinto capitolo viene descritta tutta l'elaborazione dati. Nella prima parte si fa un cenno alla teoria della regressione lineare semplice e multipla, alle varie verifiche di ipotesi, ai grafici dei residui ed infine viene in breve spiegato il metodo stepwise. Dopo questa breve introduzione teorica si perviene alla presentazione dei modelli di regressione lineare multipla ottenuti per ogni *lettera* e *luminanza media*. Per la definizione dei modelli sono state eseguite due fasi successive di eliminazione dei residui che presentano valori anomali (outlier). Così si è pervenuti alla loro validazione seguendo due approcci. Nel primo vengono confrontati i valori sperimentali e i rispettivi valori predetti partendo dalle terne di *frequenza, velocità* e *intensità di corrente* contenute all'interno della matrice A.1. In una seconda fase invece è eseguita la validazione dei modelli inserendo delle terne contenute nel dominio dei parametri di processo esplorati, ma con valori diversi da quelli utilizzati per la costruzione del modello, presenti in tabella A.1. Nella conclusione del capitolo vengono descritte le terne in grado di ottimizzare i parametri di processo, al fine di ottenere i migliori risultati qualitativi.

Nel sesto capitolo vi è la conclusione dove viene fatto un sunto sui risultati ottenuti

e su eventuali analisi da effettuare in futuro sia per migliorare l'analisi sia per investigare altri fenomeni legati al processo di marcatura.

### Capitolo 2

## I Laser

#### 2.1 Le onde elettromagnetiche

Il termine laser è l'acronimo di Light Amplication by stimulated Emission of Radiation, (amplificazione della luce mediante emissione stimolata di radiazioni). Nella frase precedente viene menzionata la parola luce perché le lunghezze d'onda del laser cadono in valori compresi fra lo  $0.4 \ \mu m$  e  $0.7 \ \mu m$ , in un intervallo tra l'ultravioletto e l'infrarosso [1]. Quanto descritto è visibile in figura 2.1 [2].



Figura 2.1: Spettro delle onde elettromagnetiche

La luce può essere considerata come un'onda elettromagnetica descritta da due vettori il campo magnetico  $\mathbf{B}$  e il campo elettrico  $\mathbf{E}$ , i quali variano nello spazio

e nel tempo. Tali vettori sono sempre perpendicolari fra loro e variano con legge sinusoidale come si può vedere in figura 2.2.



Figura 2.2: Rappresentazione andamento di una generica onda

Le modalità con cui l'onda si propaga sono descritte dalle equazioni Maxwell. Una delle soluzioni ammesse dalle equazioni Maxwell è la seguente:

$$E_y = E_{y0}\cos(\omega t - \gamma z + \varphi) \tag{2.1}$$

dove  $\omega$  rappresenta la pulsazione angolare dell'onda,  $\gamma$  il numero d'onda esso serve a soddisfare l'equazione 2.1 e  $\varphi$  invece la fase dell'onda. Come si può visualizzare dalla figura 2.3 la lunghezza d'onda è la misura tra un picco e quello successivo dell'onda fissato un tempo, il periodo invece rappresenta il tempo che l'onda (in questo caso il campo elettrico) impiega a raggiungere due picchi successivi. Al valore del periodo è legata la frequenza che è il suo inverso e viene indicata con la lettera  $\nu$  che è proporzionale alla pulsazione angolare secondo la relazione 2.2 [5]:

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega}{2\pi} \tag{2.2}$$

Infine, il legame tra lunghezza d'onda e la velocità di propagazione dell'onda è ottenuto dall'equazione 2.3 [5]:

$$v = \lambda \nu \tag{2.3}$$

Solitamente la velocità di propagazione dell' onda nel vuoto è di 3  $10^8$  m/s e viene indicata con la lettera c. Si può affermare che fino ad ora è stata presa in considerazione la natura del fascio laser come un onda, ma bisogna ricordare che la sua natura è duale e quindi può essere considerata come un insieme di particelle che prendono nome di fotoni, i quali sono caratterizzati da una data frequenza,



Figura 2.3: Lunghezza d' onda

fase ed ampiezza, quest' ultima è legata al flusso dei fotoni (numero di fotoni per unità di area e di tempo). Maggiore è il flusso dei fotoni maggiore sarà l'intensità del flusso. I fotoni sono caratterizzati da un' energia come mostra l' equazione 2.4

$$e_f = hf \tag{2.4}$$

dove h è la costante di Planck  $(6.63 x 10^{-} 34 Js)$ . Questa equazione indica che l'energia di un flusso di fotoni a patto che essi abbiano la stessa frequenza è un multiplo intero dell'energia del singolo fotone, questo implica che l'energia è quantizzata. Da qui si può dedurre che E e B abbiano valori discreti. Nella pratica però l'energia del fotone è talmente piccola che l'ampiezza delle onde elettromagnetiche può essere considerata come continua [1].

#### 2.2 Proprietà del fascio laser

Il fascio laser gode di talune proprietà [5], [1]:

- **Coerenza:** con questo termine si fa riferimento a quanto l'onda sia regolare nel tempo e nello spazio. Il fascio laser ha una elevata regolarità.
- Monocromaticità: le radiazioni visibili all'occhio umano hanno differenti lunghezze d'onda, le quali possono essere percepite come colori differenti. In un fascio laser la lunghezza d'onda è concentrata su di un'unica lunghezza d'onda, pensando che la luce ha una natura duale si può affermare che i fotoni abbiano tutti la stessa lunghezza d'onda;
- Unica fase: le onde elettromagnetiche (o i fotoni) che originano il fascio laser hanno la stessa fase oltre ad avere la stessa frequenza;
- Bassa divergenza: ottenere tale caratteristica è possibile grazie all'accurata costruzione delle camere risonanti.

Le ultime tre caratteristiche elencate consentono al fascio di avere le due proprietà di seguito descritte: elevata focalizzabilità ed elevata efficienza della interazione tra laser e materia.

• Elevata focalizzabilità: per mezzo di un sistema ottico (per esempio una lente) è possibile fornire al fascio una geometria convergente divergente, aumentando così l'intensità del flusso dei fotoni che equivale all'ampiezza della radiazione, grazie alla diminuzione della sezione trasversale. Il punto a minima sezione prende nome di fuoco. Con il termine focalizzalibilità si intende la possibilità di ridurre la dimensione traversale nella zona del fuoco. Se la sezione trasversale del fascio cala si ha un incremento di densità di potenza del fascio, la quale induce una maggiore quantità di flusso di calore sulla superficie lavorata. La focalizzabilità deriva dalle caratteristiche di monocromaticità e dalla bassa divergenza. La bassa divergenza favorisce la concentrazione dello spot del fascio in un unico punto ottenendo così uno spot (diametro) più piccolo rispetto ad una luce con elevata divergenza, questo fenomeno è visualizzabile in figura 2.4.



Figura 2.4: Divergenza

Mentre la monocromaticità favorisce la focalizzazione nello stesso punto, questo è visualizzabile in figura 2.5.



Figura 2.5: Monocromaticità

• Elevata efficienza della interazione tra laser e materia: le interazione fra laser e materia sono molto complesse. L'interazione tra il fascio e il materiale in lavorazione genera un aumento di temperatura. Tale incremento è favorito dalla natura oscillatoria della radiazione elettromagnetica la quale mette in vibrazione gli atomi del materiale lavorato con conseguente aumento di temperatura.

#### 2.3 Generazione del fascio laser

### 2.3.1 Assorbimento, emissione spontanea e emissione stimolata

Prima di introdurre il concetto di emissione stimolata, vengono definiti i concetti di assorbimento e di emissione spontanea. L'assorbimento di un fotone da parte di un atomo avviene quando un fotone collidendo contro l'atomo gli trasferisce la sua energia. Tale valore è espresso dall'equazione 2.4. L'innalzamento energetico che subisce l'atomo dovuto all'assorbimento del fotone, deve essere compatibile con uno dei livelli quantici dell'atomo. Questo è visualizzabile tramite l'equazione 2.5:

$$e_1 = e_0 + h f_{10} \tag{2.5}$$

dove  $e_0$  è l'energia iniziale dell'atomo ed  $e_1$  è l'energia dell'atomo eccitato. A questo effetto è legato l'emissione spontanea che è un effetto duale al precedente, infatti se l'atomo ad un livello energetico  $e_1$  decade ad un livello  $e_0$ , si ha l'emissione di un fotone che equivale ad un quanto di energia. Il fotone emesso avrà una frequenza pari al salto energetico compiuto in questo caso  $f_{10}$  vedi figure (2.7, 2.6 [1]). Ora se si generalizza questo concetto ad un materiale che contiene tanti atomi si avrà continuamente il fenomeno dell'assorbimento e dell'emissione spontanea.



Come ultimo fenomeno descriviamo l'emissione stimolata, ora bisogna pensare di avere un atomo ad un livello energetico  $e_1$ , il quale viene raggiunto da un atomo di frequenza  $f_{10}$ . In questo caso non si avrà assorbimento, ma si avrà il decadimento dell'atomo a livello energetico  $e_0$  e verranno rilasciati due fotoni ad energia  $e_{f_{10}}$ . La particolarità dei due fotoni sarà quella di avere stessa fase, frequenza  $f_{10}$  e direzione. Con l'emissione stimolata è possibile "produrre" un numero maggiore di fotoni, aventi stessa fase e frequenza. Quando descritto è visualizzabile in figura 2.8.



Figura 2.8: Schema emissione stimolata

Gli atomi di cui abbiamo parlato poc'anzi costituiranno un mezzo che non è nient'altro che un materiale che può essere allo stato aeriforme, liquido o solido. Se nel mezzo dominano gli effetti di assorbimento, si avrà un effetto smorzante sui fotoni quindi non si avrà una amplificazione dell'onda. Invece se nel mezzo dominano effetti di emissione stimolata, si otterrà un'amplificazione dell'onda. Quando accade questo invece si ha una condizione di non equilibrio detta inversione di popolazione. Matematicamente questa condizione si può analizzare con l'equazione 2.6 [6], dove all'equilibrio termico (figura 2.9 [6]) gli stati energetici più alti sono meno popolati rispetto a quelli inferiori. Mentre se si vuole che gli stati energetici superiori siano più popolati si deve fornire energia al mezzo (figura 2.10 [6]). Quando si ha il fenomeno dell'inversione di popolazione il mezzo è detto attivo.

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{-\frac{(E_1 - E_2)}{kT}} \tag{2.6}$$





Figura 2.9: Equilibrio termico

Figura 2.10: Inversione popolazione

### 2.4 Pompaggio

Per fare avvenire l'inversione di popolazione si sfrutta il fenomeno del pompaggio. Il pompaggio deve avvenire in modo che l'atomo che si porta al livello energetico  $E_1$  permanga per un certo periodo temporale a tale livello, perché se no il rischio è di avere una emissione spontanea che non porta alla generazione del fascio. Infatti il materiale scelto per la generazione del fascio deve essere metastabile, cioè deve garantire che gli atomi pompati ai livelli energetici più alti permangano in tale posizione per un certo tempo tale da garantire l'emissione stimolata. In figura 2.11 [5] una semplice schematizzazione di come l'energia fornita da un elemento eccitatore venga trasformata in radiazione elettromagnetica. L'energia fornita andando ad urtare un mezzo attivo che può essere di natura solida, aeriforme o liquida, produce un fascio laser. Da notare in 2.11 la presenza di due specchi quello più scuro è totalmente riflettente, quello grigio è parzialmente riflettente, permettendo la fuoriuscita di una parte di radiazione elettromagnetica che originerà il fascio. L'insieme del mezzo attivo e dei due specchi è detta cavità risonante.



Figura 2.11: Architettura sorgente laser

Gli specchi influenzano la qualità del fascio laser e solitamente hanno la concavità rivolta verso il mezzo attivo. Anche i modi elettromagnetici trasversali e il profilo di densità dipendono dagli specchi. Gli specchi stessi riflettendo fotoni contribuiscono all'amplificazione del fascio stesso, rendendolo più intenso. Questo fenomeno si chiama risonanza ottica. Per ottenere un buon effetto di risonanza ottica conviene avere una distanza fra gli specchi pari ad un multiplo della lunghezza d' onda del fascio [1]. Siccome i fotoni viaggiano ortogonalmente agli specchi, i fotoni che hanno direzione normale contribuiranno all'amplificazione del fascio, quelli con direzione non ortogonale saranno smorzati e annullati. Quest'ultimo effetto è visualizzabile in figura 2.12[6]. La figura 2.12a mostra gli atomi del mezzo attivo ancora non eccitati, la figura 2.12b l'inversione di popolazione e la figura 2.12c l'emissione stimolata, la figura 2.12d il contributo all'eccitazione data dai fotoni riflessi, infine la figura 2.12e mostra la generazione del fascio ad alta intensità.



Figura 2.12: Fasi Amplificazione

#### 2.4.1 Pompaggio su mezzi aeriformi

Sui mezzi aeriformi solitamente si effettua un pompaggio di tipo elettrico. L'eccitazione può avvenire grazie una corrente continua, i cui elettroni colpisco le molecole del gas. Un altro metodo è quello di sfruttare la radiofrequenze, il vantaggio di tale metodo rispetto a quello in continua è che gli elettrodi sono esterni e quindi non si ha il problema della pulizia di quest' ultimi. Gli elettrodi necessitano di pulizia perché si creano delle impurezze che influenzerebbero altrimenti il pompaggio. Di contro però il metodo di eccitazione a radiofrequenza ha dei costi molto elevati, perché si ha molta dissipazione di potenza durante la fase di pompaggio tra sorgente e mezzo ed inoltre ha elevati consumi elettrici. Un buon compromesso tra i due metodi è quello dell' eccitazione in corrente alternata perché comunque garantisce la presenza di elettrodi esterni al tubo dove viene contenuto il gas, ma non presenta i difetti delle radiofrequenze [7].

#### 2.4.2 Pompaggio su mezzi solidi

I mezzi solidi sono più difficili da stimolare attraverso l'eccitazione elettrica e quindi si preferisce l'utilizzo dell'eccitazione ottica. Il pompaggio per via ottica generalmente si effettua tramite lampade o diodi.

Lampade: è il metodo di pompaggio più tradizionale per il pompaggio ottico. Nel passato venivano usate lampade al Tugsteno per eccitare Nd:YAG, perché avevano un basso costo ed erano di facile produzione [8] inoltre, queste lampade potevano essere utilizzate solo per il funzionamento in continuo [1]. A causa della loro bassa efficienza le lampade al Tugtesno furono sostituite con quelle al Kripton capaci di convertire gran parte della potenza elettrica in ingresso in potenza uscita disponibile al fascio laser, con efficienza dell'ordine dello 0.45 % [9] [1]. Mentre per ottenere una lavorazione in modalità pulsata si preferisce l'utilizzo dello Xeon con efficienza dell'ordine dello 0.54 % [9] [1]. Esistono anche lampade a base mercurio per pompare energia su dei piccoli rubini. In tabella 2.1 [8] vengono riportati degli esempi per una data potenza elettrica assorbita in ingresso e quanta potenza in uscita è disponibile al fascio. la tabella 2.1 mostra che la sorgente più efficiente è quella a diodo, seguita dalle lampade a base Kripton ed infine da quelle al Tugsteno.

TIPO DI SORGENTE	POTENZA INPUT [W]	POTENZA OUTPUT [W]
LAMAPDA TUGSTENO	1000	30
LAMAPDA KRIPTON	330	30
DIODO	70	30

Tabella 2.1: Esempi di potenze in ingresso ed in uscita con diverse sorgenti

Generalmente la struttura di una lampada è costituita da un tubo che contiene un gas solitamente come lo Xeon o Kripton, i gas vengono eccitati da una scarica elettrica generata da un anodo composto da tugsteno puro, il catodo invece, è sempre composto di tugsteno, ma esso è imbevuto di alluminato di calcio di bario. Quest'ultimo ha facilità nel mettere in moto gli elettroni, inoltre in tal modo, la corrente fluirà in una sola direzione. (Uno schema esemplificativo di quanto descritto è mostrato in figura 2.13 [8]):



 $\mathbb{D}$ 

Figura 2.13: Schema di una lampada utilizzata per il pompaggio

T

• **Diodi Laser:** in questo caso ci stiamo riferendo al diodo come mezzo pompante energia sul mezzo solido.

Fino ai primi anni 80 questa tecnica di pompaggio non veniva molto sfruttata a causa degli alti costi e delle scarse potenze garantite in uscita. Con lo sviluppo della tecnica e della tecnologia nel settore dei diodi si riuscirono ad abbattere i costi ed ottenere potenze maggiori. Le migliori rese di questi diodi le si hanno sui mezzi solidi, i primi diodi furono sviluppati per le sorgenti Nd:YAG. Di seguito vengono elencati i maggiori vantaggi del perché attualmente l'uso dei diodi sta soppiantato quello delle lampade [8] [10]:

- 1. Incremento dell'efficienza: le lampade hanno un'efficienza di radiazione (rapporto fra la potenza utile emessa dalla sorgente e la frazione di potenza davvero trasferita al mezzo) compresa tra il 40 e il 60 %, esse sono confrontabili con i diodi, però solo una piccola parte della radiazione emessa dalla lampada viene assorbita dal cristallo, mentre i diodi non presentano questa problematica. Un altro fattore che rende il diodo più efficiente rispetto al pompaggio a lampada, è la capacità del diodo di produrre una lunghezza d'onda che si adatta al meglio al mezzo solido utilizzato per la produzione del fascio. Per esempio negli Nd:YAG questo valore è di 808 nm;
- 2. Miglioramento della qualità del fascio: questo è possibile grazie alla capacità di generare una radiazione con una determinata lunghezza d'onda, che è in grado di interagire bene col mezzo solido, questa interazione fa si che il calore che si viene a generare sul cristallo sia minore rispetto a quello generato da un lampada. Questo garantisce un fascio con una distribuzione gaussiana quindi con  $\text{TEM}_{00}$  [10];
- 3. La tecnologia del diodo permette di avere un sistema compatto e versatile: la compattezza è realizzabile grazie al pompaggio assiale e all'utilizzo della fibra, mentre la versatilità è possibile grazie ai molteplici accoppiamenti ottici realizzabili. Per fare un esempio le dimensioni di una sorgente CO<sub>2</sub>

sono di  $2 \ge 1 \ge 1$  m, quelle di un diodo sono prossime a quelle di una scatola di scarpe [1];

- 4. *Pompaggio di energia su innumerevoli mezzi solidi:* è possibile pompare energia su nuovi materiali tra cui: Nd:YVO<sub>4</sub>, Yb:YAG, con buone prestazioni.
- 5. Incremento della durata della vita lavorativa della componentistica: la durata di una lampada funzionante in modalità continua è compresa tra le 500 e 1500 h [7], mentre un diodo nelle medesime condizioni di lavoro garantisce un tempo di  $10^4$  h. In modalità pulsata invece una lampada ha una vita lavorativa di  $10^8$  impulsi, mentre un diodo di  $10^9$  impulsi. Inoltre i diodi lavorando a tensioni e temperature più basse, rispetto alle lampade questo comporta un degrado minore della componentistica interna.
- 6. *Incremento della frequenza di ripetizione :* con i diodi è possibile raggiungere elevati intervalli di frequenza di ripetizione degli impulsi, mentre con le lampade si possono raggiungere range più piccoli.

In figura 2.14 [5] un esempio di inversione di popolazione in uno schema a 4 livelli energetici di una sorgente Nd:YAG, dove l'emissione del fascio laser la si ottiene tra il terzo e il secondo livello. Da questi due livelli energetici dipenderà anche la lunghezza d'onda calcolata come in equazione 2.7. La lunghezza d'onda è 10 volte più piccola di una sorgente laser generata a  $CO_2$  [1]. Da notare che, in tutti gli altri salti energetici si ha produzione di calore, il quale non contribuisce alla produzione della radiazione che darà origine al fascio, ma risulta solo come perdita.

$$\lambda = \frac{ch}{E_3 - E_2} = \frac{(3 \times 10^8)(6.63 \times 10^{-34})}{(22.69 - 3.98) \times 10^{-20}} = 1.064 \ \mu m \tag{2.7}$$

Figura 2.14: Schema energetico di una sorgente a tre livelli

#### 2.4.3 Tipologie di pompaggio

Il tipo di pompaggio va ad incidere considerevolmente sull'efficienza del fascio laser. Quindi la progettazione ottica dell'accoppiamento tra la sorgente pompante e il mezzo attivo deve essere la migliore possibile. Per il pompaggio sui mezzi solidi sono state progettate diverse soluzioni tra cui quella dal lato (side), dallo spigolo (edge), assiale (end) ed in fine quella sulla superficie del materiale che costituisce il mezzo (face-pumped). La differenza principale che le contraddistingue a livello di architettura è la differenza in termini di direzione tra come entra l'energia pompata e quella in uscita dal mezzo, inoltre per ognuna di esse cambia il modo in cui è possibile dissipare il calore.

• Trasversale (side): in questo caso l'energia prodotta sotto forma di energia elettrica colpisce il mezzo e il fascio risultante sarà diretto in direzione perpendicolare all'energia eccitatrice. Il pompaggio trasversale può avvenire sia con diodi che con lampade, anche se i diodi sono preferiti rispetto le lampade per i motivi citati nel paragrafo 2.4.2.

Per questa soluzione di pompaggio esistono varie configurazioni, di seguito ne verranno presentate alcune. In figura 2.15 [8] viene mostrata una barretta su cui si avvolge una lampada, il tutto viene contenuto in un elemento cilindrico avete proprietà riflessive, l'insieme di questi tre elementi da origine alla cavità risonante. La soluzione mostrata in 2.15 ha semplicemente valenza storica in quanto oggi non viene più impiegata, ma è stata fonte di ispirazione per le successive soluzioni tecnologiche per il pompaggio.



Figura 2.15: Lampada ad elica



Figura 2.16: Pompaggio barretta cilindrica

In figura 2.16 [8], una possibile evoluzione di quella rappresentata in 2.15, dove la lampada non è avvolta sulla barretta cilindrica (laser rod), ma è parallela rispetto al mezzo solido (laser rod). Il materiale che costituisce la cavità (pump cavity) ha proprietà riflessive. La soluzione rappresentata in 2.17 [8] differisce da quella in 2.16, per l'elemento attivo che questa volta è una lastra (slab), che ha sua volta viene raffreddato da dei canali, inoltre nella cavità sono inseriti degli specchi.



Figura 2.17: Pompaggio su lastra

Come mostrato dalle figure 2.16 e 2.17, la barretta e la sorgente sono contenute in involucri esterni solitamente a forma tubolare, ma la sezione trasversale può essere di due tipi: circolare (figura 2.19 [8]) o ellittica (figura 2.18 [8]). Tale sezione ellittica per la sua particolare geometria riflette efficientemente la radiazione, ma è meno compatta e richiede più manutenzione rispetto alla circolare. Inoltre il raffreddamento può essere "dry" o "wet", nel primo caso la refrigerazione è garantita da dei tubi, nel secondo caso invece, con i dovuti accorgimenti di sicurezza il liquido "allaga" la camera garantendo la dovuta refrigerazione agli elementi ospitanti.



Figura 2.18: Cavità sezione circolare



Figura 2.19: Cavità a sezione ellittica

In figura 2.20 [8] è possibile osservare un pompaggio con diversi diodi, su di una barretta circolare, la quale viene refrigerata, inoltre anche i diodi sono tutti refrigerati. Concettualmente quello che mostra 2.21 [8] è simile a quello di 2.20, cambia solo la geometria del mezzo attivo, non è più una barra, ma è una lastra.



Figura 2.20: Pompaggio barretta cilindrica con diodi



Figura 2.21: Pompaggio lastra con diodi

Il pompaggio con diodo in modalità trasversale garantisce una riduzione dei problemi termici che si generano all'interfaccia della barretta, inoltre l'accoppiamento ottico cioè il trasporto di energia tra la sorgente e il mezzo è semplice da realizzare, infine ha costi di realizzazione relativamente bassi [11]. Esistono tre metodologie per ottenere un accoppiamento ottico tra diodo e il mezzo solido [8]:

1. *Diretto:* questa tecnica permette di pompare energia direttamente sulla barretta. Un esempio di questo in figura 2.22 [12], quindi questo tipo di pompaggio è semplice da realizzare ma poco flessibile, in quanto una volta fissata la distanza tra diodo e mezzo questa non si può modificare [13].




Figura 2.22: Accoppiamento diretto

2. *Mezzo ottico intermedio fra mezzo e diodo:* in questo caso viene frapposto fra la sorgente che si trova all'apice della cavità e il mezzo una lente, o uno specchio, garantendo una migliore interazione fra radiazione incidete e il mezzo, un esempio di questo è mostrato in figura 2.23 [8].



Figura 2.23: Esempio di mezzo ottico fra mezzo e diodo

- 3. Accoppiamento con fibra: il vantaggio indiscusso di tale metodo è la capacità di generare pochissime perdite, ma purtroppo ha alti costi di produzione, proprio per questo motivo è poco usato.
- Laterale lato corto (edge): come si può osservare da figura 2.24, il pompaggio avviene dal lato corto su di una lastra, notare come sia i diodi e la lastra (slab) siano refrigerati.



Figura 2.24: Pompaggio dal lato corto

• Assiale (end): questa tecnica di pompaggio è adatta solamente ai diodi e non alle lampade [8]. In questa modalità si garantisce una qualità del fascio, prossima a quella gaussiana TEM<sub>00</sub> ed elevate efficienze  $\eta$ . Nonostante questi vantaggi purtroppo questo metodo soffre di problemi di natura termica tra cui: fratture all'interno del mezzo causate dalle elevate temperature raggiunte e la lente termica è un fenomeno dovuto al riscaldamento della barretta che costituisce il mezzo solido, generando deformazioni sulle pareti di estremità della barretta (rod) causando la perdita della loro planarità, generando delle vere e proprie lenti. Le quali causano delle perdite di potenza perché il fascio aumenta la sua divergenza [1]. In figura 2.25 [8] un esempio di pompaggio assiale per mezzo di un diodo. Inoltre la 2.25, mostra l' accoppiamento ottico attraverso due lenti. Un altro metodo di accoppiamento può essere con la fibra come mostra figura 2.26, come ultimo accoppiamento presentato quello osservabile in figura 2.27, dove anche qui si sfrutta una sorta di lente (nonimaging) per l'accoppiamento.



Figura 2.25: Pompaggio assiale con diodo



Figura 2.26: Accoppiamento con fibra



Figura 2.27: Accoppiamento nonimaging

• **Pompaggio su superficie**: quest'ultima tecnica permette il pompaggio della radiazione sulla superficie della lastra costituente il mezzo solido a differenza di quella mostrata in figura 2.17, dove la radiazione colpisce il lato del mezzo attivo. Inoltre come si può osservare da figura 2.28 [8] la radiazione incide su dei dischi che la riflettono.



Figura 2.28: Pompaggio su superficie

## 2.5 Sorgenti laser

Nella sezione 2.4 sono stati descritti i vari metodi con cui è possibile immettere l'energetica sul mezzo, qui invece verranno indicate i principali mezzi (gain medium, lasing, active laser medium) sui cui l'energia impatterà. Verrà fatto un breve cenno alle sorgenti allo stato aeriforme in quanto sono applicate molto nel settore manifatturiero (taglio, marcatura, saldatura,...) ed inoltre è possibile ricavare molta potenza. Poi verranno prese in considerazione le sorgenti solide. Quest'ultime presentano alcuni proprietà interessanti tra cui la capacità di immagazzinare parecchia energia, per poi rilasciarla durante il funzionamento in regime pulsato, così da ridurre la durata del tempo di interazione tra fascio e superficie. Esistono diverse tipologie di materiali solidi (sorgenti) che si possono sfruttare per generare il fascio: diodi, laser a fibra, Nd:YAG, Nd:YVO<sub>4</sub>, Ti:Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Er:YAG,... Nel seguito, tra alcuni dei cristalli citati verranno discussi solo i mezzi attivi Nd:YAG e Nd:YVO<sub>4</sub>, in quanto sono le sorgenti presenti in stabilimento Bitron unità di Rossana per la produzione del fascio sui propri marcatori. Infine i mezzi allo stato liquido non verranno presi in considerazione perché usati sopratutto nel settore biomedicale, settore non riguardante quello aziendale. [5] [14].

## 2.5.1 Mezzo attivo allo stato gassoso

Uno dei mezzi attivi allo stato aeriforme più utilizzato è quello alla CO<sub>2</sub>. Il fascio prodotto con questo elemento ha potenze che possono variare tra pochi W a i 40 kW. Sarebbe possibile raggiungere anche potenze più elevate, ma per problemi di dissipazioni termiche ci si arresta a tali valori. La lunghezza d'onda ottenibile è di 10.64 µm. Il mezzo attivo è principalmente costituito dalla CO<sub>2</sub>, ma oltre a questo gas ne sono presenti altri due: l'azoto N<sub>2</sub> e l'elio He<sub>2</sub>. L'anidride carbonica è utilizzata per la produzione del fascio grazie allo sfruttamento dei tre modi di vibrare della molecola. Gli elettroni dell'energia elettrica derivanti dal pompaggio elettronico vanno ad agire sull'azoto, il quale è il responsabile dell'inversione di popolazione che avviene sulla molecola della CO<sub>2</sub>, portando i suoi elettroni al livello  $E_4$  grazie alla collisione che avviene fra gli elettroni delle due molecole. Dal livello  $E_4$  al livello  $E_3$  si ha la produzione di fotoni, invece nel passaggio di livello da  $E_2$ ad  $E_0$ , non si ha emissione di fotoni ma ho solo generazione di calore. L'elio aiuta a garantire una migliore dissipazione di calore nella cavità risonante. In figura 2.29 [5] è possibile visualizzare quanto descritto:





Figura 2.29: Schema energetico di una sorgente  $CO_2$ 

La più semplice sorgente  $CO_2$  è costituita da un tubo in vetro che ospita la miscela di gas e da due elettrodi responsabili del passaggio di carica necessario per avere l'inversione di popolazione. L'alimentazione di tale sorgente può avvenire in corrente continua (DC) figura 2.30 [1] oppure in corrente alternata ad alte frequenze (AC) figura 2.31 [1]. Solitamente il principio costruttivo di una sorgente alla  $CO_2$  è come quello rappresentato nelle figure 2.30 e 2.31.





Figura 2.30: Pompaggio in DC

Figura 2.31: Pompaggio in AC

Esistono altre quattro tipologie di sorgenti per i laser  $CO_2$ : sorgenti sigillate, sorgenti a flusso assiale, sorgenti slab e sorgenti a flusso trasversale [5].

• Sorgente sigillante: questa sorgente ha dimensione ridotte e compatte rispetto a tutte le altre. Il gas viene sigillato al momento della produzione e questa configurazione permette una vita di 10000 ore, prima di richiedere la sostituzione. Una volta raggiunto il numero di ore massimo si provvederà alla sostituzione del gas con conseguente risigillamento del tubo contenete la CO<sub>2</sub>. Per problemi di dissipazione termica le massime potenze raggiungibili sono di 200 W, con particolari meccanismi di accoppiamento ottico si possono raggiungere potenze di 500 W. I campi di applicazione sono la marcatura e il taglio.

- Sorgenti a flusso assiale: per estrarre una quantità di potenza maggiore rispetto alle sorgenti sigillate, si è deciso di utilizzare le sorgenti a flusso assiale. Il problema termico che caratterizzava le precedenti, viene ridotto grazie al raffreddamento del gas uscente ad alta temperatura. Successivamente il gas raffreddato è di nuovo disponibile ad essere riutilizzato. In questa configurazione si può usare una configurazione lenta dove la velocità massima del flusso di gas è di 1 m/s con potenza massima estraibile dell'ordine di qualche kW. Nel caso veloce invece la velocità massima raggiungibile è di 200 m/s con potenze massime ottenibili di 2.5 kW, la qualità del fascio è più bassa rispetto alla configurazione lenta ( $M^2 \sim 1$ ). Trova applicazione nella saldatura di piccoli componenti e taglio lamiere.
- Sorgenti slab: la cavità è a forma di parallelepipedo, inoltre i due elettrodi sono due lamine in rame. Questa scelta tecnologia consente il raffreddamento del mezzo per convezione. La potenza massima estraibile è di 8 kW, la qualità del fascio è prossima a quella gaussiana, la sorgente dura circa 5000 ore prima di richiedere la sostituzione.
- Sorgenti a flusso Trasversale: la particolarità di questa soluzione è l'utilizzo di una piccola turbina che sospinge il gas. L' involucro esterno è di forma circolare. Le potenze estraibili so dell'ordine dei 10 kW, purtroppo la qualità del fascio è lontana da quella gaussiana.

## 2.5.2 Mezzo attivo allo stato solido: Nd:YAG

Il mezzo attivo è  $Nd^{3+}$ , il quale viene ospitato nei cristalli sintetici di YAG (Granato di ittrio e alluminio formula chimica  $Y_3Al_5O_{12}$ ). La struttura cristallina dello YAG è a struttura cubica, inoltre questi cristalli sono stabili dalle basse temperature fino alla temperatura di fusione. Inoltre si riesce anche a lavorare facilmente. Tale sorgente è molto diffusa nelle applicazioni industriali, perché può lavorare in modalità continua ed impulsata ed inoltre può raggiunger potenze dell'ordine di 6 kW. Mediamente in regime impulsato genera potenze medie di 500 W e di 1 kW in regime continuo. Il valore della lunghezza d'onda è di un ordine di grandezza più piccola rispetto alle sorgenti laser a base  $C0_2$ , mentre l'efficienza quantica è compresa fra 30 e il 50 %, mentre l'efficienza totale è può variare dai 2 ai 5 punti % se lavoro con un pompaggio a lampada, del 10 % se si lavora con pompaggio ottico.

La barretta che costituisce il mezzo attivo ha bisogno di essere refrigerata, per evitare dei problemi di natura termica, infatti la massima potenza che può essergli pompata è di 400 W per 100 mm di lunghezza. Questo mezzo attivo preferisce lavorare col pompaggio assiale. In questo caso l'efficienza totale può aumentare di 8-10 punti % rispetto a quello trasversale. Il pompaggio a diodo garantisce una vita lavorativa del cristallo di 10.000 ore una lampada ne garantirebbe 10 volte di meno. [1] [14] [8].

#### 2.5.3 Mezzo attivo Nd:YVO4

Questo materiale viene utilizzato per generare il fascio laser perché ha eccellenti caratteristiche fisiche ed ottiche le quali influenzano la potenza e qualità del fascio. Lavora bene nella modalità pulsata perché è in grado di sostenere brevi impulsi e alte frequenze imposte dal Q-switch [15]. I produttori di laser scelgono tale materiale da inserire nella cavità risonante perché offre buone efficienze e ha dimensioni compatte. [16]. Questa sorgente è in grado di lavorare in continuo e in regime pulsato. Le lunghezza d' onda prodotte dal mezzo solido ha valore di 1,064 µm. Le potenze estraibili per marcatura su oggetti sono comprese tra i 10 e i 40 W [17], con efficienze  $\eta$  del 30 % nel caso a 20 W [18], ma si può arrivare anche a potenze dell'ordine dei 30 W [18]. In letteratura scientifica si trovano informazioni su laser che in modalità pulsata hanno potenze dell'ordine di 18 W ad una frequenza di 20 kHz [19]. Si presta meglio al pompaggio tramite diodi rispetto alle lampade, questo per problemi della lunghezza del mezzo [8].

#### 2.5.4 Confronto tra Nd:Yag o Nd:YVO4

Entrambi i mezzi sono ampiamente utilizzati per la generazione del fascio, in questo paragrafo verranno sintetizzati alcuni dei loro pregi e difetti. Nd:YVO<sub>4</sub>, Nd:YAG posso essere usati indifferentemente in modalità continua o pulsata. Da un punto di vista di mezzo pompante Nd:YAG è più versatile in quanto si presta bene sia alle lampade che ai diodi, mentre Nd:YVO<sub>4</sub> predilige i diodi rispetto alle lampade. La conducibilità termica del Nd:YVO<sub>4</sub> è circa tre volte più bassa di quella del Nd:YAG, quindi si ha capacità di dissipazione di calore peggiori nel primo rispetto al secondo, in fine questo può portare a vari problemi di natura termica tra cui la lente termica e fratture. Nd:YVO<sub>4</sub> ha il vantaggio di riuscire a ricavare una notevole potenza anche da un cristallo più piccolo riducendo così le dimensioni della sorgente rispetto ad un Nd:YAG. Questo si può chiaramente osservare dalle figure 2.32, 2.33 [20], dove in ascissa si trova la lunghezza del cristallo ed in ordinata la potenza in uscita, ad ogni riga colorata sulla figure 2.32 e 2.33 corrisponde un diametro. Si posso trovare analogie identiche mettendo in ascissa il diametro mantenendo costante la lunghezza del cristallo [20].



Figura 2.32: Potenza in uscita sorgente Nd:YVO4



Figura 2.33: Potenza in uscita sorgente Nd:YAG

 $Nd: YVO_4$  ha un elevato coefficiente di assorbimento rispetto al Nd:YAG, questo permette di assorbire un quantitativo di energia maggiore.

## 2.5.5 Diodo laser

Il diodo oltre ad essere un elemento pompante come descritto in 2.4.2 può essere considerato come un mezzo che produce il fascio. Il fascio da un diodo può essere prodotto sfruttando l'unione di due semiconduttori "drogati". Questo termine fa riferimento all'aggiunta di ioni di un elemento differente da quelli che costituiscano la struttura cristallina del semiconduttore. Questa aggiunta favorisce il moto degli elettroni dalla struttura del materiale base. L'unione dei due semiconduttori è detta

giunzione p-n. Grazie alla polarizzazione diretta che si può applicare all'unione dei due semiconduttori gli elettroni si possono mettere in moto e generare il fascio. In generale questo tipo di sorgente ha efficienze quantiche prossime all'unità in quanto il pompaggio avviene in modo diretto e l'efficienza globale si attesta a valori del 30% [1]. In commercio inoltre sono presenti dei diodi che sono in grado di generare due intervalli di lunghezze il primo va tra i 790 e gli 860 nm il secondo va tra i 940 e i 980 nm. A livello industriale le sorgenti più utilizzate come Nd:YAG e Nd:YVO<sub>4</sub> lavorano con lunghezze d' onda pari a 808 nm, mentre Yb:YAG lavora ad un valore di 940 nm [8].

In generale una sola giunzione p-n non è in grado di produrre un fascio sufficientemente potente, quindi a seconda delle esigenze industriali esistono varie configurazioni possibili per ottenere dei diodi più prestanti di seguito ne verranno elencate alcune [8]:

- Singolo emettitore: questo dispositivo è composto da un sola giunzione p-n, le potenze ottenibili raggiungono i 2 W in modalità continua, le lunghezze d'onda hanno valori compresi tra i 50 e 200 nm. Otticamente è accoppiabile alla fibra ottica. Mentre come dispositivo di raffreddamento è dotato di un raffreddatore termoelettrico come mostra la figura 2.34 [8], inoltre il diodo è montato all'apice del radiatore a forma piramidale, che a sua volta è connesso con il raffreddatore termoelettrico.
- Serie monodimensionale di diodi: questo dispositivo è in grado di produrre potenze più elevate rispetto al precedente e viene mostrato in figura 2.35 [8]. Sopra la barra lunga un 1 cm si trova la serie di diodi in grado di produrre il fascio laser, anche essi sono posati su di un supporto che li sorregge (laser diode array). Infine si ha un collegamento in parallelo tra questo supporto e un'altra piastra (bar bond plate). Con questo dispositivo è possibile ottenere potenze di 50 W in modalità continua con una durata della sorgente di 5000 ore, riducendo drasticamente la vita del diodo è possibile ottenere anche potenze di 250 W sempre nelle medesime condizioni di funzionamento. Inoltre tale dispositivo può lavorare anche in modalità quasi continua (quasi-cw), tale condizione la si ha quando la durata dell' impulso è molto maggiore di 1 µs. Le potenze di picco raggiungente in queste condizioni sono di 60 W o equivalentemente di 12 mJ, con una durata dell'impulso corrispondete a 200



I Laser

Figura 2.34: Emettitore singolo

µs. Anche in questa caso è possibile raggiungere valori di potenza di picco più elevati con la conseguente diminuzione di vita utile della sorgente. In entrambi i casi sia che si operi in modalità continua che in modalità quasi continua, si hanno problemi di natura termica, soprattutto nella zona della giunzione p-n, quindi i diodi sono dotati di opportuni sistemi di raffreddamento. Un modo per ridurre i problemi termici nel caso del pompaggio assiale è l'accoppiamento del diodo con la fibra.



Figura 2.35: Serie monodimensionale di diodi:

- Serie "bidimensionale" di diodi (two-dimensional array): la costruzione del dispositivo è molto simile al precedente. La differenza che li contraddistingue è la creazione di una struttura bidimensionale impilando in orizzontale o in verticale più barre contenenti una serie di diodi (linear array diode) ottenendo così una struttura bidimensionale; infine ogni livello di barra contenente i diodi è realizzato con un collegato in serie. Per questa soluzione sono stati creati dei sistemi di raffreddamento che sfruttano dei refrigeranti che si muovono all'interno di microcanali che vanno direttamente in prossimità del diodo , oppure di classici refrigeratori.
- Superficie emettitrice: il metodo dell'impilaggio di più barre contenenti diodi, ha un processo tecnologico complesso che aumenta i costi di produzione, spesso si preferisce utilizzare soluzioni alternative come quella mostrata in figura 2.36, dove si può notare la presenza di diodi montati su dei supporti e il fascio di luce prodotta viene riflessa dagli specchi.



Figura 2.36: Superfice emettitrice con l'ausilio di specchi

Infine ad esempio un diodo che lavora in modalità continua che eroga una potenza di 40 / 50 W ha una durata di 10000/20000 ore [8], dopo questa durata la potenza in uscita cala di un 20 %, per sopperire a tale diminuzione basta fornire maggiore corrente nominale al diodo. Mentre un diodo che lavora in modalità impulsata che emette una potenza media di 100 W ha una durata tra i 5 e i miliardi di impulsi [8].

## 2.6 Laser a fibra

Come ultimo metodo di produzione del fascio laser attraverso un mezzo solido, verrà presentato il laser a fibra.

La produzione del fascio si ottiene per mezzo del Yb:vetro (itterbio-Yb), il quale viene ospitato all'interno del vetro, la sua lunghezza d'onda è di 1,08 µm. Itterbio può essere ospitato in quantità maggiore rispetto al neodimio, quindi si avrà un drogaggio maggiore e quindi di conseguenza si potrà estrarre maggiore potenza. In una fibra si individua il "core" che è il mezzo attivo, nel nostro caso è l'itterbio, il quale sarà avvolto da una fibra più esterna, il vetro. Il pompaggio avviene tramite una serie di diodi. Il ruolo degli specchi che insieme al mezzo attivo e alla sorgente costituiscono la camera risonante è svolto da dei reticoli di Bragg (figura 2.37 [1])



Figura 2.37: Schema di un laser a fibra

Il fascio ottenuto con questa tecnologia ha distribuzione gaussiana ed ha elevata densità. Purtroppo una sola fibra genera 300 W, per ottenere più potenza, si possono unirle, arrivando ad avere potenze in uscita fino a 10 kW, questo però comporta una diminuzione di qualità del fascio, cioè si ha un allontanamento da una condizione gaussiana. Oltre ai vantaggi di processo menzionati poc'anzi, questo tipo di laser può funzionare anche se non tutte le sorgenti pompanti sono attive a causa di guasti. Questo permette di fare la sostituzione in un momento di manutenzione programmata, senza arrestare la macchina nella fase di produzione. Questa tipologia di laser ha un costo d'acquisto elevato, ma che può essere ammortizzato nel tempo, grazie agli inferiori costi d'esercizio infatti ha bassi consumi energetici, il raffreddamento non richiede particolare spesa energetica perché è sufficiente quello ad aria generato da semplicissime ventole [1].

In questo capitolo sono stati presentati solo alcuni degli innumerevoli materiali che si possono utilizzare per produrre fasci laser, in figura 2.38 [7] un esempio della maggior parte dei mezzi utilizzati. Mentre in figura 2.39 le potenze estraibili [7].



Figura 2.38: Materiale per generare fasci laser



Figura 2.39: Potenze estraibili dai materiali

## 2.7 Sistema di trasporto del fascio

Il fascio una volta uscito dalla sorgente deve essere convogliato verso la superficie da lavorare. Solitamente è preferibile dare tutti i gradi di libertà al fascio così da ridurre le inerzie garantendo più precisione nelle lavorazioni. Il fascio una volta prodotto deve essere trasportato dalla sorgente alla superficie da lavorare, per realizzare questo esistono due modi la:

catena ottica: in questo caso il sistema di trasporto è garantito da delle lenti che posso traslare e ruotare. Un esempio di catena ottica è mostrata in figura 2.40 [1]. Questa metodo si può utilizzare nel caso sia di sorgenti aeriformi e solide ed in entrambe le modalità di funzionamento impulsata o continua. Se le potenze in gioco non sono troppo elevate è sufficiente una semplice refrigerazione ad aria tra specchi. Mentre se le potenze in gioco superano i 500 W, la semplice dissipazione per convezione tra la superficie e il fluido non è più adatta e quindi si ricorre all'utilizzo di refrigeranti liquidi.



Figura 2.40: Trasporto del fascio mediante catena ottica

*fibra ottica:* la sua geometria e flessibilità sono approssimabili a quelli di un cavo elettrico. Il suo funzionamento è basato sul principio della totale riflessione, la quale fa si che il fascio che viene trasportato dalla silica materiale costituente l'interno della fibra non interagisce con l'involucro esterno, questo accade perché la silica ha indice di rifrazione maggiore rispetto all'involucro. Trasportare il fascio con questa tecnica nella zona di lavorazione è più semplice anche perché si evitano tutti i problemi inerenti agli allineamenti degli specchi. Il limite che presenta tale metodo è che a seconda della lunghezza d'onda che ha il fascio, la fibra può avere effetto più o meno smorzante. Se l'effetto smorzante aumenta si hanno problemi di generazione di calore sulla fibra, questo comporta anche un allontanamento dalla condizione di fascio gaussiano. Ad esempio la lunghezza d'onda del fascio generato con un Nd:YAG fortunatamente ha valori di assorbimento bassi. Inoltre non sono adatte al regime impulsato. Quando non è possibile garantire tutti gli spostamenti al fascio tramite gli specchi o la fibra, il fascio sarà sempre convogliato al di fuori della sorgente grazie ai dispositivi elencati sopra, ma in alcuni casi il fascio starà fermo e il movimento per garantire la lavorazione sarà conferito alla tavola porta-pezzo. In alcuni casi però si può avere una configurazione mista dove un po di gradi di libertà li hanno gli elementi trasportanti ed un po' il pezzo o la sorgente (o testa). Nel caso di pezzi molto gradi (settore navale) o dove la quantità di codice da lavorare è elevata si preferisce conferire il moto alla sorgente laser come nel caso dei marcatori presenti in Bitron. In alcuni casi esistono in stabilimento dei marcatori che hanno due gradi di libertà sulle ottiche (x-y) e uno alla testa (z). Per realizzare questo la sorgente deve avere masse contenute.

E' stato descritto come il fascio venga trasportato per mezzo di lenti o specchi, purtroppo questi componenti non sono perfetti, questo può causare un errore di focalizzazione. Un altro tipo di errore presente nei sistemi ottici è l'aberrazione sferica, la quale è causata da specchi e lenti che presentano tale geometria. Questo errore dipende dalla geometria in se, sarebbe presente anche se gli specchi e lenti fossero perfettamente sferici [1]

# 2.8 Geometria del fascio un fascio laser e focalizzazione

Il fascio quando arriva in prossimità del pezzo deve essere correttamente focalizzato; questo può avvenire tramite delle lenti (focalizzazione per trasmissione) o degli specchi (focalizzazione per riflessione). Nel caso il trasporto del fascio avvenga con la fibra la focalizzazione avviene per mezzo di due lenti una di ricollimazione e una di focalizzazione.

Un'ulteriore proprietà che non è stata menziona nelle proprietà del laser è la collimazione. Un fascio collimato ha la caratteristica di essere concentrato su di una piccola area anche a lunghe distanze. Con il termine collimazione si intende la possibilità di avere tutti i raggi di luce paralleli, quello che si ottiene nella realtà è un fascio quasi collimato; perché una leggera divergenza ci sarà sempre [21]. Quindi se il fascio fosse perfettamente collimato e incidesse una superficie nel punto di contatto troveremmo un diametro minimo detto  $d_0$ , però il fascio è quasi collimato quindi la sua intersezione col piano di lavoro origina un diametro chiamato  $d_s$ . A  $d_0$ 

corrisponde la massima densità di potenza o irradianza, mentre a  $d_s$  no in quanto non è il punto di minima sezione. Quindi al variare del diametro e della focale indicata con f (sul disegno con F, nel presento elaborato F indica la frequenza ed f la focale) che è l'altezza che vi è fra la lente o specchio e il piano di lavoro cambia la densità di potenza o irradianza del fascio. Le dimensioni descritte sono visualizzabili in 2.41a,b [1] [2].



Figura 2.41: Focale, dimetro minimo, dimetro non minimo

La forma che il fascio assume quando esce dalla sorgente e dopo la lente di focalizzazione è quella di un paraboloide, il calcolo del diametro minimo si può effettuare per mezzo di 2.8 [1], dove k è una costante che dipende dal fascio,  $\lambda$  la lunghezza d'onda del fascio e d<sub>f</sub> il diametro all'uscita dalla sorgente.

$$d_0 = k \frac{\lambda f}{d_f} \tag{2.8}$$

## 2.9 Caratteristiche fisiche e qualitative del fascio

Di seguito vengono riportate le caratteristiche fisiche e qualitative (modi) del fascio [1]:

• Fluenza: il fascio generato possiede una determinata luminosità o equivalentemente una determinata potenza P [W], essa se moltiplicata per un tempo  $\tau$ genera l'energia trasporta dal fascio, visualizzabile nell'equazione:

$$Q = P\tau \tag{2.9}$$

mentre la fluenza è definita nell'equazione:

$$F = \frac{Q}{S} \tag{2.10}$$

dove S è la sezione trasversale del fascio, la sua unità di misura è definita come  $[Jm^{-2}]$ .

• Irradianza: è definita come nell'equazione 2.11 [1]:

$$I = \frac{P}{S} \tag{2.11}$$

la sua unità di misura sono i  $Wm^{-2}$ , però spesso si preferisce esprimerla in  $Wcm^{-2}$  o  $Wmm^{-2}$ . Quest'ultima grandezza è legata al campo elettrico. Il valore di irradianza indicato nell'equazione 2.11 è un valor medio tale valore varia da punto a punto sull'area trasversale del fascio quindi il suo valore è dato:

$$I = \frac{1}{S} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) \, dxdy \qquad (2.12)$$

La densità di potenza o irradianza non è costante su tutta la sezione del fascio questo dipende principalmente dalla dimensioni e dalla geometria della camera risonante. Chi riveste un importanza fondamentale nella distribuzione delle densità di potenza sono gli specchi. Una distribuzione importante di densità di potenza è quella Gaussiana. Un indicatore che mostra la distribuzione di irradianza sul fascio è il TEM (Modo Elettronico Trasversale). Questo parametro solitamente è caratterizzato da due pedici m ed n, il primo indica il numero dei minimi di densità in x , il secondo ha il medesimo significato ma in y (esempio  $TEM_{10}$  indica che ho un minimo in direzione x e nessuno in y). Mentre la simbologia  $TEM_{mn^*}$  indica due modi identici ruotati di 90° (figura 2.42). La distribuzione Gaussiana è indicata con  $TEM_{00}$  (figura 2.43). Altri esempi sono visualizzabili nelle figure 2.44 e 2.45 [1].



**Figura 2.42:** TEM<sub>10\*</sub>



**Figura 2.44:** TEM<sub>10</sub>



Figura 2.43: TEM<sub>00</sub>



Figura 2.45:  $TEM_{11}$ 

In campo industriale per descrivere il profilo spaziale si preferisce usare altri tre indicatori:

- 1. K: fattore di propagazione del fascio. Valore compreso tra 0 ed 1. Più è prossimo ad 1 e più il fascio ha distribuzione gaussiana;
- 2.  $M^2$ : esprime la qualità del fascio utilizzato nei laser  $(M^2 \ge 1)$  [1], quando è uguale ad 1 indica la distribuzione gaussiana. Si può calcolare come l'inverso di K;
- 3. BPP: Beam parameter product utilizzato nei laser allo stato solido tra cui il Nd:YAG, fibra...

## 2.10 Efficienza

Nelle precedenti sezioni è stato spiegato come dall'energia elettrica si potesse giungere alla generazione di un fascio laser tramite vari step (conversione di energia elettrica in energia luminosa, la quale colpisce il mezzo attivo generando l'emissione stimolata, dalla quale si ha la produzione di fotoni, infine per garantirgli un aumento d'intensità si utilizzano degli specchi). In figura 2.46 si mostra una serie di efficienze, che caratterizzano la trasformazione energetica dall'energia elettrica fino alla generazione del fascio. La prima ad essere indicata in figura 2.46 è  $\eta_{\rm p}$  esprime il rapporto fra la la potenza che andrà ad impattare sul mezzo attivo  $P_{\lambda}$  e la potenza elettrica  $P_{\rm in}$ . Questo valore per un diodo è compreso fra 0.3 e 0.5, per una lampada è compreso fra 0.04 e 0.09. Il termine  $\eta_{\rm t}$  è il rapporto fra la potenza che giunge sul mezzo  $P_e$  e la potenza emessa dalla sorgente pompante

 $P_{\lambda}$ . Questo rendimento è funzione della geometria della cavità risonante, della geometria del mezzo, della distanza che vi è fra i due, del metodo di raffreddamento ed in fine della capacità di riflessione della cavità. Solitamente ha valori da 0.85 a 0.98 per i diodi, mentre per le lampade tra 0.3 e 0.6. Il terzo blocchetto è diviso in due parti: nella prima parte troviamo  $\eta_a$ , che esprime il rapporto tra la potenza realmente assorbita dal mezzo  $P_a$  e la potenza ricevuta  $P_e$ ; nella seconda parte del blocchetto si trova l'efficienza quantica  $\eta_{\rm Q}$  che rappresenta il rapporto fra il numero di fotoni che contribuisco all'emissione del fascio e il numero di fotoni che vengono pompati. Il parametro  $\eta_{\rm S}$  esprime il rapporto fra l'energia dei fotoni del fascio e l'energia dei fotoni pompati dalla sorgente. Per i diodi questa valore è di 0.76, per le lampade è una media su tutto lo spettro di assorbimento del laser. La penultima efficienza rappresentata in 2.13 è :  $\eta_{\rm B}$ . Tale efficienza rappresenta quanta emissione spontanea si ha rispetto a quella stimolata: il suo valore è minore a 1, in un range compreso tra 0.3 e 0.9. Infine  $\eta_E$  indica il rapporto fra l'energia estratta dalla cavità risonante e l'energia immagazzinata nel livello energetico più alto del mezzo attivo, dal quale successivamente poi si avrà la discesa dell'elettrone al livello energetico inferiore. I valori di quest'ultimo si ricavano graficamente, lo stesso vale per i valori di  $\eta_a$ . Quindi l'efficienza totale sarà data dall'equazione 2.13 [8]:



$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \eta_P \eta_t \eta_A \eta_Q \eta_S \eta_B \eta_E \tag{2.13}$$

## 2.11 Marcatura

La storia dell' uomo ha sempre mostrato che ogni epoca è stata caratterizzata da invenzioni innovative per ottenere dei beni che ne migliorassero le proprie condizioni di vita. La complessità dei prodotti e le esigenze di mercato attuali richiedono lavorazioni sempre più complesse da svolgere nel minor tempo possibile ricercando la miglior qualità di prodotto. In figura 2.47 [19] è possibile vedere una serie di lavorazioni tradizionali (ad esempio le lavorazioni alle macchine utensili), che non sono in grado di generare determinati livelli di precisione anche dopo gli anni 2000. Invece bisogna notare come con l'introduzione e l'ausilio delle cosiddette lavorazioni non convenzionali (tagli ad acqua, lavorazioni ad ultrasuoni, lavorazioni laser,...), si possano raggiungere livelli di tolleranza molto bassi.

Tra le lavorazioni non convenzionali se ne trovano tantissime, una di queste riguarda quelle che sfruttano l'energia termica per eseguire la lavorazione. Un esempio di queste è rappresentato in figura 2.48 [5]. In ascissa di 2.48 si trova il tempo di interazione tra il fascio e la superficie lavorata in ordinata l'irradianza, le linee rette invece rappresentano la fluenza, infine gli assi di 2.48 sono logaritmici. In 2.48 vi si trova la marcatura che è una lavorazione che sfrutta l'energia termica trasportata da un fascio laser che risulta " l'utensile" per eseguirla.



Figura 2.47: Qualità delle lavorazioni

I Laser



Figura 2.48: Lavorazione e tempo di interazione

## 2.11.1 Cenni sull'interazione materiale fascio

Il fascio trasporta un'energia di tipo ottico (definita come luce trasportata nell'unità di tempo [22]), che si trasforma in energia di tipo termico [19] (il tempo di trasformazione da una forma di energia all'altra avviene in  $10^{-13}$  s per i metalli e in  $10^{-12}$ s per i non metalli [6]). La spiegazione semplificata della formazione di energia termica è dovuta al fatto che quando il fascio colpisce gli elettroni del materiale lavorato essi iniziano a vibrare, l'effetto macroscopico di questo è l'aumento di temperatura che può portare alla fusione o vaporizzazione della superficie lavorata. Di tutta la potenza posseduta dal fascio (detta potenza incidente  $P_i$ ), una parte di essa causerà l'innalzamento di temperatura (detta potenza trasmessa  $P_t$ ) e una parte sarà riflessa (detta potenza riflessa  $P_r$ ) e non contribuirà alla lavorazione. Quanto della potenza incidente sarà trasmessa e quanta riflessa dipendono principalmente dalla lunghezza d'onda del fascio e dal coefficiente di assorbimento del materiale, un esempio di questo in figura 2.49 [5]. In alto sulla figura 2.49 è possibile visualizzare tre tipologie di sorgenti che emettono il fascio con una determinata lunghezza d'onda alla quale gli corrisponde un determinato coefficiente d'assorbimento. Invece in figura 2.50 [23] è rappresentato il coefficiente di assorbimento del Policarbonato (PC) in funzione degli additivi che lo compongono, i quali hanno un ruolo fondamentale nella lavorazione laser in quanto ne migliorano le caratteristiche ottiche consentendo una migliore interazione fra fascio e superficie.



Figura 2.49: Andamento coefficiente assorbimento



**Figura 2.50:** Coefficiente assorbimento Policarbonato PC

In funzione della quantità di potenza trasmessa nel materiale si darà origine a differenti meccanismi termici che causeranno degli effetti sulla superficie del materiale, che sono rappresentati in figura 2.51 [6]. Dalla 2.51a si vede che il meccanismo di trasmissione dominante è la conduzione all'interno del materiale, in superficie invece si hanno i meccanismi di convezione ed irraggiamento, tutti e tre porteranno all'innalzamento della temperatura del materiale. Il calore generato potrà causare la fusione locale del materiale e infine se l'innalzamento di temperatura sarà elevato anche alla vaporizzazione figure 2.51b e c. In alcuni casi si può arrivare alla formazione di plasma quando il vapore del materiale interagisce col fascio. La formazione di plasma dipende dalla densità di potenza. La sua formazione può giocare un effetto benevolo perché contribuisce, insieme all'irraggiamento, al riscaldamento della superficie, ma se questo contributo non è necessario si rischia di avere un effetto indesiderato sul pezzo in lavorazione. Infine attraverso un processo foto-termico si ottiene l'ablazione (figura 2.51e). Questo fenomeno avviene perché si ha un aumento di temperatura molto elevato che genera degli stress termici che portano all'asportazione di materiale. Questo processo è favorito da impulsi di durata molto brevi [6].



Figura 2.51: Effetti tra l'interazione laser e materia

I Laser

Come ultimo fattore analizzato nell'iterazione fra materiale e fascio viene considerato il tempo di interazione che vi è fra i due. A seconda della durata del tempo di contatto fra fascio e superficie del pezzo si possono definire quelli di lunga durata, che hanno ordine di grandezza dei nanosecondi $(10^{-9} \text{ s})$  e quelli di breve durata con ordine di grandezza dei picosecondi  $(10^{-12} \text{ s})$  o inferiori [24]. Un fascio che ha una durata dell'impulso dei nanosecondi sulla superficie genera difetti tra cui: zone termicamente alterate e generazioni di cricche, mentre un laser che ha durata dell'impulso dei picosecondi non soffre di tali problematiche [24] [19]. Un esempio di questo è mostrato in figure 2.54, 2.55 [24]. Inoltre anche la qualità della lavorazione è influenzata dalla durata dell'impulso un esempio di questo è visualizzabile nelle figure 2.52 e 2.53 [24]. Ovviamente queste differenze di qualità non sono visibili ad occhio nudo ma bisogna ricorrere ad un microscopio elettronico.



Figura 2.52: Esempio di lavorazione a durata lunga



Figura 2.53: Esempio di lavorazione a durata breve







**Figura 2.55:** Effetti interazione laser materiale durata breve

# Short pulse

#### 2.11.2 Meccanismi di marcatura

Alla vista dell'occhio umano il processo di marcatura sembrerebbe una semplice incisione su di una superficie di un determinato materiale. Invece possono esistere diversi meccanismi di marcatura che daranno origine ad un contrasto tra la zona del materiale lavorato e quello non lavorato. Il risultato finale può avvenire tramite tre meccanismi fisici. Il primo è una semplice incisione dovuta alla fusione e vaporizzazione col risultato di avere un piccolo solco nel materiale (engraving la quantità di potenza in gioco è elevata , se invece è presente solo fusione si dice etching la quantità di potenza in gioco è minore del caso precedente). Gli altri due riguardano o un cambiamento microstrutturale della superficie o la formazione di composti in superficie. Questi ultimi due principi fisici sono accomunati da un cambiamento di indice di rifrazione tra la superficie lavorata e quella grezza (marking o laser colouring, la potenza in gioco non è molto elevata sicuramente minore rispetto al caso del engraving ed etching [3]). Di seguito verranno elencati in modo più specifico questi metodi fisici che daranno origine all' effetto della marcatura :

- 1. Generazione di schiuma (foaming): a basse temperature si generano delle bolle che daranno origine ad una schiuma superficiale che fa si che l'indice di rifrazione tra le superficie lavorata e quella non lavorata non cambi, originando così un' effetto di marcatura visibile all'occhio umano. Le bolle si originano vicino al bagno fuso che sia crea superficialmente. Metodo utilizzato sui polimeri.
- 2. *Scolorimento (discolouration):* l'energia trasportata dal materiale induce uno scolorimento superficiale ad una data temperatura. Questa tecnica è utilizzata su legno e polimeri, acciai e plastiche colorate.
- 3. *Sbiancamento (bleaching):* il colore di alcuni materiali polimerici può essere cambiato usando una reazione fotochimica, la quale è innesca da una determinata lunghezza d'onda, solitamente corta.
- 4. *Microcricche (Microcracking):* da una piccola fusione superficiale avete profondità che non supera i 20 μm, il materiale risolidificando modifica la sua

struttura con la formazione di cricche che causano un cambiamento di riflessione di luce. Questa metodologia è applicata nella marcatura del vetro sfruttando una sorgente a base  $C0_2$ .

- 5. *Incisone (engraving):* la fusione e la vaporizzazione che si generano a causa del fascio generano una incisione nel pezzo che può arrivare a profondità di 0.1 mm. Si applica sui termoplastici e metalli.
- 6. *Ablazione (ablation):* come già accennato nella parte sui meccanismi di interazione fra fascio e materia , grazie ad un processo foto-termico si genera un aumento di temperatura che crea un incisione nel materiale [7].

## 2.11.3 Tecniche di Marcatura

In questa sezione spiegheremo come il simbolo da realizzare sulla superficie venga passato dal software del marcatore alla superficie del pezzo. Per realizzare questo esistono tre metodi:

1. Marcatura lineare: in questa configurazione la sorgente emette il fascio laser, il quale passa attraverso il collimatore che rende il fascio ad assi paralleli. Dopo di che grazie a due specchi, detti galvanometri il fascio sarà convogliato verso il pezzo. Quanto descritto è visualizzabile in figura 2.56 [7]. Il moto può essere conferito sia alla tavola che agli specchi: Solitamente si preferisce privilegiare questa soluzione per i motivi spiegati nella sezione 2.7. Il comando degli specchi è assicurato da dei motori controllati da un controllore. Il fascio prima di giungere sulla superficie del pezzo passa dalla lente (lens) che lo focalizza. L'asportazione del materiale avviene attraverso delle linee verticali ed orizzontali. L'insieme delle righe verticali ed orizzontali costituisce il riempimento. La distanza fra di esse è scelto dall'operatore in base alla propria esperienza e al risultato qualitativo finale del pezzo. Quindi per ottenere il simbolo desiderato l'operatore oltre a definire il riempimento, indicherà al marcatore la contornatura che delimita il simbolo. Solitamente la macchina esegue prima il contorno e poi il riempimento. L'area di marcatura descritta in 2.56 può raggiungere i 200 x 200 mm<sup>2</sup>. Se si desidera marcare aree più grandi di dimensione massime di  $400 \ge 400 \text{ mm}^2$  si può ricorre ad una lente mobile anche lei con un asse dedicato e controllato. Col suo moto è possibile

mantenere il fuoco nell'area di lavoro, garantendo così la marcatura su aree più grandi. La limitazione di questo sistema è la riduzione in velocità di marcatura. Questo è descritto è mostrato in figura 2.57 [2]. Il range di velocità con cui si può muovere il fascio può variare da 20 mm/s a 5000 m/s, mentre in termini di velocità di caratteri possono raggiungere i 500 caratteri a secondo.





Figura 2.56: Schema di marcatura lineare

Figura 2.57: Schema di marcatura a lente mobile

2. Marcatura a scansione: in questa modalità il laser lavora per punti. Da notare da figura 2.58 [2] come uno dei due specchi che costituiva il galvanometro del caso rappresentato in 2.56 è sostituito da un tamburo graduato, che consente il moto del punto sulla direzione del lato corto del rettangolo rappresentato in 2.58, mentre lo specchio realizza lo spostamento del punto in direzione lato lungo del rettangolo. Anche in questa soluzione è presente una lente di focalizzazione. Questa soluzione è meno precisa in termini di definizione del simbolo rispetto alla soluzione precedente.



Figura 2.58: Schema di marcatura scansione

3. Marcatura a scansione: come mostra la figura 2.59 [1] si vede come il fascio ancora defocalizzato colpisca una maschera, successivamente attraverso uno specchio e la lente di focalizzazione il simbolo sarà inciso nel medesimo istante di tempo. Proprio per questo il fascio deve avere una uniformità di irradianza in modo che il simbolo presenti una qualità omogenea. Inoltre il tempo di marcatura deve essere contenuto per quello che veniva detto poc'anzi, per raggiungere tale obbiettivo si sfruttano elevate potenze di picco. Le aree marcabili sono ridotte. La realizzazione di questo schema è facile in quanto non vi è la presenza di elementi mobili. Questa tecnica è poco flessibile in quanto per ogni simbolo è necessario la presenza di una maschera.



Figura 2.59: Schema di marcatura ad area

Tra tutte le tecniche citate quella più utilizzata è quella lineare perché consente una maggiore flessibilità e risoluzione nella realizzazione del simbolo.

#### 2.11.4 Modalità di funzionamento e parametri di processo

I parametri che si possono settare da comando di controllo della macchina sono la frequenza, la velocità con cui si muove il fascio e l'intensità di corrente (questo termine nel seguito per semplicità nell'elaborato verrà indicato come intensità) o la percentuale di potenza che si fornisce alla lampada o al diodo, riempimento.

- 1. Frequenza: questo parametro si riferisce a quante ripetizioni fa in un secondo il fascio laser.
- 2. Velocità di traslazione fascio: indica la velocità con cui si muove il fascio, quindi dal suo valore dipende la rapidità con cui si effettua l'incisione del simbolo. Dalla frequenza e velocità dipende l'overlap, la relazione è mostrata in 2.14. Questo parametro non è selezionabile sulla macchina ma è il legame che vi è fra frequenza e velocità e indica la percentuale di sovrapposizione che vi è fra due spot successivi del fascio. All'aumentare della velocità diminuisce e viceversa. Mentre se la frequenza aumenta la sovrapposizione fra i due spot aumenta, vale il viceversa.

$$O\% = 1 - \frac{v}{fd} \tag{2.14}$$

- 3. Intensità di corrente o percentuale di potenza: sicuramente questo parametro è quello che influenza di più la capacità di asportare materiale sul pezzo in lavorazione perché dal suo valore dipende la potenza del fascio. Ovviamente la potenza o l'irradianza non avranno andamento costante su tutto lo spessore del pezzo, ma diminuirà con legge esponenziale (legge di Lambert-Beer [25]).
- 4. **Riempimento:** a questo parametro veniva già fatto riferimento nella sezione 2.11.3 (marcatura lineare), quando si faceva riferimento alla capacità del laser di asportare materiale per mezzo di linee verticali ed orizzontali . Solitamente dal loro distanziamento dipende l'asportazione interna di materiale del simbolo da realizzare.

Infine un laser come è già stato presentato precedentemente ha la capacità di lavorare in continuo oppure in modalità pulsata. Nel caso continuo la potenza viene erogata in modo costante dalla sorgente, nel caso pulsato invece viene rilasciata su brevi intervalli temporali (durata dell'impulso  $\tau_h$ ) un esempio di questo sono le figura 2.60, 2.61 [1]. Nel regime impulsato si definisce una potenza media ed una di picco. Il legame fra le due è dato dalla frequenza di ripetizione degli impulsi e dalla sua durata come mostra 2.15. Se il valore della potenza di picco viene moltiplicato per la sua rispettiva durata si ottiene l'energia del singolo impulso.



Figura 2.60: Potenza continua

Figura 2.61: Potenza pulsata

$$P_{av} = f_p Q = f_p \tau_h P_H \tag{2.15}$$

Per ottenere il funzionamento in regime impulsato esistono 3 tecniche: free-running, Q-switch, mode-locking. La prima tecnica consente di ottenere regimi impulsati di  $10^{-4}$  secondi questo valore indica che il regime non è né CW né PW, ma nel gergo tecnico viene definito come quasi-CW. A livello costruttivo tale tecnica è la più semplice da realizzare in quanto l'impulso è generato da una semplice lampada flash che eccita il mezzo solido. Il Q-switch o il mode-lock alle volte possono essere abbinati alla modalità free-run per aumentare l'efficienza dell'energia erogata dalla lampada flash [26].

Il Q-switch permette di ottenere una durata degli impulsi dell'ordine dei nanosecondi. Col termine Q si fa riferimento al fattore di qualità della cavità risonante, più precisamente indica la facilità con cui si riesce ad ottenere l'inversione di popolazione, matematicamente Q è inversamente proporzionale ad N (definito in equazione 2.6). Infatti questo si può veder chiaramente da figura 2.62 [26] quando Q è basso N<sub>th</sub> è alto, questo valore indica il valore per cui si raggiunge l'inversione di popolazione e quindi la produzione del fascio. Dall'immagine 2.62 di Q è sempre possibile osservare che ad un dato istante temporale t l'andamento di Q ha un gradino e di conseguenza il valore di N<sub>th</sub> si abbassa e quello di N<sub>2</sub> aumenta, raggiungendo così N<sub>2</sub> > N<sub>th</sub>. Tra la salita di Q al suo valore massimo e la produzione del fascio si ha un ritardo compreso tra i 10 e 20 ns a causa di un leggero transitorio dovuto al tempo impiegato dalla luce diffusa dal mezzo pompante a far avvenire l'inversione di popolazione. Dall'immagine 2.62 si vede come per il massimo di  $N_2$  si ottiene il picco di intensità per il fascio. Ora se si immagina di ripetere questa procedura nel tempo si produrrà un fascio che trasporta una informazione per una durata temporale breve ad alta energia.



Figura 2.62: Andamento di R, Q,  $N_2$  e I in modalità Q-switch

Per far sì che il fascio agisca in modalità pulsata esistono 4 modi: specchio rotante, otturatore elettro-ottico, otturatore acustico ottico, Q-switch passivo. La prima soluzione è la più semplice da progettare e da realizzare, la si trova applicata nei mezzi solidi a rubino, raramente negli altri mezzi solidi, il massimo di Q si ha quando lo specchio semi-riflettente è parallelo a quello totalmente riflettente come si può vedere in figura 2.63 [26]. La seconda soluzione è rappresentata in figura 2.64 [26] all'interno della cavità risonante sono presenti un pockets cell e un polarizer, quest'ultimo consente il passaggio di luce polarizzata. Nel pockels cell invece, è contenuto un cristallo non lineare che permette alla luce polarizzata di ruotare se gli viene applicato un elevato voltaggio permettendo un aumento di Q. Se non vi è applicato alcun voltaggio il Q si abbassa con conseguenza assenza di produzione di fascio. In figura 2.65 [26] è rappresentato un esempio di Q-switch dove un trasduttore piezoelettrico (PZT) posto su un cristallo, il cui indice di rifrazione viene modificato dal PZT. Quando questo è attivo, il Q è basso quindi non si ha produzione del fascio, quando il PTZ non è attivo si ha la produzione del fascio. Le ultime due soluzioni presentate hanno la caratteristica di avere un tempo

di riposta capace di consentire un cambiamento del fattore Q che un otturatore classico meccanico non permetterebbe.



**Figura 2.63:** Modalità Q-switch con specchio rotante



**Figura 2.64:** Modalità Q-switch con pockels cell



**Figura 2.65:** Modalità Q-switch con trasduttore

L'ultima soluzione rappresentata in figura 2.66 [26] ha una sostanziale differenza dalle precedenti, infatti la scelta temporale della commutazione di Q da un valore alto basso è selezionabile da un operatore, in questo caso la commutazione è garantita tramite il coefficiente di assorbimento di un assorbitore (saturable absorber) che è funzione della luce incidente, all'aumento di quest'ultima corrisponde un un aumento di Q come viene mostrato nell'andamento di figura 2.66.



Figura 2.66: Modalità Q-switch passiva

Se invece si vuole avere durate degli impulsi ancora più basse inferiori dell'ordine di qualche nanosecondo (pico-femto secondi) è necessario ricorrere alla tecnica del mode-locking. La differenza sostanziale tra questo metodo e il Q-switch è la seguente: nel primo caso il fascio è sempre attivo nel secondo caso invece il fascio per brevi intervalli è interrotto. Anche nel metodo mode-locking esistono delle tecniche attive e passive per realizzarlo (non verranno descritte tali tecniche perchè attualmente i marcatori dell'unità di Rossana lavorano in regime PW attraverso la modalità Q-switch) [26] [27] [1].

## 2.11.5 Materiali lavorabili per mezzo di marcatura

La marcatura è applicabile a moltissimi materiali, questo è un suo punto di forza che l'ha resa competitiva rispetto ai metodi di incisione tradizionali come ad esempio il getto di inchiostro, stampaggio a caldo , incisione meccanica,...

- 1. *Metalli:* i materiali metallici solitamente vengono marcati sia col meccanismo di incisione sia con l'alterazione della struttura superficiale. Gli acciai al carbonio si prestano bene ad entrambi i metodi, però gli acciai incisi che hanno subito un processo di asportazione rischiano di essere elementi di intensificazione degli sforzi quando soggetti a carichi ciclici. Un esempio di incisione sugli acciai può essere l'indicazione di un diametro di un utensile. L'acciaio inossidabile e il titanio invece se marcati con un fascio ad alta densità di potenza creano un ossido superficiale che è il responsabile del cambiamento di colore tra la zona marcata e non. Un esempio industriale di questa applicazione è l'acciaio inossidabile per il pentolame. L'alluminio si presta bene alla marcatura se e solo se viene anodizzato, in quanto così aumenta il suo coefficiente d' assorbimento;
- 2. *Polimerici:* i materiali polimerici si prestano bene alla marcatura laser, infatti viene utilizzata in molti settori industriali tra cui: quello dell'autoveicolo per realizzare componenti retroilluminati come ad esempio i tasti a volante o sul cruscotto o gli alzacristalli, attivazione start and stop, accensione e spegnimento motore..., quello elettrico ed elettronico, quello alimentare soprattutto per la marcatura degli imballaggi ed infine anche nel settore agricolo [4] . Nel settore dell'automobile solitamente il grezzo di partenza è un oggetto ottenuto per stampaggio ad iniezione di colore bianco, che successivamente viene ricoperto di un piccolo strato di vernice nera. Successivamente con la marcatura viene impressa la simbologia di interesse. Il colore del polimero bianco serve per

poter illuminare il tasto.

La marcatura su plastica è un processo complesso sia per i meccanismi di interazione fra il polimero e il fascio alcuni ancora oggi non sono conosciuti, solitamente si aggiunge un ulteriore variabile a complicare il processo lo strato di vernice che ricopre il pezzo grezzo perché solitamente il controllo di tale variabile è difficilmente gestibile. In aggiunta a questo alcuni materiali termoplastici tra cui: il policarbonato PC, TPV, PS, PET,... non si prestano bene alla marcatura a causa delle loro scarse proprietà ottiche, ma grazie all'aggiunta di additivi è possibile ottenere delle buone interazioni tra il fascio e la superficie lavorata. La percentuale dell'additivo può indurre a dei cambiamenti sull'effetto della marcatura, ad esempio il PC con la giusta percentuale di additivi dà un buon risultato di marcatura, altri come ABS anche con l'aggiunta di additivi non riescono a garantire sempre buoni effetti sulla qualità finale della lavorazione. Invece in altri casi come per i materiali plastici trasparenti che non sarebbero marcabili, con l'aggiunta di microparticelle costituite di un materiale adatto ad assorbire il fascio laser, il materiale polimerico potrà essere lavorato [4] [28].

3. *Materiali organici e amorfi:* con la marcatura è possibile anche lavorare materiali come pelle, carta, legno, cartone,... Il meccanismo utilizzato per la marcatura di questi è la degradazione chimica Anche il vetro (materiale amorfo) si presta bene alla marcatura, è necessario regolare bene l'irradianza del fascio perchè un' elevata temperatura potrebbe

portare allo schock termico. Un' interessante applicazione della marcatura sul vetro è quella intravolume, cioè la marcatura avviene al disotto della superficie dell'oggetto, questo processo lo si ottiene grazie alla regolazione dell'irradianza. Un esempio di marcatura su vetro può essere quella sulle bottiglie in vetro di birra.

# 2.12 Vantaggi e svantaggi del metodo della marcatura

• Indelebilità della marcatura: la parte della superficie marcata non è cancellabile. Questa caratteristica la rende adatta per oggetti che potrebbero

essere contraffatti.

- Assenza di utensile: grazie all'assenza di un utensile che abbia una fisicità, con la marcatura è possibile lavorare piccoli oggetti o piccoli spessori senza giungere al danneggiamento per l'esistenza stessa di un utensile.
- Elevata precisione ,velocità e repetibilità: lavorazione precisa se paragonata agli alti volumi prodotti ed è estremamente veloce, quindi i tempi ciclo sono abbattuti. Inoltre le proprietà del fascio mutano poco nel tempo quindi è possibile garantire una elevata ripetitività del processo. Questa viene a meno quando ad esempio la sorgente si sta per esaurire. Questo problema è facilmente superabile in quanto i produttori che vendono il marcatore indicano una durata media della sorgente dopo la quale è da sostituire (il costo medio di una sorgente di piccola tagli che produce 10 W è di 10 000 euro).
- Elevata flessibilità e alto livello di automazione: questo processo è molto flessibile perché è in grado di marcare moltissimi simboli. E' sufficiente riprogrammare il software che gestisce i movimenti del fascio. Spesso le tavole porta pezzo dei laser sono caricate o da robot, o da nastri trasportatori dedicati.

Le criticità invece che presenta sono:

- bassa gamma cromatica: è possibile cambiare colore alle superfici in un set di colori molto ristretto rispetto ad altre tecniche;
- **Problemi termici:** si creano zone termicamente alterate che posso indurre a problemi indesiderati;
- innesco cricche: è possibile che la laseratura sui metalli e sulle plastiche generi inneschi di cricche che porti ad una riduzione di vita del componente.
# Capitolo 3 Gruppo Bitron S.p.A

Il Gruppo Bitron è un fornitore a livello globale di componenti elettromeccanici per i settori di mercato Eldom Elettrodomestico (41 % prodotti), Automotive (32 % prodotti), HVAC (Heating, Ventilation, Air Condiotining 11 % prodotti) e Energia (16 % prodotti). In tutti questi settori di mercato può essere considerato un leader nella ricerca, nello sviluppo e nella produzione di componentistica meccatronica ed elettronica.

La visione aziendale per reggere la sfida dei grandi cambiamenti economici, tecnologici e ambientali di questa epoca consiste nel dare credito al valore umano nella sua capacità di adattamento e di sviluppo. Proprio per questo l'azienda necessita dell'apporto di tutti i suoi dipendenti e degli stakeholder e di mettere in campo la propria esperienza ed innovazione tecnologica. Inoltre grazie alla qualità e alla forte attenzione alla catena di approvvigionamento è possibile garantire a Bitron la fornitura di prodotti di eccellenza garantendo elevati standard qualitativi per il cliente. Tutti gli stabilimenti Bitron sono certificati secondo la ISO 9001 e ISO 14001 e in alcuni casi dove è applicabile IAFT 16949. Lo stabilimento di Rossana è certificato anche per la ISO 27001. Il gruppo Bitron inoltre presta molta attenzione alla salute dei lavoratori e alla loro sicurezza impegnandosi nel continuo miglioramento dell'ambiente lavorativo. Il gruppo infine si impegna anche a svolgere attente attività nel rispetto dell'ambiente, cercando di abbattere i propri consumi energetici e rispettando tutti gli standard per lo smaltimento dei propri rifiuti avvalendosi di aziende specializzate e autorizzate.

Il gruppo possiede 15 stabilimenti produttivi e centri di ricerca e sviluppo e 17 tra

uffici vendite e centri tecnici di supporto. Nel 2019 ha chiuso il bilancio con un fatturato di 987 milioni € e conta 6650 dipendenti totali. I suoi maggiori clienti sono: Audi, BMW, Bosh, Mercedes Daimler, Ducati, Enel, FCA, Ferrari, Maserati, MW Augusta, Piaggio, PSA, Valeo, Voith, Yamaha, Whirpool,...

### 3.1 Storia dell'azienda

L'azienda venne fondata nel 1º Agosto 1955 dai fratelli Enrico, Giovanni e Carlo Bianco. All'inizio il loro lavoro era dedicato a garantire riparazioni ed assistenza a componentistica elettrica, ad esempio a motori elettrici. Nel 1960 venne fondata da Giovanni e Carlo la Elbi S.a.s (Elettromeccanica Bianco), la cui nascita sancisce la divisione dell'attività imprenditoriale dal fratello Enrico. La produzione della nuova attività si concentra sulla produzione di valvole solenoidali e interruttori a pressione, sfruttando la produzione interna di bachelite. Nel 1966 la Elbi contava già 450 dipendenti nello stabilimento di Grugliasco. Il 1968 è una data molto importante in quanto nasce a Barcellona lo stabilimento Elbi Spagna per supportare impianti industriali italiani. Nel 1969 vi fu l'acquisizione di Bitron Video S.p.A., che segna l'ingresso di Elbi sul mercato elettronico in quanto Bitron Video era produttrice di videocitofoni. Nel 1975 Elbi entra nel settore industriale dell'automobile, diventando fornitore Fiat e successivamente nel 1976 a Rossana presso lo stabilimento Valmar si iniziò la produzione di interruttori di automobili. Qualche anno prima a Dronero nelle vicinanze di Rossana venne aperto un nuovo stabilimento. Elbi nel 1985 inaugurò il suo primo stabilimento extra-europeo in Brasile. Il gruppo Elbi per adeguarsi al suo profilo internazionale modifica il suo nome in Elbi International S.p.A. Tra il 1992 e 1994 ci fu un riassetto aziendale, che portò alla nascita di Bitron S.p.A. Tutti gli stabilimenti di cui Elbi era proprietaria fino a quel tempo passarono sotto il nuovo nome e ogni stabilimento era identificato come una unità produttiva (Altari, Cormano, Dronero, Grugliasco, Rossana e Savona per l'Italia; all'estero invece Bitron Spagna, Francia e Brasile). La riorganizzazione sotto il nome di Bitron S.p.A consentì alla società Elbi international di rimanere indipendente. Nonostante la presenza di tutti questi stabilimenti sia in Italia sia all'estero, Bitron inaugurò altri impianti in Europa e nel mondo per reggere la sfida della globalizzazione: nel 1998 fu aperto una stabilimento in Polonia per la produzione di componenti per il settore automobilistico ed di elettrodomestici. Nel 2002 fu aperto a Qingdao

in Cina un primo stabilimento a cui ne seguì l'apertura di un medesimo locato nella stessa città del precedente nel 2005, i quali poi vennero fusi nel 2008. Intanto nel 2007 Elbi International apre un nuovo stabilimento a Torino sia per rimarcare l'identità nazionale e sia per concentrarsi sulla produzione di pezzi per il settore HVAC e per potenziare la produzione nel settore auto elettrodomestici ed energia. Ci furono altre due aperture di due stabilimenti Bitron il primo nel 2011 in Turchia e il secondo in Messico nel 2014 entrambi. Infine nel 2018 nasce un nuovo centro di ricerca e sviluppo a Mestre (VE)

#### 3.2 Bitron stabilimenti nel mondo

Il gruppo Bitron conta 8 stabilimenti produttivi nel mondo: 4 in Europa (Spagna, due in Polonia e uno in Turchia), 2 in Asia (Cina) e 2 in America Latina (Messico). Inoltre conta 11 uffici vendite e di supporto tecnico: in Brasile a San Paolo, in Cina a Qingdao in Francia a Parigi, in Germania a Friedberg, in Giappone a Toukai city, in Messico a Querétaro, in Spagna a Barcellona, in Turchia a Manisa, negli USA a Detroit e ad Indianapolis, in Russia a Tolvatti. Infine conta anche due centri tecnici uno in Germania ad Amztell e uno in Romania a Lasi. I due stabilimenti di Bitron in Cina contano un totale di 1737 dipendenti e si occupano della produzione di componentistica per il settore dell'automobile e degli elettrodomestici. Questo stabilimento inoltre si occupa della produzione di stampi e delle loro relative modifiche. In questi stabilimenti si producono anche componenti per il settore HVAC. I due stabilimenti Bitron in Messico contano in totale 227 dipendenti, per garantire la produzione elettromeccanica e elettronica per il settore auto e quello degli elettrodomestici. Mentre tornando nella zona Europea i due stabilimenti in Polonia contano un totale di 1659 dipendenti (secondo solo alla Cina) e si occupa della produzione per il settore elettrodomestici, automobile, HVAC ed energia. Lo stabilimento in Turchia conta 315 dipendenti e si occupa della produzione di componenti per elettrodomestici ed auto, stesso settore di produzione anche per quello di Barcellona che conta però 329 dipendenti.

### 3.3 Bitron stabilimenti italiani

In questa sezione verranno date alcune informazioni sugli stabilimenti italiani. In ordine temporale l'unità di Dronero non è il primo stabilimento inaugurato dai fratelli Bianco, ma viene citato come primo in quanto è terra natale dei fondatori dell'azienda. Attualmente questo sito industriale conta 212 dipendenti e si occupa della produzione di componentistica per elettrodomestici e HVAC. Nella città di Torino e a Grugliasco vi sono due stabilimenti Elbi che contano in tutto un totale di 742 dipendenti. La loro attività produttiva è volta in parte alla realizzazione di componentistica per il gruppo Bitron S.p.A. Muovendoci spazialmente verso la vicina Liguria si trova l'unità di Savona che dal 2019 è entrata a far parte del settore automotive Italia. Conta 279 dipendenti. Mentre l'unità di Cormano (MI) si occupa di produrre pezzi per il settore degli elettrodomestici, conta 81 dipendenti, in fine l'unità di Altari (FR) produce componenti per auto ed elettrodomestici con un numero di dipendenti pari a 145.

Oltre a questi stabilimenti in Italia esistono due supporti e centri vendita uno a Collegno e uno a Grugliasco ed un centro dedicato al HVAC e un Bitron Service locati in Torino.

### 3.4 Bitron S.p.A Unità di Rossana

Questo stabilimento in ordine temporale fu il terzo aperto in Italia dopo quello di Collegno e Dronero. Ricopre una superficie di 37600 m<sup>2</sup> totali di cui 12.300 m<sup>2</sup> sono coperti ed al suo interno conta 553 dipendenti. L'unità di Rossana è riuscita a reggere l'impatto della globalizzazione e rimanere un principale punto di riferimento per i principali car-maker grazie all'innovazione tecnologica, rispettando elevati standard qualitativi, riuscendo a mantenere prezzi di vendita competitivi sul mercato globale dell'automobile. L'innovazione tecnologia introdotta sui prodotti è stata sempre un punto di forza che ha contraddistinto l'unità di Rossana, infatti il personale tecnico e produttivo è stato sempre in grado di cogliere il veloce cambiamento imposto dal mercato dell'automobile a partire dagli anni '80 fino a giungere ai giorni d'oggi. I prodotti degli anni '80 erano degli interruttori singoli gestiti da sistemi meccanici complessi, un esempio di questo in figura 3.1. La realizzazione di questi avveniva mediante stampaggio mono-materiale e l'illuminazione era garantita da delle lampadine i cui circuiti elettronici che li costituivano erano ottenuti per tranciatura. Le tecniche di progettazione avvenivano in gran parte al tecnigrafo e successivamente con il Cad 2D.



Figura 3.1: Pulsantiera anni 80

L'innovazione è stata possibile grazie all'aggiornamento dei processi, dei prodotti e delle conoscenze tecniche del personale. Infatti dai primi anni 2000 e negli anni a seguire, lo stabilimento si è dotato di processi sempre più all'avanguardia introducendo il reparto di verniciatura automatico e dotandosi di presse per lo stampaggio ad iniezione in grado di eseguire prodotti composti da più materiali e con diverse colorazioni (co-stampaggio). In abito progettuale sono stati introdotti Cad 3D e software in grado di eseguire analisi FEM. Per garantire elevati standard qualitativi sono state introdotti in stabilimento sempre più laboratori in grado di verificare la qualità ad ogni fase della realizzazione del prodotto facenti capo all'ufficio centrale della qualità. Ogni laboratorio è fornito di strumentazioni all'avanguardia come ad esempio: macchina per tomografie, SEM (microscopio elettronico), OGP,... L'azienda inoltre ha colto ed intuito la possibilità innovativa che poteva garantirle una conversione in industria 4.0. In figura 3.2 un esempio di come i pannelli delle automobili sono evoluti rispetto ai pannelli rappresentati in figura 3.1. La tendenza del mercato attuale e futuro va verso un aumento di funzioni con diminuzione del numero di comandi grazie all' integrazione di questi in quadri HMI e all'utilizzo di comandi touch, "gesture" e vocali, come si può notare da figura 3.2. Per quanto riguarda i tasti classici a pulsantiera si ricerca sempre più una rifinitura estetica di pregio.



Figura 3.2: Pannello di controllo attuale

L'unità di Rossana è il centro di riferimento per il gruppo Bitron S.p.A per lo sviluppo dei comandi touch e per la progettazione e produzione della componentistica auto. Questo è dovuto sia ad un motivo storico, sia alle conoscenze e all'esperienza maturata.

Attualmente a Rossana vengono prodotti dispositivi acustici e di visualizzazione di emergenza, pulsantiere a volante, pulsantiere per il controllo clima ed infine moduli per gestione radio, telefono e navigazione. Un esempio di questo è osservabile nelle figure 3.3 3.4, 3.5 e 3.6.



Figura 3.3: Interruttore specchietti



**Figura 3.5:** Interruttore alzacristalli, blocco porte e specchi etti



Figura 3.4: Plancetta assetto veicolo



**Figura 3.6:** Interruttore alzacristalli, blocco porte e specchi etti con joystick

In stabilimento a Rossana si posso trovare tutte le fasi che portano alla realizzazione di un pezzo finito. All'inizio il cliente fa delle richieste tecniche e qualitative sul prodotto che desidererebbe avere. Successivamente viene fatto uno studio di fattibilità del prodotto. Verificato ciò, incomincia la fase di progettazione. In questo momento possono essere individuate ancora delle criticità o migliorie che possono essere apportate al prodotto. A questo punto il progetto prende forma e concretezza e vengono realizzati i primi prototipi sui quali verranno verificate eventuali incongruenze tecniche o qualitative. Superata questa fase verranno realizzate delle pre-serie, che verranno testate sulle autovetture. Se in questa fase non vi sono criticità si passa alla produzione in serie dei componenti. Per garantire la produzione di serie lo stabilimento è suddiviso in quattro gradi reparti: quello di stampaggio ad iniezione, quello di verniciatura, il magazzino materie prime e prodotti finiti e quello di montaggio. Nel reparto di stampaggio ad iniezione si posso trovare presse in grado di produrre direttamente il prodotto finito con diverse colorazioni e col simbolo già impresso sulla superficie. In questo caso si stanno realizzando dei componenti co-stampati. In alternativa nello stesso reparto vi sono

altre presse che si limitano a trasformare il materiale polimerico da piccoli grani ad un prodotto che ha la forma finale richiesta da cliente, solitamente di colore bianco, per poi essere verniciato solitamente col colore nero. Le presse per realizzare i componenti utilizzano degli stampi, un esempio di questi sono mostrati nelle figure 3.7 e 3.8.





Figura 3.7: Stampo mobile tasto S&S

Figura 3.8: Stampo fisso tasto S&S

L'impianto di verniciatura è completamente automatico. L'unica parte che non è automatizzata riguarda il carico e scarico dei supporti (chiamate "bilancelle") che sorreggono più pezzi contemporaneamente. Le bilancelle sono caricate sull'impianto e seguono un percorso dove, come prima fase i pezzi vengono ripuliti attraverso la soffiatura per rimuovere piccoli corpi esterni, che causerebbero una non buona adesione della vernice. Superata questa fase le bilancelle passano davanti ad un primo robot che stende un primo strato di vernice detto primer che ha il compito di far aderire al meglio il secondo strato di finitura superficiale di vernice applicato successivamente da un secondo robot. Dopo il primo e il secondo robot vi è un fase di appassimento il suo compito è quello di far evaporare il solvente e distendere la vernice. Dopo l'appassimento del secondo robot le bilancelle seguiranno un percorso che le porteranno a passare in dei forni e in delle zone di raffreddamento che consentiranno alla vernice di aderire al meglio e di raggiungere le migliori caratteristiche chimiche e qualitative. Infine le bilancelle saranno scaricate dall'impianto in modo manuale e i pezzi successivamente tolti dalle bilancelle saranno immagazzinati.

A questo punto il pezzo passa nel reparto di montaggio dove vi sono dei marcatori che si occuperanno di incidere la superficie del pezzo ottenendo la simbologia desiderata. Ogni fase del processo descritta viene sottoposta ad un controllo rigido di qualità per controllare che in ogni fase di lavorazione vengano mantenuti gli standard qualitativi che porteranno a definire la qualità richiesta dal cliente.

### 3.5 Start and Stop Daimler

Nello stabilimento Bitron S.p.A vengono prodotti innumerevoli codici, qualche esempio ne è stato riportato nella sezione 3.4. Il presente elaborato si concentra sul caso studio del componente Start and Stop prodotto per Mercedes Daimler visualizzabile nelle figure 3.10 e 3.9. Il pezzo in esame si compone di due tasti: quello circolare che è adibito all'accensione (componente 1 di figura 3.9) e allo spegnimento del motore e quello sottostante a forma di mezzaluna che attiva e disattiva lo start and stop dell'autovettura quando è ferma in prossimità di un semaforo (componente 2 figura 3.9). Gli altri elementi principali che caratterizzano il componente 6), inserto (componente 3) e il corpo (componente 5). Tutti i componenti sono progettati e prodotti internamente allo stabilimento.



Figura 3.9: Start and Stop vista frontale



Figura 3.10: Start and Stop vista laterale

Il materiale che compone i due tasti il 3S e S&S è il Policarbonato PC. Il processo produttivo di questi due componenti segue le fasi previste per prodotti non co-stampati, con la differenza che i due robot adibiti alla verniciatura non spruzzano separatamente il primer e la vernice in due fasi distinte, ma in entrambe le fasi spruzzano una miscela ottenuta da questi due prodotti chimici. Lo spessore dello strato finale applicato dai due robot sarà quello richiesto da disegno. La tipologia di vernice è scelta da Mercedes con l'identificativo Black 9107 sia per S&S che per il 3S. In figura 3.11 è riportato un esempio di bilancella che supporta 180 tasti della tipologia S&S pronti per essere verniciati, mentre in figura 3.12 è possibile visualizzare il primo robot che sta spruzzando la miscela di primer e vernice. La bilancella dopo aver eseguito tutto il percorso uscirà completamente verniciata come si può visualizzare da figura 3.13



Figura 3.11: Bilancella prima di essere verniciatura



Figura 3.12: Bilancella sottoposta alla verniciatura



Figura 3.13: Bilancella verniciata



Figura 3.14: Posizionamento spessori sfogliabili e placchette

Per verificare lo strato di vernice depositato sul pezzo vengono inseriti, prima che venga eseguita la verniciatura, tre spessori sfogliabili posti in modo equidistante sulla diagonale della prima bilancella. Quindi il primo spessore risulterà posto in alto a sinistra, il secondo al centro mantenendosi sulla diagonale ed infine l'ultimo sul vertice basso a destra. Quanto descritto è osservabile in figura 3.14. Inoltre per la misurazione dello spessore viene utilizzato anche un micrometro. Lo spessore sfogliabile è formato da due strati sovrapposti. Lo strato sovrastante è diviso a metà in modo da poter essere sfogliato ed è di materiale cartaceo flessibile (vedi figura 3.15). Durante la verniciatura è su questo strato che viene applicata la miscela (vernice), un esempio di questo è rappresentato in figura 3.16. Lo strato inferiore è di materiale plastico rigido. Per azzerare il micrometro, una metà dello strato superiore viene sfogliata: facendo così lo strato inferiore, non colpito dalla vernice, farà da livello di azzeramento dello strumento (vedi figura 3.17). Non resta che misurare il dislivello tra lo strato cartaceo e la metà dello strato plastico non sfogliata ricoperta di miscela. Quanto descritto è osservabile in figura 3.18



Figura 3.15: Dettaglio dello spessore sfogliabile



Figura 3.17: Misura dello zero su porzione sottostante



Figura 3.16: Spessore sfogliabile dopo verniciatura



Figura 3.18: Misura dello spessore di vernice

Un altro fattore controllato sulla prima bilancella è il gloss che indica la brillantezza della superficie. La misura viene presa su quattro plachette poste ai vertici della bilancella, come si può visualizzare da 3.14. Questa operazione, a differenza del controllo dello spessore della verniciatura, viene svolta anche sull'ultima bilancella. Il gloss viene misurato con uno strumento chiamato glossimetro. A questo punto il tasto è pronto per essere laserato e successivamente viene trasferito di reparto, prima passando dal magazzino e poi in base al piano ordini sarà portato nel reparto di montaggio nell'area laser. Alcuni di questi pezzi vengono laserati direttamente su una formina (supporto: osservabile in 3.19) perché saranno spediti in Cina e successivamente verranno assemblati, questa operazione viene eseguita col il marcatore Rofin. Invece un'altra parte di questi tasti viene prima montata interamente sul corpo come mostra figura 3.10 e successivamente laserati, questo processo è dedicato al mercato europeo.



Figura 3.19: Formina

### 3.5.1 Fasi per passare dal disegno al pezzo finito sul marcatore

In questo paragrafo verrà descritto come si passa dal disegno CAD ottenuto con Catia al pezzo finale. La procedura descritta è quella utilizzata per ottenere il simbolo del tasto S&S, ma la stessa procedura è eseguita su tutti i marcatori aziendali per tutti i codici da produrre.

Il marcatore Rofin, presente in stabilimento Bitron S.p.A di Rossana e che realizza il simbolo che contraddistingue il tasto 3S, segue la seguente procedura. Dall'ufficio tecnico viene passato al software del marcatore un file dxf (o in altri casi un pdf) generato dal 2D che produce Catia. Il file che verrà caricato sul software del marcatore si porterà con sé tutte le informazioni delle quote e delle caratteristiche grafiche che dovrà avere il simbolo. Una volta caricato il file è necessario eseguire il riempimento, definito nel paragrafo 2.11.4. In figura la simbologia senza aver applicato il riempimento 3.20, mentre in figura 3.21 la simbologia col riempimento applicato.



Figura 3.20: Simbologia senza riempimento



Figura 3.21: Simbologia con riempimento

Successivamente è necessario comunicare al software l'altezza totale data dalla somma dell'altezza del supporto della tavola rotante su cui è posata la formina (mostrato in figura 3.22) che è noto, e per mezzo di un apposito strumento di misura l'insieme dell'altezza pezzo più formina (indicato in figura 3.23). Da questo valore il software in automatico calcolerà la corretta focale per eseguire la lavorazione. A questo punto si inseriscono i parametri di laseratura: *frequenza, intensità di corrente* e *velocità*.



Figura 3.22: Supporto della tavola rotante



Figura 3.23: Altezza formina più pezzo

In seguito si procede con la centratura del simbolo da laserare rispetto al pezzo grezzo; questa operazione si esegue tramite il software che gestisce la macchina. Per verificare che effettivamente il pezzo sia centrato si esegue una prima laserata e si verifica che il simbolo sia centrato sul pezzo: se così non fosse si ricorregge la centratura sul software e nuovamente si riesegue la verifica; questa operazione si ripete finché non si raggiunge una centratura come richiesta da disegno. Dopo avere eseguito questa verifica si può eseguire la laseratura su tutto il lotto dei pezzi grezzi (solo verniciati).

### 3.6 Analisi del processo di laseratura

Il processo di marcatura è un processo complesso da analizzare poiché esistono molti fattori che possono influenzare il risultato finale qualitativo che si vuole ottenere. Solitamente quando ci si riferisce alla qualità della marcatura si presta attenzione a due macro-gruppi: il primo riguarda aspetti più geometrici e di luminosità, il secondo invece riguarda il danneggiamento termico. Quest'ultimo aspetto è altamente influenzato dalla durata dell'impulso, da cui dipende anche fortemente il costo del marcatore [27].

L'interazione fra fascio e pezzo è molto complessa e a seconda del tempo di interazione e della potenza del fascio si generano vari meccanismi di conduzione che portano a diversi modi di asportazione del materiale (spiegati brevemente al paragrafo 2.11.1). Inoltre tale processo è applicabile a molti materiali i quali reagiscono con una risposta differente in base alla sollecitazione termica ricevuta. Tutti questi fattori messi insieme rendono difficile trovare un legame matematico chiuso fra i parametri (frequenza, intensità e velocità) e l'output qualitativo desiderato. In letteratura scientifica si possono trovare degli esempi di correlazioni che hanno come input i parametri di processo quali frequenza, velocità, potenza media, potenza di picco, energia dell'impulso,... Solitamente dei parametri citati ne vengono selezionati tre o al massimo quattro per legarli a degli output qualitativi (dimensione del tratto, profondità incisione, luminosità). Però possono esistere anche altre tipologie di output tra cui la rugosità e la riflettività superficiale. La scelta dell'output dipende da cosa si vuole analizzare del materiale, dall'ambito e dal settore produttivo a cui esso sarà destinato.

L'obbiettivo di Bitron S.p.A unità di Rossana è quello di realizzare un'analisi sul processo di laseratura, cercando di trovare un legame con i parametri di processo principali che lo influenzano maggiormente, per ottenere in uscita il miglior risultato qualitativo possibile. La qualità nel settore industriale è imposto dal cliente che cerca il massimo risultato qualitativo al minor costo possibile. Per rendere possibile questo l'azienda deve per quanto possibile ridurre al massimo il tempo ciclo garantendo lo standard qualitativo richiesto dal cliente. Molto spesso la letteratura scientifica come citato poc'anzi presenta casi studio di legame fra parametri di processo e relativi output, però nella maggior parte dei casi studio il simbolo eseguito sul materiale è di forma approssimabile ad una semplice scanalatura o

comunque una geometria semplice e non ad una o più scritte composte da più simboli o un mix di disegni e simboli presenti sulla medesima superficie (un esempio di quanto descritto sono i tasti S&S e 3S, mostrati in figura 3.24, che compongono lo Start and Stop ) [29] [30] [31] [3].



Figura 3.24: Esempio di componente con simboli misto a lettere

Inoltre la marcatura nella maggioranza dei casi presenti in letteratura scientifica è applicata su materiali come acciai, alluminio, al Nitruro di Gallio,... Anche se si trovassero dei casi studio già esistenti con lo sviluppo di modelli applicati ai materiali plastici, non sarebbero garanzia di successo nella ri-applicazione di questi in Bitron S.p.A unità di Rossana, poiché potrebbero non adattarsi adeguatamente a causa dell'utilizzo di un materiale plastico diverso. Inoltre una variabile in più che complica la ri-applicazione di un modello già esistente è lo strato di verniciatura applicato sui pezzi che varierebbe il comportamento del materiale.

Dato che lo stabilimento di Rossana produce tanti codici l'inizio della fase di analisi del processo inizia concentrandosi sul codice S&S per poi estenderlo a delle famiglie di codice e arrivare ad uno standard qualitativo finale per tutti i codici.

#### 3.6.1 Marcatura dello Start and stop S&S

Le considerazioni che verranno fatte al caso dello S&S in questo paragrafo in linea generale possono essere estese a molti dei codici ottenuti per laseratura all'interno dello stabilimento.

Nelle sezioni precedenti sono stati descritti i concetti basilari relativi alla generazione del fascio laser: i metodi e i modi con cui avviene il pompaggio e le modalità di trasferimento del fascio dalla sorgete al pezzo. Questi fattori determinano la potenza o la densità di potenza (irradianza) che viene trasmessa sul pezzo. Tale parametro non è selezionabile direttamente sul software che gestisce il marcatore, ma è possibile misurarlo con una determinata strumentazione. Ciò che è possibile selezionare da software è *l'intensità di corrente* fornita al diodo. Inoltre vi sono altre tre grandezze che influenzano la marcatura: la *frequenza*, la *velocità* e il riempimento, le quali sono selezionabili da software. Dalla *velocità* dipende la larghezza del tratto infatti a *velocità* più basse si hanno dimensioni della simbologia che compone il tasto più ampie in quanto il tempo di interazione del fascio col materiale è maggiore, mentre a *velocità* più alte il tratto avrà dimensione più fine. Dal tempo di interazione, esso stesso funzione anche della velocità, dipenderà anche in modo minoritario la quantità di materiale asportato, la quale avrà delle incidenze sulla colorazione e sulla luminanza media. La *frequenza* invece incide in modo quasi trascurabile sugli aspetti dimensionali del tratto ed in modo minoritario sulla profondità di materiale asportato.

L'overlap è un altro fattore che incide sulla qualità della lavorazione. Non è selezionabile da software, ma risulta essere funzione della velocità e frequenza (equazione 2.14) in modo diretto, mentre indirettamente dipende anche dalla distanza delle linee verticali e orizzontali definite dal riempimento. Infatti se si considera solo un aspetto qualitativo in termini di bellezza del tratto da ottenere, conviene che questo fattore sia il più elevato possibile perché lo renderà quanto più uniforme. Le circonferenze illustrate nelle figure 3.25 [32] e 3.26 [32] rappresentano i diametri del fascio laser che incidono la superficie del tasto. Il tratto sarà tanto più definito, quanto più si avrà la sovrapposizione di questi. Considerando la figura 3.25 si nota che i diametri non hanno nessuna sovrapposizione né in x, né in y, mentre si hanno delle sovrapposizioni in entrambe le direzioni in 3.26; in questo caso si avrà un miglioramento della qualità della marcatura sul simbolo S&S.



Figura 3.25: Overlap allo 0%



**Figura 3.26:** Overlap diverso dallo 0 %



Figura 3.27: Effetto termico

Come già detto poc'anzi questo migliora nettamente la qualità della marcatura, ma può portare a conseguenze negative poiché causerà un danneggiamento termico. Questo è dovuto al fatto che il fascio porta con sé un'informazione di densità di potenza, la quale genererà degli effetti termici sul pezzo. Come si può intuire da figura 3.27a la quantità di calore che agisce sul rettangolo nero è minore rispetto a quello di figura 3.27b a parità di area (rappresentata dal quadrato nero). Questo accade perché sulla stessa area ci sono più spot che agiscono rispetto a quella di 3.27a. Inoltre come viene sempre messo in evidenza in 3.27b le aree colorate in rosso e arancione indicano che quelle porzioni di materiale subiscono un doppio riscaldamento dovuto all'effetto dell'overlap. Questo effetto sarà tanto più accentuato tanto più le distanze  $d_2$  ed  $\Delta x_2$  (figura 3.26) sono piccole. La prima quota fa riferimento alla distanza che vi è fra una linea di riempimento e l'altra, la seconda fa riferimento all'overlap in termini di distanza che vi è fra uno spot e l'altro. Quindi una distribuzione non omogenea di calore dovuta a queste sovrapposizioni può dare origine ad un danneggiamento termico e a delle bruciature, le quali all'occhio umano si presentano con un colore tendente al giallo. Un esempio di questo è mostrato in figura 3.29. Se queste non sono presenti, le scritte che compongono il tasto S&S appariranno di colore bianco (risultato desiderato) come indica la figura 3.28. Questo consente di ottenere il miglior risultato da un punto di vista di luminosità del tasto.

Comunque chi gioca un ruolo predominante sulla bruciatura è l'*intensità* o la percentuale di potenza perché l'overlap e il riempimento non avrebbero alcun effetto negativo dal punto di vista termico sulla superficie del tasto se si impiegasse un valore di *intensità di corrente* non sufficientemente elevato. Infatti indipendentemente dalla scelta di overlap e riempimento se si imponesse un valore di *intensità* troppo elevata si genererebbe ugualmente una bruciatura sulla superficie del tasto S&S. Quindi l'obbiettivo ottimale è quello di determinare un intervallo di valori di

intensità che non portano ad alcuna bruciatura, ma che garantiscono invece, una opportuna quantità di materiale asportato sullo spessore di vernice. In alcuni casi si può anche presentare il caso in cui con un determinato intervallo di valori di *intensità* non si riesce ad asportare tutto il materiale con la conseguenza di avere una mancanza di penetrazione che all'occhio umano si presenta con una colorazione grigiastra. Quanto descritto è visualizzabile in figura 3.30. La bruciatura e la mancanza di penetrazione sono risultati indesiderati anche perché causano una cattiva luminosità della simbologia del tasto S&S.



Figura 3.28: Tasto corretto



Figura 3.29: Tasto bruciato



Figura 3.30: Mancanza penetrazione

Oltre all'overlap e all'*intensità* il danneggiamento termico dipenderà anche dalla *frequenza* e dalla *velocità* considerandole come variabili di processo dirette. A una *velocità* elevata corrisponde un tempo di interazione materiale fascio minore, consentendo così una minore diffusione di calore all'interno del materiale. La *frequenza* ha un suo effetto su questo danneggiamento in quanto è la responsabile di quante ripetizioni il fascio esegue nell'unità di tempo: a *frequenze* più elevate

corrispondono una quantità maggiore di impulsi del fascio sulla superficie rispetto a valori di *frequenza* più modesti.

Mercedes come ulteriore prova qualitativa richiede lo svolgimento di una prova che verifichi la tenuta della vernice in prossimità della zona laserata anche dopo l'applicazione di creme per mani sulla superficie dei tasti. Nel caso dello S&S, la prova deve essere eseguita su 10 tasti laserati con i medesimi parametri, dopo che hanno soddisfatto i requisiti qualitativi dimensionali e di luminosità. Sui pezzi prelevati si applica della crema solare (Nivea) su tutta la superficie (circa 0.5 g per tasto). Dopo questa procedura i tasti verranno messi in forno ad una temperatura di 60° per 24 ore, dopo di che verranno lasciati raffreddare e poi ripuliti dalla crema con una soluzione di acqua e sapone. Terminata questa procedura si attendono altre 4 ore per poi effettuare una prova al reticolo, utilizzando un taglierino. Questo test consiste nell'eseguire cinque tagli in verticale e cinque in orizzontale sulla scritta. Fatto questo, su tutti i 10 pezzi intagliati viene applicato dello scotch facendolo aderire bene alla superficie del pezzo. Un operatore, strappandolo in modo energico, verifica che la vernice non si stacchi dalla superficie. Qualora accadesse questo, il test ha esito negativo e quindi è necessario applicare delle modifiche ai parametri di laseratura. L'azienda sta portando avanti attività di ricerca in merito a queste problematiche. Un'ipotesi è che il fallimento di tenuta alle creme possa essere imputato al processo di laseratura. Questo potrebbe essere causato dalla diversa energia messa in gioco dal fascio e dalla durata dell'impulso. Questi due fattori insieme, più gli effetti generati dai parametri di processo e dall'overlap, potrebbero originare dei difetti di natura termica, solitamente cricche. Come si può osservare da figura 2.54 le micro-cricche prodotte dal fascio si originano al di sotto della superficie. La crema depositata riesce ad entrare al loro interno causando un indebolimento superficiale. In figura 3.31 un esempio di un tasto che ha superato positivamente la prova alle creme. Si può osservare una sorta di cricca, inglobata dalla circonferenza verde, la quale però non oltrepassa il contorno del simbolo laserato. Invece in figura 3.32 è riportato un caso in cui vi è il fallimento della prova: si nota all'interno dell'ellisse verde un enorme solco (macro-cricca).



**Figura 3.31:** Superficie che ha resistito



Figura 3.32: Superficie che non ha resistito

Però può anche accadere che il non superamento delle prove alle creme non sia dovuto alla laseratura, ma alla vernice in termini di composizione chimica o miscelazione. Quindi l'azienda Bitron S.p.A unità di Rossana e Mercedes hanno deciso di apportare una modifica durante il processo di verniciatura passando da una vernice a base acqua ad una al solvente aromatico.

Un altro problema che si può incontrare su questo tasto e anche su altri codici è la non uniformità dello spessore di vernice. Nel caso del tasto S&S questo può essere causato dalla particolare geometria che possiede. Infatti come si può notare dalla figura 3.33 che rappresenta la sezione trasversale del tasto S&S si nota una leggera bombatura. Sempre da figura 3.33 è anche possibile osservare lo spessore nero di vernice che si è depositato sul tasto bianco verniciato. Lo spessore di vernice è di 30  $\mu m$  con una tolleranza di  $\pm 5 \mu m$ . Quindi questa particolare forma geometrica fa si che alle volte lo spessore non si depositi in modo uniforme su tutta la superficie. Un altro problema in cui si potrebbe incorrere è che quando il robot spruzza la vernice sui punti di estremità della bilancella non depositi una strato di vernice uguale a quelli posti nella posizione centrale. Questa non uniformità di spessore è difficilmente controllabile in quanto non si può controllare lo spessore su tutti i pezzi perché altrimenti si scarterebbe un cospicuo numero per la produzione. Infatti, gli spessori vengono controllati come descritto nella sezione 3.5, oppure tramite prova distruttiva selezionandone un numero limitato di tasti S&S dalla bilancella. La prova distruttiva di misura dello spessore consiste nel tagliare in due parti il tasto ottenendo così la sezione trasversale rappresentata in figura 3.33 e ne viene misurato lo spessore con un apposito strumento.



Figura 3.33: Sezione trasversale S&S

Come descritto in questo paragrafo si può intuire come il processo di laseratura per ottenere il tasto S&S sia complesso per il numero di variabili che influenzano il risultato finale in termini qualitativi. Per riuscire a realizzare l'analisi del processo di laseratura sul tasto S&S richiesto da Bitron S.p.A si procederà con l'elaborazione di un modello statistico basato sulla regressione in grado di predire i valori dimensionali e di luminanza media del tasto S&S usando come variabili principali che influenzano il modello la frequenza, la velocità e l'intensità. La scelta del raggiungimento di un buon risultato qualitativo non viene eseguito in modo standard come presentato in letteratura ma in base al criterio utilizzato dal cliente. Le specifiche qualitative richieste da rispettare sono le quote geometriche a disegno solo sul alcune lettere che compongono la totalità della scrittura sul piano x-y e i valori relativi alla luminanza media.

### Capitolo 4

## Strumentazioni e procedure di misura

Come spiegato nei capitoli precedenti il processo della marcatura laser è molto complesso ed influenzato da molti fattori che ne determinano il risultato qualitativo finale sia in termini di dimensioni della simbologia che compone il tasto sia della relativa illuminazione. Per definire le variabili indipendenti che possono costituire il dataset (matrice dati) sono prese in considerazione solo quelle che influenzano maggiormente il processo e di più facile controllabilità : *l'intensità di corrente fornita al diodo, la frequenza e la velocità*. Inoltre la simbologia del tasto S&S è eseguita con un riempimento pari a 0.08 mm.

L'azienda non avendo in suo possesso un dataset causa (*intensità*, *frequenza* e *velocità*) effetto (*dimensioni* e *luminosità*) a cui corrispondono dei tasti fisici per valutare l'effetto qualitativo e quantitativo ottenuto, si è deciso di costruirlo come descritto in seguito. Si esplora la scala dei parametri in modo più ampio possibile mantenendone fissi due e variandone solo uno. La terna di partenza per esplorare il campo di variabilità degli input è scelta con dei valori prossimi a quelli di produzione. L'incremento dato ad ogni variabile non fissa viene eseguito secondo l'esperienza aziendale. La variazione della variabile di input avviene fino a quando si manifestano degli effetti o di mancanza di penetrazione (limite inferiore) o effetti di bruciatura (limite superiore), a quel punto si può iniziare a variare un'altra, mantenendo fisse le altre due. Una volta determinati gli estremi in modo qualitativo, i tasti così laserati vengono tutti processati in modo quantitativo con strumenti di

misura, in modo da ricavare le quote dimensionali e di illuminazione del tasto. Nella sezione 3.5 si è accennato brevemente come lo spessore di vernice depositato sul tasto sia difficilmente controllabile, quindi per evitare che la prova venga influenzata da questa variabile non controllabile si è deciso di eseguire cinque replicazioni per un determinato livello di valori di intensità, frequenza e velocità.

Questo metodo di raccolta dati è stato scelto in quanto permette di esplorare velocemente il campo dei parametri macchina,anche se non è il più consono, infatti non permette di visualizzare le interazioni fra le variabili, ad esempio il prodotto fra velocità e frequenza, intensità e frequenza [33]...

### 4.1 Cenni sulla Pianificazioni esperimenti

Prima di addentrarsi nella spiegazione della strumentazione per eseguire la raccolta dati, verranno elencati le linee guida seguite per eseguire la pianificazione degli esperimenti (DOE), che porta alla definizione della matrice contente i dati con cui poi verrà eseguita l'analisi di regressione [33].

- 1. Identificazione del problema: in questa fase sono definite tutte le possibili variabili che prendono parte al processo: temperatura, umidità, spessore vernice, velocità, frequenza, riempimento, intensità,...
- 2. Scelta dei fattori ed intervalli: di tutti i *fattori* elencati precedentemente la scelta è ricaduta su di alcuni detti *fattori di progetto*, i quali sono ritenuti i più significativi al fine di descrivere il processo di laseratura: la frequenza, l'intensità e la velocità. In una prima analisi alcuni fattori come la temperatura dell'ambiente circostante sono stati mantenuti costanti in quanto non hanno un effetto determinante sul processo di laseratura (*fattori costanti*). Ora vengono esaminati i cosiddetti *fattori di disturbo* che possono essere controllabili e non. Nel caso della laseratura un fattore di disturbo controllabile potrebbe essere il lotto di vernice. Tale problematica in una possibile successiva analisi può essere approfondita col metodo dei blocchi. Tra i fattori di disturbo non controllabili nell'esperimento può essere considerata l'umidità nonostante possa essere misurata. Questo fattore avrà una influenza sulla verniciatura, dalla quale poi dipenderà la qualità della laseratura. Infine troviamo il cosiddetto *rumore* un fattore che può essere controllato in fase sperimentale, ma non

durante il processo, un esempio di questo nel processo di laseratura può essere lo spessore di vernice.

Una volta determinati i fattori è stato scelto in quale intervallo farli variare. La variazione è scelta come detto poc'anzi in base all'esperienza aziendale.

- 3. Scelta delle variabili di risposta: la loro scelta è ricaduta sulle quote dimensionali e i valori di illuminazione, da cui i clienti giudicano la qualità estetica di un componente in modo oggettivo.
- 4. Scelta del piano sperimentale: non è stato scelto un piano degli esperimenti particolare fra tutti quelli esistenti: fattoriale, a blocchi,...In questa fase preliminare dello studio del processo di laseratura è stata scelta la dimensione campionaria (numero totale di prove) ed il numero delle replicazioni da eseguire per un determinato livello di parametri di progetto impostati.
- 5. Esecuzione esperimento: come prima cosa sono stati laserati gli S&S, poi successivamente sono state misurate le quote ed infine sono state prese i valori di illuminazione. Le prove sono state eseguite cercando di garantire la casualità, al fine di ottenere una buona elaborazione statistica.
- 6. Analisi statistica dei dati: dopo aver eseguito gli esperimenti si può passare all'elaborazione dati, cercando di realizzare un modello empirico costruendolo dai dati raccolti.

### 4.2 Marcatore Laser

Il sistema utilizzato per eseguire la laseratura è il modello Startmark Dm 2 s della Rofin Basel. Di seguito le sue principali caratteristiche tecniche:

- il mezzo utilizzato per produrre il fascio è una barretta cilindrica di Nd:YAG avente diametro di 4 mm e una lunghezza pari a 40 mm, la sua lunghezza d'onda λ è pari a 1,064 μm;
- la potenza media erogata è di  $65 \mathrm{W}$  .
- il pompaggio avviene attraverso un diodo che emette una radiazione con una lunghezza d'onda  $\lambda$  di 832, la direzione di pompaggio è assiale;

- il laser può lavorare in modalità continua e pulsata (modalità di lavoro impostata). In modalità pulsata con una durata dell'impulso pari a 10 ns e un'energia di 25 mJ;
- il fattore di qualità M è prossimo ad 1  $(TEM_{01})$ ;
- la scala dei parametri macchina sono:
  - frequenza: da 500 a 30000 Hz;
  - la velocità da 20 a 1500 mm/s;
  - -l'intensità di corrente da 8 a 33 A.
- il diametro del fascio è di 100  $\mu m$ .

Nelle figure 4.1 e 4.2 è possibile osservare la globalità della macchina, con le relative pulsantiere di comando per l'avvio e l'arresto della lavorazione, utilizzate dall'operatore. Dall'immagine 4.1 il lato di carico scarico pezzi.



**Figura 4.1:** Marcatore vista frontale



**Figura 4.2:** Marcatore vista laterale

Il marcatore è costituito da quattro sottoparti principali:

1. testa di marcatura e risonatore;

- 2. tavola rotante;
- 3. PC per il controllo macchina e impostazione lavorazione;
- 4. sistema di raffreddamento;
- 5. aspiratori.

In figura 4.3 è mostrato il risonatore e la testa di marcatura. Al primo compete la produzione del fascio e il trasporto del fascio, al secondo il moto del fascio nella direzione x-y che viene permesso da degli specchi riflettenti e la focalizzazione del fascio grazie alla lente di focalizzazione. Inoltre come spiegato nella sezione 2.7, il sistema risonatore più testa ha un unico grado di libertà in direzione z. In figura 4.4 è mostrato invece un esempio di alcuni elementi fondamentali che costituiscono il risonatore. Il Q-switch Driver permette di comandare l'interruttore di qualità. Questo interruttore viene azionato con una frequenza di 27 MHz ad una potenza di 60 Watt. L'alta frequenza è permessa da un generatore al quarzo alimentato a 230 V. Il quarzo è contenuto all'interno di una lamiera, la quale viene raffreddata da un'altra piastra. Il principio di funzionamento del Q-switch Driver descritto brevemente è assimilabile a quanto decritto in figura 2.64. Invece l'otturatore di sicurezza serve a non generare radiazione quando questo viene chiuso.



Figura 4.3: Testa e Risonatore



Figura 4.4: Spaccato del risonatore

In figura 4.5 invece è mostrata una metà della tavola rotante (lato B), l'altra metà è raffigurata in 4.1. La divisione esiste perché quando quattro pezzi sono in lavorazione gli altri quattro posso essere scaricati. Inoltre sempre da figura 4.5 è possibile visualizzare gli assi di riferimento della macchina.



Figura 4.5: Tavola rotante

In figura 4.6 è possibile visualizzare il PC da cui si caricano i disegni e si possono impostare i parametri di processo. Inoltre il software LaserCad fornito da Rofin è in grado di segnalare eventuali anomalie sulla macchina. Nella finestra che si vede in 4.7 denominata "info" è possibile visualizzare la temperatura dell'acqua di raffreddamento, la corrente che arriva al diodo e il tempo ciclo. Il chiller o lo scambiatore di calore permettono il raffreddamento all'interno della sorgente. Il refrigerante utilizzato è acqua distillata.



Figura 4.6: PC che gestisce il marcatore

				Parametri multipli		
Velocità:		180	mm/s	1 x OIREKT		
Frequenza :		30000	Hz			+ -
Wobbelindex :		• 0			-	
Freq. vobulazione :		> 200	Hz	Numero di rinetizio	ni	di lata
Corrente lamp.:	1 1	25,5	A			25.8
						37,866
Opziani	Diaframma:	🤄 inattivo	C attivo			
Tempi attesa Galvo:		•				
Rappresentazione	Colore:					
	Spess. di	0.000 m	m			
			Annella	Assecia val.		

Figura 4.7: Impostazioni parametri di processo

Un altro elemento importante sia ai fini della sicurezza degli operatori e sia ai fini della qualità della lavorazione sono gli aspiratori. Infatti durante la lavorazione si generano dei fumi dovuti alla lavorazione della plastica, i fumi così generati devo essere espulsi sia perché non devono essere respirati, sia non devo ri-depositarsi sul tasto laserato causando una perdita di colorazione bianca. Nelle immagini 4.1 e 4.5 si vedono i tubi di aspirazione che tramite un aspiratore (si veda figura 4.8), vengono poi convogliati in un apposito impianto di trattamento e di espulsione.



Figura 4.8: Aspiratore

### 4.3 Misurazione quote

Una volta prodotti i pezzi attraverso la laseratura, viene misurata la simbologia del tasto per mezzo di un OGP. Il quale comunica con un PC attraverso il software Measure-X che è in grado di rilevare le quote dimensionali. Ovviamente non tutte le dimensioni della simbologia vengono rilevate, ma solo quelle indicate a disegno mostrate in figura 4.9. Mesure-X oltre ad essere in grado di rilevare le misure è in grado di controllare i movimenti della tavola dell'OGP perciò si è voluto realizzare un programma semiautomatico in grado di posizionarsi in prossimità delle lettere da misurare sia in direzione x ed y. In questo modo, la croce rossa di figura 4.10 funge da cursore per rilevare il punto di arrivo e di fine per determinare la dimensione della lettera. All'operatore viene lasciata la possibilità di confermare che la posizione sia quella giusta, se così non fosse a causa di imperfezioni visibili solo all'OGP, l'operatore per mezzo di un joistick può correggere la posizione della croce rossa. Un ulteriore vantaggio, derivante dall'utilizzo del programma, per rilevare le misure è l'abbattimento dei tempi di misura, in quanto in automatico si sposta sulla lettera da misurare. Inoltre per velocizzare la misura, la formina bianca sui cui è posato il pezzo deve essere centrata in una posizione di zero sulla tavola che corrisponde ad una quota impostata sul programma di rilevamento misura. Quanto descritto è visualizzabile in figura 4.11. Infine ogni misura di ciascuna lettera viene salvata su di un file di testo.



Figura 4.9: Disegno con quote S&S



Figura 4.10: Cursore Measure-x



Figura 4.11: Posizione di zero pezzo

### 4.4 Misure d'illuminazione

Un altro aspetto da analizzare per valutare la qualità del prodotto finito è la luminosità di tutto il simbolo. Questo comprende un'analisi legata alla colorimetria (brillantezza) e un'analisi legata alla fotometria (luminanza). In questo elaborato si è analizzato quantitativamente solo l'aspetto fotometrico. La luminanza è valutata in cd/m<sup>2</sup>. Questa rappresenta la sensazione visiva percepita dall'occhio umano se colpito dalla luce direttamente prodotta da una sorgente luminosa o riflessa da una superficie; è perciò definibile come l'intensità luminosa riferibile ad una superficie. Per ottenere questo valore ci si avvale di una stanza detta camera oscura. Questo termine fa riferimento ad un ambiente buio in cui si effettua la misura; questo perché la fonte di altre luci ad esempio quella proveniente dalla sorgente che illumina la stanza inficerebbe la misura da compiere. Il tasto sui cui si effettua la prova ha una propria sorgente di illuminazione, nel nostro caso un diodo. Le caratteristiche che questo deve avere sono scelte da Mercedes. In questa stanza è presente una telecamera in grado di rilevare la luminanza (fotometro) e la quantità di colore che viene assorbita da un oggetto (colorimetro). La telecamera è montata sopra una struttura dove all'estremo opposto si trova una morsa (afferraggio) in grado di reggere l'oggetto da misurare. Nel nostro caso, il prodotto finito è pronto per essere montato sull'abitacolo (3.9). L'obbiettivo della telecamera è posto a 500 mm dalla superficie del tasto: tutto quello descritto è illustrato in 4.12.



Figura 4.12: Strumentazione camera oscura

Dopo questa fase il corpo S&S viene alimentato tramite un connettore che a sua volta è collegato da un generatore di corrente. L'alimentazione che viene fornita è di 5 V. A questo punto si esegue la centratura, cioè l'obbiettivo della camera deve contenere tutta la simbologia da misurare. La procedura di centratura tra simbolo e obbiettivo avviene manualmente tramite un comando a manovella. Il feedback dell'effettiva centratura si verifica tramite un controllo visivo sul software LumiCam fornito da Instrument System. Questo programma è in grado di valutare i valori di luminanza e tante altre caratteristiche attraverso la distribuzione di luce dispersa BSDF. Tale termine è indicato con B nell'equazione 4.1 [34], gli altri termini di 4.1 invece sono la luminanza trasmessa/riflessa indicata con  $dL_r$  e  $dE_i$  la luce incidente. B è funzione della direzione di incidenza e riflessione della lunghezza d'onda della luce e dello stato di polarizzazione (p). Inoltre il BSDF è divisibile in due componenti di distribuzione una detta BRDF e l'altra BTDF: la prima tiene conto della riflessione della luce, l'altra della trasmissione della luce.

$$dL_r(\theta_r, \phi_r) = B(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i, \lambda, p) dE_i(\theta_i, \phi_i)$$
(4.1)

Nel caso studio presentato, per come è strutturato il sistema mostrato in figura 4.12, il software calcolerà il BTDF dal quale si avranno le informazioni di luminanza e cromaticità. I dati saranno poi salvati su un file excel o un pdf in figura 4.13. Un esempio di questo è qui sotto riportato.



Figura 4.13: Esempio di output LumiCam S&S

### 4.5 Presentazione della matrice contenente i dati

A questo punto tutti i dati raccolti nelle varie prove sono stati inseriti in un'unica matrice visualizzabile in tabella 4.1. Le prime tre colonne sono le variabili indipendenti con cui si costruisce il modello di regressione: V velocità, F frequenza, I intensità. Inoltre, sempre sulle medesime è possibile visualizzare gli intervalli di variazione delle variabili indipendenti (input). Nelle restanti colonne invece le variabili dipendenti. Per ogni lettera il pedice x e y indica la direzione della quota. Fa eccezione solo la sigla TA che ha solo la direzione y: questa sigla identifica il tratto che nella simbologia separa start e stop da engine. Nel proseguo del presente elaborato quando ci si riferirà alle lettere in modo generico si farà riferimento anche al simbolo TA. Infine il simbolo LM indica il valore relativo alla *luminanza media* calcolata su tutto il tasto. La matrice si compone di 37 livelli, ognuno dei quali è composto di 5 replicazioni, riportata ciascuna in una riga. In tabella 4.1 è riportato un estratto della matrice utilizzata per la raccolta dati (per la sua versione completa fare riferimento all'appendice A). La matrice rappresenta un piano sperimentale. Il suo obbiettivo è l'esplorazione per quanto più possibile completa dei valori dei parametri di processo F, I e V per capire quali effetti generano sulla lavorazione del tasto S&S. Questo piano non può essere utilizzato per applicare le tecniche del DOE in quanto l'esplorazione degli intervalli macchina ha portato ad avere un piano non completamente bilanciato. Comunque da tale piano sarà possibile costruire i modelli di regressione lineare.

V	F	Ι	$E_x$	$T_x$	$P_x$	$E_y$	$T_y$	$P_y$	$TA_y$	LM
[mm/s]	[Hz]	[A]	[mm]	$[cd/m^2]$						
100	20000	30	0,72	0,62	0,71	$0,\!63$	0,58	0,56	0,52	10,19
100	20000	30	$0,\!83$	0,79	$0,\!68$	$0,\!62$	$0,\!56$	$0,\!53$	$0,\!52$	10,04
100	20000	30	0,75	0,73	0,72	$0,\!62$	$0,\!57$	$0,\!54$	$0,\!53$	10,06
100	20000	30	0,73	0,74	0,72	$0,\!61$	$0,\!57$	$0,\!54$	$0,\!52$	9,71
100	20000	30	0,74	0,78	0,70	$0,\!61$	$0,\!54$	$0,\!52$	$0,\!51$	9,75
150	20000	30	$0,\!61$	$0,\!52$	$0,\!54$	$0,\!57$	$0,\!48$	$0,\!50$	$0,\!47$	10,11
150	20000	30	$0,\!63$	$0,\!54$	$0,\!57$	$0,\!57$	$0,\!50$	$0,\!50$	$0,\!47$	10,22
150	20000	30	$0,\!62$	$0,\!53$	$0,\!57$	$0,\!56$	$0,\!49$	$0,\!52$	$0,\!48$	10,21
150	20000	30	$0,\!63$	$0,\!53$	$0,\!57$	$0,\!56$	$0,\!51$	$0,\!52$	$0,\!49$	9,92
150	20000	30	$0,\!61$	$0,\!58$	$0,\!56$	$0,\!55$	$0,\!51$	$0,\!50$	$0,\!48$	9,82
200	20000	30	$0,\!59$	$0,\!49$	$0,\!52$	$0,\!54$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!46$	10,52
200	20000	30	$0,\!58$	$0,\!51$	$0,\!52$	$0,\!54$	$0,\!48$	$0,\!52$	$0,\!46$	9,85

Tabella 4.1: Estratto della tabella utilizzata per la raccolta dati

### Capitolo 5

## Elaborazioni dati e definizione dei modelli

Nel capitolo 4.5 è definita la tabella 4.1 ottenuta attraverso la pianificazione degli esperimenti dalla quale viene costruito il modello di regressione. Per mezzo di tale strumento statistico è possibile determinare un modello di natura empirica in grado di predire le risposta nel nostro caso studio i *valori dimensionali* delle lettere indicate in tabella 4.1 in direzione x e y e la *luminanza media*.

### 5.1 Modello di regressione lineare multipla

Un modello di regressione lineare può essere definito come singolo quando si ha un solo parametro come mostra l'equazione 5.1 [33], dove  $\beta_0$  e  $\beta_1$  sono detti parametri e x<sub>1</sub> variabile indipendente o regressore (o variabile predittrice). Il parametro  $\beta_0$  esprime l'intercetta della funzione con l'asse delle y, mentre  $\beta_1$  rappresenta l'incremento atteso di y per incremento unitario di x<sub>1</sub> mantenendo x<sub>2</sub> costante,  $\beta_2$ rappresenta l'incremento atteso di y per incremento unitario di x<sub>2</sub> mantenendo x<sub>1</sub> costante.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \epsilon \tag{5.1}$$

Il caso studio del processo di laseratura S&S presenta 3 parametri di processo: frequenza F, intensità I e velocità V, i quali saranno i predittori o le variabili indipendenti del modello di regressione lineare multipla. Un esempio di questo è mostrato nell'equazione 5.2 [33].

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon$$
(5.2)

Il modello indicato in 5.2 esprime un modello del secondo ordine; se nei predittori comparisse anche il terzo grado si ha un modello del terzo ordine... Questo tipo di modello di regressione è detto polinomiale, ma rimane comunque lineare in quanto le incognite del modello non sono i predittori, ma i parametri ( $\beta_i$ ). Se invece il massimo grado che compare in un modello di regressione è il primo, si dice modello lineare sia nei parametri che nei predittori. Il termine  $\epsilon$  che compare in 5.1 e 5.2 rappresenta l'errore dovuto al caso. La costruzione del modello di regressione lineare multipla avviene cercando di ottenere i ( $\beta_i$ ) al fine di minimizzare la somma dei quadrati di tale termine. Il metodo per realizzare questo è quello dei minimi quadrati. Di seguito vengono mostrati alcuni dei passaggi spiegati in [33] per determinare i valori di  $\beta$ . Supponendo di riscrivere 5.2 in modo più generale e con i gradi dei predittori al primo ordine si ottiene:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \epsilon_i$$
(5.3)

dove i = 1, 2, ..., n esprime la dimensione del campione in esame, k invece identifica il numero dei predittori. Inoltre si ipotizza che  $\epsilon_i$  abbia  $E(\epsilon_i) = 0$ ,  $V(\epsilon_i) = 0$  (E e V indicano il valore atteso e varianza) e  $\epsilon_i$  siano variabili casuali e non correlate. Manipolando 5.3 ed elevando al quadrato si ottiene:

$$L = \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left( Y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij} \right)^2$$
(5.4)

Per trovare il minimo della funzione si effettua la derivata di L rispetto ai  $\beta_j$ uguagliandola a zero, con j che varia da 1 a k, ottenendo così le equazioni normali ai minimi quadrati. Le cui soluzioni sono gli stimatori  $\hat{\beta}_j$ . Se si riscrive l'equazione 5.3 in forma matriciale si ottiene:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon} \tag{5.5}$$

dove i termini di 5.5 sono vettori aventi dimensioni:  $\mathbf{Y} \text{ nx1}$ ,  $\boldsymbol{\beta} \text{ px1}$ ,  $\boldsymbol{\epsilon} \text{ nx1}$  ed infine  $\mathbf{X}$ è una matrice avete dimensione di nxp. Il valore p è pari a k+1. Ora manipolando 5.5 facendone la derivata uguagliandola a zero si arriva a definire l'equazione che permette la valutazione degli stimatori col metodo dei minimi quadrati  $\hat{\beta}$ :

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\mathbf{X}'\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \tag{5.6}$$
La matrice X'X è simmetrica di dimensione pxp, mentre X'Y è un vettore colonna di dimensione px1. A questo punto, con il calcolo dei  $\hat{\beta}$  è possibile definire l'equazione di regressione:

$$\widehat{y}_i = \widehat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \widehat{\beta}_j x_{ij}$$
(5.7)

La differenza che si ottiene fra le  $y_i \in \hat{y_i}$  è detta residuo. Da questo valore è possibile determinare una stima della varianza indicata come  $\hat{\sigma}^2$ . Omettendo i passaggi si giunge all'equazione:

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{SS_E}{n-p} = \frac{y_i - \widehat{y_i}}{n-p}$$
(5.8)

## 5.2 Test per la validazione del modello per la regressione lineare multipla

Una volta che il modello è elaborato deve essere validato. Nei seguenti paragrafi sono spiegati brevemente i test principali per effettuare questo [33]. Tutti i parametri indicati nel seguito possono essere calcolati da molti software statistici, nel presente elaborato questi calcoli saranno affidati a Minitab v19 che implementa le equazioni presentate nel seguito.

## 5.2.1 Test di significatività

Le scritture in 5.9 e 5.10 indicano rispettivamente l'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa. L'ipotesi nulla afferma che tutti i parametri sono nulli, mentre per verificare quella alternativa basta che un solo  $\beta_i$  sia diverso da zero.

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \tag{5.9}$$

$$H_1: \beta_j \neq 0 \text{ per almeno un } j \tag{5.10}$$

Se si verificasse che l'ipotesi nulla è vera, allora tutti i regressori sono nulli e questo implica l'assenza di linearità fra i parametri, mentre se fosse vera l'ipotesi alternativa si può affermare che almeno un parametro è significativo da un punto di vista statistico nel modello. Per accettare o rifiutare l'ipotesi nulla si usa  $F_0$ calcolato come in 5.11. Il numeratore indica i quadrati medi della regressione e il denominatore i quadrati medi degli errori (o residui). In alternativa a  $F_0$ si può impiegare l'approccio del p-value. Nel seguente elaborato si farà sempre riferimento all'approccio del p-value. Questo termine indica il più piccolo livello di significatività che conduce al rifiuto dell'ipotesi nulla. Per rifiutare l'ipotesi nulla basta che almeno un valore di p-value sia minore di un determinato livello di significatività detto  $\alpha$  convenzionalmente scelto pari a 0,05.

$$F_0 = \frac{MS_R}{MS_E} \tag{5.11}$$

Per fare questa verifica si impiega la tabella dell'analisi della varianza: un esempio può essere quella mostrata in B.21 dove Minitab riporta il valore di F-value (equivalente di F<sub>0</sub>) e in cui per ciascun termine del modello di regressione, il valore indicato è ottenuto tramite l'equazione 5.11. Se invece si vuole valutare l'ipotesi nulla e quella alternativa solo per un singolo parametro, le ipotesi indicate in 5.9 e 5.10 contengono solo un  $\beta_j$ . In questo caso si fa riferimento al t-test (t<sub>0</sub>, Minitab tale valore lo indica con t-value) che viene calcolato da Minitab ed è riportato nella tabella dei coefficienti (formula indicata in 5.12, "se" indica errore standard del parametro). Anche per il t-test è riportato il rispettivo p-value. Per l'accettazione o rifiuto si esegue la medesima procedura spiegata sopra.

$$t_0 = \frac{\widehat{\beta}}{se(\widehat{\beta})} \tag{5.12}$$

Un altro parametro da cui si possono trarre informazioni sulla bontà del modello è  $R^2$  chiamato coefficiente di determinazione multiplo mostrato in equazione 5.13. Tale termine indica la capacità del modello di spiegare la variabilità dei dati che lo costituiscono. Se è alto vuol dire che descrive un'elevata variabilità. Questo non implica, però, che il modello utilizzato sia adeguato poiché il suo valore aumenta sempre aggiungendo regressori al modello. Per capire se le variabili indipendenti (regressori) aggiunti al modello aiutano maggiormente a spiegare la variabilità si può far riferimento al coefficiente di determinazione multiplo aggiustato  $R^2 - adj$ , calcolabile attraverso 5.14. Dove n è la dimensione del campione di riferimento e p sono i termini che descrivono il modello. Questo termine non crescerà in modo marcato se si aggiungono termini inutili a descrivere il processo in esame. Minitab inoltre è in grado di calcolare un ulteriore valore di coefficiente di determinazione multiplo  $R^2$  – pred, il quale indica la capacità del modello di predirre la variabilità.

nelle future osservazioni.

$$R^2 = 1 - \frac{SS_E}{SS_T} \tag{5.13}$$

$$R^{2} - adj = 1 - \frac{n-1}{n-p} \left(1 - R^{2}\right)$$
(5.14)

I termini presenti in 5.13:  $SS_T e SS_E$  indicano rispettivamente la somma dei quadrati medi totali e degli errori (o residui). L'equazione 5.15 indica come si calcola  $SS_T$ , l'equazione 5.16 mostra come si ottiene  $SS_R$  (somma dei quadrati della regressione); dalla differenza dei due si ottiene  $SS_E$ . Il primo termine di 5.15 e 5.16 esprime il valore sperimentale e il termine predetto, invece i restanti termini il valor medio del valore sperimentale.

$$SS_T = \mathbf{y}'\mathbf{y} - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}$$
(5.15)

$$SS_R = \hat{\beta}' \mathbf{X}' \mathbf{y} - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}$$
(5.16)

Se questi valori vengono divisi per i rispettivi gradi di libertà, si ottengono i rispettivi quadrati medi indicati in equazione 5.11. Ad  $SS_R$  e  $SS_E$  competono rispettivamente k gradi di libertà e n - k - 1 gradi di libertà. Infine a  $SS_T$  gli corrispondono n - 1.

### 5.2.2 Verifica della mancanza di adattamento

Quando il modello viene costruito da dei dati che contengono delle replicazioni, si definisco altri due tipi di errore: il primo detto pure error (errore puro), il secondo è detto lack of fit (errore dovuto alla mancanza di adattamento). Concettualmente l'errore puro indica la differenza che vi è tra le misure ottenute allo stesso livello (replicazioni) ed è dovuto al caso. Mentre il lack of fit indica la distanza che vi è fra la media delle replicazioni e il valore predetto dal modello. Se questa differenza è piccola si può concludere che il modello si adatta bene ai dati, se invece la distanza è grande vuol dire che c'è una mancanza di adattamento. Quanto descritto matematicamente si esprime come espresso in 5.17.

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \overline{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^{m} n \left(\overline{y}_i - \hat{y}_i\right)^2$$
(5.17)

La 5.17 scritta in forma più compatta diventa l'equazione 5.18.

$$SS_E = SS_{PE} + SS_{LOF} \tag{5.18}$$

Dove  $SS_E$  è la somma dei quadrati degli errori (o residui),  $SS_{PE}$  è la somma dei quadrati dell'errore puro e  $SS_{LOF}$  è alla somma dei quadrati della mancanza di adattamento. Solitamente i software statistici calcolano  $SS_E$  e  $SS_{PE}$  e per differenza da 5.18 ottengono  $SS_{LOF}$ . Anche in questo caso è possibile definire F-value (F<sub>0</sub>) per valutare la presenza o assenza della mancanza di adattamento. Allo stesso modo come espresso nei casi precedenti è possibile anche calcolare il p-value. L'ipotesi nulla in questo caso va a verificare l'assenza di mancanza di adattamento, quindi questo implica che il modello utilizzato sia corretto. L'ipotesi alternativa invece implica la mancanza di adattamento. Per accettare l'ipotesi nulla il p-value deve essere maggiore di  $\alpha$  pari a 0,05.

$$F_0 = \frac{\frac{SS_{LOF}}{m-p}}{\frac{SS_{PE}}{n_i - m}} = \frac{MS_{LOF}}{MS_{PE}}$$
(5.19)

dove  $n_i$  indica il numero delle replicazioni ed m il numero totale di regressori indipendenti,  $MS_{PE}$  la somma dei quadrati dovuta all'errore puro e  $MS_{LOF}$  la somma dei quadrati dovuta alla mancanza di adattamento.

## 5.2.3 Metodo Stepwise

Nel paragrafo 5.2.1 si fa riferimento all'utilizzo della giusta quantità di predittori al fine di non rendere il modello troppo scarno o troppo sovradimensionato di variabili indipendenti. Un approccio per raggiungere tale scopo è l'utilizzo del metodo Stepwise [35]. Questo metodo permette una volta definite tutte le possibili coppie di regressori di selezionare quelle che sono più significative per descrivere il modello da un punto di vista statistico. La significatività viene decisa attraverso la scelta di due termine chiamati  $\alpha_E$  (E indica l'entrata) e  $\alpha_R$  (R indica la rimozione). Solitamente questi valori sono scelti pari 0,15. L'aggiunta o la rimozione di parametri al modello avviene nel seguente modo:

- 1. si definiscono tutte le possibili variabili del modello;
- 2. si impostano  $\alpha_E$ ,  $\alpha_R$ ;

- 3. dopo aver definito tutte le variabili e gli *alpha* viene definito un modello vuoto;
- 4. si considerano tutte le variabili come se agissero singolarmente a determinare la risposta  $y = f(x_1), ..., y = f(x_{p-1})$ . A questo punto si valuta il p-value di ogni predittore e si verifica che sia inferiore a  $\alpha_E$ . Di tutti i predittori che soddisfano tale requisito, il primo ad entrare alla definizione del modello è quello che ha p-value più basso in assoluto. Se non ci fosse invece nessun predittore con p-value minore di  $\alpha_E$  il modello risulterebbe vuoto. Così termina il primo step;
- 5. ora si suppone che  $x_1$  abbia il più piccolo valore di p-value ottenuto dal primo step. Il secondo step inizia esprimendo  $y = f(x_1, x_2), ..., y = f(x_1, x_{p-1})$ . Ora nuovamente si valuta chi tra i nuovi predittori in gioco  $(x_2, x_3, ...)$  abbia p-value inferiore a  $\alpha_E$ . Tra tutti i predittori che rispettano tale requisito si cerca quello che abbia in assoluto il p-value più piccolo. Nel caso in cui nessun predittore avesse p-value minore di  $\alpha_E$  gli step si arrestano e il modello è definito solo da  $x_1$ . Supponendo che  $x_2$  sia il secondo miglior predittore, è necessario capire come esso influenza il parametro  $\beta_1$  associato ad  $x_1$ . Per far questo si fa ricorso ad  $\alpha_R$ : se il p-value calcolato in questo step è maggiore di  $\alpha_R$  allora  $x_1$  risulta inadeguato per il modello e viene scartato;
- 6. ora si suppone che dal precedente step  $x_1$  e  $x_2$  risultano essere significativi. Il terzo step inizia esprimendo  $y = f(x_1x_2, x_3), y = f(x_1x_2, x_4),...,$  $y = f(x_1, x_2, x_{p-1})$ . Ora nuovamente si valuta chi tra i nuovi predittori in gioco  $(x_3, x_4, ..., x_{p-1})$  abbia p-value inferiore a  $\alpha_E$ . Tra tutti i predittori che rispettano tale requisito si cerca quello che abbia in modo assoluto il p-value più piccolo. Nel caso in cui nessun predittore avesse p-value minore di  $\alpha_E$ gli step si arrestano e il modello è definito solo da  $x_1$  e  $x_2$ . Supponendo che  $x_3$  sia il terzo miglior predittore, è necessario capire come esso influenza il parametro  $\beta_1$  associato ad  $x_1$  e  $\beta_2$  associato ad  $x_2$ . Per far questo si confronta il p-value calcolato in questo step di  $\beta_1$  e/o  $\beta_2$ : se uno dei due è maggiore di  $\alpha_R$  allora  $x_1$  e/o  $x_2$  risulta inadeguato per il modello e viene scartato;
- 7. la procedura degli step va avanti fino a quando l'aggiunta di quei predittori comporta un p-value inferiore ad  $\alpha_E$ .

Nella procedura descritta sopra è doveroso fare una precisazione. Nel caso si giungesse alla conclusione che i predittori migliori hanno un p-value pari a 0,0000 per

capire quale scegliere si fa riferimento al t-value. Tra i migliori predittori si sceglie quello che in modulo ha t-value più grande. Inoltre è importante non confondere le  $\alpha$  utilizzate nel metodo Stepwise e  $\alpha$  che definisce l'intervallo di confidenza e/o di previsione. Nel primo caso si usa  $\alpha$  per eliminare delle variabili, nel secondo caso si definisce un intervallo in cui si desidera che ricada una determinata osservazione. In figura 5.1 è possibile visualizzare la selezione di  $\alpha_{\rm E}$  e  $\alpha_{\rm R}$  e alcuni dei parametri che entreranno nel modello. In figura 5.2 invece, la sintesi degli step che hanno portato alla definizione dei parametri che entrano nel modello a fronte di tutti i possibili termini che potevano costituire il modello (Candidate terms). Da notare, come per ogni step  ${\rm R}^2$  e  ${\rm R}^2$  – adj aumentino di pari passo non scostandosi in modo marcato l'uno dall'altro, questo mostra una significatività elevata delle variabili indipendenti inserite nel modello.

Regression: Stepwise		$\times$
Method: Stepwise		
Potential terms:		
F		^
V		
F*E		
v*v		
I*I		
F*v		
1°F I*v		
F*F*F		
I*I*I		
F*F*v		
		•
E — Tesluda terre in avenue readel	aluda kauna in kha in	itin lange de l
$\overline{r}$ = Tucinge fermini every model $\overline{1}$ = T	iciude term in the in	ittal mouer
Alpha to enter: 0,15		
Alpha to remove: 0,15		
Hierarchy		
<u>Herdreny</u>		
Display the table of model selection details		
Include details for each sten		
Help	<u>о</u> к	Cancel

Figura 5.1: Finestra Minitab per Stepwise

### Stepwise Selection of Terms

Candidate terms: F; v; I; F\*F; v\*v; I\*I; F\*v; I\*F; I\*v; F\*F\*F; I\*I\*I; F\*F\*v; I\*F\*F; F\*v\*v; I\*F\*v; I\*I\*F; I\*v\*v; I\*I\*v; v\*v\*v

	Coef	Р	Coef	Р	Coef	F
Constant	0,6780		0,8044		0,4617	
v	-0,000354	0,000	-0.001159	0,000	-0,001128	0,000
V*V			0,000001	0,000	0,000001	0,000
1					0,01132	0,000
V*V*V						
F						
F*F						
F*F*F						
S	c	),0337626		0,0300090		0,0268450
R-sq		38,82%		51,93%		61,749
R-sq(adj)		38,48%		51,40%		61,119
AICc		-724,58		-767,11		-807,24
BIC		-715,05		-754,45		-791,47
	Step	4	Ste	p 5	Ste	р 6
	Coef	P	Coef	P	Coef	- F
Constant	0,6986		0,686		0,711	
v	-0,004071	0,000	-0,004071	0,000	-0,004221	0,000
V*V	0,000012	0,000	0,000012	0,000	0,000012	0,000
I	0,01119	0,000	0,01134	0,000	0,01138	0,000
V*V*V	-0,000000	0,000	-0,000000	0,000	-0,000000	0,000
F			0,000000	0,126	-0,000002	0,100
F*F C+C+C					0,000000	0,04:
r-r-r						
S	0	),0234841		0,0233957		0,023193
R-sq		70,88%		71,26%		71,929
R-sq(adj)		70,24%		70,46%		70,979
AICc		-855,62		-855,89		-857,9
BIC		-836,77		-833,98		-833,01
	Step	7				
	Coef	P				
Constant	0,726					
v	-0,004185	0,000				
V*V	0,000012	0,000				
1	0,01169	0,000				
V*V*V	-0,000000	0,000				
F	-0,000014	0,000				
F*F	0,000000	0,000				
F*F*F	-0,000000	0,000				
S	c	),0219674				
R-sq		74,95%				
R-sq(adj)		73,96%				
AICc		-876,87				

Figura 5.2: Step ottenuti dall'applicazione del metodo Stepwise

## 5.3 Interpretazione dei grafici dei residui

Nelle varie equazioni di regressioni presentate precedentemente si è sempre inserito un termine di errore indicato con  $\epsilon$ . Questo termine va ad influenzare la bontà del modello. Infatti il termine di errore deve rispettare alcune ipotesi: normalità, indipendenza e varianza costante.

Per verificare la normalità si usa il diagramma di probabilità normale. Un esempio di questo in figura 5.3. La linea rossa dell'immagine non rappresenta il modello di regressione ma la retta di probabilità cumulata. Dal grafico rappresentato in figura 5.3 si capisce se gli errori si scostano o non si scostano significativamente dalla normalità. Tanto più i residui indicati con un puntino blu giacciono sulla linea rossa tanto più si può affermare che non si ha uno scostamento significativo dalla normalità. L'andamento di figura 5.4 indica come ci sia un elevato scostamento significativo dalla normalità, perché i residui non seguono l'andamento della linea rossa.



Figura 5.3: Andamento senza scostamento dalla normalità



**Figura 5.4:** Andamento con scostamento dalla normalità

Per verificare l'indipendenza fra i residui invece, si utilizza il diagramma dei residui in funzione dell'ordine in cui sono state eseguite le prove. L'andamento casuale della figura 5.5 non mostra nessuna particolare tendenza quindi tale assenza giustifica l'indipendenza e si può concludere che gli errori sono indipendenti. La figura 5.6 mostra la tendenza dei residui a seguire un andamento nel tempo evidenziato dalla linea retta di colore giallo. In tal caso gli errori presentano una dipendenza. Il trend raffigurato in figura 5.6 è uno dei possibili casi rappresentati, in letteratura si possono trovare altri esempi in [33], [36] e [37].



Figura 5.5: Andamento temporale dei residui corretto



Figura 5.6: Andamento temporale dei residui non corretto

I residui devono essere privi di struttura e non dipendere da alcuna variabile, compresa anche la risposta prevista. Per realizzare tale verifica si può usare il grafico dei residui costruito rispetto i valori previsti. Un'anomalia che si può manifestare e che si può verificare con tale grafico è la varianza non costante. Nel gergo statistico per far riferimento alla varianza degli errori non costanti si fa riferimento all'eteroschedasticità e all'omoschedastictà. In figura 5.7 si può vedere come l'andamento dei residui non abbia nessuna tendenza e i punti blu globalmente abbiano un andamento pressoché uniforme. Questo caso rappresenta l'omoschedasticità. Mentre in figura 5.8 un esempio di eteroschedasticità (varianza non costante) osservabile dalla presenza di un andamento dei residui. Inoltre sempre sulla medesima figura muovendosi da sinistra a destra del grafico rappresentato la distanza fra la linea tratteggiata e i punti blu aumenta. Questo è un altro indice di eteroschedasticità.



Figura 5.7: Omoschedasticità



Figura 5.8: Eteroschedasticità

## 5.4 Presentazioni dei modelli

In questa sezione vengono presentati tutti i modelli ricavati per ciascuna lettera in direzione x ed y, per TA solo in direzione y e il valore di luminanza media sul tasto. Di tutta la procedura per la determinazione del modello per ciascuna lettera e luminanza media viene spiegato in dettaglio solo quella della lettera T in direzione y. Per tutti gli altri casi vengono applicati i medesimi ragionamenti eseguiti per la lettera T in direzione y, ma vengono solo riportate le tabelle dei coefficienti, il sommario del modello e la tabella dell'Anova. Con l'importazione della tabella A.1 in Minitab è possibile creare il modello di regressione. Dopo l'importazione dei dati sono stati definiti tutti i possibili parametri che potevano definire il modello. Poi, come già presentato nel paragrafo 5.2 è stato impostato il metodo stepwise con  $\alpha_E$  e  $\alpha_R$  pari a 0,15. A questo punto Minitab riporta i seguenti risultati in output: il modello di regressione per la lettera in esame, la relativa tabella con i valori dei parametri  $\hat{\beta}_j$ , un sommario del modello, la tabella Anova, i grafici dei residui ed infine la tabella con i residui aventi valori inusuali (outlier).

La tabella 5.1 riporta i dati relativi ai coefficienti. La prima colonna rappresenta i  $\widehat{\beta}_j$  che prendono parte al modello, la seconda colonna l'errore standard, la terza colonna il t-value, la quarta il p-value e l'ultima il VIF (fattore di inflazione della varianza). I singoli parametri sono tutti significativi statisticamente in quanto hanno un p-value inferiore allo 0,05. Nelle tabelle 5.1, 5.3 e nelle equivalenti tabelle mostrate in appendice D nella colonna di p-value dove il risultato ottenuto tramite il software è pari a 0,0000 viene sostituito con <0,0001. Questa scelta è fatta in quanto un p-value uguale a 0,0000 indica una significatività pari al 100 %, ma questo non può accadere. Inserendo invece il valore di <0.0001 si sta indicando una significatività maggiore al 99,9 %, tale numero risulta aver una maggior significato a livello statistico.

I valori presentati dal VIF sono elevati mentre la guida di Minitab consiglia che siano inferiori alle 10 unità. Il VIF è una misura della multicollinearità, la quale in sintesi rappresenta il legame che esiste fra le variabili. Se le variabili sono molto correlate, il rischio in cui si incorre è quello di commettere errori di valutazione sul modello. Comunque, nel presente caso studio, la multicollinearità non presenta un problema grave in quanto l'obbiettivo del modello è la predizione di valori e in questo caso la multicollinearità non ha grandi effetti [38].

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	1,42E-01	5,40E-02	$2,\!63$	0,0092	
F	2,08E-06	$2,\!44\text{E-}07$	$^{8,55}$	< 0,0001	1
V	-2,48E-03	$3,\!81E-04$	-6,49	< 0,0001	309
Ι	1,88E-02	1,38E-03	$13,\!65$	< 0,0001	1
$V^2$	6,28E-06	1,33E-06	4,72	< 0,0001	1790
$V^3$	-5,54E-09	$1,\!39E-09$	-3,99	0,0001	671

Elaborazioni dati e definizione dei modelli

Tabella 5.1: Valori coefficienti T dir-y

In tabella 5.2 è possibile osservare la deviazione standard calcolata come  $\sqrt{MSE}$ , il valore di R<sup>2</sup>, R<sup>2</sup> – adj e R<sup>2</sup> – pred. Quest'ultimo indica la capacità previsionale del modello. I valori di R<sup>2</sup> sono elevati: questo vuol dire che viene spiegata una cospicua variabilità dal modello. Il valore di S (deviazione standard) è una stima della varianza ed ha la stessa unità di misura della risposta, indica di quanto i valori si scostano dal modello.

S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R- $sq(pred)$
0,022	$75,\!90\%$	$75{,}23\%$	$74,\!67\%$

Tabella 5.2: Sommario modello T dir-y

Nella tabella 5.3 è presentata l'analisi della varianza per i termini che prendono parte al modello. I relativi p-value sono tutti inferiori al livello di  $\alpha$  fissato a 0.05, quindi risultano essere tutti significativi ai fini del modello. Nella prima colonna si trovano i termini che prendono parte al modello, nella seconda colonna i gradi di libertà, nella terza colonna la somma dei quadrati, nella quarta colonna la somma dei quadrati medi, nella quinta colonna F-value ed infine i p-value.

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	5	0,27929	0,05586	112,76	< 0,0001
F	1	0,03618	$0,\!03618$	$73,\!03$	< 0,0001
V	1	0,02089	0,02089	$42,\!17$	< 0,0001
Ι	1	0,09225	$0,\!09225$	186,22	< 0,0001
$V^2$	1	0,01103	0,01103	$22,\!27$	< 0,0001
$V^3$	1	0,00789	0,00789	$15,\!93$	0,0001
Error	179	$0,\!08867$	0,00050		
Lack of Fit	30	$0,\!05953$	0,00198	$10,\!15$	< 0,0001
Pure Error	149	0,02914	0,00020		
Total	184	0,36796			

Elaborazioni dati e definizione dei modelli

Tabella 5.3: Risultati Anova T dir-y

A questo punto dopo aver effettuato le verifiche d'ipotesi sui  $\beta$  per mezzo dei p-value si controllano i grafici dei residui per controllare che l'ipotesi sugli errori siano verificate. Dalla figura 5.9 si evince che gli andamenti dei residui sembrano non dare particolari problemi rispettando le ipotesi formulate per gli errori.



Figura 5.9: Grafici residui T dir-y

A questo punto è possibile definire il modello della T in direzione y 5.20:  $T_y = +1.42 \cdot 10^{-01} \cdot +2.08 \cdot 10^{-06} \cdot F - 2.48 \cdot 10^{-03} \cdot V + 1.88 \cdot 10^{-02} \cdot I + 6.28 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 5.54 \cdot 10^{-09} \cdot V^3.$ (5.20) L'immagine 5.9 contiene dei valori di residui cerchiati in verde. Questi valori sono i cosiddetti outlier (residui che hanno valori anomali), cioè dei punti che in valore assoluto sono marcatamente diversi dagli altri. Questi punti portano alla distorsione dei risultati. Minitab segnala i residui standardizzati (calcolati come  $d_i = \frac{e_i}{s \cdot (1-h_{ij})^{0.5}}$ , dove  $h_{ij}$  sono i termini diagonali ottenuti dal prodotto fra  $\mathbf{X}(\mathbf{XX'})^{-1}\mathbf{X'}$ ) come valori anomali quando hanno in valore assoluto un valore maggiore di 2 e li segnala in una tabella come quella indicata in 5.4. La prima colonna indica la posizione a cui corrisponde il residuo nella matrice dei dati, la seconda il valore sperimentale, la terza il valore predetto utilizzando il modello, la quarta il residuo e la quinta il residuo standardizzato. Questi valori vengono eliminati dalla matrice dei dati e successivamente si rigenera un nuovo modello di regressione. Questa procedura verrà eseguita per ogni variabile dipendente presente nella matrice dei dati. Gli outlier varieranno da lettera a lettera, ad esempio in questo caso sono il 20, 55, 56, 57, 60, 161, 162, 163, 164 e 165; per la lettera T in direzione x saranno altri.

Obs	$T_y$	Fit	Resid	Std Resid	
20	0,39	0,44	-0,05	-2,21	R
55	$0,\!43$	$0,\!38$	$0,\!04$	$2,\!00$	R
56	$0,\!43$	$0,\!39$	$0,\!04$	2,03	R
57	$0,\!45$	$0,\!39$	$0,\!07$	$3,\!05$	R
60	$0,\!34$	$0,\!39$	-0,05	-2,15	R
161	$0,\!49$	$0,\!41$	$0,\!08$	$3,\!53$	R
162	$0,\!50$	$0,\!41$	0,09	$3,\!92$	R
163	$0,\!51$	$0,\!41$	0,09	4,21	R
164	$0,\!49$	$0,\!41$	$0,\!08$	$3,\!69$	R
165	0,51	0,416	$0,\!10$	4,39	R

Tabella 5.4: Valori residui T dir-y

In tabella 5.5 sono riportai i coefficienti con la prima scrematura di outlier. I termini hanno tutti p-value minore di 0,05 quindi risultano tutti significativi da un punto di vista statistico. Si può anche notare che si ha un aumento del numero dei parametri che entrano in gioco nel modello rispetto al modello espresso in equazione 5.20. I termini in più aiutano a descrivere meglio la variabilità dei dati come si può intuire da tabella 5.6 in quanto si ha una diminuzione di S e allo stesso tempo un incremento degli  $\mathbb{R}^2$  rispetto al caso mostrato in tabella 5.2.

Term	Coef	SE Coef	$T ext{-}Value$	P-Value	VIF
Constant	-8,46E+00	3,87E+00	-2,18	0,0303	
F	2,06E-06	1,74E-07	$11,\!86$	< 0,0001	1
V	-2,58E-03	2,44E-04	-10,55	< 0,0001	313
Ι	9,24E-01	4,01E-01	2,30	0,0226	207223
$V^2$	$6,\!49E-06$	8,53E-07	$7,\!61$	< 0,0001	1809
$I^2$	-3,16E-02	1,38E-02	-2,29	0,0233	817698
$V^3$	-5,63E-09	8,89E-10	-6,33	< 0,0001	676
$I^3$	3,66E-04	1,57E-04	2,33	0,0212	202961

Elaborazioni dati e definizione dei modelli

Tabella 5.5: Valori coefficienti T dir-y prima scrematura outlier

S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R-sq(pred)
0,014	$89,\!84\%$	$89,\!42\%$	88,86%

Tabella 5.6: Sommario del modello T dir-y prima scrematura outlier

Nella tabella 5.7 è possibile notare come il termine di errore espresso alla riga Error e colonna Adj MS diminuisca rispetto alla tabella 5.3. Questo risultato non stupisce in quanto il termine S di 5.6 è diminuito ed i due termini sono legati dalla radice quadrata.

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	7	0,29582	0,04230	210,98	< 0,0001
F	1	0,02819	0,02819	140,74	< 0,0001
V	1	0,02231	0,02231	$111,\!37$	< 0,0001
Ι	1	0,00106	0,00106	$5,\!30$	0,0226
$V^2$	1	0,01159	0,01159	$57,\!84$	< 0,0001
$I^2$	1	0,00105	$0,\!00105$	$5,\!24$	0,0233
$V^3$	1	0,00802	0,00801	40,03	< 0,0001
$I^3$	1	0,00108	0,00108	$^{5,41}$	0,0212
Error	167	$0,\!03345$	0,00020		
$Lack \ of \ Fit$	27	0,01465	0,00054	$4,\!04$	< 0,0001
$Pure\ Error$	140	0,01880	0,00013		
Total	174	$0,\!32927$			

Tabella 5.7: Risultati Anova T dir-y prima scrematura outlier

In figura 5.10 sono rappresentati gli andamenti dei nuovi residui e si vede come con una prima scrematura di outlier si ottengano dei benefici. Ad esempio l'assunzione di normalità e la costanza della varianza sono molto migliorate in questo caso rispetto al quello rappresentato in figura 5.9.



Figura 5.10: Grafici residui dopo prima scrematura T dir-y

Nell'equazione 5.21 è possibile visualizzare il nuovo modello di regressione:

$$T_y = -8,46 \cdot 10^{+00} + 2,06 \cdot 10^{-06} \cdot F - 2,58 \cdot 10^{-03} \cdot V + 9,24 \cdot 10^{-01} \cdot I + 6,49 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 3,16 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 5,63 \cdot 10^{-09} \cdot V^3 + 3,66 \cdot 10^{-04} \cdot I^3.$$
(5.21)

Ancora una volta osservando la figura 5.10 si nota la presenza di residui cerchiati in verde, questi sono quelli che presentano un valore troppo elevato. In questo caso sono il 17, 18, 19, 21, 44, 52, 54, 72, 100, 138, 139, 160, 164, 172. In tabella 5.8 vengono riportati i loro valori. Questo è l'ultimo step di scrematura. Quindi per tutte le lettere e il valore di illuminazione vengono effettuati due step.

-01	<i>—</i>	<u> </u>		CLLD 'I	
Obs	T - y	Fit	Resid	Sta Resid	
17	$0,\!40$	$0,\!43$	-0,04	-2,56	R
18	$0,\!40$	$0,\!43$	-0,04	-2,56	R
19	$0,\!40$	$0,\!43$	-0,03	-2,38	R
21	$0,\!39$	$0,\!42$	-0,03	-2,21	R
44	0,36	$0,\!38$	-0,03	-2,04	R
52	$0,\!41$	$0,\!38$	$0,\!04$	$2,\!66$	R
54	$0,\!35$	$0,\!38$	-0,04	-2,56	R
72	$0,\!38$	$0,\!41$	-0,03	-2,10	R
100	$0,\!45$	$0,\!42$	0,03	$2,\!13$	R
138	$0,\!41$	$0,\!44$	-0,03	-2,03	R
139	$0,\!41$	$0,\!44$	-0,03	-2,17	R
160	$0,\!46$	$0,\!43$	0,03	$2,\!13$	R
164	$0,\!49$	$0,\!45$	$0,\!04$	2,79	R
172	$0,\!47$	$0,\!50$	-0,03	-2,28	R

Elaborazioni dati e definizione dei modelli

Tabella 5.8: Valori residui T dir-y seconda scrematura

In tabella 5.9 è possibile osservare i nuovi coefficienti. Anche questa volta risultano tutti significativi statisticamente presi singolarmente in quanto il p-value è inferiore a 0,05.

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	-1,02E+01	3,05E+00	-3,34	0,0010	
F	2,09E-06	1,45E-07	$14,\!44$	< 0,0001	1
V	-2,42E-03	1,93E-04	-12,55	< 0,0001	313
Ι	$1,10E{+}00$	$3,\!17E-01$	$3,\!49$	0,0006	207015
$V^2$	5,90E-06	6,74E-07	8,76	< 0,0001	1786
$I^2$	-3,78E-02	1,09E-02	-3,47	0,0007	813491
$V^3$	-5,00E-09	7,01E-10	-7,13	< 0,0001	665
$I^3$	$4,\!38\text{E-}04$	1,25E-04	$3,\!52$	0,0006	201018

Tabella 5.9: Valori coefficienti T dir-y dopo la seconda scrematura di outlier

In tabella 5.11 è mostrata l'analisi della varianza. Anche qui il test di significatività statistica è verificato, il p-value di tutte le variabili indipendenti è minore di 0,05. Da notare anche la diminuzione dell'errore alla colonna Adj MS e riga Error diminuisca sia rispetto al caso di tabella 5.3 sia a quella della tabella 5.7. Di conseguenza anche il valore di S sarà diminuito rispetto al caso di 5.2 e 5.6. Anche i termini di  $\mathbb{R}^2$  sono aumentati rispetto ai casi indicati in 5.2 e 5.6 come indicato in tabella 5.10.

S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R- $sq(pred)$
0,011	94,02%	93,75%	93,34%

Tabella 5.10: Sommario del modello T dir-y dopo la seconda scrematura di outlier

Source	DF	Adj SS	Adj MS	$F ext{-}Value$	P-Value
Regression	7	0,28761	0,04109	343,92	< 0,0001
F	1	0,02490	0,02490	$208,\!44$	< 0,0001
V	1	0,01883	0,01883	$157,\!60$	< 0,0001
Ι	1	0,00145	0,00145	$12,\!15$	0,0006
$V^2$	1	0,00917	0,00917	76,75	< 0,0001
$I^2$	1	0,00144	0,00144	12,04	0,0007
$V^3$	1	0,00607	0,00607	$50,\!80$	< 0,0001
$I^3$	1	0,00148	0,00148	$12,\!37$	0,0006
Error	153	0,01828	0,00012		
Lack of Fit	27	0,00553	0,00021	2,03	0,0049
Pure Error	126	0,01275	0,00010		
Total	160	0,30588			

Tabella 5.11: Risultati Anova T dir-y dopo la seconda scrematura di outlier

Prima di definire il nuovo modello vengono analizzati i diagrammi dei residui e si può notare come ci sia stato un miglioramento di distribuzione di normalità in questo caso rispetto ai casi precedenti. Mentre dagli altri due andamenti non si evincono particolari criticità.



Figura 5.11: Grafici residui dopo seconda scrematura T dir-y

Ora può essere definito il nuovo modello di regressione in 5.22.

$$T_y = -1,02 \cdot 10^{+01} + 2,09 \cdot 10^{-06} \cdot F - 2,42 \cdot 10^{-03} \cdot V + 1,10 \cdot 10^{+00} \cdot I + 5,90 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 3,78 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 5,00 \cdot 10^{-09} \cdot V^3 + 4,38 \cdot 10^{-04} \cdot I^3.$$
(5.22)

Le lettere  $E \in T$  in direzione x non presentano particolari problemi poiché le loro variabili indipendenti sono sempre statisticamente significativi sia nel caso con tutti i dati, sia con una prima scrematura di outlier, sia con una seconda.

Per la lettera P in direzione x come mostra la tabella B.7 il valore di *intensità* ha un p-value maggiore di 0,05, quindi statisticamente risulterebbe poco significativo, ma si è deciso di mantenerlo nel modello in quanto fisicamente l'*intensità* ha un ruolo importante nella descrizione del processo di laseratura. Se nella medesima tabella si osserva la seconda scrematura si nota come il p-value dell'*intensità* Isia ritornato molto prossimo al valore di significatività statistica. Tutte le altre variabili risultano statisticamente significative.

La lettera E in direzione y presenta unicamente nella prima scrematura solo il termine costante con un p-value maggiore di 0,05, infatti il suo valore è pari a 0,079. I due valori essendo prossimi e dato che già con la seconda scrematura il termine

torna ad essere significativo, si è deciso di mantenerlo all'interno del modello.

Per la lettera P in direzione y come mostra la tabella B.16 ha un p-value alto rispetto al limite di 0,05. Essendo questo il caso con tutte le 185 prove si è proceduto con la creazione del modello con tale termine e non è stato eliminato. Successivamente analizzando i valori di p-valu1 e p-value2 hanno mostrato che tale termine ri-acquisiva una sua significatività statistica nei casi successivi.

Per il tratto *TA* in direzione y la tabella B.19 mostra nei casi p-value1 e p-value2 una non significatività statistica. L'eliminazione di tale termine non comporta un marcato miglioramento in termini di S che tiene conto dell'errore (non considerandolo il suo valore è di 0,01260 tenendolo in conto è di 0,01262). Inoltre l'eliminazione di tale termine comporta andamenti delle risposte poco significativi come si può vedere da figura 5.12, quindi si opta per un suo mantenimento nel modello.

Infine il modello della *luminanza media* non presenta alcuna criticità poiché tutti i fattori sono statisticamente significativi.



## Surface Plot TAy

Figura 5.12: Andamento di TA in dir-y non significativo

Dopo aver valutato la significatività statistica delle variabili indipendenti è stata anche effettuata un'analisi di significatività fisica nella descrizione del processo di marcatura.

Tutti i risultati riportati nelle tabelle Anova per la mancanza di adattamento (Lack of Fit) per tutte le *lettere* e la *luminanza media* mostrano un p-value minore di 0.05. Questo è indice di mancanza di adattamento dei nostri modelli. Però un effetto positivo da notare su tutte le tabelle Anova è che il valore di F-value con entrambe le scremature presenta una notevole diminuzione: questo comporta un miglioramento dell'adattamento del nostro modello ai dati in quanto il valore di F-value si avvicina ad un 1.

La scelta di arrivare al terzo grado come esponente delle variabili indipendenti nel modello è dovuto al fatto che in questo modo si riesce a spiegare una maggiore variabilità. Questo è dimostrato anche in figura 5.2 dove i valori di S diminuiscono e quelli di  $R^2$  aumentano. Valutando questa considerazione, l'andamento dei residui che non presentano particolari criticità e le verifiche di ipotesi sui coefficienti si può concludere che le variabili indipendenti (*frequenza, intensità* e *velocità*) siano necessarie alla definizione dei vari modelli finali. Per tutti i risultati si faccia riferimento all'appendice B.

## 5.5 Andamenti delle risposte in funzione dei parametri

Minitab dà la possibilità di rappresentare gli andamenti in base ai modelli estrapolati. Nel seguito viene rappresentato l'andamento per la lettera E in direzione x e la *luminanza media* in funzione di F,  $I \in V$ . Per tutti gli altri casi fare riferimento all'appendice C, in quanto gli andamenti sono simili.

Ovviamente avendo definito 3 variabili indipendenti per la costruzione del modello, sugli assi dei grafici ci saranno solo due variabili indipendenti e una sarà mantenuta costante. Sull'asse z si trova la variabile dipendente, cioè la quota o la luminanza media. Per ciascuna scrematura fatta per ogni modello è mostrato l'andamento corrispondente; ad esempio EX indica il grafico ottenuto dal modello contenente tutti i dati, EX1 l'andamento ricavato dalla prima scrematura di outlier ed infine EX2 l'andamento ottenuto dal modello con la seconda scrematura di outlier. Inoltre, come detto poc'anzi, nella costruzione del grafico solo due variabili variano ed

una è mantenuta costante, tale valore per la *frequenza* è posto a 20.027 Hz, per l'*intensità* a 29,9 A e per la *velocità* a 307 mm/s.

Come già accennato nel paragrafo 3.6.1 la *velocità* ha un ruolo fondamentale sulla dimensione della simbologia infatti le dimensioni delle *quote* diminuiscono al suo aumentare. Come mostrano gli andamenti anche l'*intensità* contribuisce all'incremento delle dimensioni della simbologia. Questo accade perché un aumento d'*intensità* porta un'informazione di calore maggiore. Invece, la *frequenza* sembra avere un ruolo minoritario sugli aspetti dimensionali. Quanto descritto è visualizzabile nelle figure 5.13, 5.14 e 5.15.



Surface plot EX

Figura 5.13: Andamento E in dir-x per V costante



Figura 5.14: Andamento E in dir-x per F costante



Figura 5.15: Andamento E in dir-x per I costante

# Surface plot EX

Il caso della *luminanza media* è raffigurato nelle figure 5.16, 5.17 e 5.18. In questo caso una maggiore *luminanza media* si ottiene aumentando l'*intensità*, in quanto si asporta più materiale, e aumentando la *velocità* e la *frequenza*.



## Surface plot LM

Figura 5.16: Andamento LM per V costante

Surface plot LM



Figura 5.17: Andamento LM per F costante





Figura 5.18: Andamento LM per I costante

## 5.6 Validazione del modelli

Nel seguito verranno presentati i due approcci per valutare la validazione dei modelli ottenuti.

## 5.6.1 Primo confronto fra risultati sperimentali e predetti

Un primo modo per valutare le capacità predittive del modello è il confronto fra i valori sperimentali contenuti in tabella A.1 e i valori predetti dal modello ottenuti con le stesse variabili indipendenti. L'articolo scientifico [29] mostra che un primo modo per valutare le capacità previsionali del modello è utilizzare l'errore relativo percentuale. Questo viene calcolato per ogni misura utilizzando la formula 5.23 e poi ne viene fatta una media fra tutti. Come soglia di errore massimo viene preso di riferimento il 5 %.

$$Errore\ relativo(\%) = \frac{val\ sperimentale - val\ predetto}{val\ sperimentale} \cdot 100 \tag{5.23}$$

In aggiunta a questo metro di valutazione mostrato in [29], si usa anche l'incertezza relativa media. Anche questa è calcolata dall'incertezza relativa percentuale (vedi

formula 5.24) di ogni valore predetto e successivamente ne viene fatta la media. Questo valore indica l'incertezza che grava sul valore predetto dal modello. Per calcolare tale valore si ricorre alla seguente relazione:

$$Incertezza \ relativa(\%) = \frac{IPS - val \ predetto}{val \ predetto} \cdot 100 \tag{5.24}$$

dove IPS rappresenta il limite superiore dell'intervallo di previsione calcolato con un livello di confidenza pari al 95 % (pari a  $(1 - \alpha) \cdot 100$ , dove  $\alpha$  è il livello di significatività). L'intervallo di previsione che definisce un limite inferiore ed uno superiore viene calcolato da Minitab. Il significato dell'intervallo di previsione è quello di indicare un possibile dominio dove è probabile che ricada il valore predetto. Come valori accettabili relativamente al limite di incertezza, vengono scelti quelli indicati in tabella 5.12, dove si possono vedere le varie incertezze per ogni *lettera* e per la *luminanza*. Per ottenere tali valori si è usata la relazione 5.24 dove il IPS è stato calcolato come quota nominale più il rispettivo scostamento superiore, indicato a disegno (figura 4.9).

Lettera	Incertezza Relativa Limite [%]
$E_x$	9,09
$T_x$	11,63
$P_x$	11,63
$E_y$	10,64
$T_y$	13,51
$P_y$	13,51
$TA_y$	14,29
LM	33,00

 Tabella 5.12:
 Incertezza relativa quote a disegno

Come si può vedere dai risultati riportati in tabella 5.13 i risultati sono ottimi. Gli errori percentuali medi si attestano tutti al di sotto della soglia del 5 %. Si può notare anche una diminuzione di errore con le scremature successive di outlier. Anche le incertezze relative medie sono tutte al di sotto di quelle limite inferiori indicate in tabella 5.12. L'unico caso limite riguarda la lettera T in direzione x, che sfiora di poca la sua soglia limite. Dato che il suo superamento è minimo anche tale risultato si può ritenere come accettabile. Anche in questo caso l'incertezza relativa diminuisce con la scrematura degli outlier.

Lettera	$E_x$	$E_{x1}$	$E_{x2}$
Errore Relativo Medio [%]	2,63	2,19	1,92
Incertezza Relativa Media [%]	7,81	5,85	4.96
Lettera	$T_x$	$T_{x1}$	$T_{x2}$
Errore Relativo Medio [%]	3,76	2,49	2,15
Incertezza Relativa Media [%]	12,42	$7,\!40$	$5,\!67$
Lettera	$P_x$	$P_{x1}$	$P_{x2}$
Errore Relativo Medio [%]	3,68	2,82	2,41
Incertezza Relativa Media [%]	11,06	$7,\!51$	$6,\!33$
Lettera	$E_y$	$E_{y1}$	$E_{y2}$
Errore Relativo Medio [%]	2,39	1,74	1,44
Incertezza Relativa Media [%]	7,32	$4,\!66$	$3,\!81$
Lettera	$T_y$	$T_{y1}$	$T_{y2}$
Errore Relativo Medio [%]	3,33	2,54	2,03
Incertezza Relativa Media [%]	10,62	$6,\!84$	$5,\!28$
Lettera	$P_y$	$P_{y1}$	$P_{y2}$
Errore Relativo Medio [%]	3,13	2,50	1.97
Incertezza Relativa Media [%]	10,82	6,71	$5,\!17$
Lettera	$TA_y$	$TA_{y1}$	$TA_{y2}$
Errore Relativo Medio [%]	2,91	$2,\!35$	2,00
Incertezza Relativa Media [%]	8,88	$6,\!01$	$5,\!04$
Luminanza media	LM	$LM_1$	$LM_2$
Errore Relativo Medio [%]	3,53	2,66	2,41
Incertezza Relativa Media [%]	10,07	$7,\!42$	$6,\!38$

Elaborazioni dati e definizione dei modelli

Tabella 5.13: Riassunto di errore relativo ed incertezza relativa

## 5.6.2 Secondo confronto fra risultati sperimentali e predetti

In questo paragrafo avviene la validazione del modello tramite il confronto tra valori sperimentali e valori predetti. A differenza del precedente la validazione non avviene confrontando valori ottenuti da terne di F,  $I \in V$  utilizzate per costruire il modello, ma altre terne comunque facenti parte dello stesso intervallo delle variabili indipendenti, riportato in tabella A.1. Il numero di prove per la validazione del modello è stato scelto al fine di cercare di spaziare in modo più ampio possibile i domini delle variabili indipendenti. In questo fase per la validazione del modello si vuole che l'incertezza relativa sia minore rispetto a quella indicata in tabella 5.12 e che il valore sperimentale sia compreso all'interno del dominio dall'intervallo di previsione. Nelle tabelle è riportato anche l'errore relativo percentuale, ma non vengono effettuate considerazioni in merito. In tabella 5.14 sono riportati i valori della variabili indipendenti scelte per spaziare in modo più completo il dominio degli intervalli macchina.

Prova	F	V	Ι
	[Hz]	[mm/s]	[A]
1	28000	300	30,0
2	24000	350	29,0
3	30000	475	29,0
4	30000	400	29,0
5	21360	380	27,0
6	23000	330	26,0
7	7000	152	27,0
8	27000	200	28,0
9	14000	545	$_{30,3}$
10	20000	500	32,0
11	30000	350	29,0

 Tabella 5.14:
 Variabili indipendenti scelte per la validazione del modello

Una caratteristica comune a tutte le tabelle contenenti i valori predetti di tutte le *lettere* e della *luminanza media* è la diminuzione dell'incertezza relativa. Questo è dovuto al fatto che con l'eliminazione degli outlier, gli intervalli di previsione diventano più piccoli causando un incertezza minore, in quanto il modello predice in modo più preciso.

Per la lettera E in direzione x il modello ha buone capacità previsionali. Le incertezze relative sono tutte inferiori al limite indicato in tabella 5.12, fa eccezione solo la prova 9 a cui corrisponde un valore di incertezza relativa pari al 9,7 %, comunque prossimo al valore indicato in tabella 5.12. Il valore sperimentale in molti casi è compreso all'interno dell'intervallo di previsione. Nel caso con 185 prove solo la prova 6 risulta non compresa nell'intervallo a causa di una differenza alla terza cifra decimale tra il valore sperimentale e l'intervallo inferiore di previsione. Mentre nel caso della prima e seconda scrematura i valori che non rientrano sono quelli della prova 5, 6 e 7. Il valore che riscontra maggiore criticità è quello della prova 7 con una distanziamento di 0,03 mm dall'intervallo di previsione inferiore.

Per la lettera E in direzione y il modello ha buone capacità previsionali. Le incertezze relative sono tutte inferiori al limite indicato in tabella 5.12. Il valore sperimentale in molti casi è compreso all'interno dell'intervallo di previsione. Il caso da 185 prove non presenta particolari problemi. Nel caso della prima e seconda scrematura i valori che non rientrano sono quelli della prova 3, 6, 7, 8 e 10. Comunque tali misurazioni non rientrano di poco all'interno dell'intervallo di previsione. Il caso peggiore per la prima scrematura risulta essere alla prova 7 con una differenza di 0,01 mm, anche nella seconda scrematura si ha il medesimo problema alla prova 7 con una differenza di 0,02 mm; in tutti gli altri casi la differenza è alla terza cifra decimale.

Per la lettera T in direzione x il modello ha buone capacità previsionali nei casi con scrematura in quanto le incertezze relative sono tutte inferiori al limite indicato in tabella 5.12. Purtroppo fa eccezione la prova con tutte le 185 prove. In questo caso le incertezze sono tutte al di fuori dell'incertezza prevista a disegno tranne la 8 ma è al limite. Questo fatto è da attribuire ad un intervallo di previsione più grande di quello previsto a disegno; a conseguenza di ciò, potrebbe verificarsi il caso in cui si ottiene un valore predetto che ricada fuori dall'intervallo a disegno nonostante fosse dentro l'intervallo predetto dal modello. Nel caso con 185 prove il valore sperimentale che non rientra nell'intervallo di previsione è quello che si riferisce alla prova 7 ed 8, il caso peggiore è di 0.02 mm ed è da attribuire alla prova 7. Invece per la prima scrematura di outlier le prove che non rientrano sono la 7, 8, 9 e 10, nel caso peggiore con una differenza di 0,03 mm (accade lo stesso nella seconda scrematura, però in questo caso la prova 9 è dentro). Per la lettera Tin direzione y il modello ha buone capacità previsionali. Le incertezze relative sono tutte inferiori al limite indicato in tabella 5.12. I valori sperimentali per il caso con 185 prove sono sempre compresi nell'intervallo di previsione. Nel caso della prima scrematura i valori che non rientrano sono quelli della prova 1, 7, 8 e 11. Comunque tali valori non rientrano di poco all'interno dell'intervallo di previsione. I casi peggiori risultati sono quelli relativi alle prove 7 ed 8 con una differenza di 0,01 mm; i restanti non rientrano a causa della terza cifra decimale. Nel caso della seconda scrematura invece i valori sperimentali che non rientrano sono quelli delle prove 1, 2, 4, 5, 7, 8 e 11. I casi peggiori sono quelli di prova 7 ed 8 con una differenza di 0,02 mm.

Per la lettera P in direzione x il modello ha buone capacità previsionali. Le

incertezze relative sono tutte inferiori al limite indicato in tabella 5.12. Nel caso da 185 prove solo le prove 3, 4, 5, 6, 9 e 11 non rientrano nell'intervallo. Il caso peggiore si attesta ad un 16,16 %, negli altri casi invece intorno al 12 e 13 %. Il valore sperimentale in molti casi è compreso all'interno dell'intervallo di previsione. I casi corrispondenti a quello con 185 prove, con la prima scrematura e con la seconda sono accomunati dall'avere le prove 7, 8 e 9 non comprese nell'intervallo di previsione. Il caso peggiore comune a tutti e tre i casi (con 185 prove e con le due scremature) è la prova 9: nel caso con 185 prove a causa di una differenza fra il valore sperimentale e quello superiore di previsione pari a 0,02 mm; nel caso della prima scrematura per una differenza pari a 0,04 mm rispetto all'intervallo superiore di previsione; nella seconda scrematura per 0,07 mm rispetto all'intervallo superiore di previsione. Per la lettera P in direzione y il modello ha buone capacità previsionali. Le incertezze relative sono tutte inferiori al limite indicato in tabella 5.12. Fa eccezione solo la prova 6 da 185 dati con un valore che è al di sopra della soglia indicata a disegno dello 0.01 %. I valori sperimentali sono tutti contenuti all'interno dell'intervallo di previsione per il caso che contempla 185 dati. Nel caso della prima scrematura i valori che non rientrano sono quelli della prova 3, 4, e 10. Il caso peggiore risulta quello alla posizione numero 10 con una differenza di 0.02 mm, in tutti gli altri casi la differenza è alla terza cifra decimale. Nel caso della seconda scrematura le prove che non rientrano sono la 8 e la 10; la differenza massima tra intervallo inferiore di previsione e il rispettivo valore sperimentale è di 0.02 mm nella prova 10.

Per il tratto TA in direzione y il modello presenta buone capacità previsionali. Le incertezze relative sono tutte inferiori al limite indicato in tabella 5.12. Nel caso della prima scrematura la prova che non rientra è la 5 con una differenza tra il valore sperimentale e lo scostamento superiore dell'intervallo di previsione di 0,01 mm. Nel caso della seconda scrematura invece le prove che non rientrano sono: 2, 5 e 6. Il caso peggiore è quello alla posizione numero 5 con una differenza pari a 0,02 mm rispetto all'intervallo di previsione superiore.

Per la *luminanza media* (LM) il modello presenta buone capacità previsionali. Le incertezze relative sono tutte inferiori al limite indicato in tabella 5.12. Nel caso con tutte le prove che non rientrano sono la 7 e la 9. Il caso peggiore riguarda la prova 7 con una differenza tra il valore sperimentale e lo scostamento superiore dell'intervallo di previsione di 0,06 cd/m<sup>2</sup>. Nel caso della prima scrematura invece

le prove che non rientrano sono la 7 e 9; il caso peggiore è individuato nella prova 7 con una differenza pari a  $0.60 \text{ cd/m}^2$  rispetto all'intervallo di previsione superiore. Infine la seconda scrematura di dati presenta le prove 4, 7, 8 e 9 al di fuori dell'intervallo di previsione: il caso peggiore si presenta nuovamente alla prova 7 con una differenza di  $0.73 \text{ cd/m}^2$  rispetto all'intervallo di previsione superiore. In tabella 5.15 viene riportato solo il caso della T in direzione y per mostrare la struttura delle tabelle utilizzate per tutte le lettere e la luminanza media. Nella seconda colonna della tabella è presente il valore sperimentale, in terza colonna quello predetto, in quarta e quinta colonna l'intervallo inferiore e superiore di previsione calcolato con un livello di confidenza pari al 95 % . In sesta e settima colonna l'incertezza relativa e l'errore relativo. Nell'ultima colonna è riportato un controllo che riporta "OK" se il valore sperimentale è compreso nell'intervallo di previsione, altrimenti "NO". Inoltre  $T_{yp}$  indica i valori predetti considerando tutti i dati,  $T_{yp1}$  (tabella 5.16) i valori predetti con una prima scrematura di outlier ed infine  $T_{yp2}$  (tabella 5.17) i valori predetti da una seconda scrematura di outlier. Tutti i restanti risultati sono visualizzabili in appendice D. I valori nelle tabelle riportate di seguito ed in appendice D sono arrotondati alla seconda cifra decimale in quanto i valori a disegno delle *lettere* e della *luminanza media* sono espressi con due cifre dopo la virgola. I calcoli effettuati però all'interno delle tabelle sono eseguiti con più cifre e poi l'arrotondamento viene eseguito a fine calcolo [39].

Prova	$T_y$	$T_{yp}$	IPI	IPS	Inc Rel	Err Rel	TEST
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	0,40	0,44	$0,\!39$	$0,\!48$	10,08	8,78	OK
2	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!36$	$0,\!45$	$10,\!99$	$6,\!64$	OK
3	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!35$	$0,\!44$	$11,\!42$	$5,\!19$	OK
4	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!37$	$0,\!46$	$11,\!00$	$7,\!97$	OK
5	$0,\!33$	$0,\!36$	$0,\!31$	$0,\!40$	$12,\!69$	$^{8,09}$	OK
6	$0,\!33$	$0,\!35$	$0,\!30$	$0,\!39$	$13,\!04$	$5,\!48$	OK
7	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!37$	$0,\!46$	$11,\!16$	$10,\!07$	OK
8	$0,\!40$	$0,\!44$	$0,\!39$	$0,\!48$	10,31	$9,\!62$	OK
9	$0,\!37$	$0,\!36$	$0,\!31$	$0,\!41$	12,98	$2,\!33$	OK
10	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!38$	$0,\!47$	$10,\!67$	$2,\!59$	OK
11	$0,\!38$	$0,\!42$	$0,\!37$	$0,\!46$	10,71	8,36	OK

Tabella 5.15: Valori validazione modello lettera T dir-y

Daoana	T	T	IDI1	IDC1	Inc. Dol1	Em Doll	TECT
PTOVa	$I_y$	$I_{yp1}$	11/11	IPSI	Inc Rell	LTT Rell	I L S I
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	0,40	$0,\!43$	0,41	$0,\!46$	$6,\!49$	$7,\!64$	NO
2	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!37$	$0,\!43$	7,09	$6,\!05$	OK
3	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!37$	$0,\!43$	$7,\!32$	$5,\!33$	OK
4	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!38$	$0,\!44$	7,09	$7,\!55$	OK
5	0,33	$0,\!36$	$0,\!33$	$0,\!39$	$^{8,30}$	$^{8,71}$	OK
6	0,33	$0,\!35$	0,32	$0,\!38$	$^{8,47}$	$5,\!10$	OK
7	$0,\!38$	$0,\!42$	$0,\!39$	$0,\!45$	$7,\!29$	11,52	NO
8	$0,\!40$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!47$	$6,\!69$	10,12	NO
9	$0,\!37$	$0,\!36$	$0,\!33$	$0,\!39$	8,24	$1,\!96$	OK
10	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!40$	$0,\!46$	6,81	$3,\!95$	OK
11	$0,\!38$	0,41	0,39	$0,\!44$	6,92	7,75	NO

 Tabella 5.16:
 Valori validazione modello lettera T dir-y prima scrematura

Prova	$T_y$	$T_{yp2}$	IPI2	IPS2	Inc Rel2	Err Rel2	TEST2
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!40$	0,44	$0,\!41$	$0,\!46$	$5,\!01$	$7,\!96$	NO
2	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!42$	$5,\!48$	$6,\!16$	NO
3	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!42$	$5,\!67$	$5,\!40$	OK
4	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!39$	$0,\!43$	$5,\!49$	$7,\!50$	NO
5	$0,\!33$	$0,\!36$	$0,\!34$	$0,\!38$	$6,\!42$	8,78	NO
6	$0,\!33$	$0,\!35$	$0,\!32$	$0,\!37$	$6,\!54$	$5,\!24$	OK
7	$0,\!38$	$0,\!42$	$0,\!40$	$0,\!45$	$5,\!63$	12,22	NO
8	$0,\!40$	$0,\!44$	$0,\!42$	$0,\!47$	$5,\!14$	11,06	NO
9	$0,\!37$	$0,\!37$	$0,\!34$	$0,\!39$	$6,\!33$	$1,\!20$	OK
10	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!41$	$0,\!46$	$5,\!27$	$4,\!27$	OK
11	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!39$	$0,\!44$	$5,\!34$	7,91	NO

Tabella 5.17: Valori validazione modello lettera T dir-y seconda scrematura

## 5.7 Ricerca delle terne F, I e V che ottimizzano le risposte

Dopo la validazione del modello si procede alla ricerca delle terne F,  $I \in V$  che ottimizzano le risposte in termini di quote e luminanza media. Minitab è dotato di una libreria in grado di calcolare i valori di ottimo. L'algoritmo implementato nel software per realizzare questo é MRO (Master Response Optimisation); per approfondimenti sul metodo si può fare riferimento [3]. Per realizzare l'ottimizzazione dei parametri di processo vengono seguiti due approcci:

- 1. nel primo approccio vengono cercate le terne di ottimo per ogni singola lettera. La libreria di Minitab per realizzare questo usa il modello di regressione ricavato per ogni lettera. Il criterio di scelta per i modelli da utilizzare per ottenere le terne che ottimizzano le lettere e la luminanza media è quello di scegliere il modello a cui corrisponde il valore più alto di  $R^2 e R^2 - adj$ . Per tutte le lettere e la luminanza media questo corrisponde al modello ottenuto dalla seconda scrematura, ad eccezione solo per la lettera T in direzione x per il quale si è utilizzato il modello ottenuto con la prima scrematura. Questo perché il suo relativo modello ottenuto con la seconda scrematura arriva a perdere un totale di 29 prove (o dati) dal caso completo che ne contempla 185. Questo fa si che  $R^2 e R^2 - adj$  diminuiscano dalla prima alla seconda scrematura, in tutti gli altri casi si ha un incremento progressivo di  $R^2$  e  $R^2 - adj$  passando dal caso contemplate 185 dati fino alla seconda scrematura.
- 2. nel secondo approccio viene cercata la terna di ottimo per tutte le *lettere* e/o la *luminanza media*. Sono considerati due sotto casi:
  - in un sotto caso vengono considerati i modelli per le *lettere* e la *luminanza media* (indicati nell'appendice B per il caso da 185 dati) ottenuti attraverso tutte le prove indicate in tabella A.1 e si cerca la terna che ottimizza tutte le risposte;
  - nell'altro sotto caso invece vengono tolti da A.1 gli outlier in comune. Purtroppo le *lettere* sono caratterizzate dall'avere in comune i valori corrispondenti alle righe 161, 162, 163, 164 e 165; tali outlier corrispondono a prove significative per la *luminanza media* e non alle prove con residuo

più alto. Per la *luminanza media* è stata fatta la scelta di eliminare dalla matrice completa di dati le 5 righe 56, 61, 62, 63 e 65 a cui corrispondono in modulo i 5 valori di residui più alti. A questo punto sono stati ricalcolati i nuovi modelli per le *lettere* e un nuovo modello per la *luminanza media*. Si implementano questi modelli in Minitab attraverso MRO, ottenendo due terne: una che ottimizza il dimensionamento delle *lettere* e l'altra la *luminanza media*. Tra le due è stata considerata solo quella che ottimizza le dimensioni delle *lettere*. E' stata eseguita tale scelta in quanto la terna che ottimizzava la *luminanza media* portava all'ottenimento di valori predetti per le *quote* al di fuori del campo di tolleranza. Invece con i valori della *luminanza media* scremato dei cinque residui peggiori portava ad ottenere un risultato distante dal valore nominale ma comunque entro il campo di tolleranza.

Una volta definito il modello da ottimizzare, è necessario definire nel software il valore nominale (target) e i rispettivi scostamenti indicati nel disegno rappresentato in figura 4.9. Invece la quota nominale per la luminanza media è di 12 cd/m<sup>2</sup> con una tolleranza del  $\pm$  33 %.

In entrambi gli approcci tutti i valori predetti attraverso le terne F,  $I \in V$  vengono confrontati con i relativi valori ottenuti sperimentalmente dalla medesima terna.

## 5.7.1 Ottimizzazione singola lettera

Il primo approccio presentato riguarda la lettera E in direzione x. I grafici che riporta Minitab sono strutturati come quello presentato in figura 5.19. Nella parte alta dell'immagine è possibile visualizzare i parametri di processo e i rispettivi intervalli di variazione. I valori di colore rosso indicano i valori che ottimizzano la risposta. Invece sulla sinistra dell'immagine è possibile osservare il valore nominale (targ), il valore di y indicato col colore blu, il quale indica il valore ottenuto col set dei parametri selezionati in rosso, e la d, che rappresenta individual desirability, cioè indica, in base alla terna di F,  $I \in V$  selezionata, quanto si è vicini alla quota nominale. Inoltre, in alto a sinistra è possibile visualizzare la composite desirability indicata con la lettera D. Questo parametro tiene conto di tutti i valori dell'individual desirability relativa ad ogni risposta. In questo caso d e D coincidono poiché si sta considerando una sola risposta per ogni terna. Inoltre la linea blu tratteggiata mostra il livello attuale della y e la linea rossa verticale mostra il livello a cui si pone ogni variabile indipendente all'interno del proprio dominio. Gli andamenti rappresentati all'interno dei quadrati indicano come varia la risposta in base alla variabile indipendente considerata.

Nel caso della lettera E in direzione x la d è pari a 0.86528 a cui gli corrisponde una y di 0.5567. La distanza da una d pari a 1 che indicherebbe una y pari a 0.55 mm cioè il valore nominale è dovuta al fatto che come primo tentativo il software propone un valore di 500 Hz per la *frequenza* e 165 mm/s per la *velocità* ed applicando la relazione 2.14 si ottiene un valore negativo che fisicamente comporta avere un pezzo esteticamente brutto. Quindi imponendo una *frequenza* di 20000 Hz rispetto ai 500 Hz proposti si ottiene un overlap pari al 92 % con la conseguente diminuzione di d.



Figura 5.19: Valori di ottimo lettera E dir-x

In tabella 5.18 è possibile osservare i valori predetti per ogni lettera utilizzando la terna che ottimizza la lettera E e inserendola nei rispettivi modelli. Il software della macchina non è in grado di impostare per ogni lettera che compone il tasto una terna diversa di F,  $I \in V$ , quindi sarà unica per tutta la simbologia da realizzare. Perciò l'inserimento dei valori predetti in tabella 5.18 ha lo scopo di osservare come si comportano le altre lettere applicandogli un terna che non le ottimizza (questo ragionamento vale per tutte le *lettere* e la *luminanza media*). Il valore sperimentale di E in direzione x è dentro il suo valore di tolleranza con una differenza di 0.03 mm. Poiché anche tutte le altre *lettere* e la *luminanza media* risultano nel loro

Lettera	Val. Sperimentale	Val. Predetto
$E_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!52$	$0,\!56$
$T_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!40$	$0,\!45$
$P_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!40$	$0,\!46$
$E_y \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!47$	$0,\!48$
$T_y \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!34$	$0,\!39$
$P_y$ [mm]	0,36	$0,\!39$
$TA_y \text{ [mm]}$	$0,\!39$	0,36
$LM  [cd/m^2]$	9,48	$7,\!13$

campo di tolleranza il risultato ottenuto si può ritenere accettabile.

Tabella 5.18: Ottimo di E in dir-x

In figura 5.20 è possibile visualizzare il tasto ottenuto con la terna che ottimizza il tasto E. In termini estetici qualitativi si presenta abbastanza bene anche se in alcuni punti della superficie presenta dei segni con una lieve mancanza di penetrazione. La lettera E appare con un buon colore bianco. Invece è possibile osservare un po' di mancanza di penetrazione sulla lettera N. E' necessario fare considerazioni anche sulla lettera N anche se non è mai stata presa in considerazione nei calcoli presentati, in quanto non era una quota da verificare a disegno.



Figura 5.20: Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per E dir x

In figura 5.21 il caso di ottimo per la lettera T in direzione x. In questo caso il risultato proposto dal software è stato corretto solo sul termine di *velocità* in quanto il valore di *velocità* proposta aveva quattro cifre dopo la virgola e il software





Figura 5.21: Valori di ottimo lettera T dir-x

La tabella 5.19 mostra come anche in questo caso il valore sperimentale relativo a T in direzione x e i restanti valori sperimentali non siano prossimi ai propri valori nominali, ma comunque rientrano nel campo di tolleranza.

Lettera	Val. Sperimentale	Val. Predetto
$E_x \text{ [mm]}$	0,52	0,55
$T_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!40$	$0,\!43$
$P_x \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!40$	$0,\!44$
$E_y \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!43$	$0,\!47$
$T_y$ [mm]	$0,\!35$	0,39
$P_y$ [mm]	$0,\!35$	0,38
$TA_y$ [mm]	$0,\!38$	0,36
$LM  [\mathrm{cd/m^2}]$	$8,\!67$	6,98

Tabella 5.19: Ottimo di T in dir-x

In figura 5.22 è possibile osservare il tasto ottenuto con i parametri che ottimizzano la terna T in direzione x. Si può notare come il tasto non abbia una colorazione bianca nitida. Questa piccola imperfezione può essere corretta con un lieve aumento di *intensità di corrente*. La definizione della simbologia in termini
dimensionali appare corretta in quanto tutte le dimensioni sperimentali sono in tolleranza.



Figura 5.22: Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per T dir x

In figura 5.23 si posso vedere i valori ottimizzati per la lettera P in direzione x. Anche in questo caso il valore di d ottenuto non è pari a 1 in quanto sono apportate delle piccole modifiche sul valore dell'*intensità* a livello decimale sulle cifre dopo la virgola.



Figura 5.23: Valori di ottimo lettera P dir-x

In tabella 5.20 è possibile osservare i valori ottenuti con la terna che ottimizza la lettera P in direzione x. Il valore ottenuto di P predetto in questo caso è il medesimo di quello sperimentale. Anche in questo caso tutti i valori sono in tolleranza tranne TA per solo 0,01 mm.

Lettera	Val. Sperimentale	Val. Predetto
$E_x  [\mathrm{mm}]$	0,56	0,56
$T_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!45$	$0,\!42$
$P_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!43$	$0,\!43$
$E_y \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!48$	0,50
$T_y$ [mm]	$0,\!37$	$0,\!40$
$P_y$ [mm]	$0,\!41$	0,41
$TA_y$ [mm]	$0,\!41$	$0,\!41$
$LM  [cd/m^2]$	$10,\!11$	9,76

Tabella 5.20: Ottimo di P in dir-x

In figura 5.24 è possibile osservare il risultato ottenuto con la terna che ottimizza P. Globalmente il tasto ha un colorazione bianca, però si può osservare un po' di mancanza di penetrazione sulla lettera E di engine. Però ricordando che tale terna doveva ottimizzare solo la P e notando che questa non mostra particolari problematiche si può dire che si è ottenuto un buon risultato.



Figura 5.24: Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per P dir x

In figura 5.25 si possono osservare i valori ottimizzati per la lettera E in direzione y, anche in questo caso il d ottenuto non è unitario in quanto sono apportate delle piccole modifiche a livello decimale sulle cifre dopo la virgola nel caso dell'*intensità* e *frequenza*.





Figura 5.25: Valori di ottimo lettera E dir-y

In tabella 5.21 i valori ottenuti con la terna che ottimizza la E in direzione y. In questo caso la lettera ottenuta per via sperimentale e in modo predittivo hanno il medesimo valore. Tutti i valori sperimentali ottenuti con la medesima sono in tolleranza, in molti casi alcune lettere sono pari allora loro quota nominale, anche se tale terna non quella che li ottimizza.

Lettera	Val. Sperimentale	Val. Predetto
$E_x  [\mathrm{mm}]$	0,56	$0,\!50$
$T_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!43$	0,39
$P_x \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!43$	$0,\!34$
$E_y \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!47$	$0,\!47$
$T_y$ [mm]	$0,\!37$	$0,\!40$
$P_y$ [mm]	$0,\!40$	$0,\!41$
$TA_y$ [mm]	$0,\!38$	0,39
$LM  [cd/m^2]$	9,44	8,22

Tabella 5.21: Ottimo di E in dir-y

In figura 5.26 il tasto ottenuto con la terna che ottimizza la lettera E in direzione y. Globalmente il tasto ha un buon colore bianco. La lettera ha un buon aspetto, ma comunque si potrebbe migliorare la sua colorazione di bianco o aumentando un po' l'*intensità* oppure diminuendo la *velocità*. Se si adottasse tale tecnica la riduzione deve essere eseguita in modo tale da non causare bruciature. Comunque la lettera E in direzione y presenta un colore bianco leggermente peggiore rispetto al caso della medesima in direzione x. La spiegazione di questo potrebbe arrivare da un'analisi sui parametri. Si può notare come nel caso x l'*intensità* sia pari a 25 A mentre nel caso y è di 30,2 A. Quindi se si considerasse solo l'effetto dell'*intensità* il tasto ottenuto per la lettera E in direzione y dovrebbe presentare meno problemi in termini di mancanza di penetrazione. Però è necessario fare anche una valutazione sulla *velocità*. Infatti in direzione x la *velocità* è pari a 165 mm/s mentre nel caso della direzione y è di 550 mm/s; questo comporta che il fascio nel caso della direzione y sta meno a contatto con la superficie in lavorazione e quindi ha una capacità asportante minore. Si nota che il tasto ottenuto per il caso E in direzione y è di un colore bianco con maggiore tendenza al grigio rispetto al caso in direzione x. Questo potrebbe essere causato da un non bilanciamento dato dagli effetti dovuti alle differenze fra i valori relativi d'*intensità* e di *velocità*. In merito alla *frequenza* non vengono fatte considerazioni in quanto da come si vede dagli andamenti indicati nelle figure 5.16 e 5.18 dopo i 10.000 Hz il suo effetto sia trascurabile.



Figura 5.26: Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per E dir y

In figura 5.27 invece i valori ottimizzati per la lettera T in direzione y. Anche in questo caso il d ottenuto non è unitario in quanto sono apportate delle modifiche alla *frequenza* e velocità poiché i valori proposti dal software di 500 Hz e 550 mm/s portano a ottenere un valore di overlap negativo. Questo ha comportato delle modifiche anche all'*intensità* portandola da 31,8 A a 27,9 A per riottenere un livello di d prossimo ad 1. Con le modifiche apportate, si giunge ad un valore di d pari a 0,99196 e a un valore di overlap pari al 79 %.



Figura 5.27: Valori di ottimo lettera T dir-y

In tabella 5.22 per la lettera T, il valore predetto e quello sperimentale sono i medesimi. Con tale terna tutti i valori delle lettere sono in tolleranza.

Lettera	Val. Sperimentale	Val. Predetto
$E_x  [\mathrm{mm}]$	0,52	$0,\!55$
$T_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!42$	$0,\!40$
$P_x \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!41$	$0,\!39$
$E_y \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!46$	$0,\!48$
$T_y$ [mm]	$0,\!37$	$0,\!37$
$P_y$ [mm]	$0,\!38$	$0,\!37$
$TA_y \; [mm]$	$0,\!38$	$0,\!37$
$LM  [cd/m^2]$	9,76	$9,\!59$

Tabella 5.22: Ottimo di T in dir-y

In figura 5.28 il tasto ottenuto per la lettera T in direzione y, anche in questo caso globalmente presenta una colorazione bianca, anche se si potrebbe fare una correzione all'*intensità* per rendere la simbologia ancora più bianca. Comunque la lettera T non presenta particolari problemi. Infatti bisogna ricordare che i valori di  $F, I \in V$  ottenuti sono quelli che privilegiano un buon risultato sulla T. Il colore bianco ottenuto sia nel caso in direzione x e y non sembra manifestare particolari diversità, anche se i parametri scelti non sono uguali per i due casi. Questo potrebbe essere causato da un bilanciamento di effetti generati dell'impostazione dei parametri infatti nel caso della direzione x si ha una *velocità* di 181 mm/s e una *intensità* pari a 25 A, mentre nel caso in direzione y si ha una *velocità* pari a 325 mm/s e un'*intensità* pari a 27,9 A. Quindi nel caso della direzione y si ha una *velocità* maggiore rispetto a quella in direzione x, però allo stesso tempo l'*intensità* nel caso in direzione x è più bassa. In merito alla *frequenza* non vengono fatte considerazioni in quanto da come si vede dagli andamenti indicati nelle figure 5.16 e 5.18 dopo i 10.000 Hz il suo effetto può essere ritenuto trascurabile. Quindi questi effetti potrebbero portare a un risultato simili in termini di materiale asportato.



Figura 5.28: Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per T dir y

In figura 5.29 invece i valori ottimizzati per la lettera P in direzione y. Il valore di d ottenuto non è unitario in quanto sono apportate delle modifiche alla *frequenza* e alla *velocità*. In quanto il software propone 501 Hz e 545 mm/s che comportano un valore di overlap negativo. Questo ha comportato anche delle modifiche all'*intensità* portandola da 30,3 A a 27,9 A per riottenere un livello di d prossimo ad 1. Con le modifiche apportate si giunge ad un valore di d pari a 0,99837 e un valore di overlap pari al 78 %.



Figura 5.29: Valori di ottimo lettera P dir-y

In tabella 5.23 i risultati ottenuti con la terna che ottimizza la lettera P in direzione y. Il valore sperimentale e predetto per il caso P in direzione y è il medesimo. Per le altre *lettere* i valori sperimentali ottenuti con tale terne sono tutti in tolleranza tranne la *luminanza media*.

Lettera	Val. Sperimentale	Val. Predetto
$E_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!50$	$0,\!55$
$T_x \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!40$	$0,\!41$
$P_x \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!40$	$0,\!39$
$E_y  [\mathrm{mm}]$	$0,\!45$	$0,\!47$
$T_y$ [mm]	$0,\!34$	0,37
$P_y$ [mm]	$0,\!37$	0,37
$TA_y \; [mm]$	$0,\!37$	$0,\!37$
$LM [cd/m^2]$	6,87	9,30

Tabella 5.23: Ottimo di P in dir-y

In figura 5.30 il tasto ottenuto con la terna che ottimizza la lettera P in direzione y. In questo caso la lettera P si mostra con un buon colore bianco. Comunque si possono notare differenze in termini di colore rispetto al medesimo caso in direzione x. La spiegazione di questo potrebbe arrivare da un'analisi sui parametri. Nel caso x l'*intensità* ha un valore di 29,7 A mentre nel caso y di 27,9 A. Inoltre la *velocità* nel caso x è più bassa rispetto al caso y infatti in direzione x il suo valore è pari a 325 mm/s nella direzione y è pari a 400 mm/s. Quanto descritto favorisce una migliore asportazione di materiale nella direzione x rispetto a quella in y. Questo rende il tasto P in direzione x con una colorazione bianca migliore. In merito alla *frequenza* non vengono fatte considerazioni in quanto da come si vede dagli andamenti indicati nelle figure 5.16 e 5.18 dopo i 10.000 Hz il suo effetto può essere ritenuto trascurabile. Sperimentalmente in questo caso il tasto ha un valore di *luminanza media* al di sotto del suo estremo inferiore di tolleranza. Questo è sintomo che vi è una globale mancanza di penetrazione. Per arginare tale problema si potrebbe aumentare l'*intensità di corrente*, facendo attenzione a non bruciare il pezzo. Anche in questa situazione è necessario ricordare che le terne ottimizzano la lettera P e non tutta la simbologia.



Figura 5.30: Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per P dir y

In figura 5.31 invece i valori ottimizzati per TA in direzione y. Il d ottenuto non è unitario in quanto sono apportate delle modifiche alla *frequenza* e *velocità*, poiché il software propone come valori 500 Hz e 545 mm/s i quali comportano un valore di overlap negativo. Questo ha comportato anche delle modifiche all'*intensità* modificandola da 29,7 A a 26,4 A per riottenere un livello di d prossimo ad 1. Con le modifiche apportate si giunge ad un valore di d pari a 0,99619 e a un valore di overlap pari al 88%.





Figura 5.31: Valori di ottimo lettera TA dir-y

In tabella 5.24 i risultati ottenuti per la terna che ottimizza TA in direzione y. Il valore predetto da quello sperimentale per TA si scosta di 0,02 mm, per la geometria particolare del simbolo e per la difficoltà nel rilevare il punto esatto della quota rispetto a quello indicato a disegno. Il risultato è da considerarsi soddisfacente. Tutti i valori sperimentali delle altre *quote* risultano all'interno del campo di tolleranza definito a disegno.

Lettera	Val. Sperimentale	Val. Predetto
$E_x \text{ [mm]}$	0,51	0,53
$T_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!39$	$0,\!41$
$P_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!39$	$0,\!40$
$E_y \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!43$	$0,\!46$
$T_y$ [mm]	$0,\!34$	$0,\!37$
$P_y \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!38$	$0,\!37$
$TA_y \; [mm]$	$0,\!37$	$0,\!35$
$LM  [cd/m^2]$	9,07	8,74

Tabella 5.24: Ottimo di TA in dir-y

In figura 5.32 il tasto con la terna che ottimizza il tratto TA. Il tasto manca di un po' di penetrazione sulla lettera E ed N sopratutto. TA sembra non avere particolari problemi in termini di colorazione bianca. Anche in questo caso la terna ha l'obbiettivo di ottenere il miglior risultato sul simbolo TA.



Figura 5.32: Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per TA dir y

In figura 5.33 invece i valori ottimizzati per la *luminanza media*. Il valore di d ottenuto è molto lontano da 1. Il motivo di questo è da ricercare non nella modifica delle terne, ma dai dati con cui è stato costruito il modello. Infatti i dati sperimentali relativi alla *luminanza media* non superano le 10,72 cd/m<sup>2</sup>. Proprio per tale motivo risulta difficile ottenere valori prossimi a 12 cd/m<sup>2</sup>. Quindi anche se d è prossimo allo 0,51 a cui corrisponde un *luminanza media* di 10,04 cd/m<sup>2</sup> il risultato può considerarsi soddisfacente.



Figura 5.33: Valori di ottimo lettera luminanza media

In tabella 5.25 i valori ottenuti dalla predizione per il caso della *luminanza media*. Il valore predetto e sperimentale possono considerarsi coincidenti. Anche i valori di  $T \in P$  in direzione x sono in tolleranza. Mentre tutti gli altri valori delle *lettere* o sono fuori tolleranza o prossimi al limite indicato a disegno. Questo problema è da imputare all'elevata *intensità* in combinazione con la bassa *velocità*. Questo comporta inevitabilmente un aumento della larghezza del tratto che costituisce

Lettera	Val. Sperimentale	Val. Predetto
$E_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!59$	0,60
$T_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!46$	0,51
$P_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!44$	0,52
$E_y  [\mathrm{mm}]$	$0,\!53$	$0,\!54$
$T_y$ [mm]	$0,\!42$	$0,\!46$
$P_y$ [mm]	$0,\!45$	$0,\!47$
$TA_y$ [mm]	$0,\!45$	$0,\!45$
$LM  [cd/m^2]$	$10,\!07$	$10,\!04$

la simbologia. Infatti se si osserva la figura 5.36 si nota che la simbologia è più robusta.

Tabella 5.25: Ottimo per	r la luminanza :	media
--------------------------	------------------	-------



Figura 5.34: Tasto S&S realizzato con terna di ottimo per la luminanza media

#### 5.7.2 Terna che ottimizza tutte le risposte

In questo paragrafo si analizza invece il caso della terna che ottimizza tutti i valori di quote e di luminanza media. La D ha un significato più consistente in quanto nel processo di ottimizzazione vengono considerate tutte le risposte. Come si può vedere dall'immagine il suo valore è di 0,5966. La responsabilità di questo è da attribuire al mancato soddisfacimento del raggiungimento del target proposto per la luminanza media. Inoltre i responsabili della sua diminuzione sono il simbolo TA e la lettera P in direzione x. In modo lieve sulla diminuzione di D agiscono anche gli effetti dati dagli arrotondamenti effettuati sui valori per poterli inserire nel software della macchina. I valori proposti dal software conferiscono un valore di overlap pari al 84 %.



Figura 5.35: Valori di ottimo considerando tutte le risposte

In tabella 5.26 si possono visualizzare i risultati ottenuti per il caso della terna che ottimizza tutte le risposte. I valori sperimentali ottenuti con tale terna sono tutti all'interno del campo di tolleranza imposto a disegno. In figura 5.36 è possibile osservare il tasto relativo alla terna in analisi. Il risultato ottenuto è un tasto che rispetta i requisiti dimensionali in termini di larghezza del tratto, ma come si può notare dalla 5.36 manca di penetrazione in quanto la superficie del simbolo ha una colorazione bianca con una leggera tendenza al grigio. Questo risultato in parte non sorprende in quanto il valore di luminanza media non è elevatissimo. Infatti il valore di d relativo alla *luminanza media* è pari a 0,27 (vedi figura 5.35). Questo fa presagire che il tasto non sarà perfettamente bianco. In conclusione si può affermare che questa terna predilige maggiormente il soddisfacimento delle quote rispetto alla luminanza. Inoltre un altro elemento che ci può far dedurre che il tasto sia di un bianco tendente al grigio è il valore d'*intensità* pari a 27,1 A e velocità pari a 364 mm/s. Sicuramente per avere un tasto più bianco è necessario incrementare l'intensità e diminuire la velocità, facendo però attenzione a non bruciare la superficie. Un punto di partenza per fare questo è cercare una terna che si avvicini a quella proposta in figura 5.33.

Lettera	Val. Sperimentale	Val. Predetto
$E_x \text{ [mm]}$	0,51	0,54
$T_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!40$	$0,\!44$
$P_x  [\mathrm{mm}]$	0,39	$0,\!41$
$E_y \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!45$	$0,\!46$
$T_y$ [mm]	$0,\!34$	0,36
$P_y$ [mm]	$0,\!36$	$0,\!38$
$TA_y \text{ [mm]}$	$0,\!38$	$0,\!39$
$LM  [cd/m^2]$	9,16	9,09

 Tabella 5.26:
 Ottimo considerando tutte le risposte



Figura 5.36: Tasto S&S realizzato con terna che ottimizza tutte le risposte

#### 5.7.3 Terna che ottimizza solo le quote

Minitab è in grado di riportare un'unica risposta ottimizzata solo nel caso in cui per ogni risposta si abbia lo stesso numero di prove corrispondenti agli stessi valori di input. Se così non accade, il software fornisce una terna ottimizzata per ogni variabile dipendente e questo caso si è già analizzato nel paragrafo 5.7.1. Quindi il primo tentativo sarebbe quello di tentare una scrematura di outlier comune alle risposte ma purtroppo questo non è stato possibile come già spiegato al punto 2 della sezione 5.7. L'obbiettivo delle scrematura è quello di ottenere un miglioramento delle capacità previsionali dei modelli e quindi ottenere dei valori calcolati dal modello più vicini al target e infine questo comporta un aumento del valore di d e D. Un'altra strada percorribile, analizzando il grafico mostrato in figura 5.35, è quella di individuare una terna in grado di ottimizzare solo il dimensionamento delle *lettere* e un'altra solo la *luminanza*. Tale scelta è stata fatta in quanto il valore di d proposto per la luminanza media nella figura 5.35 è molto basso. Quindi la ricerca di due terne distinte è finalizzata sopratutto al miglioramento della d delle quote. Inoltre la definizione dei nuovi modelli avviene eliminando dalla tabella A.1 gli outlier come indicato nel secondo sotto caso del secondo approccio della sezione 5.7. Nel seguito vengono riportati i nuovi modelli ricalcolati da Minitab.

$$E_X = +1,60 \cdot 10^{+00} - 4,21 \cdot 10^{-03} \cdot V - 5,20 \cdot 10^{-02} \cdot I + 1,21 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 + 1,11 \cdot 10^{-03} \cdot I^2 - 1,13 \cdot 10^{-08} \cdot V^3$$
(5.25)

$$T_X = -2,31 \cdot 10^{+01} - 5,67 \cdot 10^{-03} \cdot V + 2,54 \cdot 10^{+00} \cdot I + 1,56 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 - 8,91 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 1,42 \cdot 10^{-08} \cdot V^3 + 1,05 \cdot 10^{-08} \cdot I^3$$
(5.26)

$$P_X = 1,34 \cdot 10^{+00} - 1,34 \cdot 10^{-05} \cdot F - 5,01 \cdot 10^{-03} \cdot V - 4,19 \cdot 10^{-02} \cdot I + 9,63 \cdot 10^{-10} \cdot F^2 + 1,38 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 + 1,12 \cdot 10^{-03} \cdot I^2 - 1,78 \cdot 10^{-14} \cdot F^3 - 1,28 \cdot 10^{-08} \cdot V^3$$
(5.27)

$$E_Y = -1,03 \cdot 10^{+01} - 6,88 \cdot 10^{-06} \cdot F - 1,89 \cdot 10^{-03} \cdot V + 1,13 \cdot 10^{+00} \cdot I + 5,03 \cdot 10^{-10} \cdot F^2 + 4,81 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 3,88 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 9,70 \cdot 10^{-15} \cdot F^3 - 4,23 \cdot 10^{-09} \cdot V^3 + 4,51 \cdot 10^{-04} \cdot I^3$$
(5.28)

$$T_Y = -8,76 \cdot 10^{+00} + 1,78 \cdot 10^{-06} \cdot F - 2,63 \cdot 10^{-03} \cdot V + 9,58 \cdot 10^{-01} \cdot I + 6,69 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 3,28 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 5,86 \cdot 10^{-09} \cdot V^3 + 3,81 \cdot 10^{-04} \cdot I^3$$
(5.29)

$$P_Y = +8,73 \cdot 10^{-01} + 2,37 \cdot 10^{-06} \cdot F - 1,64 \cdot 10^{-03} \cdot V - 4,32 \cdot 10^{-02} \cdot I + 3,90 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 + 1,16 \cdot 10^{-03} \cdot I^2 - 3,30 \cdot 10^{-09} \cdot V^3$$
(5.30)

$$TA_Y = -1,33 \cdot 10^{-02} + 1,07 \cdot 10^{-06} \cdot F - 1,53 \cdot 10^{-03} \cdot V + 2,09 \cdot 10^{-02} \cdot I + 3,76 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 3,33 \cdot 10^{-09} \cdot V^3$$
(5.31)

$$LM = -6.84 \cdot 10^{+02} + 4.61 \cdot 10^{-04} \cdot F + 5.07 \cdot 10^{-03} \cdot V + 6.94 \cdot 10^{+01} \cdot I$$
  
- 2.14 \cdot 10^{-08} \cdot F^2 - 1.31 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 - 2.32 \cdot 10^{+00} \cdot I^2 + 3.16 \cdot 10^{-13} \cdot F^3  
+ 2.60 \cdot 10^{-02} \cdot I^3 (5.32)

In figura 5.37 è possibile osservare la terna che ottimizza le *quote*. Rispetto alla soluzione riportata da Minitab sono stati portati piccoli arrotondamenti ai valori di F,  $I \in V$  per i motivi già spiegati prima. Si ha un incremento della D rispetto al caso completo dove si consideravano tutti i dati. Le singole d sono tutte elevate



tranne per il caso di P in direzione x. Con i valori proposti e arrotondati si ottiene un valore di overlap pari a 81 %.

**Figura 5.37:** Valori di ottimo considerando tutte le risposte delle quote con 5 dati in meno

Inoltre da figura 5.37 si può notare come i valori di d sono aumentati per tutte le *lettere* fatta eccezione per  $E \in P$  in direzione x rispetto al caso mostrato in figura 5.35. In tabella 5.27 è possibile visualizzare i risultati ottenuti con la terna che ottimizza la risposta delle sole *lettere*. I risultati sperimentali sono tutti all'interno del campo definito dalla tolleranza rispetto alla quota nominale. Dimensionalmente il tasto risulta non presentare problemi. Invece come mostra la figura 5.38 il tasto presenta anche in tal caso un colore tendente al grigio. Questo risultato non sorprende perché valgono le stesse considerazioni fatte nel paragrafo 5.7.2 precedente enfatizzate ancor di più da fatto che in questo caso la terna ha il compito di ottimizzare solo il dimensionamento delle *lettere*.

Lettera	Val. Sperimentale	Val. Predetto
$E_x  [\mathrm{mm}]$	0,52	$0,\!54$
$T_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!40$	$0,\!43$
$P_x  [\mathrm{mm}]$	$0,\!38$	$0,\!40$
$E_y \; [\mathrm{mm}]$	$0,\!43$	$0,\!47$
$T_y$ [mm]	$0,\!35$	$0,\!37$
$P_y$ [mm]	$0,\!38$	$0,\!38$
$TA_y$ [mm]	$0,\!37$	0,36
$LM  [cd/m^2]$	9,52	9,12

 Tabella 5.27:
 Ottimo considerando solo le lettere



Figura 5.38: Tasto S&S realizzato con terna che ottimizza solo le lettere

Se i valori di ottimo indicati in figura 5.37 vengono utilizzati per predirre il valore di *luminanza media* utilizzando il modello indicato nell'equazione 5.32 si ottiene un valore di *luminanza media* pari a 9,12 cd/m<sup>2</sup>. Questo valore è lontano dal valore

nominale ma comunque per i motivi spiegati in precedenza si può considerare un buon risultato.

La terna che ottimizza il modello indicato in 5.32 è visualizzabile in figura 5.39.



Figura 5.39: Valori di ottimo per luminanza media considerando cinque dati in meno

In tabella 5.28 sono indicati i valori che si ottengono inserendo i valori indicati in figura 5.39 nei modelli di regressione indicati dalle equazioni da 5.25 a 5.31. Visto che tale set di parametri non dà risultati soddisfacenti in quanto tutti i valori sono abbondantemente fuori tolleranza, si decide di non ritenere congrui i valori di ottimi proposti. Per questo motivo i valori non saranno verificati sperimentalmente e quindi si è deciso di riportarli come propone Minitab e non arrotondarli in base alle cifre significative richieste dal software del marcatore.

Lettera	Val. Predetto
$Ex \ [mm]$	$0,\!65$
$Tx \; [mm]$	$0,\!64$
$Px \; [mm]$	$0,\!60$
$Ey \; [mm]$	$0,\!61$
$Ty \; [mm]$	0,53
$Py \; [mm]$	0,56
TAy  [mm]	0,52

**Tabella 5.28:** Valori calcolati con terna di ottimo per la luminanza media con 5 dati in meno

Quindi è dimostrato numericamente che fra le due terne proposte in tale paragrafo quella migliore da utilizzare è quella che ottimizza il dimensionamento delle *lettere*.

#### Capitolo 6

### Conclusione

Nella sezione 3.6.1 si è cercato di far intuire quante variabili concorrono al processo di marcatura e quali effetti possono comportare sul materiale in lavorazione. Non potendo tenere conto di tutte le variabili nel modello di regressione lineare multipla, in questa prima fase di studio del processo di marcatura si è ritenuto opportuno analizzare solo le capacità predittive dei vari modelli in termini *dimensionali* e di *illuminazione* (aspetti qualitativi richiesti dal cliente) in funzione delle variabili indipendenti quali: la *frequenza*, l'*intensità* e la *velocità*. Infatti dall'analisi preliminare svolta sulla matrice dei dati si può concludere che le variabili indipendenti costituenti il modello sono tutte significative statisticamente e fisicamente per la descrizione del processo.

I modelli hanno una buona capacità previsionale come dimostrato nei paragrafi 5.6.1 e 5.6.2 relativi alle validazioni dei modelli. Nel primo, si è effettuato il confronto fra i rispettivi valori sperimentali e predetti relativi alle terne di *frequenza*, *intensità* e *velocità* utilizzate per la costruzione del modello. I risultati ottenuti hanno evidenziato un errore percentuale medio per ogni *lettera* e un valore di *luminanza media* al disotto della soglia del 5 %. Inoltre anche le incertezze relative percentuali medie sono inferiori a quelle limite indicate a disegno, tranne in alcuni casi per le lettere  $T \in P$  in direzione x. Nel secondo invece, i valori predetti sono stati ottenuti utilizzando delle terne con le quali non è stato costruito il modello (indicate in tabella 5.14). Per tali valori è stato valutato che le rispettive incertezze relative medie sono inferiori a quella imposte a disegno. Anche in questo caso le lettere P e T in direzione x hanno dato problemi a verificare tale condizione. Il secondo test validante effettuato sempre nel paragrafo 5.6.2 verificava che i valori sperimentali fossero contenuti all'interno dell'intervallo di previsione. Per le quote nella maggior parte dei casi ha dato esito positivo. Nei pochi casi in cui il valore sperimentale falliva il suo ingresso all'interno del dominio, ciò era dovuto a differenze dell'ordine dei centesimi di millimetro; vi è stato solo un caso, in cui non è rientrato per 0,07 mm. Visto che tale problema si è presentato in un solo caso, questo non è stato considerato un valore inficiante le capacità previsionali del modello. Invece per il caso della *luminanza media* vi erano pochi valori che non rientravano all'interno dell'intervallo per valori inferiori a 1 cd/m<sup>2</sup>. Globalmente i risultati sono stati soddisfacenti.

Alla luce dei risultati ottenuti si può affermare che i modelli costruiti per le *lettere* e la *luminanza media* possono essere utilizzati dagli operatori dei marcatori per la selezione delle terne F,  $I \in V$  per la previsione delle risposte. Questo comporta una diminuzione di tempo nella ricerca dei parametri in quanto spesso la scelta delle terne si effettua con l'ausilio dell'esperienza dell'operatore aiutando così la velocizzazione della messa in produzione del prodotto. Un altro vantaggio derivante dalle capacità previsionali dei modelli è che questi riducono il numero di prove e quindi gli scarti da eseguire per verificare che i parametri diano risultati accettabili in termini *dimensionali* e di *luminosità*. Inoltre gli andamenti che mostrano i grafici nella sezione 5.5 hanno dato una conferma a livello scientifico delle evidenze di natura empirica acquisite dall'azienda.

Dall'analisi delle terne di ottimo si evince che i risultati in termini qualitativi da un punto di vista dimensionale sono ottimi. Questo è avvalorato dal fatto che le terne ottimizzate portano ad ottenere valori dimensionali delle *lettere* prossime ai rispettivi valori nominali. Dove questo non avviene, il valore sperimentale comunque rispetta la tolleranza imposta a disegno. Relativamente alla *luminanza media* i risultati conseguiti sono buoni in quanto i tasti dello S&S risultano essere all'interno del campo di tolleranza, ma distanti dal suo valore nominale. Questo comporta una colorazione complessivamente di colore bianco, ma con una tendenza al grigio. Ciò potrebbe essere causato dal fatto che il modello è stato costruito su dei dati che per il caso della *luminanza media* non superavano mai le 10.72 cd/m<sup>2</sup>, valore lontano dal suo nominale pari a 12 cd/m<sup>2</sup>.

In futuro si potrebbero svolgere analisi per investigare l'eventuale possibilità di ottenere terne che ottimizzano sia le *dimensioni* sia la *luminanza media*. Altrimenti,

se non fosse possibile ottenere una terna che ottimizzi l'una e l'altra, sarebbe interessante e necessario capire il legame che vi è fra le due. Per raggiungere questo obbiettivo si possono applicare tecniche statistiche che permettano l'applicazione del DOE, ottenendo risultati soddisfacenti con un numero di prove o di livelli minori.

Inoltre si potrebbe procedere con l'analisi delle modalità con le quali i parametri di processo incidono sullo spessore di vernice asportato e sui danneggiamenti termici. Quest'ultimo caso può essere analizzato in modo statistico tramite l'applicazione di software che permettono di simulare l'andamento della temperatura nella zona prossima a quella laserata e indagando le superfici tramite microscopio elettronico.

### Appendice A

## Tabella dati completa

Presentazione della matrice contenente tutti i dati da cui sono stati costruiti i modelli.

V	F	Ι	$E_x$	$T_x$	$P_x$	$E_y$	$T_y$	$P_y$	$TA_y$	LM
$\mathrm{mm/s}$	Hz	А	$\mathrm{mm}$	$\mathrm{mm}$	$\mathrm{mm}$	$\mathrm{mm}$	$\mathrm{mm}$	$\mathrm{mm}$	mm	$\rm cdm^{-2}$
100	20000	30	0,72	$0,\!62$	0,71	$0,\!63$	$0,\!58$	$0,\!56$	$0,\!52$	10, 19
100	20000	30	$0,\!83$	0,79	$0,\!68$	$0,\!62$	$0,\!56$	$0,\!53$	$0,\!52$	$10,\!04$
100	20000	30	0,75	0,73	0,72	$0,\!62$	$0,\!57$	$0,\!54$	$0,\!53$	10,06
100	20000	30	0,73	0,74	0,72	$0,\!61$	$0,\!57$	$0,\!54$	$0,\!52$	9,71
100	20000	30	0,74	0,78	0,70	$0,\!61$	$0,\!54$	$0,\!52$	$0,\!51$	9,75
150	20000	30	$0,\!61$	$0,\!52$	$0,\!54$	$0,\!57$	$0,\!48$	$0,\!50$	$0,\!47$	10, 11
150	20000	30	$0,\!63$	$0,\!54$	$0,\!57$	$0,\!57$	$0,\!50$	$0,\!50$	$0,\!47$	10,22
150	20000	30	$0,\!62$	$0,\!53$	$0,\!57$	$0,\!56$	$0,\!49$	$0,\!52$	$0,\!48$	$10,\!21$
150	20000	30	$0,\!63$	$0,\!53$	$0,\!57$	$0,\!56$	$0,\!51$	$0,\!52$	$0,\!49$	$9,\!92$
150	20000	30	$0,\!61$	$0,\!58$	$0,\!56$	$0,\!55$	$0,\!51$	$0,\!50$	$0,\!48$	$9,\!82$
200	20000	30	$0,\!59$	$0,\!49$	$0,\!52$	$0,\!54$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!46$	10,52
200	20000	30	$0,\!58$	$0,\!51$	$0,\!52$	$0,\!54$	$0,\!48$	$0,\!52$	$0,\!46$	$9,\!85$
200	20000	30	$0,\!59$	$0,\!49$	$0,\!51$	$0,\!54$	$0,\!45$	$0,\!48$	$0,\!44$	$10,\!40$
200	20000	30	$0,\!59$	$0,\!49$	$0,\!53$	$0,\!55$	$0,\!46$	$0,\!50$	$0,\!46$	10, 19
200	20000	30	$0,\!61$	$0,\!53$	$0,\!52$	$0,\!54$	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!46$	$10,\!12$
250	20000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!42$	$0,\!50$	0,42	0,42	0,42	$9,\!53$

 Tabella A.1: Matrice completa dati.

250	20000	30	$0,\!54$	0,44	0,44	$0,\!50$	$0,\!40$	$0,\!41$	$0,\!41$	9,73
250	20000	30	$0,\!56$	$0,\!42$	$0,\!44$	$0,\!51$	$0,\!40$	$0,\!42$	$0,\!40$	9,50
250	20000	30	$0,\!54$	$0,\!44$	$0,\!45$	$0,\!49$	$0,\!40$	$0,\!42$	$0,\!42$	9,38
250	20000	30	$0,\!54$	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!49$	$0,\!39$	$0,\!42$	$0,\!41$	9,34
300	20000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!53$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!42$	9,92
300	20000	30	$0,\!57$	$0,\!44$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!39$	$0,\!44$	$0,\!43$	$9,\!67$
300	20000	30	$0,\!57$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!53$	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!43$	9,42
300	20000	30	$0,\!54$	$0,\!44$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!42$	9,90
300	20000	30	$0,\!55$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!50$	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!41$	9,60
350	20000	30	$0,\!55$	$0,\!44$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!43$	$0,\!40$	10,00
350	20000	30	$0,\!55$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!50$	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!40$	$9,\!48$
350	20000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!41$	9,90
350	20000	30	$0,\!56$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!43$	$9,\!50$
350	20000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!41$	9,76
400	20000	30	$0,\!57$	$0,\!44$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!41$	9,79
400	20000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!46$	$0,\!42$	$9,\!46$
400	20000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!40$	$0,\!44$	$0,\!41$	9,28
400	20000	30	$0,\!56$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!50$	$0,\!41$	$0,\!46$	$0,\!43$	$9,\!63$
400	20000	30	$0,\!56$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!42$	$0,\!42$	$0,\!42$	$9,\!57$
450	20000	30	$0,\!54$	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!50$	$0,\!41$	$0,\!41$	$0,\!37$	9,44
450	20000	30	$0,\!55$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!49$	$0,\!38$	$0,\!42$	$0,\!41$	9,21
450	20000	30	$0,\!52$	$0,\!43$	$0,\!41$	$0,\!48$	$0,\!38$	$0,\!42$	$0,\!39$	$9,\!08$
450	20000	30	$0,\!53$	$0,\!43$	$0,\!43$	$0,\!49$	$0,\!40$	$0,\!43$	$0,\!41$	9,42
450	20000	30	$0,\!55$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!43$	$0,\!41$	$9,\!48$
500	20000	30	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!41$	$0,\!49$	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!40$	8,96
500	20000	30	$0,\!54$	$0,\!42$	$0,\!38$	$0,\!47$	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!39$	8,74
500	20000	30	$0,\!52$	$0,\!42$	$0,\!39$	$0,\!47$	$0,\!39$	$0,\!41$	$0,\!41$	8,38
500	20000	30	$0,\!55$	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!48$	$0,\!39$	$0,\!42$	$0,\!39$	9,30
500	20000	30	$0,\!55$	$0,\!40$	$0,\!39$	$0,\!45$	$0,\!36$	$0,\!40$	$0,\!34$	$^{8,37}$
550	20000	30	$0,\!49$	$0,\!41$	$0,\!34$	$0,\!48$	$0,\!37$	$0,\!39$	$0,\!37$	8,19
550	20000	30	$0,\!52$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!48$	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!40$	8,70
550	20000	30	$0,\!55$	$0,\!38$	$0,\!38$	$0,\!50$	$0,\!36$	$0,\!41$	$0,\!37$	8,18
550	20000	30	$0,\!45$	$0,\!39$	$0,\!41$	$0,\!50$	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!40$	8,14

550	20000	30	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!32$	$0,\!45$	$0,\!37$	$0,\!39$	0,36	8,31
300	500	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!39$	0,40	$0,\!41$	6,77
300	500	30	$0,\!63$	$0,\!55$	$0,\!51$	$0,\!51$	$0,\!40$	0,40	0,42	6,77
300	500	30	$0,\!59$	$0,\!51$	$0,\!52$	$0,\!51$	$0,\!41$	0,40	$0,\!41$	6,77
300	500	30	$0,\!56$	$0,\!43$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!42$	6,77
300	500	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!43$	0,40	$0,\!41$	6,77
300	2500	30	$0,\!61$	$0,\!51$	$0,\!48$	$0,\!56$	$0,\!43$	$0,\!43$	0,44	5,74
300	2500	30	$0,\!61$	$0,\!53$	$0,\!49$	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!40$	$0,\!46$	$6,\!95$
300	2500	30	$0,\!56$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!35$	$0,\!37$	$0,\!38$	$7,\!49$
300	2500	30	$0,\!58$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!52$	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!37$	$7,\!43$
300	2500	30	$0,\!53$	$0,\!35$	$0,\!41$	$0,\!47$	$0,\!34$	$0,\!40$	$0,\!38$	$6,\!93$
300	4000	30	$0,\!53$	$0,\!42$	$0,\!44$	$0,\!50$	$0,\!37$	$0,\!39$	$0,\!38$	$10,\!36$
300	4000	30	$0,\!55$	$0,\!43$	$0,\!41$	$0,\!53$	$0,\!39$	$0,\!40$	$0,\!41$	9,80
300	4000	30	$0,\!55$	$0,\!42$	$0,\!41$	$0,\!51$	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!41$	9,74
300	4000	30	$0,\!57$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!39$	$0,\!41$	$0,\!41$	$9,\!05$
300	4000	30	$0,\!59$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!37$	$0,\!40$	$0,\!41$	9,70
300	5500	30	$0,\!54$	$0,\!43$	$0,\!43$	$0,\!48$	$0,\!37$	$0,\!40$	$0,\!40$	$9,\!24$
300	5500	30	$0,\!55$	$0,\!43$	$0,\!43$	$0,\!51$	$0,\!40$	$0,\!41$	$0,\!41$	9,22
300	5500	30	$0,\!53$	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!49$	$0,\!39$	$0,\!41$	$0,\!41$	$10,\!03$
300	5500	30	$0,\!54$	$0,\!42$	$0,\!44$	$0,\!50$	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!41$	9,22
300	5500	30	$0,\!54$	$0,\!44$	$0,\!44$	$0,\!50$	$0,\!40$	$0,\!40$	$0,\!41$	$9,\!65$
300	10500	30	$0,\!55$	$0,\!43$	$0,\!41$	$0,\!47$	$0,\!40$	$0,\!40$	$0,\!41$	$9,\!84$
300	10500	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!46$	$0,\!52$	$0,\!40$	$0,\!45$	$0,\!42$	$9,\!46$
300	10500	30	$0,\!54$	$0,\!44$	$0,\!44$	$0,\!49$	$0,\!39$	$0,\!41$	$0,\!39$	9,36
300	10500	30	$0,\!54$	$0,\!44$	$0,\!42$	$0,\!48$	$0,\!39$	$0,\!40$	$0,\!39$	$9,\!29$
300	10500	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!48$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!41$	$0,\!43$	$^{8,89}$
300	15500	30	$0,\!53$	$0,\!43$	$0,\!42$	$0,\!49$	$0,\!39$	$0,\!41$	$0,\!40$	9,72
300	15500	30	$0,\!54$	$0,\!43$	$0,\!43$	$0,\!51$	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!41$	$8,\!95$
300	15500	30	$0,\!54$	$0,\!42$	$0,\!44$	$0,\!51$	$0,\!40$	$0,\!41$	$0,\!41$	$9,\!13$
300	15500	30	$0,\!55$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!49$	$0,\!39$	$0,\!40$	$0,\!40$	$9,\!39$
300	15500	30	$0,\!55$	$0,\!44$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!39$	$0,\!42$	$0,\!42$	$9,\!62$
300	20500	30	$0,\!58$	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!52$	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!43$	$9,\!88$
300	20500	30	$0,\!57$	$0,\!43$	$0,\!47$	0,52	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!44$	9,85

300	20500	30	$0,\!59$	$0,\!47$	0,46	$0,\!52$	0,43	$0,\!46$	$0,\!42$	$9,\!50$
300	20500	30	$0,\!57$	0,46	$0,\!46$	$0,\!52$	$0,\!44$	$0,\!45$	$0,\!43$	9,89
300	20500	30	$0,\!58$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!52$	$0,\!42$	$0,\!47$	$0,\!44$	9,79
300	21000	30	$0,\!55$	0,46	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!42$	9,31
300	21000	30	$0,\!57$	$0,\!47$	$0,\!49$	$0,\!51$	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!42$	10,02
300	21000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!48$	$0,\!51$	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!43$	$9,\!56$
300	21000	30	$0,\!57$	$0,\!47$	$0,\!48$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!43$	$0,\!41$	9,85
300	21000	30	$0,\!57$	$0,\!46$	$0,\!48$	$0,\!52$	$0,\!43$	$0,\!46$	$0,\!42$	10,04
300	21500	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!42$	$0,\!46$	$0,\!42$	$9,\!99$
300	21500	30	$0,\!57$	$0,\!45$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!43$	9,44
300	21500	30	$0,\!57$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!43$	9,66
300	21500	30	$0,\!55$	$0,\!46$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!44$	$0,\!44$	$0,\!43$	$10,\!11$
300	21500	30	$0,\!59$	$0,\!47$	$0,\!49$	$0,\!53$	$0,\!42$	$0,\!46$	$0,\!45$	$9,\!87$
300	22000	30	$0,\!58$	$0,\!46$	$0,\!48$	$0,\!52$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!44$	$10,\!04$
300	22000	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!46$	$0,\!52$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!42$	9,81
300	22000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!45$	$0,\!42$	$10,\!01$
300	22000	30	$0,\!56$	$0,\!47$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!43$	$0,\!43$	9,32
300	22000	30	$0,\!58$	$0,\!46$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!46$	$0,\!42$	$9,\!68$
300	22500	30	$0,\!57$	$0,\!46$	$0,\!45$	$0,\!52$	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!42$	$10,\!05$
300	22500	30	$0,\!59$	$0,\!48$	$0,\!48$	$0,\!53$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!43$	$9,\!85$
300	22500	30	$0,\!56$	$0,\!44$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!45$	$0,\!42$	$9,\!59$
300	22500	30	$0,\!57$	$0,\!46$	$0,\!46$	$0,\!52$	$0,\!43$	$0,\!47$	$0,\!42$	$10,\!06$
300	22500	30	$0,\!57$	$0,\!45$	$0,\!47$	$0,\!52$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!43$	$10,\!02$
300	23000	30	$0,\!57$	$0,\!48$	$0,\!48$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!47$	$0,\!44$	$10,\!20$
300	23000	30	$0,\!56$	$0,\!47$	$0,\!48$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!46$	$0,\!43$	$9,\!87$
300	23000	30	$0,\!57$	$0,\!45$	$0,\!47$	$0,\!52$	$0,\!44$	$0,\!45$	$0,\!44$	$10,\!07$
300	23000	30	$0,\!58$	$0,\!46$	$0,\!48$	$0,\!52$	$0,\!42$	$0,\!44$	$0,\!43$	$9,\!52$
300	23000	30	$0,\!57$	$0,\!48$	$0,\!48$	$0,\!51$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!44$	$10,\!03$
300	23500	30	$0,\!55$	$0,\!46$	$0,\!46$	$0,\!50$	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!42$	$9,\!87$
300	23500	30	$0,\!56$	$0,\!47$	$0,\!46$	$0,\!52$	0,44	$0,\!46$	$0,\!43$	$9,\!50$
300	23500	30	$0,\!54$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!42$	$9,\!55$
300	23500	30	$0,\!58$	$0,\!46$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!42$	$0,\!46$	$0,\!41$	$9,\!90$
300	23500	30	$0,\!57$	$0,\!45$	$0,\!46$	0,51	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!43$	$9,\!64$

300	24000	30	$0,\!56$	$0,\!47$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!43$	9,94
300	24000	30	$0,\!57$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!44$	9,82
300	24000	30	$0,\!56$	$0,\!44$	$0,\!47$	$0,\!52$	$0,\!42$	$0,\!44$	$0,\!44$	10,11
300	24000	30	$0,\!56$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!43$	$9,\!55$
300	24000	30	$0,\!56$	$0,\!47$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!43$	9,61
300	24500	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!46$	$0,\!53$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!44$	9,83
300	24500	30	$0,\!55$	$0,\!48$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!41$	9,24
300	24500	30	$0,\!57$	$0,\!44$	$0,\!50$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!43$	9,73
300	24500	30	$0,\!55$	$0,\!45$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!43$	9,21
300	24500	30	$0,\!55$	$0,\!44$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!40$	$0,\!45$	$0,\!43$	9,80
300	25000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!45$	$9,\!47$
300	25000	30	$0,\!57$	$0,\!46$	$0,\!47$	$0,\!52$	$0,\!44$	$0,\!44$	$0,\!44$	$9,\!59$
300	25000	30	$0,\!57$	$0,\!46$	$0,\!47$	$0,\!52$	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!44$	9,74
300	25000	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!48$	$0,\!52$	$0,\!43$	$0,\!46$	$0,\!42$	9,74
300	25000	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!48$	$0,\!51$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!46$	9,44
300	25500	30	$0,\!55$	$0,\!47$	$0,\!49$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!42$	$0,\!43$	$9,\!57$
300	25500	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!48$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!46$	$0,\!42$	9,78
300	25500	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!44$	$9,\!51$
300	25500	30	$0,\!57$	$0,\!46$	$0,\!45$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!43$	9,66
300	25500	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!49$	$0,\!50$	$0,\!42$	$0,\!47$	$0,\!43$	9,72
300	27500	30	$0,\!57$	$0,\!46$	$0,\!47$	$0,\!52$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!43$	$9,\!50$
300	27500	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!49$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!47$	$0,\!44$	$9,\!49$
300	27500	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!44$	$0,\!45$	$0,\!42$	$9,\!33$
300	27500	30	$0,\!54$	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!46$	$0,\!41$	9,72
300	27500	30	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!42$	$9,\!89$
300	30000	30	$0,\!55$	$0,\!46$	$0,\!48$	$0,\!50$	$0,\!44$	$0,\!44$	$0,\!43$	$9,\!67$
300	30000	30	$0,\!54$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!43$	$9,\!55$
300	30000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!46$	$0,\!43$	$9,\!65$
300	30000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!41$	$0,\!46$	$0,\!41$	9,72
300	30000	30	$0,\!55$	$0,\!44$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!42$	$0,\!44$	$0,\!42$	$9,\!68$
300	24000	25	$0,\!55$	$0,\!35$	$0,\!35$	$0,\!42$	$0,\!32$	$0,\!36$	$0,\!31$	$6,\!50$
300	24000	25	$0,\!51$	$0,\!35$	$0,\!40$	$0,\!39$	$0,\!34$	$0,\!34$	$0,\!33$	$6,\!93$
300	24000	25	$0,\!49$	$0,\!36$	$0,\!38$	$0,\!42$	0,33	$0,\!34$	$0,\!30$	7,07

300	24000	25	$0,\!50$	$0,\!38$	$0,\!36$	$0,\!44$	$0,\!31$	$0,\!34$	0,30	$6,\!96$
300	24000	25	$0,\!50$	$0,\!36$	$0,\!37$	$0,\!45$	$0,\!32$	$0,\!33$	$0,\!32$	$6,\!86$
300	24000	27	$0,\!55$	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!49$	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!40$	$9,\!46$
300	24000	27	$0,\!55$	$0,\!42$	$0,\!41$	$0,\!49$	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!40$	$9,\!27$
300	24000	27	$0,\!56$	$0,\!42$	$0,\!44$	$0,\!51$	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!36$	$^{8,69}$
300	24000	27	$0,\!55$	$0,\!42$	$0,\!40$	$0,\!47$	$0,\!38$	$0,\!38$	$0,\!37$	$9,\!43$
300	24000	27	$0,\!48$	$0,\!41$	$0,\!39$	$0,\!44$	$0,\!36$	$0,\!38$	$0,\!36$	$9,\!23$
300	24000	28	$0,\!53$	$0,\!43$	$0,\!42$	$0,\!49$	$0,\!42$	0,40	$0,\!40$	$9,\!96$
300	24000	28	$0,\!56$	$0,\!43$	$0,\!46$	$0,\!49$	$0,\!40$	$0,\!41$	$0,\!42$	$9,\!60$
300	24000	28	$0,\!55$	$0,\!43$	$0,\!37$	$0,\!48$	$0,\!40$	0,40	$0,\!38$	$9,\!91$
300	24000	28	$0,\!55$	$0,\!43$	$0,\!43$	$0,\!49$	$0,\!39$	$0,\!40$	$0,\!41$	9,76
300	24000	28	$0,\!56$	$0,\!44$	$0,\!45$	$0,\!50$	$0,\!39$	$0,\!42$	$0,\!41$	$9,\!61$
300	24000	29	$0,\!61$	$0,\!53$	$0,\!55$	$0,\!58$	$0,\!49$	$0,\!54$	$0,\!49$	$10,\!55$
300	24000	29	$0,\!64$	$0,\!51$	$0,\!54$	$0,\!56$	$0,\!50$	$0,\!54$	$0,\!51$	$10,\!37$
300	24000	29	$0,\!63$	$0,\!55$	$0,\!57$	$0,\!57$	$0,\!51$	$0,\!52$	$0,\!49$	10,06
300	24000	29	$0,\!63$	$0,\!55$	$0,\!56$	$0,\!59$	$0,\!49$	$0,\!53$	$0,\!48$	$10,\!58$
300	24000	29	$0,\!63$	$0,\!58$	$0,\!56$	$0,\!57$	$0,\!51$	$0,\!58$	$0,\!49$	$10,\!22$
300	24000	30	$0,\!58$	$0,\!50$	$0,\!49$	$0,\!52$	$0,\!43$	$0,\!46$	$0,\!43$	$10,\!64$
300	24000	30	$0,\!56$	$0,\!45$	$0,\!49$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!47$	$0,\!44$	$10,\!40$
300	24000	30	$0,\!59$	$0,\!47$	$0,\!48$	$0,\!54$	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!44$	$10,\!42$
300	24000	30	$0,\!58$	$0,\!47$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!43$	$0,\!47$	$0,\!44$	$10,\!09$
300	24000	30	$0,\!58$	$0,\!47$	$0,\!49$	$0,\!53$	$0,\!46$	$0,\!47$	$0,\!43$	$10,\!62$
300	24000	31	$0,\!58$	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!54$	$0,\!44$	$0,\!48$	$0,\!46$	$10,\!61$
300	24000	31	$0,\!59$	$0,\!50$	$0,\!51$	$0,\!55$	$0,\!45$	$0,\!49$	$0,\!46$	$10,\!65$
300	24000	31	$0,\!59$	$0,\!49$	$0,\!51$	$0,\!54$	$0,\!46$	$0,\!49$	$0,\!44$	10,52
300	24000	31	$0,\!59$	$0,\!50$	$0,\!49$	$0,\!55$	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!46$	$10,\!39$
300	24000	31	$0,\!59$	$0,\!49$	$0,\!51$	$0,\!55$	$0,\!45$	$0,\!50$	$0,\!46$	$10,\!05$
300	24000	32	$0,\!60$	$0,\!49$	$0,\!53$	$0,\!56$	$0,\!46$	$0,\!51$	$0,\!46$	$10,\!24$
300	24000	32	$0,\!60$	$0,\!51$	$0,\!53$	$0,\!57$	$0,\!48$	$0,\!51$	$0,\!48$	10,52
300	24000	32	$0,\!61$	$0,\!52$	$0,\!53$	$0,\!57$	$0,\!47$	$0,\!51$	$0,\!48$	$9,\!97$
300	24000	32	$0,\!60$	$0,\!52$	$0,\!56$	$0,\!57$	$0,\!48$	$0,\!53$	$0,\!48$	$10,\!65$
300	24000	32	$0,\!61$	$0,\!53$	$0,\!54$	$0,\!56$	$0,\!48$	$0,\!52$	$0,\!47$	$10,\!33$
300	24000	33	$0,\!62$	$0,\!54$	$0,\!56$	$0,\!57$	$0,\!50$	0,52	$0,\!50$	10,72

300	24000	33	$0,\!61$	$0,\!55$	$0,\!56$	$0,\!58$	$0,\!47$	$0,\!53$	$0,\!48$	10,22
300	24000	33	$0,\!62$	$0,\!61$	$0,\!55$	$0,\!59$	$0,\!52$	$0,\!54$	$0,\!51$	$10,\!31$
300	24000	33	$0,\!61$	$0,\!61$	$0,\!55$	$0,\!58$	$0,\!50$	$0,\!55$	$0,\!48$	$10,\!24$
300	24000	33	$0,\!62$	$0,\!55$	$0,\!55$	$0,\!59$	$0,\!50$	$0,\!55$	$0,\!49$	$10,\!56$

# Appendice B Modelli

In questo appendice si presentano tutti i modelli di regressione, riportando solo la formula e i valori del p-value e t-test e F-test. Nelle intestazioni delle colonne delle tabelle quando si trova i numeri 1 e 2 indicano la prima e la seconda scrematura di outlier. Dove non vi è alcun pedice il modello ottenuto da tutti i 185 dati. Modello di regressione per la lettera E direzione-x.

Term	$T ext{-}Value$	P-Value	Term1	$T ext{-}Value1$	P-Value1	Term2	T-Value2	P-Value2
Constant	$13,\!29$	< 0,0001	Constant	-2,25	0,0255	Constant	-3,11	0,0022
F	-4,93	< 0,0001	V	-12,44	< 0,0001	F	2,16	0,0326
V	-10,94	< 0,0001	Ι	2,49	0,0139		-13,48	< 0,0001
Ι	$^{8,56}$	< 0,0001	$V^2$	$10,\!24$	< 0,0001	I	3,35	0,0010
$F^2$	$4,\!92$	< 0,0001	$I^2$	-2,53	0,0123	$V^2$	$11,\!30$	< 0,0001
$V^2$	9,02	< 0,0001	$V^3$	-9,22	< 0,0001	$I^2$	-3,37	0,0009
$F^3$	-4,63	< 0,0001	$I^3$	$2,\!60$	0,0102	$V^3$	-10,30	< 0,0001
$V^3$	-8,16	< 0,0001				$I^3$	$3,\!43$	0,0008

Tabella B.1: Coefficienti E dir-x

S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R-sq(pred)	S1	R-sq1	R- $sq(adj)1$	R-sq(pred)1	S2	R- $sq2$	R- $sq(adj)2$	R-sq(pred)2
0,022	74,95%	$73,\!96\%$	71,19%	0,016	80,29%	79,58%	78,11%	0,014	83,32%	82,59%	81,21%

Tabella B.2: Sommario del modello E dir-x

Modelli

Source	DF	F-Value	P-Value	Source1	DF1	F-Value1	P-Value1	Source2	DF2	F-Value2	P-Value2
Regression	7	75,65	< 0,0001	Regression	6	114,05	< 0,0001	Regression	7	114,17	< 0,0001
F	1	24,32	< 0,0001	V	1	154,87	< 0,0001	F	1	4,65	0,0326
v	1	119,58	< 0,0001	I	1	6,18	0,0139	V	1	181,66	< 0,0001
Ι	1	73,34	< 0,0001	$V^2$	1	104,78	< 0,0001	Ι	1	11,20	0,0010
$F^2$	1	24,23	< 0,0001	$I^2$	1	6,40	0,0123	$V^2$	1	127,71	< 0,0001
$V^2$	1	81,38	< 0,0001	$v^3$	1	84,93	< 0,0001	$I^2$	1	11,37	0,0009
$F^3$	1	21,42	< 0,0001	$I^3$	1	6,75	0,0102	$V^3$	1	106,08	< 0,0001
$V^3$	1	66, 64	< 0,0001	Error	168			$I^3$	1	11,74	0,0008
Error	177			Lack of Fit	28	4,34	< 0,0001	Error	160		
Lack of Fit	28	5,18	< 0,0001	Pure Error	140			Lack of Fit	27	6,12	< 0,0001
Pure Error	149			Total	174			Pure Error	133		
Total	184							Total	167		

Tabella B.3: Anova E dir-x

$$E_x = +7,26 \cdot 10^{-01} - 1,41 \cdot 10^{-05} \cdot F - 4,19 \cdot 10^{-03} \cdot V + 1,17 \cdot 10^{-02} \cdot I + 1,01 \cdot 10^{-09} \cdot F^2 + 1,20 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 - 1,95 \cdot 10^{-14} \cdot F^3 - 1,13 \cdot 10^{-08} \cdot V^3$$
(B.1)

$$E_x = -1,05 \cdot 10^{+01} - 3,81 \cdot 10^{-03} \cdot V + 1,20 \cdot 10^{+00} \cdot I + 1,09 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 - 4,19 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 1,03 \cdot 10^{-08} \cdot V^3 + 4,90 \cdot 10^{-04} \cdot I^3$$
(B.2)

$$E_x = -1,25 \cdot 10^{+01} + 3,75 \cdot 10^{-07} \cdot F - 3,71 \cdot 10^{-03} \cdot V + 1,39 \cdot 10^{+00} \cdot I + 1,07 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 - 4,82 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 1,02 \cdot 10^{-08} \cdot V^3 + 5,58 \cdot 10^{-04} \cdot I^3$$
(B.3)

Modello di regressione per T in direzione x.

Term	$T ext{-}Value$	P-Value	Term1	T-Value1	P-Value1	Term2	T-Value2	P-Value2
Constant	-4,42	< 0,0001	Constant	-4,43	< 0,0001	Constant	-4,88	< 0,0001
F	-4,50	< 0,0001	F	-5,23	< 0,0001	F	$6,\!86$	< 0,0001
V	$-11,\!65$	< 0,0001	V	-15,53	< 0,0001	V	-8,32	< 0,0001
Ι	$4,\!57$	< 0,0001	Ι	4,70	< 0,0001	Ι	5,11	< 0,0001
$F^2$	$4,\!39$	< 0,0001	$F^2$	$5,\!39$	< 0,0001	$V^2$	7,26	< 0,0001
$V^2$	9,26	< 0,0001	$V^2$	12,74	< 0,0001	$I^2$	-5,16	< 0,0001
$I^2$	-4,59	< 0,0001	$I^2$	-4,78	< 0,0001	$V^3$	-6,75	< 0,0001
$F^3$	-4,00	0,0001	$F^3$	-5,06	< 0,0001	$I^3$	5,26	< 0,0001
$V^3$	-8,07	< 0,0001	$V^3$	-11,29	< 0,0001			
$I^3$	4,64	$<\!0,\!0001$	$I^3$	$4,\!90$	< 0,0001			

Tabella B.4: Coefficienti T dir-x

3.5	1	11.
1/10	$d \cap$	111
WIO	uc.	111

S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R- $sq(pred)$	S1	R-sq1	R- $sq(adj)1$	R-sq(pred)1	S2	R- $sq2$	R- $sq(adj)2$	R-sq(pred)2
0,028	80,59%	79,59%	$77,\!33\%$	0,016	89,41%	88,82%	86,6%	0,012	$86,\!67\%$	86,04%	84,71%

Tabella B.5: Sommario del modello T dir-x

Source	DF	F-Value	P-Value	Source1	DF1	F-Value1	P-Value1	Source2	DF2	F-Value2	P-Value2
Regression	9	80,74	< 0,0001	Regression	9	151,03	< 0,0001	Regression	7	137,46	< 0,0001
F	1	20,26	< 0,0001	F	1	27,39	< 0,0001	F	1	46,99	< 0,0001
V	1	135,71	< 0,0001	V	1	241,20	< 0,0001	V	1	69,24	< 0,0001
Ι	1	20,85	< 0,0001	Ι	1	22,09	< 0,0001	I	1	26,11	< 0,0001
$F^2$	1	19,29	< 0,0001	$F^2$	1	29,10	< 0,0001	$V^2$	1	52,74	< 0,0001
$V^2$	1	85,73	< 0,0001	$V^2$	1	162,35	< 0,0001	$I^2$	1	26,59	< 0,0001
$I^2$	1	21,05	< 0,0001	$I^2$	1	22,81	< 0,0001	$V^3$	1	45,56	< 0,0001
$F^3$	1	16,02	0,0001	$F^3$	1	$25,\!64$	< 0,0001	$I^3$	1	27,62	< 0,0001
$V^3$	1	65, 18	< 0,0001	$V^3$	1	$127,\!48$	< 0,0001	Error	148		
$I^3$	1	21,49	< 0,0001	$I^3$	1	24,00	< 0,0001	Lack of Fit	26	4,90	< 0,0001
Error	175			Error	161			Pure Error	122		
Lack of Fit	26	5,76	< 0,0001	Lack of Fit	25	5,43	< 0,0001	Total	155		
Pure Error	149			Pure Error	136						
Total	184			Total	170						

Tabella B.6: Anova T dir-x

$$T_x = -3,32 \cdot 10^{+01} - 1,67 \cdot 10^{-05} \cdot F - 5,73 \cdot 10^{-03} \cdot V + 3,56 \cdot 10^{+00} \cdot I + 1,18 \cdot 10^{-09} \cdot F^2 + 1,58 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 - 1,23 \cdot 10^{-01} \cdot I^2 - 2,19 \cdot 10^{-14} \cdot F^3 - 1,43 \cdot 10^{-08} \cdot V^3 + 1,42 \cdot 10^{-03} \cdot I^3$$
(B.4)

$$T_x = -2,01 \cdot 10^{+01} - 1,28 \cdot 10^{-05} \cdot F - 5,26 \cdot 10^{-03} \cdot V + 2,21 \cdot 10^{+00} \cdot I + 9,25 \cdot 10^{-10} \cdot F^2 + 1,43 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 - 7,70 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 1,74 \cdot 10^{-14} \cdot F^3 - 1,28 \cdot 10^{-08} \cdot V^3 + 9,02 \cdot 10^{-04} \cdot I^3.$$
(B.5)

$$T_x = -1,79 \cdot 10^{+01} + 1,14 \cdot 10^{-06} \cdot F - 3,67 \cdot 10^{-03} \cdot V + 1,96 \cdot 10^{+00} \cdot I + 9,46 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 6,82 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 8,26 \cdot 10^{-09} \cdot V^3 + 7,98 \cdot 10^{-04} \cdot I^3$$
(B.6)

Modello di regressione per  ${\cal P}$  in direzione x.

7 6 1 1	
Model	1.1
widder	
mouor	**
1110401	

Term	T-Value	P-Value	Term1	T-Value1	P-Value1	Term2	T-Value2	P-Value2
Constant	6,95	< 0,0001	Constant	3,95	0,0001	Constant	4,67	< 0,0001
F	-4,85	< 0,0001	F	-6,48	0,0001	F	-6,85	< 0,0001
V	-10,89	< 0,0001	V	-16,53	< 0,0001	V	-19,5	< 0,0001
Ι	13,36	< 0,0001	Ι	-1,57	0,1181	Ι	-1,79	0,0775
$F^2$	4,95	< 0,0001	$F^2$	$6,\!55$	< 0,0001	$F^2$	$7,\!13$	< 0,0001
$V^2$	$^{8,66}$	< 0,0001	$V^2$	13,2	< 0,0001	$V^2$	$15,\!63$	< 0,0001
$F^3$	-4,53	< 0,0001	$I^2$	$2,\!62$	0,0097	$I^2$	3,05	0,0027
$V^3$	-7,80	< 0,0001	$F^3$	-6,02	< 0,0001	$F^3$	-6,67	< 0,0001
			$V^3$	-11,88	$<\!0,\!0001$	$V^3$	-14,06	$<\!0,\!0001$

Tabella B.7: Coefficienti P dir-x

S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R-sq(pred)	S1	R-sq1	R- $sq(adj)1$	R- $sq(pred)1$	S2	R- $sq2$	R- $sq(adj)2$	R- $sq(pred)2$
0,026	$82,\!69\%$	82,01%	81,2%	0,017	91,94%	91,56%	90,74%	0,015	94,32%	94,03%	93,51%

Tabella B.8: Sommario P dir-x

Source	DF	F-Value	P-Value	Source1	DF1	F-Value1	P-Value1	Source2	DF2	F-Value2	P-Value2
Regression	7	120,80	< 0,0001	Regression	8	238,27	< 0,0001	Regression	8	326,07	< 0,0001
F	1	23,49	< 0,0001	F	1	42,04	< 0,0001	F	1	46,88	< 0,0001
V	1	118,53	< 0,0001	V	1	273, 13	< 0,0001		1	380, 35	< 0,0001
Ι	1	178, 38	< 0,0001	Ι	1	2,47	0,1181	I	1	3,20	0,0755
$F^2$	1	24,49	< 0,0001	$F^2$	1	42,87	< 0,0001	$F^2$	1	50,80	< 0,0001
$V^2$	1	75,03	< 0,0001	$V^2$	1	174,29	< 0,0001	$V^2$	1	244,33	< 0,0001
$F^3$	1	20,50	< 0,0001	$I^2$	1	6,85	0,0097	$I^2$	1	9,31	0,0027
$V^3$	1	60,80	< 0,0001	$F^3$	1	36,29	< 0,0001	$F^3$	1	44,45	< 0,0001
Error	177			$V^3$	1	141, 19	< 0,0001	$V^3$	1	197,75	< 0,0001
Lack of Fit	28	8,69	< 0,0001	Error	167			Error	157		
Pure Error	149			Lack of Fit	26	2,38	0,0006	Lack of Fit	26	2,31	0,0011
Total	184			Pure Error	141			Pure Error	131		
				Total	175			Total	165		

Tabella B.9: Anova P dir-x

$$P_x = +4,42 \cdot 10^{-01} - 1,61 \cdot 10^{-05} \cdot F - 4,85 \cdot 10^{-03} \cdot V + 2,12 \cdot 10^{-02} \cdot I + 1,18 \cdot 10^{-09} \cdot F^2 + 1,34 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 - 2,22 \cdot 10^{-14} \cdot F^3 - 1,25 \cdot 10^{-08} \cdot V^3$$
(B.7)

$$P_{x} = +1,24 \cdot 10^{+00} - 1,50 \cdot 10^{-05} \cdot F - 5,09 \cdot 10^{-03} \cdot V - 3,36 \cdot 10^{-02} \cdot I + 1,10 \cdot 10^{-09} \cdot F^{2} + 1,41 \cdot 10^{-05} \cdot V^{2} + 9,69 \cdot 10^{-04} \cdot I^{2} - 2,06 \cdot 10^{-14} \cdot F^{3} - 1,33 \cdot 10^{-08} \cdot V^{3}$$
(B.8)

$$P_x = +1,24 \cdot 10^{+00} - 1,45 \cdot 10^{-05} \cdot F - 5,43 \cdot 10^{-03} \cdot V - 3,24 \cdot 10^{-02} \cdot I + 1,08 \cdot 10^{-09} \cdot F^2 + 1,54 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 + 9,54 \cdot 10^{-04} \cdot I^2 - 2,03 \cdot 10^{-14} \cdot F^3 - 1,47 \cdot 10^{-08} \cdot V^3$$

(B.9)

Modello di regressione per E in direzione y.

Term	$T ext{-}Value$	P-Value	Term1	$T ext{-}Value1$	$P ext{-Value1}$	Term2	T-Value2	P-Value2
Constant	5,16	< 0,0001	Constant	-1,77	0,0791	Constant	-1,98	0,0491
F	-3,77	0,0002	F	3,22	0,0015	F	2,47	0,0147
V	-5,40	< 0,0001	V	-8,85	< 0,0001	V	-11,31	< 0,0001
Ι	15,01	< 0,0001	Ι	$1,\!97$	0,0510	Ι	2,21	0,0287
$F^2$	3,92	0,0001	$V^2$	$6,\!37$	< 0,0001	$V^2$	$^{8,47}$	< 0,0001
$V^2$	$3,\!95$	0,0001	$I^2$	-2,00	0,0467	$I^2$	-2,25	0,0259
$F^3$	-3,72	0,0003	$V^3$	-5,33	< 0,0001	$V^3$	-7,32	< 0,0001
$V^3$	-3,38	0,0009	$I^3$	$2,\!09$	0,0378	$I^3$	$2,\!35$	0,0202

Tabella B.10: Coefficienti E-dir-y

S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R-sq(pred)	S1	R-sq1	R- $sq(adj)1$	R- $sq(pred)1$	S2	R- $sq2$	R- $sq(adj)2$	R-sq(pred)2
0,019	$72,\!81\%$	71,74%	70,52%	0,0112	$87,\!53\%$	87,01%	85,58%	0,010	91,41%	91,03%	89,8%

Tabella B.11: Sommario modello E dir-y

Source	DF	$F ext{-}Value$	$P ext{-}Value$	Source1	DF1	$F ext{-}Value1$	$P ext{-Value1}$	Source2	DF2	$F ext{-}Value2$	P-Value2
Regression	7	67,72	< 0,0001	Regression	7	166,53	< 0,0001	Regression	7	237,18	< 0,0001
F	1	14, 19	0,0002	F	1	10,37	0,0015	F	1	6,09	0,0147
V	1	29,14	< 0,0001	V	1	78,36	< 0,0001	V	1	127,93	< 0,0001
Ι	1	225, 18	< 0,0001	Ι	1	3,86	0,0510	I	1	4,88	0,0287
$F^2$	1	15,38	0,0001	$V^2$	1	40,54	< 0,0001	$V^2$	1	71,78	< 0,0001
$V^2$	1	15,60	0,0001	$I^2$	1	4,02	0,0467	$I^2$	1	5,06	0,0259
$F^3$	1	13,81	0,0001	$V^3$	1	28,37	< 0,0001	$V^3$	1	53,63	< 0,0001
$V^3$	1	11,39	0,0009	$I^3$	1	4,38	0,0378	$I^3$	1	5,51	0,0202
Error	177			Error	166			Error	156		
Lack of Fit	28	9,42	< 0,0001	Lack of Fit	27	3,55	< 0,0001	Lack of Fit	27	3,20	< 0,0001
Pure Error	149			Pure Error	139			Pure Error	129		
Total	184			Total	173			Total	163		

Tabella B.12: Anova E dir-y

$$E_y = +2,39 \cdot 10^{-01} - 9,13 \cdot 10^{-06} \cdot F - 1,76 \cdot 10^{-03} \cdot V + 1,74 \cdot 10^{-02} \cdot I + 6,86 \cdot 10^{-10} \cdot F^2 + 4,46 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 1,33 \cdot 10^{-14} \cdot F^3 - 3,96 \cdot 10^{-09} \cdot V^3 (B.10)$$

$$E_y = -6,06 \cdot 10^{+00} + 4,56 \cdot 10^{-07} \cdot F - 1,81 \cdot 10^{-03} \cdot V + 6,98 \cdot 10^{-01} \cdot I + 4,55 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 2,44 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 3,96 \cdot 10^{-09} \cdot V^3 + 2,91 \cdot 10^{-04} \cdot I^3$$
(B.11)

$$E_y = -6,08 \cdot 10^{+00} + 2,94 \cdot 10^{-07} \cdot F - 1,99 \cdot 10^{-03} \cdot V + 7,01 \cdot 10^{-01} \cdot I + 5,27 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 2,45 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 4,80 \cdot 10^{-09} \cdot V^3 + 2,92 \cdot 10^{-04} \cdot I^3$$
(B.12)

Modello lettera T in direzione y.

Term	$T ext{-}Value$	$P ext{-}Value$	Term1	$T ext{-}Value1$	P-Value1	Term2	$T ext{-}Value2$	P-Value2
Constant	$2,\!63$	0,0092	Constant	-2,18	0,0303	Constant	-3,34	0,0010
F	$^{8,55}$	< 0,0001	F	11,86	< 0,0001	F	$14,\!44$	< 0,0001
V	-6,49	< 0,0001	V	-10,55	< 0,0001	V	-12,55	< 0,0001
Ι	$13,\!65$	< 0,0001	Ι	$2,\!30$	0,0226	Ι	3,49	0,0006
$V^2$	4,72	< 0,0001	$V^2$	$7,\!61$	< 0,0001	$V^2$	8,76	< 0,00010
$V^3$	-3,99	0,0001	$I^2$	-2,29	0,0233	$I^2$	-3,47	0,0007
			$V^3$	-6,33	< 0,0001	$V^3$	-7,13	< 0,0001
			$I^3$	$2,\!33$	0,0212	$I^3$	3,52	0,0006

Tabella B.13: Tabella coefficienti T dir-y

S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R-sq(pred)	S1	R-sq1	R- $sq(adj)1$	R-sq(pred)1	S2	R- $sq2$	R- $sq(adj)2$	R-sq(pred)2
0,022	75,90%	75,23%	$74,\!67\%$	0,014	89,84%	89,42%	88,86%	0,011	94,02%	93,75%	93,34%

Tabella B.14: Sommario T dir-y

Source	DF	F-Value	P-Value	Source1	DF1	F-Value1	P-Value1	Source2	DF2	F-Value2	P-Value2
Regression	5	112,76	< 0,0001	Regression	7	210,98	< 0,0001	Regression	7	343,92	<0,0001
F	1	73,03	< 0,0001	F	1	140,74	< 0,0001	F	1	208,44	< 0,0001
V	1	42,17	< 0,0001	V	1	111,37	< 0,0001	V	1	157,6	< 0,0001
Ι	1	186,22	< 0,0001	Ι	1	5,30	0,0226	I	1	12,15	0,0006
$V^2$	1	22,27	< 0,0001	$V^2$	1	57,84	< 0,0001	$V^2$	1	76,75	< 0,0001
$V^3$	1	15,93	0,0001	$I^2$	1	5,24	0,0233	$I^2$	1	12,04	0,0007
Error	179			$V^3$	1	40,03	< 0,0001	$V^3$	1	50,80	< 0,0001
Lack of Fit	30	10,15	< 0,0001	$I^3$	1	5,41	0,0212	$I^3$	1	12,37	0,0006
Pure Error	149			Error	167			Error	153		
Total	184			Lack of Fit	27	4,04	< 0,0001	Lack of Fit	27	2,03	0,0049
				Pure Error	140			Pure Error	126		
				Total	174			Total	160		

Tabella B.15: Anova T dir-y

Modelli

$$T_y = +1,42 \cdot 10^{-01} \cdot +2,08 \cdot 10^{-06} \cdot F - 2,48 \cdot 10^{-03} \cdot V + 1,88 \cdot 10^{-02} \cdot I + 6,28 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 5,54 \cdot 10^{-09} \cdot V^3.$$
(B.13)

$$T_y = -8,46 \cdot 10^{+00} + 2,06 \cdot 10^{-06} \cdot F - 2,58 \cdot 10^{-03} \cdot V + 9,24 \cdot 10^{-01} \cdot I + 6,49 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 3,16 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 5,63 \cdot 10^{-09} \cdot V^3 + 3,66 \cdot 10^{-04} \cdot I^3.$$
(B.14)

$$T_y = -1,02 \cdot 10^{+01} + 2,09 \cdot 10^{-06} \cdot F - 2,42 \cdot 10^{-03} \cdot V + 1,10 \cdot 10^{+00} \cdot I + 5,90 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 3,78 \cdot 10^{-02} \cdot I^2 - 5,00 \cdot 10^{-09} \cdot V^3 + 4,38 \cdot 10^{-04} \cdot I^3.$$
(B.15)

Modello per la lettera  ${\cal P}$  in direzione y.

Term	$T ext{-}Value$	$P ext{-}Value$	Term1	$T ext{-}Value1$	P-Value1	Term2	$T ext{-}Value2$	P-Value2
Constant	-1,20	0,2324	Constant	3,19	0,0017	Constant	2,97	0,0034
F	10,44	< 0,0001	F	$14,\!38$	< 0,0001	F	-2,60	0,0103
V	-3,56	0,0005	V	-6,19	< 0,0001	V	-6,07	< 0,0001
Ι	15,09	< 0,0001	Ι	-2,30	0,0225	Ι	-1,90	0,0587
$V^2$	$2,\!38$	0,0183	$V^2$	4,10	0,0001	$F^2$	4,90	< 0,0001
$V^3$	-1,95	$0,\!0523$	$I^2$	$3,\!64$	0,0004	$V^2$	3,71	0,0003
			$V^3$	-3,26	0,0013	$I^2$	$3,\!65$	0,0004
						$F^3$	-5,28	< 0,0001
						$V^3$	-2,86	0,0048

Tabella B.16: Coefficienti P-dir-y

S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R-sq(pred)	S1	R-sq1	R- $sq(adj)1$	R- $sq(pred)1$	S2	R- $sq2$	R- $sq(adj)2$	R-sq(pred)2
0,024	72,54%	71,77%	71,46%	0,015	88,53%	88,13%	$87,\!63\%$	0,011	$93,\!41\%$	$93,\!08\%$	92,58%

Tabella B.17: Sommario P-dir-y

Source	DF	F-Value	P-Value	Source1	DF1	F-Value1	P-Value1	Source2	DF2	F-Value2	P-Value2
Regression	5	94,56	< 0,0001	Regression	6	221,24	< 0,0001	Regression	8	283,63	< 0,0001
F	1	109,00	< 0,0001	F	1	206, 67	< 0,0001	F	1	6,74	0,0103
V	1	12,68	0,0005	V	1	38,29	< 0,0001	V	1	36,8	< 0,0001
Ι	1	227,86	< 0,0001	I	1	5,30	0,0225	I	1	3,62	0,0587
$V^2$	1	5,67	0,0183	$V^2$	1	16,81	0,0001	$F^2$	1	23,97	0,0003
$V^3$	1	3,82	0,0523	$I^2$	1	13,29	0,0004	$I^2$	1	13,78	0,0004
Error	179			$V^3$	1	10,64	0,0013	$V^2$	1	13,29	< 0,0001
Lack-of-Fit	30	20,11	< 0,0001	Error	172			$F^3$	1	27,85	< 0,0001
Pure Error	149			Lack of Fit	28	5,31	< 0,0001	$V^3$	1	8,19	0,0048
Total	184			Pure Error	144			Error	160		
				Total	178			Lack of Fit	25	2,04	0,0052
								Pure Error	135		
								Total	168		

Tabella B.18: Anova P-dir-y

$$P_y = -6,95 \cdot 10^{-02} + 2,73 \cdot 10^{-06} \cdot F - 1,46 \cdot 10^{-03} \cdot V + 2,24 \cdot 10^{-02} \cdot I + 3,41 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 2,91 \cdot 10^{-09} \cdot V^3$$
(B.16)

$$P_y = +8,43 \cdot 10^{-01} + 2,37 \cdot 10^{-06} \cdot F - 1,57 \cdot 10^{-03} \cdot V - 4,15 \cdot 10^{-02} \cdot I + 3,63 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 + 1,13 \cdot 10^{-03} \cdot I^2 - 3,01 \cdot 10^{-09} \cdot V^3$$
(B.17)

$$P_y = +6,09 \cdot 10^{-01} - 3,84 \cdot 10^{-06} \cdot F - 1,29 \cdot 10^{-03} \cdot V - 2,67 \cdot 10^{-02} \cdot I + 5,23 \cdot 10^{-10} \cdot F^2 + 2,76 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 + 8,82 \cdot 10^{-04} \cdot I^2 - 1,15 \cdot 10^{-14} \cdot F^3 - 2,21 \cdot 10^{-09} \cdot V^3$$

(B.18)

TermT-ValueP-Value T-Value1P-Value1Term2T-Value2 P-Value2 Term1Constant Constant Constant -4,75 < 0,0001 -0,29 0,7760 -0,93 0,3526 F5,74< 0,0001F8,16 < 0,0001F7,63 < 0,0001VVV-4,57 $<\!0,0001$ -7,49 $<\!0,\!0001$ -9,44 $<\!0,\!0001$ Ι 4,76< 0,0001Ι  $26,\!57$  $<\!0,\!0001$ Ι  $31,\!97$ < 0,0001 $V^2$  $V^2$  $V^2$  $_{3,20}$ 0,0016 $^{5,37}$ < 0,0001 7,01< 0,0001 $V^3$  $I^2$ -4,69< 0,0001-4,55< 0,0001 $V^3$ -6,09< 0,0001 $V^3$ -2,730,0069  $I^3$  $4,\!65$ < 0,0001

Modello di regressione per TA in direzione y.

Tabella B.19: Coefficienti TA dir-y
S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R-sq(pred)	S1	R-sq1	R- $sq(adj)1$	R-sq(pred)1	S2	R- $sq2$	R- $sq(adj)2$	R-sq(pred)2
0,019	76,33%	75,39%	74,20%	0,013	$87,\!98\%$	$87,\!63\%$	$86,\!88\%$	0,011	91,56%	91,30%	90,82%

Tabella B.20: Sommario TA dir-y

Source	DF	$F ext{-}Value$	P-Value	Source1	DF1	F-Value1	P-Value1	Source2	DF2	F-Value2	P-Value2
Regression	7	81,53	< 0,0001	Regression	5	248,87	< 0,0001	Regression	5	349,4	< 0,0001
F	1	32,90	< 0,0001	F	1	66,57	< 0,0001	F	1	58,24	< 0,0001
V	1	20,89	< 0,0001	V	1	56, 15	< 0,0001		1	89,08	< 0,0001
Ι	1	22,67	< 0,0001	Ι	1	706,07	< 0,0001	I	1	1022	< 0,0001
$V^2$	1	10,24	0,0016	$V^2$	1	28,8	< 0,0001	$V^2$	1	49,15	< 0,0001
$I^2$	1	21,96	< 0,0001	$V^3$	1	20,73	< 0,0001	$V^3$	1	37,08	< 0,0001
$V^3$	1	7,47	0,0069	Error	170			Error	161		
$I^3$	1	21,59	< 0,0001	Lack of Fit	29	4,38	< 0,0001	Lack of Fit	28	3,56	< 0,0001
Error	177			Pure Error	141			Pure Error	133		
Lack of Fit	28	7,70	< 0,0001	Total	175			Total	166		
Pure Error	149										
Total	184										

Tabella B.21: Anova TA dir-y

$$TA_{y} = -2,36 \cdot 10^{+01} + 1,20 \cdot 10^{-06} \cdot F - 1,46 \cdot 10^{-03} \cdot V + 2,45 \cdot 10^{+00} \cdot I + 3,58 \cdot 10^{-06} \cdot V^{2} - 8,28 \cdot 10^{-02} \cdot I^{2} - 3,18 \cdot 10^{-09} \cdot V^{3} + 9,38 \cdot 10^{-04} \cdot I^{3}$$
(B.19)

$$TA_y = -8.75 \cdot 10^{-03} + 1.20 \cdot 10^{-06} \cdot F - 1.63 \cdot 10^{-03} \cdot V + 2.09 \cdot 10^{-02} \cdot I + 4.07 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 3.60 \cdot 10^{-09} \cdot V^3$$
(B.20)

$$TA_y = -2,48 \cdot 10^{-02} + 9,92 \cdot 10^{-07} \cdot F - 1,79 \cdot 10^{-03} \cdot V + 2,20 \cdot 10^{-02} \cdot I + 4,67 \cdot 10^{-06} \cdot V^2 - 4,25 \cdot 10^{-09} \cdot V^3$$
(B.21)

Modello di regressione per la *luminanza media*.

Term	$T ext{-}Value$	P-Value	Term1	T-Value1	P-Value1	Term2	T-Value2	P-Value2
Constant	-5,60	< 0,0001	Constant	-7,36	0,000	Constant	-8,48	< 0,0001
F	8,42	< 0,0001	F	9,37	< 0,0001	F	10,91	< 0,0001
V	2,70	0,0077	V	$3,\!55$	0,0005	V	3,73	0,0003
Ι	$^{5,48}$	< 0,0001	Ι	$7,\!19$	< 0,0001	Ι	8,31	< 0,0001
$F^2$	-5,97	< 0,0001	$F^2$	-5,85	< 0,0001	$F^2$	-6,66	< 0,0001
$V^2$	-4,66	< 0,0001	$V^2$	-6,19	< 0,0001	$V^2$	-6,77	< 0,0001
$I^2$	-5,35	< 0,0001	$I^2$	-7,00	< 0,0001	$I^2$	-8,10	< 0,0001
$F^3$	$4,\!69$	< 0,0001	$F^3$	4,12	0,0001	$F^3$	$4,\!60$	< 0,0001
$I^3$	$5,\!24$	< 0,0001	$I^3$	6,84	< 0,0001	$I^3$	$7,\!93$	< 0,0001

Tabella B.22: Coefficienti luminanza media

3.4	-	1	11	٠
$\Lambda A$	00	10	11	7
1V1	υυ	LC.	11	1

S	R- $sq$	R- $sq(adj)$	R-sq(pred)	S1	R-sq1	R- $sq(adj)1$	R-sq(pred)1	S2	R- $sq2$	R- $sq(adj)2$	R-sq(pred)2
0,468	$75,\!60\%$	74,49%	73,26%	0,346	84,51%	83,77%	83,00%	0,260	88,62%	88,04%	87,4%

Tabella B.23: Sommario luminanza media

Source	DF	$F ext{-}Value$	$P ext{-}Value$	Source1	DF1	F-Value1	P-Value1	Source2	DF2	F-Value2	P-Value2
Regression	8	68,15	< 0,0001	Regression	8	113,88	< 0,0001	Regression	8	153,74	< 0,0001
F	1	70,98	< 0,0001	F	1	87,80	< 0,0001	F	1	118,95	< 0,0001
V	1	7,28	0,0077	V	1	12,60	0,0005	V	1	13,91	0,0003
Ι	1	30,06	< 0,0001	I	1	51,76	< 0,0001	I	1	69,02	< 0,0001
$F^2$	1	35,62	< 0,0001	$F^2$	1	34,20	< 0,0001	$F^2$	1	44,34	< 0,0001
$V^2$	1	21,74	< 0,0001	$V^2$	1	38,33	< 0,0001	$V^2$	1	45,77	< 0,0001
$I^2$	1	28,60	< 0,0001	$I^2$	1	49,04	< 0,0001	$I^2$	1	65,57	< 0,0001
$F^3$	1	21,96	< 0,0001	$F^3$	1	17.00	< 0,0001	$F^3$	1	21,16	0,0001
$I^3$	1	27,42	< 0,0001	$I^3$	1	46,85	< 0,0001	$I^3$	1	62,82	< 0,0001
Error	176			Error	167			Error	158		
Lack of Fit	27	12,48	< 0,0001	Lack of Fit	27	7,18	< 0,0001	Lack of Fit	26	4,70	< 0,0001
Pure Error	149			Pure Error	140			Pure Error	132		
Total	184			Total	175			Total	166		

Tabella B.24: Anova luminanza media

$$L_M = -6,99 \cdot 10^{+02} + 5,18 \cdot 10^{-04} \cdot F + 5,32 \cdot 10^{-03} \cdot V + 7,10 \cdot 10^{+01} \cdot I$$
  
- 2,66 \cdot 10^{-08} \cdot F^2 - 1,35 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 - 2,38 \cdot 10^{+00} \cdot I^2 + 4,27 \cdot 10^{-13} \cdot F^3  
+ 2,66 \cdot 10^{-02} \cdot I^3 (B.22)

$$L_{M} = -6,79 \cdot 10^{+02} + 4,39 \cdot 10^{-04} \cdot F + 5,19 \cdot 10^{-03} \cdot V + 6,89 \cdot 10^{+01} \cdot I$$
  
- 1,99 \cdot 10^{-08} \cdot F^{2} - 1,33 \cdot 10^{-05} \cdot V^{2} - 2,31 \cdot 10^{+00} \cdot I^{2} + 2,87 \cdot 10^{-13} \cdot F^{3}  
+ 2,58 \cdot 10^{-02} \cdot I^{3} (B.23)

$$L_M = -6.84 \cdot 10^{+02} + 4.49 \cdot 10^{-04} \cdot F + 4.69 \cdot 10^{-03} \cdot V + 6.95 \cdot 10^{+01} \cdot I$$
  
- 2.01 \cdot 10^{-08} \cdot F^2 - 1.25 \cdot 10^{-05} \cdot V^2 - 2.33 \cdot 10^{+00} \cdot I^2 + 2.84 \cdot 10^{-13} \cdot F^3  
+ 2.60 \cdot 10^{-02} \cdot I^3 (B.24)

## Appendice C

# Andamenti

Di seguito vengono riportati tutti gli andamenti per tutte le *lettere* e la *luminanza* media.



Andamenti







Andamenti

Figura C.4: Andamenti di E in dir-y



Andamenti

Figura C.5: Andamenti di T in dir-y







#### Appendice D

## Validazione modelli

Nel seguito ver<br/>ranno presentate tutte le tabelle utilizzate per la validazione dei modelli. Validazione modello <br/> E direzione x.

Prova	$E_x$	$E_{xp}$	IPI	IPS	Inc Rel	Err Rel	TEST
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!58$	$0,\!57$	0,52	0,61	7,82	2,87	OK
2	$0,\!55$	$0,\!56$	$0,\!52$	$0,\!60$	$7,\!83$	$1,\!64$	OK
3	$0,\!52$	$0,\!54$	$0,\!49$	$0,\!58$	$9,\!00$	2,78	OK
4	$0,\!55$	$0,\!55$	$0,\!50$	$0,\!60$	8,64	$0,\!58$	OK
5	$0,\!50$	$0,\!53$	$0,\!49$	$0,\!58$	$^{8,39}$	$7,\!30$	OK
6	$0,\!47$	$0,\!52$	$0,\!48$	$0,\!57$	$^{8,57}$	$10,\!27$	NO
7	$0,\!55$	$0,\!59$	$0,\!54$	$0,\!63$	$7,\!93$	$7,\!21$	OK
8	$0,\!58$	$0,\!58$	$0,\!53$	$0,\!62$	7,76	$0,\!24$	OK
9	$0,\!52$	$0,\!48$	$0,\!44$	$0,\!53$	9,71	7,74	OK
10	$0,\!57$	$0,\!56$	$0,\!52$	$0,\!61$	$^{8,00}$	$0,\!85$	OK
11	$0,\!57$	$0,\!55$	$0,\!50$	$0,\!59$	$^{8,52}$	$3,\!83$	OK

Tabella D.1: Validazione modello lettera E dir-x

Valid	lazione	mode	elli
vanu		mout	<u>, 111</u>

Prova	$E_x$	$E_{xp1}$	IPI1	IPS1	Inc Rel1 %	Err Rel1 %	TEST1
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!58$	$0,\!56$	$0,\!53$	$0,\!59$	$5,\!80$	3,75	OK
2	$0,\!55$	$0,\!55$	$0,\!52$	$0,\!59$	$5,\!97$	$0,\!61$	OK
3	$0,\!52$	$0,\!54$	$0,\!51$	$0,\!58$	$6,\!24$	3,96	OK
4	$0,\!55$	$0,\!56$	$0,\!52$	$0,\!59$	$6,\!04$	$0,\!64$	OK
5	$0,\!50$	$0,\!54$	$0,\!51$	$0,\!58$	$6,\!42$	9,03	NO
6	$0,\!47$	$0,\!53$	$0,\!50$	$0,\!56$	$6,\!47$	$11,\!62$	NO
7	$0,\!55$	$0,\!62$	$0,\!58$	$0,\!65$	5,72	$12,\!59$	NO
8	$0,\!58$	$0,\!58$	$0,\!54$	$0,\!61$	$5,\!92$	0,34	OK
9	$0,\!52$	$0,\!50$	$0,\!47$	$0,\!54$	$7,\!13$	4,26	OK
10	$0,\!57$	$0,\!57$	$0,\!53$	$0,\!60$	$6,\!05$	0,10	OK
11	$0,\!57$	$0,\!55$	$0,\!52$	$0,\!59$	$5,\!97$	$2,\!48$	OK

Tabella D.2: Validazione modello lettera E dir-x prima scrematura

Prova	$E_x$	$E_{xp2}$	IPI	IPS	Inc Rel2	Err Rel2	TEST2
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!58$	$0,\!56$	$0,\!54$	$0,\!59$	4,90	3,23	OK
2	$0,\!55$	$0,\!56$	$0,\!53$	$0,\!59$	5,03	$1,\!04$	OK
3	$0,\!52$	$0,\!55$	$0,\!52$	$0,\!58$	$5,\!27$	$4,\!98$	OK
4	$0,\!55$	$0,\!56$	$0,\!53$	$0,\!59$	$5,\!10$	$1,\!54$	OK
5	$0,\!50$	$0,\!54$	$0,\!51$	$0,\!57$	$5,\!44$	$8,\!85$	NO
6	$0,\!47$	$0,\!53$	$0,\!50$	$0,\!55$	$5,\!53$	10,71	NO
7	$0,\!55$	$0,\!61$	$0,\!57$	$0,\!64$	$5,\!03$	$10,\!55$	NO
8	$0,\!58$	$0,\!58$	$0,\!55$	$0,\!61$	$5,\!02$	$0,\!33$	OK
9	$0,\!52$	$0,\!50$	$0,\!47$	$0,\!53$	$6,\!04$	$4,\!39$	OK
10	$0,\!57$	$0,\!57$	$0,\!54$	$0,\!60$	$5,\!12$	$0,\!12$	OK
11	$0,\!57$	$0,\!56$	$0,\!53$	0,59	$5,\!04$	$1,\!67$	OK

Tabella D.3: Validazione modello lettera E dir-x seconda scrematura

Validazione modello $\,T$  direzione x.

Valid	azione	mod	ell	i

Prova	$T_x$	$T_{xp}$	IPI	IPS	Inc Rel %	Err Rel	TEST
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!40$	0,52	$12,\!32$	$3,\!15$	OK
2	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!40$	$0,\!51$	$12,\!43$	$3,\!14$	OK
3	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!38$	$0,\!50$	$14,\!11$	$2,\!63$	OK
4	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!39$	$0,\!51$	$13,\!56$	4,26	OK
5	$0,\!40$	$0,\!43$	$0,\!37$	$0,\!49$	13,70	8,43	OK
6	$0,\!39$	$0,\!40$	$0,\!35$	$0,\!46$	$14,\!41$	4,34	OK
7	$0,\!44$	$0,\!52$	$0,\!46$	$0,\!59$	$11,\!85$	$18,\!91$	NO
8	$0,\!44$	$0,\!51$	$0,\!45$	$0,\!57$	$11,\!61$	$15,\!61$	NO
9	$0,\!42$	$0,\!37$	$0,\!31$	$0,\!43$	$16,\!45$	$13,\!03$	OK
10	$0,\!45$	$0,\!48$	$0,\!42$	$0,\!54$	$12,\!22$	$7,\!25$	OK
11	$0,\!45$	$0,\!45$	$0,\!39$	$0,\!51$	$13,\!43$	$0,\!07$	OK

Tabella D.4: Validazione modello lettera T dir-x

Prova	$T_x$	$T_{xp1}$	IPI1	IPS1	Inc Rel1	Err Rel1	TEST1
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!42$	$0,\!49$	$7,\!30$	$2,\!17$	OK
2	$0,\!44$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!47$	$7,\!53$	0,03	OK
3	$0,\!43$	$0,\!43$	$0,\!39$	$0,\!46$	$^{8,57}$	$0,\!53$	OK
4	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!40$	$0,\!47$	$^{8,25}$	0,97	OK
5	$0,\!40$	$0,\!41$	$0,\!38$	$0,\!45$	$^{8,47}$	$3,\!28$	OK
6	$0,\!39$	$0,\!39$	$0,\!36$	$0,\!43$	8,75	$0,\!95$	OK
7	$0,\!44$	$0,\!51$	$0,\!47$	$0,\!54$	$7,\!31$	$14,\!95$	NO
8	$0,\!44$	$0,\!49$	$0,\!45$	$0,\!52$	$7,\!12$	$11,\!18$	NO
9	$0,\!42$	$0,\!38$	$0,\!34$	$0,\!41$	$9,\!42$	$10,\!68$	NO
10	$0,\!45$	$0,\!49$	$0,\!45$	0,52	7,07	$8,\!93$	NO
11	$0,\!45$	$0,\!43$	$0,\!40$	$0,\!47$	$^{8,13}$	$2,\!81$	OK

Tabella D.5: Validazione modello lettera T dir-x prima scrematura

Valid	lazione	mode	elli
vanu		mout	<u>, 111</u>

Prova	$T_x$	$T_{xp2}$	IPI2	IPS2	Inc Rel2	$Err \ Rel2 \ \%$	TEST2
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!45$	0,46	0,44	0,49	$5,\!43$	2,92	OK
2	$0,\!44$	$0,\!43$	$0,\!41$	$0,\!46$	$5,\!81$	1,58	OK
3	$0,\!43$	$0,\!43$	$0,\!40$	$0,\!45$	$6,\!11$	$0,\!54$	OK
4	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!46$	$5,\!90$	1,26	OK
5	$0,\!40$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!43$	$6,\!59$	$1,\!22$	OK
6	$0,\!39$	$0,\!39$	$0,\!36$	$0,\!41$	6,72	$0,\!00$	OK
7	$0,\!44$	$0,\!50$	$0,\!47$	$0,\!53$	$6,\!31$	$13,\!63$	NO
8	$0,\!44$	$0,\!48$	$0,\!46$	$0,\!51$	$5,\!55$	10,52	NO
9	$0,\!42$	$0,\!39$	$0,\!37$	$0,\!42$	6,74	6,09	OK
10	$0,\!45$	$0,\!48$	$0,\!45$	$0,\!50$	$5,\!58$	$6,\!63$	NO
11	$0,\!45$	$0,\!44$	$0,\!42$	$0,\!47$	5,76	1,26	OK

Tabella D.6: Validazione modello lettera T dir-x seconda scrematura

Validazione modello lettera $P$ direzio	ne x
---	------

Prova	$P_x$	$P_{xp}$	IPI	IPS	Inc Rel	Err Rel	TEST
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	0,45	0,48	$0,\!43$	$0,\!53$	10,74	7,37	OK
2	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!40$	$0,\!50$	$11,\!31$	5,76	OK
3	$0,\!41$	$0,\!42$	$0,\!36$	$0,\!47$	$13,\!48$	2,16	OK
4	$0,\!42$	$0,\!44$	$0,\!39$	$0,\!50$	$12,\!51$	$5,\!97$	OK
5	$0,\!40$	$0,\!40$	$0,\!35$	$0,\!45$	$13,\!11$	$1,\!27$	OK
6	$0,\!38$	$0,\!39$	$0,\!33$	$0,\!44$	$13,\!47$	0,91	OK
7	$0,\!42$	$0,\!48$	$0,\!43$	$0,\!53$	$11,\!28$	15,71	NO
8	$0,\!44$	$0,\!49$	$0,\!44$	$0,\!55$	$10,\!61$	$13,\!05$	NO
9	$0,\!41$	$0,\!34$	$0,\!28$	$0,\!39$	16, 16	$18,\!66$	NO
10	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!40$	$0,\!50$	$11,\!58$	$6,\!57$	OK
11	$0,\!44$	$0,\!45$	$0,\!39$	$0,\!50$	$12,\!15$	$1,\!89$	OK

Tabella D.7: Validazione modello lettera P dir-x

Valid	lazione	mode	elli
vanu		mout	<u>, 111</u>

Prova	$P_x$	$P_{xp1}$	IPI1	IPS1	Inc Rel1 %	Err Rel1 %	TEST1
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!45$	$0,\!47$	0,44	$0,\!51$	7,33	6,02	OK
2	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!48$	7,76	4,16	OK
3	$0,\!41$	$0,\!41$	$0,\!37$	$0,\!45$	9,28	0,16	OK
4	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!40$	$0,\!47$	$^{8,58}$	4,26	OK
5	$0,\!40$	$0,\!39$	$0,\!36$	$0,\!43$	8,94	2,32	OK
6	$0,\!38$	$0,\!38$	$0,\!35$	$0,\!42$	9,19	0,37	OK
7	$0,\!42$	$0,\!48$	$0,\!45$	$0,\!52$	$7,\!61$	$16,\!19$	NO
8	$0,\!44$	$0,\!48$	$0,\!45$	$0,\!52$	$7,\!29$	$11,\!12$	NO
9	$0,\!41$	$0,\!33$	$0,\!30$	$0,\!37$	$11,\!17$	$19,\!58$	NO
10	$0,\!42$	$0,\!46$	$0,\!42$	$0,\!49$	7,84	$7,\!97$	OK
11	$0,\!44$	$0,\!44$	$0,\!40$	$0,\!48$	8,34	0,16	OK

Tabella D.8: Validazione modello lettera P dir-x prima scrematura

Prova	$P_x$	$P_{xp2}$	IPI2	IPS2	Inc Rel2	Err Rel2	TEST2
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!45$	$0,\!47$	0,44	$0,\!50$	$6,\!19$	$5,\!98$	OK
2	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!42$	$0,\!47$	$6,\!54$	4,23	OK
3	$0,\!41$	$0,\!40$	$0,\!37$	$0,\!43$	$7,\!97$	$1,\!21$	OK
4	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!40$	$0,\!47$	$7,\!25$	4,22	OK
5	$0,\!40$	$0,\!39$	$0,\!36$	$0,\!42$	$7,\!56$	$2,\!47$	OK
6	$0,\!38$	$0,\!38$	$0,\!35$	$0,\!41$	7,79	$0,\!04$	OK
7	$0,\!42$	$0,\!48$	$0,\!45$	$0,\!51$	$6,\!48$	$15,\!67$	NO
8	$0,\!44$	$0,\!48$	$0,\!45$	$0,\!51$	$6,\!19$	$10,\!63$	NO
9	$0,\!41$	0,32	$0,\!28$	$0,\!35$	10,41	$23,\!96$	NO
10	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!42$	$0,\!48$	6,78	$6,\!09$	OK
11	$0,\!44$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!47$	$7,\!04$	$0,\!23$	OK

Tabella D.9: Validazione modello lettera P dir-x seconda scrematura

Validazione modello lettera  ${\cal E}$  direzione y

Prova	$E_y$	$E_{yp}$	IPI	IPS	Inc Rel	Err Rel	TEST
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!52$	0,52	$0,\!48$	$0,\!56$	7,27	$0,\!64$	OK
2	$0,\!49$	$0,\!50$	$0,\!46$	$0,\!54$	$7,\!50$	2,52	OK
3	$0,\!45$	$0,\!48$	$0,\!43$	$0,\!52$	$^{8,61}$	5,78	OK
4	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!45$	$0,\!53$	$^{8,31}$	$1,\!35$	OK
5	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!42$	$0,\!49$	$^{8,35}$	2,74	OK
6	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!41$	$0,\!48$	$^{8,53}$	$5,\!41$	OK
7	$0,\!48$	$0,\!50$	$0,\!46$	$0,\!54$	$7,\!97$	3,70	OK
8	$0,\!49$	$0,\!51$	$0,\!48$	$0,\!55$	$7,\!44$	$5,\!66$	OK
9	$0,\!45$	$0,\!46$	$0,\!42$	$0,\!50$	$^{8,59}$	$2,\!28$	OK
10	$0,\!50$	$0,\!52$	$0,\!49$	$0,\!56$	$7,\!30$	3,74	OK
11	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!45$	$0,\!53$	$^{8,09}$	2,55	OK

Tabella D.10: Validazione modello lettera E dir-y

Prova	$E_y$	$E_{yp1}$	IPI1	IPS1	Inc Rel1 %	Err Rel1 %	TEST1
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	0,52	0,52	0,49	0,54	4,58	0,07	OK
2	$0,\!49$	$0,\!49$	$0,\!47$	$0,\!52$	4,86	1,26	OK
3	$0,\!45$	$0,\!48$	$0,\!46$	$0,\!51$	$5,\!08$	7,20	NO
4	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!47$	$0,\!51$	4,96	2,41	OK
5	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!43$	$0,\!48$	$5,\!47$	$3,\!41$	OK
6	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!42$	$0,\!47$	$5,\!52$	5,95	NO
7	$0,\!48$	$0,\!52$	$0,\!49$	$0,\!54$	4,98	8,20	NO
8	$0,\!49$	$0,\!51$	$0,\!49$	$0,\!54$	4,82	5,70	NO
9	$0,\!45$	$0,\!48$	$0,\!45$	$0,\!50$	$5,\!25$	$5,\!27$	OK
10	$0,\!50$	$0,\!53$	$0,\!51$	$0,\!56$	$4,\!63$	$5,\!51$	NO
11	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!47$	$0,\!52$	$4,\!86$	$3,\!53$	OK

Tabella D.11: Validazione modello lettera E dir-y prima scrematura

Valid	azione	mod	ell	i

Prova	$E_y$	$E_{yp2}$	IPI2	IPS2	Inc Rel2	Err Rel2	TEST2
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	0,52	0,51	0,50	$0,\!53$	3,76	0,16	OK
2	$0,\!49$	$0,\!49$	$0,\!47$	$0,\!51$	$3,\!98$	$1,\!50$	OK
3	$0,\!45$	$0,\!48$	$0,\!46$	$0,\!50$	4,21	6,71	NO
4	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!47$	$0,\!51$	4,08	$2,\!49$	OK
5	$0,\!44$	$0,\!46$	$0,\!44$	$0,\!48$	$4,\!54$	$3,\!82$	OK
6	$0,\!42$	$0,\!45$	$0,\!43$	$0,\!47$	4,57	$6,\!17$	NO
7	$0,\!48$	$0,\!52$	$0,\!50$	$0,\!54$	4,13	$^{8,50}$	NO
8	$0,\!49$	$0,\!51$	$0,\!49$	$0,\!53$	4,01	5,26	NO
9	$0,\!45$	$0,\!47$	$0,\!45$	$0,\!49$	4,51	3,76	OK
10	$0,\!50$	$0,\!53$	$0,\!51$	$0,\!55$	$3,\!85$	4,98	NO
11	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!47$	0,51	$3,\!99$	$3,\!57$	OK

Tabella D.12: Validazione modello lettera  ${\bf E}$  dir-y seconda scrematura

y.
2

Prova	$T_y$	$T_{yp}$	IPI	IPS	Inc Rel	Err Rel	TEST
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	0,40	0,44	0,39	0,48	10,08	8,78	OK
2	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!36$	$0,\!45$	$10,\!99$	$6,\!64$	OK
3	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!35$	$0,\!44$	$11,\!42$	$5,\!19$	OK
4	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!37$	$0,\!46$	$11,\!00$	$7,\!97$	OK
5	$0,\!33$	$0,\!36$	$0,\!31$	$0,\!40$	$12,\!69$	$^{8,09}$	OK
6	$0,\!33$	$0,\!35$	$0,\!30$	$0,\!39$	$13,\!04$	$5,\!48$	OK
7	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!37$	$0,\!46$	$11,\!16$	$10,\!07$	OK
8	$0,\!40$	$0,\!44$	$0,\!39$	$0,\!48$	10,31	$9,\!62$	OK
9	$0,\!37$	$0,\!36$	$0,\!31$	$0,\!41$	12,98	$2,\!33$	OK
10	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!38$	$0,\!47$	$10,\!67$	$2,\!59$	OK
11	$0,\!38$	$0,\!42$	$0,\!37$	$0,\!46$	10,71	8,36	OK

Tabella D.13: Validazione modello lettera T dir-y

T7 1·1 ·	1 11.
Validazion	e modelli

Prova	$T_y$	$T_{yp1}$	IPI1	IPS1	Inc Rel1	Err Rel1	TEST
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	0,40	0,43	0,41	0,46	6,49	7,64	NO
2	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!37$	$0,\!43$	7,09	$6,\!05$	OK
3	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!37$	$0,\!43$	$7,\!32$	$5,\!33$	OK
4	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!38$	$0,\!44$	7,09	$7,\!55$	OK
5	$0,\!33$	$0,\!36$	$0,\!33$	$0,\!39$	$^{8,30}$	8,71	OK
6	$0,\!33$	$0,\!35$	0,32	$0,\!38$	$^{8,47}$	$5,\!10$	OK
7	$0,\!38$	$0,\!42$	$0,\!39$	$0,\!45$	$7,\!29$	$11,\!52$	NO
8	$0,\!40$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!47$	$6,\!69$	$10,\!12$	NO
9	$0,\!37$	$0,\!36$	$0,\!33$	$0,\!39$	8,24	1,96	OK
10	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!40$	$0,\!46$	6,81	$3,\!95$	OK
11	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!39$	$0,\!44$	6,92	7,75	NO

Tabella D.14: Validazione modello lettera T dir-y prima scrematura

Prova	$T_y$	$T_{yp2}$	IPI2	IPS2	Inc Rel2	Err Rel2	TEST2
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	0,40	0,44	0,41	0,46	5,01	7,96	NO
2	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!42$	$5,\!48$	6,16	NO
3	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!42$	$5,\!67$	$5,\!40$	OK
4	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!39$	$0,\!43$	$5,\!49$	$7,\!50$	NO
5	$0,\!33$	$0,\!36$	$0,\!34$	$0,\!38$	$6,\!42$	8,78	NO
6	$0,\!33$	$0,\!35$	$0,\!32$	$0,\!37$	$6,\!54$	$5,\!24$	OK
7	$0,\!38$	$0,\!42$	$0,\!40$	$0,\!45$	$5,\!63$	12,22	NO
8	$0,\!40$	$0,\!44$	$0,\!42$	$0,\!47$	$5,\!14$	11,06	NO
9	$0,\!37$	$0,\!37$	$0,\!34$	$0,\!39$	$6,\!33$	$1,\!20$	OK
10	$0,\!42$	$0,\!43$	$0,\!41$	$0,\!46$	$5,\!27$	$4,\!27$	OK
11	$0,\!38$	$0,\!41$	$0,\!39$	$0,\!44$	$5,\!34$	$7,\!91$	NO

Tabella D.15: Validazione modello lettera T dir-y seconda scrematura

Validazione modello lettera  ${\cal P}$  direzione y.

Valid	lazione	mod	elli

Prova	$P_y$	$P_{yp}$	IPI	IPS	Inc Rel $\%$	$Err \ Rel\%$	TEST
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!43$	$0,\!47$	$0,\!42$	$0,\!52$	10,12	8,22	OK
2	$0,\!40$	$0,\!43$	$0,\!38$	$0,\!48$	$11,\!16$	$7,\!37$	OK
3	$0,\!38$	$0,\!43$	$0,\!38$	$0,\!47$	$11,\!49$	10,78	OK
4	$0,\!39$	$0,\!44$	$0,\!39$	$0,\!49$	$11,\!12$	10,78	OK
5	$0,\!36$	$0,\!37$	0,32	$0,\!42$	$13,\!13$	$3,\!56$	OK
6	$0,\!35$	0,36	0,31	$0,\!41$	$13,\!52$	$4,\!35$	OK
7	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!35$	$0,\!45$	$12,\!40$	6,06	OK
8	$0,\!41$	$0,\!45$	$0,\!40$	$0,\!50$	10,71	$9,\!29$	OK
9	$0,\!39$	$0,\!39$	$0,\!34$	$0,\!44$	$12,\!85$	$1,\!94$	OK
10	$0,\!42$	$0,\!46$	$0,\!41$	0,51	$10,\!64$	9,09	OK
11	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!40$	$0,\!49$	$10,\!80$	$7,\!84$	OK

Tabella D.16: Validazione modello lettera P dir-y

Prova	$P_y$	$P_{yp1}$	IPI1	IPS1	Inc Rel1	Err Rel1	TEST1
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!43$	$0,\!46$	$0,\!43$	$0,\!49$	$6,\!33$	$6,\!48$	OK
2	$0,\!40$	$0,\!42$	$0,\!39$	$0,\!45$	7,02	$5,\!11$	OK
3	$0,\!38$	$0,\!42$	$0,\!39$	$0,\!45$	$7,\!21$	$8,\!64$	NO
4	$0,\!39$	$0,\!43$	$0,\!40$	$0,\!46$	7,02	$^{8,14}$	NO
5	$0,\!36$	$0,\!36$	$0,\!33$	$0,\!39$	$^{8,23}$	$1,\!59$	OK
6	$0,\!35$	$0,\!36$	$0,\!33$	$0,\!39$	$^{8,47}$	3,03	OK
7	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!37$	$0,\!43$	$7,\!61$	$6,\!40$	OK
8	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!47$	6,74	7,03	OK
9	$0,\!39$	$0,\!40$	$0,\!37$	$0,\!43$	$7,\!80$	$3,\!25$	OK
10	$0,\!42$	$0,\!47$	$0,\!44$	0,50	$6,\!46$	$12,\!07$	NO
11	$0,\!41$	$0,\!43$	$0,\!40$	$0,\!46$	$6,\!83$	$5,\!12$	OK

Tabella D.17: Validazione modello lettera P $\operatorname{dir-y}$ prima scrematura

Valid	azione	mod	ell	i

Prova	$P_y$	$P_{yp2}$	IPI2	IPS2	Inc Rel2	Err Rel2	TEST2
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!43$	$0,\!45$	$0,\!43$	$0,\!48$	4,99	4,92	OK
2	$0,\!40$	$0,\!42$	$0,\!40$	$0,\!44$	$5,\!36$	$5,\!54$	OK
3	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!37$	$0,\!42$	$6,\!29$	$3,\!06$	OK
4	$0,\!39$	$0,\!41$	$0,\!38$	$0,\!43$	6,03	$3,\!09$	OK
5	$0,\!36$	$0,\!36$	$0,\!34$	$0,\!39$	$6,\!31$	$1,\!65$	OK
6	$0,\!35$	$0,\!36$	0,33	$0,\!38$	$6,\!47$	3,16	OK
7	$0,\!38$	$0,\!39$	0,36	$0,\!41$	$6,\!18$	2,58	OK
8	$0,\!41$	$0,\!44$	$0,\!42$	$0,\!46$	$5,\!25$	6,26	NO
9	$0,\!39$	$0,\!39$	$0,\!36$	$0,\!41$	$6,\!18$	$0,\!89$	OK
10	$0,\!42$	$0,\!47$	$0,\!45$	$0,\!49$	4,98	$11,\!31$	NO
11	$0,\!41$	$0,\!41$	$0,\!39$	0,44	5,79	$0,\!68$	OK

Tabella D.18: Validazione modello lettera P dir-y seconda scrematura

Validazione modello tratto TA direzion	e y
--	-----

Prova	$TA_y$	$TA_{yp}$	IPI	IPS	Inc Rel	Err Rel	TEST
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	0,45	0,44	0,40	$0,\!47$	8,51	2,01	OK
2	$0,\!43$	$0,\!42$	$0,\!38$	$0,\!45$	9,02	$2,\!66$	OK
3	$0,\!38$	$0,\!40$	$0,\!37$	$0,\!44$	9,51	$6,\!31$	OK
4	$0,\!41$	$0,\!42$	$0,\!38$	$0,\!45$	9,16	0,73	OK
5	$0,\!39$	$0,\!38$	$0,\!34$	$0,\!42$	10,33	$3,\!22$	OK
6	$0,\!36$	$0,\!36$	$0,\!32$	$0,\!39$	$10,\!87$	$2,\!23$	OK
7	$0,\!41$	$0,\!43$	$0,\!39$	$0,\!47$	$9,\!45$	$4,\!44$	OK
8	$0,\!43$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!48$	$^{8,70}$	$3,\!43$	OK
9	$0,\!39$	$0,\!37$	$0,\!33$	$0,\!41$	$10,\!52$	$4,\!14$	OK
10	$0,\!44$	$0,\!43$	$0,\!39$	$0,\!46$	9,11	$2,\!84$	OK
11	$0,\!41$	$0,\!42$	$0,\!39$	$0,\!46$	8,90	$3,\!90$	OK

Tabella D.19: Validazione modello lettera TA dir-y

Valid	lazione	mode	elli
vanu		mout	,111

Prova	$TA_y$	$TA_{yp1}$	IPI1	IPS1	Inc Rel1	Err Rel1	TEST1
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	0,45	0,43	0,41	0,46	5,78	2,51	OK
2	$0,\!43$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!43$	$6,\!27$	$5,\!90$	OK
3	$0,\!38$	$0,\!39$	$0,\!37$	$0,\!42$	$6,\!57$	$3,\!66$	OK
4	$0,\!41$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!43$	6,36	$2,\!24$	OK
5	$0,\!39$	$0,\!35$	$0,\!33$	$0,\!38$	$7,\!28$	9,72	NO
6	0,36	$0,\!34$	$0,\!31$	$0,\!37$	$7,\!58$	$6,\!47$	OK
7	$0,\!41$	$0,\!40$	$0,\!37$	$0,\!43$	$6,\!59$	$2,\!10$	OK
8	$0,\!43$	$0,\!42$	$0,\!39$	$0,\!44$	6,12	$2,\!59$	OK
9	$0,\!39$	$0,\!38$	$0,\!35$	$0,\!41$	7,00	$2,\!25$	OK
10	$0,\!44$	$0,\!44$	$0,\!41$	$0,\!46$	$5,\!90$	$0,\!35$	OK
11	$0,\!41$	$0,\!41$	$0,\!38$	$0,\!43$	$6,\!20$	$0,\!50$	OK

Tabella D.20: Validazione modello lettera TA dir-y prima scrematura

Prova	$TA_y$	$TA_{yp2}$	IPI2	IPS2	Inc Rel2	Err Rel2	TEST2
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	
1	$0,\!45$	$0,\!43$	0,41	$0,\!45$	4,88	$2,\!90$	OK
2	$0,\!43$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!42$	$5,\!29$	$6,\!11$	NO
3	$0,\!38$	$0,\!39$	$0,\!37$	$0,\!41$	$5,\!58$	$3,\!05$	OK
4	$0,\!41$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!42$	$5,\!38$	$2,\!60$	OK
5	$0,\!39$	$0,\!35$	$0,\!33$	$0,\!37$	$6,\!17$	$10,\!24$	NO
6	$0,\!36$	$0,\!34$	$0,\!31$	$0,\!36$	$6,\!48$	$7,\!68$	NO
7	$0,\!41$	$0,\!40$	$0,\!38$	$0,\!42$	$5,\!58$	$2,\!43$	OK
8	$0,\!43$	$0,\!41$	$0,\!39$	$0,\!43$	$5,\!22$	3,77	OK
9	$0,\!39$	$0,\!38$	$0,\!36$	$0,\!40$	$5,\!98$	$2,\!66$	OK
10	$0,\!44$	$0,\!44$	$0,\!42$	$0,\!46$	$4,\!95$	$0,\!82$	OK
11	$0,\!41$	$0,\!41$	$0,\!39$	$0,\!43$	$5,\!24$	$0,\!03$	OK

Tabella D.21: Validazione modello lettera TA dir-y seconda scrematura

Validazione modello *luminanza media*.

Prova	LM	LMp	IPI	IPS	Inc Rel	Err Rel	TEST
	$[cd/m^2]$	$[cd/m^2]$	$[cd/m^2]$	$[cd/m^2]$	[%]	[%]	
1	10,30	9,81	8,86	10,75	9,64	4,79	OK
2	$9,\!87$	$9,\!61$	$^{8,68}$	$10,\!55$	9,74	$2,\!59$	OK
3	9,10	9,01	$7,\!99$	10,03	$11,\!30$	$0,\!98$	OK
4	10,08	9,50	$^{8,50}$	$10,\!50$	$10,\!50$	5,76	OK
5	8,87	$9,\!00$	$^{8,03}$	$9,\!97$	$10,\!81$	$1,\!46$	OK
6	$^{8,50}$	$^{8,30}$	$7,\!33$	9,26	$11,\!66$	$2,\!40$	OK
7	$9,\!88$	8,79	7,76	9,82	11,75	11,03	NO
8	10,38	9,79	8,82	10,76	$9,\!93$	$5,\!66$	OK
9	$9,\!47$	8,48	$7,\!49$	$9,\!46$	$11,\!62$	$10,\!49$	NO
10	$9,\!66$	9,06	$^{8,09}$	10,03	10,70	$6,\!17$	OK
11	10, 16	9,74	$^{8,75}$	10,73	10,18	$4,\!13$	OK

Tabella D.22: Validazione modello luminanza media

Prova	LM	$LM_{p1}$	IPI	IPS	Inc Rel1	Err Rel1	TEST1
	$[cd/m^2]$	$[cd/m^2]$	$[cd/m^2]$	$[cd/m^2]$	[%]	[%]	
1	10,30	9,78	9,08	10,48	7,16	5,09	OK
2	$9,\!87$	$9,\!64$	$^{8,95}$	10,33	$7,\!18$	$2,\!33$	OK
3	9,10	$^{8,89}$	$^{8,13}$	$9,\!64$	$^{8,49}$	$2,\!35$	OK
4	10,08	$9,\!37$	$^{8,63}$	10, 11	$7,\!88$	7,03	OK
5	$^{8,87}$	$^{8,98}$	$^{8,26}$	9,70	$^{8,01}$	$1,\!24$	OK
6	$^{8,50}$	8,29	$7,\!57$	$9,\!00$	8,64	2,51	OK
7	$9,\!88$	$^{8,51}$	7,74	$9,\!28$	9,06	$13,\!84$	NO
8	10,38	9,77	9,05	$10,\!49$	$7,\!36$	$5,\!87$	OK
9	$9,\!47$	$^{8,33}$	$7,\!60$	9,06	8,76	12,03	NO
10	$9,\!66$	9,05	$^{8,33}$	9,77	$7,\!93$	$6,\!33$	OK
11	10,16	$9,\!61$	8,88	$10,\!34$	$7,\!64$	$5,\!41$	OK

Tabella D.23: Validazione modello luminanza media prima scrematura

T7 1·1 ·	1 11.
Validazion	e modelli

Prova	LM	$LM_{p2}$	IPI	IPS	Inc Rel2	Err Rel2	TEST2
	$[cd/m^2]$	$[cd/m^2]$	$[cd/m^2]$	$[cd/m^2]$	[%]	[%]	
1	$10,\!30$	9,71	9,11	$10,\!31$	$6,\!16$	5,73	OK
2	$9,\!87$	$9,\!60$	9,01	10,20	$6,\!17$	$2,\!69$	OK
3	9,10	8,83	$^{8,18}$	$9,\!47$	$7,\!31$	$3,\!00$	OK
4	10,08	9,30	$^{8,67}$	$9,\!93$	$6,\!80$	7,77	NO
5	8,87	$^{8,97}$	$^{8,36}$	$9,\!59$	$6,\!87$	$1,\!17$	OK
6	$^{8,50}$	8,28	$7,\!67$	$^{8,89}$	$7,\!40$	$2,\!57$	OK
7	$9,\!88$	8,49	$7,\!82$	$9,\!15$	$7,\!85$	$14,\!11$	NO
8	$10,\!38$	9,73	$9,\!12$	$10,\!35$	$6,\!33$	6,21	NO
9	$9,\!47$	8,34	7,71	$^{8,96}$	$7,\!51$	$11,\!96$	NO
10	$9,\!66$	9,05	8,44	$9,\!67$	6,78	$6,\!27$	OK
11	10,16	$9,\!53$	8,90	10,16	$6,\!59$	$6,\!18$	OK

Tabella D.24: Validazione modello luminanza media seconda scrematura

## Bibliografia

- Edoardo Capello. Le lavorazioni industriali mediante laser di potenza : la tecnologia, le applicazioni e i sistemi / Edoardo Capello. ita. Milano: CLUP, 2003. ISBN: 88-7090-639-6 (cit. alle pp. 1, 5, 7, 10, 12, 14, 16, 21, 24, 26, 28, 31, 33-37, 48, 50, 53).
- [2] Silvio Genna. «Modelli per l'ottimizzazione dei processi industriali: incisioni laser». Tesi di dott. Giu. 2002 (cit. alle pp. 1, 5, 35, 47).
- [3] C Leone, E Bassoli, S Genna e A Gatto. «Experimental investigation and optimisation of laser direct part marking of Inconel 718». eng. In: *Optics* and Lasers in Engineering 111 (2018), pp. 154–166. ISSN: 0143-8166 (cit. alle pp. 1, 45, 71, 123).
- [4] L. Santo, Federica Trovalusci e J. Davim. «Laser Applications in the Field of Plastics». In: *Comprehensive Materials Processing* 9 (mag. 2014), pp. 243–260.
   DOI: 10.1016/B978-0-08-096532-1.00911-0 (cit. alle pp. 1, 53, 54).
- [5] Michele Monno, Barbara Previtali e Matteo Strano. *Tecnologia meccanica. Le lavorazioni non convenzionali.* 2012 (cit. alle pp. 6, 7, 11, 16, 23, 24, 39, 40).
- [6] Narendra B Dahotre. Laser fabrication and machining of materials / Narendra D. Dahotre, Sandip P. Harimkar. eng. New York: Springer, 2008. ISBN: 978-0-387-72343-3 (cit. alle pp. 10, 12, 40–42).
- John C Ion. Laser Processing of Engineering Materials : Principles, Procedure and Industrial Application. eng. Burlington: Butterworth-Heinemann, 2005.
   ISBN: 0-7506-6079-1 (cit. alle pp. 13, 16, 31, 32, 46).
- [8] Walter Koechner. Solid- state laser engineering / Walter Koechner. eng. 2nd ed. Springer series in optical sciences 1. Berlin: Springer, 1988 (cit. alle pp. 14, 15, 17–22, 26, 28, 30, 38).
- Bruno Le Garrec. «Laser-diode and Flash Lamp Pumped Solid-State Lasers». In: AIP Conference Proceedings. Vol. 1228. 1. American Institute of Physics. 2010, pp. 111–116 (cit. a p. 14).

- [10] William M. Grossman, Martin Gifford e Richard W. Wallace. «Short-pulse Q-switched 1.3- and 1-μm diode-pumped lasers». In: Opt. Lett. 15.11 (giu. 1990), pp. 622-624. DOI: 10.1364/OL.15.000622. URL: http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-15-11-622 (cit. a p. 15).
- [11] MJ Damzen, M Trew, E Rosas e GJ Crofts. «Continuous-wave Nd: YVO4 grazing-incidence laser with 22.5 W output power and 64% conversion efficiency». In: *Optics communications* 196.1-6 (2001), pp. 237–241 (cit. a p. 19).
- [12] Gabriel Spuehler, T. Südmeyer, Rüdiger Paschotta, Mohammed Moser, Kurt Weingarten e U. Keller. «Passively mode-locked high-power Nd:YAG lasers. with multiple laser heads». In: *Applied Physics B* 71 (gen. 2000), pp. 19–25. DOI: 10.1007/PL00021154 (cit. a p. 19).
- [13] S Mohan. FIBER OPTICS AND LASER INSTRUMENTATION: (For EEE, EI, Electronics, Computer Science & Engineering, Physics and Materials Science Students in Indian Universities). MJP Publisher, 2019 (cit. a p. 19).
- [14] William M Steen. Laser material processing / William M. Steen, Jyotiromoy Mazumder. 4th ed. London: Springer, 2010. ISBN: 978-1-84996-061-8 (cit. alle pp. 23, 26).
- [15] Xudong Li, Xin Yu, Chen F., Renpeng Yan, Jing Gao, Junjua Yu e Deying Chen. «Comparison on performance of acousto-optically Q-switched Nd: GdVO 4 and Nd:YVO4 lasers at high repetition rates under direct diode pumping of the emitting level». In: *Optics express* 17 (giu. 2009), pp. 9468–76. DOI: 10.1364/0E.17.009468 (cit. a p. 26).
- [16] Feng Song, Chaobo Zhang, Xin Ding, Jingjun Xu, Guangyin Zhang, Matthew Leigh e Nasser Peyghambarian. «Determination of thermal focal length and pumping radius in gain medium in laser-diode-pumped Nd:YVO 4 lasers». eng. In: Applied Physics Letters 81.12 (2002), pp. 2145–2147. ISSN: 0003-6951 (cit. a p. 26).
- [17] URL: https://www.rofin.com/en/products/solid-state-lasers/cwand-q-switched-lasers/powerline-e/ (cit. a p. 26).
- [18] Claudio Caloni. «Power scaling di un laser per marcatura industriale basato su Nd: YVO4». In: (2012) (cit. a p. 26).
- [19] Bijoy Bhattacharyya e Biswanath Doloi. Modern Machining Technology: Advanced, Hybrid, Micro Machining and Super Finishing Technology. Academic Press, 2019 (cit. alle pp. 26, 39, 40, 43).

- [20] Ashraf F El-Sherif, Khalid Hussein, Mahmoud F Hassan e Mahmoud M Talat. «Comparison between two active media Nd: YAG and Nd: YVO4 rods inside a cavity for producing a high-power 808nm diode end-pumping laser system». In: Solid State Lasers XXI: Technology and Devices. Vol. 8235. International Society for Optics e Photonics. 2012, 82351P (cit. a p. 27).
- [21] URL: https://it.wikiversity.org/wiki/Tecnologia\_di\_lavorazione\_ LASER (cit. a p. 34).
- [22] URL: https://www.rp-photonics.com/optical\_power.html (cit. a p. 40).
- [23] Mirko Aden, Andreas Roesner e Alexander Olowinsky. «Optical characterization of polycarbonate: Influence of additives on optical properties». In: Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics 48.4 (2010), pp. 451-455. DOI: 10.1002/polb.21906. eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/polb.21906. URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/polb.21906 (cit. a p. 41).
- [24] Abubaker Hassan Hamad. «Effects of different laser pulse regimes (nanosecond, picosecond and femtosecond) on the ablation of materials for production of nanoparticles in liquid solution». In: *High Energy and Short Pulse Lasers* (2016), pp. 305–325 (cit. a p. 43).
- [25] Y Shin, Y Kim, S Park, B Jung, J Lee e Js Nelson. «Pit and rim formation during laser marking of butadiene styrene plastic». eng. In: (2005). URL: https://escholarship.org/uc/item/35f0g0jz (cit. a p. 49).
- [26] «Optical Amplifiers». In: *Photonics and Lasers*. John Wiley & Sons, Ltd, 2006. Cap. 19, pp. 351–363. ISBN: 9780471791591. DOI: 10.1002/0471791598.
   ch19. eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/0471791598.ch19. URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/0471791598.ch19 (cit. alle pp. 50–53).
- [27] John Lopez, Rainer Kling, Rémi Torres, Anne Lidolff, Martin Delaigue, Sandrine Ricaud, Clemens Hönninger e Eric Mottay. «Comparison of Picosecond and Femtosecond Laser Ablation for Surface Engraving of Metals and Semiconductors». In: *Key Engineering Materials* 496 (feb. 2012), pp. 15–. DOI: 10.1117/12.907792 (cit. alle pp. 53, 70).
- [28] URL: https://www.lati.com/wp-content/uploads/laser\_marking.pdf (cit. a p. 54).
- [29] I Shivakoti, G Kibria e B.B Pradhan. «Predictive model and parametric analysis of laser marking process on gallium nitride material using diode pumped Nd:YAG laser». eng. In: *Optics and Laser Technology* 115 (2019), pp. 58–70. ISSN: 0030-3992 (cit. alle pp. 71, 115).

- [30] Şefika Kasman. «Impact of parameters on the process response: A Taguchi orthogonal analysis for laser engraving». eng. In: *Measurement* 46.8 (2013), pp. 2577–2584. ISSN: 0263-2241 (cit. a p. 71).
- [31] C Leone, S Genna, G Caprino e I De Iorio. «AISI 304 stainless steel marking by a Q-switched diode pumped Nd:YAG laser». eng. In: *Journal of Materials Processing Tech* 210.10 (2010), pp. 1297–1303. ISSN: 0924-0136 (cit. a p. 71).
- [32] F. Brihmat-Hamadi, E. Amara, L. Lavisse, J. Jouvard, E. Cicala e H. Kellou. «Surface laser marking optimization using an experimental design approach». eng. In: *Applied Physics A* 123.4 (2017), pp. 1–13. ISSN: 0947-8396 (cit. a p. 72).
- [33] Douglas C Montgomery. Progettazione e analisi degli esperimenti / Douglas C. Montgomery. ita. ed. italiana a cura di Alberto Lombardo, Grazia Vicario, Raffaello Levi. Collana di istruzione scientifica. Serie di meccanica. Milano: McGraw-Hill, 2005. ISBN: 88-386-6179-0 (cit. alle pp. 79, 90–92, 99).
- [34] URL: https://www.instrumentsystems.com/fileadmin/Downloads/Appl icationNotes/Application\_note\_BSDF\_EN.pdf (cit. a p. 87).
- [35] URL: https://online.stat.psu.edu/stat501/lesson/10/10.2 (cit. a p. 95).
- [36] URL: https://online.stat.psu.edu/stat501/lesson/4/4.5 (cit. a p. 99).
- [37] URL: https://support.minitab.com/en-us/minitab/19/help-andhow-to/statistical-modeling/regression/how-to/fit-regressionmodel/interpret-the-results/key-results/?SID=112500 (cit. a p. 99).
- [38] URL: https://online.stat.psu.edu/stat501/lesson/12/12.3 (cit. a p. 101).
- [39] Maurizio Loreti. «Teoria degli errori e fondamenti di statistica». In: *Decibel*, Zanichelli (2006) (cit. a p. 121).