

POLITECNICO DI TORINO

Collegio di Ingegneria Meccanica, Aerospaziale, dell'Autoveicolo e della
Produzione

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Programma per dimensionamento e verifica di ingranaggi cilindrici interni ed esterni e conici



Relatore

Prof. Carlo Rosso

Candidato

Marco Hollò

Luglio 2020

1 Abstract

Il presente lavoro di tesi consiste nella creazione di un codice di calcolo in ambiente MatLab per il dimensionamento di ingranaggi. L'obiettivo consiste nel rendere la fase iniziale di scelta dei parametri delle ruote da parte del progettista più semplice e veloce.

Il risultato ottenuto è frutto di una collaborazione con la start-up GeDy TrAss (Gear Dynamics Transmission Analysis) e mira a poter offrire un potenziale contributo allo sviluppo di un algoritmo per la progettazione preliminare di una trasmissione meccanica, per quanto riguarda nello specifico la parte relativa alle ruote dentate.

Il lavoro si articola in una fase iniziale di studio di aspetti teorici e di normative di riferimento per le tipologie di ruote dentate studiate (in particolare cilindriche e coniche a denti dritti ed elicoidali interne ed esterne), in una successiva fase di progettazione del codice, nella sua implementazione e in una fase finale di verifica.

Il codice individua la geometria migliore delle ruote al fine di ottimizzare un preciso parametro definito dall'utente (interasse, ingombro, spessore, rapporto di condotta, massa o inerzia) in grado di rispettare i coefficienti di sicurezza imposti considerando le condizioni di funzionamento inserite.

Il testo qui presente vuole descrivere il procedimento seguito ponendo particolare attenzione alla descrizione del programma, della sua struttura e delle variabili col fine di agevolarne la comprensione nell'eventualità si rivelasse necessario correggerlo, ampliarlo o modificarlo in futuro.

Un'introduzione teorica riguardante le ruote dentate è seguita da una descrizione della struttura del codice che si articola attorno alle variabili introdotte, ai diagrammi di flusso delle principali funzioni e alla metodologia di inserimento dei dati e lettura dei risultati. Sono quindi descritte le formule di calcolo dei coefficienti di sicurezza considerati e dei fattori che vi fanno parte.

2 Indice

1	Abstract	II
3	Indice delle figure	VII
4	Introduzione	1
4.1	Ruota dentata unificata	1
4.2	Ruote cilindriche	2
4.2.1	Ruote cilindriche a denti dritti	7
4.2.2	Ruote cilindriche a denti elicoidali	7
4.3	Ruote coniche	7
4.3.1	Ruote coniche a denti dritti	10
4.3.2	Ruote coniche a denti elicoidali	10
4.3.3	Profondità dei denti	11
5	Struttura del codice	12
5.1	Input e output dei dati	12
5.1.1	Dimensionamento	12
5.1.2	Verifica	18
5.2	Algoritmo	19
5.2.1	Dimensionamento	19
5.2.2	Verifica	24
6	Tabella materiali	27
7	Variabili	29
7.1	Variabili necessarie per l'esecuzione dei controlli e calcolo coefficienti di sicurezza	31
7.2	Calcolo del coefficiente di sicurezza a flessione del dente secondo il modello di Lewis	32
7.3	Calcolo del coefficiente di sicurezza a pitting del dente secondo il modello di contatto hertziano	36
7.4	Calcolo dei coefficienti di sicurezza secondo norme ISO	38
7.5	Calcolo dei coefficienti di sicurezza del dente secondo norme ISO per ruote cilindriche	38
7.5.1	Fattori di influenza generali	39
7.5.1.1	Fattore di applicazione del carico K_a	39
7.5.1.2	Fattore dinamico K_v	40
7.5.1.3	Fattore di distribuzione longitudinale del carico $K_{F\beta}$ e $K_{H\beta}$	42
7.5.1.4	Fattore di distribuzione trasversale del carico $K_{F\alpha}$ e $K_{H\alpha}$	43
7.5.2	Calcolo durabilità a pitting	43
7.5.2.1	Introduzione	43
7.5.2.2	Campo di validità	43
7.5.2.3	Scelta del coefficiente di sicurezza	43

7.5.2.4	Calcolo del coefficiente di sicurezza.....	44
7.5.2.5	Calcolo della tensione di contatto.....	44
7.5.2.6	Calcolo della tensione di contatto nominale.....	45
7.5.2.7	Calcolo della tensione di contatto ammissibile.....	46
7.5.2.8	Calcolo della tensione di contatto limite.....	47
7.5.2.9	Fattore di zona Z_H	48
7.5.2.10	Fattore di contatto singolo per il pignone Z_B e per la ruota Z_D	48
7.5.2.11	Fattore di elasticità del materiale Z_E	49
7.5.2.12	Fattore del rapporto di condotta Z_ε	50
7.5.2.13	Fattore dell'angolo d'elica Z_β	51
7.5.2.14	Fattore di durata per tensioni di contatto Z_{NT}	51
7.5.2.15	Fattore del lubrificante Z_L	52
7.5.2.16	Fattore di velocità Z_V	53
7.5.2.17	Fattore di rugosità Z_R	54
7.5.2.18	Fattore del rapporto tra durezza Z_W	55
7.5.2.19	Fattore di dimensione Z_X	56
7.5.3	Calcolo resistenza a flessione.....	56
7.5.3.1	Introduzione.....	56
7.5.3.2	Campo di validità.....	57
7.5.3.3	Scelta del coefficiente di sicurezza.....	57
7.5.3.4	Calcolo del coefficiente di sicurezza.....	57
7.5.3.5	Calcolo della tensione equivalente al piede.....	58
7.5.3.6	Calcolo della tensione nominale al piede del dente.....	59
7.5.3.7	Calcolo della tensione ammissibile al piede del dente.....	60
7.5.3.8	Calcolo della tensione limite al piede del dente.....	61
7.5.3.9	Fattore di forma Y_F	61
7.5.3.10	Fattore di correzione della tensione Y_S	66
7.5.3.11	Fattore di correzione della tensione relativo alla dimensione della di riferimento normalizzato di prova Y_{ST}	67
7.5.3.12	Fattore dell'angolo d'elica Y_β	67
7.5.3.13	Fattore di spessore della corona Y_B	67
7.5.3.14	Fattore di profondità del dente Y_{DT}	68
7.5.3.15	Fattore di durata per le condizioni di prova di riferimento Y_{NT}	69
7.5.3.16	Fattore relativo alla sensibilità di intaglio $Y_{\delta relIT}$	70
7.5.3.17	Fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente Y_{relIT}	72
7.5.3.18	Fattore di dimensione Y_X	72

7.5.3.19	Fattore di correzione delle tensioni per la ruota standard di test Y_{ST}	73
7.6	Calcolo dei coefficienti di sicurezza del dente secondo norme ISO per ruote coniche	73
7.6.1	Fattori di influenza generali.....	74
7.6.1.1	Fattore di applicazione del carico K_a	75
7.6.1.2	Fattore dinamico K_v	75
7.6.1.3	Fattore di distribuzione longitudinale del carico $K_{F\beta}$ e $K_{H\beta}$	77
7.6.1.4	Fattore di distribuzione trasversale del carico $K_{F\alpha}$ e $K_{H\alpha}$	77
7.6.2	Calcolo durabilità a pitting	78
7.6.2.1	Introduzione	78
7.6.2.2	Campo di validità.....	78
7.6.2.3	Scelta del coefficiente di sicurezza.....	78
7.6.2.4	Calcolo del coefficiente di sicurezza.....	78
7.6.2.5	Calcolo della tensione di contatto.....	79
7.6.2.6	Calcolo della tensione di contatto nominale.....	80
7.6.2.7	Calcolo della tensione di contatto ammissibile.....	81
7.6.2.8	Fattore di zona intermedia Z_{M-B}	83
7.6.2.9	Fattore di ripartizione del carico Z_{LS}	83
7.6.2.10	Fattore di conicità Z_K	85
7.6.2.11	Fattore di dimensione Z_x	85
7.6.2.12	Fattore ipoide Z_{Hyp}	85
7.6.2.13	Fattore di elasticità Z_E	85
7.6.2.14	Fattore del lubrificante Z_L	85
7.6.2.15	Fattore di velocità Z_V	85
7.6.2.16	Fattore di rugosità Z_R	85
7.6.2.17	Fattore di rapporto tra durezza Z_W	85
7.6.2.18	Fattore di durata Z_{NT}	86
7.6.3	Calcolo resistenza a flessione	86
7.6.3.1	Introduzione	86
7.6.3.2	Campo di validità.....	86
7.6.3.3	Scelta del coefficiente di sicurezza.....	86
7.6.3.4	Calcolo del coefficiente di sicurezza.....	86
7.6.3.5	Calcolo della tensione equivalente al piede.....	87
7.6.3.6	Calcolo della tensione nominale al piede del dente	88
7.6.3.7	Calcolo della tensione ammissibile al piede del dente	89
7.6.3.8	Calcolo della tensione limite al piede del dente	89

7.6.3.9	Fattore di forma Y_{Fa}	90
7.6.3.10	Fattore di correzione delle tensioni Y_{Sa}	90
7.6.3.11	Fattore del rapporto di condotta Y_{ϵ}	90
7.6.3.12	Fattore di inclinazione dell'elica Y_{Bs}	91
7.6.3.13	Fattore di ripartizione del carico Y_{Ls}	91
7.6.3.14	Fattore relativo alla sensibilità di intaglio $Y_{\delta_{relIT}}$	91
7.6.3.15	Fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente $Y_{R_{relIT}}$	91
7.6.3.16	Fattore di dimensione Y_x	91
7.6.3.17	Fattore di durata per le condizioni di prova di riferimento Y_{NT}	92
7.6.3.18	Fattore di correzione delle tensioni per la ruota standard di test Y_{ST}	92
8	Conclusioni	93
9	Bibliografia	97

3 Indice delle figure

Figura 1- Ruota dentata unificata.....	1
Figura 2 - Angoli relativi alla dentiera standard	4
Figura 3 - Correzione ruote dentate.....	4
Figura 4 - Angolo dell'elica e angolo dell'elica sul cilindro di base.....	5
Figura 5 - Passo normale, tangenziale e assiale	5
Figura 6 - Diametri e passi della ruota dentata elicoidale.....	5
Figura 7 - Condizioni di lavoro coppia di ruote	6
Figura 8 - Ruote cilindriche a denti dritti.....	7
Figura 9 - Ruote cilindriche a denti elicoidali	7
Figura 10 - Ruote coniche – angoli	9
Figura 11 – Ruote cilindriche equivalenti alle ruote coniche – ingranamento	9
Figura 12 - Ruote coniche – dimensioni	10
Figura 13 - Ingranaggi conici a denti dritti.....	10
Figura 14 - Ingranaggi conici a denti elicoidali	11
Figura 15 - Rastrematura profondità standard	11
Figura 16- Descrizione grafica parametri input per definizione dentiera creatrice.....	14
Figura 17 - Modifica profilo del dente.....	14
Figura 18 - Profilo del dente con "undercut"	15
Figura 19 - Diagramma di flusso input dati per il dimensionamento.....	21
Figura 20 - Diagramma di flusso dimensionamento ruote (parte 1).....	22
Figura 21 - Diagramma di flusso dimensionamento ruote (parte 2).....	23
Figura 22 - diagramma di flusso inserimento dati per verifica ruote.....	25
Figura 23 - Diagramma di flusso per verifica ruote	26
Figura 24- Modello di Lewis	32
Figura 25 - Coefficienti di Lewis [9]	35
Figura 26 - Coefficienti di Lewis [12]	36
Figura 27 - Modello di Hertz.....	37
Figura 28 - Deviazione passo trasversale	41
Figura 29 - Determinazione grafica della tensione di contatto ammissibile	47
Figura 30 - Grafici fattori di zona.....	48
Figura 31 - Numero di coppie di denti in presa lungo il profilo del dente (rapporto di condotta < 2) .	49
Figura 32 - Andamento qualitativo della distribuzione della tensione lungo il profilo del dente (rapporto di condotta < 2) [20].....	49
Figura 33 - Fattore di elasticità per alcune combinazioni di materiali	50
Figura 34 - Grafico del fattore del rapporto di condotta	50
Figura 35 - Grafico fattore dell'angolo d'elica	51
Figura 36 – Fattore di durata per tensioni di contatto.....	52
Figura 37 - Grafico fattore del lubrificante (tensioni di riferimento).....	53
Figura 38 - Grafico fattore di velocità	54
Figura 39 - Grafico fattore di rugosità.....	55
Figura 40 - Grafico fattore del rapporto tra durezza.....	56
Figura 41 - Schema tensioni alla radice del dente.....	57
Figura 42 - Rappresentazione spessore alla base del dente	62
Figura 43 - Schema angoli e forze ruote elicoidali	64
Figura 44 - Rappresentazione utensile "hob cutter"	66
Figura 45 - Rappresentazione utensile "shaper cutter"	66

Figura 46 - Grafico fattore dell'angolo d'elica.....	67
Figura 47 - Grafico fattore di spessore della corona.....	68
Figura 48 - Grafico fattore di profondità del dente.....	68
Figura 49 - Grafico fattore di durata	69
Figura 50 - Grafico fattore di sensibilità relativo all'intaglio ("reference").....	71
Figura 51 - Grafico fattore di sensibilità relativo all'intaglio ("static").....	71
Figura 52 - Grafico fattore relativo dello stato della superficie	72
Figura 53 - Grafico fattore di dimensione	73
Figura 54 - Ruote cilindriche dinamicamente approssimativamente equivalenti per il calcolo del fattore dinamico di ruote coniche.....	77
Figura 55 - Lunghezza della linea di contatto passante per punto centrale M per ruote coniche	81
Figura 56 - Determinazione grafica del fattore di durata per ruote coniche	82
Figura 57 - Rappresentazione ruota cilindrica virtuale equivalente vista nella sezione trasversale	83
Figura 58 - Distribuzione del carico lungo le linee di contatto simultaneamente ingrananti.....	84
Figura 59 – Bombatura del dente in direzione longitudinale e bombatura del profilo.	84
Figura 60 - Dimensioni del dente della ruota conica.....	90
Figura 61 – Modellizzazione del dente tramite mensola incastrata e rappresentazione della distribuzione del carico	91

4 Introduzione

Una coppia di ruote dentate è una componente fondamentale, alla base di svariate applicazioni meccaniche, in particolare per quanto riguarda la trasmissione del moto in campo automobilistico e industriale.

Si presentano di seguito le tipologie di ruote studiate in riferimento alla loro forma e geometria. Per uno studio più dettagliato si rimanda alle normative consultate.

L'obiettivo di questa breve introduzione circa le ruote dentate è quello di avere un riferimento, anche in termini di figure, sulle variabili che compaiono nel codice descritto nel seguito della tesi e consultabile in allegato.

4.1 Ruota dentata unificata

La dentiera standard di riferimento, definita nel dettaglio nella norma ISO 53:2008 [1], descrive le caratteristiche geometriche della stessa, intesa come l'ingranaggio avente un numero di denti infinito ovvero uno sviluppo lineare. La normativa non descrive la realizzazione dell'utensile dentiera ma si limita a delineare la geometria finale del dente grazie alla quale è possibile risalire alla geometria che deve adottare l'utensile per generarla.

La normativa fa riferimento alla norma ISO 54:1998 [2] che riporta l'elenco completo dei moduli normalizzati trascritto in Tabella 1. In grassetto sono evidenziati i valori più comunemente utilizzati e preinseriti nel codice.

Tabella 1 - Moduli normalizzati [mm]

0,5	0,75	1	1,125	1,25	1,375	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3	3,25
3,5	3,75	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	8	9	10	11	12
14	16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50		

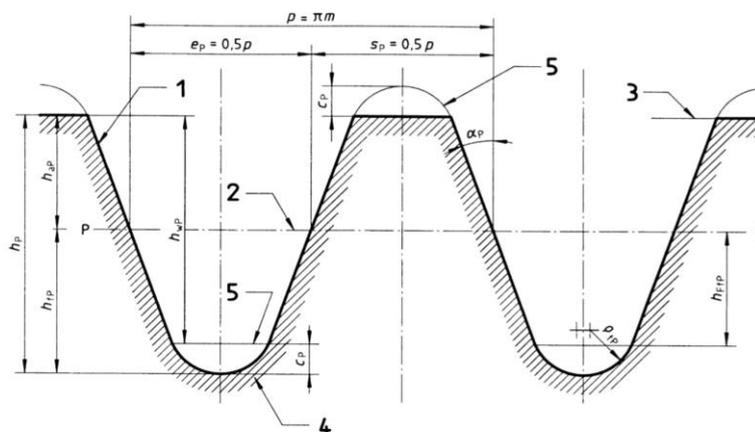


Figura 1- Ruota dentata unificata

Tabella 2 - Notazione ruota dentata unificata

Simbolo	Descrizione	Unità di misura
c_P	Gioco di testa (distanza tra la dentiera e la sua simmetrica passante per P-P e sfalsata orizzontalmente di metà passo)	[mm]
e_P	Vano (spazio cavo tra un dente e il successivo)	[mm]
s_P	Spessore del dente	[mm]
h_P	Altezza del dente	[mm]
h_{aP}	Addendum della dentatura	[mm]
h_{fP}	Dedendum della dentatura	[mm]
h_{FFP}	Parte dritta del dedendum della dentiera	[mm]
m	Modulo	[mm]
p	Passo	[mm]
ρ_{fP}	Raggio di raccordo alla base del dente	[mm]
α_P	Angolo di pressione	[°]

Le dimensioni riportate in Tabella 2 sono parametrizzate in funzione del modulo per 4 diversi tipi che si differenziano per l'applicazione in cui maggiormente trovano impiego.

Tabella 3 - Dimensioni ruote dentate unificate

Simbolo	Tipo A	Tipo B	Tipo C	Tipo D
α_P	20°	20°	20°	20°
h_{aP}	1 <i>m</i>	1 <i>m</i>	1 <i>m</i>	1 <i>m</i>
c_P	0,25 <i>m</i>	0,25 <i>m</i>	0,25 <i>m</i>	0,4 <i>m</i>
h_{fP}	1,25 <i>m</i>	1,25 <i>m</i>	1,25 <i>m</i>	1,4 <i>m</i>
ρ_{fP}	0,38 <i>m</i>	0,3 <i>m</i>	0,25 <i>m</i>	0,39 <i>m</i>

In Tabella 3 sono riportate le dentature di tipo:

- A: ingranaggi atti a trasmettere alte coppie;
- B e C: ingranaggi in normale servizio;
- D: ingranaggi ad alta precisione per alte coppie.

4.2 Ruote cilindriche

Di seguito sono brevemente descritte le ruote cilindriche a cui faremo riferimento, le cui notazioni verranno utilizzate anche per la successiva descrizione delle ruote coniche. Al fine di agevolarne lo studio, i parametri dimensionali delle ruote coniche verranno tradotti in parametri di una ruota cilindrica virtuale equivalente.

Le immagini riportate, tratte dalla norma ISO 21771:2007 [3], descrivono graficamente molti dei parametri dimensionali e geometrici necessari per la definizione e lo studio delle ruote. La Tabella 4 riporta i simboli corredati dall'unità di misura e dal termine che li identifica e descrive. Le formule per il calcolo di ciascun parametro non vengono riportate in quanto possono essere consultate all'interno del codice di calcolo allegato o sulla normativa. I parametri non comuni alle due ruote sono identificati da un pedice (1,2) che indicano la ruota a cui si riferiscono (rispettivamente pignone di ingresso e corona di uscita).

Il codice supporta anche lo studio di ruote interne (per sintesi non si riportano le figure relative alle ruote interne ma solamente quelle relative alle ruote esterne). In accordo alla norma ISO 6336, la distinzione delle due tipologie di ruote avviene mediante il segno del numero di denti della ruota che condiziona a sua volta i parametri dimensionali relativi a quest'ultima (come le misure dei diametri) e all'ingranaggio (interasse e rapporto di riduzione avranno quindi segno negativo).

La norma ISO 21771 che descrive questi parametri non è però coerente con le formule riportate sulla ISO 6336. Nella prima infatti tutte le formule sono riportate ammettendo che le dimensioni siano tutte positive (sia per ruote interne sia esterne) mentre le formule riportate nella seconda restituiscono il risultato corretto solo se viene rispettato il vincolo di segno prima riportato. Si è scelto quindi di adattare le formule della ISO 21771 affinché fornissero risultati adatti ad essere elaborati dalle formule della ISO 6336.

I parametri riportati saranno utili per identificare nel codice il significato delle variabili ad essi associate descritte successivamente.

Tabella 4 - Notazione ruote cilindriche

Simbolo	Descrizione	Unità di misura	Figura
τ	Rapporto di trasmissione	[-]	
b	Larghezza di fascia	[mm]	Figura 5
z	Numero di denti	[-]	
x	Correzione	[-]	Figura 3
m_n	Modulo normale	[mm]	
m_t	Modulo tangenziale	[mm]	
p_n	Passo normale	[mm]	Figura 5
p_t	Passo tangenziale	[mm]	Figura 5
β	Angolo d'elica	[°]	Figura 2
β_b	Angolo d'elica sulla circonferenza di base	[°]	Figura 4
d	Diametro primitivo	[mm]	Figura 6
d_b	Diametro di base	[mm]	Figura 6
d_f	Diametro di fondo	[mm]	Figura 6
d_a	Diametro di testa	[mm]	Figura 6
d_w	Diametro di funzionamento	[mm]	Figura 7
ω	Velocità rotazione	[rad/s]	

α_n	Angolo di pressione normale	[°]	Figura 2
α_t	Angolo di pressione tangenziale	[°]	Figura 2
α_{wt}	Angolo di pressione di lavoro	[°]	Figura 7
a_w	Interasse	[mm]	

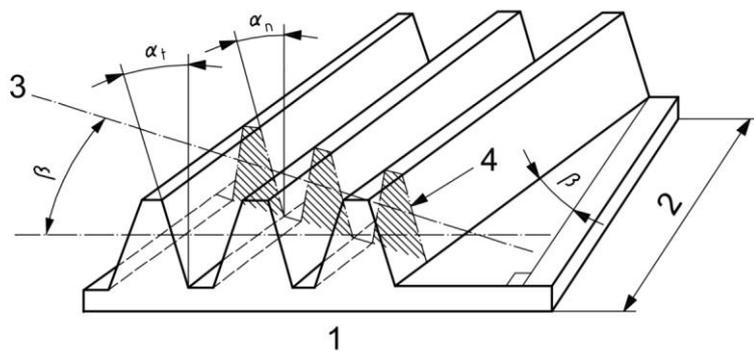


Figura 2 - Angoli relativi alla dentiera standard

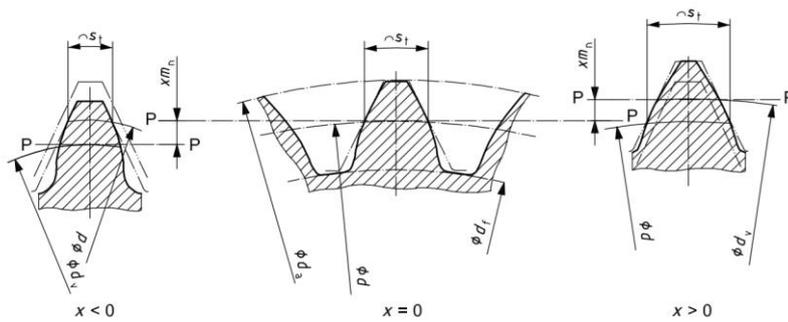


Figura 3 - Correzione ruote dentate

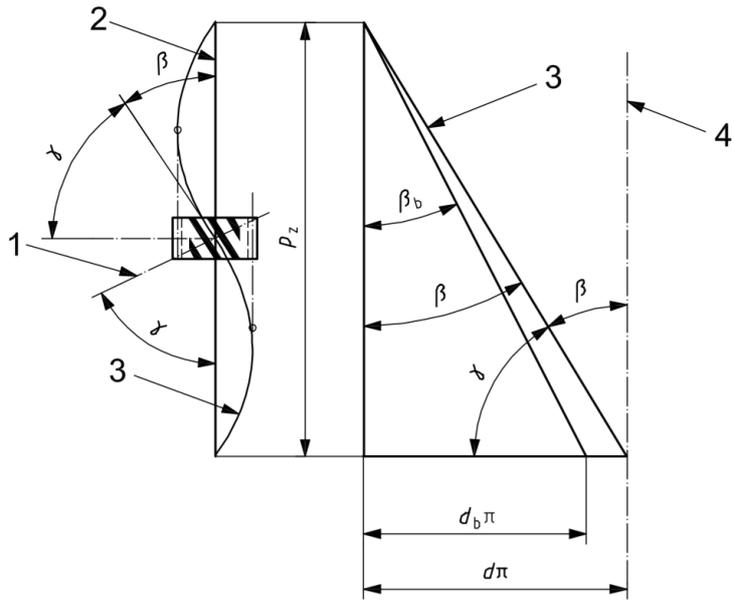


Figura 4 - Angolo dell'elica e angolo dell'elica sul cilindro di base

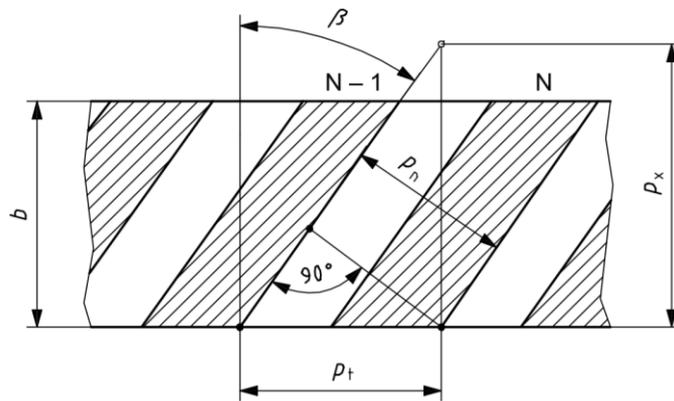


Figura 5 - Passo normale, tangenziale e assiale

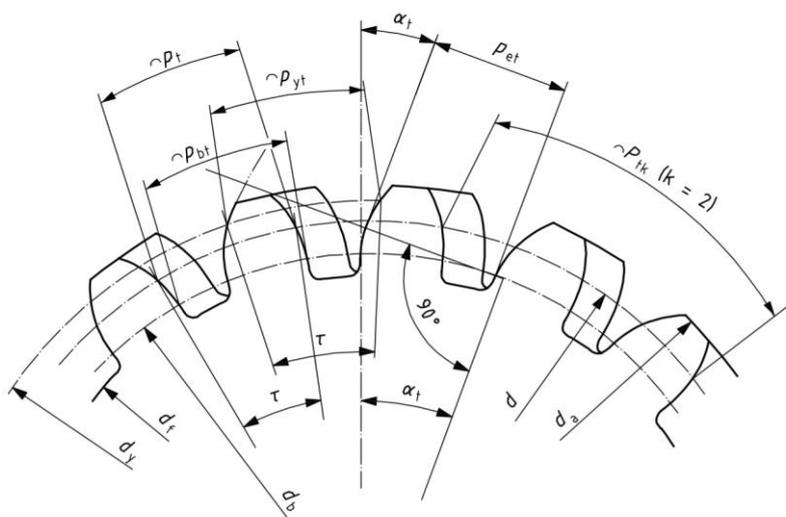


Figura 6 - Diametri e passi della ruota dentata elicoidale

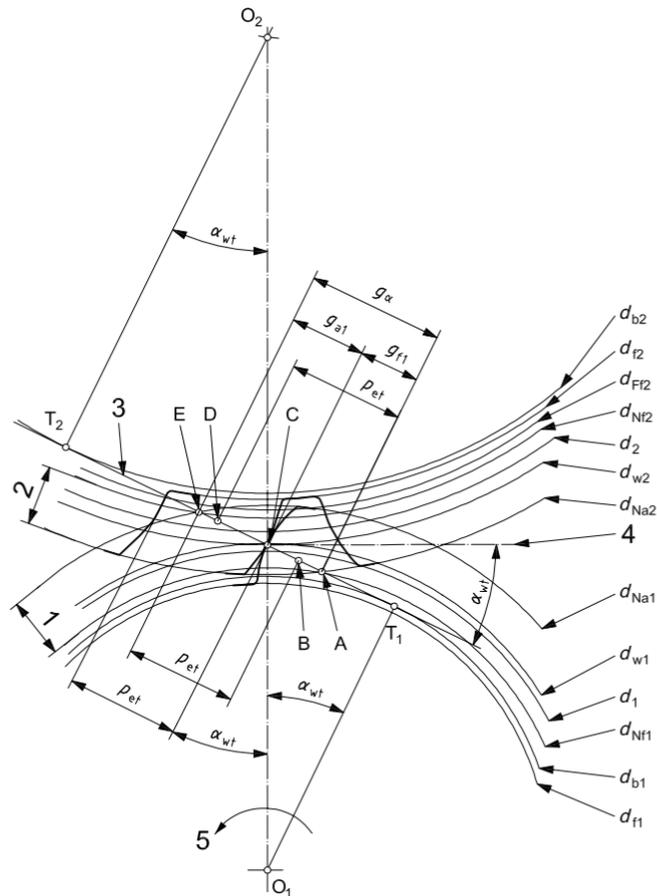


Figura 7 - Condizioni di lavoro coppia di ruote

La Figura 7 riporta le dimensioni caratteristiche delle ruote, in particolare i diametri che determinano il punto di inizio e di fine del segmento lungo il quale può avvenire il contatto tra i denti delle due ruote (necessari al calcolo del rapporto di condotta). Si riporta una correzione effettuata rispetto a quanto riportato sulla normativa per rendere la formula utilizzabile anche per ruote interne (nonostante queste siano teoricamente supportate dalla norma). Il calcolo del d_{Nf} ("active root diameter", ovvero il diametro dove inizia effettivamente il contatto tra i denti) viene descritto nel paragrafo 5.4.1 della norma ISO 21771 [3]. Sono riportate le formule del d_{Nf} qualora la sua misura dipendesse dal d_{Na} ("active tip diameter") dell'altra ruota. Il d_{Nf} può però anche essere limitato dal d_{Ff} ("root form diameter") della ruota stessa in quanto non si può avere contatto del dente se non lo si ha fisicamente.

Per una ruota si considera quindi il caso più critico. La norma dice a tal proposito che se il d_{Ff} è maggiore del d_{Nf} calcolato allora il d_{Nf} è pari al d_{Ff} . Ciò significa che il contatto inizia nel punto più esterno tra i due diametri. Questo però è vero solo per ruote esterne e non può essere generalizzato anche per le ruote interne.

Per una ruota esterna dovrebbe invece essere il contrario in quanto il diametro limitante è il più piccolo dei due (in valore assoluto) in quanto la radice del dente sta in posizione più esterna rispetto al dente.

Questa correzione della norma è frutto dell'analisi dei risultati forniti dalla funzione atta al calcolo del rapporto di condotta per ruote interne. I risultati ottenuti inizialmente erano molto più grandi di quanto ci si sarebbe aspettato. Confrontando i risultati ottenuti in seguito alla correzione della norma con i risultati di ruote campione reperite online (ad esempio nella tabella 15 riga 3 di un manuale della ditta KG GEAR [4]) si è potuto notare come i valori fossero molto simili.

4.2.1 Ruote cilindriche a denti dritti

Le ruote cilindriche a denti dritti sono dotate di denti rettilinei disposti parallelamente all'asse delle ruote. Sono le più utilizzate e generalmente le più facili da produrre.

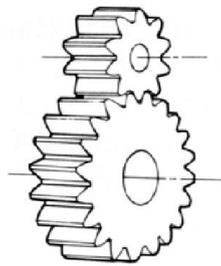


Figura 8 - Ruote cilindriche a denti dritti

4.2.2 Ruote cilindriche a denti elicoidali

Le ruote cilindriche a denti elicoidali avendo denti inclinati rispetto all'asse delle ruote consentono un più graduale accoppiamento tra i denti in presa rendendole più silenziose.

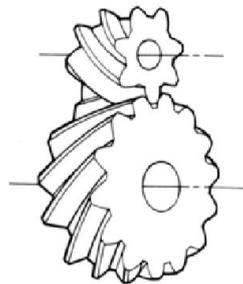


Figura 9 - Ruote cilindriche a denti elicoidali

4.3 Ruote coniche

Le ruote coniche sono ingranaggi che consentono di trasferire il moto tra due alberi i cui assi non sono paralleli. Le ruote coniche prese in considerazione nel presente lavoro sono quelle aventi assi giacenti sullo stesso piano ma con un angolo compreso tra essi maggiore di 0° .

La geometria e i parametri dimensionali delle ruote coniche sono riportate nel dettaglio sulla normativa ISO 23509 [5]. L'edizione consultata risale al 2016 e in quest'ultima il termine "bevel gear" comprende "straight bevel gear", "spiral bevel gear", "zerol bevel gear" e "hypoid bevel gear", mentre nella presente trattazione solo i primi due casi sono stati considerati.

Si sottolinea che i fattori geometrici calcolati sfruttando la norma ISO 23509 [5] vengono utilizzati come dati di partenza per l'applicazione della norma ISO 10300 [6] [7] [8].

I fattori geometrici sono calcolati usando il metodo 0.

La Tabella 5 riassume le notazioni usate per le ruote coniche. Alcuni simboli non si riportano in quanto sono in comune con la dentiera standard (Tabella 2) le ruote cilindriche (Tabella 4).

Tabella 5 - Notazione ruote coniche

Simbolo	Descrizione	Unità di misura	Figura
Σ	Angolo tra gli assi	[°]	Figura 10
δ	Angolo del cono di riferimento	[°]	Figura 10
b	Larghezza di dente	[mm]	Figura 11
z	Numero di denti	[-]	Figura 10
d_m	Diametro primitivo di riferimento medio (cerchio medio)	[mm]	Figura 12
$d (d_e)$	Diametro primitivo di riferimento esterno	[mm]	Figura 12
$d_a (d_{ae})$	Diametro di testa	[mm]	Figura 12
$d_f (d_{af})$	Diametro di testa	[mm]	Figura 12
$R (R_e)$	Raggio generatrice primitiva (lunghezza generatrice cono esterna)	[mm]	Figura 11
R_m	lunghezza generatrice cono media	[mm]	Figura 12
R_v	Raggio primitivo equivalente (ruota cilindrica)	[mm]	Figura 11
$m (m_{mn})$	Modulo sul cono mediano	[mm]	
α_n	Angolo di pressione normale	[°]	
β_m	Angolo d'elica medio	[°]	

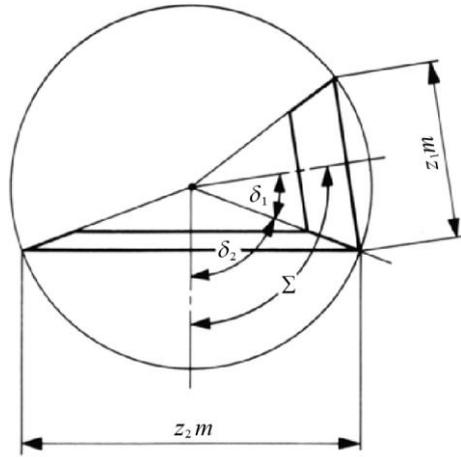


Figura 10 - Ruote coniche – angoli

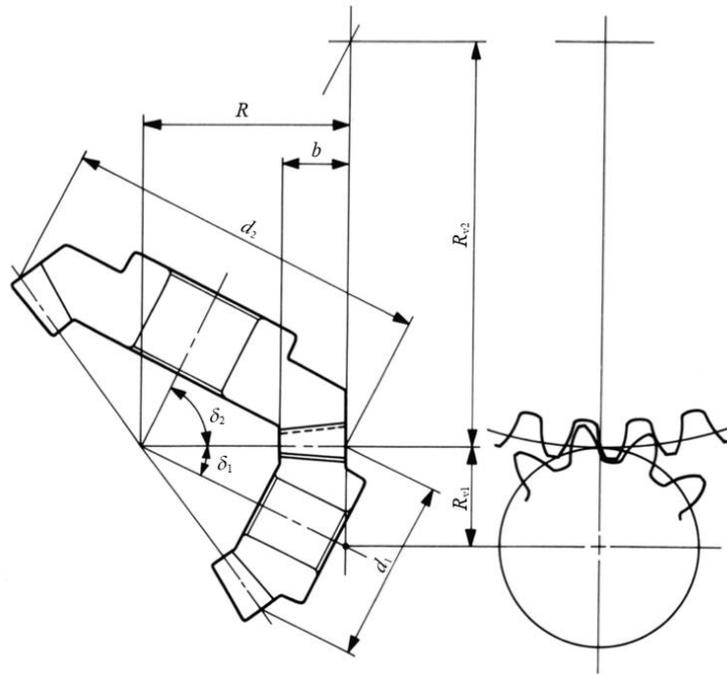


Figura 11 – Ruote cilindriche equivalenti alle ruote coniche – ingranamento

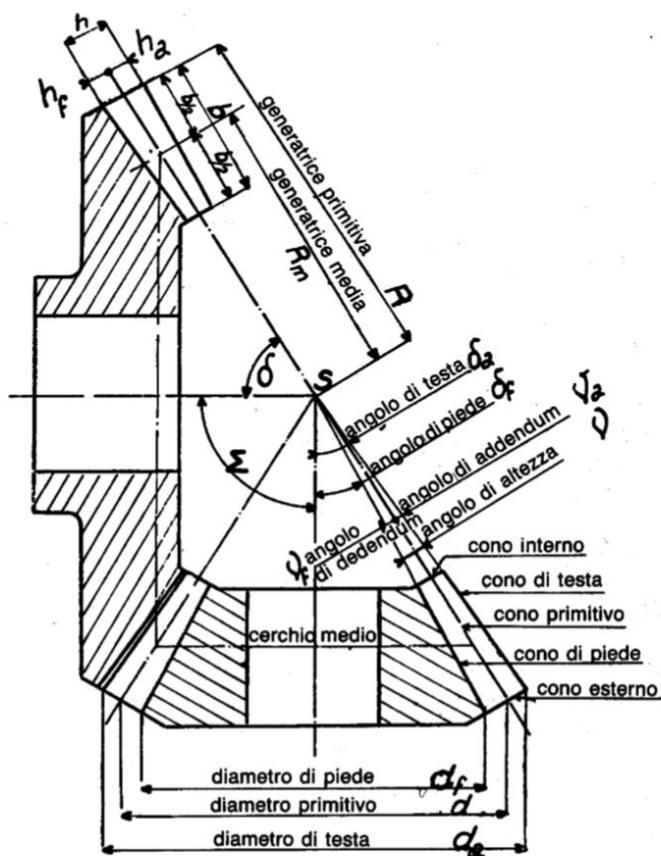


Figura 12 - Ruote coniche – dimensioni

4.3.1 Ruote coniche a denti dritti

Le ruote dentate coniche a denti dritti sono rappresentate in Figura 13. I denti che le compongono hanno uno spessore decrescente spostandosi verso il centro della ruota e il loro prolungamento converge in un unico punto per entrambe le ruote ingrananti.

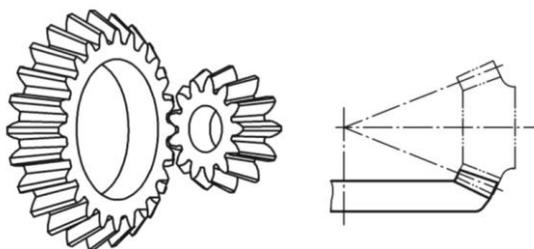


Figura 13 - Ingranaggi conici a denti dritti

4.3.2 Ruote coniche a denti elicoidali

Analogamente alle ruote cilindriche a denti elicoidali, le ruote coniche a denti elicoidali hanno denti non paralleli all'asse delle ruote, ma inclinati di un certo angolo. Essi sono obliqui ed eventualmente curvi consentendo l'inizio del contatto tra due denti ad un estremo per poi proseguire gradualmente verso l'estremo opposto.

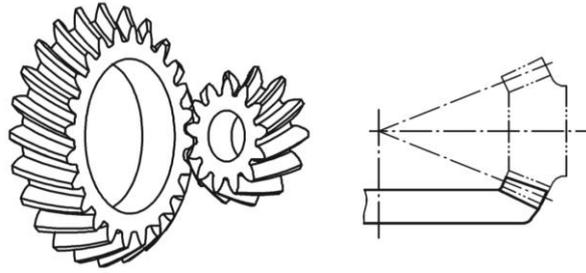


Figura 14 - Ingranaggi conici a denti elicoidali

4.3.3 Profondità dei denti

Le ruote coniche prese in analisi nella trattazione e durante la stesura del codice hanno profondità che va rastremandosi in maniera definita “standard” dalla normativa ISO 23509 come mostrato in Figura 15.

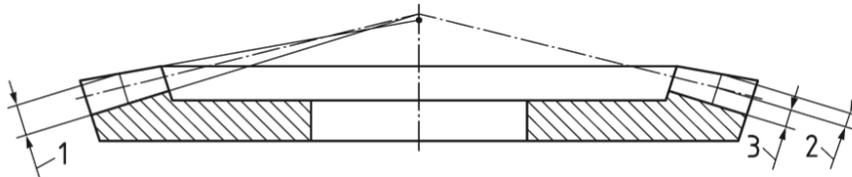


Figura 15 - Rastrematura profondità standard

I valori di altezza del dente (1), addendum (2) e dedendum (3) sono quindi sempre riferiti al punto medio del dente.

5 Struttura del codice

Il codice è articolato in funzioni che si occupano dell'input e output dei dati, della selezione dei parametri delle ruote e del calcolo dei fattori correttivi necessari al calcolo dei coefficienti di sicurezza in accordo a diverse teorie e normative per velocizzare la fase di dimensionamento preliminare dell'ingranaggio.

Parallelamente si è creato un codice di calcolo che consente di ottenere in output i coefficienti di sicurezza per una coppia di ruote i cui parametri dimensionali sono forniti direttamente come input (non scelti dal programma) al fine di facilitare la verifica di ruote note.

5.1 Input e output dei dati

L'input dei dati per il dimensionamento e per la verifica non avviene in maniera analoga. Per quanto riguarda la fase di dimensionamento, i dati vengono inseriti all'interno di uno script MatLab dove mano a mano che vengono letti durante l'esecuzione vengono sottoposti a controllo per verificare che rientrino nei vari range di validità imposti dalle normative. Tutti i dati sono salvati in una variabile struttura denominata `inputdim`. Il vantaggio di avere i dati raccolti in un'unica variabile è la possibilità di modificare la funzione di input adottando ad esempio in futuro un'interfaccia grafica per rendere più user-friendly il programma.

I risultati ottenuti in seguito al dimensionamento vengono salvati in un documento testuale (`output.txt`) in modo da essere facilmente letti dall'utente ed eventualmente salvati. Questo primo documento raccoglie i risultati dividendoli in dati comuni ad entrambe le ruote, dati relativi a ciascuna ruota (tutti quei parametri che differiscono tra le due ruote) e infine i coefficienti di sicurezza calcolati.

Parte dei risultati vengono inoltre memorizzati in un secondo documento testuale (`input.txt`) che funge da file contenente tutti i parametri necessari per avviare la verifica di una ruota. Prima di avviare la verifica è quindi possibile modificare alcuni parametri per ottenere i coefficienti di sicurezza in condizioni diverse di uso o per ruote aventi parametri diversi.

5.1.1 Dimensionamento

I parametri necessari ad avviare il dimensionamento sono di seguito riportati e descritti.

Uno dei punti di forza del codice è il fatto che è strutturato in modo da poter scegliere i parametri delle ruote in modo da ottimizzare il valore risultante da una certa funzione obiettivo scelta. Ciò è possibile poiché il funzionamento si fonda su una serie di cicli annidati uno entro l'altro in modo da poter potenzialmente analizzare tutte le possibili combinazioni di ruote.

Nel codice sono stati preliminarmente inseriti cinque "parametri" che l'utente può scegliere di ottimizzare, ma ciò non esclude che di nuovi possano essere rapidamente implementati e scelti al fine di ottenere in output un ingranaggio che rispetta nuovi vincoli e/o massimizza o minimizza determinati fattori. La scelta di un parametro da ottimizzare piuttosto che un altro porta con sé inoltre alcune minori differenze tra i dati che è necessario fornire in input al codice.

Il primo parametro consiste nell'ingombro. L'ingranaggio fornito in output è quello che necessita del minimo spazio tra le punta dei denti di una ruota e l'altra. Per le ruote cilindriche viene da sé che questa distanza è calcolata come la somma dell'interasse tra le ruote e i raggi di troncatura esterna delle due ruote, mentre per le ruote coniche il calcolo eseguito è il medesimo ma l'interasse è pari a quello dell'ingranaggio virtuale equivalente cilindrico.

Il secondo parametro è la massa dell'ingranaggio. Questa viene calcolata in maniera approssimata e tiene quindi conto, oltre all'ingombro delle ruote, anche del loro spessore.

Il terzo parametro è l'inerzia dell'ingranaggio. Il momento di inerzia polare delle ruote è calcolato nuovamente in maniera approssimata (studiando la geometria delle ruote dentate analogamente ai cilindri) e, pur tenendo conto quindi anche dello spessore delle ruote, viene dato maggior peso all'ingombro radiale delle stesse.

Questi primi tre parametri, essendo direttamente correlati alla dimensione delle ruote, non possono essere ottimizzati se si tenta di rispettare un certo interasse imposto tra quest'ultime. Per questa ragione, non è necessario fornire un valore di interasse e di tolleranza su quest'ultimo durante l'esecuzione del dimensionamento.

Il quarto parametro è il rapporto di condotta, la cui ottimizzazione consiste nella sua massimizzazione e ha come obiettivo la maggiore ripartizione possibile del carico tra più coppie di denti in presa e quindi una trasmissione più fluida del moto e una minore rumorosità.

Il quinto parametro è lo spessore. L'ottimizzazione consiste nel selezionare l'ingranaggio le cui ruote sono il più sottile possibile, necessario ad esempio qualora si realizzasse un cambio automobilistico dove l'interasse potrebbe essere fissato a priori e quindi si scelgano coppie di ruote che lo rendano il più compatto possibile.

Per gli ultimi due parametri invece è necessario l'inserimento in input di un valore di interasse e di tolleranza poiché il software tenderebbe naturalmente ad andare verso ruote sempre più grandi (in termini di diametro) poiché restituirebbero risultati sempre migliori.

L'esecuzione del codice risulterebbe molto lunga in quanto i parametri che variano sono molti e hanno potenzialmente grandi range di variazione. È consigliabile quindi durante le prime esecuzioni scegliere range di variazione dei vari parametri più grandi e durante le successive iterazioni restringere il campo attorno al migliore risultato selezionato dalle precedenti esecuzioni con passi via via più fini di variazione.

L'input dei parametri riferiti alla forma della dentiera creatrice, che definiscono quindi la forma della dentiera, fa riferimento ai nomi adottati dal programma in sviluppo da parte della start-up GeDy TrAss (Gear Dynamics Transmission Analysis), riportati in Figura 16.

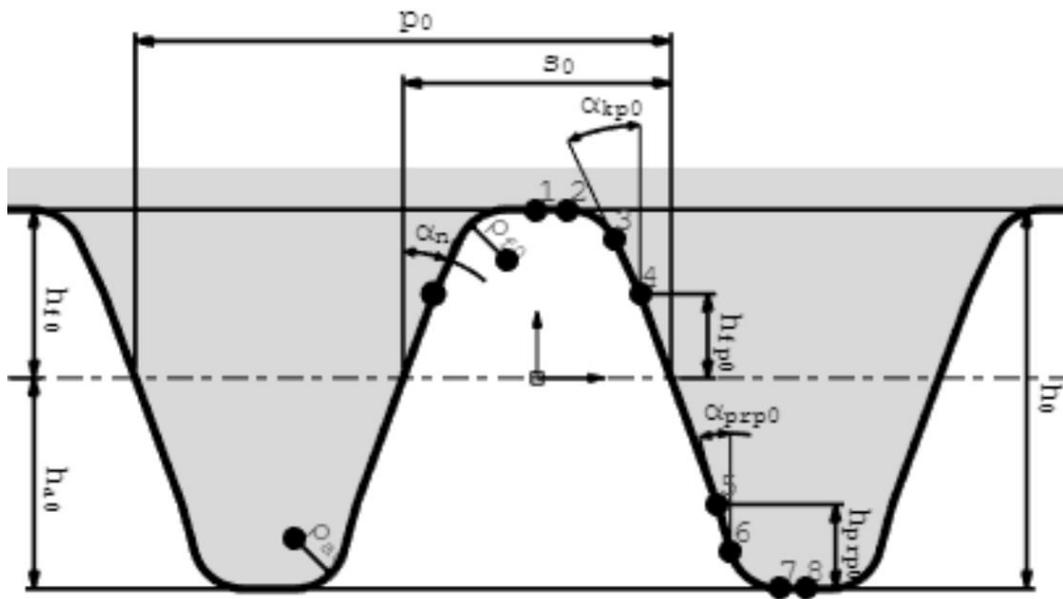


Figura 16- Descrizione grafica parametri input per definizione dentiera creatrice

Un altro dato di input inseribile è relativo ad un eventuale modifica del profilo del dente. Consiste nell'altezza radiale di smusso della punta dello stesso che riduce la lunghezza del segmento dei contatti.

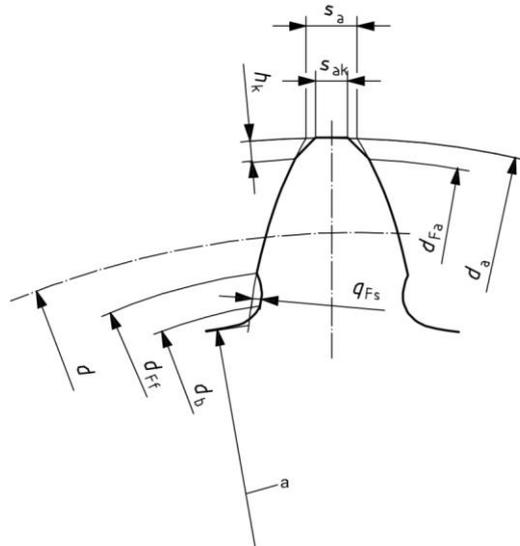


Figura 17 - Modifica profilo del dente

Inoltre, per ruote con "undercut", è possibile inserire i valori di spessore di materiale aggiuntivo sulla faccia del dente rispetto alla superficie ottenuta dall'evolvente e lo spessore di materiale che verrà invece rimosso in un secondo momento per rifinire la superficie ed aumentarne quindi la qualità.

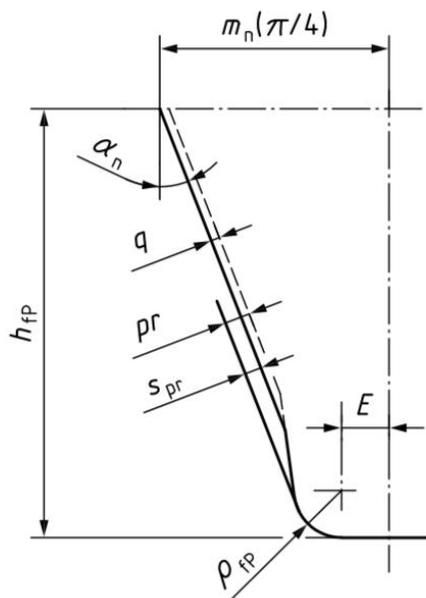


Figura 18 - Profilo del dente con "undercut"

Tabella 6 - Variabili input dimensionamento

inputdim.C_1	Coppia agente sul pignone	[Nmm]
inputdim.rpm_1	Velocità di rotazione pignone	[rpm]
inputdim.tau	Rapporto di trasmissione. Se si inserisce un valore negativo si effettua il dimensionamento di un ingranaggio composto da un pignone che ingrana con una ruota interna. Essendo il codice limitato al dimensionamento e verifica di riduttori il valore assoluto deve essere maggiore di 1.	[-]
inputdim.tau_toll	Tolleranza sul rapporto di trasmissione	[-]
inputdim.p	Scelta del parametro da ottimizzare (1: ingombro, 2: massa, 3: inerzia, 4: rapporto di condotta, 5: larghezza di fascia)	
inputdim.int_obiettivo	Interasse (da inserire solo in caso di ottimizzazione di rapporto di condotta o larghezza di fascia)	[mm]
inputdim.int_toll	Tolleranza sull'interasse (da inserire solo in caso di ottimizzazione di rapporto di condotta o larghezza di fascia)	[%]

inputdim.correzione	Tipologia di correzione da applicare alle ruote (1: non corrette, 2: simmetriche, 3: asimmetriche)	[-]
inputdim.Sigma_ang	Angolo tra assi delle ruote. Non è previsto il dimensionamento di ruote coniche interne.	[deg]
inputdim.z1_imposto	Eventuale numero di denti del pignone (se 0 il numero di denti viene scelto dal codice)	[-]
inputdim.grado_accuratezza	Gradi di precisione di realizzazione della ruota secondo ISO 1328 (campo di validità da 4 a 12)	[-]
inputdim.z_max	Numero massimo di denti considerabile per pignone (più alto è il numero, maggiore è il tempo necessario all'individuazione del numero ottimale)	[-]
inputdim.b_min	Spessore minimo della ruota	[-]
inputdim.b_max	Spessore massimo della ruota	[-]
inputdim.passo_b	Differenza tra 2 valori successivi di spessore della ruota considerati	[-]
inputdim.N_L	Numero cicli di carico (numero compreso tra 1e3 e 1e10 per rientrare nel campo di applicazione delle norme)	[-]
inputdim.alfan_vettore	Vettore contenente gli angoli di pressioni normale tra cui scegliere quello delle ruote	[°]
inputdim.mn_min	Modulo minimo (lasciare 0 per usare i moduli normalizzati, vedere Tabella 1)	[mm]
inputdim.passo_mn	Differenza tra valori di modulo	[mm]
inputdim.mn_max	Modulo massimo	[mm]
inputdim.beta_min	Angolo elica minimo	[°]
inputdim.passo_beta	Differenza tra i valori di angolo elica	[°]
inputdim.beta_max	Angolo elica massimo	[°]
inputdim.K_Amotore	Numero intero compreso tra 1 e 4 identificativo delle condizioni di lavoro della macchina motrice (fattore di applicazione del carico: 1: uniforme, 2: sovraccarichi leggeri, 3: sovraccarichi moderati, 4: sovraccarichi forti) (Vedere paragrafo 7.5.1.1 - Fattore di applicazione del carico K_a)	[-]

inputdim.K_Amacchina	Numero intero compreso tra 1 e 4 identificativo delle condizioni di lavoro della macchina condotta (fattore di applicazione del carico: 1: uniforme, 2: sovraccarichi leggeri, 3: sovraccarichi moderati, 4: sovraccarichi forti)	[-]
inputdim.ni_40	Viscosità del lubrificante a 40°C	[10 ⁻⁶ m ² /s (cSt)]
inputdim.Rz	Rugosità superficiale	[μm]
inputdim.basic_rack_tooth_profile	Tipologia di dentiera standard (vedere Tabella 3), inserire 'A', 'B', 'C' o 'D' per scegliere la rispettiva dentiera standard (applicata ad entrambe le ruote), inserire 'E' per abilitare l'inserimento dei parametri personalizzati (vedere paragrafo 4.1 - Ruota dentata unificata, Tabella 3)	[-]
inputdim.hf0_1	$\frac{h_{ap}}{m}$, rapporto tra Addendum della dentatura e modulo per il pignone (Figura 1) (Figura 16)	[-]
inputdim.hf0_2	$\frac{h_{ap}}{m}$, rapporto tra Addendum della dentatura e modulo per la ruota (Figura 1) (Figura 16)	[-]
inputdim.ha0_1	$\frac{h_{fp}}{m}$, rapporto tra Dedendum della dentatura e modulo per il pignone (Figura 1) (Figura 16)	[-]
inputdim.ha0_2	$\frac{h_{fp}}{m}$, rapporto tra Dedendum della dentatura e modulo per la ruota (Figura 1) (Figura 16)	[-]
inputdim.rhoa0_1	$\frac{\rho_{fp}}{m}$, rapporto tra Raggio di raccordo alla base del dente e modulo per il pignone (Figura 1) (Figura 16)	[-]
inputdim.rhoa0_2	$\frac{\rho_{fp}}{m}$, rapporto tra Raggio di raccordo alla base del dente e modulo per la ruota (Figura 1) (Figura 16)	[-]
inputdim.hfp0_1	$\frac{h_{ap}-h_k}{m}$, rapporto tra differenza tra addendum e chamfer della punta del dente e modulo per il pignone (Figura 16) (Figura 17)	[-]

inputdim.hfp0_2	$\frac{h_{aP}-h_k}{m}$, rapporto tra differenza tra addendum e chamfer della punta del dente e modulo per la ruota (Figura 16) (Figura 17)	[-]
inputdim.pr_1	Valore di spessore aggiuntivo del dente del pignone (Figura 18) ("protuberance")	[mm]
inputdim.pr_2	Valore di spessore aggiuntivo del dente della ruota (Figura 18) ("protuberance")	[mm]
inputdim.q_1	Valore di spessore di materiale rimosso durante processo di rifinitura superficiale del pignone (Figura 18)	[mm]
inputdim.q_2	Valore di spessore di materiale rimosso durante processo di rifinitura superficiale della ruota (Figura 18)	[mm]
inputdim.CS_lw_min	Coefficiente di sicurezza a flessione secondo Lewis minimo da garantire	[-]
inputdim.CS_H_min	Coefficiente di sicurezza a contatto hertziano minimo da garantire	[-]
inputdim.CS_H_6336	Coefficiente di sicurezza a pitting secondo normative ISO minimo da garantire	[-]
inputdim.CS_F_6336	Coefficiente di sicurezza a flessione secondo normative ISO minimo da garantire	[-]
inputdim.scelta_materiali_1	Vettore contenente l'elenco degli indici dei materiali tra cui operare la scelta per il pignone	[-]
inputdim.scelta_materiali_2	Vettore contenente l'elenco degli indici dei materiali tra cui operare la scelta per la ruota	[-]

5.1.2 Verifica

Per la verifica sono necessari meno variabili, in quanto i parametri devono avere un valore fisso e non è necessario definire un range entro il quale possono variare. Per agevolare l'operazione di verifica si leggono i dati di input da un file testuale, generato al termine dell'esecuzione del dimensionamento dell'ingranaggio. Il vantaggio di avere i dati salvati su un file testuale, oltre alla comodità di lettura e salvataggio dei risultati, è la possibilità di modificare a piacimento alcuni dei valori per verificare come variano i coefficienti di sicurezza e i parametri dimensionali in seguito alla modifica. Il file di testo viene letto e le variabili memorizzate con la stessa denominazione utilizzata nello script `dimensionamento` così da poterne condividere il codice.

COMUNI A ENTRAMBE LE RUOTE

Nome	nel documento	Variabile
input_verifica.txt		
mn		gear.mn
beta		gear.beta
alfa_n		gear.alfa_n
Sigma_ang		gear.Sigma_ang
b		gear.b
grado_accuratezza		gear.grado_accuratezza
roughness		gear.roughness
lubrificante		gear.lubrificante
K_Amotore		gear.K_Amotore
K_Amacchina		gear.K_Amacchina
cicli		gear.cicli
basic_rack_tooth_profile		basic_rack_tooth_profile

RUOTA 1

Nome	nel documento	Variabile
input_verifica.txt		
omega		gear_1.omega
C		gear_1.C
z		gear_1.z
x		gear_1.x
num_materiale		gear_1.num_materiale
hf0		gear_1.hf0
ha0		gear_1.ha0
rhoa0		gear_1.rhoa0
hfp0		gear_1.hfp0
pr		gear_1.pr
q		gear_1.q

RUOTA 2

Nome nel documento	input_verifica.txt	Variabile
z		gear_2.z
x		gear_2.x
num_materiale		gear_2.num_materiale
hf0		gear_2.hf0
ha0		gear_2.ha0
rhoa0		gear_2.rhoa0
hfp0		gear_2.hfp0
pr		gear_2.pr
q		gear_2.q

5.2 Algoritmo

5.2.1 Dimensionamento

L'algoritmo è strutturato prendendo come base di partenza quello proposto da Santagata nella tesi di laurea "Progettazione e modellazione parametrica di cambi automobilistici e trasmissioni industriali" [9]. L'algoritmo è stato riscritto con l'obiettivo di renderlo più compatto, versatile e possibilmente più

facilmente interpretabile. Inoltre, il codice è stato arricchito mediante l'aggiunta al supporto per il dimensionamento e la verifica di ruote coniche.

Al fine di ottimizzare il tempo richiesto dall'esecuzione del programma è bene ridurre al minimo il numero di cicli che esso compie. Ciò è stato possibile mediante un preciso ordine dei vari fattori che partecipano alla definizione di un ingranaggio e introducendo una serie di controlli durante l'esecuzione del codice che fanno sì che ciascuna iterazione venga arrestata non appena uno di essi dia esito negativo. Per quanto riguarda l'interruzione di un ciclo si è inoltre sfruttata la possibilità fornita da MatLab, mediante gli appositi comandi, sia di interrompere un ciclo di iterazioni passando a quella successiva del ciclo a monte, sia le istruzioni rimanenti all'interno del ciclo saltando all'iterazione successiva del ciclo stesso.

Essendo necessario conoscere il minimo numero di denti che può avere ciascuna ruota, così da poter iterare a partire dal minimo numero di denti al valore massimo imposto, è fondamentale conoscere l'angolo di pressione normale, l'angolo d'elica e la correzione delle ruote. Per questo motivo i cicli più esterni sono, in ordine, quelli che scorrono i valori dei diversi angoli di pressione, degli angoli d'elica e dei valori dell'eventuale correzione delle ruote. Calcolato il minimo numero di denti è quindi possibile selezionare uno ad uno tutti i possibili numeri di denti del pignone e, noto il rapporto di trasmissione, definire il numero di denti della ruota. Si controlla quindi che il numero di denti della ruota sia maggiore del minore numero di denti ammissibile (per evitare interferenza) e che l'effettivo rapporto di trasmissione ottenibile rientri nel range di tolleranza fornito. In caso contrario si seleziona il numero successivo di denti per il pignone.

È ora possibile scegliere il materiale scorrendo il vettore inserito in input contenente l'indice identificativo di ciascun materiale che si intende prendere in considerazione. Restano infine annidati più internamente i cicli sul modulo e sulla larghezza delle ruote. Una volta noti tutti i parametri si calcolano le variabili che descrivono le caratteristiche geometriche delle ruote e si eseguono i controlli su interasse e rapporto di condotta. Nel caso non venissero superati si interrompe il ciclo sulla larghezza delle ruote (poiché non avrebbe alcuna influenza e non potrebbe variare l'esito delle suddette verifiche) per passare al valore successivo di modulo. Si è inoltre scelto di controllare se l'ingranaggio abbia come parametro scelto in input un valore migliore rispetto al precedente miglior valore salvato (che può essere della precedente configurazione migliore trovata) così da evitare di eseguire le restanti operazioni all'interno del ciclo (tra cui il dispendioso calcolo dei coefficienti di sicurezza) per un ingranaggio che in ogni caso non andrebbe ad ottimizzare il parametro obiettivo.

Se la configurazione selezionata permette invece potenzialmente di ottenere un ingranaggio che migliora il valore del parametro che si tenta di ottimizzare, allora l'algoritmo procede al calcolo dei coefficienti di sicurezza (interrompendo il ciclo non appena uno di essi dia esito negativo) e, se ogni coefficiente di sicurezza assume valore superiore o uguale al minimo imposto, si salvano in apposite variabili i dati relativi all'ingranaggio così che possa poi eventualmente essere fornito in output all'utente al termine delle iterazioni.

L'algoritmo, così come è strutturato, consente quindi di definire la combinazione migliore di variabili dell'ingranaggio che non potrebbero essere definite diversamente a priori. Si tratta infatti, di un "problema" avente molti gradi di libertà e non è quindi sufficiente la sola verifica del superamento dei coefficienti di sicurezza per assicurarsi di aver operato la scelta migliore possibile in ciascuna applicazione.

Il codice supporta la selezione di materiali diversi per le due ruote, di geometrie diverse delle dentiere creatrici delle due ruote e diverse modifiche del profilo in caso di "undercut".

Di seguito sono presentati i diagrammi di flusso per descrivere l'algoritmo di input dei dati nello script `input_dimensionamento.m` e la selezione dei parametri all'interno dello script `dimensionamento.m`.

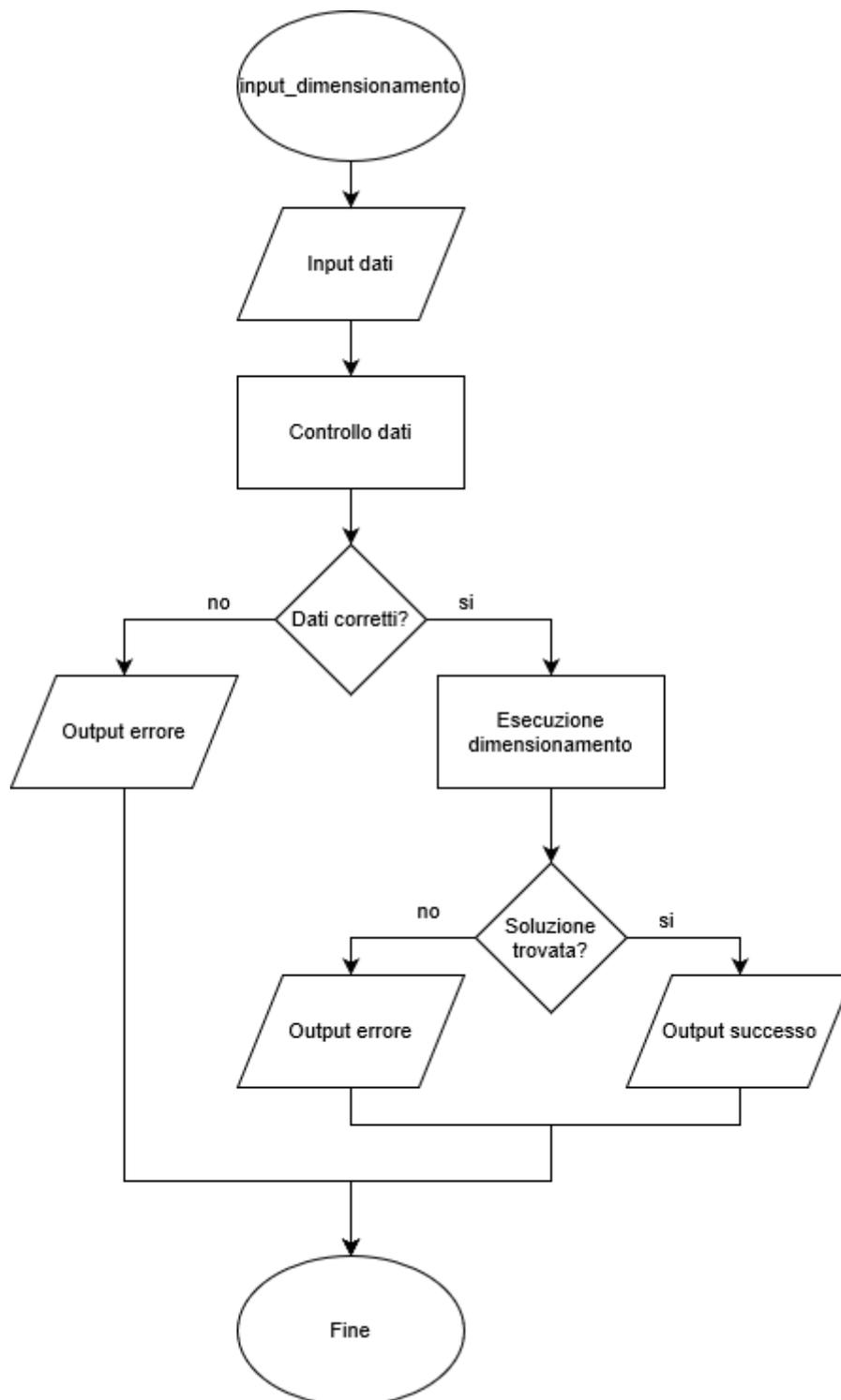


Figura 19 - Diagramma di flusso input dati per il dimensionamento

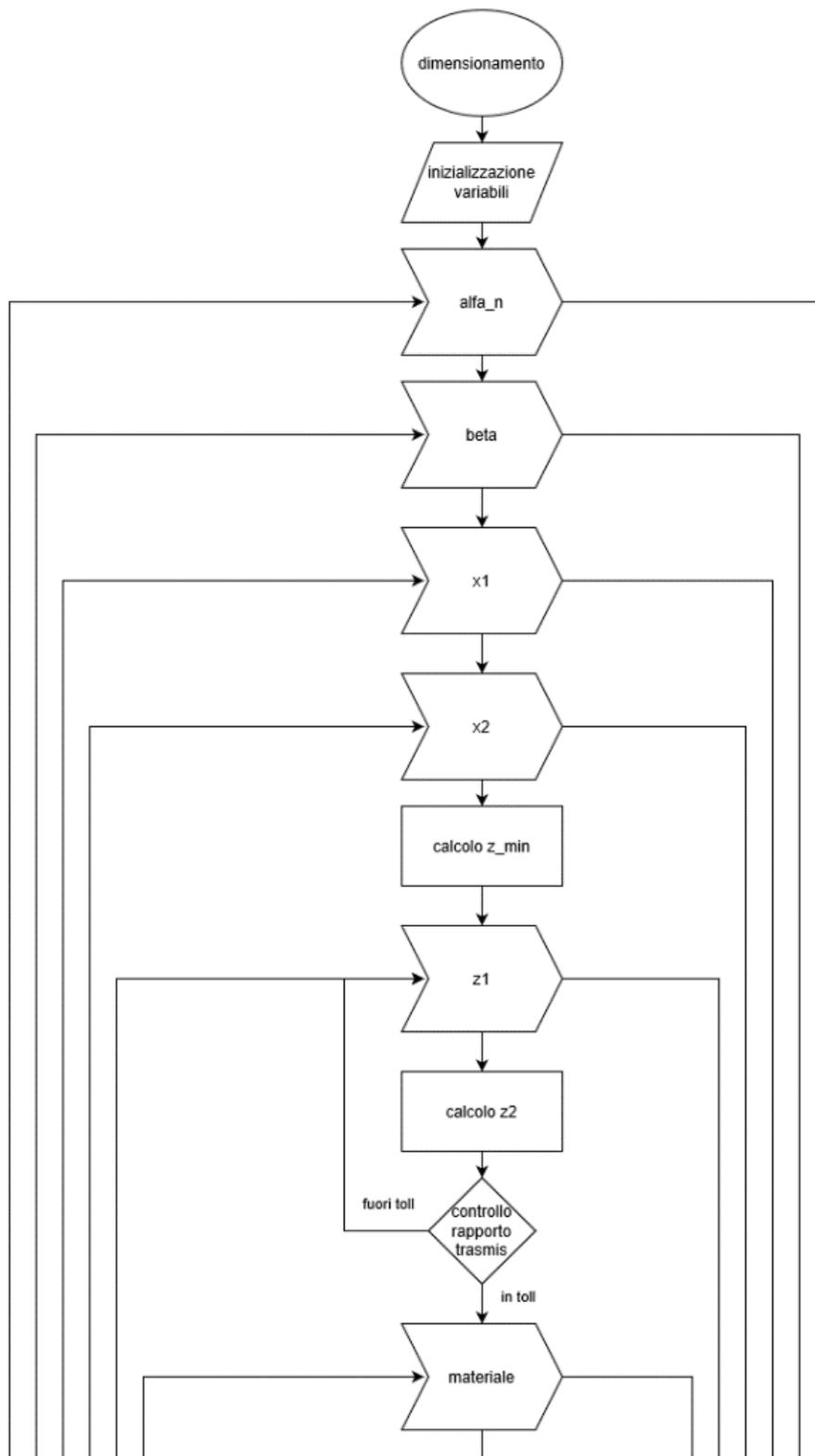


Figura 20 - Diagramma di flusso dimensionamento ruote (parte 1)

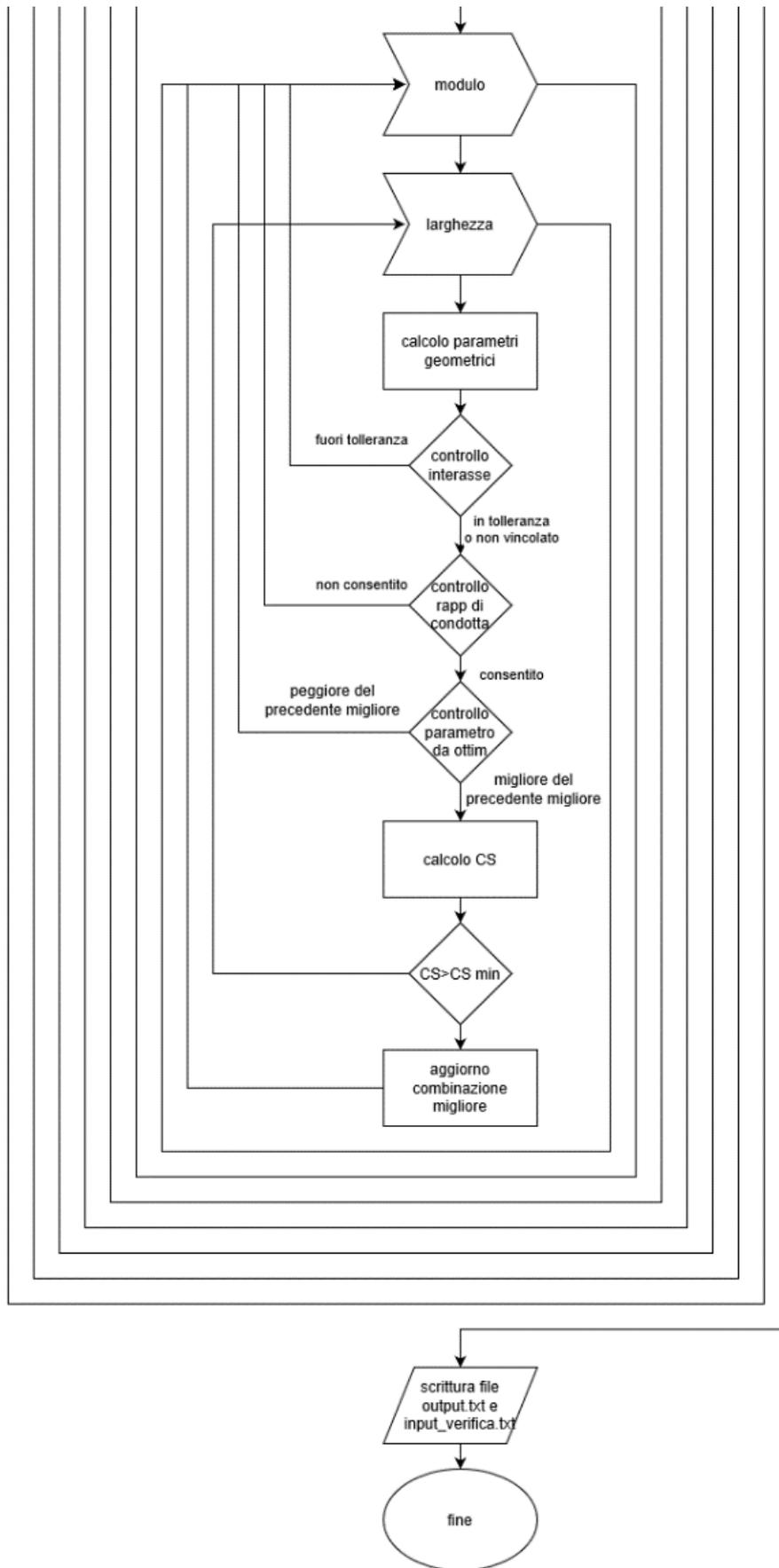


Figura 21 - Diagramma di flusso dimensionamento ruote (parte 2)

5.2.2 Verifica

In seguito all'ideazione dell'algoritmo per il dimensionamento e ad una prima fase di test, si è subito rivelato necessario un secondo algoritmo, semplificato rispetto al primo, che consentisse in maniera rapida il calcolo dei parametri geometrici delle ruote e dei coefficienti di sicurezza fornendo in input tutti i dati necessari che, nel caso precedente, erano invece scelti in maniera ottimale dal software.

L'applicazione che ha questo algoritmo, oltre alla verifica di ruote esistenti, è lo studio di ciò che può avvenire all'ingranaggio i cui parametri sono stati ottimizzati in fase di dimensionamento, variando ad esempio le condizioni di uso, tra cui non solo la coppia applicata al pignone e numero di giri, ma anche, ad esempio, la viscosità del lubrificante, il grado di accuratezza con cui sono realizzate le ruote, l'uso di un diverso materiale o ancora una leggera variazione nell'angolo d'elica o nella larghezza di fascia.

Per la verifica, lo script `verifica.m` consiste in un algoritmo più semplice e lineare di quello destinato al dimensionamento in quanto non sono necessarie iterazioni per la scelta dei parametri che vengono invece direttamente passati come input alla funzione. Vengono solamente effettuati una serie di controlli per verificare che i parametri costruttivi forniti consentano effettivamente di generare la ruota e che rispettino il campo di applicabilità delle normative di riferimento.

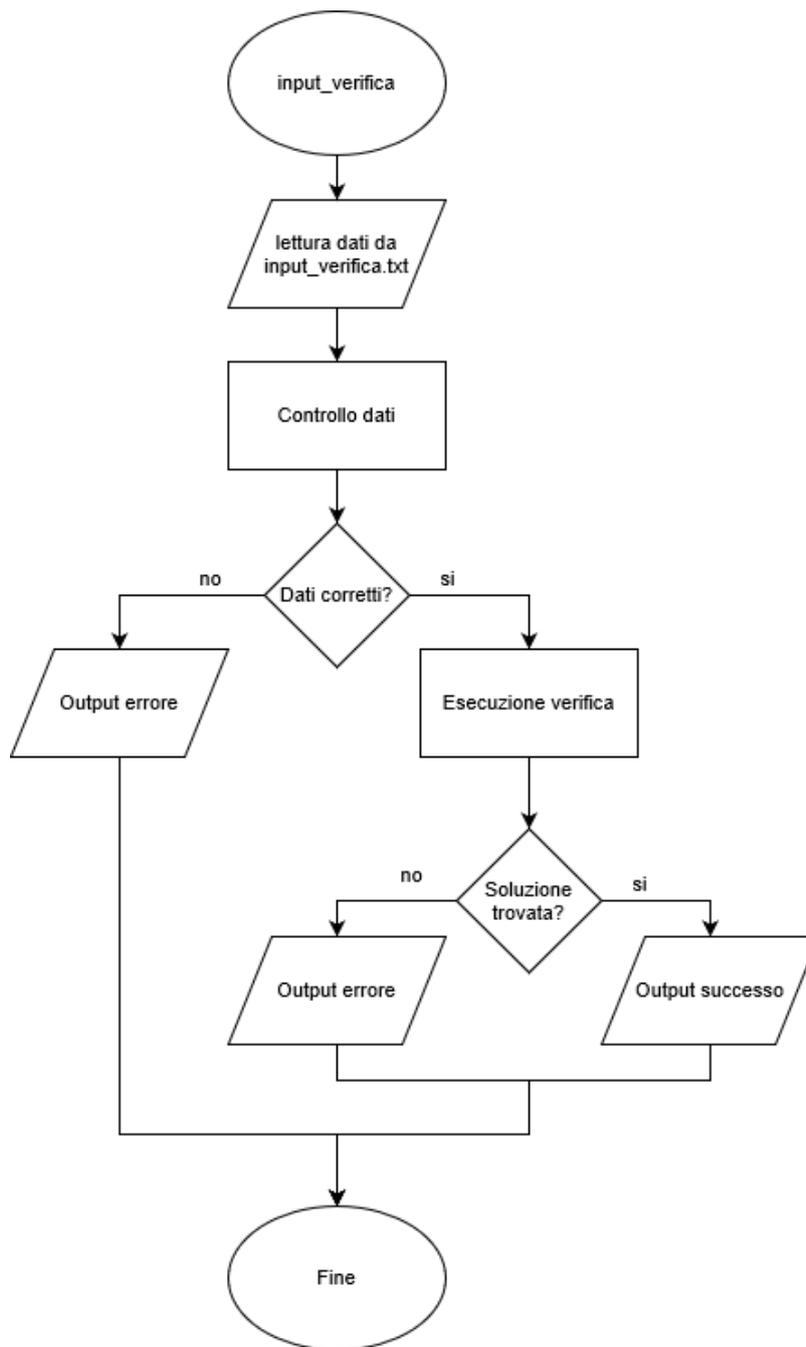


Figura 22 - diagramma di flusso inserimento dati per verifica ruote

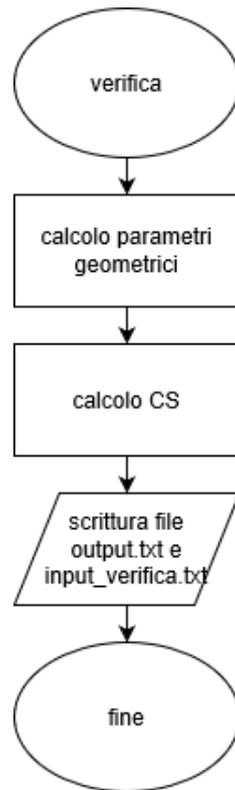


Figura 23 - Diagramma di flusso per verifica ruote

6 Tabella materiali

I dati relativi ai materiali sono memorizzati in una variabile vettore struttura denominata `set_materiali`.

I campi della struttura sono elencati nella prima riga (ad eccezione della prima colonna che riporta il numero progressivo identificativo della posizione all'interno del vettore in cui ciascun materiale è memorizzato) della Tabella 7. Si riportano i valori così che si abbia per ciascun materiale il riferimento numerico dell'indice utile per la selezione del materiale (o dei materiali) durante l'input dei dati per il dimensionamento.

Non è riportato il coefficiente di Poisson in quanto, essendo l'elenco costituito da acciai e ghise, si assume il coefficiente costante con valori pari a 0,3 per tutti i materiali, come indicato dalla normativa.

Tabella 7 - Materiali

Num_materiale	ISO_code	Young_modulus_E_Gpa	Breaking_strength_sigmaR_MPa	Yield_strength_Rp02_MPa	Hertzian_strength_sigmaHlim_MPa	Fatigue_strength_sigmaFlim_MPa	Brinell_hardness_HB	Material
1	'GTS'	170	350	220	320	330	150	'GTS35'
2	'GTS'	180	650	380	460	410	220	'GTS65'
3	'GGG_ferr'	170	400	250	370	370	180	'GGG40'
4	'GGG_perlbain'	170	600	360	490	450	250	'GGG60'
5	'GGG_perlbain'	180	800	480	600	500	320	'GGG80'
6	'GGG_perlbain'	200	1000	700	700	520	350	'GGG100'
7	'St'	200	510	260	320	280	160	'GS 52'
8	'St'	200	590	350	380	320	180	'GS 60'
9	'V'	210	490	295	370	320	160	'Fe490'
10	'V'	210	590	335	430	350	190	'Fe590'
11	'V'	210	690	360	460	410	210	'Fe690'
12	'St'	210	580	305	530	400	172	'C45'
13	'St'	210	950	650	500	480	223	'34CrMo4'
14	'St'	210	1000	750	600	570	284	'42CrMo4'
15	'St'	210	800	600	630	500	240	'34CrNiMo6'
16	'V'	210	780	370	1030	540	243	'C45'
17	'V'	210	1020	930	530	520	311	'34CrMo4'
18	'V'	210	1100	1000	830	680	336	'42CrMo4'
19	'V'	210	1050	950	630	610	319	'34CrNiMo6'
20	'IF'	210	2330	1500	710	620	615	'C45'
21	'IF'	210	2100	1340	1270	760	577	'34CrMo4'

22	'IF'	210	2200	1520	1170	720	615	'42CrMo4'
23	'IF'	210	1950	1450	1230	840	525	'34CrNiMo6'
24	'NT'	210	1020	930	1070	770	575	'42CrMo4'
25	'NT'	210	1100	1000	1350	900	613	'34CrNiMo6'
26	'NV_nitrocar'	210	1050	930	770	650	525	'16 MnCr5'
27	'NT'	210	1480	1280	1230	840	658	'31CrMoV9'
28	'IF'	210	1030	735	1470	860	670	'16 MnCr5'
29	'IF'	210	1100	850	1270	860	675	'14CrMoV6'
30	'IF'	210	1050	715	1490	920	678	'15CrNi6'
31	'IF'	210	1010	815	1510	1000	675	'17CrNiMo6'

7 Variabili

Le variabili che compaiono nel programma sono in parte visibili all'utente attraverso l'input e l'output dei dati e in parte sono "nascoste" nel codice e vengono utilizzate solamente per il calcolo dei coefficienti di sicurezza. In questo paragrafo si presentano tutte le più importanti, si corredano di una breve descrizione e si fornisce il riferimento normativo per approfondirne lo studio. L'obiettivo è rendere più semplice l'interpretazione del codice da parte di una persona non direttamente coinvolta nella sua creazione.

I dati inseriti in input, come descritto nel paragrafo precedente, vengono memorizzati in una variabile di tipo struttura denominata `inputdim`. All'interno dello script `input_dimensionamento` si richiama la funzione `dimensionamento` alla quale viene inserito come argomento di input la struttura contenente tutti i dati inseriti da parte dell'utente.

All'interno della funzione `dimensionamento` vengono usate le variabili struttura locali denominate `gear`, `gear_1` e `gear_2`.

Nelle suddette variabili sono memorizzati tutti i dati che possono avere una certa utilità nell'essere successivamente forniti come output (o utilizzati come input per l'esecuzione di un'eventuale verifica con la funzione `verifica`), mentre i restanti dati memorizzati in `inputdim` vengono salvati in altrettante variabili all'interno della funzione `dimensionamento` avente lo stesso nome del campo di `inputdim` in cui sono state memorizzate in `input_dimensionamento`.

Di seguito sono elencati i campi memorizzati in `gear`:

Tabella 8 - Variabili comuni alle ruote

<code>gear.mn</code>	m_n	Modulo normale
<code>gear.b</code>	b	Larghezza di fascia
<code>gear.beta</code>	β	Angolo d'elica
<code>gear.beta_b</code>	β_b	Angolo d'elica sulla circonferenza di base
<code>gear.alfa_n</code>	α_n	Angolo di pressione normale
<code>gear.alfa_t</code>	α_t	Angolo di pressione tangenziale
<code>gear.epsilon_beta</code>	ε_β	Coefficiente di ricoprimento
<code>gear.epsilon_alfa</code>	ε_α	Rapporto di condotta trasversale
<code>gear.alfaw_t</code>	α_{wt}	Angolo di pressione di lavoro
<code>gear.Ft</code>	F_t	Forza tangenziale agente sui denti delle ruote
<code>gear.tau_eff</code>	τ	Rapporto di trasmissione dell'ingranaggio
<code>gear.Sigma_ang</code>	Σ	Angolo tra gli assi
<code>gear.lambda</code>	λ	Rapporto tra larghezza di fascia e modulo
<code>gear.grado_accuratezza</code>		Indica la classe di precisione con cui si realizza la ruota (4-12)
<code>gear.roughness</code>	R_z	Rugosità superficiale espressa in μm
<code>gear.interasse</code>	a_w	Interasse
<code>gear.lubrificante</code>	ν_{40}	Viscosità del lubrificante a 40°C

gear.K_Amotore		Caratteristica di lavoro della macchina motrice
gear.K_Amacchina		Caratteristica di lavoro della macchina utilizzatrice
gear.cicli	N_L	Numero di cicli di carico
gear.basic_rack_tooth_profile		Tipologia di dentiera standard (A, B, C, D) o E per non standard

I campi memorizzati in `gear` sono tutti quei campi contenenti parametri comuni ad entrambe le ruote.

Di seguito sono elencati i campi memorizzati in `gear_1` e `gear_2` (essendo i campi i medesimi vengono riportati solo per `gear_1`):

Tabella 9 - Variabili non comuni alle ruote

gear_1.x	x	Correzione
gear_1.z	z	Numero di denti
gear_1.zv	z_v	Numero di denti virtuale (ruote coniche)
gear_1.omega	ω	Velocità rotazione
gear_1.C	C	Coppia agente sulla ruota
gear_1.r	r	Raggio primitivo
gear_1.rb	r_b	Raggio di base
gear_1.ra	r_a	Raggio di testa
gear_1.rf	r_f	Raggio di fondo
gear_1.cone_ang	δ	Angolo del cono di riferimento (coniche)
gear_1.num_materiale		Indice numerico identificativo del materiale scelto da tabella
gear_1.h_aP	h_{aP}	Rapporto tra addendum e modulo dentiera E non standard
gear_1.h_fP	h_{fP}	Rapporto tra dedendum e modulo dentiera E non standard
gear_1.rho_fP	ρ_{fP}	Rapporto tra raggio di raccorto e modulo dentiera 'E' non standard
gear_1.c_P	c_P	Gioco di testa dentiera E non standard
gear_1.h_k	h_K	Rapporto tra altezza radiale di smusso punta del dente e modulo
gear_1.pr	pr	Spessore materiale aggiuntivo faccia del dente
gear_1.q	q	Spessore materiale rimosso durante finitura superficiale

I campi memorizzati in `gear_1` raccolgono i parametri che si differenziano tra il pignone e la ruota.

7.1 Variabili necessarie per l'esecuzione dei controlli e calcolo coefficienti di sicurezza

Oltre alle variabili prima presentate, si introducono altre variabili che non vengono fornite in input o output, ma calcolate per eseguire controlli sulla ruota in analisi (ad esempio che il numero di denti rispetti il vincolo di essere superiore al numero di denti minimo) e per procedere ai successivi calcoli dei coefficienti di sicurezza.

Si inizializza il valore del parametro da ottimizzare pari al valore peggiore che può assumere in modo che il suddetto valore venga sovrascritto non appena una coppia di ruote supera tutti i controlli sui coefficienti di sicurezza. Successivamente verranno calcolati i coefficienti di sicurezza delle ruote solamente se il parametro obiettivo calcolato assume valore migliore rispetto al valore precedentemente memorizzato.

Tabella 10 - Valori iniziali parametri da ottimizzare

ingombro_min=inf	Valore iniziale dell'ingombro misurato dalla punta dei denti del pignone alla punta dei denti della ruota, un successivo valore minore sovrascrive l'attuale
epsilon_alfa_max=0	Valore iniziale del rapporto di condotta, un successivo valore maggiore sovrascrive l'attuale
massa_min=inf	Valore iniziale della massa, un successivo valore minore sovrascrive l'attuale
inerzia_min=inf	Valore iniziale dell'inerzia, un successivo valore minore sovrascrive l'attuale
b_min=inf	Valore iniziale della massa, un successivo valore minimo sovrascrive l'attuale

Si inizializza il campo di variabilità del fattore di correzione in funzione della tipologia di correzione selezionata in input.

Tabella 11 - Range fattori correzione

x1_min	Valore minimo fattore correzione pignone
X2_min	Valore minimo fattore correzione ruota
x1_max	Valore massimo fattore correzione pignone
X2_max	Valore massimo fattore correzione ruota

Tabella 12 - Numero minimo denti

z_min_1	Numero minimo denti pignone
z_min_2	Numero minimo denti ruota

7.2 Calcolo del coefficiente di sicurezza a flessione del dente secondo il modello di Lewis

Il calcolo del coefficiente di sicurezza a flessione del dente secondo il modello di Lewis avviene nella funzione `lewis` che fornisce in output i coefficienti di sicurezza per il pignone e la ruota memorizzati rispettivamente nei campi della variabile struttura `risultati.CS1_lw` e `risultati.CS2_lw`.

Nel modello di Lewis il dente viene considerato una mensola incastrata nella corona con una forza F agente sulla punta dello stesso. Si assume un solo dente in presa e la sola componente tangenziale della forza che genera momento rispetto al punto in cui è incastrato il dente (si trascurano quindi sforzi di compressione normali alla corona).

Il coefficiente di sicurezza si calcola secondo la formula:

$$CS_{Lewis} = \frac{R_{P02} \cdot b \cdot m}{Y_l \cdot F_t \cdot K_v}$$

Dove:

R_{P02}	Tensione di snervamento del materiale	[MPa]
b	Larghezza di fascia	[mm]
m	Modulo	[mm]
F_t	Forza tangenziale agente sui denti delle ruote	[N]
K_v	Fattore dinamico di Barth	[-]
Y_l	Coefficiente di Lewis	[-]

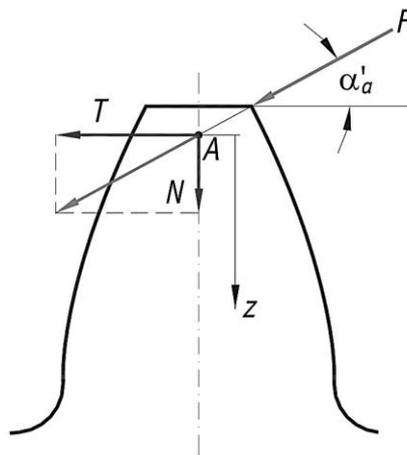


Figura 24- Modello di Lewis

Il fattore dinamico di Barth tiene conto di una maggiorazione dinamica del carico in funzione della velocità periferica dei denti della ruota, secondo l'associazione americana costruttori di ingranaggi si calcola secondo la formula:

$$K_v = \frac{5,6}{5,6 + \sqrt{v}}$$

Dove:

v	Velocità periferica ruota	[m/s]
-----	---------------------------	-------

Il coefficiente di Lewis è interpolato mediante una doppia interpolazione sul numero di denti e sull'angolo di pressione a partire dalla Tabella 13 [10] dove:

z_v	Numero di denti virtuale	[-]
α_n	Angolo di pressione normale	[°]

Il numero di denti virtuale per le ruote cilindriche a denti dritti è pari al numero di denti, per le ruote cilindriche elicoidali è calcolato secondo la formula:

$$z_{v,cilindriche} = \frac{z}{(\cos(\beta_b))^2 \cos(\beta)}$$

Per le ruote coniche il numero di denti virtuali si valuta secondo la formula [11] [12]:

$$z_{v,coniche} = \frac{z_{v,cilindriche}}{\cos(\delta)}$$

Dove:

δ	Angolo del cono di riferimento	[°]
----------	--------------------------------	-----

Tabella 13 – Reciproco coefficienti di Lewis ($\frac{1}{Y_l}$)

z_v	$\alpha_n = 14,5^\circ$	$\alpha_n = 20^\circ$	$\alpha_n = 25^\circ$
10	0.1760	0.2010	0.2380
11	0.1920	0.2260	0.2590
12	0.2100	0.2450	0.2770
13	0.2230	0.2640	0.2930
14	0.2360	0.2760	0.3070
15	0.2450	0.2890	0.3200
16	0.2550	0.2950	0.3320
17	0.2640	0.3020	0.3420
18	0.2700	0.3080	0.3520
19	0.2770	0.3140	0.3610
20	0.2830	0.3200	0.3690
21	0.2890	0.3260	0.3770
22	0.2920	0.3300	0.3840

23	0.2960	0.3330	0.3900
24	0.3020	0.3370	0.3960
25	0.3050	0.3400	0.4020
26	0.3080	0.3440	0.4070
27	0.3110	0.3480	0.4120
28	0.3140	0.3520	0.4170
29	0.3160	0.3550	0.4210
30	0.3180	0.3580	0.4250
31	0.3200	0.3610	0.4290
32	0.3220	0.3640	0.4330
33	0.3240	0.3670	0.4360
34	0.3260	0.3710	0.4400
35	0.3270	0.3730	0.4430
36	0.3290	0.3770	0.4460
37	0.3300	0.3800	0.4490
38	0.3330	0.3840	0.4520
39	0.3350	0.3860	0.4540
40	0.3360	0.3890	0.4570
43	0.3390	0.3970	0.4640
45	0.3400	0.3990	0.4680
50	0.3460	0.4080	0.4770
55	0.3520	0.4150	0.4840
60	0.3550	0.4210	0.4910
65	0.3580	0.4250	0.4960
70	0.3600	0.4290	0.5010
75	0.3610	0.4330	0.5060
80	0.3630	0.4360	0.5090
90	0.3660	0.4420	0.5160
100	0.3680	0.4460	0.5210
150	0.3750	0.4580	0.5370
200	0.3780	0.4630	0.5450
300	0.3800	0.4710	0.5540

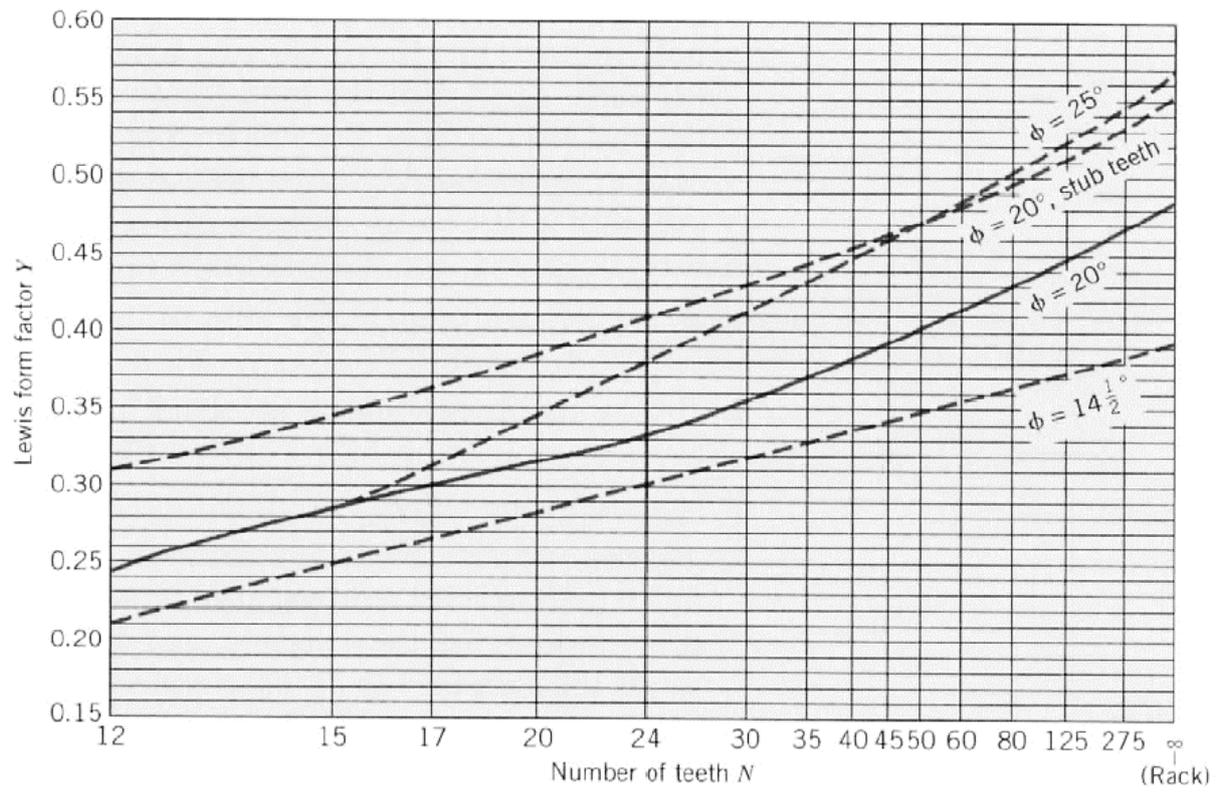


Figura 25 - Coefficienti di Lewis [10]

No Teeth	Load Near Tip of Teeth									Load at Near Middle of Teeth			
	14 1/2 deg		20 deg FD		20 deg Stub		25 deg		14 1/2 deg		20 deg FD		
	y	y	y	y	y	y	y	y	y	y	y	y	
10	0,176	0,056	0,201	0,064	0,261	0,083	0,238	0,076					
11	0,192	0,061	0,226	0,072	0,289	0,092	0,259	0,082					
12	0,21	0,067	0,245	0,078	0,311	0,099	0,277	0,088	0,355	0,113	0,415	0,132	
13	0,223	0,071	0,264	0,084	0,324	0,103	0,293	0,093	0,377	0,12	0,443	0,141	
14	0,236	0,075	0,276	0,088	0,339	0,108	0,307	0,098	0,399	0,127	0,468	0,149	
15	0,245	0,078	0,289	0,092	0,349	0,111	0,32	0,102	0,415	0,132	0,49	0,156	
16	0,255	0,081	0,295	0,094	0,36	0,115	0,332	0,106	0,43	0,137	0,503	0,16	
17	0,264	0,084	0,302	0,096	0,368	0,117	0,342	0,109	0,446	0,142	0,512	0,163	
18	0,27	0,086	0,308	0,098	0,377	0,12	0,352	0,112	0,459	0,146	0,522	0,166	
19	0,277	0,088	0,314	0,1	0,386	0,123	0,361	0,115	0,471	0,15	0,534	0,17	
20	0,283	0,09	0,32	0,102	0,393	0,125	0,369	0,117	0,481	0,153	0,544	0,173	
21	0,289	0,092	0,326	0,104	0,399	0,127	0,377	0,12	0,49	0,156	0,553	0,176	
22	0,292	0,093	0,33	0,105	0,404	0,129	0,384	0,122	0,496	0,158	0,559	0,178	
23	0,296	0,094	0,333	0,106	0,408	0,13	0,390	0,124	0,502	0,16	0,565	0,18	
24	0,302	0,096	0,337	0,107	0,411	0,131	0,396	0,126	0,509	0,162	0,572	0,182	
25	0,305	0,097	0,34	0,108	0,416	0,132	0,402	0,128	0,515	0,164	0,58	0,185	
26	0,308	0,098	0,344	0,109	0,421	0,134	0,407	0,13	0,522	0,166	0,584	0,186	
27	0,311	0,099	0,348	0,111	0,426	0,136	0,412	0,131	0,528	0,168	0,588	0,187	
28	0,314	0,1	0,352	0,112	0,43	0,137	0,417	0,133	0,534	0,17	0,592	0,188	
29	0,316	0,101	0,355	0,113	0,434	0,138	0,421	0,134	0,537	0,171	0,599	0,191	
30	0,318	0,101	0,358	0,114	0,437	0,139	0,425	0,135	0,54	0,172	0,606	0,193	
31	0,32	0,101	0,361	0,115	0,44	0,14	0,429	0,137	0,554	0,176	0,611	0,194	
32	0,322	0,101	0,364	0,116	0,443	0,141	0,433	0,138	0,547	0,174	0,617	0,196	
33	0,324	0,103	0,367	0,117	0,445	0,142	0,436	0,139	0,55	0,175	0,623	0,198	
34	0,326	0,104	0,371	0,118	0,447	0,142	0,44	0,14	0,553	0,176	0,628	0,2	
35	0,327	0,104	0,373	0,119	0,449	0,143	0,443	0,141	0,556	0,177	0,633	0,201	
36	0,329	0,105	0,377	0,12	0,451	0,144	0,446	0,142	0,559	0,178	0,639	0,203	
37	0,33	0,105	0,38	0,121	0,454	0,145	0,449	0,143	0,563	0,179	0,645	0,205	
38	0,333	0,106	0,384	0,122	0,455	0,145	0,452	0,144	0,565	0,18	0,65	0,207	
39	0,335	0,107	0,386	0,123	0,457	0,145	0,454	0,145	0,568	0,181	0,655	0,208	
40	0,336	0,107	0,389	0,124	0,459	0,146	0,457	0,145	0,57	0,181	0,659	0,21	
43	0,339	0,108	0,397	0,126	0,467	0,149	0,464	0,148	0,574	0,183	0,668	0,213	
45	0,34	0,108	0,399	0,127	0,468	0,149	0,468	0,149	0,579	0,184	0,678	0,216	
50	0,346	0,11	0,408	0,13	0,474	0,151	0,477	0,152	0,588	0,187	0,694	0,221	
55	0,352	0,112	0,415	0,132	0,48	0,153	0,484	0,154	0,596	0,19	0,704	0,224	
60	0,355	0,113	0,421	0,134	0,484	0,154	0,491	0,156	0,603	0,192	0,713	0,227	
65	0,358	0,114	0,425	0,135	0,488	0,155	0,496	0,158	0,607	0,193	0,721	0,23	
70	0,36	0,115	0,429	0,137	0,493	0,157	0,501	0,159	0,61	0,194	0,728	0,232	
75	0,361	0,115	0,433	0,138	0,496	0,158	0,506	0,161	0,613	0,195	0,735	0,234	
80	0,363	0,116	0,436	0,139	0,499	0,159	0,509	0,162	0,615	0,196	0,739	0,235	
90	0,366	0,117	0,442	0,141	0,503	0,16	0,516	0,164	0,619	0,197	0,747	0,238	
100	0,368	0,117	0,446	0,142	0,506	0,161	0,521	0,166	0,622	0,198	0,755	0,24	
150	0,375	0,119	0,458	0,146	0,518	0,165	0,537	0,171	0,635	0,202	0,778	0,248	
200	0,378	0,12	0,463	0,147	0,524	0,167	0,545	0,173	0,64	0,204	0,797	0,251	
300	0,38	0,122	0,471	0,15	0,534	0,17	0,554	0,176	0,65	0,207	0,801	0,255	
Rack	0,39	0,124	0,484	0,154	0,55	0,175	0,566	0,18	0,66	0,21	0,823	0,262	

Figura 26 - Coefficienti di Lewis [13]

7.3 Calcolo del coefficiente di sicurezza a pitting del dente secondo il modello di contatto hertziano

È bene limitare, oltre al momento flettente agente sul dente, anche la massima pressione specifica di contatto in modo che sia minore del valore limite ammissibile dal materiale causa di deterioramento superficiale (pitting). Due denti a contatto durante l'ingranamento sono modellizzati da due cilindri a contatto lungo e studiati con la teoria di Hertz.

Il calcolo del coefficiente di sicurezza a pitting del dente secondo il modello di Hertz avviene nella funzione `pitting` che fornisce in output il coefficiente di sicurezza memorizzato nel campo della variabile struttura `risultati.CS_H`.

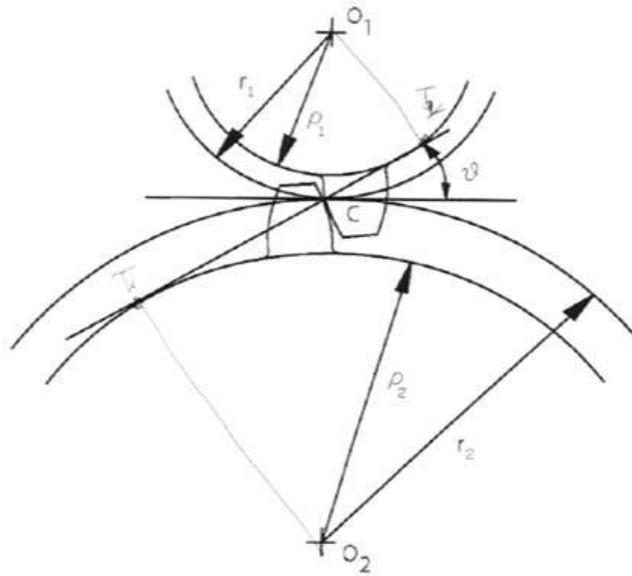


Figura 27 - Modello di Hertz

Perché si possa applicare la teoria, le superfici dovrebbero essere asciutte (no lubrificazione), non dovrebbe esserci attrito tra quest'ultime e il materiale dovrebbe essere perfettamente elastico.

La formula fornita [14] permette di calcolare la tensione dovuta a contatto hertziano nel centro di istantanea rotazione in corrispondenza del quale vi è assenza di lubrificazione rendendolo il punto più critico.

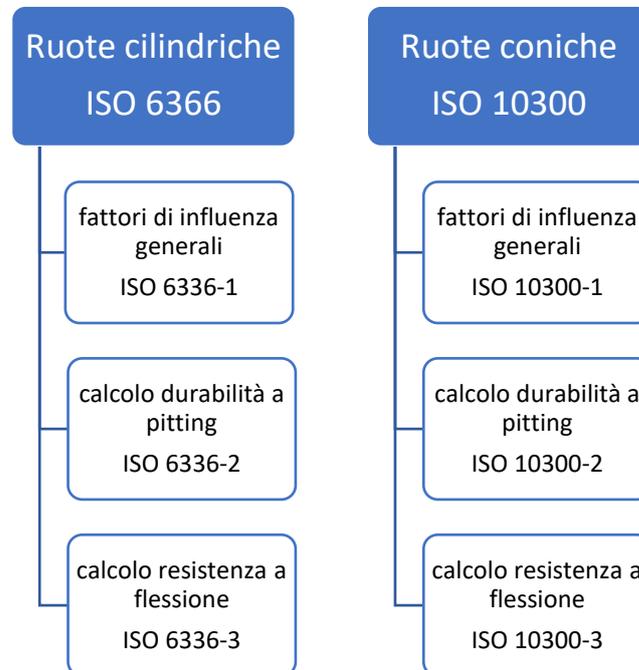
$$CS_{Hertz} = 0,629 \cdot 0,418 \sqrt{\frac{\frac{F_t}{\cos(\alpha_t)} \cdot \frac{2}{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}} \cdot (\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}) \cdot \frac{1}{\sin(\alpha_t)}}{\frac{b}{\cos(\beta)}}}$$

Dove:

F_t	Forza tangenziale agente sui denti delle ruote	[N]
b	Larghezza di dente	[mm]
r_1	Raggio primitivo pignone	[mm]
r_2	Raggio primitivo ruota	[mm]
E_1	Modulo elastico del materiale del pignone	[MPa]
E_2	Modulo elastico del materiale della ruota	[MPa]
α_t	Angolo di pressione tangenziale	[°]
β	Angolo d'elica	[°]

7.4 Calcolo dei coefficienti di sicurezza secondo norme ISO

Di seguito è presentato lo schema di calcolo e l'ordine in cui vengono valutati i fattori di influenza e i coefficienti di sicurezza per le ruote in analisi e i riferimenti alle normative consultati in ciascuna fase.



Per sintesi espositiva non sono riportate tutte le formule e i valori tabulati per la stesura del codice in quanto le informazioni riportate sarebbero una ripetizione delle fonti, quali le norme ISO. Si sono riportati, qualora fossero disponibili, grafici con gli andamenti dei fattori esposti per rendere comprensivo il range di variazione degli stessi e l'influenza che possono avere determinati parametri. Si è pertanto scelto di porre maggiore enfasi sull'interpretazione delle norme, provando a comprendere e riportare il significato dei coefficienti, le ipotesi adottate e il campo di validità.

7.5 Calcolo dei coefficienti di sicurezza del dente secondo norme ISO per ruote cilindriche

Il calcolo del coefficiente di sicurezza a flessione del dente secondo norme ISO avviene nella funzione `flessione_ISO_6336` che fornisce in output i coefficienti di sicurezza per il pignone e la ruota memorizzati rispettivamente nei campi della variabile struttura `risultati.CS1_F_ISO` e `risultati.CS2_F_ISO`.

Per le ruote cilindriche si fa riferimento alla norma ISO 6336 mentre per le ruote coniche alla norma ISO 10300. Si premette che tutti i fattori sono calcolati seguendo il metodo di calcolo B

Di seguito è presentato un diagramma che meglio spiega come è organizzato il codice

La norma ISO 6336 consente di valutare il carico ammissibile da ruote cilindriche aventi denti dritti o elicoidali.

Il campo di applicazione è il seguente:

- Angolo di pressione normale compreso tra 15° e 25°;
- Angolo d'elica minore di 30°;
- Rapporto di condotta compreso tra 1,0 e 2,5;
- No interferenza tra denti

La norma ISO 6336 non si applica a casi di deterioramento diversi dal pitting superficiale e rottura a flessione quali la deformazione plastica del dente o la presenza di vibrazioni che possono causare un'improvvisa rottura.

Si precisa inoltre che alcune procedure di calcolo non sono "scientificamente esatte" ma si fondano sulle conoscenze frutto di esperienza accumulate nel corso del tempo.

I coefficienti di calcolo sono chiamati con un termine che potrebbe essere tradotto come "fattori di influenza". I fattori di influenza possono essere valutati generalmente secondo tre metodi identificati da lettere progressive dalla A alla C. In termini di affidabilità è da preferire il metodo A rispetto al metodo B, e il metodo B rispetto al metodo C. I metodi di calcolo più affidabili però richiedono generalmente calcoli più complessi, dati supplementari non necessariamente noti in fase progettuale o prove di laboratorio. L'algoritmo sviluppato si fonda quindi sui metodi di calcolo B.

Per quanto riguarda i minimi coefficienti di sicurezza imponibili in linea teorica sarebbe sufficiente imporli pari a 1. Considerando però che non tutti i fattori di influenza possono essere calcolati correttamente i risultati ottenuti possono non rispecchiare esattamente la realtà per cui è bene che siano superiori. Sta al progettista scegliere suddetti coefficienti in quanto la normativa non riporta valori da assumere.

I fattori di influenza calcolati sono presentati nell'ordine secondo il quale è possibile calcolarli. Alcuni di essi infatti dipendono da altri e non è quindi possibile seguire un ordine scelto a piacimento.

La seguente trattazione non riporta le formule adottate o i dati tabellati sfruttati che possono essere consultati direttamente sulle norme citate o estrapolate mediante analisi del codice del programma. Si riportano lo schema seguito e i nomi delle variabili adottate così che sia immediato il collegamento tra ciascun fattore di influenza e la relativa variabile del software.

7.5.1 Fattori di influenza generali

7.5.1.1 Fattore di applicazione del carico K_a

Il fattore di applicazione del carico corregge il valore di forza nominale agente sul dente per compensare all'aumento dovuto alle caratteristiche della macchina motrice e della macchina condotta, parametri forniti in input dall'utente. Il suo valore viene selezionato a partire dalla Tabella 14 leggendo il valore delle variabili `gear.K_Amotore` e `gear.K_Amacchina` e salvandolo nella variabile `K_A`.

Tabella 14 - Valori fattore di applicazione

Caratteristiche di funzionamento del motore	Caratteristiche di funzionamento della macchina azionata			
	Uniforme	Sovraccarichi leggeri	Sovraccarichi moderati	Sovraccarichi forti
Uniforme	1.00	1.25	1.50	1.75

Sovraccarichi leggeri	1.10	1.35	1.60	1.85
Sovraccarichi moderati	1.25	1.50	1.75	2.00
Sovraccarichi forti	1.50	1.75	2.00	≥2.25

Sono di seguito riportati alcuni esempi riguardanti le tipologie di caratteristiche di funzionamento da scegliere per la macchina azionata e per la macchina motrice.

Tabella 15 - Esempi caratteristiche di funzionamento

Caratteristiche di funzionamento	Macchina motrice	Macchina azionata
Uniforme	motore elettrico, turbina a regime costante	Generatore di corrente a funzionamento uniforme, nastro trasportatore, ventilatore, pompa centrifuga
Sovraccarichi leggeri	Turbina a gas, turbina a vapore, motore elettrico con frequenti avviamenti	Mescolatore di sostanza avente densità non uniforme, pompa multi-cilindrica, forno rotativo, ingranaggio rotazione gru,
Sovraccarichi moderati	Motore a combustione interna multi-cilindrico	Estrusore gomma, macchina lavorazione legno, pompa mono-cilindrica
Sovraccarichi forti	Motore a combustione interna mono-cilindrico	Escavatore, frantoio

7.5.1.2 Fattore dinamico K_v

Il fattore dinamico tiene conto degli effetti della precisione del dente in relazione al carico applicato e alla velocità di rotazione. Maggiore è la precisione e minore è il declassamento. Il fattore dinamico dipende sia dalla fase progettuale sia dalla fase di produzione della ruota.

Teoricamente, per una ruota avente una modifica del profilo adatta al carico che deve sopportare, un ottimale rapporto di condotta, una distribuzione uniforme del carico e denti molto precisi, il fattore dinamico si avvicina all'unità.

Il metodo di calcolo adottato, denominato B, assume che l'ingranaggio consista in un sistema massa-molla dove la massa è la somma della massa del pignone e della ruota mentre la rigidità è data dall'elasticità del contatto tra i denti in presa. Non si considera inoltre l'effetto dell'eventuale presenza di altri ingranaggi a valle o a monte di quello considerato calettati sullo stesso albero. Si introduce inoltre uno smorzamento avente un valore fisso.

L'intero spettro di velocità di rotazione che può avere la ruota è suddiviso in quattro intervalli che dipendono dalla velocità critica della stessa:

- Range subcritico (velocità inferiore alla velocità di risonanza);
- Range critico (velocità vicina alla velocità di risonanza);
- Range intermedio (velocità poco superiore alla velocità di risonanza);
- Range supercritico (velocità superiore alla velocità di risonanza);

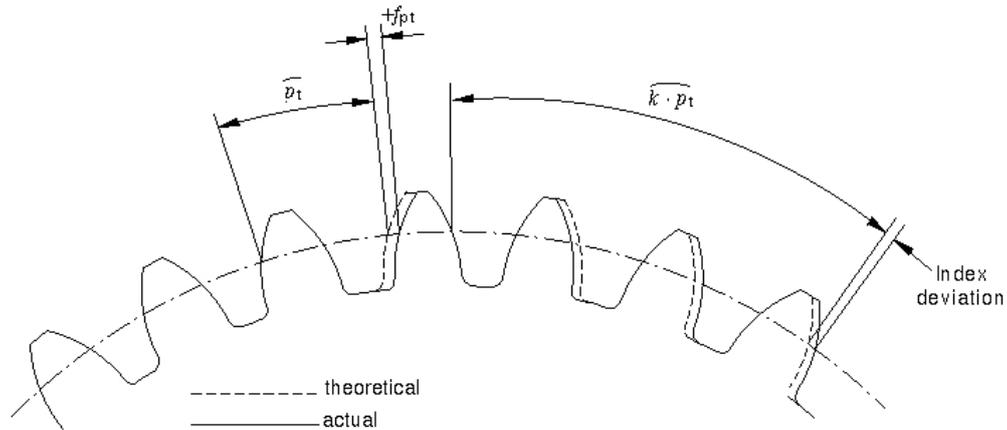


Figura 28 - Deviazione passo trasversale

Il metodo di calcolo B richiede l'assunzione di un certo valore di differenza media tra passo base teorico e passo base effettivo ("base pitch deviation") [15]. Questo valore sarà nuovamente necessario per la valutazione del fattore di distribuzione trasversale del carico. In Figura 28 è mostrata tale differenza sulla sezione trasversale della ruota ma misurata sulla circonferenza primitiva di funzionamento (che passa circa a metà altezza dente) e assume il nome di "single pitch deviation". L'errore sul passo f_{pb} , si misura sul piano normale o trasversale (rispettivamente assume il nome di f_{pbn} e f_{pbt}) lungo la circonferenza base [16].

Il valore massimo consentito di f_{pb} dipende dal grado di precisione della ruota, fornito in input in accordo allo standard ISO 1328-1 [17]. Dal momento che questo range è fornito da manuali tecnici di ditte quali KHK Gears [18] e SDP/SI Gears [16] in accordo alla classificazione della precisione degli ingranassi secondo la normativa giapponese JIS B 1702:1976 [19], è necessario "convertire" il grado di precisione fornito in input secondo la Tabella 16.

Tabella 16 - Conversione classe di precisione ISO / JIS

STANDARD	CLASSE DI PRECISIONE											
	ISO 1328	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
JIS B 1702				0	1	2	3	4	5	6	7	8

Tabella 17 – Deviazione massima sul passo misurata sulla circonferenza primitiva e deviazione massima sul passo misurata sul cerchio di base in funzione al grado di precisione della ruota cilindrica (JIS B 1702-1976)

CLASSE JIS	Single Pitch Deviation f_{pt} [μm]	Normal Pitch Deviation f_{pb} [μm]
0	$0,5 W + 1,4$	$0,9 W' + 1,4$
1	$0,71 W + 2,0$	$1,25 W' + 2,0$
2	$1,0 W + 2,8$	$1,8 W' + 2,8$
3	$1,4 W + 4,0$	$2,5 W' + 4,0$

4	2,0 W + 5,6	4,0 W' + 6,3
5	2,8 W + 8,0	6,3 W' + 10,0
6	4,0 W + 11,2	10,0 W' + 16,0
7	8,0 W + 22,4	20,0 W' + 32,0
8	16,0 W + 45,0	40,0 W' + 64,0

Dove:

- $W = d^{1/3} + 0,65$ m [μm];
- $W' = 0,56 W + 0,25$ m [μm];
- d: diametro primitivo [mm];
- m: modulo [mm].

In seguito, si è scelto di applicare la formula di calcolo della massima tolleranza consentita sul passo riportata sulla normativa ISO 1328-1 [17] in quanto più rapidamente implementabile data la validità per ogni classe di tolleranza e per coerenza con le altre norme ISO adottate.

La norma ISO non riporta però il valore di tolleranza di f_{pb} , ma solamente di f_{pt} . Secondo Gears, volume I, di Vincenzo Vullo [20], f_{pb} ("base pitch deviation") è pari al prodotto tra f_{pt} ("single pitch deviation") e il coseno dell'angolo di pressione α .

Il valore del fattore dinamico è calcolato nella funzione $K_{\Delta V}$ e il valore restituito viene salvato in $K_{\Delta V1}$.

7.5.1.3 Fattore di distribuzione longitudinale del carico $K_{F\beta}$ e $K_{H\beta}$

Il fattore di distribuzione longitudinale del carico, o di disallineamento, prende in considerazione la non uniforme distribuzione del carico sulla larghezza di fascia del dente. Il fattore $K_{F\beta}$ riguarda la tensione dovuta alla flessione al piede del dente, mentre il fattore $K_{H\beta}$ riguarda la tensione superficiale dovuta al contatto tra due denti.

La distribuzione disuniforme del carico può essere influenzata da:

- Precisione di fabbricazione del dente (possibili imprecisioni del profilo);
- Disallineamento degli assi su cui sono calettate le ruote;
- Deformazione elastica degli elementi che sorreggono le ruote (alberi, cuscinetti a sfere, sedi);
- Tolleranze sui cuscinetti a sfere;
- Contatto hertziano e deformazione per flessione del dente;
- Deformazioni termiche dovute alle temperature di esercizio;
- Bombature del dente;
- Effetti di rodaggio (effetto positivo, tende a ridurre le disuguaglianze di carico sulla superficie);
- Carichi aggiuntivi sugli alberi (catene o cinghie);
- Geometria delle ruote.

Dal momento che la valutazione di questo fattore è impossibile in fase di progettazione è necessario assumere un valore. La normativa riporta come indicazione l'utilizzo di un fattore prossimo all'unità nel caso la precisione di realizzazione delle ruote sia alta.

I fattori $K_{F\beta}$ e $K_{H\beta}$ sono salvati rispettivamente nelle variabili $K_{F\beta}$ e $K_{H\beta}$.

7.5.1.4 *Fattore di distribuzione trasversale del carico $K_{F\alpha}$ e $K_{H\alpha}$*

Il fattore di distribuzione trasversale del carico per tensione superficiale di contatto e tensione alla radice del dente di flessione tiene in considerazione gli effetti della non uniforme distribuzione del carico tra diverse coppie di denti simultaneamente in contatto.

Il valore del fattore è calcolato nella funzione $K_{H\alpha}$ e il valore restituito viene salvato in $K_{H\alpha1}$.

I fattori influenzanti principali sono:

- Deflessione sotto carico;
- Modifiche del profilo;
- Precisione di lavorazione del dente;
- Effetti di rodaggio.

7.5.2 *Calcolo durabilità a pitting*

7.5.2.1 *Introduzione*

La procedura per la valutazione della resistenza a pitting della superficie del dente è descritta dalla parte 2 della norma ISO 6336. La pressione dovuta a contatto hertziano è assunta come base di calcolo per il valore di tensione. Vi sono però altri contributi determinanti la tensione reale agente quali ad esempio:

- Attrito;
- Direzione e l'entità dello strisciamento;
- Lubrificazione;
- Distribuzione della pressione

Questi fattori vengono tenuti in conto mediante il calcolo di opportuni coefficienti di declassamento del carico ammissibile e coefficienti correttivi del carico agente.

7.5.2.2 *Campo di validità*

Perché i risultati derivanti dall'applicazione della ISO 6336-2 [21] rispecchino al meglio la realtà, si ricorda che è bene prestare maggiore attenzione nel caso vengano analizzate ruote aventi angoli d'elica maggiori di 30° o angoli di pressione maggiori di 25°. Inoltre, le correlazioni sono ottenute per ruote ad alto grado di accuratezza. Le formule dei fattori di influenza si applicano principalmente a trasmissioni lubrificate ad olio ma possono ritenersi sufficientemente valide nell'approssimare i valori di trasmissioni lente lubrificate a grasso, purché sempre presente durante l'ingranamento in quantità sufficiente. Il rapporto di condotta deve essere inferiore a 2,5.

7.5.2.3 *Scelta del coefficiente di sicurezza*

La normativa non fornisce precisi valori di coefficienti di sicurezza da adottare, ma indicazioni qualitative su come il progettista può individuare quello corretto.

Al raggiungimento della tensione limite sul fianco del dente, particelle di materiale abbandonano la superficie creando piccoli alveoli. La dimensione e il numero di questi alveoli può essere tollerata entro certi limiti in base al campo di applicazione del prodotto. Il danno da pitting non è da ritenersi accettabile se esso va aumentando al trascorrere del tempo in servizio, mentre può essere ritenuto accettabile se va diminuendo o addirittura arrestandosi. Questa condizione accade quando il danno da

pitting provoca un aumento dell'area sottoposta alla forza che distribuendosi più omogeneamente riduce i picchi di sforzi locali.

Se il deterioramento da pitting può mettere a rischio la sicurezza di un individuo (esempio di ruote impiegate in trasmissioni aeronautiche) il pitting è da considerarsi non tollerabile. Un alveolo di 1 mm di diametro in prossimità del raccordo di base di un dente genera una concentrazione locale di tensioni che può condurre alla rottura. Un altro esempio di applicazione in cui il pitting non è consentito è dato dagli ingranaggi di turbine dove eventuali danneggiamenti causerebbero vibrazioni e alti carichi dinamici.

Diverso è il caso di pitting distribuito sull'intero fianco di una ruota industriale lenta, avente modulo grande e realizzata in materiale duttile, dove i singoli alveoli possono raggiungere il diametro di 20 mm e la profondità di 8 mm. Il pitting avviene durante i primi anni di servizio dopo i quali il materiale avrà subito un processo di indurimento superficiale mediante incrudimento. Si può quindi scegliere in questi casi un basso coefficiente di sicurezza (la normativa riporta la possibilità di scegliere valori inferiori all'unità).

7.5.2.4 Calcolo del coefficiente di sicurezza

I coefficienti di sicurezza per il pignone e per la ruota vengono calcolati nelle funzioni dimensionamento e verifica attraverso la funzione `pitting_ISO_6336`, memorizzato rispettivamente nella variabile `risultati.CS1_H_ISO` e `risultati.CS2_H_ISO`. Nella funzione dimensionamento il valore viene confrontato con il valore inserito dall'utente del minimo coefficiente di sicurezza a pitting da garantire memorizzato nella variabile `CS_H_6336`.

Il coefficiente di sicurezza per il pignone è calcolato secondo l'equazione:

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{HG1}}{\sigma_{H1}} \geq S_{H \min}$$

Analogamente per la ruota l'equazione è:

$$S_{H2} = \frac{\sigma_{HG2}}{\sigma_{H2}} \geq S_{H \min}$$

Tabella 18 - Termini equazione CS pitting

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione <code>pitting_ISO_6336</code>)	Descrizione
S_{H1}	<code>CS1_H_ISO</code>	CS pitting pignone
S_{H2}	<code>CS2_H_ISO</code>	CS pitting ruota
σ_{HG1}	<code>sigma_HG1</code>	Tensione limite di contatto del pignone
σ_{HG2}	<code>sigma_HG2</code>	Tensione limite di contatto della ruota
σ_{H1}	<code>sigma_H1</code>	Tensione di contatto pignone
σ_{H2}	<code>sigma_H2</code>	Tensione di contatto ruota
$S_{H \min}$	<code>CS_H_6336</code>	CS minimo

7.5.2.5 Calcolo della tensione di contatto

La tensione di contatto per il pignone si calcola secondo l'equazione:

$$\sigma_{H1} = Z_B \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_\gamma \cdot K_v \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}$$

Analogamente per la ruota l'equazione è:

$$\sigma_{H2} = Z_D \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_\gamma \cdot K_v \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}$$

Tabella 19 - Termini equazione tensione di contatto pitting

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione pitting_ISO_6336)	Descrizione
σ_{H1}	sigma_H1	Tensione di contatto pignone
σ_{H2}	sigma_H2	Tensione di contatto ruota
σ_{H0}	sigma_H0	Tensione di contatto nominale
Z_B	Z_B	Fattore di contatto singolo per il pignone
Z_D	Z_D	fattore di contatto singolo per la ruota
K_A	K_A	Fattore di applicazione del carico
K_γ	/	Fattore di trasmissione del carico lungo diverse vie
K_v	K_V1	Fattore dinamico
$K_{H\beta}$	K_Hbeta	Fattore di distribuzione longitudinale del carico (pitting)
$K_{H\alpha}$	K_Halfa1	Fattore di distribuzione trasversale del carico (pitting)

Il valore del fattore K_γ essendo uguale a 1 considerando che la trasmissione del moto avvenga lungo un solo ingranaggio non è stata introdotta alcuna variabile per memorizzarne il valore.

7.5.2.6 Calcolo della tensione di contatto nominale

La tensione di contatto nominale si calcola secondo l'equazione:

$$\sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\epsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b} \cdot \frac{u+1}{u}}$$

Tabella 20 - Termini equazione tensione di contatto nominale pitting

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione pitting_ISO_6336)	Descrizione
σ_{H0}	sigma_H0	Tensione di contatto nominale
Z_H	Z_H	Fattore di zona
Z_E	Z_E	Fattore di elasticità del materiale

Z_ϵ	Z_epsilon	Fattore del rapporto di condotta
Z_β	Z_beta	Fattore dell'angolo d'elica
F_t	Ft	Forza tangenziale
d_1	2*r1	Diametro di riferimento del pignone
b	b	Larghezza di fascia
u	tau	Rapporto di trasmissione

La forza tangenziale è determinata nel piano trasversale sul cilindro di riferimento nota la coppia trasmessa secondo la formula:

$$F_t = \frac{C}{r}$$

Dove la coppia applicata al pignone è espressa in Nmm e il raggio primitivo di taglio del pignone è espresso in mm. La forza è espressa in N.

Il rapporto di trasmissione è da intendersi come il rapporto tra il numero di denti della ruota condotta e il numero di denti della ruota motrice.

7.5.2.7 Calcolo della tensione di contatto ammissibile

La tensione di contatto ammissibile si calcola secondo l'equazione:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{HG}}{S_{H\ min}}$$

Tabella 21 - Termini equazione tensione di contatto ammissibile pitting

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione pitting_ISO_6336)	Descrizione
σ_{HP}	sigma_HP	Tensione di contatto ammissibile
σ_{HG}	sigma_HG	Tensione limite di contatto
$S_{H\ min}$	CS_H_6336	CS minimo

Il calcolo della tensione ammissibile di contatto dipende dal numero di cicli a cui è soggetto il dente in analisi. Si distinguono tre diversi campi di funzionamento come mostrato in Figura 29.

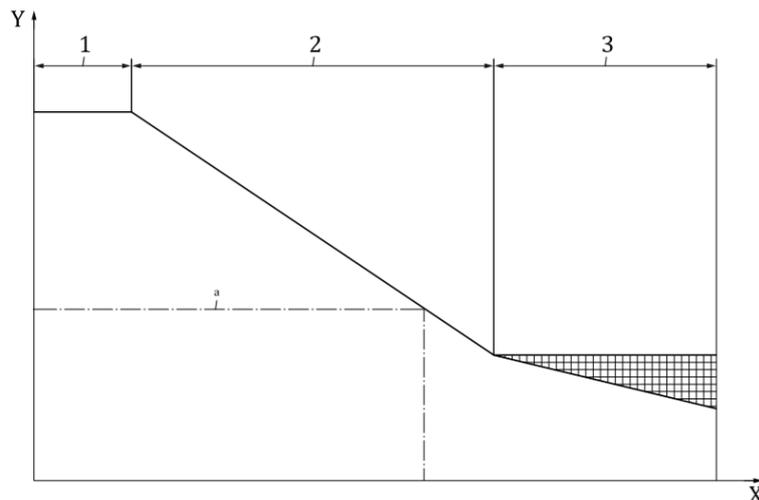


Figura 29 - Determinazione grafica della tensione di contatto ammissibile

Il grafico riporta sull'asse X il numero di cicli e sull'asse Y il valore della tensione di contatto ammissibile.

La prima zona, individuata dal numero 1, riporta il valore di tensione statica ammissibile. Si assume questo valore costante fino ad un certo numero di cicli che dipende dal materiale scelto. La zona di vita limitata, individuata dal numero 2, riporta i valori decrescenti all'aumentare del numero di cicli di carico fino al raggiungimento della zona 3 di vita lunga.

7.5.2.8 Calcolo della tensione di contatto limite

La tensione di contatto limite si calcola secondo l'equazione:

$$\sigma_{HG} = \sigma_{H \lim} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X$$

Tabella 22 -- Termini equazione tensione di contatto limite

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione pitting_ISO_6336)	Descrizione
σ_{HG}	sigma_HG	Tensione limite di contatto
$\sigma_{H \lim}$	sigma_Hlim	Tensione limite di fatica di contatto
$\cdot Z_{NT}$	Z_NT	Fattore di durata per tensioni di contatto
Z_L	Z_L	Fattore del lubrificante
Z_V	Z_V	Fattore di velocità
Z_R	Z_R	Fattore di rugosità
Z_W	Z_W	Fattore del rapporto tra durezza

Z_X	$Z_{\bar{X}}$	Fattore di dimensione
-------	---------------	--------------------------

La tensione limite di fatica di contatto è un dato fornito per ogni materiale che è possibile scegliere dalla Tabella 7. È considerato il valore massimo di tensione di contatto che il materiale può sopportare per un numero di cicli compreso tra 2 e 50 milioni.

Si segue la metodologia B della normativa che riporta le procedure di calcolo per la valutazione dei coefficienti riportati in Tabella 22 sia per il campo di vita definito statico sia i valori di riferimento per il calcolo mediante interpolazione della tensione ammissibile per la vita limitata e la vita lunga.

7.5.2.9 Fattore di zona Z_H

Il fattore di zona tiene in considerazione la curvatura della faccia del dente nel punto di contatto e trasforma il carico tangenziale sul cilindro primitivo di taglio in carico normale agente sul cilindro primitivo di funzionamento che possono differire per via dell'eventuale correzione delle ruote.

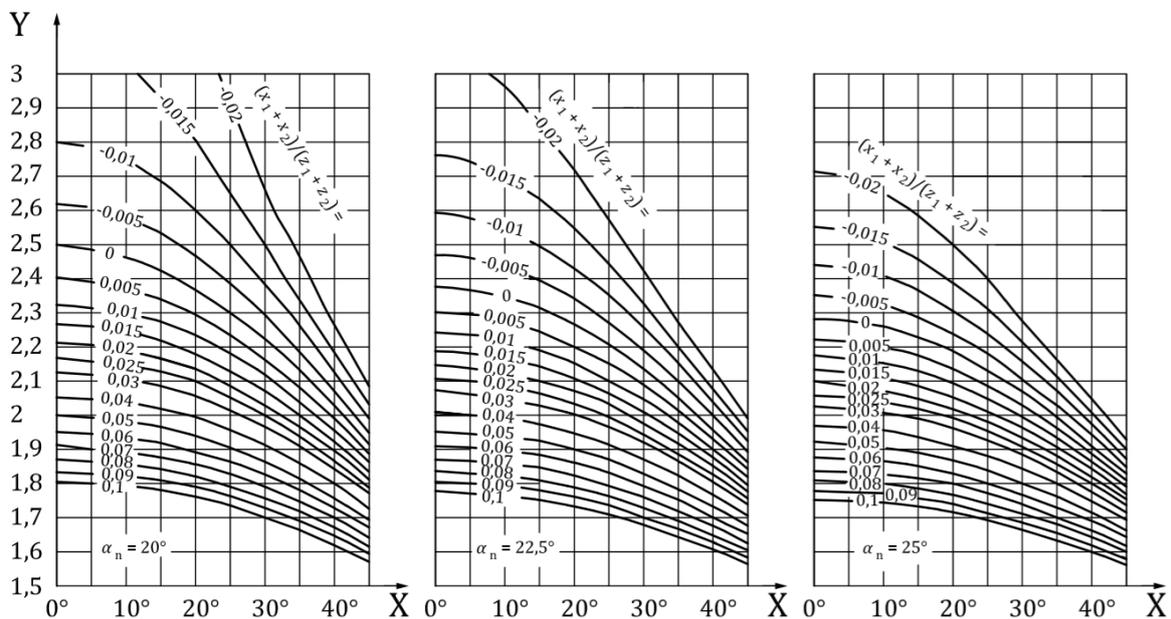


Figura 30 - Grafici fattori di zona

Legenda Figura 30:

- Asse X: angolo d'elica β [°]
- Asse Y: fattore di zona Z_H

7.5.2.10 Fattore di contatto singolo per il pignone Z_B e per la ruota Z_D

I fattori di contatto singolo trasformano il valore di tensione nel punto di contatto giacente sul cilindro primitivo di funzionamento nel valore di tensione che si ha nel punto più interno (la curvatura dell'evolvente è più accentuata a distanza minore dal cerchio di base) lungo il fianco del dente in cui si ha una sola coppia di denti in presa.

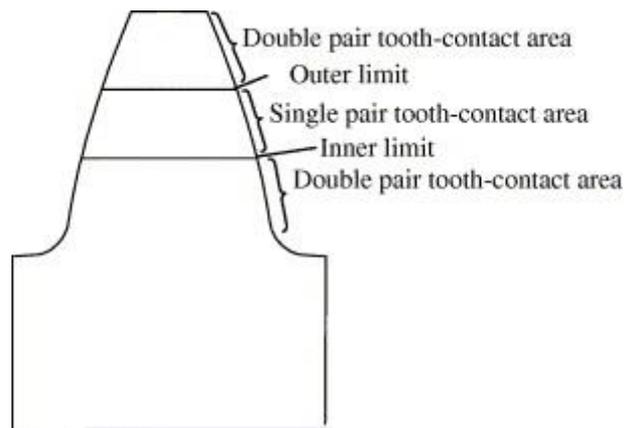


Figura 31 - Numero di coppie di denti in presa lungo il profilo del dente (rapporto di condotta < 2)

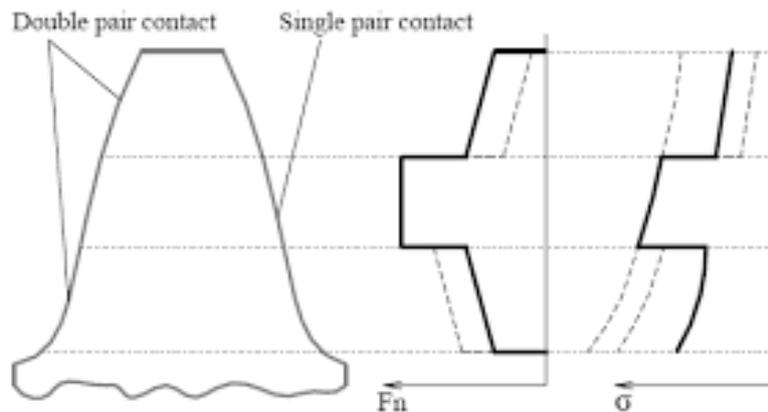


Figura 32 - Andamento qualitativo della distribuzione della tensione lungo il profilo del dente (rapporto di condotta < 2) [22]

Quanto descritto e quanto mostrato in Figura 31 e Figura 32 è riferito a ingranaggi con rapporto di condotta minore di 2, ovvero con sempre almeno 1 coppia di denti in presa e per un certo intervallo 2. Analogamente le formule riportate nella norma e su codice di calcolo possono applicarsi ad ingranaggi aventi rapporti di condotta superiori a 2 (minori di 2,5) che hanno quindi sempre almeno 2 coppie di denti in presa e 3 coppie in un certo intervallo. I coefficienti correggono il carico perché corrisponda al valore che si ha nel punto più interno in cui si hanno solo due coppie di denti in presa.

7.5.2.11 Fattore di elasticità del materiale Z_E

Il fattore di elasticità prende in considerazione il modulo di Young del materiale e il coefficiente di Poisson. Il materiale è sempre il medesimo per le due ruote e il coefficiente di Poisson ha valore uguale a 0,3 per tutti i materiali inseriti nel database del codice come riportato in Figura 33.

Wheel 1			Wheel 2			Z_E (N/mm ²) ^{0,5}
Material	Modulus of elasticity, E N/mm ²	Poisson's ratio, ν	Material	Modulus of elasticity, E N/mm ²	Poisson's ratio, ν	
St, V, Eh, IF, NT, NV	206 000	0,3	St, V, Eh, IF, NT, NV	206 000	0,3	189,8
			St(cast)	202 000		188,9
			GGG, GTS	173 000		181,4
			GG	126 000 to 118 000		165,4 to 162,0
St(cast)	202 000		St(cast)	202 000		188,0
			GGG, GTS	173 000		180,5
			GG	118 000		161,4
GGG, GTS	173 000		GGG, GTS	173 000		173,9
			GG	118 000		156,6
GG	126 000 to 118 000		GG	118 000		146,0 to 143,7

Figura 33 - Fattore di elasticità per alcune combinazioni di materiali

7.5.2.12 Fattore del rapporto di condotta Z_ε

Il fattore del rapporto di condotta tiene conto del rapporto di condotta trasversale ε_α e del coefficiente di ricoprimento ε_β . Al crescere di questi due parametri il fattore di rapporto di condotta va via via decrescendo (valori inferiori all'unità) in quanto si ha un effetto positivo dovuto alla redistribuzione del carico.

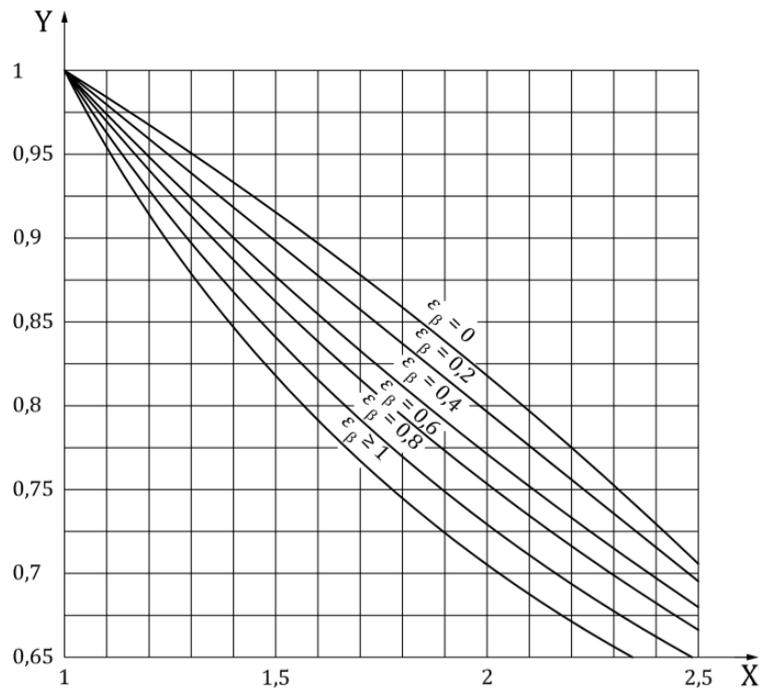


Figura 34 - Grafico del fattore del rapporto di condotta

Legenda Figura 34:

- Asse X: rapporto di condotta trasversale ε_α
- Asse Y: fattore del rapporto di condotta Z_ε

7.5.2.13 Fattore dell'angolo d'elica Z_β

Il fattore dell'angolo d'elica è indipendente dall'influenza che l'angolo d'elica ha sulla lunghezza dei contatti ma considera in maniera isolata l'effetto che l'angolo ha sul valore di tensione di contatto nominale. Al crescere dell'angolo la tensione nominale di contatto aumenta.

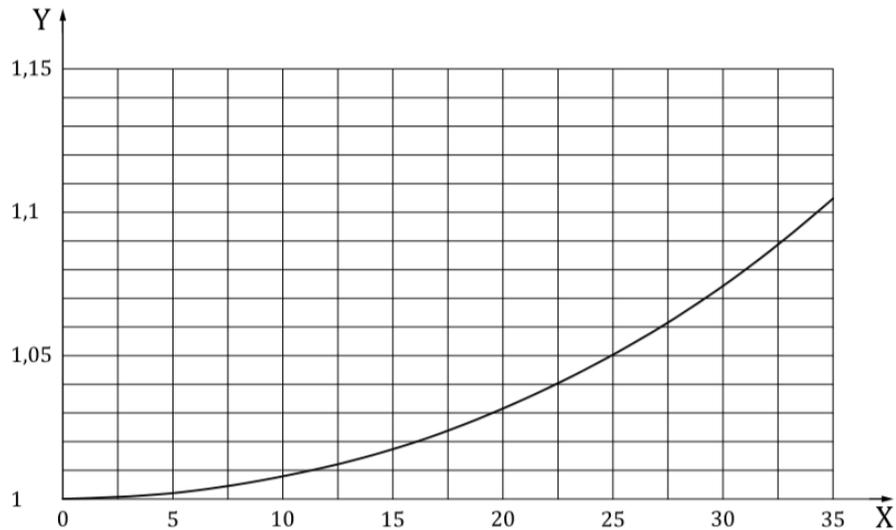


Figura 35 - Grafico fattore dell'angolo d'elica

Legenda Figura 35:

- Asse X: angolo d'elica β [°]
- Asse Y: Fattore dell'angolo d'elica Z_β

7.5.2.14 Fattore di durata per tensioni di contatto Z_{NT}

Il fattore di durata per tensioni di contatto tiene conto del maggiore valore di tensione che il componente può sopportare per un numero di cicli inferiore rispetto al numero di cicli che possono essere sopportati ad un valore di tensione pari a $\sigma_{H\ lim}$. Il valore di $\sigma_{H\ lim}$ si ottiene nel punto in cui si ha il ginocchio della curva presentata in prossimità del quale Z_{NT} ha valore unitario in quanto non necessita di correzioni per quanto riguarda la durata.

Per un numero di cicli inferiore si entra nel campo della vita limitata rappresentato dalla curva inclinata a sinistra del punto di ginocchio.

Muovendosi ulteriormente a sinistra si incontra una zona piatta definita di tensione statica. A destra del punto di ginocchio si ha un'area in cui il fattore di durata non è univocamente definito. Durante la compilazione del codice si è scelto di assumere il valore peggiorativo corrispondente ai segmenti che raggiungono il valore di $Z_{NT} = 0,85$ per un numero di cicli pari a 10^{10} .

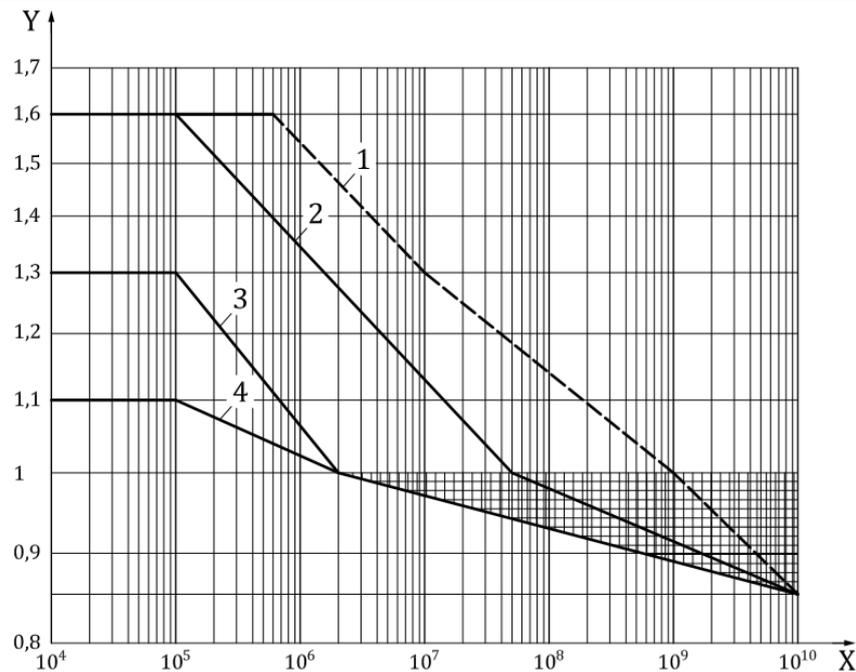


Figura 36 – Fattore di durata per tensioni di contatto.

Legenda Figura 36

- Asse X: numero di cicli
- Asse Y: Z_{NT}
- Curva 1: materiali codice ISO St, V, GGG perl, GGG bai, GTS perl, Eh, If da utilizzare quando lievi danneggiamenti da pitting sono ammissibili. Non è implementata nel codice.
- Curva 2: materiali codice ISO St, V, GGG perl, GGG bai, GTS perl, Eh, If
- Curva 3: materiali codice ISO GG, GGG ferr, NT nitr, NV nitr
- Curva 4: materiali codice ISO NV nitrocar

7.5.2.15 Fattore del lubrificante Z_L

La pellicola di lubrificante tra i fianchi dei denti a contatto influenza la durabilità superficiale.

I seguenti fattori hanno un importante effetto:

- Viscosità del lubrificante;
- Somma delle velocità istantanee dei punti a contatto;
- Carico;
- Reggi di curvatura;
- Rapporto tra la rugosità superficiale dei fianchi del dente e lo spessore minimo dello strato di lubrificante
- (tipologia di lubrificante: olio minerale o sintetico, i test effettuati per stilare la norma sono stati eseguiti usando olio minerale);
- (tempo di utilizzo del lubrificante).

La norma ricorda che i grafici e le formule riportate per il calcolo di questo fattore e dei successivi due fattori non si basa su leggi fisiche ma su osservazioni empiriche per cui i risultati ottenuti potrebbero

non rispettare esattamente la realtà. Per questa ragione i grafici riportano curve con ampie bande di errore mostrando il campo in cui possono disperdersi i risultati.

Un'altra causa di errore è che questi tre fattori, come tutti gli altri fattori presentati dalla norma, sono considerati indipendenti tra loro. In realtà sono legati gli uni agli altri e la variazione di un parametro quale la viscosità può avere effetto anche sugli altri fattori non direttamente legati alla viscosità del lubrificante. Alcuni materiali subiscono inoltre un'influenza maggiore variando certi parametri rispetto ad altri materiali per cui è difficile condensare l'esperienza accumulata in anni di osservazioni in una formula direttamente applicabile.

In ultimo, è bene considerare che l'effetto della lubrificazione è importante in special modo per ingranaggi destinati a lavorare per un alto numero di cicli (vita lunga) mentre la sua influenza è trascurabile per alti sforzi e vita breve.

Per tenere conto di ciò nel codice è stato implementato, come previsto dalla normativa, il calcolo di questi fattori sia per tensioni definite di "riferimento" sia per tensioni derivanti da carichi "statici", ovvero nella porzione di grafico rappresentato in Figura 36 caratterizzato dal tratto orizzontale (basso numero di cicli).

Il fattore del lubrificante tiene conto della viscosità del lubrificante utilizzato. Il codice accetta in input il valore di viscosità alla temperatura di 40°C.

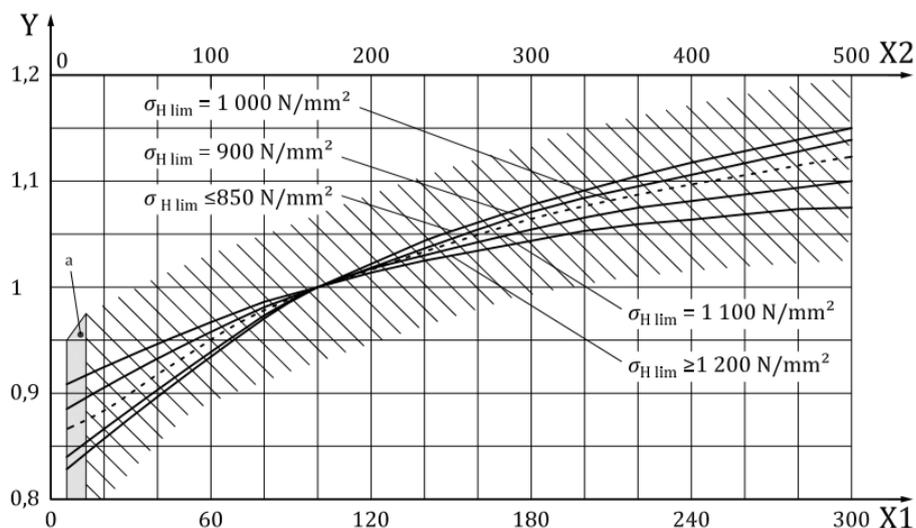


Figura 37 - Grafico fattore del lubrificante (tensioni di riferimento)

Legenda Figura 37:

- Asse X: viscosità ν_{40} [mm²/s]
- Asse Y: fattore del lubrificante Z_L

Per carichi nel range "statico" il valore del fattore del lubrificante assume valore unitario.

7.5.2.16 Fattore di velocità Z_v

Il fattore di velocità considera l'effetto che ha la velocità tangenziale sulla circonferenza di contatto sullo strato di lubrificante.

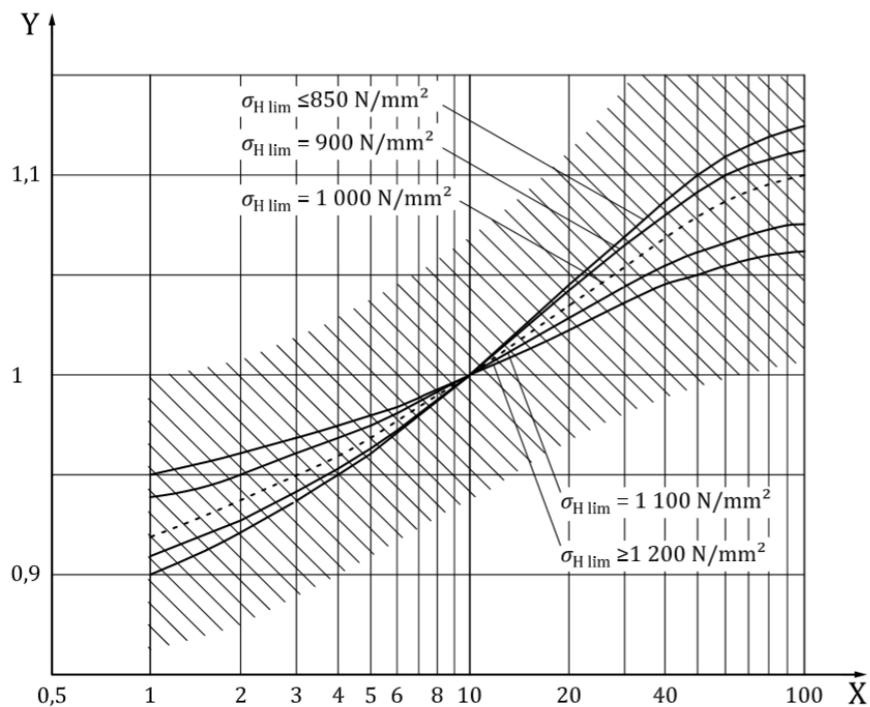


Figura 38 - Grafico fattore di velocità

Legenda Figura 38:

- Asse X: velocità [m/s]
- Asse Y: fattore di velocità Z_v

Per carichi nel range “statico” il valore del fattore di velocità assume valore unitario.

7.5.2.17 Fattore di rugosità Z_R

Il fattore di rugosità considera l'effetto che ha la rugosità dei fianchi dei denti (intesa dopo il periodo di rodaggio) sullo strato di lubrificante.

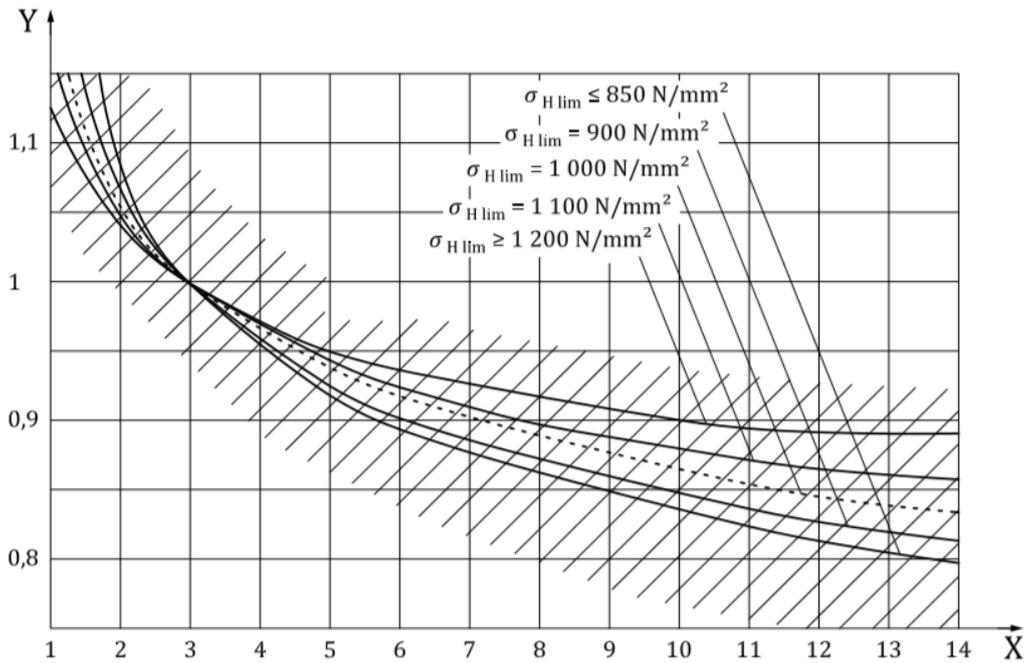


Figura 39 - Grafico fattore di rugosità

Legenda Figura 39:

- Asse X: rugosità Rz_{10} [μm]
- Asse Y: fattore di rugosità Z_R

Per carichi nel range “statico” il valore del fattore di velocità assume valore unitario.

7.5.2.18 Fattore del rapporto tra durezza Z_w

Il fattore di rapporto tra durezza considera l’aumento di resistenza superficiale della ruota dovuta all’ingranamento con il pignone qualora questo fosse realizzato con un materiale molto duro superficialmente e caratterizzato da bassa rugosità lungo il fianco del dente.

Le formule implementate nel codice sono adatte a considerare il caso si abbia un pignone superficialmente indurito e una ruota a tutta tempra, entrambe in acciaio. La norma riporta anche altri casi che però non vengono considerati dalla presente trattazione.

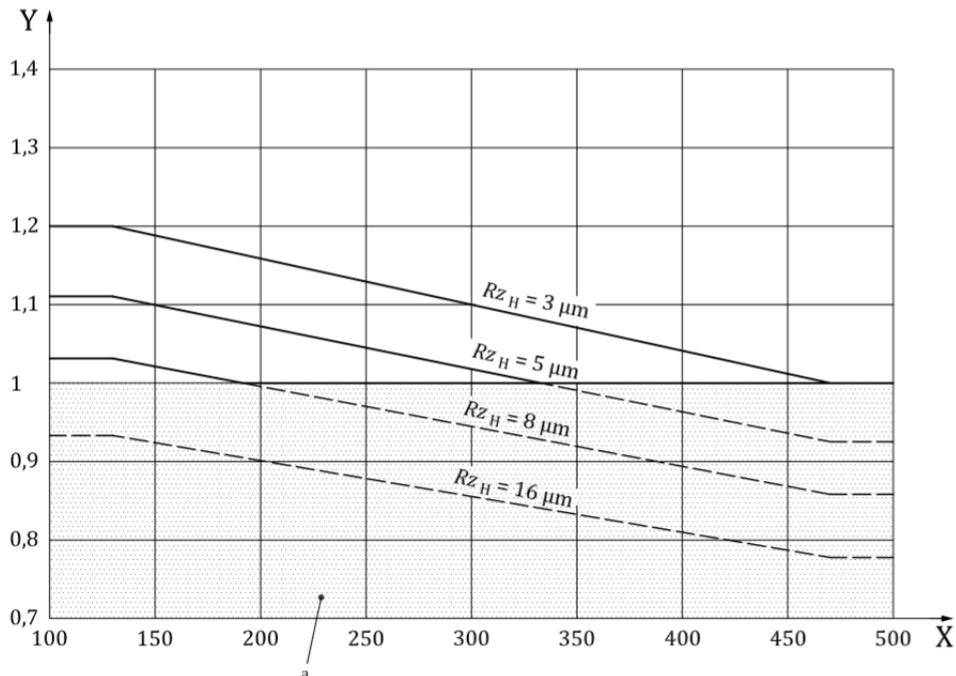


Figura 40 - Grafico fattore del rapporto tra durezza

Legenda Figura 40:

- Asse X: durezza della ruota meno dura [HB]
- Asse Y: fattore di rapporto tra durezza Z_w
- Area grigia a: effetto dell'usura ($Z_w=1$)

Per carichi nel range "statico" il valore del fattore del rapporto tra durezza assume valore circa unitario.

7.5.2.19 Fattore di dimensione Z_x

Il fattore di dimensione, calcolato con evidenze statistiche, rappresenta la diminuzione del valore di tensione per cui sono evidenti i danni dovuti alla fatica al crescere della dimensione del componente. Componenti di maggiori dimensioni hanno infatti un maggior numero di punti deboli.

In questa trattazione il fattore di dimensione è assunto pari a 1.

7.5.3 Calcolo resistenza a flessione

7.5.3.1 Introduzione

La procedura per la valutazione della resistenza a flessione alla base del dente è descritta dalla parte 3 della norma ISO 6336 [23]. La norma si fonda sul calcolo della tensione alla radice del dente e impone che essa non può superare un certo valore assunto come massimo consentito. La tensione critica è quella che si sviluppa nel raggio di raccordo alla base del dente. Le prime cricche sul materiale si formano sulla porzione di dente in compressione (dovuto allo sforzo normale che contribuisce al momento flettente), ovvero dal lato opposto della faccia che va a contatto durante l'ingranamento come mostrato in Figura 41. Queste cricche essendo in una zona di compressione, e ammesso che l'ingranaggio valori in maniera unidirezionale ruotando nel medesimo verso, non tendono ad espandersi e quindi raramente causano la rottura del dente. Diverso è il caso per le cricche che si formano nel lato opposto della base del dente dove per via degli sforzi di trazione queste tenderanno ad aprirsi rischiando di causare il collasso del dente.

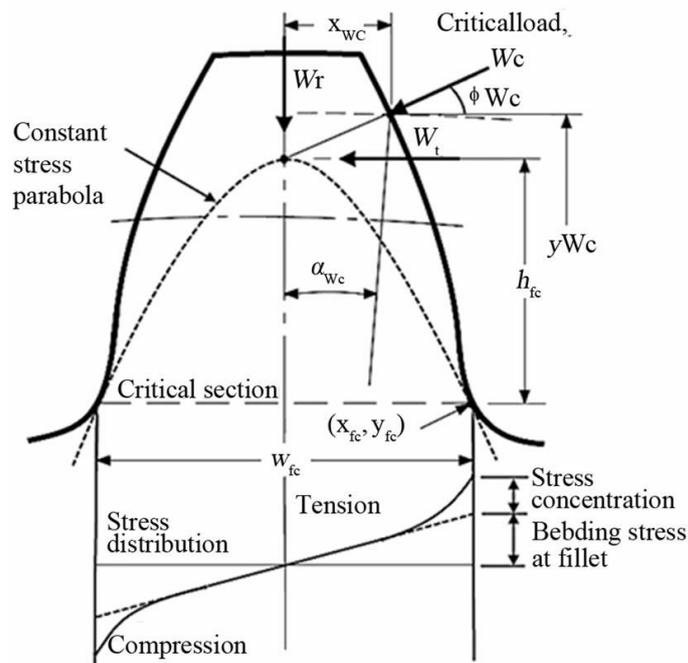


Figura 41 - Schema tensioni alla radice del dente

Il carico sopportabile dalle ruote folli è quindi sensibilmente inferiore in quanto il carico applicato a ciascun dente durante l'utilizzo è soggetto a inversione generando un range di tensioni ampio il doppio rispetto a quello alla base di un dente caricato in maniera unidirezionale.

7.5.3.2 Campo di validità

Similmente a quanto detto per la ISO 6336-2 [21], è bene assicurarsi che i parametri imposti siano tali da evitare ruote aventi angoli d'elica maggiori di 30°, angoli di pressione maggiori di 25° e rapporti di condotta superiori a 2,5. Inoltre, lo spessore della corona, materiale posto tra la radice del dente e l'albero, deve avere uno spessore di almeno la metà dell'altezza del dente. È necessario quindi controllare in un secondo momento che i risultati forniti dal codice consentano il passaggio di sufficiente diametro da consentire il trasferimento della coppia senza rendere la corona troppo sottile.

Non si prendono in considerazione numeri di cicli inferiori a 10^3 in quanto i carichi ammissibili per numeri di giri in quel range potrebbero entrare nel campo di deformazioni plastiche del materiale, caso non trattato dalla norma.

7.5.3.3 Scelta del coefficiente di sicurezza

La rottura di un dente può causare la rottura di tutti i denti dell'ingranaggio determinandone la fine del servizio per cui è bene scegliere oculatamente il coefficiente di sicurezza che generalmente è superiore rispetto a quello imposto per il pitting.

7.5.3.4 Calcolo del coefficiente di sicurezza

Il coefficiente di sicurezza per il pignone e per la ruota viene calcolato nelle funzioni dimensionamento e verifica attraverso la funzione `flessione_ISO_6336`, memorizzato rispettivamente nella variabile `risultati.CS1_F_ISO` e `risultati.CS2_F_ISO`. Nella funzione dimensionamento il valore viene confrontato con il valore inserito dall'utente del minimo coefficiente di sicurezza a flessione da garantire memorizzato nella variabile `CS_F_6336`.

Oltre alla tensione alla radice del dente, anche la tensione ammissibile è da calcolarsi separatamente per il pignone e per la ruota.

Il coefficiente di sicurezza per il pignone è calcolato secondo l'equazione:

$$S_{F1} = \frac{\sigma_{FG1}}{\sigma_{F1}} \geq S_{F \min}$$

Analogamente per la ruota l'equazione è:

$$S_{F2} = \frac{\sigma_{FG2}}{\sigma_{F2}} \geq S_{F \min}$$

Tabella 23 - Termini equazione CS flessione

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione flessione_ISO_6336)	Descrizione
S_{F1}	CS1_F_ISO	CS flessione pignone
S_{F2}	CS2_F_ISO	CS flessione ruota
σ_{FG1}	sigma_FG1	Tensione limite di flessione per il pignone
σ_{FG2}	sigma_FG2	Tensione limite di flessione per la ruota
σ_{F1}	sigma_F1	Tensione equivalente al piede del pignone
σ_{F2}	sigma_F2	Tensione equivalente al piede della ruota
$S_{F \min}$	CS_F_6336	CS minimo a flessione

7.5.3.5 Calcolo della tensione equivalente al piede

La tensione equivalente al piede è la tensione massima che si ha sulla superficie al raggio di raccordo alla radice del dente. Il metodo di calcolo A dalla ISO richiede una analisi ad hoc per l'ingranaggio mediante l'applicazione di modelli agli elementi finiti o prove di laboratorio. Il codice compilato si basa sul metodo B che considera una serie di fattori correttivi del valore teorico di tensione.

Differentemente dal pitting, la tensione è calcolata assumendo che il carico critico si ha quando la forza viene scambiata nel punto di singolo contatto più esterno (Figura 31).

per il pignone si calcola secondo l'equazione:

$$\sigma_{F1} = \sigma_{F01} \cdot K_A \cdot K_\gamma \cdot K_v \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$

Analogamente per la ruota l'equazione è:

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F02} \cdot K_A \cdot K_\gamma \cdot K_v \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$

Tabella 24 - Termini equazione tensione equivalente al piede del dente

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione flessione_ISO_6336)	Descrizione
------------------------	--	-------------

σ_{F1}	sigma_F1	Tensione equivalente al piede del pignone
σ_{F2}	sigma_F2	Tensione equivalente al piede della ruota
σ_{F01}	sigma_F01	Tensione nominale al piede del pignone
σ_{F02}	sigma_F02	Tensione nominale al piede della ruota
K_A	K_A	Fattore di applicazione del carico
K_γ	/	Fattore di trasmissione del carico lungo diverse vie
K_v	K_V1	Fattore dinamico
$K_{F\beta}$	K_Fbeta	Fattore di distribuzione longitudinale del carico (flessione)
$K_{F\alpha}$	K_Falfa1	Fattore di distribuzione trasversale del carico (flessione)

Per il valore del fattore K_γ , essendo uguale a 1 considerando che la trasmissione del moto avvenga lungo un solo ingranaggio, non è stata introdotta alcuna variabile per memorizzarne il valore.

7.5.3.6 Calcolo della tensione nominale al piede del dente

La tensione al piede del dente è la massima tensione che si riscontra alla base del dente quando esso è caricato staticamente dalla coppia nominale agente sulla ruota, si calcola per il pignone e per la ruota secondo le equazioni:

$$\sigma_{F01} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} Y_{F1} \cdot Y_{S1} \cdot Y_\beta \cdot Y_{B1} \cdot Y_{DT}$$

$$\sigma_{F02} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} Y_{F2} \cdot Y_{S2} \cdot Y_\beta \cdot Y_{B2} \cdot Y_{DT}$$

Tabella 25 - Termini equazione tensione nominale al piede del dente

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione flessione_ISO_6336)	Descrizione
σ_{F01}	sigma_F01	Tensione nominale al piede del pignone
σ_{F02}	sigma_F02	Tensione nominale al piede della ruota
Y_{F1}	Y_F1	Fattore di forma del pignone
Y_{F2}	Y_F2	Fattore di forma della ruota
Y_{S1}	Y_S1	Fattore di correzione della tensione del pignone
Y_{S2}	Y_S2	Fattore di correzione della tensione della ruota
Y_β	Y_beta	Fattore dell'angolo d'elica
Y_{B1}	Y_B1	Fattore di spessore della corona del pignone

Y_{B2}	Y_B2	Fattore di spessore della corona della ruota
Y_{DT}	Y_DT	Fattore di profondità del dente
b	b	Larghezza di fascia
m_n	mn	Modulo normale

La forza tangenziale, come per il pitting, è determinata nel piano trasversale sul cilindro di riferimento nota la coppia trasmessa secondo la formula:

$$F_t = \frac{C}{r}$$

Dove la coppia applicata al pignone è espressa in Nmm e il raggio primitivo del pignone è espresso in mm. La forza è espressa in N.

7.5.3.7 Calcolo della tensione ammissibile al piede del dente

La tensione ammissibile al piede del pignone e della ruota si calcola rispettivamente secondo le equazioni:

$$\sigma_{FP1} = \frac{\sigma_{FG1}}{S_{F \min}}$$

$$\sigma_{FP2} = \frac{\sigma_{FG2}}{S_{F \min}}$$

Tabella 26 - Termini equazione tensione ammissibile al piede del dente

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione flessione_ISO_6336)	Descrizione
σ_{FP1}	sigma_FP1	Tensione ammissibile al piede del pignone
σ_{FP2}	sigma_FP2	Tensione ammissibile al piede della ruota
σ_{FG1}	sigma_FG1	Tensione limite al piede del pignone
σ_{FG2}	sigma_FG2	Tensione limite al piede della ruota
$S_{F \min}$	CS_F_6336	CS minimo a flessione

La tensione ammissibile al piede del dente si calcola sia per il valore statico sia di riferimento. Noti i due valori, che differiscono per il valore del fattore di durata (imposto uguale a 1 nel caso di riferimento) e per le procedure di calcolo di altri fattori, consentono, mediante interpolazione lineare, di ricavare il valore della tensione ammissibile al piede del dente per il numero di cicli fornito in input.

Come mostra la Figura 29, dopo un primo segmento orizzontale corrispondente al numero di cicli per cui il carico ammissibile è pari al carico statico, segue un tratto inclinato definito di vita limitata che termina dove la curva ha un ginocchio in corrispondenza del quale si ha il valore di tensione definita di riferimento. Oltre questo punto, muovendosi verso un numero superiore di cicli di carico, si entra nel range di vita lunga. Questa zona corrisponde ad un'area della quale in questa trattazione si considera l'estremo inferiore (caso peggiorativo).

7.5.3.8 Calcolo della tensione limite al piede del dente

La tensione limite al piede del pignone e della ruota si calcola rispettivamente secondo le equazioni:

$$\sigma_{FG1} = \sigma_{F \lim 1} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta \text{ rel } T1} \cdot Y_{R \text{ rel } T} \cdot Y_X$$

$$\sigma_{FG2} = \sigma_{F \lim 2} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta \text{ rel } T2} \cdot Y_{R \text{ rel } T} \cdot Y_X$$

Tabella 27 -- Termini equazione tensione limite

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione flessione_ISO_6336)	Descrizione
σ_{FG1}	sigma_FG1	Tensione limite al piede del pignone
σ_{FG2}	sigma_FG2	Tensione limite al piede della ruota
$\sigma_{F \lim 1}$	sigma_Flim1	Tensione limite di fatica a flessione del pignone
$\sigma_{F \lim 2}$	sigma_Flim2	Tensione limite di fatica a flessione della ruota
$\cdot Y_{ST}$	Y_ST	Fattore di correzione della tensione
Y_{NT}	Y_NT	Fattore di durata per le condizioni di prova di riferimento
$Y_{\delta \text{ rel } T1}$	Y_deltarelT1	Fattore relativo di sensibilità all'intaglio per il pignone
$Y_{\delta \text{ rel } T2}$	Y_deltarelT2	Fattore relativo di sensibilità all'intaglio per la ruota
$Y_{R \text{ rel } T}$	Y_RrelT	Fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente
Y_X	Y_X	Fattore di dimensione

7.5.3.9 Fattore di forma Y_f

Il fattore di forma tiene conto dell'effetto che ha la geometria del dente sulla tensione nominale al piede del dente. Deve essere valutato separatamente per il pignone e per la ruota.

La tensione è valutata nel punto superficiale del dente (punto di maggiore sollecitazione dovuta al momento flettente) e sul segmento che collega i due punti del raggio di raccordo di base dove la tangente al raccordo crea un angolo di 30° con l'asse verticale del dente come mostrato in Figura 42.

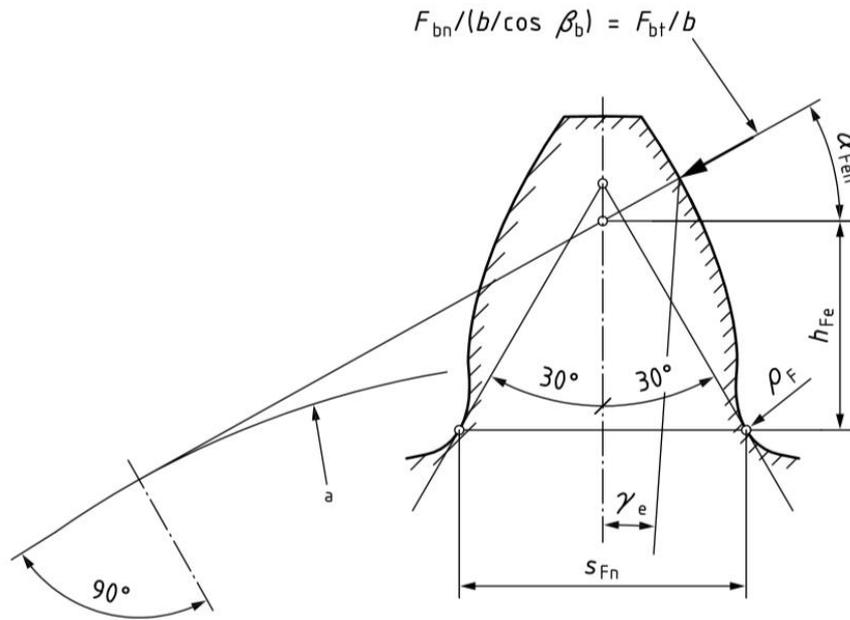


Figura 42 - Rappresentazione spessore alla base del dente

Le formule fornite dalla norma possono applicarsi ai denti generati secondo la dentiera standard con le seguenti limitazioni:

- Il punto di contatto della tangente a 30° deve giacere sul raccordo generato dal raccordo della dentiera creatrice;
- Il raggio di raccordo della dentiera creatrice deve essere > 0 ;
- Non si considera lo spessore del dente che verrà rimosso in successive lavorazioni.

Il fattore di forma viene calcolato per le ruote elicoidali calcolando il numero di denti virtuale della ruota a denti dritti equivalente.

Si riporta di seguito in maniera dettagliata il procedimento per ricavare la formula del fattore di forma in quanto la formula riportata sulla normativa si ritiene riporti un errore (riportato in seguito).

Si studia la tensione alla base del dente modellizzando il dente come una mensola incastrata verticalmente (normale alla circonferenza di base) sollecitata da un carico parallelo alla base (si trascura la componente normale alla base del carico).

Durante l'ingranamento la forza agente sul profilo ad evolvente del dente è sempre normale alla superficie.

La normale alla superficie del dente, che identifica la direzione della forza scambiata, è pari all'angolo di pressione α_n solo nel punto dove il segmento dei contatti incrocia la congiungente dei centri delle ruote.

Per calcolare il momento flettente che agisce alla base del dente si necessita della componente della forza parallela alla base del dente.

Si studia la sollecitazione nella sezione normale del dente. Lo spessore del dente s_{Fn} è quindi inteso nella sezione normale del dente.

L'angolo esistente tra la direzione della forza F_{bn} (agente nel piano normale del dente) e il segmento s_{Fn} (definito "corda") alla base del dente su cui si calcolano gli sforzi, che varia durante l'ingranamento, viene fissato pari al valore dell'angolo che si crea nel punto più esterno in cui si ha contatto di una singola coppia di denti (condizione più critica).

Questo angolo è definito α_{Fen} (anch'esso quindi è definito in un piano normale alla sezione del dente).

Si può quindi calcolare, analizzando la sezione normale del dente, la tensione massima che si ha sulla corda secondo la formula:

$$\sigma = \frac{F_{bn} \cdot \cos(\alpha_{Fen})}{\frac{1}{12} \cdot \frac{b}{\cos(\beta_b)} \cdot s_{Fn}^3} \cdot h_{Fe} \cdot \frac{1}{2} s_{Fn}$$

Dove:

- $F_{bn} \cdot \cos(\alpha_{Fen})$: componente della forza parallela alla base;
- h_{Fe} : braccio della forza;
- $\frac{b}{\cos(\beta_b)}$: lunghezza effettiva del dente considerando che il dente si avvolge sul cilindro di base seguendo una spirale definita dall'angolo dell'elica (sul cilindro di base);
- $F_{bn} \cdot \cos(\alpha_{Fen}) \cdot h_{Fe}$: momento flettente;
- $\frac{1}{2} s_{Fn}$: distanza dall'asse neutro del dente del punto in cui si valuta la tensione;
- $\frac{1}{12} \cdot \frac{b}{\cos(\beta_b)} \cdot s_{Fn}^3$: momento di inerzia della base del dente.

Che si può riscrivere in maniera più compatta:

$$\sigma = \frac{F_{bn} \cdot \cos(\alpha_{Fen})}{\frac{1}{6} \cdot \frac{b}{\cos(\beta_b)} \cdot s_{Fn}^2} \cdot h_{Fe}$$

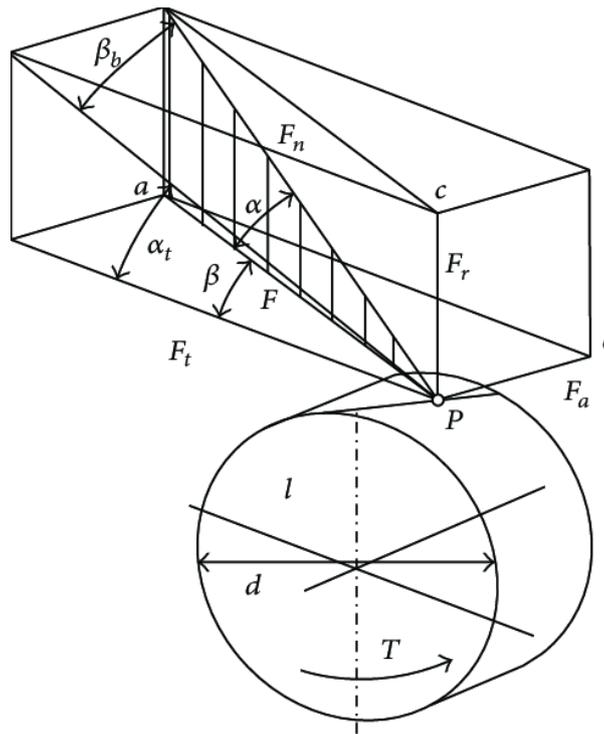


Figura 43 - Schema angoli e forze ruote elicoidali

Il vettore della forza F_{bn} , che immaginiamo durante la trattazione essere concentrato in un solo punto anziché distribuito lungo la linea su cui i 2 denti si toccano, giace sul segmento dei contatti che è tangenziale al cerchio di base (come mostra la Figura 42). Nella sezione trasversale della ruota questa forza è identificata con F_{bt} . Essendo F_{bn} e F_{bt} tangenti al cerchio di base l'angolo tra questi vettori è pari a β_b , quindi:

$$F_{bt} = F_{bn} \cos(\beta_b)$$

Si riscrive la formula della tensione come:

$$\sigma = \frac{F_{bt} \cdot \cos(\alpha_{Fen})}{\frac{1}{6} \cdot b \cdot s_{Fn}^2} \cdot h_{Fe}$$

Il vantaggio di essersi ricondotti ad una forza agente sul piano tangenziale della ruota sta nel fatto che è più facile da ricavare nota la coppia in ingresso. La forza agente sul dente deve essere tale da trasferire la coppia imposta alla ruota. La coppia è data dal prodotto della forza agente sulla ruota moltiplicata per il raggio del cerchio al quale la suddetta forza è tangente. Sapendo che la forza scambiata dal dente giace sul segmento dei contatti, F_{bt} è tangente alla circonferenza di base di raggio r_b . La valutazione della formula è comoda se può essere valutata mediante la F_t in quanto è un dato che abbiamo a disposizione essendo molto facile da calcolare sapendo che F_t è tangente, per definizione, alla circonferenza primitiva di taglio della ruota di raggio r .

Riassumendo si può scrivere:

$$C = F_{bt} \cdot r_b = F_t \cdot r$$

Essendo nota la F_t possiamo scrivere:

$$F_{bt} = F_t \cdot \frac{r}{r_b} = F_t \cdot \frac{r}{r \cdot \cos(\alpha_t)} = \frac{F_t}{\cos(\alpha_t)}$$

La tensione nominale si può quindi calcolare come:

$$\sigma = \frac{F_t \cdot \cos(\alpha_{Fen})}{\frac{1}{6} \cdot b \cdot s_{Fn}^2 \cdot \cos(\alpha_t)} \cdot h_{Fe}$$

Questa formula può essere riscritta mettendo in evidenza i parametri geometrici che dipendono dal punto di contatto considerato:

$$\sigma = \left[\frac{\frac{h_{Fe}}{m_n} \cdot \cos(\alpha_{Fen})}{\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{s_{Fn}}{m_n}\right)^2 \cdot \cos(\alpha_t)} \right] \cdot \frac{F_t}{m_n \cdot b} = Y_F \cdot \frac{F_t}{m_n \cdot b}$$

Si è quindi isolato il contenuto della parentesi quadra che viene definito fattore di forma Y_F :

$$Y_F = \frac{6 \cdot \left(\frac{h_{Fe}}{m_n}\right) \cdot \cos(\alpha_{Fen})}{\left(\frac{s_{Fn}}{m_n}\right)^2 \cdot \cos(\alpha_t)}$$

La formula prima riportata differisce da quella riportata sulla normativa ISO 6336:2019 paragrafo 6.2.1 formula 9 (vedere anche appendice C della suddetta norma) che riporta il coseno dell'angolo α_n a denominatore.

La normativa giapponese JIS B 1759 [24] riporta invece come formula della tensione nominale:

$$\sigma = \frac{F_{wt} \cdot \cos(\alpha_{Fen})}{\frac{1}{6} \cdot b \cdot s_{Fn}^2 \cdot \cos(\alpha_{wt})} \cdot h_{Fe}$$

Questa formula è coerente con quanto ricavato in precedenza, con la differenza che utilizzare la F_t usa la F_{wt} (forza scambiata considerando l'effettivo diametro di funzionamento delle ruote) tangente alla circonferenza di raggio r_w .

Ma, similmente a quanto scritto per F_t , si può scrivere:

$$F_{bt} = F_{wt} \cdot \frac{r_w}{r_b} = F_t \cdot \frac{\frac{r_b}{\cos(\alpha_{wt})}}{r_b} = \frac{F_{wt}}{\cos(\alpha_{wt})}$$

I calcoli dei parametri necessari alla valutazione della formula, ovvero h_{Fe} , s_{Fn} e α_{Fen} , sono effettuati adottando le formule reperibili nella normativa ISO 6336-3 paragrafo 6.2.3 [23] applicabili nel caso la ruota esterna sia tagliata da una *dentatrice* (hob cutter) rappresentata in Figura 44 e nel caso la ruota interna sia generata da shaper cutter.

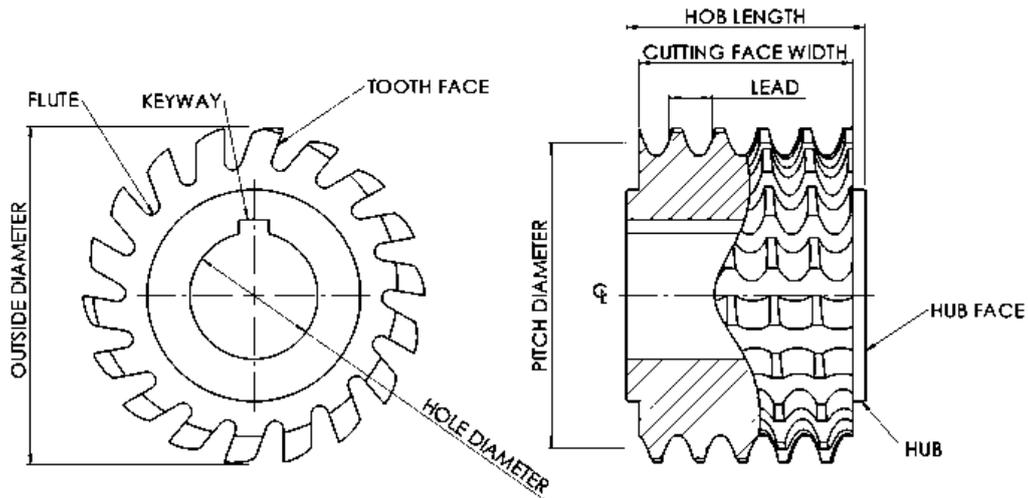


Figura 44 - Rappresentazione utensile "hob cutter"

L'utilizzo di un utensile diverso, quale il coltello sbozzatore (shaper cutter) rappresentato in Figura 45 richiede l'adozione di formule diverse (ISO 6336-3 paragrafo 6.2.4 [23]) che necessitano di conoscere i dettagli relativi all'utensile tra cui:

- il numero di denti dell'utensile;
- angolo di tangenza (30° per ruote esterne);
- l'angolo di raccordo di punta;
- coefficiente di traslazione del profilo (correzione);
- spessore di sottotaglio del dente dell'utensile;

L'utilizzo di questo utensile è previsto per la creazione di ruote interne. In questo caso i parametri dell'utensile sono stati imposti pari ai parametri della ruota con cui ingrana in quanto l'utensile, se avesse la stessa forma del pignone con cui ingrana, sarebbe sicuramente adatto a creare la ruota.

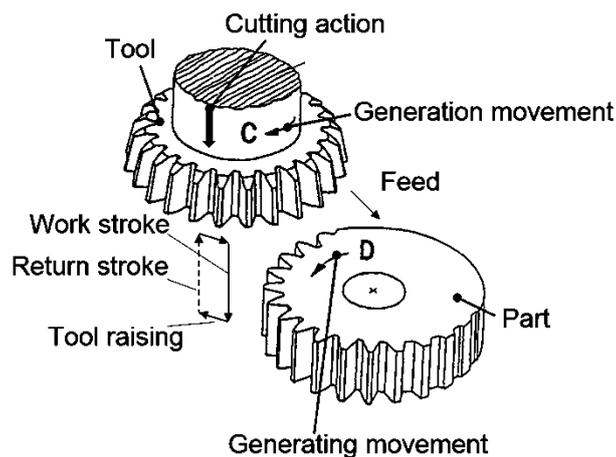


Figura 45 - Rappresentazione utensile "shaper cutter"

7.5.3.10 Fattore di correzione della tensione Y_s

Il fattore di correzione della tensione converte il valore nominale di tensione al piede del dente nel valore effettivo considerando:

- Il fattore di concentrazione degli sforzi nel raggio di raccordo che tende ad amplificare le tensioni;
- Il fatto che la valutazione del reale stato tensionale è più complessa rispetto allo schema analizzato nel paragrafo relativo al fattore di forma (modello di Lewis, mensola incastrata) considerando che il carico è più critico se applicato più vicino alla sezione critica analizzata.

La formula proposta è ricavata per un angolo di pressione di 20° per cui i risultati sono da ritenersi approssimativi per angoli diversi. Non si considera la presenza di intagli alla base del dente.

Il fattore Y_s si calcola separatamente per il pignone e per la ruota.

7.5.3.11 Fattore di correzione della tensione relativo alla dimensione della di riferimento normalizzato di prova Y_{ST}

Il fattore di correzione della tensione Y_{ST} tiene conto che per le ruote di test è stato applicato questo fattore correttivo per cui deve essere considerato durante l'applicazione delle formule risultati dai suddetti test riportate in normativa.

7.5.3.12 Fattore dell'angolo d'elica Y_β

Il fattore dell'angolo d'elica tiene in considerazione l'inclinazione della linea di contatto per via dell'angolo d'elica diverso da 0.

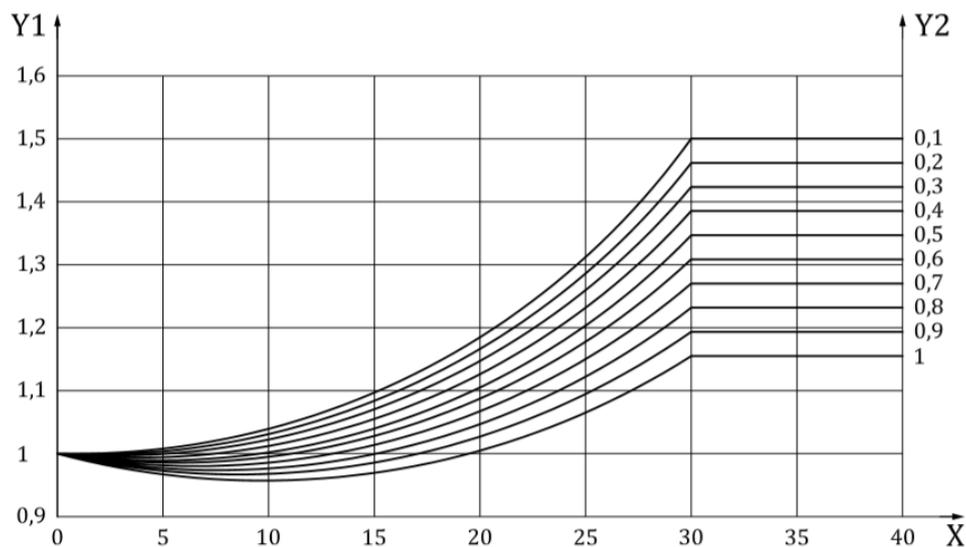


Figura 46 - Grafico fattore dell'angolo d'elica

Legenda Figura 46:

- Asse X: angolo d'elica β [°]
- Asse Y1: fattore dell'angolo d'elica Y_β
- Asse Y2: rapporto di ricoprimento ϵ_β

7.5.3.13 Fattore di spessore della corona Y_B

Il fattore di spessore della corona amplifica la tensione nominale nel caso lo spessore della corona non sia sufficiente ad assicurare il supporto necessario al dente spostando la zona soggetta a carico di flessione a fatica dal raggio di raccordo di base del dente alla corona. Non essendo fornita indicazione durante l'esecuzione del codice riguardo il diametro dell'albero che attraversa la ruota si è assunto che

questo sia sempre di dimensione tale da consentire di avere materiale a sufficienza tra l'albero e il diametro di fondo della ruota.

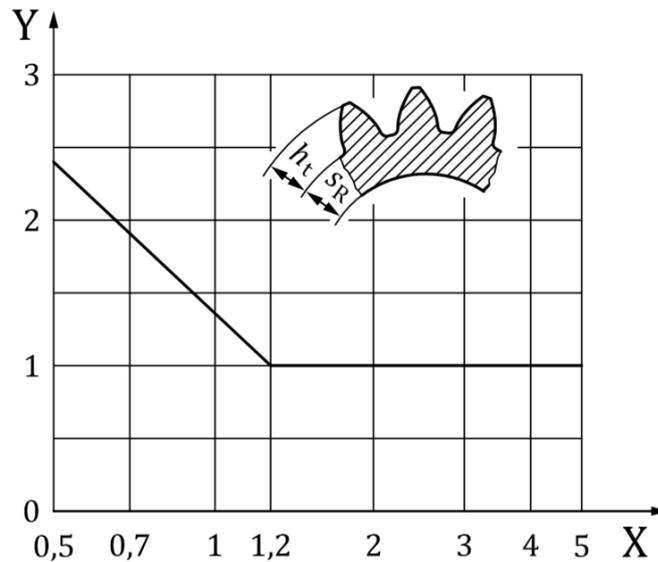


Figura 47 - Grafico fattore di spessore della corona

Legenda Figura 47:

- Asse X: rapporto tra spessore della corona e altezza del dente s_R/h_t
- Asse Y: fattore di spessore della corona Y_B

7.5.3.14 Fattore di profondità del dente Y_{DT}

Il fattore di profondità del dente riduce il valore di tensione nominale qualora l'ingranaggio avesse un rapporto di condotta virtuale superiore a 2,05 e una classe di tolleranza ISO inferiore o uguale a 4.

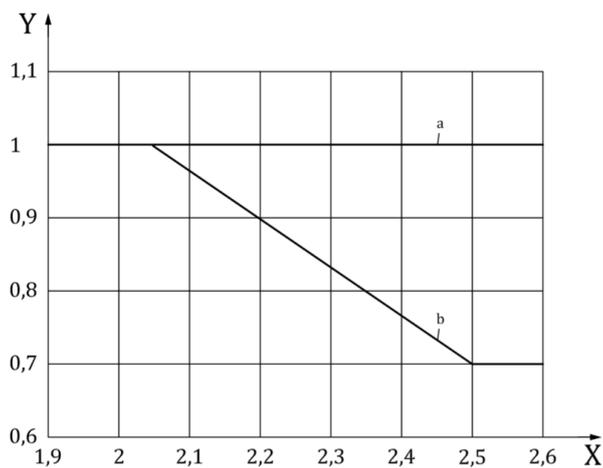


Figura 48 - Grafico fattore di profondità del dente

Legenda Figura 48:

- Asse X: rapporto di condotta virtuale $\epsilon_{\alpha n}$
- Asse Y: fattore di profondità del dente Y_{DT}
- Curva a: classe di tolleranza ISO > 4

- Curva b: classe di tolleranza ISO ≤ 4

7.5.3.15 Fattore di durata per le condizioni di prova di riferimento Y_{NT}

Il fattore di durata tiene conto della maggiore tensione che una ruota sottoposta a una vita limitata può sopportare rispetto alla tensione consentita per 3×10^6 cicli (standard della normativa).

I fattori influenzanti il valore del fattore sono:

- Materiale e trattamento termico subito;
- Numero di cicli di carico N_L ;
- Tipologia di cedimento del materiale;
- Fluidità richiesta durante l'uso;

Il numero di cicli è da considerarsi il numero di volte che il dente ingrana sotto carico.

L'affidabilità, secondo la normativa è fissata al 99%. Per numero di cicli superiore a 3×10^6 si è scelto adottare coefficienti conservativi (valori minimi riportati dalla norma) così che i risultati ottenuti possano essere usati anche in condizioni critiche. Per condizioni generiche si possono utilizzare fattori di durata più alti (compresi nella zona grigia del grafico riportato in Figura 49, mentre se si considera una lubrificazione e un processo di realizzazione ottimale si può utilizzare il valore limite superiore pari a 1.

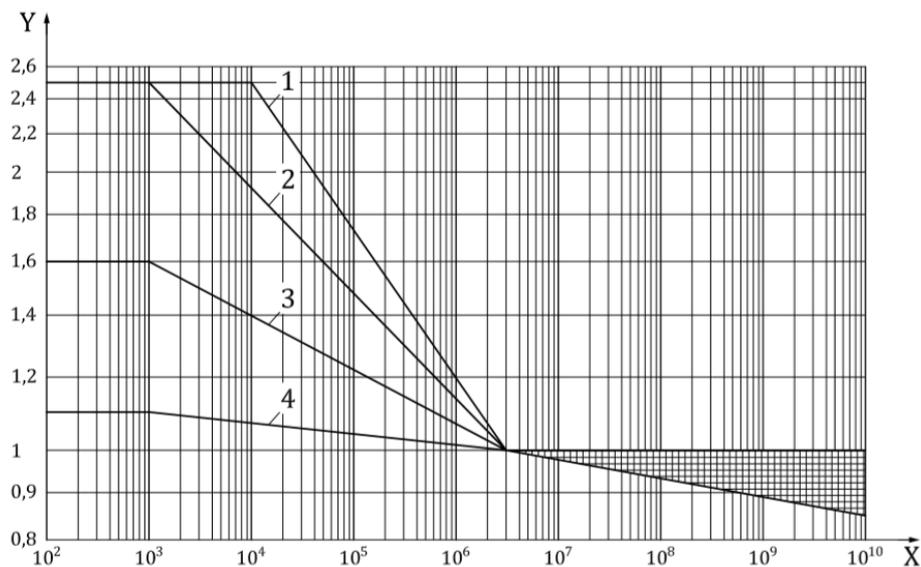


Figura 49 - Grafico fattore di durata

Legenda Figura 49:

- Asse X: numero di cicli
- Asse Y: Y_{NT}
- Curva 1: materiali codice ISO St, V, GGG perl. bai., GTS perl
- Curva 2: materiali codice ISO Eh, If
- Curva 3: materiali codice ISO GG, GGG ferr, NT, NV nitr
- Curva 4: materiali codice ISO NV nitrocar

Il calcolo del fattore Y_{NT} mediante interpolazione dal grafico mostrato in Figura 49 (le cui formule non sono riportate nella norma aggiornata in versione 2019) consente di ottenere il valore di tensione limite al piede del dente per un determinato numero di cicli. In realtà il procedimento di interpolazione è più complicato di quello mostrato nel grafico in quanto l'interpolazione non avviene tra i valori del fattore di durata in maniera diretta ma avviene interpolando il valore di tensione limite al piede al dente nel range di vita "statico" (ottenuto valutando i vari fattori correttivi che compaiono nella formula della tensione limite al piede del dente secondo le formule "static") e il valore limite di tensione al piede del dente nel punto di ginocchio della curva (ottenuto valutando i vari fattori correttivi che compaiono nella formula della tensione limite al piede del dente secondo le formule "reference"). L'interpolazione del valore del fattore di durata per il range di vita limitata (tratto centrale delle curve) consente quindi di avere un coefficiente numerico che permette di passare gradualmente dal valore di tensione limite statica a quella di riferimento al salire del numero di cicli (per la tensione di riferimento il fattore correttivo ha valore 1 in quanto è lo stesso numero di cicli al quale sono stati svolti i test durante la redazione della norma). Per il range di vita oltre il ginocchio della curva si applica direttamente il fattore di durata (calcolato questa volta mediante interpolazione lineare del valore del fattore di durata mostrato nel grafico) al valore di tensione limite al piede del dente ottenuto per 3×10^6 cicli (reference).

Le formule di interpolazione implementate sono visibili nel codice MatLab.

7.5.3.16 Fattore relativo alla sensibilità di intaglio $Y_{\delta relT}$

Il fattore relativo alla sensibilità di intaglio $Y_{\delta relT}$, riferito alla ruota in analisi, si calcola a partire dal fattore di sensibilità all'intaglio Y_{δ} valutato sperimentalmente per una ruota standard che caratterizza la concentrazione delle tensioni che si ha nel raggio di raccordo del dente. Questo fattore assume valori diversi per carichi statici ("static") e dinamici ("reference") e dipende dalla forma del raccordo e dal materiale utilizzato.

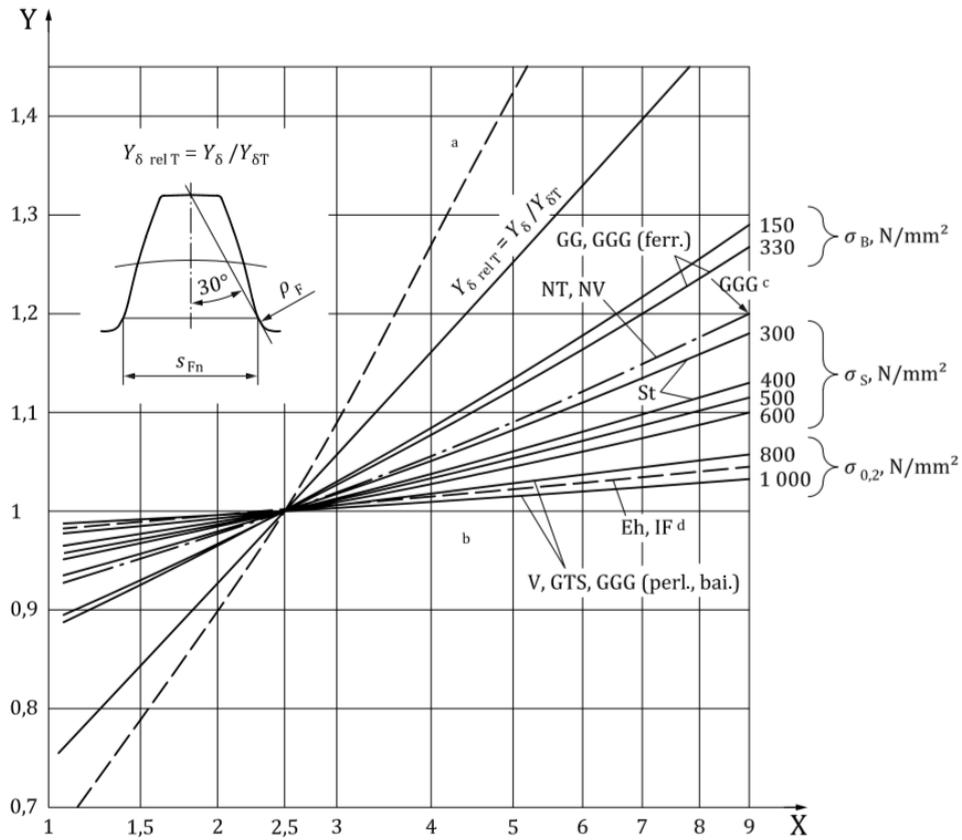


Figura 50 - Grafico fattore di sensibilità relativo all'intaglio ("reference")

Legenda Figura 50:

- Asse X: parametro di intaglio $q_s = S_{Fn} / 2\rho_F$
- Asse Y: $Y_{\delta rel T}$

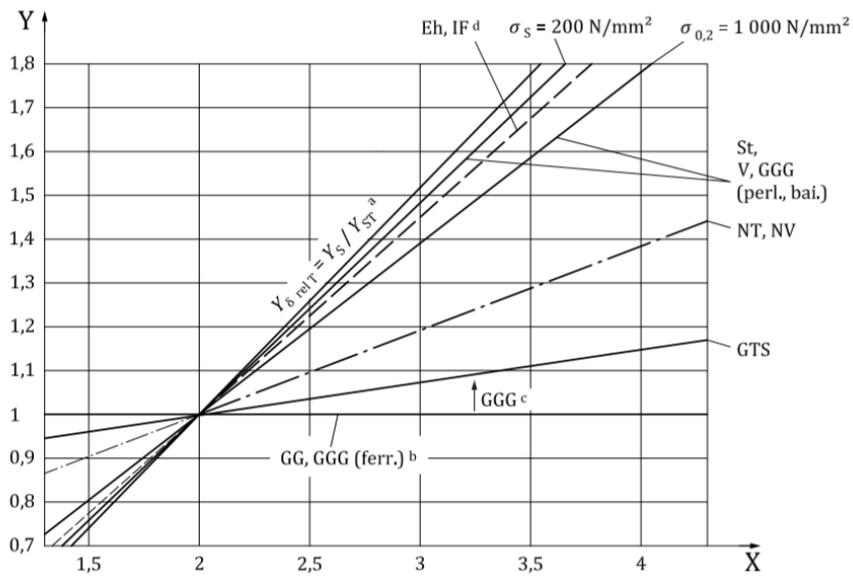


Figura 51 - Grafico fattore di sensibilità relativo all'intaglio ("static")

Legenda Figura 51:

- Asse X: fattore di correzione delle tensioni Y_s
- Asse Y: $Y_{\delta relIT}$

7.5.3.17 Fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente Y_{RelIT}

Il fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente Y_{RelIT} considera il materiale e la rugosità superficiale per correggere il valore di tensione al piede del dente. Il fattore Y_{RelIT} si calcola come rapporto tra il fattore relativo alla superficie di interesse (Y_R) e il fattore relativo alla superficie standard utilizzata durante i test per la redazione della norma (YRT) avente rugosità superficiale $10 \mu m$. Il fattore assume valore diverso in base al numero di cicli considerato, si hanno quindi valori diversi in regime statico ("static") e in regime dinamico ("reference").

In regime statico il fattore ha sempre valore 1 in quanto assume poca importanza la rugosità delle superfici a contatto, mentre per il campo di vita limitata e lunga si hanno valori superiori all'unità per valori di rugosità inferiori a $10 \mu m$ e viceversa come mostrato in Figura 52.

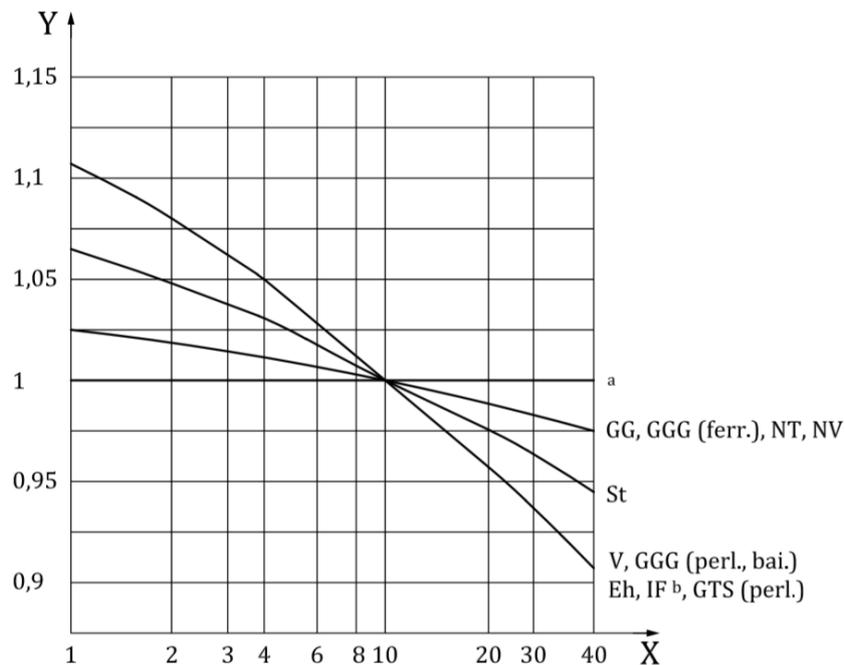


Figura 52 - Grafico fattore relativo dello stato della superficie

Legenda Figura 52:

- Asse X: Rugosità [μm]
- Asse Y: Y_{RelIT}
- Curva a: fattore Y_{RelIT} statico (tutti i materiali)

7.5.3.18 Fattore di dimensione Y_x

Il fattore di dimensione è usato per correlare la dimensione del dente alla probabile presenza e distribuzione di punti deboli nella struttura. Il fattore assume valori diversi per carico statico (1) e carico dinamico come mostrato in Figura 49.

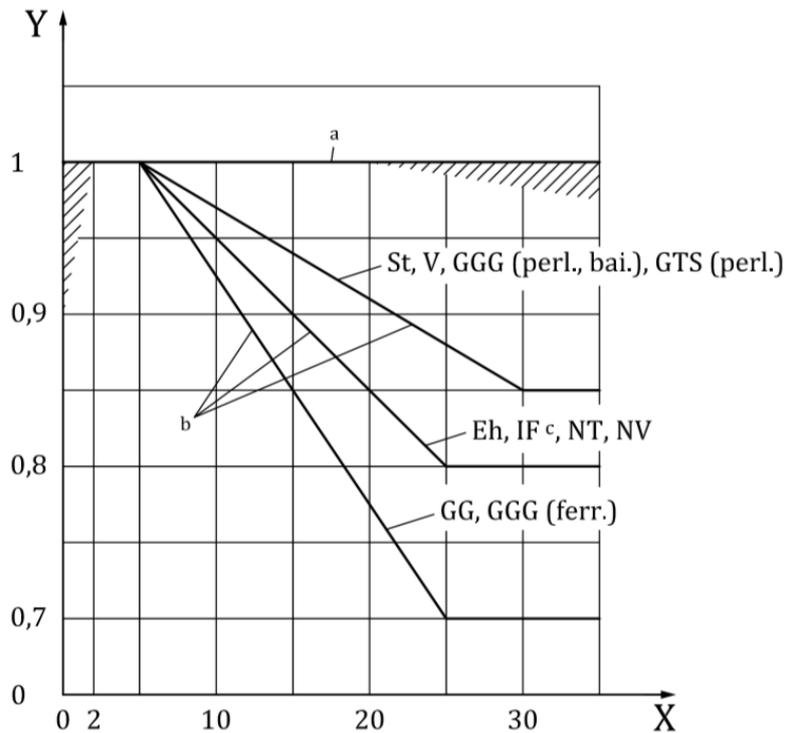


Figura 53 - Grafico fattore di dimensione

Legenda Figura 53

- Asse X: modulo m_n [mm]
- Asse Y: fattore Y_x
- Curva a: fattore Y_x statico (tutti i materiali)

Come per gli altri fattori per i quali è necessaria una diversa valutazione tra caso statico e dinamico, non è necessario applicare l'interpolazione lineare per ottenere l'esatto valore per il numero di cicli considerato in quanto ciò viene automaticamente preso in considerazione dal calcolo del fattore di durata in quanto consiste nell'interpolazione lineare tra il valore della tensione limite calcolata nel caso statico e nel caso dinamico come spiegato al relativo paragrafo.

7.5.3.19 Fattore di correzione delle tensioni per la ruota standard di test Y_{ST}

Il fattore di correzione delle tensioni per la ruota standard di test è pari a 2.

7.6 Calcolo dei coefficienti di sicurezza del dente secondo norme ISO per ruote coniche

Il calcolo del coefficiente di sicurezza a flessione del dente secondo norme ISO avviene nella stessa funzione utilizzata per il calcolo dello stesso coefficiente di sicurezza per le ruote cilindriche, ovvero `flessione_ISO_6336` che fornisce in output i coefficienti di sicurezza per il pignone e la ruota memorizzati rispettivamente nei campi della variabile struttura `risultati.CS1_F_ISO` e `risultati.CS2_F_ISO`.

Si è scelto di utilizzare la stessa funzione per compattezza del codice limitando il più possibile la ridondanza di parti uguali di codice. L'organizzazione dei calcoli seguiti è infatti la medesima ma cambiano alcune formule adottate. Di volta in volta si distinguono le formule da applicare mediante

una struttura condizionale che discerne la ruota cilindrica da quella coniche in funzione dell'angolo tra gli assi delle ruote. Un ulteriore vantaggio di adottare questo schema è la possibilità di poter eseguire il calcolo dei fattori di influenza per le ruote coniche mediante le medesime formule presentate nella ISO 6336 per le ruote cilindriche impiegando come dati di partenza i dati delle ruote cilindriche equivalenti alle ruote coniche in analisi. Si tratta di un principio sicuramente meno preciso rispetto all'adottare la normativa di riferimento ISO 10300 [6] [7] [8] ma pur sempre in grado di fornire un'indicazione attendibile riguardo i coefficienti di sicurezza.

I fattori di influenza sono calcolati usando il metodo B1 che, come per le ruote cilindriche, si dimostra meno affidabile del metodo A che richiede dati non disponibili in questa fase preliminare che richiede test sull'ingranaggio reale sotto profili di carico reali.

I calcoli presenti sulla norma ISO 10300 sono frutto sia di test sperimentali sia di studi teorici applicabili a ruote coniche aventi denti sia dritti sia elicoidali e a ruote ipoidi aventi assi non complanari aventi altezza del dente decrescente verso l'interno o costante. Il software prodotto è adatto al dimensionamento delle prime due categorie di ruote coniche con altezza del dente decrescente.

Il campo di applicazione è il seguente:

- Rapporto di condotta della ruota cilindrica virtuale equivalente minore di 2;
- Correzione simmetrica del profilo di pignone e ruota;
- Angolo d'elica minore di 45°;
- Angolo di pressione normale minore di 30°;
- Larghezza di fascia del dente minore di 13 volte il modulo medio.

I fattori di sicurezza devono essere accuratamente scelti bilanciando una alta affidabilità con un costo proporzionato all'applicazione della ruota che si sta dimensionando. I seguenti fattori, variando durante la vita dell'ingranaggio, possono influenzare la scelta dei coefficienti di sicurezza:

- Variazioni della geometria delle ruote dovute a tolleranze di costruzione;
- Variazioni dell'allineamento delle ruote;
- Variazioni nelle caratteristiche de materiale dovute a processi chimici, pulizia e processi termici;
- Variazioni delle condizioni di lubrificazione.

Il minimo coefficiente di sicurezza relativo alla tensione di contatto è fissato a 1, mentre relativo alla tensione dovuta alla flessione del dente è fissato a 1,3 per ruote coniche elicoidali e 1,5 per ruote coniche a denti dritti.

7.6.1 Fattori di influenza generali

I fattori di influenza generali sono gli stessi fattori già presentati per le ruote cilindriche. Le formulazioni per alcuni di essi variano e verranno presentate di seguito. Si precisa che, essendo per le ruote coniche a denti dritti ed elicoidali l'angolo medio dell'elica pari all'angolo d'elica della ruota cilindrica equivalente, la forza tangenziale nominale agente sulla ruota conica (punto medio del dente) è pari a quella che viene definita dalla norma (ISO10300-1 6.1) la forza tangenziale nominale sulla ruota cilindrica virtuale per cui non saranno distinte nel corso della trattazione e nell'implementazione del software. I fattori sono esposti in maniera più sintetica rispetto a quanto fatto per le ruote cilindriche evidenziando eventuali aspetti simili e sottolineando le varie differenze.

7.6.1.1 Fattore di applicazione del carico K_a

La definizione del fattore di applicazione del carico resta invariato rispetto a quanto riportato per le ruote cilindriche. Questo fattore può essere approssimato fornendo in input i parametri relativi alle caratteristiche di funzionamento della macchina motrice e della macchina condotta (`gear.K_Amotore` e `gear.K_Amacchina`) e leggendo il relativo valore nella Tabella 14 salvandolo nella variabile `K_A`.

Bisogna prestare però molta attenzione al valore ottenuto in quanto per molte applicazioni si possono raggiungere fattori di applicazioni molto più elevati, in particolare quando si hanno:

- Vibrazioni;
- Velocità critiche;
- Coppie acceleranti;
- Sovravelocità;
- Variazioni improvvise nel funzionamento del sistema;
- Frenature;
- Coppie negative (caricano la faccia opposta del dente).

7.6.1.2 Fattore dinamico K_v

Il fattore dinamico, come per le ruote cilindriche, tiene conto degli effetti della precisione del dente in relazione al carico applicato e alla velocità di rotazione. Il parametro può dipendere dal design della ruota (velocità periferica, carichi, velocità critiche, proprietà del lubrificante, rigidità dei cuscinetti e della struttura di contenimento...) e dal processo di realizzazione. Inoltre, anche se la coppia e la velocità sono costanti durante l'uso possono generarsi delle vibrazioni delle masse rotanti risultanti in forze dinamiche agenti sui denti creando un errore di trasmissione definito come la deviazione dal moto circolare uniforme delle ruote. Queste forze che si generano sono influenzate da molti fattori tra cui le masse, dalle rigidità e dagli smorzamenti delle ruote e degli alberi.

Una ruota conica è un sistema vibrante molto complesso che richiede complesse modellizzazioni o test pratici per consentire una valutazione del fattore dinamico con precisione. Il metodo di calcolo B assume alcune ipotesi semplificative tra cui la modellizzazione del sistema massa-molla dove la massa è la somma della massa del pignone e della ruota mentre la rigidità è data dall'elasticità del contatto tra i denti in presa.

Lo spettro di velocità di rotazione è suddiviso in quattro intervalli leggermente diversi da quelli definiti per le ruote cilindriche in quanto si è ampliato il range considerato critico.

- Range subcritico (velocità inferiore alla velocità di risonanza);
- Range critico (velocità vicina alla velocità di risonanza);
- Range intermedio (velocità poco superiore alla velocità di risonanza);
- Range supercritico (velocità superiore alla velocità di risonanza);

Il metodo di calcolo B richiede l'assunzione di un certo valore di differenza media tra il passo teorico e il passo effettivo misurato sulla circonferenza primitiva, denominato f_{pt} come mostrato in Figura 28.

Il valore massimo consentito di f_{pt} dipende dal grado di precisione della ruota, fornito in input in accordo allo standard ISO 1328-1 [17]. Può essere calcolato secondo lo standard JIS richiedendo la conversione del grado di tolleranza nello standard JIS B 1702 [19] secondo la Tabella 16.

Tabella 28 - Conversione classe di precisione ISO / JIS

STANDARD	CLASSE DI PRECISIONE											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ISO 1328												
JIS B 1702				0	1	2	3	4	5	6	7	8

Le formule presenti sulla normativa JIS B 1704 [25] per il calcolo della deviazione sul piano trasversale del passo misurato sulla circonferenza primitiva sono riportate in Tabella 29.

Tabella 29 – Deviazione massima sul passo misurata sulla circonferenza primitiva e deviazione massima sul passo misurata sul cerchio di base in funzione al grado di precisione della ruota conica (JIS B 1704-1976)

CLASSE JIS	Single Pitch Deviation f_{pt} [μm]
0	$0,4 W + 2,65$
1	$0,63 W + 5,0$
2	$1,0 W + 9,5$
3	$1,6 W + 18,0$
4	$2,5 W + 33,5$
5	$4,0 W + 63,0$
6	$6,3 W + 118,0$
7	-
8	-

Dove:

- $W = d^{1/3} + 0,65 m$ [μm];
- d : diametro primitivo di riferimento medio [mm];
- m : modulo [mm].

Si è scelto in un secondo momento di sfruttare le formule per il calcolo della tolleranza ammissibile sul passo riportate sulla normativa ISO 17485:2006 [26] la cui formula è più immediata e adatta a tutti i gradi di precisione.

Il valore del fattore dinamico è calcolato nella funzione `K_V_bevel` e il valore restituito viene salvato in `K_V1`.

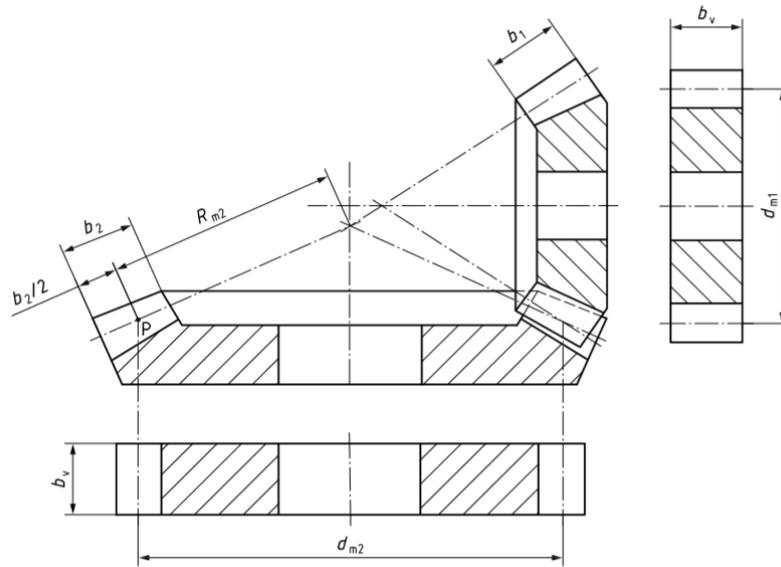


Figura 54 - Ruote cilindriche dinamicamente approssimativamente equivalenti per il calcolo del fattore dinamico di ruote coniche

7.6.1.3 Fattore di distribuzione longitudinale del carico $K_{F\beta}$ e $K_{H\beta}$

Il fattore di distribuzione longitudinale del carico, o di disallineamento, prende in considerazione la non uniforme distribuzione del carico sulla larghezza di fascia del dente. Il fattore $K_{F\beta}$ riguarda la tensione dovuta alla flessione al piede del dente, mentre il fattore $K_{H\beta}$ riguarda la tensione superficiale dovuta al contatto tra due denti. La formulazione è differente da quella proposta per le ruote cilindriche in quanto non è stato sviluppato un metodo B ma solo un più generico metodo C. Il metodo C riporta come la distribuzione del carico sulla faccia del dente sia influenzata essenzialmente dalle deflessioni che avvengono durante il servizio della ruota.

Si considera il caso ottimale secondo il quale ogni ruota viene montata sotto carico e ogni ruota è calettata ad un albero supportato da entrambi i lati della ruota. In questa configurazione $K_{H\beta}$ assume valore 1,5. Il fattore $K_{F\beta}$ assume valore uguale a $K_{H\beta}$ in quanto si considerano solamente ruote coniche a denti dritti o elicoidali.

I fattori $K_{F\beta}$ e $K_{H\beta}$ sono salvati rispettivamente nelle variabili K_Hbeta e K_Hbeta .

7.6.1.4 Fattore di distribuzione trasversale del carico $K_{F\alpha}$ e $K_{H\alpha}$

Il fattore di distribuzione trasversale del carico per tensione superficiale di contatto e tensione alla radice del dente di flessione tiene in considerazione gli effetti della non uniforme distribuzione del carico tra diverse coppie di denti simultaneamente in contatto. La formulazione è diversa tra ruote coniche e cilindriche.

Il valore del fattore è calcolato nella funzione K_Halfa_bevel e il valore restituito viene salvato in K_Halfa1 .

Per il calcolo del parametro è necessario fornire alla funzione il valore di deviazione tra il passo teorico e quello reale misurato sulla circonferenza primitiva di riferimento media della ruota che si valuta come descritto per il fattore dinamico.

7.6.2 Calcolo durabilità a pitting

7.6.2.1 Introduzione

La procedura per la valutazione della resistenza a pitting della superficie del dente è descritta dalla parte 2 della norma ISO 10300 [7]. La pressione dovuta a contatto hertziano è assunta come base di calcolo per il valore di tensione opportunamente modificata tenendo in considerazione:

- ripartizione del carico tra denti adiacenti;
- la posizione del centro di pressione sul dente;
- la forma dell'area istantanea di contatto;
- concentrazioni di tensione dovute a incertezze di produzione.

Pur non essendo sufficientemente realistico il calcolo eseguito con le formule di Hertz, i risultati di tensione che si ottengono possono essere utilizzati al fine di effettuare un dimensionamento in quanto vengono confrontati con valori di tensioni limite determinate per i vari materiali attraverso test su ruote, simulando quindi le condizioni d'uso reale.

Il metodo di calcolo che si adotta per la valutazione dei fattori correttivi è il metodo B1. La differenza con il metodo B riportato in precedenza per le ruote cilindriche risiede nel fatto che l'area di contatto non è più modellizzata come un rettangolo ma un più generico parallelogramma. Sulla normativa ISO 10300 viene inoltre riportato un ulteriore metodo di calcolo B2 che descrive l'area di contatto come un'ellisse. Nel codice è stato implementato il metodo B1.

7.6.2.2 Campo di validità

La ISO 10300-2 è applicabile purché l'ingranaggio sia sufficientemente lubrificato in ogni momento, abbia un rapporto di condotta trasversale inferiore a 2 e la somma dei coefficienti di spostamento dei profili del pignone e della ruota sia 0 (la correzione può quindi essere assente o simmetrica).

È bene essere cauti qualora vengano analizzate ruote aventi angoli d'elica maggiori di 45°, angoli di pressione maggiori di 30° o larghezze dei denti maggiori di 13 volte il modulo.

7.6.2.3 Scelta del coefficiente di sicurezza

Per quanto riguarda il coefficiente di sicurezza minimo valgono le stesse considerazioni fatte per le ruote cilindriche. In generale deve essere maggiore o uguale a 1, deve tenere in considerazione il campo di utilizzo dell'ingranaggio e deve essere accordato con il cliente.

7.6.2.4 Calcolo del coefficiente di sicurezza

Il coefficiente di sicurezza per il pignone e per la ruota viene calcolato nelle funzioni `dimensionamento` e `verifica` attraverso la funzione `pitting_ISO_6336`, memorizzato rispettivamente nella variabile `risultati.CS1_H_ISO` e `risultati.CS2_H_ISO`. Nella funzione `dimensionamento` il valore viene confrontato con il valore inserito dall'utente del minimo coefficiente di sicurezza a pitting da garantire memorizzato nella variabile `CS_H_6336`.

Si utilizza quindi la stessa funzione per rendere il codice più compatto e facilmente modificabile entro la quale sono implementati i metodi di calcolo descritti dalla ISO 6336 e dalle ISO 10300. Il procedimento seguito infatti è molto simile, le differenze risiedono nei coefficienti correttivi e nella non introduzione nella normativa ISO 10300 della distinzione tra tensione limite di contatto σ_{HG} e tensione ammissibile di contatto σ_{HP} . Si utilizza solamente il termine σ_{HP} che assume il significato che ha σ_{HG} nella ISO 6336.

Nella ISO 10300 σ_{HP} viene quindi definito “tensione di contatto ammissibile” così come nella ISO 6336. La differenza sta nel fatto che nella ISO 6336 la tensione di contatto ammissibile viene intesa come la massima tensione che può essere sopportata al netto del coefficiente di sicurezza imposto, ovvero la tensione oltre la quale non garantisco più il rispetto del CS. Nella ISO 6336 la tensione limite di contatto σ_{HG} è intesa come la tensione che può essere sopportata senza ulteriori CS, ovvero avendo un CS pari a 1.

Nella ISO 10300 non si introduce questa distinzione e viene utilizzata solo la σ_{HP} intesa come tensione limite sopportabile con CS=1.

Nel software si utilizza la stessa struttura di calcolo presentata per le ruote cilindriche mentre nella trattazione si presenta quanto riportato in normativa ISO 10300. In ogni caso non sussistono differenze sui risultati finali.

Il coefficiente di sicurezza per il pignone è calcolato secondo l’equazione:

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{HP1}}{\sigma_{H1}} \geq S_{H \min}$$

Analogamente per la ruota l’equazione è:

$$S_{H2} = \frac{\sigma_{HP2}}{\sigma_{H2}} \geq S_{H \min}$$

Tabella 30 - Termini equazione CS pitting per ruote coniche

Termine dell’equazione	Variabile del codice (funzione pitting_ISO_6336)	Descrizione
S_{H1}	CS1_H_ISO	CS pitting pignone
S_{H2}	CS2_H_ISO	CS pitting ruota
σ_{Hp1}	sigma_HG1	Tensione limite di contatto del pignone
σ_{Hp2}	sigma_HG2	Tensione limite di contatto della ruota
σ_{H1}	sigma_H1	Tensione di contatto pignone
σ_{H2}	sigma_H2	Tensione di contatto ruota
$S_{H \min}$	CS_H_6336	CS minimo

7.6.2.5 Calcolo della tensione di contatto

La tensione di contatto per il pignone e la ruota si calcolano secondo l’equazione:

$$\sigma_H = \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}$$

Il valore di tensione per pignone e ruota è uguale.

Tabella 31 - Termini equazione tensione di contatto pitting

Termine dell’equazione	Variabile del codice (funzione pitting_ISO_6336)	Descrizione
σ_H	sigma_H1	Tensione di contatto pignone
σ_{H0}	sigma_H0	Tensione di contatto nominale

K_A	K_A	Fattore di applicazione del carico
K_v	K_V1	Fattore dinamico
$K_{H\beta}$	K_Hbeta	Fattore di distribuzione longitudinale del carico (pitting)
$K_{H\alpha}$	K_Halfa1	Fattore di distribuzione trasversale del carico (pitting)

7.6.2.6 Calcolo della tensione di contatto nominale

La tensione di contatto nominale si calcola secondo l'equazione:

$$\sigma_{H0} = \sqrt{\frac{F_n}{l_{bm} \cdot \rho_{rel}}} \cdot Z_{M-B} \cdot Z_E \cdot Z_{LS} \cdot Z_K$$

Tabella 32 - Termini equazione tensione di contatto nominale pitting

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione pitting_ISO_6336)	Descrizione
σ_{H0}	sigma_H0	Tensione di contatto nominale
Z_{M-B}	Z_M	Fattore di zona intermedia
Z_E	Z_E	Fattore di elasticità del materiale
Z_{LS}	Z_LS	Fattore di ripartizione del carico
Z_K	Z_K	Fattore di conicità
F_n	Fn	Forza nominale normale nel punto medio della ruota virtuale equivalente cilindrica
l_{bm}	l_bm	Lunghezza della linea di contatto misurata a metà della zona di contatto (Figura 55)
ρ_{rel}	rho_rel	Raggio di curvatura normale alla linea di contatto della ruota virtuale equivalente cilindrica

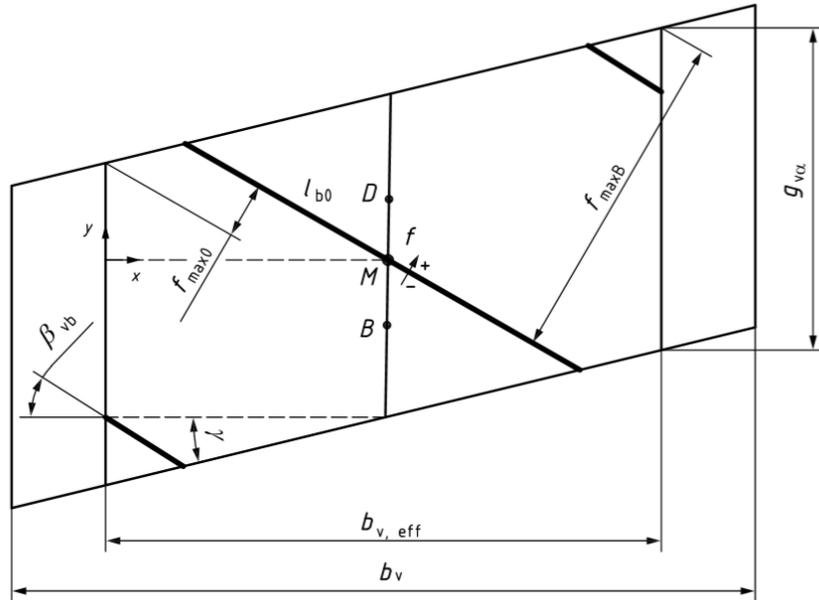


Figura 55 - Lunghezza della linea di contatto passante per punto centrale M per ruote coniche

La forza nominale normale nel punto medio della ruota virtuale equivalente cilindrica è calcolata secondo la formula:

$$F_n = \frac{F_{mt1}}{\cos(\alpha_n) \cos(\beta_{m1})} = \frac{C/r_{m1}}{\cos(\alpha_n) \cos(\beta_{m1})}$$

Dove la coppia applicata al pignone è espressa in Nmm e il raggio primitivo di riferimento medio del pignone è espresso in mm. La forza è espressa in N.

7.6.2.7 Calcolo della tensione di contatto ammissibile

La tensione di contatto limite si calcola secondo l'equazione:

$$\sigma_{HP} = \sigma_{H \lim} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X \cdot Z_{Hyp}$$

Tabella 33 -- Termini equazione tensione di contatto limite

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione pitting_ISO_6336)	Descrizione
σ_{HP}	sigma_HG	Tensione limite di contatto
$\sigma_{H \lim}$	sigma_Hlim	Tensione limite di fatica di contatto
$\cdot Z_{NT}$	Z_NT	Fattore di durata per tensioni di contatto
Z_L	Z_L	Fattore del lubrificante
Z_V	Z_V	Fattore di velocità
Z_R	Z_R	Fattore di rugosità
Z_W	Z_W	Fattore del rapporto tra durezza
Z_X	Z_X	Fattore di dimensione
Z_{Hyp}	Z_Hyp	Fattore ipoide

Il fattore ipoide assume valore 1 in quanto il software studia ruote coniche aventi gli assi delle ruote giacenti sullo stesso piano (no offset tra pignone e ruota).

A differenza di quanto fatto per le ruote cilindriche, il calcolo della tensione limite non avviene mediante interpolazione tra i valori di tensione limite ottenuti sfruttando formulazioni diverse per i fattori da utilizzare nel caso statico (basso numero di cicli) e nel caso dinamico o "reference" (punto di ginocchio). La trattazione è leggermente semplificata in quanto si effettua interpolazione lineare direttamente del fattore di durata.

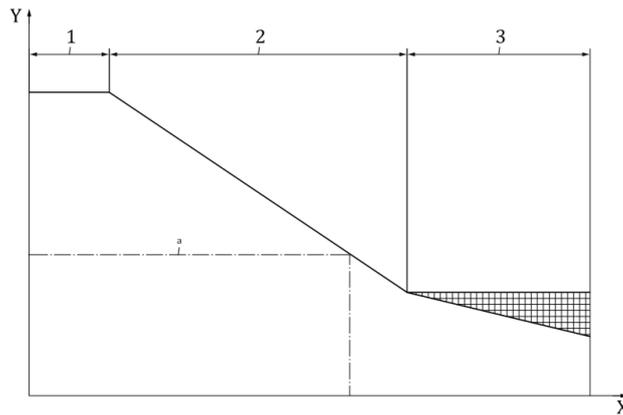


Figura 56 - Determinazione grafica del fattore di durata per ruote coniche

Il grafico riporta sull'asse X il numero di cicli e sull'asse Y il valore del fattore di durata Z_{NT} .

7.6.2.9 Fattore di zona intermedia Z_{M-B}

Il fattore di zona intermedia considera la diversa curvatura relativa tra il punto intermedio di contatto e il punto di contatto critico del pignone. La prima curvatura può direttamente essere calcolata nota la geometria della ruota conica, mentre la seconda curvatura necessita della ruota virtuale equivalente cilindrica.

Il punto critico di contatto dipende dal rapporto di ricoprimento ε_β come segue:

- $\varepsilon_\beta = 0$: punto più interno di singola coppia di denti in presa;
- $\varepsilon_\beta \geq 1$: punto di contatto medio;
- $0 < \varepsilon_\beta < 1$: interpolazione tra i 2 punti precedenti.

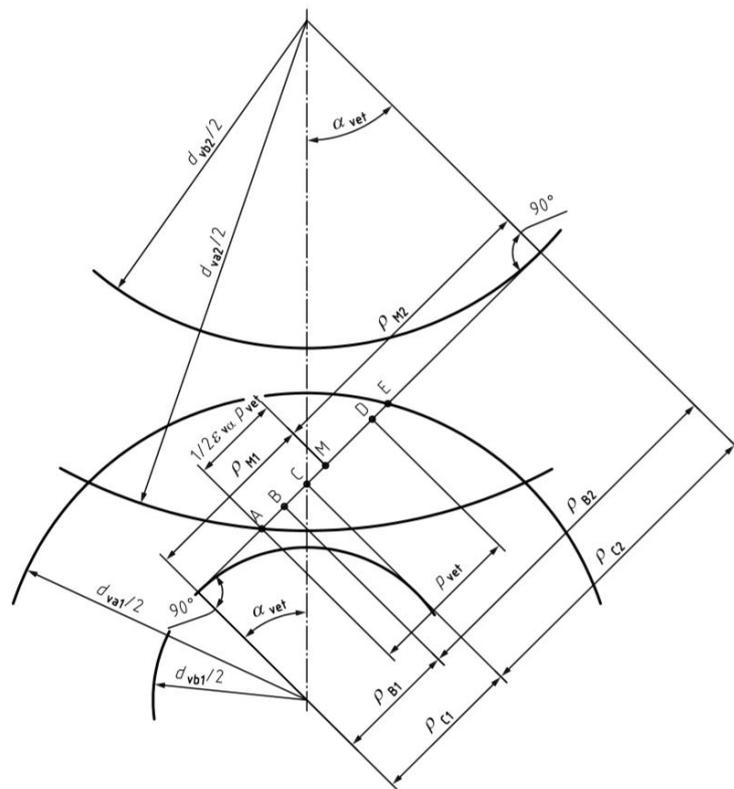


Figura 57 - Rappresentazione ruota cilindrica virtuale equivalente vista nella sezione trasversale

La Figura 57 mostra la linea d'azione tangente ai cerchi di base del pignone e della ruota, i punti A ed E delimitano il segmento dei contatti. Il punto M è il punto di contatto medio mentre il punto B è il punto più interno in cui si ha una singola coppia di denti in presa. I punti M e B hanno diversi raggi di curvatura che vengono calcolati nel codice.

7.6.2.10 Fattore di ripartizione del carico Z_{LS}

Il fattore di ripartizione del carico considera la suddivisione della forza su due o più coppie di denti in presa determinando la porzione di carico agente su una singola coppia.

L'ipotesi che viene fatta dalla normativa è che la distribuzione del carico lungo ciascuna linea di contatto (una per ogni coppia di denti in presa, linee "c" Figura 58) ha un andamento ellittico (curva "b" Figura 58). Il carico è quindi nullo agli estremi delle linee di contatto e massimo al centro. La somma delle aree sottese alle ellissi dà il carico totale trasferito dalla ruota. Inoltre, la curva che congiunge i

punti massimi delle ellissi giacenti sulle linee di contatto è assunta essere una parabola (curva “a” Figura 58).

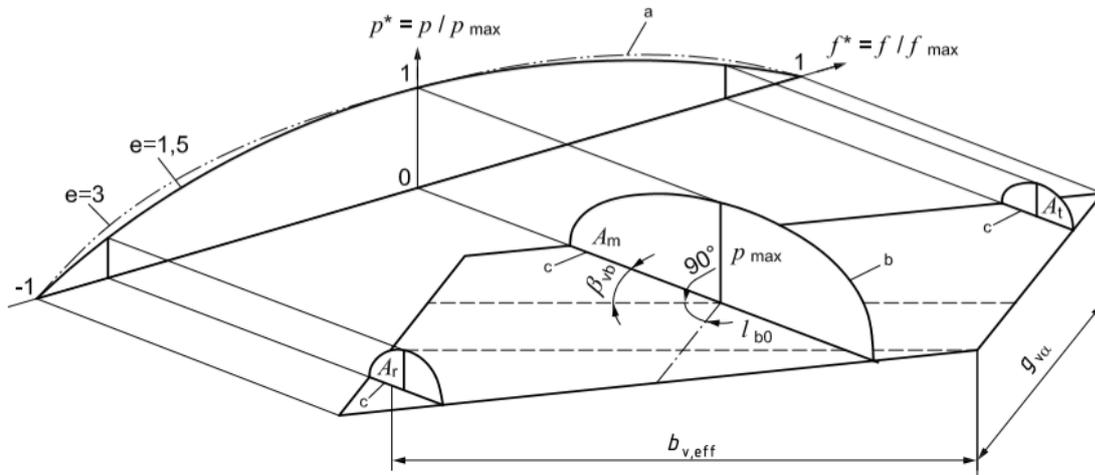


Figura 58 - Distribuzione del carico lungo le linee di contatto simultaneamente ingrananti

In Figura 58 si vede inoltre che la parabola “a” può essere più o meno “appiattita”, in base alla modifica della forma del dente definita bombatura (“crowning”) lungo il profilo e lungo la larghezza come mostrato in Figura 59. Al contrario delle ruote cilindriche dove la linea di contatto è solitamente rettangolare, nelle ruote coniche la bombatura avviene frequentemente (per meglio consentire deflessioni degli alberi e dei supporti) rendendo le facce dei denti curve su tutti i lati e trasformando la superficie di contatto in una ellisse.

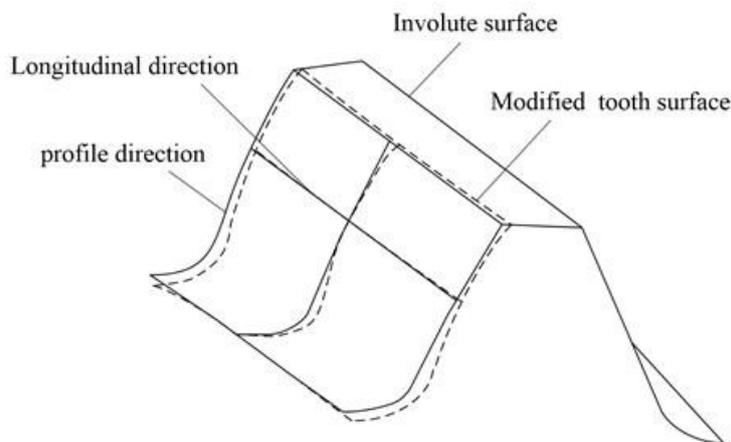


Figura 59 – Bombatura del dente in direzione longitudinale e bombatura del profilo.

La bombatura può essere più o meno accentuata. Ad esempio, in campo automobilistico si tende a utilizzare bombature inferiori rispetto a quanto avviene in campo industriale. Si è scelto di applicare una ridotta bombatura (minore correzione) nel software creato. Per modificare questo parametro è sufficiente intervenire sulla variabile e nella funzione Z_LS_bevel secondo quanto riportato nella norma ISO 10300-2:2014 [7] al paragrafo 6.4.2.

Tabella 34 – Modifica del fattore di ripartizione del carico in funzione della bombatura del dente

Bombatura	e
-----------	-----

Bassa	3
Alta	1,5

L'analisi dei risultati forniti da questa funzione ha evidenziato come talvolta il coefficiente in output abbia valori non conformi a quanto ci si aspetterebbe. Si è capito che il problema risiede nell'applicazione di alcune formule riportate in normativa dove compaiono numeri negativi sotto radice quadrata. Purtroppo, non è stato possibile risalire alle cause d'errore che potrebbero essere anche dovute ad un errore nella norma. Si è quindi deciso di porre il coefficiente pari a 1.

7.6.2.11 Fattore di conicità Z_k

Il fattore di conicità viene introdotto per poter rendere valido lo stesso valore di tensione limite di fatica di contatto $\sigma_{H\ lim}$ definito mediante test su ruote cilindriche anche sulle ruote coniche. Il fattore ha un valore fisso pari a 0,85.

7.6.2.12 Fattore di dimensione Z_x

Il fattore di dimensione viene introdotto per tenere in considerazione che il livello di tensione al quale avviene danneggiamento per fatica decresce all'aumentare delle dimensioni del componente. Dal momento che non sono ancora stati stabiliti valori numerici realistici si sceglie di importo pari a 1.

7.6.2.13 Fattore ipoide Z_{Hyp}

Il fattore è imposto pari a 1 in quanto non si considera un eventuale offset tra gli alberi del pignone e della ruota. Un eventuale offset tende a migliorare le prestazioni dell'ingranaggio (fino ad un certo valore di offset oltre il quale i fattori peggiorativi hanno un effetto preponderante sui migliorativi) per cui, durante un primo dimensionamento il risultato ottenuto è da considerarsi cautelativo e può essere ulteriormente migliorato da parte del progettista introducendo un offset.

7.6.2.14 Fattore di elasticità Z_ϵ

Il fattore di elasticità è definito allo stesso modo per le ruote cilindriche, si rimanda quindi al relativo paragrafo.

7.6.2.15 Fattore del lubrificante Z_L

Il fattore del lubrificante è definito come il fattore del lubrificante per carichi dinamici ("reference") per ruote cilindriche. Non si applica quindi la distinzione tra carico ammissibile statico e dinamico per quanto concerne i fattori correttivi ma solo tramite il fattore di durata.

7.6.2.16 Fattore di velocità Z_v

Il fattore di velocità, analogamente al fattore di lubrificazione, è calcolabile tramite le formule già presentate per le ruote cilindriche sottoposte a carichi dinamici.

7.6.2.17 Fattore di rugosità Z_R

Il fattore di rugosità, seppur avente una formulazione simile a quella fornita per le ruote cilindriche sottoposte a carichi dinamici, utilizza valori diversi.

7.6.2.18 Fattore di rapporto tra durezza Z_w

Il fattore di rapporto tra durezza tiene conto dell'incremento di resistenza superficiale di una ruota che ingrana con una ruota realizzata con un materiale avente una maggiore durezza superficiale.

7.6.2.19 Fattore di durata Z_{NT}

Il fattore di durata è definito come per le ruote cilindriche. La differenza è che per le ruote coniche non vi è la distinzione tra i fattori di calcolo per il carico ammissibile statico quello nel punto di ginocchio (transizione tra range di vita limitata e vita lunga).

7.6.3 Calcolo resistenza a flessione

7.6.3.1 Introduzione

La procedura per la valutazione della resistenza a flessione alla base del dente è descritta dalla parte 3 della norma ISO 10300 [8]. Il dente, come per le ruote cilindriche, è modellizzato come una mensola e vengono introdotti fattori correttivi per considerare:

- Tensioni di compressione alla radice causate dalla componente radiale della forza;
- Distribuzione non uniforme del carico per via dell'inclinazione della linea dei contatti sulle ruote coniche elicoidali;
- Concentrazione delle tensioni nel raggio di raccordo di base;
- Ripartizione del carico tra denti adiacenti;
- Non fluidità nella trasmissione del moto dovuta a un basso rapporto di condotta.

La norma impone che la tensione ottenuta al piede del dente non possa superare un certo valore massimo concesso.

Il carico agente sul dente di una ruota conica a denti dritti è assunto essere applicato alla punta del dente della ruota virtuale equivalente cilindrica, che viene quindi successivamente trasferito mediante fattori al punto più esterno di contatto di una singola coppia di denti. Questa procedura è analoga al metodo C della ISO 6336-3.

Per le ruote coniche a denti elicoidali aventi un rapporto di ricoprimento maggiori di 1 il punto critico di applicazione della forza è il punto medio della linea d'azione.

7.6.3.2 Campo di validità

Il campo di validità di applicazione della ISO 10300-3 è il medesimo della ISO 10300-2 con l'unica aggiunta del vincolo sullo spessore minimo della corona che sostiene i denti fissato ad un minimo di 3,5 volte il modulo normale medio.

Non si prendono in considerazione numeri di cicli inferiori a 10^3 in quanto i carichi ammissibili per numeri di giri in quel range potrebbero entrare nel campo di deformazioni plastiche del materiale, caso non trattato dalla norma.

7.6.3.3 Scelta del coefficiente di sicurezza

Viene indicato dalla norma un coefficiente di sicurezza minimo di 1,3 per ruote aventi angolo d'elica inferiore o uguale a 5° , e un coefficiente di sicurezza minimo di 1,5 per ruote aventi angolo d'elica superiore a 5° .

7.6.3.4 Calcolo del coefficiente di sicurezza

Il coefficiente di sicurezza per il pignone e per la ruota viene calcolato nelle funzioni dimensionamento e verifica attraverso la funzione `flessione_ISO_6336`, memorizzato rispettivamente nella variabile `risultati.CS1_F_ISO` e `risultati.CS2_F_ISO`. Nella funzione dimensionamento il valore viene confrontato con il valore inserito dall'utente del minimo coefficiente di sicurezza a flessione da garantire memorizzato nella variabile `CS_F_6336`.

Oltre alla tensione alla radice del dente, anche la tensione ammissibile è da calcolarsi separatamente per il pignone e per la ruota.

Per coerenza con la normativa ISO 6336, e per rendere il codice scritto per ruote cilindriche adattabile all'analisi di ruote coniche, si è mantenuta la distinzione tra tensione ammissibile e tensione limite al piede del dente, nonostante nella ISO 10300 si utilizzi solamente il termine tensione ammissibile pur indicando quella che per le ruote cilindriche è definita tensione limite.

Il coefficiente di sicurezza per il pignone è calcolato secondo l'equazione:

$$S_{F1} = \frac{\sigma_{FG1}}{\sigma_{F1}} \geq S_{F \min}$$

Analogamente per la ruota l'equazione è:

$$S_{F2} = \frac{\sigma_{FG2}}{\sigma_{F2}} \geq S_{F \min}$$

Tabella 35 - Termini equazione CS flessione per ruote coniche

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione flessione_ISO_6336)	Descrizione
S_{F1}	CS1_F_ISO	CS flessione pignone
S_{F2}	CS2_F_ISO	CS flessione ruota
σ_{FG1}	sigma_FG1	Tensione limite di flessione per il pignone
σ_{FG2}	sigma_FG2	Tensione limite di flessione per la ruota
σ_{F1}	sigma_F1	Tensione equivalente al piede del pignone
σ_{F2}	sigma_F2	Tensione equivalente al piede della ruota
$S_{F \min}$	CS_F_6336	CS minimo a flessione

7.6.3.5 Calcolo della tensione equivalente al piede

La tensione al piede del pignone si calcola secondo l'equazione:

$$\sigma_{F1} = \sigma_{F01} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$

Analogamente per la ruota l'equazione è:

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F02} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$

Tabella 36 - Termini equazione tensione equivalente al piede del dente per ruote coniche

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione flessione_ISO_6336)	Descrizione
σ_{F1}	sigma_F1	Tensione equivalente al piede del pignone
σ_{F2}	sigma_F2	Tensione equivalente al piede della ruota
σ_{F01}	sigma_F01	Tensione nominale al piede del pignone

σ_{F02}	sigma_F02	Tensione nominale al piede della ruota
K_A	K_A	Fattore di applicazione del carico
K_v	K_V1	Fattore dinamico
$K_{F\beta}$	K_Fbeta	Fattore di distribuzione longitudinale del carico (flessione)
$K_{F\alpha}$	K_Falfa1	Fattore di distribuzione trasversale del carico (flessione)

7.6.3.6 Calcolo della tensione nominale al piede del dente

La tensione nominale al piede del dente è definita per il pignone e per la ruota secondo le equazioni:

$$\sigma_{F01} = \frac{F_{vmt}}{b_v \cdot m_{mn}} Y_{Fa1} \cdot Y_{Sa1} \cdot Y_\epsilon \cdot Y_{BS} \cdot Y_{LS}$$

$$\sigma_{F02} = \frac{F_{vmt}}{b_v \cdot m_{mn}} Y_{Fa2} \cdot Y_{Sa2} \cdot Y_\epsilon \cdot Y_{BS} \cdot Y_{LS}$$

Tabella 37 - Termini equazione tensione nominale al piede del dente per ruote coniche

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione flessione_ISO_6336)	Descrizione
σ_{F01}	sigma_F01	Tensione nominale al piede del pignone
σ_{F02}	sigma_F02	Tensione nominale al piede della ruota
Y_{Fa1}	Y_Fa1	Fattore di forma del pignone
Y_{Fa2}	Y_Fa2	Fattore di forma della ruota
Y_{Sa1}	Y_Sa1	Fattore di correzione della tensione del pignone
Y_{Sa2}	Y_Sa2	Fattore di correzione della tensione della ruota
Y_ϵ	Y_epsilon	Fattore del rapporto di contatto
Y_{BS}	Y_BS	Fattore di inclinazione dell'elica
Y_{LS}	Y_LS	Fattore di ripartizione del carico
b_v	b	Larghezza del dente ruota virtuale equivalente
m_{mn}	mn	Modulo normale medio (cono mediano)
F_{vmt}	Ft	Forza tangenziale nominale agente sulla ruota virtuale cilindrica

La F_{vmt} si calcola secondo l'equazione:

$$F_{vmt} = \frac{F_{mt1} \cos(\beta_v)}{\cos(\beta_{m1})} = F_{mt1} = \frac{C}{r_{m1}}$$

essendo l'angolo d'elica virtuale uguale all'angolo d'elica medio di pignone e ruota per ruote senza offset.

7.6.3.7 Calcolo della tensione ammissibile al piede del dente

La tensione ammissibile al piede del pignone e della ruota si calcola rispettivamente secondo le equazioni:

$$\sigma_{FP1} = \frac{\sigma_{FG1}}{S_{F \min}}$$

$$\sigma_{FP2} = \frac{\sigma_{FG2}}{S_{F \min}}$$

Tabella 38 - Termini equazione tensione ammissibile al piede del dente per ruote coniche

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione flessione_ISO_6336)	Descrizione
σ_{FP1}	sigma_FP1	Tensione ammissibile al piede del pignone
σ_{FP2}	sigma_FP2	Tensione ammissibile al piede della ruota
σ_{FG1}	sigma_FG1	Tensione limite al piede del pignone
σ_{FG2}	sigma_FG2	Tensione limite al piede della ruota
$S_{F \min}$	CS_F_6336	CS minimo a flessione

7.6.3.8 Calcolo della tensione limite al piede del dente

La tensione limite al piede del pignone e della ruota si calcola rispettivamente secondo le equazioni:

$$\sigma_{FG1} = \sigma_{F \lim 1} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta \text{ rel } T1} \cdot Y_{R \text{ rel } T} \cdot Y_X$$

$$\sigma_{FG2} = \sigma_{F \lim 2} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta \text{ rel } T2} \cdot Y_{R \text{ rel } T} \cdot Y_X$$

Tabella 39 -- Termini equazione tensione limite per ruote coniche

Termine dell'equazione	Variabile del codice (funzione flessione_ISO_6336)	Descrizione
σ_{FG1}	sigma_FG1	Tensione limite al piede del pignone
σ_{FG2}	sigma_FG2	Tensione limite al piede della ruota
$\sigma_{F \lim 1}$	sigma_Flim1	Tensione limite di fatica a flessione del pignone
$\sigma_{F \lim 2}$	sigma_Flim2	Tensione limite di fatica a flessione della ruota
$\cdot Y_{ST}$	Y_ST	Fattore di correzione della tensione
Y_{NT}	Y_NT	Fattore di durata per le condizioni di prova di riferimento
$Y_{\delta \text{ rel } T1}$	Y_deltarelT1	Fattore relativo di sensibilità all'intaglio per il pignone
$Y_{\delta \text{ rel } T2}$	Y_deltarelT2	Fattore relativo di sensibilità all'intaglio per la ruota
$Y_{R \text{ rel } T}$	Y_RrelT	Fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente

Y_X	Y_X	Fattore di dimensione
-------	-------	-----------------------

7.6.3.9 Fattore di forma Y_{Fa}

Il fattore di forma per ruote coniche è calcolato analogamente a quello per ruote cilindriche per cui valgono le stesse considerazioni fatte in precedenza. Anche in questo caso, si è corretta la formula proposta riportante il coseno dell'angolo di pressione normale a denominatore, sostituito con l'angolo di pressione tangenziale.

Pur essendo uguale la formula del fattore di forma, i parametri dimensionali che vi partecipano sono formulati in maniera differente, per cui si è dedicata una funzione apposita.

Sono richiesti i valori di dedendum e raggio di raccordo. Alla funzione vengono passati in ingresso direttamente i valori della tipologia di dentiera di base scelta dall'utente o valori arbitrari scelti dall'utente.

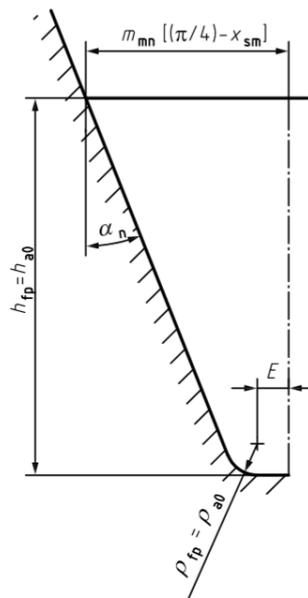


Figura 60 - Dimensioni del dente della ruota conica

La normativa consiglia, in fase preliminare, di impostare l'angolo di pressione normale a 20° , l'addendum pari a 1,25 volte il modulo normale medio e il raggio di raccordo di base pari a 0,25 volte il modulo normale medio.

7.6.3.10 Fattore di correzione delle tensioni Y_{Sa}

Il fattore di correzione delle tensioni sfrutta i parametri geometrici definiti nella funzione per il calcolo del fattore di forma in maniera del tutto analoga a quanto espresso per le ruote cilindriche.

7.6.3.11 Fattore del rapporto di condotta Y_ϵ

Il fattore del rapporto di condotta è definito univocamente per le ruote coniche, converte il carico applicato alla punta del dente (rispetto alla punta del dente sono stati calcolati di fattori di forma e di correzione delle tensioni) nel carico applicato al punto critico di applicazione in funzione del

coefficiente di ricoprimento trasversale (il punto di applicazione considerato è il medesimo punto per l'analisi a pitting).

7.6.3.12 Fattore di inclinazione dell'elica $Y_{\beta S}$

Il fattore di inclinazione dell'elica è definito nuovamente solo per ruote coniche. Considera la non uniforme distribuzione delle tensioni alla radice del dente lungo la larghezza di fascia. Con angoli d'elica crescenti si ha una maggiore inclinazione della linea di contatto fino a quando quest'ultima non è più limitata sulla faccia del dente dal cono interno e dal cono esterno (vedere Figura 12), ma dalla punta e dalla radice del dente come mostrato in Figura 61. La larghezza del dente non è più quindi completamente sfruttata per il trasferimento della forza producendo tensioni più elevate.

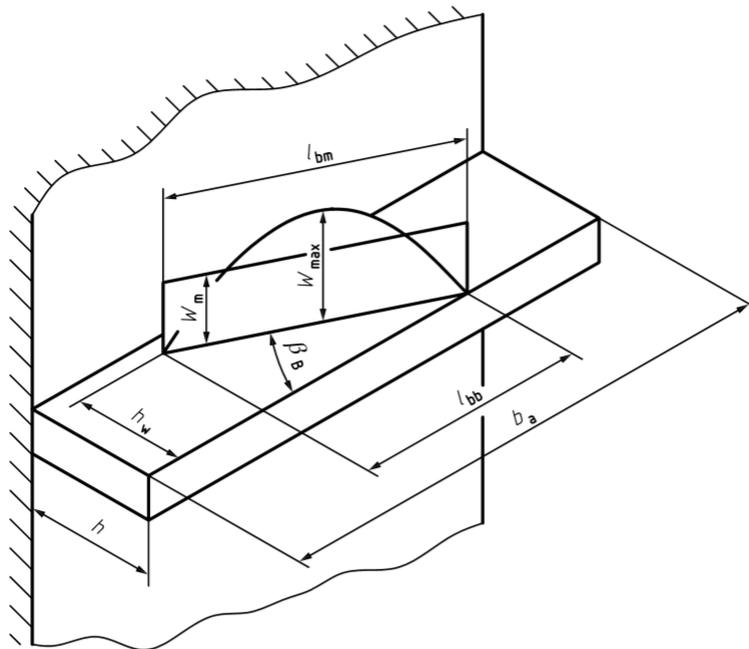


Figura 61 – Modellizzazione del dente tramite mensola incastrata e rappresentazione della distribuzione del carico

7.6.3.13 Fattore di ripartizione del carico Y_{LS}

Il fattore di ripartizione si basa sul calcolo del fattore di condivisione del carico per l'analisi a pitting, il quale viene elevato al quadrato.

7.6.3.14 Fattore relativo alla sensibilità di intaglio $Y_{\delta rel T}$

Per sintesi si rimanda al relativo paragrafo riportato per ruote cilindriche non essendoci differenze nella formulazione.

7.6.3.15 Fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente $Y_{Rel T}$

Per sintesi si rimanda al relativo paragrafo riportato per ruote cilindriche non essendoci differenze nella formulazione.

7.6.3.16 Fattore di dimensione Y_x

Per sintesi si rimanda al relativo paragrafo riportato per ruote cilindriche non essendoci differenze nella formulazione.

7.6.3.17 Fattore di durata per le condizioni di prova di riferimento Y_{NT}

Per sintesi si rimanda al relativo paragrafo riportato per ruote cilindriche non essendoci differenze nella formulazione.

7.6.3.18 Fattore di correzione delle tensioni per la ruota standard di test Y_{ST}

Per sintesi si rimanda al relativo paragrafo riportato per ruote cilindriche non essendoci differenze nella formulazione.

8 Conclusioni

Il programma è stato sottoposto a numerose verifiche, grazie alle quali è stato possibile individuare errori e apportare migliorie. Nella sua versione finale è stato corredato dall'interfaccia grafica realizzata da GeDy TrAss (Gear Dynamics Transmission Analysis) che rende immediato e agevole l'inserimento dei dati in input e la lettura dei dati in output.

Si riportano di seguito alcune catture a schermo della GUI del programma.

The screenshot shows the GeDy TrAss Beta software interface. The main window has a title bar with the name 'GeDy TrAss Beta' and standard window controls. Below the title bar, there are several tabs: 'GearRack', 'GearDraft', 'GearCutting', and 'Optimicro'. The 'GearDraft' tab is currently selected. Underneath, there are sub-tabs: 'Dimensioning', 'Verification', 'Gear coupling', 'Constraints', and 'Results'. The 'Dimensioning' sub-tab is active.

The 'Operating conditions' section contains the following input fields:

- Torque: **c**, value: 1e+05 [Nmm]
- Pinion rotational speed: **n**, value: 533 [rpm]
- Gear ratio: **τ** , value: 1 [-]
- Objective function: **p**, dropdown menu: Radial Clearance
- Type of gear: dropdown menu: External
- Radial clearance: **i**, value: 300 [mm]
- Radial clearance tolerance: **itol**, value: 10 [%]

The 'Material' section contains a table with the following columns: Material, Heat Treatment, Brinell Hardness [HB], Fatigue Strength [MPa], Hertzian Strength [MPa], Yield Strength [MPa], Breaking Strength [MPa], Young Modulus [MPa], ISO code, Pinion, and Gear. The table lists various materials and their properties.

Material	Heat Treatment	Brinell Hardness [HB]	Fatigue Strength [MPa]	Hertzian Strength [MPa]	Yield Strength [MPa]	Breaking Strength [MPa]	Young Modulus [MPa]	ISO code	Pinion	Gear
GTS35	Ferrite + cementite	150	330	320	220	350	170	GTS	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
GTS65	Perlite + cementite	220	410	460	380	650	180	GTS	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
GGG40	Spheroidal ferritic cast iron	180	370	370	250	400	170	GGG_ferr	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
GGG60	Spheroidal ferritic cast iron	250	450	490	360	600	170	GGG_perbain	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
GGG80	Spheroidal ferritic cast iron	320	500	600	480	800	180	GGG_perbain	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
GGG100	Spheroidal ferritic cast iron	350	520	700	700	1000	200	GGG_perbain	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
GS 52	-	160	280	320	260	510	200	St	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
GS 60	-	180	320	380	350	590	200	St	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fe490	-	160	320	370	295	490	210	V	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fe590	-	190	350	430	335	590	210	V	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

At the bottom of the interface, there is a logo for 'GEDY TRASS' and two buttons: 'Reset values' and 'Start dimensioning'.

Figura 62 - Input dati per il dimensionamento (condizioni d'uso, tipologia di ingranaggio, parametro obiettivo e materiali)

GeDy TrAss Beta

GearRack GearDraft GearCutting Optimicro

Dimensioning Verification

Gear coupling Constraints Results

Operating

Machine life cycles	N	<input type="text" value="1e+06"/>	[-]	Lewis minimum Coefficient	CSlw min	<input type="text" value="1"/>	[-]
Engine operating conditions	KAe	<input type="text" value="Uniform"/>		Pitting minimum Coefficient	CSp min	<input type="text" value="1"/>	[-]
Machine operating conditions	KAm	<input type="text" value="Uniform"/>		Static pitting minimum Coefficient	CSsp min	<input type="text" value="1.3"/>	[-]
Lubricant viscosity	μ	<input type="text" value="150"/>	[mm ² /s]	Static bending minimum Coefficient	CSf min	<input type="text" value="1.7"/>	[-]
Mean roughness	Rz	<input type="text" value="3"/>	[μm]				
ISO Quality	Q	<input type="text" value="6"/>					

ISO 6336 Coefficients

Gears characteristic

Pressure angle	α	<input type="checkbox"/> all <input type="checkbox"/> 14.5° <input checked="" type="checkbox"/> 20° <input type="checkbox"/> 22.5° <input type="checkbox"/> 25°
Angles between axes	Σ	<input type="text" value="0"/> [°]
Gear ratio tolerance	rtol	<input type="text" value="1"/> [%]
Profile shift coefficient	x	<input type="text" value="No"/>
	Profile shift coefficient step	xp <input type="text" value="0.1"/> [-]
Pinion teeth number	z1	<input type="text" value="0"/> [-]
	Max pinion teeth number	z1max <input type="text" value="50"/> [-]
Minimum facewidth	bmin	<input type="text" value="10"/> [mm]
	Maximum facewidth	bmax <input type="text" value="80"/> [mm]
	Facewidth step	bp <input type="text" value="10"/> [mm]
Minimum module	mnmin	<input type="text" value="3"/> [mm]
	Maximum module	mnmax <input type="text" value="10"/> [mm]
	Module step	mnp <input type="text" value="0.05"/> [mm]
Minimum helix angle	βmin	<input type="text" value="0"/> [°]
	Maximum helix angle	βmax <input type="text" value="0"/> [°]
	Helix angle step	βp <input type="text" value="0.01"/> [°]

Figura 63 - Input dati per il dimensionamento (parametri secondari, coefficienti di sicurezza)

GeDy TrAss Beta

GearRack GearDraft GearCutting Optimicro

Dimensioning Verification

Gear coupling Constraints Results

Coefficients

		Gear1	Gear2	
Lewis Coefficient	CSlw	<input type="text" value="21.13"/>	<input type="text" value="21.13"/>	[-]
Static pitting Coefficient	CSsp	<input type="text" value="1.307"/>	<input type="text" value="1.307"/>	[-]
Static bending Coefficient	CSf	<input type="text" value="74.08"/>	<input type="text" value="74.08"/>	[-]
Pitting Coefficient	CSp	<input type="text" value="1.709"/>		[-]

Basic data

		Gear1	Gear2	
Teeth number	z1	<input type="text" value="18"/>	<input type="text" value="18"/>	[-]
Profile shift coefficient	x1	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	[-]
Virtual teeth number	zv1	<input type="text" value="18"/>	<input type="text" value="18"/>	[-]
Pitch diameter	d1	<input type="text" value="148.5"/>	<input type="text" value="148.5"/>	[mm]
Base diameter	db1	<input type="text" value="139.5"/>	<input type="text" value="139.5"/>	[mm]
Major diameter	da1	<input type="text" value="165"/>	<input type="text" value="165"/>	[mm]
Minor diameter	df1	<input type="text" value="127.9"/>	<input type="text" value="127.9"/>	[mm]
Cone angle	δ1	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	[°]
Rack		<input type="text" value="ISO 53: Type A"/>		

Effective gear ratio	τ eff	<input type="text" value="1"/>	[-]
Normal module	mn	<input type="text" value="8.25"/>	[mm]
Helix angle	β	<input type="text" value="0"/>	[°]
Pressure angle	α	<input type="text" value="20"/>	[°]
Trasversal pressure angle	αt	<input type="text" value="20"/>	[°]
Facewidth	b	<input type="text" value="80"/>	[mm]
Transversal contact ratio	ea	<input type="text" value="1.53"/>	[-]
Overlap contact ratio	eβ	<input type="text" value="0"/>	[-]
Radial clearance	i	<input type="text" value="148.5"/>	[mm]

Figura 64 - Output risultati del dimensionamento (parametri comuni alle ruote e indipendenti per le due ruote e coefficienti di sicurezza)

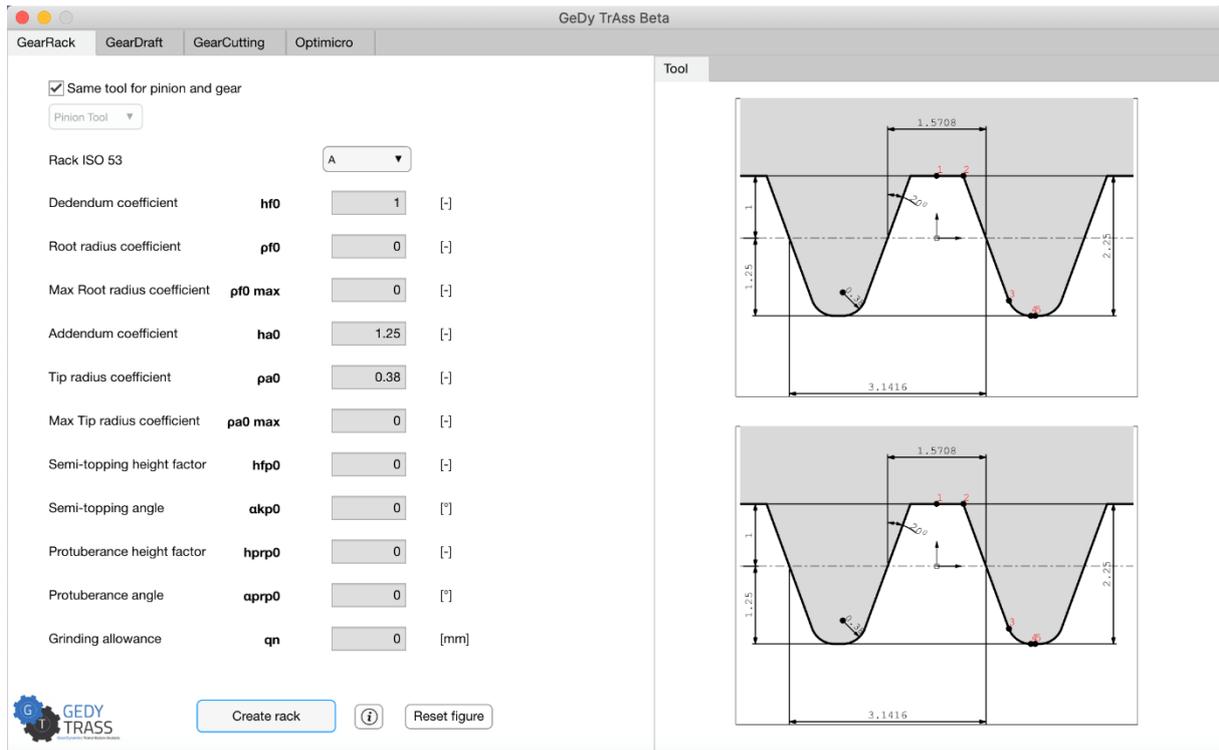


Figura 65 - Parametri della dentiera (eventualmente diversa per le due ruote, possibilità di scelta dentiera standard)

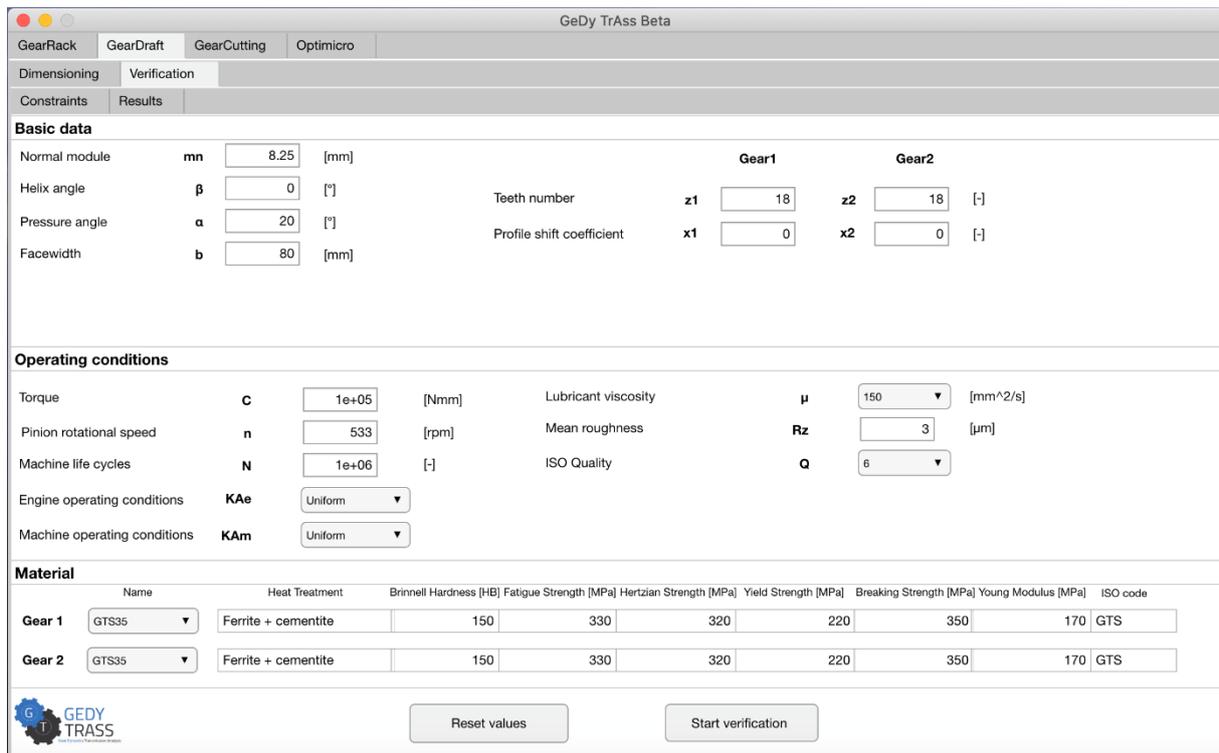


Figura 66 - Input dati per la verifica di un ingranaggio

GeDy TrAss Beta									
GearRack		GearDraft		GearCutting		Optimicro			
Dimensioning				Verification					
Constraints				Results					
Coefficients									
		Gear1		Gear2					
Lewis Coefficient	CSlw	21.13		21.13					[-]
Static pitting Coefficient	CSsp	1.307		1.307					[-]
Static bending Coefficient	CSf	74.08		74.08					[-]
Pitting Coefficient	CSp		1.709						[-]
Basic data									
		Gear1		Gear2					
Teeth number	z1	18		z2	18		Effective gear ratio	τ_{eff}	1 [-]
Profile shift coefficient	x1	0		x2	0		Normal module	mn	8.25 [mm]
Virtual teeth number	zv1	18		zv2	18		Helix angle	β	0 [°]
Pitch diameter	d1	148.5		d2	148.5	[mm]	Pressure angle	α	20 [°]
Base diameter	db1	139.5		db2	139.5	[mm]	Trasversal pressure angle	α_t	20 [°]
Major diameter	da1	165		da2	165	[mm]	Facewidth	b	80 [mm]
Minor diameter	df1	127.9		df2	127.9	[mm]	Transversal contact ratio	ϵ_α	1.53 [-]
Cone angle	δ_1	0		δ_2	0	[°]	Overlap contact ratio	ϵ_β	0 [-]
Rack							Radial clearance	i	148.5 [mm]

Figura 67 - Output risultati verifica di un ingranaggio (dimensioni e coefficienti di sicurezza)

Il codice consente quindi di ottenere in breve tempo il dimensionamento preliminare di un ingranaggio o la verifica di uno già esistente. In questa prima fase supporta già ruote cilindriche e coniche, a denti dritti o elicoidali, ruote non corrette, corrette simmetricamente o corrette asimmetricamente, e ingranaggi interni ed esterni.

Ulteriori miglioramenti del programma potrebbero consistere nell'implementazione più accurata e rigorosa del numero minimo di denti delle ruote in funzione dei parametri costruttivi scelti e nella revisione del fattore di ripartizione del carico per ruote coniche.

Il programma potrebbe inoltre supportare la selezione di parametri di ottimizzazione multipli mediante la scelta di un peso attribuito a ciascuno di essi. Inoltre, anziché fornire solamente il risultato migliore, si potrebbe salvare un elenco di ingranaggi che superano i coefficienti di sicurezza e fornirli in output ordinati secondo un parametro scelto dall'utente.

Un ulteriore sviluppo del codice potrebbe essere orientato al dimensionamento degli alberi su cui sono calettate le ruote. Sarebbe necessario in primo luogo valutare le forze agenti sui denti delle ruote, scomponendole nelle componenti radiali, assiali e tangenziali all'albero. Nota la geometria, il materiale, le massime deflessioni consentite e i coefficienti di sicurezza minimi da garantire, sarebbe quindi possibile definire il diametro minimo dell'albero. Infine, un'ulteriore espansione del programma potrebbe essere rivolta alla scelta dei cuscinetti a supporto degli alberi.

9 Bibliografia

- [1] ISO 53, *Cylindrical gears for general and heavy engineering - Standard basic rack tooth profile*, Ginevra, 1998.
- [2] ISO 54, *Cylindrical gears for general and for heavy engineering - Modules*, Ginevra, 1998.
- [3] ISO 21771, *Gears - Cylindrical involute gears and gear pairs - Concepts and geometry*, Ginevra, 2007.
- [4] KG GEAR, [Online]. Available: https://www.kggear.co.jp/en/wp-content/themes/bizvektor-global-edition/pdf/1.9_Contact-ratio-and-Specific-sliding_TechnicalData_KGSTOCKGEARS.pdf. [Consultato il giorno giugno 2020].
- [5] ISO 23509, *Bevel and hypoid gear geometry*, Ginevra, 2016.
- [6] ISO 10300-1, *Calculation of load capacity of bevel gears - Introduction and general influence factors*, Ginevra, 2014.
- [7] ISO 10300-2, *Calculation of load capacity of bevel gears - Calculation of surface durability (pitting)*, Ginevra, 2014.
- [8] ISO 10300-3, *Calculation of load capacity of bevel gears - Calculation of tooth root strength*, Ginevra, 2014.
- [9] S. G., «Progettazione e modellazione parametrica di cambi automobilistici e trasmissioni industriali,» 2018.
- [10] [Online]. Available: <https://www.engineersedge.com/gears/lewis-factor.htm>. [Consultato il giorno Maggio 2020].
- [11] G. F. A. D. P. C. Pidotella, *Corso di Meccanica, III a cura di*, vol. II, Bologna : Zanichelli Editore SpA, 2010.
- [12] Zanichelli. [Online]. Available: https://online.scuola.zanichelli.it/meccanica3ed/files/2010/03/Zanichelli_Pidotella_Volume2_Sintesi13.pdf. [Consultato il giorno Maggio 2020].
- [13] [Online]. Available: <http://myengineeringtools.blogspot.com/2015/03/formula-sheet.html>. [Consultato il giorno Maggio 2020].
- [14] P. d. Torino. [Online]. Available: [http://corsiadistanza.polito.it/corsi/pdf/04ASBP/ECM_3_calcolo_delle_ruote_dentate\(hertz\).pdf](http://corsiadistanza.polito.it/corsi/pdf/04ASBP/ECM_3_calcolo_delle_ruote_dentate(hertz).pdf). [Consultato il giorno Maggio 2020].
- [15] [Online]. Available: <http://abhi3june.blogspot.com/2008/03/gear-pitch-deviation.html>. [Consultato il giorno Maggio 2020].

- [16] [Online]. Available: https://sdp-si.com/D805/D805_PDFS/Technical/8050T131.pdf. [Consultato il giorno Maggio 2020].
- [17] ISO 1328-1, *Cylindrical gears ISO system of flank tolerance classification Definitions and allowable values of deviations relevant to flanks of gear teeth*, Ginevra, 2013.
- [18] Kohara Gear Industry, *Kohara Gear Technical Reference Manual*, Kawaguchi, 2015.
- [19] JIS B 1702, *Specification of cylindrical gear's accuracy*, Tokio, 1976.
- [20] V. Vullo, *Gears volume I: Geometric and Kinematic design*, Springer.
- [21] ISO 6336-2, *Calculation of load capacity of spur and helical gears - Calculation of surface durability (pitting)*, Ginevra, 2019.
- [22] [Online]. Available: <http://www.naturalspublishing.com/files/published/97y04q573lv6p4.pdf>. [Consultato il giorno Maggio 2020].
- [23] ISO 6336-3, *Calculation of load capacity of spur and helical gears - Calculation of tooth root strength*, Ginevra, 2019.
- [24] JIS B 1759, *Load capacity of plastic gears*, Tokio, 2013.
- [25] JIS B 1704, *Specification of bevel gear's accuracy*, Tokio, 1976.
- [26] ISO 17485, «Bevel gears — ISO system of accuracy,» Ginevra, 2006.
- [27] ISO 6336-1, *Calculation of load capacity of spur and helical gears - Basic principles, introduction and general influence factors*, Ginevra, 2019.
- [28] W. H. Niemann G., *Elementi di Macchine*, Vol. II, Milano: EST Springer, 1983.
- [29] W. H. Niemann G., *Elementi di Macchine*, Vol. III, Milano: EST Springer, 1983.
- [30] International Gear Conference, Lyon: Chandos Publishing, 2014, pp. 1172-1173.
- [31] [Online]. Available: <https://www.microingranaggi.it/grado-di-qualita-di-un-ingranaggio-norme-a-confronto/>. [Consultato il giorno Maggio 2020].