POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Tesi di Laurea Magistrale: Analisi e progetto del miglioramento sismico della chiesa barocca di Santa Caterina a Casale Monferrato

Relatore

Prof. Ing. Rosario Ceravolo

Correlatore

Arch. Erica Lenticchia

Candidato

Francesco Fabbricatore

Anno Accademico 2019/2020

Ringrazio il Professor Rosario Ceravolo ed il correlatore Erica Lenticchia per la disponibilità e la precisione dimostratami durante tutto il periodo di analisi, ricerca e stesura.

Dedico la presente trattazione a mio Padre, esempio di vita vissuta, a mia Madre, guida e stimolo per la mia crescita personale e professionale, alla mia fidanzata per la pazienza e la premura dimostratami, a mio Fratello ed ai miei Nonni per il sostegno datomi durante il percorso.

Sommario

1 Abstract 10
2 Introduzione 11
2.1 Vulnerabilità delle strutture in muratura 11
2.2 Muratura in zona sismica 12
2.2.1 Il concetto di sicurezza nelle costruzioni 12
2.2.2 Aspetti generali delle risorse strutturali degli edifici in muratura 16
2.2.3 Danneggiamenti a seguito di sisma per strutture in muratura 17
2.3 Chiese in muratura in zona sismica 19
2.3.1 Comune di Concordia sulla Secchia – Chiesa di Santa Caterina 21
2.3.2 Comune di Mirandola – Chiesa del Gesù 21
2.3.3 Comune di Mirandola – Duomo di Santa Maria Maggiore 22
2.3.4 Comune di Mirandola – Chiesa di S. Francesco 23
2.3.5 Comune di Mirandola – Oratorio del Santissimo Sacramento 24
2.3.6 Comune di Mirandola – Chiesa di S. Giacomo e Filippo 24
2.3.7 Comune di Mirandola – Chiesa di S. Leonardo di Limoges 25
2.3.8 Comune di Mirandola – Pieve di Santa Maria ad Nives 26
2.3.9 Comune di Mirandola – Chiesa parrocchiale di S. Martino 27
2.3.10 Comune di Mirandola – Chiesa della Visitazione della Beata Vergine 28
2.3.11 Comune di Modena – Chiesa di Santa Caterina 28
2.3.12 Comune di Modena – Duomo di Santa Maria Assunta 29
2.3.13 Comune di Modena – Chiesa di S. Martino 29
2.3.14 Comune di San Possidonio – Chiesa di S. Possidonio 30
2.3.15 Comune di Finale Emilia – Duomo di S. Filippo e Giacomo 31
2.3.16 Comune di San Felice sul Panaro – Chiesa arcipretale di S. Felice Vescovo e Martire 32
2.3.17 Comune di San Felice sul Panaro – Chiesa di S. Giuseppe Artigiano 32
2.3.18 Comune di San Felice sul Panaro – Chiesa di S. Biagio 33
2.3.19 Comune di Cavezzo – Chiesa di S. Giovanni Battista 33
2.3.20 Comune di Cavezzo – Chiesa di Santa Maria ad Nives 34
2.3.21 Comune di Cavezzo – Chiesa parrocchiale di Sant'Egidio 34
2.3.22 Comune di Cavezzo – Chiesa Pieve di Camurana 35
2.3.23 Comune di Mirabello – Chiesa di S. Paolo 35
2.3.24 Comune di Cento – Chiesa di S. Martino di Tour 36

2.3.25 Comune di Bondeno di Gonzaga – Chiesa di S. Tommaso Apostolo 37
2.3.26 Comune di Moglia – Chiesa di S. Giovanni Battista 38
2.3.27 Comune di San Giacomo delle Segnate – Chiesa di S. Giacomo 38
2.3.28 Comune di Pieve di Cento – Chiesa di Santa Maria Maggiore 39
2.3.29 Comune di Amatrice – Chiesa di S. Agostino e Porta Carbonare 39
2.4 Criterio di minimo intervento e reversibilità per le chiese in muratura 40
2.5 Pericolosità sismica del Piemonte 47
2.6 Azione sismica 49
2.6.1 Spettro di riferimento per l'analisi allo SLV 50
2.6.2 Spettro di riferimento per l'analisi allo SLD 53
3 Caratterizzazione della chiesa di Santa Caterina 54
3.1 Identificazione dinamica caso studio 55
3.1.1 Prove dinamiche in sito 56
3.1.2 Cronistoria delle prove dinamiche eseguite nei giorni 23 e 24 settembre 2010 58
3.1.3 Identificazione strutturale dinamica 60
3.2 Modello F.E. per la chiesa di Santa Caterina 60
3.2.1 Calibrazione del modello 61
3.3 Analisi modale 63
3.3.1 Analisi modale della chiesa di Santa Caterina 66
3.3.2 Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con spettro di risposta 69
4 Valutazione della sicurezza sismica 71
4.1 Normative di riferimento 71
4.2 Comportamento sismico delle strutture storiche in muratura 71
4.3 Percorso conoscitivo per la valutazione della sicurezza sismica 72
4.3.1 Modulo schedografico A: Anagrafico Identificativo del bene 72
4.3.2 Modulo B: Fattori di sensibilità 84
4.3.3 Modulo C: Morfologia degli elementi 85
4.3.4 Modulo D: Stato di Conservazione 88
4.3.5 D5. Interazione fra unità strutturali 99
4.3.6 Modulo E. Rilievo geometrico 99
4.3.7 Modulo F. Interventi Pregressi 99
4.3.8 Modulo G. Indagini storiche 100
4.4 Livello di conoscenza e fattore di confidenza 101
4.5 Caratterizzazione meccanica della muratura 103

4.6 LV1_Chiesa di Santa Caterina 105
4.6.1 Vita Nominale 106
4.6.2 Frequenza d'uso - classe d'uso 106
4.6.3 Periodo di riferimento e periodo di ritorno 106
4.6.4 Categoria del sottosuolo e condizioni topografiche 107
4.6.5 Spettro elastico in accelerazioni per lo stato SLD e SLV 108
4.6.6 Indice di vulnerabilità 109
4.6.7 Risultati 120
4.6.8 Conclusioni 122
4.7 Valutazione di sicurezza sismica di livello LV3 122
4.7.1 Verifiche di sicurezza 122
4.7.2 Conclusioni 126
5 Vulnerabilità della lanterna della chiesa di Santa Caterina 127
5.1 Lanterna della chiesa di Santa Caterina 127
5.2 Rilevamento dei danni 131
6 Interventi di consolidamento per la lanterna di Santa Caterina 134
6.1 Intervento strutturale 134
6.2 Combinazione delle azioni 137
6.3 Predimensionamento della struttura 137
6.3.1 TIPOLOGIA A - Predimensionamento 138
6.3.2 TIPOLOGIA B - Predimensionamento 140
6.4 Analisi lineare statica 142
6.5 Verifiche con analisi statica lineare 145
6.5.1 Verifica statica a pressoflessione nel piano del pilastro in muratura 145
6.5.2 Valutazione statica dello spostamento ultimo della sola sezione in muratura. 147
6.5.3 TIPOLOGIA A - Verifica statica a pressoflessione nel piano del pilastro con inserimento di angolari 148
6.5.4 TIPOLOGIA B - Verifica statica a pressoflessione nel piano del pilastro con inserimento di angolari 154
6.6 Analisi modale 155
6.6.1 TIPOLOGIA A - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna 155
6.6.2 TIPOLOGIA A - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna con spettro di risposta 159

6.6.3 TIPOLOGIA B - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna 161
6.6.4 TIPOLOGIA B - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna con spettro di risposta 165
7 Valutazione di sicurezza sismica di livello LV3 167
7.1 TIPOLOGIA A - Verifica a pressoflessione nel piano dei pilastrini modificati 167
7.2 TIPOLOGIA A - Verifica a taglio per fessurazione diagonale dei pannelli murari del sistema cupola tamburo 174
7.3 TIPOLOGIA A - Verifica a pressoflessione fuori dal piano per la facciata 175
7.4 TIPOLOGIA B - Verifica a pressoflessione nel piano dei pilastrini modificati 176
7.5 TIPOLOGIA B - Verifica a taglio per fessurazione diagonale dei pannelli murari del sistema cupola tamburo 176
7.6 TIPOLOGIA B - Verifica a pressoflessione fuori dal piano per la facciata 177
7.7 Conclusioni 178
8 Vulnerabilità della facciata della chiesa di Santa Caterina 182
8.1 Livello di valutazione 2 182
8.1.1 Analisi con approccio cinematico lineare 183
8.1.2 Accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo 184
8.1.3 Verifica dello stato limite di danno per il meccanismo locale 185
8.1.4 Verifica degli stati limite ultimi di salvaguardia della vita per il meccanismo locale 186
8.2 LV2_Facciata chiesa di Santa Caterina 186
8.2.1 Ribaltamento della facciata nel piano 189
8.2.2 Taglio diagonale nel piano della facciata 204
8.2.3 Ribaltamento nel piano con formazione di lesione centrale 209
8.2.4 Ribaltamento globale della facciata fuoripiano 226
8.2.5 Ribaltamento del timpano con formazione di cerniere cilindriche orizzontali 234
8.2.6 Conclusioni 244
9 Inserimento di tiranti metallici nella facciata della chiesa di Santa Caterina 247
9.1 Catene metalliche 248
9.2 Caratterizzazione dei tiranti da inserire nella struttura 249
9.2.1 Scelta del numero dei tiranti e della loro posizione spaziale 249
9.2.2 Valutazione del tiro dei tiranti 251
9.2.3 Coefficiente moltiplicativo α_0 per il meccanismo di ribaltamento globale del timpano fuoripiano in presenza di tiranti 260
9.3 Dimensionamento delle catene 271

9.3.1 Valutazione della resistenza 271
9.3.2 Resistenza del capochiave 275
9.3.3 Valutazione della resistenza 277
9.4 Conclusioni 277
10 Tiranti realizzati con shape memory alloy devices – SMAD 278
10.1 Caratterizzazione degli shape memory alloy devices – SMAD 278
10.2 Shape memory alloy devices (SMAD) usati come tiranti 279
10.3 Dispositivi antisismici in lega a memoria di forma per la protezione sismica dei timpani dei transetti della Basilica di San Francesco ad Assisi 282
11 Incremento prestazionale della facciata della chiesa di Santa Caterina per mezzo di un telaio metallico 285
11.1 Intervento strutturale 285
11.1.1 Azione sollecitante sulla facciata 287
11.1.2 Predimensionamento della struttura 289
11.2 Analisi modale 295
11.2.1 TIPOLOGIA A - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla facciata 297
11.2.2 TIPOLOGIA A - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna con spettro di risposta 299
11.2.3 TIPOLOGIA B - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla facciata 301
11.2.4 TIPOLOGIA B - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna con spettro di risposta 303
11.3 Valutazione di sicurezza sismica di livello LV3 305
11.3.1 TIPOLOGIA A - Verifica a pressoflessione fuori dal piano per la facciata 305
11.3.2 TIPOLOGIA A - Verifica a taglio per fessurazione diagonale dei pannelli murari del sistema cupola tamburo 306
11.3.3 TIPOLOGIA B - Verifica a pressoflessione fuori dal piano per la facciata 307
11.3.4 TIPOLOGIA B - Verifica a taglio per fessurazione diagonale dei pannelli murari del sistema cupola tamburo 307
11.4 Conclusioni 308
12 Conclusioni 310
13 Bibliografia 315

1 Abstract

La presente tesi ha come obiettivo lo studio e l'analisi della chiesa barocca di Santa Caterina sita in Casale Monferrato. Essa, costruita agli inizi del XVIII secolo, è considerata uno dei capolavori barocchi della città e presenta un impianto a croce greca sormontata da una cupola ellittica.

La chiesa è stata oggetto di recenti interventi di pulizia e manutenzione ordinaria, tuttavia presenta un quadro fessurativo consistente, localizzato specialmente in alcuni degli elementi principali quali: la facciata, la cupola e il lanternino. La principale causa di degrado è dovuta all'umidità derivante dalle infiltrazioni delle acque meteoriche, tuttavia si ipotizza che terremoti verificatisi in aree limitrofe, potrebbero aver contribuito alla comparsa di lesioni e/o fessurazioni che ne hanno accentuato lo stato di degrado strutturale. Nonostante la città di Casale Monferrato sia ubicata in una zona a bassa intensità sismica, infatti, la chiesa di Santa Caterina nel tempo è stata colpita da alcuni terremoti, in particolar modo da quelli verificatisi nell'Oltrepò Pavese nel 1828 e in Liguria Occidentale nel 1887.

La presente tesi analizza:

- la valutazione della sicurezza sismica del manufatto attraverso tre livelli di accuratezza: LV1, LV2 e LV3;
- il progetto e la verifica di interventi di miglioramento volti a migliorare la risposta sismica dell'edificio.

Pertanto, la fase iniziale del lavoro ha previsto una valutazione del livello di sicurezza LV1, basata su indagini conoscitive in sito e sulla base dei riferimenti presenti in letteratura. In seguito, il grado di dettaglio è stato incrementato mediante la valutazione dei singoli cinematismi attraverso un'analisi lineare LV2 ed infine, si è conclusa questa prima fase con una valutazione globale LV3 svolta attraverso un modello FEM calibrato sulla base di test dinamici. Quest'ultima analisi ha evidenziato che il lanternino e la facciata risultano essere gli elementi architettonici più vulnerabili alle sollecitazioni dovute ad un possibile evento sismico.

A fronte di ciò, sono stati proposti per la lanterna due progetti di consolidamento strutturale, accuratamente elaborati e dimensionati al fine di migliorarne non solo la funzionalità statica ma anche la risposta sismica.

Per la facciata invece, sono stati suggeriti due interventi di miglioramento; il primo basato sull'inserimento di catene metalliche, il secondo realizzato mediante l'inserimento di una struttura metallica avente la funzione di incrementare il collegamento tra timpano e basamento.

Infine, si conclude sottolineando che tutte le operazioni sono state svolte in conformità con le normative vigenti italiane e che, inoltre, tutti gli interventi sono dimensionati e progettati rispettando il criterio di "minimo intervento".

2 Introduzione

Questa tesi si pone come obiettivo quello di approcciarsi in modo scientifico al miglioramento sismico della chiesa in muratura "Santa Caterina" sita in Casale Monferrato in provincia di Alessandria, progettata in un'epoca in cui:

1) le moderne tecniche di modellazione strutturale erano del tutto sconosciute;
2) la normativa da seguire era il frutto dell'esperienza delle maestranze;
3) i materiali utilizzati erano in gran parte reperiti sul posto e privi di qualsiasi certificazione e prova di laboratorio.

A tal proposito, di tutte le possibili minacce che possono compromettere l'incolumità del nostro patrimonio architettonico, quella rappresentata dal terremoto è di certo tra le più pericolose. Le due principali ragioni che motivano questa affermazione riguardano i due soggetti in causa, ovvero la terra tremante e il costruito vulnerabile.
Infatti, se da un lato abbiamo una semplice questione probabilistica che vede nel nostro Paese la più alta densità mondiale di edifici di interesse artistico-culturale costruiti su aree caratterizzate da un elevato grado di sismicità, dall'altro l'elevata presenza di edifici storici in muratura che, soprattutto quando non realizzati conformemente alla regola dell'arte, non sono sempre capaci di resistere in maniera adeguata alle sollecitazioni più intense.
Tra tutti gli edifici storici, la categoria formata dalle chiese è senza dubbio quella più diffusa. La caratteristica conformazione strutturale di questi edifici li rende tanto pregevoli dal punto di vista architettonico quanto estremamente vulnerabili alle azioni sismiche.

In questo inquadramento risulta evidente come il progettista, per recuperare la maggioranza del patrimonio edilizio e salvaguardarlo con opere di prevenzione, necessiti di un bagaglio culturale il quanto più possibile ampio in merito a quelli che possono essere i problemi e le eventuali soluzioni adottabili sulla muratura esistente.
La difficoltà di analisi di tali strutture spesso deriva dalla loro progettazione empirica. Tutte le grandi realizzazioni murarie, dall'antichità fino al rinascimento, furono realizzate sulla base di regole dell'arte fondate sull'esperienza ma per niente assistite da un supporto scientifico.
Di contro la muratura presenta non poche caratteristiche di pregio. Dal punto di vista sismico, è stato osservato che, se ben progettati, gli edifici in muratura presentano una maggiore capacità sismo resistente rispetto ai moderni edifici intelaiati in cemento armato. In particolare, a differenza degli edifici intelaiati che sono soggetti a collassi globali, presentano dei collassi parziali, mantenendo intatta la capacità portante delle porzioni non danneggiate.
Inoltre è da sottolineare la maggiore durabilità rispetto ad acciaio e cemento armato.

2.1 Vulnerabilità delle strutture in muratura

In età moderna è buona norma, prima di progettare e poi realizzare una struttura, analizzare e studiare tutti gli aspetti che caratterizzano il caso studio e poi procedere con i calcoli. In passato invece, a causa delle poche informazioni e della scarsa conoscenza tecnologica era consuetudine basarsi sull'esperienza e prendere ad esempio casi affini; in particolare nella progettazione, anche nei casi in cui si utilizzava un maggior dettaglio e rigore, erano considerati solo i carichi verticali, cioè quelli

gravitazionali, senza analizzare minimamente l'effetto delle azioni orizzontali quali ad esempio vento o sisma, rendendo pertanto le strutture vulnerabili in presenza di situazioni eccezionali come un sisma.

Un ulteriore aspetto da prendere in considerazione è legato alla tipologia di muratura utilizzata; infatti, l'assenza di adeguate conoscenze sulle caratteristiche dei materiali e impossibilità di reperire materiale al di fuori delle zone limitrofi alla costruzione, hanno fatto sì che la quasi totalità delle strutture in murature del passato siano stata realizzata con materiali con caratteristiche scadenti. In merito a questo aspetto studi tecnici hanno evidenziato come la muratura utilizzata in epoche passate presenti un comportamento marcatamente fragile ed una scarsissima resistenza a trazione rendendo obbligati i progettisti a realizzare strutture estremamente complesse al fine di ovviare alle succitate prestazioni della muratura. Quest'ultimo aspetto rende, come verrà ampiamente mostrato in seguito, particolarmente ardua l'identificazione del comportamento globale della struttura ed il suo comportamento in presenza di azioni dinamiche.

Infine vi è inoltre da considerare il naturale degrado dei materiali, che può essere aggravato dalla scarsa manutenzione, come pure dai dissesti, i cui effetti vanno spesso a sommarsi nel tempo se non opportunamente contrastati.

A fronte di quanto detto, a seguito della loro monumentalità e dell'epoca di costruzione, gli edifici ecclesiastici storici risultano essere, tra i manufatti del patrimonio storico, la tipologia maggiormente vulnerabile.

2.2 Muratura in zona sismica

La storia dello sviluppo della normativa sismica in Italia si intreccia con la storia dei terremoti più recenti. Il terremoto di Regio Calabria e Messina del 1908 è stato il primo evento "mediatico", che è stato ben documentato sia in Italia che all'estero. Il sisma ha interessato dei nuclei urbani medievali che non sono stati in grado di assorbire il terremoto non solo dal punto di vista costruttivo, ma anche dal punto di vista della protezione civile, visto che si era manifestato un problema di accessibilità alle zone. A seguito di questo evento, si sono introdotte alcune norme che hanno più che altro un carattere urbanistico, visto che impongono solo delle regole geometriche (ad esempio altezza degli edifici, distanza tra gli edifici, ecc.), ma costituisce comunque un primo passo in avanti. L'evento sismico in Friuli del 1976 rappresenta invece un modello per la ricostruzione e vede l'introduzione delle prime norme sismiche sulle costruzioni in muratura, insieme al terremoto in Irpinia del 1980. Il terremoto dell'Umbria e della Marche ha invece interessato zone ad elevato valore storico-artistico e ciò ha incentivato un notevole sviluppo di norme per i beni culturali. Infine, il terremoto in Molise del 2002 è un episodio significativo perché è avvenuto un crollo in una zona al tempo ritenuta non sismica. Ciò ha fatto comprendere che in Italia non esistono zone non sismiche e ha spinto verso una riforma della normativa.

2.2.1 Il concetto di sicurezza nelle costruzioni

La verifica sismica si differenzia tra costruzioni nuove e costruzioni esistenti perché è diversa la filosofia della normativa sismica. Nelle costruzioni nuove, in genere, il progettista parte da un modello concettuale, nel senso che la costruzione è concepita a partire da un modello. L'operazione

è semplice perché la norma definisce un livello di sicurezza accettabile: ammettendo che le costruzioni non possono essere infinitamente sicure, queste comunque devono avere una probabilità di collasso limitata. Questa probabilità dipende dall'attività di pianificazione dello stato, da scelte politiche, legate all'allocazione delle risorse (quando si investe nella sicurezza degli edifici), e dalla ricchezza dello stato.
Le norme contengono un valore di probabilità che può essere ricavato in maniera indiretta e assume, per gli edifici di civile abitazione, il seguente valore:

$$P_{coll} = 10^{-5}\ su\ 50\ anni$$

D'altra parte, per ottenere questa probabilità di collasso, bisogna concepire delle norme che diano implicitamente un livello di sicurezza pari a 10^{-7} perché, su 100 incidenti, soltanto 1 si deve all'inefficienza della norma mentre i restanti 99 si devono a imperizie del progettista o dell'impresa pertanto bisogna tenere conto di questo aspetto.
La normativa non è tanto prestazionale, poiché impone una probabilità di collasso, mentre le norme con il fattore di sicurezza erano di tipo prescrittivo e c'era il rischio di una diversa interpretazione da parte del progettista. Pertanto, una volta definito il livello di accettabilità, sii parte da un modello e si esegue la verifica sulla costruzione.

$$MODELLO \rightarrow COSTRUZIONE$$

Per le costruzioni esistenti, occorre tener conto che la loro costruzione è stata concepita senza passare attraverso un modello matematico, bensì sulla base di regole empiriche. Di conseguenza, diventa complicato individuare un modello che sia in grado di individuare un modello reale.

$$COSTRUZIONE \rightarrow MODELLO$$

Così le norme sono diverse rispetto a quelle ordinari ed una grossa falla è legata al fatto che le prime norme concepite in Italia sono ispirate alle norme americano, dove però si usano telai e schemi strutturali diversi. Inoltre, esistono due categorie di costruzioni esistenti:

- costruzioni ordinarie, dipendenti dalle norme emanate dal ministero delle infrastrutture;
- costruzioni monumentali, dipendenti dalle norme emanate dal ministero dei beni artistici e culturali.

Detto ciò quali sono le norme disponibili in Italia dal punto di vista sismico?

Si distinguono diverse categorie di norme:

- Norme sismiche di prima generazione: Regio Decreto del 18 Aprile 1909 n° 193, DLL del 5 Novembre 1916 n°1526, Regio Decreto del 23 Ottobre 1924 n° 2089, Regio Decreto del 13 Marzo 1927 n° 431, Regio Decreto del 25 Marzo 1935 n° 640, Legge del 25 Novembre 1962 n° 168. Queste norme sono state formulate dopo il terremoto di Messina del 1908. Tali norme non sono norme d'ingegneria, bensì hanno un carattere quasi urbanistico, ma sono comunque state efficienti. Ad esempio, esse hanno introdotto l'incatenamento, ossia l'adozione di tiranti. Per quanto riguarda le costruzioni monumentali, non si sono introdotte norme specifiche bensì si adotto un criterio di valutazione "caso per caso", stabilito dalla sovrintendenza dei beni culturali.

- Norme sismiche di seconda generazione (Legge n°64/74): DM del 2 Luglio 1981, Circolare Ministeriale n° 21745 del 1981, DM LL.PP. del 24 Gennaio 1996. Esse corrispondono a quelle norme di "importazione" americana, che però erano concepite per strutture intelaiate e poco per la muratura. D'altra parte, per le strutture esistenti, si è introdotto un concetto importante cioè quello dell'adeguamento e del miglioramento. Con l'adeguamento, una struttura è riabilitata in zona sismica usando gli standard relativi alle costruzioni nuove. Esso è obbligatori in tutte le situazioni "delicate", ad esempio cambio di destinazione d'uso, sopra elevazione, etc. Con il miglioramento, non si produce un vero e proprio adeguamento ma si introducono degli interventi che migliorano il comportamento sismico. In realtà, il concetto di miglioramento è solo qualitativo, poiché non erano richiesti calcoli. In ogni caso, questo doppio sistema si è incentivato all'intervento poiché il progettista decide quale tipologia d'intervento adottare in presenza di una costruzione esistente.
  Il concetto di miglioramento e adeguamento è stato introdotto solo nel caso di strutture ordinarie. Per le costruzioni monumentali, il concetto di adeguamento non è accettato perché si corre il rischio di snaturare il valore architettonico del bene. Pertanto, per gli edifici di pregio, si adottano soltanto interventi di miglioramento.
  Tra le norme di seconda generazione, spicca il DM LL.PP. del 02/07/1981. Questa circolare è stata emanata in seguito del terremoto in Irpinia ed estende all'intero territorio Nazionale alcuni metodi di calcolo già adottati nella ricostruzione del Friuli. In questo senso, questo episodio rappresenta la prima emanazione di norme specifiche per il calcolo di strutture in muratura e di sistemi di analisi con un modello strutturale. Il metodo in questione è il POR, un metodo molto semplice che funziona a meccanismo di piano: si assume un modello a telaio shear type e si esegue un calcolo sui setti. In esso, si assume un modello non lineare con setti aventi un comportamento descritto da una legge elasto-plastica, in modo da tener conto della plasticizzazione dei setti in muratura. Questa assunzione è importante perché, se ignorata, le verifiche non sarebbero soddisfatte in zona 1. Il metodo è stato applicato nel Friuli e poi generalizzato con esempi di calcolo. Il problema è che tale metodo è stato applicato in maniera indiscriminata su tutti gli edifici (case, campanili, chiese), ignorando l'ipotesi fondamentale di comportamento diaframmatico di piano. Ciò si deve anche all'assenza di altri metodi di calcolo. Così, per riuscire ad ottemperare il comportamento diaframmatico, si sono smantellati i solai e coperture di legno sostituendoli con solai in cemento armato. Però, l'introduzione di un elemento di c.a. in un edificio in muratura, a parte la perdita di valore architettonico del bene, determina un'eterogeneità strutturale che può indurre problemi ì, ad esempio legati all'appesantimento della copertura che va a schiacciare la struttura sottostante o al suo martellamento contro le pareti esterne.

Figure 2-1: Effetti del D.M. 1981 -La sostituzione delle coperture lignee con c.a. (Ceravolo P. i.)

Figure 2-2: Effetti del D.M. 1981 –Sostituzione dei solai lignei con solette in c.a. (Ceravolo P. i.)

Figure 2-3: Effetti del D.M. 1981 -La sostituzione delle coperture lignee con c.a. (Ceravolo P. i.)

- Norme sismiche di terza generazione: EUROCODICE 8 (1988-1994) parte III-Edifici esistenti, OPCM n°3274 del 2003 capitolo 11- Edifici esistenti, OPCM n° 3431 del 2005-Revisione della 3274, NTC2018 e linee guida, Legge n°42 del 22 Gennaio 2004 "CODICE DDEI BENI CULTURALI E DEL PAESAGGIO".
  Queste norme si sono sviluppate dopo l'evento sismico del 2002 e sfruttano lo sviluppo degli eurocodici (avvenuto negli anni 70/80), anche se queste sono limitate nella parte geotecnica e quella relativa alle costruzioni in muratura. Le nuove norme seguono il paradigma della duttilità, mentre le più vecchie norme si basavano sul concetto di resistenza perché derivavano da studi di strutture soggette all'azione del vento, in cui la statica assume un ruolo importante. Si sono poi introdotte delle norme per le strutture in muratura. Queste, per le strutture esistenti e monumentali hanno reintrodotto il concetto di adeguamento e miglioramento, con l'aggiunta di una richiesta di calcoli specifici: occorre dimostrare che la PGA che porta a collasso la struttura sia superiore alla PGA pre-intervento.

Si analizzano dunque nel dettaglio le diverse norme.

- Legge n° 64 del 1974. Essa costituisce una norma di riferimento, tutt'ora vigente, e fornisce i provvedimenti per le costruzioni con particolari prescrizioni per le zone sismiche.
- DM del 16 Gennaio del 1996 (Norme tecniche per le costruzioni in zona sismica) valido fino al 2008.

- OPCM n° 3274 del 2003 (OPCM = Ordinanza della protezione civile). Essa contiene i primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zone sismiche. Purtroppo, sono presenti molti refusi, specialmente per quanto riguarda la muratura.
- DCD del 21 Ottobre 2003. Essa presenta la definizione di edifici strategici rilevanti.
- OPCM n° 3431 del 2005. Essa costituisce una norma di riferimento per la progettazione sismica infatti è stata recepita all'interno della NTC2008.
  Tale direttiva si articola sui concetti base seguenti:
  - la sicurezza della costruzione è misurata nei confronti della stabilità (SLU) e del danno (SLD);
  - definizione di un livello di conoscenza (LC1, LC2, LC3) in base al quale si derivano i fattori di confidenza da usare per i materiali;
  - introduzione del concetto di aggregato edilizio, al fine di tener conto dell'analisi strutturale delle interazioni derivanti dalla contiguità con edifici adiacenti;
  - gli edifici esistenti che ricadono in zona 4 possono essere verificati applicando azioni statiche equivalenti con le regole della progettazione "non sismica";
  - introduzione del concetto di edificio semplic3 per gli edifici in muratura. Se l'edificio soddisfa alcuni requisiti e non presenta forti irregolarità nella struttura è possibile omettere la verifica sismica. Tali requisiti sono i seguenti:
    a) immorsamenti tra le pareti e delle pareti con l'orizzontamento;
    b) fasce di piano resistenti a flessione;
    c) assenza di elementi spingenti;
    d) assenza di elementi non strutturali vulnerabili;
    e) solai rigidi nel loro piano;
    f) muratura di qualità non eccessivamente scadente (es. a secco).

- OPCM n° 3519 del 2006. Essa impone una riclassificazione del territorio italiano. Si passa da una distinzione tra zone sismiche a zone non sismiche a un territorio interamente sismico, con diversi livelli di sismicità. In genere, i calcoli devono essere fatti ovunque nel caso di edifici pubblici e rilevanti, mentre per edifici ad uso privato è possibile adottare un approccio semplificato, se questo ricade in zona 4.
- DM del 14 Gennaio del 2008. Essa prende il lavoro della protezione civile per quanto riguarda la parte sismica e definisce le norme tecniche per le costruzioni.

2.2.2 Aspetti generali delle risorse strutturali degli edifici in muratura

Le costruzioni in muratura sono mediamente molto vulnerabili nei confronti dell'azione sismica. Per quale motivo?
È noto che il terremoto agisce lungo una direzione prevalente e la muratura è costituita de setti, ossia da pannelli, orizzontamenti e setti che possono presentare diverse rigidezze a seconda della direzione e si parla di comportamento in piano (l'elemento funziona meglio quando è colpito nel suo piano) e di comportamento fuori piano.
Infatti, in generale il collasso avviene per ribaltamento fuori piano.

In questo senso, fintanto che i setti sono isolati e non collegati tra di loro, è sufficiente una piccola scossa di terremoto per determinare un collasso dell'edificio o per ribaltamento delle pareti fuori piano. L'unico sistema per garantire la sopravvivenza dell'edificio è garantire un collegamento tra i

setti in corrispondenza degli angoli pena il collasso con piccole scosse; si parla in questo caso di buono o cattivo ammorsamento

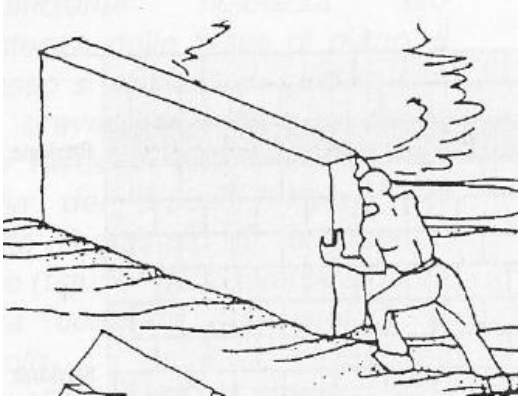

Figure 2-4: Meccanismo nel piano (Ceravolo P. i.)

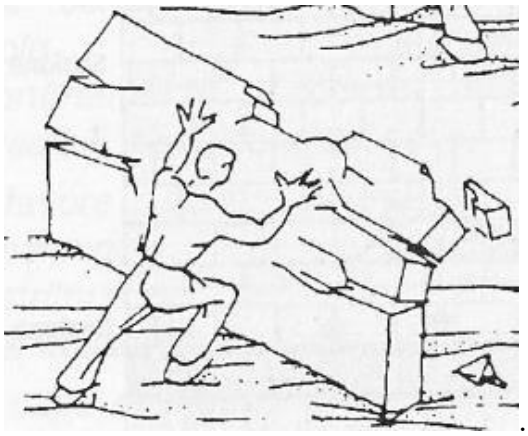

Figure 2-5: Meccanismo fuori piano (Ceravolo P. i.)

Un ulteriore contributo deriva dalla soletta che, chiudendo e creando un ammorsamento tra solaio e pannelli, realizza un comportamento scatolare nell'edificio in muratura. Perché questo avvenga, occorre verificare l'ammorsamento in corrispondenza degli spigoli tra i setti e l'ammorsamento tra ciascun setto in muratura e la soletta.
D'altra parte, occorre osservare che spesso è difficile intervenire sulla soletta perché, anche se si riuscisse a garantire un buon collegamento e a realizzate il comportamento scatolare, magari si è introdotta una massa aggiuntiva che si traduce in un incremento dell'azione sismica.
Pertanto, in generale, la prescrizione è di realizzare non una soletta pesante ma di realizzare il collegamento con i setti mediante un corsolo ossia un passante perimetrale che interessi tutti i setti e li colleghi solidamente tra di loro (anche indirettamente, qualora l'ammorsamento mutuo tre i setti non sia sufficiente) e alla soletta preesistente.

2.2.3 Danneggiamenti a seguito di sisma per strutture in muratura

L'analisi post-sisma sulle strutture in murature ha permesso di definire, come le più comuni forme di degrado per le strutture in murature, i meccanismi seguenti:

A. sviluppo di una cerniera cilindrica connessa al ribaltamento fuori piano; questo effetto si lega a un inadeguato ammorsamento tra i setti e, vista l'elevata vulnerabilità degli edifici in

muratura che presentano questa lacuna, esso avviene già con eventi aventi piccola PGA (0.1 g ÷ 0.15g).

B. lesioni verticali sui muri trasversali conseguenti al moto di ribaltamento della parete esterna; esso è un meccanismo di collasso simile al primo modo di danno A. ma la lesione non è dovuta ad un carente ammorsamento, bensì al materiale scadente. Pertanto, nonostante l'ammorsamento, avviene un cedimento a trazione con conseguente sviluppo di cerniere per ribaltamento fuori dal piano.

C. lesioni nelle pareti verticali; esso è un meccanismo di collasso che avviene in presenza di adeguato ammorsamento delle pareti, in cui la rottura avviene dove dovrebbe avvenire in teoria. La rottura interessa la parete che deve resistere all'azione sismica ossia la parete orientata secondo la direzione dell'azione sismica ed è sollecitata nel suo piano. In assenza di aperture si svilupperebbero fessure inclinate di 45° che sono le tipiche lezioni a taglio poiché è la sollecitazione di taglio che determina il collasso. Inoltre, a seguito del segno alterno delle sollecitazioni sismiche, le fessure tendono ad assumere una configurazione "a croce di Sant'Andrea". Questa configurazione di fessure permette di distinguere le fessure indotte da un sisma dalle lesioni indotte da un cedimento di fondazione.

Si riporta una schematizzazione dei tre meccanismi citati.

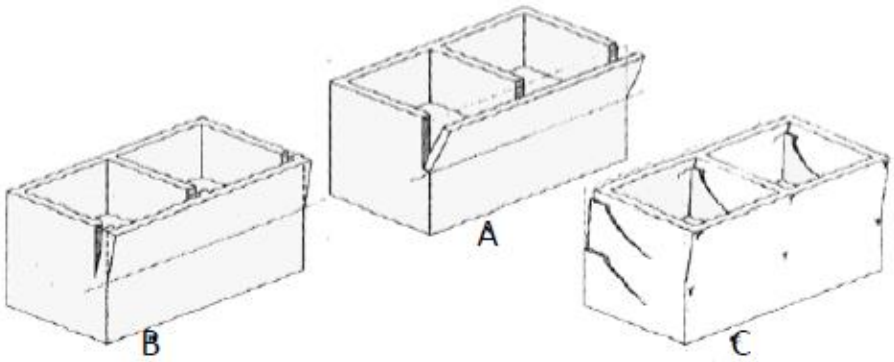

Figure 2-6: A_meccanismo di ribaltamento nel piano; B_lesioni verticali sui muri trasversali; C_meccanismo con croci di Sant'Andrea (Ceravolo P. i.)

Si definiscono ora i restanti meccanismi; essi sono:

D. scivolamento dei puntoni del tetto con effetto di spinta sulla parete (copertura spingente). In questo meccanismo il punto della copertura tende a spingere, se questo non è ripreso dalla catena. In questo modo, per effetto della componente verticale dell'azione sismica, si ha un incremento della spinta del puntone e viene favorito il ribaltamento fuori piano. In effetti, la copertura spingente costituisce un elemento di forte vulnerabilità.

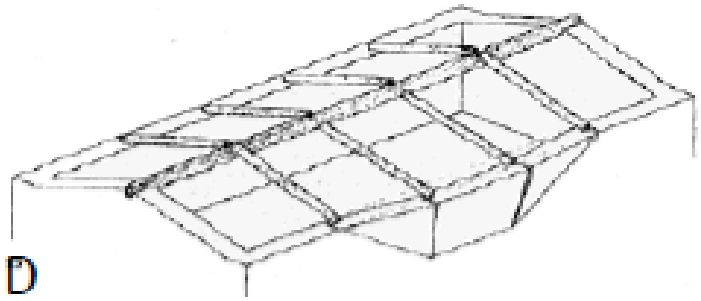

Figure 2-7: D_meccanismo di scivolamento dei puntoni del tetto (Ceravolo P. i.)

E. sfilamento delle travi dei solai conseguente all'oscillazione delle pareti esterne attorno alla base. Durante l'evento sismico, è possibile che le pareti si muovano in controfase, determinando lo sfilamento delle travi dei solai. Le travi scivolando vanno a contrastare le pareti e determinano un aggravamento nel comportamento strutturale, con spinte fuori piano. L'effetto si manifesta nel caso di travi precarie e vulnerabili (ad esempio semplice buco nella parete senza cordolo).

Figure 2-8: E_meccanismo di sfilamento delle travi dei solai (Ceravolo P. i.)

F. spanciamento di un muro a doppia cortina, con espulsione della sua parte esterna; i muri a doppia cortina sono costituiti da due paramenti e all'interno è inserito del materiale scadente. I due parametri tendono a deformarsi per effetto della compressione e, in assenza di collegamenti tra essi, la parete si sbriciola.

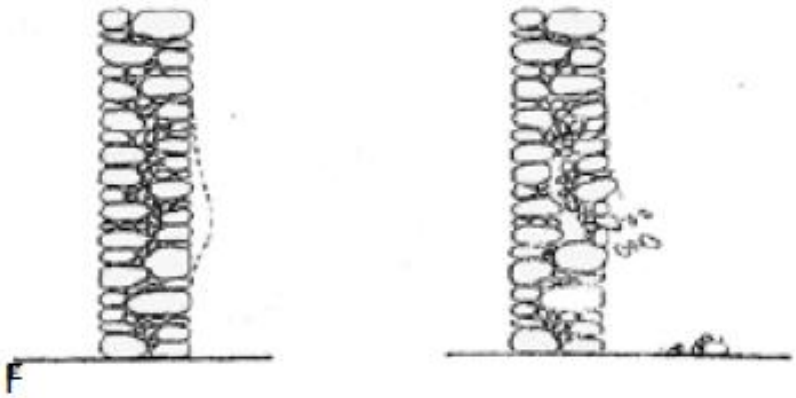

Figure 2-9: F_meccanismo di sfilamento delle travi dei solai (Ceravolo P. i.)

2.3 Chiese in muratura in zona sismica

Le chiese in muratura rappresentano una porzione non trascurabile del tessuto edilizio italiano e sono quelle che potenzialmente, in occasione di eventi sismici, possono causare un elevato numero di vittime.

L'analisi dei danni causati dai principali eventi sismici italiani ha messo in luce che il comportamento delle chiese in muratura a seguito di un sisma, può essere rappresentato attraverso una serie di meccanismi predefiniti che si manifestano correntemente seppure si tratti di manufatti realizzati in epoche diverse con tecnologie, dimensioni e forme differenti. In particolare per le chiese le linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010) individuano 28 principali cinematismi di collasso fuori piano e nel piano in base ai quali è possibile risalire alla valutazione della capacità sismica.

Tabella 1: chiese in muratura-meccanismi di collasso

MECCANISMO DI DANNI	MACROELEMENTO
M1. Ribaltamento della facciata	Facciata
M2. Meccanismi nella sommità della facciata	
M3. Meccanismi nel piano della facciata	
M4. Protiro e Nartece	
M5. Risposta trasversale dell'aula	Aula
M6. Meccanismi di taglio delle pareti laterali	
M7. Risposta longitudinale del colonnato	
M8. Volte dell'aula e della navata centrale	
M9. Volte delle navate laterali	
M10. Ribaltamento delle pareti del transetto	Transetto
M11. Meccanismi di taglio del transetto	
M12. Volte del transetto	
M13. Archi trionfali ARCO TRIONFALE	Arco Trionfale
M14. Cupola e tamburo/tiburio CUPOLA	Cupola
M15. Lanterna	
M16. Ribaltamento dell'abside	Abside
M17. Meccanismi di taglio nell'abside ABSIDE	
M18. Volte del presbiterio o dell'abside	
M19. Meccanismi negli elementi di copertura - pareti laterali dell'aula	Copertura
M20. Meccanismi negli elementi di copertura - transetto	
M21. Meccanismi negli elementi di copertura - abside	
M22. Ribaltamento delle cappelle	Cappelle e corpi annessi
M23. Meccanismi di taglio nelle pareti delle cappelle	
M24. Volte delle cappelle	
M25. Interazioni in prossimità di irregolarità plano-altimetriche (corpi adiacenti, archi rampanti)	
M26. Aggetti (Vela, guglie, pinnacoli, statue)	Aggetti campanile
M27. Torre campanaria AGGETTI CAMPANILE	
M28. Cella campanaria	

Pertanto nelle chiese in muratura si hanno:

- 4 meccanismi relativi alla facciata
- 5 meccanismi relativi all'aula
- 3 meccanismi relativi al transetto
- 1 meccanismo relativo all'arco trionfale
- 2 meccanismi relativi alla cupola
- 3 meccanismi relativi all'abside
- 3 meccanismi relativi alla copertura
- 4 meccanismi relativi alle cappelle ed ai corpi annessi
- 3 meccanismi relativi agli aggetti ed al campanile.

In riferimento a quanto espresso dalle linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010) i danni subiti dall'intero di una chiesa vengono valutati attraverso la suddivisione dell'edificio in macroelementi. L'analisi per macroelementi permette infatti di indirizzare meglio la modellazione del comportamento sismico delle chiese. Un macroelemento può essere definito come una parte costruttivamente riconoscibile e compiuta del manufatto, che può coincidere (ma non necessariamente) con una parte

identificabile sotto l'aspetto architettonico e funzionale. Si intende quindi la parte edilizia nell'ambito della quale è osservabile e compiutamente descrivibile un comportamento unitario riconoscibile dei meccanismi di insieme a seguito delle azioni sismiche.
I macroelementi che generalmente sono presenti in un complesso ecclesiastico sono:

- la facciata;
- l'aula (parte compresa tra la facciata e l'arco trionfale);
- il transetto;
- l'arco trionfale;
- le cupole;
- l'abside;
- la copertura;
- la cappella (piccola struttura posta in prossimità della chiesa);
- il campanile;
- il protiro (piccolo portico posto a protezione e copertura dell'ingresso principale di una chiesa);
- nartece (collega le navate con l'esterno della chiesa).

Per meglio comprendere quanto appena detto di seguito vengono riportate le immagini relative ai danni generati dal sisma del 2012 nelle chiese dell'Emilia Romagna e del terremoto del 2016 nelle chiese del centro Italia.

2.3.1 Comune di Concordia sulla Secchia – Chiesa di Santa Caterina

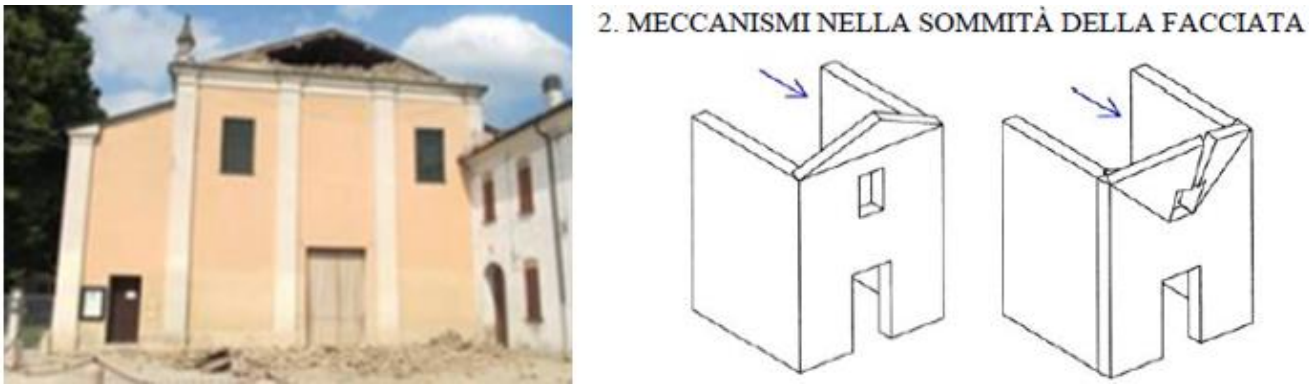

Figure 2-10: Crollo del timpano della facciata principale della chiesa di Santa Caterina dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.2 Comune di Mirandola – Chiesa del Gesù

Figure 2-11: Facciata principale della chiesa del Gesù prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

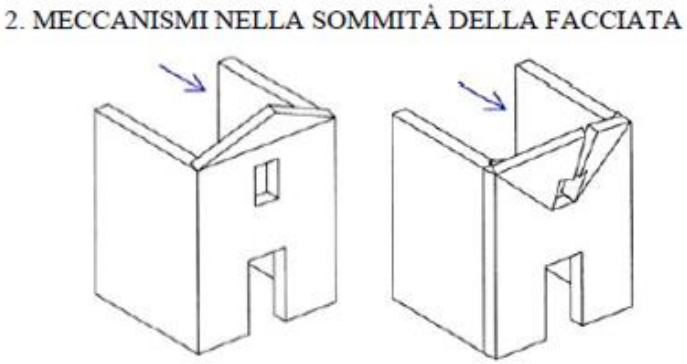

Figure 2-12: Facciata principale della chiesa del Gesù dopo del sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.3 Comune di Mirandola – Duomo di Santa Maria Maggiore

Figure 2-13: Facciata principale del duomo di Santa Maria Maggiore prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

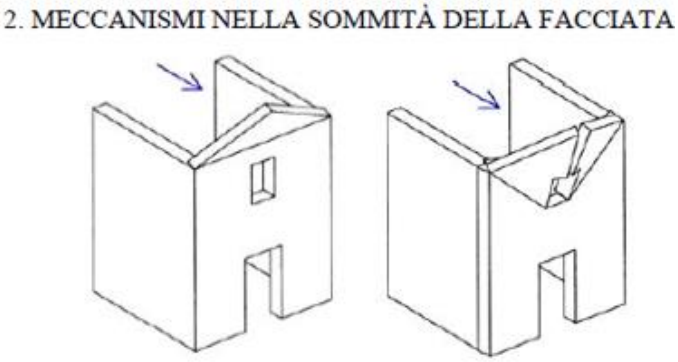

Figure 2-14: Facciata principale del duomo di Santa Maria Maggiore dopo del sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

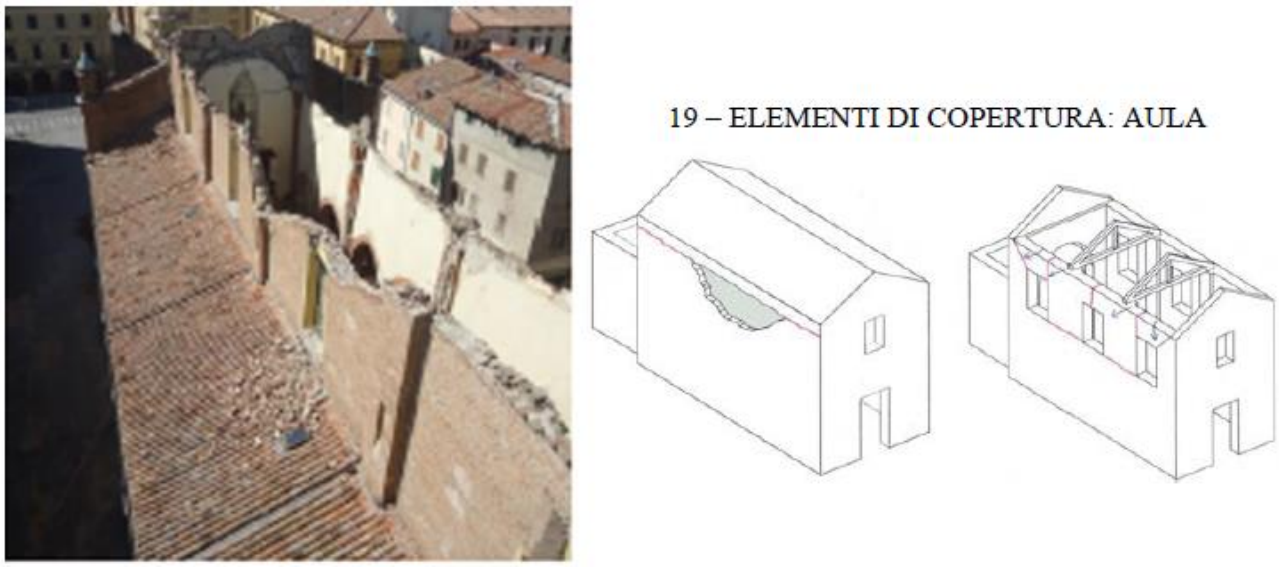

Figure 2-15: Esterno del duomo di Santa Maria Maggiore dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.4 Comune di Mirandola – Chiesa di S. Francesco

Figure 2-16: Facciata principale della chiesa di S. Francesco prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

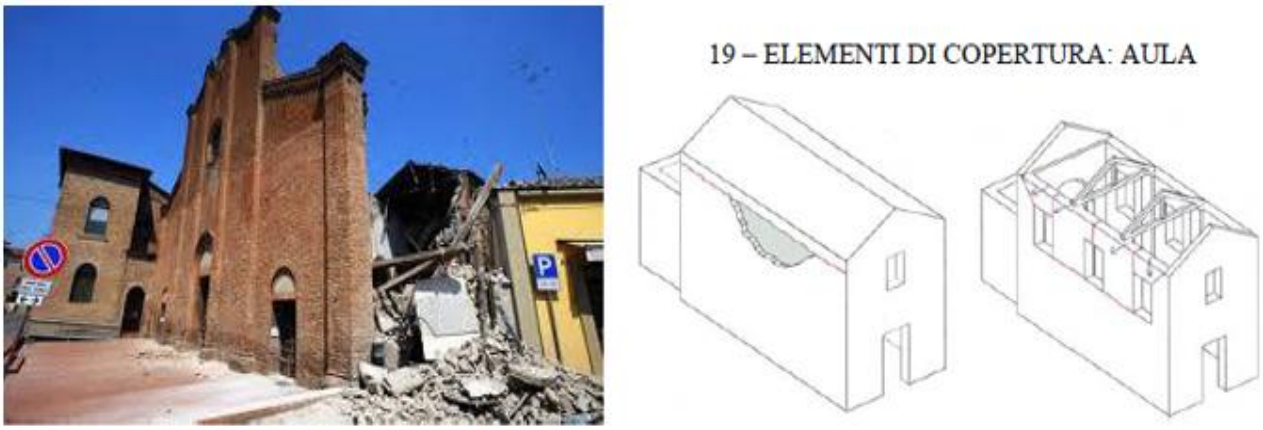

Figure 2-17: Vista laterale della chiesa di S. Francesco dopo del sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

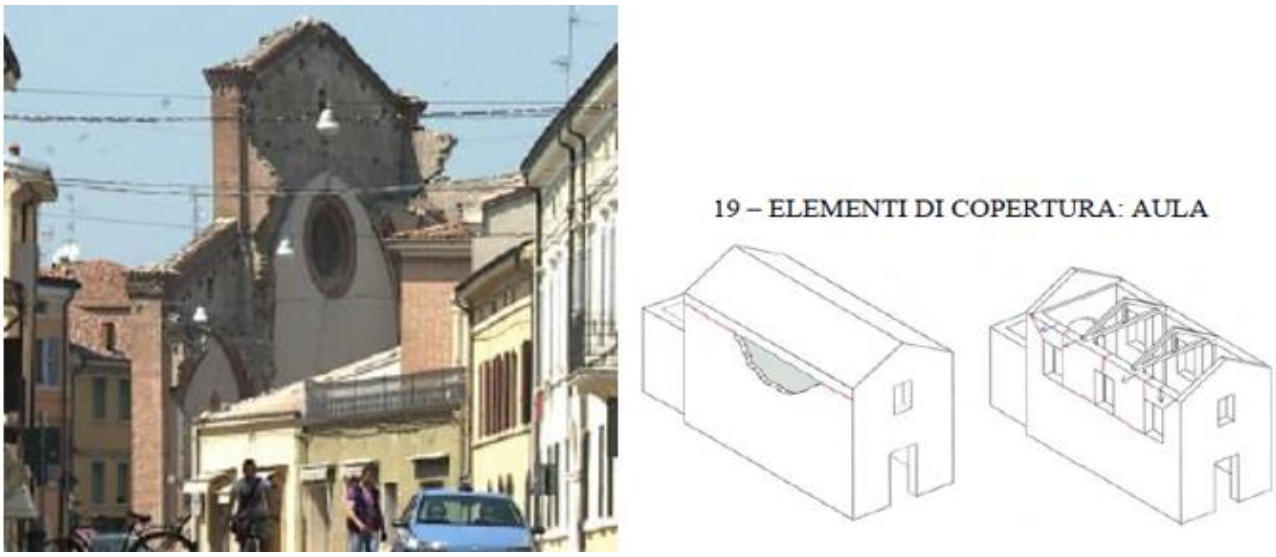

Figure 2-18: Parte posteriore della chiesa di S. Francesco dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.5 Comune di Mirandola – Oratorio del Santissimo Sacramento

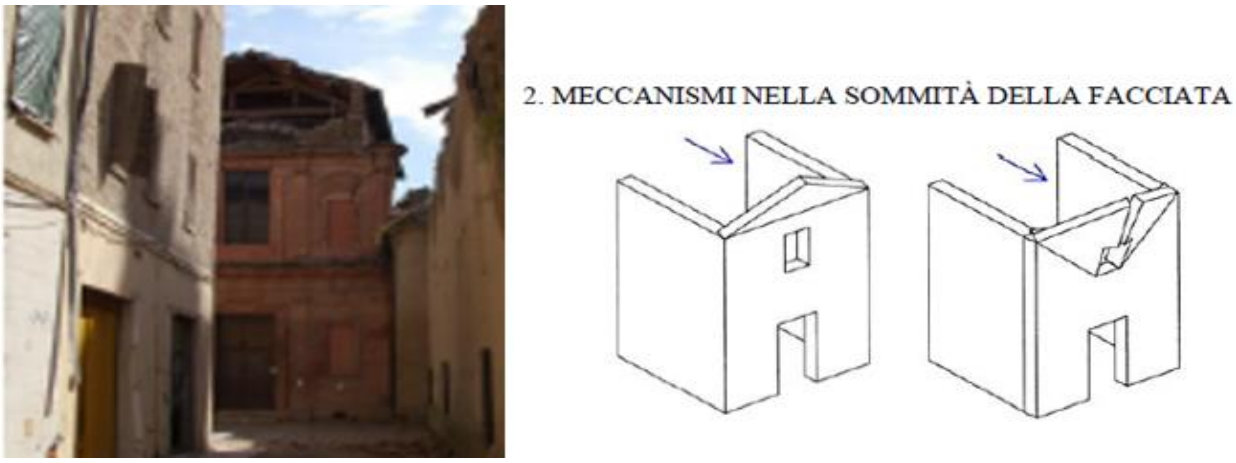

Figure 2-19: Facciata principale dell'oratorio del Santissimo Sacramento dopo del sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.6 Comune di Mirandola – Chiesa di S. Giacomo e Filippo

Figure 2-20: Facciata principale della chiesa di S. Giacomo e Filippo prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

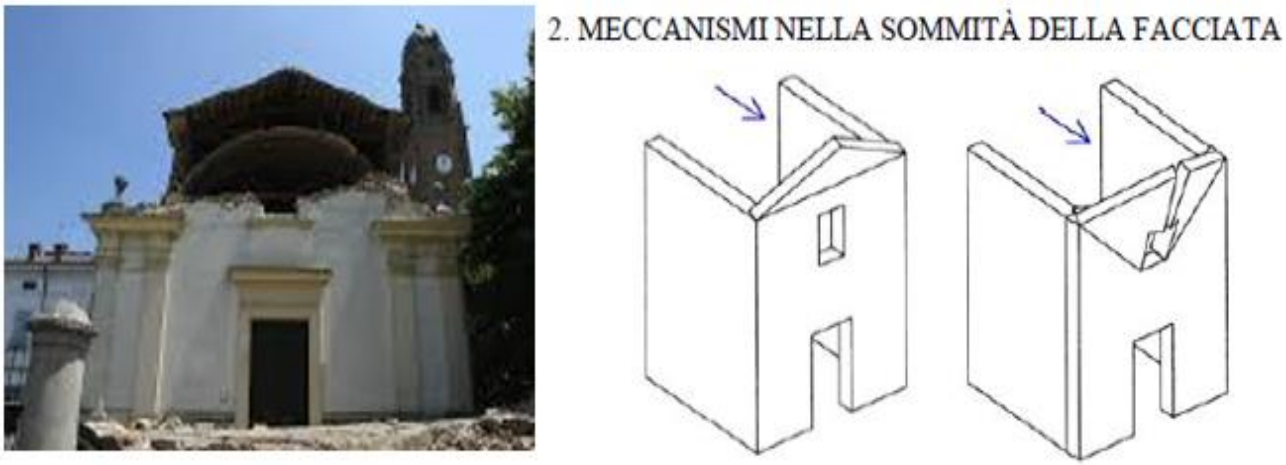

Figure 2-21: Facciata principale della chiesa di S. Giacomo e Filippo dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

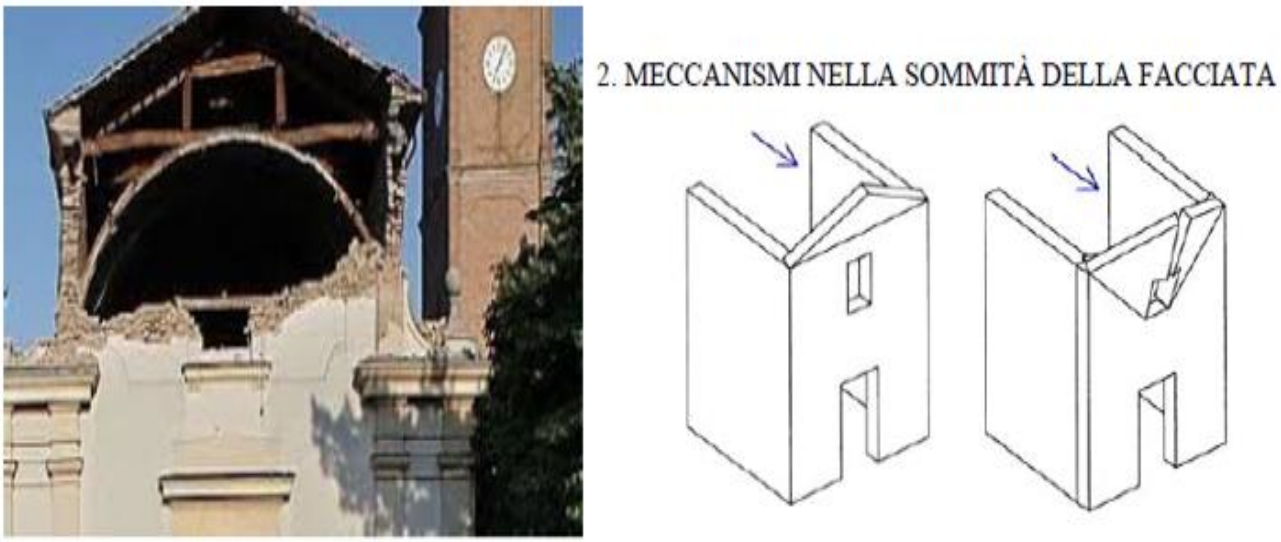

Figure 2-22: Particolare del timpano della chiesa di S. Giacomo e Filippo dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.7 Comune di Mirandola – Chiesa di S. Leonardo di Limoges

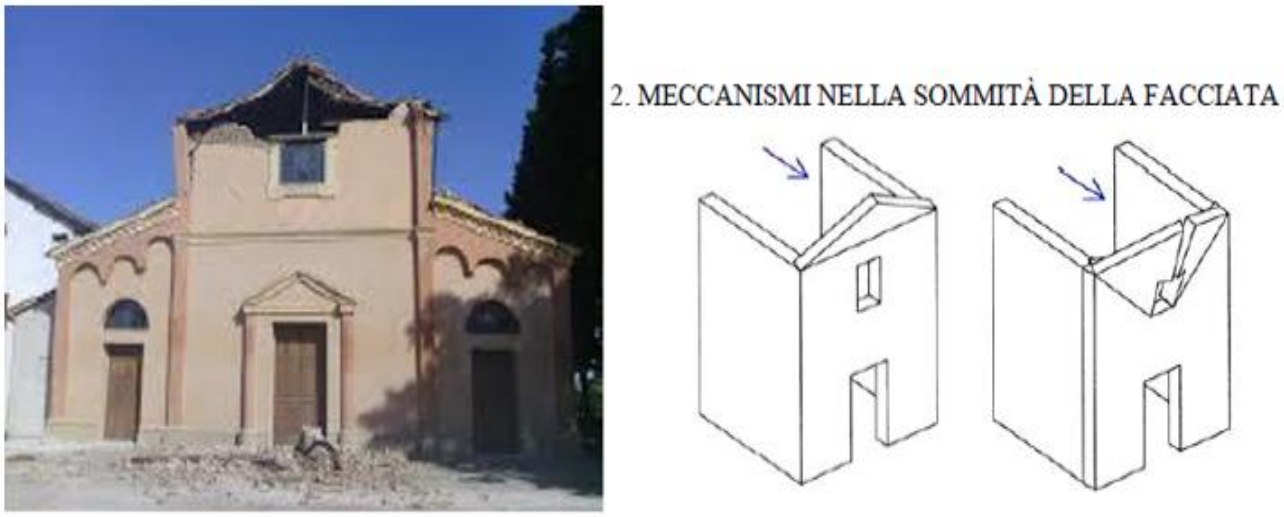

Figure 2-23: Facciata principale della chiesa di S. Leonardo di Limoges dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

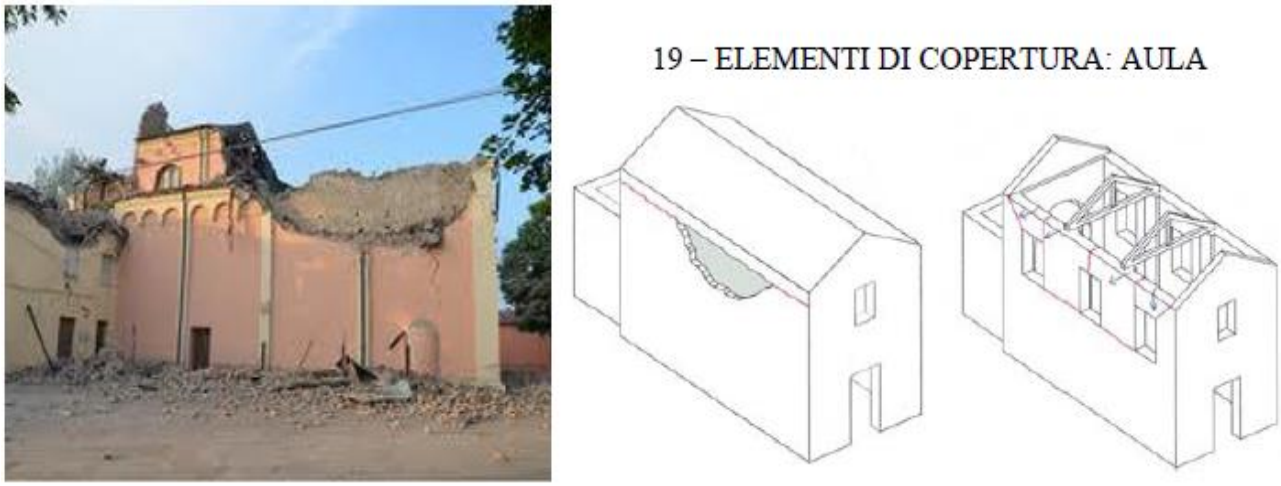

Figure 2-24: Vista laterale della chiesa di S. Leonardo di Limoges dopo del sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.8 Comune di Mirandola – Pieve di Santa Maria ad Nives

Figure 2-25: Facciata principale della pieve di Santa Maria ad Nives prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

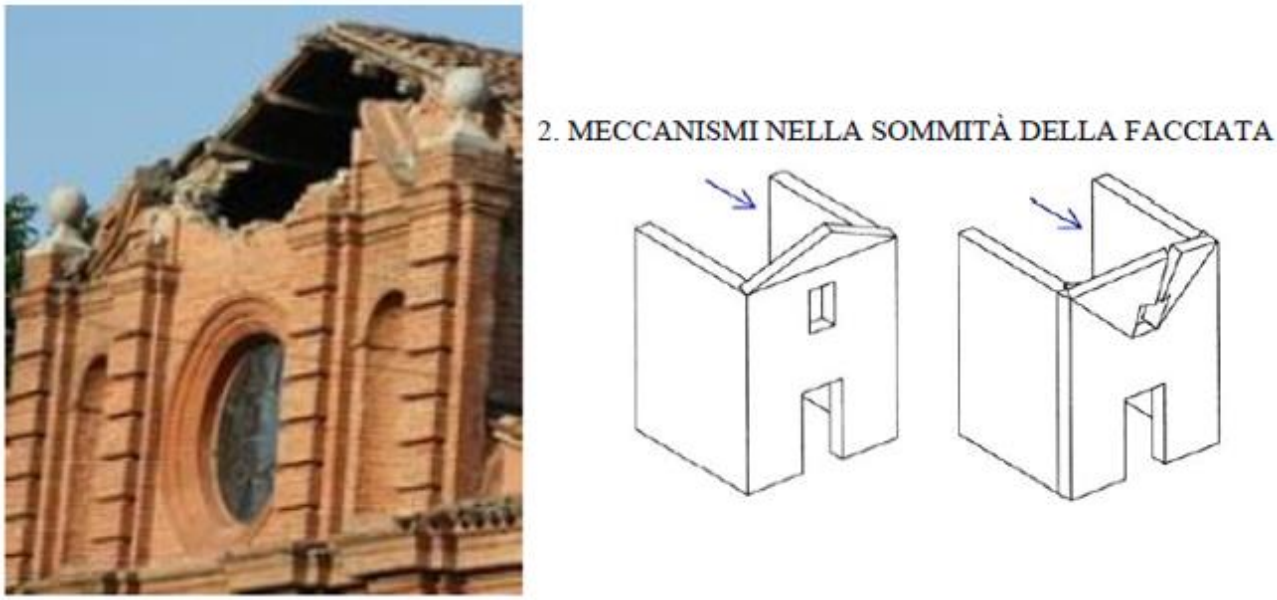

Figure 2-26: Particolare del timpano della pieve di Santa Maria ad Nives dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

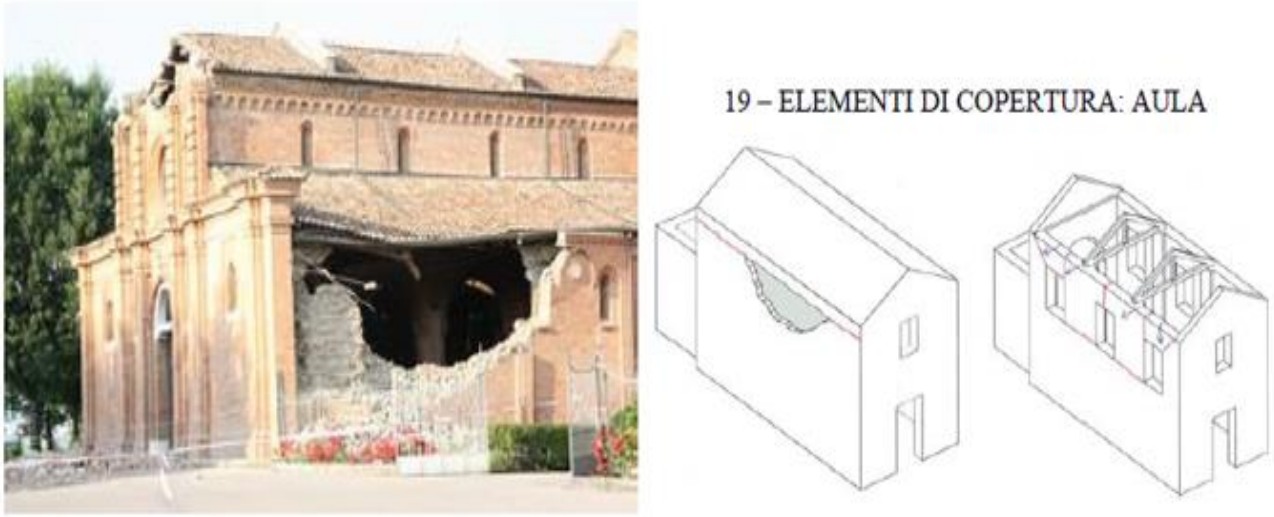

Figure 2-27: Vista laterale della pieve di Santa Maria ad Nives dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.9 Comune di Mirandola – Chiesa parrocchiale di S. Martino

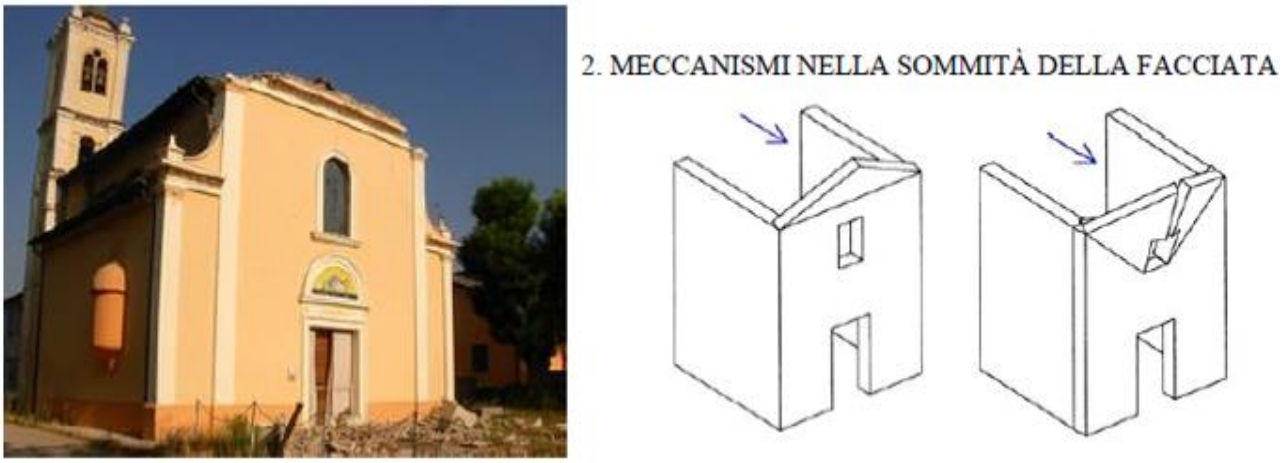

Figure 2-28: Facciata principale della chiesa parrocchiale di S. Martino dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

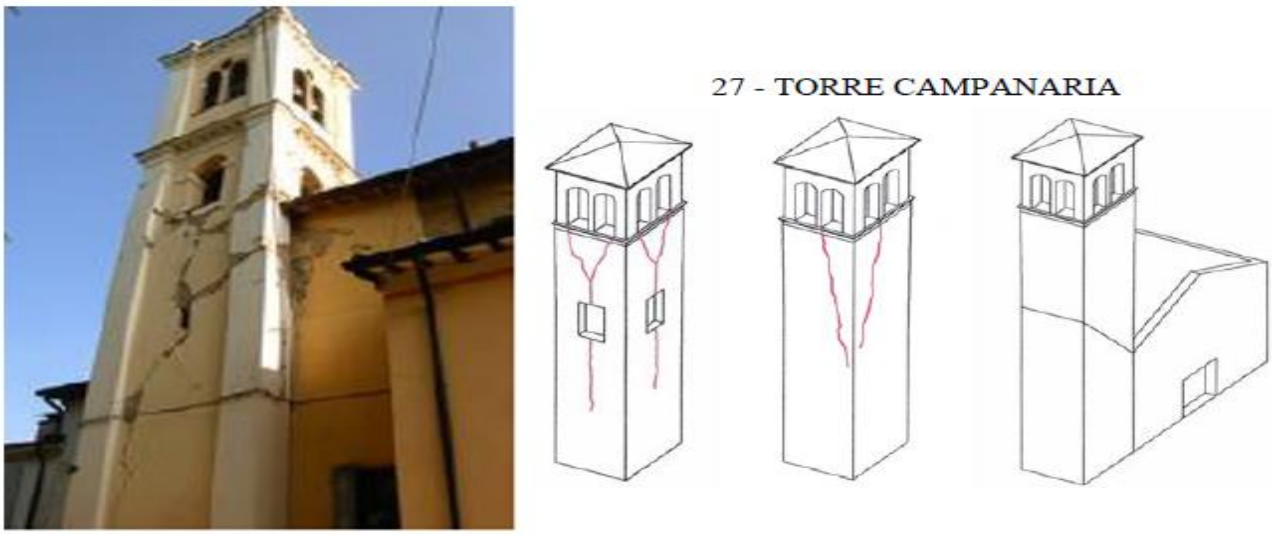

Figure 2-29: Lesioni al campanile della chiesa parrocchiale di S. Martino dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

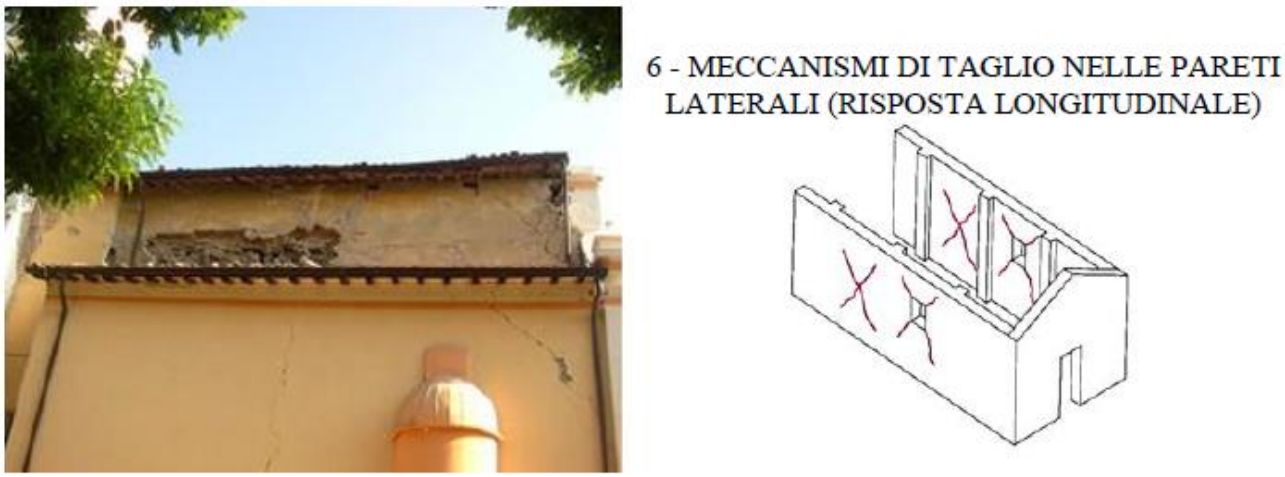

Figure 2-30: Lesioni alla muratura della chiesa parrocchiale di S. Martino dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.10 Comune di Mirandola – Chiesa della Visitazione della Beata Vergine

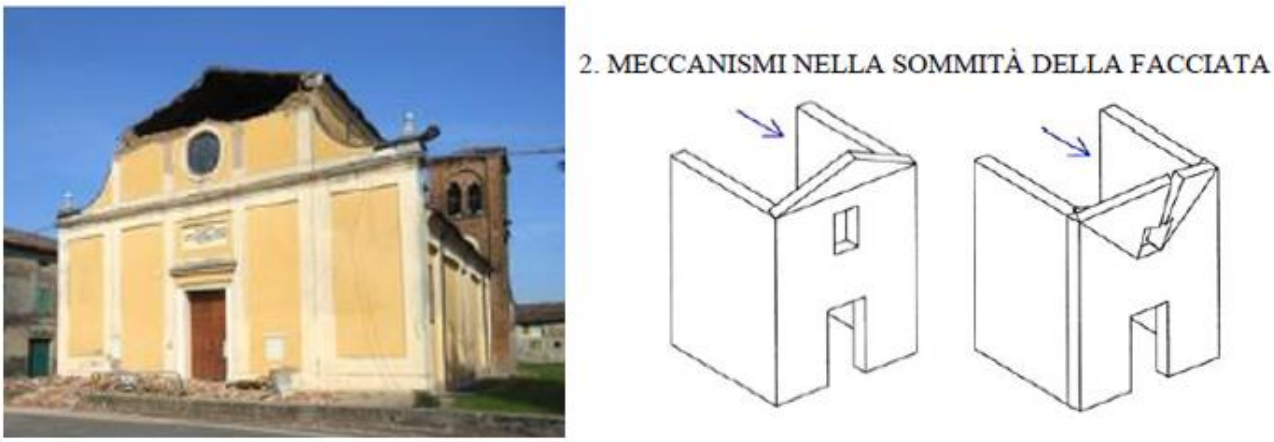

Figure 2-31: Facciata principale della chiesa della Visitazione della Beata Vergine dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.11 Comune di Modena – Chiesa di Santa Caterina

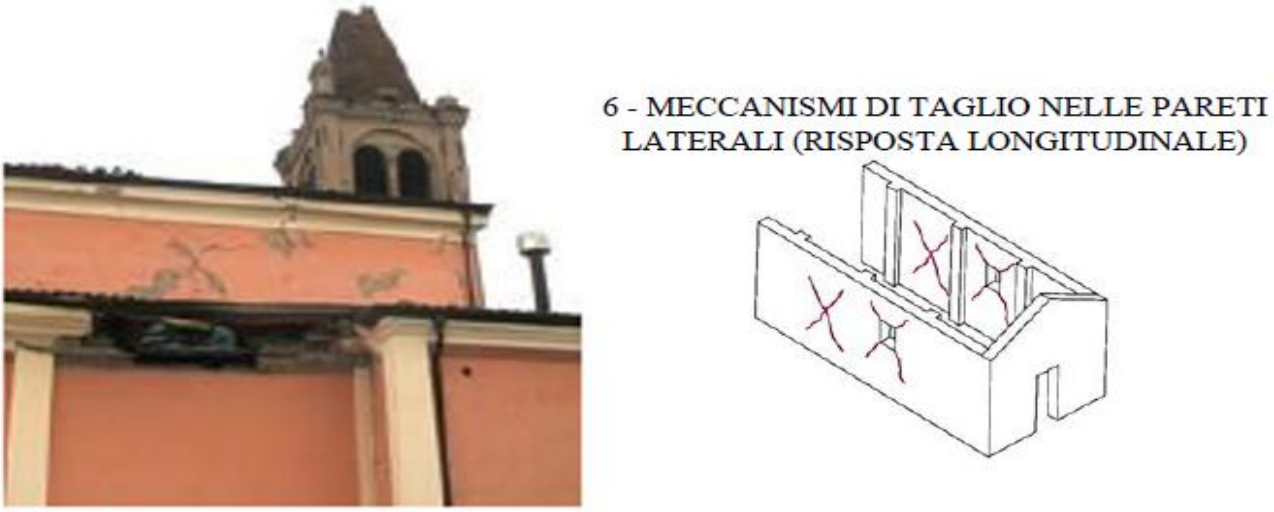

Figure 2-32: Lesioni esterne della copertura della chiesa di Santa Caterina dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.12 Comune di Modena – Duomo di Santa Maria Assunta

Figure 2-33: Facciata principale del duomo di Santa Maria Assunta prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

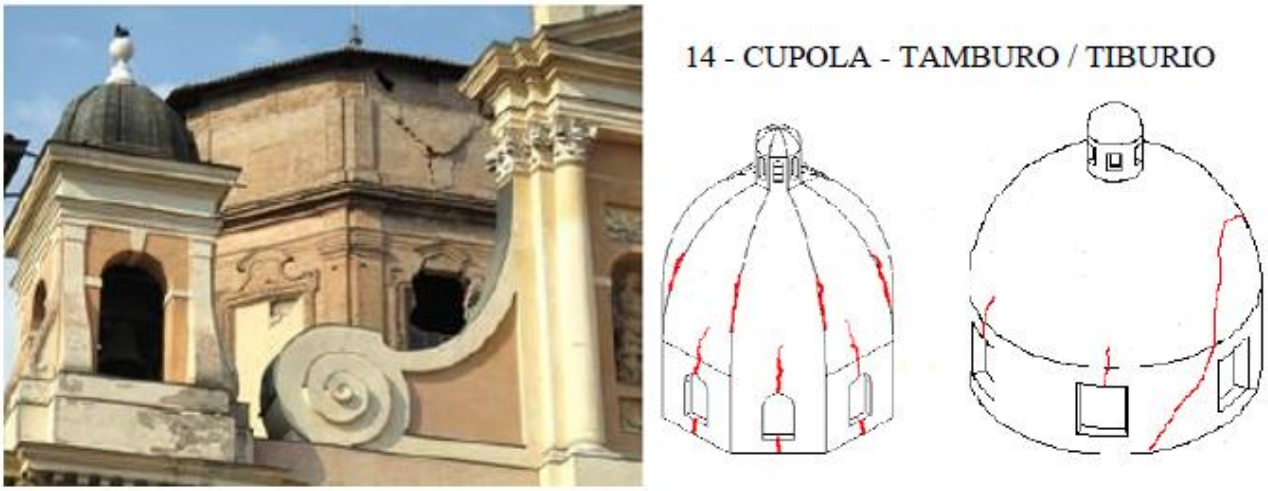

Figure 2-34: Lesioni della cupola del duomo di Santa Maria Assunta dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.13 Comune di Modena – Chiesa di S. Martino

Figure 2-35: Chiesa di S. Martino prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

Figure 2-36: Interno della chiesa di S. Martino dopo il sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

2.3.14 Comune di San Possidonio – Chiesa di S. Possidonio

Figure 2-37: Facciata principale della chiesa di S. Possidonio prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

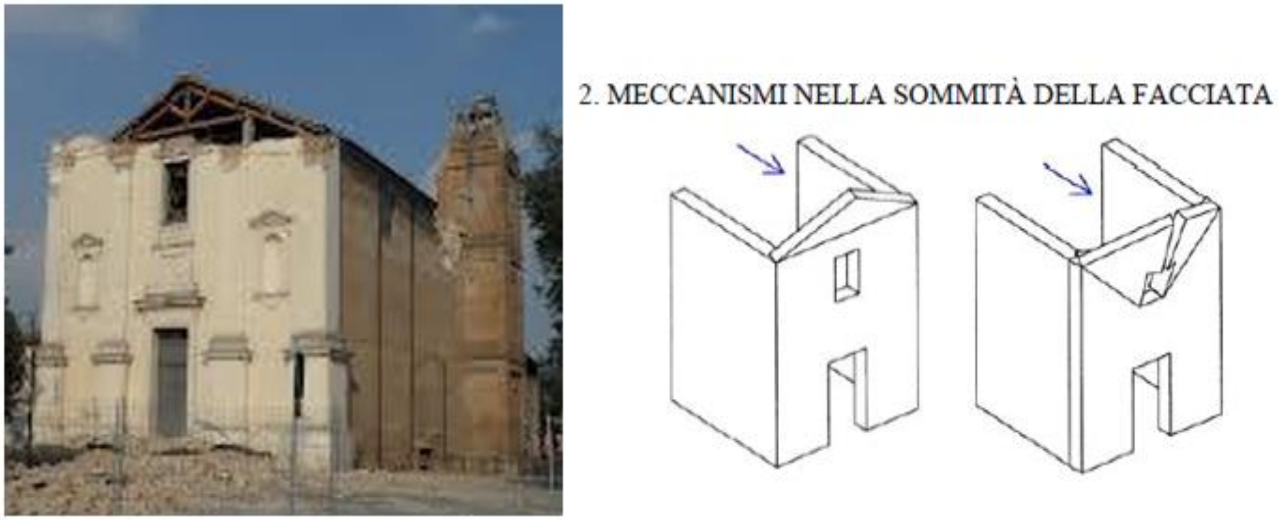

Figure 2-38: Facciata principale della chiesa di S. Possidonio dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

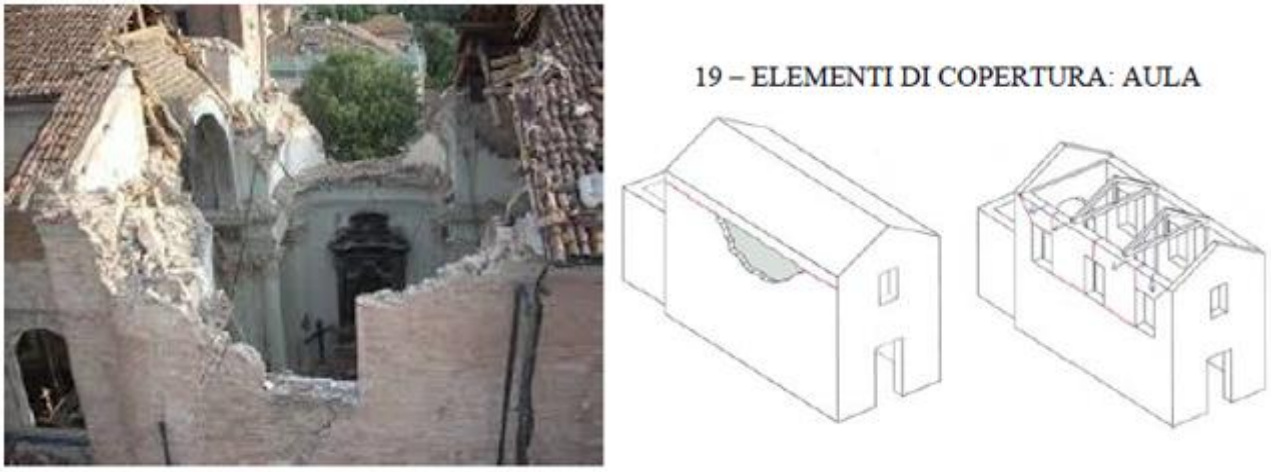

Figure 2-39: Copertura della chiesa di S. Possidonio dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.15 Comune di Finale Emilia – Duomo di S. Filippo e Giacomo

Figure 2-40: Facciata principale del duomo di S. Filippo e Giacomo prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

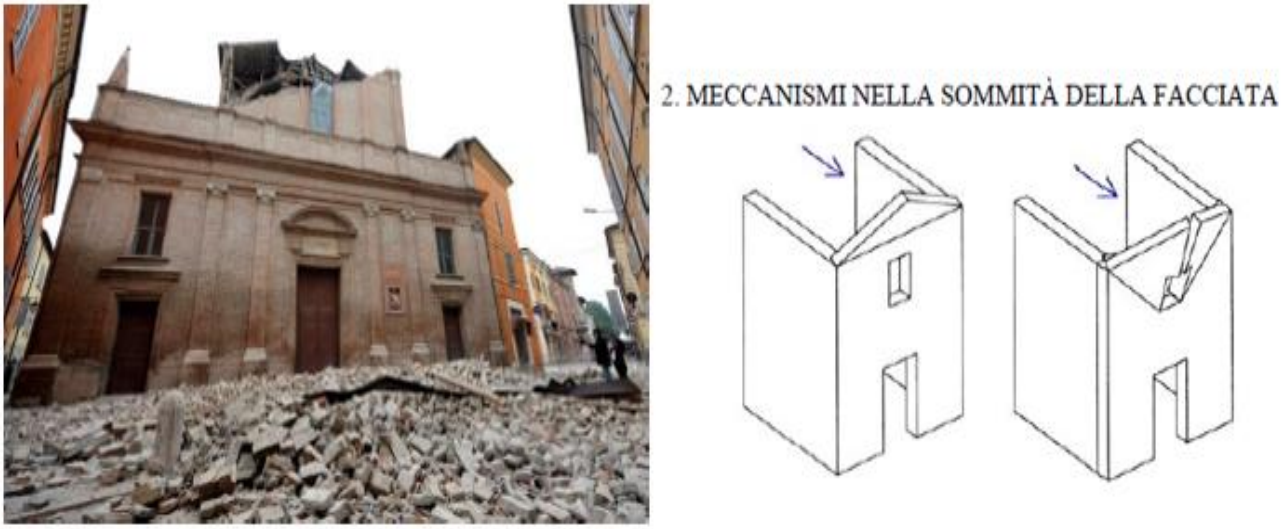

Figure 2-41: Facciata principale del duomo di S. Filippo e Giacomo dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.16 Comune di San Felice sul Panaro – Chiesa arcipretale di S. Felice Vescovo e Martire

Figure 2-42: Facciata principale della chiesa arcipretale di S. Felice Vescovo e Martire prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

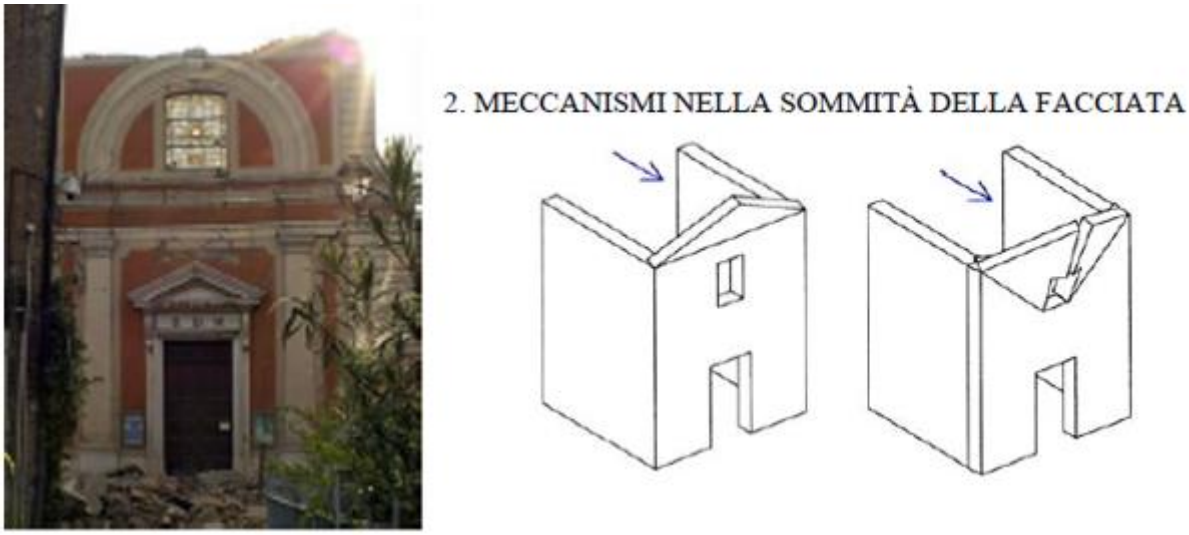

Figure 2-43: Facciata principale della chiesa arcipretale di S. Felice Vescovo e Martire dopo il sisma del 2012 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.17 Comune di San Felice sul Panaro – Chiesa di S. Giuseppe Artigiano

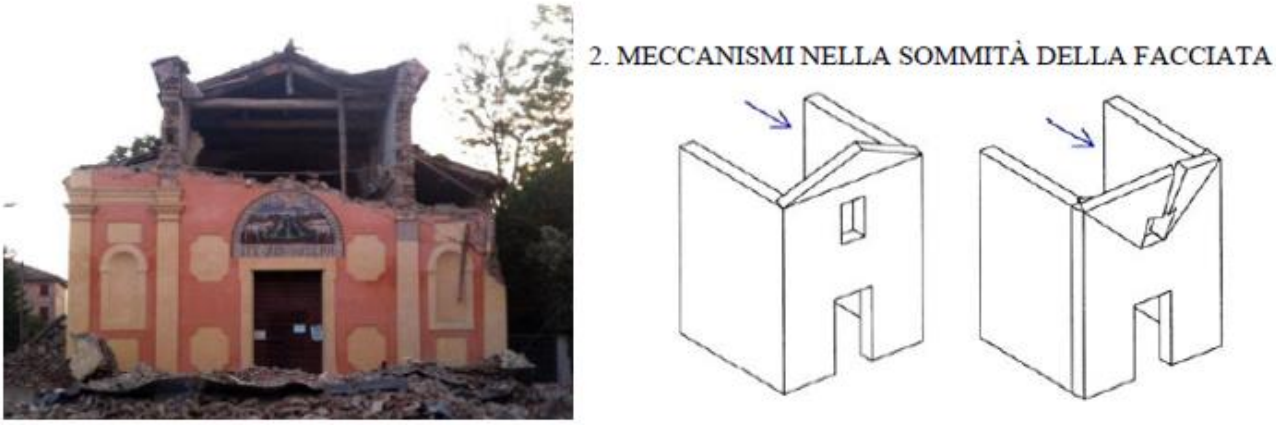

Figure 2-44: Facciata principale della chiesa di S. Giuseppe Artigiano dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.18 Comune di San Felice sul Panaro – Chiesa di S. Biagio

Figure 2-45: Facciata della chiesa di S. Biagio dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

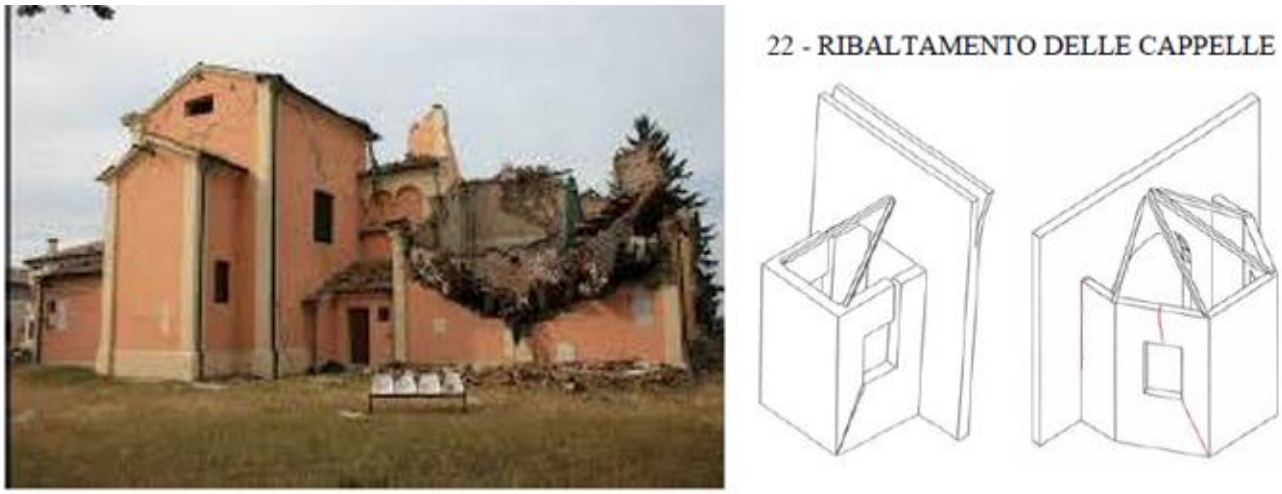

Figure 2-46: Parte posteriore della chiesa di S. Biagio dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.19 Comune di Cavezzo – Chiesa di S. Giovanni Battista

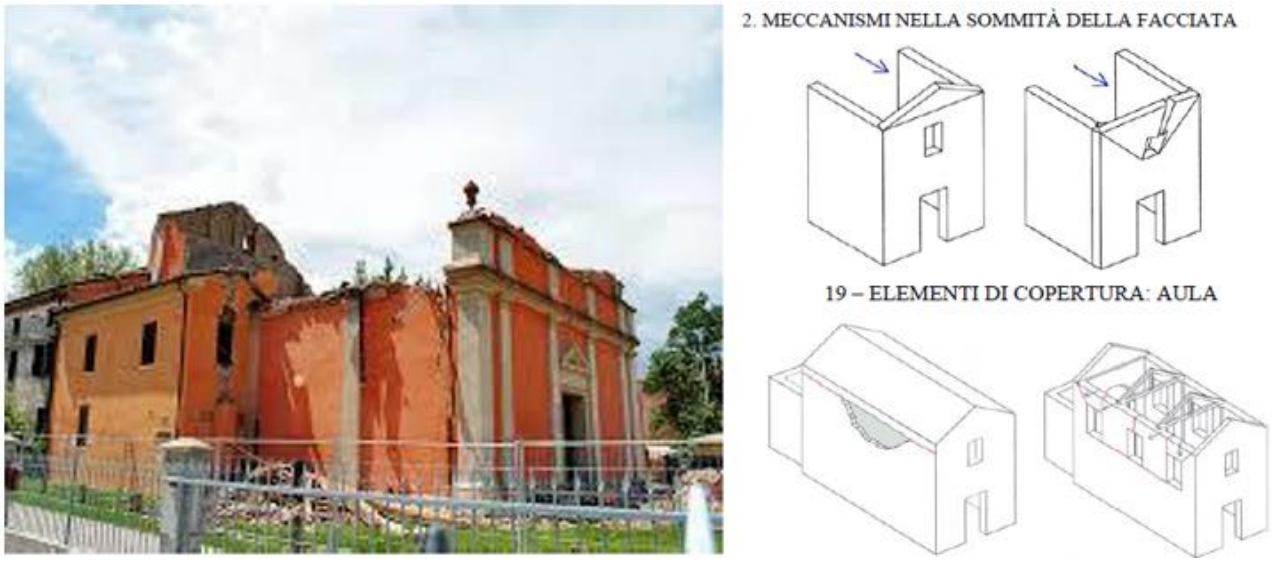

Figure 2-47: Chiesa di S. Giovanni Battista dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione dei meccanismi (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.20 Comune di Cavezzo – Chiesa di Santa Maria ad Nives

Figure 2-48: Facciata principale della chiesa di Santa Maria ad Nives prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

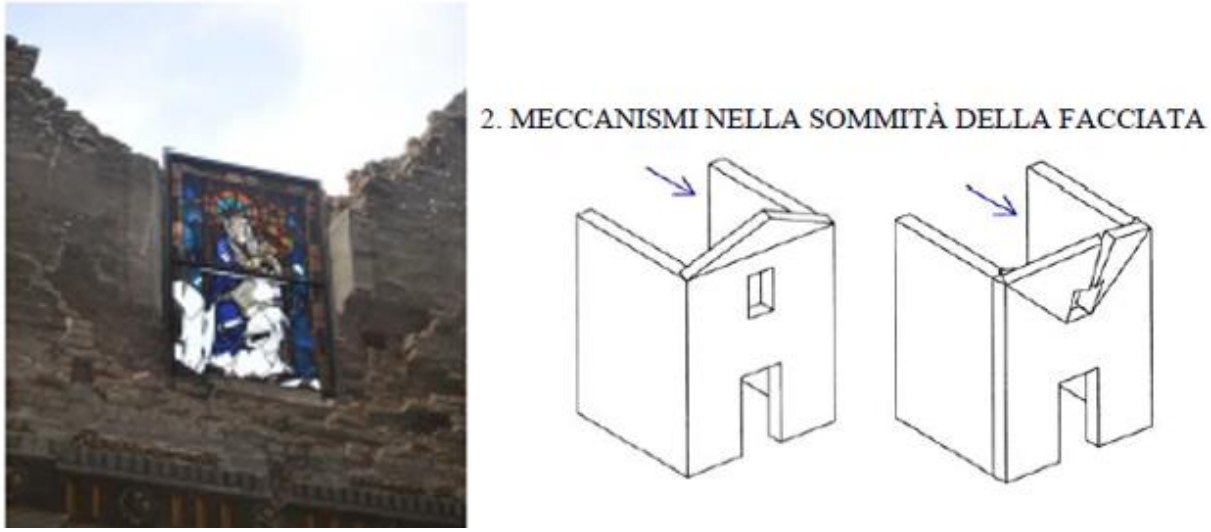

Figure 2-49: Particolare del timpano della chiesa di Santa Maria ad Nives dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.21 Comune di Cavezzo – Chiesa parrocchiale di Sant'Egidio

Figure 2-50: Vista laterale della chiesa parrocchiale di Sant'Egidio dopo il sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

Figure 2-51: Vista dall'alto della chiesa parrocchiale di Sant'Egidio dopo il sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

2.3.22 Comune di Cavezzo – Chiesa Pieve di Camurana

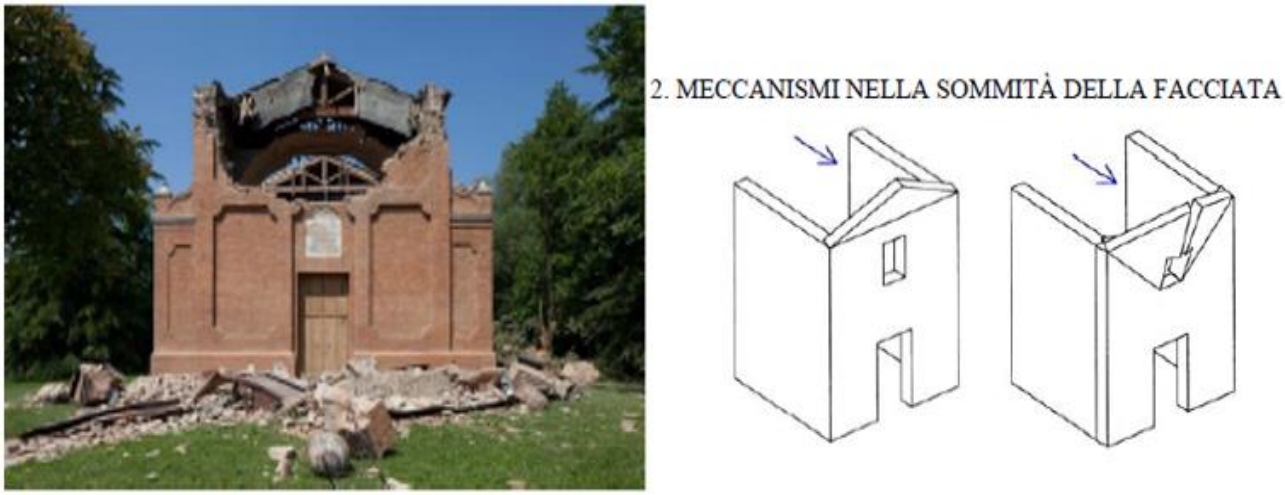

Figure 2-52: Facciata principale della chiesa di Pive di Camurana dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.23 Comune di Mirabello – Chiesa di S. Paolo

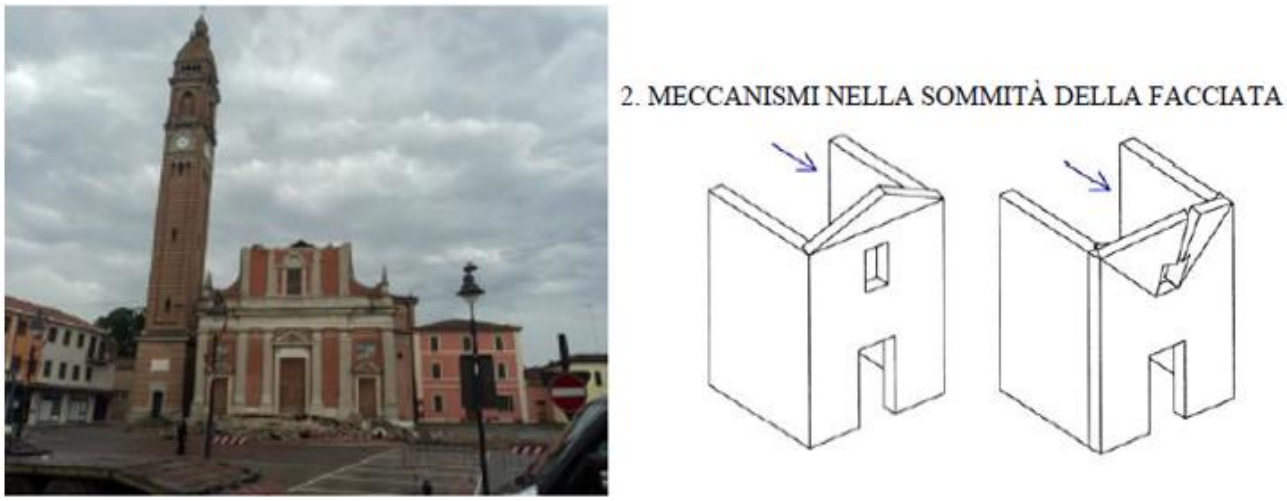

Figure 2-53: Facciata principale della chiesa di S. Paolo dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

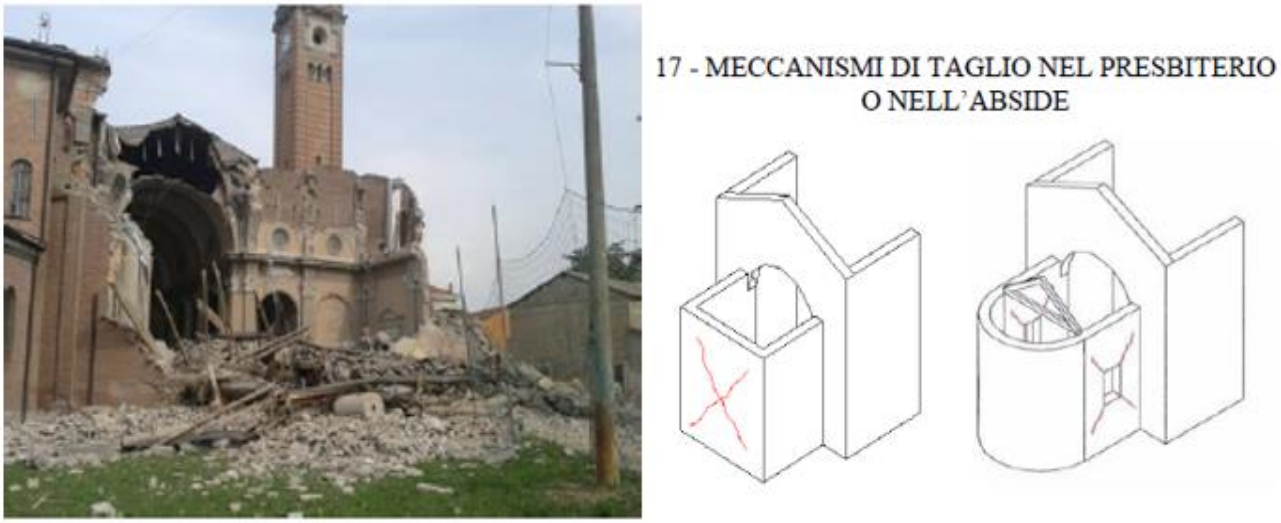

Figure 2-54: Abside della chiesa di S. Paolo dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.24 Comune di Cento – Chiesa di S. Martino di Tour

Figure 2-55: Chiesa di S. Martino di Tour prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

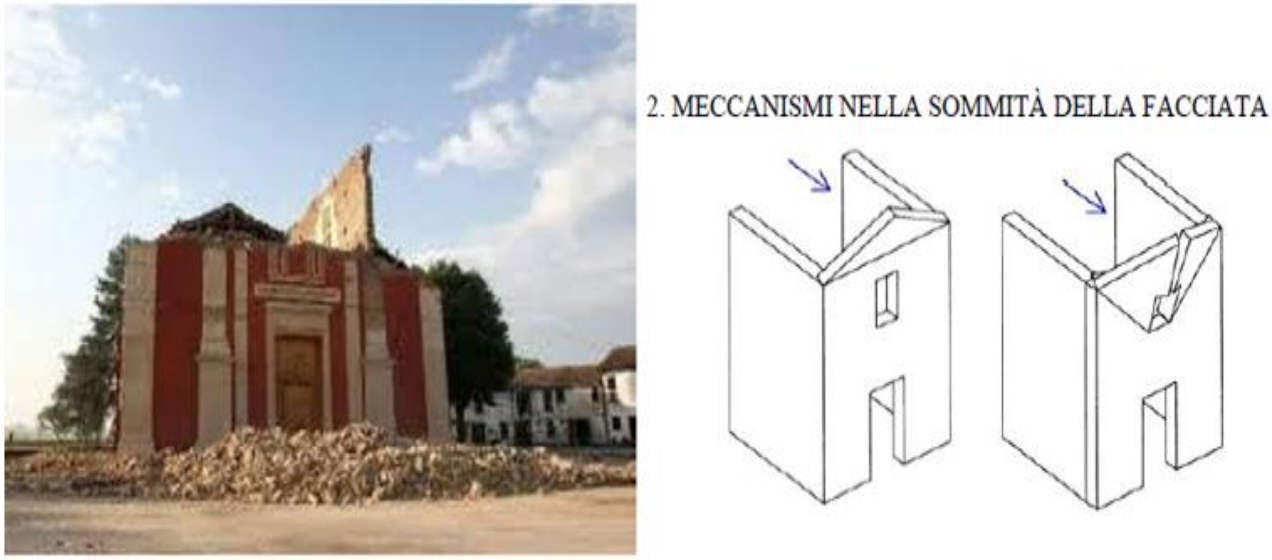

Figure 2-56: Facciata principale della chiesa di S. Martino di Tour dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

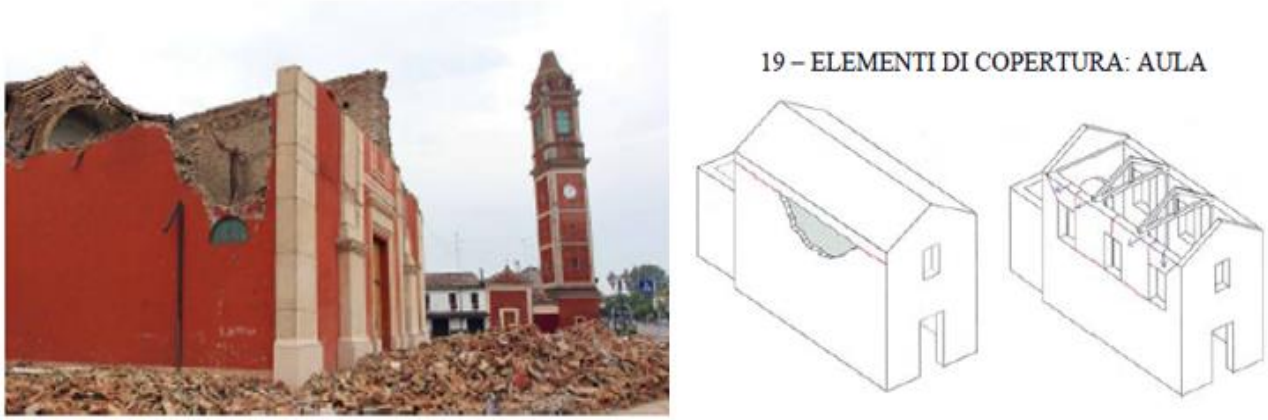

Figure 2-57: Vista laterale della chiesa di S. Martino di Tour dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.25 Comune di Bondeno di Gonzaga – Chiesa di S. Tommaso Apostolo

Figure 2-58: Facciata principale della chiesa di S. Tommaso Apostolo prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

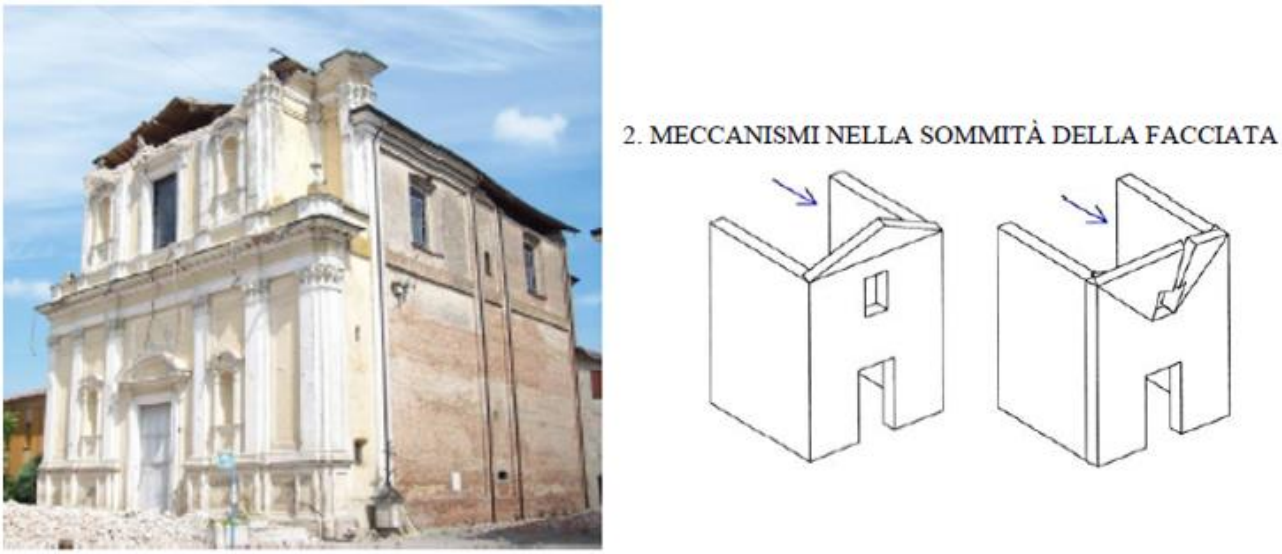

Figure 2-59: Facciata principale della chiesa di S. Tommaso Apostolo dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.26 Comune di Moglia – Chiesa di S. Giovanni Battista

Figure 2-60: Facciata principale della chiesa di S. Giovanni Battista prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

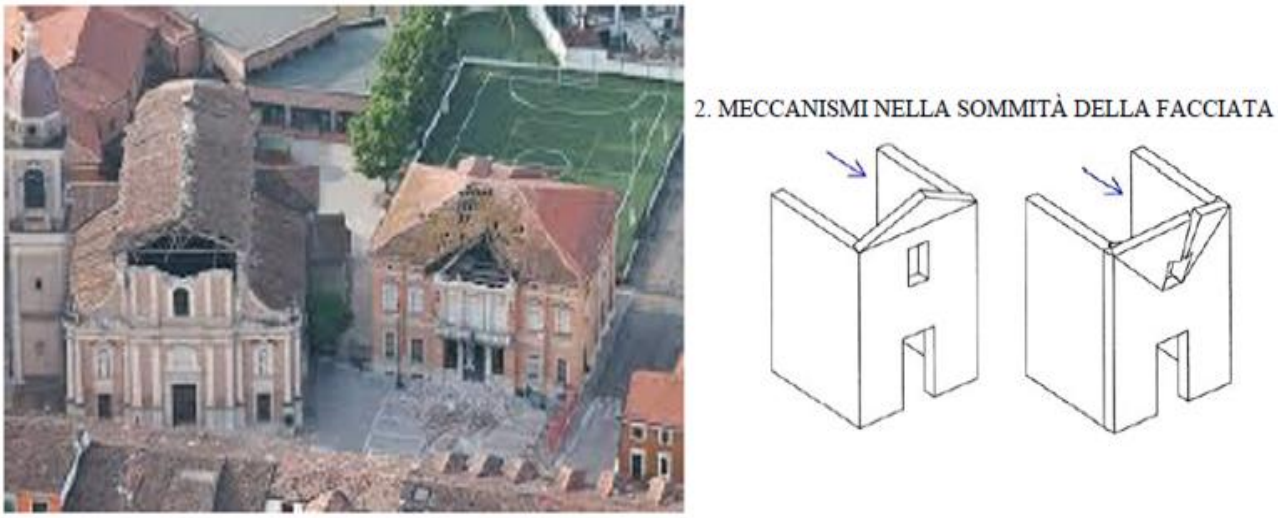

Figure 2-61: Facciata principale della chiesa di S. Giovanni Battista dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.27 Comune di San Giacomo delle Segnate – Chiesa di S. Giacomo

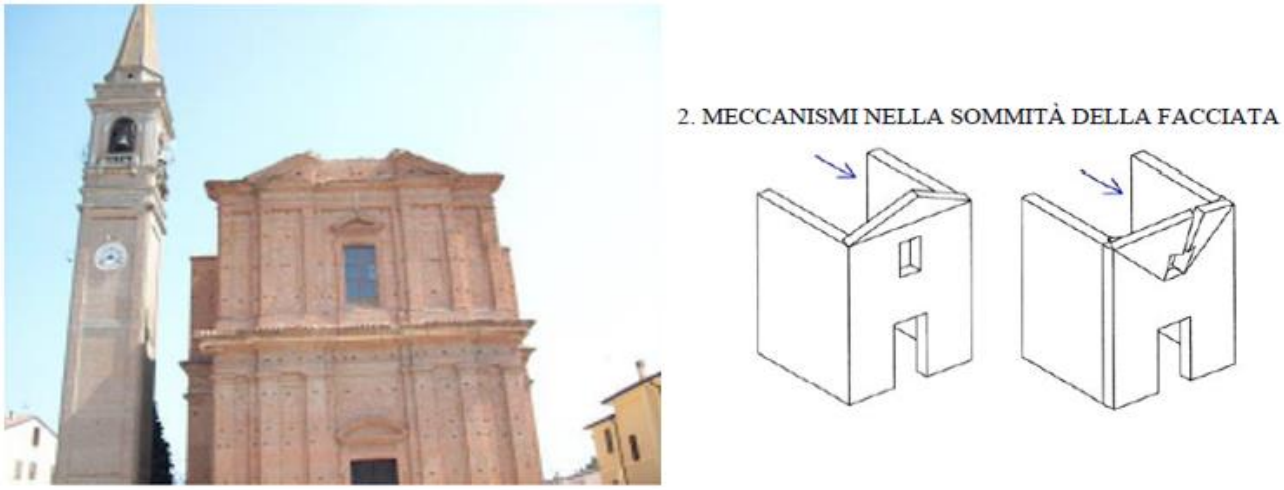

Figure 2-62: Facciata principale della chiesa di S. Giacomo dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.28 Comune di Pieve di Cento – Chiesa di Santa Maria Maggiore

Figure 2-63: Facciata principale della chiesa di Santa Maria Maggiore prima del sisma del 2012 (Cattaneo, 2014)

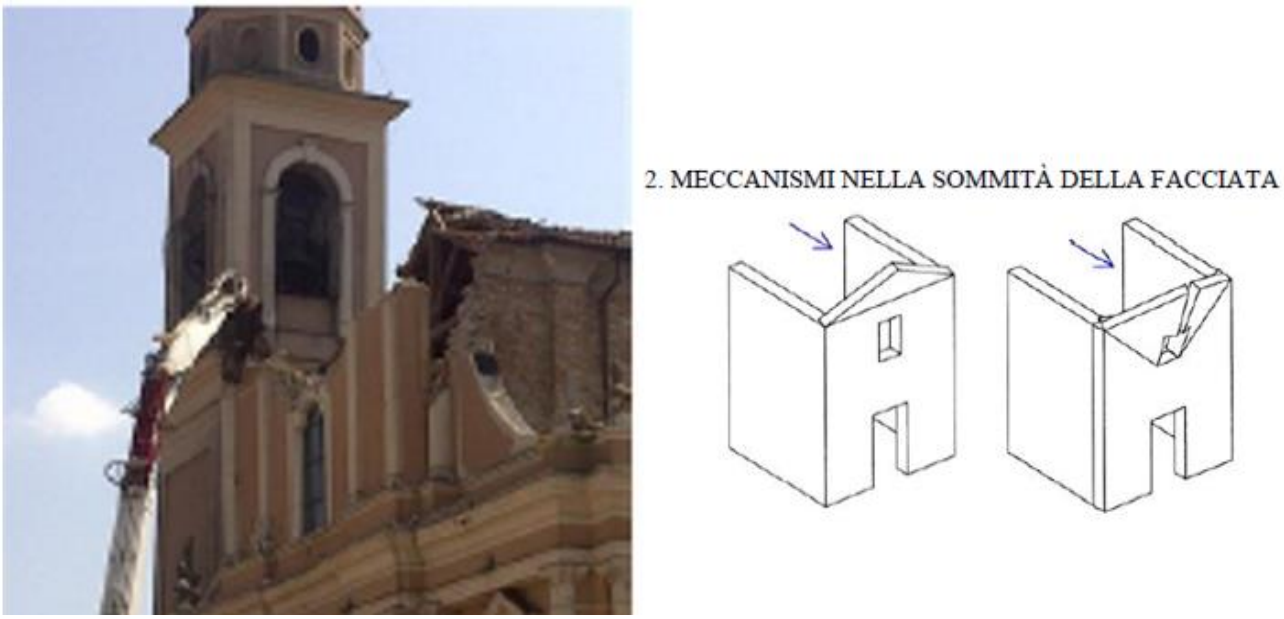

Figure 2-64: Facciata principale della chiesa di Santa Maria Maggiore dopo il sisma del 2012 con relativa schematizzazione del meccanismo (Cattaneo, 2014) (Direttiva BBCC, 2010)

2.3.29 Comune di Amatrice – Chiesa di S. Agostino e Porta Carbonare

Figure 2-65: Facciata principale della chiesa di Santa Maria Maggiore prima del sisma del 2016 (Giacomin)

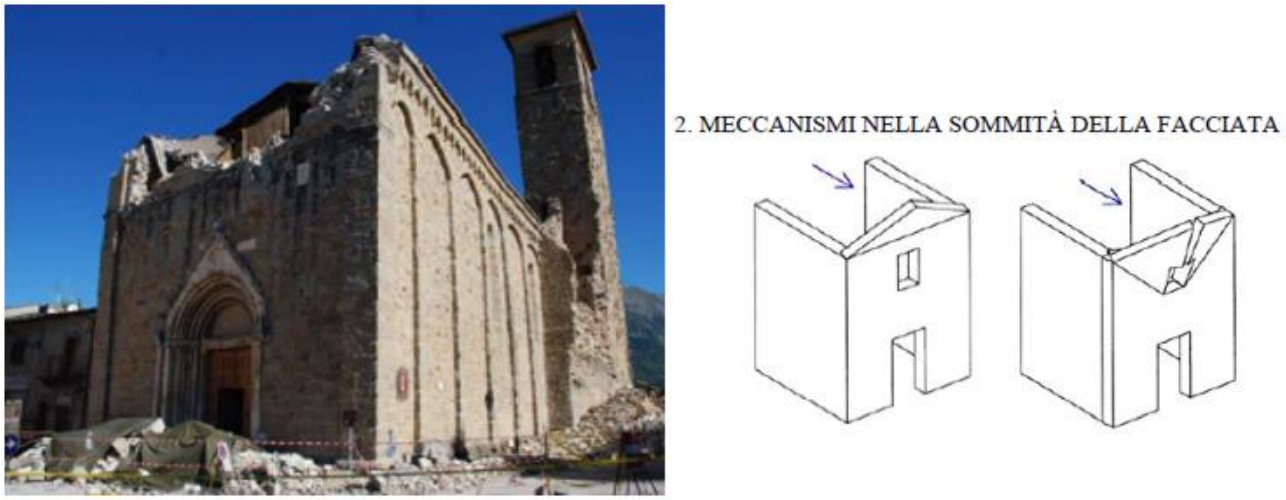

Figure 2-66: Facciata principale della chiesa di Santa Maria Maggiore dopo il sisma del 2016 con relativa schematizzazione del meccanismo (Giacomin) (Direttiva BBCC, 2010)

Figure 2-67: Particolare lesione sulla facciata principale della chiesa di Santa Maria Maggiore dopo il sisma del 2016 (Giacomin)

2.4 Criterio di minimo intervento e reversibilità per le chiese in muratura

La conoscenza del corpo di fabbrica e del suo comportamento sismico è un aspetto prioritario nell'elaborazione di un progetto di restauro; esso infatti deve basarsi sull'individuazione dei meccanismi di collasso più pericolosi, in funzione della vulnerabilità tipologica e specifica del manufatto. È importante ricordare come l'approccio per meccanismi di danno, correlati ai diversi macroelementi, determini un'implicita assunzione legata al comportamento per blocchi rigidi della struttura. Tale aspetto, in un'ottica preventiva, deve essere valutato caso per caso.
La problematica iniziale da affrontare deve essere finalizzata, pertanto, inizialmente ad un'eliminazione di quelle vulnerabilità specifiche che possono essere presenti, correlate alla tecnologia muraria della costruzione o alla presenza di preesistenti stati fessurativi.

Gli interventi sismici su strutture esistenti sono descritti nelle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e sono classificate nelle seguenti categorie:

- ADEGUAMENTO: interventi atti a conseguire i livelli di sicurezza previsti dalla norma;
- MIGLIORAMENTO: interventi finalizzati ad aumentare la sicurezza strutturale esistente, pur senza necessariamente raggiungere i livelli richiesti dalla norma;
- ALTRI INTERVENTI: riparazioni o interventi locali che interessino elementi isolati e che comunque comportino un miglioramento delle condizioni di sicurezza preesistenti.

Per i beni di interesse culturale in zone dichiarate a rischio sismico, ai sensi del comma 4 dell'art. 29 del D. lgs. 22 gennaio 2004, n. 42 "Codice dei beni culturali e del paesaggio", è in ogni caso possibile limitarsi ad interventi di miglioramento effettuando la relativa valutazione della sicurezza.

Alla base di quanto espresso nelle citate norme si ha che, i criteri generali a cui attenersi nella scelta dell'intervento di consolidamento sismico per gli edifici storici appartenenti ai beni d'interesse culturale, sono:

- massima reversibilità (intervento "per aggiunte" e non "per rimozioni");
- minima invasività;
- criterio del minimo intervento;
- riconoscibilità cioè conservazione dell'autenticità dell'opera;
- compatibilità meccanica, chimica e fisica;
- durabilità degli interventi
- regolarità ed uniformità degli interventi al fine di evitare variazioni nelle rigidezze interne.

Dopo la scelta dell'intervento esso deve essere giustificato dimostrando:

- l'iniziale inadeguatezza dell'oggetto di studio;
- il beneficio prodotto dall'intervento.

Tuttavia appare opportuno ricordare come gli interventi possibili per ciascuna patologia di danno o forma di vulnerabilità sono molteplici con caratteristiche diverse in termini di efficacia, invasività, reversibilità, durabilità e costi. La scelta della soluzione rappresenta, pertanto, il compito primario del progetto e deve essere predisposta solo dopo un attento esame dello specifico caso particolare.
Di seguito vengono illustrate alcune possibili tecniche d'intervento in relazione ai più probabili meccanismi di danno.

- **Macroelemento: FACCIATA**

Meccanismo di collasso:

- ribaltamento fuori piano globale della facciata con formazione di cerniera al piede nell'ipotesi di buon ammorsamento tra la facciata e le pareti laterali.

Indicatori di vulnerabilità:
1. assenza di catene longitudinali;
2. scarsa resistenza a flessione della muratura;
3. assenza di collegamento della parte alta della facciata alla copertura e alle pareti laterali per mancanza di cordolo o controventi di falda;
4. ammorsamento scadente tra la facciata e le pareti laterali.

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:

- collegamento della facciata alle pareti laterali tramite due catene, una per lato, ancorate in facciata, e fissata in corrispondenza di una parasta;
- collegamenti delle travi di colmo al timpano mediante piastre metalliche opportunamente sagomate;
- parziale irrigidimento dell'impalcato con un tavolato incrociato;
- risarcitura delle lesioni presenti.

➢ Macroelemento: SOMMITA' DELLA FACCIATA

Meccanismo di collasso:
- ribaltamento fuori piano del timpano con:
    - formazione di una cerniera orizzontale in corrispondenza del colmo: consiste nel ribaltamento della porzione di facciata al di sopra della quota a cui è posizionata la trave di colmo;
    - formazione di cerniere inclinate: in presenza di aperture in prossimità del timpano, è favorito rispetto a un ribaltamento attorno a una cerniera cilindrica, un cinematismo che prevede una lesione verticale a partire dal vertice del timpano fino all'apertura e la contemporanea formazione di due cerniere inclinate.

Indicatori di vulnerabilità:
- presenza di grandi aperture (rosone o altro);
- assenza di collegamenti puntuali e di controventi di falda con la copertura (travi-catene);
- assenza di cordoli reticolari piani;
- presenza di cordoli nelle strutture di copertura.

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:
- collegamenti delle travi di colmo al timpano mediante piastre metalliche opportunamente sagomate;
- irrigidimento nel piano dell'impalcato di falda mediante chiodatura di tavole;
- posa in opera di un elemento reticolare in acciaio sul timpano, solidarizzato alla muratura a mezzo di tiranti.

➢ Macroelemento: FACCIATA

Meccanismo di collasso nel piano:

- collasso con lesione centrale nella facciata.

Indicatori di vulnerabilità:
- presenza di grandi aperture (rosone o altro);
- presenza di copertura spingente;
- assenza di architravi rigidi;
- assenza di catene in controfacciata.

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:
- realizzazione di un cordolo di sommità;

- parziale irrigidimento dell'impalcato di falda;
- eventuale telaio metallico in aderenza al timpano solidarizzato alla muratura a mezzo di tiranti;
- inserimento di una o più catene trasversali, aderenti alla muratura all'interno, posizionate nelle zone al di sopra della porta, del rosone e nei pannelli laterali;
- iniezioni di malta cementizia e cuciture armate in asse alla parete.

➢ Macroelemento: VOLTE DELLA NAVATA CENTRALE

Meccanismo di collasso:

- distacco della volta dagli archi trionfali per scorrimento relativo dovuto alla differente rigidezza del sistema pareti verticali-volta-archi trionfali. Ciò determina la formazione di una cerniera cilindrica longitudinale spesso accompagnata da due cerniere cilindriche alle reni.

Indicatori di vulnerabilità:

- presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura;
- presenza di lunette di dimensioni considerevoli;
- presenza di volte ribassate troppo snelle.

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:

- risarcitura delle lesioni all'intradosso;
- consolidamento all'estradosso con colatura di malta fluida;
- riprese di intonaco;
- rinfianchi con conglomerato alleggerito avente effetto cerchiante;
- applicazione di bende in fibra di carbonio in corrispondenza delle lesioni più significative;
- cerchiaggio in corrispondenza dell'imposta delle volte.

➢ Macroelemento: ARCHI TRIONFALI DELL'AULA

Meccanismo di collasso:

- ribaltamento dei piedritti;
- ribaltamento di un piedritto.

Indicatori di vulnerabilità:

- assenza di un buon ammorsamento tra l'arco e i muri della navata;
- assenza di contrafforti efficaci;
- assenza di catene.

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:

- messa in opera di una catena con un determinato tiro;
- iniezioni di malta nelle zone fessurate per ripristinare la continuità muraria e successive risarcitura e ripresa d'intonaco;
- in caso di crolli parziali, è prevista la ricostruzione di porzioni di arco o il riposizionamento di conci smossi.

- **Macroelemento: SISTEMA CUPOLA TAMBURO**

Meccanismo di collasso:
- ribaltamento del sistema cupola tamburo.

Indicatori di vulnerabilità:
- presenza di grandi aperture nel tamburo;
- tamburo molto alto;
- assenza di cerchiatura esterna;
- assenza di contrafforti esterni;

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:
- cerchiatura della cupola tramite il posizionamento di barre e giunzioni;
- consolidamento della lanterna con iniezioni di malta adesiva nelle zone in cui si sono verificati distacchi e successiva risarcitura delle lesioni e ripresa d'intonaco;
- collegamento cupola lanterna mediante piastre e piatti metallici.

- **Macroelemento: ABSIDE O PRESBITERIO**

Meccanismo di collasso:
- ribaltamento dell'abside;
- ribaltamento del presbiterio.

Indicatori di vulnerabilità:
- assenza di cerchiatura;
- assenza di catene longitudinali;
- assenza di cordoli;
- copertura spingente;
- presenza di aperture nelle pareti.

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:
- oltre alla posa in opera in sommità all'abside di una cerchiatura metallica o di un incatenamento, si rendono necessarie iniezioni di malta nelle zone interessate dai distacchi per ripristinare la continuità tra le diverse parti murarie;
- risarcitura delle lesioni e riprese dell'intonaco.

- **Macroelemento: PARETI PERIMETRALI**

Meccanismo di collasso:
- taglio delle pareti perimetrali.

Indicatori di vulnerabilità:
- muratura di buona qualità;
- assenza di indebolimento per la presenza di aperture.

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:
- risarcitura delle lesioni evidenti;
- stilatura sistematica dei giunti, per fornire compattezza al paramento;

- iniezioni di malta per migliorare le caratteristiche dell'apparato murario.

➢ Macroelemento: COPERTURA

Meccanismo di collasso:
- spinte localizzate dovute agli elementi strutturali del tetto (capriate, travi);
5. azioni di martellamento in presenza di cordoli rigidi di grosse dimensioni e solette in calcestruzzo;
- spostamento fuori piano delle pareti laterali dovuto a spinte localizzate del tetto;
- spostamento fuori piano della parete laterale dovuto alla spinta esercitata da una volta sull'intera lunghezza dell'aula oppure ad una spinta localizzata dovuta ad un arco.

Indicatori di vulnerabilità:
- muratura di qualità scadente;
- assenza di collegamento tra le strutture di copertura e la muratura;
- strutture di copertura di peso elevato;
- muratura di spessore limitato;
- presenza di aperture nelle pareti.

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:
- collegamento delle capriate o dei puntoni di falda alla muratura tramite piastre metalliche;
- consolidamento con iniezioni di malta della muratura;
- controventamento della falda con tavolato incrociato.

➢ Macroelemento: TORRE CAMPANARIA

Meccanismo di collasso:
- rotazione verso l'esterno della torre;
- rotazione verso l’esterno di una o più angolate della torre;
- traslazione seguita da rotazione della parte superiore della torre.

Indicatori di vulnerabilità:
- torre molto snella;
- mancanza di ammorsamento tra le murature della torre;
- muratura degradata e/o di scadente qualità;
- assenza di catene;
- altezza elevata al di sopra della chiesa (stacco dalla copertura).

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:
- inserimento di catene interne adiacenti alla muratura, poste al di sotto della cella campanaria;
- risarcitura delle lesioni presenti e riprese dell'intonaco;
- realizzazione di una struttura metallica reticolare all'interno della torre avene la funzione di collegamento delle pareti.

- **Macroelemento: AGGETTI (VELA, GUGLIE, PINNACOLI, STATUE)**

Meccanismo di collasso:
- ribaltamento fuori piano degli aggetti;
- ribaltamento nel piano degli aggetti.

Indicatori di vulnerabilità:
- elevata snellezza dell'aggetto;
- assenza di contrafforti;
- assenza di collegamenti alla fabbrica;
- muratura di qualità scadente.

Interventi di miglioramento sismico suggeriti:
- scarnitura e stuccatura delle lesioni presenti con malta adesiva;
- realizzazione di perforazioni armate per la solidarizzazione dell'aggetto con la muratura.

Una maggiore percezione di quando fin ora visto la si può ottenere prendendo in riferimento lo studio svolto dal dipartimento di ingegneria delle costruzioni, dell'ambiente e del territorio dell'università degli studi di Genova. I membri del dipartimento, prendendo a campione un esiguo numero di chiese, hanno generato il seguente diagramma (Podestà, 2010).

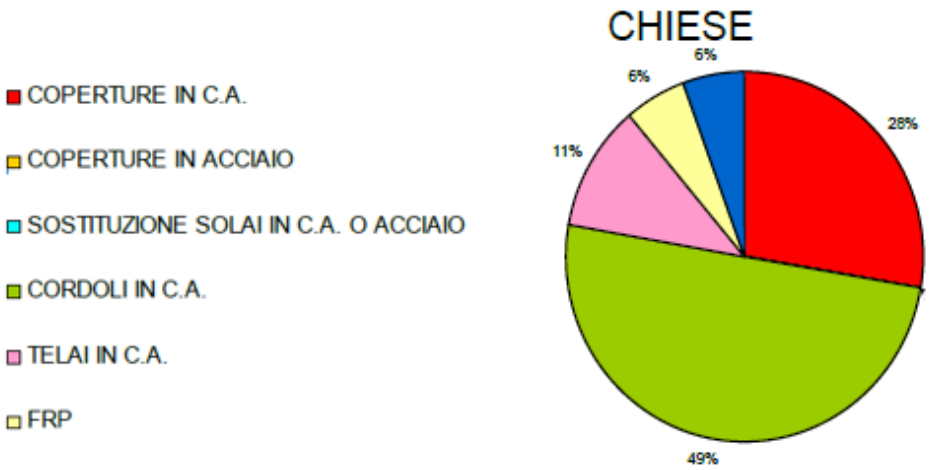

Figure 2-68: Diagramma a torta contenente i più probabili interventi sulle chiese realizzato dal dipartimento di ingegneria delle costruzioni, dell'ambiente e del territorio dell'università degli studi di Genova (Podestà, 2010).

In conclusione l'approccio da seguire nella progettazione di un intervento di miglioramento sismico per una chiesa è il seguente:

1. analisi dei danni ed individuazione dei meccanismi attivi;
2. analisi delle carenze e delle vulnerabilità dell'edificio al fine di valutare i meccanismi attivabili;
3. verifica dell'edifico allo stato di fatto per i carichi di progetto;
4. scelta della strategia d'intervento;
5. progettazione dell'intervento;
6. verifica dell'edificio dopo l'intervento allo stato di progetto.

2.5 Pericolosità sismica del Piemonte

Le registrazioni sismiche valutate nel corso degli anni nel Piemonte hanno messo in evidenza come questa risulta essere una regione interessata da frequenti sismi di medio bassa intensità; infatti da quando sono iniziate le rilevazioni ad oggi si sono registrati sismi con frequenza quasi annuale che però non hanno causato particolari danni.
Per una corretta caratterizzazione della sismicità dell'area si fa riferimento alla mappa di zonizzazione sismica ricavabile con l'ausilio del sito web dell'INGV (Vulcanologia, s.d.). Da essa si nota che la sismicità del Piemonte risulta prevalentemente medio bassa con una distribuzione non è uniforme in cui, le zone con pericolosità sismica maggiore si trovano lungo il margine occidentale e all'estremità N-E e S-E dell'alessandrino.

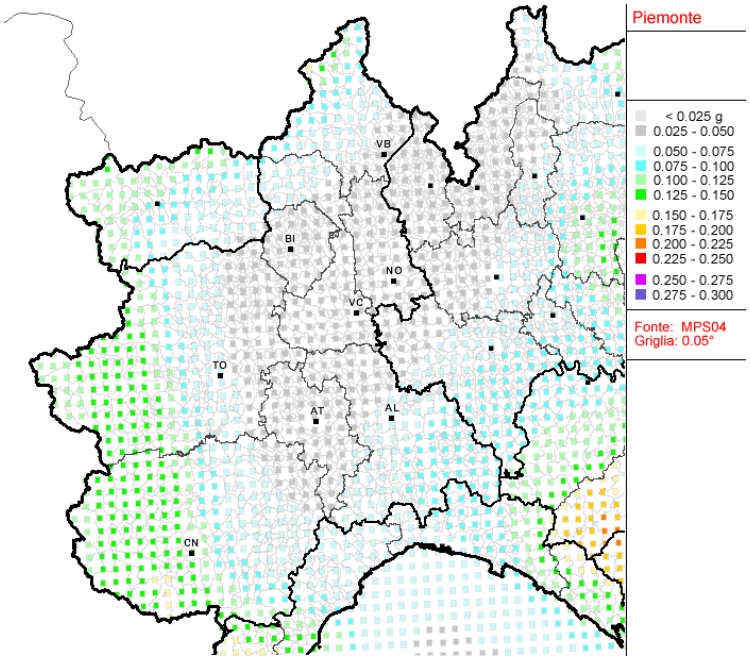

Figure 2-69: Zonizzazione della pericolosità sismica del Piemonte estratta dall'INGV (Vulcanologia, s.d.)

Concentrandoci sulla città di Casale Monferrato, località in cui è edificata la chiesa di Santa Caterina, essa si presenta come una zona a bassa sismicità infatti l'INGV (Vulcanologia, s.d.) colloca il comune in zona 4. Tuttavia, l'area di riferimento negli anni è stata soggetta ad uno svariato numero di sismi e pertanto, al fine di poter valutare se questi abbiano potuto provocare i danneggiamenti architettonici riscontrati sulla costruzione, è stata effettuata una ricerca storica sui terremoti che hanno potuto interessare la località di Casale e le zone limitrofe.
Di seguito si riportano i dati e le rilevazioni storiche fornite dall'INGV (Vulcanologia, s.d.).

Casale Monferrato

PlaceID	IT_08343
Coordinate (lat, lon)	45.132, 8.450
Comune (ISTAT 2015)	Casale Monferrato
Provincia	Alessandria
Regione	Piemonte
Numero di eventi riportati	14

Figure 2-70: Identificazione dell'INGV per Casale Monferrato (Vulcanologia, s.d.)

Effetti	In occasione del terremoto del										
Int.	Anno	Me	Gi	Ho	Mi	Se	Area epicentrale	NMDP	Io	Mw
F	1644	02	15	04	30		Alpes Niçoises	29	8	5.74
4-5	1767	02	07	03	45		Genovese	10	6	4.98
2	1808	04	02	16	43		Val Pellice	105	8	5.64
6	1887	02	23	05	21	5	Liguria occidentale	1511	9	6.27
NF	1909	01	13	00	45		Emilia Romagna orientale	867	6-7	5.36
NF	1912	05	31	21	40		Canavese	51	5-6	4.71
NF	1913	12	07	01	28		Valle Scrivia	56	5	4.57
4	1920	09	07	05	55	4	Garfagnana	750	10	6.53
3-4	1951	05	15	22	54		Lodigiano	179	6-7	5.17
2	1960	03	23	23	10		Vallese	178	7	5.00
3-4	1979	02	09	14	44		Bergamasco	73	6	4.78
3-4	1983	11	09	16	29	5	Parmense	850	6-7	5.04
NF	1984	04	29	05	02	5	Umbria settentrionale	709	7	5.62
NF	2001	07	18	22	47	1	Monferrato	253	5	4.23

Figure 2-71: Intensità macrosismica registrata a Casale Monferrato (Vulcanologia, s.d.)

Oltre ai terremoti registrati a Monferrato è stata effettuata una ricerca di tutti i terremoti che, a partire dal 1718 anno di inizio costruzione della chiesa, hanno interessato il Piemonte e le regioni limitrofe. In particolare sono state analizzate 87 rilevazioni essendo esse, nell'arco temporale considerato, caratterizzate da un'intensità macrosismica maggiore o uguale a 5.
Si riportano di seguito l'orientamento spaziale ed una tabella descrittiva delle singole rilevazioni.

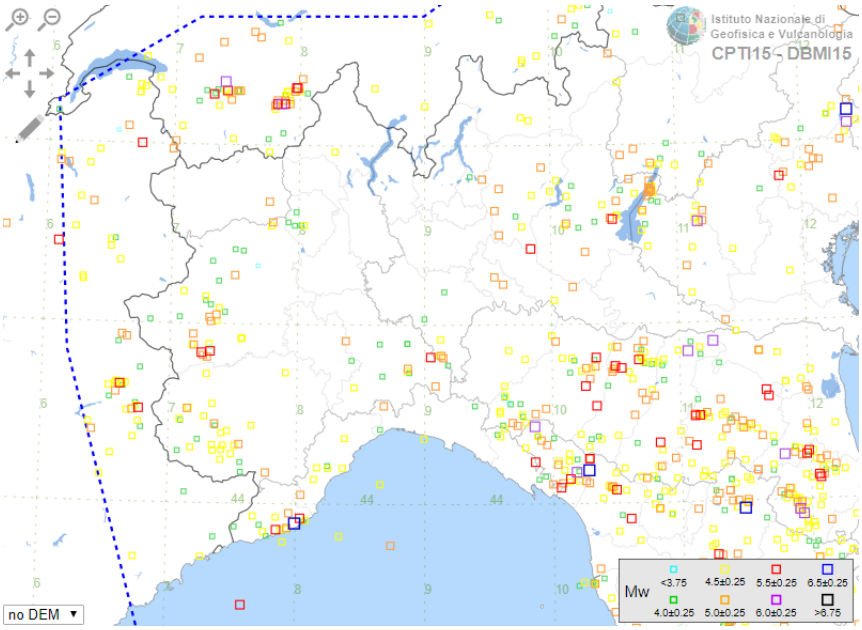

Figure 2-72: Storico dei terremoti con intensità maggiore o uguale 5 a partire dal 1718 (Cataudella, 2019)

Tabella 2: Terremoti selezionati (Cataudella, 2019)

Eq_ID	Località vicina	Latitudine	Longitudine	Anno	Mw [-]	errore Mw	Io [-]	Reference
17590526_2215_000				1759	4.16	0.6	5	SGA002
17530309_1315_000				1753	5.16	0.31	6.5	CFTI4med
17551209_1330_000				1755	5.7	0.5	8	ECOS-09
17670526_1824_000				1765	5.1	0.46	7	CFTI4med
17670207_0345_000				1767	4.98	0.33	6	ENEL985
17800804_0000_000	Tortona	44.897	8.864	1780	4.16	0.46	5	CFTI4med
18180223_1810_000	Alessandria	44.913	8.615	1818	5.32	0.22	7	CFTI4med
18190108_2230_000				1819	4.86	0.46	6.5	CFTI4med
18240204_2150_000	Medassino	44.999	8.983	1824	4.49	0.47	5	CFTI4med
18281009_0220_000	Alessandria	44.913	8.615	1828	5.72	0.1	8	CFTI4med
18310526_1030_000				1831	5.56	0.26	8	CFTI4med
18310528_1245_000				1831	4.73	0.35	6	CFTI4med
18350523_0830_000				1835	4.86	0.46	6.5	CFTI4med
18860905_0000_000	Alessandria	44.913	8.615	1886	5.22	0.14	7	AMGNDT995
18870223_0521_000				1887	6.27	0.1	9	CFTI4med
18910607_0106_000	Alessandria	44.913	8.615	1891	5.87	0.1	8.5	CFTI4med
19450614_0503_000				1945	4.78	0.19	6.5	CFTI4med
19450629_1537_000	Voghera	44.993	9.01	1945	5.1	0.16	7.5	CFTI4med
19451215_0527_000				1945	4.72	0.53	6	ENEL985
19510515_2254_000				1951	5.17	0.08	6.5	CAMA014

La ricerca storica condotta fin ora rende lecito pensare che le strutture di Casale abbiano risentito dell'azione sismica e che quindi la chiesa di Santa Caterina possa aver subito dei danneggiamenti dovuti agli eventi sismici.

2.6 Azione sismica

L'azione sismica nel sito d'interesse (Casale Monferrato), in conformità con il capitolo 3.2.3. delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018), è definita mediante lo spettro elastico di progetto che sarà valutato rispetto ai seguenti stati limite:

- stato limite di salvaguardia della vita (SLV), corrispondente a danni importanti negli elementi strutturali, il cui soddisfacimento convenzionalmente implica la sicurezza nei riguardi del collasso;
- stato limite di danno (SLD), cui si associano danni alla struttura di modesta entità.

Il calcolo dello spettro di risposta in termini di accelerazione è svolto con il supporto di un foglio di calcolo Excel, scaricabile dal sito del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, che consente, una volta definita la collocazione dell'opera e assegnati specifici parametri, di calcolare in modo automatico lo spettro elastico.

2.6.1 Spettro di riferimento per l'analisi allo SLV

La definizione dello spettro di progetto è compiuta impostando i seguenti parametri:

- vita nominale della costruzione: V_N=50 $anni$;
- coefficiente d'uso della costruzione: c_U=1,5 (classe 3), definito, al variare della classe d'uso, come mostrato nella tab. 2.4.II al capitolo 2.4.3 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018);
- fattore di comportamento è definito nel capitolo 7.3.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) tramite la seguente formula:

$$q = q_0 \cdot K_R$$

dove:

- q_0 è il valore massimo del fattore di comportamento allo SLV in funzione della classe di duttilità, della tipologia strutturale, del rapporto α_U/α_1 tra il valore dell'azione sismica per il quale si verifica la creazione di un numero di cerniere plastiche tali da tendere la struttura un meccanismo e quello per cui si raggiunge la politicizzazione a flessione;
- K_R è un fattore che dipende dalle caratteristiche di regolarità in altezza della costruzione, vale 1 per le strutture regolari in altezza e 0.8 per le strutture non regolari in altezza.
- per le strutture in muratura, il valore di q0 può essere definito seguendo le indicazioni proposte nel capitolo 7.8.1.3 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e nella tab. 7.3.II; in esse si riporta che:
  "Qualora non si proceda a un'analisi non lineare, possono essere adottati i seguenti valori di αu/α1:
  costruzioni di muratura ordinaria α_U/α_1 = 1,7;
  costruzioni di muratura armataα_U/α_1 = 1,5;
  costruzioni di muratura armata progettate con la progettazione in capacità α_U/α_1 = 1,3;
  costruzioni di muratura confinata α_U/α_1 = 1,6;
  costruzioni di muratura confinata progettate con la progettazione in capacità α_U/α_1 = 1,3."

Pertanto, essendo la chiesa di Santa Caterina una costruzione in muratura ordinaria, si ha:

$$\alpha_U/\alpha_1 = 1.7$$

Costruzioni di muratura (§ 7.8.1.3)	
Costruzioni di muratura ordinaria	1,75 α_u/α_1
Costruzioni di muratura armata	2,5 α_u/α_1
Costruzioni di muratura armata con progettazione in capacità	3,0 α_u/α_1
Costruzioni di muratura confinata	2,0 α_u/α_1
Costruzioni di muratura confinata con progettazione in capacità	3,0 α_u/α_1

Figure 2-73: Tabella 7.2.II delle NTC 2018 (D.M. 17 gennaio, 2018)

da ciò:

$$q_0 = 1.7 \cdot 1.75 = 2.975$$

$$q = 2.975 \cdot 0.8 = 2.38$$

- categoria di suolo C.
- categoria topografica T_1.

Dopo l'inserimento dei parametri appena citati, il foglio di calcolo restituirà in output le seguenti informazioni:

Parametri indipendenti

STATO LIMITE	SLV
a_g	0,043 g
F_o	2,694
T_C^*	0,296 s
S_S	1,500
C_C	1,569
S_T	1,000
q	2,380

Parametri dipendenti

S	1,500
η	0,420
T_B	0,155 s
T_C	0,464 s
T_D	1,774 s

Figure 2-74: Parametri che definiscono lo spettro inelastico SLV (D.M. 17 gennaio, 2018)

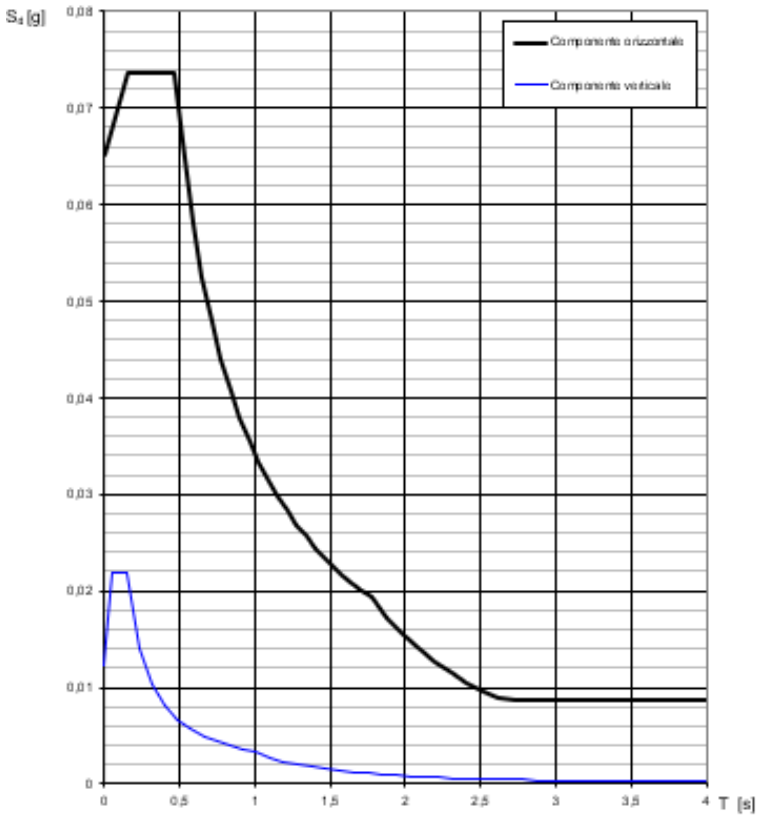

Figure 2-75: Spettro inelastico di progetto SLV (D.M. 17 gennaio, 2018)

Nelle analisi, tuttavia, a causa delle incertezze riguardanti il fattore di comportamento, è stato utilizzato uno spettro di progetto elastico che non tiene conto della plasticizzazione delle sezioni; ciò

che cambia rispetto allo spettro inelastico è che non si tiene conto del fattore di comportamento per cui lo spettro risulta avere valori di accelerazione spettrale maggiore.
Di seguito si riporta lo spettro elastico che verrà usato per le analisi ed i parametri ad esso associati.

Parametri indipendenti

STATO LIMITE	SLV
a_g	0,043 g
F_o	2,694
T_C^*	0,296 s
S_S	1,500
C_C	1,569
S_T	1,000
q	1,000

Parametri dipendenti

S	1,500
η	1,000
T_B	0,155 s
T_C	0,464 s
T_D	1,774 s

Figure 2-76: Parametri che definiscono lo spettro elastico SLV (D.M. 17 gennaio, 2018)

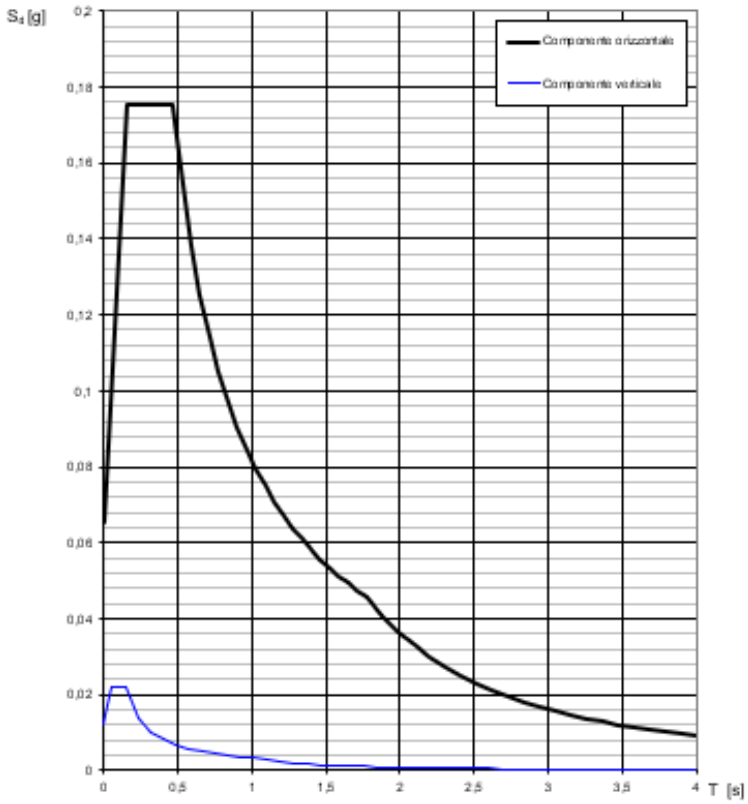

Figure 2-77: Spettro elastico di progetto SLV (D.M. 17 gennaio, 2018)

Come si può notare già graficamente i valori massimi di accelerazione spettrale sono aumentati di un valore pari al fattore di comportamento.

2.6.2 Spettro di riferimento per l'analisi allo SLD

Si ripete quanto fatto per lo spettro SLV e si ottengono i seguenti risultati:

Parametri indipendenti

STATO LIMITE	SLD
a_g	0,023 g
F_o	2,502
T_C^*	0,199 s
S_S	1,500
C_C	1,790
S_T	1,000
q	1,000

Parametri dipendenti

S	1,500
η	1,000
T_B	0,119 s
T_C	0,356 s
T_D	1,692 s

Figure 2-78: Parametri che definiscono lo spettro elastico SLD (D.M. 17 gennaio, 2018)

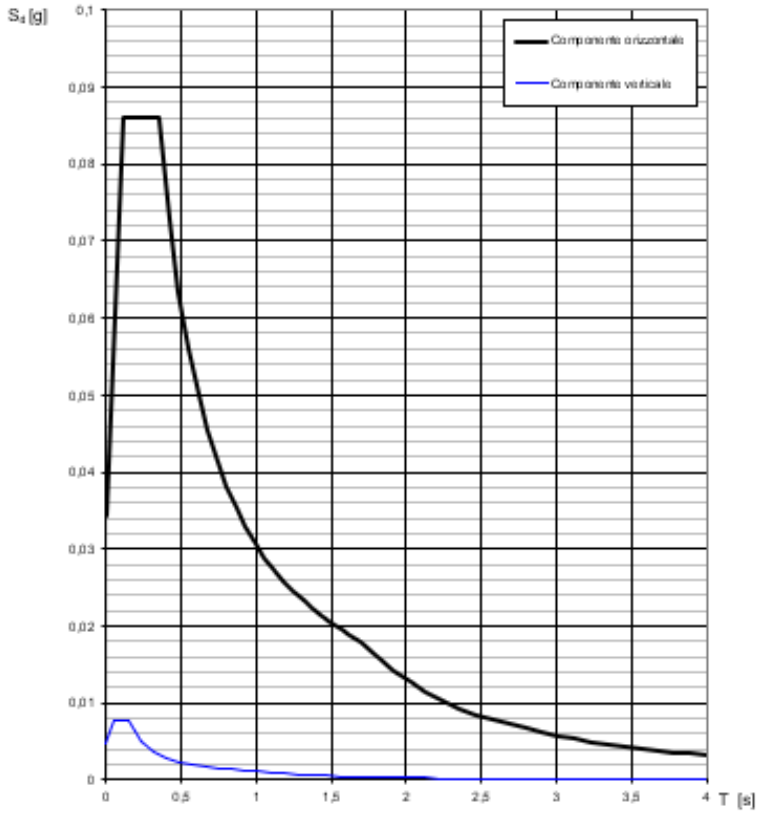

Figure 2-79: Spettro elastico di progetto SLD (D.M. 17 gennaio, 2018)

3 Caratterizzazione della chiesa di Santa Caterina

La chiesa di Santa Caterina presenta un'architettura caratterizzata dall'onnipresenza di linee curve cioè si mostra composta dalla compenetrazione di ellissi e spirali che generano nel complesso una struttura sinuosa ed elegante sorretta dall'intrecciarsi di volte. Queste scelte progettuali nascevano dall'esigenza di creare nell'osservatore un senso di meraviglia e teatralità. La sola analisi visiva del luogo di culto permette mette in evidenza come essa possa considerarsi un meraviglioso esempio dell'architettura barocca piemontese e pertanto incrementa la già acclamata necessità di preservare e tramandare l'opera.

A fronte delle evidenze citate risulta coerente considerare questo bene, d'interesse storico e artistico, appartenente agli edifici tutelati ai sensi del Decreto Legislativo 22 gennaio 2004, n. 42 "Codice dei beni culturali e del paesaggio".

Figure 3-1: Tratti distintivi dell'architettura barocca nella chiesa di Santa Caterina

La geometria in pianta del corpo di fabbrica in oggetto si presenta con una forma abbastanza regolare, con lato maggiore rivolto in direzione Est-Ovest, e risulta scomponibile in due macro-elementi, la chiesa e il coro.

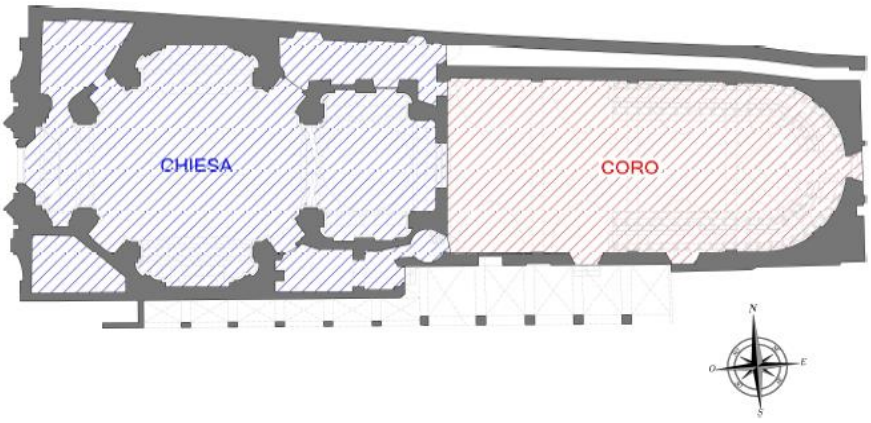

Figure 3-2: Pianta di base della chiesa di Santa Caterina

Lo sviluppo verticale è caratterizzato da un susseguirsi si elementi solenni dalle forme sinusoidali e delicate. Nello specifico, quelli che necessitano un particolare studio ed attenzione, proprio a seguito della loro importanza storico culturale e bellezza architettonica, sono:

- La facciata principale. Essa, rivolta verso piazza Castello, si sviluppa per 19 m circa; prosegue a sbalzo rispetto alla struttura principale oltre il livello corrispondente al piano d'imposta del tamburo a circa 13 m. In elevazione, prosegue il timpano per circa 6 m sontuosamente decorato e incorniciato all'interno di un notevole e ricercato frontone ad andamento mistilineo. Il compimento architettonico è ottenuto con l'inserimento di 5 "pennacchi".
- Il tamburo. Esso si presenta con una pianta ellittica il cui asse maggiore è lungo circa 15 m e quello minore circa 10 m. estendendosi per circa 7 m da una quota iniziale di 13 m. La superficie esterna è strutturalmente scandita da una regolare successione di 8 paraste aventi il compito di sostenere il sistema cupola-lanterna.
- La cupola. Essa è un blocco rigido tridimensionale in muratura, la cui imposta è sita sul tamburo alla quota di 21 m con un'altezza di circa 4.5 m, costituito da 8 costoloni, sporgenti sulla parte estradossale e sulla parte intradossale, e 8 unghie in muratura. Inoltre, il manto di copertura è costituito da lastre in piombo.
- La lanterna. Impostata sulla cupola ad una quota di circa 25.50 m ha un'altezza di circa 5 m (ad esclusione del "pennacchio" e della croce). Similmente per il tamburo sottostante, in corrispondenza dei costoloni della cupola, l'articolazione della superficie esterna è affidata a 8 colonnine, a sezione fortemente irregolare ma riconducibile ad un rettangolo, impostate su un piedistallo formato da un semplice dado (privo di zoccolatura e di cimasa). Sopra le colonnine è poggiato un basamento in muratura, sul quale sono posti anche dei "pennacchi" ornamentali, che funge da piano d'appoggio ad una piccola cupola (rivestita in lastre di piombo) e ad una esile ed elegante croce.

3.1 Identificazione dinamica caso studio

La valutazione delle caratteristiche dinamiche della struttura, ovvero forme modali e frequenze proprie, è stata fatta risolvendo un "problema inverso" ovvero, vengono posizionati all'interno della struttura degli accelerometri attraverso i quali sono misurate le accelerazioni e si procede poi con l'analisi.

Tipicamente per analizzare i valori di accelerazione si ricorre all'utilizzo di accelerometri, che vengono ancorati alla struttura tramite l'ausilio di una malta. Per ottenere l'evoluzione dinamica dei gradi di libertà della struttura nello spazio, ovvero la rotazione e le traslazioni nelle due direzioni ortogonali nel piano, c'è bisogno di utilizzare almeno tre accelerometri. La disposizione degli strumenti prevede di inserire due accelerometri nello stesso punto (che rappresenta anche l'origine del sistema di riferimento), per misurare le traslazioni, e un terzo accelerometro avente braccio rispetto ai primi due, in modo tale da riuscire a misurare la rotazione. Questa strumentazione fornisce

le accelerazioni, a cui la struttura è soggetta, generate da sollecitazioni esterne che possono o essere somministrate artificialmente, oppure possono essere delle vere vibrazioni ambientali.
Fatto ciò, dai valori misurati si riescono ad estrapolare i parametri modali caratteristici della struttura oggetto di studio. Lo strumento impiegato in tale passaggio è l'algoritmo di identificazione dinamica.

Il processo metodologico così articolato riscuote, tra i professionisti del settore, di particolare pregio in quanto esso, oltre a garantire una dettagliata descrizione del comportamento d'insieme della costruzione, risulta non invasivo in conformità con il criterio di "minimo intervento" auspicato dai documenti di riferimento per la tutela del patrimonio culturale.

3.1.1 Prove dinamiche in sito

Le prove e l'identificazione dinamica sulla Chiesa di Santa Caterina in Casale Monferrato, effettuate nei giorni 23-24-27-28-29 settembre 2010 e finalizzato all'inquadramento dello stato di salute del bene, sono state progettate in modo da massimizzare la risoluzione spaziale delle forme modali sperimentali associate ai movimenti d'insieme della struttura.

Al fine di massimizzare l'informazione ottenibile dalle acquisizioni e prevedere per tempo eventuali aspetti critici, si è provveduto alla progettazione della posizione di diversi punti di misura (setup). Il posizionamento agevole dei sensori in tutti i punti della struttura, che altrimenti sarebbero stati irraggiungibili, è stato possibile grazie all'attrezzature disponibili in cantiere seguente:

- un Teupen Leo 30 T con sbraccio massimo verticale di 30 m utilizzato per muoversi all'interno chiesa;
- un Oil&Steel OctoPussy 1412 con sbraccio massimo verticale di 15 m utilizzato per muoversi all'interno coro;

Le immagini seguenti mostrano la fase di allestimento della campagna di acquisizione e l'attrezzatura utilizzata per raggiungere i punti da strumentare.

Figure 3-3: Fasi di lavoro in opera

I setup predisposti sono 3, ad ognuno dei quali corrispondono 18 canali di acquisizione; essi sono stati organizzati in modo da catturare i principali modi di vibrare secondo le tre direzioni. Un quarto setup, detto Link, permette il collegamento e quindi l'assemblaggio dei canali in sede di elaborazione dei segnali. Analizzando singolarmente i setup utilizzati essi sono:

- il Dome YZ che analizza la sezione parallela al piano YZ e quindi in direzione ortogonale all'asse principale della struttura;
- il Dome XZ che analizza la sezione parallela al piano XZ e quindi in direzione parallela all'asse principale della struttura;
- il Global che ricalca in parte il setup Dome XZ, pur essendo esteso al coro ed integrando il timpano della facciata;
- il Link che svolge un ruolo di collegamento e pertanto risulta sempre in linea e contemporaneo a tutti i precedenti tre.

I sensori utilizzati per i test dinamici sono accelerometri PCB 3701G3FA3G di massa 17,5 grammi con una sensibilità di 1V/g circa e una risoluzione pari a 30µg. Essi, nel test in oggetto, sono utilizzati sia nelle condizioni di lavoro con assenza di accelerazione e sia con la presenza di un'accelerazione pari a 1g.

Figure 3-4: Accelerometro PCB 3701G3FA3G (www.PCB.com)

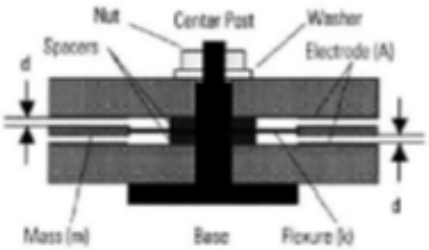

Figure 3-5: Sezione del sensore PCB 3701G3FA3G in condizioni di lavoro ed accelerazione "0" (www.PCB.com)

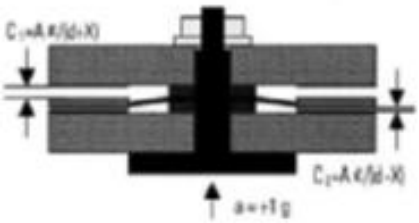

Figure 3-6: Sezione del sensore PCB 3701G3FA3G in condizioni di lavoro ed accelerazione gravitazionale "g" (www.PCB.com)

Le immagini seguenti raffigurano il sistema di ancoraggio alla muratura degli strumenti costituenti al più terne triassiali, e la postazione di acquisizione dati allestita. Gli accelerometri sono avvitati a cubetti in acciaio a loro volta fissati mediante tasselli chimici o meccanici.

Figure 3-7: Accelerometri su ancoraggio metallico in opera

Figure 3-8: Sistema di acquisizione

Di ognuno dei 18 accelerometri impiegati si specifica il relativo guadagno e numero di serie; si indicano pure i canali dell'acquisitore a cui ogni singolo sensore è stato connesso.

Tabella 3: Specifiche relative ai sensori utilizzati (Maffeo, 2011)

Posizione sensore	Canale acquisitore	n° serie accelerometro	Guadagno [(m/s^2)/V]	Note di acquisizione
1	1.1	6896	9.810	Danneggiato su tutti e tre i setup
2	1.2	6882	9.810	
3	1.3	6875	9.820	
4	1.4	6876	9.761	
5	2.1	6838	9.781	Danneggiato su tutti e tre i setup
6	2.2	6883	9.790	
7	2.3	6897	9.919	
8	2.4	6880	9.751	
9	3.1	6835	9.722	
10	3.2	3920	9.800	
11	3.3	6874	9.909	
12	3.4	6836	9.684	
13	4.1	6879	9.830	Danneggiato su setup GLOBAL
14	4.2	6895	9.781	
15	4.3	1158	9.800	
16	4.4	6837	9.840	
17	5.1	6881	9.722	
18	5.2	1147	9.800	Danneggiato su setup GLOBAL

3.1.2 Cronistoria delle prove dinamiche eseguite nei giorni 23 e 24 settembre 2010

Le diverse operazioni eseguite nei due giorni di indagine in sito sono riassunte nella cronistoria seguente (Maffeo, 2011).

Tabella 4: Cronoprogramma delle operazioni

Data	Ora	Descrizione operazione
23/09/2010	08:30	Sistemazione gru e ricerca del posizionamento ottimale per il raggiungimento dei punti da strumentare minimizzando le manovre necessarie.
	09:00	Allestimento postazione di acquisizione dati ai piedi dell'altare lato via Trevigi e verifica dell'apparecchiatura stessa.
	10:00	Installazione di tutti i supporti metallici necessari all'ancoraggio dei sensori a ridosso delle murature mediante tassellatura; quest'operazione si è mostrata particolarmente difficoltosa in lanterna dove il degrado dell'intonaco era particolarmente accentuato. Per tale motivo l'operazione si è protratta per diverse ore.
	14:00	Posizionamento dei 18 accelerometri e stesura dei relativi cavi secondo quanto previsto dal setup Dome YZ.
	16:30	Acquisizione di prova per valutare il corretto funzionamento dell'impianto, sia su eccitazione impulsiva che da rumore ambientale.
	17:00	Acquisizione dei segnali elencati relativi al setup Dome YZ.
	18:00	Fine lavori.
24/09/2010	09:00	Smantellamento setup Dome YZ e riposizionamento dei sensori (esclusi quelli appartenenti al setup Link di collegamento) secondo quanto prescritto dal setup Dome XZ. Operazione comprensiva di sconnessione e riconnessione dei cavi e rimozione di parte dei supporti metallici non più utilizzati.
	12:00	Acquisizione di prova per valutare il corretto funzionamento dell'impianto, sia su eccitazione impulsiva che da rumore ambientale.
	12:30	Acquisizione dei segnali elencati relativi al setup Dome XZ.
	13:00	Smantellamento setup Dome YZ e riposizionamento di 4 sensori secondo quanto prescritto dal setup Global. Operazione comprensiva di sconnessione e riconnessione dei cavi e rimozione di parte dei supporti metallici non più utilizzati.
	14:00	Durante il rilievo fotografico del degrado e del dissesto intercorso tra la conclusione dell'allestimento de setup Global e l'inizio dell'acquisizione di prova, sono stati tranciati i cavi corrispondenti agli strumenti 13 e 18, rendendo gli strumenti ad essi connessi inutilizzabili.
	14:30	Acquisizione di prova per valutare il corretto funzionamento dell'impianto, sia su eccitazione impulsiva che da rumore ambientale.
	15:00	Acquisizione dei segnali elencati relativi al setup Global.
	16:00	Smantellamento dell'impianto di acquisizione (supporti, cavi, postazione).
	17:00	Fine lavori.

I dati ottenuti dalla campagna descritti sono riportati nelle figure seguenti.

Tabella 5: Dati ottenuti utilizzando il rumore ambientale

Setup	Nome file	Canali	FC [Hz]	Durata [s]	Samples
Dome YZ	DOME_YZ_23092010_01_01_noise.txt	16*	400	1200	480000
	DOME_YZ_23092010_01_02_noise.txt	18	400	1200	480000
Dome XZ	DOME_XZ_23092010_02_01_noise.txt	18	400	1800	720128
Global	GLOBAL_24092010_03_01_noise.txt	18	400	1200	480000
	GLOBAL_24092010_03_02_noise.txt	18	400	900	360192

*Canali 17 e 18 non acquisiti poiché non connessi durante la prima acquisizione

Tabella 6: Dati ottenuti da segnali generati mediante eccitamento impulsivo mediante mazza strumentata

Setup	Nome file	Canali	FC [Hz]	Durata [s]	Samples
Dome YZ	DOME_YZ_23092010_01_01_hammer.txt	18	400	60	24064
	DOME_YZ_23092010_01_02_hammer.txt	18	400	60	24064
Dome XZ	DOME_XZ_23092010_02_01_hammer.txt	18	400	60	24064
	DOME_XZ_23092010_02_02_hammer.txt	18	400	60	24064
Global	GLOBAL_24092010_03_01_hammer.txt	18	400	60	24064
	GLOBAL_24092010_03_02_hammer.txt	18	400	60	24064
	GLOBAL_24092010_03_03_hammer.txt	18	400	60	24064
	GLOBAL_24092010_03_04_hammer.txt	18	400	60	24064

3.1.3 Identificazione strutturale dinamica

L'identificazione dinamica della struttura, in termini di frequenze, forme e smorzamenti modali, è stata effettuata nel dominio del tempo. Più precisamente per ciò che riguarda i segnali di free decay si specifica che l'algoritmo utilizzato è l'ERA (Eigensystem Realisation Algorithm) mentre, per i segnali prodotti con eccitazione da rumore ambientale, si è applicato invece un algoritmo della famiglia SSI (Stochastic Subspace Identification).

Al termine dell'analisi svolta dagli operatori i primi 4 modi identificati per la chiesa di Santa Caterina sono:

Tabella 7: Modi di vibrare della chiesa di Santa Caterina

Modo di vibrare	Frequenza	
1	3.03	Hz
2	3.33	Hz
3	3.97	Hz
4	4.40	Hz

3.2 Modello F.E. per la chiesa di Santa Caterina

La progettazione di strutture monumentali, come la chiesa oggetto di studio, presenta non poche difficoltà nella caratterizzazione dei singoli effetti in gioco. Pertanto, un ausilio concreto è stato fornito dal software agli elementi finiti Ansys che, dopo aver realizzato un modello agli elementi finiti globale della struttura, ha permesso di velocizzare e rendere più accurata e precisa l'analisi.
Si riassumono di seguito le principali caratteristiche del modello F.E. adottato; esse sono:

- 18038 elementi
- 16953 nodi
- modulo elastico pari a 2500 MPa
- coefficiente di Poisson pari a 0,40

- massa volumica pari a 2000 kg/m3
- materiale elastico lineare ed uniforme su tutta la struttura.

La modellazione è stata realizzata con l'ausilio di elementi monodimensionali e bidimensionali; in particolare quelli monodimensionali sono stati considerati come beam mentre quelli bidimensionali come shell. Sia gli elementi beam che quelli shell sono forniti di default nel codice di calcolo Ansys. Nella figura seguente si può vedere il modello tridimensionale creato (Maffeo, 2011).

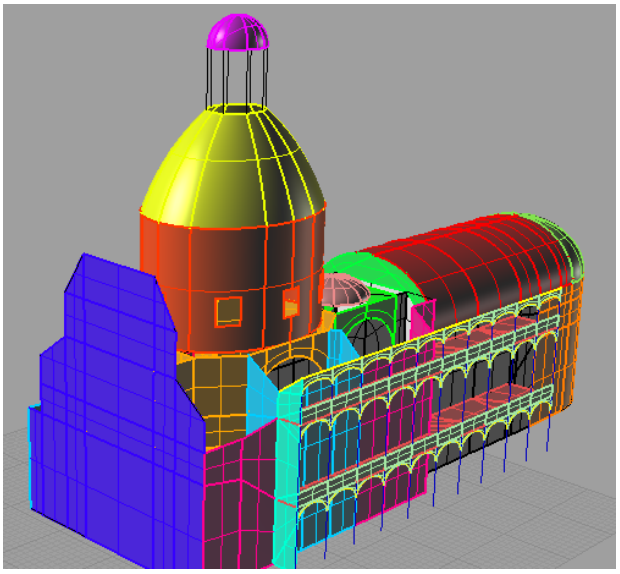

Figure 3-9: Modello Ansys della chiesa di Santa Caterina (Maffeo, 2011)

3.2.1 Calibrazione del modello

La conoscenza dei parametri modali permette la taratura di un modello di calcolo agli elementi finiti conferendogli una capacità effettivamente predittiva. In tal modo si realizza un "modello calibrato" che, proprio in virtù della sua accurata rappresentatività della struttura reale può essere usato per uno svariato numero di fini come ad esempio:

- ai fini diagnostici;
- per la stima della sicurezza statica e sismica;
- come supporto alla progettazione di interventi di rinforzo, riabilitazione e protezione sismica.

Nella calibrazione pertanto si procede alla modifica, per tentativi e sulla scorta di studi tecnici in sito e presenti in letteratura, delle caratteristiche dei materiali componenti le strutture murarie. Per far ciò, il modello è stato suddiviso nei 7 macroelementi seguenti:

- basamento
- facciata
- sistema cupola-tamburo
- lanterna
- base del coro
- volta del coro
- loggiato

Ad essi è stato assegnato un univoco materiale e uguale densità, modulo elastico e coefficiente di Poisson. Nella seguente viene riportato il modello suddiviso in macroelementi distinguibili per i diversi colori (Maffeo, 2011).

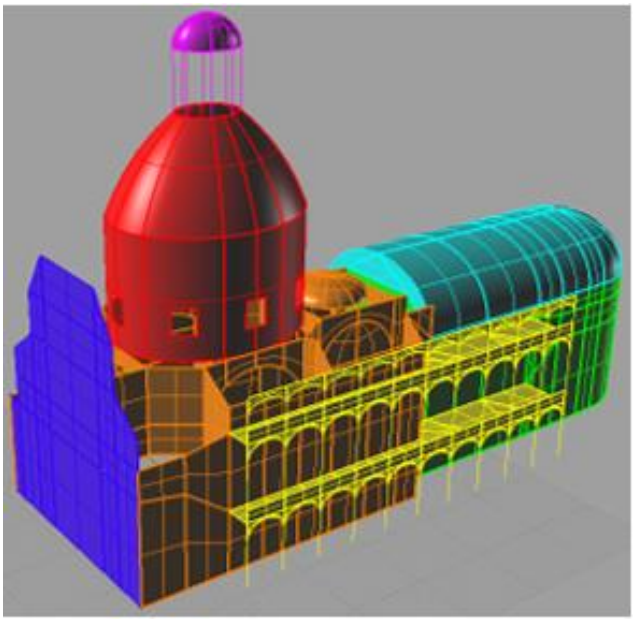

Figure 3-10: Caratterizzazione cromatica dei macroelementi della chiesa di Santa Caterina (Maffeo, 2011)

Tabella 8: Classificazione cromatica macroelementi (Maffeo, 2011)

Elemento	Materiale	Colore nell'immagine
basamento	11	
cupola-tamburo	22	
lanterna	33	
facciata	44	
base coro	55	
loggiato	66	
volta coro	88	

Per ciascun macroelemento, i parametri di rigidezza e massa volumica sono stati fatti variare in modo discreto, all'interno di un intervallo predeterminato, al fine di trovare la combinazione che fornisse la maggior corrispondenza dinamica del modello numerico con i dati sperimentali. La calibratura ha condotto alla seguente stima dei parametri meccanici equivalenti della muratura:

Tabella 9: Parametri ricavati a seguito della calibratura del modello (Maffeo, 2011)

Materiale	Elemento	Modulo elastico di Young [MPa]	Massa volumica [kg/m3]	Coefficiente di Poisson
11	basamento	3625	1733	0.40
22	cupola-tamburo	4500	1733	0.40
33	lanterna	1025	1733	0.40
44	facciata	1250	1733	0.40
55	base coro	6500	1733	0.40
66	loggiato	2750	1733	0.40
88	volta coro	2500	1733	0.40

La tabella precedente mostra che per ciò che riguarda la massa volumica, il valore ottenuto è identico per tutti e sette i materiali in quanto la reale variazione di tale parametro sulla struttura è inferiore al passo di discretizzazione con cui è stata valutata all'interno del modello. Idem per i coefficienti di Poisson che per lo stesso motivo si mostrano uniformi su tutta la struttura.
La tabella seguente invece mette a confronto le frequenze identificate e quelle del modello F.E. tarato con i relativi scarti (Maffeo, 2011).

Tabella 10: Confronto tra frequenza identificate con l'identificazione dinamica e quelle fornite dal modello F.E. calibrato

Modo	Frequenze di output ottenute dal modello F.E. [Hz]	Frequenza di output ottenute da identificazione dinamica [Hz]
1	2.945	3.03
2	3.535	3.33
3	4.298	3.98
4	4.301	4.40

3.3 Analisi modale

L'analisi modale, descritta nella sezione 7.3.3.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e nella sezione C7.3.3.1 della Circolare alle NTC18 (C.S.LL.PP, 2019), può essere suddivisa in tre differenti fasi:

- determinazione dei modi di vibrare "naturali" della struttura;
- calcolo degli effetti dell'azione sismica, rappresentata dallo spettro di risposta di progetto, per ciascuno dei modi di vibrare individuati;
- valutazione della risposta complessiva mediante combinazione degli effetti.

Si analizzano di seguito le precedenti fasi.

Per determinare i modi di vibrare naturali di una struttura bisogna risolvere il problema agli autovalori.
Per un sistema a molti gradi di libertà (MDOF) l'equazione delle oscillazioni libere senza smorzamento presenta la seguente formula:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\}$$

con:

- [M] matrice globale delle masse in Kg;
- [K] matrice di rigidezza in N/m;
- {u} vettore degli spostamenti.

La soluzione dell'equazione differenziale precedente è del tipo:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{k-1} \\ u_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{k-1} \\ \varphi_k \end{Bmatrix} \cdot e^{j\varpi_k t}$$

Di fatto, la soluzione è il prodotto di una forma spaziale (cioè una funzione solo dipendente dallo spazio) e di una forma temporale (cioè una funzione solo dipendente dal tempo). Tale soluzione è analoga a quella dell'oscillatore semplice ma ora la costante è un vettore che tiene conto dello spostamento dei k gradi di libertà.

Si sostituisce la soluzione nell'equazione differenziale e si ottiene il problema agli autovalori.

$$([K] - \varpi_k^2 \cdot [M]) \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{k-1} \\ \varphi_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Risolvendo il problema agli autovalori si determinano i k modi di vibrare della struttura.

Si passa ora all'analisi modale che, sfruttando alcune proprietà specifiche dei modi di vibrare, permette di risolvere l'equazione del moto del sistema a k gradi di libertà.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [\Omega]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\}$$

dove:

- [M] matrice globale delle masse;
- [K] matrice di rigidezza;
- [Ω] matrice di smorzamento viscosa diagonale i cui elementi sono pari al 5%;
- $\{F(t)\}$ vettore della forzante sismica;
- {u} vettore degli spostamenti.

Risolvendo l'equazione del moto attraverso l'analisi modale si riduce un sistema complicato a k gradi di libertà a k equazioni corrispondenti a k oscillatori semplici separati, che possono essere risolte in maniera separata (disaccoppiamento); per cui il disaccoppiamento trasforma il sistema MDOF in tanti si sistemi SDOF. Per eseguire il disaccoppiamento, la soluzione del sistema, ovvero gli spostamenti geometrici, può essere scritta come il prodotto di due quantità indipendenti l'una dall'altra; una dipende dallo spazio [U], e una dipendente dal tempo {q}.

$$\{u\} = [U]\{q\}$$

dove:

- [U] è la matrice degli autovettori normalizzata
- {q} è il vettore delle coordinate modali.

Se si normalizza opportunatamente gli autovettori contenuti in [U] è possibile trasformare le matrici [K] e [M] in matrici diagonali; pertanto la generica colonna degli autovettori normalizzata si ottiene mediante la seguente formula:

$$\{U\}_k = \frac{\{\Phi\}_k}{\sqrt{\{\Phi\}_k^T [M] \{\Phi\}_k}}$$

dove:

- $\{\Phi\}_k$ è la colonna della matrice degli autovettori non normalizzata.

In questo modo, le incognite del sistema diventano:

- ω^2_k; autovalore riferito all'autovettore normalizzato del k-esimo modo
- $[\Phi]$; matrice modale, ottenuta ordinando per colonne i diversi autovettori del sistema.

I valori di ω^2_k e $[\Phi]$ si calcolano mediante la risoluzione del problema agli autovalori; nella presente, questa analisi è stata eseguita a partire da un modello agli elementi finiti.

Il successivo step consiste nel calcolare la risposta strutturale generata dall'azione sismica. La normativa indica di eseguire l'analisi utilizzando le massime accelerazioni del terreno che si possono verificare per un oscillatore semplice avente un particolare periodo di vibrazione. Noto il periodo di oscillazione T_k associato al k-esimo modo di vibrare si entra nello spettro di progetto e si ricava la rispettiva accelerazione spettrale; a sua volta dividendo l'accelerazione per la ω^2_k si ricava lo spostamento spettrale relativo al modo k, D_k. La coordinata modale massima si ricava moltiplicando lo spostamento spettrale per il fattore di partecipazione modale:

$$p_{k,max} = -\Gamma_k D_k$$

Lo spostamento geometrico relativo al modo k si calcola moltiplicando il valore $p_{k,max}$ per l'autovettore normalizzato $\{U\}_k$.

$$\{u\}_{k,max} = \{U\}_k p_{k,max}$$

Secondo le indicazioni della normativa, nel capitolo 7 nella sezione 7.3.3.1, bisogna considerare tutti i modi che hanno una massa partecipante superiore al 5% e un numero di modi tale che la massa totale partecipante sia pari allo 85%.

La massa modale partecipante ad ogni modo di vibrare è pari al quadrato del fattore di partecipazione modale, mentre la percentuale di massa partecipante si ottiene dividendo per la massa modale totale.

Infine, l'ultimo passo consiste nel combinare gli effetti relativi ai singoli modi poiché essi non si verificano tutti contemporaneamente. La combinazione degli effetti avviene mediante l'uso della combinazione quadratica completa CQC, fornita dalle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) nella sezione 7.3.3.1. attraverso la formula 7.4.1. seguente:

$$E_d = \sqrt{\sum_{j=1} \sum_{i=1} \rho_{ij} E_i E_j}$$

con:

- Ej valore dell'effetto relativo al modo j,
- ρ_{ij} coefficiente di correlazione tra il modo i e il modo j, calcolato con formule 7.3.5b della normativa NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa è:

$$\rho_{ij} \frac{8\,\xi^2 \beta_{ij}^{3/2}}{\left(1+\beta_{ij}\right)\cdot\left[\left(1-\beta_{ij}\right)^2 + 4\,\xi^2 \beta_{ij}\right]}$$

con:

- ξ_{ij} rapporto di smorzamento viscoso tra i modi i e j;
- β_{ij} rapporto tra l'inverso dei periodi di ciascuna coppia i-j di modi ($\beta_{ij} = T_j/T_i$).

Gli effetti dinamici derivanti dalla combinazione CQC si riferiscono ad analisi multimodali applicate singolarmente nelle tre direzioni X, Y e Z per cui bisogna combinare successivamente gli effetti provenienti dalle tre analisi utilizzando la seguente formula, fornita nella normativa nella sezione 7.3.5:

$$1.00 \cdot E_x + 0.30 \cdot E_y + 0.3 \cdot E_z$$

Per trovare la combinazione più gravosa si permutano i coefficienti moltiplicativi ritenendo trascurabile l'azione verticale.

Ricavati gli effetti dinamici dall'analisi multimodale, si esegue una combinazione con gli effetti derivanti dall'analisi statica e infine si possono svolgere le verifiche di sicurezza.

3.3.1 Analisi modale della chiesa di Santa Caterina

L'analisi modale della chiesa di Santa Caterina è stata realizzata, come precedentemente accennato, mediante il programma agli elementi finiti Ansys. In esso, partendo dal modello geometrico della chiesa, si è creato un modello globale F.E. della struttura tramite il quale è stato possibile effettuare l'analisi modale. In output l'analisi ha fornito i k modi di vibrare "naturali" e le rispettive frequenze di oscillazione della struttura.
La seguente immagine mostra il modello F.E. della chiesa di Santa Caterina.

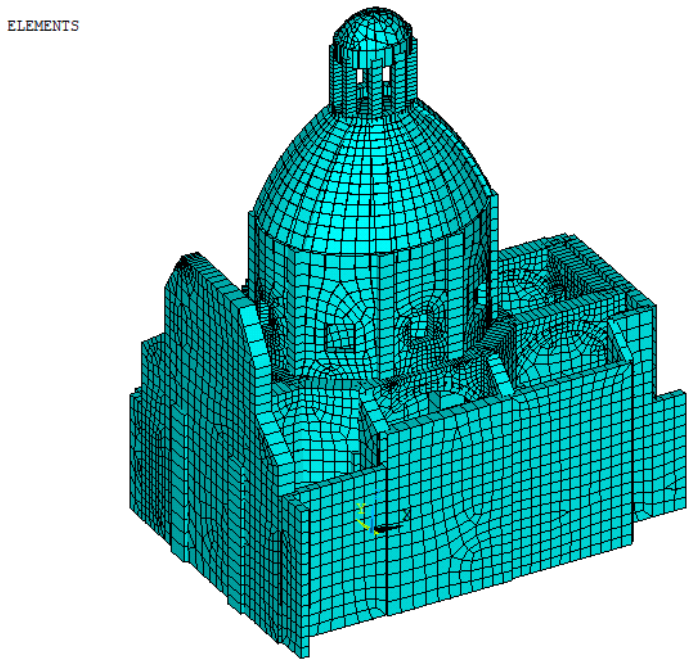

Figure 3-11: Modello FE della chiesa di Santa Caterina

Di seguito sono riportati i valori di periodo e frequenza dei primi 10 modi di vibrare della chiesa.

Tabella 11: Periodo di oscillazione e frequenze dei modi di vibrare

Modo	Periodo T [s]	Frequenza f [Hz]
1	0.340	2.945
2	0.283	3.535
3	0.233	4.298
4	0.233	4.301
5	0.208	4.805
6	0.190	5.261
7	0.173	5.788
8	0.145	6.879
9	0.141	7.089
10	0.136	7.355

Soffermandoci sui modi di vibrare iniziali della struttura che, nella quasi totalità dei casi, sono quelli più pericolosi in presenza di sisma si ha che:

- il primo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.34 s, interessa soltanto la lanterna come mostrato nella figura estratta da Ansys.

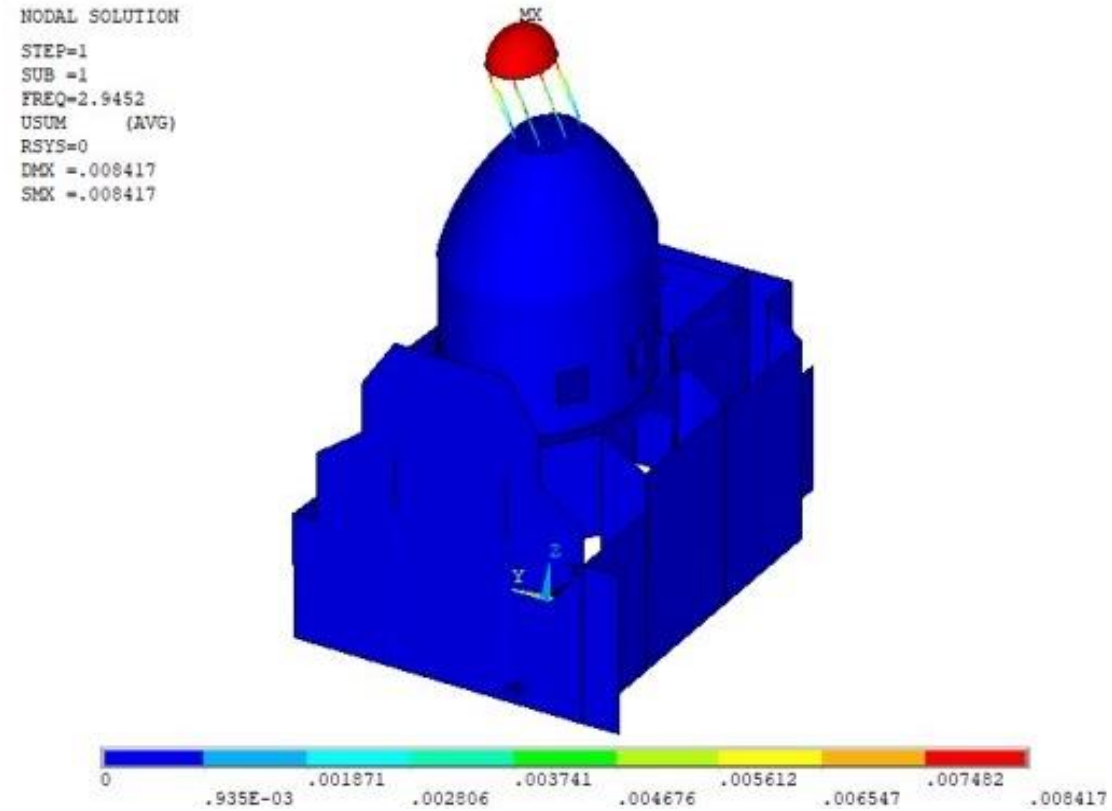

Figure 3-12: Spostamenti massimi 1° modo di vibrare

- il secondo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.283 s, interessa soltanto la facciata come mostrato nella figura estratta da Ansys.

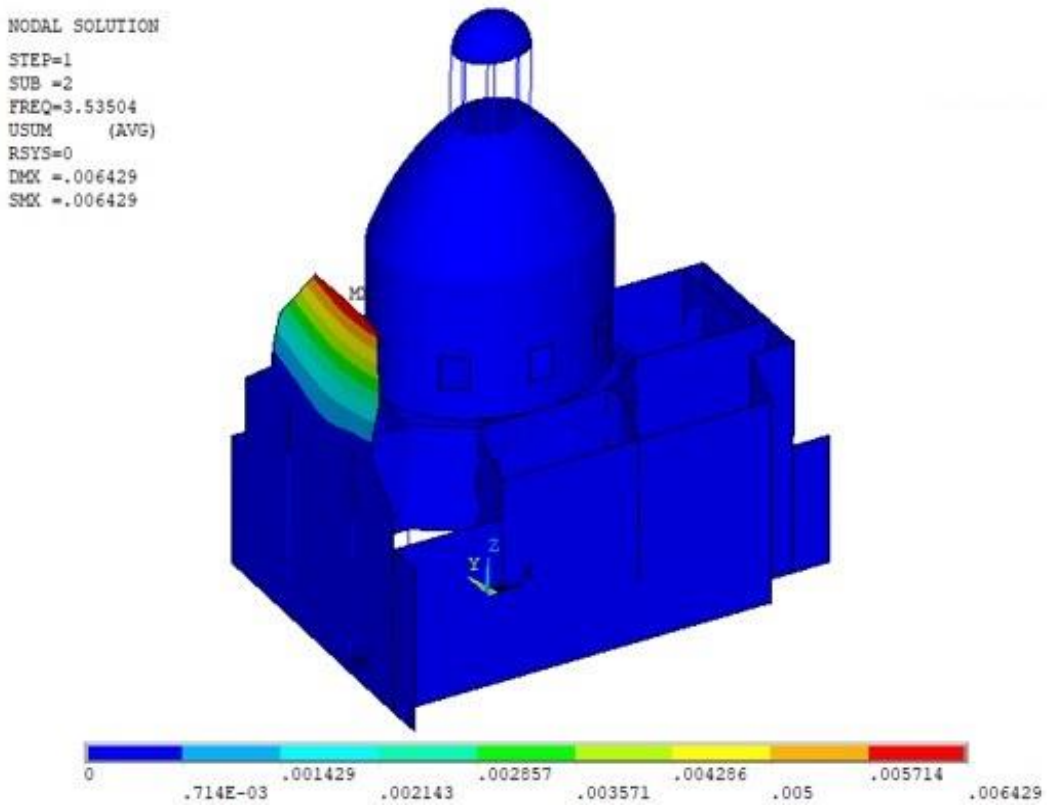

Figure 3-13: Spostamenti massimi 2° modo di vibrare

- il terzo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.233 s, interessa il sistema cupola tamburo come mostrato nella figura estratta da Ansys.

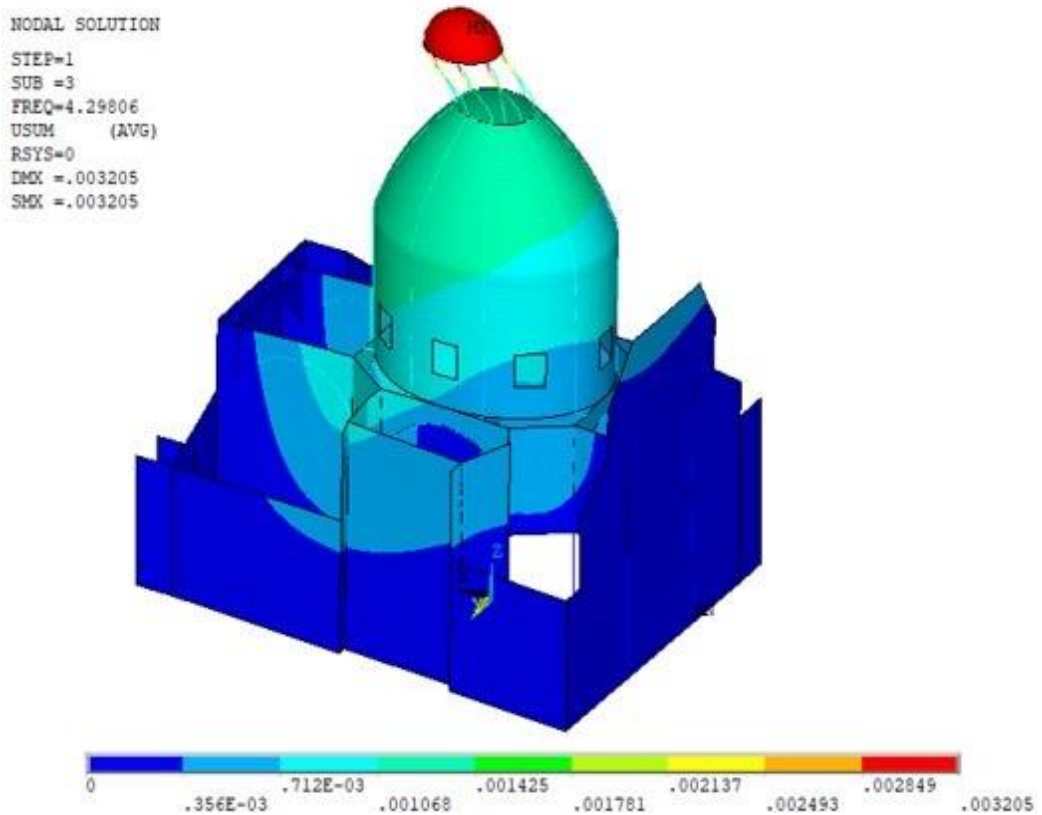

Figure 3-14: Spostamenti massimi 3° modo di vibrare

3.3.2 Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con spettro di risposta

L'analisi multimodale con spettro di risposta si realizza inserendo nel programma F.E.M. i valori di frequenza (Hz) e di accelerazione spettrale in (m/s^2) relativi allo spettro di risposta elastico di Casale Monferrato. Le valutazioni sono eseguite applicando lo spettro indipendentemente nelle due direzioni orizzontali (lungo x e lungo y) e nella direzione verticale. In seguito, per ogni direzione di analisi, si effettua la combinazione statistica CQC degli spostamenti relative ai singoli modi di vibrare in modo da ottenere lo spostamento massimo.

L'approccio con Ansys ha permesso di poter affermare che:

- applicando lo spettro nella direzione x lo spostamento massimo della struttura si manifesta nella sommità della facciata ed è pari a 1.06 cm. Oltre alla facciata, che rappresenta l'elemento più interessato dal sisma in questa casistica, anche la lanterna risulta soggetta all'effetto della sollecitazione lungo x.

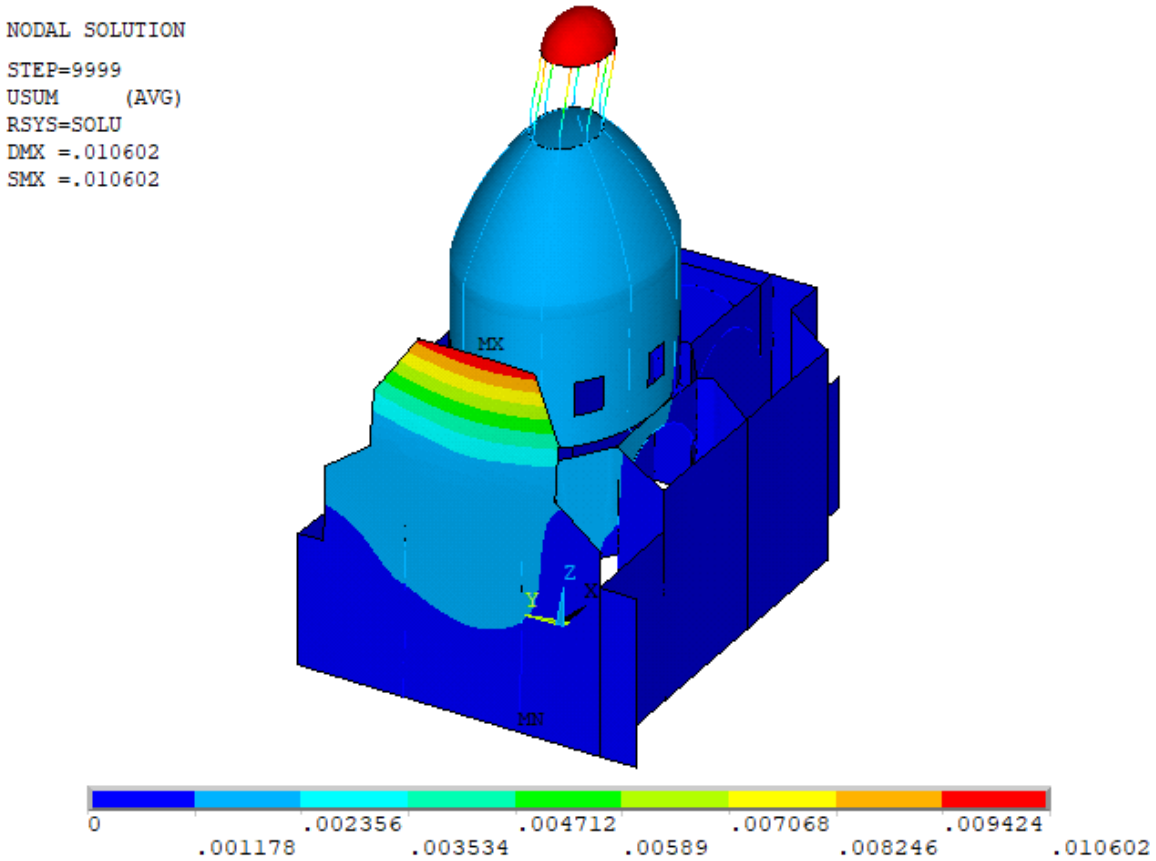

Figure 3-15: Spostamenti massimi analisi modale con spettro di progetto nella direzione X

- applicando lo spettro nella direzione y lo spostamento massimo della struttura si manifesta nella sommità della lanterna ed è pari a 1.40 cm. Diversamente dal caso precedente, in cui risultavano interessate dal fenomeno sia la lanterna che la facciata, in questa condizione di carico la facciata non subisce grandi spostamenti.

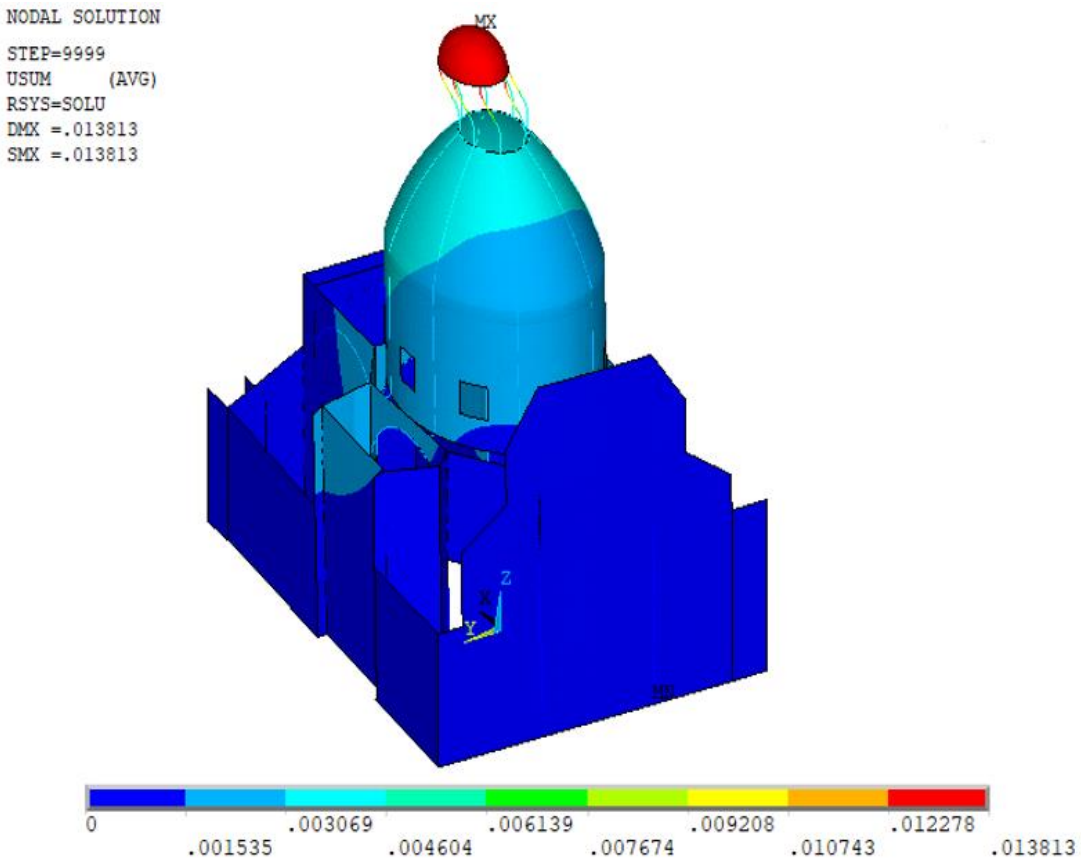

Figure 3-16: Spostamenti massimi analisi modale con spettro di progetto nella direzione Y

Tramite queste analisi si è potuto calcolare anche lo spostamento relativo tra la base e la sommità della lanterna, poiché, come detto, si è deciso di intervenire sull'elemento più vulnerabile della chiesa al fine di apportare dei miglioramenti strutturali in presenza di azioni statiche e dinamiche.

4 Valutazione della sicurezza sismica

Lo scopo del presente lavoro è quello di individuare per il bene oggetto di studio, la chiesa di Santa Caterina in Casale Monferrato, le più opportune strategie volte al raggiungimento di ciò che la normativa vigente indica come "miglioramento sismico".
Nel caso dei manufatti architettonici di interesse storico e culturale esistono, infatti, oggettive difficoltà a definire procedure di verifica volte a valutare i requisiti di sicurezza in quanto la loro varietà tipologica e la singolarità specifica dei "monumenti" (anche dovuta alla storia di ogni edificio) non consentono di indicare una strategia univoca ed affidabile di modellazione e analisi.
Pertanto, a fronte della difficoltà oggettiva che si riscontra ed alla volontà di non modificare significativamente il bene tutelato, ne deriva che spesso è opportuno accettare un livello di rischio sismico più elevato rispetto a quello che la norma prescrive per le strutture ordinarie.

4.1 Normative di riferimento

Le norme vigenti in materia di tutela e conservazione del patrimonio culturale prese in esame sono:

- D.M. 17 Gennaio 2018 – Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni» (D.M. 17 gennaio, 2018).
- Circolare 21 Gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP. – Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni"» di cui al decreto ministeriale 17 Gennaio 2018 (C.S.LL.PP, 2019).
- Circolare 2 Febbraio 2009, n. 617 – Istruzioni per l'applicazione delle «Nuove norme tecniche per le costruzioni» di cui al decreto ministeriale 14 Gennaio 2008.
- Direttiva BBCC del 26 Febbraio 2011 – «Linee guida per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme tecniche per le costruzioni di cui al decreto del Ministero delle Infrastrutture e dei trasporti del 14 gennaio 2008» (Direttiva BBCC, 2010).

4.2 Comportamento sismico delle strutture storiche in muratura

Le costruzioni storiche in muratura risultano molto complesse a causa delle numerose incertezze sui materiali e sulle tipologie di vincolo che le caratterizzano. Allo stesso tempo però essi sono caratterizzati da svariate peculiarità, a seconda della tipologia di struttura presa in riferimento, in quanto in passato si era soliti utilizzare tecniche e schemi costruttivi simili.

Le metodologie di valutazione della sicurezza sismica degli edifici, secondo le linee guida del NTC18 (Direttiva BBCC, 2010), sono le seguenti tre:

- LV1; essa prevede un'analisi qualitativa ed una valutazione con modelli meccanici semplificati;
- LV2; essa è una valutazione svolta sui singoli macroelementi (meccanismi locali di collasso);
- LV3; essa consiste in una valutazione globale della risposta del manufatto.

Per le verifiche legate alla valutazione della sicurezza sismica dei beni artistici tutelati si fa riferimento ai seguenti stati limite:

- stato limite ultimo (SLU). Ha lo scopo di salvaguardare la costruzione e di garantire l'incolumità degli occupanti in caso di terremoti rari e di forte intensità. In pratica, la struttura può danneggiarsi a tal punto da non essere più usata dopo l'evento sismico ma deve permettere agli occupanti di poter uscire in sicurezza. A questa categoria di SL appartengono lo stato limite di salvaguardia della vita (SLV) e lo stato limite di prevenzione del collasso (SLC).
- stato limite di esercizio (SLE). Ha come obiettivo la limitazione dei danni prodotti da terremoti meno intensi ma più frequenti. Fanno parte di questi stati limite lo stato limite di operatività (SLO) e lo stato limite di danno (SLD);
- stato limite di danno ai beni artistici (SLA). Ha lo scopo di tutelare quelle porzioni del manufatto in cui sono presenti opere d'arte come ad esempio affreschi, statue, etc.

4.3 Percorso conoscitivo per la valutazione della sicurezza sismica

Per procedere con l'analisi di valutazione di sicurezza sismica bisogna seguire un iter metodologico ben definito attraverso il quale, analizzando la realtà della costruzione, si riesce a creare un modello strutturale sul quale si possono eseguire le verifiche. L'iter, in conformità con quanto previsto nelle linee guida del NTC18 (Direttiva BBCC, 2010), consiste nel definire in successione differenti moduli schedografici autonomi e complementari in cui vengono raccolti i dati dei rilievi.

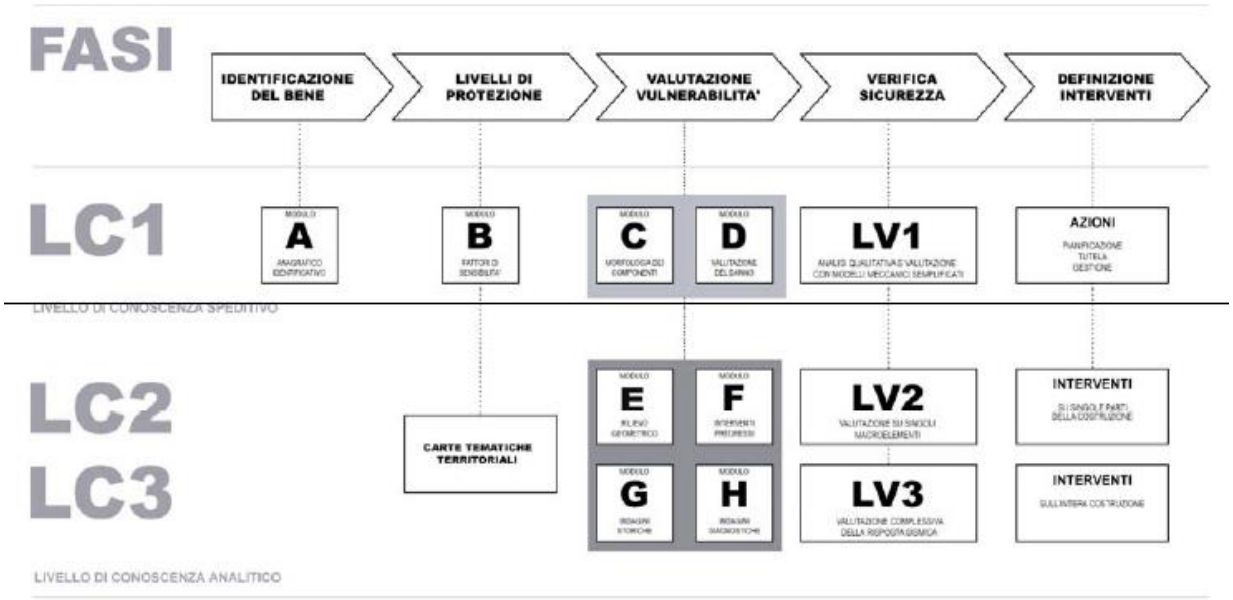

Figure 4-1: Percorso metodologico estratto dall'allegato A delle linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010)

4.3.1 Modulo schedografico A: Anagrafico Identificativo del bene

Questo modulo permette di identificare il manufatto attraverso la denominazione, la toponomastica e i dati catastali.

4.3.1.1 A1. Qualificazione giuridica del soggetto proprietari

La Chiesa di Santa Caterina è di proprietà del Collegio Convitto Municipale Trevisio di Casale Monferrato (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.).

4.3.1.2 A2. Riferimenti del soggetto del proprietario

- Nome: Ente Municipale Convitto Trevisio
- CF: 82000360064
- Indirizzo: Via Alessandria, n° 5. 15033. Casale Monferrato (AL)
- Recapito telefonico: +39 0142 455888
- Mail: collegiotrevisio@libero.it

4.3.1.3 A3. Denominazione del bene

Il bene in esame è dedicato a Santa Maria delle Grazie, ma è denominata Chiesa di Santa Caterina dall'intitolazione del monastero domenicano di Santa Caterina da Siena.

4.3.1.4 A4. Toponomastica

- Regione: Piemonte
- Provincia: Alessandria
- Comune: Casale Monferrato
- Indirizzo: Piazza Castello
- Numero civico: 36
- Cap: 15033

4.3.1.5 A5. Coordinate geografiche

La chiesa in esame è localizzata attraverso le seguenti coordinate geografiche:

- Latitudine: 45°8'11.608''
- Longitudine: 8°26'53.451''

4.3.1.6 A6. Dati Catastali

Il bene è individuato catastalmente nel Comune di Casale Monferrato (Codice: B885) in provincia di Alessandria. L'identificativo catastale si riferisce al Catasto Fabbricati (C.F.).

- Foglio: 36
- Particella: K
- Subalterno: 1
- Categoria: E/7

4.3.1.7 A7. Confinanti

Il tempio di Santa Caterina con coro annesso fa parte del complesso architettonico ad angolo tra Piazza Castello e Via Trevigi. La Chiesa, sul lato Nord, si affaccia direttamente su via Trevigi; sul lato Sud si affaccia sul cortile della scuola Trevigi. La facciata della Chiesa è rivolta ad Ovest verso Piazza Castello. Ad Est la chiesa è collegata al coro. Il coro presenta gli stessi confinati della chiesa a Nord e a Sud; mentre, ad Est è collegato al complesso scolastico. A Sud-Ovest la chiesa è collegata a degli edifici (foglio 36. particella 5153. sub. 12), appartenenti all'ente proprietario della Chiesa.

4.3.1.8 A8. Periodo di realizzazione

La Chiesa è stata edificata da Giacomo Zanetti, su progetto di Giovanni Battista Scapitta, tra il 1718 e il 1726, anno della sua consacrazione (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.).

4.3.1.9 A9. Destinazione d'uso attuale

La destinazione d'uso della Chiesa di Santa Caterina è quella di luogo di culto (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.).

4.3.1.10 A10. Documentazione fotografica

Figure 4-2: Facciata Santa Caterina

Figure 4-3: Tamburo e cupola chiesa

Figure 4-4: Sistema cupola tamburo

Figure 4-5: Santa Caterina vista dall'alto

Figure 4-6: Loggiato cortile interno

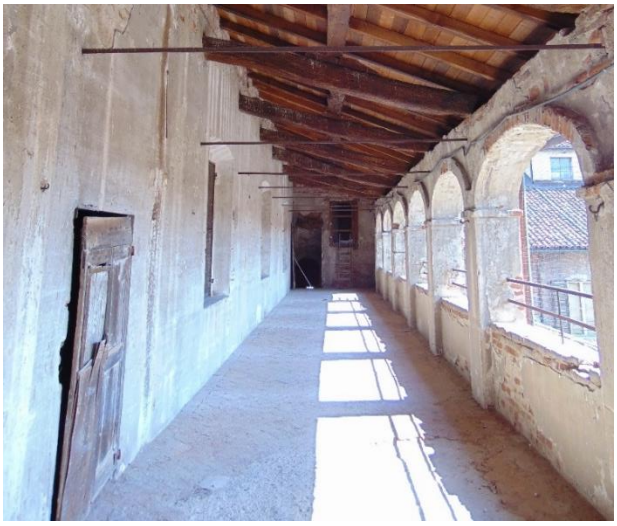

Figure 4-7: Secondo piano loggiato

Figure 4-8: Cestello usato per le indagini

Figure 4-9: Indagini sulla cupola

Figure 4-10: Dettaglio degrado cupola

Figure 4-11: Arco fessurato

Figure 4-12: Degrado interno intonaci

Figure 4-13: Esterno lanterna

Figure 4-14: Interno lanterna

Figure 4-15:Colona lanterna esterno

Figure 4-16: Interno pilastrino lanterna

Figure 4-17: Base colonna

Figure 4-18: Dettaglio capitello colonna lanterna

4.3.1.11 A11. Stralcio planimetrico

Nella seguente figura, è stata riportata una porzione di cartografia estratta dalla tavola n° 3 del piano regolatore generale comunale riguardante gli sviluppi relativi al centro storio (parte occidentale) in scala 1:1000. La zona evidenziata inquadra la posizione del bene considerato.

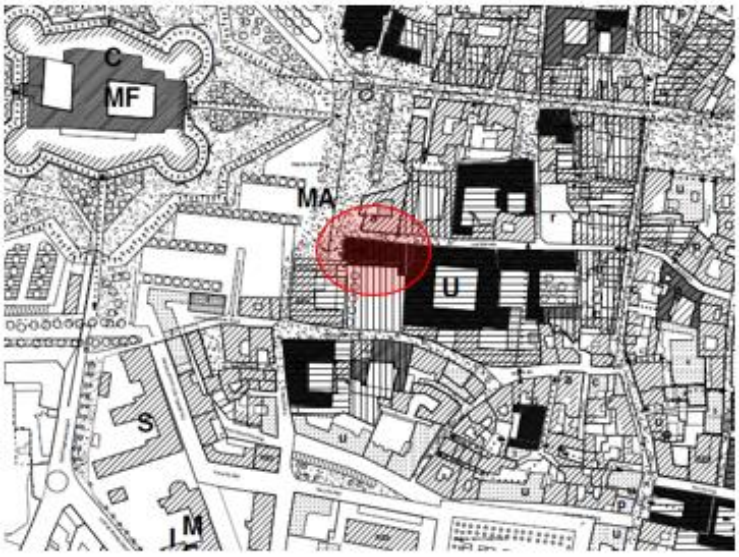

Figure 4-19: Cartografia tavola n°3 piano regolatore

Nella successiva figura, si riporta l'estratto di mappa catastale del foglio 36 particella K nel quale si trova la Chiesa di Santa Caterina.

Figure 4-20: Estratto di mappa catastale, foglio 36

4.3.1.12 A12. Descrizione morfologica

La chiesa di Santa Caterina presenta un'architettura caratterizzata dall'onnipresenza di linee curve cioè si mostra composta dalla compenetrazione di ellissi e spirali che generano nel complesso una struttura sinuosa ed elegante sorretta dall'intrecciarsi di volte. Queste scelte progettuali nascevano dall'esigenza di creare nell'osservatore un senso di meraviglia e teatralità. La sola analisi visiva del luogo di culto permette mette in evidenza come essa possa considerarsi un meraviglioso esempio

dell'architettura barocca piemontese e pertanto incrementa la già acclamata necessità di preservare e tramandare l'opera.

Figure 4-21: Tratti distintivi dell'architettura barocca nella chiesa di Santa Caterina

La geometria in pianta del corpo di fabbrica in oggetto si presenta con una forma abbastanza regolare, con lato maggiore rivolto in direzione Est-Ovest, e risulta scomponibile in due macro-elementi, la chiesa e il coro.

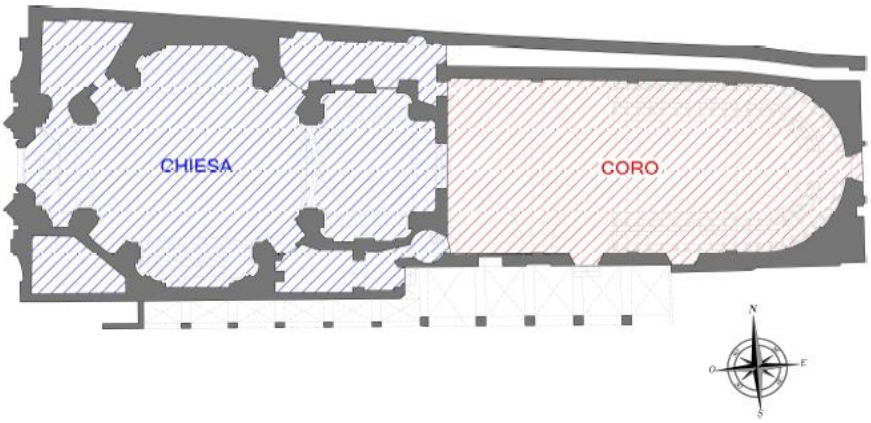

Figure 4-22: Pianta di base della chiesa di Santa Caterina

Lo sviluppo verticale è caratterizzato da un susseguirsi si elementi solenni dalle forme sinusoidali e delicate. Nello specifico, quelli che necessitano un particolare studio ed attenzione, proprio a seguito della loro importanza storico culturale e bellezza architettonica, sono:

- La facciata principale, rivolta verso piazza Castello, si sviluppa per 19 m circa presentando, oltre il livello corrispondente al piano d'imposta del tamburo a circa 13 m, un andamento a sbalzo rispetto alla struttura principale. In elevazione prosegue, sontuosamente decorato e incorniciato all'interno di un notevole e ricercato frontone ad andamento mistilineo, il timpano per circa 6 m. L'architettura globale è poi finemente addobbata con l'inserimento di 5 "pennacchi".

- Il tamburo. Esso si presenta con una pianta ellittica il cui asse maggiore è lungo circa 15 m e quello minore circa 10 m. estendendosi per circa 7 m da una quota iniziale di 13 m. La superficie esterna è strutturalmente scandita da una regolare successione di 8 paraste aventi il compito di sostenere il sistema cupola-lanterna.
- La cupola. Essa è un blocco rigido tridimensionale in muratura, la cui imposta è sita sul tamburo alla quota di 21 m con un'altezza di circa 4.5 m, costituito da 8 costoloni, sporgenti sulla parte estradossale e sulla parte intradossale, e 8 unghie in muratura. Inoltre, il manto di copertura è costituito da lastre in piombo.
- La lanterna. Impostata sulla cupola ad una quota di circa 26.50 m ha un'altezza di circa 6 m (ad esclusione del "pennacchio" e della croce). Similmente per il tamburo sottostante, in corrispondenza dei costoloni della cupola, l'articolazione della superficie esterna è affidata a 8 colonnine, a sezione fortemente irregolare ma riconducibile ad un rettangolo, impostate su un piedistallo formato da un semplice dado (privo di zoccolatura e di cimasa). Sopra le colonnine è poggiato un basamento in muratura, sul quale sono posti anche dei "pennacchi" ornamentali, che funge da piano d'appoggio ad una piccola cupola (rivestita in lastre di piombo) e ad una esile ed elegante croce.

4.3.1.13 A13. Presenza elementi di pregio

All'interno dell'edificio di culto si trovano numerosi affreschi di rilievo, in discreto stato di conservazione; diversi quadri con pitture e un organo Liborio Grisanti, l'organo più antico della città.

4.3.1.14 A14. Altra documentazione

Si riportano di seguito le planimetrie e le sezioni ottenute a seguito di una campagna di rilievo molto accurata.

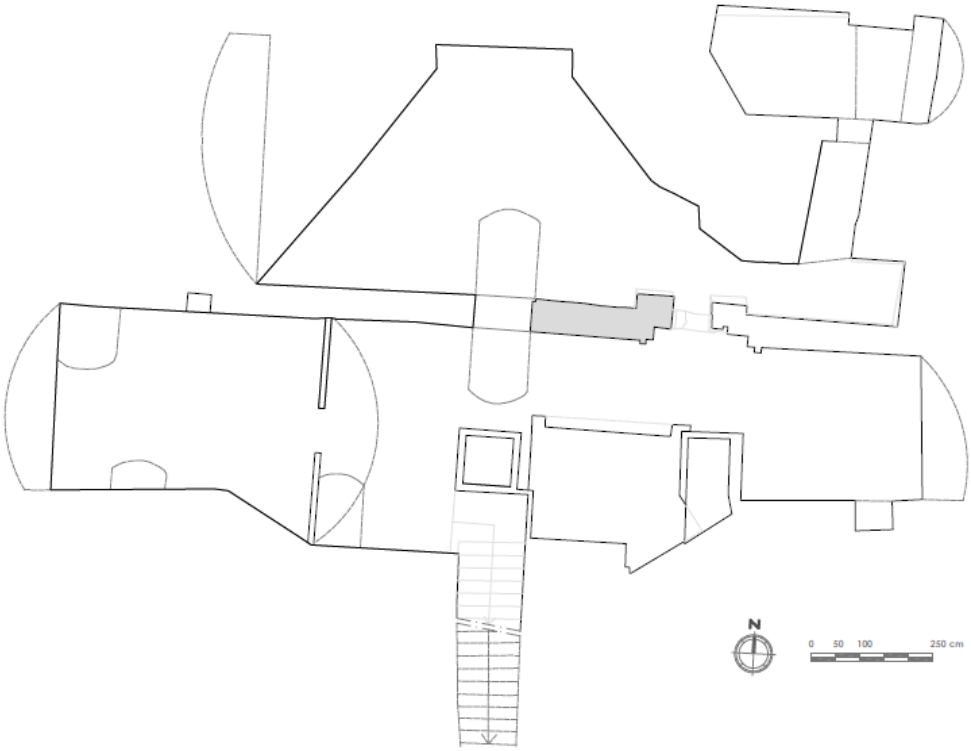

Figure 4-23: Pianta piano interrato della chiesa

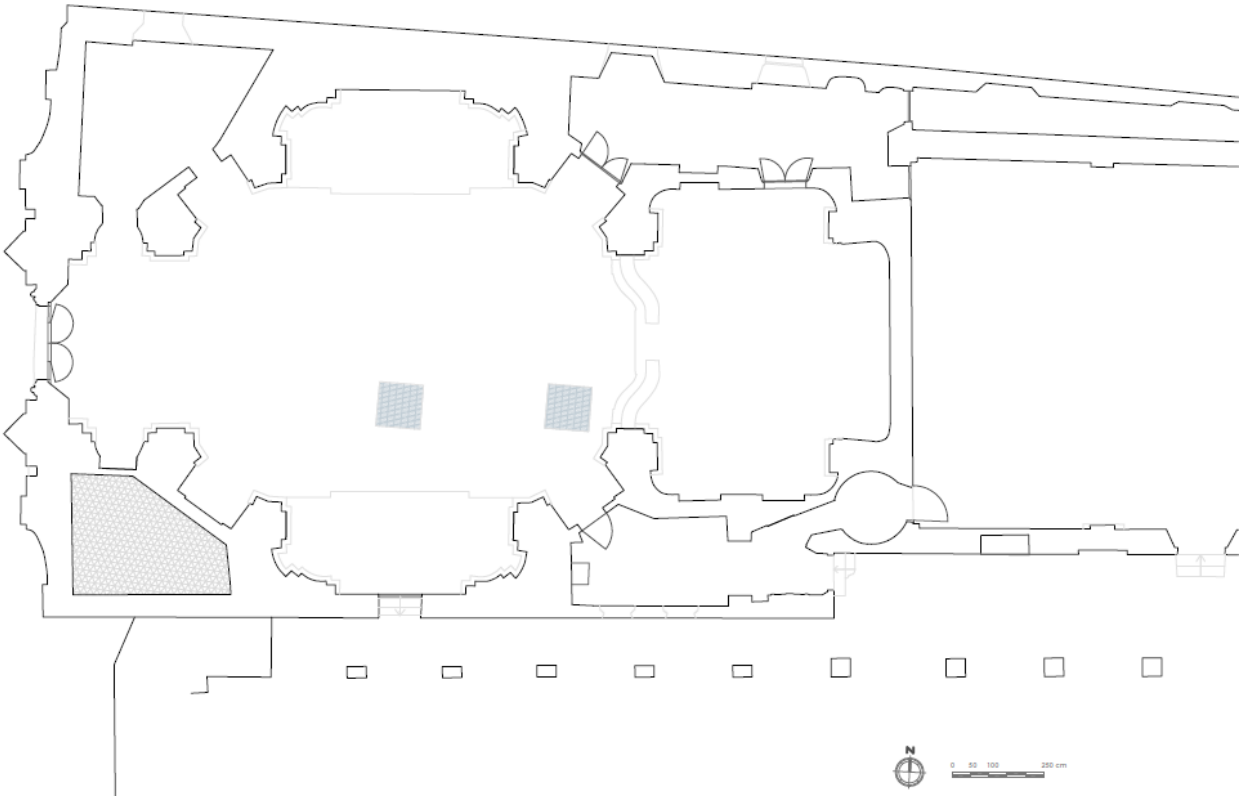

Figure 4-24: Pinta piano terra della chiesa

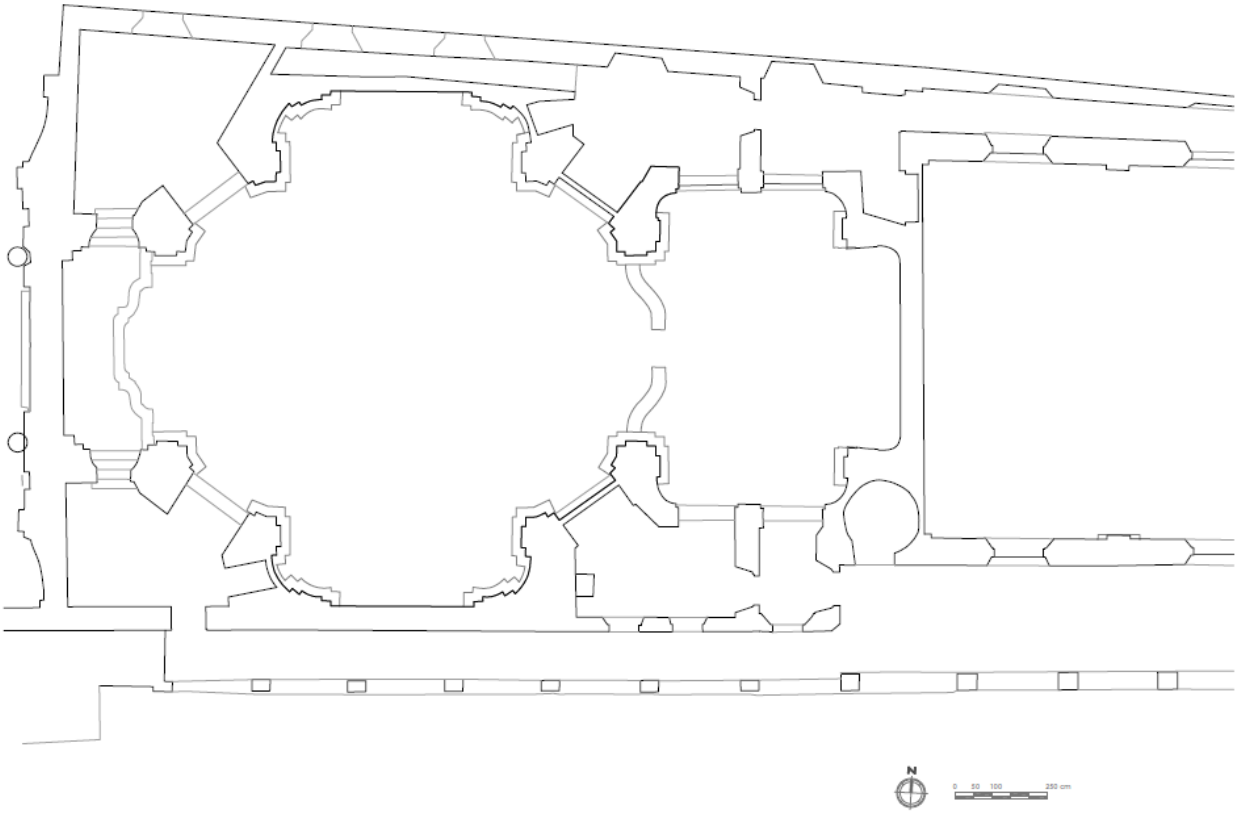

Figure 4-25: Pianta piano quota matronei

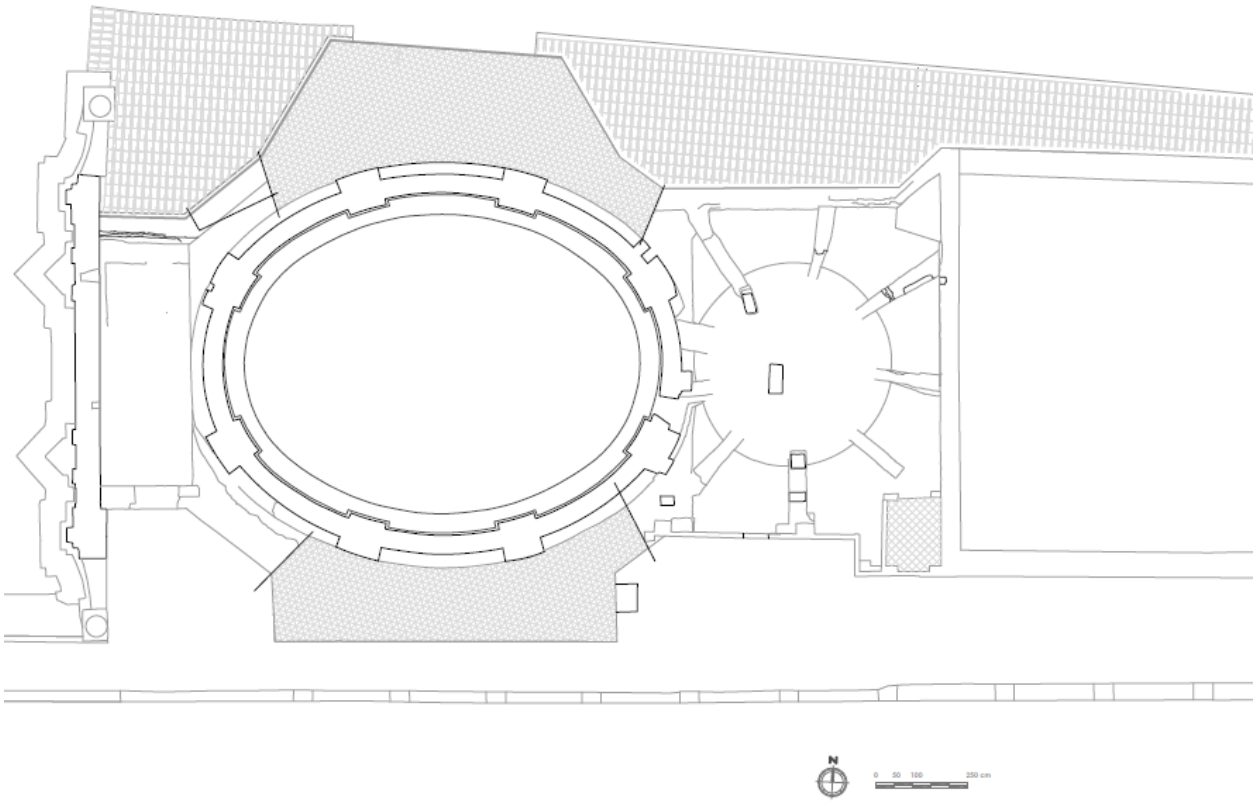

Figure 4-26: Pianta sottotetti

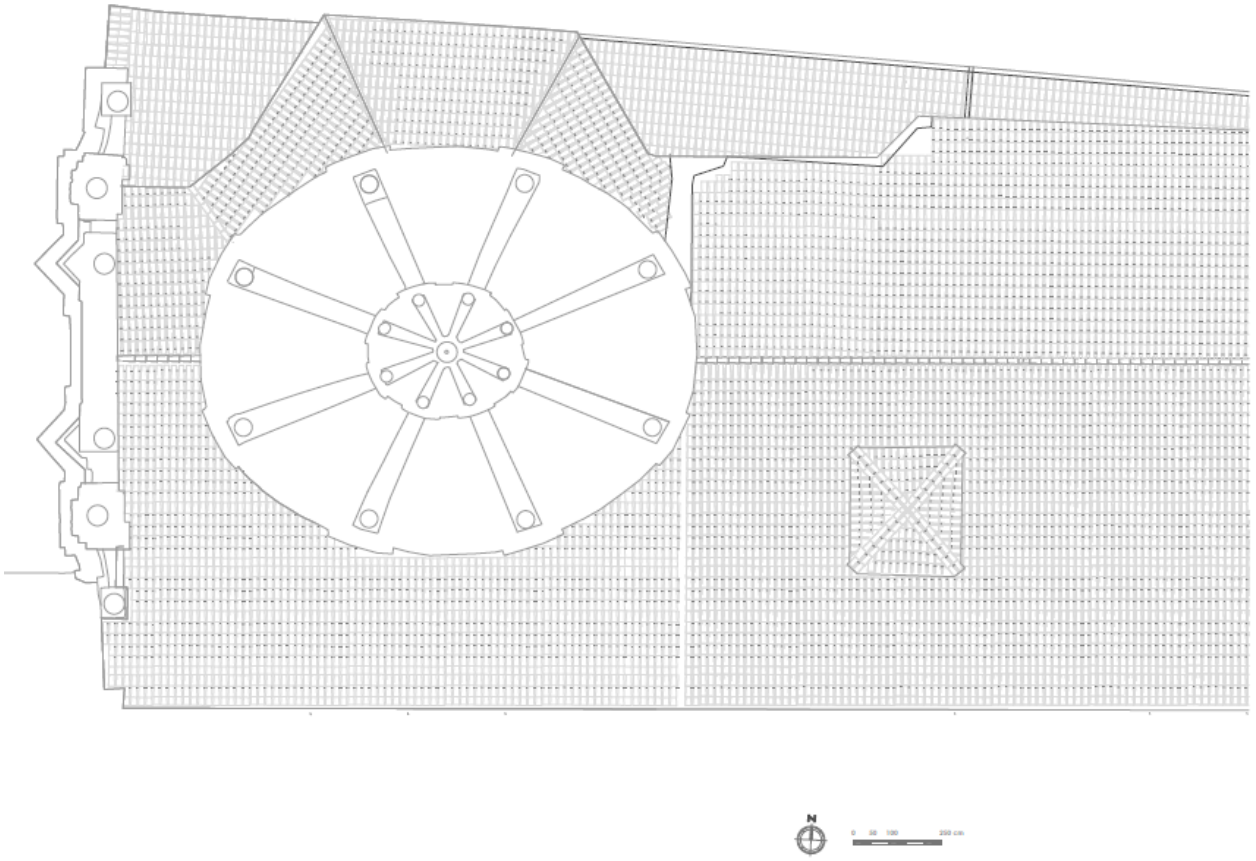

Figure 4-27: Coperture della chiesa

Figure 4-28: Sezione A - A della chiesa

Figure 4-29: Sezione B - B della chiesa

4.3.1.15 A15. Valutazione di interesse culturale

A fronte delle evidenze citate risulta coerente considerare questo bene, d'interesse storico e artistico, appartenente agli edifici tutelati ai sensi del Decreto Legislativo 22 gennaio 2004, n. 42 "Codice dei beni culturali e del paesaggio".

4.3.2 Modulo B: Fattori di sensibilità

Questo modulo definisce i fattori di sensibilità attraverso l'analisi delle relazioni che intercorrono tra il manufatto ed il contesto territoriale.

4.3.2.1 B1 Caratteristiche dimensionali

- B1a_superficie coperta.
  Essa è circa 700 metri quadri.
- B1b_altezza massima.
  Essa è circa 33 metri.
- B1c_il numero di piani entroterra.
  1 piano cantina.
- B1d_numero di piani fuori terra.
  1 piano fuori terra.
- B1e_l'eidotipo.
  Nel modulo A sono state riportate la pianta e le sezioni della chiesa.

4.3.2.2 B2 Localizzazione

- B2a_ambito territoriale.
  Il manufatto soggetto allo studio si trova nel centro urbano della città di Casale Monferrato (AL).
- B2b. caratteristiche ambientali geografiche.
  La chiesa si trova nella piazza centrale della città nei pressi del fiume Po.
- B2c. caratteristiche ambientali antropiche.
  Santa Caterina si trova nella piazza adiacente il centro storico della città per cui è localizzata in una zona di viabilità primaria.

4.3.2.3 B3 Terreno e fondazioni

- B3a. caratteristiche orografiche.
  Il territorio di Casale Monferrato si sviluppa per la maggior parte in pianura anche se sono presenti piccoli rilievi con altezza non superiore ai 300 m. La chiesa nello specifico si colloca nella porzione pianeggiante (Ceravolo, Invernizzi, Lenticchia, & Gaggero, 2018).
- B3b. caratteristiche geomorfologiche.
  Il terreno sottostante la pianura del Casalese presenta l'affioramento dei soli depositi alluvionali la cui granulometria risulta essere a grana media argillosa, sabbiosa.
- B3c. modifica dei suoli.
  Non sono state rilevate modificazioni al suolo.

4.3.2.4 B4 Analisi dell'aggregato edilizio.

- B4a. complesso architettonico.

L'edificio di culto con annesso coro fa parte di un complesso architettonico che comprende un edificio scolastico (un tempo convento delle monache).
- B4b. parte di un complesso architettonico.
  La chiesa è l'edifico ad angolo e di testata rispetto al complesso architettonico al quale appartiene.

4.3.2.5 B5 Accessibilità

Il fabbricato risulta accessibile a partire dal 2011 (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.).

4.3.2.6 B6 Stato di utilizzo

Il manufatto al momento viene utilizzato frequentemente poiché vi si svolgono settimanalmente le funzioni religiose (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.).

4.3.3 Modulo C: Morfologia degli elementi

Tramite questo modulo si individuano e descrivono gli elementi strutturali del manufatto con rilievi, che permettono di riconoscere le tecniche costruttive e la tipologia, e con prove strumentali, che permettono di conoscere i parametri meccanici dei materiali.

4.3.3.1 C1. Codifica degli elementi strutturali

Gli elementi strutturali sono identificati, a livello planimetrico, con codici alfa-numerici progressivi, secondo le seguenti categorie:

- V_elementi verticali (setti murari, pilastri, colonne);
- O_elementi orizzontali (solai e coperture);
- S_collegamenti verticali (scale e rampe);
- PO_elementi portanti orizzontali (archi, architravi e piattebande).

4.3.3.2 C2. Ispezionabilità

Gli elementi strutturali principali risultano ispezionabili.

4.3.3.3 C3. Morfologia

Gli elementi verticali presenti sono:

- pilastri;
- setti murari verticali.

Gli elementi orizzontali invece sono:

- archi;
- volte cupole;
- la copertura.

4.3.3.4 C4. Tipologia elementi strutturali

La struttura staticamente risulta sorretta da pilastri e setti verticali i quali hanno il compito di scaricare al suolo i carichi provenienti da archi e volte e dalla copertura.

4.3.3.5 C5. Tipologia finiture

Gli elementi strutturali sono tutti intonacati sia all'esterno che all'interno dove sono presenti anche gli affreschi. Il loggiato sul lato sud della chiesa è l'unica porzione di struttura che non risulta essere intonacata esternamente.

4.3.3.6 C6. Tecniche costruttiva elementi strutturali

Il complesso edilizio è stato realizzato mediante muratura in mattoni pieni, disposti in corsi di ripianamento, e malta di calce.

4.3.3.7 C7. Tecnica costruttiva finiture

Le finiture sugli elementi murari sono realizzate mediante intonaco a calce.

4.3.3.8 C8. Parametri meccanici

I parametri meccanici ottenute tramite indagini diagnostiche sono:

- f_m = resistenza media a compressine;
- τ_0 = resistenza a taglio;
- E = valore medio del modulo di elasticità normale;
- G = valore medio del modulo di elasticità tangenziale;
- γ_w = peso per unità di volume del materiale.

Le prove per individuare questi parametri sono molteplici e dovrebbero essere eseguite su tutte le murature. Nel caso in esame sono state realizzate due campagne di indagine una nel 2010 ed una nel 2012 (Foppoli Moretta e associati, 2012); nello specifico durante le campagne sono state svolte:

- tre prove con due martinetti piatti doppi per la determinazione delle caratteristiche di deformabilità
- una prova tomografia sonica e quattro prove soniche per determinare le caratteristiche delle strutture murarie.

Le prove hanno consentito di evidenziare lo stato di sollecitazione che, nei punti analizzati, è compreso tra 0.51 e 0.94 MPa.

PROVA N.	CARATTERISTICA DELLA MURATURA	σ_v [MPa]
M1	Muratura in laterizio livello piano campagna	**0.51**
M2	Muratura in laterizio livello piano campagna	**0.64**
M3	Muratura in laterizio livello piano matronei	**0.94**

Figure 4-30: Risultati prove martinetto piatto singolo

Per quanto riguarda i moduli di deformabilità sono stati rilevati moduli medio-alti fino a livelli di sollecitazione pari a 1.2-1.6 MPa.

PROVA	MODULI DI DEFORMABILITÀ [MPa]				
N.	[0.4 - 0.8]	[0.8 - 1.2]	[1.2 - 1.6]	[1.6 - 2.0]	[2.0 - 2.4]
M1B	2083	1333	952	909	500
M2B	2026	1811	1182	1270	811
M3B	1778	2051	1739	1538	1159

Figure 4-31: Risultati prove martinetto piatto doppio

Le caratteristiche meccaniche rilevate mediante le indagini evidenziano una significativa omogeneità di valori nei punti indagati.

Di seguito, per completezza, si riportano le ubicazioni dei punti di prova in pianta.

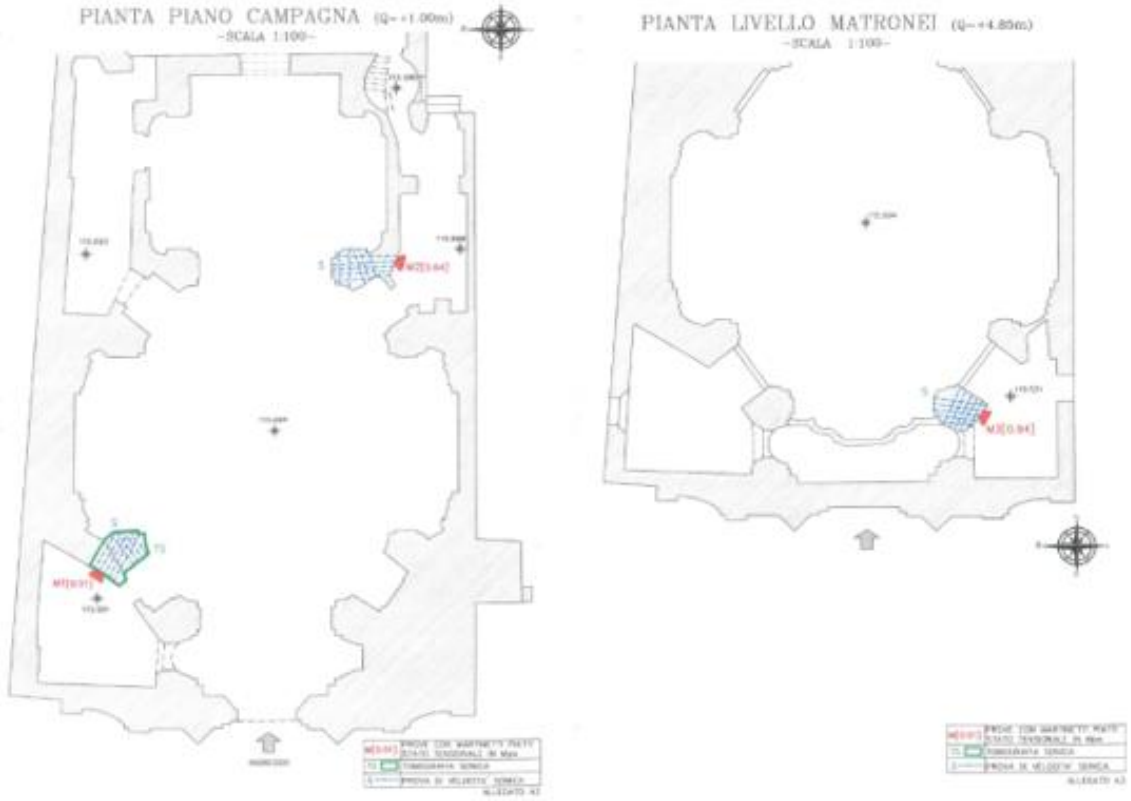

Figure 4-32: Posizione dei punti di prova

4.3.3.9 C9. Elementi di pregio storico artistico

La chiesa possiede un'estrema varietà di pregevoli elementi; nello specifico, tutta la muratura interna risulta affrescata con pitture e, in aggiunta, sono presenti anche delle finiture decorative negli elementi strutturali.

4.3.3.10 C10. Materiali finiture

I materiali usati nelle finiture sono marmi, pietre, stucchi e pitture.

4.3.4 Modulo D: Stato di Conservazione

In questa sezione sono descritti i fenomeni di danno strutturale rilevati nei singoli elementi strutturali.

4.3.4.1 D1. Danno strutturale

Il livello del danno strutturale, dall'analisi visiva, ha permesso di evidenziare come esso, anche se non a livelli di criticità, è presente e fortemente esteso lungo tutto il complesso strutturale. Nello specifico:

- la facciata presenta una visibile fessura passante che parte dalla sommità del portone principale e prosegue in direzione sub-verticale;
- il sistema cupola-tamburo presenta delle fessure verticali complanari nella porzione di muratura compresa tra i vari costoloni e fessure complanari in direzione subverticale in corrispondenza delle aperture del tamburo;
- la lanterna presenta una moltitudine di fessure orizzontale, sia complanari sia dislocate.

Di seguito si riportano delle immagini che individuano la fessura nella facciata.

Figure 4-33: Fessura subverticale piano matroneo in corrispondenza della facciata

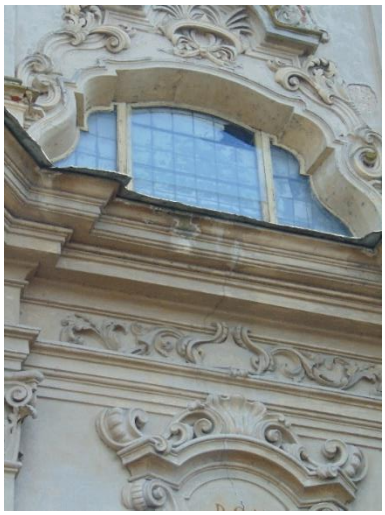

Figure 4-34: Fessura subverticale facciata sopra il portone d'ingresso

A testimonianza dello stato fessurativo rilevato si riportano delle tavole che individuano le fessure nel sistema cupola-tamburo e nella lanterna.

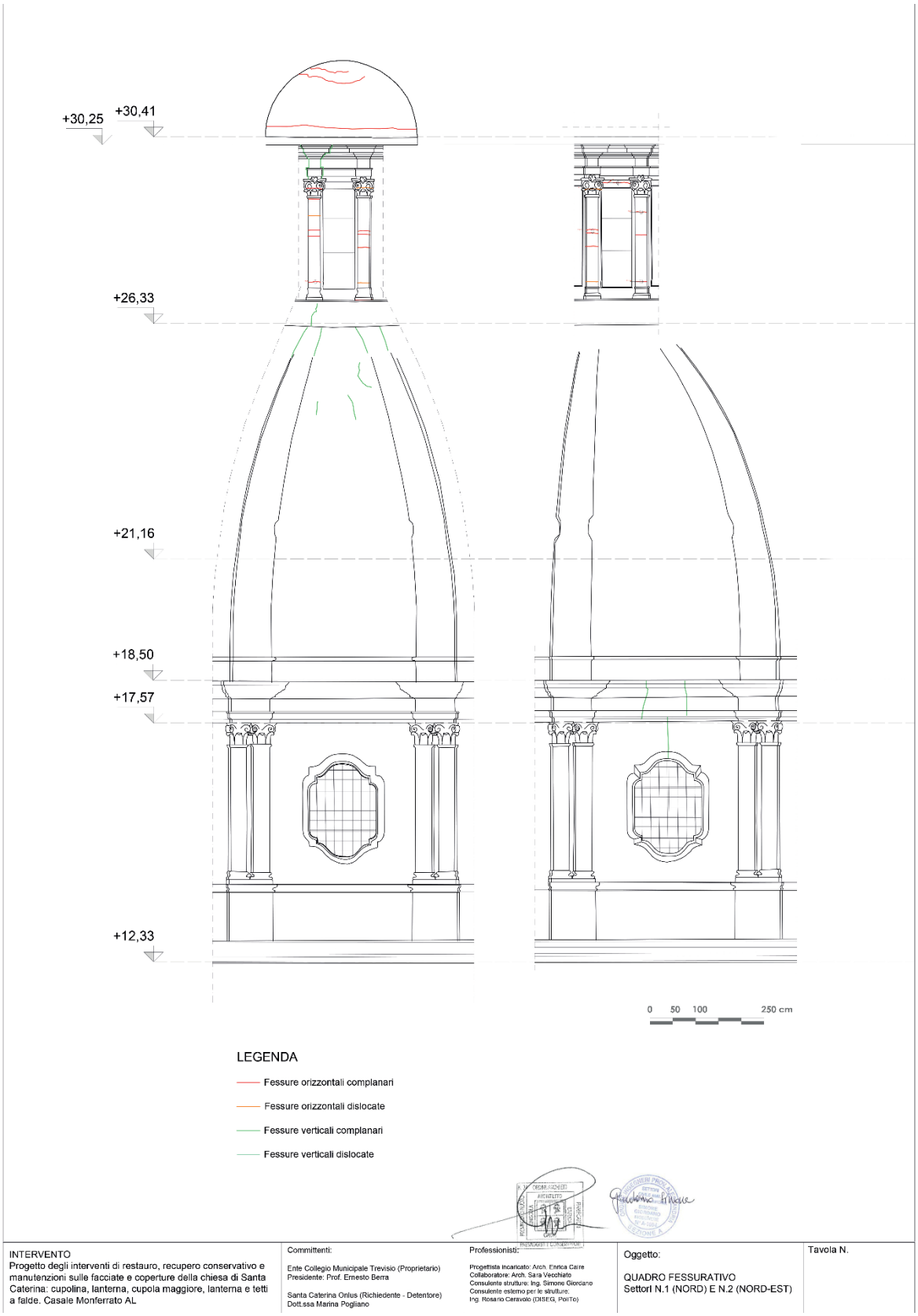

Figure 4-35: Quadro fessurativo nord e nord-ovest

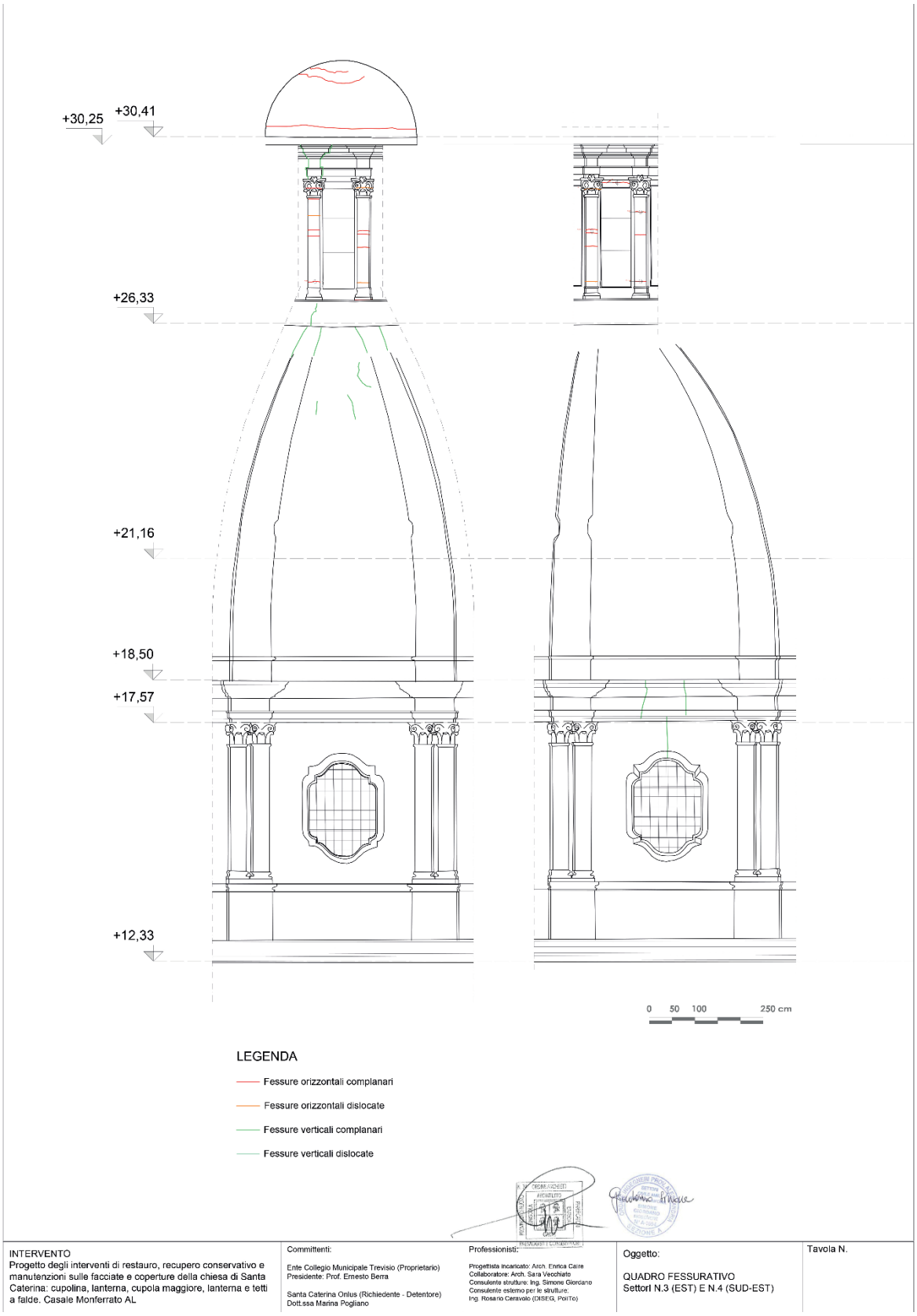

Figure 4-36: Quadro fessurativo est e sud est

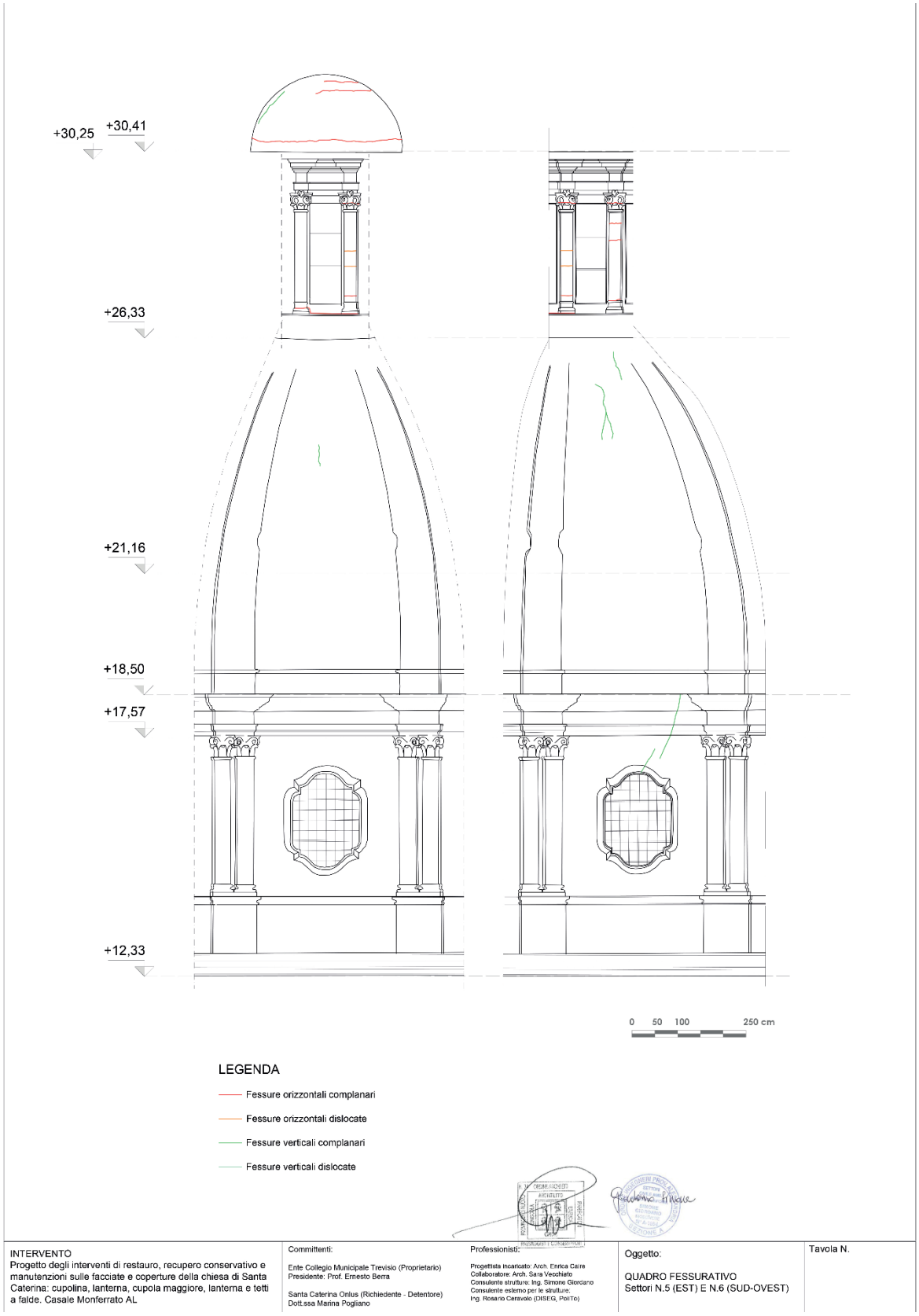

Figure 4-37: Quadro fessurativo est e sud ovest

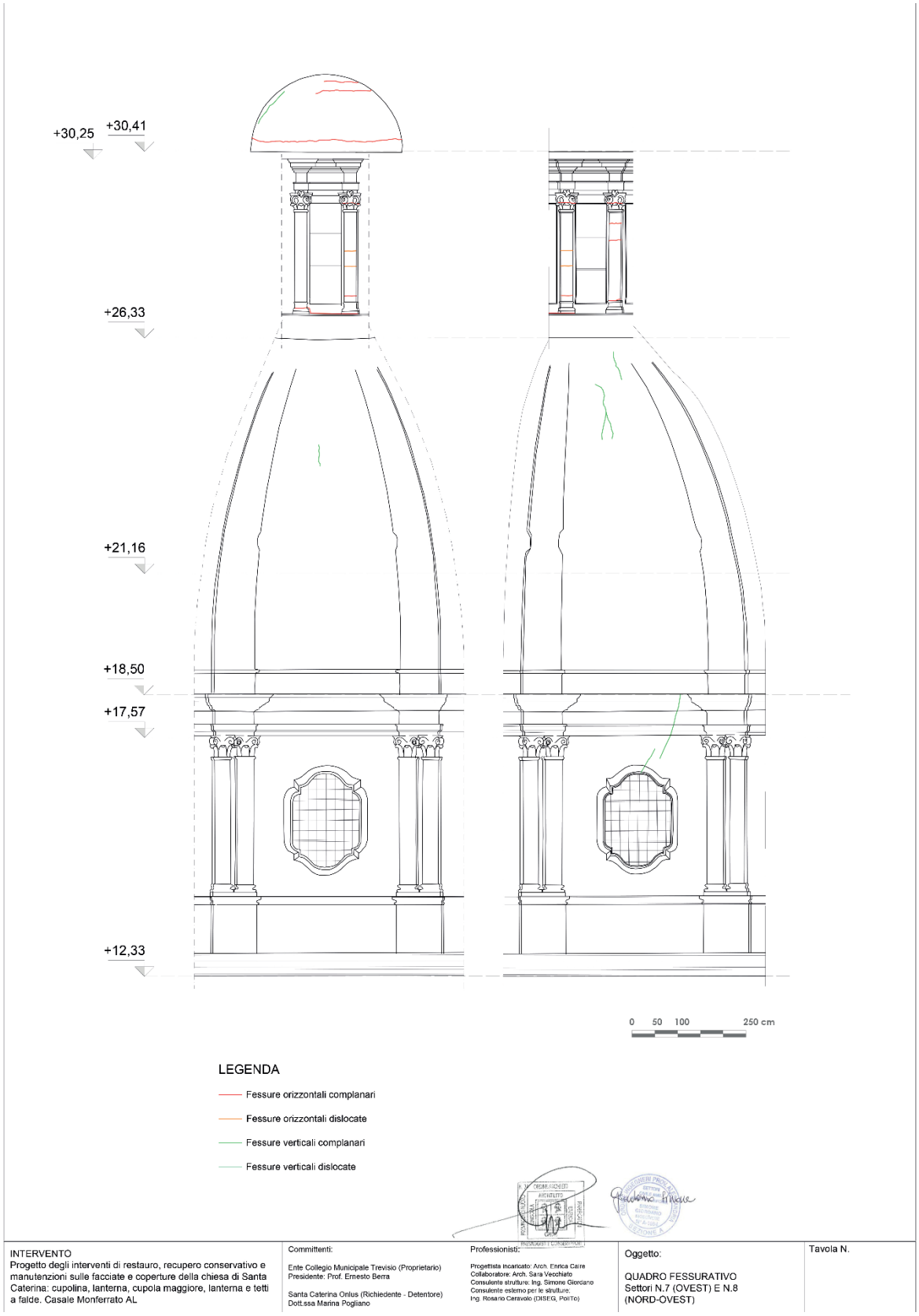

Figure 4-38: Quadro fessurativo ovest e nord ovest

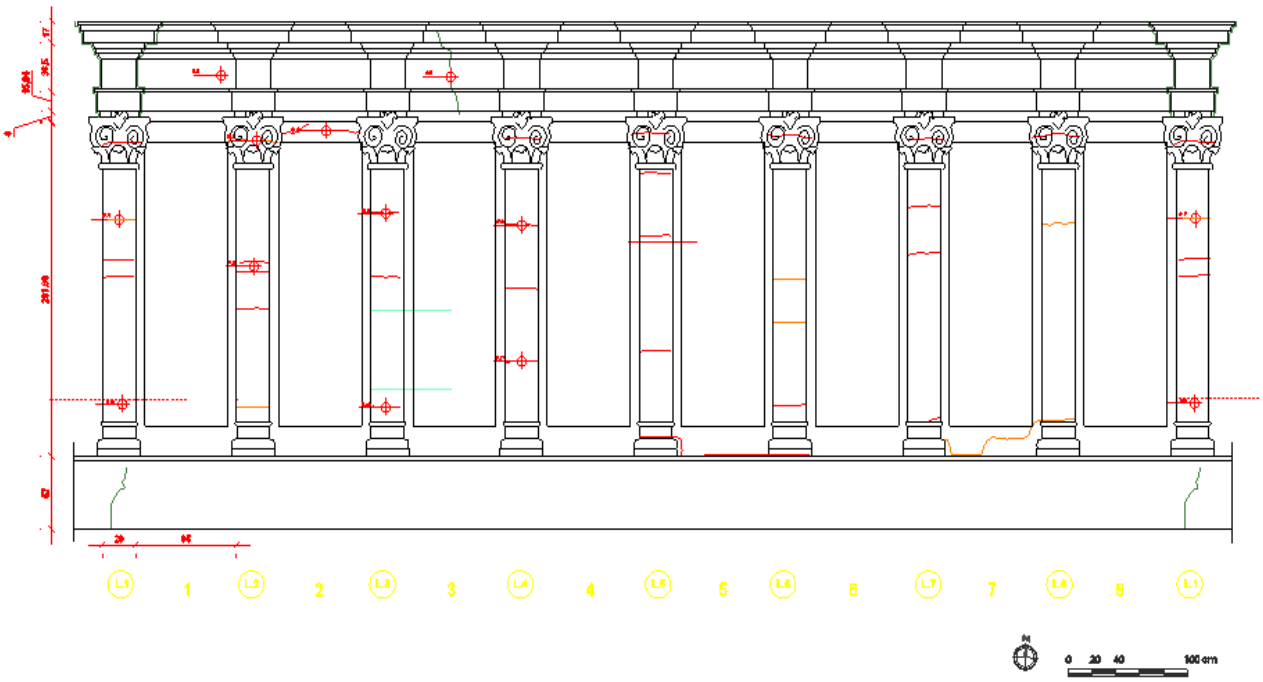

Figure 4-39: Quadro fessurativo dei pilastrini della lanterna

4.3.4.2 D2. Danno materico

I fenomeni di degrado che hanno interessato i materiali costituenti la chiesa, possono principalmente considerarsi dovuti al meccanismo di percolamento ed alle infiltrazioni di acqua. In particolare, si nota che in alcune porzioni di muratura esterna si sono verificati fenomeni di distacco dell'intonaco mentre nella muratura interna si rilevano delle efflorescenze causate dalle infiltrazioni.

Figure 4-40: Esterno tamburo, degrado della muratura esterna del tamburo e dei pilastrini

Si riportano alcune immagini che raffigurano il rilievo del degrado riscontrato nella porzione di cupola-tamburo e nella lanterna.

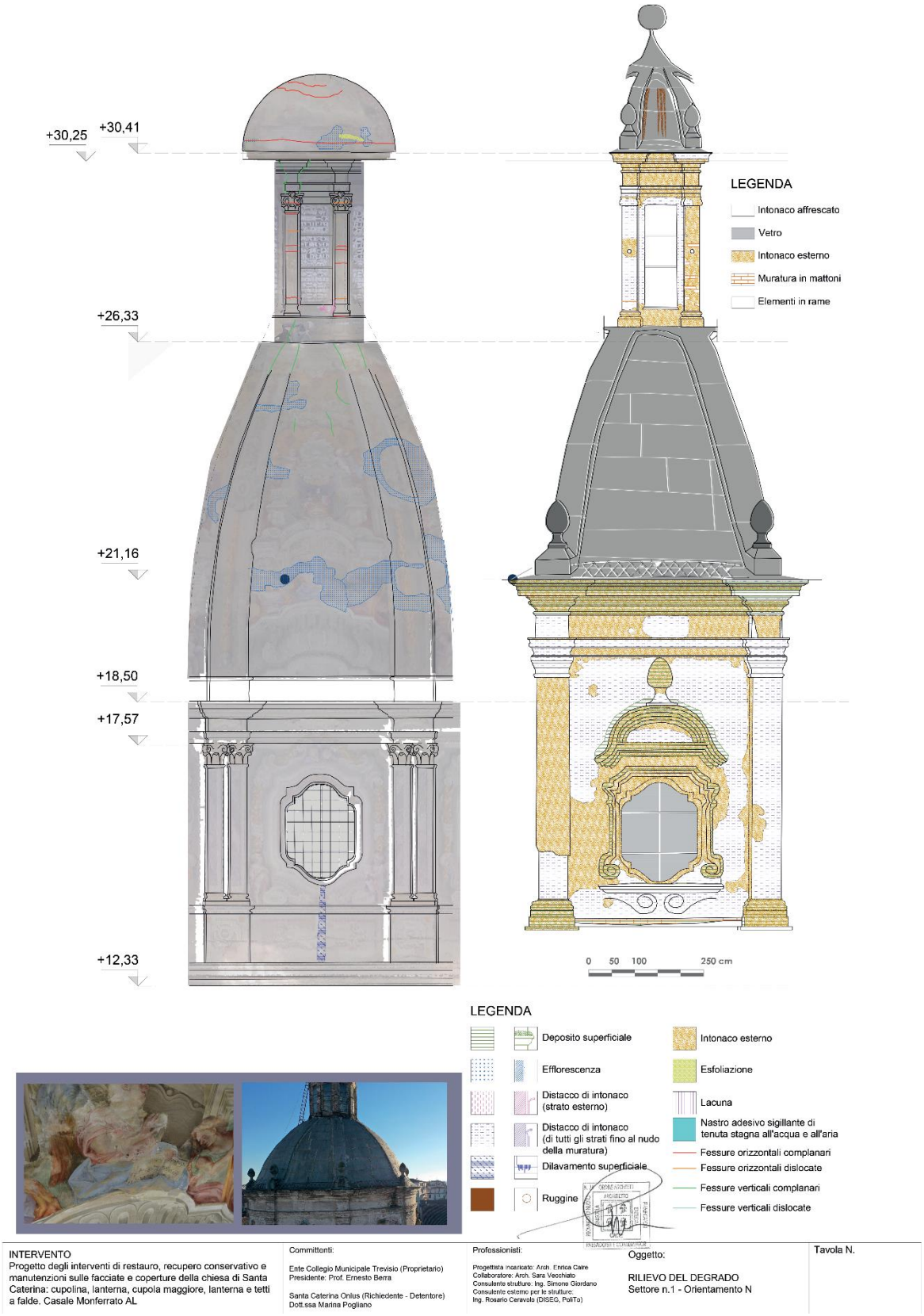

Figure 4-41: Degrado nord

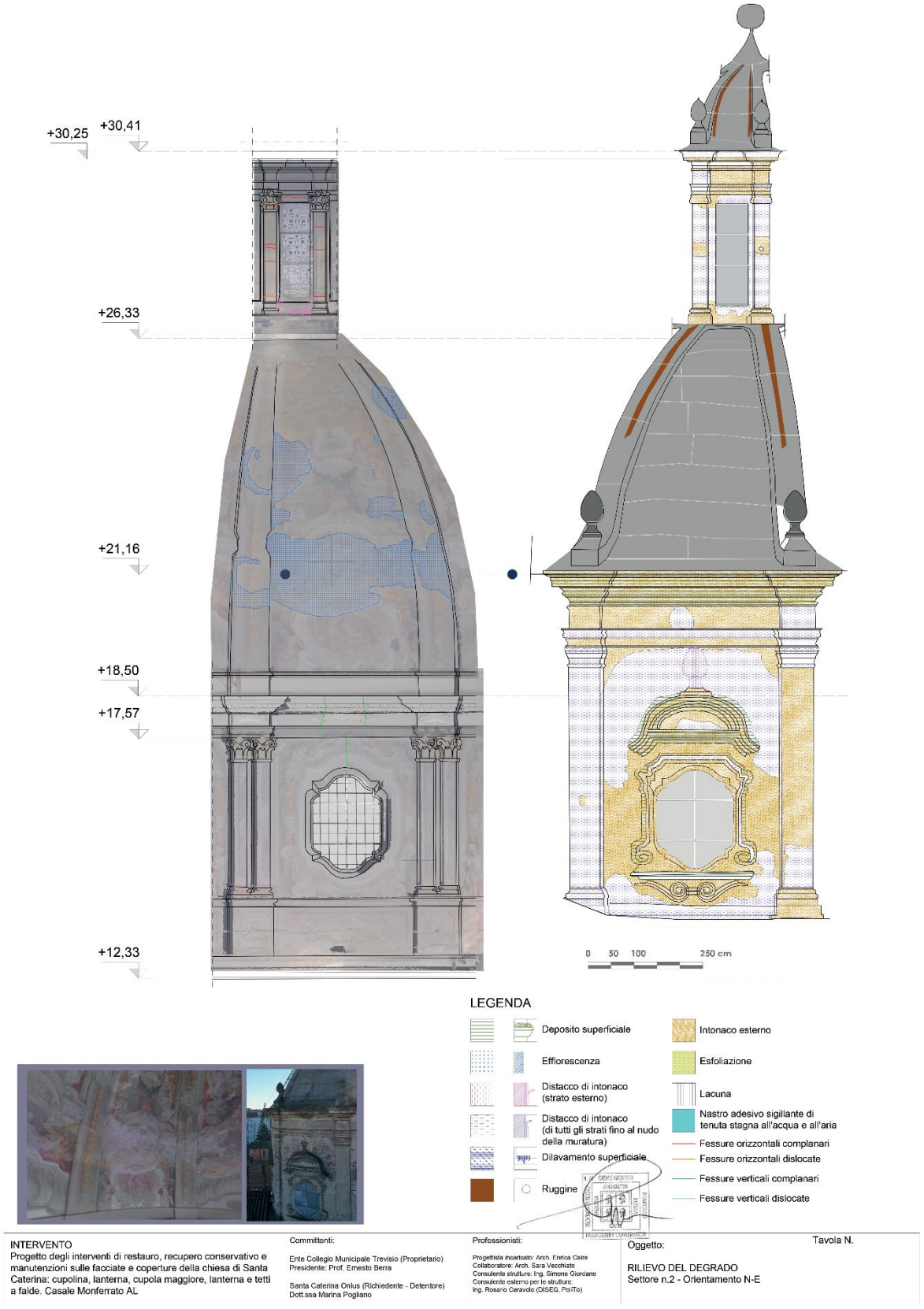

Figure 4-42: Degrado nord-est

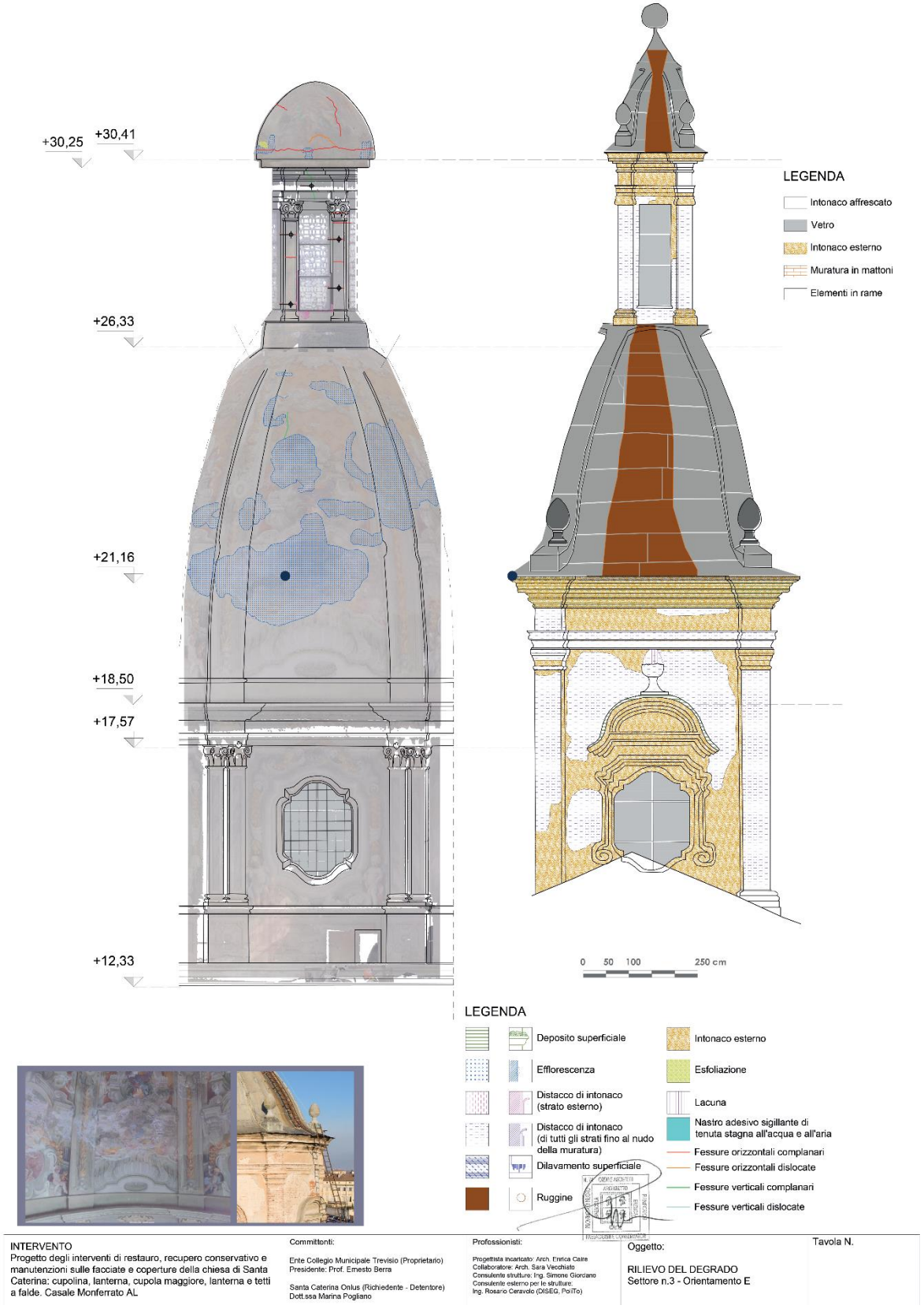

Figure 4-43: Degrado est

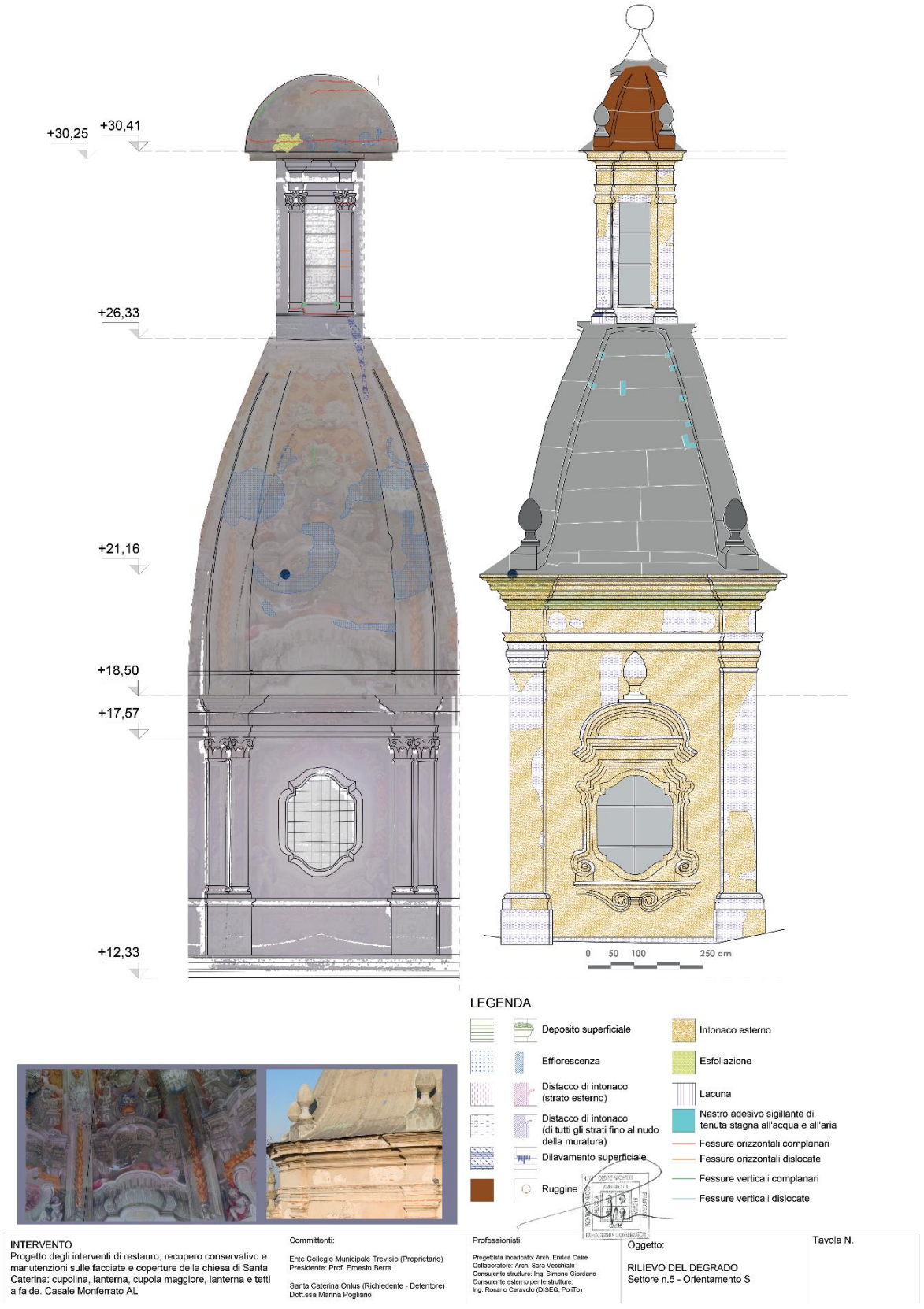

Figure 4-44: Degrado sud

4.3.4.3 D3. Cause del danno

I motivi che hanno contribuito a determinare l'attuale stato di danno sono molteplici. Le cause intrinseche sono:

- l'umidità provocata dalle continue infiltrazioni;
- il mancato deflusso delle acque meteoriche.

Le conseguenze di questi due effetti sono ben visibili in alcune porzioni della struttura della chiesa, in particolare:

- la cupola presenta una fascia in cui sono presenti efflorescenze;
- la facciata, sul lato ad angolo con via Trevigi, è caratterizzata da alone marcato;
- la stanza che fa ad angolo tra Piazza Castello e Via Trevigi mostra segni scuri evidenti;
- i muri a nord di confine del piano interrato presentano segni scuri evidenti.

Si riportano di seguito alcune immagini che mostrano quanto detto.

Figure 4-45: Danneggiamento intonaci interni per le infiltrazioni

Figure 4-46: Danno infiltrazioni angolo facciata-via Trevigi

4.3.4.4 D4. Analisi dei dettagli strutturali

Gli elementi ritenuti ad elevata vulnerabilità sono:

- la lanterna;

- la facciata;
- il sistema cupola-tamburo.

4.3.5 D5. Interazione fra unità strutturali

La chiesa è legata al coro tramite 3 setti murari ortogonali al muro che divide la chiesa stessa dal coro. Nell'angolo a Sud-Ovest, dove comincia il loggiato, vi è un muro che collega la chiesa agli elementi contigui.

4.3.6 Modulo E. Rilievo geometrico

Nel corso degli anni la chiesa è stata oggetto di numerose campagne di rilievo metrico. La prima, effettuata nel 2010, consistette nell'effettuare dei rilievi geometrici dell'esterno e dell'interno della chiesa. Successivamente, negli ultimi mesi dell'anno 2018 sono iniziate ulteriori campagne di rilievo e di monitoraggio che si sono protratte sino ai primi mesi del 2019; in quest'occasione sono stati effettuati dei rilievi geometrici, con stazione totale, delle scansioni, con il dispositivo LIDAR (light detection and ranging), che ha fornito un modello discreto tridimensionale molto preciso degli oggetti scansionati.

4.3.7 Modulo F. Interventi Pregressi

Le ricerche negli archivi storici svolte dall'associazione Santa Caterina ONLUS hanno messo in luce che, nel corso della sua storia, il luogo di culto è stato interessato da svariati interventi di restauro. Tra di essi, il primo di cui si hanno riferimenti storici si ebbe nel 1943; tale intervento previde la realizzazione di lavori che interessarono i prospetti esterni della struttura e la cupola. A far da testimonianza all'esecuzione di suddetti lavori di restauro sono i documenti di collaudo firmati nel maggio del 1944. Successivamente, nel marzo del 2011, a seguito del nulla osta della soprintendenza per i beni ambientali e architettonici del Piemonte, è iniziata un ulteriore campagna di restauro volta al rifacimento della copertura, del coro e di parte della chiesa. Ad attestare l'esecuzione di questi lavori l'associazione Santa Caterina ONLUS ha realizzato un'ampia campagna fotografica che mostra le operazioni svolte; se ne riporta di seguito un estratto.

Figure 4-47: Operazione si rifacimento della copertura

Figure 4-48: Operazione si rifacimento della copertura

Figure 4-49: Operazione si rifacimento della copertura

4.3.8 Modulo G. Indagini storiche

La storia della chiesa inizia nel luglio del 1528, anno nel quale la marchesa Anna di Alençon, appartenente ad una famiglia molto religiosa, decise di donare il suo palazzo, che si trovava a continuazione del convento delle monache di clausura nei pressi di Piazza Castello, con l'intento di farvi costruire un'ampia chiesa dedicata a Santa Maria delle Grazie. Successivamente, a seguito dell'elevato numero di monache che venivano accolte nel convento si decise per un ampliamento, lungo la direzione della piazza principale, della struttura che portò alla costruzione del complesso chiesa più coro esistenti ancora oggi. Nello specifico, la chiesa interna (ovvero l'attuale coro) fu terminata nel 1715 mentre l'attuale chiesa invece fu costruita a partire dal 1718 e terminò nel 1726. In seguito, a causa delle invasioni napoleoniche, le monache abbandonarono il convento che divenne, nel 1814, proprietà dai Padri Somaschi (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.).

4.4 Livello di conoscenza e fattore di confidenza

Le fasi che portano alla creazione dei modelli di riferimento, che descrivono il comportamento dell'immobile, sono tra le più articolate dell'intera procedura di analisi. Le problematiche che si hanno in queste fasi diventano ancor più rilevanti nelle strutture esistenti in muratura poiché, in esse, sono presenti numerosissime incertezze relative alle tipologie di materiali impiegati e al loro comportamento meccanico, al grado di connessione tra gli elementi, agli stati di sollecitazione correnti. Pertanto, avere una conoscenza adeguata del manufatto è un assunto fondamentale per la comprensione delle singole criticità e del comportamento strutturale. L'affidabilità dei risultati è strettamente legata al livello di conoscenza.

In base al livello di conoscenza, le NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) stabiliscono degli opportuni fattori di confidenza aventi come scopo la riduzione dei parametri meccanici, dei diversi materiali, in funzione del grado di dettaglio delle campagne diagnostiche svolte.

in funzione da utilizzare nelle verifiche di sicurezza poiché riducono i valori attribuiti ai parametri meccanici dei diversi materiali.
Sono definiti, in funzione al numero di informazioni, tre livelli di conoscenza (LC) diversificati in funzione del livello di dettaglio ad essi associato; in ordine crescente di accuratezza si hanno:

- LC1 (conoscenza limitata);
- LC2 (conoscenza adeguata);
- LC3 (conoscenza accurata).

Gli aspetti che permettono la definizione dei livelli di conoscenza sono:

- la geometria della struttura;
- i dettagli costruttivi e le connessioni tra i diversi elementi;
- le proprietà dei materiali.

Tutte queste informazioni vengono ricavate da specifiche indagini. Nello specifico la normativa definisce:

- indagini in situ limitate. Esse servono a completare le informazioni sulle proprietà dei materiali per individuate la tipologia di muratura utilizzata nella costruzione. Si basano su esami visivi della superficie muraria a seguito della rimozione di una superficie di intonaco di almeno 1m x 1m, al fine di individuare la dimensione dei blocchi e nel caso ci si trovi vicino agli angoli cogliere anche le ammorsature tra le pareti murarie;
- indagini in situ estese. Esse sono svolte in maniera sistematica su ogni tipologia di muratura presente, eseguendo saggi superficiali ed interni. Nello specifico possono essere eseguite prove con martinetto piatto singolo o doppio e prove di caratterizzazione della malta e se necessarie possono essere impiegati anche dei metodi di provo non distruttivi (prove soniche, prove sclerometriche, etc);
- indagini in situ esaustive. Qui le prove sono svolte su ogni tipologia di muratura, come avviene nelle indagini in situ estese, ma risultano numericamente e qualitativamente superiori in modo

da valutare le caratteristiche meccaniche della muratura. Le prove possono essere svolte sia in sito che in laboratorio.

Nello specifico:

- LC1 si ha quando vengono effettuati il rilievo geometrico, indagini in situ limitate sulle proprietà dei materiali e sui dettagli costruttivi;
- LC2 si ha quando vengono effettuate indagini estese ed esaustive sui dettagli costruttivi ed indagini in situ estese sulle proprietà dei materiali;
- LC3 si ha quando oltre ad effettuare indagini estese ed esaustive sui dettagli costruttivi si effettuano delle indagini esaustive sulle proprietà dei materiali.

A ciascun livello di conoscenza corrisponde un fattore di confidenza; questo fattore, in conformità con il paragrafo 4.2 delle linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010), viene calcolato come somma di una serie di coefficienti parziali in funzione delle indagini condotte sulla struttura. Il fattore di confidenza viene quindi calcolato con la seguente formula:

$$F_C = 1 + \sum_{k=1}^{4} F_{Ck}$$

dove i valori dei coefficienti parziali vengono forniti dalla tabella 4.1 delle linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010).

Rilievo geometrico	identificazione delle specificità storiche e costruttive della fabbrica	Proprietà meccaniche dei materiali	Terreno e fondazioni
rilievo geometrico completo $F_{C1} = 0.05$	restituzione ipotetica delle fasi costruttive basata su un limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche) $F_{C2} = 0.12$	parametri meccanici desunti da dati già disponibili $F_{C3} = 0.12$	limitate indagini sul terreno e le fondazioni, in assenza di dati geotecnici e disponibilità d'informazioni sulle fondazioni $F_{C4} = 0.06$
rilievo geometrico completo, con restituzione grafica dei quadri fessurativi e deformativi $F_{C1} = 0$	restituzione parziale delle fasi costruttive e interpretazione del comportamento strutturale fondate su: a) limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione e alla verifica delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche, verifica diagnostica delle ipotesi storiografiche); b) esteso rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche) $F_{C2} = 0.06$	limitate indagini sui parametri meccanici dei materiali $F_{C3} = 0.06$	disponibilità di dati geotecnici e sulle strutture fondazionali; limitate indagini sul terreno e le fondazioni $F_{C4} = 0.03$
	restituzione completa delle fasi costruttive e interpretazione del comportamento strutturale fondate su un esaustivo rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche, eventuali indagini diagnostiche) $F_{C2} = 0$	estese indagini sui parametri meccanici dei materiali $F_{C3} = 0$	estese o esaustive indagini sul terreno e le fondazioni $F_{C4} = 0$

Figure 4-50: Definizione dei livelli di approfondimento delle indagini sui diversi aspetti della conoscenza e relativi fattori parziali di confidenza (Direttiva BBCC, 2010)

Nel caso di questo lavoro sono note numerose informazioni riguardanti la chiesa; in particolare, si dispone di:

- un accurato rilievo geometrico eseguito con laser scanner;
- un quadro fessurativo;
- scansioni con georadar della cupola;
- un monitoraggio della lanterna;
- prove dinamiche;
- prove statiche comprendenti tre prove con un martinetto piatto, tre prove con due martinetti piatti doppi;
- una tomografia sonica;
- quattro prove soniche.

Pertanto, il fattore di confidenza è:

$$F_C = 1 + 0 + 0.06 + 0.06 + 0.06 = 1.18$$

Tabella 12: Coefficienti parziali fattore di confidenza

Rilievo geometrico	rilievo geometrico completo, con restituzione grafica dei quadri fessurativi e deformativi	$F_{c1} = 0$
Identificazione delle specificità storiche e costruttive della fabbrica	restituzione parziale delle fasi costruttive e interpretazione del comportamento strutturale fondate su: a) limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione e alla verifica delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche, verifica diagnostica delle ipotesi storiografiche); b) esteso rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche)	$F_{c2} = 0.06$
Proprietà meccaniche dei materiali	limitate indagini sui parametri meccanici dei materiali	$F_{c3} = 0.06$
Terreno e fondazioni	limitate indagini sul terreno e le fondazioni, in assenza di dati geotecnici e disponibilità d'informazioni sulle fondazioni	$F_{c4} = 0.06$

4.5 Caratterizzazione meccanica della muratura

La determinazione delle caratteristiche meccaniche della muratura è svolta con l'ausilio della circolare esplicativa delle NTC18 del 2019 (C.S.LL.PP, 2019) che, nel paragrafo C8.5.4.1, definisce i valori medi dei parametri meccanici in funzione della tipologia di muratura; in particolare, nella tabella C8.5.I sono forniti tutti i parametri meccanici caratteristici di una specifica classe di muratura variabili in un certo range.
La scelta del valore finale viene fatta in funzione del livello di conoscenza conseguito con le indagini, secondo le regole seguenti:

- con un livello di conoscenza LC1 si usano i valori minimi presenti in tabella per ogni caratteristica meccanica;
- con un livello di conoscenza LC2 il valore delle caratteristiche meccaniche è dato dalla media dei valori presenti in tabella;
- con un livello di conoscenza LC3, se sono disponibili almeno tre valori sperimentali di resistenza, è possibile usare la media dei risultati. Se sono disponibili due valori, si può assumere il valore medio corrispondente, purché non ecceda l'intervallo definito dalla tabella, altrimenti si assume il valore massimo tabulato.

Per il caso studio, la conoscenza del manufatto ha permesso di scegliere come tipologia di muratura quella corrispondente a "muratura in mattoni pieni e malta di calce".

Tipologia di muratura	f (N/mm²)	τ_0 (N/mm²)	f_{v0} (N/mm²)	E (N/mm²)	G (N/mm²)	w (kN/m³)
	min-max	min-max		min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	1,0-2,0	0,018-0,032	- -	690-1050	230-350	19
Muratura a conci sbozzati, con paramenti di spessore disomogeneo (*)	2,0	0,035-0,051	- -	1020-1440	340-480	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	2,6-3,8	0,056-0,074	- -	1500-1980	500-660	21
Muratura irregolare di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.,)	1,4-2,2	0,028-0,042	- -	900-1260	300-420	13 ÷ 16(**)
Muratura a conci regolari di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.,) (**)	2,0-3,2	0,04-0,08	0,10-0,19	1200-1620	400-500	
Muratura a blocchi lapidei squadrati	5,8-8,2	0,09-0,12	0,18-0,28	2400-3300	800-1100	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce (***)	2,6-4,3	0,05-0,13	0,13-0,27	1200-1800	400-600	18
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es.: doppio UNI foratura ≤40%)	5,0-8,0	0,08-0,17	0,20-0,36	3500-5600	875-1400	15

Figure 4-51:Tabella C8.5.I Circolare esplicativa del 2019 delle NTC18 (C.S.LL.PP, 2019)

Nella tabella:

- f è la resistenza media a compressione;
- τ_0 è la resistenza media a taglio in assenza di tensioni normali;
- f_{v0} è la resistenza media a taglio in assenza di tensioni normali;
- E è il valore medio del modulo di elasticità normale;
- G è il valore medio del modulo di elasticità tangenziale;
- w è il peso specifico medio.

A seguito di una campagna di indagini diagnostiche, svolta nel 2012, con l'utilizzo di martinetti piatti doppi si è notato che ogni provino analizzato ha avuto una riduzione del modulo di deformabilità non trascurabile; manifestando pertanto un chiaro ingresso in campo plastico. A fronte di ciò si è ritenuto opportuno, a favore di sicurezza, scegliere il valore minimo tra i valori di resistenza forniti in tabella. Per quanto riguarda i moduli elastici si è considerato il valore medio così come indicato per il livello di conoscenza LC2.
Sulla base di quanto fino ora detto i parametri per la muratura considerata sono:

$$f_m = 2.6\, N/mm^2$$

$$\tau_0 = 0.05\, N/mm^2$$

$$E = 1500\, N/mm^2$$

$$G = 500\, N/mm^2$$

$$w = 18\, kN/m^3$$

Si possono calcolare ora le resistenze di progetto della muratura seguendo le indicazioni fornite nel NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

$$f_d = \frac{f_m}{\gamma_m F_C}$$

$$\tau_d = \frac{\tau_o}{\gamma_m F_C}$$

dove:

- f_d è il valore della resistenza di progetto a flessione;
- f_m è la resistenza media a flessione della muratura come descritto in precedenza;
- τ_d è il valore della resistenza di progetto a taglio;
- τ_o è la resistenza media a taglio della muratura come descritto in precedenza;
- γ_m è il coefficiente parziale di sicurezza sulla resistenza del materiale; viene definito nella tabella 4.5.II in paragrafo 4.5.6.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Il coefficiente è pari a 2 nel caso studio.

Risolvendo le formule precedenti si ha:

$$f_d = \frac{2.6}{2\ \cdot 1.18} = 1.102\ \ N/mm^2$$

$$\tau_d = \frac{0.05}{2\ \cdot 1.18} = 0.0212\, N/mm^2$$

I moduli ricavati dalla tabella sono divisi per il fattore di confidenza F_C.

$$E = \frac{1500}{1.18} = 1271.2\, N/mm^2$$

$$G = \frac{500}{1.18} = 423.7\, N/mm^2$$

4.6 LV1_Chiesa di Santa Caterina

La valutazione della sicurezza sismica LV1, della chiesa oggetto di studio, è fatta in conformità con le linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010) le quali, a seconda della tipologia di edificio, definiscono specifiche indicazioni per eseguire l'analisi. In particolare, trattandosi il caso studio di

una chiesa, si è fatto riferimento al metodo che riguarda la tipologia "chiese, luoghi di culto ed altre strutture con grandi aule, senza orizzontamenti intermedi" presente nell'allegato C.
Si procede pertanto all'analisi.

4.6.1 Vita Nominale

La vita nominale di progetto (V_N) è il numero di anni per il quale una struttura mantiene degli specifici requisiti prestazionali.
I valori minimi di V_N da adottare in funzione del tipo di costruzione sono riportati nella Tab. 2.4.I. delle NTC 2018 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Tabella 13: Vita nominale

Tipi di costruzioni	Valori minimi di V_N (anni)
Costruzioni temporanee e provvisorie	10
Costruzioni con livelli di prestazioni ordinari	50
Costruzioni con livelli di prestazioni elevati	100

Nel seguente progetto, prevedendo per chiesa interventi poco invasivi, si utilizzerà un valore sottostimato di V_N; pertanto si è scelto V_N = 50 anni.

4.6.2 Frequenza d'uso - classe d'uso

Il coefficiente d'uso C_U dipende dalla classe d'uso della costruzione evidenziato nelle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Tabella 14: Classe d'uso e coefficiente di utilizzo

Classe d'uso	I	II	III	IV
Coefficiente d'uso	0.7	1	1.5	2

Nel caso in esame si è usata una classe d'uso III a cui corrisponde la seguente definizione:

- *classe III_Costruzioni il cui uso preveda affollamenti significativi. Industrie con attività pericolose per l'ambiente. Reti viarie extraurbane non ricadenti in Classe d'uso IV. Ponti e reti ferroviarie la cui interruzione provochi situazioni di emergenza.*

4.6.3 Periodo di riferimento e periodo di ritorno

Il periodo di riferimento, definito tramite la relazione presente al paragrafo 2.4.3 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018), è:

$$V_R = V_N \cdot C_U = 50 \cdot 1.5 = 75\ anni$$

Tabella 15: Vita di riferimento

Vita nominale V_N	50 anni
Coefficiente d'uso C_U	1.5
Vita di riferimento V_R	75 anni

A questo punto, noto il periodo di riferimento V_R e la probabilità di superamento P_{VR} ad esso associata, si può valutare il periodo di riferimento dell'azione sismica $T_{R,SL}$ come:

$$T_R = -\frac{V_R}{\ln(1 - P_{V_R})} = -\frac{V_N \cdot C_U}{\ln(1 - P_{V_R})}$$

La probabilità di superamento P_{VR} è funzione dello stato limite ed è definita attraverso la tabella 3.1.I delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Tabella 16: Probabilità di superamento (D.M. 17 gennaio, 2018)

Stati limite	P_{VR} = Probabilità di superamento nel periodo di riferimento V_R	
Stati limite di esercizio	SLO	81%
	SLD	63%
Stati limite ultimi	SLV	10%
	SLC	5%

Si riporta di seguito la tabella con i valori dei periodi di riferimento calcolati per gli stati limite considerati.

Tabella 17: Probabilità di superamento e periodi di riferimento per gli stati limite considerati

Stato Limite	P_{VR} [%]	T_R [anni]
SLD	63	75
SLV	10	712

4.6.4 Categoria del sottosuolo e condizioni topografiche

Per Casale Monferrato in provincia di Alessandria, territorio in cui è sita la struttura d'analisi, dalle ricerche effettuate si è potuto conoscere la tipologia del terreno che risulta essere di classe C ovvero: *"depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fina mediamente consistenti con profondità del substrato superiori a 30 m, caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 180 m/s e 360 m/s"* (Ceravolo, Invernizzi, Lenticchia, & Gaggero, 2018).

Per quanto riguarda la morfologia del territorio ci si trova categoria T1 essendo il territorio pianeggiante.

4.6.5 Spettro elastico in accelerazioni per lo stato SLD e SLV

L'azione sismica si valuta facendo riferimento alle caratteristiche del sottosuolo e topografiche della zona in esame. Come già visto precedentemente, con l'ausilio del foglio di calcolo excel fornito dal consiglio superiore dei lavori pubblici, si ricavano:

- l'accelerazione orizzontale massima al sito (a_g);
- il fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale (F_0);
- il periodo del tratto a velocità costante nello spettro in accelerazione orizzontale (T^*_c).

Tabella 18: Parametri sismici Casale Monferrato per i differenti SL

	SLD	SLV
T_R	50 anni	475 anni
a_g	0.034 g	0.065 g
F_0	2.502	2.694
T^*_c	0.119 s	0.296 s

Il coefficiente S che tiene conto delle condizioni topografiche e della tipologia di terreno. Esso si calcola come:

$$S = S_S \cdot S_T$$

Dove S_S si valuta utilizzando le formule proposte nelle norme NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) alla tabella 3.2.I.V.

Categoria sottosuolo	S_S	C_C
A	1,00	1,00
B	$1{,}00 \le 1{,}40 - 0{,}40 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \le 1{,}20$	$1{,}10 \cdot (T^*_C)^{-0{,}20}$
C	$1{,}00 \le 1{,}70 - 0{,}60 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \le 1{,}50$	$1{,}05 \cdot (T^*_C)^{-0{,}33}$
D	$0{,}90 \le 2{,}40 - 1{,}50 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \le 1{,}80$	$1{,}25 \cdot (T^*_C)^{-0{,}50}$
E	$1{,}00 \le 2{,}00 - 1{,}10 \cdot F_o \cdot \frac{a_g}{g} \le 1{,}60$	$1{,}15 \cdot (T^*_C)^{-0{,}40}$

Figure 4-52: Coefficiente sottosuolo - estratto tabella 3.2.I.V NTC 2018 (D.M. 17 gennaio, 2018)

Invece il parametro relativo alle condizioni topografiche S_T si ricava dalla tabella 3.2.V. della normativa (D.M. 17 gennaio, 2018).

Categoria topografica	Ubicazione dell'opera o dell'intervento	S_T
T1	-	1,0
T2	In corrispondenza della sommità del pendio	1,2
T3	In corrispondenza della cresta di un rilievo con pendenza media minore o uguale a 30°	1,2
T4	In corrispondenza della cresta di un rilievo con pendenza media maggiore di 30°	1,4

Figure 4-53: Coefficiente topografico - tabella 3.2.V NTC 2018 (D.M. 17 gennaio, 2018)

Si riportano nella tabella di seguito i valori utili ai calcoli della sicurezza sismica.

Tabella 19: Riassunto parametri sismici per i diversi SL

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
Categoria topografica	T1	
S_s	1.5	
S_T	1	
S	1.5	
a_g	0.023 g	0.043 g
a_g S	0.0345 g	0.0645 g

4.6.6 Indice di vulnerabilità

La valutazione di sicurezza sismica proposta nelle linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010) prevede un metodo semplificato attraverso il quale si determina l'indice di vulnerabilità i_v. Il calcolo, di questo indice, viene effettuato attraverso una scheda di danno creata a seguito di un attento studio della correlazione tra eventi sismici e danni prodotti in numerosissime chiese.
Il valore dell'indice di vulnerabilità riferito all'intero edificio di culto può essere calcolato come:

$$i_V = \frac{1}{6}\frac{\sum_{k=1}^{28}\rho_k\left(v_{ki} - v_{kp}\right)}{\sum_{k=1}^{28}\rho_k} + \frac{1}{2}$$

Dalla formula precedente si nota come il comportamento dell'intero edificio dipende dal peso dato a ciascun meccanismo di danno che può innescarsi con il terremoto. Le linee guida BBCC individuano 28 meccanismi di danno; naturalmente, nel calcolo vengono esclusi i meccanismi che non sono presenti pertanto, il peso del singolo meccanismo (ρ_k) vale zero se esso non è presente mentre, se presente, può variare tra 0.5 e 1.
Inoltre ciascun meccanismo è caratterizzato da presidi antisismici e fattori di vulnerabilità ai quali si associano dei punteggi, variabili tra 0 e 3, a seconda dell'efficacia del presidio (v_{kp}) e della gravità della vulnerabilità (v_{ki}). I valori dei punteggi da assegnare ai presidi e alle vulnerabilità si ricavano dalla tabella 5.1 delle linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010).

Tabella 20: Punteggi presidi e vulnerabilità - tab.5.1 linee guida

Numero degli indicatori di vulnerabilità o dei presidi antisismici	Giudizio dell'efficacia	v_k
almeno1	3	3
almeno2	2	
1	2	2
almeno 2	1	
1	1	1
nessuno	0	0

Di seguito verranno analizzati i singoli meccanismi che interessano la chiesa di Santa Caterina.

4.6.6.1 Ribaltamento della facciata $\rho_k = 1$
Distacco della facciata dalle pareti o evidenti fuori piombo.

Presidi antisismici
Presenza di catene longitudinali = 0
Presenza di efficaci elementi di contrasto (contrafforti, corpi addossati, altri edifici) = 1
Ammorsamento di buona qualità tra la facciata ed i muri della navata = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di elementi spingenti (puntoni di copertura, volte, archi) = 2
Presenza di grandi aperture nelle pareti laterali in vicinanza del cantonale = 0

4.6.6.2 Meccanismi nella sommità della facciata $\rho_k = 1$
Ribaltamento del timpano, con lesione orizzontale o a V; disgregazione della muratura o scorrimento del cordolo; rotazione delle capriate.

Presidi antisismici
Presenza di collegamenti puntuali con gli elementi della copertura = 0
Presenza di controventi di falda = 0
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro) = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di grandi aperture (rosone) =1
Presenza di una sommità a vela di grande dimensione e peso = 3
Cordoli rigidi, trave di colmo in c.a., copertura pesante in c.a. = 0

4.6.6.3 Meccanismi nel piano della facciata $\rho_k = 1$
Lesioni inclinate (taglio); lesioni verticali o arcuate (rotazione); altre fessurazioni o spanciamenti.

Presidi antisismici
Presenza di una catena in controfacciata = 0
Contrasto laterale fornito da corpi addossati; chiesa inserita in aggregato = 1

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di aperture di grandi dimensioni o in numero elevato (anche se tamponate) = 0
Elevata snellezza (rapporto altezza/larghezza) = 2

4.6.6.4 Protiro – nartece $\rho_k = 0$ (elemento non presente)
Lesioni negli archi o nella trabeazione per rotazione delle colonne; distacco dalla facciata; martellamento.

Presidi antisismici
Presenza di catene
Presenza di colonne/pilastri di adeguata dimensione

Indicatori di vulnerabilità

Presenza di elementi spingenti (archi, volte)

4.6.6.5 Risposta trasversale dell'aula $\rho_k = 1$
Lesioni negli arconi (con eventuale prosecuzione nella volta); rotazioni delle pareti laterali; lesioni a taglio nelle volte; fuori piombo e schiacciamento nelle colonne.

Presidi antisismici
Presenza di paraste o contrafforti esterni = 0
Presenza di corpi annessi adiacenti = 1
Presenza di catene trasversali = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di pareti con elevata snellezza = 0
Presenza di volte e archi = 3

4.6.6.6 Meccanismi di taglio nelle pareti laterali (risposta longitudinale) $\rho_k = 1$
Lesioni inclinate (singole o incrociate); lesioni in corrispondenza di discontinuità nella muratura.

Presidi antisismici
Muratura uniforme (unica fase costruttiva) e di buona qualità = 1
Presenza di buoni architravi nelle aperture = 0
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro) = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di grandi aperture o di ampie zone con muratura di limitato spessore = 0
Cordoli in c.a. molto rigidi, copertura pesante in c.a. = 0

4.6.6.7 Risposta longitudinale del colonnato nelle chiese a più navate $\rho_k = 0$ (elemento non presente)
Lesioni negli archi o negli architravi longitudinali; schiacciamento e/o lesioni alla base dei pilastri; lesioni a taglio nelle volte delle navate laterali.

Presidi antisismici
Presenza di catene longitudinali
Presenza di contrafforti in facciata

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di volte pesanti nella navata centrale
Copertura pesante in c.a., cappe armate di significativo spessore nelle volte

4.6.6.8 Volte della navata centrale $\rho_k = 1$
Lesioni nelle volte dell'aula centrale; sconnessioni delle volte dagli arconi.

Presidi antisismici
Presenza di catene in posizione efficace = 0
Presenza di rinfianchi o frenelli = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura = 3

Volte in foglio, specialmente se su campate di grande luce = 0
Presenza di lunette o interruzioni ed irregolarità nel profilo delle volte = 0

4.6.6.9 Volte delle navate laterali $\rho_k = 0$ (elemento non presente)
Lesioni nelle volte o sconnessioni dagli arconi o dalle pareti laterali.

Presidi antisismici
Presenza di catene in posizione efficace
Presenza di rinfianchi o frenelli

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura
Volte in foglio, specialmente se su campate di grande luce
Presenza di lunette o interruzioni ed irregolarità nel profilo delle volte

4.6.6.10 Ribaltamento delle pareti di estremità del transetto $\rho_k=0$ (elemento non presente)
Distacco della parete frontale dalle pareti laterali; ribaltamento o disgregazioni del timpano in sommità.

Presidi antisismici
Presenza di catene longitudinali-Presenza di efficaci elementi di contrasto (contrafforti, corpi addossati, altri edifici)
Buon collegamento con la copertura (travi-catena, controventi)
Ammorsamento di buona qualità tra la parete frontale ed i muri laterali
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro)

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di cordoli rigidi, travi di colmo in c.a., copertura pesante
Presenza di grandi aperture nella parete frontale (rosone) e/o in quelle laterali
Presenza di una sommità a vela di grande dimensione

4.6.6.11 Meccanismi di taglio nelle pareti del transetto $\rho_k = 0$ (elemento non presente)
Lesioni inclinate (singole o incrociate); lesioni attraverso discontinuità.

Presidi antisismici
Muratura uniforme (unica fase costruttiva) e di buona qualità
Presenza di buoni architravi nelle aperture
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro)

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di cordoli rigidi, copertura pesante
Presenza di grandi aperture o di ampie zone con muratura di limitato spessore

4.6.6.12 Volte del transetto $\rho_k = 0$ (elemento non presente)
Lesioni nelle volte o sconnessioni dagli arconi e dalle pareti laterali.

Presidi antisismici
Presenza di catene in posizione efficace

Presenza di rinfianchi o frenelli

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura
Volte in foglio, specialmente se su campate di grande luce
Presenza di lunette o interruzioni ed irregolarità nel profilo delle volte

4.6.6.13 Archi trionfali $\rho_k = 0.5$
Lesioni nell'arco; scorrimento di conci; schiacciamento o lesioni orizzontali alla base dei piedritti.

Presidi antisismici
Pareti di contrasto efficaci (basso rapporto luce/larghezza aula, transetto, altri corpi di fabbrica) = 0
Presenza di una catena in posizione efficace = 0
Conci di buona fattura e/o adeguato spessore dell'arco = 1

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di copertura pesante in c.a. = 0
Presenza di cupola o tiburio = 3

4.6.6.14 Cupola - tamburo/tiburio $\rho_k = 1$
Lesioni nella cupola (ad arco) con eventuale prosecuzione nel tamburo.

Presidi antisismici
Presenza di una cerchiatura esterna, anche a più livelli = 0
Presenza nel tamburo di contrafforti esterni o paraste = 0
Cupola direttamente impostata sugli archi trionfali (assenza del tamburo) = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di grandi aperture nel tamburo = 2
Presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura = 2

4.6.6.15 Lanterna $\rho_k = 1$
Lesioni nel cupolino della lanterna; rotazioni o scorrimenti dei piedritti.

Presidi antisismici
Presenza di catene o di una cerchiatura esterna = 0
Presenza di paraste o contrafforti = 0
Dimensioni contenute rispetto a quelle della cupola = 1

Indicatori di vulnerabilità
Lanterna di elevata snellezza, con grandi aperture e piccoli pilastri = 3

4.6.6.16 Ribaltamento dell'abside $\rho_k = 0.5$
Lesioni verticali o arcuate nelle pareti dell'abside; lesioni verticali nelle absidi poligonali; lesione ad U nelle absidi semicircolari.

Presidi antisismici
Presenza di cerchiatura (semicircolare e poligonale) o catene (rettangolare) = 0

Presenza di efficaci elementi di contrasto (contrafforti, corpi addossati) = 0
Presenza di copertura controventata, non spingente = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di un forte indebolimento per la presenza di aperture (anche tamponate) nelle pareti = 0
Presenza di volte spingenti = 2
Cordoli rigidi, copertura pesante, puntoni di falda in c.a = 0

4.6.6.17 Meccanismi di taglio nel presbiterio o nell'abside $\rho_k = 0.5$
Lesioni inclinate (singole o incrociate); lesioni in corrispondenza di discontinuità mura.

Presidi antisismici
Muratura uniforme (unica fase costruttiva) e di buona qualità = 1
Presenza di buoni architravi nelle aperture = 0
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro) = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di cordoli rigidi, copertura pesante = 0
Presenza di grandi aperture o di ampie zone con muratura di limitato spessore = 0

4.6.6.18 Volte del presbiterio o dell'abside $\rho_k = 0.5$
Lesioni nelle volte o sconnessioni dagli arconi o dalle pareti laterali.

Presidi antisismici
Presenza di catene in posizione efficace = 0
Presenza di rinfianchi o frenelli = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura = 3
Volte in foglio, specialmente se su campate di grande luce = 0
Presenza di lunette o interruzioni ed irregolarità nel profilo delle volte = 0

4.6.6.19 Meccanismi negli elementi di copertura - pareti laterali dell'aula $\rho_k = 0.5$
Lesioni vicine alle teste delle travi lignee, scorrimento delle stesse; sconnessioni tra cordoli e Muratura; movimenti significativi del manto di copertura.

Presidi antisismici
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro) = 0
Presenza di collegamenti delle travi alla muratura = 0
Presenza di controventi di falda (tavolato incrociato o tiranti metallici) = 0
Presenza di buone connessioni tra gli elementi di orditura della copertura = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di copertura staticamente spingente = 3
Presenza di cordoli rigidi, copertura pesante = 0

4.6.6.20 Meccanismi negli elementi di copertura – transetto $\rho_k = 0.5$
Lesioni vicine alle teste delle travi lignee, scorrimento delle stesse; sconnessioni tra i cordoli e

Muratura; movimenti significativi del manto di copertura.

Presidi antisismici
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro) = 0
Presenza di collegamenti delle travi alla muratura = 0
Presenza di controventi di falda (tavolato incrociato o tiranti metallici) = 0
Presenza di buone connessioni tra gli elementi di orditura della copertura = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di copertura staticamente spingente = 3
Presenza di cordoli rigidi, copertura pesante = 0

4.6.6.21 Meccanismi negli elementi di copertura – abside e presbiterio $\rho k = 0.5$
Lesioni vicine alle teste delle travi lignee, scorrimento delle stesse; sconnessioni tra i cordoli e Muratura; movimenti significativi del manto di copertura.

Presidi antisismici
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro) = 0
Presenza di collegamenti delle travi alla muratura = 0
Presenza di controventi di falda (tavolato incrociato o tiranti metallici) = 0
Presenza di buone connessioni tra gli elementi di orditura della copertura = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di copertura staticamente spingente = 3
Presenza di cordoli rigidi, copertura pesante = 0

4.6.6.22 Ribaltamento delle cappelle $\rho_k = 1$
Distacco della parete frontale dalle pareti laterali.

Presidi antisismici
Presenza di efficaci elementi di contrasto (contrafforti, edifici addossati) = 0
Presenza di cerchiatura o incatenamento = 0
Ammorsamento di buona qualità tra la parete frontale ed i muri laterali = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di forte indebolimento per la presenza di aperture nelle pareti = 0

4.6.6.23 Meccanismi di taglio nelle pareti delle cappelle $\rho_k = 1$
Lesioni inclinate (singole o incrociate); lesioni in corrispondenza di discontinuità murarie.

Presidi antisismici
Muratura uniforme (unica fase costruttiva) e di buona qualità = 1
Presenza di buoni architravi nelle aperture = 0
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro) = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di cordoli rigidi, copertura pesante = 0
Presenza di grandi aperture (anche tamponate), muratura di limitato spessore = 0

4.6.6.24 Volte delle cappelle $\rho_k = 1$
Lesioni nelle volte o sconnessioni dalle pareti laterali.

Presidi antisismici
Presenza di catene in posizione efficace = 0
Presenza di rinfianchi o frenelli = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura = 3
Volte in foglio, specialmente se molto ribassate = 0
Presenza di lunette o interruzioni ed irregolarità nel profilo delle volte = 0

4.6.6.25 Interazioni in prossimità di irregolarità plano-altimetriche $\rho_k = 1$
Movimento in corrispondenza di discontinuità costruttive; lesioni nella muratura per martellamento.

Presidi antisismici
Presenza di un'adeguata connessione tra le murature di fasi diverse = 0
Presenza di catene di collegamento = 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di un'elevata differenza di rigidezza tra i due corpi = 3
Possibilità di azioni concentrate trasmesse dall'elemento di collegamento = 0

4.6.6.26 Aggetti (vela, guglie, pinnacoli, statue) $\rho_k = 0.5$
Evidenza di rotazioni permanenti o scorrimento; lesioni.

Presidi antisismici
Presenza di perni di collegamento con la muratura o elementi di ritegno = 0
Elementi di limitata importanza e dimensione = 0
Muratura monolitica (a conci squadrati o comunque di buona qualità) = 0

Indicatori di vulnerabilità
Elementi di elevata snellezza = 3
Appoggio in falso sulle murature sottostanti in falso = 0
Posizione asimmetrica rispetto all'elemento sottostante (specie se l'aggetto ha notevole massa) = 0

4.6.6.27 Torre campanaria $\rho_k = 0$ (elemento non presente)
Lesioni vicino allo stacco dal corpo della chiesa; lesioni a taglio o scorrimento; lesioni verticali o arcuate (espulsione di uno o più angoli).

Presidi antisismici
Muratura uniforme (unica fase costruttiva) e di buona qualità
Presenza di catene ai diversi ordini
Presenza di adeguata distanza dalle pareti della chiesa (se adiacente)
Presenza buon collegamento con le pareti della chiesa (se inglobata)

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di aperture significative su più livelli

Vincolo asimmetrico sulle murature alla base (torre inglobata)
Appoggio irregolare a terra della torre (presenza di archi su alcuni lati, pareti a sbalzo)

4.6.6.28 Cella campanaria $\rho_k = 1$
Lesioni negli archi; rotazioni o scorrimenti dei piedritti.

Presidi antisismici
Presenza di piedritti tozzi e/o archi di luce ridotta 0
Presenza di catene o cerchiature 0

Indicatori di vulnerabilità
Presenza di copertura pesante o di altre masse significative 2
Presenza di copertura spingente 0

4.6.6.29 Rappresentazione grafica dei singoli meccanismi
Di seguito si riportano le immagini esplicative dei diversi meccanismi estratte dalle linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010).

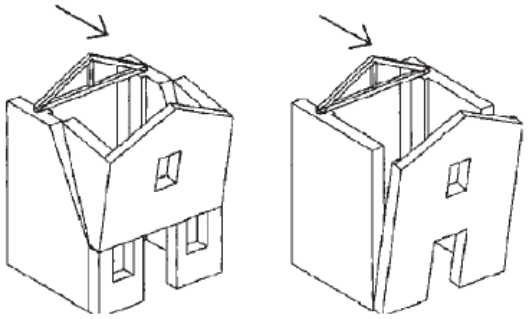

Figura 4.1: Meccanismo 1_Ribaltamento della facciata (Direttiva BBCC, 2010)

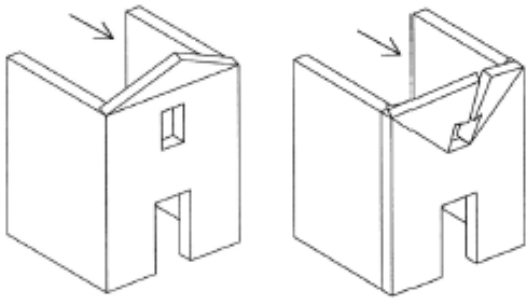

Figura 4.2: Meccanismo 2_Meccanismo sulla sommità della facciata (Direttiva BBCC, 2010)

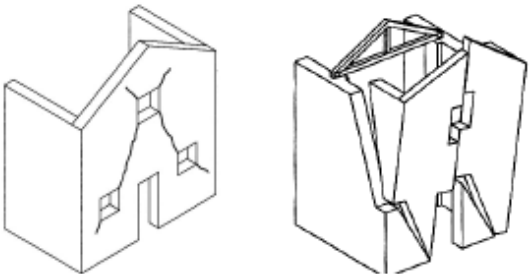

Figura 4.3: Meccanismo 3_Meccanismo nel piano della facciata (Direttiva BBCC, 2010)

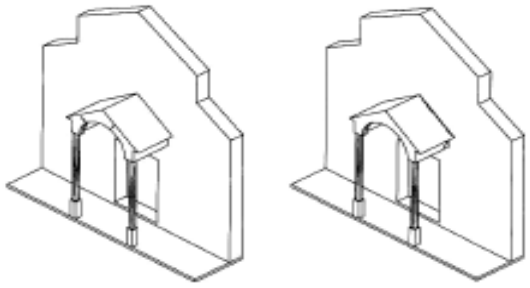

Figura 4.4: Meccanismo 4_protiro – nartece (Direttiva BBCC, 2010)

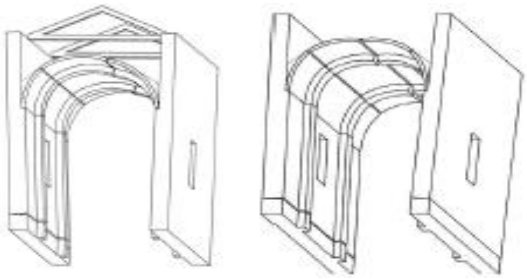

Figura 4.5: Meccanismo 5_Risposta trasversale dell'aula (Direttiva BBCC, 2010)

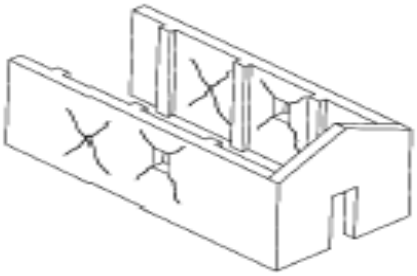

Figura 4.6: Meccanismo 6_Taglio nelle pareti laterali (Direttiva BBCC, 2010)

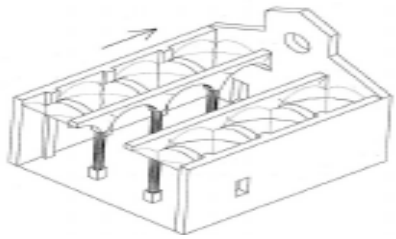

Figura 4.7: Meccanismo 7_Risposta del colonnato (Direttiva BBCC, 2010)

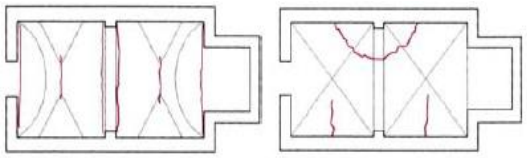

Figura 4.8: Meccanismo 8_ Meccanismo delle volte della navata centrale (Direttiva BBCC, 2010)

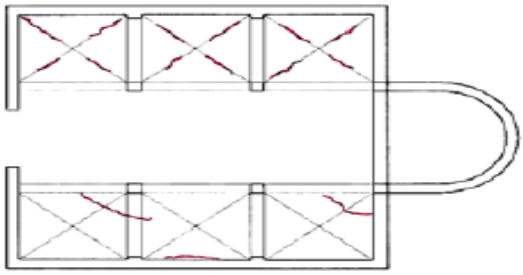

Figura 4.9: Meccanismo 9_ Meccanismo delle volte delle navate laterali (Direttiva BBCC, 2010)

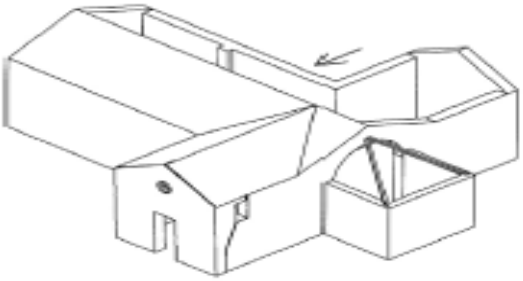

Figura 4.10: Meccanismo 10_Ribaltamento delle pareti di estremità del transetto (Direttiva BBCC, 2010)

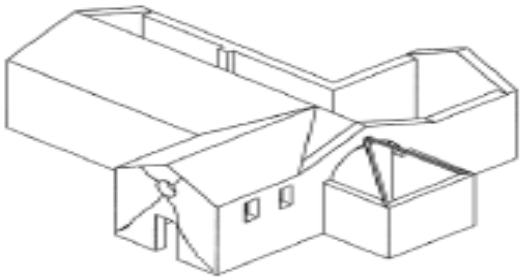

Figura 4.11: Meccanismo 11_Taglio nelle pareti del transetto (Direttiva BBCC, 2010)

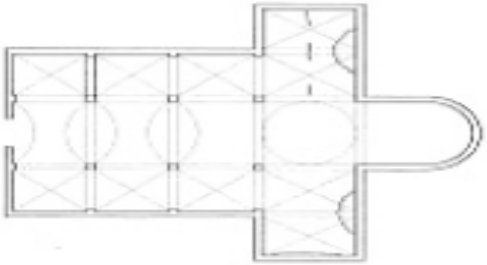

Figura 4.12: Meccanismo 12_ meccanismo delle volte del transetto (Direttiva BBCC, 2010)

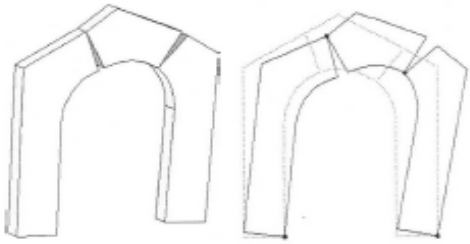

Figura 4.13: meccanismo degli archi trionfali (Direttiva BBCC, 2010)

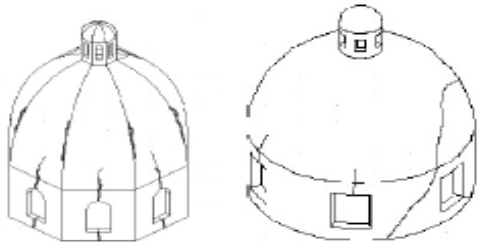

Figura 4.14: Meccanismo 14_Meccanismo di cupola – tamburo (Direttiva BBCC, 2010)

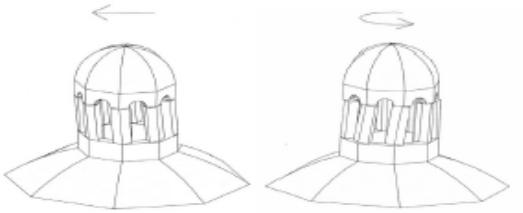

Figura 4.15: Meccanismo 15_Meccanismo della lanterna (Direttiva BBCC, 2010)

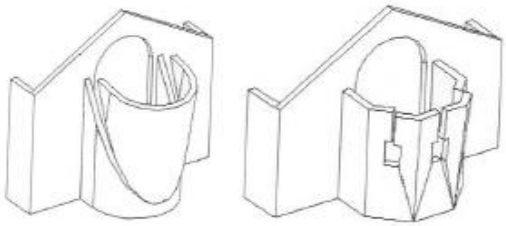

Figura 4.16: Meccanismo 16_Meccanismo di ribaltamento dell'abside (Direttiva BBCC, 2010)

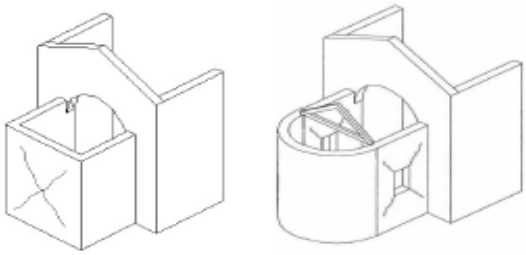

Figura 4.17: Meccanismo 17_Taglio nel presbiterio e nell'abside (Direttiva BBCC, 2010)

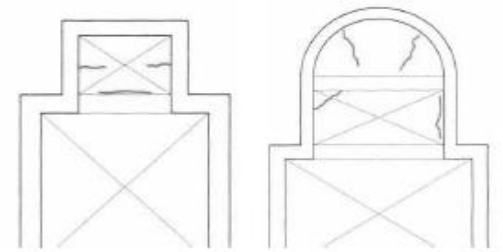

Figura 4.18: Meccanismo 18_Meccanismo delle volte del presbiterio e dell'abside (Direttiva BBCC, 2010)

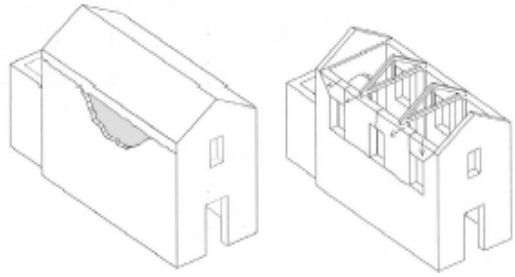

Figura 4.19: Meccanismo 19_Meccanismi degli elementi di copertura (Direttiva BBCC, 2010)

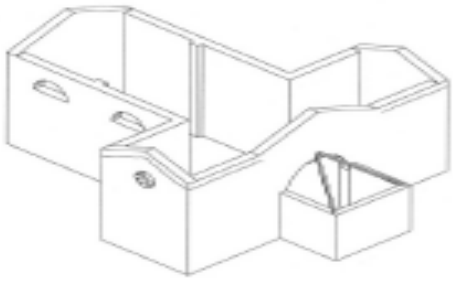

Figura 4.20: Meccanismo 20_Meccanismo della copertura del transetto (Direttiva BBCC, 2010)

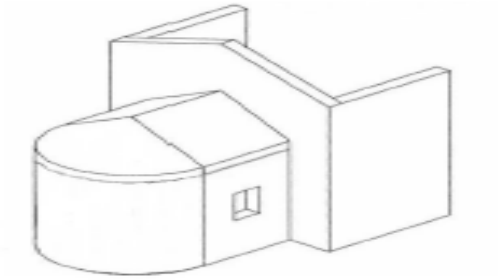

Figura 4.21: Meccanismo 21_Meccanismi elementi di copertura dell'abside e del presbiterio (Direttiva BBCC, 2010)

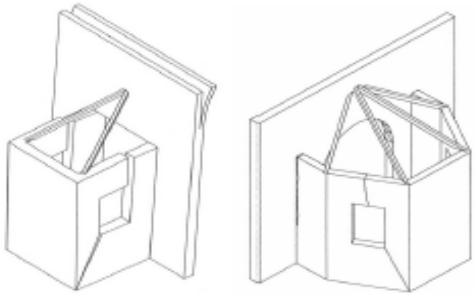

Figura 4.22: Meccanismo 22_Ribaltamento delle cappelle (Direttiva BBCC, 2010)

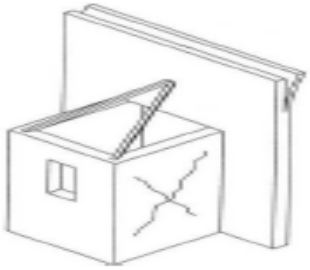

Figura 4.23: Meccanismo 23_Taglio nelle cappelle (Direttiva BBCC, 2010)

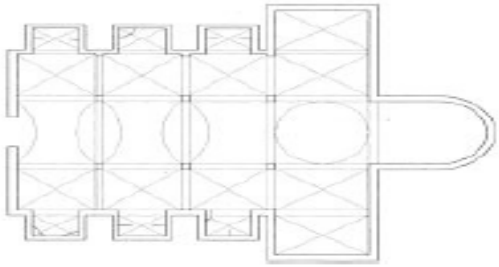

Figura 4.24: Meccanismo 24_Meccanismo nelle volte delle cappelle (Direttiva BBCC, 2010)

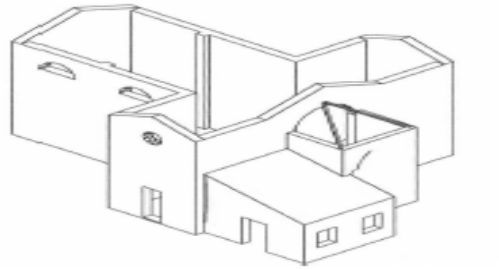

Figura 4.25: Meccanismo 25_Meccanismo irregolarità plano-altimetriche (Direttiva BBCC, 2010)

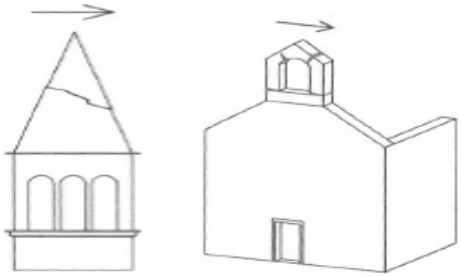

Figura 4.26: Meccanismo 26_Meccanismo dei corpi aggetti (Direttiva BBCC, 2010)

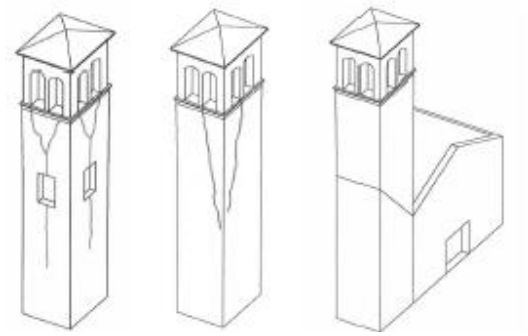

Figura 4.27: Meccanismo 27_Meccanismo della torre campanaria (Direttiva BBCC, 2010)

Figura 4.28: Meccanismo 28_Meccanismo della cella campanaria (Direttiva BBCC, 2010)

4.6.7 Risultati

Nella seguente tabella si riportano i pesi relativi ai meccanismi considerati.

Tabella 21: Dati dei meccanismi coinvolti

Meccanismo (k-esimo)	ρ_k	$\sum v_{ki}$	$\sum v_{kp}$	Δv
1	1	2	1	1
2	1	4	0	4
3	1	2	1	1
5	1	3	1	2
6	1	0	1	-1
8	1	3	0	3
13	1	3	1	2
14	1	4	1	3
15	0.5	3	1	2
16	0.5	2	1	1
17	0.5	0	1	-1
18	0.5	3	0	3
19	1	3	1	2
21	1	3	1	2
22	0.5	0	1	-1
23	0.5	0	1	-1
24	1	3	0	3
25	1	2	0	2
26	0.5	3	1	2
28	1	2	0	2

Con i dati presenti in tabella è ora possibile valutare l'indice di vulnerabilità. Esso è pari a:

$$i_v = \frac{1}{6}\frac{\sum_{k=1}^{28}\rho_k\left(v_{ki}-v_{kp}\right)}{\sum_{k=1}^{28}\rho_k}+\frac{1}{2}=0.787$$

Una volta calcolato i_v le linee giuda BBCC (Direttiva BBCC, 2010) forniscono anche le equazioni da utilizzare per il calcolo dell'accelerazione al suolo per i diversi stati limite. Esse sono:

$$a_{SLD}S = 0.025 \cdot 1.8^{2.75-3.44\,i_v} = 0.0256\ g$$

$$a_{SLV}S = 0.025 \cdot 1.8^{5.1-3.44\,i_v} = 0.102\ g$$

L'ultimo parametro necessario per calcolare l'indice di sicurezza sismico è il periodo di ritorno relativo allo stato limite di interesse. Esso è ottenuto mediante le seguenti espressioni:

$$T_{SLV} = T_{R1} \cdot 10^{\log(T_{R2}/T_{R1})\cdot\log(a_{SLV}S/F_c a_1 S_1)/\log(a_2 S_s/a_1 S_1)}$$

$$T_{SLD} = T_{R1} \cdot 10^{\log(T_{R2}/T_{R1})\cdot\log(a_{SLV}S/F_c a_1 S_1)/\log(a_2 S_s/a_1 S_1)}$$

dove:

- T_{R1} e T_{R2} sono i periodi di ritorno per i quali è fornita la pericolosità sismica;
- a_1 e a_2 sono i corrispondenti valori di accelerazione di picco su suolo rigido;
- S_1 e S_2 sono i coefficienti che tengono conto del sottosuolo e della topografia del territorio;
- F_c è il fattore di confidenza; nel caso studi esso è pari a 1.18.

Si riportano le tabelle calcolate in precedenza.

Tabella 22: Parametri sismici Casale Monferrato per i differenti SL

	SLD	SLV
T_R	50 anni	475 anni
a_g	0.023 g	0.043 g
F_0	2.502	2.694
T^*_c	0.119 s	0.296 s

Tabella 23: Riassunto parametri sismici per i diversi SL

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
Categoria topografica	T1	
S_s	1.5	
S_T	1	
S	1.5	
a_g	0.023 g	0.043 g
a_g S	0.0345 g	0.0645 g

Risolvendo le formule precedenti con i valori tabellati si ottiene:

$$T_{SLV} = 2041\ anni$$

$$T_{SLD} = 14\ anni$$

Note tutte queste quantità è ora possibile calcolare l'indice di sicurezza sismica I_S attraverso le seguenti formulazioni:

$$I_{S,SLV} = \frac{T_{SLV}}{T_{R,SLV}} = \frac{2041}{712} = 2.87$$

$$I_{S,SLD} = \frac{T_{SLD}}{T_{R,SLD}} = \frac{14}{75} = 0.19$$

4.6.8 Conclusioni

Dai risultati ottenuti nel livello di valutazione sopra descritto si può notare che la struttura risulta verificata per lo stato limite di salvaguardia della vita. Infatti, il valore dell'indice di sicurezza è superiore all'unità e pertanto, in caso di evento sismico, la struttura dovrebbe essere in grado di conservare le caratteristiche statiche ammettendo comunque la presenza di rotture parziali e dissesti.

Al contrario, per lo stato limite di danno, la struttura non risulta verificata in quanto il valore dell'indice di sicurezza è inferiore all'unità e pertanto, in presenza di sisma, è possibile che essa subisca dissesti e collassi rendendola non utilizzabile.

4.7 Valutazione di sicurezza sismica di livello LV3

Per effettuare un'analisi quantitativa della struttura, essendo impossibile per le chiese definire un modello semplificato, si è proceduto alla determinazione di un livello di sicurezza globale più approfondito. Nello specifico, è stato utilizzato un modello globale agli elementi finiti della struttura che, grazie ad una campagna di prove per l'identificazione dinamica, è stato anche successivamente calibrato.

4.7.1 Verifiche di sicurezza

Valutati i diagrammi delle sollecitazioni dal modello F.E. calibrato si procede ora, mediante verifica, al soddisfacimento dei requisiti minimi previsti nel NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

4.7.1.1 Verifica modale a pressoflessione nel piano dei pilastrini in muratura della lanterna

Nel caso della muratura allo stato attuale si può calcolare il fattore di sicurezza prestazionale come il rapporto tra il momento ultimo e il momento sollecitante.

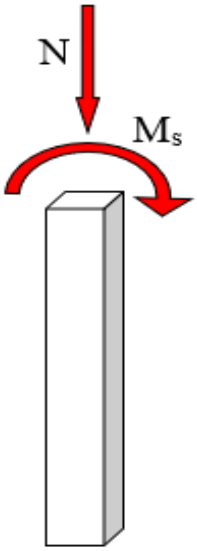

Figure 4-54: Schema pilastrino lanterna verifica a presso-flessione (Maffeo, 2011)

Il momento sollecitante M_S è stato ottenuto utilizzando la combinazione sismica proposta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa ha permesso di ottenere il seguente valore:

$$M_S = 14.207\ kNm$$

dove:

- M_S è il momento sollecitante.

Noto il momento sollecitante M_S, si valuta il momento ultimo resistente M_u dei pilastrini per mezzo della formula 7.8.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Essa è:

$$M_u = \left(l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2}\right)\left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d}\right)$$

dove:

- M_u momento ultimo resistente del singolo pilastrino della colonna;
- l è la lunghezza complessiva della parete (comprensiva della zona tesa);
- t è lo spessore della zona compressa della parete;
- σ_0 è la tensione normale media, riferita all'area totale della sezione, $\sigma_0 = \frac{N}{l \cdot t}$ con N forza assiale agente positiva se di compressione; se N è di trazione, $M_u = 0$;
- f_d è la resistenza a compressione di progetto della muratura costituente la lanterna ed è pari a:

  $$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m \cdot F_c} = 1.106 \text{ MPa};$$

  dove:
  - F_C è il fattore di confidenza e per il caso studio è 1.18;
  - f_k è la resistenza a compressione caratteristica della muratura costituente la lanterna; esso è 2.6 MPa;
  - γ_m è un fattore di sicurezza fornito dalla normativa NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e, per il caso studio, è pari a 2.

A questo punto è ora possibile calcolare il fattore di sicurezza Fs. Esso è:

$$F_S = \frac{M_u}{M_S} = \frac{6873.3}{14207} = 0.176 < 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 24: Verifica a pressoflessione dei pilastrini della lanterna

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
l	0.42	m	N	53602	N	f_k	2600000	N/m^2	M_s	14207	Nm
t	0.35	m	σ_0	364639.5	N/m^2	γm	2	[-]	M_u	6873.3	Nm
A	0.147	m^2	M_s	14207	Nm	F_c	1,18	[-]	M_u/M_s	0.484	
						f_d	1101694.9	N/m^2			

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

4.7.1.2 Verifica a taglio per fessurazione diagonale dei pannelli murari del sistema cupola tamburo

La verifica dei pannelli murari del sistema cupola tamburo si effettua considerando il meccanismo di taglio per fessurazione diagonale il quale inoltre, da studi di letteratura, risulta essere molto frequente negli edifici ecclesiastici soggetti ad eventi sismici.

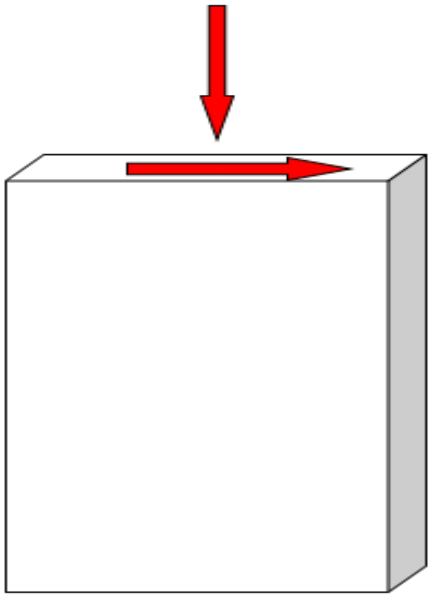

Figure 4-55: Schema pannello murario del sistema cupola tamburo per la verifica a taglio per fessurazione diagonale (Maffeo, 2011)

Il taglio sollecitante V_S e ricavato mediante inviluppo tra i diagrammi dei tagli sollecitanti relativi all'azione sismica agente lungo X e lungo Y.
Il valore, nel caso in esame, è:

$$T_S = 65.279\ kN$$

dove:

- T_S è il taglio sollecitante.

Noto il taglio sollecitante T_S, si valuta la resistenza a taglio del tamburo T_S attraverso la formula espressa nella circolare esplicativa delle NTC18 (C.S.LL.PP, 2019) al paragrafo C8.7.1.3.1.1. Pertanto:

$$T_u = l \cdot t \frac{1.5\tau_{0d}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5\tau_{0d}}} = l \cdot t \frac{f_{td}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{td}}}$$

con:

- l: lunghezza del pannello;
- t: spessore del pannello;
- σ_0: tensione normale media di compressione pari a P/(l · t); positiva se è di trazione;
- b: coefficiente correttivo legato alla snellezza della parete;
- f_{td}: valore di calcolo della resistenza a trazione per fessurazione diagonale;
- τ_{0d}: resistenza a taglio di riferimento della muratura.

Calcolato il valore di taglio resistente l'ultimo passaggio consiste nel valutare il rapporto di sicurezza tra il taglio resistente e il taglio agente sulla sezione.

$$F_S = \frac{T_u}{T_S} = \frac{33119.4}{65279} = 0.507 < 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 25: Verifica pannello murario del sistema cupola tamburo per la verifica a taglio per fessurazione diagonale

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
h	7.6	m	N	93601	N	τ_0	50000	N/m²	T_s	65279	N
l	1.35	m	σ_0	138668.1	N/m²	γ_m	2	[-]	T_u	33119.4	N
t	0.5	m	β	1,5	[-]	F_c	1.18	[-]	T_u/T_s	0.507	
A	0.675	m²	T_s	65279	N	τ_{0d}	21186.4	N/m²			

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

4.7.1.3 Verifica a pressoflessione fuori dal piano per la facciata

La verifica della facciata si effettua considerando il meccanismo di pressoflessione fuori dal piano.

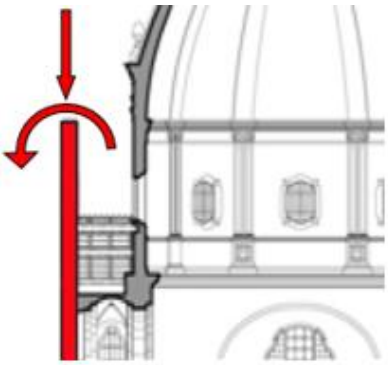

Figure 4-56: Schema verifica a ribaltamento della facciata (Maffeo, 2011)

Il momento sollecitante M_S è stato ottenuto utilizzando la combinazione sismica proposta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa ha permesso di ottenere il seguente valore:

$$M_S = 32.98\ kNm$$

dove:

- M_S è il momento sollecitante.

Noto il momento sollecitante M_S, si valuta il momento ultimo resistente M_u dei pilastrini per mezzo della formula 7.8.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Essa è:

$$M_u = \left(l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2}\right)\left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d}\right)$$

dove:

- M_u: momento ultimo resistente;
- l: lunghezza pilastro;
- t: larghezza pilastro;
- σ_0: tensione media di compressione pari a 0 negativa se di trazione;
- $f_d = f_k/\gamma_m$: resistenza di calcolo a compressione.

A questo punto è ora possibile calcolare il fattore di sicurezza Fs. Esso è:

$$F_S = \frac{M_u}{M_S} = \frac{22990.9}{32979.9} = 0.697 < 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 26: Verifica a ribaltamento della facciata

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
l_x	1	m	N	52172.1	N	f_k	2600000	N/m^2	M_s	32979.9	Nm
l_z	14.90	m	σ_0	3096.3	N/m^2	γ_m	2	[-]	M_u	22990.9	Nm
l_y	16.85	m	M_s	32979.9	Nm	F_c	1.18	[-]	M_u/M_s	0.697	
						f_d	1101694.9	N/m^2			

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

4.7.2 Conclusioni

L'analisi di vulnerabilità sismica ha evidenziato che la chiesa, nella condizione originaria, non rispetta i requisiti prestazionali richiesti dalle vigenti normative, pertanto si ritiene opportuno realizzare interventi che coinvolgano lanterna (elemento più vulnerabile rispetto al primo modo di vibrare), facciata e tamburo.

5 Vulnerabilità della lanterna della chiesa di Santa Caterina

Lo studio sulla vulnerabilità della chiesa di Santa Caterina ha messo in evidenza la sua inadeguatezza nei confronti della prestazione sismica. Infatti, analizzando i meccanismi di collasso, a cui essa può essere soggetta, si è notata la presenza di macroelementi che non manifestano un adeguata resistenza strutturale in presenza di azioni sismiche. L'elemento che manifesta il tasso di criticità più elevato, risultando pertanto quello più vulnerabile nei confronti dell'azione sismica, è la lanterna per la quale risulta perciò necessario effettuare un'analisi più approfondita delle sue parti strutturali.

Figure 5-1: Individuazione della lanterna

5.1 Lanterna della chiesa di Santa Caterina

La lanterna di Santa Caterina, pur non disponendo di dati certi, può considerarsi realizzata tra gli anni 1718 e 1729 ad opera del maestro Giovanni Battista Scapitta (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.).

Figure 5-2: Lanterna di Santa Caterina

La lanterna, realizzata come il resto della chiesa in mattoni di muratura piena uniti da una malta di calce, è impostata sulla cupola ad una quota di circa 26.50 m ha un'altezza di circa 6 m (ad esclusione del "pennacchio" e della croce). Similmente per il tamburo sottostante, in corrispondenza dei costoloni della cupola, l'articolazione della superficie esterna è affidata a 8 colonnine, a sezione fortemente irregolare ma riconducibile ad un rettangolo, impostate su un piedistallo formato da un semplice dado (privo di zoccolatura e di cimasa). Sopra le colonnine è poggiato un basamento in muratura, sul quale sono posti anche dei "pennacchi" ornamentali, che funge da piano d'appoggio ad una piccola cupola (rivestita in lastre di piombo) e ad una esile ed elegante croce.

Figure 5-3: Vista interna ed esterna della lanterna

Geometricamente essa si presenta con una forma ellittica i cui assi misurano circa 3.6 m e 2.8 m. Di seguito, in figura, viene riportata la pianta della lanterna in cui è anche evidente la sezione irregolare dei pilastrini.

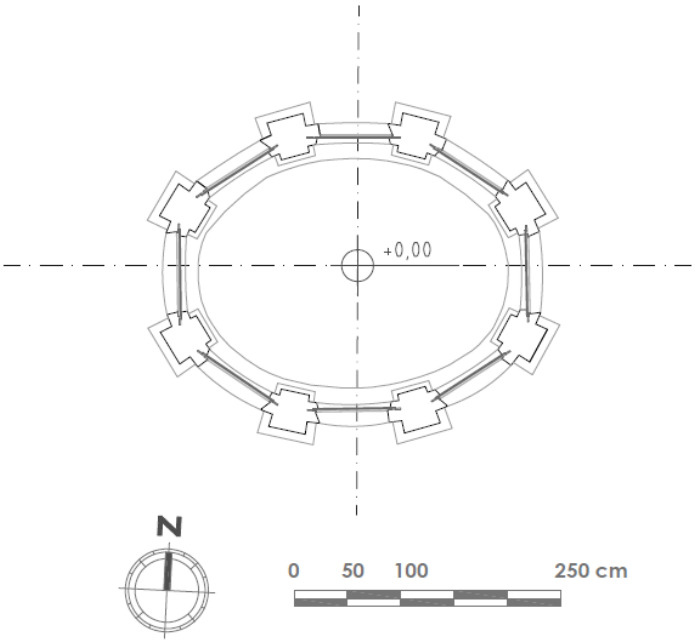

Figure 5-4: Pianta lanterna Canta Caterina

Lungo lo sviluppo verticale vi sono 8 pilastrini posizionati in corrispondenza degli otto costoloni della cupola sottostante e, al di spora, è presente una fascia di coronamento la cui sommità, alla quota di 30.30 m, fa da piano d'imposta per un cupolino ellittico realizzato in mattoni con uno spessore di 20 cm circa. A questi elementi, sempre lungo lo sviluppo verticale si aggiungono otto vetrate, con telai in acciaio, che tuttavia non hanno alcuna funzione strutturale.
Le figure sottostanti mostrano due sezioni della lanterna nelle due direzioni principali x e y.

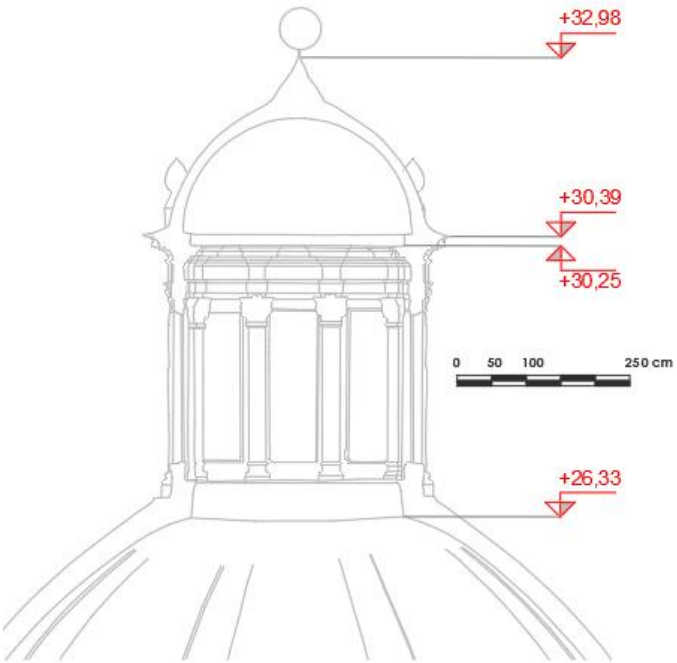

Figure 5-5: Sezione parallela all' asse x (Cataudella, 2019)

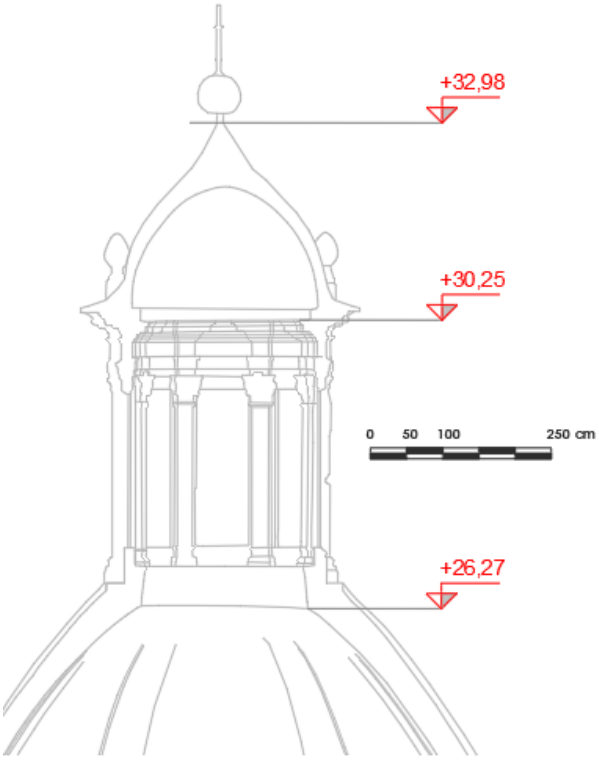

Figure 5-6: Sezione parallela all'asse y (Cataudella, 2019)

La copertura del cupolino è realizzata con uno strato sottile di lamiera di bronzo fissato direttamente all'intonaco mediante dei chiodi in acciaio. Inoltre è apprezzabile notare che al di sopra dei pilastri sono state realizzate delle pigne ornamentali in metallo fissate alla muratura sottostante tramite chiodatura.
Attraverso una vista globale si possono individuare i vari elementi strutturali descritti precedentemente. Da segnalare, infine, anche la presenza di una scala fissata sul lato est della lanterna che permetteva di salire in cima al cupolino per effettuare i lavori di manutenzione.

Figure 5-7: Vista laterale lanterna, quota lanterna

Nella seguente immagine si illustra più nel dettaglio il cupolino con la rispettiva copertura di rame. Da essa si può notare la presenza di numerose lastre sagomate, con evidenti segni di arrugginimento, unite le une alle altre tramite rivetti.

Figure 5-8: Cupolino lanterna

Si riporta di seguito il dettaglio sul chiodo di ancoraggio utilizzato per fissare la copertura alla muratura. Dalla figura è evidente la presenza di segni riconducibili al fenomeno dell'ossidazione dovuti all'esposizione agli agenti atmosferici e alla mancata manutenzione.

Figure 5-9: Particolare pigna copertura

L'immagine sottostante mostra nel dettaglio il manto di copertura sulla muratura. La foto è stata scattata dopo aver praticato un taglio alla lamiera della cupola.

Figure 5-10: Apertura lastra metallica, cupola

5.2 Rilevamento dei danni

Gli studi condotti durante la campagna di indagini svolta sulla chiesa hanno permesso di realizzare un attento rilievo dello stato di danneggiamento; in particolare, tramite rilievi fotografici e scansioni con laser scanner, si è ricostruito un dettagliato quadro fessurativo di tutta la struttura. Da esso è emerso che la lanterna presenta un elevato numero di fessure sia di tipo architettonico non strutturali che strutturali.

Dai rilievi dei danni e dalle immagini di cui si dispone è stato possibile notare che il lato nord della chiesa, quello che si affaccia su via Trevigi, presenta dei danneggiamenti più evidenti rispetto al resto dei lati infatti, esso è meno esposto all'irraggiamento e pertanto le infiltrazioni sono più persistenti.

Nella figura sottostante quanto appena detto è ben visibile.

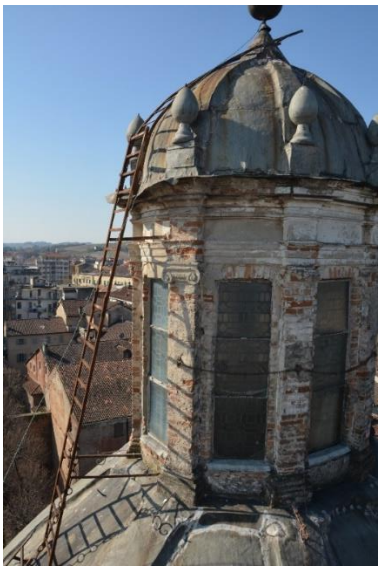

Figure 5-11: Lanterna lato nord-est

Le analisi svolte, come detto in precedenza, hanno permesso di caratterizzare il quadro fessurativo della lanterna. Nel dettaglio le lesioni interessano sia il cupolino che i pilastrini, infatti si ha che:

- il cupolino presenta una fessura orizzontale che interessa tutta la superficie, ad una distanza di circa 40 cm dal suo piano di imposta; tuttavia a questa lesione, posizionata sulla parte sommitale, ci sono altre due fessure sempre in direzione suborizzontale che però non interessano tutto lo sviluppo del cupolino. Inoltre vi è una lesione subverticale che tuttavia non è molto estesa.
  Si riporta di seguito quanto detto.

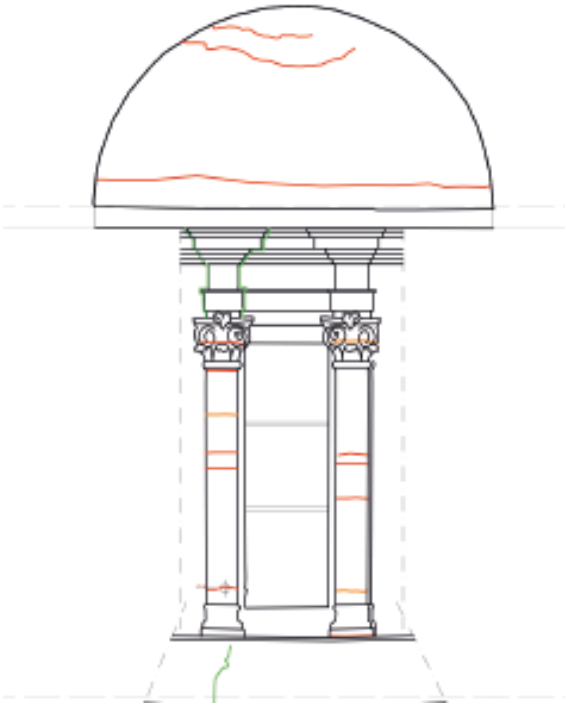

Figure 5-12: Quadro fessurativo cupola lanterna, lato nord

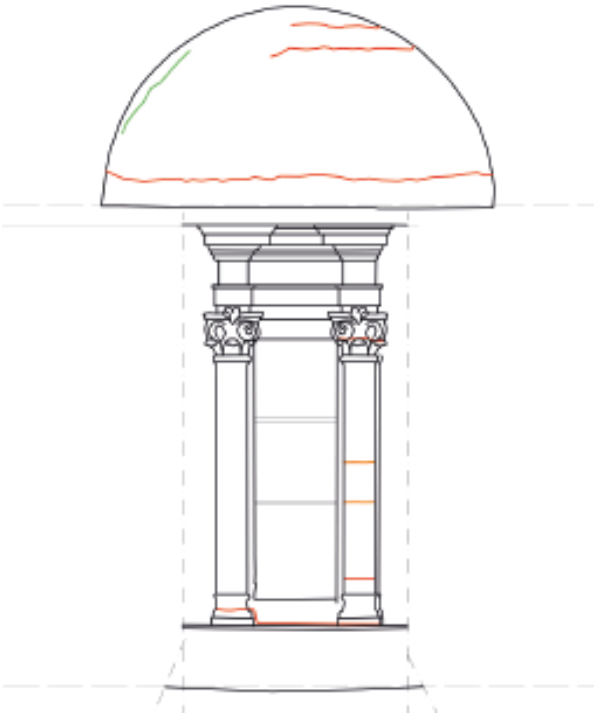

Figure 5-13:Quadro fessurativo cupola lanterna, lato est

- I pilastrini presentano delle lesioni orizzontali sia di tipo complanare (segnate in arancione nei quadri fessurativi) e sia tipo dislocate (segnate in rosso) che, per alcuni di essi, interessano tutto lo spessore della muratura e sono dette per questo "passanti".
  Il meccanismo che ha innescato tale fessurazione può essere correlato ai temporanei spostamenti orizzontali causati dagli eventi sismici susseguitesi negli anni che, generando effetti di flessione e di taglio, hanno portato ad un temporaneo superamento della resistenza a trazione della muratura.
  Nello specifico queste fessurazioni sono strutturalmente molto pericolose poiché indicano un'inadeguata resistenza a trazione in quella porzione di muratura. Oltretutto la presenza delle aperture con spigoli vivi genera dei fattori di concentrazione delle tensioni che danno il via alla formazione e successiva propagazione delle lesioni.
  Si riporta di seguito una schematizzazione di quanto detto.

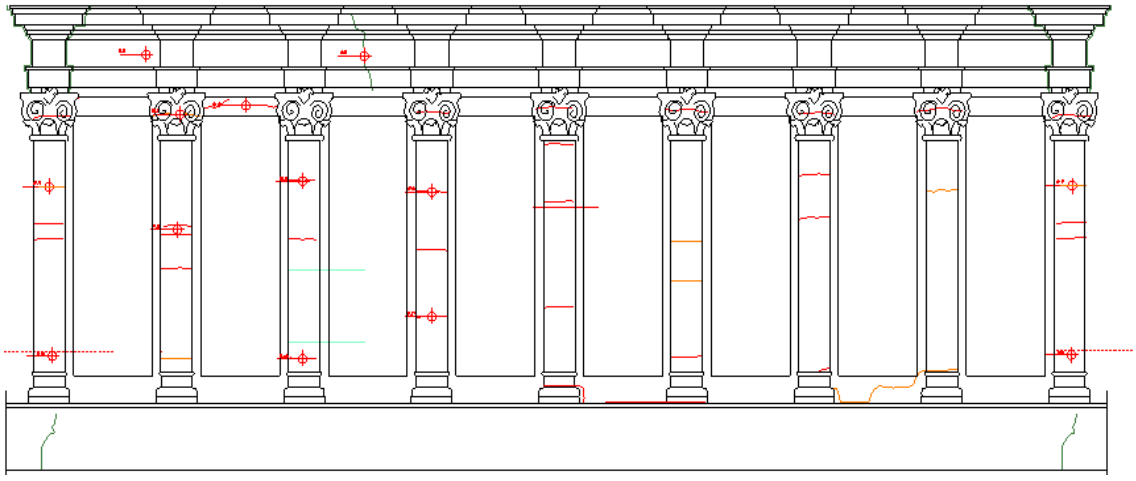

Figure 5-14: Quadro fessurativo pilastrini lanterna

6 Interventi di consolidamento per la lanterna di Santa Caterina

L'evidente stato di danneggiamento, messo in luce dal quadro fessurativo, ha evidenziato che nella lanterna è necessario apportare degli interventi di restauro architettonico e di miglioramento strutturale, soprattutto in quegli elementi, quali i pilastrini, che si sono rivelati essere molto danneggiati. Tali operazioni riguardano:

- la rimozione degli effetti degli agenti atmosferici e ambientali sia nella parte interna che esterna;
- il ripristino degli intonaci del rivestimento murario;
- il miglioramento del comportamento strutturale; per esso è stata adottata una tipologia di intervento che, come esposto nella normativa tecnica per le costruzioni NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e nelle linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010), ha come obiettivo l'incremento delle prestazioni sismiche dell'edificio senza adottare interventi troppo invasivi, essendo esso appartenente al patrimonio tutelato. In questa categoria di edifici infatti, l'intervento di adeguamento sismico deve essere evitato poiché, ripristinare la sicurezza secondo gli standard attuali potrebbe significare apportare delle modifiche rilevanti, anche visive, al monumento storico. Dunque, si dovrà agire adottando il criterio di "minimo intervento" scegliendo soluzioni che siano compatibili, durevoli e reversibili.

6.1 Intervento strutturale

L'intervento strutturale che è stato pensato ha come obiettivo l'irrigidimento dei pilastrini della lanterna attraverso un'intelaiatura metallica; quest'operazione ha lo scopo di limitare le deformazioni, per lo più orizzontali, che si verificano nella lanterna per effetto di un sisma.

Per far ciò, tenendo in considerazione che i pilastrini presentano una sezione non regolare simile ad una croce greca, bisogna realizzare delle operazioni preliminari, prima della posa in opera della struttura metallica, per garantire un buon livello di contatto tra la muratura e l'acciaio volte a:

- rimuovere la parte in calce che serve a bloccare le vetrate;
- ricostruire gli spigoli in modo da avere una sezione quanto più regolare possibile.

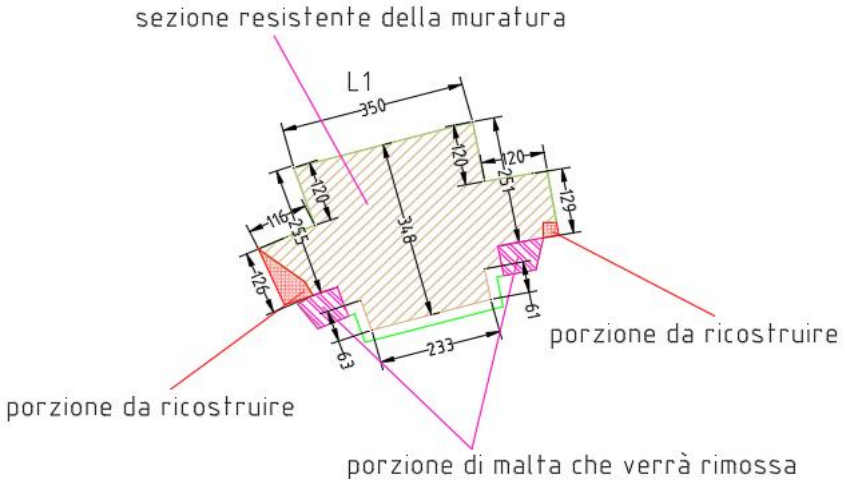

Figure 6-1: Particolare pilastrino (Cataudella, 2019)

Per quanto concerne la parte strutturale saranno proposte le seguenti due differenti tipologie d'intervento:

- TIPOLOGIA A.
  Esso consiste nell'inserire 16 angolari ad "L" a lati disuguali, in acciaio inox strutturale (resistente agli agenti atmosferici), in corrispondenza dello spigolo delle aperture delle finestre lungo lo sviluppo dei pilastrini. Saranno inseriti anche tre angolari ad "L" a lati disuguali in acciaio inox disposti sull'architrave, a quota +27.19m, e sulla base di ogni apertura delle finestre, alle quote +27.88m e +28.60m. I profilati saranno poi collegati mediante saldatura ai due montanti laterali e connessi alla base per mezzo di tirafondi.
  Il sistema così descritto porterà alla creazione di una sorta di ingabbiatura di tutta la struttura che tenderà ad avere un comportamento d'insieme.

- TIPOLGIA B (Cataudella, 2019).
  Come per la TIPOLOGIA A anch'essa presenterà 16 angolari ad "L" a lati disuguali, in acciaio inox strutturale (resistente agli agenti atmosferici), correnti lungo lo sviluppo dei pilastrini e posizionati in corrispondenza dello spigolo delle aperture delle finestre. Saranno inseriti però, anche due angolari modificati sull'architrave e sulla base di ogni apertura delle finestre che, verranno poi collegati mediante saldatura ai due montanti laterali. Si crea in questo modo una sorta di cornice in acciaio, in corrispondenza delle aperture che, una volta collegata agli altri profilati ed angolari, permetterà l'unione tra la struttura metallica e la base su cui si innalza la lanterna. Le connessioni alla base saranno eseguite mediante dei tirafondi. Successivamente i montanti verticali di ciascun pilastrino verranno collegati tra loro mediante delle barre filettate, che fungeranno da calastrelli, aventi come scopo l'incremento del confinamento della muratura dei pilastrini. Il sistema così descritto porterà alla creazione di una sorta di ingabbiatura di tutta la struttura che tenderà ad avere un comportamento d'insieme. In aggiunta, per aumentare ulteriormente la rigidezza del riquadro metallico saranno aggiunti orizzontalmente dei profilati a "T".

Si riporta uno schema tridimensionale della lanterna, realizzato mediante il software Autocad, senza e con il sistema di miglioramento (relativo alle due tipologie prima citate).

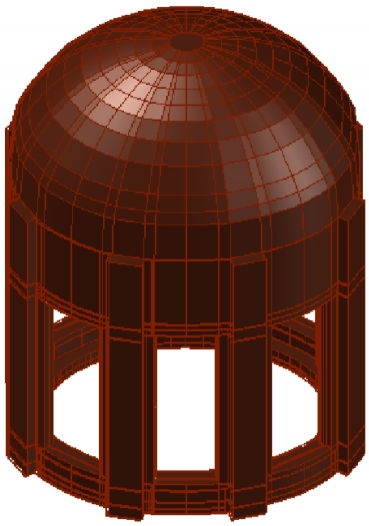

Figure 6-2: CAD_3D lanterna, stato originario

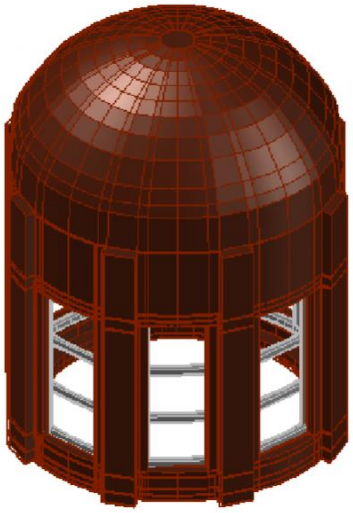

Figure 6-3: CAD_3D lanterna post-intervento - TIPOLOGIA A

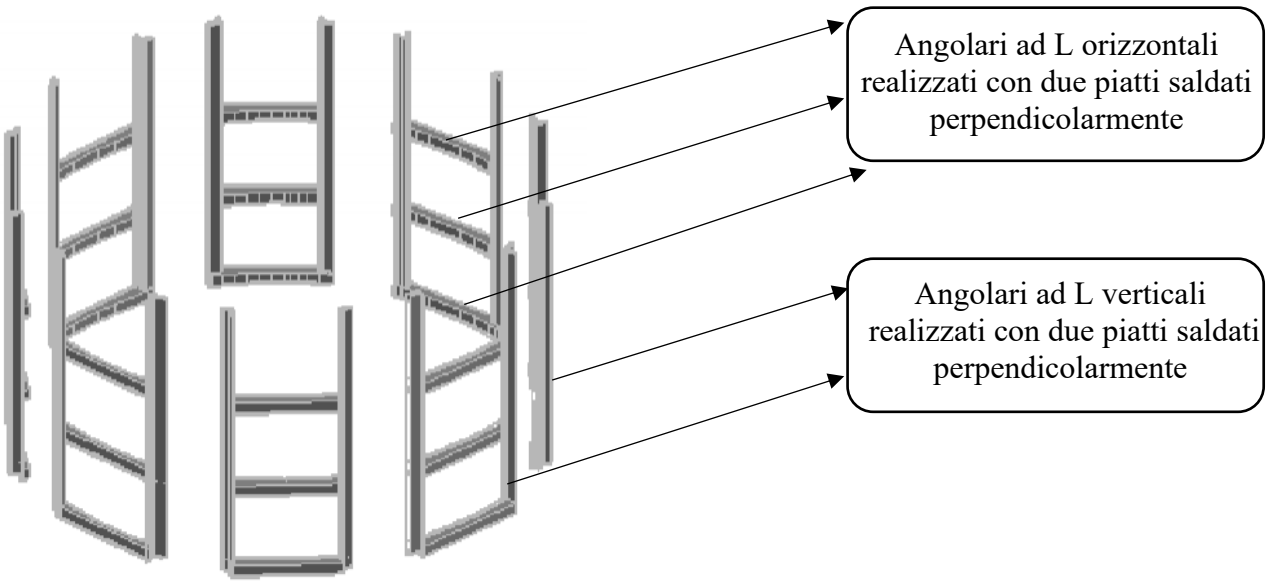

Figure 6-4: Schema struttura metallica di rinforzo – TIPOLOGIA A

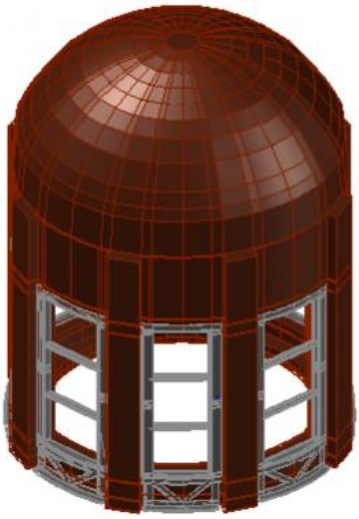

Figure 6-5: CAD_3D lanterna post-intervento - TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

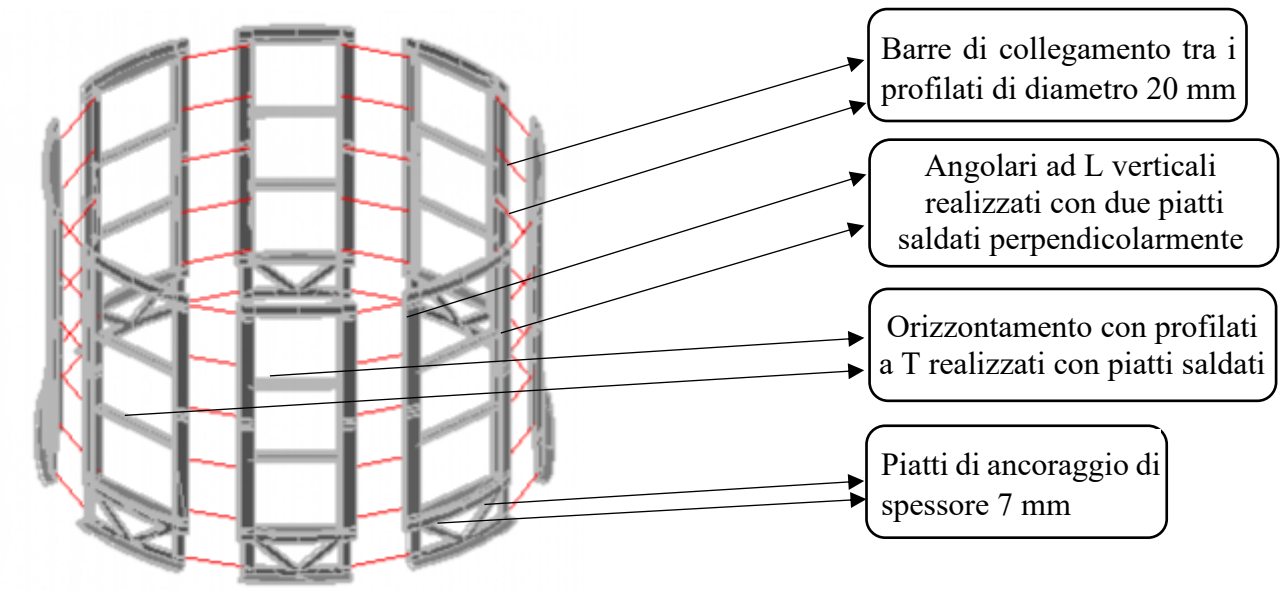

Figure 6-6: Schema struttura metallica di rinforzo – TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

6.2 Combinazione delle azioni

Per eseguire un'analisi sismica sulla costruzione bisogna calcolare le azioni agenti mediante specifiche combinazioni di carico. Nel caso studio si utilizzerà la combinazione sismica che viene impiegata sia per le verifiche agli stati limite ultimo sia per gli stati limite di esercizio.
La combinazione sismica fornita dalle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018), al paragrafo 2.5.3, è la seguente:

$$E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{K1} + \psi_{22} \cdot Q_{K2} + \cdots$$

dove:

- E: azione sismica;
- G_1: peso proprio di tutti gli elementi strutturali;
- G_2: peso proprio di tutti gli elementi non strutturali;
- Q_{ki}: valore caratteristico delle azioni variabili
- Ψ_{ij}: coefficiente di combinazione, fornito in tabella 2.5.I delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Il coefficiente Ψ_{21} =0.6 (ambienti suscettibili di affollamento).

6.3 Predimensionamento della struttura

Per progettare al meglio l'intervento è stato effettuato inizialmente un predimensionamento dei montanti angolari in funzione del carico verticale a cui sono soggetti.

Questi calcoli sono stati eseguiti su uno schema semplificativo della lanterna che prevede di considerare i pilastrini come elementi a sezione rettangolare di base 0.42m x 0.35m la cui altezza è pari a 3.8m e, al di sopra di essi, posizionare la corona ellittica e a seguire la cupola con la copertura.

La prima operazione di calcolo consiste nel valutare la forza verticale proveniente dai carichi che stanno al di sopra dei pilastrini; per far ciò bisogna combinare i carichi verticali secondo la combinazione più gravosa fornita dalle NTC 2018 (D.M. 17 gennaio, 2018). Nello specifico si usa la combinazione fondamentale allo SLU, fornita nel capitolo 2.5.3 tabella 2.5.I delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018), secondo cui le azioni devono essere combinate come segue:

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \Psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \Psi_{03} \cdot Q_{k3} + \cdots$$

dove:

- ψ_i sono i coefficienti di combinazione;
- γ_i sono i coefficienti parziali per le azioni.

Dall'analisi geometrica della lanterna si sono potuti determinare i pesi delle varie parti che la compongono, essi sono:

- cupola_$G_{1,1}$ = 56.46 kN;
- corona_$G_{1,2}$ = 72.20 kN;
- copertura_G_2 = 20.27 kN;
- carico variabile_$Q_{1,k}$ = 3.93 kN; ottenuto utilizzando come carico uniformemente distribuito q_k = 0.5 kN/m^2 (categoria H, coperture accessibili per sola manutenzione e riparazione, tabella 3.1. II. delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018)).

Usando i coefficienti di combinazione γ_{Gi} = 1.3 e γ_{Qi} = 1.5 si ottiene:

$$\mathrm{N}_p = 1.3 \cdot 56.46 + 1.3 \cdot 72.20 + 1.3 \cdot 20.27 + 1.5 \cdot 3.93 = 199.51 \text{ kN}$$

6.3.1 TIPOLOGIA A - Predimensionamento

Per questa tipologia d'intervento gli angolari, utilizzando come schema semplificativo di analisi la mensola, si immaginano correnti lungo lo sviluppo verticale dei pilastrini per un'altezza di 3.80m.

Facendo l'ipotesi, a vantaggio di sicurezza, che i pilastrini in muratura non collaborino alla ripartizione del carico, ciascun angolare si carica con un peso verticale pari a:

$$N' = \frac{\mathrm{N}_p}{16} = \frac{199.51}{16} = 12.469\ kN$$

dove Np rappresenta la forza verticale scaricata sui pilastrini della lanterna. Esso è stato valutato mediante la combinazione fondamentale allo SLU, fornita nel paragrafo 2.5.3 tabella 2.5.I delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018), nel paragrafo 5.3 ed è:

$$\mathrm{N}_p = 199.51 \text{ kN}$$

L'acciaio inox scelto per l'intervento è AISI 314.

Tabella 27: Caratteristiche acciaio inox AISI 314

AISI 314			
Tipologia	Densità a 20°C Kg/dm^3	Modulo elastico a 20°C KN/mm^2	f_{yk} N/mm^2
Austenitico	7.9	200	345

Si calcola dunque la sezione minima che deve avere il montante dividendo la forza assiale per la resistenza di progetto di snervamento (f_{yd}).

$$A_{min} = \frac{N'}{f_{yd}}$$

dove:

- N' è la forza verticale agente sul singolo angolare a L; esso è stato valutato in precedenza ed è pari a 12469 N;
- γ_{m0} è un coefficiente di sicurezza attraverso il quale si valuta la resistenza di progetto; per l'acciaio esso è pari a 1.05;
- f_{yk} rappresenta la resistenza caratteristica a snervamento; in questo caso, visto che si sta utilizzando acciaio inox AISI 314, essa è pari a 345 N/mm^2
- f_{yd} rappresenta la resistenza di progetto a snervamento; essa è fornita dal rapporto tra la resistenza a snervamento caratteristica del materiale (in questo caso acciaio inox AISI 314) ed un coefficiente di sicurezza. Nel caso studio esso è:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{m0}} = \frac{345}{1.05} = 328.57\ N/mm^2$$

Pertanto, utilizzando la formula precedente, la sezione minima che devono avere i montanti è:

$$A_{min} = \frac{N'}{f_{yd}} = \frac{12469}{328.57} = 37.95\ mm^2$$

Come si può notare, da un punto di vista statico basta pochissimo acciaio per assorbire il carico verticale. Tuttavia, lo scopo dell'intervento è incrementare le prestazioni in caso di condizioni sismiche, per cui, si utilizzeranno aree superiori, variabili da pilastrino a pilastrino, al fine di garantire la più adeguata connessione muratura-acciaio.
A fronte di tali considerazioni, si è deciso di utilizzare profilati angolari ad L a lati disuguali avente le seguenti sezioni:

- 30 x 70 x 8, Area sezione = 741.36 mm^2;
- 40 x 70 x 8, Area sezione = 823.72 mm^2;
- 50 x 70 x 8, Area sezione = 906.51 mm^2;

- 60 x 70 x 8, Area sezione = 989.73 mm^2;
- 70 x 70 x 8, Area sezione = 1060.3 mm^2.

Si riporta di seguito la pianta di base della lanterna e la disposizione dei profilati per i diversi pilastrini.

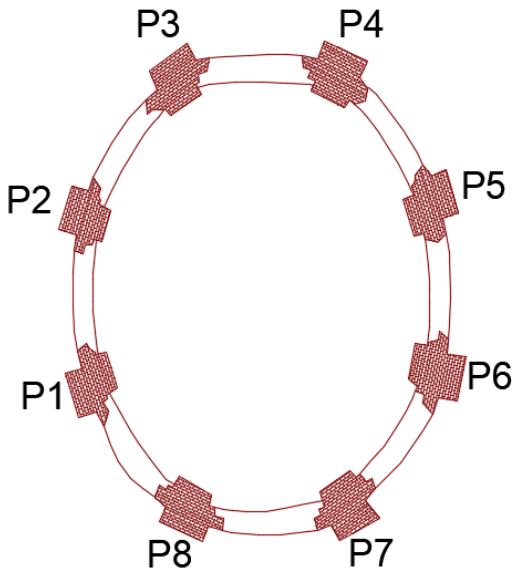

Figure 6-7: Pianta di basa della lanterna sezione orizzontale a quota +27.19 m

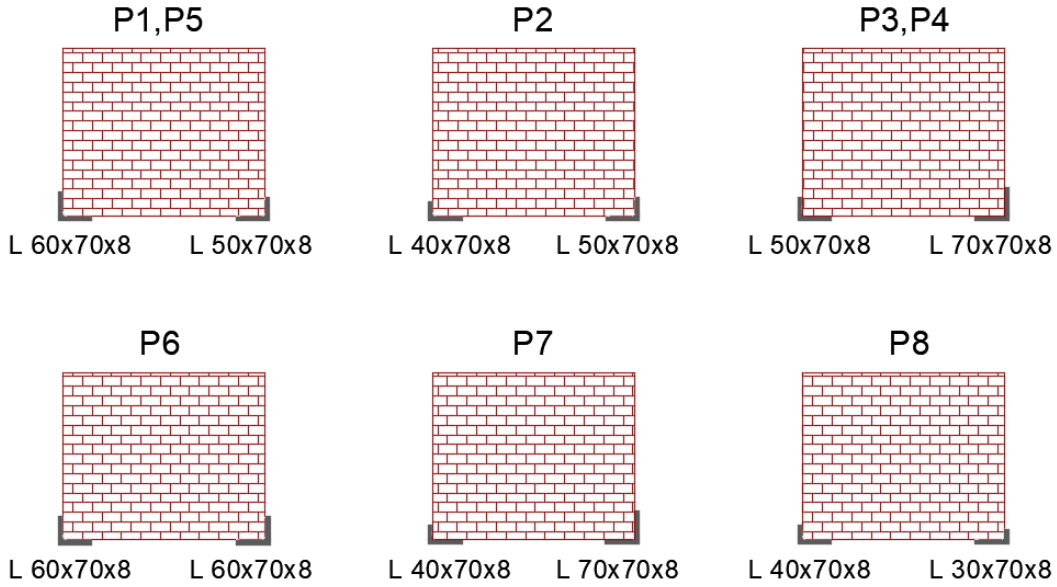

Figure 6-8: Disposizione degli angolari lungo i diversi pilastrini – TIPOLOGIA A

6.3.2 TIPOLOGIA B - Predimensionamento

Per questa tipologia d'intervento gli angolari, utilizzando come schema semplificativo di analisi la mensola, si immaginano correnti lungo tutto lo sviluppo verticale dei pilastri. Facendo l'ipotesi, a vantaggio di sicurezza, che i pilastrini in muratura non collaborino alla ripartizione del carico, ciascun angolare si carica con un carico verticale pari a:

$$N' = \frac{\mathrm{N}_p}{16} = \frac{199.51}{16} = 12.469\ kN$$

dove Np rappresenta la forza verticale scaricata sui pilastrini della lanterna. Esso è stato valutato mediante la combinazione fondamentale allo SLU, fornita nel paragrafo 2.5.3 tabella 2.5.I delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018), nel paragrafo 5.3 ed è:

$$N_p = 199.51 \text{ kN}$$

L'acciaio strutturale scelto per l'intervento è S355.

Tabella 28: Caratteristiche acciaio strutturale S355

S355	
Modulo elastico a 20°C KN/mm^2	f_{yk} N/mm^2
210	345

Si calcola dunque la sezione minima che deve avere il montante dividendo la forza assiale per la resistenza di progetto di snervamento (f_{yd}).

$$A_{min} = \frac{N'}{f_{yd}}$$

dove:

- N' è la forza verticale agente sul singolo angolare a L; esso è stato valutato in precedenza ed è pari a 12469 N;
- γ_{m0} è un coefficiente di sicurezza attraverso il quale si valuta la resistenza di progetto; per l'acciaio esso è pari a 1.05;
- f_{yk} rappresenta la resistenza caratteristica a snervamento; in questo caso, visto che si sta utilizzando acciaio strutturale S355, essa è pari a 355 N/mm^2
- f_{yd} rappresenta la resistenza di progetto a snervamento; essa è fornita dal rapporto tra la resistenza a snervamento caratteristica del materiale (in questo caso acciaio strutturale S355) ed un coefficiente di sicurezza. Nel caso studio esso è:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{m0}} = \frac{355}{1.05} = 338.09\ N/mm^2$$

Pertanto, utilizzando la formula precedente, la sezione minima che devono avere i montanti è:

$$A_{min} = \frac{N'}{f_{yd}} = \frac{12469}{338.09} = 36.88\ mm^2$$

Come si può notare, da un punto di vista statico basta pochissimo acciaio per assorbire il carico verticale. Tuttavia, lo scopo dell'intervento è incrementare le prestazioni in caso di condizioni

sismiche, per cui, si utilizzeranno aree superiori, variabili da pilastrino a pilastrino, al fine di garantire la più adeguata connessione muratura-acciaio.
A fronte di tali considerazioni, si è deciso di utilizzare si è deciso di utilizzare profilati angolari ad L a lati disuguali avente sezione 100 x 75 x 9 mm. Questo tipo di profilato, avendo uno spessore importante, contribuirà all'irrigidimento del pilastrino.

6.4 Analisi lineare statica

L'analisi lineare statica, valutata seguendo il paragrafo 7.3.3.2 delle NTC 2018 (D.M. 17 gennaio, 2018), serve per calcolare l'azione sismica a cui è soggetta una struttura applicando, su di essa, delle azioni statiche equivalenti rappresentanti le forze di inerzia.
Tale valutazione si può adoperare quando sono rispettate le seguenti condizioni:

- il periodo del primo modo di vibrare (T_1) non supera 2.5 T_C e T_D;
- la costruzione deve essere regolare in altezza.

Mediante modellazione F.E. di tutta la chiesa di Santa Caterina è stato possibile valutare i diversi modi di vibrare di quest'ultima alle diverse frequenze ed in particolare, da tale analisi, è risultato che il periodo associato al primo modo di vibrare è pari a:

$$T_1 = 0.340\ s$$

La conformità di T_1, ai requisiti prima definiti, è valutata mediante lo spettro di progetto allo stato limite di salvaguardia della vita (SLV) definito al paragrafo 1.4.1 della presente. Nelle analisi, tuttavia, a causa delle incertezze riguardanti il fattore di comportamento, è stato utilizzato uno spettro di progetto elastico allo SLV, che non tiene conto della plasticizzazione delle sezioni, definito anch'esso al paragrafo 1.4.1 della presente.

Parametri dipendenti

S	1,500
η	1,000
T_B	0,151 s
T_C	0,454 s
T_D	1,757 s

Figure 6-9: Parametri che definiscono lo spettro elastico SLV (D.M. 17 gennaio, 2018)

Dai parametri indipendenti dello spettro si ottiene che:

$$2.5T_C = 1.135\ s$$

$$T_D = 1.757\ s$$

Pertanto, potendo considerare la sola lanterna regolare in altezza, i requisiti prima definiti risultano rispettati.

Il modulo della forza equivalente si ottiene dall'ordinata dello spettro di progetto corrispondente al periodo T_1. La forza, considerando la struttura come costituita da oscillatori semplici a masse concentrate, si applica a ciascuna massa e viene calcolata secondo la formula 7.3.7 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) che è:

$$F_i = F_h \cdot z_i \cdot \frac{W_i}{\sum_j z_j W_j}$$

dove:

- F_H è la forza sismica di taglio alla base; essa è fornita dalla seguente formula:

$$F_H = \frac{S_d(T_1) \cdot W \cdot \lambda}{g}$$

- W_i e W_j sono i pesi delle masse i e j;
- z_i e z_j sono le rispettive quote;
- W è il peso totale della costruzione;
- λ è un coefficiente pari a 0.85 se $T_1 < 2T_C$ e la costruzione ha almeno tre orizzontamenti, uguale a 1.0 in tutti gli altri casi;
- g è l'accelerazione di gravità;
- $S_d(T_1)$ è l'ordinata dello spettro;
- F_i è la forza applicata alla massa i-esima;

Dalla formula precedente risulta evidente che per calcolare la forza statica equivalente della lanterna bisogna, in primo luogo, calcolare la forza peso delle masse in gioco; tale valore lo si ricava utilizzando la combinazione sismica fornita dalla normativa NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) al capitolo 2.5.3 secondo la quale i carichi vanno combinati come segue:

$$G_1 + G_2 + \sum_j \psi_{2j} Q_{kj}$$

dove:

- Cupola_$G_{1,1}$ = 56.46 kN;
- Corona_$G_{1,2}$ = 72.2 kN;
- Copertura_G_2 = 20.27 kN;
- Carico variabile_$Q_{1,k}$ = 3.93 kN;
- ψ_{21}= 0; categoria H, coperture accessibili per sola manutenzione normativa, ottenuto dalle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) al paragrafo 2.5.2 nella tabella 2.5.I.

La forza verticale totale agente sugli otto pilastrini sarà pari a:

$$P_{TOT} = G_1 + G_2 + \sum_j \psi_{2j} Q_{kj} = 56.46 + 72.2 + 20.27 + 0 \cdot 3.93 = 148.93\ kN$$

Per calcolare il peso proprio del pilastrino bisogna ricavare il volume. Si lavora su un modello semplificato in cui il pilastrino è alto 3.8m e ha una sezione rettangolare (b = 0.42m e h = 0.35m).

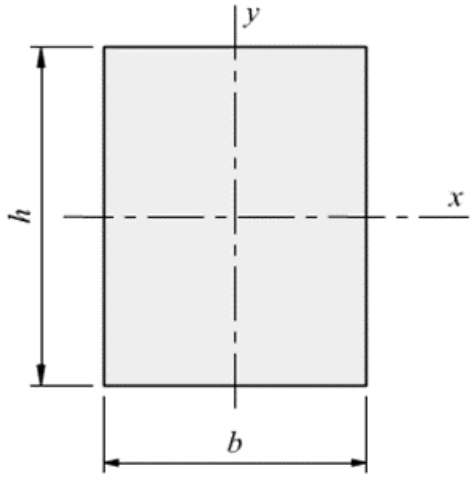

Figure 6-10: Sezione rettangolare

Noto il peso per unità di volume della muratura ($\gamma = 18\ kN/m^3$), risulta che il peso di ciascun pilastrino P_p è:

$$P_p = (H \cdot b \cdot h) \cdot \gamma = (3.8 \cdot 0.42 \cdot 0.35) \cdot 18 = 10.0548\ kN$$

Su ciascun pilastrino graverà dunque un carico verticale pari a:

$$N = \frac{P_{TOT}}{8} + P_p = \frac{148.93}{8} + 10.0548 = 28.67\ kN$$

A questo punto, per valutare l'ordinata spettrale, si utilizza la formula 3.2.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) secondo la quale:

$$S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left[\frac{T_1}{T_B} + \frac{1}{\eta \cdot F_0} \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_B}\right)\right]$$

dove i parametri da utilizzare, in conformità con lo spettro prima definito, saranno:

- T_1 = 0.034 s;
- T_B = 0.151 s;
- a_g = 0.0394 g, ricavata con l'ausilio della mappa della pericolosità sismica dell'INGV consultabile al sito http://esse1-gis.mi.ingv.it/ (Vulcanologia, s.d.);
- S = 1.5;
- F_0 = 2.67;
- η = 1;

Inserendoli nell'equazione precedente si ottiene:

$$S_e(T_1) = 0.0394 \cdot 1.5 \cdot 1 \cdot 2.67 \cdot \left[\frac{0.034}{0.151} + \frac{1}{1 \cdot 2.67} \cdot \left(1 - \frac{0.034}{0.151}\right)\right] = 0.0813 \cdot g$$

Si può ora valutare la forza sismica di taglio alla base F_H. Essa coinciderà con la forza applicata alla massa i-esima F_i, essendo la lanterna schematizzabile secondo uno schema ad oscillatore semplice. Pertanto:

$$F_H = S_d(T_1) \cdot N \cdot \frac{\lambda}{g} = 0.0813 \cdot g \cdot \ 28.67 \cdot \frac{0.85}{g} = 1.981\ kN = F_i$$

6.5 Verifiche con analisi statica lineare

Valutata la forza d'inerzia generata dall'azione sismica con l'analisi lineare statica si procede ora, mediante verifica, al soddisfacimento dei requisiti minimi previsti dal NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Le verifiche saranno svolte, per la sola lanterna, sia nelle condizioni reali in sito e sia con l'aggiunta dell'intervento relativo alla TIPOLOGIA A e alla TIPOLOGIA B.

6.5.1 Verifica statica a pressoflessione nel piano del pilastro in muratura

Nel caso della muratura allo stato attuale si può calcolare il fattore di sicurezza prestazionale come il rapporto tra il momento ultimo e il momento sollecitante.
Per la valutazione del momento sollecitante M_S si considera uno schema statico a mensola (trave con incastro alla base).

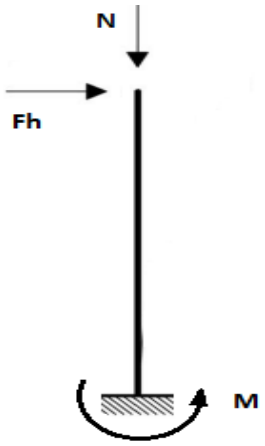

Figure 6-11: Schema statico pilastro isolato, sollecitazione momento incastro (Cataudella, 2019)

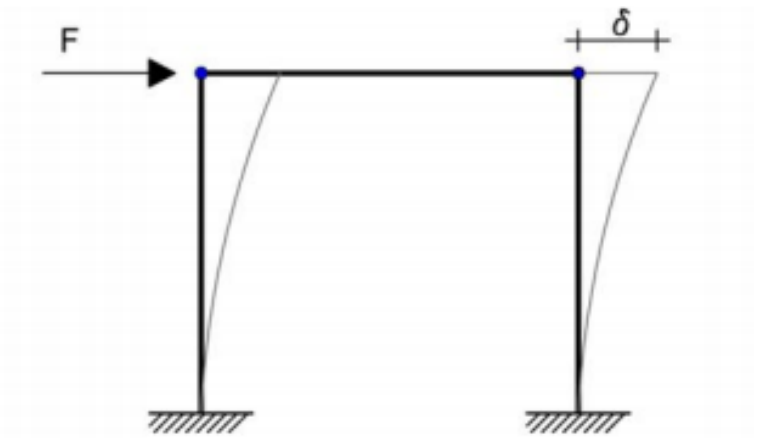

Figure 6-12: Schema statico lanterna (Cataudella, 2019)

Dallo schema considerato il momento sollecitante M_S è dato dal rapporto tra la forza statica equivalente F_H e l'altezza dei pilastrini della lanterna; pertanto:

$$M_S = F_H \cdot H = 1.981 \cdot 3.8 = 7.53\ kNm$$

dove:

- M_S è il momento sollecitante agente sui singoli pilastrini della lanterna;
- F_H è la forza statica equivalente applicata in testa ai pilastrini della lanterna; essa è stata valutata, mediante analisi statica lineare, nel paragrafo 5.4;
- H è l'altezza dei pilastrini della lanterna ed è 3.8 m.

Noto il momento sollecitante M_S (agente sul singolo pilastrino), si valuta il momento ultimo resistente M_u dei pilastrini per mezzo della formula 7.8.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Essa è:

$$M_u = \left(l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2}\right)\left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d}\right)$$

dove:

- M_u momento ultimo resistente del singolo pilastrino della colonna;
- l è la lunghezza complessiva della parete (comprensiva della zona tesa). Nel caso studio esso è 0.42m;
- t è lo spessore della zona compressa della parete. Nel caso studio esso è 0.35m;
- σ_0 è la tensione normale media, riferita all'area totale della sezione. Essa è data dalla formula $\sigma_0 = \frac{N}{l \cdot t}$ con N forza assiale agente, positiva se di compressione, se di trazione $M_u = 0$. Nel caso studio N rappresenta il carico verticale agente sul singolo pilastrino della lanterna ed è uguale a 28.67 kN;
- f_d è la resistenza a compressione di progetto della muratura costituente la lanterna ed è pari a:

  $$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m \cdot F_c} = 1.106 \text{ MPa};$$

  dove:

  - F_C è il fattore di confidenza e per il caso studio è 1.18;
  - f_k è la resistenza a compressione caratteristica della muratura costituente la lanterna; esso è 2.6 MPa;
  - γ_m è un fattore di sicurezza fornito dalla normativa NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e per il caso studio è pari a 2.

È ora possibile calcolare il momento ultimo agente sul singolo pilastrino M_u ponendoci nel caso di la forza equivalente applicata nella direzione X. Utilizzando la formula ed i valori sopra definiti si ha:

$$M_{u,y} = \left(l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2}\right)\left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d}\right) = \left(0.42^2 \cdot 0.35 \cdot \frac{194050.8}{2}\right)\left(1 - \frac{194050.8}{0.85 \cdot 1101694.9}\right) = 4.77\ kNm$$

A questo punto è ora possibile calcolare il fattore di sicurezza Fs.

Esso è:

$$F_S = \frac{M_{u,y}}{M_S} = \frac{4.77\ kNm}{6.83\ kNm} = 0.698 < 1$$

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

6.5.2 Valutazione statica dello spostamento ultimo della sola sezione in muratura.

A questo punto si valuta lo spostamento limite che subisce il pilastrino in muratura al raggiungimento del momento ultimo resistente $M_{u,y}$; in particolare, esso è dato dal seguente rapporto:

$$\delta = \frac{F'_H}{K}$$

dove:

- δ è lo spostamento limite del pilastrino in muratura;
- F'_H è la forza orizzontale applicata nella sommità dei pilastrini;
- K è la rigidezza associata ai pilastrini.

I parametri appena citati vengono valutati considerando, per i pilastrini, uno schema statico a mensola cioè trave con incastro alla base.

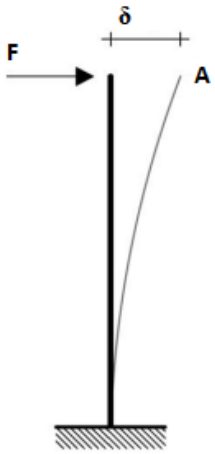

Figure 6-13: Spostamento orizzontale colonna incastrata alla base (Cataudella, 2019)

La forza orizzontale applicata in sommità F'_H corrisponde al seguente rapporto:

$$F'_H = \frac{M_{u,y}}{H}$$

con:

- $M_{u,y}$ momento ultimo resistente dei pilastrini; esso è pari a 4.77 kN ed è stato valutato nel capitolo 5.5.1;
- H è l'altezza dei pilastrini ed è pari a 3.8m.

Introducendo tali valori, nella formula di F'_H, si ha:

$$F'_H = \frac{M_{u,y}}{H} = \frac{4.77}{3.8} = 1.255\ kN$$

La rigidezza nel caso di uno schema a mensola è:

$$K = \frac{3EI}{H^3}$$

dove:

- H è l'altezza dei pilastrini; essa vale 3.8m.
- E rappresenta il modulo elastico del materiale costituente i pilastrini; tale materiale è la muratura, il cui modulo elastico è $1500 \cdot 10^6$ N/m^2;
- I è l'inerzia della sezione dei pilastrini; tale inerzia, poiché la sezione è stata considerata equivalente a quella di un rettangolo di lati 0.42m x 0.35m, è fornita dalla seguente formula:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0.42 \cdot 0.35^3}{12} = 0.001500625\ m^4$$

  dove:
  - b è la base della sezione equivalente del pilastrino;
  - h è l'altezza della sezione equivalente del pilastrino;

La rigidezza dei pilastrini risulta essere quindi pari a:

$$K = \frac{3EI}{H^3} = \frac{3 \cdot 1271 \cdot 10^6 \cdot 0.001500625}{3.8^3} = 104292.22\ \frac{N}{m}$$

Si calcola dunque lo spostamento massimo che subisce la sommità del pilastro in muratura al raggiungimento del momento limite della sezione $M_{u,y}$.

$$\delta = \frac{F'_H}{K} = \frac{1255}{104292.22} = 0.012\ \text{m}$$

6.5.3 TIPOLOGIA A - Verifica statica a pressoflessione nel piano del pilastro con inserimento di angolari

A questo punto si cerca di valutare l'efficacia degli angolari che saranno collegati al pilastro.
In questo caso non si può calcolare il momento ultimo resistente della muratura poiché la sezione non è più omogenea essendo essa composta da due materiali molto diversi. Pertanto, per poter valutare la sicurezza, è necessario riferirsi a dei parametri meccanici che dipendono dai due materiali. Per far ciò si sfruttano le indicazioni delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) al paragrafo 4.3.5.2 riguardo le strutture composte in calcestruzzo e acciaio; esse prevedono, nel caso di una sezione mista, di considerare la rigidezza flessionale dipendente da entrambi i materiali. Nel caso in esame si è

ipotizzato di considerare lo stesso processo metodologico proposto nella normativa considerando però non il calcestruzzo ma la muratura.
La rigidezza flessionale, considerando anche l'effetto del secondo ordine, è data dalla seguente formula:

$$(EI)_{eff,II} = k_0 \cdot \left(E_a\, I_a + E_S\, I_S + k_{e,II} E_{cm}\, I_{cm}\right)$$

con:

- $k_0 = 0.9$;
- $k_{e,II} = 0.5$;
- E_a modulo elastico dell'acciaio da carpenteria; per la TIPOLOGIA A l'acciaio utilizzato è quello inox AISI 314 il cui modulo elastico è 200 kN/mm^2;
- I_a momento d'inerzia dell'acciaio da carpenteria rispetto all'asse y passante per il baricentro della sezione composta muratura a acciaio. Nel caso in esame esso sarà valutato, sfruttando il teorema di Huygens, nel modo seguente:

  $$I_a = I_{G,a} + A_a \cdot d_y^2$$

  dove:
  - $I_{G,a}$ è il momento d'inerzia rispetto al baricentro della sezione dell'acciaio da carpenteria;
  - A_a è l'area della sezione dell'acciaio da carpenteria;
  - d_y è la distanza, in direzione y, tra il baricentro della sezione dell'acciaio da carpenteria ed il baricentro della sezione composta acciaio-muratura;
- E_S è il modulo elastico dell'acciaio da armatura (qui assente);
- I_S momento d'inerzia dell'acciaio da armatura rispetto all'asse y passante per il baricentro della sezione composta muratura a acciaio. Qui, essendo l'armatura assente, esso non è presente;
- E_{cm} è il modulo elastico del calcestruzzo che in questo caso verrà sostituito da quello della muratura costituente i pilastrini. Esso è 1.27 kN/mm^2;
- I_{cm} momento d'inerzia della muratura rispetto all'asse y passante per il baricentro della sezione composta muratura a acciaio. Nel caso in esame esso sarà valutato, facendo l'ipotesi che le sezioni degli angolari contribuiscano poco nella variazione del baricentro (piccola area rispetto a quella della sezione di muratura), attraverso la formula:

  $$I_{cm} = \frac{b_{cm} \cdot h_{cm}^3}{12}$$

  con:
  - b_{cm} base della sezione in muratura;
  - h_{cm} altezza della sezione in muratura.

Adattando la formula di $(EI)_{eff,II}$ al nostro caso si avrà:

$$(EI)_{comp} = k_0 \cdot \left(E_a\, I_{a,x} + k_{e,II} E_m\, I_{cm,x}\right)$$

Si valuta ora la rigidezza K' della sezione composta muratura-acciaio.
Poiché si sta considerando come schema statico la mensola essa è fornita dalla seguente formula:

$$K' = \frac{3(EI)_{comp}}{H^3}$$

dove H è l'altezza dell'elemento muratura-acciaio; essa è 3.80m.

A questo punto bisogna valutare lo spostamento limite del pilastrino in muratura-acciaio δ quando ci si trova nella condizione limite a pressoflessione. Esso è già stato valutato nel capitolo precedente (5.5.2) ed è 0.012 m.

È possibile ora calcolare la forza orizzontale F' necessaria per generare lo spostamento limite del pilastrino in muratura-acciaio δ quando ci si trova nella condizione limite a pressoflessione.
Esso è dato dal seguente prodotto:

$$F' = K' \cdot \delta$$

Nota la forza orizzontale nella condizione limite a pressoflessione F' si valuta il momento ad esso associato attraverso questo rapporto:

$$M' = \frac{F'}{H}$$

dove H è l'altezza dell'elemento muratura-acciaio ed è 3.80m.

Infine si valuta il coefficiente di sicurezza F_c che, se maggiore di 1, indica che l'inserimento dei montanti è stato efficace.
Esso si valuta con il seguente rapporto:

$$F_c = \frac{M'}{M_S} > 1$$

con:

- M' momento agente sui pilastrini in muratura-acciaio quando ci si trova nella condizione limite a pressoflessione;
- M_S momento sollecitante agente sui pilastrini in muratura-acciaio valutato mediante analisi statica lineare. Esso è pari a 6.83 kNm.

Si riportano di seguito delle tabelle contenenti le verifiche svolte, per i differenti pilastrini, in cui, tutte le informazioni sulle caratteristiche geometriche degli angolari sono state prese dal catalogo della Montanstahl (Montanstahl, s.d.).
Per una migliore comprensione si riportano anche la pianta di base della lanterna e la sezione dei singoli pilastrini.

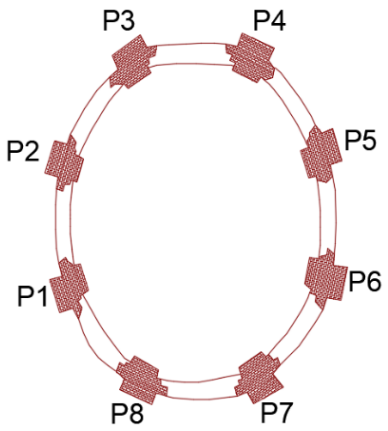

Figure 6-14: Pianta di basa della lanterna sezione orizzontale a quota +27.19 m

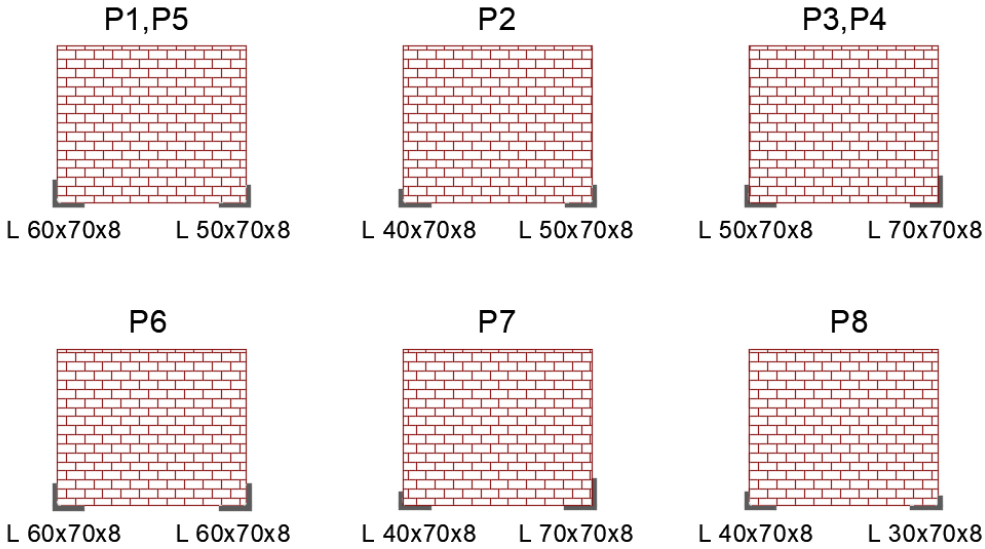

Figure 6-15: Disposizione degli angolari lungo i diversi pilastrini

Tabella 29: Verifica statica a pressoflessione per pilastrini P1 e P5 – TIPOLOGIA A

P1;P5		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.80	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
$I_{cm,x}$	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
$I_{a,x}$	0.000053239	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	10441.46725	KNm^2
K'	570.86	KN/m
δ	0.012	m
F'	6.87	kN
M'	26.09	KNm
M_s	6.83	KNm
VERIFICA	3.82	VERIFICATO

Tabella 30: Verifica statica a pressoflessione per il pilastrino P2 – TIPOLOGIA A

P2		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.80	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
$I_{cm,x}$	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
$I_{a,x}$	0.000050404	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	9931.064049	KNm^2
K'	542.96	KN/m
δ	0.012	m
F'	6.53	kN
M'	24.82	KNm
M_s	6.83	KNm
VERIFICA	3.63	VERIFICATO

Tabella 31: Verifica statica a pressoflessione per i pilastrini P3 e P4 – TIPOLOGIA A

P3;P4		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.80	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
$I_{cm,x}$	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
$I_{a,x}$	0.000054354	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	10642.09285	KNm^2
K'	581.83	KN/m
δ	0.012	m
F'	7.00	kN
M'	26.59	KNm
M_s	6.83	KNm
VERIFICA	3.89	VERIFICATO

Tabella 32: Verifica statica a pressoflessione per il pilastrino P6 – TIPOLOGIA A

P6		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.80	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
$I_{cm,x}$	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
$I_{a,x}$	0.000054551	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	10677.51685	KNm^2
K'	583.77	KN/m
δ	0.012	m
F'	7.02	kN
M'	26.68	KNm
M_s	6.83	KNm
VERIFICA	3.91	VERIFICATO

Tabella 33: Verifica statica a pressoflessione per il pilastrino P7 – TIPOLOGIA A

P7		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.80	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
$I_{cm,x}$	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
$I_{a,x}$	0.000052830	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	10367.73925	KNm^2
K'	566.83	KN/m
δ	0.012	m
F'	6.82	kN
M'	25.91	KNm
M_s	6.83	KNm
VERIFICA	3.79	VERIFICATO

Tabella 34: Verifica statica a pressoflessione per il pilastrino P8 – TIPOLOGIA A

P8		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.80	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
$I_{cm,x}$	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
$I_{a,x}$	0.000047126	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	9341.172849	KNm^2
K'	510.71	KN/m
δ	0.012	m
F'	6.14	kN
M'	23.34	KNm
M_s	6.83	KNm
VERIFICA	3.42	VERIFICATO

Le tabelle precedenti mostrano il soddisfacimento della verifica per tutti i pilastrini e pertanto, i profilati scelti risultano efficaci per il miglioramento.

6.5.4 TIPOLOGIA B - Verifica statica a pressoflessione nel piano del pilastro con inserimento di angolari

Ripetendo l'analisi svolta nel paragrafo 5.5.3 precedente (riferito alla TIPOLOGIA A) si riporta, per il pilastrino generico caratterizzato dall'aggiunta di due angolari ad L 100x75x9, la verifica svolta.

Tabella 35: Verifica statica a pressoflessione per il pilastrino tipo – TIPOLOGIA B

Pilastro in muratura più angolare a L 100X75X9		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.80	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
$I_{cm,x}$	0.001500625	m^4
E_a	210	KN/mm^2
$I_{a,x}$	0.000072106	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	14486.53233	KNm^2
K'	792.02	KN/m
δ	0.0120	m
F'	9.53	kN
M'	36.20	KNm
M_s	6.83	KNm
VERIFICA	5.30	VERIFICATO

Nella tabella precedente la verifica per il pilastrino tipo è soddisfatta e pertanto, i profilati scelti risultano efficaci per il miglioramento.

6.6 Analisi modale

Terminata la fase preliminare di analisi si procede con uno studio più accurato della struttura e dell'intervento nei confronti della resistenza all'azione sismica; tale studio è l'analisi modale.

L'analisi modale, descritta nel paragrafo 7.3.3.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e nel paragrafo C7.3.3.1 della circolare esplicativa alle NTC18 del 2019 (C.S.LL.PP, 2019), può essere suddivisa in tre differenti fasi:

- determinazione dei modi di vibrare "naturali" della struttura;
- calcolo degli effetti dell'azione sismica, rappresentata dallo spettro di risposta di progetto, per ciascuno dei modi di vibrare individuati;
- valutare della risposta complessiva mediante combinazione degli effetti.

6.6.1 TIPOLOGIA A - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna

Per simulare l'intervento proposto da inserire nella lanterna è stata apportata una modifica al modello F.E. calibrato precedentemente definito.

La modifica, per la TIPOLOGIA A, ha previsto l'inserimento, in corrispondenza di ogni pilastrino della lanterna, di 2 due elementi in metallo, aventi una sezione ad L con lati disuguali variabile a seconda delle prescrizioni di predimensionamento, che hanno il compito di simulare gli angolari. Oltre a questi elementi, per migliorare il comportamento e permettere la collaborazione tra tutte le entità verticali della lanterna, sono stati inseriti su tre livelli differenti, degli elementi orizzontali, aventi una sezione ad L con lati disuguali, disposti alle seguenti quote:

- + 27.19 m;
- + 27.88 m;
- + 28.60 m.

Nello specifico sono stati utilizzati:

- angolare a L 50x70x8 tra P_1 e P_2;
- angolare a L 40x70x8 tra P_2 e P_3;
- angolare a L 70x70x8 tra P_3 e P_4;
- angolare a L 40x70x8 tra P_4 e P_5;
- angolare a L 40x70x8 tra P_5 e P_6;
- angolare a L 30x70x8 tra P_6 e P_7;
- angolare a L 40x70x8 tra P_7 e P_8;
- angolare a L 40x70x8 tra P_8 e P_1;

Si riportano di seguito i modelli realizzati con il programma F.E.M. Ansys.

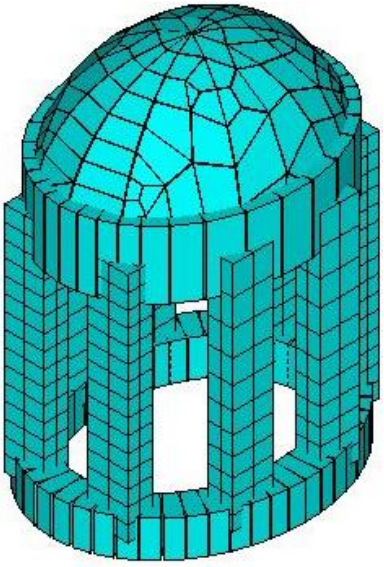

Figure 6-16: Modello F.E. della lanterna isolata

Figure 6-17: Modello F.E. della struttura metallica – TIPOLOGIA A

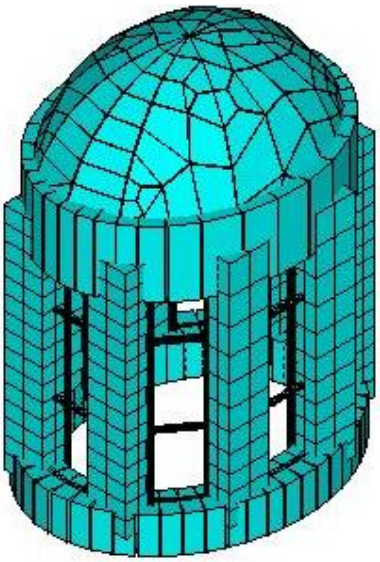

Figure 6-18: Modello F.E. della lanterna con intervento – TIPOLOGIA A

Il modello globale sarà quindi il seguente.

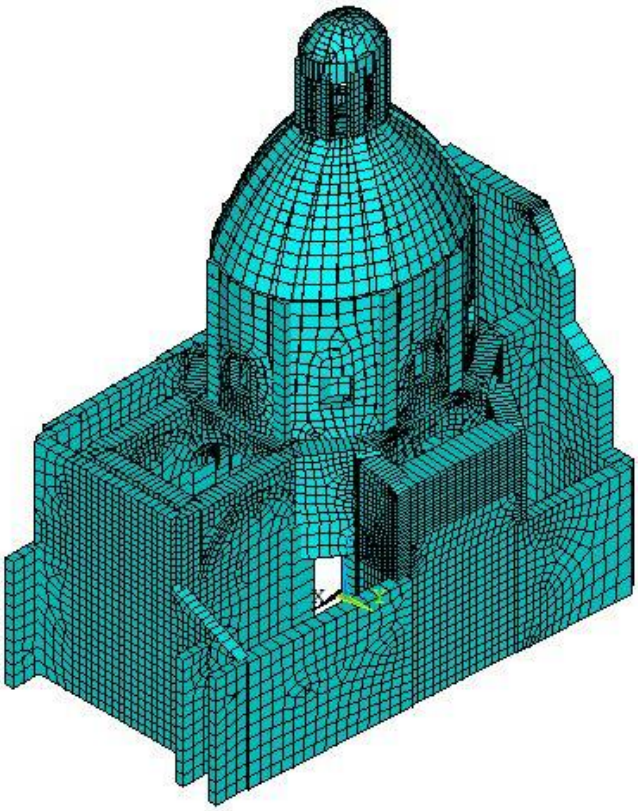

Figure 6-19: Modello globale FEM con intervento – TIPOLOGIA A

In seguito, è stata effettuata l'analisi modale, attraverso il software Ansys, che ha permesso di ricavare le forme modali e i valori delle frequenze di vibrazione da cui si sono calcolati i periodi di oscillazione della struttura.
Di seguito, in tabella, vengono riportati i valori relativi ai primi 10 modi di vibrare della struttura modificata.

Tabella 36: Periodi e frequenze dei modi di vibrare modello modificato – TIPOLOGIA A

Modo	Periodo T [s]	frequenza f [Hz]
1	0.283	3.536
2	0.252	3.964
3	0.216	4.629
4	0.195	5.129
5	0.172	5.806
6	0.164	6.115
7	0.139	7.194
8	0.137	7.284
9	0.134	7.488
10	0.128	7.834

Analizzando la tabella precedente si può notare che vi è stato un cambiamento nella frequenza del primo modo che passa da 2.945 Hz a 3.536 Hz.

Soffermandoci sui modi di vibrare iniziali che, nella quasi totalità dei casi, sono quelli più pericolosi in presenza di sisma si ha che:

- il primo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.283 s, interessa solamente la facciata, che oscilla fuori dal proprio piano, come mostrato nella figura estratta da Ansys.

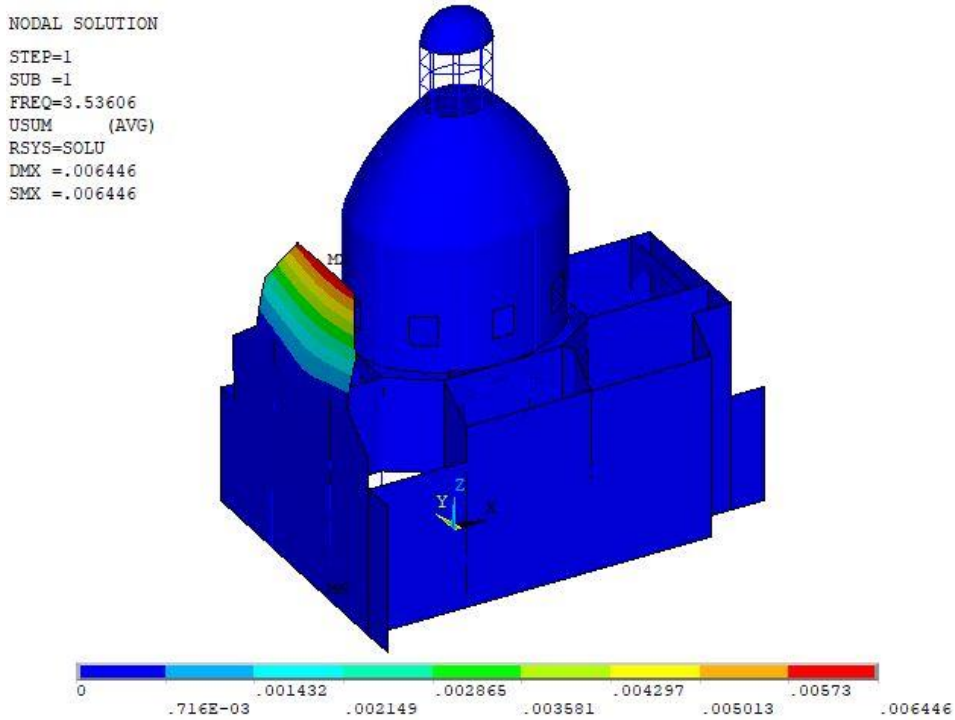

Figure 6-20: Spostamenti massimi 1° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA A

- il secondo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.252 s, interessa sia la lanterna, che subisce gli spostamenti maggiori, e sia il sistema cupola-lanterna. Quanto detto è evidente nella figura estratta da Ansys.

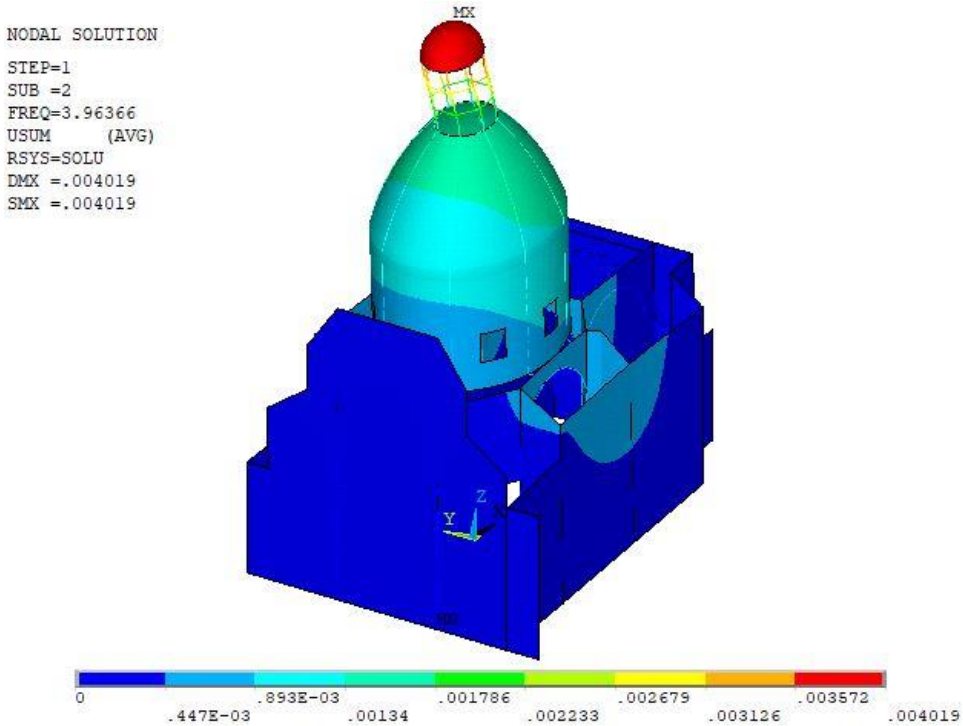

Figure 6-21: Spostamenti massimi 2° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA A

- il terzo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.216 s, interessa, come per il secondo modo, sia la lanterna, che subisce gli spostamenti maggiori, e sia il sistema cupola-lanterna. Quanto detto è evidente nella figura estratta da Ansys.

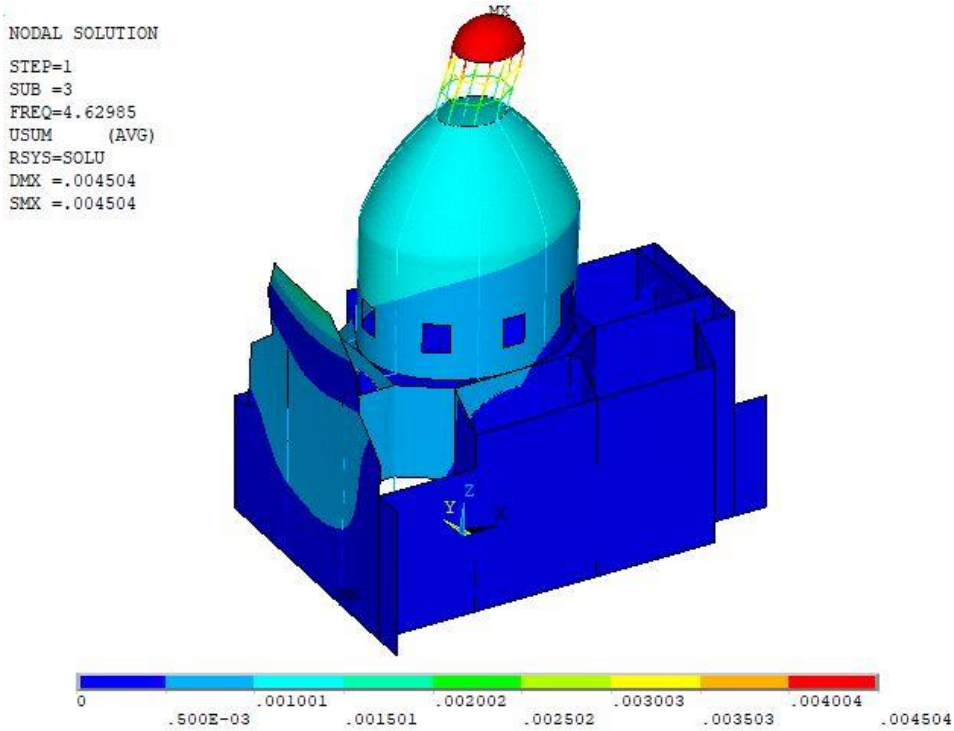

Figure 6-22: Spostamenti massimi 3° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA A

In conclusione, attraverso l'analisi modale, si può affermare che l'intervento della TIPOLOGIA A ha apportato un cambiamento dei primi modi di vibrare.

6.6.2 TIPOLOGIA A - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna con spettro di risposta

L'analisi multimodale con spettro di risposta si realizza inserendo nel programma F.E.M. i valori di frequenza (Hz) e di accelerazione spettrale in (m/s^2) relativi allo spettro di risposta elastico di Casale Monferrato. Le valutazioni sono eseguite applicando lo spettro indipendentemente nelle due direzioni orizzontali (lungo x e lungo y) e nella direzione verticale. In seguito, per ogni direzione di analisi, si effettua la combinazione statistica CQC degli spostamenti relative ai singoli modi di vibrare in modo da ottenere lo spostamento massimo.

L'approccio con Ansys ha permesso di poter affermare che:

- applicando lo spettro nella direzione x lo spostamento massimo della struttura è pari a 1.42 cm e si manifesta nella sommità della facciata, essendo quest'ultima orientata nella direzione del moto. Oltre alla facciata, che rappresenta l'elemento più interessato dal sisma in questa casistica, anche la lanterna risulta soggetta all'effetto della sollecitazione lungo x.

- applicando lo spettro nella direzione y lo spostamento massimo della struttura si manifesta nella sommità della lanterna ed è pari a 1.12 cm. Confrontando questo valore con quello

relativo al modello senza intervento si può notare una riduzione dello spostamento massimo che subisce la lanterna infatti si passa da circa 1.40 cm a 1.12 cm.

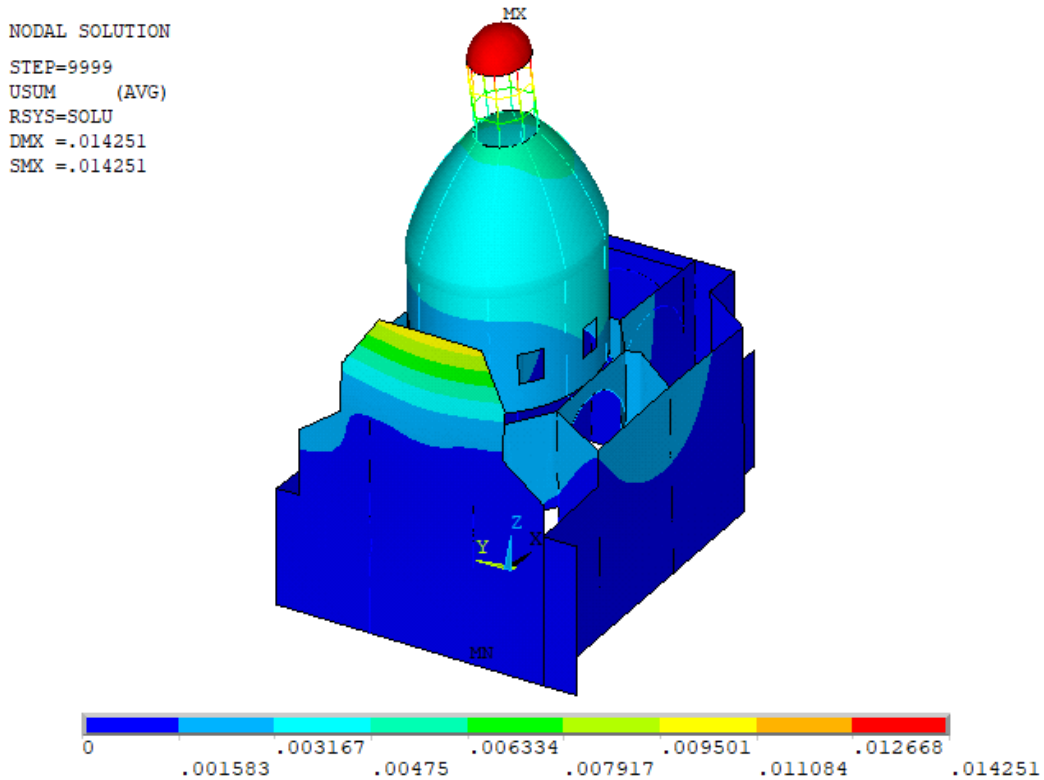

Figure 6-23: Spostamenti massimi analisi modale con spettro di risposta nella direzione x - modello modificato TIPOLOGIA A

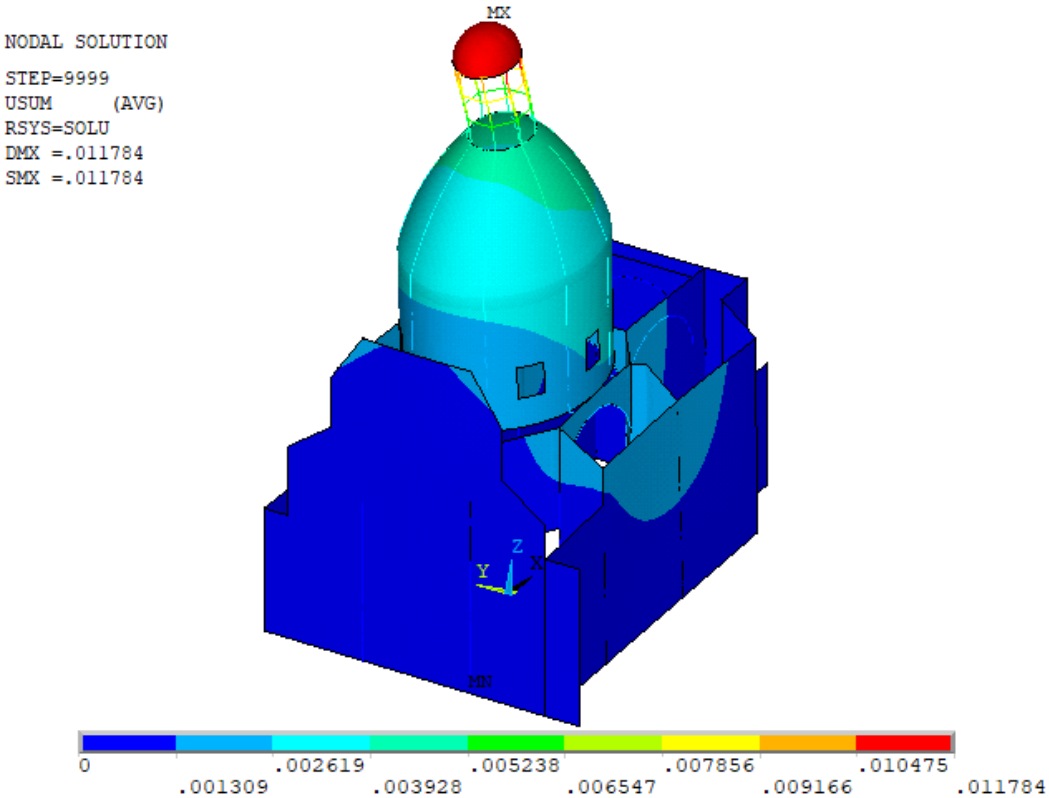

Figure 6-24: Spostamenti massimi analisi modale con spettro di risposta nella direzione y - modello modificato TIPOLOGIA A

La tabella seguente mostra gli spostamenti relativi tra la base e la sommità della lanterna.

Tabella 37: Spostamenti differenziali lanterna - modello con intervento TIPOLOGIA A

LANTERNA	Spettro lungo X	Spettro lungo Y
$u_{tot,sommità}$ [m]	0.0143	0.0118
$u_{tot,base}$ [m]	0.0049	0.0042
Δu [m]	0.0093	0.0076

Confrontando questi dati con quelli relativi alla struttura originaria si nota come l'intervento TIPOLOGIA A proposto riduce gli spostamenti relativi tra la base e la sommità della lanterna.
Nel dettaglio rispetto alla direzione x lo spostamento si è ridotto di circa un quarto mentre rispetto alla direzione y lo spostamento si è quasi dimezzato.

6.6.3 TIPOLOGIA B - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna

Per simulare l'intervento proposto da inserire nella lanterna è stata apportata una modifica al modello F.E. calibrato precedentemente definito.

La modifica, per la TIPOLOGIA B, ha previsto l'inserimento, in corrispondenza di ogni pilastrino della lanterna, di 2 due elementi in metallo che hanno il compito di simulare gli angolari. Gli angolari inseriti, con forma ad L a lati disuguali, sono stati predimensionati precedentemente ed hanno una sezione di 100x75x9 mm. Oltre a queste entità, per migliorare il comportamento e far in modo di far collaborare tutti gli elementi verticali della lanterna, sono stati inseriti, su due livelli differenti, degli orizzontamenti aventi sezione a T con spessore di 9 mm. Infine, in corrispondenza delle corone inferiori e superiore della lanterna sono stati creati degli elementi che simulano il comportamento di catena di cerchiatura.

Si riportano di seguito i modelli realizzati con il programma F.E. Ansys.

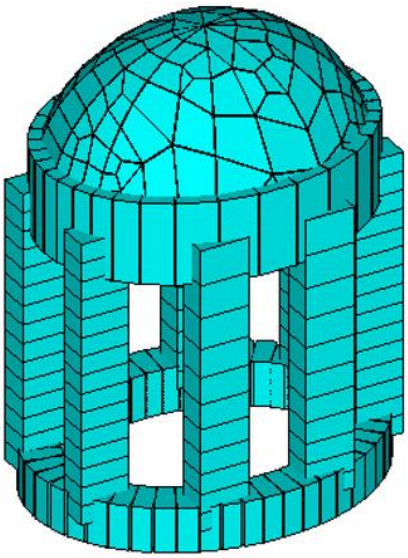

Figure 6-25: Modello F.E. della lanterna isolata (Cataudella, 2019)

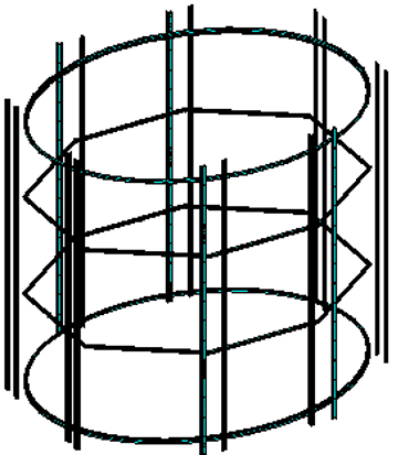

Figure 6-26: Modello F.E. della struttura metallica – TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

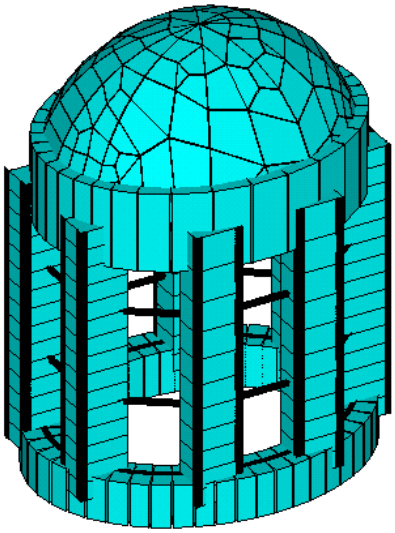

Figure 6-27: Modello F.E. della lanterna con intervento – TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

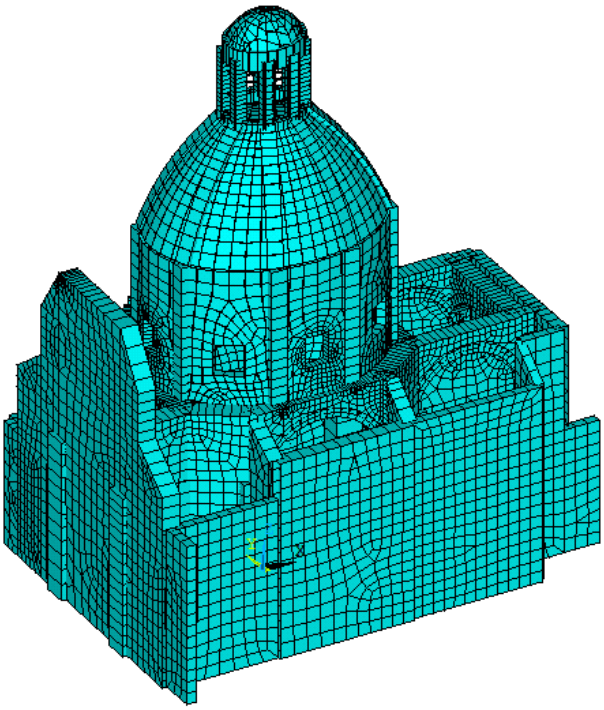

Figure 6-28: Modello globale FEM con intervento – TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

In seguito, è stata effettuata l'analisi modale, attraverso il software Ansys, che ha permesso di ricavare le forme modali e i valori delle frequenze di vibrazione da cui si sono calcolati i periodi di oscillazione della struttura.
Di seguito, in tabella, vengono riportati i valori relativi ai primi 10 modi di vibrare della struttura modificata.

Tabella 38: Periodi e frequenze dei modi di vibrare modello modificato – TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

Modo	Periodo T [s]	frequenza f [Hz]
1	0.283	3.537
2	0.251	3.990
3	0.210	4.759
4	0.190	5.261
5	0.162	6.191
6	0.154	6.503
7	0.138	7.260
8	0.131	7.625
9	0.124	8.072
10	0.117	8.569

Analizzando la tabella precedente si può notare che vi è stato un cambiamento nella frequenza del primo modo che passa da 2.945 Hz a 3.537 Hz.
Soffermandoci sui modi di vibrare iniziali che, nella quasi totalità dei casi, sono quelli più pericolosi in presenza di sisma si ha che:

- il primo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.283 s, interessa solamente la facciata, che oscilla fuori dal proprio piano, come mostrato nella figura estratta da Ansys.

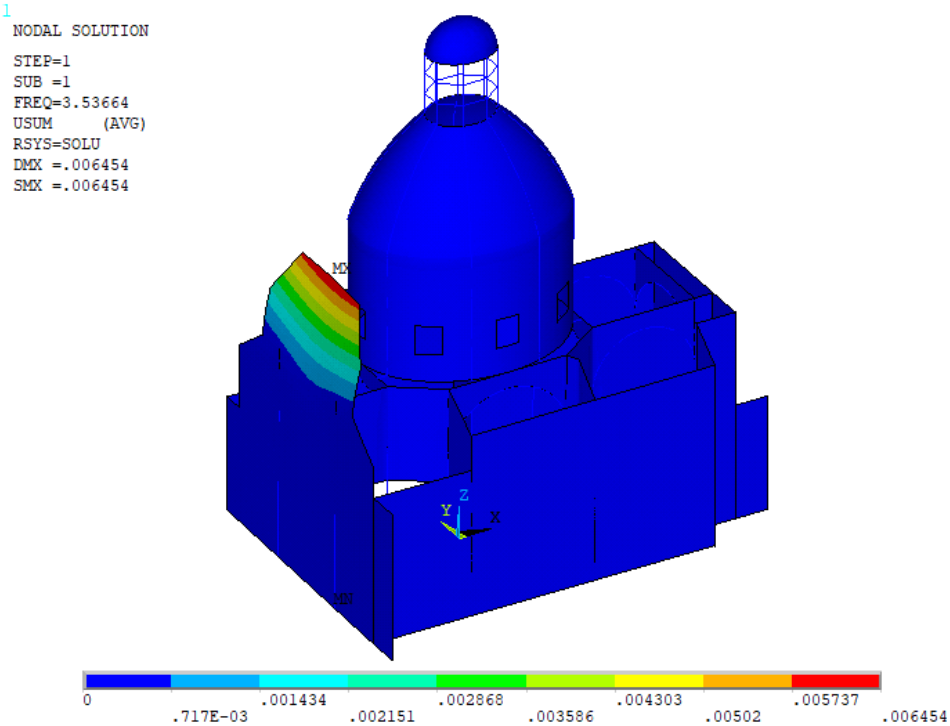

Figure 6-29: Spostamenti massimi 1° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

- il secondo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.251 s, interessa sia la lanterna, che subisce gli spostamenti maggiori, e sia il sistema cupola-lanterna. Quanto detto è evidente nella figura estratta da Ansys.

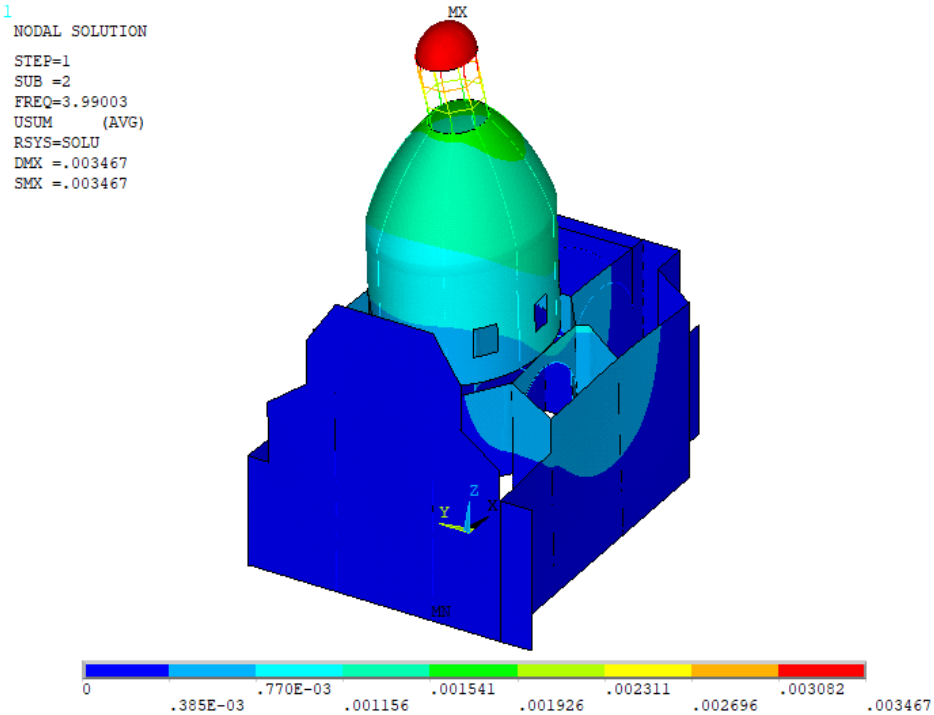

Figure 6-30: Spostamenti massimi 2° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

- il terzo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.210 s, interessa, come per il secondo modo, sia la lanterna, che subisce gli spostamenti maggiori, e sia il sistema cupola-lanterna. Quanto detto è evidente nella figura estratta da Ansys.

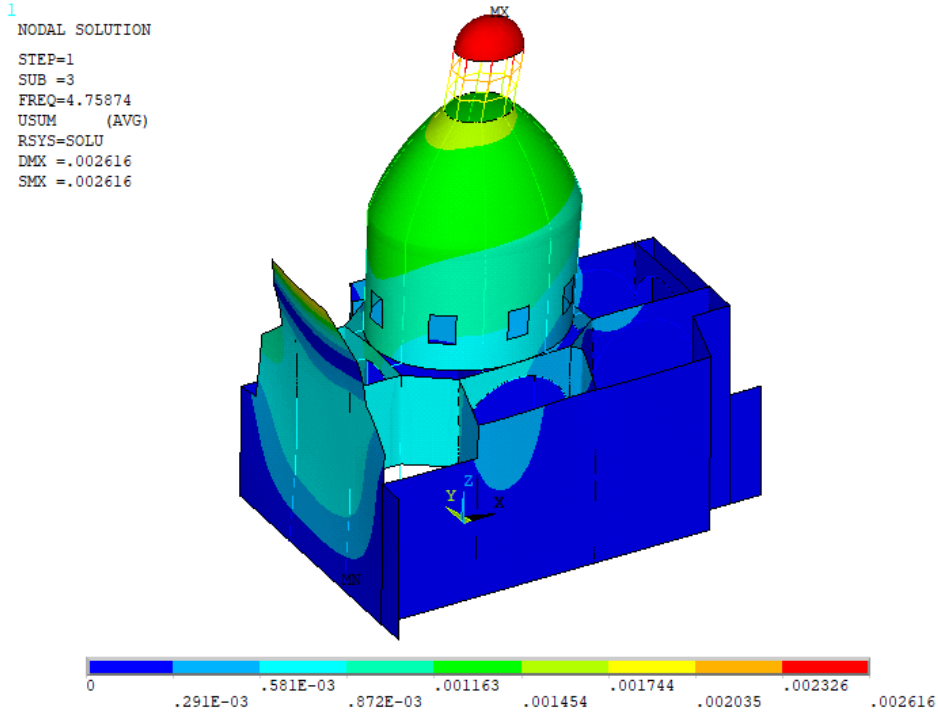

Figure 6-31: Spostamenti massimi 3° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

In conclusione, attraverso l'analisi modale, si può affermare che l'intervento della TIPOLOGIA B ha apportato un cambiamento dei primi modi di vibrare.

6.6.4 TIPOLOGIA B - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna con spettro di risposta

L'approccio con Ansys, visto al paragrafo 6.6.2 precedente, ha permesso di poter affermare che:

- applicando lo spettro nella direzione x lo spostamento massimo della struttura è pari a 1.07 cm e si manifesta nella sommità della facciata, essendo quest'ultima orientata nella direzione del moto. Oltre alla facciata, che rappresenta l'elemento più interessato dal sisma in questa casistica, anche la lanterna risulta soggetta all'effetto della sollecitazione lungo x.

- applicando lo spettro nella direzione y lo spostamento massimo della struttura si manifesta nella sommità della lanterna ed è pari a 1.02 cm. Confrontando questo valore con quello relativo al modello senza intervento si può notare una riduzione dello spostamento massimo che subisce la lanterna infatti si passa da circa 1.40 cm a 1.02 cm.

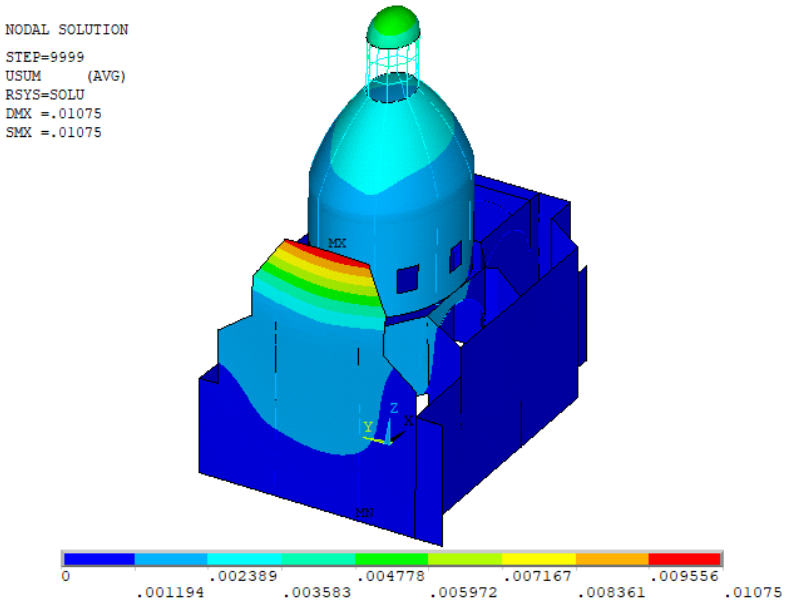

Figure 6-32: Spostamenti massimi analisi modale con spettro di risposta nella direzione x - modello modificato TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

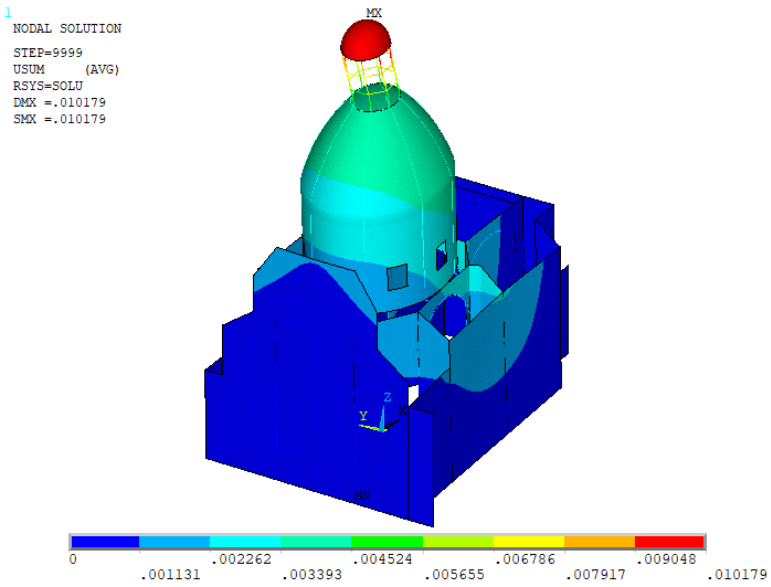

Figure 6-33: Spostamenti massimi analisi modale con spettro di risposta nella direzione y - modello modificato TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

La tabella seguente mostra gli spostamenti relativi tra la base e la sommità della lanterna.

Tabella 39: Spostamenti differenziali lanterna - modello con intervento TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

LANTERNA	Spettro lungo X	Spettro lungo Y
$u_{tot,sommità}$ [m]	0.0107	0.0102
$u_{tot,base}$ [m]	0.0026	0.0043
Δu [m]	0.0081	0.0059

Confrontando questi dati con quelli relativi alla struttura originaria si nota come l'intervento TIPOLOGIA B proposto riduce gli spostamenti relativi tra la base e la sommità della lanterna.
Nel dettaglio rispetto alla direzione x lo spostamento si è ridotto di circa un quarto mentre rispetto alla direzione y lo spostamento si è quasi dimezzato.

7 Valutazione di sicurezza sismica di livello LV3

Per effettuare un'analisi quantitativa della struttura, essendo impossibile per le chiese definire un modello semplificato, si è proceduto alla determinazione di un livello di sicurezza globale più approfondito. Nello specifico è stato utilizzato un modello globale agli elementi finiti della struttura grazie al quale, sono stati ottenuti i diagrammi delle sollecitazioni necessari per il soddisfacimento dei requisiti minimi previsti dalle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

7.1 TIPOLOGIA A - Verifica a pressoflessione nel piano dei pilastrini modificati

Il pilastrino modificato della lanterna viene verificato a pressoflessione mediante il confronto tra il momento ultimo sollecitante M_S e il momento ultimo resistente M'.
In questo caso non si può calcolare il momento ultimo resistente della muratura poiché la sezione non è più omogenea essendo essa composta da due materiali molto diversi. Pertanto, per poter valutare la sicurezza, è necessario riferirsi a dei parametri meccanici che dipendono dai due materiali. Per far ciò si sfruttano le indicazioni delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) al paragrafo 4.3.5.2 riguardo le strutture composte in calcestruzzo e acciaio; esse prevedono, nel caso di una sezione mista, di considerare la rigidezza flessionale dipendente da entrambi i materiali. Nel caso in esame si è ipotizzato di considerare lo stesso processo metodologico proposto nella normativa considerando però non il calcestruzzo ma la muratura.
La rigidezza flessionale, considerando anche l'effetto del secondo ordine, è data dalla seguente formula:

$$(EI)_{eff,II} = k_0 \cdot \left(E_a\, I_a + E_S\, I_S + k_{e,II} E_{cm}\, I_{cm}\right)$$

con:

- $k_0 = 0.9$;
- $k_{e,II} = 0.5$;
- E_a modulo elastico dell'acciaio da carpenteria; per la TIPOLOGIA A l'acciaio utilizzato è quello inox AISI 314 il cui modulo elastico è 200 kN/mm^2;
- I_a momento d'inerzia dell'acciaio da carpenteria rispetto all'asse y passante per il baricentro della sezione composta muratura a acciaio. Nel caso in esame esso sarà valutato, sfruttando il teorema di Huygens, nel modo seguente:

  $$I_a = I_{G,a} + A_a \cdot d_y^2$$

  dove:
  - $I_{G,a}$ è il momento d'inerzia rispetto al baricentro della sezione dell'acciaio da carpenteria;
  - A_a è l'area della sezione dell'acciaio da carpenteria;
  - d_y è la distanza, in direzione y, tra il baricentro della sezione dell'acciaio da carpenteria ed il baricentro della sezione composta acciaio-muratura;

- E_S è il modulo elastico dell'acciaio da armatura (qui assente);
- I_S momento d'inerzia dell'acciaio da armatura rispetto all'asse y passante per il baricentro della sezione composta muratura a acciaio. Qui, essendo l'armatura assente, esso non è presente;
- E_{cm} è il modulo elastico del calcestruzzo che in questo caso verrà sostituito da quello della muratura costituente i pilastrini. Esso è 1.27 kN/mm^2;
- I_{cm} momento d'inerzia della muratura rispetto all'asse y passante per il baricentro della sezione composta muratura a acciaio. Nel caso in esame esso sarà valutato, facendo l'ipotesi che le sezioni degli angolari contribuiscano poco nella variazione del baricentro (piccola area rispetto a quella della sezione di muratura), attraverso la formula:

$$I_{cm} = \frac{b_{cm} \cdot h_{cm}^3}{12}$$

  con:
  - b_{cm} base della sezione in muratura;
  - h_{cm} altezza della sezione in muratura.

Adattando la formula di $(EI)_{eff,II}$ al nostro caso si avrà:

$$(EI)_{comp} = k_0 \cdot \left(E_a\, I_{a,x} + k_{e,II} E_m\, I_{cm,x}\right)$$

Si valuta ora la rigidezza K' della sezione composta muratura-acciaio.
Poiché si sta considerando come schema statico la mensola essa è fornita dalla seguente formula:

$$K' = \frac{3(EI)_{comp}}{H^3}$$

dove H è l'altezza dell'elemento muratura-acciaio; essa è 3.80m.

A questo punto, utilizzando lo spostamento limite in testa al pilastrino in muratura-acciaio δ (ricavato, anch'esso, mediante inviluppo tra lo spostamento in testa quando l'azione sismica è diretta lungo x e lungo y), è possibile ottenere la forza orizzontale F' necessaria per generare lo spostamento limite del pilastrino in muratura-acciaio δ quando ci si trova nella condizione limite a pressoflessione. Tale forza è data dal seguente prodotto:

$$F' = K' \cdot \delta$$

Nota la forza orizzontale nella condizione limite a pressoflessione F' si valuta il momento ultimo resistente M' ad esso associato attraverso questo rapporto:

$$M' = \frac{F'}{H}$$

dove H è l'altezza dell'elemento muratura-acciaio; essa è 3.80m.

Infine si valuta il coefficiente di sicurezza F_c che, se maggiore di 1, indica che l'inserimento dei montanti è stato efficace. Esso si valuta con il seguente rapporto:

$$F_c = \frac{M'}{M_S} > 1$$

con:

- M' momento agente sui pilastrini in muratura-acciaio quando ci si trova nella condizione limite a pressoflessione;
- M_S momento sollecitante agente sui pilastrini in muratura-acciaio valutato mediante inviluppo tra i diagrammi dei momenti sollecitanti relativi all'azione sismica massima lungo x e lungo y; tale operazione è stata svolta direttamente dal programma Ansys.

Si riportano di seguito delle tabelle contenenti le verifiche svolte, per i differenti pilastrini, considerando solo la direzione che massimizza il carico in cui, tutte le informazioni sulle caratteristiche geometriche degli angolari sono state prese dal catalogo della Montanstahl (Montanstahl, s.d.).
Per una migliore comprensione si riportano anche la pianta di base della lanterna e la sezione dei singoli pilastrini.

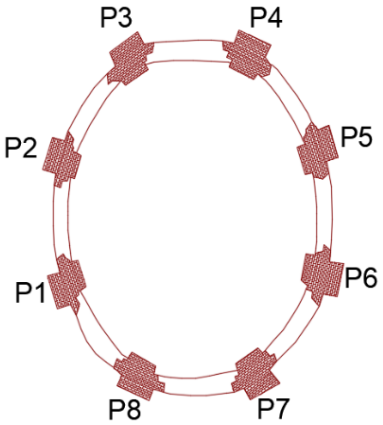

Figure 7-1: Pianta di basa della lanterna sezione orizzontale a quota +27.19 m

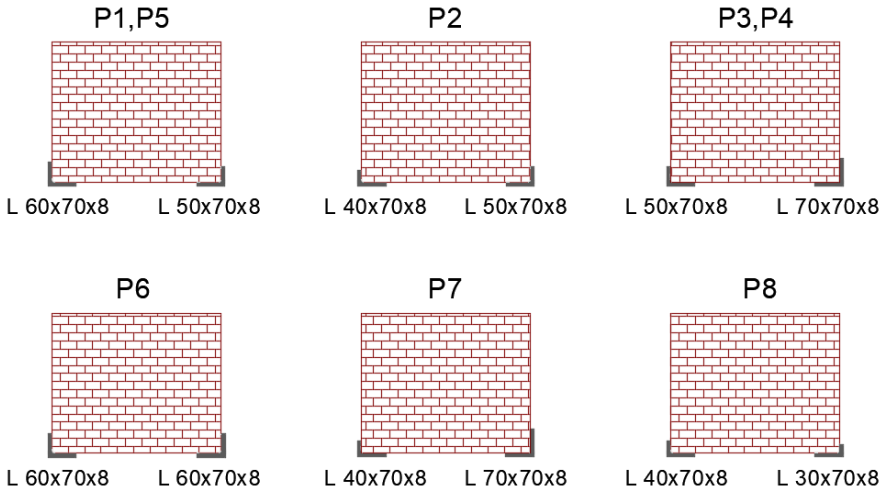

Figure 7-2: Disposizione degli angolari lungo i diversi pilastrini

Tabella 40: Verifica statica a pressoflessione per pilastrini P1 – TIPOLOGIA A

P1		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.8	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
I_{cm}	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
I_a	0.000053239	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	10441.46725	KNm^2
K'	570.86	KN/m
δ	0.0076	m
F'	4.34	kN
M'	16.49	KNm
M_s	10.08	KNm
VERIFICA	1.64	VERIFICATO

Tabella 41: Verifica statica a pressoflessione per il pilastrino P2 – TIPOLOGIA A

P2		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.8	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
I_{cm}	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
I_a	0.000050404	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	9931.064	KNm^2
K'	542.96	KN/m
δ	0.0076	m
F'	4.13	kN
M'	15.68	KNm
M_s	10.08	KNm
VERIFICA	1.56	VERIFICATO

Tabella 42: Verifica statica a pressoflessione per i pilastrini P3 – TIPOLOGIA A

P3		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.8	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
I_{cm}	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
I_a	0.000054354	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	10642.09	KNm^2
K'	581.83	KN/m
δ	0.0076	m
F'	4.42	kN
M'	16.80	KNm
M_s	10.08	KNm
VERIFICA	1.67	VERIFICATO

Tabella 43: Verifica statica a pressoflessione per i pilastrini P4 – TIPOLOGIA A

P4		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.8	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
I_{cm}	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
I_a	0.000054354	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	10642.09	KNm^2
K'	581.83	KN/m
δ	0.0076	m
F'	4.42	kN
M'	16.80	KNm
M_s	10.08	KNm
VERIFICA	1.67	VERIFICATO

Tabella 44: Verifica statica a pressoflessione per pilastrini P5 – TIPOLOGIA A

P5		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.8	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
I_{cm}	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
I_a	0.000053239	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	10441.4672	KNm^2
K'	570.86	KN/m
δ	0.0076	m
F'	4.34	kN
M'	16.49	KNm
M_s	10.08	KNm
VERIFICA	1.64	VERIFICATO

Tabella 45: Verifica statica a pressoflessione per il pilastrino P6 – TIPOLOGIA A

P6		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.8	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
I_{cm}	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
I_a	0.000054551	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	10677.51685	KNm^2
K'	583.77	KN/m
δ	0.0076	m
F'	4.44	kN
M'	16.86	KNm
M_s	10.08	KNm
VERIFICA	1.67	VERIFICATO

Tabella 46: Verifica statica a pressoflessione per il pilastrino P7 – TIPOLOGIA A

P7		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.8	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
I_{cm}	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
I_a	0.000052830	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	10367.74	KNm^2
K'	566.83	KN/m
δ	0.0076	m
F'	4.31	kN
M'	16.37	KNm
M_s	10.08	KNm
VERIFICA	1.62	VERIFICATO

Tabella 47: Verifica statica a pressoflessione per il pilastrino P8 – TIPOLOGIA A

P8		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.8	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
I_{cm}	0.001500625	m^4
E_a	200	KN/mm^2
I_a	0.000047126	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	9341.173	KNm^2
K'	510.71	KN/m
δ	0.0076	m
F'	3.88	kN
M'	14.75	KNm
M_s	10.08	KNm
VERIFICA	1.46	VERIFICATO

Le tabelle precedenti mostrano il soddisfacimento della verifica per tutti i pilastrini e pertanto, i profilati scelti risultano efficaci per il miglioramento.

7.2 TIPOLOGIA A - Verifica a taglio per fessurazione diagonale dei pannelli murari del sistema cupola tamburo

La verifica dei pannelli murari del sistema cupola tamburo si effettua considerando il meccanismo di taglio per fessurazione diagonale.
Il taglio sollecitante V_S è stato ottenuto utilizzando la combinazione sismica proposta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa ha permesso di ottenere il seguente valore:

$$T_S = 39.324\ kN$$

dove:

- T_S è il taglio sollecitante.

Noto il taglio sollecitante T_S, si valuta la resistenza a taglio del tamburo T_S attraverso la formula espressa nella circolare esplicativa delle NTC18 (C.S.LL.PP, 2019) al paragrafo C8.7.1.3.1.1. Pertanto:

$$T_u = l \cdot t \frac{1.5\tau_{0d}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5\tau_{0d}}} = l \cdot t \frac{f_{td}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{td}}}$$

con:

- l: lunghezza del pannello;
- t: spessore del pannello;
- σ_0: tensione normale media di compressione pari a P/(l · t); positiva se è di trazione;
- b: coefficiente correttivo legato alla snellezza della parete;
- f_{td}: valore di calcolo della resistenza a trazione per fessurazione diagonale;
- τ_{0d}: resistenza a taglio di riferimento della muratura.

Calcolato il valore di taglio resistente l'ultimo passaggio consiste nel valutare il rapporto di sicurezza tra il taglio resistente e il taglio agente sulla sezione.

$$F_S = \frac{T_u}{T_S} = \frac{39324.4}{39324.4} = 0.78 < 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 48: Verifica pannello murario del sistema cupola tamburo per la verifica a taglio per fessurazione diagonale – TIPOLOGIA A

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
h	7.6	m	N	78927.52	N	τ_0	50000	N/m²	T_s	39324.4	N
l	1.35	m	σ_0	116929.7	N/m²	γ_m	2	[-]	T_u	30935.4	N
t	0.5	m	β	1,5	[-]	F_c	1,18	[-]	T_u/T_s	0.78	
A	0.675	m²	T_s	39324.4	N	τ_{0d}	21186.4	N/m²			

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

7.3 TIPOLOGIA A - Verifica a pressoflessione fuori dal piano per la facciata

La verifica della facciata si effettua considerando il meccanismo di pressoflessione fuori dal piano.

Il momento sollecitante M_S è stato ottenuto utilizzando la combinazione sismica proposta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa ha permesso di ottenere il seguente valore:

$$M_S = 32.924\ kNm$$

dove:

- M_S è il momento sollecitante.

Noto il momento sollecitante M_S, si valuta il momento ultimo resistente M_u dei pilastrini per mezzo della formula 7.8.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Essa è:

$$M_u = \left(l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2}\right)\left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d}\right)$$

dove:

- M_u: momento ultimo resistente;
- l: lunghezza pilastro;
- t: larghezza pilastro;
- σ_0: tensione media di compressione pari a 0 negativa se di trazione;
- $f_d = f_k/\gamma_m$: resistenza di calcolo a compressione.

A questo punto è ora possibile calcolare il fattore di sicurezza Fs. Esso è:

$$F_S = \frac{M_u}{M_S} = \frac{22970.6}{32924.74} = 0.698 < 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 49: Verifica a ribaltamento della facciata – TIPOLOGIA A

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
l_x	1	m	N	52125.8	N	f_k	2600000	N/m^2	M_s	32924.7	Nm
l_z	14.90	m	σ_0	3093.5	N/m^2	γ_m	2	[-]	M_u	22970.6	Nm
l_y	16.85	m	M_s	32924.74	Nm	F_c	1,18	[-]	M_u/M_s	0.698	
						f_d	1101694,9	N/m^2			

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

7.4 TIPOLOGIA B - Verifica a pressoflessione nel piano dei pilastrini modificati

Ripetendo l'analisi svolta nel paragrafo 7.1 precedente (riferito alla TIPOLOGIA A) si riporta, per il pilastrino generico caratterizzato dall'aggiunta di due angolari ad L 100x75x9, la verifica svolta.

Tabella 50: Verifica a pressoflessione relativa al pilastrino modificato più sollecitato – TIPOLOGIA B

Pilastro più sollecitato		
b_{cm}	0.42	m
h_{cm}	0.35	m
H	3.8	m
E_{cm}	1.27	KN/mm^2
I_{cm}	0.001500625	m^4
E_a	210	KN/mm^2
I_a	0.000072106	m^4
k_o	0.9	[-]
$k_{e,II}$	0.5	[-]
EI_{comp}	14486.53233	KNm^2
K'	792.02	KN/m
δ	0.0059	m
F'	4.67	kN
M'	17.76	KNm
M_s	10.29	KNm
VERIFICA	1.73	VERIFICATO

Nella tabella precedente la verifica per i pilastrini tipo è soddisfatta e pertanto, i profilati scelti risultano efficaci per il miglioramento.

7.5 TIPOLOGIA B - Verifica a taglio per fessurazione diagonale dei pannelli murari del sistema cupola tamburo

La verifica dei pannelli murari del sistema cupola tamburo si effettua considerando il meccanismo di taglio per fessurazione diagonale.
Il taglio sollecitante V_S è stato ottenuto utilizzando la combinazione sismica proposta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa ha permesso di ottenere il seguente valore:

$$T_S = 34.982\ kN$$

dove:

- T_S è il taglio sollecitante.

Noto il taglio sollecitante T_S, si valuta la resistenza a taglio del tamburo T_S attraverso la formula espressa nella circolare esplicativa delle NTC18 (C.S.LL.PP, 2019) al paragrafo C8.7.1.3.1.1. Pertanto:

$$T_u = l \cdot t \frac{1.5\tau_{0d}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5\tau_{0d}}} = l \cdot t \frac{f_{td}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{td}}}$$

con:

- l: lunghezza del pannello;
- t: spessore del pannello;
- σ_0: tensione normale media di compressione pari a P/(l · t); positiva se è di trazione;
- b: coefficiente correttivo legato alla snellezza della parete;
- f_{td}: valore di calcolo della resistenza a trazione per fessurazione diagonale;
- τ_{0d}: resistenza a taglio di riferimento della muratura.

Calcolato il valore di taglio resistente l'ultimo passaggio consiste nel valutare il rapporto di sicurezza tra il taglio resistente e il taglio agente sulla sezione.

$$F_S = \frac{T_u}{T_S} = \frac{27816.5}{34982.1} = 0.795 < 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 51: Verifica pannello murario del sistema cupola tamburo per la verifica a taglio per fessurazione diagonale – TIPOLOGIA B

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
h	7.6	m	N	59707.29	N	τ_0	50000	N/m²	T_s	34982.1	N
l	1.35	m	σ_0	88455.2	N/m²	γ_m	2	[-]	T_u	27816.5	N
t	0.5	m	β	1.5	[-]	F_c	1.18	[-]	T_u/T_s	0.795	
A	0.675	m²	T_s	34982.06	N	τ_{0d}	21186.4	N/m²			

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

7.6 TIPOLOGIA B - Verifica a pressoflessione fuori dal piano per la facciata

La verifica della facciata si effettua considerando il meccanismo di pressoflessione fuori dal piano.

Il momento sollecitante M_S è stato ottenuto utilizzando la combinazione sismica proposta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa ha permesso di ottenere il seguente valore:

$$M_S = 32.98\ kNm$$

dove:

- M_S è il momento sollecitante.

Noto il momento sollecitante M_S, si valuta il momento ultimo resistente M_u dei pilastrini per mezzo della formula 7.8.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Essa è:

$$M_u = \left(l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2}\right)\left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d}\right)$$

dove:

- M_u: momento ultimo resistente;
- l: lunghezza pilastro;
- t: larghezza pilastro;
- σ_0: tensione media di compressione pari a negativa se di trazione;
- $f_d = f_k/\gamma_m$: resistenza di calcolo a compressione.

A questo punto è ora possibile calcolare il fattore di sicurezza Fs. Esso è:

$$F_S = \frac{M_u}{M_S} = \frac{25159.5}{32980} = 0.763 < 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 52: Verifica a ribaltamento della facciata – TIPOLOGIA B

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
l_x	1	m	N	57111	N	f_k	2600000	N/m^2	M_s	32980	Nm
l_z	14.90	m	σ_0	3389.4	N/m^2	γ_m	2	[-]	M_u	25159.5	Nm
l_y	16.85	m	M_s	32980	Nm	F_c	1,18	[-]	M_u/M_s	0.763	
						f_d	1101694.9	N/m^2			

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

7.7 Conclusioni

L'analisi di vulnerabilità sismica ha evidenziato che la chiesa, nella condizione originaria, non rispetta i requisiti prestazionali richiesti dalle vigenti normative; in particolar modo, il fattore di sicurezza più piccolo è stato riscontrato nel lanternino.
La stessa analisi è stata effettuata a seguito dell'inserimento di due tipologie di strutture metalliche nella lanterna. Da essa si è notato che entrambi gli interventi producono nella lanterna una riduzione della vulnerabilità sismica, infatti, il fattore di sicurezza risulta essere aumentato nonostante la scarsa invasività delle due opere progettate.
Si procede ora al confronto tra i parametri meccanici dei casi studio considerati.
Il primo confronto riguarda anzitutto i momenti d'inerzia, rispetto all'asse x passante per il baricentro della sezione equivalente del pilatro (42 cm x 35 cm), della sezione in sola muratura e delle sezioni caratterizzanti la TIPOLOGIA A e la TIPOLOGIA B.
Per la valutazione dell'momento d'inerzia rispetto all'asse x della sezione rettangolare si utilizza la seguente formula:

$$I_{x,G} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

mentre per le sezioni composte della TIPOLOGIA A e B si utilizza il teorema di Huygens.

$$I_{x,G} = I_x + A \cdot d_y^2$$

Si riportano di seguito i valori ottenuti.

Tabella 53: Momento d'inerzia rispetto all'asse X passante per il baricentro della sezione equivalente del pilastro tipo in muratura

MURATURA			
RETTANGOLO 420 x 350	$I_{x,G}$	0.001500625	m^4

Tabella 54: Momento d'inerzia rispetto all'asse x passante per il baricentro della sezione equivalente del pilastro tipo – TIPOLOGIA B

TIPOLOGIA B			
L 100x75x9	$I_{x,G}$	3.60532E-05	m^4

Tabella 55 : Momento d'inerzia rispetto all'asse x passante per il baricentro della sezione equivalente del pilastro – TIPOLOGIA A

TIPOLOGIA A			
L 30x70x8	$I_{x,G}$	2.26867E-05	m^4
L 40x70x8	$I_{x,G}$	2.44397E-05	m^4
L 50x70x8	$I_{x,G}$	2.59639E-05	m^4
L 60x70x8	$I_{x,G}$	2.72753E-05	m^4
L 70x70x8	$I_{x,G}$	2.83899E-05	m^4

Dalle tabelle precedenti si può notare che il momento d'inerzia del pilastro tipo della TIPOLOGIA B risulta sempre superiore a quello dei pilastri della TIPOLOGIA A.

Si procede ora al calcolo della rigidezza delle sezioni; essa è valuta, poiché si è considerato uno schema ad incastro semplice (mensole), mediante la formula:

$$K = \frac{3EI}{h^3}$$

si riportano, nelle tabelle seguenti, i valori ottenuti.

Tabella 56: Rigidezza pilastro tipo in muratura

MURATURA			
PILASTRO TIPO	K	123.06	KN/m

Tabella 57: Rigidezza pilastro tipo – TIPOLOGIA B

TIPOLOGIA B			
PILASTRO TIPO	K	800.47	KN/m

Tabella 58: Rigidezza pilastro tipo – TIPOLOGIA A

TIPOLOGIA A			
P1	K	579.31	KN/m
P2	K	551.41	KN/m
P3	K	590.28	KN/m
P4	K	590.28	KN/m
P5	K	579.31	KN/m
P6	K	592.22	KN/m
P7	K	575.28	KN/m
P8	K	519.15	KN/m

Confrontando i risultati si nota come la rigidezza di tutti i pilastri della TIPOLOGIA A è minore di quella dei pilastri della TIPOLOGIA B; questo perché nella TIPOLOGIA B si ha un momento d'inerzia superiore dovuto alla maggiore area degli elementi metallici.

Si considera ora la percentuale d'acciaio tra i due casi considerati; essa è valutata mediante la formula:

$$\rho = \frac{A_s}{A_m}$$

dove:

- A_S = area sezione in acciaio;
- A_m = area sezione in muratura;

Si riportano di seguito i risultati ottenuti.

Tabella 59: Percentuale acciaio pilastro tipo - TIPOLOGIA B

TIPOLOGIA B			
PILASTRO TIPO	ρ	2.05%	[-]

Tabella 60: Percentuale acciaio pilastri - TIPOLOGIA A

TIPOLOGIA A			
P1	ρ	1.29%	[-]
P2	ρ	1.18%	[-]
P3	ρ	1.34%	[-]
P4	ρ	1.34%	[-]
P5	ρ	1.29%	[-]
P6	ρ	1.35%	[-]
P7	ρ	1.28%	[-]
P8	ρ	1.06%	[-]

Le tabelle precedenti mostrano che per ogni pilastro la percentuale di acciaio nella TIPOLOGIA A è inferiore a quella della TIPOLOGIA B.

Terminata la fase di confronto rispetto ai differenti parametri geometrici, che caratterizzano le differenti casistiche trattate, si passa ora al confronto dei risultati ottenuti.
Il primo elemento di confronto tra i diversi casi è quello riguardante gli spostamenti relativi la base e la sommità della lanterna.

Tabella 61: Confronto tra gli spostamenti relativi la base e la sommità della lanterna

	MURATURA		TIPOLOGIA A		TIPOLOGIA B	
	Spettro lungo X	Spettro lungo Y	Spettro lungo X	Spettro lungo Y	Spettro lungo X	Spettro lungo Y
$u_{tot,sommità}$ [m]	0.0103	0.0138	0.0143	0.0118	0.0107	0.0102
$u_{tot,base}$ [m]	0.002	0.0034	0.0049	0.0042	0.0026	0.0043
Δu [m]	0.0083	0.0105	0.0093	0.0076	0.0081	0.0059

Dalla tabella precedente è evidente che la TIPOLOGIA B è quella rispetto alla quale, sotto azione sismica, la lanterna presenta uno spostamento relativo minore.

Si procede ora al confronto tra i fattori di sicurezza, ottenuti mediante il seguente rapporto:

$$F_S = \frac{M_u}{M_S} \geq 1$$

Si riportano i risultati ottenuti.

Tabella 62: Fattore di sicurezza F_S

	MURATURA		TIPOLOGIA A		TIPOLOGIA B	
F_s	0.484	[-]	1.46	[-]	1.73	[-]

Dalla tabella si ha che la verifica è superata solo per i due interventi di miglioramento.

I confronti precedenti hanno evidenziato che i due interventi proposti, TIPOLOGIA A e TIPOLOGIA B, contribuiscono a migliorare la risposta sismica della lanterna, la cui conservazione è fondamentale, in quanto importante testimonianza del patrimonio del barocco piemontese.
Si rimanda ad un'analisi benefici-costi per la scelta definitiva anche se, dai calcoli svolti la TIPOLOGIA B risulta essere quella più performante.

Si conclude infine sottolineando che dall'attenta analisi dei risultati, successivi all'intervento, la lanterna non risulta essere l'elemento più vulnerabile del complesso architettonico, bensì gli elementi che necessitano di accorgimenti sono il tamburo e la facciata; in particolare quest'ultimo, la facciata, risulta l'elemento più vulnerabile rispetto al primo modo si vibrare della struttura modificata sia in presenza dell'intervento A che dell'intervento B.

8 Vulnerabilità della facciata della chiesa di Santa Caterina

Lo studio sulla vulnerabilità sismica della chiesa di Santa Caterina con modifica della lanterna ha messo in evidenza che, la sua facciata non possiede un elevato indice di prestazione nei confronti dell'azione sismica. Infatti, analizzando i meccanismi di collasso che posso interessare la struttura modificata, l'elemento che possiede il maggior numero di indicatori relativi alla vulnerabilità del manufatto è la facciata, perciò è risultato opportuno effettuare un'analisi più approfondita per essa.

Figure 8-1: Individuazione della facciata

La facciata principale, rivolta verso piazza Castello, si sviluppa per 19 m circa presentando, oltre il livello corrispondente al piano d'imposta del tamburo a circa 13 m, un andamento a sbalzo rispetto alla struttura principale. In elevazione prosegue, sontuosamente decorato e incorniciato all'interno di un notevole e ricercato frontone ad andamento mistilineo, il timpano per circa 6 m. L'architettura globale è poi finemente addobbata con l'inserimento di 5 "pennacchi".

8.1 Livello di valutazione 2

Il livello di valutazione 2 si usa nel caso siano previsti degli interventi di restauro che interessano porzioni limitate del manufatto. Ciò porta a lavorare su modelli locali che fanno riferimento a porzioni autonome del manufatto, dette macroelementi.

Le linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010), infatti, specificano che nel caso in cui l'intervento riguardi un'area limitata (ad esempio in concomitanza con interventi di restauro su apparati decorativi) la valutazione può limitarsi al livello LV2, risultando superflua e problematica una valutazione complessiva della chiesa (questo avviene in particolare per chiese di gradi dimensioni e

complessità, in concomitanza con interventi locali per i quali la disponibilità finanziaria è limitata). L'analisi, pertanto, può essere effettuata a livello del singolo macroelemento sul quale si interviene, con lo scopo di controllare l'efficacia dell'intervento (confronto tra sicurezza prima e dopo) e la congruità rispetto alla pericolosità del sito.

Dopo aver definito i macroelementi oggetto di analisi bisogna identificate i meccanismi locali, a cui possono essere soggetti, attraverso modellazioni specifiche, ad esempio con elementi continui o discreti, o prefigurata dal progettista sulla base della conoscenza storica del manufatto o del comportamento sismico di strutture analoghe, oppure in base al rilievo degli stati fessurativi già presenti, anche di origine non sismica.
Le forme ricorrenti con cui i meccanismi locali si manifestano, identificate e classificate per le diverse tipologie di edifici in base alle esperienze maturate nel passato, sono riportate su linee guida BBCC e pubblicazioni scientifiche e costituiscono un utile riferimento per definire le modalità di collasso.

La fase finale riguarda la verifica dei meccanismi locali che, nella presente trattazione, sarà svolta attraverso l'analisi cinematico lineare; tale approccio si basa sulla valutazione dell'azione orizzontale che è in grado di attivare il cinematismo. La verifica consiste nel confronto tra l'accelerazione necessaria per attivare il cinematismo e la massima accelerazione al suolo corrispondente allo stato limite di interesse.

8.1.1 Analisi con approccio cinematico lineare

L' analisi con approccio cinematico lineare (o cinematica lineare) richiede il calcolo del solo moltiplicatore di attivazione del meccanismo α_o e può essere utilizzata per eseguire sia la verifica allo stato limite di danno (attivazione del meccanismo locale) sia quella allo SLV, in quest'ultimo caso attraverso il metodo semplificato del fattore di comportamento q.

Tale valore è ottenuto per mezzo dell'applicazione del teorema dei lavori virtuale mediante la seguente espressione:

$$L_e = L_i$$

Dove Le è il lavoro esterno mentre Li è il lavoro interno.

Dalla formulazione precedente si ottiene l'espressione del coefficiente α_o. Esso è dato da:

$$\alpha_0 = \frac{\left(\sum_{k=1}^{N} P_k \cdot \delta_{Py,k}\right) - \left(\sum_{k=1}^{m} F_k \cdot \delta_{F,k}\right) + L_I}{\sum_{k=1}^{N} (P_k \cdot Q_k) \cdot \delta_{PQx,k}}$$

dove:

- N è il numero dei blocchi di cui è costituita la catena cinematica;
- m è il numero di forze esterne, assunte indipendenti dall'azione sismica, applicate ai diversi blocchi;
- P_k è la risultante delle forze peso applicate al k-esimo blocco (peso proprio del blocco, applicato nel suo baricentro, sommato agli altri pesi portati);

- Q_k è la risultante delle forze peso non gravanti sul k-esimo blocco ma la cui massa genera su di esso una forza sismica orizzontale, in quanto non efficacemente trasmessa ad altre parti dell'edificio;
- F_k è la generica forza esterna applicata ad uno dei blocchi; tali forze possono favorire l'attivazione del meccanismo (ad es. spinte di volte) o ostacolarlo (ad es. archi di contrasto, ovvero forze attritive che si sviluppano in presenza di parti della costruzione non coinvolte nel meccanismo);
- $\delta_{Py,k}$ è lo spostamento virtuale verticale del baricentro delle forze peso proprie e portate Pk, agenti sul k-esimo blocco, assunto positivo se verso l'alto;
- $\delta_{F,k}$ è lo spostamento virtuale del punto d'applicazione della forza esterna Fk, proiettato nella direzione della stessa (di segno positivo o negativo a seconda che questa favorisca o contrasti il meccanismo);
- $\delta_{PQx,k}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del baricentro delle forze orizzontali $\alpha(P_k + Q_k)$ agenti sul k-esimo blocco, assumendo come verso positivo quello dell'azione sismica che attiva il meccanismo;
- L_i è il lavoro totale di eventuali forze interne (allungamento di una catena; scorrimento con attrito in presenza di ammorsamento tra i blocchi del meccanismo, dovuto a moti relativi traslazionali o torsionali; deformazione nel piano di solai o coperture collegate ma non rigide).

Il moltiplicatore α_o che si ottiene dall'equazione rappresenta una stima dell'effettivo moltiplicatore di collasso corrispondente all'attivazione del meccanismo cinematicamente ammissibile considerato.

8.1.2 Accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo

L'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo a_0*, in conformità con quanto presente nel paragrafo C8A.4.2.2 della circolare esplicativa 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009), è:

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot F_C} = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^* \cdot F_C}$$

dove:

- g è l'accelerazione di gravità;
- n + m è il numero delle forze peso Pi applicate le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica;
- e* rappresenta la frazione di massa partecipante della struttura; esso è dato dalla seguente relazione:

$$e^* = \frac{g \cdot M^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$$

- F_C è il fattore di confidenza;
- M* è la massa partecipante al cinematismo, valutata come:

$$M^* = \frac{\left(\sum_{k=1}^{n+m} P_i \cdot \delta_{Px,i}\right)^2}{g \cdot \left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot \delta_{Px,i}{}^2\right)}$$

dove:

- Pi sono le forze peso relative alle i-esime masse;

- δx,i è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'i-esimo peso Pi.

8.1.3 Verifica dello stato limite di danno per il meccanismo locale

La verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di danno è soddisfatta qualora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo sia superiore all'accelerazione di picco della domanda sismica.

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, l'accelerazione di attivazione del meccanismo viene confrontata con l'accelerazione al suolo, ovvero lo spettro elastico, valutato per T=0.

$$a_0^* \geq a_g\left(P_{V_R}\right) \cdot S$$

dove:

- a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento come definiti al paragrafo 3.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018);
- S è definito al paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Se invece il meccanismo locale interessa una porzione della costruzione posta ad una certa quota, si deve tener conto del fatto che l'accelerazione assoluta alla quota della porzione di edificio interessata dal cinematismo è in genere amplificata rispetto a quella al suolo. In aggiunta alla formula precedente, si verifica anche che:

$$a_0^* \geq S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma$$

dove:

- Se(T1) è lo spettro elastico, definito nel paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018), calcolato per il periodo T1;
- T1 è il primo periodo di vibrazione dell'intera struttura nella direzione considerata;
- φ(Z) è il primo modo di vibrazione nella direzione considerata, normalizzato ad uno in sommità all'edificio; in assenza di valutazioni più accurate può essere assunto φ(Z)=Z/H, dove H è l'altezza della struttura rispetto alla fondazione;
- Z è l'altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi interessati dal meccanismo ed il resto della struttura;
- γ è il corrispondente coefficiente di partecipazione modale (in assenza di valutazioni più accurate può essere assunto γ=3N/(2N+1), con N numero di piani dell'edificio).

Nel caso di meccanismi locali, lo stato limite stato limite di danno corrisponde all'insorgere di fessurazioni che non interessano l'intera struttura ma solo una sua parte; pertanto nel caso di edifici esistenti in muratura, anche in considerazione delle giustificate esigenze di conservazione, pur essendo auspicabile il soddisfacimento di questo stato limite, la sua verifica non è richiesta.

8.1.4 Verifica degli stati limite ultimi di salvaguardia della vita per il meccanismo locale

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica di sicurezza nei confronti dello Stato limite di salvaguardia della vita è soddisfatta se l'accelerazione spettrale a^*_0 a che attiva il meccanismo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{V_R}) \cdot S}{q}$$

in cui a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento come definiti al paragrafo 3.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018), S è definito al paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e q è il fattore di struttura, che può essere assunto uguale a 2.38.

Se invece il meccanismo locale interessa una porzione della costruzione posta ad una certa quota, si deve tener conto del fatto che l'accelerazione assoluta alla quota della porzione di edificio interessata dal cinematismo è in genere amplificata rispetto a quella al suolo. Una approssimazione accettabile consiste nel verificare, oltre alla disuguaglianza precedente, anche la seguente:

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q}$$

dove: $Se(T_1)$, $\varphi(Z)$ e γ sono definite come al punto precedente, tenendo conto che lo spettro di risposta è riferito alla probabilità di superamento del 10% nel periodo di riferimento V_R.

8.2 LV2_Facciata chiesa di Santa Caterina

Nel caso studio il lavoro proposto consiste nell'intervenire sulla facciata al fine di incrementare il livello di sicurezza sismica della chiesa di Santa Caterina.

La caratterizzazione del macroelemento facciata ha evidenziato che essa, rivolta verso piazza Castello, si sviluppa per 19 m circa presentando, oltre il livello corrispondente al piano d'imposta del tamburo a circa 13 m, un andamento a sbalzo rispetto alla struttura principale. In elevazione prosegue, sontuosamente decorato e incorniciato all'interno di un notevole e ricercato frontone ad andamento mistilineo, il timpano per circa 6 m. L'architettura globale è poi finemente addobbata con l'inserimento di 5 "pennacchi".

Inoltre, dall'analisi in loco si è notata la chiara ed evidente presenza di segni di degrado e danneggiamento.
Il più visibile e strutturalmente importante tra questi è una fessura passante che parte dalla sommità del portone principale e prosegue in direzione sub-verticale.

Di seguito si riportano il prospetto principale della facciata e le immagini esplicative del degrado presente sulla facciata.

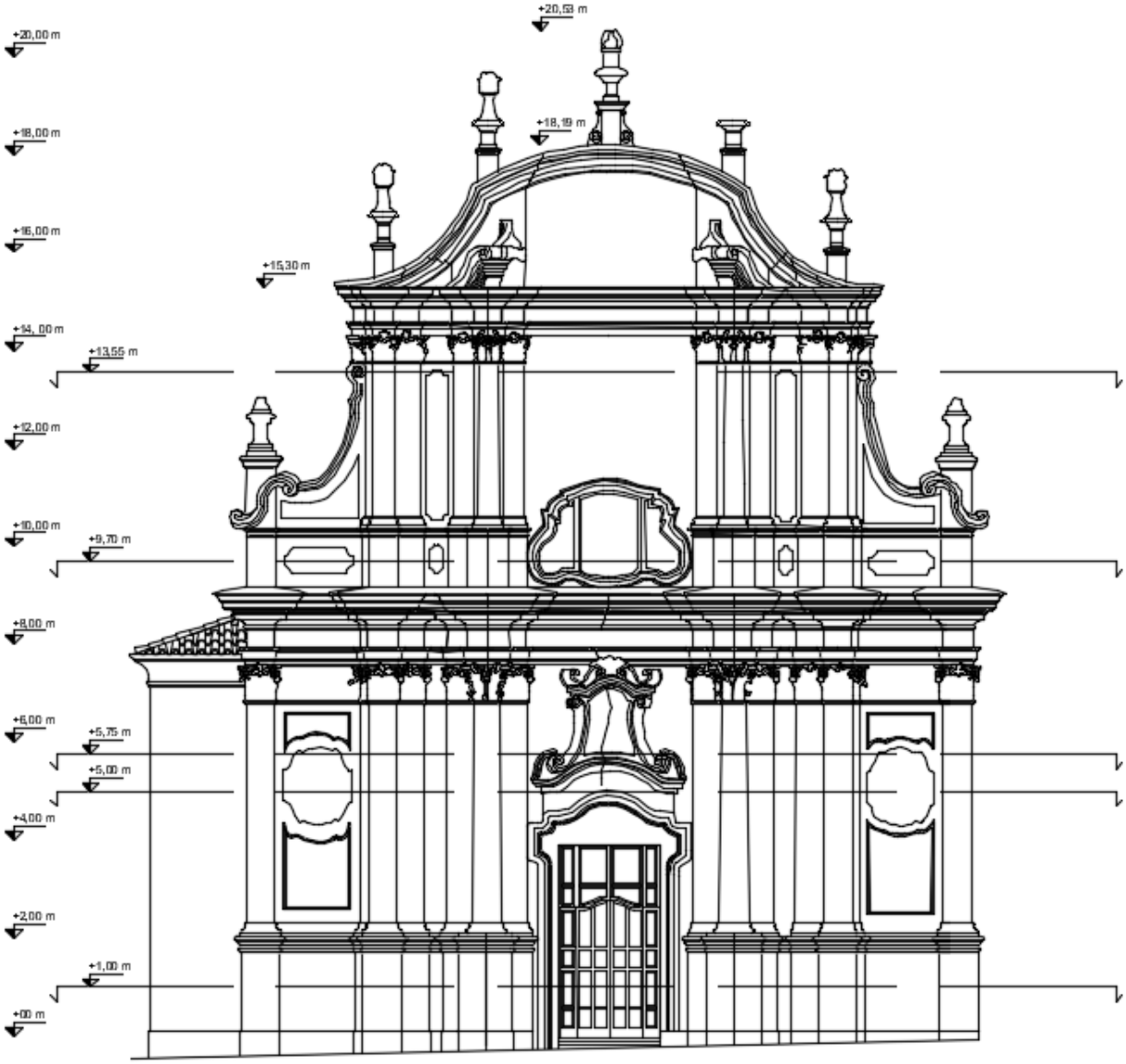

Figure 8-2: Prospetto della facciata principale

Figure 8-3: Fessura subverticale piano matroneo in corrispondenza della facciata

Figure 8-4: Fessura subverticale facciata sopra il portone d'ingresso

Inoltre, a causa dell'umidità provocata dalle continue infiltrazioni e dal mancato deflusso delle acque meteoriche, nella facciata, sul lato ad angolo con via Trevigi, si nota la presenza di un alone.
Si seguito si riportano le immagini dell'alone appena citato.

Figure 8-5: Danneggiamento intonaci interni per le infiltrazioni

Figure 8-6: Danno infiltrazioni angolo facciata-via Trevigi

Per i motivi fin ora detti e tenendo in considerazione quanto presente nell'allegato C delle linee guida BBCC, i meccanismi di collasso che andremo a considerare per la facciata sono tre nel piano e due fuori dal piano.

8.2.1 Ribaltamento della facciata nel piano

Il moltiplicatore α_0 legato al meccanismo di ribaltamento nel piano della facciata è stato calcolato facendo riferimento allo schema cinematico che prevede la formazione di una cerniera plastica in corrispondenza della sezione di base A del macroelemento.

Si riporta di seguito una schematizzazione di quanto detto.

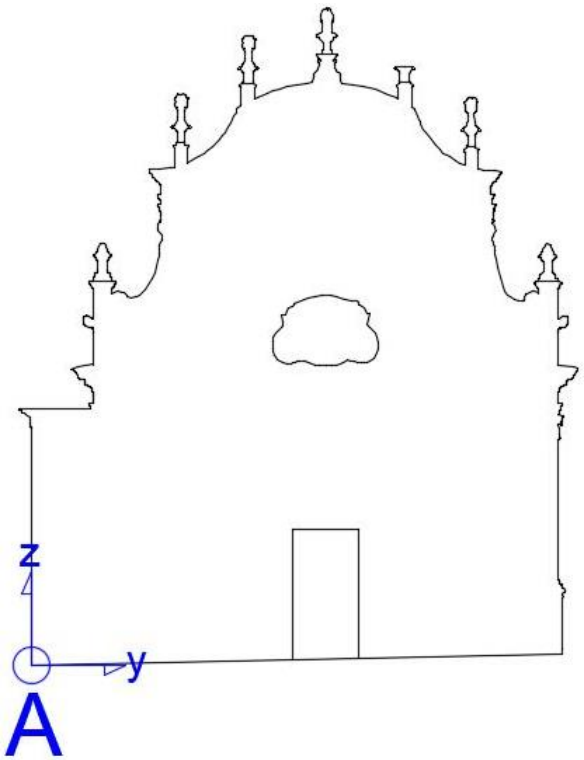

Figura 8.1: Ribaltamento nel piano-Sezione di applicazione della cerniera plastica

In corrispondenza della sezione A, sotto l'ipotesi di considerare la facciata come un unico blocco rigido, è stata assegnata una rotazione virtuale ϑ unitaria.

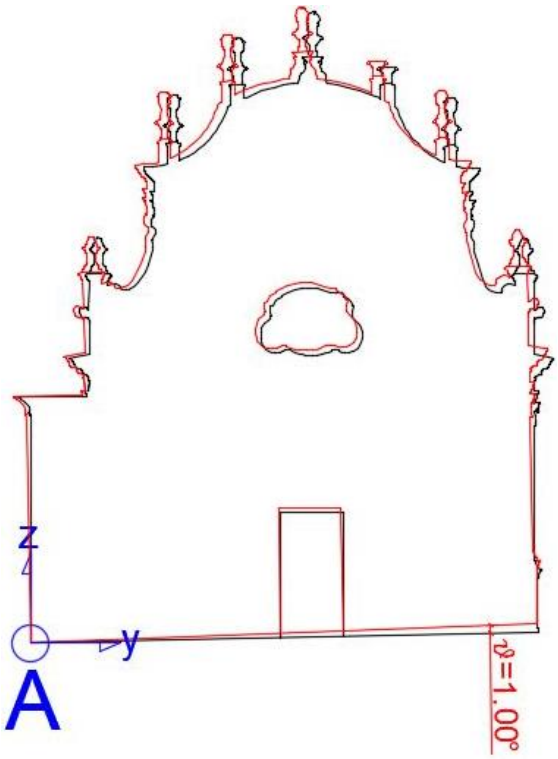

Figura 8.2: Ribaltamento nel piano-Rotazione unitaria della facciata

Si è ora divisa la facciata in sottoelementi e nel baricentro di ognuno sono state posizionate le forze peso e le forze orizzontali, date dal prodotto di α_0 per la forza peso. Tali forze sono state valutate, considerando:

- per la muratura un peso specifico γ=1733 kg/m^3;
- per il legno un peso specifico γ=750 kg/m^3;
- per il vetro un peso specifico γ=2600 kg/m^3;

nel seguente modo:

$$P_B = -(A_B \cdot t) \cdot \gamma_B \cdot g = -(71.63 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -1217.76\ kN$$

$$P_C = -(A_C \cdot t) \cdot \gamma_C \cdot g = -(54.57 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -927.70\ kN$$

$$P_D = -(A_D \cdot t) \cdot \gamma_D \cdot g = -(32.99 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.85\ kN$$

$$P_E = -(A_E \cdot t) \cdot \gamma_E \cdot g = -(32.94 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.07\ kN$$

$$P_F = -(A_F \cdot t) \cdot \gamma_F \cdot g = -(44.47 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -755.97\ kN$$

$$P_G = -(A_G \cdot t) \cdot \gamma_G \cdot g = -(8.55 \cdot 1) \cdot 750 \cdot 9.81 = -62.91\ kN$$

$$P_H = -(A_H \cdot t) \cdot \gamma_H \cdot g = -(5.92 \cdot 1) \cdot 2600 \cdot 9.81 = -150.89\ kN$$

$$P_I = -(A_I \cdot t) \cdot \gamma_I \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

$$P_L = -(A_L \cdot t) \cdot \gamma_L \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_M = -(A_M \cdot t) \cdot \gamma_M \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.72\ kN$$

$$P_N = -(A_N \cdot t) \cdot \gamma_N \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.61\ kN$$

$$P_O = -(A_O \cdot t) \cdot \gamma_O \cdot g = -(0.19 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -3.31\ kN$$

$$P_P = -(A_P \cdot t) \cdot \gamma_P \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_Q = -(A_Q \cdot t) \cdot \gamma_Q \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

Si riportano di seguito le coordinate dei diversi baricentri, ottenute mediante l'ausilio del software Autocad, e due figure, una mostrante le posizioni dei baricentri e una in cui vi è la disposizione delle forze in gioco.

$B \rightarrow \begin{Bmatrix} z_B = 4.28\ m \\ y_B = 4.40\ m \end{Bmatrix}$ $C \rightarrow \begin{Bmatrix} z_C = 4.40\ m \\ y_C = 13.29\ m \end{Bmatrix}$ $D \rightarrow \begin{Bmatrix} z_D = 10.65\ m \\ y_D = 5.55\ m \end{Bmatrix}$ $E \rightarrow \begin{Bmatrix} z_E = 10.65\ m \\ y_E = 13.13\ m \end{Bmatrix}$

$F \rightarrow \begin{Bmatrix} z_F = 15.64\ m \\ y_F = 9.34\ m \end{Bmatrix}$ $G \rightarrow \begin{Bmatrix} z_G = 2.27\ m \\ y_G = 9.34\ m \end{Bmatrix}$ $H \rightarrow \begin{Bmatrix} z_H = 10.61\ m \\ y_H = 9.34\ m \end{Bmatrix}$ $I \rightarrow \begin{Bmatrix} z_I = 12.81\ m \\ y_I = 2.25\ m \end{Bmatrix}$

$L \rightarrow \begin{Bmatrix} z_L = 17.49\ m \\ y_L = 4.74\ m \end{Bmatrix}$ $M \rightarrow \begin{Bmatrix} z_M = 19.32\ m \\ y_M = 6.88\ m \end{Bmatrix}$ $N \rightarrow \begin{Bmatrix} z_N = 20.25\ m \\ y_N = 9.37\ m \end{Bmatrix}$ $O \rightarrow \begin{Bmatrix} z_O = 18.91\ m \\ y_O = 11.85\ m \end{Bmatrix}$

$P \rightarrow \begin{Bmatrix} z_P = 17.37\ m \\ y_P = 13.96\ m \end{Bmatrix}$ $Q \rightarrow \begin{Bmatrix} z_Q = 12.79\ m \\ y_Q = 16.40\ m \end{Bmatrix}$

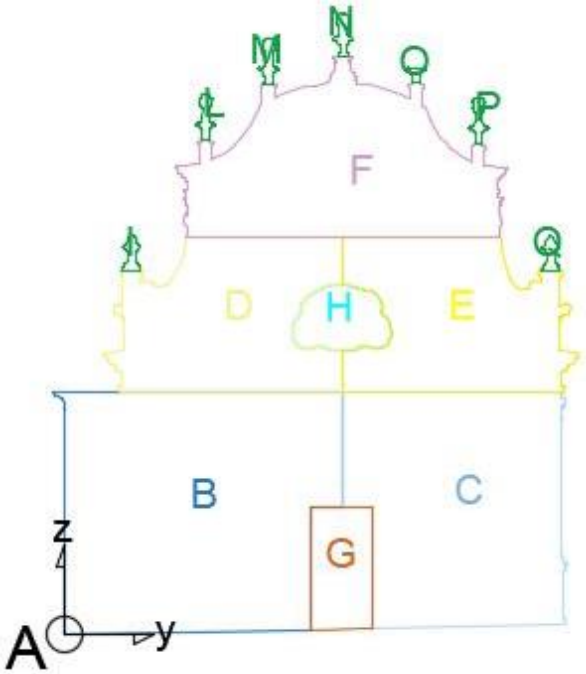

Figura 8.3: Ribaltamento nel piano-Coordinate dei baricentri

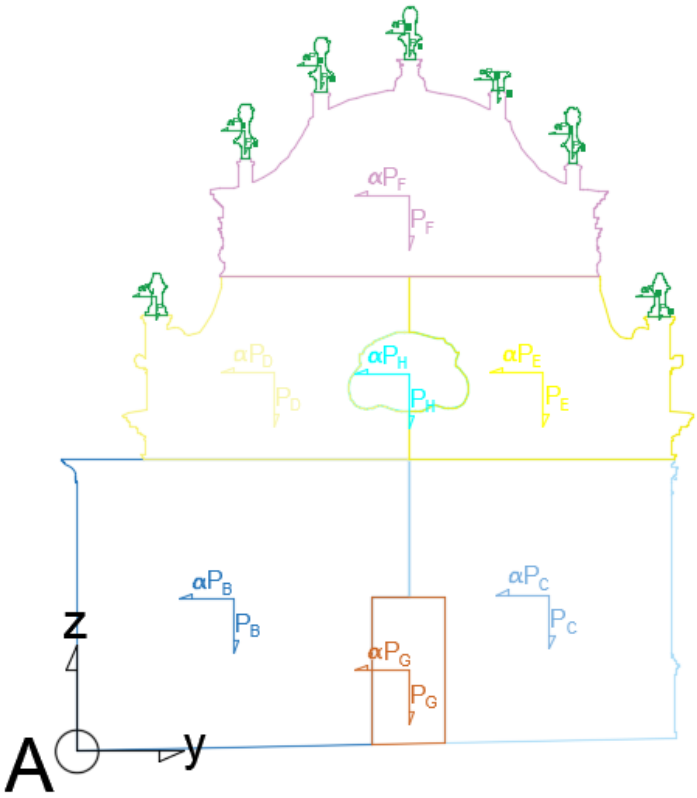

Figura 8.4: Ribaltamento nel piano-Forze applicate ai baricentri

In funzione di questa rotazione nel piano e della geometria della facciata sono stati calcolati gli spostamenti in corrispondenza dei punti di applicazione delle forze, al fine di poter calcolare il lavoro virtuale associato a ciascuna di esse.
Si riporta di seguito una schematizzazione per la valutazione degli spostamenti virtuali del corpo rigido.

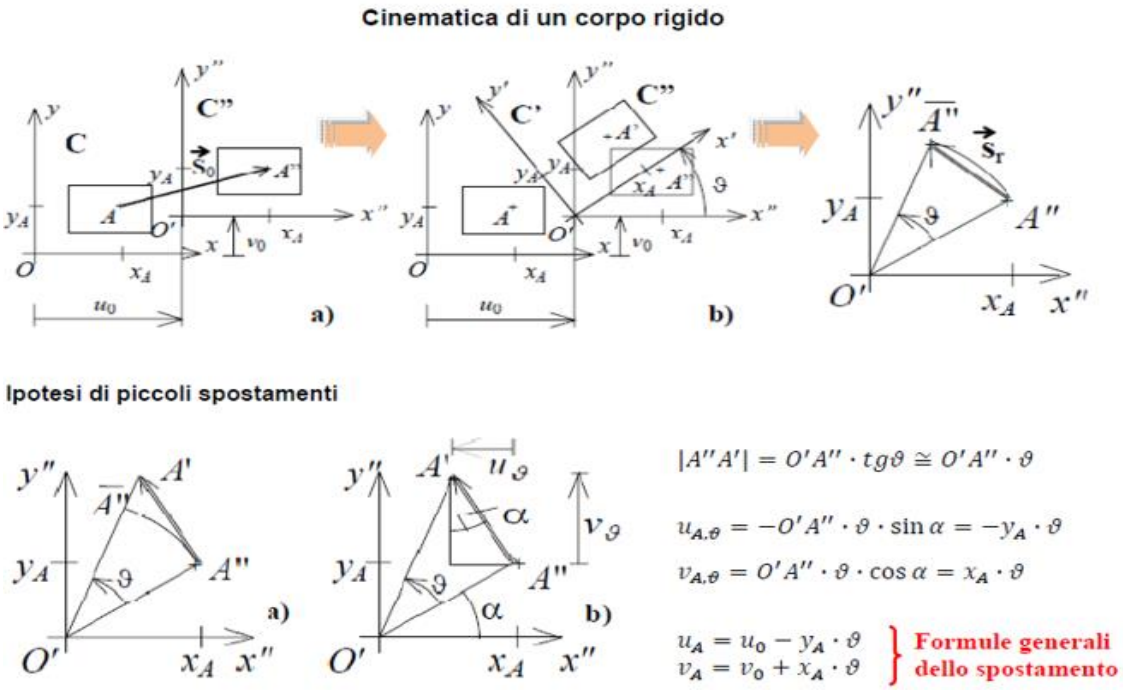

Figura 8.5: Valutazione spostamenti virtuali del corpo rigido (Vallucci)

Pertanto, per le sezioni considerate, si avranno i seguenti spostamenti virtuali dei baricentri:

$$\begin{Bmatrix} u_B = u_0 - \vartheta \cdot z_B \\ v_B = v_0 + \vartheta \cdot y_B \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_B = -\vartheta \cdot z_B \\ v_B = \vartheta \cdot y_B \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_B = -0.0175 \cdot 4.28 = -0.075\, m \\ v_B = 0.0175 \cdot 4.40 = 0.077\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_C = u_0 - \vartheta \cdot z_C \\ v_C = v_0 + \vartheta \cdot y_C \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_C = -\vartheta \cdot z_C \\ v_C = \vartheta \cdot y_C \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_C = -0.0175 \cdot 4.40 = -0.077\, m \\ v_C = 0.0175 \cdot 13.29 = 0.232\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_D = u_0 - \vartheta \cdot z_D \\ v_D = v_0 + \vartheta \cdot y_D \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_D = -\vartheta \cdot z_D \\ v_D = \vartheta \cdot y_D \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_D = -0.0175 \cdot 10.65 = -0.186\, m \\ v_D = 0.0175 \cdot 5.55 = 0.097\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_E = u_0 - \vartheta \cdot z_E \\ v_E = v_0 + \vartheta \cdot y_E \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_E = -\vartheta \cdot z_E \\ v_E = \vartheta \cdot y_E \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_E = -0.0175 \cdot 10.65 = -0.186\, m \\ v_E = 0.0175 \cdot 13.13 = 0.229\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_F = u_0 - \vartheta \cdot z_F \\ v_F = v_0 + \vartheta \cdot y_F \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_F = -\vartheta \cdot z_F \\ v_F = \vartheta \cdot y_F \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_F = -0.0175 \cdot 15.64 = -0.273\, m \\ v_F = 0.0175 \cdot 9.34 = 0.163\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_G = u_0 - \vartheta \cdot z_G \\ v_G = v_0 + \vartheta \cdot y_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_B = -\vartheta \cdot z_G \\ v_B = \vartheta \cdot y_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_G = -0.0175 \cdot 2.27 = -0.040\, m \\ v_G = 0.0175 \cdot 9.34 = 0.163\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_H = u_0 - \vartheta \cdot z_H \\ v_H = v_0 + \vartheta \cdot y_H \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_H = -\vartheta \cdot z_H \\ v_H = \vartheta \cdot y_H \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_H = -0.0175 \cdot 10.61 = -0.185\, m \\ v_H = 0.0175 \cdot 9.34 = 0.163\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_I = u_0 - \vartheta \cdot z_I \\ v_I = v_0 + \vartheta \cdot y_I \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_I = -\vartheta \cdot z_I \\ v_I = \vartheta \cdot y_I \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_I = -0.0175 \cdot 12.81 = -0.224\, m \\ v_I = 0.0175 \cdot 2.25 = 0.039\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_L = u_0 - \vartheta \cdot z_L \\ v_L = v_0 + \vartheta \cdot y_L \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_L = -\vartheta \cdot z_L \\ v_L = \vartheta \cdot y_L \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_L = -0.0175 \cdot 17.49 = -0.305\, m \\ v_L = 0.0175 \cdot 4.74 = 0.083\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_M = u_0 - \vartheta \cdot z_M \\ v_M = v_0 + \vartheta \cdot y_M \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_M = -\vartheta \cdot z_M \\ v_M = \vartheta \cdot y_M \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_M = -0.0175 \cdot 19.32 = -0.337\, m \\ v_M = 0.0175 \cdot 6.88 = 0.120\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_N = u_0 - \vartheta \cdot z_N \\ v_N = v_0 + \vartheta \cdot y_N \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_N = -\vartheta \cdot z_N \\ v_N = \vartheta \cdot y_N \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_N = -0.0175 \cdot 20.25 = -0.353\, m \\ v_N = 0.0175 \cdot 9.37 = 0.164\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_O = u_0 - \vartheta \cdot z_O \\ v_O = v_0 + \vartheta \cdot y_O \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_O = -\vartheta \cdot z_O \\ v_O = \vartheta \cdot y_O \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_O = -0.0175 \cdot 18.91 = -0.330\, m \\ v_O = 0.0175 \cdot 11.85 = 0.207\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_P = u_0 - \vartheta \cdot z_P \\ v_P = v_0 + \vartheta \cdot y_P \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_P = -\vartheta \cdot z_P \\ v_P = \vartheta \cdot y_P \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_P = -0.0175 \cdot 17.37 = -0.303\, m \\ v_P = 0.0175 \cdot 13.96 = 0.244\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_Q = u_0 - \vartheta \cdot z_Q \\ v_Q = v_0 + \vartheta \cdot y_Q \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_Q = -\vartheta \cdot z_Q \\ v_Q = \vartheta \cdot y_Q \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_Q = -0.0175 \cdot 12.79 = -0.223\, m \\ v_Q = 0.0175 \cdot 16.40 = 0.286\, m \end{Bmatrix}$$

dove:

- u rappresenta lo spostamento orizzontale;
- v rappresenta lo spostamento verticale.
- ϑ rappresenta la rotazione rigida; essa è:

$$\vartheta = 1° = 0.0175\, radianti$$

A questo punto è possibile valutare il moltiplicatore di collasso α_0, corrispondente all'attivazione del meccanismo cinematicamente ammissibile considerato, per mezzo dell'applicazione del teorema dei lavori virtuale.

$$L_e = L_i$$

dove:

- L_e rappresenta il lavoro esterno;
- L_i rappresenta il lavoro interno.

Nel caso studio per il lavoro esterno si avrà:

$$L_e = L_{inst} + L_{stab}$$

con:

- L_{inst} lavoro instabilizzante generato dalle forze esterne;
- L_{stab} lavoro stabilizzante generato dalle forze esterne.

Queste quantità, nel caso studio, sono date dalle formule seguenti:

$$\begin{aligned} L_{inst} = \alpha_0 \cdot \Big(& -P_B \cdot (-\vartheta \cdot z_B) - P_C \cdot (-\vartheta \cdot z_C) - P_D \cdot (-\vartheta \cdot z_D) - P_E \cdot (-\vartheta \cdot z_E) - P_F \cdot (-\vartheta \cdot z_F) \\ & - P_G \cdot (-\vartheta \cdot z_G) - P_H \cdot (-\vartheta \cdot z_H) - P_I \cdot (-\vartheta \cdot z_I) - P_L \cdot (-\vartheta \cdot z_L) - P_M \cdot (-\vartheta \cdot z_M) \\ & - P_N \cdot (-\vartheta \cdot z_N) - P_O \cdot (-\vartheta \cdot z_O) - P_P \cdot (-\vartheta \cdot z_P) - P_Q \cdot \big(-\vartheta \cdot z_Q\big)\Big) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{stab} = \Big(& P_B \cdot (\vartheta \cdot y_B) + P_C \cdot (\vartheta \cdot y_C) + P_D \cdot (\vartheta \cdot y_D) + P_E \cdot (\vartheta \cdot y_E) + P_F \cdot (\vartheta \cdot y_F) + P_G \cdot (\vartheta \cdot y_G) \\ & + P_H \cdot (\vartheta \cdot y_H) + P_I \cdot (\vartheta \cdot y_I) + P_L \cdot (\vartheta \cdot y_L) + P_M \cdot (\vartheta \cdot y_M) + P_N \cdot (\vartheta \cdot y_N) + P_O \\ & \cdot (\vartheta \cdot y_O) + P_P \cdot (\vartheta \cdot y_P) + P_Q \cdot \big(\vartheta \cdot y_Q\big)\Big) \end{aligned}$$

Dalla risoluzione delle formule precedenti si ha:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot 622.74\ kNm$$

$$L_{stab} = -657.71\ kNm$$

$$L_e = \alpha_0 \cdot 622.74\ kNm - 657.71\ kNm$$

Per quanto riguarda il lavoro interno nel caso studio, non essendo presenti campi tensionali staticamente ammissibili generati da tagli o fessure, esso è nullo.

$$L_i = 0\ kNm$$

A questo punto, sfruttando il principio di lavori virtuali si ha:

$$L_e = L_i$$

$$\alpha_0 \cdot 622.74\ kNm - 657.71\ kNm = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{657.71}{622.74} = 1.06$$

Il coefficiente α_0 ottenuto è prossimo all'unità. Tuttavia è maggiore di 1 e quindi il meccanismo in questione, per essere attivato, richiede un'azione orizzontale maggiore di quella verticale (è richiesto il 106% dell'azione verticale).

E 'ora possibile procedere alla verifica allo SLV e SLD.

Il primo valore da dover valutare è la massa partecipante M*; essa è fornita dalla seguente formula:

$$M^* = \left| \frac{(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot u_i)^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot {u_i}^2} \right| = 337072.27\ kg$$

dove:

- Pi sono le forze peso relative alle i-esime masse;
- ui è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'i-esimo peso Pi;
- g è l'accelerazione di gravità;
- n + m è il numero delle forze peso Pi applicate le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica.

Si valuta ora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo a_0* che, in conformità con quanto presente nel paragrafo C8A.4.2.2 della Circolare 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009), è:

$$a_0^* = \frac{a_0 \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot F_C} = 11.39\ m/s^2$$

dove:

- F_C è il fattore di confidenza pari a 1.18;

La verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di danno è soddisfatta qualora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo sia superiore all'accelerazione di picco della domanda sismica. Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, l'accelerazione di attivazione del meccanismo viene confrontata con l'accelerazione al suolo, ovvero lo spettro elastico, valutato per T=0.

$$a_0^* \geq a_g(P_{VR}) \cdot S$$

dove:

- a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento come definiti al paragrafo 3.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018);
- S è definito al paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di salvaguardia della vita è soddisfatta se l'accelerazione spettrale a^*_0 a che attiva il meccanismo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR}) \cdot S}{q}$$

in cui q è il fattore di struttura che, essendo la verifica in oggetto relativa ad un elemento isolato in aggetto (la facciata), è posto pari a 1.5.

Si riporta di seguito una tabella contenente le informazioni relative all'accelerazione del suolo nel comune di Casale Monferrato.

Tabella 63. Accelerazione al suolo nel comune di Casale Monferrato

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
Categoria topografica	T1	
VN	50 anni	
C_U	1.5	
VR	50 anni	
PVR	63 %	10 %
TR	75 anni	712 anni
S	1.5	
a_g	0.023 g	0.043 g
a_gS	0.0345 g	0.0645 g

Le verifiche sono mostrate nelle tabelle seguenti.

Tabella 64. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di danno SLD

SLD		
a^*_0	11.39	[m/s^2]
a_gS	0.338	[m/s^2]
$a^*_0 > a_gS$	VERIFICATO	

Tabella 65. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV

SLV		
q	1.5	[-]
a^*_0	11.39	[m/s^2]
$(a_gS)/q$	0.422	[m/s^2]
$a^*_0 \geq (a_gS)/q$	VERIFICATO	

Dalle tabelle precedenti risulta evidente come la verifica al livello di sicurezza 2 (LV2) sia allo stato limite di danno che allo stato limite di salvaguardi della vita risulta superata per il meccanismo di ribaltamento nel piano della facciata rispetto alla sezione A.

Si ripetono i calcoli considerando il moltiplicatore α_0 legato al meccanismo di ribaltamento nel piano della facciata calcolato facendo riferimento allo schema cinematico che prevede la formazione di una cerniera plastica in corrispondenza della sezione di base A' del macroelemento.
Si riporta di seguito una schematizzazione di quanto detto.

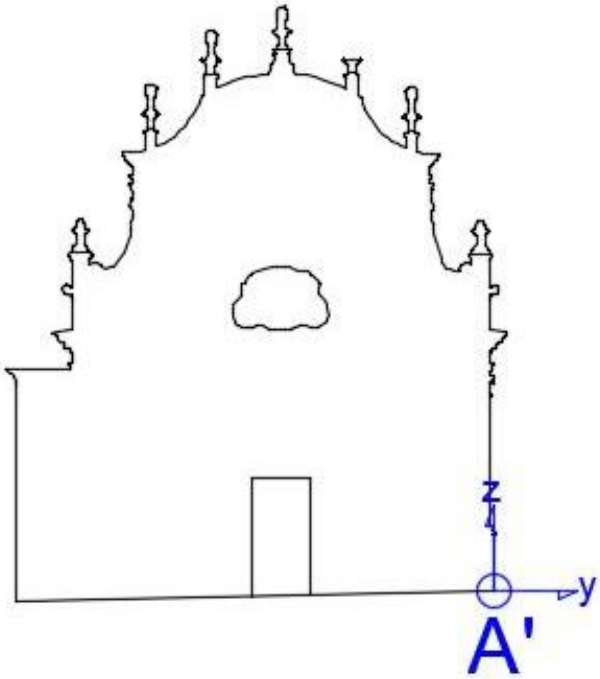

Figura 8.6: Ribaltamento nel piano-Sezione A' di applicazione della cerniera plastica

In corrispondenza della sezione A', sotto l'ipotesi di considerare la facciata come un unico blocco rigido, è stata assegnata una rotazione virtuale ϑ unitaria.

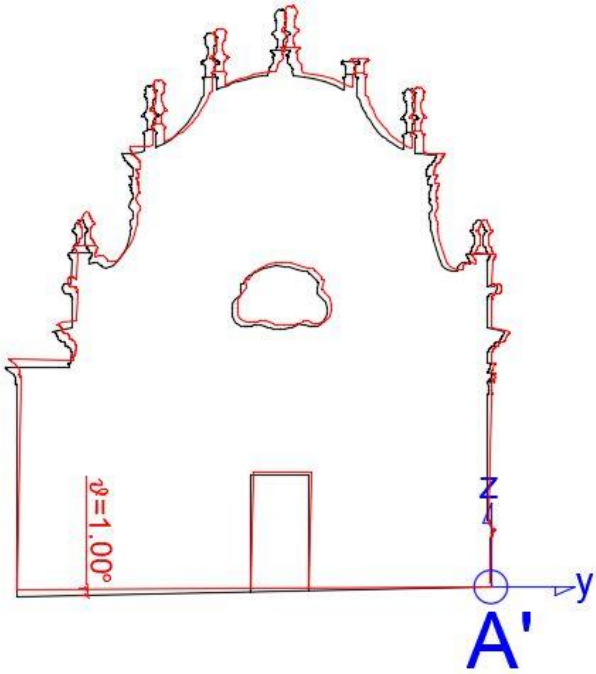

Figura 8.7: Ribaltamento nel piano-Rotazione unitaria della facciata

Si è ora divisa la facciata in sottoelementi e nel baricentro di ognuno sono state posizionate le forze peso e le forze orizzontali, date dal prodotto di α_0 per la forza peso. Tali forze sono state valutate, considerando:

- per la muratura un peso specifico γ=1733 kg/m^3;
- per il legno un peso specifico γ=750 kg/m^3;
- per il vetro un peso specifico γ=2600 kg/m^3;

nel seguente modo:

$$P_{B'} = -(A_{B'} \cdot t) \cdot \gamma_{B'} \cdot g = -(71.63 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -1217.76\ kN$$

$$P_{C'} = -(A_{C'} \cdot t) \cdot \gamma_{C'} \cdot g = -(54.57 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -927.70\ kN$$

$$P_{D'} = -(A_{D'} \cdot t) \cdot \gamma_{D'} \cdot g = -(32.99 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.85\ kN$$

$$P_{E'} = -(A_{E'} \cdot t) \cdot \gamma_{E'} \cdot g = -(32.94 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.07\ kN$$

$$P_{F'} = -(A_{F'} \cdot t) \cdot \gamma_{F'} \cdot g = -(44.47 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -755.97\ kN$$

$$P_{G'} = -(A_{G'} \cdot t) \cdot \gamma_{G'} \cdot g = -(8.55 \cdot 1) \cdot 750 \cdot 9.81 = -62.91\ kN$$

$$P_{H'} = -(A_{H'} \cdot t) \cdot \gamma_{H'} \cdot g = -(5.92 \cdot 1) \cdot 2600 \cdot 9.81 = -150.89\ kN$$

$$P_{I'} = -(A_{I'} \cdot t) \cdot \gamma_{I'} \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

$$P_{L'} = -(A_{L'} \cdot t) \cdot \gamma_{L'} \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_{M'} = -(A_{M'} \cdot t) \cdot \gamma_{M'} \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.72\ kN$$

$$P_{N'} = -(A_{N'} \cdot t) \cdot \gamma_{N'} \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.61\ kN$$

$$P_{O'} = -(A_{O'} \cdot t) \cdot \gamma_{O'} \cdot g = -(0.19 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -3.31\ kN$$

$$P_{P'} = -(A_{P'} \cdot t) \cdot \gamma_{P'} \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_{Q'} = -\left(A_{Q'} \cdot t\right) \cdot \gamma_{Q'} \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

Si riportano di seguito le coordinate dei diversi baricentri, ottenute mediante l'ausilio del software Autocad, e due figure, una mostrante le posizioni dei baricentri e una in cui vi è la disposizione delle forze in gioco.

$$B' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{B'} = 4.28\ m \\ y_{B'} = 12.45\ m \end{Bmatrix} \quad C' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{C'} = 4.40\ m \\ y_{C'} = 3.55\ m \end{Bmatrix} \quad D' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{D'} = 10.65\ m \\ y_{D'} = 11.30\ m \end{Bmatrix} \quad E' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{E'} = 10.65\ m \\ y_{E'} = 3.72\ m \end{Bmatrix}$$

$$F' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{F'} = 15.64\ m \\ y_{F'} = 7.51\ m \end{Bmatrix} \quad G' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{G'} = 2.27\ m \\ y_{G'} = 7.50\ m \end{Bmatrix} \quad H' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{H'} = 10.61\ m \\ y_{H'} = 7.51\ m \end{Bmatrix} \quad I' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{I'} = 12.81\ m \\ y_{I'} = 14.60\ m \end{Bmatrix}$$

$$L' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{L'} = 17.49\ m \\ y_{L'} = 12.10\ m \end{Bmatrix} \quad M' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{M'} = 19.32\ m \\ y_{M'} = 9.97\ m \end{Bmatrix} \quad N' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{N'} = 20.25\ m \\ y_{N'} = 7.47\ m \end{Bmatrix} \quad O' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{O'} = 18.91\ m \\ y_{O'} = 5.00\ m \end{Bmatrix}$$

$$P' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{P'} = 17.37\ m \\ y_{P'} = 2.89\ m \end{Bmatrix} \quad Q' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{Q'} = 12.79\ m \\ y_{Q'} = 0.45\ m \end{Bmatrix}$$

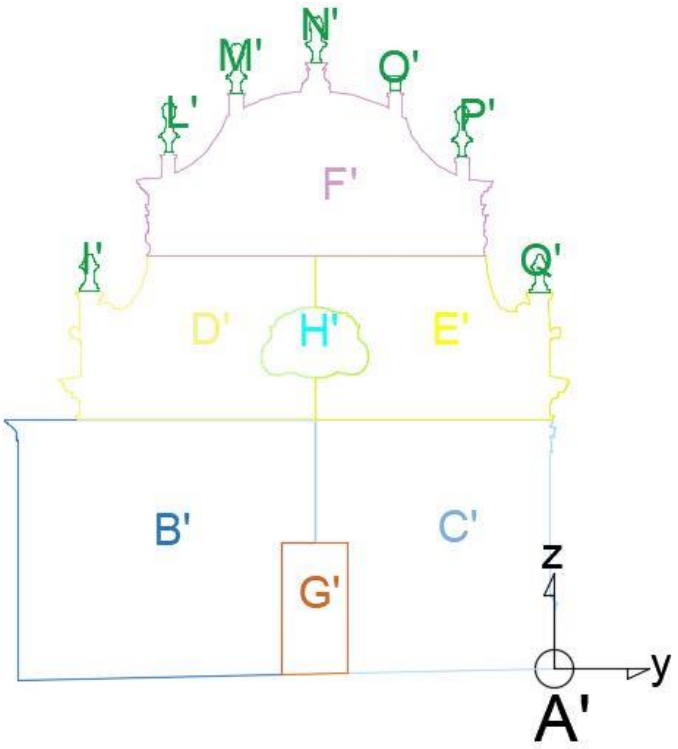

Figura 8.8: Ribaltamento nel piano-Coordinate dei baricentri

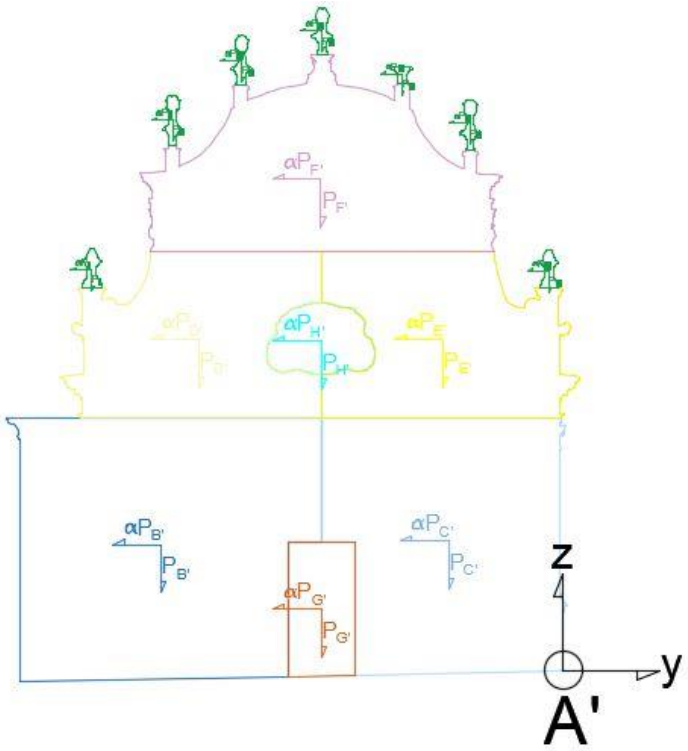

Figura 8.9: Ribaltamento nel piano-Forze applicate ai baricentri

In funzione di questa rotazione nel piano e della geometria della facciata sono stati calcolati gli spostamenti in corrispondenza dei punti di applicazione delle forze, al fine di poter calcolare il lavoro virtuale associato a ciascuna di esse.
Si riporta di seguito una schematizzazione per la valutazione degli spostamenti virtuali del corpo rigido.

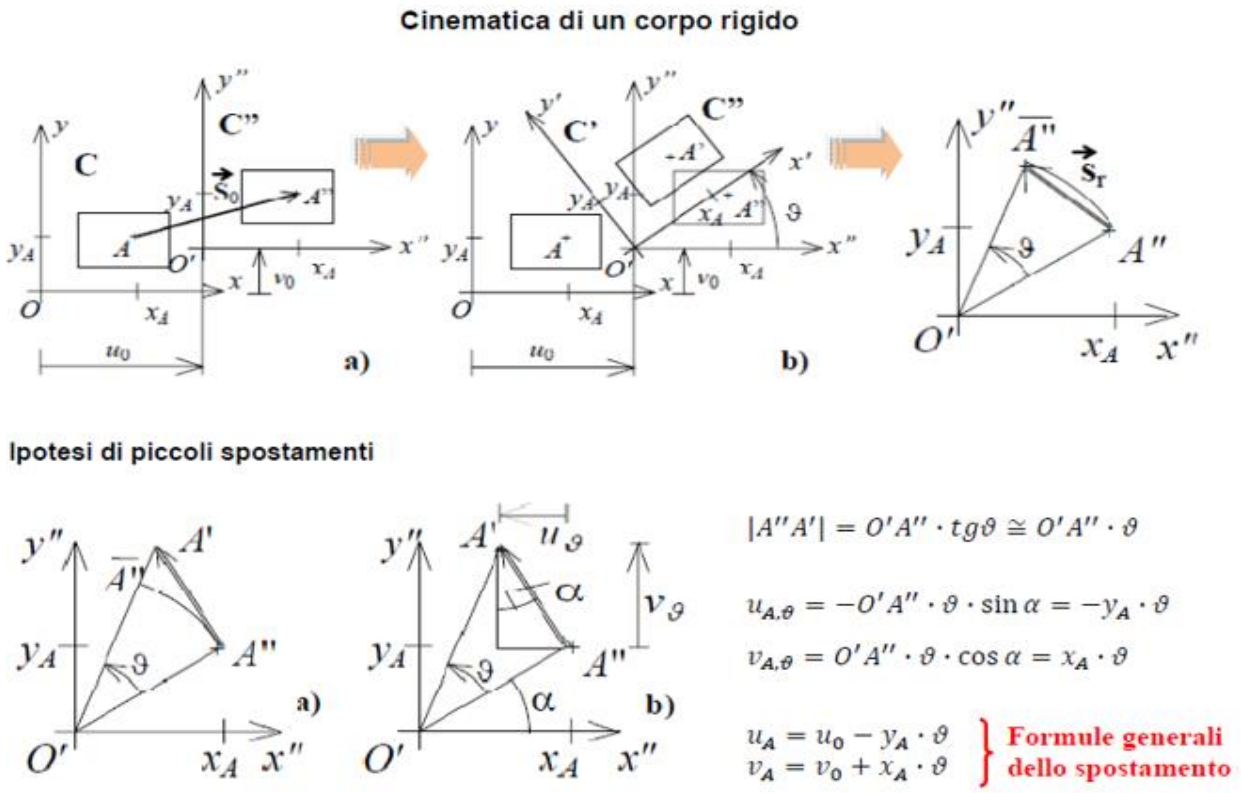

Figura 8.10: Valutazione spostamenti virtuali del corpo rigido (Vallucci)

Pertanto per le sezioni considerate si avranno i seguenti spostamenti virtuali di baricentri:

$$\begin{Bmatrix} u_{B'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{B'} \\ v_{B'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{B'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{B'} = -\vartheta \cdot z_{B'} \\ v_{B'} = \vartheta \cdot y_{B'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{B'} = -0.0175 \cdot 4.28 = -0.075\ m \\ v_{B'} = 0.0175 \cdot 12.45 = 0.217\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{C'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{C'} \\ v_{C'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{C'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{C'} = -\vartheta \cdot z_{C'} \\ v_{C'} = \vartheta \cdot y_{C'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{C'} = -0.0175 \cdot 4.40 = -0.077\ m \\ v_{C'} = 0.0175 \cdot 3.55 = 0.062\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{D'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{D'} \\ v_{D'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{D'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{D'} = -\vartheta \cdot z_{D'} \\ v_{D'} = \vartheta \cdot y_{D'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{D'} = -0.0175 \cdot 10.65 = -0.186\ m \\ v_{D'} = 0.0175 \cdot 11.30 = 0.197\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{E'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{E'} \\ v_{E'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{E'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{E'} = -\vartheta \cdot z_{E'} \\ v_{E'} = \vartheta \cdot y_{E'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{E'} = -0.0175 \cdot 10.65 = -0.186\ m \\ v_{E'} = 0.0175 \cdot 3.72 = 0.065\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{F'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{F'} \\ v_{F'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{F'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{F'} = -\vartheta \cdot z_{F'} \\ v_{F'} = \vartheta \cdot y_{F'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{F'} = -0.0175 \cdot 15.64 = -0.273\ m \\ v_{F'} = 0.0175 \cdot 7.51 = 0.131\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{G'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{G'} \\ v_{G'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{G'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{B'} = -\vartheta \cdot z_{G'} \\ v_{B'} = \vartheta \cdot y_{G'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{G'} = -0.0175 \cdot 2.27 = -0.040\ m \\ v_{G'} = 0.0175 \cdot 7.50 = 0.131\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{H'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{H'} \\ v_{H'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{H'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{H'} = -\vartheta \cdot z_{H'} \\ v_{H'} = \vartheta \cdot y_{H'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{H'} = -0.0175 \cdot 10.61 = -0.185\, m \\ v_{H'} = 0.0175 \cdot 7.51 = 0.131\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{I'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{I'} \\ v_{I'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{I'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{I'} = -\vartheta \cdot z_{I'} \\ v_{I'} = \vartheta \cdot y_{I'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{I'} = -0.0175 \cdot 12.81 = -0.224\, m \\ v_{I'} = 0.0175 \cdot 14.60 = 0.255\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{L'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{L'} \\ v_{L'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{L'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{L'} = -\vartheta \cdot z_{L'} \\ v_{L'} = \vartheta \cdot y_{L'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{L'} = -0.0175 \cdot 17.49 = -0.305\, m \\ v_{L'} = 0.0175 \cdot 12.10 = 0.211\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{M'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{M'} \\ v_{M'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{M'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{M'} = -\vartheta \cdot z_{M'} \\ v_{M'} = \vartheta \cdot y_{M'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{M'} = -0.0175 \cdot 19.32 = -0.337\, m \\ v_{M'} = 0.0175 \cdot 9.97 = 0.174\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{N'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{N'} \\ v_{N'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{N'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{N'} = -\vartheta \cdot z_{N'} \\ v_{N'} = \vartheta \cdot y_{N'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{N'} = -0.0175 \cdot 20.25 = -0.353\, m \\ v_{N'} = 0.0175 \cdot 7.47 = 0.130\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{O'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{O'} \\ v_{O'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{O'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{O'} = -\vartheta \cdot z_{O'} \\ v_{O'} = \vartheta \cdot y_{O'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{O'} = -0.0175 \cdot 18.91 = -0.330\, m \\ v_{O'} = 0.0175 \cdot 5.00 = 0.087\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{P'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{P'} \\ v_{P'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{P'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{P'} = -\vartheta \cdot z_{P'} \\ v_{P'} = \vartheta \cdot y_{P'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{P'} = -0.0175 \cdot 17.37 = -0.303\, m \\ v_{P'} = 0.0175 \cdot 2.89 = 0.050\, m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Q'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Q'} \\ v_{Q'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{Q'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Q'} = -\vartheta \cdot z_{Q'} \\ v_{Q'} = \vartheta \cdot y_{Q'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Q'} = -0.0175 \cdot 12.79 = -0.223\, m \\ v_{Q'} = 0.0175 \cdot 0.45 = 0.008\, m \end{Bmatrix}$$

dove:

- u rappresenta lo spostamento orizzontale;
- v rappresenta lo spostamento verticale.
- ϑ rappresenta la rotazione rigida; essa è:

$$\vartheta = 1° = 0.0175\, radianti$$

A questo punto è possibile valutare il moltiplicatore di collasso α_o, corrispondente all'attivazione del meccanismo cinematicamente ammissibile considerato, per mezzo dell'applicazione del teorema dei lavori virtuale mediante la seguente espressione:

$$L_e = L_i$$

dove:

- L_e rappresenta il lavoro esterno;
- L_i rappresenta il lavoro interno.

Nel caso studio per il lavoro esterno si avrà:

$$L_e = L_{inst} + L_{stab}$$

con:

- L_{inst} lavoro instabilizzante generato dalle forze esterne;
- L_{stab} lavoro stabilizzante generato dalle forze esterne.

Queste quantità, nel caso studio, sono date dalle formule seguenti:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot \Big(-P_{B'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{B'}) - P_{C'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{C'}) - P_{D'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{D'}) - P_{E'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{E'}) - P_{F'} \cdot (-\vartheta \cdot z_F) - P_{G'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{G'}) - P_{H'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{H'}) - P_{I'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{I'}) - P_{L'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{L'}) - P_M \cdot (-\vartheta \cdot z_{M'}) - P_{N'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{N'}) - P_{O'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{O'}) - P_{P'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{P'}) - P_{Q'} \cdot \left(-\vartheta \cdot z_{Q'}\right)\Big)$$

$$L_{stab} = \Big(P_{B'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{B'}\right) + P_{C'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{C'}\right) + P_{D'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{D'}\right) + P_{E'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{E'}\right) + P_{F'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_F\right) + P_{G'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{G'}\right) + P_{H'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{H'}\right) + P_{I'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{I'}\right) + P_{L'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{L'}\right) + P_M \cdot \left(\vartheta \cdot y_{M'}\right) + P_{N'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{N'}\right) + P_{O'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{O'}\right) + P_{P'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{P'}\right) + P_{Q'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{Q'}\right)\Big)$$

Dalla risoluzione delle formule precedenti si ha:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot 622.74\ kNm$$

$$L_{stab} = -603.20\ kNm$$

$$L_e = \alpha_0 \cdot 622.74\ kNm - 603.20\ kNm$$

Per quanto riguarda il lavoro interno nel caso studio, non essendo presenti campi tensionali staticamente ammissibili generati da tagli o fessure, esso è nullo.

$$L_i = 0\ kNm$$

A questo punto, sfruttando il principio di lavori virtuali si ha:

$$L_e = L_i$$

$$\alpha_0 \cdot 622.74\ kNm - 603.20\ kNm = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{603.20}{622.74} = 0.97$$

Il coefficiente α_0 ottenuto è prossimo all'unità. Tuttavia è minore di 1 e quindi il meccanismo in questione, per essere attivato, richiede un'azione orizzontale minore di quella verticale (è richiesto il 97% dell'azione verticale).

E 'ora possibile procedere alla verifica allo SLV e SLD.

Il primo valore da dover valutare è la massa partecipante M*.
Essa è fornita dalla seguente formula:

$$M^* = \left|\frac{\left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot u_i\right)^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot {u_i}^2}\right| = 337072.27\ kg$$

dove:

- Pi sono le forze peso relative alle i-esime masse;
- ui è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'i-esimo peso Pi;
- g è l'accelerazione di gravità;
- n + m è il numero delle forze peso Pi applicate le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica.

Si valuta ora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo a_0* che, in conformità con quanto presente nel paragrafo C8A.4.2.2 della circolare esplicativa 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009), è:

$$a_0^* = \frac{a_0 \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot F_C} = 10.44\ m/s^2$$

dove:

- F_C è il fattore di confidenza pari a 1.18;

La verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di danno è soddisfatta qualora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo sia superiore all'accelerazione di picco della domanda sismica. Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, l'accelerazione di attivazione del meccanismo viene confrontata con l'accelerazione al suolo, ovvero lo spettro elastico, valutato per T=0.

$$a_0^* \geq a_g(P_{VR}) \cdot S$$

dove:

- a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento come definiti al paragrafo 3.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018);
- S è definito al paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di salvaguardia della vita è soddisfatta se l'accelerazione spettrale a^*_0 a che attiva il meccanismo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR}) \cdot S}{q}$$

in cui q è il fattore di struttura che, essendo la verifica in oggetto relativa ad un elemento isolato in aggetto (la facciata), è posto pari a 1.5.

Si riporta di seguito una tabella contenente le informazioni relative all'accelerazione del suolo nel comune di Casale Monferrato.

Tabella 66. Accelerazione al suolo nel comune di Casale Monferrato

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
Categoria topografica	T1	
VN	50 anni	
C_U	1.5	
VR	50 anni	
PVR	63 %	10 %
TR	50 anni	475 anni
S	1.5	
a_g	0.023 g	0.043 g
a_gS	0.0345 g	0.0645 g

Le verifiche sono mostrate nelle tabelle seguenti.

Tabella 67. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di danno SLD

SLD		
a^*_0	10.44	[m/s^2]
a_gS	0.338	[m/s^2]
$a^*_0 > a_gS$	VERIFICATO	

Tabella 68. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV

SLV		
q	1.5	[-]
a^*_0	10.44	[m/s^2]
$(a_gS)/q$	0.422	[m/s^2]
$a^*_0 \geq (a_gS)/q$	VERIFICATO	

Dalle tabelle precedenti risulta evidente come la verifica al livello di sicurezza 2 (LV2) sia allo stato limite di danno che allo stato limite di salvaguardi della vita risulta superata per il meccanismo di ribaltamento nel piano della facciata rispetto alla sezione A'.

8.2.2 Taglio diagonale nel piano della facciata

Il meccanismo di rottura considerato è quello evidenziato nella figura seguente.

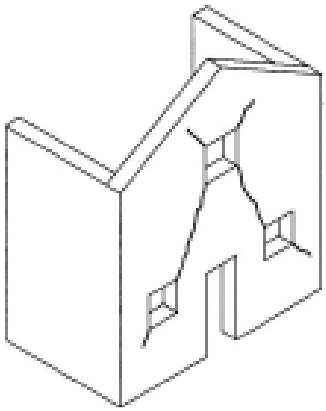

Figura 8.11: Meccanismo di taglio diagonale nel piano della facciata (Direttiva BBCC, 2010)

Per la valutazione del moltiplicatore di collasso α_0 per il meccanismo di taglio diagonale nel piano della facciata si divide la facciata in sottoelementi e, per ognuno di essi, si valuterà la forza perso considerando:

- per la muratura un peso specifico γ=1733 kg/m^3;
- per il legno un peso specifico γ=750 kg/m^3;
- per il vetro un peso specifico γ=2600 kg/m^3;

Di seguito si riportano i calcoli svolti.

$$P_B = -(A_B \cdot t) \cdot \gamma_B \cdot g = -(71.63 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -1217.76\ kN$$

$$P_C = -(A_C \cdot t) \cdot \gamma_C \cdot g = -(54.57 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -927.70\ kN$$

$$P_D = -(A_D \cdot t) \cdot \gamma_D \cdot g = -(32.99 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.85\ kN$$

$$P_E = -(A_E \cdot t) \cdot \gamma_E \cdot g = -(32.94 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.07\ kN$$

$$P_F = -(A_F \cdot t) \cdot \gamma_F \cdot g = -(44.47 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -755.97\ kN$$

$$P_G = -(A_G \cdot t) \cdot \gamma_G \cdot g = -(8.55 \cdot 1) \cdot 750 \cdot 9.81 = -62.91\ kN$$

$$P_H = -(A_H \cdot t) \cdot \gamma_H \cdot g = -(5.92 \cdot 1) \cdot 2600 \cdot 9.81 = -150.89\ kN$$

$$P_I = -(A_I \cdot t) \cdot \gamma_I \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

$$P_L = -(A_L \cdot t) \cdot \gamma_L \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_M = -(A_M \cdot t) \cdot \gamma_M \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.72\ kN$$

$$P_N = -(A_N \cdot t) \cdot \gamma_N \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.61\ kN$$

$$P_O = -(A_O \cdot t) \cdot \gamma_O \cdot g = -(0.19 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -3.31\ kN$$

$$P_P = -(A_P \cdot t) \cdot \gamma_P \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_Q = -\left(A_Q \cdot t\right) \cdot \gamma_Q \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

Nel baricentro dei sottoelementi considerati saranno applicate una forza verticale, che corrisponde alla forza peso, e una forza orizzontale, data dal prodotto di α_0 per la forza peso.
Si riportano di seguito le coordinate dei diversi baricentri, ottenute mediante l'ausilio del software Autocad, e due figure, una mostrante le posizioni dei baricentri e una in cui vi è la disposizione delle forze in gioco.

$$B \rightarrow \begin{Bmatrix} z_B = 4.28\ m \\ y_B = 4.40\ m \end{Bmatrix} \qquad C \rightarrow \begin{Bmatrix} z_C = 4.40\ m \\ y_C = 13.29\ m \end{Bmatrix} \qquad D \rightarrow \begin{Bmatrix} z_D = 10.65\ m \\ y_D = 5.55\ m \end{Bmatrix} \qquad E \rightarrow \begin{Bmatrix} z_E = 10.65\ m \\ y_E = 13.13\ m \end{Bmatrix}$$

$$F \rightarrow \begin{Bmatrix} z_F = 15.64\ m \\ y_F = 9.34\ m \end{Bmatrix} \quad G \rightarrow \begin{Bmatrix} z_G = 2.27\ m \\ y_G = 9.34\ m \end{Bmatrix} \quad H \rightarrow \begin{Bmatrix} z_H = 10.61\ m \\ y_H = 9.34\ m \end{Bmatrix} \quad I \rightarrow \begin{Bmatrix} z_I = 12.81\ m \\ y_I = 2.25\ m \end{Bmatrix}$$

$$L \rightarrow \begin{Bmatrix} z_L = 17.49\ m \\ y_L = 4.74\ m \end{Bmatrix} \quad M \rightarrow \begin{Bmatrix} z_M = 19.32\ m \\ y_M = 6.88\ m \end{Bmatrix} \quad N \rightarrow \begin{Bmatrix} z_N = 20.25\ m \\ y_N = 9.37\ m \end{Bmatrix} \quad O \rightarrow \begin{Bmatrix} z_O = 18.91\ m \\ y_O = 11.85\ m \end{Bmatrix}$$

$$P \rightarrow \begin{Bmatrix} z_P = 17.37\ m \\ y_P = 13.96\ m \end{Bmatrix} \quad Q \rightarrow \begin{Bmatrix} z_Q = 12.79\ m \\ y_Q = 16.40\ m \end{Bmatrix}$$

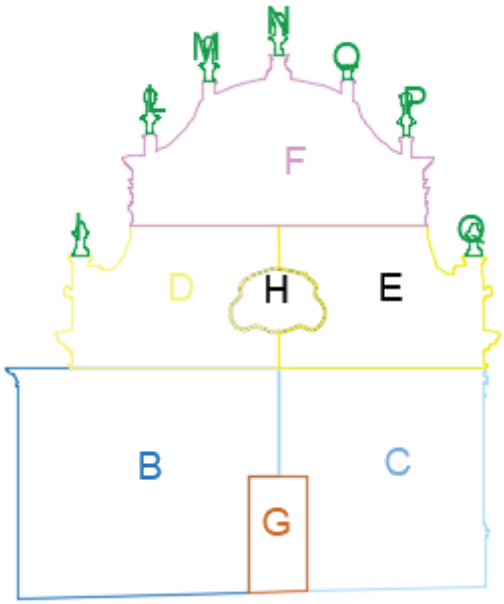

Figura 8.12: Ribaltamento nel piano-Coordinate dei baricentri

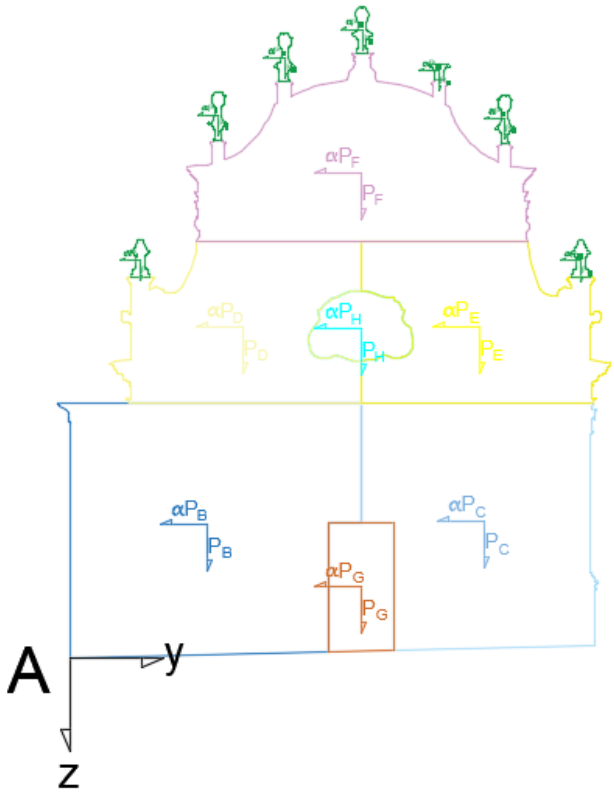

Figura 8.13: Ribaltamento nel piano-Forze applicate ai baricentri

Noti i pesi è possibile ora valutare il taglio sollecitante in funzione del moltiplicatore di collasso α_0.

$$V_s = \alpha_0 \cdot P_B + \alpha_0 \cdot P_C + \alpha_0 \cdot P_D + \alpha_0 \cdot P_E + \alpha_0 \cdot P_F + \alpha_0 \cdot P_G + \alpha_0 \cdot P_H + \alpha_0 \cdot P_I + \alpha_0 \cdot P_L + \alpha_0 \cdot P_M + \alpha_0 \cdot P_N + \alpha_0 \cdot P_O + \alpha_0 \cdot P_P + \alpha_0 \cdot P_Q = \alpha_0 \cdot 42288.12\ kN$$

La resistenza a taglio per fessurazione diagonale è fornita al paragrafo C8.7.1.3.1.1 della circolare esplicativa delle NTC18 del 2019 (C.S.LL.PP, 2019) attraverso la formula seguente:

$$V_t = l \cdot t \cdot \frac{1.5 \cdot \tau_d}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5 \cdot \tau_d}}$$

con:

- V_t taglio per fessurazione diagonale ultimo resistente;
- l è la lunghezza della parete; nel caso studio:
    - per la muratura esso è 16.85 m;
    - per la porta esso è 4.13 m;
    - per la finestra esso è 2.24 m;
- t è lo spessore della zona compressa della parete; nel caso studio esso è 1 m;
- b è coefficiente correttivo legato alla snellezza della parete; nel caso studio esso è 1.5;
- σ_0 è la tensione normale media, riferita all'area totale della sezione ($\sigma_0 = \frac{N}{l \cdot t}$, con N forza assiale agente, positiva se di compressione). Nel caso studio N rappresenta il carico verticale agente dato dalla somma seguente:

$$N_{muratura} = P_B + P_C + P_D + P_E + P_F + P_I + P_L + P_M + P_N + P_O + P_P + P_Q = -\ 4074.31\ kN$$

$$N_{porta} = P_G = -\ 62.91\ kN$$

$$N_{finestra} = P_H = -\ 150.89\ kN$$

Pertanto:

$$\sigma_{0,muratura} = \left(\frac{N_{muratura}}{l_{murautra} \cdot t_{murautra}}\right) = \left(\frac{-\ 4074.31}{16.85 \cdot 1}\right) = -283.73\ kN$$

$$\sigma_{0,porta} = \left(\frac{N_{portaa}}{l_{porta} \cdot t_{porta}}\right) = \left(\frac{-\ 62.91}{4.13 \cdot 1}\right) = -15.23\ kN$$

$$\sigma_{0,finestra} = \left(\frac{N_{finestra}}{l_{finestra} \cdot t_{finestra}}\right) = \left(\frac{-\ 150.89}{2.24 \cdot 1}\right) = -67.36\ kN$$

Essendo di compressione σ_0 assume un valore positivo. Quindi:

$$\sigma_{0,muratura} = 283.73\ kN$$

$$\sigma_{0,porta} = 15.23\ kN$$

$$\sigma_{0,finestra} = 67.36\ kN$$

- τ_d è il valore della resistenza di progetto a taglio; nello specifico si ha:

$$\tau_{d,muratura} = \frac{\tau_{o,muratura}}{\gamma_m F_C} = \frac{0.05}{2\ \cdot 1.18} = 0.0212\ N/mm^2 = 21.19\ kN/m^2$$

$$\tau_{d,porta} = \frac{\tau_{o,porta}}{\gamma_m F_C} = \frac{0.087}{2\ \cdot 1.18} = 0.0369\ N/mm^2 = 36.86\ kN/m^2$$

$$\tau_{d,finestra} = \frac{\tau_{o,finestra}}{\gamma_m F_C} = \frac{0.150}{2\ \cdot 1.18} = 0.0444\ N/mm^2 = 44.49\ kN/m^2$$

dove:

- F_C è il fattore di confidenza e per il caso studio è 1.18;
- τ_o è la resistenza media a taglio in assenza di tensioni normali (con riferimento alla formula riportata, a proposito dei modelli di capacità, nel paragrafo C8.7.1.3 della circolare esplicativa alle NTC18 del 2019 (C.S.LL.PP, 2019));
- γ_m è un fattore di sicurezza fornito dalla normativa NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e per il caso studio è pari a 2.

È ora possibile calcolare il taglio ultimo resistente V_t utilizzando la formula precedente ed i valori sopra definiti.

$$V_{t,muratura} = l \cdot t \cdot \frac{1.5 \cdot \tau_d}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5 \cdot \tau_d}} = 16.85 \cdot 1 \cdot \frac{1.5 \cdot 21.19}{1.5} \cdot \sqrt{1 + \frac{283.73}{1.5 \cdot 21.19}} = 958.61\ kN$$

$$V_{t,porta} = l \cdot t \cdot \frac{1.5 \cdot \tau_d}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5 \cdot \tau_d}} = 4.13 \cdot 1 \cdot \frac{1.5 \cdot 36.86}{1.5} \cdot \sqrt{1 + \frac{15.23}{1.5 \cdot 36.86}} = 171.95\ kN$$

$$V_{t,finestra} = l \cdot t \cdot \frac{1.5 \cdot \tau_d}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5 \cdot \tau_d}} = 2.24 \cdot 1 \cdot \frac{1.5 \cdot 44.49}{1.5} \cdot \sqrt{1 + \frac{67.36}{1.5 \cdot 44.49}} = 141.27\ kN$$

$$V_t = V_{t,muratura} + V_{t,porta} + V_{t,finestra} = 958.61 + 171.95 + 141.27 = 1271.83\ kN$$

Noto il taglio sollecitante ed il taglio resistente è ora possibile valutare il moltiplicatore di collasso α_0 attraverso la seguente formula:

$$V_t = V_s$$

Sostituendo i valori prima calcolati si ha:

$$\alpha_0 \cdot 4288.12 = 1271.83$$

$$\alpha_0 = \frac{1271.83}{4288.18} = 0.30$$

Il coefficiente di collasso α_0 dovuto al taglio diagonale ottenuto è molto minore dell'unità pertanto, per l'innesco del meccanismo di collasso nel piano dovuto a taglio diagonale nella facciata è necessaria una forza orizzontale pari al 30% del peso totale della facciata.

8.2.3 Ribaltamento nel piano con formazione di lesione centrale

L'ultimo meccanismo di collasso nel piano considerato per l'elemento facciata è sempre quello del ribaltamento ma ipotizzando la formazione di una lesione centrale.

Un iniziale principio di fessurazione è già presente in loco e lo si può notare dalla figura seguente.

Figure 8-7: Fessura subverticale facciata sopra il portone d'ingresso

Si riporta di seguito anche una schematizzazione del meccanismo.

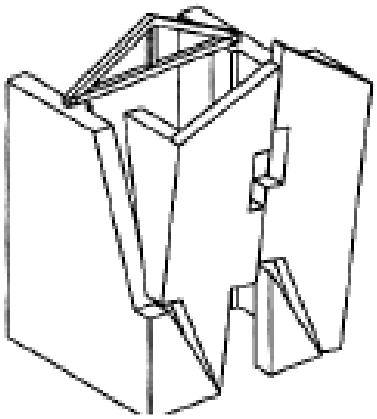

Figura 8.14: Meccanismo di ribaltamento nel piano della facciata con formazione di lesione centrale (Direttiva BBCC, 2010)

In questo caso l'espressione del moltiplicatore di collasso è simile a quella già vista per il ribaltamento nel piano. La differenza riguarda alcuni parametri poiché ora stiamo considerando solo metà facciata ed andiamo a considerare anche il contributo stabilizzante delle tensioni tangenziali distribuite lungo la lesione verticale.
Nel caso studio τ_d, che è il valore della resistenza di progetto a taglio; è pari a:

$$\tau_{d,muratura} = \frac{\tau_{o,muratura}}{\gamma_m F_C} = \frac{0.05}{2 \cdot 1.18} = 0.0212\, N/mm^2 = 21.19\, kN/m^2$$

$$\tau_{d,porta} = \frac{\tau_{o,porta}}{\gamma_m F_C} = \frac{0.087}{2 \cdot 1.18} = 0.0369\, N/mm^2 = 36.86\, kN/m^2$$

$$\tau_{d,finestra} = \frac{\tau_{o,finestra}}{\gamma_m F_C} = \frac{0.150}{2 \cdot 1.18} = 0.0444\, N/mm^2 = 44.49\, kN/m^2$$

dove:

- F_C è il fattore di confidenza e per il caso studio è 1.18;
- τ_o è la resistenza media a taglio in assenza di tensioni normali (con riferimento alla formula riportata, a proposito dei modelli di capacità nel paragrafo C8.7.1.3 della circolare esplicativa alle NTC18 del 2019 (C.S.LL.PP, 2019));
- γ_m è un fattore di sicurezza fornito dalla normativa NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e per il caso studio è pari a 2.

Inoltre i parametri come il peso, i punti di applicazione delle forze ecc. sono tutti riferiti a metà facciata.
Fatte queste iniziali considerazioni si procede con la valutazione dei parametri necessari per la verifica.
Il moltiplicatore α_0 legato al meccanismo di ribaltamento nel piano della facciata è stato calcolato facendo riferimento allo schema cinematico che prevede la formazione di una cerniera plastica in corrispondenza della sezione di base A del macroelemento.
Si riporta di seguito una schematizzazione di quanto detto.

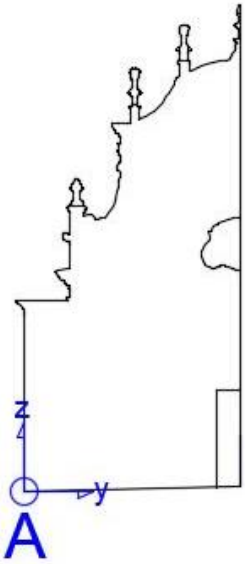

Figura 8.15: Ribaltamento nel piano con lesione centrale-Sezione di applicazione della cerniera plastica

In corrispondenza della sezione A, sotto l'ipotesi di considerare la facciata come un unico blocco rigido, è stata assegnata una rotazione virtuale ϑ unitaria.

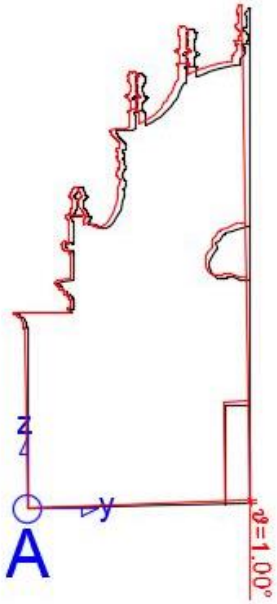

Figura 8.16: Ribaltamento nel piano con lesione centrale-Rotazione unitaria della facciata

Si è ora divisa la facciata in sottoelementi e nel baricentro di ognuno sono state posizionate le forze peso e le forze orizzontali, date dal prodotto di α_0 per la forza peso. Tali forze sono state valutate, considerando:

- per la muratura un peso specifico γ=1733 kg/m^3;
- per il legno un peso specifico γ=750 kg/m^3;
- per il vetro un peso specifico γ=2600 kg/m^3;

nel seguente modo:

$$P_B = -(A_B \cdot t) \cdot \gamma_B \cdot g = -(71.63 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -1217.76\ kN$$

$$P_D = -(A_D \cdot t) \cdot \gamma_D \cdot g = -(32.99 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.85\ kN$$

$$P_F = -(A_F \cdot t) \cdot \gamma_F \cdot g = -(22.26 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -378.40\ kN$$

$$P_G = -(A_G \cdot t) \cdot \gamma_G \cdot g = -(4.29 \cdot 1) \cdot 750 \cdot 9.81 = -31.54\ kN$$

$$P_H = -(A_H \cdot t) \cdot \gamma_H \cdot g = -(2.98 \cdot 1) \cdot 2600 \cdot 9.81 = -75.93\ kN$$

$$P_I = -(A_I \cdot t) \cdot \gamma_I \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

$$P_L = -(A_L \cdot t) \cdot \gamma_L \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_M = -(A_M \cdot t) \cdot \gamma_M \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.72\ kN$$

$$P_N = -(A_N \cdot t) \cdot \gamma_N \cdot g = -(0.21 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -3.54\ kN$$

Si riportano di seguito le coordinate dei diversi baricentri, ottenute mediante l'ausilio del software Autocad, e due figure, una mostrante le posizioni dei baricentri e una in cui vi è la disposizione delle forze in gioco.

$$B \rightarrow \begin{Bmatrix} z_B = 4.28\ m \\ y_B = 4.40\ m \end{Bmatrix} \qquad D \rightarrow \begin{Bmatrix} z_D = 10.65\ m \\ y_D = 5.55\ m \end{Bmatrix} \qquad F \rightarrow \begin{Bmatrix} z_F = 15.64\ m \\ y_F = 7.07\ m \end{Bmatrix} \qquad G \rightarrow \begin{Bmatrix} z_G = 2.27\ m \\ y_G = 8.83\ m \end{Bmatrix}$$

$$H \rightarrow \begin{Bmatrix} z_H = 10.61\ m \\ y_H = 8.62\ m \end{Bmatrix} \qquad I \rightarrow \begin{Bmatrix} z_I = 12.81\ m \\ y_I = 2.25\ m \end{Bmatrix} \qquad L \rightarrow \begin{Bmatrix} z_L = 17.49\ m \\ y_L = 4.74\ m \end{Bmatrix} \qquad M \rightarrow \begin{Bmatrix} z_M = 19.32\ m \\ y_M = 6.88\ m \end{Bmatrix}$$

$$N \rightarrow \begin{Bmatrix} z_N = 20.25\ m \\ y_N = 9.26\ m \end{Bmatrix}$$

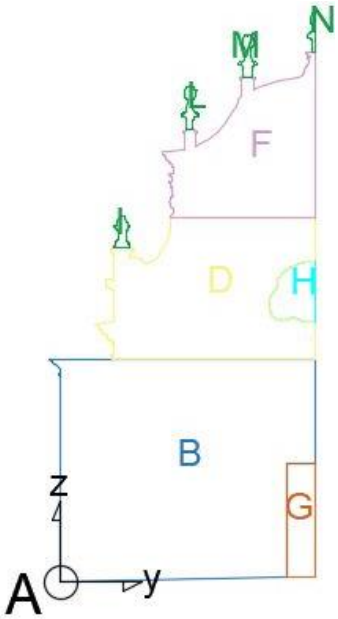

Figura 8.17: Ribaltamento nel piano con lesione centrale-Coordinate dei baricentri

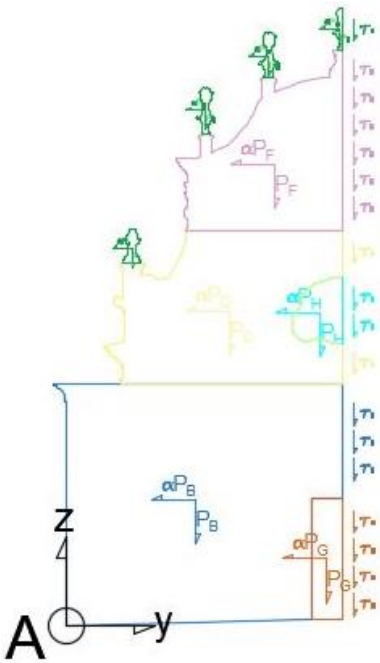

Figura 8.18: Ribaltamento nel piano con lesione centrale-Forze applicate ai baricentri

In funzione di questa rotazione nel piano e della geometria della facciata sono stati calcolati gli spostamenti in corrispondenza dei punti di applicazione delle forze, al fine di poter calcolare il lavoro virtuale associato a ciascuna di esse.
Si riporta di seguito una schematizzazione per la valutazione degli spostamenti virtuali del corpo rigido.

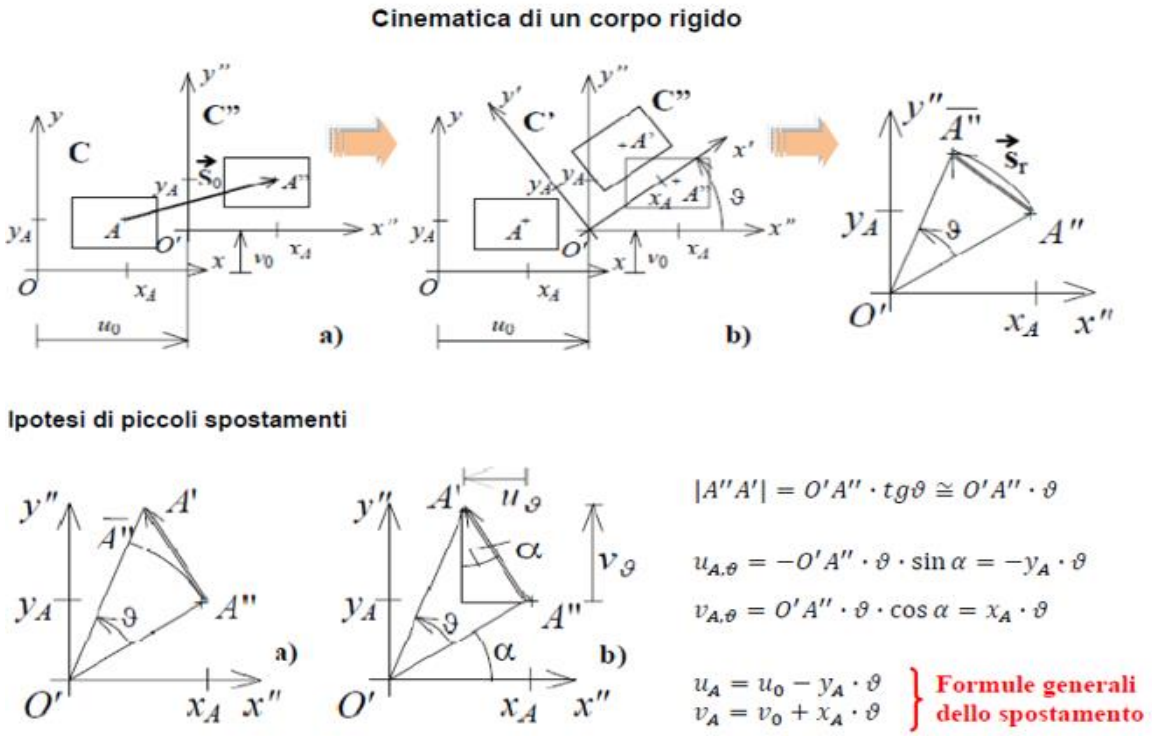

Figura 8.19: Valutazione spostamenti virtuali del corpo rigido (Vallucci)

Pertanto per le sezioni considerate si avranno i seguenti spostamenti virtuali di baricentri:

$$\begin{Bmatrix} u_B = u_0 - \vartheta \cdot z_B \\ v_B = v_0 + \vartheta \cdot y_B \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_B = -\vartheta \cdot z_B \\ v_B = \vartheta \cdot y_B \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_B = -0.0175 \cdot 4.28 = -0.075\ m \\ v_B = 0.0175 \cdot 4.40 = 0.077\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_D = u_0 - \vartheta \cdot z_D \\ v_D = v_0 + \vartheta \cdot y_D \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_D = -\vartheta \cdot z_D \\ v_D = \vartheta \cdot y_D \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_D = -0.0175 \cdot 10.65 = -0.186\ m \\ v_D = 0.0175 \cdot 5.55 = 0.097\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_F = u_0 - \vartheta \cdot z_F \\ v_F = v_0 + \vartheta \cdot y_F \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_F = -\vartheta \cdot z_F \\ v_F = \vartheta \cdot y_F \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_F = -0.0175 \cdot 15.64 = -0.273\ m \\ v_F = 0.0175 \cdot 7.07. = 0.123\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_G = u_0 - \vartheta \cdot z_G \\ v_G = v_0 + \vartheta \cdot y_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_B = -\vartheta \cdot z_G \\ v_B = \vartheta \cdot y_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_G = -0.0175 \cdot 2.27 = -0.040\ m \\ v_G = 0.0175 \cdot 8.83 = 0.154\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_H = u_0 - \vartheta \cdot z_H \\ v_H = v_0 + \vartheta \cdot y_H \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_H = -\vartheta \cdot z_H \\ v_H = \vartheta \cdot y_H \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_H = -0.0175 \cdot 10.61 = -0.185\ m \\ v_H = 0.0175 \cdot 8.62 = 0.150\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_I = u_0 - \vartheta \cdot z_I \\ v_I = v_0 + \vartheta \cdot y_I \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_I = -\vartheta \cdot z_I \\ v_I = \vartheta \cdot y_I \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_I = -0.0175 \cdot 12.81 = -0.224\ m \\ v_I = 0.0175 \cdot 2.25 = 0.039\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_L = u_0 - \vartheta \cdot z_L \\ v_L = v_0 + \vartheta \cdot y_L \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_L = -\vartheta \cdot z_L \\ v_L = \vartheta \cdot y_L \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_L = -0.0175 \cdot 17.49 = -0.305\ m \\ v_L = 0.0175 \cdot 4.74 = 0.083\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_M = u_0 - \vartheta \cdot z_M \\ v_M = v_0 + \vartheta \cdot y_M \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_M = -\vartheta \cdot z_M \\ v_M = \vartheta \cdot y_M \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_M = -0.0175 \cdot 19.32 = -0.337\ m \\ v_M = 0.0175 \cdot 6.88 = 0.120\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_N = u_0 - \vartheta \cdot z_N \\ v_N = v_0 + \vartheta \cdot y_N \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_N = -\vartheta \cdot z_N \\ v_N = \vartheta \cdot y_N \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_N = -0.0175 \cdot 20.25 = -0.353\ m \\ v_N = 0.0175 \cdot 9.26 = 0.162\ m \end{Bmatrix}$$

dove:

- u rappresenta lo spostamento orizzontale;
- v rappresenta lo spostamento verticale.
- ϑ rappresenta la rotazione rigida; essa è:

$$\vartheta = 1° = 0.0175\ radianti$$

Per quanto riguarda il contributo stabilizzante delle tensioni tangenziali, distribuite lungo la lesione verticale, esse generano il seguente lavoro stabilizzante:

$$T_{\tau,muratura} = -(t \cdot l)_{muratura} \cdot \tau_{d,muratura} = -(1 \cdot 14.36) \cdot 21.19 = -304.24\ kN$$

$$T_{\tau,porta} = -(t \cdot l)_{porta} \cdot \tau_{d,porta} = -(1 \cdot 4.13) \cdot 36.86 = -152.25\ kN$$

$$T_{\tau,finestra} = -(t \cdot l)_{finestra} \cdot \tau_{d,finestra} = -(1 \cdot 2.24) \cdot 44.49 = -99.66\ kN$$

$$T_\tau = T_{\tau,muratura} + T_{\tau,porta} + T_{\tau,finestra} = -556.15\ kN$$

$$v_\tau = \vartheta \cdot y_\tau = 0.0175 \cdot 9.34 = 0.163\ m$$

dove:

- T_τ rappresenta il taglio generato nella lesione centrale della facciata;
- t rappresenta lo spessore della lesione centrale;
- l rappresenta la lunghezza della lesione centrale;
- v_τ rappresenta lo spostamento orizzontale del baricentro della lesione centrale;
- y_τ rappresenta la distanza in direzione y del baricentro della lesione centrale.

A questo punto è possibile valutare il moltiplicatore di collasso α_o, corrispondente all'attivazione del meccanismo cinematicamente ammissibile considerato, per mezzo dell'applicazione del teorema dei lavori virtuale mediante la seguente espressione:

$$L_e = L_i$$

dove:

- L_e rappresenta il lavoro esterno;
- L_i rappresenta il lavoro interno.

Nel caso studio per il lavoro esterno si avrà:

$$L_e = L_{inst} + L_{stab}$$

con:

- L_{inst} lavoro instabilizzante generato dalle forze esterne;
- L_{stab} lavoro stabilizzante generato dalle forze esterne.

Queste quantità, nel caso studio, sono date dalle formule seguenti:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot \big(-P_B \cdot (-\vartheta \cdot z_B) - P_D \cdot (-\vartheta \cdot z_D) - P_F \cdot (-\vartheta \cdot z_F) - P_G \cdot (-\vartheta \cdot z_G) - P_H \cdot (-\vartheta \cdot z_H) - P_I \cdot (-\vartheta \cdot z_I) - P_L \cdot (-\vartheta \cdot z_L) - P_M \cdot (-\vartheta \cdot z_M) - P_N \cdot (-\vartheta \cdot z_N)\big)$$

$$L_{stab} = \big(P_B \cdot (\vartheta \cdot y_B) + P_D \cdot (\vartheta \cdot y_D) + P_F \cdot (\vartheta \cdot y_F) + P_G \cdot (\vartheta \cdot y_G) + P_H \cdot (\vartheta \cdot y_H) + P_I \cdot (\vartheta \cdot y_I) + P_L \cdot (\vartheta \cdot y_L) + P_M \cdot (\vartheta \cdot y_M) + P_N \cdot (\vartheta \cdot y_N)\big)$$

Dalla risoluzione delle formule precedenti si ha:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot 322.16\ kNm$$

$$L_{stab} = -213.41\ kNm$$

$$L_e = \alpha_0 \cdot 322.16\ kNm - 213.41\ kNm$$

Per quanto riguarda il lavoro interno, nel caso studio, esso è generato dalle tensioni tangenziali distribuite lungo la lesione verticale centrale.

$$L_i = T_\tau \cdot v_\tau = -556.15 \cdot 0.163 = -90.66\ kNm$$

A questo punto, sfruttando il principio di lavori virtuali si ha:

$$L_e = L_i$$

$$\alpha_0 \cdot 322.16\ kNm - 213.41\ kNm = -90.66\ kNm$$

$$\alpha_0 = \frac{122.75}{322.16} = 0.38$$

Il coefficiente α_0 ottenuto è molto minore dell'unità e quindi il meccanismo in questione, per essere attivato, richiede un'azione orizzontale molto minore di quella verticale; per attivare il meccanismo di collasso di ribaltamento nel piano con lesione verticale centrale è richiesto il 38% dell'azione verticale.
Confrontando il coefficiente appena ottenuto con quello ottenuto per il meccanismo di ribaltamento semplice nel piano (α_0=1.06) si nota un valore molto inferiore; nello specifico si ha una riduzione del 64% del coefficiente di collasso per il meccanismo di ribaltamento nel piano con lesione verticale centrale rispetto a quello di ribaltamento semplice nel piano.
Quanto appena detto trova anche un riscontro reale con la fessura presente in sito nella parte centrale della facciata (tale fessura è mostrata nella figura precedente di questo capitolo).

E 'ora possibile procedere alla verifica allo SLV e SLD.

Il primo valore da dover valutare è la massa partecipante M*; essa è fornita dalla seguente formula:

$$M^* = \left| \frac{(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot u_i)^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot {u_i}^2} \right| = 177561.97\ kg$$

dove:

- Pi sono le forze peso relative alle i-esime masse;
- ui è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'i-esimo peso Pi;
- g è l'accelerazione di gravità;
- n + m è il numero delle forze peso Pi applicate le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica.

Si valuta ora L'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo a_0*, in conformità con quanto presente nel paragrafo C8A.4.2.2 della circolare esplicativa 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009), è:

$$a_0^* = \frac{a_0 \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot F_C} = 4.17\ m/s^2$$

dove:

- F_C è il fattore di confidenza pari a 1.18.

La verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di danno è soddisfatta qualora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo sia superiore all'accelerazione di picco della domanda sismica. Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, l'accelerazione di attivazione del meccanismo viene confrontata con l'accelerazione al suolo, ovvero lo spettro elastico, valutato per T=0.

$$a_0^* \geq a_g(P_{VR}) \cdot S$$

dove:

- a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento come definiti al paragrafo 3.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018);
- S è definito al paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di salvaguardia della vita è soddisfatta se l'accelerazione spettrale a^*_0 a che attiva il meccanismo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR}) \cdot S}{q}$$

in cui q è il fattore di struttura che, essendo la verifica in oggetto relativa ad un elemento isolato in aggetto (la facciata), è posto pari a 1.5.

Si riporta di seguito una tabella contenente le informazioni relative all'accelerazione del suolo nel comune di Casale Monferrato.

Tabella 69. Accelerazione al suolo nel comune di Casale Monferrato

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
Categoria topografica	T1	
VN	50 anni	
C_U	1.5	
VR	50 anni	
PVR	63 %	10 %
TR	50 anni	475 anni
S	1.5	
a_g	0.023 g	0.043 g
a_gS	0.0345 g	0.0645 g

Le verifiche sono mostrate nelle tabelle seguenti.

Tabella 70. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano con lesione centrale della facciata allo stato limite di danno SLD

SLD		
a^*_0	4.17	[m/s^2]
a_gS	0.338	[m/s^2]
$a^*_0 > a_gS$	VERIFICATO	

Tabella 71. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano con lesione centrale della facciata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV

SLV		
q	1.5	[-]
a^*_0	4.17	[m/s^2]
$(a_gS)/q$	0.422	[m/s^2]
$a^*_0 \geq (a_gS)/q$	VERIFICATO	

Dalle tabelle precedenti risulta evidente come la verifica al livello di sicurezza 2 (LV2) sia allo stato limite di danno che allo stato limite di salvaguardi della vita risulta superata per il meccanismo di ribaltamento nel piano con lesione centrale della facciata.

Si evidenzia inoltre che nel caso in cui il moltiplicatore di collasso fosse stato calcolato considerando come centro di rotazione il punto in basso a destra il risultato sarebbe stato grosso modo lo stesso poiché la facciata non risulta essere simmetrica ma la distribuzione è simile tra la metà destra e quella sinistra e la differenza di altezza tra lo spigolo destro e quello sinistro della facciata non è tale da produrre una modifica eccessiva dei risultati.
Si riportano di seguito i calcoli svolti.

Il moltiplicatore α_0 legato al meccanismo di ribaltamento nel piano della facciata è stato calcolato facendo riferimento allo schema cinematico che prevede la formazione di una cerniera plastica in corrispondenza della sezione di base A' del macroelemento.
Si riporta di seguito una schematizzazione di quanto detto.

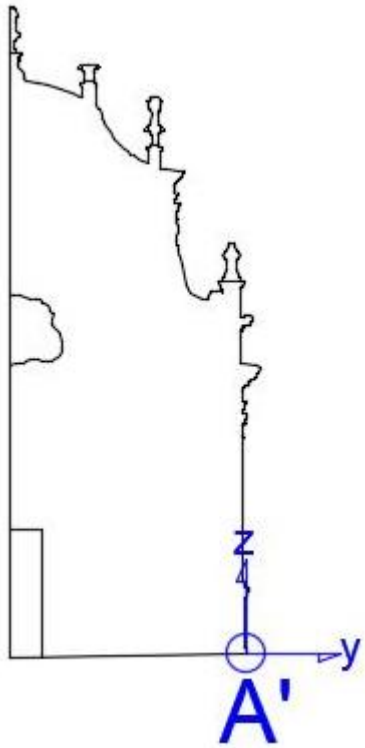

Figura 8.20: Ribaltamento nel piano con lesione centrale-Sezione di applicazione della cerniera plastica

In corrispondenza della sezione A', sotto l'ipotesi di considerare la facciata come un unico blocco rigido, è stata assegnata una rotazione virtuale ϑ unitaria.

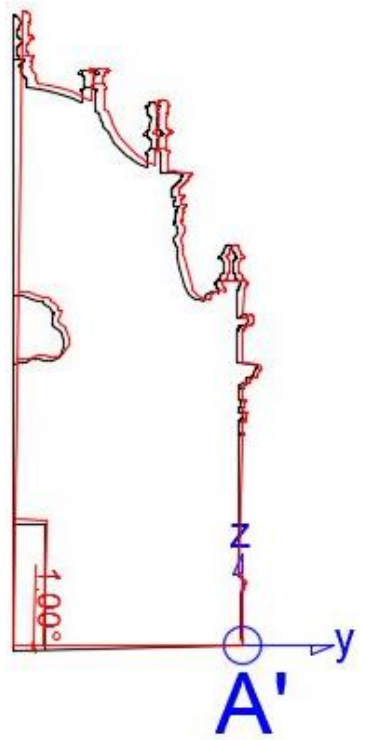

Figura 8.21: Ribaltamento nel piano con lesione centrale-Rotazione unitaria della facciata

Si è ora divisa la facciata in sottoelementi e nel baricentro di ognuno sono state posizionate le forze peso e le forze orizzontali, date dal prodotto di α_0 per la forza peso. Tali forze sono state valutate, considerando:

- per la muratura un peso specifico γ=1733 kg/m^3;
- per il legno un peso specifico γ=750 kg/m^3;
- per il vetro un peso specifico γ=2600 kg/m^3;

nel seguente modo:

$$P_{C'} = -(A_{C'} \cdot t) \cdot \gamma_{C'} \cdot g = -(54.57 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -927.70\ kN$$

$$P_{E'} = -(A_{E'} \cdot t) \cdot \gamma_{E'} \cdot g = -(32.94 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.07\ kN$$

$$P_{F'} = -(A_{F'} \cdot t) \cdot \gamma_{F'} \cdot g = -(22.21 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -377.57\ kN$$

$$P_{G'} = -(A_{G'} \cdot t) \cdot \gamma_{G'} \cdot g = -(4.26 \cdot 1) \cdot 750 \cdot 9.81 = -31.37\ kN$$

$$P_{H'} = -(A_{H'} \cdot t) \cdot \gamma_{H'} \cdot g = -(2.94 \cdot 1) \cdot 2600 \cdot 9.81 = -74.96\ kN$$

$$P_{N'} = -(A_{N'} \cdot t) \cdot \gamma_{N'} \cdot g = -(0.29 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -32.54\ kN$$

$$P_{O'} = -(A_{O'} \cdot t) \cdot \gamma_{O'} \cdot g = -(0.19 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -3.31\ kN$$

$$P_{P'} = -(A_{P'} \cdot t) \cdot \gamma_{P'} \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_{Q'} = -\left(A_{Q'} \cdot t\right) \cdot \gamma_{Q'} \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

Si riportano di seguito le coordinate dei diversi baricentri, ottenute mediante l'ausilio del software Autocad, e due figure, una mostrante le posizioni dei baricentri e una in cui vi è la disposizione delle forze in gioco.

$$C' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{C'} = 4.40\ m \\ y_{C'} = 3.55\ m \end{Bmatrix} \qquad E' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{E'} = 10.65\ m \\ y_{E'} = 3.72\ m \end{Bmatrix}$$

$$F' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{F'} = 15.27\ m \\ y_{F'} = 5.24\ m \end{Bmatrix} \qquad G' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{G'} = 1.91\ m \\ y_{G'} = 6.98\ m \end{Bmatrix}$$

$$H' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{H'} = 10.24\ m \\ y_{H'} = 6.78\ m \end{Bmatrix} \qquad N' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{N'} = 19.88\ m \\ y_{N'} = 7.39\ m \end{Bmatrix}$$

$$O' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{O'} = 18.91\ m \\ y_{O'} = 5.00\ m \end{Bmatrix} \qquad P' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{P'} = 17.37\ m \\ y_{P'} = 2.89\ m \end{Bmatrix}$$

$$Q' \rightarrow \begin{Bmatrix} z_{Q'} = 12.79\ m \\ y_{Q'} = 0.45\ m \end{Bmatrix}$$

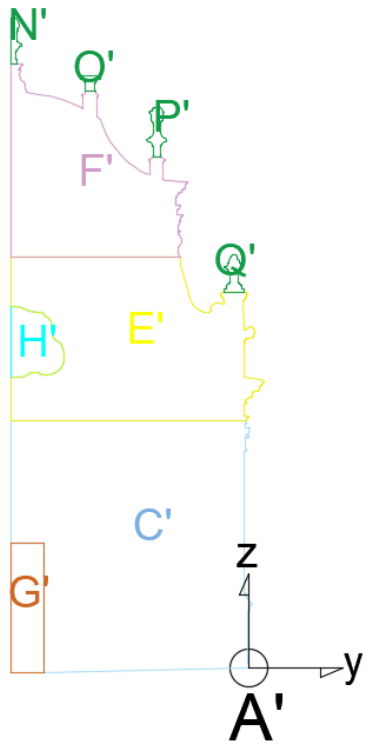

Figura 8.22: Ribaltamento nel piano con lesione centrale-Coordinate dei baricentri

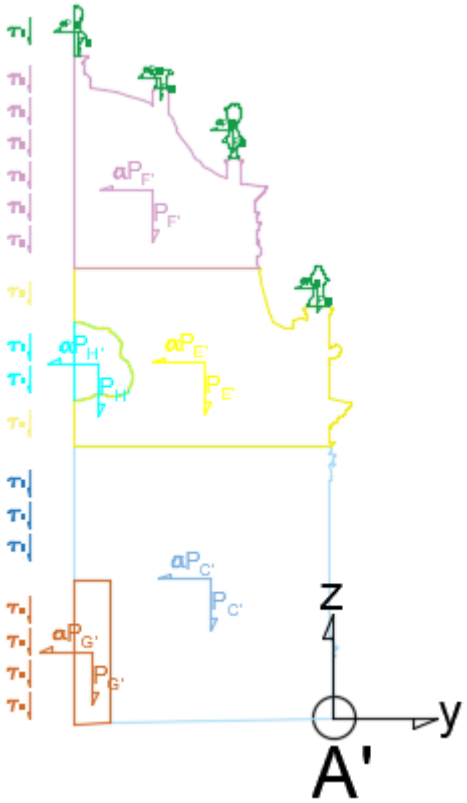

Figura 8.23: Ribaltamento nel piano con lesione centrale-Forze applicate ai baricentri

In funzione di questa rotazione nel piano e della geometria della facciata sono stati calcolati gli spostamenti in corrispondenza dei punti di applicazione delle forze, al fine di poter calcolare il lavoro virtuale associato a ciascuna di esse.

Si riporta di seguito una schematizzazione per la valutazione degli spostamenti virtuali del corpo rigido.

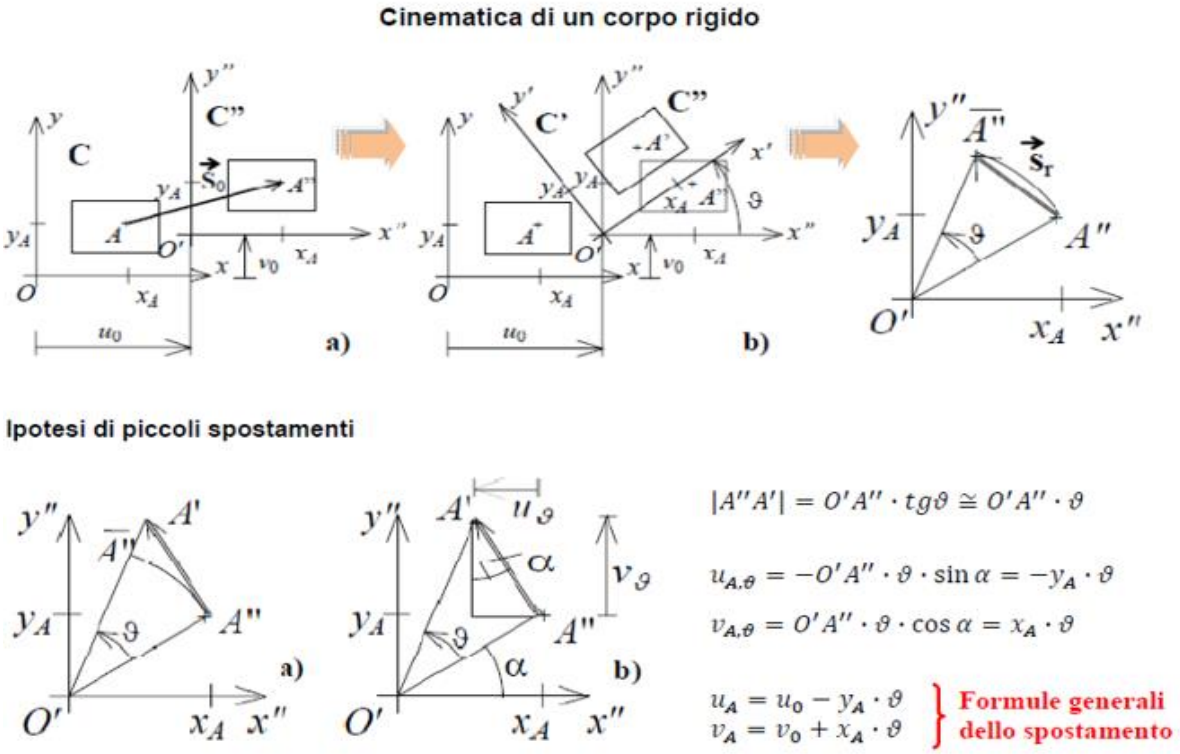

Figura 8.24: Valutazione spostamenti virtuali del corpo rigido (Vallucci)

Pertanto per le sezioni considerate si avranno i seguenti spostamenti virtuali di baricentri:

$$\begin{Bmatrix} u_{C'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{C'} \\ v_{C'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{C'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{C'} = -\vartheta \cdot z_{C'} \\ v_{C'} = \vartheta \cdot y_{C'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{C'} = -0.0175 \cdot 4.40 = -0.077\ m \\ v_{C'} = 0.0175 \cdot 3.55 = 0.062\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{E'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{E'} \\ v_{E'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{E'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{E'} = -\vartheta \cdot z_{E'} \\ v_{E'} = \vartheta \cdot y_{E'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{E'} = -0.0175 \cdot 10.65 = -0.186\ m \\ v_{E'} = 0.0175 \cdot 3.72 = 0.065\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{F'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{F'} \\ v_{F'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{F'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{F'} = -\vartheta \cdot z_{F'} \\ v_{F'} = \vartheta \cdot y_{F'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{F'} = -0.0175 \cdot 15.27 = -0.267\ m \\ v_{F'} = 0.0175 \cdot 5.24 = 0.091\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{G'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{G'} \\ v_{G'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{G'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{B'} = -\vartheta \cdot z_{G'} \\ v_{B'} = \vartheta \cdot y_{G'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{G'} = -0.0175 \cdot 1.91 = -0.033\ m \\ v_{G'} = 0.0175 \cdot 6.98 = 0.122\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{H'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{H'} \\ v_{H'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{H'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{H'} = -\vartheta \cdot z_{H'} \\ v_{H'} = \vartheta \cdot y_{H'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{H'} = -0.0175 \cdot 10.24 = -0.179\ m \\ v_{H'} = 0.0175 \cdot 6.78 = 0.118\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{N'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{N'} \\ v_{N'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{N'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{N'} = -\vartheta \cdot z_{N'} \\ v_{N'} = \vartheta \cdot y_{N'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{N'} = -0.0175 \cdot 19.88 = -0.347\ m \\ v_{N'} = 0.0175 \cdot 7.39 = 0.129\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{O'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{O'} \\ v_{O'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{O'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{O'} = -\vartheta \cdot z_{O'} \\ v_{O'} = \vartheta \cdot y_{O'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{O'} = -0.0175 \cdot 18.91 = -0.330\ m \\ v_{O'} = 0.0175 \cdot 5.00 = 0.087\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{P'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{P'} \\ v_{P'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{P'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{P'} = -\vartheta \cdot z_{P'} \\ v_{P'} = \vartheta \cdot y_{P'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{P'} = -0.0175 \cdot 17.37 = -0.303\ m \\ v_{P'} = 0.0175 \cdot 2.89 = 0.050\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Q'} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Q'} \\ v_{Q'} = v_0 + \vartheta \cdot y_{Q'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Q'} = -\vartheta \cdot z_{Q'} \\ v_{Q'} = \vartheta \cdot y_{Q'} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Q'} = -0.0175 \cdot 12.79 = -0.223\ m \\ v_{Q'} = 0.0175 \cdot 0.45 = 0.008\ m \end{Bmatrix}$$

dove:

- u rappresenta lo spostamento orizzontale;
- v rappresenta lo spostamento verticale.
- ϑ rappresenta la rotazione rigida; essa è:

$$\vartheta = 1° = 0.0175\ radianti$$

Per quanto riguarda il contributo stabilizzante delle tensioni tangenziali, distribuite lungo la lesione verticale, esse generano il seguente lavoro stabilizzante:

$$T_{\tau,muratura} = -(t \cdot l)_{muratura} \cdot \tau_{d,muratura} = -(1 \cdot 14.36) \cdot 21.19 = -304.24\ kN$$

$$T_{\tau,porta} = -(t \cdot l)_{porta} \cdot \tau_{d,porta} = -(1 \cdot 4.13) \cdot 36.86 = -152.25\ kN$$

$$T_{\tau,finestra} = -(t \cdot l)_{finestra} \cdot \tau_{d,finestra} = -(1 \cdot 2.24) \cdot 44.49 = -99.66\ kN$$

$$T_\tau = T_{\tau,muratura} + T_{\tau,porta} + T_{\tau,finestra} = -556.15\ kN$$

$$v_\tau = \vartheta \cdot y_\tau = 0.0175 \cdot 7.50 = 0.131\ m$$

dove:

- T_τ rappresenta il taglio generato nella lesione centrale della facciata;
- t rappresenta lo spessore della lesione centrale;
- l rappresenta la lunghezza della lesione centrale;
- v_τ rappresenta lo spostamento orizzontale del baricentro della lesione centrale;
- y_τ rappresenta la distanza in direzione y del baricentro della lesione centrale.

A questo punto è possibile valutare il moltiplicatore di collasso α_o, corrispondente all'attivazione del meccanismo cinematicamente ammissibile considerato, per mezzo dell'applicazione del teorema dei lavori virtuale mediante la seguente espressione:

$$L_e = L_i$$

dove:

- L_e rappresenta il lavoro esterno;
- L_i rappresenta il lavoro interno.

Nel caso studio per il lavoro esterno si avrà:

$$L_e = L_{inst} + L_{stab}$$

con:

- L_{inst} lavoro instabilizzante generato dalle forze esterne;
- L_{stab} lavoro stabilizzante generato dalle forze esterne.

Queste quantità, nel caso studio, sono date dalle formule seguenti:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot \Big(-P_{C'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{C'}) - P_{E'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{E'}) - P_{F'} \cdot (-\vartheta \cdot z_F) - P_{G'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{G'}) - P_{H'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{H'}) - P_{N'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{N'}) - P_{O'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{O'}) - P_{P'} \cdot (-\vartheta \cdot z_{P'}) - P_{Q'} \cdot \left(-\vartheta \cdot z_{Q'}\right)\Big)$$

$$L_{stab} = \Big(P_{C'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{C'}\right) + P_{E'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{E'}\right) + P_{F'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{F'}\right) + P_{G'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{G'}\right) + P_{H'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{H'}\right) + P_{N'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{N'}\right) + P_{O'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{O'}\right) + P_{P'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{P'}\right) + P_{Q'} \cdot \left(\vartheta \cdot y_{Q'}\right)\Big)$$

Dalla risoluzione delle formule precedenti si ha:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot 335.96\ kNm$$

$$L_{stab} = -150.21\ kNm$$

$$L_e = \alpha_0 \cdot 335.96\ kNm - 150.21\ kNm$$

Per quanto riguarda il lavoro interno, nel caso studio, esso è generato dalle tensioni tangenziali distribuite lungo la lesione verticale centrale.

$$L_i = T_\tau \cdot v_\tau = -556.15 \cdot 0.131 = -72.80\ kNm$$

A questo punto, sfruttando il principio di lavori virtuali si ha:

$$L_e = L_i$$

$$\alpha_0 \cdot 335.96\ kNm - 150.21\ kNm = -72.80\ kNm$$

$$\alpha_0 = \frac{77.41}{335.96} = 0.23$$

Il coefficiente α_0 ottenuto è molto minore dell'unità e quindi il meccanismo in questione, per essere attivato, richiede un'azione orizzontale molto minore di quella verticale; per attivare il meccanismo di collasso di ribaltamento nel piano con lesione verticale centrale è richiesto il 23% dell'azione verticale.
Confrontando il coefficiente appena ottenuto con quello ottenuto per il meccanismo di ribaltamento semplice nel piano (α_0=0.97) si nota un valore molto inferiore; nello specifico si ha una riduzione del 76% del coefficiente di collasso per il meccanismo di ribaltamento nel piano con lesione verticale centrale rispetto a quello di ribaltamento semplice nel piano.
Quanto appena detto trova anche un riscontro reale con la fessura presente in sito nella parte centrale della facciata (tale fessura è mostrata nella figura precedente di questo capitolo).

E ‘ora possibile procedere alla verifica allo SLV e SLD.

Il primo valore da dover valutare è la massa partecipante M*; essa è fornita dalla seguente formula:

$$M^* = \left| \frac{(\sum_{i=1}^{n+m} P_i u_i)^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i {u_i}^2} \right| = 170001.82\ kg$$

dove:

- Pi sono le forze peso relative alle i-esime masse;
- ui è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell’i-esimo peso Pi;
- g è l’accelerazione di gravità;
- n + m è il numero delle forze peso Pi applicate le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica.

Si valuta ora L’accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo a_0*, in conformità con quanto presente nel paragrafo C8A.4.2.2 della circolare esplicativa 617 del 2009 (D.M. 17 gennaio, 2018), è:

$$a_0^* = \frac{a_0 \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot F_C} = 2.44\ m/s^2$$

dove:

- F_C è il fattore di confidenza pari a 1.18.

La verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di danno è soddisfatta qualora l’accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo sia superiore all'accelerazione di picco della domanda sismica. Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, l’accelerazione di attivazione del meccanismo viene confrontata con l’accelerazione al suolo, ovvero lo spettro elastico, valutato per T=0.

$$a_0^* \geq a_g(P_{VR}) \cdot S$$

dove:

- a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento come definiti al paragrafo 3.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018);
- S è definito al paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di salvaguardia della vita è soddisfatta se l'accelerazione spettrale a^*_0 a che attiva il meccanismo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR}) \cdot S}{q}$$

in cui q è il fattore di struttura che, essendo la verifica in oggetto relativa ad un elemento isolato in aggetto (la facciata), è posto pari a 1.5.

Si riporta di seguito una tabella contenente le informazioni relative all'accelerazione del suolo nel comune di Casale Monferrato.

Tabella 72. Accelerazione al suolo nel comune di Casale Monferrato

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
Categoria topografica	T1	
VN	50 anni	
C_U	1.5	
VR	50 anni	
PVR	63 %	10 %
TR	50 anni	475 anni
S	1.5	
a_g	0.023 g	0.043 g
a_gS	0.0345 g	0.0645 g

Le verifiche sono mostrate nelle tabelle seguenti.

Tabella 73. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano con lesione centrale della facciata allo stato limite di danno SLD

SLD		
a^*_0	2.44	[m/s^2]
a_gS	0.338	[m/s^2]
$a^*_0 > a_gS$	VERIFICATO	

Tabella 74. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano con lesione centrale della facciata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV

SLV		
q	1.5	[-]
a^*_0	2.44	[m/s^2]
$(a_gS)/q$	0.422	[m/s^2]
$a^*_0 \geq (a_gS)/q$	VERIFICATO	

Dalle tabelle precedenti risulta evidente come la verifica al livello di sicurezza 2 (LV2) sia allo stato limite di danno che allo stato limite di salvaguardi della vita risulta superata per il meccanismo di ribaltamento nel piano della facciata.

8.2.4 Ribaltamento globale della facciata fuoripiano

Il primo meccanismo fuoripiano analizzato riguarda il ribaltamento globale della facciata; esso prevede il distacco di tutta la facciata dai muri perimetrali trasversali e la conseguente rotazione attorno alla lesione orizzontale che si viene a creare alla base dell'elemento.

Di seguito se ne riporta una schematizzazione.

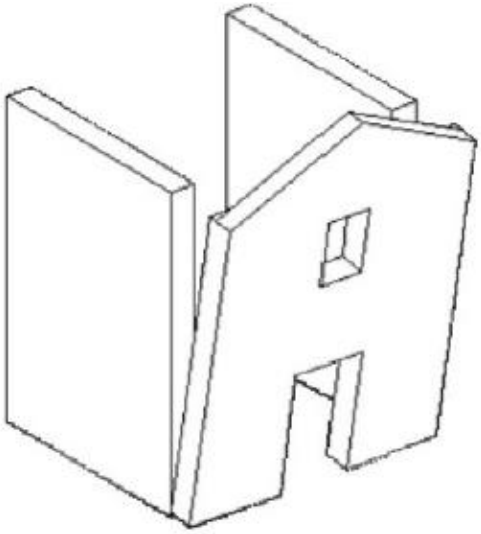

Figura 8.25: Ribaltamento globale fuoripiano della facciata nella condizione di cattivo ammorsamento con le pareti laterali (Direttiva BBCC, 2010)

Il moltiplicatore α_0 legato al meccanismo di ribaltamento nel piano della facciata è stato calcolato facendo riferimento allo schema cinematico che prevede la formazione di una cerniera cilindrica, in corrispondenza della sezione di base A del macroelemento, di dimensioni l = 16.85 m; t = 1 m.
Si riporta di seguito una schematizzazione di quanto detto.

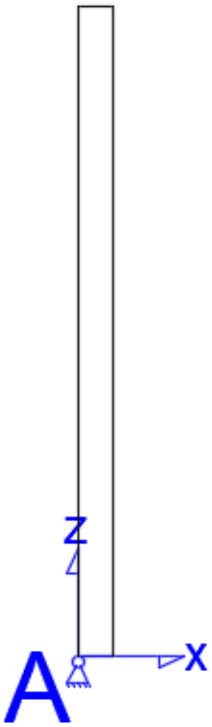

Figura 8.26: Ribaltamento globale fuoripiano-Sezione di applicazione della cerniera cilindrica

In corrispondenza della sezione A, sotto l'ipotesi di considerare la facciata come un unico blocco rigido, è stata assegnata una rotazione virtuale ϑ unitaria.

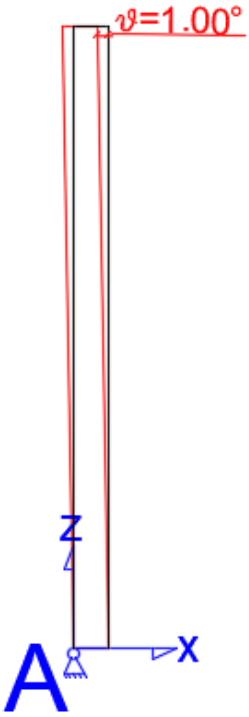

Figura 8.27: Ribaltamento globale fuoripiano-Rotazione unitaria della facciata

Si valuta ora la forza peso totale dell'elemento che verrà poi applicata, insieme con la forza orizzontale data dal prodotto tra la forza peso e il moltiplicatore α_0, nel baricentro della sezione. Pertanto, considerando:

- per la muratura un peso specifico γ=1733 kg/m^3;
- per il legno un peso specifico γ=750 kg/m^3;
- per il vetro un peso specifico γ=2600 kg/m^3;

si ottiene:

$$P_B = -(A_B \cdot t) \cdot \gamma_B \cdot g = -(71.63 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -1217.76\ kN$$

$$P_C = -(A_C \cdot t) \cdot \gamma_C \cdot g = -(54.57 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -927.70\ kN$$

$$P_D = -(A_D \cdot t) \cdot \gamma_D \cdot g = -(32.99 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.85\ kN$$

$$P_E = -(A_E \cdot t) \cdot \gamma_E \cdot g = -(32.94 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.07\ kN$$

$$P_F = -(A_F \cdot t) \cdot \gamma_F \cdot g = -(44.47 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -755.97\ kN$$

$$P_G = -(A_G \cdot t) \cdot \gamma_G \cdot g = -(8.55 \cdot 1) \cdot 750 \cdot 9.81 = -62.91\ kN$$

$$P_H = -(A_H \cdot t) \cdot \gamma_H \cdot g = -(5.92 \cdot 1) \cdot 2600 \cdot 9.81 = -150.89\ kN$$

$$P_I = -(A_I \cdot t) \cdot \gamma_I \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

$$P_L = -(A_L \cdot t) \cdot \gamma_L \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_M = -(A_M \cdot t) \cdot \gamma_M \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.72\ kN$$

$$P_N = -(A_N \cdot t) \cdot \gamma_N \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.61\ kN$$

$$P_O = -(A_O \cdot t) \cdot \gamma_O \cdot g = -(0.19 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -3.31\ kN$$

$$P_P = -(A_P \cdot t) \cdot \gamma_P \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_Q = -\left(A_Q \cdot t\right) \cdot \gamma_Q \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

Sommando le singole quantità in conclusione la forza peso totale è:

$$P_{TOT} = -\ 4288.12\ kN$$

Bisogna ora valutare il peso della copertura spingente.
Si riporta di seguito la pianta della copertura in cui è evidenziato in rosso la porzione di copertura che genera l'effetto spingente sulla facciata.

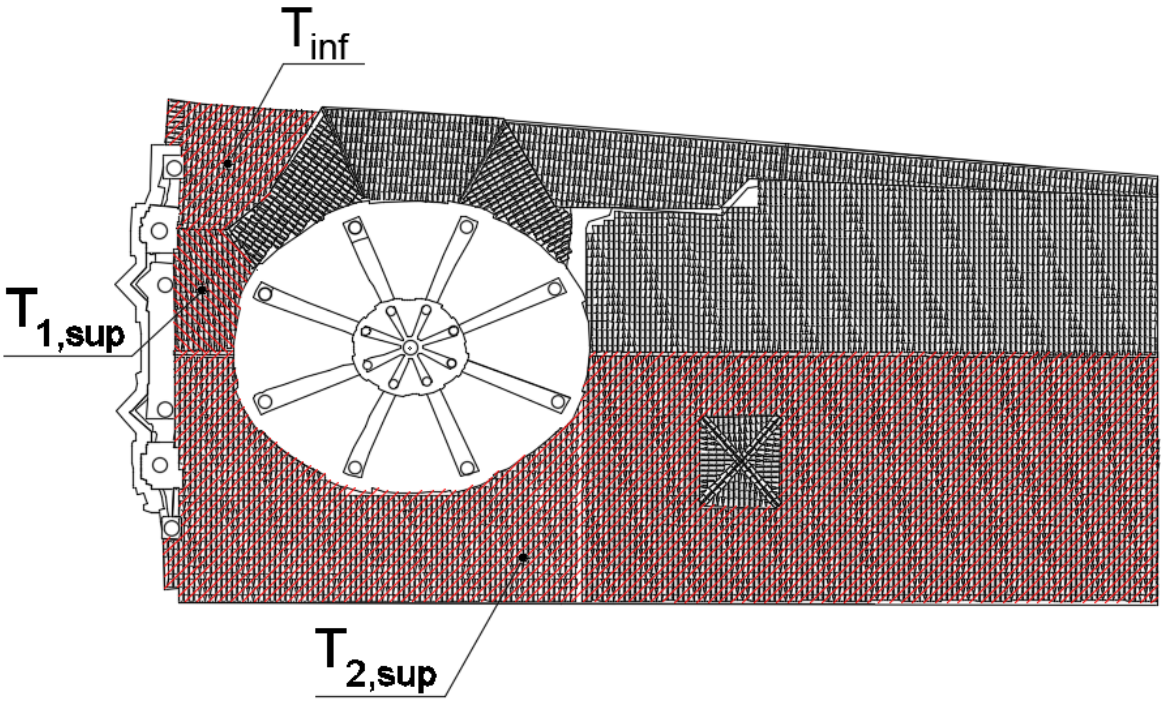

Figura 8.28: Pianta della copertura della chiesa di Santa Caterina

Il volume della porzione di copertura evidenziata nella figura precedente è:

$$V_{Tetto,inf} = 17.02\ m^3$$

$$V_{Tetto,1,sup} = 11.66\ m^3$$

$$V_{Tetto,2,sup} = 497.70\ m^3$$

pertanto il peso della copertura in legno è:

$$P_{Tetto,inf} = -V_{Tetto,inf} \cdot \gamma_{legno} \cdot g = -17.02 \cdot 750 \cdot 9.81 = -125.21\ kN$$

$$P_{Tetto,1sup} = -V_{Tetto,1sup} \cdot \gamma_{legno} \cdot g = -11.66 \cdot 750 \cdot 9.81 = -85.81\ kN$$

$$P_{Tetto,2sup} = -V_{Tetto,2sup} \cdot \gamma_{legno} \cdot g = -497.70 \cdot 750 \cdot 9.81 = -3661.86\ kN$$

Si riportano di seguito due figure contenenti le coordinate del baricentro G, ottenute mediante l'ausilio del software Autocad, ed una in cui vi è la disposizione delle forze in gioco.

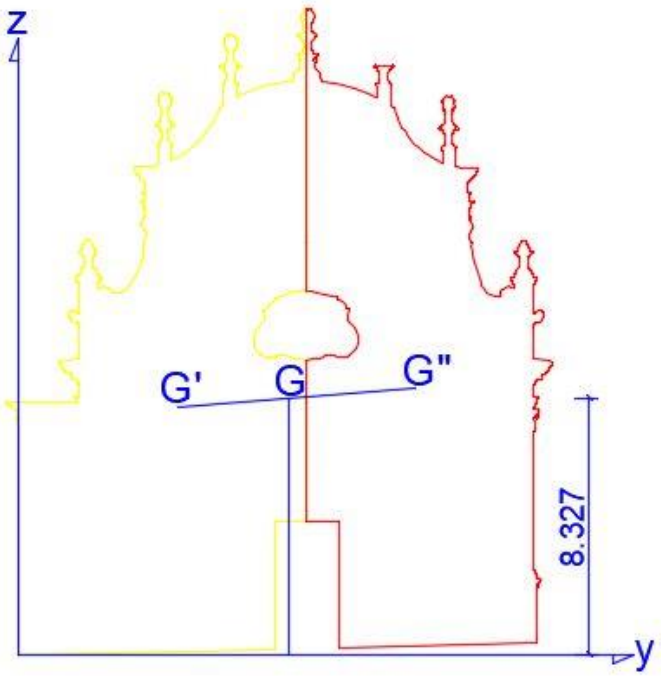

Figura 8.29: Ribaltamento globale fuori piano-Coordinate del baricentro

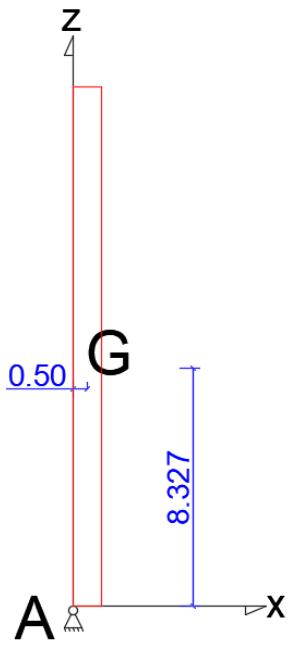

Figura 8.30: Ribaltamento globale fuori piano-Coordinate del baricentro

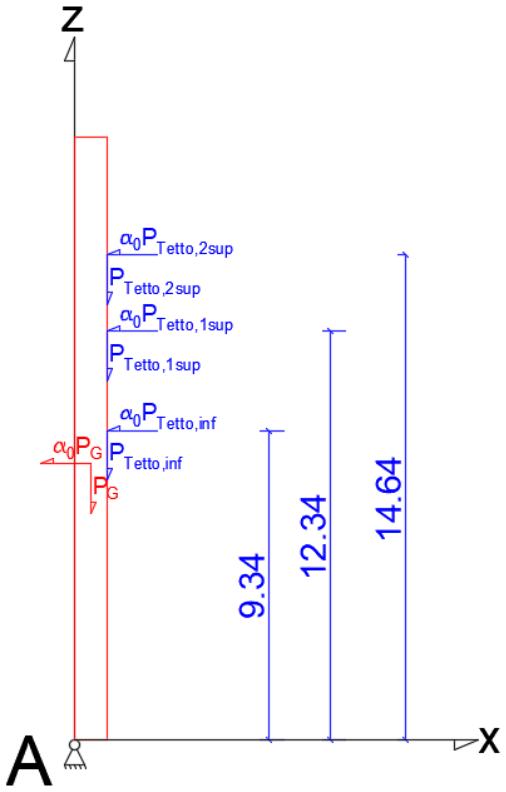

Figura 8.31: Ribaltamento fuoripiano-Forze applicate ai baricentri

In funzione di questa rotazione nel piano e della geometria della facciata è stato calcolato lo spostamento in corrispondenza dei punti di applicazione delle forze, al fine di poter calcolare il lavoro virtuale associato a ciascuna di esse.
Si riporta di seguito una schematizzazione per la valutazione degli spostamenti virtuali del corpo rigido.

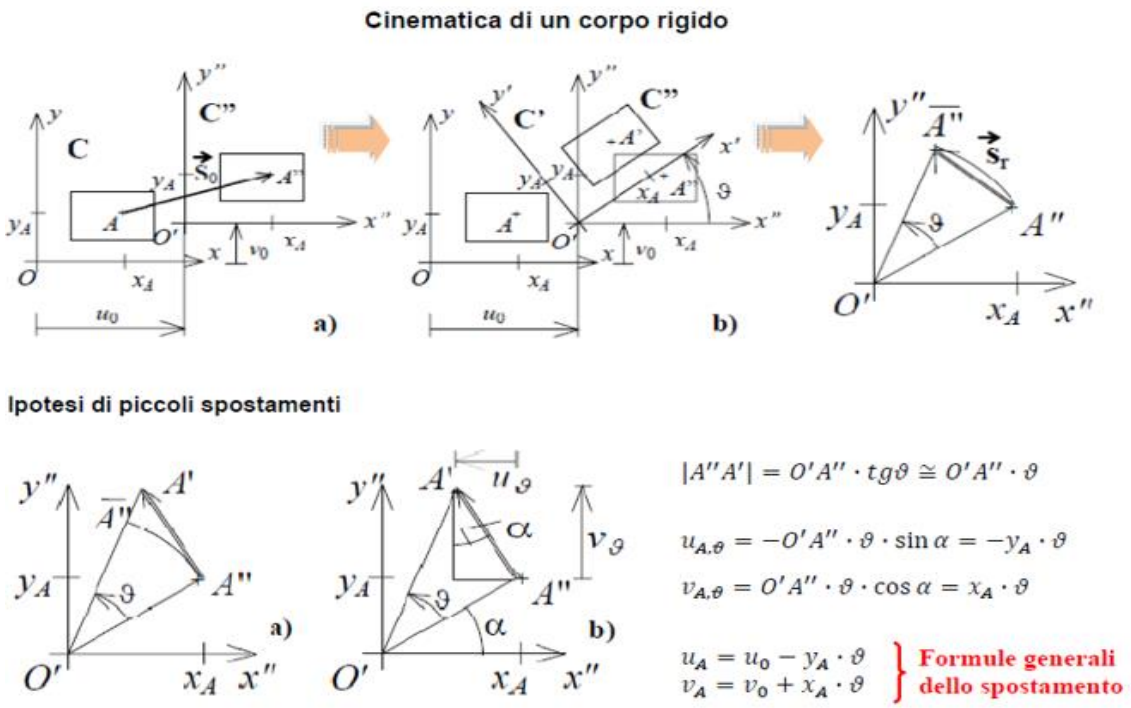

Figura 8.32: Valutazione spostamenti virtuali del corpo rigido (Vallucci)

Pertanto per i punti di applicazione considerati si avranno i seguenti spostamenti virtuali:

$$\begin{Bmatrix} u_G = u_0 - \vartheta \cdot z_G \\ v_G = v_0 + \vartheta \cdot x_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_G = -\vartheta \cdot z_G \\ v_G = \vartheta \cdot x_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_G = -0.0175 \cdot 8.327 = -0.145\ m \\ v_G = 0.0175 \cdot 0.5 = 0.009\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Tetto,inf} \\ v_{Tetto,inf} = v_0 + \vartheta \cdot x_{Tetto,inf} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = -\vartheta \cdot z_{Tetto,inf} \\ v_{Tetto,inf} = \vartheta \cdot x_{Tetto,inf} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = -0.0175 \cdot 9.34 = -0.163\ m \\ v_{Tetto,inf} = 0.0175 \cdot 1 = 0.017\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Tetto,1sup} \\ v_{Tetto,inf} = v_0 + \vartheta \cdot x_{Tetto,1sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = -\vartheta \cdot z_{Tetto,1sup} \\ v_{Tetto,inf} = \vartheta \cdot x_{Tetto,1sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,1sup} = -0.0175 \cdot 12.34 = -0.215\ m \\ v_{Tetto,1sup} = 0.0175 \cdot 1 = 0.017\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Tetto,2sup} \\ v_{Tetto,2sup} = v_0 + \vartheta \cdot x_{Tetto,2sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = -\vartheta \cdot z_{Tetto,2sup} \\ v_{Tetto,2sup} = \vartheta \cdot x_{Tetto,2sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = -0.0175 \cdot 14.64 = -0.255m \\ v_{Tetto,2sup} = 0.0175 \cdot 1 = 0.017\ m \end{Bmatrix}$$

dove:

- u rappresenta lo spostamento orizzontale;
- v rappresenta lo spostamento verticale.
- ϑ rappresenta la rotazione rigida; essa è:

$$\vartheta = 1° = 0.0175\ radianti$$

A questo punto è possibile valutare il moltiplicatore di collasso α_o, corrispondente all'attivazione del meccanismo cinematicamente ammissibile considerato, per mezzo dell'applicazione del teorema dei lavori virtuale mediante la seguente espressione:

$$L_e = L_i$$

dove:

- L_e rappresenta il lavoro esterno;
- L_i rappresenta il lavoro interno.

Nel caso studio per il lavoro esterno si avrà:

$$L_e = L_{inst} + L_{stab}$$

con:

- L_{inst} lavoro instabilizzante generato dalle forze esterne;
- L_{stab} lavoro stabilizzante generato dalle forze esterne.

Queste quantità, nel caso studio, sono date dalle formule seguenti:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot \Big(-P_{TOT} \cdot (-\vartheta \cdot z_{TOT}) - P_{Tetto,inf} \cdot \left(-\vartheta \cdot z_{Tetto,inf}\right) - P_{Tetto,1sup} \cdot \left(-\vartheta \cdot z_{Tetto,1sup}\right) - P_{Tetto,2sup} \cdot \left(-\vartheta \cdot z_{Tetto,2sup}\right)\Big)$$

$$L_{stab} = \Big(P_{TOT} \cdot (\vartheta \cdot x_{TOT}) + P_{Tetto,inf} \cdot \left(\vartheta \cdot x_{Tetto,inf}\right) + P_{Tetto,1sup} \cdot \left(\vartheta \cdot x_{Tetto,1sup}\right) + P_{Tetto,2sup} \cdot \left(\vartheta \cdot x_{Tetto,2sup}\right)\Big)$$

Dalla risoluzione delle formule precedenti si ha:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot 1597.31\ kNm$$

$$L_{stab} = -105.02\ kNm$$

$$L_e = \alpha_0 \cdot 1597.31\ kNm - 105.02\ kNm$$

Per quanto riguarda il lavoro interno nel caso studio, non essendo presenti campi tensionali staticamente ammissibili generati da tagli o fessure, esso è nullo.

$$L_i = 0\ kNm$$

A questo punto, sfruttando il principio di lavori virtuali si ha:

$$L_e = L_i$$

$$\alpha_0 \cdot 1597.31\ kNm - 105.02\ kNm = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{105.02}{1597.31} = 0.07$$

Il coefficiente α_0 ottenuto è molto minore dell'unità e quindi il meccanismo in questione, per essere attivato, richiede un'azione orizzontale molto minore di quella verticale; per attivare il meccanismo di collasso di ribaltamento fuoripiano è richiesto il 7% dell'azione verticale.
Confrontando il coefficiente appena ottenuto con quello ottenuto per il meccanismo di ribaltamento semplice nel piano (per la sezione A α_0=1.06 e per la sezione A' α_0=0.97) si nota un valore molto inferiore; nello specifico si ha una riduzione dell'ordine del 100% del coefficiente di collasso per il meccanismo di ribaltamento globale fuoripiano rispetto a quello nel piano.

E 'ora possibile procedere alla verifica allo SLV e SLD.
Il primo valore da dover valutare è la massa partecipante M*. Essa è fornita dalla seguente formula:

$$M^* = \left| \frac{(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot u_i)^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot {u_i}^2} \right| = 772374.53\ kg$$

dove:

- Pi sono le forze peso relative alle i-esime masse;
- ui è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'i-esimo peso Pi;
- g è l'accelerazione di gravità;
- n + m è il numero delle forze peso Pi applicate le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica.

Si valuta ora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo a_0*, in conformità con quanto presente nel paragrafo C8A.4.2.2 della circolare 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009), è:

$$a_0^* = \frac{a_0 \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot F_C} = 0.31\ m/s^2$$

dove:

- F_C è il fattore di confidenza pari a 1.18;

La verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di danno è soddisfatta qualora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo sia superiore all'accelerazione di picco della domanda sismica.

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, l'accelerazione di attivazione del meccanismo viene confrontata con l'accelerazione al suolo, ovvero lo spettro elastico, valutato per T=0.

$$a_0^* \geq a_g(P_{VR}) \cdot S$$

dove:

- a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento come definiti al paragrafo 3.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018);
- S è definito al paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di salvaguardia della vita è soddisfatta se l'accelerazione spettrale a^*_0 a che attiva il meccanismo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR}) \cdot S}{q}$$

in cui q è il fattore di struttura che, essendo la verifica in oggetto relativa ad un elemento isolato in aggetto (la facciata), è posto pari a 1.5.

Si riporta di seguito una tabella contenente le informazioni relative all'accelerazione del suolo nel comune di Casale Monferrato.

Tabella 75. Accelerazione al suolo nel comune di Casale Monferrato

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
Categoria topografica	T1	
VN	50 anni	
C_U	1.5	
VR	50 anni	
PVR	63 %	10 %
TR	50 anni	475 anni
S	1.5	
a_g	0.023 g	0.043 g
a_gS	0.0345 g	0.0645 g

Le verifiche sono mostrate nelle tabelle seguenti.

Tabella 76. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di danno SLD

SLD		
a^*_0	0.31	[m/s^2]
a_gS	0.338	[m/s^2]
$a^*_0 > a_gS$	NON VERIFICATO	

Tabella 77. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV

SLV		
q	1.5	[-]
a^*_0	0.31	[m/s^2]
$(a_gS)/q$	0.422	[m/s^2]
$a^*_0 \geq (a_gS)/q$	NON VERIFICATO	

Dalle tabelle precedenti risulta evidente come la verifica al livello di sicurezza 2 (LV2) sia allo stato limite di danno che allo stato limite di salvaguardi della vita risulta non superata per il meccanismo di ribaltamento globale fuori piano della facciata.

8.2.5 Ribaltamento del timpano con formazione di cerniere cilindriche orizzontali

In questo caso avviene una rotazione fuori dal piano della parte sommitale della facciata cioè del timpano (evidenziato nella figura seguente).

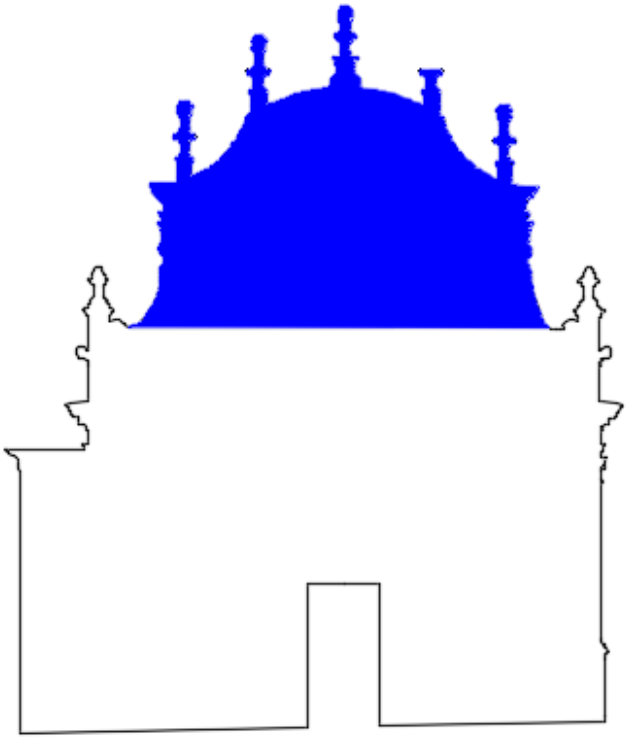

Figura 8.33: Area soggetta a rotazione nel meccanismo di ribaltamento fuoripiano del timpano della facciata

In particolare, a quota 11.75 m dal piano di terra, si ha la formazione di una lesione orizzontale attorno alla quale avviene la rotazione del timpano ed il suo conseguente distacco dalle pareti perimetrali.
Di seguito se ne riporta una schematizzazione.

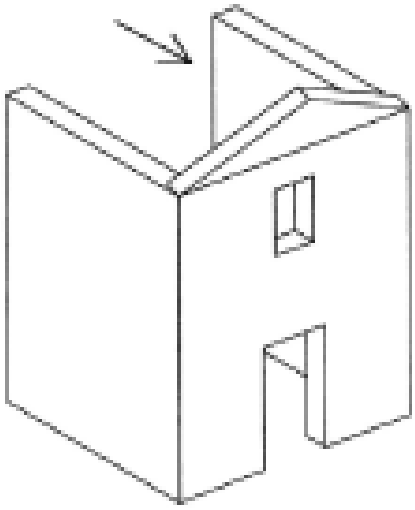

Figura 8.34: Ribaltamento globale fuori piano del timpano (Direttiva BBCC, 2010)

Il moltiplicatore α_0 legato al meccanismo di ribaltamento fuoripiano del timpano è stato calcolato facendo riferimento allo schema cinematico che prevede la formazione di una cerniera cilindrica orizzontale, posta a quota 11.75 m dalla base del macroelemento in corrispondenza della sezione A, di dimensioni l = 12.08 m; t = 1 m.
Si riporta di seguito una schematizzazione di quanto detto.

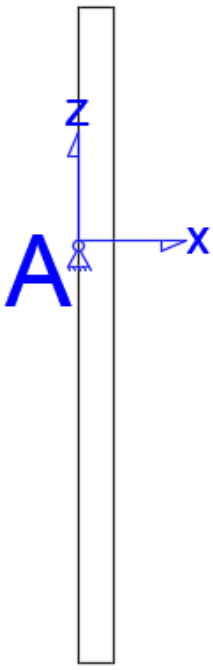

Figura 8.35: Ribaltamento globale fuoripiano del timpano-Sezione di applicazione della cerniera cilindrica

In corrispondenza della sezione A, sotto l'ipotesi di considerare la facciata come un unico blocco rigido, è stata assegnata una rotazione virtuale ϑ unitaria.

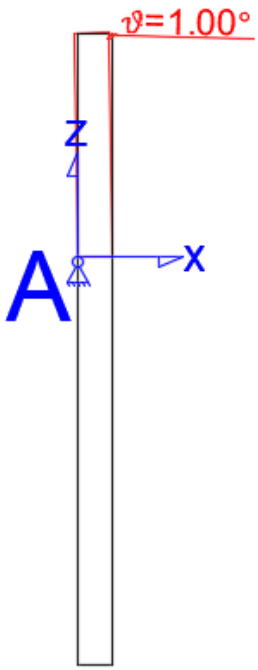

Figura 8.36: Ribaltamento globale fuoripiano del timpano-Rotazione unitaria della facciata

Si valuta ora la forza peso totale dell'elemento che verrà poi applicata, insieme con la forza orizzontale data dal prodotto tra la forza peso e il moltiplicatore α_0, nel baricentro della sezione. Pertanto, considerando:

- per la muratura un peso specifico γ=1733 kg/m^3;
- per il legno un peso specifico γ=750 kg/m^3;

si ottiene:

$$P_{TIMP} = -(A_{TIMP} \cdot t) \cdot \gamma \cdot g = -(62.69 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -\ 1065.71\ kN$$

Bisogna ora valutare il peso della copertura spingente. Si riporta di seguito la pianta della copertura in cui è evidenziato in rosso la porzione di copertura che genera l'effetto spingente sulla facciata.

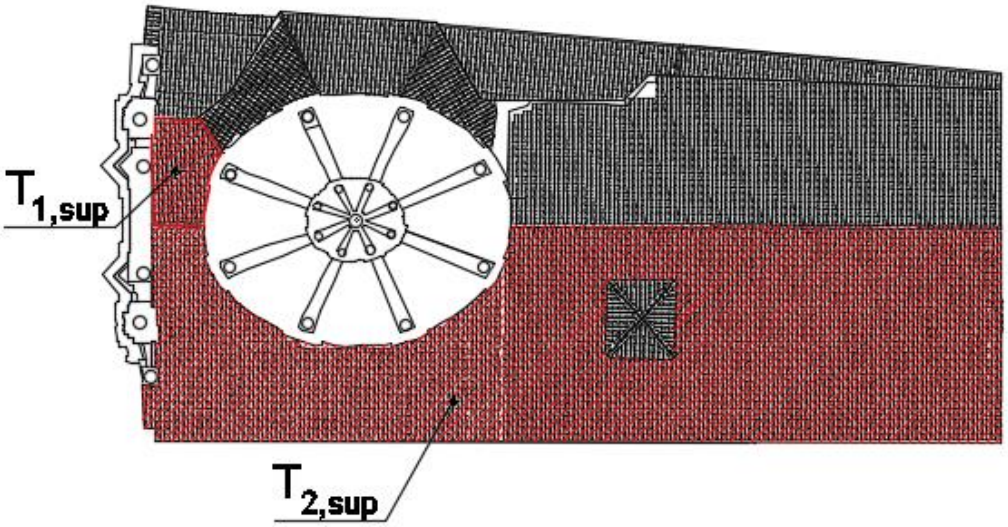

Figura 8.37: Pianta della copertura della chiesa di Santa Caterina

Il volume della porzione di copertura evidenziata nella figura precedente è:

$$V_{Tetto,1,sup} = 11.66\ m^3$$

$$V_{Tetto,2,sup} = 497.70\ m^3$$

pertanto il peso della copertura in legno è:

$$P_{Tetto,1sup} = -V_{Tetto,1sup} \cdot \gamma_{legno} \cdot g = -11.66 \cdot 750 \cdot 9.81 = -85.81\ kN$$

$$P_{Tetto,2sup} = -V_{Tetto,2sup} \cdot \gamma_{legno} \cdot g = -497.70 \cdot 750 \cdot 9.81 = -3661.86\ kN$$

Si riporta di seguito una figura contenente le coordinate del baricentro, ottenute mediante l'ausilio del software Autocad, ed una in cui vi è la disposizione delle forze in gioco.

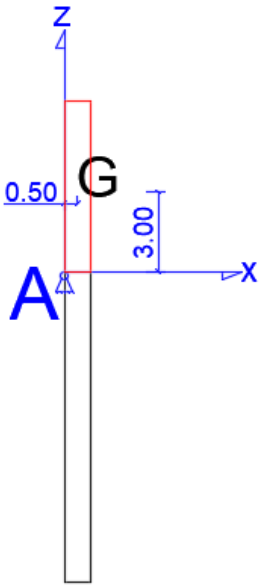

Figura 8.38: Ribaltamento globale fuori piano del timpano-Coordinate del baricentro

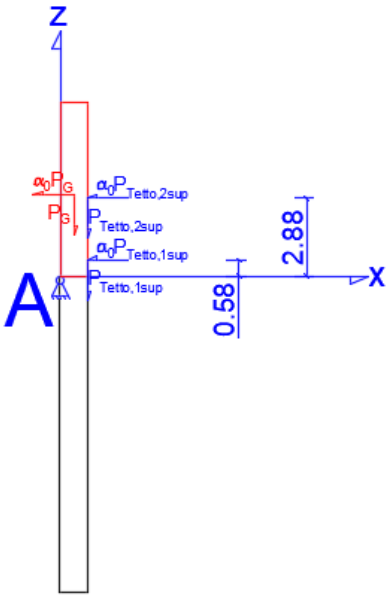

Figura 8.39: Ribaltamento nel piano del timpano-Forze applicate ai baricentri

In funzione di questa rotazione nel piano e della geometria della facciata è stato calcolato lo spostamento in corrispondenza dei punti di applicazione delle forze, al fine di poter calcolare il lavoro virtuale associato a ciascuna di esse.
Si riporta di seguito una schematizzazione per la valutazione degli spostamenti virtuali del corpo rigido.

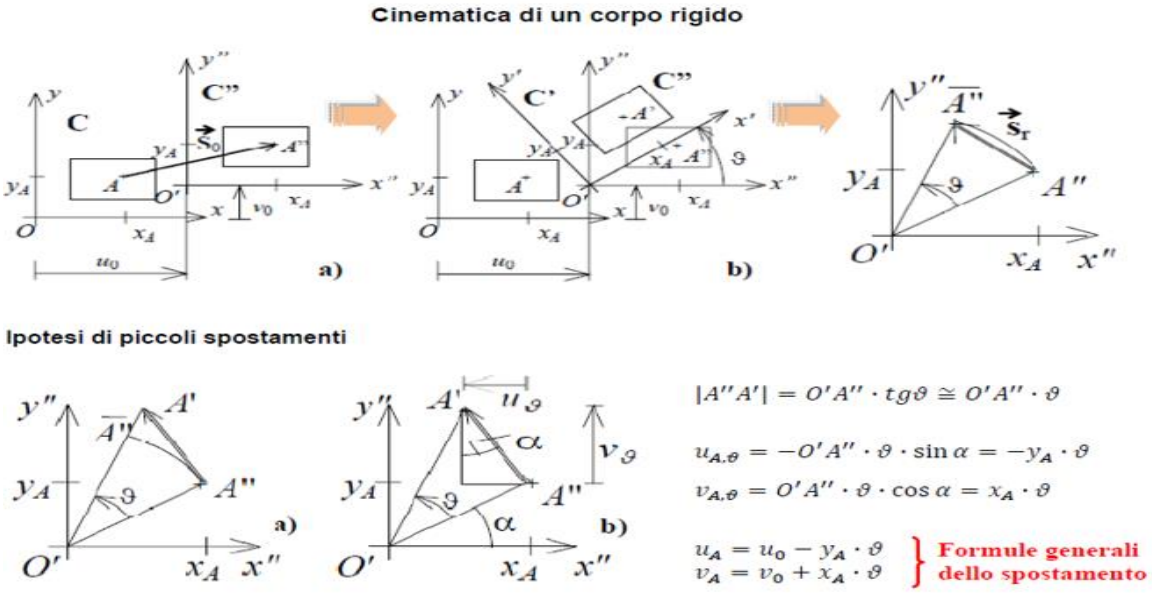

Figura 8.40: Valutazione spostamenti virtuali del corpo rigido (Vallucci)

Pertanto per i punti di applicazione considerati si avranno i seguenti spostamenti virtuali:

$$\begin{Bmatrix} u_G = u_0 - \vartheta \cdot z_G \\ v_G = v_0 + \vartheta \cdot x_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_G = -\vartheta \cdot z_G \\ v_G = \vartheta \cdot x_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_G = -0.0175 \cdot 3.00 = -0.052\ m \\ v_G = 0.0175 \cdot 0.5 = 0.09\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Tetto,1sup} \\ v_{Tetto,inf} = v_0 + \vartheta \cdot x_{Tetto,1sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = -\vartheta \cdot z_{Tetto,1sup} \\ v_{Tetto,inf} = \vartheta \cdot x_{Tetto,1sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,1sup} = -0.0175 \cdot 0.58 = -0.010\ m \\ v_{Tetto,1sup} = 0.0175 \cdot 1 = 0.017\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Tetto,2sup} \\ v_{Tetto,2sup} = v_0 + \vartheta \cdot x_{Tetto,2sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = -\vartheta \cdot z_{Tetto,2sup} \\ v_{Tetto,2sup} = \vartheta \cdot x_{Tetto,2sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = -0.0175 \cdot 2.88 = -0.050m \\ v_{Tetto,2sup} = 0.0175 \cdot 1 = 0.017\ m \end{Bmatrix}$$

dove:

- u rappresenta lo spostamento orizzontale;
- v rappresenta lo spostamento verticale.
- ϑ rappresenta la rotazione rigida; essa è:

$$\vartheta = 1° = 0.0175\ radianti$$

A questo punto è possibile valutare il moltiplicatore di collasso α_o, corrispondente all'attivazione del meccanismo cinematicamente ammissibile considerato, per mezzo dell'applicazione del teorema dei lavori virtuale mediante la seguente espressione:

$$L_e = L_i$$

dove:

- L_e rappresenta il lavoro esterno;
- L_i rappresenta il lavoro interno.

Nel caso studio per il lavoro esterno si avrà:

$$L_e = L_{inst} + L_{stab}$$

con:

- L_{inst} lavoro instabilizzante generato dalle forze esterne;
- L_{stab} lavoro stabilizzante generato dalle forze esterne.

Queste quantità, nel caso studio, sono date dalle formule seguenti:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot \left(-P_{TIMP} \cdot (-\vartheta \cdot z_{TIMP}) - P_{Tetto,1sup} \cdot \left(-\vartheta \cdot z_{Tetto,1sup}\right) - P_{Tetto,2sup} \cdot \left(-\vartheta \cdot z_{Tetto,2sup}\right)\right)$$

$$L_{stab} = \left(P_{TIMP} \cdot (\vartheta \cdot x_{TIMP}) + P_{Tetto,1sup} \cdot \left(\vartheta \cdot x_{Tetto,1sup}\right) + P_{Tetto,2sup} \cdot \left(\vartheta \cdot x_{Tetto,2sup}\right)\right)$$

Dalla risoluzione delle formule precedenti si ha:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot 242.87\ kNm$$

$$L_{stab} = -75.03\ kNm$$

$$L_e = \alpha_0 \cdot 242.87\ kNm - 75.03\ kNm$$

Per quanto riguarda il lavoro interno nel caso studio, non essendo presenti campi tensionali staticamente ammissibili generati da tagli o fessure, esso è nullo.

$$L_i = 0\ kNm$$

A questo punto, sfruttando il principio di lavori virtuali si ha:

$$L_e = L_i$$

$$\alpha_0 \cdot 242.87\ kNm - 75.03\ kNm = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{75.03}{242.87} = 0.31$$

Il coefficiente α_0 ottenuto è molto minore dell'unità e quindi il meccanismo in questione, per essere attivato, richiede un'azione orizzontale molto minore di quella verticale; per attivare il meccanismo di collasso di ribaltamento fuoripiano del timpano è richiesto il 31% dell'azione verticale.

E 'ora possibile procedere alla verifica allo SLV e SLD.

Il primo valore da dover valutare è la massa partecipante M*. Essa è fornita dalla seguente formula:

$$M^* = \left| \frac{(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot u_i)^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot {u_i}^2} \right| = 488676.08\ kg$$

dove:

- Pi sono le forze peso relative alle i-esime masse;
- ui è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'i-esimo peso Pi;
- g è l'accelerazione di gravità;
- n + m è il numero delle forze peso Pi applicate le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica.

Si valuta ora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo a_0*, in conformità con quanto presente nel paragrafo C8A.4.2.2 della circolare 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009), è:

$$a_0^* = \frac{a_0 \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot F_C} = 2.60\ m/s^2$$

dove:

- F_C è il fattore di confidenza pari a 1.18;

La verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di danno è soddisfatta qualora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo sia superiore all'accelerazione di picco della domanda sismica. Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, l'accelerazione di attivazione del meccanismo viene confrontata con l'accelerazione al suolo, ovvero lo spettro elastico, valutato per T=0.

$$a_0^* \geq a_g(P_{VR}) \cdot S$$

dove:

- a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento come definiti al paragrafo 3.2 delle NTC18;
- S è definito al paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18.

Se invece il meccanismo locale interessa una porzione della costruzione posta ad una certa quota (come nel caso d'analisi), si deve tener conto del fatto che l'accelerazione assoluta alla quota della porzione di edificio interessata dal cinematismo è in genere amplificata rispetto a quella al suolo. In aggiunta alla formula precedente, si verifica anche che:

$$a_0^* \geq S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma$$

dove:

- Se(T1) è lo spettro elastico, definito nel paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018), calcolato per il periodo T1;

- T1 è il primo periodo di vibrazione dell'intera struttura nella direzione considerata;
- φ(Z) è il primo modo di vibrazione nella direzione considerata, normalizzato ad uno in sommità all'edificio; in assenza di valutazioni più accurate può essere assunto φ(Z)=Z/H, dove H è l'altezza della struttura rispetto alla fondazione;
- Z è l'altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi interessati dal meccanismo ed il resto della struttura;
- γ è il corrispondente coefficiente di partecipazione modale (in assenza di valutazioni più accurate può essere assunto γ=3N/(2N+1), con N numero di piani dell'edificio).

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di salvaguardia della vita è soddisfatta se l'accelerazione spettrale a^*_0 a che attiva il meccanismo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR}) \cdot S}{q}$$

in cui q è il fattore di struttura che, essendo la verifica in oggetto relativa ad un elemento isolato in aggetto (la facciata), è posto pari a 1.5.

Se invece il meccanismo locale interessa una porzione della costruzione posta ad una certa quota, si deve tener conto del fatto che l'accelerazione assoluta alla quota della porzione di edificio interessata dal cinematismo è in genere amplificata rispetto a quella al suolo. Una approssimazione accettabile consiste nel verificare, oltre alla disuguaglianza precedente, anche la seguente:

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q}$$

Si riporta di seguito una tabella contenente le informazioni relative all'accelerazione del suolo nel comune di Casale Monferrato.

Tabella 78. Accelerazione al suolo nel comune di Casale Monferrato

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
Categoria topografica	T1	
VN	50 anni	
C_U	1.5	
VR	50 anni	
PVR	63 %	10 %
TR	50 anni	475 anni
S	1.5	
a_g	0.023 g	0.043 g
a_gS	0.0345 g	0.0645 g

Mediante modellazione F.E. di tutta la chiesa di Santa Caterina è stato possibile valutare i diversi modi di vibrare di quest'ultima alle diverse frequenze (si rimanda al capitolo 4 della presente per ulteriori informazioni). In particolare, da tale analisi, è risultato che il primo modo di vibrare interessa la lanterna ed esso è pari a:

$$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{3.52} = 0.284\ s$$

Si riportano di seguito i parametri dello spettro elastico allo stato limite SLV e SLD valutati nei precedenti paragrafi.

Parametri indipendenti

STATO LIMITE	SLV
a_g	0,043 g
F_o	2,694
T_C^*	0,296 s
S_S	1,500
C_C	1,569
S_T	1,000
q	1,000

Parametri indipendenti

STATO LIMITE	SLD
a_g	0,023 g
F_o	2,502
T_C^*	0,199 s
S_S	1,500
C_C	1,790
S_T	1,000
q	1,000

Parametri dipendenti

S	1,500
η	1,000
T_B	0,155 s
T_C	0,464 s
T_D	1,774 s

Parametri dipendenti

S	1,500
η	1,000
T_B	0,119 s
T_C	0,356 s
T_D	1,692 s

Figure 8-8: Parametri dello lo spettro elastico SLV e SLD (D.M. 17 gennaio, 2018)

Per la valutazione di $S_e(T_1)$ le NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) forniscono diverse formulazioni a seconda del valore di T_1, T_B e T_C.

Queste formulazioni sono:

$$0 \le T_1 < T_B \rightarrow S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left[\frac{T_1}{T_B} + \frac{1}{\eta \cdot F_0} \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_B}\right)\right]$$

$$T_B \le T_1 < T_C \rightarrow S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0$$

$$T_C \le T_1 < T_D \rightarrow S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C}{T_1}\right)$$

$$T_D \le T_1 \rightarrow S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{{T_1}^2}\right)$$

Nel caso analizzato, visto che T_1 e compreso tra T_B e T_C sia per lo stato limite SLV che per quello SLD, è utilizzata la formula seguente:

$$T_B \leq T_1 < T_C \rightarrow S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0$$

Utilizzando i valori precedentemente ottenuti si riportano i risultati ottenuti nelle tabelle sottostanti.

Tabella 79. Se(T1) per lo stato SLV

SLV		
a_g	0.043	[g]
a_g	0.422	[m/s^2]
S	1.5	[-]
η	1	[-]
F_o	2.67	[-]
T_1	0.284	[s]
T_B	0.155	[s]
T_C	0.464	[s]
T_D	1.774	[s]
$S_e(T_1)$	1.69	[m/s^2]

Tabella 80. Se(T1) per lo stato SLD

SLD		
a_g	0.023	[g]
a_g	0.226	[m/s^2]
S	1.5	[-]
η	1	[-]
F_o	2.502	[-]
T_1	0.284	[s]
T_B	0.119	[s]
T_C	0.356	[s]
T_D	1.692	[s]
$S_e(T_1)$	0.85	[m/s^2]

Si valuta ora il parametro φ(Z) che, come prescritto dalla circolare esplicativa 617 del 2009, può essere valutato con la seguente formula:

$$\varphi(Z) = \frac{Z}{H} = \frac{14.75}{35.50} = 0.42$$

dove:

- H è l'altezza della struttura rispetto alla fondazione che, nel caso studio, è pari a 35.50 m;

- Z è l'altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi interessati dal meccanismo ed il resto della struttura; nel caso studio è pari a 14.75 m.

Infine manca valutare il parametro γ che corrispondente al coefficiente di partecipazione modale. Esso, come prescritto dalla circolare esplicativa 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009), può essere valutato con la seguente formula:

$$\gamma = \frac{3 \cdot N}{(2 \cdot N) + 1} = \frac{3 \cdot 1}{(2 \cdot 1) + 1} = 1$$

dove:

- N rappresenta il numero di piani dell'edificio; nel caso studio esso è 1.

A questo punto si hanno tutti i dati per le verifiche rispetto ai due stati limite considerati. I risultati sono ripostati nelle tabelle seguenti.

Tabella 81. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di danno SLD

SLD		
a^*_0	2.60	[m/s^2]
a_gS	0.338	[m/s^2]
$S_e(T_1)\varphi(Z)\gamma$	0.352	[m/s^2]
$a^*_0 > a_gS$	VERIFICATO	
$a^*_0 > S_e(T_1)\varphi(Z)\gamma$	VERIFICATO	

Tabella 82. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV

SLV		
q	1.5	[-]
a^*_0	2.60	[m/s^2]
$(a_gS)/q$	0.422	[m/s^2]
$(S_e(T_1)\varphi(Z)\gamma)q$	0.468	[m/s^2]
$a^*_0 > (a_gS)/q$	VERIFICATO	
$a^*_0 > (S_e(T_1)\varphi(Z)\gamma)/q$	VERIFICATO	

Dalle tabelle precedenti risulta evidente come la verifica al livello di sicurezza 2 (LV2) sia allo stato limite di danno che allo stato limite di salvaguardi della vita risulta superata per il meccanismo di ribaltamento globale fuori piano del timpano.

8.2.6 Conclusioni

I meccanismi di collasso nel piano per la facciata che sono stati studiati sono:

- ribaltamento;
- taglio diagonale;
- ribaltamento con lesione verticale.

Nella seguente tabella vengono confrontati i valori ottenuti dei moltiplicatori di collasso $\alpha 0$ relativi ai meccanismi nel piano della facciata.

Tabella 83. moltiplicatore di collasso per i meccanismi nel piano della facciata

Meccanismo di collasso nel piano	α_0
Ribaltamento rispetto alla sezione A	1.06
Ribaltamento rispetto alla sezione A'	0.97
Taglio diagonale	0.30
Ribaltamento con lesione verticale rispetto alla sezione A	0.38
Ribaltamento con lesione verticale rispetto alla sezione A'	0.23

La tabella precedente mostra che quasi tutti i valori di α_0 sono minori dell'unità e che, solo nel caso del meccanismo di collasso per ribaltamento rispetto alla sezione A, il valore supera di poco 1. A fronte di ciò, esso è da considerarsi il meccanismo con la minore probabilità di attivazione. Subito dopo troviamo sempre il meccanismo di ribaltamento, ma questa volta rispetto alla sezione A'. Per esso, il moltiplicatore di collasso è prossimo a 1, ma leggermente minore. Pertanto, è evidente che il meccanismo più difficile da realizzare nel piano per la facciata è quello di ribaltamento.

Diversamente invece, sia il meccanismo di taglio diagonale che di ribaltamento con lesione verticale presentano una probabilità di accadimento relativamente alta; infatti, i valori α_0 che li contraddistinguono sono molto minori dell'unità. Tale evidenza progettuale è avvalorata, per il meccanismo di ribaltamento con lesione verticale, anche dalla presenza in sito, nella zona centrale della facciata, di una lesione verticale corrente lungo l'estensione verticale.

Valide le considerazioni fin ora fatte, bisogna però sottolineare che le verifiche relative allo stato limite di salvaguardia della vita (SLV) ed allo stato limite di danno (SLD) risultano comunque superate per tutti i meccanismi di collasso nel piano.

Tabella 84. verifiche SLV e SLV relative ai meccanismi di collasso nel piano della facciata

Meccanismo di collasso nel piano	LSV	LSD
Ribaltamento rispetto alla sezione A	SUPERATA	SUPERATA
Ribaltamento rispetto alla sezione A'	SUPERATA	SUPERATA
Ribaltamento con lesione verticale rispetto alla sezione A	SUPERATA	SUPERATA
Ribaltamento con lesione verticale rispetto alla sezione A'	SUPERATA	SUPERATA

I meccanismi di collasso fuoripiano per la facciata che sono stati studiati sono:

- ribaltamento globale;
- ribaltamento del timpano.

Nella seguente tabella vengono confrontati i valori ottenuti per i moltiplicatori di collasso α_0 riferiti ai meccanismi fuoripiano della facciata.

Tabella 85. moltiplicatore di collasso per i meccanismi fuoripiano della facciata

Meccanismo di collasso nel piano	α_0
Ribaltamento globale	0.07
Ribaltamento del timpano	0.31

Il primo dato che risulta evidente dalla tabella appena definita è che, il moltiplicatore α_0 relativo al meccanismo di ribaltamento globale fuoripiano risulta molto minore di quelli relativi ai collassi nel piano. A fronte di ciò, risulta evidente che, in presenza di un sisma, tale meccanismo di collasso ha la maggiore probabilità si accadimento.

Analizzando ora nello specifico i due collassi fuoripiano studiati si ha che entrambi i meccanismi hanno un'elevata probabilità di accadimento, essendo il valore dei loro coefficienti α_0 molto minore di 1 e cioè prossimo allo 0. Tra i due però, quello relativo al ribaltamento globale risulta il più pericoloso poiché ha un moltiplicatore 4.43 volte minore rispetto a quello di rotazione fuori piano del timpano relativo alla sezione A e 15.14 volte minore rispetto a quello di rotazione nel piano rispetto alla sezione A.

Tale evidenza la si nota anche andando a considerare i risultati relativi alle verifiche allo stato limite di salvaguardia della vita (SLV) ed allo stato limite di danno (SLD per i meccanismi di collasso fuoripiano.

Tabella 86. verifiche SLV e SLV relative ai meccanismi di collasso nel piano della facciata

Meccanismo di collasso nel piano	LSV	LSD
Ribaltamento globale	NON SUPERATA	NON SUPERATA
Ribaltamento del timpano	SUPERATA	SUPERATA

Infatti, le verifiche svolte hanno evidenziato che nei confronti del meccanismo di ribaltamento globale fuori piano, la facciata non soddisfa né la verifica allo SLV che la verifica allo SLD.
Si sottolinea inoltre che, anche se la quasi totalità dei meccanismi di collasso analizzati presentano dei coefficienti di collasso α_0 minori di 1, le verifiche allo SLV ed allo SLD risultano per tutti gli alti meccanismi superate poiché la sismicità del sito oggetto dello studio, Casale Monferrato, è bassa (zona 4).

In conclusione, dall'analisi fin ora svolta è emersa l'inefficace capacità da parte della facciata di soddisfare tutte verifiche allo SLV ed allo SLD proposte dalle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Pertanto, al fine di evitare danni dovuti alla formazione di una cerniera cilindrica alla base (ribaltamento globale fuoripiano) a seguito di un sisma, vi è la necessità di realizzare un intervento che vada a migliorare la resistenza della facciata nei confronti di tale meccanismo.

9 Inserimento di tiranti metallici nella facciata della chiesa di Santa Caterina

Il mancato soddisfacimento della verifica allo stato limite di salvaguardia della vita (SLV) e della verifica allo stato limite di danno (SLD), relative all'analisi LV2 per il meccanismo di collasso globale fuoripiano della facciata, ha messo in luce che è necessario intervenire sulla facciata al fine di evitare danni dovuti alla formazione di una cerniera cilindrica alla base (ribaltamento globale fuoripiano) a seguito di un sisma.

Vi è pertanto la necessità di incrementare le prestazioni della facciata nei confronti del meccanismo di collasso globale fuoripiano e ciò, verrà fatto realizzando un intervento di miglioramento volto ad incrementare l'ammorsamento tra i collegamenti. Tale scelta è stata fatta con l'ausilio della circolare esplicativa 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009) che al capitolo CA5.1 dice quanto segue:

"Tali interventi sono mirati ad assicurare alla costruzione un buon comportamento d'assieme, mediante la realizzazione di un buon ammorsamento tra le pareti e di efficaci collegamenti dei solai alle pareti; inoltre, deve essere verificato che le eventuali spinte prodotte da strutture voltate siano efficacemente contrastate e deve essere corretto il malfunzionamento di tetti spingenti. La realizzazione di questi interventi è un prerequisito essenziale per l'applicazione dei metodi di analisi sismica globale dell'edificio, che si basano sul comportamento delle pareti murarie nel proprio piano, presupponendone la stabilità nei riguardi di azioni sismiche fuori dal piano."

Tra i diversi interventi proposti è stata scelta la metodologia che prevede l'inserimento di tiranti metallici. Nel capitolo CA5.1 della circolare esplicativa 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009) relativamente ai tiranti viene detto che:

"L'inserimento di tiranti, metallici o di altri materiali, disposti nelle due direzioni principali del fabbricato, a livello dei solai ed in corrispondenza delle pareti portanti, ancorati alle murature mediante capochiave (a paletto o a piastra), può favorire il comportamento d'assieme del fabbricato, in quanto conferisce un elevato grado di connessione tra le murature ortogonali e fornisce un efficace vincolo contro il ribaltamento fuori piano dei pannelli murari. Inoltre, l'inserimento di tiranti migliora il comportamento nel piano di pareti forate, in quanto consente la formazione del meccanismo tirante-puntone nelle fasce murarie sopra porta e sotto finestra. Per i capochiave sono consigliati paletti semplici, in quanto vanno ad interessare una porzione di muratura maggiore rispetto alle piastre; queste sono preferibili nel caso di murature particolarmente scadenti, realizzate con elementi di piccole dimensioni (è in genere necessario un consolidamento locale della muratura, nella zona di ancoraggio). È sconsigliabile incassare il capochiave nello spessore della parete, specie nel caso di muratura a più paramenti scollegati."

Pertanto, tale operazione, in linea con la normativa tecnica per le costruzioni NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e le linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010), ha come obiettivo l'incremento delle prestazioni sismiche dell'edificio senza risultare però troppo invasiva nei confronti dell'estetica globale della chiesa, essendo essa appartenente al patrimonio tutelato. Dunque il criterio di "minimo intervento" può considerarsi soddisfatto.

Il progetto dei tiranti verrà realizzato in conformità con quanto espresso nel capitolo C8.4.2 della circolare esplicativa alle NTC18 del 2019 (C.S.LL.PP, 2019) che dice:

"L'intervento di miglioramento è finalizzato a conseguire un aumento della sicurezza della costruzione.
In questa categoria ricadono tutti gli interventi che, pur non rientrando nella categoria dell'adeguamento, possono determinare modifiche, anche significative, del comportamento strutturale locale o globale operando o variazioni di rigidezza, resistenza o capacità deformativa di singoli elementi o di porzioni della struttura, o introducendo nuovi elementi strutturali.
L'intervento di miglioramento può essere effettuato nei confronti anche soltanto di alcune categorie di azioni quali, indicativamente ma non esaustivamente, le azioni del vento, le azioni sismiche, le azioni gravitazionali".

9.1 Catene metalliche

La catena è un elemento strutturale realizzato con elementi metallici monodimensionali, monodimensionali, ad esempio con barre longitudinali a sezione circolare o rettangolare (dimensionati a trazione), che attraversano l'edificio (in genere in prossimità dei muri e in corrispondenza dei solai) ed evita i movimenti delle pareti verso l'esterno, in particolare in presenza di strutture spingenti (per esempio volte ed archi). Essi vengono posti in opera con un leggero stato di trazione, applicando così, per mezzo di elementi di ancoraggio (capochiave), un'azione di contenimento localizzata sulle pareti murarie.

I capochiave, cioè gli elementi terminali di ancoraggio, sono generalmente dimensionati a flessione. Essi possono avere diverse forme:

- a paletto; essi presentano una dimensione dominante rispetto alle altre 2 e sono disposti né orizzontalmente né verticalmente, ma con un'inclinazione compresa fra i 30° e i 60° rispetto all'orizzontale, abbracciando sia il muro di spina che, possibilmente, il solaio. Questa disposizione è la più efficace per caricare direttamente i muri di spina e avere il solaio di piano che contrasta efficacemente l'eventuale punzonamento, cosa che non si avverrebbe se si disponesse il paletto in verticale. Le posizioni orizzontali sono da evitare poiché il paletto rischierebbe di conficcarsi nel giunto di malta senza offrire il contrasto necessario;
- a piastra nervata o meno. Questa soluzione è fondamentale per massimizzare l'estensione dell'area su cui agisce direttamente il tirante, quando la muratura è tale da non garantire l'assorbimento degli sforzi localizzati (ad esempio la muratura caotica).

L'inserimento di tiranti è uno dei più antichi metodi di consolidamento e a tutt'oggi rimane uno dei migliori, perché:

- ha un ingombro molto limitato, è economico e di facile realizzazione;
- non aumenta la massa dell'edificio;
- soddisfa le esigenze di conservazione del patrimonio culturale: è reversibile, compatibile, distinguibile, durabile e nella maggioranza dei casi costituisce il minimo intervento possibile;
- non interferisce sostanzialmente con il comportamento globale della struttura in caso di sisma, ma ne elimina i meccanismi più pericolosi;
- il tiro può essere controllato ed eventualmente ripreso nel tempo.

9.2 Caratterizzazione dei tiranti da inserire nella struttura

Le operazioni preliminari da realizzare, prima di progettare gli elementi che compongono un tirante, consistono nella:

- scelta del numero dei tiranti;
- scelta della posizione dei tiranti;
- valutazione del tiro da applicare ad ogni tirante.

Le prime due operazioni saranno legate prettamente alla geometria della struttura mentre la terza sarà valutata attraverso un processo di back analysis che fornirà il tiro, da applicare ad ogni tirante, necessario al soddisfacimento delle verifiche LV2 allo SLV ed allo SLD per il meccanismo di ribaltamento globale furi piano della facciata.

9.2.1 Scelta del numero dei tiranti e della loro posizione spaziale

Prendendo come riferimento il prospetto della facciata principale (in cui tratteggiati sono inseriti anche gli elementi nascosti che si trovano dietro di essa) riportata di seguito, sono stati inseriti 2 tiranti metallici alle seguenti coordinate:

$$1 \rightarrow \begin{Bmatrix} z_B = 12.00\ m \\ y_B = 5.70\ m \end{Bmatrix} \qquad 3 \rightarrow \begin{Bmatrix} z_B = 8.50\ m \\ y_B = 5.70\ m \end{Bmatrix}$$

$$2 \rightarrow \begin{Bmatrix} z_F = 12.00\ m \\ y_F = 13.10\ m \end{Bmatrix} \qquad 4 \rightarrow \begin{Bmatrix} z_F = 8.50\ m \\ y_F = 13.10\ m \end{Bmatrix}$$

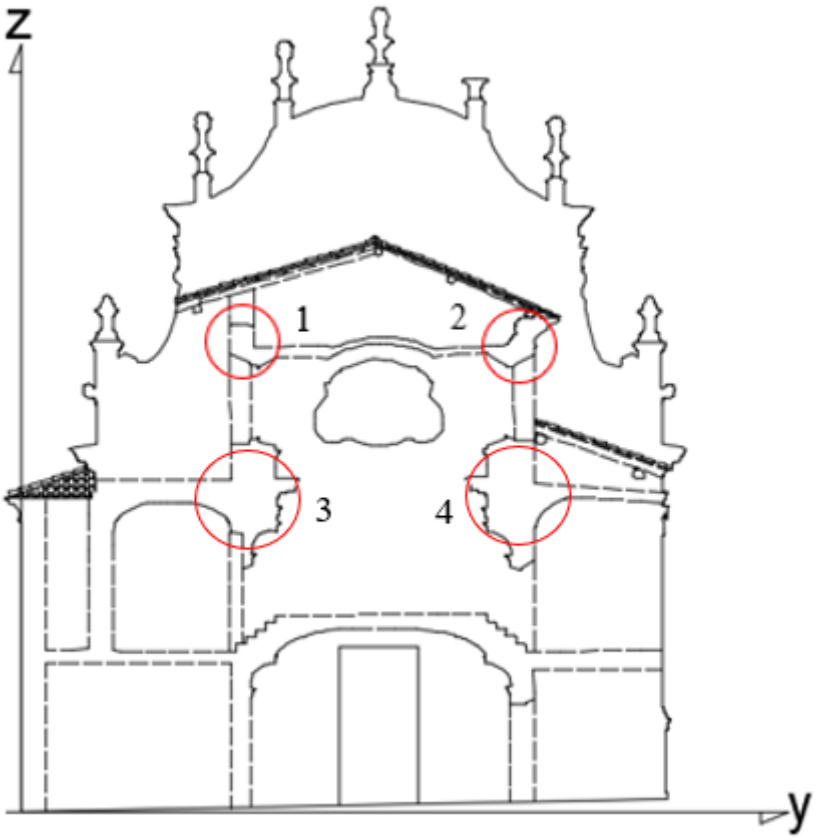

Figure 9-1: Prospetto facciata principale della chiesa di Santa Caterina con posizione dei tiranti

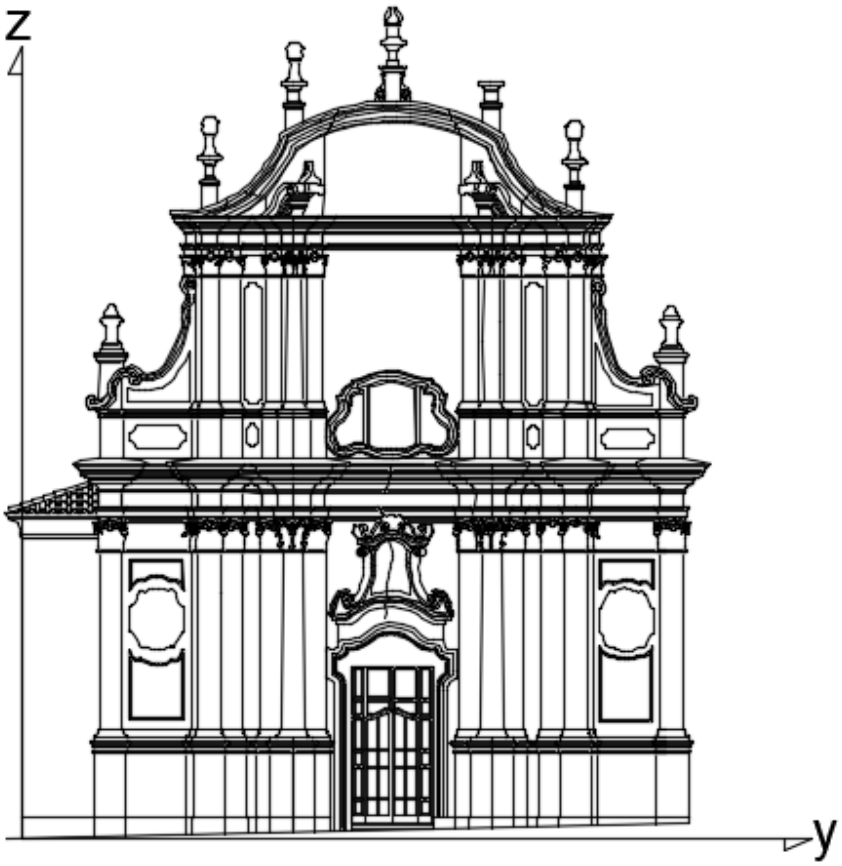

Figure 9-2: Prospetto facciata principale della chiesa di Santa Caterina

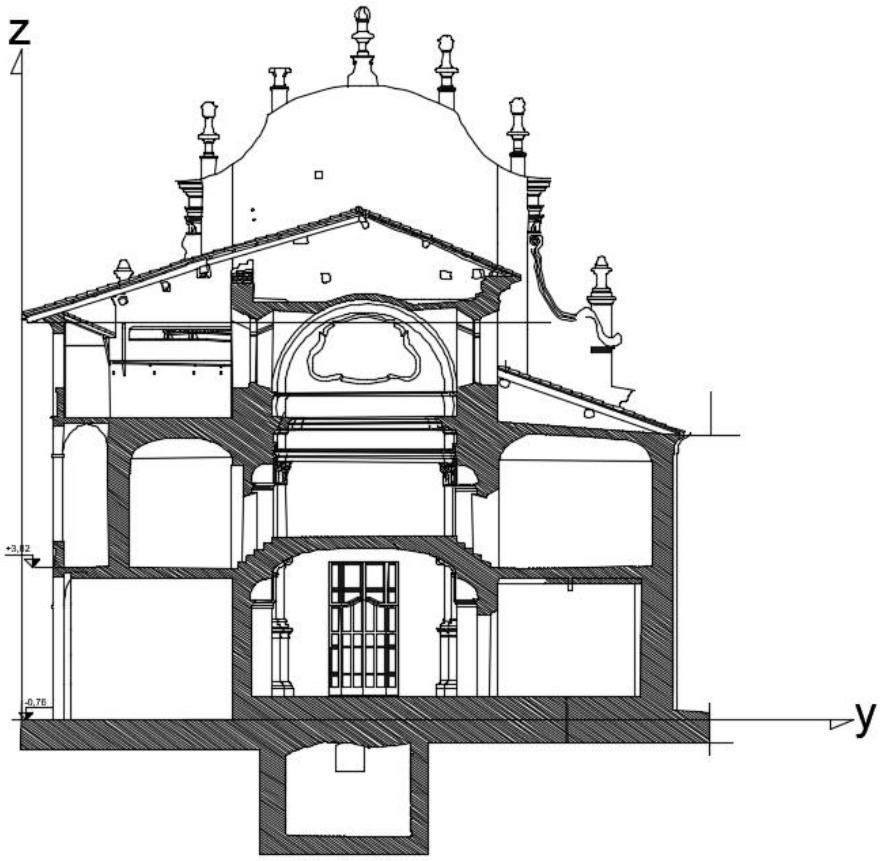

Figure 9-3: Sezione a quota x=1.5m della chiesa di Santa Caterina

9.2.2 Valutazione del tiro dei tiranti

A seguito dell'inserimento dei tiranti si valuta il tiro da applicare necessario al soddisfacimento delle verifiche LV2 allo SLV ed allo SLD per il meccanismo di ribaltamento globale furi piano della facciata.
Attraverso un processo di back analysis è stato ottenuto che, ai due tiranti prima definiti, bisogna assegnare un tiro pari a 55 kN per soddisfare le verifiche allo SLV ed allo SLD. A favore di sicurezza il tiro scelto è:

$$T = 100\ kN$$

A fronte delle considerazioni fin ora fatte, si ripete la verifica allo LV2 per il meccanismo di ribaltamento globale fuori piano della facciata.
Di seguito si riporta una schematizzazione del meccanismo d'analisi.

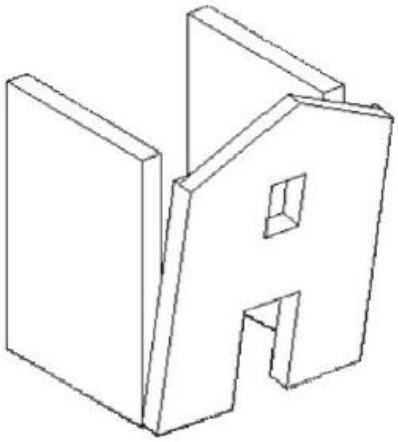

Figura 9.1: Ribaltamento globale fuoripiano della facciata nella condizione di cattivo ammorsamento con le pareti laterali (Direttiva BBCC, 2010)

Il moltiplicatore α_0 legato al meccanismo di ribaltamento nel piano della facciata è stato calcolato facendo riferimento allo schema cinematico che prevede la formazione di una cerniera cilindrica, in corrispondenza della sezione di base A del macroelemento, di dimensioni l = 16.85 m; t = 1 m.
Si riporta di seguito una schematizzazione di quanto detto.

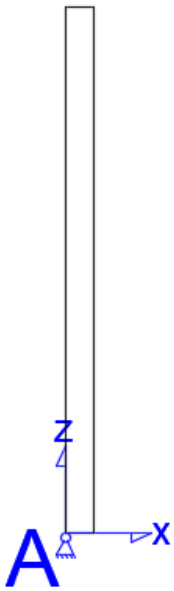

Figura 9.2: Ribaltamento globale fuoripiano-Sezione di applicazione della cerniera cilindrica

In corrispondenza della sezione A, sotto l'ipotesi di considerare la facciata come un unico blocco rigido, è stata assegnata una rotazione virtuale ϑ unitaria.

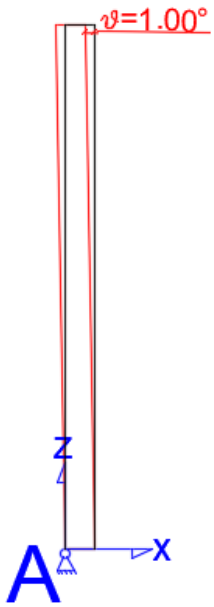

Figura 9.3: Ribaltamento globale fuoripiano-Rotazione unitaria della facciata

Si valuta ora la forza peso totale dell'elemento che verrà poi applicata, insieme con la forza orizzontale data dal prodotto tra la forza peso e il moltiplicatore α_0, nel baricentro della sezione. Pertanto, considerando:

- per la muratura un peso specifico γ=1733 kg/m^3;
- per il legno un peso specifico γ=750 kg/m^3;
- per il vetro un peso specifico γ=2600 kg/m^3;

si ottiene:

$$P_B = -(A_B \cdot t) \cdot \gamma_B \cdot g = -(71.63 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -1217.76\ kN$$

$$P_C = -(A_C \cdot t) \cdot \gamma_C \cdot g = -(54.57 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -927.70\ kN$$

$$P_D = -(A_D \cdot t) \cdot \gamma_D \cdot g = -(32.99 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.85\ kN$$

$$P_E = -(A_E \cdot t) \cdot \gamma_E \cdot g = -(32.94 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -560.07\ kN$$

$$P_F = -(A_F \cdot t) \cdot \gamma_F \cdot g = -(44.47 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -755.97\ kN$$

$$P_G = -(A_G \cdot t) \cdot \gamma_G \cdot g = -(8.55 \cdot 1) \cdot 750 \cdot 9.81 = -62.91\ kN$$

$$P_H = -(A_H \cdot t) \cdot \gamma_H \cdot g = -(5.92 \cdot 1) \cdot 2600 \cdot 9.81 = -150.89\ kN$$

$$P_I = -(A_I \cdot t) \cdot \gamma_I \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

$$P_L = -(A_L \cdot t) \cdot \gamma_L \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_M = -(A_M \cdot t) \cdot \gamma_M \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.72\ kN$$

$$P_N = -(A_N \cdot t) \cdot \gamma_N \cdot g = -(0.51 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.61\ kN$$

$$P_O = -(A_O \cdot t) \cdot \gamma_O \cdot g = -(0.19 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -3.31\ kN$$

$$P_P = -(A_P \cdot t) \cdot \gamma_P \cdot g = -(0.48 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -8.09\ kN$$

$$P_Q = -\left(A_Q \cdot t\right) \cdot \gamma_Q \cdot g = -(0.45 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -7.57\ kN$$

Sommando le singole quantità in conclusione la forza peso totale è:

$$P_{TOT} = -\ 4288.12\ kN$$

Bisogna ora valutare il peso della copertura spingente.

Si riporta di seguito la pianta della copertura in cui è evidenziato in rosso la porzione di copertura che genera l'effetto spingente sulla facciata.

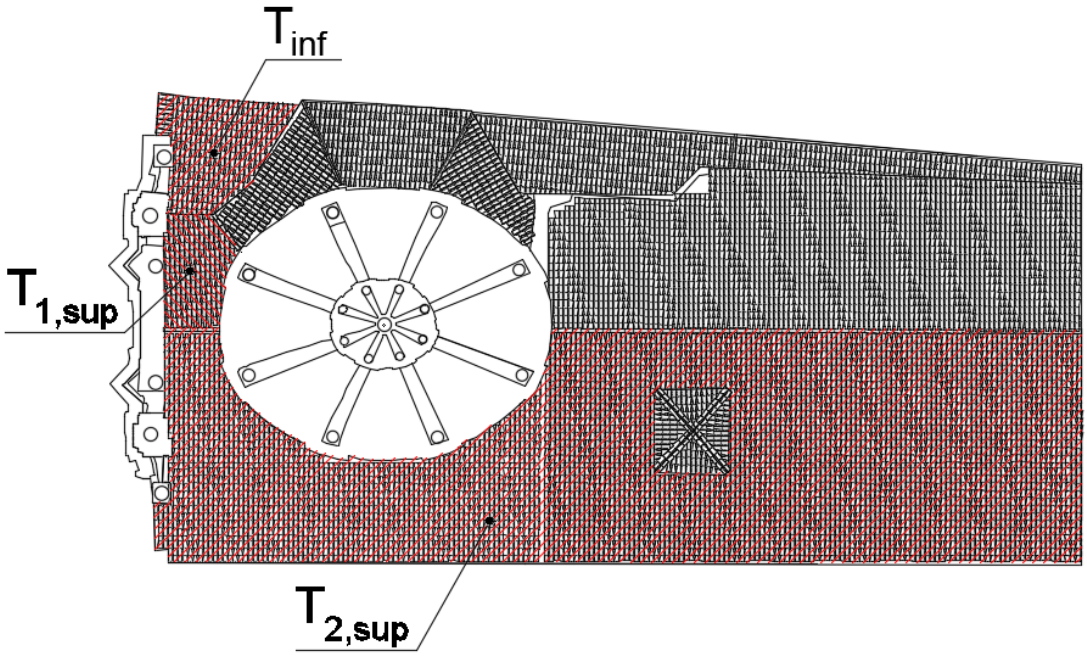

Figura 9.4: Pianta della copertura della chiesa di Santa Caterina

Il volume della porzione di copertura evidenziata nella figura precedente è:

$$V_{Tetto,inf} = 17.02\ m^3$$

$$V_{Tetto,1,sup} = 11.66\ m^3$$

$$V_{Tetto,2,sup} = 497.70\ m^3$$

pertanto il peso della copertura in legno è:

$$P_{Tetto,inf} = -V_{Tetto,inf} \cdot \gamma_{legno} \cdot g = -17.02 \cdot 750 \cdot 9.81 = -125.21\ kN$$

$$P_{Tetto,1sup} = -V_{Tetto,1sup} \cdot \gamma_{legno} \cdot g = -11.66 \cdot 750 \cdot 9.81 = -85.81\ kN$$

$$P_{Tetto,2sup} = -V_{Tetto,2sup} \cdot \gamma_{legno} \cdot g = -497.70 \cdot 750 \cdot 9.81 = -3661.86\ kN$$

Manca il contributo del tiro T dei due tiranti. Esso, per ogni singolo tirante, è:

$$T = 100\ kN$$

Si riportano di seguito due figure contenenti le coordinate del baricentro G, ottenute mediante l'ausilio del software Autocad, e due figure contenenti la disposizione delle forze in gioco.

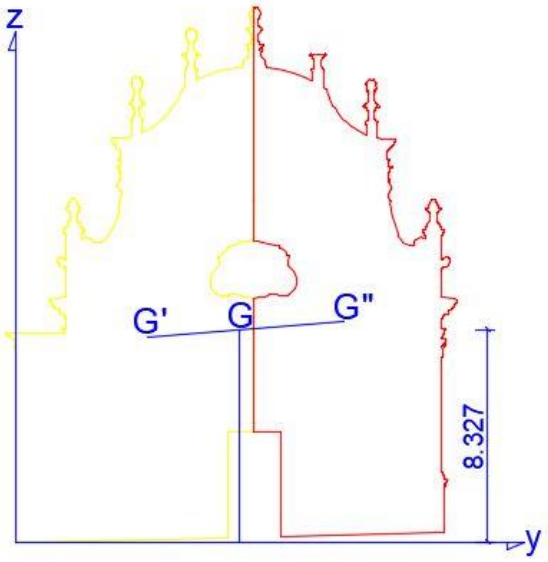

Figura 9.5: Ribaltamento globale fuori piano-Coordinate del baricentro

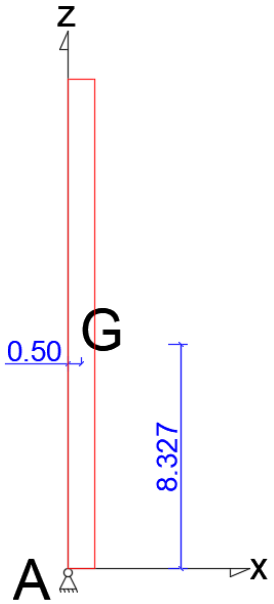

Figura 9.6: Ribaltamento globale fuori piano-Coordinate del baricentro

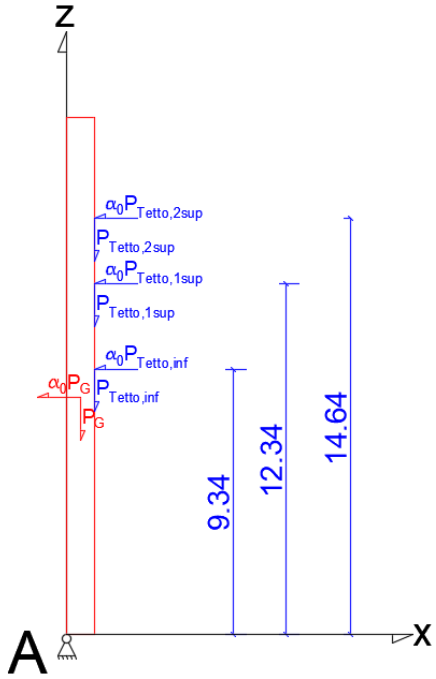

Figura 9.7: Ribaltamento fuoripiano-Forze applicate ai baricentri

Per una chiarezza grafica le forze relative ai due tiranti sono state inserite nella schematizzazione seguente.

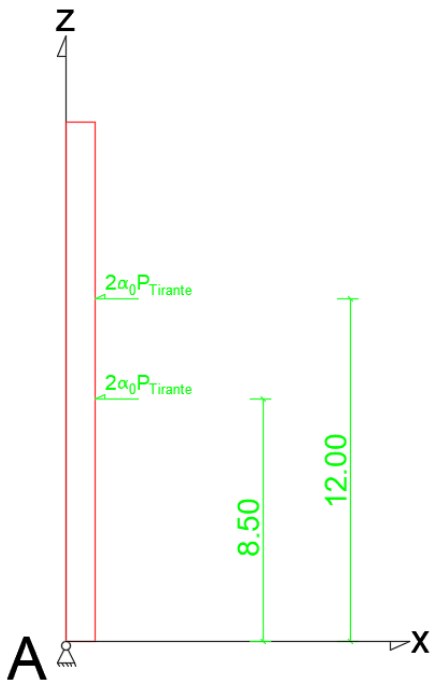

Figura 9.8: Ribaltamento fuoripiano-Forze relative ai tiranti applicate nel baricentro dei tiranti

A questo punto, in funzione della rotazione imposta Θ =1 e della geometria della facciata, è stato calcolato lo spostamento in corrispondenza dei punti di applicazione delle forze. Tali spostamenti verranno utilizzati poi successivamente attraverso il principio dei lavori virtuali.
Si riporta di seguito una schematizzazione per la valutazione degli spostamenti virtuali del corpo rigido.

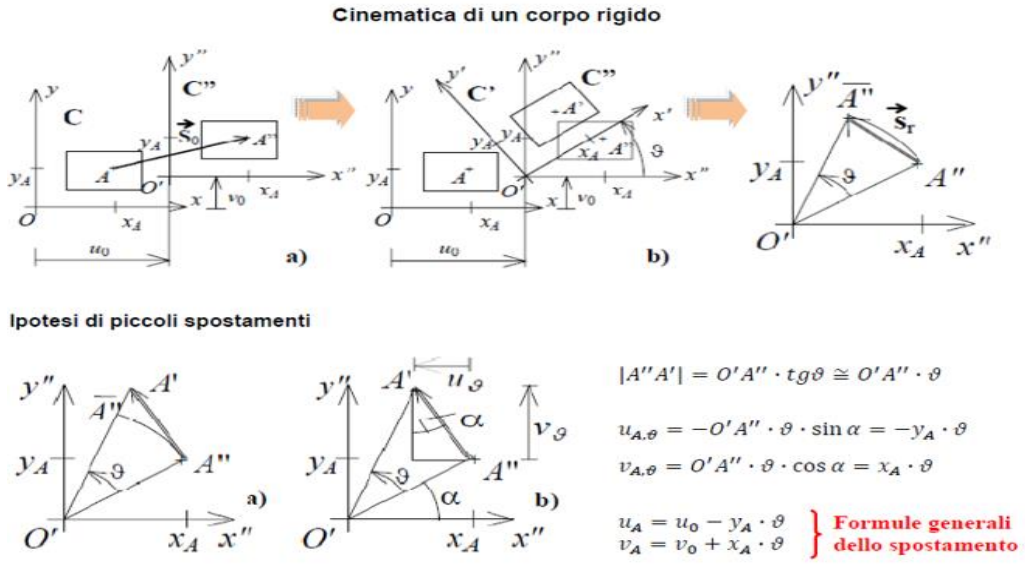

Figura 9.9: Valutazione spostamenti virtuali del corpo rigido (Vallucci)

Pertanto per i punti di applicazione considerati si avranno i seguenti spostamenti virtuali:

$$\begin{Bmatrix} u_G = u_0 - \vartheta \cdot z_G \\ v_G = v_0 + \vartheta \cdot x_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_G = -\vartheta \cdot z_G \\ v_G = \vartheta \cdot x_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_G = -0.0175 \cdot 8.327 = -0.145\ m \\ v_G = 0.0175 \cdot 0.5 = 0.009\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 = u_0 - \vartheta \cdot z_1 \\ v_1 = v_0 + \vartheta \cdot x_1 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_1 = -\vartheta \cdot z_1 \\ v_1 = \vartheta \cdot x_1 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_1 = -0.0175 \cdot 12.00 = -0.209\ m \\ v_1 = 0.0175 \cdot 0 = 0\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_2 = u_0 - \vartheta \cdot z_2 \\ v_2 = v_0 + \vartheta \cdot x_2 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_2 = -\vartheta \cdot z_2 \\ v_2 = \vartheta \cdot x_2 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_2 = -0.0175 \cdot 12.00 = -0.148\ m \\ v_2 = 0.0175 \cdot 0 = 0\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_3 = u_0 - \vartheta \cdot z_3 \\ v_3 = v_0 + \vartheta \cdot x_3 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_1 = -\vartheta \cdot z_3 \\ v_1 = \vartheta \cdot x_3 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_3 = -0.0175 \cdot 8.50 = -0.148\ m \\ v_3 = 0.0175 \cdot 0 = 0\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_4 = u_0 - \vartheta \cdot z_4 \\ v_4 = v_0 + \vartheta \cdot x_4 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_2 = -\vartheta \cdot z_4 \\ v_2 = \vartheta \cdot x_4 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_4 = -0.0175 \cdot 8.50 = -0.209\ m \\ v_4 = 0.0175 \cdot 0 = 0\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Tetto,inf} \\ v_{Tetto,inf} = v_0 + \vartheta \cdot x_{Tetto,inf} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = -\vartheta \cdot z_{Tetto,inf} \\ v_{Tetto,inf} = \vartheta \cdot x_{Tetto,inf} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = -0.0175 \cdot 9.34 = -0.163\ m \\ v_{Tetto,inf} = 0.0175 \cdot 1 = 0.017\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Tetto,1sup} \\ v_{Tetto,inf} = v_0 + \vartheta \cdot x_{Tetto,1sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = -\vartheta \cdot z_{Tetto,1sup} \\ v_{Tetto,inf} = \vartheta \cdot x_{Tetto,1sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,1sup} = -0.0175 \cdot 12.34 = -0.215\ m \\ v_{Tetto,1sup} = 0.0175 \cdot 1 = 0.017\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Tetto,2sup} \\ v_{Tetto,2sup} = v_0 + \vartheta \cdot x_{Tetto,2sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = -\vartheta \cdot z_{Tetto,2sup} \\ v_{Tetto,2sup} = \vartheta \cdot x_{Tetto,2sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = -0.0175 \cdot 14.64 = -0.255m \\ v_{Tetto,2sup} = 0.0175 \cdot 1 = 0.017\ m \end{Bmatrix}$$

dove:

- u rappresenta lo spostamento orizzontale;
- v rappresenta lo spostamento verticale.
- ϑ rappresenta la rotazione rigida; essa è:

$$\vartheta = 1° = 0.0175\ radianti$$

A questo punto è possibile valutare il moltiplicatore di collasso α_o, corrispondente all'attivazione del meccanismo cinematicamente ammissibile considerato, per mezzo dell'applicazione del teorema dei lavori virtuale mediante la seguente espressione:

$$L_e = L_i$$

dove:

- L_e rappresenta il lavoro esterno;
- L_i rappresenta il lavoro interno.

Nel caso studio per il lavoro esterno si avrà:

$$L_e = L_{inst} + L_{stab}$$

con:

- L_{inst} lavoro instabilizzante generato dalle forze esterne;
- L_{stab} lavoro stabilizzante generato dalle forze esterne.

Queste quantità, nel caso studio, sono date dalle formule seguenti:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot \Big(-P_{TOT} \cdot (-\vartheta \cdot z_{TOT}) - P_{Tetto,inf} \cdot \big(-\vartheta \cdot z_{Tetto,inf}\big) - P_{Tetto,1sup} \cdot \big(-\vartheta \cdot z_{Tetto,1sup}\big) - P_{Tetto,2sup} \cdot \big(-\vartheta \cdot z_{Tetto,2sup}\big)\Big) + T \cdot \big((-\vartheta \cdot z_1) + (-\vartheta \cdot z_2) + (-\vartheta \cdot z_3) + (-\vartheta \cdot z_4)\big)$$

$$L_{stab} = \Big(P_{TOT} \cdot (\vartheta \cdot x_{TOT}) + P_{Tetto,inf} \cdot \big(\vartheta \cdot x_{Tetto,inf}\big) + P_{Tetto,1sup} \cdot \big(\vartheta \cdot x_{Tetto,1sup}\big) + P_{Tetto,2sup} \cdot \big(\vartheta \cdot x_{Tetto,2sup}\big)\Big)$$

Dalla risoluzione delle formule precedenti si ha:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot 1597.31\ kNm - 71.56\ kNm$$

$$L_{stab} = -105.02\ kNm$$

$$L_e = \alpha_0 \cdot 1597.31\ kNm - 71.56\ kNm - 105.02\ kNm$$

Per quanto riguarda il lavoro interno nel caso studio, non essendo presenti campi tensionali staticamente ammissibili generati da tagli o fessure, esso è nullo.

$$L_i = 0\ kNm$$

A questo punto, sfruttando il principio di lavori virtuali si ha:

$$L_e = L_i$$

$$\alpha_0 \cdot 1597.31\ kNm - 71.56\ kNm - 105.02\ kNm = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{176.57}{1597.31} = 0.11$$

Il coefficiente α_0 ottenuto risulta essere aumentato del 57% maggiore di quello ottenuto in assenza di tiranti infatti, esso era 0.07. Pertanto, si può asserire che tale intervento ha portato un miglioramento nei confronti del ribaltamento fuori piano della facciata.

E 'ora possibile procedere alla verifica allo SLV e SLD.
Il primo valore da dover valutare è la massa partecipante M*. Essa è fornita dalla seguente formula:

$$M^* = \left| \frac{(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot u_i)^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot {u_i}^2} \right| = 772374.53\ kg$$

dove:

- Pi sono le forze peso relative alle i-esime masse;
- ui è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'i-esimo peso Pi;
- g è l'accelerazione di gravità;
- n + m è il numero delle forze peso Pi applicate le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica.

Si valuta ora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo a_0*, in conformità con quanto presente nel paragrafo C8A.4.2.2 della circolare 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009), è:

$$a_0^* = \frac{a_0 \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot F_C} = 0.52\ m/s^2$$

dove:

- F_C è il fattore di confidenza pari a 1.18;

La verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di danno è soddisfatta qualora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo sia superiore all'accelerazione di picco della domanda sismica.

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, l'accelerazione di attivazione del meccanismo viene confrontata con l'accelerazione al suolo, ovvero lo spettro elastico, valutato per T=0.

$$a_0^* \geq a_g(P_{VR}) \cdot S$$

dove:

- a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento come definiti al paragrafo 3.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018);
- S è definito al paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di salvaguardia della vita è soddisfatta se l'accelerazione spettrale a^*_0 a che attiva il meccanismo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR}) \cdot S}{q}$$

in cui q è il fattore di struttura che, essendo la verifica in oggetto relativa ad un elemento isolato in aggetto (la facciata), è posto pari a 1.5.

Si riporta di seguito una tabella contenente le informazioni relative all'accelerazione del suolo nel comune di Casale Monferrato.

Tabella 87. Accelerazione al suolo nel comune di Casale Monferrato

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
Categoria topografica	T1	
VN	50 anni	
C_U	1	
VR	50 anni	
PVR	63 %	10 %
TR	50 anni	475 anni
S	1.5	
a_g	0.023 g	0.043 g
a_gS	0.0345 g	0.0645 g

Le verifiche sono mostrate nelle tabelle seguenti.

Tabella 88. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di danno SLD

SLD		
a^*_0	0.52	[m/s^2]
a_gS	0.338	[m/s^2]
$a^*_0 > a_gS$	VERIFICATO	

Tabella 89. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV

SLV		
q	1.5	[-]
a^*_0	0.52	[m/s^2]
$(a_gS)/q$	0.422	[m/s^2]
$a^*_0 \geq (a_gS)/q$	VERIFICATO	

Dalle tabelle precedenti risulta evidente come la verifica al livello di sicurezza 2 (LV2) sia allo stato limite di salvaguardia della vita (SLV) che allo stato limite di danno (SLD) risulta superata per il meccanismo di ribaltamento globale fuori piano della facciata.

In conclusione, il tiro scelto risulta adeguato al soddisfacimento delle verifiche relative allo SLV ed allo SLD che, per la struttura allo stato di fatto (senza tiranti), risultavano non verificate.

9.2.3 Coefficiente moltiplicativo α_0 per il meccanismo di ribaltamento globale del timpano fuoripiano in presenza di tiranti

Nel caso in analisi si studia il meccanismo di rotazione fuori dal piano della parte sommitale della facciata cioè del timpano (evidenziato nella figura seguente).

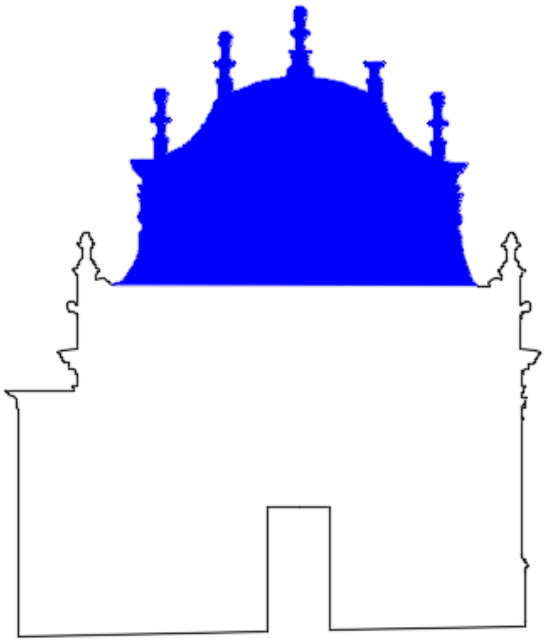

Figura 9.10: Area soggetta a rotazione nel meccanismo di ribaltamento fuoripiano del timpano della facciata

In particolare, a quota 11.75 m dal piano di terra, si ha la formazione di una lesione orizzontale attorno alla quale avviene la rotazione del timpano ed il suo conseguente distacco dalle pareti perimetrali. Di seguito se ne riporta una schematizzazione.

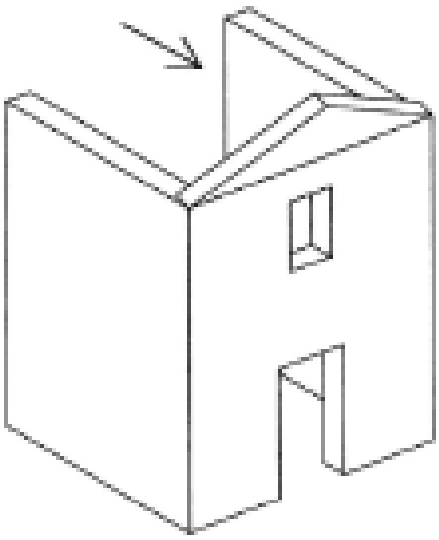

Figura 9.11: Ribaltamento globale fuori piano del timpano (Direttiva BBCC, 2010)

Il moltiplicatore α_0 legato al meccanismo di ribaltamento fuoripiano del timpano è stato calcolato facendo riferimento allo schema cinematico che prevede la formazione di una cerniera cilindrica orizzontale, posta a quota 11.75 m dalla base del macroelemento in corrispondenza della sezione A, di dimensioni l = 12.08 m; t = 1 m.
Si riporta di seguito una schematizzazione di quanto detto.

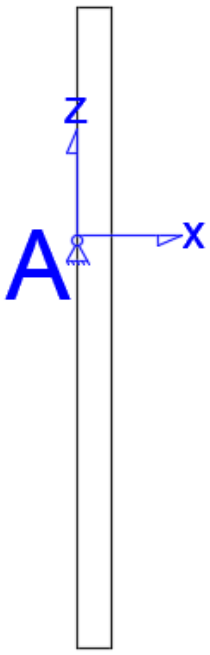

Figura 9.12: Ribaltamento globale fuoripiano del timpano-Sezione di applicazione della cerniera cilindrica

In corrispondenza della sezione A, sotto l'ipotesi di considerare la facciata come un unico blocco rigido, è stata assegnata una rotazione virtuale ϑ unitaria.

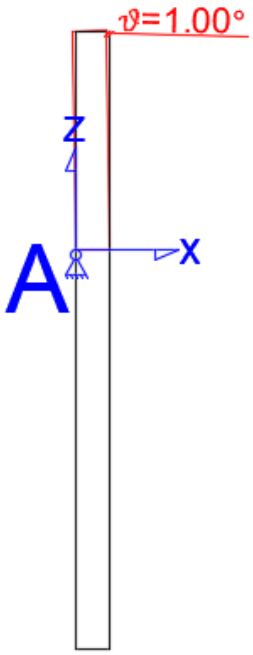

Figura 9.13: Ribaltamento globale fuoripiano del timpano-Rotazione unitaria della facciata

Si valuta ora la forza peso totale dell'elemento che verrà poi applicata, insieme con la forza orizzontale data dal prodotto tra la forza peso e il moltiplicatore α_0, nel baricentro della sezione. Pertanto, considerando:

- per la muratura un peso specifico γ=1733 kg/m^3;
- per il legno un peso specifico γ=750 kg/m^3;

si ottiene:

$$P_{TIMP} = -(A_{TIMP} \cdot t) \cdot \gamma \cdot g = -(62.69 \cdot 1) \cdot 1733 \cdot 9.81 = -\ 1065.71\ kN$$

Bisogna ora valutare il peso della copertura spingente. Si riporta di seguito la pianta della copertura in cui è evidenziato in rosso la porzione di copertura che genera l'effetto spingente sulla facciata.

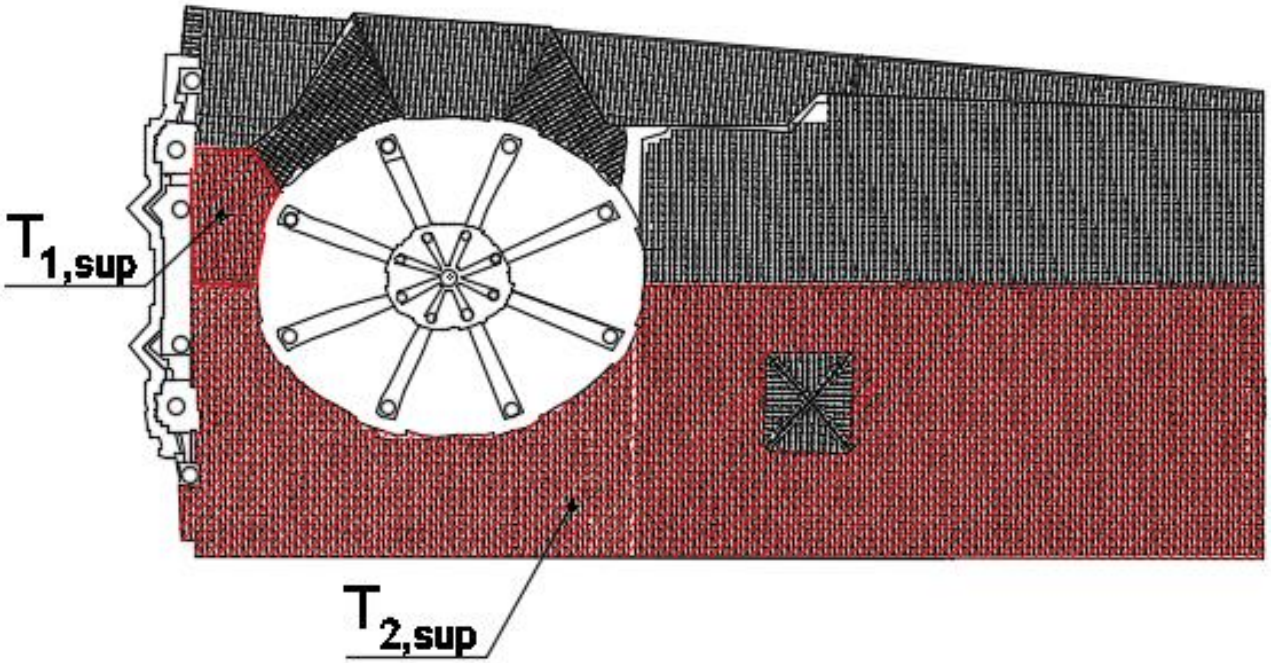

Figura 9.14: Pianta della copertura della chiesa di Santa Caterina

Il volume della porzione di copertura evidenziata nella figura precedente è:

$$V_{Tetto,1,sup} = 11.66\ m^3$$

$$V_{Tetto,2,sup} = 497.70\ m^3$$

pertanto il peso della copertura in legno è:

$$P_{Tetto,1sup} = -V_{Tetto,1sup} \cdot \gamma_{legno} \cdot g = -11.66 \cdot 750 \cdot 9.81 = -85.81\ kN$$

$$P_{Tetto,2sup} = -V_{Tetto,2sup} \cdot \gamma_{legno} \cdot g = -497.70 \cdot 750 \cdot 9.81 = -3661.86\ kN$$

Manca il contributo del tiro T dei due tiranti. Esso, per ogni singolo tirante, è:

$$T = 100\ kN$$

Si riporta di seguito una schematizzazione per la valutazione degli spostamenti virtuali del corpo rigido.

Si riporta di seguito una figura contenente le coordinate del baricentro, ottenute mediante l'ausilio del software Autocad, e due figure contenenti la disposizione delle forze in gioco.

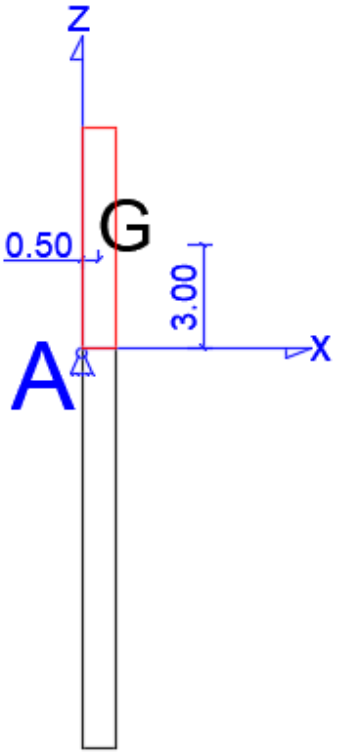

Figura 9.15: Ribaltamento globale fuori piano del timpano-Coordinate del baricentro

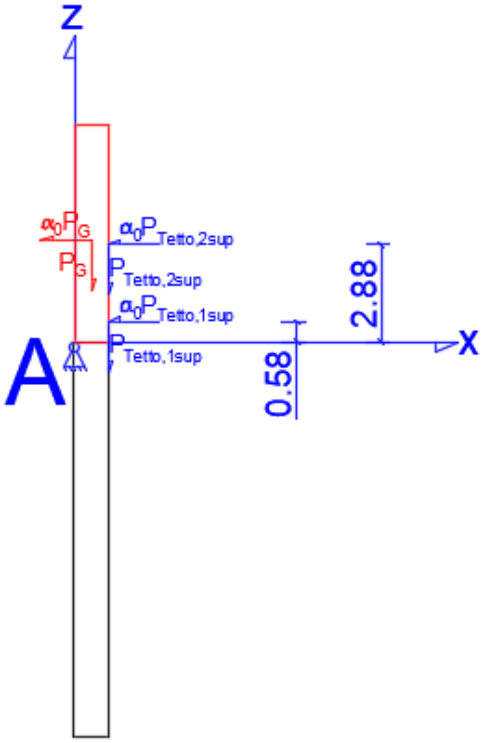

Figura 9.16: Ribaltamento nel piano del timpano-Forze applicate ai baricentri

Per una chiarezza grafica le forze relative ai due tiranti sono state inserite nella schematizzazione seguente.

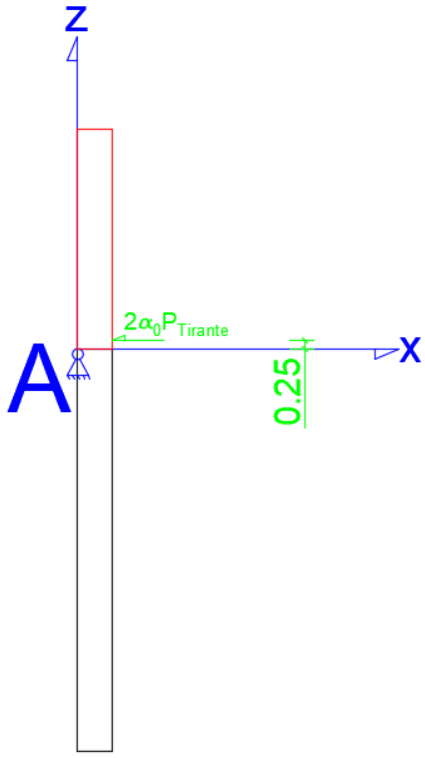

Figura 9.17: Ribaltamento fuoripiano-Forze relative ai tiranti applicate nel baricentro dei tiranti

A questo punto, in funzione della rotazione imposta Θ =1 e della geometria della facciata, è stato calcolato lo spostamento in corrispondenza dei punti di applicazione delle forze. Tali spostamenti verranno utilizzati poi successivamente attraverso il principio dei lavori virtuali.
Si riporta di seguito una schematizzazione per la valutazione degli spostamenti virtuali del corpo rigido.

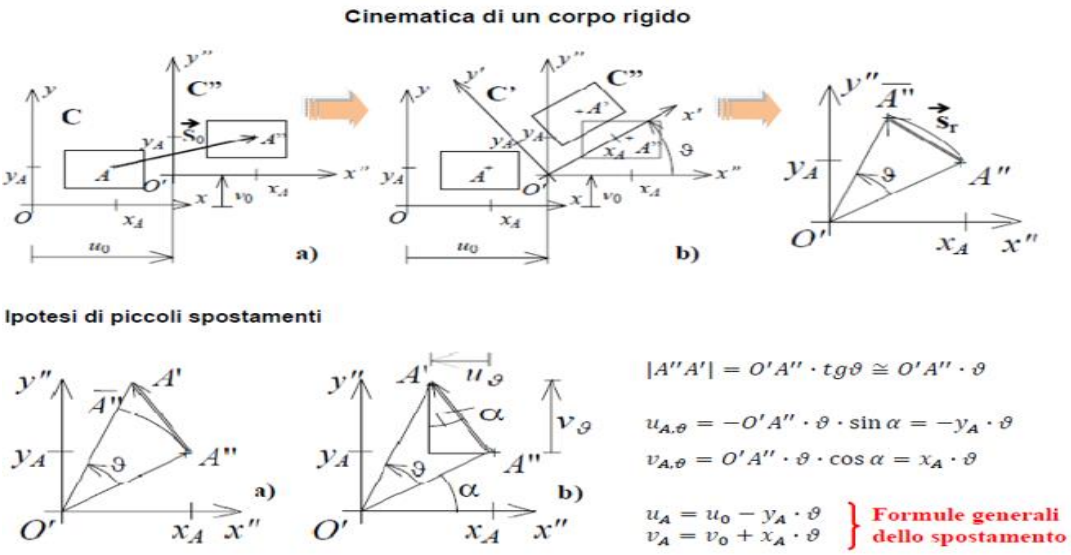

Figura 9.18: Valutazione spostamenti virtuali del corpo rigido (Vallucci)

Pertanto per i punti di applicazione considerati si avranno i seguenti spostamenti virtuali:

$$\begin{Bmatrix} u_G = u_0 - \vartheta \cdot z_G \\ v_G = v_0 + \vartheta \cdot x_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_G = -\vartheta \cdot z_G \\ v_G = \vartheta \cdot x_G \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_G = -0.0175 \cdot 3.00 = -0.052\ m \\ v_G = 0.0175 \cdot 0.5 = 0.09\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 = u_0 - \vartheta \cdot z_1 \\ v_1 = v_0 + \vartheta \cdot x_1 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_1 = -\vartheta \cdot z_1 \\ v_1 = \vartheta \cdot x_1 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_1 = -0.0175 \cdot 0.25 = -0.004\ m \\ v_1 = 0.0175 \cdot 0 = 0\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_2 = u_0 - \vartheta \cdot z_2 \\ v_2 = v_0 + \vartheta \cdot x_2 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_2 = -\vartheta \cdot z_2 \\ v_2 = \vartheta \cdot x_2 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_2 = -0.0175 \cdot 0.25 = -0.004\ m \\ v_2 = 0.0175 \cdot 0 = 0\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Tetto,1sup} \\ v_{Tetto,inf} = v_0 + \vartheta \cdot x_{Tetto,1sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,inf} = -\vartheta \cdot z_{Tetto,1sup} \\ v_{Tetto,inf} = \vartheta \cdot x_{Tetto,1sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,1sup} = -0.0175 \cdot 0.58 = -0.010\ m \\ v_{Tetto,1sup} = 0.0175 \cdot 1 = 0.017\ m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = u_0 - \vartheta \cdot z_{Tetto,2sup} \\ v_{Tetto,2sup} = v_0 + \vartheta \cdot x_{Tetto,2sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = -\vartheta \cdot z_{Tetto,2sup} \\ v_{Tetto,2sup} = \vartheta \cdot x_{Tetto,2sup} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} u_{Tetto,2sup} = -0.0175 \cdot 2.88 = -0.050m \\ v_{Tetto,2sup} = 0.0175 \cdot 1 = 0.017\ m \end{Bmatrix}$$

dove:

- u rappresenta lo spostamento orizzontale;
- v rappresenta lo spostamento verticale.
- ϑ rappresenta la rotazione rigida; essa è:

$$\vartheta = 1° = 0.0175\ radianti$$

A questo punto è possibile valutare il moltiplicatore di collasso α_o, corrispondente all'attivazione del meccanismo cinematicamente ammissibile considerato, per mezzo dell'applicazione del teorema dei lavori virtuale mediante la seguente espressione:

$$L_e = L_i$$

dove:

- L_e rappresenta il lavoro esterno;
- L_i rappresenta il lavoro interno.

Nel caso studio per il lavoro esterno si avrà:

$$L_e = L_{inst} + L_{stab}$$

con:

- L_{inst} lavoro instabilizzante generato dalle forze esterne;
- L_{stab} lavoro stabilizzante generato dalle forze esterne.

Queste quantità, nel caso studio, sono date dalle formule seguenti:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot \left(-P_{TIMP} \cdot (-\vartheta \cdot z_{TIMP}) - P_{Tetto,1sup} \cdot \left(-\vartheta \cdot z_{Tetto,1sup}\right) - P_{Tetto,2sup} \cdot \left(-\vartheta \cdot z_{Tetto,2sup}\right)\right) + T \cdot \left((-\vartheta \cdot z_1) + (-\vartheta \cdot z_2)\right)$$

$$L_{stab} = \left(P_{TIMP} \cdot (\vartheta \cdot x_{TIMP}) + P_{Tetto,1sup} \cdot \left(\vartheta \cdot x_{Tetto,1sup}\right) + P_{Tetto,2sup} \cdot \left(\vartheta \cdot x_{Tetto,2sup}\right)\right)$$

Dalla risoluzione delle formule precedenti si ha:

$$L_{inst} = \alpha_0 \cdot 242.87\ kNm - 0.87\ kNm$$

$$L_{stab} = -75.03\ kNm$$

$$L_e = \alpha_0 \cdot 242.87\ kNm - 0.87\ kNm - 75.03\ kNm$$

Per quanto riguarda il lavoro interno nel caso studio, non essendo presenti campi tensionali staticamente ammissibili generati da tagli o fessure, esso è nullo.

$$L_i = 0\ kNm$$

A questo punto, sfruttando il principio di lavori virtuali si ha:

$$L_e = L_i$$

$$\alpha_0 \cdot 242.87\ kNm - 0.87\ kNm - 75.03\ kNm = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{75.90}{242.87} = 0.31$$

Il coefficiente α_0 ottenuto risulta essere uguale a quello ottenuto in assenza di tiranti infatti, esso era 0.31. Pertanto, si può asserire che tale intervento può considerarsi inefficace nei confronti del ribaltamento fuori piano del timpano.

E 'ora possibile procedere alla verifica allo SLV e SLD.
Il primo valore da dover valutare è la massa partecipante M*. Essa è fornita dalla seguente formula:

$$M^* = \left| \frac{(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot u_i)^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot {u_i}^2} \right| = 488676.08\ kg$$

dove:

- Pi sono le forze peso relative alle i-esime masse;
- ui è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'i-esimo peso Pi;
- g è l'accelerazione di gravità;
- n + m è il numero delle forze peso Pi applicate le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica.

Si valuta ora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo a_0*, in conformità con quanto presente nel paragrafo C8A.4.2.2 della circolare 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009), è:

$$a_0^* = \frac{a_0 \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot F_C} = 2.60\ m/s^2$$

dove:

- F_C è il fattore di confidenza pari a 1.18;

La verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di danno è soddisfatta qualora l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo sia superiore all'accelerazione di picco della domanda sismica. Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, l'accelerazione di attivazione del meccanismo viene confrontata con l'accelerazione al suolo, ovvero lo spettro elastico, valutato per T=0.

$$a_0^* \geq a_g(P_{VR}) \cdot S$$

dove:

- a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento come definiti al paragrafo 3.2 delle NTC18;
- S è definito al paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18.

Se invece il meccanismo locale interessa una porzione della costruzione posta ad una certa quota (come nel caso d'analisi), si deve tener conto del fatto che l'accelerazione assoluta alla quota della porzione di edificio interessata dal cinematismo è in genere amplificata rispetto a quella al suolo. In aggiunta alla formula precedente, si verifica anche che:

$$a_0^* \geq S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma$$

dove:

- Se(T1) è lo spettro elastico, definito nel paragrafo 3.2.3.2.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018), calcolato per il periodo T1;
- T1 è il primo periodo di vibrazione dell'intera struttura nella direzione considerata;
- φ(Z) è il primo modo di vibrazione nella direzione considerata, normalizzato ad uno in sommità all'edificio; in assenza di valutazioni più accurate può essere assunto φ(Z)=Z/H, dove H è l'altezza della struttura rispetto alla fondazione;
- Z è l'altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi interessati dal meccanismo ed il resto della struttura;
- γ è il corrispondente coefficiente di partecipazione modale (in assenza di valutazioni più accurate può essere assunto γ=3N/(2N+1), con N numero di piani dell'edificio).

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica di sicurezza nei confronti dello stato limite di salvaguardia della vita è soddisfatta se l'accelerazione spettrale a^*_0 a che attiva il meccanismo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR}) \cdot S}{q}$$

in cui q è il fattore di struttura che, essendo la verifica in oggetto relativa ad un elemento isolato in aggetto (la facciata), è posto pari a 1.5.

Se invece il meccanismo locale interessa una porzione della costruzione posta ad una certa quota, si deve tener conto del fatto che l'accelerazione assoluta alla quota della porzione di edificio interessata

dal cinematismo è in genere amplificata rispetto a quella al suolo. Una approssimazione accettabile consiste nel verificare, oltre alla disuguaglianza precedente, anche la seguente:

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q}$$

Si riporta di seguito una tabella contenente le informazioni relative all'accelerazione del suolo nel comune di Casale Monferrato.

Tabella 90. Accelerazione al suolo nel comune di Casale Monferrato

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
Categoria topografica	T1	
VN	50 anni	
C_U	1.5	
VR	50 anni	
PVR	63 %	10 %
TR	50 anni	475 anni
S	1.5	
a_g	0.023 g	0.043 g
a_gS	0.0345 g	0.0645 g

Mediante modellazione F.E. di tutta la chiesa di Santa Caterina è stato possibile valutare i diversi modi di vibrare di quest'ultima alle diverse frequenze (si rimanda al capitolo 4 della presente per ulteriori informazioni). In particolare, da tale analisi, è risultato che il primo modo di vibrare interessa la lanterna ed esso è pari a:

$$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{3.52} = 0.284\ s$$

Si riportano di seguito i parametri dello spettro elastico allo stato limite SLV e SLD valutati nei precedenti paragrafi.

Parametri indipendenti

STATO LIMITE	SLV
a_g	0,043 g
F_o	2,694
T_C^*	0,296 s
S_S	1,500
C_C	1,569
S_T	1,000
q	1,000

Parametri indipendenti

STATO LIMITE	SLD
a_g	0,023 g
F_o	2,502
T_C^*	0,199 s
S_S	1,500
C_C	1,790
S_T	1,000
q	1,000

Parametri dipendenti

S	1,500
η	1,000
T_B	0,155 s
T_C	0,464 s
T_D	1,774 s

Parametri dipendenti

S	1,500
η	1,000
T_B	0,119 s
T_C	0,356 s
T_D	1,692 s

Figure 9-4: Parametri dello lo spettro elastico SLV e SLD (D.M. 17 gennaio, 2018)

Per la valutazione di $S_e(T_1)$ le NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) forniscono diverse formulazioni a seconda del valore di T_1, T_B e T_C.
Queste formulazioni sono:

$$0 \leq T_1 < T_B \rightarrow S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left[\frac{T_1}{T_B} + \frac{1}{\eta \cdot F_0} \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_B}\right)\right]$$

$$T_B \leq T_1 < T_C \rightarrow S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0$$

$$T_C \leq T_1 < T_D \rightarrow S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C}{T_1}\right)$$

$$T_D \leq T_1 \rightarrow S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{{T_1}^2}\right)$$

Nel caso analizzato, visto che T_1 e compreso tra T_B e T_C sia per lo stato limite SLV che per quello SLD, è utilizzata la formula seguente:

$$T_B \leq T_1 < T_C \rightarrow S_e(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0$$

Utilizzando i valori precedentemente ottenuti si riportano i risultati ottenuti nelle tabelle sottostanti.

Tabella 91. Se(T1) per lo stato SLV

SLV		
a_g	0.043	[g]
a_g	0.422	[m/s^2]
S	1.5	[-]
η	1	[-]
F_o	2.67	[-]
T_1	0.284	[s]
T_B	0.155	[s]
T_C	0.464	[s]
T_D	1.774	[s]
$S_e(T_1)$	1.69	[m/s^2]

Tabella 92. Se(T1) per lo stato SLD

SLD		
a_g	0.023	[g]
a_g	0.226	[m/s^2]
S	1.5	[-]
η	1	[-]
F_o	2.502	[-]
T_1	0.284	[s]
T_B	0.119	[s]
T_C	0.356	[s]
T_D	1.692	[s]
$S_e(T_1)$	0.85	[m/s^2]

Si valuta ora il parametro $\varphi(Z)$ che, come prescritto dalla circolare esplicativa 617 del 2009, può essere valutato con la seguente formula:

$$\varphi(Z) = \frac{Z}{H} = \frac{14.75}{35.50} = 0.42$$

dove:

- H è l'altezza della struttura rispetto alla fondazione che, nel caso studio, è pari a 35.50 m;
- Z è l'altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi interessati dal meccanismo ed il resto della struttura; nel caso studio è pari a 14.75 m.

Infine manca valutare il parametro γ che corrispondente al coefficiente di partecipazione modale. Esso, come prescritto dalla circolare esplicativa 617 del 2009 (Circolare 617, 2 Febbraio 2009), può essere valutato con la seguente formula:

$$\gamma = \frac{3 \cdot N}{(2 \cdot N) + 1} = \frac{3 \cdot 1}{(2 \cdot 1) + 1} = 1$$

dove:

- N rappresenta il numero di piani dell'edificio; nel caso studio esso è 1.

A questo punto si hanno tutti i dati per le verifiche rispetto ai due stati limite considerati. I risultati sono ripostati nelle tabelle seguenti.

Tabella 93. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di danno SLD

SLD		
a^*_0	2.63	[m/s^2]
a_gS	0.338	[m/s^2]
$S_e(T_1)\varphi(Z)\gamma$	0.352	[m/s^2]
$a^*_0 > a_gS$	VERIFICATO	
$a^*_0 > S_e(T_1)\varphi(Z)\gamma$	VERIFICATO	

Tabella 94. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV

SLV		
q	1.5	[-]
a^*_0	2.63	[m/s^2]
$(a_gS)/q$	0.422	[m/s^2]
$(S_e(T_1)\varphi(Z)\gamma)q$	0.472	[m/s^2]
$a^*_0 > (a_gS)/q$	VERIFICATO	
$a^*_0 > (S_e(T_1)\varphi(Z)\gamma)/q$	VERIFICATO	

Dalle tabelle precedenti risulta evidente come la verifica al livello di sicurezza 2 (LV2) sia allo stato limite di danno che allo stato limite di salvaguardi della vita risulta superata per il meccanismo di ribaltamento globale fuori piano del timpano.

9.3 Dimensionamento delle catene

Affinché una catena metallica contribuisca al miglioramento della capacità resistente di una struttura in muratura e in generale ne impedisca i diversi meccanismi di ribaltamento, è necessario effettuare il corretto dimensionamento dei suoi componenti. La massima azione di trazione che un tirante è in grado di sopportare dipende infatti dalla resistenza offerta dalla barra d'acciaio, dal capochiave e dalla muratura limitrofa (Vinci, 2014) (Rocco, 2014).

9.3.1 Valutazione della resistenza

La resistenza T_R (massimo sforzo di trazione che riesce a sopportare) di un tirante dipende dal cavo (T_t), dalla muratura (T_m) e dal capochiave (T_c) e si ottiene dalla seguente relazione:

$$T_R = min(T_t\ ;\ T_m\ ;\ T_c)$$

9.3.1.1 Resistenza del cavo

La massima azione di calcolo sopportabile dal cavo (T_t) è fornita dal prodotto tra la resistenza caratteristica a snervamento per trazione dell'acciaio (f_{yk}) e l'area del cavo (A_t). Il tutto viene poi diviso per il coefficiente di sicurezza del materiale (γ_{m0}).

$$T_t = \frac{f_{yk} \cdot A_t}{\gamma_{m0}} = f_{yd} \cdot A_t$$

Il materiale scelto per il cavo è l'acciaio inox scelto AISI 314.

Tabella 95: Caratteristiche acciaio inox AISI 314

AISI 314			
Tipologia	Densità a 20°C Kg/dm^3	Modulo elastico a 20°C KN/mm^2	f_{yk} N/mm^2
Austenitico	7.9	200	345

Pertanto, in conformità con le NTC18, f_{yd} è:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{m0}} = \frac{345}{1.05} = 328.57\ N/mm^2$$

dove:

- f_{yd} rappresenta la resistenza di progetto a snervamento dell'acciaio;
- γ_{m0} è un coefficiente di sicurezza attraverso il quale si valuta la resistenza di progetto; per l'acciaio esso è pari a 1.05;
- f_{yk} rappresenta la resistenza caratteristica a snervamento dell'acciaio; in questo caso, visto che si sta utilizzando acciaio inox AISI 314, essa è pari a 345 N/mm^2.

La sezione scelta per il cavo è una sezione circolare di diametro 20 mm pertanto, verranno utilizzati cavi ∅20. L'area della sezione è fornita dalla seguente equazione:

$$A_t = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 20^2}{4} = 314.16\ mm^2$$

A questo punto è ora possibile valutare la massima azione di calcolo sopportabile dal cavo (T_t).

$$T_t = f_{yd} \cdot A_t = \frac{328.57 \cdot 314.16}{1000} = 103.22\ kN$$

9.3.1.2 Resistenza della muratura_punzonamento

La resistenza della muratura dipende dalla geometria del capochiave e dalle caratteristiche meccaniche e dimensionali della muratura. La massima resistenza a trazione applicabile al tirante (T_m) per effetto della resistenza della muratura è fornita dal minore dei due contributi dovuti all'attrito (resistenza a trazione $T_{m,a}$) e alla coesione (resistenza a taglio $T_{m,t}$) nella muratura.

$$T_m = min\left(T_{m,a}\ ;\ T_{m,t}\right)$$

Il primo meccanismo resistente prevede che all'azione del tirante si oppone la coesione dell'apparato murario esprimibile mediante la resistenza a trazione di quest'ultimo.
In questo meccanismo lo sforzo normale di trazione $T_{m,a}$ del tirante genera sulla muratura, attraverso il capochiave, uno stato tensionale che tende a far staccare una porzione di muratura in prossimità del capochiave stesso. Si fa l'ipotesi che la muratura si stacchi con forma troncopiramidale avente l'inclinazione delle pareti laterali a 45°.
Pertanto per effetto della forza $T_{m,a}$ trasmessa dal tirante si genera sulla superficie di distacco uno stato tensionale di trazione. Fino a quando la tensione è inferiore al valore limite, il sistema è in equilibrio. Per valori di tensione superiori a quello limite, avviene il distacco del tronco di piramide. La forza di trazione normale alla superficie del tronco di piramide richiesta per il distacco è data dalla seguente relazione:

$$N = \frac{\tau_o \cdot A_l}{\gamma_m \cdot F_C} = \tau_d \cdot A_l$$

dove:

- A_l è la superficie laterale di calcolo a trazione della muratura;
- τ_o è la resistenza media a taglio della muratura in assenza di tensioni normali;
- γ_m è il coefficiente parziale di sicurezza sulla resistenza del materiale; viene definito nella tabella 4.5.II in paragrafo 4.5.6.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Il coefficiente è pari a 2 nel caso studio;
- F_c è il fattore di confidenza. Nel caso studio è pari a 1.18;
- τ_d è il valore della resistenza di progetto a taglio in assenza di tensioni normali;

$$\tau_d = \frac{\tau_o}{\gamma_m \cdot F_C} = \frac{0.05}{2\ \cdot 1.18} = 0.0212\ N/mm^2$$

La muratura viene dunque considerata un corpo omogeneo e isotropo, di cui si valuta la resistenza allo strappamento del solido di distacco moltiplicando la superficie laterale di tale volume, per la

componente nella direzione dell'asse della catena della resistenza a trazione della muratura. Il capochiave scelto è il paletto inclinato di 45° rispetto all'orizzontale.

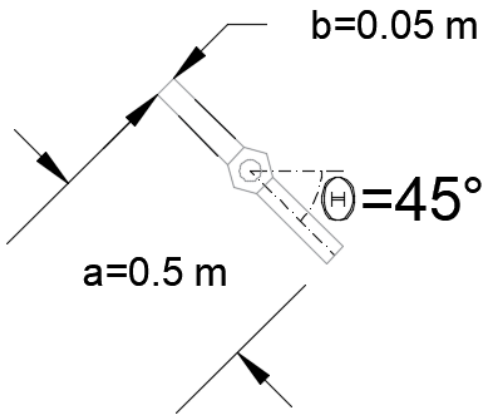

Figura 9.19: Tirante con capochiave a paletto

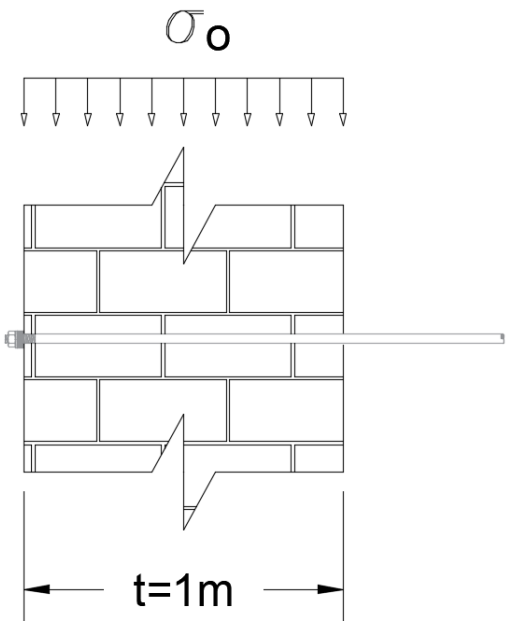

Figura 9.20: Tirante con capochiave a paletto

La superficie laterale del tronco di piramide A_l è la seguente:

$$A_l = \sqrt{2} \cdot t \cdot (a + b + 2 \cdot t)$$

dove:

- a e b sono i lati del capochiave. a=500 mm mentre b=50 mm;
- t è lo spessore della muratura. Esso è pari a 1000 mm.

Pertanto:

$$A_l = \sqrt{2} \cdot 1000 \cdot (500 + 50 + 2000) = 3606244.584\ mm^2$$

Nota la superficie laterale si può ora valutare la componente parallela al tirante della resistenza della muratura per trazione $T_{m,a}$.

$$T_{m,a} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot N = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \tau_d \cdot A_l = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0.0212 \cdot 3606244.584}{1000} = 108.05\ kN$$

Oltre a questo meccanismo bisogna poi valutare una seconda resistenza dovuta all'attrito che si genera per lo scorrimento di un solido di distacco rispetto all'altro. Per il calcolo della resistenza massima per taglio Tm,t si ipotizza che il solido di distacco è definito dall'intersezione tra il piano medio del muro ed il tronco di piramide prima definito; in tal modo si ottiene un parallelepipedo avente lati di base pari ad a + t.

La resistenza massima per taglio $T_{m,t}$ è data dal seguente integrale:

$$T_{m,t} = \int_A \tau_{vd}\ dA$$

dove:

- A_l è la superficie laterale del parallelepipedo che si distacca;
- τ_{vd} è la resistenza di calcolo a taglio della muratura in presenza di tensioni normali.

La resistenza di calcolo a taglio della muratura in presenza di tensioni normali τ_{vd} è fornita al paragrafo 11.10.3.3 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

$$\tau_{vd} = \tau_d + 0.4 \cdot \sigma_o$$

dove:

- τ_d è il valore della resistenza di progetto a taglio in assenza di tensioni normali;
- σ_o è la è la tensione normale media nella sezione di verifica. Essa, considerando che il tiro applicato al singolo tirante è 100 kN, è:

$$\sigma_o = \frac{T}{a \cdot b} = \frac{100000}{500 \cdot 50} = 4\ N/mm^2$$

Sostituendo nell'integrale precedente si ottiene:

$$T_{m,t} = \int_A \tau_d + 0.4 \cdot \sigma_o\ dA$$

Risolvendo l'integrale e sostituendo i parametri del caso studio si ha:

$$T_{m,t} = 2 \cdot t \cdot (\tau_d \cdot (a + b + 2 \cdot t) + 0.4 \cdot \sigma_o \cdot [(a + t) \cdot \cos(\theta) + (b + t) \cdot \sin(\theta)])$$

$$T_{m,t} = 2 \cdot 1000 \cdot (0.0212 \cdot (200 + 50 + 2 \cdot 1000) + 0.4 \cdot 4 \cdot [(500 + 1000) \cdot \cos(10) + (50 + 1000) \cdot \sin(10)]) = 5878.04\ kN$$

In conclusione, essendo la massima resistenza a trazione applicabile al tirante (T_m) per effetto della resistenza della muratura fornita dal minore dei due contributi dovuti all'attrito (resistenza a trazione $T_{m,a}$) e alla coesione (resistenza a taglio $T_{m,t}$) nella muratura, si ha che:

$$T_m = min(T_{m,a}\ ;\ T_{m,t}) = 108.05\ kN$$

9.3.2 Resistenza del capochiave

La forza di trazione del tirante viene equilibrata dal capochiave per effetto del contatto con la muratura. Affinché il tirante sia efficace, il capochiave deve essere dimensionato in maniera tale da essere capace di contrastare la suddetta forza. Viste le modeste dimensioni degli elementi, per il dimensionamento si propone un metodo di calcolo approssimato a vantaggio di sicurezza. Si ipotizza che il capochiave si mantiene rigido e che la forza T trasmessa dal tirante viene equilibrata da una tensione σ uniformemente distribuita su tutta la superficie di contatto del capochiave con la muratura.

Data la forza T trasmessa dal tirante, la tensione σ sulla parete è data dalla seguente relazione:

$$\sigma = \frac{T}{A} = \frac{100}{(200 \cdot 50)} = 0.004\ kN/mm^2$$

dove:

- T è il tiro;
- A è la superficie del capochiave a contatto con la muratura.

Per calcolare le azioni sollecitanti sul capochiave si considera la piastra di contatto con la muratura incastrata al centro, cioè nella zona in cui è bullonato il cavo.

Sotto queste condizioni è possibile calcolare il taglio V ed il momento M all'incastro:

$$M = \frac{T}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{100}{2} \cdot \left(\frac{500}{2}\right) = 12500\ kN/mm^2$$

$$V = \frac{T}{2} = \frac{100}{2} = 50\ kN$$

Sfruttando le equazioni note dalla scienza delle costruzioni sulla verifica a flessione e taglio, si determinano le corrispondenti tensioni assiali e tangenziali massine nella sezione. Esse sono:

$$\sigma(x, y) = \frac{M \cdot y_{max}}{I_x}$$

$$\tau(x, y) = \frac{V \cdot S_x}{I_x \cdot b}$$

dove:

- y_{max} è la distanza tra il baricentro e lo spigolo superiore della sezione;
- S_x momento statico rispetto a x;
- I_x momento d'inerzia rispetto a x;
- s è lo spessore del paletto.

Pertanto:

$$y_{max} = \frac{s}{2} = \frac{20}{2} = 10\ mm$$

$$Momento\ statico\ S = A \cdot y_G = 500 \cdot 50 \cdot \frac{20}{2} = 250000\ mm^3$$

$$Momento\ d'inerzia\ I = \frac{a \cdot b^3}{12} = \frac{500 \cdot 50^3}{12} = 5208333.33\ mm^4$$

Sostituendo i valori nella formula precedente si ha:

$$\sigma(x,y) = \frac{M \cdot y_{max}}{I_x} = \frac{250000 \cdot 10}{5208333.33} = 0.024\ kN/mm^2$$

$$\tau(x,y) = \frac{V \cdot S_x}{I_x \cdot b} = \frac{50 \cdot 100000}{5208333.33 \cdot 50} = 0.048\ kN/mm^2$$

Attraverso il criterio di rottura di Von Mises si valuta la tensione ideale σ_{id} ed attraverso essa di esegue la verifica confrontandola con la tensione di snervamento dell'acciaio.

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2(x,y) + 3 \cdot \tau^2(x,y)} = \sqrt{0.024^2 + 3 \cdot 0.048^2} = 86.53\ N/mm^2$$

$$\sigma_{id} \leq f_{yd}$$

Il materiale scelto per il capochiave è l'acciaio inox scelto AISI 314.

Tabella 96: Caratteristiche acciaio inox AISI 314

AISI 314			
Tipologia	Densità a 20°C Kg/dm^3	Modulo elastico a 20°C KN/mm^2	f_{yk} N/mm^2
Austenitico	7.9	200	345

Pertanto, in conformità con le NTC18, f_{yd} è:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{m0}} = \frac{345}{1.05} = 328.57\ N/mm^2$$

dove:

- f_{yd} rappresenta la resistenza di progetto a snervamento dell'acciaio;
- γ_{m0} è un coefficiente di sicurezza attraverso il quale si valuta la resistenza di progetto; per l'acciaio esso è pari a 1.05;
- f_{yk} rappresenta la resistenza caratteristica a snervamento dell'acciaio; in questo caso, visto che si sta utilizzando acciaio inox AISI 314, essa è pari a 345 N/mm^2.

Si hanno ora tutti i dati per sviluppare la verifica.

$$86.53 \frac{N}{mm^2} \leq 328.57 \frac{N}{mm^2} \rightarrow LA\ VERIFICA\ E'SODDISFATTA$$

$$T_c = A \cdot \sigma_{id} = 500 \cdot 50 \cdot 86.53 = 2163.33\ kN$$

9.3.3 Valutazione della resistenza

Considerando i calcoli fin ora svolti si ha che:

$$T_R = min(T_t\ ;\ T_m\ ;\ T_c) = 103.22\ kN$$

Confrontando tale valore con il tiro di progetto risulta che il tirante progettato soddisfa i requisiti prestazionali minimi.

$$T_R \geq T \rightarrow 103.22\ kN \geq 100\ kN \rightarrow LA\ VERIFICA\ E'SODDISFATTA$$

9.4 Conclusioni

L'operazione di miglioramento sismico proposta nel seguente capitolo, ha messo in evidenza come l'inserimento di elementi esteticamente non invasivi e strutturalmente reversibili, i tiranti, permetta il soddisfacimento della verifica al livello di sicurezza 2 (LV2), relativa al meccanismo di collasso globale fuoripiano della facciata, sia allo stato limite di salvaguardia della vita (SLV) che allo stato limite di danno (SLD).

Si riporta di seguito il prospetto della facciata principale nel quale sono stati inseriti i tiranti.

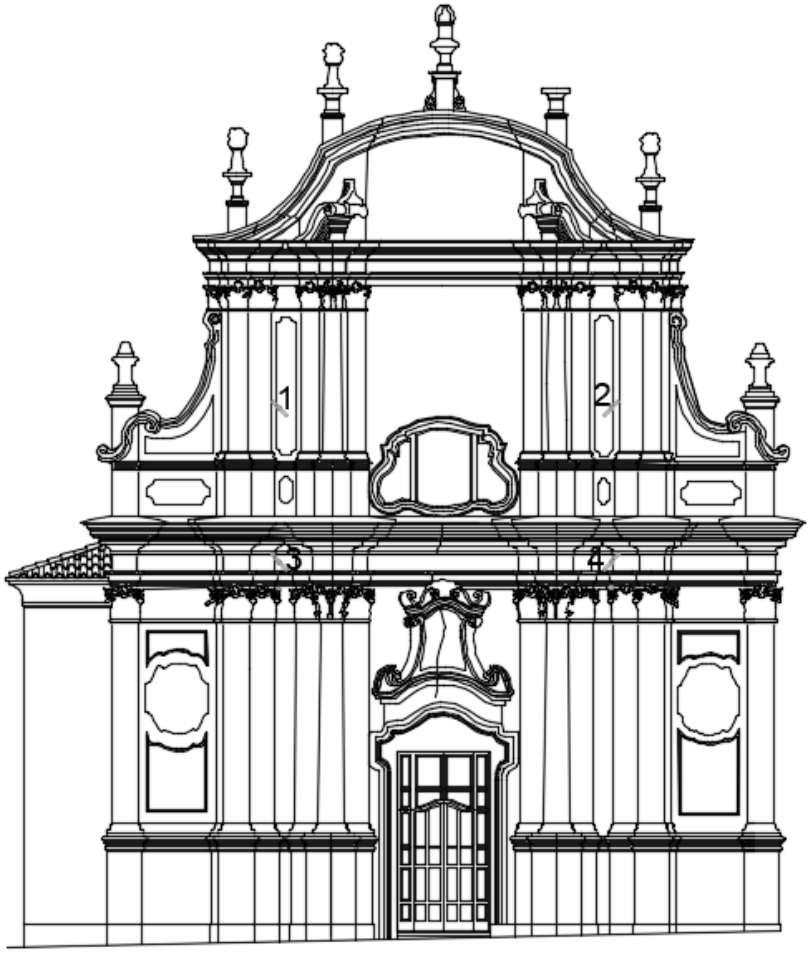

Figure 9-5: Prospetto facciata principale della chiesa di Santa Caterina con tiranti

10 Tiranti realizzati con shape memory alloy devices – SMAD

Il restauro ed il miglioramento del patrimonio storico culturale architettonico è oggigiorno, una sfida costante per gli ingegneri civili. Infatti, sono sempre maggiori gli studi in campo scientifico volti a ricercare criteri di restauro che vadano ad incrementare le prestazioni degli interventi tradizionali e che ne vadano inoltre, a ridurre l'incisività estetica.

Tra i diversi filoni di ricerca, uno di quelli che sta riscontrando i risultati più significativi, è quello legato alla protezione sismica del patrimonio architettonico. L'obbiettivo di questa branca di ricerca è, in linea generale, volto a sviluppare nuove tecniche d'intervento che possano garantire la stabilità e l'integrità delle strutture in cui sono impiegate, a seguito di un sisma. Per soddisfare questa necessità, sono state svolte numerose ricerche e, tra di esse, meritano particolare attenzione le tecniche antisismiche basate sull'impiego di leghe a memoria di forma (shape memory alloy devices – SMAD). Tali dispositivi presentano svariati campi applicativi e, tra di essi, uno di quelli in cui si hanno le maggiori prestazioni, è quello che prevede di utilizzarli come tiranti infatti, essi risultano maggiormente efficaci rispetto ai più tradizionali tiranti in acciaio. Tale assunzione è stata dimostrata oltre che teoricamente, anche attraverso prove di simulazione sismica su tavola vibrante, su modelli di pareti in muratura di mattoni, svolte nell'ambito del progetto di ricerca "ISTECH".

10.1 Caratterizzazione degli shape memory alloy devices – SMAD

Le leghe a memoria di forma (shape memory alloy devices – SMAD) presentano svariate proprietà termo-meccaniche di grande applicabilità per il campo dell'ingegneria civile e dell'ingegneria sismica. Tali proprietà, sono associate alla trasformazione fisica tra la fase austenitica e martensitica della lega metallica (NiTi, CuAlNi, CuZnAl) che compone lo SMAD; tra di esse, quella che si può ritenere la più utile, nel campo della protezione sismica del patrimonio architettonico tutelato, è la "superelasticità", il cui significato è espresso dalle figure sottostanti.

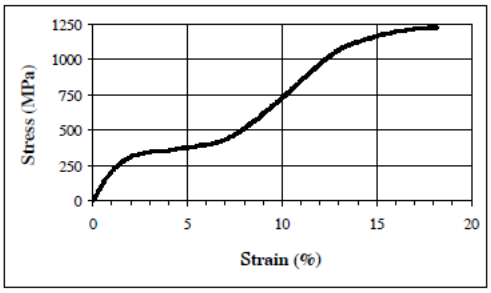

Figure 10-1: Prova monotonica di trazione fino a rottura di un filo NiTi (M.G.Castellano)

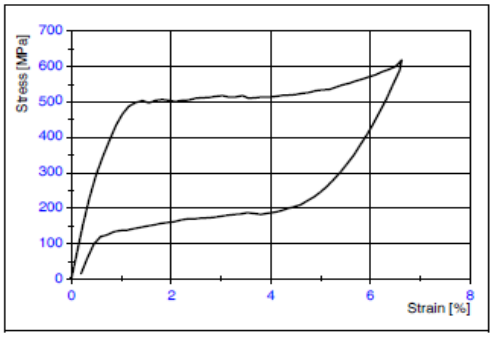

Figure 10-2: Prova ciclica di trazione, nel campo superelastico, di un filo NiTi (M.G.Castellano)

Nella figura 9-1 è mostrata la curva tensione-deformazione relativa ad un filo in lega NiTi. Qui è possibile notare un iniziale tratto elastico lineare, a cui corrisponde la deformazione elastica del materiale nella sua fase austenitica, e poi, all'aumentare della tensione, inizia la trasformazione di fase (da austenite a martensite) in cui si nota la crescita della deformazione fino ad un valore critico, detto "massima deformazione superelastica" (solitamente compreso nell'intervallo 4 % - 10 %), a cui è associata però una tensione pressoché costante. Si osserva dunque un "plateau" simile a quello dovuto alla plasticizzazione di un metallo duttile; tuttavia, in tal caso, esso è dovuto alla trasformazione di fase tenso-indotta. Se la deformazione imposta supera la massima deformazione superelastica, si verifica un ulteriore deformazione elastica lineare che, questa volta però, è associata alla fase martensitica, e dopo di essa, continuando ad aumentare il carico, si ha prima la sua plasticizzazione (più o meno duttile a seconda del tipo di lega e dei trattamenti termo-meccanici subiti) e poi la rottura. Pertanto, dal grafico in figura, risultano evidenti gli elevati benefici generati dalla trasformazione fisica tra la fase austenitica e martensitica della lega metallica; infatti, sia la tensione di snervamento che la deformazione a rottura, risultano essere molto maggiori della tensione a cui avviene la trasformazione di fase e della massima deformazione superelastica.

Nella figura 9-2 è mostrato invece il ciclo isteretico generato dalle curve di carico (fino alla massima deformazione superelastica) e scarico di un filo in lega NiTi. Qui è possibile osservare che a seguito dello scarico tensionale, il materiale è in grado di recuperare quasi completamente la deformazione subita durante la fase di carico; ecco perché essi sono definite leghe "superelastiche". Ciò, è giustificato dal fatto che la rimozione della tensione induce una trasformazione di fase inversa da martensite ad austenite e, grazie a questa proprietà degli SMAD, cioè la reversibilità della trasformazione di fase, possono essere applicati migliaia di cicli senza che il materiale subisca un danneggiamento (a differenza che nel caso di plasticizzazione, che può essere sfruttata per non più di qualche decina di cicli).

10.2 Shape memory alloy devices (SMAD) usati come tiranti

L'incremento dell'ammorsamento tra elementi di collegamento, anziché essere realizzato attraverso catene metalliche, può essere fatto con dispositivi in lega a memoria di forma (SMAD) che agiscano come segue (M.G.Castellano):

a) *in condizioni di esercizio, il dispositivo non applica nessuna forza statica agli elementi strutturali che connette, e per questo è detto" auto-equilibrato";*
b) *a fronte di azioni dinamiche di moderata intensità (vento, sismi deboli), il dispositivo rimane rigido (con rigidezza paragonabile a quella di una barra in acciaio) fino ad un valore prestabilito di forza;*
c) *a fronte di azioni dinamiche di intensità maggiore (ad es., il sisma di progetto), la rigidezza del dispositivo diminuisce sensibilmente (grazie al plateau superelastico della lega a memoria di forma), permettendo alla parete spostamenti "controllati", mentre la forza trasmessa rimane pressoché costante. Ciò consente una riduzione dell'amplificazione delle accelerazioni, rispetto al caso di una connessione rigida, grazie alla deformazione elastica della parete; si accetta tuttavia anche la formazione di micro-fessure nella parete, attraverso*

le quali è dissipata una parte dell'energia sismica. In tal modo la struttura può resistere a terremoti di alta intensità senza crollare, anche se danneggiata.

d) *nel caso che il sisma abbia intensità superiore al valore di progetto, il dispositivo reagisce, al di là dello spostamento di progetto, con un irrigidimento, in modo tale da evitare il ribaltamento della parete. Tale irrigidimento può essere ottenuto sia facendo lavorare i fili in lega a memoria di forma nel campo elastico della fase martensitica, sia attraverso l'opportuna attivazione di fine corsa meccanici.*

Nell'ambito del progetto di ricerca "ISTECH" sono state sviluppate numerose analisi numeriche e prove sperimentali che hanno dimostrato la maggiore efficacia dei dispositivi in lega a memoria di forma rispetto ai tradizionali tiranti in acciaio.
Nello specifico, sono state effettuate prove di simulazione sismica su tavola vibrante, su due modelli di pareti murarie collegati agli orizzontamenti rispettivamente con SMAD e con tiranti in acciaio. L'analisi della risposta di questi due sistemi a seguito dell'applicazione simulata di terremoti ad intensità crescente ha evidenziato che, nel caso di collegamento con tiranti in acciaio, il primo meccanismo di collasso è stato il ribaltamento della parte di muratura soprastante il collegamento (ovvero la parte che simulava il timpano) mentre, il meccanismo di collasso finale è stato per flessione, con la formazione di una lesione passante ad un'altezza intermedia tra la base della muratura e l'orizzontamento. Per quanto riguarda invece il sistema con gli SMAD, la parete muraria non ha subito alcun danno visibile, pur avendo subito la stessa sequenza di prove sismiche. Questa sensibile differenza di comportamento è perfettamente comprensibile dall'esame della figura sottostante, che mostra i valori di picco delle accelerazioni misurate a diverse altezze nei due modelli. Da essa infatti, si può notare che le accelerazioni sono molto più basse nel caso di utilizzo dei dispositivi in lega a memoria di forma.

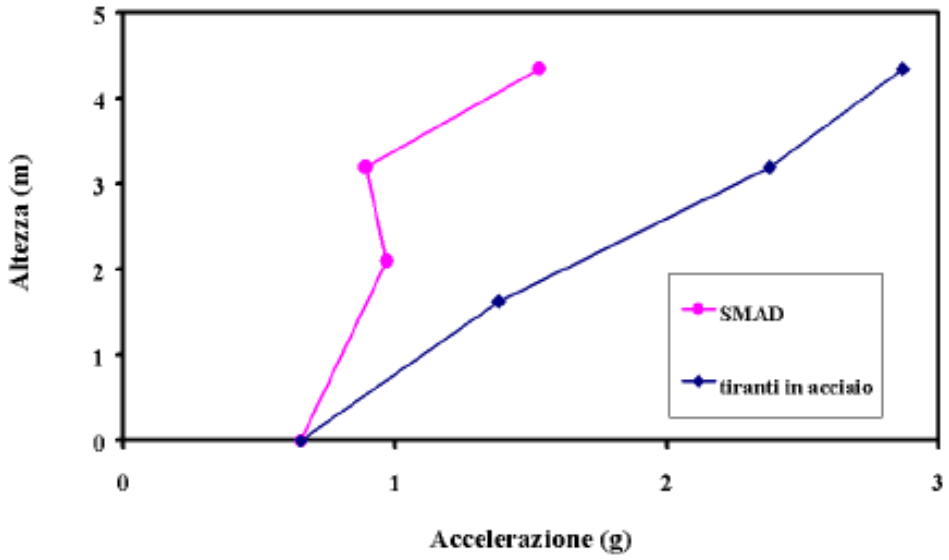

Figure 10-3: Valori massimi delle accelerazioni misurate a diverse altezze, durante la prova sismica che ha provocato il collasso della parte superiore del muro collegato mediante tiranti in acciaio (si noti che i collegamenti con l'orizzontamento sono ad un'altezza di 3.4 m) (M.G.Castellano)

Pertanto, i suddetti risultati sperimentali consentono di affermare che, l'utilizzo di SMAD garantisce un incremento almeno del 50% della capacità di una parete muraria di sopportare azioni sismiche al di fuori del suo piano.

In base ai risultati delle analisi numeriche ed al comportamento richiesto (punti a, b, c, d), sono stati progettati, realizzati e sottoposti a prove, diversi prototipi di dispositivi in lega a memoria di forma. Di seguito si riporta la loro legge costitutiva.

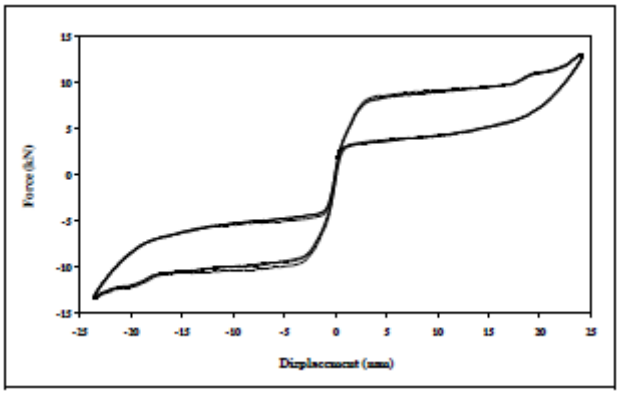

Figure 10-4: Cicli forza-spostamento misurati su un dispositivo "a plateau singolo" (prova a spostamento imposto; ampiezza ± 25 mm, frequenza 1 Hz) (M.G.Castellano)

La figura precedente mostrata la curva forza-spostamento di un dispositivo con il comportamento sopra descritto; tale curva è stata misurata in prove dinamiche cicliche a spostamento imposto con legge sinusoidale (ampiezza ± 25 mm, frequenza 1 Hz). Si noti che il comportamento ciclico è estremamente stabile.

Tali risultati hanno pertanto evidenziato che, per quanto attiene la progettazione di tali dispositivi, bisogna porre particolare attenzione alla definizione del valore ottimo di "spostamento controllato". Infatti, spostamenti maggiori da un lato permetterebbero una maggiore dissipazione di energia, ma dall'altro comporterebbero un maggiore danneggiamento della muratura. Un altro punto delicato della progettazione è la definizione del valore ottimo della forza corrispondente al plateau superelastico.

Pertanto, un'evoluzione del dispositivo prima descritto "singole-plateau" è il tipo detto "multi-plateau" di cui se ne riporta di seguito la legge costitutiva.

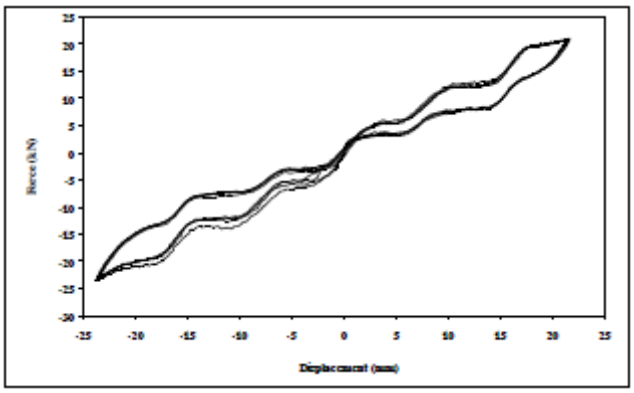

Figure 10-5: Cicli forza-spostamento di uno SMAD auto-equilibrato multi-plateau, misurati in una prova dinamica a spostamento imposto con legge sinusoidale (ampiezza ± 24 mm, frequenza 2 Hz) (M.G.Castellano)

La figura precedente mostra un esempio della legge costitutiva di un dispositivo con 3 plateau, sottoposto ad una prova ciclica sinusoidale con frequenza pari a 2 Hz. Questa tipologia di SMAD ha il vantaggio di essere meno sensibile sia alle caratteristiche della muratura che all'intensità del

terremoto. Infatti, le analisi numeriche hanno mostrato che il valore ottimale della forza di progetto di uno SMAD "a plateau singolo" dipende dalla resistenza a trazione della muratura (in particolare, aumenta all'aumentare della resistenza a trazione). Se la resistenza reale fosse sovrastimata in fase di progetto, e fosse quindi sovrastimata anche la forza di progetto dello SMAD, ci sarebbe il rischio che la struttura si danneggi prima che il dispositivo arrivi al plateau, cioè mentre è ancora rigido (vedere punto b sopra). Al contrario, se la resistenza della muratura e di conseguenza la forza di progetto dello SMAD fossero sottostimate, ci sarebbe il rischio che la struttura raggiunga spostamenti troppo grandi. Questi rischi possono essere evitati o almeno sostanzialmente ridotti con i dispositivi "multi-plateau"; con questi infatti, il progettista può scegliere due o più livelli di forza e gli spostamenti corrispondenti, tenendo conto di un ampio intervallo delle proprietà meccaniche della muratura, e raggiungendo così un buon livello di ottimizzazione. Inoltre, grazie a questo comportamento, il dispositivo risponderà con diversi livelli di forza, a seconda dell'intensità del sisma e dei conseguenti spostamenti.

Figure 10-6: Uno SMAD auto-equilibrato multi-plateau installato nella Basilica di San Francesco ad Assisi (M.G.Castellano)

10.3 Dispositivi antisismici in lega a memoria di forma per la protezione sismica dei timpani dei transetti della Basilica di San Francesco ad Assisi

La Basilica di San Francesco ad Assisi è stata sottoposta a numerosi e complessi interventi di restauro strutturale e miglioramento sismico per fronteggiare i danni, che essa subì, durante il terremoto del 1997. Tra le diverse tecniche d'intervento realizzate, troviamo anche la prima applicazione al mondo dei dispositivi in lega a memoria di forma (SMAD), usati in questo caso per collegare i due timpani del transetto al tetto.

L'analisi dei danni riportati dalla struttura a seguito del sisma del 1997, evidenziò che i danneggiamenti del timpano del transetto sinistro e destro della Basilica erano stati causati dalla mancanza di un efficace collegamento tra la parete muraria ed il tetto (il cui martellamento contro la parete aveva peggiorato la situazione), oltre che dalla cattiva qualità della muratura (muratura a sacco, con i paramenti in pietra indeboliti dal degrado dei giunti di malta).
Pertanto, per sopperire a tali mancanze ed applicare un miglioramento sismico che risultasse efficace ed allo stesso tempo avesse un basso indice di impatto estetico, si decise di utilizzare, per il collegamento tra le pareti murarie dei due timpani (rinforzate ed in parte ricostruite) e le testate di

falda del tetto, 47 dispositivi in lega a memoria di forma (SMAD) suddivisi in tre tipologie che si differenziano per i valori di forze e spostamenti per cui sono stati progettati.
Di seguito si riporta un particolare di tale intervento.

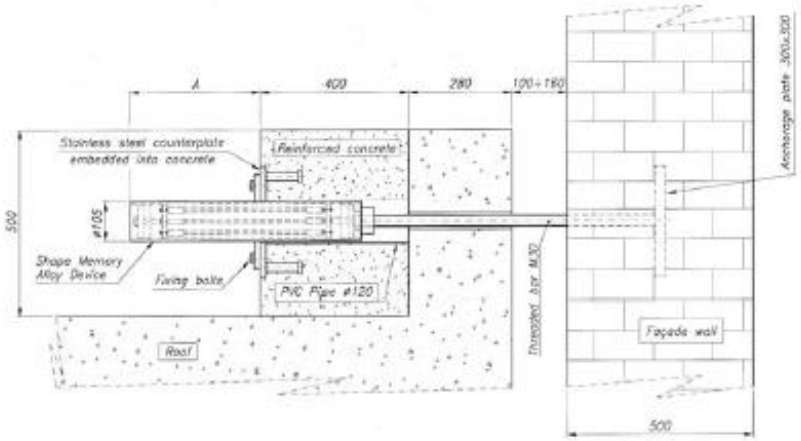

Figure 10-7: Schema del collegamento tra tetto e parete mediante dispositivi in lega a memoria di forma (Segreteria Tecnica del GLIS)

Figure 10-8: Installazione di un dispositivo in lega a memoria di forma (SMAD) (Segreteria Tecnica del GLIS)

Figure 10-9: Particolare di uno SMAD (Segreteria Tecnica del GLIS)

Figure 10-10: Alcuni degli SMAD installati nella Basilica di S. Francesco ad Assisi. (Segreteria Tecnica del GLIS)

11 Incremento prestazionale della facciata della chiesa di Santa Caterina per mezzo di un telaio metallico

Il mancato soddisfacimento dei requisiti di sicurezza di normativa, evidenziati dalle precedenti verifiche globali, ha sottolineato che nella facciata è necessario realizzare un intervento di adeguamento strutturale, se si vogliono raggiugere le prestazioni minime previste dalla normativa NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Si precisa però che, la prima citata norma e le linee guida BBCC (Direttiva BBCC, 2010), prevedono, per gli edifici appartenenti ai beni tutelati (l'oggetto di studio rientra in questa classe), la possibilità di realizzare semplicemente interventi di miglioramento che incrementino le prestazioni strutturale senza stravolgere l'estetica ed i percorsi statici del bene. L'intervento che verrà proposto prevede l'inserimento, dietro la facciata principale, di una struttura metallica che, come si vedrà al termine del capitolo, da un lato non risulta troppo invasiva e pertanto non va a determinare un eccessivo impatto nei confronti dell'estetica globale della chiesa e dall'altro, genera importanti miglioramenti strutturali nei confronti del comportamento globale del manufatto.

11.1 Intervento strutturale

L'intervento strutturale che è stato pensato ha come obiettivo l'irrigidimento della facciata attraverso una struttura metallica collegata al timpano ed al basamento della chiesa. In tal modo si aumenta ulteriormente il legame tra questi due elementi strutturali, con conseguente limitazione delle deformazioni orizzontali nella facciata e soprattutto nel timpano che si generano a seguito di un sisma. Nello specifico l'operazione consiste nel realizzare una struttura in acciaio strutturale S355, collegata al timpano mediante:

- 2 piastre metalliche verticali rettangolari poste a quota +11.70 m (base del sottotetto) aventi le seguenti dimensioni geometriche:

$$l_y = 0.30\ m$$
$$l_z = 4.50\ m$$
$$l_x = 0.04\ m$$

  Nella parte interna al tetto, il sottotetto, la sezione diventa una sezione ad L al fine di creare la connessione non solo con il timpano ma anche con le pareti perimetrali del tamburo. La parte adiacente al muro del tamburo ha dimensioni:

$$l_y = 0.04\ m$$
$$l_z = 1.00\ m$$
$$l_x = 0.30\ m$$

- 1 piastra metallica orizzontale rettangolare posta a quota +16.05 (distanza base-linea media dell'elemento) avente le seguenti dimensioni geometriche:

$$l_y = 6.80\ m$$
$$l_z = 0.30\ m$$
$$l_x = 0.04\ m$$

- 2 piastra metallica inclinate poste a quota +16.05 m nella parte a contatto con il timpano e a quota +12.70 m nella zona del sottotetto. Tali elementi hanno le seguenti dimensioni geometriche:

$$l_y = 0.30\ m$$
$$l_z = 0.04\ m$$
$$l_x = 4.18\ m$$

Al fine di avere un rigido collegamento tra la struttura metallica ed il basamento sono stati pensati ulteriori elementi che verranno posizionati all'interno del sottotetto. Essi sono:

- 2 elementi orizzontali aventi sezione ad L a lati uguali saldati alle piastre di collegamento al timpano prima definite. Esse sono poste a quota +11.70 m (base del sottotetto) ed hanno le seguenti dimensioni geometriche:
$$l_y = 0.30\ m$$
$$l_z = 0.30\ m$$
$$l_x = 2.50\ m$$
$$spessore = 0.04\ m$$
- 2 piastre metalliche verticali rettangolari poste a quota +11.70 m (base del sottotetto). Esse sono saldate all'estremità libera degli elementi ad L prima citati e servono per creare un ulteriore collegamento tra muri del timpano e struttura metallica. Le caratteristiche geometriche di tali elementi sono:
$$l_y = 0.04\ m$$
$$l_z = 1.00\ m$$
$$l_x = 0.30\ m$$

Infine, sempre nel sottotetto, sono state inserite 4 piastre metalliche orizzontali rettangolari poste a quota +12.70 m. Esse svolgono un duplice ruolo infatti, vanno ad irrigidire la struttura permettendo di avere un comportamento d'insieme tra tutti gli elementi ed inoltre possono essere utilizzate come elementi d'appoggio per futuri interventi d'irrigidimento del tetto. Le caratteristiche geometriche di tali elementi sono (a sinistra sono riportate quelle relative agli elementi che si estendono lungo y ed a destra quelli che si estendono lungo x):

$$l_y = 6.80\ m \qquad l_y = 0.30\ m$$
$$l_z = 0.04\ m \qquad l_z = 0.04\ m$$
$$l_x = 0.30\ m \qquad l_x = 2.50\ m$$

Per una migliore comprensione della struttura appena descritta se ne riportano delle rappresentazioni 3D.

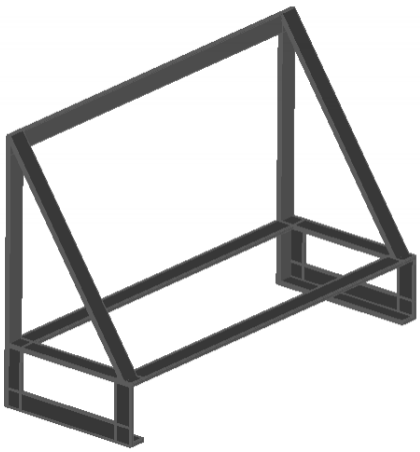

Figure 11-1: Modello 3D della struttura metallica per la facciata

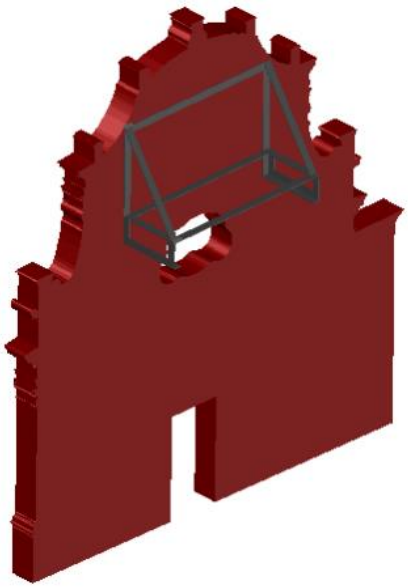

Figure 11-2: Modello 3D. facciata con intervento

La descrizione fino ora presentata ha permesso di ottenere una struttura compatta e rigida che è in grado di limitare gli spostamenti orizzontali della facciata senza però portare troppe modifiche all'estetica globale dalla chiesa.

11.1.1 Azione sollecitante sulla facciata

La valutazione dell'azione sollecitante sulla facciata in presenza di sisma verrà riferita sia alla TIPOLOGIA A che alla TIPOLOGIA B precedentemente trattate.
Nello specifico verrà valutata la forza da applicare nel timpano per avere uno specifico spostamento in testa alla facciata; tale spostamento, è stato valutato precedentemente con l'analisi con spettro rispetto alle due TIPOLOGIE d'intervento per la lanterna, ed è:

- δ_x per la TIPOLOGIA A è 0.009501 m;
- δ_x per la TIPOLOGIA B è 0.01075 m.

Lo schema statico che si utilizza è quello di mensola; infatti si considera il timpano incastrato a quota +11.70 m come mostrato nella figura seguente.

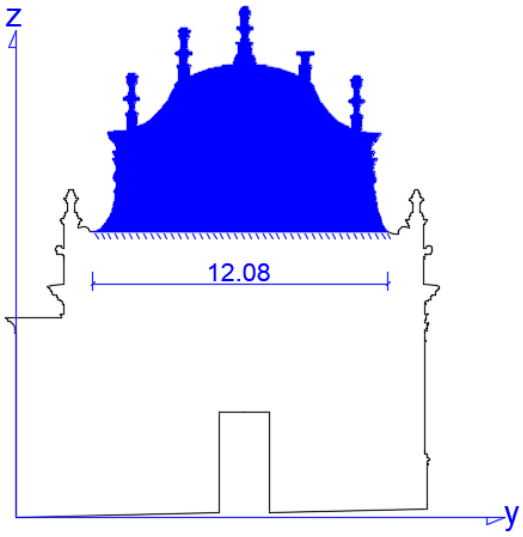

Figure 11-3: Schema statico del timpano

Al fine di semplificare il calcolo della rigidezza K del timpano si passa dalla forma irregolare vista nella figura precedente ad un rettangolo equivalente. Tale calcolo lo si fa partendo dall'area del timpano che è 64.85 m^2 (valutato con il software Autocad) e dalla lunghezza della base che è 12.08 m. Noti questi dati basta valutare l'altezza h del rettangolo equivalente nel seguente modo:

$$A_{timpano} = b \cdot H \ \rightarrow H = \frac{A_{timpano}}{b} = \frac{64.85}{12.08} = 5.37\ m$$

Pertanto si ottiene il seguente rettangolo equivalente.

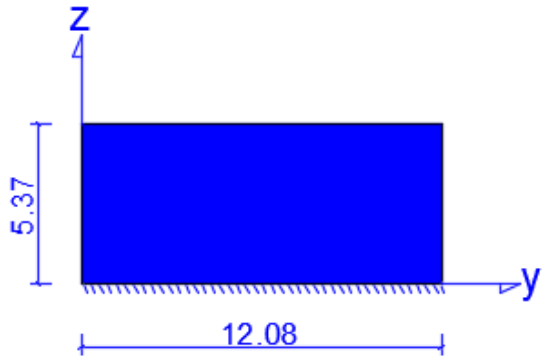

Figure 11-4: Schema statico del timpano_rettangolo equivalente

A questo punto essendo in presenza di uno schema statico a mensola la rigidezza K è fornita dalla seguente equazione.

$$K = \frac{3EI}{H^3}$$

dove:

- E è il modulo elastico della muratura costituente il timpano; esso è 1271.2 Nmm^2;
- H è l'altezza dell'rettangolo equivalente del timpano;
- I è il momento d'inerzia della sezione di base del timpano.

Per la valutazione dell'inerzia si utilizza la sezione di base del timpano.

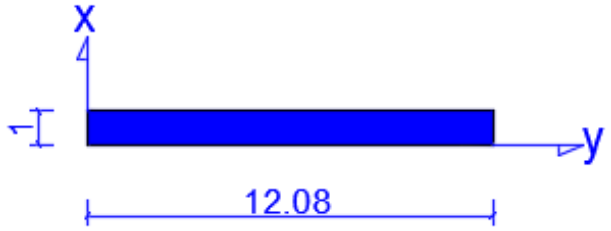

Figure 11-5: Sezione di base del timpano

Considerando la sezione in figura il momento d'inerzia è:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{12.08 \cdot 1^3}{12} = 1.007\ m^4$$

Si può ora valutare la rigidezza del timpano.

$$K = \frac{3 \cdot 12712 \cdot 10^5 \cdot 1.007}{5.37^3} = 24791.224\ kN/m$$

Nota la rigidezza è possibile valutare la forza nel seguente modo:

$$F_x = K \cdot \delta_x$$

In conclusione, per la TIPOLOGIA A si ha:

$$F_x = K \cdot \delta_x = 24791.224 \cdot 0.009501 = 235.54\ kN$$

mentre per la TIPOLOGIA B si ha:

$$F_x = K \cdot \delta_x = 24791.224 \cdot 0.01075 = 266.51\ kN$$

11.1.2 Predimensionamento della struttura

Il predimensionamento iniziale è riferito agli elementi del telaio a contatto con il timpano della facciata.
L'acciaio strutturale scelto per l'intervento è S355.

Tabella 97: Caratteristiche acciaio strutturale S355

S355		
Modulo elastico [KN/mm^2]	f_{yk} [N/mm^2]	f_{yd} [N/mm^2]
210	345	338.09

Nello specifico verranno analizzati:

- l'elemento orizzontale a contatto con il timpano;
- i due elementi verticali a contatto con il timpano;
- i due elementi inclinati a contatto con il timpano.

L'elemento orizzontale solidale al timpano ha le seguenti dimensioni:

$$l_y = 6.80\ m$$

$$l_z = 0.30\ m$$

$$l_x = 0.04\ m$$

Si ipotizza che esso sia soggetto ad una forza q uniformemente distribuita. Essa è ottenuta nel modo seguente:

$$q = \frac{F_x}{b} = \frac{235.54}{12.08} = 19.50\ kN/m \rightarrow TIPOLOGIA\ A$$

$$q = \frac{F_x}{b} = \frac{266.51}{12.08} = 22.06\ kN/m \rightarrow TIPOLOGIA\ B$$

Si valuta ora la classe della sezione dell'elemento orizzontale in funzione della sua capacità rotazionale C_θ. Nello specifico valgono le seguenti relazioni:

$$\frac{l_x}{l_z} \leq 72 \cdot \varepsilon \rightarrow classe\ 1$$

$$\frac{l_x}{l_z} \leq 83 \cdot \varepsilon \rightarrow classe\ 2$$

dove:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0.814$$

Si ha quindi che:

$$\frac{l_x}{l_z} < 72 \cdot \varepsilon = 58.58 \rightarrow classe\ 1$$

La sezione scelta è quindi una sezione di classe 1. Essa è pertanto capace di sviluppare completamente una cerniera plastica possedendo le capacità rotazionale richiesta per l'analisi plastica (sezione plastica o duttile).

Si procede ora alla verifica a taglio per l'elemento orizzontale attraverso un approccio plastico.
Il taglio sollecitante è:

$$V_{Ed} = \frac{q \cdot l_y}{2} = \frac{19.50 \cdot 6.80}{2} = 66.29\ kN \rightarrow TIPOLOGIA\ A$$

$$V_{Ed} = \frac{q \cdot l_y}{2} = \frac{22.06 \cdot 6.80}{2} = 75.01\ kN \rightarrow TIPOLOGIA\ B$$

Valuto ora il taglio resistente plastico.

$$V_{Rd,pl} = \frac{A \cdot f_{yk}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = \frac{0.012 \cdot 355}{\sqrt{3} \cdot 1.05} = 2342.39\ kN \rightarrow TIPOLOGIA\ A$$

$$V_{Rd,pl} = \frac{A \cdot f_{yk}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = \frac{0.012 \cdot 355}{\sqrt{3} \cdot 1.05} = 2342.39\ kN \rightarrow TIPOLOGIA\ B$$

Sia per la TIPOLOGIA A che per la TIPOLOGIA B la verifica a taglio risulta rispettata poiché è soddisfatta la seguente relazione:

$$V_{Rd,pl} \geq V_{Ed}$$

Valuto ora se è necessario fare la verifica ad instabilità per buckling. La verifica è necessaria se:

$$\frac{l_x}{l_z} \geq 73 \cdot \frac{\varepsilon}{\eta}$$

Risultando però che:

$$\frac{l_x}{l_z} < 73 \cdot \frac{\varepsilon}{\eta} = 73 \cdot \frac{0.814}{1} = 59.39$$

La verifica rispetto all'instabilità per buckling non è necessaria sia per la TIPOLOGIA A che per la TIPOLOGIA B.

Si analizzano ora i due elementi verticali a contatto con il timpano. Essi sono considerati, in questa fase di predimensionamento, come elementi semplicemente compressi soggetti al seguente sforzo normale.

$$N_{Ed} = \frac{q \cdot l_y}{2} \cdot \cot 35.54° = \frac{19.50 \cdot 6.80}{2} \cdot \cot 35.54° = 88.83\ kN \rightarrow TIPOLOGIA\ A$$

$$N_{Ed} = \frac{q \cdot l_y}{2} \cdot \cot 35.54° = \frac{22.06 \cdot 6.80}{2} \cdot \cot 35.54° = 100.51\ kN \rightarrow TIPOLOGIA\ B$$

Si calcola dunque la sezione minima che deve avere il montante dividendo la forza assiale per la resistenza di progetto di snervamento (f_{yd}).

$$A_{min} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

Pertanto, utilizzando la formula precedente, la sezione minima che devono avere i montanti è:

$$A_{min} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{88830}{338.09} = 262.75\ mm^2 \rightarrow TIPOLOGIA\ A$$

$$A_{min} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{100510}{338.09} = 297.29\ mm^2 \rightarrow TIPOLOGIA\ B$$

Si scelgono quindi le seguenti dimensioni:

$$l_y = 0.30\ m$$

$$l_z = 4.50\ m$$

$$l_x = 0.04\ m$$

dove:

$$A_{min} = l_y \cdot l_x = 1200\ mm^2 > A_{min}$$

Si valuta ora la classe della sezione in funzione della sua capacità rotazionale C_θ. Poiché si sta analizzando un elemento semplicemente compresso si ha che:

$$\frac{l_z}{l_x} \leq 33 \cdot \varepsilon \rightarrow classe\ 1$$

$$\frac{l_z}{l_x} \leq 38 \cdot \varepsilon \rightarrow classe\ 2$$

dove:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0.814$$

Si ha quindi che:

$$\frac{l_z}{l_x} < 72 \cdot \varepsilon = 26.85 \rightarrow classe\ 1$$

La sezione scelta è quindi una sezione di classe 1. Essa è quindi capace di sviluppare completamente una cerniera plastica possedendo le capacità rotazionale richiesta per l'analisi plastica (sezione plastica o duttile).

Verifico ora la resistenza ad instabilità della sezione. Per farlo valuto:

- la snellezza $\bar{\lambda}$ della sezione. Essa è:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot A}{N_{cr}}} = 5.10$$

- il carico critico Euleriano N_{cr}. Esso è:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot I_z}{L^2} = 163.60\ kN$$

  dove:
  - I_z è il momento d'inerzia nella direzione verticale.

- Il fattore di riduzione X. Esso è dato dalla seguente formula:

$$\mathrm{X} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = 0.033$$

  dove:
  - $\phi = 0.5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\bar{\lambda} - 0.2\right) + \bar{\lambda}^2\right] = 15.38$
  - $\alpha = 0.76$. Questo è un parametro che dipende dalla curva d'instabilità che a sua volta è funzione del tipo di sezione.

A questo punto la verifica è soddisfatta se vale la seguente relazione.

$$N_{Ed} \leq \mathrm{X} \cdot \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} = 0.033 \cdot \frac{0.012 \cdot 355000}{1.10} = 129.54\ kN$$

La verifica risulta superata sia per la TIPOLOGIA A che per la TIPOLOGIA B.

Si analizzano ora i due elementi inclinati a contatto con il timpano. Essi sono considerati, in questa fase di predimensionamento, come elementi semplicemente compressi soggetti al seguente sforzo normale.

$$N_{Ed} = \frac{q \cdot l_y}{2} \frac{1}{\sin 35.54°} = \frac{19.50 \cdot 6.80}{2} \frac{1}{\sin 35.54°} = 110.84\ kN \rightarrow TIPOLOGIA\ A$$

$$N_{Ed} = \frac{q \cdot l_y}{2} \frac{1}{\sin 35.54°} = \frac{22.06 \cdot 6.80}{2} \frac{1}{\sin 35.54°} = 125.42\ kN \rightarrow TIPOLOGIA\ B$$

Si calcola dunque la sezione minima dividendo la forza assiale per la resistenza di progetto di snervamento (f_{yd}).

$$A_{min} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

Pertanto, utilizzando la formula precedente, la sezione minima è:

$$A_{min} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{110840}{338.09} = 327.85\ mm^2 \rightarrow TIPOLOGIA\ A$$

$$A_{min} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{125420}{338.09} = 370.96\ mm^2 \rightarrow TIPOLOGIA\ B$$

Si scelgono quindi le seguenti dimensioni:

$$l_y = 0.30\ m$$

$$l_z = 0.04\ m$$

$$l_x = 4.18\ m$$

dove:

$$A_{min} = l_y \cdot l_z = 1200\ mm^2 > A_{min}$$

Si valuta ora la classe della sezione in funzione della sua capacità rotazionale C_θ. Poiché si sta analizzando un elemento semplicemente compresso si ha che:

$$\frac{l_x}{l_y} \leq 33 \cdot \varepsilon \rightarrow classe\ 1$$

$$\frac{l_z}{l_x} \leq 38 \cdot \varepsilon \rightarrow classe\ 2$$

dove:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0.814$$

Si ha quindi che:

$$\frac{l_z}{l_x} < 72 \cdot \varepsilon = 26.85 \rightarrow classe\ 1$$

La sezione scelta è quindi una sezione di classe 1. Essa è quindi capace di sviluppare completamente una cerniera plastica possedendo le capacità rotazionale richiesta per l'analisi plastica (sezione plastica o duttile).

Verifico ora la resistenza ad instabilità della sezione. Per farlo valuto:

- la snellezza $\bar{\lambda}$ della sezione. Essa è:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot A}{N_{cr}}} = 5.10$$

- il carico critico Euleriano N_{cr}. Esso è:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot I_z}{L^2} = 163.60\ kN$$

  dove:
  - I_z è il momento d'inerzia nella direzione verticale.

- Il fattore di riduzione X. Esso è dato dalla seguente formula:

$$\mathrm{X} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = 0.033$$

  dove:
  - $\phi = 0.5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\bar{\lambda} - 0.2\right) + \bar{\lambda}^2\right] = 15.38$
  - $\alpha = 0.76$. Questo è un parametro che dipende dalla curva d'instabilità che a sua volta è funzione del tipo di sezione.

A questo punto la verifica è soddisfatta se vale la seguente relazione.

$$N_{Ed} \leq \mathrm{X} \cdot \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} = 0.033 \cdot \frac{0.012 \cdot 355000}{1.10} = 129.54\ kN$$

La verifica risulta superata sia per la TIPOLOGIA A che per la TIPOLOGIA B.

11.2 Analisi modale

Terminata la fase preliminare di analisi si procede con uno studio più accurato della struttura e dell'intervento nei confronti della resistenza all'azione sismica; tale studio è l'analisi modale.

L'analisi modale, descritta nel paragrafo 7.3.3.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e nel paragrafo C7.3.3.1 della circolare esplicativa alle NTC18 del 2019 (C.S.LL.PP, 2019), può essere suddivisa in tre differenti fasi:

- determinazione dei modi di vibrare "naturali" della struttura;
- calcolo degli effetti dell'azione sismica, rappresentata dallo spettro di risposta di progetto, per ciascuno dei modi di vibrare individuati;
- valutare della risposta complessiva mediante combinazione degli effetti.

Per simulare l'intervento proposto è stata apportata una modifica ai modello F.E. realizzato precedentemente. Si riportano di seguito i modelli realizzati con il programma F.E.M. Ansys.

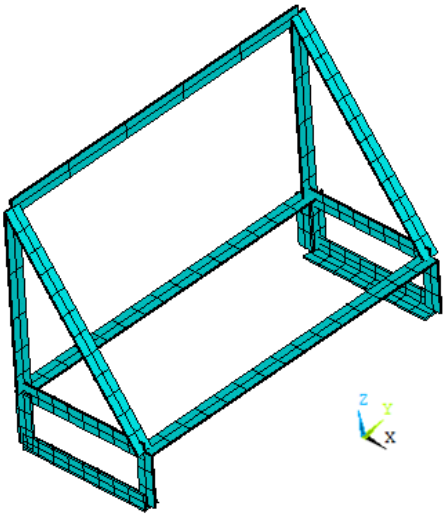

Figure 11-6: Modello F.E. della struttura metallica

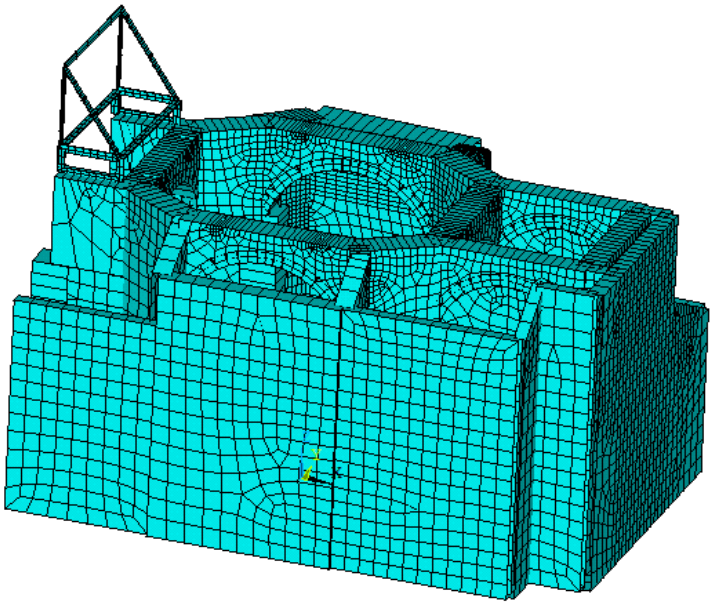

Figure 11-7: Modello F.E. basamento con intervento

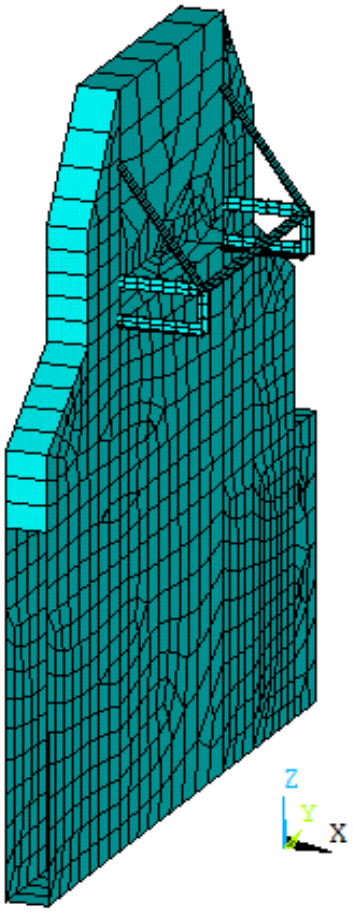

Figure 11-8: Modello F.E. facciata con intervento

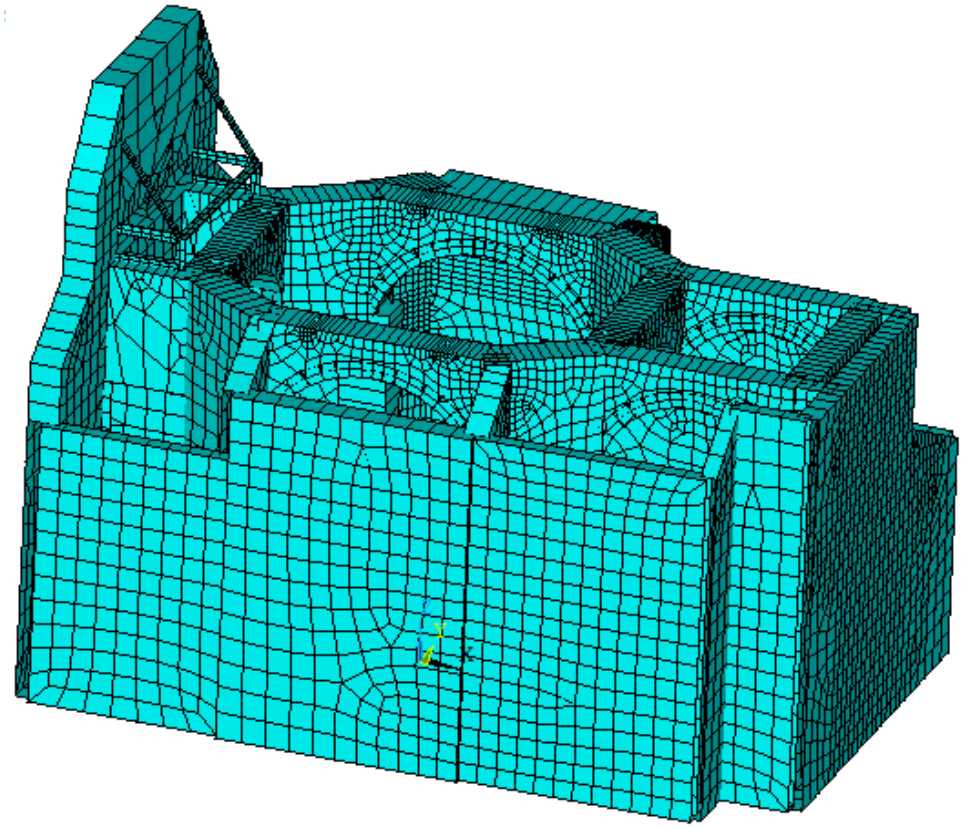

Figure 11-9: Modello F.E. facciata + basamento con intervento

11.2.1 TIPOLOGIA A - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla facciata

Per simulare l'intervento proposto nella facciata è stata apportata una modifica al modello F.E. con intervento di TIPOLOGIA A per la lanterna (realizzato precedentemente). Il modello globale così ottenuto è il seguente.

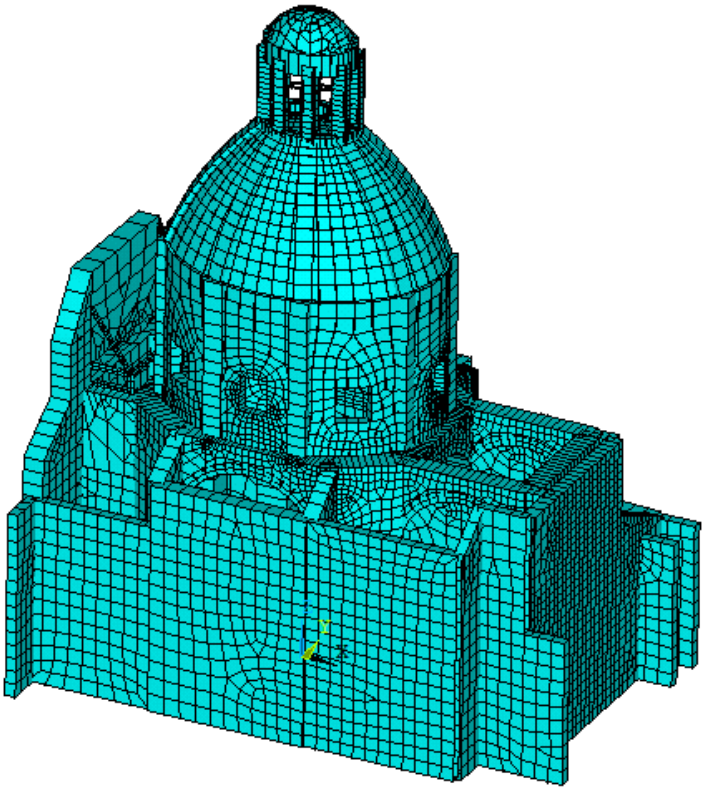

Figure 11-10: Modello globale FEM con intervento per la facciata – TIPOLOGIA A

In seguito è stata effettuata l'analisi modale, attraverso il software Ansys, che ha permesso di ricavare le forme modali e i valori delle frequenze di vibrazione. In tabella, vengono riportati i valori relativi ai primi 10 modi di vibrare della struttura modificata.

Tabella 98: Periodi e frequenze dei modi di vibrare modello modificato – TIPOLOGIA A

Modo	Periodo T [s]	frequenza f [Hz]
1	0.241	4.1435
2	0.197	5.0869
3	0.186	5.3876
4	0.185	5.4182
5	0.142	7.0622
6	0.137	7.2839
7	0.135	7.3947
8	0.118	8.4543
9	0.112	8.8921
10	0.108	9.2403

Analizzando la tabella precedente si può notare che vi è stato un cambiamento nella frequenza del primo modo; essa è passata da 3.9841 Hz a 4.1435 Hz.
Soffermandoci sui modi di vibrare iniziali che, nella quasi totalità dei casi, sono quelli più pericolosi in presenza di sisma si ha che:

- il primo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.241 s, interessa la lanterna, che subisce gli spostamenti maggiori, il sistema cupola-lanterna ed il basamento, come mostrato nella figura estratta da Ansys.

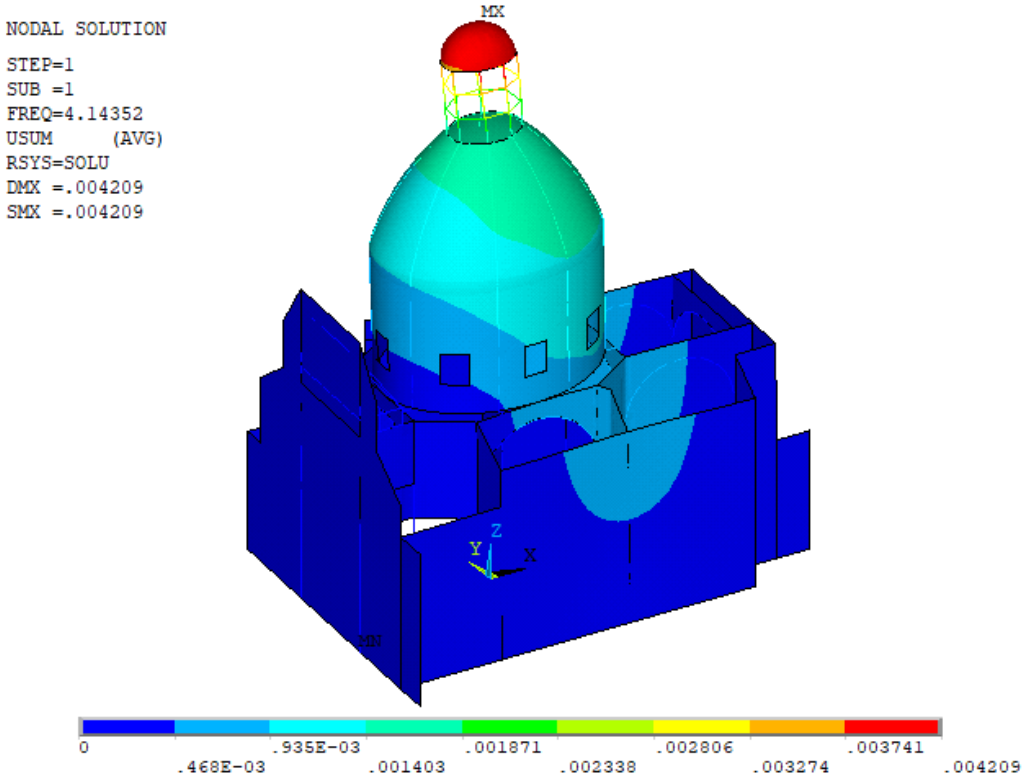

Figure 11-11: Spostamenti massimi 1° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA A

- il secondo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.197 s, interessa la lanterna, che subisce gli spostamenti maggiori, ed il sistema cupola-lanterna. Quanto detto è evidente nella figura estratta da Ansys.

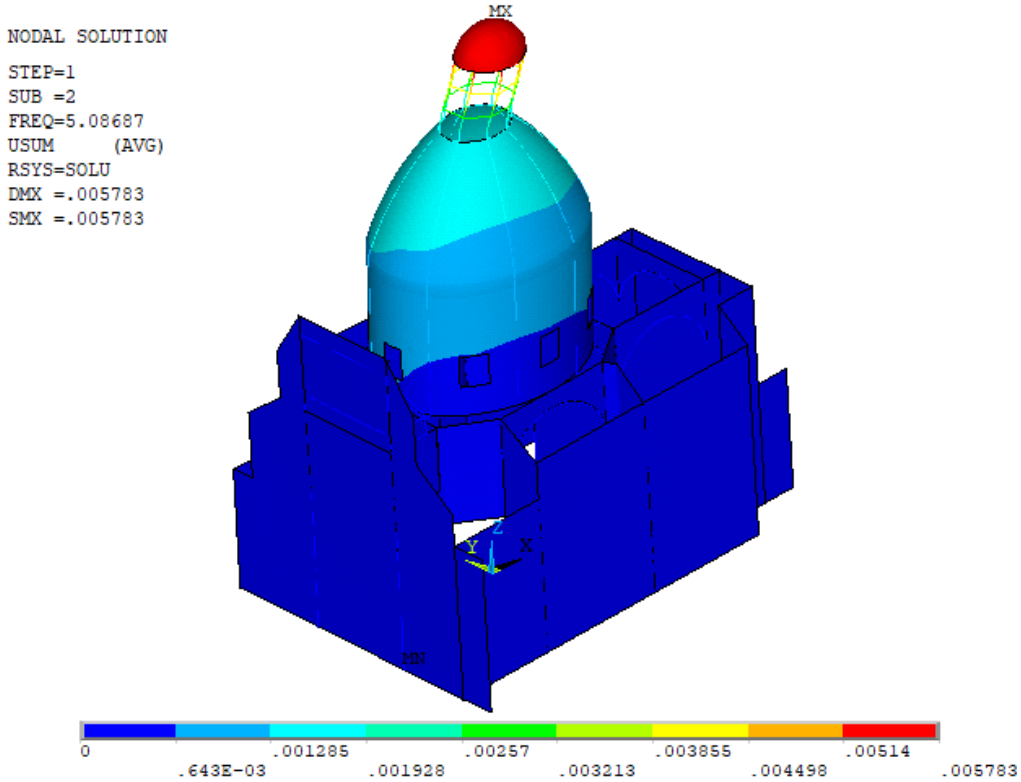

Figure 11-12: Spostamenti massimi 2° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA A

- il terzo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.186 s, interessa la lanterna, che subisce gli spostamenti maggiorie, e leggermente il sistema cupola-lanterna ed il basamento, come mostrato nella figura estratta da Ansys.

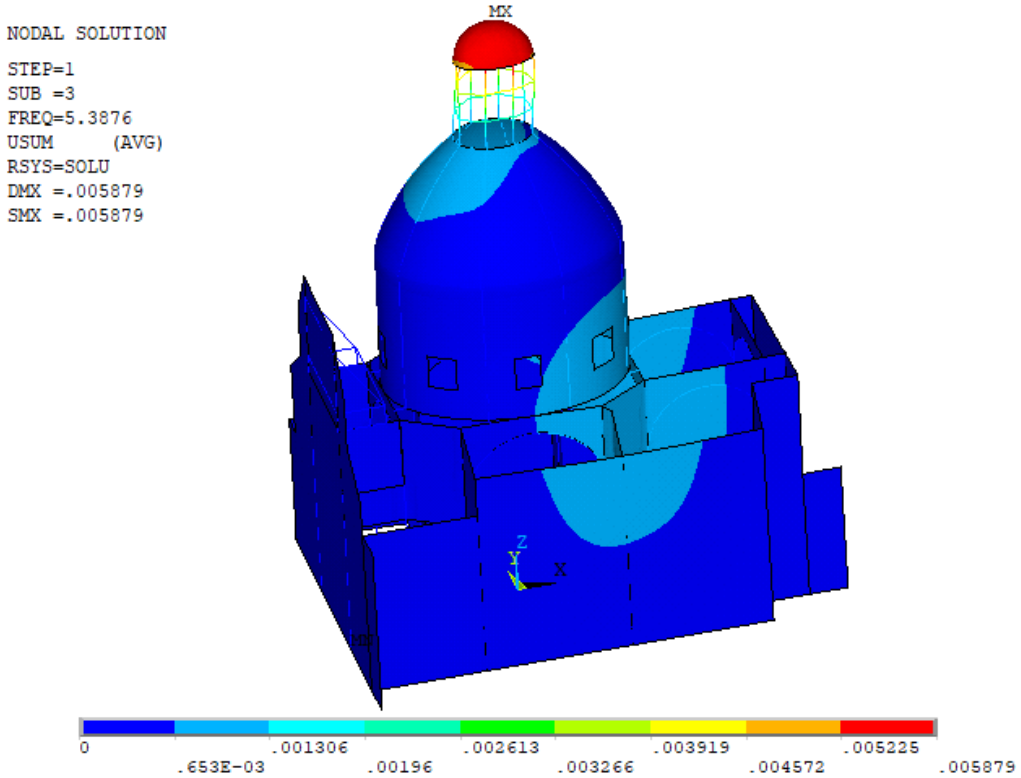

Figure 11-13: Spostamenti massimi 3° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA A

In conclusione si può affermare che l'intervento nel modello con TIPOLOGIA A ha apportato un significativo cambiamento dei primi modi di vibrare infatti, in essi la facciata non risulta sollecitata.

11.2.2 TIPOLOGIA A - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna con spettro di risposta

L'analisi multimodale con spettro di risposta si realizza inserendo nel programma F.E.M. i valori di frequenza (Hz) e di accelerazione spettrale in (m/s^2) relativi allo spettro di risposta elastico di Casale Monferrato. Le valutazioni sono eseguite applicando lo spettro indipendentemente nelle due direzioni orizzontali (lungo x e lungo y) e nella direzione verticale. Dopo di ciò, per ogni direzione di analisi, si effettua la combinazione statistica CQC degli spostamenti relative ai singoli modi di vibrare in modo da ottenere lo spostamento massimo.

L'approccio con Ansys ha permesso di poter affermare che:

- applicando lo spettro nella direzione x lo spostamento massimo della struttura è pari a 7.03 mm e si manifesta nella sommità della lanterna; oltre ad essa, che rappresenta l'elemento più interessato dal sisma in questa casistica, anche il sistema cupola-tamburo risulta soggetto all'effetto della sollecitazione lungo x ma con ordini di grandezza molto inferiori.
- applicando lo spettro nella direzione y lo spostamento massimo della struttura si manifesta nella sommità della lanterna ed è pari a 9.97 mm; oltre ad essa, che rappresenta l'elemento più interessato dal sisma in questa casistica, anche il sistema cupola-tamburo ed il basamento risultano soggetti all'effetto della sollecitazione lungo y.

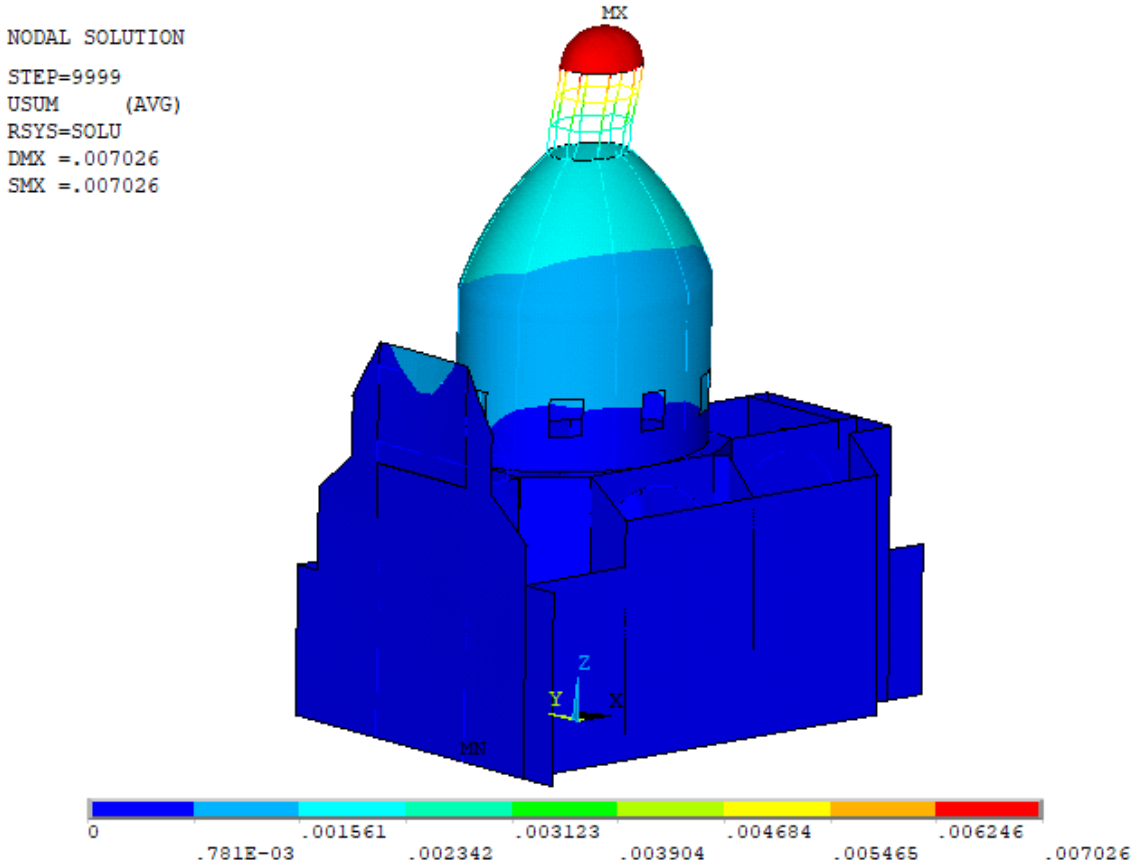

Figure 11-14: Spostamenti massimi analisi modale con spettro di risposta nella direzione x - modello modificato TIPOLOGIA A

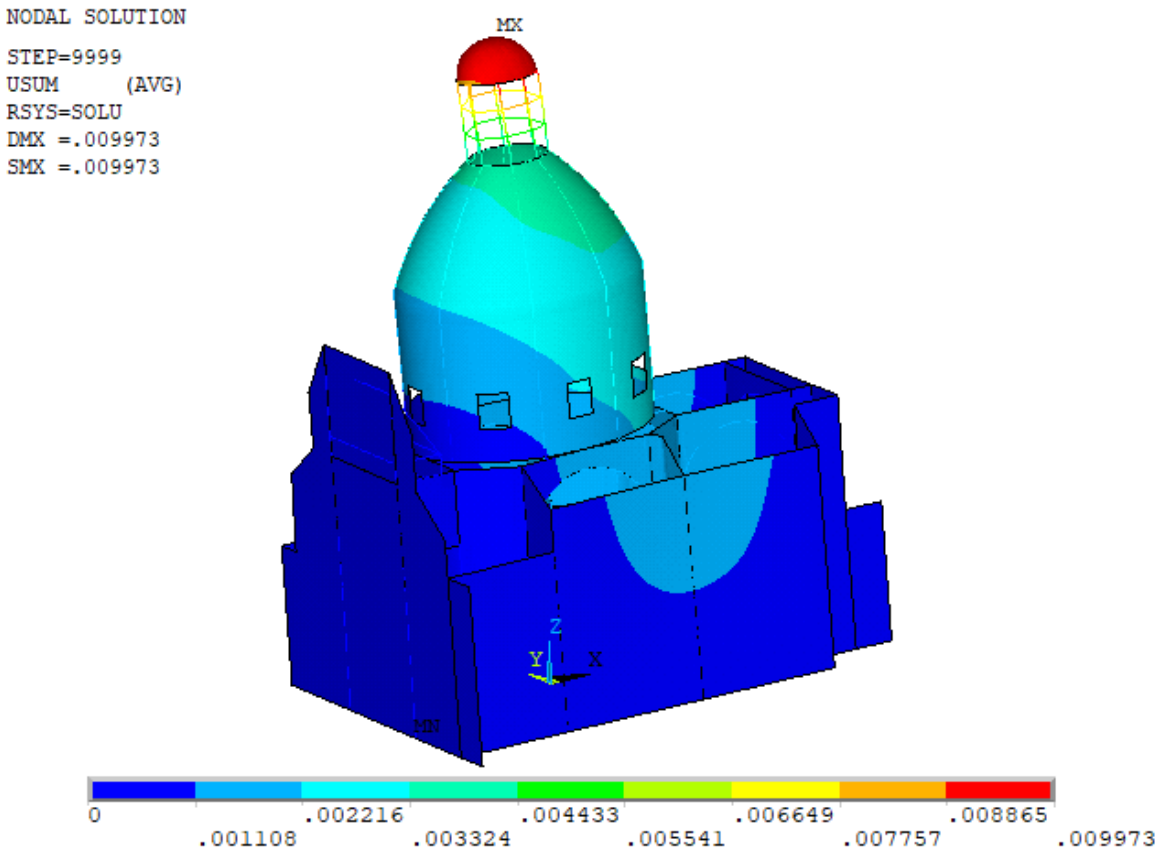

Figure 11-15: Spostamenti massimi analisi modale con spettro di risposta nella direzione y - modello modificato TIPOLOGIA A

11.2.3 TIPOLOGIA B - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla facciata

Per simulare l'intervento proposto relativo alla facciata è stata apportata una modifica al modello F.E. con intervento di TIPOLOGIA B per la lanterna realizzato precedentemente. Il modello globale così ottenuto è il seguente.

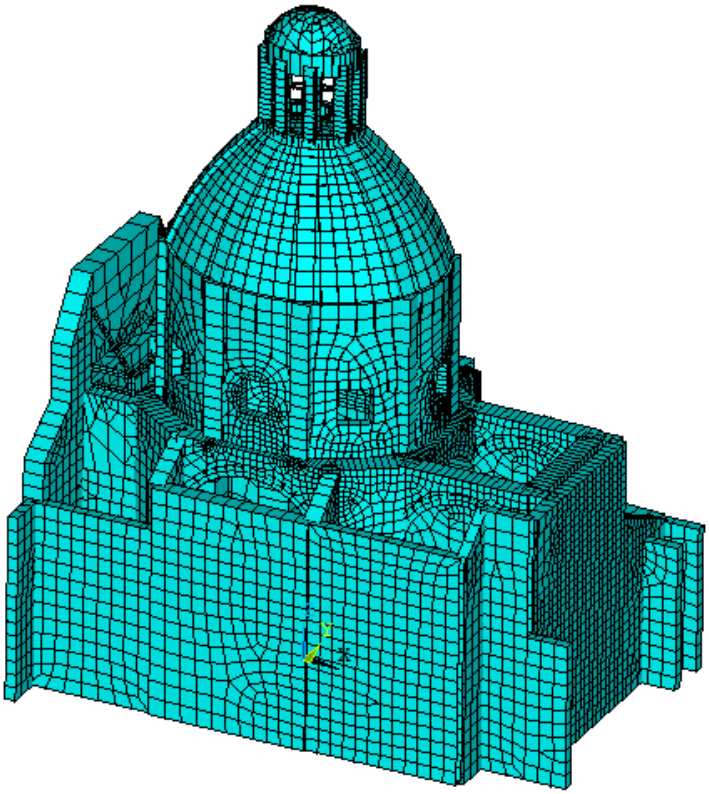

Figure 11-16: Modello globale FEM con intervento – TIPOLOGIA B

In seguito, è stata effettuata l'analisi modale, attraverso il software Ansys, che ha permesso di ricavare le forme modali e i valori delle frequenze di vibrazione. Di seguito, in tabella, vengono riportati i valori relativi ai primi 10 modi di vibrare della struttura modificata.

Tabella 99: Periodi e frequenze dei modi di vibrare modello modificato – TIPOLOGIA B

Modo	Periodo T [s]	frequenza f [Hz]
1	0.238	4.2047
2	0.183	5.4612
3	0.181	5.5356
4	0.137	7.3230
5	0.132	7.5884
6	0.118	8.5013
7	0.110	9.0853
8	0.106	9.4618
9	0.104	9.6585
10	0.102	9.8034

Analizzando la tabella precedente si può notare che vi è stato un cambiamento nella frequenza del primo modo; esso passa da 3.989 Hz a 4.205 Hz.
Soffermandoci sui modi di vibrare iniziali che, nella quasi totalità dei casi, sono quelli più pericolosi in presenza di sisma si ha che:

- il primo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.238 s, interessa la lanterna, che subisce gli spostamenti maggiori, il sistema cupola-lanterna ed il basamento, come mostrato nella figura estratta da Ansys.

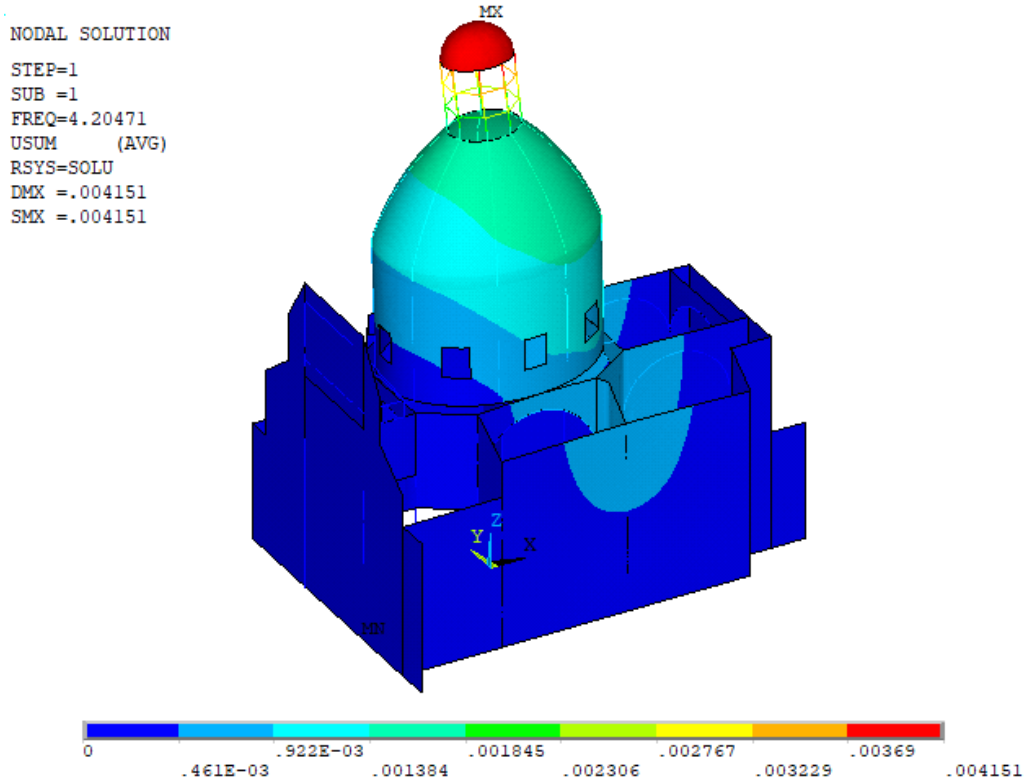

Figure 11-17: Spostamenti massimi 1° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA B

- il secondo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.183 s, interessa la lanterna, che subisce gli spostamenti maggiorie, e leggermente il sistema cupola-lanterna ed il basamento, come mostrato nella figura estratta da Ansys.

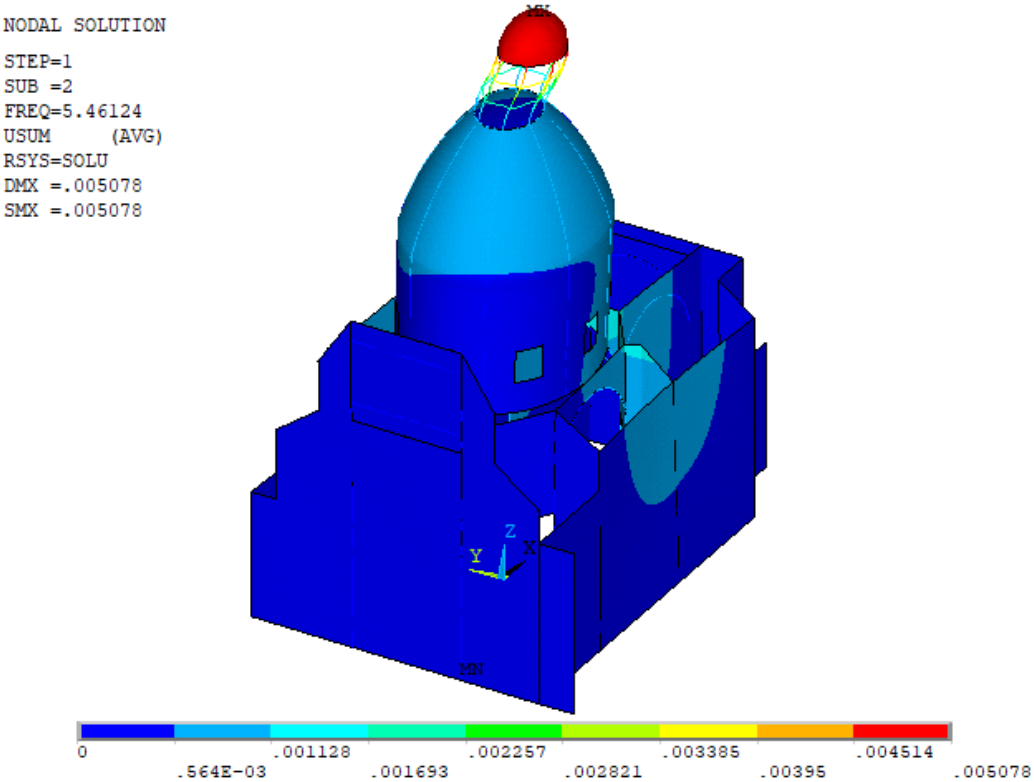

Figure 11-18: Spostamenti massimi 2° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA B

- il terzo modo di vibrare, caratterizzato da un periodo di 0.196 s, interessa la lanterna, che subisce gli spostamenti maggiori, ed il sistema cupola-lanterna. Quanto detto è evidente nella figura estratta da Ansys.

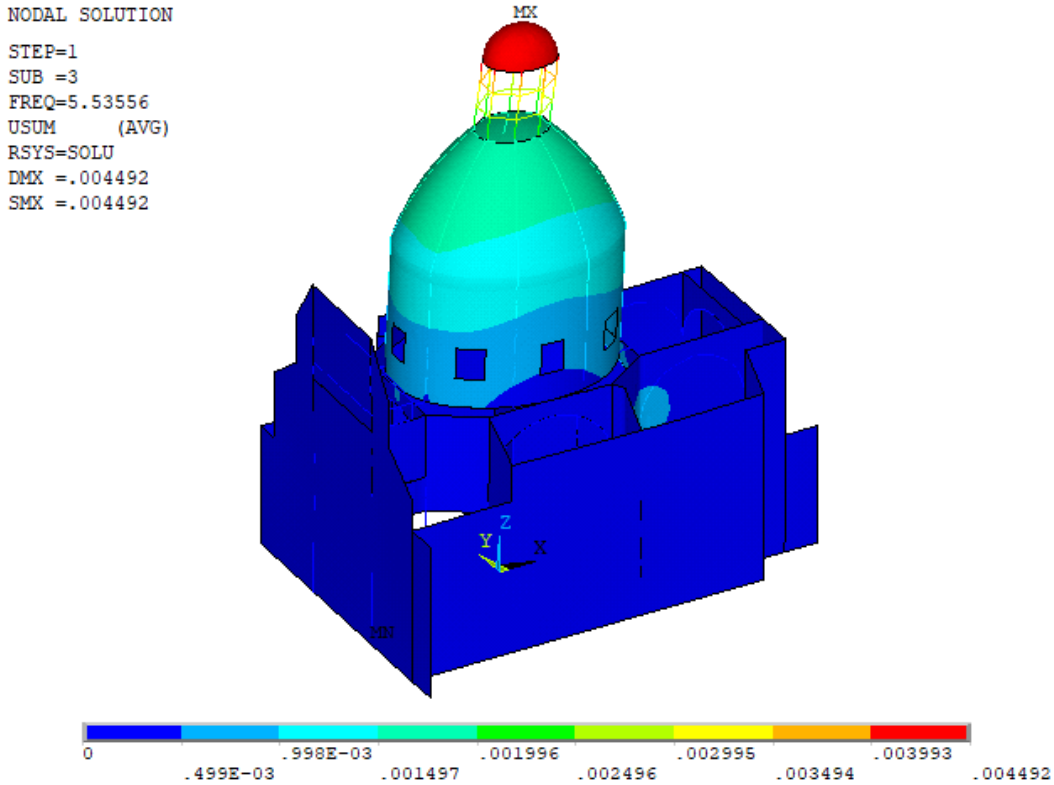

Figure 11-19: Spostamenti massimi 3° modo di vibrare - modello modificato TIPOLOGIA B

In conclusione si può affermare che l'intervento nel modello con TIPOLOGIA B ha apportato un significativo cambiamento dei primi modi di vibrare infatti, in essi la facciata non risulta sollecitata.

11.2.4 TIPOLOGIA B - Analisi modale della chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna con spettro di risposta

L'analisi multimodale con spettro di risposta si realizza inserendo nel programma F.E.M. i valori di frequenza (Hz) e di accelerazione spettrale in (m/s^2) relativi allo spettro di risposta elastico di Casale Monferrato. Le valutazioni sono eseguite applicando lo spettro indipendentemente nelle due direzioni orizzontali (lungo x e lungo y) e nella direzione verticale. Dopo di ciò, per ogni direzione di analisi, si effettua la combinazione statistica CQC degli spostamenti relative ai singoli modi di vibrare in modo da ottenere lo spostamento massimo.

L'approccio con Ansys ha permesso di poter affermare che:

- applicando lo spettro nella direzione x lo spostamento massimo della struttura è pari a 4.52 mm e si manifesta nella sommità della lanterna; oltre ad essa, che rappresenta l'elemento più interessato dal sisma in questa casistica, anche il sistema cupola-tamburo risulta soggetto all'effetto della sollecitazione lungo x.
- applicando lo spettro nella direzione y lo spostamento massimo della struttura si manifesta nella sommità della lanterna ed è pari a 9.07 mm; oltre ad essa, che rappresenta l'elemento più interessato dal sisma in questa casistica, anche il sistema cupola-tamburo ed il basamento risultano soggetti all'effetto della sollecitazione lungo y.

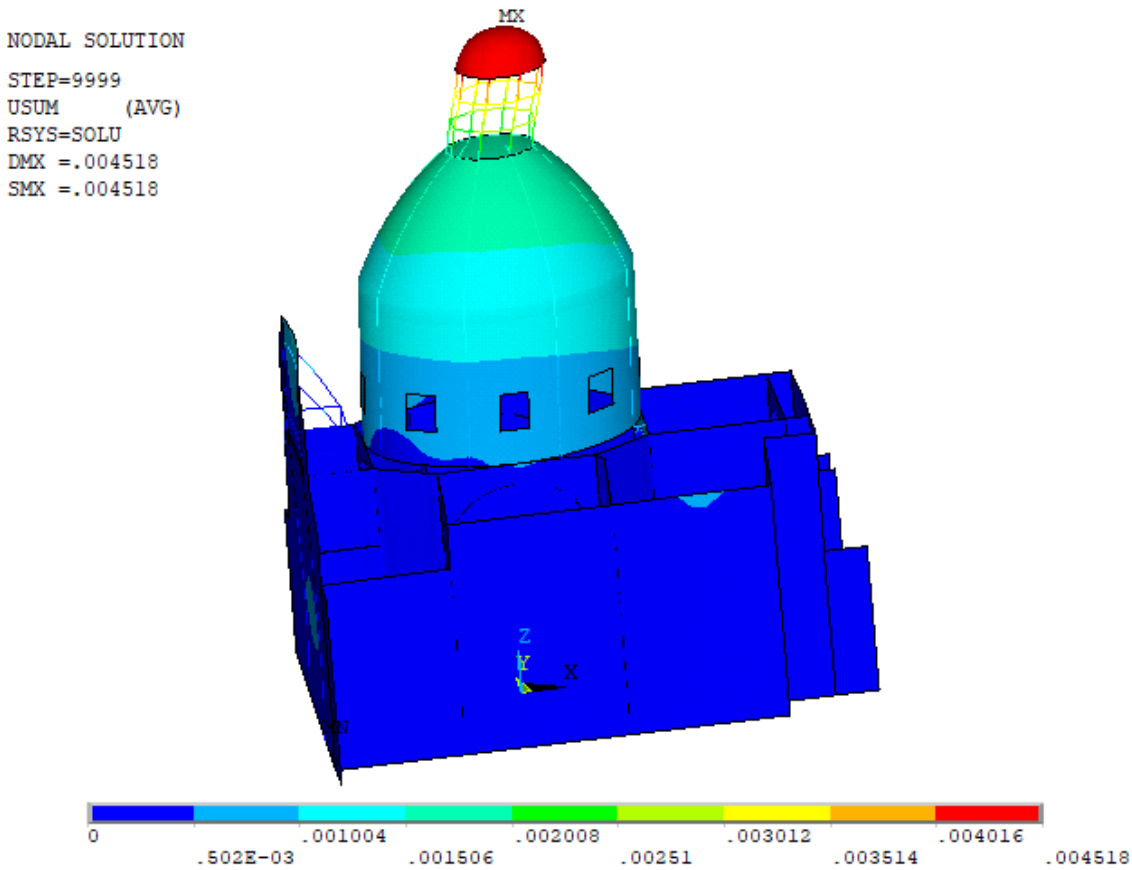

Figure 11-20: Spostamenti massimi analisi modale con spettro di risposta nella direzione x - modello modificato TIPOLOGIA B

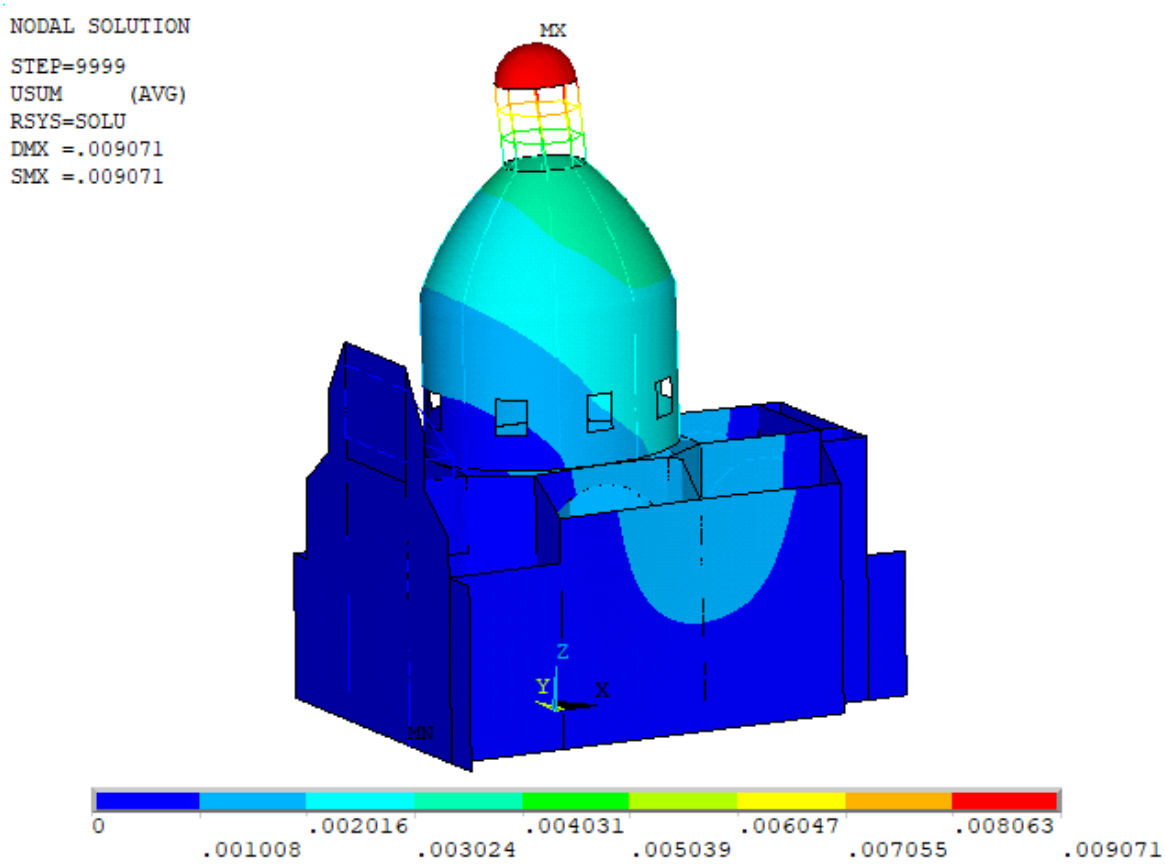

Figure 11-21: Spostamenti massimi analisi modale con spettro di risposta nella direzione y - modello modificato TIPOLOGIA B

11.3 Valutazione di sicurezza sismica di livello LV3

Per effettuare un'analisi quantitativa della struttura, essendo impossibile per le chiese definire un modello semplificato, si è proceduto alla determinazione di un livello di sicurezza globale più approfondito. Nello specifico è stato utilizzato un modello globale agli elementi finiti della struttura grazie al quale, sono stati ottenuti i diagrammi delle sollecitazioni necessari per il soddisfacimento dei requisiti minimi previsti dalle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018).

11.3.1 TIPOLOGIA A - Verifica a pressoflessione fuori dal piano per la facciata

La verifica della facciata si effettua considerando il meccanismo di pressoflessione fuori dal piano.

Il momento sollecitante M_S è stato ottenuto utilizzando la combinazione sismica proposta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa ha permesso di ottenere il seguente valore:

$$M_S = 6495.91\ Nm$$

dove:

- M_S è il momento sollecitante.

Noto il momento sollecitante M_S, si valuta il momento ultimo resistente M_u dei pilastrini per mezzo della formula 7.8.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Essa è:

$$M_u = \left(l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2}\right)\left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d}\right)$$

dove:

- M_u: momento ultimo resistente;
- l: lunghezza pilastro;
- t: larghezza pilastro;
- σ_0: tensione media di compressione pari a 0 negativa se di trazione;
- $f_d = f_k/\gamma_m$: resistenza di calcolo a compressione.

A questo punto è ora possibile calcolare il fattore di sicurezza Fs. Esso è:

$$F_S = \frac{M_u}{M_S} = \frac{26515.6}{6495.92} = 4.08 > 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 100: Verifica a ribaltamento della facciata – TIPOLOGIA A

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
l_x	1	m	N	60201.31	N	f_k	2600000	N/m^2	M_s	6495.91	Nm
l_z	14.90	m	σ_0	3572.8	N/m^2	γ_m	2	[-]	M_u	26515.6	Nm
l_y	16.85	m	M_s	6495.91	Nm	F_c	1,18	[-]	M_u/M_s	4.08	
						f_d	1101694,9	N/m^2			

Dal fattore di sicurezza maggiore di uno si evince che la struttura è verificata.

11.3.2 TIPOLOGIA A - Verifica a taglio per fessurazione diagonale dei pannelli murari del sistema cupola tamburo

La verifica dei pannelli murari del sistema cupola tamburo si effettua considerando il meccanismo di taglio per fessurazione diagonale.
Il taglio sollecitante V_S è stato ottenuto utilizzando la combinazione sismica proposta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa ha permesso di ottenere il seguente valore:

$$T_S = 37.407\ kN$$

dove:

- T_S è il taglio sollecitante.

Noto il taglio sollecitante T_S, si valuta la resistenza a taglio del tamburo T_S attraverso la formula espressa nella circolare esplicativa delle NTC18 (C.S.LL.PP, 2019) al paragrafo C8.7.1.3.1.1. Pertanto:

$$T_u = l \cdot t \frac{1.5\tau_{0d}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5\tau_{0d}}} = l \cdot t \frac{f_{td}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{td}}}$$

con:

- l: lunghezza del pannello;
- t: spessore del pannello;
- σ_0: tensione normale media di compressione pari a P/(l · t); positiva se è di trazione;
- b: coefficiente correttivo legato alla snellezza della parete;
- f_{td}: valore di calcolo della resistenza a trazione per fessurazione diagonale;
- τ_{0d}: resistenza a taglio di riferimento della muratura.

Calcolato il valore di taglio resistente l'ultimo passaggio consiste nel valutare il rapporto di sicurezza tra il taglio resistente e il taglio agente sulla sezione.

$$F_S = \frac{T_u}{T_S} = \frac{29088.4}{37407.4} = 0.78 < 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 101: Verifica pannello murario del sistema cupola tamburo per la verifica a taglio per fessurazione diagonale – TIPOLOGIA A

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
h	7.6	m	N	67298.72	N	τ_0	50000	N/m^2	T_s	37407.4	N
l	1.35	m	σ_0	99701.8	N/m^2	γ_m	2	[-]	T_u	29088.4	N
t	0.5	m	β	1,5	[-]	F_c	1,18	[-]	T_u/T_s	0.78	
A	0.675	m^2	T_s	37407.36	N	τ_{0d}	21186.4	N/m^2			

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

11.3.3 TIPOLOGIA B - Verifica a pressoflessione fuori dal piano per la facciata

La verifica della facciata si effettua considerando il meccanismo di pressoflessione fuori dal piano. Il momento sollecitante M_S è stato ottenuto utilizzando la combinazione sismica proposta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa ha permesso di ottenere il seguente valore:

$$M_S = 6339.05\ Nm$$

dove:

- M_S è il momento sollecitante.

Noto il momento sollecitante M_S, si valuta il momento ultimo resistente M_u dei pilastrini per mezzo della formula 7.8.2 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018). Essa è:

$$M_u = \left(l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2}\right)\left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d}\right)$$

dove:

- M_u: momento ultimo resistente;
- l: lunghezza pilastro;
- t: larghezza pilastro;
- σ_0: tensione media di compressione pari a negativa se di trazione;
- $f_d = f_k/\gamma_m$: resistenza di calcolo a compressione.

A questo punto è ora possibile calcolare il fattore di sicurezza Fs. Esso è:

$$F_S = \frac{M_u}{M_S} = \frac{26330.3}{6339.05} = 4.15 > 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 102: Verifica a ribaltamento della facciata – TIPOLOGIA B

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
l_x	1	m	N	59778.8	N	f_k	2600000	N/m²	M_s	6339.05	Nm
l_z	14.90	m	σ_0	3547.7	N/m²	γ_m	2	[-]	M_u	26330.3	Nm
l_y	16.85	m	M_s	6339.05	Nm	F_c	1,18	[-]	M_u/M_s	4.15	
						f_d	1101694.9	N/m²			

Dal fattore di sicurezza maggiore di uno si evince che la struttura è verificata.

11.3.4 TIPOLOGIA B - Verifica a taglio per fessurazione diagonale dei pannelli murari del sistema cupola tamburo

La verifica dei pannelli murari del sistema cupola tamburo si effettua considerando il meccanismo di taglio per fessurazione diagonale.

Il taglio sollecitante V_S è stato ottenuto utilizzando la combinazione sismica proposta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018); essa ha permesso di ottenere il seguente valore:

$$T_S = 36.551\ kN$$

dove:

- T_S è il taglio sollecitante.

Noto il taglio sollecitante T_S, si valuta la resistenza a taglio del tamburo T_S attraverso la formula espressa nella circolare esplicativa delle NTC18 (C.S.LL.PP, 2019) al paragrafo C8.7.1.3.1.1. Pertanto:

$$T_u = l \cdot t \frac{1.5\tau_{0d}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5\tau_{0d}}} = l \cdot t \frac{f_{td}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{td}}}$$

con:

- l: lunghezza del pannello;
- t: spessore del pannello;
- σ_0: tensione normale media di compressione pari a P/(l · t); positiva se è di trazione;
- b: coefficiente correttivo legato alla snellezza della parete;
- f_{td}: valore di calcolo della resistenza a trazione per fessurazione diagonale;
- τ_{0d}: resistenza a taglio di riferimento della muratura.

Calcolato il valore di taglio resistente l'ultimo passaggio consiste nel valutare il rapporto di sicurezza tra il taglio resistente e il taglio agente sulla sezione.

$$F_S = \frac{T_u}{T_S} = \frac{28884.1}{36551.6} = 0.79 < 1$$

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva contenente la verifica svolta.

Tabella 103: Verifica pannello murario del sistema cupola tamburo per la verifica a taglio per fessurazione diagonale – TIPOLOGIA B

Geometria			Sollecitazioni agenti			Parametri meccanici			Verifica		
h	7.6	m	N	66056.82	N	τ_0	50000	N/m²	T_s	36551.6	N
l	1.35	m	σ_0	97862	N/m²	γ_m	2	[-]	T_u	28884.1	N
t	0.5	m	β	1.5	[-]	F_c	1.18	[-]	T_u/T_s	0.79	
A	0.675	m²	T_s	36551.58	N	τ_{0d}	21186.4	N/m²			

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

11.4Conclusioni

L'analisi di vulnerabilità sismica, svolta alla presenza dell'intervento fin ora descritto, ha evidenziato che la chiesa di Santa Caterina, nelle condizioni modificate di TIPOLOGIA A e di TIPOLOGIA B, è in grado di soddisfare i requisiti minimi prestazionali richiesti dalle vigenti normative sia per la

lanterna che per la facciata ma che manifesta comunque una leggera criticità nel sistema cupola-tamburo.

Pertanto, la proposta fatta è da ritenersi rientrante nella categoria degli "interventi di miglioramento", in conformità con quanto espresso nel capitolo C8.4.2 della circolare esplicativa alle NTC18 del 2019 (C.S.LL.PP, 2019) che dice:

"L'intervento di miglioramento è finalizzato a conseguire un aumento della sicurezza della costruzione.
In questa categoria ricadono tutti gli interventi che, pur non rientrando nella categoria dell'adeguamento, possono determinare modifiche, anche significative, del comportamento strutturale locale o globale operando o variazioni di rigidezza, resistenza o capacità deformativa di singoli elementi o di porzioni della struttura, o introducendo nuovi elementi strutturali.
L'intervento di miglioramento può essere effettuato nei confronti anche soltanto di alcune categorie di azioni quali, indicativamente ma non esaustivamente, le azioni del vento, le azioni sismiche, le azioni gravitazionali"

Questa tipologia d'intervento, sempre in conformità con la prima citata circolare al capitolo C8.4.2 (C.S.LL.PP, 2019), può ritenersi appropriata se genera almeno un incremento di resistenza del 10%. Pertanto, in conclusione si può ritenere che la scelta progettuale proposta è idonea per il caso studio infatti sono stati ottenuti i seguenti risultati:

- Per la TIPOLOGIA A:
  - il fattore di sicurezza relativo alla facciata è passato da 0.698 a 4.08. Pertanto qui la verifica richiesta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) risulta soddisfatta;
  - il fattore di sicurezza relativo al sistema cupola-tamburo invece risulta invariato. Qui, i requisiti minimi previsti dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) non sono rispettati ed inoltre, poiché con l'intervento non è avvenuto un miglioramento almeno del 10% esso non può essere considerato come un intervento di miglioramento per il sistema cupola-tamburo.

- Per la TIPOLOGIA B:
  - il fattore di sicurezza relativo alla facciata è passato da 0.763 a 4.15. Pertanto qui la verifica richiesta dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) risulta soddisfatta;
  - il fattore di sicurezza relativo al sistema cupola-tamburo invece risulta invariato. Qui, i requisiti minimi previsti dalla norma NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) non sono rispettati ed inoltre, poiché con l'intervento non è avvenuto un miglioramento almeno del 10% esso non può essere considerato come un intervento di miglioramento per il sistema cupola-tamburo.

12 Conclusioni

Le analisi fin ora svolte hanno permesso di incrementare in maniera significativa il livello di sicurezza sismica della chiesa di Santa Caterina sita in Casale Monferrato.

Nello specifico a seguito della valutazione di sicurezza sismica LV1, LV2, LV3 è stato riscontrato che i macro elementi che presentano la maggiore vulnerabilità sismica, allo stato di fatto, in ordine decrescente di vulnerabilità sono:

1. la lanterna
2. la facciata
3. il sistema cupola-tamburo.

Pertanto sono stati proposti, dimensionati e verificati diverse tipologie d'interventi di miglioramento volti ad incrementare le prestazioni globali del manufatto.

In particolare per la lanterna sono stati predisposti due interventi strutturali simili denominati TIPOLOGIA A e TIPOLOGIA B. Il primo utilizza angolari ad L aventi sezione differente, a seconda del pilastrino della lanterna in cui verranno applicati.
Nel secondo invece viene utilizzata una sezione costante avente rigidezza maggiore rispetto agli elementi caratterizzanti la tipologia precedente.
Per entrambi gli interventi è stato ottenuto:

- un incremento di rigidezza rispetto alla struttura originaria; infatti è avvenuto un aumento delle frequenze relative ai primi modi di vibrare della struttura con conseguente diminuzione del periodo ad esse associato.
  Si riportano di seguito i primi modi di vibrare ottenuti per la struttura originaria, la TIPOLOGIA A e la TIPOLOGIA B.

Tabella 104: Periodo di oscillazione e frequenze dei modi di vibrare

Modo	Periodo T [s]	Frequenza f [Hz]
1	0.340	2.945
2	0.283	3.535
3	0.233	4.298
4	0.233	4.301
5	0.208	4.805
6	0.190	5.261
7	0.173	5.788
8	0.145	6.879
9	0.141	7.089
10	0.136	7.355

Tabella 105: Periodi e frequenze dei modi di vibrare modello modificato – TIPOLOGIA A

Modo	Periodo T [s]	frequenza f [Hz]
1	0.283	3.536
2	0.252	3.964
3	0.216	4.629
4	0.195	5.129
5	0.172	5.806
6	0.164	6.115
7	0.139	7.194
8	0.137	7.284
9	0.134	7.488
10	0.128	7.834

Tabella 106: Periodi e frequenze dei modi di vibrare modello modificato – TIPOLOGIA B (Cataudella, 2019)

Modo	Periodo T [s]	frequenza f [Hz]
1	0.283	3.537
2	0.251	3.990
3	0.210	4.759
4	0.190	5.261
5	0.162	6.191
6	0.154	6.503
7	0.138	7.260
8	0.131	7.625
9	0.124	8.072
10	0.117	8.569

- un incremento del fattore di sicurezza relativo alla lanterna. Nello specifico si è passati da un valore minore di 1 per la struttura originaria, in cui quindi la verifica non era soddisfatta, a valori maggiori di 1, per le due tipologie d'intervento, dove la verifica risulta soddisfatta.
  Si riporta di seguito una tabella riassuntiva contenente i risultati ottenuti.

Tabella 107: Fattori di sicurezza F_S relativi alla lanterna

	MURATURA		TIPOLOGIA A		TIPOLOGIA B	
F_S	0.48	[-]	1.46	[-]	1.73	[-]

- una diminuzione degli spostamenti della lanterna a seguito dell'applicazione del sisma di progetto.
  Si riporta di seguito una tabella riassuntiva con i risultati ottenuti.

Tabella 108: Confronto tra gli spostamenti relativi la base e la sommità della lanterna

	MURATURA		TIPOLOGIA A		TIPOLOGIA B	
	Spettro lungo X	Spettro lungo Y	Spettro lungo X	Spettro lungo Y	Spettro lungo X	Spettro lungo Y
$u_{tot,sommità}$ [m]	0.0103	0.0138	0.0143	0.0118	0.0107	0.0102
$u_{tot,base}$ [m]	0.002	0.0034	0.0049	0.0042	0.0026	0.0043
Δu [m]	0.0083	0.0105	0.0093	0.0076	0.0081	0.0059

- i coefficienti di sicurezza relativi alla facciata ed al sistema cupola-tamburo sono leggermente variati.
  Si riposta di seguito una tabella contenente i risultati ottenuti.

Tabella 109: Fattori di sicurezza F_S per la facciata e per il sistema cupola-tamburo

	MURATURA		TIPOLOGIA A		TIPOLOGIA B	
$F_{s_facciata}$	0.69	[-]	0.69	[-]	0.76	[-]
$F_{s_cupola\ tamburo}$	0.51	[-]	0.78	[-]	0.79	[-]

Per la facciata sono stati predisposti due diverse tipologie d'intervento.
La prima è stata valutata in riferimento all'analisi LV2; nello specifico da tale analisi è emersa una inadeguata resistenza da parte della struttura a resistere nei confronti del meccanismo di ribaltamento fuori piano in caso di sisma. Pertanto, tale inadeguatezza è stata sopperita prevedendo l'inserimento di 4 catene metalliche uguali a paletto poste a su due file aventi quote +8.50 m e +12 m dalla base della struttura. Tale inserimento ha permesso di passare da una condizione in cui le verifiche sia allo stato SLD che allo stato SLV erano non soddisfatte ad una in cui tali verifiche risultano superate.
Si riportano di seguito le tabelle contenenti i risultati ottenuti.

Tabella 110. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di danno SLD

SLD		
a^*_0	0.31	[m/s^2]
a_gS	0.338	[m/s^2]
$a^*_0 > a_gS$	NON VERIFICATO	

Tabella 111. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV

SLV		
q	1.5	[-]
a^*_0	0.31	[m/s^2]
$(a_gS)/q$	0.422	[m/s^2]
$a^*_0 \geq (a_gS)/q$	NON VERIFICATO	

Tabella 112. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di danno SLD

SLD		
a^*_0	0.52	[m/s^2]
a_gS	0.338	[m/s^2]
$a^*_0 > a_gS$	VERIFICATO	

Tabella 113. Verifica LV2 del ribaltamento nel piano della facciata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV

SLV		
q	1.5	[-]
a^*_0	0.52	[m/s^2]
$(a_gS)/q$	0.422	[m/s^2]
$a^*_0 \geq (a_gS)/q$	VERIFICATO	

La seconda è stata analizzata attraverso un'analisi LV3. Essa ha previsto l'inserimento di una struttura metallica avente lo scopo di incrementare la connessione tra timpano e basamento e di ridurre le oscillazioni del timpano.
L'intervento è stato analizzato per la TIPOLOGIA A e la TIPOLOGIA B prima citate ed ha messo in evidenza:

- un incremento di rigidezza rispetto alla struttura originaria ed alla struttura originaria con solo TIPOLOGIA A o TIPOLOGIA B; infatti è avvenuto un aumento delle frequenze relative ai primi modi di vibrare della struttura con conseguente diminuzione del periodo ad esse associato.
  Si riportano di seguito i primi modi di vibrare ottenuti per la struttura con l'inserimento della modifica per la facciata nel caso di TIPOLOGIA A e di TIPOLOGIA B.

Tabella 114: Periodi e frequenze dei modi di vibrare modello modificato – TIPOLOGIA A

Modo	Periodo T [s]	frequenza f [Hz]
1	0.241	4.1435
2	0.197	5.0869
3	0.186	5.3876
4	0.185	5.4182
5	0.142	7.0622
6	0.137	7.2839
7	0.135	7.3947
8	0.118	8.4543
9	0.112	8.8921
10	0.108	9.2403

Tabella 115: Periodi e frequenze dei modi di vibrare modello modificato – TIPOLOGIA B

Modo	Periodo T [s]	frequenza f [Hz]
1	0.238	4.2047
2	0.183	5.4612
3	0.181	5.5356
4	0.137	7.3230
5	0.132	7.5884
6	0.118	8.5013
7	0.110	9.0853
8	0.106	9.4618
9	0.104	9.6585
10	0.102	9.8034

- un incremento del fattore di sicurezza relativo alla facciata. Nello specifico si è passati da un valore minore di 1 per la struttura originaria, in cui quindi la verifica non era soddisfatta, a valori maggiori di 1, per le due tipologie d'intervento, dove la verifica risulta soddisfatta.
  Si riporta di seguito una tabella riassuntiva contenente i risultati ottenuti.

Tabella 116: Fattore di sicurezza F_S per la facciata

	TIPOLOGIA A		TIPOLOGIA B	
$F_{s_facciata\ senza\ intervento}$	0.69	[-]	0.76	[-]
$F_{s_facciata\ con\ intervento}$	4.08	[-]	4.15	[-]

- i coefficienti di sicurezza relativi al sistema cupola-tamburo sono rimasti invariati.
  Si riposta di seguito una tabella contenente i risultati ottenuti.

Tabella 117: Fattore di sicurezza F_S

	TIPOLOGIA A		TIPOLOGIA B	
$F_{s_\ cupola\ tamburo\ senza\ intervento}$	0.78	[-]	0.79	[-]
$F_{s_\ cupola\ tamburo\ con\ intervento}$	0.78	[-]	0.79	[-]

In conclusione è possibile affermare che gli interventi proposti permettono un significativo incremento del livello prestazionale della struttura nei confronti della più probabile azione sismica attesa in sito (Casale Monferrato). Si lascia al progettista la scelta dell'intervento più adeguato e si invita a predisporre anche un intervento di miglioramento volto a ridurre la vulnerabilità dell'sistema cupola-tamburo.

13 Bibliografia

C.S.LL.PP, C. n. (2019). *Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni"» di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018.*

Cataudella, A. (2019). *Analisi e miglioramento sismico di una chiesa Barocca con cupola. Il consolidamento del lanternino della chiesa di Santa Caterina di Casale Monferrato.*

Cattaneo, S. (2014). *Vulnerabilità sismica delle chiese in muratura: il meccanismo di collasso per risposta trasversale dell'aula.*

Ceravolo, P. i. (s.d.). *Progettazione e valutazione delle strutture in muratura: edifici esistenti.*

Ceravolo, P. I., Invernizzi, P. I., Lenticchia, D. A., & Gaggero, M. B. (2018). *Relazione sulla valutazione dello stato di fatto del Paraboloide di Casale.* Torino.

Circolare 617. (2 Febbraio 2009). *Istruzioni per l'applicazione delle «Nuove norme tecniche per le costruzioni» di cui al decreto ministeriale 14 gennaio 2008.*

D.M. 17 gennaio. (2018). *Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni».* Ministero delle infrastrutture e dei trasporti.

Direttiva BBCC. (2010). *Circolare n.26 Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale allineate alle nuove Norme tecniche per le costruzioni (d.m. 14 gennaio 2008).* Consiglio superiore dei lavori pubblici.

Foppoli Moretta e associati. (2012). *Relazione prove non distruttive.*

Giacomin, D. I. (s.d.). Tecnologie di riqualificazione strutturale e antisismiche delle costruzioni esistenti - materiali compositi - isolamento sismico – introduzione al sismabonus.

M.G.Castellano, S. I. (s.d.). *Dispositivi in Lega a Memoria di Forma per la protezione sismica di strutture.* Tratto da https://www.researchgate.net/publication/259905221.

Maffeo, M. (2011). *Comportamento dinamico e sismico di cuole a pianta ovale in muratura.*

Montanstahl. (s.d.). *Angolari lati disuguali in acciaio inossidabile*. Tratto da Montanstahl: https://www.montanstahl.com/it/prodotti/laminati-mercantili-trafilati-in-acciaio-inossidabile/profili-angolari-in-acciaio-inossidabile/angolari-lati-disuguali-acciaio-inossidabile/

Montanstahl. (s.d.). *Profili a U in acciaio inossidabile – UPA*. Tratto da Montanstahl: https://www.montanstahl.com/it/prodotti/laminati-mercantili-trafilati-in-acciaio-inossidabile/profili-a-u-in-acciaio-inossidabile/profili-a-u-in-acciaio-inossidabile-upa/

Podestà, S. (2010). Il sisma ed il patrimonio storico monumentale dell'aquilano.

Rocco, M. (2014). *Il consolidamento delle strutture murarie mediante l'uso di catene metalliche.*

Santa Caterina Casale Monferrato. (s.d.). *La chiesa di Santa Caterina*. Tratto da santacaterinacasalemonferrato: http://santacaterinacasalemonferrato.it/la-chiesa-di-santa-caterina/

Segreteria Tecnica del GLIS, M. F. (s.d.). DIFENDIAMOCI DAI TERREMOTI: le più recenti applicazioni italiane delle nuove tecnologie antisismiche d'isolamento e dissipazione energetica.

Vallucci, I. S. (s.d.). *Studio dei meccanismi di danno attivabili* .

Vinci, M. (2014). *I tiranti in acciaio nel calcolo delle costruzioni in muratura.*

Vulcanologia, I. -I. (s.d.). Tratto da http://esse1-gis.mi.ingv.it/

www.PCB.com. (s.d.).