

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale

In Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Modellazione e controllo direzionale di un veicolo cingolato
bimodulare



Relatori

Prof. Mauro Velardocchia

Dott. Antonio Tota

Prof. Enrico Galvagno

Candidata

Federica Di Legge

Anno Accademico 2019/2020

Abstract

Lo scopo del presente lavoro di tesi è lo studio della dinamica direzionale del veicolo per la mobilità off-road BRT-AATV (*Amphibious All-Terrain Vehicle*).

Il BRT-AATV è un veicolo cingolato bimodulare con eccellente mobilità nelle applicazioni off-road. Esso è predisposto per operazioni di trasporto o salvataggio, in quanto riesce a raggiungere zone impraticabili da altri mezzi, muovendosi agilmente su qualsiasi tipo di terreno e navigando in totale sicurezza. La bassa pressione esercitata al suolo, inoltre, ne consente il transito anche su strade asfaltate e terreni erbosi, senza arrecare danni.

I moduli che compongono il veicolo sono collegati per mezzo di un giunto omocinetico, e la sterzata del BRT-AATV –definita in letteratura *Articulated Steering*– è realizzata tramite un sistema idraulico elettro-attuato (*EHPS: Electro-actuated Hydraulic Steering System*).

Un importante indicatore per un veicolo off-road come il BRT-AATV sono proprio le prestazioni del sistema di sterzo, in quanto influenzano significativamente la manovrabilità. Per questa ragione ricevono un'attenzione particolare nell'elaborato.

Al fine di valutare la stabilità e il comportamento direzionale del veicolo, è stato creato un modello nell'ambiente MATLAB/Simulink, partendo dalla scrittura delle equazioni dinamiche che tengono conto delle caratteristiche principali del veicolo e della sua interazione con il terreno.

Sulla base del modello dinamico creato, sono stati valutati due scenari principali: il primo riguarda l'applicazione della coppia di sterzo in open-loop, senza alcun feedback da parte del veicolo; il secondo, partendo dall'analisi dei risultati ottenuti dal primo scenario, considera l'applicazione della coppia di sterzo in closed-loop controllando l'angolo relativo tra i due moduli.

Infine sono riportate le considerazioni conclusive relative all'analisi condotta, che evidenziano la possibilità di garantire al veicolo buona direzionalità tramite controllo in closed-loop.

Abstract

The present work presents the directional behaviour of the extreme mobility vehicle **BRT-AATV** (**A**mphibious **A**ll-**T**errain **V**ehicle).

The BRT-AATV is a bimodular tracked vehicle with excellent mobility in off-road applications. It is prepared for transport or rescue operations, as it can reach areas impassable by other means, moving with agility on any type of terrain and sailing in total safety. The low pressure exerted on the ground also allows it to pass on paved roads and grassy soils, without causing damage.

The vehicle modules are linked by means of multiaxial joint, and the steering dynamic of BRT-AATV – defined *Articulated Steering*– is made through an electro-actuated hydraulic system (EHPS: Electro-actuated Hydraulic Steering System).

An important indicator for off-road vehicles such as the BRT-AATV is the steering system performance, as it significantly affect maneuverability. For this reason, they receive special attention in the work.

In order to describe the stability and directional behaviour of the vehicle, a model is built in the MATLAB/Simulink environment, starting from dynamic equations that take into account the main characteristics of the vehicle and its interaction with the ground.

Based on the dynamic model created, two scenarios are evaluated: the former involves the application of the steering torque in open-loop without any feedback from the vehicle; the latter considers the application of the steering torque in closed-loop, setting the relative angle between the two modules as control parameter.

Finally, the considerations related to the analysis are shown, which highlight the possibility of providing the good vehicle directionality through closed-loop control.

Sommario

1. Introduzione	10
2. Caratterizzazione del veicolo.....	13
2.1. Caratteristiche meccaniche	13
2.2. Cenni di contatto cingolo–terreno cedevole	16
3. Modello dinamico del veicolo	17
3.1. Descrizione generale.....	17
3.2. Ipotesi ed assunzioni.....	20
3.3. Equazioni cinematiche e dinamiche	20
3.3.1. Equilibrio alla traslazione.....	22
3.3.2. Equilibrio alla rotazione.....	23
3.3.3. Forze longitudinali F_x e laterali F_y	24
3.3.4. Forze verticali	26
3.3.5. Trasferimenti di carico laterali.....	27
3.3.6. Trasferimenti di carico longitudinali	28
3.3.7. Resistenze al rotolamento.....	30
3.3.8. Equilibrio dei pignoni.....	30
3.3.9. Cinematica del veicolo	33
3.3.10. Reazioni sul giunto	35
3.3.11. Curvature.....	35
3.3.12. Condizioni iniziali.....	36
4. Manovre in open–loop.....	37
4.1. Coppia di sterzo rampa	37
4.2. Stabilità del sistema	43
5. Logica di controllo	47
5.1. Generalità.....	47
5.2. Controllo direzionale	49
5.2.1. Robustezza del controllo	56
6. Considerazioni finali.....	59
7. Bibliografia	60

Indice delle Figure

Figura 2.1 Veicolo BRT–AATV [7]	13
Figura 2.2 Rappresentazione della struttura del cingolo	14
Figura 2.3 Schematizzazione del powertrain.....	14
Figura 3.1 Struttura principale del modello di veicolo BRT.....	17
Figura 3.2 Contenuto del blocco 'Driver/Controller'.....	18
Figura 3.3 Struttura del macrosistema 'Vehicle Model'	19
Figura 3.4 Vista dall' alto del veicolo (piano x–y)	21
Figura 3.5 Vista sul piano x–z delle distanze lungo l' asse x.....	23
Figura 3.6 Vista sul piano x–y delle distanze lungo l' asse x	24
Figura 3.7 Generico andamento delle F_y ottenuto con tramite modellazione con tangente iperbolica [9]	25
Figura 3.8 Generico andamento della funzione tangente iperbolica	25
Figura 3.9 Distanze lungo la direzione longitudinale x	27
Figura 3.10 Rappresentazione dei trasferimenti di carico laterali.....	28
Figura 3.11 Rappresentazione dei carichi verticali che concorrono al trasferimento di carico longitudinale	29
Figura 3.12 Cinematica del sistema pignone–cingolo–ruota condotta del cingolo s_x	30
Figura 3.13 Diagramma di corpo libero della ruota condotta i –esima	31
Figura 3.14 Diagramma di corpo libero del cingolo	31
Figura 3.15 Diagramma di corpo libero del pignone.....	32
Figura 3.16 Rappresentazione delle distanze vettoriali tra il baricentro del modulo e il centro ruota	33
Figura 3.17 Rappresentazione delle componenti della reazione vincolare sul giunto.....	35
Figura 4.1 Andamenti degli input: coppia motrice e coppia di sterzo.....	38
Figura 4.2 Andamenti degli output: grandezze cinematiche.....	38
Figura 4.3 Andamenti degli output: forze e momenti complessivi dei due moduli	39
Figura 4.4 Modulo 1: Forze longitudinali e scorrimenti per asse	40
Figura 4.5 Modulo 2: Forze longitudinali e scorrimenti per asse	40
Figura 4.6 Modulo 1: Forze laterali e angoli di deriva per asse	41
Figura 4.7 Modulo 2: Forze laterali e angoli di deriva per asse	41
Figura 4.8 Angolo relativo tra i moduli e grandezze cinematiche del modulo frontale in funzione dell'accelerazione laterale	42
Figura 4.9 Traiettoria descritta dal veicolo a velocità costante di 10 km/h e coppia di sterzo rampa e dettaglio dell' orientamento relativo tra i moduli	43
Figura 4.10 Coppia di sterzo in funzione dell'angolo relativo alle diverse velocità	44
Figura 4.11 Coppia di sterzo in funzione dell'accelerazione laterale alle diverse velocità.....	44

Figura 4.12 Rappresentazione grafica di un sistema BIBO stabile	45
Figura 4.13 Confronto della variazione di a_y dopo il ginocchio della curva di coppia	45
Figura 4.14 Confronto tra grandezze cinematiche per il veicolo BIBO stabile (viola) e non BIBO stabile (rosso)	46
Figura 5.1 Schema a blocchi di un sistema con controllo in closed-loop	47
Figura 5.2 Rappresentazione di un controllo PID	47
Figura 5.3 Rappresentazione grafica delle grandezze caratteristiche di un controllore PID	49
Figura 5.4 Confronto delle risposte di α in funzione di K_p	50
Figura 5.5 Risposta dell'angolo relativo al controllore PID	51
Figura 5.6 Andamenti degli output: grandezze cinematiche con controllo direzionale	52
Figura 5.7 Andamenti degli output: grandezze dinamiche con controllo	53
Figura 5.8 Coppia di sterzo in funzione dell' accelerazione laterale a diverse velocità con controllo PID	54
Figura 5.9 Coppia di sterzo in funzione dell' angolo relativo a diverse velocità con controllo PID	54
Figura 5.10 Confronto tra manovre a velocità costante (10 km/h) ed angolo relativo costante:	55
Figura 5.11 Risposta del sistema ad un gradino di ampiezza 15° al variare di μ	57
Figura 5.12 Risposta del sistema ad un gradino di ampiezza 15° al variare della massa totale	58

Indice delle Equazioni

Equazione 3.1 Equilibrio dinamico alla traslazione lungo x_1	22
Equazione 3.2 Equilibrio dinamico alla traslazione lungo y_1	22
Equazione 3.3 Equilibrio alla rotazione attorno a z per il Modulo 1.....	23
Equazione 3.4 Equilibrio alla rotazione attorno a z per il Modulo 2.....	23
Equazione 3.5 Definizione dei momenti M_z	24
Equazioni 3.6 Espressioni delle forze di contatto longitudinali e laterali	25
Equazione 3.7 Espressioni delle forze verticali agenti sull' i -esima ruota	26
Equazioni 3.8 Espressioni dei carichi statici per l' assale i -esimo.....	26
Equazioni 3.9 Equilibri alla rotazione lungo y attorno ad O per la determinazione delle posizioni dei baricentri	27
Equazione 3.10 Espressione dei trasferimenti di carico laterali.....	27
Equazioni 3.11 Equilibri alla rotazione attorno all'asse y con polo nei baricentri	29
Equazione 3.12 Trasferimenti di carico longitudinale	29
Equazione 3.13 Espressione della coppia di resistenza all'avanzamento	30
Equazione 3.14 Condizione di puro rotolamento tra pignone e ruota condotta	30
Equazione 3.15 Equilibrio alla rotazione della ruota condotta rispetto al centro O	31
Equazione 3.16 Equilibrio del cingolo.....	31
Equazione 3.17 Espressione della coppia agente sui singoli pignoni	32
Equazione 3.18 Espressione della coppia agente sui singoli pignoni in funzione delle grandezze del sistema	32
Equazione 3.19 Espressione della coppia motrice ripartita sul singolo modulo nel caso stazionario	32
Equazioni 3.20 Espressioni delle velocità longitudinali e laterali dei centro ruota	33
Equazione 3.21 Applicazione del Teorema di Rivals alle accelerazioni.....	34
Equazione 3.22 Espressione dell'accelerazione del baricentro del modulo II..	34
Equazione 3.23 Componenti dell'accelerazione del baricentro del modulo II..	34
Equazione 3.24 Espressioni delle reazioni vincolari sul giunto	35
Equazioni 3.25 Espressioni delle curvature per i moduli	35
Equazione 3.26 Sistema di equazioni per l'inizializzazione del modello.....	36
Equazione 4.1 Coppia motrice in funzione della velocità longitudinale.....	37

Indice delle Tabelle

Tabella 1 Caratteristiche della trasmissione.....	15
Tabella 2 Ripartizione percentuale del carico totale sui singoli assali.....	26
Tabella 3 Caratteristiche delle risposte in funzione di K_p	50
Tabella 4 Caratteristiche delle risposte del sistema al gradino di α al variare di μ	57
Tabella 5 Confronto tra le risposte del sistema al variare di μ	57
Tabella 6 Caratteristiche delle risposte del sistema al gradino di α al variare della massa.....	58
Tabella 7 Confronto tra le risposte del sistema al variare della massa	58

1. Introduzione

I veicoli cingolati hanno da sempre suscitato grande interesse nelle applicazioni off-road. Le caratteristiche fondamentali di tali mezzi sono due: l' elevata capacità di trazione ed l' elevata manovrabilità. Entrambi concorrono a rendere i veicoli cingolati adatti a numerose applicazioni, dal campo civile a quello militare.



Figura 1.1 BRT-AATV prodotto dall'azienda ARIS [7]



Figura 1.2 Bandvagn 206 dell'Esercito Italiano [12]

L' elevata capacità di trazione è ottenuta attraverso il cingolo stesso. Esso è tale da produrre condizioni dinamiche specifiche che permettono ai mezzi che ne sono dotati di distinguersi dai veicoli gommati: a parità di peso, infatti, il cingolo realizza una minore pressione sul terreno (grazie all' ampia area di contatto generata al suolo) e maggiore aderenza (grazie alla presenza di risalti); inoltre, la conformazione del cingolo è tale da impedire l' affondamento su terreni cedevoli e limitare gli slittamenti in casi di forte pendenza stradale. Tali caratteristiche del cingolo garantiscono al veicolo elevata capacità di trazione su qualsiasi tipo di terreno (dal fango al ghiaccio).

La manovrabilità del mezzo, invece, è influenzata dal sistema di sterzata. Negli anni sono stati sviluppati numerosi sistemi di sterzata in grado di garantire ottime performances dinamiche del mezzo; tra tutti si distinguono lo *skid steering* e l' *articulated steering*.

Lo *skid steering* è il sistema maggiormente impiegato sui veicoli cingolati e realizza la sterzata attraverso una differenza di velocità tra i cingoli, il che porta inevitabilmente allo scorrimento delle ruote condotte e del cingolo. Nei veicoli più moderni, lo *skid steering* è realizzato per mezzo di un doppio differenziale. Sebbene sia un principio di sterzata molto semplice da impiegare, richiede coppie e potenze molto elevate poiché, oltre alla potenza per l' avanzamento, è necessario anche un contributo significativo per la sterzata, a causa degli elevati scorrimenti prodotti [1, 2].

Per i veicoli cingolati modulari lo skid steering lascia il posto all' *articulated steering*. I veicoli modulari sono costituiti generalmente da due corpi separati, connessi da un giunto ad asse verticale. Quando il guidatore ruota lo sterzo, i due cilindri idraulici posti in corrispondenza del giunto generano una coppia di sterzo tale da creare un angolo relativo tra i due moduli del veicolo (fig. 1.3). È un sistema vantaggioso, in quanto limita le perdite di potenza e l' usura del cingolo, che invece si manifestano nel caso di *skid steering* [3]. Grazie alla grande manovrabilità conferita, l' *articulated steering* è fortemente diffuso su molti mezzi articolati, che operano in ambiti anche molto differenti tra loro (agricoltura, costruzioni, miniere, ecc.) [4].

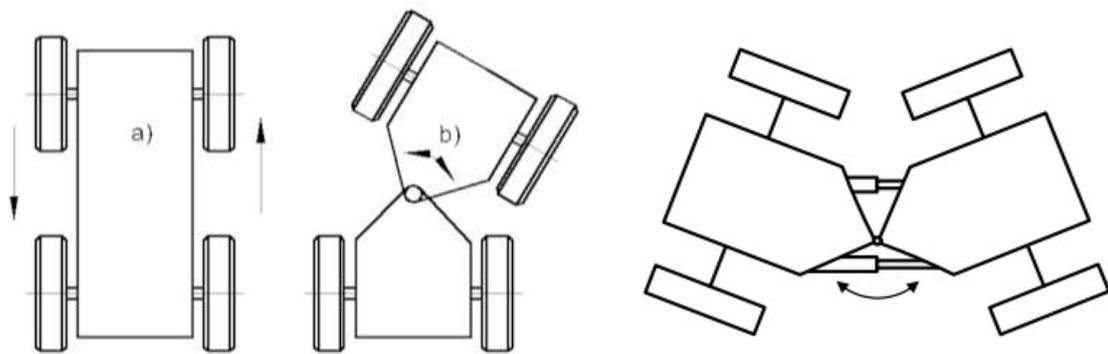


Figura 1.3 a) *Skid Steering*; b) *Articulated Steering*

Figura 1.4 *Sterzata di un veicolo articolato (Articulated Steering)*

Sebbene i veicoli cingolati articolati siano maggiormente impiegati per le movimentazioni off-road, dove procedono a velocità contenute, può accadere che questi percorrano terreni pianeggianti o strade asfaltate. In tali circostanze, raggiungendo velocità di marcia più elevate, è possibile che si manifesti una instabilità laterale dovuta all' azione di sterzata del guidatore. Questa instabilità tende a far chiudere il modulo anteriore sul modulo posteriore, in modo del tutto analogo al *jackknifing* dei rimorchi (fig. 1.3), perdendo il totale controllo del veicolo [5].

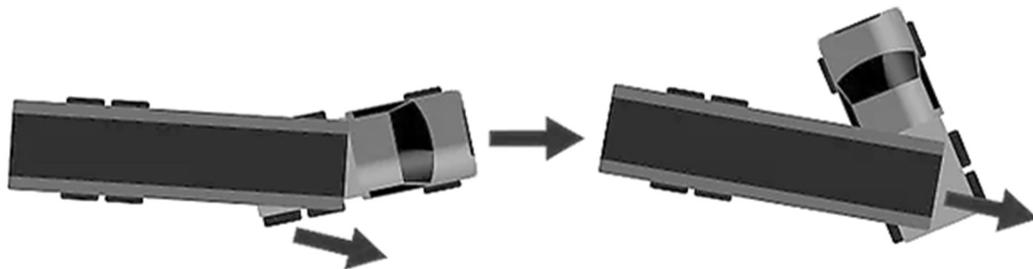


Figura 1.5 *Esempio di jackknifing dei rimorchi*

Nonostante l' effetto sia analogo, lo jackknifing dei veicoli dotati di articulated steering è causato da fenomeni diversi. L' analisi condotta da Crolla e Horton

[6] propone un modello di veicolo articolato a tre gradi di libertà e mostra come, oltre un certo valore critico di velocità longitudinale, insorga instabilità e che questa sia sempre più accentuata all' aumentare della velocità stessa.

Un' analisi simile è proposta nel presente lavoro di tesi in relazione al veicolo cingolato bimodulare BRT-AATV (*Amphibious All-Terrain Tracked Vehicle*).

Si ha quindi lo scopo di proporre un modello in grado di:

- Descrivere gli aspetti fondamentali del comportamento dinamico del veicolo, focalizzando l' attenzione sulla sterzata con manovre in open loop;
- Analizzare l' instabilità intrinseca del modello in funzione della velocità longitudinale del veicolo;
- Eliminare l' instabilità tramite un' azione di controllo direzionale con analisi in closed loop;

Tale obiettivo è stato conseguito tramite tre step principali:

1. Scrittura delle equazioni dinamiche e costruzione del modello nell' ambiente Matlab/Simulink;
2. Analisi dei risultati ottenuti da manovre in open loop sulla coppia di sterzo;
3. Integrazione della logica di controllo per l' analisi direzionale;

2. Caratterizzazione del veicolo

2.1. Caratteristiche meccaniche

Il veicolo BRT–AATV (fig.2.1) è predisposto per operazioni di trasporto o salvataggio, essendo in grado di raggiungere zone impraticabili da altri mezzi. Esso infatti riesce a muoversi agilmente su qualsiasi tipo di terreno e può navigare in totale sicurezza. Al contempo, la bassa pressione esercitata al suolo consente il transito del mezzo anche su strade asfaltate e terreni erbosi, senza arrecare danni.



Figura 2.1 Veicolo BRT–AATV [7]

È costituito da due moduli: il modulo frontale può trasportare fino a tre persone oltre al conducente, ed ospita il motore termico e il powertrain; il modulo posteriore dispone di un pianale predisposto all'installazione di varie attrezzature per il trasporto di persone o materiale, l'impianto di serbatoi e cisterne o moduli speciali per ambulanze e vigili del fuoco.

Il modulo anteriore alloggia il motore Diesel di 3 L 4 cilindri in linea, la cui coppia massima erogabile è 400 Nm e la potenza massima è 120 kW @ 3500 rpm.

Entrambi i moduli sono dotati di due cingoli, ognuno dei quali ha una ruota motrice (pignone o *sprocket wheel*) e cinque ruote condotte (fig. 2.2). Quattro ruote sono sempre a contatto con il suolo, la quinta interviene solo quando il veicolo percorre terreni in pendenza. Nella presente analisi, la quinta ruota è considerata solo come supporto per la conduzione del cingolo, in quanto la pendenza stradale è trascurata.

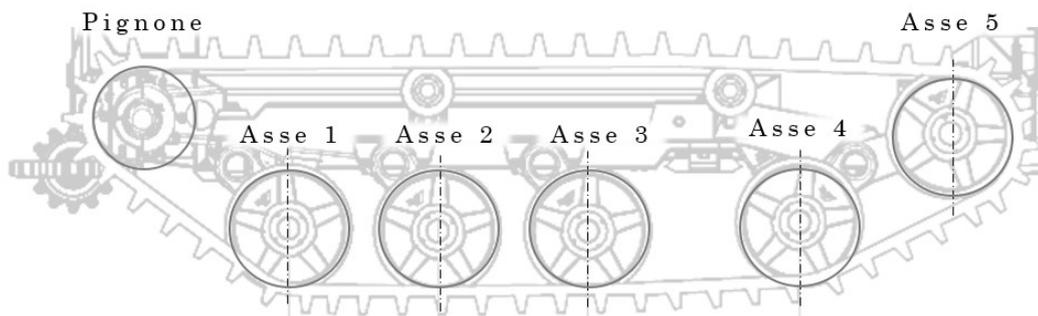


Figura 2.2 Rappresentazione della struttura del cingolo

Lo schema del powertrain installato sul mezzo è rappresentato in fig. 2.3. La coppia motrice in uscita dal motore passa dal cambio e si ripartisce ugualmente tra il primo e il secondo modulo, mentre i differenziali di tipo Torsen ripartiscono la coppia sui pignoni del cingolo destro e sinistro di ogni modulo. Come previsto da tale tipologia di differenziale, la coppia inviata ai pignoni del cingolo destro e sinistro è uguale.

Il veicolo è dotato di un ulteriore stadio di trasmissione (*Transfer box*) interposto tra il cambio e i differenziali, che attraverso un cavo bowden con comando in cabina permette al guidatore di scegliere tra marcia lunga e marcia ridotta. Quest'ultima viene impiegata quando il veicolo deve superare pendenze molto elevate.

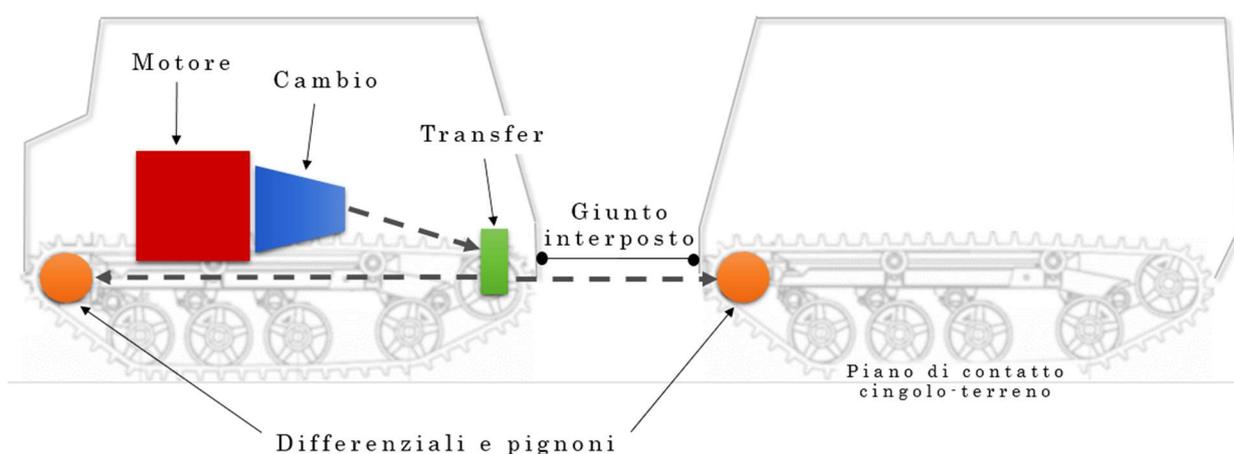


Figura 2.3 Schematizzazione del powertrain

Nella tabella 1 sono riportate le caratteristiche del cambio e del Transfer:

Caratteristiche del cambio	
Stadio di trasmissione	Rapporto di trasmissione
I° marcia	3.102
II° marcia	1.810
III° marcia	1.406
IV° marcia	1
V° marcia	0.712
VI° marcia	0.614
Caratteristiche del Transfer box	
Marcia corta	5.250
Marcia lunga	2.2

Tabella 1 Caratteristiche della trasmissione

In figura 2.3 si può notare come i moduli siano collegati per mezzo di un giunto, attuato tramite un sistema idraulico che influenza le caratteristiche dinamiche del veicolo.

Il sistema idraulico è costituito da due cilindri idraulici posti in corrispondenza del giunto e una *idroguida*, servocomando oleodinamico impiegato nei mezzi pesanti dove la sterzata deve essere sicura e sufficientemente confortevole. Il volante è meccanicamente collegato ad una pompa volumetrica che, sulla base della rotazione del volante stesso, immette nei cilindri una certa portata volumetrica di olio. Tale portata (proporzionale alla rotazione del volante) genera una coppia di sterzo sul giunto, quindi lo spostamento angolare delle ruote e la sterzata del veicolo. Il valore massimo dell'angolo relativo che si viene a formare in tali circostanze tra i due moduli è vincolato al fine corsa dei cilindri idraulici, corrispondente ad un angolo massimo di 43° .

Per quanto riguarda la frenata non è presente il sistema di servofreno, in quanto le forze di resistenza al moto e le forze di inerzia sono sufficienti a frenare il veicolo. Il pedale freno viene impiegato solamente per situazioni di emergenza.

Tutte le caratteristiche meccaniche dei sistemi che costituiscono il veicolo e descritti in questo paragrafo sono state considerate nel modello del veicolo, sotto opportune ipotesi semplificative.

2.2. Cenni di contatto cingolo–terreno cedevole

I veicoli cingolati operano generalmente su terreni non preparati e con caratteristiche fisiche e meccaniche anche completamente diverse tra loro (fango, neve, sabbia, ecc). La difficoltà nel predire la risposta del terreno cedevole al carico generato dal veicolo in movimento ha condotto allo sviluppo di numerosi modelli empirici, ampiamente usati per valutare la dinamica dei veicoli cingolati. Tali modelli sono basati su risultati di test condotti su un certo numero di veicoli in movimento su diverse tipologie di terreno.

La modellazione empirica, tuttavia, è caratterizzata da una serie di limitazioni e mancanze, legate alla difficoltà di considerare alcuni fenomeni che si manifestano durante la movimentazione del veicolo. Tra questi, la presenza dello stato di tensione triassiale sul terreno, generato dal cingolo in movimento, che influisce significativamente sulle proprietà del terreno stesso, come ad esempio la rigidezza.

Per ter conto di tali effetti, spesso si ricorre a tecniche numeriche agli elementi finiti: quest' ultime derivano da uno studio dettagliato della natura fisica del contatto cingolo–terreno e dei principi della meccanica applicata.

Il modello numerico più diffuso per la dinamica di veicoli off–road con cingoli in gomma è il *NTVPM* proposto da Wong [8], in cui il cingolo viene modellato come un corpo dotato di elasticità longitudinale. Proprio quest' ultima influenza la distribuzione di tensione lungo il cingolo, quindi il comportamento del veicolo.

Quando il veicolo percorre il terreno deformabile, il carico generato causa la deformazione del cingolo e del terreno: infatti, il cingolo a contatto con il terreno si incurva e aumenta la zona di contatto tra avantreno e retrotreno (a differenza dal caso di terreno non cedevole), mentre il terreno subisce una serie ciclica di carichi, dovuta al passaggio delle ruote condotte successive alla prima.

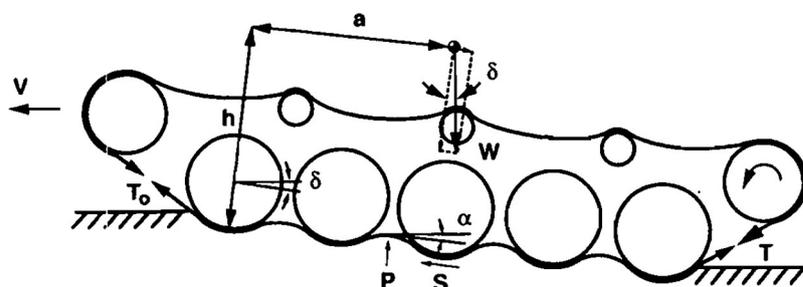


Figura 2.4 Movimentazione del cingolo su terreno cedevole [8]

L' interazione tra cingolo e terreno è descritta tramite una serie di equazioni, quali l' equilibrio delle forze e dei momenti agenti sul sistema. La soluzione di tali equazioni consente la definizione dell' affondamento delle ruote, dell' inclinazione del veicolo, della distribuzione di tensione sul cingolo e dell' ombra di contatto tra cingolo e terreno.

Da questi parametri, vengono poi derivabili le tensioni tra cingolo e terreno, quindi la resistenza al moto e la forza di trazione in funzione dello scorrimento del cingolo.

Il comportamento del veicolo cingolato articolato (sia esso semplice o modulare) su terreni non preparati può essere così analizzato.

I parametri di progetto del veicolo, come il numero di ruote condotte o la tensione del cingolo, diventano parametri di controllo per l' ottimizzazione della mobilità o la valutazione dell' influenza del terreno sul veicolo. Infatti è possibile incrementare la mobilità del mezzo cingolato articolato su terreni sconnessi agendo, ad esempio, sulla tensione del cingolo.

Nel presente lavoro, tuttavia, viene adottato un modello di interazione cingolo-terreno più semplice. Il suolo viene considerato omogeneo e di un materiale plastico perfettamente rigido. Si lascia a sviluppi futuri l' integrazione di un modello di terreno non coesivo e del conseguente modello di contatto cingolo-terreno.

3. Modello dinamico del veicolo

3.1. Descrizione generale

Il modello dinamico del veicolo è sviluppato nell' ambiente Simulink ed è composto da due macrosistemi (fig.3.1): *Driver/Controller Input* e *Vehicle model*.

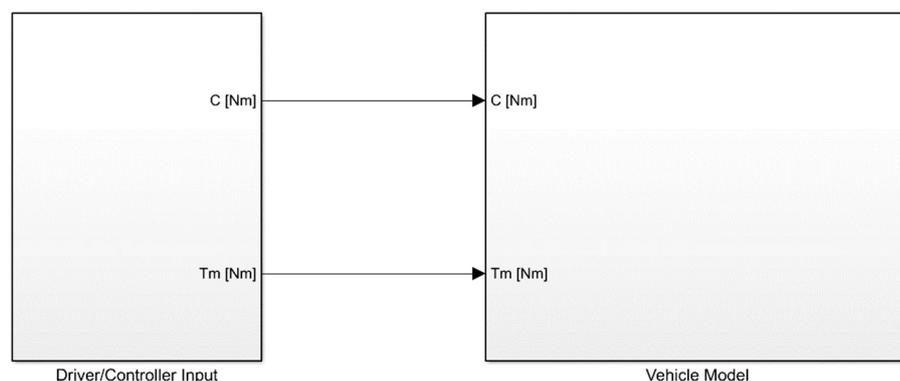


Figura 3.1 Struttura principale del modello di veicolo BRT

Il primo racchiude le manovre eseguibili dal driver o dalla logica di controllo e restituisce in output la coppia motrice (Tm) e la coppia di sterzo (C); tali output diventano gli input del secondo macrosistema, che contiene le equazioni caratteristiche della dinamica del veicolo. In fig. X sono evidenziate in blu le manovre eseguibili per la coppia motrice e la coppia di sterzo (rampa, gradino, scala) e in rosso gli output corrispondenti, inviati al modello di veicolo come input.

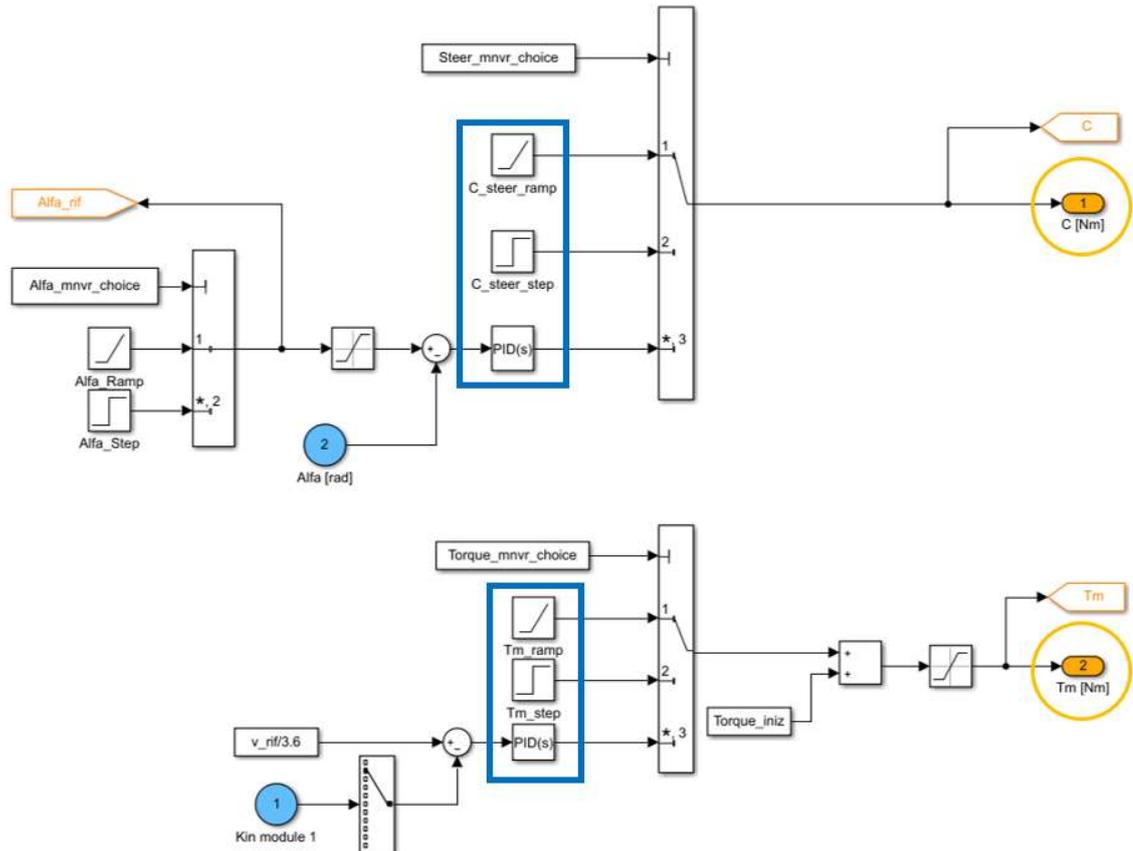


Figura 3.2 Contenuto del blocco 'Driver/Controller'

Il macrosistema *Vehicle Model* (fig.3.3) è costituito a sua volta da cinque sottosistemi, quali: *Sprung mass equations*, *Track-terrain interactions*, *Track angular velocities*, *Normal Forces Calculation* e *Rolling resistances*.

L'organizzazione e la scelta del contenuto di ogni sottosistema è stata dettata dalla possibilità di collegare facilmente le grandezze in input e output, in modo da creare una rete ordinata e coerente di blocchi.

Il sottosistema *Sprung mass equations* include le equazioni di cinematica e dinamica longitudinale, laterale e rotazionale dei due moduli, insieme al calcolo delle reazioni vincolari sul giunto interposto. Esso risulta essere uno dei blocchi

centrali per il modello, in quanto restituisce in output tutte le grandezze cinematiche dei moduli.

Un altro blocco fondamentale è il *Track-terrain interactions*, il quale prende in input le sopraccitate grandezze cinematiche e i carichi verticali calcolati nel blocco *Normal Forces Calculation* e svolge due funzioni: dapprima procede con il calcolo delle velocità, degli scorrimenti e degli angoli di deriva di ogni assale; successivamente, sulla base del modello di contatto cingolo-terreno considerato, determina le forze scambiate a terra (F_x , F_y) e i momenti attorno all' asse z (M_z) generati.

I blocchi *Rolling resistances* e *Track angular velocities* invece sono di supporto per il calcolo rispettivamente delle resistenze al rotolamento e delle velocità di rotazione dei pignoni dei due moduli.

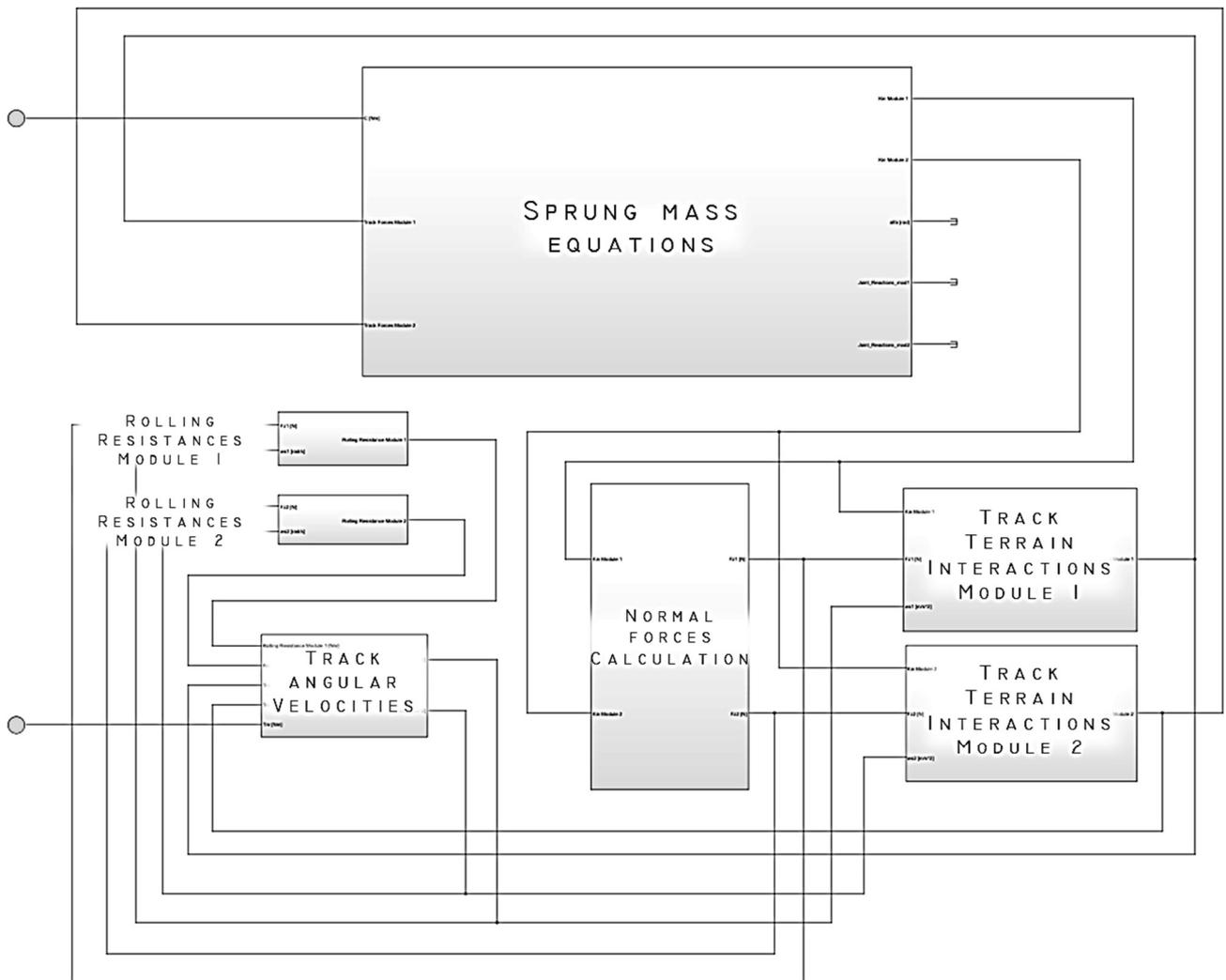


Figura 3.3 Struttura del macrosistema "Vehicle Model"

3.2. Ipotesi ed assunzioni

Le ipotesi principali su cui si basa lo sviluppo del modello sono:

- Validità del modello per l'analisi transitorio e in stazionario (*steady-state*);
- Quattro gradi di libertà corrispondenti agli spostamenti longitudinali e laterali del modulo frontale (x_{G1}, y_{G1}) e alle rotazioni attorno all'asse z di entrambi i moduli ψ_1 e ψ_2 , e quattro gradi di libertà relativi alle velocità angolari dei pignoni $\omega_{s1L}, \omega_{s1R}, \omega_{s2L}, \omega_{s2R}$.
- Contatto cingolo-terreno discretizzato in un numero finito di contatti puntuali, pari alle quattro ruote condotte di ogni cingolo (8 punti di contatto per ogni modulo);
- Le due ruote che costituiscono l'assale sono ridotte ad un'unica ruota equivalente;
- Termini inerziali concentrati nei seguenti elementi: centri di gravità dei due moduli (I_1 per il Modulo 1, I_2 per il Modulo 2), motore I_m , pignoni I_s ;
- Terreno non cedevole, l'effetto di affondamento è trascurato;
- Coesione tra cingolo e terreno trascurabile;
- Assenza di inclinazione del terreno (comportamento direzionale);
- Resistenza aerodinamica trascurabile (basse velocità del veicolo);
- Trasferimenti di carico laterali (si trascurano quelli longitudinali);

3.3. Equazioni cinematiche e dinamiche

La dinamica del veicolo è descritta dalle equazioni della massa sospesa contenute nel blocco *Sprung mass equations*. Esse sono le equazioni di equilibrio alla traslazione longitudinale, laterale e rotazionale.

La fig.3.3 riporta la vista dall'alto del veicolo e introduce i tre sistemi di riferimento: il riferimento assoluto (x, y, z) , il riferimento mobile del Modulo 1 (x_1, y_1, z_1) e il riferimento mobile del Modulo 2 (x_2, y_2, z_2) , quest'ultimi centrati nei rispettivi centri di gravità dei moduli, G_1 e G_2 .

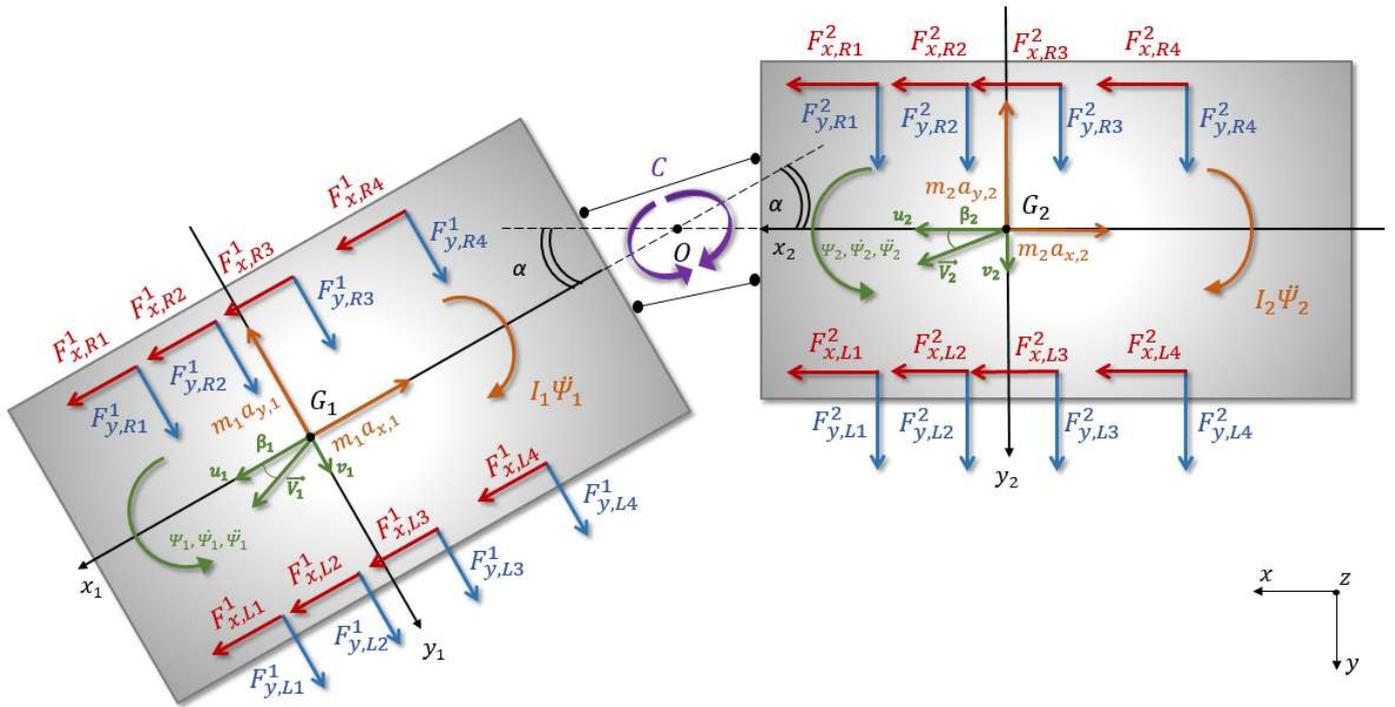


Figura 3.4 Vista dall' alto del veicolo (piano $x-y$)

Le grandezze cinematiche caratteristiche per il Modulo 1 sono:

- $\mathbf{X}_{G_1} = (x_{G_1}, y_{G_1})$: vettore posizione di G_1 ;
- $\mathbf{V}_1 = (u_1, v_1)$: vettore velocità di G_1 ;
- $\mathbf{a}_1 = (a_{x1}, a_{y1})$: vettore accelerazione di G_1 ;
- $\psi_1 = \psi_1 \hat{\mathbf{z}}$: angolo di imbardata del Modulo 1;

L' angolo formato dal vettore velocità \mathbf{V}_1 e la direzione longitudinale del moto $\hat{\mathbf{x}}_1$ è definito *angolo di assetto* ed è dato da:

$$\beta_1 = \text{atan}(v_1/u_1)$$

Il vettore \mathbf{X}_{G_1} è l' unico espresso nel sistema di riferimento globale, mentre gli i vettori di velocità ed accelerazione sono espressi rispetto al sistema di riferimento solidale al veicolo.

Allo stesso modo, è possibile definire le grandezze cinematiche del Modulo 2:

- $\mathbf{X}_{G_2} = (x_{G_2}, y_{G_2})$: vettore posizione di G_2 ;
- $\mathbf{V}_2 = (u_2, v_2)$: vettore velocità di G_2 ;
- $\mathbf{a}_2 = (a_{x2}, a_{y2})$: vettore accelerazione di G_2 ;
- $\psi_2 = \psi_2 \hat{\mathbf{z}}$: angolo di imbardata del Modulo 1;

Anche per il modulo posteriore l' unico vettore espresso rispetto al sistema di riferimento globale è \mathbf{X}_{G2} .

L' angolo formato dal vettore velocità \mathbf{V}_2 e la direzione longitudinale del moto \widehat{x}_2 è definito *angolo di assetto* ed è dato da:

$$\beta_2 = \text{atan}(v_2/u_2)$$

Per effetto del giunto interposto, che lega il moto dei due moduli, il riferimento mobile del Modulo 2 (x_2, y_2) può essere espresso in funzione del riferimento del Modulo 1 (x_1, y_1) tramite un cambiamento di coordinate, dato dalla matrice di rotazione:

$$\begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix}$$

dove α è l' *angolo relativo* tra i due moduli, dato da : $\alpha = \psi_1 - \psi_2$.

Le componenti delle forze di contatto cingolo-terreno sono indicate da $\mathbf{F}_{x,ki}^j$ e $\mathbf{F}_{y,ki}^j$, una per ognuna delle otto ruote condotte dei singoli moduli ($i =$ numero dell' assale ($i=1:4$), $j =$ modulo considerato ($j=1,2$), $k =$ cingolo destro R o sinistro L).

La coppia sul giunto \mathbf{C} , invece, rappresenta la coppia di sterzo in input al veicolo. Nell' analisi open loop essa è scelta arbitrariamente, mentre con l' inserimento del controllo direzionale (analisi closed loop) viene calcolata tramite feedback.

3.3.1. Equilibrio alla traslazione

Di seguito sono riportate le equazioni del moto lungo le due direzioni x_1 e y_1 :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N (F_{x,L}^1)_i + \sum_{i=1}^N (F_{x,R}^1)_i - m_1 a_{x1} + \left[\sum_{i=1}^N (F_{x,L}^2)_i + \sum_{i=1}^N (F_{x,R}^2)_i - m_2 a_{x2} \right] \cos \alpha \\ + \left[\sum_{i=1}^N (F_{y,L}^2)_i + \sum_{i=1}^N (F_{y,R}^2)_i - m_2 a_{y2} \right] \sin \alpha = 0 \end{aligned}$$

Equazione 3.1 Equilibrio dinamico alla traslazione lungo x_1

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N (F_{y,L}^1)_i + \sum_{i=1}^N (F_{y,R}^1)_i - m_1 a_{y1} + \left[\sum_{i=1}^N (F_{x,L}^2)_i + \sum_{i=1}^N (F_{x,R}^2)_i - m_2 a_{x2} \right] (-\sin \alpha) \\ + \left[\sum_{i=1}^N (F_{y,L}^2)_i + \sum_{i=1}^N (F_{y,R}^2)_i - m_2 a_{y2} \right] \cos \alpha = 0 \end{aligned}$$

Equazione 3.2 Equilibrio dinamico alla traslazione lungo y_1

3.3.2. Equilibrio alla rotazione

Le equazioni di equilibrio alla rotazione attorno a z per i due moduli, con polo di rotazione nei centri di gravità G_1 e G_2 , sono:

$$C - I_1 \ddot{\psi}_1 + \sum_{i=1}^N [((F_{y,R}^1)_i + (F_{y,L}^1)_i) \cdot \overline{OP}_i] + \sum_{i=1}^N [((F_{x,R}^1)_i - (F_{x,L}^1)_i) \cdot t] - m_1 a_{y1} \cdot x_{G1} = 0$$

Equazione 3.3 Equilibrio alla rotazione attorno a z per il Modulo 1

$$-C - I_2 \ddot{\psi}_2 - \sum_{i=1}^N [((F_{y,R}^2)_i + (F_{y,L}^2)_i) \cdot \overline{OP}'_i] + \sum_{i=1}^N [((F_{x,R}^2)_i - (F_{x,L}^2)_i) \cdot t] + m_2 a_{y2} \cdot x_{G2} = 0$$

Equazione 3.4 Equilibrio alla rotazione attorno a z per il Modulo 2

Dove:

- $\ddot{\psi}_1$ e $\ddot{\psi}_2$ corrispondono alle accelerazioni di imbardata dei due moduli;
- OP e OP' rappresentano le distanze lungo l'asse x dell'i-esima ruota, rispettivamente del modulo I e del modulo II, rispetto al punto O;
- x_{G1} e x_{G2} identificano le distanze lungo l'asse x tra il polo O e il baricentro del modulo i-esimo;
- t è la semicarreggiata;

Le distanze così definite sono raffigurate in fig3.5 e fig.3.6:

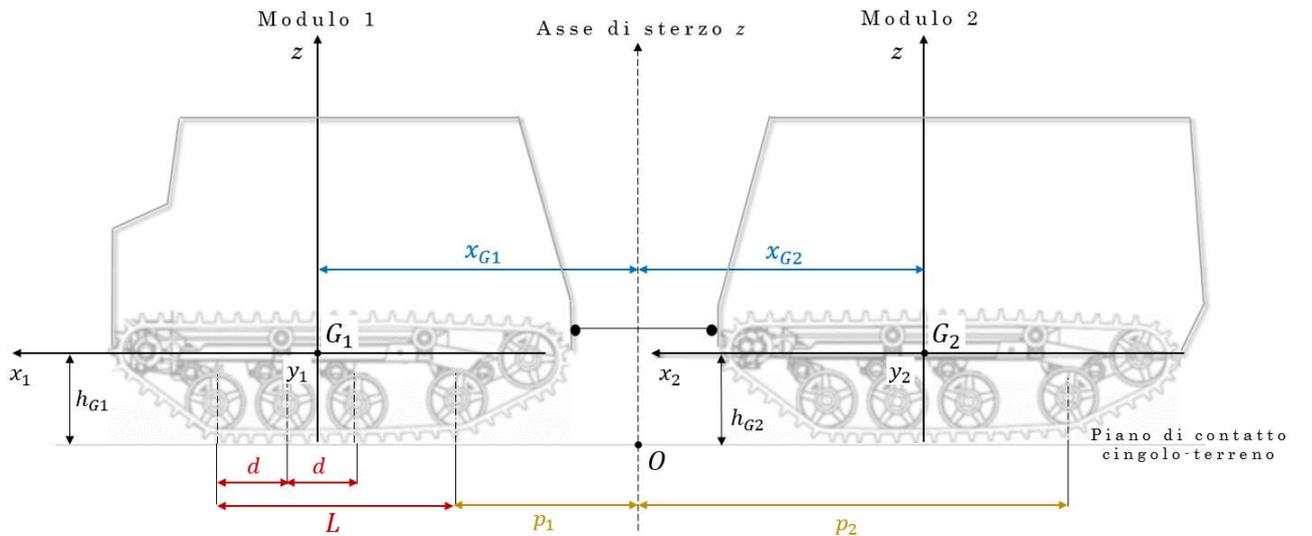


Figura 3.5 Vista sul piano x-z delle distanze lungo l'asse x

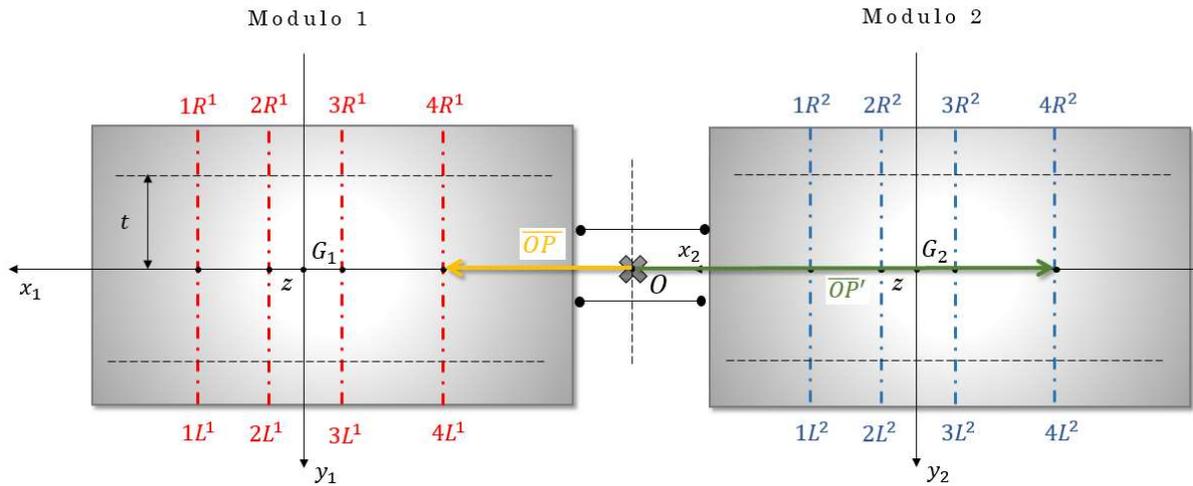


Figura 3.6 Vista sul piano $x-y$ delle distanze lungo l'asse x

I termini tra parentesi quadrate nelle eq.3.3 e eq.3.4 identificano i momenti prodotti dalle forze di contatto $F_{x,ki}^j$ e $F_{y,ki}^j$ sul terreno; per ogni ruota condotta, tali momenti possono essere sintetizzati nella forma:

$$M_{z,i}^1 = [((F_{y,R}^1)_i + (F_{y,L}^1)_i) \cdot \overline{OP}_i] + [((F_{x,R}^1)_i - (F_{x,L}^1)_i) \cdot t]$$

$$M_{z,i}^2 = -[((F_{y,R}^2)_i + (F_{y,L}^2)_i) \cdot \overline{OP}'_i] + [((F_{x,R}^2)_i - (F_{x,L}^2)_i) \cdot t]$$

Equazione 3.5 Definizione dei momenti M_z

3.3.3. Forze longitudinali F_x e laterali F_y

Generalmente per la simulazione del comportamento dinamico degli pneumatici viene impiegato il modello di Pacejka: le forze di contatto pneumatico-strada sono espresse in funzione di numerosi coefficienti empirici, che tengono conto delle caratteristiche fisiche e dinamiche dello pneumatico.

Nel caso in esame, non trattandosi di veicoli gommati ed essendo il contatto cingolo-terreno abbastanza rigido, l'implementazione ed adattamento del modello di Pacejka risulterebbero piuttosto complicati.

Pertanto, è necessario considerare un modello di contatto differente. Come riportato da Wong [9], l'interazione tra cingolo e terreno è molto difficile da descrivere in modo accurato, pertanto spesso si ricorre a modelli empirici che sono tuttavia di difficile implementazione. Un buon compromesso è l'impiego della funzione tangente iperbolica. Questa, infatti, ricalca in modo sufficientemente accurato l'andamento delle forze di contatto ricavate tramite modelli sperimentali e al contempo è semplicemente modellabile. Dal confronto tra le figg. 3.7 e 3.8 si può notare come l'andamento delle forze di contatto

ottenuto sperimentalmente ricalchi in modo sufficientemente accurato l'andamento della tangente iperbolica; ciò ne rende valido l'impiego nella modellazione.

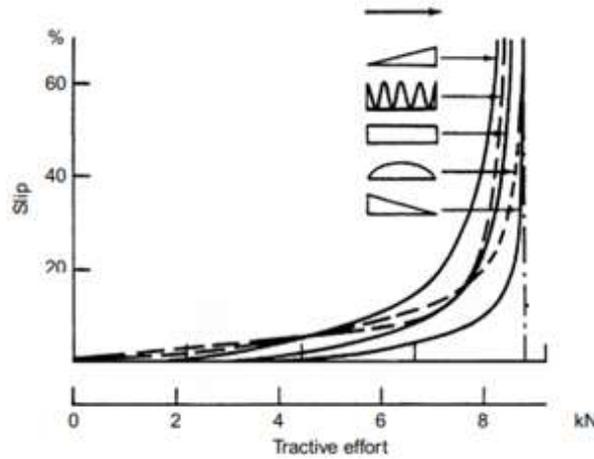


Figura 3.7 Generico andamento delle F_y ottenuto con tramite modellazione con tangente iperbolica [9]

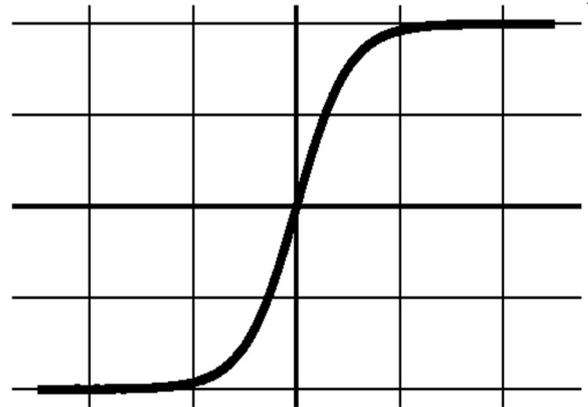


Figura 3.8 Generico andamento della funzione tangente iperbolica

Le espressioni delle forze longitudinali e laterali di contatto sono espresse da:

$$F_{x,i}^{I,II} = \mu F_{z,i}^{I,II} \tanh\left(\frac{3s_i}{s_{F,max}}\right)$$

$$F_{y,i}^{I,II} = \mu F_{z,i}^{I,II} \tanh\left(\frac{-3\beta_i}{\beta_{F,max}}\right)$$

Equazioni 3.6 Espressioni delle forze di contatto longitudinali e laterali

con:

- $F_{x,i}$: forza longitudinale per la ruota condotta i-esima;
- $F_{y,i}$: forza laterale per la ruota condotta i-esima;
- s_i : scorrimento longitudinale della i-esima ruota condotta;
- β_i : angolo di deriva dell' i-esima ruota condotta;
- $s_{F,max}$: valore di soglia dello scorrimento (0,2);
- $\beta_{F,max}$: valore di soglia dell' angolo di deriva (8°);
- μ : coefficiente di aderenza per il contatto cingolo-terreno (1);

3.3.4. Forze verticali

Per la valutazione delle forze verticali è necessario considerare la somma di tre contributi, quali:

- Forze verticali statiche;
- Trasferimenti di carico laterali;
- Trasferimenti di carico longitudinali;

$$F_{z,i}^I = F_{z,static,i}^I + \Delta F_{lat,i}^I + \Delta F_{long,i}^I$$

$$F_{z,i}^{II} = F_{z,static,i}^{II} + \Delta F_{lat,i}^{II} + \Delta F_{long,i}^{II}$$

Equazione 3.7 Espressioni delle forze verticali agenti sull' i-esima ruota

I carichi verticali statici sono stati determinati sperimentalmente mediante prova di carrellaggio sul veicolo BRT-AATV. Tale test ha evidenziato la percentuale di ripartizione del peso del modulo scaricata su ogni assale:

	Asse 1	Asse 2	Asse 3	Asse 4
% ripartizione del carico totale	17%	31%	35%	17%

Tabella 2 Ripartizione percentuale del carico totale sui singoli assali

E' possibile quindi esprimere il carico statico agente sull' assale i-esimo in funzione della percentuale di ripartizione del peso dei moduli:

$$F_{z,static,i}^I = \%_{rip,i} \cdot m_1 \cdot g$$

$$F_{z,static,i}^{II} = \%_{rip,i} \cdot m_2 \cdot g$$

Equazioni 3.8 Espressioni dei carichi statici per l' assale i-esimo

Sulla base della ripartizione statica del peso, è possibile calcolare la posizione del baricentro dei due moduli lungo la direzione longitudinale del veicolo x_{G1} e x_{G2} (ipotizzando l' assenza di eccentricità in direzione trasversale, y) tramite l' equilibrio alla rotazione attorno all' asse y e polo in O (fig.3.5):

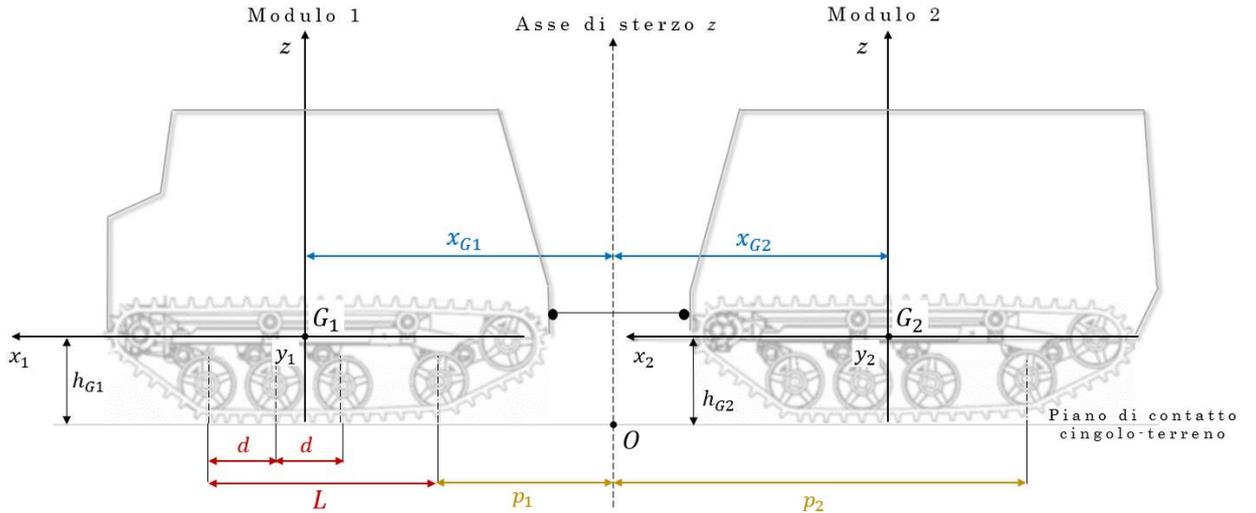


Figura 3.9 Distanze lungo la direzione longitudinale x

$$F_{z1}^I \cdot \frac{(p_1 + L)}{\overline{OP_1}} + F_{z2}^I \cdot \frac{(p_1 + L - d)}{\overline{OP_2}} + F_{z3}^I \cdot \frac{(p_1 + L - 2d)}{\overline{OP_3}} + F_{z4}^I \cdot \frac{p_1}{\overline{OP_4}} = m_1 \cdot g \cdot x_{G1}$$

$$F_{z1}^{II} \cdot \frac{(p_2 - L)}{\overline{OP_1'}} + F_{z2}^{II} \cdot \frac{(p_2 - L + d)}{\overline{OP_2'}} + F_{z3}^{II} \cdot \frac{(p_2 - L + 2d)}{\overline{OP_3'}} + F_{z4}^{II} \cdot \frac{p_2}{\overline{OP_4'}} = m_2 \cdot g \cdot x_{G2}$$

Equazioni 3.9 Equilibri alla rotazione lungo y attorno ad O per la determinazione delle posizioni dei baricentri

3.3.5. Trasferimenti di carico laterali

In riferimento alla fig. 3.9, posta h_{G1} l' altezza da terra del baricentro del modulo I e h_{G2} l' analogo valore per il modulo II (per semplicità le due altezze sono state ipotizzate uguali), è possibile determinare il trasferimento di carico laterale $\Delta F_{lat,i}^{1,2}$ attraverso l' equilibrio alla rotazione attorno al punto T :

$$\Delta F_{lat,i}^1 = \pm \frac{m_1 a_{y1} h_{G1}}{2t \cdot N}$$

$$\Delta F_{lat,i}^2 = \pm \frac{m_2 a_{y2} h_{G2}}{2t \cdot N}$$

Equazione 3.10 Espressione dei trasferimenti di carico laterali

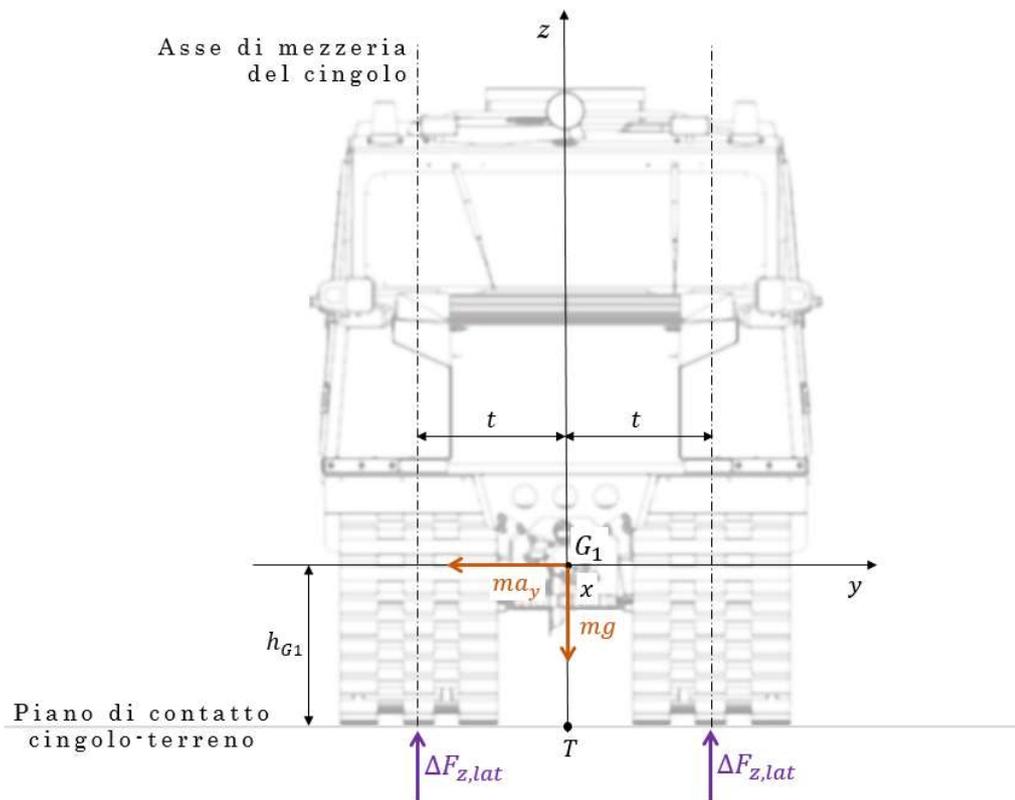


Figura 3.10 Rappresentazione dei trasferimenti di carico laterali

Nelle espressioni sopra riportate, avendo discretizzato il contatto continuo in un numero finito di punti ed ipotizzando che il trasferimento di carico laterale sia equamente distribuito su ogni lato del modulo, N corrisponde proprio al numero di contatti (4 per ogni cingolo).

3.3.6. Trasferimenti di carico longitudinali

E' di seguito riportato il calcolo relativo ai trasferimenti di carico longitudinali. I due moduli presentano angoli di beccheggio attorno al proprio baricentro differenti, pari a ϑ_1 per il modulo I e ϑ_2 per il modulo II.

Durante il moto le forze di inerzia longitudinali provocano il trasferimento di carico, il quale innesca un moto di beccheggio attorno al baricentro dei singoli moduli. Il trasferimento di carico può essere considerato proporzionale dallo spostamento verticale $\Delta z_i^{I,II}$ e la proporzionalità è espressa tramite la rigidezza della sospensione, $k_i^{I,II}$. Considerando le sospensioni dei moduli assimilabili a delle barre di torsione cilindriche, la rigidezza torsionale è espressa da:

$$k_i^{I,II} = G J_p$$

con $J_p = \pi s D_m^2 / 4$ momento di inerzia polare della barra di torsione ($s =$ spessore, $D_m =$ diametro medio).

Gli angoli di beccheggio sono determinati a partire dalla considerazione di un sistema equivalente di sospensione, di rigidezza $K_{eq}^{I,II} = 8 k_i^{I,II}$. Imponendo l'equilibrio alla rotazione attorno all'asse y con polo nei rispettivi baricentri, si ottiene per i due moduli:

$$-K_{eq}^I \vartheta_2 - m_2 a_{x2} h_{G2} = 0$$

$$-K_{eq}^I \vartheta_1 - m_1 a_{x1} h_{G1} = 0$$

Equazioni 3.11 Equilibri alla rotazione attorno all'asse y con polo nei baricentri

Identificata con x_i la distanza lungo x dell' i -esimo assale dal punto O , è possibile determinare i trasferimenti di carico verticale in direzione longitudinale:

$$\Delta F_{long,i}^I = k_i^I \Delta z_i^I \quad \text{con } \Delta z_i^I = x_i^I \tan \vartheta_1$$

$$\Delta F_{long,i}^{II} = k_i^{II} \Delta z_i^{II} \quad \text{con } \Delta z_i^{II} = x_i^{II} \tan \vartheta_2$$

Equazione 3.12 Trasferimenti di carico longitudinale

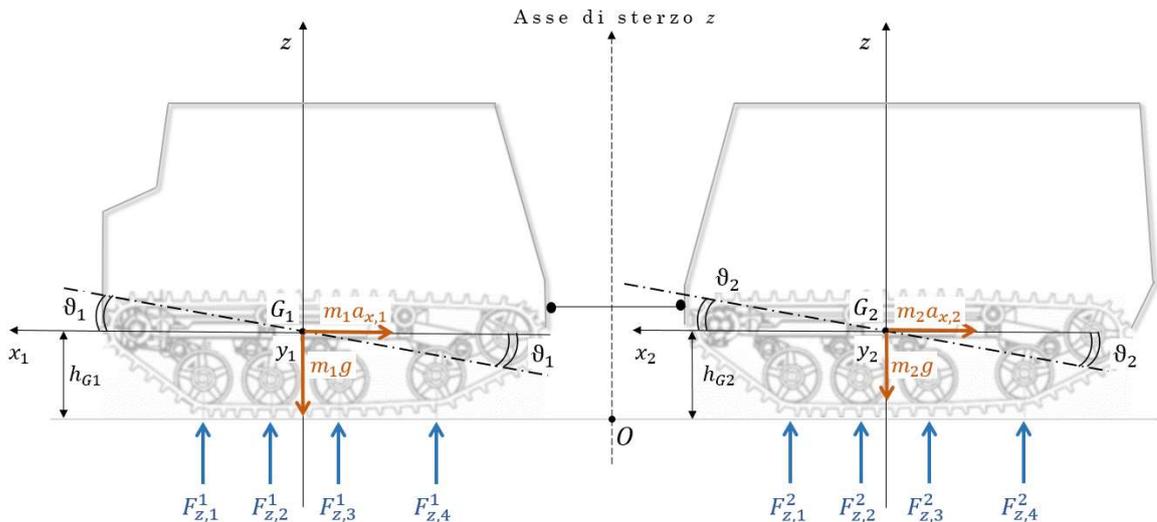


Figura 3.11 Rappresentazione dei carichi verticali che concorrono al trasferimento di carico longitudinale

3.3.7. Resistenze al rotolamento

La coppia di resistenza al rotolamento agente sulla i -esima ruota condotta può essere espressa come funzione della tangente iperbolica:

$$C_{r,i}^{I,II} = T_{roll,i}^{I,II} = \sum_{i=1}^8 F_{z,i}^{I,II} [f_0 + k(\omega_s^{I,II} R_s)^2] R_s \tanh \frac{3\omega_s}{\omega_{s,th}}$$

Equazione 3.13 Espressione della coppia di resistenza all'avanzamento

in cui l' indice I, II identifica l' appartenenza al modulo frontale e posteriore, così come per i carichi verticali $F_{z,i}^{I,II}$, f_0 e k sono coefficienti di resistenza al rotolamento, ω_s è la velocità angolare del pignone, R_s è il raggio del pignone e $\omega_{s,th}$ è il valore di soglia della velocità angolare del pignone.

3.3.8. Equilibrio dei pignoni

Al fine di ricavare l' equilibrio globale alla rotazione per i singoli pignoni è necessario valutare le relazioni di interazione tra pignone-cingolo-ruota folle.

L' ipotesi di base è il puro rotolamento tra ruota folle e cinghia, che conduce all' eq. 3.14 (valida per i pignoni dei due moduli, sia per il cingolo destro che sinistro):

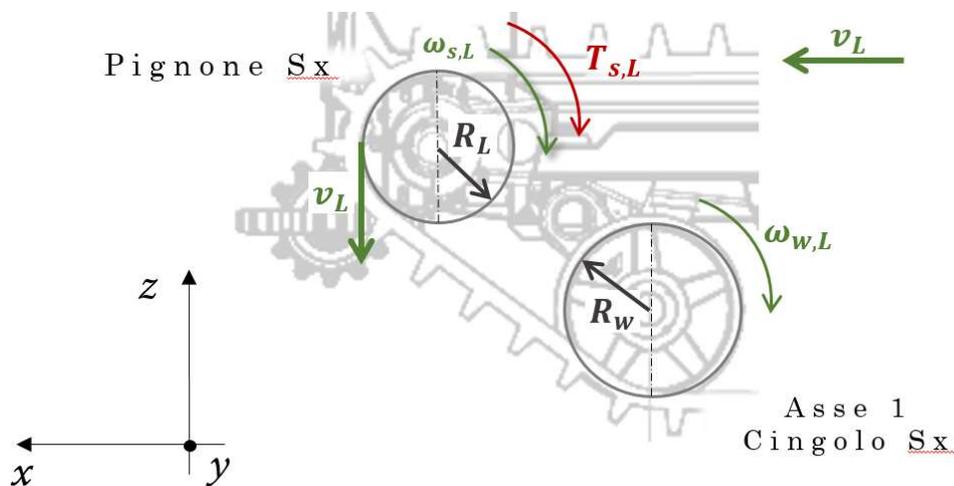


Figura 3.12 Cinematica del sistema pignone-cingolo-ruota condotta del cingolo sx

$$v_L = \omega_{sL} R_s = \omega_{w,L} R_w$$

Equazione 3.14 Condizione di puro rotolamento tra pignone e ruota condotta

da cui si ricava la velocità angolare della ruota in funzione di quella del pignone e il rapporto $r = R_s / R_w$.

Dal diagramma di corpo libero della ruota folle (fig.3.13) si determina la coppia di resistenza all' avanzamento $C_{r,i}^{I,II}$, da cui si ricava F_{ci} (i-esima forza di contatto tra ruota folle e cinghia):

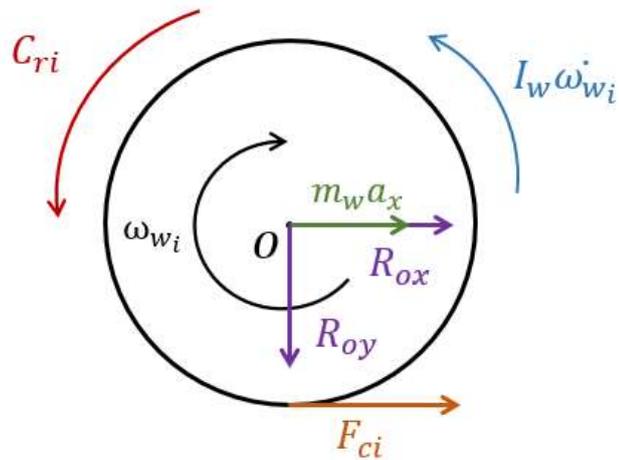


Figura 3.13 Diagramma di corpo libero della ruota condotta i-esima

$$F_{ci}R_w = C_{ri} + I_w\dot{\omega}_{wi}$$

Equazione 3.15 Equilibrio alla rotazione della ruota condotta rispetto al centro O

Dal diagramma di corpo libero del cingolo (fig. 3.14) si ricava l' eq. 3.16:

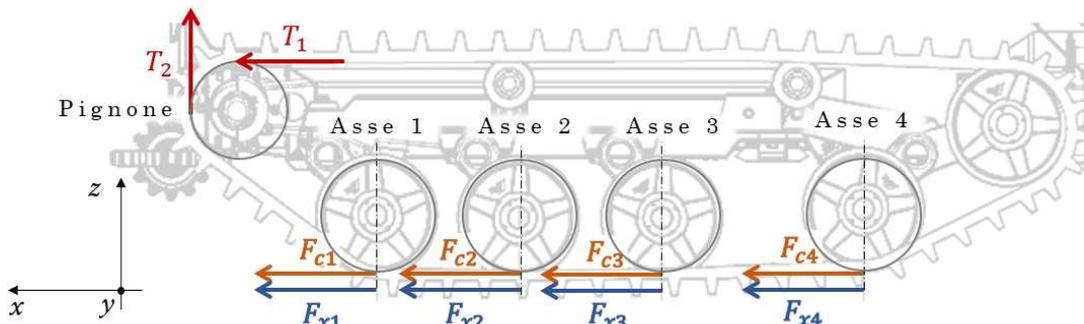


Figura 3.14 Diagramma di corpo libero del cingolo

$$(T_2 - T_1) = \sum_{i=1}^4 (F_{ci} + F_{xi})$$

Equazione 3.16 Equilibrio del cingolo

in cui T_1 e T_2 identificano le tensioni del cingolo in corrispondenza del pignone.

Si può passare a questo punto all' analisi del diagramma di corpo libero del pignone, da cui è possibile ottenere la coppia agente su di esso, T_s , correlata alla coppia motrice per mezzo dei rapporti al cambio e della efficienza della trasmissione ($\eta_{trasm} = 0,877$):

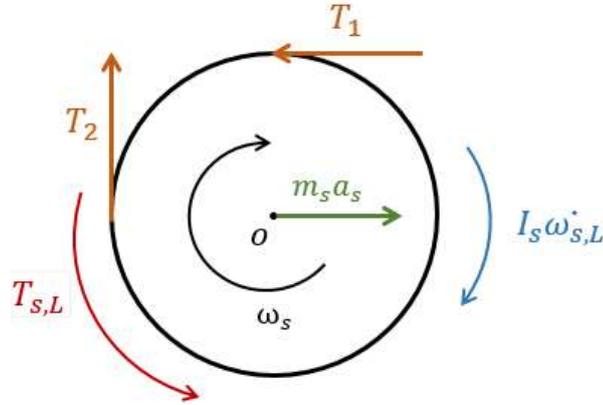


Figura 3.15 Diagramma di corpo libero del pignone

Posta T_{sL} la coppia agente sul pignone del cingolo sinistro (le considerazioni per il pignone del cingolo destro sono del tutto analoghe), si ricava l' espressione:

$$T_{sL} = \frac{T_{mL} \cdot \eta_{trasm} \cdot \tau_{tot}}{4} = (T_2 - T_1) \cdot R_s + I_s \cdot \dot{\omega}_{sL}$$

Equazione 3.17 Espressione della coppia agente sui singoli pignoni

E' possibile quindi ricavare l' equazione di equilibrio alla rotazione globale per il singolo pignone di ciascun modulo:

$$\frac{T_{mL} \cdot \eta_{trasm} \cdot \tau_{tot}}{4} = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{F_{z,i}^{III} [f_0 + k(\omega_s^{III} R_s)^2] R_s \tanh \frac{3\omega_s}{\omega_{s,th}} + I_i \dot{\omega}_{wi}}{R_w} + F_{xi} \right) \cdot R_s + I_s \cdot \dot{\omega}_{sL}$$

Equazione 3.18 Espressione della coppia agente sui singoli pignoni in funzione delle grandezze del sistema

Nel caso di analisi in stazionario, ponendo a zero tutti i termini derivati, l' equazione globale di equilibrio alla rotazione dei pignoni per l' intero modulo diventa:

$$\frac{T_{mL} \cdot \eta_{trasm} \cdot \tau_{tot}}{2} = \sum_{i=1}^8 \left(\frac{F_{z,i}^{III} [f_0 + k(\omega_s^{III} R_s)^2] R_s}{R_w} + F_{xi} \right) \cdot R_s$$

Equazione 3.19 Espressione della coppia motrice ripartita sul singolo modulo nel caso stazionario

3.3.9. Cinematica del veicolo

Si riportata il calcolo delle velocità dei centro-ruota per ogni assale dei due moduli, derivato dall' applicazione della formula fondamentale della cinematica. Tale calcolo è necessario per la determinazione degli angoli di deriva e degli scorrimenti delle ruote condotte.

- Velocità dei centro-ruota:

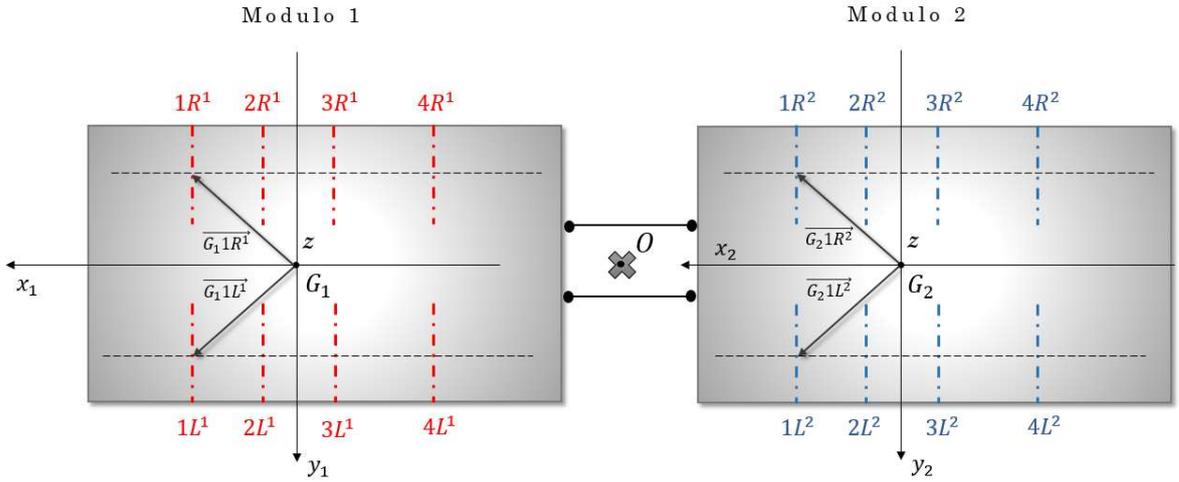


Figura 3.16 Rappresentazione delle distanze vettoriali tra il baricentro del modulo e i centro ruota

Modulo 1:

$$\begin{aligned} \overline{v_{1R^1}} &= \overline{v_{G_1}} + \overline{\psi_1} \times \overline{G_1 1R^1} & \text{con } \begin{cases} \overline{v_{G_1}} = u_1 \hat{x}_1 + v_1 \hat{y}_1 \\ \overline{G_1 1R^1} = (p_1 + L - x_{G_1}) \hat{x}_1 - t \hat{y}_1 \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} u_{1R^1} = u + \dot{\psi}_1 t \\ v_{1R^1} = v + \dot{\psi}_1 (p_1 + L - x_{G_1}) \end{cases} \\ \overline{v_{1L^1}} &= \overline{v_{G_1}} + \overline{\psi_1} \times \overline{G_1 1L^1} & \text{con } \begin{cases} \overline{v_{G_1}} = u \hat{x} + v \hat{y} \\ \overline{G_1 1L^1} = (p_1 + L - x_{G_1}) \hat{x} + t \hat{y} \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} u_{1L^1} = u - \dot{\psi}_1 t \\ v_{1L^1} = v + \dot{\psi}_1 (p_1 + L - x_{G_1}) \end{cases} \end{aligned}$$

Modulo 2:

$$\begin{aligned} \overline{v_{1R^2}} &= \overline{v_{G_2}} + \overline{\psi_2} \times \overline{G_2 1R^2} & \text{con } \begin{cases} \overline{v_{G_2}} = u_2 \hat{x}_2 + v_2 \hat{y}_2 \\ \overline{G_2 1R^2} = (x_{G_2} - p_2 + L) \hat{x}_2 - t \hat{y}_2 \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} u_{1R^2} = u + \dot{\psi}_2 t \\ v_{1R^2} = v + \dot{\psi}_2 (x_{G_2} - p_2 + L) \end{cases} \\ \overline{v_{1L^2}} &= \overline{v_{G_2}} + \overline{\psi_2} \times \overline{G_2 1L^2} & \text{con } \begin{cases} \overline{v_{G_2}} = u_2 \hat{x}_2 + v_2 \hat{y}_2 \\ \overline{G_2 1L^2} = (x_{G_2} - p_2 + L) \hat{x}_2 + t \hat{y}_2 \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} u_{1L^2} = u - \dot{\psi}_2 t \\ v_{1L^2} = v + \dot{\psi}_2 (x_{G_2} - p_2 + L) \end{cases} \end{aligned}$$

Equazioni 3.20 Espressioni delle velocità longitudinali e laterali dei centro ruota

in cui $\vec{\omega}_1$ e $\vec{\omega}_2$ sono i vettori delle velocità angolari dei moduli, \vec{v}_{G1} e \vec{v}_{G2} sono i vettori delle velocità dei baricentri. Il calcolo sopra riportato è relativo solo al primo assale del cingolo destro e sinistro di entrambi i moduli; ripetendo il procedimento adottando le distanze associate agli altri assali, si ottengono le velocità di tutti i centro ruota.

• Accelerazioni dei baricentri dei moduli :

All' inizio del presente capitolo è stato mostrato come la dinamica del modulo II sia strettamente legata a quella del modulo I, e come pertanto sia possibile esprimere il suo sistema di riferimento rispetto al modulo I tramite matrice di rotazione rigida.

Allo stesso modo, si possono esprimere le grandezze cinematiche del modulo II (come l' accelerazione del baricentro) in funzione dei gradi di libertà del sistema (v. par.3.2, *Ipotesi ed assunzioni*) tramite l' applicazione del Teorema di Rivals:

$$\begin{aligned}\vec{a}_o &= \vec{a}_{G1} + \vec{\omega}_1 \times \overline{OG1} + \vec{\omega}_1 \times (\vec{\omega}_1 \times \overline{OG1}) \\ \vec{a}_{G2} &= \vec{a}_o + \vec{\omega}_2 \times \overline{OG2} + \vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \overline{OG2})\end{aligned}$$

Equazione 3.21 Applicazione del Teorema di Rivals alle accelerazioni

da cui:

$$\vec{a}_{G2} = \vec{a}_{G1} + \vec{\omega}_2 \times \overline{OG2} + \vec{\omega}_1 \times \overline{OG1} + \vec{\omega}_1 \times (\vec{\omega}_1 \times \overline{OG1}) + \vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \overline{OG2})$$

Equazione 3.22 Espressione dell'accelerazione del baricentro del modulo II

Posto: $\omega_1 = \dot{\psi}_1, \dot{\omega}_1 = \ddot{\psi}_1$ e $\omega_2 = \dot{\psi}_2, \dot{\omega}_2 = \ddot{\psi}_2$; d_1 : distanza tra O e G1; d_2 : distanza tra O e G2, si ricavano le componenti dell' accelerazione del baricentro del modulo II:

$$\begin{cases} a_{x2} = (a_{x1} + \dot{\psi}_1^2 \cdot d_1) \cdot \cos \alpha - (a_{y1} - \dot{\psi}_1 \cdot d_1) \cdot \sin \alpha + \ddot{\psi}_2^2 \cdot d_2 \\ a_{y2} = (a_{x1} + \dot{\psi}_1^2 \cdot d_1) \cdot \sin \alpha + (a_{y1} - \dot{\psi}_1 \cdot d_1) \cdot \cos \alpha - \ddot{\psi}_2 \cdot d_2 \end{cases}$$

Equazione 3.23 Componenti dell'accelerazione del baricentro del modulo II

3.3.10. Reazioni sul giunto

Scorporando la reazione vincolare sul giunto interposto in un contributo lungo x ed uno lungo y, a partire dall' equilibrio alla traslazione del modulo I, è possibile determinare le componenti della reazione vincolare, date da:

$$R_x = m_1 a_{x1} - F_{x,L}^{1,tot} - F_{x,R}^{1,tot}$$

$$R_y = m_1 a_{y1} - F_{y,L}^{1,tot} - F_{y,R}^{1,tot}$$

Equazione 3.24 Espressioni delle reazioni vincolari sul giunto

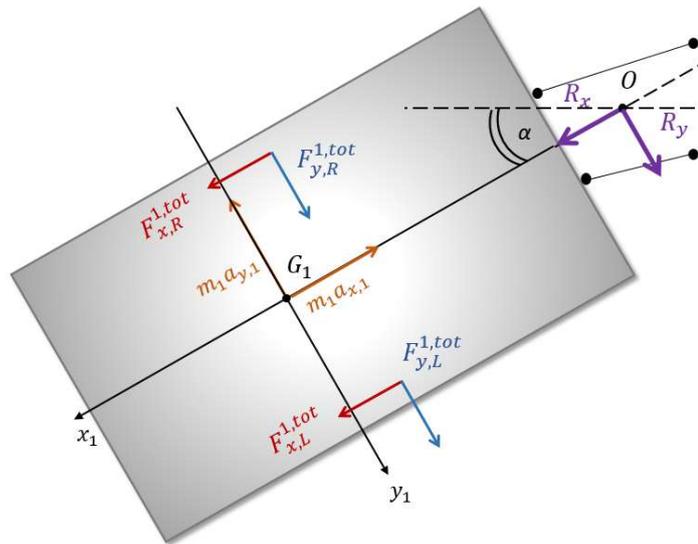


Figura 3.17 Rappresentazione delle componenti della reazione vincolare sul giunto

3.3.11. Curvature

Si riporta di seguito il calcolo delle curvature [10], implementato nel modello Simulink del veicolo:

$$\rho_{G_1} = \frac{\dot{\psi}_1}{\sqrt{u_1^2 + v_1^2}} + \frac{v_1 u_1 - v_1 \dot{u}_1}{(u_1^2 + v_1^2)^{3/2}}$$

$$\rho_{G_2} = \frac{\dot{\psi}_2}{\sqrt{u_2^2 + v_2^2}} + \frac{v_2 u_2 - v_2 \dot{u}_2}{(u_2^2 + v_2^2)^{3/2}}$$

Equazioni 3.25 Espressioni delle curvature per i moduli

3.3.12. Condizioni iniziali

E' necessario inizializzare le grandezze del modello in modo che queste siano coerenti con la definizione degli input del sistema. A tal proposito, definita la velocità iniziale di avanzamento del veicolo v_x , occorre stabilire una correlazione con le velocità angolari dei pignoni e con la coppia motrice.

Ipotizzato un avanzamento rettilineo del veicolo ($\alpha = 0$), si considera il sistema di equazioni dato da:

$$\begin{cases} F_{x_{tot}}^I + F_{x_{tot}}^{II} = 0 & (1) \\ T_s = \sum_{i=1}^8 \left(\frac{F_{z,i}^I [f_0 + k(\omega_s^I R_s)^2]}{R_w} + F_{xi}^I \right) \cdot R_s & (2) \\ T_s = \sum_{i=1}^8 \left(\frac{F_{z,i}^{II} [f_0 + k(\omega_s^{II} R_s)^2]}{R_w} + F_{xi}^{II} \right) \cdot R_s & (3) \end{cases}$$

Equazione 3.26 Sistema di equazioni per l'inizializzazione del modello

in cui (1) corrisponde all' equazione globale di equilibrio alla traslazione longitudinale, mentre (2) e (3) sono le equazioni di equilibrio alla traslazione dei pignoni, rispettivamente del modulo frontale e posteriore.

Sapendo che:

$$F_{x_{tot}}^{I,II} = k_\alpha \mu m^{I,II} g \tanh\left(\frac{3s_i^{I,II}}{s_{F,max}}\right)$$

Posto che lo scorrimento della ruota i-esima è esprimibile in funzione della velocità angolare dei pignoni (dall' eq. 3.14):

$$s_i^{I,II} = \frac{v_x - \omega_w^{I,II} R_w}{v_x} = \frac{v_x - \omega_s^{I,II} R_s}{v_x}$$

Sostituendo tali espressioni si ottiene un sistema di tre equazioni in tre incognite, correlate alle grandezze di inizializzazione ω_s^I , ω_s^{II} e T_s , calcolate in corrispondenza della velocità iniziale scelta per la manovra.

4. Manovre in open-loop

4.1. Coppia di sterzo rampa

Come già mostrato in fig.3.2, il modello di veicolo riceve in input due grandezze: la coppia di sterzo e la coppia motrice.

In prima analisi, sono state eseguite manovre in open loop sulla coppia di sterzo C_s , imponendone un certo andamento e valutando il comportamento dinamico del veicolo al variare delle velocità iniziali di riferimento.

Il profilo di C_s alle diverse velocità è una rampa generata ad un dato istante dall' inizio della simulazione; la pendenza è stata scelta in modo da far variare lentamente le grandezze, così da una manovra 'quasi-stazionaria' .

La coppia motrice deriva direttamente dal controllo sulla velocità longitudinale del veicolo, ed è esprimibile come:

$$T_m = K_p * e_v(t) + K_I * \int e_v(t) dt$$

Equazione 4.1 Coppia motrice in funzione della velocità longitudinale

dove

$$e_v(t) = v_{rif}(t) - v_{output}(t)$$

- $v_{rif}(t)$ = velocità di riferimento, pari alla velocità iniziale del veicolo;
- $v_{output}(t)$ = velocità output del modello dinamico;

Il controllo sulla velocità longitudinale è necessario al fine di mantenere costante la velocità di avanzamento del veicolo, che per effetto delle perdite di potenza legate agli scorrimenti laterali tenderebbe a raggiungere rapidamente lo zero. Mantenere la velocità di avanzamento costante consente di apprezzare a pieno il comportamento direzionale del veicolo.

Sono di seguito riportati i parametri relativi alla manovra di riferimento:

- $v_{rif} = 10$ km/h;
- *Pendenza rampa* $C_s = 8$ Nm/s;
- *Istante di inizio rampa* $C_s = 10$ s;
- *Coefficiente di aderenza* $\mu = 1$;

Le figg. 4.1 e 4.2 mostrano gli andamenti delle coppie in input e delle grandezze cinematiche ottenute dalla manovra.

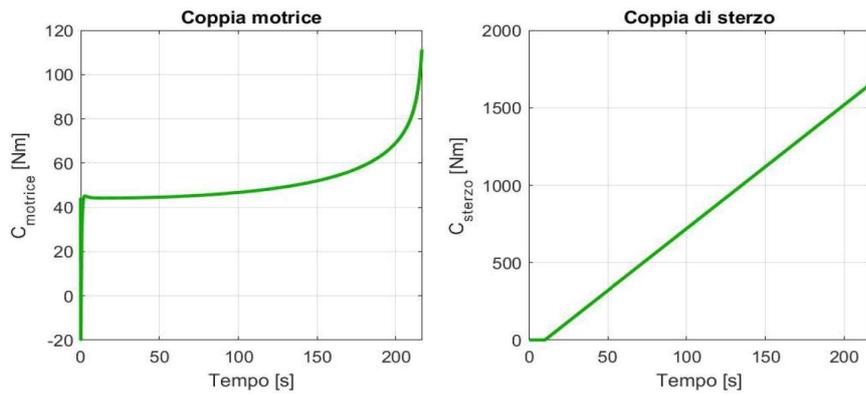


Figura 4.1 Andamenti degli input: coppia motrice e coppia di sterzo

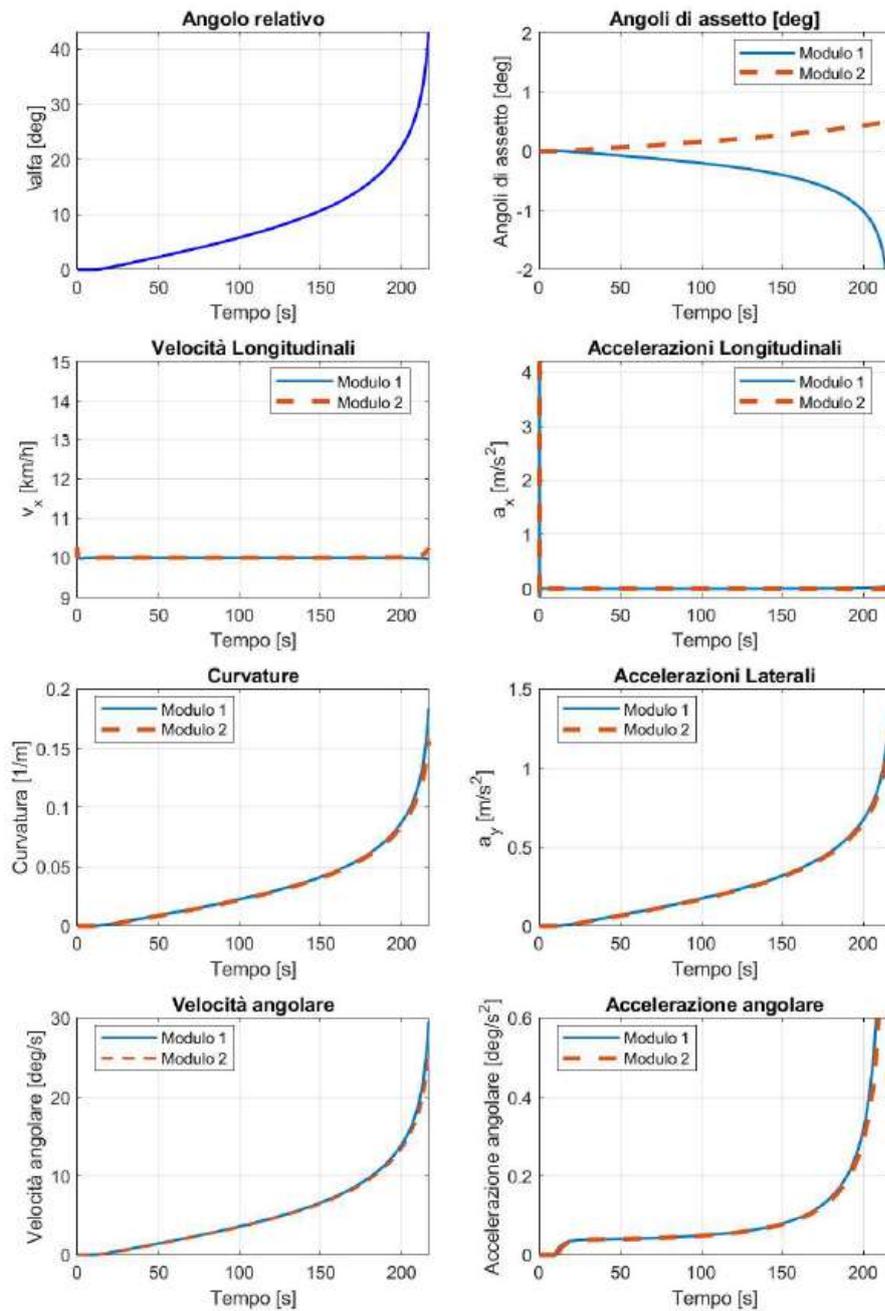


Figura 4.2 Andamenti degli output: grandezze cinematiche

Fino ad un certo istante, le grandezze cinematiche crescono linearmente nel tempo in modo proporzionale all' incremento subito dalla coppia di sterzo. Si nota come le curvature dei moduli siano sovrapposte, segno che il raggio con cui i due moduli percorrono la traiettoria è lo stesso.

Oltre tale istante, il veicolo inizia a perdere aderenza per effetto delle elevate coppie di sterzo applicate. Le grandezze cinematiche tendono quindi a divergere; in particolare la fig. 4.2 mostra come gli angoli di assetto β dei due moduli subiscano un forte incremento e l' angolo relativo α aumenti rapidamente fino al valore di limite fisico del veicolo (43°).

La dinamica complessive dei due moduli è riassunta nella seguente figura:

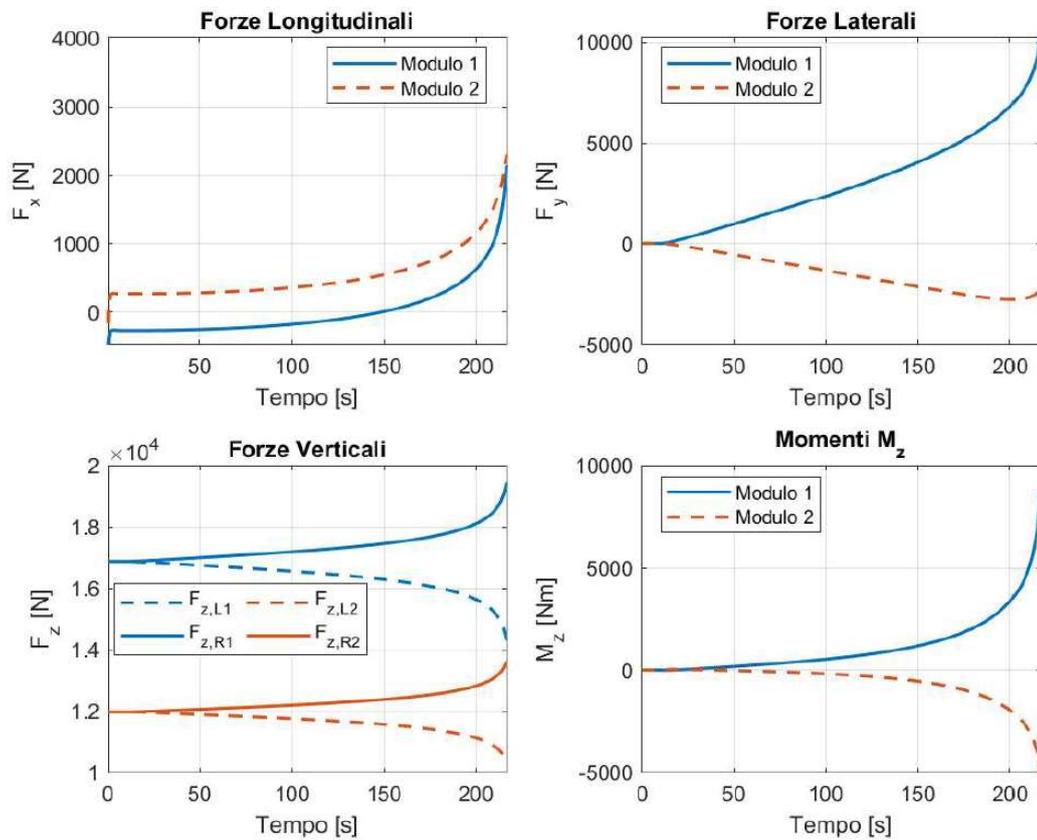


Figura 4.3 Andamenti degli output: forze e momenti complessivi dei due moduli

Le forze verticali seguono l' andamento delle accelerazioni laterali per effetto dei trasferimenti di carico laterali.

Dal grafico delle forze longitudinali si può invece dedurre che il modulo posteriore stia 'spingendo' il modulo frontale: quest' ultimo infatti presenta una massa maggiore rispetto al modulo posteriore ($m_1 = 3440\text{ kg}$; $m_2 = 2440\text{ kg}$), dunque incontra resistenze all' avanzamento più elevate che, a parità di coppia motrice, producono una forza di trazione maggiore rispetto al modulo più pesante.

A titolo di esempio, si riporta il dettaglio per ogni asse dei due moduli per quanto riguarda:

- Dinamica longitudinale: forze e scorrimenti;

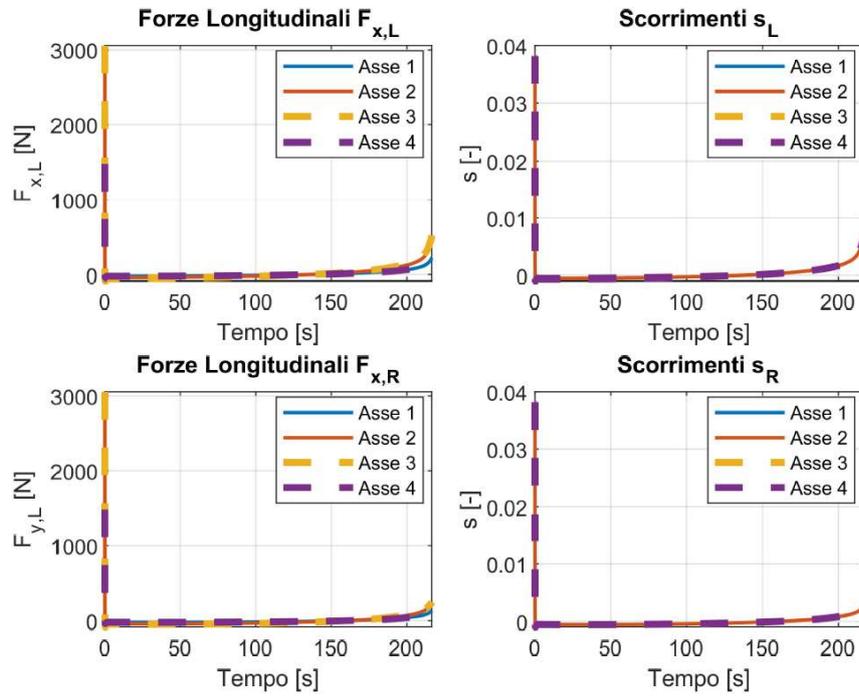


Figura 4.4 Modulo 1: Forze longitudinali e scorrimenti per asse

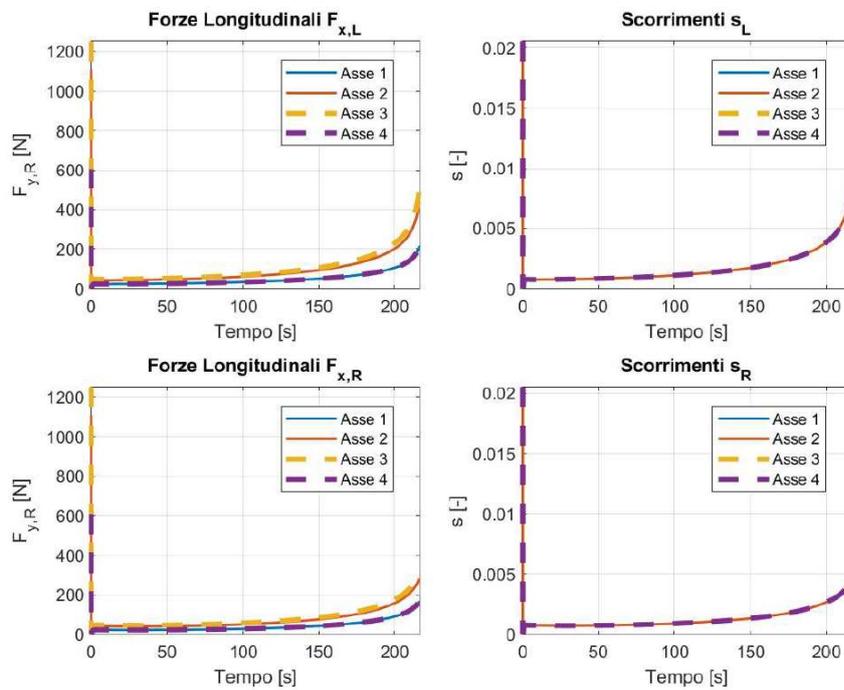


Figura 4.5 Modulo 2: Forze longitudinali e scorrimenti per asse

- Dinamica laterale: forze ed angoli di deriva;

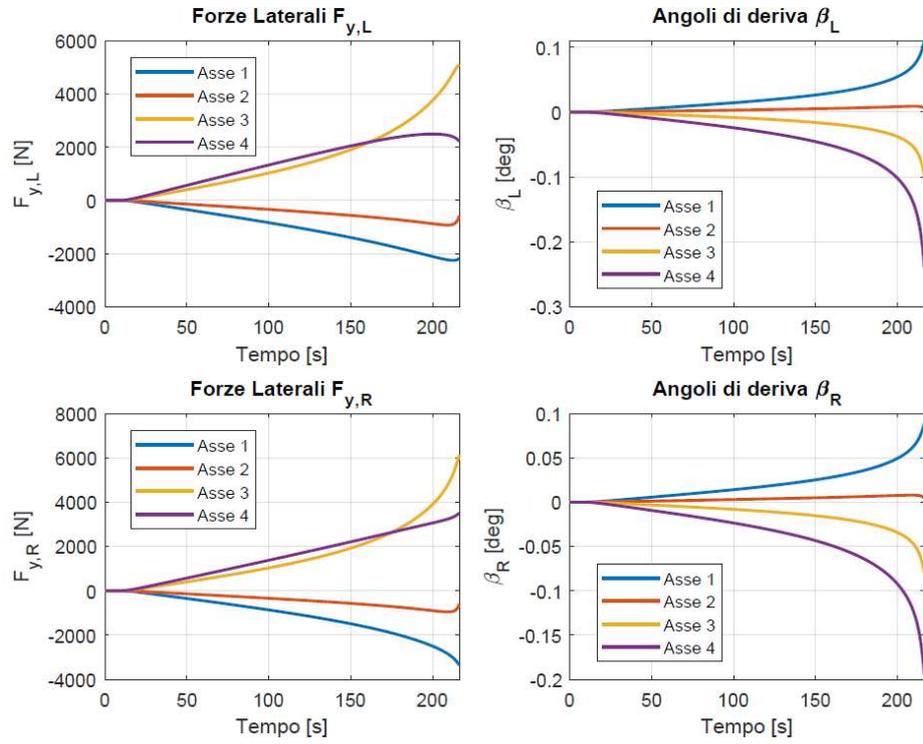


Figura 4.6 Modulo 1: Forze laterali e angoli di deriva per asse

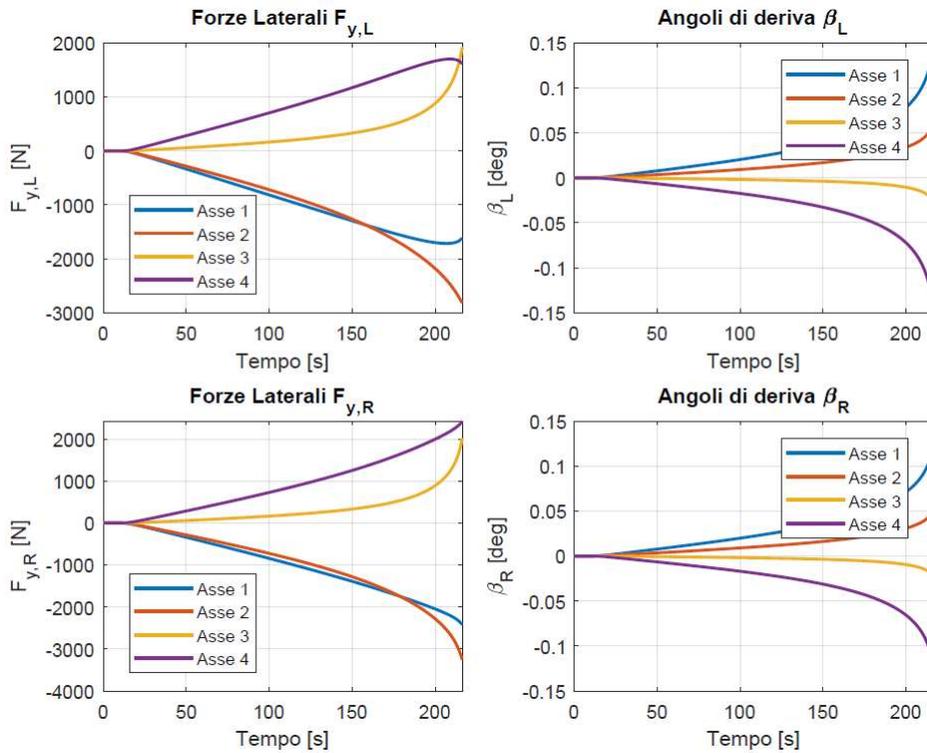


Figura 4.7 Modulo 2: Forze laterali e angoli di deriva per asse

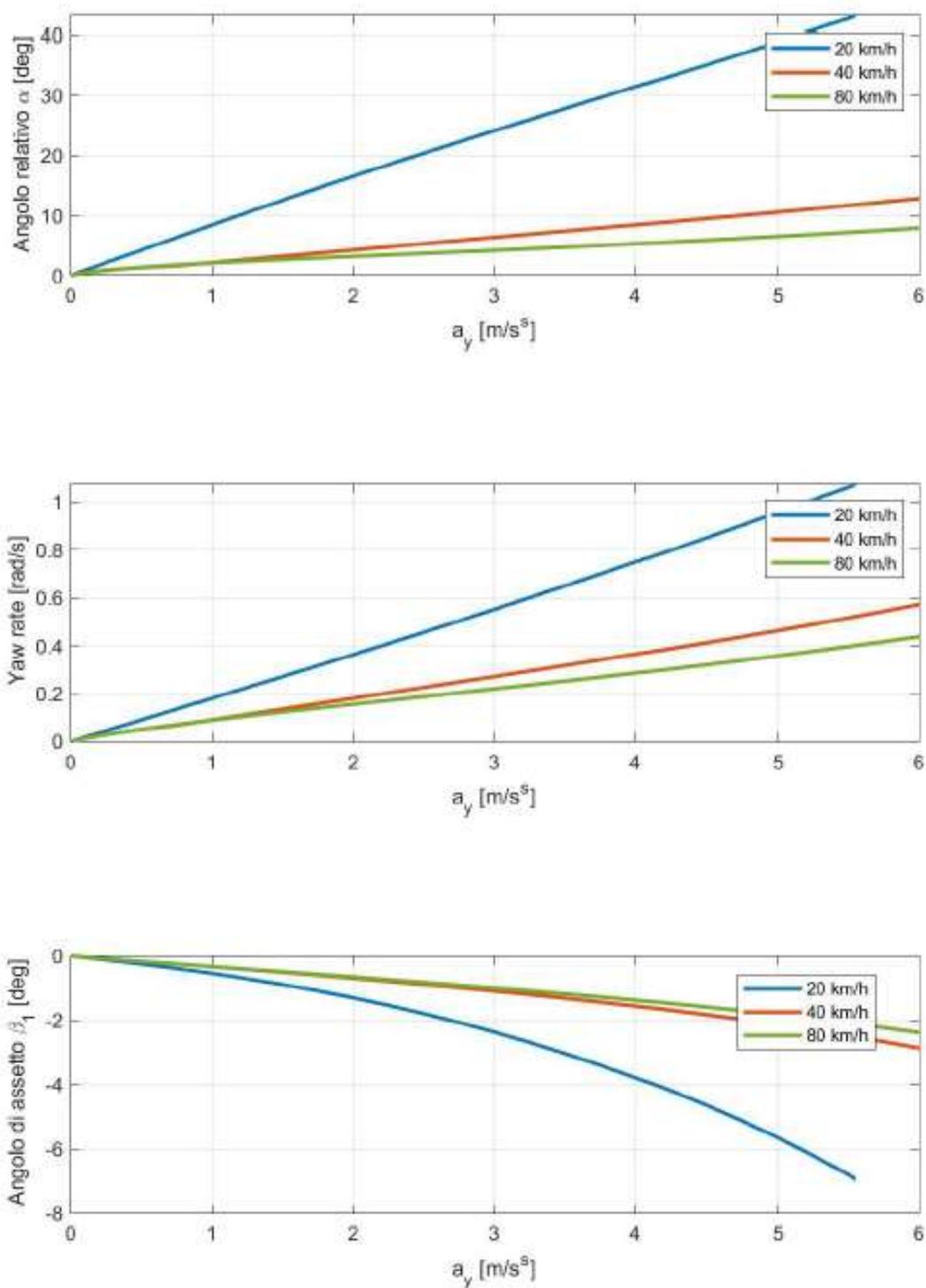


Figura 4.8 Angolo relativo tra i moduli e grandezze cinematiche del modulo frontale in funzione dell'accelerazione laterale

Gli andamenti in figura 4.8 si ottengono ripetendo le simulazioni con coppia di sterzo in open loop a diversi valori di velocità iniziale. Si è cercato di coprire un ampio spettro di velocità, partendo da 20 km/h fino ad arrivare alla velocità massima raggiungibile dal mezzo di 80 km/h.

Ciò che viene messo in evidenza è che, espressi in funzione dell' accelerazione laterale, l' angolo relativo tra i moduli, l' angolo di deriva e la velocità angolare (riferite al modulo frontale, ma lo stesso vale anche per il modulo posteriore) presentano un andamento pressoché lineare.

A titolo esemplificativo, in fig. 4.9 sono tracciate le traiettorie descritte dal veicolo alla minima e massima velocità considerate nell' analisi:

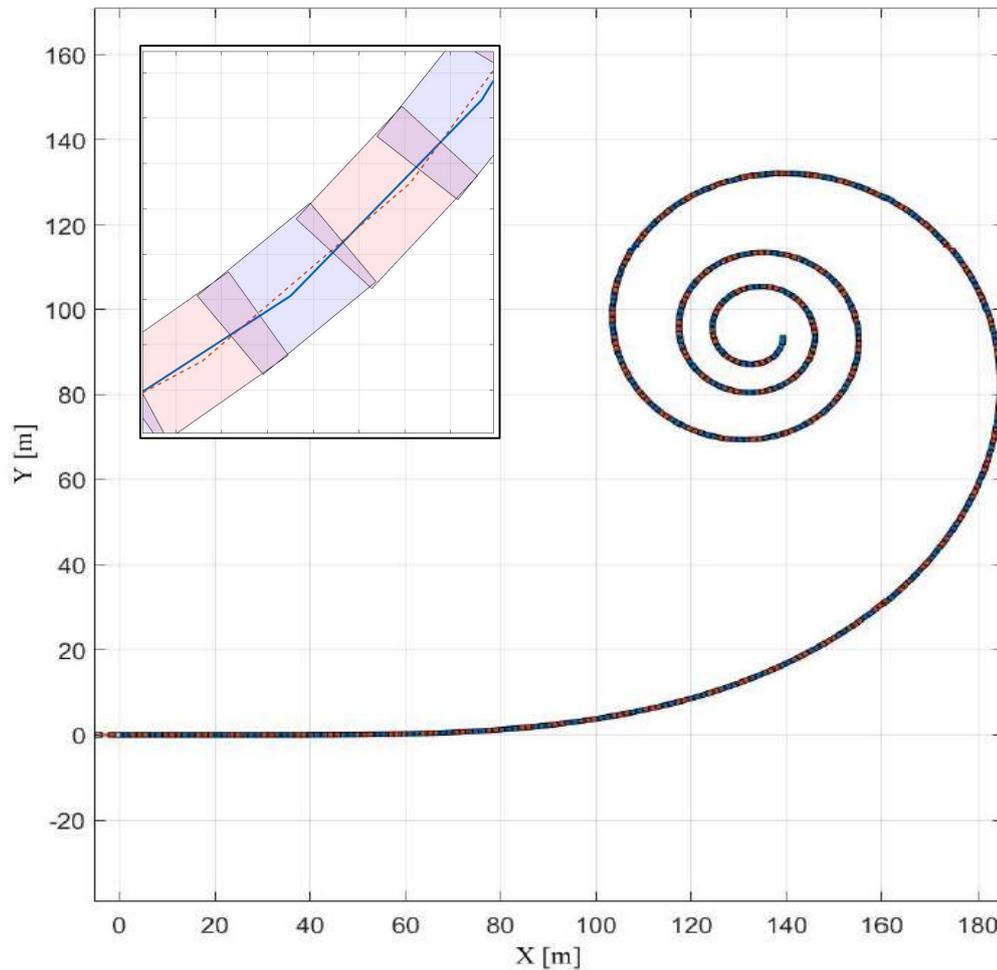


Figura 4.9 Traiettoria descritta dal veicolo a velocità costante di 10 km/h e coppia di sterzo rampa e dettaglio dell' orientamento relativo tra i moduli

4.2. Stabilità del sistema

Un aspetto del veicolo molto interessante da valutare è la stabilità al variare delle condizioni operative. Risulta fondamentale, a tal proposito, comprendere come cambia la risposta del sistema in funzione della velocità iniziale del mezzo e a parità di coppia di sterzo imposta.

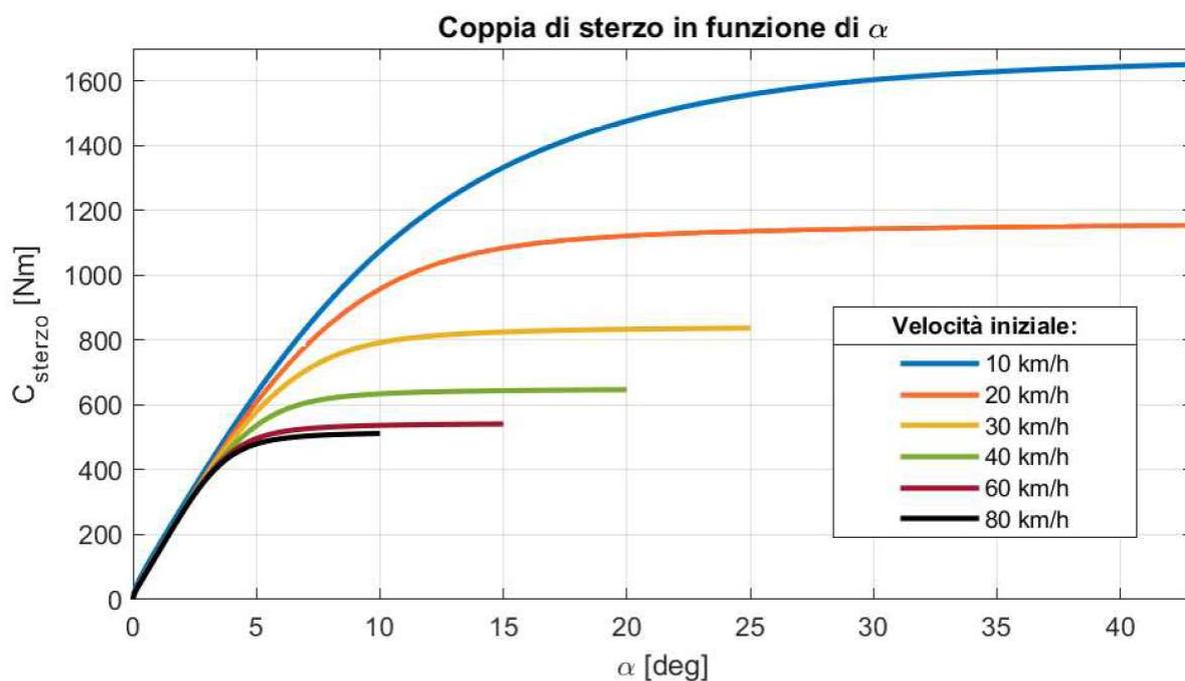


Figura 4.10 Coppia di sterzo in funzione dell'angolo relativo alle diverse velocità

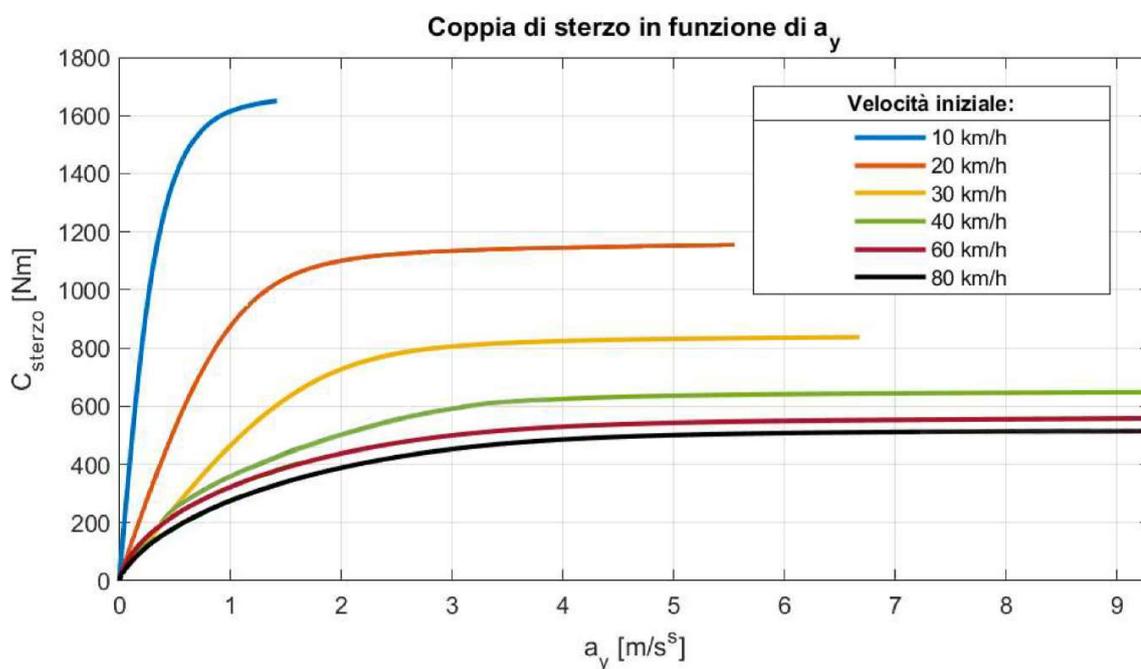


Figura 4.11 Coppia di sterzo in funzione dell'accelerazione laterale alle diverse velocità

Le figg. 4.10 e 4.11 ottenute durante la manovra di rampa mostrata precedentemente mostrano l' esistenza di un campo di linearità della coppia di sterzo, la cui estensione tende a ridursi all' aumentare della velocità del veicolo. In tale range di linearità, all' aumentare della velocità di avanzamento, è

possibile applicare coppie di sterzo più ridotte per ottenere un dato angolo relativo o accelerazione laterale. Si parla in questo caso di BIBO-stabilità.

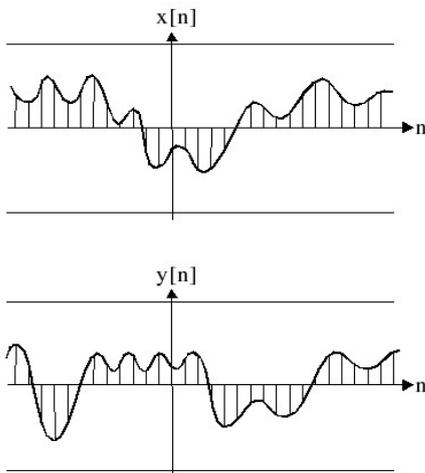


Figura 4.12 Rappresentazione grafica di un sistema BIBO stabile

Un sistema dinamico si dice BIBO stabile (Bounded Input – Bounded Output), o ILUL stabile (Ingresso Limitato – Uscita Limitata), se ad ogni segnale in ingresso di ampiezza limitata risponde con un' uscita anch' essa limitata.

La figura a lato mostra una rappresentazione grafica del concetto di BIBO-stabilità: posto che $x[n]$ sia una funzione limitata input del sistema, se la risposta del sistema $y[n]$ a tale input si mantiene anch' essa limitata entro un certo intervallo, allora il sistema è definito stabile esternamente o BIBO stabile.

E' quindi interessante valutare questo aspetto del BRT-AATV, confrontando l' andamento della coppia di sterzo applicata alle diverse velocità in funzione dell' accelerazione laterale e dell' angolo relativo. Quello che si nota è che per una fissata velocità del veicolo, superato un certo valore soglia di accelerazione laterale, piccole coppie di sterzo provocano grandi cambiamenti di angolo relativo e quindi di curvatura. Da ciò si deduce che il veicolo tende a non comportarsi come un sistema BIBO.

Per capire questo concetto, si consideri ad titolo di esempio la curva corrispondente a 20 km/h nella fig. 4.13: raggiunto un valore di coppia di sterzo di circa 1100 Nm, bastano piccolissime variazioni di C_s per produrre elevati incrementi di accelerazione laterale, inducendo criticità nella dinamica del veicolo.

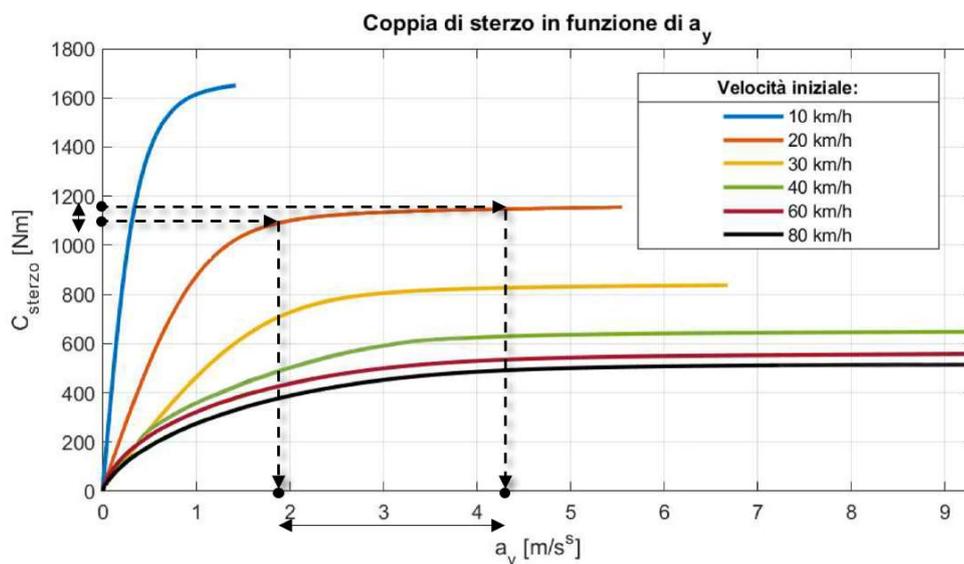


Figura 4.13 Confronto della variazione di a_y dopo il ginocchio della curva di coppia

Le stesse considerazioni sono messe in evidenza in fig. 4.14, in cui sono riportate le grandezze cinematiche calcolate in corrispondenza di uno step di C_s prima e dopo il ‘ginocchio’ ($C_s=800$ Nm, $C_s=1650$ Nm) a $v_x=10$ km/h:

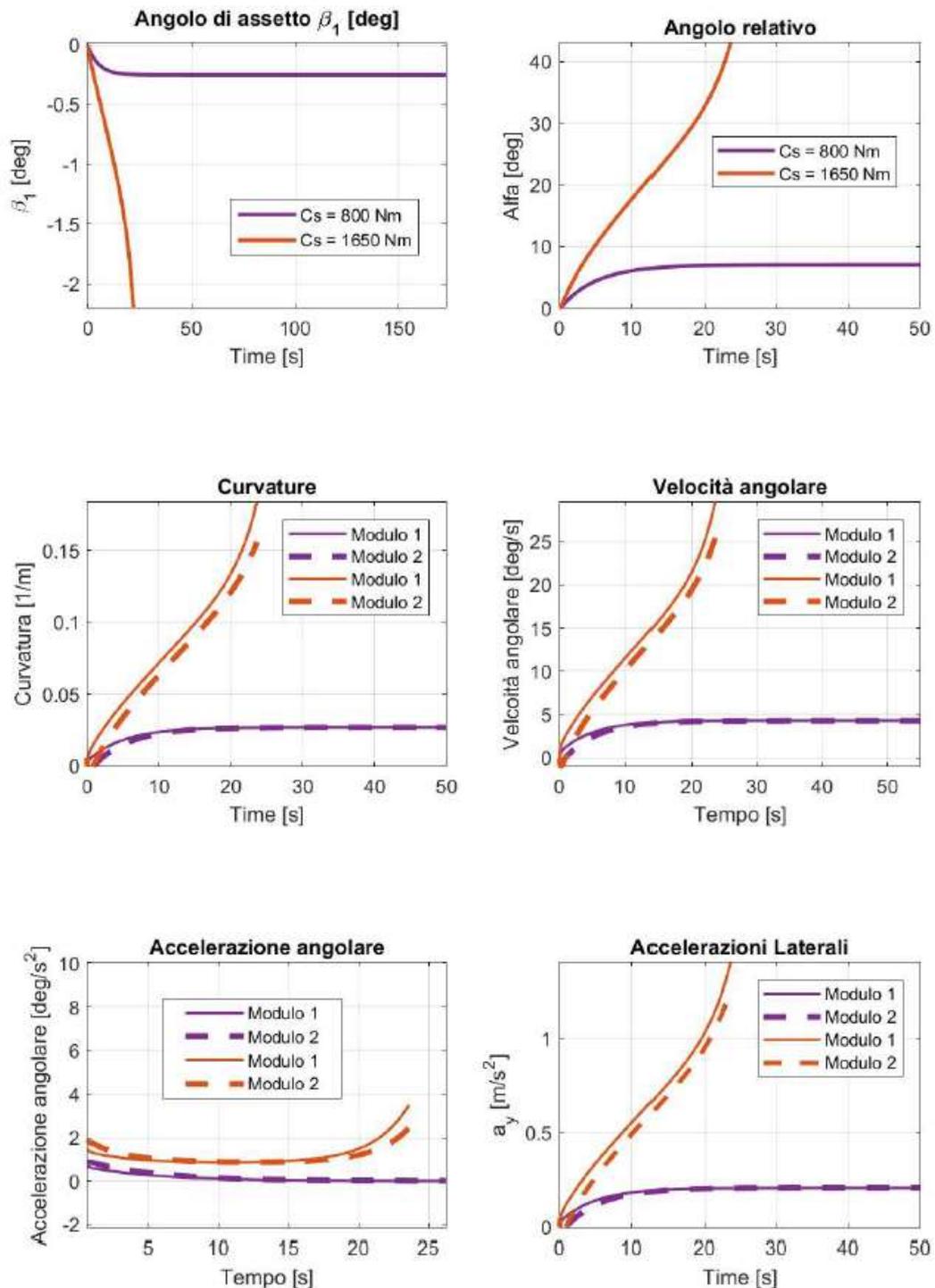


Figura 4.14 Confronto tra grandezze cinematiche per il veicolo BIBO stabile (viola) e non BIBO stabile (rosso)

E' dunque evidente la necessità di un controllo feedback sulla coppia di sterzo per poter garantire stabilità e performance del veicolo, allontanandolo da eventuali criticità.

5. Logica di controllo

5.1. Generalità

Il controllo PID (Proporzionale–Integrale–Derivativo) è un tipo di controllo molto comune largamente impiegato nelle industrie per i sistemi di controllo in closed–loop [11]. Il suo vasto impiego è dovuto a due caratteristiche principali che lo distinguono da altri tipi di controllo: la robustezza, garantita in un range di operatività molto esteso, e la semplicità della logica operativa su cui si basano.

In un tipico sistema di controllo in closed–loop (fig. 5.1), la variabile di processo che viene controllata è un parametro di *output* del sistema considerato. Uno strumento di misura rileva tale variabile e fornisce un feedback al sistema di controllo. Il *set point* è invece il valore desiderato o di riferimento della variabile di processo. In ogni istante in cui il sistema evolve, viene calcolata la differenza tra il *set point* e il valore assunto dalla *variabile di processo*, e tale errore è elaborato dalla logica di controllo PID per definire il valore di input corretto da inviare al sistema.

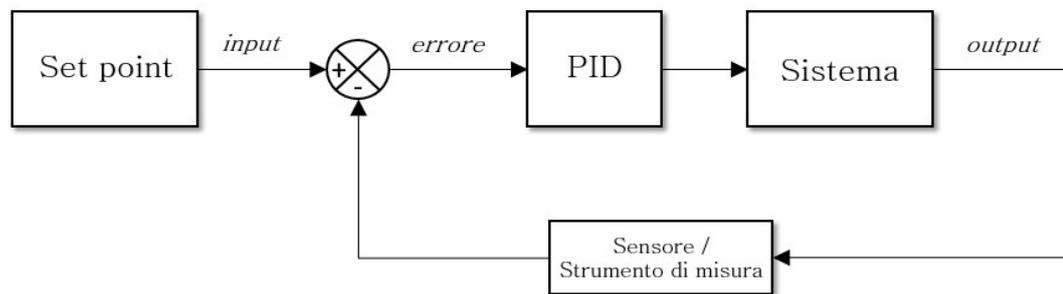


Figura 5.1 Schema a blocchi di un sistema con controllo in closed–loop

L'idea di base dietro ad un controllore PID è l'impiego di tre coefficienti di proporzionalità per la correzione dell'errore e il raggiungimento del valore di set point, in modo da ottenere un controllo ottimale.

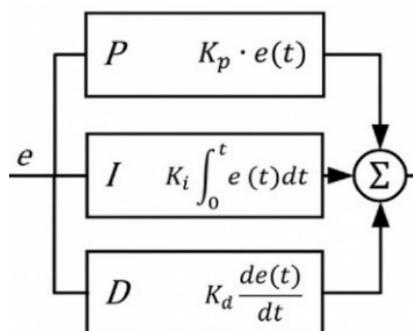


Figura 5.2 Rappresentazione di un controllo PID

L' azione del PID può essere così sintetizzata in tre contributi:

$$u_{PID} = u_P + u_I + u_D$$

- Azione proporzionale: $u_P = K_P * errore(t)$

Corregge l' errore riportando il valore della variabile di controllo a quello di set point; in generale, aumentando il valore di K_P aumenta la rapidità di risposta del controllo, mentre tende ad aumentare l' instabilità del sistema in quanto aumenta l' ampiezza delle oscillazioni.

- Azione integrale: $u_I = K_I * \int errore(t) dt$

Corregge il valore del segnale a regime (*steady-state error*), tenendo in conto la 'memoria' del segnale nel tempo;

- Azione derivativa: $u_D = K_D * \frac{d(errore(t))}{dt}$

Essendo proporzionale alla rapidità di crescita dell' errore, corregge il segnale cercando di rendere stabile l' errore e le sue oscillazioni, senza aspettare che diventino significative o che persistano troppo a lungo nel tempo; tale azione viene spesso trascurata nei PID perché li rende molto sensibili alle variazioni.

La progettazione della logica di controllo PID si basa sulla definizione delle performance richieste allo stesso; la bontà di quest' ultime viene definita applicando una funzione step come riferimento e misurando la risposta della variabile di processo, valutando quattro grandezze caratteristiche:

- Rise Time: tempo necessario affinché la risposta del sistema passi dal 10% al 90% del valore a regime;
- Overshoot: percentuale che identifica quanto il valore di picco del sistema si discosta dal valore a regime ($(y_{max} - y_{steady state})/y_{steady state}$);
- Settling Time: tempo richiesto affinché la risposta del sistema rimanga contenuta in una banda di errore limitata (in genere il 5% del valore a regime);
- Steady-State Error: differenza tra il valore della variabile di processo a regime e il valore di set point;

Una rappresentazione grafica di tali grandezze è mostrata in fig. 5.3.

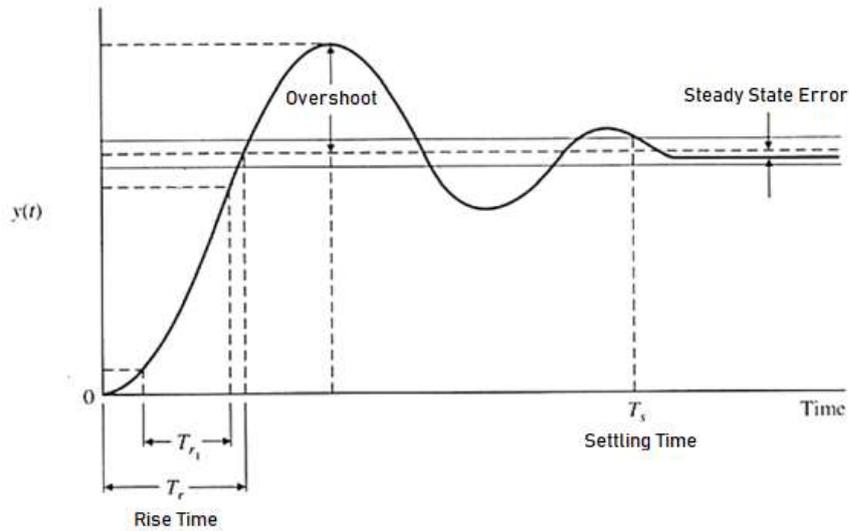


Figura 5.3 Rappresentazione grafica delle grandezze caratteristiche di un controllore PID

Il processo con cui vengono tarati i guadagni K_P , K_I e K_D al fine di ottenere una risposta del sistema molto vicina al set point, viene convenzionalmente definito *tuning*. Esistono diversi metodi per realizzare il tuning: il metodo *guess and check*, il metodo di *Ziegler Nichols* e il supporto Simulink di *autotuning*.

5.2. Controllo direzionale

Nel cap. 4 è stato mostrato come, oltre un certo valore di angolo relativo tra i due moduli e di accelerazione laterale, la coppia di sterzo applicata al veicolo arrivi a saturazione: il sistema non è più BIBO-stabile e tende a divergere nel tempo.

Lo scopo della logica di controllo implementata sul modello di BRT-AATV è quello di controllare la coppia di sterzo, in modo da garantire il comportamento direzionale del veicolo ed estendere il campo di stabilità BIBO oltre i valori di soglia dell'angolo relativo mostrati in fig. 4.10.

La variabile di processo su cui è applicato il controllo è proprio l'angolo relativo tra i due moduli, per semplicità di correlazione con la coppia e con la dinamica laterale poiché come visto esiste una correlazione lineare tra α ed a_y (fig. 4.8); in prima approssimazione, è possibile esprimere:

$$C_{sterzo} = K_P * errore_{\alpha}(t)$$

con:

$$errore_{\alpha}(t) = \alpha_{rif} - \alpha_{sistema}$$

Per definire i coefficienti K_P , K_I e K_D ottimali è stato adottato il metodo *guess and check*. Come primo tentativo si disattivano i guadagni K_I e K_D e si valuta il solo effetto di K_P sulla rapidità di inseguimento del set point. Per decidere quale valore di K_P restituisce un andamento ottimale, sono comparate le grandezze caratteristiche della risposta per ogni valore di K_P , in particolare il *Rise Time* e lo *Steady-State Error*.

Come si può notare dalla fig. 5.4, dato come set point un gradino di α di 15° , all'aumentare di K_P aumenta la velocità con cui la variabile di processo raggiunge il set point, mentre diminuisce l'errore a regime e il rising time:

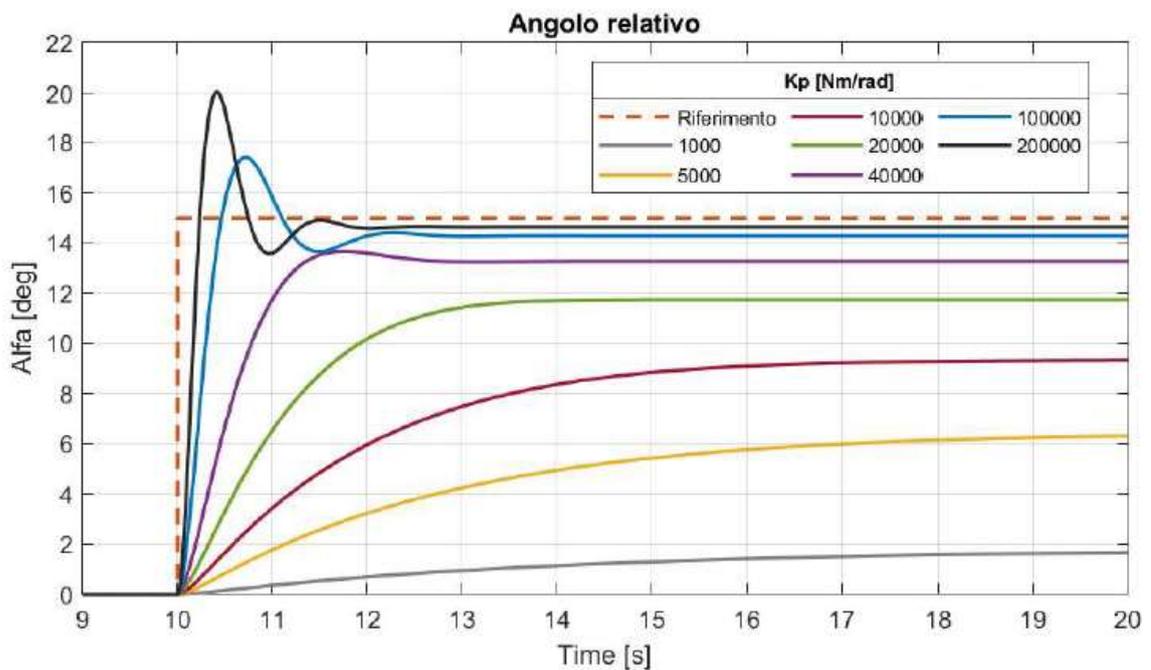


Figura 5.4 Confronto delle risposte di alfa in funzione di K_p

K_P [Nm/rad]	Rise Time [s]	Overshoot [%]	Settling Time [s]	Steady-State Error [%]
1 000	8.48	$7.86e-4$	25.19	87%
5 000	5.75	0.003	20.15	57%
10 000	3.77	0.008	16.45	34%
20 000	1.98	0.06	13.17	22%
40 000	0.88	2.96	12.11	12%
100 000	0.31	21.81	11.78	5%
200 000	0.16	36.95	11.22	2%

Tabella 3 Caratteristiche delle risposte in funzione di K_p

Si potrebbe dunque pensare all'impegno di un coefficiente proporzionale sufficientemente elevato, che arrivi a recuperare rapidamente lo steady-state

error e che abbia rise time molto brevi, come accade nel caso di $K_P=100\ 000$ Nm/rad.

Tuttavia, un controllo puramente proporzionale potrebbe provocare rapide oscillazioni del sistema, mentre quest' ultimo presenta una dinamica 'lenta' , che impiega un certo intervallo di tempo a stabilizzarsi. Un controllo troppo rapido quindi provocherebbe una risposta altrettanto rapida, tale da mandare in contrapposizione di fase il sistema generando instabilità e andando di fatto contro lo scopo stesso del controllo.

Pertanto, risulta necessario considerare il mutuo effetto tra l' azione proporzionale ed integrativa del controllore in modo da ottenere uno steady-state error circa nullo a regime e un rise time contenuto (4/5 secondi), ma non eccessivamente da instaurare instabilità.

Un buon compromesso per la calibrazione della logica di controllo è ottenuto imponendo $K_P=10\ 000$ Nm/rad e $K_I=2000$ Nm/rad*s, da cui si ricavano i seguenti parametri caratteristici della risposta:

- *Rise Time*: 4.62 s;
- *Overshoot*: 0.3 %;
- *Settling Time*: 16.88 s;
- *Peak*: 15 deg;
- *Steady-State Error*: 0;

La risposta dell' angolo relativo al controllore PID così definito è mostrata nella figura seguente:

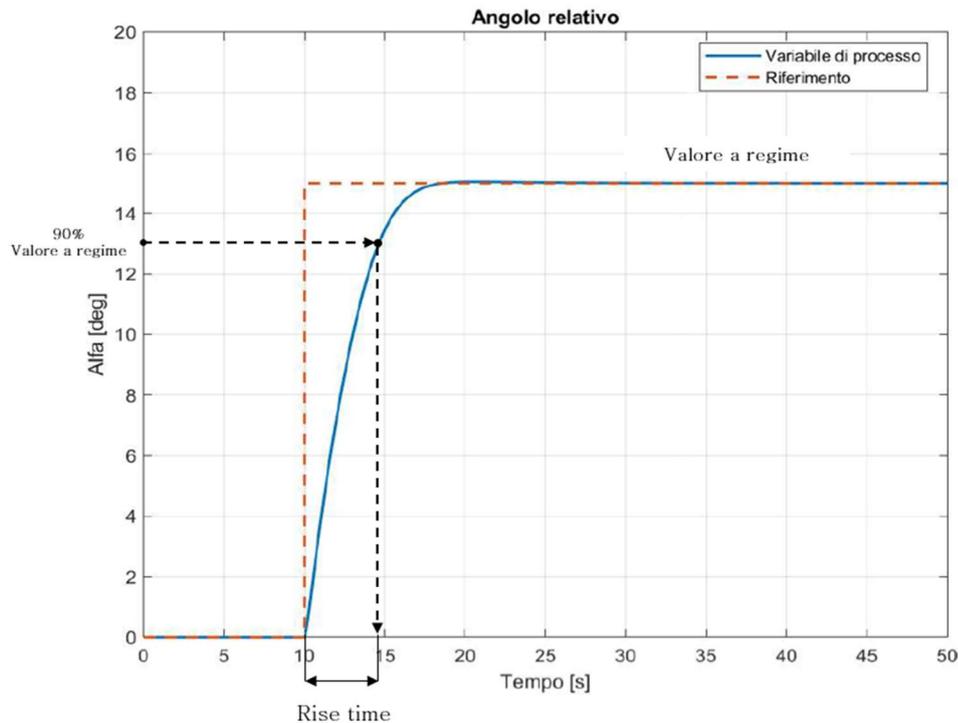


Figura 5.5 Risposta dell'angolo relativo al controllore PID

Nel caso dell' analisi in closed loop, la variabile di processo controllata dal controllore PID è appunto l' angolo relativo tra i due moduli. Nel caso in esame, il profilo di riferimento di alfa è una rampa con pendenza molto bassa (0.05 deg/s), in modo da far variare lentamente le grandezze. Dopo aver settato i guadagni, la coppia di sterzo in input al sistema-veicolo è esprimibile nella forma:

$$C_{Sterzo} = K_P * errore_{\alpha}(t) + K_I * \int errore_{\alpha}(t) dt$$

Ripetendo l' analisi svolta per le manovre in open loop, posta una velocità di avanzamento di 10 km/h, si ottengono i seguenti andamenti:

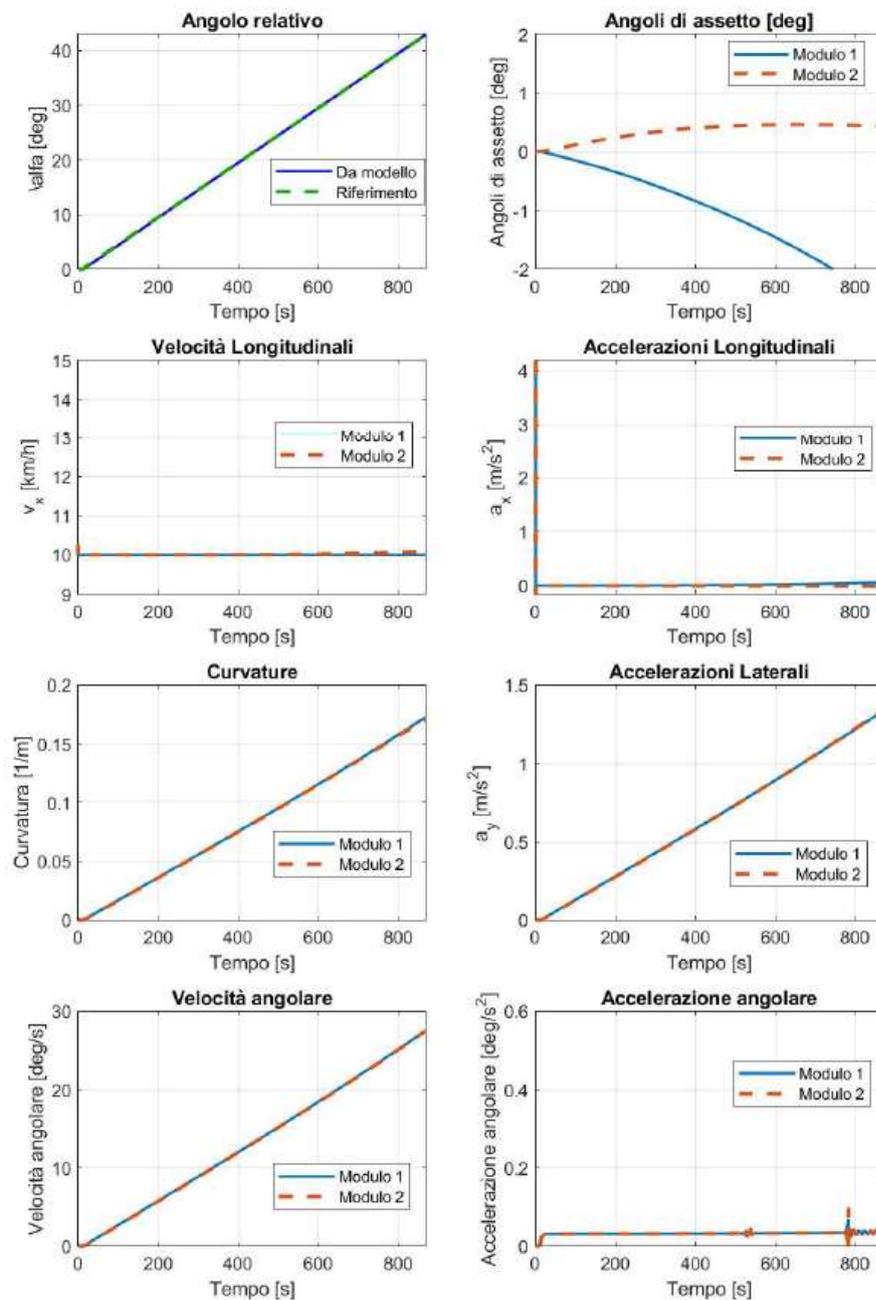


Figura 5.6 Andamenti degli output: grandezze cinematiche con controllo direzionale

Dalla fig. 5.6 si può notare l'efficacia del controllore nel inseguimento dell'angolo relativo di riferimento: tale andamento e quello della variabile output del sistema sono perfettamente sovrapposti.

Un riepilogo delle grandezze dinamiche è di seguito riportato:

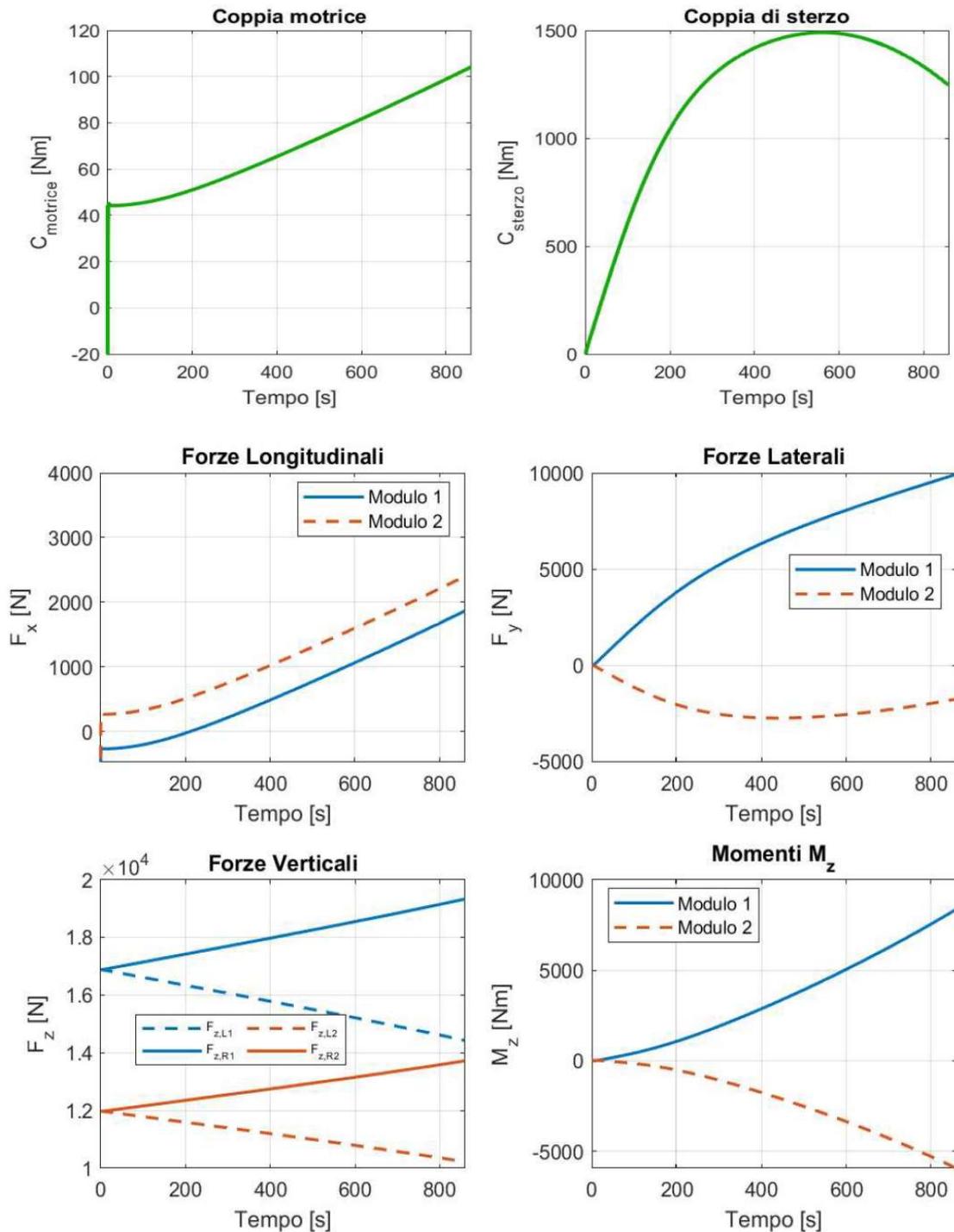


Figura 5.7 Andamenti degli output: grandezze dinamiche con controllo

La coppia di sterzo non cresce più linearmente come nel caso delle manovre in open loop, ma per effetto del contributo proporzionale ed integrativo del controllo assume un andamento parabolico.

In fig. 5.8 sono raffigurati gli andamenti della coppia di sterzo in funzione dell' accelerazione laterale al variare della velocità iniziale del mezzo in seguito all' integrazione del controllore PID. Come è evidente, la coppia di sterzo non arriva più a saturazione, ma esiste un valore di soglia di a_y per cui C_s inizia a diminuire. Il controllo è tale da garantire la stabilità del sistema. Con riferimento alle eq. 3.3 e 3.4 relative all' equilibrio alla rotazione dei moduli, si può comprendere come per elevati valori di accelerazione laterale la coppia di sterzo cambi di segno: questa va a bilanciare il contributo dei termini inerziali dipendenti dall' accelerazione laterale e dei momenti M_z , che aumentano.

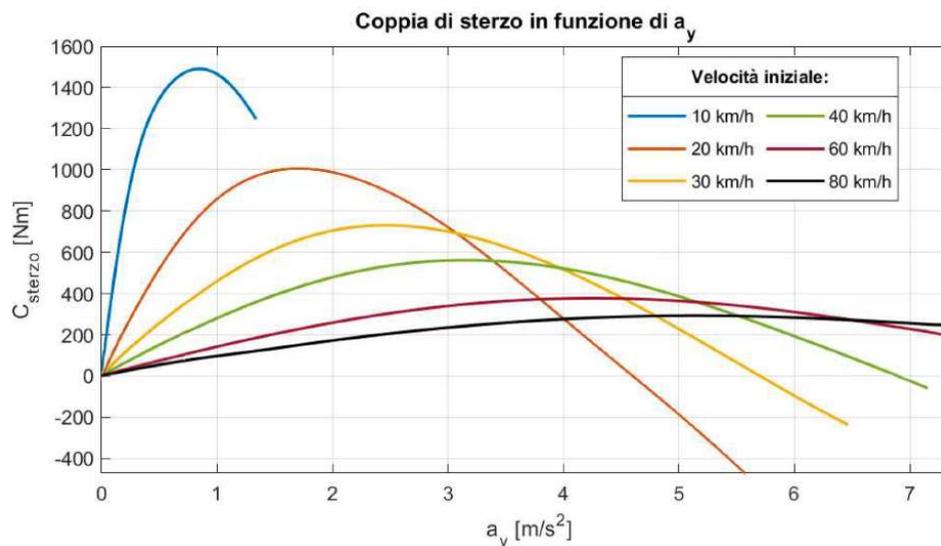


Figura 5.8 Coppia di sterzo in funzione dell' accelerazione laterale a diverse velocità con controllo PID

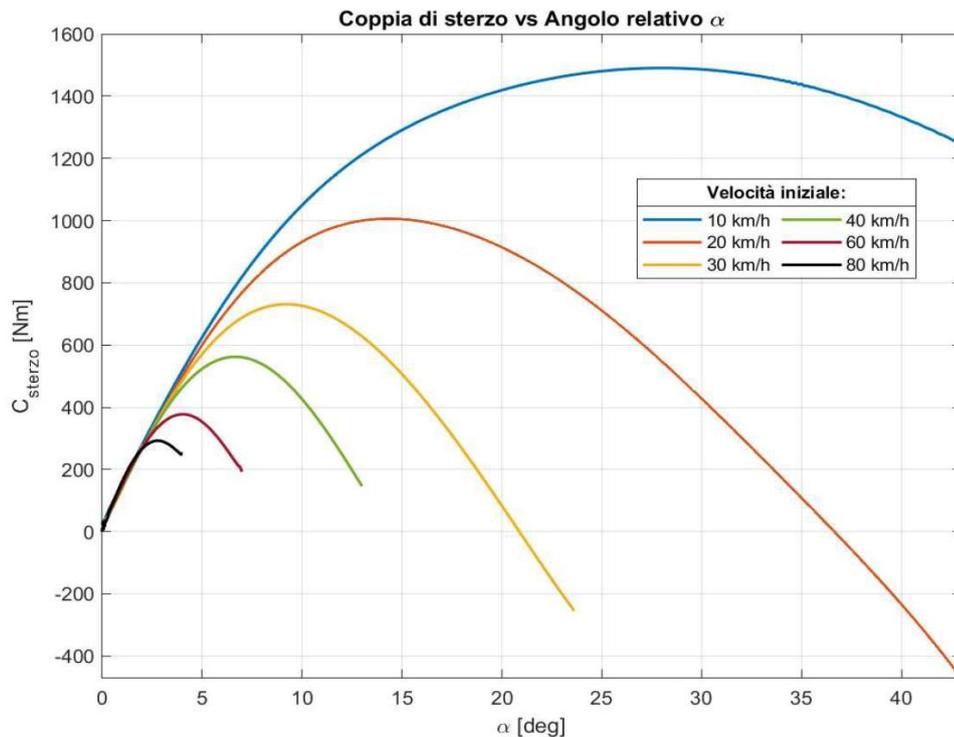


Figura 5.9 Coppia di sterzo in funzione dell' angolo relativo a diverse velocità con controllo PID

Di seguito si riportano le risposte del sistema a due manovre svolte a 10 km/h con angolo relativo tra i moduli costante: gli andamenti in viola mostrano le grandezze cinematiche calcolate in corrispondenza di un angolo pari a 5° , in verde pari a 30° . In entrambi i casi si fa riferimento alle grandezze del modulo anteriore, ma le considerazioni valgono identicamente anche per quello posteriore.

Come si può notare, esclusa una fase iniziale transitoria legata alla natura del controllo PID, tutte le grandezze raggiungono rapidamente un valore stazionario, a conferma del fatto che il sistema controllato è BIBO stabile.

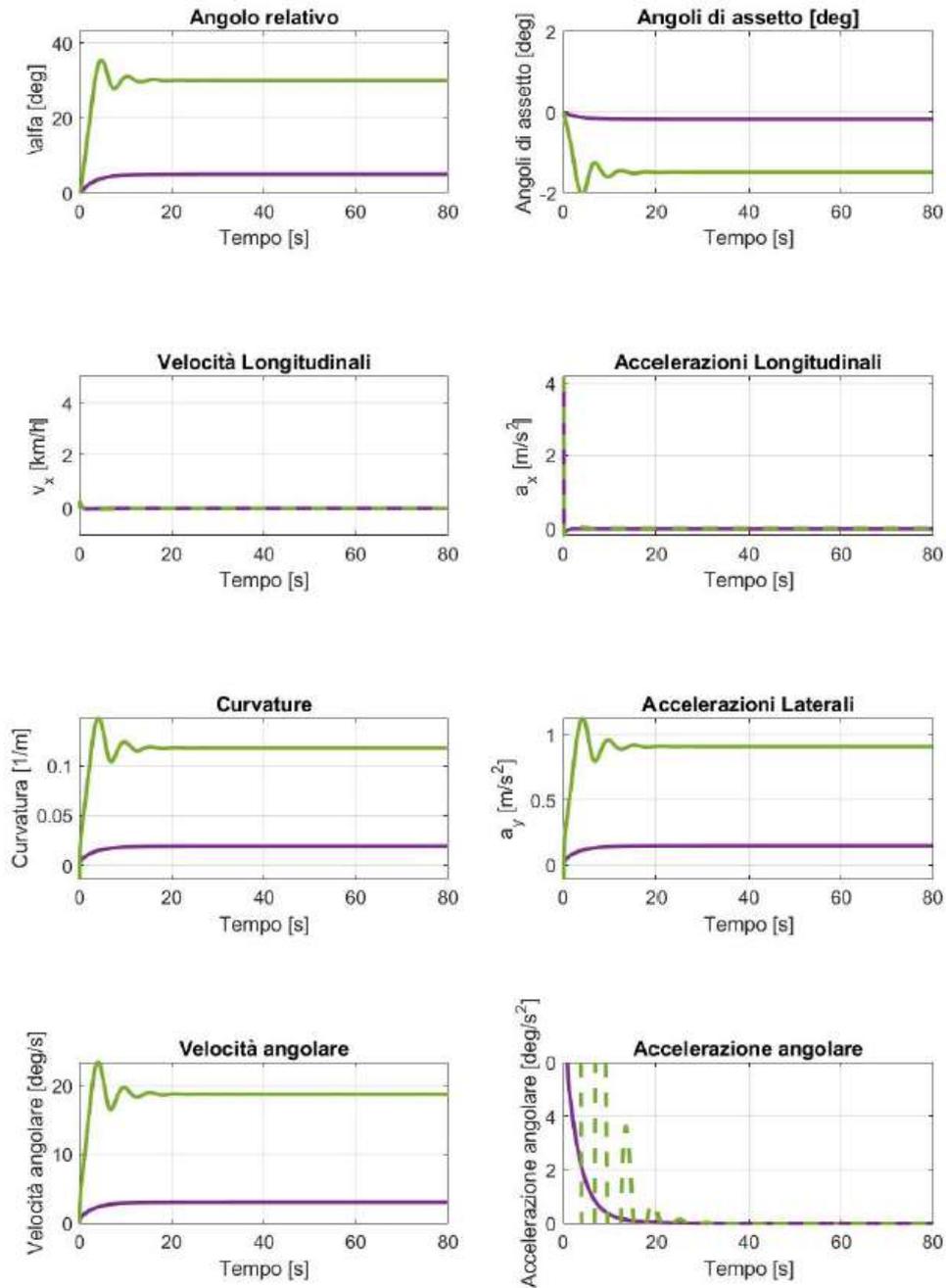


Figura 5.10 Confronto tra manovre a velocità costante (10 km/h) ed angolo relativo costante: in viola $\alpha=5^\circ$, in verde $\alpha=30^\circ$

5.2.1. Robustezza del controllo

Come detto, il compito principale dei controlli in feedback è quello di garantire la stabilità del sistema.

Generalmente un controllore è progettato per il funzionamento del sistema sotto determinate condizioni nominali, dunque esso esercita la sua azione in modo efficace entro tale perimetro.

Potrebbe accadere, però, che il sistema venga perturbato e si discosti dalla sua condizione di funzionamento nominale. Le perturbazioni possono essere disturbi random (es. raffiche di vento) o perturbazioni dinamiche (es. coefficiente di aderenza o condizioni di carico diversi).

Risulta quindi interessante valutare la *robustezza* del controllore: per robustezza si intende la capacità del controllo di garantire buone performance dinamiche del sistema in presenza di condizioni operative diverse dallo stato nominale, garantendo stabilità asintotica per un insieme di sistemi e non solo per quello originale. La robustezza non è una caratteristica intrinseca del controllo, pertanto non è sempre garantita.

Al fine di valutare tale aspetto nel controllore PID progettato nei paragrafi precedenti, sono stati analizzati due scenari: il primo riguarda la risposta del sistema alla variazione del coefficiente di aderenza; il secondo, invece, considera differenti condizioni di carico.

La variabilità del coefficiente di aderenza e della massa del veicolo sono ipotesi verosimili, in quanto il mezzo può percorrere terreni con morfologie e caratteristiche mutevoli ed è atto al trasporto di materiali e persone.

In figura 5.10 sono confrontate le risposte del sistema (in particolare dell'angolo relativo tra i due moduli) considerando coefficienti di aderenza relativi a terreni differenti:

- $\mu = 0.1$: contatto cingolo-ghiaccio;
- $\mu = 0.3$: contatto cingolo-fango/sabbia;
- $\mu = 0.5$: contatto cingolo-terra battuta;
- $\mu = 0.8$: contatto cingolo-asfalto;
- $\mu = 1$: contatto ideale;

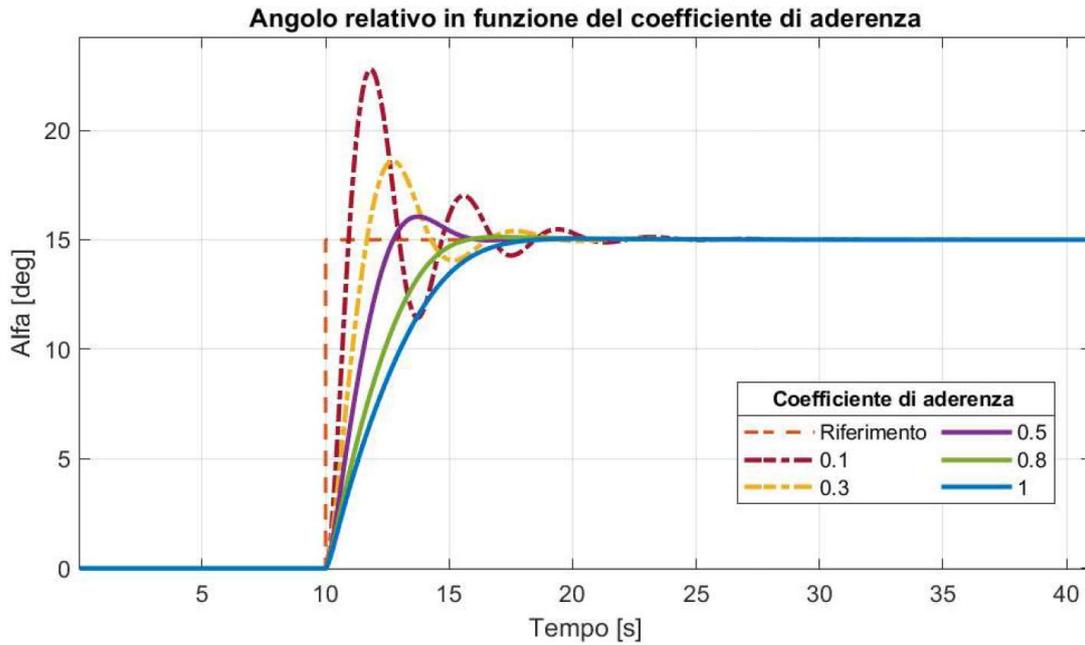


Figura 5.11 Risposta del sistema ad un gradino di ampiezza 15° al variare di μ

Coefficiente di aderenza μ	0.1	0.3	0.5	0.8
Rise Time [s]	0.64	1.21	1.94	3.5
Settling Time [s]	20	18.3	15.2	15
Overshoot [%]	52	24	7	0.8
Peak [deg]	22.8	18.6	16	15

Tabella 4 Caratteristiche delle risposte del sistema al gradino di α al variare di μ

Nel grafico e nella tabella sopra riportati, il coefficiente di aderenza $\mu=1$ corrisponde alla condizione nominale di funzionamento del veicolo, quindi il valore su cui è stato tarato il sistema di controllo. Gli altri valori del coefficiente di aderenza corrispondono al caso di perturbazioni dinamiche del sistema.

Il confronto per la determinazione della robustezza del controllore può essere eseguito valutando l'errore percentuale della velocità di risposta e dello scostamento dei picchi rispetto alla condizione nominale, intesi come:

- Velocità di risposta: $(1 - Rise\ time|_{\mu_i} / Rise\ time|_{\mu=1}) * 100$
- Scostamento dei picchi: $(Peak|_{\mu_i} / Peak|_{\mu=1} - 1) * 100$

La tabella 4 riporta i parametri delle risposte in funzione di μ . Riferendo tali grandezze al riferimento $\mu=1$, si ottiene:

Coefficiente di aderenza μ	0.1	0.3	0.5	0.8
Velocità di risposta (%)	86	74	58	24
Scostamento dei picchi (%)	52	24	10	0

Tabella 5 Confronto tra le risposte del sistema al variare di μ

La stessa analisi può essere condotta in relazione a diverse condizioni di carico del veicolo. Gli scenari presentati sono tre:

- Massa a vuoto: peso a vuoto del veicolo;
- Operazioni di soccorso: peso del veicolo a vuoto + 4 passeggeri sul modulo frontale * 75 kg + 10 passeggeri sul modulo posteriore * 75 kg;
- Pieno carico: peso del veicolo a vuoto + 1920 kg di payload;

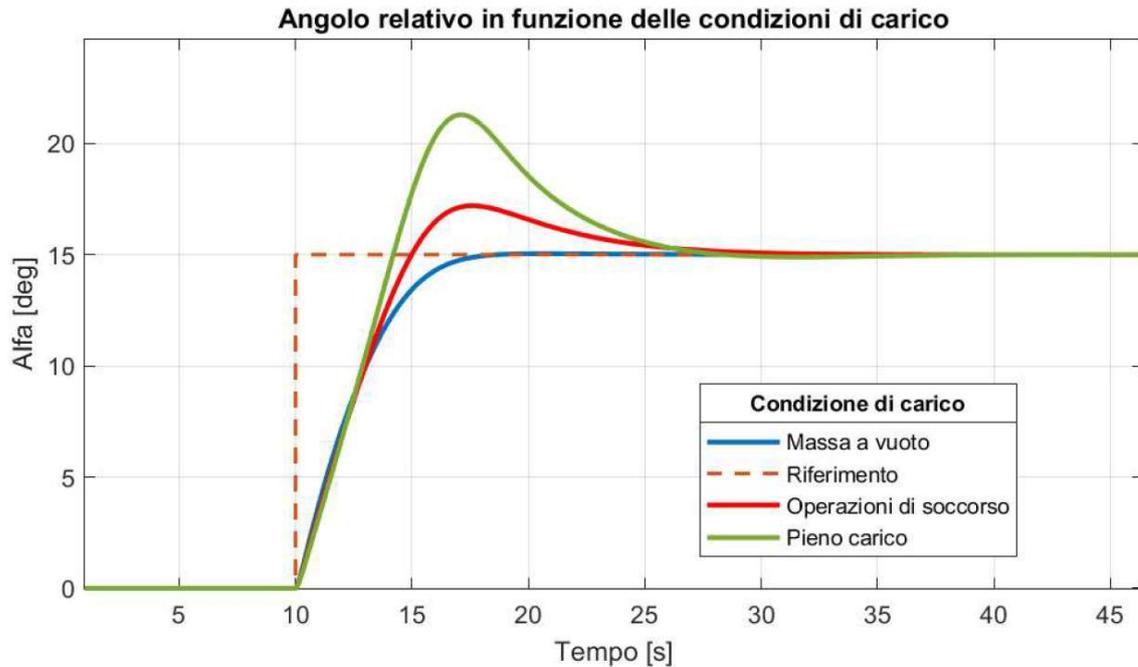


Figura 5.12 Risposta del sistema ad un gradino di ampiezza 15° al variare della massa totale

Si può notare dalla fig. 5.12 che la massa risulta essere strettamente legata al coefficiente di smorzamento del sistema: all' aumentare della massa, infatti, il sistema passa da sovrasmorzato a sottosmorzato.

Condizioni di carico	Operazioni di soccorso 6930 kg	Pieno carico 7800 kg
Rise Time [s]	3.8	2.73
Settling Time [s]	26.1	31.6
Overshoot [%]	14.7	83.5
Peak [deg]	17.2	21.3

Tabella 6 Caratteristiche delle risposte del sistema al gradino di α al variare della massa

Anche in questo caso si considerano:

- Velocità di risposta: $(1 - Rise\ time|_{carico_i} / Rise\ time|_{massa\ a\ vuoto}) * 100$
- Scostamento dei picchi: $(Peak|_{carico_i} / Peak|_{massa\ a\ vuoto} - 1) * 100$

Condizione di carico	Pieno carico	Operazioni di soccorso
Velocità di risposta (%)	41	18
Scostamento dei picchi (%)	42	15

Tabella 7 Confronto tra le risposte del sistema al variare della massa

6. Considerazioni finali

Il modello matematico non lineare del veicolo BRT–AATV proposto nel presente lavoro riesce a cogliere tutti gli aspetti cinematici e dinamici fondamentali e a descrivere correttamente il comportamento in transitorio ed in stazionario del sistema.

Dalle manovre condotte in open loop è stato dimostrato come, per elevati valori di coppia di sterzo, il sistema perda la stabilità tanto più rapidamente quanto è elevata la velocità di avanzamento. Infatti, piccole variazioni di coppia provocano elevate variazioni di accelerazione laterale ed un forte incremento delle curvature. Pertanto, non è possibile controllare la traiettoria del veicolo in open loop, né garantire la stabilità.

Al fine di evitare che il veicolo raggiunga condizioni critiche, è stata integrata nel modello una logica di controllo feedback in grado di gestire la coppia di sterzo agendo sull'angolo relativo tra i due moduli, α . La scelta di tale variabile di controllo è stata dettata dalla semplicità di controllo e dalla linearità con cui l'angolo relativo varia rispetto alle accelerazioni laterali del veicolo. L'integrazione del controllore PID garantisce la stabilità del veicolo anche ad elevate accelerazioni laterali: la coppia di sterzo non raggiunge più la saturazione, ma tende a diminuire superato un certo valore massimo. Tale valore è tanto più alto quanto più bassa è la velocità di avanzamento. Inoltre, quello che si nota è che il controllore garantisce la stabilità sia per manovre con angoli relativi molto piccoli che per manovre con angoli relativi vicini al limite fisico del veicolo.

Infine, definita la logica di controllo ottimale per il sistema in condizioni nominali, è stata eseguita un'analisi della robustezza del controllore PID. Si può dire che, con la taratura tramite metodo empirico del *guess and check*, il sistema di controllo ha una modesta robustezza in corrispondenza di piccoli disturbi della condizione nominale. Infatti, nel caso di variazione del coefficiente di aderenza, la robustezza è garantita per valori di μ compresi tra 0.5 e 0.8 in quanto i *settling time* sono molto vicini al valore di riferimento ($\mu=1$) e l'*overshoot* è contenuto, mentre per tutti e tre gli scenari di carico considerati il controllore garantisce una risposta del sistema soddisfacente, a condizione di accettare una modesta riduzione del coefficiente di smorzamento del sistema.

7. Bibliografia

- [1] B. Maclaurin, “A skid steer model with track pad flexibility,” *Journal of Terramechanics*, p. 110, 2006.
- [2] J. Y. Wong and C. F. Chiang, “A general theory for skid steering of tracked vehicles on firm ground,” *IMechE*, pp. 344–345, 2000.
- [3] R. Forsyth, *Articulated Vehicle*, 1965.
- [4] H. Ishimoto e T. Tsubouchi, «A Practical Trajectory Following of an Articulated Steering Type Vehicle,» pp. 397–398, 1998.
- [5] N. Azad, A. Khajepour e J. McPhee, «Analysis of Jackknifing in Articulated Steer Vehicles».
- [6] D. A. Crolla e D. N. L. Horton, «The steering behaviour of articulated body steer vehicles,» *I. Mech. E.*, 1983.
- [7] [Online]. Available: <https://www.aris-spa.it/civile/veicoli-speciali-2/brt/>.
- [8] J. Wong, «Dynamics of Tracked Vehicles,» *International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, pp. 199–219, 2007.
- [9] J. Wong, «Methods for Evaluating Tracked Vehicle,» in *Terramechanics and Off-Road Vehicles Engineering*, pp. 168–169.
- [10] M. Guiggiani, in *Dinamica del veicolo*, pp. 53–54.
- [11] N. Instruments. [Online]. Available: <https://www.ni.com/it-it/innovations/white-papers/06/pid-theory-explained.html>.
- [12] [Online]. Available: <http://www.esercito.difesa.it/equipaggiamenti/Veicoli-blindati-e-corazzati-da-combattimento/Veicoli-Cingolati/Pagine/BV-206.aspx>.
- [13] A. Tota, M. Velardocchia, E. Rota e A. Novara, «Steering behavior of an Articulated Amphibious All-Terrain Tracked Vehicle,» *SAE Technical Paper*, 2020.