

# Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



## Tesi di Laurea Magistrale

Interfacciamento uomo macchina in sistemi  
meccanici ad accumulo di energia elastica:  
analisi e simulazione

Relatori:

Prof. Massimo SORLI

Prof. Stefano MAURO

Ing. Antonio Carlo BERTOLINO

Candidato:

Gabriele LOMBARDI

Anno accademico 2019/2020



# Indice

<b>Premessa</b>	<b>9</b>
<b>Introduzione ai nastri trasportatori</b>	<b>11</b>
<b>1 Il nastro trasportatore</b>	<b>13</b>
1.1 La modellazione dei nastri trasportatori nella storia . . . . .	13
1.1.1 I primi sviluppi nel 1955-1975 . . . . .	14
1.1.2 Il primo modello ad elementi finiti . . . . .	16
1.1.3 Lo stato attuale . . . . .	16
1.2 Descrizione del sistema . . . . .	17
1.2.1 Nastro . . . . .	18
1.2.2 Tamburi . . . . .	20
1.2.3 Rulli . . . . .	21
1.2.4 Tenditore . . . . .	25
1.2.5 Azionamento elettrico . . . . .	26
1.2.6 Altri componenti . . . . .	26
1.3 Aspetti convenzionali del design di un nastro trasportatore . . . . .	27
1.3.1 Portata massima trasportabile . . . . .	28
1.3.2 Resistenze al moto . . . . .	29
1.3.3 Calcolo delle tensioni nel nastro . . . . .	31
1.4 Altri metodi di calcolo . . . . .	33
<b>2 Modello fisico di un nastro trasportatore</b>	<b>35</b>
2.1 Trasmissione del moto tra tamburo e nastro . . . . .	35
2.2 Tamburo motore . . . . .	43
2.3 Tamburo condotto . . . . .	44
2.4 Tenditore a gravità . . . . .	45
2.5 Nastro . . . . .	47
2.6 Attrito . . . . .	51
2.7 Azionamento elettrico . . . . .	56
<b>3 Applicazione del modello in MATLAB e Simulink</b>	<b>59</b>

3.1	Definizione della geometria del sistema . . . . .	59
3.2	Descrizione del sistema . . . . .	65
3.3	Modello del nastro trasportatore . . . . .	69
3.3.1	Tamburi . . . . .	71
3.3.2	Attrito . . . . .	74
3.3.3	Tenditore a gravità . . . . .	76
3.4	Modello dell'azionamento elettrico . . . . .	77
3.4.1	Motoriduttore elettrico . . . . .	77
3.4.2	Sistema di controllo . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Analisi dei risultati</b>	<b>83</b>
4.1	Impostazioni della simulazione . . . . .	83
4.2	Avviamento del nastro e condizione di regime in assenza di carico .	84
4.3	Arresto del nastro in assenza di carico. . . . .	91
4.4	Avviamento e arresto con trasporto di materiale sul nastro . . . . .	95
4.5	Condizione di guasto: guasto al motoriduttore . . . . .	101
4.6	Condizione di guasto: malfunzionamento del contrappeso . . . . .	103
4.7	Condizione di guasto: impuntamento del tamburo di coda . . . . .	107
	<b>Conclusioni</b>	<b>111</b>

# Elenco delle figure

1.1	Schema di un generico trasportatore a nastro. . . . .	17
1.2	Disposizione delle corde rinforzanti in acciaio all'interno del nastro. . . . .	19
1.3	Schema costruttivo di un tamburo. . . . .	20
1.4	Schema costruttivo di una stazione di andata: in alto la configurazione a tre rulli, in basso la configurazione a cinque rulli. . . . .	22
1.5	Schema costruttivo di una stazione di ritorno: in alto la configurazione a rullo singolo, in basso la configurazione a due rulli. . . . .	23
1.6	Rullo d'impatto. . . . .	24
1.7	Sistema multi-massa a parametri concentrati di un nastro trasportatore. . . . .	33
2.1	Diagramma di di corpo libero di un elemento infinitesimo di nastro. . . . .	36
2.2	Schema di un elemento di nastro nel suo stato non deformato e deformato. . . . .	38
2.3	Identificazione della posizione dell'arco di aderenza: a sinistra, ipotesi sulla posizione dell'arco di aderenza; a destra, diagramma di corpo libero risultante. . . . .	41
2.4	Identificazione della posizione dell'arco di aderenza: a sinistra, ipotesi sulla posizione dell'arco di aderenza; a destra, diagramma di corpo libero risultante. . . . .	42
2.5	Schema di corpo libero di un tamburo motore. . . . .	43
2.6	Schema di corpo libero di un tamburo condotto. . . . .	45
2.7	Schema di corpo libero del tenditore a gravità. . . . .	45
2.8	Analogia meccanica del modello di Kelvin-Voigt. . . . .	47
2.9	Modello di un elemento di nastro tra due tamburi. . . . .	49
2.10	Modello di un elemento di nastro, la cui la massa è trascurabile, tra due tamburi. . . . .	50
2.11	Schema di corpo libero di un tamburo che ruota intorno ad un perno. . . . .	51
2.12	Modello di attrito con effetto Stribeck. . . . .	54
2.13	Circuito elettrico equivalente di un motore DC. . . . .	56
3.1	Confugurazione "tt". . . . .	61
3.2	Confugurazione "tb". . . . .	61

3.3	Confugurazione “ <i>bt</i> ” . . . . .	62
3.4	Confugurazione “ <i>bb</i> ” . . . . .	62
3.5	Zona contrappeso e motore del nastro trasportatore in esame – configurazione base. . . . .	64
3.6	Zona contrappeso e motore del nastro trasportatore in esame – configurazione modificata. . . . .	65
3.7	Nastro trasportatore preso in esame. . . . .	66
3.8	Vista del modello completo. . . . .	70
3.9	Modello a blocchi del tamburo. . . . .	71
3.10	Schema a blocchi per il calcolo dello scorrimento. . . . .	72
3.11	Modello di attrito. . . . .	74
3.12	Modello del tenditore a gravità. . . . .	76
3.13	Modello del motoriduttore elettrico. . . . .	77
3.14	Modello del motore elettrico. . . . .	78
3.15	Blocco dedicato al calcolo del segno della potenza. . . . .	80
3.16	Controllo in velocità. . . . .	81
4.1	Andamento delle tensioni nel nastro all’avvio, nessun carico trasportato, tempo di avvio circa $t_s = 5 s$ . . . . .	85
4.2	Velocità di set e feedback all’avviamento. . . . .	86
4.3	Velocità di set e feedback all’avviamento con azione integrale rimossa. . . . .	87
4.4	Andamento di coppia e corrente all’avviamento. . . . .	88
4.5	Posizione del contrappeso all’avviamento. . . . .	89
4.6	Tensione massima sviluppata nel nastro al variare del tempo di avviamento. . . . .	90
4.7	Andamento della velocità del nastro durante l’arresto per solo attrito. . . . .	91
4.8	Andamento delle tensioni nel nastro durante l’arresto. . . . .	92
4.9	Spostamento del contrappeso durante l’arresto. . . . .	93
4.10	Coppia e corrente generata nel motore durante l’arresto. . . . .	94
4.11	Tensione nel nastro ai capi del tamburo motore. . . . .	95
4.12	Andamento delle tensioni nel nastro durante il trasporto di materiale. . . . .	96
4.13	Spostamento del contrappeso durante il carico del nastro. . . . .	97
4.14	Velocità del nastro con carico trasportato; in basso a destra zoom della curva durante l’aumento del carico sul nastro. . . . .	98
4.15	Andamento di coppia e corrente erogati dal motore. . . . .	99
4.16	Andamento delle tensioni nel nastro durante l’arresto, con carico. . . . .	100
4.17	Andamento delle tensioni in caso di impuntamento del motoriduttore. . . . .	101
4.18	Velocità dei due tamburi di estremità del trasportatore. . . . .	103
4.19	Andamento delle tensioni in caso di guasto del contrappeso mobile. . . . .	104
4.20	Angolo di strisciamento sul tamburo motore e relativa coppia motrice. . . . .	105
4.21	Andamento delle tensioni nel caso di sgancio del contrappeso. . . . .	106

4.22	Andamento delle tensioni nel caso di sgancio del contrappeso. . . .	107
4.23	Andamento della velocità e dell'angolo di strisciamento. . . . .	108
4.24	Coppia erogata dal motore. . . . .	109



# Elenco delle tabelle

3.1	Posizione e angoli di avvolgimento nelle due configurazioni. . . . .	63
3.2	Dati impianto. . . . .	69



## Premessa

I nastri trasportatori sono sistemi di movimentazione utilizzati da decenni per trasferimento da un punto ad un altro di materiali di diversa natura. Questi sono ampiamente utilizzati al giorno d'oggi grazie al fatto che essi possano essere adattati per soddisfare pressoché qualsiasi esigenza.

Il presente lavoro di tesi si pone come obiettivo quello di sviluppare un modello matematico monodimensionale di un nastro trasportatore in grado di simulare con una certa accuratezza il sistema in diverse condizioni di carico, concentrandosi soprattutto sulle tensioni e deformazioni che si instaurano nel nastro. Un secondo obiettivo del seguente lavoro è anche quello di riuscire a simulare condizioni di guasto all'interno del sistema, il che fornirebbe utili informazioni nel caso di un guasto in un sistema reale.

Il presente lavoro di tesi si divide in quattro capitoli.

Nel Capitolo 1 verranno illustrate le caratteristiche costruttive e meccaniche del nastro trasportatore, le varie tipologie e i diversi approcci matematici utilizzati nel tempo per descrivere il comportamento di questo sistema.

Nel Capitolo 2 verrà esposto il modello matematico adottato nel presente lavoro di tesi per descrivere lo stato e la dinamica del sistema.

Nel Capitolo 3 verrà descritto come le relazioni ricavate nel Capitolo 3 siano state applicate per costruire il modello matematico in ambiente MATLAB/Simulink.

Nel Capitolo 4 verranno esposti i dati ottenuti tramite le simulazioni per diverse condizioni di carico, con annessa analisi degli stessi.

## Introduzione ai nastri trasportatori

I nastri trasportatori sono sistemi di trasporto tipicamente stazionari e possono essere utilizzati sia per il trasporto di materiali sfusi, come minerali, che per il trasporto di carichi singoli. Hanno il grande vantaggio di poter essere adattati per soddisfare le più svariate condizioni di lavoro, sono affidabili dal punto di vista della sicurezza, hanno un impatto energetico relativamente basso e permettono di trasportare in modo continuo ingenti quantità di carico.

Sono ampiamente utilizzati nell'industria mineraria, sia essa di superficie o sotterranea, nell'industria siderurgica per il trasporto di minerali, e in pressoché qualsiasi altro settore che richieda la movimentazione di materiali.

Dei primitivi nastri trasportatori vennero usati già a partire dal XIX secolo e fino al 1970 la ricerca sui nastri trasportatori si è incentrata su problemi relativi all'azionamento elettrico e allo sviluppo di materiali appropriati per la costruzione del nastro.

A partire dal 1980, invece, allo sviluppo di nuovi materiali si affiancò lo sviluppo di nuove tipologie di nastri trasportatori, come ad esempio i nastri trasportatori tubolari e Aerobelt.

Questa ricerca di nuove tecnologie e materiali è stata frutto di una sempre crescente domanda di migliori prestazioni e ottimizzazione del *layout* di installazione, come diametri dei tamburi, curvature verticali ed orizzontali del nastro, disposizione e numero dei rulli.



# Capitolo 1

## Il nastro trasportatore

In questo capitolo verrà illustrato brevemente lo stato dell'arte riguardante la modellazione dei trasportatori a nastro per poi concentrarsi sui singoli componenti di cui è composto, così come tutti gli aspetti che ne permettano di capire il funzionamento del sistema nella sua interezza. Inoltre verranno illustrati alcuni metodi utilizzati per il design di questi.

### 1.1 La modellazione dei nastri trasportatori nella storia

Come già detto in precedenza, primitivi trasportatori a nastro apparvero all'inizio del XIX secolo.

Già intorno agli anni '50 si cominciò a cercare uno strumento di progettazione che incorporasse anche la dinamica di questo sistema di trasporto.

Inizialmente l'attenzione si concentrava fondamentalmente sull'analisi dell'avviamento e dell'arresto di trasportatori terrestri, ossia con una dimensione longitudinale elevata, ad alta velocità, ad alta capacità di carico o, infine, ad alta pendenza. Grazie al significativo miglioramento degli azionamenti, è ora possibile avviare ed arrestare sistema in modo molto fluido e controllato, rendendo non più necessaria l'analisi di queste condizioni non stazionarie, sull'ipotesi di adottare tempi di avvio

ed arresto sufficientemente lunghi.

L'attenzione si è così spostata su scenari ipotetici di non normale funzionamento, come ad esempio un arresto di emergenza.

### **1.1.1 I primi sviluppi nel 1955-1975**

Per calcolare la potenza totale richiesta per la guida di un sistema di trasporto a nastro, sono stati e sono tuttora utilizzati standard di progettazione come la norma DIN 22101. In questi standard si assume che il nastro sia un corpo inestensibile. Ciò implica che le forze esercitate su di esso possano essere ricavate attraverso la dinamica del corpo rigido newtoniano. Tramite queste sollecitazioni, è poi possibile calcolare le deformazioni subite dal nastro e quindi la sua estensione massima. Questo modo di determinare la risposta elastica del sistema durante un transitorio è definito approccio “*quasi statico*” e per sistemi di bassa capacità di carico e breve distanza, porta ad un design ed un comportamento operativo del sistema accettabile. Tuttavia, l'avvento di sistemi ad alta capacità e di medio o lunga distanza, ha introdotto diversi problemi operativi, quali:

- un eccessivo spostamento del sistema tenditore, nel caso in cui questo sia a gravità;
- collasso prematuro del nastro, principalmente a causa del danneggiamento delle giunzioni;
- gravi danni a tamburi e rulli;
- sollevamento del nastro dai rulli con conseguente versamento di materiale trasportato;
- danneggiamento o malfunzionamento dei sistemi di trasmissione.

## 1.1. LA MODELLAZIONE DEI NASTRI TRASPORTATORI NELLA STORIA

Questi problemi, che non si verificavano in sistemi di piccole dimensioni, hanno innescato la ricerca di strumenti di progettazione che incorporassero gli effetti dinamici del trasportatore a nastro.

Per rilevare la causa dei problemi operativi finora esposti, è stato inizialmente studiato sperimentalmente il comportamento di nastro e sistema di trasmissione durante il funzionamento non stazionario.<sup>[1][2][3][4]</sup>

Il primo obiettivo di questi studi era quello di determinare i principi dello sviluppo delle onde longitudinali di sforzo ed il loro effetto sulle tensioni nel nastro e sulla forza motrice. Si cercò inoltre di studiare il ritardo nella trasmissione degli sforzi, dovuti alla velocità di propagazione delle onde finita.

Oehmen studiò dettagliatamente l'avvio di un trasportatore a nastro, tenendo conto delle caratteristiche dell'attuatore e del sistema tenditore. I risultati ottenuti vennero quindi integrati da Vierling e confermati da molti altri. Grazie alle conoscenze sviluppate tramite queste prime prove sperimentali, si fu in grado di migliorare il processo di avvio di sistemi con motori multipli, così come migliorare il design di tenditori automatici.

Le prove sul campo non erano sempre possibili, e nel caso in cui lo fossero, non esistevano comunque molte variazioni delle procedure di avvio e frenata che potevano essere testate.

Nasce così la necessità di sviluppare i primi modelli matematici, tramite quali si sarebbero potute ottenere informazioni dettagliate sulla dinamica di questo sistema.

I primi modelli sviluppati si basavano sull'analogia elettrica del sistema meccanico. Parallelamente a questi modelli, vennero sviluppate anche le prime soluzioni analitiche, i cui pionieri furono Havelka e Sobolski. Il loro modello, tuttavia, non

## 1.1. LA MODELLAZIONE DEI NASTRI TRASPORTATORI NELLA STORIA

era molto pratico ed altri ricercatori continuarono a sviluppare modelli analitici.

Nel '73 Funke propose il primo modello analitico realmente utilizzabile. Il nastro veniva discretizzato in due elementi, il primo rappresentante il tratto di andata del nastro, ed il secondo quello di ritorno. Quindi la risposta elastica del sistema era data dall'unione delle risposte dei due singoli elementi.

A questo punto si capì che la discretizzazione del nastro in più elementi avrebbe portato risultati più accurati, ma questi tipi di modelli necessitavano di risorse computazionali ancora non disponibili.

### **1.1.2 Il primo modello ad elementi finiti**

Nel '84, il modello sviluppato da Funke, fu enormemente migliorato tramite lo sviluppo del primo modello ad elementi finiti il quale includeva, inoltre, forza motrice funzione del tempo, resistenze al moto e comportamento viscoelastico del nastro.

In questo periodo vennero inoltre fatti passi avanti nella rappresentazione grafica dei dati, il che permise di avere un nuovo punto di vista sui risultati estrapolati dal modello.

### **1.1.3 Lo stato attuale**

I modelli sviluppati fino al 1995, furono prodotti per studiare il comportamento esclusivamente dinamico longitudinale del nastro, mancando di accuratezza in alcune situazioni. Un importante effetto in un trasportatore è, infatti, la curvatura del nastro tra due stazioni successive, il quale può essere tenuto conto inserendo una seconda dimensione, quella verticale o trasversale, la quale tiene conto di questa deformazione.

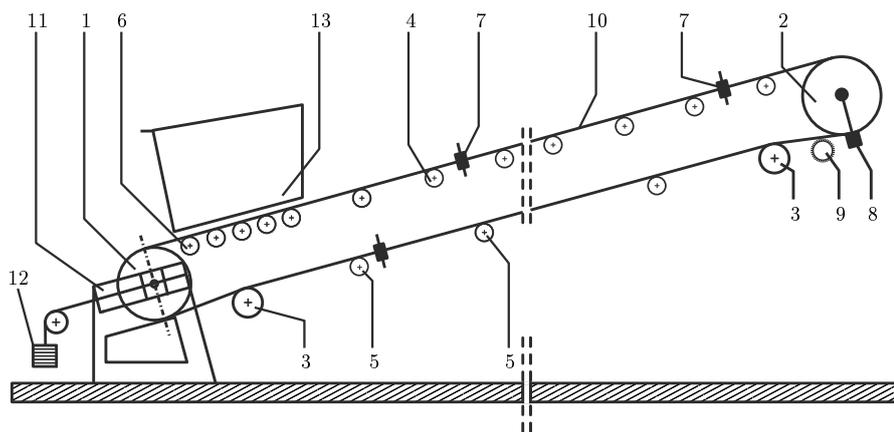
La risposta elastica trasversale del nastro può essere tenuta in conto utilizzando modelli isolati.<sup>[5][6]</sup>

Tuttavia si è trovato più conveniente espandere i modelli monodimensionali utilizzando speciali elementi bidimensionali, come si è solito fare nella dinamica multibody.

Al giorno d'oggi, modelli ad elementi finiti che incorporano elementi di dinamica multibody possono decisamente essere considerati lo stato dell'arte.

## 1.2 Descrizione del sistema

Come già detto, un nastro trasportatore è un sistema di movimentazione del materiale, a trasporto continuo. Questo è impiegato per il trasporto sia in orizz-




---

1	Tamburo di estremità inferiore	8	Raschiatore
2	Tamburo di estremità superiore	9	Spazzola a rullo
3	Tamburo flettente	10	Nastro
4	Stazione di andata	11	Guida tenditore a gravità
5	Stazione di ritorno	12	Contrappeso
6	Rulli d'impatto	13	Scivolo di carico
7	Guida		

---

*Figura 1.1: Schema di un generico trasportatore a nastro.*

## 1.2. DESCRIZIONE DEL SISTEMA

---

zontale sia in pendenza di materiali alla rinfusa o concentrati, come colli.

I principali elementi costituenti un trasportatore a nastro sono:

- il nastro, componente fondamentale del sistema;
- una serie di rulli di supporto;
- almeno un tamburo motore, con il relativo azionamento, ed uno di rinvio;
- una struttura metallica di sostegno;

Inoltre il nastro deve essere teso in modo da garantire l'aderenza sui tamburi in ogni condizione, attraverso un dispositivo chiamato tenditore.

Il principio di funzionamento di un nastro trasportatore è assimilabile alla trasmissione di potenza tramite cinghia. Nel caso di un nastro trasportatore, però, l'obiettivo è ovviamente quello di trasportare materiale, e non di trasmettere moto. Infatti in questo sistema in nastro ha una larghezza molto maggiore e la sua velocità è nettamente minore.

Nel seguito verranno illustrati i componenti principali costituenti il sistema.

### 1.2.1 Nastro

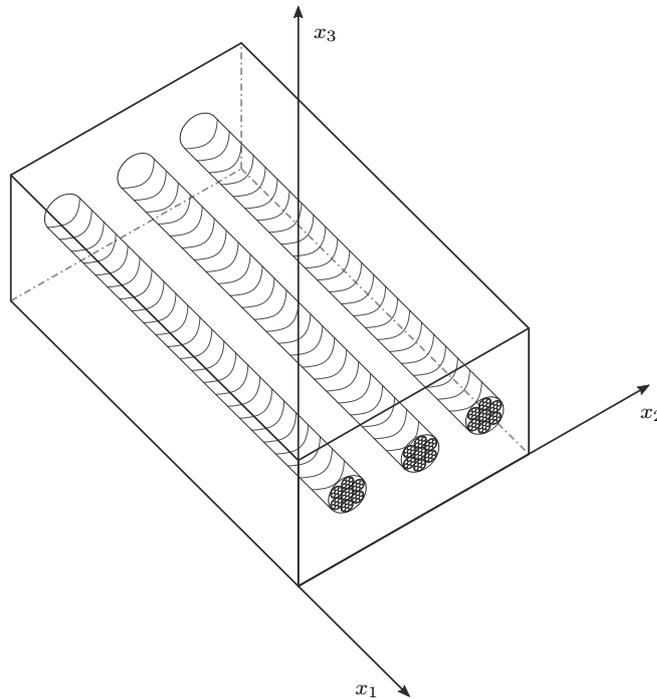
Il nastro è il componente fondamentale del sistema, sul quale viene depositato il materiale da trasportare. Questo ha il compito di:

- sopportare gli sforzi che si generano all'interno di esso all'avviamento, così come durante l'esercizio,
- trasportare il carico;
- assorbire l'energia dovuta all'impatto del materiale nella zona di carico;

- sopportare temperatura e agenti chimici, ad esempio per materiali contenenti oli;
- soddisfare i requisiti di sicurezza, come ad esempio essere ignifugo, antistatico etc...

Un nastro è formato da diversi elementi. Innanzitutto, l'esterno del nastro è fatto di diverse qualità di gomma o PVC e funge da rivestimento per lo strato più interno. Questa copertura, inoltre, è normalmente più spessa sul lato in cui viene trasportato il materiale, per poter sopportare il carico di quest'ultimo, mentre è di spessore ridotto sul lato del nastro a contatto con il tamburo. Inoltre queste possono essere lisce, oppure a seconda del tipo di carico e inclinazione, possono presentare profili di vario tipo.

L'interno del nastro, invece, è formato da tele tessili o da armature o corde d'ac-



*Figura 1.2: Disposizione delle corde rinforzanti in acciaio all'interno del nastro.*

acciaio, l'ultimo dei due visibile nella *Figura 1.2*, le quali servono ad aumentare la resistenza del nastro, soprattutto alla trazione nel caso delle corde d'acciaio.

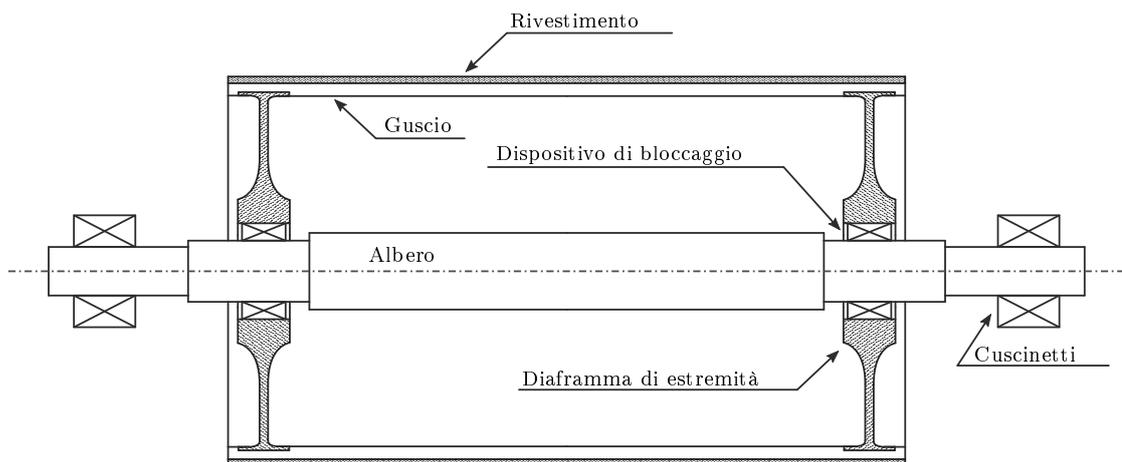
### 1.2.2 Tamburi

Elemento fondamentale per il funzionamento di un nastro trasportatore è il tamburo, il quale ha il compito di supportare e deviare il nastro lungo tutta la struttura del nastro trasportatore. Inoltre, nel caso di un tamburo motore, questo ha anche il compito di trasmettere il moto al nastro tramite attrito.

Generalmente i tamburi si trovano alle estremità della struttura del nastro trasportatore e nei pressi del tenditore.

Nella *Figura 1.3* è riportato lo schema costruttivo di un tamburo. Da questa è possibile osservare i diversi componenti di cui è composto.

Il guscio è la porzione del tamburo a diretto contatto con il nastro. Questo è generalmente ricavato da lamiere di acciaio laminato o da tubi in acciaio cavi. Il guscio ha una larghezza ed un diametro che sono determinati dalla larghezza del nastro e dal tipo e dalla classificazione del nastro da utilizzare.



*Figura 1.3: Schema costruttivo di un tamburo.*

Per rafforzare il guscio vengono impiegati dei diaframmi ricavati da lamiere d'acciaio spesse. Questi vengono saldati alle estremità del guscio e rendono più rigida e resistente la struttura. Inoltre sono forati nel centro in modo tale da poter accogliere l'albero del tamburo e i relativi sistemi di bloccaggio.

L'albero è progettato in modo tale da supportare tutte le forze agenti sul tamburo, dalle tensioni al peso stesso, cercando di tenere al minimo la flessione. Per trasmettere il moto di rotazione al tamburo, l'albero è bloccato ai diaframmi terminali tramite degli elementi di bloccaggio. Infine l'albero è supportato da cuscinetti su entrambe le estremità in modo da poter permetterne la libera rotazione e in contemporanea permettere lo scarico delle reazioni vincolari sulla struttura portante. Per poter aumentare l'attrito tra nastro e tamburo, in modo tale da aumentare la coppia trasmissibile, i tamburi vengono rivestiti in materiali gommati. Questi rivestimenti, generalmente vulcanizzati per poterne aumentare la resistenza in condizioni avverse, hanno uno spessore dell'ordine di 10 *mm* e possono presentare sia una superficie liscia che scanalata.

### 1.2.3 Rulli

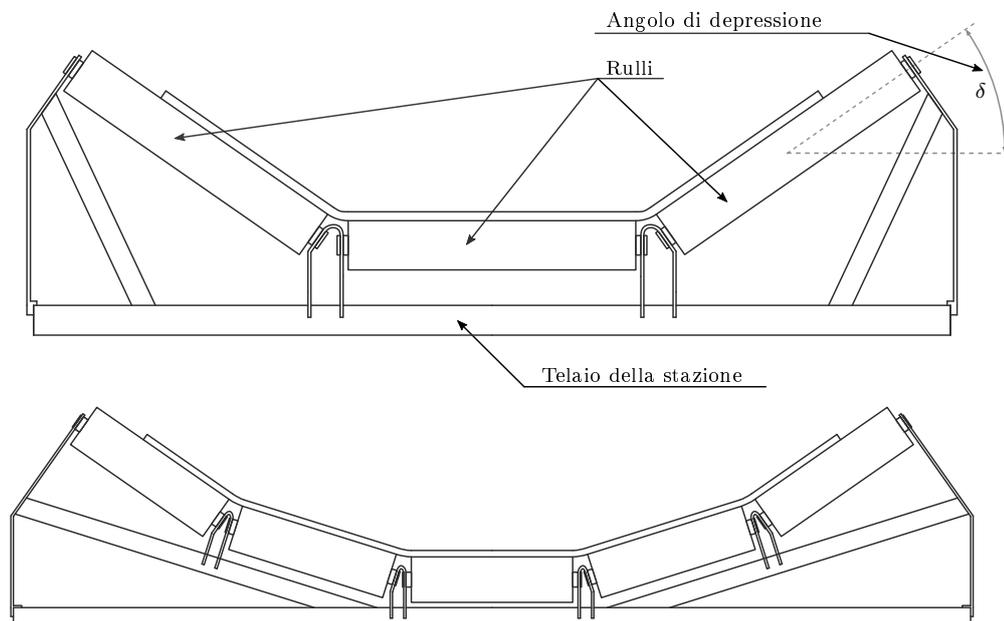
Altri elementi molto importanti nel design di un nastro trasportatore sono i rulli. Questi hanno il compito di sostenere il nastro lungo tutto il suo percorso e vengono sorretti attraverso strutture metalliche solidali al telaio del nastro trasportatore. Il complesso rulli più struttura di sostegno prende il nome di "*stazione*". Queste stazioni si suddividono principalmente in due categorie, ossia stazioni di andata e di ritorno, avendo compiti e design differenti. Esistono poi stazioni "*speciali*" che ricoprono compiti più particolari.

Le stazioni di andata sorreggono la parte di nastro che trasporta il materiale e sono formate da un numero di rulli che va da uno a cinque. Il numero di rulli

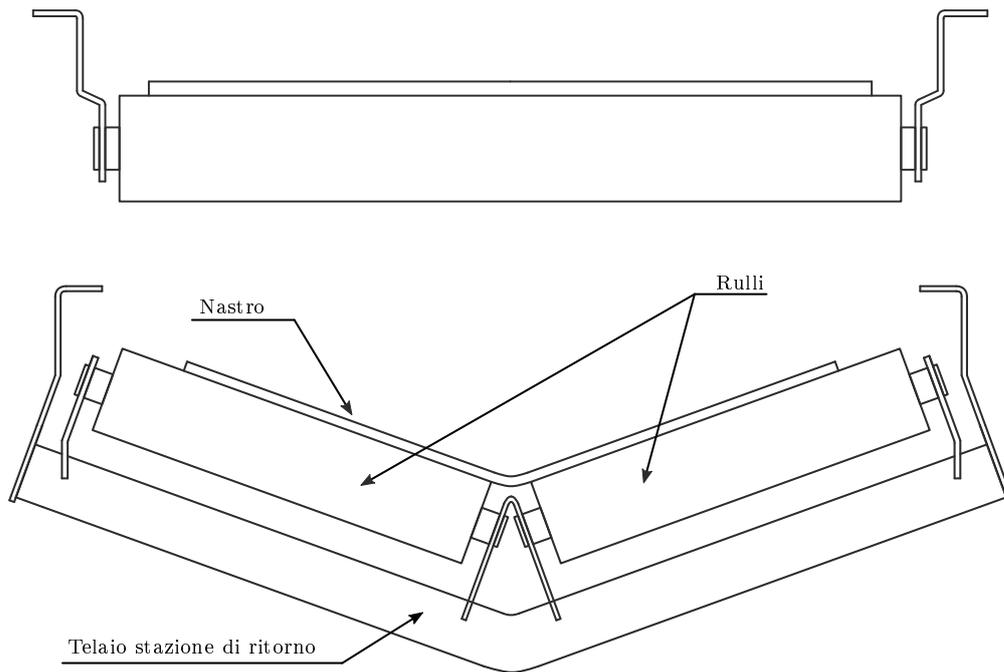
## 1.2. DESCRIZIONE DEL SISTEMA

determina l'area della sezione trasversale del materiale trasportato, e si ha che al crescere del numero dei rulli aumenta la capacità di carico del nastro a parità di velocità e larghezza dello stesso. Nello schema fornito in *Figura 1.4* sono riportate stazioni a tre e cinque rulli, le più comuni in caso di materiale sfuso, e da questo possiamo osservare come queste siano composte da un rullo orizzontale centrale e da due o quattro rulli laterali angolati. Questa configurazione assicura che l'area della sezione trasversale del materiale rimanga pressoché costante lungo tutto il percorso. Una stazione a cinque rulli ha il vantaggio di offrire una sezione trasversale più uniforme che risulta in un aumento di capacità di carico a parità di velocità e larghezza del nastro.

Esiste un altro tipo di stazione chiamata a "ghirlanda". In questo caso gli alberi dei vari rulli sono collegati tra di loro attraverso alette in modo tale da formare una catena continua di rulli. Solo le estremità di questa "catena" vengono poi fissate alla struttura portante del nastro trasportatore, lasciando così i rulli sospesi.



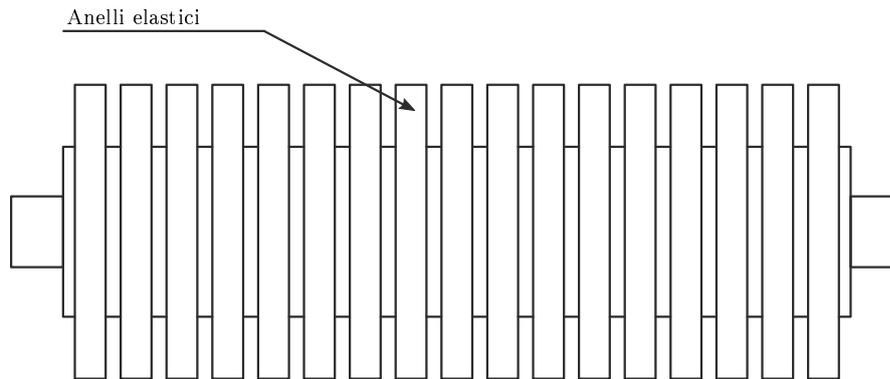
*Figura 1.4: Schema costruttivo di una stazione di andata: in alto la configurazione a tre rulli, in basso la configurazione a cinque rulli.*



*Figura 1.5: Schema costruttivo di una stazione di ritorno: in alto la configurazione a rullo singolo, in basso la configurazione a due rulli.*

Stazioni a ghirlanda vengono utilizzate principalmente su nastri trasportatori da cantiere e nastri trasportatori mobili o, più in generale, nei casi in cui l'allineamento della struttura del nastro trasportatore potrebbe non essere completamente corretto a causa delle condizioni non uniformi del terreno su cui poggia.

Le stazioni di ritorno hanno soltanto il compito di sorreggere il nastro scarico, per cui su di esse agiscono sforzi nettamente minori. Proprio per questo motivo generalmente vengono distanziate tra di loro circa tre volte la distanza tra due stazioni di andata e sono composte da un numero inferiore di rulli, che varia tra uno e due, e il cui schema è riportato nella *Figura 1.5*. Nel caso di due rulli, questi sono normalmente inclinati di circa dieci gradi in modo tale da facilitare il centraggio del nastro. Nonostante il vantaggio dell'avere due rulli, spesso prevale



*Figura 1.6: Rullo d'impatto.*

la soluzione a rullo singolo, data la sua semplicità ed economicità.

Nel caso di materiali che tendono a sporcare il nastro, o comunque a lasciare residui su di esso, i rulli di ritorno possono presentare anelli in grado di rimuovere le incrostazioni di materiale. Nel caso di materiale altamente viscoso, i rulli di ritorno possono invece essere rivestiti da anelli di gomma antiabrasiva a spirale, in grado di eliminare in modo molto efficace i depositi di materiale sul lato sporco del nastro. Oltre ai telai fissi, anche per le stazioni di ritorno, sono disponibili delle strutture a ghirlanda, più tolleranti a disallineamenti della struttura.

Non è un evento raro che il nastro tenda a disallinearsi durante l'utilizzo provocando così lo strisciamento, soprattutto dei bordi, lungo il telaio del nastro trasportatore. Questo è un fenomeno poco desiderabile poiché a lungo andare determina l'usura del bordo del nastro potendo arrivare anche alla rottura dello stesso. Per ovviare a questo problema, sono presenti sul mercato diverse soluzioni di rulli autocentranti, i quali, in modo del tutto automatico, reagiscono allo sbandamento del nastro, riportandolo nella posizione centrale.

Infine un'altra tipologia di rulli sono quelli d'impatto, visibili in *Figura 1.6*.

Questo tipo di rullo è composto da una serie di anelli di gomma elastica i quali hanno il compito di assorbire le sollecitazioni dovute all'impatto del materiale sul nastro e vengono posizionati esclusivamente nei tratti in cui avviene il carico ed trasferimento del materiale.

### 1.2.4 Tenditore

Il tenditore è un sistema che permette di mantenere il nastro teso in tutte le condizioni di esercizio in modo tale da non avere mai situazioni in cui il nastro arrivi a perdere aderenza con uno dei tamburi, in particolar modo con il tamburo motore. Questo sistema è applicabile in diverse configurazioni e nel seguito queste verranno esposte brevemente.

Una prima tipologia è quella di sistema tenditore fisso, il quale è concepito per essere utilizzato a nastro fermo. Infatti, tamburo tenditore viene tirato in modo tale da provocare un allungamento del nastro che a sua volta provocherà la generazione di una tensione all'interno di esso, garantendo l'aderenza sui tamburi. Quando il nastro trasportatore entra in funzione, il tamburo tenditore rimane bloccato poiché viene vincolato alla struttura.

Un'altra tipologia è quella di un sistema a gravità. In questo caso il tamburo tenditore è libero di scorrere su una guida e ad esso è collegato un sistema di masse. È proprio grazie al peso di questo sistema di masse collegato al tamburo tenditore, che il nastro viene messo in tensione in modo tale da garantire l'aderenza. In questo caso, al contrario del precedente, il tamburo non è più vincolato e quindi subirà degli spostamenti al variare delle condizioni di carico.

Infine, esistono anche sistemi tenditori a molla o idraulici. Il principio di funzionamento è fondamentalmente lo stesso per entrambi. Nel primo caso la tensione nel nastro è data precaricando una molla collegata al tamburo tenditore, mentre

nel secondo lo stesso risultato è ottenuto imponendo uno spostamento attraverso il pistone idraulico.

### 1.2.5 Azionamento elettrico

Per la trasmissione del moto al nastro vengono impiegati motori elettrici. La scelta del motore dipende ovviamente dal carico totale a cui è soggetto il nastro trasportatore. Inoltre anche il posizionamento del motore, ad esempio sul tamburo di testa o su quello di coda del nastro trasportatore, influisce sulle tensioni che si instaurano nel nastro, in quanto la tensione massima e minima nascono appunto sui rami di nastro in ingresso ed uscita dal tamburo motore (questo verrà spiegato più nel dettaglio in seguito).

Per carichi medio – bassi, vengono utilizzati dei tamburi con motore integrato all'interno di esso, mentre per carichi più elevati è necessario utilizzare motori ad alta potenza connessi a riduttori. La accoppiamento con il riduttore è ottenuto tramite giunti rigidi o flessibili nel caso di potenze dell'ordine dei  $20 kW$  fino a  $120 kW$ , mentre per potenze fino a circa  $1500 kW$  sono necessari giunti idraulici.

### 1.2.6 Altri componenti

Esistono infine altri componenti ausiliari utilizzati in un nastro trasportatore.

Tra questi è fondamentale il sistema di sicurezza anti-rotazione. Questo sistema permette al tamburo su cui è installato di ruotare in un solo senso, venendo bloccato nel senso opposto. Questo sistema è necessario nel caso in cui si corra il rischio che il nastro possa scorrere nel verso opposto sotto il peso del materiale trasportato nel caso in cui la forza tangenziale trasmessa non sia sufficiente o nel caso in cui al motore venga tolta l'alimentazione.

Tipicamente è installato sul tamburo di testa o sul tamburo motore, integrato spesso all'interno riduttore collegato al motore.

Per la guida del nastro e per evitare che questo si disallinei durante l'esercizio vengono usati dei piccoli rulli ad asse verticale a sbalzo posizionati all'esterno del nastro, lungo il bordo, che fungono da guida. In caso di contatto forzato del rullo guida con il nastro, si può arrivare al danneggiamento del bordo, o in alcuni casi si può verificare che il nastro sormonti il rullo o si ripieghi su se stesso. Per evitare queste situazioni, i rulli guida vengono spesso utilizzati su stazioni apposite, dette autocentranti, le quali riportano il nastro verso il centro in caso di sbandamento.

Infine, per la pulizia del nastro, vengono utilizzati dei raschiatori, oltre ai rulli di cui si è già parlato in precedenza. Questi vengono solitamente installati sul lato inferiore del nastro trasportatore, subito prima del tamburo di testa, o direttamente su di esso, sempre nella parte inferiore.

Sono disponibili diverse soluzioni, che vanno da raschiatori semplici trasversali, fino a raschiatori rotativi.

### **1.3 Aspetti convenzionali del design di un nastro trasportatore**

Nastri trasportatori di medie dimensioni sono tipicamente progettati prendendo in considerazione solo condizioni statiche, ossia la condizione di regime del sistema. Situazioni transitorie, come la partenza e la frenata, sono tipicamente ignorate o trattate in modo molto semplicistico.

Per la progettazione del nastro tipicamente sono applicate le norme ISO 5048, DIN 22101 e CEMA. Nel seguito si riporteranno le modalità di calcolo in accordo con la norma DIN 22101, utilizzate per comparare i risultati del modello sviluppato.

### 1.3.1 Portata massima trasportabile

La norma DIN 22101 fornisce le indicazioni per ricavare la portata massima di materiale sfuso trasportabile dal nastro in funzione della sua larghezza.

Innanzitutto si considera una larghezza ridotta del nastro data da:

$$b = 0.9 \cdot B - 50 \text{ mm} \quad \text{per } B < 2000 \text{ mm}$$

$$b = B - 250 \text{ mm} \quad \text{per } B > 2000 \text{ mm}$$

Se si considera  $B < 2000 \text{ mm}$  e un nastro a conca con un angolo di inclinazione dei rulli rispetto all'orizzontale di  $20^\circ$ , la portata volumetrica di materiale trasportato in  $[m^3/h]$  può essere definita da:

$$Q_{max} = 440 \cdot b^2 v$$

ossia, in  $[kg/s]$ :

$$Q_{max} = \frac{440}{3600} (0.9 * B - 0.05)^2 v$$

Questa portata, per trasportatori inclinati deve essere ridotta di un fattore di pendenza  $p$ .

Quindi infine, per una trasportatore inclinato, e con le ipotesi fatte in precedenza si ha che:

$$G_{max} = \left[ \frac{440}{3600} (0.9 * B - 0.05)^2 v \right] \cdot p \cdot \rho_m \quad [kg/s]$$

in cui  $G_{max}$  rappresenta la portata massica massima trasportabile e  $\rho_m$  la densità media del materiale trasportato.

### 1.3.2 Resistenze al moto

Al moto del nastro si oppongono diverse resistenze, e nel seguito verrà illustrato il metodo di calcolo normalmente utilizzato. La prima di queste è data dall'attrito delle masse mobili del trasportatore stesso, ossia rulli, tamburi e nastro. Queste possono essere assunte pari a:

$$R_{1,N} = f_N m_N g$$

$$R_{1,RT} = f_{RT} (m_R + m_T) g$$

$$R_1 = R_{1,N} + R_{1,RT}$$

in cui:

- $m_N$ ,  $m_R$  e  $m_T$  sono rispettivamente la massa totale del nastro, dei rulli e dei tamburi;
- $f_N$  e  $f_{RT}$  sono rispettivamente il coefficiente d'attrito nastro-tamburo e il coefficiente d'attrito rulli-cuscinetti

In realtà questa resistenza non è uniformemente distribuita lungo tutta la lunghezza del nastro, ma è in parte dovuta alle resistenze del tratto superiore ed in parte a quelle del tratto inferiore.

Le resistenze dovute al tratto superiore sono maggiori di quelle inferiori a causa della minore distanza tra due stazioni successive e possono essere valutate come due terzi della resistenza totale. Automaticamente le resistenze dovute al tratto inferiore saranno pari ad un terzo di quelle totali.

Troviamo poi le resistenze dovute all'attrito per il materiale trasportato. Queste possono essere definite come:

$$R_2 = f_{RT} (q_m L_{lift}) g$$

### 1.3. ASPETTI CONVENZIONALI DEL DESIGN DI UN NASTRO TRASPORTATORE

---

in cui  $q_m$  è la massa per unità di lunghezza del materiale trasportato e  $L_{lift}$  è la lunghezza del tratto di salita.

Una terzo tipo di resistenza è quella dovuta allo sforzo per superare il dislivello tra la zona di carico e scarico:

$$R_3 = (q_m + q_N)g\Delta h$$

in cui  $q_N$  è la massa per unità di lunghezza del nastro e  $\Delta h$  è il dislivello da superare.

Le resistenze fisse, ossia quelle dovute ad esempio a raschiatori o deviatori, sono tenute in conto aumentando l'interasse reale del nastro trasportatore di una lunghezza fittizia, che si assume mediamente pari a:

$$L_0 = 60 - 0.21 \quad [m]$$

Le resistenze fisse vengono quindi così calcolate come:

$$R_0 = R_1 \frac{L_0}{L_{lift}} + R_2 \frac{L_0}{L_{lift}}$$

Quindi la resistenza totale agente sul nastro sarà pari alla somma delle singole resistenze, ossia:

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + R_3 + R_0$$

### 1.3.3 Calcolo delle tensioni nel nastro

Per vincere lo sforzo periferico totale, dovuto alla somma delle resistenze agenti sul nastro, è richiesta una coppia motrice data dalla differenza delle tensioni che si hanno rispettivamente nel tratto più teso e in quello meno teso, ossia ai capi del tamburo motore:

$$R = T_{max} - T_{min}$$

I valori delle due tensioni vengono ricavate imponendo la condizione limite di aderenza con il tamburo (si entrerà più nel dettaglio sull'argomento nel prossimo capitolo):

$$T_{max} = T_{min} e^{f_{NT}\beta}$$

dove  $\beta$  è l'angolo di avvolgimento del nastro sul tamburo.

Noto quindi lo sforzo totale, è possibile ricavare dalle due equazioni appena espresse, le relazioni che definiscono le due tensioni:

$$T_{max} = R \left( \frac{e^{f_{NT}\beta}}{e^{f_{NT}\beta} - 1} \right)$$
$$T_{min} = R \left( \frac{1}{e^{f_{NT}\beta} - 1} \right)$$

Per calcolare le tensioni nel resto del nastro si può pensare di ripartire in modo approssimato le resistenze tra i vari tratti. Per un tratto di nastro che non trasporta materiale di lunghezza  $l_k$ , si può scrivere:

### 1.3. ASPETTI CONVENZIONALI DEL DESIGN DI UN NASTRO TRASPORTATORE

---

$$T_i = T_{i-1} + R_1 \frac{l_k}{l_{tot}} + R_0 \frac{l_k}{L_{tot}}$$

Invece per il tratto su cui viaggia il materiale trasportato, di lunghezza  $l_j$  è possibile scrivere:

$$T_i = T_{i-1} + R_1 \frac{l_j}{l_{tot}} + R_2 + R_3 + R_0 \frac{l_j}{l_{tot}}$$

Dalle tensioni sono ricavabili a questo punto gli allungamenti dei tratti di nastro in esame. Oltre agli allungamenti  $\Delta l_k$  dovuti agli sforzi, è necessario tener conto dell'allungamento del nastro  $\Delta l_0$  dovuto al contrappeso. Si ricavano così le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}\Delta l_k &= l_k \frac{T_i + T_{i-1}}{2} \frac{1}{ES} \\ \Delta l_0 &= l_{tot} \frac{F_{cw}}{2} \frac{1}{ES} \\ \Delta l_{tot} &= \Delta l_0 + \sum_{k=1}^N \Delta l_k\end{aligned}$$

dove:

- $E$  ed  $S$  sono rispettivamente il modulo di elasticità longitudinale e l'area della sezione trasversale del nastro
- $F_{cw}$  è la forza peso del contrappeso.

## 1.4 Altri metodi di calcolo

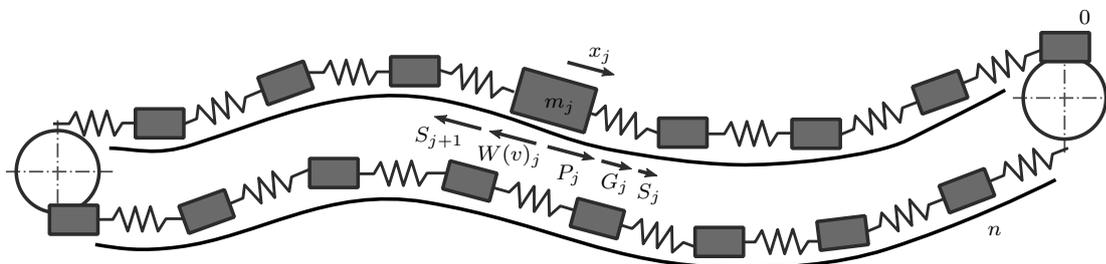
Di seguito verranno illustrati altri metodi di calcolo comunemente utilizzati per analizzare il comportamento dinamico di un trasportatore a nastro

Un metodo ampiamente utilizzato per analizzare gli stati dinamici di un nastro trasportatore è basato sull'assunzione che tutte le parti mobili del sistema, ad esempio quelle in moto traslatorio come il materiale e lo stesso nastro, o in moto rotatorio come i rulli e i tamburi, siano concentrate in un solo punto dotato di massa che trasla nella direzione del moto nastro.

Si introducono così le masse “ridotte” di ogni componente, ossia una massa equivalente che permette di approssimare le caratteristiche dinamiche del componente stesso. Più nel dettaglio, la massa “ridotta” di un determinato componente è concentrata nel punto in cui questo è installato, mentre la massa del nastro è distribuita tra i vari punti.

In questo modo si ottiene un sistema di  $N$  masse concentrate, come in *Figura 1.7*, legate tra loro attraverso modelli che permettono di descrivere il comportamento elastico del materiale. Il modello matematico di un sistema così composto è il seguente:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) + P - W + G = 0$$



*Figura 1.7: Sistema multi-massa a parametri concentrati di un nastro trasportatore.*

in cui

- $M$  è la matrice delle masse ridotte;
- $C$  è la matrice di smorzamento;
- $K$  è la matrice di rigidità;
- $P$  è la matrice delle forze attive;
- $W$  è la matrice delle resistenze al moto;
- $G$  è la matrice delle forze gravitazionali, ossia la forza peso;

Infine, metodi più avanzati per l'analisi di un trasportatore a nastro, possono comprendere analisi agli elementi finiti (FEM) di tipo monodimensionale, fino ad arrivare a modelli tridimensionali, i quali, pur ottenendo risultati molto precisi, necessitano di risorse computazionali molto elevate, ed hanno una grande complessità, rendendone difficile l'utilizzo.

## Capitolo 2

# Modello fisico di un nastro trasportatore

In questo capitolo verrà esposto il modello matematico utilizzato in questo lavoro di tesi per analizzare il comportamento dinamico del trasportatore a nastro.

### 2.1 Trasmissione del moto tra tamburo e nastro

Innanzitutto si cercheranno le relazioni che ci permettono di definire come avviene la trasmissione del moto tra nastro e tamburo.

Nella *Figura 2.1* è rappresentato un elemento infinitesimo di nastro, di lunghezza  $ds$ , il quale si avvolge attorno un tamburo di raggio  $r$ . Nel caso preso in esame si ipotizza che il tamburo sia un tamburo motore, ossia la coppia agente su di esso sarà concorde alla velocità angolare dello stesso.

Si definisce a questo punto un sistema di riferimento cartesiano, con un asse coincidente alla normale all'elemento di nastro, e l'altro perpendicolare al primo. Le tensioni alle estremità dell'elemento non saranno normalmente uguali e per soddisfare l'equilibrio alla rotazione del tamburo, la tensione più alta si troverà nel punto in cui il nastro entra in contatto con il tamburo, seguendo il verso di rotazione di quest'ultimo.

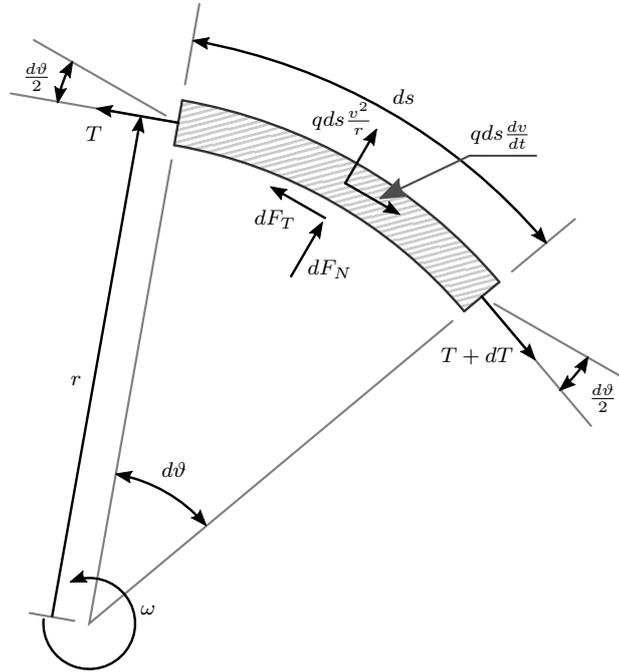


Figura 2.1: Diagramma di di corpo libero di un elemento infinitesimo di nastro.

Inoltre, poiché le due tensioni sono diverse, ci sarà strisciamento del nastro sul tamburo lungo un arco sotteso dall'angolo di strisciamento  $\vartheta^*$ , che non necessariamente sarà l'intero angolo di avvolgimento  $\beta$ , e conseguentemente si svilupperà una forza d'attrito che si opporrà al moto. In aggiunta a questa reazione di attrito, il tamburo esercita una reazione normale sul nastro.

Infine, essendo il moto rotatorio, si svilupperà una forza centrifuga, diretta lungo la normale all'elemento.

Essendo l'elemento infinitesimo, è possibile applicare tutte le forze agenti al suo baricentro.

A questo punto è possibile scrivere le equazioni d'equilibrio lungo i due assi:

$$\rightarrow) \quad (T + dT) \cos\left(\frac{d\vartheta}{2}\right) - T \cos\left(\frac{d\vartheta}{2}\right) + qds \frac{dv}{dt} - dF_T = 0 \quad (2.1)$$

$$\uparrow) \quad qds \frac{v^2}{r} - T \sin\left(\frac{d\vartheta}{2}\right) - (T + dT) \sin\left(\frac{d\vartheta}{2}\right) + dF_N = 0 \quad (2.2)$$

dove  $qds\frac{dv}{dt}$  rappresenta la forza d'inerzia agente sull'elemento, mentre  $q$  la sua massa per unità di lunghezza.

La forza d'attrito  $dF_T$  è linearmente dipendente dalla forza normale  $dF_N$  agente sull'elemento, secondo la relazione:

$$dF_T = f dF_N \quad (2.3)$$

dove  $f$  rappresenta il coefficiente d'attrito tra nastro e tamburo. Inoltre la lunghezza  $ds$  dell'elemento è definita dalla seguente relazione:

$$ds = r d\vartheta \quad (2.4)$$

Ora, poiché  $(d\vartheta, dT) \rightarrow 0$ , è possibile semplificare la (2.1) e la (2.2), essendo:

$$\lim_{d\vartheta \rightarrow 0} \cos\left(\frac{d\vartheta}{2}\right) \rightarrow 1 \quad \lim_{d\vartheta \rightarrow 0} \sin\left(\frac{d\vartheta}{2}\right) \rightarrow \frac{d\vartheta}{2}$$

$$dT \cdot d\vartheta \approx 0$$

Sostituendo ora la (2.4) e (2.3) all'interno della (2.2) otteniamo che:

$$\begin{cases} dF_N = (T - qv^2)d\vartheta \\ dF_T = f dF_N = f(T - qv^2)d\vartheta \end{cases}$$

dalle quali, sostituendo nella (2.1), è possibile ricavare:

$$dT = f d\vartheta \left( T - qv^2 - \frac{r}{f} q \frac{dv}{dt} \right) \quad (2.5)$$

La (2.5) è un'equazione differenziale a variabili separabili, per cui integrando tra gli estremi  $T_2$  e  $T$ ,  $0$  e  $\vartheta^*$ , otteniamo:

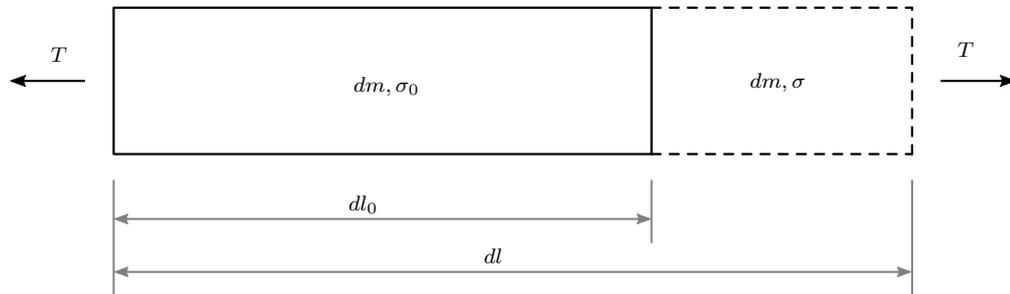
$$\frac{T - qv^2 - \frac{r}{f}q\frac{dv}{dt}}{T_2 - qv^2 - \frac{r}{f}q\frac{dv}{dt}} = e^{f\vartheta^*} \quad (2.6)$$

La (2.6) lega le due tensioni agli estremi del nastro con l'angolo di strisciamento  $\vartheta^*$ . Per la restante parte dell'angolo di avvolgimento, invece, il nastro è in aderenza con il tamburo e la tensione rimane costante.

Seguendo lo stesso ragionamento, è possibile ottenere l'equazione per un tamburo condotto:

$$\frac{T - qv^2 + \frac{r}{f}q\frac{dv}{dt}}{T_2 - qv^2 + \frac{r}{f}q\frac{dv}{dt}} = e^{f\vartheta^*} \quad (2.7)$$

Poiché una parte di nastro a contatto con il tamburo è in strisciamento, mentre la restante parte è in aderenza, si può dedurre che la velocità del nastro non rimanga costante lungo l'arco. Osservando la *Figura 2.2*, si suppone di avere un elemento di nastro di massa  $dm$ , che nel suo stato non deformato abbia lunghezza  $dl_0$  e densità  $\sigma_0$  (d'ora in poi, i termini con il pedice 0 faranno riferimento a questo



*Figura 2.2: Schema di un elemento di nastro nel suo stato non deformato e deformato.*

stato non deformato), a cui viene applicata una tensione longitudinale  $T$  che lo deforma. Dopo la deformazione l'elemento raggiunge una lunghezza  $dl > dl_0$  ed una densità  $\sigma$ .

La densità dell'elemento è definita come:

$$\sigma_0 = \frac{dm}{dl_0} \quad \sigma = \frac{dm}{dl}$$

mentre la deformazione dell'elemento come:

$$\varepsilon = \frac{dl - dl_0}{dl_0} = \frac{dl}{dl_0} - 1 \quad (2.8)$$

la quale è legata anche alla tensione applicata attraverso la seguente relazione:

$$T = EA\varepsilon \quad (2.9)$$

dove  $E$  rappresenta il modulo di elasticità longitudinale del materiale, altrimenti detto modulo di Young, ed  $A$  rappresenta l'area della sezione trasversale dell'elemento.

Sostituendo la (2.8) nella (2.9) e riordinando i termini si ottiene:

$$\frac{T}{EA} = \frac{dl}{dl_0} - 1 \quad (2.10)$$

ma ricordando la definizione della densità possiamo scrivere:

$$\frac{dl}{dl_0} = \frac{\sigma_0}{\sigma}$$

e quindi:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{1}{1 + \frac{T}{EA}} \quad (2.11)$$

La (2.11) mostra come la densità del nastro sia inversamente proporzionale alla tensione a cui è sottoposto.

Per la legge di conservazione della massa, la portata massica del nastro deve rimanere costante in ogni punto, il che permette di scrivere:

$$\sigma v = \sigma_0 v_0$$

in cui  $v$  è la velocità del nastro nella generica sezione considerata. Sostituendo la (2.11), si ottiene:

$$\frac{v}{v_0} = 1 + \frac{T}{EA} \quad (2.12)$$

La (2.12) mostra come la velocità del nastro, per via della deformazione che esso subisce e per la legge di conservazione della massa, non è uniforme; in particolare essa è direttamente proporzionale alla tensione a cui il nastro è sottoposto.

A questo punto resta solo da determinare la posizione dell'arco di aderenza lungo l'intero arco di avvolgimento del nastro. Osservando la *Figura 2.3*, si suppone che l'arco di aderenza si trovi nella zona di uscita del tamburo. In un punto generico del nastro, lungo l'arco di strisciamento, esisterà una tensione  $T > T_2$  (si ricorda che la tensione in un tamburo motore è maggiore nel ramo in ingresso, secondo il verso di rotazione dello stesso).

Ora, poiché  $T > T_2$  risulterà anche che:

$$\frac{v}{v_2} = \frac{1 + \frac{T}{EA}}{1 + \frac{T_2}{EA}} > 1 \implies v > v_2$$

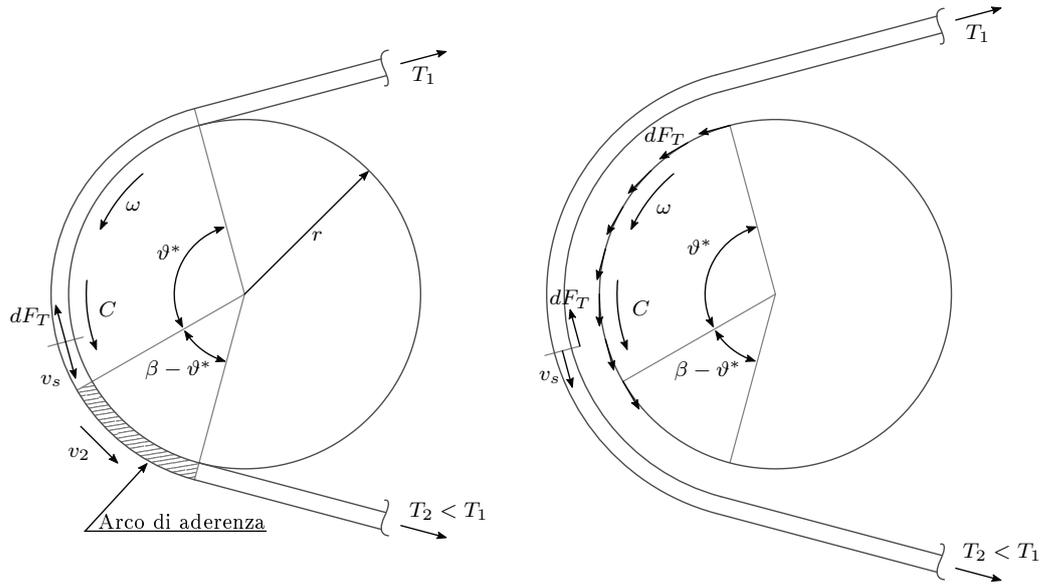


Figura 2.3: Identificazione della posizione dell'arco di aderenza: a sinistra, ipotesi sulla posizione dell'arco di aderenza; a destra, diagramma di corpo libero risultante.

La velocità del nastro nel tratto in aderenza sarà uguale alla velocità periferica del tamburo e, definita la velocità di scorrimento  $v_s$  del nastro sul tamburo, si ottiene:

$$v_2 = \omega r$$

$$v_s = v - v_2 = v - \omega r \implies v_s > 0$$

Essendo la velocità di scorrimento positiva, si ottiene lo schema di corpo libero rappresentato sempre in *Figura 2.3* in cui è possibile notare come la forza d'attrito tangenziale sia concorde con la coppia agente sul tamburo. Questo è un assurdo, quindi l'arco di aderenza non può essere quello evidenziato.

Si suppone ora, invece, che l'arco di aderenza sia nella zona di ingresso del nastro sul tamburo, come rappresentato in *Figura 2.4*. Questa volta si avrà che, in un generico punto dell'arco di strisciamento esisterà una tensione  $T < T_1$ . Questo permette di scrivere:

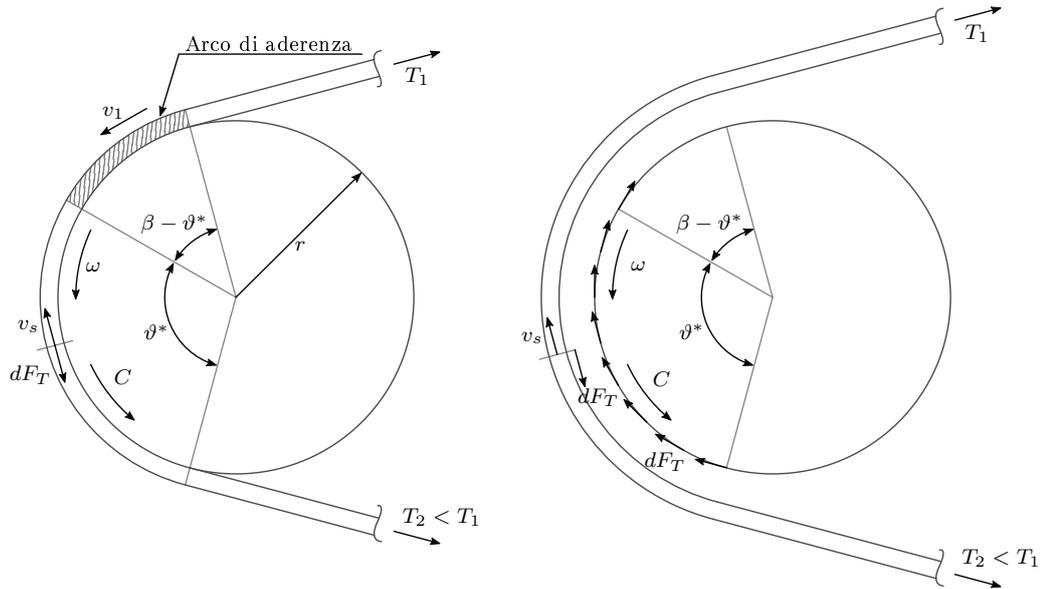


Figura 2.4: Identificazione della posizione dell'arco di aderenza: a sinistra, ipotesi sulla posizione dell'arco di aderenza; a destra, diagramma di corpo libero risultante.

$$\frac{v}{v_1} = \frac{1 + \frac{T}{EA}}{1 + \frac{T_1}{EA}} < 1 \implies v < v_1$$

Come prima, la velocità del nastro lungo il tratto di aderenza sarà uguale alla velocità periferica del tamburo, per cui si ottiene:

$$v_1 = \omega r$$

$$v_s = v - v_1 = v - \omega r \implies v_s < 0$$

Essendo la velocità di scorrimento negativa, si ottiene lo schema di corpo libero rappresentato in *Figura 2.4* in cui si può osservare come la forza di attrito tangenziale si oppone alla coppia agente sul tamburo. Quindi l'arco di aderenza è quello evidenziato.

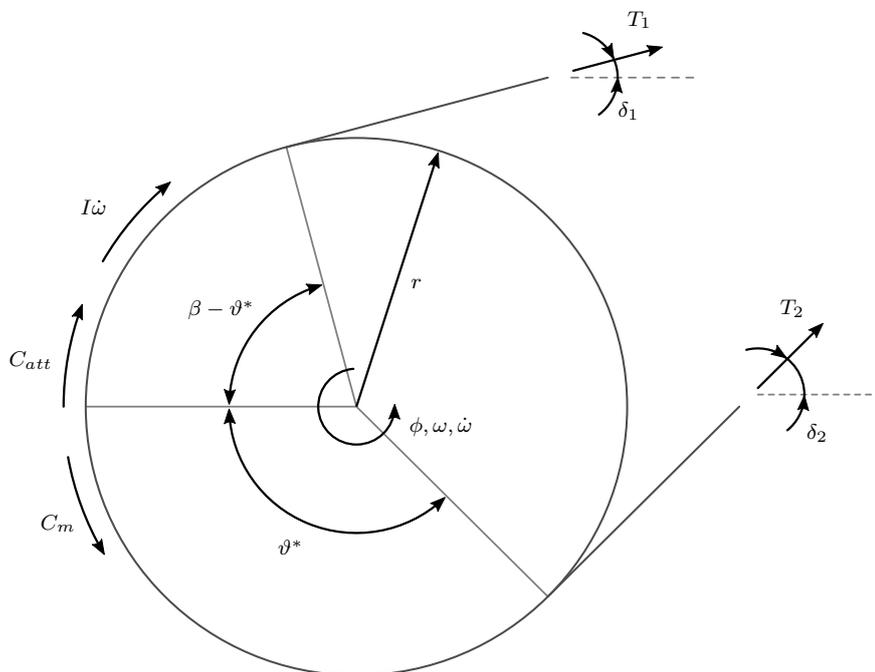
In generale, l'arco di aderenza si trova sempre nella zona di inizio contatto del nastro con il tamburo, secondo il verso di rotazione di quest'ultimo. Seguendo

lo stesso ragionamento, è possibile dimostrare come questo valga anche per un tamburo condotto.

## 2.2 Tamburo motore

Si ricava a questo punto il comportamento del tamburo motore durante il suo funzionamento.

Si faccia riferimento alla *Figura 2.5*, in cui è rappresentato lo schema di corpo libero di un tamburo motore. Su di esso agirà in primo luogo la coppia motrice ricevuta dal motore accoppiato con esso. Allo stesso tempo saranno presenti anche le due tensioni alle estremità del nastro. Si suppone che sul tamburo agisca una certa forza d'attrito, in particolare si ipotizza che l'attrito sia dovuto allo strisciamento del tamburo sul perno che lo sorregge. Infine la coppia utile permetterà al tamburo di accelerare. L'equazione che definisce la dinamica del tamburo, ricavata dallo



*Figura 2.5: Schema di corpo libero di un tamburo motore.*

schema di corpo libero, è la seguente:

$$(T_2 - T_1)r + C_m - C_{att} = I\dot{\omega} \quad (2.13)$$

dove:

- $T_1$  e  $T_2$  sono le tensioni agenti alle due estremità del nastro;
- $C_m$  è la coppia motrice fornita dal motore al tamburo;
- $C_{att}$  è la coppia d'attrito al perno;
- $I$  è il momento d'inerzia complessivo di tamburo, motore e riduttore;
- $r$  è il raggio del tamburo;
- $\dot{\omega}$  è l'accelerazione angolare del tamburo.

## 2.3 Tamburo condotto

Il comportamento di un tamburo condotto è essenzialmente simile a quello di un tamburo motore. Osservando la *Figura 2.6* possiamo notare come anche in questo caso agiranno su di esso le due tensioni alle estremità del nastro ed una coppia d'attrito dovuta all'attrito con il perno.

Per cui, si ricava la seguente relazione:

$$(T_2 - T_1)r - C_{att} = I\dot{\omega} \quad (2.14)$$

La (2.14) descrive il comportamento dinamico di un tamburo condotto.



## 2.4. TENDITORE A GRAVITÀ

---

il nastro. La fune, in questo modello, sarà considerata inestensibile e di massa trascurabile.

Il tamburo, sotto il peso del contrappeso, subirà uno spostamento e sarà bilanciato ad un certo punto dalle tensioni che si instaureranno nel nastro.

Lo schema a blocchi del sistema è riportato in *Figura 2.7*, dal quale come al solito, imponendo l'equilibrio alla traslazione del tamburo, si ottiene la seguente relazione:

$$T_1 \cos(\delta_1) + T_2 \cos(\delta_2) - F_{cw} - (m_p + m_{cw})\ddot{x}_{cw} = 0 \quad (2.15)$$

nella quale:

- $T_1$  e  $T_2$  sono le tensioni agli estremi del tamburo;
- $\delta_1$  e  $\delta_2$  sono le inclinazioni dei due rami di nastro;
- $m_p$  e  $m_{cw}$  sono rispettivamente la massa del tamburo e del contrappeso;
- $F_{cw}$  è la forza peso del contrappeso;
- $\ddot{x}_{cw}$ ,  $\dot{x}_{cw}$ ,  $x_{cw}$  sono rispettivamente l'accelerazione, la velocità e lo spostamento del contrappeso.

Dalla (2.15) è possibile ricavare l'accelerazione del contrappeso.

Per calcolare correttamente la velocità del nastro a contatto con il tamburo, è necessario tenere in considerazione anche lo spostamento del contrappeso.

Tenendo sempre a mente la *Figura 2.7*, si ottiene infatti:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{1,n} + \vec{v}_{cw}$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{2,n} + \vec{v}_{cw}$$

in cui  $\vec{v}_{1,n}$  e  $\vec{v}_{2,n}$  sono le velocità del nastro calcolate nel caso di un tamburo fisso, ossia come spiegato in precedenza, e  $\vec{v}_{cw}$  rappresenta la velocità del tamburo, la quale sarà uguale alla velocità del contrappeso stesso.

## 2.5 Nastro

Si descriverà adesso il comportamento dinamico del nastro.

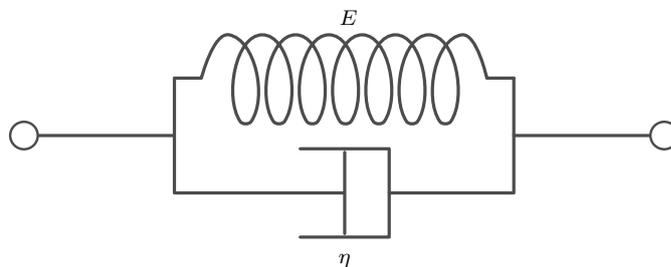
Si può pensare di suddividere il nastro in diversi elementi, ognuno dei quali esiste tra due tamburi consecutivi.

Il materiale di cui è composto il nastro è supposto essere un materiale viscoelastico, ossia che ha sia proprietà elastiche che viscose.

Per rappresentare questo materiale è stato usato il modello di Kelvin-Voigt, mostrato nella *Figura 2.8*, il quale è tipicamente utilizzato per prevedere il comportamento dei materiali viscoelastici solidi.

Tale modello è rappresentato da un dissipatore puramente viscoso collegato in parallelo ad una molla puramente elastica. Essendo i due elementi in parallelo, la deformazione sarà la stessa per entrambi e quindi l'equazione costitutiva sarà la seguente:

$$\sigma_{tot} = \sigma_1 + \sigma_2 = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.16)$$



*Figura 2.8: Analogia meccanica del modello di Kelvin-Voigt.*

la quale ha le dimensioni di uno sforzo, ossia  $[Pa]$ , in cui:

- $\sigma_1$  è lo sforzo legato al contributo elastico;
- $\sigma_2$  è lo sforzo legato al contributo viscoso;
- $E$  e  $\eta$  sono rispettivamente il modulo di Young e la viscosità del materiale
- $\varepsilon$  e  $\dot{\varepsilon}$  sono rispettivamente la deformazione e la velocità di deformazione dell'elemento.

La (2.16) può essere riscritta nel seguente modo:

$$T = k_e \cdot \Delta x + c \cdot \Delta \dot{x} \quad (2.17)$$

la quale ha le dimensioni di una forza, ossia  $[N]$ , e in cui:

$$k_e = \frac{ES}{l_i} \quad c = \frac{\eta S}{l_i}$$

Nella (2.17),  $k_e$  è il coefficiente elastico longitudinale del materiale, mentre  $c$  rappresenta il coefficiente viscoso del materiale. Invece,  $\Delta x$  e  $\Delta \dot{x}$  rappresentano lo spostamento e la velocità relativa dei due estremi dell'elemento preso in considerazione.

A questo punto è possibile applicare la (2.17) al caso del nastro preso in considerazione. Per i tratti di nastro di lunghezza notevole, in cui la massa dello stesso ha una rilevanza importante nel comportamento dinamico del sistema, si considera che l'intera massa del nastro sia concentrata in unico elemento. Questo è poi collegato agli elementi che avvolgono i tamburi attraverso il modello di Kelvin-Voigt

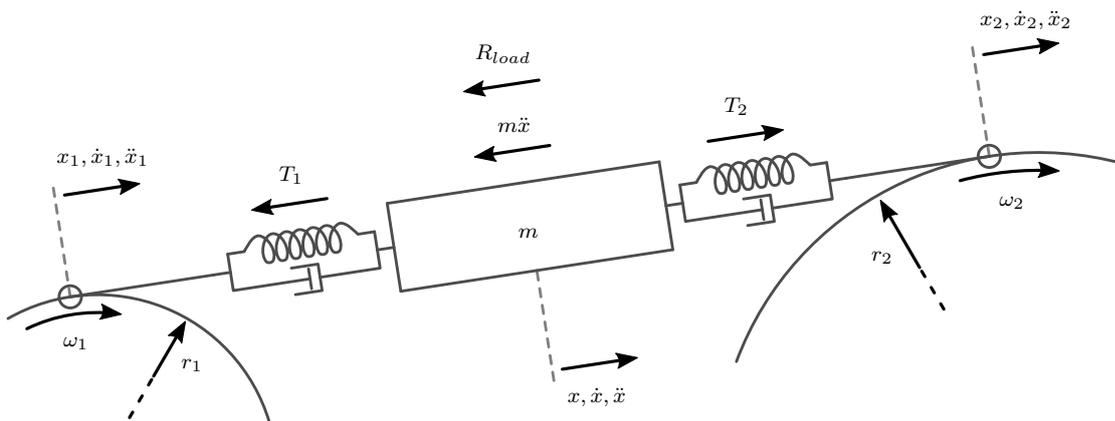
esposto in precedenza, come rappresentato in *Figura 2.9*.

Dallo schema rappresentato sempre in *Figura 2.9*, si ricava l'equazione dinamica dell'elemento di nastro:

$$T_2 - T_1 - R_{load} = m\ddot{x} \quad (2.18)$$

dove:

- $R_{load}$  rappresenta le varie forze resistenti agenti sul tratto di nastro come l'attrito con i rulli e la forza peso del carico trasportato;
- $x, \dot{x}, \ddot{x}$  rappresentano lo spostamento, velocità e accelerazione dell'elemento di nastro preso in considerazione;
- $x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1$  rappresentano lo spostamento, velocità e accelerazione dell'elemento di nastro in uscita dal primo tamburo;
- $x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2$  rappresentano lo spostamento, velocità e accelerazione dell'elemento di nastro in entrata al secondo tamburo;



*Figura 2.9: Modello di un elemento di nastro tra due tamburi.*

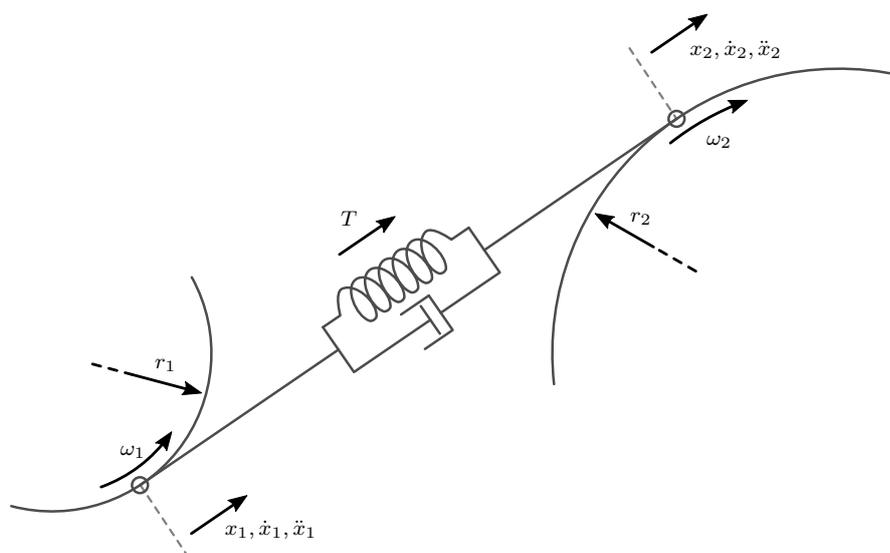


Figura 2.10: Modello di un elemento di nastro, la cui la massa è trascurabile, tra due tamburi.

- $m$  rappresenta la massa dell'elemento di nastro preso in considerazione.

Si ricorda che le due tensioni  $T_1$  e  $T_2$  dipendono dallo spostamento relativo degli estremi dell'elemento con i due tamburi, ossia:

$$T_1 = k_e(x - x_1) + c(\dot{x} - \dot{x}_1)$$

$$T_2 = k_e(x_2 - x) + c(\dot{x}_2 - \dot{x})$$

Per i tratti di nastro di lunghezza ridotta, invece, è possibile trascurare la massa del nastro, in modo tale da semplificare il modello fisico. In questo caso, è possibile schematizzare l'elemento di nastro tra due tamburi come rappresentato nella *Figura 2.10*.

Come si può vedere, in questo caso non è modellato un elemento dotato di massa tra i due tamburi. Infatti, tra i due è presente unicamente il modello di Voigt, il quale unisce i due tratti di nastro che avvolgono i due tamburi.

Per questo motivo, tra i due tamburi agirà una sola tensione  $T$ , la quale è definita dalla seguente relazione:

$$T = k_e(x_2 - x_1) + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (2.19)$$

nella quale  $x_i, \dot{x}_i$ , rappresentano come al solito spostamento e velocità degli estremi del nastro, il primo uscente dal primo tamburo, mentre il secondo entrante nel secondo tamburo.

## 2.6 Attrito

In questo paragrafo verrà spiegato come è possibile modellare l'attrito tra i vari componenti del sistema.

Innanzitutto prendiamo in considerazione un generico tamburo (il seguente ragionamento è applicabile a qualsiasi tamburo che compone il sistema) sul quale si avvolge il nastro. Per poter garantire la rotazione del tamburo, questo è normalmente sorretto da dei cuscinetti. Lo scambio di forze tra il tamburo e i cuscinetti

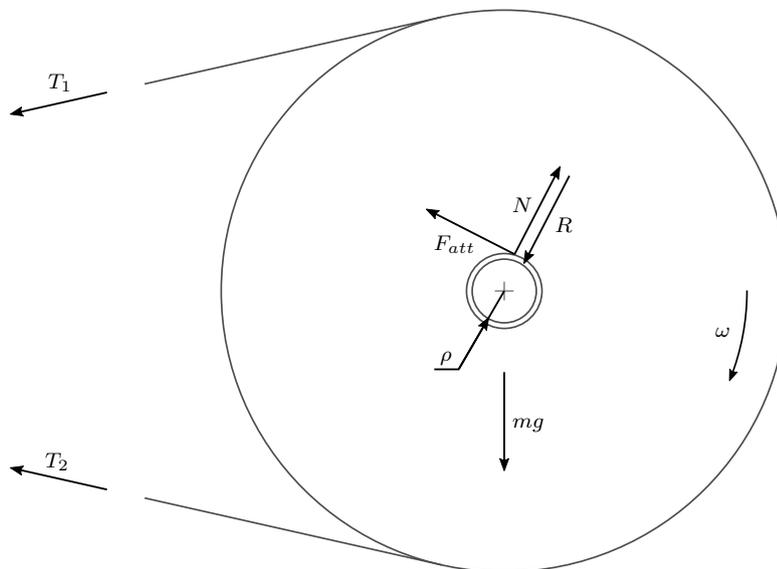


Figura 2.11: Schema di corpo libero di un tamburo che ruota intorno ad un perno.

## 2.6. ATTRITO

---

che lo sorreggono, può essere assimilato a quello di un cilindro che ruota intorno al perno che lo sorregge.

Sul tamburo agirà, lungo la direzione verticale, la forza peso dovuta alla sua stessa massa. Inoltre, le tensioni che si instaurano nel nastro tenderanno a premere il tamburo contro il perno, sommandosi alla forza peso. La risultante di queste forze sarà compensata dalla reazione del perno sul tamburo e, proprio a causa di questa reazione, nascerà una forza d'attrito tangente al perno che sorregge il tamburo. Questa reazione d'attrito, sarà ovviamente opposta alla velocità del tamburo e tenderà a fermarlo. Tenendo conto di tutto ciò e tenendo a mente lo schema di corpo libero del tamburo in *Figura 2.11*, si ottengono le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = \vec{R} \\ \vec{R} = \vec{N} \end{cases}$$

dalle quali si ottiene:

$$F_{att} = fN \quad (2.20)$$

Se ora si moltiplica la (2.20) per il raggio del perno  $\rho$ , si ottiene la coppia di attrito agente sul tamburo, ossia:

$$C_{att} = \rho \cdot F_{att} \quad (2.21)$$

Nella (2.20) e (2.21) la forza e la coppia di attrito sono in realtà valide solo nel caso di attrito statico, in quanto non tengono conto di altri fattori, quali la velocità del tamburo. Per questo motivo si introduce un modello più complesso per

rappresentare l'attrito agente sul tamburo.

Nella *Figura 2.12* è rappresentato l'andamento della forza d'attrito al variare della velocità. Si può notare come a velocità nulla, la forza d'attrito tenderà a controbilanciare la forza agente sul corpo, fino ad un massimo di  $F_{brk}$ . Quando la forza esterna supera il valore di  $F_{brk}$ , il corpo comincia a muoversi e, a causa dell'effetto Stribeck, la curva assume una pendenza negativa provocando una diminuzione della forza d'attrito. A velocità più elevate, invece, gli effetti viscosi tendono ad essere più evidenti, per cui la forza d'attrito tornerà a crescere. Questo comportamento può essere espresso attraverso la seguente relazione:

$$F(v) = F_c + (F_{brk} - F_c) \cdot e^{-(v/v_s)^2} + \mu v \quad (2.22)$$

nella quale:

- $F_c$  rappresenta l'attrito di tipo Coulombiano;
- $F_{brk}$  rappresenta l'attrito statico calcolato in precedenza nella (2.20);
- $\mu$  è il coefficiente d'attrito viscoso;
- $v_s$  rappresenta la velocità caratteristica della curva di Stribeck.

Si può osservare come a velocità nulla, la (2.22) si riduca alla sola forza d'attrito statico, come espresso in precedenza:

$$\lim_{v \rightarrow 0^+} F(v) = F_{brk}$$

Si ribadisce come il termine  $F_{brk}$  sia solo il limite superiore del valore della forza d'attrito statico. Infatti, a velocità nulla, la forza d'attrito statico sarà uguale e

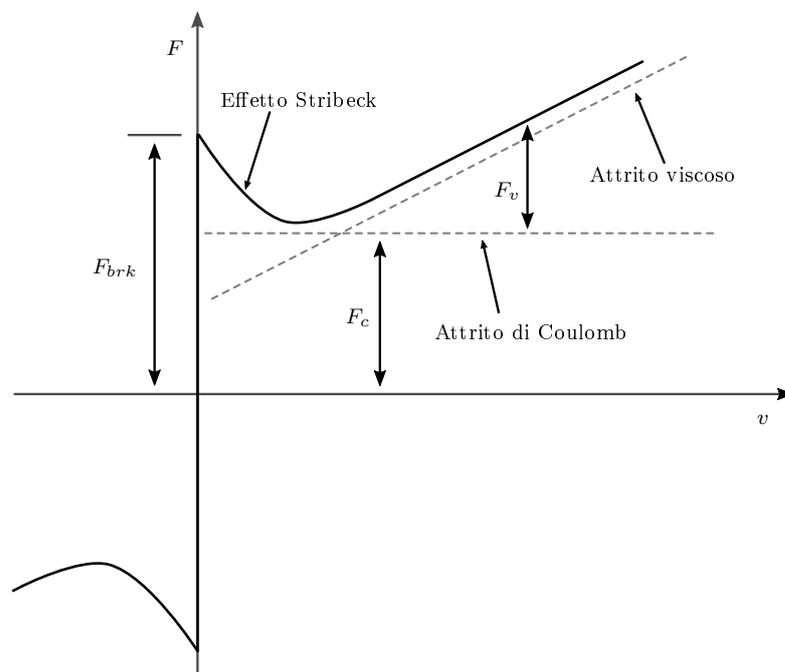


Figura 2.12: Modello di attrito con effetto Stribeck.

contraria alla forza esterna agente sul corpo, finché quest'ultima non supera il valore soglia  $F_{brk}$  accelerando così il corpo. Lo stesso comportamento è ovviamente osservabile per velocità negative.

Quando invece la velocità del corpo sarà elevata la (2.22) è asintoticamente equivalente alla seguente espressione:

$$F(v) \sim F_c + \mu v \quad \text{per } v \rightarrow +\infty$$

nella quale è possibile osservare come la forza d'attrito agente sia solamente funzione della forza d'attrito coulombiano e viscoso.

Per un certo valore di  $v$ , infine, si avrà il minimo osservabile in *Figura 2.12*, per il quale l'effetto Stribeck è massimo.

Per l'attrito sui rulli, si sarebbe potuto procedere con lo stesso criterio utilizzato per i tamburi. Essendo però i rulli in numero nettamente maggiore rispetto al numero di tamburi, si è seguito un approccio semplificato.

La (2.22) è sempre applicabile, purché vengano adottati coefficienti che tengano conto di questa approssimazione. In particolare, il calcolo dell'attrito statico è stato eseguito tenendo conto sia della forza peso dei rulli, sia della forza peso del nastro ed eventualmente del materiale trasportato. Tenendo in mente questo, si ottiene la seguente relazione:

$$N = [m_n + (q_m l_n)] g \cos(\delta) + N_r m_r g$$

nella quale:

- $N$  è la reazione normale dovuta alla risultante di tutte le forze;
- $m_n$  e  $l_n$  rappresentano la massa e la lunghezza del nastro nel tratto considerato;
- $q_m$  è la massa per unità di lunghezza del materiale trasportato;
- $\delta$  è l'inclinazione del nastro rispetto all'orizzontale nel tratto considerato;
- $N_r$  ed  $m_r$  rappresentano il numero e la massa dei rulli nel tratto considerato.

Come prima si avrà infine che:

$$F_{brk} = f_r N \tag{2.23}$$

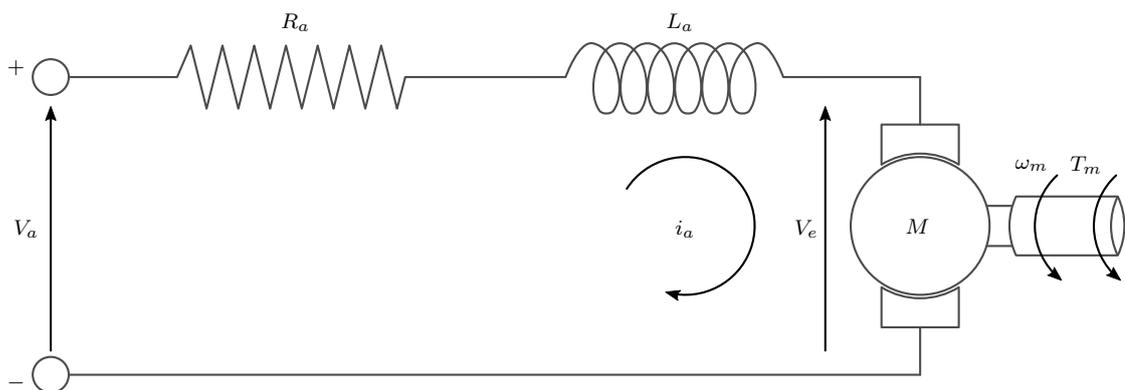
nella quale  $f_r$  è il coefficiente d'attrito sui rulli, il quale tiene conto dell'approssimazione effettuata.

## 2.7 Azionamento elettrico

Come azionamento elettrico si è scelto di utilizzare per semplicità, un motore in corrente continua (DC) collegato in serie ad un riduttore. Questo è formato da una parte fissa, lo statore, sulla quale sono posizionati dei magneti permanenti o elettromagneti e da una parte rotante, il rotore, composto da un'armatura ferromagnetica sulla quale si avvolgono delle bobine di rame nelle quali scorre corrente. Per ricavare le equazioni che ne descrivono il comportamento, si fa riferimento al circuito elettrico equivalente di un motore DC, riportato in *Figura 2.13*.

I significati dei termini sono i seguenti:

- $R_a$  è la resistenza complessiva d'armatura del motore;
- $L_a$  è l'induttanza complessiva delle bobine;
- $V_a$  è la tensione di alimentazione;
- $V_e$  è la tensione indotta, dovuta alla stessa rotazione del motore, che si oppone alla tensione di alimentazione;
- $i_a$  è la corrente d'armatura;



*Figura 2.13: Circuito elettrico equivalente di un motore DC.*

- $\omega_m$  è la velocità angolare del motore;
- $T_m$  è la coppia elettrica erogata dal motore.

Utilizzando la legge di Kirchhoff delle tensioni sul circuito equivalente, la quale afferma che la somma algebrica delle tensioni agenti tra le coppie di punti nello spazio che formano una qualsiasi sequenza chiusa è uguale a zero, si ottiene la seguente relazione:

$$V_a - V_r - V_l - V_e = 0 \quad (2.24)$$

Sostituendo nella (2.24) i termini relativi alla caduta di tensione nella resistenza e nell'induttore, si ottiene un'equazione differenziale:

$$V_a - R_a i_a - L_a \frac{di_a}{dt} - k_e \omega_m = 0 \quad (2.25)$$

dove il termine dovuto alla forza controelettromotrice  $V_e$  è proporzionale alla velocità angolare del motore attraverso la costante di velocità  $k_e$ , dipendente dalla densità di flusso del campo magnetico dello statore, dalla riluttanza del rotore, e dal numero di avvolgimenti delle bobine.

A questo punto è possibile ricavare la coppia elettrica fornita dal motore a partire dalla corrente d'armatura  $i_a$  ricavata tramite la (2.25):

$$T_m = k_t \cdot i_a - b_m \omega_m$$

in cui  $k_t$  è una costante di proporzionalità chiamata costante di coppia, dipendente anch'essa dalla densità di flusso del campo magnetico dello statore, dalla riluttanza del rotore, e dal numero di avvolgimenti delle bobine. Il termine  $b_m \omega_m$  rappresenta

## 2.7. AZIONAMENTO ELETTRICO

---

le perdite viscosse per ventilazione, quindi proporzionali alla velocità del motore.

Il motore è quindi collegato ad un riduttore in modo tale da moltiplicare la coppia disponibile al tamburo motore. Quindi si ha che:

$$C_m = \tau_r \cdot T_m \quad (2.26)$$

dove  $C_m$  è la coppia disponibile al tamburo motore e  $\tau_r$  è il rapporto di riduzione.

## Capitolo 3

# Applicazione del modello in MATLAB e Simulink

In questo capitolo verrà descritto in che modo le relazioni ricavate dal modello matematico esposto nel capitolo precedente sono state applicate per costruire un modello simulabile sul software per la modellazione Simulink.

Verranno quindi descritte le funzionalità implementate nel modello, e illustrati in modo dettagliato tutti i sottosistemi di cui è composto.

Il modello riceve i dati attraverso uno script principale in cui è definita l'intera geometria del sistema, come posizione dei tamburi e configurazione del nastro trasportatore, così come le caratteristiche del motoriduttore e del sistema di controllo.

### 3.1 Definizione della geometria del sistema

Il primo passo per la costruzione del modello è la definizione della geometria del sistema. In questo caso il sistema è composto da otto tamburi, come verrà spiegato meglio nel seguito.

```
9 | % Pulleys Data —> [X_coordinate Y_coordinate Radius]
```

### 3.1. DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA DEL SISTEMA

---

```
10 P1 = [0 0 0.5];           % Pulley #1
11 P2 = [252.19 53.21 0.75]; % Pulley #2
12 P3 = [250.5941 52.6261 0.5]; % Pulley #3
13 P4 = [31 5.95 0.75];     % Pulley #4
14 P5 = [31.53 3.5 0.75];   % Pulley #5
15 P6 = [29.1 5.45 0.5];    % Pulley #6
16 P7 = [17.5 2.8 0.5];     % Pulley #7
17 P8 = [20 2.8 0.5];       % Pulley #8
```

Per prima cosa il codice riceve in input la posizione del centro e il raggio di tutti i tamburi presenti nel sistema. Questi vengono riportati per comodità in un vettore di tre elementi, i quali rappresentano rispettivamente la coordinata longitudinale  $x_i$ , l'altezza  $y_i$  e il raggio  $r_i$  del tamburo  $i$ -esimo.

In questo modo la posizione dei vari tamburi è completamente personalizzabile e può essere velocemente adattata ad un certo sistema preso in esame. In particolare, anche il numero di tamburi è personalizzabile in modo abbastanza semplice, apportando ovviamente le opportune modifiche nel modello Simulink.

Le coordinate dei tamburi sono quindi passate ad una funzione tramite la quale vengono calcolate le caratteristiche principali che definiscono la geometria del sistema. In particolare, passando le coordinate di due tamburi consecutivi, vengono calcolati l'interasse, l'inclinazione del nastro rispetto al piano orizzontale, la lunghezza a riposo del nastro e infine le coordinate dei punti di contatto del nastro con i tamburi (i punti calcolati sono i due punti di tangenza con i due tamburi).

```
26 % Interaxes , inclination , tangency points and belt lenght
    calculation
27 [i_12 , delta_12 , point_12 , point_21 , l_12] = pulley_assembly(P1,P2, 'tt
    ', Draw_sys); % #1 to #2
```

### 3.1. DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA DEL SISTEMA

```

28 [i_23,delta_23,point_23,point_32,l_23] = pulley_assembly(P2,P3,'tb
    ',Draw_sys); % #2 to #3
29 [i_34,delta_34,point_34,point_43,l_34] = pulley_assembly(P3,P4,'bb
    ',Draw_sys); % #3 to #4
30 [i_45,delta_45,point_45,point_54,l_45] = pulley_assembly(P4,P5,'bt
    ',Draw_sys); % #4 to #5
31 [i_56,delta_56,point_56,point_65,l_56] = pulley_assembly(P5,P6,'tb
    ',Draw_sys); % #5 to #6
32 [i_67,delta_67,point_67,point_76,l_67] = pulley_assembly(P6,P7,'bb
    ',Draw_sys); % #6 to #7
33 [i_78,delta_78,point_78,point_87,l_78] = pulley_assembly(P7,P8,'bt
    ',Draw_sys); % #7 to #8
34 [i_81,delta_81,point_81,point_18,l_81] = pulley_assembly(P8,P1,'tt
    ',Draw_sys); % #8 to #1

```

La funzione permette soprattutto di definire in che modo il nastro si avvolge intorno ai tamburi, attraverso un parametro di tipo “stringa”, il quale può avere quattro diversi valori che corrispondono a quattro diverse configurazioni.

Per il corretto collegamento di due tamburi è necessario procedere, definito il sistema di riferimento dell'intero sistema, dal tamburo più a sinistra verso quello più a destra. Procedendo in questo modo, le quattro configurazioni,riportate nelle

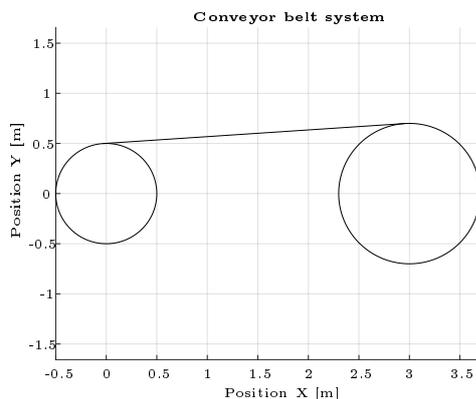


Figura 3.1: Configurazione “tt”.

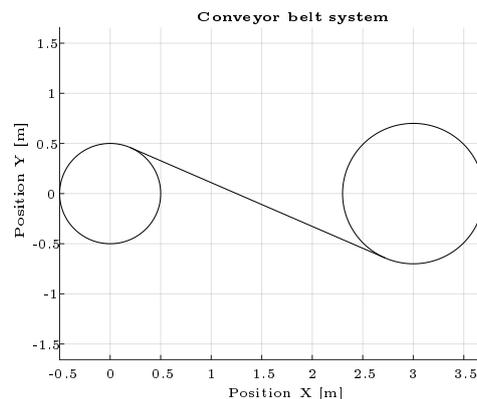


Figura 3.2: Configurazione “tb”.

### 3.1. DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA DEL SISTEMA

---

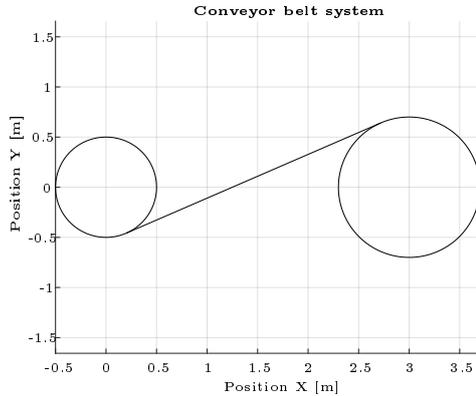


Figura 3.3: Configurazione "bt".

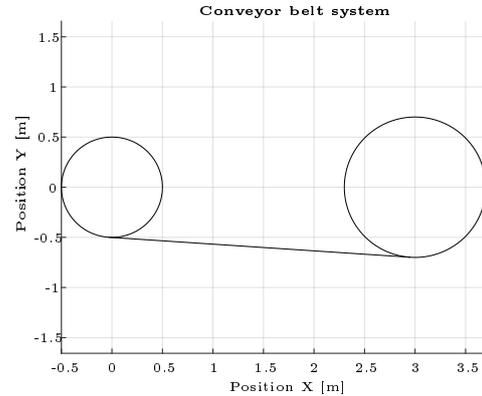


Figura 3.4: Configurazione "bb".

Figure 3.1–3.4, sono:

- "tt" corrisponde alla configurazione che è stata chiamata "Top-to-Top", nella quale il nastro lascia il primo tamburo nella zona al di sopra del suo centro ed entra a contatto con il secondo tamburo sempre nella zona al di sopra del suo centro;
- "tb" corrisponde alla configurazione che è stata chiamata "Top-to-Bottom", nella quale il nastro lascia il primo tamburo nella zona al di sopra del suo centro ed entra a contatto con il secondo tamburo nella zona al di sotto del suo centro;
- "bt" corrisponde alla configurazione che è stata chiamata "Bottom-to-Top", nella quale il nastro lascia il primo tamburo nella zona al di sotto del suo centro ed entra a contatto con il secondo tamburo nella zona al di sopra del suo centro;
- "bb" corrisponde alla configurazione che è stata chiamata "Bottom-to-Bottom", nella quale il nastro lascia il primo tamburo nella zona al di sotto del suo centro ed entra a contatto con il secondo tamburo sempre nella zona al di sotto del suo centro;

### 3.1. DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA DEL SISTEMA

Tamburo N°	Parametro	Base	Modificata
6	$x [m]$	29.1	27.1
	$y [m]$	5.45	3.45
	$\beta_6 [^\circ]$	75.27	14.81
8	$x [m]$	20.0	23.0
	$y [m]$	2.80	1.08
	$\beta_8 [^\circ]$	195.6	169.9

Tabella 3.1: Posizione e angoli di avvolgimento nelle due configurazioni.

Come ultimo passo, lo script calcola gli angoli di avvolgimento  $\beta_i$  per ogni tamburo a partire dai punti di inizio e fine contatto del nastro con lo stesso. In questo modo è possibile definire virtualmente qualsiasi tipo di geometria, così da poter adattare il modello a qualsiasi sistema.

Ad esempio, prendendo in considerazione la zona compresa tra contrappeso e tamburo motore del nastro preso in esame in questo lavoro di tesi (si ricorda che il layout del sistema e tutte le sue caratteristiche verranno illustrate nel seguito) è possibile osservare come il sistema riesce a calcolare automaticamente tutte le caratteristiche necessarie alla definizione del sistema a partire dalle sole coordinate dei tamburi.

Nella *Figura 3.5* è riportata la configurazione “base” del sistema, ossia la configurazione utilizzata in questo lavoro di tesi. Per meglio illustrare il funzionamento, sono riportati gli angoli di avvolgimento dei tamburi numero 6, utilizzato per deviare il nastro dal tamburo motore e portarlo verso il contrappeso, e 8, tamburo sul quale è collegato il contrappeso stesso.

Inoltre, nella *Tabella 3.1*, sono riportate le coordinate dei due tamburi e gli angoli di avvolgimento nella configurazione base e in quella modificata.

Osservando ora la configurazione modificata, riportata nella *Figura 3.6*, è possi-

### 3.1. DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA DEL SISTEMA

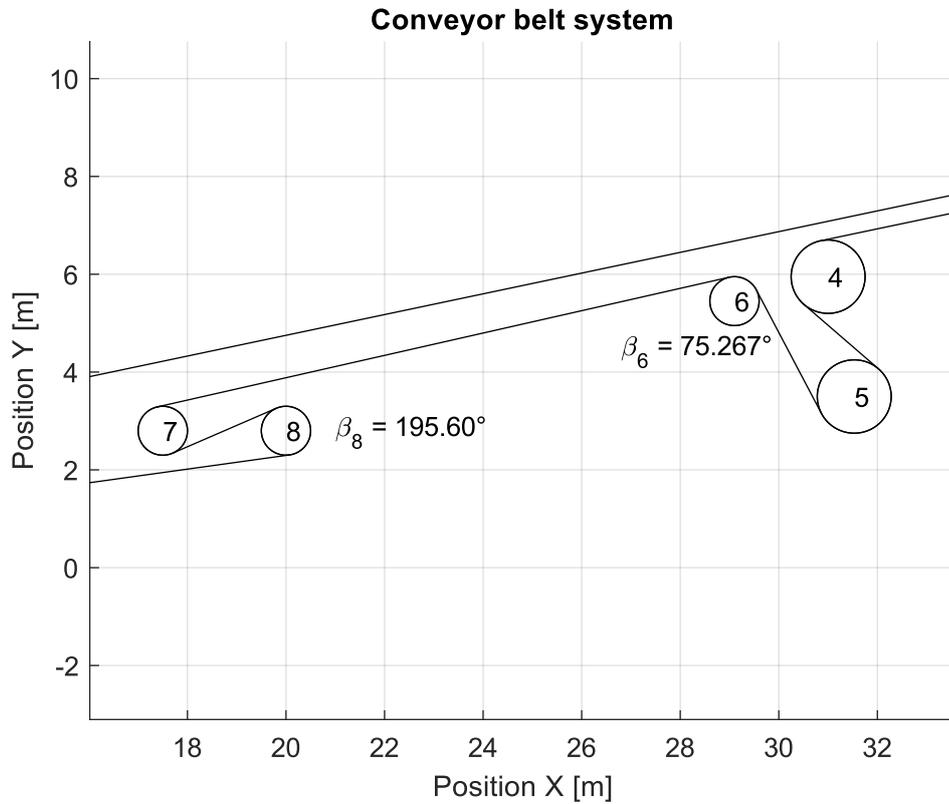
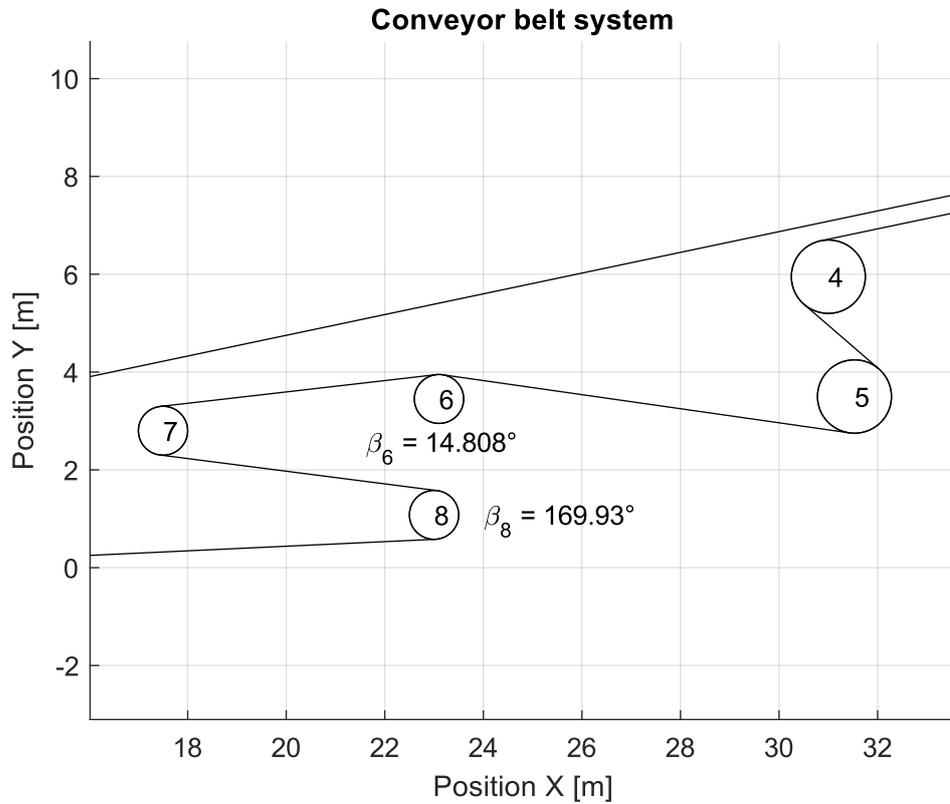


Figura 3.5: Zona contrappeso e motore del nastro trasportatore in esame – configurazione base.

bile notare come i due tamburi siano stati spostati ed il sistema si sia adattato automaticamente alla nuova geometria, calcolando non solo il nuovo angolo di avvolgimento, ma anche tutti gli altri parametri necessari per la definizione del sistema, quali masse e lunghezze dei tratti di nastro tra due tamburi (non riportati per semplicità di visualizzazione).

Dimostrata ora la funzionalità principale dello script, oltre a quella di fornire i dati al modello, è possibile passare alla descrizione del sistema preso in esame per poter poi illustrare come è stato implementato all'interno dell'ambiente Simulink.



*Figura 3.6: Zona contrappeso e motore del nastro trasportatore in esame – configurazione modificata.*

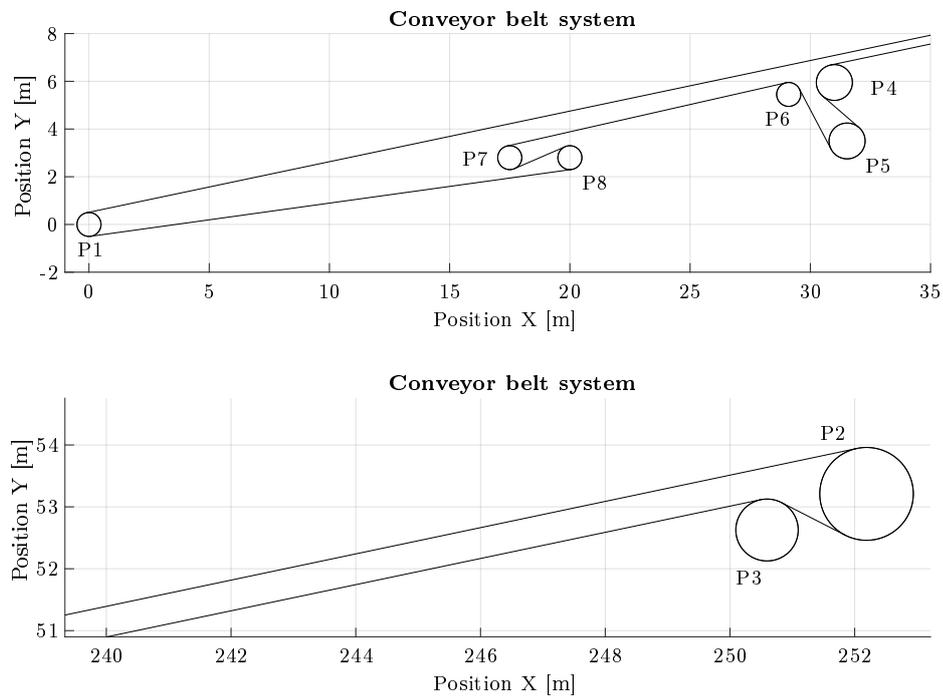
## 3.2 Descrizione del sistema

In questo paragrafo verrà descritto nel dettaglio l'intero sistema preso in esame, per poter poi passare all'implementazione in ambiente Simulink e alla simulazione delle varie condizioni di funzionamento e situazioni di guasto.

Il sistema completo del nastro trasportatore è rappresentato in *Figura 3.7*. Il sistema in esame è un nastro trasportatore da raffineria il quale ha il compito di trasportare materiali sfusi, quali coke e minerali. La distanza orizzontale coperta dal nastro è pari a  $252\text{ m}$  con una differenza di quota di circa  $53\text{ m}$ , i quali

### 3.2. DESCRIZIONE DEL SISTEMA

---



*Figura 3.7: Nastro trasportatore preso in esame.*

corrispondono a circa  $257\text{ m}$  di lunghezza del tratto di nastro di salita. Come è possibile osservare sempre dalla *Figura 3.7*, questo è composto da otto tambri, in particolare:

- P1, tamburo folle di rinvio di estremità inferiore, ad asse fisso;
- P2, tamburo folle di rinvio di estremità superiore, ad asse fisso;
- P3, tamburo folle di rinvio, ad asse fisso;
- P4, tamburo folle di rinvio, ad asse fisso;
- P5, tamburo motore, ad asse fisso, comandato attraverso un motoriduttore. Esso è inoltre dotato di un dispositivo di sicurezza anti-rotazione, che gli permette di ruotare esclusivamente nella direzione di marcia;

- P6, tamburo folle di rinvio, ad asse fisso;
- P7, tamburo folle di rinvio, ad asse fisso;
- P8, tamburo folle di rinvio, ad asse fisso, montato su una guida scorrevole e collegato al contrappeso tramite fune.

Il sistema si compone, inoltre, di 249 stazioni di andata le quali sono composte da tre rulli ciascuna, e da 80 stazioni di ritorno composte da due rulli ciascuna (queste sono circa un terzo delle stazioni di andata, come da normale design). Si ipotizza, infine, che il sistema sia attuato da un motoriduttore a corrente continua il quale eroga coppia all'albero del tamburo P5.

Nel seguito è riportata la *Tabella 3.2* in cui è possibile consultare tutti i dati necessari per la simulazione dell'intero sistema

Dati impianto	Unità di misura	Variabile	Valore
Lunghezza tratto di salita	[m]	$L_{rise}$	257.7
Differenza quota	[m]	$\Delta h$	53.5
Angolo di salita	[rad]	$\delta_{12}$	0.2089
Angolo di salita	[°]	$\delta_{12}$	12
Lunghezza in piano tratto salita	[m]	$L_{horiz}$	252.1
Velocità nastro	[m/s]	$v$	1.71
Massa contrappeso	[kg]	$m_{cw}$	14790
Peso contrappeso, tensione iniziale	[N]	$F_{cw}$	145090
Diametro tamburi n° 1, 3, 6, 7, 8	[mm]	$r_i$	1000
Diametro tamburi n° 2, 4, 5	[mm]	$r_i$	1500
Massa tamburi n° 1, 3, 6, 7, 8	[kg]	$m_{d,i}$	3951
Massa tamburi n° 2, 4, 5	[kg]	$m_{d,i}$	6229
Massa totale tamburi	[kg]	$m_{d,tot}$	38441
Massa rulli stazioni di andata	[kg]	$m_{r,fwd}$	9337.5

### 3.2. DESCRIZIONE DEL SISTEMA

Massa rulli stazioni di ritorno	[kg]	$m_{r,rev}$	3760
Massa totale rulli	[kg]	$m_{r,tot}$	13098
Massima portata materiale (DIN)	[kg/s]	$Q_{DIN,max}$	500
Massima portata materiale (DIN)	[t/h]	$Q_{DIN,max}$	1800
Portata nominale assunta (DIN)	[kg/s]	$Q_{DIN}$	300
Portata nominale assunta (DIN)	[t/h]	$Q_{DIN}$	1080
Massa di materiale per unità di lunghezza	[kg/m]	$q_m$	175.4
<b>Dati Nastro</b>	<b>Unità di misura</b>	<b>Variabile</b>	<b>Valore</b>
Larghezza nastro	[mm]	$b$	1400
Spessore nastro	[mm]	$th$	20.8
Sezione trasversale	[m <sup>2</sup> ]	$S$	0.0291
Lunghezza totale	[m]	$m$	535.7
Densità media	[kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho$	1184.8
Massa per unità di lunghezza	[kg/m]	$q$	34.5
Massa totale	[kg]	$M_{n,tot}$	18483
<b>Dati motoriduttore</b>	<b>Unità di misura</b>	<b>Variabile</b>	<b>Valore</b>
Tensione di alimentazione	[V]	$U_s$	380
Corrente massima	[A]	$i_{max}$	625
Potenza massima	[kW]	$P_{max}$	232
Resistenza di armatura	[Ω]	$R_m$	0.6080
Induttanza	[H]	$L_m$	0.0016
Costante di tempo elettrica	[ms]	$\tau_e$	2.630
Costante di velocità	[Vs/rad]	$k_e$	0.23
Costante di coppia	[Nm/A]	$k_t$	5.12
Rapporto di trasmissione	[]	$\tau_r$	45
Efficienza diretta trasmissione	[]	$\eta_{fd}$	0.96
Efficienza inversa trasmissione	[]	$\eta_{rev}$	0.92
<b>Dati controllore</b>	<b>Unità di misura</b>	<b>Variabile</b>	<b>Valore</b>
Guadagno controllo proporzionale	[]	$k_p$	1.294

Guadagno controllo integrativo	$[\ ]$	$k_i$	0.985
Guadagno controllo derivativo	$[\ ]$	$k_d$	0.050
Coefficiente filtro	$[\ ]$	$N$	100

Tabella 3.2: Dati impianto.

### 3.3 Modello del nastro trasportatore

Si può dunque introdurre il modello utilizzato per simulare il funzionamento del nastro trasportatore esaminato.

Un'immagine del modello completo è riportata nella *Figura 3.8* e nel seguito si procederà ad illustrare il funzionamento del modello concentrandosi sui suoi singoli componenti.

Ogni tamburo possiede il suo sotto-modello che ne descrive il comportamento ed il tamburo numero otto, inoltre, comprende anche il tenditore a gravità.

Insieme ai sotto-modelli dei tamburi, si possono notare altri due sotto-modelli che definiscono la dinamica del tratto di andata e di ritorno del nastro. Si è deciso infatti di ignorare la dinamica dei tratti più corti, ossia quelli in prossimità del motore e del contrappeso, essendo la lunghezza, e quindi la massa di quest'ultimi, decisamente trascurabile rispetto a quella dei tratti di andata e di ritorno.

Questa decisione nasce, oltre dal fatto che questi tratti non abbiano un impatto significativo sulla dinamica del nastro, dalla necessità di non portare il modello a contenere un numero troppo elevato di variabili, le quali avrebbero incrementato di gran lunga la potenza di calcolo necessaria alla sua simulazione, senza ottenere miglioramenti significativi dei risultati.

Infine sono presenti ancora due sottosistemi che hanno la sola funzione di calcolare le tensioni instauratesi nel nastro a partire dalle sue deformazioni.

### 3.3. MODELLO DEL NASTRO TRASPORTATORE

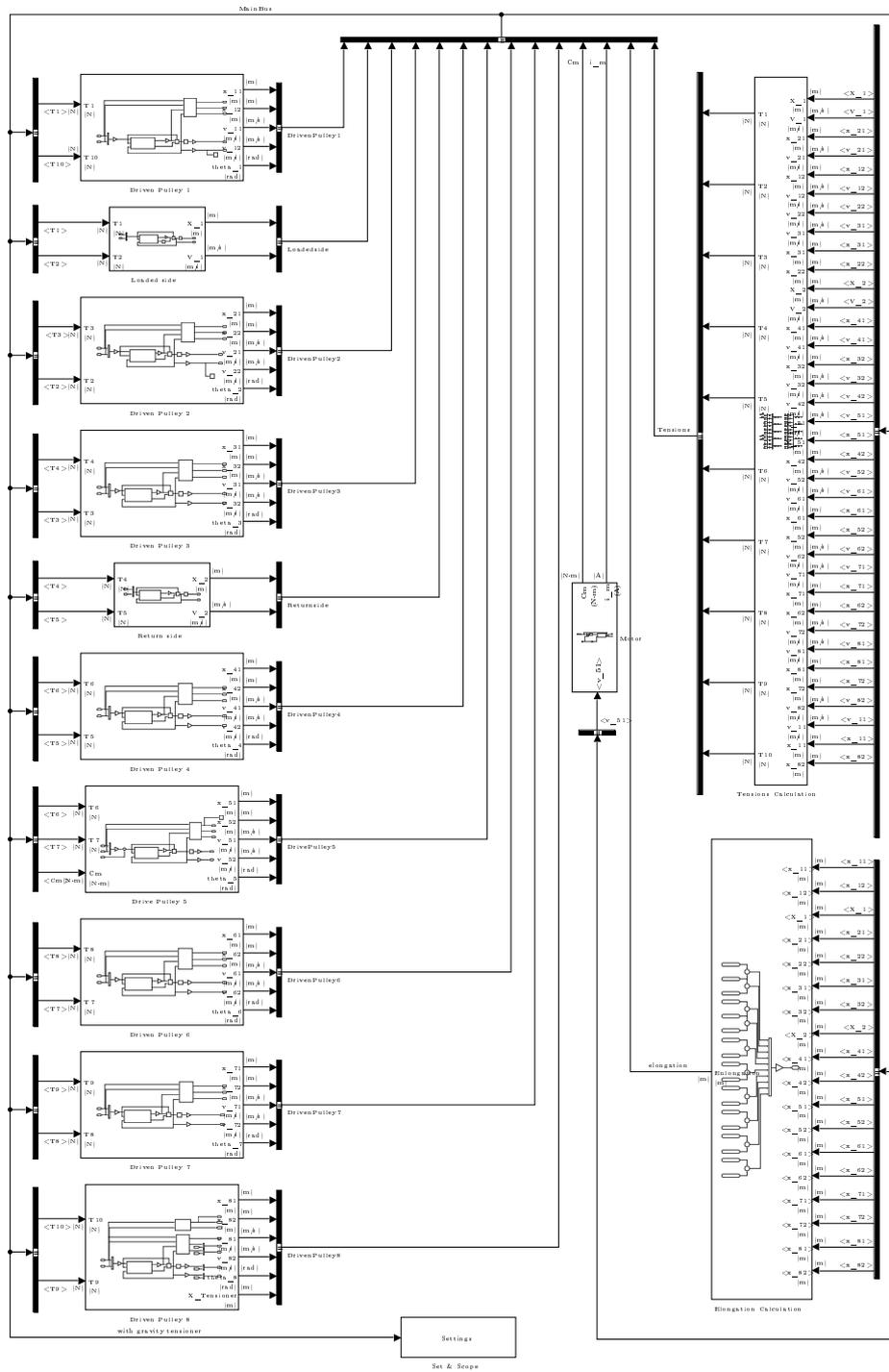


Figura 3.8: Vista del modello completo.

### 3.3.1 Tamburi

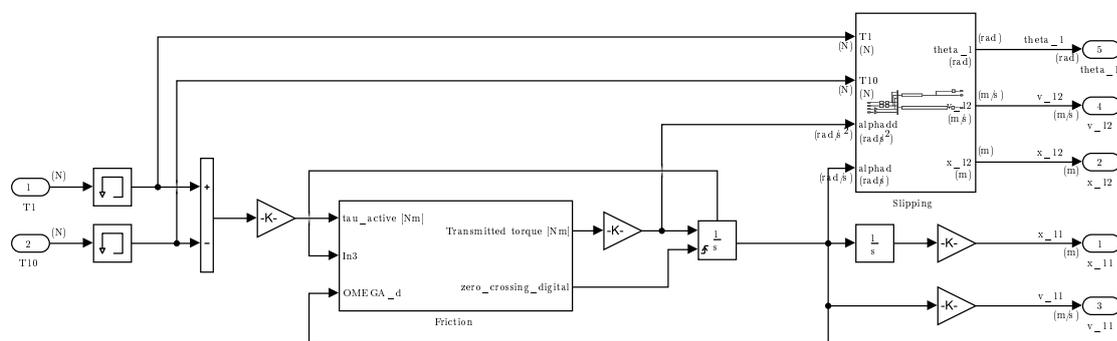
Il blocco del tamburo, modellato come in *Figura 3.9*, riceve in ingresso le tensioni che si instaurano nel nastro alle sue estremità ed il bilancio di queste rappresenta la coppia attiva agente sul tamburo. Nel caso del tamburo motore (P5) va aggiunta al bilancio anche la coppia erogata dal motoriduttore.

Le tensioni passano per il blocco “*Memory*” per evitare un loop algebrico. Infatti, le tensioni vengono calcolate a partire dagli allungamenti dei tratti di nastro su cui agiscono, i quali a loro volta dipendono dagli spostamenti relativi dei tratti a contatto con i tamburi, che vengono calcolati tramite il bilancio di coppia sui tamburi.

Proprio per questo motivo, il software ha bisogno degli spostamenti relativi per calcolare le tensioni e viceversa, instaurando un loop algebrico, che non solo rallenta di gran lunga i tempi di simulazione, ma spesso ne provoca il blocco.

La coppia attiva viene quindi passata al blocco “*Friction*”, il quale è responsabile di calcolare la reazione di attrito che si genera sul perno che sorregge il tamburo e che verrà analizzato più nel dettaglio nel seguito.

La coppia attiva, depurata dalla coppia di attrito, rappresenta la coppia effettivamente agente sul tamburo in questione e tramite questa è possibile ricavare la sua



*Figura 3.9: Modello a blocchi del tamburo.*

### 3.3. MODELLO DEL NASTRO TRASPORTATORE

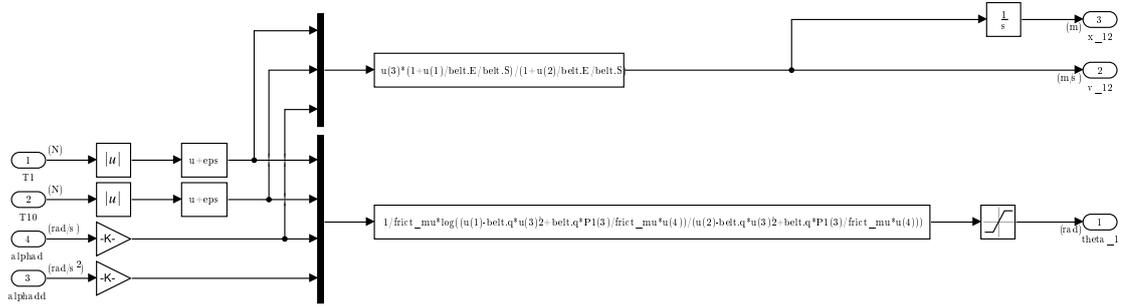


Figura 3.10: Schema a blocchi per il calcolo dello scorrimento.

accelerazione angolare. Questa è integrata due volte in modo tale da ottenere sia la velocità che la posizione angolare del tamburo, le quali, moltiplicate per il raggio dello stesso, forniscono la velocità e la posizione periferica che sono utilizzate per definire la velocità e posizione del tratto in aderenza del nastro.

Le tensioni agli estremi del tamburo, così come l'accelerazione e velocità periferica, vengono passati al blocco “*slip*”, riportato in *Figura 3.10*, tramite il quale viene calcolata la velocità del nastro nel tratto di strisciamento, e quindi la sua posizione tramite integrazione, attraverso la relazione che ricordiamo essere:

$$v_2 = v_1 \left( 1 + \frac{T_1}{\frac{ES}{T_2}} \right) \quad \rightarrow \text{Tamburo condotto}$$

$$v_2 = v_1 \left( 1 + \frac{\frac{T_2}{ES}}{\frac{T_1}{ES}} \right) \quad \rightarrow \text{Tamburo motore}$$

Oltre alla velocità nel tratto di strisciamento, viene anche calcolato l'angolo di strisciamento definito dalla relazione:

$$\vartheta^* = \frac{1}{\mu} \ln \left( \frac{T_1 - qv^2 + q \frac{r}{\mu} \frac{dv}{dt}}{T_2 - qv^2 + q \frac{r}{\mu} \frac{dv}{dt}} \right) \quad \rightarrow \text{Tamburo condotto}$$

$$\vartheta^* = \frac{1}{\mu} \ln \left( \frac{T_1 - qv^2 - q \frac{r}{\mu} \frac{dv}{dt}}{T_2 - qv^2 - q \frac{r}{\mu} \frac{dv}{dt}} \right) \quad \rightarrow \text{Tamburo motore}$$

L'angolo di strisciamento è saturato superiormente al valore dell'angolo di avvolgimento del tamburo, in quanto questo non può fisicamente superare questo valore. Nel caso in cui l'angolo di strisciamento saturi al valore massimo, anche la coppia trasmissibile al tamburo, nel caso in cui questo sia condotto, o la coppia trasmessa dal tamburo, nel caso in cui questo sia motore, non può più aumentare. In questa situazione il nastro è in scorrimento globale, per cui in nessun punto lungo l'arco di avvolgimento il nastro sarà in aderenza con il tamburo; in questa condizione tutte le relazioni precedentemente espresse cessano di essere valide.

In questo modello, si è deciso di non preoccuparsi di questo fenomeno, ipotizzando che in ogni momento almeno un punto del nastro lungo l'arco sia in aderenza con il tamburo, in quanto le velocità dei tamburi, così come quella del nastro, rimangono comunque basse durante il funzionamento del sistema, persino in condizioni più "estreme", fatta eccezione alcuni casi, come vedremo nel prossimo capitolo.

Ottenuti così lo spostamento e le velocità degli estremi del nastro, questi vengono passati al blocco che ha il compito di calcolare gli spostamenti relativi, e quindi gli allungamenti, dei vari tratti di nastro che compongono il sistema.

### 3.3.2 Attrito

Il modello d'attrito è riportato in *Figura 3.11*. Questo riceve in input la coppia attiva agente sul tamburo, la sua velocità angolare e il segnale uscente dalla porta di stato dell'integratore dell'accelerazione angolare del tamburo.

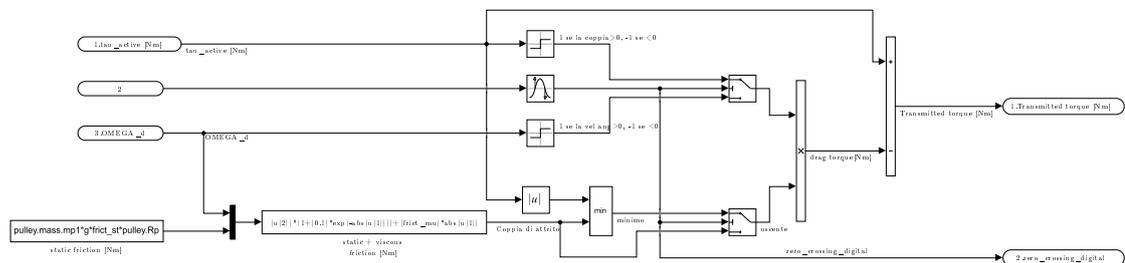
In basso, sempre nella *Figura 3.11*, il modello calcola la coppia d'attrito agente sul perno attraverso una relazione equivalente a quella del modello d'attrito con effetto Stribeck illustrata in precedenza nel Capitolo 3:

$$C_{att} = C_{att,st}(1 + 0.1e^{-|\omega|}) + \nu|\omega|$$

nella quale  $C_{att,st}$  rappresenta la coppia di attrito statico agente sul perno e  $\nu$  è il coefficiente d'attrito viscoso.

La coppia di attrito ricavata viene comparata con la coppia attiva agente sul tamburo e si sceglie il minimo tra le due coppie: questo minimo sarà la coppia d'attrito agente sul tamburo che verrà sottratta alla coppia attiva.

Per calcolare il verso in cui agisce la coppia d'attrito, il quale è sempre discorde al verso della velocità del tamburo, viene utilizzata la parte superiore del modello. Se la velocità del tamburo è positiva, il blocco segno restituisce un segnale unitario positivo che, moltiplicato con il valore assoluto della coppia d'attrito, restituisce



*Figura 3.11: Modello di attrito.*

un valore positivo il quale viene infine sottratto alla coppia attiva.

Quando la velocità è negativa invece, il blocco segno restituisce un segnale unitario negativo, che moltiplicato per il valore assoluto della coppia d'attrito, restituisce un valore negativo. In questo modo, si avrà in ogni caso una coppia d'attrito che si oppone alla velocità di rotazione del tamburo.

Nei momenti in cui, invece, il tamburo è fermo e quindi non è possibile utilizzare la velocità del tamburo stesso per discriminare in quale direzione dovrà agire la coppia d'attrito, viene utilizzato il segnale uscente dalla porta di stato dell'integratore. Questo segnale viene dato in input al blocco "*Hit crossing*" il quale rileva quando l'output dell'integrale, ossia la velocità del tamburo, attraversa un valore di soglia, in questo caso un valore nullo.

Quando avviene quanto descritto, il segnale attiva un interruttore che invece di far passare il segno della velocità, fa passare il segno della coppia agente sul tamburo, il quale viene utilizzato per calcolare il verso della coppia d'attrito con lo stesso criterio utilizzato in precedenza.

Lo stesso segnale uscente dal blocco "*Hit crossing*" viene anche utilizzato per come segnale di reset dell'integratore dell'accelerazione, in modo da avere esattamente velocità nulla quando viene registrato uno "*zero crossing*", o in altre parole, quando il segnale di velocità attraversa il valore nullo.

Questo stesso modello è stato utilizzato anche per il calcolo dell'attrito tra nastro e rulli nelle sezioni di andata e ritorno. In questo caso ovviamente le coppie sono state sostituite da forze e le velocità angolari da velocità lineari. L'applicazione del modello, tolte queste piccole modifiche, rimane essenzialmente identica al caso del tamburo.

### 3.3.3 Tenditore a gravità

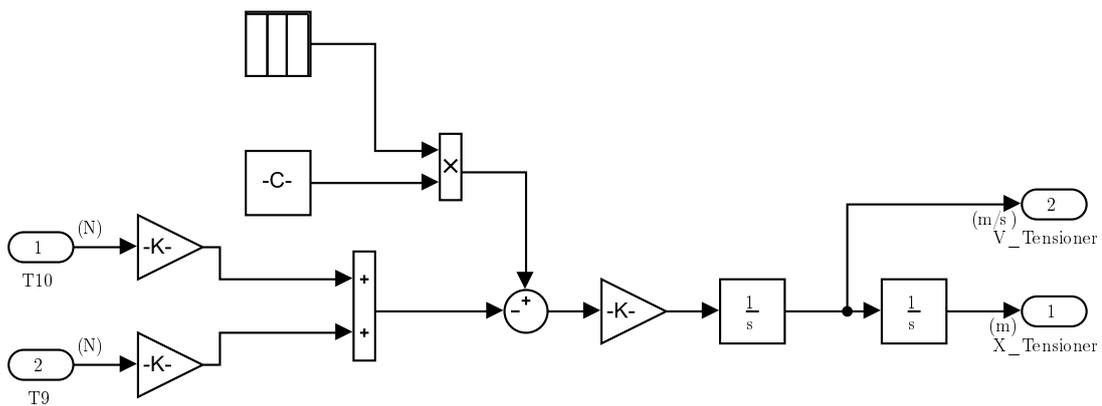
Il modello del tenditore a gravità è applicato esclusivamente al tamburo P8 ed è rappresentato nella *Figura 3.12*. Il funzionamento di questo è molto semplice, ed è essenzialmente la rappresentazione a blocchi dell'equazione d'equilibrio ricavata nel Capitolo 3:

$$T_9 \cos(\delta_{78}) + T_{10} \cos(\delta_{81}) - M_{cp}g - M_{tot}\ddot{x}_{cp} = 0$$

nella quale:

- $T_9$  e  $T_{10}$  sono le tensioni ai capi del tamburo P8;
- $\delta_{78}$  è l'inclinazione del nastro rispetto all'orizzontale tra P7 e P8;
- $\delta_{81}$  è l'inclinazione del nastro rispetto all'orizzontale tra P8 e P1.

Dal bilancio delle forze si ottiene l'accelerazione del contrappeso, e quindi del tamburo P8, dalla quale si può ricavare la sua velocità e spostamento. Per il corretto funzionamento del modello del tenditore, la velocità e spostamento del nastro in ingresso e in uscita dal tamburo P8, devono essere combinati con la



*Figura 3.12: Modello del tenditore a gravità.*

velocità e spostamento del tamburo stesso, per la cui spiegazione si rimanda al Capitolo 3.

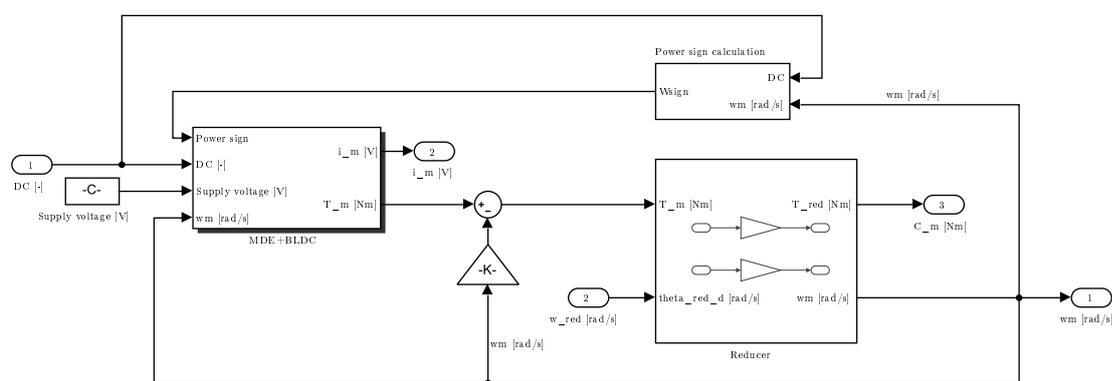
### 3.4 Modello dell'azionamento elettrico

Ritornando alla *Figura 3.8*, si passa ora all'analisi del modello dell'azionamento elettrico, composto dal motoriduttore collegato al tamburo P5 e dal suo sistema di controllo.

#### 3.4.1 Motoriduttore elettrico

L'attuatore del sistema utilizzato in questo modello è un motore elettrico a corrente continua accoppiato ad un riduttore di velocità ed il suo schema a blocchi è visibile in *Figura 3.13*.

Il sistema riceve in input il comando d'azionamento definito tramite “*duty cycle*” e la velocità angolare dell'albero più lento del motoriduttore, la quale coincide con la velocità angolare del tamburo P5. Come output invece restituisce la coppia motrice erogata sull'albero lento del riduttore, e la velocità angolare del rotore, la quale viene utilizzata come feedback per attuare il controllo in velocità.



*Figura 3.13: Modello del motoriduttore elettrico.*

### 3.4. MODELLO DELL'AZIONAMENTO ELETTRICO

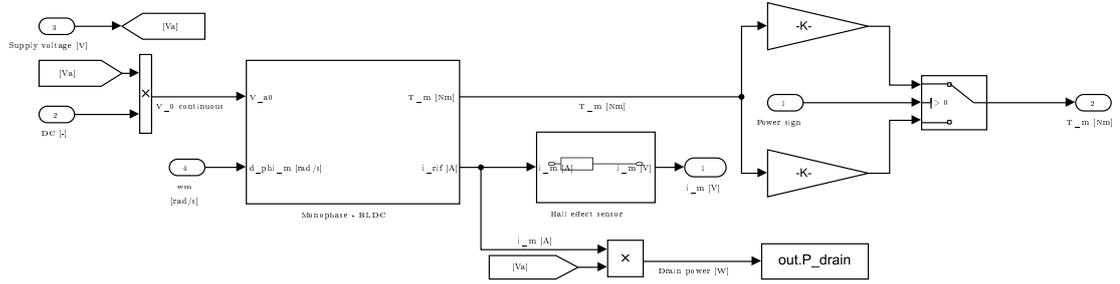


Figura 3.14: Modello del motore elettrico.

Entrando più nel dettaglio, analizziamo *in primis* il sistema del solo motore, il quale è riportato in *Figura 3.14*.

Come è possibile osservare, il *duty cycle* viene per prima cosa moltiplicato per la tensione di alimentazione del motore. Infatti il motore in questo modo è controllato in tensione, e più precisamente una percentuale della tensione di alimentazione data appunto dal *duty cycle*, il quale per definizione può assumere solo valori compresi tra 0% e 100%. Questa tensione risultante è quindi la tensione che alimenta il motore. Questa viene passata, insieme alla velocità del rotore dello stesso motore, al blocco che risolve semplicemente l'equazione differenziale:

$$V_a - R_a i_a - L_a \frac{di_a}{dt} - k_e \omega_m = 0$$

Questo blocco restituisce in output la coppia erogata all'albero veloce del riduttore in un caso "*ideale*", la quale è legata alla corrente ricavata dalla precedente equazione differenziale attraverso la costante di coppia  $k_t$ .

Questa viene quindi moltiplicata per l'efficienza del motoriduttore, per ottenere la coppia effettivamente erogata.

Come è possibile osservare, il modello è in grado di discriminare se il motore stia lavorando effettivamente come motore, o sia trascinato dal sistema, caso in

cui si comporterebbe come un generatore. Questo è ottenuto valutando il segno della potenza assorbita o generata, a seconda del caso.

Nel caso in cui il motore stia attuando il sistema, si avrà:

$$T_m = T_{m,id} \cdot \eta_{fwd}$$

in cui  $\eta_{fwd}$  rappresenta l'efficienza diretta del motoriduttore.

Nel caso in cui, invece, sia il sistema a trascinare il motore, il quale agirà da generatore, si avrà invece:

$$T_m = \frac{T_{m,id}}{\eta_{rev}}$$

in cui  $\eta_{rev}$  rappresenta l'efficienza inversa del motoriduttore.

Ritornando alla *Figura 3.13*, consideriamo il blocco del solo motoriduttore. Questo riceve in input la coppia uscente dal motore, depurata dapprima dalle perdite per ventilazione, e la velocità angolare del tamburo P5, ossia la velocità angolare dell'albero lento del riduttore stesso.

Questi vengono moltiplicati semplicemente per un guadagno, ossia il rapporto di trasmissione del riduttore  $\tau_r$ .

In output dal blocco del motoriduttore si avrà così la coppia presente all'albero lento dello stesso, ossia quella erogata al tamburo P5, e la velocità angolare del rotore del motore, la quale è rimandata al blocco del solo motore, al blocco dedicato al calcolo del segno della potenza e, infine, sarà utilizzata per attuare il controllo in velocità del motoriduttore.

### 3.4. MODELLO DELL'AZIONAMENTO ELETTRICO

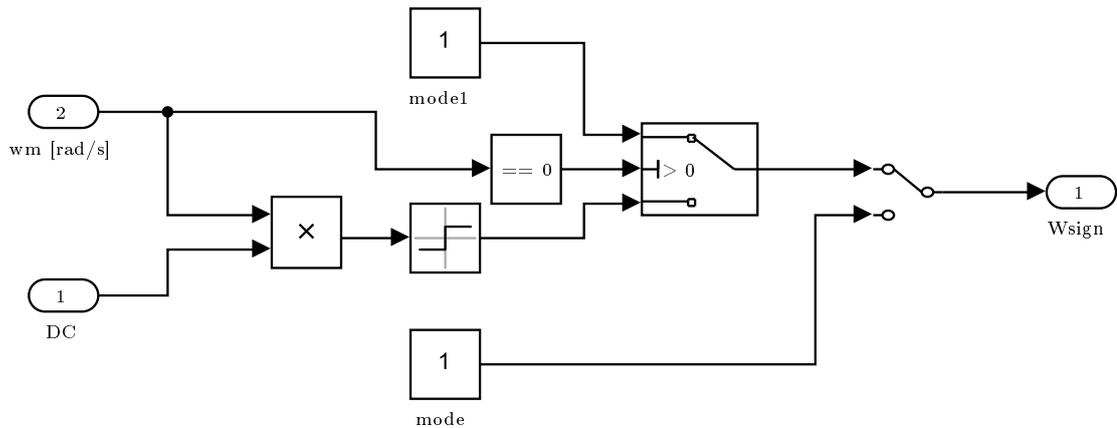


Figura 3.15: Blocco dedicato al calcolo del segno della potenza.

Rimane dunque da esaminare il blocco responsabile del calcolo del segno della coppia erogata, il quale è riportato nella *Figura 3.15*.

Il blocco riceve in input la velocità del rotore e il segnale del *duty cycle*, esegue il prodotto dei due e prende il segno di questo che normalmente passa attraverso l'interruttore.

Quando il segno è positivo, ossia quando la velocità del rotore è concorde al segnale di comando, il motore sta attuando il sistema e quindi viene utilizzato il rendimento diretto, altrimenti viene utilizzato il rendimento inverso.

Invece, nell'unico caso in cui la velocità del motore è nulla, l'interruttore fa passare il segnale superiore, equivalente alla situazione in cui il motore attua il sistema.

#### 3.4.2 Sistema di controllo

Il controllo della velocità del nastro è eseguito con l'impiego di un controllore "PID".

Il blocco PID è fornito direttamente dalla libreria di Simulink ed è responsabile del controllo in velocità del motore.

il modello riceve in input la velocità di set del motore e calcola l'errore attraverso

### 3.4. MODELLO DELL'AZIONAMENTO ELETTRICO

il feedback ricevuto dal modello del motoriduttore. Questo è quindi passato al blocco PID, la cui funzione di trasferimento è:

$$G(s) = k_p + k_i \frac{1}{s} + k_d \frac{Ns}{s + N}$$

L'output del PID è saturato tra 0 e 1 in quanto il *duty cycle* non può assumere valori maggiori di uno.

Infine, lo stesso blocco PID, permette di implementare un algoritmo anti-windup. Il windup è un fenomeno che avviene nel momento in cui grandezza controllata in un sistema non può più essere più controllata, per qualche motivo. In questo caso l'errore tra set e feedback non può più diminuire, rimanendo così costante, e l'azione integrale del controllore continua a crescere essendo l'errore non nullo. In questo caso, quando la variabile torna ad essere controllabile, l'azione integrale avrà comunque “*accumulato*” questo errore, provocando un malfunzionamento del controllore finché l'azione integrale non torna in un certo range (“*scarica*” del termine integrale).

Nel caso del nastro trasportatore in esame, se per qualche motivo il sistema si bloccasse, la velocità del tamburo si annullerebbe e non sarebbe più controllabile. In questo caso l'errore rimarrebbe costante provocando la carica dell'azione inte-

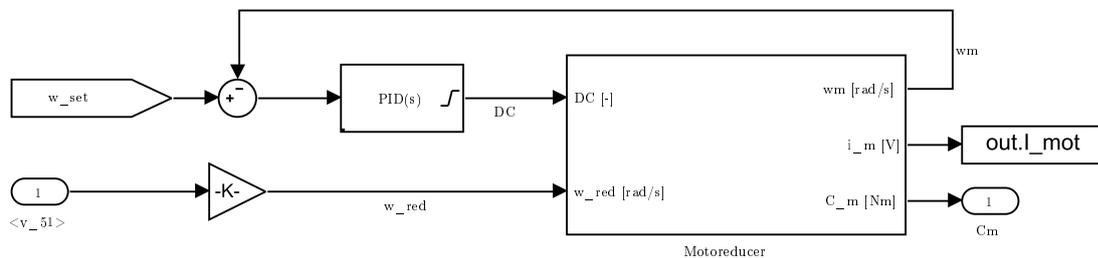


Figura 3.16: Controllo in velocità.

### 3.4. MODELLO DELL'AZIONAMENTO ELETTRICO

---

grale, che continuerebbe a crescere saturando, dopo un certo periodo di tempo, l'uscita del controllore.

Se poi il sistema venisse sbloccato, il controllore, avendo ancora il termine integrale al di sopra del suo limite di saturazione, continuerebbe ad erogare il valore massimo. Questo tornerebbe a funzionare normalmente solo nel momento in cui l'azione integrale torna al di sotto del limite di saturazione.

Tramite l'implementazione di questo algoritmo di anti-windup, è possibile così evitare che si presenti questo fenomeno non desiderabile.

# Capitolo 4

## Analisi dei risultati

In questo capitolo verranno esposti ed analizzati i risultati ricavati dal modello costruito in Simulink.

I valori ricavati per i casi statici verranno quindi comparati a quelli ricavabili adottando i metodi standard esposti nel Capitolo 3, in modo tale da poter avere un metro di paragone con metodi di calcolo già consolidati e utilizzati normalmente per il design di questo sistema.

### 4.1 Impostazioni della simulazione

Tramite una maschera, implementata nel blocco responsabile del fornire i dati in input al modello e registrare i risultati, è possibile variare i parametri di input e, soprattutto, definire i diversi possibili scenari da simulare.

La maschera è divisa in diverse sezioni contiene le impostazioni dell'attuatore elettrico e del materiale trasportato.

Per quanto riguarda il motore, è possibile definire l'istante di tempo di avviamento del nastro, così come il tempo totale per arrivare alla velocità di set. Ovviamente, diminuendo i tempi di avviamento, ci si aspetta di assistere a picchi di deformazione e, quindi, di tensione decisamente più elevati. Ancora, è possibile impostare un parametro che funge da “*guadagno*” per la velocità di set, in modo tale da poterla

controllare più facilmente e senza dover agire direttamente sullo script. Infine è possibile attivare una situazione di guasto all'interno del motore, impostando il corrispondente istante di tempo in cui avviene il guasto, in secondi.

Lo stesso è stato fatto per regolare il carico dato dal materiale trasportato.

Da un'ultima sezione è possibile abilitare anche una situazione di impuntamento di un rullo, in questo caso il rullo di estremità inferiore P1, che avverrebbe ad esempio a causa del deposito di materiale, impedendo così la sua rotazione.

Come prima, è possibile scegliere anche l'istante di inizio guasto, così come il tempo trascorso fino al blocco completo.

Infine, sempre dalla stessa maschera, è possibile caricare i dati di input dallo script principale, così come aprire gli “*scope*” per visualizzare i risultati in tempo reale.

## 4.2 Avviamento del nastro e condizione di regime in assenza di carico

Per prima cosa si sono effettuate delle prove di avviamento del nastro, in assenza di materiale trasportato e quindi senza carico esterno. In questo caso, le uniche resistenze agenti sul nastro sono dovute esclusivamente al peso proprio del nastro e agli attriti dovuti alla rotazione di rulli e tamburi.

Nella *Figura 4.1* è riportato l'andamento delle tensioni nel tempo all'interno del nastro per ognuno dei vari tratti in cui è stato suddiviso.

Tra  $t = 0\text{ s}$  e  $t = 3\text{ s}$  si può osservare come le tensioni all'interno del nastro crescano fino a raggiungere un valore stabile. In questo lasso di tempo, viene infatti simulato il rilascio graduale del contrappeso, il quale, trascinando il tamburo P8, mette in tensione l'intero sistema.

Le differenze nel valore di tensione tra i vari tratti sono dovuti al fatto che i tam-

## 4.2. AVVIAMENTO DEL NASTRO E CONDIZIONE DI REGIME IN ASSENZA DI CARICO

buri, agendo su di essi forze di attrito sia di primo distacco, che dinamiche, non sono in grado di ruotare, e quindi equilibrare le tensioni nel nastro se la coppia attiva agente su di esso non è sufficiente a superare l'attrito statico.

All'istante di tempo  $t = 10\text{ s}$  viene attivato il motore elettrico responsabile di movimentare il trasportatore, ed è possibile osservare un incremento delle tensioni all'interno del nastro, con un picco pari a  $110.81\text{ kN}$ , relativo al tratto più teso del nastro, ossia quello in ingresso al tamburo motore.

Questo picco è dato ovviamente dall'accelerazione del nastro, attuato tramite il tamburo motore.

A regime si può notare, come ci si aspetta, una diminuzione delle tensioni, con un valore massimo di  $91.0\text{ kN}$ , sempre all'ingresso del tamburo motore, e un valore minimo di  $74.9\text{ kN}$  in uscita dal tamburo motore.

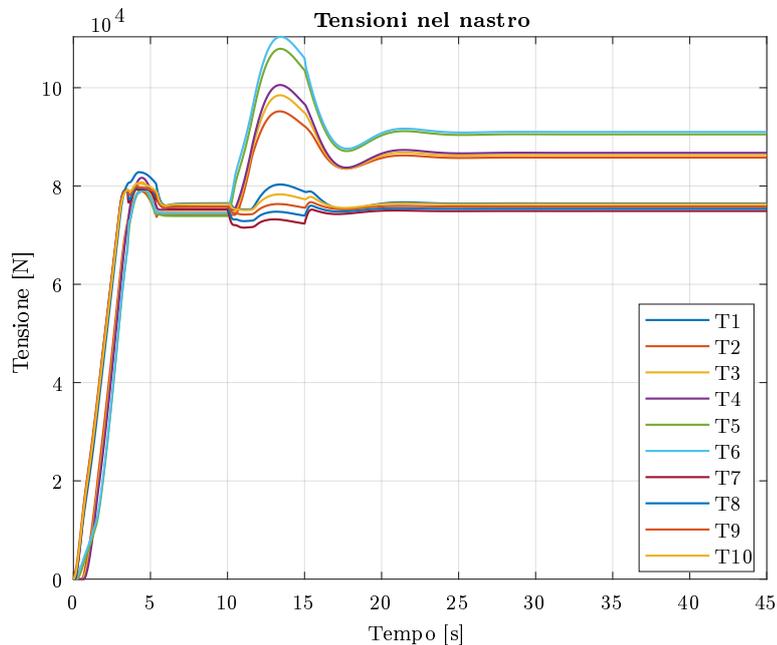


Figura 4.1: Andamento delle tensioni nel nastro all'avvio, nessun carico trasportato, tempo di avvio circa  $t_s = 5\text{ s}$ .

## 4.2. AVVIAMENTO DEL NASTRO E CONDIZIONE DI REGIME IN ASSENZA DI CARICO

---

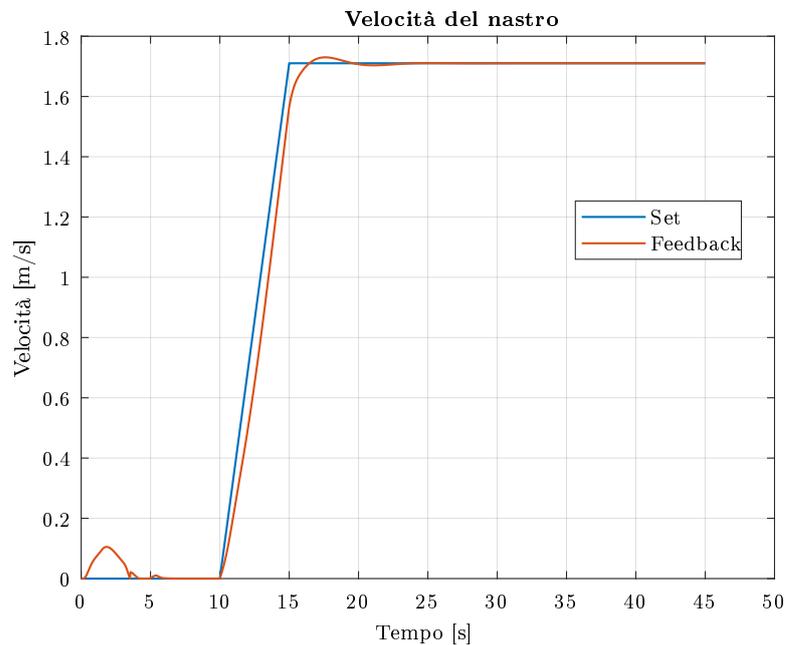


Figura 4.2: Velocità di set e feedback all'avviamento.

Paragonando la tensione massima ottenuta attraverso il modello con la tensione ricavabile attraverso metodi convenzionali (si rimanda al Capitolo 3), la quale risulta essere di circa  $105.0\text{ kN}$ , si può notare come il modello sottostimi la tensione massima che si avrebbe a cavallo del tamburo motore.

Una spiegazione a questa sottostima può essere l'assenza di resistenze fisse nel modello simulato, resistenze di cui invece si tiene conto osservando le regole di design convenzionali.

C'è da considerare però che il modello segue un principio di calcolo che si discosta dal calcolo standard. Difatti, il contrappeso subisce degli spostamenti durante le diverse condizioni di funzionamento, provocando una variazione delle tensioni risultanti nel nastro.

Nella *Figura 4.2* sono riportati i segnali di set e feedback della velocità del nastro, calcolata sul tamburo P5, ossia quello motore.

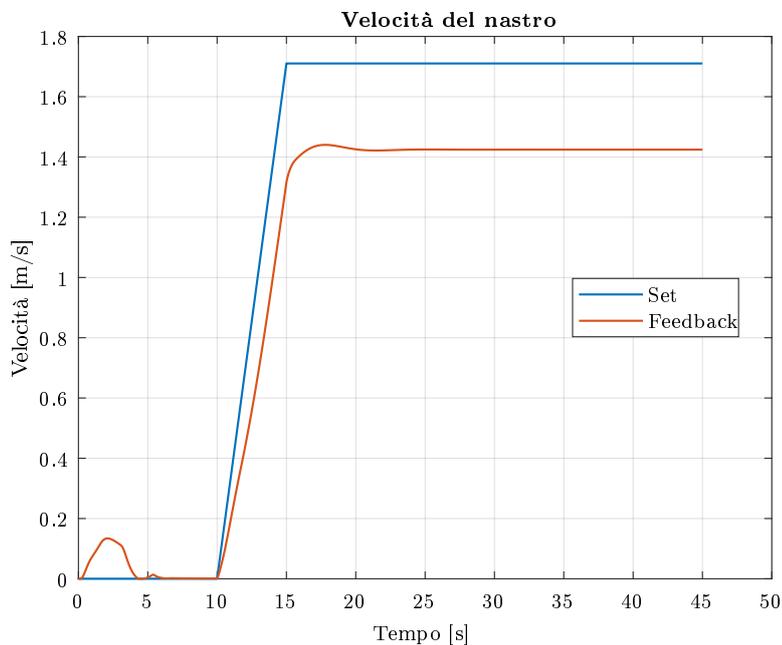
## 4.2. AVVIAMENTO DEL NASTRO E CONDIZIONE DI REGIME IN ASSENZA DI CARICO

---

Si possono notare delle oscillazioni della velocità di feedback che fino a circa  $t = 6$  s, dovute al rilascio del contrappeso, il quale instaurando una tensione nel nastro, provoca la rotazione dei tamburi.

Il motore risponde alla rotazione del tamburo motore con una coppia negativa, cercando di portare la velocità del nastro nuovamente a zero. All'avviamento del nastro, la segnale di set cresce linearmente fino al raggiungimento della velocità massima. Si può osservare come la velocità di feedback aumenta con un leggero ritardo rispetto al set, riportando inoltre un lieve “*overshoot*”, per poi stabilizzarsi alla velocità di set, grazie all'azione integrale del controllore.

In assenza di questa si sarebbe assistito, infatti, ad un errore statico di una certa entità, dipendente dal guadagno proporzionale del controllore. Un esempio è riportato nella *Figura 4.3*, in cui il controllore agisce con la sola componente proporzionale.



*Figura 4.3: Velocità di set e feedback all'avviamento con azione integrale rimossa.*

## 4.2. AVVIAMENTO DEL NASTRO E CONDIZIONE DI REGIME IN ASSENZA DI CARICO

---

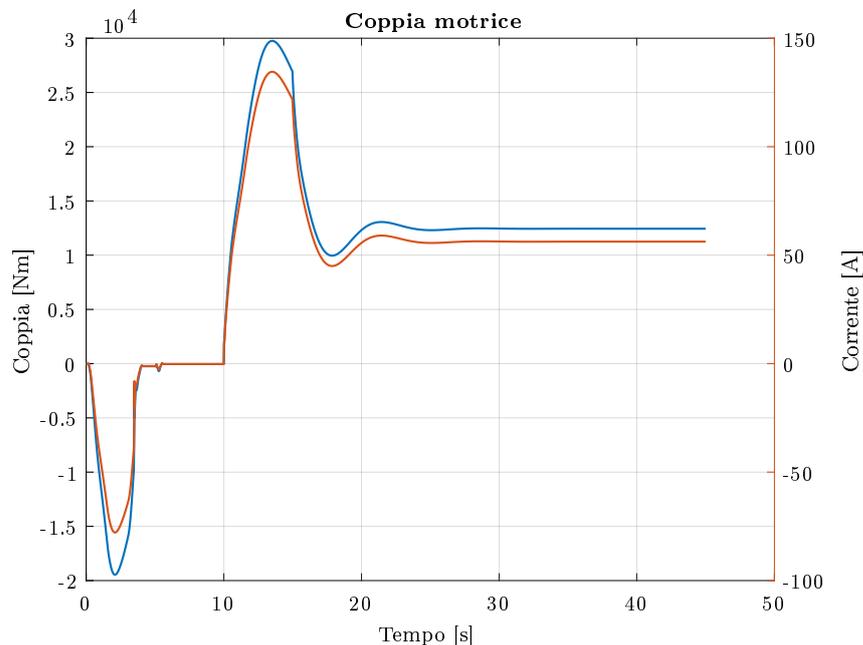


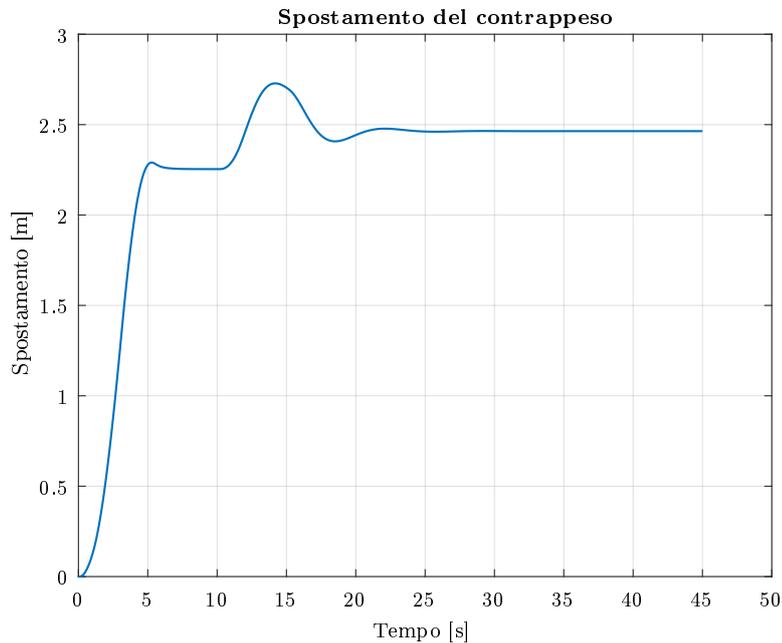
Figura 4.4: Andamento di coppia e corrente all'avviamento.

Nella *Figura 4.4* è stata invece riportato l'andamento di coppia e corrente, i quali hanno la stessa forma, per come è stato modellato il motoriduttore elettrico. Fino a circa  $t = 6s$  la coppia è negativa, poiché come si è già spiegato, il motore cerca di controllare la rotazione del tamburo motore dovuta al rilascio del contrappeso. Nell'istante di avviamento, il motore eroga la coppia necessaria per movimentare il nastro, con un picco di corrente assorbita pari a  $134.5 A$ , che cala poi una volta che il sistema è arrivato a regime a  $56.4 A$ .

Per ultimo, ci si può concentrare sullo spostamento del contrappeso, riportato in *Figura 4.5*. All'inizio, il contrappeso passa dalla posizione zero di riferimento, fino alla posizione di equilibrio statico, la quale si instaura quando le tensioni all'interno del nastro raggiungono l'equilibrio con la forza peso del contrappeso stesso.

## 4.2. AVVIAMENTO DEL NASTRO E CONDIZIONE DI REGIME IN ASSENZA DI CARICO

---



*Figura 4.5: Posizione del contrappeso all'avviamento.*

All'equilibrio, e senza coppia erogata, il tamburo P8 si sposta complessivamente di  $2.25\text{ m}$ . Una volta avviato il sistema, la parte di nastro immediatamente successiva al motore, vede una diminuzione delle tensioni, dovuto alla coppia erogata sul tamburo motore.

Per questo motivo il ramo di nastro in cui è presente il contrappeso diventa lasco, e la forza peso non è più bilanciata dalle tensioni. Così il tamburo P8 si sposta ancora, mettendo in tensione nuovamente il ramo lasco del nastro. Questo è osservabile soprattutto prendendo in considerazione la *Figura 4.1*.

Nel caso di un sistema con tenditore fisso, ad un aumento di tensione sul lato teso del nastro, corrisponderebbe in media una diminuzione di tensione sul ramo lasco. Dalla figura invece è evidente come le tensioni del ramo lasco, dopo essere diminuite, tornano a mantenersi costanti, per poi infine ritornare a presentare, una volta che il sistema è arrivato a regime, circa lo stesso livello di tensione presente

## 4.2. AVVIAMENTO DEL NASTRO E CONDIZIONE DI REGIME IN ASSENZA DI CARICO

---

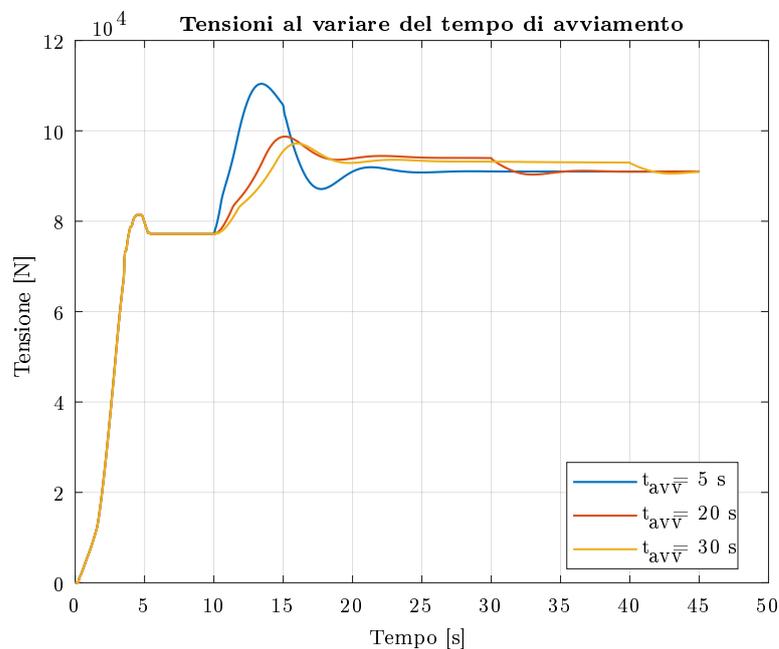
prima dell'avviamento del nastro.

La fase in cui le tensioni decrescono per poi mantenersi all'incirca costanti, corrisponde appunto alla fase di squilibrio col contrappeso, il quale spostandosi, rimette in tensione il ramo lasco del nastro.

Una volta arrivato il sistema a regime, il contrappeso presenta uno spostamento rispetto al punto di riferimento di  $2.46\text{ m}$ .

Come ultima prova sono stati confrontati i risultati ottenuti al variare del tempo di avviamento e sono stati riportati nella *Figura 4.6*.

Come si può vedere, e come ci si aspettava, per tempi di avviamento minori, il picco di tensione è nettamente più elevato, fenomeno dovuto al fatto che il motore deve erogare più potenza, e quindi più coppia, per poter seguire un set di velocità che presenta un andamento più ripido.



*Figura 4.6: Tensione massima sviluppata nel nastro al variare del tempo di avviamento.*

Per un certo periodo di tempo dopo il picco iniziale, è possibile anche notare, soprattutto per tempi di avvio più lunghi, come la tensione rimanga costante per poi diminuire e portarsi alla condizione di regime, uguale per tutte e tre le curve. In quel periodo di tempo il motore lavora a coppia costante, dopo il primo picco iniziale, in modo tale da seguire la velocità di set. Una volta arrivata quest'ultima al suo massimo, il motore non ha più bisogno di accelerare il nastro, diminuendo la coppia erogata e di conseguenza riducendo le tensioni nel nastro.

### 4.3 Arresto del nastro in assenza di carico.

Si prosegue adesso considerando una situazione di arresto del sistema, sia in modo libero, senza agire direttamente sul sistema e lasciando che sia l'attrito a fermarlo, sia agendo attraverso un freno, solitamente integrato nel sistema tamburo-motoriduttore.

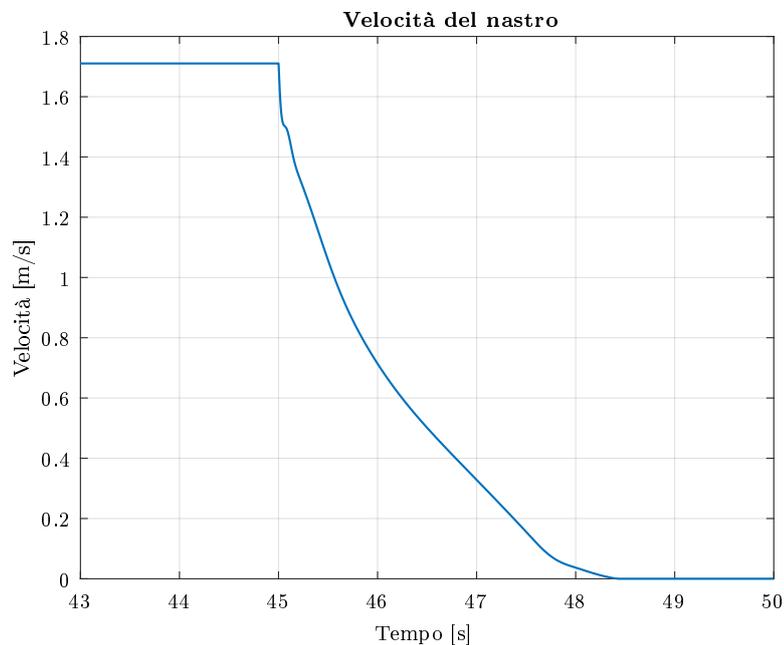


Figura 4.7: Andamento della velocità del nastro durante l'arresto per solo attrito.

### 4.3. ARRESTO DEL NASTRO IN ASSENZA DI CARICO.

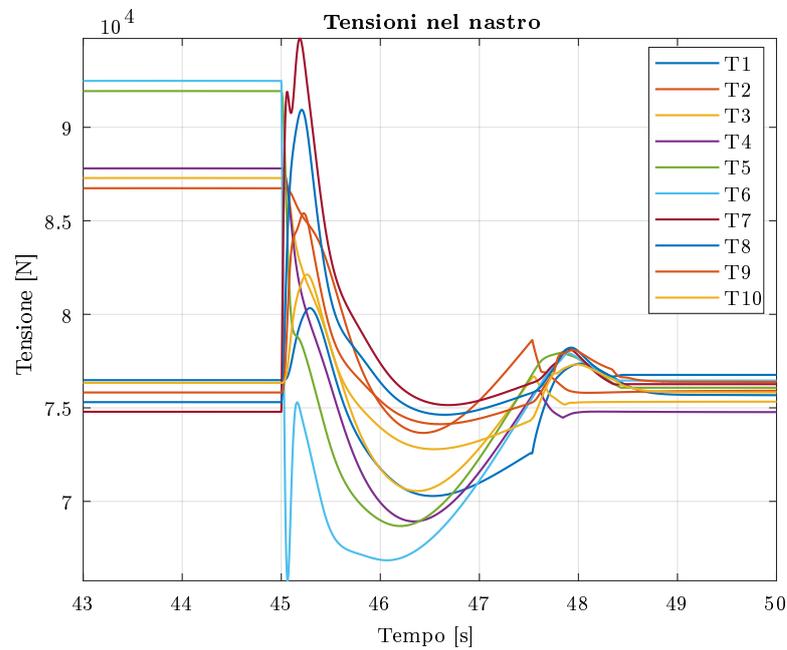
---

Considerando il sistema già avviato e in condizione di regima, la cui velocità del nastro è riportata in *Figura 4.7*, si invia al gruppo motoriduttore un segnale per sospendere l'alimentazione del motore, e quindi l'erogazione di coppia, all'istante di tempo  $t = 45$  s.

In quell'istante, le uniche forze agenti sul nastro rimangono gli attriti tra i vari componenti, i quali rallentano il nastro fino a fermarlo.

In questo caso, poiché la coppia risultante agente sul tamburo motore cambia di verso, essendo assente la coppia motrice, ci si aspetta anche un'inversione tra il tratto teso e il tratto lasco del nastro.

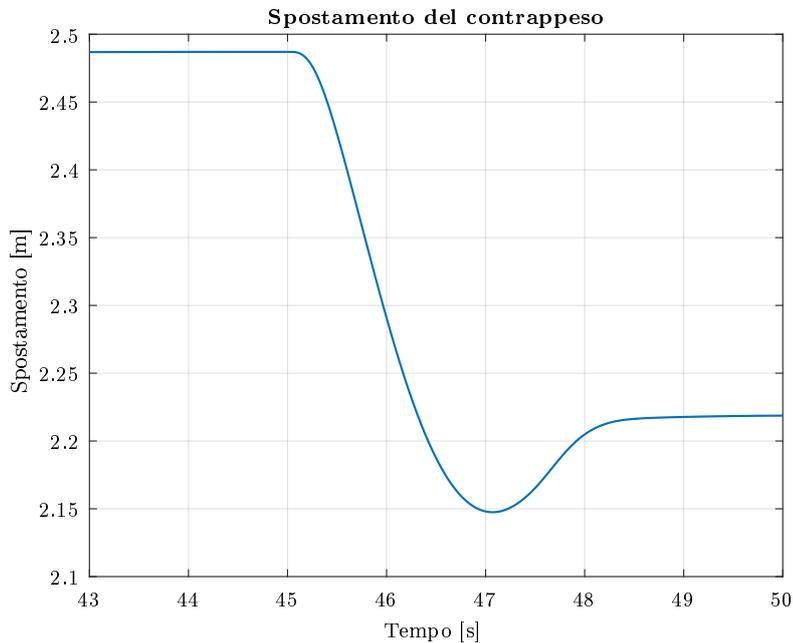
Difatti, come possibile osservare nella *Figura 4.8*, i valori di tensione all'interno del nastro si invertono, con il ramo subito in uscita dal tamburo motore che diventa il ramo più teso mentre quello in ingresso diventa il meno teso.



*Figura 4.8: Andamento delle tensioni nel nastro durante l'arresto.*

### 4.3. ARRESTO DEL NASTRO IN ASSENZA DI CARICO.

---



*Figura 4.9: Spostamento del contrappeso durante l'arresto.*

Proprio a causa di quest'inversione, e quindi aumento di tensione nel ramo di nastro che normalmente è quello lasco, ci si aspettano delle conseguenze sullo moto del contrappeso.

Infatti, come possibile osservare nella *Figura 4.9*, al momento dell'inversione delle tensioni, queste superano il valore della forza peso, e, non essendo più bilanciato, il tamburo P8 si riavvicina alla posizione di riferimento, fin quando il sistema nastro-contrappeso ritorna all'equilibrio ed il contrappeso si stabilizza.

Infine, nel momento in cui il motore smette di erogare coppia, questo non è istantaneamente fermato, ma, ovviamente, viene trascinato dal tamburo al quale è collegato.

Questo genera delle correnti nel motore che in quel momento funziona come ge-

### 4.3. ARRESTO DEL NASTRO IN ASSENZA DI CARICO.

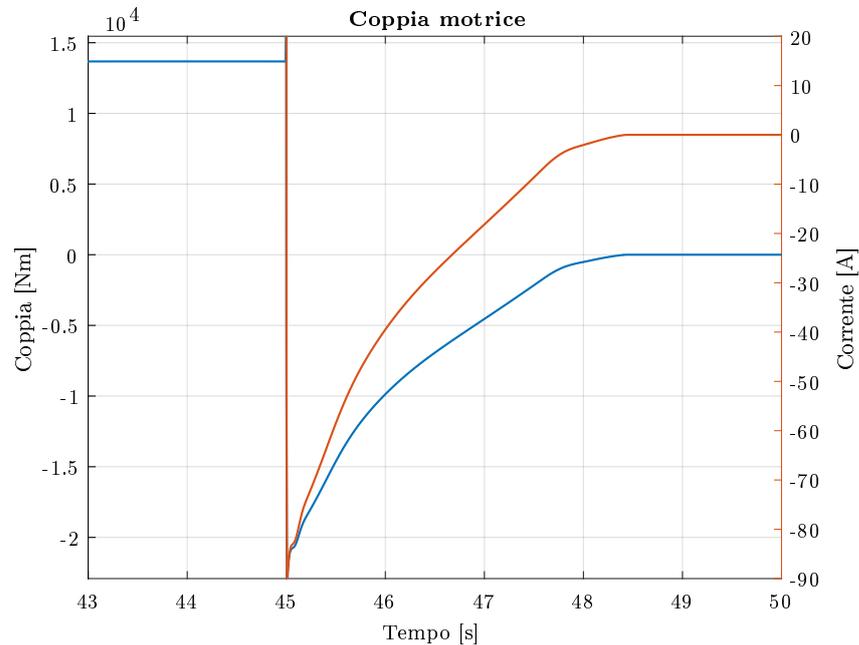


Figura 4.10: Coppia e corrente generata nel motore durante l'arresto.

neratore. Infatti, possiamo osservare dalla *Figura 4.10*, come la coppia agente all'albero del riduttore sia negativa e trascina così il motore, il quale non comandato al momento della frenata.

Il trascinamento del motore genera così una corrente, la quale in questo caso è negativa poiché il motore si comporta da generatore e che diminuisce fino al valore nullo man mano che la velocità del nastro si annulla.

Nel caso in cui il nastro venga frenato attivamente, è fondamentalmente equivalente all'arresto senza azione diretta sul sistema.

Infatti, quanto riscontrato per l'arresto in assenza di forza frenante, è osservabile nel caso di intervento tramite freno, con la sola differenza nel valore di tensioni, spostamenti del contrappeso e correnti generate.

Infatti in quest'ultimo caso, oltre alla coppia d'attrito totale agente sul sistema,

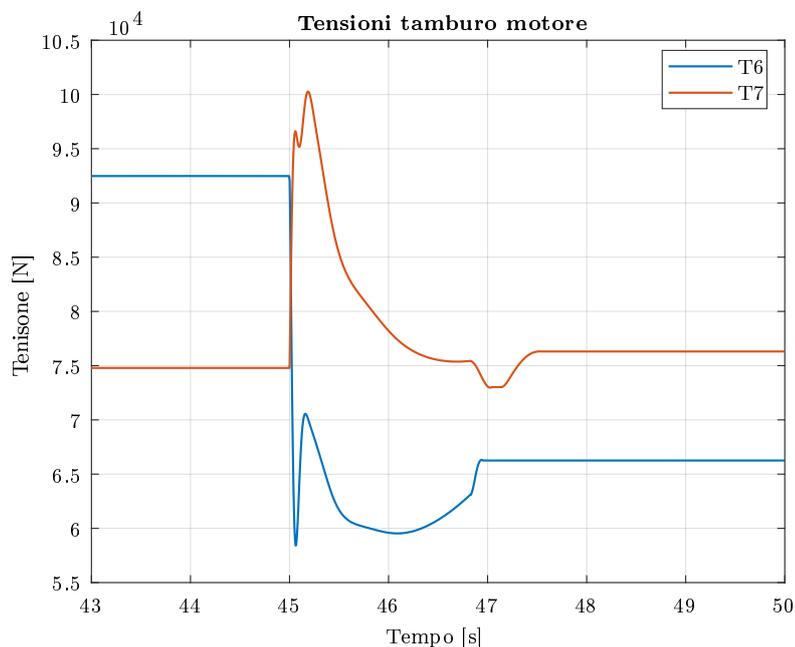


Figura 4.11: Tensione nel nastro ai capi del tamburo motore.

agirà anche una coppia frenante, la quale porterà ad un aumento delle tensioni massime sviluppate nel nastro durante questo transitorio.

Per brevità si riporta esclusivamente l'andamento delle tensioni sul tamburo motore nella figura *Figura 4.11*, nella quale si può osservare come i picchi di tensione siano maggiori nel caso in cui si agisca attivamente sul sistema, raggiungendo valori di circa  $100\text{ kN}$ .

## 4.4 Avviamento e arresto con trasporto di materiale sul nastro

Si passa ora a simulare il comportamento del nastro sotto carico.

Una volta avviato il nastro, comincia ad essere depositato del materiale su di esso, aumentando così le resistenze sul ramo responsabile del trasporto e, conseguente-

#### 4.4. AVVIAMENTO E ARRESTO CON TRASPORTO DI MATERIALE SUL NASTRO

---

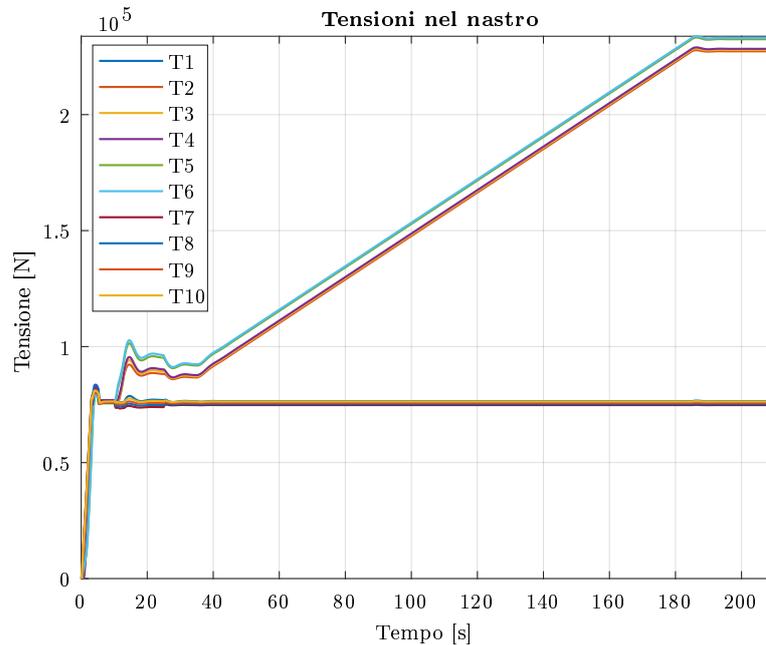


Figura 4.12: Andamento delle tensioni nel nastro durante il trasporto di materiale.

mente, aumentando le tensioni all'interno dello stesso.

Il nastro parte da fermo, come nel caso precedente, e viene accelerato fino al raggiungimento della velocità che permette di avere una portata di materiale pari a  $300 \text{ kg/s}$ .

Una volta che il sistema ha raggiunto la velocità di set e si è stabilizzato, viene aumentato gradualmente il carico di materiale su di esso.

Il tempo trascorso fino al carico completo del nastro è stato imposto pari a  $150 \text{ s}$ , ossia circa il tempo necessario a percorrere l'intera lunghezza del tratto di nastro responsabile del trasporto di materiale alla velocità di set.

Come si può vedere dalla *Figura 4.12*, man mano che il carico sul nastro cresce, così crescono anche le tensioni nel ramo teso del trasportatore. Le tensioni

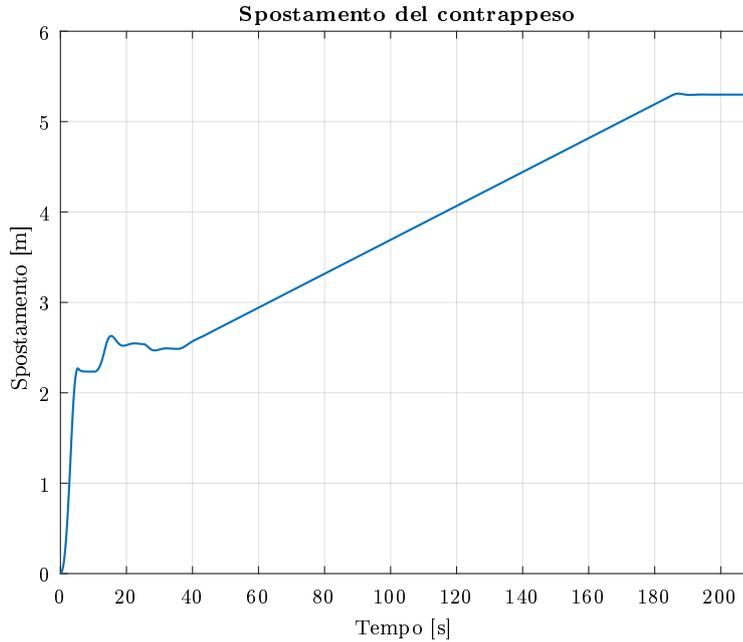


Figura 4.13: Spostamento del contrappeso durante il carico del nastro.

nel ramo lasco, invece, vengono mantenute costanti dal graduale spostamento del contrappeso, il quale, come già esposto in precedenza, non essendo più in equilibrio si allontana e rimette in tensione il ramo lasco fino a ritornare ad una situazione di stabilità, raggiungendo uno spostamento totale di  $5.3\text{ m}$ .

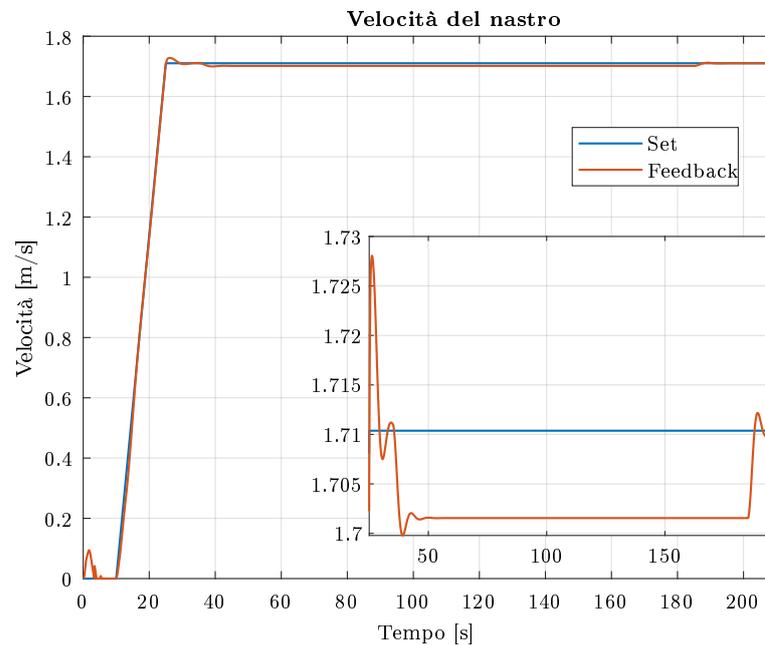
L'andamento della posizione del contrappeso è riportato nella *Figura 4.13*.

A pieno carico e una volta in condizioni di regime, la tensione massima presente sul nastro risulta pari a  $233\text{ kN}$ , la quale è molto vicina al valore di tensione che si avrebbe seguendo i metodi di calcolo convenzionali, pari a circa  $230\text{ kN}$ .

Per questo motivo possiamo affermare che il modello è in grado di calcolare con alto grado di precisione le tensioni che si svilupperebbero in un trasportatore a nastro sotto un determinato carico.

#### 4.4. AVVIAMENTO E ARRESTO CON TRASPORTO DI MATERIALE SUL NASTRO

---



*Figura 4.14: Velocità del nastro con carico trasportato; in basso a destra zoom della curva durante l'aumento del carico sul nastro.*

Possiamo inoltre osservare l'andamento della velocità del nastro durante il carico, riportato nella *Figura 4.14*.

Prima di cominciare il deposito graduale di materiale sul nastro, questo arriva alla sua velocità di set. Quindi a questo punto comincia ad essere caricato il materiale sul nastro, il quale aumenterà le resistenze totali nel sistema. Questo aumento agisce come disturbo sul controllore, il quale non riesce più a mantenere la velocità di set e presentando così un errore statico, visibile nello zoom riportato sempre nella *Figura 4.14*.

Una volta che il nastro è saturo di materiale e quindi il carico esterno non può più aumentare, il controllore ritorna a seguire la velocità di set, essendo scomparso il disturbo.

Infine, si mostra l'andamento di coppia e corrente erogata dal motore, riportato

#### 4.4. AVVIAMENTO E ARRESTO CON TRASPORTO DI MATERIALE SUL NASTRO

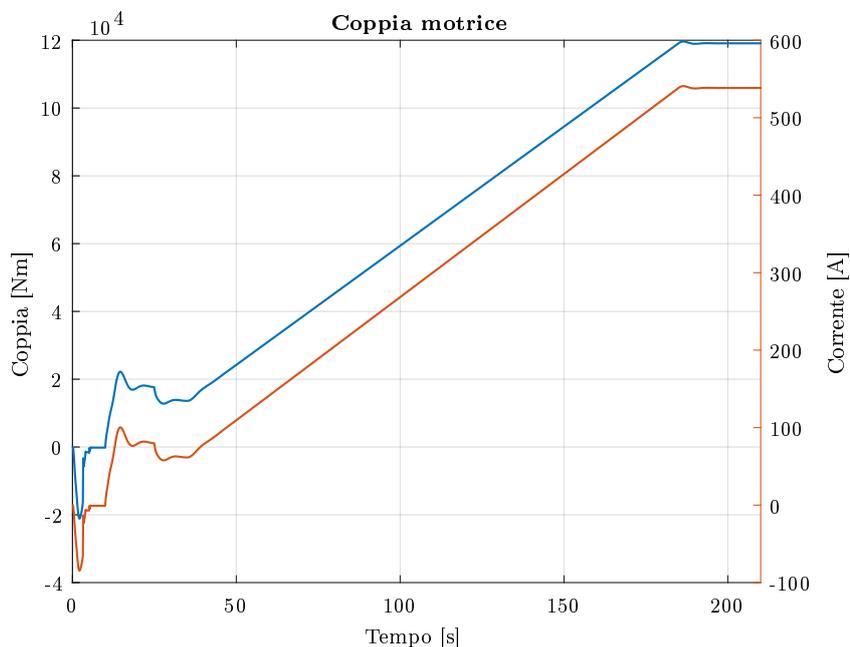


Figura 4.15: Andamento di coppia e corrente erogati dal motore.

nella *Figura 4.15*. Questa ovviamente, cresce al crescere del carico, raggiungendo una coppia erogata di circa  $119\text{ kNm}$ , a cui corrisponde una corrente assorbita di  $538.4\text{ A}$

Ora si passa a simulare l'arresto mentre trasporta materiale a pieno carico. Ci si aspetta che il nastro si comporti allo stesso modo sia nel caso in cui questo sia scarico, sia nel caso in cui questo trasporti del materiale.

Nella *Figura 4.16* è riportato l'andamento delle tensioni nel nastro durante la frenata. Come è possibile notare, non si assiste più all'inversione delle tensioni come invece accadeva nel caso in cui il carico era assente.

Si spiega ora più nel dettaglio il fenomeno:

- La coppia motrice sul tamburo viene a mancare, inviando un segnale al controllore che arresta l'erogazione di coppia;

#### 4.4. AVVIAMENTO E ARRESTO CON TRASPORTO DI MATERIALE SUL NASTRO

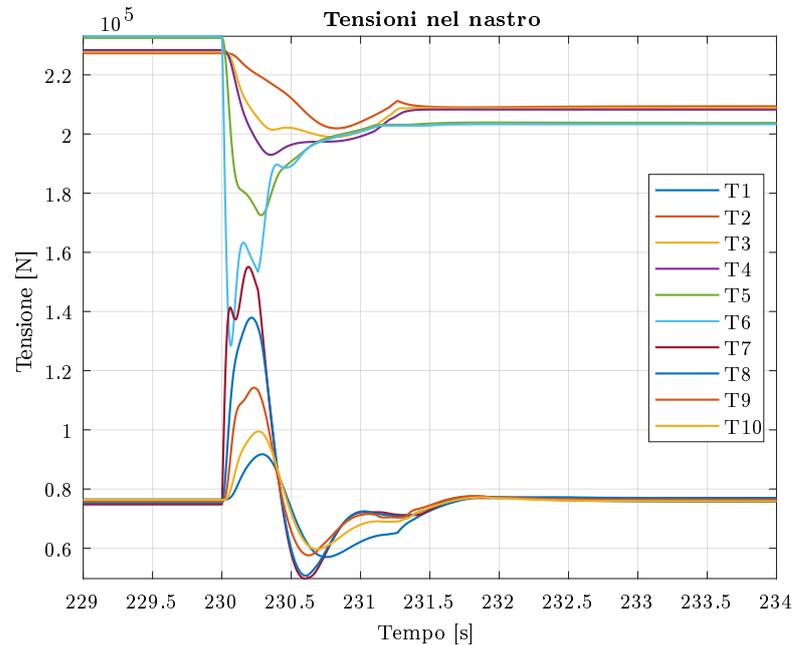


Figura 4.16: Andamento delle tensioni nel nastro durante l'arresto, con carico.

- Entra a questo punto in azione il freno, per cui la coppia risultante sul tamburo motore si inverte;
- Per un primo momento le tensioni nel ramo teso del nastro diminuiscono e quelle nel ramo lasco aumentano, come ci si aspettava data l'inversione del verso della coppia risultante;
- A differenza del caso senza carico, questa volta il materiale agisce sul nastro con il suo peso proprio, il quale, essendo il trasportatore inclinato, tende a muovere il nastro nella direzione contraria a quella del moto normale, mettendo nuovamente in tensione il lato su cui viene trasportato il materiale.

Per i motivi sopra esposti, dopo un breve transitorio in cui le tensioni all'interno del nastro tendono ad invertirsi, in questo caso il nastro ritorna poi ad essere

nuovamente teso sul ramo di andata, con valori di tensione ovviamente minori, non essendo più presente la coppia motrice.

## 4.5 Condizione di guasto: guasto al motoriduttore

Si ipotizza ora di simulare una condizione di guasto all'attuatore del trasportatore, ossia il motoriduttore.

Un guasto relativo all'alimentazione del sistema non produrrebbe effetti significativi sul sistema.

Infatti, il motore smette di dare coppia e il sistema rallenta per attrito e per il peso proprio del materiale trasportato sul nastro, ottenendo un andamento simile alla frenata attiva, ma con degli sforzi minori.

Per questo motivo si ipotizza che il motoriduttore, per qualche motivo, vada in

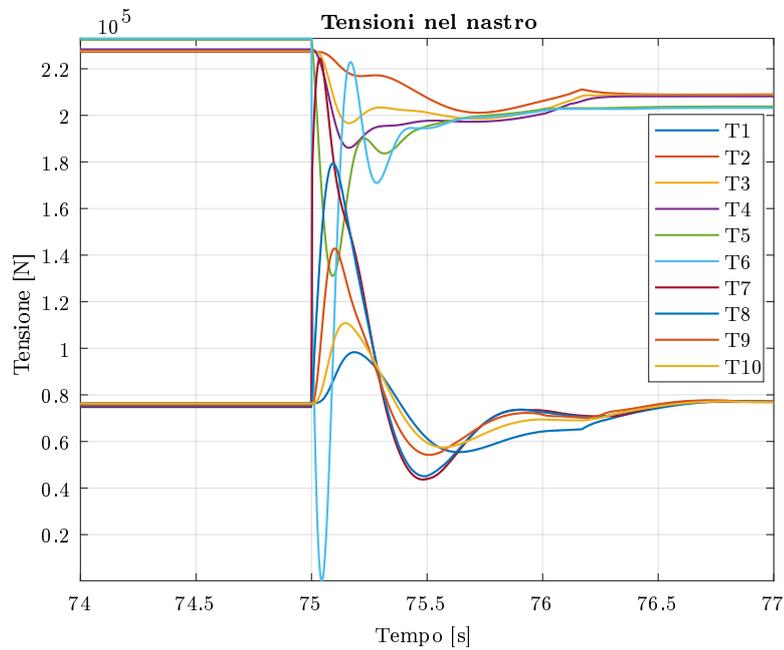


Figura 4.17: Andamento delle tensioni in caso di impuntamento del motoriduttore.

blocco completo, ossia si impuntò arrestando in modo violento il tamburo motore. In questo caso si ottiene un andamento delle tensioni riportato nella *Figura 4.17*. Come è possibile osservare, a causa del repentino bloccaggio del tamburo motore, il ramo del nastro normalmente teso viene completamente scaricato, arrivando quasi ad avere una tensione nulla (Precisamente la tensione  $T_6$  raggiunge un valore minimo di  $188\text{ N}$  che può essere tranquillamente trascurato rispetto al valore di tensione normalmente presente nel nastro).

In quel breve periodo, il nastro perderà contatto con il tamburo motore, essendo praticamente nulla una delle due tensioni ai capi del tamburo. Subito dopo, il tratto di nastro viene immediatamente rimesso in tensione a grazie al peso del materiale trasportato e il sistema si porta all'equilibrio.

Come si può osservare, in questo caso non si generano alte tensioni nel nastro, anzi, queste si portano ad un valore a tutti gli effetti più basso rispetto al valore che avrebbero in condizioni di funzionamento normale. Per questo motivo questa condizione, non è di per se molto grave per quanto riguarda il sistema del trasportatore, anche se la perdita di contatto con il tamburo potrebbe provocare movimenti indesiderati del nastro, disallineamento, o caduta di materiale a causa dell'improvviso blocco.

Poiché la velocità del tamburo motore è in pratica istantaneamente annullata, non è possibile raccogliere informazioni da essa. Per questo motivo si riporta in *Figura 4.18* la velocità dei tamburi di estremità del trasportatore, ossia quelli di coda e di testa.

Come si può vedere il tratto di nastro nei pressi del tamburo di testa rallenta in modo meno brusco rispetto al nastro nei pressi del tamburo di coda.

Questo è dovuto alla variazione meno brusca della tensione sul tamburo di testa. Infatti, la tensione scende al momento del blocco, ma il peso del materiale rimette

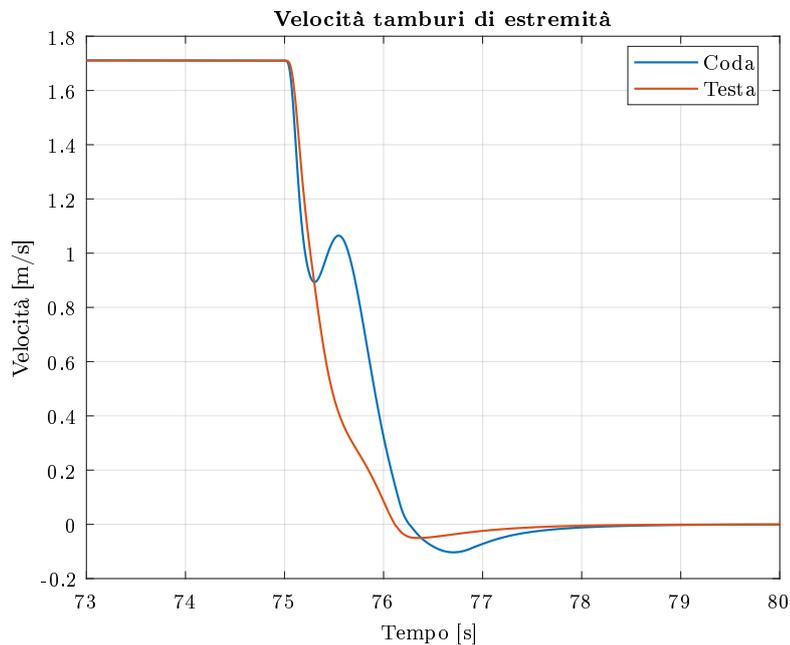


Figura 4.18: Velocità dei due tamburi di estremità del trasportatore.

in tensione il nastro abbastanza velocemente.

Per quanto riguarda il tamburo di coda invece, la tensione sale bruscamente sul ramo di nastro che lo collega al contrappeso, rallentandolo. In seguito, la stessa tensione diminuisce più velocemente rispetto alla tensione presente sul tratto di salita, accelerando nuovamente il tamburo. Infine la tensione aumenta grazie all'azione del contrappeso che così rallenta il tamburo e ferma il sistema.

## 4.6 Condizione di guasto: malfunzionamento del contrappeso

Si ipotizza ora un un caso di malfunzionamento del tenditore a gravità.

Il tenditore a gravità è un sistema abbastanza semplice, essendo composto da un tamburo mobile e da un contrappeso e quindi non presenta molte modalità di

#### 4.6. CONDIZIONE DI GUASTO: MALFUNZIONAMENTO DEL CONTRAPPESO

---

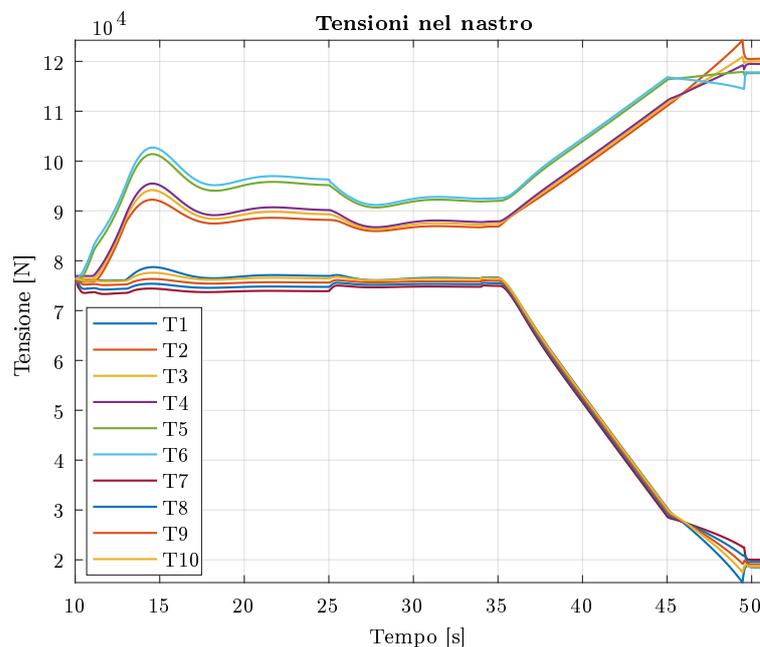


Figura 4.19: Andamento delle tensioni in caso di guasto del contrappeso mobile.

guasto. Un possibile modo di guasto potrebbe essere il bloccaggio del tamburo a causa di un impuntamento sulla guida.

In questo caso il tenditore si comporterebbe all'improvviso come un tenditore fisso, perdendo così la capacità di rimettere in tensione il nastro quando questo diventa lasco.

Si è così deciso di simulare il sistema imponendo, dopo l'avvio del nastro, il bloccaggio del tamburo mobile. Il nastro viene quindi gradualmente caricato con il materiale da trasportare.

L'andamento delle tensioni all'interno del nastro è riportato nella *Figura 4.19* ed è possibile osservare come ad un aumento di tensione sul lato teso corrisponde una diminuzione di tensione sul lato lasco del nastro trasportatore, non potendo il contrappeso controbilanciare questo squilibrio. Inoltre, crescendo la differenza di

#### 4.6. CONDIZIONE DI GUASTO: MALFUNZIONAMENTO DEL CONTRAPPESO

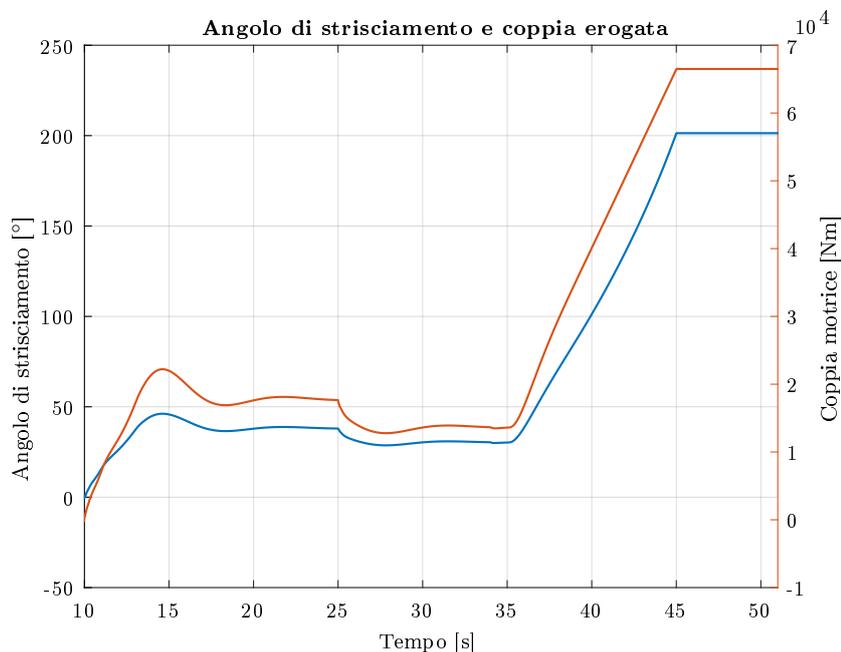


Figura 4.20: Angolo di strisciamento sul tamburo motore e relativa coppia motrice.

tensione sul tamburo motore, cresce anche l'angolo di strisciamento dello stesso, il quale ad un certo punto arriva a saturazione, come è possibile notare in *Figura 4.20*. Nel momento in cui l'angolo di strisciamento arriva a saturazione, ossia corrisponde all'intero angolo di avvolgimento, il tamburo si trova in una condizione di strisciamento globale e la coppia trasmessa al nastro in questo caso non può più aumentare, raggiungendo nel caso specifico un valore di  $66.5 kNm$ .

Il nastro però continua ad essere caricato, fino al punto in cui il peso del materiale diventa eccessivo e l'intero sistema si blocca.

Un altro possibile scenario sarebbe quello in cui il contrappeso stesso si sgancia dal tamburo mobile, magari per un danno alla fune. In questo caso, il tenditore cessa completamente di funzionare, provocando il crollo improvviso nelle tensioni del nastro, il quale di contro, non avendo più nessuna forza che si oppone, spinge

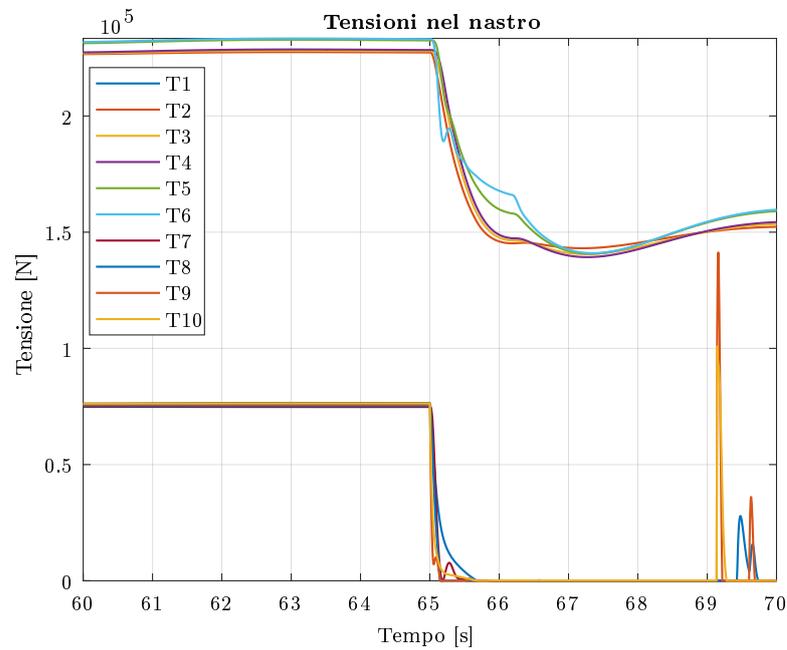
#### 4.6. CONDIZIONE DI GUASTO: MALFUNZIONAMENTO DEL CONTRAPPESO

---

il tamburo fino a che questo non raggiunge il finecorsa.

L'andamento delle tensioni in questo scenario è riportato nella *Figura 4.21*, nella quale si può osservare come le tensioni sul ramo lasco del nastro vadano completamente a zero. In questo caso il nastro perderebbe sicuramente il contatto con i tamburi, e quindi il modello cessa di essere valido.

Difatti i dati estrapolati dal modello per questo caso, sono utili esclusivamente per osservare il comportamento del sistema in un caso così estremo. Dal momento in cui le tensioni si annullano, il modello non è più in grado di fornire risultati verosimili.



*Figura 4.21: Andamento delle tensioni nel caso di sgancio del contrappeso.*

## 4.7 Condizione di guasto: impuntamento del tamburo di coda

Un'ultima modalità di guasto presa in considerazione è quella data dall'impuntamento di uno dei tamburi, in questo caso il tamburo di coda.

Potrebbe accadere che del materiale si depositi sul meccanismo che permette la rotazione di un tamburo, per via dei residui sul nastro stesso, o magari a causa di danni alla struttura del nastro, che lasciano così cadere del materiale.

Proprio per questo motivo si è preso in considerazione il tamburo di coda, il quale essendo il nastro inclinato, ed essendo estremamente vicino alla zona su cui viene caricato il materiale, è il più soggetto a questo tipo di guasto.

Per la simulazione si è fatto partire il nastro normalmente, portandolo alla ve-

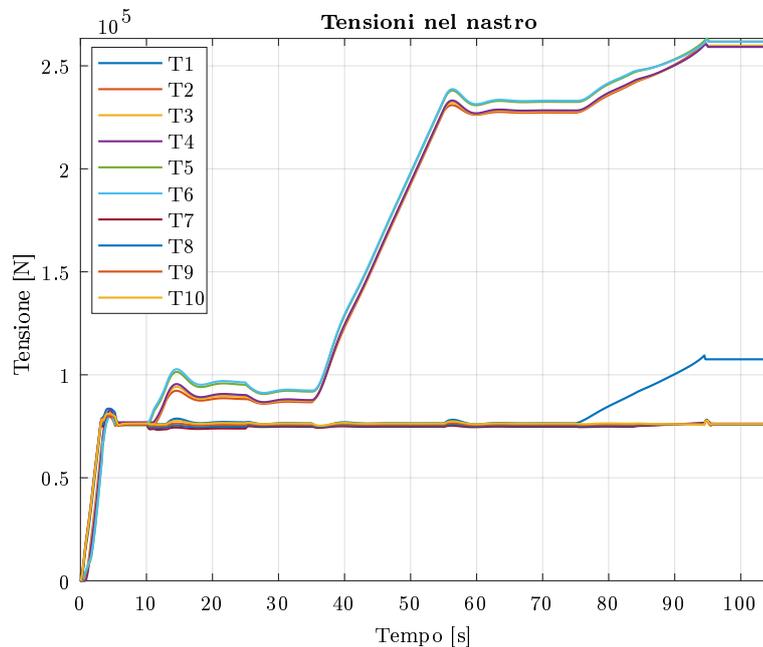


Figura 4.22: Andamento delle tensioni nel caso di sgancio del contrappeso.

#### 4.7. CONDIZIONE DI GUASTO: IMPUNTAMENTO DEL TAMBURO DI CODA

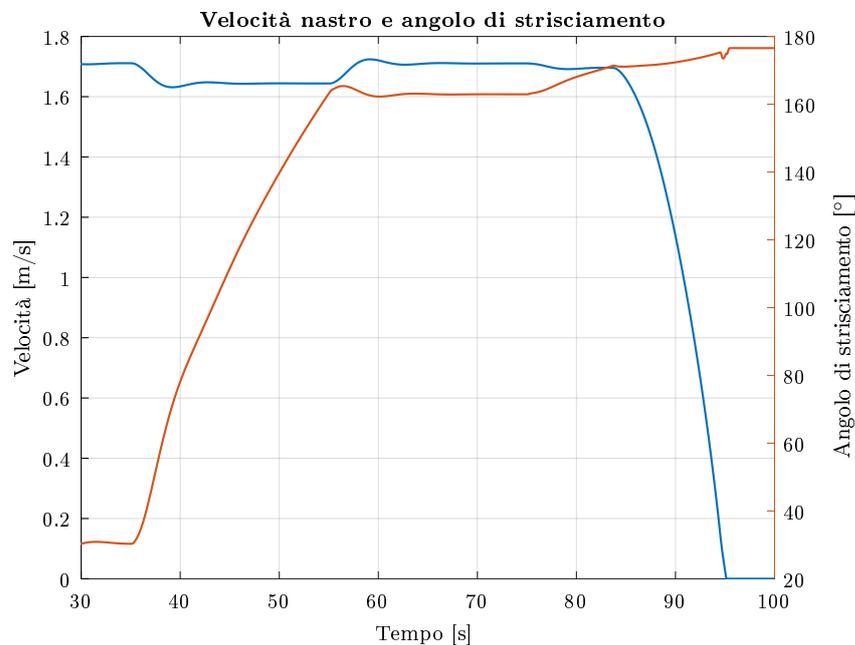
---

locità di set. In seguito si è cominciato a caricare il materiale, fino alla situazione di pieno carico e funzionamento a regime. Infine si è simulato il graduale aumento della resistenza alla rotazione del tamburo di coda fino al totale bloccaggio dello stesso. I tempi in cui avviene il fenomeno del bloccaggio non sono da considerarsi significativi e sono stati scelti solo per questione di rapidità di simulazione e non saturazione della memoria della macchina, in quanto il deposito di materiale è un processo che avviene molto lentamente.

Detto questo, si può osservare l'andamento delle tensioni nella *Figura 4.22*.

L'andamento è identico per la prima parte al caso in cui il nastro venga gradualmente caricato e si porta a regime. All'istante di tempo  $t = 75\text{ s}$ , cominciano ad essere incrementate le resistenze sul tamburo di testa, e si può notare come le tensioni crescano gradualmente fino a saturare, ad un certo punto.

Si può inoltre osservare come anche la tensione appena in uscita dal tamburo di



*Figura 4.23: Andamento della velocità e dell'angolo di strisciamento.*

#### 4.7. CONDIZIONE DI GUASTO: IMPUNTAMENTO DEL TAMBURO DI CODA

---

codà cominci a crescere nonostante normalmente questa si mantenga al valore minimo caratteristico del ramo lasco. Quest'aumento è ovviamente dovuto all'aumento delle resistenze alla rotazione.

Le tensioni arrivano a saturazione poiché la velocità del del nastro ad un certo punto si annulla, a causa delle forze resistenti troppo grandi. Inoltre l'angolo di strisciamento non supera il valore limite dell'angolo di avvolgimento totale, quindi il nastro mantiene l'aderenza con il tamburo motore (in realtà una volta che il nastro è fermo, l'angolo di strisciamento cessa di esistere; nel modello rimane al valore massimo a causa del modo in cui è stato definito, ma ciò non invalida i risultati).

Proprio per questo motivo, il motore rimarrà bloccato, non essendo il nastro in scorrimento globale e per cui cercherà di erogare il massimo della coppia dispo-

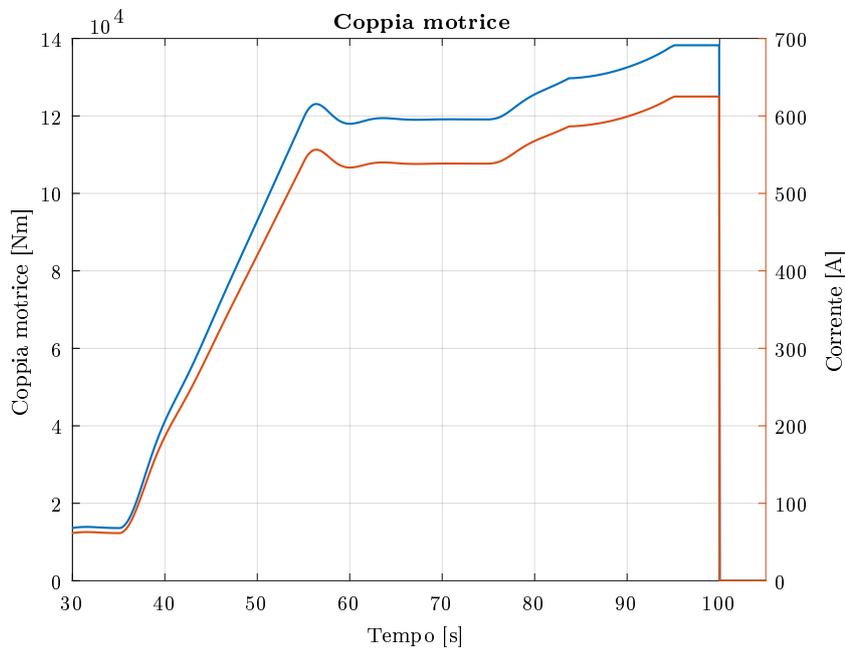


Figura 4.24: Coppia erogata dal motore.

#### 4.7. CONDIZIONE DI GUASTO: IMPUNTAMENTO DEL TAMBURO DI CODA

---

nibile, senza comunque riuscire a muovere il sistema. L'andamento della coppia erogata è riportato nella *Figura 4.24*. A questo punto, pur rimuovendo l'alimentazione al motore, si osserva come il sistema rimanga in tensione. Questo è dovuto alla presenza del sistema di sicurezza anti-rotazione, il quale non permette al nastro di scaricarsi una volta rimossa la coppia motrice.

Questa risulta essere una situazione molto pericolosa, in quanto, nonostante il nastro sia fermo e il motore non sia alimentato, nel nastro rimane immagazzinata un'elevatissima energia elastica, che se rilasciata per qualche motivo, può provocare danni ad attrezzature o personale a contatto col il trasportatore.

## Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato possibile studiare un sistema di trasporto continuo di materiale il cui funzionamento è basato fundamentalmente dalla capacità del nastro di deformarsi e instaurare delle tensioni al suo interno che gli permettono di essere movimentato attraverso l'utilizzo di tamburi.

Dopo aver studiato lo stato dell'arte dell'argomento, ed aver analizzato i vari metodi di calcolo utilizzati, tra cui quelli consigliati dalle normative vigenti, si è passati alla formulazione di un modello matematico in grado di definire il comportamento del sistema.

Questo modello matematico è stato quindi implementato in ambiente MATLAB/Simulink, attraverso il quale è stato possibile simulare varie condizioni di funzionamento, incluse alcune condizioni possibili di guasto.

Dalle simulazioni si è visto come il modello riesce a predire con buona precisione il comportamento di un trasportatore reale in quasi tutte le condizioni di funzionamento. Differenze più elevate potevano notarsi a nastro scarico, dove le resistenze fisse, non implementate nel modello, erano significative e risultavano evidenti le differenze tra i valori estrapolati dal modello e quelli ricavati seguendo metodi di calcolo convenzionali.

Il modello è già in grado di fornire risultati molto utili per il design del trasportatore o per l'analisi dei transitori e delle situazioni di guasto. Inoltre, è stato costruito pensando all'adattabilità a qualsiasi altra configurazione del sistema. In questo modo, apportando qualche modifica veloce, il modello può essere adattato facilmente a qualsiasi configurazione di trasportatore a nastro, entro i limiti del modello matematico descritto in questo lavoro.

Nonostante ciò, presenta ancora ampi margini di miglioramento. Infatti nel futuro potrebbe essere migliorata la definizione della dinamica del nastro, rimuovendo il vincolo di aderenza almeno in un punto con il tamburo, e permettendo così di analizzare in modo molto più accurato situazioni di scorrimento globale.

Inoltre, la tipologia di motore utilizzata in questo modello non trova applicazione nella realtà, per cui migliorando il sistema del motoriduttore, si potrebbero ottenere dei dati utili anche per lo studio di quest'ultimo. Infine, alcuni dei dati utilizzati in questo lavoro di tesi, sono stati assunti a partire da valori consigliati dalle normative. Per poter migliorare ancora di più la precisione del modello, sarebbe utile ottimizzare tutti i parametri a partire da dati ricavati attraverso prove sperimentali su un sistema reale.

# Bibliografia

- [1] R. Coeuillet, *Etude pratique d'un convoyeur en demarrage*, Revue de l'Industrie Minerale 36, 1955
- [2] A. Vierling and H. Oehmen, *Messungen an Förderbandanlagen*, Braunkohle, Wärme und Energie 9, 1958
- [3] J. Bahr, *Ergebnisse der Untersuchungen an der Bandanlage Mücheln*, Freiburger Forschungshefte, 1960
- [4] A. Vierling, *Ergebnisse weiterer Messungen an Förderbandanlagen*, Braunkohle, Wärme und Energie 9, 1961
- [5] A. Harrison, *Flexural behavior of tensioned conveyor belts*, Bulk Solids Handling 4, 1984
- [6] G. Lodewijks, *Transverse vibrations in flexible belt systems*, Delft University of Technology, report no. 94.3.TT.4270, 1994
- [7] A. Monte, *Elementi di impianti industriali – IV edizione*, 2003
- [8] Dunlop – Enerka, *Conveyor Belt Technique – Design and Calculation*
- [9] Conveyor Equipment Manufacturers Association, *Belt Conveyors for Bulk Materials*, 2002
- [10] Y. F. Liu, J. Li, Z. M. Zhang, X. H. Hu and W. J. Zhang, *Experimental comparison of five friction models on the same test-bed of the micro stick-slip motion system*, 2015
- [11] Yu-Jin Li, *Research of Dynamic Characteristic of Belt Conveyor*, 2017
- [12] Piotr M Kulinowski, *Simulation Method of Designing and Selecting Tensioning Systems for Mining Belt Conveyors*, 2014
- [13] G. Lodewijks, *Two Decades Dynamics of Belt Conveyor Systems*