

POLITECNICO DI TORINO

**I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**



Tesi di Laurea Magistrale Misure estensimetriche su componenti meccanici

Relatore

Prof. Curà Francesca Maria

Correlatore

Ing. Mura Andrea

Candidato

Bonfanti Andrea

Indice

INTRODUZIONE	4
1 RICHIAMI DI ESTENSIMETRIA.....	5
1.1 Estensimetri metallici e trasduttori elettrici	5
1.2 Caratteristiche tipologie e forme costruttive degli estensimetri resistivi metallici	7
1.3 Il ponte di Wheatstone	8
2 STRUMENTAZIONE.....	11
2.1 Rosette estensimetriche	11
2.2 Scheda di acquisizione “Quantum X”	12
2.3 Programma di acquisizione “Catman”	13
2.4 Cablaggi per il collegamento estensimetri-scheda di acquisizione	13
3 PROVE PRELIMINARI	13
3.1 Collegamento a quarto di ponte a tre conduttori	14
3.2 Esecuzione delle prove.....	15
4 PROVE SU BARRA DI TORSIONE	19
4.1 Rimozione e applicazione estensimetri	20
4.2 Collegamenti tra estensimetri e centralina.....	25
4.3 Modalità e prove di acquisizione	27
4.4 Calcoli teorici flesso-torsione	30
4.5 Calcoli teorici torsione pura	33
4.6 Acquisizioni e calcoli sperimentali a flesso-torsione	34
4.6.1 Stato di sforzo biassiale: calcolo tensioni e direzioni principali	38
4.7 Acquisizioni e calcoli sperimentali a torsione pura.....	44
4.8 Confronto risultati a flesso-torsione	48
4.9 Confronto risultati a torsione pura	53
4.10 Cerchi di Mohr.....	58
4.11 Isteresi	61
4.12 Calcolo inverso	66
5 ACCOPPIAMENTO SCANALATO.....	75
5.1 Caratteristiche banco prova.....	76
6 CONCLUSIONI.....	80
<i>Bibliografia</i>	82
RINGRAZIAMENTI.....	83

INTRODUZIONE

Per trasmettere coppie molto elevate tra albero e mozzo, garantendo l'assenza di moto relativo tra le parti, il sistema più utilizzato è l'accoppiamento scanalato. Spesso, a causa di esigenze costruttive, gli accoppiamenti scanalati vengono montati con un disallineamento angolare tra albero e mozzo. Questa condizione di lavoro, nel tempo, provoca un danneggiamento e un'usura più rapida dell'accoppiamento a causa di un'intensificazione dei sovraccarichi locali e soprattutto la nascita di momenti spuri di entità incognita che vanno a gravare sull'albero e sui cuscinetti. Al fine di valutare l'influenza di questi fenomeni sull'accoppiamento, sono state eseguite ricerche e articoli prettamente teorici orientati allo studio del fenomeno del fretting, dell'influenza del disallineamento sull'usura e della nascita di due momenti spuri detti tilting moment e friction moment [1], che vanno a gravare sui cuscinetti riducendone la vita utile. Questo lavoro di tesi va quindi a completare gli studi precedenti con l'obiettivo di andare a misurare sperimentalmente, con l'utilizzo di estensimetri, i carichi e i momenti a cui è effettivamente sottoposto l'accoppiamento scanalato durante la trasmissione del moto al variare degli angoli di disallineamento. Nello studio eseguito, per prendere confidenza con la strumentazione e vista la complessità del problema, si è partiti misurando le deformazioni indotte ad una travetta in acciaio incastrata ed estensimetrata soggetta a flessione pura. Successivamente dal caso più semplice della travetta, si è andati a modellare la condizione di lavoro dello scanalato disallineato come una trave incastrata soggetta a flesso-torsione. Pertanto è stata applicata una rosetta estensimetrica su una trave a "T" caricata in modo da sollecitare la sezione con l'estensimetro a torsione pura e successivamente a flesso-torsione (condizione di lavoro dello scanalato disallineato). Si è poi andati a confrontare i risultati ottenuti dalle misure sperimentali con quelli derivanti dalla trattazione teorica e li si è posti a confronto, in modo da verificarne la corrispondenza che è risultata verificata soprattutto per la flesso-torsione. Per la torsione pura infatti si è riscontrata una leggera differenza tra risultati teorici e sperimentali probabilmente legati all'orientamento della rosetta. E' stata poi messa a punto una procedura di calcolo inverso, ovvero: note le tensioni principali calcolate partendo dalle deformazioni lette dagli estensimetri, sono stati calcolati il momento flettente e torcente che le ha generate. Tale procedura di calcolo è stata implementata anche nell'ultima parte dello studio in cui, in seguito all'applicazione di estensimetri sull'accoppiamento scanalato montato su una macchina di prova, si sono acquisite le deformazioni al variare dell'angolo di disallineamento. Avendo appurato il funzionamento del metodo sul modello semplificato a meno di piccoli errori, la stessa analisi può essere portata sullo scanalato vero e proprio sfruttando il banco prova per accoppiamenti scanalati.

1 RICHIAMI DI ESTENSIMETRIA

Gli estensimetri sono strumenti di misura utilizzati per rilevare piccole deformazioni dimensionali in un corpo fisico soggetto a sollecitazioni termiche e meccaniche che vengono prodotti in infinite versioni. Da ciò risulta un'eccezionale capacità di adattamento ai più disparati compiti di misurazione, anche in caso di condizioni secondarie difficili. I principali campi di applicazione della tecnica di misurazione con estensimetri sono:

- l'analisi sperimentale delle sollecitazioni compresa la misurazione dei modelli e la biomeccanica;
- la costruzione di trasduttori di grandezze fisiche;

Nel seguito, vengono riprese alcune nozioni fondamentali al funzionamento, al collegamento e all'applicazione degli estensimetri che sono state utilizzate nella realizzazione dello studio e indispensabili al fine di garantire il minore errore di misura possibile in fase di misurazione [2] [3] [4] .

1.1 Estensimetri metallici e trasduttori elettrici

Il funzionamento degli estensimetri metallici si basa sulla relazione tra resistenza e deformazione dei conduttori elettrici scoperta da Wheatstone e Thomson. Ogni conduttore elettrico infatti varia la propria resistenza in seguito ad una sollecitazione meccanica (ad esempio forze di trazione o di compressione). Gli estensimetri metallici vengono generalmente impiegati nella realizzazione di trasduttori elettrici, così chiamati poiché permettono la misura della deformazione in modo indiretto, grazie alla variazione di resistività che essi stessi subiscono. Come noto il valore della resistenza elettrica di un conduttore è direttamente proporzionale alla resistività del materiale in uso e alla lunghezza del conduttore considerato, e inversamente proporzionale all'area della sezione del conduttore stesso: $R = \frac{\rho * L}{A}$

ρ : resistività del conduttore [Ω m];

L : lunghezza del conduttore [m];

A : sezione retta del conduttore [m²]

La variazione di resistenza va attribuita a due cause:

- la deformazione del conduttore sfruttata nei trasduttori a filo o a lamina metallica;
- il mutamento della resistenza specifica del materiale del conduttore causata da variazione della struttura interna del materiale stesso. Effetto sfruttato nei trasduttori a semiconduttore o piezoresistivi;

Questo fenomeno è descritto e riassunto dalla seguente relazione:

$$\frac{dR}{R} = \varepsilon(1 + 2\nu) * \frac{dL}{L} + \frac{d\rho}{\rho}$$

ν : coefficiente di Poisson;

R: resistenza elettrica [Ω]

ε : allungamento ($\frac{dL}{L}$)

Un fattore che assume notevole importanza negli estensimetri e che ne esprime la loro sensibilità, è il gage factor o fattore di taratura dell'estensimetro "k". Esso è calcolabile tramite il rapporto tra variazione di resistenza e suo valore iniziale, rapportata all'allungamento.

$$K = \frac{dR/R}{dL/L} = \varepsilon(1 + 2\nu) + \frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dL}{L}}$$

$\varepsilon(1 + 2\nu) \approx 2$ variazione o guadagno legato al cambio di geometria;

$\frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dL}{L}} \approx 40 \div 400$ variazione o guadagno legato al cambio di resistività

Valori della sensibilità nel caso di estensimetri metallici come quelli da noi utilizzati sono: $k = 2$, con tolleranze del 1%. Le deformazioni invece vengono direttamente convertite dalla scheda di acquisizione "Quantum X" e sono visibili sull'interfaccia grafica del programma "Catman" in termini di micro-deformazioni.

1.2 Caratteristiche tipologie e forme costruttive degli estensimetri resistivi metallici

Gli estensimetri possono avere forme e dimensioni diverse [3]. Oltre a griglie di misurazione di diversa lunghezza si possono trovare collegamenti di varie forme e lunghezze diverse. Si distinguono inoltre i cosiddetti estensimetri lineari a disposizione semplice o doppia (parallela), rosette a X con gli assi della griglia di misurazione disposti fra loro a 90° , rosette a R con assi disposti ad una determinata angolazione, catene di estensimetri e numerose altre forme speciali. La molteplicità delle dimensioni e delle forme è la conseguenza del necessario adattamento alle richieste di soluzioni disparate, ad esempio quando l'oggetto è abbastanza grande, sono ottimali gli estensimetri con una lunghezza della griglia di misura da 3 a 6 mm, quando lo spazio di applicazione è limitato invece, esistono estensimetri con griglie di misura estremamente sottili e collegamenti ai lati delle griglie stesse. Il segnale di misurazione di un estensimetro metallico è proporzionale alla variazione di lunghezza relativa (deformazione) e non alla variazione di lunghezza assoluta. Per questo motivo la lunghezza assoluta non influisce sulla sensibilità dello strumento. Al contempo, la sensibilità di un solo tratto di conduttore incollato al pezzo non è sufficiente per avere l'accuratezza necessaria ai fini della misurazione. Il filo di materiale conduttore negli estensimetri è pertanto disposto a serpentina, in modo da migliorare la sensibilità senza obbligare a disporre di una lunghezza iniziale di misura "L" eccessiva. Tuttavia l'estensimetro risulterà parzialmente sensibile anche alle deformazioni secondo la direzione trasversale alla direzione attiva (figura 1, [2]) a causa della presenza dei gomiti della serpentina che, anche se per un breve tratto, investono la direzione perpendicolare a quella di misura. Per ridimensionare il problema e ridurre la sensibilità trasversale, così viene chiamato questo fenomeno, si realizzano estensimetri con raccordi a sezione maggiore. Ciò consente nella maggior parte dei casi di non dover ricorrere a una correzione dei valori di misura a meno di deformazioni trasversali molto estese in misurazioni in cui è richiesta un'altissima precisione.

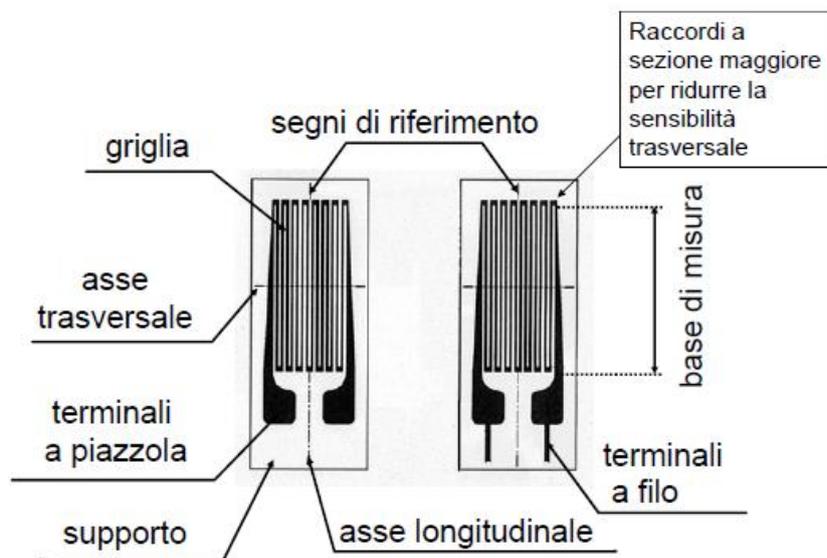


Figura 1 Griglia di misura dell'estensimetro

1.3 Il ponte di Wheatstone

Solitamente per gli estensimetri il condizionamento del segnale avviene attraverso il ponte di Wheatstone. La sequenza a cui quindi l'estensimetro viene sottoposto può quindi essere riassunta così: applicazione carico, sollecitazione della sezione del pezzo, deformazione del provino, variazione di resistenza, e a questo punto entra in gioco il ponte prima citato, in grado di commutare la deformazione subita dalla griglia dell'estensimetro in segnale elettrico misurabile, in tal senso può essere utilizzato in diversi modi per la misurazione di resistenze:

- per determinare il valore assoluto di una resistenza confrontandola con una di grandezza nota;
- per determinare delle variazioni relative di resistenza;

Nell'utilizzo degli estensimetri viene utilizzata la seconda modalità che permette grande precisione nella misurazione di variazioni relative di resistenza. Che variano tra $10^{-4}\Omega \div 10^{-2}\Omega$.

La figura è la rappresentazione elettrica del ponte dove i quattro rami del ponte sono formati dalle esistenze R_1, R_2, R_3, R_4 .

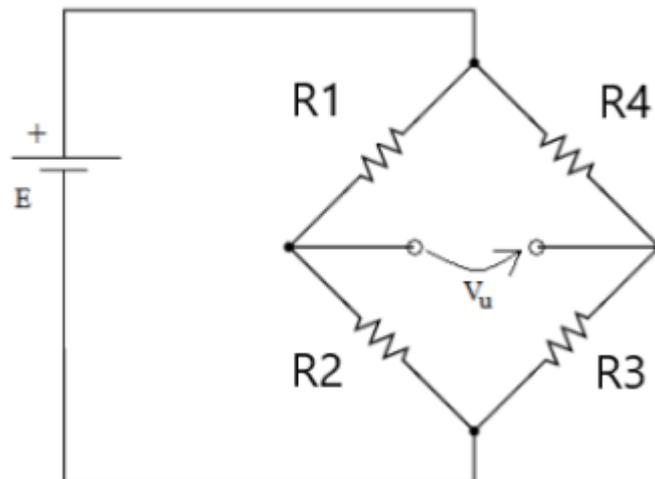


Figura 2 Ponte di Wheatstone

Si possono notare due punti d'angolo del ponte collegati alla tensione di alimentazione E mentre gli altri due sono indicativi della tensione di uscita V_u . L'alimentazione solitamente avviene a tensione continua. La tensione di alimentazione si suddivide sui due semi-ponti R_1, R_2 e R_3, R_4 in rapporto all'entità delle resistenze del ponte.

La tensione di uscita del ponte V_u , sarà pari alla differenza tra le due tensioni parziali V_1 e V_4 calcolabili a loro volta con un partitore di tensione:

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} * E$$

$$V_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} * E$$

$$V_u = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) * E = V_1 - V_2$$

Ci sono due condizioni per cui $V_u = 0$:

- Quando tutte le resistenze del ponte sono uguali $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$
- Quando tutti i rapporti di resistenza delle due metà del ponte sono uguali $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$

In questi casi si dice che il ponte è bilanciato. Si definisce sbilanciamento del ponte il rapporto $\frac{V_u}{E}$ che in caso di ponte bilanciato è uguale a zero. Se tutte le resistenze del ponte variano rispettivamente di $\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$ il ponte non è bilanciato pertanto nasce una tensione all'uscita $V_u \neq 0$, il cui valore per piccole deformazioni (campo elastico) può essere calcolato con la formula semplificata:

$$V_u = E * \left(\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \right) * \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

Nella pratica però tutti i rami del ponte devono possedere la stessa resistenza o per lo meno le due metà ponte $R_1=R_2=R_0$ e $R_3=R_4=r*R_0$ con $r=1$ quando tutte le resistenze sono costituite da estensimetri, la V_u può essere scritta in una forma ulteriormente semplificata:

$$V_u = \frac{E}{4} * \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

Ricordando dal paragrafo 1.1 che un estensimetro metallico deformato subisce una variazione di resistenza pari a:

$$\frac{\Delta R}{R} = k * \varepsilon$$

Si può scrivere che

$$V_u = \frac{Ek}{4} * (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \frac{Ek}{4} * \varepsilon_{tot}$$

Questo mette in evidenza la proprietà del ponte di Wheatstone secondo la quale le deformazioni relative ad estensimetri posti su lati adiacenti del ponte si sottraggono, mentre quelle relative ad estensimetri posti su lati opposti si sommano. Grazie a questa proprietà è possibile combinare le deformazioni dei singoli estensimetri per compensare deformazioni spurie ed aumentare la precisione e l'intensità dei segnali di misura.

Nell'utilizzo degli estensimetri metallici o più in generale nella pratica estensimetrica, non sempre tutte le resistenze del ponte sono costituite da estensimetri infatti, è più frequente che solo una parte dei lati del ponte venga occupata dall'estensimetro, il resto viene formato con resistenze di complemento (figura 3).

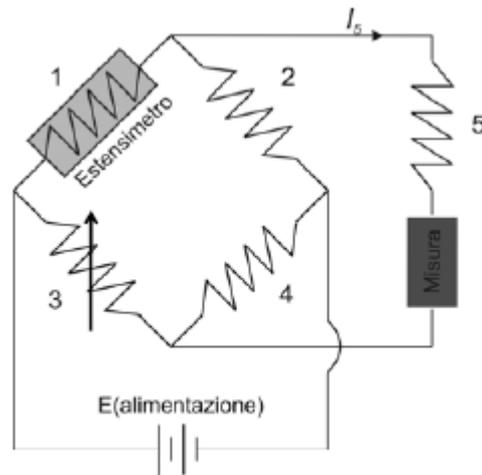


Figura 3 Ponte di Wheatstone nella pratica estensimetrica

Per la differenziazione esistono 4 configurazioni del ponte di Wheatstone utilizzate nella tecnica estensimetrica:

- quarto di ponte
- semi-ponte
- ponte a 2/4 o diagonale
- ponte intero

A seconda che le variazioni di resistenza si verifichino in uno o più lati del ponte e in relazione all'entità e al segno della variazione di resistenza, può avere luogo una deviazione di linearità più o meno grande. Si ha una deviazione di linearità massima nel collegamento a quarto di ponte e in ugual modo nel collegamento diagonale.

2 STRUMENTAZIONE

Per poter eseguire lo studio sopra citato e quindi le misurazioni desiderate, ci si è serviti della seguente strumentazione messa a disposizione dal Politecnico di Torino:

- Rosette estensimetriche HBM con rispettivo kit di applicazione;
- Scheda di acquisizione “quantum X”;
- Programma di acquisizione “Catman”
- Cablaggi e materiale per il collegamento estensimetri-scheda di acquisizione;

2.1 Rosette estensimetriche

La rosetta utilizzata e applicata alla barra di torsione fa parte della serie RY di HBM adatta per analizzare le condizioni di sollecitazioni biassiali senza conoscere le direzioni della direzione principale [5]. In particolare, come mostrato in figura 4, si tratta di una rosetta rotonda con tre griglie di misura disposte a $0^\circ/45^\circ/90^\circ$ e piazzole di saldatura integrate.

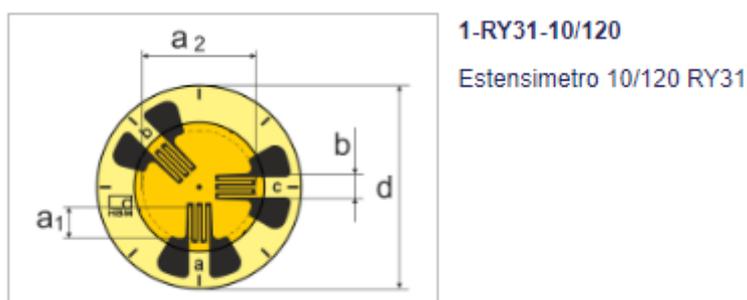


Figura 4 Rosetta serie RY impiegata nello studio

Nelle rosette a stella o a croce, le griglie di misurazione sono sovrapposte. Ciò ha il vantaggio che le componenti di dilatazione possono essere determinate sullo stesso punto nello spazio più ristretto possibile. Si hanno però degli svantaggi dovuti alla distanza non uniforme dell'oggetto da misurare soprattutto quando oggetti dalle pareti sottili o superfici curve sono oggetti a sforzo di flessione. Le rosette con le griglie affiancate sullo stesso piano, come quelle della serie RY, consentono di far fronte a questo problema, inoltre consentono una migliore dissipazione del calore legato al passaggio di corrente nelle griglie che tende a surriscaldare gli estensimetri se applicati l'uno sopra l'altro.

L'estensimetro a rosetta è stato applicato al punto di interesse della barra di torsione da studiare e la direzione della griglia è stata scelta opportunamente in relazione all'oggetto da misurare. Sono stati poi registrati i valori di misurazione di ogni singola griglia misurati allo stato di partenza. Siccome per questo lavoro di tesi non sono stati previsti sforzi di flessione sovrapposti, non è stato necessario applicare una seconda rosetta sul lato opposto della barra di torsione.

2.2 Scheda di acquisizione “Quantum X”

Si tratta di un sistema di acquisizione dati (DAQ) che consente di soddisfare tutte le esigenze di prova e misura per diverse grandezze fisiche e diverse tecnologie di sensori [6].



Figura 5 Amplificatore universale HBM-MX840B

Questo sistema di acquisizione dati può essere combinato con sensori HBM e il software “Catman” per avere una soluzione completa di test di misura. La centralina utilizzata è un amplificatore universale a otto canali e supporta le seguenti tecnologie di trasduttori:

- Estensimetri full-bridge o half-bridge;
- Estensimetro quarter bridge con adattatore;
- Trasduttori piezoelettrici alimentati a corrente (IEPE / ICP®);
- Full bridge piezoresistivo;
- Termometri di resistenza (PT100 / PT1000);
- Termocoppie (tipi K, N, R, S, T, B, E, J, C);
- Resistore ohmico;
- Trasduttori potenziometrici;
- Half o full bridge induttivo, LVDT;
- Tensione ($\pm 100\text{mV}$, $\pm 10\text{V}$, $\pm 60\text{V}$);
- Corrente (0 / 4, 20 mA, 2, 3 o 4 fili);
- Canale 5-8, inoltre: frequenza, contatore, encoder rotativo, SSI;
- Bus CAN;

2.3 Programma di acquisizione “Catman”

Il software “Catman” di HBM si integra perfettamente con “Quantum X”. Consente una visualizzazione di qualità dei dati del sensore, memorizza i dati in formato binario per poi elaborare report dopo la misurazione, può essere automatizzato in modo da analizzare i dati direttamente durante il processo o in modalità post-process [7].

2.4 Cablaggi per il collegamento estensimetri-scheda di acquisizione

Per collegare la rosetta estensimetrica con i terminali di acquisizione, sono stati utilizzati adattatori da estensimetro quarter-bridge (figura 6). L’adattatore consente di effettuare misurazioni con i singoli estensimetri in un circuito quarter-bridge e con configurazione a tre fili.



Figura 6 Adattatore da estensimetro quarter-bridge a D-SubHD-15

L’adattatore completa l'estensimetro con 3 resistori di precisione, a formare un full bridge. Le versioni disponibili dell’adattatore sono pensate per estensimetri da 120, 350, 700 o 1000 ohm e possono essere collegate a qualunque amplificatore QuantumX con ingresso full-bridge e presa SubHD. Quindi compatibile con il resto della strumentazione citata fin qui. I parametri necessari, come il fattore bridge e di trasduzione, l’unità fisica e i dati di taratura vengono salvati direttamente sull'adattatore nel TEDS tramite software [8].

3 PROVE PRELIMINARI

In fase preliminare, come precedentemente anticipato, è stato analizzato il comportamento a flessione di una barretta incastrata a sezione rettangolare utilizzando un estensimetro monoassiale a resistenza elettrica collegato a quarto di ponte. L’estensimetro era già applicato alla barretta, pertanto si è trattato di effettuare correttamente il collegamento a quarto di ponte utilizzando i tre conduttori presenti nel cavo di collegamento estensimetro - connettore D-SubHD15. Tale connettore andrà a completare il ponte andando a formare un full-bridge con tre resistori di precisione integrati.

3.1 Collegamento a quarto di ponte a tre conduttori

Nel caso del quarto di ponte semplice. L'estensimetro forma insieme con i cavi di connessione il ramo di ponte 1; le resistenze R2, R3, R4 completano il collegamento.

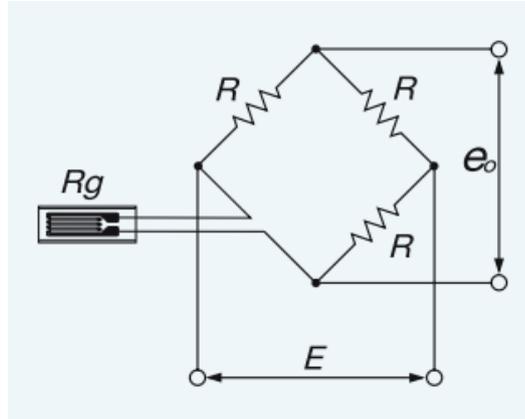


Figura 7 Collegamento a quarto di ponte semplice

La resistenza del ramo di ponte 1 si compone delle resistenze singole dell'estensimetro R_{DMS} , della linea di andata R_{k1} e della linea di ritorno R_{k2} . Nella misurazione delle dilatazioni con estensimetri, la variazione di resistenza relativa dell'estensimetro è proporzionale alla deformazione che la causa:

$$\frac{\Delta R_{DMS}}{R_{DMS}} = \varepsilon * k$$

Il collegamento a quarto di ponte semplice vede la variazione di resistenza dell'estensimetro ΔR_{DMS} relativa alla resistenza totale del ramo di ponte 1 e perciò una variazione di resistenza relativa inferiore:

$$\frac{\Delta R_{DMS}}{R_{k1} + R_{DMS} + R_{k2}} < \varepsilon * k$$

Per questo motivo il segnale di misurazione diventa troppo piccolo, pertanto la lunghezza del cavo influenza il risultato della misurazione in modo importante.

Nel caso di quarto di ponte con collegamento a tre conduttori, solo il cavo di andata è in serie con l'estensimetro. Di conseguenza solo la resistenza R_{k1} influisce sul segnale di misura dell'estensimetro 1. La linea di ritorno con R_{k2} si trova nel ramo passivo e non ha perciò influenza sul risultato di misura. La variazione di resistenza relativa in questo caso è:

$$\frac{\Delta R_{DMS}}{R_{k1} + R_{DMS}} < \varepsilon * k$$

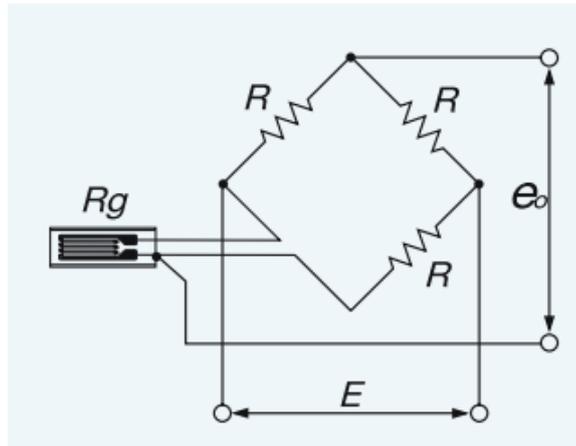


Figura 8 Collegamento a quarto di ponte a tre conduttori

Siccome generalmente la lunghezza del filo di andata corta è un valore molto prossimo a $k \cdot \varepsilon$ per questo è stata scelta questa configurazione.

3.2 Esecuzione delle prove

Le prove preliminari sono state svolte caricando la travetta con tre provini con massa crescente e andando a registrare i valori di deformazione letti dall'estensimetro.



Figura 9 Provini per prove preliminari

Le caratteristiche della trave sono riassunte in tabella 1 e in figura 10, in nero è rappresentato l'estensimetro:

Dati trave		
E	200000	MPa
b	2	mm
h	20	mm
l	125	mm

Tabella 1 caratteristiche e dimensioni travetta

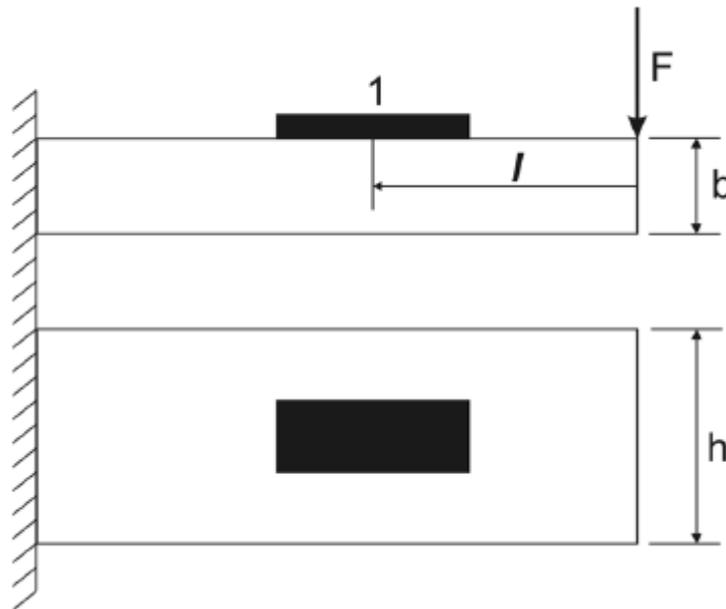


Figura 10 Rappresentazione trave incastrata sollecitata a flessione

Note le masse dei tre provini, sono poi stati eseguiti i seguenti calcoli teorici riassunti in tabella 2:

$$F = M * g$$

$$M_f = F * l$$

$$\sigma_f = \frac{6 * M_f}{h * b^2} =$$

$$\varepsilon_{f\text{teorico}} = \sigma_f * \frac{10^6}{E} = \left[\frac{\mu m}{m} \right]$$

Con F si è indicata la forza peso, con M_f il momento flettente, con σ_f la tensione dovuta al momento flettente applicato e con ε_f la deformazione nell'unità di misura indicata.

Provino 1		
massa	0,157	kg
F	1,54	N
Mf	193,01	N*mm
σ_f	14,48	MPa
ε_f	72,38	[$\mu\text{m}/\text{m}$]

Provino 2		
massa	0,366	kg
F	3,59	N
Mf	448,93	N*mm
σ_f	33,67	MPa
ε_f	168,35	[$\mu\text{m}/\text{m}$]

Provino 3		
massa	0,810	kg
F	7,94	N
Mf	992,65	N*mm
σ_f	74,45	MPa
ε_f	372,24	[$\mu\text{m}/\text{m}$]

Tabella 2 Calcoli teorici

Sono poi stati eseguiti 3 cicli di carico-scarico per ogni provino e sono stati acquisite le micro-deformazioni lette dall'estensimetro applicato alla travetta. A partire dalle deformazioni misurate sono state calcolate le tensioni sulla sezione estensimetrata e gli scostamenti percentuali tra tensioni/deformazioni teoriche e sperimentali con le seguenti relazioni:

$$\sigma_f = E * \varepsilon * 10^{-6}$$

$$\Delta\mu\varepsilon [\%] = (\varepsilon_{f\text{sperim.}} - \varepsilon_{f\text{teorico}}) / (\varepsilon_{f\text{sperim.}})$$

$$\Delta\sigma_f [\%] = (\sigma_{f\text{sperim.}} - \sigma_{f\text{teorico}}) / (\sigma_{f\text{sperim.}})$$

Ciclo di carico 1	Carico		Scarico		Scostamenti %	
	$\mu\varepsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	σ_f [Mpa]	$\mu\varepsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	σ_f [Mpa]	$\Delta\mu\varepsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	$\Delta\sigma_f$ [Mpa]
Provino 1	78,94	15,79	4,01	0,80	0,08	0,08
Provino 2	176,50	35,30	4,57	0,91	0,05	0,05
Provino 3	381,43	76,29	6,52	1,30	0,02	0,02

Ciclo di carico 2	Carico		Scarico		Scostamenti %	
	$\mu\varepsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	σ_f [Mpa]	$\mu\varepsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	σ_f [Mpa]	$\Delta\mu\varepsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	$\Delta\sigma_f$ [Mpa]
Provino 1	75,18	15,04	0,75	0,15	0,04	0,04
Provino 2	171,05	34,21	1,09	0,22	0,02	0,02
Provino 3	381,35	76,27	1,98	0,40	0,02	0,02

Ciclo di carico 3	Carico		Scarico		Scostamenti %	
	$\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	σ_f [Mpa]	$\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	σ_f [Mpa]	$\Delta\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	$\Delta\sigma_f$ [Mpa]
Provino 1	75,00	15,00	0,15	0,03	0,03	0,03
Provino 2	167,06	33,41	0,14	0,03	-0,01	-0,01
Provino 3	377,78	75,56	0,54	0,11	0,01	0,01

Tabella 3 Calcoli sperimentali

Al fine di verificare la corrispondenza tra risultati teorici e sperimentali sono stati riassunti e confrontati i risultati in un grafico deformazione-forza applicata:

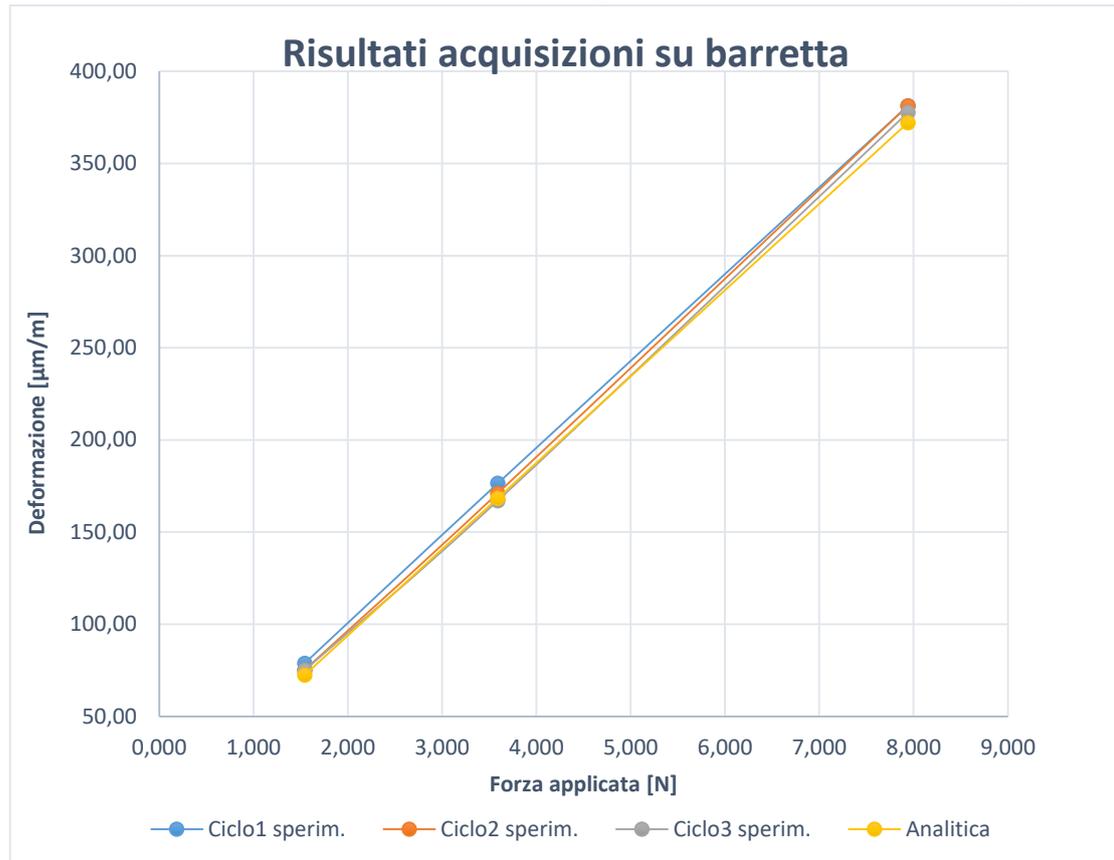


Grafico 1 Confronto risultati teorici-sperimentali

Si può notare la corrispondenza tra teoria e misure sperimentali a conferma di scostamenti percentuali tra deformazioni teoriche e sperimentali molto piccoli.

4 PROVE SU BARRA DI TORSIONE

Come anticipato nell'introduzione, abbiamo considerato un modello semplificato costituito da una barra di torsione a "T".



Figura 11 Barra di torsione

Dopo la rimozione dei precedenti sensori presenti sulla barra di torsione, la prima fase è stata orientata all'applicazione di una nuova rosetta estensimetrica e al suo collegamento con la strumentazione. Nella seconda fase, dopo aver realizzato il vincolo di incastro per la barra di torsione, sono stati eseguiti tre cicli di carico-scarico per ogni lato della trave incastrata, sollecitandola prima a flessione-torsione e poi a torsione pura e acquisendone i valori di deformazione per ogni ciclo. Infine, sono state calcolate le tensioni e le direzioni principali dai dati sperimentali e sono state confrontate con i risultati teorici. In un'ultima fase è stata poi messa a punto una procedura di calcolo inverso, dove dalle tensioni principali misurate si è risaliti al momento flettente/torcente che le genera e si sono confrontati anche in questo caso i risultati ottenuti sperimentalmente con i momenti torcenti e flettenti teorici.

4.1 Rimozione e applicazione estensimetri

A causa della presenza di una rosetta installata per acquisizioni e ricerche precedenti, la prima fase si è dedicata alla rimozione di tali estensimetri e alla successiva preparazione della superficie per l'applicazione di una nuova rosetta.

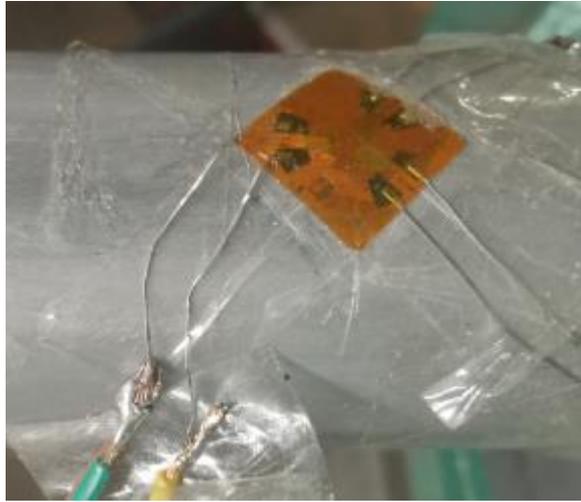


Figura 12 Rosetta stato di fatto

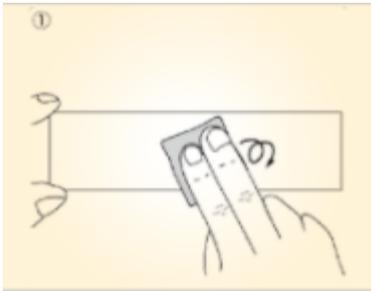
In seguito alla rimozione di tale rosetta infatti, la superficie si è presentata con segni di incisione per il centraggio e colla residua dalla precedente applicazione.



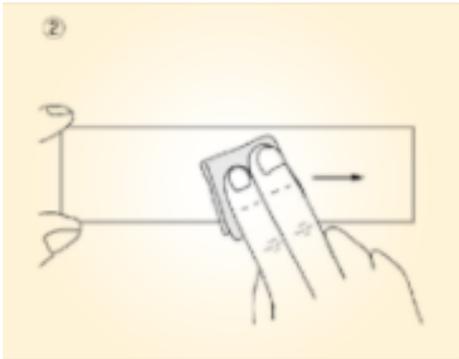
Figura 13 Superficie dopo rimozione rosetta

Siccome la qualità dell'installazione dipende fondamentalmente dalla preparazione del punto di incollaggio, la superficie deve risultare uniforme, non troppo ruvida e priva di ossido ottenibile attraverso i seguenti passaggi [9]:

- Carteggiare con carta abrasiva, (grana≈ 300) con movimento circolare, la superficie di applicazione su di un'area abbondantemente più grande rispetto alle dimensioni dell'estensimetro



- Utilizzando del cotone assorbente, della garza o della carta SILBON imbevuti di acetone, pulire con decisione con movimento in un'unica direzione la zona di incollaggio. La frizione non unidirezionale non pulisce adeguatamente la superficie. Cambiare sempre più frequentemente il pad di cotone assorbente. Dopo la pulizia tracciare la posizione di incollaggio.



Al termine di questi due passaggi la superficie di applicazione si è presentata come in figura:



Figura 14 Superficie di applicazione dopo trattamento

Al fine di misurare la deformazione con gli estensimetri metallici, questa deve essere trasmessa senza perdite dall'oggetto da esaminare all'estensimetro. A questo scopo è necessario stabilire una stretta unione fra i due elementi. Nella maggior parte dei casi solo le superfici esposte possono essere misurate. La stretta unione superficiale necessaria fra oggetto ed estensimetro viene ottenuta con ottimi risultati tramite adesivi. Nel nostro caso è stato utilizzato il collante Z70 fornito nel kit HBM.

Si è successivamente alle fasi di applicazione della rosetta, per le quali si è fatto uso di una pinzetta per maneggiare la rosetta, di una squadra e di un tracciatore per posizionare al meglio la rosetta.



Figura 15 Pinzetta



Figura 16 Collante Z70

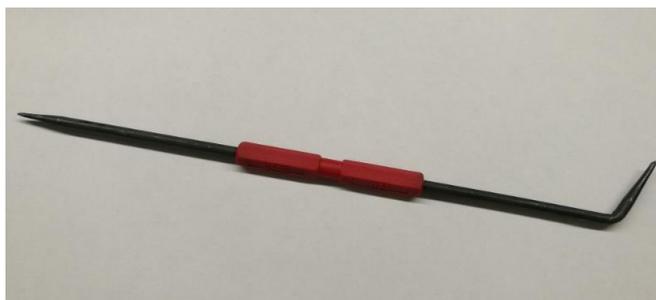


Figura 17 Tracciatore per metalli



Figura 18 Squadra USAG

- Distinguere la parte anteriore dell'estensimetro (lato con griglia metallica) da quella posteriore. Applicare una goccia di colla sulla parte posteriore e subito posizionare l'estensimetro sulla zona di incollaggio. Se l'estensimetro non presenta fili di collegamento già saldati, utilizzare una pinzetta per manovrare la rosetta e successivamente un pezzo di nastro adesivo come mostrato in figura. Per evitare gli effetti negativi di un trattamento troppo accelerato non diffondere la colla sul dorso.

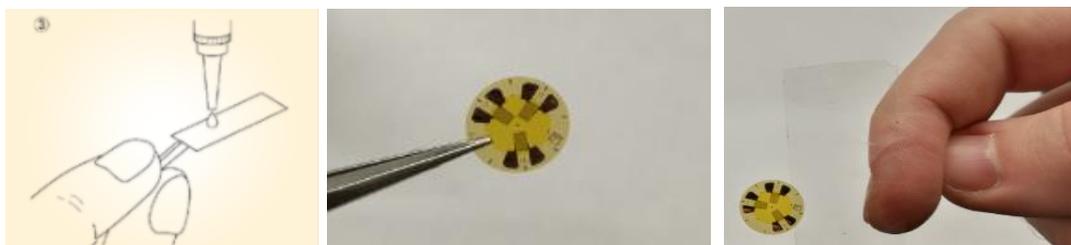


Figura 19 Applicazione colla e movimentazione rosetta

- Coprire l'estensimetro con un foglio di polietilene e premere con forza ed ininterrottamente per circa un minuto; i passaggi 3 e 4 vanno eseguiti molto rapidamente altrimenti l'adesivo perde di efficacia. Una volta che l'estensimetro è stato posizionato non deve essere più mosso per aggiustarne la posizione. L'estensimetro è stato posizionato con una griglia allineata con l'asse della barra e con le altre due griglie a 45° rispetto all'asse.



Figura 20 Incollaggio e pressione con foglio di polietilene

- Una volta che l'adesivo è asciugato rimuovere il foglio di polietilene e verificare le condizioni di incollaggio. Idealmente, il collante dovrebbe essere solo leggermente fuoriuscito dal perimetro dell'area occupata dall'estensimetro.

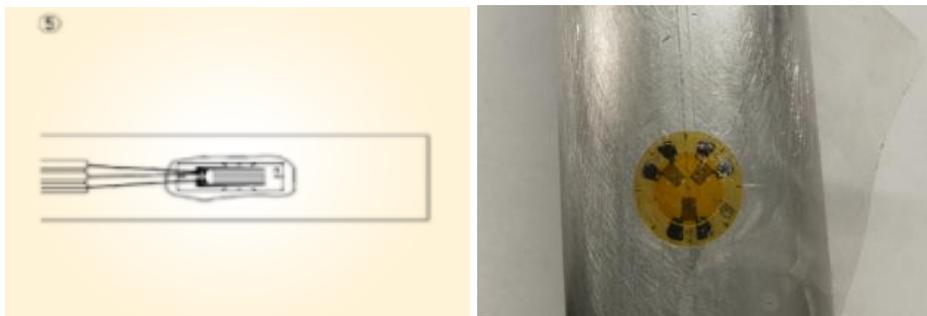


Figura 21 Condizioni dopo l'incollaggio

- Se l'adesivo è abbondantemente fuoriuscito dal perimetro dell'area occupata dall'estensimetro, è necessario rimuovere la quantità in eccesso con un taglierino o con della carta abrasiva.

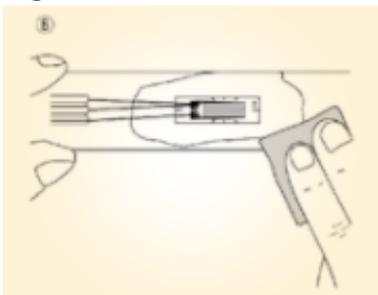


Figura 22 Rimozione colla in eccesso

4.2 Collegamenti tra estensimetri e centralina

Siccome le piazzole di saldatura integrate sulla rosetta sono di dimensioni limitate, sarebbe risultato complicato saldare direttamente i fili di collegamento all'adattatore estensimetrico alla rosetta. Si è pertanto pensato ad un collegamento intermedio utilizzando dei fili di diametro minore (figura 23) al fine di eseguire una saldatura più precisa e che causasse minori problemi.

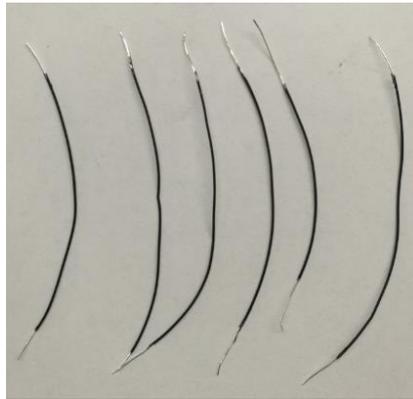


Figura 23 Fili di diametro minore per collegamento diretto alla rosetta

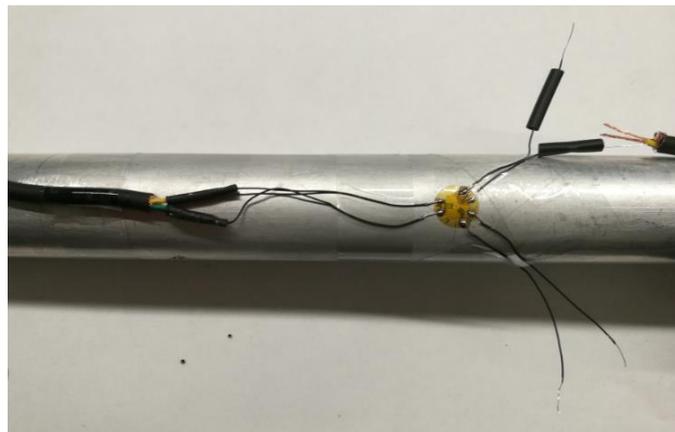


Figura 24 Saldatura e collegamenti intermedi

In figura 24 si nota il collegamento con i fili più sottili tra rosetta e cavi dell'adattatore. Tutte le saldature sono state eseguite a stagno e il punto di collegamento con i fili dell'adattatore è stato protetto con una guaina termo-restringente. Ultimati i collegamenti sono stati fissati i vari cavi alla barra di torsione tramite fascette per evitare di sottoporli a tensioni eccessive nella movimentazione della barra come mostrato in figura 25.



Figura 25 Situazione a collegamenti ultimati

Ciascuna griglia estensimetrica della rosetta è stata collegata a quarto di ponte con collegamento a tre conduttori. Ogni adattatore completa l'estensimetro con 3 resistori di precisione, a formare un full bridge per poi essere collegato ad un ingresso della centralina "Quantum X", collegata a sua volta al computer per l'acquisizione e memorizzazione dei dati di misura della rosetta.



Figura 26 Collegamento completo

4.3 Modalità e prove di acquisizione

Dopo aver posizionato e fissato la barra di torsione in una morsa in modo da realizzare il vincolo di incastro, come per le prove preliminari, sono state svolte le acquisizioni caricando la barra di torsione progressivamente con sei provini con massa nota e una barra filettata per il sostegno dei provini calibrati, andando poi a registrare i valori di deformazione misurati dalle tre griglie della rosetta estensimetrica. Questa operazione è stata eseguita tre volte caricando e scaricando il lato destro (b2) e il lato sinistro (b1). In questo modo si sono eseguiti in totale sei cicli di carico-scarico a flesso-torsione.



Figura 27 Configurazione acquisizioni caricando dal lato b1



Figura 28 Configurazione acquisizione caricando dal lato b2

Per le acquisizioni con sollecitazione della barra di torsione a flessione pura, si è seguita la stessa procedura con lo stesso numero delle prove realizzate per la flessione-torsione. Chiaramente, per sollecitare la sezione estensimetrata a torsione pura e non più a flessione-torsione, è stato realizzato un appoggio in corrispondenza del cuscinetto montato sulla barra di torsione.



Figura 29 Posizionamento vite per realizzare appoggio

Per realizzare il vincolo senza indurre alcuna tensione nel materiale, sono stati azzerati i tre canali di acquisizione e si è andati a svitare la vite (figura 30) fino al contatto con il cuscinetto. La posizione della vite all'istante del contatto con il cuscinetto è stata notificata dal minimo scostamento dallo zero del valore letto dai canali.

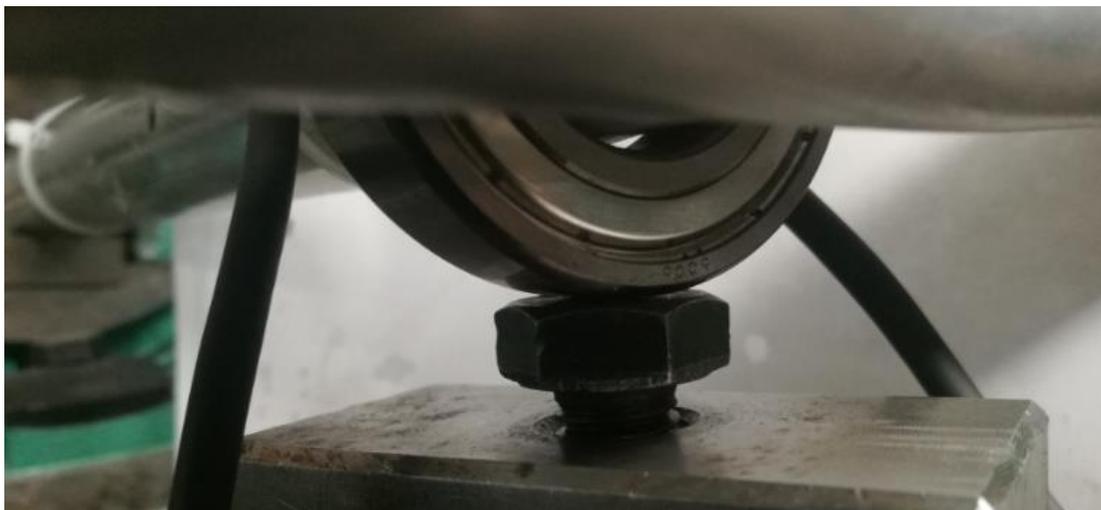


Figura 30 Posizione finale della vite a realizzare il vincolo

Anche in questo caso sono stati eseguiti tre cicli di carico-scarico su ogni lato, avendo l'accortezza di ruotare la barra di torsione e la morsa per poter far appoggiare il cuscinetto alla vite in modo più uniforme e stabile (figura 31).



Figura 31 Configurazione per prove di acquisizione a torsione pura.

4.4 Calcoli teorici flessione-torsione

Considerando lo stesso modello di barra di torsione utilizzato per le prove sperimentali, si è andati dapprima a rilevare la barra di torsione stessa e successivamente a calcolare analiticamente gli sforzi di flessione e torsione derivanti dall'applicazione progressiva dei carichi.

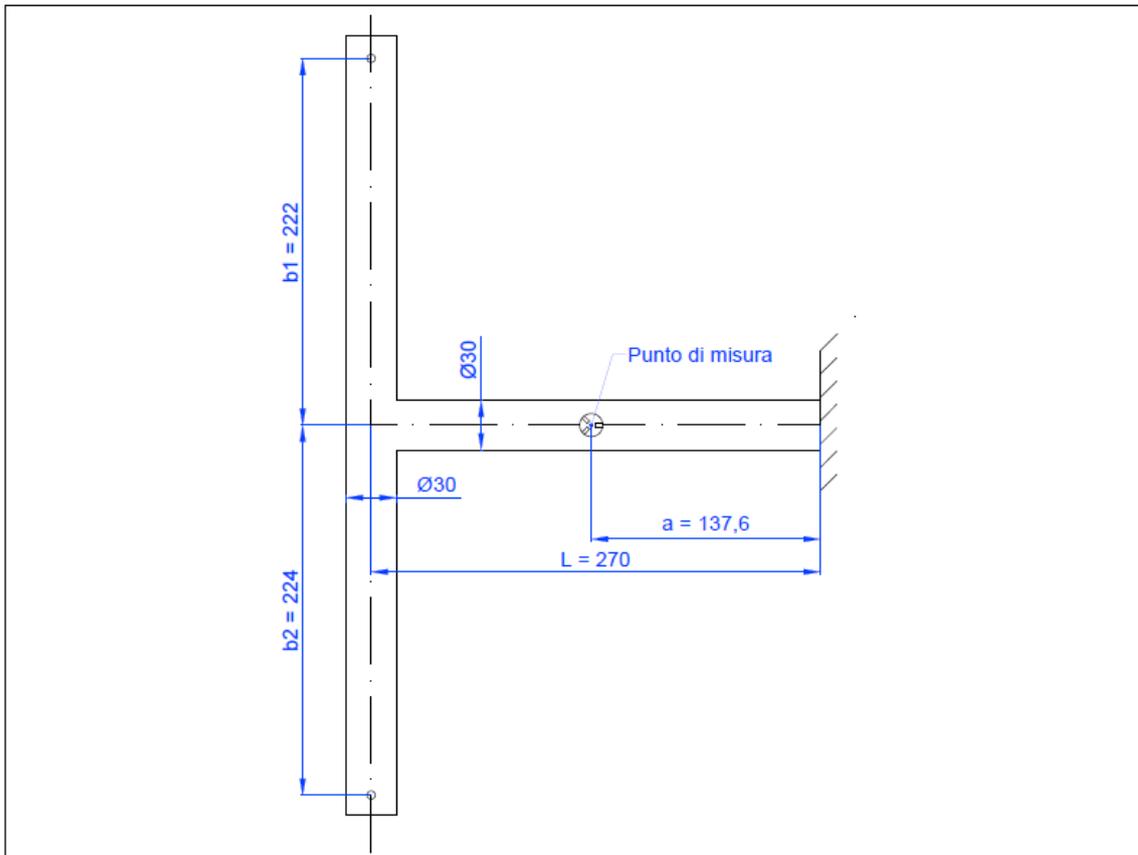


Figura 32 Disegno quotato barra di torsione

Caratteristiche geometriche		
d	28	mm
D	30	mm
L	270	mm
a	137,6	mm
b1	222	mm
b2	224	mm

Tabella 4 Caratteristiche geometriche barra di torsione

Partendo dalle caratteristiche geometriche (riassunte in tabella 4) e dalle masse dei provini calibrati, sono stati svolti i seguenti calcoli:

$$F = M * g$$

$$M_t = F * b_{1,2}$$

$$M_f = F * (L - a)$$

Provino	Massa [g]	Increment. Forza peso [N]	Mt [Nmm]	Mf [Nmm]
Barra filett.	472,8	4,64	1029,67	614,09
Peso 1	509,8	9,64	2139,93	1276,24
Peso 2	507,8	14,62	3245,82	1935,80
Peso 3	501	19,54	4336,91	2586,52
Peso 4	500	24,44	5425,82	3235,94
Peso 5	510,9	29,45	6538,47	3899,52
Peso 6	508,5	34,44	7645,89	4559,98

Tabella 5 Calcoli momento flettente e torcente con carichi sul lato b1

Provino	Massa [g]	Increment. Forza peso [N]	Mt [Nmm]	Mf [Nmm]
Barra filett.	472,8	4,64	1038,95	614,09
Peso 1	509,8	9,64	2159,20	1276,24
Peso 2	507,8	14,62	3275,06	1935,80
Peso 3	501	19,54	4375,98	2586,52
Peso 4	500	24,44	5474,70	3235,94
Peso 5	510,9	29,45	6597,37	3899,52
Peso 6	508,5	34,44	7714,77	4559,98

Tabella 6 Calcoli momento flettente e torcente con carichi sul lato b2

Con barra filettata si intende la barra di sostegno per il sostegno durante il carico dei sei provini con peso calibrato che contribuisce nell'incremento di forza peso durante la fase di carico e scarico.

Essendo la barra di torsione a sezione di corona circolare (figura 33), le tensioni interne a flessione e a torsione possono essere calcolate a partire dai rispettivi moduli di resistenza e dai momenti flettenti e torcenti calcolati in Tabella 6.

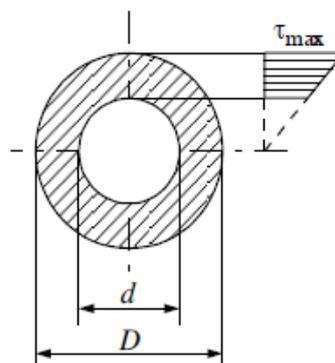


Figura 33 Sezione barra di torsione

$$W_f = \pi * \frac{D_e^4 - D_i^4}{32 * D_e}$$

$$W_t = \pi * \frac{D_e^4 - D_i^4}{16 * D_e}$$

Da cui si ricavano le tensioni:

$$\sigma_{xx} = \frac{M_f}{W_f}$$

$$\tau_{xz} = \frac{M_t}{W_t}$$

Note le tensioni possono essere calcolate le tensioni principali. Per una trave soggetta a flessione-torsione le tensioni principali sono calcolabili con le formule:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{xx}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx}}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{xx}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx}}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}$$

I risultati ottenuti caricando sui due lati sono riassunti nelle due tabelle

Provino	σ_{xx}	τ_{xz}	σ_1	σ_3
Barra filett.	0,96	0,81	1,42	-0,46
Peso 1	2,00	1,67	2,95	-0,95
Peso 2	3,03	2,54	4,47	-1,44
Peso 3	4,05	3,39	5,97	-1,93
Peso 4	5,06	4,24	7,47	-2,41
Peso 5	6,10	5,11	9,00	-2,90
Peso 6	7,13	5,98	10,53	-3,40

Tabella 7 Calcolo teorico tensioni principali lato b1

Provino	σ_{xx}	τ_{xz}	σ_1	σ_3
Barra filett.	0,96	0,81	1,42	-0,46
Peso 1	2,00	1,69	2,96	-0,96
Peso 2	3,03	2,56	4,49	-1,46
Peso 3	4,05	3,42	6,00	-1,95
Peso 4	5,06	4,28	7,51	-2,44
Peso 5	6,10	5,16	9,04	-2,94
Peso 6	7,13	6,03	10,58	-3,44

Tabella 8 Calcolo teorico tensioni principali lato b2

4.5 Calcoli teorici torsione pura

Come sviluppato per la flessione-torsione, sono stati implementati gli stessi calcoli teorici per la torsione pura riassunti nel seguito:

$$F = M * g$$

$$M_t = F * b_{1,2}$$

Ovviamente trattandosi di torsione pura tutte le componenti legate al momento flettente non vengono considerate, pertanto i momenti torcenti calcolati nel caso della flessione torsione restano invariati, mentre assumono valore nullo quelli flettenti.

$$W_t = \pi * \frac{D_e^4 - D_i^4}{16 * D_e}$$

$$\tau_{xz} = \frac{M_t}{W_t}$$

Note le tensioni possono essere calcolate le tensioni principali. Per una trave soggetta a flessione pura:

$$\sigma_1 = \tau_{xz}$$

$$\sigma_2 = -\tau_{xz}$$

Provino	τ_{max}	σ_1	σ_2
Barra filett.	0,81	0,81	-0,81
Peso 1	1,67	1,67	-1,67
Peso 2	2,54	2,54	-2,54
Peso 3	3,39	3,39	-3,39
Peso 4	4,24	4,24	-4,24
Peso 5	5,11	5,11	-5,11
Peso 6	5,98	5,98	-5,98

Tabella 9 Calcolo teorico tensioni principali lato b1

Provino	τ_{max}	σ_1	σ_2
Barra filett.	0,81	0,81	-0,81
Peso 1	1,69	1,69	-1,69
Peso 2	2,56	2,56	-2,56
Peso 3	3,42	3,42	-3,42
Peso 4	4,28	4,28	-4,28
Peso 5	5,16	5,16	-5,16
Peso 6	6,03	6,03	-6,03

Tabella 10 Calcolo teorico tensioni principali lato b2

4.6 Acquisizioni e calcoli sperimentali a flessione-torsione

Dal punto di vista sperimentale, ogni volta che un provino viene caricato o scaricato dalla barra di torsione, i dati acquisiti da ciascun canale vengono salvati in file separati. Siccome il programma salva i valori di micro-deformazione letti dagli estensimetri con una propria frequenza di campionamento, il valore finale considerato per i calcoli è frutto di una media dei valori di micro-deformazione registrati per i 10 secondi successivi alla stabilizzazione del segnale in seguito sia al carico che allo scarico del provino. Nelle sei prove di carico-scarico a flessione-torsione sono stati registrati i seguenti valori di micro-deformazione all'aumentare del carico applicato all'estremità della barra di torsione:

Ciclo di carico 1 b1	Carico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico Ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Barra scarica	-0,06	-0,84	0,04	-3,93	-0,28	1,65
Barra filett.	15,59	15,01	17,83	13,98	-9,69	-7,04
Peso 1	32,30	31,33	36,67	33,02	-19,63	-17,25
Peso 2	48,98	47,86	55,60	52,12	-29,56	-26,85
Peso 3	65,25	64,44	74,16	71,27	-39,21	-36,44
Peso 4	81,84	80,85	92,50	90,27	-49,11	-45,65
Peso 5	98,26	97,93	111,15	110,04	-59,20	-56,49
Peso 6	114,55		129,61		-69,39	

Tabella 11 Valori di micro-deformazioni misurate al ciclo di carico 1 lato b1

Ciclo di carico 2 b1	Carico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico Ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Barra scarica	-1,18	-1,12	-4,51	-1,67	4,36	8,14
Barra filett.	14,35	14,66	13,50	12,05	-4,91	1,44
Peso 1	30,96	31,14	32,68	31,06	-14,73	-8,74
Peso 2	47,78	47,66	51,86	49,96	-24,58	-18,67
Peso 3	64,09	63,83	70,51	68,63	-33,87	-28,30
Peso 4	80,76	79,97	88,99	87,36	-43,48	-37,82
Peso 5	97,20	97,09	107,95	107,12	-53,66	-53,74
Peso 6	113,92		126,79		-63,60	

Tabella 12 Valori di micro-deformazioni misurate al ciclo di carico 2 lato b1

Ciclo di carico 3 b1	Carico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico Ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Barra scarica	-1,08	-1,00	-5,69	11,56	10,19	0,47
Barra filett.	14,38	14,78	12,20	11,27	0,86	0,74
Peso 1	30,96	31,60	31,51	30,34	-9,03	-9,11
Peso 2	47,96	48,07	50,46	49,42	-18,84	-19,33
Peso 3	64,54	64,42	69,99	68,23	-29,16	-29,18
Peso 4	81,00	80,69	88,22	86,97	-38,54	-38,95
Peso 5	97,66	97,31	107,28	105,75	-48,75	-48,67
Peso 6	114,46		126,05		-58,79	

Tabella 13 Valori di micro-deformazioni misurate al ciclo di carico 3 lato b1

Ciclo di carico 1 b2	Carico ch B με [μm/m]	Scarico ch B με [μm/m]	Carico ch A με [μm/m]	Scarico ch A με [μm/m]	Carico ch C με [μm/m]	Scarico Ch C με [μm/m]
Barra scarica	-1,35	-2,84	-6,67	-7,26	8,96	-0,85
Barra filett.	12,55	11,29	-16,45	-16,83	30,55	19,26
Peso 1	27,01	26,21	-27,13	-27,13	51,72	49,96
Peso 2	41,60	41,05	-37,57	-37,58	72,84	71,44
Peso 3	56,49	55,56	-47,65	-47,94	93,89	92,60
Peso 4	70,97	70,39	-58,01	-58,03	114,73	114,00
Peso 5	85,64	85,47	-68,53	-68,61	135,99	135,67
Peso 6	100,76		-79,07		157,32	

Tabella 14 Valori di micro-deformazioni misurate al ciclo di carico 1 lato b2

Ciclo di carico 2 b2	Carico ch B με [μm/m]	Scarico ch B με [μm/m]	Carico ch A με [μm/m]	Scarico ch A με [μm/m]	Carico ch C με [μm/m]	Scarico Ch C με [μm/m]
Barra scarica	-2,87	-2,65	-7,37	-6,64	-0,92	4,53
Barra filett.	10,99	11,27	-17,24	-16,47	21,26	24,39
Peso 1	25,72	26,21	-27,86	-26,94	42,65	45,68
Peso 2	40,51	40,84	-38,30	-37,39	64,01	67,90
Peso 3	55,40	55,59	-48,60	-47,71	85,27	88,75
Peso 4	69,88	70,07	-58,91	-58,28	106,32	109,18
Peso 5	84,93	84,96	-69,29	-68,88	130,43	129,95
Peso 6	99,97		-79,66		152,51	

Tabella 15 Valori di micro-deformazioni misurate al ciclo di carico 2 lato b2

Ciclo di carico 3 b2	Carico ch B με [μm/m]	Scarico ch B με [μm/m]	Carico ch A με [μm/m]	Scarico ch A με [μm/m]	Carico ch C με [μm/m]	Scarico Ch C με [μm/m]
Barra scarica	-2,59	-2,55	-6,82	8,32	4,74	-4,62
Barra filett.	11,63	11,55	-16,44	-16,23	24,93	26,36
Peso 1	26,39	26,44	-27,00	-26,76	46,38	47,51
Peso 2	41,21	41,14	-37,57	-37,14	67,83	68,86
Peso 3	55,61	55,71	-48,17	-47,66	88,72	89,79
Peso 4	69,75	70,06	-58,73	-58,11	109,48	110,78
Peso 5	84,79	84,82	-69,40	-68,89	130,92	132,40
Peso 6	99,45		-80,00		152,47	

Tabella 16 Valori di micro-deformazioni misurate al ciclo di carico 3 lato b2

Come si può notare, all'inizio e alla fine di ogni ciclo di carico, probabilmente a causa di isteresi i valori di micro-deformazione misurati per ogni situazione di barra scarica sono diversi da zero. Pertanto prima di procedere con i calcoli delle tensioni principali si è pensato di correggere tutti i valori di ϵ decurtandoli del valore letto nella situazione di barra scarica secondo la formula:

$$\epsilon_{\text{corretta}} = \epsilon_{\text{misurata}} - \epsilon_{\text{barra scarica}}$$

Tale correzione è stata poi ripetuta per tutte le successive acquisizioni anche per la torsione pura. I valori di deformazione corretti ottenuti per la flessione-torsione sono:

Ciclo di carico 1 b1	Carico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico Ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	15,66	15,85	17,80	17,91	-9,41	-8,70
Peso 1	32,36	32,17	36,64	36,96	-19,35	-18,91
Peso 2	49,04	48,70	55,57	56,05	-29,28	-28,50
Peso 3	65,31	65,28	74,12	75,20	-38,93	-38,09
Peso 4	81,90	81,69	92,46	94,20	-48,83	-47,31
Peso 5	98,32	98,77	111,11	113,98	-58,92	-58,15
Peso 6	114,61		129,57		-69,11	

Tabella 17 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 1 lato b1 corrette

Ciclo di carico 2 b1	Carico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico Ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	15,53	15,77	18,01	13,72	-9,27	-6,71
Peso 1	32,14	32,26	37,19	32,73	-19,08	-16,88
Peso 2	48,96	48,78	56,37	51,63	-28,94	-26,81
Peso 3	65,27	64,95	75,02	70,30	-38,23	-36,45
Peso 4	81,94	81,09	93,49	89,03	-47,84	-45,97
Peso 5	98,38	98,21	112,45	108,79	-58,01	-61,89
Peso 6	115,10		131,30		-67,96	

Tabella 18 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 2 lato b1 corrette

Ciclo di carico 3 b1	Carico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico Ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	15,46	15,77	17,89	-0,29	-9,32	0,27
Peso 1	32,05	32,59	37,21	18,78	-19,21	-9,59
Peso 2	49,04	49,06	56,16	37,86	-29,03	-19,80
Peso 3	65,62	65,41	75,68	56,67	-39,35	-29,66
Peso 4	82,09	81,68	93,91	75,41	-48,73	-39,42
Peso 5	98,74	98,30	112,97	94,20	-58,94	-49,15
Peso 6	115,55		131,74		-68,98	

Tabella 19 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 3 lato b1 corrette

Ciclo di carico 1 b2 ch1	Carico ch B με [μm/m]	Scarico ch B με [μm/m]	Carico ch A με [μm/m]	Scarico ch A με [μm/m]	Carico ch C με [μm/m]	Scarico Ch C με [μm/m]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	13,90	14,13	-9,78	-9,57	21,59	20,11
Peso 1	28,37	29,05	-20,46	-19,87	42,76	50,80
Peso 2	42,95	43,89	-30,91	-30,32	63,88	72,29
Peso 3	57,84	58,39	-40,98	-40,68	84,92	93,45
Peso 4	72,33	73,23	-51,34	-50,77	105,76	114,84
Peso 5	86,99	88,31	-61,87	-61,35	127,02	136,51
Peso 6	102,11		-72,41		148,36	

Tabella 20 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 1 lato b2 corrette

Ciclo di carico 2 b2 ch1	Carico ch B με [μm/m]	Scarico ch B με [μm/m]	Carico ch A με [μm/m]	Scarico ch A με [μm/m]	Carico ch C με [μm/m]	Scarico Ch C με [μm/m]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	13,86	13,92	-9,87	-9,83	22,18	19,86
Peso 1	28,59	28,86	-20,50	-20,30	43,57	41,15
Peso 2	43,38	43,49	-30,93	-30,75	64,93	63,36
Peso 3	58,26	58,24	-41,23	-41,06	86,19	84,22
Peso 4	72,75	72,71	-51,54	-51,64	107,24	104,65
Peso 5	87,80	87,61	-61,92	-62,24	131,35	125,42
Peso 6	102,84		-72,29		153,43	

Tabella 21 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 2 lato b2 corrette

Ciclo di carico 3 b2 ch1	Carico ch B με [μm/m]	Scarico ch B με [μm/m]	Carico ch A με [μm/m]	Scarico ch A με [μm/m]	Carico ch C με [μm/m]	Scarico Ch C με [μm/m]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	14,22	14,11	-9,62	-24,55	20,20	30,98
Peso 1	28,98	29,00	-20,18	-35,08	41,64	52,13
Peso 2	43,80	43,69	-30,75	-45,46	63,09	73,48
Peso 3	58,20	58,26	-41,35	-55,99	83,98	94,41
Peso 4	72,34	72,62	-51,91	-66,44	104,75	115,41
Peso 5	87,38	87,38	-62,58	-77,21	126,19	137,02
Peso 6	102,04		-73,18		147,73	

Tabella 22 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 3 lato b2 corrette

4.6.1 Stato di sforzo biassiale: calcolo tensioni e direzioni principali

Il caso più semplice di stato di sforzo è lo stato di sforzo monoassiale che si verifica nelle barre in trazione e in compressione, dove il massimo delle tensioni si verifica nelle direzioni di applicazione delle forze. Nell'ambito dell'analisi sperimentale, lo stato di sforzo monoassiale è un'eccezione, infatti più spesso si riscontra lo stato di sforzo biassiale la cui determinazione risulta più complessa.

Negli stati di sforzo piano, gli sforzi normali σ_1 e σ_3 , sono perpendicolari tra loro e sono denominati sforzi principali, analogamente le direzioni 1 e 3 relative a tali sforzi diventano le direzioni principali. Per definire in modo chiaro ed univoco lo stato di sforzo piano devono essere noti sia gli sforzi principali che le direzioni principali. Dal punto di vista teorico, direzioni principali sono note nel caso di albero soggetto a torsione pura (a 45°), ma non si conoscono in caso di azione combinata di torsione e flessione. Nello studio eseguito si è andati a calcolare le direzioni principali anche nel caso della torsione pura per verificare eventuali errori di orientamento della rosetta sulla barra di torsione.

Per determinare le direzioni principali incognite, si deve misurare la deformazione nel punto di interesse in tre direzioni, per questo è stata applicata la rosetta estensimetrica con tre griglie di misura. In generale le tre direzioni rappresentate dalle tre griglie estensimetriche della rosetta non coincidono con le direzioni principali e vengono chiamate con le lettere a, b, c e le relative deformazioni sono chiamate con il medesimo nome $\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$. La sequenza degli assi della griglia a, b, c devono essere poste in un senso di rotazione matematicamente positivo (verso sinistra guardando dall'alto), ciò è importante per la coerenza delle formule fornite da HBM per il calcolo degli sforzi normali principali e delle loro direzioni.

Il calcolo degli sforzi normali principali σ_1 e σ_3 per la rosetta $0^\circ/45^\circ/90^\circ$, avviene secondo la relazione:

$$\sigma_{1,3} = \frac{E}{1-\nu} * \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \frac{E}{\sqrt{2} * (1+\nu)} * \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2}$$

Svolgendo i calcoli per tutte le deformazioni acquisite corrette del valore dello zero si ottengono i seguenti sforzi normali principali per la flessione-torsione:

Ciclo di carico 1 b1	Carico		Scarico	
	σ_1 [Mpa]	σ_3 [Mpa]	σ_1 [Mpa]	σ_3 [Mpa]
Barra scarica	0	0	0	0
Barra filett.	1,37	-0,50	1,40	-0,44
Peso 1	2,83	-1,03	2,85	-0,97
Peso 2	4,30	-1,55	4,33	-1,45
Peso 3	5,73	-2,06	5,80	-1,93
Peso 4	7,16	-2,60	7,27	-2,37
Peso 5	8,60	-3,14	8,78	-2,95
Peso 6	10,02	-3,70		

Tabella 23 Tensioni principali ciclo di carico 1 lato b1

Ciclo di carico 2 b1	Carico		Scarico	
	61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	1,38	-0,47	1,21	-0,47
Peso 1	2,86	-0,97	2,66	-1,00
Peso 2	4,34	-1,48	4,11	-1,52
Peso 3	5,79	-1,95	5,55	-2,01
Peso 4	7,23	-2,46	6,99	-2,49
Peso 5	8,69	-3,00	8,42	-3,52
Peso 6	10,15	-3,53		

Tabella 24 Tensioni principali ciclo di carico 2 lato b1

Ciclo di carico 3 b1	Carico		Scarico	
	61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	1,37	-0,48	0,83	-0,83
Peso 1	2,86	-0,98	2,13	-1,17
Peso 2	4,33	-1,50	3,54	-1,65
Peso 3	5,82	-2,03	4,96	-2,14
Peso 4	7,25	-2,53	6,39	-2,63
Peso 5	8,71	-3,07	7,84	-3,14
Peso 6	10,17	-3,61		

Tabella 25 Tensioni principali ciclo di carico 3 lato b1

Ciclo di carico 1 b2	Carico		Scarico	
	61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	1,54	-0,31	1,46	-0,36
Peso 1	3,06	-0,73	3,61	-0,38
Peso 2	4,58	-1,13	5,15	-0,77
Peso 3	6,11	-1,52	6,67	-1,15
Peso 4	7,61	-1,92	8,21	-1,52
Peso 5	9,14	-2,33	9,78	-1,92
Peso 6	10,69	-2,75		

Tabella 26 Tensioni principali ciclo di carico 1 lato b2

Ciclo di carico 2 b2	Carico		Scarico	
	61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	1,58	-0,29	1,44	-0,39
Peso 1	3,12	-0,70	2,98	-0,80
Peso 2	4,66	-1,10	4,56	-1,16
Peso 3	6,19	-1,50	6,07	-1,57
Peso 4	7,71	-1,89	7,55	-2,01
Peso 5	9,43	-2,18	9,05	-2,45
Peso 6	11,02	-2,55		

Tabella 27 Tensioni principali ciclo di carico 2 lato b2

Ciclo di carico 3 b2 ch1	Carico		Scarico	
	61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	1,47	-0,36	1,91	-1,23
Peso 1	3,01	-0,77	3,43	-1,64
Peso 2	4,56	-1,18	4,96	-2,03
Peso 3	6,05	-1,60	6,47	-2,45
Peso 4	7,54	-2,02	7,97	-2,86
Peso 5	9,09	-2,44	9,52	-3,27
Peso 6	10,63	-2,84		

Tabella 28 Tensioni principali ciclo di carico 3 lato b2

Le direzioni principali si possono determinare secondo le relazioni geometriche dalle deformazioni ε_a , ε_b , ε_c misurate con la rosetta R. Per prima cosa si calcola la tangente di un angolo ausiliario ψ secondo la formula:

$$\tan \psi = \frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c} = \frac{Z}{N}$$

Siccome la tangente di un angolo è il rapporto tra il cateto opposto (numeratore Z) e quello adiacente (denominatore N), l'angolo ψ può trovarsi in quattro punti diversi a seconda del segno del cateto opposto e di quello adiacente. Questa ambiguità della tangente rende necessario determinare i segni del numeratore e del denominatore al fine di conoscere in quale quadrante del cerchio di possa trovare l'angolo ψ indispensabile per la determinazione delle direzioni principali ϕ_1 e ϕ_2 .

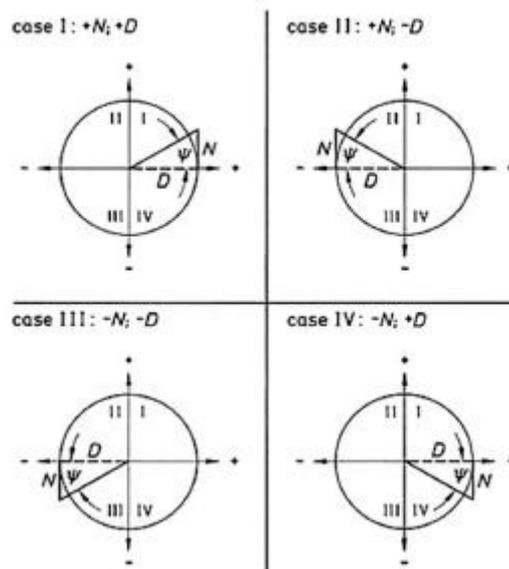


Figura 34 Posizione dell'angolo in relazione al segno del numeratore N e del denominatore D

Calcolando l'angolo ausiliario come

$$|\psi| = \arctan[^\circ]$$

Noto il valore dell'angolo ψ , si può ricavare ϕ calcolato in modo da essere applicato in corrispondenza dell'intersezione degli assi delle griglie di misura, a partire dall'asse della griglia di misura "a", nella direzione positiva (senso antiorario).

La prima direzione principale ϕ può essere calcolata seguendo lo schema seguente:

$$\left. \begin{array}{l} Z \geq 0 (+) \\ N > 0 (+) \end{array} \right\} \varphi = \frac{1}{2}(0^\circ + |\psi|)$$

$$\left. \begin{array}{l} Z > 0 (+) \\ N \leq 0 (-) \end{array} \right\} \varphi = \frac{1}{2}(180^\circ - |\psi|)$$

$$\left. \begin{array}{l} Z \leq 0 (-) \\ N < 0 (-) \end{array} \right\} \varphi = \frac{1}{2}(180^\circ + |\psi|)$$

$$\left. \begin{array}{l} Z < 0 (-) \\ N \geq 0 (+) \end{array} \right\} \varphi = \frac{1}{2}(360^\circ - |\psi|)$$

Valutando i segni del numeratore e del denominatore derivanti dalle deformazioni acquisite dalla rosetta, per le prove sul lato b1 si è fatto riferimento al primo caso ($Z > 0$ $N > 0$ e angolo ausiliario nel primo quadrante), mentre per le prove sul lato b2 al secondo caso ($Z > 0$ $N < 0$ con angolo ausiliario nel secondo quadrante). L'asse individuato da ϕ descrive la direzione della sollecitazione normale principale σ_1 . La seconda direzione principale ha un angolo pari a $\phi + 90^\circ$. In questo modo, con la rosetta a tre griglie, è stato possibile misurare lo stato di tensione agente sulla superficie della barra di torsione.

Di seguito si riportano i risultati del calcolo delle direzioni principali nel caso della flessione-torsione:

Ciclo di carico 1 b1	ψ	Direzione ϕ_1	Direzione ϕ_2
Barra scarica			
Barra filett.	40,12	20,06	110,06
Peso 1	40,27	20,14	110,14
Peso 2	40,24	20,12	110,12
Peso 3	40,17	20,08	110,08
Peso 4	40,38	20,19	110,19
Peso 5	40,35	20,18	110,18
Peso 6	40,35	20,17	110,17

Tabella 29 Direzioni principali ciclo di carico 1 lato b1

Ciclo di carico 2 b1	ψ	Direzione ϕ_1	Direzione ϕ_2
Barra scarica			
Barra filett.	39,30	19,65	109,65
Peso 1	39,37	19,68	109,68
Peso 2	39,57	19,78	109,78
Peso 3	39,62	19,81	109,81
Peso 4	39,91	19,96	109,96
Peso 5	39,86	19,93	109,93
Peso 6	39,94	19,97	109,97

Tabella 30 Direzioni principali ciclo di carico 2 lato b1

Ciclo di carico 3 b1	ψ	Direzione ϕ_1	Direzione ϕ_2
Barra scarica			
Barra filett.	39,40	19,70	109,70
Peso 1	39,25	19,63	109,63
Peso 2	39,80	19,90	109,90
Peso 3	39,52	19,76	109,76
Peso 4	39,84	19,92	109,92
Peso 5	39,84	19,92	109,92
Peso 6	39,98	19,99	109,99

Tabella 31 Direzioni principali ciclo di carico 3 lato b1

Ciclo di carico 1 b2	ψ	Direzione $\phi 1$	Direzione $\phi 2$
Barra scarica			
Barra filett.	27,01	76,50	166,50
Peso 1	28,58	75,71	165,71
Peso 2	29,19	75,41	165,41
Peso 3	29,68	75,16	165,16
Peso 4	29,87	75,06	165,06
Peso 5	29,95	75,03	165,03
Peso 6	30,16	74,92	164,92

Tabella 32 Direzioni principali ciclo di carico 1 lato b2

Ciclo di carico 2 b2	ψ	Direzione $\phi 1$	Direzione $\phi 2$
Barra scarica			
Barra filett.	25,66	77,17	167,17
Peso 1	28,02	75,99	165,99
Peso 2	28,83	75,58	165,58
Peso 3	29,32	75,34	165,34
Peso 4	29,49	75,25	165,25
Peso 5	28,78	75,61	165,61
Peso 6	28,89	75,56	165,56

Tabella 33 Direzioni principali ciclo di carico 2 lato b1

Ciclo di carico 3 b2 ch1	ψ	Direzione $\phi 1$	Direzione $\phi 2$
Barra scarica			
Barra filett.	30,93	74,53	164,53
Peso 1	30,57	74,72	164,72
Peso 2	30,49	74,75	164,75
Peso 3	30,48	74,76	164,76
Peso 4	30,38	74,81	164,81
Peso 5	30,49	74,75	164,75
Peso 6	30,38	74,81	164,81

Tabella 34 Direzioni principali ciclo di carico 3 lato b1

4.7 Acquisizioni e calcoli sperimentali a torsione pura

In modo del tutto analogo al caso della flessotorsione si eseguono gli stessi calcoli per la torsione pura, sia per le tensioni principali sia per le direzioni principali, ricordando che i valori di deformazione utilizzati per fare i calcoli sono quelli corretti del valore residuo nelle condizioni di barra scarica.

Ciclo di carico 1 b1	Carico ch B	Scarico ch B	Carico ch A	Scarico ch A	Carico ch C	Scarico Ch C
	$\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]					
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	4,67	6,77	14,70	15,66	-13,16	-12,35
Peso 1	9,45	11,01	29,28	31,61	-27,57	-26,67
Peso 2	13,98	15,00	44,59	47,50	-41,90	-41,06
Peso 3	18,37	18,87	59,64	63,17	-55,99	-55,26
Peso 4	22,63	22,64	74,70	78,92	-70,17	-69,40
Peso 5	26,87	26,49	89,77	94,87	-84,63	-83,98
Peso 6	30,92		104,86		-99,10	

Tabella 35 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 1 lato b1 corrette

Carico		Scarico		ψ	Direzione $\phi 1$	Direzione $\phi 2$
61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]			
0	0	0	0			
0,84	-0,68	0,96	-0,61	15,64	7,82	97,82
1,65	-1,47	1,86	-1,34	16,82	8,41	98,41
2,51	-2,23	2,75	-2,07	16,28	8,14	98,14
3,36	-2,97	3,63	-2,80	15,97	7,99	97,99
4,20	-3,72	4,51	-3,52	15,70	7,85	97,85
5,03	-4,50	5,40	-4,27	15,57	7,78	97,78
5,87	-5,27			15,37	7,69	97,69

Tabella 36 Tensioni e direzioni principali al ciclo di carico 1 lato b1

Ciclo di carico 2 b1	Carico ch B	Scarico ch B	Carico ch A	Scarico ch A	Carico ch C	Scarico Ch C
	$\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]					
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	6,11	6,55	15,40	15,36	-12,64	-12,47
Peso 1	10,23	10,71	30,88	31,23	-26,98	-26,78
Peso 2	14,00	14,71	46,37	47,17	-41,39	-37,54
Peso 3	18,00	18,43	61,55	62,62	-55,64	-55,32
Peso 4	21,79	22,03	76,66	78,11	-69,96	-69,59
Peso 5	25,66	25,65	91,87	93,86	-84,52	-84,27
Peso 6	29,51		107,19		-99,03	

Tabella 37 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 2 lato b1 corrette

Carico		Scarico		ψ	Direzione $\phi 1$	Direzione $\phi 2$
61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]			
0	0	0	0			
0,92	-0,63	0,93	-0,63	18,63	9,32	99,32
1,79	-1,38	1,82	-1,36	15,97	7,99	97,99
2,65	-2,13	2,79	-1,79	14,70	7,35	97,35
3,49	-2,88	3,58	-2,82	14,41	7,20	97,20
4,33	-3,63	4,44	-3,55	14,12	7,06	97,06
5,17	-4,40	5,31	-4,31	14,00	7,00	97,00
6,02	-5,16			13,85	6,93	96,93

Tabella 38 Tensioni e direzioni principali ciclo di carico 2 lato b1

Ciclo di carico 3 b1	Carico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico Ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	6,65	5,34	15,60	15,41	-12,43	-11,43
Peso 1	10,44	9,30	31,09	31,03	-26,87	-25,92
Peso 2	14,06	12,93	46,54	46,59	-41,46	-40,45
Peso 3	17,78	16,55	61,82	62,04	-55,67	-54,71
Peso 4	21,48	20,10	77,05	77,42	-69,99	-69,03
Peso 5	25,34	23,63	92,58	93,19	-84,58	-83,76
Peso 6	28,99		107,94		-99,24	

Tabella 39 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 3 lato b1 corrette

Carico		Scarico		ψ	Direzione $\phi 1$	Direzione $\phi 2$
61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]			
0	0	0	0			
0,95	-0,62	0,94	-0,52	19,86	9,93	99,93
1,81	-1,37	1,81	-1,27	16,05	8,02	98,02
2,66	-2,13	2,67	-2,03	14,67	7,34	97,34
3,51	-2,87	3,53	-2,76	14,06	7,03	97,03
4,35	-3,61	4,38	-3,51	13,72	6,86	96,86
5,21	-4,38	5,25	-4,27	13,55	6,77	96,77
6,06	-5,15			13,38	6,69	96,69

Tabella 40 Tensioni e direzioni principali ciclo di carico 3 lato b1

Ciclo di carico 1 b2	Carico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico Ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	4,78	4,55	-12,33	-12,26	16,71	16,18
Peso 1	8,00	7,89	-26,56	-25,90	33,31	33,42
Peso 2	10,22	10,83	-40,97	-39,76	50,02	50,53
Peso 3	12,52	12,50	-54,91	-53,50	66,65	66,93
Peso 4	14,04	14,17	-68,63	-67,56	83,08	82,80
Peso 5	16,85	15,51	-82,88	-81,77	99,71	99,84
Peso 6	19,37		-96,86		116,55	

Tabella 41 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 1 lato b2 corrette

Carico		Scarico		ψ	Direzione $\phi 1$	Direzione $\phi 2$
61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]			
0	0	0	0			
1,01	-0,55	0,97	-0,56	10,09	84,95	174,95
1,95	-1,24	1,97	-1,18	8,80	85,60	175,60
2,89	-1,94	2,96	-1,83	7,13	86,43	176,43
3,83	-2,60	3,89	-2,48	6,24	86,88	176,88
4,76	-3,25	4,77	-3,18	5,13	87,43	177,43
5,70	-3,95	5,74	-3,85	5,28	87,36	177,36
6,67	-4,61			5,10	87,45	177,45

Tabella 42 Tensioni e direzioni principali ciclo di carico 1 lato b2

Ciclo di carico 2 b2	Carico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico Ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	4,68	6,81	-12,55	-11,09	16,63	16,73
Peso 1	6,74	9,72	-26,76	-24,98	33,32	33,68
Peso 2	9,20	12,23	-40,89	-38,91	49,68	50,62
Peso 3	10,89	13,81	-54,74	-52,80	66,60	66,90
Peso 4	12,81	15,27	-68,71	-66,81	82,75	83,16
Peso 5	14,42	16,61	-82,90	-81,13	99,49	99,57
Peso 6	16,27		-97,01		115,81	

Tabella 43 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 2 lato b2 corrette

Carico		Scarico		ψ	Direzione $\phi 1$	Direzione $\phi 2$
61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]			
0	0	0	0			
0,99	-0,57	1,06	-0,47	10,27	84,86	174,86
1,93	-1,25	2,02	-1,12	6,57	86,72	176,72
2,86	-1,94	2,99	-1,77	6,06	86,97	176,97
3,82	-2,58	3,91	-2,43	4,68	87,66	177,66
4,73	-3,26	4,82	-3,11	4,37	87,81	177,81
5,68	-3,94	5,73	-3,81	3,84	88,08	178,08
6,59	-4,63			3,70	88,15	178,15

Tabella 44 Tensioni e direzioni principali ciclo di carico 2 lato b2

Ciclo di carico 3 b2	Carico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch B $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico ch A $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Carico ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Scarico Ch C $\mu\epsilon$ [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Barra scarica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Barra filett.	5,19	8,34	-12,37	-11,73	16,80	17,37
Peso 1	7,08	10,48	-26,56	-25,85	33,38	34,53
Peso 2	9,21	12,21	-40,69	-39,91	50,34	48,17
Peso 3	10,59	13,78	-54,77	-53,84	66,49	64,58
Peso 4	12,54	15,13	-68,55	-67,94	82,79	80,72
Peso 5	13,70	16,58	-82,85	-82,27	99,21	97,31
Peso 6	15,32		-97,12		115,79	

Tabella 45 Valori di micro-deformazioni al ciclo di carico 3 lato b2 corrette

Carico		Scarico		ψ	Direzione $\phi 1$	Direzione $\phi 2$
61 [Mpa]	63 [Mpa]	61 [Mpa]	63 [Mpa]			
0	0	0	0			
1,01	-0,55	1,11	-0,52	11,52	84,24	174,24
1,95	-1,23	2,07	-1,17	6,98	86,51	176,51
2,91	-1,90	2,79	-1,92	5,50	87,25	177,25
3,81	-2,59	3,71	-2,59	4,46	87,77	177,77
4,74	-3,25	4,61	-3,27	4,09	87,95	177,95
5,65	-3,95	5,54	-3,96	3,47	88,26	178,26
6,59	-4,64			3,22	88,39	178,39

Tabella 46 Tensioni e direzioni principali ciclo di carico 3 lato b2

4.8 Confronto risultati a flesso-torsione

Per verificare la corrispondenza tra risultati teorici e sperimentali, si è andati a confrontare le tensioni principali nei due casi rappresentandole su un unico grafico in funzione del carico applicato. Si è verificato quindi l'andamento lineare delle rette di carico-scarico rappresentandole sul grafico comprensive del coefficiente di determinazione R^2 e dell'equazione della linea di tendenza lineare ottenendo i seguenti risultati:

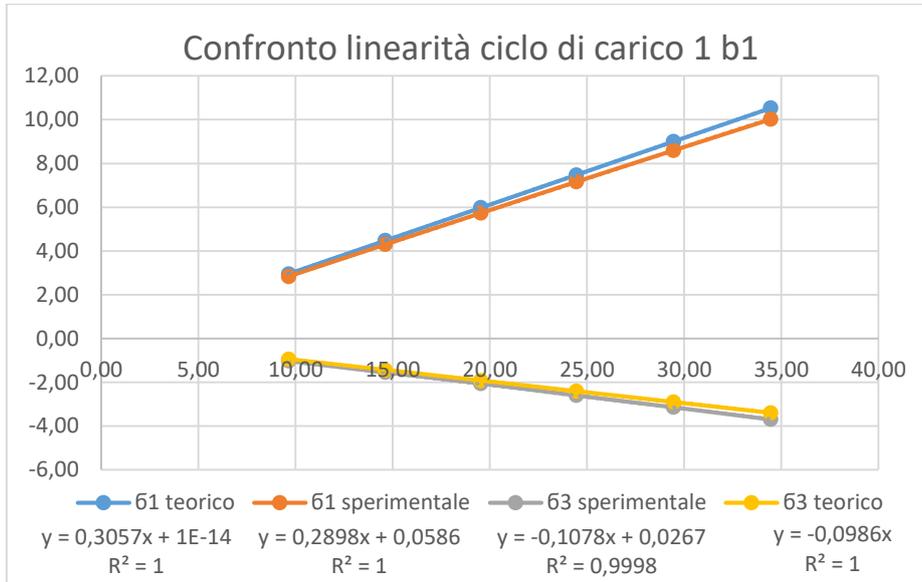


Grafico 2 Confronto dati teorici e sperimentali flesso-torsione ciclo di carico 1 b1

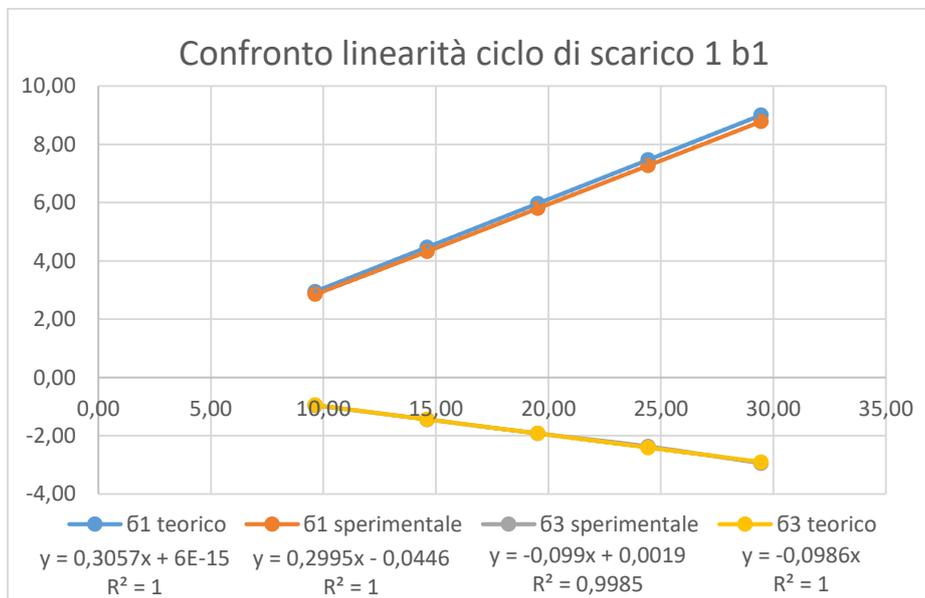


Grafico 3 Confronto dati teorici e sperimentali flesso-torsione ciclo di scarico 1 b1

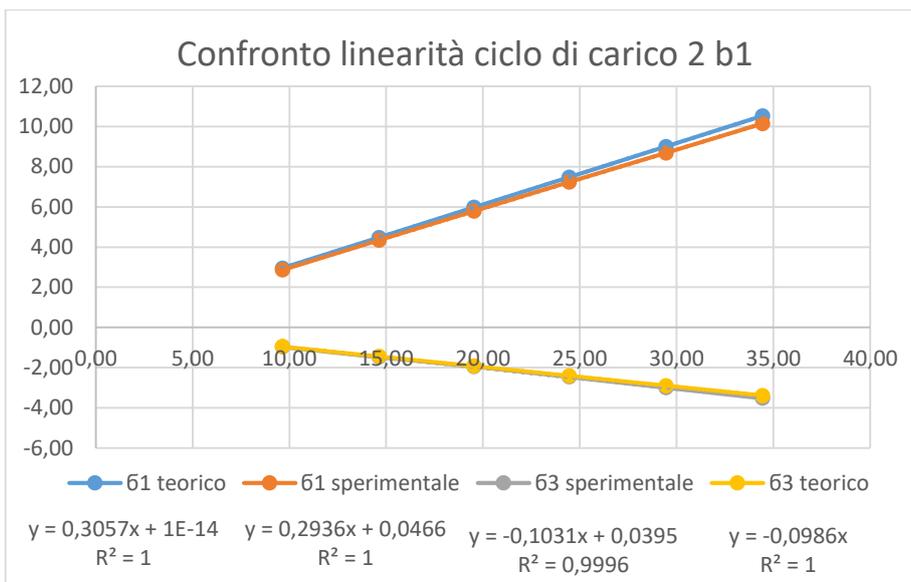


Grafico 4 Confronto dati teorici e sperimentali flessione-torsione ciclo di carico 2 b1

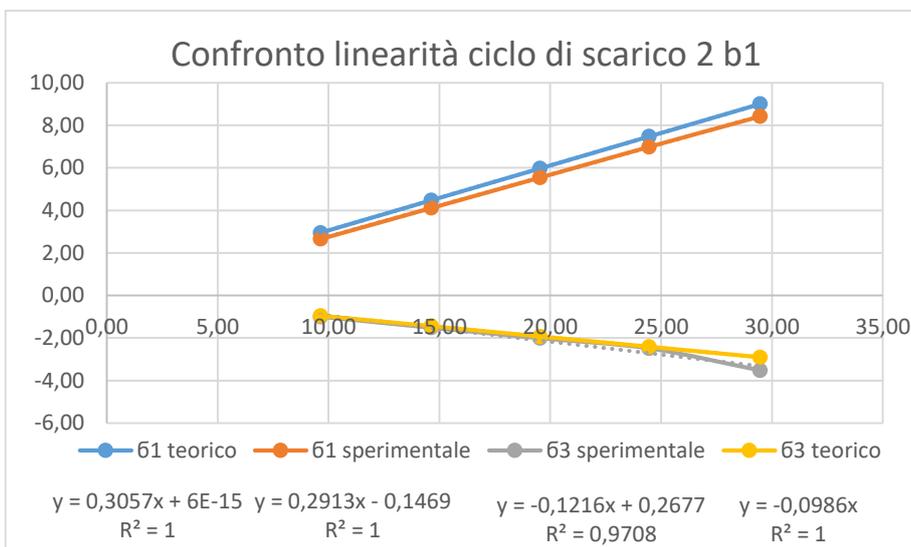


Grafico 5 Confronto dati teorici e sperimentali flessione-torsione ciclo di scarico 2 b1

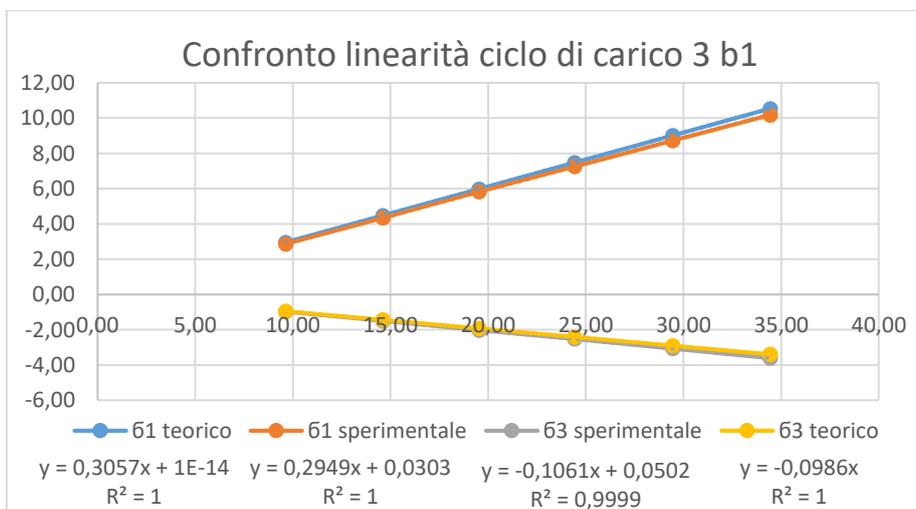


Grafico 6 Confronto dati teorici e sperimentali flessione-torsione ciclo di carico 3 b1

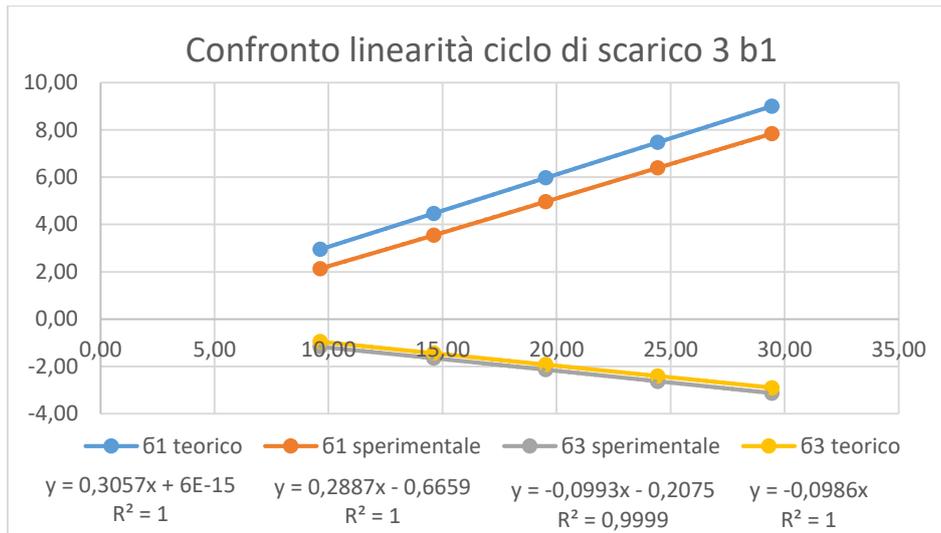


Grafico 7 Confronto dati teorici e sperimentali flessione-torsione ciclo di carico 3 b1

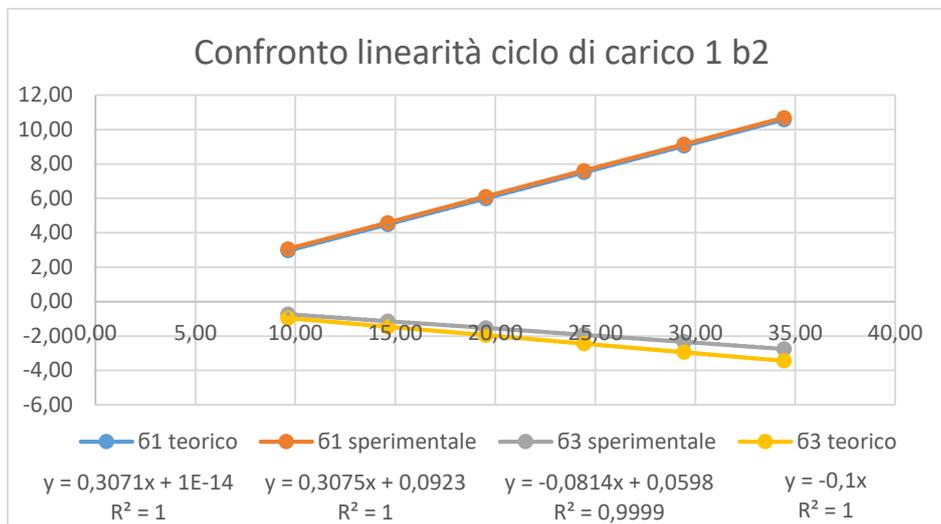


Grafico 8 Confronto dati teorici e sperimentali flessione-torsione ciclo di carico 1 b2

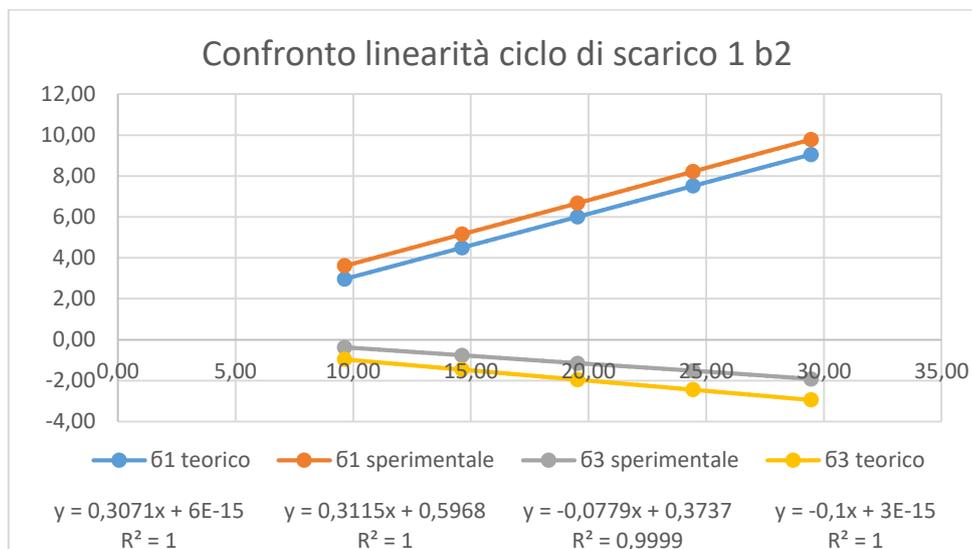


Grafico 9 Confronto dati teorici e sperimentali flessione-torsione ciclo di scarico 1 b2

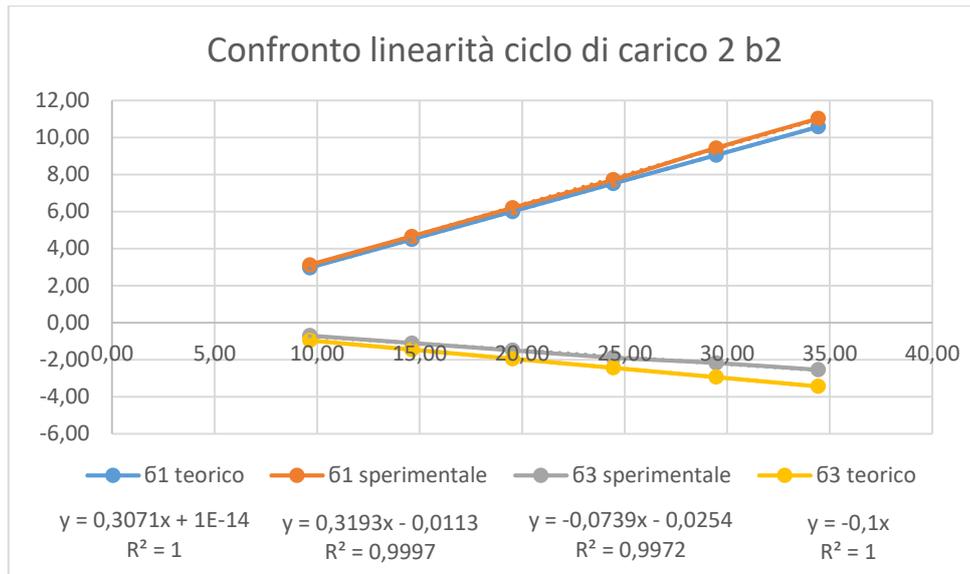


Grafico 10 Confronto dati teorici e sperimentali flessione-torsione ciclo di carico 2 b2

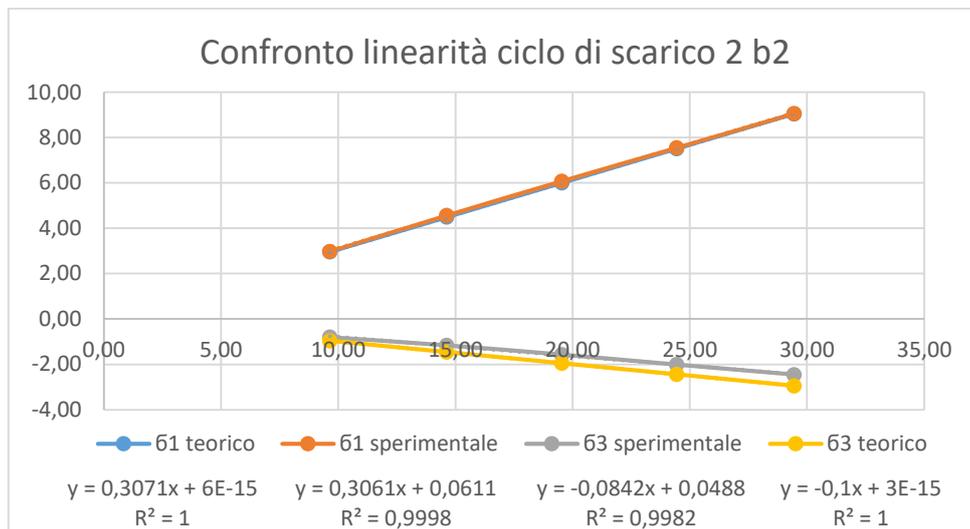


Grafico 11 Confronto dati teorici e sperimentali flessione-torsione ciclo di scarico 2 b2

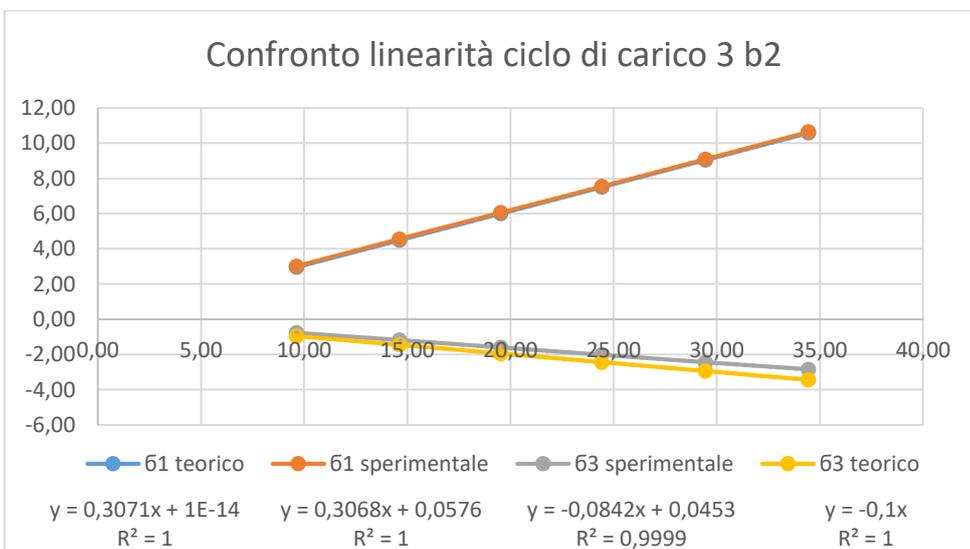


Grafico 12 Confronto dati teorici e sperimentali flessione-torsione ciclo di carico 3 b2

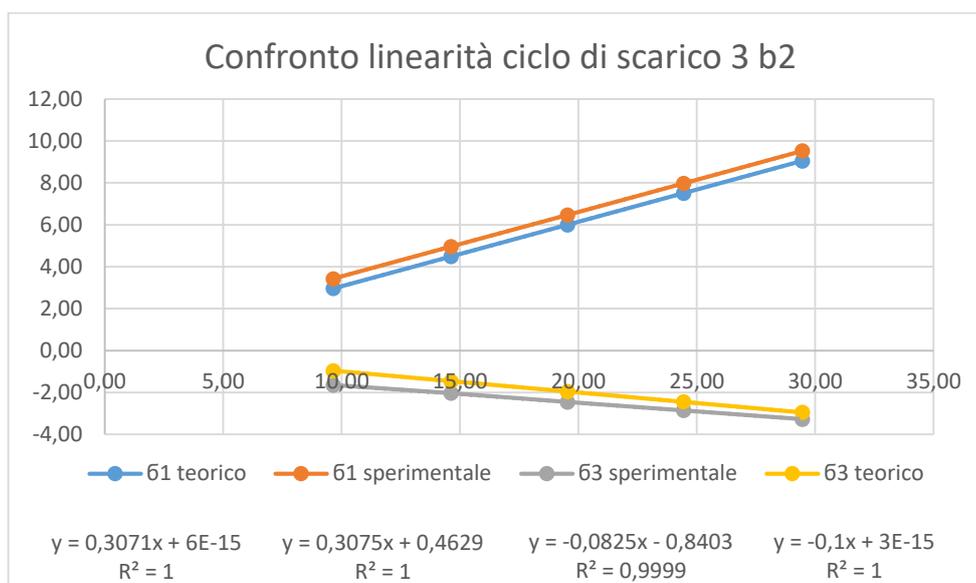


Grafico 13 Confronto dati teorici e sperimentali flessione-torsione ciclo di scarico 3 b2

Nei grafici riassuntivi dei risultati, sono state rappresentate le tensioni principali generate dal carico e dallo scarico dei cinque provini calibrati. Non sono state prese in considerazione per problemi di affidabilità dei risultati le configurazioni di barra completamente scarica e di carico dovuto alla sola barra filettata per il sostegno dei provini. Dai risultati relativi alle prove a flessione-torsione, si è notata una discreta corrispondenza tra trattazione teorica e sperimentale. Infatti, come si può notare dai grafici, in quasi tutte le prove le tensioni principali derivanti dalla trattazione teorica coincidono perfettamente con quelle misurate sperimentalmente tramite rosetta. Si è però constatato che la corrispondenza è maggiormente verificata durante le fasi di carico piuttosto che in quelle di scarico. Tale discrepanza potrebbe essere legata a deformazioni residue nelle griglie estensimetriche e isteresi. A conferma di quanto visto nella trattazione teorica, le tensioni principali nel caso di flessione torsione non sono simmetriche rispetto allo zero. Inoltre, come mostrato dal valore di R^2 prossimo all'unità, la linearità risulta verificata in tutte le prove eseguite.

4.9 Confronto risultati a torsione pura

Come per la flessotorsione, i risultati delle tensioni principali sono stati riassunti in grafici analoghi. Come previsto dai risultati teorici, trattandosi di torsione pura, ci si aspettano andamenti simmetrici delle due tensioni principali, sia in fase di carico che di scarico.

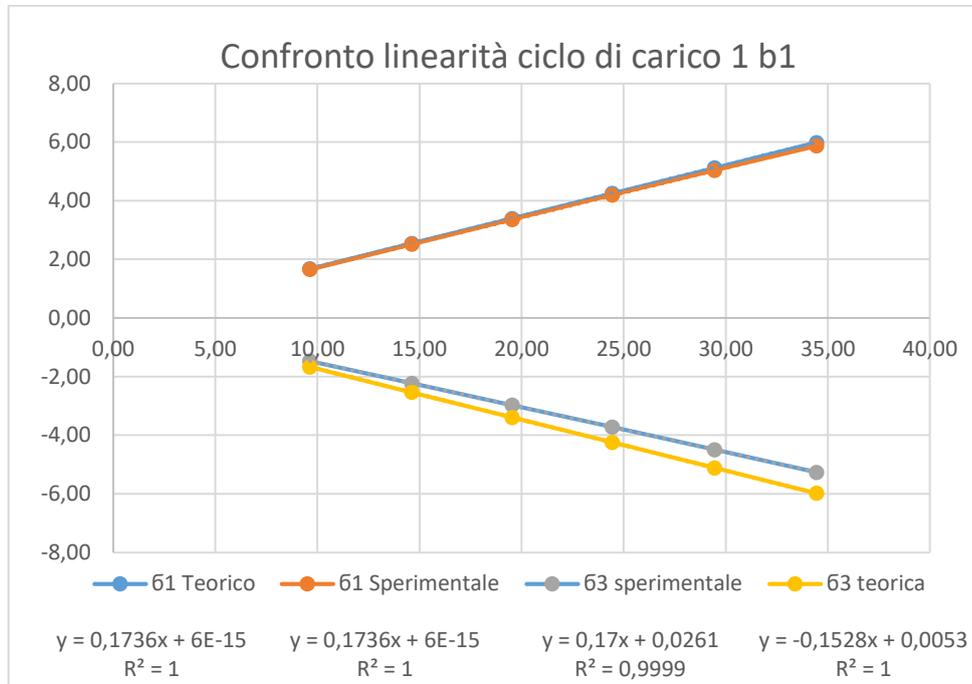


Grafico 14 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di carico 1 b1

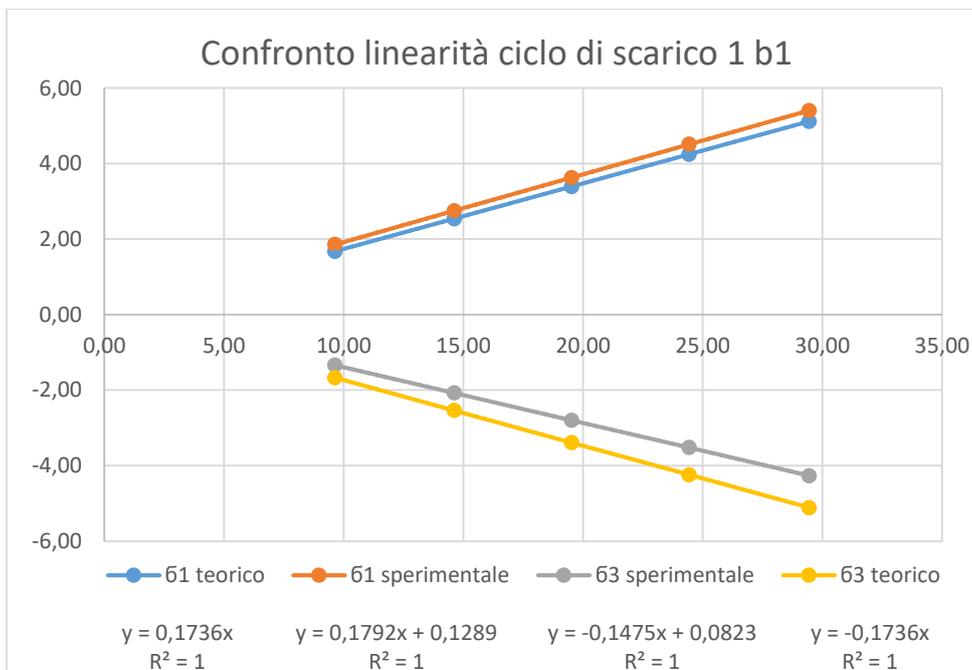


Grafico 15 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di scarico 1 b1

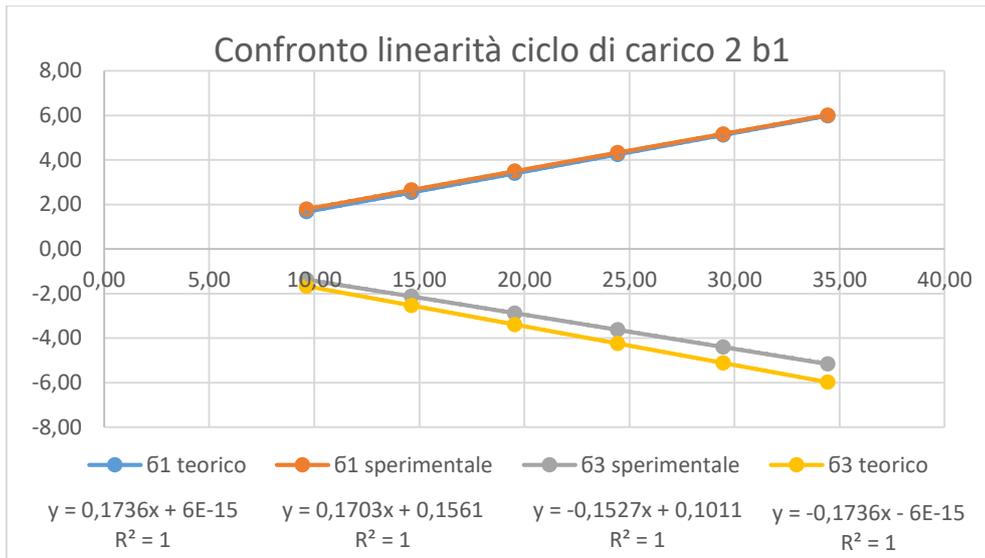


Grafico 16 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di carico 2 b1

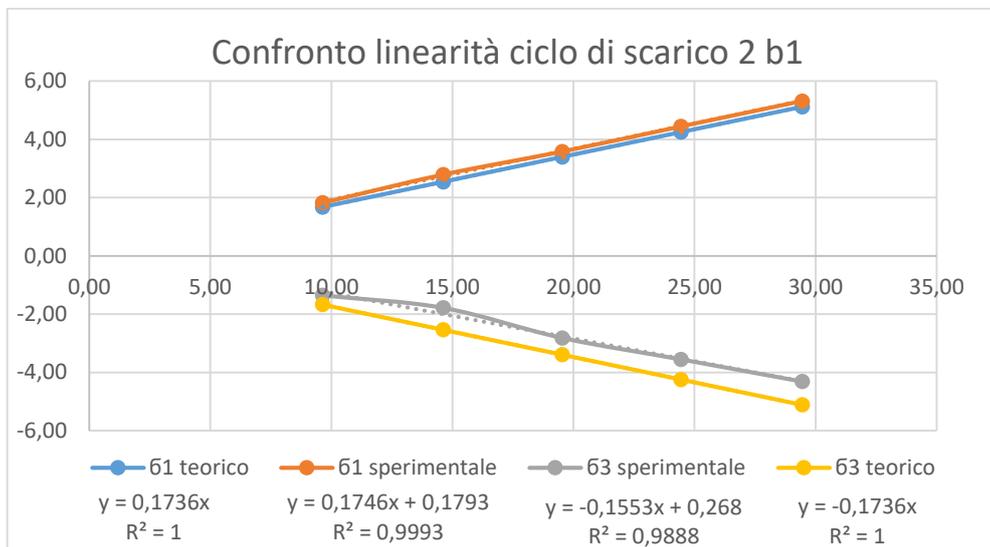


Grafico 17 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di scarico 2 b1

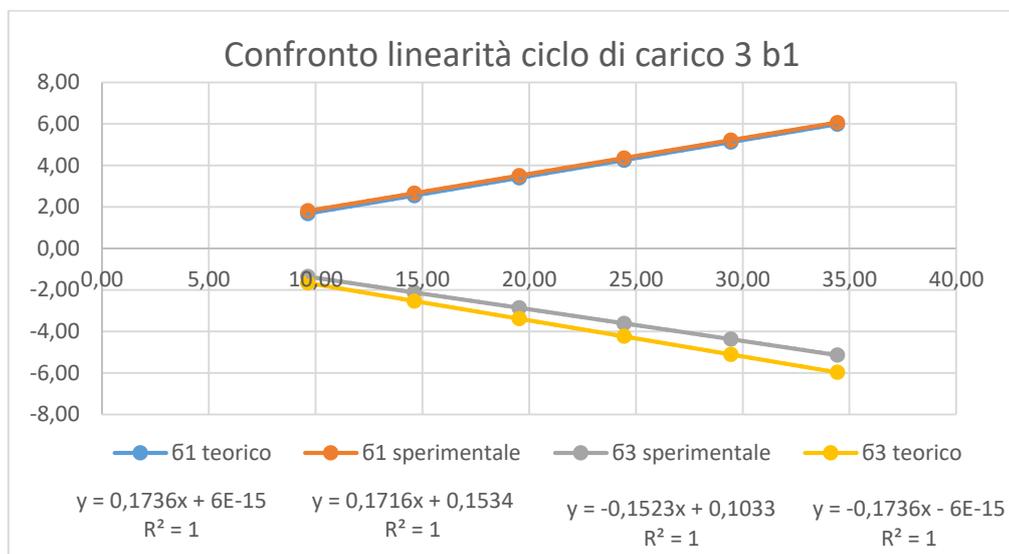


Grafico 18 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di carico 3 b1

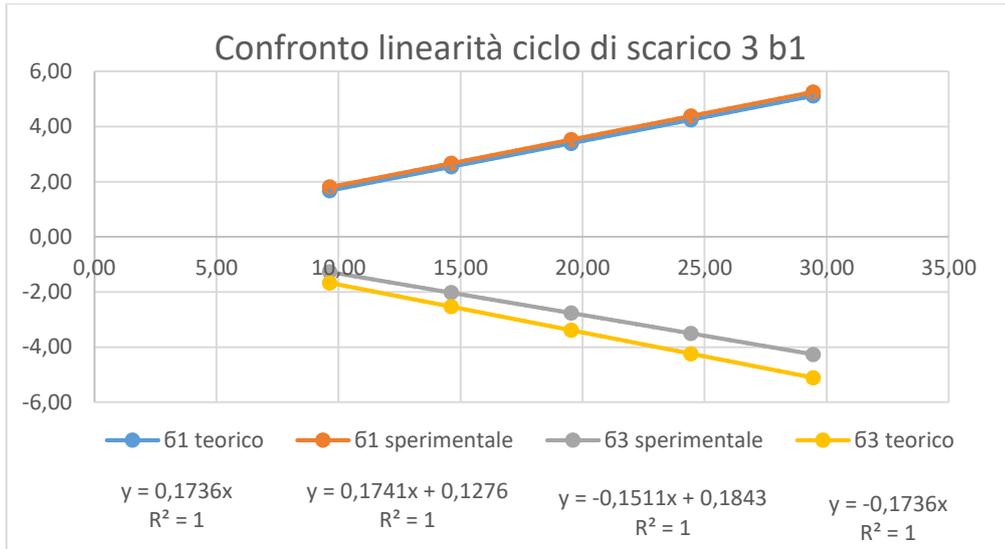


Grafico 19 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di scarico 3 b1

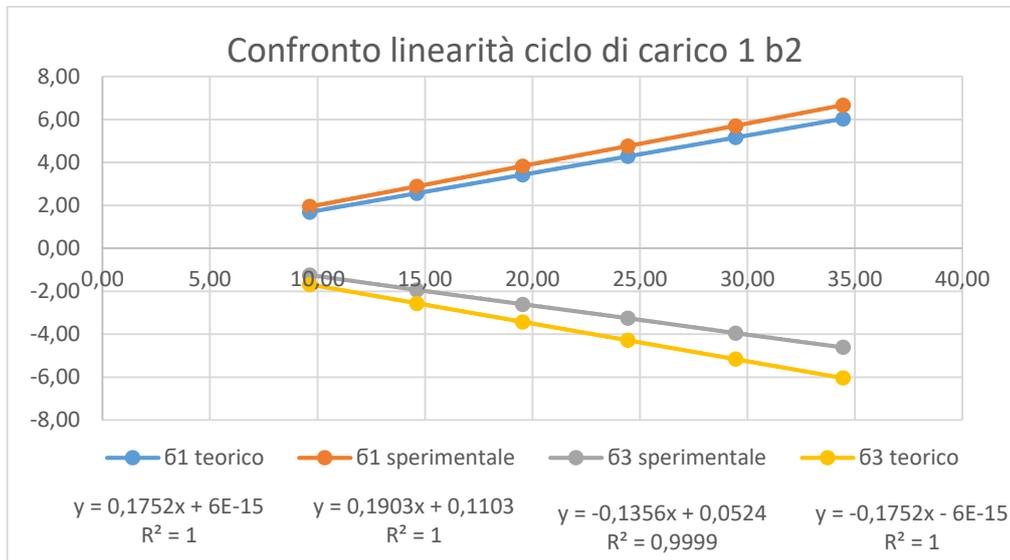


Grafico 20 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di carico 1 b2

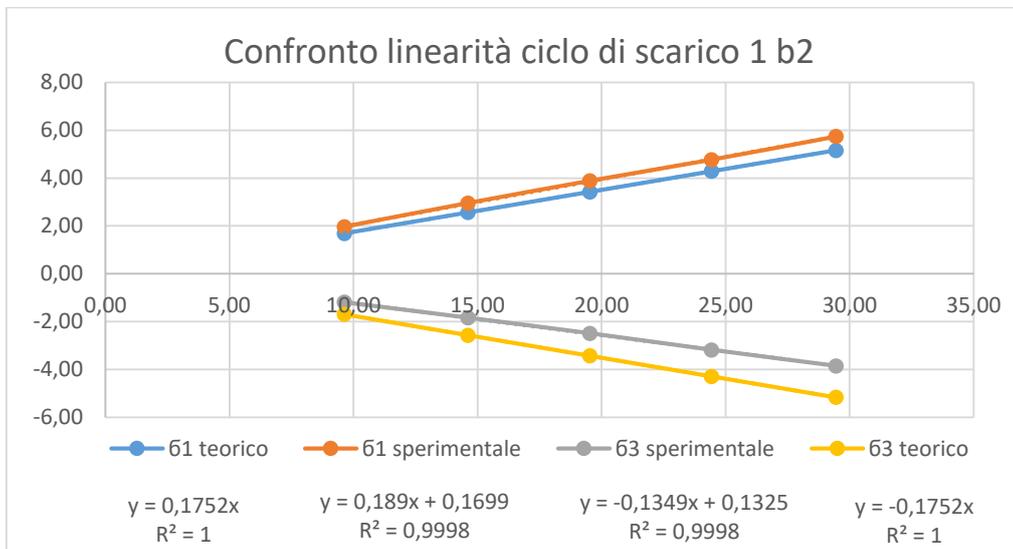


Grafico 21 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di scarico 1 b2

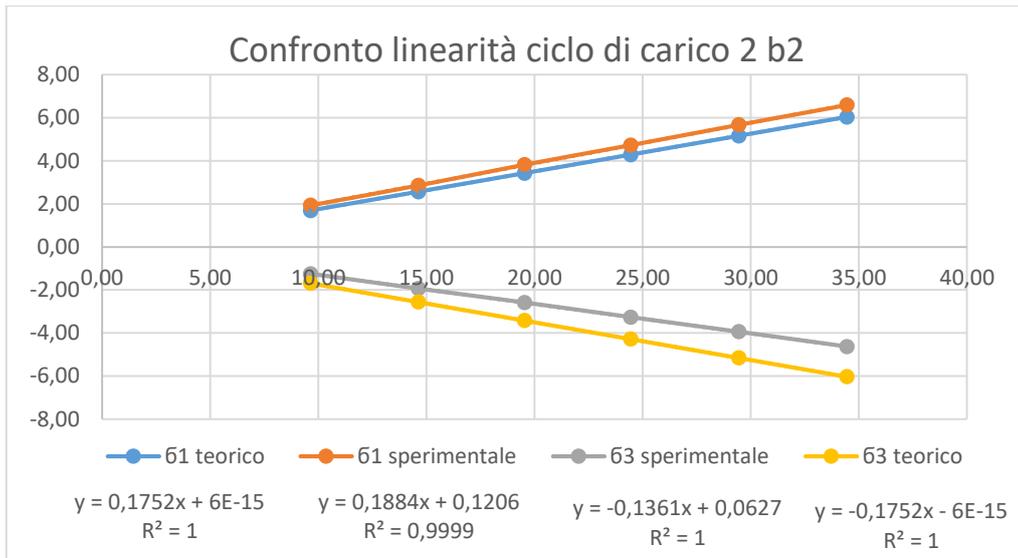


Grafico 22 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di carico 2 b2

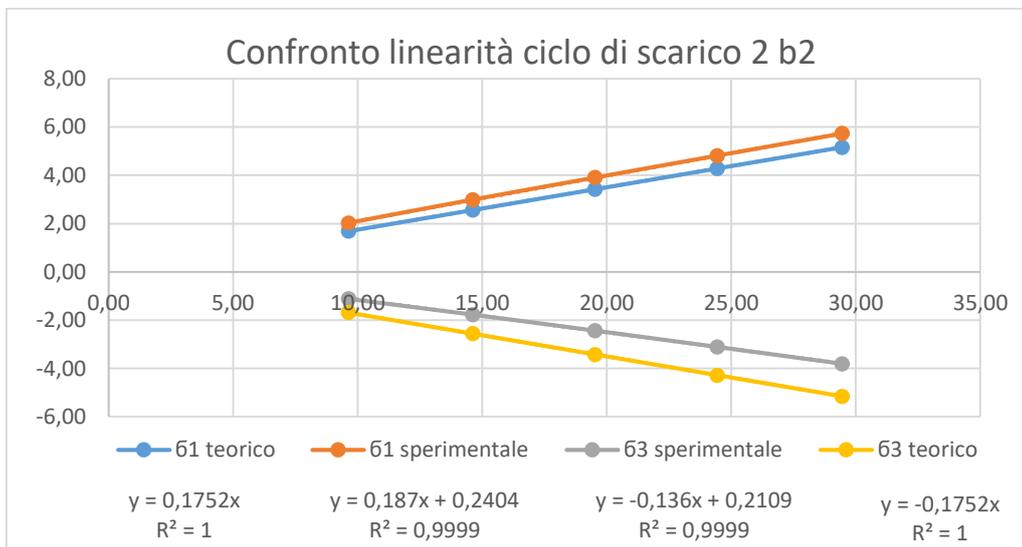


Grafico 23 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di scarico 2 b2

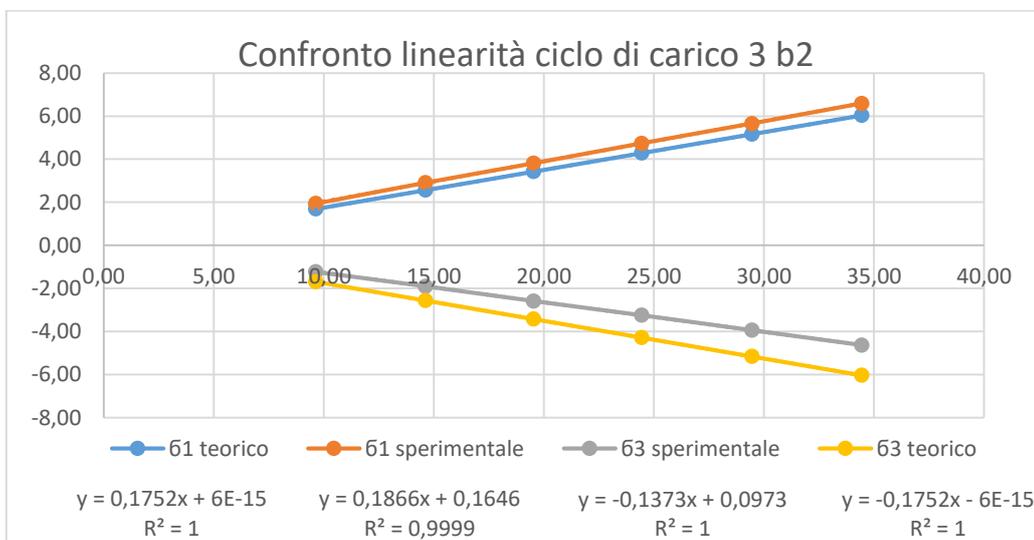


Grafico 24 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di carico 3 b2

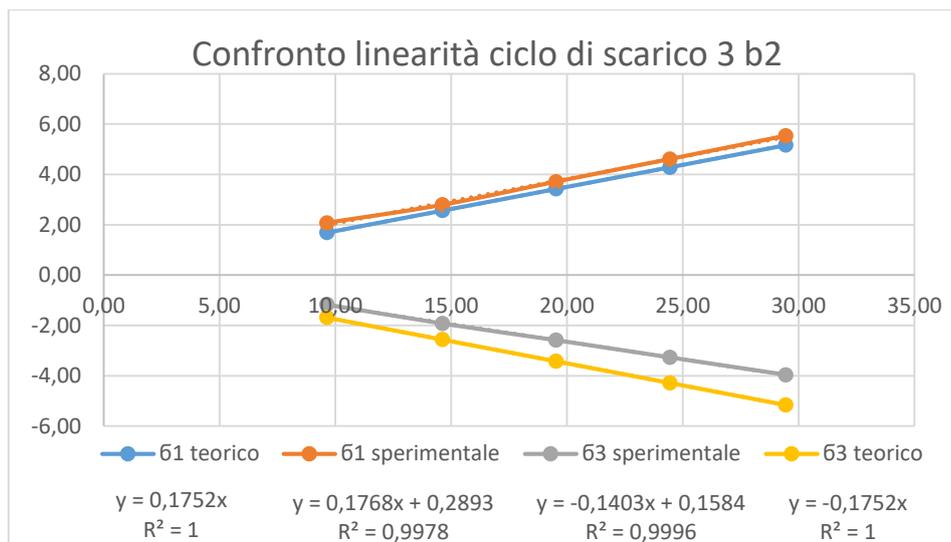


Grafico 25 Confronto dati teorici e sperimentali torsione ciclo di scarico 3 b2

In modo del tutto analogo al caso della flessotorsione, sono state rappresentate le tensioni principali generate dal carico e dallo scarico dei cinque provini calibrati. Anche qui sono state prese in considerazione per problemi di affidabilità dei risultati le configurazioni di barra completamente scarica e di carico della sola barra filettata per il sostegno dei provini. Dai risultati relativi alle prove a torsione, non si è notata una perfetta corrispondenza tra trattazione teorica e sperimentale. Infatti, come si può notare dai grafici, in quasi tutte le prove le tensioni principali derivanti dalla trattazione teorica si discostano leggermente da quelle misurate sperimentalmente tramite rosetta. Ciò lo si è constatato in particolare per la tensione principale con segno negativo sia nelle fasi di carico che di scarico. Tale discrepanza potrebbe essere legata alla non perfetto orientamento della rosetta estensimetrica. A conferma di quanto visto nella trattazione teorica, le tensioni principali nel caso di torsione pura sono simmetriche rispetto allo zero. Inoltre, come mostrato dal valore di R^2 prossimo all'unità, la linearità risulta verificata in tutte le prove eseguite.

4.10 Cerchi di Mohr

I cerchi di Mohr sono una rappresentazione bidimensionale, nel piano σ_N e σ_T , dello stato di tensione in generale tridimensionale in un punto generico P di un corpo. Nel caso dei risultati ottenuti nello studio, sono note le direzioni e le tensioni principali sia per la flessione-torsione che per la torsione pura, è pertanto immediata la costruzione diretta dei Cerchi di Mohr relativi ai risultati sperimentali e teorici. I due assi sono dotati di scala con la stessa unità di misura $\frac{N}{mm^2}$. Quindi gli sforzi principali σ_1 e σ_3 , calcolati dalle misure di deformazione secondo le equazioni fornite dall'HBM [4], vengono disegnate sull'asse σ_N . Intorno al punto mediano M, che si trova sull'asse σ_N nel punto $\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$, si traccia un cerchio di raggio $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ che taglia l'asse delle ascisse nei punti σ_1 e σ_3 . Nel cerchio di Mohr tutti gli angoli appaiono raddoppiati. L'angolo compreso tra la direzione principale 1 e l'asse x deve quindi essere disegnato con il valore 2φ partendo dall'asse σ_N in senso antiorario. Il suo primo lato forma l'asse σ_N e il secondo taglia il cerchio nel punto A. Il secondo lato dell'angolo $2\varphi + 2 * 90^\circ$ corrisponde alla direzione σ_2 e taglia il cerchio nel punto B. Proiettando i punti A e B sull'asse σ_N si leggono i valori di σ_x e σ_z . I punti A e B proiettati sull'asse τ forniscono i valori degli sforzi tangenziali τ_{xz} e τ_{zx} . Si riportano di seguito i cerchi di Mohr teorici relativi al massimo valore di carico per la torsione pura e per la flessione-torsione:

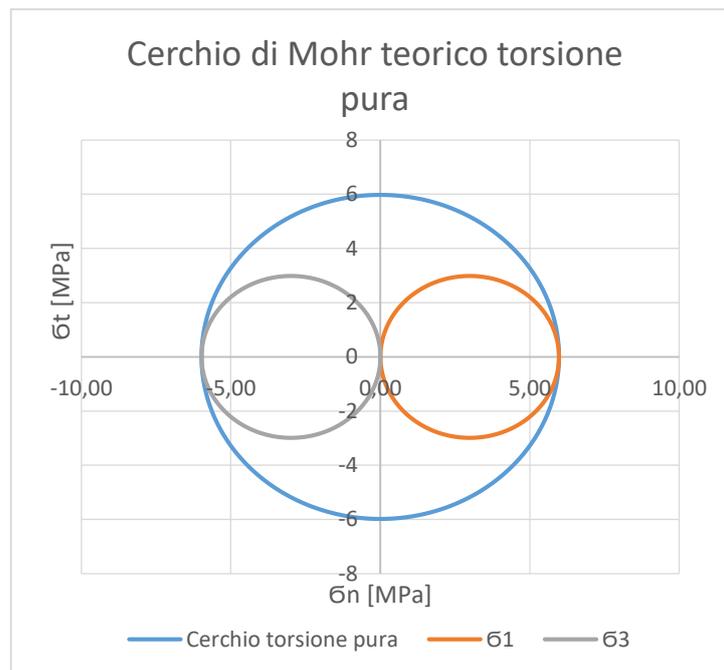


Grafico 26 Cerchio di Mohr teorico torsione pura

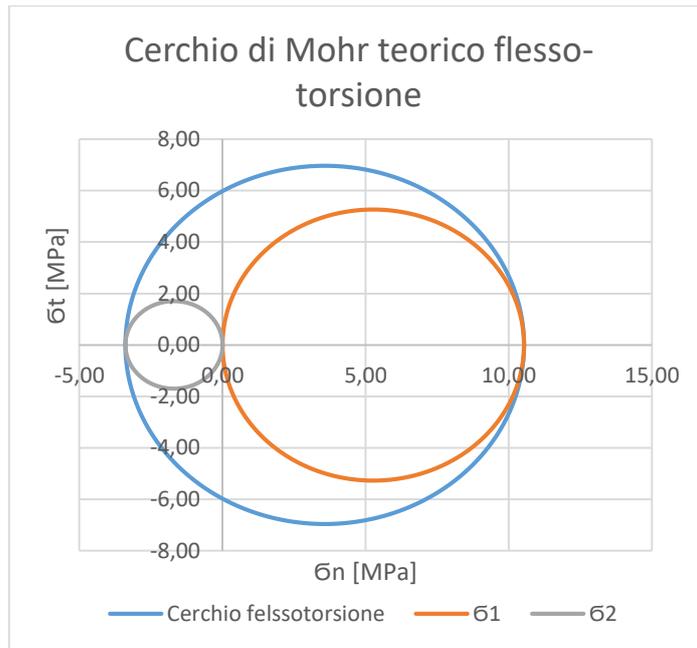


Grafico 27 Cerchio di Mohr teorico flessio-torsione

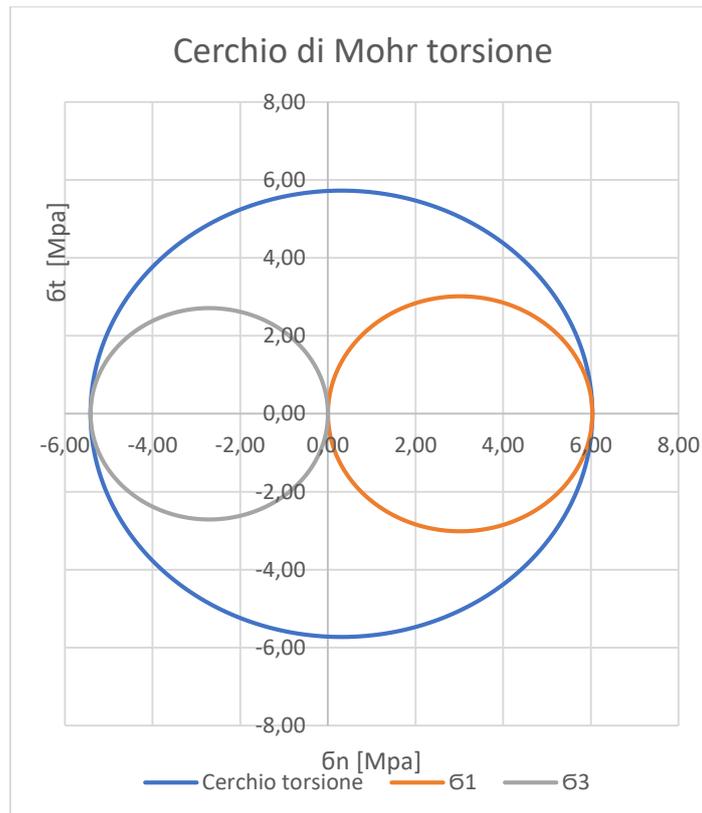


Grafico 28 Cerchio di Mohr sperimentale torsione pura

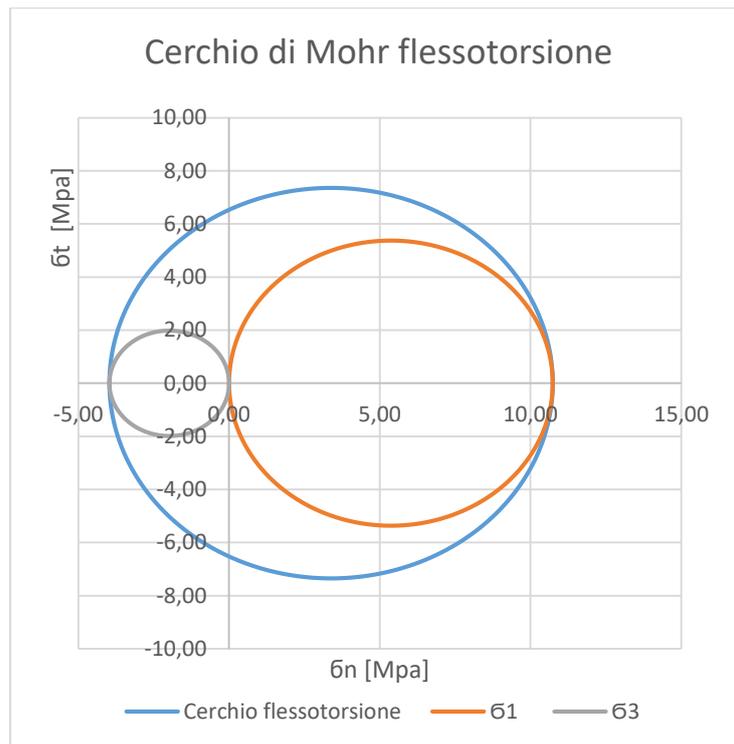


Grafico 29 Cerchio di Mohr sperimentale flesso-torsione

Si nota la buona corrispondenza tra i cerchi di Mohr ottenuti con le tensioni principali teoriche e quelli ottenuti con le tensioni principali sperimentali. In particolare per la torsione pura, il cerchio di Mohr è centrato sull'origine degli assi e le tensioni principali sono uguali in modulo alle massime sollecitazioni tangenziali, però nel caso sperimentale si nota che i cerchi non sono perfettamente simmetrici come ci si aspetterebbe dalla trattazione teorica. Ciò potrebbe essere dovuto all'imperfetta orientazione della rosetta. Per la flesso-torsione si ha invece una sovrapposizione quasi perfetta dei cerchi di Mohr relativi alle due trattazioni.

4.11 Isteresi

Con isteresi meccanica di un estensimetro si intende la differenza dell'indicazione fra deformazione crescente e decrescente a uguali valori di deformazione del campione di prova. L'isteresi meccanica, come molti altri parametri non dipende solo dall'estensimetro ma anche dall'applicazione e dagli altri componenti che insieme formano il punto di misurazione. Empiricamente l'isteresi diminuisce dopo molti cicli di sollecitazione. In questo paragrafo l'analisi sull'isteresi è stata fatta andando a rappresentare le tensioni principali derivanti dalle deformazioni lette dagli estensimetri al variare del carico applicato. Infatti, più in generale, l'isteresi è un fenomeno per cui il valore assunto da una grandezza dipende da altre è determinato, oltre che dai valori istantanei di queste ultime, anche dai valori assunti in precedenza. Nei grafici seguenti è stata rappresentata la risposta del sistema con isteresi in funzione dello stimolo. In un sistema privo di isteresi la curva costituirebbe una linea singola. In presenza di isteresi invece si ottiene uno sdoppiamento della curva. Infatti, nonostante nel sistema si lavori in campo elastico, esiste sempre una componente più o meno plastica nei materiali che lo compongono che dopo esser stati deformati per effetto di una sollecitazione, al venir meno di tale sollecitazione non ritornano alla configurazione iniziale, ma presentano una deformazione residua [10].

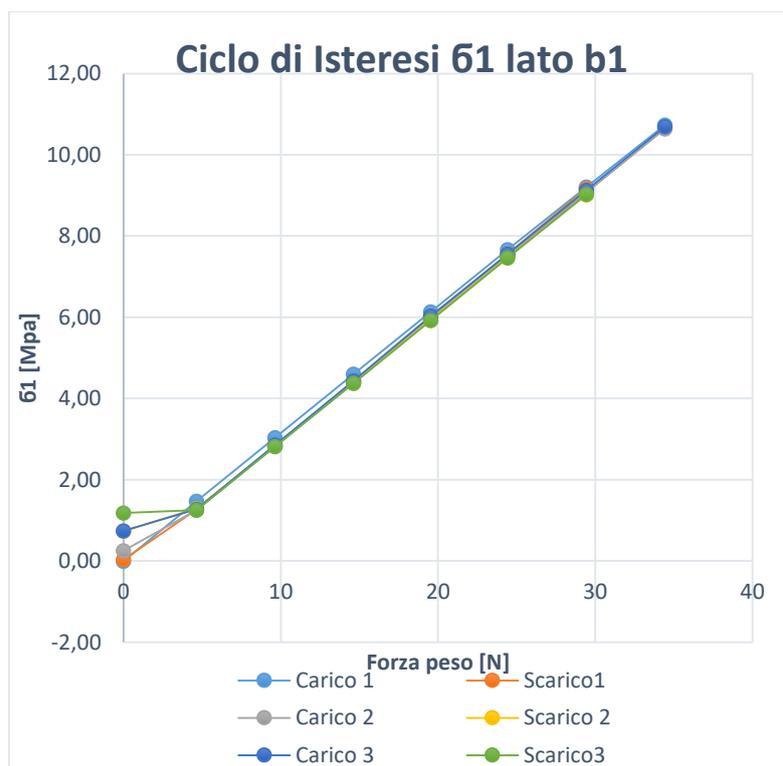


Grafico 30 Ciclo di isteresi flessione-torsione sigma 1 lato b1

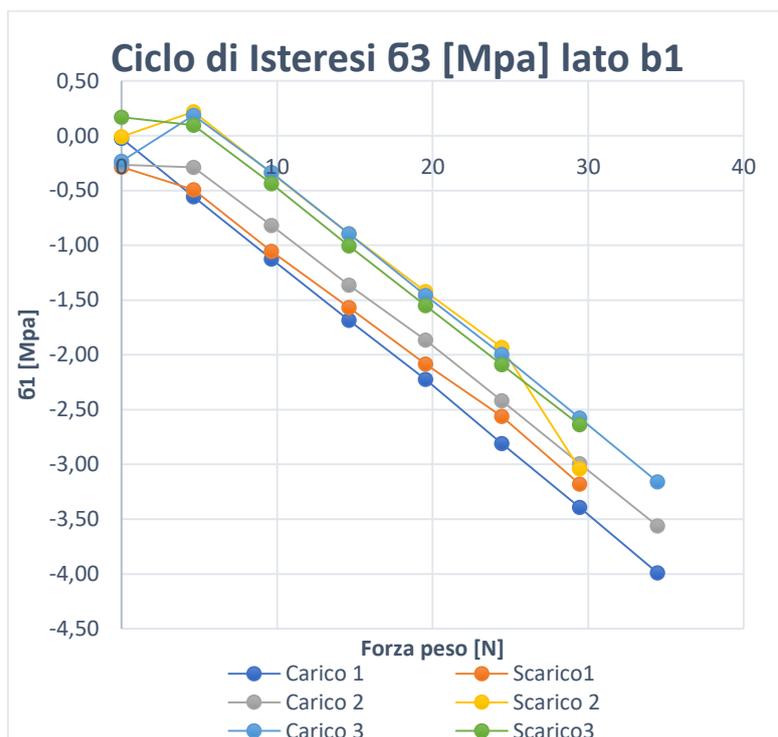


Grafico 31 Ciclo di isteresi flessione-torsione σ_3 lato b1

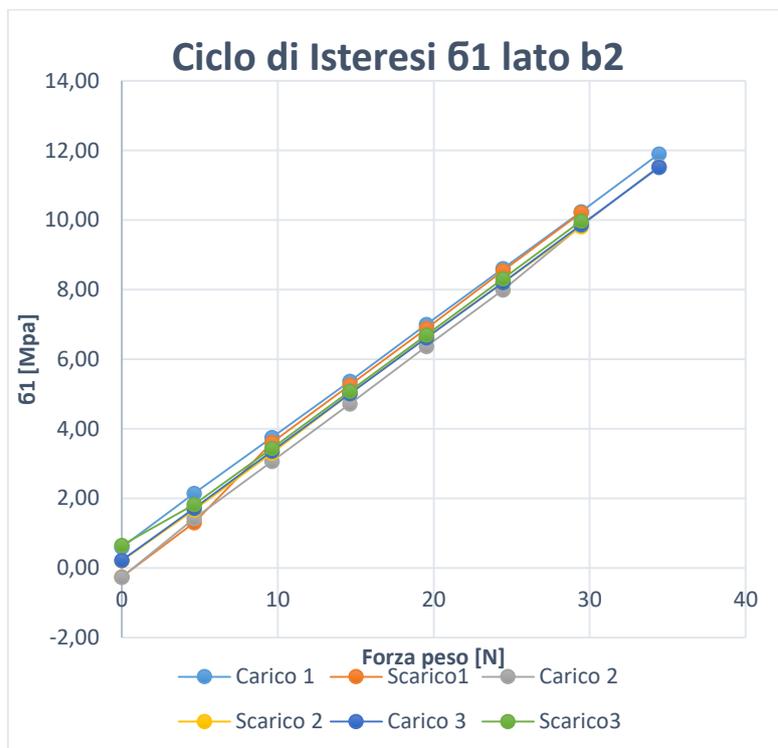


Grafico 32 Ciclo di isteresi flessione-torsione σ_1 lato b2

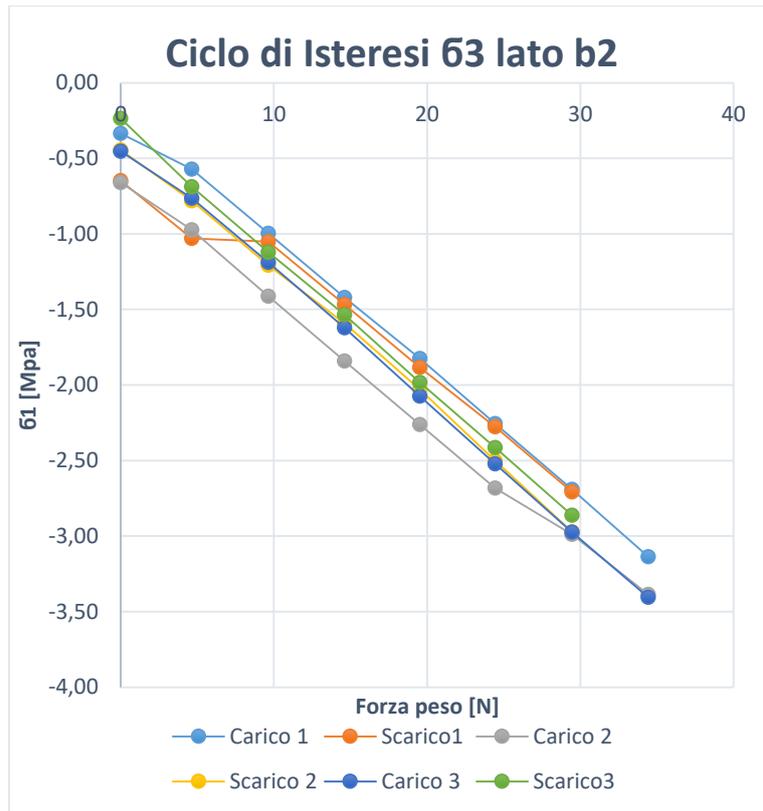


Grafico 33 Ciclo di isteresi flessione-torsione σ_3 lato b2

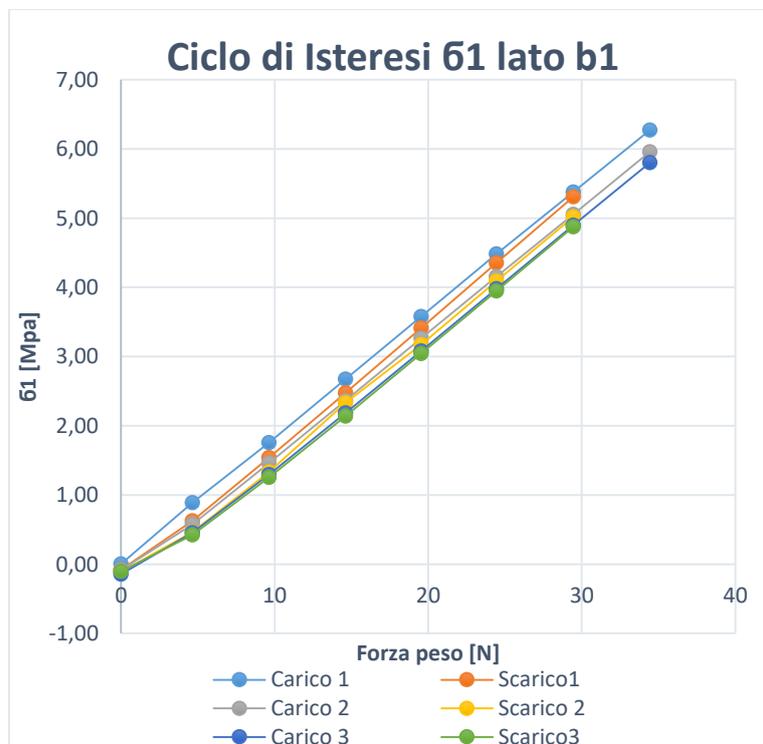


Grafico 34 Ciclo di isteresi torsione pura σ_1 lato b1

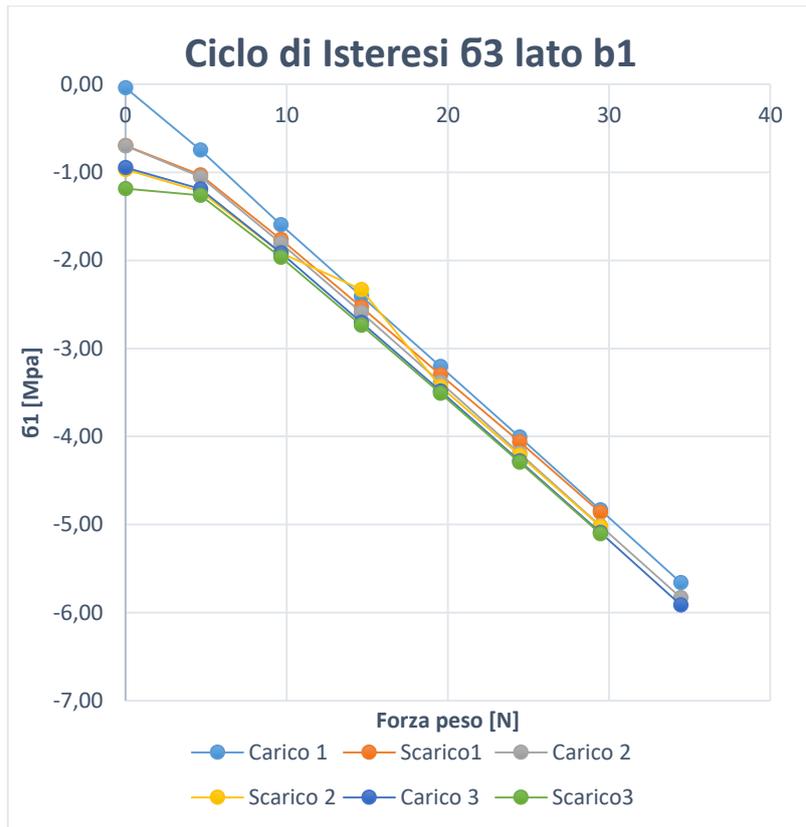


Grafico 35 Ciclo di isteresi torsione pura sigma 3 lato b1



Grafico 36 Ciclo di isteresi torsione pura sigma 1 lato b2

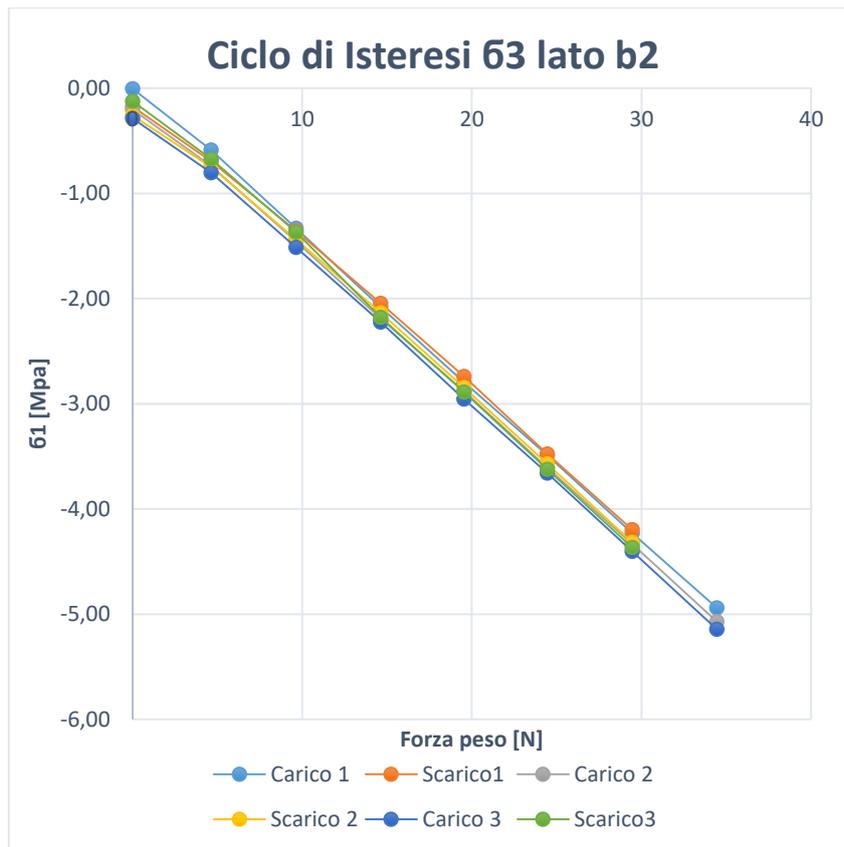


Grafico 37 Ciclo di isteresi torsione pura sigma 3 lato b2

In generale, si nota che i risultati al crescere dei cicli di carico non risentano molto dell'isteresi. Infatti le linee che rappresentano i vari cicli di carico-scarico sono prevalentemente sovrapposte a formare un'unica linea. Le principali differenze si notano però in corrispondenza della situazione di barra scarica. Infatti, in seguito alla rimozione di tutto il carico, rimane una deformazione residua che viene letta dalle griglie di misura e si traduce quindi in tensioni residue nel materiale che alterano leggermente i valori di tensione per livelli di carico più bassi.

4.12 Calcolo inverso

Le direzioni principali ϕ_1 e ϕ_2 di uno stato di sforzo piano si distinguono per il fatto che in esse gli sforzi normali principali σ_1 e σ_2 assumono i loro valori massimi e minimi, mentre gli sforzi tangenziali τ si azzerano [3]. Come mostrato nei cerchi di Mohr, in ogni altra direzione gli sforzi normali si trovano fra questi valori estremi e gli sforzi tangenziali assumono valori finiti.

Se si considera una superficie sollecitata biassialmente secondo le direzioni principali dagli sforzi principali σ_1 e σ_3 ed entro questa superficie è inserito un elemento le cui coordinate x e y sono ruotate dell'angolo φ rispetto agli assi principali (figura) [11].

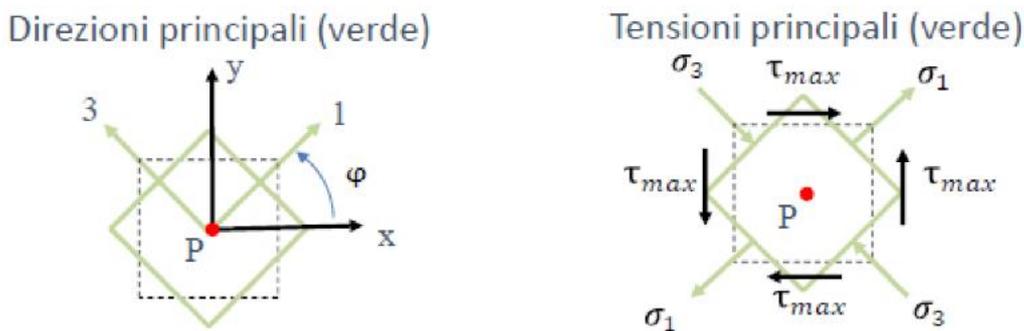


Figura 35 Situazione degli sforzi e delle direzioni principali sull'elemento strutturale

Gli sforzi che si generano sull'elemento si possono calcolare con le relazioni:

$$\sigma_{xx} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} * \cos 2\varphi$$

$$\sigma_{yy} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} - \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} * \cos 2\varphi$$

$$\tau_{xy} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} * \sin 2\varphi$$

τ_{xy}, τ_{yx} hanno sempre lo stesso valore la figura mostra la regola relativa al loro segno. A partire dalle tensioni principali è quindi stato implementato il calcolo inverso, ovvero come servirà nelle prove che verranno eseguite sullo scanalato: note le tensioni principali calcolate partendo dalle deformazioni lette dagli estensimetri, si calcola il momento flettente e torcente che le dovrebbe generare:

$$W_f = \pi * \frac{D_e^4 - D_i^4}{32 * D_e}$$

$$W_t = \pi * \frac{D_e^4 - D_i^4}{16 * D_e}$$

$$M_f = \sigma_{xx} W_f$$

$$M_t = \tau_{xz} W_t$$

Con σ_{xx} e τ_{xz} calcolati con le formule sopra elencate. Sono poi stati calcolate le differenze percentuali tra i momenti flettenti e torcenti risultanti dal calcolo inverso e quelli risultanti dalla trattazione analitica con le formule:

$$\Delta M_f[\%] = (M_{f_{sperim.}} - M_{f_{teorico}}) * 100 / (M_{f_{sperim.}})$$

$$\Delta M_t[\%] = (M_{t_{sperim.}} - M_{t_{teorico}}) * 100 / (M_{t_{sperim.}})$$

Carico		Sarico		Teorico	Carico	Scarico
τ_{max}	Mt [Nmm]	τ_{max}	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	% Δ Mt [N*mm]	% Δ Mt [N*mm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,84	1070,00	0,96	1221,58	1029,67	3,77	15,71
1,63	2085,07	1,84	2351,35	2139,93	-2,63	8,99
2,49	3178,32	2,73	3486,82	3245,82	-2,12	6,91
3,33	4252,43	3,60	4607,17	4336,91	-1,99	5,87
4,16	5324,52	4,49	5737,26	5425,82	-1,90	5,43
5,00	6388,81	5,38	6873,55	6538,47	-2,34	4,87
5,83	7454,03			7645,89	-2,57	

Tabella 47 Calcolo inverso ciclo di carico-scarico 1 lato b1

Carico		Sarico		Teorico	Carico	Scarico
τ_{max} 1	Mt [Nmm]	τ_{max} 1	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	% Δ Mt [N*mm]	% Δ Mt [N*mm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,91	1160,27	0,92	1170,43	1029,67	11,26	12,03
1,78	2270,56	1,81	2317,05	2139,93	5,75	7,64
2,64	3379,65	2,80	3573,58	3245,82	3,96	9,17
3,49	4461,17	3,58	4576,76	4336,91	2,79	5,24
4,33	5534,34	4,45	5683,57	5425,82	1,96	4,54
5,17	6609,44	5,32	6801,54	6538,47	1,07	3,87
6,02	7696,84			7645,89	0,66	

Tabella 48 Calcolo inverso ciclo di carico-scarico 2 lato b1

Carico		Sarico		Teorico	Carico	Scarico
$\tau_{\max 1}$	Mt [Nmm]	$\tau_{\max 1}$	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	% Δ Mt [N*mm]	% Δ Mt [N*mm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,93	1187,77	0,92	1173,63	1029,67	13,31	12,27
1,80	2295,28	1,80	2297,82	2139,93	6,77	6,87
2,65	3394,32	2,67	3409,42	3245,82	4,37	4,80
3,51	4488,66	3,53	4516,87	4336,91	3,38	3,98
4,36	5573,86	4,39	5615,09	5425,82	2,66	3,37
5,22	6680,23	5,27	6735,26	6538,47	2,12	2,92
6,08	7768,01			7645,89	1,57	

Tabella 49 Calcolo inverso ciclo di carico-scarico 3 lato b1

Carico		Sarico		Teorico	Carico	Scarico
$\tau_{\max 1}$	Mt [Nmm]	$\tau_{\max 1}$	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	% Δ Mt [N*mm]	% Δ Mt [N*mm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,98	1259,16	0,95	1208,34	1038,95	17,49	14,02
1,93	2461,87	1,95	2492,14	2159,20	12,29	13,36
2,89	3697,48	2,96	3790,18	3275,06	11,42	13,59
3,86	4938,69	3,92	5010,21	4375,98	11,39	12,66
4,83	6179,87	4,84	6187,21	5474,70	11,41	11,52
5,78	7395,00	5,82	7435,68	6597,37	10,79	11,27
6,77	8650,31			7714,77	10,82	

Tabella 50 Calcolo inverso ciclo di carico-scarico 1 lato b2

Carico		Sarico		Teorico	Carico	Scarico
$\tau_{\max 1}$	Mt [Nmm]	$\tau_{\max 1}$	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	% Δ Mt [N*mm]	% Δ Mt [N*mm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,97	1241,04	1,04	1325,28	1038,95	16,28	21,61
1,95	2488,81	2,04	2607,22	2159,20	13,24	17,18
2,88	3685,89	3,02	3863,82	3275,06	11,15	15,24
3,89	4972,17	3,97	5081,43	4375,98	11,99	13,88
4,82	6160,07	4,91	6275,10	5474,70	11,13	12,76
5,79	7408,93	5,85	7484,60	6597,37	10,95	11,85
6,73	8610,28			7714,77	10,40	

Tabella 51 Calcolo inverso ciclo di carico-scarico 2 lato b2

Carico		Scarico		Teorico	Carico	Scarico
τ_{max} 1	Mt [Nmm]	τ_{max} 1	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	% Δ Mt [N*mm]	% Δ Mt [N*mm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,98	1252,62	1,08	1378,30	1038,95	17,06	24,62
1,95	2496,45	2,08	2665,43	2159,20	13,51	18,99
2,95	3769,71	2,82	3609,46	3275,06	13,12	9,26
3,88	4963,18	3,78	4827,26	4375,98	11,83	9,35
4,83	6175,16	4,70	6005,37	5474,70	11,34	8,84
5,78	7390,16	5,66	7233,98	6597,37	10,73	8,80
6,74	8615,79			7714,77	10,46	

Tabella 52 Calcolo inverso ciclo di carico-scarico 3 lato b2

Le differenze percentuali tra momenti torcenti teorici e sperimentali ottenute, sono state rappresentate su un grafico in funzione del carico applicato alla barra di torsione:

Per la torsione pura, dalla teoria $\sigma_3 = -\sigma_1 = \tau_{xz}$

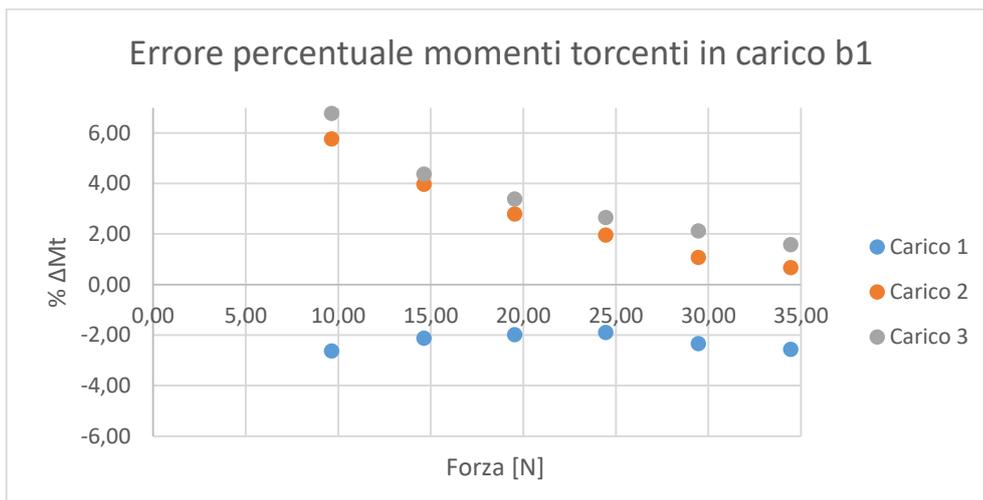


Grafico 38 Differenze percentuali tra momenti torcenti teorici e sperimentali per i cicli di carico lato b1

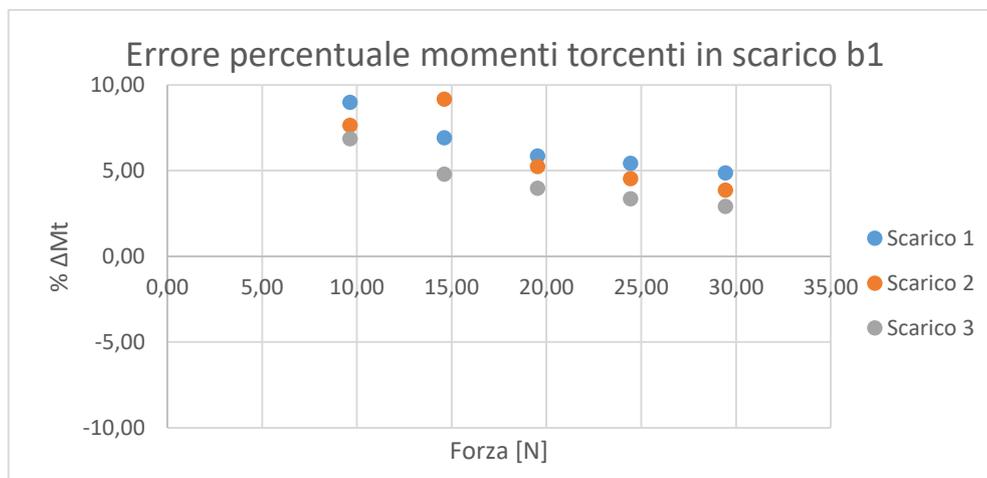


Grafico 39 Differenze percentuali tra momenti torcenti teorici e sperimentali per i cicli di scarico lato b1

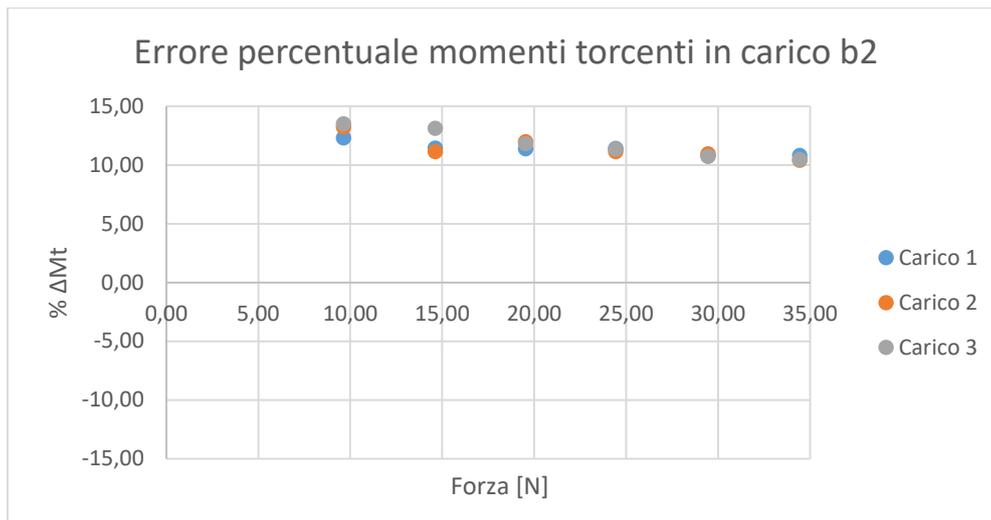


Grafico 40 Differenze percentuali tra momenti torcenti teorici e sperimentali per i cicli di carico lato b2

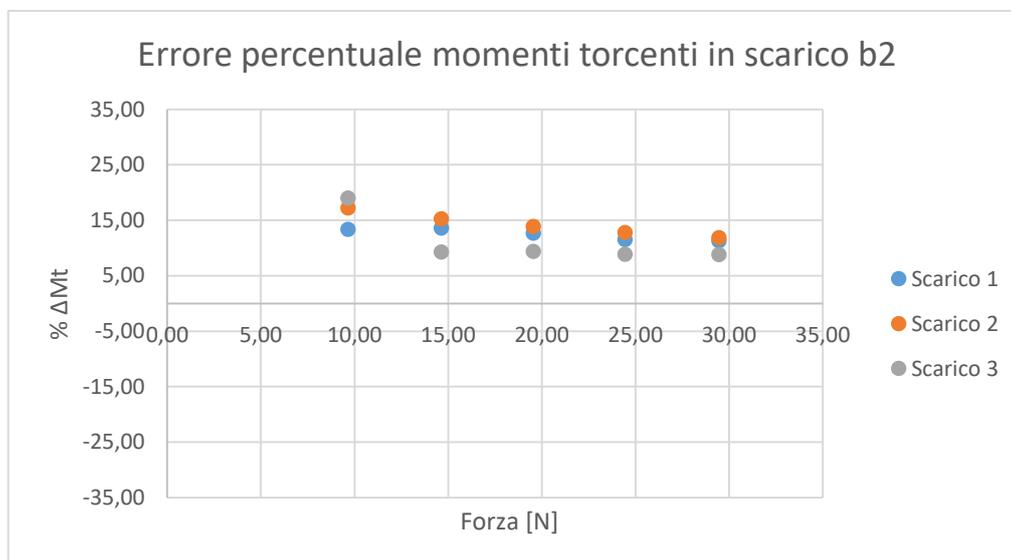


Grafico 41 Differenze percentuali tra momenti torcenti teorici e sperimentali per i cicli di scarico lato b2

Si nota che la differenza percentuale tra momenti teorici e sperimentali tende a ridursi al crescere del carico. Nella rappresentazione dei risultati sono state considerate le 5 configurazioni di carico con la presenza dei provini, scartando le acquisizioni in condizioni di barra scarica e con la sola barra per il sostegno dei pesi.

In modo analogo sono stati svolti gli stessi calcoli per la flessione-torsione, calcolando per ogni prova sia il momento flettente che il momento torcente in fase di carico e di scarico e rappresentando le differenze percentuali tra trattazione teorica e sperimentale. I risultati sono stati riassunti nei quattro grafici sottostanti:

Carico				Sarico				Teorico	
σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	Mf [Nmm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,15	737,78	0,72	980,86	1,18	755,84	0,70	960,11	1029,67	614,09
2,38	1519,03	1,47	2018,33	2,40	1533,99	1,46	1995,43	2139,93	1276,24
3,61	2305,14	2,23	3058,58	3,64	2328,47	2,20	3017,88	3245,82	1935,80
4,81	3076,83	2,98	4075,37	4,89	3127,06	2,95	4045,46	4336,91	2586,52
6,00	3833,94	3,72	5093,33	6,12	3914,75	3,67	5032,86	5425,82	3235,94
7,20	4603,33	4,47	6129,50	7,39	4722,73	4,47	6125,04	6538,47	3899,52
8,39	5361,31	5,23	7162,18					7645,89	4559,98

Tabella 53 Calcolo inverso ciclo di carico-sarico 1 flessione-torsione lato b1

Carico				Scarico				Teorico	
σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	Mf [Nmm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,17	750,66	0,72	983,09	1,02	649,86	0,65	890,58	1029,67	614,09
2,43	1551,36	1,48	2028,63	2,24	1433,08	1,41	1936,89	2139,93	1276,24
3,68	2350,98	2,24	3075,20	3,47	2215,92	2,17	2972,71	3245,82	1935,80
4,90	3133,59	2,98	4082,36	4,68	2991,22	2,91	3987,58	4336,91	2586,52
6,10	3902,20	3,72	5094,79	5,88	3761,01	3,63	4977,87	5425,82	3235,94
7,33	4685,66	4,49	6145,00	7,03	4496,28	4,58	6278,87	6538,47	3899,52
8,55	5467,08	5,24	7182,94					7645,89	4559,98

Tabella 54 Calcolo inverso ciclo di carico-sarico 2 flessione-torsione lato b1

Carico				Scarico				Teorico	
σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	Mf [Nmm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,16	744,02	0,72	981,17	0,64	409,77	0,82	1116,55	1029,67	614,09
2,42	1549,96	1,48	2033,76	1,76	1124,75	1,62	2217,39	2139,93	1276,24
3,66	2338,91	2,24	3070,70	2,94	1878,30	2,55	3498,62	3245,82	1935,80
4,93	3148,52	3,03	4146,80	4,15	2654,07	3,49	4778,44	4336,91	2586,52
6,11	3908,21	3,75	5141,86	5,35	3417,11	4,44	6082,09	5425,82	3235,94
7,35	4696,44	4,52	6197,24	6,57	4198,76	5,40	7398,55	6538,47	3899,52
8,56	5472,73	5,28	7235,69					7645,89	4559,98

Tabella 55 Calcolo inverso ciclo di carico-sarico 3 flessione-torsione lato b1

Carico				Scarico				Teorico	
σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	Mf [Nmm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,16	742,41	-0,83	-1130,94	1,08	693,53	0,74	1008,12	1038,95	614,09
2,19	1401,21	-1,66	-2278,90	2,70	1723,74	1,67	2293,27	2159,20	1276,24
3,22	2058,67	-2,49	-3416,87	3,74	2392,72	2,52	3449,23	3275,06	1935,80
4,24	2710,10	-3,31	-4538,68	4,75	3036,63	3,36	4609,37	4375,98	2586,52
5,25	3353,19	-4,13	-5663,28	5,80	3707,64	4,20	5759,68	5474,70	3235,94
6,28	4015,27	-4,97	-6809,28	6,86	4386,37	5,06	6934,42	6597,37	3899,52
7,30	4663,51	-5,81	-7958,36					7714,77	4559,98

Tabella 56 Calcolo inverso ciclo di carico-scarico 1 flessione-torsione lato b2

Carico				Scarico				Teorico	
σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	Mf [Nmm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,23	785,00	-0,84	-1155,35	1,09	698,98	0,71	974,21	1038,95	614,09
2,27	1452,61	-1,69	-2309,55	2,14	1369,74	1,56	2142,48	2159,20	1276,24
3,32	2119,94	-2,52	-3455,57	3,23	2067,10	2,42	3310,18	3275,06	1935,80
4,35	2780,70	-3,35	-4593,21	4,24	2711,72	3,26	4468,66	4375,98	2586,52
5,38	3441,38	-4,18	-5723,59	5,23	3344,41	4,09	5609,25	5474,70	3235,94
6,74	4308,10	-5,09	-6967,13	6,39	4082,06	4,85	6649,38	6597,37	3899,52
7,86	5022,40	-5,94	-8137,04					7714,77	4559,98

Tabella 57 Calcolo inverso ciclo di carico-scarico 2 flessione-torsione lato b2

Carico				Scarico				Teorico	
σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	σ_{xx} [Mpa]	Mf [Nmm]	τ_{max} [Mpa]	Mt [Nmm]	Mt [Nmm]	Mf [Nmm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,98	629,07	-0,78	-1003,14	0,81	1031,63	-1,35	-1721,54	1038,95	614,09
2,03	1299,70	-1,63	-2080,14	1,29	1648,47	-2,18	-2791,25	2159,20	1276,24
3,08	1968,82	-2,47	-3157,26	1,78	2269,42	-3,01	-3854,05	3275,06	1935,80
4,08	2611,18	-3,30	-4216,95	2,26	2892,23	-3,84	-4913,69	4375,98	2586,52
5,09	3256,65	-4,12	-5270,88	2,74	3501,13	-4,67	-5971,98	5474,70	3235,94
6,12	3911,52	-4,97	-6351,17	3,25	4150,68	-5,51	-7048,57	6597,37	3899,52
7,19	4593,37	-5,81	-7432,88					7714,77	4559,98

Tabella 58 Calcolo inverso ciclo di carico-scarico 3 flessione-torsione lato b2

In modo analogo al caso della torsione, anche per la flessotorsione sono state calcolate le differenze percentuali tra momenti teorici e sperimentali e sono stati riassunti in grafici in funzione del carico applicato alla barra di torsione:

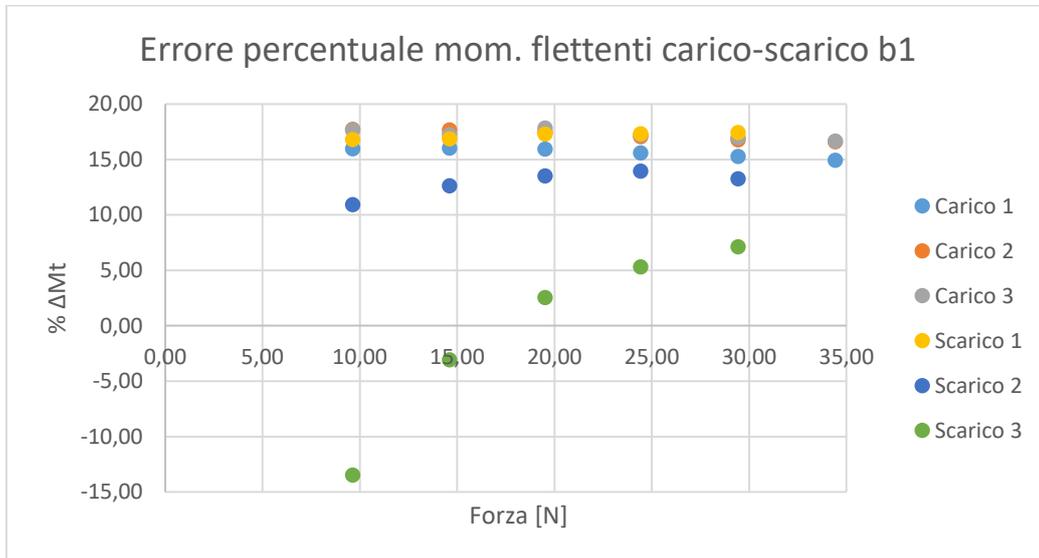


Grafico 42 Differenze percentuali tra momenti flettenti teorici e sperimentali per i cicli di carico-scarico lato b1

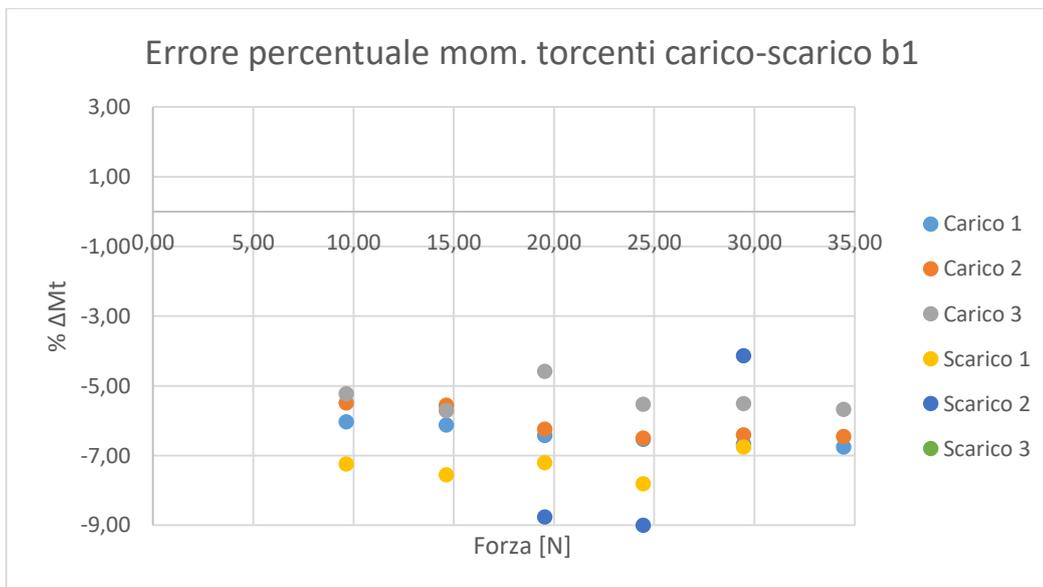


Grafico 43 Differenze percentuali tra momenti torcenti teorici e sperimentali per i cicli di carico-scarico lato b1

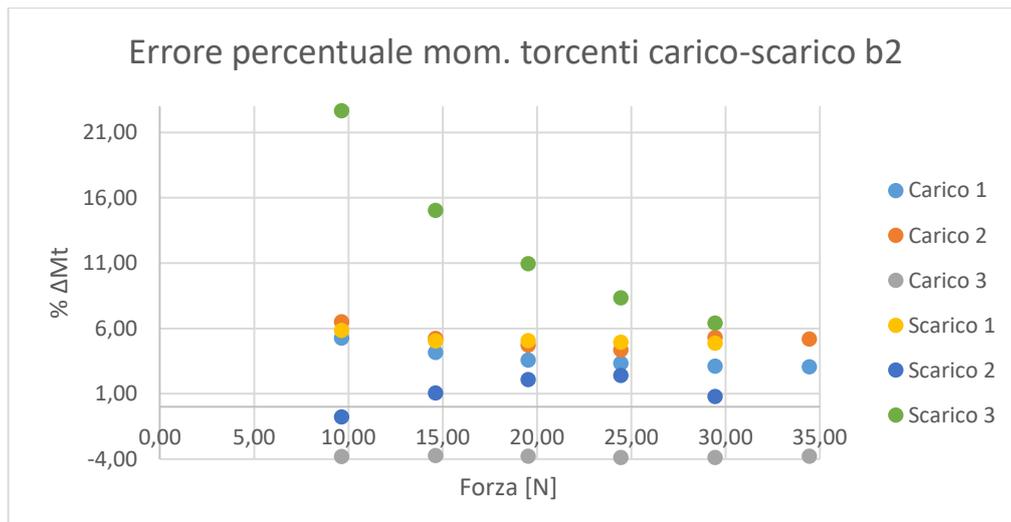


Grafico 44 Differenze percentuali tra momenti torcenti teorici e sperimentali per i cicli di carico-scarico lato b2

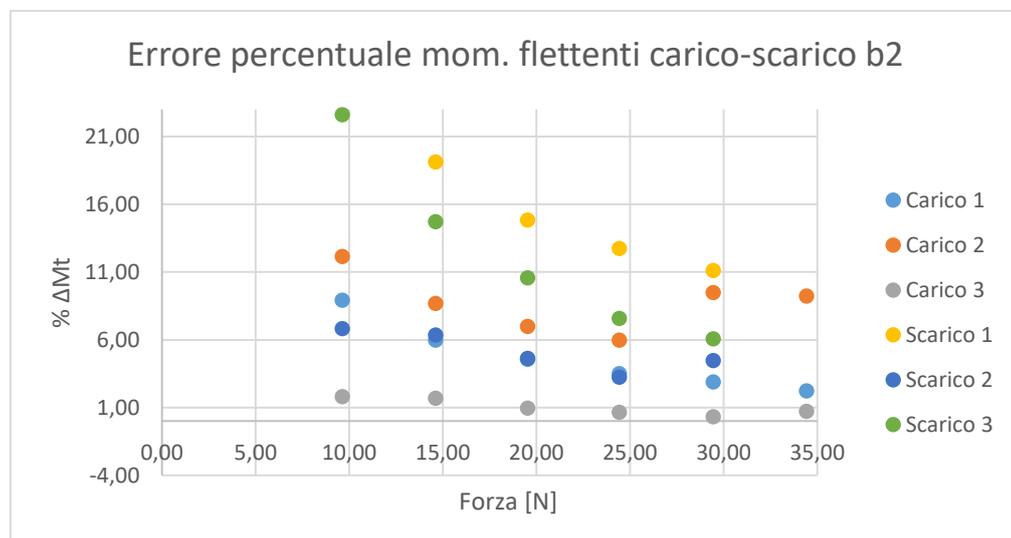


Grafico 45 Differenze percentuali tra momenti flettenti teorici e sperimentali per i cicli di carico-scarico lato b2

Anche in questo caso si nota che la differenza percentuale tra momenti teorici e sperimentali tende a ridursi al crescere del carico. Nella rappresentazione dei risultati sono state considerate le 5 configurazioni di carico con la presenza dei provini, scartando le acquisizioni in condizioni di barra scarica e con la sola barra per il sostegno dei pesi.

5 ACCOPPIAMENTO SCANALATO

È noto che quando due alberi rotanti, devono trasmettere coppie elevate ad elevata velocità una delle vie più comuni è quella di utilizzare un accoppiamento scanalato.

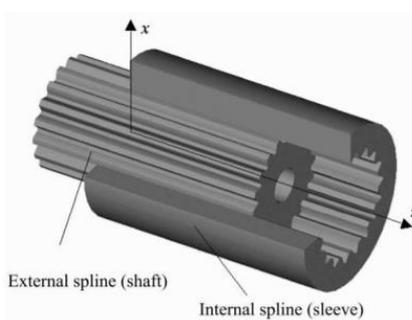


Figura 36 Accoppiamento scanalato

Ciò è legato alla capacità degli accoppiamenti scanalati di garantire un certo disallineamento angolare tra albero e mozzo che permette di compensare eventuali errori di assemblaggio, lavorazione e movimenti relativi che possono nascere nelle condizioni di lavoro della macchina.

Tuttavia, il disallineamento angolare tra gli assi di albero e mozzo porta alla nascita di sovraccarichi indesiderati, provocando non solo delle maggiori e disuniformi pressioni di contatto sulla superficie dei denti accoppiati, come osservato da Hong et al. [12] [13] e Medina et al. [14], ma anche un aumento degli sforzi sui cuscinetti e sull'accoppiamento scanalato stesso [15] ed è quindi intuibile che tali sforzi debbano essere quantificati e considerati già in fase di progettazione. Prendendo in considerazione l'accoppiamento vero e proprio, si pone attenzione alla quantificazione sperimentale dei momenti che nascono da condizioni di accoppiamento non ideali. Questi carichi sono dovuti principalmente a due fattori: l'attrito fra i denti (Frictional moment M_f) ed il disequilibrio fra coppia in ingresso e coppia in uscita che viene quindi compensato da un momento di riallineamento (Tilting Moment M_t).

Per capire l'influenza del disallineamento sulla nascita dei fenomeni di usura, fatica da *fretting*, *tilting and friction moment*, è stato realizzato un banco prova per scanalati dove è possibile impostare parametri come momento torcente, velocità di rotazione, ore di lavoro ed infine il disallineamento angolare.

L'idea è pertanto quella di portare l'analisi eseguita dal modello semplificato di barra di torsione all'accoppiamento scanalato, andando ad applicare una rosetta estensimetrica sullo scanalato e acquisendo le micro-deformazioni al variare dell'angolo di disallineamento tra albero e mozzo.

5.1 Caratteristiche banco prova

Il banco prova di è situato nel laboratorio del dipartimento di ingegneria meccanica e aerospaziale (DIMEAS) del Politecnico di Torino, è brevettato ed unico [16].

Il banco di prova è a ricircolo di potenza, quindi la potenza esterna data dal motore è quella necessaria nella sola fase di avviamento a vincere le forze di attrito e altre perdite minori mentre la potenza principale circola all'interno del banco di prova. In tal modo è possibile utilizzare un motore molto più piccolo rispetto all'analogo motore che si utilizzerebbe in un banco di prova ad assorbimento di potenza rendendolo economico e energeticamente meno dispendioso [1].



Figura 37 Banco prova per accoppiamenti scanalati

Di seguito vengono riportati le caratteristiche principali del motore:

DATI TECNICI	
Potenza	6.3 kW
Lunghezza	2.5 m
Profondità	1.5m
Peso	3.5 t
Coppia massima	5000 Nm
Velocità massima	3000 rpm
Disallineamento massimo applicabile	13 °
Temperatura lubrificante	60 °C

Tabella 59 Caratteristiche banco prova

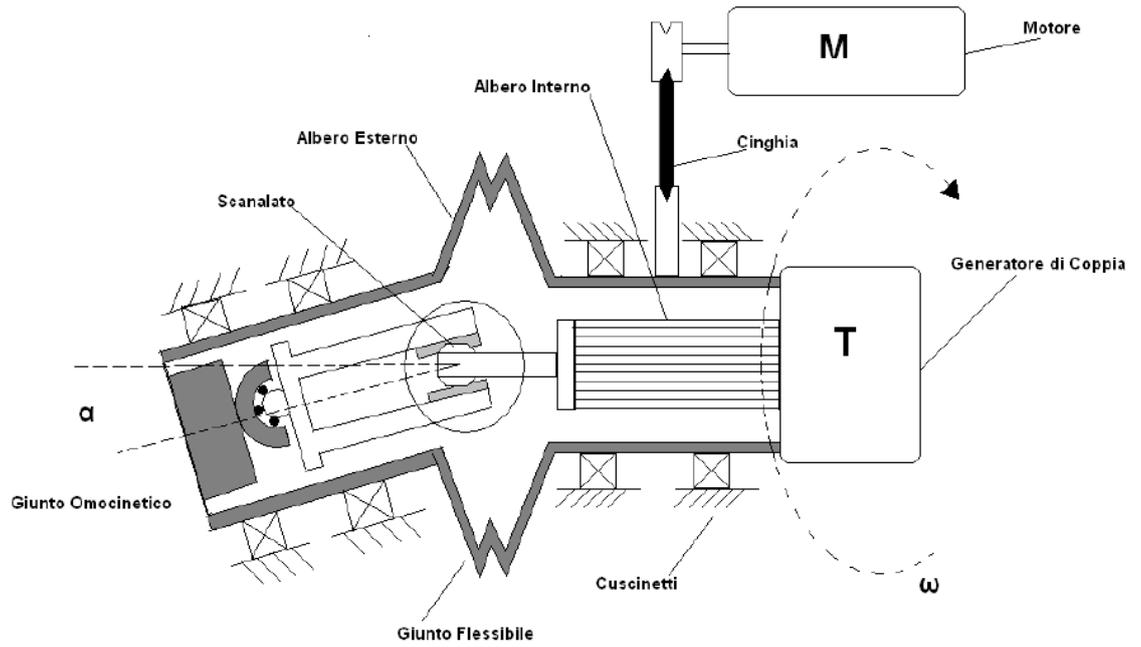


Figura 38 Schema di funzionamento banco prova

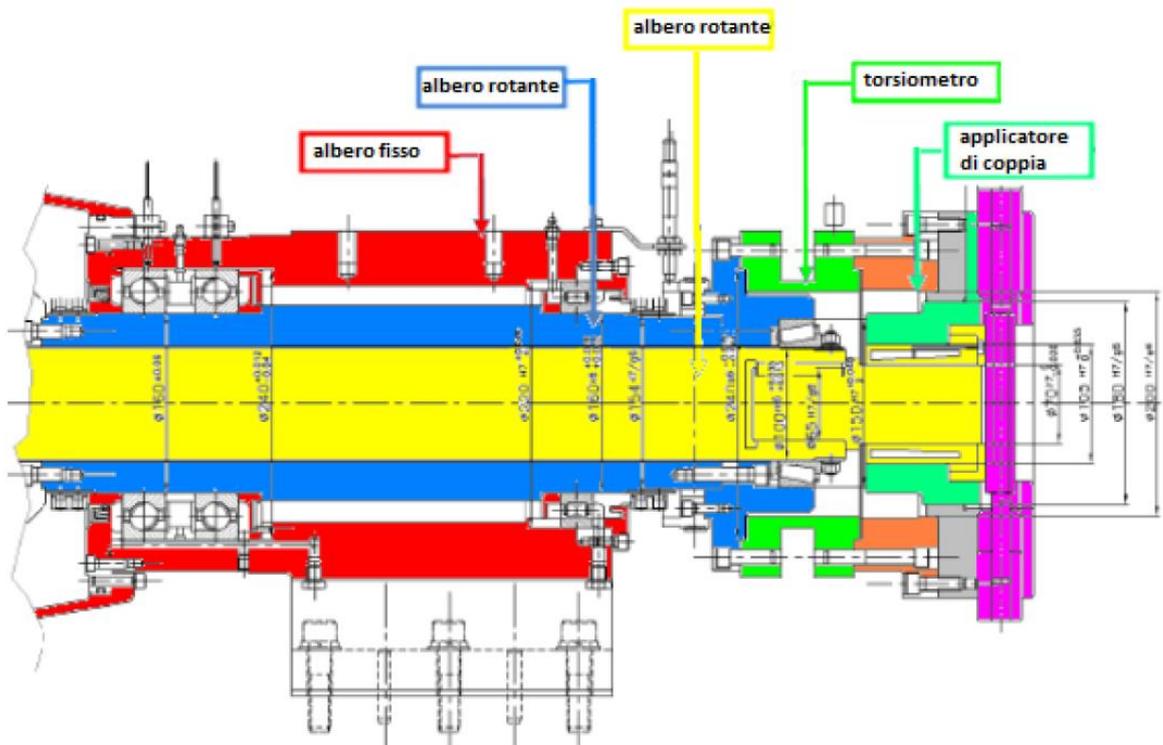


Figura 39 Disegno banco prova

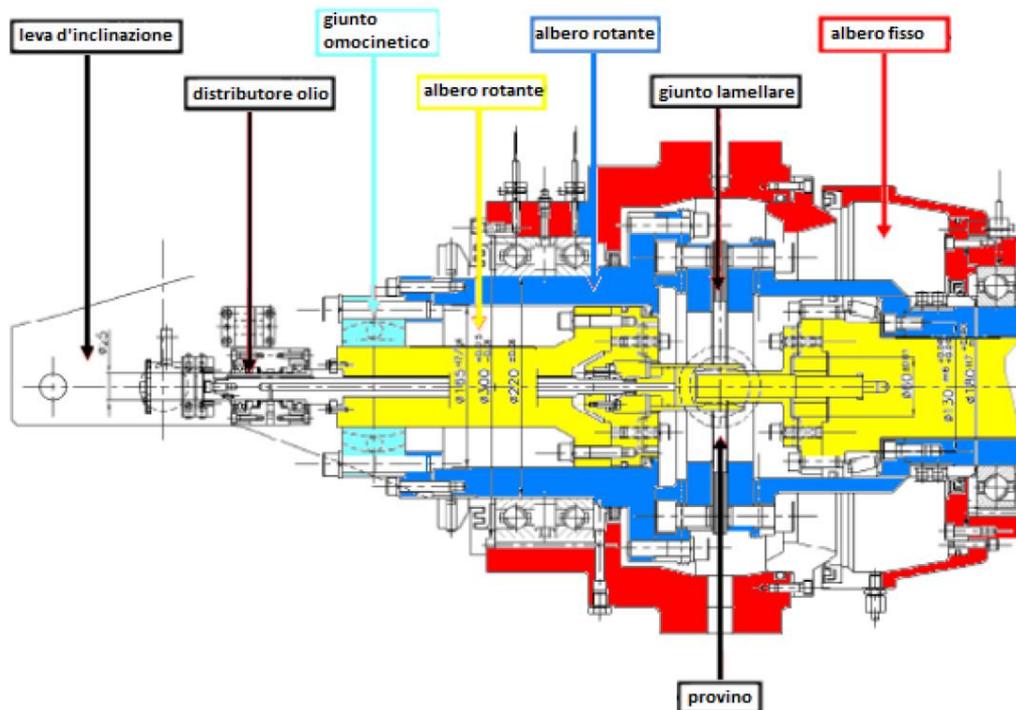


Figura 40 Disegno banco prova

Il banco è composto da due alberi coassiali, interno ed esterno; l'albero interno è a sua volta costituito da due rami messi in comunicazione tramite l'accoppiamento scanalato, che ha il compito quindi di trasmettere coppia e dare continuità all'albero interno. Angolando questi due elementi è possibile quindi applicare un certo angolo di disallineamento all'accoppiamento scanalato e di conseguenza sovraccaricarlo per studiare i fenomeni di usura.

I due alberi coassiali sono fissati sulla parte sinistra e ricevono coppia tramite il generatore di coppia T, mentre sono messi in rotazione dal motore M accoppiato all'albero esterno per mezzo di una cinghia.

Quando è applicata una coppia all'albero interno, essa passa attraverso gli scanalati all'albero esterno e ritorna al generatore T; ciò determina un anello di coppia che pone il provino sotto carico.

Un dispositivo a leva consente di creare il disallineamento tra il mozzo e l'albero dell'accoppiamento scanalato; quest'azione è permessa grazie all'utilizzo di un giunto flessibile tra le due parti dell'albero esterno mentre un giunto flessibile (giunto omocinetico) disaccoppia il mozzo consentendogli di trovare una posizione di equilibrio durante lo svolgimento della prova, come spesso accade negli alberi utilizzati nelle applicazioni aerospaziali.

È presente ancora una unità idraulica che riproduce condizioni di lubrificazioni simili a quelle che sono usate in quelle normali operative.

In figura viene riportato l'applicatore di coppia, il cui carico viene dato ruotando meccanicamente il cuneo.



Figura 41 Applicatore di coppia

Il banco di prova è fornito ancora di molti sensori:

- un torsionmetro, progettato appositamente, che può misurare coppie comprese fra 0 e 5000 Nm, con un errore massimo dell'1% sul fondo scala.
- una cella di carico con fondo scala di 20 kN per la misura dei carichi dovuti al disallineamento;
- una cella di carico con fondo scala di 20 kN per il rilievo dei carichi di calibrazione;
- un LVDT che misura il disallineamento angolare;
- una ruota fonica che misura la velocità di rotazione dei provini;
- diverse termocoppie posizionate sul provino (Figura 2.6) e sui cuscinetti;
- un estensimetro per il rilievo della deformazione del provino;
- un sistema di ODM (*oil debris measuring*), che trova e analizza le particelle di metallo nel lubrificante per monitorare il fenomeno di usura;
- due flussimetri digitali che misurano le portate d'olio alla mandata e all'ODM.

6 CONCLUSIONI

Questa tesi è stata orientata alla misura sperimentale tramite estensimetri, dei carichi a cui è effettivamente sottoposto l'accoppiamento scanalato durante la trasmissione del moto in condizioni di disallineamento tra albero e mozzo.

Nella prima parte si è eseguita una ricerca al fine di richiamare tutti i fondamenti teorici di estensimetria essenziali alla scelta, all'applicazione e al collegamento degli estensimetri. A questa fase è seguita un'analisi della strumentazione a disposizione per permettere il corretto collegamento tra rosetta estensimetrica, centralina e calcolatore.

In seguito alla prima parte di studio, pertanto prettamente teorica, è seguita una parte pratica, in cui sono stati effettivamente applicati gli estensimetri sulla barra di torsione in alluminio e realizzati i collegamenti con saldature a stagno in accordo con le modalità riassunte nella prima parte. È stata rilevata inoltre la barra di torsione identificandone le grandezze caratteristiche per poter implementare i calcoli teorici. In questa fase si è considerato lo stesso modello di barra di torsione utilizzato per le prove sperimentali, calcolando analiticamente gli sforzi di flessione e torsione derivanti dall'applicazione progressiva dei carichi alla barra di torsione.

Nella terza parte sono state eseguite sperimentalmente le acquisizioni. A partire dai valori di deformazioni acquisiti sono stati implementati i calcoli delle direzioni e tensioni principali. Per verificare la corrispondenza tra risultati teorici e sperimentali, si è andati a confrontare le tensioni principali nei due casi rappresentandole su un unico grafico in funzione del carico applicato. Nei grafici riassuntivi dei risultati, sono state rappresentate le tensioni principali generate dal carico e dallo scarico dei cinque provini calibrati. Dai risultati relativi alle prove a flesso-torsione, si è notata una discreta corrispondenza tra trattazione teorica e sperimentale, in quasi tutte le prove le tensioni principali derivanti dalla trattazione teorica coincidono perfettamente con quelle misurate sperimentalmente tramite rosetta. Si è però constatato che la corrispondenza è maggiormente verificata durante le fasi di carico piuttosto che in quelle di scarico. Tale discrepanza potrebbe essere legata a deformazioni residue nelle griglie estensimetriche e isteresi. A conferma di quanto visto nella trattazione teorica, le tensioni principali nel caso di flesso torsione non sono simmetriche rispetto allo zero. Inoltre, come mostrato dal valore di R^2 prossimo all'unità, la linearità risulta verificata in tutte le prove eseguite. In modo del tutto analogo al caso della flessotorsione, sono state rappresentate le tensioni principali generate dal carico e dallo scarico dei cinque provini calibrati. Dai risultati relativi alle prove a torsione, non si è notata una perfetta corrispondenza tra trattazione teorica e sperimentale. Ciò lo si è constatato in particolare per la tensione principale con segno negativo sia nelle fasi di carico che di scarico. Tale discrepanza potrebbe essere legata alla non perfetto orientamento della rosetta estensimetrica. A conferma di quanto visto nella trattazione teorica, le tensioni principali nel caso di torsione pura sono simmetriche rispetto allo zero. Inoltre, come mostrato dal valore di R^2 prossimo all'unità, la linearità risulta verificata in tutte le prove eseguite.

Per completare l'analisi, sono stati tracciati i cerchi di Mohr e una rappresentazione dei cicli di carico scarico per mettere in evidenza l'eventuale presenza di isteresi. I primi hanno evidenziato la buona corrispondenza tra tensioni principali teoriche e sperimentali. In particolare per la torsione pura, si nota che i cerchi ottenuti con le tensioni principali sperimentali non sono perfettamente simmetrici come ci si aspetterebbe dalla trattazione teorica. Ciò potrebbe essere dovuto all'imperfetta orientazione della rosetta o a piccoli errori in fase di installazione. Per la flessotorsione si ha invece una sovrapposizione quasi perfetta dei cerchi di Mohr relativi alle due trattazioni. Per i cicli d'isteresi si è invece notato che i risultati delle tensioni principali al crescere dei cicli di carico non risentono di particolari variazioni. Infatti le linee che rappresentano i vari cicli di carico-scarico sono prevalentemente sovrapposte a formare un'unica linea. Le principali differenze si sono notate in corrispondenza della situazione di barra scarica. Infatti, in seguito alla rimozione di tutto il carico, rimane una deformazione residua che viene letta dalle griglie di misura e si traduce quindi in tensioni residue nel materiale che alterano leggermente i valori di tensione per livelli di carico più bassi.

Nell'ultima parte, a partire dalle tensioni principali è stato implementato il calcolo inverso: note le tensioni principali calcolate partendo dalle deformazioni lette dagli estensimetri, sono stati calcolati il momento flettente e torcente che le dovrebbe generare. Le differenze percentuali tra momenti torcenti teorici e sperimentali ottenute, sono state rappresentate su un grafico in funzione del carico applicato alla barra di torsione. Si è notato che la differenza percentuale tra momenti teorici e sperimentali tende a ridursi al crescere del carico, probabilmente per una questione di maggiore stabilità e uniformità delle deformazioni lette con carichi più elevati. In modo analogo sono stati svolti gli stessi calcoli per la flessotorsione, calcolando per ogni prova sia il momento flettente che il momento torcente in fase di carico e di scarico e rappresentando le differenze percentuali tra trattazione teorica e sperimentale. Anche in questo caso si nota che la differenza percentuale tra momenti teorici e sperimentali tende a ridursi al crescere del carico. In particolare per quanto riguarda la torsione le differenze tra trattazione teorica e sperimentale sono ridotti al di sotto del 10% in quasi tutte le prove, lo stesso è stato riscontrato anche per la flessotorsione ma nella sola fase di carico, mentre in scarico i risultati sono risultati più dispersi con errori maggiori.

In generale si è potuto constatare che il metodo funziona con una buona precisione. L'idea per un possibile studio e sviluppo futuro è pertanto quella di portare l'analisi eseguita dal modello semplificato di barra di torsione all'accoppiamento scanalato, andando ad applicare una rosetta estensimetrica sullo scanalato e acquisendo le micro-deformazioni al variare dell'angolo di disallineamento tra albero e mozzo sfruttando il banco prova per accoppiamenti scanalati schematizzato nell'ultima parte dell'elaborato.

Bibliografia

- [1] D. M. Antonio, *Effetto del disallineamento sulle tipologie di danneggiamento negli accoppiamenti scanalati: tilting moment e friction moment*.
- [2] A.Cigada, *Misure e tecniche sperimentali*, 21-3-2010.
- [3] H. K., "Introduzione alla tecnica di misura con gli estensimetri", Darmstadt: Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, 2008.
- [4] HBM, *La via ai trasduttori di misura-Guida per l'uso degli estensimetri HBM della serie K ed accessori*, Darmstadt, Germania: Hottinger Baldwin Messtechnik, 2008.
- [5] HBM, «<https://www.hbm.com/it/3445/ry-rosette-di-estensimetri-con-3-griglie-di-misura/>,» [Online].
- [6] HBM, «<https://www.hbm.com/it/2128/quantumx-sistema-di-acquisizione-dati-compatto-universale/>,» [Online].
- [7] HBM, «<https://www.hbm.com/it/2290/catman-software-di-acquisizione-dati/>,» [Online].
- [8] HBM, «<https://www.hbm.com/it/7490/quantumx-universal-and-distributable-daq-accessories/>,» [Online].
- [9] HBM, *Manuale applicazione estensimetri*.
- [10] «<https://it.wikipedia.org/wiki/Isteresi>,» [Online].
- [11] F. R. S. Delprete, *Fondamenti di Meccanica Strutturale – Delprete, Firrone, Rosso, Somà*.
- [12] T. D. K. A. M. M. T. 7. Hong J, *Load distribution analysis of clearance-fit spline joints using finite elements*, 2014.
- [13] T. D. K. A. M. M. T. 7. Hong J, *A semi-analytical load distribution model for side-fit involute splines*, 2014.
- [14] O. A. ... J. T. 1. Medina S, *Regimes of contact in spline couplings*, 2002.
- [15] L. S. W. R. E. R. K. J. M. M. T. 9. 2. Guo Y, *Theoretical and experimental study on gear-coupling contact and loads considering misalignment, torque, and friction influences*, 2016.
- [16] A. M. V. C. M. F. F. Curà, "Test Rig for Spline Couplings Working in Misaligned Conditions", *AIAS 2012 – 075*.

RINGRAZIAMENTI

Desidero ricordare tutti coloro che mi hanno aiutato nella stesura di questo lavoro, con suggerimenti ed osservazioni, a loro va la mia riconoscenza. Ringrazio anzitutto la Professoressa Francesca Maria Curà, relatrice, e l'Ingegnere Andrea Mura, correlatore: li ringrazio per il loro supporto e la loro guida sapiente che mi hanno accompagnato verso la fine del mio percorso universitario e grazie ai quali esiste il mio lavoro di tesi; la dedizione e amore che mostrate verso il vostro lavoro sarà per me sempre motivo di ispirazione.

Vorrei infine ringraziare le persone a me più care: la mia famiglia la mia ragazza e i miei amici, senza il cui supporto non avrei potuto portare a termine questo percorso di studi.