

POLITECNICO DI TORINO



Corso di Ingegneria Meccanica

LAUREA MAGISTRALE

COSTRUZIONE DI UN MODELLO PER LA
COMPENSAZIONE DEGLI ERRORI
VOLUMETRICI NELLE MACCHINE UTENSILI

Candidato:

Marco Nicastro

Relatore:

Prof. Giovanni Bracco

a.a 2019/2020

RINGRAZIAMENTI

Un grazie sentito a tutto il personale di ScmGroup per l'opportunità di svolgere un lavoro tanto complesso quanto appassionante in un ambiente stimolante come l'ufficio Innovation.

Grazie al direttore dell'ufficio Federico Ratti per avermi concesso l'opportunità di entrare in contatto con il mondo delle macchine utensili e con l'ufficio di ricerca e sviluppo da lui diretto.

Grazie all'Ing.Claudio Mantega per i momenti di aggiornamento dello stato dell'arte del lavoro, in cui mi ha sempre spronato a ristudiare in maniera più approfondita ciò che credevo di aver capito.

Un grazie speciale all'Ing.Michele Mazza. Senza di lui tutto questo lavoro non sarebbe stato possibile. Ma la mia più grande riconoscenza è verso la sua passione per il lavoro, il suo non accontentarsi mai delle soluzioni facili e banali. Lavorare con lui è stato un privilegio, e il più grande insegnamento che mi ha trasmesso è stato il non arrendersi di fronte alle difficoltà piccole o grandi di ogni giorno, affrontando tutto con una speranza contagiosa (e una buona dose di ironia) per me uniche al mondo. Grazie.

Grazie sentito a tutti i colleghi dell'ufficio Innovation di Scm Rimini, per avermi fatto sentire accolto dal primo giorno fino all'ultimo. Grazie anche ai ragazzi di CMS di Zogno per la loro enorme disponibilità e gentilezza nei miei confronti.

Grazia al mio relatore Giovanni Bracco per la totale disponibilità e libertà concessami, per aver apprezzato questo lavoro e me fin dal primo giorno, infondendomi una grande fiducia e riconoscenza. Ma in generale lo ringrazio per il suo approccio con gli studenti, sempre aperto, cordiale e di grande aiuto.

A tutta la mia famiglia, grazie di cuore. Grazie per avermi abbracciato, sostenuto e sopportato sempre, specialmente in questi ultimi giorni caratterizzati un po' dal mio solito nervosismo. Essere tornato a casa in questi ultimi tempi è stato un regalo per me. E' proprio vero che ti senti più libero solo quando scopri dove sono le tue radici. Grazie.

Grazie a Veronica, che pazienza che hai con me! Santa donna, e non per modo di dire. Il mio grande desiderio è di poter imparare sempre di più a restituirti l'affetto che ogni giorno, a

modo tuo, mi dimostri. Grazie anche alla famiglia Botto per avermi ospitato in questi anni e fatto sentire come parte della vostra meravigliosa famiglia.

Grazie alla famiglia Giambi. Sono cresciuto sempre con voi affianco e in questo giorno non posso non ricordarvi. Mi avete trasmesso la mia più grande passione, quella che mi ha spinto a studiare a Torino...la Juve! Fino alla fine.

Grazie a tutti gli amici di Lavori in Corso e Obiettivo Studenti incontrati in questi anni di università. Mi avete letteralmente spinto e sostenuto nonostante il mio caratteraccio, e lo fate tutt'ora. Grazie a Cristiano e Alberto, amici veri e sinceri.

L'ultimo grazie, ma più importante di tutti, è per il movimento di Comunione e Liberazione di Torino e Alba-Cuneo, in particolare alle Suorine di Carità dell'Assunzione.

Sommario

INTRODUZIONE	1
1 GLI ERRORI GEOMETRICI	3
1.1 Errori di Perpendicolarità.....	5
1.2 Errori di Rettilinearità	6
1.3 Errori di Deviazioni Angolari e Posizione.....	7
1.4 PIGE e PDGE	8
1.5 Errore volumetrico	9
2 MODELLAZIONE DEL MOTO DI ROTOTRASLAZIONE	11
2.1 Teoria della Vite (Screw Theory)	11
2.1.1 Rotazioni nello spazio	12
2.1.2 Notazione matriciale in forma esponenziale	15
2.1.3 Rappresentazione Omogenea	16
2.1.4 Il concetto di twist	18
2.1.5 Attributi geometrici del twist.....	21
3 CREAZIONE DEL MODELLO	24
3.1 Prima fase di stesura degli script	24
3.1.1 Modellazione della catena cinematica ideale	24
3.1.2 Modellazione della catena cinematica attuale	31
3.1.3 Costruzione del singolo asse e della macchina.....	34
3.1.4 Cinematica Inversa	35
3.1.5 Ottimizzazioni del modello	36
3.2 Seconda fase di stesura degli script	40
3.2.1 Il movimento di rototraslazione - La classe “Screw”	40
3.2.2 La composizione dell’asse – La classe “Axis”	42
3.2.3 La composizione della macchina – La classe “Machine”	43
4 ANALISI SPERIMENTALE	45
4.1 Utilizzi del modello	45
4.2 Macchina ARES 4826	46
4.3 Misurazioni di rettilinearità e perpendicolarità degli assi lineari.....	53
4.3.1 Laser Hamar L-743.....	53
4.3.2 Analisi delle misurazioni	55
4.3.3 Inserimento dei dati nel modello	68
4.3.4 Risultati calcolati dal modello	69

4.4	Misurazione delle diagonali.....	79
4.4.1	Laser Tracker Leica AT 930.....	80
4.4.2	Confronto tra le diagonali misurate e le diagonali del modello	84
	CONCLUSIONE	97
	BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA.....	99

INTRODUZIONE

Lo scopo della tesi è la riduzione degli errori geometrici di una macchina a controllo numerico a 5 assi prodotta dall'azienda SCM Group, con sede principale a Rimini. In particolare le macchine di base per lo studio vengono prodotte nell'azienda CMS di Bergamo facente parte del gruppo SCM, specializzata in macchinari a CN (controllo numerico) per la lavorazione dell'alluminio e del vetro in ambito aeronautico, aerospaziale o per altri materiali (materiali avanzati, plastica, pietra e vetro). I macchinari studiati e utilizzati per lo studio della tesi sono a 5 assi, di cui 3 lineari e due rotativi.

Secondo la ISO 230-1/7 gli errori geometrici di una macchina a 5 assi sono in totale 41. Tali errori possono essere dovuti a diverse cause: errori di montaggio, usura della macchina, dilatazioni termiche, carichi interni (peso proprio strutturale del macchinario) o carichi esterni. Le cause appena elencate influenzano il posizionamento finale dell'utensile; infatti gli assi della macchina, durante la loro movimentazione, causeranno un errore di posizionamento e orientamento dell'utensile rispetto alle coordinate ideali inserite dall'operatore. L'errore finale di posizionamento può essere inteso come un errore quasi statico cumulativo degli errori di tutti gli assi, definito come errore volumetrico.

Lo scopo della tesi è quello di creare un modello che comprenda gli errori della macchina e che individui i singoli errori di ciascun asse tra i 41 elencati dalla ISO, evidenzi il peso sull'errore complessivo di posizionamento, corregga gli errori che influenzano maggiormente la posizione e l'orientamento finale dell'utensile e identifichi le direzioni di compensazione lungo i punti critici della macchina.

L'elemento fondamentale del modello è la catena cinematica degli assi della macchina, ovvero l'ordine di movimentazione in cui sono montati gli assi lineari e rotativi fino all'utensile. Inoltre vi sono diversi metodi in letteratura per modellare gli errori degli assi macchina, per esempio l'utilizzo di matrici di trasformazione omogenee (HTM, homogeneous transformation matrices). Il modello matematico utilizzato nella tesi si basa sulla "teoria della vite" (screw theory). Con tale metodo, la modellazione delle rototraslazioni nello spazio e degli errori è risultato abbastanza semplice (infatti non vi è bisogno di un sistema locale di riferimento per ciascun asse) e intuitivo, e nel capitolo successivo verrà presentato nel dettaglio.

Il modello dei macchinari prodotti da CMS è stato sviluppato con i software Matlab (versione student), Octave e ParaView, e non è stato sviluppato sulla base di una macchina

specifica, ma è stato creato per essere versatile, ovvero adatto ad ogni tipo di macchinario prodotto all'interno del gruppo dell'azienda. Il modello della macchina deve fungere da "filtro" tra misurazioni con strumentazione costosa e più complessa rispetto a misurazioni più tradizionali e meno costose in fase di collaudo. Per questo motivo sono state effettuate due sessioni di misura su un centro di lavoro di grandi dimensioni a 5 assi prodotto in CMS denominato Ares 4826. Nella prima sessione di misura è stato utilizzato un laser Hamar, e sono state effettuate misure di rettilineità e perpendicolarità degli assi lineari, i cui dati sono stati inseriti nel modello. Nella seconda sessione di misure è stato utilizzato un laser tracker Leica, che permette di ricavare misure assolute rispetto ad un sistema di riferimento scelto. Tali misurazioni sono state utilizzate al fine di validare il modello lungo le 4 diagonali volumetriche della macchina. Se i valori di compensazione generati dal modello risulteranno simili a quelli generati dal laser Leica, allora sarà possibile compensare gli errori volumetrici utilizzando il modello a partire da strumentazioni meno costose in fase di collaudo, essendo il prezzo del laser tracker il doppio rispetto al laser Hamar. Nei capitoli che seguono viene analizzata nel dettaglio la costruzione del modello matematico oggetto della tesi.

1 GLI ERRORI GEOMETRICI

Gli errori geometrici di una macchina utensile vengono definiti “statici” o “quasi statici”. Al contrario degli errori dinamici, essi identificano l’errore di posizionamento finale dell’utensile che varia lentamente nel tempo o che sono costanti. Gli errori statici sono causati prevalentemente dalla struttura della macchina, dalla sua geometria e dalla catena cinematica¹. A differenza degli errori dinamici, gli errori geometrici non dipendono dai modi di vibrare del sistema; gli errori quasi-statici non dipendono quindi da massa e rigidezza della macchina.

Gli errori geometrici costituiscono la fonte di maggiore influenza sul posizionamento errato dell’utensile. Possono essere dovuti ad imperfezioni dei componenti della macchina, ad errori di montaggio o, con il trascorrere del tempo, all’usura del macchinario e delle sue parti durante il funzionamento. Tali errori assumono sempre la stessa rappresentazione a prescindere dal tipo di macchinario, e in particolare vengono definiti dalle normative ISO 230-1 e 230-7 per l’accuratezza geometrica delle macchine utensile in condizioni di assenza di carico². Di seguito si riportano gli errori geometrici più significativi connessi ai 6 gradi di libertà di un generico asse X e la nomenclatura utilizzata nella tesi derivante dalla normativa ISO 230-1 e la normativa VCS (volumetric compensation system).

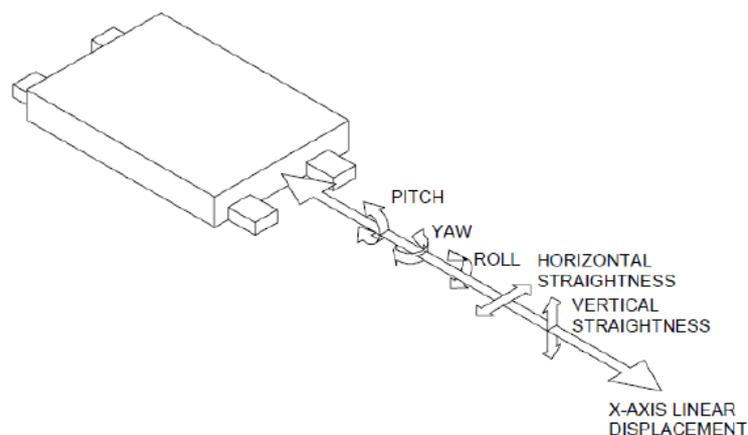


Figura 1 - Errori geometrici connessi al movimento di un asse

¹ [1]

² [2]

ISO 230-1	VCS sections
EXX	XTX
EYX	XTY
EZX	XTZ
EAX	XRX

EBX	XRY
ECX	XRZ
EXY	YTX
EYY	YTY
EZY	YTZ
EAY	YRX
EBY	YRY
ECY	YRZ
EXZ	ZTX
EYZ	ZTY
EZZ	ZTZ
EAZ	ZRX
EBZ	ZRY
ECZ	ZRZ
C0Y or C0X	XWY
B0Z or B0X	XWZ
A0Z or A0Y	YWZ

Figura 2 - Nomenclatura ISO 230-1 e VCS

Riferendosi alla ISO 230-1, la prima lettera dopo la E rappresenta la direzione di propagazione dell'errore, mentre l'ultima lettera indica l'asse a cui ci si riferisce. Ad esempio:

EZX = errore di rettilineità dell'asse X in direzione z.

In generale, la normativa ISO 230 tratta della standardizzazione dei test, in condizioni di assenza di carico, che permettono di ottenere l'accuratezza delle macchine utensili. Come ricorda la normativa 230-1, le definizioni geometriche sono astratte e fanno riferimento a linee e superfici immaginarie. Tuttavia le definizioni metrologiche sono reali e fanno riferimento a superfici e linee direttamente misurabili sulla macchina. Le normative si riferiranno a quest'ultime, ovvero si focalizza l'attenzione su quegli errori direttamente misurabili dall'utente. A partire dalle norme appena citate, si dettagliano nel seguente paragrafo gli errori geometrici più diffusi e oggetto di compensazione.

1.1 Errori di Perpendicolarità

Gli errori di perpendicolarità, importanti soprattutto per gli assi rotativi, individuano due linee la cui deviazione non si discosta dai 90 gradi³.

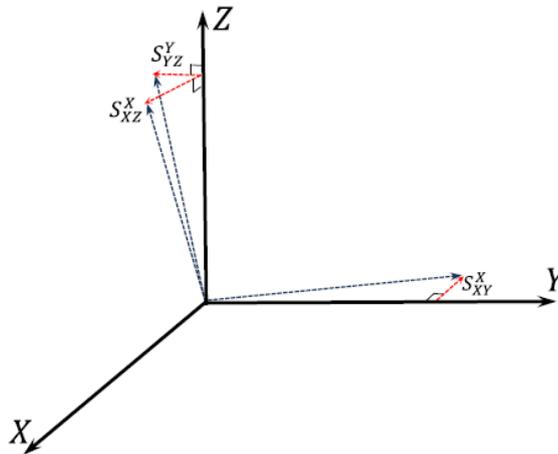


Figura 3 - Errore di perpendicolarità

Secondo la ISO 230-7 e assumendo una terna di riferimento fissa XYZ destrorsa, gli assi rotativi vengono nominati nel seguente modo:

- Asse A: asse che ruota attorno a X
- Asse B: asse che ruota attorno a Y
- Asse C: asse che ruota attorno a Z

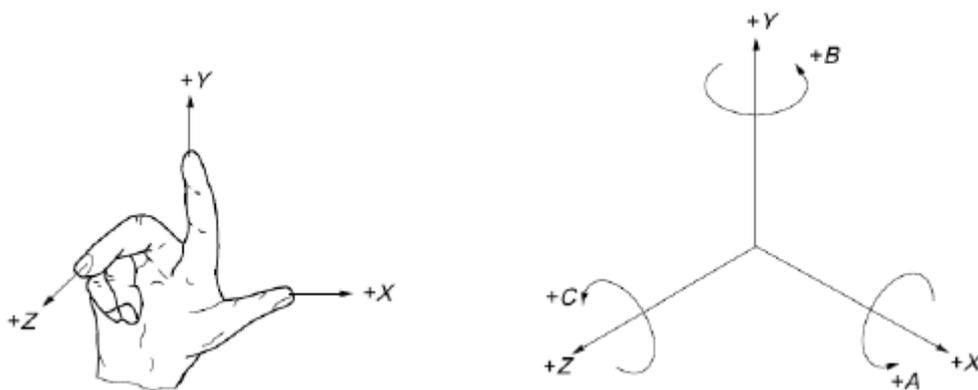


Figura 4 - Rotazioni e sistema di coordinate destrorso

³ [2]

Viene riportata di seguito un'immagine esemplificativa degli errori di perpendicolarità degli assi rotativi, in questo caso l'asse C:

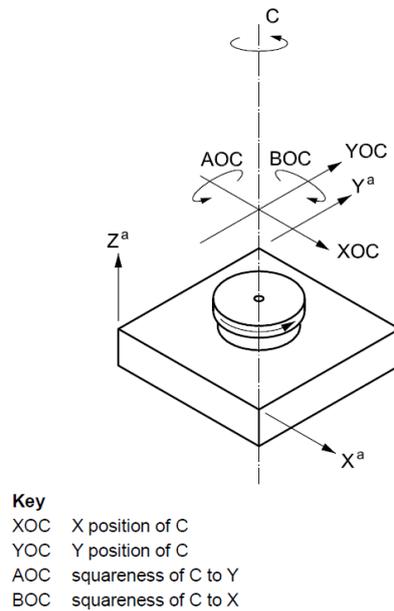


Figura 5 - Errore di perpendicolarità per assi rotativi

Nel caso di assi rotativi sul mandrino, risulta fondamentale che essi siano perpendicolari agli assi lineari, in modo da non avere propagazioni di errore nel punto finale dell'utensile.

1.2 Errori di Rettilinearità

Gli errori di rettilinearità sono intesi come l'insieme di punti tra due rette parallele che contengono tutti i punti dell'asse.

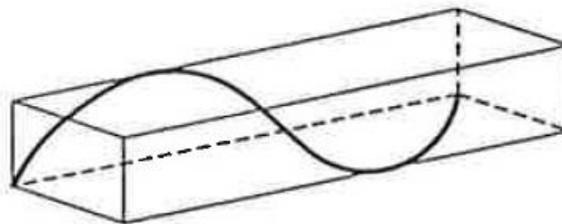
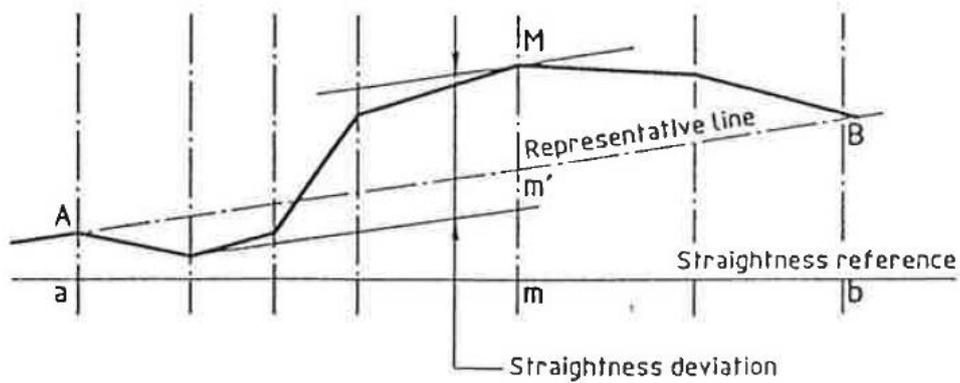


Figura 6 - Errore di rettilinearità



Si può notare dalle figure precedenti come l'andamento di questo tipo di errori sia di natura randomica. Essi sono frequenti soprattutto nel caso di assi lineari, e per questo motivo risultano oggetto di misure frequenti in fase di collaudo delle macchine utensili. E' fondamentale, in fase di misura degli errori, individuare la linea d'asse di riferimento dalla quale vengono misurati gli errori di rettilineità.

1.3 Errori di Deviazioni Angolari e Posizione

Gli errori che comprendono deviazioni angolari si esprimono in termine di rollio, beccheggio o imbardata degli assi, sia lineari che rotativi, sulle guide degli assi stessi. Per macchine di medio piccole dimensioni, gli errori angolari non sono facilmente misurabili, costituiscono solitamente una piccola parte dell'errore complessivo. Inoltre, a seconda della configurazione della macchina, essi si possono ricavare da gli errori di rettilineità degli assi.

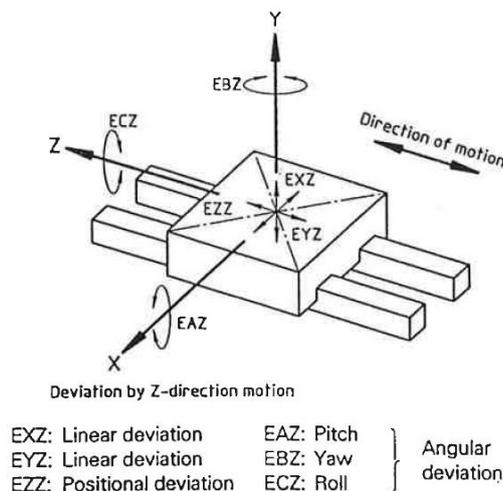


Figura 7 - Deviazioni angolari

Dalla figura precedente si possono notare inoltre i cosiddetti errori di posizione. Infatti, facendo riferimento alla nomenclatura della ISO 230-1, gli errori del tipo EXX, EYY o EZZ

si riferiscono a errori di posizionamento lungo l'asse stesso (definiti anche come errori sul passo vite). Per esempio, se la quota asse X impone uno spostamento pari a 100 mm, un errore di posizione lungo X potrebbe coincidere con uno spostamento in direzione x di 95 mm. In questo caso l'errore di posizione risulterebbe pari a 5 mm.

1.4 PIGE e PDGE

Si definiscono PIGE gli errori indipendenti dalla posizione dell'asse (Positional Independent Geometric Errors), viceversa i PDGE sono gli errori dipendenti dalle quote assi nominali (Positional Dependent Geometric Errors) ^{4 5}. Per esempio gli errori di perpendicolarità possono essere intesi come errori indipendenti dalla posizione degli assi, in quanto la deviazione della linea virtuale dell'asse non varia in maniera randomica da punto a punto, ma si discosta con un andamento regolare, con un certo coefficiente angolare a prescindere dalla posizione degli assi. Viceversa, un errore dipendente dalla posizione è l'errore di rettilineità, in cui punto per punto di ciascun asse presenta un valore di errore differente.

Per le macchine a 3 assi lineari XYZ si distinguono 21 errori geometrici:

- 6 errori derivanti dai gradi di libertà di ciascun asse, ovvero 3 errori di natura traslazionale e 3 errori rotativi (come si può evincere dalla figura...)
- 3 errori di perpendicolarità degli assi

Per le macchine a 5 assi, nelle quali vi sono 3 assi lineari e due rotativi, vengono sommati anche 12 errori degli assi rotativi, oltre alle perpendicolarità degli assi rotativi stessi.

Di seguito vengono riportati come esempio gli errori di ogni asse per un'ipotetica macchina a 5 assi. Oltre agli errori elencati in tabella agiscono gli errori di perpendicolarità XWY, YWZ e XWZ.

⁴ [3]

⁵ [4]

X	Y	Z	B	C
EXX	EYY	EZZ	EXB	EXC
EYX	EXY	EYZ	EYB	EYC
EZX	EZY	EXZ	EZB	EZC
EAX	EBY	ECZ	EAB	EAC
EBX	ECY	EBZ	EBB	EBC
ECX	EAY	EAZ	ECB	ECC

Il contributo di ciascun errore degli assi contribuisce in maniera significativa su posizione e orientamento finale dell'utensile. Il discostamento della posizione finale dell'utensile dalla posizione voluta viene definito errore volumetrico, essendo esso una somma di errori nelle direzioni della terna di riferimento principale XYZ.

1.5 Errore volumetrico

Gli errori di ciascun asse comportano un errore statico complessivo, detto errore volumetrico, su posizione e orientamento finale dell'utensile. L'errore volumetrico è dipendente dunque dagli errori geometrici che si presentano durante il moto degli assi. E' fondamentale, in fase di collaudo, ridurre al minimo l'errore volumetrico complessivo sul naso mandrino, ovvero sulla punta dell'utensile.

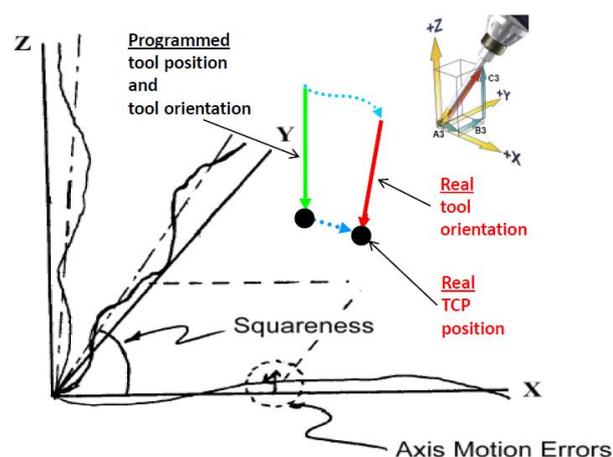


Figura 8 - Errore volumetrico

Nella figura precedente si nota la differenza sostanziale tra posizione e orientamento programmati da operatore e posizione e orientamento reali. La deviazione complessiva tra

TCP (tool center point) reale e ideale rappresenta l'errore volumetrico. In fase di collaudo l'errore volumetrico viene misurato lungo le 4 diagonali della macchina, muovendo i 3 assi lineari contemporaneamente. In questo modo si dovrebbe riuscire a comprendere tutti gli errori connessi agli assi lineari durante il loro movimento. Una volta misurati gli errori volumetrici, vengono create delle tabelle di compensazione in cui per ogni quota X, Y o Z dell'asse nominale viene esplicitato il valore numerico da compensare. Il CN leggerà queste tabelle di compensazione e compenserà gli errori registrati per le quote corrispondenti.

	Compensation data					
	Translational error			Rotary error		
Compensation point number	X	Y	Z	α	β	γ
00001	2	10	1	0	1	2
00002	3	1	2	2	2	0
...						
L+1	1	1	2	3	2	1
...						
07812	1	2	3	1	5	1

Figura 9 - Tabella di compensazione

2 MODELLAZIONE DEL MOTO DI ROTOTRASLAZIONE

Vi sono diversi metodi per esprimere i moti nello spazio. Il più generico è rappresentato dalla cosiddetta HTM, ovvero Homogeneous Transformation Matrix, in cui vengono modellati i movimenti lineari e traslazionali degli assi come matrici 4x4, dove ogni asse necessita di un sistema di riferimento locale. Tuttavia, si può affermare che ogni moto nello spazio può essere assimilato ad una rototraslazione, ovvero una successione di rotazioni e traslazioni. Per questo motivo, per la descrizione dei movimenti desiderati (movimenti asse) e indesiderati (errori geometrici) del modello è stata utilizzata la cosiddetta “Screw Theory”, o “Teoria della vite”. Nei paragrafi successivi viene presentata nel dettaglio la teoria, che rappresenta un metodo intuitivo e flessibile profondamente radicato nella teoria del moto del corpo rigido, in cui è necessario un singolo sistema di riferimento globale. Nei paragrafi successivi si vogliono evidenziare i cardini della screw theory, al fine di comprendere meglio la genesi del modello matematico per la compensazione degli errori volumetrici nelle macchine utensili.

2.1 Teoria della Vite (Screw Theory)

La Screw Theory (teoria della vite) venne ideata da Sir Robert Ball alla fine dell’800’. La teoria in questione rappresenta un valido, semplice ed efficace metodo per rappresentare i moti rigidi nello spazio.

Un corpo rigido infatti può essere movimentato da una posizione all’altra tramite una rotazione attorno ad un’asse seguita da una traslazione parallela allo stesso asse. Questo tipo di trasformazione nello spazio ricorda il movimento di una vite ed è per questo che viene definito “screw motion”⁶. La componente fondamentale (o infinitesimale) di questo moto viene definito “twist”⁷, il quale descrive il moto in termini di direzione degli assi rotativi e lineari nello spazio.

Si è fatto riferimento alla trattazione e alla notazione utilizzata da Murray⁸ basata sui seguenti strumenti cardine:

- Utilizzo delle coordinate omogenee, utile per rappresentare moti rigidi nello spazio

⁶ [5]

⁷ [5]

⁸ [5]

- Notazione esponenziale delle matrici, necessario per trattare in maniera più semplice il concetto di trasformazione di un punto nello spazio dal suo stato iniziale a quello finale.

L'utilizzo della screw theory permette di identificare un unico sistema di riferimento globale, al contrario di altri metodi (per esempio l'utilizzo delle matrici di trasformazione omogenee) che necessitano di sistemi di riferimento locali. Inoltre la teoria della vite prevede una descrizione geometrica chiara del corpo rigido che semplifica l'analisi del meccanismo.

2.1.1 Rotazioni nello spazio

Dato un corpo rigido e un punto q appartenente ad esso, si definisce la matrice 3×3 di rotazione R come:

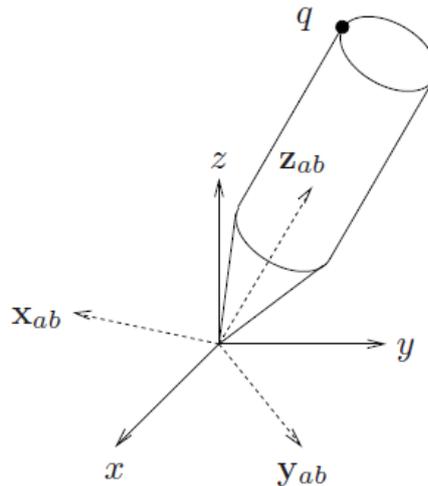


Figura 10 - Rotazioni nello spazio

$$R_{ab} = [x_{ab} \ y_{ab} \ z_{ab}] \quad (1)$$

Quindi la matrice R identifica ogni rotazione dell'oggetto relativa al sistema di riferimento fisso. In questo caso il sistema di riferimento è identificato dalla terna x, y e z , mentre le coordinate $x_{ab} \ y_{ab} \ z_{ab}$ identificano le coordinate del punto q rispetto al sistema di riferimento fisso. Si noti che $x_{ab} \ y_{ab} \ z_{ab} \in R^3$.

Dato un sistema di riferimento A, fisso nello spazio, e un sistema di riferimento B “attaccato” al corpo rigido, vale la seguente relazione:

$$q_a = \begin{bmatrix} x_{ab} & y_{ab} & z_{ab} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = R_{ab} q_b \quad (2)$$

Dove q_b rappresenta il punto q nello spazio rispetto al sistema di riferimento B, mentre q_a identifica le coordinate di q a rotazione avvenuta rispetto al sistema di riferimento fisso A.

Quindi, la matrice R_{ab} ruota le coordinate del punto q dal sistema di riferimento B al sistema di riferimento A.

Ovviamente lo stesso principio vale per le rotazioni dei vettori. Sia $v_b = q_b - p_b$ il vettore dato dai punti q_b e p_b rispetto al sistema di riferimento B e v_a il vettore rispetto al sistema di riferimento fisso A. Allora:

$$R_{ab}(v_B) = R_{ab} * q_b - R_{ab} * p_b = q_a - p_a = v_a \quad (3)$$

Le matrici di rotazione possono essere combinate per formare nuove matrici di rotazione attraverso la moltiplicazione tra matrici. Per esempio, se un sistema di riferimento C ha un'orientazione R_{bc} relativa al sistema di riferimento B, e B a sua volta ha orientamento R_{ab} rispetto al sistema di riferimento A, allora l'orientamento di C rispetto a A risulta essere:

$$R_{ac} = R_{ab} * R_{bc} \quad (4)$$

La rotazione R applicata ad un qualsiasi corpo rigido viene identificata come una trasformazione che:

1. Preserva le distanze di due punti p, q qualsiasi appartenenti al corpo rigido, ovvero:

$$||Rq - Rp|| = ||q - p|| \quad \forall p, q \in R^3$$

2. Preserva l'orientamento, cioè:

$$R(v \times \omega) = (R \cdot v) \times (R \cdot \omega) \quad \forall v, \omega \in R^3$$

Dove v e ω rappresentano vettori orientamento nello spazio in R^3 .

Nel campo della robotica è comune definire la rotazione attorno uno specifico asse fisso, come si può notare nella figura sottostante:

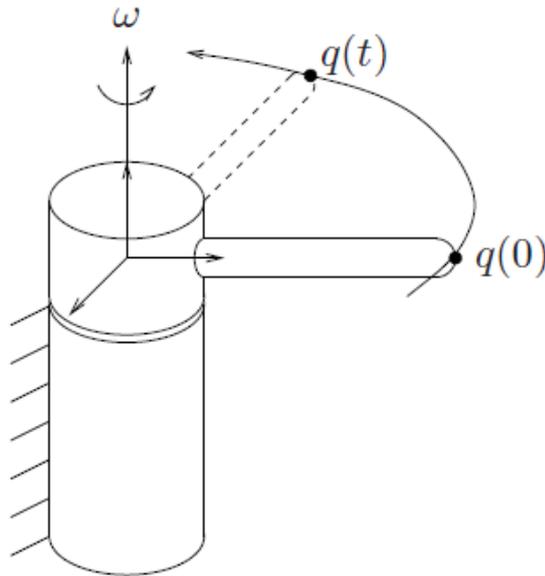


Figura 11 – Rotazione attorno ad un asse fisso

In questo caso ω è il vettore unità che specifica l'asse attorno al quale avviene la rotazione e θ rappresenta l'angolo di rotazione espresso in radianti.

Prima di analizzare la notazione esponenziale delle matrici, è necessario introdurre una piccola parentesi riguardante il prodotto vettoriale, che viene normalmente definito come:

$$a \times b = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

In questo modo si può definire la matrice

$$(a)^\wedge = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Avendo definito il vettore a in questa forma matriciale si può riscrivere il prodotto vettoriale come:

$$a \times b = (a)^\wedge b. \quad (7)$$

2.1.2 Notazione matriciale in forma esponenziale

Si vuole esprimere la matrice di rotazione R in funzione di ω e θ . Facendo riferimento alla figura 7, si consideri la velocità di un punto q appartenente al corpo in rotazione come:

$$\dot{q}(t) = \omega \times q(t) = \hat{\omega} * q(t) \quad (8)$$

La rotazione avviene a velocità costante. Inoltre $\dot{q}(t)$ può essere espresso come:

$$q(t) = e^{\hat{\omega}t} * q(0) \quad (9)$$

- $q(0)$ è la posizione iniziale all'istante $t=0$
- $e^{\hat{\omega}t}$ è l'elemento matriciale che trasporta un punto da una posizione iniziale ad una finale, in questo caso $q(t)$. In sostanza, la matrice in forma esponenziale svolge la stessa funzione della matrice di rotazione R .
- $e^{\hat{\omega}t} = I + \hat{\omega}t + \frac{(\hat{\omega}t)^2}{2!} + \frac{(\hat{\omega}t)^3}{3!} + \dots$

Dove I è la matrice identità e t è il tempo. Si nota come la forma esponenziale sia del tutto simile allo sviluppo di Taylor dell'esponenziale in forma di matrici.

Quindi, la matrice di rotazione di un punto attorno all'asse ω a velocità unitaria di una "quantità" pari a θ si modifica nell'espressione

$$R(\omega, \theta) = e^{\hat{\omega}\theta} \quad (10)$$

Dove $e^{\hat{\omega}\theta} = I + \theta\hat{\omega} + \frac{\theta^2\hat{\omega}^2}{2!} + \frac{\theta^3\hat{\omega}^3}{3!} + \dots$ in cui $\|\omega\|=1$ e $\theta \in R$. Si può dimostrare che:

$$\hat{a}^2 = aa^T - \|a\|^2 I$$

$$\hat{a}^3 = -\|a\|^2 \hat{a}$$

Quindi, ponendo $a = \omega\theta$ si ottiene:

$$e^{\hat{\omega}\theta} = I + \hat{\omega}\theta \text{sen}(\theta) + \hat{\omega}^2\theta^2(1 - \text{cos}(\theta)) \quad (11)$$

2.1.3 Rappresentazione Omogenea

Si faccia riferimento alla figura seguente, relativa alla rappresentazione dei moti di un corpo rigido nello spazio.

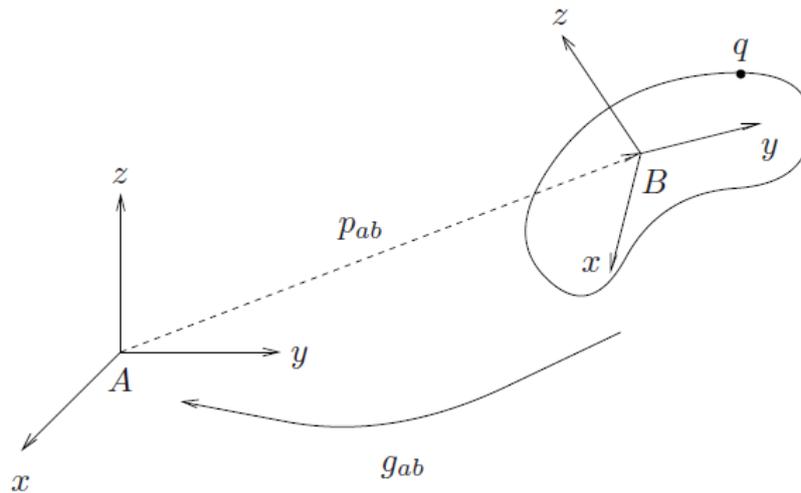


Figura 12 - Trasformazione nello spazio tra due sistemi di riferimento

Il vettore p_{ab} congiunge l'origine del sistema di riferimento A (fisso nello spazio) all'origine del sistema di riferimento B solidale al corpo rigido. Sia R_{ab} la matrice di rotazione che identifica l'orientamento del sistema di riferimento B rispetto al sistema di riferimento A.

La configurazione del corpo rigido consiste nella coppia (p_{ab}, R_{ab}) , ovvero un sottoinsieme dello spazio delle rototraslazioni. Dato un punto q , le sue coordinate rispetto al sistema di riferimento B sono espresse dal punto q_b . Le coordinate di q rispetto al sistema di riferimento A possono essere ricavate tramite la seguente espressione:

$$q_a = p_{ab} + R_{ab} * q_b \quad (12)$$

Si può anche scrivere

$$g(q) = p + R * q \quad (13)$$

In questo modo si può aggiungere l'equazione 13:

$$q_a = g_{ab} * (q_b) \quad (14)$$

Si introducono le seguenti notazioni, note come omogenee, per punti e vettori nello spazio:

$$\bar{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Per un punto q nello spazio si aggiunge il termine pari a 1 alla fine del vettore.

$$\bar{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Al contrario, per un vettore v nello spazio si aggiunge il termine pari a 0 alla fine del vettore.

La notazione omogenea permette, grazie alla presenza del termine 0 e 1 alla fine delle coordinate di vettori e punti nello spazio, di richiamare alcune regole di sintassi tra punti e vettori:

- La somma e la differenza di vettori sono vettori
- La somma di un vettore e un punto è un punto
- La differenza tra punti è un vettore
- La somma di due punti non ha significato

Si può trasformare l'equazione 13 in coordinate omogenee:

$$\bar{q}_a = \begin{bmatrix} q_a \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ab} & p_{ab} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_b \\ 1 \end{bmatrix} =: \bar{g}_{ab} \bar{q}_b \quad (17)$$

La matrice 4x4 \bar{g}_{ab} viene detta “rappresentazione omogenea di g_{ab} ”. Se $g = (p, R)$ allora:

$$\bar{g} = \begin{bmatrix} R & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Dato un vettore $v = s - r$, attraverso la rappresentazione omogenea si può ottenere:

$$\bar{g}_* \bar{v} = \bar{g}(\bar{s}) - \bar{g}(\bar{r}) = \begin{bmatrix} R & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Usando la notazione omogenea è possibile rappresentare il moto rigido attraverso moltiplicazioni di matrici di vettori appartenenti a R^3 , e non di punti. Attraverso la notazione omogenea risulterà più facile effettuare trasformazioni di corpi rigidi nello spazio attraverso matrici 4x4.

2.1.4 Il concetto di twist

Si osservi, nella figura successiva, un giunto rotativo e uno prismatico. Il punto p appartiene al giunto, mentre il punto q individua l'asse del giunto.

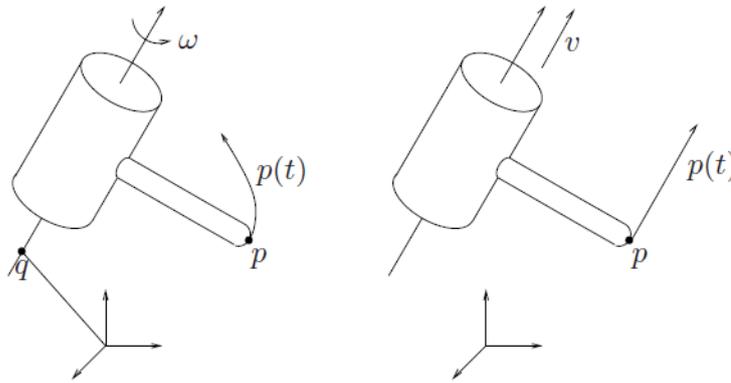


Figura 13 - Giunto prismatico rotativo

ω identifica il versore ($\|\omega\| = 1$) dell'asse di rotazione. Si può definire la velocità del punto p come:

$$\dot{p}(t) = \omega \times (p(t) - q) \quad (20)$$

Viene definito $v = -\omega \times q$, vettore che identifica la direzione dell'asse di traslazione del giunto prismatico. Si può riscrivere l'equazione precedente in coordinate omogenee, ovvero:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega} & -\omega \times q \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} = \hat{\xi} \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} \implies \dot{p} = \hat{\xi} p. \quad (21)$$

$$\hat{\xi} = \begin{bmatrix} \hat{\omega} & v \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

La matrice $\hat{\xi}$ è una matrice 4x4 e viene definita matrice twist. Si può ridurre questa matrice in un vettore di dimensione pari a 6, grazie all'operatore V (Vee):

$$\begin{bmatrix} \hat{\omega} & v \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{\vee} = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (23)$$

Si nomina quindi $\xi = (v, \omega)$, dove v e ω sono le coordinate appartenenti a R^3 del twist ξ .

Il twist rappresenta la componente infinitesimale di un qualsiasi moto rigido nello spazio. Esso infatti possiede le informazioni necessarie, ovvero le direzioni degli assi rotativi e lineari, per caratterizzare i moti di rototraslazione. Si può inoltre pensare di esprimere in forma esponenziale il moto del punto p dal suo stato iniziale $\overline{p(0)}$ a quello finale $\overline{p(t)}$ come:

$$\overline{p(t)} = e^{\hat{\xi}t} \overline{p(0)} \quad (24)$$

Dove $e^{\hat{\xi}t}$, come è stato già discusso nella sezione 1.1.2, risulta essere la forma matriciale dello sviluppo di Taylor dell'esponenziale, cioè:

$$e^{\hat{\xi}t} = I + \hat{\xi}t + \frac{(\hat{\xi}t)^2}{2!} + \frac{(\hat{\xi}t)^3}{3!} + \dots \quad (25)$$

La componente t scalare è l'ammontare totale dello spostamento (si ricorda che qualsiasi spostamento viene considerato a velocità unitaria). $e^{\hat{\xi}t}$ è una mappatura del punto dalla sua posizione iniziale alla sua nuova posizione dopo averlo spostato di una quantità pari a t , che nel caso di una rotazione pura coinciderebbe con uno spostamento espresso in radianti.

Nel caso di un moto puramente traslazionale, si può esprimere la velocità di un punto p appartenente ad un giunto prismatico come

$$\dot{p}(t) = \omega x(p(t) - q) = wxp(t) - wxq \quad (26)$$

Ma avendo in questo caso un moto traslazionale e $\omega // p(t)$, si ottiene $\dot{p}(t) = v = -wxq$. Quindi l'asse di rotazione ha la stessa direzione del moto di traslazione, come per lo spostamento di una vite. In questo caso:

$$\hat{\xi} = \begin{bmatrix} 0 & v \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Ponendo $t = \theta$ si trascrivono le matrici di trasformazione distinguendo il caso rotazionale e dal caso traslazionale:

Caso Traslazionale ($\omega = 0$)

Si può dimostrare che se $\omega = 0$

$$\hat{\xi}^2 = \hat{\xi}^3 = \hat{\xi}^4 = 0$$

Da cui:

$$e^{\hat{\xi}\theta} = I + \hat{\xi}\theta \quad (28)$$

Sostituendo l'espressione del twist per il caso traslazionale dall'espressione (...) e utilizzando la notazione omogenea si ottiene la matrice di trasformazione 4x4 del tipo:

$$e^{\hat{\xi}\theta} = \begin{bmatrix} I & v\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \omega = 0 \quad (29)$$

Caso Rotazionale ($\omega \neq 0$)

Tralasciando la dimostrazione, si riporta la matrice di trasformazione per il caso rotazionale, sempre in forma esponenziale e con notazione omogenea:

$$e^{\hat{\xi}\theta} = \begin{bmatrix} e^{\hat{\omega}\theta} & (I - e^{\hat{\omega}\theta})(\omega \times v) + \omega\omega^T v\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \omega \neq 0 \quad (30)$$

Quindi, osservando la trasformazione di un punto di una quantità scalare θ , che sia un moto rotativo o un moto traslazionale, si può ottenere la nuova configurazione tramite la seguente espressione:

$$p(\theta) = e^{\hat{\xi}\theta} p(0) \quad (31)$$

L'equazione (31) precedente si riferisce ad un singolo sistema di riferimento. Quindi, descrivendo i moti di un corpo rigido utilizzando la notazione esponenziale, è necessario un unico sistema di riferimento globale.

E'utile utilizzare e definire i twist che generano ogni trasformazione rigida attraverso la forma esponenziale. Quindi, la matrice derivante dalle notazioni esponenziali e omogenee fornisce il moto relativo di un corpo rigido, ovvero:

$$g_{ab}(\theta) = e^{\hat{\xi}\theta} * g_{ab}(0) \quad (32)$$

dove $g_{ab}(0)$ è la configurazione iniziale di un corpo rigido relativo al sistema di riferimento A. Allora, la configurazione finale rispetto ad A sarà espressa tramite $g_{ab}(\theta)$.

E' sempre possibile individuare il twist caratteristico di ogni trasformazione rigida.

2.1.5 Attributi geometrici del twist

Lo "screw motion", ovvero il movimento a vite, è associato naturalmente al twist ξ . Si considera un movimento di un corpo rigido che consiste di una rotazione attorno ad un'asse nello spazio di un angolo pari a θ radianti seguito da una traslazione lungo lo stesso asse di una quantità d .

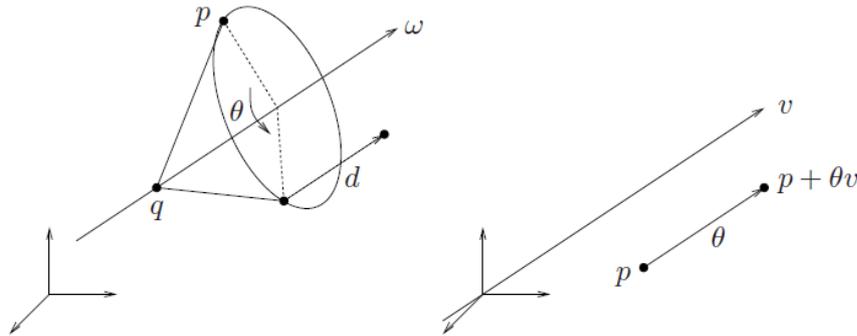


Figura 14 - Il twist, attributi geometrici

Essendo il moto geometrico appena descritto del tutto simile al movimento di una vite, viene definito il passo della vite pari a:

$$h = \frac{d}{\theta} \quad (33)$$

Questo significa che in corrispondenza di una rotazione pari a θ si ottiene una traslazione di quantità $h * \theta$, ovvero d .

La screw S, il cui rispettivo twist è la componente fondamentale, consiste di un asse l , un passo h e un'ampiezza M . Si noti che l'asse l è l'insieme dei punti per cui

$$l = \{q + \lambda\omega : \lambda \in R\}$$

Nel caso in cui si abbia una rotazione pura ($h = 0$, vite di passo pari a 0), si ha che l'asse viene definito come la linea attraverso il punto q in direzione v .

Dunque il moto di una vite si intende come una rotazione di quantità pari a $\theta = M$ attorno all'asse l seguita da una traslazione di quantità pari a $h\theta$. Ovviamente, se $h=\infty$ il corrispondente screw motion consiste di una pura traslazione lungo l'asse della screw di quantità pari a θ .

Si consideri il moto di rototraslazione del punto p della figura seguente, in coordinate esponenziali:

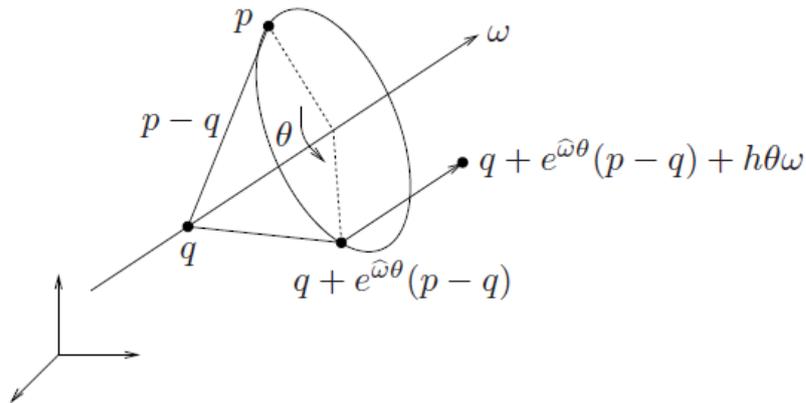


Figura 15 - Moto di Rototraslazione

Inizialmente il vettore $p - q$ è ruotato di una quantità pari a θ , spostandosi nel punto di coordinate $q + e^{\widehat{\omega}\theta}(p - q)$. Successivamente il punto viene traslato della quantità pari a $h\theta$ in direzione di ω , fino al punto finale

$$gp = q + e^{\widehat{\omega}\theta}(p - q) + h\theta\omega \quad (34)$$

dove g è la trasformazione di rototraslazione che permette di trasformare il punto p nel punto espresso a destra dell'equazione. In coordinate omogenee si può esprimere l'equazione precedente come

$$g \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\widehat{\omega}\theta} & (I - e^{\widehat{\omega}\theta})q + h\theta\omega \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Quindi, il moto rigido rototraslazionale viene espresso secondo la matrice

$$g = \begin{bmatrix} e^{\widehat{\omega}\theta} & (I - e^{\widehat{\omega}\theta})q + h\theta\omega \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

La matrice g esprime una trasformazione che mappa i punti da una condizione iniziale

($\theta = 0$) ad una condizione finale. Tutti i punti sono riferiti al sistema di riferimento fisso.

Si noti che la matrice g è del tutto simile alla matrice di trasformazione

$$e^{\hat{\xi}\theta} = \begin{bmatrix} e^{\hat{\omega}\theta} & (I - e^{\hat{\omega}\theta})(\omega \times v) + \omega\omega^T v\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Infatti, se si impone $v = -\omega xq + h\omega$, allora $\xi = (v, \omega)$ genera il moto di una vite. Nel caso di una pura rotazione, ($h = 0$) il twist assume la forma $\xi = (-\omega xq, \omega)$.

Nel caso invece di una pura rotazione, si ha che

$$g = \begin{bmatrix} I & \theta v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

che è esattamente il moto generato da $\exp(\hat{\xi}\theta)$ nel caso di un twist del tipo $\xi = (v, 0)$.

E' importante sottolineare che, al fine di ottenere le coordinate di un punto rispetto ad un sistema di riferimento fisso, è necessario disporre delle coordinate iniziali del punto. Infatti, per la trasformazione di un punto p rispetto ad un sistema di riferimento fisso si ottiene:

$$p(\theta) = e^{\hat{\xi}\theta} p(0) \quad (39)$$

Dove $p(\theta)$ sono le coordinate di p a trasformazione avvenuta, e $p(0)$ le coordinate iniziali di p .

Allo stesso modo si può ottenere la trasformazione di un punto da un sistema di riferimento B solidale ad un sistema di riferimento solidale A come:

$$g_{ab}(\theta) = e^{\hat{\xi}\theta} g_{ab}(0) \quad (40)$$

Nel prossimo capitolo si noterà come l'ultima equazione sia del tutto simile all'espressione della catena cinematica di una generica macchina utensile, in cui sono noti posizione e orientamento iniziale dell'utensile. Attraverso poi i movimenti degli assi della macchina si otterranno posizione e orientamento finale del naso mandrino rispetto ad un unico sistema di riferimento fisso.

3 CREAZIONE DEL MODELLO

La stesura del modello è avvenuta in due fasi. Inizialmente si è seguito un approccio interlocutorio, in cui si è verificata l'affidabilità delle matrici screw, l'efficienza della catena cinematica, sia diretta che inversa in una particolare configurazione della macchina utensile. Inoltre, in questa prima fase che potremmo definire embrionale ma fondamentale come punto di partenza per conoscere la natura del problema, si sono sperimentate le potenzialità del software Matlab al fine di ricavare comandi ottimizzati per gli assi dato un set di errori modellati; così come sono stati ricavati i comandi asse ottimizzati, sempre grazie alla capacità di calcolo del software, è stato possibile ottenere gli errori dei singoli assi a partire dall'errore volumetrico complessivo. Una volta verificata la fattibilità delle ottimizzazioni dei comandi e degli errori, si è proceduto ad una seconda fase di stesura dell'algoritmo in cui, tramite programmazione a oggetti e software Octave, si è trascritto sostanzialmente ciò che è stato implementato nella prima fase ma in una forma più facilmente gestibile e automatizzata per macchine reali. La seconda fase di implementazione renderà il modello efficiente in fase di sperimentazione nei centri di lavoro CMS, realizzando sostanzialmente una macchina completa.

3.1 *Prima fase di stesura degli script*

3.1.1 *Modellazione della catena cinematica ideale*

Nel campo delle macchine utensili, e in generale nel campo della robotica, risulta fondamentale definire la catena cinematica della macchina. Per catena cinematica si intende la successione degli assi di movimentazione dal pezzo in lavorazione (workpiece) fino all'utensile (tool). La catena cinematica, quindi, è caratteristica di ogni singola macchina e ovviamente differente in base alla tipologia del macchinario.

La catena cinematica può essere:

- **Diretta:** in questo caso, avendo come input i comandi di ciascun asse, la catena cinematica fornisce in output posizione e orientamento nello spazio del punto finale dell'utensile
- **Inversa:** al contrario della catena cinematica diretta si ha come input la posizione e l'orientamento desiderato dell'utensile. L'output, ottenuto tramite la catena inversa, è il comando (o quota) di ciascun asse al fine di ottenere la posizione desiderata dell'utensile.

Di seguito si può osservare un esempio schematico di una catena cinematica completa, facendo riferimento ad una macchina a 5 assi, di cui 3 lineari (x,y e z) e 2 rotativi sulla tavola porta pezzo. Inoltre vengono esplicitati i vettori posizione P e il versore orientamento O dell'utensile.

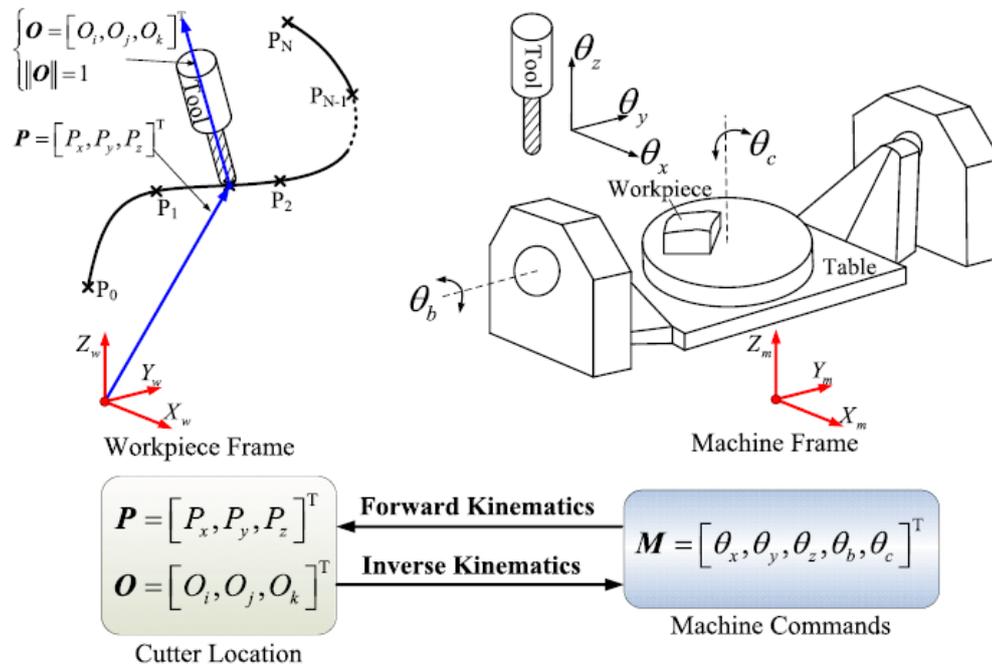


Figura 16 - Catena cinematica diretta e inversa, schematizzazione dell'utensile

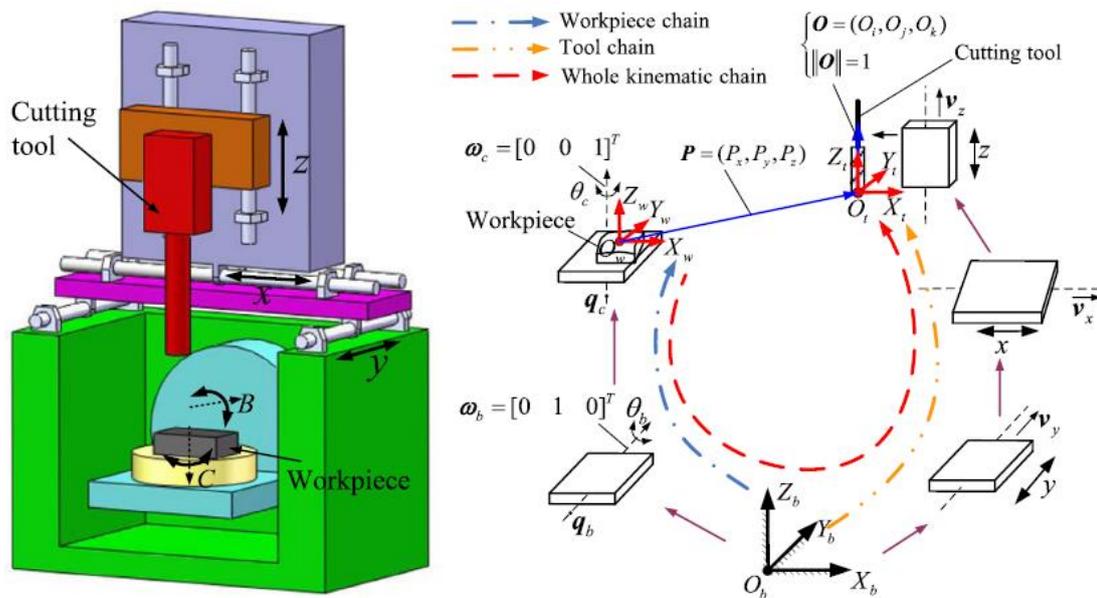


Figura 17 - Schematizzazione della catena cinematica

Nella figura precedente si notano i versori ω , i quali rappresentano la direzione dell'asse di rotazione, e i versori v_x , v_y e v_z che indicano la direzione degli assi lineari⁹.

Si ricorda che gli assi rotativi vengo denominati A, B o C a seconda che la rotazione avvenga rispettivamente attorno all'asse x, y o z del sistema di riferimento globale.

Inizialmente, per la stesura dell'algoritmo, si è fatto riferimento ad un centro di lavoro a 5 assi con assi rotativi C e B come si può osservare dalle immagini seguenti. I modelli di riferimento, a portale mobile, sono ARES e POSEIDON prodotti da CMS.



Figura 18 - Centro di lavoro "Poseidon" prodotto da CMS

⁹ [6]

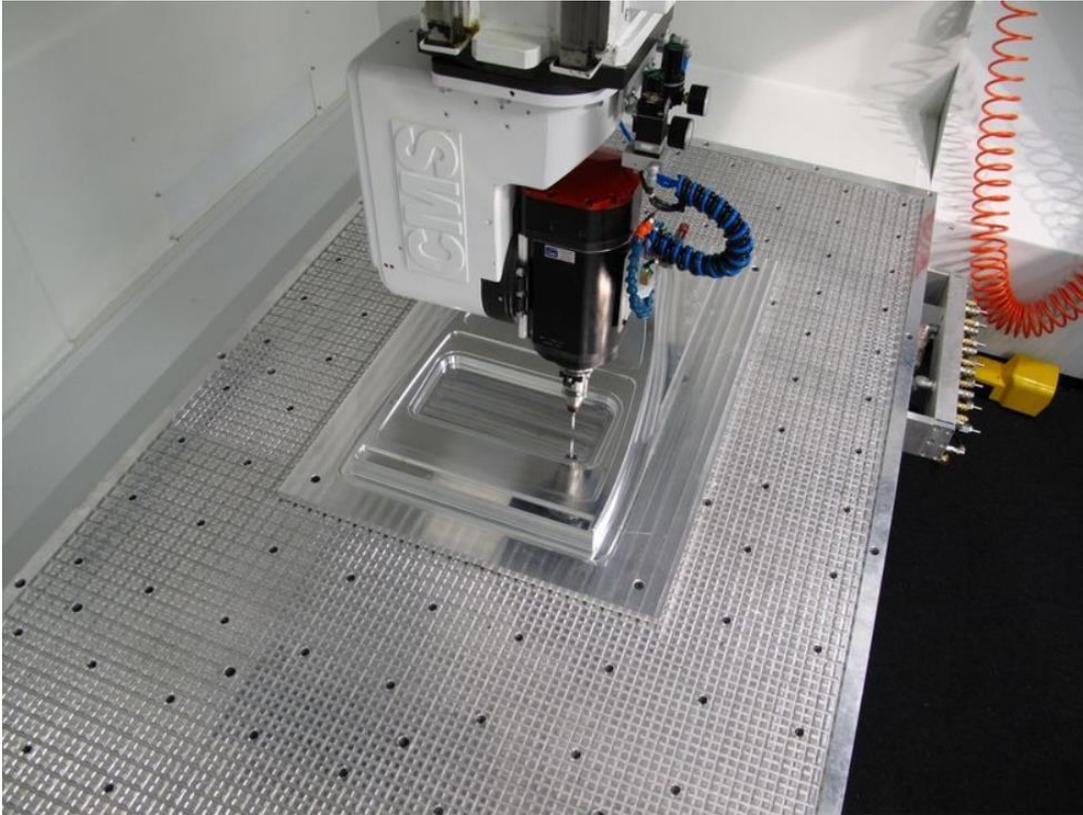


Figura 19 - Particolare del mandrino

La catena cinematica di riferimento è la seguente:

X → Y → Z → C → B → TOOL

Gli assi rotativi C e B sono entrambi sulla testa del mandrino (Spindle Tilting Head).

Come esempio di modellazione di catena cinematica si è seguito l'articolo di Altintas per la modellazione della catena cinematica tramite Screw Theory¹⁰. Come già visto, gli assi lineari necessitano del vettore direzione dell'asse e della quota di riferimento (scalare), mentre gli assi rotativi, oltre al vettore che indica la direzione attorno a cui ruota l'asse e alla quota espressa in radianti (scalare), necessitano di un vettore posizione che indichi la posizione spaziale dell'asse. Per esempio per l'asse x

$$v_x = [1,0,0]^T \quad (41)$$

¹⁰ [6]

Mentre per l'asse C

$$\omega_C = [0,0,1]^T \quad (42)$$

$$q_C = [0,0,0]^T \quad (43)$$

Ovviamente q_C si riferisce al caso in cui l'asse C sia situato nell'origine. La catena cinematica espressa con la notazione in forma esponenziale per un centro di lavoro a 5 assi può essere modellata come:

$$[P_f O_f] = e^{\tilde{\xi}_x \theta_x} e^{\tilde{\xi}_y \theta_y} e^{\tilde{\xi}_z \theta_z} e^{\tilde{\xi}_C \theta_C} e^{\tilde{\xi}_B \theta_B} * [P_i O_i] \quad (44)$$

Dove P_i, P_f, O_i, O_f identificano le posizioni e orientamenti iniziali e finali della punta dell'utensile (naso mandrino) nello spazio, secondo la matrice in forma omogenea del tipo:

$$\begin{bmatrix} P_x & O_i \\ P_y & O_j \\ P_z & O_k \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

Si noti che i vettori orientamento dell'utensile O_i, O_f sono versori. Come orientamento iniziale dell'utensile si è scelta la posizione $[0,0,1]$ (utensile verticale). Il sistema di riferimento globale risiede nell'origine $(0,0,0)$.

E' necessario inserire l'offset dell'utensile rispetto al sistema di riferimento, ovvero la sua posizione rispetto all'origine del sistema di riferimento $(0,0,0)$, secondo la matrice:

$$g_{bt}(0) = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & t_0 \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

Dove t_0 è il vettore offset dell'utensile rispetto all'origine del sistema di riferimento.

La configurazione finale della catena cinematica risulta dunque essere:

$$[P_f O_f] = e^{\tilde{\xi}_x \theta_x} e^{\tilde{\xi}_y \theta_y} e^{\tilde{\xi}_z \theta_z} e^{\tilde{\xi}_C \theta_C} e^{\tilde{\xi}_B \theta_B} * [g_{bt}(0)] * [O_S O_i] \quad (47)$$

dove O_S è l'origine del sistema di riferimento.

A questo punto sono state modellate le singole screw degli assi lineari e rotativi, secondo le matrici presentate nel capitolo 2, ovvero:

$$e^{\hat{\xi}\theta} = \begin{bmatrix} e^{\hat{\omega}\theta} & (\mathbf{I}_{3 \times 3} - e^{\hat{\omega}\theta})(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) + \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{v}\theta \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$e^{\hat{\xi}\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{v} \cdot \theta \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$$

Dove

$$e^{\hat{\omega}\theta} = \mathbf{I}_{3 \times 3} + \hat{\boldsymbol{\omega}} \cdot \sin \theta + \hat{\boldsymbol{\omega}}^2 \cdot (1 - \cos \theta)$$

Sono state create apposite funzioni in Matlab che modellano le matrici a seconda del fatto che fossero lineari o rotative, come si può osservare nell'immagine seguente dello script Matlab:

```
function [S_t]=screw_trasl(v,s)
S_t=[eye(3) v*s; zeros(1,3) 1];
end
```

Sx =

1	0	0	3	→	Valore dello spostamento dell'asse X
0	1	0	0		
0	0	1	0		
0	0	0	1		

```
function [screw_rot]=screw_rot(w,q,teta)
wteta=eye(3)+mappatura(w)*sin(teta)+mappatura(w)*mappatura(w)*(1-cos(teta));
screw_rot=[wteta, (eye(3)-wteta)*(cross(w,cross(q,w)))+(w*w'*cross(q,w)*teta); zeros(1,3), 1];
end
```

SC =

0.7071	-0.7071	0	0	→	Sotto matrice che esprime una rotazione dell'asse C attorno a Z di 45 gradi espressi in radianti
0.7071	0.7071	0	0		
0	0	1.0000	0		
0	0	0	1.0000		

In questo modo sono stati modellati i singoli assi dell'ipotetico centro di lavoro costruendo la catena cinematica ideale, ovvero senza errori, della macchina:

$$PO=Sx*Sy*Sz*SC*SB*gt0*[0 \text{ rot}(1);0 \text{ rot}(2);0 \text{ rot}(3);1 \ 0];$$

E' stato costruito un grafico della macchina utile per testare l'attendibilità della catena cinematica ideale. Imponendo una certa geometria degli assi della macchina, si impongono i comandi asse nel plot 3D della macchina andando a verificare che la posizione e l'orientamento del grafico corrispondano ai valori calcolati dalla catena cinematica modellizzata con le singole matrici screw.

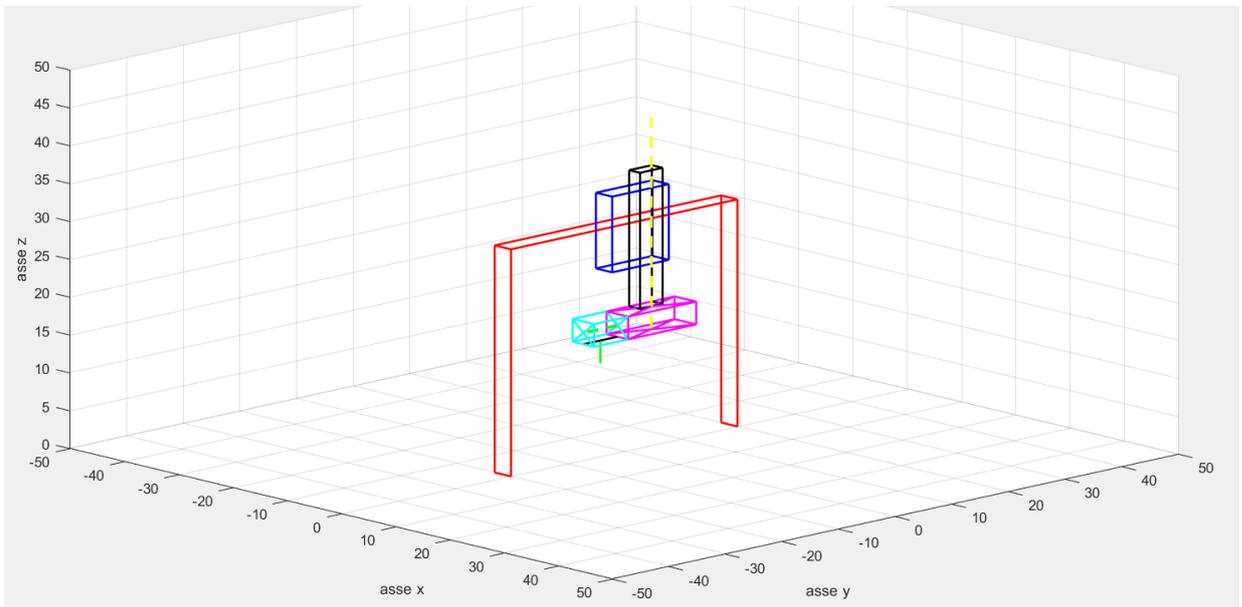
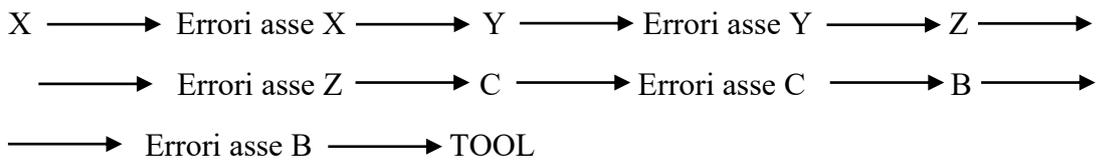


Figura 20 - Ipotetico centro di lavoro a 5 assi

I comandi asse impartiti alla catena cinematica modellata portano allo stesso punto finale dell'utensile del grafico soprastante. Nel prossimo paragrafo verrà presentata la modellazione della catena cinematica attuale, ovvero la catena cinematica che tiene in considerazione gli errori geometrici.

3.1.2 Modellazione della catena cinematica attuale

La catena cinematica attuale, o reale, non è nient'altro che la catena cinematica della macchina che comprende anche gli errori geometrici. La comodità delle matrici screw permette di modellare gli errori geometrici allo stesso modo degli assi principali. Una volta create le matrici screw degli errori, esse vengono inserite nella catena cinematica ideale in corrispondenza degli assi che causano quegli errori. Il risultato sarà una catena di matrici ordinata del seguente tipo:



Nei seguenti paragrafi sarà esposto come viene modellato ogni tipo di errore geometrico.

3.1.2.1 Errore di Rettilinearità

L'errore di rettilinearità, come già esposto nei paragrafi precedenti, viene pensato come una variazione casuale nella direzione dell'errore dell'asse di riferimento; si parla dunque di un errore dipendente dalla posizione. Per esempio, parlando di un errore di rettilinearità dell'asse X in direzione Y si può visualizzare l'andamento dell'errore come segue:

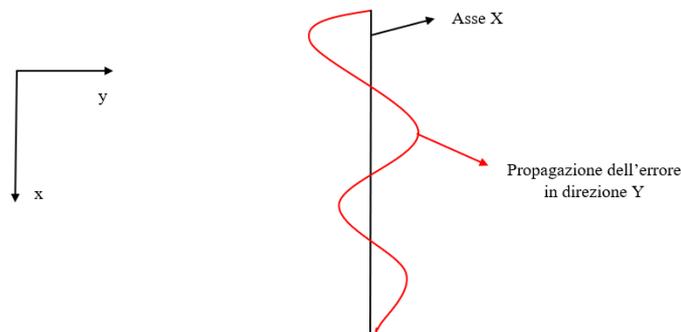


Figura 21 - Propagazione dell'errore di rettilinearità

Quindi la matrice screw di un generico errore di rettilineità in una quota precisa x in direzione y può essere ottenuta come:

Serr_Delta_x =

1.0000	0	0	0
0	1.0000	0	1.5000
0	0	1.0000	0
0	0	0	1.0000

Valore dell'errore, in questo caso in direzione Y

In conclusione, l'errore di rettilineità è modellato come uno spostamento dipendente dalla quota asse in direzione dell'errore.

3.1.2.2 Errore di perpendicolarità

L'errore di perpendicolarità può essere visto come un errore di rettilineità con una certa proporzionalità. In altre parole la perpendicolarità di un qualsiasi asse rispetto ad un altro può essere intesa come una rettilineità con un andamento regolare e non casuale, come si può vedere dalla figura successiva. Questa assunzione rispecchia ciò che avviene in fase di misurazione degli errori di perpendicolarità nel momento del collaudo, in cui vengono interpolate le misure di rettilineità ricavate dagli strumenti con una costante idonea proporzionale alla quota asse.

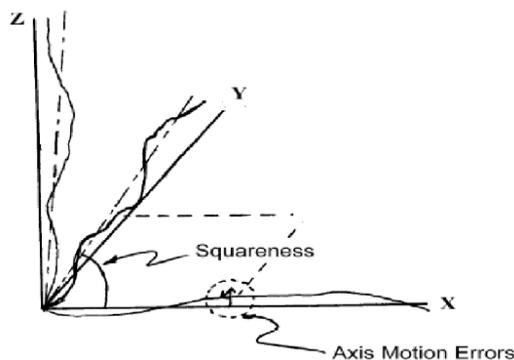


Figura 22 - Errore di perpendicolarità

Di seguito viene presentata l'implementazione di una matrice screw per errori di perpendicolarità:

$Serr_perp_xy =$	1	0	0	6	Quota spostamento in direzione x a causa di un errore di perpendicolarità tra gli assi X e Y con costante di proporzionalità pari a 3 e spostamento in direzione y pari a 2 (errore totale in direzione x=3*2=6)
	0	1	0	0	
	0	0	1	0	
	0	0	0	1	

3.1.2.3 Errore angolare

L'errore angolare viene semplicemente rappresentato come una matrice screw di rotazione. E' sufficiente esprimere la quota di rotazione dell'errore, il punto in cui si propaga l'errore e il versore asse attorno al quale avviene la rotazione, come da figura seguente, per un ipotetico asse C:

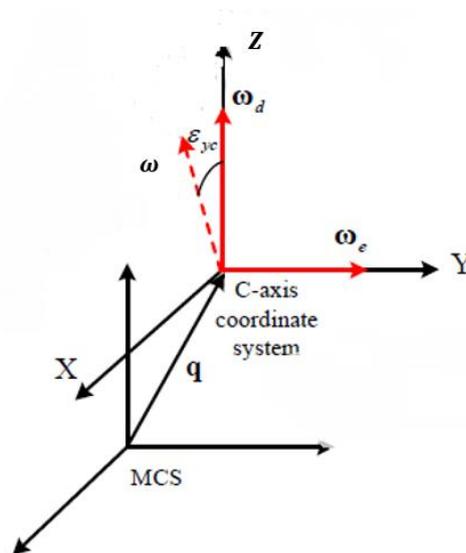


Figura 23 – Schema dell'errore di deviazione angolare

Nella figura, il sistema di riferimento MCS rappresenta il Measuring Center System, ovvero il sistema di riferimento fisso della macchina (solitamente denominato Punto Zero Macchina).

La matrice screw, per esempio di un errore dell'asse x di 15 gradi attorno al proprio asse (ϵ_{xx}) è implementata secondo la matrice di rotazione seguente:

S_epsilon_xx =

1.0000	0	0	0
0	0.9659	-0.2588	0
0	0.2588	0.9659	0
0	0	0	1.0000

Sotto-matrice che esprime la rotazione di 15 gradi (in radianti) attorno all'asse x in un punto di coordinate (0 0 0)

3.1.3 Costruzione del singolo asse e della macchina

Una volta che sono stati implementati gli errori geometrici afferenti ad un asse specifico si ottiene l'asse della macchina, contenente in successione le rototraslazioni desiderate (movimento assi) e non desiderate (errori geometrici) della macchina.

Per esempio per l'asse X si può esprimere come una moltiplicazione ordinata di matrici screw, ovvero:

`Sx*Serr_Delta_x*Serr_perp_xy*Serr_epsilon_xx*Serr_epsilon_zx*Serr_epsilon_yx`

Per piccole rotazioni è indifferente l'ordine con cui vengono moltiplicate le matrici lineari e rotative. La composizione di più assi costruiti in questo modo genera, come detto, la catena cinematica reale della macchina e in generale la configurazione della macchina che si vuole modellare. Per esempio, la catena cinematica completa di una macchina a 5 assi può essere implementata componendo tutti gli assi alla maniera dello script precedente, in questo modo:

```

Asse X → (Sx*Serr_Delta_x*Serr_perp_xy*Serr_epsilon_xx*Serr_epsilon_zx*Serr_epsilon_yx)*
Asse Y → *(Sy*Serr_Delta_y*Serr_perp_yz*Serr_epsilon_xy*Serr_epsilon_zy*Serr_epsilon_yy)*
Asse Z → *(Sz*Serr_Delta_z*Serr_perp_xz*Serr_epsilon_xz*Serr_epsilon_zz*Serr_epsilon_yz)*
Asse C → *(Sc*Serr_Delta_C*Serr_epsilon_xC*Serr_epsilon_zC*Serr_epsilon_yC)*
Asse B → *(Sb*Serr_Delta_B*Serr_epsilon_xB*Serr_epsilon_zB*Serr_epsilon_yB)*gt0*[0 0;0 0;0 1;1 0];

```

Si ricorda che gli ultimi due termini della catena rappresentano la posizione e l'orientamento dell'utensile rispetto allo zero macchina.

3.1.4 Cinematica Inversa

La cinematica inversa della macchina risulta semplice da implementare. Noti posizione e orientamento iniziali e finali dell'utensile è sufficiente ricavare i comandi degli assi rotativi responsabili dell'orientamento finale dell'utensile. Una volta ricavati i comandi degli assi rotativi, i comandi degli assi lineari sono imposti direttamente sostituendo le coordinate della posizione finale in x,y e z dell'utensile. Le coordinate rotative, per esempio di due assi C e B conseguenti, possono essere ricavate tramite la seguente equazione:

$$\begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} O_x \\ O_y \\ O_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O'_x \\ O'_y \\ O'_z \end{bmatrix} \quad (48)$$

Rotazione attorno a Z
Rotazione attorno a Y
Orientamento iniziale dell'utensile
Orientamento finale dell'utensile dopo la rotazione

L'orientamento iniziale e finale dell'utensile sono noti (l'orientamento finale è imposto dall'operatore). Imponendo come incognite rispettivamente la rotazione γ attorno a Z e la rotazione β attorno a Y, si possono ottenere facilmente tramite una fminsearch, iniziando l'iterazione da $\beta = 0$ e $\gamma = 0$. La funzione da minimizzare è rappresentata dalla norma della distanza tra i due orientamenti. Dopo poche iterazioni (circa 138) si ottengono i comandi asse rotativi al fine di ottenere l'orientamento finale dell'utensile. Come già detto, una volta ottenuti i comandi asse rotativi è sufficiente imporre ai comandi x,y e z la posizione finale dell'utensile. La semplice implementazione della catena cinematica inversa è espressa nell'immagine seguente:

```

function err = cin_inversa(cmd_rot)
    global ori_in
    global ori_fin
    global vers

    R_C = [cos(cmd_rot(1)) -sin(cmd_rot(1)) 0; sin(cmd_rot(1)) cos(cmd_rot(1)) 0; 0 0 1]; %matrice di rotazione
                                                %attorno all'asse C

    % matrice di rotazione attorno ad un asse generico
    M_gen = [[vers(1)^2+(1-vers(1)^2)*cos(cmd_rot(2)) vers(1)*vers(2)*(1-cos(cmd_rot(2)))-vers(3)*sin(cmd_rot(2))
              [vers(1)*vers(2)*(1-cos(cmd_rot(2)))+vers(3)*sin(cmd_rot(2)) vers(2)^2+(1-vers(2)^2)*cos(cmd_rot(2))
              [vers(1)*vers(3)*(1-cos(cmd_rot(2)))-vers(2)*sin(cmd_rot(2)) vers(2)*vers(3)*(1-cos(cmd_rot(2)))+vers
    M = R_C*M_gen; % moltiplicazione delle due matrici di rotazione nell'ordine prescritto da catena cinematica
    ori_calc = M*ori_in;
    err = norm(ori_calc-ori_fin);
endfunction

global ori_in
global ori_fin
global vers

ori_in = [0 0 1]';
ori_fin = [0 1 0]';
wy = [0 1 0]';
tetarad = 30*pi/180; %inclinazione dell'asse "sghembo"

vers = [1,0,0;0,cos(tetarad),-sin(tetarad);0,sin(tetarad),cos(tetarad)]*wy; %versore del secondo asse
                                                %di rotazione generico

cmd_in = [0 0]'; %comandi asse iniziali
options = optimset("Display", "iter", "MaxIter", 5000,'MaxFunEvals',50000,'TolFun',1e-20,'TolX',1e-20);
[new_cmd, fval] = fminsearch(@cin_inversa, cmd_in, options);

```

Si noti che, negli script, la matrice M_gen rappresenta la matrice di rotazione attorno ad un asse generico del tipo:

$$\begin{bmatrix} x^2 + (1 - x^2) \cos \theta & xy(1 - \cos \theta) - z \sin \theta & xz(1 - \cos \theta) + y \sin \theta \\ xy(1 - \cos \theta) + z \sin \theta & y^2 + (1 - y^2) \cos \theta & yz(1 - \cos \theta) - x \sin \theta \\ xz(1 - \cos \theta) - y \sin \theta & yz(1 - \cos \theta) + x \sin \theta & z^2 + (1 - z^2) \cos \theta \end{bmatrix} \quad (49)$$

3.1.5 Ottimizzazioni del modello

Una volta modellate la catena cinematica ideale e attuale si è pensato di utilizzare il modello al fine di:

- Calcolare i comandi asse della macchina compensati dato un set di errori geometrici
- Ricavare gli errori geometrici dei singoli assi avendo come input un errore volumetrico complessivo

3.1.5.1 Calcolo dei comandi asse compensati

Tramite l'utilizzo della `fminsearch` di Matlab è stato sufficiente impostare, come funzione da minimizzare, la distanza (in termini di norma quadratica) tra la posizione ideale o desiderata dell'utensile e la sua posizione errata causata dagli errori geometrici. I parametri di ingresso da ottimizzare per la `fminsearch` saranno ovviamente i comandi asse. Di seguito si notano gli script appena descritti e una visualizzazione grafica dell'ottimizzazione:

```
tetaC=0*pi/180;
tetaB=0*pi/180;
cmd_rotation=[0;0;0;tetaC;tetaB];
rotation=cin_ideale(cmd_rotation);

pos_id_ut=[0 rotation(1,2);0 rotation(2,2);0 rotation(3,2);1 0]; %posizione ideale dell'utensile impostata
                                                %dall'operatore

cmd_assi_id=cin_inversa(pos_id_ut); %comandi asse necessari per raggiungere la posizione ideale dell'utensile

pos_nom_ut=cin_ideale(cmd_assi_id); %posizione nominale dell'utensile ricavata tramite i comandi asse
                                                % e la catena cinematica inversa della macchina

if norm((pos_nom_ut-pos_id_ut).*w_axis)>eps
    disp('errore'); %rappresenta un check della correttezza della catena cinematica inversa e diretta
    return
end

curr_pos_axis=cmd_assi_id;

% parametrizzazione fminsearch (con optimset)

options = optimset('PlotFcns','optimplotfval','Display','iter','MaxIter',5000,'MaxFunEvals',10000,'TolFun',1e-10,'TolX',1e-10);
%% ricerca dei comandi asse ottimizzati
[cmd_assi_eff,fval]=fminsearch(@cin_eff, curr_pos_axis, options); %processo di ottimizzazione al fine di ottenere i comandi asse
                                                %compensativi che tengono conto degli errori geometrici

function err_pos=cin_eff(new_cmd_axis)
global n_axis
global screw_axis_array
global num_err_axis
global err_struct
global pos_id_ut
global w_axis %peso da dare ai valori dell'orientamento dell'utensile
global eps
global wB
global wC
global gt0

dimensioni_macchina();
[matE,pos_real_ut]=screw_creation(new_cmd_axis);
err_pos=norm((pos_real_ut.*w_axis)-(pos_id_ut.*w_axis)); % |funzione errore da minimizzare
end
```

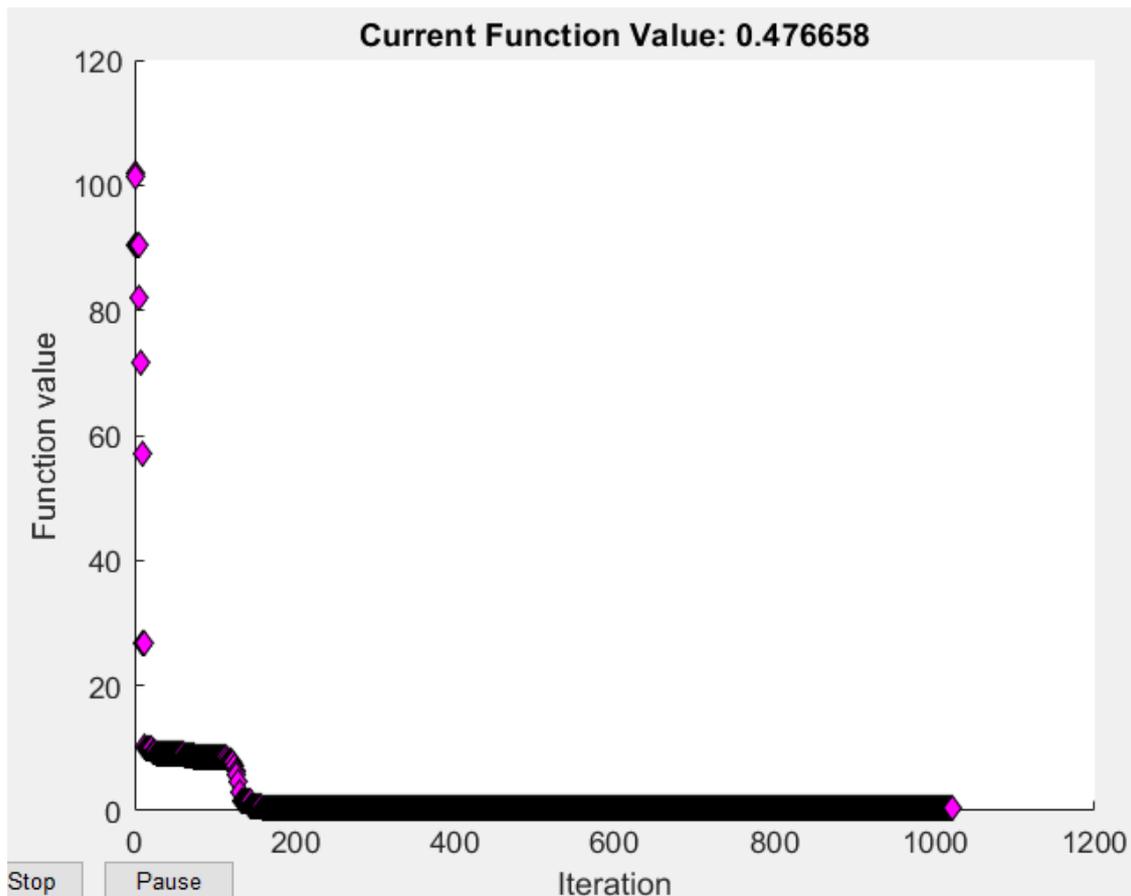


Figura 24 - Ottimizzazione dei comandi asse compensati

3.1.5.2 Calcolo degli errori geometrici dei singoli assi

A partire dall'errore volumetrico complessivo, sempre tramite la funzione `fminsearch`, si possono ricavare gli errori geometrici prodotti dai singoli assi. In questo caso i parametri di ingresso da ottimizzare saranno proprio i valori degli errori geometrici, mentre la funzione errore sarà sempre rappresentata dalla norma quadratica (distanza) dei punti ideali ed errati dell'utensile. In ingresso inoltre viene fornita una posizione (in termini anche di orientamento) errata del naso mandrino, ovvero l'errore volumetrico complessivo.

```
function errors=find_err_lin(errors)

global pos_err_ut
global cmd_assi_id
global w_axis

dimensioni_macchina();
[matr,pos_ut]=screw_creation2(cmd_assi_id,errors);
errors=norm((pos_err_ut.*w_axis)-(pos_ut.*w_axis));
end
```

```
qd=[0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0;0 0 0]; % errori inizializzati a zero di rettilineità e perpendicolarità
EPSILON=[0,0,0;0,0,0;0,0,0;0,0,0;0,0,0]*pi/180; % errori angolari
```

```
[qdopt,fvall1]=fminsearch(@find_err_lin,qd,options); % errori di rettilineità e perpendicolarità ottimizzati
[epsopt,fval2]=fminsearch(@find_err_rot,EPSILON,options); % errori angolari ottimizzati
```

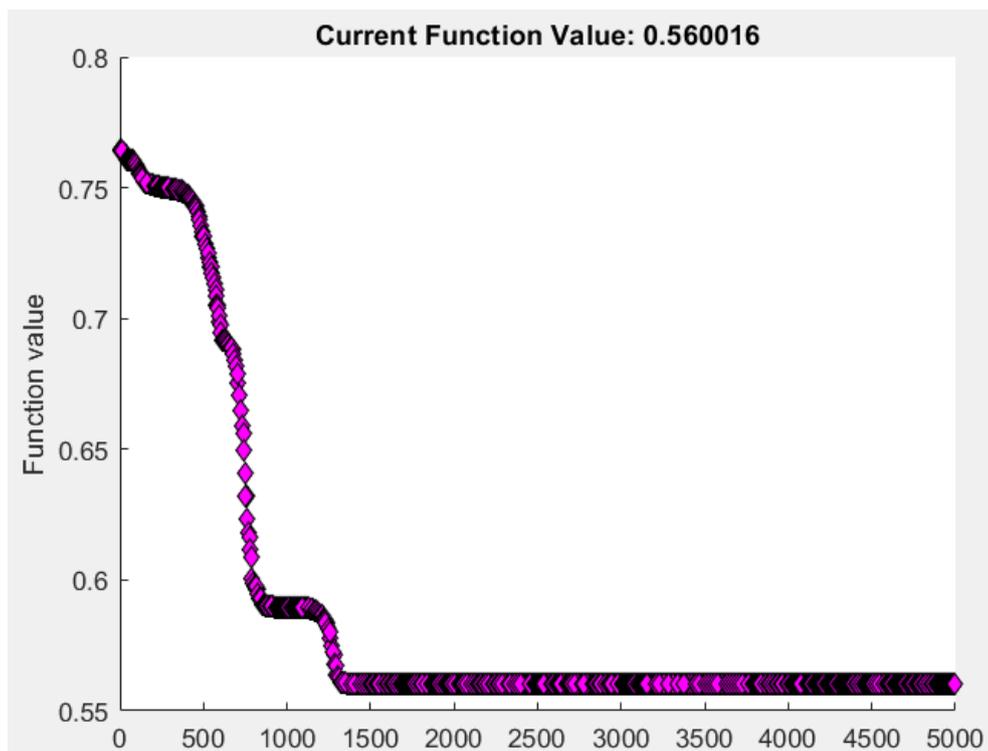


Figura 25 - Approssimazione degli errori geometrici degli assi

3.2 Seconda fase di stesura degli script

In questa seconda fase si è cercato di ottimizzare quanto fatto nella prima fase, in modo da rendere il modello efficiente in fase di sperimentazione. In particolare, si è cercato di trasformare la prima bozza di una ipotetica macchina in un modello capace di gestire i dati degli errori geometrici rapidamente, e soprattutto, di creare in maniera flessibile e semplice il modello di una macchina utensile generica a partire dai moti di rototraslazione. L'approccio seguito è stato quindi quello di modellare il singolo moto nello spazio fino a rappresentare interamente la macchina nel suo complesso con i singoli assi di movimentazione. La programmazione a oggetti è risultata fondamentale per la modellazione e la gestione di un sistema così mutevole a seconda delle configurazioni delle macchine utensile e degli errori geometrici che esse provocano.

3.2.1 Il movimento di rototraslazione - La classe "Screw"

La classe "Screw" individua tutti i movimenti di rototraslazione nello spazio, desiderati e indesiderati. In sostanza, la classe Screw è in grado di modellare sia il movimento degli assi (moti voluti) che il movimento degli errori geometrici (moti indesiderati) a partire dalla teoria della vite già discussa nei capitoli precedenti. Di seguito si può notare il costruttore della classe Screw appena definita:

```
Costruttori della classe screw:
    def: screw ()
    copy: screw (obj)
    std: screw (p1, p2, p3, p4, p5)

Parametri:
    p1: Tipologia della screw {'Lin', 'Rot'}
    p2: Classe della screw {'Prop', 'Indep', 'Dep'}
    p3: Versore iniziale della screw [3x1]
    p4: Origine iniziale della screw [3x1]
    p5: "Lunghezza con segno" della screw
```

Si nota come la singola matrice screw possa essere definita tramite i parametri appena elencati. La screw può essere lineare (Lin) o rotativa (Rot), e può rappresentare un errore geometrico proporzionale allo spostamento (Prop), un errore Dipendente (Dep) o Indipendente (Indep) dalla posizione. Inoltre la screw è definita da versore e origine iniziali e da una lunghezza, che per esempio, può rappresentare la corsa totale dell'asse che si vuole modellare. Di seguito si si riporta la stampa a video di una ipotetica screw con spostamento

in direzione x di -1000 mm e di un errore di rettilineità (errore geometrico dipendente dalla posizione) in direzione y:

```
screw Sx[1] =
{
Type = Lin
Origine = [ 0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00]
Versore = [ 1.000e+00  0.000e+00  0.000e+00]
End pt. = [-7.500e+03  0.000e+00  0.000e+00]
Class = Prop ( 1.000e+00)
Inp value = 0.000e+00
Out value = 0.000e+00
Screw =
[ 1.000e+00  0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00]
[ 0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00  0.000e+00]
[ 0.000e+00  0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00]
[ 0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00  1.000e+00]
} ,
```

```
screw [5] =
{
Type = Lin
Origine = [-1.546e+03  0.000e+00  0.000e+00]
Versore = [ 0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00]
End pt. = [-1.546e+03  -7.500e+02  0.000e+00]
Class = Dep
Inp value = -1.546e+03
Out value = 1.040e-03
Screw =
[ 1.000e+00  0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00]
[ 0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00  1.040e-03]
[ 0.000e+00  0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00]
[ 0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00  1.000e+00]
```

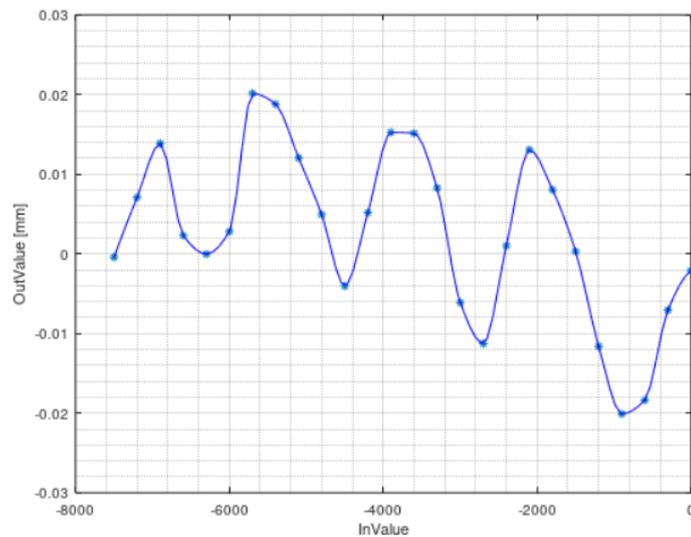


Figura 26 - Andamento dell'errore di rettilineità approssimato con un polinomio di terzo grado

3.2.2 La composizione dell'asse – La classe “Axis”

Il singolo asse della macchina è modellato come un insieme di rototraslazioni volute o non volute. Perciò, la classe Axis non fa altro che creare un insieme di rototraslazioni che corrispondono al movimento dell'asse principale (X, Y, Z, A, B o C) e dei suoi errori geometrici. Anche in questo caso, al fine di chiarificare quanto appena detto, viene inserita la descrizione del costruttore della classe Axis:

```
% Costruttori della classe mt_axis:
% def: mt_axis ()
% copy: mt_axis (obj)
% std: mt_axis (p1, p2, p3, p4, p5)
%
% Parametri:
% obj: Oggetto della classe "axis"
% p1: Vettore di stringhe 'Tipo screw' = {'TX', 'TY', 'TZ', 'RX', 'RY', 'RZ', 'RGEN'}
% p2: Vettore di stringhe 'Classe screw' = {'Prop', 'Indep', 'Dep'}
% p3: Origine comune a tutte le screw
% p4: Lunghezza con segno comune a tutte le screw (<> 0)
% p5: Versore asse rotativo generico (solo se p1 = 'RGEN')
```

In questo caso, come si può vedere dal costruttore, la classe Axis richiede un vettore di stringhe contenente tutte le matrici screw (ovvero l'insieme di tutte le rototraslazioni) caratterizzanti il singolo asse. Di seguito la stampa a video del primo asse di una macchina generica (in questo caso asse X) definita dalle screw di seguito:

```
assi(1,1) = mt_axis({'TX'; 'RX'; 'RY'; 'RZ'; 'TY'; 'TZ'; 'TY'; 'TZ'}, {'Prop'; 'Dep'; 'Dep'; 'Dep'; 'Dep'; 'Dep'; 'Prop'; 'Prop'}, x_orig, -x_size);
```

```
asse ans[1] =
{
  Inp value = 0.000e+00
  screw [1] =
  {
    Type = Lin
    Origine = [ 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00]
    Versore = [ 1.000e+00 0.000e+00 0.000e+00]
    End pt. = [-7.500e+03 0.000e+00 0.000e+00]
    Class = Prop ( 1.000e+00)
    Inp value = 0.000e+00
    Out value = 0.000e+00
    Screw =
      [ 1.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00]
      [ 0.000e+00 1.000e+00 0.000e+00 0.000e+00]
      [ 0.000e+00 0.000e+00 1.000e+00 0.000e+00]
      [ 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 1.000e+00]
  }
  screw [2] =
  {
    Type = Rot
    Origine = [ 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00]
    Versore = [ 1.000e+00 0.000e+00 0.000e+00]
    End pt. = [-7.500e+02 0.000e+00 0.000e+00]
    Class = Dep
    Inp value = 0.000e+00
    Out value = -6.731e-07
  }
}
```

```

screw [3] =
{
  Type = Rot
  Origine = [ 0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00]
  Versore = [ 0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00]
  End pt. = [ 0.000e+00 -7.500e+02  0.000e+00]
  Class = Dep
  Inp value = 0.000e+00
  Out value = 9.269e-07
  Screw =
    [ 1.000e+00  0.000e+00  9.269e-07  0.000e+00]
    [ 0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00  0.000e+00]
    [-9.269e-07  0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00]
    [ 0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00  1.000e+00]
}

screw [4] =
{
  Type = Rot
  Origine = [ 0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00]
  Versore = [ 0.000e+00  0.000e+00  1.000e+00]
  End pt. = [ 0.000e+00  0.000e+00 -7.500e+02]
  Class = Dep
  Inp value = 0.000e+00
  Out value = 3.516e-07

screw [5] =
{
  Type = Lin
  Origine = [-1.546e+03  0.000e+00  0.000e+00]
  Versore = [ 0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00]
  End pt. = [-1.546e+03 -7.500e+02  0.000e+00]
  Class = Dep
  Inp value = -1.546e+03
  Out value = 1.040e-03
  Screw =
    [ 1.000e+00  0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00]
    [ 0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00  1.040e-03]
    [ 0.000e+00  0.000e+00  1.000e+00  0.000e+00]
    [ 0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00  1.000e+00]
}

```

Vengono dunque definite le singole screw caratterizzanti il singolo asse.

3.2.3 La composizione della macchina – La classe “Machine”

In maniera molto semplice viene definita la classe “Machine” come insieme di più assi che definiscono la catena cinematica della macchina. In questa particolare classe vengono gestite le catene cinematiche ideali (senza errori) ed effettive della macchina. Inoltre, sono state definite le funzioni di ottimizzazione viste in precedenza, al fine di calcolare i comandi asse compensati e di approssimare gli errori geometrici dei singoli assi. Il costruttore della classe macchina viene definito nel seguente modo:

```

% Costruttori della classe machine
% def: machine()
% copy: machine(macl)
% macl: oggetto della classe macchina
% std: machine(v_mt_axis)
% v_mt_axis: Vettore di oggetti mt_axis che definiscono
% la catena cinematica effettiva.
% Da questa catena viene estratta la catena cinematica
% nominale ottenuta estraendo dalla effettiva solo le
% screw principali per ogni asse
% Le catene cinematiche fisiche possibili sono del tipo:
% - TX, TY, TZ;
% - TX, TY, TZ, R{X, Y, Z, GEN};
% - TX, TY, TZ, R{X, Y, Z, GEN}, R{X, Y, Z, GEN};
% L'ultimo asse della catena cinematica (asse virtuale mandrino) deve esse sempre
% del tipo R{X, Y, Z, GEN}.

```

Si nota come anche il mandrino, ovvero l'utensile, viene definito come una matrice screw con una certa lunghezza, un punto di origine e un punto di fine. Questa particolare matrice screw riassume tutti gli spostamenti della catena cinematica, e grazie ad una particolare funzione implementata, denominata get_tools, è possibile estrarre versore, origine e punto finale dell'utensile. Infine, è possibile visualizzare a display la matrice risultante delle moltiplicazioni della catena cinematica nominale ed effettiva come:

```

MScrew effettiva =
 [ 7.069e-01 -7.073e-01 -1.343e-04 -2.840e+03]
 [ 1.740e-04 -1.591e-05 1.000e+00 -2.293e+03]
 [-7.073e-01 -7.069e-01 1.118e-04 -3.460e+03]
 [ 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 1.000e+00]

MScrew nominale =
 [ 7.071e-01 -7.071e-01 -4.440e-07 -2.839e+03]
 [ 1.521e-07 -4.757e-07 1.000e+00 -2.293e+03]
 [-7.071e-01 -7.071e-01 -2.288e-07 -3.460e+03]
 [ 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 1.000e+00]

```

Riassumendo, la seconda fase di scrittura dell'algorithmo può essere visualizzate in maniera molto semplice nello schema seguente:

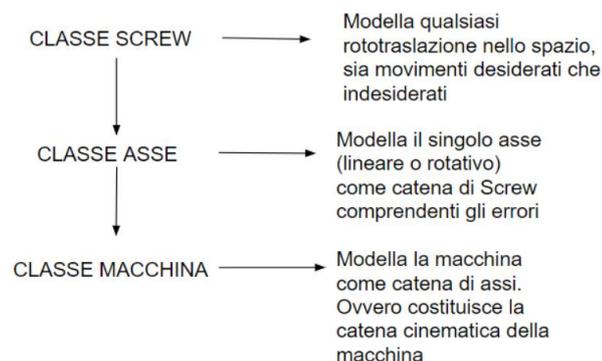


Figura 27 - Riassunto delle classi

4 ANALISI SPERIMENTALE

4.1 Utilizzi del modello

Il modello, sulla base di poche misurazioni effettuate, dovrà essere in grado di fittare i dati degli errori ricavati dalle misurazioni al fine di coprire tutto il volume di lavoro della macchina, visualizzare l'errore volumetrico, e infine generare i comandi asse compensati in ogni punto dello spazio di lavoro. Il modello sviluppato è stato pensato secondo due possibili utilizzi; il primo è già stato sviluppato, il secondo verrà ultimato dall'ufficio ricerca e sviluppo di SCM Rimini.

- Primo possibile utilizzo: dati una serie di errori di perpendicolarità e rettilineità misurati in fase di collaudo, il modello della catena cinematica consente di calcolare l'errore complessivo di posizione/orientazione dell'utensile e calcolare le correzioni sulle quote nominali dei singoli assi per compensarle. Si ipotizza che gli errori di posizionamento dei singoli assi siano già compensati.
- A partire dalle misure lungo le diagonali della macchina è possibile ricavare l'errore volumetrico complessivo dell'utensile in termini di posizione e orientamento. A partire dall'errore volumetrico, il modello è in grado di ricavare gli andamenti degli errori dei singoli assi in termini di rettilineità e perpendicolarità che giustificano l'errore volumetrico complessivo stesso in tutto lo spazio di lavoro della macchina.

Il modello è stato utilizzato per un centro di lavoro a 5 assi prodotto da CMS con struttura a portale e assi rotativi B e C. La macchina in questione è denominata "Ares 4826", ovvero un centro di lavoro appena prodotto da CMS e presente nella showroom della sede Zogno (BG). Il centro di lavoro è utilizzato per lavorare leghe leggere, ad esempio l'alluminio in ambito aeronautico. Nei paragrafi successivi viene presentata la macchina nel dettaglio e le procedure di misurazione seguite per essa.

4.2 Macchina ARES 4826

Di seguito vengono riportate alcune fotografie della macchina Ares reale e un disegno in 3D della stessa.



Figura 28 - Ares, Grand'angolo



Figura 29 - Ares, prospettiva frontale

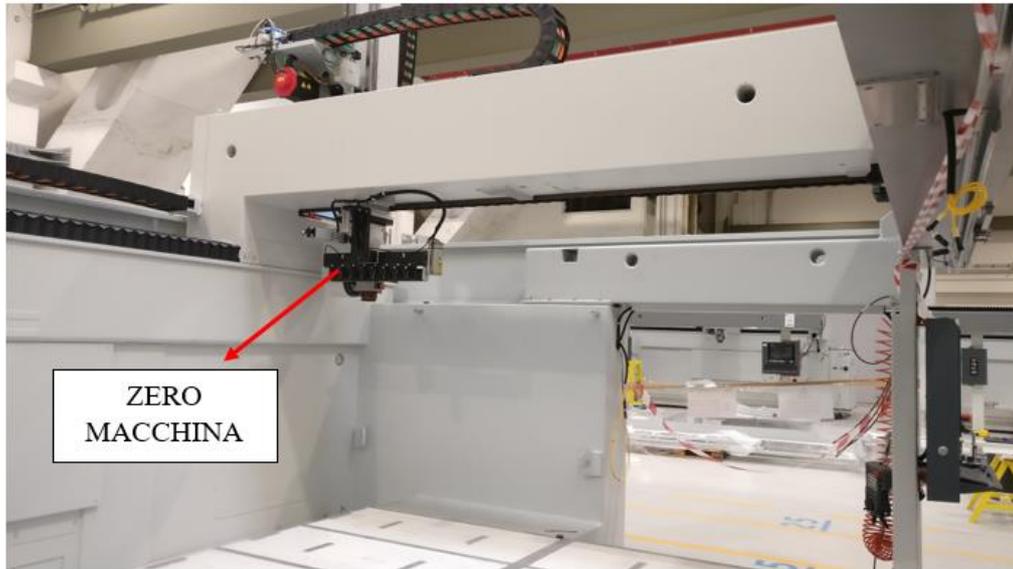


Figura 30 - Ares, posizione di zero macchina

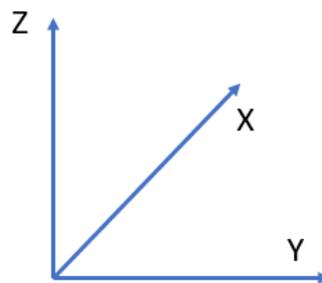


Figura 31 - Sistema di riferimento

Dallo zero macchina tutte le quote assi saranno negative, secondo il sistema di riferimento in figura 31. Il fatto che le quote siano tutte negative è una convenzione propria dei controlli numerici. E'usanza per gli operatori individuare lo zero macchina nel punto più lontano possibile dal pezzo lavorato (di solito in alto in uno dei due angoli), e da quel punto, indicare tutte le quote di riferimento con segno negativo.

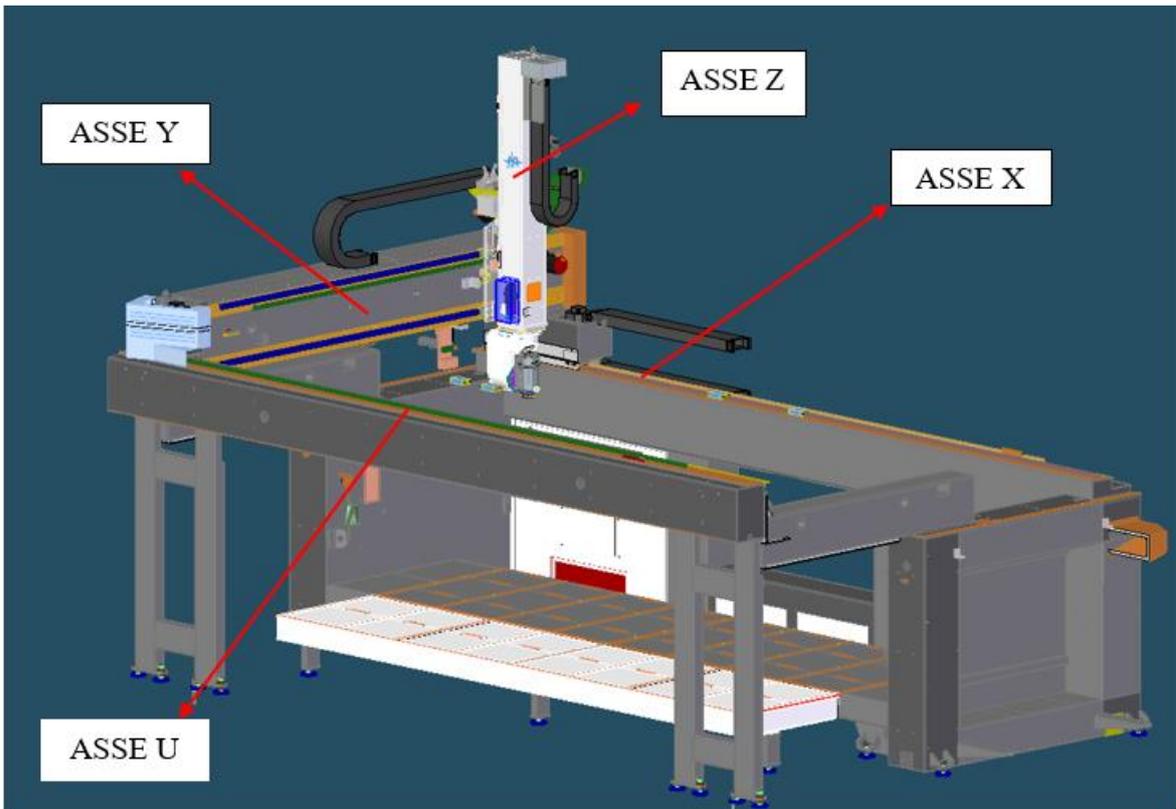


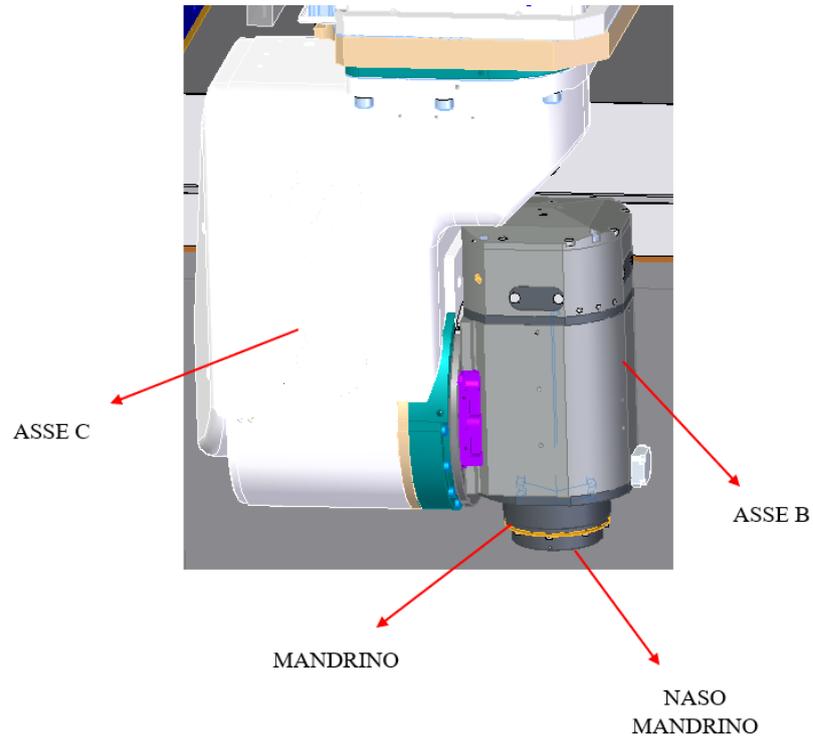
Figura 32 - Macchina Ares 4826, assi lineari

Si noti che nell'ambito dei centri di lavoro a portale (o gantry) in questione, viene denominato asse X l'asse che è motorizzato, detto Master; l'asse U viene denominato Slave, e rappresenta l'asse che segue il movimento generato dall'asse Master dall'altro lato del portale. L'asse Y scorre sulla traversa, mentre l'asse Z, evidenziato dal componente in bianco (detto cannotto) scorre verticalmente assieme agli assi B, C e il mandrino, che si vedranno nel dettaglio della figura successiva. Le corse della macchina, ovvero le dimensioni dello spazio di lavoro, sono le seguenti:

- Corsa X = 4800 mm
- Corsa Y = 2600 mm
- Corsa Z = 1200 mm
- Corsa C = $\pm 360^\circ$
- Corsa B = $\pm 110^\circ$

Si tratta di un centro di lavoro di grandi dimensioni, e i componenti da lavorare vengono introdotti tramite la porta adiacente all'asse U (slave). Per semplicità nel disegno non sono visualizzate le porte di sicurezza attorno al perimetro della macchina e le coperture delle guide.

Figura 33- ARES 4826, assi rotativi e mandrino



Si vedrà successivamente che tutte le misure effettuate verranno riferite al naso mandrino, ovvero l'elemento di confine tra il mandrino e l'utensile. Nelle figure 34, 35 e 36 vengono riportati i disegni 3D guide sulle quali scorrono i carri x, y e z:

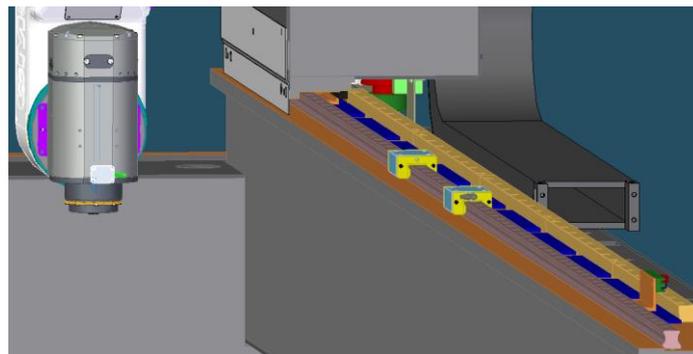


Figura 34 - Guide x

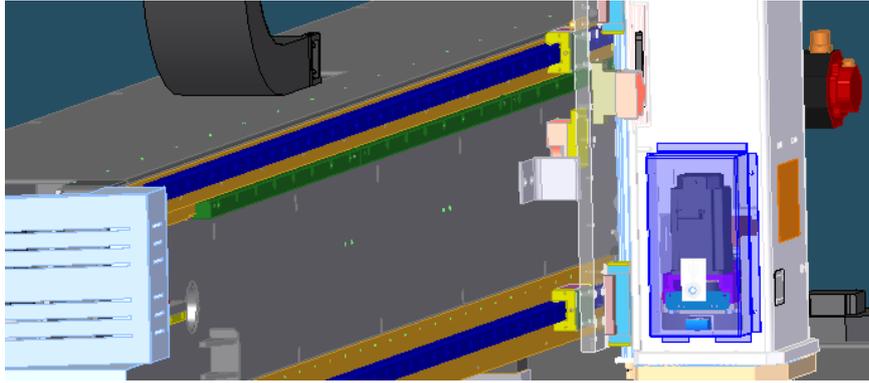


Figura 35 - Guide y



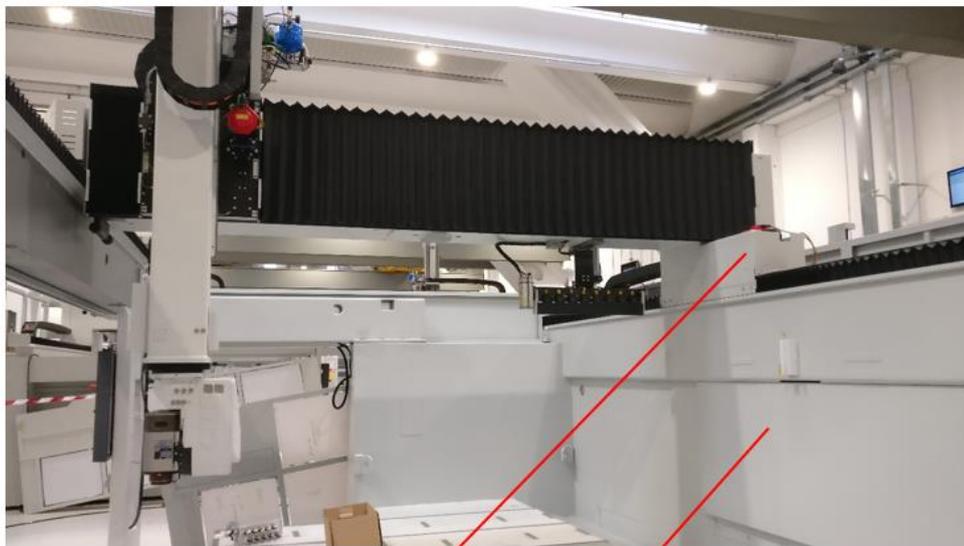
Figura 36 - Guide z

Si considerino nella pagina seguente gli assi master e slave, ovvero i responsabili del movimento della macchina lungo la direzione x attraverso la movimentazione del portale gantry.



BASAMENTO

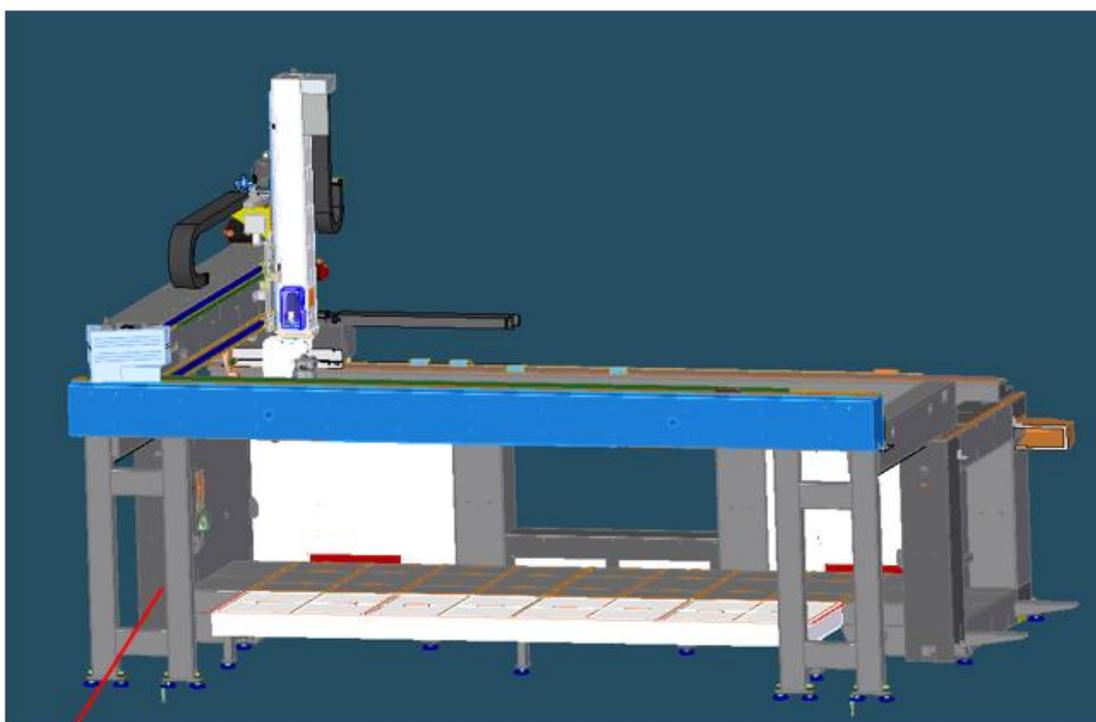
Figura 37 - Ares 4826, lato Master



ASSE MASTER

BASAMENTO

Figura 38 - Asse Master, particolare



APPOGGI

Figura 39 - Ares 4826, lato Slave



TRAVE
ASSE
SLAVE

Figura 40 - Particolare asse Slave

Si nota come nel lato dell'asse master dalle figure 37 e 38, le guide x siano sostenute interamente dal basamento della macchina, mentre dal lato dell'asse slave di figura 39 e 40, le guide x siano assimilabili ad una trave posta su due appoggi, quasi a sbalzo, a causa della presenza del portale d'ingresso per i componenti in lavorazione. Quindi con una semplice

osservazione della macchina si può ipotizzare che i cedimenti verticali lungo la corsa X siano notevolmente maggiori dal lato dell'asse U rispetto all'asse master X. Si può assumere che lungo il tratto di corsa X nel lato dell'asse slave la rigidità verticale sia variabile e che dunque gli aspetti flessionali non siano trascurabili; al contrario nel lato dell'asse master la rigidità verticale è stata considerata infinita, e dunque gli spostamenti flessionali in direzione z della trave master lungo la corsa x sono trascurabili.

Al fine di popolare il modello con dei dati sperimentali, sono state effettuate misure di rettilineità e perpendicolarità degli assi lineari del centro di lavoro in questione tramite laser.

Nel prossimo paragrafo verranno presentate le procedure seguite e gli andamenti degli errori geometrici misurati.

4.3 Misurazioni di rettilineità e perpendicolarità degli assi lineari

Sul centro di lavoro Ares, sono state effettuate misure di rettilineità e perpendicolarità dei soli assi lineari. Per gli errori in questione è stato necessario un tempo di misurazione pari a 5 ore e 30 minuti. Per ottenere gli scostamenti voluti, è stato utilizzato un sistema laser per allineamenti geometrici della marca Hamar, modello L-743. Nel seguente paragrafo si analizza in breve il funzionamento del laser.

4.3.1 Laser Hamar L-743

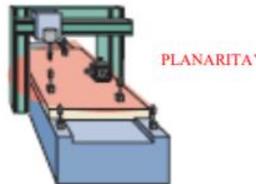
Nella figura 41 viene riportato uno schema del laser utilizzato:



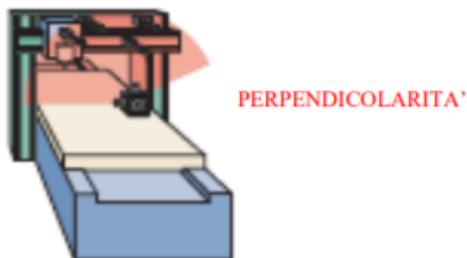
Figura 41 - Laser Hamar L -743

Il laser utilizzato è in grado di misurare errori di:

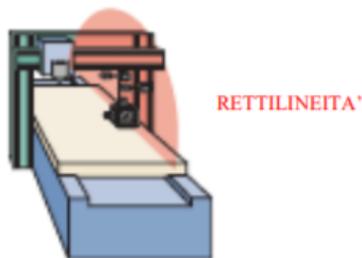
- Planarità



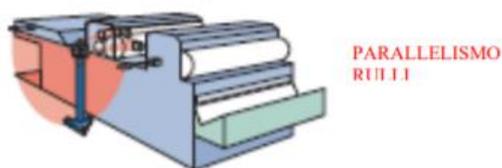
- Perpendicolarità



- Rettilinearità



- Parallelismo



Le teste rotante del laser generano i piani di riferimento per le misure. Il laser utilizzato possiede fino a 3 teste rotanti generatrici dei piani di riferimento, utili per generare diversi piani per diverse misurazioni. Il piano di riferimento viene allineato al ricevitore posto sul sistema che si vuole misurare e viene fatto lo zero di misura ad inizio e fine corsa dell'asse

che si vuole monitorare. Gli scostamenti verranno misurati tra il piano laser generato dalle teste rotanti che punta il ricevitore e il ricevitore stesso, solidale con il sistema misurato oggetto di errore.

Per macchine utensili complesse vengono utilizzati dunque dei laser a più scansioni (singola, doppia o tripla) con una risoluzione al μm ¹¹. Nelle figura 42 si osserva il laser Hamar L-743 utilizzato per le misure:



Figura 42 - Laser Hamar, emettitore e ricevitore

Dalla figura 42 si osserva che, per le misurazioni effettuate, il ricevitore è stato montato su un apposito supporto metallico sul naso mandrino. Il laser rimane fissato mediante attrazione magnetica. Nel prossimo paragrafo si analizzeranno gli errori geometrici e i loro andamenti nel dettaglio.

4.3.2 Analisi delle misurazioni

Si procede, per le singole misurazioni, all'analisi degli andamenti degli errori geometrici ricavati tramite laser. Il ricevitore, come detto, è stato posto all'incirca sul naso mandrino a ad una distanza di 172 mm. Movimentando singolarmente gli assi X, Y e Z a passi definiti sono stati ricavati diversi errori di rettilineità e perpendicolarità nelle direzioni volute. Si

¹¹ [7]

nota che, a causa della forte sensibilità dello strumento, sono state eseguite più prove per alcune misurazioni a causa della variabilità delle condizioni di misura (come ad esempio correnti d'aria o carri ponte in movimento nello stabilimento).

Premessa: gli errori di passo vite (per esempio errori di tipo EXX), sono già stati compensati dal controllo numerico prima delle misurazioni.

ASSI EX/U

- Rettilinearità EZX/U

Queste misure sono state effettuate con il carro Y sia a lato master che a lato slave, al fine di ottenere, conoscendo la distanza in direzione y delle due misure, l'errore angolare di rollio XRX (o EAX) riferito ad un unico asse X. Infatti il modello assocerà il movimento in direzione x ad un unico asse, equivalente all'asse master e all'asse slave. Di seguito si riportano gli andamenti dell'errore in direzione Z degli assi X e U, rispettivamente Master e Slave. Si ricorda che uno spostamento negativo corrisponde ad uno spostamento del naso mandrino verso il basso.

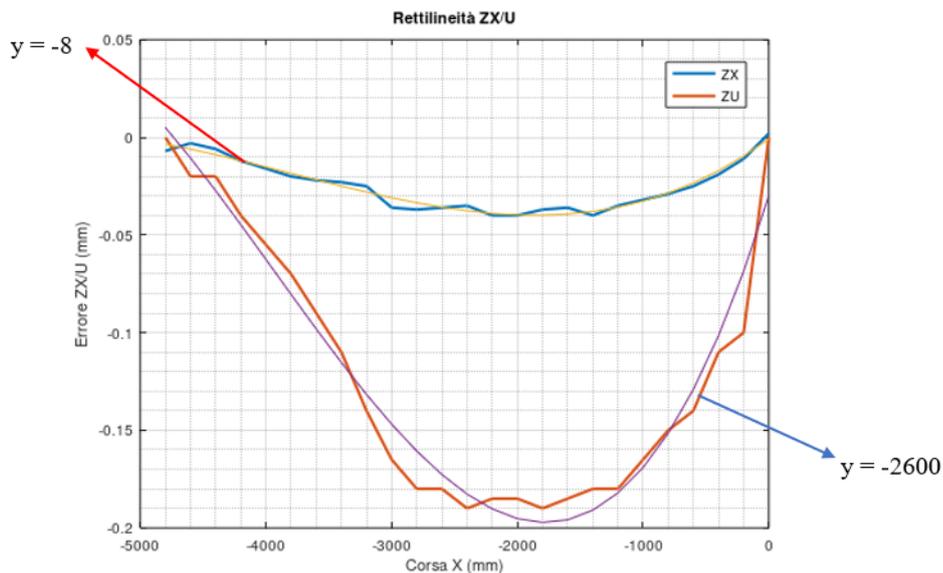


Grafico 1 -Rettilinearità EZX e EZU

Come prevedibile, si nota che lo spostamento in direzione z dell'asse master sia decisamente inferiore allo spostamento z dell'asse slave. Ciò è dovuto alla presenza del basamento nel lato dell'asse master mentre, come già detto, il lato dell'asse slave risulta poco sostenuto,

con una rigidità variabile lungo la propria lunghezza. Per correlare uno spostamento maggiore in direzione z man mano che ci si sposta dall'asse master all'asse slave tramite carro Y, si è fatto è considerata una legge lineare per lo spostamento ZX al variare della corsa Y.

Si osserva che la massa della traversa risulta essere circa di 857 Kg, mentre il gruppo canotto con assi B e C ha una massa di circa 478 Kg, ovvero il gruppo del carro Y. In sostanza, traslando il carro Y lungo la propria corsa non si può trascurarne la forza peso agente sull'asse slave. Nel grafico 2 è stata plottato l'andamento dello spostamento Z in funzione della corsa del carro Y, secondo un andamento lineare.

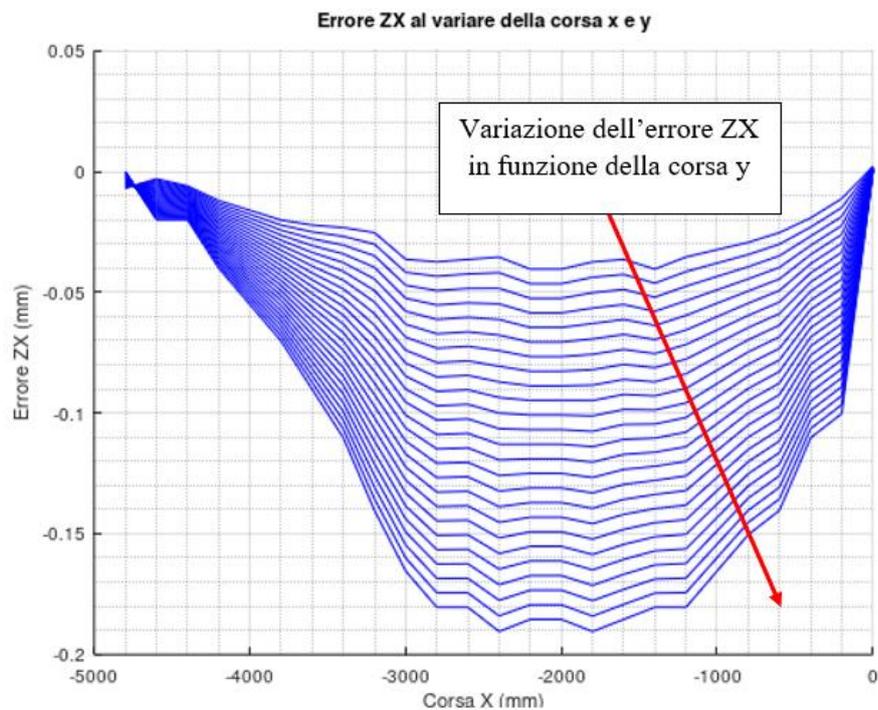


Grafico 2 - Rettilineità EZX al variare della corsa X e Y

Dal grafico 2 si nota come l'errore in direzione Z aumenti con l'avvicinarsi del carro Y all'asse slave, secondo una legge lineare, a causa dei diversi appoggi dello stesso asse slave rispetto all'asse master. Inoltre, si nota come agli estremi della corsa X il valore dell'errore si riduca notevolmente, poiché agli estremi della corsa vi sono i due appoggi della trave che ne aumentano la rigidità, sia per l'asse slave che per l'asse master. In conclusione, l'errore EZX dipende sia dalla corsa X e che dalla corsa Y.

L'asimmetria della struttura della macchina, ovvero un portale che appoggia su due travi dalle rigidità differenti, richiede che il modello sia in grado di gestire un particolare tipo di screw dipendente da due parametri. In questo caso, la screw sarà dipendente sia dalla corsa dell'asse X che dalla corsa dell'asse Y. E' stata dunque creata una nuova classe screw denominata 'Dep2' in grado di gestire una doppia dipendenza.

p2: Classe della screw {'Prop', 'Indep', 'Dep', 'Dep2'}

Figura 43 - Classe Dep2

Indicando $EZXm$, lo spostamento in direzione Z dell'asse master e $EZXs$, il corrispettivo dell'asse slave, lo spostamento generico EZX sarà espresso tramite la seguente equazione lineare:

$$Z = \frac{EZXs - EZXm}{dist_y} * y + ZXm \quad (50)$$

Dove $dist_y = 2592$ mm ed è la distanza tra lato slave e lato master nelle due misure effettuate. La variabile y rappresenta la quota di riferimento del carro Y. In questo caso, l'output della screw Dep2 sarà il prodotto del primo addendo dell'equazione variabile a seconda degli input delle corse x e y, che si può notare dal grafico successivo tipico delle screw a doppia dipendenza.

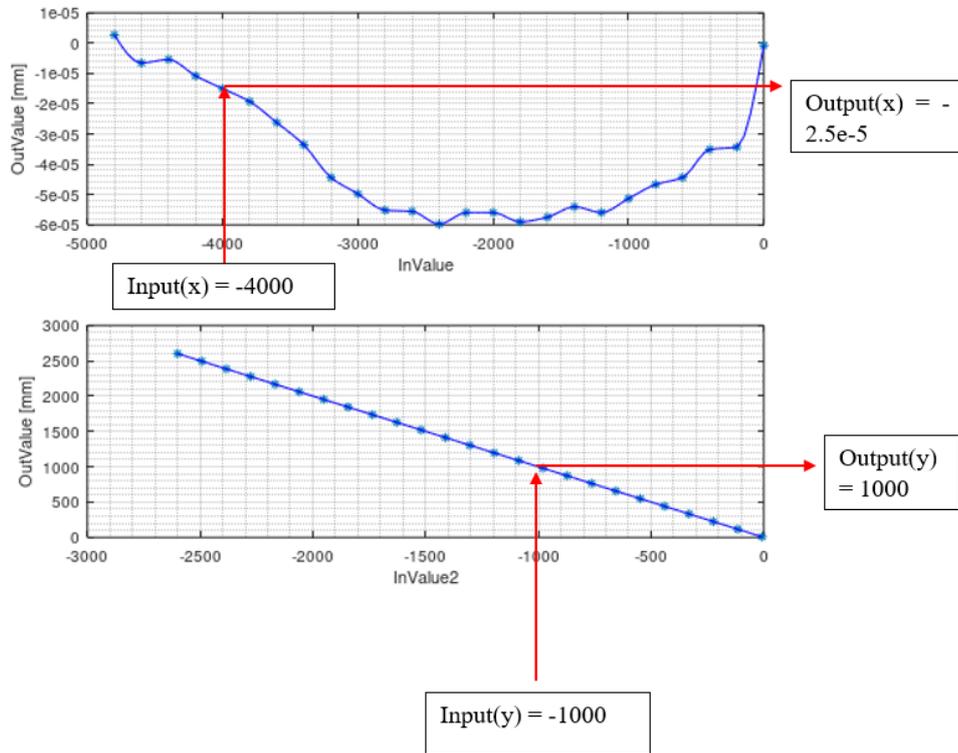


Grafico 3 - Screw Dep2 per l'errore EZX

L'output della screw a doppia dipendenza sarà quindi il prodotto degli output(x) e output(y).

- Rettilineità EYX

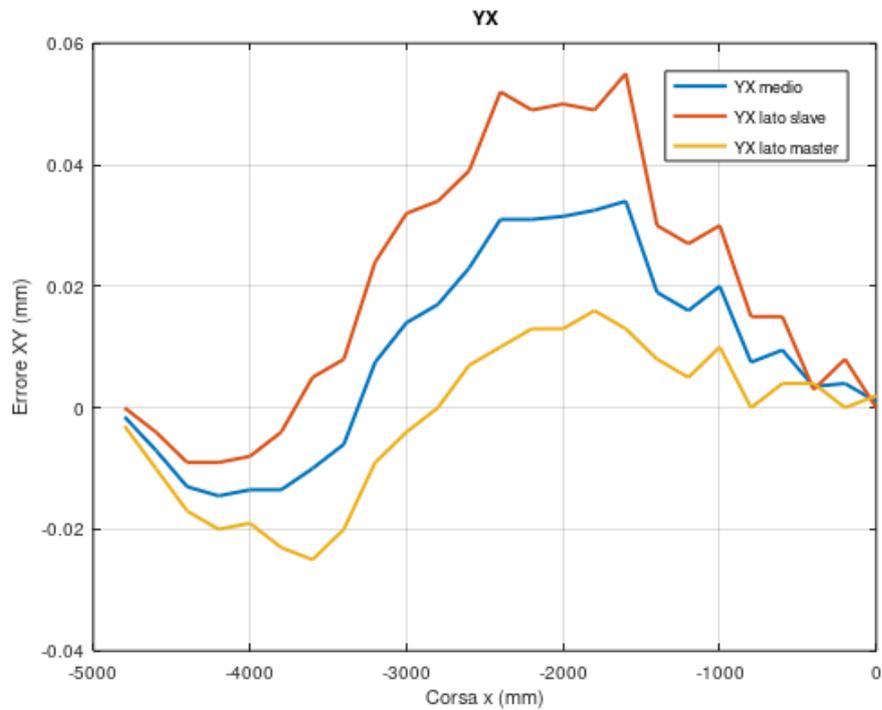


Grafico 4 - Errore EYX

Dagli andamenti del grafico 4 si evince, anche in questo caso, che lo spostamento maggiore risulta sempre dal lato dell'asse master della macchina. In questo caso si sono inseriti nel modello i valori medi dei due errori.

- Errore XRX (o EAX) (rollio dell'asse X)

L'errore dell'angolo di rollio attorno all'asse X è stato calcolato tramite gli errori derivanti in direzione Z lato master e lato slave secondo lo schema seguente:

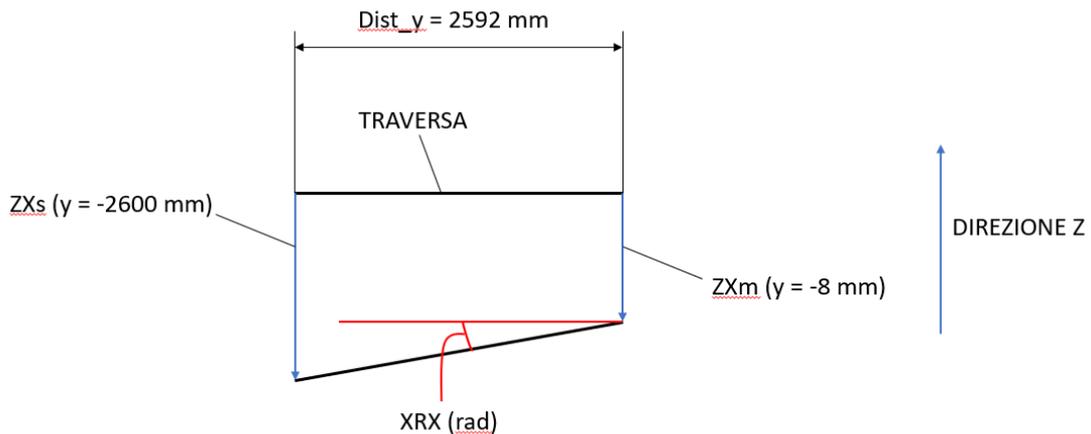


Figura 44 - Errore XRX, schema

$$XRX[rad] = \arctan \left(\frac{EZXS - EZXM}{dist_y} \right) \quad (51)$$

Il centro di rotazione è stato posto esattamente alle quote di misura del ricevitore, sempre rispetto al naso mandrino.

$$x_orig_rot = [0 \ -9 \ -mirror_size + x_zm]$$

Figura 45 - Origine asse X, centro della rotazione XRX

Nella pagina seguente si riporta l'andamento angolare dell'errore in funzione della corsa x.

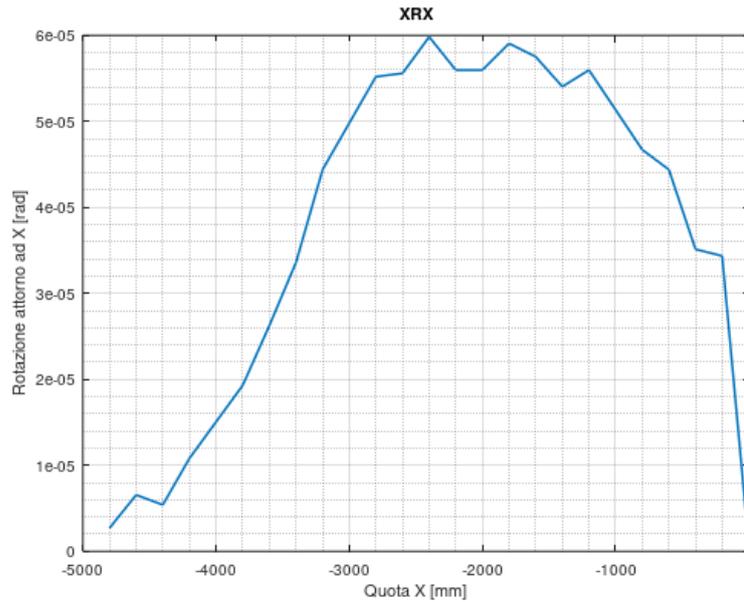


Grafico 5 - Errore XRX

Come ci si aspettava, all'incirca al centro della corsa si hanno i valori massimi di angolo corrispondenti alla flessione massima della trave equivalente all'asse master e slave. Si osserva che le rotazioni appena ricavate comportano uno spostamento in direzione y non trascurabile. Infatti, considerando le escursioni massime dell'errore ZX lato master e slave si ha che, per angoli piccoli:

$$\frac{EZX_{m_{max}} - EZX_{s_{max}}}{dist_y} = 0,00067515 \text{ rad} = XRX_max \text{ (angolo massimo di rollio)} \quad (52)$$

$$ErrY = XRX_max * dist_Z = 81 \mu m \quad (53)$$

Dove $dist_Z = 1200$ mm, ovvero l'escursione massima della corsa Z. L'errore massimo in direzione y dovuto alla rotazione dell'asse X attorno a sé stesso non è del tutto trascurabile. Per questo motivo, all'interno del modello, si avrà la possibilità di inserire separatamente gli errori di rollio dell'asse X oppure gli errori in direzione Z trattati precedentemente tramite la screw a doppia dipendenza. Si noteranno poi le differenze tra i due approcci.

ASSE Y

- Rettilineità EXY

Similmente a quanto già fatto per l'errore di rettilineità EZX, sono state eseguite due misure al fine di misurare questo errore: una misura è stata fatta con una quota di $z = -1200$ mm (ovvero posizione del naso mandrino bassa) e al contrario, un'altra misura è stata effettuata con una posizione $z = -220$ mm, ovvero a mandrino basso. In questo modo, misurando gli

scostamenti in direzione X in diversi punti della corsa Y, si riescono a ricavare gli errori di rollio connessi al carro y, in particolare si può effettuare una stima della torsione della traversa. Di seguito si riportano gli andamenti degli errori EXY (denominati basso e alto) e la loro media.

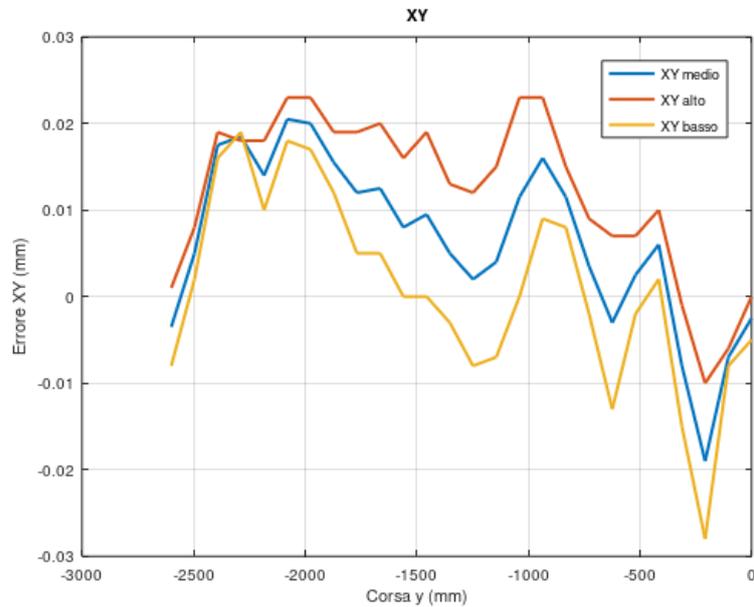


Grafico 6 - Errore EXY

Anche in questo caso, per approssimare il comportamento torsionale della traversa, è stato modellato l'errore EXY come un errore dipendente sia dalla corsa Y e che dalla corsa Z.

Nel grafico 7 si può osservare la doppia dipendenza appena descritta.

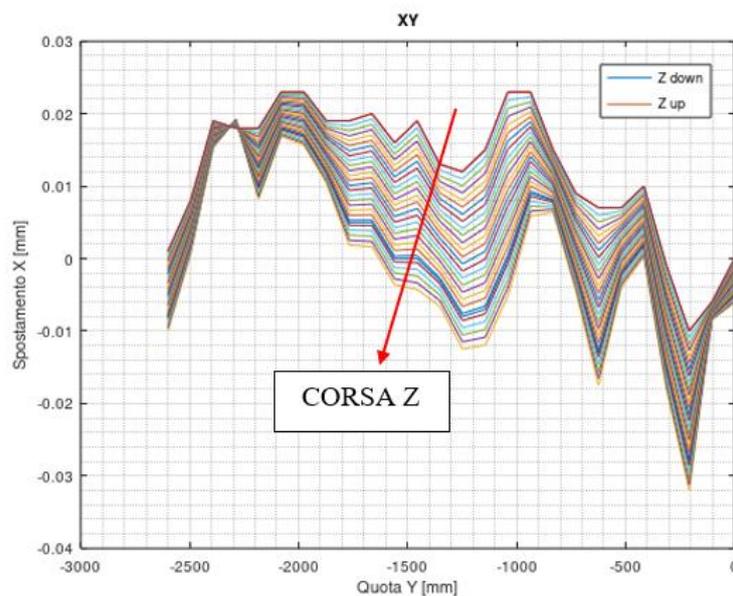


Grafico 7 - Errore XY, doppia dipendenza

- Rettilineità EZY

Si riporta l'errore in funzione della corsa Y in direzione z. Le altre quote x e z rimangono fissate rispettivamente ai valori -2400 mm e -553 mm.

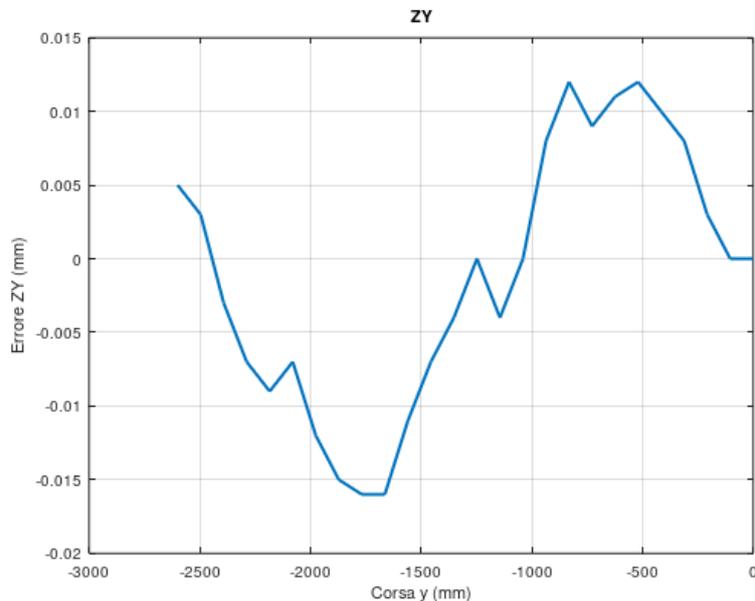


Grafico 8 - Errore EZY

Tale andamento non sembra rispecchiare un comportamento tipico flessionale dovuto ad un carico concentrato in diversi punti, come ad esempio nel caso dell'errore EZX. Il motivo risiede nel fatto che la traversa del portale è stata lavorata in modo da compensare il peso proprio e la forza peso del gruppo del carro traslante su di essa (comprendente gli assi Z, Y, B e C).

- Errore YRY (o EBY) (rollio asse y)

L'errore di rollio dell'asse Y è stato ricavato, come già detto, tramite gli errori in direzione X a diverse quote della corsa z (in particolare a z tutto alto e tutto basso) secondo la formula:

$$YRY[rad] = \arctan \left(\frac{EXYb - EXYa}{dist_z} \right) \quad (54)$$

Dove $EXYa$ rappresenta gli errori in direzione X in funzione della corsa y con il naso mandrino a z alto (a) e $EXYb$ identifica gli scostamenti in direzione X in funzione della corsa y con il naso mandrino in quota z bassa (b). Anche in questo caso il centro di rotazione è

stato posto nello specchietto del ricevitore (-mirror_size), a distanza y_zm rispetto al naso mandrino.

$$y_orig_rot = [0 \ 0 \ -mirror_size+y_zm]$$

Figura 46 - Origine rotazione YRY, centro della rotazione YRY

Infine $dist_z = 880$ mm identifica la distanza in termini di escursione z alla quale sono state effettuate le due misurazioni.

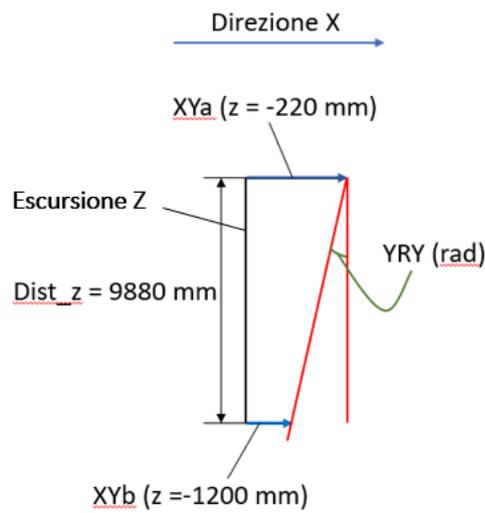


Figura 47 - Errore YRY, schema

Infine, si riporta l'andamento in radianti dell'errore YRY al variare della corsa Y:

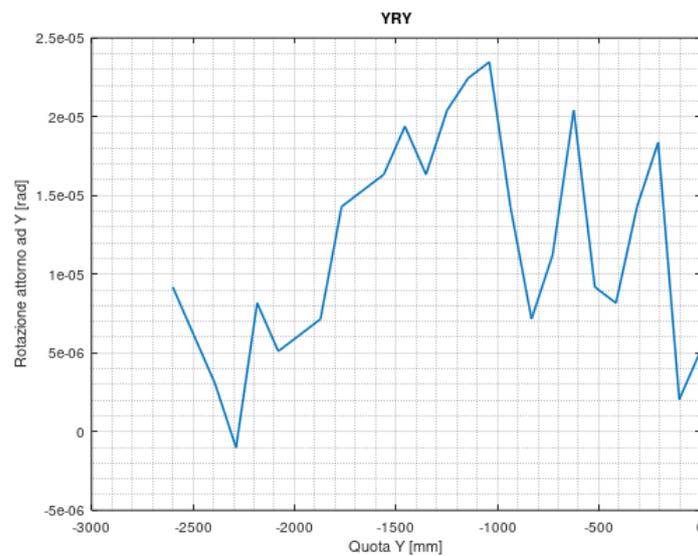


Grafico 9 – Errore YRY

ASSE Z

- Rettilineità EXZ

Per quote fisse di x e y rispettivamente pari a -2000 mm e -1759 mm, si riporta l'andamento della rettilineità in direzione X al variare della corsa Z:

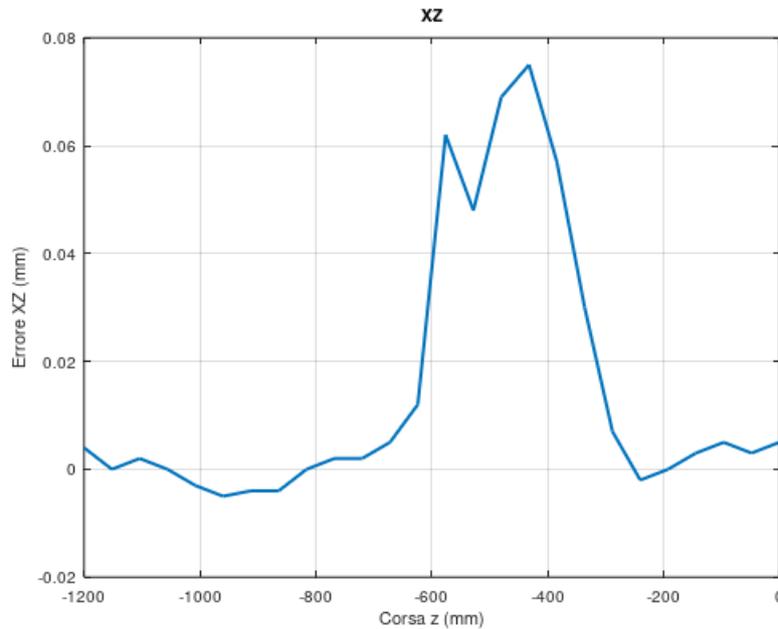


Grafico 10 – Errore EXZ

Il picco di errore circa alla quota $z = -500$ mm è dovuto presumibilmente ad un difetto localizzato nelle guide z.

- Rettilineità EYZ

Per quote fisse di x e y rispettivamente pari a -2354 mm e -1588 mm, si riporta l'andamento della rettilineità in direzione Y al variare della corsa Z:

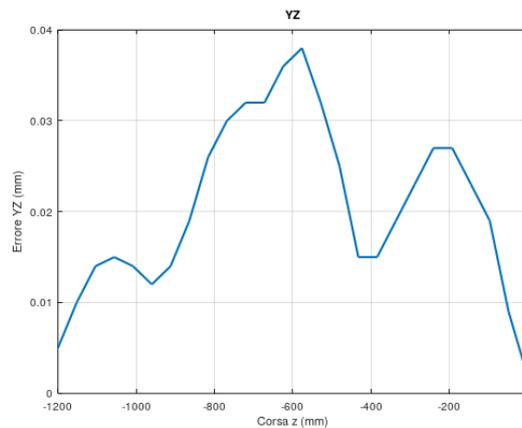


Grafico 11 – Errore EYZ

ERRORI DI PERPENDICOLARITA'

Per ricavare il coefficiente angolare dell'errore di perpendicolarità, nel caso della perpendicolarità XWY si sono fissati a zero gli spostamenti negli assi considerati fissi ad inizio e a fine corsa. Poi sono stati misurati gli scostamenti a inizio e fine corsa degli assi affetti da perpendicolarità e, nota la distanza di misura, si è ricavato il coefficiente angolare. Nel caso invece delle perpendicolarità YWZ e XWZ sono fissati a zero gli scostamenti a inizio e fine corsa degli assi X e Y, generando quindi un piano XY. Poi, come per l'errore XWY, sono stati misurati gli scostamenti ad inizio e fine corsa dell'asse Z. Nota poi la distanza di misura è stato ricavato il coefficiente angolare. Gli errori ricavati (in radianti) sono i seguenti:

- $XWY = 3,078 \cdot 10^{-6}$
- $XWZ = -1,315 \cdot 10^{-4}$
- $YWZ = 1,004 \cdot 10^{-4}$

Ponendo X fisso si sono ricavati gli spostamenti in direzione x dell'asse Y, secondo lo schema seguente. I segni sono esattamente nelle direzioni segnalate dal ricevitore:

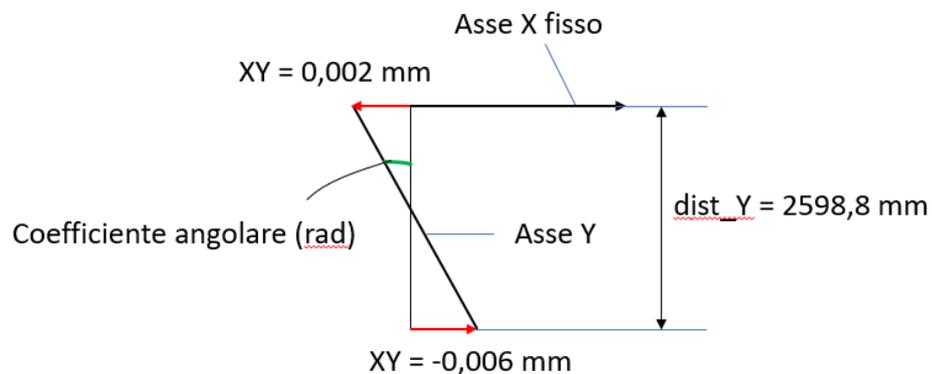


Figura 48 - Perpendicolarità XWY

$$\text{Coeff. angolare} = XWY = \frac{(0,002 - (-0,006))}{2598,8} = 3,078 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \quad (55)$$

- XWZ

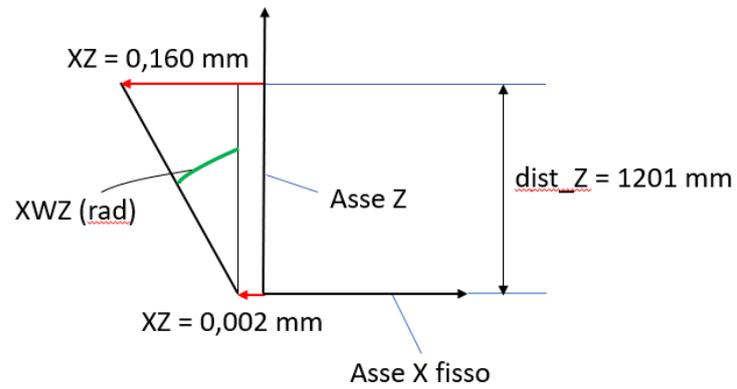


Figura 49 - Perpendicolarità XWZ

$$XWZ = \frac{0,160 - 0,002}{2598,8} = -1,315 e - 4 \text{ rad} \quad (56)$$

- YWZ

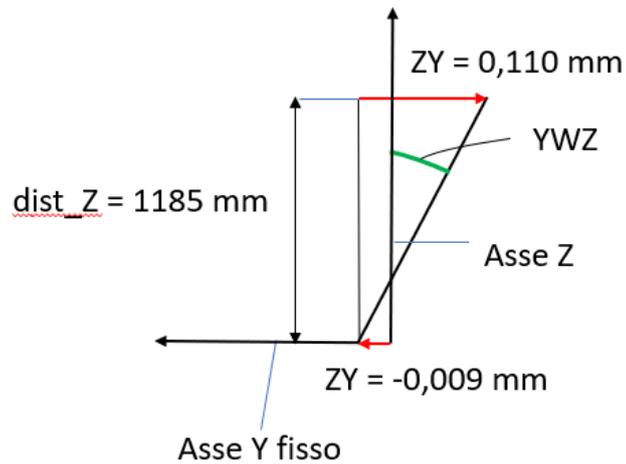


Figura 50 - Perpendicolarità YWZ

$$YWZ = -\frac{(0,110 - (-0,009))}{1185} = 1,004 e - 4 \text{ rad} \quad (57)$$

4.3.3 Inserimento dei dati nel modello

I dati appena analizzati sono stati inseriti nel modello della macchina implementato in Octave. Le misurazioni effettuate sono essenzialmente state utilizzate per calcolare l'errore volumetrico complessivo in tutto lo spazio di lavoro nella macchina. Inoltre è stata implementata la possibilità di abilitare i singoli errori geometrici per valutarne il peso che essi hanno sull'errore volumetrico complessivo in ogni punto dello spazio di lavoro.

L'algoritmo che ha permesso di calcolare l'errore volumetrico complessivo è il seguente.

```
% costanti per l'analisi volumetrica
n_passi_x = 30;
n_passi_y = 20;
n_passi_z = 15;
% generazione vettori di quote
x_cmd = linspace(-4800, 0, n_passi_x)';
y_cmd = linspace(-2600, 0, n_passi_y)';
z_cmd = linspace(-1200, 0, n_passi_z)';
i_max = size(x_cmd, 1);
j_max = size(y_cmd, 1);
k_max = size(z_cmd, 1);
test_tot = i_max*j_max*k_max;
```

Figura 51 - Generazione dei comandi asse con passi definiti

```
for i = 1:i_max
  for j = 1:j_max
    for k = 1:k_max
      cmd_axis = [x_cmd(i) y_cmd(j) z_cmd(k) 0*pi/180 0*pi/180]';
      macchina = recalc(macchina, cmd_axis, cmd_axis);
      [pos_eff vers_eff pos_nom vers_nom err_pos err_ang] = get_tools(macchina);
      result_tot(test, :) = [x_cmd(i) y_cmd(j) z_cmd(k) err_pos err_ang];
      disp(sprintf('Test # %4i di %4i\n', test, test_tot))
      test ++;
    endfor
  endfor
endfor
```

Figura 52 - Calcolo dell'errore volumetrico in tutto lo spazio di lavoro

I passi utilizzati per generare i comandi degli assi X, Y, e Z sono stati rispettivamente 30, 20 e 15. In totale quindi sono stati generati 9000 punti in cui per ciascuno di essi è stato calcolato l'errore volumetrico causato dagli errori di rettilineità e perpendicolarità misurati sulla macchina. In particolare l'errore volumetrico, come già detto, è inteso come errore sia di posizione del punto finale dell'utensile che di orientazione. Per questo motivo, l'errore è stato mappato nello spazio di lavoro sia in termini di posizione errata che in termini di orientazione imprecisa.

L'errore di posizione è stato calcolato come la norma, ovvero la distanza, tra posizione nominale della punta dell'utensile (in questo caso il ricevitore del laser) e posizione effettiva (ovvero la posizione affetta da errori).

$$\text{err_pos} = \text{norm}(\text{pos_ut_eff} - \text{pos_ut_nom});$$

Figura 53 - Errore di posizione volumetrico

L'errore angolare α espresso in radianti tra il versore nominale dell'utensile e il versore effettivo è stato calcolato come:

$$c = |\text{vers}_{ut_eff}| * |\text{vers}_{ut_nom}| * \cos(\alpha) \quad (58)$$

Dove c , ovvero il prodotto scalare, è stato calcolato tramite la funzione di matlab seguente

$$c = \text{dot}(\text{vers_ut_eff}, \text{vers_ut_nom});$$

Figura 54 - Prodotto scalare tra i versori di orientamento effettivi e nominali dell'utensile

Essendo il modulo dei versori unitario e avendo calcolato il prodotto scalare si ricava facilmente l'errore di orientamento dell'utensile come:

$$\text{err_ang} = \text{acos}(c);$$

Figura 55 - Errore di orientamento dell'utensile espresso in radianti

Nel prossimo paragrafo verranno esposti i risultati prodotti dal modello.

4.3.4 Risultati calcolati dal modello

Tramite il software ParaView, è stato possibile visualizzare gli errori volumetrici in termini di posizione e orientamento in ogni punto di lavoro della macchina. Il software legge da tabella i valori degli errori corrispondenti ad ogni terna di comandi in x, y e z e ne crea una nuvola di 9000 punti (ovvero quelli calcolati) nello spazio. Successivamente, aggiungendo il filtro dell'algoritmo geometrico di Delaunay, viene creata la mesh superficiale (sotto forma di tetraedri) in ogni punto dello spazio. Di seguito si espongono i risultati più significativi prodotti dal modello implementato, andando ad analizzare gli errori volumetrici prodotti dalla totalità degli errori geometrici presenti o da un sottoinsieme significativo di essi, ricercando un peso per gli errori più significativi.

4.3.4.1 Errore volumetrico prodotto da tutti gli errori presenti

Di seguito si riporta l'errore volumetrico, espresso in mm, causato da tutti gli errori misurati. In questo caso si considerano gli errori di rotazione XRX e YRY abilitati.

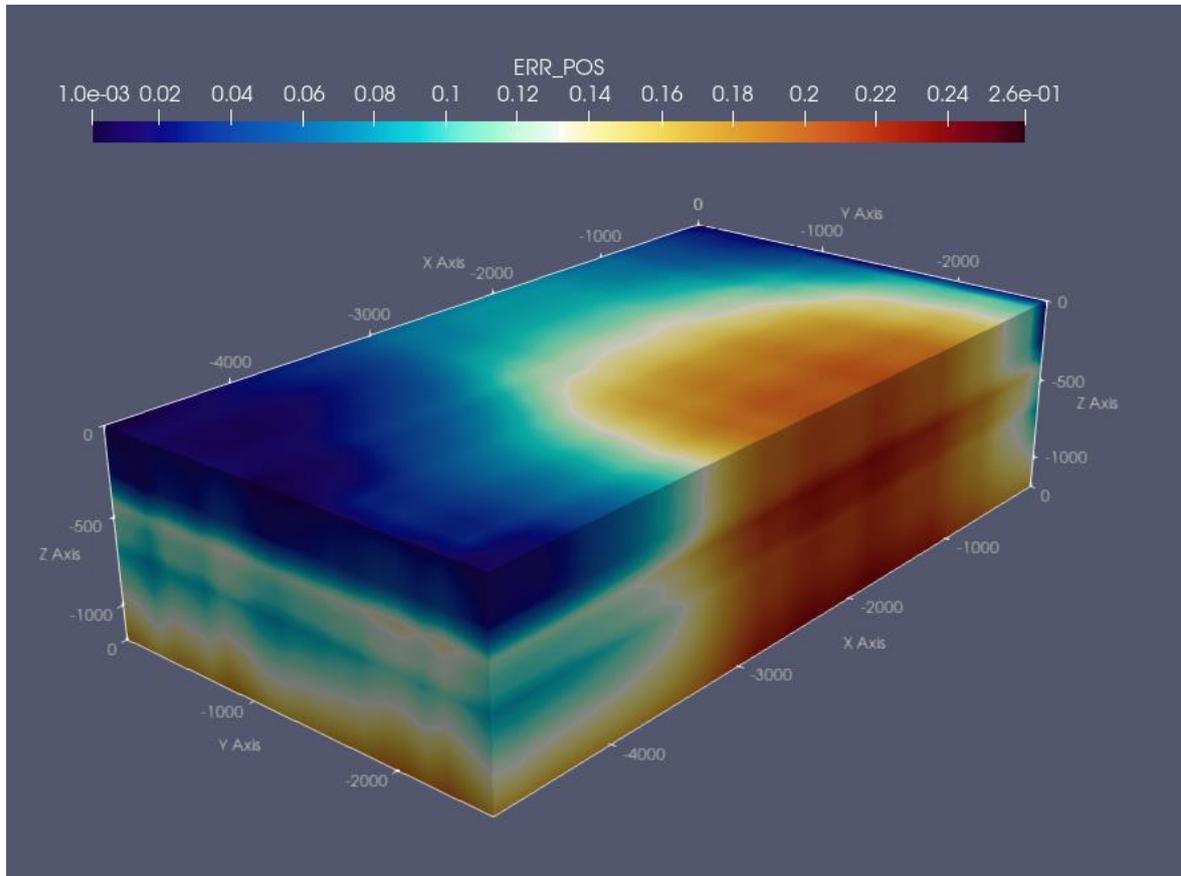


Figura 56 - Errore volumetrico prodotto da tutti gli errori

Si evidenzia come l'errore volumetrico aumenti all'avvicinarsi dell'asse slave a causa della propria struttura, non sostenuta nella sua lunghezza della corsa dal basamento, a differenza dell'asse master. Si nota inoltre che con l'avvicinarsi del carro Z verso il basso l'errore aumenta sensibilmente a causa dell'errore di perpendicolarità XWZ, dell'errore YRY e dell'errore XRX (il quale aumenta a causa dell'aumentare della propria distanza dal centro di rotazione posto all'origine dell'asse X).

Andando a sezionare il volume di lavoro si nota come l'errore volumetrico aumenti all'avvicinarsi all'asse slave, e in particolare al centro della propria corsa. Infatti agli estremi della corsa vi sono le spalle che sostengono la trave, le quali aumentano la rigidità localmente e, di conseguenza, limitano la grandezza dell'errore volumetrico.

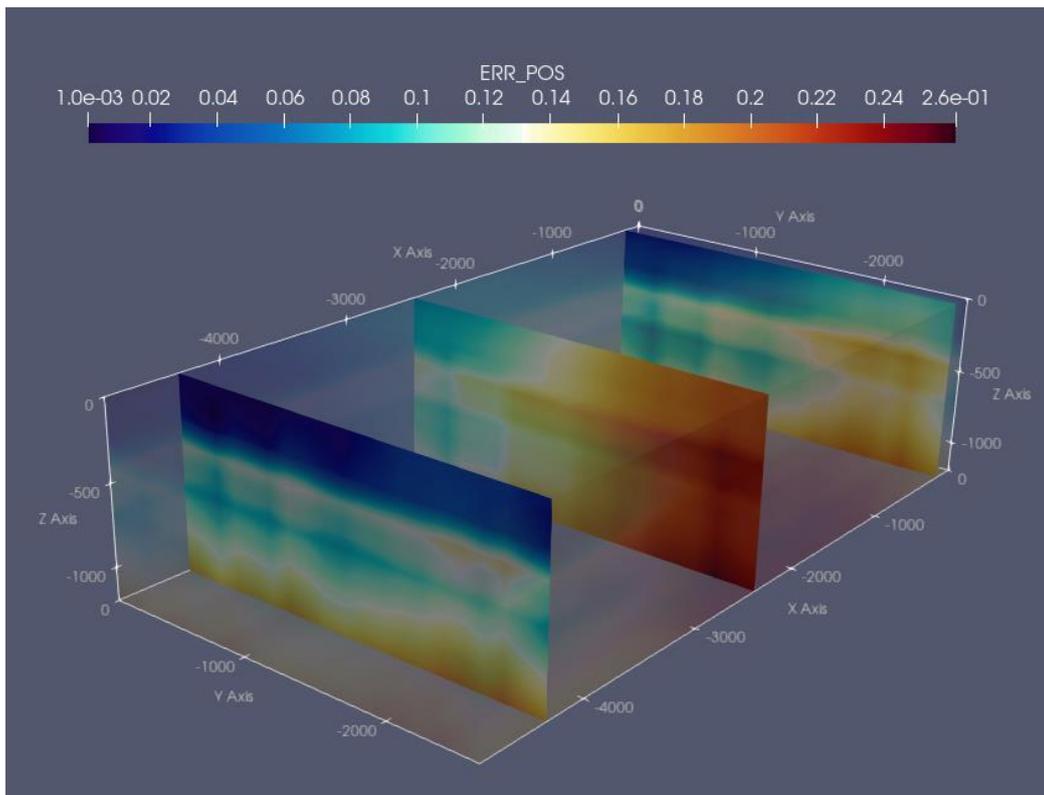


Figura 57 - Errore volumetrico complessivo, sezioni

In figura 59 si riporta l'errore angolare espresso in radianti situato in tutto lo spazio di lavoro della macchina:

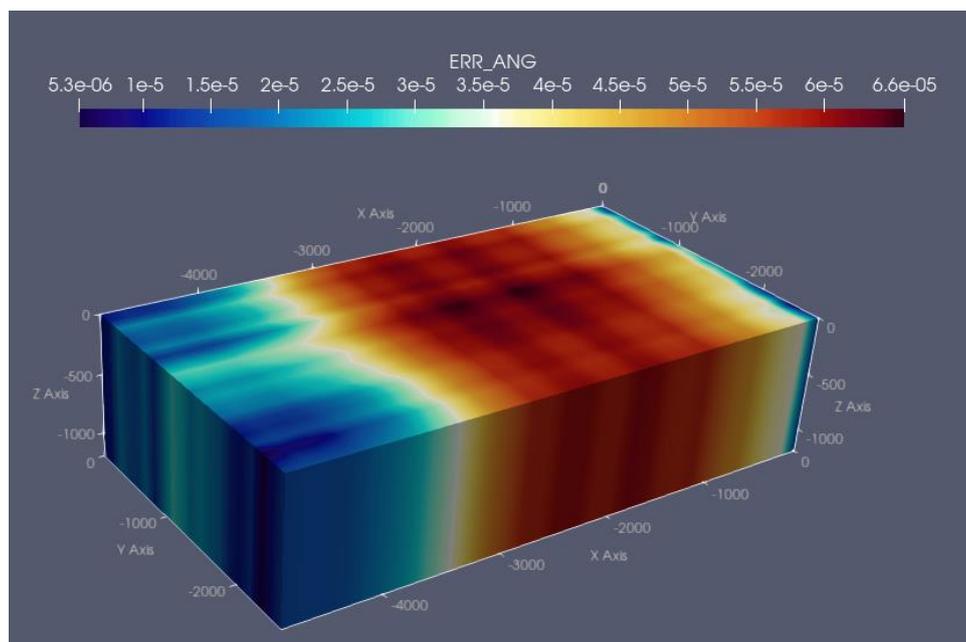


Figura 58 - Errore di orientamento prodotto da gli errori XRX e YRY

Si osserva che gli unici errori presenti in grado di modificare l'orientamento dell'utensile siano gli errori XRX e YRY. Tuttavia, in termini di rotazione angolare, l'errore maggiore risulta essere XRX, con un valore di circa $6 \cdot 10^{-5}$ radianti come si può osservare dal grafico 5. In figura 59 si nota che l'errore volumetrico massimo di orientamento di $6,6 \cdot 10^{-5}$, è del tutto coerente con il valore di XRX calcolato dalle misure.

Nella figura successiva si osservano tutti gli errori volumetrici di posizione presenti con gli errori di rotazione disabilitati.

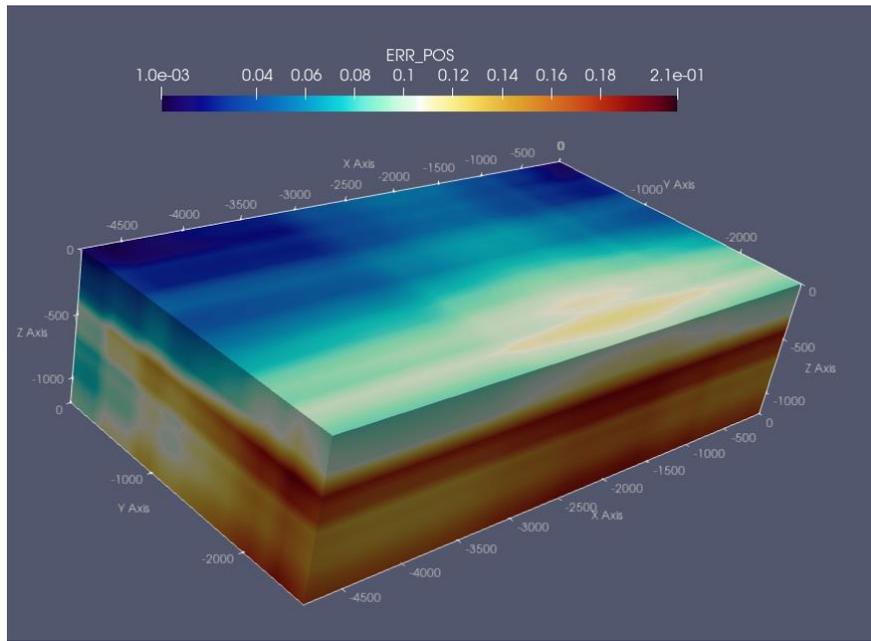


Figura 59 - Errore volumetrico di posizione, errori di rotazione rotazioni disabilitati

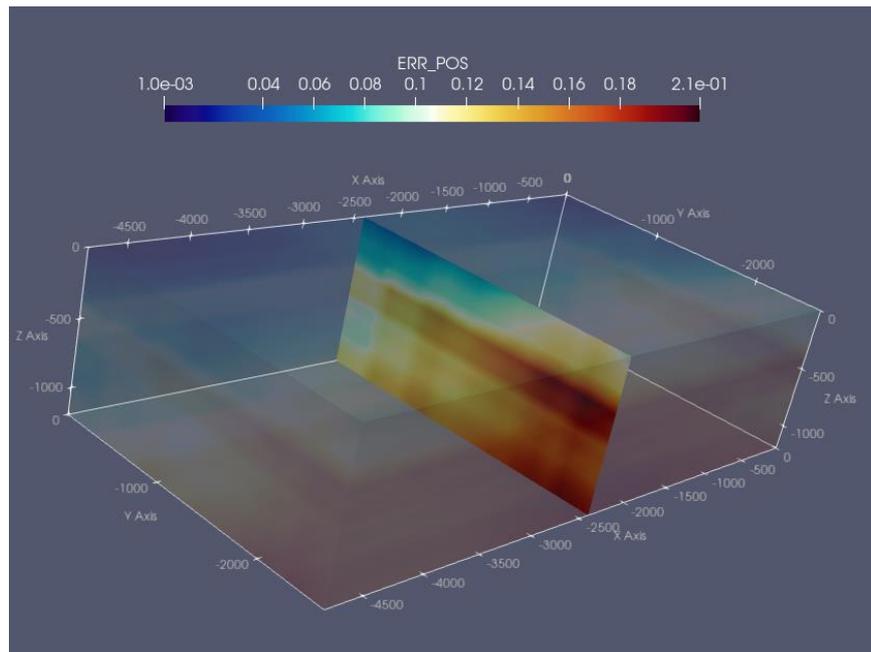


Figura 60 - Errore volumetrico di posizione, errori di rotazione rotazioni disabilitati, sezione

Anche in questo caso si osserva come l'errore cresca man mano che ci si avvicini all'asse slave. Tuttavia proprio in corrispondenza dell'asse slave, in assenza di errori di rotazione, si registra una diminuzione dell'errore volumetrico complessivo. La ragione risiede nel fatto che, tramite gli errori di rotazione si registrano errori aggiuntivi non trascurabili nelle altre direzioni di propagazione dell'errore. Per questo motivo l'errore complessivo, in assenza di esse, diminuisce sensibilmente da un valore di $2,6e-1$ mm fino ad un valore di $2,1e-1$ mm.

4.3.4.2 *Errore volumetrico in assenza di errori di perpendicolarità*

In assenza di errori di perpendicolarità, l'errore volumetrico di posizione ha l'andamento di figura 62:

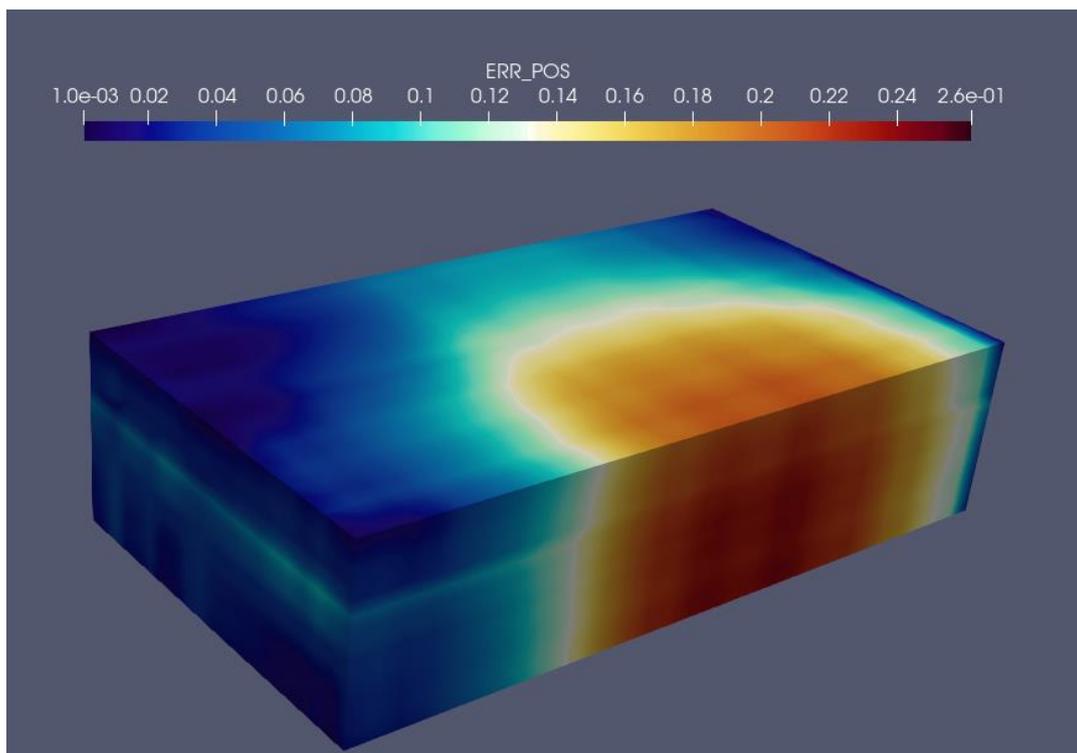


Figura 61 - Errore volumetrico in assenza di perpendicolarità

Si nota come in assenza di errori di perpendicolarità l'errore volumetrico che pesa maggiormente sia situato, come già detto in precedenza, nell'asse slave a causa dei valori elevati dell'errore XRX dovuto alla flessione della trave. Anche in questo caso si mostra, in figura 63, la sezione lungo la corsa dell'asse X che evidenzia come l'errore volumetrico in assenza di perpendicolarità dipenda essenzialmente dalle corse in direzione X e Y.

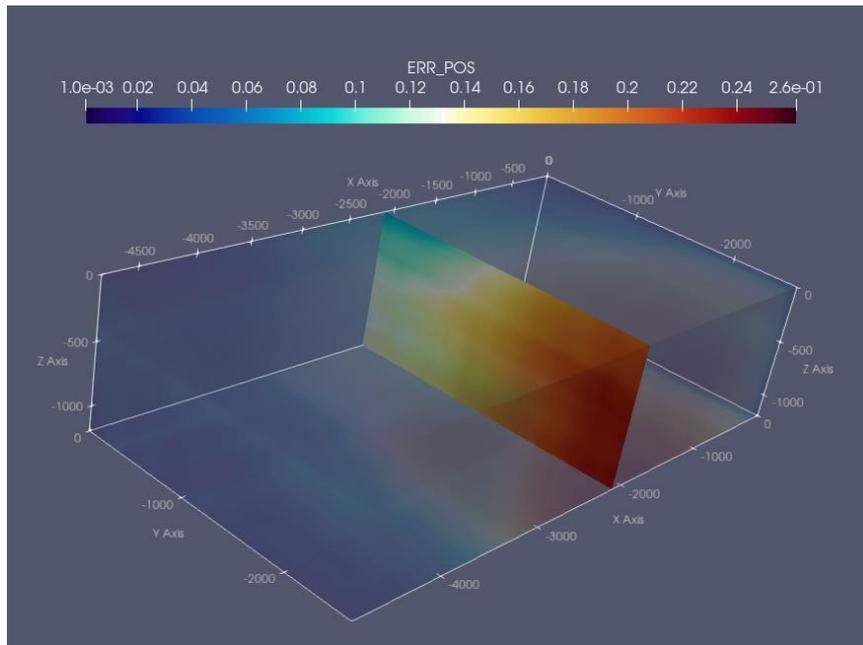


Figura 62 - Errore volumetrico di posizione in assenza di perpendicolarità, sezione

In figura 64 si mostra l'errore angolare in assenza di errori di perpendicolarità. In particolare andando ad aggiungere una sezione all'estremo della corsa X si si osserva che l'errore angolare dipenda principalmente dall'errore di YRY al variare della corsa y. Il valore massimo dell'errore angolare, ovvero $2,9e-5$ rad, si avvicina all'errore massimo dell'errore YRY del grafico 9 pari a circa $3e-5$ rad.

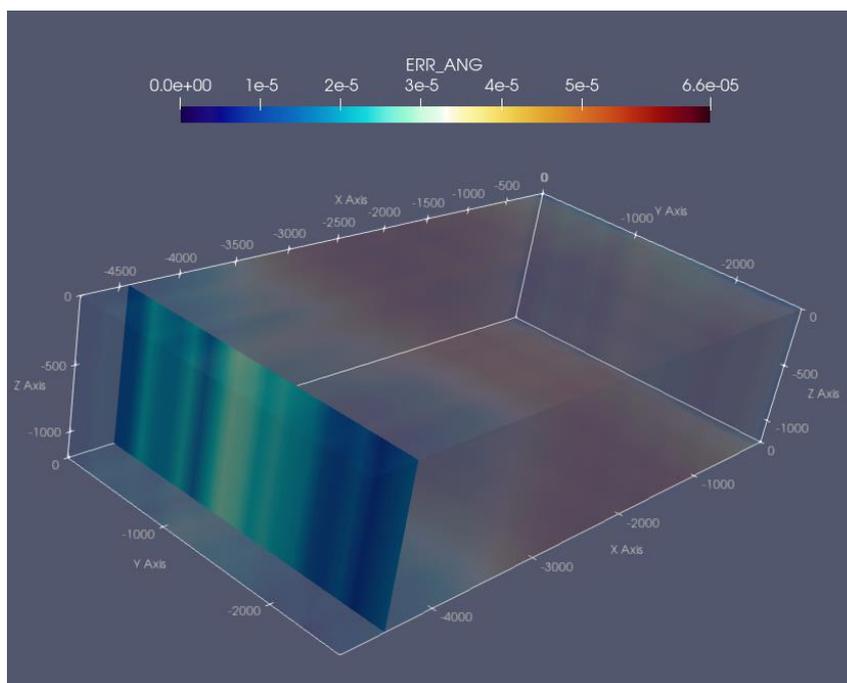


Figura 63 - Errore angolare in assenza di errori di perpendicolarità, sezione

4.3.4.3 Errore volumetrico prodotto dai soli errori XRX e ZX

Di seguito si riportano gli andamenti dell'errore XRX e ZX modellato tramite la screw a doppia dipendenza. Il valore massimo degli errori volumetrici di posizione, nel caso dell'errore ZX, risulta del tutto coerente coi valori misurati, circa pari a 0,19 mm in corrispondenza dell'asse slave. Inoltre l'errore risulta dipendente sia dalla corsa x che dalla corsa y. Il valore massimo per l'errore angolare XRX pari a $6e-5$ rad è anch'esso coerente coi valori misurati, e risulta dipendere unicamente dalla corsa x.

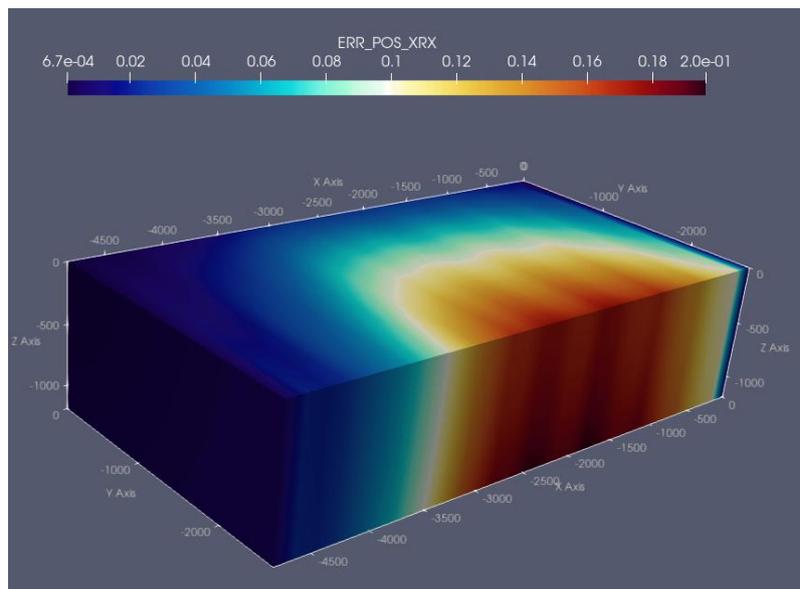


Figura 64 - Errore volumetrico di posizione dovuto a XRX

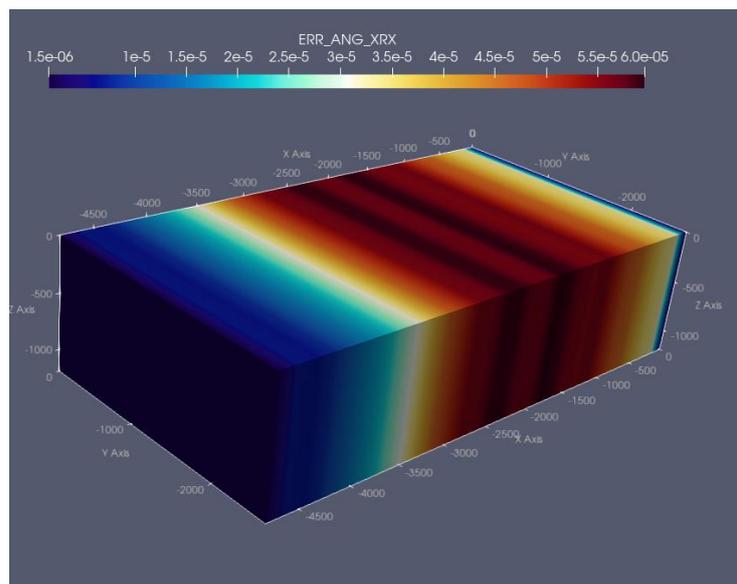


Figura 65 - Errore volumetrico angolare dovuto a XR

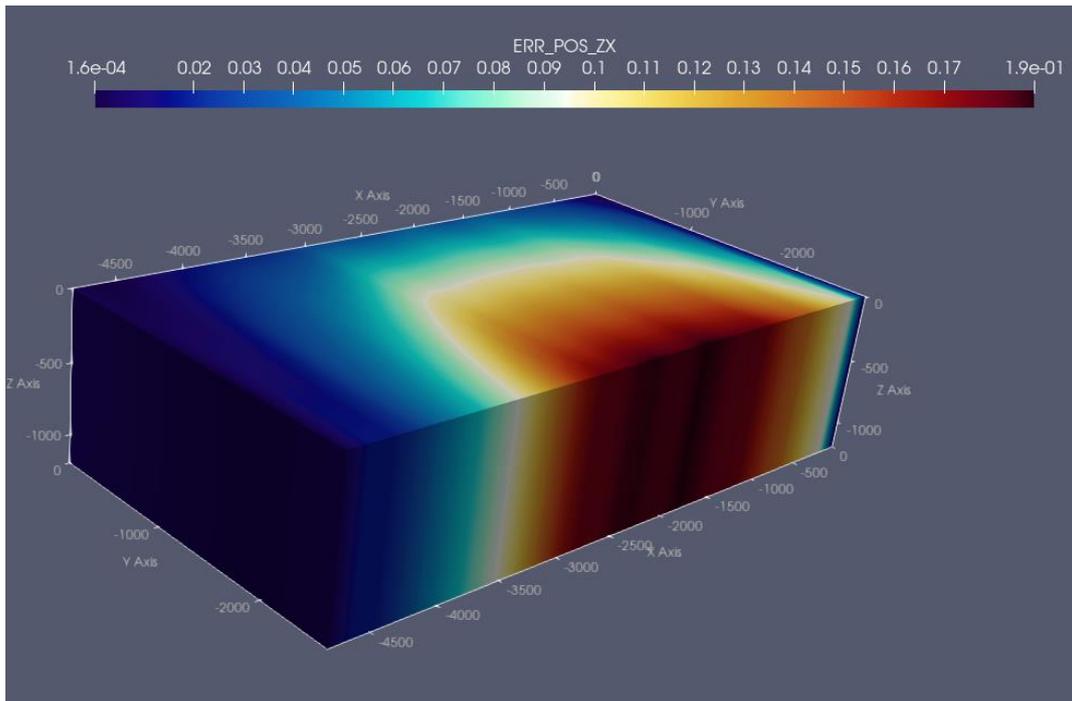


Figura 66 - Errore volumetrico di posizione dovuto al solo errore ZX

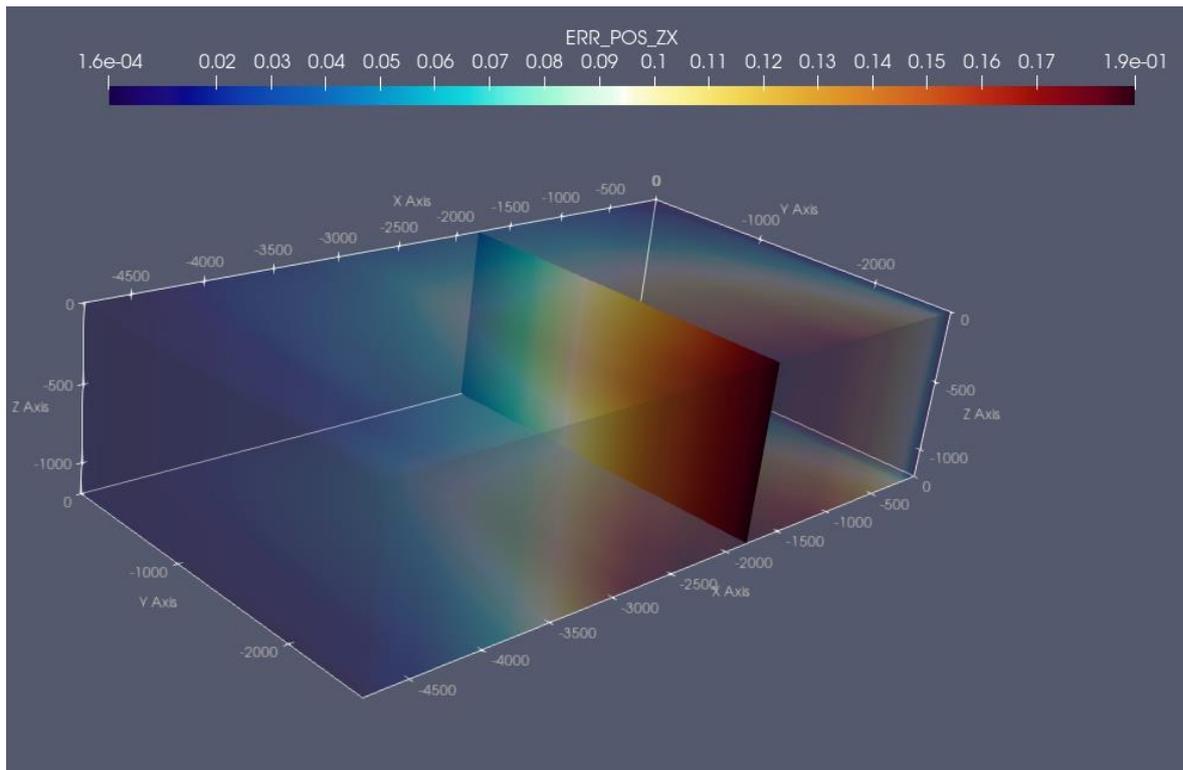


Figura 67 - Errore volumetrico di posizione dovuto al solo errore ZX, sezione

Come ci si aspettava, l'errore volumetrico dovuto solamente all'errore ZX cresce con l'avvicinarsi all'asse slave.

4.3.4.4 Errore volumetrico prodotto dal solo errore YRY

L'errore volumetrico angolare prodotto dall'errore YRY conferma quanto già visto nei paragrafi precedenti: l'errore risulta proporzionale alla corsa Y con un valore massimo intorno ai $3e-5$ rad. Inoltre l'errore di posizione aumenta con l'aumentare della corsa Z verso il basso, essendo gli effetti torsionali più marcati con il carro Z tutto basso.

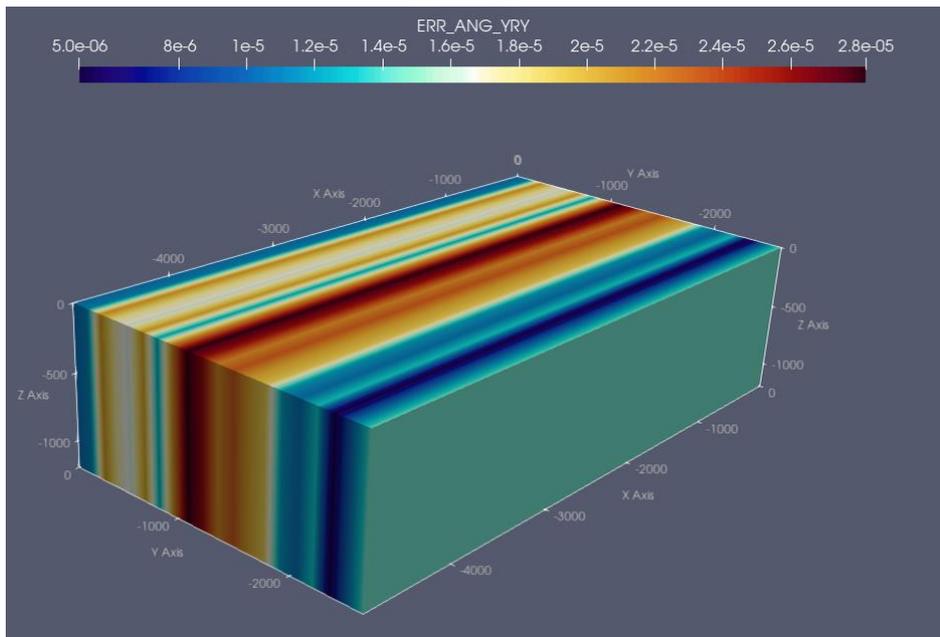


Figura 68 - Errore volumetrico angolare prodotto da YRY

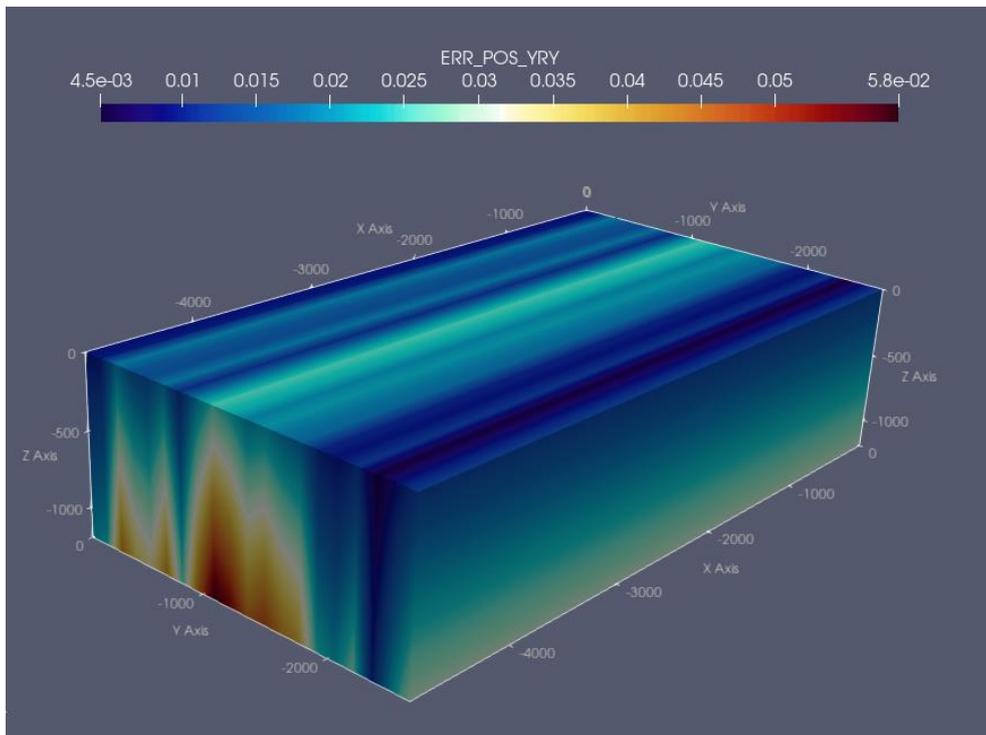


Figura 69 - Errore volumetrico di posizione prodotto da YRY

4.3.4.5 Errore volumetrico prodotto dal solo errore XZ

Dal grafico 10 si è visto che l'andamento dell'errore XZ può far pensare ad un difetto localizzato nel carro z che provoca uno spostamento in direzione x pari a circa 0,08 mm. Quanto appena detto è confermato dall'andamento dell'errore volumetrico di posizione di questo errore, come si può notare dalle figure 71 e 72.

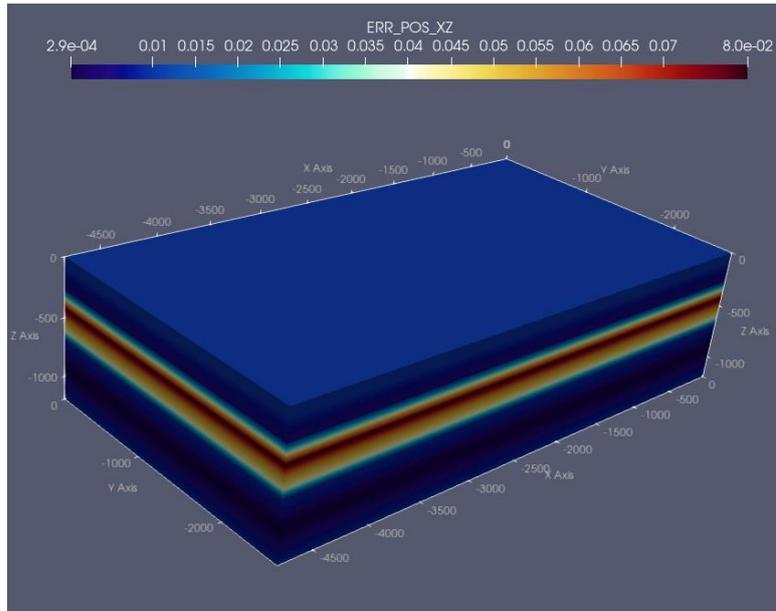


Figura 70 - Errore volumetrico causato dall'errore XZ

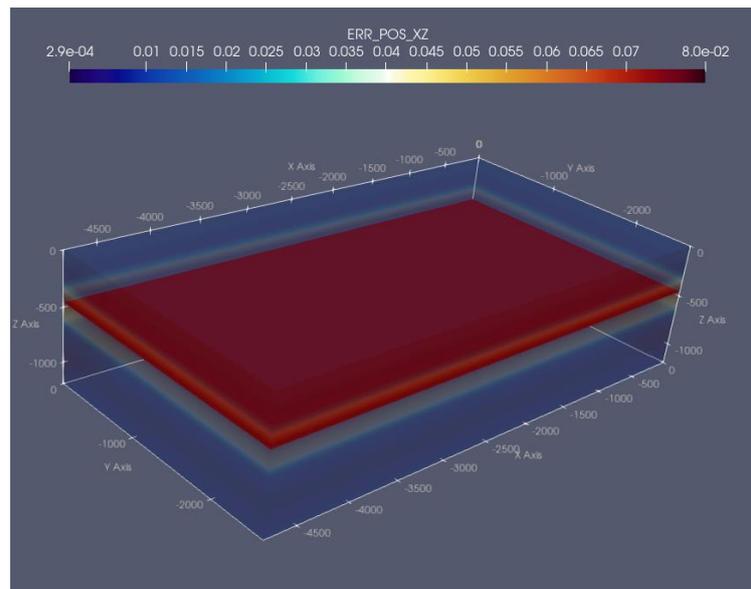


Figura 71 - Errore volumetrico causato dall'errore XZ, sezione

Si osserva che l'errore volumetrico in questione dipenda unicamente dalla corsa Z e che, per z pari a circa -500 mm sia costante in tutto il piano XY con il valore massimo coerente con la misura, pari a 0,008 mm.

4.4 Misurazione delle diagonali

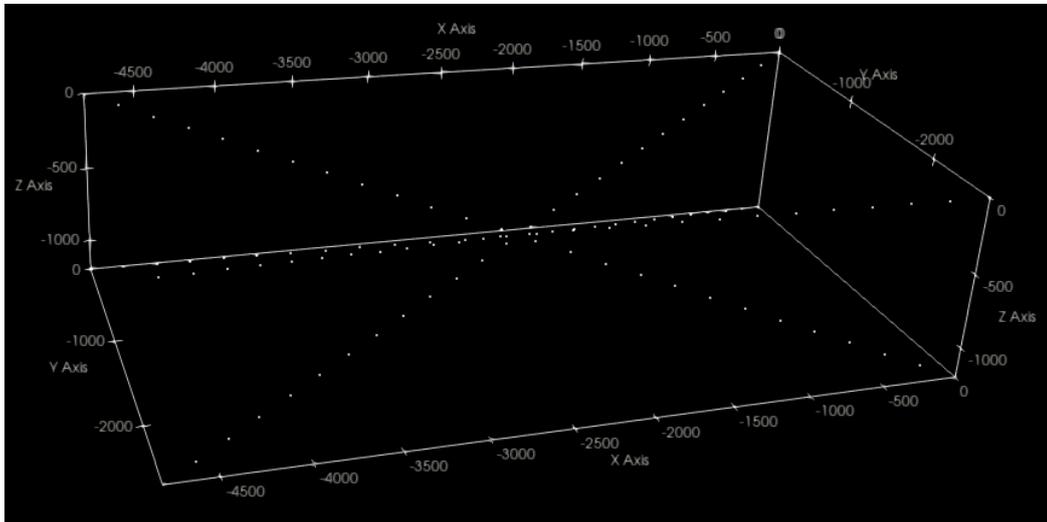


Figura 72 - diagonali volumetriche della macchina

In fase di collaudo è buona prassi calcolare l'errore volumetrico lungo le 4 diagonali volumetriche della macchina di figura 73. Muovendo contemporaneamente gli assi X, Y e Z si possono ricavare gli errori volumetrici complessivi derivanti dal movimento di tali assi. Una volta ricavati gli errori volumetrici lungo le 4 diagonali e inseriti nelle apposite tabelle di compensazione, il CN provvederà a compensare gli errori misurati in fase di collaudo.

Al fine di validare i risultati ottenuti dal modello descritti nei paragrafi precedenti, si sono misurate le 4 diagonali della macchina Ares, oltre a due piani XY a quote z differenti e due spostamenti a x e y fissati con z variabile. Per ciascuno dei punti misurati si è misurato l'errore di posizionamento e di orientazione di ciascun asse, quindi si è ricavato l'errore volumetrico da confrontare con i risultati ottenuti dal modello. Lo strumento utilizzato per tali misure è il Laser Tracker prodotto da Leica di cui si spiegherà il funzionamento nel paragrafo successivo.

4.4.1 Laser Tracker Leica AT 930

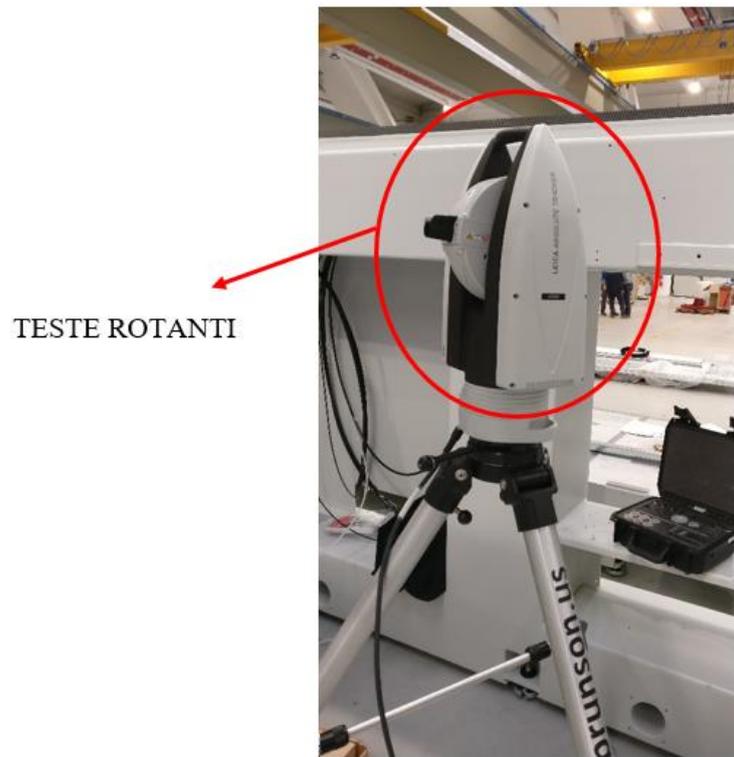


Figura 73 - Laser Tracker Leica, emettitore



Figura 74 - Laser Tracker Leica, sfera ricevitrice



Figura 75 - Direzione del fascio laser emesso

Il laser in questione dispone di un emettitore (figura 74) e un triplice specchio sferico montato su un magnete con la funzione di ricevitore (figura 75). Il laser punta la sfera, la quale riflette il fascio luminoso. L'interferometro montato sul laser permette di segnalare una differenza di posizione tra il raggio emesso e il fascio laser riflesso, generando un feedback. Noto questo errore di posizione tra fascio emesso e fascio riflesso, il laser diventa in grado di puntare lo specchio ricevitore mentre esso si muove, muovendo le teste rotanti montate su di esso. Una volta scelto tramite il software (non integrato con lo strumento) il sistema di riferimento, il laser scalerà tutte i punti misurati rispetto al sistema di riferimento scelto, generando in questo modo delle misure assolute. Nel nostro caso il sistema di riferimento assoluto sarà ovviamente lo zero macchina dal quale partono tutte le quote in negativo in x, y e z. A differenza del laser Hamar, il laser tracker permette di ottenere misure assolute, e non locali, rispetto ad un sistema di riferimento scelto a piacere. Nel nostro caso il sistema di riferimento sarà ovviamente lo zero macchina. Muovendo i carri X e Y a serpentina è stato generato un piano XY di misura tramite il laser in cui è stato fissato il sistema riferimento allo zero macchina tramite il software. Una volta individuata la terna di riferimento, il laser riferirà tutte le quote misurate al sistema di riferimento settato. E' importante che il tripode che sostiene il laser rimanga ben fissato nella posizione in cui è stato generato il piano XY per fissare la terna di riferimento. Nella figura successiva si mostra una foto del software utilizzato per le misure e il piano XY generato dal laser con il sistema di riferimento scelto. Sono stati misurati due piani XY rispettivamente a quota $z = 0$ e $z = -1200$, come si osserva in figura 78.

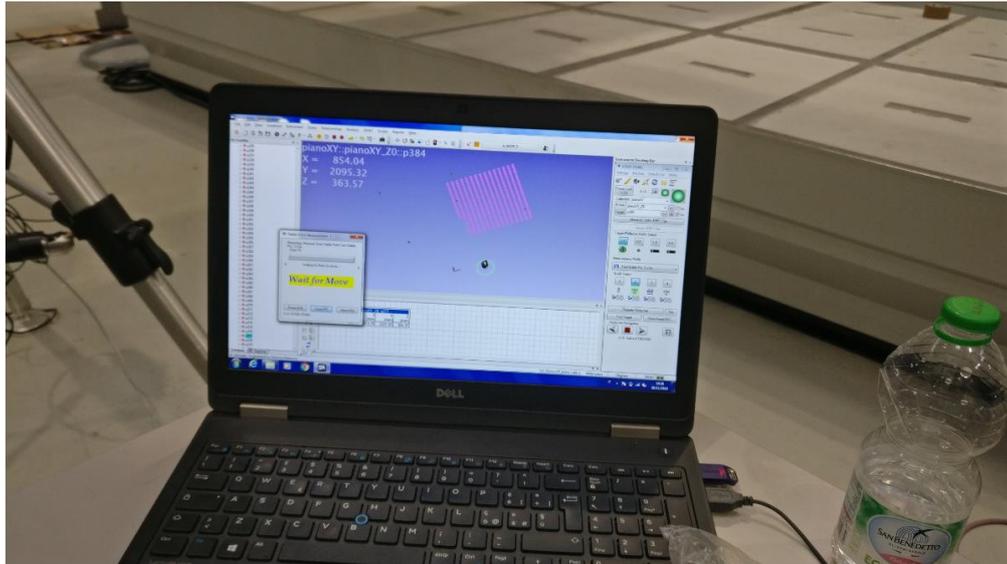


Figura 76 - Laser Tracker, software

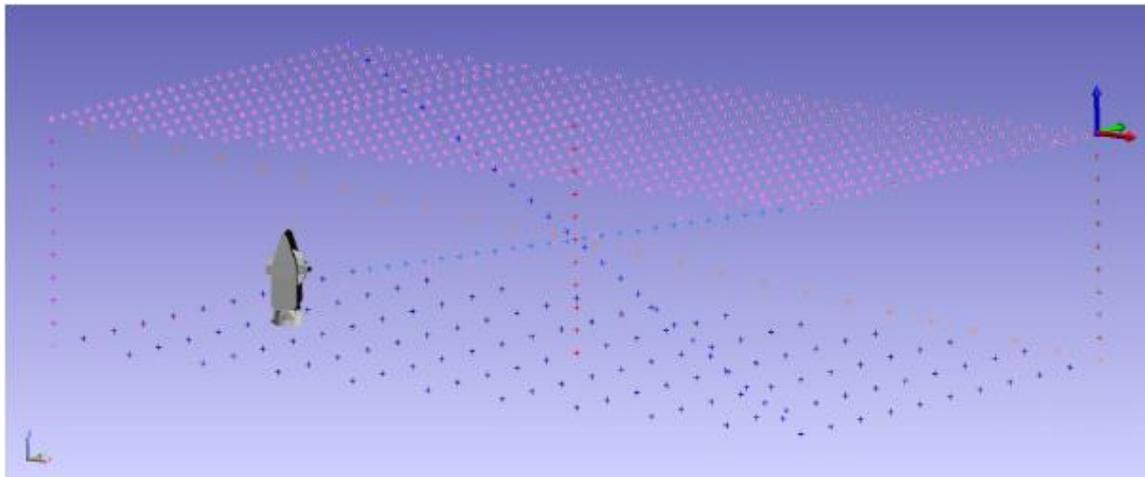


Figura 77 - Piani misurati dal laser tracker e sistema di riferimento nello zero macchina

Group to Group Relationship										
Groups: diagonale1 to NOMINALI diagonale1 (Reported in A::FRAME2 XY X Y)										
Name	diagonale1			NOMINALI diagonale1			Delta			
	X1 (mm)	Y1 (mm)	Z1 (mm)	X2 (mm)	Y2 (mm)	Z2 (mm)	dX (mm)	dY (mm)	dZ (mm)	Maq (mm)
diagonali::diagonale1::d1_1	-0.08	-0.01	0.08	0.00	0.00	0.00	0.08	0.01	-0.08	0.11
diagonali::diagonale1::d1_2	-192.06	-103.99	-47.96	-192.00	-104.00	-48.00	0.06	-0.01	-0.04	0.07
diagonali::diagonale1::d1_3	-384.06	-207.99	-95.96	-384.00	-208.00	-96.00	0.06	-0.01	-0.04	0.07
diagonali::diagonale1::d1_4	-576.05	-311.97	-143.97	-576.00	-312.00	-144.00	0.05	-0.03	-0.03	0.06
diagonali::diagonale1::d1_5	-768.02	-415.97	-191.98	-768.00	-416.00	-192.00	0.02	-0.03	-0.02	0.04
diagonali::diagonale1::d1_6	-960.02	-519.97	-239.98	-960.00	-520.00	-240.00	0.02	-0.03	-0.02	0.04
diagonali::diagonale1::d1_7	-1152.00	-623.98	-288.00	-1152.00	-624.00	-288.00	0.00	-0.02	0.00	0.02
diagonali::diagonale1::d1_8	-1343.98	-727.97	-336.01	-1344.00	-728.00	-336.00	-0.02	-0.03	0.01	0.04
diagonali::diagonale1::d1_9	-1535.93	-831.96	-384.01	-1536.00	-832.00	-384.00	-0.07	-0.04	0.01	0.08
diagonali::diagonale1::d1_10	-1727.90	-935.96	-432.02	-1728.00	-936.00	-432.00	-0.10	-0.04	0.02	0.11
diagonali::diagonale1::d1_11	-1919.89	-1039.94	-480.04	-1920.00	-1040.00	-480.00	-0.11	-0.06	0.04	0.13
diagonali::diagonale1::d1_12	-2111.90	-1143.95	-528.05	-2112.00	-1144.00	-528.00	-0.10	-0.05	0.05	0.12
diagonali::diagonale1::d1_13	-2303.92	-1247.95	-576.05	-2304.00	-1248.00	-576.00	-0.08	-0.05	0.05	0.10
diagonali::diagonale1::d1_14	-2496.01	-1351.96	-624.02	-2496.00	-1352.00	-624.00	0.01	-0.04	0.02	0.04
diagonali::diagonale1::d1_15	-2687.93	-1455.95	-672.06	-2688.00	-1456.00	-672.00	-0.07	-0.05	0.06	0.10
diagonali::diagonale1::d1_16	-2879.93	-1559.96	-720.06	-2880.00	-1560.00	-720.00	-0.07	-0.04	0.06	0.10
diagonali::diagonale1::d1_17	-3071.93	-1663.94	-768.08	-3072.00	-1664.00	-768.00	-0.07	-0.06	0.08	0.12
diagonali::diagonale1::d1_18	-3263.92	-1767.96	-816.05	-3264.00	-1768.00	-816.00	-0.08	-0.04	0.05	0.11
diagonali::diagonale1::d1_19	-3455.92	-1871.98	-864.03	-3456.00	-1872.00	-864.00	-0.08	-0.02	0.03	0.09
diagonali::diagonale1::d1_20	-3647.90	-1976.02	-912.02	-3648.00	-1976.00	-912.00	-0.10	0.02	0.02	0.10
diagonali::diagonale1::d1_21	-3839.90	-2080.04	-959.99	-3840.00	-2080.00	-960.00	-0.10	0.04	-0.01	0.10
diagonali::diagonale1::d1_22	-4031.92	-2184.04	-1007.99	-4032.00	-2184.00	-1008.00	-0.08	0.04	-0.01	0.09
diagonali::diagonale1::d1_23	-4223.94	-2288.05	-1055.95	-4224.00	-2288.00	-1056.00	-0.06	0.05	-0.05	0.09
diagonali::diagonale1::d1_24	-4415.92	-2392.03	-1103.94	-4416.00	-2392.00	-1104.00	-0.08	0.03	-0.06	0.10
diagonali::diagonale1::d1_25	-4607.97	-2496.03	-1151.94	-4608.00	-2496.00	-1152.00	-0.03	0.03	-0.06	0.08
diagonali::diagonale1::d1_26	-4799.99	-2600.03	-1199.93	-4800.00	-2600.00	-1200.00	-0.01	0.03	-0.07	0.08

Figura 78 - Diagonale 1, output del software

Il laser, per poter misurare in maniera corretta, ha bisogno che il ricevitore sia completamente fermo per poter salvare le quote (in x, y e z) misurate.

Per misurare l'errore di posizione si è utilizzato il target singolo di figura 75, mentre per l'errore di orientazione in si cambiato il ricevitore con un doppio target (figura 80) la cui distanza tra le due piccole sfere ricevitrici è nota. Quindi per ricavare l'orientazione del naso mandrino è stata fatta una misura indiretta.



Figura 79 - Ricevitore con doppia sfera

I passi per generare le diagonali scelti sono 192, 104 e 48 rispettivamente per l'asse X,Y e Z. Nel paragrafo successivo si riportano i risultati prodotti dalle misure delle 4 diagonali in termini di errore volumetrico, sia di posizione che di orientamento.

4.4.2 Confronto tra le diagonali misurate e le diagonali del modello

Di seguito si riportano, in un campo di forma vettoriale, le direzioni e le ampiezze di compensazione ricavate dal laser tracker lungo le 4 diagonali. Si osservano dunque le differenze in forma vettoriale tra posizione nominale e posizione effettiva, ovvero i vettori di compensazione necessari ad ottenere la posizione nominale. Infatti si ha che, per ottenere la posizione nominale:

$$pos_{nom} = pos_{eff} + vett_{comp} \quad (59)$$

Dove $vett_{comp}$ rappresenta il vettore di compensazione al fine di ottenere la posizione nominale. Quindi:

$$vett_{comp} = pos_{nom} - pos_{eff} \quad (60)$$

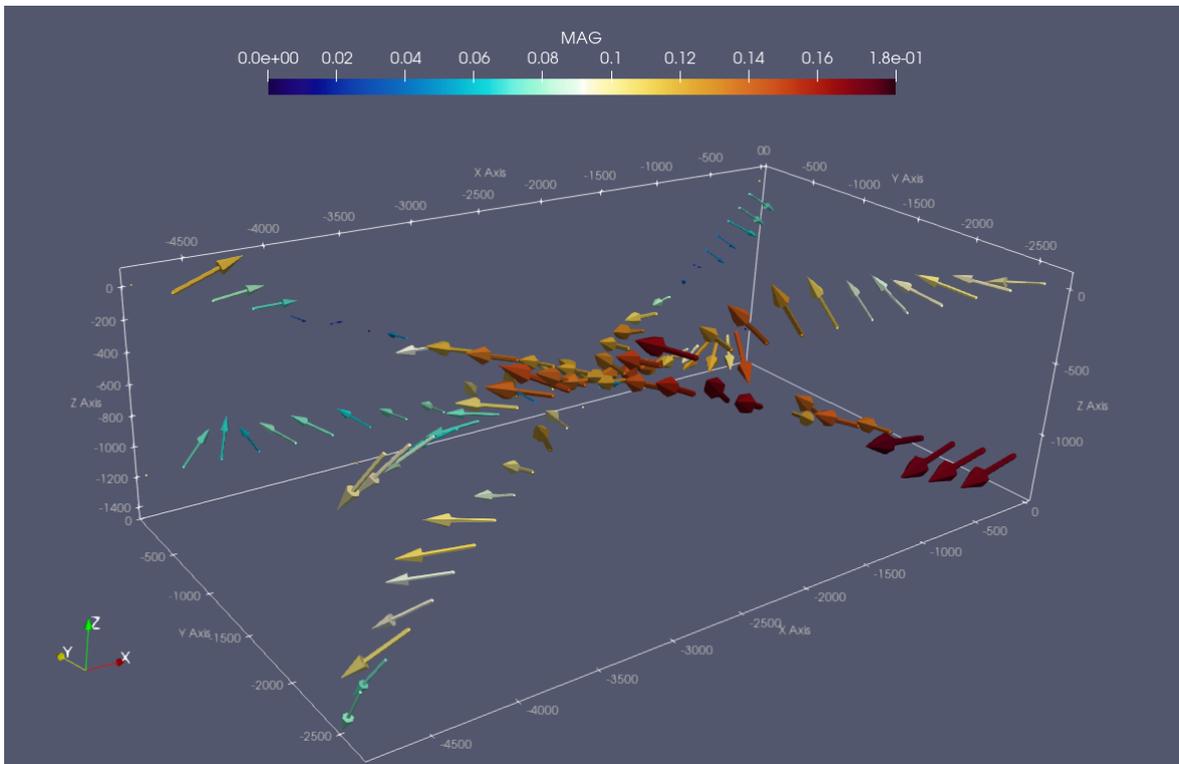


Figura 80 – Vettori di compensazione misurate

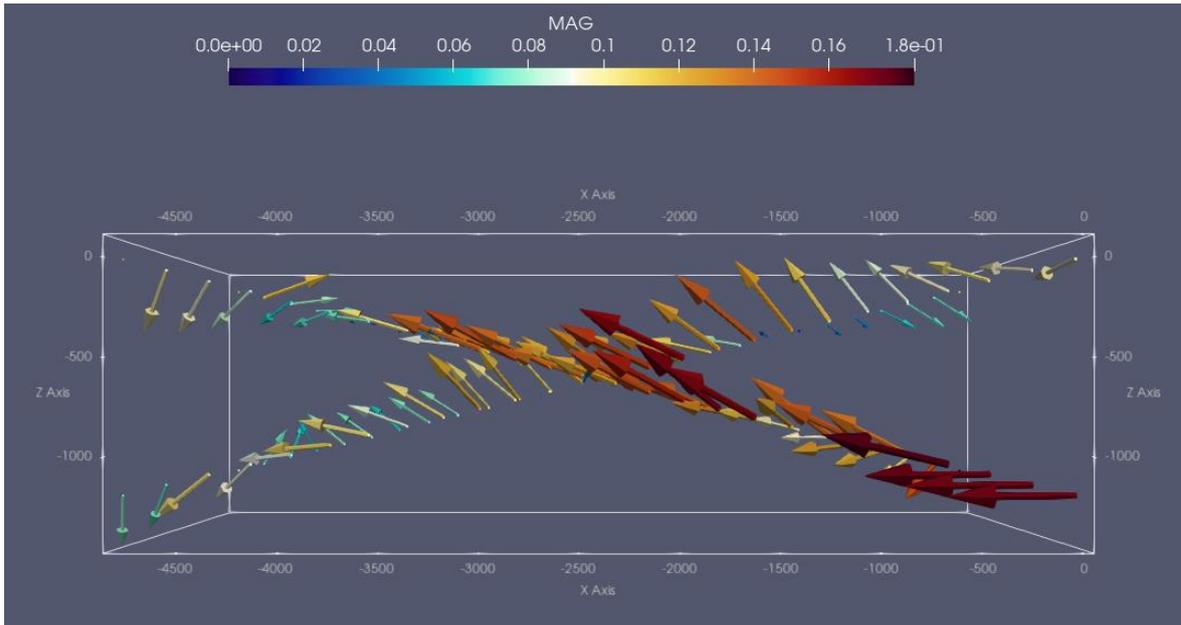


Figura 81 – Vettori di compensazione, vista frontale

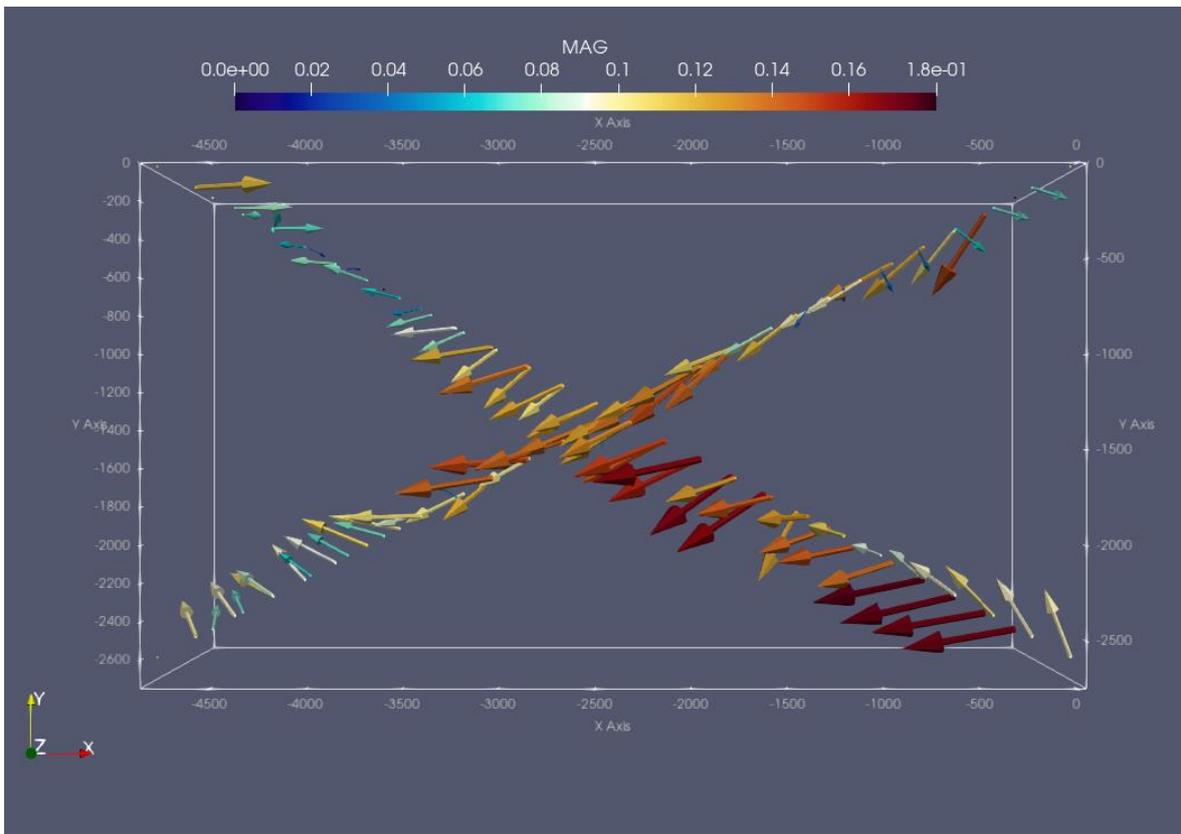


Figura 82 - Vettori di compensazione, vista dall'alto

Come prevedibile, i vettori compensazione sono prevalentemente orientati verso Z positivo a causa della massa della macchina che tende ad abbassare la posizione del punto di misura e, in generale, del naso mandrino. Inoltre vi è un incremento dell'ammontare della compensazione da apportare verso il centro della macchina, zona in cui sia la flessione della

traversa che la flessione degli assi master e slave comportano un aumento dell'errore volumetrico da compensare. Infine, come prevedibile, l'errore aumenta sensibilmente dalla parte del lato slave della macchina a causa della propria configurazione quasi “appoggio-appoggio”.

Di seguito si riportano i vettori di compensazione lungo le 4 diagonali calcolate dal modello con le rotazioni XRX e YRY attive.

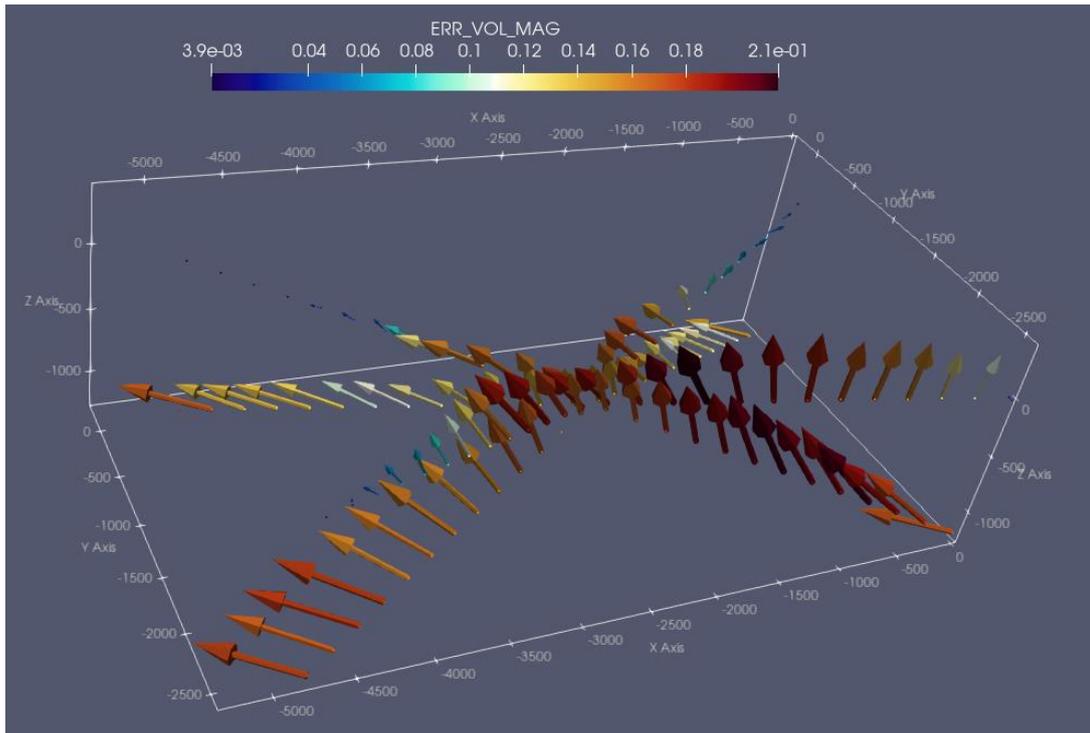


Figura 83 - Vettori di compensazione da modello, rotazioni attive

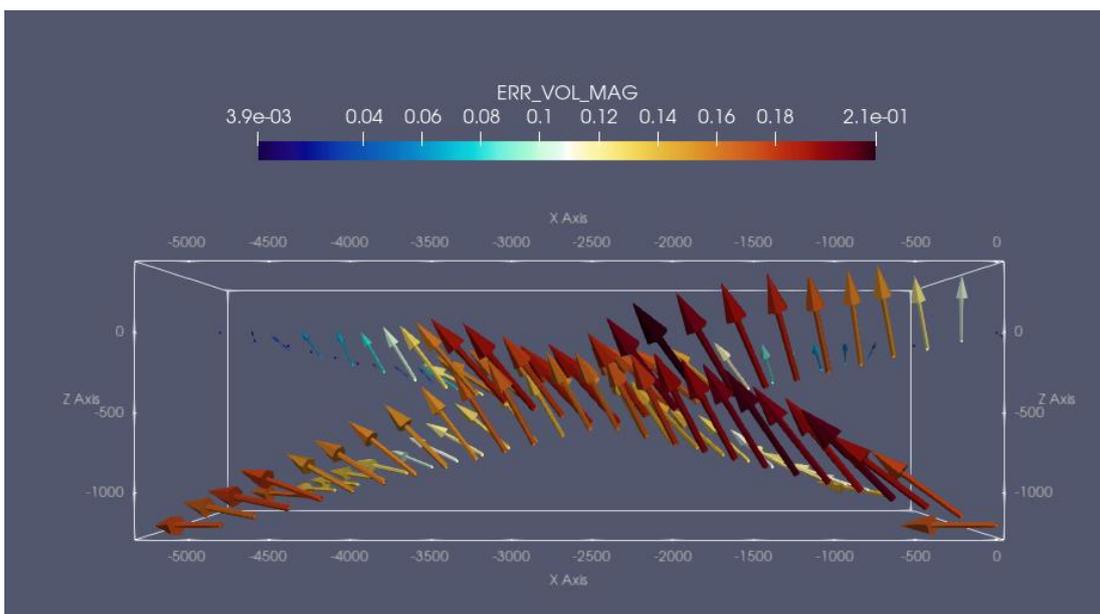


Figura 84 - Vettori di compensazione da modello, rotazioni attive, vista frontale

Anche in questo caso si nota che i vettori di compensazioni maggiori risultino a lato slave e nel centro della macchina. Inoltre lungo la corsa di Z verso il basso l'errore da compensare aumenta notevolmente a causa delle perpendicolarità di Z rispetto a X e Y. In corrispondenza del lato master, per $z = 0$ e agli angoli della macchina, si osserva come il vettore di compensazione sia minimo, essendoci in quel punto le spalle della macchina che ne aumentano la rigidità localmente. Tuttavia l'ampiezza del vettore di compensazione aumenta notevolmente rispetto ai vettori ottenuti tramite il tracker in più punti lungo la diagonale, oltre all'ampiezza massima di errore volumetrico. Per questo motivo sono stati calcolati i vettori di compensazione con le rotazioni disabilitate, come si osserva nelle figure 86 e 87:

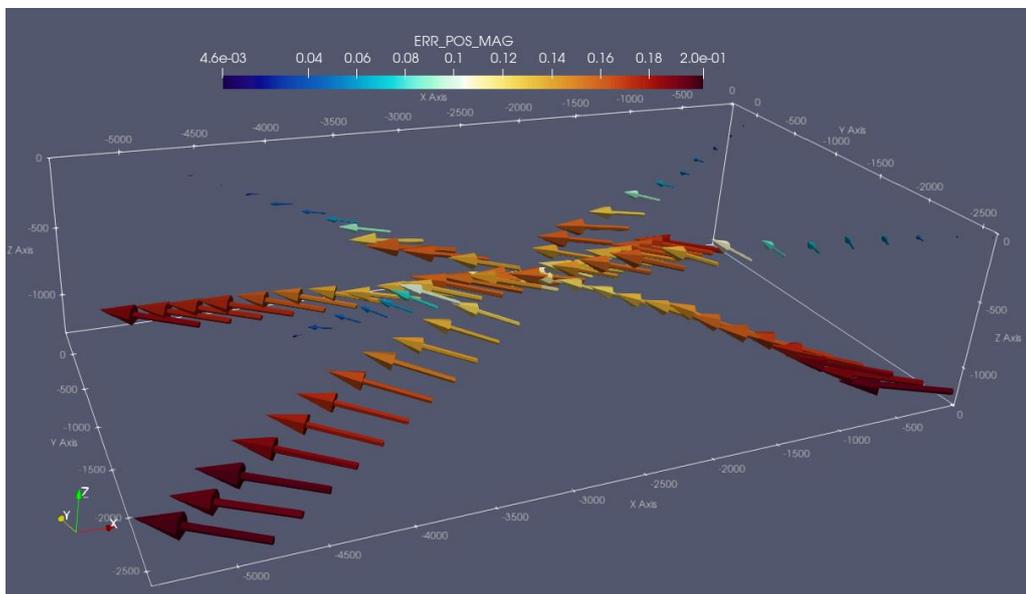


Figura 85 - Vettori di compensazione, rotazioni disabilitate

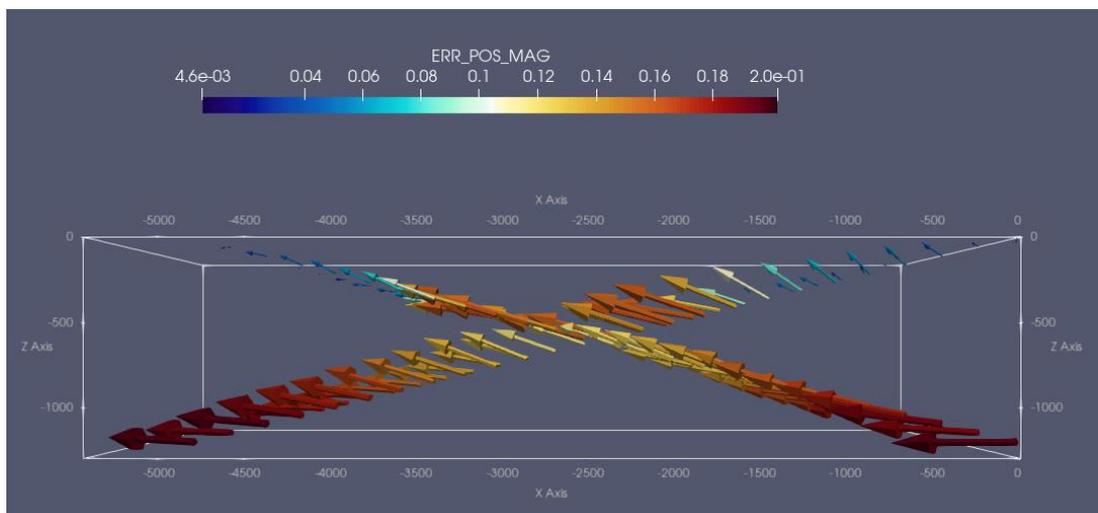


Figura 86 - Vettori di compensazioni, rotazioni disabilitate, vista frontale

L'ampiezza dell'errore massimo diminuisce di un centesimo di millimetro e l'andamento generale dei vettori di compensazione si avvicina ai vettori prodotti dalle diagonali misurate, con valori di compensazioni minori in più punti rispetto alla situazione in cui le diagonali erano abilitate.

Risulta infatti assai difficile individuare un centro di rotazione preciso in una macchina così complessa. All'interno del modello le rotazioni prodotte dagli errori XRX e YRY sono state individuate esattamente nel punto di misura, ovvero in corrispondenza dello specchietto del ricevitore, ma risulta evidente come questa approssimazione risulti meno precisa rispetto all'avere un modello con sole traslazioni.

Nelle figure successive si sono rappresentati i vettori differenza tra le posizioni effettive generate dalle misurazioni tramite tracker e le posizioni effettive generate dalle misure tramite laser Hamar inserite nel modello, al fine di valutare la bontà del modello stesso. In altri termini, è stato valutato il valore di compensazione che si dovrebbe applicare alle posizioni effettive generate dal modello al fine di ottenere le posizioni effettive generate dalle misure tramite tracker, secondo la formula:

$$COMP.RESIDUA = vett_delta_{comp,mis} - vett_delta_{comp,mod} \quad (61)$$

È stato quindi valutato, nella pagina successiva, di quanto si discosta la compensazione generata dal modello con misurazioni tramite Hamar laser e l'ammontare della compensazione generata dalle misurazioni tracker, in assenza di rotazioni.

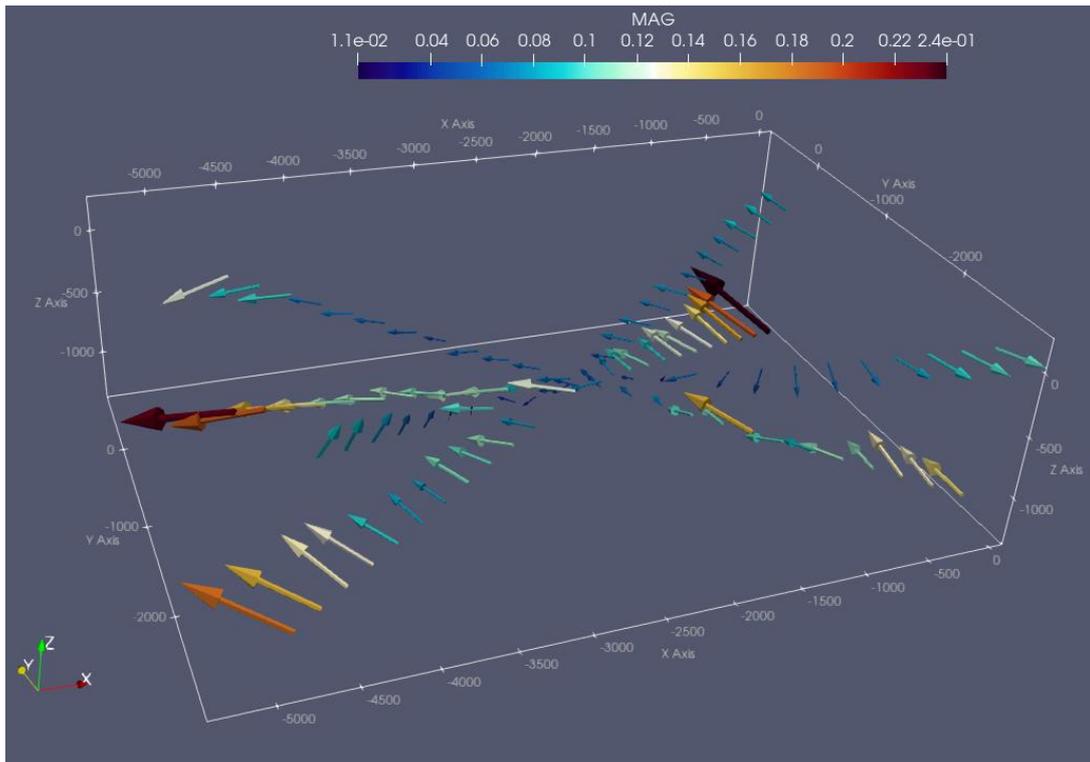


Figura 87 – Scostamento tra compensazioni del modello vs misura tracker

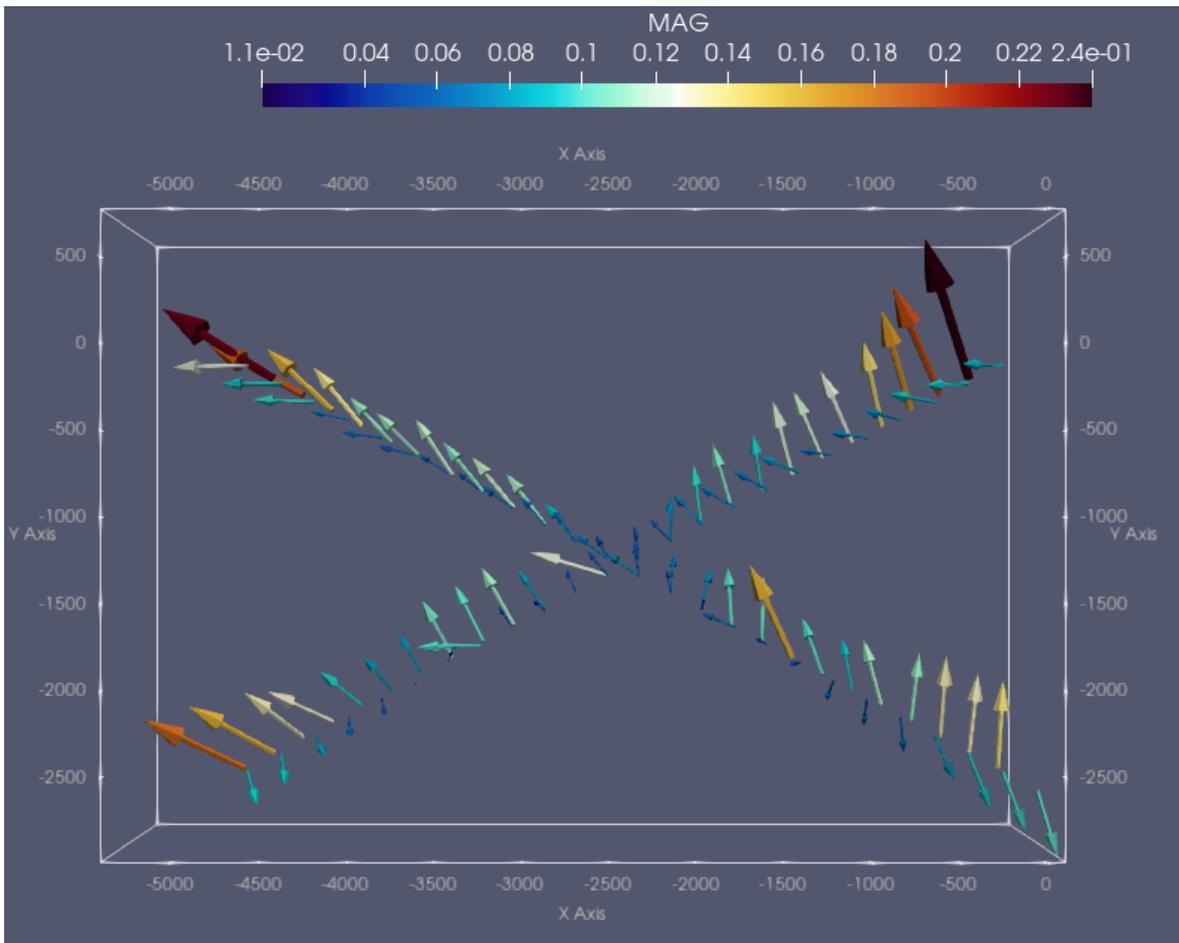


Figura 88 - Scostamento tra compensazioni del modello vs misura tracker, vista dall'alto

I maggiori errori di valutazione si compiono soprattutto in corrispondenza dell'asse slave e dell'asse master, in particolare negli angoli inferiori della macchina, a z basso. L'ampiezza massima di questo scostamento supera il decimo di millimetro in questi punti, e ciò non è accettabile.

Questo fenomeno risulta in parte giustificabile a causa degli errori di perpendicolarità misurati tramite laser Hamar. Infatti gli errori di perpendicolarità hanno un grande peso sulla totalità degli errori presenti, essendo essi proporzionali alla corsa dell'asse, nel nostro caso soprattutto l'asse Z. Come si è visto nella prima sessione di misure la perpendicolarità è stata misurata analizzando gli scostamenti ad inizio e fine corsa dell'asse affetto da perpendicolarità, fissando l'altro asse come rettilineo, ovvero quello in cui si propagava l'errore di perpendicolarità. Tale prassi risulta utile nel momento in cui si voglia stimare la perpendicolarità entro una tolleranza voluta, ma non fornisce valori numerici esatti per quanto riguarda il coefficiente angolare.

In ambito metrologico per le macchine utensili, la prassi vuole che si ricavi il coefficiente angolare dell'errore di perpendicolarità interpolando gli andamenti degli errori di rettilineità con una legge lineare, ricavando in questo modo una misura più precisa. Ciò non è stato possibile per la prima sessione di misure, in quanto nel momento in cui si sono misurati gli errori asse per asse si sono settati a zero i valori di errore a inizio e fine corsa dell'asse oggetto di misurazione, generando un sistema di riferimento locale ogni volta che si misuravano gli errori dell'asse stesso.

Per questo motivo sono stati interpolati gli andamenti delle rettilineità misurati tramite laser tracker, avendo generato dei piani XY e anche tre corse Z con XY fissati. Essendo queste misure assolute, gli estremi degli andamenti non registrano un valore zero a inizio e fine corsa, e per questo motivo è stato possibile interpolarli linearmente e inserire i nuovi valori di perpendicolarità nel modello. Nei grafici successivi si osservano le interpolazioni effettuate per gli andamenti degli errori XY, XZ e YZ e i nuovi valori dei coefficienti di perpendicolarità.

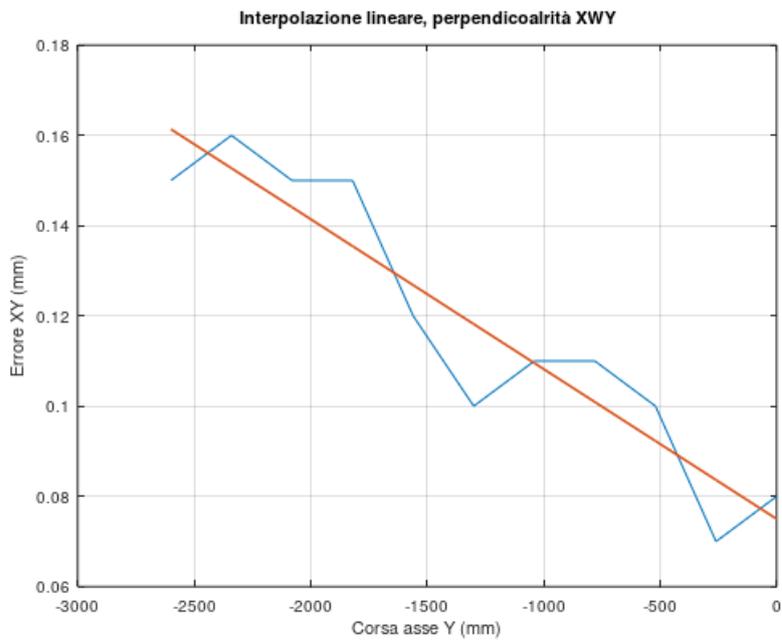


Grafico 12 – Perpendicolarità XWY ricavata da misure tracker

$$XWY = -3,35 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

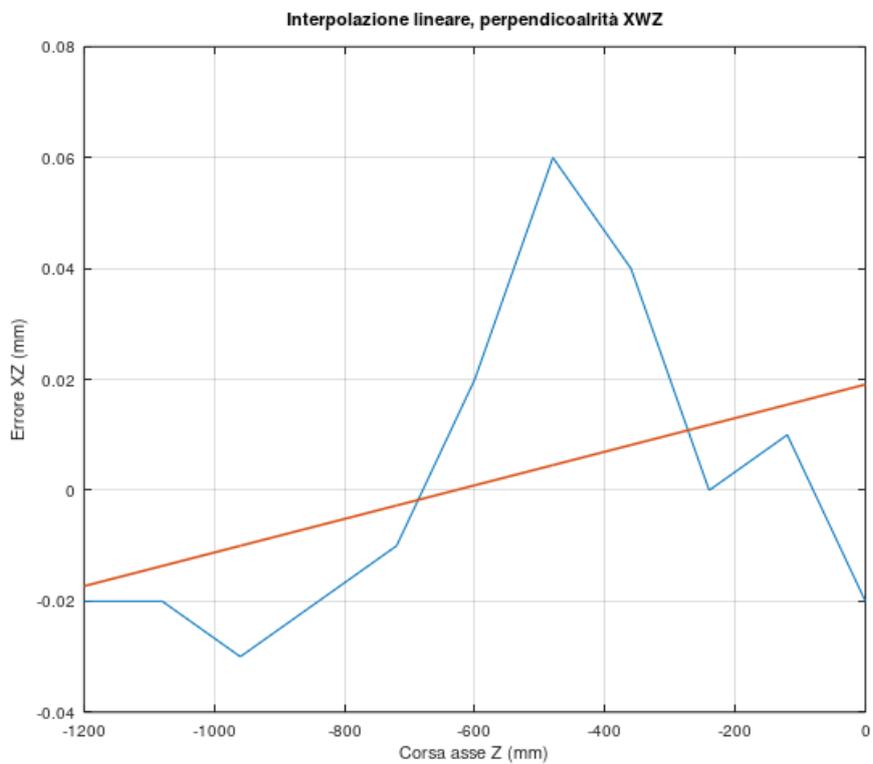


Grafico 13 – Perpendicolarità XWZ ricavata da misure tracker

$$XWZ = -6,44 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

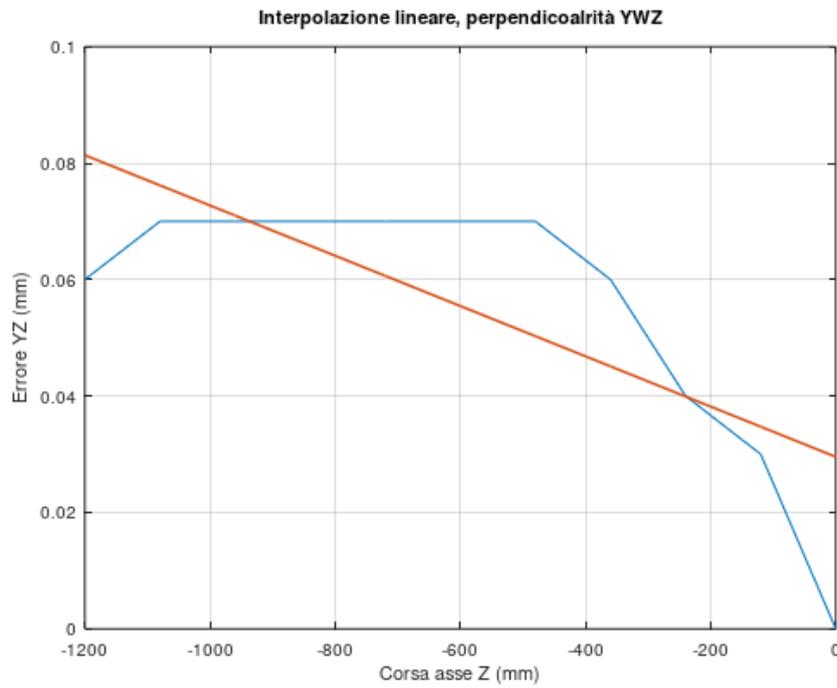


Grafico 14 - Perpendicolarità YWZ ricavata da misure tracker

$$YWZ = -4,318 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

Sono stati quindi inseriti i nuovi valori di perpendicolarità e plottati gli andamenti dei vettori di compensazione del modello nelle figure che seguono.

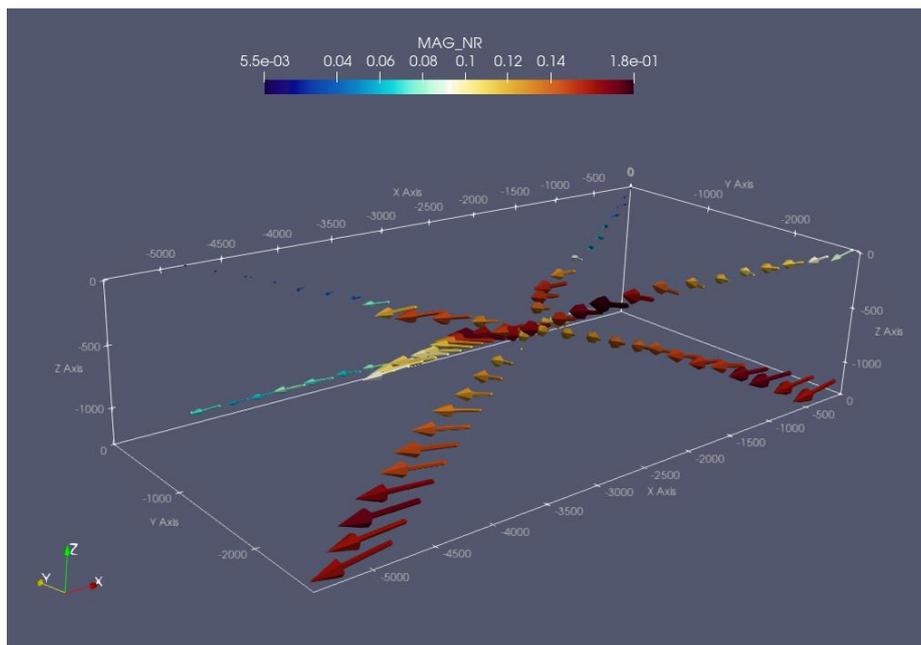


Figura 89 - Vettori di compensazione da modello, perpendicolarità laser tracker

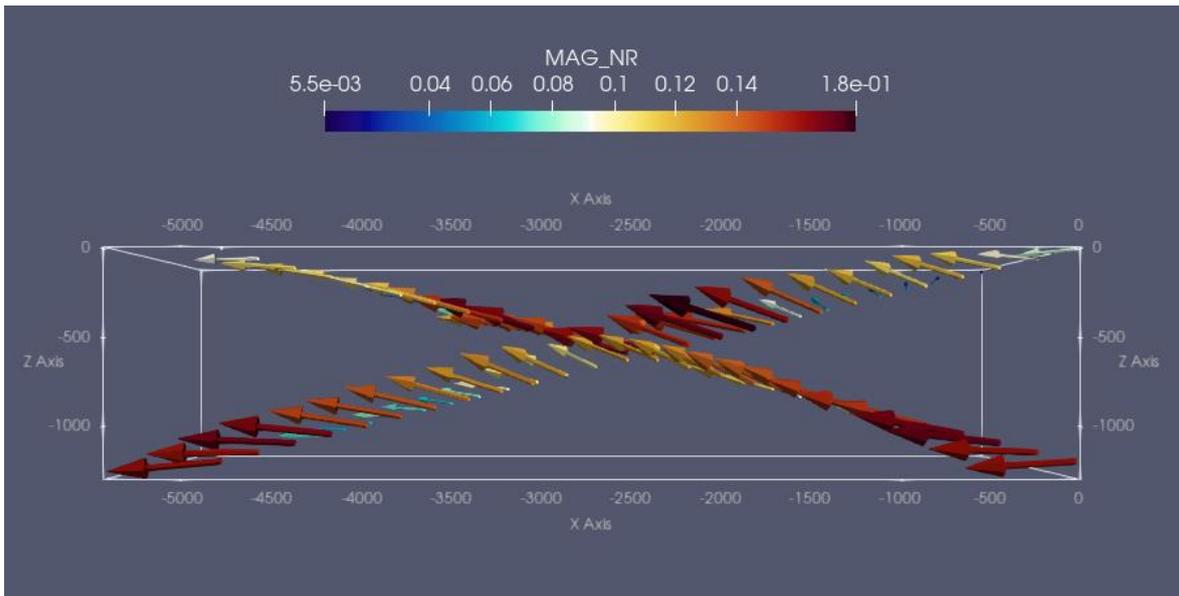


Figura 90 - Vettori di compensazione da modello, perpendicolarità laser tracker, vista frontale

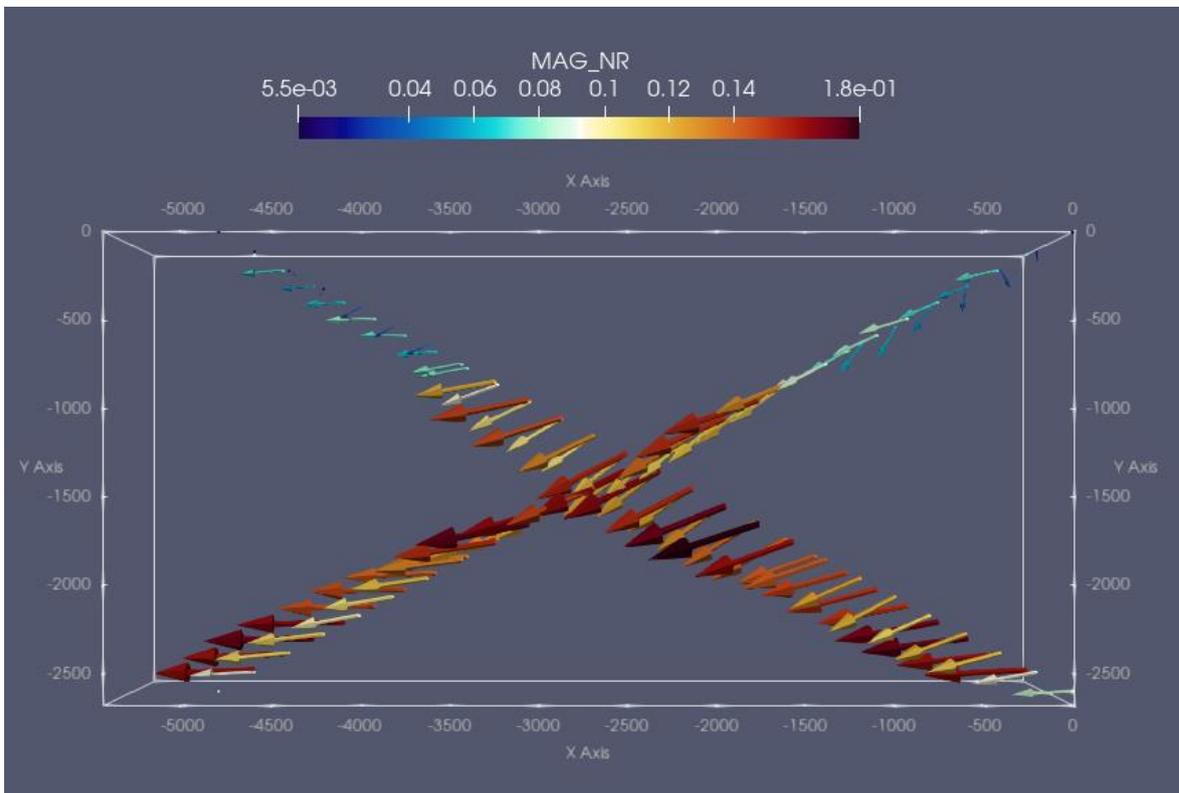


Figura 91 - Vettori di compensazione da modello, perpendicolarità laser tracker, vista dall'alto

Come ci si aspettava, l'ampiezza massima dei vettori di compensazione generati dal modello si avvicina molto all'ampiezza misurata da laser tracker, essendo pari a 1,8 decimi di millimetro. I vettori di compensazione maggiori, ovvero gli errori più critici, sono sempre presenti in corrispondenza degli assi master e slave e al centro della macchina.

Nelle figure successive si analizza, come fatto in precedenza, di quanto si discosta la compensazione del modello rispetto alla compensazione misurata da laser tracker.

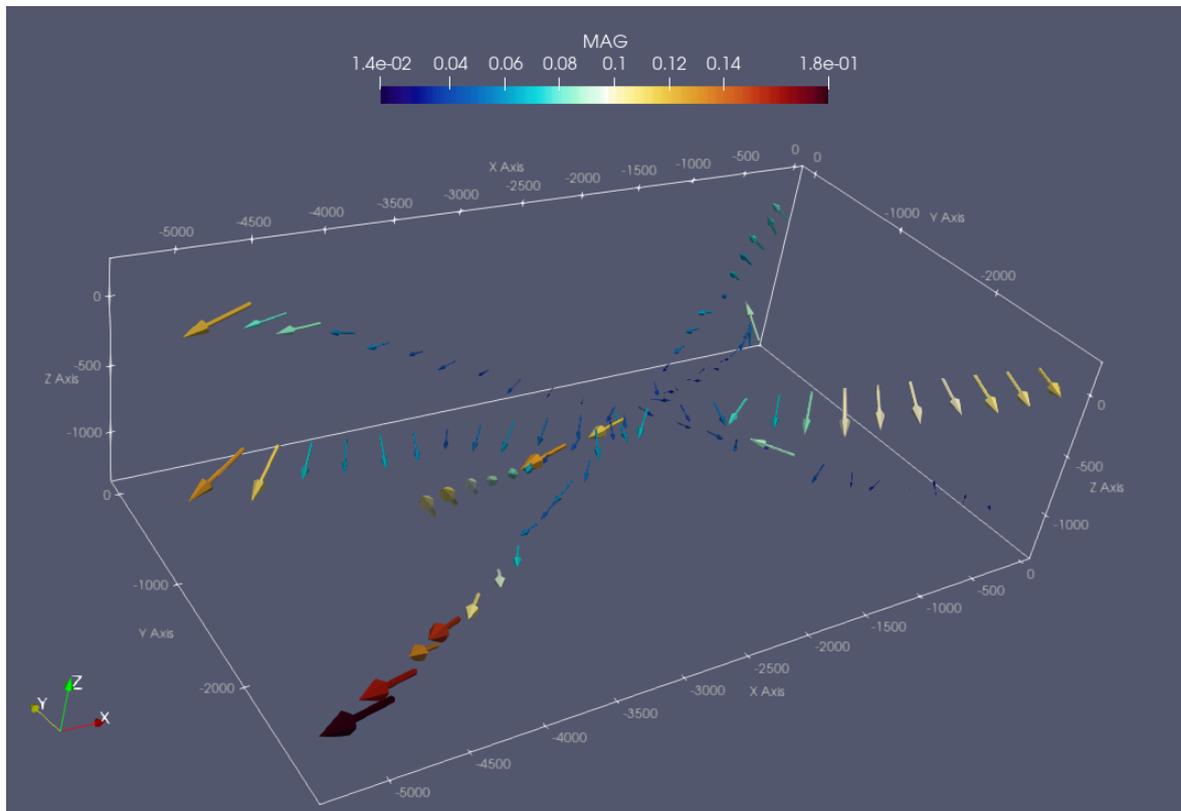


Figura 92 - Scostamento tra posizioni effettive del modello vs misura tracker, perpendicolarità laser tracker

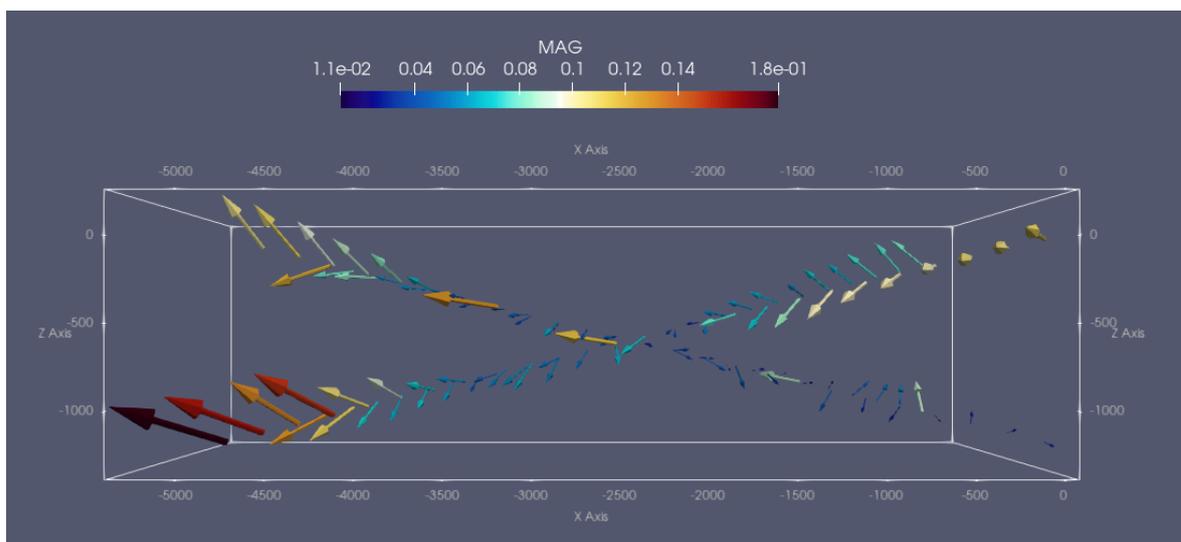


Figura 93 - Scostamento tra posizioni effettive del modello vs misura tracker, perpendicolarità laser tracker, vista frontale

Come ci si aspettava, il modello approssima meglio le misurazioni effettuate dal laser tracker non andando oltre una compensazione residua rispetto alla misura da tracker del centesimo

di millimetro nella maggior parte dei punti della diagonale. Tuttavia vi sono ancora dei punti critici, in cui il modello non approssima nel migliore dei modi gli errori volumetrici reali della macchina, in particolare in corrispondenza dall'asse slave, in cui si registrano scostamenti oltre il decimo di millimetro. Tale comportamento può essere in parte giustificato dalla procedura molto diversa delle misurazioni, dove in un caso la misura viene effettuata localmente e vengono fissati a zero gli scostamenti a fine corsa e inizio corsa (misura Hamar), mentre nell'altro si ricavano andamenti di rettilineità rispetto ad un unico sistema di riferimento, ottenendo dunque misure assolute (misura tracker). Per esemplificare la differenza dei due approcci si sono plottati gli andamenti di rettilineità ZX (sia lato master che lato slave) ricavati tramite laser Hamar e laser Leica.

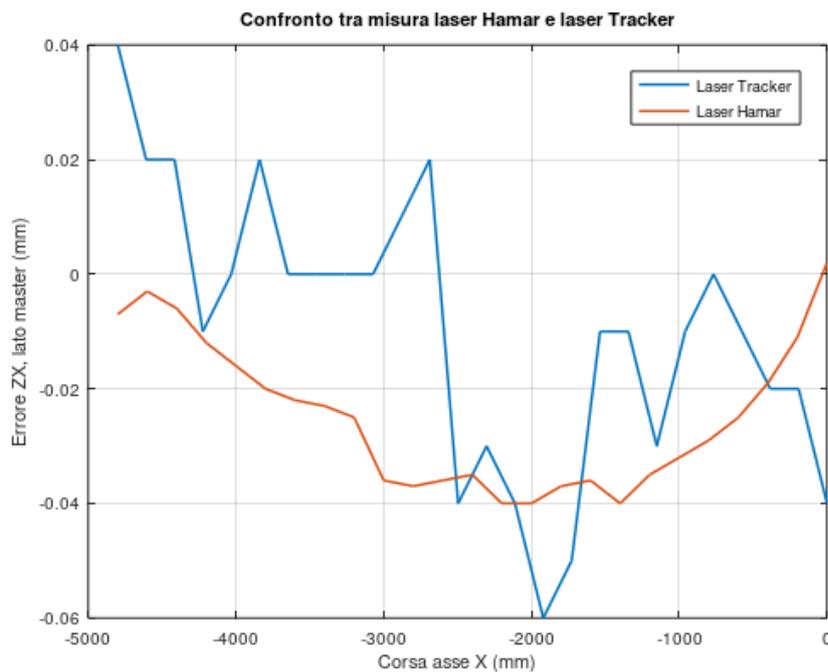


Grafico 15 - Confronto rettilineità ZX laser Hamar e laser Leica, lato master

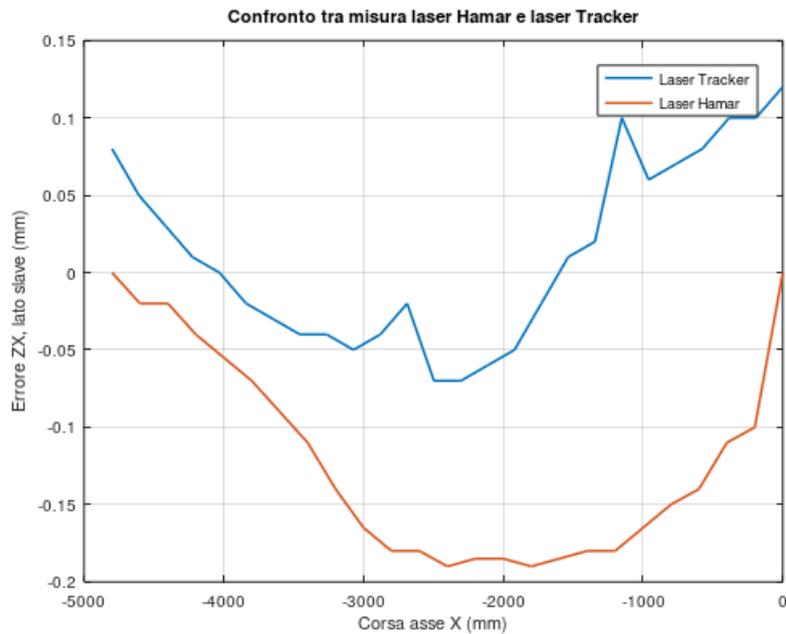


Grafico 16 - Confronto rettilineità ZX laser Hamar e laser Leica, lato slave

Al fine di ottenere andamenti simili prodotti dal laser tracker, sarebbe stato giusto fissare solo il punto di inizio corsa degli assi e lasciare libero il resto della corsa. Questa discrepanza può avere influito sui punti critici del modello, che si registrano per l'appunto a lato master e a lato slave. Tuttavia tale considerazione non basta a giustificare i punti critici del modello. E' necessario un approfondimento sull'approccio delle misurazioni standard da effettuare tramite laser Hamar, in modo da popolare in maniera più corretta gli andamenti del modello che, comunque, ha prodotto buoni risultati già in questa prima sessione di misure.

CONCLUSIONE

A partire dal concetto di rototraslazioni nello spazio è stato sviluppato un modello di macchina utensile a 5 assi, modello Ares 4826, per la lavorazione di leghe leggere, con la possibilità di inserire gli errori geometrici che influenzano il posizionamento statico dell'utensile. La Screw Theory è risultata efficace e flessibile per modellare gli errori geometrici di rettilineità, perpendicolarità e angolari degli assi, e in letteratura, non è mai stata sperimentata su centri di lavoro del genere. Al fine di limitare i costi in fase di collaudo sono state effettuate due misurazioni, una con un laser Hamar dal costo di circa 60.000 euro, e un'altra sessione con un laser tracker molto più complesso dal punto di vista tecnico e con un costo raddoppiato di circa 120.00 euro. Con sole misure di rettilineità e perpendicolarità degli assi lineari, derivate dalla prima sessione di misure, è stato popolato il modello. Calcolando l'errore volumetrico in ogni punto di lavoro della macchina si sono ottenuti risultati coerenti con quanto ci si aspettava dalla configurazione della Ares: la configurazione asimmetrica del portale, ovvero con un asse slave sostenuto in buona sostanza dalle sole spalle e un asse master interamente appoggiato dal sul basamento, ha comportato una maggiore concentrazione degli errori volumetrici proprio in corrispondenza dell'asse slave. Inoltre si è potuto notare come i centri degli errori di rotazione siano difficilmente individuabili. Sostituendo le rotazioni con semplici traslazioni gli andamenti dei vettori di compensazione generati dal modello lungo le 4 diagonali risultano coerenti con i risultati prodotti dal laser tracker. Si è visto che gli errori di perpendicolarità, essendo proporzionali alle corse degli assi, hanno un peso non indifferente sull'errore volumetrico complessivo. Come confermano gli esperti in metrologia, ricavare gli errori di perpendicolarità interpolando linearmente gli errori di rettilineità risulta più coerente con la reale situazione della macchina. Correggendo questo aspetto, il modello ha prodotto risultati decisamente più vicini e affini alle diagonali misurati da laser tracker. Dopo queste prime sessioni di misurazioni si può affermare che il modello produce valore di compensazione non distanti da quelle prodotte dalle misurazioni tramite laser tracker se non in alcuni punti critici in cui si supera il decimo di millimetro. Questi punti risultano principalmente localizzati in corrispondenza del lato slave, località fortemente asimmetrica a causa della configurazione della macchina, come già detto. Proprio in quei punti è necessaria un'indagine più scrupolosa, al fine di modificare l'approccio delle misurazioni tradizionali e forse, inserire altri parametri nel modello che tengano conto di geometrie particolarmente asimmetriche e complesse come in questo caso. Una volta corretti i punti critici, il modello sarà in grado di

generare i comandi asse compensati al fine di minimizzare l'errore volumetrico grazie al processo iterativo `fminsearch` presentato nel capitolo 3.

Nonostante queste criticità, il modello ha prodotto ottimi risultati considerando una sola sessione sperimentale di misure. I valori residui di compensazione, tralasciando proprio quei punti complessi, non superano il decimo di millimetro rispetto ai valori di compensazioni che si otterrebbero misurando unicamente col tracker. Per questo motivo è possibile utilizzare il modello come “filtro” tra misurazioni con strumentazione molto più costosa come il laser tracker e approcci tradizionali tramite laser Hamar. In definitiva, grazie al modello, è possibile mappare l'errore volumetrico lungo tutto lo spazio di lavoro della macchina con sole misure di rettilineità e perpendicolarità, compensando tali errori con valori di compensazione non distanti dai valori prodotti dal laser tracker, uno strumento molto più costoso. Questo approccio permetterebbe un risparmio di circa il doppio dei costi, visto il prezzo dei due laser. La generazione del modello è costata zero euro all'azienda, essendo stato sviluppato con i software Octave e ParaView, entrambi open source.

La complessità nel reperire una macchina di queste dimensioni per effettuare delle sperimentazioni e i tempi necessari per l'utilizzo di strumenti costosi e delicati richiedono un tempo non trascurabile, causando tempistiche più lunghe rispetto a quelle preventivate per lo sviluppo della tesi. Il progetto risulta quindi ancora nella sua fase di scouting, e verrà ultimato nei prossimi mesi dall'azienda SCM in collaborazione con CMS.

BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA

- [1] Alessandro Velenosi, *Analisi e modellazione dell'errore quasi-statico di natura cinematica e flessibile per una macchina utensile a cinque assi con tavola roto-basculante*
- [2] ISO 230-1, *Geometric accuracy of machines operating under no load conditions or finishing conditions*
- [3] ISO 230-7, *Test code for machine Tools – Part 7: Geometric accuracy of axes of rotation*
- [4] Sitong Xiang, Yusuf Altintas, *Modeling and compensation of volumetric errors for five axis machine tools*
- [5] Richard M.Murray , *A mathematical introduction to robotic manipulation*
- [6] Jixiang Yang, J.R.R Mayer, Yusuf Altintas, *A position independent geometric errors identification and correction method for five-axis serial machines based on screw theory*
- [7] www.hamarlaser.it , *Sistemi laser per allineamenti geometrici*