

**POLITECNICO DI TORINO**



Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

**Analisi Cinematica e Dinamica di una macchina  
per Additive Manufacturing**

**Relatore:**

Prof. Federico Colombo

**Candidato:**

Alessandro D'Intino

232987

Anno accademico 2018/2019



*A Remo e Valeria,  
perché il nostro legame fraterno non abbia mai fine.*

## Sintesi

Negli ultimi anni le ricerche in campo Additive Manufacturing hanno condotto allo sviluppo di nuovi prodotti di geometria complessa che i metodi di lavorazione convenzionale non possono realizzare. Sebbene l'uso di questa tecnologia non sia adoperata ancora in larga scala per via dei durevoli tempi cicli di produzione, Start Up e imprese iniziano a focalizzare sempre più risorse non solo per individuare tecniche di facile estrusione del materiale ma anche per predisporre automatismi robotici più precisi e definiti per la movimentazione delle macchine utilizzate in questo campo.

Il seguente lavoro propone una macchina secondo la struttura “Delta Robot” per la tecnologia 3D printing. Presentati inizialmente i materiali e le metodologie per l'iniezione di questa tecnologia, l'obiettivo iniziale è focalizzarsi sul cinematismo teorico del robot e studiarne successivamente la geometria del relativo modello CAD: si individuano dapprima gli ingombri studiando i punti di funzionamento di altezza minima e massima che l'end effector può raggiungere in base ai vincoli geometrici e al workspace e si realizza la trasmissione per ogni singolo pattino di movimentazione del Robot.

Particolare attenzione viene rivolta al sistema di attuazione, composto da tre motori passo-passo i quali sono collegati ciascuno a tre trasmissioni. Una singola trasmissione è rappresentata da due pulegge di alluminio e una cinghia dentata di poliuretano; adottando un approccio a parametri concentrati si definiscono due modelli dinamici, il primo a due gradi di libertà e il secondo a tre gradi di libertà. Step successivo è l'implementazione in Ambiente Simulink secondo due approcci: un approccio tradizionale, ovvero realizzando i diagrammi a blocchi partendo dalla scrittura delle equazioni differenziali, e un approccio più schematico mediante la libreria Simscape.

Confrontati i due modelli cinghia-pulegge con queste due metodologie di simulazione, il modello CAD del Robot viene importato su Simulink e collegato alle tre trasmissioni (una per ogni pattino). Si effettua dapprima un'analisi preliminare di tutto il modello, ricavando la coppia massima e il numero di giri in base ai segnali di accelerazione angolare massima sulle pulegge motrici.

Scelti gli attuatori da un datasheet aziendale, si definisce un modello Simscape unico includendo i motori passo-passo con i propri controlli e driver per valutarne nuovamente il grado di precisione della macchina, essendo un sistema di controllo ad anello aperto.

# Indice dei contenuti

<b>SINTESI.....</b>	<b>III</b>
<b>INDICE DEI CONTENUTI .....</b>	<b>V</b>
<b>INDICE DELLE FIGURE.....</b>	<b>ERRORE. IL SEGNALIBRO NON È DEFINITO.</b>
<b>INDICE DELLE TABELLE..</b>	<b>ERRORE. IL SEGNALIBRO NON È DEFINITO.</b>
<b>1 CAPITOLO ASPETTI TEORICI RELATIVI ALL’ADDITIVE</b>	
<b>MANUFACTURING .....</b>	<b>9</b>
1.1 ADDITIVE MANUFACTURING E INDUSTRIA 4.0.....	11
1.2 VANTAGGI DELLA FABBRICAZIONE ADDITIVA .....	14
1.3 TECNOLOGIE DELL’ADDITIVE MANUFACTURING .....	16
1.4 CARATTERISTICHE DEI MATERIALI ESTRUSI .....	25
<b>2 CAPITOLO STAMPA 3D MEDIANTE L’AUSILIO DEL DELTA</b>	
<b>ROBOT .....</b>	<b>28</b>
2.1 STAMPANTI A FILAMENTO.....	28
2.2 SCHEMA ARCHITETTONICO DEL DELTA ROBOT LINEARE .....	33
2.3 MODELLO CAD DELLA MACCHINA .....	36
2.4 STUDIO GEOMETRICO DELLA MACCHINA.....	42
2.4.1 <i>Workspace</i> .....	44
2.5 CINEMATICA DIRETTA ED INVERSA.....	45
2.5.1 <i>Cinematica diretta</i> .....	46
2.5.2 <i>Cinematica inversa</i> .....	49
2.5.3 <i>Matrice Jacobiana</i> .....	49

2.6	MODELLO SIMMECHANICS .....	50
<b>3</b>	<b>CAPITOLO MOTORE PASSO-PASSO.....</b>	<b>55</b>
3.1	PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO .....	56
3.2	TIPOLOGIE DI MOTORI .....	59
3.2.1	<i>Motore a riluttanza variabile</i> .....	59
3.3	MOTORE IBRIDO .....	62
3.4	PILOTAGGIO DEL MOTORE PASSO PASSO.....	65
3.4.1	<i>Motore unipolare</i> .....	66
3.4.2	<i>Motore bipolare</i> .....	67
3.5	COMPORAMENTO MECCANICO .....	68
3.5.1	<i>Perdita di passo</i> .....	68
3.5.2	<i>Condizioni statiche</i> .....	69
3.5.3	<i>Le curve di pull-out e pull-in</i> .....	70
<b>4</b>	<b>CAPITOLO MODELLO TRASMISSIONE.....</b>	<b>73</b>
4.1	SCHEMA E PARAMETRICI FISICI DELLA TRASMISSIONE.....	74
4.2	EQUAZIONE DI LAGRANGE.....	78
4.3	RICHIAMI SULL'ANALISI MODALE, SMORZAMENTO E FUNZIONE DI TRASFERIMENTO.....	78
4.3.1	<i>Funzione di trasferimento</i> .....	81
4.4	PRETENSIONAMENTO DELLA CINGHIA .....	86
4.5	MODELLO A DUE MASSE 2DOF .....	88
4.6	MODELLO A TRE GRADI DI LIBERTÀ 3DOF .....	92
4.6.1	<i>Modello a tre masse con posizione assoluta e smorzamento</i> .....	93
4.7	MODELLO TRASMISSIONE: IMPLEMENTAZIONE SU MATLAB SIMULINK .....	96
4.8	CALCOLO DELLE FREQUENZE NATURALI NELL'INTORNO DI UNA DETERMINATA POSIZIONE DEL CARRELLO .....	100
<b>5</b>	<b>CAPITOLO LIBRERIA SIMSCAPE.....</b>	<b>103</b>
5.1	DOMINI FISICI E LIBRARIE IN SIMSCAPE.....	104
5.2	PRINCIPI E REGOLE GENERALI DI SIMSCAPE .....	106

5.3	BLOCCHI SIMSCAPE DELLA TRASMISSIONE .....	111
5.3.1	<i>Dominio di Traslazione</i> .....	111
5.3.2	<i>Dominio di Rotazione meccanica</i> .....	115
5.3.3	<i>Dominio elettrico</i> .....	117
5.3.4	<i>Multidomini fisici</i> .....	120
5.4	MODELLI DEL MECCANISMO SU SIMSCAPE.....	123
5.4.1	<i>Modello a due gradi di libertà</i> .....	123
5.4.2	<i>Modello a tre gradi di libertà</i> .....	126
5.4.3	<i>Attuazione</i> .....	127
<b>6</b>	<b>CAPITOLO CINEMATICA E DINAMICA DELLA MACCHINA</b>	<b>133</b>
6.1	ANALISI PRELIMINARE DEL SISTEMA: INPUT DI ACCELERAZIONE .....	135
6.1.1	<i>Condizioni statiche</i> .....	140
6.1.2	<i>Condizione dinamica di massima accelerazione e scelta dei motori</i>	142
6.2	MODELLO SIMSCAPE - SIMMECHANICS - SIMULINK: INPUT DI NUMERO DI IMPULSI AL SECONDO.....	147
6.3	RISULTATI.....	151
6.3.1	<i>Traiettoria circolare, <math>v=200</math> mm/s</i> .....	151
6.3.2	<i>Traiettoria circolare, <math>v=100</math> mm/s</i> .....	159
6.3.3	<i>Traiettoria di Lissajous, <math>v=170</math> mm/s</i> .....	164
6.3.4	<i>Traiettoria di Lissajous, <math>v=40</math> mm/s</i> .....	169
6.4	CONCLUSIONI .....	173
<b>7</b>	<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>174</b>



# 1 CAPITOLO

## ASPETTI TEORICI RELATIVI ALL'ADDITIVE MANUFACTURING

Le tecniche e tecnologie di fabbricazione utilizzate per la realizzazione di prodotti senza l'utilizzo di fondere i materiali in stampi, né plasmando una forma grezza, prendono il nome di “Additive Manufacturing”.

Rispetto ai processi meccanici tradizionali, in Additive Manufacturing vengono impiegati appositi macchinari (parte fisica) e un software che, attraverso un sistema di addizione e sottrazione (modello additivo e sottrattivo) di solidi, produce gli oggetti desiderati secondo una serie di layers una sopra l'altro.

Nel presente lavoro, si terrà in considerazione solamente il primo dei modelli precedentemente citati, ovvero quello additivo, il più noto e conforme alla fabbricazione, appunto, additiva.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Enzo Maria Tripodi, digital revolution. 5 lezioni per la riqualificazione delle imprese italiane



Figura 1.1

E' curioso sapere che questa tecnologia, portata in auge solo con l'industria 4.0, è stata brevettata nel lontano 1986 da Chuck Hull, ingegnere oggi presidente della 3D Systems, che ha introdotto per la prima volta il concetto di "stereolithography": gli oggetti solidi vengono realizzati mediante strati induriti di polimero fotosensibile colpito da luce ultravioletta, i quali addensandosi dall'alto verso il basso generano l'elemento nella scala desiderata.

Hull descrisse nel suo brevetto che, una luce ultravioletta focalizzata su una superficie di polimero liquido in una vasca e mossa da un computer, disegna ogni strato dell'oggetto su tale superficie che indurendosi si polimerizza<sup>2</sup>. Il problema di tale procedura erano i tempi ed i costi elevati.

Sono passati svariati anni affinché tale scoperta potesse essere veramente applicabile e potenzialmente competitiva e quindi rivelarsi appetibile anche nel campo industriale

---

<sup>2</sup> [wikipedia.org/wiki/Chuck\\_Hull](https://wikipedia.org/wiki/Chuck_Hull)

in cui la produzione in serie richiede che i prodotti siano realizzabili velocemente e a basso costo.

Si spiegherà in seguito come la tecnologia odierna sia impiegabile anche per prodotti unici grazie alla sua reversibilità.

Alla luce di ciò, in questa prima parte dell'elaborato saranno introdotti i vantaggi correlati alla fabbricazione additiva e saranno analizzate le principali metodiche della stessa soffermandosi nel dettaglio sulla stampa 3d analizzando per quest'ultima tutte le fasi del processo.

## **1.1 Additive manufacturing e Industria 4.0**

Chiariamo a questo punto quali sono gli aspetti essenziali introdotti dalla “quarta rivoluzione industriale”, detta anche industria 4.0, di cui fa parte, tra le principali tecnologie anche l'Additive Manufacturing.

Innanzitutto, occorre partire dal fatto che l'Industria 4.0 si muove tra evoluzione e convergenza, punti cardine su cui la smart factory o azienda intelligente trova le sue fondamenta e il suo potenziale di crescita.

Questa evoluzione si collega alle innovazioni, alle migliorie tecnologiche e alle tecnologie abilitanti proiettandola come una rivoluzione volta al divenire e al progresso.

L'Industria 4.0 può essere vista come l'insieme di tecnologie digitali ed innovative che consentono la cooperazione delle risorse sia internamente che esternamente all'ambito aziendale, in quanto la triplice convergenza su cui è basata (innovazione, regolazione e concorrenza) è legata all'aspetto di cooperazione industriale e multisettoriale che la caratterizza. Dai processi intelligenti scaturiscono dei prodotti intelligenti che forniscono informazioni sia al produttore che all'utilizzatore, si pensi ad esempio a macchine utensili che trasferiscono informazioni sulla qualità del lavoro.

La triplice convergenza dell'industria 4.0 basatasi su innovazione, regolazione e concorrenza è legata all'aspetto di cooperazione industriale e multisettoriale che caratterizza la stessa, in cui anche mondi apparentemente contrapposti si coordinano per ottimizzare la produzione.

Dai processi intelligenti scaturiscono dei prodotti che forniscono informazioni sia al produttore che all'utilizzatore: si pensi ad esempio a macchine utensili che trasferiscono informazioni sulla qualità del lavoro.

Proprio sulla proporzionalità diretta che mette in relazione processi e prodotti smart si annida il concetto di creazione di valore, con l'Industria 4.0 i benefici sono visibili sia a livello aziendale che a livello extra aziendale per il singolo cittadino.

Le tecnologie abilitanti che hanno permesso lo sviluppo dell'industria 4.0 stanno portando, e per molte realtà hanno già portato, a una rivoluzione che fa riferimento in modo crescente a molteplici comparti (medicina, industria, istruzione, etc.) che si coordinano ed interagiscono tra loro. Ogni comparto tecnologico, produttivo e di ricerca aumenta in modo dinamico e concreto il proprio grado di digitalizzazione proprio attraverso lo sfruttamento di queste tecnologie sempre più all'avanguardia.

All'interno del settore industriale saranno messi a disposizione strumenti che porteranno all'ottimizzazione dell'intera linea produttiva.

Le tecnologie innovative saranno inserite all'interno di ogni step di produzione in modo che tali strumenti possano trovarsi sull'intera linea produttiva ottimizzandone ogni fase, dalla lavorazione delle materie prime alla consegna del prodotto finito.

La produzione verrà esercitata a costi ridotti, attraverso una velocità più elevata e schivando perdite economiche che hanno avuto origine da fermi macchina oppure errori, e tutto ciò non inciderà in alcun modo sulla qualità del prodotto che anzi godrà di certificazioni garantite da tecnologie sempre più all'avanguardia.

L'attuale disponibilità è la sempre più frequente divulgazione di determinate tecnologie abilitanti per l'implementazione del concetto di Industry 4.0 nella sua interezza, come ad esempio i sensori miniaturizzati a basso costo, offrono nuovi mezzi tecnologici e di collegamento delle risorse manifatturiere che offrono nuova linfa e

maggior potenzialità al trend di adozione delle tecnologie informatiche e di rinnovamento dei modelli di business che è già in corso.

Non si può parlare di evoluzione e rivoluzione industriale senza tener conto delle tecnologie abilitanti. Per abbracciare e mirare alle prospettive di crescita future, all'interno dei singoli paesi è necessario eseguire una disamina delle potenzialità interne delle aziende che insistono nell'area e come le stesse possano essere incentivate adeguatamente, domandarsi quali siano le problematiche delle organizzazioni aziendali e in che modo l'Industria 4.0 può partecipare alla risoluzione delle stesse aziende.

Questo percorso deve essere tracciato individuando in modo preciso quello che attualmente non c'è all'interno degli svariati ambiti tecnologici rispetto allo stato dell'arte per giungere all'implementazione del paradigma nel suo complesso e per cogliere di conseguenza i vantaggi traguadati. Perciò è essenziale addentrarsi nell'analisi dei sotto-ambiti tecnologici che partecipano all'implementazione di Industria 4.0.

Chiarito cosa si intende per industria 4.0 e come nella stessa sia fondamentale l'implementazione delle nuove tecnologie abilitanti occorre comprendere quel è il ruolo della fabbricazione additiva all'interno di tale scenario.

Se in generale l'industria 4.0 implica un concetto di rivoluzione, è vero nel dettaglio che tale tecnologia è quella più innovativa per un duplice aspetto: il primo è quello relativo al sistema operativo su cui si basa la stessa. Si parla infatti di sistema additivo, contrariamente a quanto siamo abituati generalmente, quando gli oggetti vengono generati per detrazione di materiale in eccesso, ad esempio da uno stampo realizzato ad hoc.

Il secondo aspetto che rende unica tale tipologia di fabbricazione è quello legato alle peculiarità dell'oggetto prodotto che in tal caso costituisce un unico componente che non richiederà pertanto fasi di assemblaggio dei sottocomponenti. Come è evidente quindi, la stampa 3d consente di approcciarsi ad un modo del tutto unico e innovativo di produzione che è in stato di avviamento e che sicuramente nel prossimo futuro sarà in grado di abbracciare innumerevoli settori.

## 1.2 Vantaggi della fabbricazione additiva

La Fabbricazione Additiva presenta numerosi vantaggi legati alle innovazioni insite nel sistema produttivo.

Di seguito si approfondiranno quelli che sono gli aspetti più vantaggiosi, che possono essere così classificati:

- Processo innovativo
- Riduzione materie prime
- Efficienza logistica
- Vantaggi per i fruitori

Il primo punto di forza della produzione additiva riguarda l'innovazione del processo, completamente diversa da quella ordinaria di fabbricazione del bene da realizzare. Poiché per la riproduzione di un oggetto viene sfruttato un file di disegno CAD lo stesso oggetto può essere duplicato senza l'ausilio di altre tecniche esterne o il ricorso a manufatti ad hoc. Per cui, con un relativo utilizzo inferiore di risorse è possibile riprodurre un oggetto anche unico nel suo genere. Da questo aspetto è immediatamente possibile cogliere la flessibilità del processo il quale di fatto si adatta a una grande famiglia di esigenze capace di soddisfare la realizzazione di forme differenti e di poter modificare le stesse di volta in volta anche nel corso della produzione. In pratica mediante la fabbricazione additiva possono essere apportate delle modifiche al bene realizzato in ogni fase della generazione dello stesso.

Nell'ottica attuale di produzione sostenibile ed efficiente questo è un elemento molto importante. Oggi si parla in ogni ambito di quello che è l'aspettativa del ciclo di vita dei prodotti o Life Cycle Perspective. La metodologia LCA (acronimo di Life Cycle Assessment) è un "procedimento oggettivo di valutazione di carichi energetici ed ambientali relativi ad un processo o un'attività, effettuato attraverso l'identificazione dell'energia e dei materiali usati e dei rifiuti rilasciati nell'ambiente. La valutazione include l'intero ciclo di vita del processo o attività, comprendendo l'estrazione e il

trattamento delle materie prime, la fabbricazione, il trasporto, la distribuzione, il riuso, il riciclo e lo smaltimento finale”<sup>3</sup>.

Se da un lato nelle tecniche di produzione additiva è possibile tenere bene sotto controllo risorse impiegate e sottoprodotti della produzione, dall’altro è doveroso precisare che i materiali impiegati per la produzione degli oggetti è molto diversa a seconda di quello che si intende realizzare.

Per le plastiche ad esempio le stesse devono essere utilizzate come polveri, resine o filamenti richiedendo quindi delle lavorazioni preliminari in taluni casi anche costose ed impattanti. Anche per le lavorazioni di metalli occorre prima ridurre questi in polveri. Per cui se da un lato c’è il vantaggio di utilizzare solo il materiale strettamente necessario dall’altro c’è il problema relativo al dispendio di risorse necessarie ad ottenere la materia prima, operazioni che spesso sono molto onerose.

Un altro aspetto correlato all’ottimizzazione delle risorse e delle materie prime occorrenti è quello che l’Additive Manufacturing non richiede particolari scorte di magazzino, poiché eventuali elementi di ricambio non sono necessari in quanto gli stessi possono essere prodotti al momento direttamente mediante il dispositivo di produzione additiva riducendo inoltre gli spazi dedicati allo stoccaggio di materiali.

Inoltre le metodiche di questa tecnologia consentono di registrare un’ottimizzazione della logistica dato che alcune fasi della catena produttiva del bene possono essere completamente bypassate. Si pensi a tal proposito a come nella manifattura additiva non occorra ad esempio trasferire i materiali al luogo di produzione, né tantomeno occorre smaltire i residui della produzione. Questo si traduce indirettamente in una riduzione dei costi di trasporto e dei costi di smaltimento e o trattamento dei residui, oltre che questo generare impatti sicuramente positivi sull’ambiente, tematica ormai attuale in ogni ambito produttivo.

Altro aspetto centrale è quello relativo alla soddisfazione della clientela la quale è altamente motivata ad acquistare tali dispositivi poiché in tal modo riesce

---

<sup>3</sup> SETAC. (1993). A Conceptual Framework for Life Cycle Assessment, workshop record, Sandestin, Florida, February 1992

autonomamente a generare elementi risultato di idee personali. Proprio grazie a quanto fatto ad oggi per ottimizzare i processi additivi e ridurre i costi le stampanti 3d probabilmente nel prossimo futuro saranno davvero alla portata di tutti.

E' importante precisare che questa tecnologia porta anche con sé dei punti di debolezza alcuni specifici della stessa altri comuni anche ad altre tecnologie abilitanti in ambito 4.0.

La limitazione tipica di questa tecnologia, soprattutto nelle stampanti 3d, è relativa alle dimensioni degli elementi che si possono riprodurre in quanto gli stessi generalmente non possono avere dimensioni molto grandi poiché sono sempre vincolati alle dimensioni della macchina impiegata. La limitazione comune alle altre tecnologie abilitanti è invece principalmente relativa all'incapacità di gestire i dati in modo sicuro in quanto spesso essendo tutti i sistemi di produzione connessi risulta complesso tutelare alcuni dati sensibili.

### 1.3 Tecnologie dell'Additive Manufacturing

In Additive Manufacturing la prima fase del processo è composta da due passaggi: il progetto CAD rappresenta la fase iniziale, in cui viene generato un file STL o AMF ("Additive Manufacturing File"). Il file viene processato con un secondo software *SLICER*, che converte il modello in una serie di piani 2-D e restituisce un file G-code contenente le istruzioni per il controllo numerico della macchina. In altre parole lo *licer* è un ponte tra modello CAD e macchina<sup>4</sup>.

Le tecniche di produzione additiva cambiano a seconda di quelli che sono i materiali impiegati e nel modo in cui gli stessi si stratificano l'uno sull'altro.

---

<sup>4</sup> [www.3dnatives.com/en/top-10-slicer-software-200520194/](http://www.3dnatives.com/en/top-10-slicer-software-200520194/)

Esistono oggi diverse tecnologie per la realizzazione del prodotto con AM. Tuttavia in questo lavoro si analizzano brevemente le principali tecnologie al giorno d'oggi che si andranno di seguito a descrivere sono<sup>5</sup>:

- Fotopolimerizzazione
  - Digital Light Processing (DLP)
  - Stereolitography (SLA)
  
- Powder Bed Fusion
  - Selective Laser Sintering (SLS)
  - Selective Laser Melting (SLM)
  - Selective Heat Sintering (SHS)
  
- Sheet Lamination

Laminated Object Manufacturing (LOM) Selective Laser

- Materiale estruso
  - Fused Deposition Modeling (FDM)

### **1.3.1 Fotopolimerizzazione**

La tecnologia di fotopolimerizzazione nell'AM sfrutta la capacità di alcune foto resine che solidificano quando sono esposte a fasci di luce specifici.

---

<sup>5</sup> Federico Frattini, 3D Printing: analisi della tecnologia e studio delle potenzialità del mercato, 2016

Nel processo Digital Light Processing (DLP) una vaschetta, contenente fotopolimero liquido, si trova al di sopra di un video-proiettore, che proietta la sezione trasversale di un singolo layer attraverso il fondo trasparente. Quando il layer solidifica la piattaforma su cui appoggia la parte solidificata viene sollevata di una piccola quantità e si ripete la stessa procedura di solidificazione sul fondo della vaschetta per ogni sezione trasversale fino al completamento dell'oggetto.

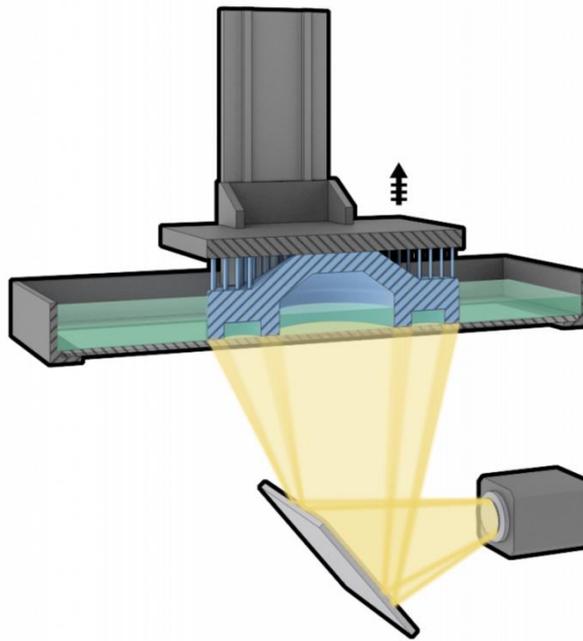


Figura 1.2

Processo simile, più lento ma decisamente accurato è la stereolitografia (SLA). La fonte di luce UV è un raggio laser e la resina liquida viene polimerizzata punto per punto per formare linee solide e di conseguenza un singolo layer.

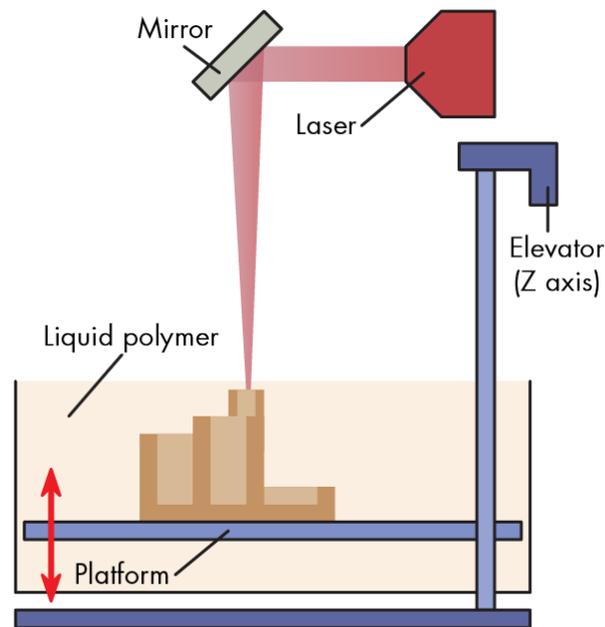


Figura 1.3

I livelli di tolleranza che si raggiungono sono dell'ordine dei 25 e 100  $\mu\text{m}$ , le aree di stampa sono limitate e le velocità di processo sono basse

### 1.3.2 Powder Bed Fusion ( Fusione di materiali in granuli)

Il metodo più noto di questa famiglia è lo Selective Laser Seling (SLS): l'oggetto è prodotto spalmando singoli strati su un fondo, livellando il materiale, tipicamente nylon, mediante l'uso di un rullo e sintetizzato con un laser, che traccia una sezione bidimensionale su un piano. Completato lo strato, la piattaforma sulla quale appoggia viene abbassata con un pistone, viene immesso altro materiale che subisce lo stesso processo di lavorazione e il procedimento si ripete fino al completamento del prodotto. Quando l'oggetto è completo occorre rimuovere tutte le parti di materiale in eccesso. Tale metodica non richiede supporti.

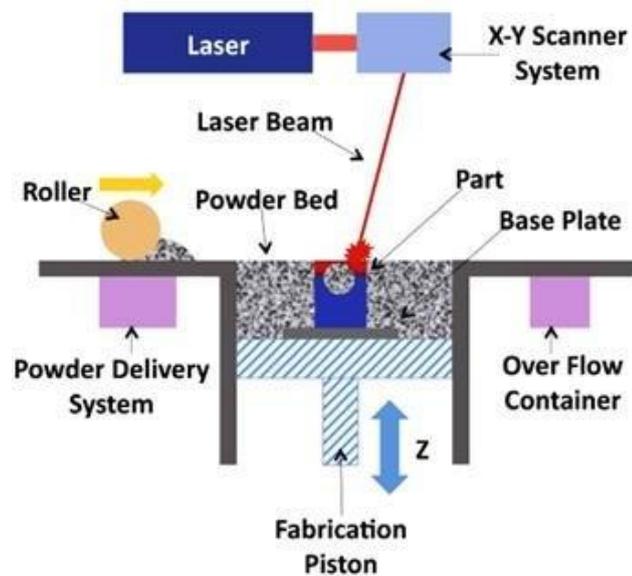


Figura 1.4

Nel processo Selective Laser Melting (SLM), le materie prime sono delle polveri metalliche integrali e cioè non contenenti materiali a basso punto di fusione. Per scongiurare che gli stessi materiali si ossidino devono essere trattati in presenza di atmosfera inerte. In tal caso il laser è ad alta intensità per cui si ottengono materiali simili a quelli tipici della produzione in serie.

Ancora vi è l'Electron Beam Melting (EBM) un metodo del tutto simile al SLM in cui viene impiegato un fascio di calore più potente del laser per cui non si generano ossidi metallici nelle polveri. Con questa metodica si fondono materiali con alta temperatura di fusione per cui si generano oggetti ad alta densità e resistenza.

### 1.3.3 Struttura laminare

I metodi di fabbricazione additiva basati sul processo di laminazione o noti come il Laminated Object Manufacturing (LOM) consentono di laminare e far sedimentare congiuntamente fogli della materia (metallo o plastica) prima che vengono assemblati

mediante una colla al diossido di carbonio. I fogli vengono messi in posizione sul piano di lavoro mediante un meccanismo che funziona per trascinamento, poi un rullo caldo incolla lo strato su un supporto. Successivamente un laser taglia i bordi, la base scende e la procedura si ripete in modo stratificato. Figlio di tale sistema è il Selective Deposition Lamination (SDL) in cui la colla non è disposta, come nel caso precedente, in modo uniforme ma in maggiore concentrazione al centro e minore via via nella periferia dell'oggetto. In tal modo tutta la procedura è più semplice in quanto è più rapida e le eventuali modifiche sono più immediate.

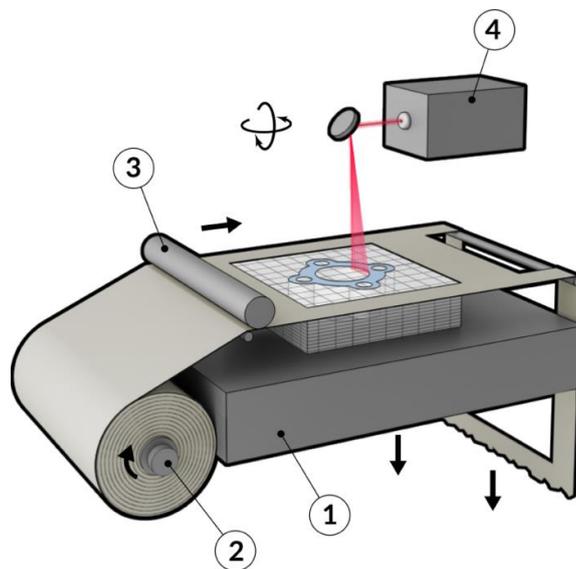


Figura 1.5

### 1.3.4 Fused Deposition Modeling

Il metodo ad estrusione o Fused Deposition Modeling (FDM) è la tecnologia maggiormente utilizzata al giorno d'oggi visto i bassi costi sia per la macchina che per il materiale da estrudere. Le macchine che appartengono a questa tecnologia sono nel gergo commerciale le vere stampanti 3D

Nato nel 1988 per opera di Scott Crump, iniziatore della casa produttrice di stampanti 3D Stratasys e decaduto il brevetto della tecnologia, nacque una più economica tecnica di stampa Fused Filament Fabrication (FFF)<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup> Guida alle stampanti 3D - S.Cosimi

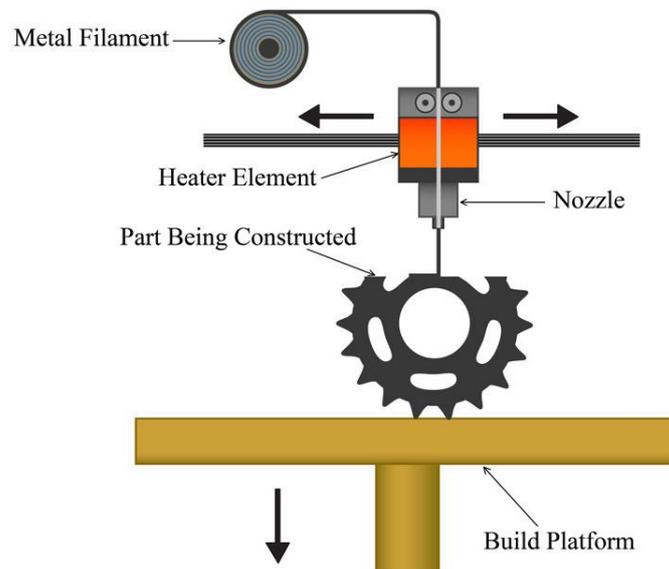


Figura 1.6

Il metodo di lavoro di FDM ed FFF è rimasto lo stesso: si impiega un filamento plastico, di cera o un filo metallico che viene srotolato da una bobina che rifornisce il materiale a un ugello di estrusione, lo stesso che rilascia gli strati di materiale e costituisce i piani dell'oggetto. Poiché il materiale per essere lavorato deve essere portato a fusione, l'ugello è riscaldato mediante dei radiatori che assicurano una temperatura del materiale superiore al suo punto di fusione. Elaborato il codice dallo slicer, la macchina esegue una procedura di posizionamento iniziale del carrello in un punto di riferimento, essendo un sistema di controllo ad anello aperto (senza un segnale di retroazione). Successivamente il materiale viene estruso in sottilissimi filamenti con una dimensione che dipende dal diametro di uscita dell'ugello e viene depositato sul basamento di lavoro, caratterizzata da una minore temperatura in modo da garantire l'immediata solidificazione e un indurimento rapido dello stesso. Un' applicazione aggiuntiva per il raffreddamento è l'inserimento di ventole sulla testa dell'estrusore

per evitare che lo strato sotto a quello appena depositato ammorbidisca e evitare quindi deformazioni dell'oggetto.

Normalmente le macchine per queste tipologie di processo sono composte da

- Estrusore. Il filamento di materiale viene calibrato sull'estrusore e lasciato scorrere da un motore installato per raggiungere la zona riscaldata dai radiatori e essere fuso secondo un preciso diametro. La temperatura del radiatore deve essere mantenuta costante



Figura 1.7

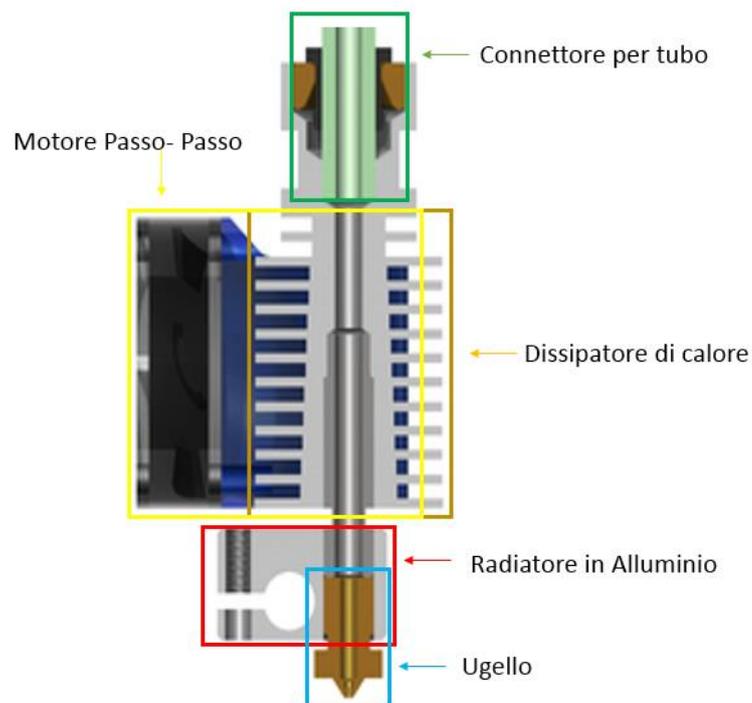


Figura 1.8

- Trasmissione per tiraggio del filamento. Il filamento viene movimentato da un meccanismo composto da due ruote dentate e azionato da un motore passo passo, normalmente installato sopra la parte del radiatore o direttamente sopra il dissipatore come nella seguente figura. La pressione tra filamento e ruote dentate viene regolata grazie ad una molla caricata con una vite.

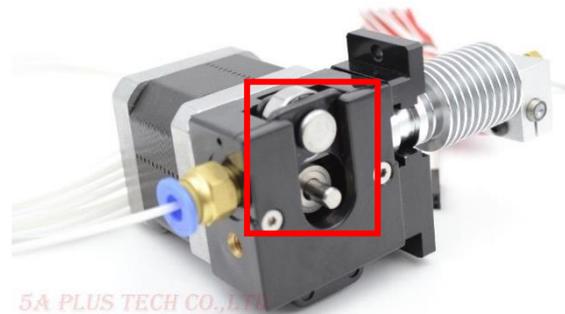


Figura 1.9

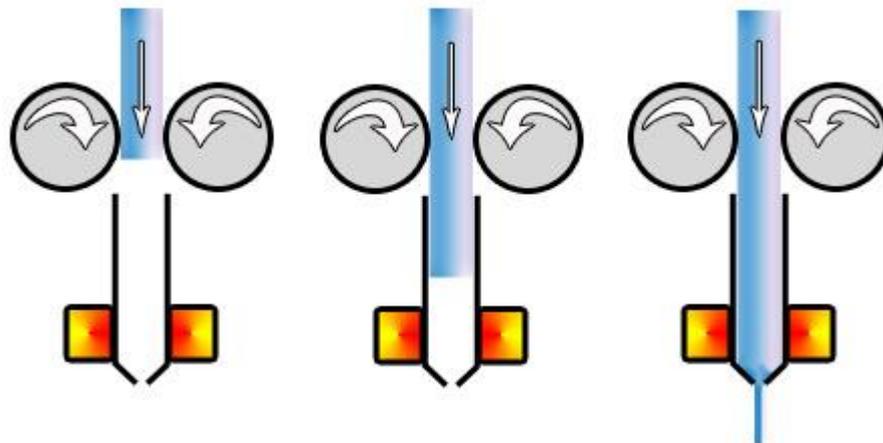


Figura 1.10

Altre strumentazioni a bordo macchina sono

- Motori passo-passo NEMA 17 o NEMA 23. Sono installati su queste macchine 3 motori step per il controllo in direzione x,y,z. La scelta dei motori dipende dai carichi sui carrelli
- Microcontrollore e Driver dei motori

- Trasmissione a cinghia o vite a ricircolo di sfere per trasmettere il moto dai motori ai carrelli
- Alimentazione
- Finecorsa per procedura di posizionamento

L'estrusore della stampante è alimentato con appositi bastoncini soggetti a scivolamento, invece che da un filamento circolare. Tra i vantaggi di questa variante vi è innanzitutto il fatto che i bastoncini consentono di garantire un dosaggio ottimale del fuso inoltre i bastoncini possono generare oggetti con colorazione differente.

Lo Smooth Curvature Printing (SCP) è ancora un'altra variante all'FDM che sfrutta un algoritmo il quale elimina le creste di superficie che si manifestano nel corso della stampa tradizionale. Questo sistema garantisce la fluidità del movimento facendo sì che la produzione di superfici curve sia ottimale.

## 1.4 Caratteristiche dei Materiali Estrusi

Per quanto riguarda l'aspetto del prodotto finito, le tre caratteristiche fondamentali per la scelta della stampante sono:

- Precisione: misura il grado di scostamento tra il file CAD e l'oggetto reale, espresso in mm o micron
- Risoluzione: il più piccolo spostamento che la macchina è in grado di compiere, espresso in mm
- Tolleranze

Altri parametri come la temperatura ambiente, la riduzione del materiale e la direzione in cui l'oggetto è stampato cambia considerevolmente la qualità del manufatto.

A livello progettuale della macchina uno dei parametri che bisogna tenere in considerazione, specialmente nelle stampanti FDM, è il materiale da estrarre. Nelle maggior parte delle applicazioni i materiali scelti sono il PLA e l'ABS, Nylon (puro o combinato con fibre di vetro e carbonio) e metalli. A catalogo per questi materiali sono associate determinate proprietà come la massima velocità di stampa dell'estrusore, il diametro di ugello da utilizzare, la temperatura di estrusione all'uscita dell'ugello, la

bed temperature (temperatura del piano di appoggio) e proprietà fisiche termodinamiche come la temperatura di transizione vetrosa o di rammollimento.

Di seguito si catalogano diversi materiali secondo le caratteristiche di velocità di stampa e temperatura di estrusione

<i>Materiale</i>	<i>Nome</i>	<i>Massima Velocità di Stampa</i>	<i>Temperatura di Estrusione</i>
<i>PLA</i>	<i>Acido Polilattico</i>	$10 - 90 \frac{mm}{s}$	<i>200 -230 °C</i>
<i>ABS</i>	<i>Acrilonitrile-Butadiene-Stirene</i>	$10 - 90 \frac{mm}{s}$	<i>230 °C</i>
<i>Carbon fiber PLA</i>	<i>PLA con Fibra di Carbonio (15%)</i>	$10 - 70 \frac{mm}{s}$	<i>190°C -220°C<sup>7</sup></i>
<i>Carbon Fiber Nylon</i>	<i>Nylon con Fibra di Carbonio</i>	$10 - 80 \frac{mm}{s}$	<i>240-270 °C</i>
<i>Nylon</i>		$30 - 60 \frac{mm}{s}$	<i>220-265 °C (dipende dal tipo di Nylon)</i>
<i>ASA</i>	<i>Acrilo-nitrile-stirene-acrilato</i>	$50 - 90 \frac{mm}{s}$	<i>220-245 °C</i>
<i>PET</i>	<i>Polietilene tereftalato</i>	$30 - 80 \frac{mm}{s}$	<i>160°C - 210°C<sup>8</sup></i>
<i>PVA</i>	<i>Alcol Polivinilico</i>	$< 25 \frac{mm}{s}$	<i>215°C - 225°C</i>
<i>HDPE</i>	<i>Polietilene ad alta densità</i>	$70 - 90 \frac{mm}{s}$	<i>Max 180°C</i>
<i>PETG</i>	<i>Copoliestere di polietilene tereftalato trasparente</i>	$40 - 150 \frac{mm}{s}$	<i>220 -240 °C</i>

<sup>7</sup> [www.3dxtech.com/carbonx-carbon-fiber-pla-3d-printing-filament-1/](http://www.3dxtech.com/carbonx-carbon-fiber-pla-3d-printing-filament-1/)

<sup>8</sup> [www.allthat3d.com/pet-filament/](http://www.allthat3d.com/pet-filament/)

<i>HIPS</i>	<i>Poliestirene ad alto impatto</i>	$40 - 70 \frac{mm}{s}$	$220-240^{\circ}C^9$
<i>Wood fiber</i>	<i>Fibra di Legno</i>	$50 - 80 \frac{mm}{s}$	$220-240^{\circ}C$
<i>PloyMax PLA</i>		$40 - 120 \frac{mm}{s}$	$190-230^{\circ}C$
<i>PP</i>	<i>Polipropilene</i>	$30 - 60 \frac{mm}{s}$	$230-260^{\circ}C$
<i>TPE</i>	<i>Gomme termoplastiche</i>	$40 - 50 \frac{mm}{s}$	
<i>TPU</i>	<i>Poliuretano termoplastico</i>	$20 - 60 \frac{mm}{s}$	$220-250^{\circ}C$
<i>PC</i>	<i>Policarbonato</i>	$30 - 60 \frac{mm}{s}$	

Specifications	PRINT SETTINGS	MECHANICAL PROPERTIES	THERMAL PROPERTIES
Packaging	Nozzle Temperature: 190°C – 230°C	Young's Modulus: 1879 ± 109 Mpa	Glass Transition Temperature: 61°C
Technologies	Printing Speed: 40mm/s – 60mm/s	Tensile Strength: 28.1 ± 1.3 Mpa	Vicat Softening Temperature: 62°C
	Bed Temperature: 25°C – 60°C	Bending Strength: 48.0 ± 1.9 Mpa	Melting Temperature: 149°C
	Bed Surface: Glass with glue, Blue Tape, BuilTak®	Charpy Impact Strength: 12.2 ± 1.03 kJ/m2	
	Cooling Fan: ON		
	Based on 0.4 mm nozzle and Simplify 3D v.3.1. Printing conditions may vary with different printers and nozzle diameters		

Figura 1.11: Proprietà Materiale per stampante FDM

<sup>9</sup> [all3dp.com/2/hips-filament-explained-and-compared/](https://all3dp.com/2/hips-filament-explained-and-compared/)

## 2 CAPITOLO

# STAMPA 3D MEDIANTE L'AUSILIO DEL DELTA ROBOT

### 2.1 Stampanti a filamento

Introdotta le diverse tecnologie di fabbricazione additiva, tra questa ci si sofferma sulla stampa 3d FDM ed in particolare su una specifica strumentazione, ovvero quella relativa ai Delta Robot. Prima di approfondire tale tematica è utile però accennare almeno a grandi linee tutte le principali tipologie di stampanti FDM al fine di comprenderne la differenza con questa particolare macchina.

Si distinguono, in base al cinematismo e alla struttura, diverse stampanti 3d a filamento<sup>10</sup>:

- *Stampanti 3d cartesiane*
- *Stampanti 3d polari*
- *Stampanti 3d delta*

Per ogni tipologia le macchine in commercio sono molteplici, ma non ne esiste una migliore in assoluto: ognuna presenta i suoi punti di forza e di debolezza i quali si manifestano in minore o maggiore misura a secondo dell'uso previsto per la stampante.

---

<sup>10</sup> [www.stampa3d-forum.it/differenze-stampanti-3d-cartesiane-delta-polari/](http://www.stampa3d-forum.it/differenze-stampanti-3d-cartesiane-delta-polari/)

I primi due macro gruppi, cartesiane e delta vengono velocemente presentate, per soffermarci in fine sulle stampanti delta, oggetto della presente trattazione.

Le stampanti 3d cartesiane sono le più comuni, la cinematica è caratterizzato dalle tre traslazioni rispetto agli assi X, Y e Z. In commercio le stampanti più economiche con struttura cartesiana hanno tipicamente l'estrusore che si muove lungo gli assi X e Z, mentre la piattaforma di appoggio dell'oggetto scorre sull'asse Y. Un'altra configurazione è data dall'estrusore che percorre l'asse X e Y mentre la base si muove in altezza.

Questa struttura copre l'80 % del mercato grazie ad una maggiore precisione durante la lavorazione con errori minori di spostamenti quando l'estrusore si muove nello spazio.

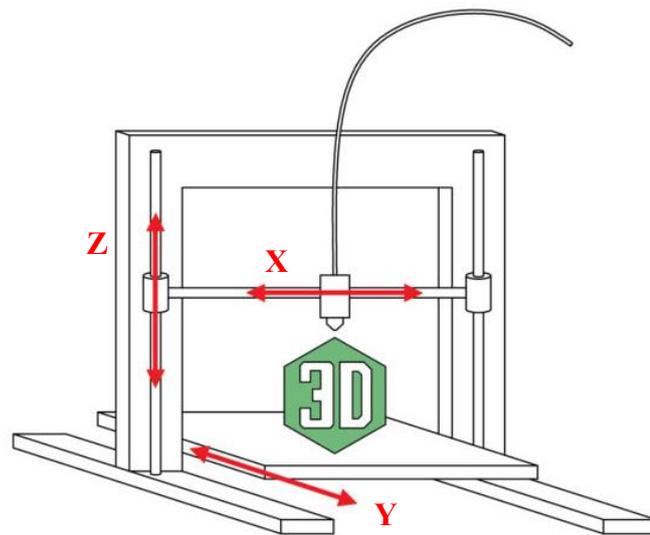


Figura 2.1

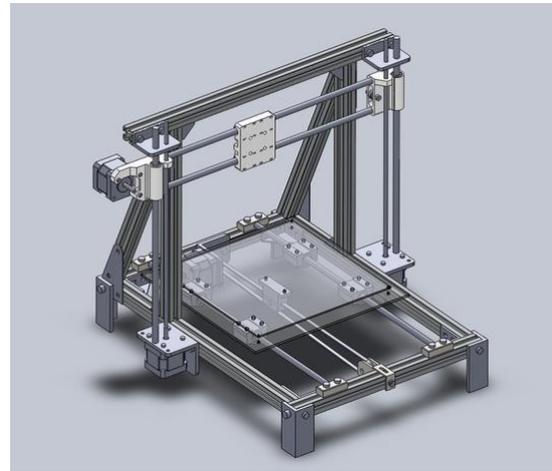
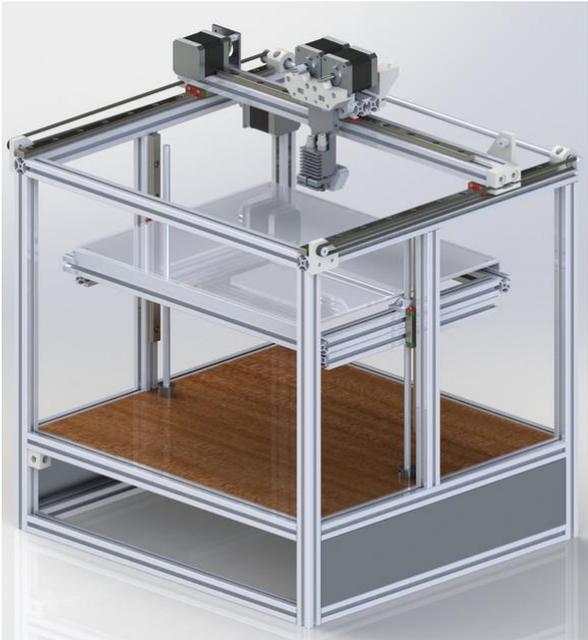


Figura 2.2

Le stampanti polari sono invece caratterizzate da un sistema di coordinate polari, determinando così i punti di lavoro a seconda di una distanza e angolo rispetto ad un punto di riferimento. Nell'immagine sottostante l'estrusore si muove lungo l'asse Z mentre la piattaforma circolare di appoggio ruota intorno al proprio asse e trasla in direzione Y. In questi ultimi anni si è passata anche ad una progettazione di macchina tale per cui la traslazione Y sia controllata direttamente sull'estrusore e la piattaforma possiede solo la rotazione.

Data la geometria, essa occupa meno spazio rispetto a una struttura cartesiana e consente di realizzare oggetti di grandi volumi con sezioni circolari o conici. Tuttavia essendoci ancora poche aziende specializzate sul mercato, non possiedono ancora un livello di affidabilità per la realizzazione del prodotto come le stampanti a struttura cartesiana. La Polar3D è l'azienda di riferimento a livello mondiale per questa stampante.

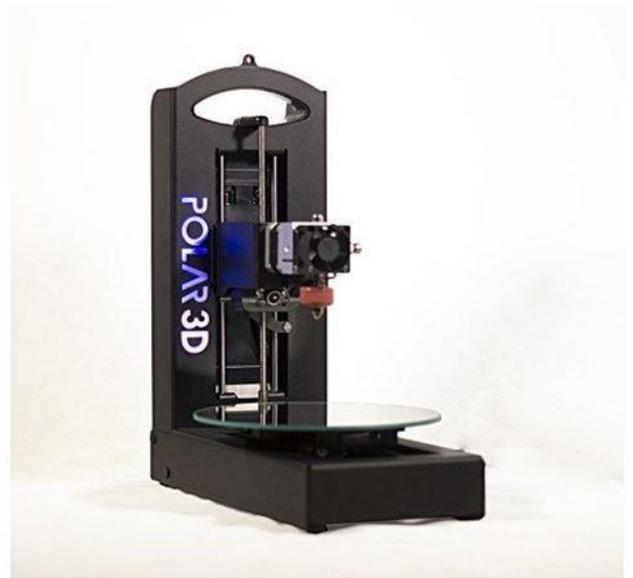
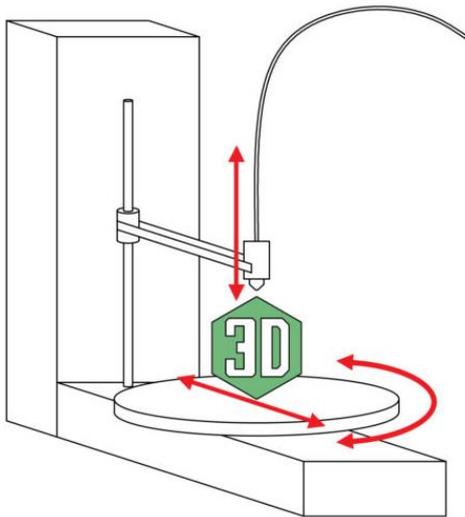


Figura 2.3

Per quanto riguarda i Delta robot, il primo prototipo fu introdotto all'inizio degli anni '80 da un gruppo di ricerca a capo del quale vi era Raymond Clavel. Tale invenzione nasceva con l'obiettivo di movimentare e gestire oggetti in ambito industriale, anche di piccola entità, in modo rapido e con picchi di accelerazioni di  $200 \text{ m/s}^2$ . Successivamente Clavel e il gruppo di ricerca di Losanna svilupparono un robot a cinematica parallela a 4 gradi di libertà con accelerazioni massime di  $500 \text{ m/s}^2$ .

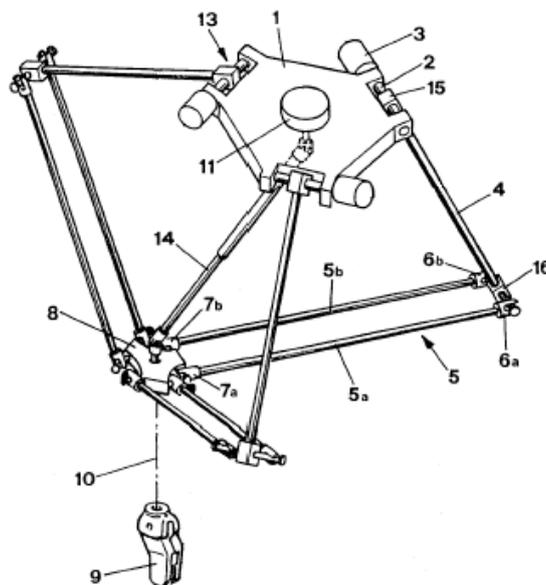


Figura 2.4

La compagnia svizzera Demarex fu la prima nel 1987 a comprare la licenza per impiegare i delta robot per l'industria *packaging*. Successivamente, l'ascesa di questo modello attirò l'attenzione della Demarex delle multinazionali specializzate nei Robot: l'ABB cominciò a produrre il modello Flex Picker Risale mentre Fanuc ha rilasciato evoluzioni di robot Delta, come il FANUC M-1iA e FANUC M-3iA, in base al carico da sollevare col robot.

Di seguito si vedrà come tale tecnologia è stata impiegata nell'ambito della stampa 3d, secondo quali caratteristiche geometriche e in che modo vengono eseguite le modellazioni mediante i Delta Robot che ormai sono impiegati a pieno in questo settore.

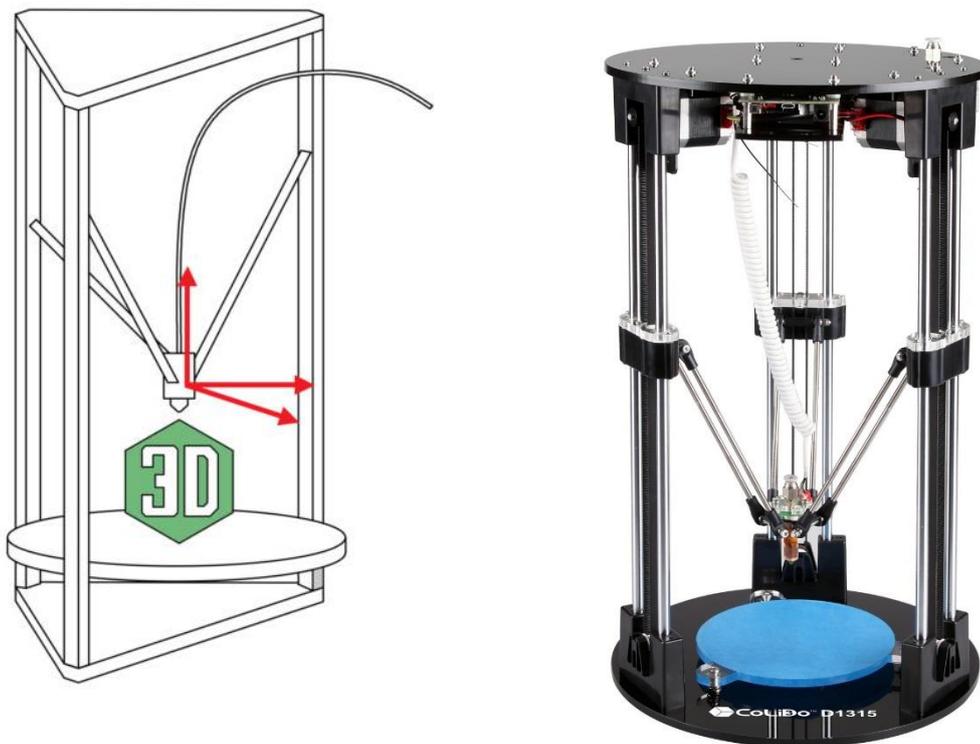


Figura 2.5

Oggi le stampanti 3d delta sono subito riconoscibili per la loro configurazione generalmente con sviluppo principale in altezza e usano il sistema di coordinate cartesiane. Il piano di stampa è generalmente circolare e fermo, mentre l'estrusore è ancorato a tre bracci che scorrono su delle guide verticali definendo quindi il movimento sui tre assi X, Y e Z. Il principale vantaggio delle stampanti 3-D Delta è legato alla loro velocità in quanto le masse in gioco sono esigue, quindi con una velocità di stampa maggiore. I limiti principali sono invece relazionabile all'accuratezza di questa macchina, precisa di più al centro del piano di lavoro che sui bordi esterni, e ai volumi di stampa realizzabili a causa delle aste a cui l'estrusore è collegato, nonostante sia possibile realizzare oggetti con un'altezza maggiore rispetto alle altre due configurazioni.

## 2.2 Schema architettonico del Delta Robot Lineare

Il Delta Robot appartiene alla famiglia dei robot a cinematica parallela, meglio conosciuti in letteratura come PKM (Parallel Kinematic Machine). L'aggettivo *parallelo* è associata per via delle catene cinematiche chiuse della macchina. Generalmente questa categoria di Robot è caratterizzata dall'aver una base fissa, un end effector (o piattaforma mobile) ed una serie di gambe o aste che legano le due piattaforme. Il risultato è un'elevata dinamica, quindi elevate accelerazioni, della parte mobile nello spazio di lavoro e di realizzare percorsi con alte velocità.

Di norma la classificazione dei robot PKM è basata sul tipo di movimento e sul numero di gradi di libertà dello stesso robot. Il numero minimo di gradi libertà per un robot con catena chiusa è 2 mentre il numero di massimo nelle tre dimensioni è 6.

Occorre segnalare che negli schemi architettonici di ogni PKM i giunti sono catalogati secondo la seguente simbologia:

- P: Prismatic Joint. Consente una traslazione in una direzione e blocca 2 traslazioni e le 3 rotazioni
- R: Revolute Joint. Consente solamente la rotazione intorno ad un asse e blocca gli altri 5 gradi di libertà

- S: Spherical Joint. Consente le tre rotazioni del corpo ma blocca le 3 traslazioni
- U: Universal Joint. Combinazione dei giunti presentati

Nelle applicazioni di stampante 3-D si richiede solitamente un robot a 3 gradi di libertà lungo gli assi x, y, z visto che l'asse dell'estrusore deve essere sempre parallelo con la normale della superficie del piano di appoggio del pezzo, bloccando quindi le tre rotazioni nello spazio dell'estrusore stesso<sup>11</sup>. Esistono anche applicazioni con più gradi di libertà, ma sono prevalentemente usati per scopi di ricerca.

A differenza del manipolatore di Claver, il Robot presentato in questa trattazione è identificato commercialmente come *DELTA Robot Linear Parallel* a 3 gradi di libertà. A livello tecnico i motori elettrici, con un meccanismo di trasmissione, trasmettono il moto a delle guide lineari (carrelli), collegate a loro volta all'end effector con delle aste. Ogni carrello ha due aste di identica lunghezza che garantiscono un funzionamento parallelo al piano della stampante.

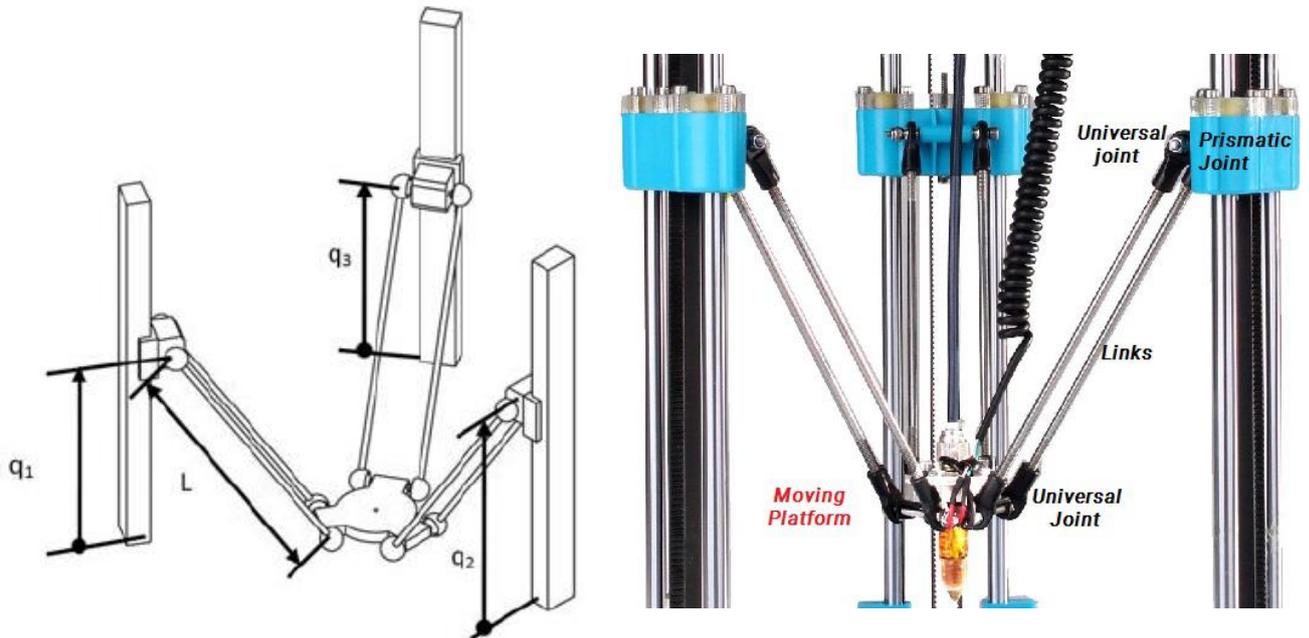


Figura 2.6

<sup>11</sup> [www.hackaday.com/2017/01/19/3d-printer-with-tilted-bed/](http://www.hackaday.com/2017/01/19/3d-printer-with-tilted-bed/)

La figura (2.6) può essere riassunta secondo uno schema semplificato architettonico 3-PUU: ogni coppia di asta può essere sostituita da un'unica asta compresa tra due giunti universali U, mentre le due guide prismatiche di ogni carrello possono essere inglobate in un'unica sola, sempre per ogni carrello. Secondo queste considerazioni la macchina può essere schematizzata in figura (2.7) con

- 3 Carrelli
- 3 Aste
- 1 Piattaforma mobile (estrusore)
- 1 Piattaforma Fissa
- 3 coppie cinematiche elementari prismatiche P
- 6 coppie cinematiche U, ciascuna con due gradi di libertà liberi

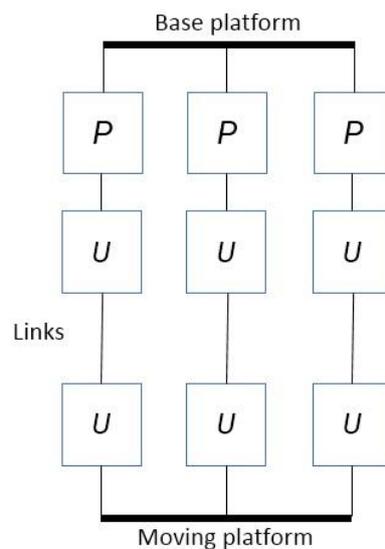


Figura 2.7

Nei robot che lavorano nello spazio è possibile verificare il numero di gradi di libertà *gdl* direttamente dallo schema architettonico di figura 2.7 con la formula di Kutzbach<sup>12</sup>

$$gdl = 6 \cdot (m - 1) - 5 \cdot C_1 - 4C_2 - 3C_3 - 2C_4 - C_5 \quad (2.1)$$

I termini della formula sono:

<sup>12</sup> [https://it.wikipedia.org/wiki/Formula di Kutzbach](https://it.wikipedia.org/wiki/Formula_di_Kutzbach)

- $m$ : rappresenta il numero dei membri che costituiscono il sistema. In questo caso specifico 3 aste, 3 carrelli, una base fissa e una mobile per un totale di 8 parti.
- $C_1$ : numero delle coppie cinematiche elementari in cui è permesso un solo grado di libertà. Questo termine è pari a tre poiché le guide prismatiche sono 3 (una per ogni carrello)
- $C_2$ : numero delle coppie cinematiche di grado II in cui sono permessi due gradi di libertà. Ogni giunto universale della macchina in analisi permette due rotazioni e quindi sono permessi due gradi di libertà. In questa applicazione  $C_2$  vale 6

I termini  $C_3$ ,  $C_4$  e  $C_5$  sono rispettivamente le coppie cinematiche di grado III, IV e V in cui non sono presenti.

Definiti i vari termini, è possibile calcolare i gradi di libertà della macchina:

$$gld = 6 \cdot (m - 1) - 5C_1 - 4C_2 - 3C_3 - 2C_4 - C_5 = 6 \cdot (8 - 1) - 5 \cdot 3 - 4 \cdot 6 = 3$$

## 2.3 Modello CAD della Macchina

Presentati i principali componenti principali, si illustrano alcune immagini con notazioni dei componenti del Modello CAD realizzato con Solidworks per spiegare successivamente le limitazioni di tale macchina.

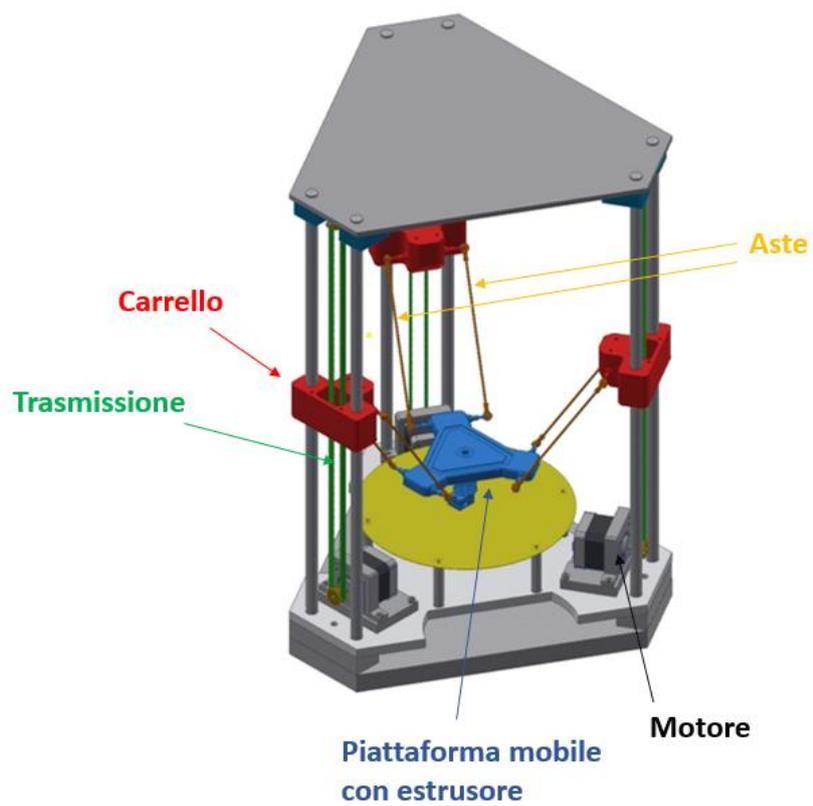


Figura 2.8

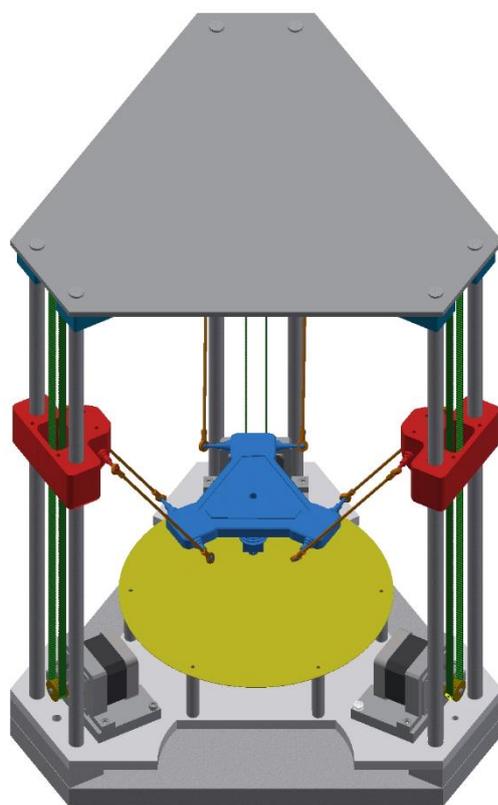


Figura 2.9

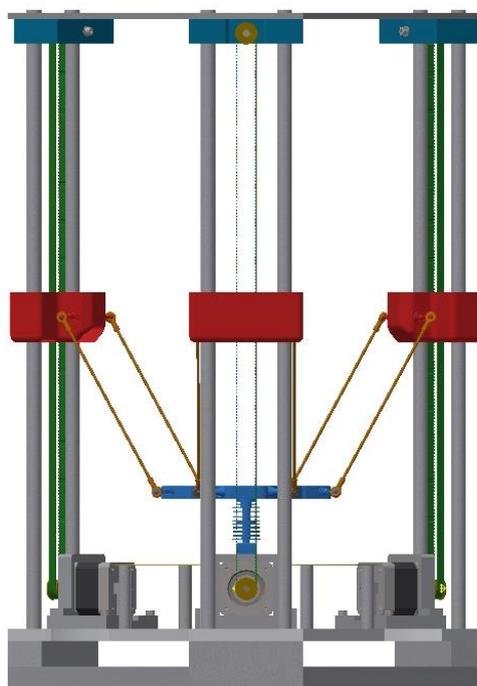


Figura 2.10

Innanzitutto occorre chiarire quelle che sono le componenti da modellare nel software CAD: il carrello trasportatore, le aste, la piattaforma mobile, le pulegge e i motori.

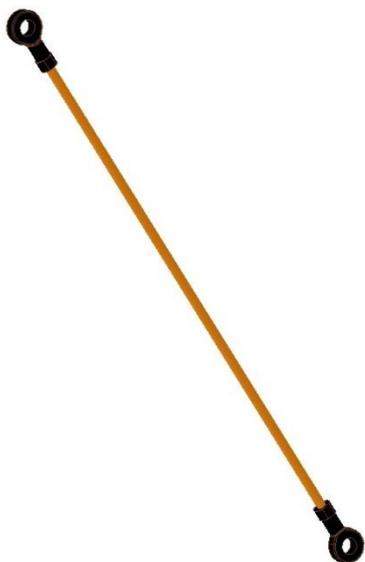
Di seguito si elencano i componenti con relative caratteristiche fisiche e geometriche

### Carrello



- Materiale: Plastica e acciaio per i giunti sferici
- Massa: 0.136 kg
- Distanza tra i punti di snodo dei giunti sferici:  
75,7 mm

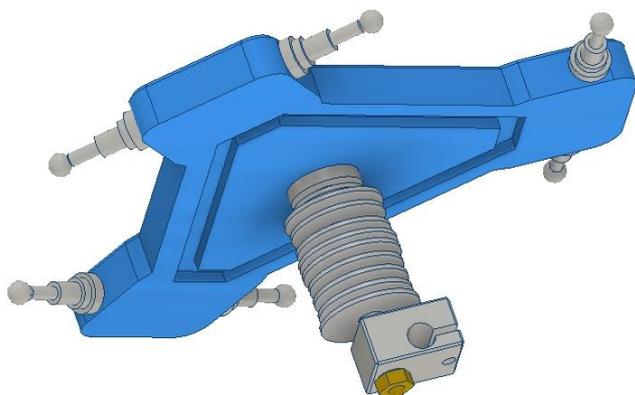
### Asta



- Materiale: Gomma per la testa del giunto sferico e acciaio per il corpo dell'asta
- Mass= 6 g
- Lunghezza dagli snodi dei giunti: 158 mm

$$I_{asta} = \begin{bmatrix} 13387.48 & 0 & 0 \\ 0 & 6.58 & 0 \\ 0 & 0 & 13385.78 \end{bmatrix} [g \cdot mm^2]$$

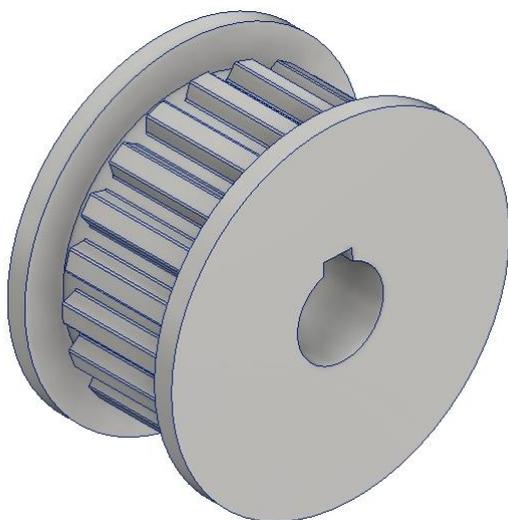
### Estrusore



- Materiale: Plastica e acciaio per i giunti sferici
- Massa: 0.084 kg

$$I_{estrusore} = \begin{bmatrix} 77767.24 & 0 & 0 \\ 0 & 77912.40 & 0 \\ 0 & 0 & 137437.58 \end{bmatrix} [g \cdot mm^2]$$

### Puleggia



- Materiale: Alluminio
- Massa: 0.004 kg
- Raggio:  $7.2 \cdot 10^{-3} m$
- Numero di denti: 20
- Raggio interno:  $2,26 \cdot 10^{-3} m$
- Altezza dente: 0.7 mm
- Diametro esterno di puleggia: 15,16 mm

$$I_{estrusore} = \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 \\ 0 & 200 & 0 \\ 0 & 0 & 138 \end{bmatrix} [g \cdot mm^2]$$

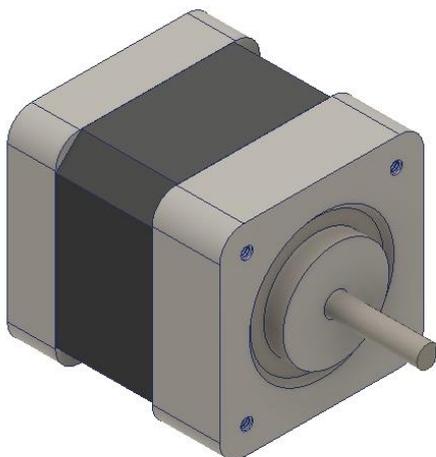
## Cinghia



Cinghia secondo norma DIN 7721:

- Lunghezza cinghia: 930 mm
- Passo: 2.5 mm
- Spessore: 6 mm
- Angolo del dente:  $40^\circ$
- Diametro primitivo circolare: 15,91 mm
- Interasse della cinghia: 440 mm
- Numero di denti: 372
- Altezza del dente : 0.7 mm
- Materiale: Poliuretano

## Motore



I motori saranno scelti durante le simulazioni della macchina. Si rimanda pertanto la descrizione di essi al capitolo 6.

## 2.4 Studio geometrico della macchina

La geometria di tale macchina di stampa deve seguire alcune regole specifiche relative per i diversi componenti affinché lo stesso sia realizzato in modo opportuno. Tali restrizioni strutturali e geometriche sono legate alle seguenti componenti del sistema di stampa<sup>13</sup>:

- Colonne
- Giunti prismatici
- Bracci
- Posizione del modello da realizzare
- Posizione dei Motori
- Trasmissione a cinghia

Per quanto attiene alle colonne, le stesse devono formare un triangolo equilatero. I giunti prismatici invece sono disposti lungo l'asse z alla stessa distanza tra loro e a 120° rispetto al piano x,y. I tre gruppi di aste che costituiscono il sistema, a loro volta sono caratterizzati ognuno da due elementi di uguale lunghezza. L'estrusore è posizionato perfettamente al centro della piattaforma mobile. Riguardo la trasmissione, per cui verrà dedicato un capitolo, si anticipa che un ramo di essa è collegato direttamente alla massa.

Questo studio preliminare alla modellazione Simulink della macchina è necessario al fine di comprendere quali semplificazioni adottare e come realizzare il modello dinamico della trasmissione.

Dall'analisi dell'immagine sottostante è possibile creare un modello semplificato scegliendo una determinata di linea di azione che parte da una certa distanza rispetto al baricentro geometrico dell'End-Effector e arriva ad una certa distanza di offset rispetto al centro della cava del carrello

---

<sup>13</sup> Kinematic and dynamic analysis of machine for additive manufacturing - Vito Borelli - 2018

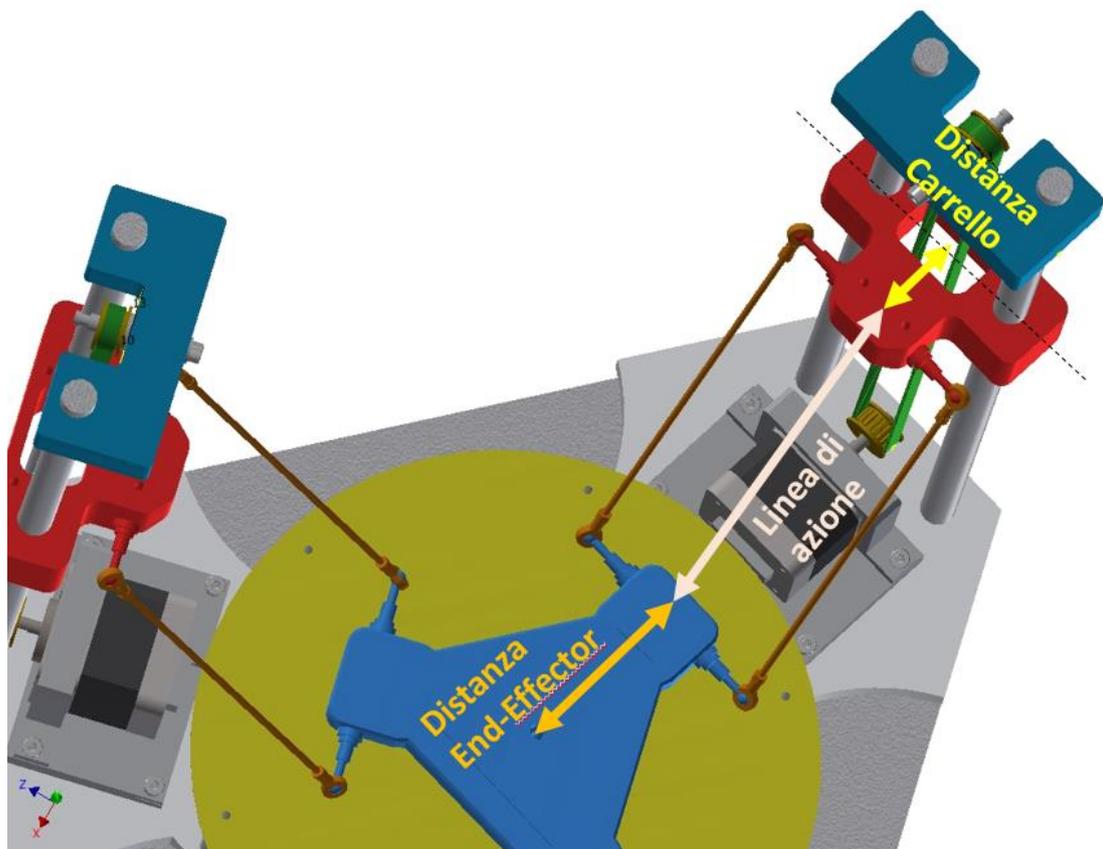


Figura 2.11

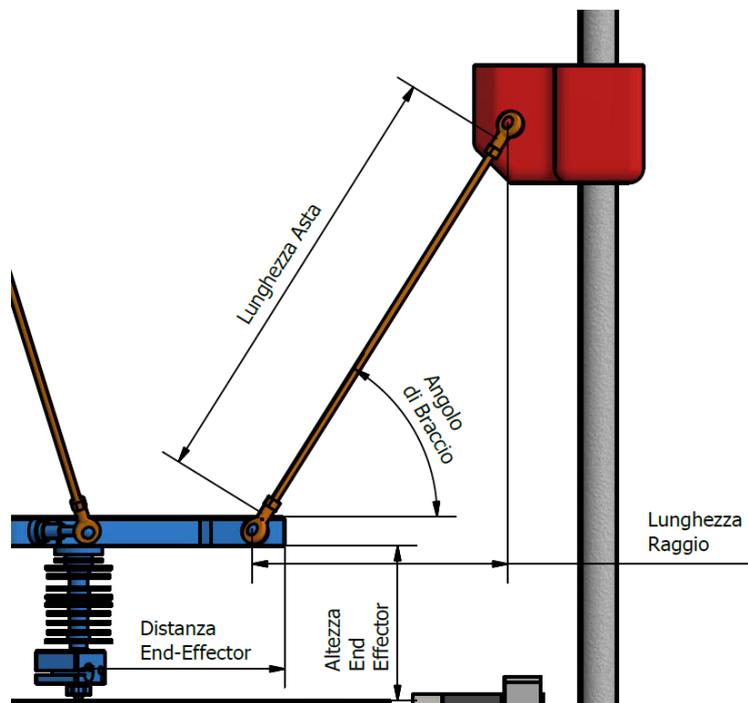


Figura 2.12

### 2.4.1 Workspace

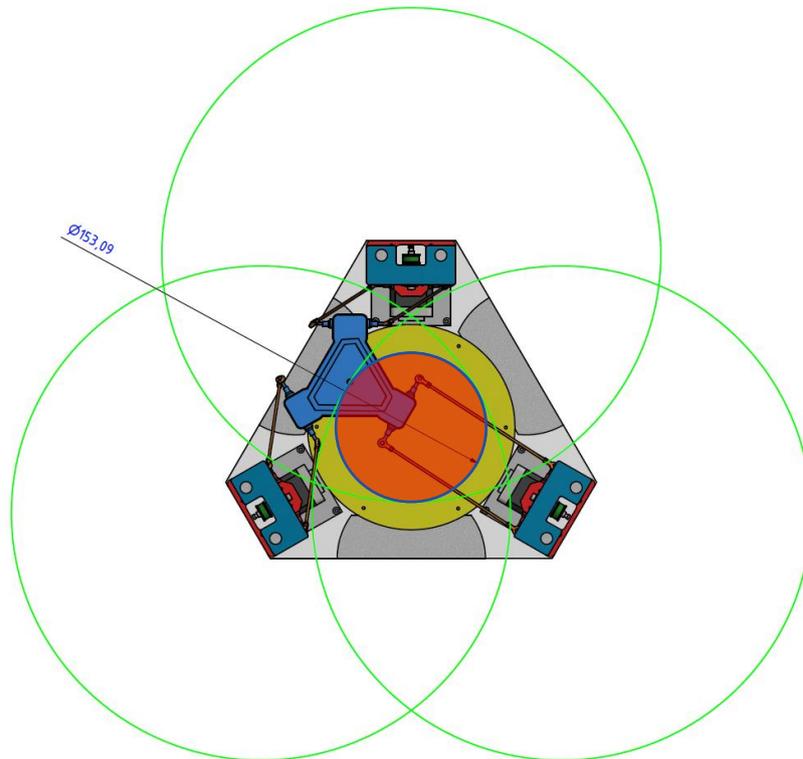


Figura 2.13

L'area di lavoro è determinata dall'intersezione di tre circonferenze centrate nel centro della cava del carrello. Si posiziona la piattaforma mobile nel punto più distante rispetto ad un carrello e si traccia la prima circonferenza verde. In base allo stesso diametro si disegnano le altre due circonferenze. Infine viene inscritta una circonferenza nell'area triangolare e rappresenta l'area di lavoro reale della macchina. Il diametro del cerchio rosso è in relazione con la lunghezza delle aste e con l'angolo minimo di braccio secondo l'equazione

$$D = 2 \cdot L_{asta} \cdot \cos(0,11 \cdot \pi) \quad (2.2)$$

Altra limitazione è data dalla corsa del Robot a causa dell'altezza delle colonne e dalla lunghezza delle aste, determinando una produzione di oggetti non superiore a 19.6 cm di altezza.

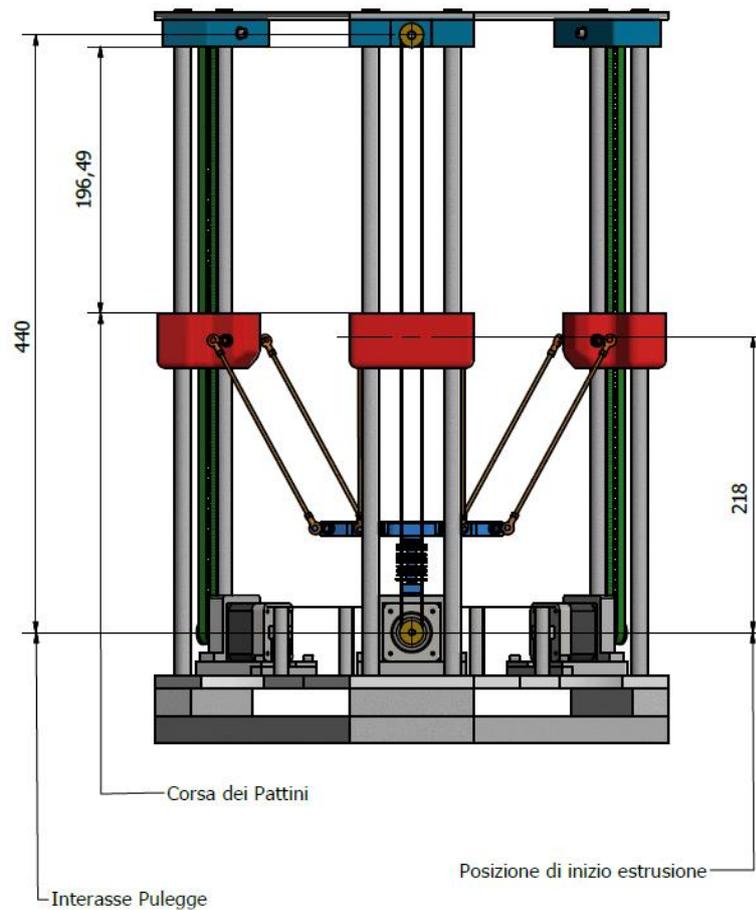


Figura 2.14

## 2.5 Cinematica diretta ed inversa

In generale il modello cinematico di un robot è una descrizione analitica delle relazioni che intercorrono fra<sup>14</sup>:

- posizioni dei giunti
- la posizione e l'orientamento di un particolare componente della struttura del robot.

---

<sup>14</sup> [centropiaggio.unipi.it/sites/default/files/course/material/Dispense\\_Robotica.pdf](http://centropiaggio.unipi.it/sites/default/files/course/material/Dispense_Robotica.pdf)

Premesso ciò anche per i delta robot in quanto manipolatori paralleli ci si può porre, rispetto all'analisi cinematica, in due misure differenti, risolvendo un problema cinematico diretto o un problema cinematico inverso.

Il primo riguarda “la determinazione della posizione dell'organo terminale o di altri elementi del sistema, quando siano note le configurazioni dei giunti sensorizzati”<sup>15</sup>. Per cui si traduce con l'insieme dei valori che possono essere assunti dalle configurazioni dei giunti sensorizzati.

Dal punto di vista matematico si ottiene una espressione diretta della mappa cinematica. Diverso è l'approccio cinematico inverso, ove si cerca invece di trovare, data una assegnata configurazione dell'end effector, quale configurazione e spostamenti devono assumere i giunti.

### 2.5.1 Cinematica diretta

I problemi cinematici diretti possono essere risolti in diversi modi. Ad esempio per una stampante che impiega il delta robot con soli movimenti lineari di traslazione, con aste di uguale lunghezza, è possibile riferirsi alla seguente equazione del moto:

$$\begin{cases} \{B_i^B\} + \{L_i^B\} + \{l_i^B\} = \{P_P^P\} + |R_R^B| \cdot \{B_i^B\} = \{P_i^P\} + \{P_P^B\} \\ l_i = \|\{L_i^B\}\| = \|\{P_P^B\} + \{P_i^P\} - \{B_i^B\} - \{L_i^B\}\| \end{cases} \quad (2.3)$$

In cui:

- B si riferisce al sistema di riferimento di base
- P si riferisce al sistema di riferimento della piattaforma mobile
- l è la lunghezza dell'asta, utilizzata in modo improprio tra il giunto universale della piattaforma mobile e il giunto universale del carrello
- L è la variabile del giunto prismatico.

---

<sup>15</sup> [docplayer.it/19390912-Di-manipolatori-seriali.html](http://docplayer.it/19390912-Di-manipolatori-seriali.html)

-  $i$  è l'indice della  $i$ -esima catena quindi  $i = 1,2,3$

Il  $P_i^B$  è il vettore posizione

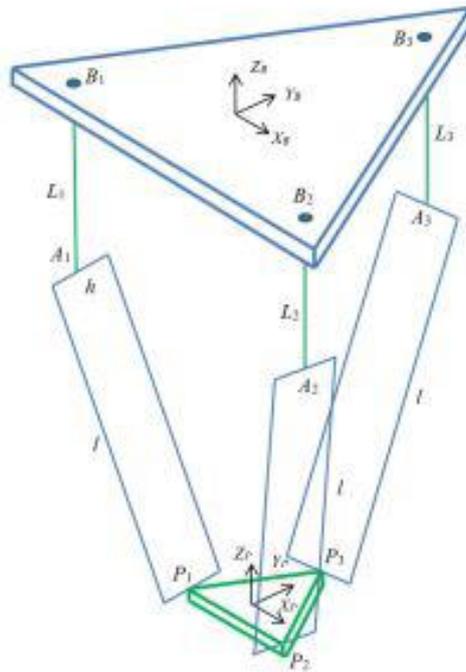


Figura 2.15 Rappresentazione delle convenzioni del sistema di riferimento della stampante

La soluzione del problema cinematico diretto si può raggiungere facendo ricorso all'algoritmo dell'intersezione delle tre sfere assumendo che ognuna delle stesse giaccia sul punto di intersezione tra la linea di azione e la distanza di offset dal centro della piattaforma mobile. Il punto di intersezione tra le tre sfere coincide con il centro della piattaforma mobile. Inoltre definite le sfere come  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  con i seguenti centri e raggi:

$$C_1 = \{c_1, r_1\}$$

$$C_2 = \{c_2, r_2\}$$

$$C_3 = \{c_3, r_3\}$$

In cui i raggi  $r$  delle sfere hanno valore immutato nel tempo e sono uguali tra loro  $r_1 = r_2 = r_3$ , mentre i centri delle sfere, essendo le aste esattamente a  $120^\circ$  quando

l'estrusore è centrato sul piano di appoggio del pezzo, hanno coordinate spaziali rispettivamente al sistema di riferimento inerziale posizionato al centro della base di appoggio di

$$\begin{aligned}c_1 &= \{x_1, y_1, z_1\} = \{0, -R, L_1\}; \\c_2 &= \{x_2, y_2, z_2\} = \left\{-R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{R}{2}, L_2\right\}; \\c_3 &= \{x_3, y_3, z_3\} = \left\{R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{R}{2}, L_3\right\};\end{aligned}$$

$L_1, L_2, L_3$  sono le variabili dei giunti prismatici. Il sistema di equazioni delle sfere è del tipo non lineare avente come incognite le tre coordinate spaziali  $x, y, z$  del punto di intersezione P, centro della piattaforma mobile.

(2.4)

$$\begin{cases}(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = r_1^2 \\(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = r_2^2 \\(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = r_3^2\end{cases}$$

Risolvere il problema cinematico diretto si traduce in ultimo nel risolvere quindi il suddetto sistema di tre equazioni in tre incognite.

Si possono inoltre fare alcune considerazioni valide per i delta robot impiegati nella stampa additiva.

Il sistema di riferimento inerziale è posizionato al centro della piastra circolare di appoggio del pezzo, in corrispondenza dello stesso livello di essa.

Poiché le tre coppie di aste sono posizionate esattamente a  $120^\circ$  tra loro, il sistema di equazione può essere semplificato. L'incognita relativa alla posizione in direzione  $x$  può essere scritta come funzione di  $y$  e si arriva alla soluzione del problema cinematico.

## 2.5.2 Cinematica inversa

La soluzione del problema di cinematica inversa riguarda il passaggio dal vettore relativo alla posizione dell'estrusore al vettore degli spostamenti dei carrelli, che rappresentano le variabili del problema.

Dal punto di vista matematico si tratta di passare quindi dall'equazione del moto del seguente vettore posizione

$$\text{posizione} = [x \ y \ z]^T$$

all'equazione del moto dei giunti prismatici, che per questa macchina valgono

$$L1 = z + 0.5\sqrt{-4.0 \cdot x^2 - 4.0 \cdot y^2 - 638.0y + 7.18e4} \quad (2.5)$$

$$L2 = z + 0.5\sqrt{-4.0 \cdot x^2 - 4.0 \cdot y^2 - 553 \cdot x + 319y + 7.18e4} \quad (2.6)$$

$$L3 = z + 0.5\sqrt{-4.0 \cdot x^2 - 4.0 \cdot y^2 + 553.0 \cdot x + 319.0y + 7.18e4} \quad (2.7)$$

È possibile inoltre scrivere gli elementi del vettore di posizione in funzione del tempo e calcolare le velocità sui giunti con le seguenti equazioni differenziali

$$\dot{L}_1 = \dot{z} + \frac{-8.0 \cdot [x(t)] \cdot [\dot{x}(t)] - 8.0 \cdot [y(t)] \cdot [\dot{y}(t)] - 638.0[\dot{y}(t)]}{4 \cdot \sqrt{-4.0 \cdot [x(t)]^2 - 4.0 \cdot [y(t)]^2 - 638.0[y(t)] + 7.18e4}} \quad (2.8)$$

$$\dot{L}_2 = \dot{z} + \frac{-8.0 \cdot [x(t)] \cdot [\dot{x}(t)] - 8.0 \cdot [y(t)] \cdot [\dot{y}(t)] - 553[\dot{x}(t)] + 319[\dot{y}(t)]}{4 \cdot \sqrt{-4.0 \cdot [x(t)]^2 - 4.0 \cdot [y(t)]^2 - 553 \cdot [x(t)] + 319.0[y(t)] + 7.18e4}} \quad (2.9)$$

$$\dot{L}_3 = \dot{z} + \frac{-8.0 \cdot [x(t)] \cdot [\dot{x}(t)] - 8.0 \cdot [y(t)] \cdot [\dot{y}(t)] + 553[\dot{x}(t)] + 319[\dot{y}(t)]}{4 \cdot \sqrt{-4.0 \cdot [x(t)]^2 - 4.0 \cdot [y(t)]^2 + 553 \cdot [x(t)] + 319.0[y(t)] + 7.18e4}} \quad (2.10)$$

## 2.5.3 Matrice Jacobiana

La matrice Jacobiana può essere trovata usando la derivata delle tre equazioni delle tre posizioni sul vincolo.

(2.11)

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = r^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = r^2 \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = r^2 \end{cases}$$

Espandendo le tre equazioni e derivando rispetto al tempo, le equazioni differenziali del primo ordine possono essere scritte nella seguente forma matriciale

$$\begin{bmatrix} x & y + R & z - L_1 \\ x + R \frac{\sqrt{3}}{2} & y - R & z - L_2 \\ x - R \frac{\sqrt{3}}{2} & y - R & z - L_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} L_1 - z & 0 & 0 \\ 0 & L_2 - z & 0 \\ 0 & 0 & L_3 - z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$J_x \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = J_q \cdot \begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Lo Jacobiano quindi si calcola come:

$$J^{-1} = J_q^{-1} \cdot J_x$$

Per trovare le singolarità, bisogna imporre il determinante della matrice Jacobiana uguale a zero. Le singolarità possono essere trovate quando una o più aste diventano perpendicolari alle direzioni di una delle articolazioni prismatiche.

## 2.6 Modello Simmechanics

I modelli CAD e l'analisi preliminare del Delta Robot sono necessari per conoscere le cinematiche e dinamiche della macchina. In particolare, i disegni 3D realizzati su software CAD hanno lo scopo sia di illustrare i vari componenti del robot, con materiale definito, sia di importare i file come blocchi *Simmechanics* all'interno di un

“foglio” di Matlab Simulink mediante l’ausilio del plug-in *Simscape Multibody Link* . Questo studio tra modellazione CAD e simulazione MATLAB ha l’obiettivo di migliorare la qualità del sistema nelle prime fasi del design, riducendo in tal modo il numero di errori riscontrabili nel processo di progettazione.

In questa sezione l’obiettivo è di illustrare il modello della stampante senza la trasmissione e i motori, per i quali si è scelto un approccio diverso, e presentare lo schema Simmechanics, reso il più semplice possibile, e che successivamente sarà richiamato nel Capitolo 6 per studiare la cinematica e la dinamica della macchina completa.

Di conseguenza la modellazione con Simmechanics ha permesso di creare una rappresentazione virtuale di un sistema reale, in questo caso la stampante 3d, con i seguenti componenti:

- Struttura fissa
- Carrelli
- Aste
- Estrusore

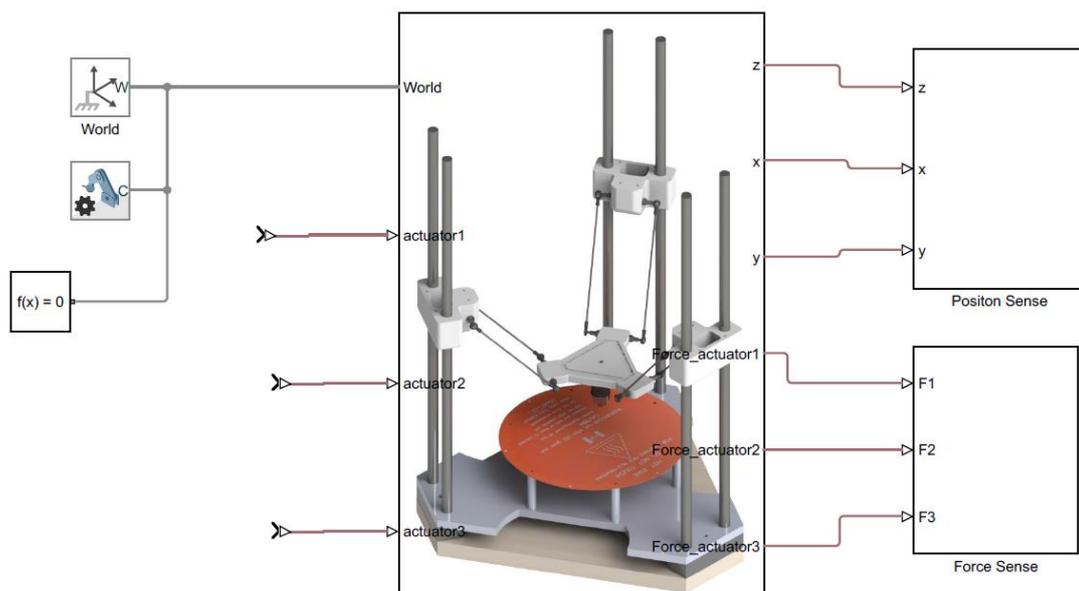


Figura 2.16

Questi elementi sono connessi tra loro mediante dei giunti prismatici o sferici, anch'essi definiti sul software CAD e creati automaticamente dal

La struttura fissa, composta dal telaio e dalla base di appoggio per il manufatto, è connessa direttamente al blocco World Frame, il quale rappresenta il riferimento inerziale assoluto. Inoltre non è necessario definire la massa e l'inerzia per questo oggetto, poiché non ha alcuna parte mobile che possa influenzare la dinamica del sistema.

Alla struttura fissa sono collegati i giunti prismatici, modificati per accettare segnali in input o di posizione o di forza. Ogni giunto prismatico è connesso alla porta F del blocco "Carrello", definito con proprietà di massa e inerzia, mentre i giunti sferici sono connessi alle porte F1 e F2 e hanno la funzione di collegare lo stesso carrello alla coppia di aste. Per lo sviluppo del codice Simulink sono stati inseriti i sistemi di riferimento "World Frame", ciascuna solidale con le tre porte F1, F2 e F3.

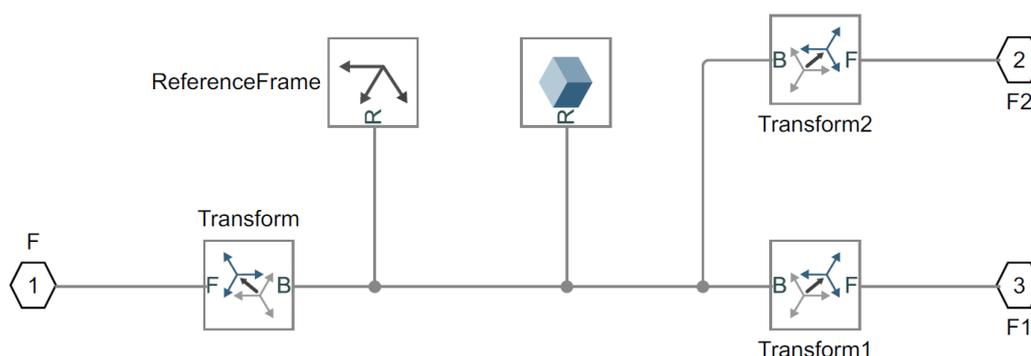


Figura 2.17 Subsystem del Carrello

Il modello *Simmechanics* della stampante è stato costruito per essere nella sua componentistica uguale a quello reale: ogni carrello è collegato da due blocchi di giunti

sferici alla coppia di aste, e le aste a loro volta connessi alla piattaforma mobile con altri giunti sferici, come nella figura in basso.

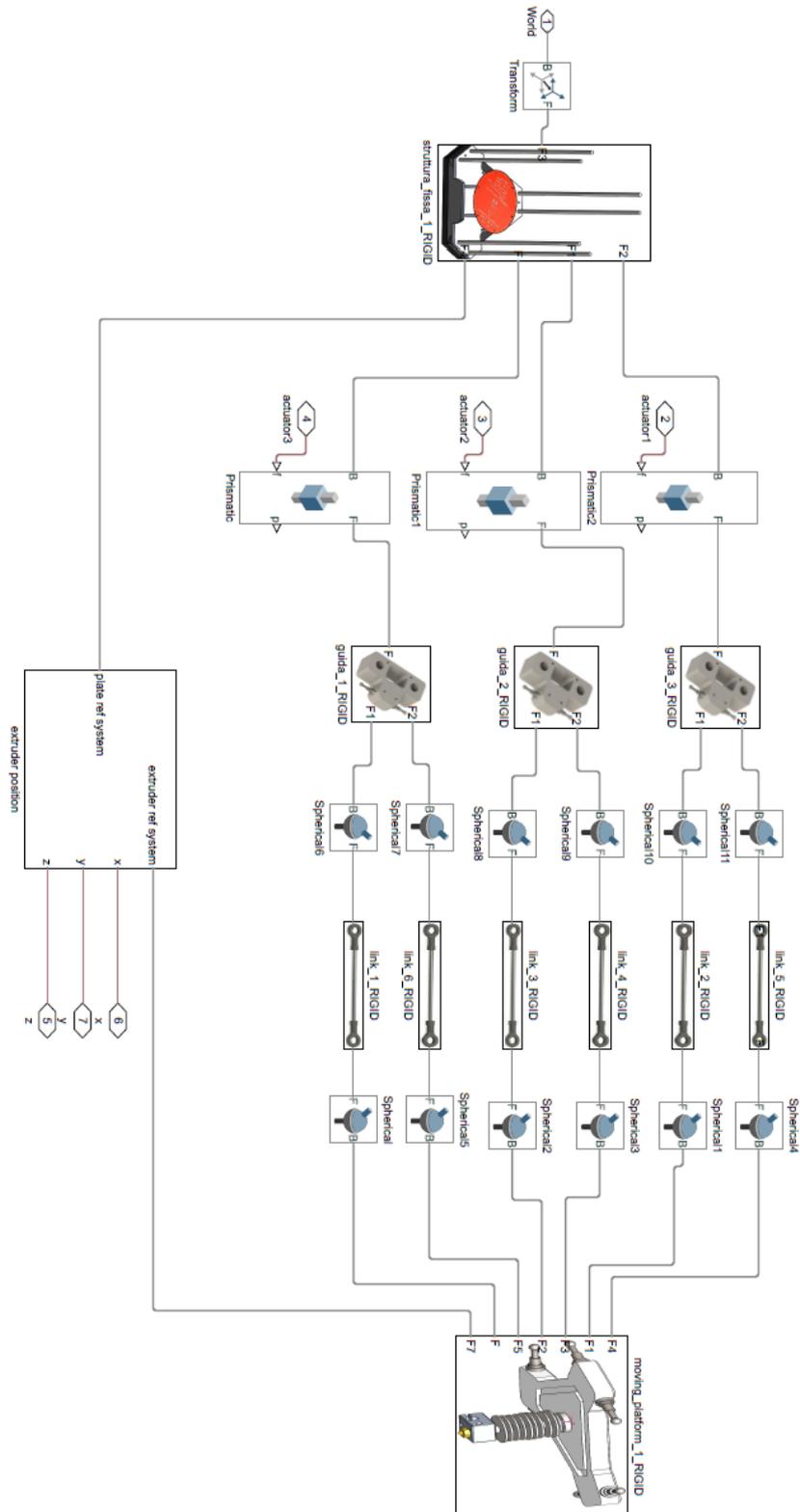


Figura 2.18



# 3 CAPITOLO

## MOTORE PASSO-PASSO

### Introduzione

Il motore Stepper è un sistema elettromeccanico che converte un segnale di impulsi digitali in una variazione discreta della posizione angolare del rotore. Il funzionamento si basa principalmente sull'interazione magnetica tra le bobine e i magneti all'interno del motore: l'alimentazione ciclica fornita alle bobine (parte statorica) tramite impulsi, genera un campo magnetico variabile che causa una precisa rotazione dei magneti (parte rotorica), denominato "passo". Ciò permette al motore di avere movimenti estremamente precisi e accurati e di poter essere impiegato in applicazioni quali robotica, controllo di processi, misurazione e stampanti 3D. Sebbene sia tecnicamente più complesso rispetto ad un motore brushless o a corrente continua, il motore Stepper è molto semplice da controllare e non necessita di un driver estremamente complicato per il monitoraggio della posizione; inoltre, le sue caratteristiche apportano numerosi benefici:

- Basso costo
- Piccole dimensioni
- Alta affidabilità e stabilità
- Comando attraverso segnali digitali e possibilità di invertire il moto di rotazione
- Elevata precisione di arresto e errore angolare a ogni impulso molto piccolo
- Elevate coppie

Per contro, il motore passo-passo non è idoneo per velocità di rotazioni continuative superiori ai 2000 rpm poiché possono verificarsi fenomeni di vibrazioni se qualora il controllo non sia adeguato.

### 3.1 Principio di funzionamento

Per comprendere il funzionamento del motore Stepper, si prende come riferimento uno schema molto semplificato di un motore bipolare a magneti permanenti, caratterizzato da pochi passi giro (successivamente saranno presentati i tre tipi di motore). Il circuito magnetico è composto dal rotore, ove risiedono le coppie di poli magnetici, e dallo statore, dal quale si ricavano le espansioni attorno a cui sono avvolte le spire del circuito; facendo circolare la corrente negli avvolgimenti, le espansioni polari si magnetizzano e tendono ad attrarre verso di sé i poli opposti del rotore. La rotazione si ottiene alimentando le fasi secondo una determinata successione e secondo un determinato verso della corrente.<sup>16</sup>

Per convenzione, i segni delle correnti positive e delle espansioni polari sono scelti nel seguente modo, come mostrato in figura:

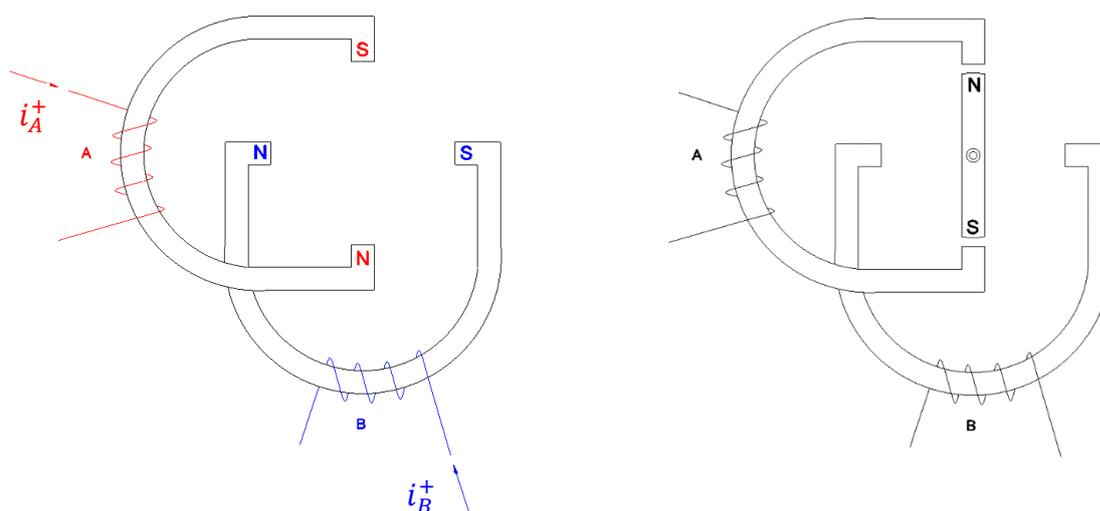


Figura 3.1 Convenzione dei segni

Impostando il sistema in modalità one phase on o single stepping, ossia attivando una bobina per volta e alimentando le fasi secondo la sequenza  $i_B^+, i_A^-, i_B^-, i_A^+$ , il motore compie una rotazione di  $360^\circ$  in senso orario, facendo 4 passi, quindi con un angolo di passo  $\alpha_p$  di  $90^\circ$ .

<sup>16</sup>Azionamenti a Motore Passo Passo – Paolo Righettini - Università di Bergamo

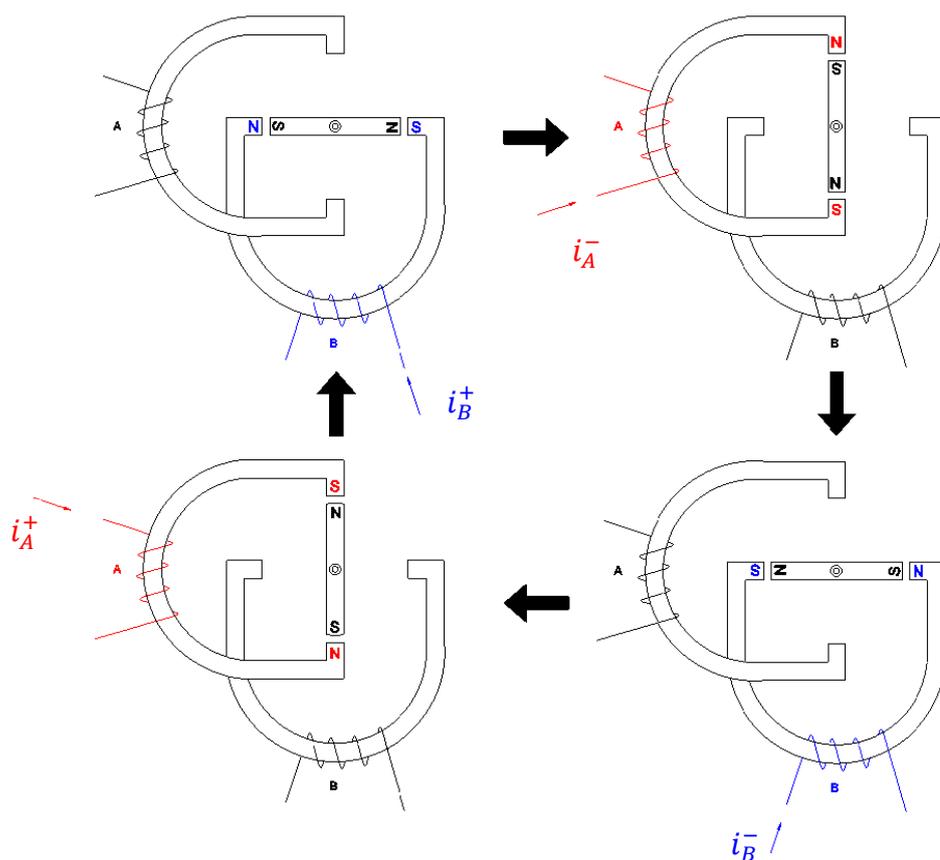


Figura 3.2 Rotazione di 360° in modalità one phase

La rotazione del motore può essere controllata alimentando le due fasi simultaneamente, ovvero in modalità two phases on o double stepping mode; rispetto al caso precedente le posizioni del rotore sono intermedie e le sequenze di comando diventano  $[i_A^+, i_B^+]$ ,  $[i_A^-, i_B^+]$ ,  $[i_A^-, i_B^-]$ ,  $[i_A^+, i_B^-]$  al fine di ottenere una rotazione oraria.

Le tipologie fin qui descritte rientrano nella categoria full step, tuttavia è possibile combinare l'attivazione dei due metodi per far ruotare il motore con avanzamenti angolari di mezzo passo. Questo funzionamento (half step) permette di raddoppiare il numero di passi del motore a discapito di una coppia irregolare e variabile e di un consumo doppio di corrente.

La successione di segnali è data da  $[i_A^+, i_B^+]$ ,  $i_B^+$ ,  $[i_A^-, i_B^+]$ ,  $i_A^-$ ,  $[i_A^-, i_B^-]$ ,  $i_B^-$ ,  $[i_A^+, i_B^-]$ ,  $i_A^+$

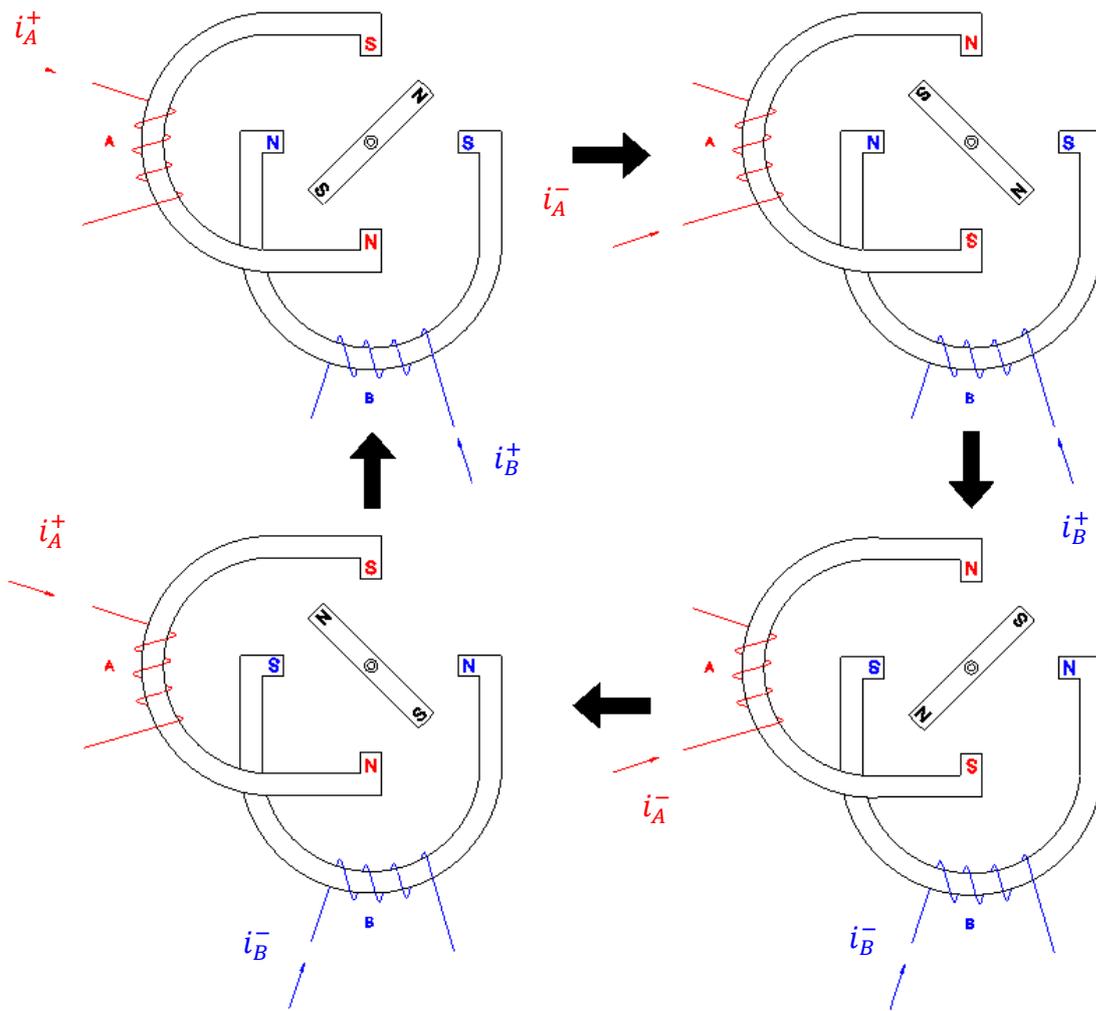


Figura 3.3

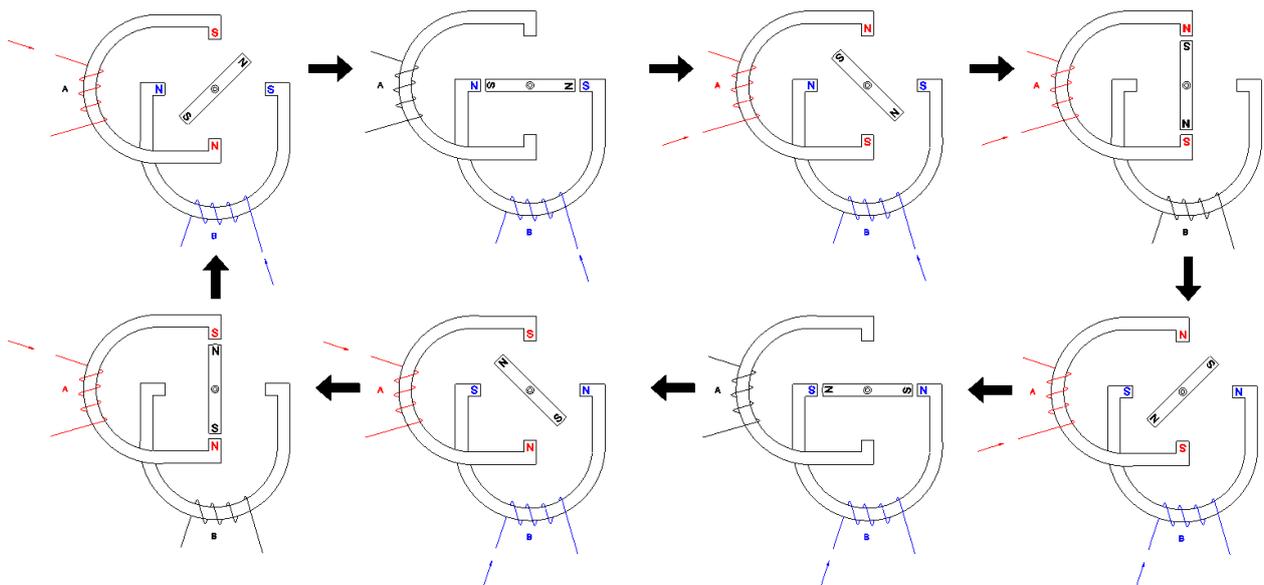


Figura 3.4

## 3.2 Tipologie di Motori

Si possono distinguere tre configurazioni di motore passo-passo

- Motore a riluttanza variabile (VR)
- Motore a magneti permanenti (PM)
- Motore ibrido

### 3.2.1 Motore a riluttanza variabile

Il principio di funzionamento è relativamente semplice. Si prenda come riferimento la figura 3.1, la quale mostra la struttura di un motore VR. Esso è composto da un rotore dentato di ferro dolce, caratterizzato da un numero di denti  $n_r$  pari a 6 e da uno statore che ha 8 poli (pari al numero di denti statorici  $n_s$ ) equamente spazati, ciascuno avvolto da una bobina di eccitazione. Le 8 bobine sono collegate in gruppi di due per formare 4 circuiti separati, chiamati fasi. Le due bobine di ogni fase sono diametralmente opposte tra loro e la commutazione delle fasi stesse viene seguita con l'aiuto di un controllo.

Nella seguente configurazione l'angolo di passo  $\alpha_p$  o step angle, è ottenibile dalla differenza dell'angolo fra i denti del rotore  $\alpha_r$  e quello fra i denti dello statore  $\alpha_s$

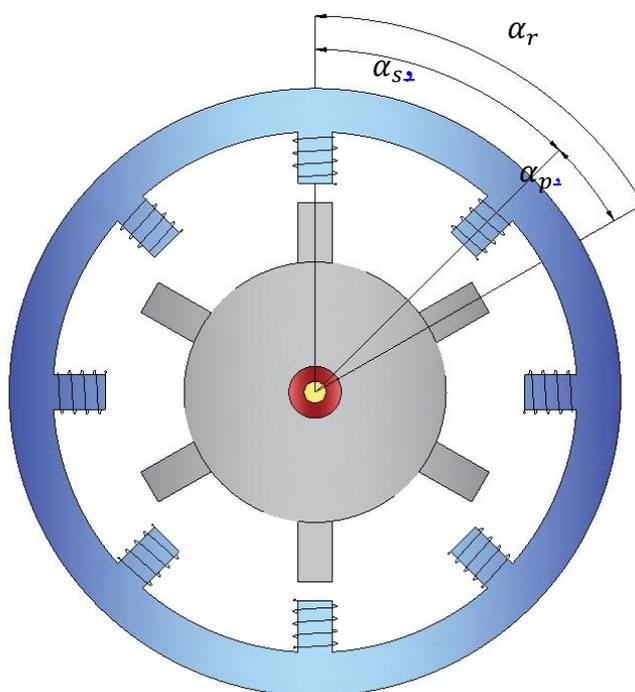


Figura 3.5

$$\alpha_p = \alpha_r - \alpha_s = \frac{360^\circ}{n_r} - \frac{360^\circ}{n_s} = 360^\circ * \left( \frac{1}{n_r} - \frac{1}{n_s} \right) = 15^\circ \quad (3.1)$$

L'eccitazione di una o più fasi dello statore, fa avanzare o indietreggiare il rotore verso la condizione di minima riluttanza, ovvero massima induttanza e massimo flusso, con i denti dello statore magnetizzati.<sup>17</sup> Alimentando le fasi secondo la sequenza A,B,C,D, le espansioni statori che, corrispondenti alla fase alimentata, si dispongono ordinatamente con i denti del rotore più vicini, come mostrato nella figura (3.6). Di conseguenza il rotore ruota da una posizione ad un'altra di un angolo pari a  $\alpha_p$ . La risoluzione del motore in termini di passi/giro è:

$$n_p = \frac{360^\circ}{\alpha_p} = \frac{n_r n_s}{n_s - n_r} = 24 \frac{\text{passi}}{\text{giro}} \quad (3.2)$$

La figura mostra una configurazione full step in modalità *One Phase On* (accensione di una sola fase per volta). L'andamento dei segnali di ingresso per una rotazione completa di  $105^\circ$  è schematizzato di seguito.

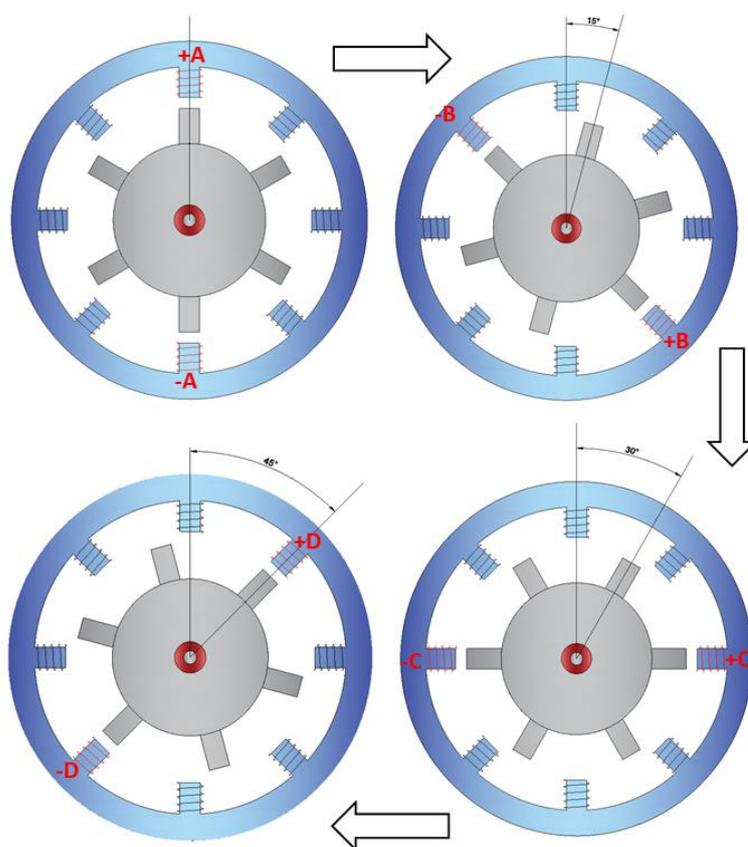


Figura 3.6

<sup>17</sup> A Textbook of Electrical Technology: Volume 2 – B.L. Theraja

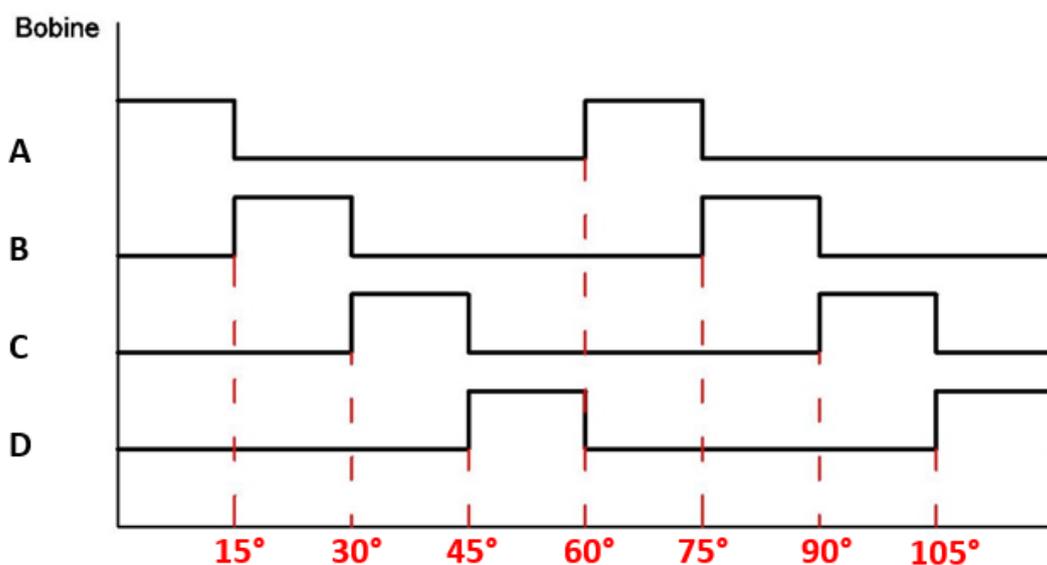


Figura 3.7

E' possibile impostare il motore in modalit  *two phases on*, riscontrabile quando due fasi sono eccitate simultaneamente. Nel caso in cui fornissimo corrente alle fasi secondo la sequenza ad [A,B],[B,C],[C,D],[D,A], le coppie generate sposterebbero il rotore di un angolo pari a 15°, ma le sue posizioni di equilibrio risulterebbero a met  delle due posizioni adiacenti del caso *one phase on*.

Qualora si desiderasse una risoluzione di passi/giro pi  piccola con la configurazione *half step*, le 4 fasi saranno eccitate secondo la sequenza A, [A,B],B,[B,C],C,[C,D] e si otterrebbe una rotazione del rotore di 7.5° ad ogni impulso

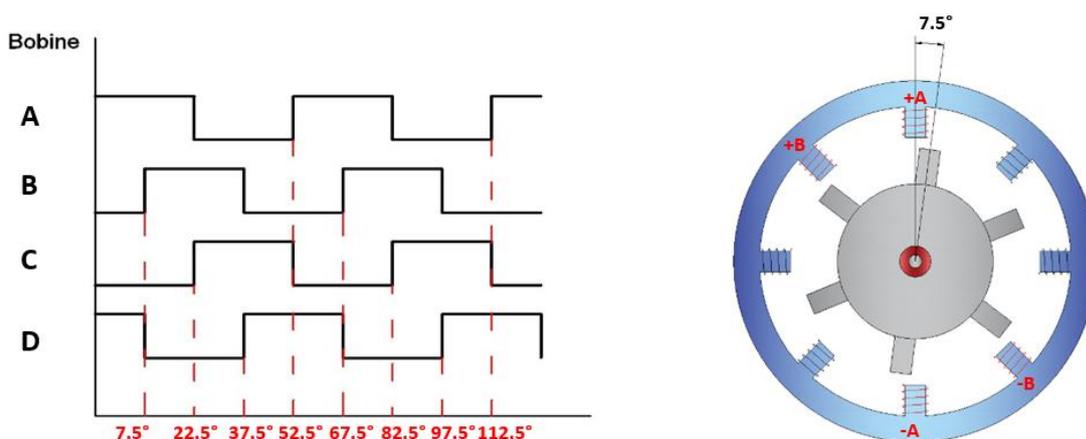


Figura 3.8

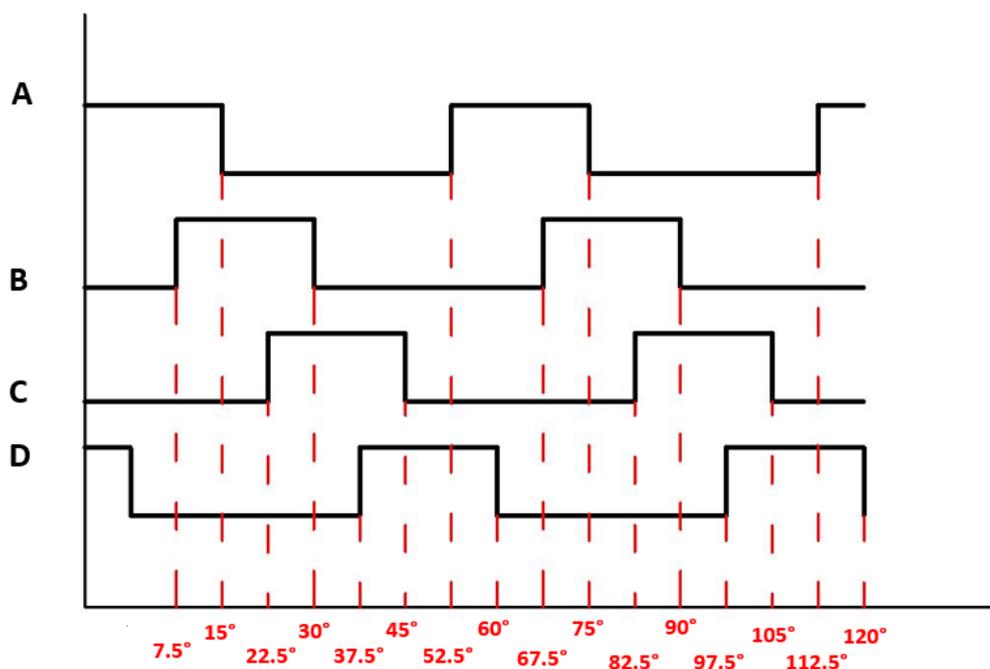


Figura 3.9

### 3.3 Motore ibrido

Il motore ibrido è una combinazione dei due motori visti precedentemente. Il rotore si presenta come un cilindro magnetizzato assialmente, su cui sono poste due corone dentate, una polarizzata Nord e l'altra Sud. Le dentature tra le due corone sono sfasate reciprocamente di mezzo passo angolare uguali  $\alpha_r$  della dentatura stessa<sup>18</sup> (figura 3.10) e nel rotore non sono presenti circuiti elettrici.

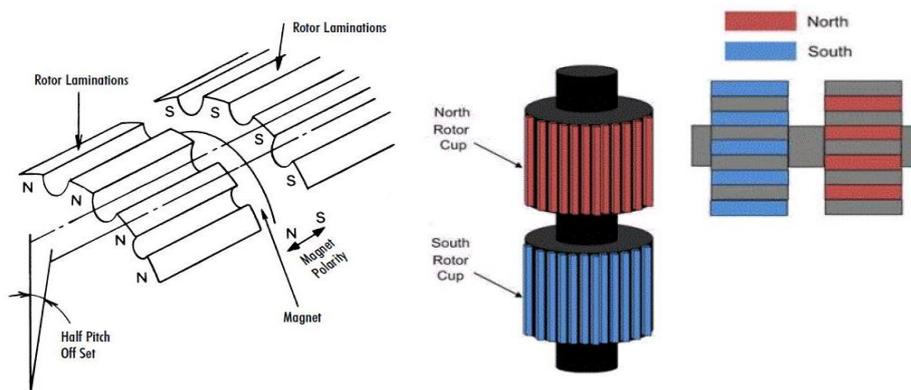


Figura 3.10

<sup>18</sup>Azionamenti a Motore Passo Passo – Paolo Righettini - Università di Bergamo

Lo statore ha la stessa struttura del motore VR con la differenza che ogni dente di ogni polo ha tra i 2 e i 6 dentini, al fine di avere una risoluzione decisamente più alta del motore. Inoltre i poli sono dotati di avvolgimenti che vengono alimentati, generando un campo magnetico e imponendo l'allineamento dei denti di una corona con il campo. Successivamente, fornendo tensione ad un'altra fase, i denti della seconda corona si allineano con la seconda fase. La figura sottostante mostra un motore ibrido semplificato. Ogni avvolgimento (fase) è situato su 4 degli 8 poli statorici: la fase A è posta sui poli 1,3,5,7 mentre la B sui poli 2,4,6,8.<sup>19</sup>

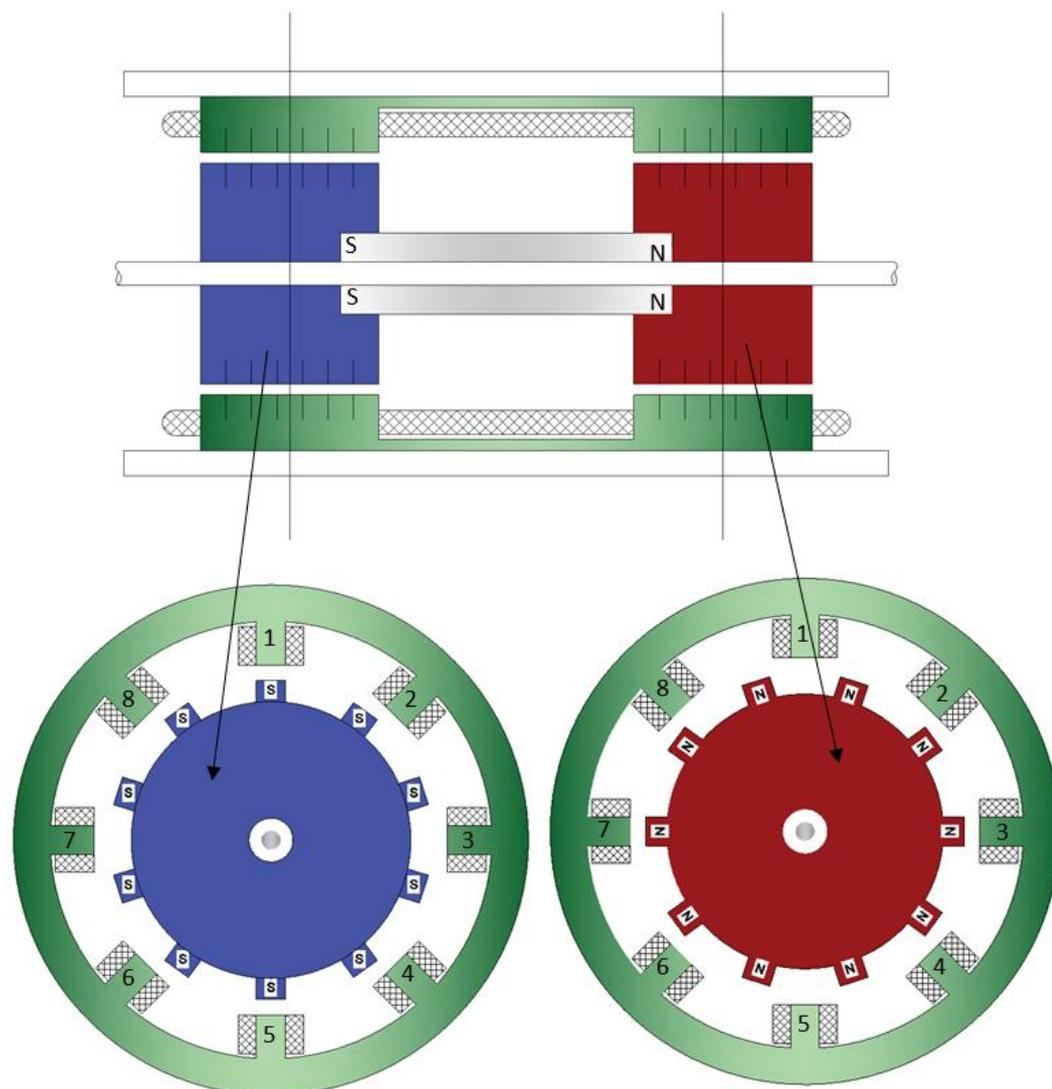


Figura 3.11

I poli consecutivi di ogni fase sono avvolti in senso opposto, ciò significa che fornendo una corrente positiva  $i_A^+$  alla fase A, il campo magnetico, in base alla regola della *vite destrorsa*, è uscente in direzione radiale nei poli 3 e 7, ma è entrante radialmente nei poli 1 e 5. Rimuovendo

<sup>19</sup> Stepping Motors- A Guide to Theory and Practice – Paul Acarnley

l'alimentazione A e eccitando la fase B con una corrente  $i_B^+$ , il campo è uscente radialmente dai poli 4 e 8 e entrante nei poli 2 e 6 con una conseguente rotazione in senso orario del rotore. La rotazione può essere protratta eccitando la fase A con una corrente invertita  $i_A^-$  e successivamente con una corrente  $i_B^-$  per la fase B. In modalità *One Phase On* la sequenza di segnali  $i_A^+, i_B^+, i_A^-, i_B^-, i_A^+, i_B^+, i_A^-, i_B^-$  (ecc.) comporta una rotazione oraria. Nel caso si desideri ottenere un verso antiorario la successione delle correnti è  $i_A^+, i_B^-, i_A^-, i_B^+, i_A^-, i_B^-, i_A^+, i_B^+$  (ecc.).

Nel caso in esame l'angolo di passo  $\alpha_p$ , tra un'alimentazione e l'altra, è descritto dall' Eq. 3.3

$$\alpha_p = \alpha_r - \alpha_s = \frac{360^\circ}{n_r} - \frac{360^\circ}{n_s} = 360^\circ \times \left( \frac{1}{n_r} - \frac{1}{n_s} \right) = 9^\circ \quad (3.3)$$

Inoltre  $\alpha_p$  può essere semplicemente correlato al numero di denti del rotore  $n_r$ , visto che il ciclo completo di eccitazione  $i_A, i_B, i_A, i_B$  corrisponde a un movimento del rotore di un passo del dente passo pari a  $(360^\circ/n_r)$ . Pertanto, l'angolo di passo in un singolo step è

$$\alpha_p = \frac{360^\circ}{4 * n_r} = 9^\circ \quad (3.4)$$

Il numero di passi per giro è ricavabile dalla seguente espressione:

$$n_p = \frac{360^\circ}{\alpha_p} = \frac{n_r n_s}{n_s - n_r} = 4 \times n_r = 40 \frac{\text{passi}}{\text{giro}} \quad (3.5)$$

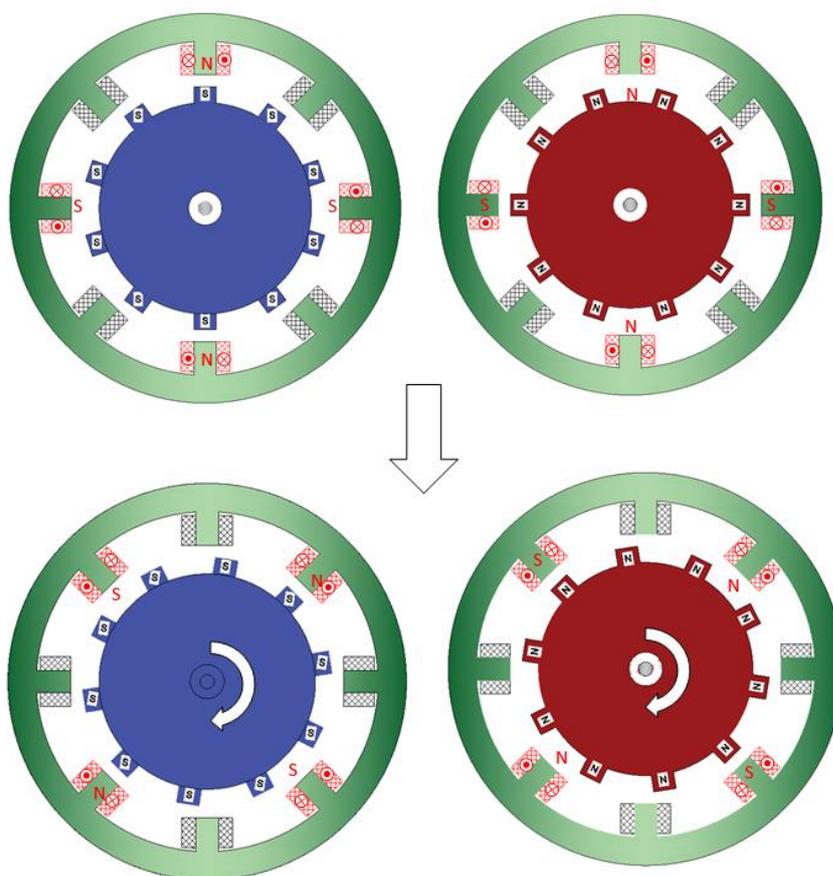


Figura 3.12

Per un aumento della risoluzione del motore e quindi una diminuzione dell'angolo di passo  $\alpha_p$ , si costruiscono corone con un numero di denti più alto rispetto all'esempio presentato. Solitamente i motori sul mercato presentano un numero di denti di ogni corona pari a 50 (figura 3.13), da cui è deducibile un numero di passi/giro  $n_p = 200$  e  $\alpha_p = 1.8^\circ$ .

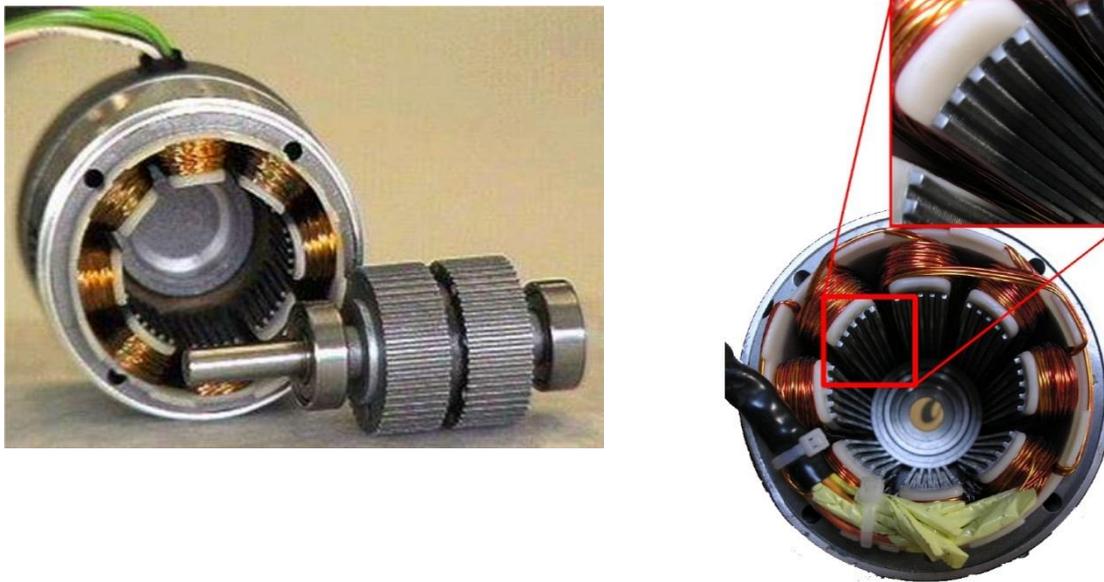


Figura 3.13

### 3.4 Pilotaggio del motore passo passo

Anche i motori Stepper possono essere distinti in base ai tipi di pilotaggio e per alla struttura dello statore. I motori con 2 avvolgimenti sono chiamati *bipolari* e quelli con 4 avvolgimenti *unipolari*. Questa classificazione influenza la scelta del circuito di *driver* di pilotaggio, il quale comanda il verso di rotazione della corrente e quindi del campo magnetico. Si definisce  $T_p$  il tempo in cui il motore compie un passo. La *frequenza di passo* è  $1/T_p$  e si esprime in *step/sec*. Cambiando questa frequenza, è possibile variare la velocità angolare media del rotore, espressa in

$$\omega = 2\pi \frac{f_p}{S} = \frac{2\pi}{T_p \cdot S} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (3.6)$$

$$n = 60 \frac{f_p}{S} = \frac{60}{T_p \cdot S} \text{rpm} \quad (3.7)$$

S è il numero di passi al giro del motore.

Altro parametro da tenere in considerazione è la durata di un ciclo di corrente di una fase  $T_C = zT_p$ , cioè il tempo in cui vengono effettuati  $z$  passi compiendo un angolo di passo  $\alpha_p$ .

### 3.4.1 Motore unipolare

In figura (3.14) è mostrato uno schema del motore unipolare a 5 e 6 fili. Le fasi A e B sono suddivise in due coppie di avvolgimenti [A1;A2] e [B1;B2] con i terminali di alimentazione inseriti agli estremi di ogni coppia. Il flusso di corrente e la polarità del campo magnetico, sono mantenuti regolari dalla presenza di un morsetto centrale su ogni coppia. L'esempio della figura (3.14) mostra un motore Stepper a 5 fili unipolare, simile a quello presentato a inizio paragrafo: in questo caso i due morsetti centrali delle due fasi A e B sono collegati al + dell'alimentazione mentre i terminali degli avvolgimenti sono connessi al driver e commutati opportunamente.

L'inversione del campo magnetico è realizzata grazie alla disposizione diversa di ogni bobina sulle espansioni polari: le fasi A1 e A2 sono avvolte in versi opposti l'una all'altra e alimentandole singolarmente si ottiene l'inversione dei poli N e S.

La stessa analisi vale anche per le fasi B1 e B2. Pilotando il motore secondo la sequenza  $i_{B1}, i_{A1}, i_{B2}, i_{A2}$ , come nello schema in basso, si ottiene una rotazione oraria completa del rotore.



Figura 3.14

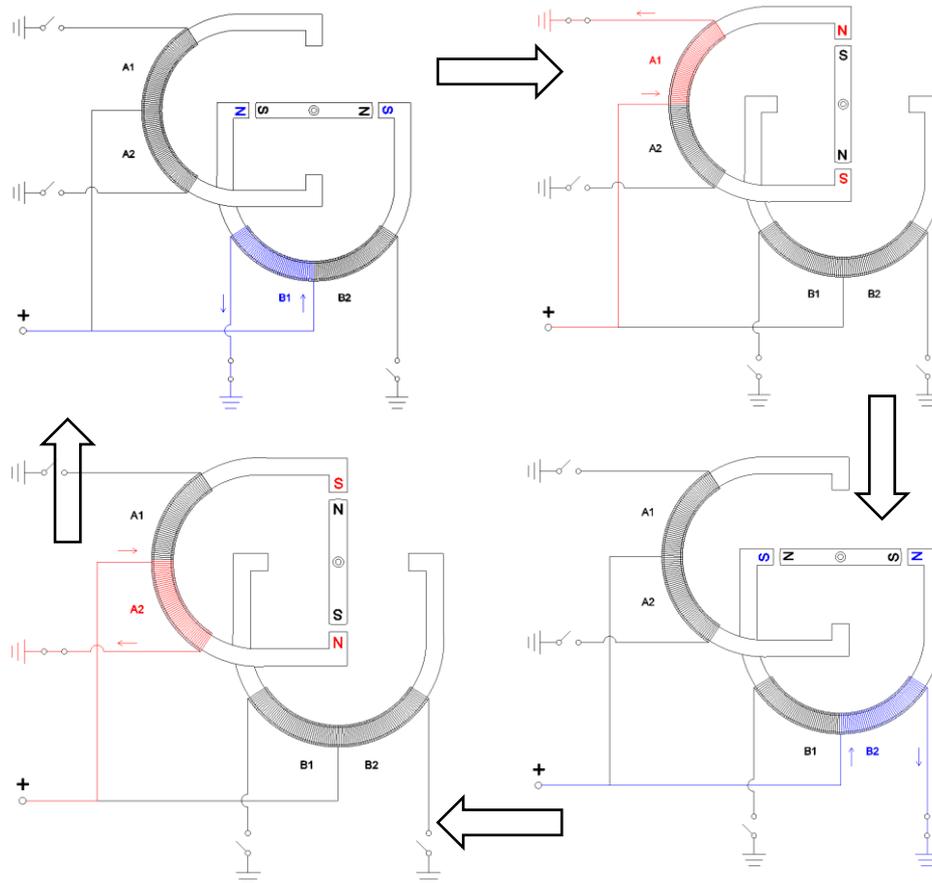


Figura 3.15

Sebbene siano facili da comandare e non ci sia necessità di invertire la polarità di alimentazione, la coppia erogata da questi motori è nettamente più bassa rispetto a quelli bipolari a causa della minore lunghezza del filo conduttore di una singola fase, comportando così un'intensità inferiore del campo magnetico e della forza generata.

### 3.4.2 Motore bipolare

Questo motore è stato presentato a inizio capitolo in figura (3.2) e semplificato ulteriormente sottostante.

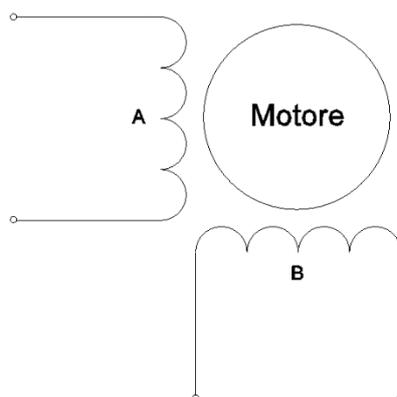


Figura 3.16

A differenza di quello unipolare, gli avvolgimenti sono 2 e non sono presenti i morsetti centrali, poiché l'inversione di corrente viene realizzata commutando entrambi i segni + e - di alimentazione. Questo comporta una complessità maggiore del driver di pilotaggio poiché deve assicurare la simultanea permutazione di due contatti elettrici. Tuttavia questa configurazione utilizza tutto l'avvolgimento a disposizione comportando così una maggiore erogazione della coppia a parità di peso/potenza rispetto ad un motore unipolare e dimensioni più ridotte del motore.

## 3.5 Comportamento meccanico

### 3.5.1 Perdita di passo

Prima di entrare nel dettaglio delle caratteristiche meccaniche, bisogna introdurre il concetto di perdita di passo del motore.

“Per perdita di passo si intende il mancato raggiungimento della posizione comandata che può avvenire per arresto totale del motore o per una discontinuità temporanea di rotazione e si verifica quando il rotore non segue il campo magnetico rotante generato dallo statore”<sup>20</sup>. Ciò è dovuto principalmente ad una coppia di carico maggiore di quella istantanea erogata dal motore che blocca il motore stesso e provoca brusche variazioni di velocità e, di conseguenza, delle forze di inerzia.

La perdita di passo può essere causata dalle velocità rotoriche che eccitano le frequenze di risonanza del motore passo-passo, che determina a sua volta un improvviso abbassamento della coppia. Tuttavia, sia lo smorzamento di un carico applicato che l'azionamento in modalità microstepping del motore portano ad una riduzione delle eventuali risonanze.

quella istantanea erogata dal motore, bloccando il motore stesso, oltre che a brusche di variazioni di velocità e di conseguenza, delle forze di inerzia.

La perdita di passo può essere causata dalle velocità rotoriche che eccitano le frequenze di risonanza del motore passo-passo causando un improvviso abbassamento della coppia. Tuttavia lo smorzamento di un carico applicato o l'azionamento in modalità microstepping del motore portano ad una riduzione delle eventuali risonanze.

---

<sup>20</sup> [https://www.motoripassopasso.it/MotoriPassoPasso\\_PerditaDiPasso.aspx](https://www.motoripassopasso.it/MotoriPassoPasso_PerditaDiPasso.aspx)

### 3.5.2 Condizioni statiche

I motori Stepper sono utilizzati per applicazioni estremamente precise e in cui è presente un'influenza dei carichi esterni meccanici che sono collegati al rotore e che generano un piccolo errore di posizione dell'angolo quando il motore è fermo<sup>21</sup>.

Nel caso in cui non ci sono carichi e si alimentano due fasi dello statore con corrente nominale, la posizione del rotore è pari ad un determinato angolo  $\alpha_0$  e la coppia motrice  $C_m$  nulla. Forzando il rotore a ruotare poco a poco, i denti si disallineano e si genera una coppia di richiamo dovuta alle forze magnetiche tra statore e rotore che contrasta sempre di più gli spostamenti. Dal grafico in figura (3.17), si nota che un aumento della coppia comporta una diminuzione del modulo della pendenza fino al raggiungimento del valore massimo  $C_H$ , che prende il nome di *Coppia di Mantenimento* o  *Holding Torque*, ovvero la massima coppia che il motore può erogare in condizioni statiche per un certo angolo  $\alpha_m$ . Quando si supera questo limite di coppia, il motore perde il passo. Portando gradualmente il carico a zero, il rotore ritorna nella sua condizione iniziale  $\alpha_0$ .

Si definisce *Detent Torque* o *Coppia Residua* la coppia che si genera senza alimentazione delle fasi. Questa coppia è causata dall'attrazione magnetica tra i poli statorici rotorica e rotorici. Un tipico andamento di questa coppia è mostrato sempre in figura (3.17)<sup>22</sup>

---

<sup>21</sup> Stepping Motors – A guide to theory and practice

<sup>22</sup> <https://www.applied-motion.com/products/stepper-motors>

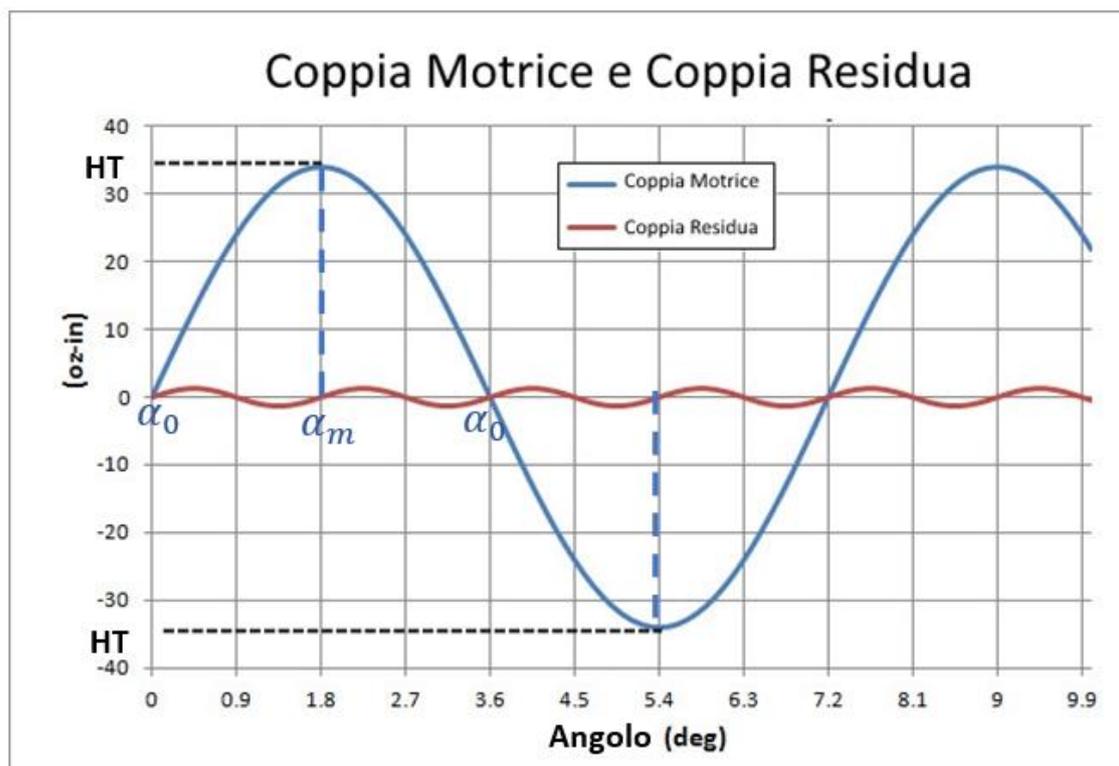


Figura 3.17

### 3.5.3 Le curve di pull-out e pull-in

Imponendo una frequenza di impulsi di comando “il motore compie una successione di passi regolari per cui la coppia motrice si adegua alla coppia resistente. Se tale equilibrio non è possibile il motore perde il passo e quindi si arresta. Si chiama coppia sincrona o di pull-out la massima coppia che può essere applicata ad un motore in rotazione alimentato da impulsi ad una data frequenza, quindi velocità costante, senza fargli perdere il passo”<sup>23</sup>. In poche parole, rappresenta le massime prestazioni del motore.

<sup>23</sup> [magistri.altervista.org/SISTEMI/quarta/passaggio\\_vip.doc](http://magistri.altervista.org/SISTEMI/quarta/passaggio_vip.doc)

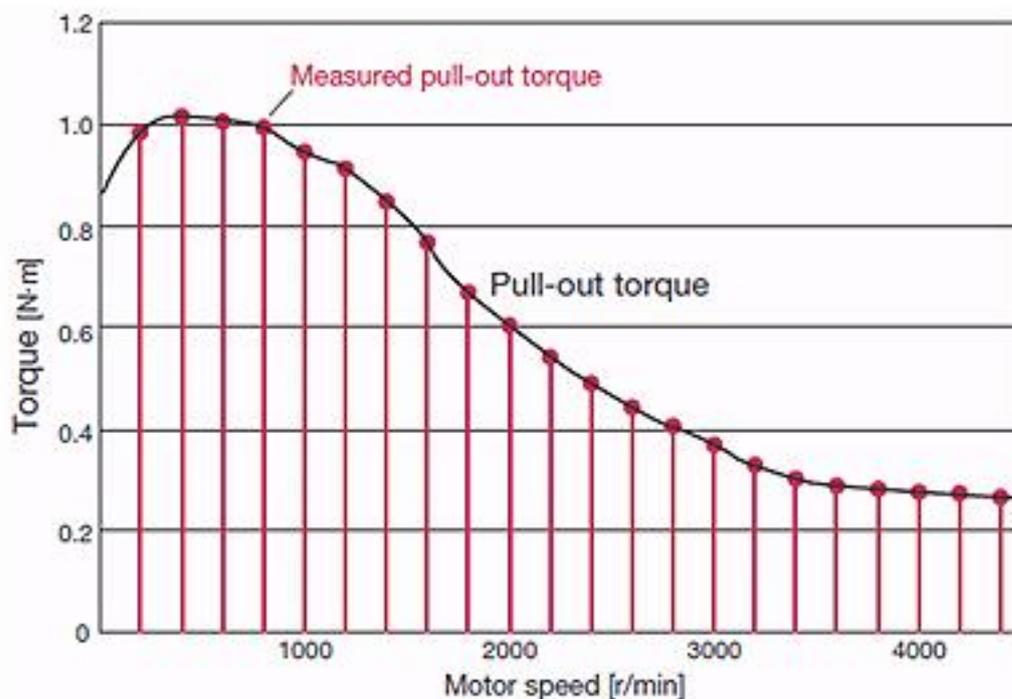


Figura 3.18

Il grafico velocità – coppia pull out si implementa “facendo ruotare un motore passo-passo fino a una velocità nota e quindi applicando gradualmente la coppia all'albero di uscita con un freno e misurata con un trasduttore di coppia. Il carico viene applicato lentamente fino a quando il motore perde il passo. Nel momento in cui accade ciò, viene registrata la coppia applicata all'albero motore nello stesso momento. Questo processo viene ripetuto tre volte in ciascun punto di velocità. La media dei tre valori di coppia viene quindi utilizzata come valore che verrà visualizzato sulla curva velocità - coppia. Questo processo si ripete in diversi punti di velocità. I punti di coppia vengono quindi tracciati nei vari punti di velocità per creare la curva completa del grafico”<sup>24</sup>.

Si può notare che la coppia di Pull-Out diminuisce all'aumentare della velocità di rotazione a causa dei parametri elettrici del motore, come la tensione di alimentazione, l'induttanza di fase e in particolare la forza controelettrica<sup>25</sup>. Il valore massimo della coppia è comunemente

<sup>24</sup><https://www.orientalmotor.com/stepper-motors/technology/speed-torque-curves-for-stepper-motors.html>

<sup>25</sup>[https://www.motoripassopasso.it/MotoriPassoPasso\\_CurvaDiCoppia.aspx](https://www.motoripassopasso.it/MotoriPassoPasso_CurvaDiCoppia.aspx)

uguale al 90% della Holding Torque, ma nella pratica si consiglia la scelta di un motore con coppia massima di pull-out pari a 0,5 HT.

Altra caratteristica da considerare è la curva di coppia sincronizzante o pull-in ed è la massima coppia alla quale il motore può essere avviato e fermato o è possibile invertire la sua rotazione senza perdere il passo. Questa curva delimita anche il range in cui il motore può subire bruschi cambi di velocità, con un carico esterno applicato, senza perdita di passo, caratterizzando così le prestazioni del motore in dinamica. Tuttavia, un aumento dell'inerzia del carico comporta un aumento delle forze inerziali con conseguente restrizione dell'area Start-Stop.

L'immagine pone in relazione le due curve presentate sinora in funzione della frequenza di passo (pps = pulse per second) e mostra la sequenza di avviamento.

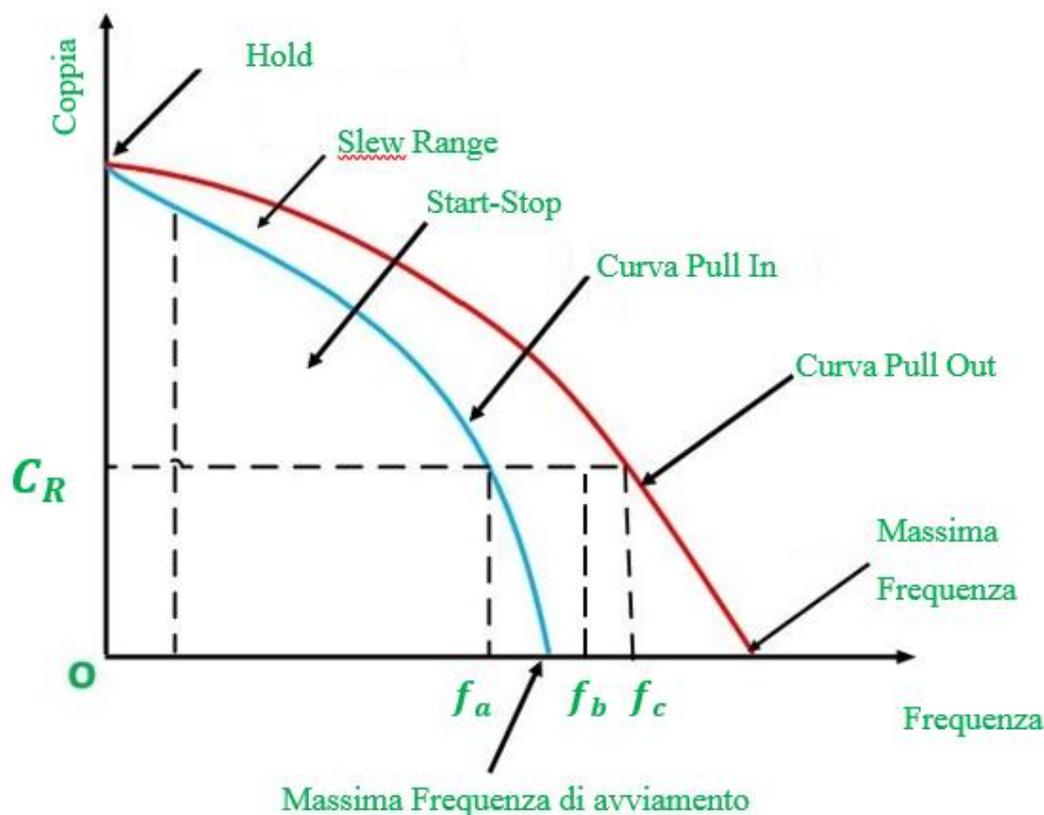


Figura 3.19

Affinché si possa erogare la coppia di pull out per contrastare quella resistente  $C_r$ , il motore deve essere azionato ad una frequenza  $f_a$  (o inferiore), la frequenza deve essere aumentata gradualmente, con adeguate rampe di accelerazione, per entrare nel campo "Slew Range" e raggiungere le velocità desiderate del rotore.

## 4 CAPITOLO

# MODELLO TRASMISSIONE

### Introduzione

In molti sistemi mecatronici, la propagazione del moto è ottenuta mediante trasmissioni a cinghia dentata, la quale consente di movimentare meccanismi con un perfetto sincronismo tra loro anche in presenza di una variazione della tensione: la dentatura previene microslittamenti e garantisce una buona silenziosità, basse vibrazioni, basso costo e capacità di utilizzo ad alta velocità durante il funzionamento. Per di più, questo tipo di cinghia è ampiamente utilizzata nella conversione di un moto rotatorio di un motore in un moto lineare di un dispositivo, come nello spostamento per i carrelli del Delta Robot nel caso in esame.

Occorre tuttavia tener conto delle problematiche dinamiche degli azionamenti lineari con cinghia dentata, causate soprattutto dall'elasticità del materiale della stessa, che non solo ne limita il controllo ma può anche provocare repentine accelerazioni. Quando questi meccanismi sono utilizzati per applicazioni precise, come ad esempio per il taglio laser, è necessario un controllo robusto che compensi i disturbi e le incertezze dinamiche e garantisca l'accuratezza della posizione.

Questo capitolo è volto a presentare lo schema della trasmissione per la movimentazione di un singolo pattino del robot e ad illustrare le ipotesi congetturate allo scopo di identificare due modelli. Si richiama inoltre, l'analisi modale per il calcolo delle frequenze naturali e dei coefficienti di smorzamento della cinghia e si pone l'attenzione sull'energia potenziale elastica di una molla per un calcolo approssimativo del pretensionamento.

Per l'analisi cinematica-dinamica del meccanismo sono proposti due modelli di trasmissione: il primo a tre gradi di libertà, per il quale le equazioni sono scritte secondo un approccio lagrangiano; il secondo a due gradi di libertà, per cui si utilizza un approccio Newtoniano. Presentate le ipotesi riguardanti il meccanismo, si passerà all'implementazione e, nei passi successivi,

all'implementazione dei due modelli matematici di essa, con la relativa scrittura delle equazioni. Successivamente si tratterà dello sviluppo dell'analisi modale per determinare le frequenze naturali teoriche e ai coefficienti di smorzamento della cinghia, per arrivare infine alla realizzazione e al confronto dei modelli sopraccitati in ambiente Matlab Simulink.

### 4.1 Schema e parametrici fisici della Trasmissione

Il servomeccanismo per la movimentazione del pattino è mostrato in figura (4.1) con le relative coordinate cinematiche e spaziali.

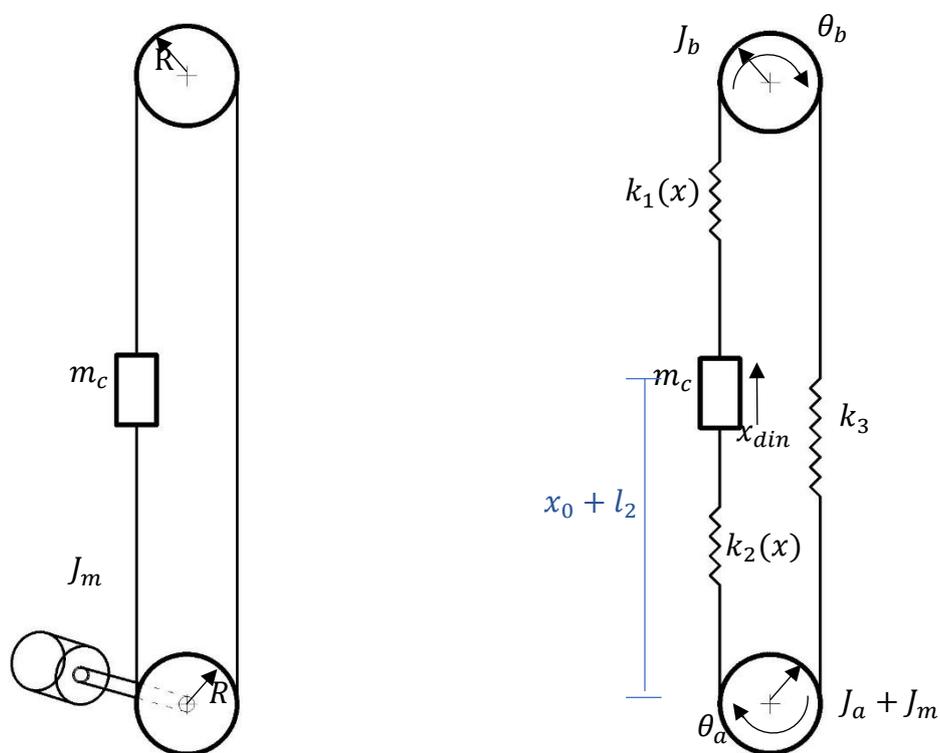


Figura 4.1

Esso è composto da un motore passo-passo, due pulegge di raggio  $R$ , il carrello e la cinghia dentata che converte la rotazione del motore nel movimento lineare del carrello.

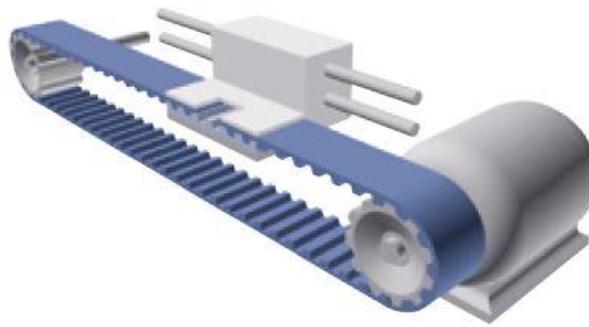


Figura 4.2 Esempio di trasmissione

Il meccanismo può essere analizzato con l’approccio dell’analisi modale, approssimandolo o con un modello a due masse o con uno a tre masse, elaborando diverse ipotesi. Per quanto riguarda il primo modello, “l’approssimazione semplificata con due masse è utilizzata con successo nella progettazione dei controlli, ad esempio nel caso di azionamenti per laminatoi, nastri trasportatori e altri processi di produzione. La modellazione basata con due masse è la più usata, ma in letteratura sono proposti numerosi metodi di controllo avanzati con tre masse al fine di ottenere un’elevata dinamica e precisione del sistema di azionamento. Tuttavia, la ricerca di un modello sufficientemente accurato per il sistema meccanico e le sue dinamiche variabili, gioca un ruolo importante nel raggiungimento di una buona prestazione di controllo”.<sup>26</sup> Da ciò si evince che è preferibile analizzare un secondo modello più realistico per studiare tutte le dinamiche presenti visto anche la precisione cinematica richiesta per la movimentazione del pattino.

Data la complessità del modello, occorre elaborare diverse ipotesi nel contatto tra puleggia – cinghia (arco di contatto), i rami liberi della cinghia e le pulegge, al fine di ottenere un esempio facilitato e studiare gli effetti dinamici di interesse. Le ipotesi comuni alla base dei due modelli che saranno illustrati in seguito, sono:

- 1) La cinghia può essere scomposta in tre molle con rispettive rigidità assiali  $k_1, k_2, k_3$ . Le rigidità  $k_i$  ( $i=1,2,3$ ) di ciascun ramo possono essere calcolate come  $k_i = k/l_i(t)$  dove indica la rigidità della cinghia per unità di lunghezza e  $l_i(t)$  la lunghezza di ogni singolo tratto nel tempo.
- 2) La rigidità a flessione della cinghia è trascurabile.
- 3) La massa per unità di lunghezza della cinghia è trascurabile rispetto a quella del carrello e delle pulegge.

---

<sup>26</sup> Online Estimation of Linear Tooth Belt Drive System Parameters - Niko Nevaranta, Jukka Parkkinen, Tuomo Lindh, Markku Niemelä, Olli Pyrhönen and Juha Pyrhönen.

- 4) Non si tiene conto della deformazione a taglio della cinghia.
- 5) L'effetto delle forze centrifughe sulla cinghia può essere trascurato
- 6) I punti finali di contatto tra cinghia e puleggia sono diametralmente opposti
- 7) Il modello viene studiato con pretensionamento applicato.
- 8) Le pulegge hanno raggio uguale e sono modellate con momenti d'inerzia a parametri concentrati.
- 9) Non c'è slittamento tra cinghia e puleggia. Il moto avviene in condizione di cinematica ideale.
- 10) Si introduce uno smorzatore viscoso equivalente in ogni singolo ramo in parallelo alla molla lineare calcolato sulla base del fattore di perdita del materiale costituente la cinghia; tale valore dipende dalla frequenza di vibrazione della cinghia.
- 11) La forza peso del carrello è trascurata in questa parte di lavoro, come anche le forze peso e le inerzie delle aste e estrusore. Il loro contributo sarà considerato successivamente nel modello ottenuto con Simmechanics collegato al modello Trasmissione - Motore Step di Simscape.

Esposte le ipotesi del modello trasmissione, si elencano i vari parametri geometrici e coefficienti adoperati per la scrittura delle equazioni con i relativi valori e unità di misura

<i>Descrizione</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità di misura</i>
<i>Raggio di Puleggia Conduttrice/Condotta</i>	R	$7.2 \cdot 10^{-3}$	<i>m</i>
<i>Interasse tra Pulegge</i>	i	<i>0.440</i>	<i>m</i>
<i>Posizione iniziale del carrello rispetto al centro della puleggia motrice</i>	$l_2$	<i>0.218</i>	<i>m</i>
<i>Inerzia Motore</i>	$J_m$	$0.48 \cdot 10^{-4}$	$kg \cdot m^2$
<i>Inerzia puleggia motrice</i>	$J_a$	$0.138 \cdot 10^{-6}$	$kg \cdot m^2$
<i>Inerzia puleggia condotta</i>	$J_b$	$0.138 \cdot 10^{-6}$	$kg \cdot m^2$
<i>Massa del carrello</i>	$m_c$	<i>0.120</i>	kg
<i>Rigidezza per unità di lunghezza</i>	$k_l$	<i>47500</i>	<i>N</i>
<i>Rigidezza ramo 1</i>	$k_1$	<i>Variabile</i>	<i>N/m</i>
<i>Rigidezza ramo 2</i>	$k_2$	<i>Variabile</i>	<i>N/m</i>
<i>Rigidezza ramo 3</i>	$k_3$	$1,0795 \cdot 10^5$	<i>N/m</i>
<i>Fattore di smorzamento</i>	$\zeta$	<i>0.05</i>	
<i>Loss Factor</i>	$\eta$	<i>10</i>	<i>%</i>
<i>Coefficiente di smorzamento del motore</i>	$c_{rot}$	<i>0.01</i>	$\frac{N \cdot m \cdot s}{rad}$
<i>Coefficiente di smorzamento de vincolo sulla puleggia motrice</i>	$c_a$	<i>0.001</i>	$\frac{N \cdot m \cdot s}{rad}$
<i>Coefficiente di smorzamento del vincolo sulla puleggia condotta</i>	$c_b$	<i>0.001</i>	$\frac{N \cdot m \cdot s}{rad}$
<i>Coefficiente di smorzamento sulle guide lineari</i>	$c_x$	<i>0.1</i>	$\frac{N \cdot s}{m}$

## 4.2 Equazione di Lagrange

Dal punto di vista matematico, i due modelli a parametri concentrati sono esaminati separatamente attraverso l'equazione di Lagrange a più gradi di libertà, espresse nel seguente modo in forma non conservativa:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (4.1)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial K}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = \vec{F}_{j,nc} \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial q_i} \quad (4.2)$$

$L$  è detta funzione lagrangiana,  $K$  rappresenta l'energia cinetica del sistema,  $D$  è alla funzione dissipativa dovuta allo smorzamento,  $V$  è la sommatoria tra l'energia potenziale elastica e quella gravitazionale mentre  $Q_i$  sono le componenti lagrangiane delle forze attive, ossia tutte le forze applicate dall'esterno agenti sul sistema.

Le generiche coordinate indipendenti sono denominate  $q_i$ , scelte per descrivere il sistema: le forme di energia presentate precedentemente saranno in funzione di esse. Il numero di coordinate dipende dal modello analizzato.

Il vantaggio dell'equazioni di Lagrange è che hanno “una forma universale, che si ottiene con operazioni di derivazione dalla funzione Lagrangiana  $L = K - V$ ”<sup>27</sup>, ovvero offrono una rapida implementazione delle equazioni senza lo svolgimento dei diagrammi di corpo libero; per contro si perde la fisica del problema, non sapendo come si distribuiscono le forze nel sistema e i moti dei corpi.

Nei prossimi paragrafi, inerenti ai modelli, verranno schematizzate le forze agenti su ogni corpo, non tenendo conto delle forze trasmesse dai giunti sul carrello che collegano i pattini alle aste e all'estrusore.

## 4.3 Richiami sull'analisi modale, smorzamento e funzione di trasferimento

Il calcolo dell'equazione di Lagrange per un modello MDOF a parametri concentrati conduce alla seguente forma matriciale:

<sup>27</sup> <http://www.mat.unimi.it/users/carati/didattica/dispense/lagrange.pdf>

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} + [C]\{\dot{x}\} + [G]\{\dot{x}\} = \{F_i\} \quad (4.3)$$

Dall'equazione di equilibrio dinamico in forma matriciale, emergono le matrici di massa  $[M]$ , di rigidità  $[K]$ , di smorzamento  $[C]$ , il termine noto  $\{F_i\}$ , in genere di tipo armonico o impulsivo, e degli attriti dovuti agli organi meccanici  $[G]$ . In particolare il prodotto matrice-vettore  $[G]\{\dot{x}\}$  può essere inglobato nel vettore forze  $\{F_i\}$  affinché lo studio dell'analisi modale sia più agevole. Il comportamento dinamico del sistema del secondo ordine a più gradi di libertà, può essere analizzato attraverso l'analisi modale, col fine di individuare le frequenze naturali  $\omega_{n_i}$ , le frequenze naturali smorzate  $\omega_{d_i}$  e gli smorzamenti dei rami della cinghia.

Il primo passo previsto è l'annullamento della forzante e delle matrici degli smorzamenti e degli attriti. L'equazione omogenea della dinamica risulta essere

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (4.4)$$

Le matrici  $[M]$  e  $[K]$  sono simmetriche ed è noto che le soluzioni sincrone del sistema sono del tipo:

$$\{x\} = \{x_0\}e^{i\omega t} \quad (4.5)$$

Sostituendo nell'equazione (4.4) il termine  $\{x\}$  e escludendo la soluzione banale in assenza di moto ( $\{x_0\} = \{0\}$ ), si ottiene la soluzione dell'autoproblema:

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0 \quad (4.6)$$

L'autoproblema può essere ridotto in forma standard nel seguente modo:

$$\det([M]^{-1}[K] - \omega^2[I]) = 0 \quad (4.7)$$

Il prodotto matriciale  $[M]^{-1}[K]$  è denominato come matrice dinamica  $[D_{dyn}]$  e i suoi autovalori sono esattamente uguali al quadrato delle frequenze naturali del sistema, ovvero le frequenze proprie del sistema in relazione alle sue caratteristiche fisiche e senza l'azione di una forzante esterna. In sostanza l'equazione (4.7) è l'equazione algebrica di grado  $n$  in  $\omega^2$  che restituisce gli  $n$  valori delle frequenze naturali del sistema.

L'analisi modale prevede anche il calcolo dei modi di vibrare e delle matrici di massa modale e di rigidità modale. La dissipazione di energia causata dagli attriti può essere studiata riconducendo l'equazione (4.8) ad  $n$  equazioni modali disaccoppiate con coordinate modali  $r_i$  e ad ipotesi di smorzamento proporzionale

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (4.8)$$

$$\ddot{r}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{r}_i + \omega_i^2r_i(t) = f_i(t) \quad i = 1, \dots, n \quad (4.9)$$

Nel caso di un sistema a 3 gradi di libertà, si ottengono tre equazioni modali con relativi  $\omega_i^2$  e  $\zeta_i$ . I fattori di smorzamento di interesse, dipendono dal materiale della cinghia, che nel caso in esame è il poliuretano, il quale risulta essere sotto smorzato. I valori  $\zeta_i$  ad alte frequenze in questo tipo di materiale, non si discostano eccessivamente tra loro e può essere assunto un fattore di smorzamento equivalente  $\zeta_{eq}$ . Nella pratica per la misurazione di questo valore nei materiali polimerici, si esegue un test DMA (Dynamic Mechanical Analysis), ovvero «una tecnica di analisi termica applicando su un provino una forza oscillante ad una data temperatura. Da questa analisi si determinano caratteristiche del materiale come i moduli di conservazione  $E'$ , il quale misura l'energia elastica del materiale ed è legata al comportamento elastico, e il modulo di perdita  $E''$ , collegato al comportamento viscoso e misura l'energia dissipata sotto forma di calore»<sup>28</sup>.

$$E' = E \cos(\phi) = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \cos(\phi) \quad (4.10)$$

$$E'' = E \sin(\phi) = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \sin(\phi) \quad (4.11)$$

$\sigma_0$  e  $\epsilon_0$  sono le ampiezze rispettivamente dello stress e della deformazione, mentre  $\phi$  è l'angolo di fase tra le due ampiezze.

Calcolando il rapporto tra  $E'$  e  $E''$  si ottiene il *loss factor*  $\eta$  (fattore di perdita). Nel caso specifico del poliuretano, questo rapporto può approssimativamente pari al doppio del fattore di smorzamento. Valori tipici di  $\eta$ , misurati in un test DMA per il poliuretano, sono nel range dello 0.1 e il 0.3 con conseguente fattore di smorzamento  $\zeta$  compreso tra 0.05 e 0.15. Scegliendo una tipologia specifica di cinghia di poliuretano, con un determinato loss factor, è possibile ricavare un fattore di smorzamento equivalente e univoco per tutti gli i-esimi modi di vibrare.

$$\eta = \frac{E''}{E'} = \tan(\phi) \quad (4.12)$$

$$\zeta_{eq} \approx \frac{\eta}{2} \quad (4.13)$$

Il richiamo di questi aspetti teorici dell'analisi modale e dell'analisi dinamica è di fondamentale importanza per determinare i termini  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$ , ciascuno connesso in parallelo con le molle. Essi sono ricavati come coefficienti equivalenti di smorzamento in relazione al fattore di perdita  $\eta$  della cinghia e alle rigidità j-esime, ove l'indice j si riferisce al tratto di cinghia considerato.

---

<sup>28</sup> [https://it.wikipedia.org/wiki/Analisi\\_meccanica\\_dinamica](https://it.wikipedia.org/wiki/Analisi_meccanica_dinamica)

$$c_j = \eta \frac{k_j}{\omega_n} \approx 2\zeta_{eq} \frac{k_j}{\omega_n} \quad j = 1,2,3 \quad (4.14)$$

$\omega_n$  è “la prima frequenza naturale non smorzata della trasmissione correlata alla deformazione assiale della cinghia e diversa da zero. Più precisamente la frequenza naturale è calcolata da un modello lineare della trasmissione prendendo il modo i-esimo la cui energia elastica è principalmente concentrata a causa della deformazione assiale della cinghia”<sup>29</sup>.

### 4.3.1 Funzione di trasferimento

La valutazione di  $\omega_n$  nel sistema, condizione necessaria per stimare i coefficienti della matrice [C] può essere ottenuta, come già anticipato, dagli autovalori della matrice  $[D_{dyn}]$  o dal grafico della funzione di trasferimento complessa (*complex frequency response function*) nel dominio delle frequenze, abbreviato in FRF. La frequenza  $\omega_n$  nell'equazione sarà scelta correttamente dall'analisi comparata dei due grafici di Bode dei due modelli di trasmissione.

Per comprenderne maggiormente il significato matematico-fisico, ci si riferisce inizialmente ad un sistema ad un grado di libertà (figura 4.3) sottoposto ad un'eccitazione armonica secondo la relazione (4.15). Si definisce funzione di trasferimento complessa o funzione di risposta in frequenza  $H(i\omega)$  come il rapporto tra l'ampiezza della risposta forzata  $x_0$  e la massima ampiezza  $F_0$  della forzante armonica applicata al sistema.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 \cos(\omega t) = f(t) \quad (4.15)$$

$$H(i\omega) = \frac{x_0}{F_0} = \frac{1}{-\omega^2 m + i\omega c + k} \quad (4.16)$$

---

<sup>29</sup> Dynamic Modeling of Belt Drive Systems: Effects of the Shear Deformations – E. Zenerino, N. Amati, Andrea Tonoli - Journal of Vibration and Acoustics - October 2006

Nell' equazione (4.15), compare il termine  $\omega$ , definito pulsazione della forzante armonica o *driving frequency*, da non confondere con la pulsazione naturale del sistema

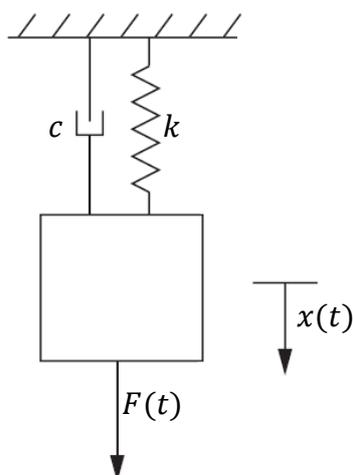


Figura 4.3

“Le funzioni di risposta in frequenza sono funzioni definite nel dominio della frequenza e caratterizzano il comportamento di un sistema meccanico tempo-invariante mettendo in relazione l'ingresso e l'uscita. Se il sistema è lineare (LTI), come si ipotizza, le FRF si caratterizzano come la trasformata di Laplace della risposta all'impulso di Dirac”<sup>30</sup>. In sostanza l'equazione (4.15) viene riscritta usando la trasformata di Laplace con coordinata complessa  $s = \sigma + i\omega$  e le funzioni  $x(t)$  e  $f(t)$  diventano nel dominio Laplaciano  $X(s)$  e  $F(s)$ .

$$\mathcal{L}m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = \mathcal{L}F_0\cos(\omega t) \quad (4.17)$$

$$\mathcal{L}m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = \mathcal{L}F_0\cos(\omega t) \quad (4.18)$$

$$(ms^2 + cs + k)X(s) - msx(0) - m\dot{x}(0) - cx(0) = \frac{F_0s}{s^2 + \omega^2} = F(s) \quad (4.19)$$

Assumendo le condizioni iniziali nulle e manipolando l'equazione (4.19) si ottiene la funzione di trasferimento TF (transfer function) nel dominio Laplaciano. In letteratura è indicata come  $G(s)$ .

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (4.20)$$

---

<sup>30</sup> Identificazione delle caratteristiche dinamiche di sistemi meccanici a partire dall'analisi modale sperimentale  
– Luca Menin

Le funzioni (4.16) e (4.20) sono strettamente correlate tra loro: sostituendo solamente la parte immaginaria della coordinata laplaciana ( $s = i\omega$ ) nel termine  $G(s)$  si ottiene esattamente la FRF complessa. Per studiare con maggiore semplicità la FRF, è utile riportarla mediante un diagramma semilogaritmico, detto diagramma di Bode, ove in ordinata si riporta la risposta in ampiezza  $|H(i\omega)|$  espressa in dB e in ascissa le frequenze (in Hz), o le pulsazioni in rad/s o il rapporto  $r = \frac{\omega}{\omega_n}$ . La figura (4.4) mostra un tipico andamento della FRF per un determinato fattore di smorzamento, mentre dall'immagine seguente si può constatare che per diversi sistemi SDOF più smorzati, quindi  $\zeta$  più alti, i picchi tendono ad essere decisamente meno pronunciati, mentre i punti di massimo nell'asse delle ascisse assumono valori per  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ , detti pulsazioni smorzate. Il diagramma di Bode dà anche una rappresentazione del diagramma del fase, non presentato in questo paragrafo.

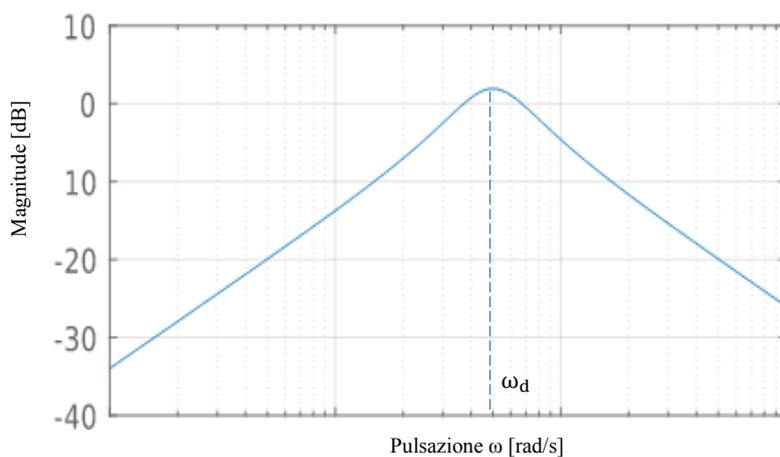


Figura 4.4

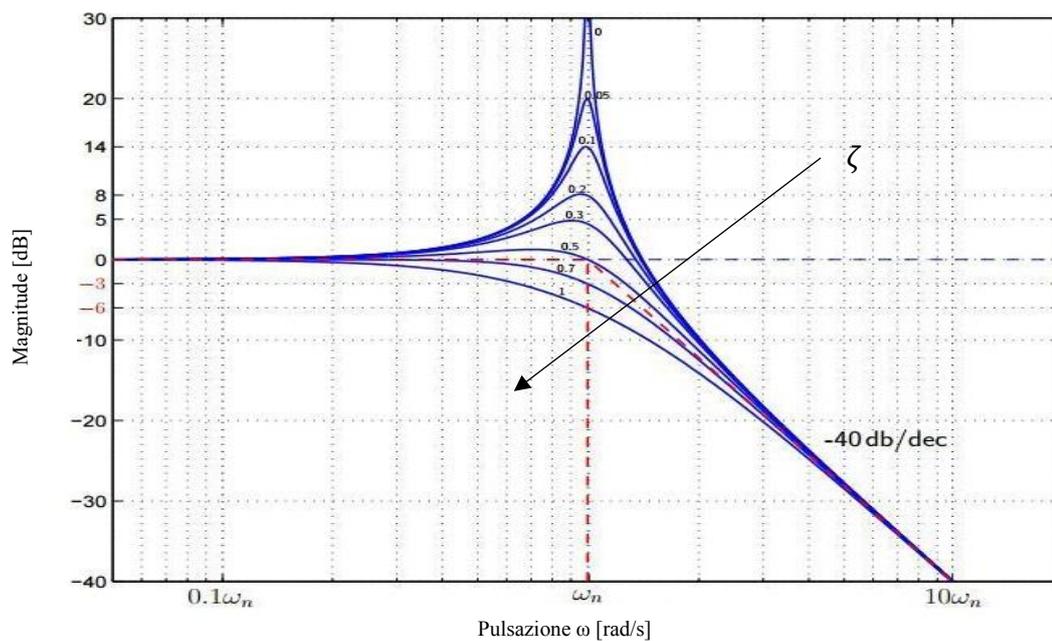


Figura 4.5

Quanto presentato sin qui può essere esteso a livello concettuale per un sistema a  $n$  gradi di libertà (MDOF) sottoposto a una forzante armonica. In tal caso la relazione (4.3) può essere scritta nella forma matriciale (4.21)

$$[-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]]\{x_0\}e^{i\omega t} = \{F_0\}e^{i\omega t} \quad (4.21)$$

Eliminando la dipendenza dal tempo e supponendo condizioni iniziali nulle del sistema, la funzione di risposta in frequenza viene riscritta come una matrice di dimensione  $n \times n$  e simmetrica.

$$[H(i\omega)] = \begin{bmatrix} H_{1,1}(i\omega) & \cdots & H_{1,n}(i\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n,1}(i\omega) & \cdots & H_{n,n}(i\omega) \end{bmatrix} = \frac{\{x_0\}}{\{F_0\}} = \frac{1}{-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]} \quad (4.22)$$

Il numero di elementi della matrice  $[H(i\omega)]$  è pari al quadrato del numero di gradi di libertà con cui si caratterizza il sistema ( $n^2$ ). Ogni singolo elemento della matrice è pari al rapporto tra l'ampiezza dello spostamento nel nodo  $i$ -esimo del sistema nell'istante in cui viene applicata una forzante nel nodo  $j$ -esimo. Se i rapporti tra ingressi (forzante) e uscite (spostamento) avvengono nello stesso punto, si calcolano gli elementi sulla diagonale  $i=j$  denominati come funzioni di trasferimento dirette.

Normalmente le FRF vengono riprodotte su terminale grafico e con test sperimentalmente in laboratorio attraverso un analizzatore FFT e strumentazione idonea. In figura (4.6) è rappresentato un classico test finalizzato allo studio del comportamento dinamico di una trave incastrata sottoposta ad una forzante armonica generata da uno shaker. Applicando la forzante al punto 1 ed elaborando il segnale in uscita misurato dall' accelerometro installato nel punto 1, si ottiene una FRF con tre distinte frequenze naturali e tre diversi fattori di smorzamento di valori. Pertanto, il modello continuo di trave può essere modellato come un sistema a 3 gradi libertà, segnando altri due punti sulla struttura, nei quali vengono posizionati altri due accelerometri.

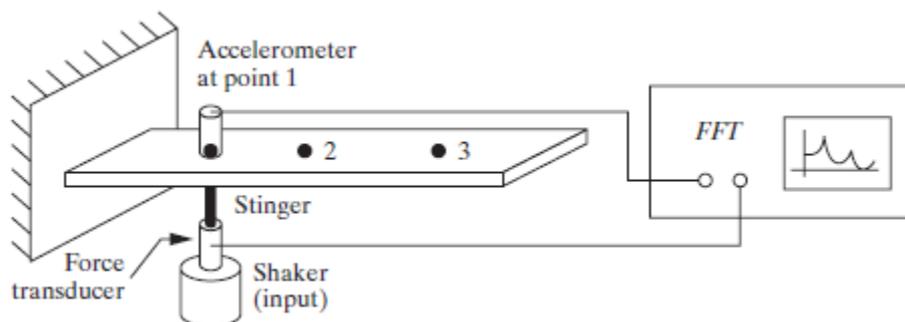


Figura 4.6<sup>31</sup>

Il test viene ripetuto con la forzante nel punto 1 e con l'analizzatore che elabora i segnali di uscita, estrapolando come output grafico gli elementi della matrice FRF  $|H_{11}(\omega)|$ ,  $|H_{21}(\omega)|$ ,  $|H_{31}(\omega)|$ .

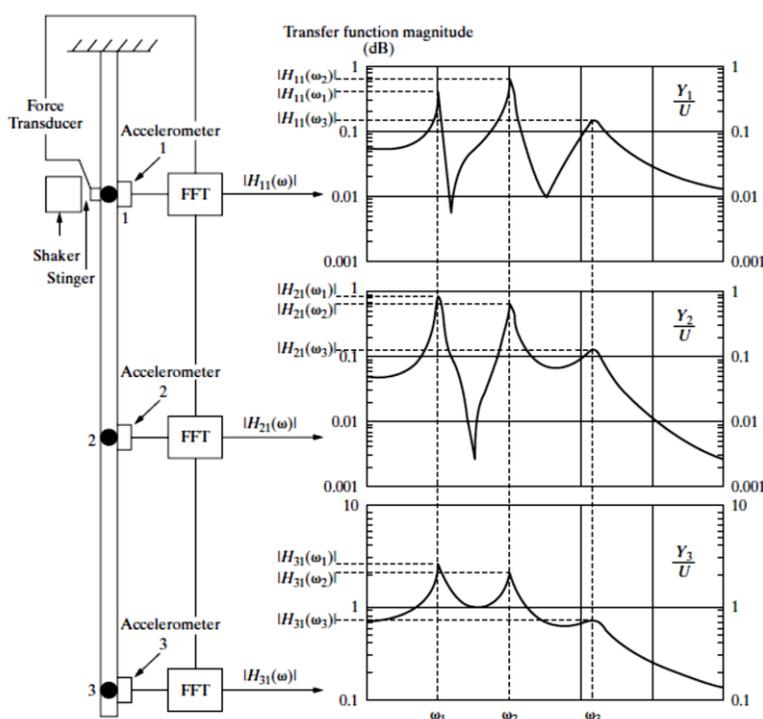


Figura 4.7

Sebbene la FRF è ricavata con la strumentazione per analisi di vibrazioni, il toolbox Linear System Analysis di Simulink permette di estrarre qualsiasi elemento  $H_{a,b}(i\omega)$  della matrice  $[H(i\omega)]$ , definendo antecedentemente l'ingresso e l'uscita riferiti per quello specifico elemento, oltre ad un fattore di smorzamento  $\zeta$ , come nel caso della trasmissione, un unico  $\zeta_{eq}$ . Il confronto dei diagrammi di Bode dei due modelli MDOF, porta così alla scelta di una  $\omega_n$  univoca e al calcolo dei coefficienti  $c_1, c_2, c_3$ .

<sup>31</sup> Engineering Vibrations – Daniel J. Inman

## 4.4 Pretensionamento della cinghia

Prima di introdurre i modelli matematici adoperati, occorre richiamare alcuni aspetti teorici inerente alle molle. “Le molle sono elementi meccanici caratterizzati da un’elevata capacità di deformarsi elasticamente sotto l’azione del carico, riprendendo la conformazione originaria al cessare dello stesso”<sup>32</sup>. Questo accade poiché sulla molla agisce una forza di richiamo, nota anche come legge di Hooke, la quale è proporzionale secondo una costante elastica  $k$  e opposta all’allungamento della molla.

Basandosi su quanto citato precedentemente, l’allungamento dovuto al precarico statico nel caso specifico della trasmissione, viene studiato posizionando la massa esattamente nel punto medio del ramo sinistro allor quando le lunghezze indeformate delle molle  $l_1$  e  $l_2$  siano pari alla metà di  $l_3$ . Applicando il pretensionamento  $2F_i$  come in figura (4.8), le pulegge traslano in uguale direzione ma in verso opposto di una quantità pari  $x_0$ , mentre la posizione della massa del carrello rimane inalterata. L’interasse tra i centri delle pulegge è un valore di progetto ed è pari ad  $i$ .

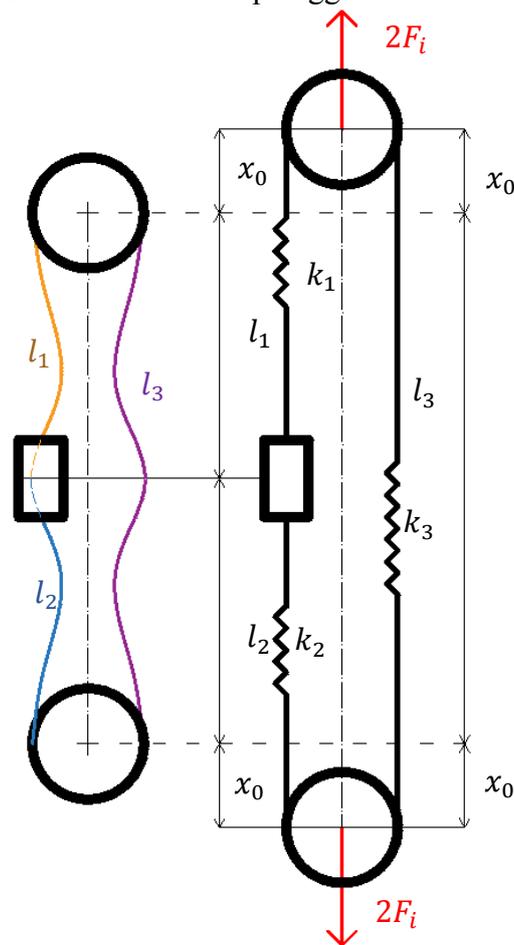


Figura 4.8

<sup>32</sup> <https://www.docsity.com/it/teoria-molle-costruzione-di-macchine/2512019/>

Adottando un approccio newtoniano sulle due pulegge e seguendo le considerazioni geometriche precedenti, con l'allungamento della cinghia trascurabile rispetto del tratto di cinghia di lunghezza  $l$ , è possibile scrivere i seguenti sistemi di equazioni alla traslazione e geometriche del sistema:

$$\begin{cases} k_1 \cdot x_0 + k_3 \cdot 2x_0 = 2F_i \\ k_2 \cdot x_0 + k_3 \cdot 2x_0 = 2F_i \end{cases} \quad (4.23)$$

$$\begin{cases} l_1 = l_2 = l \\ l_3 = 2l \\ x_0 \ll l \\ k_1 \cong \frac{k_l}{l_1} \\ k_2 \cong \frac{k_l}{l_2} \\ k_3 \cong \frac{k_l}{l_3} \end{cases} \quad (4.24)$$

Manipolando le equazioni dei due sistemi il valore del pretensionamento risulta essere

$$F_i \cong \frac{k_l}{l} \cdot x_0 \quad (4.25)$$

Un ulteriore conferma di quanto scritto è data dall'equazione dell'equilibrio alla rotazione combinata con il sistema (4.24)

$$\begin{cases} k_1 \cdot x_0 = k_3 \cdot 2x_0 \\ k_2 \cdot x_0 = k_3 \cdot 2x_0 \end{cases} \quad (4.26)$$

Nel caso in cui il carrello si trovasse in una posizione non esattamente centrata nel ramo sinistro e spostata di una quantità pari a  $x$  rispetto al punto medio del ramo sinistro tale per cui

$$\begin{cases} l_1 = l - x \\ l_2 = l + x \\ l_3 = 2l \end{cases} \quad (4.27)$$

si introducono i due allungamenti  $x_{01}$  e  $x_{02}$ , rispettivamente per il tratto 1 e 2, con conseguente modifica delle equazioni alla traslazione e rotazione

$$\begin{cases} k_1 \cdot x_{01} + k_3 \cdot 2x_0 = 2F_i \\ k_2 \cdot x_{02} + k_3 \cdot 2x_0 = 2F_i \end{cases} \quad (4.28)$$

$$\begin{cases} k_1 \cdot x_{01} = k_3 \cdot 2x_0 \\ k_2 \cdot x_{02} = k_3 \cdot 2x_0 \end{cases} \quad (4.29)$$

Sostituendo le equazioni geometriche e dell'equilibrio alla rotazione nel sistema (4.28), si ottiene lo stesso risultato della relazione (4.25)

## 4.5 Modello a due masse 2DOF

Il meccanismo in condizioni di funzionamento è studiato con un sistema massa-massa con due gradi di libertà, rappresentanti maggiormente il comportamento dinamico, ossia lo spostamento con riferimento assoluto del carrello  $x_{ass}$  e la rotazione della puleggia motrice  $\theta_a$ . In questo caso, conviene analizzare il problema con un approccio newtoniano, secondo una schematizzazione delle forze lungo i singoli tratti della cinghia affinché si comprenda la fisica del problema e si semplifichi la rigidità e lo smorzamento con dei coefficienti equivalenti dipendenti dalla posizione.

Come ipotesi iniziale si trascurano l'inerzia della puleggia condotta e gli attriti presenti in essa, dovuti agli organi meccanici cosicché lo sforzo normale  $T_1$  sia costante in entrambi gli estremi della puleggia (non c'è slittamento tra cinghia e puleggia) e allunghi sia il tratto conduttore, rappresentato dalla molla con rigidità  $k_3$ , sia una parte del ramo condotto (molla con rigidità  $k_1$ ). Gli attriti dovuti al rotolamento, rappresentati dal termine  $c_a$ , e lo smorzamento del motore ( $c_{rot}$ ) non sono omissi.

Nel tratto con rigidità  $k_2$ , lo sforzo  $T_2$  risulta essere minore rispetto a  $T_1$  per effetto dell'equilibrio nella puleggia motrice: si verifica in questo modo un salto di tensione nel punto di ancoraggio tra cinghia e carrello con conseguente accelerazione del carrello stesso.

Il sistema di equazioni (4.30) riassume quanto descritto sinora. Inoltre può essere introdotta una semplificazione e schematizzazione per le molle  $k_1$  e  $k_3$ : essendo soggette alla stessa forzante  $T_1$ , esse si dicono molle in serie e possono essere rappresentate come un'unica molla di rigidità equivalente  $k_{13}$ , secondo la formula (4.32):

$$\left\{ \begin{array}{l} (J_a + J_m)\ddot{\theta}_a + (T_3 - T_2) \cdot R_a + c_a\dot{\theta}_a + c_{rot}\dot{\theta}_a = C_m \\ m_c\ddot{x}_{ass} + T_2 - T_1 + c_x\dot{x}_{ass} = F_c = 0 \\ T_1 = k_1(R\theta_b - x_{ass} + l_2 + x_0) \\ T_2 = k_2(x_{ass} - l_2 - x_0 - R\theta_a) \\ T_3 = k_3(R\theta_a - R\theta_b) \\ T_1 = T_3 \end{array} \right. \quad (4.30)$$

$$\frac{1}{k_{13}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \quad (4.31)$$

$$k_{13} = \frac{k_1 \cdot k_3}{k_1 + k_3} = \frac{k_l}{3l - x_{ass}} \quad (4.32)$$

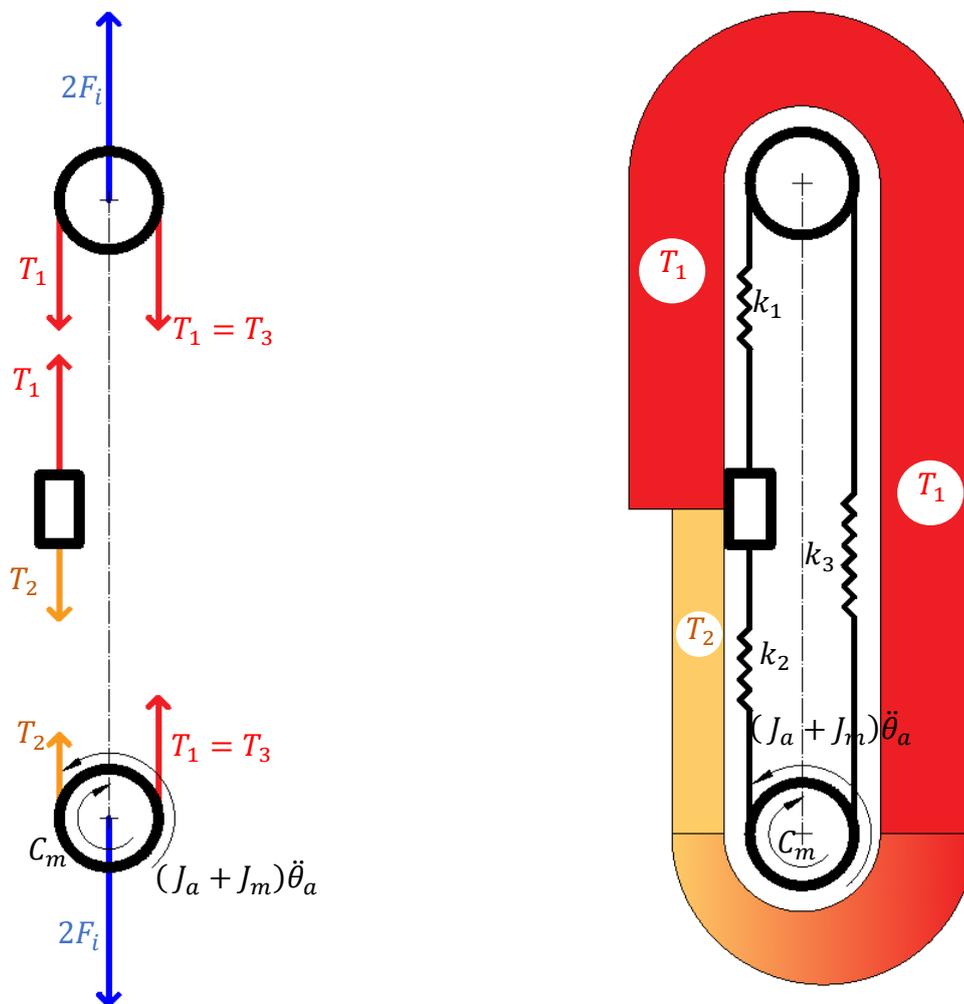


Figura 4.9

La combinazione delle due molle e l'omissione della dinamica della puleggia condotta permettono una nuova schematizzazione della trasmissione con due masse, ovvero il carrello e la puleggia motrice – rotore, collegate tra loro come in figura (4.10). Il sistema di equazioni è opportunamente corretto e alla rotazione  $\theta_a$  è associata a uno spostamento lineare  $R\theta_a$

$$\begin{cases} \left(\frac{J_a + J_m}{R^2}\right) R\ddot{\theta}_a + (T_{13} - T_2) + \left(\frac{c_a}{R^2}\right) R\dot{\theta}_a + \left(\frac{c_{rot}}{R^2}\right) R\dot{\theta}_a = C_m/R \\ m_c \ddot{x}_{ass} + T_2 - T_{13} + c_x \dot{x}_{ass} = 0 \\ T_{13} = k_{13}(R\theta_a - x_{ass} + l_2 + x_0) \\ T_2 = k_2(x_{ass} - l_2 - x_0 - R\theta_a) \end{cases} \quad (4.33)$$

Inoltre è necessario introdurre due smorzatori viscosi  $c_{13}$  e  $c_2$ , ciascuno in parallelo rispettivamente con i tratti di cinghia  $k_{13}$  e  $k_2$ , al fine di considerare l'effetto dissipativo del materiale della cinghia stessa e alterando le tensioni  $T_2$  e  $T_{13}$

$$T_{13} = k_{13}(R\theta_a - x_{ass} + l_2 + x_0) + c_{13}(R\dot{\theta}_a - \dot{x}_{ass}) \quad (4.34)$$

$$T_2 = k_2(R\theta_a - x_{ass} + l_2 + x_0) + c_2(R\dot{\theta}_a - \dot{x}_{ass}) \quad (4.35)$$

Il sistema di equazioni può essere riassunto nella seguente forma matriciale (4.36) col fine di studiarne l'autoproblema e ricavarne la prima frequenza propria diversa da zero al variare della posizione assoluta del carrello

$$\begin{bmatrix} m_c & 0 \\ 0 & \frac{J_a + J_m}{R^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{din} \\ R\ddot{\theta}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{13} + c_2 & -c_2 - c_{13} \\ -c_2 - c_{13} & c_{13} + c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{din} \\ R\dot{\theta}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{13} + k_2 & -k_2 - k_{13} \\ -k_2 - k_{13} & k_{13} + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{din} \\ R\theta_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ C_m/R \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.36)$$

$$\omega_n = \sqrt{\left(\frac{1}{m} + \frac{R^2}{J_m}\right) \cdot \left(\frac{k_l}{l + x_{ass}} + \frac{k_l}{3l - x_{ass}}\right)} \quad (4.37)$$

Un'ulteriore semplificazione della trasmissione viene illustrata in figura (4.10): la disposizione delle molle di rigidezza  $k_2$  e  $k_{13}$ , schematizzate in parallelo senza gli smorzatori, comporta che esse abbiano la stessa deformazione agli estremi e la cinghia può essere nuovamente ridotta come un'unica molla di rigidezza effettiva  $k_{eff}(x) = k_2 + k_{13}$  dipendente dalla posizione assoluta del carrello.

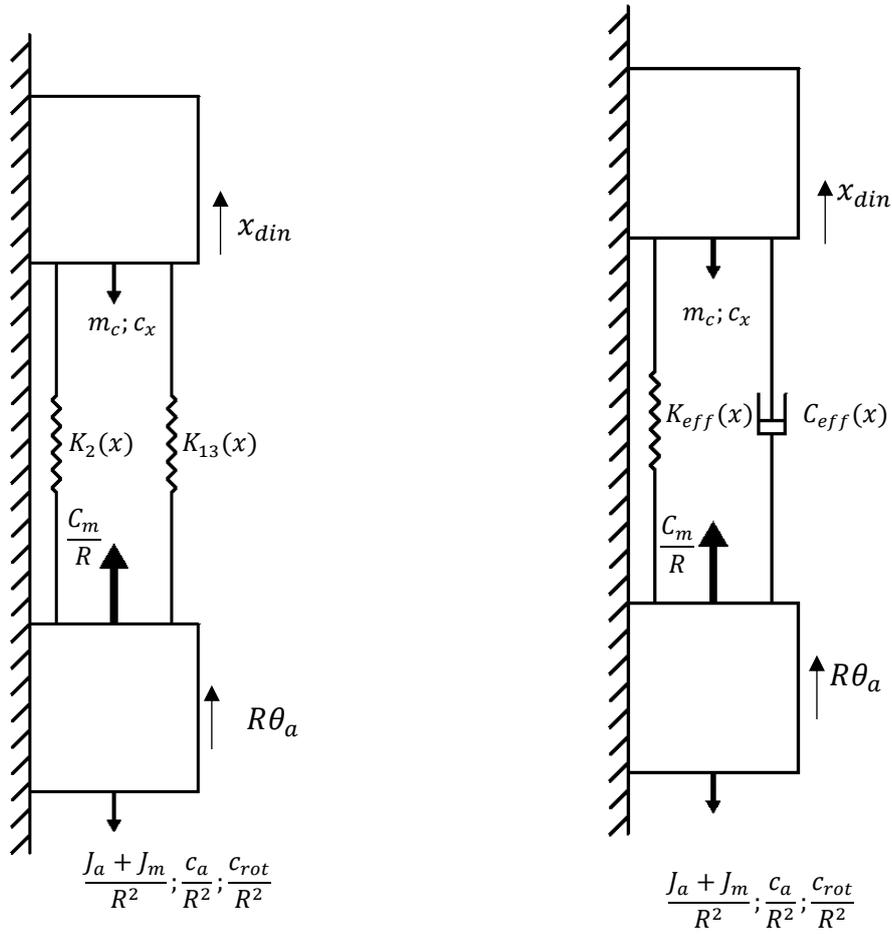


Figura 4.10

In figura (4.10) è inserito volontariamente anche un dissipatore viscoso  $C_{eff}(x)$ , in parallelo alla molla equivalente, per non trascurare gli effetti dissipativi del materiale della cinghia ed è calcolato seguendo i concetti dell'analisi modale e la relazione (4.14), con la differenza che la rigidità associata è  $k_{eff}(x)$ .

$$m_c \ddot{x}_{ass} + C_{eff}(\dot{x}_{ass} - R\dot{\theta}_a) + K_{eff}(x_{ass} - l_2 - x_0 - R\theta_a) + c_x \dot{x}_{ass} = 0 \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{J_a + J_m}{R^2}\right) R\ddot{\theta}_a - C_{eff}(\dot{x}_{ass} - R\dot{\theta}_a) - K_{eff}(x_{ass} - l_2 - x_0 - R\theta_a) + \left(\frac{c_a}{R^2}\right) R\dot{\theta}_a \\ + \left(\frac{c_{rot}}{R^2}\right) R\dot{\theta}_a = C_m/R \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$C_{eff}(x) = \eta \frac{K_{eff}(x)}{\omega_n(x)} \quad (4.40)$$

Con fattore di perdita  $\eta$  pari a 0.10

## 4.6 Modello a tre gradi di libertà 3DOF

Il moto della trasmissione può essere rappresentato con un modello a tre gradi di libertà, descritto dalla rotazione delle due pulegge  $\theta_a, \theta_b$  e dallo spostamento del pattino  $x_{din}$ , mentre la forza esterna agente sul sistema rimane la coppia motrice  $C_m$  sviluppata dal motore.

I termini relativi all'energia cinetica del sistema sono:

$$\begin{aligned} K_{tot} &= K_{Carrello} + K_{Puleggia\ Motrice} + K_{Inerzia\ Motore} + K_{Puleggia\ Condotta} \\ &= \frac{1}{2} m_c \dot{x}_{din}^2 + \frac{1}{2} J_a \dot{\theta}_a^2 + \frac{1}{2} J_m \dot{\theta}_a^2 + \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}_b^2 \end{aligned} \quad (4.41)$$

L'energia potenziale è data dalla sommatoria tra l'energia potenziale gravitazionale del carrello e l'energia potenziale elastica nei vari rami della cinghia.

$$V = V_g + V_k \quad (4.42)$$

L'energia potenziale gravitazionale può essere espressa come

$$V_g = m_c \cdot g \cdot (x_{din} + x_0 + l_2) \quad (4.43)$$

La derivata di questo contributo, rispetto allo spostamento del carrello, è la forza peso. Quest'ultima è trascurata nella stesura delle equazioni in questa fase del lavoro, poiché sarà considerata successivamente nel modello *Simmechanics-Simscape* della macchina completa.

Per quanto riguarda l'energia potenziale elastica, essa può essere espressa come

$$V_k = \frac{1}{2} k_1(x) \cdot (x_{din} - R\theta_b)^2 + \frac{1}{2} k_2(x) \cdot (x_{din} - R\theta_a)^2 + \frac{1}{2} k_3(R\theta_a - R\theta_b)^2 \quad (4.44)$$

Gli effetti dissipativi considerati in questo modello sono: l'attrito dovuto ai cuscinetti delle pulegge, la forza di attrito delle guide del pattino, rappresentati relativamente dai coefficienti  $c_a$ ,  $c_b$  e  $c_x$ , e l'attrito del rotore del motore  $c_{rot}$ . La formula generale della funzione dissipativa è

$$D = \frac{1}{2} c_x \dot{x}^2 + \frac{1}{2} c_a \dot{\theta}_a^2 + \frac{1}{2} c_b \dot{\theta}_b^2 + \frac{1}{2} c_{rot} \dot{\theta}_a^2 \quad (4.45)$$

Le forze non conservative che agiscono sul sistema sono: la coppia motrice erogata dal motore, la forza esterna  $F_c$  dovuta ai contributi gravitazionali e inerziali delle aste e dell'estrusore e le forze di pretensionamento agenti sui centri delle pulegge. Tuttavia, adottando un modello già pretensionato e non tenendo conto dell'energia potenziale elastica dovuta all'allungamento  $x_0$  in condizione di precarico statico, è possibile escludere le forze statiche di pretensionamento dal termine  $\vec{F}_{j,nc}$ . Si azzera, inoltre, il termine  $F_c$ : lo scopo, in questo stadio del lavoro, è di cercare di creare un algoritmo risolutivo con i blocchi *Simulink* per calcolare le rigidità, i coefficienti di smorzamento della cinghia, i quali dipendono dalla posizione del carrello e dalla pulsazione naturale della trasmissione, e per comprendere meglio la cinematica del meccanismo secondo un dato segnale di coppia come input. Parte del modello sarà ricollegata all'ambiente *Simscape* Motore Passo – Passo / Trasmissione e al modello *Simmechanis* della macchina, ove i contributi  $F_c$  e  $V_g$  influenzeranno la scelta del Motore Step.

Applicando il metodo di Lagrange con le coordinate generali  $x_{din}$ ,  $\theta_a$  e  $\theta_b$ , le tre equazioni risultano essere:

$$m_c \ddot{x}_{din} + k_1(x) \cdot (x_{din} - R\theta_b) + k_2(x) \cdot (x_{din} - R\theta_a) + c_x \dot{x}_{din} = F_c = 0 \quad (4.46)$$

$$J_b \ddot{\theta}_b + c_b \dot{\theta}_b - R \cdot [k_1(x) \cdot (x_{din} - R\theta_b) + k_3 \cdot (R\theta_a - R\theta_b)] = 0 \quad (4.47)$$

$$\frac{J_a + J_m}{C_m} \ddot{\theta}_a + (c_a + c_{rot}) \cdot \dot{\theta}_a - R[k_2(x) \cdot (x_{din} - R\theta_a) - k_3 \cdot (R\theta_a - R\theta_b)] = 0 \quad (4.48)$$

#### 4.6.1 Modello a tre masse con posizione assoluta e smorzamento

Il modello presentato sinora, non tiene conto dell'attrito del materiale della cinghia. Per considerare anche questo effetto, si ipotizza un valore fisso di loss factor ( $\eta$ ) del poliuretano al fine di ottenere un unico  $\zeta_{eq}$  che approssimi i singoli fattori di smorzamento modali i-esimi. Si considera, inoltre, l'introduzione di tre smorzatori viscosi, ognuno in parallelo con la molla, che rappresenta la rigidità assiale del singolo ramo, come in figura (4.11). La funzione dissipativa è modificata nel seguente modo:

$$D = \frac{1}{2} c_a \dot{\theta}_a + \frac{1}{2} c_{rot} \dot{\theta}_a + \frac{1}{2} c_b \dot{\theta}_b + \frac{1}{2} c_x \dot{x} + \frac{1}{2} c_1(x) \cdot (\dot{x} - R\dot{\theta}_b) + \frac{1}{2} c_2(x) \cdot (\dot{x} - R\dot{\theta}_a) + \frac{1}{2} c_3 \cdot (R\dot{\theta}_a - R\dot{\theta}_b) \quad (4.49)$$

Conviene altresì esprimere lo spostamento dinamico in funzione della posizione assoluta del carrello rispetto al centro geometrico della puleggia motrice, affinché risulti un'implementazione più agevole in ambiente *Simulink*.

$$x_{din} = x_{ass} - x_0 - l_2; \quad (4.50)$$

$$\dot{x}_{din} = \dot{x}_{ass}; \quad (4.51)$$

$$\ddot{x}_{din} = \ddot{x}_{ass}; \quad (4.52)$$

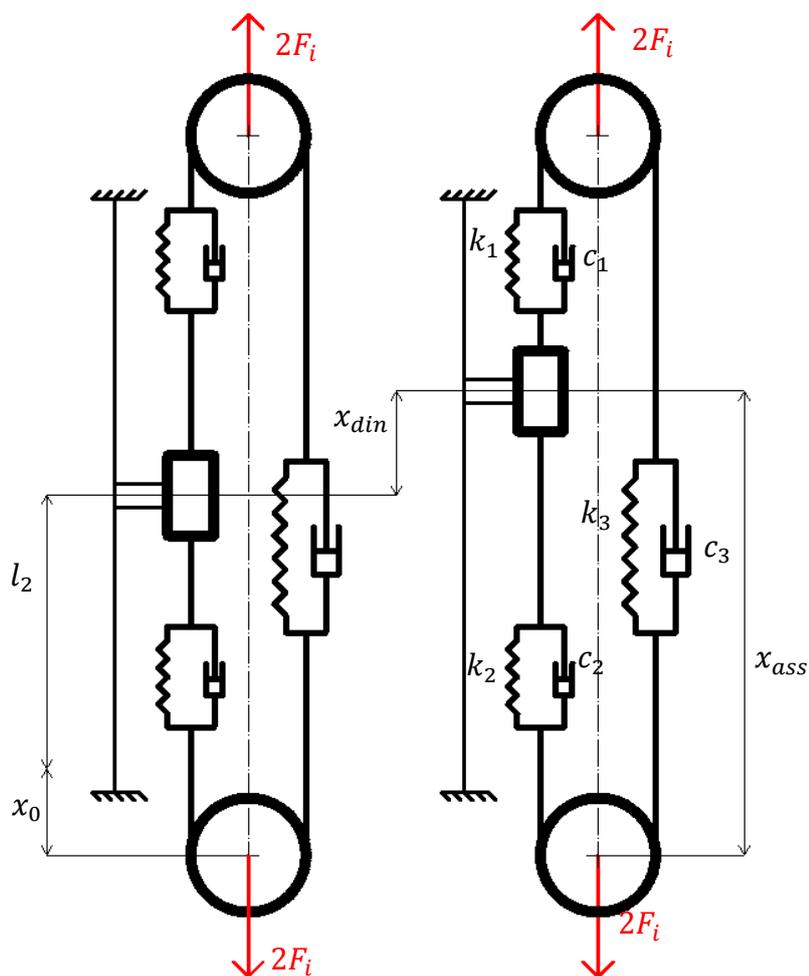


Figura 4.11

Le equazioni possono essere manipolate secondo il nuovo riferimento e riscritte nelle seguenti forme, normale e matriciale, estesa e compatta. In particolare, si predilige scrivere gli elementi  $R\theta_a$  e  $R\theta_b$  (e rispettive derivazioni) per esprimere le rotazioni come spostamenti lineari e le pulegge come masse e riassunte nella forma matriciale.

$$m_c \ddot{x}_{ass} + k_1(x) \cdot (x_{ass} - x_0 - l_2 - R\theta_b) + k_2(x) \cdot (x_{ass} - x_0 - l_2 - R\theta_a) + c_x \dot{x}_{ass} + c_1(x)(\dot{x}_{ass} - R\dot{\theta}_b) + c_2(x)(\dot{x}_{ass} - R\dot{\theta}_a) = 0 \quad (4.53)$$

$$(J_a + J_m)\ddot{\theta}_a + (c_a + c_{rot}) \cdot \dot{\theta}_a - R \cdot [k_2(x) \cdot (x_{ass} - x_0 - l_2 - R\theta_a) - k_3 \cdot (R\theta_a - R\theta_b)] - R \cdot [c_2(x) \cdot (\dot{x}_{ass} - R\dot{\theta}_a) - c_3 \cdot (R\dot{\theta}_a - R\dot{\theta}_b)] = C_m \quad (4.54)$$

$$J_b \ddot{\theta}_b + c_b \dot{\theta}_b - R \cdot [k_1(x) \cdot (x_{ass} - x_0 - l_2 - R\theta_b) + k_3 \cdot (R\theta_a - R\theta_b)] - R[c_1(x)(\dot{x}_{ass} - R\dot{\theta}_b) + c_3(R\dot{\theta}_a - R\dot{\theta}_b)] = 0 \quad (4.55)$$

$$\begin{bmatrix} m_c & 0 & 0 \\ 0 & \frac{J_a+J_m}{R^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J_b}{R^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{din} \\ R\ddot{\theta}_a \\ R\ddot{\theta}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & -k_1 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ -k_1 & -k_3 & k_3 + k_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{din} \\ R\theta_a \\ R\theta_b \end{Bmatrix} + \quad (4.56)$$

$$\begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & -c_1 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ -c_1 & -c_3 & c_3 + c_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{din} \\ R\dot{\theta}_a \\ R\dot{\theta}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_a+c_{rot}}{R^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_b}{R^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{din} \\ R\dot{\theta}_a \\ R\dot{\theta}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ C_m/R \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} + [C]\{\dot{x}\} + [G]\{\dot{x}\} = \{F_i\} \quad (4.57)$$

Le rigidzze assiali  $k_1$  e  $k_2$  sono in funzione dello spostamento assoluto della massa;  $k_3$ , invece, assume un valore sempre fisso. I contributi  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  sono ricavati con le assunzioni esplicitate precedentemente e secondo il gruppo di equazioni (4.59).

$$k_1(x) = \frac{k_l}{i - x_{ass}}; \quad k_2(x) = \frac{k_l}{x_{ass}}; \quad k_3 = \frac{k_l}{i} \quad (4.58)$$

$$c_1(x) = \eta \frac{k_1(x)}{\omega_n(x)}; \quad c_2(x) = \eta \frac{k_2(x)}{\omega_n(x)}; \quad c_3 = \eta \frac{k_3}{\omega_n(x)} \quad (4.59)$$

Essendo un sistema con 3 gradi di libertà, le frequenze  $\omega_n$  sono calcolate dagli autovalori della matrice dinamica  $[D_{dyn}]$  costruita su Simulink secondo la relazione sottostante.

$$[D_{dyn}] = [M]^{-1}[K]$$

## 4.7 Modello trasmissione: implementazione su Matlab Simulink

Presentata la matematica dei due modelli, si illustrano gli schemi in ambiente Simulink.

Simulink è un pacchetto software che permette di modellare, simulare e analizzare sistemi dinamici (anche non lineari) a tempo continuo o discreto, i sistemi di controllo e i segnali che cambiano nel tempo. Tramite la realizzazione di schemi a blocchi, l'utente realizza il modello matematico senza la necessità di scrivere centinaia di righe di codice su uno script, fornendo determinati input in ingresso al modello realizzato e simulando il sistema in un intervallo di tempo specificato. Ogni blocco è definito da un insieme di ingressi, di stati e di uscite.

La scrittura delle equazioni differenziali di un sistema lineare dinamico a tempo continuo costituisce il punto di partenza per progettare la struttura a blocchi voluta. Inoltre è sempre preferibile partire dai termini differenziali di ordine superiore e procedere per integrazione.

Nel caso specifico della trasmissione, si può ottenere un esempio concreto dalla relazione (4.60), che descrive l'accelerazione della massa, schematizzato nello schema in fig.(4.12). Il termine di ordine superiore viene integrato due volte con il blocco Integrator per ricavare lo spostamento

$$\ddot{x}_{ass} = \frac{1}{m_c} [-k_1(x) \cdot (x_{ass} - x_0 - l_2 - R\theta_b) - k_2(x) \cdot (x_{ass} - x_0 - l_2 - R\theta_a) - c_x \dot{x}_{ass} - c_1(x)(\dot{x}_{ass} - R\dot{\theta}_b) - c_2(x)(\dot{x}_{ass} - R\dot{\theta}_a)] \quad (4.60)$$

$$\dot{x}_{ass}(0) = 0 \quad (4.61)$$

$$x_{ass}(0) = l_2 + x_0 \quad (4.62)$$

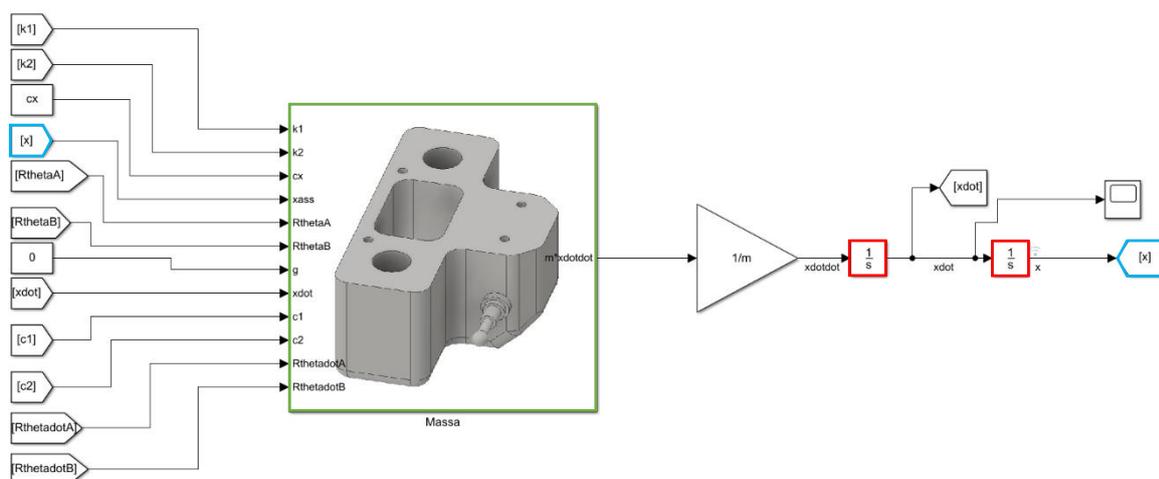


Figura 4.12

Per una facile comprensione dei modelli, è buona norma etichettare i blocchi, le linee, gli input e gli output. Inoltre, quando sono presenti un numero elevato di feedback delle variabili, l'uso delle

funzioni *Go To/From* (evidenziati in ciano) consente di evitare troppe linee sovrapposte l'una sull'altra.

Altra tecnica è il raggruppamento in Subsystem, che evita di rendere il modello totale illeggibile.

Ad ogni subsystem può essere associata un'equazione.

Ad esempio, il subsystem Massa (contornato di verde) è la rappresentazione schematica della relazione (4.60). Esso raccoglie in un sottosistema unico tutti i blocchi matematici, rendendo così il modello meno complesso e di più semplice lettura.

Con queste procedure basilare presentate, si costruiscono i relativi modelli di trasmissione 2DOF e 3DOF.

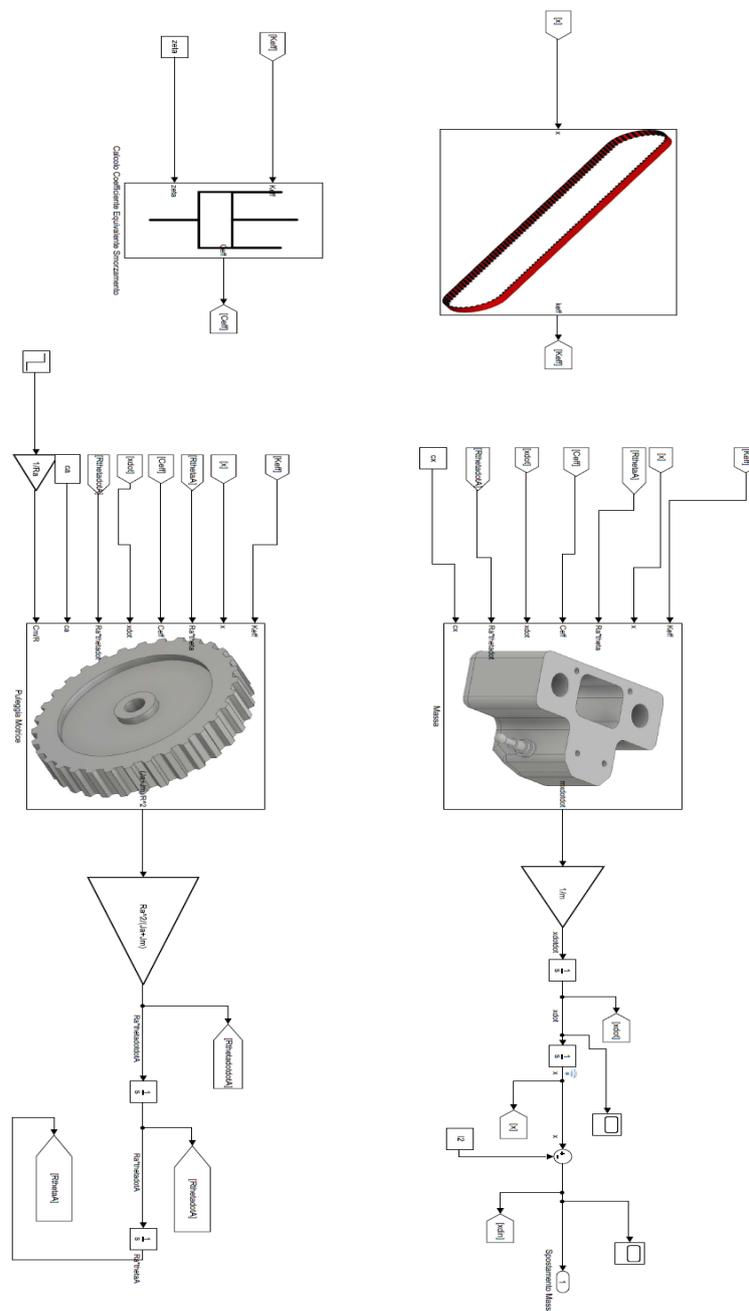


Figura 4.13 Modello Due Gradi di Libertà Simulink

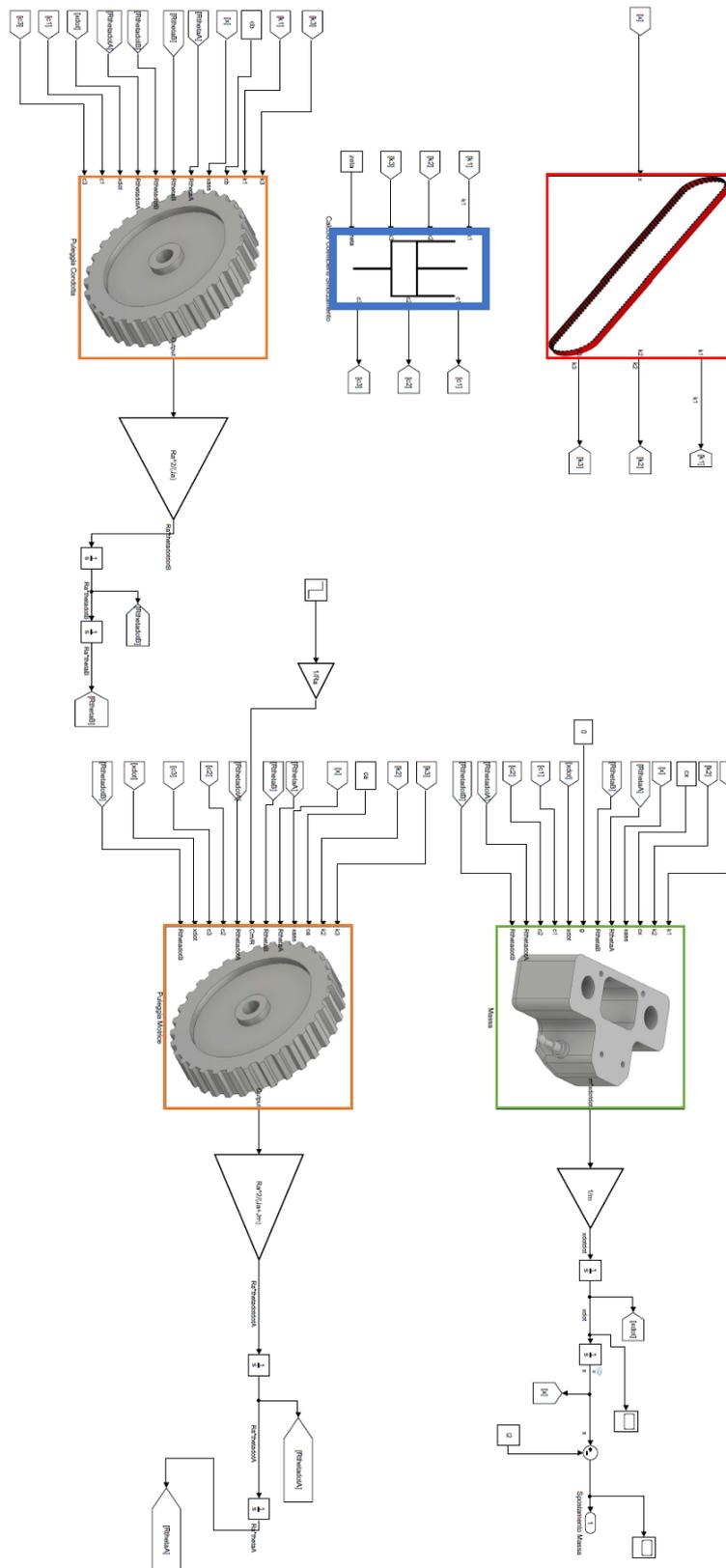


Figura 4.14 Modello Tre gradi di Libertà

La differenza fondamentale è rappresentata dalla presenza della puleggia condotta nel 3DOF, ove non si trascurano gli effetti inerziali della puleggia stessa e gli attriti dovuti ai vincoli, comportando in tal modo una maggiore precisione nella valutazione dello spostamento dei pattini.

La figura (4.15) mostra l'evoluzione nel tempo dello spostamento del carrello dei due modelli per un segnale di coppia a gradino con  $0.1 \text{ N}\cdot\text{m}$ , step time 1 s e valore finale  $0 \text{ N}\cdot\text{m}$ : la pendenza del grafico blue è più bassa di quella del grafico rosso per effetto degli attriti  $c_b$  e dell'inerzia della puleggia condotta  $J_b$ . Azzerando il  $c_b$ , si può delineare come la risposta di entrambi i modelli sia identica.

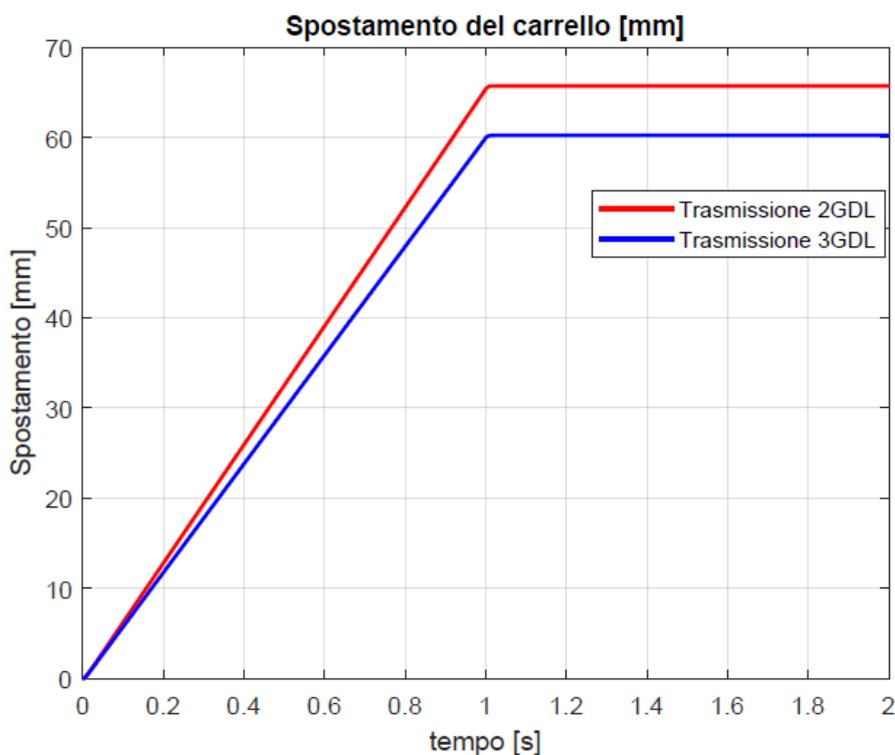


Figura 4.15

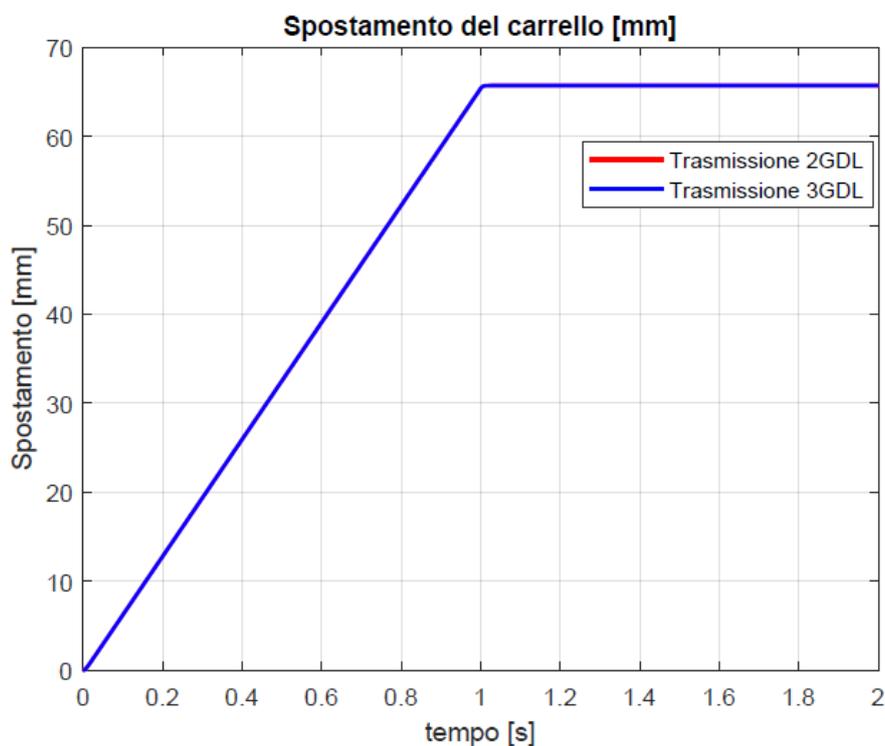


Figura 4.16

## 4.8 Calcolo delle frequenze naturali nell'intorno di una determinata posizione del carrello

Le relazioni presentate sinora, descrivono esplicitamente come i due modelli dinamici siano sistemi lineari a coefficienti variabili: le rigidzze assiali, i coefficienti di smorzamento e le frequenze naturali dipendono dalla posizione  $x_{\text{ass}}$  del carrello lungo la cinghia.

Il problema di stima dei parametri può essere trattato come identificazione del sistema a tempo invariante LTI per i diversi punti operativi in cui si sposta il carrello. In breve, si studia il meccanismo in base alla posizione del carrello e si costruisce la funzione rappresentante la prima frequenza naturale diversa da zero  $\omega_n(x)$  o attraverso l'analisi dei picchi dei diagrammi di Bode per diversi posizioni, o direttamente con gli autovalori della matrice  $[D_{\text{dyn}}]$  implementata in Simulink (sempre in funzione della posizione). L'andamento della funzione  $\omega_n(x)$  dipende inoltre dal tipo di segnale di coppia in ingresso e dalla posizione iniziale del carrello.

Per questa fase di studio si è optato per un segnale di coppia costante, mentre come intervallo di dominio si è scelto la posizione iniziale assoluta del carrello (pari a  $l_2=0.218$  m) e la sua posizione massima che può raggiungere, pari a 414 mm.

L'approccio utilizzato per determinare i valori delle frequenze nei vari punti di posizione del carrello dei due modelli è stato mediante la costruzione della matrice dinamica  $D_{dyn} = [M]^{-1}[K]$ : essa è contenuta nel sottosistema *Calcolo dei coefficienti di smorzamento* e mediante la funzione *eig* se ne calcolano gli autovalori, successivamente estratti uno ad uno mediante il blocco *Demux*.

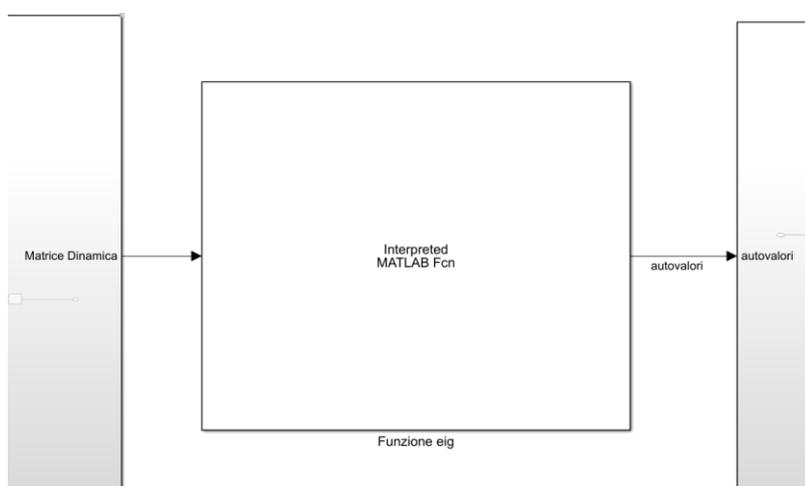
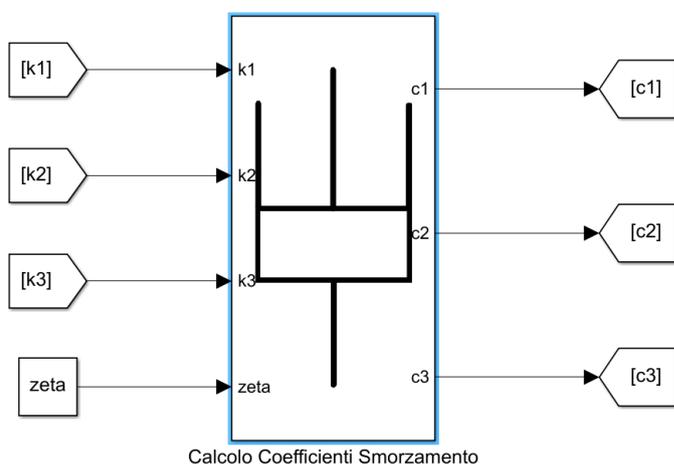


Figura 4.17

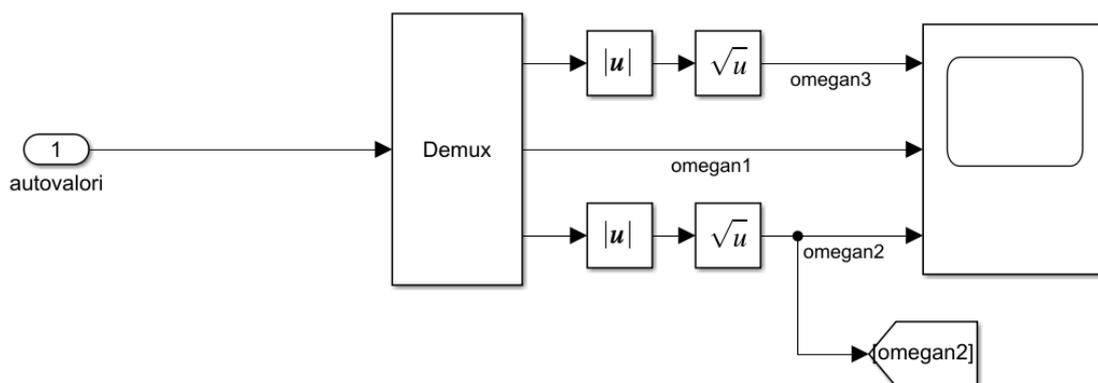


Figura 4.18

Da qui è possibile costruire la legge delle frequenze in funzione della posizione assoluta del carrello per i due modelli.

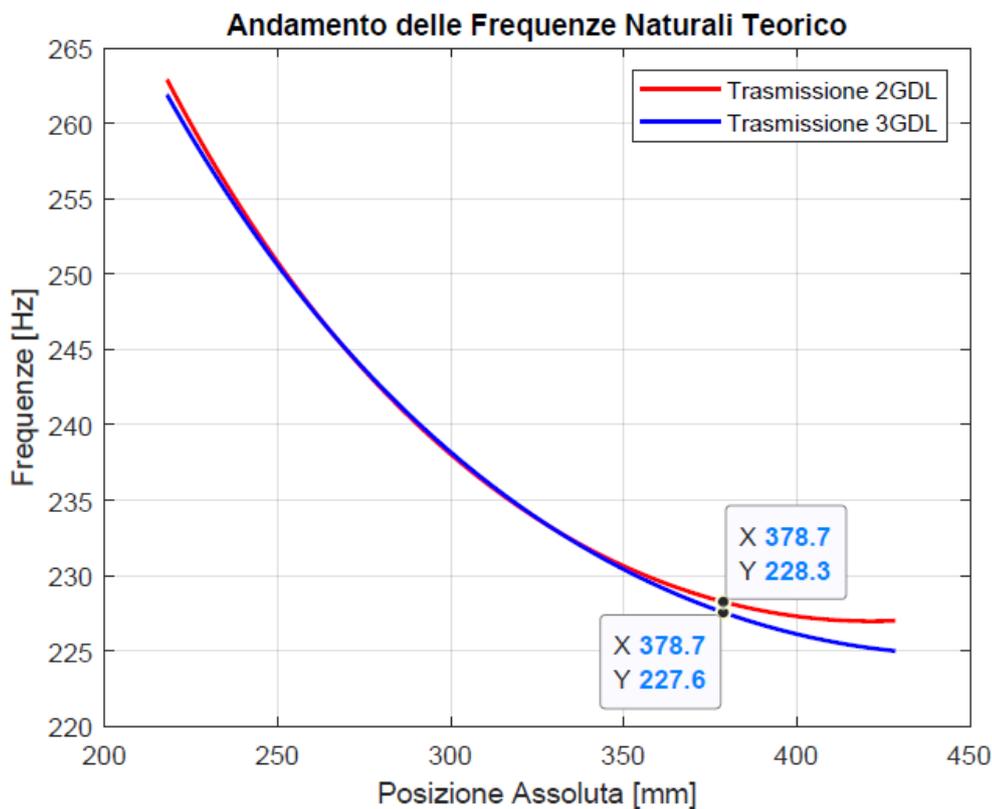


Figura 4.19

Dal grafico in alto si nota che le  $\omega_n(x)$  dei due modelli seguono un andamento esponenziale decrescente. I loro valori non si discostano di molto e variano da 263 Hz a 226 Hz.

## 5 CAPITOLO

# LIBRERIA SIMSCAPE

### Introduzione

I modelli Simulink presentati nel capitolo precedente danno un'approssimazione del comportamento cinematico e dinamico del meccanismo. Se da un punto di vista la simulazione permette di riprodurre in un modello la dinamica di un processo temporale senza la realizzazione di prototipi fisici, studiandone il comportamento in ogni singola modifica, capendone le diverse cause di eventi e testandone i sistemi prima di investire sulla struttura, da un altro la costruzione di un modello a parametri concentrati a più gradi di libertà richiede la scrittura delle equazioni derivate con probabilità di commettere errori comuni matematici sia su carta che sul *Blank Model* di Simulink. Pertanto occorre dal modellista non solo saper ipotizzare dei coefficienti più prossimi alla realtà da inserire nelle equazioni, ma anche essere attento nel procedimento di schematizzazione del modello, sapendo interpretare i risultati con diversi input e modificando gli stessi parametri fisici (massa, inerzie, coefficienti di attrito ecc..) per rilevare eventuali anomalie nella risposta del sistema.

Un approccio per evitare le precedenti difficoltà descritte in Simulink è l'utilizzo di *Simscape*. Strumento sviluppato negli ultimi anni, Simscape consente di “creare rapidamente modelli di sistemi fisici all'interno dell'ambiente Simulink® basati su connessione fisiche che si integrano direttamente con diagrammi a blocchi e altri schemi. I prodotti aggiuntivi *Simscape* offrono sistemi più complessi come motori elettrici, pompe, trasmissioni e attuatori inserendo in essi direttamente i parametri fisici e geometrici nei blocchi, oppure la possibilità di parametrizzare elementi elastici e viscosi come molle o smorzatori”<sup>33</sup>.

---

<sup>33</sup> <https://it.mathworks.com/products/simscape.html>

La figura (5.1) confronta uno stesso modello a due gradi di libertà con un *diagramma a blocchi Simulink* e uno con *Simscape*: mentre il primo schema necessita della scrittura delle equazioni al fine di essere implementato, l'approccio da seguire per il secondo è schematizzare direttamente il modello a parametri concentrati su carta e semplicemente riprodurlo su software in base al tipo di funzionalità desiderata (traslazione, rotazione, elettricità ecc...) secondo un metodo di rete e domini fisici.

## 5.1 Domini fisici e librerie in Simscape

Una delle nozioni basilari di questo strumento è conoscere la distinzione dei colori per i diversi domini fisici delle icone di blocco e delle relative linee del segnale fisico. Anche i blocchi Simscape hanno porte di ingresso e di uscita: se tutte le porte appartengono allo stesso dominio fisico, l'icona del blocco intero assume lo stesso colore e stile delle linee di quel dominio. Nel caso in cui un blocco ha due diversi tipi di domini, come un motore a corrente continua nell'immagine sottostante, che converte un segnale di tensione in un moto rotatorio, le singole parti rivelanti dell'icona del blocco (parte elettrica e meccanica rotazionale) si differenziano per stili e colori specifici di linee del dominio.

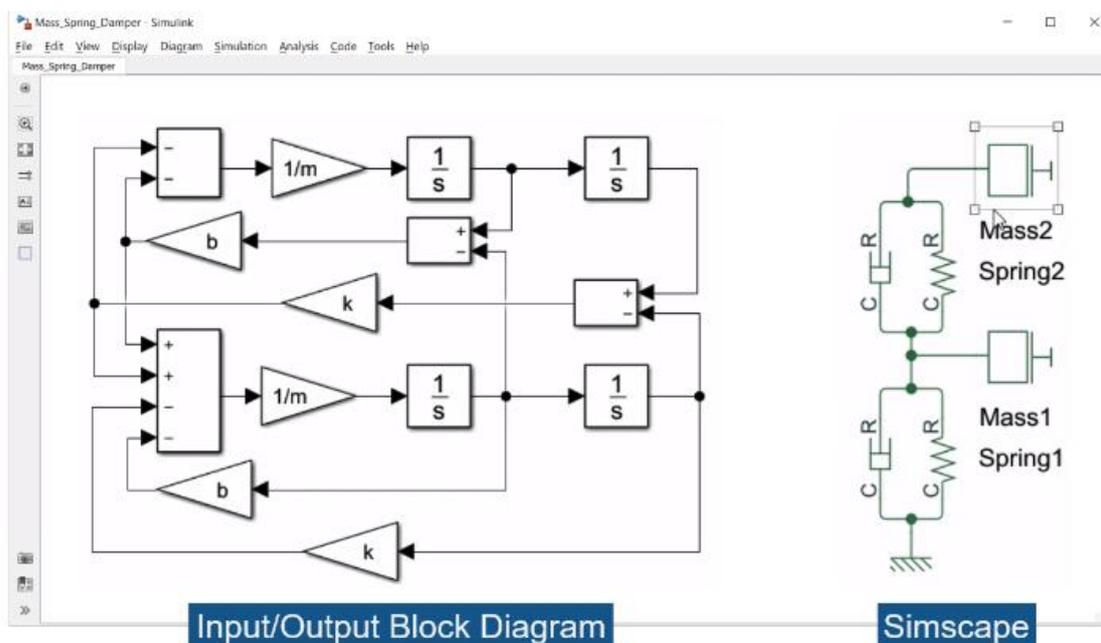


Figura 5.1

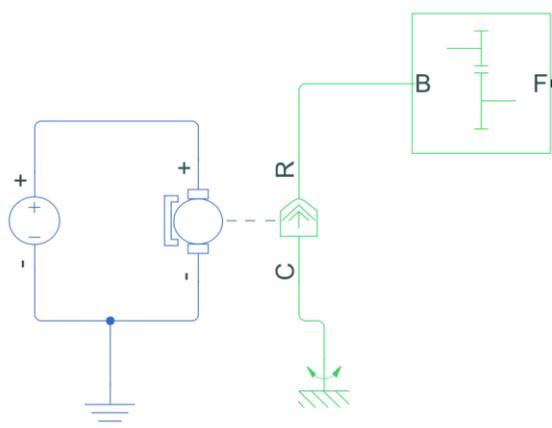


Figura 5.2

I colori sono classificati e riassunti nella seguente legenda.

Color	Name
<span style="color: blue;">■</span>	<i>Dominio Elettrico</i>
<span style="color: lightblue;">■</span>	<i>Dominio elettrico trifase</i>
<span style="color: purple;">■</span>	<i>Dominio Gas</i>
<span style="color: olive;">■</span>	<i>Dominio Idraulico</i>
<span style="color: magenta;">■</span>	<i>Dominio Magnetico</i>
<span style="color: green;">■</span>	<i>Dominio meccanica</i>
<span style="color: darkgreen;">■</span>	<i>Dominio meccanica</i>
<span style="color: purple;">■</span>	<i>Dominio aria umida</i>
<span style="color: lightpurple;">■</span>	<i>Dominio fonte aria umida</i>
<span style="color: orange;">■</span>	<i>Dominio termodinamica</i>
<span style="color: gold;">■</span>	<i>Dominio termodinamica di un</i>
<span style="color: cyan;">■</span>	<i>Dominio fluido bifase</i>
<span style="color: brown;">■</span>	<i>Segnale fisico (PS)</i>
<span style="color: gray;">■</span>	<i>3-D meccanica (Cavi e cinghie)</i>
<span style="color: gray;">■</span>	<i>3-D meccanica (Riferimento)</i>
<span style="color: gray;">■</span>	<i>3-D meccanica (Geometria)</i>

Figura 5.3

I componenti per la modellazione sono caratterizzati da uno o più domini e sono racchiuse in 6 librerie principali:

- Driveline (sistemi meccanici traslazionali e rotazionali come viti conduttrici, componenti automobilistici, ruote elicoidali, convertitori di coppia)
- Electrical (sistemi elettronici, mecatronici e di alimentazione elettrica)
- Fluids (pompe idrauliche, attuatori, tubazioni, scambiatori di calore, valvole)

- Foundation Library (raggruppa le icone di blocchi in base ai domini fisici)
- Multibody (componenti di simulazione multibody per sistemi meccanici 3D come robots, sospensioni di veicolo, carrelli di atterraggio, travi oppure solidi importati creati con CAD)
- Utilities (configurazione del risolutore, convertitore del segnale fisico a Simulink e viceversa).

Nel caso specifico del motore - trasmissione, i domini di interesse sono quello elettrico, la meccanica rotazionale e quella traslazionale, mentre i modelli CAD del robot sono integrati in formato *Simscape Multibody* in Simulink trasmettendo le informazioni e i dati geometrici e fisici da Solidworks a Simulink con il tool *Simmechanics*.

## 5.2 Principi e regole generali di Simscape

Altro aspetto di Simscape è comprendere l'analisi del flusso di energia, il relativo verso e i codici che caratterizzano ogni blocco.

Ogni flusso di energia è espresso dal prodotto di due tipi di variabili : una variabile definita *across* ("da una parte all'altra") e una variabile *through* ("attraverso"). Le *across variables* sono misurate usando un sensore connesso in parallelo all'elemento tra due terminali, ad esempio una tensione misurata con un voltmetro, mentre le *through variables* sono misurate usando un sensore connesso in serie , come un amperometro per leggere la corrente.

$$\text{Flusso di Energia} = \text{"Da una parte all'altra"} \times \text{"Attraverso"}$$

Ogni dominio è caratterizzato dalle rispettive variabili *across* e *through* che possono essere catalogate nella seguente tabella

Tabella 5.1

<i>Dominio Fisico</i>	<i>Across Variable</i>	<i>Through Variable</i>
<i>Elettrico</i>	<i>Tensione</i>	<i>Corrente</i>
<i>Rotazione</i>	<i>Velocità angolare</i>	<i>Coppia</i>
<i>Traslazione</i>	<i>Velocità di traslazione</i>	<i>Forza</i>
<i>Magnetico</i>	<i>Forza Magnetomotrice</i>	<i>Flusso Magnetico</i>
<i>Pneumatico</i>	<i>Pressione e Temperatura</i>	<i>Portata Massica e Flusso di Calore</i>
<i>Idraulico</i>	<i>Pressione</i>	<i>Portata Volumetrica</i>
<i>Termico</i>	<i>Temperatura</i>	<i>Flusso di Calore</i>



Le frecce blu indicano come il flusso di energia si distribuisce nelle varie linee di connessione. In particolare il nodo a cui è collegato

$$T_m = J\dot{\omega} + D\omega = J\dot{\omega} + D\omega_R \quad (5.3)$$

La  $\omega_C$  dello smorzatore è zero, visto che la porta C è collegata ad un vincolo di rotazione.

Il nodo cerchiato è “il fulcro razionale” per comprendere come orientare i blocchi collegati a esso. La logica basilare in ogni nodo tra le linee di dominio fisico è che il flusso di energia entrante è pari al flusso di energia uscente. Tuttavia occorre sempre conoscere le equazioni che si celano dietro ogni blocco. Quanto affermato può essere visto in figura (5.7), col cambio dell’orientamento dello smorzatore rispetto al caso precedente.

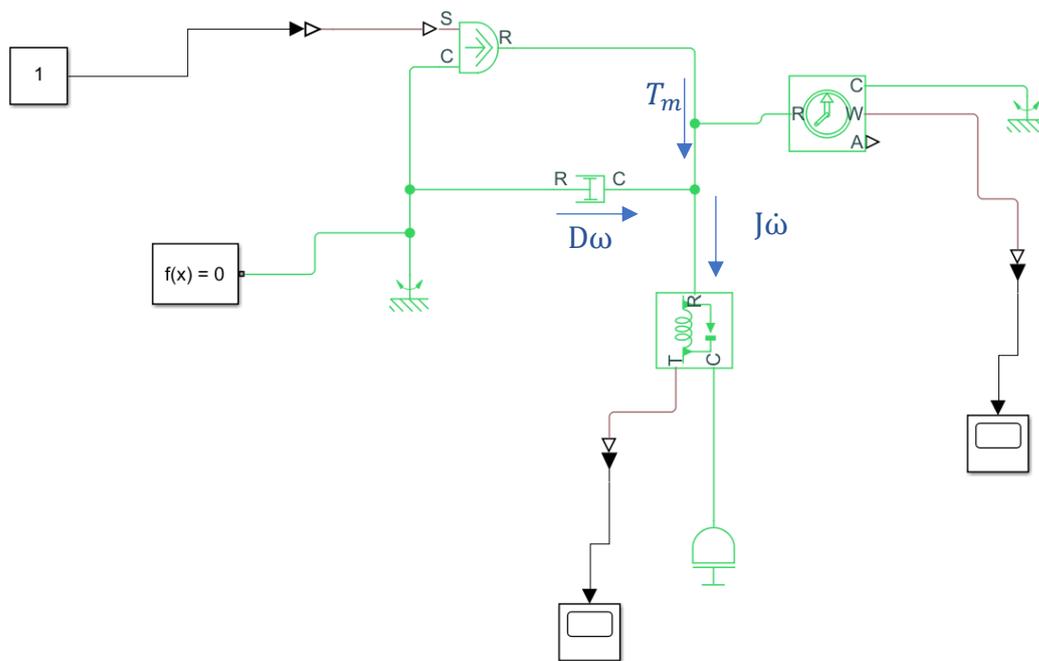


Figura 5.7

L’equazione matematica (5.2) che descrive il modello, per quanto citato precedentemente, viene modificata e esplicita in base al verso dei flussi e delle grandezze fisiche sulle porte.

$$T_m + D\omega = J\dot{\omega} \quad (5.4)$$

$$T_m + D(\omega_R - \omega_C) = J\dot{\omega} \quad (5.5)$$

Questa volta i valori assunti sulle porte R e C sono diversi: la porta R è connessa al vincolo di rotazione e pertanto la sua velocità angolare è nulla, mentre la porta C ha velocità pari a quella

dell'albero. La fisica dell'equazione finale (5.6) non differisce assolutamente dalla (5.3) e i due modelli sin qui presentati avranno la stessa velocità angolare e la stessa coppia dell'albero

$$T_m = J\dot{\omega} + D\omega_C \quad (5.6)$$

All'interno del circuito Simscape sono inseriti un sensore *Ideal Rotational Motion Sensor*, che misura la rotazione dell'albero nel tempo, e un *Ideal Torque Sensor*, il quale misura la coppia sulla linea a cui è collegato. A ognuno di essi è associato un convertitore PS-Simulink per estrapolarne il segnale da visualizzare sul terminale grafico

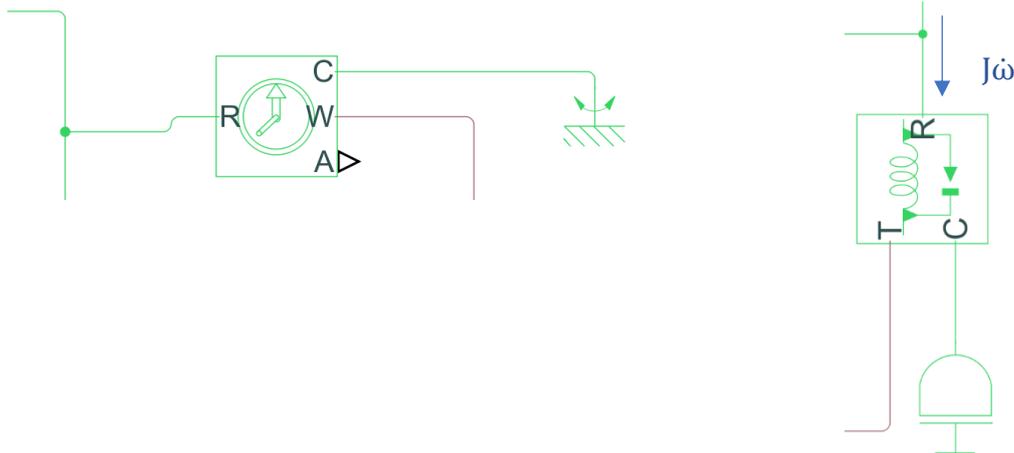


Figura 5.8

Il sensore di rotazione misura un Across Variable (la velocità di rotazione) secondo la seguente legge

$$\omega = \omega_R - \omega_C \quad (5.7)$$

Per conoscere la velocità di rotazione dell'albero, la porta R deve essere collegata ad uno dei tre rami connessi al nodo rappresentante il sistema, mentre il terminale C deve comunicare con un vincolo fisso affinché  $\omega_C$  sia nullo e ricavarne in tal modo  $\omega = \omega_R$ .

Particolare attenzione è rivolta al sensore di coppia. Il blocchetto *Ideal Torque Sensor*, come ogni altro blocco misuratore di una *Through Variable*, va collegato sempre in serie sulla linea ove si vuole conoscere la coppia in quella particolare linea. Nell'esempio presentato il termine  $J\dot{\omega}$  *attraversa* il sensore di coppia, estrapolandone in tal modo il suo andamento nel grafico sottostante

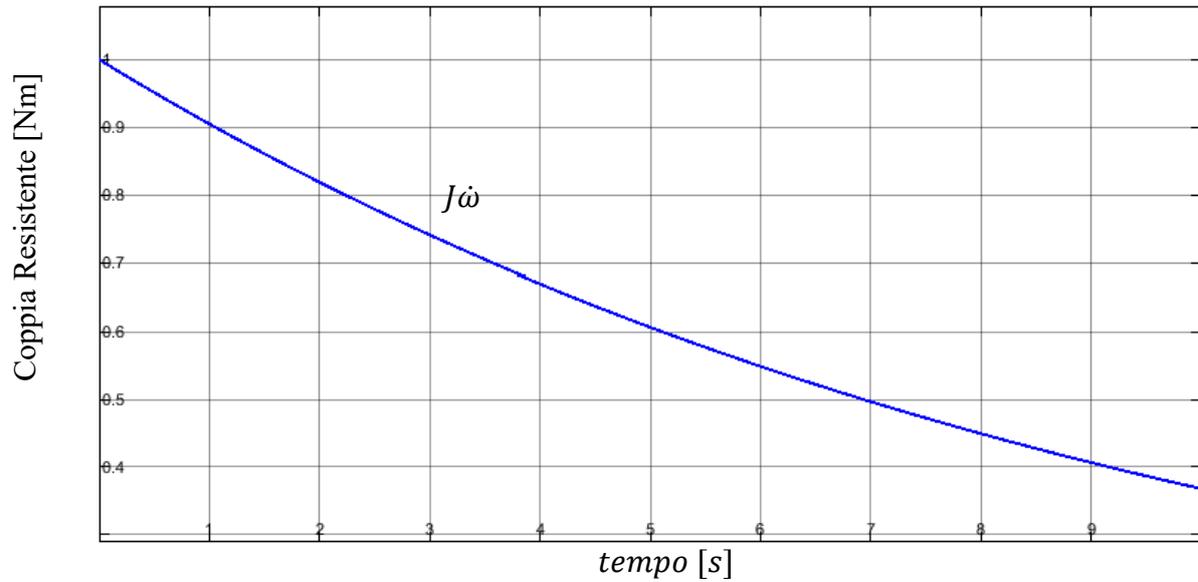


Figura 5.9

È possibile conoscere anche il contributo della coppia dovuto all'effetto dissipativo installando un ulteriore sensore di coppia tra il nodo e la porta dello smorzatore. L'immagine (5.11) mostra un confronto grafico tra i due contributi. Sommando i valori delle due curve per ogni istante di tempo si ottiene costantemente un valore di 1 Nm, ossia il segnale di coppia in ingresso del sistema

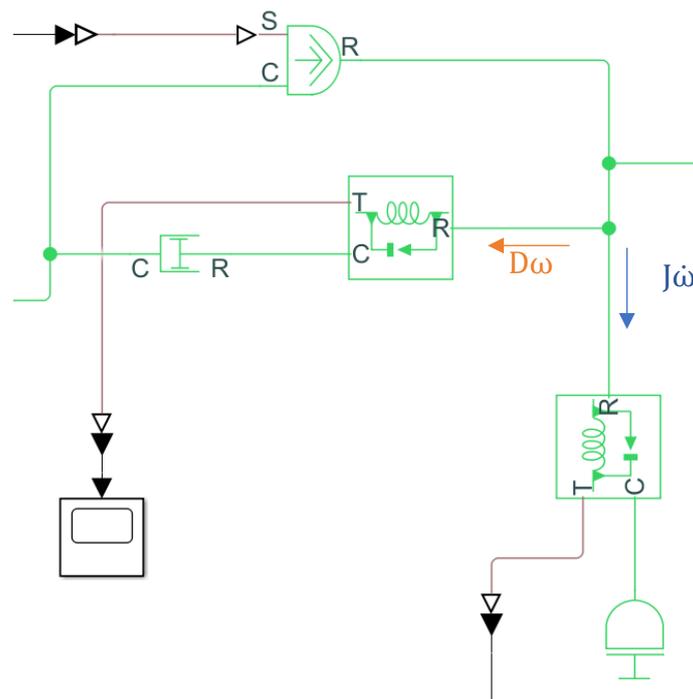


Figura 5.10

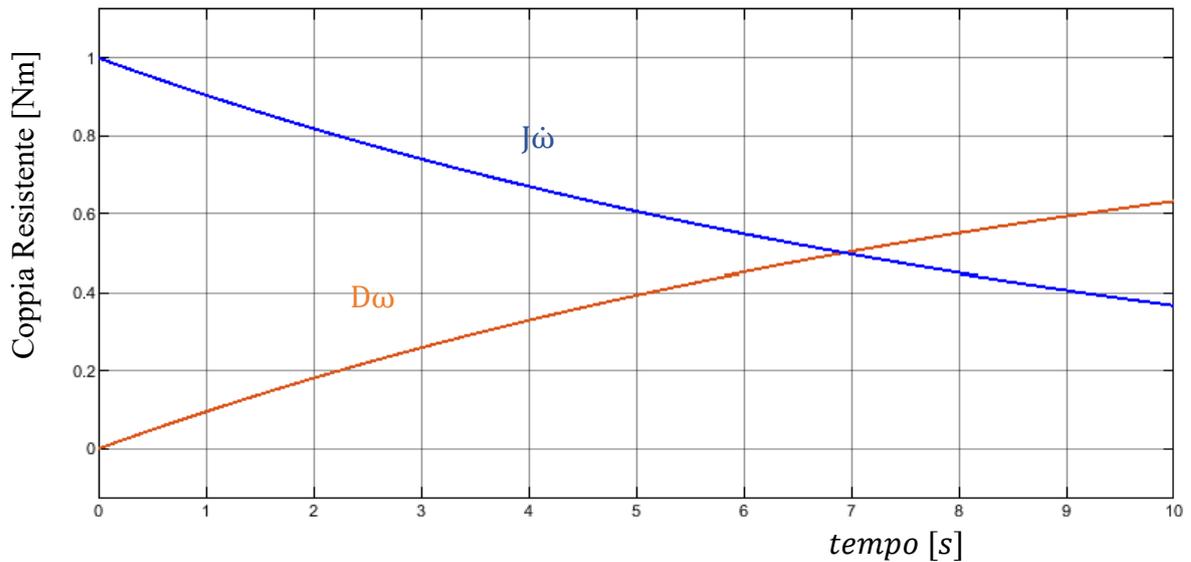


Figura 5.11

L'obiettivo del paragrafo precedente era quello di comprendere il collegamento tra i vari blocchi per l'implementazione Simscape dei due modelli di trasmissione.

La trasmissione è costituita da due domini fisici: la rotazione per simulare il comportamento cinematico dell'albero motore, la traslazione per rappresentare lo spostamento della massa del carrello e delle pulegge e, inoltre, il dominio elettrico, nel quale vengono letti i segnali in uscita dal controllore e trasformati in impulsi per il motore step.

Per non rendere la trattazione troppo onerosa, si catalogano i blocchi Simscape utilizzati per ogni dominio singolo e multi-fisico e con i relativi nomi, icone, equazioni e descrizioni.

### 5.3.1 Dominio di Traslazione

Il dominio di traslazione è schematizzato con un verde scuro. I blocchi adoperati sono catalogati in basso

Nome	Icona	Equazione
Sorgente di forza ideale		$v = v_C - v_R$

Il blocco genera una forza proporzionale al segnale fisico entrante nella porta S. La direzione positiva del blocco (e quindi della forza) va dalla porta C (punto di riferimento) alla porta R (parte mobile). La velocità relativa  $v$  è negativa se  $v_R > v_C$ . La potenza generata dalla sorgente è negativa se la sorgente fornisce energia alla porta R.<sup>34</sup>

Nome	Icona	Equazione
Massa		$F = m \frac{dv}{dt}$

Il blocco Mass rappresenta una massa traslazionale e ha solamente una sola porta conservativa. Se la massa accelera, la forza di inerzia ha direzione positiva dalla porta del blocco sino al punto di riferimento (nodo). Se la massa decelera, il verso della forza cambia.<sup>35</sup> Il blocco non tiene conto della gravità della massa.

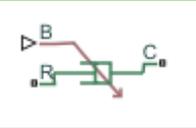
Nome	Icona	Equazione
Rigidezza Variabile Traslazionale		$F = K \cdot x$ $K \geq K_{min}$ $F = K_{min} \cdot x$ $K < K_{min}$ $x = x_{iniz} + x_R - x_C$

Il blocco rappresenta una molla traslazionale con una rigidità variabile. Il segnale fisico in input sulla porta K fornisce la rigidità variabile della molla. Inoltre il blocco applica forze uguali e opposte sulle porte R e C. Il segno della forza elastica sulla porta R è uguale al segno dello spostamento relativo lineare tra le

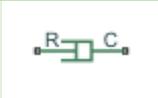
<sup>34</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealforcesource.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealforcesource.html?s_tid=doc_ta)

<sup>35</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/mass.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/mass.html?s_tid=doc_ta)

due porte. Una velocità lineare positiva corrisponde a una forza elastica positiva agente sulla porta R e una forza elastica negativa di uguale intensità sulla porta C.<sup>36</sup>

<b>Nome</b>	<b>Icona</b>	<b>Equazione</b>
Smorzatore Variabile Traslazionale		$F = B \cdot v$ $B \geq B_{min}$ $F = B_{min} \cdot v$ $B < B_{min}$ $v = v_R - v_C$

Il blocco rappresenta uno smorzatore viscoso traslazionale con un coefficiente di smorzamento variabile. Il segnale fisico in input sulla porta B fornisce il coefficiente di smorzamento variabile dello smorzatore. Inoltre, il blocco applica forze uguali e opposte sulle porte R e C. Il segno della forza viscosa sulla porta R è uguale al segno della velocità relativa lineare tra le due porte. Una velocità lineare positiva corrisponde a una forza viscosa positiva agente sulla porta R e una forza negativa di uguale intensità sulla porta C.<sup>37</sup>

<b>Nome</b>	<b>Icona</b>	<b>Equazione</b>
Smorzatore traslazionale		$F = B \cdot v$ $v = v_R - v_C$

Stesso comportamento del blocco precedente, con la differenza che il coefficiente di smorzamento è costante. La direzione della forza è positiva se essa agisce in direzione da R a C.<sup>38</sup>

<b>Nome</b>	<b>Icona</b>	<b>Equazione</b>
-------------	--------------	------------------

<sup>36</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/variabletranslationalspring.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/variabletranslationalspring.html?s_tid=doc_ta)

<sup>37</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/variabletranslationaldamper.html?searchHighlight=translationale%20damping&s\\_tid=doc\\_srchtile](https://it.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/variabletranslationaldamper.html?searchHighlight=translationale%20damping&s_tid=doc_srchtile)

<sup>38</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/translationaldamper.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/translationaldamper.html?s_tid=doc_ta)

<i>Sensore del moto di traslazione</i>		$v = v_R - v_C$
--	---	-----------------

Rappresenta un dispositivo che converte una Across Variable misurata tra due nodi traslazionali meccanici in un segnale di controllo proporzionale alla velocità o alla posizione. È possibile specificare la posizione iniziale (offset) come parametro di blocco. Le connessioni R e C sono porte di conservazione traslazionale meccanica che collegano il blocco ai nodi il cui movimento viene monitorato. Le connessioni V e P sono porte di uscita del segnale fisico rispettivamente per velocità e posizione.

La direzione positiva del blocco va dalla porta R alla porta C. Ciò significa che la velocità viene misurata come  $v = v_R - v_C$ <sup>39</sup>

<b>Nome</b>	<b>Icona</b>	<b>Equazione</b>
<i>Sensore di forza</i>		

Il blocco del sensore di forza ideale è un dispositivo che misura una Through Variable e converte la stessa variabile in un segnale di controllo proporzionale alla forza. Le connessioni R e C sono porte di conservazione meccanica traslazionale che collegano il blocco alla linea in cui viene monitorata la forza. La connessione F è una porta del segnale fisico che esprime il risultato della misurazione.

La direzione positiva del blocco va dalla porta R alla porta C. Ciò significa che la forza positiva applicata alla porta R (la sonda positiva del sensore) genera un segnale di uscita positivo.<sup>40</sup>

<sup>39</sup>[https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealtranslationalmotionsensor.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealtranslationalmotionsensor.html?s_tid=doc_ta)

<sup>40</sup>[https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealforcesensor.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealforcesensor.html?s_tid=doc_ta)

<i>Nome</i>	<i>Icona</i>	<i>Equazione</i>
<i>Riferimento di Traslazione</i>		$v = 0$

*Il blocco di riferimento traslazionale meccanico rappresenta un punto di riferimento, o frame, per tutte le porte traslazionali meccaniche. Tutte le porte traslazionali che sono fissate rigidamente vincolate a “telaio” (terra) devono essere collegate a un blocco di riferimento traslazionale meccanico.<sup>41</sup>*

### 5.3.2 Dominio di Rotazione meccanica

Il dominio di rotazione è schematizzato con un verde chiaro. Anche in questo i blocchi sono catalogati in base al loro utilizzo per la modellazione dei sistemi

<i>Nome</i>	<i>Icona</i>	<i>Equazione</i>
<i>Sorgente di coppia ideale</i>		$\omega = \omega_C - \omega_R$

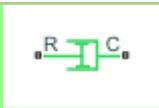
*Il blocco genera una sorgente ideale di energia meccanica che genera coppia proporzionale al segnale fisico entrante nella porta S. La direzione positiva del blocco (e quindi della coppia) va dalla porta C (punto di riferimento) alla porta R (parte mobile). La velocità relativa  $\omega$  è negativa se  $\omega_R > \omega_C$ . La potenza generata dalla sorgente è negativa se la sorgente fornisce energia alla porta R.<sup>42</sup>*

<sup>41</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/mechanicaltranslationalreference.html?searchHighlight=reference%20translational&s\\_tid=doc\\_srchtile](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/mechanicaltranslationalreference.html?searchHighlight=reference%20translational&s_tid=doc_srchtile)

<sup>42</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealtorquesource.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealtorquesource.html?s_tid=doc_ta)

Nome	Icona	Equazione
Inerzia		$T = J \frac{d\omega}{dt}$

Il blocco Inerzia rappresenta una inerzia e ha solamente una sola porta conservativa. Se l'inerzia accelera, la coppia di inerzia ha direzione positiva dalla porta del blocco sino al punto di riferimento (nodo). Se la massa decelera, il verso della coppia cambia.<sup>43</sup>

Nome	Icona	Equazione
Smorzatore rotante		$T = D\omega$ $\omega = \omega_R - \omega_C$

Il blocco introduce una coppia resistente dovuto agli effetti dissipativi del sistema.  $T$  è la coppia trasmessa attraverso lo smorzatore,  $D$  il coefficiente di smorzamento,  $\omega$  la velocità relativa, mentre  $\omega_R$  e  $\omega_C$  sono rispettivamente le velocità assolute sulle porte  $R$  e  $C$ . La direzione positiva è dalla porta  $R$  a  $C$  e la coppia è positiva se agisce da  $R$  a  $C$ .<sup>44</sup>

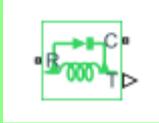
Nome	Icona	Equazione
Sensore di rotazione		$\omega = \omega_R - \omega_C$

È un dispositivo che converte una Across Variable (la rotazione) misurata tra due nodi rotazionali meccanici in un segnale di controllo proporzionale alla velocità o all'angolo. È possibile specificare la posizione angolare iniziale (offset) come parametro di blocco. Le connessioni  $R$  e  $C$  sono porte di conservazione rotazionali che collegano il blocco ai nodi il cui movimento viene monitorato. Le connessioni  $W$  e  $A$  sono porte di uscita del segnale fisico rispettivamente della velocità e dello spostamento angolare.

<sup>43</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/inertia.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/inertia.html?s_tid=doc_ta)

<sup>44</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/rotationaldamper.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/rotationaldamper.html?s_tid=doc_ta)

*La direzione positiva del blocco va dalla porta R alla porta C. Ciò significa che la velocità viene misurata come  $\omega = \omega_R - \omega_C$  in cui  $\omega_R$  e  $\omega_C$  sono le velocità angolari assolute sulle porte R e C<sup>45</sup>*

<b>Nome</b>	<b>Icona</b>	<b>Equazione</b>
<b>Sensore di coppia</b>		

*Il blocco del sensore di coppia ideale è un dispositivo che misura una Through Variable e converte la stessa variabile in un segnale di controllo proporzionale alla coppia. Le connessioni R e C sono porte di conservazione meccanica rotazionale che collegano il blocco alla linea in cui viene monitorata la coppia. La connessione T è una porta del segnale fisico che esprime il risultato della misurazione.*

*La direzione positiva del blocco va dalla porta R alla porta C. Ciò significa che la coppia positiva applicata alla porta R (la sonda positiva del sensore) genera un segnale di uscita positivo.<sup>46</sup>*

<b>Nome</b>	<b>Icona</b>	<b>Equazione</b>
<b>Riferimento di Rotazione</b>		$\omega = 0$

*Il blocco di riferimento rotativo meccanico simboleggia un punto di riferimento, o frame, per tutte le porte rotazionali. Tutte le porte rotazionali che sono fissate rigidamente vincolate a "telaio" (terra) devono essere collegate a un blocco di riferimento rotativo meccanico.<sup>47</sup>*

### 5.3.3 Dominio elettrico

Il dominio elettrico è anteposto all'ingresso del motore passo-passo. Il suo componente principale è il driver, il quale controlla ciascun singolo step del motore bipolare, ricevendo in input i segnali

<sup>45</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealrotationalmotionsensor.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealrotationalmotionsensor.html?s_tid=doc_ta)

<sup>46</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealtorquesensor.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/idealtorquesensor.html?s_tid=doc_ta)

<sup>47</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/mechanicalrotationalreference.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/mechanicalrotationalreference.html?s_tid=doc_ta)

di tensione generati dal controllore e viene descritto nel dettaglio secondo le due modalità *Stepping* e *Average*. Come nei casi precedenti, è opportuno catalogare i vari blocchi utilizzati.

<b>Nome</b>	<b>Icona</b>	<b>Equazione</b>
<i>Sorgente di tensione controllata</i>		$V = V_s$

*Questo blocco fornisce una tensione ideale e mantiene la stessa tensione, specificata nella porta PS (rappresentata dal triangolo bianco) all'uscita. Pertanto, la tensione in uscita è pari al segnale di ingresso PS.<sup>48</sup>*

<b>Nome</b>	<b>Icona</b>	<b>Equazione</b>
<i>Sorgente di tensione controllata</i>		

*Come un Voltmetro, il blocco è un sensore che converte la tensione misurata tra due punti di un circuito elettrico. La porta V restituisce il segnale fisico, mentre le porte + e - sono porte elettriche conservative, rispettivamente associate al terminale positivo e al terminale negativo del sensore.<sup>49</sup>*

<b>Nome</b>	<b>Icona</b>	<b>Equazione</b>
<i>Riferimento elettrico</i>		

*La messa a terra elettrica è rappresentata da questo blocco. Ogni porta di conservazione elettrica di ogni blocco, connesso a terra, deve essere collegato a questo blocco. Si puntualizza che ogni modello costituito da elementi elettrici deve contenere almeno un riferimento elettrico.<sup>50</sup>*

<sup>48</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/controlledvoltage.html?searchHighlight=voltage&s\\_tid=doc\\_srchtile](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/controlledvoltage.html?searchHighlight=voltage&s_tid=doc_srchtile)

<sup>49</sup> <https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/voltagesensor.html>

<sup>50</sup> [https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/electricalreference.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/electricalreference.html?s_tid=doc_ta)

<b>Nome</b>	<b>Icona</b>	<b>Equazione</b>
<i>Driver del motore passo passo</i>		

*Il Driver crea un treno di impulsi, A e B, richiesti per controllare il motore passo passo. Le porte di ingresso sono ENA, REF (riferimento), REV mentre le porte di uscita sono le porte di connessione alle fasi del motore bipolare. Le due modalità in cui può essere impostato il seguente blocco sono Stepping o Average. Driver e Motore passo-passo devono lavorare sempre nella stessa modalità*

*Modalità Stepping: il Driver avvia uno step del motore ogni qual volta la tensione nella porta ENA supera il valore parametrico Enable Threshold Voltage (“Abilitare tensione di soglia”).*

*Nel caso in cui la tensione sulla porta REV è minore o uguale alla tensione Reverse Threshold Voltage (“Invertire la tensione di soglia”), l’impulso A è sfasato avanti di 90° gradi rispetto all’impulso B. Se la tensione REV aumenta al di sopra della Reverse Threshold Voltage, l’impulso B è sfasato avanti all’impulso A di 90° e la direzione del moto del rotore viene invertita. Al tempo zero, l’impulso A è positivo e l’impulso B negativo. Le immagini sottostanti sono state ottenute collegando un driver ad un motore e voltmetri (entrambe alle fasi) e riassumono quanto esplicitato.*

*Modalità Average: in questo settaggio, si presuppone che il controller esterno al driver fornisca una domanda di frequenza di passi. Questa frequenza di passi richiesta è determinata dal prodotto matematico tra la tensione applicata tra le porte ENA e REF del Driver e il valore di Step Rate Sensitivity (Sensibilità della frequenza di passo). La direzione di rotazione è impostata dalla porta REV allo stesso modo della modalità Stepping.*

*La modalità Average deve comunicare la frequenza di passi richiesta e fornire in output la tensione per il motore. Per far ciò, la frequenza di passi richiesta è applicata come una tensione equivalente tra le porte A+ e A-. Analogamente, l’informazione della tensione in uscita viene anche trasmesso applicando una*

*tensione in regime stazionario tra le porte B+ e B- con un valore pari all'ampiezza della tensione in uscita.<sup>51</sup>*

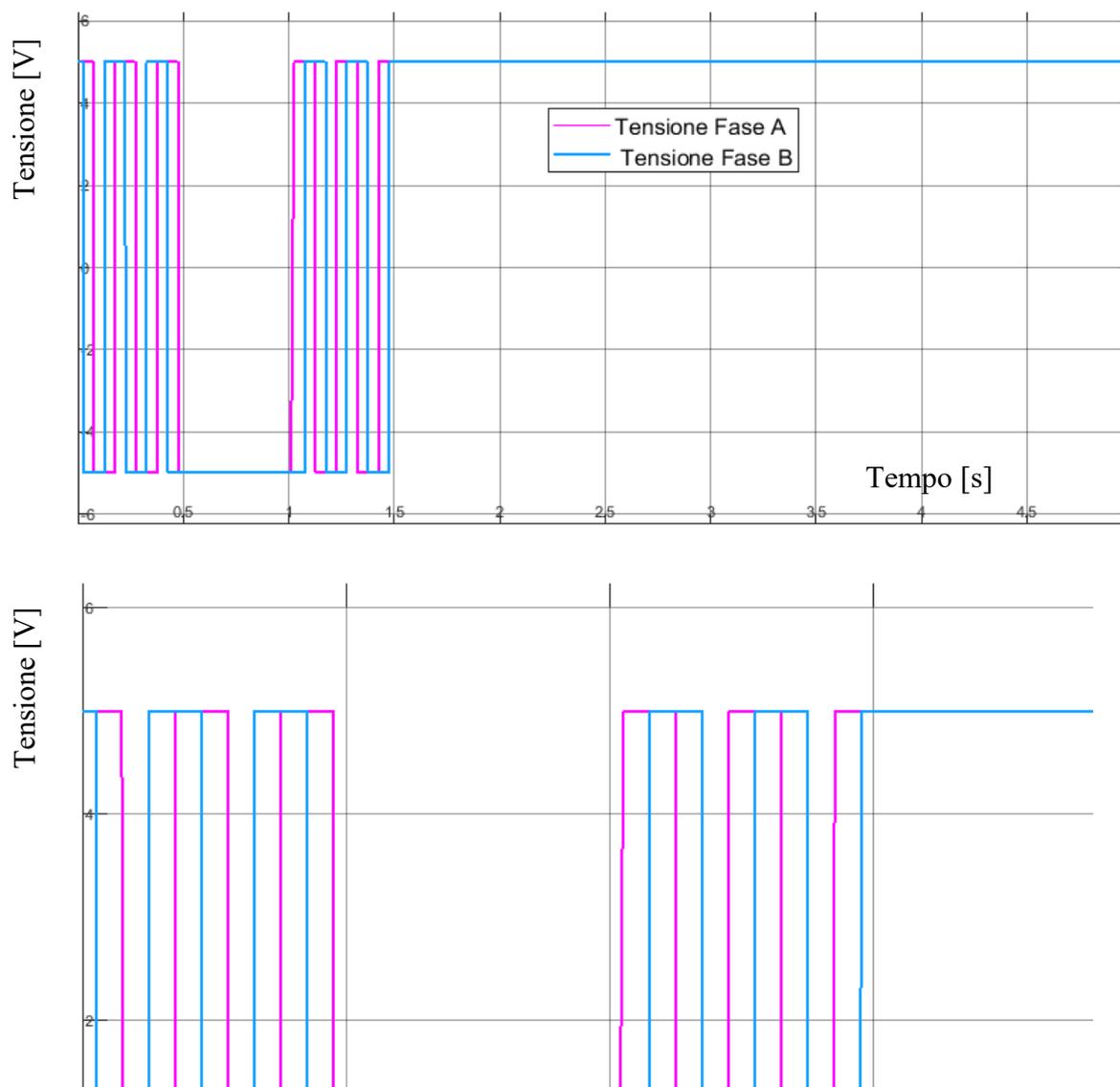


Figura 5.12

### 5.3.4 Multidomini fisici

Dalla libreria Simscape è possibile utilizzare blocchi che contengono più un dominio fisico: essi convertono un dominio e lo trasformano in un altro. Gli unici utilizzati sono i seguenti:

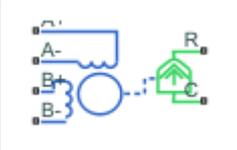
<sup>51</sup> [https://it.mathworks.com/help/phymod/sps/ref/steppermotordriver.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/phymod/sps/ref/steppermotordriver.html?s_tid=doc_ta)

<i>Nome</i>	<i>Icona</i>	<i>Equazione</i>
<i>Ruota - Asse</i>		$T = r \cdot F \cdot or$ $v = r \cdot \omega \cdot or$

*Il blocco rappresenta un meccanismo ruota - asse e converte idealmente la rotazione meccanica in un movimento traslazionale meccanico, presupponendo che l'asse sia collegato rigidamente con la ruota. La porta di rotazione A corrisponde all'asse, mentre la porta di traslazione meccanica P corrisponde al punto periferico della ruota.*

*Le equazioni che governano il blocco sono caratterizzate dalla coppia sull'asse  $T$  e velocità di rotazione  $\omega$ , dalla forza tangenziale  $F$  applicata sul punto della circonferenza della ruota, la velocità lineare periferica della ruota  $v$  e il raggio della ruota  $r$ .*

*In entrambe le equazioni è inserito un coefficiente  $or$ : il suo valore è  $+1$  se la rotazione dell'asse in direzione positiva viene convertita in movimento traslazionale positivo, mentre vale  $-1$  se la rotazione positiva determina un movimento traslazionale in direzione negativa.<sup>52</sup>*

<i>Nome</i>	<i>Icona</i>	<i>Equazione</i>
<i>Motore Passo</i>		<i>In descrizione</i>

<sup>52</sup>[https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/wheelandaxle.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://it.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/wheelandaxle.html?s_tid=doc_ta)

*Il motore passo - passo è costituito dal dominio elettrico che riceve in input i segnali generati dal driver e in output restituisce le grandezze cinematiche del dominio di rotazione e sviluppa una coppia positiva agente dalla porta C fino alla porta R. Gli input e gli output seguono le seguenti equazioni*

$$e_A = -K_m \omega \sin(N_t \theta)$$

$$e_B = K_m \omega \cos(N_t \theta)$$

$$\frac{di_A}{dt} = (v_A - Ri_A - e_A)/L$$

$$\frac{di_B}{dt} = (v_B - Ri_B - e_B)/L$$

$$J \frac{d\omega}{dt} + B\omega = T_e$$

$$T_e = -K_m \left( i_A - \frac{e_A}{R_m} \right) \sin(N_t \theta) + K_m \left( i_B - \frac{e_B}{R_m} \right) \cos(N_t \theta) - T_d \sin(4N_t \theta)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

- $\omega$  è la velocità angolare
- $\theta$  è l'angolo di rotazione
- $B$  è il coefficiente di smorzamento
- $J$  è l'inerzia
- $T_d$  è la coppia di tenuta
- $T_e$  è la coppia erogata
- $e_A$  e  $e_B$  sono rispettivamente le forze controelettromotrici delle fasi (avvolgimenti) A e B
- $i_A$  e  $i_B$  sono le correnti negli avvolgimenti
- $v_A$  e  $v_B$  sono le tensioni negli avvolgimenti
- $K_m$  è la costante di coppia del motore
- $N_r$  è il numero di denti di ogni corona del motore
- $R$  è la resistenza dell'avvolgimento
- $L$  è l'induttanza dell'avvolgimento

*I parametri fisici vengono inseriti quando il motore è in modalità Stepping.*

*Diversa è la configurazione Average, che non simula i singoli step e permette di avere una simulazione più rapida. Come visto nel driver, la frequenza di passo richiesta è determinata direttamente dalla differenza di potenziale tra A+ e A-. Nel*

*caso in cui la tensione tra i terminali A+ e A- fosse di +10 V, la frequenza di passo richiesta è pari 10 steps/sec.*

*La modalità Average stima se il motore perde il passo. La perdita del passo avviene quando la coppia motrice supera i valori parametrici del vettore massimo di coppia per più di un periodo di step, periodo di step che viene determinato dalla frequenza di passi richiesta. Quando si verifica lo slittamento, la coppia generata dal motore non è generalmente la coppia massima disponibile: la coppia massima viene raggiunta solo se il controllore del motore rileva lo slittamento e regola di conseguenza il comando della frequenza di passo.*

## 5.4 Modelli del meccanismo su Simscape

Presentati i vari blocchi, si passa all'implementazione dei modelli del meccanismo su Simscape. Il primo approccio da seguire è schematizzare il modello Simscape in base agli schemi grafici di ciascun modello e connettendo i blocchi nella maniera opportuna.

### 5.4.1 Modello a due gradi di libertà

Il modello a due gradi di libertà è stato ridotto ad un sistema con due masse rappresentati la massa del carrello e l'inerzia traslazionale della puleggia e del motore con una molla di rigidità e uno smorzatore. Il sistema riceve la coppia motrice sottratta del termine viscoso del motore elettrico.

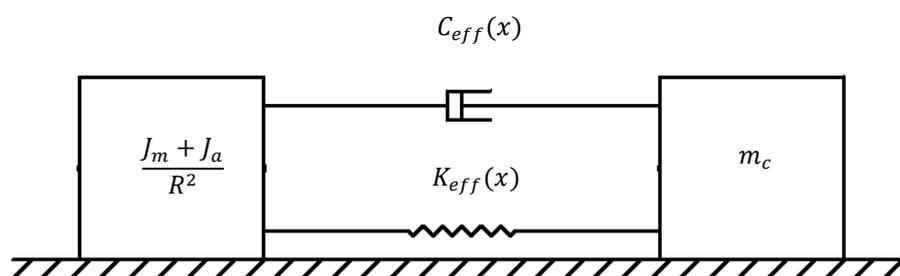


Figura 5.13

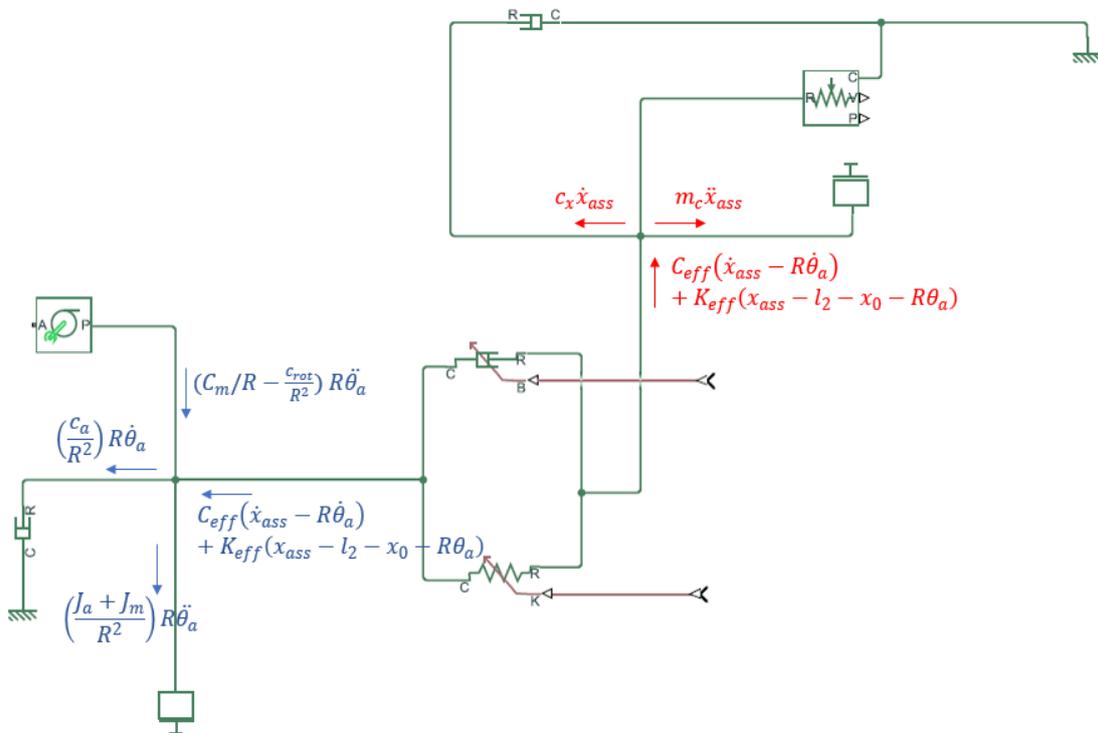


Figura 5.14

Nell'eventualità si voglia rappresentare lo stesso modello con le due masse vincolate a due molle di rigidezza  $k_2$  e  $k_{13}$  e due smorzatori  $c_2$  e  $c_{13}$  in parallelo tra loro, lo schema Simscape è il seguente.

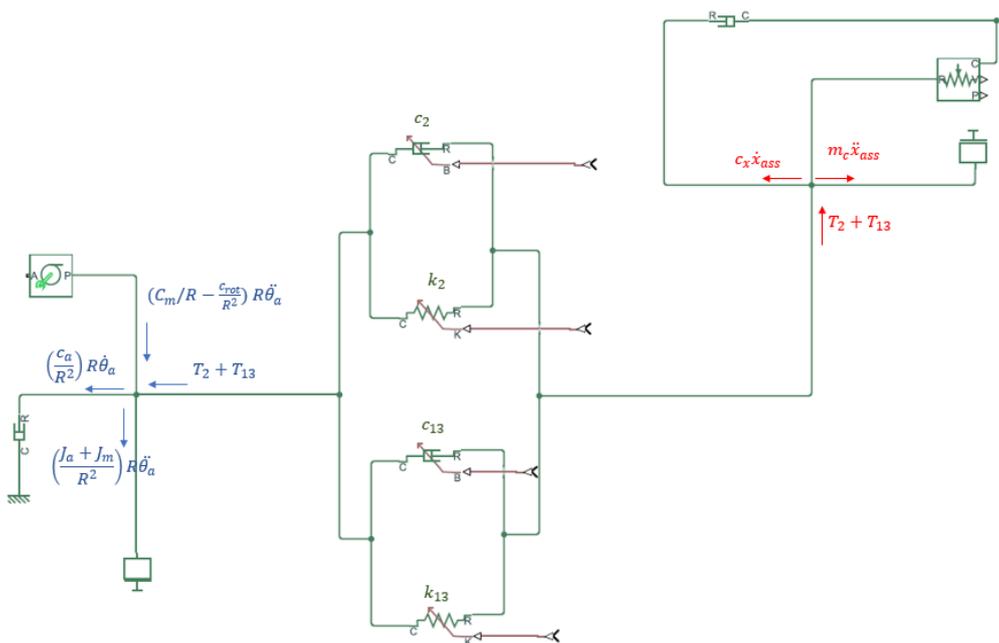


Figura 5.15

Al dominio di traslazione sono collegati i Subsystem Simulink nei quali vengono calcolati le rigidzze e i coefficienti di smorzamento, sottosistemi identici a quelli del modello Simulink nel capitolo precedente. Nella fase iniziale di simulazione, al dominio di rotazione si associa un sensore di rotazione e una sorgente di coppia entrambi vincolati a terra.

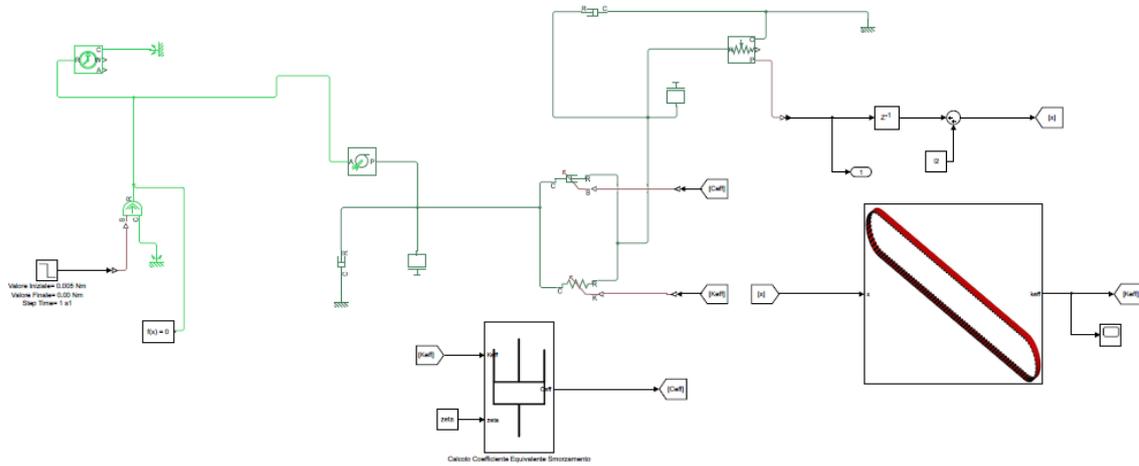


Figura 5.16

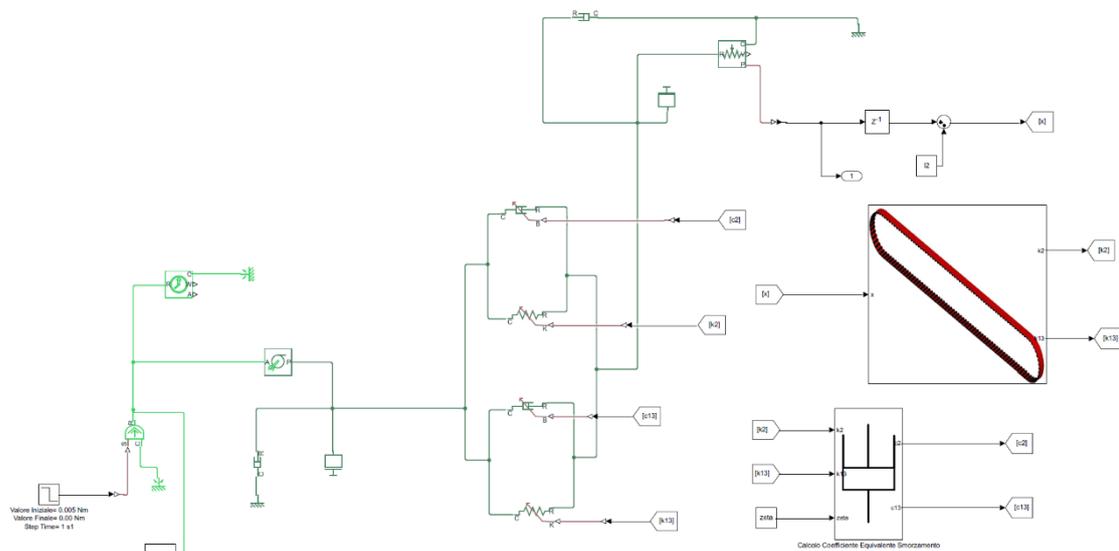


Figura 5.17

Lo spostamento della massa, misurato dal sensore di posizione, deve essere letto dal subsystem per il calcolo delle rigidzze. Una problematica che sorge in questo tipo di modellazione è dovuta al fatto che Simscape crea un loop algebrico nel momento in cui si utilizza un feedback con una variabile misurata, fermando così la simulazione. È possibile aggirare l'errore inserendo un blocco *Memory* all'uscita del sensore: la sua funzione è di dare in uscita al segnale in input un piccolo

ritardo ad ogni singolo step. In questo modo il segnale viene discretizzato, commettendo un modesto errore nel calcolo dei parametri, ma si evita l'errore dovuto al loop algebrico. La stessa soluzione può essere ottenuta inserendo un blocco *Delay* definendo in esso la lunghezza del ritardo in msec.

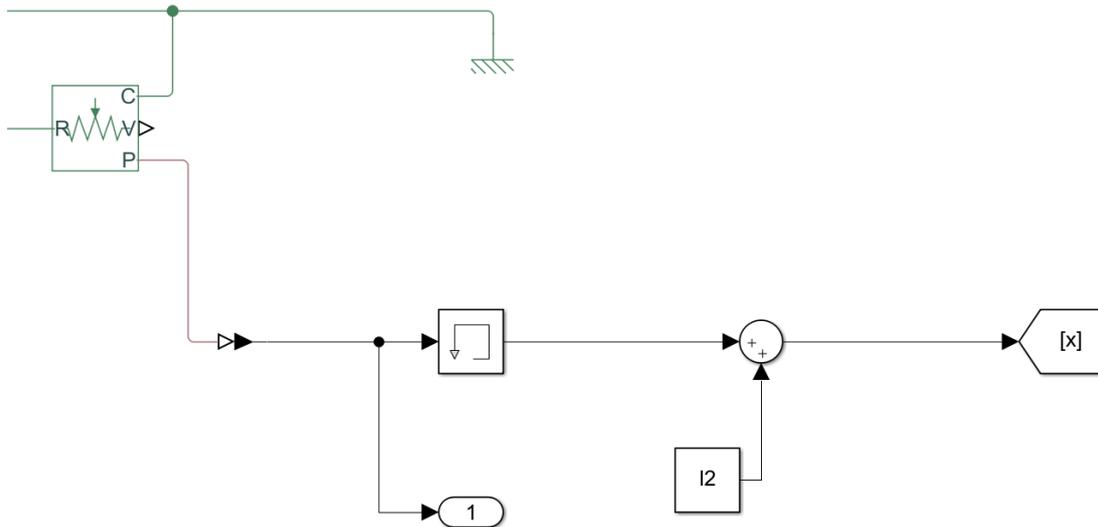


Figura 5.18

### 5.4.2 Modello a tre gradi di libertà

Nel modello a tre gradi di libertà la dinamica della puleggia e gli effetti dissipativi dovuti agli attriti dei cuscinetti non sono più trascurabili. Rispetto al caso precedente bisogna inserire una massa rappresentante la puleggia e uno smorzatore traslazionale condotta e schematizzare i rami condotto e conduttore in tre tratti.

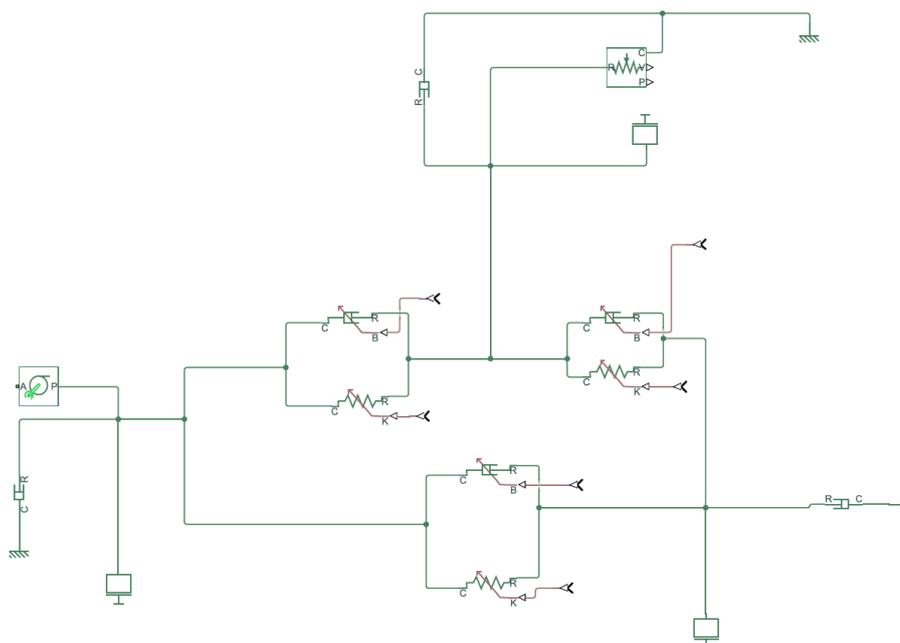


Figura 5.19

### 5.4.3 Attuazione

Per simulare inizialmente i modelli, il blocco Ideal Source Torque è ideale per inserire un segnale di coppia e confrontare le risposte in Simscape con quelle dei modelli Simulink sviluppati nei capitoli precedenti. Tuttavia la coppia motrice viene erogata da un attuatore, ovvero il motore passo - passo. Prima di introdurre il modello Simscape del motore, è necessario comprendere come l'informazione logica viene trasformata in cinematica rotazionale del rotore con l'aiuto del diagramma sottostante

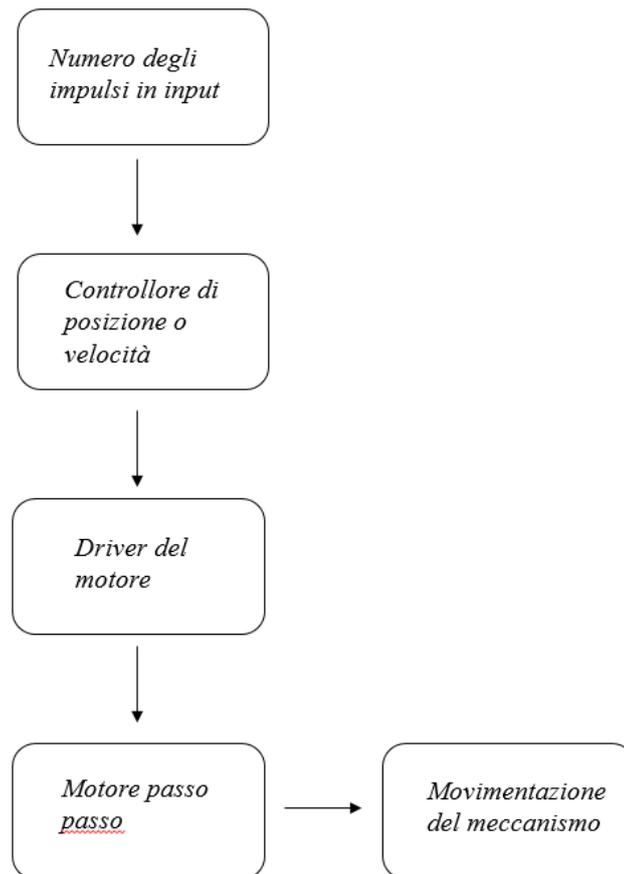


Figura 5.20

La progettazione su Simscape dell'attuazione parte dal tipo di modalità con cui si vuole pilotare il motore. La modalità Stepping permette di inserire direttamente i parametri fisici elettronici e meccanici, come la resistenza e l'induttanza delle fasi, la costante di coppia del motore, l'inerzia e lo smorzamento del rotore. Se da un lato è possibile già scegliere la taglia del motore direttamente da un datasheet aziendale, per contro la simulazione restituisce come output esattamente i passi del motore: in presenza di una singola vibrazione in uno step, il motore perde il passo e non riesce più a sostenere il carico resistente, bloccando così la simulazione stessa.

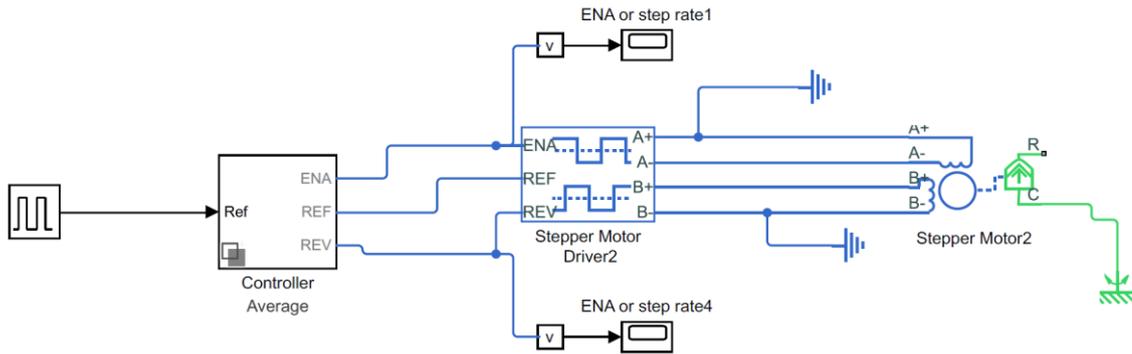


Figura 5.21

La modalità Average è in grado di stimare, durante il ciclo di simulazione, se il motore perde il passo: ciò avviene quando la coppia motrice richiesta supera i valori del vettore massimo di coppia motrice (definiti nella finestra *Electrical Torque*) per più di un periodo di step, periodo di step che viene determinata dalla domanda di frequenza di step. Inoltre si inserisce un vettore di velocità rotazionale e a ogni componente di questo vettore è associato il corrispettivo elemento del vettore di coppia massima per la previsione di perdita di passo.

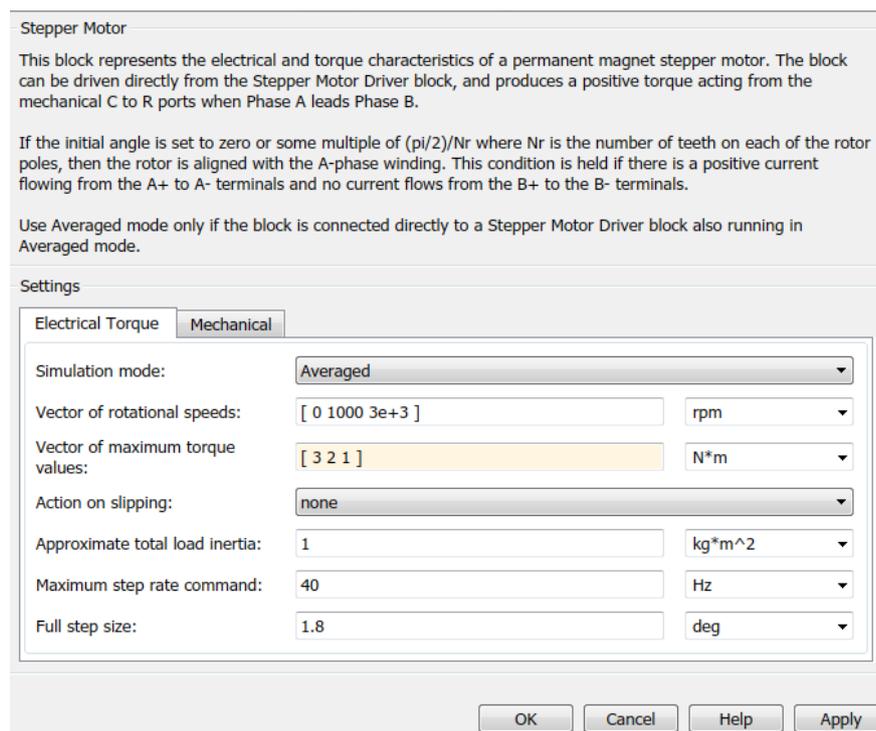


Figura 5.22

Altri due parametri da inserire per questo tipo di sistema sono il carico totale del motore (inclusa l'inerzia del rotore) e il comando di massima frequenza di step, usato per determinare una larghezza di banda adatta per l'approssimazione del sistema del secondo ordine al motore stepper.

Questi due valori devono essere scelti con cura al fine poiché possono comportare perdite di passo non veritiera.

I grafici della rotazione e di velocità mostrano un confronto tra le due modalità. In sostanza il segnale Average è una media dei massimi e minimi successivi e consente di avere una simulazione più rapida con carichi che non causano la perdita di passo.

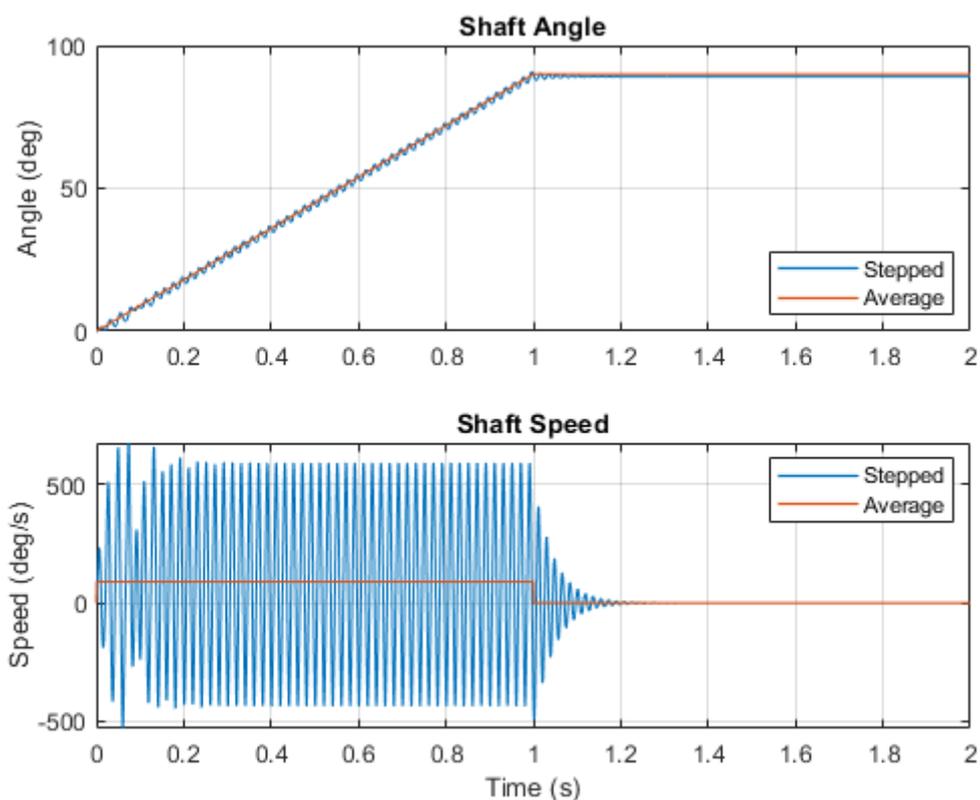


Figura 5.23

La scelta dell'impostazione di funzionamento comporta anche il settaggio nel Driver e il tipo di controllore da utilizzare, che può essere scelto in base al comando di posizione o di velocità. In entrambi i casi, il controllore riceve il numero di step del motore (o impulsi) desiderato e elabora un segnali di tensione PWM per la porta ENA e un segnale a gradino la porta REV del Driver.

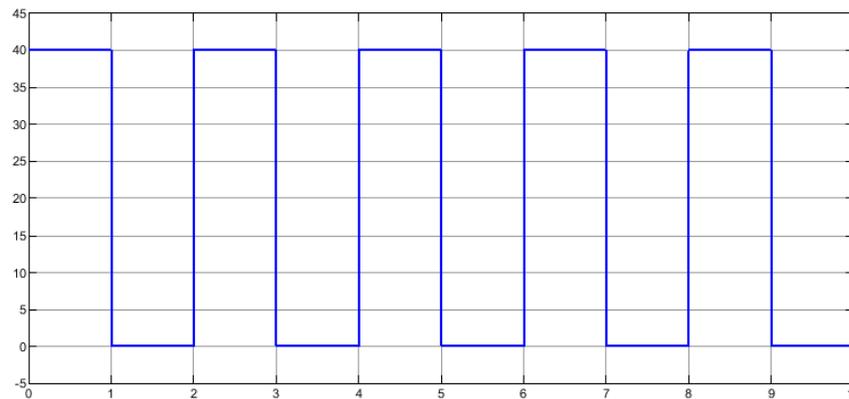


Figura 5.24

In figura (5.24) è riportato un segnale ad onda quadra con un periodo di 2 secondi e larghezza di impulso del 50% e rappresentante il numero di step in input: se la scelta ricade su un controllo di velocità per un motore passo-passo con angolo di step pari a  $1.8^\circ$ , il motore effettua una rotazione di  $72^\circ$  in un secondo per un secondo, si arresta nel periodo di tempo tra 1 e 2 secondi e riprende la corsa per un altro secondo con lo stesso angolo e verso di rotazione.

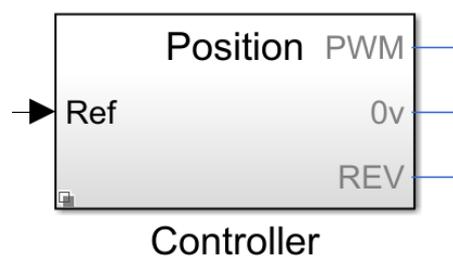


Figura 5.25

Il controllore di posizione legge il segnale secondo una logica diversa: i gradini del segnale rappresentano il riferimento di posizione che deve raggiungere il motore. In linea teorica sino al primo secondo il rotore compie una rotazione di  $72^\circ$  poiché riceve un numero di impulsi pari a 40, ma al tempo  $t = 2$  s si richiede all'attuazione di ritornare alla posizione iniziale di 0 impulsi. Pertanto il motore deve invertire il senso di rotazione effettuando una rotazione di altri  $72^\circ$ .

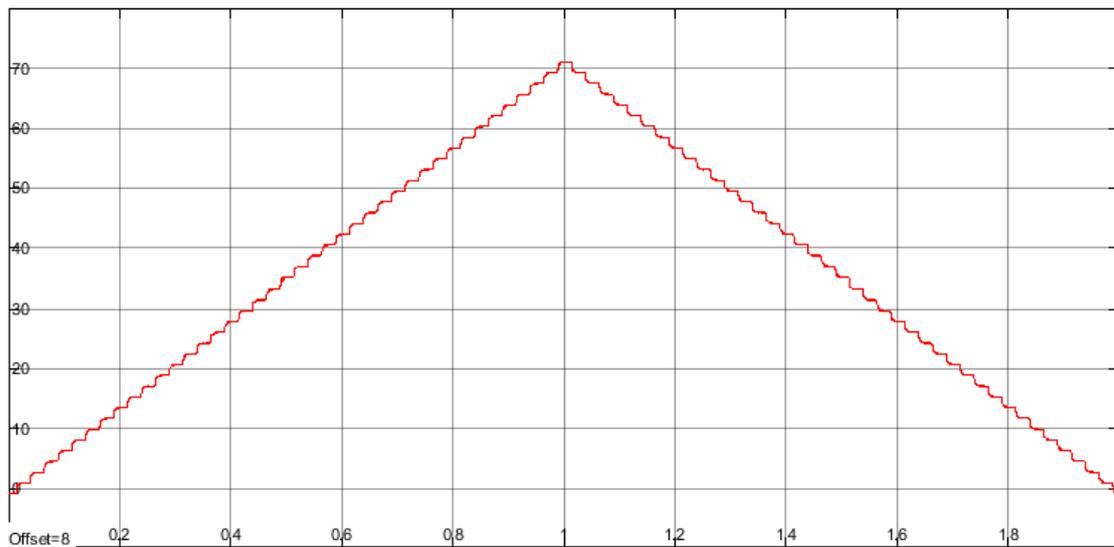


Figura 5.26

La situazione appena descritta avviene quando la frequenza del generatore di impulsi del controllore  $f_{control}$  (nell'immagine sottostante pari a 40 impulsi/sec) è identica alla frequenza del segnale di ingresso  $f_{in}$ , pari a 40 impulsi/sec.

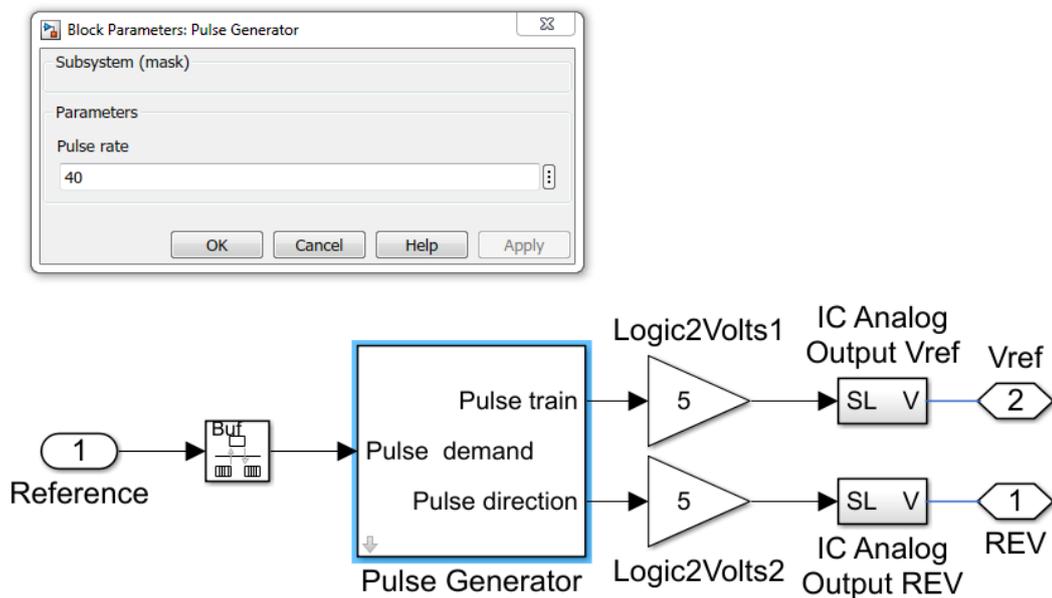


Figura 5.27

Lo stesso output si ottiene per una  $f_{in}$  maggiore di una  $f_{control}$  a causa del limite di frequenza imposto dal controllore.

Quando il segnale d'ingresso ha una frequenza  $f_{in}$  minore rispetto alla  $f_{control}$ , il motore effettua una rotazione pari al numero di impulsi, si ferma per un determinato intervallo di tempo e compie lo stesso numero di impulsi iniziale, come nell'immagine sottostante

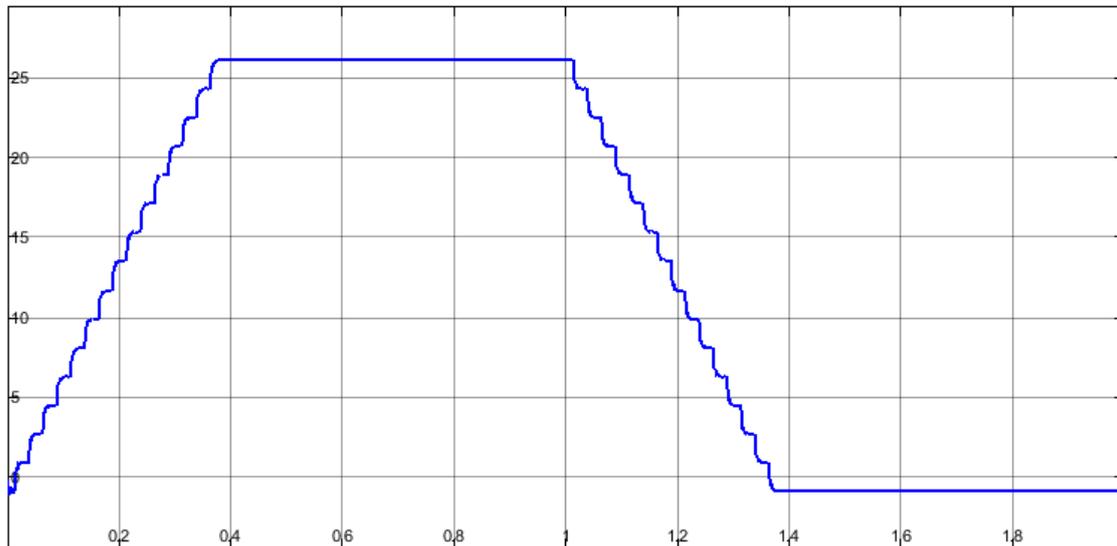


Figura 5.28

Il segnale d'ingresso ha lo stesso andamento della figura (5.24) con la differenza che l'ampiezza è di 15 impulsi. Di conseguenza il rotore compie una rotazione di 27 gradi, si arresta per un intervallo di tempo di circa 0.6 s e dal tempo 1 s inverte il moto ritornando alla posizione iniziale.

# 6 CAPITOLO

## CINEMATICA E DINAMICA DELLA MACCHINA

### Introduzione

Come esplicitato nell'introduzione della presente tesi, la macchina può essere schematizzata come un sistema di controllo ad anello aperto in figura 6.1. In questo tipo di applicazioni di stampa 3-D è fondamentale il grado di ripetibilità e di precisione della macchina per ottenere un oggetto finito il più simile possibile al modello CAD. Ciò comporta non solo in una corretta scelta dell'estrusione del materiale, ma anche in una corretta progettazione a livello di meccanica della trasmissione e di scelta del motore per ridurre al minimo l'errore tra lo spostamento tangenziale della puleggia motrice e lo spostamento del carrello.



Figura 6.1

Sin qui i modelli del robot e della trasmissione sono stati considerati singolarmente al fine di comprendere la corretta modellazione e analizzare le loro cinematiche e dinamiche per determinati segnali di input. In questa parte finale di lavoro si analizza la cinematica e dinamica della macchina completa, composta dalla struttura del robot e da tre trasmissioni che permettono la movimentazione dei carrelli. Il collegamento funzionale tra i modelli trasmissione e robot è rappresentato proprio dal carrello, sul quale agiscono le tensioni della cinghia e la forza sul vincolo

attivo (o forza attuatore) del modello Robot, ovvero la forza risultante dei contributi gravitazionali e inerziali della massa del carrello, delle aste e dell'end effector

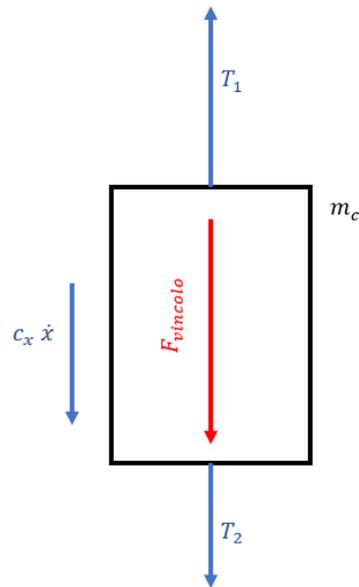


Figura 6.2

Per verificare la precisione della stampante in anello aperto, il modello macchina (trasmissioni e robot) è studiato secondo due metodologie sequenzialmente. La prima è un'analisi generale di una trasmissione accoppiata col Robot, in cui si prevede di assegnare un input di accelerazione angolare tangenziale alla puleggia motrice per ottenere la condizione di massima accelerazione dell'estrusore lungo l'asse z. In tal modo si studieranno:

- le tensioni lungo i rami delle cinghie,
- l'errore tra lo spostamento del carrello e lo spostamento tangenziale della puleggia motrice
- la coppia massima richiesta dagli attuatori

La seconda metodologia è conseguente alla prima: ricavata la coppia massima, si sceglie il motore da un *datasheet* aziendale e si definisce un modello ibrido Simscape-Simulink per le tre trasmissioni collegate al robot.

In quest'ultimo caso le variabili di riferimento saranno le velocità angolari dei motori e si analizzeranno

- gli spostamenti  $q_1, q_2, q_3$ , le velocità dei carrelli  $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3$ , gli spostamenti dell'estrusore  $x_p, y_p, z_p$  e l'errore tra lo spostamento periferico della puleggia motrice e quello del carrello, le tensioni.

## 6.1 Analisi preliminare del sistema: input di accelerazione

La prima metodologia prevede l'uso del modello Simmechanics Robot integrato con gli schemi Simulink di tre trasmissioni, le quali ricevono in ingresso ciascuna un'accelerazione angolare tangenziale.

Prima di delineare il modello completo, occorre ridefinire le equazioni alla traslazione della massa del carrello per la trasmissione a 2 di gradi di libertà. Si introduce il termine  $F_c$  come il contributo della forza sul vincolo  $F_{vinc}$  sottratto del termine inerziale  $m_c \ddot{x}_{ass}$

$$F_c + m_c \ddot{x}_{ass} = F_{vinc} \quad (6.1)$$

$$m_c \ddot{x}_{ass} + T_2 + F_c - T_{13} + c_x \dot{x}_{ass} = 0 \quad (6.2)$$

Manipolando le due equazioni si ottiene

$$T_{13} - T_2 - c_x \dot{x}_{ass} = F_{vinc} \quad (6.3)$$

Ove  $T_{13}$  è la tensione sul ramo sia sul ramo 1 che sul ramo 3, mentre  $T_2$  è la tensione sul ramo 2.

Lo stesso approccio è valido anche per il modello a 3 gradi libertà.

$$T_1 - T_2 - c_x \dot{x}_{ass} = F_{vinc} \quad (6.4)$$

Si ricorda che  $T_1$  è la tensione agente sul ramo 1. Inoltre le variabili cinematiche di una singola trasmissione,  $\dot{x}_{ass}$ ,  $x_{din}$  corrispondono esattamente alle variabili cinematiche del vincolo  $q_1$  e  $\dot{q}_1$  a cui è collegata la trasmissione stessa. Ciascuna forza  $F_{vinc}$  agisce come input sui vincoli prismatici, come nella seguente figura.

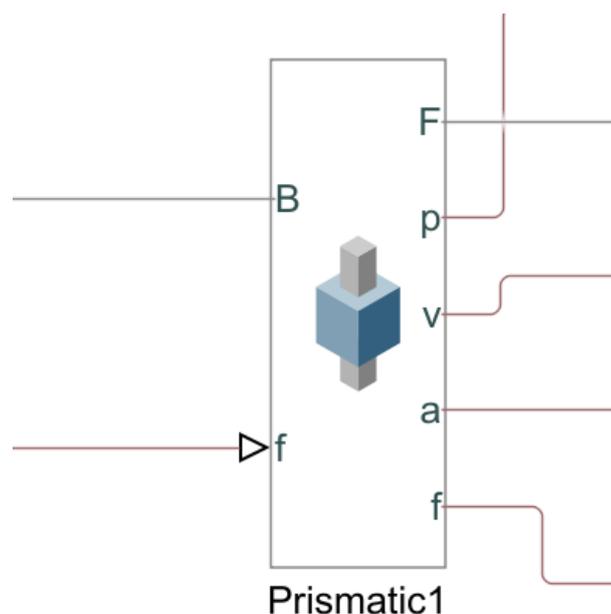


Figura 6.3

Il diagramma in basso riassume la procedura da seguire per associare una trasmissione col carrello del modello Robot: l'output dei modelli Simulink trasmissione è esattamente la forza sul vincolo attivo  $F_{1vincolo}$  che entra come input sul vincolo di guida prismatica. Il risolutore di Matlab permette di estrapolare direttamente le variabili  $q_1$  e  $\dot{q}_1$  dal vincolo, che corrispondono allo spostamento e velocità lineare sia del vincolo stesso che del carrello.

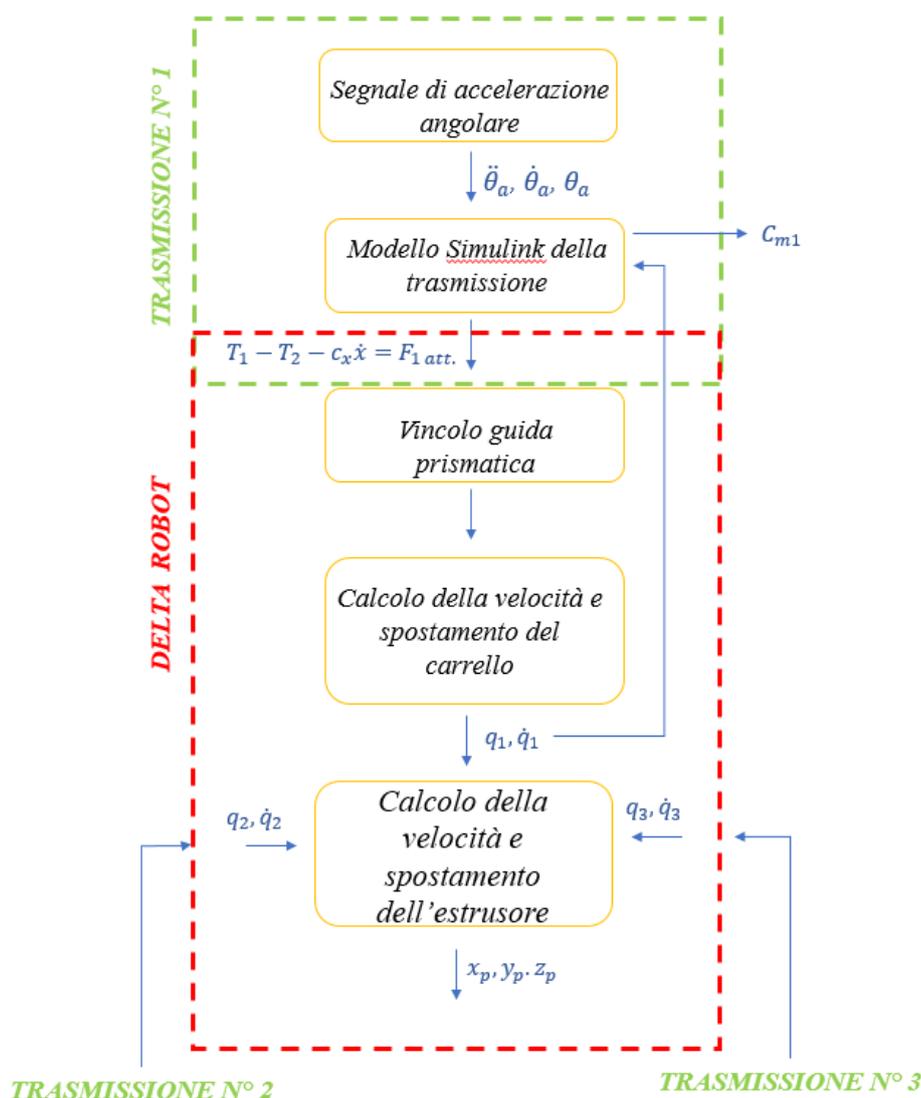


Figura 6.4

Viene creato un feedback di ritorno delle variabili  $q_1$  e  $\dot{q}_1$  per il modello trasmissione per determinare le tensioni della cinghia e la coppia motrice necessaria da fornire al motore

Lo stesso schema viene ripetuto per la seconda e terza trasmissione collegati ai due carrelli per ricavare le relative variabili. Data la geometria del Robot e le grandezze cinematiche dei carrelli, è possibile conoscere il vettore spostamento  $[x_p, y_p, z_p]$  dell'estrusore.

Date queste assunzioni, è possibile costruire il modello Simulink-Delta Robot

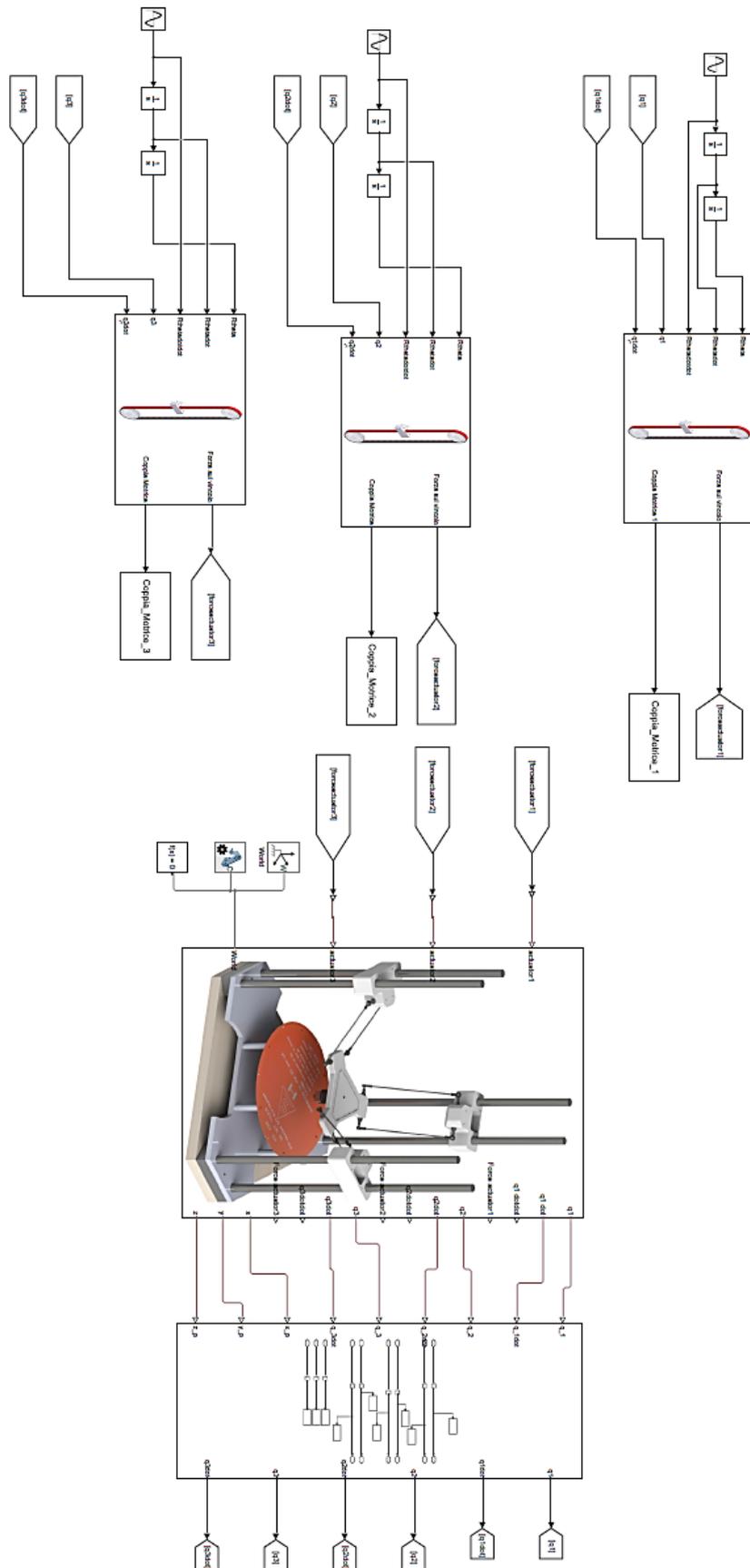


Figura 6.5

E' possibile sostituire i *subsystem* Simulink con dei modelli Simscape della trasmissione, come in figura 6.8. In questo caso l'input sul giunto attivo è lo spostamento della massa misurato dal sensore di posizione posto sulla cinghia.

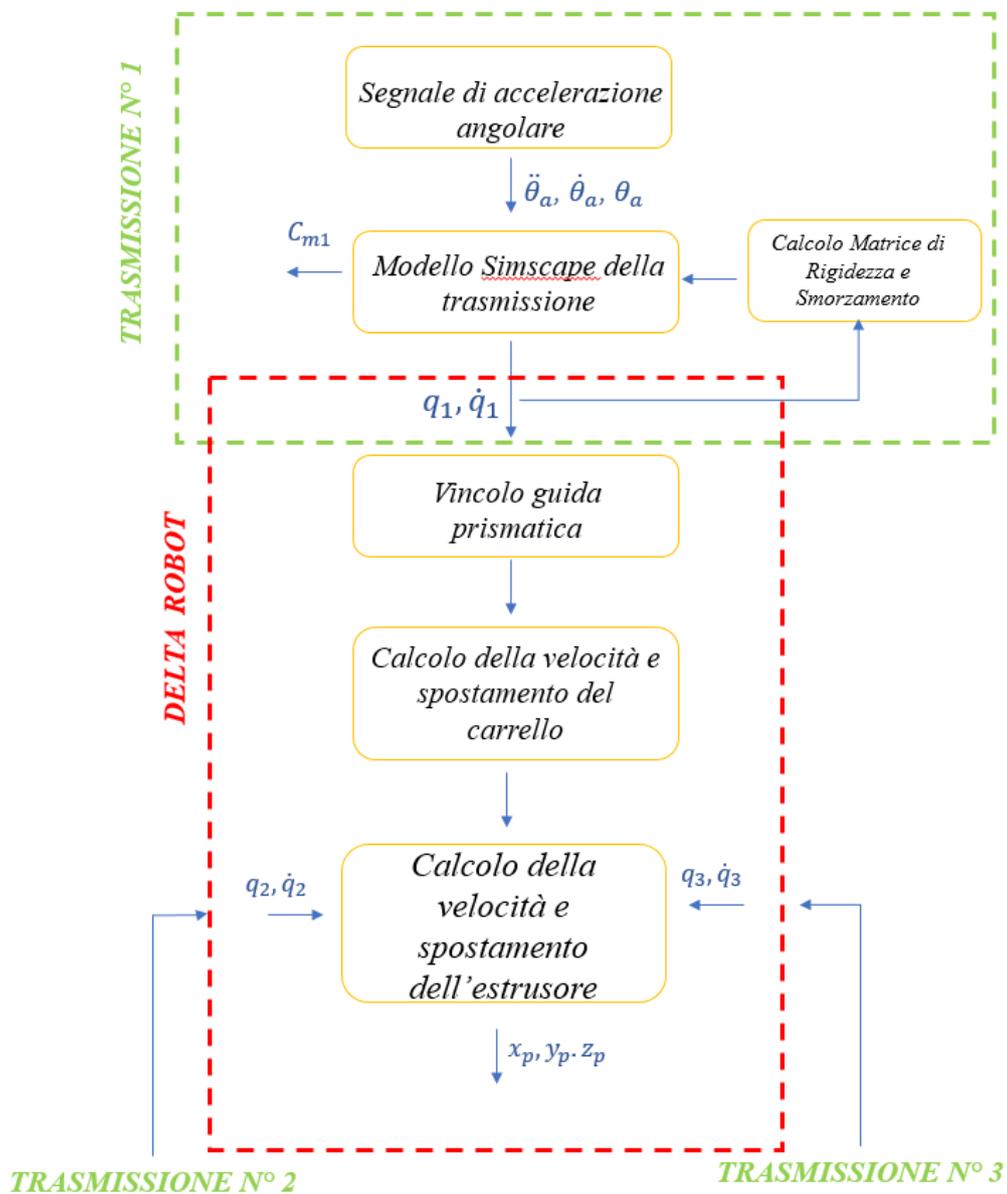


Figura 6.6

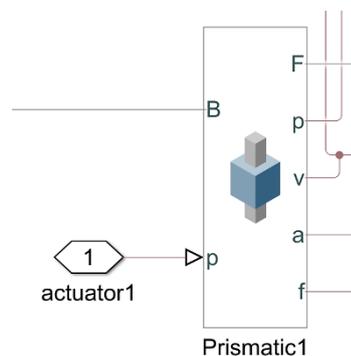


Figura 6.7

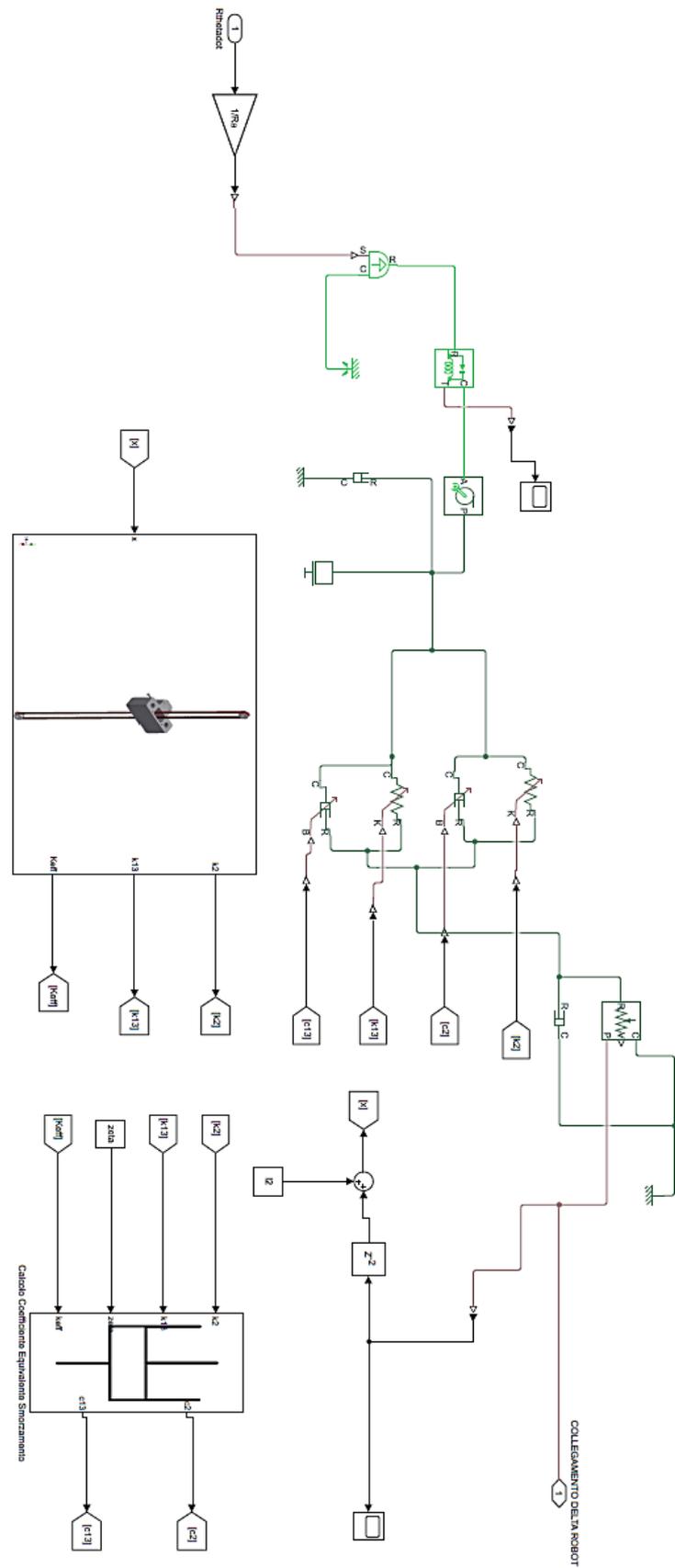


Figura 6.8

### 6.1.1 Condizioni statiche

Come verifica iniziale degli schemi realizzati, si studia il sistema in condizione statiche, senza un ingresso di accelerazione e delle variabili integrate sulla puleggia motrice. In tal caso l'unico contributo che agisce sul sistema è associato alle forze gravitazionali delle masse dei carrelli, delle aste e dell'end effector.

$$F_{vinc} = \left( m_{carr} + 2 \cdot m_{asta} + \frac{m_{end\ effec}}{3} \right) \cdot g \quad (6.5)$$

Lanciando il codice Simulink, si possono ricavare per una trasmissione i grafici delle tensioni sui singoli rami, sul vincolo attivo e la coppia motrice in condizione statiche sulla puleggia che controbilancia le forze gravitazionali pari a

$$C_m = F_{vinc} \cdot R_a \quad (6.6)$$

Si ricorda che il valore del raggio della puleggia è pari a 7.2 mm

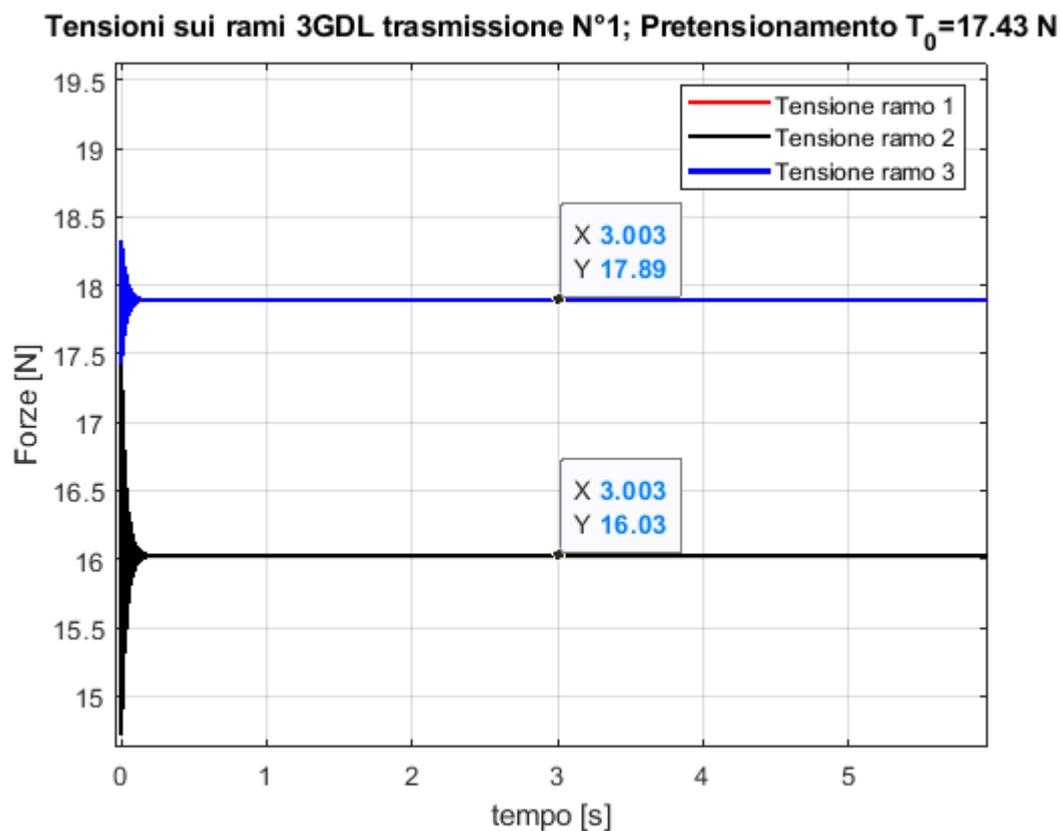


Figura 6.9

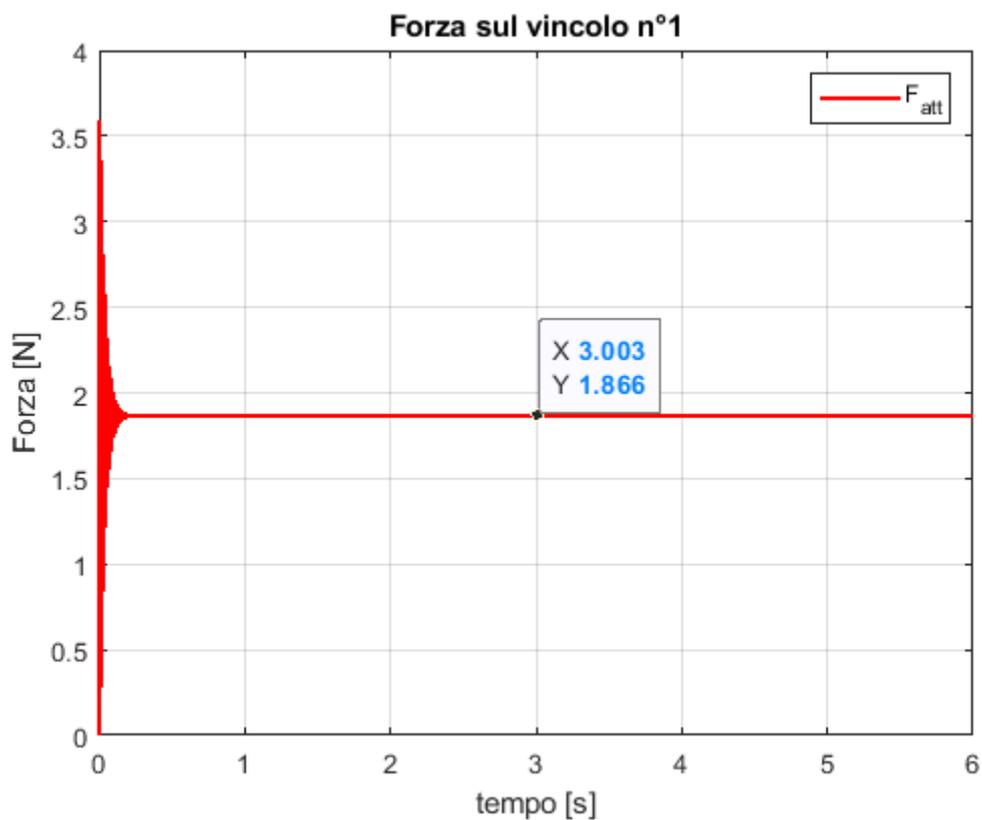


Figura 6.10

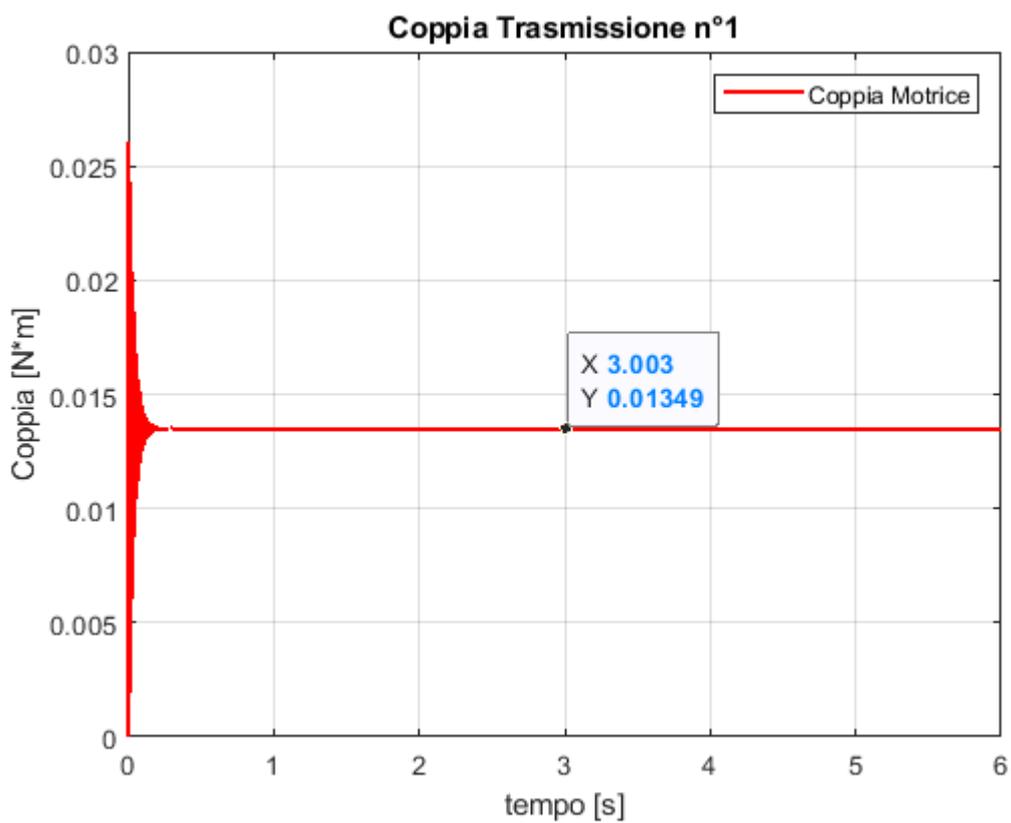


Figura 6.11

### 6.1.2 Condizione dinamica di massima accelerazione e scelta dei motori

In questa fase preliminare si studia l'intero sistema con accelerazione massima di stampa a  $7 \text{ m/s}^2$  sulla direzione x dell'estrusore per un brevissimo istante di tempo al fine di verificare la corretta progettazione della trasmissione, la coppia massima erogabile e la scelta dei motori.

Si ipotizzi che la punta di estrusore parta esattamente dalla base di appoggio e si associano tre segnali di input costante di accelerazione tangenziale sulle pulegge motrice tracciare un percorso lungo la direzione x.

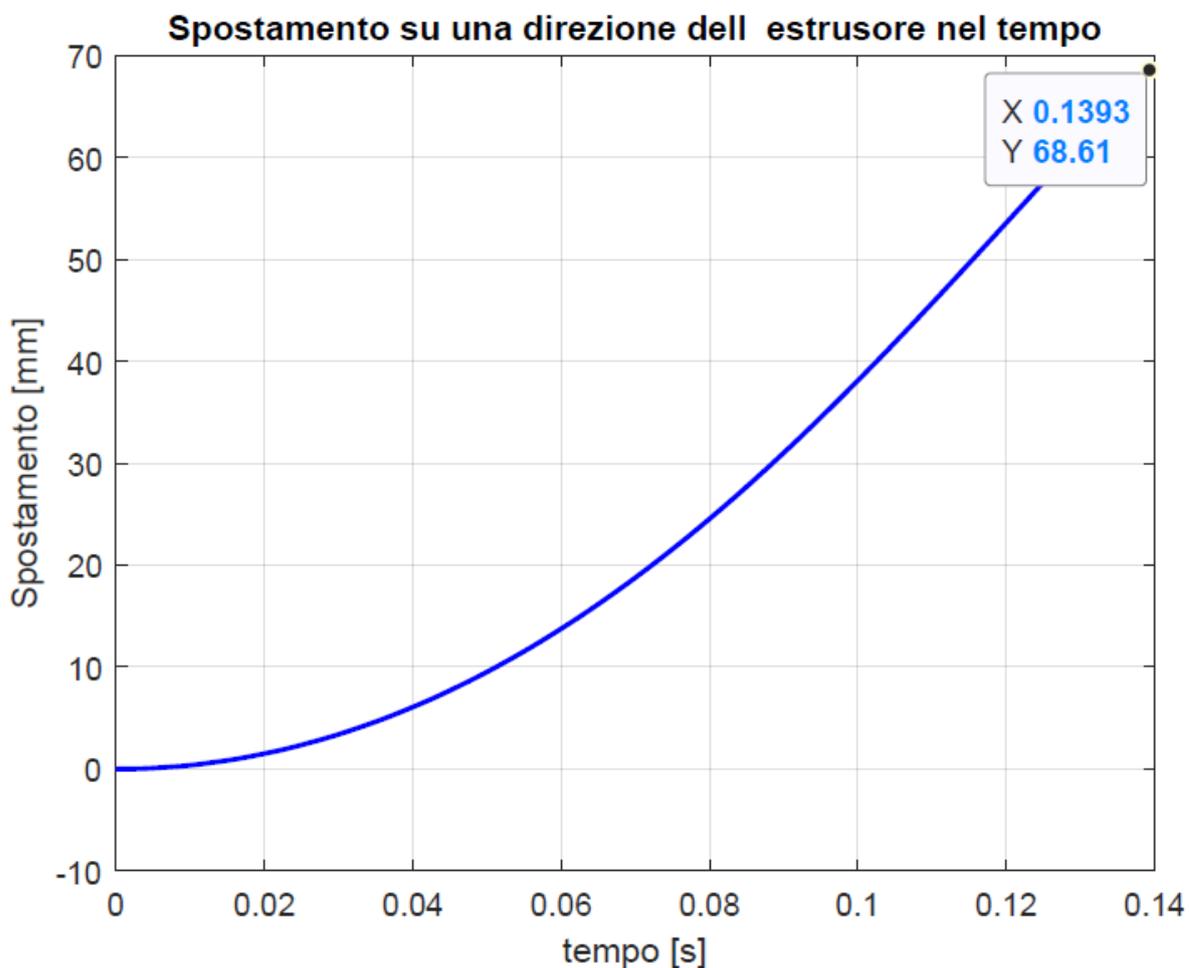


Figura 6.12

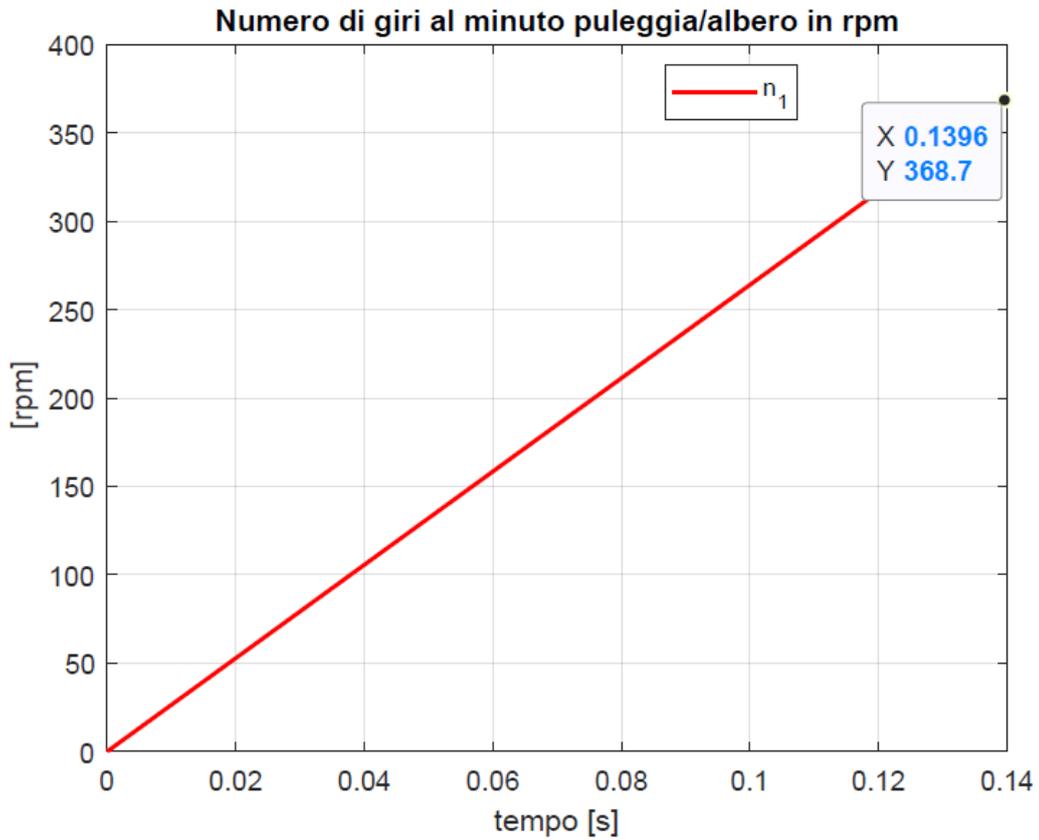


Figura 6.13

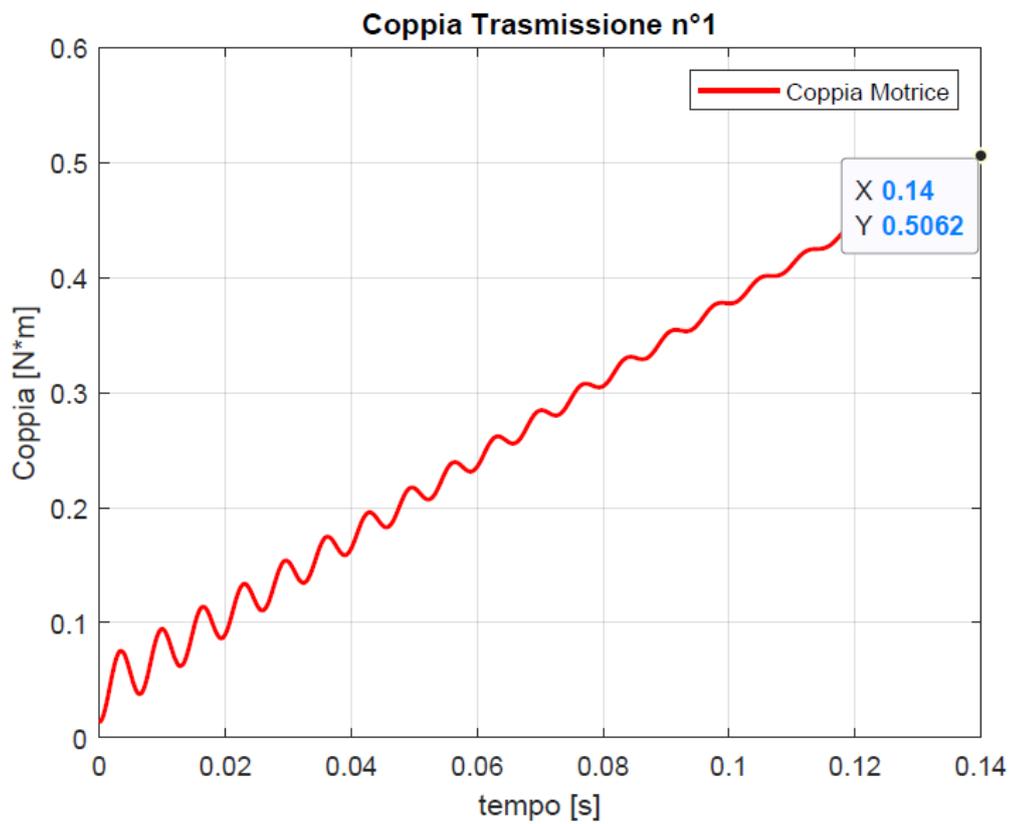


Figura 6.14

In condizioni di accelerazione massima di stampa dell'end effector si hanno maggiori coppie sulla trasmissione n° 1 e velocità di punta pari a 370 rpm. La coppia motrice in questa configurazione massima per controbilanciare la sommatoria degli effetti è pari a circa 50,62 N\*cm.

Data la coppia e velocità angolare massima, da un *datasheet* aziendale si sceglie un motore passo-passo NEMA 23 M-2231-2.4S con Holding Torque 169 N-cm, corrente di fase 2.4 A e alimentazione a 24VDC.<sup>53</sup>

### Specifications

2.4 Amp motors		Single length	Double length	Triple length
Part number		M-2218-2.4S (1)	M-2222-2.4S (1)	M-2231-2.4S (1)
Holding torque	oz-in	90	144	239
	N-cm	64	102	169
Detent torque	oz-in	3.9	5.6	9.7
	N-cm	2.7	3.9	6.9
Rotor inertia	oz-in-sec <sup>2</sup>	0.00255	0.00368	0.0065
	kg-cm <sup>2</sup>	0.18	0.26	0.468
Weight	oz	16.9	21.2	35.3
	grams	480	600	1000
Phase current	amps	2.4	2.4	2.4
Phase resistance	ohms	0.95	1.2	1.5
Phase inductance	mH	2.4	4.0	5.4

(1) Only available with single shaft.

Figura 6.15

<sup>53</sup> [http://www.autoflexible.com/file\\_upload/product/attach/NEMA%2023.pdf](http://www.autoflexible.com/file_upload/product/attach/NEMA%2023.pdf)

**Mechanical Specifications**

Dimensions in inches (mm)

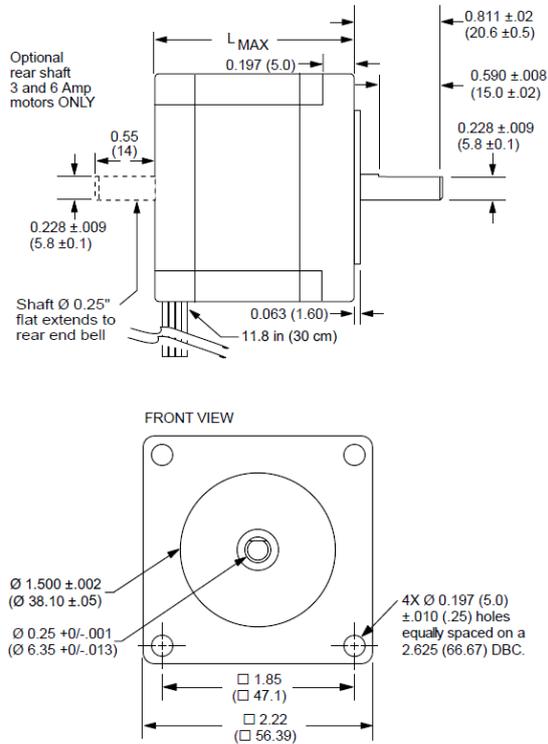


Figura 6.16

**M-2231-2.4**

Torque in Oz - In (N-cm)

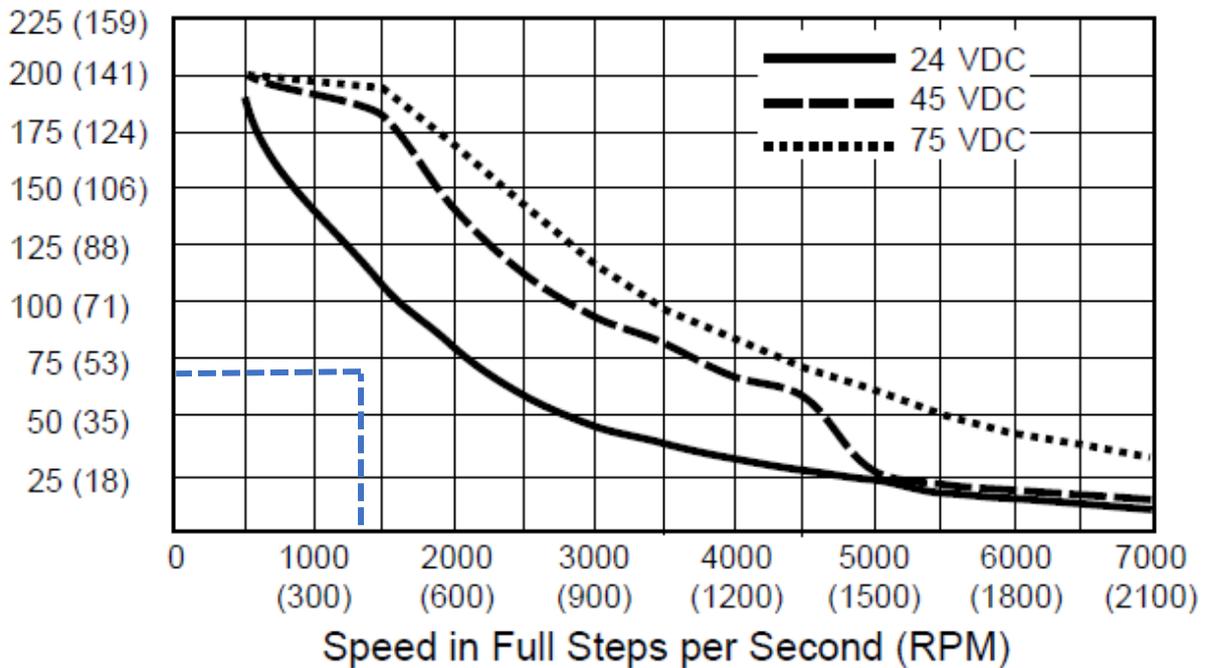


Figura 6.17

Dai dati tecnici del Datasheet è possibile estrapolare il valore reale dell'inerzia del motore e di Detent Torque (6.9 N-cm) , mentre la curva di figura 6.17 ci permette di conoscere la tensione di alimentazione al motore, pari alla tensione di output del driver, e di definire il vettore di coppia massima e di velocità per il blocco Simscape “Stepper Motor”

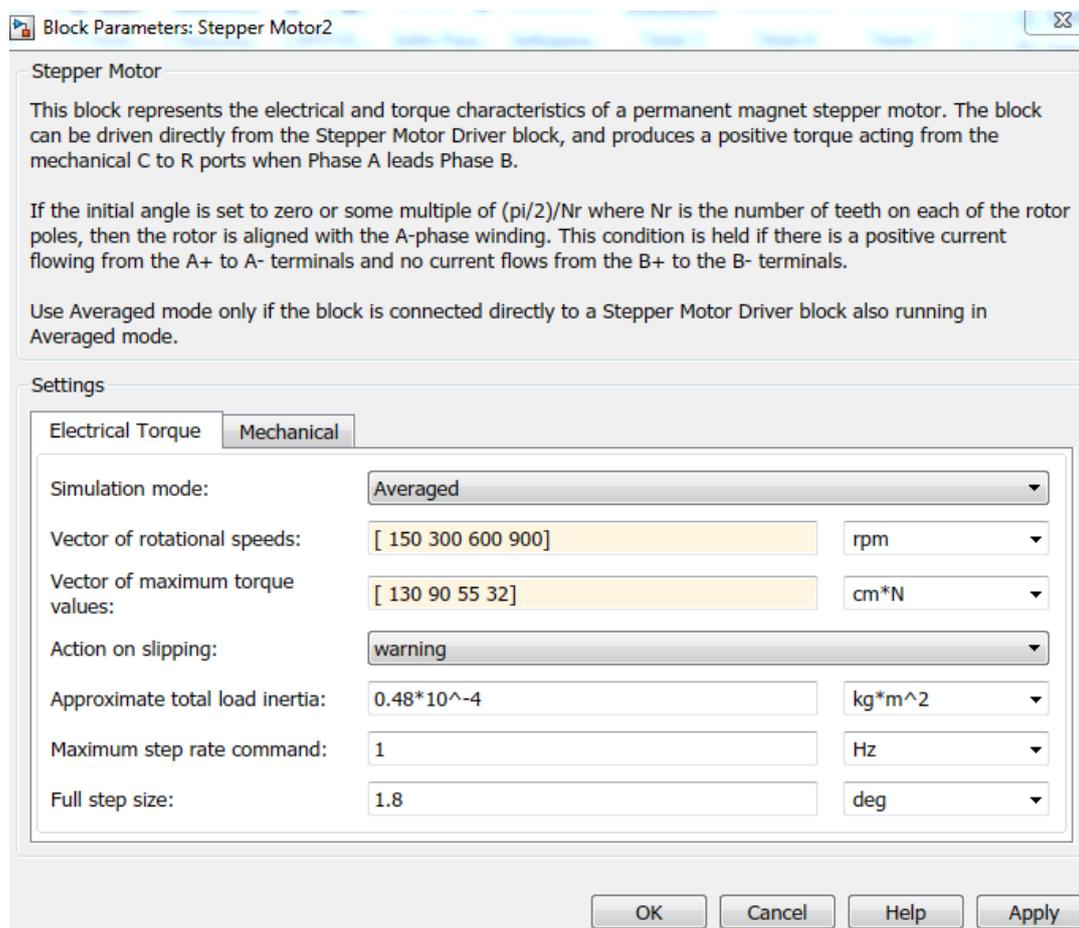


Figura 6.18

Sebbene in una stampante Delta 3-D durante l'estrusione del materiale i tre motori si muoveranno sempre sincronicamente e difficilmente si raggiungerà un'accelerazione di stampa di 7 m/s<sup>2</sup> , è possibile optare anche per un motore meno oneroso come il NEMA-17. Tuttavia è sempre bene considerare il caso critico nella fase di progettazione.

## 6.2 Modello Simscape - Simmechanics - Simulink: input di numero di impulsi al secondo

Stabiliti i motori in condizioni di massima accelerazione, la seconda metodologia prevede di selezionare dalla libreria Simscape il blocco Stepper Motor, il Driver e il microcontrollore e definire la simulazione mediante la seguente procedura.

- Scelta del percorso su un piano XY, in cui non si tiene conto delle variazioni in altezza.
- Discretizzazione del percorso e introduzione di vincoli di velocità in modo da imprimere una determinata traiettoria
- Impiego del problema di cinematica inverso al fine di definire le velocità dei motori
- Il “Modello Matlab” è realizzato secondo uno schema ibrido Simulink- Simscape- Simmechanics del sistema, riassunto nel seguente diagramma in basso.

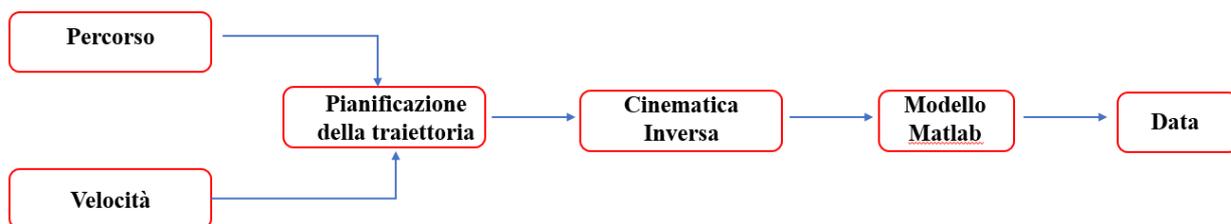


Figura 6.19

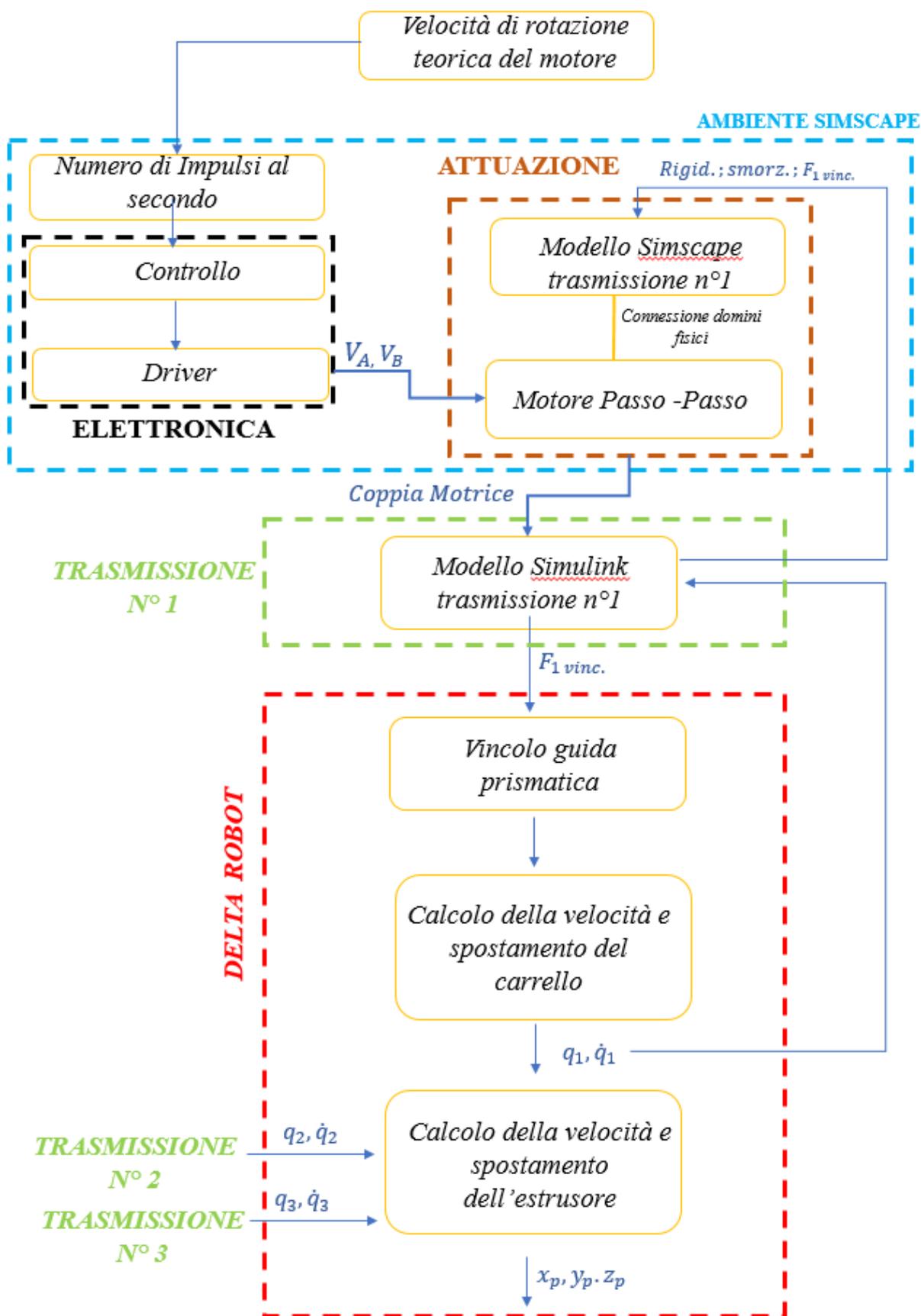


Figura 6.20

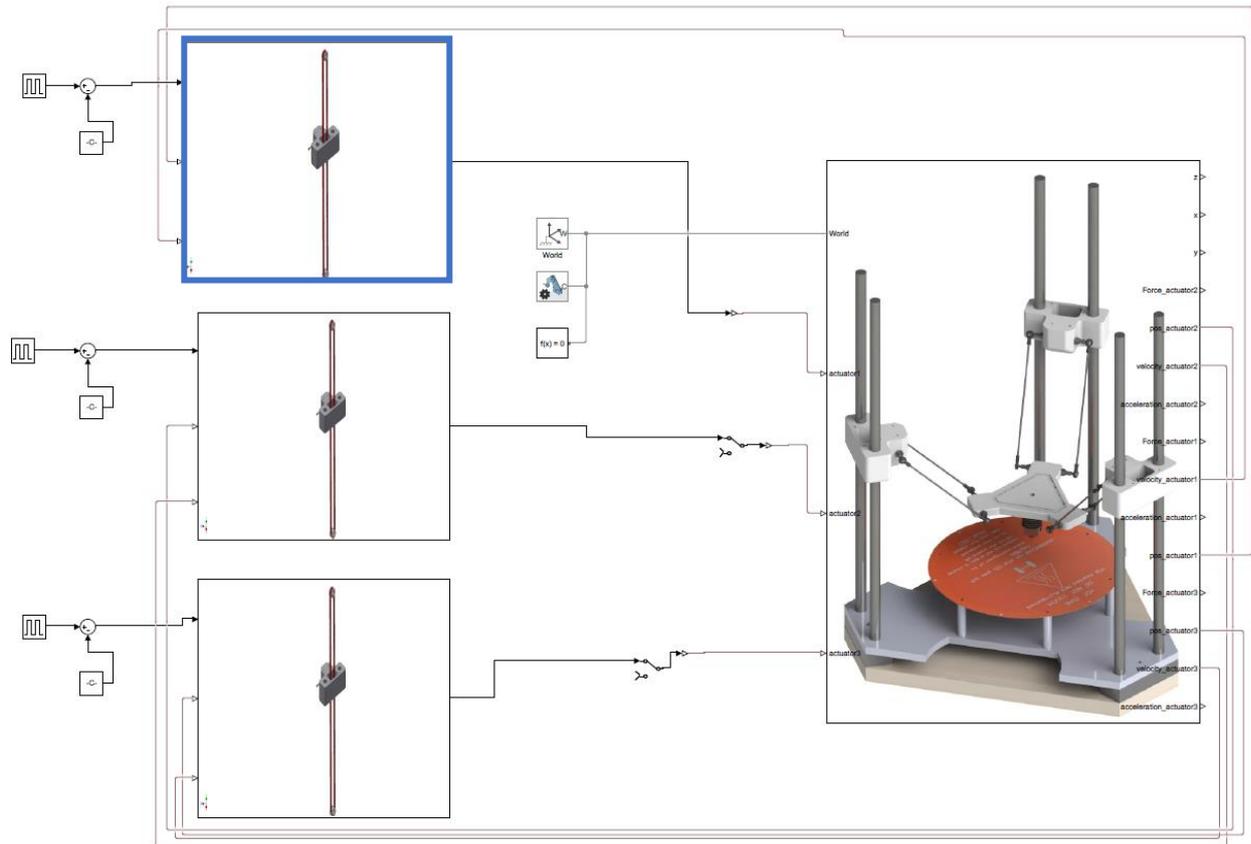


Figura 6.21

Entrando nello specifico della macchina, la velocità teorica del motore viene convertita in numeri di impulsi al secondo. Il controllo (o microcontrollore) riceve in ingresso il numero di impulsi al secondo (step/s) e li commuta in segnali di tensione PWM per il driver, il quale permette di ottenere in uscita degli impulsi di potenza idonei per l'attuazione. In tal modo il singolo motore passo passo è governato con degli impulsi elettrici che alimentano in sequenza le fasi statoriche. La sequenza di eccitazione comporta il verso di rotazione del rotore.

I segnali di alimentazione entrano direttamente nel blocco "Stepper Motor", definito secondo le caratteristiche di figura (6.18). Il modello dinamico su Matlab Simulink è impostato affinché il segnale di coppia motrice estrapolato dal dominio di fisico del motore entri nel modello Simulink, che restituisce come output la forza sul vincolo attivo. Pertanto si ripete lo stesso identico ciclo per ricavare gli output e feedback  $q_1$  e  $\dot{q}_1$ .

Per la definizione corretta del risolutore algebrico è necessario inserire una trasmissione Simscape collegata al blocco "Stepper Motor" e ricevente i valori delle rigidzze, dei coefficienti di smorzamento e la forza sul vincolo attivo  $F_{vinc}$  : in tal modo il dominio fisico di rotazione del motore Stepper riconosce le forze agenti sul sistema ed è possibile calcolare esattamente il valore della coppia motrice necessaria per il loop.

Quanto descritto può essere raggruppato in unico subsystem, evidenziato in figura (6.22), e schematizzato secondo l'immagine in basso

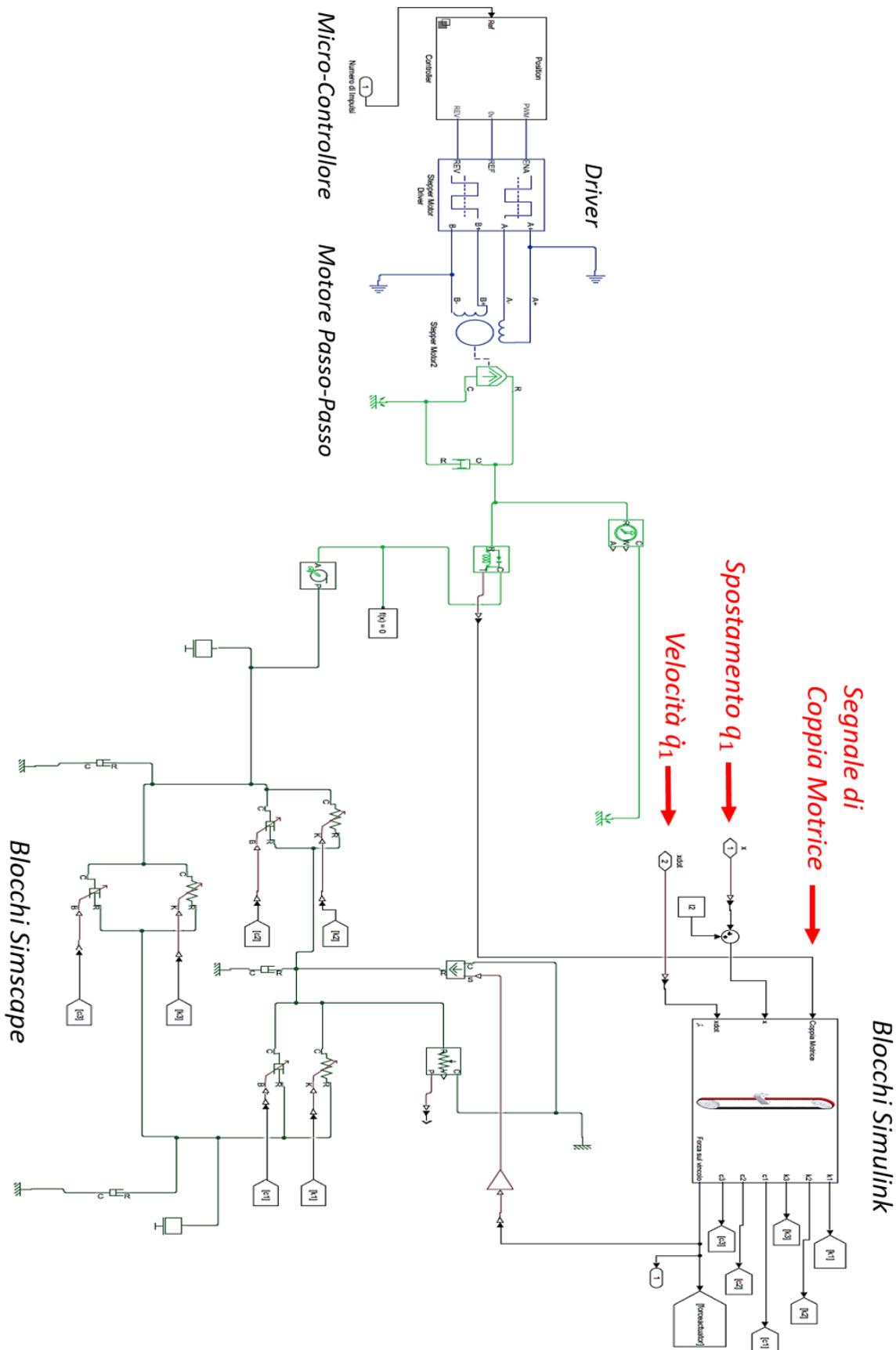


Figura 6.22

È necessario specificare che il blocco “Stepper Motor” è impostato in modalità Average, modalità in cui non vengono inserite le caratteristiche elettroniche del motore, come la resistenza degli avvolgimenti, l’induttanza degli avvolgimenti e la detent torque, ovvero la coppia resistente prodotta dal magnete permanente del rotore quando il motore non è alimentato. Avendo un dominio di rotazione fisico, è possibile estrapolare da questo blocco la coppia erogata dal motore e la velocità di rotazione del rotore.

## 6.3 Risultati

Di seguito si riportano gli andamenti fisici per determinate traiettorie e velocità dell’estrusore

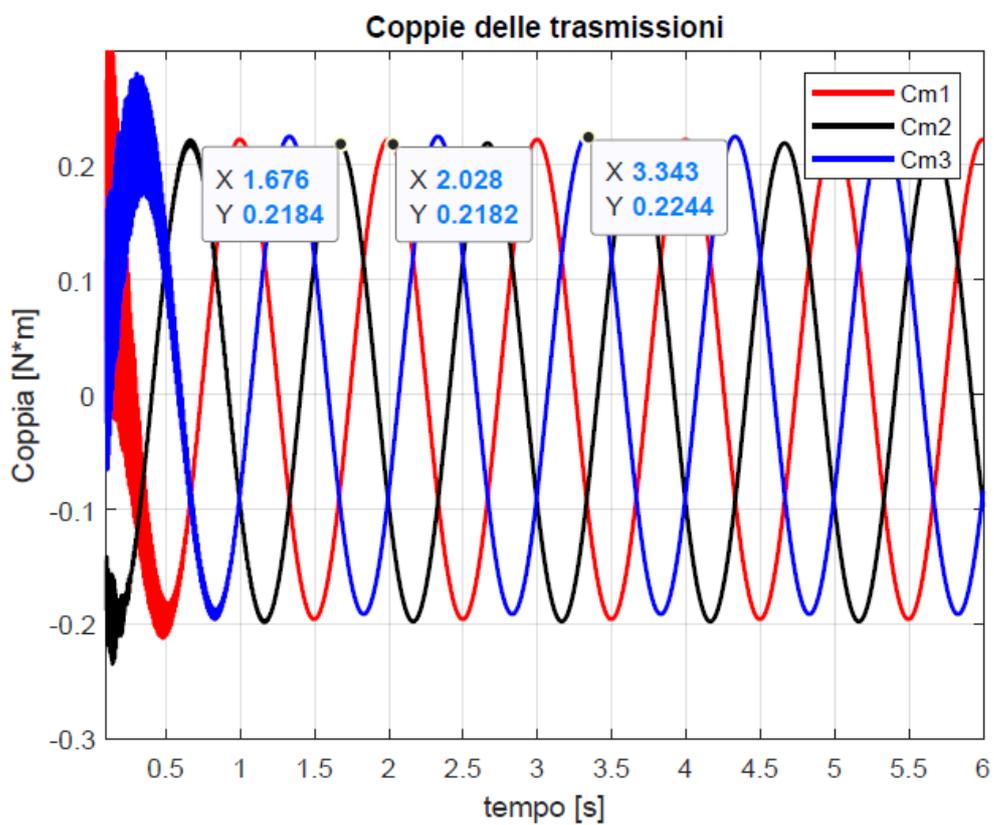
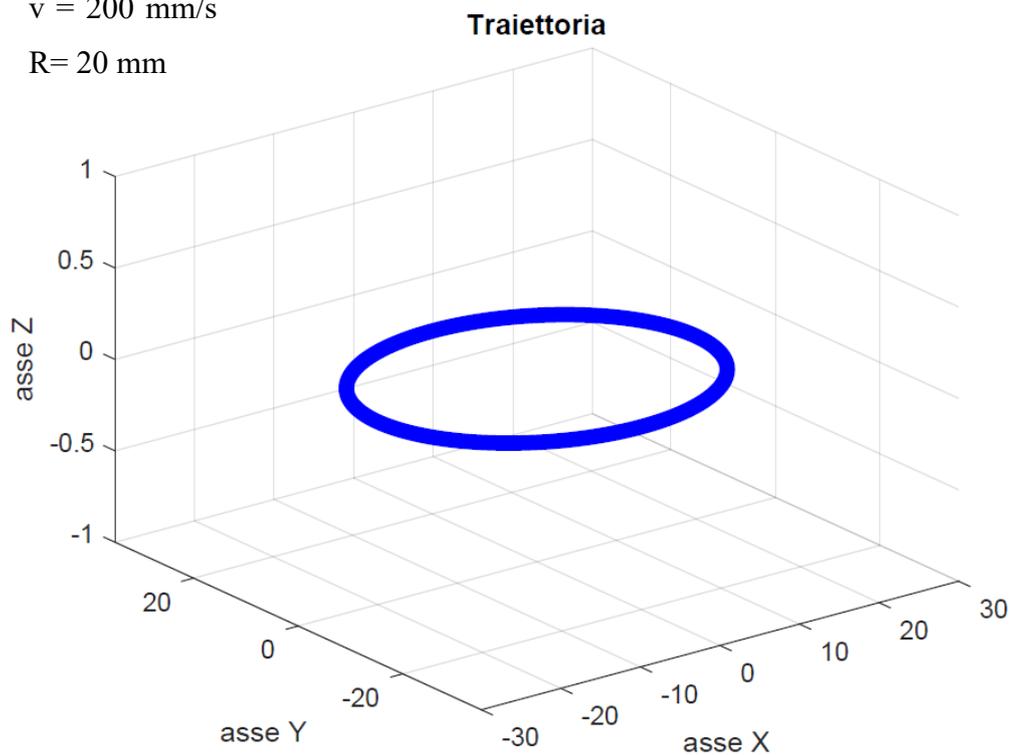
### 6.3.1 Traiettoria circolare, $v=200$ mm/s

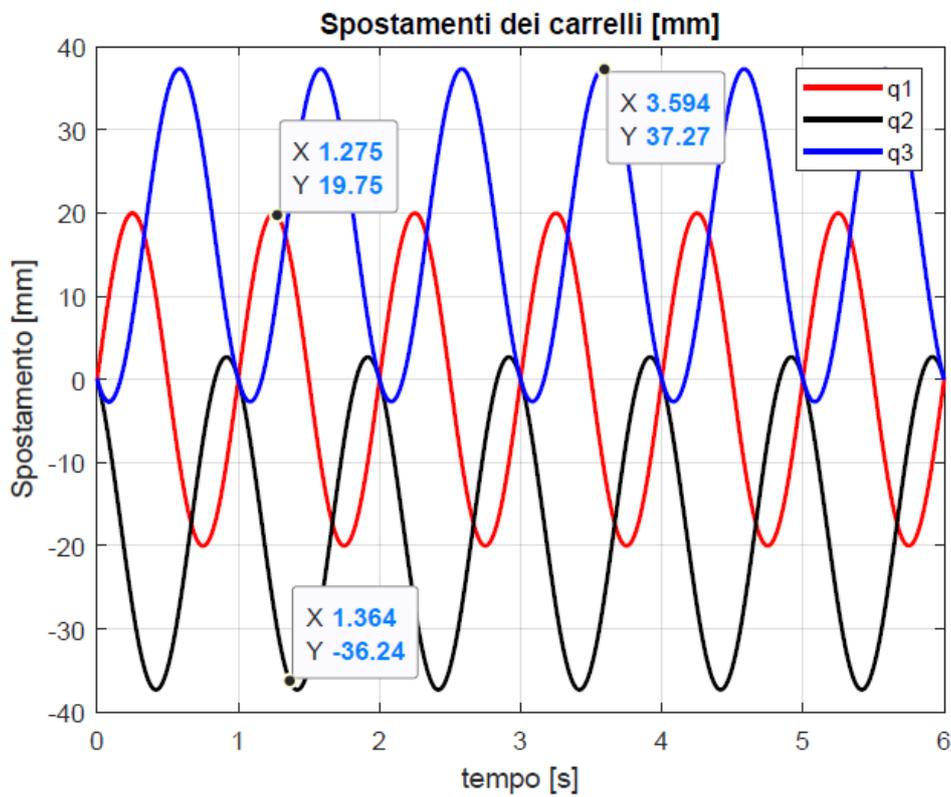
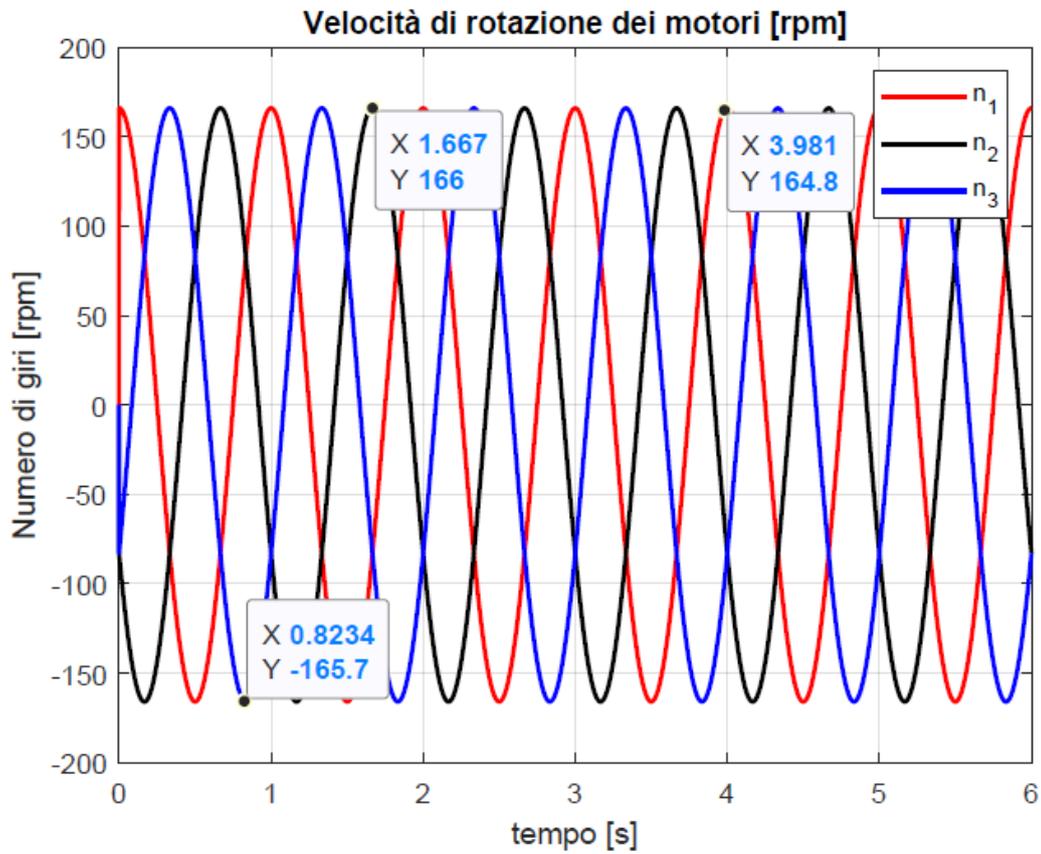
Come primo test, si è scelta una traiettoria circolare con velocità radiale critica dell’estrusore sul piano pari a 200 mm/s. Dalla cinematica inversa si ricavano dei segnali sinusoidali sfasati tra loro sui giunti e si analizzano le seguenti caratteristiche cinematiche e dinamiche:

- Coppia delle tre trasmissioni
- Tensioni sui rami delle cinghie per le tre trasmissioni
- Differenza tra lo spostamento del carrello e lo spostamento tangenziale della cinghia per le tre trasmissioni
- Differenza tra la velocità del carrello e la velocità tangenziale della cinghia per le tre trasmissioni

$v = 200 \text{ mm/s}$

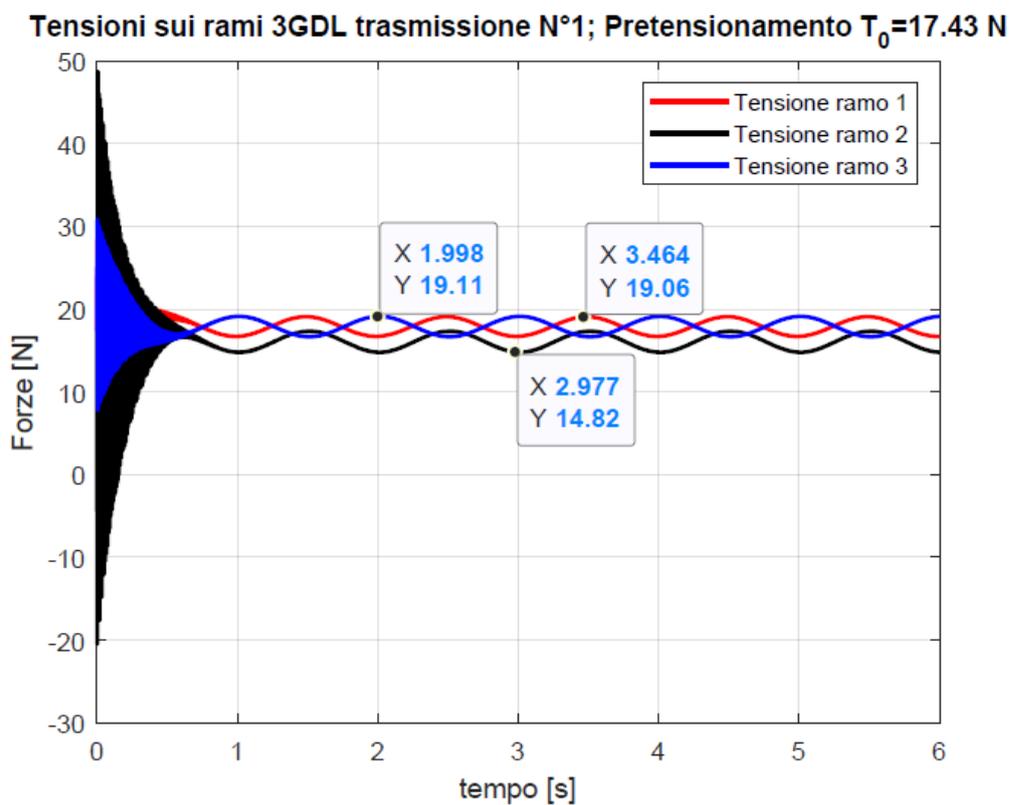
$R = 20 \text{ mm}$



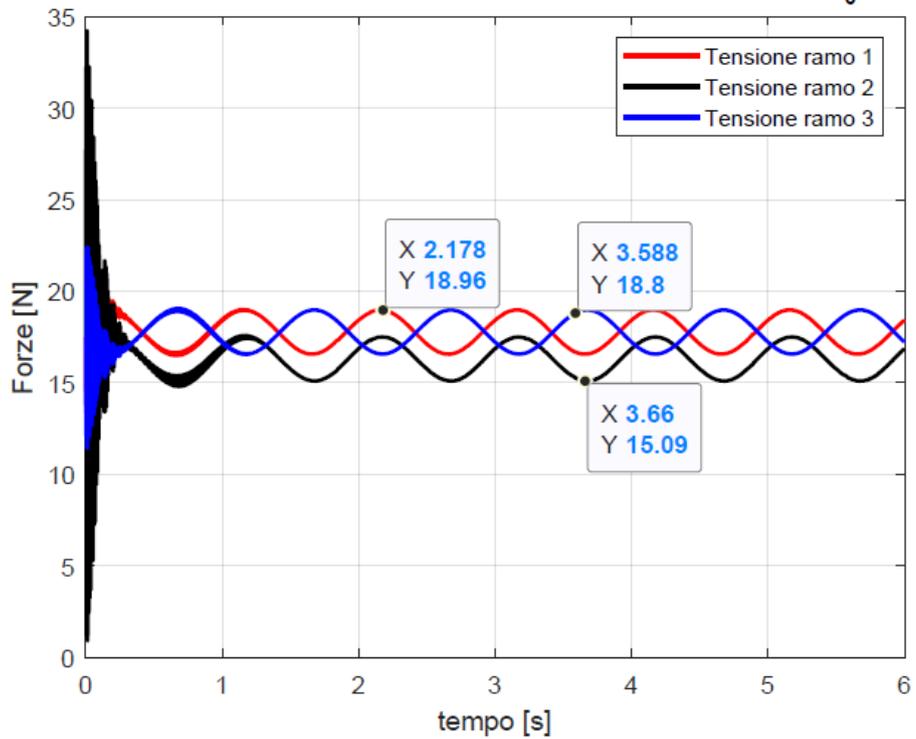


Le coppie erogate dalle trasmissioni mantengono un andamento sinusoidale per tutto il funzionamento della macchina e gli andamenti sono sfasati tra loro di un certo angolo. I picchi raggiunti sono all'incirca di  $12 \text{ N} \cdot \text{cm}$ , ben al di sotto della coppia massima erogabile dal motore. Le velocità di rotazione raggiunte sono di circa 165 rpm.

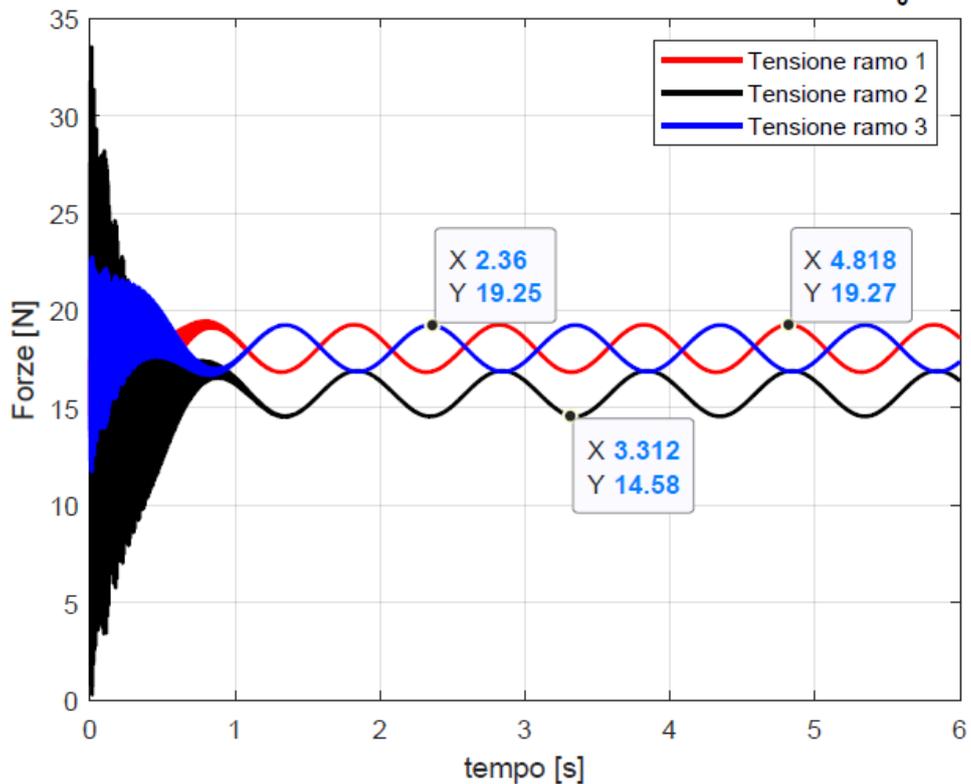
Riguardo le tensioni sui rami, essi seguono sempre andamenti sinusoidali. La tensione sul ramo 1 e sul ramo 3 assumono gli stessi valori ma sono sfasati, mentre la tensione sul ramo 2 segue sempre la tensione 1: in sostanza all'aumentare della  $T_1$ , automaticamente la  $T_2$  aumenta. Effetto identico quando la  $T_1$  diminuisce.



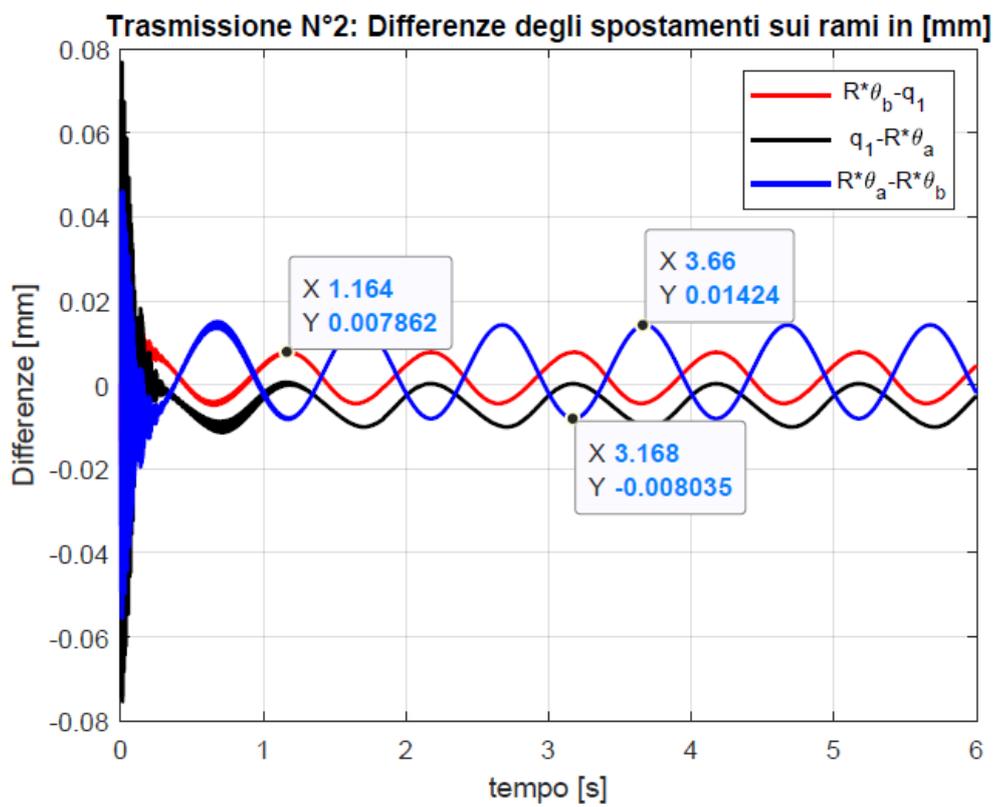
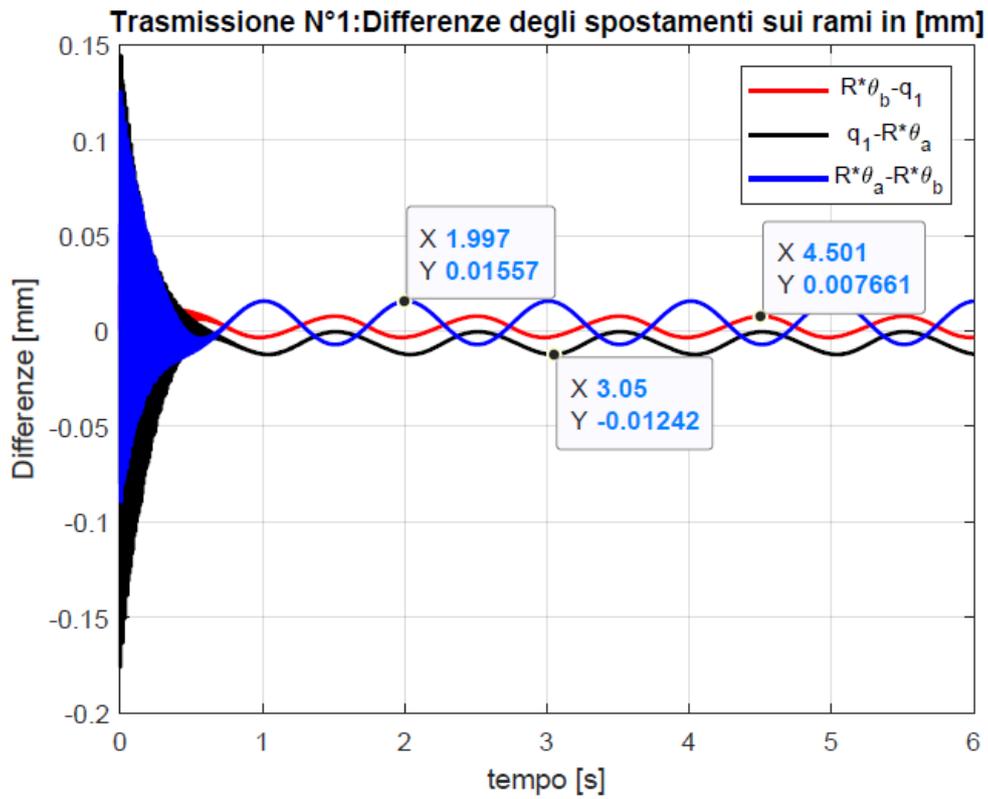
Tensioni sui rami 3GDL trasmissione N°2; Pretensionamento  $T_0=17.43$  N

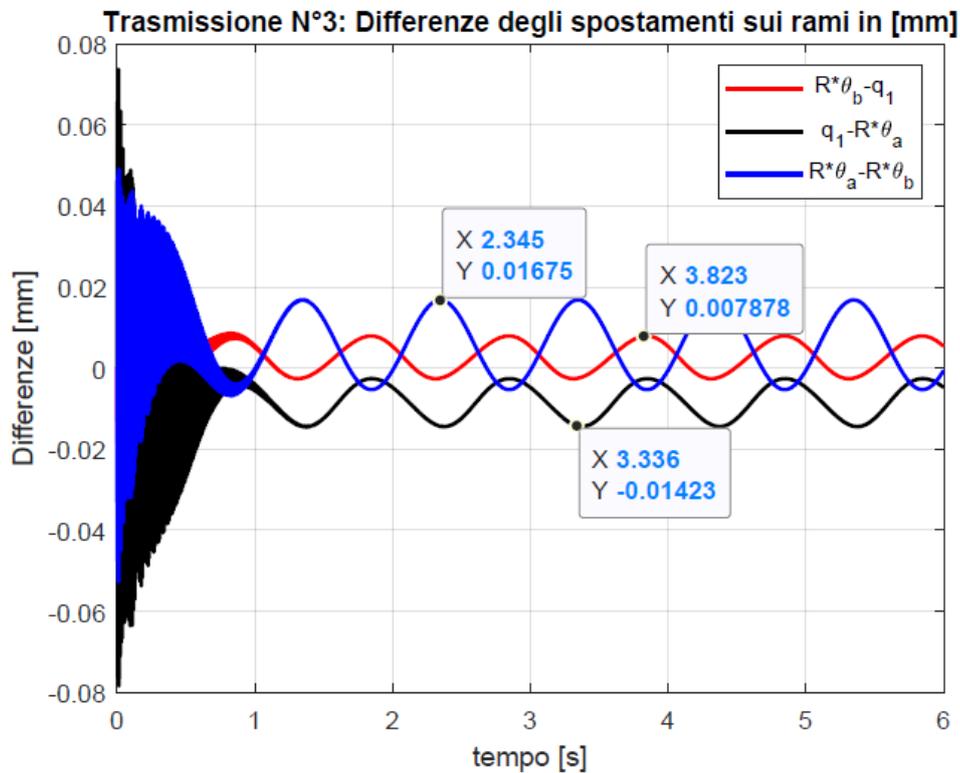


Tensioni sui rami 3GDL trasmissione N°3; Pretensionamento  $T_0=17.43$  N

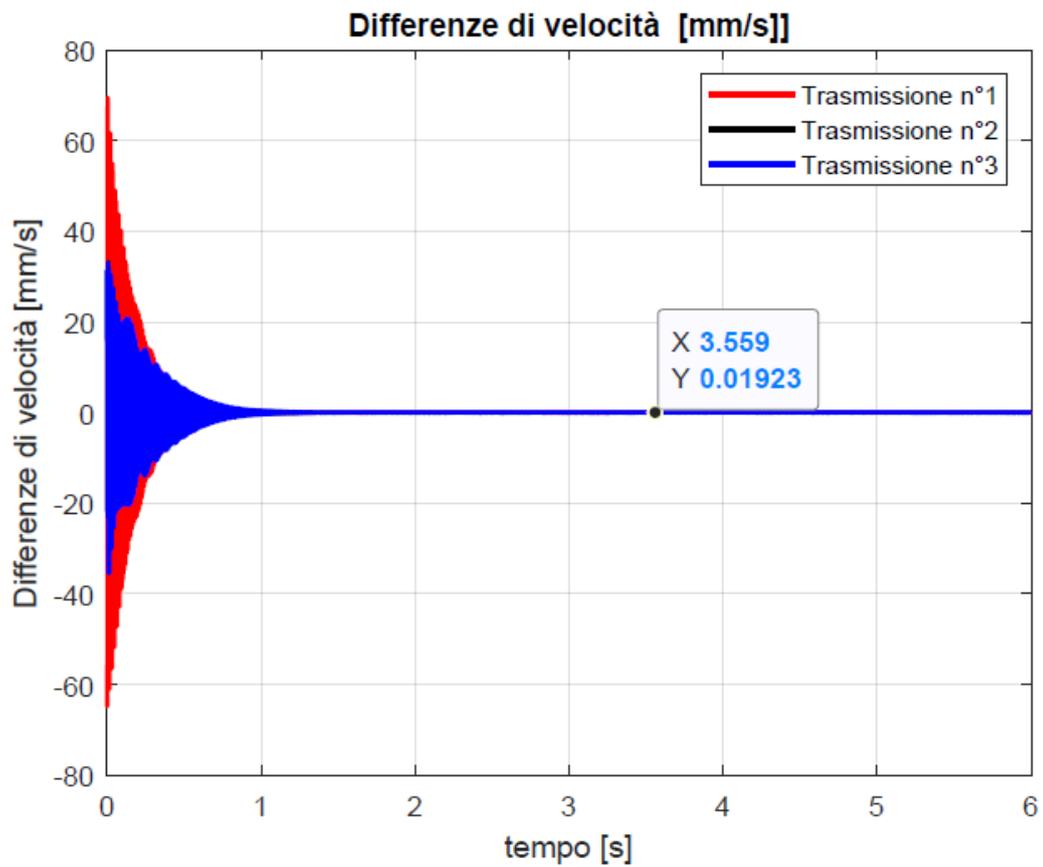




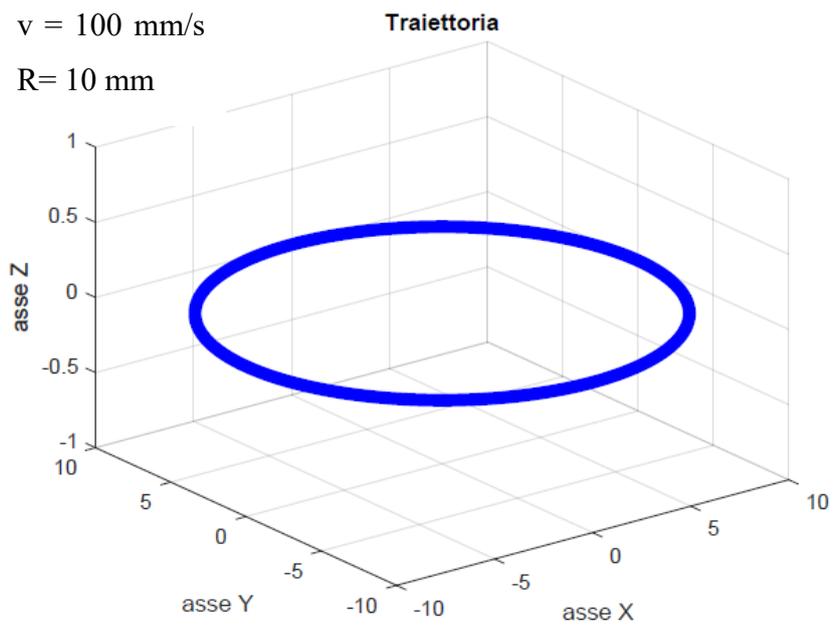




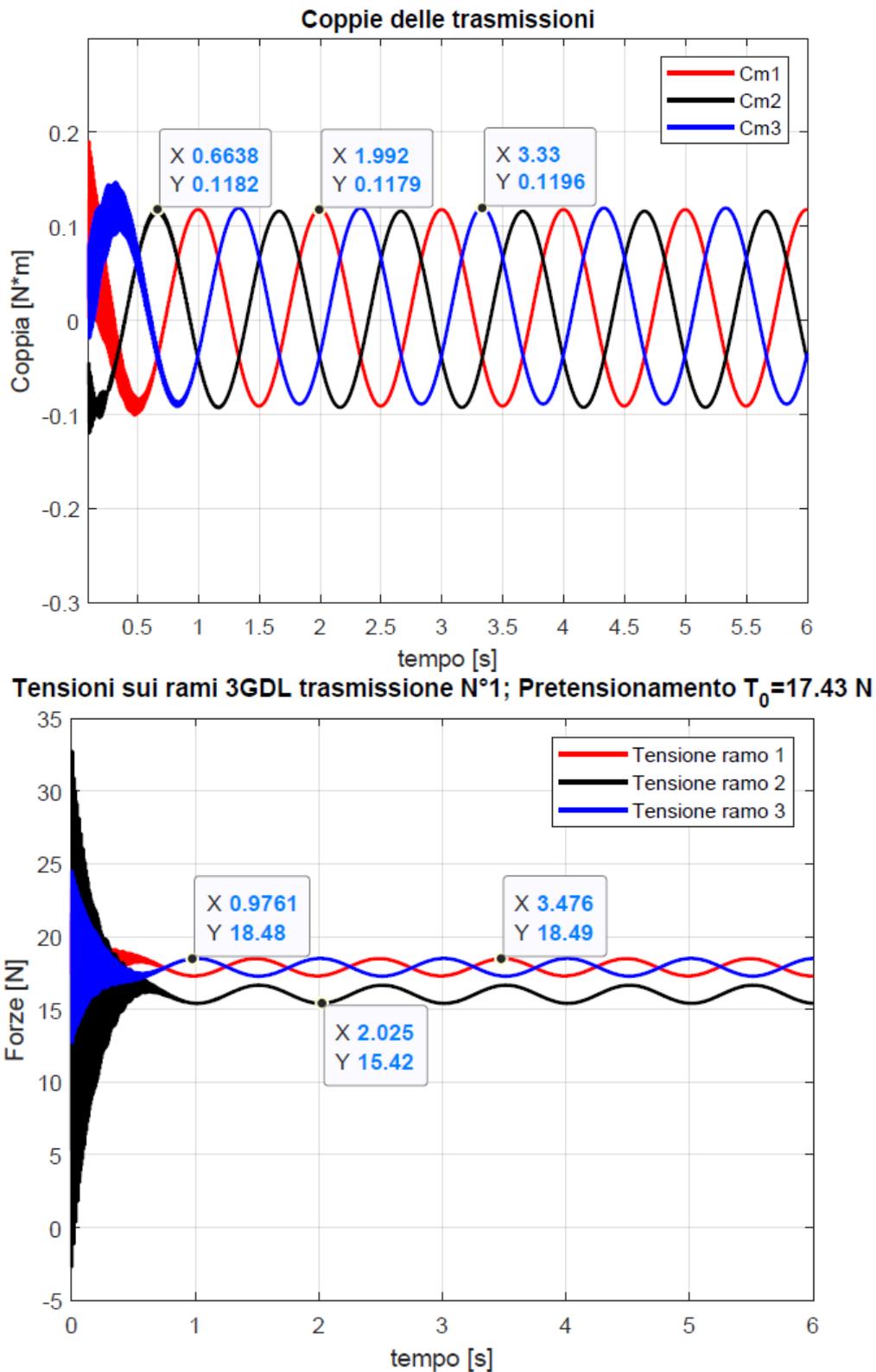
Le differenze tra lo spostamento tangenziale dei rami e lo spostamento del carrello sono dell'ordine dei centesimi di millimetro. Il picco massimo raggiunto in regime stazionario è di 17 micron nella trasmissione N°3. Essendo la macchina progettata secondo uno schema ad anello aperto e non essendoci un trasduttore che retroazioni il motore, questo errore di spostamento può essere ritenuto accettabile ai fini della produzione di un oggetto realizzato con stampante 3-D. Un'ulteriore conferma può essere visto nel diagramma dato dalla differenza di velocità tangenziale della puleggia motrice e lo spostamento del carrello,  $\dot{q}_1 - R \cdot \dot{\theta}_a$ , secondo il quale non si superano i 0.02 mm/s

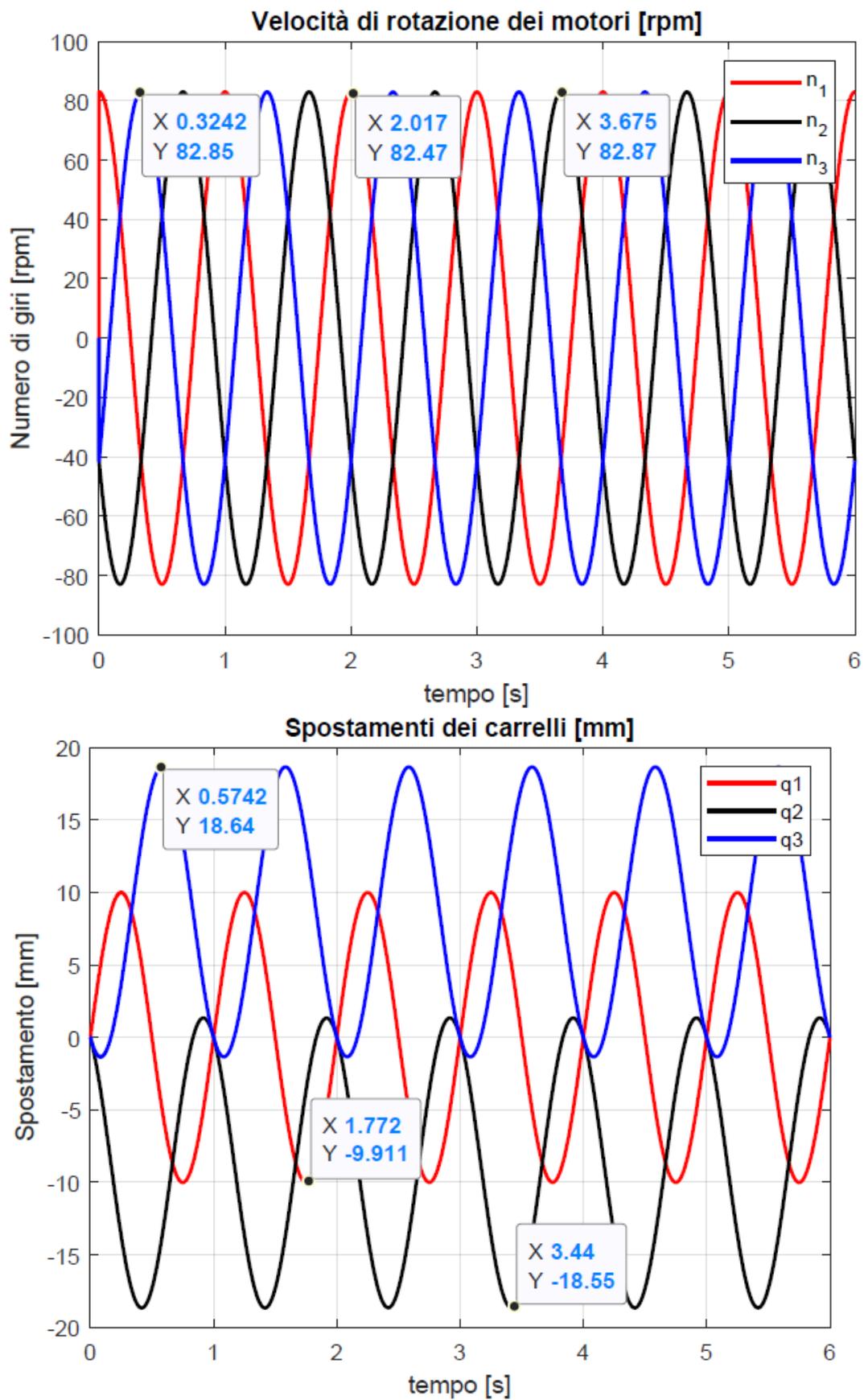


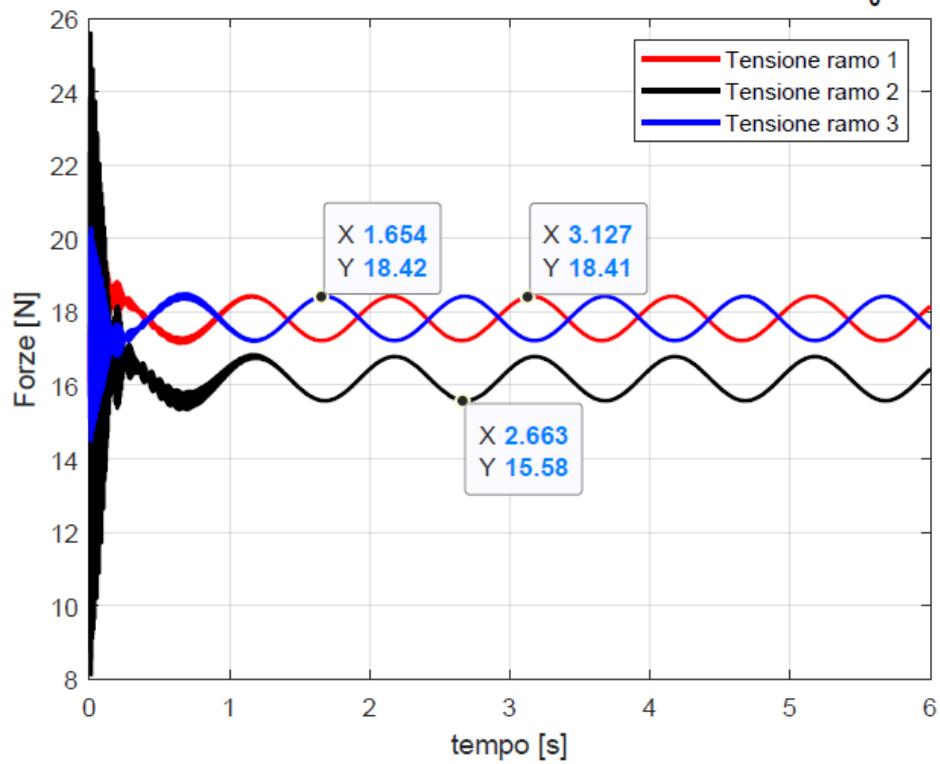
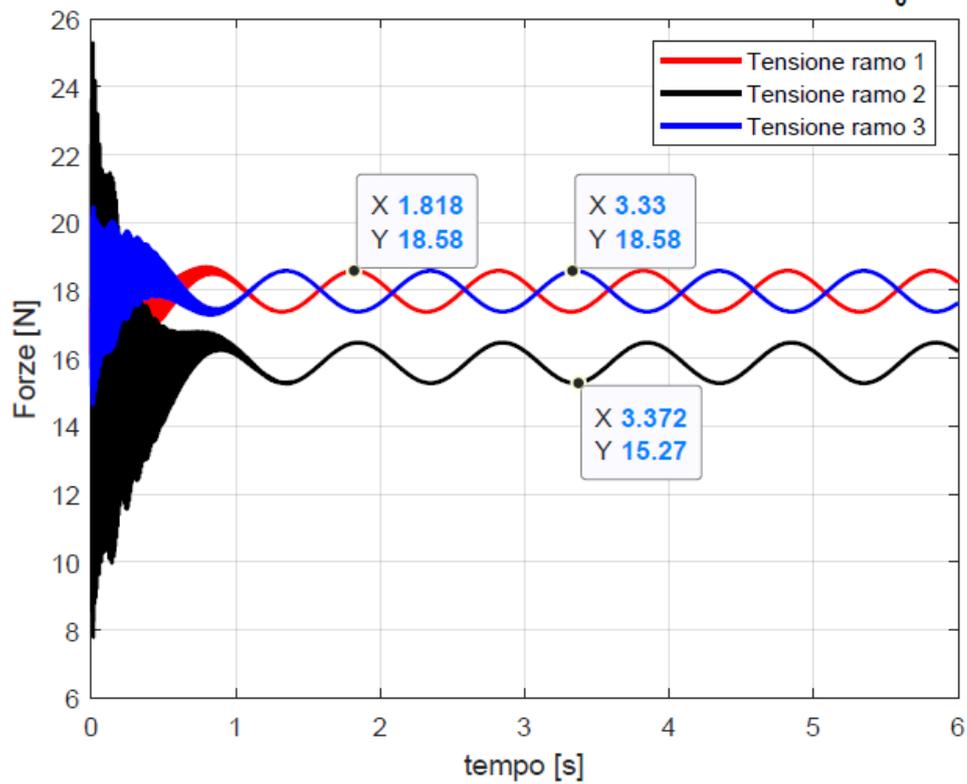
### 6.3.2 Traiettoria circolare, $v=100$ mm/s

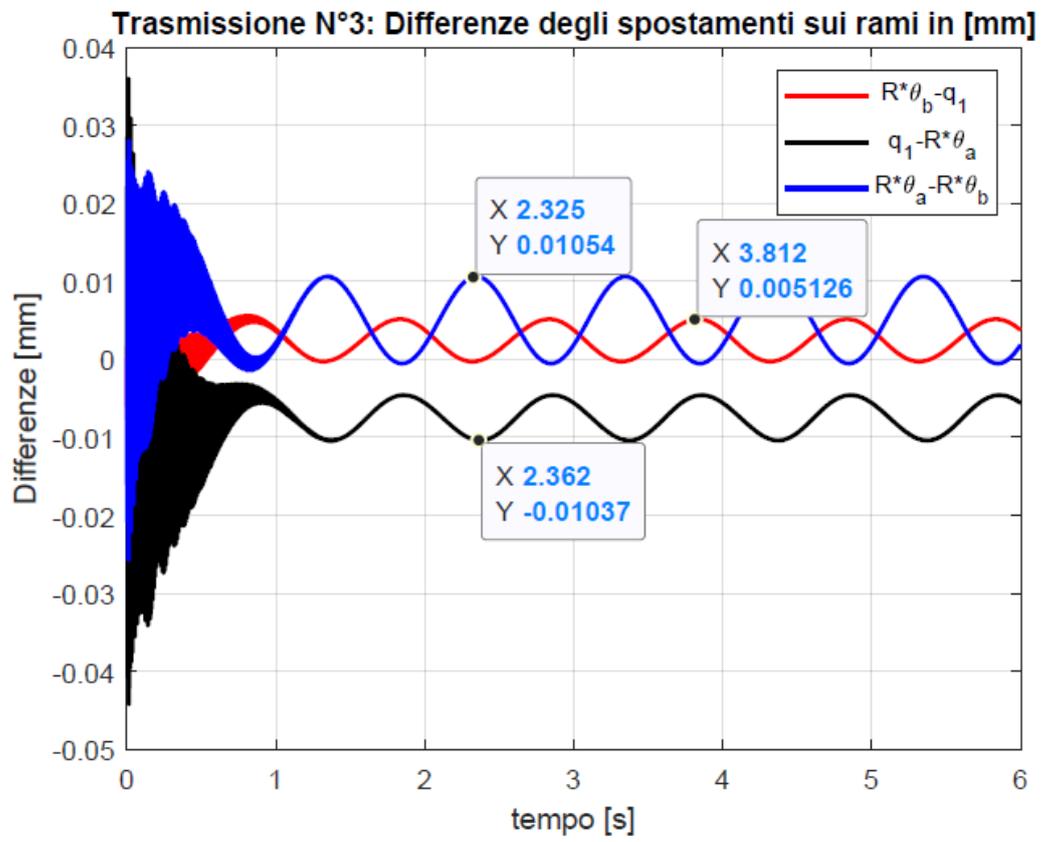


La stessa tipologia di risultati è riportata di seguito. Si delinea subito come i valori di coppie, numero di giri e spostamenti dei carrelli siano inferiori. Per gli errori di spostamenti è riportato il grafico per la trasmissione N°3

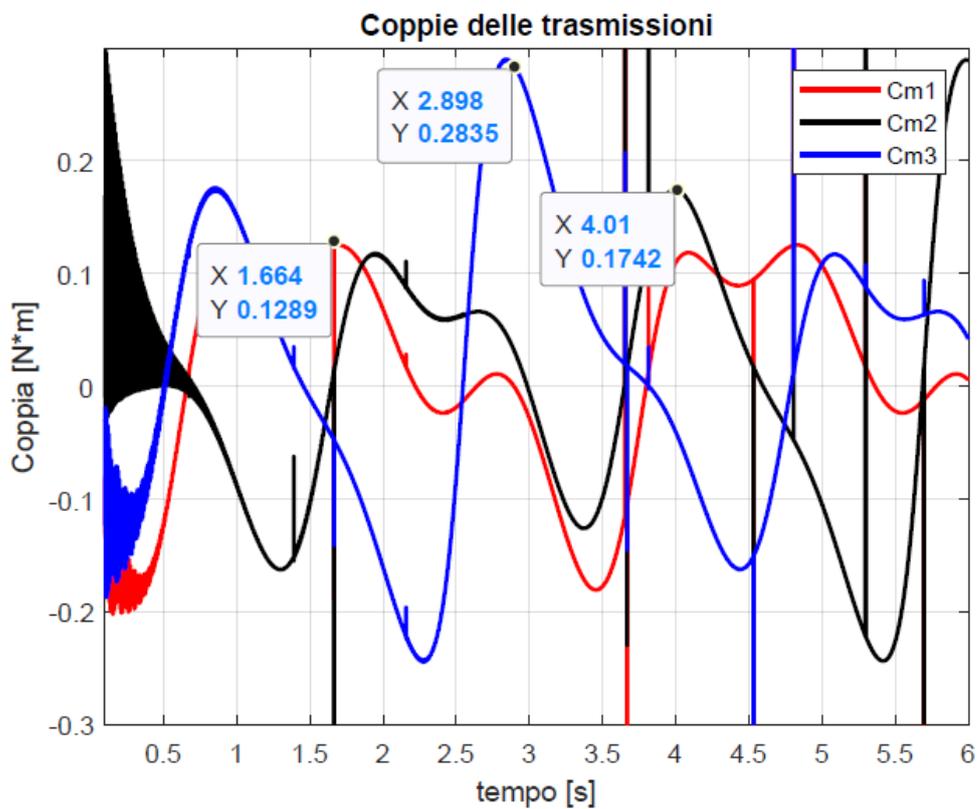
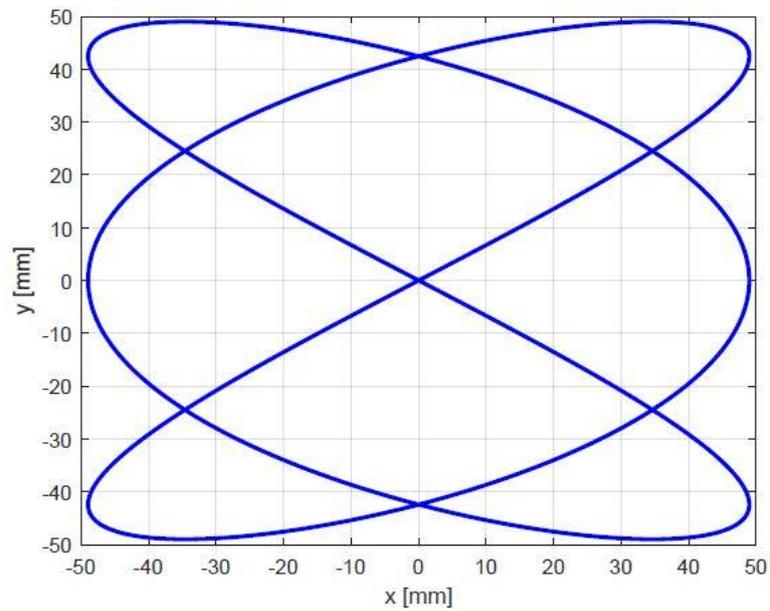


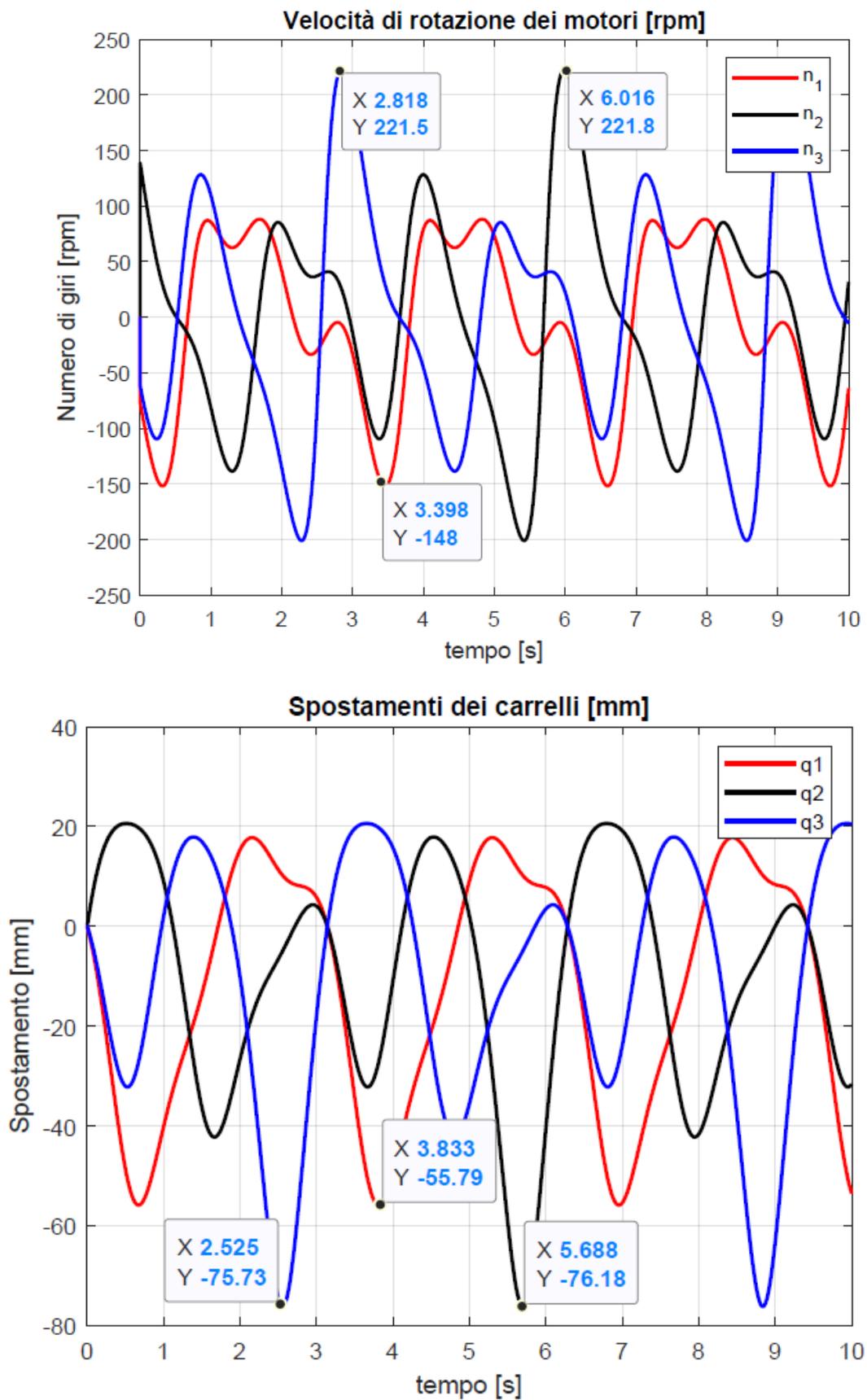


**Tensioni sui rami 3GDL trasmissione N°2; Pretensionamento  $T_0=17.43$  N****Tensioni sui rami 3GDL trasmissione N°3; Pretensionamento  $T_0=17.43$  N**

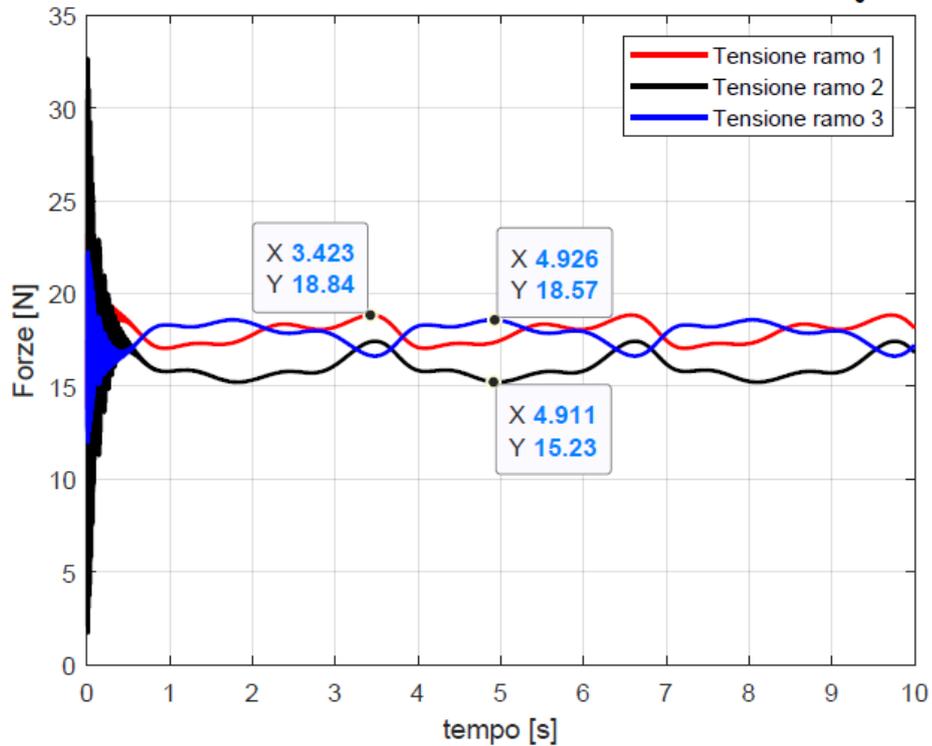


### 6.3.3 Traiettoria di Lissajous, $v=170$ mm/s

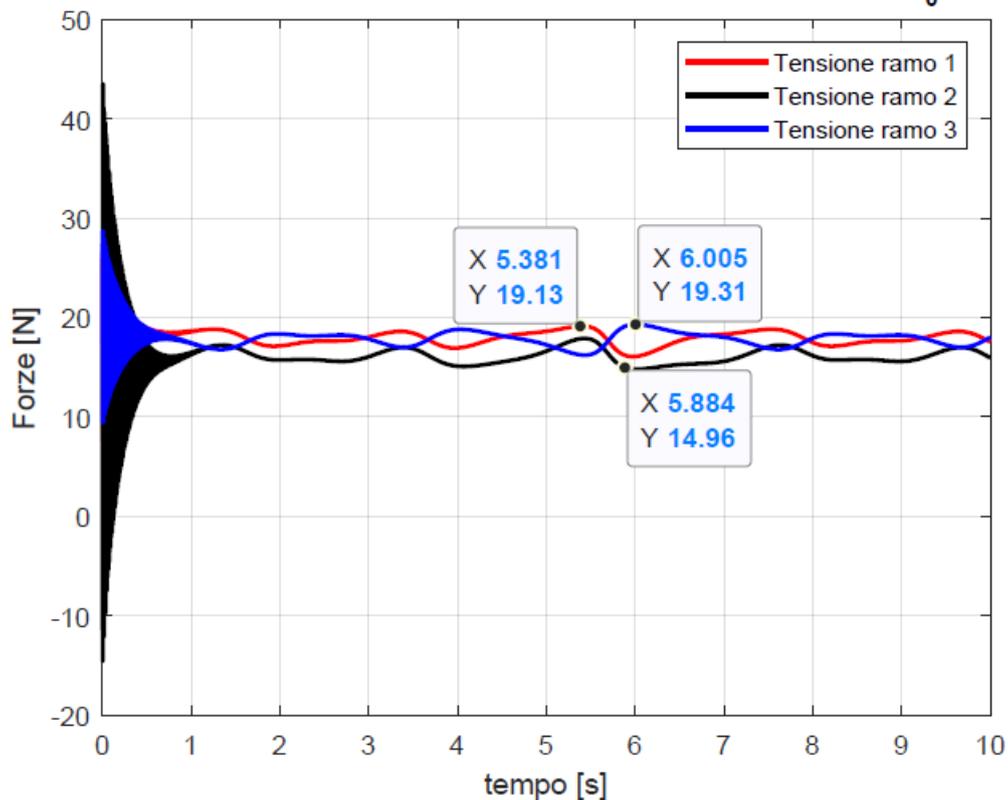




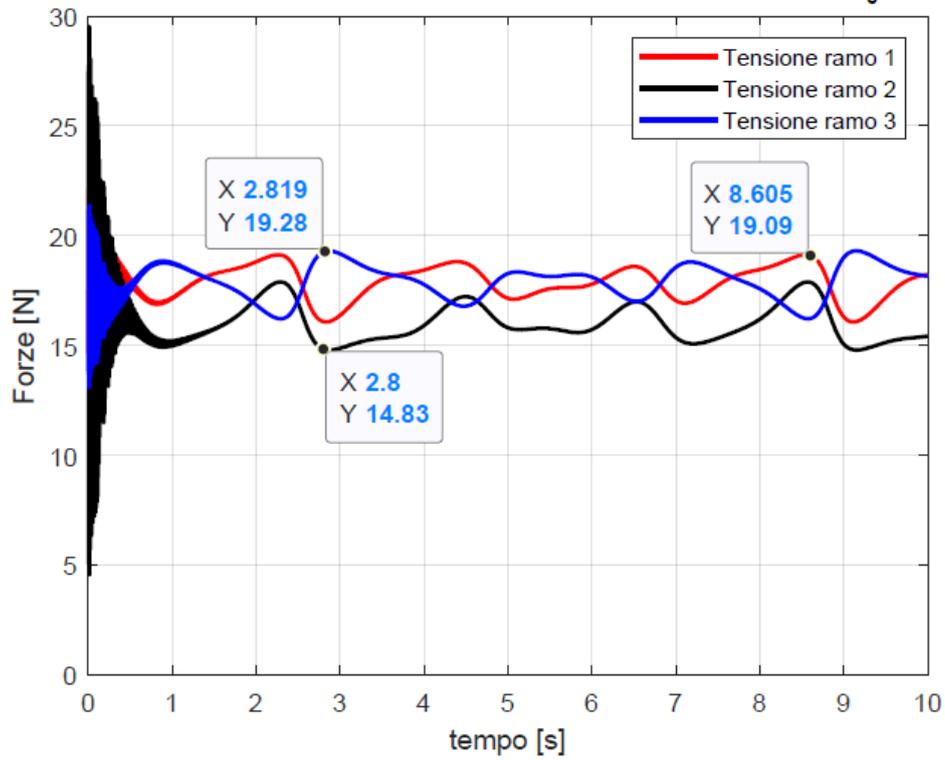
Tensioni sui rami 3GDL trasmissione N°1; Pretensionamento  $T_0=17.43$  N



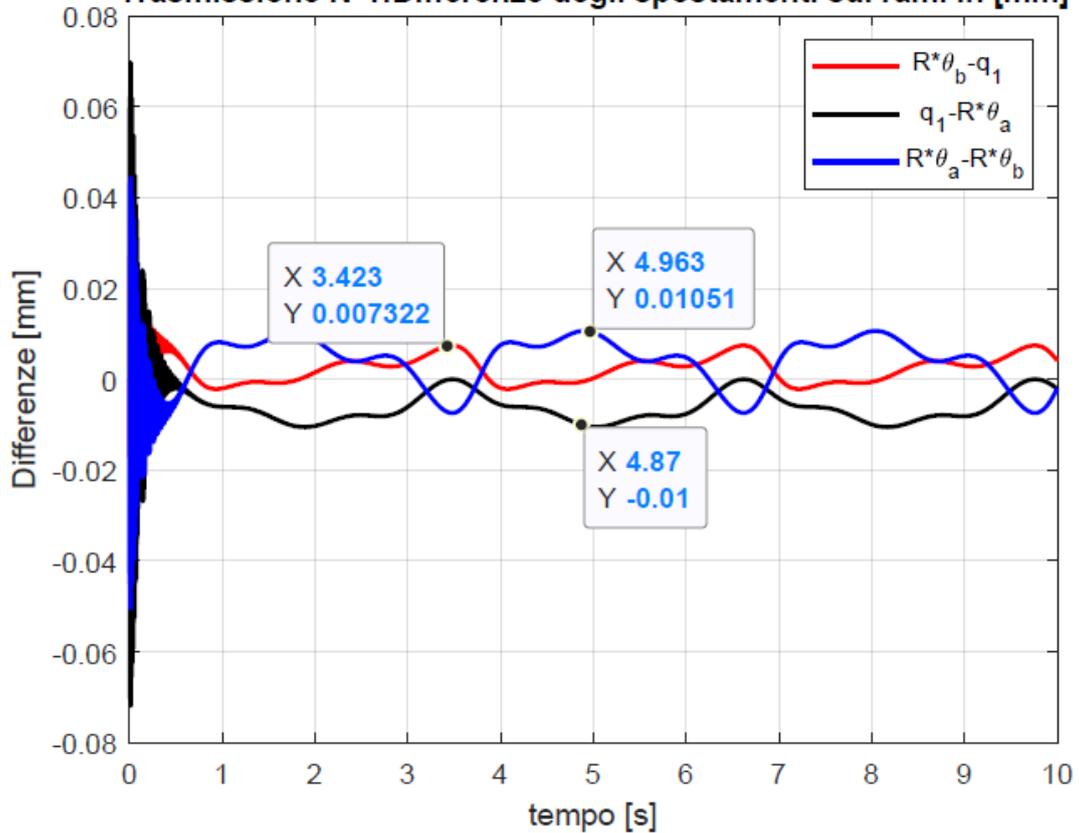
Tensioni sui rami 3GDL trasmissione N°2; Pretensionamento  $T_0=17.43$  N

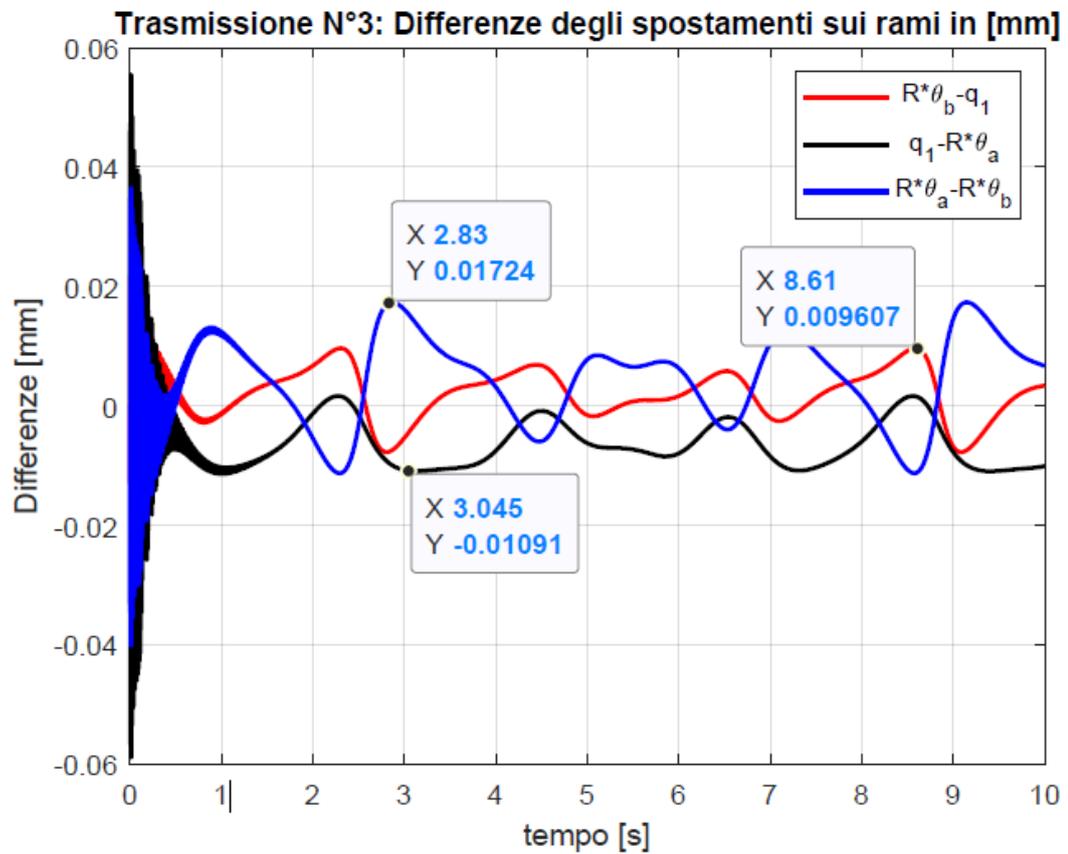
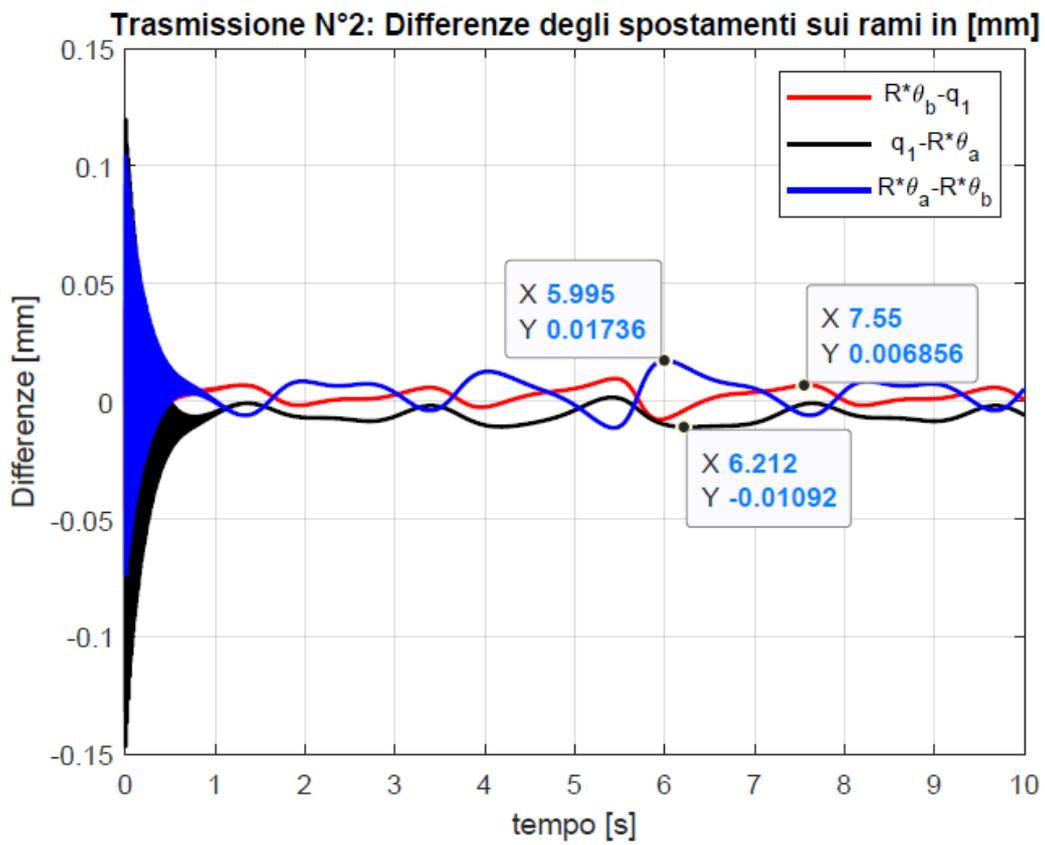


Tensioni sui rami 3GDL trasmissione N°3; Pretensionamento  $T_0=17.43$  N

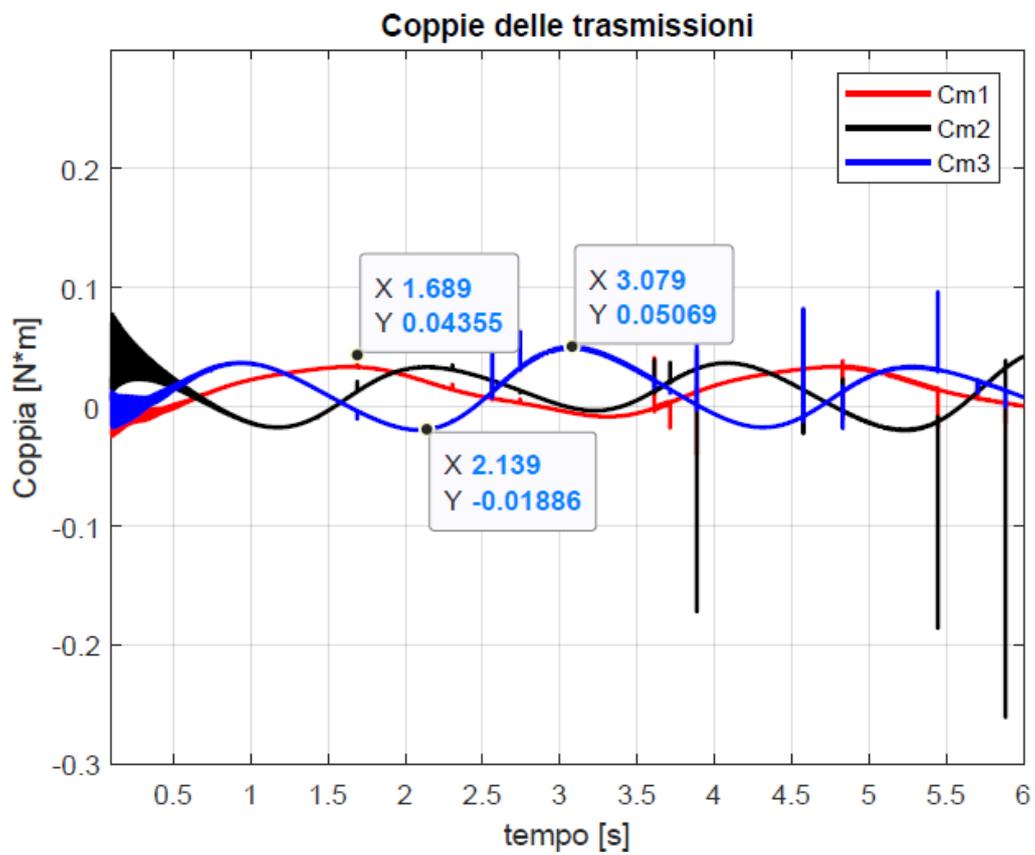
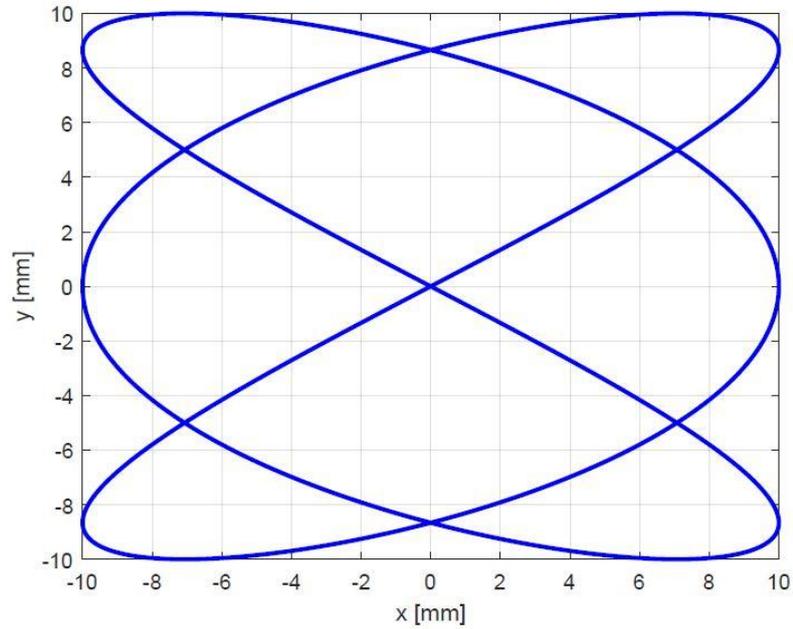


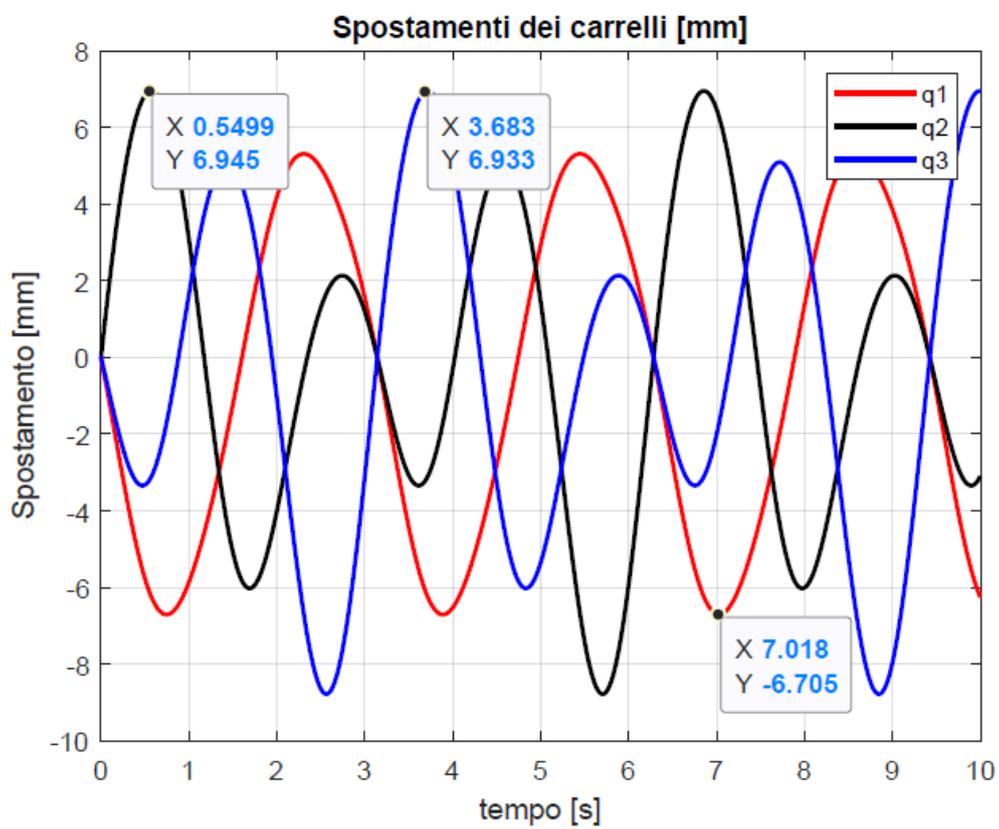
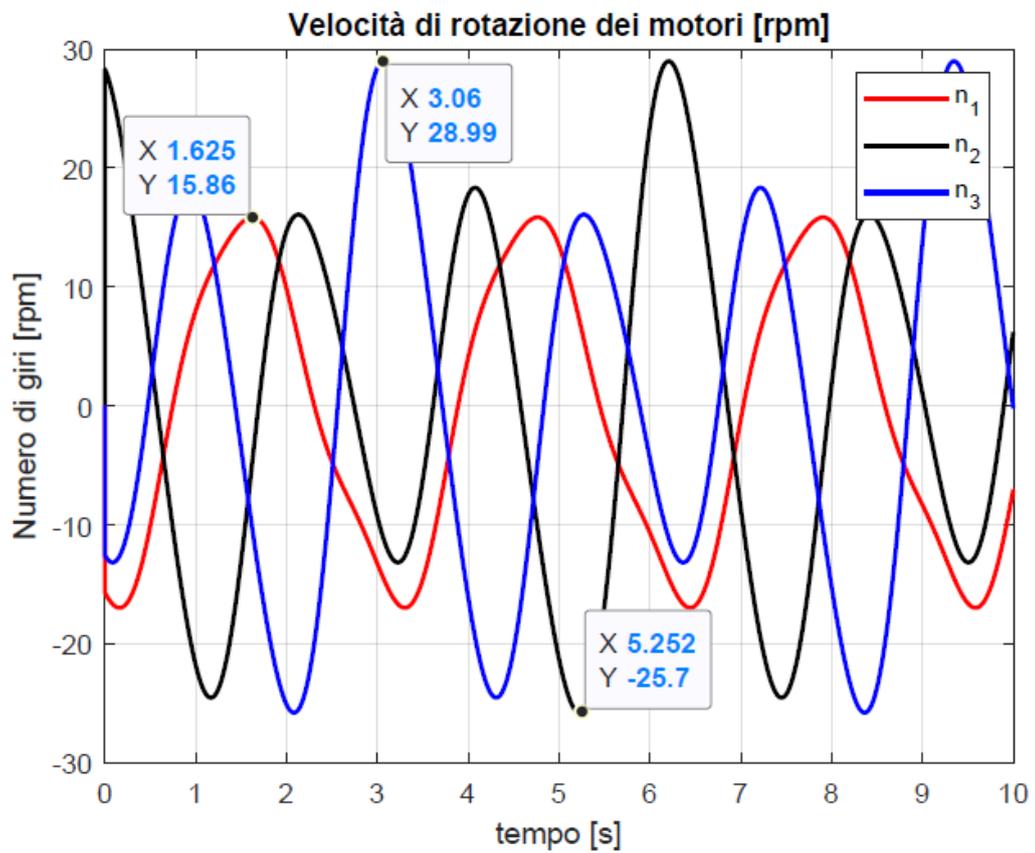
Trasmissione N°1: Differenze degli spostamenti sui rami in [mm]



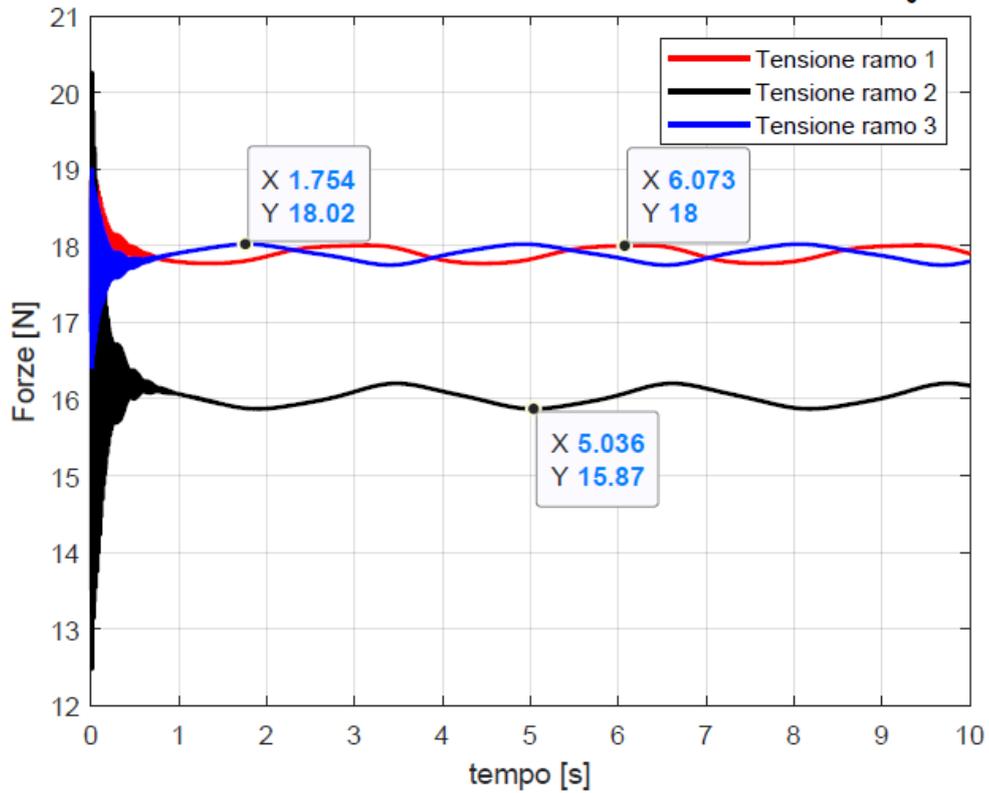


### 6.3.4 Traiettoria di Lissajous, $v=40$ mm/s

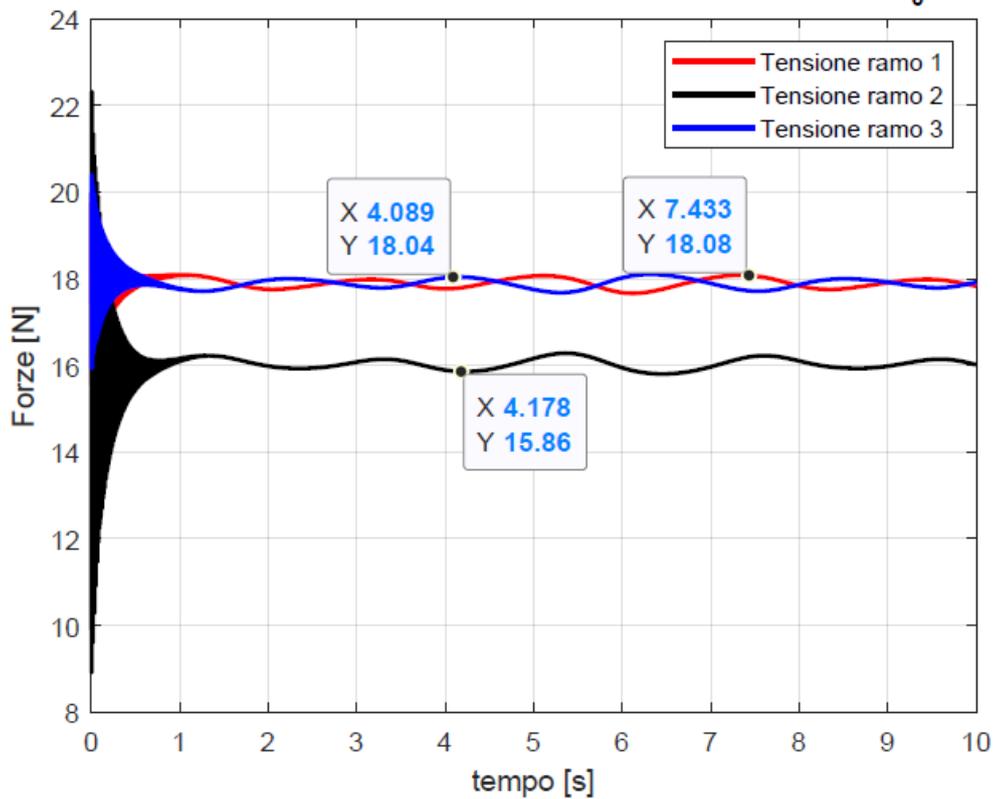




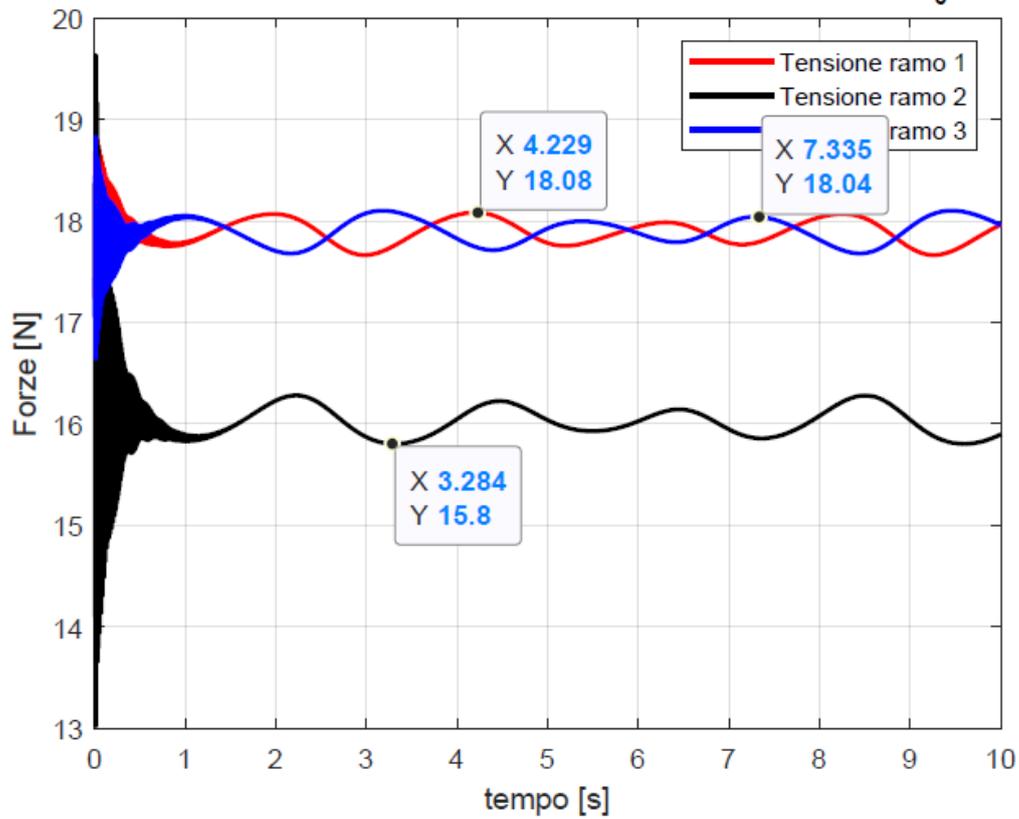
Tensioni sui rami 3GDL trasmissione N°1; Pretensionamento  $T_0=17.43$  N



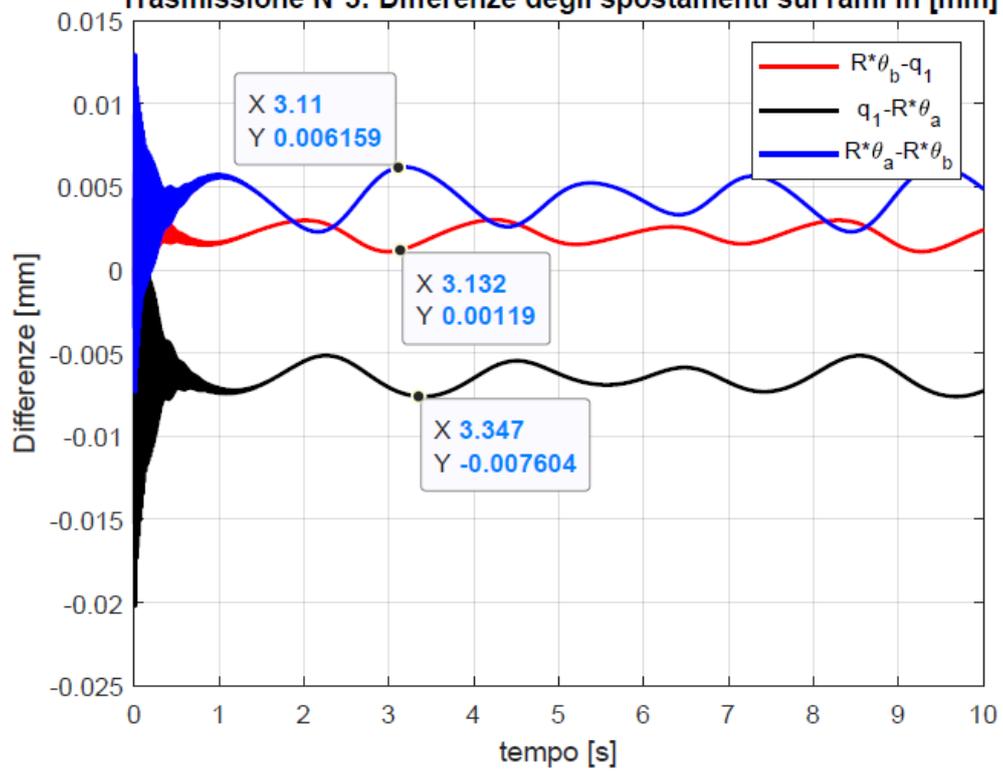
Tensioni sui rami 3GDL trasmissione N°2; Pretensionamento  $T_0=17.43$  N



Tensioni sui rami 3GDL trasmissione N°3; Pretensionamento  $T_0=17.43$  N



Trasmissione N°3: Differenze degli spostamenti sui rami in [mm]



## 6.4 Conclusioni

Il modello esistente della stampante è stato perfezionato per uno studio più preciso e accurato sotto l'aspetto cinematico e dinamico. Dai risultati del modello Multibody si nota come la scelta di una traiettoria del percorso e della velocità di stampa della macchina influisca profondamente sulla dinamica del sistema.

Il lavoro fondamentale che si evince da questo lavoro di tesi è, in particolare, la progettazione e modellazione della trasmissione, che ha un ruolo chiave per il delta robot lineare: la sua alta rigidità assiale permette non solo di poter lavorare fuori dal campo delle frequenze naturali, e quindi delle vibrazioni, ma influenza anche l'accuratezza del sistema stesso. Infatti la scelta di una cinghia di poliuretano con loss factor di 0,1 e  $k_1$  di 47500 N porta ad ottenere delle differenze tra traslazione tangenziale della puleggia motrice e traslazione del carrello dell'ordine dei centesimi di millimetro, errori accettabili per questo tipo di sistema di controllo continuo ad anello aperto, nel quale non viene eseguita alcuna misura sulle variabili del sistema per correggere l'errore stesso.

L'attuazione, rappresentata dal motore Nema 23, risulta essere idonea come scelta progettuale poiché riesce a sostenere le coppie resistenti sulla puleggia motrice per diverse traiettorie e per alte velocità di estrusione, anche per valori di oltre 23 N cm. Sono state analizzate velocità di stampa ben più alte rispetto a quelle caratteristiche dei materiali per stampa 3D (50 mm/s) e la scelta può vertere anche su motori Nema 17 microstepping nel caso si volesse operare per queste velocità tipiche di estrusione.

## 7 BIBLIOGRAFIA

- [7.1] L. Jyothish Kumar, Pulak M.Pandey, David Ian Wimpenny in “3D Printing and Additive Manufacturing Technologies”, 2016, Springer
- [7.2] Ian Gibson, David W.Rosen, Brent Stucker “Additive Manufacturing Technologies”, 2014, Springer
- [7.3] Stephen L. Herman in “Electric Motor Control”, 2010
- [7.4] Bruno Siciliano, Oussama Khatib in "Handbook of Robotics", Springer.
- [7.5] Vito Borrelli in “Kinematic and dynamic analysis of a machine for additive manufacturing”, 2018
- [7.6] V. Viktorov, F.Colombo in “Automazione dei Sistemi Meccanici”, 2016, CLUT
- [7.7] Daniel J.Inman in “Engineering Vibration”, Pearson
- [7.8] Giancarlo Genta in “Vibration Dynamics and Control”, Springer
- [7.9] MathWorks in “Simulink® User's Guide”, Online Guide
- [7.10] Raimund Perneder, Ian Osborne in “Handbook Timing Belts”, Springer