POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale

in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Individuazione del layout ottimale di un veicolo ibrido mediante analisi statistica di risultati prodotti da modelli basati sulla programmazione dinamica

Relatori

Prof.ssa Daniela Anna Misul

Prof. Ezio Spessa

Candidato

Marco Andrea Bognolo

Anno Accademico 2018/2019

A Tommaso,

mio amato e indimenticato padrino.

Indice

INTRODUZIONE **1**

1. PRODUZIONE ANIDRIDE CARBONICA **3**

1.1. SETTORE TRASPORTI 4
1.2. TRASPORTI HEAVY DUTY 5
1.3. INIZIATIVE INTERNAZIONALI 6

2. COMBUSTIONE NEI MOTORI AD ACCENSIONE PER COMPRESSIONE **7**

2.1. PRODOTTI DELLA COMBUSTIONE DI UN MOTORE A COMBUSTIONE INTERNA 9

3. TECNOLOGIE E SOLUZIONI ADOTTABILI **9**

3.1. SOVRALIMENTAZIONE 10
3.2. DOWNSIZING 11
3.3. DOWNSPEEDING 11
3.4. RESISTENZA ALL'AVANZAMENTO 12
3.5. CICLI MILLER 12
3.6. DISATTIVAZIONE DEI CILINDRI 13
3.7. EXHAUST GAS RECIRCULATION – EGR 14
3.8. SCAMBIO DI CALORE CON LE PARETI 15
3.9. BIOCOMBUSTIBILI 15
3.10. ELETTRIFICAZIONE 18

4. ARCHITETTURE IBRIDE ELETTRICHE **22**

4.1. IBRIDO SERIE 22
4.2. IBRIDO PARALLELO 23

5. CENNI SULLA PROGRAMMAZIONE DINAMICA **27**

5.1. LA DYNAMIC PROGRAMMING NELL'HEV OPTIMAL DESIGN TOOL 27
5.2. CICLO GUIDA UTILIZZATO 29
5.3. CONTROLLI PRELIMINARI SUI DATI 29
5.4. MATRICE DI COVARIANZA E DI CORRELAZIONE 31

6. INTRODUZIONE ALLA REGRESSIONE LINEARE MULTIPLA **33**

6.1. ACCURATEZZA DELLA PREVISIONE 35
6.2. MULTICOLLINEARITÀ 38
6.2.1. Identificazione Multicollinearità 38
6.3. COEFFICIENTI BETA 39

7. TEST DI SIGNIFICATIVITÀ **40**

7.1. LIVELLO DI SIGNIFICATIVITÀ 41
7.2. TEST F GLOBALE SUL MODELLO 45
7.3. TEST T SU CIASCUN COEFFICIENTE 45

8. ANALISI DEI RESIDUI **47**

8.1. TRASFORMAZIONI POSSIBILI E RELATIVI MODELLI 51
8.2. LEVERAGE 60

8.3. DISTANZA DI COOK 61
8.4. REGRESSIONE FINALE E SUCCESSIVA ANALISI 63
8.4.1. Coefficienti della regressione 63
8.4.2. Multicollinearità 64
8.4.3. Coefficienti beta 65
8.4.4. Analisi dei residui 65
9. CONCLUSIONI 66
BIBLIOGRAFIA 68

Introduzione

Già a partire dagli anni sessanta dello scorso secolo il problema dell'inquinamento atmosferico è un tema affrontato e studiato, in particolare riferito al contesto urbano poiché nel tempo, con l'aumento della popolazione globale, si è assistito ad un sempre maggiore numero di veicoli circolanti; inoltre, non solo il numero degli abitanti mondiali continuerà a crescere ma secondo le previsioni, si assisterà ad un graduale abbandono delle zone rurali in favore delle città.

Le moderne e standardizzate società nelle quali viviamo affrontano quotidianamente i problemi legati all'approvvigionamento energetico, in virtù del fatto che i combustibili fossili, dai quali si è ancora fortemente dipendenti, si trovano concentrati per la maggior parte in paesi politicamente instabili e dunque i loro prezzi sono soggetti a continue variazioni.

Secondo le previsioni, il consumo annuo di combustibili fossili continuerà ad aumentare in virtù dell'aumento della popolazione mondiale e questo contribuirà non solo ad un'accelerazione dell'esaurimento dei giacimenti, ma anche il cambiamento climatico dovuto all'incremento dell'anidride carbonica prodotta ed emessa nell'atmosfera.

Le conseguenze dell'innalzamento delle temperature mondiali a causa cambiamento climatico sono molteplici, tra le quali si ricordano lo scioglimento dei ghiacci in Antartide, l'innalzamento dei livelli dei mari, la progressiva desertificazione e la perdita della biodiversità.

Il processo è già iniziato e solo grazie all'intervento dei governi mondiali sarà possibile limitarlo, per questo 195 Paesi hanno ratificato gli accordi di Parigi, i quali pongono come obiettivo il mantenimento entro i 2 gradi centigradi l'aumento di temperatura media mondiale entro la fine del secolo rispetto a quella dell'era preindustriale.

Rispetto alle emissioni attuali, ci dovrà essere un abbattimento del 55% entro il 2050 per arrivare ad annullarle entro il 2060/2075.

Nel settore dei trasporti vi è la necessità di ridurre sia i consumi di carburante sia le emissioni di agenti inquinanti per migliorare la qualità dell'aria. Una soluzione è rappresentata dai veicoli elettrici, i quali però necessitano di un'adeguata infrastruttura di ricarica e, dal punto di vista tecnologico dei sistemi di stoccaggio (le batterie) per il momento rappresentano un'utopia.

Nonostante storicamente nel settore Heavy Duty storicamente si è assistito ad una progressiva riduzione dei consumi in funzione del total cost of ownership, a causa delle politiche di fuel economy da parte di un sempre maggiore numero di Paesi, si è reso necessario lo studio e l'adozione di molteplici soluzioni per poter soddisfare tali richieste, tra le quali: riguardano

l'utilizzo di combustibili "puliti" derivanti dalla biomassa, il miglioramento dell'efficienza dei motori a combustione interna e l'ibridizzazione.
Le simulazioni al calcolatore di veicoli interi o dei loro componenti fondamentali, oppure ancora di determinati sottosistemi hanno acquisito nel tempo un sempre maggiore interesse da parte dei ricercatori. Grazie alle elevate capacità di calcolo dei sistemi di elaborazione informatica è possibile ricreare dei modelli in grado di riprodurre un certo sistema fisico con precisioni molto elevate. Vengono spesso utilizzati quando si vogliono analizzare le prestazioni di powertrain con architetture particolari per valutarne i contributi in termini di consumi, prestazioni ed emissioni. I modelli così definiti possono avere una complessità computazionale bassa oppure molto alta, a seconda della logica con la quale vengono creati. Il vantaggio sta nella durata delle simulazioni, minore rispetto ad una campagna di sperimentazione, ed alla possibilità di poter avere una grande variabilità nel set di parametri presi in considerazione nello studio.
Certamente quando il modello è molto articolato e preciso, diventa di difficile comprensione il contributo del set di parametri utilizzati in input rispetto al risultato ottenuto, inoltre al crescere del numero di simulazioni sono necessari sia una quantità di memoria che di tempo maggiori per essere processate.
Nel caso di studio analizzato in questo lavoro di tesi viene analizzato l'output di un Optimal layout tool creato dal DENERG del Politecnico di Torino, il quale a partire da un set di parametri in input e mediante tecniche di programmazione dinamica (o Dynamic Programming), cerca di ottimizzare la strategia dei diversi powerflow di un veicolo ibrido elettrico Heavy Duty col fine ultimo di minimizzare il consumo di combustibile e, conseguentemente, le emissioni di anidride carbonica. Arrivare a definire la giusta dimensione del modello e avere un'idea del peso relativo dei diversi parametri in ingresso non è sempre immediato e chiaramente distinguibile. In questo contesto possono essere di supporto le tecniche statistiche di regressione multipla, le quali, nonostante siano approssimate e di natura puramente matematica, risultano di semplice comprensione e hanno una complessità computazionale molto bassa che le rende molto più rapide.
Tali tecniche possono essere applicate sena grandi variazioni, ad un gran numero di architetture diverse, evidenziando di volta in volta quali variabili contribuiscono al risultato finale e quali no e in quale misura.

1. Produzione anidride carbonica

La produzione globale di anidride carbonica, per quanto riguarda il nuovo millennio, è sempre stata di anno in anno in crescita, poiché il già alto fabbisogno energetico nelle società moderne aumenta contestualmente all'aumentare della popolazione e per soddisfare tale domanda, si fa ricorso ai combustibili fossili. Mentre nel 2009 e negli anni dal 2013 al 2016 si sono riscontrati un calo e un andamento stazionario nella produzione di CO2, dal 2017 si è assistito ad un nuovo aumento, come viene mostrato nella Fig. 1.

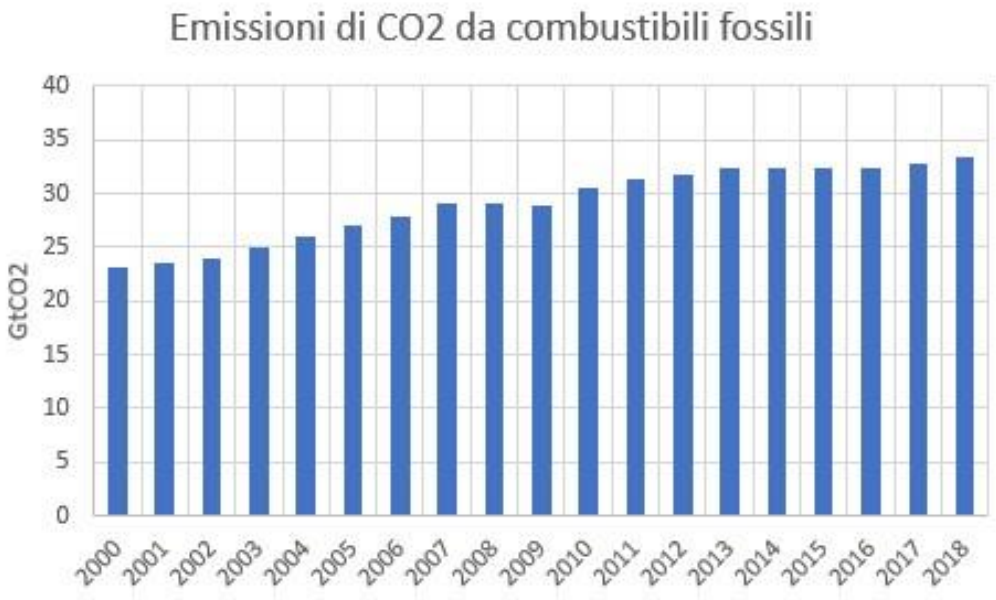

Figura 1 Emissioni totali di CO2 da combustibili fossili dall'anno 2000 al 2018 in Gt.

Fonte: International Energy Agency - IEA

Queste emissioni non seguono lo stesso andamento in tutti i Paesi, infatti in molti di essi, quelli facenti parte dell'OECD (Organization for Economic Co-operation and Development), quali Nord America ed Europa si assiste da anni ad una continua diminuzione della produzione di anidride carbonica, mentre nei paesi non-OECD (tra i quali Cina, India, Sud-Est Asiatico e Medio Oriente) la produzione è risultata sempre in crescita: negli ultimi anni è cresciuta in maniera decisa e repentina intorno introducendo in atmosfera una media di 400 milioni di tonnellate di CO2 in più per anno.

Nel 20117 la produzione totale di anidride carbonica nel mondo era di 32,84 miliardi di tonnellate (*Gt*): 13,60 *Gt* per la generazione di elettricità e calore, 8,04 *Gt* derivante dal settore trasporti, 7,81 *Gt* proveniente dall'industria e 3,39 *Gt* dall'edilizia e altre attività. Nel grafico successivo vengono riportati i contributi percentuali dei vari settori.

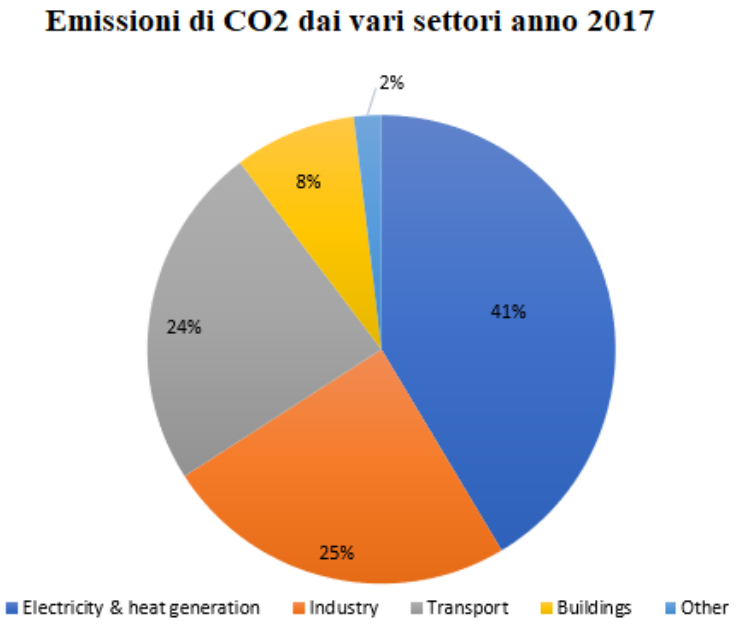

Figura 2 Emissioni di CO2 in percentuale per i principali settori riferiti all'anno 2017.

Fonte: IEA

Il settore trasporti contribuisce per un quarto della CO2 emessa a livello globale, quasi pari a quello dell'industria; interventi mirati alla riduzione dei consumi porterebbero quindi dei benefici notevoli a livello globale.

1.1. Settore trasporti

Il trasporto su strada, che comprende automobili, camion, autobus e moto contribuisce per circa il 75% delle emissioni totali di anidride carbonica del settore. Assumono una sempre maggiore importanza e attenzione le politiche di fuel economy, quelle che puntano alla riduzione dei consumi da parte dei veicoli equipaggiati con motori a combustione interna. Considerando che l'anidride carbonica è una diretta conseguenza delle reazioni di combustione di un generico idrocarburo, per ridurne la sua produzione occorre consumare meno.

Il diagramma in Fig. 3 mostra i vari contributi del settore trasporti sulla produzione della CO2.

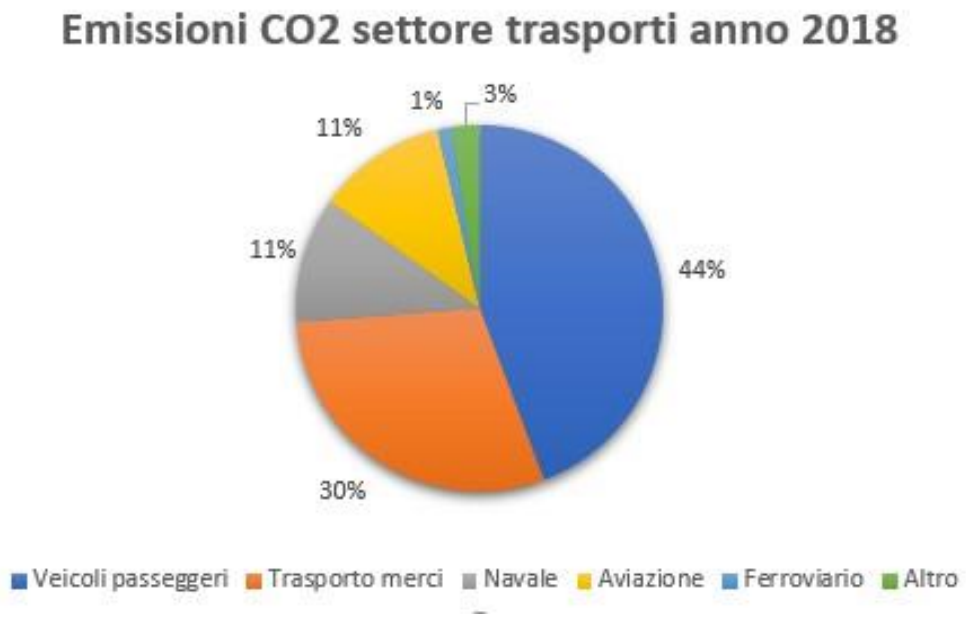

Figura 3 Emissioni di CO2 nel settore trasporti in percentuale riferite all'anno 2018.

Fonte: IEA

Il settore ferroviario è quello che contribuisce meno in quanto la maggior parte delle linee ferroviarie è elettrificata.

1.2. Trasporti Heavy Duty

Nel 2005 i veicoli leggeri (Ligth Duty) venduti erano coperti da politiche di fuel economy per circa un 45%, mentre quelli pesanti (Heavy Duty) meno del 10%. Solamente nel 2017 i veicoli HD hanno raggiunto una copertura superiore al 50%, mentre per i veicoli LD ci si asseta intorno all'85% sul totale delle vendite.

Storicamente e per motivi non riconducibili al cambiamento climatico, ma sostanzialmente legati al costo complessivo di un mezzo (considerando sia il costo di acquisto che quello di esercizio, in inglese Total Cost of Ownership – TCO) i temi della fuel economy sono sempre stati tenuti in considerazione: nei veicoli a lunga percorrenza il costo relativo del combustibile, alla fine dell'anno, incide pesantemente sui costi totali. Per questi motivi non vi è stata fino in tempi recenti la necessità di emanare delle direttive focalizzate alla riduzione dei consumi in ambito HD.

Nella Fig. 4 vengono riportate l'ammontare delle vendite di veicoli HD coperti e non coperti da politiche di fuel economy per gli anni 2005, 2017 e 2019.

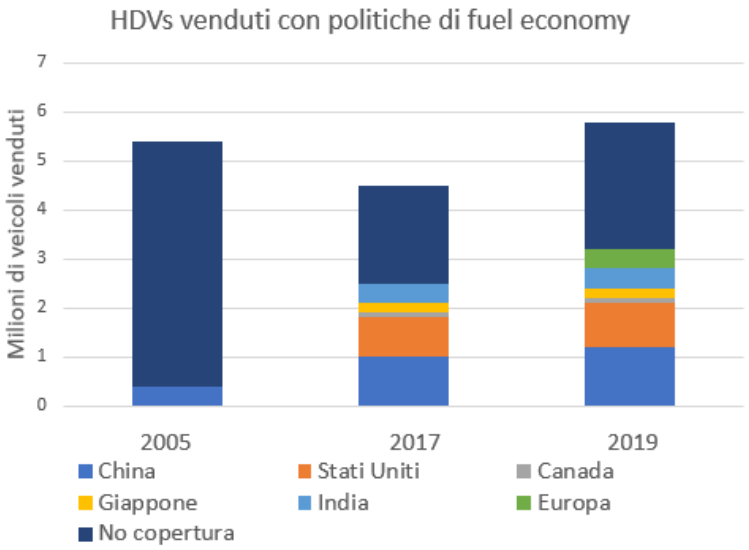

Figura 4 Veicoli HD venduti con politiche di fuel economy.

Fonte: IEA

Nonostante ciò, il trasporto merci su strada contribuisce per un 30% nelle emissioni di anidride carbonica del settore trasporti e nel corso degli anni la produzione ha sempre avuto un andamento leggermente crescente fino ad arrivare a 2,4 *Gt* nel 2018.

Si rende dunque necessario cambiare questo trend, con delle regolamentazioni a livello globale.

1.3. Iniziative internazionali

Attualmente ci sono circa un miliardo e mezzo di veicoli motorizzati nel mondo, valore che è cresciuto del 50% rispetto al 2009 e che è in costante crescita (sempre collegato alla crescita della popolazione mondiale). Circa un quarto dell'anidride carbonica prodotta globalmente deriva dal settore trasporti. Tra il 2000 e il 2015 le emissioni nei trasporti sono aumentati del 36% per quanto riguarda il trasporto passeggeri e addirittura del 75% nel trasporto merci.

La Global Fuel Economy Initiative (GFEI), partenrship globale di gruppi di esperti, si propone come un supporto ai governi per la creazione di obiettivi comuni per avere veicoli più efficienti e puliti. Coinvolge circa 100 paesi in tutto il mondo e si pone degli obiettivi sia per quanto riguarda i veicoli ligth duty sia per quelli heavy duty: per i primi si prevede nel 2030 di dimezzare la CO2 per km e di diminuirla del 90% nel 2050. Per il settore heavy duty invece l'biettivo è di ridurre le emissioni del 35% entro il 2035 e del 70% entro il 2050.

Per gli autobus urbani, invece, l'obiettivo è ancora maggiore: una riduzione del 65% entro il 2035 e del 95% entro il 2050. I target sono riferiti ai livelli del 2005.

Degli importanti passi in avanti si stanno compiendo contro le emissioni di anidride carbonica dei veicoli heavy duty anche in diversi Paesi e regioni:

- in Europa si è votato per ridurre le emissioni del 15% entro il 2020 e del 30% entro il 2030, riferito all'anno 2019. La proposta richiede inoltre la vendita di almeno il 5% di veicoli a zero o basse emissioni entro il 2020 e il 20% entro il 2030 rispetto alle vendite totali;
- la Cina ha rivisto i propri standard ed è stato deciso di ridurre le emissioni mediamente del 15% (a seconda della classe dei veicoli potrà andare dall'11 al 18%);
- il Canada ha proposto degli standard molto vicini a quelli degli Stati Uniti che si propone una riduzione dal 15 al 27% entro il 2027 rispetto all'anno 2017, sempre in funzione del peso e del tipo di veicolo considerato;
- il Gippone ha definito nuovi standard per ridurre una media del 12% le emissioni si CO2 nel 2025 in riferimento all'anno 2015;
- India, Brasile, Messico e Corea del sud sono in stadi diversi di avanzamento, mentre il Cile è stato l'ultimo paese a adottare politiche di trasporti puliti e l'Argentina è agli stadi iniziali di un programma pilota.

2. Combustione nei motori ad accensione per compressione

Nonostante lo scandalo dei motori diesel degli scorsi anni abbia comportato una diminuzione nelle vendite nel settore automobili, per quanto riguarda il settore trasporti rimane la soluzione più utilizzata e il consumo di diesel continua a crescere poiché crescono i volumi del trasporto su gomma.

Il combustibile utilizzato nei motori ad accensione per compressione è il gasolio, o diesel, ottenuto come la benzina nei processi di raffinazione del petrolio, ma di densità maggiore. La struttura molecolare è lunga e flessibile e gli conferisce una grande reattività, per questo non può essere premiscelato con l'aria comburente senza dar vita a reazioni di combustione. Dunque, nei motori diesel la camera di combustione viene riempita con aria prelevata dall'ambiente, viene compressa aumentando contemporaneamente anche la sua temperatura e, prima che il pistone raggiunga il punto morto superiore, viene iniettato il combustibile liquido tramite un sistema ad iniezione diretta, il cosiddetto common rail, che utilizza una pompa ad alta pressione azionata dall'albero motore e permette di avere in tutti i vari iniettori il combustibile nelle medesime condizioni di pressione. Il getto fuoriesce a grandi velocità attraverso i minuscoli fori dell'iniettore e viene disintegrato fino a formare una nube di

piccolissime gocce che, a contatto con l'aria, evaporano e formano una miscela in grado di innescare spontaneamente il processo di combustione.
La combustione non inizia al momento dell'iniezione, ma dopo una certa frazione di tempo necessaria a riscaldare, vaporizzare e miscelare il combustibile.
Possono essere individuate quattro fasi della combustione nei motori diesel:

- Ritardo di accensione (ignition delay) AB: le cause del ritardo sono di due tipi, uno fisico dovuto al riscaldamento, all'evaporazione e al miscelamento del combustibile con l'aria comburente, e uno di tipo chimico dovuto al completamento delle prereazioni che creano i presupposti per le successive reazioni di combustione. Durante questo breve lasso di tempo si ha un accumulo di combustibile;
- Combustione premiscelata (premixed combustion phase) BC: una volta raggiunte le condizioni di accensione nei primi nuclei, l'aumento di temperatura accelera il processo di combustione del combustibile accumulato durante la prima fase, bruciando contemporaneamente. Termodinamicamente vantaggiosa in termini di rendimento a causa della sua velocità, è anche responsabile di rumore, vibrazioni.
- Combustione diffusiva (mixing-controled combustion phase) CD: esaurita la combustione premiscelata, il processo continua con la stessa velocità con la quale il nuovo combustibile iniettato evapora e si miscela con l'aria.
- Completamento della combustione (late combustion phase) DE: terminata l'iniezione le reazioni procedono esaurendosi gradualmente; è conveniente che non si prolunghi troppo per non intaccare il rendimento del motore.

Nella Fig. 5 vengono riportati gli andamenti di pressione, frazione bruciata e rilascio di calore del processo di combustione dei motori diesel.

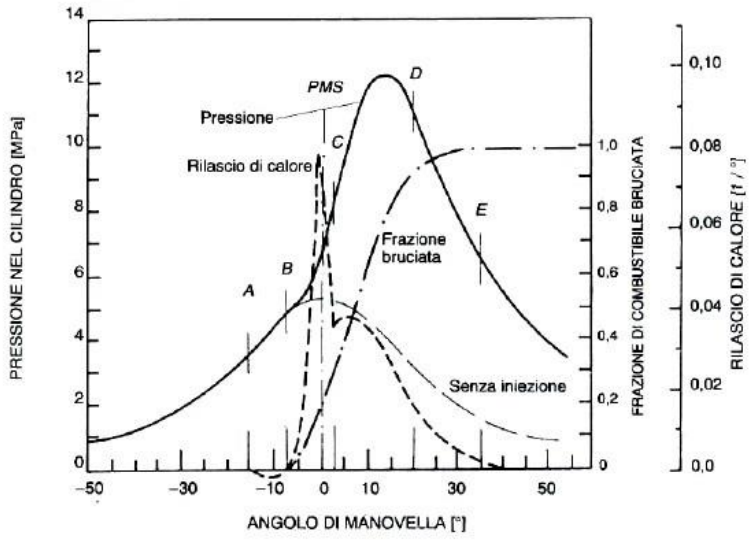

Figura 5 Pressione nel cilindro, Frazione di combustibile bruciata e Rilascio di calore in funzione dell'angolo di manovella.

2.1. Prodotti della combustione di un motore a combustione interna

L'anidride prodotta viene calcolata facendo uso della generica reazione di combustione di un generico idrocarburo $C_\alpha H_\beta$, la quale nella formulazione ideale è la seguente:

$$C_\alpha H_\beta + \left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right)(O_2 + 3{,}773N_2) = \alpha CO_2 + \frac{b}{2}H_2O + 3{,}773\left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right)N_2$$

L'anidride carbonica rappresenta il prodotto ideale di una reazione di combustione. Nella realtà all'interno della camera di combustione, soprattutto per quanto riguarda la combustione dei motori diesel, si susseguono tutta una serie di reazioni diverse che portano a prodotti diversi. Tra i prodotti della combustione, infatti, sono presenti anche;

- gli idrocarburi incombusti;
- il monossido di carbonio: le reazioni che portano alla formazione della CO sono rapide, la successiva ossidazione in CO2 è invece lenta e non è detto che abbia il tempo di avvenire, inoltre alle alte temperature l'anidride carbonica si dissocia in monossido di carbonio;
- gli ossidi di azoto dovuti alle elevate temperature e alla grande disponibilità di ossigeno data dalle diversissime composizioni locali della miscela;
- per i motori diesel oppure per i motori benzina ad iniezione diretta, il particolato. Uno dei problemi dovuti all'iniezione diretta è quello di non riuscire a garantire a tutto il combustibile una sufficiente quantità di aria, per questo nella parte interna del getto avvengono fenomeni di deidrogenazione, condensazione e pirolisi che portano alla formazione delle particelle carboniose (soot), uno dei costituenti del particolato;
- ossidi di zolfo: nei motori diesel che utilizzano combustibili poco raffinati, come ad esempio quelli disponibili nei paesi in via di sviluppo poiché presentano tale elemento al loro interno.

3. Tecnologie e soluzioni adottabili

Sono state studiate diverse soluzioni per ridurre i consumi e/o le emissioni di anidride carbonica nei veicoli HD, le quali si distinguono quelle volte a migliorare l'efficienza del powertrain (e a limitare le emissioni inquinanti), quelle orientate al miglioramento della dinamica del veicolo, quelle che propongono l'utilizzo dei combustibili rinnovabili e, infine, quelle che si identificano l'elettrificazione.

Schematicamente potremmo riassumerli nel seguente modo:

- efficienza del powertrain: sovralimentazione, downsizing, downspeeding, utilizzo cicli Miller, disattivazione dei cilindri, isolamento del blocco motore e, per ridurre gli inquinanti (NOx), l'utilizzo dell'EGR;
- miglioramento della dinamica del veicolo: aumentare l'aerodinamica e ridurre il peso, la resistenza al rotolamento degli pneumatici e le perdite per attrito;
- utilizzo massivo di biocombustibili;
- elettrificazione del powertrain.

3.1. Sovralimentazione

Lo scopo della sovralimentazione è quello di introdurre all'interno dei cilindri una maggiore carica fresca rispetto ad un motore aspirato per ottenere una potenza maggiore a parità di cilindrata, oppure pe ottenere la medesima potenza con una cilindrata minore.
il gruppo di sovralimentazione è costituito da una turbina messa in rotazione dai gas di scarico del motore, che trascina un compressore che spinge l'aria verso il collettore di aspirazione. Tipicamente le due macchine sono radiali, con il compressore centrifugo e la turbina centripeta, calettate sullo stesso albero costituiscono un gruppo autonomo rispetto al motore, al quale sono accoppiati solo fluidodinamicamente.
Uno schema di un gruppo di sovralimentazione viene riportato nella Fig. 6.

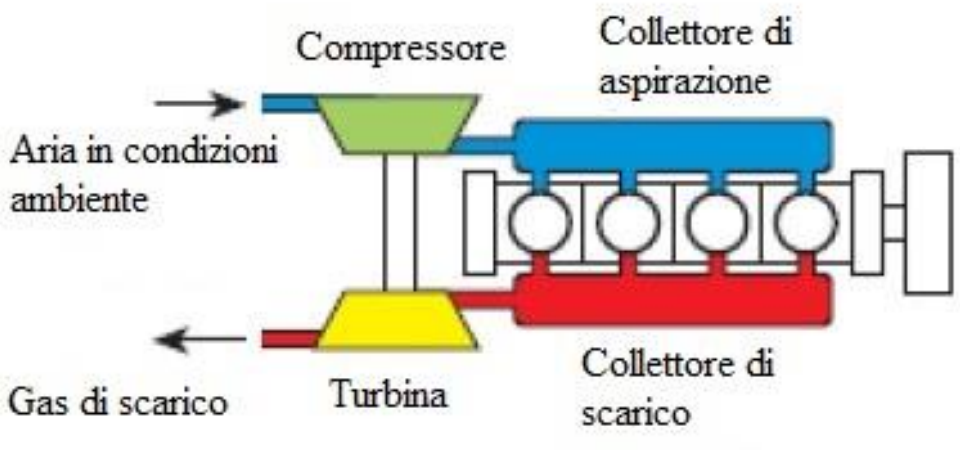

Figura 6 Schema di un sistema di sovralimentazione con doppio collettore

L'uso della sovralimentazione nella trazione stradale risulta più difficile rispetto alle altre applicazioni, a causa dell'ampia variabilità di carichi e velocità di rotazione; normalmente un buon grado di sovralimentazione viene raggiunto già per velocità al 40% rispetto a quella massima, dunque per evitare problemi agli alti regimi si utilizza una valvola, chiamata "Waste

gate", che conduce i gas combusti a by-passare la turbina. Un altro problema è dato dal turbo-lag, cioè dal ritardo necessario per mettere in rotazione il turbogruppo quando aumentano le richieste di coppia. È dunque necessario trovare delle soluzioni di compromesso: turbine piccole hanno minor ritardi ma riescono a smaltire portate minori di turbine più grandi.
L'aumento di temperatura e di pressione della carica fresca limita i benefici della sovralimentazione, specialmente quando si hanno elevati rapporti di compressione; è dunque conveniente inserire a valle del compressore un interrefrigeratore che ha lo scopo di ridurre la temperatura della carica e portare ad una serie di vantaggi: aumenta la quantità in massa di aria introdotta nel cilindro, si abbassando i carichi termici del motore, aumenta il rendimento organico.
Nelle applicazioni per motori diesel è possibile utilizzare sistemi di sovralimentazione a doppio stadio, visto che il grado di sovralimentazione non è limitato dai problemi di combustione anomala. Essendo il gruppo di alta pressione più piccolo, ha una risposta più rapida e diminuisce il turbolag.
È anche possibile, per ridurre il transitorio di accelerazione, utilizzare dei turbocompressori azionati elettricamente

3.2. Downsizing

Essendo i motori a tradizionalmente sovradimensionati in modo da garantire sempre un eccesso di coppia per compiere delle rapide accelerazioni, per la maggior parte del tempo essi si trovano a lavorare a bassi carichi e, di conseguenza, bassi rendimenti.
La filosofia del downsizing nasce dalla possibilità, tramite la sovralimentazione, di poter diminuire la cilindrata dei motori e, a parità di regimi di rotazione, aumentare il carico così da ottenere le medesime potenze e lavorare ad efficienze maggiori. A parità di coppia erogata, i consumi in un motore downsized sono minori rispetto ad uno dimensionato normalmente.
È inoltre possibile accoppiare il downsizing all'ibridizzazione con ottimi risultati, in quanto le fasi di accelerazione vengono affrontate da un motore elettrico.

3.3. Downspeeding

Un'altra possibilità per ridurre i consumi nei motori a combustione interna è rappresentata dal downspeeding: vengono modificati (diminuiti, quindi nel gergo vengono "allungati") i valori dei rapporti di trasmissione del cambio e/o quello finale del differenziale in modo da far lavorare il motore a regimi di rotazione inferiori e carichi maggiori.
Il downspeeding è però penalizzante in termini di accelerazione massima e tempi di ripresa, quindi le prestazioni calano in proporzione all'entità del cambio dei rapporti di trasmissione.

3.4. Resistenza all'avanzamento

Facendo un'analisi di dinamica longitudinale del veicolo, la resistenza che si oppone all'avanzamento del veicolo può essere scomposta in diversi contributi, qui di seguito esposti:

- resistenza al rotolamento: dipende dalla deformazione della zona di contatto pneumatico – strada, dall'energia persa dallo pneumatico a causa dell'isteresi dei materiali, dallo strisciamento tra pneumatico e strada e dagli attriti tra trasmissione e ruota. È una forza proporzionale al carico verticale e tale proporzionalità dipende dalla velocità di marcia del veicolo, dalla pressione di gonfiaggio, struttura e materiale dello pneumatico, dalle dimensioni della ruota, dalla zona di contatto del battistrada, dalla temperatura di funzionamento, dal tipo di strada e dalle sue condizioni, dalle forze laterali e, infine dall'usura dello pneumatico;
- resistenza aerodinamica: dipende dalla densità dell'aria (quindi temperatura e altitudine e umidità), dalle caratteristiche del veicolo come l'area frontale ortogonale alla direzione del moto e il coefficiente aerodinamico, che dipende dalla forma del veicolo, dalla velocità.

Alle basse velocità il contributo è dato dal rotolamento mentre alle alte il contributo principale è dato dall'aerodinamica.

Per valutare le prestazioni di un veicolo vengono inoltre considerati altri due contributi:

- la pendenza del tratto stradale: esso da un contributo positivo (in discesa) o negativo (in salita) alle richieste di potenza in maniera proporzionale all'inclinazione del manto stradale e alla massa del veicolo;
- il contributo dell'inerzia: opponendosi sempre al verso dell'accelerazione ed essendo di intensità proporzionale alla massa del veicolo, da sempre un effetto negativo sia quando il veicolo è in fase di accelerazione, sia quando è in fase di decelerazione/frenata.

Dopo aver analizzato i contributi della resistenza all'avanzamento, appare chiaro che aumentare la forma del veicolo (coefficiente aerodinamico), migliorare gli pneumatici (resistenza al rotolamento), ridurre la massa del veicolo e gli attriti porta sicuramente a dei vantaggi in termini di richiesta di potenza e, dunque, di consumi.

3.5. Cicli Miller

Col termine ciclo Miller ci si riferisce solitamente ad un motore con strategie di EIVC (earl Intake Valve Closure, cioè chiusura anticipata della valvola di aspirazione) in motori sovralimentati; questa chiusura produce un'espansione della carica all'interno del cilindro

nell'ultima fase della discesa del pistone verso il punto morto inferiore, riducendone temperatura e pressione.
Un confronto tra i profili di alzata valvola di un ciclo convenzionale e Miller con EIVC è riportato nella Fig. 7.

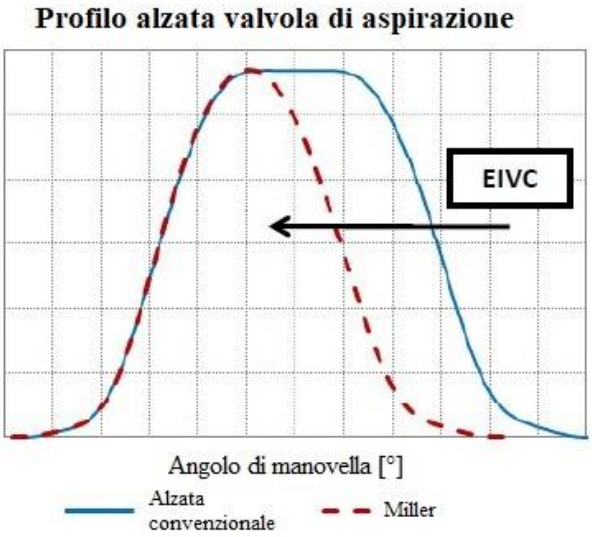

Figura 7 Confronto tra profili di alzata valvola per ciclo convenzionale e Miller

Nei motori diesel viene impiegato per limitare l'aumento della pressione massima raggiunta in camera di combustione dati dagli alti gradi di sovralimentazione senza dover utilizzare tecniche che vadano a penalizzar il rendimento del motore: ridurre i rapporti di compressione o ritardare gli eventi di iniezione.
È inoltre possibile ridurre le emissioni di assidi di azoto, proprio per le minori temperature raggiunte.
Se la temperatura dell'aria in ingresso al cilindro è indipendente dal grado di sovralimentazione a causa dell'interrefrigerazione e se si facesse in modo di aumentare nel ciclo Miller il grado di sovralimentazione per avere, alla fine della corsa di compressione, la medesima pressione per entrambi i cicli Diesel e Miller, in quest'ultimo si avrebbe una temperatura minore e una massa maggiore, così da poter iniettare una maggiore quantità di combustibile ed avere una potenza maggiore, oppure. in ottica downsizing, avere la medesima potenza iniettando una minore quantità di combustibile.

3.6. Disattivazione dei cilindri

Inizialmente venne concepito per motori di grossa cilindrata e con un elevato numeri di cilindri, l'obiettivo era quello di ridurre i consumi ai bassi numeri di giri disattivando, nei motori a V, una delle due bancate. I cilindri rimasti attivi (la metà) andranno a lavorare con carichi maggiori in zone ad elevato rendimento, da qui i benefici nei consumi.

Per avere dei buoni risultati in termini di fuel economy è necessario che i cilindri non attivi interrompano sia la fase di aspirazione che di scarico, ottenibile mediante sistemi con punterie collassabili, per non andare a compromettere le efficienze del sistema di post trattamento dei gas combusti.
La soluzione preferibile è quella in cui, al termine della fine di aspirazione, si chiudono le valvole e non si inietta il combustibile. In questo modo il lavoro speso per comprimere l'aria nella camera durante la corsa di compressione, verrà restituito dal fluido nella corsa di espansione; chiudendo le valvole a fine dell'evento di combustione, durante le prime fasi di compressione si avrebbero dei picchi di coppia negativi.
La disattivazione dei cilindri è un'operazione non facile, è necessario che il conducente non si accorga del cambiamento, inoltre non va fatto né a motore freddo né a bassi numeri di giri. Vi è una fase transitoria nel passaggio da tutti i cilindri attivi a metà, in questo lasso di tempo si effettua una regolazione sull'anticipo dell'iniezione che temporaneamente comporta degli sprechi di combustibile a causa del poco efficiente processo di combustione.
Nella centralina vengono definite due soglie di carico per definire quando poter procedere alla disattivazione, chiaramente il processo di disattivazione e attivazione deve essere poco frequente per portare dei vantaggi in termini di consumi.

3.7. Exhaust gas recirculation – EGR

Una tecnica utilizzata per l'abbattimento degli ossidi di azoto prodotti dai motori ad accensione per compressione è quella di recuperare una parte dei gas di scarico dal collettore di scarico, formati per la maggior parte da anidride carbonica, e mandarli al collettore di aspirazione. In questo modo le temperature raggiunte durante la fase di combustione diffusiva saranno mediamente più basse e ci sarà una minore disponibilità di ossigeno libero, dunque le condizioni di formazione degli NOx saranno meno favorevoli.
Vi sono tre diversi meccanismi che portano all'abbassamento delle temperature mediante EGR:

- Effetto di diluizione: mantenendo lo stesso livello di aria, ma aggiungendo una parte di gas combusti, ci sarà una massa maggiore e questa tenderà ad assorbire un maggiore calore, con conseguente diminuzione della temperatura. Per ottenere questo effetto è però molto raccomandato refrigerare i gas di scarico prima di immetterli nel collettore di aspirazione;
- Effetto chimico: dissociazione della CO2 in CO + O che, essendo una reazione endotermica, porta ad una diminuzione della temperatura;

- Effetto fisico: l'anidride carbonica porta ad un aumento del calore specifico che quindi porta ad un maggior assorbimento di calore e diminuzione della temperatura. Dei tre è l'effetto più marginale perché il motore lavora con carica magra e quindi nei gas vi è una notevole presenza di ossigeno.

Più la carica è magra, più vengono ricircolate maggiori quantità di aria rispetto alla CO2, quindi ai bassi carichi tipicamente l'effetto dell'EGR è percentualmente inferiore, perché l'aumento di ossigeno aumenta la produzione di ossidi di azoto.
Percentuali troppo elevate di EGR portano all'incremento di altri inquinanti, quali gli idrocarburi incombusti e il monossido di carbonio, quindi il suo utilizzo deve essere studiato appositamente.

3.8. Scambio di calore con le pareti

Le perdite per scambio termico con le pareti della camera di combustione sono notevoli ai bassi regimi di rotazione e diminuiscono con l'aumentare della velocità e del carico, anche se non linearmente. A seconda delle condizioni di funzionamento del motore, le perdite per scambio termico possono andare ad incidere dal 15 fino al 35% sull'energia chimica disponibile. Le perdite più importanti sono rappresentate dal sistema di raffreddamento e dal calore sensibile posseduto dai gas di scarico, che viene disperso in ambiente.
Si è in passato cercato di limitare queste perdite adiabaticizzando le camere di combustione con particolari materiali ceramici nella testa e nel corpo cilindro; in termini di guadagno del rendimento queste soluzioni sono limitate, infatti la quota di energia chimica non dispersa attraverso le pareti non viene convertita in lavoro meccanico ma tende ad incrementare l'entalpia dei gas di scarico.
Queste soluzioni oggi vengono studiate per cercare di aumentare l'efficienza dei motori e diminuire gli inquinanti e i consumi.
Un effetto positivo lo si ha nelle prime fasi di funzionamento del motore, poiché una maggiore temperatura dei gas di scarico velocizza il warm-up dei sistemi di post trattamento, per i quali le fasi di avvio rappresentano delle condizioni critiche in termini di efficienza.

3.9. Biocombustibili

I biocombustibili sono dei sostituti dei combustibili fossili e sono derivati da biomassa. Il loro utilizzo non fa parte in senso stretto delle politiche di fuel economy, in quanto il loro contributo non è dato dai minori consumi, quanto dal fatto che vengono prodotte minori emissioni di anidride carbonica: il bilancio tra quella prodotta durante la combustione e quella consumata per la crescita della biomassa nullo o comunque molto basso. Per le loro affini

caratteristiche chimiche e fisiche, il bioetanolo viene utilizzato come sostituto delle benzine nei motori ad accensione comandata e il biodiesel per quelli ad accensione per compressione. Il bioetanolo deriva da processi di fermentazione di zuccheri prodotti da piante come barbabietole e canne da zucchero, oppure da mais e cereali, mentre il biodiesel si ottiene a partire da oli vegetali di colza, soia, palma oppure da oli alimentari ormai esausti, tramite due diversi processi: esterificazione metilica (Fatty Acid Methyl Ester - FAME) e idrotrattamento (Hydro-treated Vegetable Oil - HVO); i due biodiesel così ottenuti hanno tra loro caratteristiche abbastanza diverse.

Va considerato che rispetto ai combustibili fossili hanno caratteristiche chimiche, fisiche ed energetiche diverse, per cui possono essere utilizzati in motori tradizionali senza problemi in basse percentuali (nella benzina fino al 20%, nel diesel fino al 10%), mentre per percentuali maggiori sono necessari motori studiati appositamente.

Una prospettiva di medio-lungo termine non può prescindere dalla massiva introduzione di combustibili rinnovabili per l'abbattimento delle emissioni di anidride carbonica. Sono nel 2018 la produzione di biocombustibili è aumentata del 7% e, secondo le previsioni, dovrebbe aumentare annualmente del 3% per i prossimi 5 anni, risultando comunque non sufficiente con quanto prevede il "Sustainable Development Scenario", che nel 2025 prevede un consumo quasi doppio rispetto alla previsione della produzione, come mostrato nel grafico successivo.

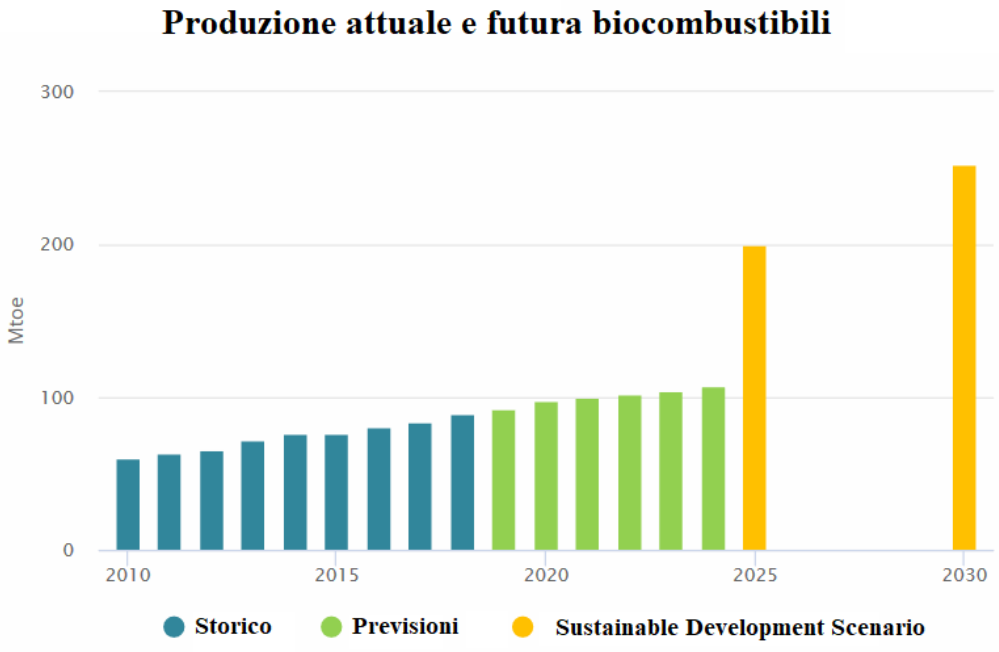

Figura 8 Produzione attuale e previsioni future di biocombustibili in Mtoe.

Fonte: IEA

Secondo le previsioni il consumo di biocombustibili dovrà essere aumentato significativamente, arrivando a raggiungere le 198 milioni di *toe* (tonnellate equivalenti di petrolio, si tratta di un'unità di misura dell'energia) nel 2025 e 252 del 2030; conseguentemente dovrà aumentare anche la produzione di questi biocombustibili, considerando che nel 2018 la produzione è stata di 88 milioni di *toe* (corrispondenti a 152 miliardi di litri). sempre crescente popolazione mondiale, quindi la necessità di destinare sempre maggiori aree alla coltivazione alimentare e il dover aumentare la produzione di biomassa per ottenere biocombustibili, portano inevitabilmente un impatto sulla destinazione d'uso del terreno, come l'abbattimento delle foreste e l'impoverimento dello stesso in termini di sostanze nutritive (col rischio che aumenti la desertificazione).
Nei grafici riportati nelle Figg. 9, 10, 11 e 12 vengono mostrate le previsioni sui consumi di biocombustibili nei principali settori dei trasporti.

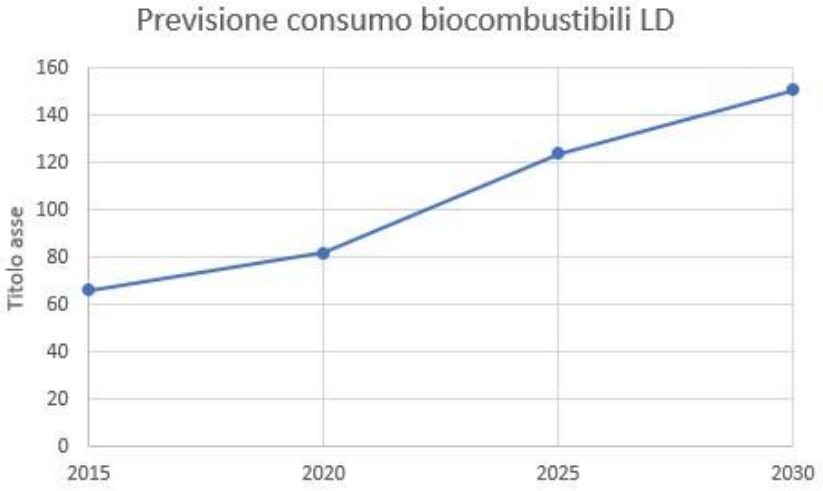

Figura 9 Previsione consumi di biocombustibili per i veicoli LD secondo il SDS. [Mtoe]

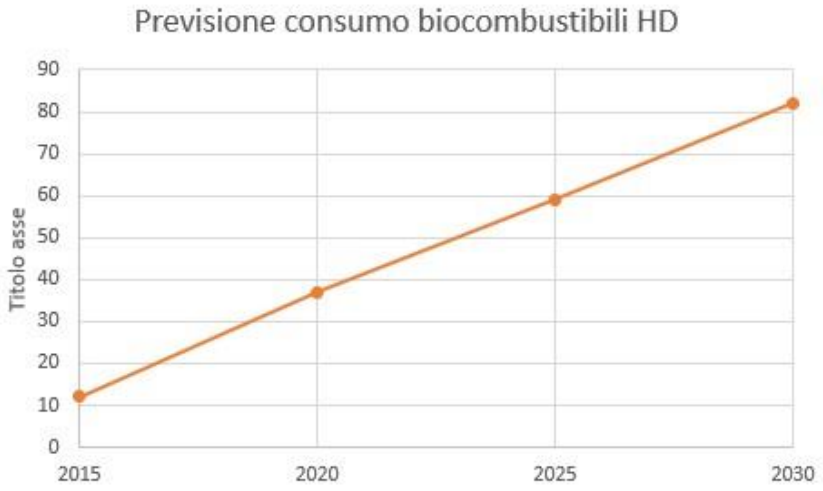

Figura 10 Previsione consumi di biocombustibili per i veicoli HD secondo il SDS. [Mtoe]

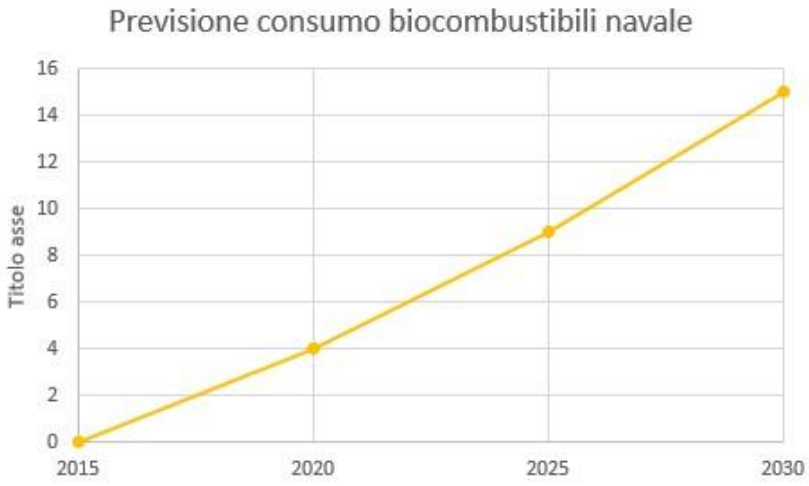

Figura 11 Previsione consumi di biocombustibili per il settore navale secondo il SDS. [Mtoe]

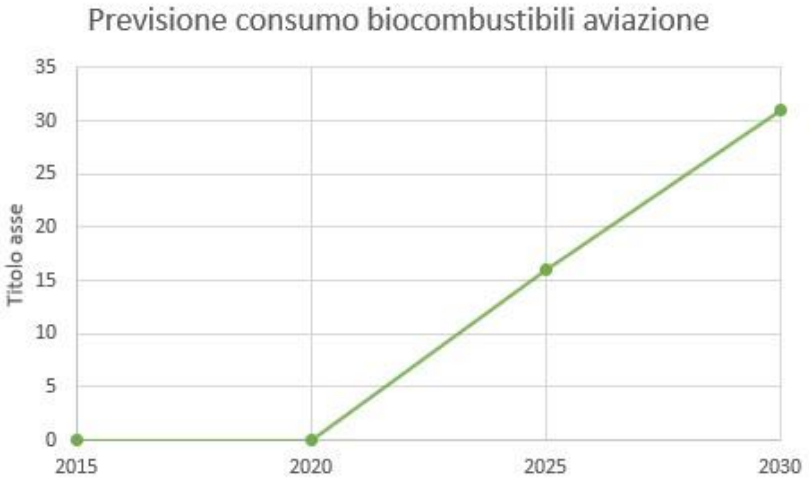

Figura 12 Previsione consumi di biocombustibili per il settore aviazione secondo il SDS. [Mtoe]

Secondo le previsioni tutte le componenti del settore trasporti in futuro utilizzeranno biocombustibili, con una crescita netta tra il 2020 e il 2025 che continuerà ad aumentare in futuro. Il campo dell'aviazione sarà quello col tasso di crescita maggiore passando da 0 *Mtoe* del 2020 ai 31 del 2030.

Di conseguenza ai consumi, anche la produzione di questi combustibili alternativi dovrà massivamente aumentare rispetto alle produzioni attuali.

3.10. Elettrificazione

Tipicamente i veicoli lavorano nella zona in basso a sinistra nella mappa dei punti operativi per avere una riserva di potenza nei casi in cui si richiedono delle accelerazioni repentine, dunque i motori sono solitamente sovradimensionati rispetto alle richieste medie di potenza.

La taglia del motore termico è definita da diversi fattori, quali la massima velocità, la massima accelerazione, il massimo carico. Questo porta il motore a lavorare per la maggior parte del tempo in punti in cui l'efficienza è relativamente bassa.

Vi è una notevole quantità di energia dissipata durante le fasi di frenatura, specialmente nei percorsi urbani, che un veicolo convenzionale non può pensare di recuperare.

Con un cambio manuale è impossibile definire una ben precisa strategia, che può essere best performance oppure best fuel economy, in quanto la differenza viene fatta dal guidatore. Inoltre, queste trasmissioni sono affette dai buchi di coppia derivanti dalla cambiata della marcia.

Le architetture ibride elettriche sono caratterizzate dall'avere a bordo veicolo non più una fonte di energia per la trazione ma due: il motore termico col suo serbatoio e il motore elettrico col suo pacco batterie. Ciò che si vorrebbe ottenere dall'interazione di questi due sistemi è la combinazione dei vantaggi e, allo stesso momento, il tentativo di eliminazione, o ridurre, i loro svantaggi.

Il motore termico viene sfruttato facendolo lavorare a punto fisso in zone in cui sia alto il rendimento, mentre il motore elettrico, che ha una maggiore prontezza di risposta, fornisce la potenza di picco nelle accelerazioni repentine.

Un' architettura ibrida possiede: un serbatoio per il combustibile, un pacco batterie, il motore termico, uno o più motori elettrici e i convertitori elettronici di potenza.

L'ibridizzazione del powertrain potrebbe portare a una serie di vantaggi come:

- Recuperare l'energia cinetica durante le fasi di frenatura e immagazzinarla a bordo del veicolo;
- Riduzione dei periodi in cui il motore termico lavora "al minimo", spegnendolo durante le soste o a bassissima velocità;
- Migliorare l'efficienza del motore a combustione interna utilizzandolo principalmente in punti ad alto rendimento;
- Possibilità di utilizzare un motore sottodimensionato o un rapporto al ponte (al differenziale) più lungo (cioè più piccolo) senza compromettere le performance del veicolo;
- Eliminare o ridurre i buchi di coppia a causa delle cambiate di marcia;
- Potenzialmente utilizzare un variatore continuo (o cambio continuo);
- Miglioramento delle emissioni grazie ad un miglior controllo del motore in tutta la mappa e nei transitori.

Questi portano ad una riduzione sia dei consumi, quindi ad una riduzione della produzione di anidride carbonica, sia delle emissioni inquinanti.

Di contro, gli svantaggi sono:

- Maggior costo iniziale rispetto ad un veicolo convenzionale;
- Un aumento del numero dei sottoinsiemi e dei pesi (che si traduce in una minore capacità di carico);
- Elevato costo dei componenti;
- Sicurezza a causa delle elevate tensioni installate e affidabilità;
- Problematiche di Energy management control.

I veicoli elettrici per il trasporto dei passeggeri sono noti ed utilizzati nelle città già dall'inizio del XX secolo con tram e filobus. La richiesta di una infrastruttura elettrica vasta e costosa (per i tram sono necessari sia la linea ferrata che quella aerea, per i filobus solo la seconda), che ne comportano anche la poca flessibilità, ha contribuito a promuovere lo sviluppo e l'adozione di architetture ibride elettriche o elettriche a batteria, i quali combinano un minor consumo di combustibile, quindi minori emissioni inquinanti e minore produzione di anidride carbonica, alla flessibilità degli autobus, che sono liberi di muoversi sulle strade senza essere vincolati ad alcuna infrastruttura.
Ci si aspetta una rapida crescita nei veicoli HD non a lunga percorrenza degli scuolabus e degli autobus cittadini; le cause sono da identificarsi nelle missioni programmate e fisse, nelle frequenti soste e partenze e nella necessità di aumentare la qualità dell'aria nelle città. Rientrando nei depositi per la notte, è più comprensibile la creazione di un centro di ricarica concentrato in unico luogo piuttosto che essere dislocato nel territorio.
Per i veicoli a lunga percorrenza, le architetture ibride non offrono grandi vantaggi poiché le missioni prevedono solitamente una marcia a velocità costante e sostenuta, nelle quali vi è di rado la possibilità di spegnere il motore termico e di viaggiare in elettrico. Assumono dunque maggior rilevanza soluzioni miranti al miglioramento dell'efficienza del powertrain e l'utilizzo di combustibili rinnovabili.
L'utilizzo di veicoli elettrici a batteria (BEV) e degli ibridi elettrici plug-in (PHEV) nei veicoli a lunghe percorrenze non comportano dei vantaggi significativi, anzi il peso delle batterie che limita il carico pagante trasportabile, la loro bassa densità energetica che ne limitano l'autonomia e quindi la necessità di appoggiarsi ad una infrastruttura di ricarica, vedono sconsigliata la loro applicazione a questa classe di veicoli HD. Anche considerando il total cost of ownership, che per il momento è molto più alto rispetto ai veicoli convenzionali,

potrebbe raggiungere solo nel 2024 valori paragonabili, se promossi da incentivi e regolamentazioni.

Per quanto riguarda i veicoli a lunga percorrenza, è evidente che sia necessaria un'adeguata infrastruttura di ricarica per avere una penetrazione di questi veicoli massivamente nel mercato.

Soluzioni interessanti potrebbe essere le architetture ibride con recupero dell'energia cinetica durante le fasi di frenatura quando si percorrono tratti di strada in discesa (a seconda delle situazioni l'energia recuperata può essere davvero notevole).

Sono già presenti sul mercato veicoli heavy duty sia completamente elettrici fino a 36 t di massa complessiva e fino a 300 km di autonomia, sia ibridi range extender con autonomia superiore ai 450 km. Inoltre, sono attualmente in fase di sperimentazione veicoli personalizzati su specifiche tecniche dei clienti (quindi veicoli non pensati per la produzione in vasta scala) con autonomie ancora maggiori. Nel grafico in Fig. 13 si riportano alcuni di questi esempi.

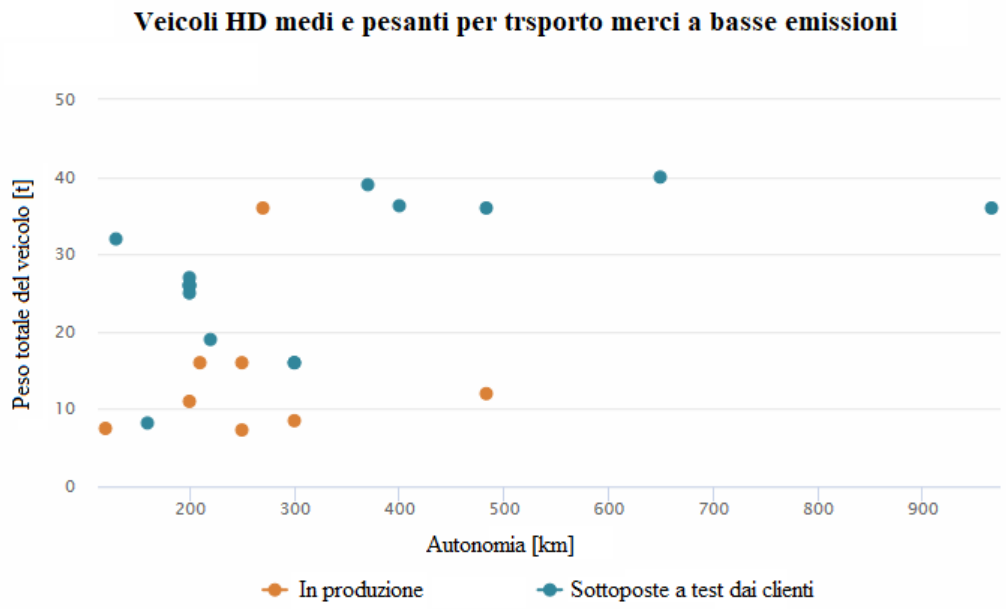

Figura 13 Veicoli HD elettrici e ibridi sia in produzione che sotto test in funzione del peso totale in t e dell'autonomia in km

Nel prossimo futuro la penetrazione dei veicoli elettrici nel mercato sarà resa possibile dal miglioramento delle batterie, soprattutto in termini di energia specifica, e dalla costruzione di un'adeguata infrastruttura di ricarica: si stima che in Europa servirebbero circa 6000 punti di ricarica, che attualmente non sono presenti.

Il settore trasporti potrebbe cambiare fondamentalmente puntando sull'idrogeno grazie alle celle a combustibile, ma anche in questo caso la scarna infrastruttura di distribuzione e gli

elevati costi di sistema la rendono una tecnologia utilizzabile solamente in un orizzonte temporale lontano.

4. Architetture ibride elettriche

Le architetture ibride si dividono in:

- ibridi serie, in cui la parte termica contribuisce indirettamente alla trazione;
- ibridi paralleli in cui sia la parte termica che quella elettrica contribuiscono direttamente alla trazione;
- ibridi complessi, caratterizzati dalla presenza di più macchine elettriche.

4.1. Ibrido serie

Nell'ibrido serie il motore termico non partecipa direttamente alla trazione ma genera l'energia elettrica per ricaricare la batteria trascinando un generatore elettrico durante il suo funzionamento. Vi è un unico percorso energetico che coinvolge sia il motore termico che le macchine elettriche e la batteria. In Fig. 14 è riportato lo schema di un'architettura ibrida serie.

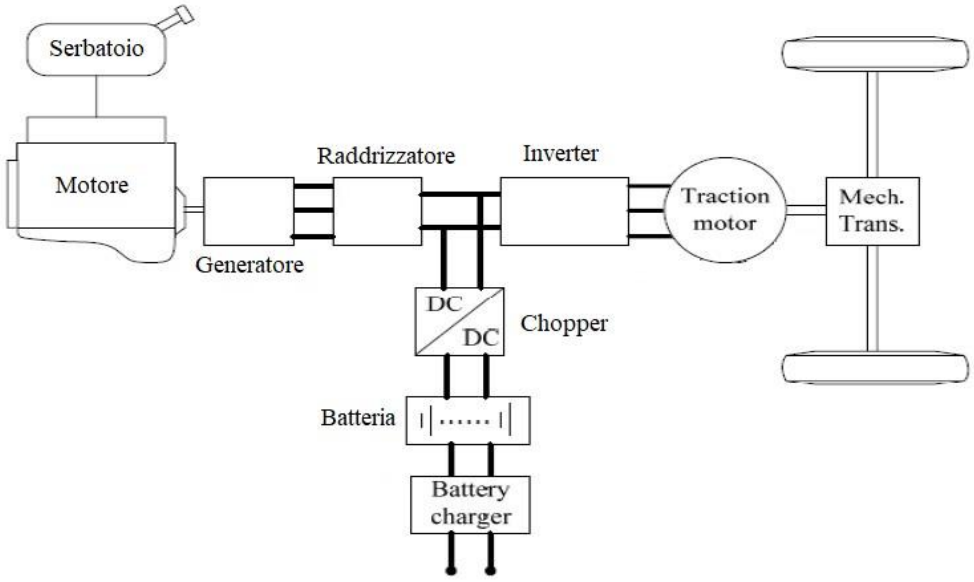

Figura 14 Schema di un powertrain ibrido serie

I modi di funzionamento di un ibrido serie sono:

- modo batteria: il motore termico è spento, l'azionamento di trazione è alimentato esclusivamente dalla batteria;
- modo motore: l'azionamento di trazione è alimentato dal generatore trascinato dal motore termico;

- modo combinato: sia il motore termico che la batteria alimentano l'azionamento di trazione;
- modo power split: il motore termico alimenta sia l'azionamento di trazione che la batteria;
- modo frenatura rigenerativa: l'azionamento di trazione recupera l'energia cinetica e ricarica la batteria;

I pregi dell'ibrido serie sono:

- il motore termico è slegato dalla richiesta istantanea di potenza;
- possibilità di downsizing del motore termico;
- il motore termico è ottimizzato per punti di lavoro fissi;
- possibilità di adottare soluzioni multimotore o motoruote;
- adatto per missioni con frequenti e periodici stop & go e veicoli con vincoli nella disposizione dei componenti, come ad esempio negli autobus.

A questi punti di forza si accostano, però dei limiti notevoli, tra i quali:

- Doppia conversione energetica: tra il motore/generatore e l'azionamento di trazione;
- Le macchine elettriche devono fornire la medesima potenza del motore termico, quindi pieno dimensionamento delle stesse per garantire le missioni con maggiori richieste di potenza;
- Incremento di pesi e costi.

Tutti questi difetti rendono l'ibrido serie una soluzione poco appetibile per le applicazioni HD in cui la massimizzazione del carico pagante rappresenta un aspetto fondamentale in ottica di TCO.

4.2. Ibrido parallelo

Nell'ibrido parallelo sia il motore elettrico che quello termico partecipano attivamente alla trazione.

Lo schema di un'architettura ibrida parallela viene riportata nella Fig. 15.

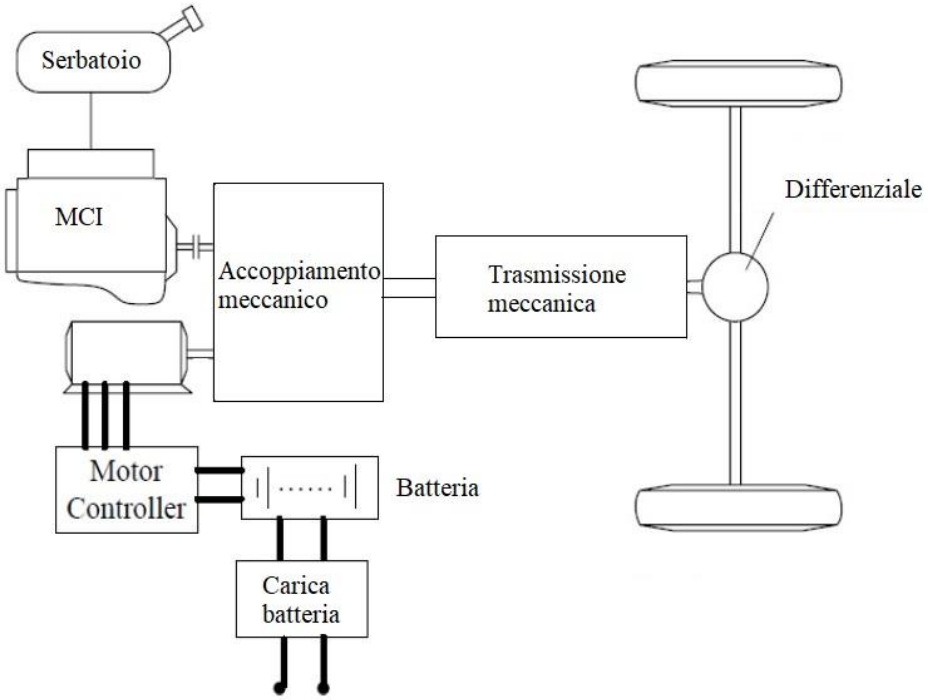

Figura 15 Schema di un powertrain ibrido parallelo

I possibili modi di funzionamento di un'architettura ibrida parallela sono i seguenti:

- Elettrico puro: il motore termico è spento, la trazione è data solamente dalla batteria;
- Termico puro: motore elettrico spento, trazione fornita solo dal motore termico;
- Combinato: sia il motore termico che quello elettrico utilizzati per la trazione;
- Power split: il motore termico fornisce trazione e ricarica la batteria attraverso il motore elettrico;
- Frenata rigenerativa.

Vi sono anche altre classificazioni per i veicoli ibridi, che possono fare riferimento alla posizione della macchina elettrica oppure al luogo di intersezione delle due linee, quella termica e quella elettrica. Per la prima viene riportato uno schema in Fig. 16.

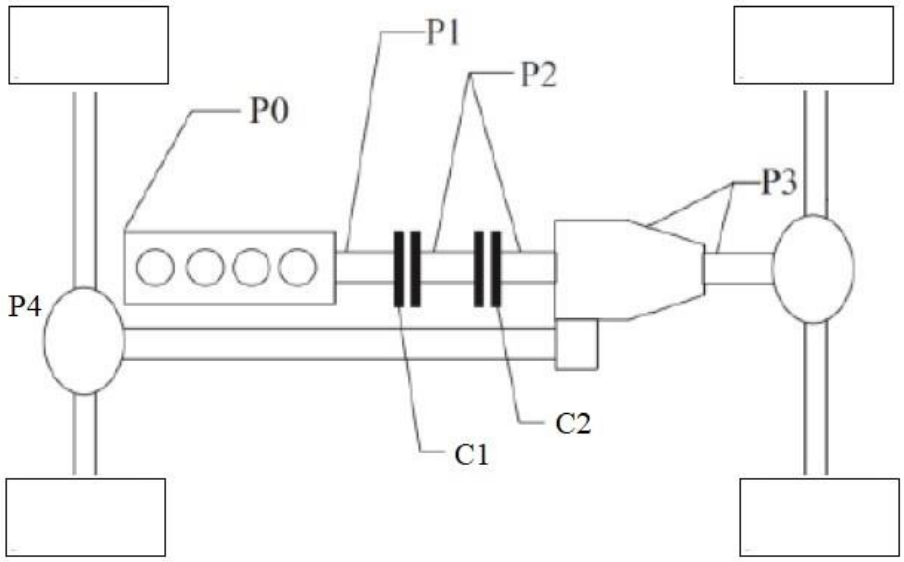

Figura 16 Classificazione ibrido parallelo in funzione della posizione della macchia elettrica

Nel quale:

- P0 indica che la macchina elettrica è posta nella parte posteriore del motore termico;
- Nel P1 si trova nella parte anteriore del motore termico;
- Nel P2 la macchina elettrica è posizionata tra il motore e la trasmissione con la capacità di disaccoppiarli con una frizione dedicata;
- Nel P3 la macchina elettrica è posta tra la trasmissione e il differenziale;
- Nel P4 la macchina elettrica si trova sul secondo asse, tipicamente con una trasmissione dedicata.

L'altra classificazione si può così riassumere:

- Double drive quando le due linee di trazione sono separate, tipicamente una su ciascuno asse;
- Double shaft quando l'intersezione tra le linee di trazione avviene a valle della trasmissione;
- Single shaft quando l'intersezione si ha a monte della trasmissione. Tipicamente queste architetture hanno due frizioni, nella soluzione coassiale una si trova tra il motore termico e il motore elettrico e l'altra tra questo e la trasmissione.

Vantaggi di un ibrido parallelo:

- Flessibilità e capacità di adattarsi a missioni diversificate;
- Parziale downsizing del motore termico, assistito elettricamente nei transitori.

I suoi limiti invece sono rappresentati dall'aumento di pesi e costi, come nel serie ma in maniera minore, e nell'utilizzo di trasmissioni più complesse.

In base all'apporto di coppia e/o potenza della driveline elettrica e dell'immagazzinamento elettrico, un ibrido parallelo semplice può essere ulteriormente classificato come segue:

- Micro Hybrid: ha un minimo apporto di coppia/potenza elettrica e un minimo immagazzinamento elettrico;
- Mild Hybrid: medio apporto di coppia/potenza elettrica e ridotto immagazzinamento elettrico,
- Full Parallel Hybrid: elevato apporto di coppia/potenza elettrica e importante immagazzinamento elettrico;
- Strong Parallel Hybrid: elevato apporto di coppia/potenza elettrica e piena capacità di immagazzinamento elettrico (sono inclusi quelli plug-in, cioè con possibilità di ricarica esterna della batteria).

Vi sono inoltre anche architetture ibride complesse che utilizzando più macchine elettriche con un'opportuna gestione, come ad esempio gli ibridi P2P4 e P3P4.

5. Cenni sulla programmazione dinamica

La programmazione dinamica, o dynamic programming, è una tecnica algoritmica che consente di affrontare problemi apparentemente intrattabili, cioè dotati di una complessità esponenziale, rendendoli più semplici dividendoli in sottoproblemi in maniera ricorsiva e giungendo a soluzioni ottime di minimo o massimo. I sottoproblemi da risolvere non devono essere necessariamente disgiunti, cioè uno stesso sottoproblema può essere comune a più sottoproblemi. Risolvendo tutti i sottoproblemi e mettendo inseme tali soluzioni è possibile giungere a quella dell'intero problema.

Per evitare di ricalcolare più volte la soluzione di uno stesso sottoproblema, i vari sottoproblemi vengono risolti una sola volta le loro soluzioni vengono opportunamente memorizzate in modo che siano disponibili nel caso in cui tali sottoproblemi dovessero ripresentarsi. La strategia è chiamata *bottom-up*, cioè si calcolano le soluzioni di tutti i possibili sottoproblemi e a partire da queste sottosoluzioni se ne ricavano di nuove fino a risolvere il problema originale.

Una caratteristica negativa tipica della programmazione dinamica è quella di richiedere grandi quantità di memoria.

I campi di applicazione sono svariati, dall'ingegneria aerospaziale all'economia.

5.1. La dynamic programming nell'HEV optimal design tool

Il software di calcolo basa la propria attività sulla dynamic programming. Il suo scopo è quello di scegliere la strategia ottimale dei flussi di potenza di una architettura ibrida elettrica (sono implementate le architetture semplici p2, p3 e p4 e gli ibridi complessi p2p4 e p3p4) in base sia alla combinazione dei parametri di input sia della missione sulla quale verrà svolta la simulazione e verrà prodotto un output, la CO2 generata dal veicolo (viene considerata quella relativa alla sola missione, cioè quella tank to wheel - ttw). Queste combinazioni vengono scelte per ogni parametro tra un range di valori in base al numero di simulazioni che si vogliono far elaborare dal powertrain optimal design tool. Mediante l'utilizzo di tecniche statistiche vengono scelti in maniera opportuna i valori di ciascun parametro per ogni singola simulazione.

Il veicolo oggetto di studio rientra nella classificazione Mild Parallel Hybrid, in cui le risorse di potenza ed energia della parte elettrica non sono simili a quelle della traction line termica, ma la supportano.

Il tool di ottimizzazione è in grado di simulare cinque diverse architetture: le tre architetture semplici parallele p2, p3 e p4 e le due complesse p2p4 e p3p4, combinazione delle architetture parallelo semplici.

Nello specifico viene studiata l'architettura p2, per la quale sono previsti 7 parametri di input e un parametro in output. Questi sono:

Y	X1	X2	X3
CO2ttw	EngDispl	PEratio	EM1Power
X4	X5	X6	X7
EM1SpRatio	FDSpRatio	CrateDis_max	CrateChar_max

Tabella 1 Variabili indipendenti e variabile dipendente considerate nell'analisi

In cui:

- Y= l'anidride carbonica prodotta tank to wheel;
- X1 = cilindrata del motore termico
- X2 = rapporto potenza su energia della batteria
- X3 = potenza del motore elettrico
- X4 = rapporto di trasmissione della macchina elettrica
- X5 = rapporto di trasmissione al ponte
- X6 = massimo C rate in fase di scarica
- X7 = massimo C rate in fase di carica

Per motivi tecnologici nelle batterie usate per la trazione stradale al litio-ioni, i due C rate in scarica e in carica sono in un rapporto fisso di 2 a 1, dunque la variabile X7 non verrà nel seguito analizzata.

I diversi intervalli di valori assumibili dalle variabili sono:

Variabile	EngDispl [L]	PEratio [-]	EM1Power [kW]	EM1SpRatio [-]	FDSpRatio [-]	CrateDis [-]
min	3	5	60	3,5	3,5	8
Max	5	10	120	4,5	4,5	12

Tabella 2 Range di valori assumibili da ciascuna variabile indipendente

Di tutte le simulazioni processate, il software seleziona quelle realizzabili da quelle irrealizzabili tramite un controllo di fattibilità (feasibility check). In questo modo viene effettuata una prima scrematura e il campione analizzato si è certi che contenga al suo interno solamente architetture che potrebbero essere realizzate.

5.2. Ciclo guida utilizzato

Le simulazioni delle varie architetture affrontano il ciclo guida WHVC (World Harmonized Vehicle Cycle), che nella realtà viene eseguito dal mezzo su un banco prova a rulli ed è pensato per i veicoli heavy duty, anche se non costituisce uno standard omologativo. Viene mostrato nella Fig. 17:

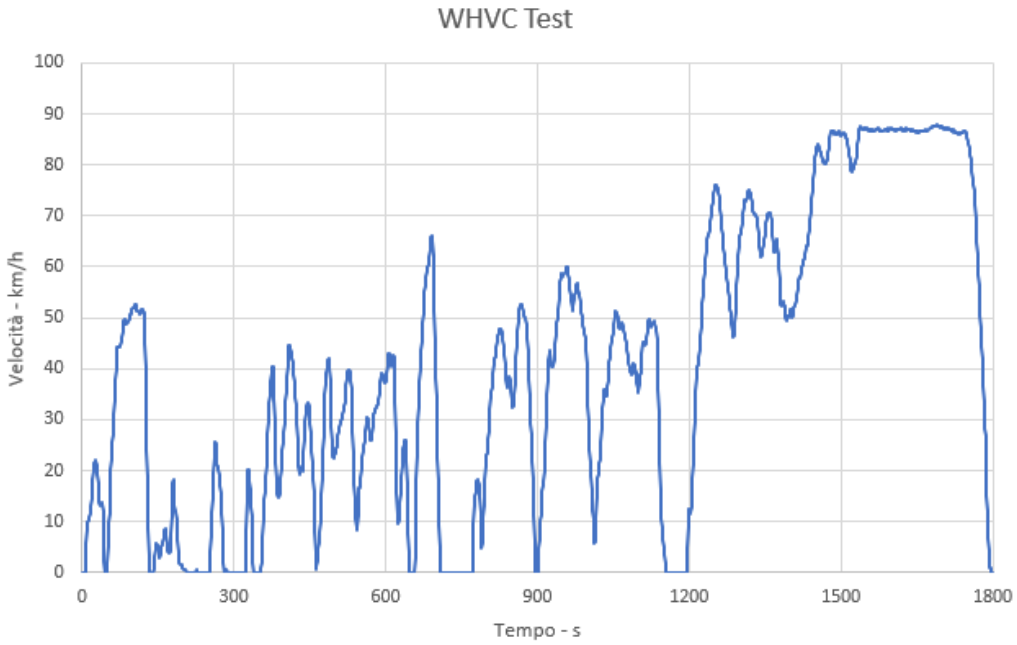

Figura 17 – Profilo di velocità del ciclo guida WHVC

Questo ha una durata di 1800 secondi (mezz'ora) e si divide in tre parti:

- La prima, quella urbana, ha una durata di 900 secondi, una velocità massima di 21,3 km/h, una massima di 66,2 km/h e sono frequenti start & stop e motore al minimo;
- La seconda parte, quella extraurbana, ha una durata di 481 secondi, ha una velocità media di 43,6 km/h e una massima di 75,9 km/h;
- L'ultima parte rappresenta una guida in autostrada, dura 419 secondi, la velocità media è di 76,7 km/h e la velocità massima è di 87,8 km/h.

In base alla classe di appartenenza del veicolo sul quale viene eseguito il test, le tre parti avranno un peso diverso che viene dato da un punteggio tra zero e uno. Alla fine, le tre parti sommate dovranno avere un peso complessivo di uno.

5.3. Controlli preliminari sui dati

Vengono definiti valori estremi i valori più grandi o più piccoli di una distribuzione, quelli prossimi alle code, mentre col termine valori anomali (outlier) ci si riferisce a quelli che

risultano essere estremamente elevati o estremamente bassi rispetto al resto della distribuzione.

Un metodo di controllo degli outliers può essere condotto utilizzando la media dei campioni e la loro deviazione standard: facendo riferimento alla disuguaglianza di Čebyšëv si può conoscere la probabilità che una variabile possa avere valori esterni a un intervallo simmetrico rispetto alla media, indipendentemente dalla sua distribuzione.

La media, o speranza matematica, viene calcolata come segue:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

Mentre la deviazione standard è rappresentata dalla radice quadrata della varianza.

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

In cui N rappresenta la dimensione campionaria.

La probabilità che una variabile assuma un valore distante k volte la deviazione standard σ dalla propria media μ è espressa dalla formula:

$$P(|X - \mu| \leq k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

Quindi almeno l'89% dei valori sono compresi nell'intervallo μ-3σ e μ+3σ.

Vengono considerati come possibili valori anomali quelli che si discostano dalla media per più di 3 volte lo scarto quadratico medio.

Un altro criterio per stabilire quali siano i valori estremi e quali quelli anomali fa riferimento all'utilizzo del range interquartile, differenza del terzo e del primo, dove si trovano il 50% delle osservazioni che occupano le posizioni centrali di una serie di dati.

L'intervallo è definito da:

$$[Q_1 - k(Q_3 - Q_1); Q_3 + k(Q_3 - Q_1)]$$

In cui Q1 e Q3 sono rispettivamente il primo e il terzo quartile dei valori assunti da una variabile. Valori che si discostano dall'intervallo con k=1,5 vengono detti valori estremi mentre quelli con k=3 sono chiamati valori anomali.

Nel caso di studio la variabile analizzata è stata quella di output, la CO2. Nel campione analizzato non sono state trovate delle osservazioni anomale.

5.4. Matrice di covarianza e di correlazione

Qualora le variabili scelte come indipendenti dovessero in realtà presentare delle correlazioni tra loro, questo significherebbe dover scegliere quale variabile considerare e quale invece scartare; l'utilizzo di entrambe sarebbe erosivo poiché non solo non porterebbe a informazioni aggiuntive, ma il modello utilizzato risulterebbe inutilmente più complesso, col rischio di diminuirne la capacità previsiva. Si vuole dunque capire se le variabili sono correlate tra loro, una prima cosa da fare è calcolare la matrice di covarianza. La covarianza tra due variabili aleatorie X e Y è definita come:

$$Cov(X,Y) = E[(X - \bar{x})(Y - \bar{y})]$$

E per variabili discrete si calcola nel seguente modo

$$Cov(X,Y) = \sigma_{x,y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Il problema è che non vengono fornite informazioni di carattere globale ma solamente a coppie di due variabili. È comunque un primo punto di partenza.

La sua importanza è data dal fatto che è strettamente collegata alla matrice di correlazione: è sufficiente dividere la matrice di covarianza per il prodotto delle deviazioni standard (o scarti quadratici medi) delle due variabili per ottenerla. In essa appaiono gli indici di correlazione di Pearson, i quali misurano la presenza di un legame lineare tra due variabili. È definito come:

$$\rho_{x,y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

In cui gli scarti quadratici medi sono definiti come: $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N}}$

Eseguendo tale calcolo per tutti gli elementi della matrice di covarianza (si ricorda che le due matrici sono simmetriche rispetto alla diagonale principale), si ottengono gli indici per tutte le coppie di variabili.

In questo modo l'interpretazione dei numeri diventa più evidente ed assoluta, poiché può assumere valori compresi tra -1 e +1.

È importante ricordare che la statistica non è in grado di dimostrare relazioni di causa-effetto tra variabili, ma solo di quantificare il legame tra di esse.

Per comodità nella matrice la prima colonna è stata assegnata alla variabile dipendente Y.

La situazione ideale sarebbe quella in cui la variabile dipendente fosse fortemente correlata con e variabili indipendenti e che queste ultime fossero fortemente scorrelate tra loro.

Nella Tab. 3 sono riportati i valori della matrice di correlazione:

$\rho_{x,y}$	Y	X1	X2	X3	X4	X5	X6
Y	1						
X1	0,5154	1					
X2	0,0999	0,1001	1				
X3	-0,2208	-0,2662	0,0599	1			
X4	0,0271	0,0010	0,0055	0,0029	1		
X5	0,7825	-0,0068	-0,0046	0,0153	-0,0027	1	
X6	-0,0764	-0,0362	0,0439	-0,0256	0,0163	-0,0024	1

Tabella 3 Matrice di correlazione delle variabili

La prima colonna di valori della tabella è sicuramente quella più interessante poiché rappresenta i valori di correlazione tra ciascuna variabile indipendente e quella dipendente.

Viene indicata una forte correlazione con le variabili (in ordine): positiva per FD speed ratio (0,78) e Engine Displacement (0,52) e negativa EM Power (-0,21). Sono risultati attesi in quanto al crescere della taglia del motore termico cresce il consumo di combustibile, viceversa al crescere della taglia del motore elettrico il consumo di combustibile diminuisce perché questo verrà impiegato maggiormente. Per il rapporto al ponte, più è grande e più il motore lavorerà a regimi di rotazione mediamente maggiori, quindi ci si aspetta un aumento dei consumi.

Per le altre variabili la correlazione è abbastanza piccola. Un risultato abbastanza inatteso è il valore di correlazione con la variabile C rate in scarica (-0,08) poiché esso determina la quantità di carica che la batteria è in grado di erogare durante la fase di scarica, cioè la disponibilità durante la guida in elettrico. Il fatto che contribuisca in negativamente è un risultato atteso, però ci si aspettava un contributo maggiore.

La “miglior” variabile indipendente è quella che presenta il più alto valore di correlazione con quella dipendente, poiché più è alto e più aumenta la forza del legame tra le variabili e, di conseguenza, l’accuratezza della previsione.

6. Introduzione alla regressione lineare multipla

L’analisi della regressione multipla è una tecnica statistica che può essere impiegata per analizzare la relazione tra una variabile dipendente e diverse variabili indipendenti, chiamate anche predittori. L’obiettivo è quello di prevedere i valori assunti dalla variabile dipendente (l’oggetto di interesse) noti quelli di due o più variabili indipendenti. La procedura di regressione attribuisce un peso a ciascun predittore, in modo da assicurare al modello la migliore capacità previsiva sull’insieme delle variabili indipendenti presenti nella combinazione lineare. L’eventuale esistenza di correlazione tra le variabili indipendenti limita questa capacità previsiva.

Essendo una tecnica che si fonda su una relazione di dipendenza, è necessario individuare in maniera opportuna sia le variabili indipendenti che quella dipendente. Nel caso interesse di studio questa libertà di scelta non si è presentata, in quanto la definizione delle variabili è stato fatto precedentemente dall’Optimal layout tool.

Si hanno una certa quantità q di variabili indipendenti (le X_i) e una variabile dipendente (Y) funzione delle prime.

Si vuole cercare un modello di regressione che tenga in considerazione tutte le variabili dipendenti. Si avrà un modello del tipo:

$$Y = \chi b + e$$

In cui:

- X è la matrice delle variabili indipendenti in cui la prima colonna è un vettore di 1 per rappresentare l’intercetta;
- b è il vettore dei coefficienti angolari (il primo elemento sarà l’intercetta del modello);
- e è l’errore del modello.

Mentre nella regressione lineare semplice l’inclinazione rappresenta la variazione che la variabile Y presenta in corrispondenza di una variazione unitaria di X, nel modello di regressione multipla dell’equazione l’inclinazione dice come varia la Y in corrispondenza di una variazione unitaria della variabile X1, quando si tiene conto anche degli effetti della

variabile X2. Si tratta di coefficienti netti di regressione poiché misurano la variazione della variabile risposta Y in corrispondenza della variazione di una delle variabili esplicative, quando si tengono costanti tutte le altre.
Si utilizzano i minimi quadrati per l'errore "*e*", arrivando alla formula:

$$e^T e = Y^T Y - 2Y^T \chi b + b^T \chi^T \chi b$$

Alla quale si applica la derivata parziale (in questo caso il gradiente) in b perché è l'incognita, ottenendo:

$$\chi^T \chi b = \chi^T Y$$

E invertendola compare l'inversa della matrice $\chi^T \chi$:

$$b = (\chi^T \chi)^{-1} \chi^T Y$$

Una volta ottenuto il vettore *b*, le *Y* possono essere stimate dal modello in questo modo:

$$\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_i X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_q X_{iq}$$

Per i = 1,…,n con n numero delle simulazioni che abbiamo analizzato.

In forma matriciale $\hat{Y} = X\beta = X(X^T X)^{-1} X^T Y$

E se $X(X^T X)^{-1} X^T = H$ allora $\hat{Y} = HY$

Si può creare il vettore dei residui come: $e = Y - \hat{Y}$

Per ciascun coefficiente viene calcolato l'errore standard, il quale è definito come la stima della deviazione standard dello stimatore, cioè una misura della sua imprecisione.
Nella regressione gli stimatori sono i coefficienti β_i del modello e i rispettivi errori standard (standard error – SE) saranno:

$$SE(\beta_j) = RSE \cdot \sqrt{c_{ii}}$$

Lo stimatore corretto della deviazione standard del campione è detto (Residual Standard Error – RSE) e misura la distanza media tra i valori stimati e quelli osservati. Può essere interpretato come una stima di quanto i valori della Y si discostano, in media, dal vero e sconosciuto iperpiano di regressione. È ottenuto come:

$$RSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n - p - 1}}$$

Mentre c_{ii} rappresenta l'i-esimo elemento sulla diagonale della matrice $(X'X)^{-1}$.
Maggiore sarà l'errore standard di una stima, minore sarà la sua affidabilità.

Esso rappresenta una misura assoluta della bontà di adattamento, quindi risulta difficile stabilire se il valore ottenuto indichi un adattamento accettabile.

I coefficienti della regressione e i rispettivi errori standard vengono riportati nella successiva Tab. 4:

Coefficiente	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
Valore	317,8429	4,4402	0,2429	-0,0360	0,5473	14,3561	-0,2917
Errore standard	2,0453	0,1527	0,0605	0,0054	0,2923	0,2893	0,0735

Tabella 4 Coefficienti stimati dal modello e relativi errori standard

Il primo coefficiente β_0 rappresenta l'intercetta. Non devono ingannare le dimensioni di questi valori: sono influenzati dall'unità di misura e dalla grandezza assoluta dei valori assunti dalle variabili nelle osservazioni. I coefficienti che esprimono il reale contributo di ciascuna variabile verranno presentati successivamente.

6.1. Accuratezza della previsione

La misura dell'errore di previsione è espressa dalla devianza di dispersione (o devianza residua) (Residual Sum of Sqaures -RSS) mentre una misura del successo della previsione è la devianza di regressione (o devianza spiegata dal modello) (Explained Sum of Squares – ESS). La devianza, chiamata anche somma dei quadrati degli scarti dalla media, è un indice di dispersione dei dati. È strettamente collegata alla varianza, infatti coincide con il numeratore di quest'ultima. La somma di queste due fornisce la devianza totale (TSS).

$$\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2 = TSS \qquad \sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2 = ESS \qquad \sum_{i=1}^{N}(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = RSS$$

TSS=ESS+RSS

Il livello di accuratezza della previsione è dato dal coefficiente di determinazione lineare R^2 (o varianza spiegata), che viene calcolato rapportando alla devianza di regressione a quella totale.

$$R^2 = \frac{RSS}{TSS} = \frac{\sum_i(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_i(y_i - \bar{y})^2};$$

Esso indica quanta parte della variabile dipendente venga spiegata dal modello di regressione, considerando il contributo di tutte le variabili indipendenti. Può assumere valori tra 0 e 1 (quando vale 0 significa che il modello non spiega i dati, viceversa quando vale 1 li spiega perfettamente).

La Tab. 5 riporta, in funzione del numero di variabili indipendenti e della numerosità del campione analizzato, il minimo valore del coefficiente di determinazione lineare R^2 corrispondente ad un determinato livello di significatività. I valori sono da intendersi come percentuali.

	Livello di significatività (α)=0,01 N° variabili indipendenti				Livello di significatività (α)=0,05 N° variabili indipendenti			
Dimensione campionaria	2	5	10	20	2	5	10	20
20	45	56	71	NA	39	48	64	NA
50	23	29	36	49	19	23	29	42
100	13	16	20	26	10	12	15	21
250	5	7	8	11	4	5	6	8
500	3	3	4	6	3	4	5	5
1000	1	2	2	3	1	1	2	2

Tabella 5 Minimo valore dell'indice di determinazione espresso in percentuale in funzione del numero di variabili e dimensione campionaria per diversi livelli di significatività

Nella regressione multipla per potenza si intende la probabilità di individuare un dato valore del coefficiente di determinazione o dei coefficienti di regressione significativi ad uno specifico livello di significatività e per una certa quantità di osservazioni. La dimensione del campione ha un'influenza diretta sulla potenza. La Tab. 5 presuppone una potenza dell'80%.

Se si aggiunge ad un modello una variabile esplicativa il valore di RSS diminuisce, per cui R^2 tende ad aumentare, a prescindere che il contributo della variabile aggiuntiva sia rilevante o meno.

Per decidere qual è il modello migliore (in termini di bontà di adattamento ai dati) tra due modelli a confronto, si usa il coefficiente di determinazione corretto (adjusted):

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{n-1}{(n-q-1)}(1 - R^2)$$

che aumenta solo se il contributo delle variabili aggiuntive è sostanziale.

Al crescere di del numero di regressori q il termine di penalizzazione $\frac{n-1}{(n-q-1)}$ aumenta, mentre $1\text{-}R^2$ diminuisce (a causa dell'aumento di R^2);

R_{adj}^2 aumenta solo se la diminuzione di $1\text{-}R^2$ è superiore all'incremento del termine di penalizzazione.

Dietro l'utilizzo dei modelli vi è sempre il desiderio che siano economici, per ragioni di semplicità e praticità e anche perché potrebbero essere migliori di modelli più complessi: più aumentano le variabili, più il modello si espone al rischio che molte di queste abbiamo un'influenza fittizia sulla variabile dipendente. Il coefficiente aggiustato premia contemporaneamente una buona varianza spiegata ed un buon grado di economia di variabili.

Il modello ottenuto dalla regressione lineare multipla presenta i seguenti coefficienti di determinazione lineari:

R^2	0.9015
R^2_{adj}	0.9

Tabella 6 Valori del coefficiente di determinazione lineare normale e corretto

Quindi il modello spiega per ben il 90% la variabile dipendente. È un risultato altamente significativo, sia in termini assoluti che relativi.

Potrebbe essere utile anche un controllo di tipo visivo utilizzando un grafico in cui vengono riportati in ascissa i dati osservati e in ordinata i risultati dei valori stimati dal modello. Il confronto va fatto con l'utilizzo di una retta bisettrice del primo e terzo quadrante di un piano cartesiano. Nel caso ideale, cioè se il modello spiegasse perfettamente il fenomeno, i punti si disporrebbero tutti in un intorno ristretto della bisettrice del primo e terzo quadrante.

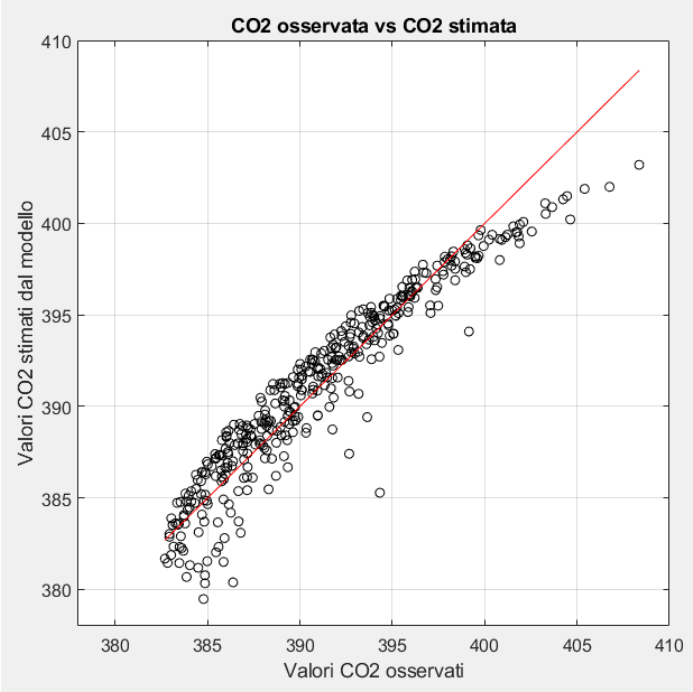

Figura 18 confronto tra i valori di Co2 stimati dl modello e quelli risultanti dalle simulazioni

Nel grafico di Fig. 18 si osserva che, per valori estremi della CO2 dei dati osservati, il modello ha maggiore difficoltà nello stimarli correttamente, infatti i punti vengono sottostimati; viceversa nella parte centrale vengono sovrastimati.

6.2. Multicollinearità

La multicollinearità è l'associazione, misurata nella nostra applicazione tramite la matrice di correlazione, tra tre o più variabili indipendenti. Ha un effetto negativo sulla capacità previsiva di ciascuna variabile, in maniera proporzionale alla forza dell'associazione con le altre variabili indipendenti. Al crescere della collinearità decresce la parte di varianza spiegata da ogni singola variabile indipendente nel modello di regressione. Il suo effetto può interessare sia la capacità di spiegazione del modello sia la sua stima; quando esiste multicollinearità il processo di separazione degli effetti individuali diventa più complesso: cala il valore del coefficiente di determinazione e, aggiungendo ulteriori variabili al modello, il suo aumento diventa sempre più modesto. Inoltre, i contributi individuali delle variabili vengono tra loro confusi, poiché essa rappresenta una porzione di variabilità condivisa da tutte le variabili (quindi bassa variabilità spiegata da ogni singola variabile). Quando due variabili non sono tra loro correlate, esse non condividono la loro capacità previsiva.

6.2.1. Identificazione Multicollinearità

È necessario identificare l'ordine di grandezza con la quale la multicollinearità si presenta e quanta influenza essa ha sulla stima dei coefficienti del modello. Come prima cosa si prende in esame la matrice di correlazione, poiché valori dei coefficienti di correlazione uguali o superiori a 0,90 sono dei primi indicatori della presenza di una collinearità elevata, anche se valori più bassi non ne assicurano l'assenza.

Per valutare la presenza di collinearità tra un insieme di variabili vengono utilizzate la Tolerance e la sua inversa, il fattore di accrescimento della varianza (in inglese variance inflaction factor – VIF). Ogni variabile indipendente viene espressa in funzione di tutte le altre, diventando in un certo senso la dipendente. Viene dunque fatta una regressione per poter calcolare il coefficiente di determinazione associato a ciascuna variabile rispetto a tutte le altre:

$$Tolerance = 1 - R_{i0}^2$$

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_{i0}^2}$$

In cui R^2_{i0} rappresenta il quadrato del coefficiente che misura la correlazione tra la i-esima variabile esplicativa e le restanti altre.

Si sospetta la presenza di quasi multicollinearità con VIF maggiori di 3,5 e di multicollinearità con valori superiori a 5.

Si riportano i valori di VIF e Tolleranza ottenuti per ciascuna variabile indipendente:

Variabile	EngDispl	PEratio	EM1Power	EM1SpRatio	FDSpRatio	CrateDis
VIF	1.0950	1.0212	1.0872	1.0003	1.0003	1.0056
Tolerance	0.9133	0.9793	0.9198	0.9997	0.9997	0.9945

Tabella 7 Valori di VIF e Tolerance per le variabili indipendenti

Si è potuto constatare la quasi mancanza di multicollinearità per tutte le variabili indipendenti: i valori non superano mai valori prossimi all'unità. Va ricordato che con una multicollinearità esatta sarebbe impossibile addirittura tentare una regressione multilineare in quanto, se si avessero "q" variabili indipendenti, il rango della matrice X'X sarebbe inferiore a "q" con conseguente determinante nullo di tale matrice e dunque impossibilità di invertirla, cosa indispensabile per procedere alla stima dei coefficienti della regressione.

6.3. Coefficienti beta

Si può fare una regressione a partire dai dati di tutte le variabili dopo aver subito un processo di standardizzazione. Tale trasformazione produce dei coefficienti più facilmente confrontabili tra loro (i valori sono simili) in quanto vengono persi gli effetti dovuti alle differenze tra le unità di misura di ciascuna variabile. Questi coefficienti possono essere utilizzati come guida per la determinazione dell'importanza relativa delle variabili indipendenti solamente quando la collinearità è minima. Avendo riscontrato una collinerità minima (quasi nulla) si può procedere a fare una regressione con i dati a disposizione dopo aver standardizzato tutte le variabili.

Il processo di standardizzazione è il seguente:

$$Z = \frac{X - \bar{x}}{\sigma_x}$$

Di seguito vengono riportati i valori trovati per i coefficienti con tutte le variabili standardizzate:

β_0	β_0	β_0	β_0	β_0	β_0	β_0
0	0,4827	0,0644	-0,1099	0,0297	0,7877	-0,0631

Tabella 8 Valori dei coefficienti di regressione dopo standardizzazione di tutte le variabili

Standardizzando anche la variabile dipendente, nella regressione il valore dell'intercetta risulta nullo. Dai valori assunti da questi coefficienti si intuisce che la maggior influenza sulla CO2, come ci si aspettava dopo aver osservato la matrice di correlazione, è data dalla variabile FD speed ratio, poi seguono EngDispl, EM1Power. Le ultime tre variabili contribuiscono in maniera molto minore, hanno dunque una bassa influenza sulla stima dei valori della variabile dipendente. Un valore particolarmente basso è assunto dalla variabile EM1 speed ratio, che potrebbe essere un indice di poca significatività di questa variabile nello spiegare quella dipendente. Non è detto che superi i successivi test d'ipotesi.

7. Test di significatività

Per verificare che il modello utilizzato e che i coefficienti stimati siano statisticamente significativi si utilizzano i test di significatività, o test d'ipotesi. Si inizia con la definizione del problema in termini di ipotesi su un parametro oggetto di studio.

Per prima cosa si stabilisce l'ipotesi da sottoporre a test, detta ipotesi nulla e indicata con H_0. Oltre all'ipotesi nulla occorre specificare anche un'adeguata ipotesi alternativa chiamata H_1, cioè un'affermazione che vada a contraddire l'ipotesi nulla. Le due ipotesi possono essere del tipo:

- $H_0 \leq \gamma$;
- $H_1 > \gamma$.

Oppure:

- $H_0 < \gamma$;
- $H_1 \geq \gamma$.

Oppure ancora:

- $H_0 = \gamma$;
- $H_1 \neq \gamma$.

In cui γ rappresenta il generico valore discriminante assunto dal parametro considerato per le ipotesi.

In origine il termine "nulla" nell'ipotesi veniva usato con il significato di "nessuna differenza", in quanto appunto si ipotizza che non ci sia nessuna differenza tra due fenomeni che si vogliono confrontare. In generale col termine "ipotesi nulla" si indica ogni ipotesi

sottoposta a test con lo scopo di decidere se deve essere rifiutata in favore dell'ipotesi alternativa.

Nell'ipotesi alternativa viene messo ciò che si spera o ci si aspetta di poter concludere come risultato del test, infatti l'ipotesi nulla è posta con lo scopo di essere screditata, quindi ciò che si oppone alla conclusione che il ricercatore cerca di raggiungere rappresenta l'ipotesi nulla; nell'ipotesi nulla deve sempre comparire un segno almeno di uguaglianza.

Le due ipotesi sono complementari, cioè considerate insieme esauriscono tutte le possibilità riguardanti il valore che può assumere il parametro in esame.

Con la verifica delle ipotesi non si arriva alla dimostrazione di un'ipotesi, ma si ha un'indicazione del fatto che l'ipotesi sia o meno avvalorata dai dati a disposizione: quando non si rifiuta un'ipotesi nulla, non si dice che essa è vera, ma che lo può essere; se non viene rifiutata, si può solo concludere che il campione non fornisce prove sufficienti per garantirne il rifiuto.

Le possibili conclusioni di un test d'ipotesi sono due: se l'ipotesi nulla H0 viene rifiutata, si conclude che l'ipotesi H1 probabilmente è vera; se l'ipotesi nulla non viene rifiutata, si conclude che i dati non forniscono una sufficiente evidenza per sostenere l'ipotesi alternativa.

7.1. Livello di significatività

La distribuzione di campionamento della statistica test è, di solito, una distribuzione nota (come ad esempio la distribuzione normale o la distribuzione t di Student) e si ricorre a queste distribuzioni per sottoporre a verifica un'ipotesi nulla.

Utilizzando le proprietà della distribuzione di campionamento della statistica soggetta a test, si può identificare un intervallo di valori di quella statistica che verosimilmente non si presentano se l'ipotesi nulla è vera.

La distribuzione di campionamento della statistica test è divisa in due regioni, chiamate di rifiuto e di accettazione e sono delimitate da uno o più valori, detti valori critici. La prima regione corrisponde all'insieme dei valori di una statistica test che conducono al rifiuto dell'ipotesi nulla, mentre la seconda alla sua accettazione.

Se la statistica test calcolata in base ai dati disponibili assume un valore che cade nella regione di rifiuto, l'ipotesi nulla deve essere rifiutata, mentre se cade all'interno della regione di accettazione, questa non può essere rifiutata.

La regione di rifiuto può essere vista come l'insieme dei valori della statistica test che non è probabile che si verifichino quando l'ipotesi nulla è vera, mentre è probabile che si verifichino quando l'ipotesi nulla è falsa. Dunque, quando si rifiuta l'ipotesi nulla, lo si fa poiché non è probabile che sia vera.

I test di ipotesi vengono classificati in due gruppi: test a una coda (unilaterale) e test a due code (bilaterale). I test ad una coda hanno una regione di rifiuto costituita da un solo intervallo, mentre i test a due code presentano due intervalli per la regione di rifiuto.

Per stabilire la tipologia di test si usano le formulazioni delle ipotesi: test a due code se l'ipotesi alternativa presenta il segno ≠ (diverso) e ad una coda se nelle ipotesi compaiono i segni > (maggiore) oppure < (minore).

Nella verifica di ipotesi si individuano due tipi di errore: errore del primo tipo, quando l'ipotesi nulla è vera ma viene erroneamente rifiutata (la probabilità di commettere un errore di questo tipo è indicato con α), ed errore del secondo tipo, cioè quando l'ipotesi H0 è falsa ma erroneamente non viene rifiutata (la probabilità di commettere questo tipo di errore è indicato con β).

L'errore di primo tipo è un errore più grave di quello del secondo tipo, dunque la formulazione dell'ipotesi nulla deve essere fatta in modo che l'errore più grave coincida con quello del primo tipo.

	H0 vera	H0 falsa
Si rifiuta H0	Errore del primo tipo con probabilità α	Decisione corretta
Si accetta H0	Decisione corretta	Errore del secondo tipo con probabilità β

Tabella 9 Schema riassuntivo degli errori di prima e seconda specie

La probabilità α di commettere un errore del primo tipo, cioè quello di rifiutare un'ipotesi nulla vera, è detta livello di significatività.

Il metodo più frequentemente usato consiste nello specificare un valore per il livello di significatività e poi indicare la regione di rifiuto che soddisfa tale valore. Solitamente si scelgono valori di α piccoli (0,01 o 0,05) a causa della gravità del tipo di errore.

Per un certo livello di significatività, il valore $(1 - \alpha) * 100$ coincide con il grado di fiducia. Quindi con un α=0,05 si è al 95% fiduciosi di prendere la decisione giusta.

Un valore di α=0,01 si prendono in considerazione quando le conseguenze di un errore del primo tipo siano gravi.

La probabilità β di commettere un errore del secondo tipo si chiama comunemente “rischio del consumatore”.

In un test di ipotesi, dopo aver calcolato il valore della statistica test necessario per eseguire la verifica, si dice p-value (o valore p) il più piccolo valore del livello di significatività α per cui i dati campionari consentono di rifiutare l’ipotesi nulla.

Un p-value quasi uguale a zero significa che si è praticamente certi di non sbagliare rifiutando l’ipotesi nulla; un suo valore dell’ordine dei soliti livelli di significatività indica che la decisione se rifiutare o no l’ipotesi nulla è critica e dipende in modo sostanziale dalla scelta del livello di significatività; un p-value maggiore dei suddetti valori indica che, a qualsiasi ragionevole livello di significatività, si sbaglia a rifiutare l’ipotesi nulla.

Per quanto riguarda la distribuzione F di Fisher - Snedecor:

Test	Livello di significatività α	Valori critici	Regione di rifiuto
Una coda	0,05	$F_{1-\alpha} = F_{0,95}$ $F_{\alpha} = F_{0,05}$	$F<F_{0,95}$ $F>F_{0,05}$

Tabella 10 Criteri di rifiuto/accettazione ipotesi nulla per distribuzione F di Fisher - Snedecor

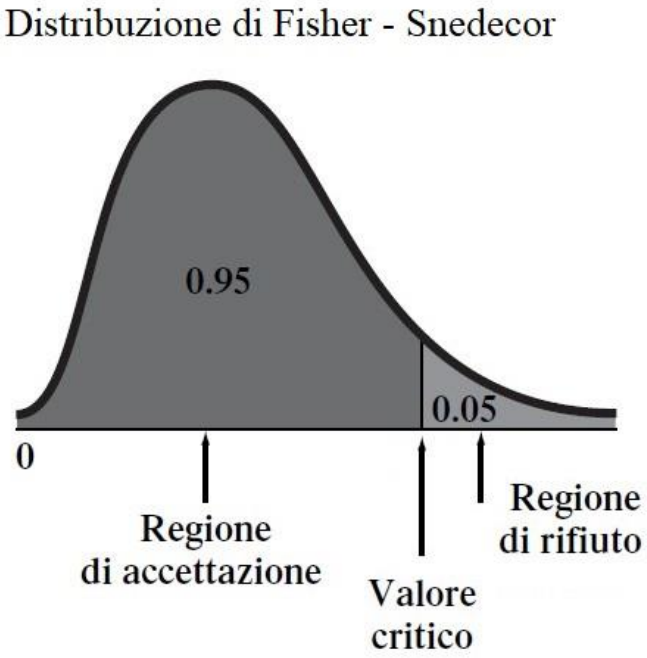

Figura 19 Distribuzione di Fisher – Snedecor con regioni di accettazione e rifiuto

Quando il valore calcolato risulta essere maggiore di quello critico, l'ipotesi nulla va rifiutata, altrimenti la si deve accettare.

Per la distribuzione T di Student:

Test	Livello di significatività α	Valori critici	Regione di rifiuto
Due code	0,05	$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0,025}$ $t_{\frac{\alpha}{2}} = -t_{0,025}$	$T > t_{0,025}$ $T < -t_{0,025}$

Tabella 11 Criteri di rifiuto/accettazione ipotesi nulla per distribuzione T di Student

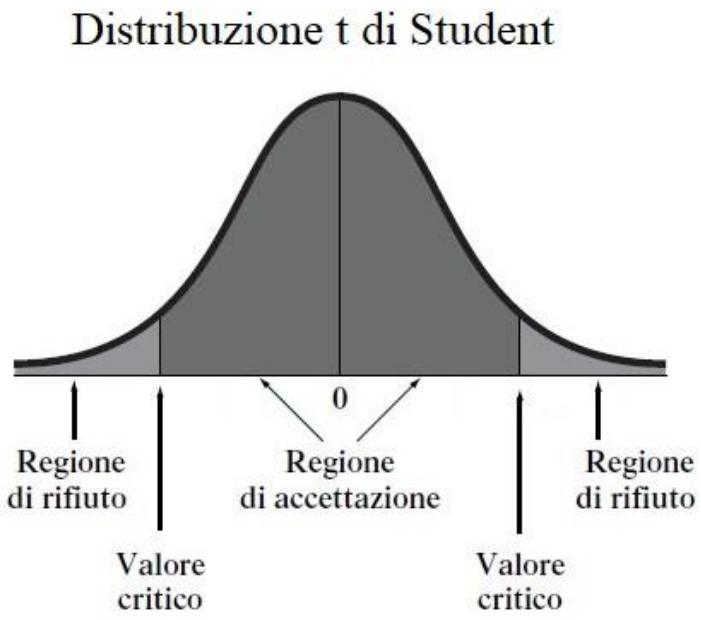

Figura 20 Distribuzione di Student con regioni di accettazione e rifiuto

Le regioni di accettazione e rifiuto sono simmetriche rispetto allo zero. Valori esterni ai valori critici definiscono la regione di rifiuto dell'ipotesi nulla.

La regione di rifiuto è formata dai campioni che contengono "abbastanza" evidenza contro H0, mentre quella di accettazione è formata dai campioni che non contengono "abbastanza" evidenza contro H0. Queste due regioni dividono in due (o in tre quando si tratta di un test a due code) lo spazio campionario, consentendo di prendere una decisione (rifiuto o non rifiuto dell'ipotesi nulla) qualunque sia il campione osservato.

Le conclusioni alle quali si arriva dipendono dal livello di significatività, che può essere scelto a priori.

La verifica delle ipotesi può essere applicata nell'ambito della regressione lineare multipla per testare la significatività statistica del modello nel suo insieme (globalmente) mediante il test F di Fisher e dei singoli predittori all'interno del modello stesso con il test t di Student.

7.2. Test F globale sul modello

Il Test F viene eseguito per cercare l'esistenza di un legame effettivo tra la variabile dipendente e le variabili indipendenti. Si formulano due ipotesi: la prima, chiamata ipotesi nulla, afferma che tutti i coefficienti β del modello di regressione siano nulli; l'ipotesi alternativa afferma che almeno uno dei coefficienti risulta essere diverso da zero. Si imposta un test a due code: l'ipotesi nulla viene rigettata se, ad un prefissato livello di significatività α (0,01 o 0,05) la F calcolata sui dati a disposizione risulta essere maggiore del valore di $F_\alpha(q, n-q-1)$

La F per il test si calcola nel seguente modo:

$$F = \frac{\frac{RSS}{q}}{\frac{ESS}{n-q-1}}$$

Si riportano la F calcolata, il valore della F della distribuzione di Fisher-Snedecor per un livello di significatività $\alpha = 0{,}05$ con q e n-q-1 gradi di libertà e il p-value corrispondente.

F calcolata	$F_{(0,05),6,384}$	p-value
589.9006	2.4412	2.4641e-190

Tabella 12 Valori del test F per il modello globale e p-value

Il valore calcolato risulta essere molto maggiore del valore tabulato, inoltre il p-value risulta essere piccolissimo. Dunque, si può affermare con una certa decisione che l'ipotesi nulla va rifiutata e va accettata quella alternativa (cioè che almeno uno dei coefficienti della regressione risulti essere diverso da zero).

7.3. Test t su ciascun coefficiente

Il test t viene utilizzato per cercare l'esistenza di un legame lineare tra la variabile dipendente Y e il singolo regressore X_i. Si fa un test per ciascuna variabile indipendente per vedere quali danno un contributo significativamente valido al modello e quali no (si potrà successivamente pensare di eliminare le variabili non significative dal modello stesso). L'ipotesi nulla afferma che il coefficiente β_i stimato sia nullo, cioè il modello migliore non ha bisogno di includere la variabile indipendente associata a tale coefficiente. Vuol dire che il modello con e senza tale variabile hanno le medesime prestazioni, quindi X_i non influisce sulla Y. L'ipotesi alternativa

afferma invece che esso sia diverso da zero, cioè che la singola variabile indipendente ha da un certo contributo nella spiegazione di quella dipendente. Anche per questo test d'ipotesi utilizziamo il test a due code: l'ipotesi nulla viene rigettata se, sempre fissando un certo livello α, la t calcolata sui dati risulti cadere nell'intervallo di rifiuto $T < -t_{\frac{\alpha}{2}} \cup T > t_{\frac{\alpha}{2}}$.

essere maggiore del valore della t di Student tabulata in corrispondenza di n-q-1 gradi di libertà.

Il valore della t si trova nel seguente modo:

$$T = \frac{\beta_i}{\sqrt{MSE \cdot c_{ii}}}$$

In cui c_{ii} è l'i-esimo elemento sulla diagonale della matrice $(X'X)^{-1}$ e MSE rappresenta l'errore quadratico medio del modello, definito come: $MSE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} e_i^2$.

Viene di seguito riportata la Tab. 13 in cui appaiono le T calcolate per ciascun coefficiente β_i della regressione, l'intervallo di rifiuto dell'ipotesi nulla e il corrispondente p-value.

Variabile	Valore t calcolata	Intervallo di rifiuto ipotesi nulla	p-value
Intercetta	155.4047	Valori inferiori a -1,9661 e valori superiori a 1,9661	0
EngDispl	29.0694		4.852e-99
PEratio	4.0147		7.1594e-5
EM1Power	-6.6398		1.0746e-10
EM1SpRatio	1.8723		0.0619
FDSpRatio	49.6296		3.8648e-169
CrateDis_max	-3.9671		8.6808e-5

Tabella 13 Valori per il test t sui singoli coefficienti di regressione e rispettivi p-value

Come si può osservare, per quasi tutte le variabili indipendenti il valore della T calcolata rientra nella zona di rifiuto dell'ipotesi nulla; osservando anche che i p-value assumono dei valori prossimi allo zero, l'ipotesi nulla va rifiutata con un'elevata evidenza statistica. Queste variabili quindi vanno mantenute nel modello di regressione in quanto statisticamente significative nella spiegazione della variabile dipendente.

Per quanto riguarda invece EM1 speed ratio, il valore della T calcolata rientra nella regione d'accettazione dell'ipotesi nulla e il p-value assume per tutte valori piuttosto distanti dallo zero, dunque l'ipotesi nulla non può essere rifiutata; il coefficiente trovato non è

significativamente diversi da zero, non ha superato la verifica dei test d'ipotesi, dunque è legittimo pensare di eliminare la variabile.

8. Analisi dei residui

Un ulteriore strumento utile per controllare a posteriori la bontà di un modello di regressione multipla lineare è rappresentato dall'analisi dei residui. Vengono utilizzati diversi grafici nei quali i residui sono riportati in funzione sia dei valori della variabile dipendente stimati dal modello, sia in funzione di ciascuna variabile indipendente. In questo modo si può capire se il modello presenta delle criticità: infatti, se i residui si dispongono in maniera casuale e presentano una forma disordinata, sono ragionevolmente degli errori di tipo casuale e dunque il modello utilizzato va bene; quando invece presentano uno schema preciso, significa che il modello non riesce a catturare la vera struttura dei dati e potrebbero esserci delle violazioni alle ipotesi di linearità e/o di omoschedasticità (la quale afferma che tutte le osservazioni hanno la medesima varianza). L'ipotesi di linearità viene violata quando si è in presenza di strutture a "U" dei residui, che indicano l'inadeguatezza del modello lineare nel rappresentare l'andamento della variabile di controllo (sia essa quella dipendente o una delle indipendenti), poiché di creano zone in cui i punti vengono sovrastimati, poi sottostimati e infine nuovamente sovrastimati. Tale problema può essere risolto applicando delle trasformazioni alle variabili eventualmente critiche.

La violazione dell'ipotesi di omoschedasticità avviene invece quando l'andamento dei residui presenta una divergenza al crescere dei valori della variabile di controllo.

Per comodità i residui vengono standardizzati, in modo da avere media nulla, varianza unitaria e far sì che la loro distribuzione segua quella della normale standard.

Idealmente i residui standardizzati si dovrebbero disporre intorno allo zero in valori compresi tra ± 2. Valori superiori al 3 possono indicare la presenza di osservazioni anomale o aberranti (*outlier*).

È riportato in Fig. 21 il grafico dei residui standardizzati in funzione delle stime prodotte dal modello:

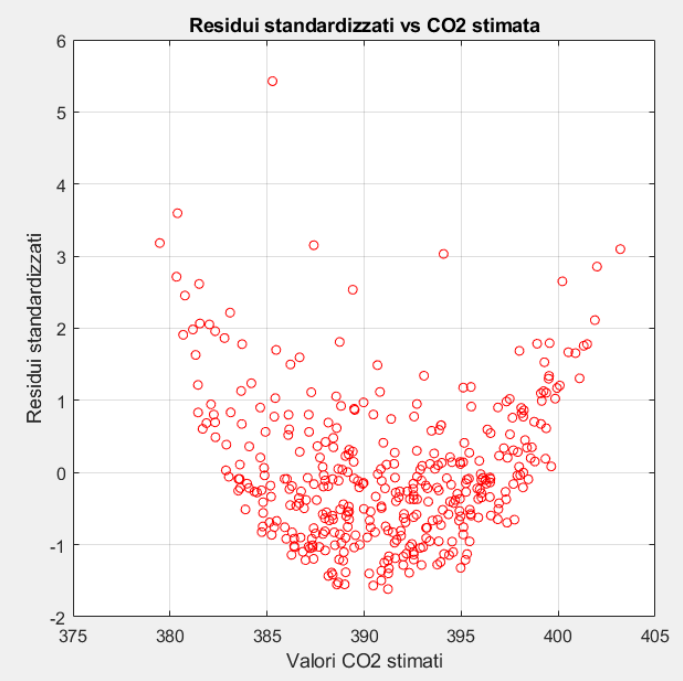

Figura 21 Valori dei residui standardizzati in funzione delle Y stimate dal modello

Si può osservare che i residui non si dispongono in maniera casuale attorno allo zero rispetto alle stime del modello, ma anzi la struttura è a "U" tipica di una violazione dell'ipotesi di linearità. Si cerca dunque di individuare quelle che sono le variabili sulle quali dover effettuare delle trasformazioni.

Di seguito vengono riportati i grafici dei residui standardizzati in funzione di ciascuna variabile esplicativa.

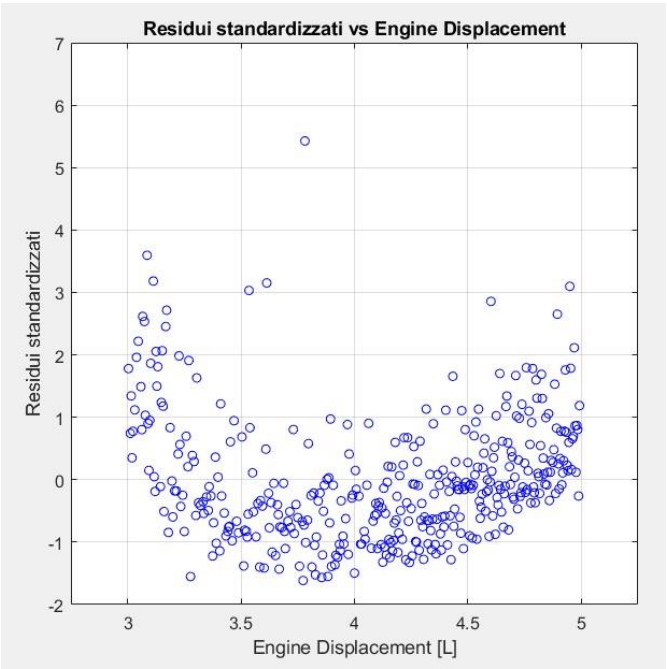

Figura 22 Residui standardizzati in funzione della cilindrata del motore termico

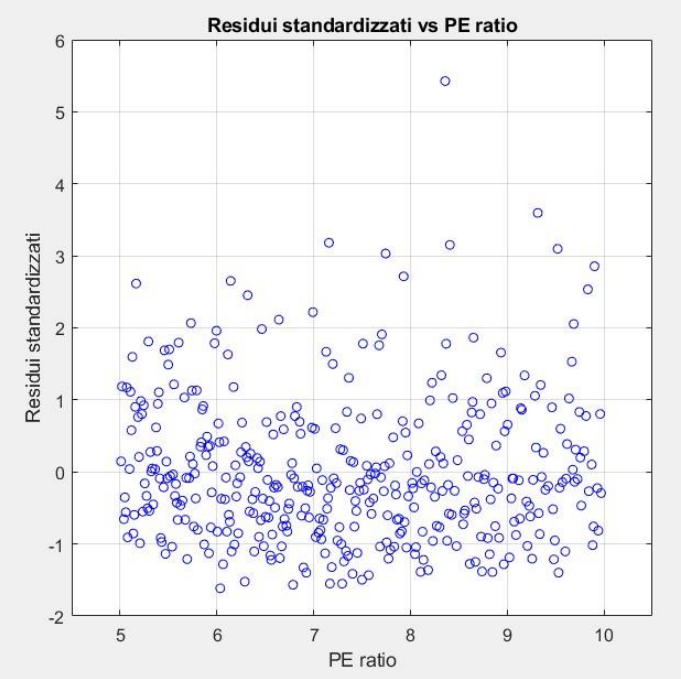

Figura 23 Residui standardizzati in funzione del PE ratio

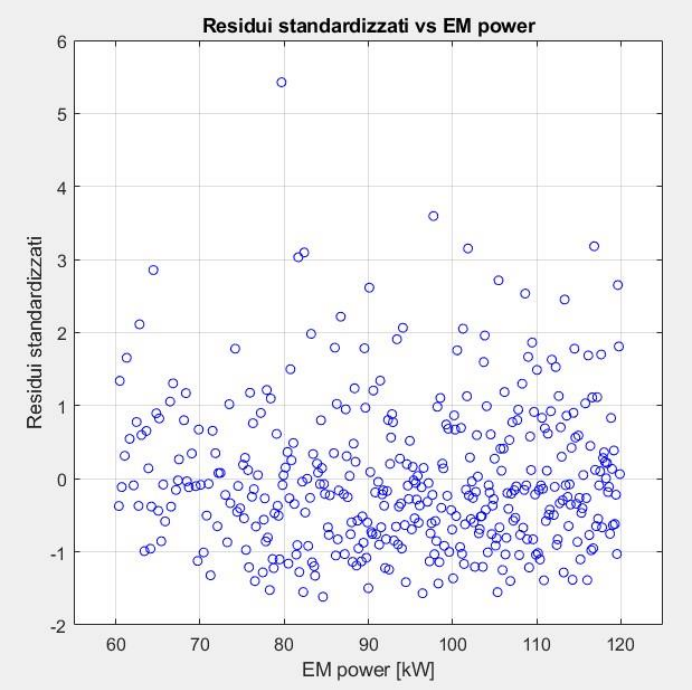

Figura 24 Residui standardizzati in funzione della potenza del motore elettrico

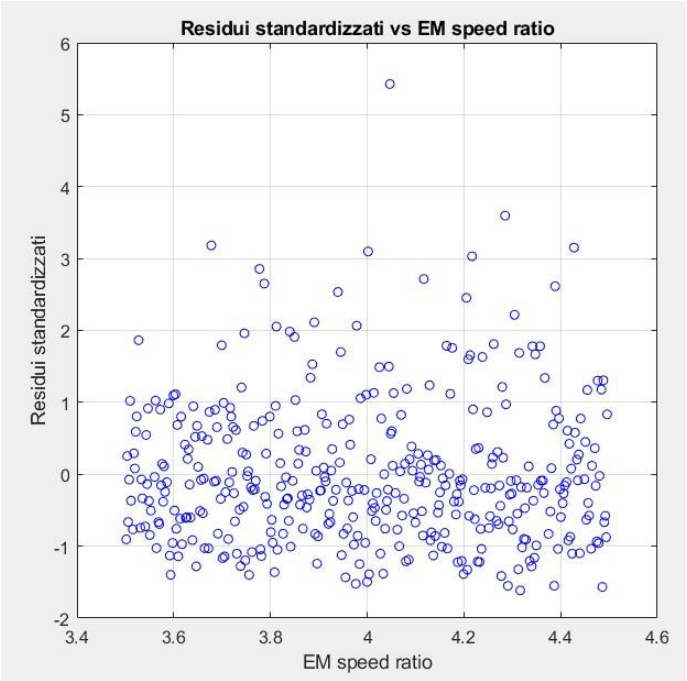

Figura 25 Residui standardizzati in funzione del rapporto di tasmissione della macchine elettrica

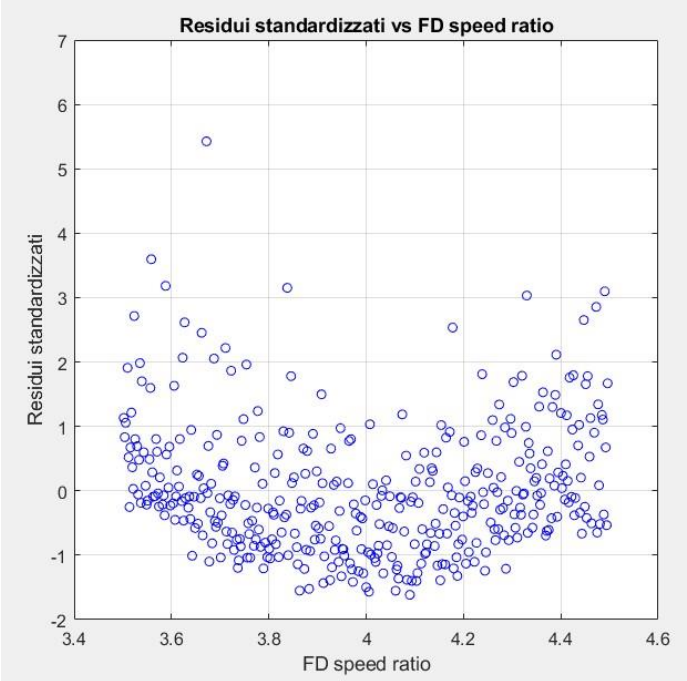

Figura 26 Residui standardizzati in funzione del rapporto di trasmissione al ponte

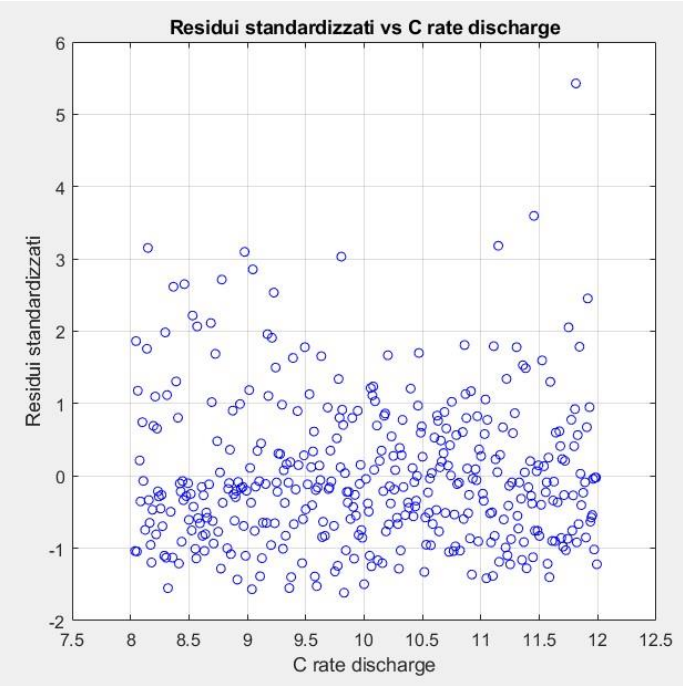

Figura 27 Residui standardizzati in funzione del C rate in scarica

Le variabili "incriminate" risultano essere la cilindrata del motore termico (EngDispl) e il rapporto di trasmissione del differenziale (FDSpRatio), le variabili che nel modello influenzano i risultati in maniera maggiore.

Sono stati considerati diversi modelli, sempre fondamentalmente lineari, i quali però comprendevano la trasformazione delle suddette variabili esplicative.

8.1. Trasformazioni possibili e relativi modelli

Di seguito è riportato l'elenco dei nuovi modelli che sono stati presi in considerazione e analizzati:

- Il primo tentativo è stato quello di inserire nella matrice dei dati, nelle rispettive colonne i valori elevati al quadrato:

  $$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1}^2 + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_4 X_{i4} + \beta_5 X_{i5}^2 + \beta_6 X_{i6} + \varepsilon_i. \quad (1)$$

- Un nuovo tentativo è stato svolto considerando sia i termini quadratici che quelli lineari:

  $$Y_i = \beta_0 + \beta_1 (X_{i1} + X_{i1}^2) + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_4 X_{i4} + \beta_5 (X_{i5} + X_{i5}^2) + \beta_6 X_{i6} + \varepsilon_i. \quad (2)$$

- Sono state considerate le variabili come se fossero dei cubi con il seguente modello

  $$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1}^3 + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_4 X_{i4} + \beta_5 X_{i5}^3 + \beta_6 X_{i6} + \varepsilon_i. \quad (3)$$

  E successivamente:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1(X_{i1} + X_{i1}^2 + X_{i1}^3) + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_4 X_{i4} + \beta_5(X_{i5} + X_{i5}^2 + X_{i5}^3) + \beta_6 X_{i6} + \varepsilon_i. \quad (4)$$

- È stato inoltre considerato un modello con una trasformazione semi logaritmica per le due variabili, del tipo:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{i1}) + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_4 X_{i4} + \beta_5 \ln(X_{i5}) + \beta_6 X_{i6} + \varepsilon_i. \quad (5)$$

- L'ultimo modello preso in considerazione è stato quello con delle trasformazioni semi esponenziali:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 e^{X_{i1}} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_4 X_{i4} + \beta_5 e^{X_{i5}} + \beta_6 X_{i6} + \varepsilon_i. \quad (6)$$

Di seguito vengono riportati i grafici dei residui rispetto alle due variabili trasformate:

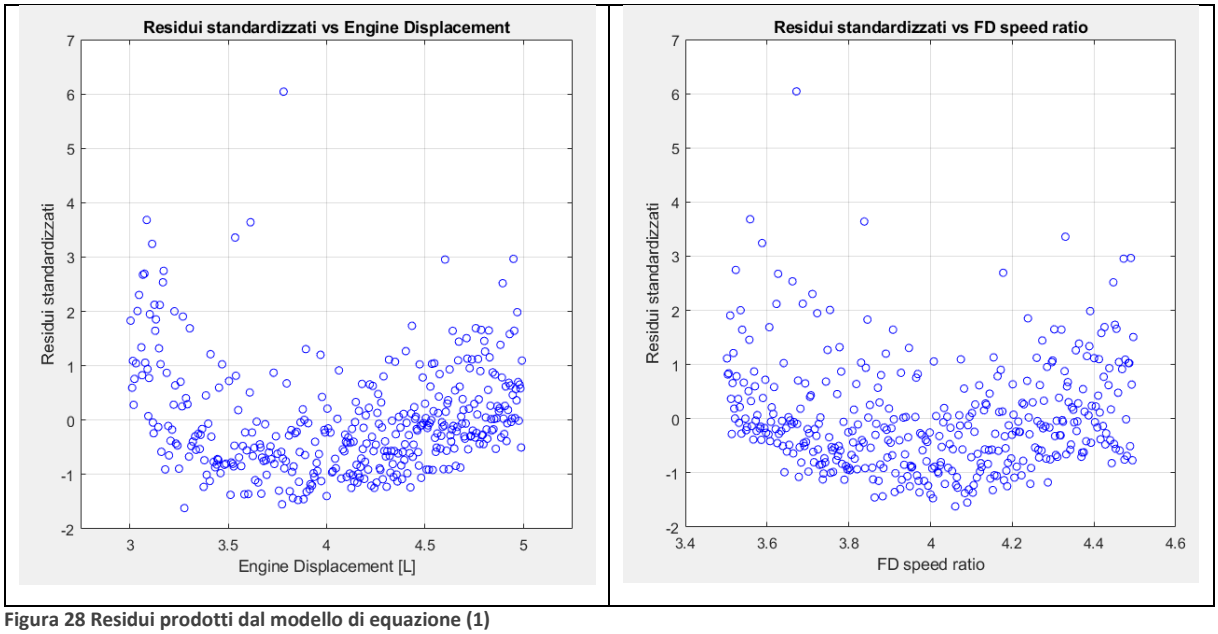

Figura 28 Residui prodotti dal modello di equazione (1)

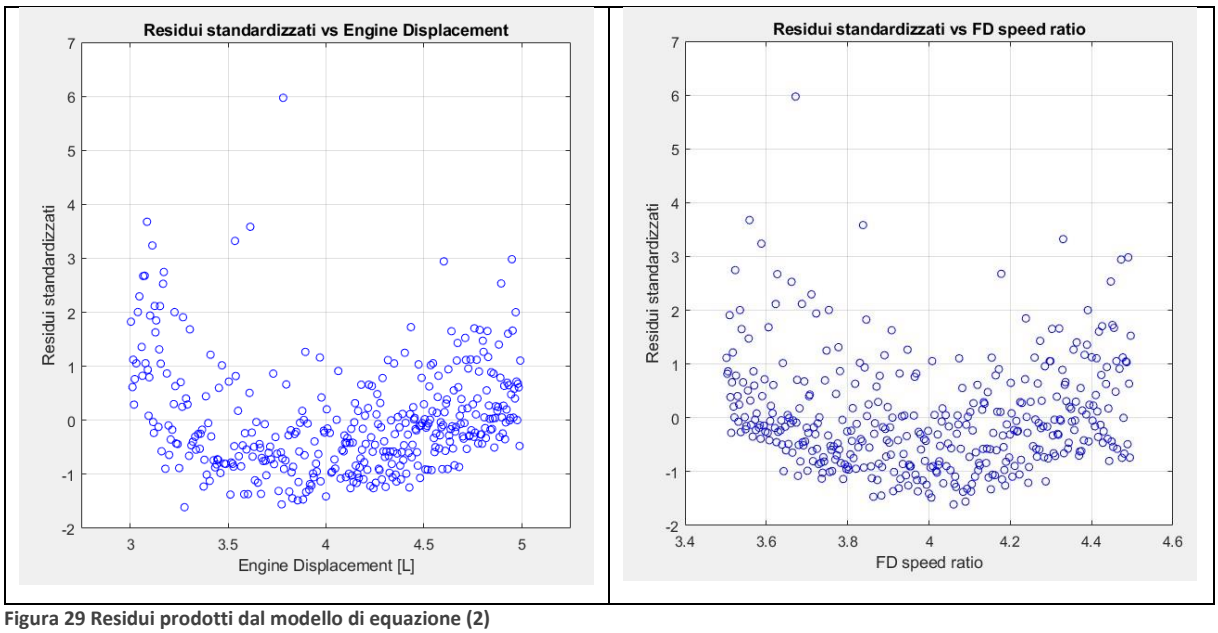

Figura 29 Residui prodotti dal modello di equazione (2)

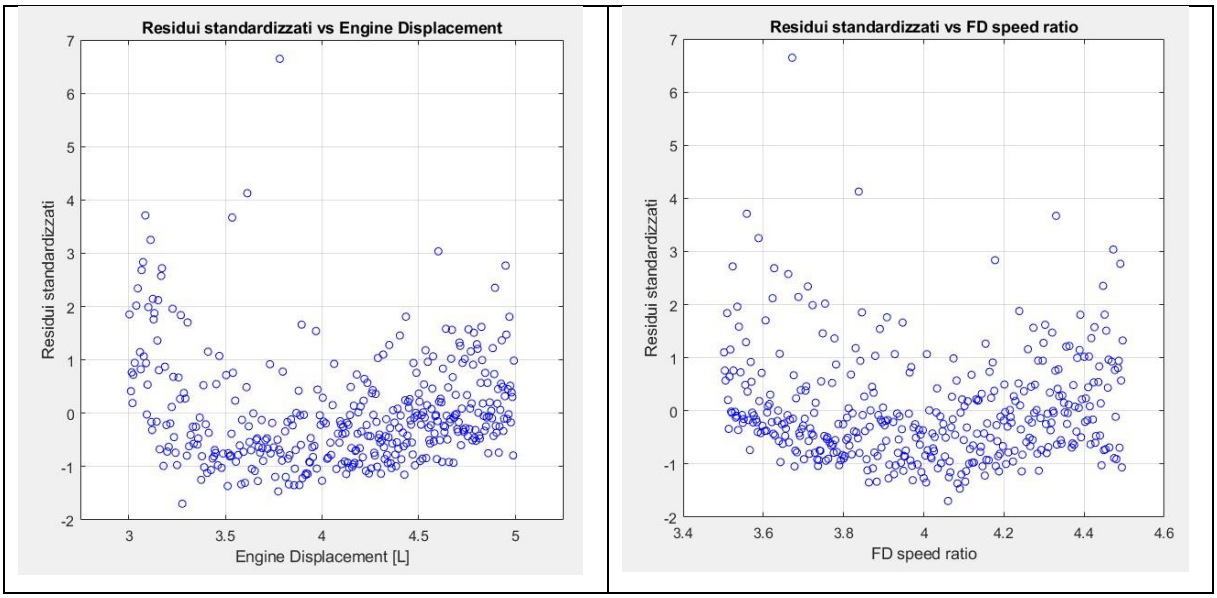

Figura 30 Residui prodotti dal modello di equazione (3)

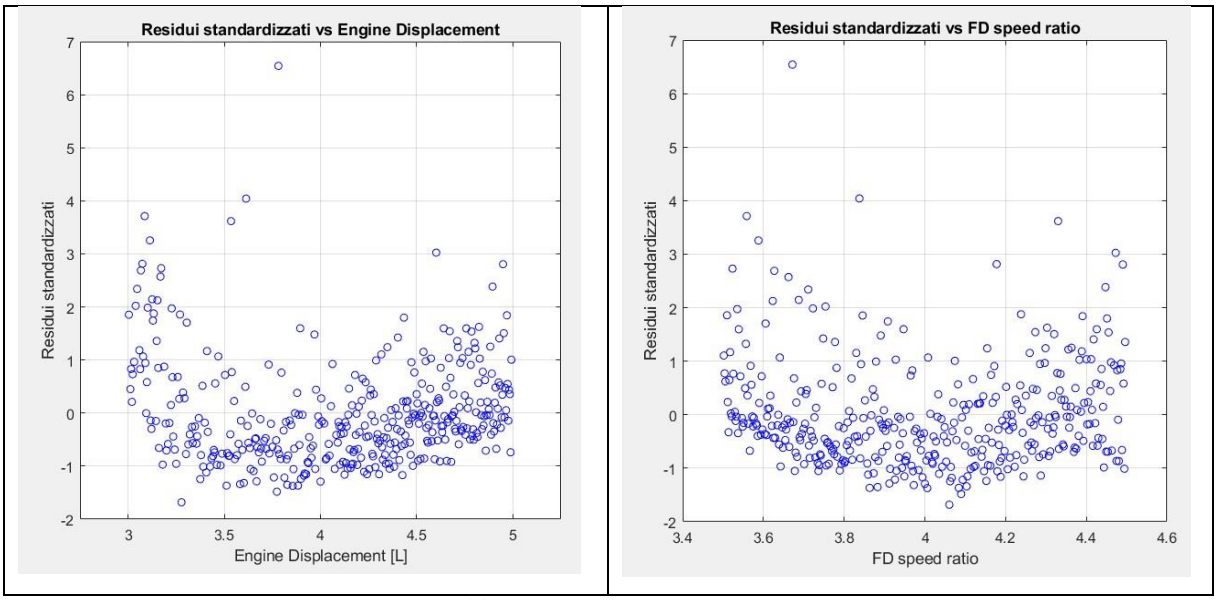

Figura 31 Residui prodotti dal modello di equazione (4)

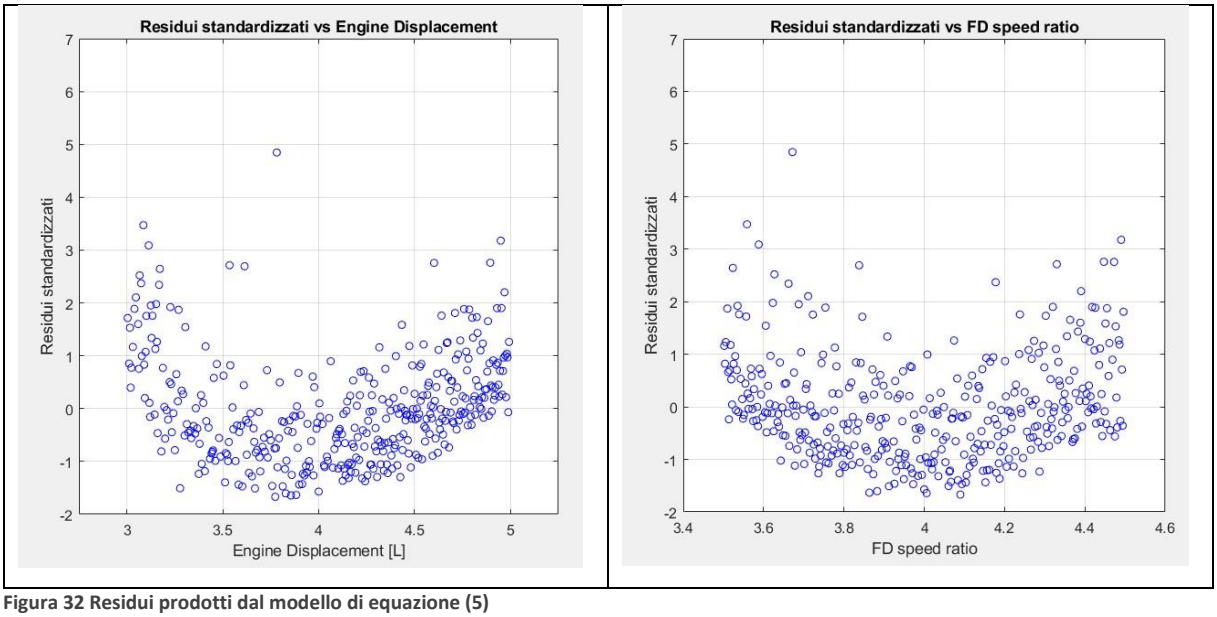

Figura 32 Residui prodotti dal modello di equazione (5)

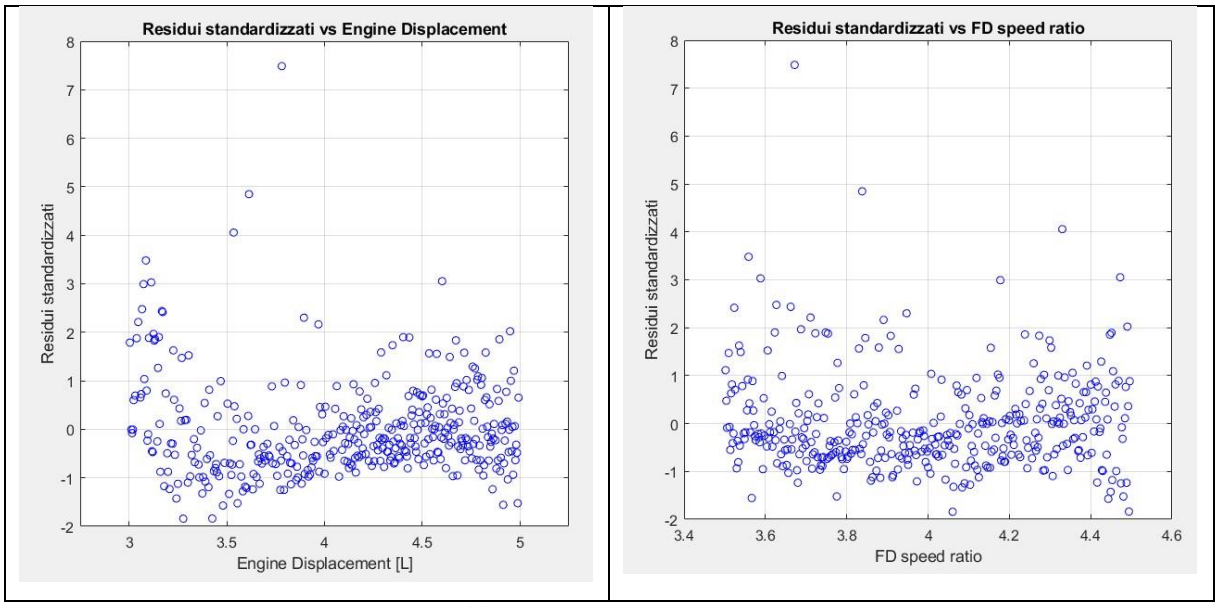

Figura 33 Residui prodotti dal modello di equazione (6)

Mentre per quanto riguarda la variabile FDSpRatio l'andamento dei residui migliora sensibilmente grazie ad una trasformazione di tipo esponenziale, si verifica un modesto miglioramento sulla cilindrata del motore termico (EngDispl) che però mette in evidenza due andamenti dei residui abbastanza distinti tra loro e con valore discriminante intorno a 3,7 L.

Si decide dunque di studiare due modelli separati utilizzando come discriminante proprio il valore di cilindrata del motore: per il primo sono state utilizzate 109 osservazioni mentre per il secondo 282, dunque entrambi hanno una numerosità sufficientemente grande da garantire un'adeguata precisione nella stima dei parametri.

Avendo effettuato questa separazione per la variabile Engdispl, il modello utilizzato prevede la sola trasformazione esponenziale della FDSSpRatio:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_4 X_{i4} + \beta_5 e^{X_{i5}} + \beta_6 X_{i6} + \varepsilon_i.$$

Si procede nuovamente all'analisi dei residui:

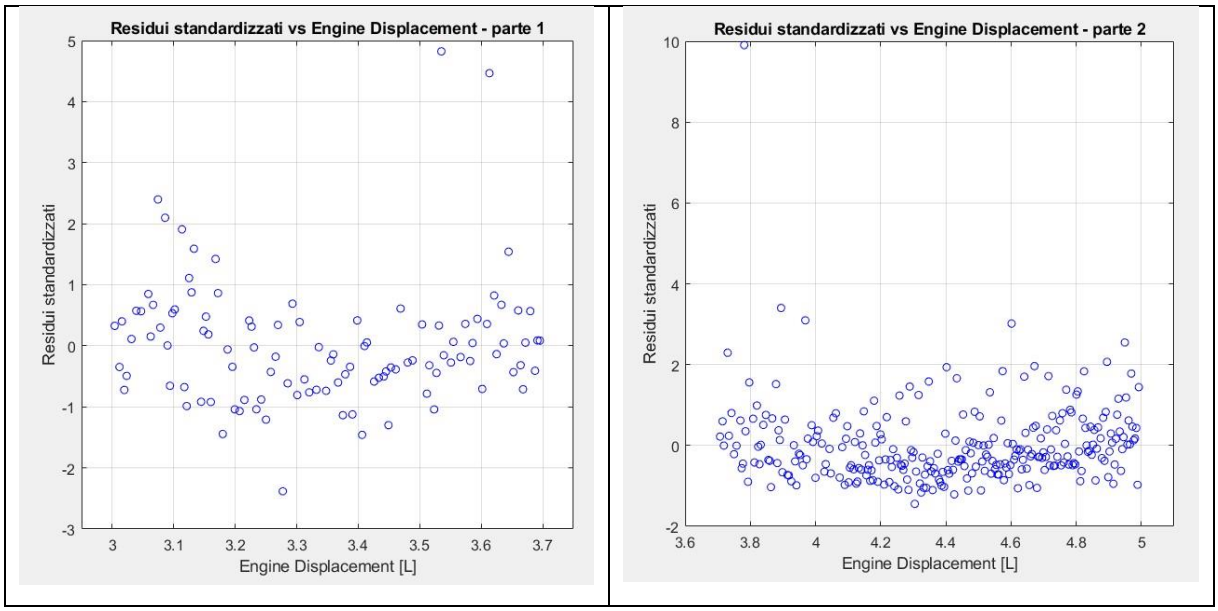

Figura 34 Residui standardizzati in funzione della cilindrata del motore termico per entrambe le parti del modello

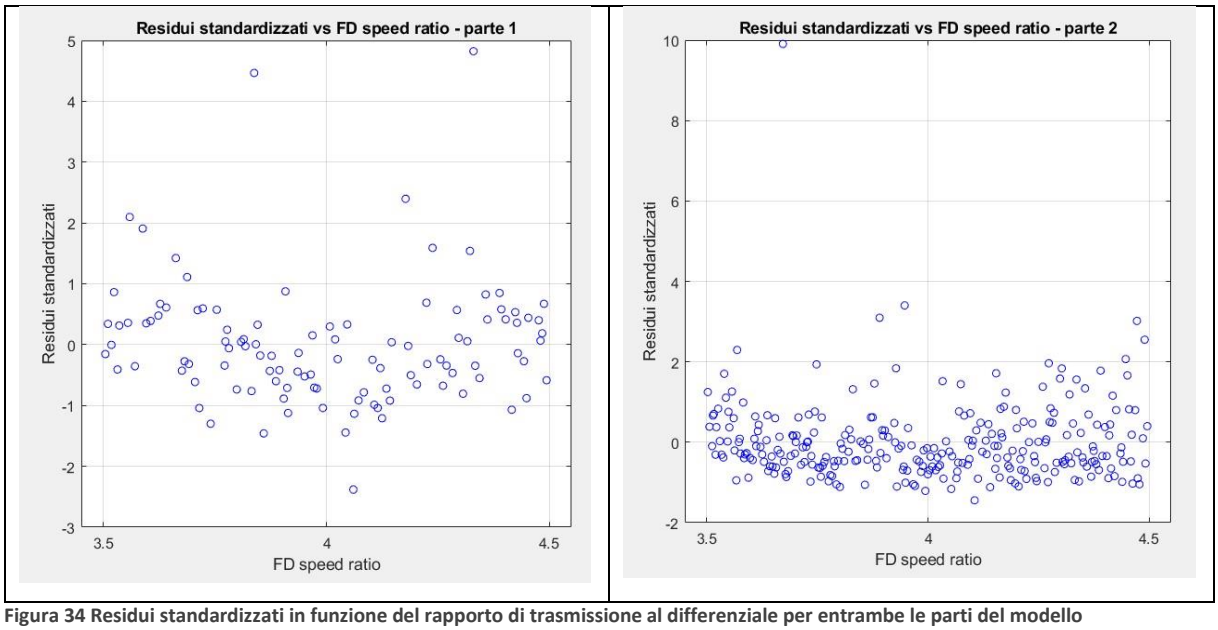

Figura 34 Residui standardizzati in funzione del rapporto di trasmissione al differenziale per entrambe le parti del modello

Si riportano anche i grafici in cui i residui standardizzati vengono posti in funzione dei valori stimati dai modelli e quelli in cui la CO2 osservata è confrontata con quella stimata.

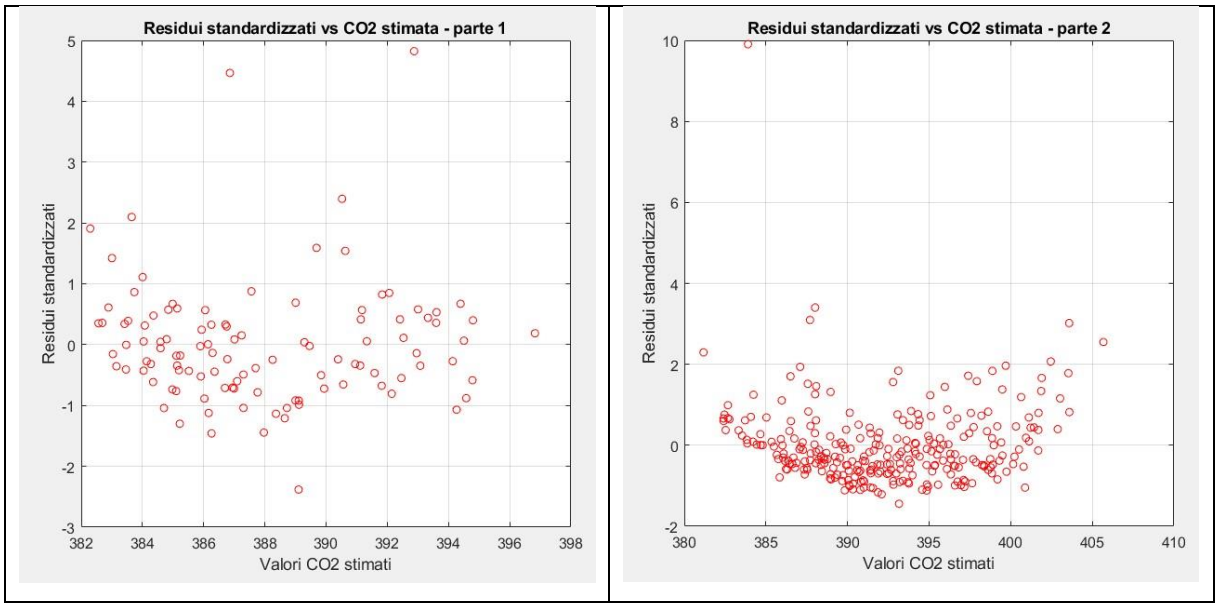

Figura 35 Residui standardizzati in funzione delle previsioni del modello per entrambe le sue parti

Appare evidente che in entrambi i modelli si adattino in maniera migliore rispetto a quello inizialmente utilizzato, infatti i residui standardizzati risultano essere disposti in maniera più casuale attorno allo zero senza la marcata struttura a forma di U.

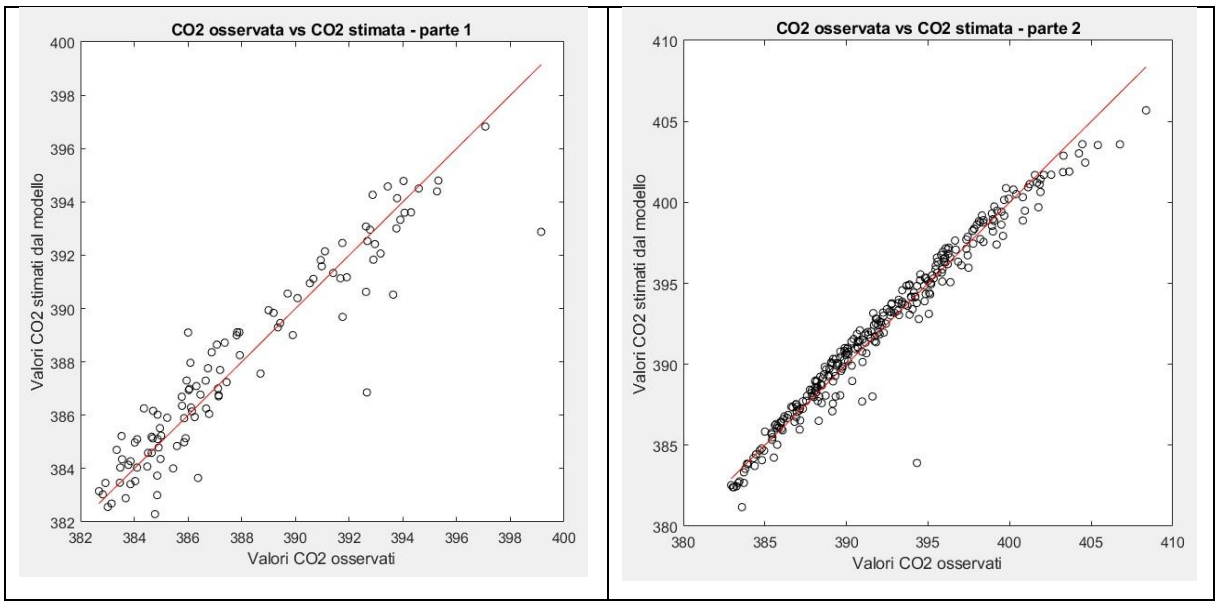

Figura 36 Confronto tra i Valori di CO2 stimati e osservati per entrambe le parti del modello

I due grafici in Fig. 36 e quello in Fig. 37 mostrano un confronto tra i valori stimati dai modelli e quelli osservati, cioè i risultati delle simulazioni: rispetto al modello singolo e totalmente lineare, i valori approssimano molto bene la bisettrice del primo e terzo quadrante.

In comune si ha una certa tendenza dei modelli a sottostimare i risultati per valori di anidride carbonica superiore ai 400 *g/100km*.

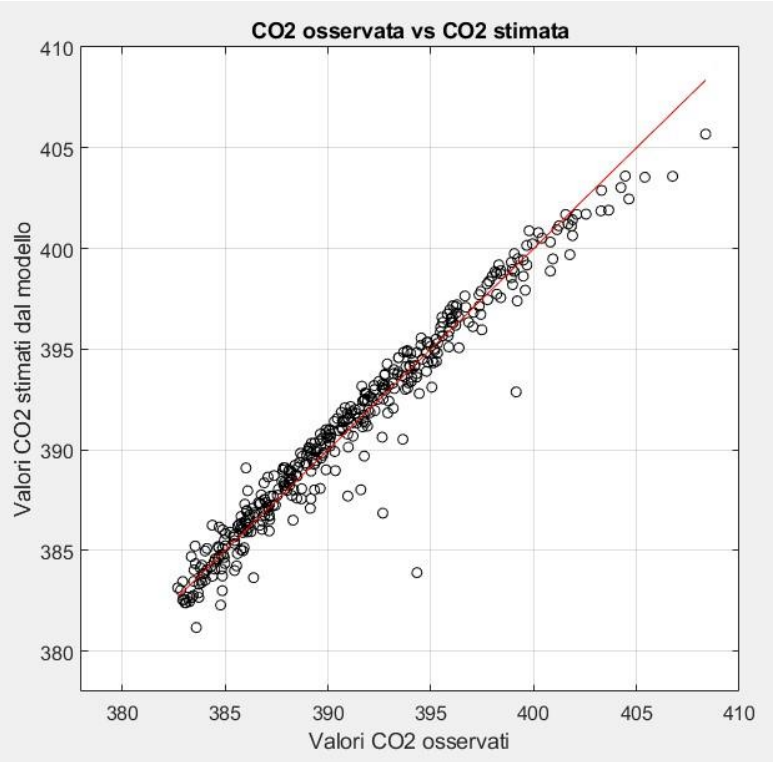

Figura 37 Confronto tra i Valori di CO2 stimati e osservati complessivamente

Si rende ora necessario, dopo aver osservato e apprezzato i risultati grafici, procedere per una via più rigorosa ed oggettiva, che prevede l'utilizzo dell'indice di determinazione, l'analisi della multicollinearità, i test d'ipotesi del modello e dei vari coefficienti ed infine l'identificazione degli eventuali dati anomali.

Coefficienti della regressione

Si riportano i coefficienti ottenuti dal modello con i rispettivi errori standard:

	Parte 1		Parte 2	
Coefficiente	Valore	SE	Valore	SE
β_0	380,3030	3,0576	349,9038	1,3975
β_1	-0,8965	0,6062	6,5053	0,1789
β_2	0,2103	0,0974	0,1998	0,0441
β_3	-0,0313	0,0106	-0,0317	0,0038
β_4	1,0460	0,4429	0,1893	0,2154
β_5	0,2162	0,0075	0,2754	0,0038
β_6	-0,4251	0,1100	-0,1138	0,0550

Tabella 14 Valori dei coefficienti di regressione e rispettivi errori standard per le due parti del modello

Indice di determinazione lineare

Come già visto precedentemente, l'indice di determinazione lineare fornisce un valore oggettivo sulla bontà di adattamento del modello al fenomeno che si vuole cercare di spiegare. Per entrambi i modelli utilizzati vengono di seguito riportati tali valori:

Parte 1	R^2	0,8854
	R^2_{adj}	0,8787
Parte 2	R^2	0,9605
	R^2_{adj}	0,9596

Tabella 15 Coefficienti di determinazione lineare per le de parti del modello

I valori ottenuti, per la parte 1 circa 88% mentre per la 2 si è intorno al 96%, indicano che il modello utilizzato spiega la quasi totalità della variabile dipendente. Tale risultato numerico conferma quanto già precedentemente intuito grazie al controllo visivo delle Figg. 36 e 37.

Test d'ipotesi

Considerando il modello con una cilindrata inferiore ai 3,7 *L*, il numero di dati a disposizione sono 109, dunque i valori critici per il test F globale con k=6 e n-k-1=102 gradi di libertà e per i test dei singoli coefficienti T con 102 gdl sono, rispettivamente:

$F_{6,102}$	2,1888
T_{102}	-1,9835 e +1,9835

Tabella 16 Valori critici per i test F e T – parte prima

Si rifiuta l'ipotesi nulla per valori della F superiori a 2,1888 e per valori della T esterni all'intervallo [-1,9835 +1,9835].

Vengono riportati di seguito i risultati per questa prima parte del nuovo modello:

Tabella 17 Valori calcolati per i test e risultati – parte prima

Coeffiiente	Valore calcolato	Significatività	p-value
$F_{globale}$	131,3532	Si	1,1284e-45
β_0	124,3782	Si	0
β_1	-1,4789	No	0,1422
β_2	2,1593	Si	0,0332
β_3	-2,9434	Si	0,0040
β_4	2,3619	Si	0,0201
β_5	28,7827	Si	0

β_6	-3,8640	Si	1,9625e-4

Mentre per la seconda parte, in cui si hanno 282 osservazioni, i valori sono:

$F_{6,275}$	2,1316
T_{275}	-1,9686 e +1,9686

Tabella 18 Valori critici per i test F e T – parte seconda

Si riportano i risultati per la seconda parte del nuovo modello:

Coeffiiente	Valore calcolato	Significatività	p-value
$F_{globale}$	1,1146e3	Si	9,4903e-190
β_0	250,3754	Si	0
β_1	36,3707	Si	0
β_2	4,5321	Si	8,7181e-6
β_3	-8,4283	Si	1,9984e-15
β_4	0,8791	No	0,3801
β_5	71,9068	Si	0
β_6	-2,0689	Si	0,0395

Tabella 19 Valori calcolati per i test e risultati – parte seconda

In base ai valori delle precedenti tabelle, si può affermare che entrambi i modelli siano statisticamente significativi rifiutando l'ipotesi nulla.

Passando ad analizzare le singole variabili, invece ci si accorge che nella parte 1 per la variabile EngDispl non sia possibile rifiutare l'ipotesi nulla, quindi si tratta di una variabile statisticamente non significativa e potrà essere eliminata dal modello. Questo è dovuto al fatto che la sua variabilità sia molto limitata dall'utilizzo di due modelli distinti.

Nella parte 2, invece, come già era accaduto al modello iniziale, la variabile EMSpRatio risulta non essere significativa, non contribuisce alla spiegazione della variabile dipendente e quindi può essere eliminata dal modello per renderlo meno complesso.

Viene dunque effettuata una nuova stima dei coefficienti considerando un minor numero di variabili. Si vanno ad osservare gli indici di determinazione e si effettuano nuovamente le verifiche ai test d'ipotesi. Di seguito viene riportato quanto emerso:

Parte 1	R^2	0,8831
	R^2_{adj}	0,8774
Parte 2	R^2	0,9604

	R^2_{adj}	0,9597

Tabella 20 Coefficienti di determinazione lineare dopo aver eliminato le variabili non significative

Dunque, nonostante per entrambe le parti sia stata eliminata una variabile, i coefficienti di determinazione sono rimasti praticamente invariati, segno evidente che i regressori omessi erano ininfluenti.

Per i test d'ipotesi con, 5 e 103 gdl, la F critica assume il valore di 2,3026 , mentre per la T con 103 gdl i valori critici sono -1,9833 e +1,9833:

Coeffiiente	Valore calcolato	Significatività	p-value
$F_{globale}$	155,6328	Si	2,3499e-46
β_0	154,6146	Si	0
β_2	2,2590	Si	0,0260
β_3	-2,9808	Si	0,0036
β_4	2,3412	Si	0,0211
β_5	28,4922	Si	0
β_6	-4,0860	Si	8,7055e-5

Tabella 21 Valori calcolati per i test e risultati dopo aver eliminato le variabili non significative– parte prima

Per la seconda parte invece, la F ha 5 e 276 gdl, il cui valore critico è 2,2467 , mentre per la T i valori sono -1,9686 e +1,9686.

Coeffiiente	Valore calcolato	Significatività	p-value
$F_{globale}$	1,3386e3	Si	3,5913e-191
β_0	307,8821	Si	0
β_1	36,3979	Si	0
β_2	4,5171	Si	9,3013e-6
β_3	-8,4175	Si	12,2204e-15
β_5	71,8203	Si	0
β_6	-2,0446	Si	0,0418

Tabella 22 Valori calcolati per i test e risultati dopo aver eliminato le variabili non significative– parte seconda

Per questa nuova regressione tutti i coefficienti risultano statisticamente significativi.

Si procede quindi all'individuazione di eventuali punti anomali (outlier).

8.2. Leverage

Ricordando la matrice H (vai a scriverla anche nel modello):$H = X(X^TX)^{-1}X^T$

Gli elementi che si dispongono sulla sua diagonale principale $H_{ii} = h_i$ rappresentano il leverage di ciascuna osservazione, una misura dell'influenza di ciascun punto sul modello. Un alto valore di leverage è causato da una posizione un po' estrema di quell'osservazione rispetto alle altre. I dati con alto leverage possono essere molto importanti nella stima del modello.

Risulta interessante osservare un grafico in cui vengono riportati in ascissa i valori di Leverage e in ordinata i residui standardizzati:

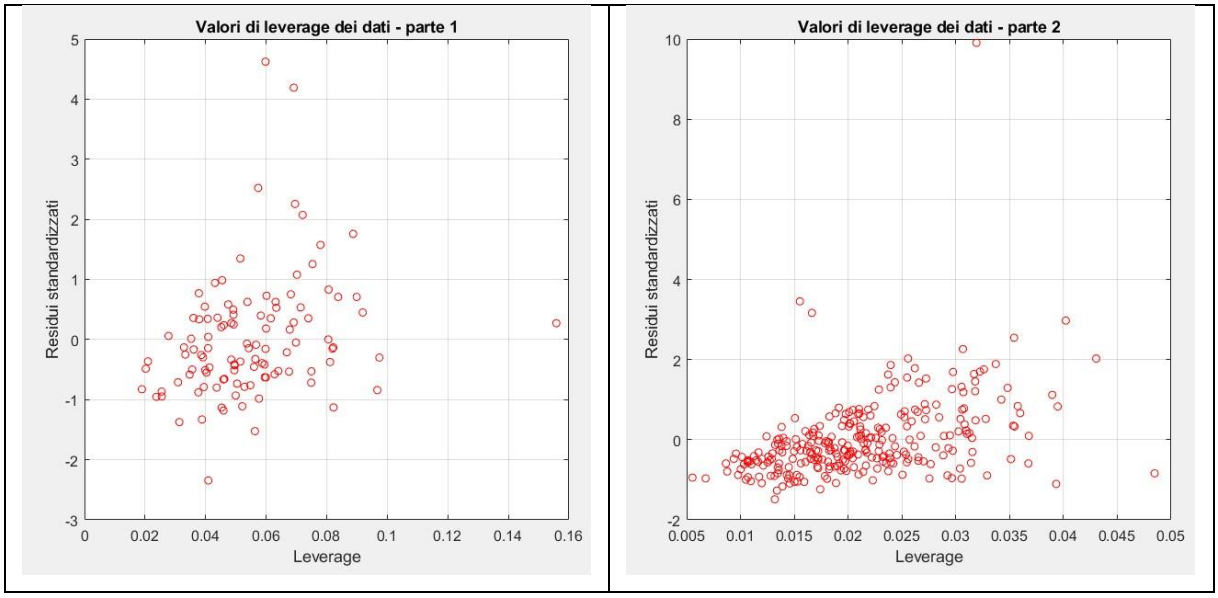

Figura 38 valori di Leverage per le due parti del modello

I valori dei Leverage della parte 1 sono più alti rispetto a quelli della parte 2, ma questo è dovuto al fatto che si tiene conto della numerosità dei campioni, quindi quando le osservazioni risultano essere in numero minore, ciascun dato avrà nel complesso un peso maggiore, mentre all'aumentare delle osservazioni, l'influenza di ognuna va via via diminuendo.

Nelle due immagini mostrate è possibile identificare visivamente dei dati che si discostano dalla nuvola in cui sono presenti la quasi totalità delle osservazioni. Dati con residui piccoli e Leverage elevato possono essere molto influenti, quindi importanti, sulla stima del modello, mentre dati che presentano sia residui che Leverage elevati potrebbero rappresentare delle anomalie.

8.3. Distanza di Cook

Utilizzando il leverage si può quindi calcolare, per ciascun dato, la corrispettiva distanza di Cook; questa distanza misura l'influenza di ogni singola osservazione sulla stima dei coefficienti di regressione, quando il singolo caso viene rimosso dal processo di stima. Punti

con elevato leverage o elevato residuo possono andare a distorcere il risultato e l'accuratezza di un'analisi di regressione. Studiando la distanza di Cook si può facilmente capire se un dato risulta essere un outlier e dunque lo si può eliminare, oppure se va ancora considerato nei set di dati da analizzare.

La distanza di Cook si calcola nel seguente modo (utilizzando la sua formulazione col leverage):

$$D_{cook} = \frac{e_i^2}{MSE \cdot p} * \frac{h_i}{(1-h_i)^2}$$

Di seguito viene riportato il grafico con in ascissa i valori della distanza di Cook e in ordinata i residui standardizzati.

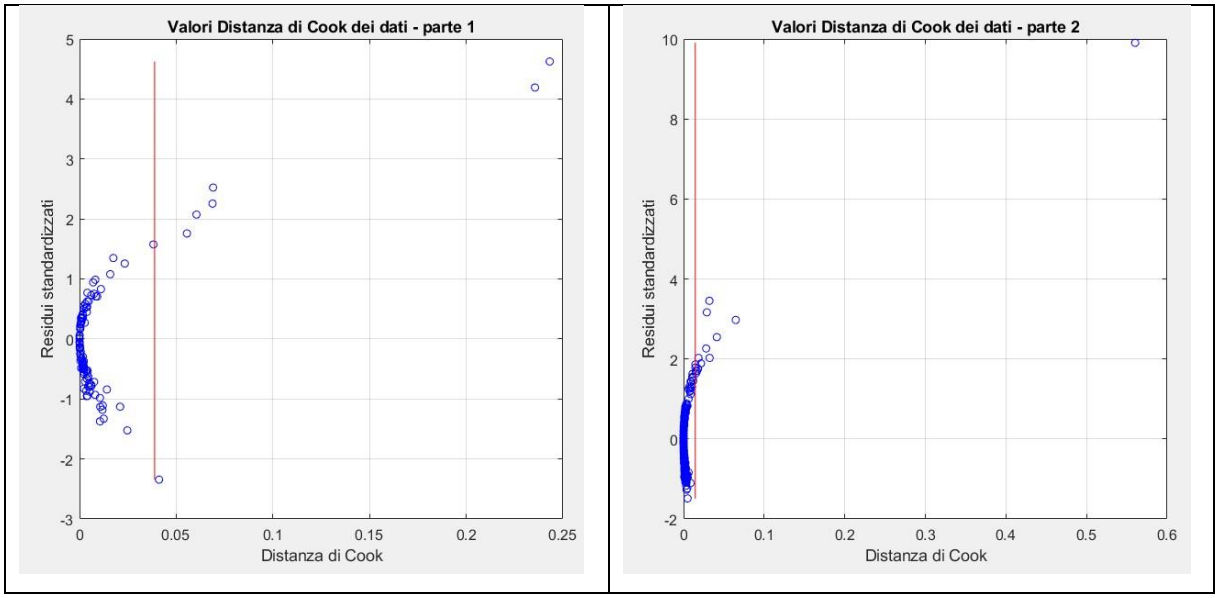

Figura 39 valori della distanza di Cook per entrambe le parti del modello

Un'osservazione con una $Dcook > \frac{4}{n-p-1}$ con $\frac{p}{n} \geq 5$ dovrebbe essere considerata un outlier. Nel grafico tale limite è rappresentato dalla linea verticale. Da questo grafico appare evidente che tendenzialmente più i valori dei residui si discostano dall'intervallo ideale, più è grande la distanza di Cook ad essi associata.

È possibile individuare graficamente due osservazioni nel primo modello e una nel secondo che risultano avere una Distanza di Cook e valori dei residui più grandi rispetto alle altre osservazioni. Si può ragionevolmente concludere che si tratta di dati anomali e dunque vengono eliminati.

	Parte 1		Parte 2
Indice	4	17	272

EngDispl [L]	3,5352	3,6133	3,7813
PEratio [-]	7,7441	8,4082	8,3594
EM1Power [kW]	81,6797	101,8359	79,6875
EM1SpRatio [-]	4,2168	4,4277	4,0469
FDSpRatio [-]	4,3301	3,8379	3,6719
CrateDis max [-]	9,8047	8,1484	11,8125
Residuo standard	4,8228	4,4654	9,9051
Cook	0,2738	0,3304	0,4823

Tabella 23 Identificazione degli outlier

Nonostante i dati utilizzati in questa analisi abbiano in precedenza superato un'analisi di fattibilità, per l'analisi statistica effettuata in questo lavoro, valori dei residui standardizzati e distanze di Cook troppo elevate non sono accettabili. Tali osservazioni vengono dunque eliminate.

8.4. Regressione finale e successiva analisi

Una volta eliminati i punti che sono risultati essere degli outlier e avendo anche eliminato le variabili che non hanno superato i test di significatività, viene nuovamente svolta una regressione lineare multipla sul campione con una nuova stima dei coefficienti, viene osservata la bontà del nuovo modello, vengono ripetuti i test di ipotesi, vengono calcolati e poi analizzati i residui e il tutto verrà confrontato col modello trovato in precedenza.

8.4.1. Coefficienti della regressione

I coefficienti del modello risultano essere:

	Parte 1			Parte 2	
Coefficiente	Valore	SE	Coefficiente	Valore	SE
β_0	377,6746	1,9133	β_0	349,9251	0,9139
β_2	0,1297	0,0776	β_1	6,7194	0,1443
β_3	-0,0203	0,0085	β_2	0,1781	0,0354
β_4	0,5857	0,3551	β_3	-0,0291	0,0030
β_5	0,2132	0,0060	β_5	0,2778	0,0031
β_6	-0,3250	0,0876	β_6	-0,1593	0,0442

Tabella 24 Coefficienti di regressione ed errori standard del modello finale

Si può osservare che i coefficienti stimati risultino essere molto simili a quelli del modello precedente.

Si riportano i valori del coefficiente di determinazione lineare e di quello corretto per valutare la bontà del nuovo modello:

Parte 1	R^2	0,9222
	R^2_{adj}	0,9184
Parte 2	R^2	0,9747
	R^2_{adj}	0,9742

Tabella 25 Coefficienti di determinazione lineare del modello finale.

Si assiste anche ad un sensibile miglioramento dei coefficienti di determinazione dovuto all'eliminazione delle osservazioni anomale, infatti il valore più basso è comunque superiore al 90%.

Si riporta il grafico con il confronto tra le Y osservate e quelle stimate dal nuovo modello:

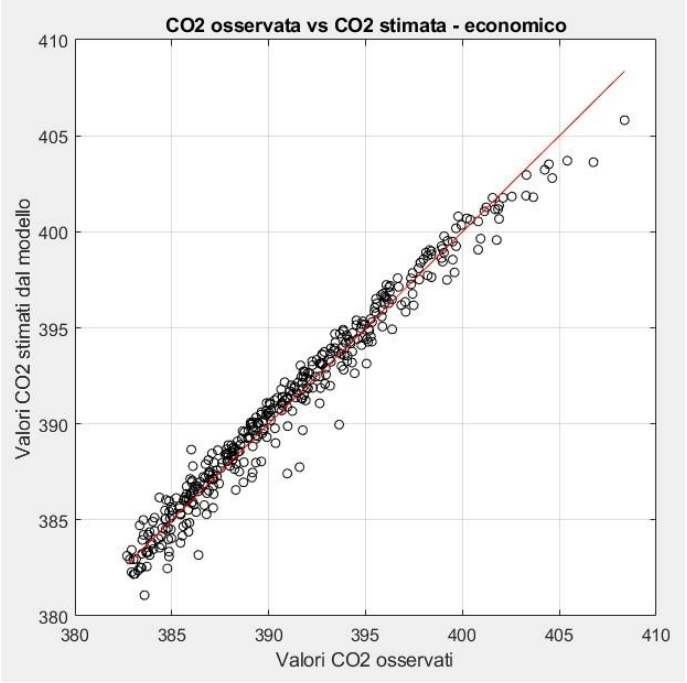

Figura 40 Confronto tra i Valori di CO2 stimati e osservati complessivamente del modello finale

Come il precedente modello, anche questo tende a sottostimare le osservazioni con valori estremi; graficamente non si notano quasi differenze.

8.4.2. Multicollinearità

Vengono svolti i controlli per evidenziare l'eventuale presenza della multicollinearità per i modelli utilizzati, utilizzando nuovamente come indicatori il VIF e la *Tolerance*, di seguito riportati:

Parte 1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6

VIF	1,1036	1,1343	1,0044	1,0071	1,0519
Tolerance	0,9061	0,8816	0,9956	0,9930	0,9507
Parte 2	β_1	β_2	β_3	β_5	β_6
VIF	1,0502	1,0111	1,0419	1,0004	1,0043
Tolerance	0,9522	0,9891	0,9598	0,9996	0,9957

Tabella 26 Valori di VIF e Tolerance del modello finale

Entrambi i modelli evidenziano una praticamente assente presenza di multicollinearità.

8.4.3. Coefficienti beta

Vengono stimati i coefficienti utilizzando tutte le variabili standardizzate, sia quella dipendente che quelle indipendenti.

Coefficiente	Parte 1		Parte 2
β_0	0	β_0	0
β_2	0,0473	β_1	0,4532
β_3	-0,0683	β_2	0,0480
β_4	0,0446	β_3	-0,0934
β_5	0,9620	β_5	0,8572
β_6	-0,1025	β_6	-0,0343

Tabella 27 Coefficienti stimati dopo standardizzazione delle variabili – modello finale

Come si può osservare, in entrambi i nuovi modelli l'influenza maggiore è rappresentata dal rapporto di trasmissione al ponte; nella parte 2 la variabile legata alla cilindrata del motore termico continua ad avere un'importanza molto rilevante.

8.4.4. Analisi dei residui

Vengono riportati i grafici dei residui standardizzati in funzione dei valori di CO_2 stimati dal modello.

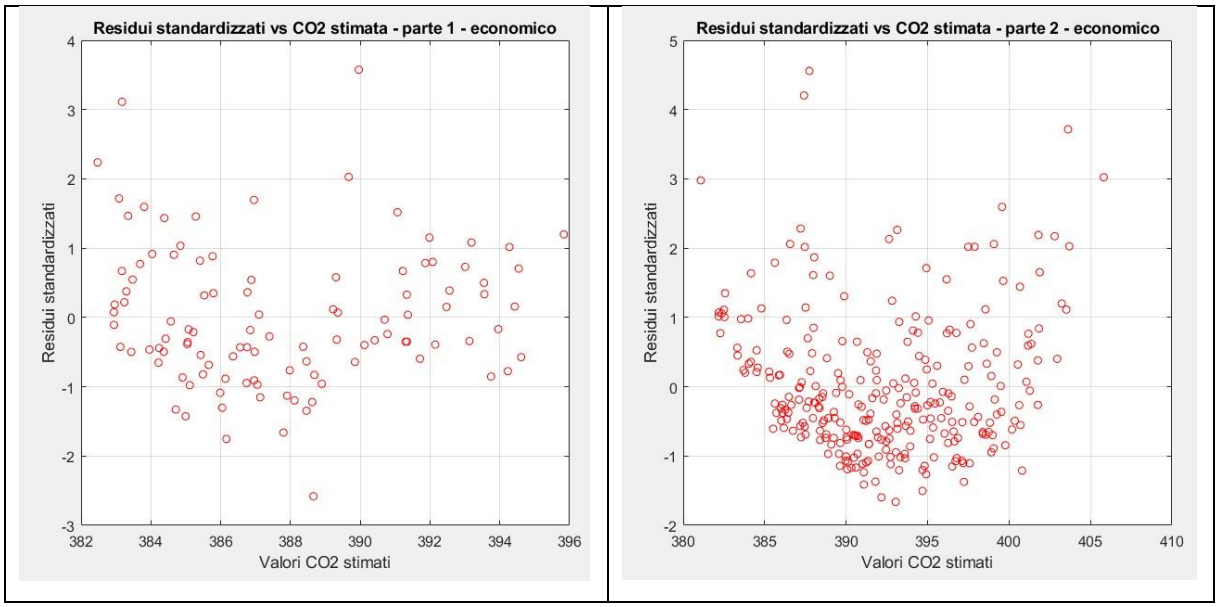

Tabella 28 Residui standardizzati in funzione delle stime effettuate dal modello finale

I grafici mostrano un andamento dei residui non proprio casuale ma, in virtù delle trasformazioni effettuate sulle variabili, della separazione dei dati e la stima di due differenti modelli e dai miglioramenti ottenuti sui coefficienti di determinazione, si accettano tali risultati.

9. Conclusioni

In questo elaborato si è tentato di dare una spiegazione all'output di un HEV optimal layout tool mediante delle tecniche statistiche di regressione multipla, creando dei modelli appositi. Si è cercato di individuare la reale dimensione del problema analizzato e di definire il contributo di ciascun paramento in input sulla stima della produzione di anidride carbonica da parte di un veicolo HD ibrido testato su un determinato ciclo guida. Il modello è stato sottoposto ad una attenta analisi mediante delle tecniche diagnostiche, quali i test di significatività sul modello globale e sui singoli coefficienti, la ricerca della multicollinearità, l'analisi dei residui e l'individuazione dei punti anomali, anch'esse basate sui principi della statistica, che hanno reso necessari alcuni accorgimenti e modifiche sa apportare al modello stesso.

Si è giunti a buoni risultati globali in termini di capacità esplicativa dei modelli utilizzati. Alcuni dei risultati ottenuti erano attesi, come ad esempio la forte dipendenza delle emissioni di anidride carbonica dalla cilindrata del motore termico, dal rapporto di trasmissione al differenziale e, anche se in maniera più attenuata, dalla taglia del motore elettrico, mentre l'aver constatato una praticamente insensibilità alla capacità di scarica della batteria ha

sorpreso, in quanto questa è indicatore dell'energia disponibile durante le richieste di potenza da parte della driveline elettrica.

Il gran numero di simulazioni processate viene utilizzato per creare una base della conoscenza sulla quale il modello stima i propri coefficienti. A scapito di una sicuramente minore precisione rispetto a ciò che viene prodotto dall'Optimal layout tool, sempre considerando che si basa su metodi statistici, il tempo e la complessità computazionale sono tali da avere il risultato nell'immediato. Si potrebbero in tal modo dare una prima valutazione sulla bontà di una certa architettura la cui combinazione di parametri non è stata oggetto di simulazione; qualora si avessero dei riscontri positivi, si dovrebbe procedere con una analisi di precisione con il software e la dynamic programming.

In futuro può risultare particolarmente interessante analizzare le altre architetture disponibili del software, sia quelle semplici che le complesse, e confrontare successivamente i risultati ottenuti. Non è detto, infatti, che l'ibrido P2 analizzato in questo lavoro porti i benefici maggiori in termini di consumi.

Infine, potrebbe essere implementato nel software il calcolo per le emissioni degli ossidi di azoto per valutare il contributo dell'ibridizzazione rispetto ai limiti emissivi imposti per legge su questa tipologia di veicoli, anche in virtù delle sempre maggiori attenzioni riservate alla qualità dell'aria in ambito urbano e non.

Bibliografia

Eglseer, A., Winter, M. “Development and Build-up of Hybrid Commercial Vehicle”, SAE International 2011-01-2193, 2011.

Gao, Z., Finney, C., Daw, C., LaClair, T. et al., "Comparative Study of Hybrid Powertrains on Fuel Saving, Emissions, and Component Energy Loss in HD Trucks," SAE Int. 2014-01-2326, 2014.

Hair, J. F., et al. “Multivariate Data Analysis”, 1998.

Joshi, A., “Review of Vehicle Engine Efficiency and Emissions,” SAE Int. 2019-01-0314, 2019.

Lemazurier, L., Shidore, N., Kim, N., Moawad, A. et al., "Impact of Advanced Engine and Powertrain Technologies on Engine Operation and Fuel Consumption for Future Vehicles," SAE Technical Paper 2015-01-0978, 2015.

Mutta, S., Shams, T., Sathiyanarayanan, M., Ashwani, V. et al., “Methodological Approach for Matching Gear and Final Drive Ratio for Better Fuel Economy, Performance and Drivability,” SAE Technical Paper 2018-01-0865, 2018.

Okui, N., "A Study on Improvement of Fuel Economy of Heavy Duty Hybrid Trucks with New Type of Hybrid Electric Assist Engine System," SAE Int. 2016-01-2358, 2016.

Salmaso L., dispensa “I modelli di regressione multipla”, Università degli studi di Padova.

Spessa, E. dispensa del corso “Controllo delle emissioni degli inquinanti”, Politecnico di Torino, 2017.

Millo, F. dispensa del corso “Propulsori termici”, Politecnico di Torino, 2017.

Vaschetto, S. dispensa del corso “Trazione elettrica”, Politecnico di Torino, 2018.

Venditti, M. Tesi di dottorato “Innovative models and algorithms for the optimization of layotu and control strategy of complex diesel HEvs”, politecnico di Torino, 2015.

www.globalfueleconomy.com

www.iea.org

Yang, F., Xu, C., and Sun, J., “Design and Analysis of Parallel Hybrid Electric Vehicles for Heavy-Duty Truck Applications in a Total Cost of Ownership Framework,” SAE Technical Paper 2018-01-5025, 2018.

Ringraziamenti

Ringrazio immensamente i miei genitori Antonella ed Adriano, i miei fratelli Daniele e Mauro, mia nonna Cecilia e mia zia Giovanna, poiché è grazie al loro sostegno morale ed economico che ho potuto intraprendere questo lungo percorso iniziato a Cagliari nel 2013 e proseguito a Torino nel 2016. Grazie per tutti i vostri sacrifici.
Un doveroso ringraziamento va a TUTTI i colleghi che negli anni mi hanno accompagnato, supportato, sopportato e spronato in questo percorso e che sono diventati degli amici, in particolare a Stefano, col quale ho condiviso tutti questi sei anni, e alla sua famiglia. Grazie a Francesco per i preziosi consigli.
Infine, grazie alle persone della Sezione A.I.A. di Olbia, mia seconda famiglia ormai da 10 anni.

Torino, 17 Dicembre 2019