



POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Risoluzione di campi acustici mediante il software OpenFOAM

Relatore

prof. Renzo Arina

Candidato

Daniele MALACRIDA

matricola: 222075

Dicembre 2019

Sommario

L'obiettivo della tesi è la valutazione del comportamento del software OpenFOAM nella risoluzione di campi acustici. Come condizioni iniziali sono state implementate le soluzioni analitiche relative a tali campi, con particolare attenzione ai casi di monopolo, dipolo e quadrupolo. In questo modo, si è potuta analizzare l'evoluzione nel tempo delle grandezze fisiche sia analiticamente sia numericamente, e si è potuto effettuare un confronto tra i due modi di procedere ed i risultati ottenuti.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare innanzitutto il prof. Renzo Arina, che mi ha seguito con molta disponibilità ed attenzione per tutto il tempo necessario alla realizzazione di questa tesi.

Un ringraziamento particolare è destinato a tutti coloro che mi sono stati vicini e mi hanno accompagnato in questi anni.

Il ringraziamento più grande va ai miei genitori, che mi hanno incondizionatamente sempre sostenuto.

Indice

Sommario	II
Ringraziamenti	III
1 Introduzione all'aeroacustica computazionale	1
2 Equazioni fondamentali della Meccanica dei Fluidi	3
2.1 Leggi di conservazione	3
2.2 Equazioni della Meccanica dei Fluidi	4
2.2.1 Conservazione della massa	4
2.2.2 Conservazione della quantità di moto	5
2.2.3 Conservazione dell'energia	6
2.2.4 Equazioni di Eulero	6
2.2.5 Equazioni aggiuntive	7
2.2.6 Equazioni di Eulero linearizzate	8
2.3 Soluzioni analitiche delle equazioni	10
2.3.1 Impulso gaussiano di pressione	10
2.3.2 Monopolo	11
2.3.3 Dipolo e quadrupolo	12
3 Il software OpenFOAM	13
3.1 Introduzione al programma	13
3.2 Schemi numerici	15
3.2.1 Condizione CFL	16
3.3 Mesh e condizioni al contorno	16
3.3.1 Generazione della griglia di calcolo	16
3.3.2 Condizioni al contorno	17
3.4 Solver	19
3.4.1 rhoPimpleFoam e rhoCentralFoam	19
3.4.2 Solver per le soluzioni analitiche	19

4	Risultati e confronti	22
4.1	Impulso gaussiano di pressione	22
4.1.1	Mach = 0,5	27
4.2	Monopolo	28
4.2.1	Mach = 0	28
4.2.2	rhoCentralFoam	35
4.2.3	Mach = 0,5	40
4.3	Dipolo	48
4.3.1	Mach = 0	48
4.3.2	Mach = 0,5	53
4.4	Quadrupolo	61
4.4.1	Mach = 0	61
4.4.2	Mach = 0,5	66
5	Commento e conclusioni	71
	Bibliografia	72

Capitolo 1

Introduzione all'aeroacustica computazionale

L'aeroacustica riguarda lo studio della generazione di suono o rumore dovuta ad un flusso. La produzione di rumore può essere causata da flussi turbolenti, che variano nel tempo, oppure dall'interazione delle forze aerodinamiche con superfici.

Le analisi aeroacustiche possono essere condotte sia sperimentalmente sia tramite metodi computazionali. Seguendo un approccio sperimentale, il rumore generato aerodinamicamente viene misurato in una camera anecoica, progettata appositamente per ridurre nel miglior modo possibile la riflessione delle onde sonore sulle pareti della camera stessa. Il termine, che deriva dal greco, significa proprio 'privo di eco'. È molto utile per simulare, in ambiente chiuso, condizioni di spazio aperto di dimensione infinita, come conseguenza dell'assenza di riflessioni. Nelle camere acusticamente anecoiche, l'abbattimento delle riflessioni del suono avviene tramite l'impiego di forme particolari e l'utilizzo di materiali fonoassorbenti.

I metodi computazionali per simulare il rumore generato da flussi possono essere classificati in due ampie categorie: approcci diretti o approcci ibridi.

Per quanto riguarda gli approcci diretti, vengono prese in considerazione le equazioni di governo dei flussi compressibili, vale a dire le equazioni di Navier-Stokes compressibili, che descrivono anche la generazione e la propagazione di onde sonore. In questo modo, si possono risolvere i problemi di aeroacustica computazionale risolvendo le equazioni di Navier-Stokes scritte per flussi compressibili e non stazionari sia nella zona di generazione, dove avviene l'effettiva produzione di suono e rumore, che in quella di propagazione, in cui le onde acustiche propagano. Le onde sonore devono essere studiate in entrambe le regioni affinché le fluttuazioni possano essere accuratamente calcolate in qualunque punto. Tuttavia, come già affermato poco sopra, questa metodologia comporta la risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes su domini estesi per determinare il rumore in campo lontano, e ciò è molto costoso dal punto di vista computazionale.

Come nel caso dell'approccio sperimentale, è essenziale cercare di ridurre il più possibile la riflessione delle onde acustiche sui bordi del dominio di calcolo per ottenere risultati accurati. Per questo obiettivo sono state proposte diverse tecniche:

- le cosiddette NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions);
- la dissipazione artificiale e lo smorzamento in una regione di assorbimento;
- i cosiddetti 'grid stretching' e 'numerical filtering';
- il PML (Perfectly Matched Layer).

Per quanto riguarda, invece, gli approcci ibridi, questi si basano sulle cosiddette analogie acustiche. In pratica, si procede seguendo un approccio 'ibrido' fra teoria aeroacustica e fluidodinamica computazionale (CFD). Vengono effettuate simulazioni per l'aerodinamica del 'near-field' per risolvere il campo nella zona di generazione e, mediante l'analogia acustica, si predicono le fluttuazioni di pressione nel 'far-field', vale a dire la zona di propagazione. Le principali analogie acustiche sono le seguenti:

- l'analogia di Lighthill, secondo cui si deriva dalle equazioni di Navier-Stokes compressibili un'equazione d'onda contenente il cosiddetto 'tensore di Lighthill', valida quando non si considerano pareti;
- l'analogia di Curle, valida in presenza di pareti ferme;
- l'analogia di Ffowcs-Williams Hawkins, che estende le precedenti al caso di rumore aerodinamico prodotto da superfici in movimento.

In questa tesi si farà ricorso all'approccio diretto partendo, quindi, dalle equazioni di Navier-Stokes per flussi compressibili e non stazionari che, applicate al caso di flussi inviscidi, vengono dette equazioni di Eulero. Nel prossimo capitolo si introdurranno queste equazioni e si tratteranno le fondamenta teoriche necessarie alla parte successiva dell'elaborato, in cui si analizzerà il comportamento del software OpenFOAM nella risoluzione di campi acustici.

Capitolo 2

Equazioni fondamentali della Meccanica dei Fluidi

Una particella fluida è un volume infinitesimo tale da poter essere considerato puntiforme, ma contenente un numero di particelle al suo interno sufficientemente grande da poterne fare delle medie statistiche. Ipotizzando il fluido come un mezzo continuo (la cosiddetta 'ipotesi del continuo'), le particelle fluide possono essere considerate punti del campo di moto, con determinati valori delle grandezze fisiche. Le proprietà del fluido stesso possono essere viste come funzioni continue nello spazio e nel tempo. I campi scalari e vettoriali che descrivono le caratteristiche delle particelle fluide sono soluzione delle equazioni del moto fluido, alla cui base sono le leggi di conservazione.

Se si segue una particella fluida lungo la sua traiettoria, allora si assume il punto di vista cosiddetto *lagrangiano*, o sostanziale, o materiale, mentre se si prende in considerazione un punto fisso del campo di moto, allora il punto di vista è quello *euleriano*. Inoltre, se il volume di controllo è finito, allora si dice che le equazioni sono scritte in forma integrale, altrimenti, nel caso in cui il volume di controllo sia infinitesimo, le equazioni sono scritte in forma differenziale. Fatta questa premessa, si possono esprimere le leggi di conservazione, in forma sia integrale che differenziale, dal punto di vista euleriano.

2.1 Leggi di conservazione

Si considera la variabile scalare Q , per cui vale il principio di conservazione, e sia V un volume arbitrario nello spazio, delimitato dalla superficie S . Siano \vec{n} il versore normale alla superficie stessa, assunto positivo quando uscente, q la variabile Q per unità di volume, ed $\vec{f}(q, \vec{V})$ il flusso, vale a dire la quantità di q che attraversa l'unità di superficie nell'unità di tempo per effetto della velocità del fluido \vec{V} . Considerate,

inoltre, le sorgenti volumiche q_v , distribuite all'interno del volume di controllo, e le sorgenti superficiali \vec{q}_s distribuite sulla superficie S , la forma generale della *legge di conservazione in forma integrale per una quantità scalare* è:

$$\frac{d}{dt} \int_V q dV = - \oint_S \vec{f}(q, \vec{V}) \cdot \vec{n} dS + \int_V q_v dV + \oint_S \vec{q}_s \cdot \vec{n} dS \quad (2.1)$$

Tale legge integrale è valida sia per funzioni continue che in presenza di discontinuità. Applicando il teorema di Gauss per un volume V fisso nello spazio, assumendo che i flussi e le sorgenti superficiali siano continue e differenziabili, e tenuto conto del fatto che il volume V è arbitrario, la relazione (2.1) deve essere valida per ogni punto, quindi:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{f}(q, \vec{V})) = q_v + \nabla \cdot (q_s) \quad (2.2)$$

che costituisce la *forma differenziale della legge di conservazione per una quantità scalare*. Nel caso in cui la variabile conservativa sia un vettore \vec{Q} , i flussi e le sorgenti superficiali diventano delle quantità tensoriali, ma la forma delle equazioni rimane invariata.

2.2 Equazioni della Meccanica dei Fluidi

Le equazioni del moto per un fluido viscoso si ottengono applicando i seguenti principi:

- conservazione della massa, vale a dire la massa non si crea né si distrugge;
- conservazione della quantità di moto, la variazione della quantità di moto è uguale alle forze applicate, che è una forma generalizzata della *legge di Newton*;
- conservazione dell'energia, cioè l'energia non si crea né si distrugge, che è una formulazione del *primo principio della Termodinamica*.

Dalle equazioni (2.1) e (2.2) si possono ricavare le equazioni di bilancio, considerando come variabile conservativa la massa, la quantità di moto e l'energia.

2.2.1 Conservazione della massa

Considerando la massa per unità di volume ρ ed il campo di velocità della corrente fluida \vec{V} , dalla relazione (2.1) si ottiene la *formulazione integrale della conservazione della massa*:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = - \oint_S \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dS + \int_V Q_m dV \quad (2.3)$$

dove Q_m rappresenta una generazione di massa per unità di volume. Il volume V non varia nel tempo, quindi è possibile commutare le operazioni di derivazione nel tempo ed integrazione di volume nel termine a destra. Applicando il teorema di Gauss al secondo membro, e tenuto conto del fatto che il volume V è arbitrario, si ricava l'equazione di conservazione della massa in forma differenziale o equazione di continuità:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = Q_m \quad (2.4)$$

che, scritta in coordinate cartesiane, diventa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = Q_m \quad (2.5)$$

2.2.2 Conservazione della quantità di moto

In questo caso si considera la quantità di moto per unità di volume, $\vec{Q} = \rho \vec{V}$, quindi l'equazione è vettoriale. Le variazioni della quantità di moto sono governate dal bilancio integrale tra il flusso di quantità di moto, $\rho \vec{V} \vec{V}$, l'azione di forze esterne per unità di volume $\rho \vec{f}$, le forze superficiali rappresentate dal tensore degli sforzi $\vec{\Pi}$ e la variazione di quantità di moto dovuta alla generazione di massa Q_m . La formulazione integrale della conservazione della quantità di moto è, quindi:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{V} dV = - \oint_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS + \oint_S \vec{\Pi} \cdot \vec{n} dS + \int_V (\rho \vec{f} + Q_m \vec{V}) dV \quad (2.6)$$

Esplicitando solamente le forze di pressione e quelle di volume, l'equazione (2.6) può essere riscritta come:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{V} dV = - \oint_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS - \oint_S p \vec{n} dS + \int_V \rho \vec{f} dV \quad (2.7)$$

Applicando il teorema di Gauss e quello del gradiente, e supponendo le funzioni continue in tutto il dominio, si può ricavare la forma differenziale:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \nabla (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla p + \rho \vec{f} \quad (2.8)$$

Se si considerano le coordinate cartesiane, è possibile esprimere anche le forze di tipo viscoso, grazie alla relazione sperimentale di Newton:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (2.9)$$

in cui τ_{ij} sono gli sforzi viscosi e δ_{ij} è il simbolo di Kronecker, che vale 1 se $i = j$ e 0 altrimenti.

In forma differenziale, la conservazione della quantità di moto in coordinate cartesiane può, pertanto, essere espressa come:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.10)$$

2.2.3 Conservazione dell'energia

Si definisce *energia totale* per unità di massa la somma dell'energia interna ϵ e dell'energia cinetica $\frac{V^2}{2}$, $E = \epsilon + \frac{V^2}{2}$. Gli elementi che possono contribuire all'aumento o alla diminuzione dell'energia totale di un fluido sono il calore ed il lavoro meccanico. Se il calore viene fornito ed il lavoro meccanico viene compiuto dall'esterno sul fluido, allora l'energia totale aumenta, altrimenti diminuisce. Considerando solo le forze di pressione e trascurando gli sforzi viscosi e la conducibilità termica del fluido, l'*equazione di conservazione dell'energia in forma integrale*, scritta dal punto di vista euleriano, assume la forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho E dV = - \int_S \rho E (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS - \int_S p \vec{V} \cdot \vec{n} dS + \int_V \rho \vec{f} \cdot \vec{V} dV \quad (2.11)$$

Considerando le funzioni continue in tutto il campo di moto, come già fatto in precedenza, si ricava la forma differenziale:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla E = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot (p \vec{V}) + \vec{f} \cdot \vec{V} \quad (2.12)$$

Se, invece, si considerasse un fluido non privo di conducibilità termica, si dovrebbe utilizzare la legge di Fourier per esprimere il flusso di calore. Sia q_i il flusso di calore nella direzione i , allora, in coordinate cartesiane, si ha:

$$q_i = -\delta \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.13)$$

Considerando anche l'entalpia totale H , espressa come somma di entalpia statica ed energia cinetica per unità di massa, vale a dire $H = E + \frac{p}{\rho}$, si può scrivere:

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho H u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial(\tau_{ij} u_i - q_j)}{\partial x_j} \quad (2.14)$$

2.2.4 Equazioni di Eulero

Introducendo le relazioni costitutive, vale a dire le leggi di Newton e di Fourier, nelle equazioni del moto ricavate in precedenza, si ottengono le *equazioni di Navier-Stokes*, che consentono di calcolare il campo vettoriale \vec{V} e le due variabili scalari

densità ρ ed energia totale E . Per definire lo stato termodinamico occorrono poi altre variabili, che si possono ricavare da relazioni di stato specifiche per il fluido considerato.

Se la corrente in esame è caratterizzata da elevati numeri di Reynolds, allora gli effetti della viscosità e della conducibilità termica sono confinati in regioni sottili, e nel resto del campo di moto possono essere trascurati. Si può affermare, allora, che il fluido è *inviscido*. Le equazioni che ne risultano sono equazioni di Navier-Stokes semplificate, dette *equazioni di Eulero*, riportate qui di seguito:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = Q_m \quad (2.15)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} \right) = -\nabla p + \rho \vec{f} \quad (2.16)$$

$$\rho \left(\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla E \right) = -\nabla \cdot (p \vec{V}) + \rho \vec{f} \cdot \vec{V} + Q_w \quad (2.17)$$

2.2.5 Equazioni aggiuntive

In questa sezione vengono riportate alcune equazioni e relazioni termodinamiche, che saranno utili nella parte successiva della tesi.

Equazione dell'entropia

Partendo dall'equazione per l'energia totale, ricavando quella per la sola energia interna ϵ e seguendo diversi passaggi, si può, infine, ottenere l'*equazione di trasporto dell'entropia*, che non rappresenta una legge di conservazione, ma descrive il trasporto di entropia, basandosi sul secondo principio della termodinamica:

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = \rho \phi - \nabla \cdot \vec{q} + Q_w \quad (2.18)$$

Relazioni termodinamiche

Le relazioni termodinamiche consentono di esprimere le variabili di stato in funzioni di altre. Infatti, per definire lo stato termodinamico di un gas costituito da un singolo fluido, oppure da una miscela omogenea di gas inerti, che non reagiscano chimicamente, sono sufficienti due sole variabili di stato. Le equazioni di stato permettono di esprimere le altre grandezze in funzione di queste.

L'equazione di stato di un gas perfetto è:

$$p = \rho RT \quad (2.19)$$

Nel caso in cui, invece, si considerasse la relazione di stato fra pressione, densità ed entropia, e si scrivesse in forma differenziale, allora, dopo alcuni passaggi, si giungerebbe alla seguente equazione di stato:

$$dp = c^2 d\rho + \frac{p}{C_v} ds \quad (2.20)$$

In questo procedimento si è definita una variabile, c^2 , che rappresenta la derivata della pressione rispetto alla densità per un'evoluzione termodinamica isoentropica. Considerato che, per questo tipo di trasformazioni,

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{costante} \quad (2.21)$$

dall'equazione di stato dei gas perfetti si ricava che:

$$c^2 = \gamma \frac{p}{\rho^\gamma} = \gamma RT \quad (2.22)$$

La variabile c è una variabile di stato, poiché è funzione soltanto di variabili termodinamiche. Essa coincide con la velocità del suono, vale a dire la velocità di propagazione delle piccole perturbazioni.

2.2.6 Equazioni di Eulero linearizzate

Dal momento che il fulcro di questa tesi è l'analisi del comportamento del software OpenFOAM nella risoluzione di campi acustici, occorre fare alcune ulteriori considerazioni.

I fluidi reali presentano due caratteristiche fondamentali, vale a dire elasticità ed inerzia, che fanno sì che eventuali fluttuazioni di pressione e densità siano trasferite fuori dalla zona di generazione delle stesse.

Inoltre, dal momento che l'aeroacustica si occupa principalmente di generazione e propagazione del suono in mezzi come l'aria, vale a dire poco viscosi e con bassa conducibilità termica, e considerato che, su brevi distanze, le fluttuazioni acustiche possono essere ritenute isoentropiche, si possono trascurare gli effetti di viscosità e conducibilità termica. Evidenziato ciò, oltre al fatto che le fluttuazioni acustiche si possono ritenere piccole perturbazioni del campo fluidodinamico, si può effettuare un'ulteriore semplificazione per lo studio dei campi acustici, vale a dire fare uso delle equazioni di Eulero linearizzate. Per ricavarle, occorre considerare il caso di propagazione acustica in una corrente stazionaria, e indicare con il pedice zero le quantità che descrivono il mezzo di propagazione, e con un apice la propagazione acustica: $\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{u}'$, $p = p_0 + p'$, $\rho = \rho_0 + \rho'$ e $c = c_0 + c'$. Le fluttuazioni acustiche sono molto piccole rispetto ai valori delle grandezze del mezzo. Ad esempio, considerando la

pressione: $p'/p_0 \ll 1$. E' proprio l'assunzione di piccole perturbazioni che consente di linearizzare le equazioni di Eulero.

A questo punto, si considerano le equazioni di conservazione di massa e quantità di moto e quella di trasporto dell'entropia. Da queste, introducendo la decomposizione acustica, si ricava:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \vec{u}' + \rho' \nabla \cdot \vec{u}_0 + \vec{u}_0 \cdot \nabla \rho' + \vec{u}' \cdot \nabla \rho_0 = Q_m, \quad (2.23)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} + \vec{u}_0 \cdot \nabla \vec{u}' + \vec{u}' \cdot \nabla \vec{u}_0 \right) + \rho' \vec{u}_0 \cdot \nabla \vec{u}_0 = -\nabla p' + \rho_0 \vec{f}, \quad (2.24)$$

$$\rho_0 T_0 \left(\frac{\partial s'}{\partial t} + \vec{u}' \cdot \nabla s_0 + \vec{u}_0 \cdot \nabla s' \right) + (\rho_0 T' + \rho' T_0) \vec{u}_0 \cdot \nabla s_0 = Q_w. \quad (2.25)$$

Queste sono le equazioni di Eulero linearizzate per la propagazione acustica.

Inoltre, se la propagazione avviene in un mezzo omogeneo ed in quiete, allora le quantità che descrivono il mezzo sono costanti, ed \vec{u}_0 è nullo: quindi, le equazioni si semplificano ulteriormente.

Combinando linearmente le equazioni del campo acustico in un mezzo omogeneo ed in quiete relative alla conservazione di massa e quantità di moto, e sostituendo opportunamente l'equazione relativo al trasporto di entropia, si ottiene, infine, l'*equazione d'onda* per le perturbazioni di pressione in un mezzo in quiete ed omogeneo:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \frac{\partial}{\partial t} \left(Q_m + \frac{\gamma - 1}{c_0^2} Q_w \right) - \rho_0 \nabla \cdot \vec{f}. \quad (2.26)$$

Le proprietà dell'equazione d'onda permettono di affermare che il suono è una piccola perturbazione di pressione, velocità e densità che propaga con moto ondoso.

Le equazioni di Eulero possono anche essere scritte in un altro modo, più compatto. Il campo considerato è bidimensionale, $\vec{u}' = (u', v')$ rappresenta la perturbazione di velocità e $\vec{u}_0 = (u_0, v_0)$ la velocità del flusso medio. Le equazioni sono:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial y} + \vec{H} = \vec{S}, \quad (2.27)$$

in cui $\vec{U} = (\rho', \rho_0 u', \rho_0 v', p')^T$ è il vettore delle incognite, \vec{E} ed \vec{F} rappresentano i flussi bidimensionali. Il vettore \vec{H} contiene i termini dovuti al gradiente del flusso medio, ma nei casi analizzati successivamente il flusso medio è uniforme, pertanto il vettore \vec{H} può essere trascurato. Se, inoltre, non vi sono sorgenti all'interno del flusso, anche il vettore \vec{S} , che rappresenta le sorgenti acustiche stesse, può essere ritenuto nullo. Le equazioni assumono, dunque, la seguente forma:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial y} = \vec{0}. \quad (2.28)$$

2.3 Soluzioni analitiche delle equazioni

2.3.1 Impulso gaussiano di pressione

Il primo caso di cui trattiamo la soluzione analitica è quello dell'impulso gaussiano di pressione. Il flusso medio è uniforme, ha numero di Mach M fissato, ed in esso viene generato, da un impulso iniziale, un disturbo acustico. Come già spiegato in precedenza, se l'ampiezza del disturbo è piccola, le equazioni da considerare sono quelle di Eulero linearizzate. Per calcolarne le soluzioni esatte, il primo passo è utilizzare un sistema di riferimento solidale con il flusso medio.

Considerato un campo di moto bidimensionale, siano (x, y, t) e (x', y', t') le coordinate cartesiane ed il tempo adimensionalizzati del sistema di riferimento fisso e di quello mobile. La relazione che lega i due sistemi di riferimento è:

$$t' = t, x' = x - Mt, y' = y. \quad (2.29)$$

La soluzione per le onde sonore può anche essere espressa in funzione del potenziale, che è a sua volta legato alle variabili fisiche mediante le seguenti relazioni:

$$\vec{u} = \nabla' \phi, p = -\frac{\partial \phi}{\partial t'}, \rho = \frac{p}{c^2} \quad (2.30)$$

Se si scrivono le equazioni di Eulero linearizzate in funzione del potenziale, si può osservare che la soluzione è quella di onda semplice. Quest'ultima, in caso di onda cilindrica, può essere espressa come:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} - \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial \phi}{\partial r'} \right) = 0, \quad (2.31)$$

in cui r' è la distanza radiale espressa in coordinate cartesiane. Considerate le condizioni iniziali:

$$t' = 0, \phi = 0, \frac{\partial \phi}{\partial t'} = -g(r'), \quad (2.32)$$

in cui g è una funzione arbitraria. Il problema ai valori iniziali appena considerato ammette la soluzione analitica seguente:

$$\phi(r', t') = \int_0^\infty \tilde{g}(\zeta) \sin(\zeta t') J_0(\zeta r') d\zeta \quad (2.33)$$

in cui $\tilde{g}(\zeta)$ è la trasformata di Hankel della condizione iniziale e J_0 è la funzione di Bessel di ordine 0.

Le condizioni iniziali possono anche essere scritte in termini di velocità e pressione nella seguente forma:

$$t' = 0, u = v = 0, p = \rho c^2 = g(r'). \quad (2.34)$$

Il caso trattato prevede un'iniziale distribuzione gaussiana di pressione, per la soluzione analitica, nel sistema di riferimento fisso, si può esprimere come:

$$t = 0, u = v = 0, p = \rho c^2 = \epsilon e^{-\alpha r'^2} \quad (2.35)$$

$$u(x, y, t) = \frac{\epsilon(x - Mt)}{2\alpha\eta} \int_0^\infty e^{-\zeta^2/4\alpha} \sin(\zeta t) J_1(\zeta\eta) \zeta d\zeta \quad (2.36)$$

$$v(x, y, t) = \frac{\epsilon y}{2\alpha\eta} \int_0^\infty e^{-\zeta^2/4\alpha} \sin(\zeta t) J_1(\zeta\eta) \zeta d\zeta \quad (2.37)$$

$$p(x, y, t) = \rho c^2 = \frac{\epsilon}{2\alpha} \int_0^\infty e^{-\zeta^2/4\alpha} \cos(\zeta t) J_0(\zeta\eta) \zeta d\zeta \quad (2.38)$$

in cui $\eta = \sqrt{(x - Mt)^2 + y^2}$ e J_1 è la funzione di Bessel di ordine 1, e $\alpha = \ln 2/b^2$, in cui b è la semiampiezza della gaussiana.

2.3.2 Monopolo

Un monopolo acustico è una sorgente puntuale di intensità $q(t)$. Il campo acustico prodotto è omnidirezionale cioè lo stesso in tutti i punti posizionati alla stessa distanza dalla sorgente.

Si denotino con ϕ il potenziale complesso del monopolo, Q l'intensità, (x_0, y_0) la posizione, i l'unità immaginaria, ω la frequenza, ψ la fase, k la lunghezza d'onda, $H_0^{(1)}$ la funzione di Hankel di ordine 0, $\beta = \sqrt{1 - M^2}$ un parametro adimensionale ed $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + \beta^2(y - y_0)^2}$. Noto il potenziale complesso, si possono ricavare i campi di velocità e di pressione:

$$u = \Re \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \right] \quad (2.39)$$

$$v = \Re \left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right] \quad (2.40)$$

$$p = \Re \left[-\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] \quad (2.41)$$

Anche in questo caso, per calcolare la soluzione analitica si ricorre ad un sistema di riferimento solidale al flusso medio, di coordinate:

$$\tilde{t} = t, \tilde{x} = x - u_0 t, \tilde{y} = y \quad (2.42)$$

Si introduce, inoltre, la seguente funzione:

$$\phi(x, y, t) = \frac{e^{-i\omega t}}{2\pi c_0} \int_D \frac{e^{i\omega \tau}}{\sqrt{c_0^2 \tau^2 - (x - u_0 \tau)^2 - y^2}} d\tau \quad (2.43)$$

Per risolvere l'integrale occorre determinare il segno delle due radici, τ^- e τ^+ . Dopo diversi passaggi, ed introducendo la funzione di Hankel di ordine 0 del primo tipo, si può dimostrare che:

$$\phi(x, y, t) = \frac{Qi}{4\beta c_0^2} \cdot e^{-i(\omega t + p s i + k M \frac{x-x_0}{\beta})} \cdot H_0^{(1)}\left(\frac{k}{\beta^2} r\right) \quad (2.44)$$

2.3.3 Dipolo e quadrupolo

Un dipolo acustico è una sorgente costituita da due monopoli di uguale intensità ma opposti in fase, posti ad una distanza infinitesima uno dall'altro. Un quadrupolo trasversale, invece, è costituito da quattro monopoli, posti ai vertici di un quadrato, in cui ognuno dei monopoli è in fase con quello sulla sua diagonale ed in fase opposta rispetto agli altri due. La differenza più significativa rispetto al monopolo è che il campo acustico che ne deriva non è isotropo. Ciò significa che la propagazione dipende dalla direzione considerata. Ad esempio, per quanto riguarda il dipolo, come verrà mostrato nei capitoli successivi, il campo di pressione risultante è simmetrico rispetto all'asse delle ascisse, in base ai riferimenti sulla griglia di calcolo che verranno assegnati. Il suono propaga, dunque, lungo una direzione preferenziale e, lungo un'altra, il segnale è attenuato. Per quanto riguarda il quadrupolo trasversale, invece, il campo di pressione che ne risulta presenta un comportamento tale per cui il suono propaga bene lungo le diagonali, mentre è fortemente attenuato lungo le direzioni degli assi coordinati.

Poiché le equazioni che governano il fenomeno sono quelle di Eulero linearizzate, le soluzioni analitiche del dipolo e del quadrupolo si possono ottenere mediante la sovrapposizione degli effetti di più sorgenti di tipo monopolare. Ciò significa che, quando si procederà alla scrittura del codice per le soluzioni analitiche, basterà considerare il monopolo. Si dovrà, quindi, sommare due campi monopolari, ponendo le sorgenti, con la stessa intensità, ad una distanza molto piccola l'una dall'altra, per ottenere il campo prodotto da un dipolo. Per il quadrupolo è, invece, necessario considerare quattro monopoli, e porli ai vertici di un quadrato.

Capitolo 3

Il software OpenFOAM

Come già accennato nel capitolo introduttivo, l'approccio seguito in questa tesi per risolvere i campi acustici di interesse è quello diretto, vale a dire la risoluzione numerica delle equazioni di governo, rappresentate in ambito acustico dalle equazioni di Eulero. Queste ultime vengono risolte mediante l'utilizzo del software open source OpenFOAM, e si può, in questo modo, valutarne l'efficacia, e quindi l'applicabilità, in campo acustico confrontando le soluzioni ricavate con quelle analitiche. Pertanto, è innanzitutto necessario implementare le soluzioni analitiche nel programma, diagrammare i risultati, e mettere a confronto questi ultimi con quelli ricavati numericamente.

In generale, anche le soluzioni analitiche implementate, tuttavia, non sono facilmente ricavabili, nel senso che, vista la complessità delle equazioni da trattare, la soluzione esatta può essere ottenuta solo in un numero limitato di casi. Nelle altre circostanze, si possono ricavare soluzioni approssimate dei problemi, sfruttando proprio dei metodi numerici. Gli errori che si commettono approssimando la soluzione esatta con quella numerica derivano principalmente dal fatto di assumere un modello di fluido, che comporta necessariamente l'aver posto delle ipotesi e, quindi, l'aver trascurato qualche elemento caratterizzante il fenomeno reale; dal processo di discretizzazione, vale a dire l'aver reso le equazioni differenziali, su un dominio continuo, un sistema di equazioni algebriche; infine, la risoluzione stessa del sistema comporta degli errori, in quanto la precisione di macchina è finita.

Prima di procedere, è necessaria un'introduzione al funzionamento del programma stesso.

3.1 Introduzione al programma

OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation) è un software open source dedicato prevalentemente, ma non in maniera esclusiva, alla CFD. Ad esempio, vi

sono anche delle applicazioni utili in ambito finanziario. La vasta gamma di applicazioni che presenta coprono un ampio spettro di fenomeni fisici, dai flussi complessi che coinvolgono reazioni chimiche ai modelli di turbolenza e trasferimento del calore. OpenFOAM usa delle funzioni precompilate contenute in una collezione di circa un centinaio di librerie scritte in linguaggio C++, e permette anche lo sviluppo personalizzato di applicazioni eseguibili. Quelle già presenti nel programma si suddividono in due categorie: *solvers* ed *utilities*. I primi sono progettati appositamente per risolvere particolari tipi di problemi di meccanica dei fluidi, considerati come mezzi continui, mentre le *utilities* svolgono prevalentemente funzioni di manipolazione di dati, pre- e post-processing.

Per effettuare una simulazione in OpenFOAM si utilizza una cartella, definita in modo generico come *case*, che contiene al suo interno tutti i file necessari per gestire la simulazione stessa. Il contenuto base di questa cartella è costituito da:

- *constant*, una cartella che può contenere, a seconda del problema considerato e, soprattutto, del *solver* impiegato, diversi file, come ad esempio *transport properties*, che descrive le proprietà di trasporto, *thermophysical properties*, che specifica quelle termodinamiche e fisiche, e *turbulence properties*, che presenta il modello di turbolenza usato; inoltre, è in questa cartella, all'interno di una *subdirectory* chiamata *polyMesh*, che sono presenti i file necessari per la descrizione completa della mesh, come *points* e *boundaries*;
- *system*, in cui vi sono i file più importanti per la generazione della mesh (ad esempio, *blockMeshDict*), per l'impostazione dello schema risolutivo, e per la gestione stessa della simulazione (*controlDict*); in quest'ultimo file si possono impostare i tempi iniziale e finale della simulazione, il delta *t* e l'intervallo di tempo con cui vengono salvati i risultati in apposite cartelle, denotate ognuna dal tempo che identificano; lo schema di discretizzazione usato viene stabilito in *fvSchemes*, mentre in *fvSolutions* vengono impostati i risolutori delle equazioni stesse; altri file che possono essere presenti sono *decomposeParDict*, che permette di suddividere il dominio su diversi processori, e di lanciare, quindi, una simulazione in parallelo, *snappyHexMeshDict*, che ricostruisce la mesh attorno ad un corpo qualsiasi, a partire dalla descrizione della superficie in formato *.stl*, ed altri file utili sia per il pre-processing, come *topoSetDict* e *setFieldsDict*, sia per il post-processing, come *sampleDict*;
- *time* directory, contenente un file per ciascun campo, ad esempio, per pressione, temperatura e velocità; i campi potrebbero essere quelli iniziali, con le opportune condizioni al bordo, che devono essere specificati dall'utente per far partire la simulazione, oppure i risultati che il software ha provveduto a scrivere e salvare; il nome delle *time directories* corrisponde al tempo di simulazione a cui i dati sono stati salvati;

- eventuali file, come *Allrun* ed *Allclean*, che contengono diverse istruzioni al loro interno, eseguibili tutte dando un unico comando.

Come già spiegato in precedenza, OpenFOAM presenta diversi *solvers*, suddivisi in base al tipo di problema da risolvere, come, ad esempio, flussi compressibili/incompressibili, combustione, trasferimento del calore. In questa tesi si farà uso di due *solver* compressibili, *rhoCentralFoam* e *rhoPimpleFoam*, e verranno prodotti delle applicazioni ad hoc per la generazione delle soluzioni analitiche.

Prima di procedere con la descrizione, però, è opportuno fare un breve richiamo riguardante il *Metodo ai Volumi Finiti*, su cui il software si basa.

3.2 Schemi numerici

Questa breve introduzione al metodo è utile anche per poter comprendere e sfruttare le funzionalità di OpenFOAM per quanto riguarda i file *fvSchemes* ed *fvSolution*, introdotti in precedenza.

Si considera, innanzitutto, l'equazione di trasporto di una generica quantità ϕ :

$$\int_V \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_V \nabla \cdot (\rho\vec{u}\phi) dV - \int_V \nabla \cdot (\rho\Gamma\nabla\phi) dV = \int_V S(\phi) dV \quad (3.1)$$

A primo membro, si distinguono la derivata temporale, il termine convettivo e quello diffusivo. A secondo membro, invece, è presente il termine sorgente. Il metodo ai volumi finiti prevede che il dominio sia suddiviso in un numero finito di volumi di controllo, o celle. La soluzione si ricerca all'interno di ciascuna cella. La soluzione migliora dal punto di vista dell'accuratezza aumentando il numero di volumi di controllo. Il punto centrale all'interno di questi volumi è detto centro cella. Possono assumere molte forme, però le facce devono essere planari e l'elemento deve essere concavo. Denotando con f sia una faccia della cella che il centro della faccia stessa, il vettore \vec{S}_f è diretto perpendicolarmente alla faccia, con verso rivolto verso l'esterno, ed ha modulo pari all'area della faccia stessa. Il metodo ai volumi finiti consiste nella conservazione della quantità ϕ , che viene trasportata, e nell'interpolazione dei valori assunti fra i centri delle celle ed i centri delle facce. Applicando il teorema di Gauss all'equazione del trasporto, questa diventa:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V (\rho\phi) dV + \oint_{\partial V} (\rho\vec{u}\phi) \cdot d\vec{S} - \oint_{\partial V} (\rho\Gamma\nabla\phi) \cdot d\vec{S} = \int_V S(\phi) dV \quad (3.2)$$

Il problema, a questo punto, consiste proprio nell'interpolare i valori dei centri cella, noti dopo aver risolto il sistema di equazioni algebriche, per ottenere i valori corrispondenti ai centri delle facce. Effettuando un'integrazione spaziale, si possono ricavare le forme discrete dei termini presenti nell'equazione precedente:

$$\int_V \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \sum_f \vec{S}_f \cdot (\rho\vec{u}\phi)_f - \sum_f \vec{S}_f \cdot (\rho\Gamma\nabla\phi)_f = (S_C V + S_V \phi) \quad (3.3)$$

Per ottenere i valori al centro delle facce, l'interpolazione deve essere effettuata tra i valori dei centri cella che condividono la stessa faccia. Dopo l'integrazione spaziale, occorre effettuare anche quella temporale:

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \sum_f \vec{S}_f \cdot (\rho\vec{u}\phi)_f - \sum_f \vec{S}_f \cdot (\rho\Gamma\nabla\phi)_f \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} (S_C V + S_V \phi) dt \quad (3.4)$$

Come per il caso spaziale, vi sono diversi metodi che consentono di realizzare la discretizzazione temporale. OpenFOAM discretizza le equazioni di governo nello spazio e nel tempo mediante volumi di controllo poliedrici in tutto il dominio computazionale. In questo modo, viene realizzato un sistema di equazioni lineari algebriche da risolvere per ottenere la soluzione per la quantità di interesse. Ovviamente, affinché il software possa realizzare ciò, ha bisogno di molte informazioni in ingresso. Le più importanti riguardano la discretizzazione del dominio, cioè la mesh, contenuta nella cartella *polymesh*, all'interno della directory *constant*; le condizioni iniziali e al contorno delle grandezze di interesse; le proprietà fisiche e di trasporto; il modello di turbolenza impiegato; come discretizzare nello spazio i termini delle equazioni di governo, e come discretizzare nel tempo l'equazione semi-discreta ottenuta al passo precedente; come risolvere il sistema lineare di equazioni algebriche; impostare i parametri fondamentali per eseguire la simulazione.

3.2.1 Condizione CFL

Si riporta in questa sezione anche il significato della condizione *CFL*. Si tratta di una condizione necessaria affinché venga garantita la stabilità del metodo numerico impiegato. La sua definizione, nel caso monodimensionale, è la seguente:

$$CFL = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \quad (3.5)$$

e, se inferiore all'unità, sta ad indicare il fatto che l'informazione, ad un certo istante temporale, deriva da quella dell'istante precedente, relativa ad una cella adiacente, non ad altre. Per le simulazioni effettuate in questa tesi, nel file *controlDict* si è impostato il valore massimo del numero di Courant pari a 0,5.

3.3 Mesh e condizioni al contorno

3.3.1 Generazione della griglia di calcolo

A questo punto, occorre presentare le impostazioni scelte per la mesh. OpenFOAM fornisce l'utility *blockMesh* per la generazione della griglia. Le mesh create in questo modo sono parametriche, e si ha anche la possibilità di inserire *grading* e spigoli

curvi. Il *grading* consente di infittire la mesh nelle zone desiderate creando, in questo modo, griglie non uniformi. Le informazioni necessarie alla generazione della griglia devono essere inserite in un file denominato *blockMeshDict*. Questa utility suddivide il dominio in uno o più blocchi tridimensionali, i cui bordi non devono essere necessariamente dritti. Ogni blocco è definito da otto vertici, ed è possibile scegliere il numero di celle per ogni direzione. Si fa notare che, anche nel caso bidimensionale, occorre comunque definire una mesh tridimensionale.

La mesh utilizzata nelle simulazioni successive è di tipo bidimensionale, costituita da un unico blocco quadrato. Si è suddiviso il dominio mediante esaedri, e si è considerato come giusto compromesso fra tempo di calcolo ed accuratezza dei risultati un numero di celle pari a 500 sia lungo la direzione x che lungo la direzione y . Essendo il campo di moto bidimensionale, lungo la direzione z è presente una sola cella.

3.3.2 Condizioni al contorno

Scegliere le corrette condizioni al contorno è fondamentale nelle simulazioni. Nel caso in cui si debbano analizzare campi acustici, questo aspetto assume, se possibile, una rilevanza ancora maggiore.

Questo avviene perché, stabilendo un dominio di calcolo su una regione interamente pervasa da flusso, si taglia la regione stessa, creando dei bordi che, nella realtà, non esistono; e la riflessione delle onde sui bordi ha un impatto notevole sulle soluzioni che si possono ottenere, in particolar modo quando si considera un flusso compressibile. Occorre, pertanto, impostare le corrette condizioni al contorno, in modo tale che il fluido e le onde sonore riescano a fuoriuscire in modo regolare dai bordi del dominio.

In OpenFOAM, si possono utilizzare due condizioni al contorno, cosiddette *non riflettenti*, approssimate: *advective* e *waveTransmissive*. Entrambe determinano il valore delle grandezze ai bordi risolvendo la seguente equazione:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla\phi = 0 \quad (3.6)$$

in cui ϕ denota una grandezza generica. Assumendo che la velocità U sia perpendicolare al bordo, si può riscrivere la precedente equazione come:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + U_n \cdot \frac{\partial\phi}{\partial \vec{n}} = 0 \quad (3.7)$$

in cui \vec{n} è il versore normale alla superficie di bordo diretto verso l'esterno.

La differenza fra le due condizioni al contorno risiede nel calcolo della velocità U_n . Nel caso della condizione *advective*, U_n è la componente della velocità normale alla superficie di bordo, $U_n = u_n$. Nel caso della condizione *waveTransmissive*, invece,

U_n è la somma della componente di velocità normale alla superficie di bordo e la velocità del suono c , $U_n = u_n + c$.

Smorzamento artificiale

Come spiegato nel precedente paragrafo riguardante le condizioni al contorno, occorre evitare che le onde sonore riflettano sui bordi e compromettano il dominio a causa dell'interferenza. Per fare ciò, sono state sviluppate diverse tecniche. Una di queste, il cosiddetto *metodo dello smorzamento artificiale*, è stato anche implementato in OpenFOAM. Il meccanismo di funzionamento di questa tecnica è il seguente: viene considerata una regione di assorbimento fittizia ed aggiunta al dominio di calcolo; in questa regione le equazioni di governo vengono modificate per simulare un meccanismo fisico di dissipazione. Pertanto, viene aggiunto un termine di smorzamento artificiale, o fittizio, che assume un valore crescente all'interno della zona di assorbimento. Il ruolo di questo termine è quello di diminuire l'intensità delle onde prima che queste raggiungano i bordi, in modo da diminuire gli effetti della riflessione.

In OpenFOAM, la tecnica dello smorzamento artificiale è implementata mediante *acousticDampingSource*, una *fvOption* i cui parametri di funzionamento possono essere regolati nel file *fvOptions*, all'interno della cartella *system*. L'intensità dello smorzamento cresce gradualmente in una regione delimitata da due raggi, uno interno ed uno esterno. Lo smorzamento massimo viene applicato nella regione in cui la distanza dal centro sia maggiore del raggio esterno. Il valore massimo del coefficiente di smorzamento è definito come:

$$\nu_{max} = w \cdot \text{frequenza}, \quad (3.8)$$

in cui w rappresenta l'ampiezza dello stencil, e sia questo parametro che la frequenza possono essere impostati.

Si fa notare che, riprendendo la terminologia introdotta nel capitolo iniziale, in OpenFOAM la condizione al contorno *waveTransmissive* è un'approssimazione delle NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions), mentre *acousticDampingSource* appartiene alla categoria di dissipazione artificiale e smorzamento in una regione di assorbimento. ¹

¹<https://caefn.com>

3.4 Solver

3.4.1 rhoPimpleFoam e rhoCentralFoam

Per verificare il comportamento di OpenFOAM nella risoluzione di campi acustici, occorre utilizzare solver già presenti nel programma. Occorre che questi solver abbiano delle caratteristiche ben precise:

- devono essere adatti a flussi compressibili;
- devono essere progettati per flussi non stazionari.

Fra i solver che presentano tali caratteristiche, quelli più adeguati sono *rhoPimpleFoam* e *rhoCentralFoam*, in quanto *sonicFoam*, il terzo valido, è progettato per l'applicazione in campo transonico, cioè per valori del numero di Mach più elevati rispetto a quelli che verranno considerati.

Utilizzando questi due solver, verranno risolte proprio le equazioni di Eulero per flussi compressibili e non stazionari, cioè quelle adeguate per il fenomeno della propagazione acustica. Si potrebbe anche considerare flussi viscosi con gli stessi solver, variando i parametri contenuti nel file *thermophysical properties* presente nella cartella *constant* ma, per quanto è stato spiegato in precedenza, è meglio considerare il caso di flussi inviscidi.

Il solver *rhoCentralFoam* è *density-based*, ed è basato sullo schema upwind-centrato di Kurganov e Tadmor. Presenta un buon funzionamento nel caso in cui, nel campo di moto, vi siano delle discontinuità come, ad esempio, urti. Non è molto adeguato, invece, per flussi turbolenti.

Il solver *rhoPimpleFoam*, invece, presenta caratteristiche opposte: funziona bene nel caso di flusso turbolento, ma non è adeguato per campi di moto con discontinuità presenti al loro interno. Il nome deriva dal fatto che è basato sull'algoritmo *PIMPLE*, combinazione degli algoritmi *PISO* e *SIMPLE*.

3.4.2 Solver per le soluzioni analitiche

Impulso gaussiano di pressione

Questo solver calcola la soluzione analitica per l'impulso gaussiano di pressione, quindi risolve le equazioni 2.36, 2.37 e 2.38.

Si sono utilizzate le seguenti variabili:

- U, la velocità calcolata analiticamente, adimensionale, considerando anche le due componenti lungo gli assi x ed y;
- la pressione p;

- la densità ρ ;
- la lunghezza, il tempo, la densità, la pressione di riferimento e la velocità;
- l'ampiezza dell'impulso di pressione e la semi-ampiezza della Gaussiana di pressione.

Nel codice si sono utilizzate grandezze adimensionali. E' questo il motivo per cui si sono introdotte anche delle grandezze di riferimento, di valore unitario, ma dimensionali. In questo modo, moltiplicando la grandezza di interesse per il valore di riferimento, non se ne altera il valore assoluto, ma si ricava una grandezza dimensionale.

Monopolo

Il solver qui presentato serve per calcolare la soluzione analitica per una sorgente monopolare puntiforme. L'equazione fondamentale da considerare è quella relativa al potenziale complesso, eq. 2.44, da cui si ricavano, di conseguenza, i campi di pressione e di velocità, come spiegato nel capitolo teorico introduttivo.

Le variabili utilizzate sono le stesse del caso precedente, a cui si aggiungono:

- la parte reale e quella immaginaria del potenziale complesso, considerate separatamente;
- l'intensità del monopolo, Q ;
- l'ascissa e l'ordinata del monopolo;
- il coefficiente $\beta = \sqrt{1 - M^2}$;
- la fase e la velocità angolare del monopolo.

La maggior parte del codice è dedicata alla soluzione dell'equazione del potenziale complesso, considerando parte reale e immaginaria separatamente. Una volta ricavato il potenziale stesso, per calcolare la pressione è stato sufficiente considerare la derivata del potenziale nel tempo, ottenuta analiticamente. Note le derivate spaziale, ricavata tramite la funzione *grad* di OpenFOAM, e temporale, si sono ricavati i campi di interesse, e si sono resi dimensionali per i confronti successivi con le soluzioni numeriche.

Dipolo e quadrupolo

Come già accennato nel capitolo teorico introduttivo, per ricavare questi campi è sufficiente sommare nel modo opportuno i campi prodotti da singole sorgenti monopolari. I codici necessari, pertanto, sono molto simili al codice per il calcolo del campo di un monopolo.

Nel caso del dipolo, occorre considerare un monopolo aggiuntivo, con stessa velocità angolare e stessa intensità. I due monopoli sono posti entrambi sull'asse delle ascisse. Le fasi cambiano, ovvero devono essere in opposizione di fase.

Il solver calcola un potenziale complesso per entrambi i monopoli, da cui si ricava il potenziale totale, che consente di ottenere i campi di pressione, velocità e densità.

Il solver relativo al quadrupolo, invece, considera quattro monopoli, disposti come vertici di un quadrato. I monopoli che giacciono sulla stessa diagonale devono avere la stessa fase, e devono essere in opposizione di fase rispetto agli altri due. Il procedimento di risoluzione è analogo al caso del dipolo, l'unica differenza risiede nel fatto che il potenziale totale è somma di quattro potenziali. La velocità angolare e l'intensità sono le stesse per tutte le sorgenti considerate.

Capitolo 4

Risultati e confronti

In questo capitolo si procede alla risoluzione vera e propria dei campi acustici di interesse. Si procede considerando dapprima il campo generato da un impulso gaussiano di pressione, poi monopolo, dipolo e, quindi, quadrupolo trasversale. Per ogni caso vengono affrontate due situazioni differenti: la prima consiste nell'impostare un numero di Mach pari a zero; la seconda considera un Mach di 0,5. Per ogni campo trattato, si procede innanzitutto alla determinazione della soluzione analitica secondo le modalità descritte nel capitolo precedente, poi si ricavano le soluzioni numericamente, infine si confrontano i risultati ottenuti mediante entrambi i tipi di analisi.

4.1 Impulso gaussiano di pressione

La griglia di calcolo usata per svolgere questo caso è costituita da 200 celle per lato, vale a dire sia lungo l'asse x che lungo l'asse y , mentre lungo l'asse z si è considerata un'unica cella, trascurando, dunque, una dimensione.

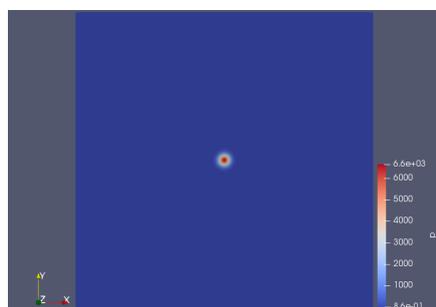


Figura 4.1. Impulso gaussiano di pressione, $t = 0.5$ s

Innanzitutto, è stata calcolata la soluzione analitica. Per questo particolare tipo di campo sono necessari tempi di calcolo relativamente lunghi; è per questo che, a differenza degli altri casi, la mesh è meno fitta. Come si può osservare in Fig. 4.1, l'impulso gaussiano di pressione si origina nel centro della mesh, e al tempo di 0.5 s è ancora confinato in una regione molto piccola. Dopo un tempo di simulazione pari a 25 s, si può notare che il segnale occupa una regione decisamente maggiore. Comunque, propaga lentamente, ed in modo isotropo, vale a dire allo stesso modo in tutte le direzioni. I picchi di pressione progressivamente si attenuano. A questo punto, si è intervenuti per fare il primo test riguardante il funzionamento di OpenFOAM. Si è considerato il campo dell'impulso gaussiano al tempo di 25 s (si veda Fig. 4.2), e lo si è posto come campo iniziale per la simulazione con il solver *rhoPimpleFoam*.

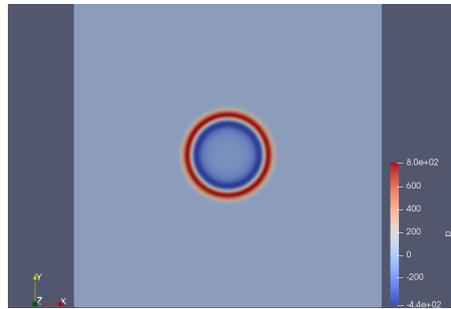


Figura 4.2. Impulso gaussiano di pressione, $t = 25$ s

Questo solver ha bisogno, oltre che dei campi di velocità e pressione, anche di quello di temperatura, in quanto solver compressibile, come già precedentemente spiegato. Impostata come temperatura iniziale una temperatura costante il tutto il campo interno, e stabilite condizioni al contorno del tipo *zeroGradient*, è stata fatta partire l'esecuzione. Il Δt è stato posto pari a 10^{-4} , ed è stato considerato come tempo finale della simulazione 25,5.

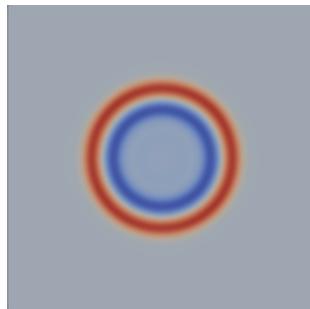


Figura 4.3. Evoluzione numerica dell'impulso gaussiano, $t = 25,02$ s

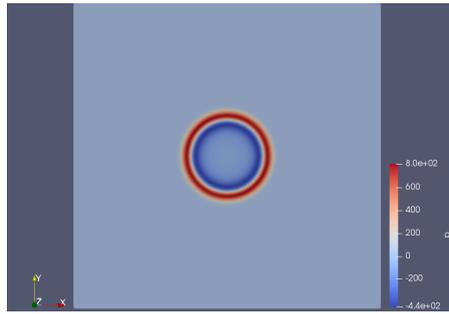


Figura 4.4. Impulso gaussiano di pressione, $t = 25,02$ s

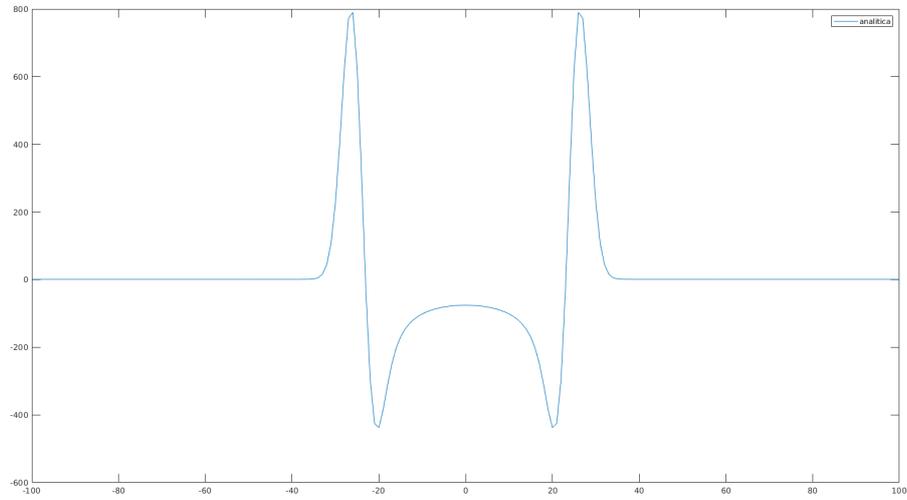
Dopo aver osservato i risultati ottenuti mediante il software *Paraview*, si è notato immediatamente che la velocità di propagazione del segnale è risultata molto superiore rispetto alla soluzione analitica (Fig. 4.3¹). Dopo due centesimi di secondo, infatti, il segnale occupava già una notevole porzione del campo di moto, nettamente superiore a quella occupata dalla soluzione analitica allo stesso istante.

Nello stesso tempo, infatti, la soluzione analitica si è spostata di pochissimo: come si può osservare in Fig. 4.4, i due grafici sembrano addirittura identici, se non per un lievissimo incremento di diametro nel secondo caso.

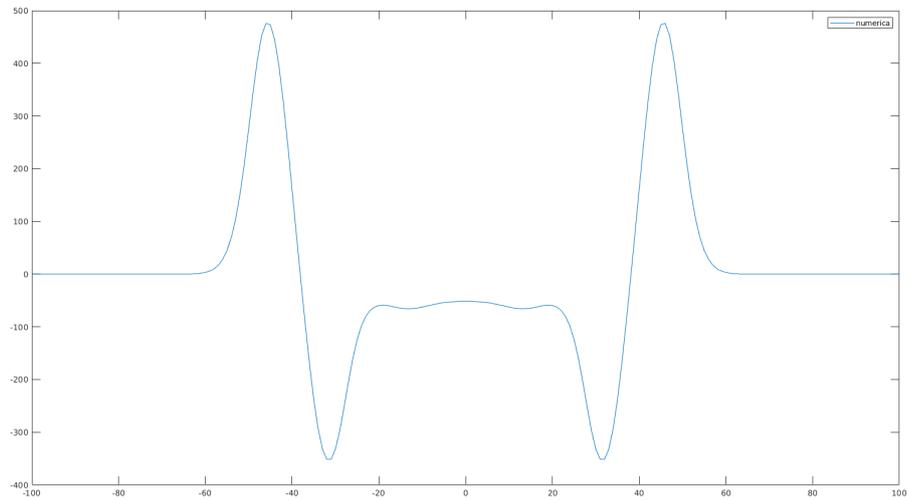
Misurando lo spazio percorso dal segnale nel corso di due centesimi di secondo, si è ricavata un'indicazione molto interessante: il segnale si è spostato con una velocità superiore a 330 m/s, quindi molto vicina a quella del suono, vale a dire a quella delle piccole perturbazioni, nelle condizioni di temperatura considerate. Ciò significa che, già da questo primo caso, si è ottenuto un risultato significativo, vale a dire che OpenFOAM simula la velocità di propagazione delle onde sonore in modo accurato. La soluzione analitica, in quanto tale, ha il suo andamento. Invece, dando al software come campo un impulso iniziale, questo propaga proprio come un'onda acustica.

Dopo aver fatto alcune considerazioni sulla velocità di propagazione, occorre porre l'attenzione sull'andamento vero e proprio delle grandezze. In Fig. 4.5 è riportato l'andamento della soluzione analitica al tempo 25,02 s, considerando una sezione della griglia di calcolo, in particolare quella presa lungo l'asse delle ascisse.

¹D'ora innanzi, l'orientazione degli assi e la legenda dei colori verranno poste solamente nelle immagini che introducono un nuovo argomento; quelle successive presentano stessa orientazione e medesima gradazione di colori, se non altrimenti specificato.

Figura 4.5. Soluzione analitica, $y = 0$, $t = 25,02$ s

Il campo all'esterno, dove il segnale non è ancora giunto, è praticamente costante al valore che aveva all'istante iniziale della simulazione. Dal centro propaga l'impulso gaussiano, si possono notare due picchi di pressione in corrispondenza del segnale stesso, e all'interno la pressione è inferiore.

Figura 4.6. Soluzione numerica, $y = 0$, $t = 25,02$ s

L'andamento delle pressioni nel caso della soluzione numerica è del tutto analogo a quello appena esposto. Anche questa è una considerazione significativa: OpenFOAM predice in maniera corretta l'andamento delle pressioni nel caso di impulso gaussiano. Ovviamente, avendo considerato lo stesso istante temporale per valutare i diagrammi, ma avendo percorso il segnale una distanza superiore nel caso di soluzione numerica, ciò si rifletterà sovrapponendo i diagrammi. Come si può notare in Fig. 4.7, infatti, il segnale è nettamente più vicino ai bordi del dominio nel caso numerico rispetto al caso analitico, i picchi sono meno accentuati e la zona di depressione assume valori leggermente più elevati. Questo è proprio l'andamento che assumerà la soluzione analitica, ma dopo parecchio tempo.

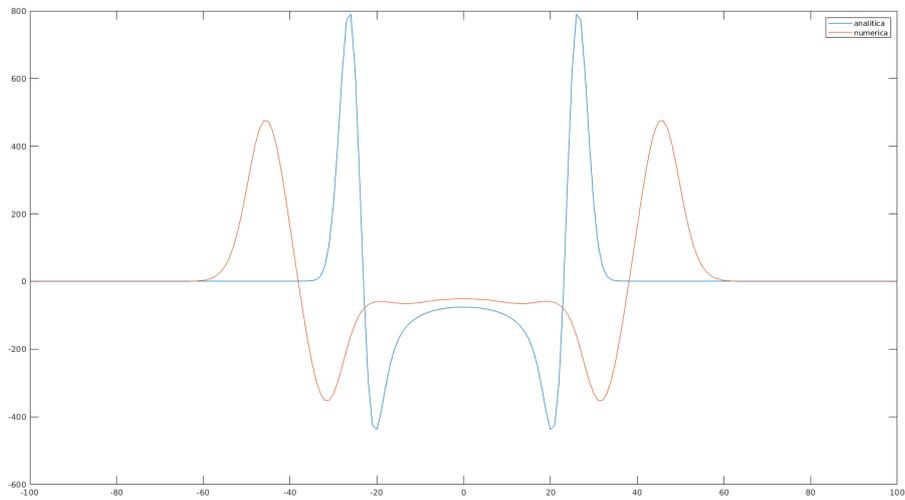


Figura 4.7. Confronto soluzione analitica/numerica, $y = 0$, $t = 25,02$ s

4.1.1 Mach = 0,5

Valgono tutte le considerazioni fatte al paragrafo precedente. In questo caso si aggiunge anche il fenomeno convettivo, dovuto alla presenza di un flusso medio uniforme. Gli andamenti delle pressioni sono analoghi al caso a Mach = 0, ma traslati verso destra di una quantità dipendente dal tempo. Lo spostamento del fronte d'onda verso destra si può notare chiaramente nelle figure 4.8 e 4.9.

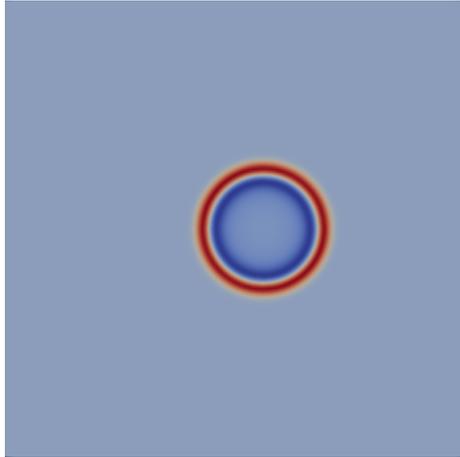


Figura 4.8. Impulso gaussiano, caso analitico, $t = 25,02$ s

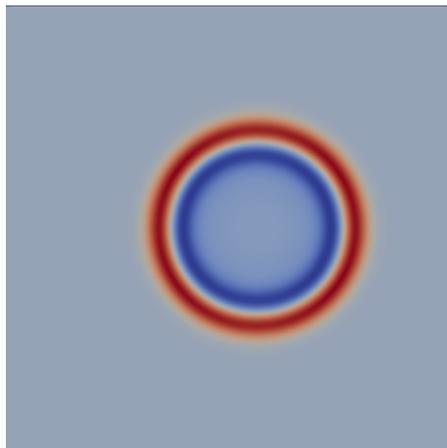


Figura 4.9. Evoluzione numerica dell'impulso gaussiano, $t = 25,02$ s

4.2 Monopolo

Tutte le analisi che seguono sono state svolte con una griglia costituita da 500 celle per lato. Questa discretizzazione spaziale, nettamente superiore rispetto al caso precedente, è stata sufficiente a cogliere tutti gli aspetti interessanti dei campi di moto, con tempi di calcolo accettabili.

4.2.1 Mach = 0

Come nei casi precedenti, innanzitutto si sono ricavati i risultati analitici. Il campo risultante è mostrato in Fig. 4.10; la grandezza considerata è la pressione.

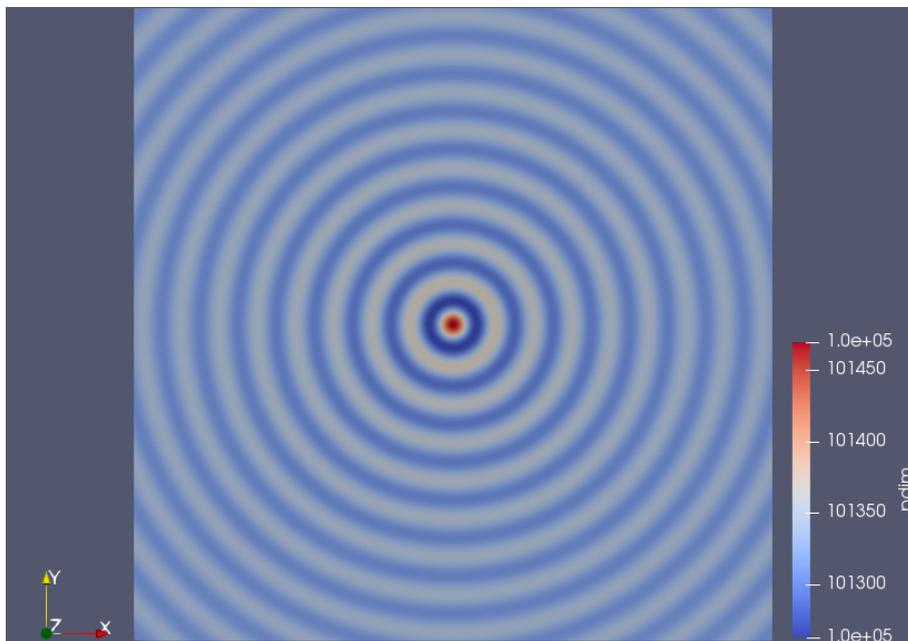


Figura 4.10. Monopolo acustico, $t = 0,001$ s

Si nota subito che il campo generato da un monopolo puntiforme centrato nell'origine degli assi presenta simmetria circonferenziale, cioè le onde sono isotrope, il suono propaga in tutte le direzioni allo stesso modo. L'andamento è sinusoidale, e all'allontanarsi dalla sorgente l'intensità diminuisce, dovendo la stessa energia distribuirsi su superfici più grandi.

Ottenuta la distribuzione di pressione analiticamente, a questo punto si può procedere con le simulazioni con i solver già presenti in OpenFOAM.

Come primo caso si è scelto di usare il solver *rhoPimpleFoam*, ma verranno effettuati dei test anche con l'altro solver adeguato, *rhoCentralFoam*.

Innanzitutto, non si è potuto considerare come campo iniziale per le simulazioni l'intero campo del monopolo. Per l'impulso gaussiano ciò era stato possibile, ma il segnale era ben confinato all'interno del campo stesso. In questo caso, invece, le onde raggiungono le pareti, ed è conveniente, pertanto, limitare il campo iniziale. La tematica della riflessione contro le pareti è già stata considerata nei capitoli precedenti, e le contromisure per evitare che ciò sia deleterio per la soluzione numerica sono state adottate, ma per analizzare bene l'andamento della soluzione numerica l'importante è dare un impulso centrale iniziale.

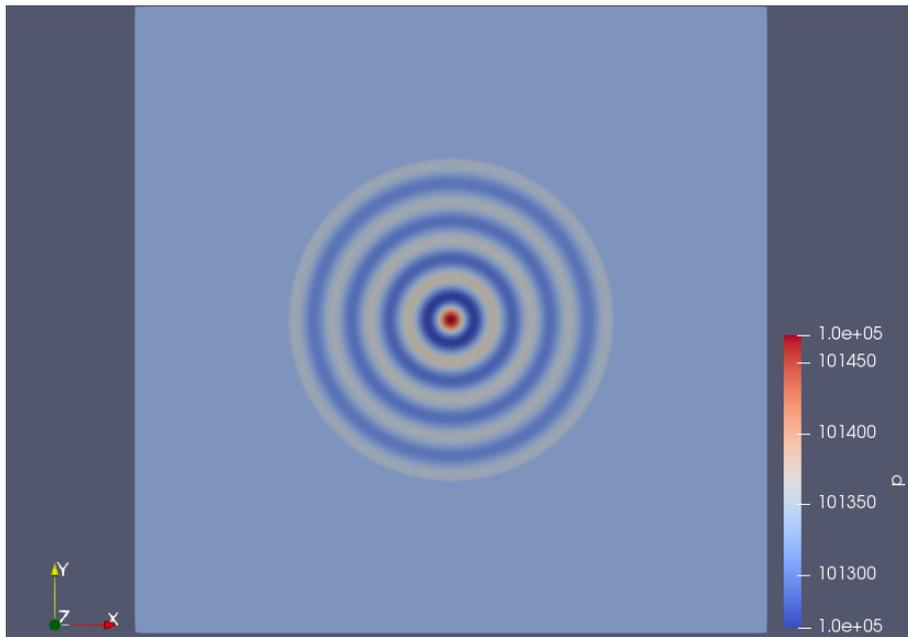


Figura 4.11. Campo iniziale per la simulazione, $t = 0,001$ s

Si è proceduto, pertanto, in questo modo. Data la soluzione analitica al tempo 0,001, che sarà assunto come tempo iniziale per tutte le simulazioni successive, si sono sfruttate due *utilities* di OpenFOAM, *topoSet* e *setFields*, per modificarlo. Si è deciso di considerare un diametro di estensione pari a circa la metà dell'asse delle ascisse. All'interno del cerchio risultante, il campo considerato è stato quello della soluzione analitica (si veda Fig. 4.11). All'esterno, invece, si è provveduto a fornire un campo uniforme, di pressione pari a quella di contatto con il campo analitico. Verranno, in seguito, modificati i valori della pressione esterna, per mostrare la dipendenza della soluzione numerica da questo parametro. Come condizione al contorno per la pressione è stata usata *waveTransmissive*. Si considera propagazione in campo libero, quindi in assenza di pareti fisiche, reali, sui bordi del campo di moto. Oltre al campo di pressione, però, si è reso necessario fornire anche il campo iniziale di velocità, per ottenere dei risultati più accurati. La procedura seguita è stata la

stessa della pressione, ma il valore esterno al cerchio centrale è stato impostato a zero per tutte le componenti di velocità. Il terzo campo da fornire a *rhoPimpleFoam* è stato quello di temperatura. Non essendo tale grandezza considerata nella soluzione analitica per il monopolo, si è impostato un valore iniziale, uniforme, pari a 300 K. Sia per la velocità che per la temperatura sono state assegnate condizioni al contorno del tipo *zeroGradient*.

Dopo aver impostato la simulazione come laminare e considerato flusso inviscido, si è inserito anche, nel file *fvOptions*, *acousticDampingSource*, il cui funzionamento è già stato argomento di discussione. Come Δt è stato scelto 10^{-4} . Alcuni risultati ottenuti sono riportati nelle figure che seguono.

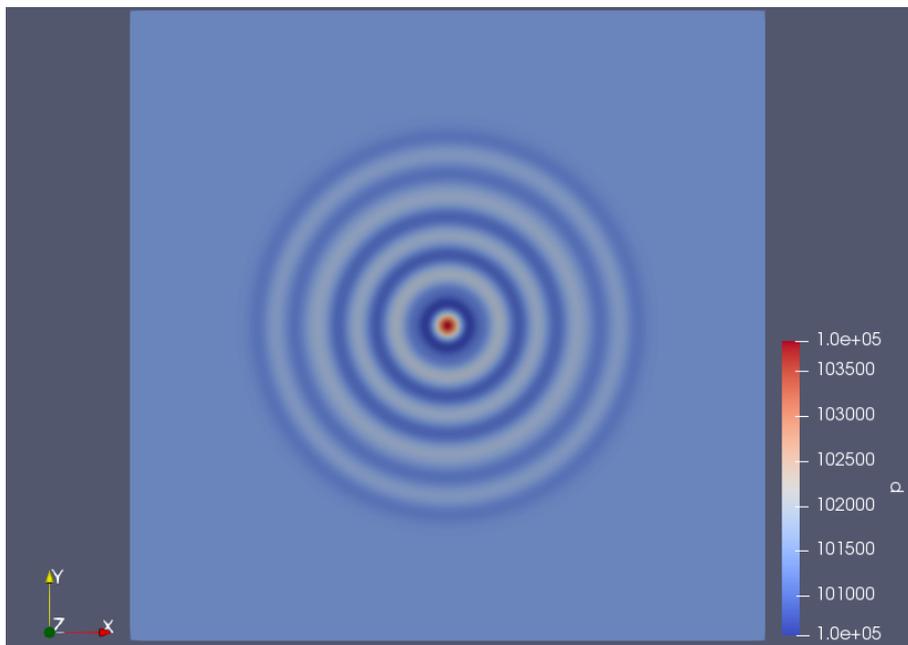


Figura 4.12. Campo di pressione al tempo $t = 0,004$ s

Il campo di pressione mostrato in Fig. 4.12 caratterizza il tempo $t = 0,004$ s. Si è ad un istante non troppo elevato, quindi l'onda è ancora ben lontana dai bordi. Nelle figure 4.13 e 4.14 si possono osservare l'andamento della pressione lungo la sezione corrispondente all'asse delle ascisse ed il confronto fra la soluzione analitica e quella numerica.

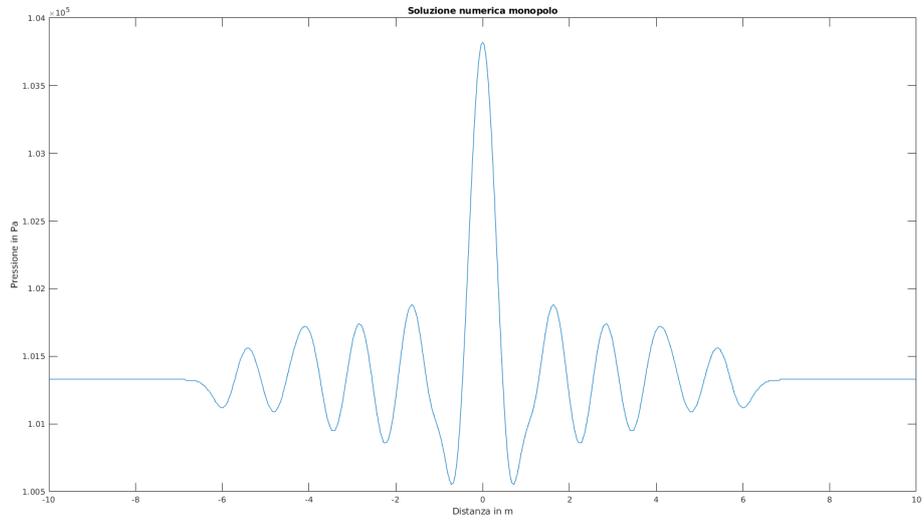


Figura 4.13. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,004$ s

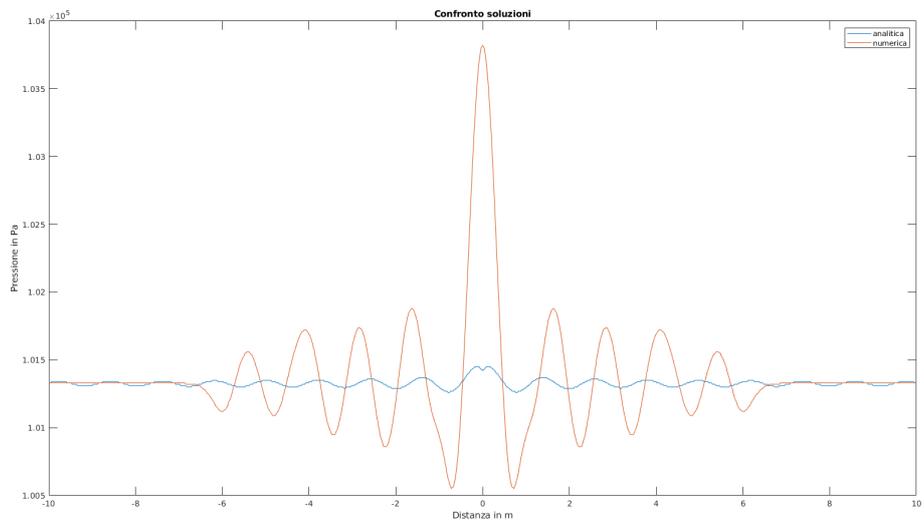


Figura 4.14. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t 0,004$ s per $y = 0$

Si riporta, nelle figure 4.15, 4.16 e 4.17, il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,005$ s, l'andamento della pressione lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante.

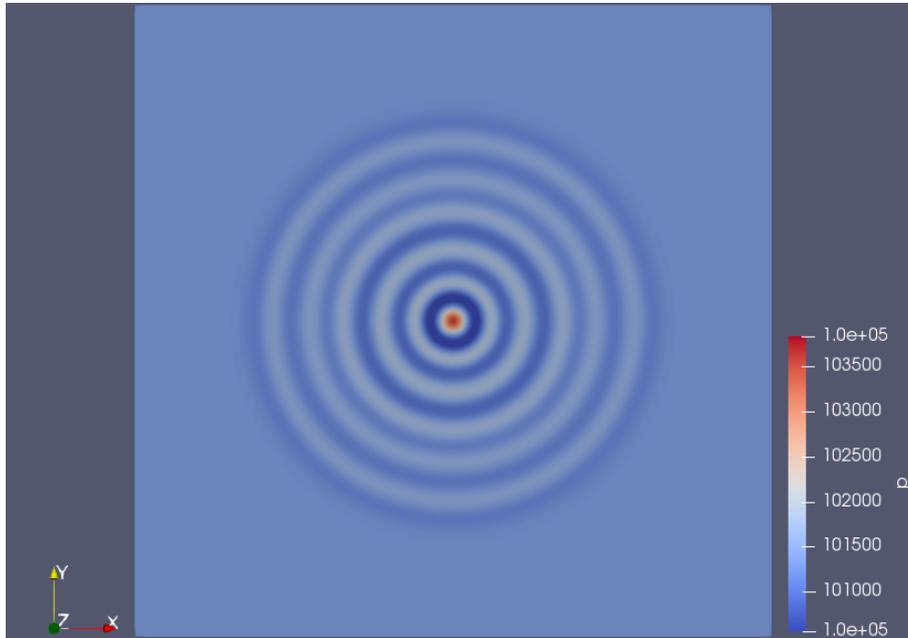


Figura 4.15. Campo di pressione al tempo $t = 0,005$ s

Come si può notare, l'andamento ottenuto è effettivamente quello della soluzione analitica. Dopo un certo tempo si può notare, inoltre, una sorta di appiattimento del campo di pressione, ma ciò sembra essere dovuto più alla colorazione di *Paraview* che ad una situazione effettiva. Infatti, negli istanti vicini al primo, le oscillazioni di pressione sono più elevate rispetto alla soluzione analitica. Ciò ha portato ad una variazione nel set di colori usato dal programma, e questo comporta, di conseguenza, che quando i valori tornano ad avvicinarsi sembrano, in realtà, più vicini di quanto siano veramente.

La differenza che si nota tra la soluzione analitica e quella numerica è, come appena detto, l'intervallo fra le pressioni (si veda Fig. 4.13). I picchi sono più accentuati sia in un verso che nell'altro nel caso numerico. Ciò può essere dovuto al fatto che il campo del monopolo non è stato riportato interamente, ma solo in parte. Questo ha comportato che le pressioni risultassero meno 'limitate', e più oscillanti. Tale effetto è, comunque, più che altro visivo, nel senso che risulta dal grafico una differenza molto netta (si veda Fig. 4.14). In realtà, differenze dell'ordine del migliaio di Pascal non sono, in assoluto, grandi, essendo il Pascal un'unità di misura molto piccola.

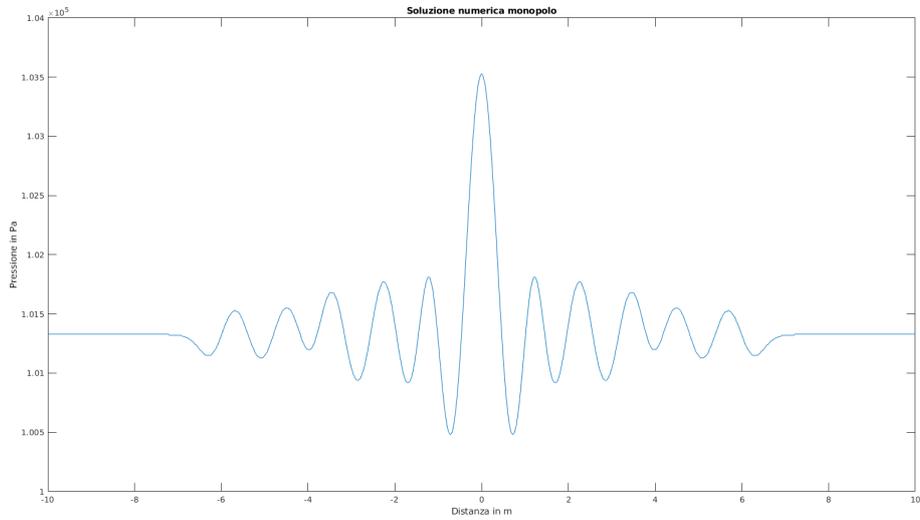


Figura 4.16. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,005$ s

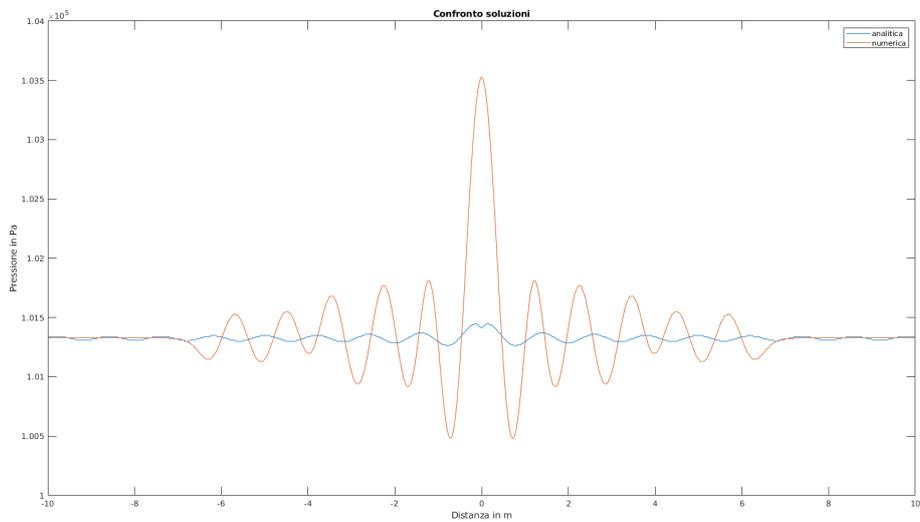


Figura 4.17. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t = 0,005$ s per $y = 0$

Si riportano, a questo punto, delle illustrazioni dei campi di pressioni ricavati a tempi successivi, per mostrare che, nonostante l'onda sia giunta sui bordi del dominio, le condizioni al contorno scelte in combinazione con *acousticDampingSource* rendono l'effetto della riflessione trascurabile.

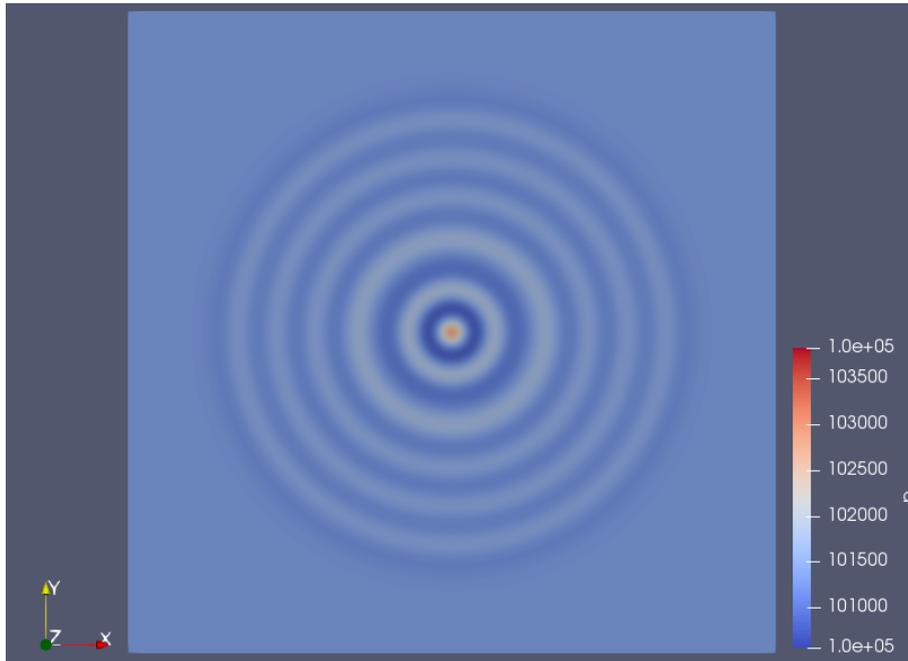


Figura 4.18. Campo di pressione al tempo $t = 0,008$ s

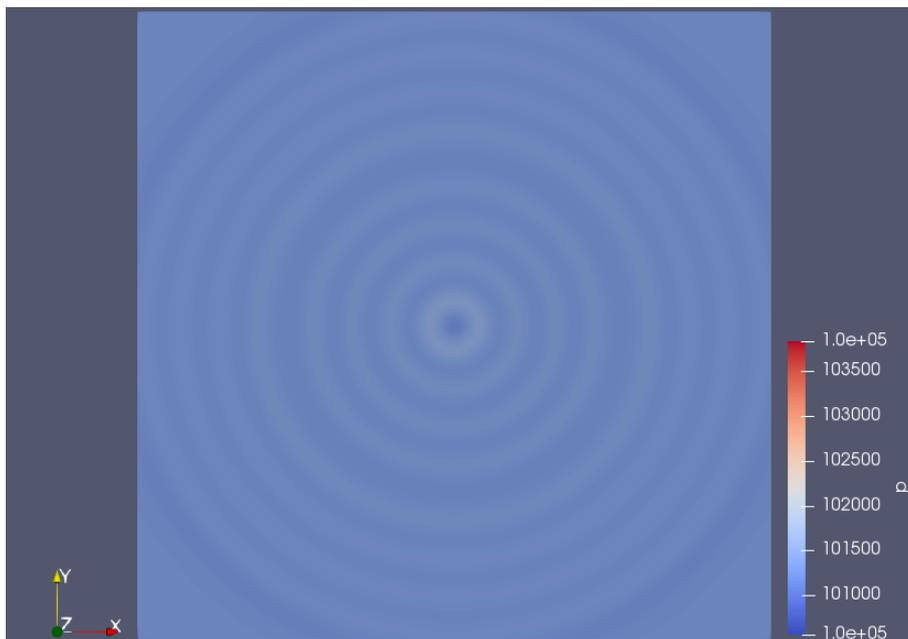
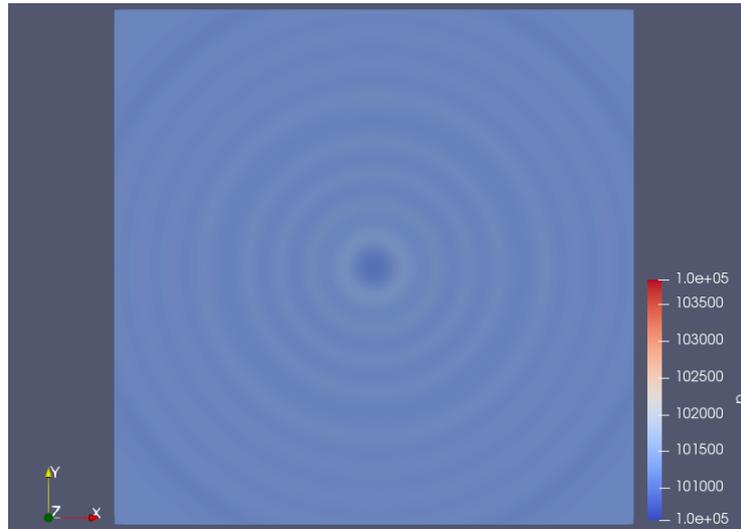
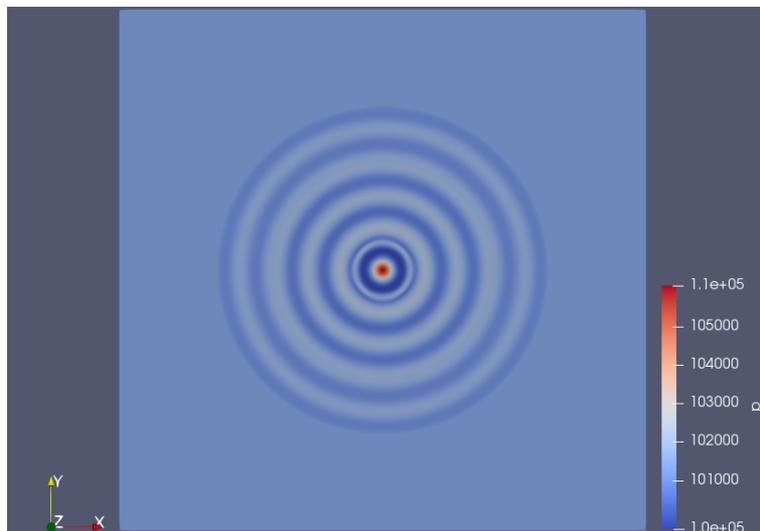


Figura 4.19. Campo di pressione al tempo $t = 0,017$ s

Figura 4.20. Campo di pressione al tempo $t = 0,018$ s

4.2.2 rhoCentralFoam

In questo paragrafo è stato portato avanti lo stesso ragionamento e sono stati seguiti gli stessi passi del precedente, ma usando il solver *rhoCentralFoam* al posto di *rhoPimpleFoam*, per poter poi scegliere quale dei due fosse il più adatto per eseguire le successive simulazioni. Sono stati adeguati alcuni parametri per poter consentire a *rhoCentralFoam* di eseguire le simulazioni.

Figura 4.21. Campo di pressione al tempo $t = 0,004$ s

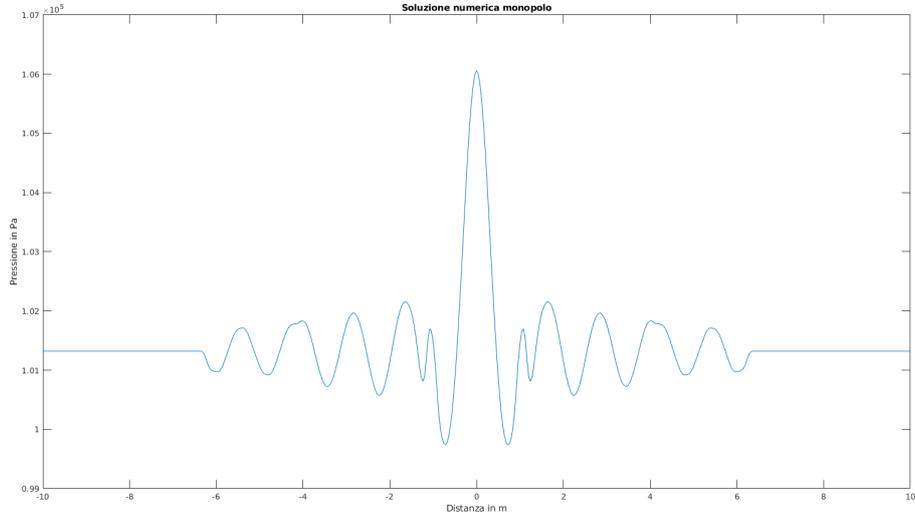


Figura 4.22. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,004$ s

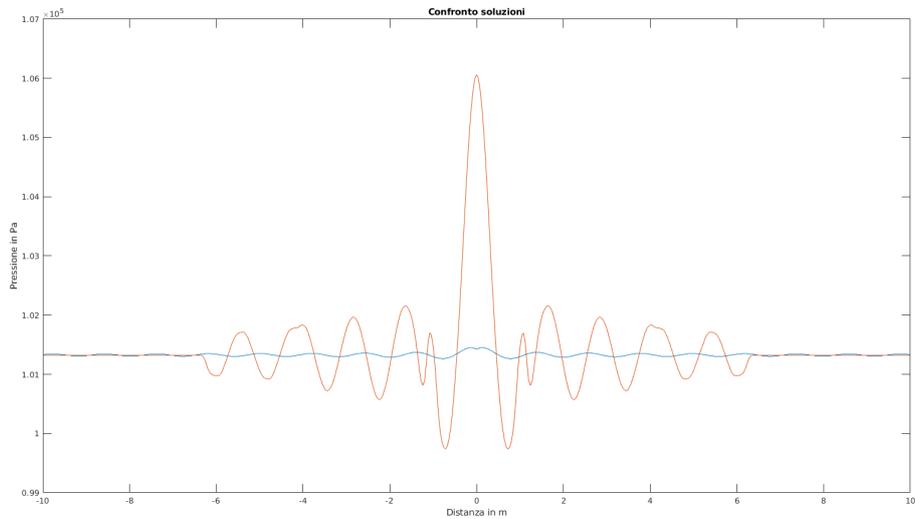
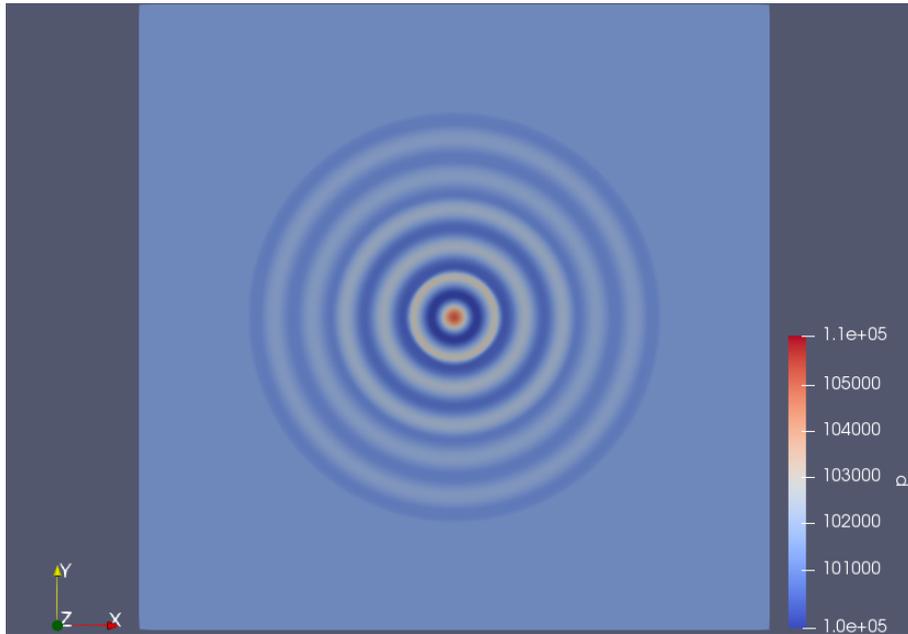


Figura 4.23. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t = 0,004$ s per $y = 0$

Si riporta, nelle figure 4.24, 4.25 e 4.26, il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,005$ s, l'andamento della pressione lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante.

I risultati ottenuti permettono di fare qualche considerazione. Gli andamenti

Figura 4.24. Campo di pressione al tempo $t = 0,005$ s

della pressione sono molto simili, sia usando *rhoCentralFoam* che usando *rhoPimpleFoam*. Sono stati considerati gli stessi istanti temporali di riferimento proprio per poter fare un confronto. Le immagini relative alle simulazioni effettuate con *rhoCentralFoam* sembrano migliori. Tuttavia, considerando attentamente i risultati numerici, si ricava che le simulazioni portate avanti con *rhoPimpleFoam* presentano una leggermente superiore accuratezza. La differenza grafica è da imputare, come affermato in precedenza, a *Paraview*. Si è, pertanto, deciso di preferire risultati leggermente più accurati rispetto a immagini più simili alla soluzione analitica. Nelle simulazioni successive verrà, quindi, utilizzato il solver *rhoPimpleFoam*.

Si riportano, a questo punto, delle illustrazioni dei campi di pressioni ricavati a tempi successivi, per mostrare che, nonostante l'onda sia giunta sui bordi del dominio, le condizioni al contorno scelte in combinazione con *acousticDampingSource* rendono l'effetto della riflessione trascurabile.

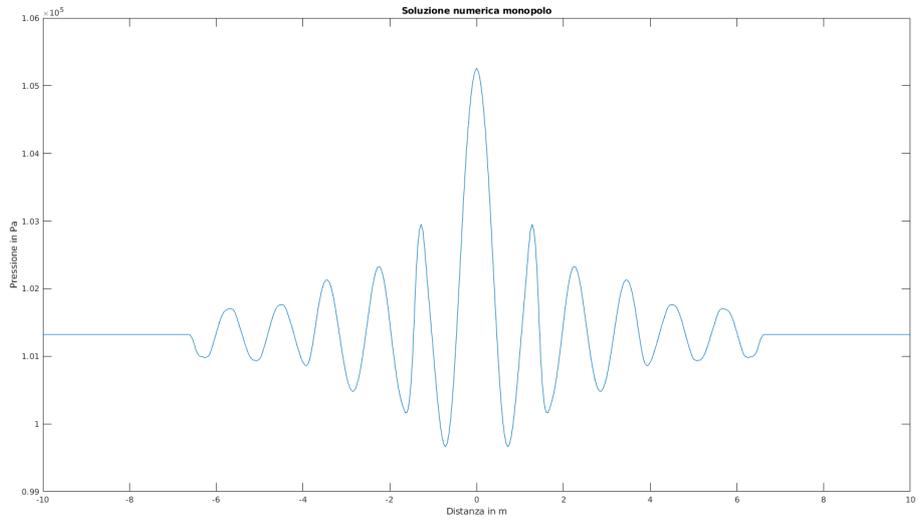


Figura 4.25. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,005$ s

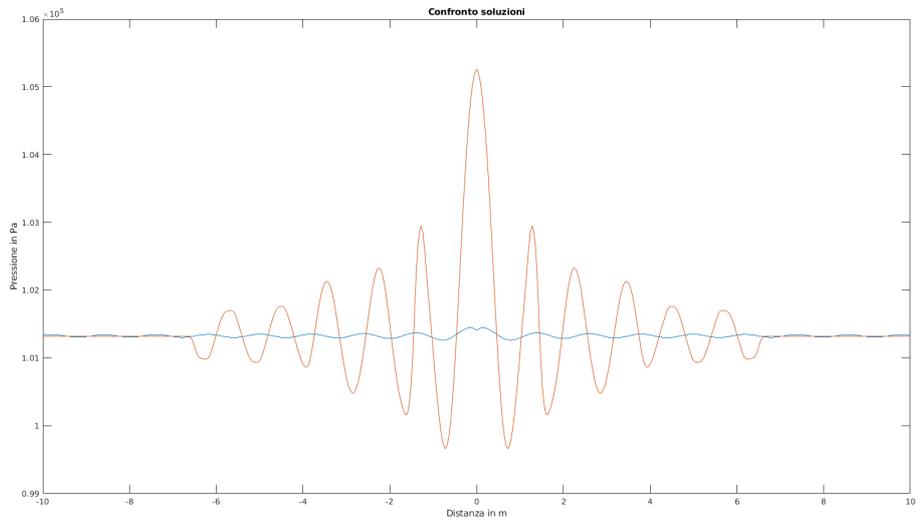


Figura 4.26. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t 0,005$ s per $y = 0$

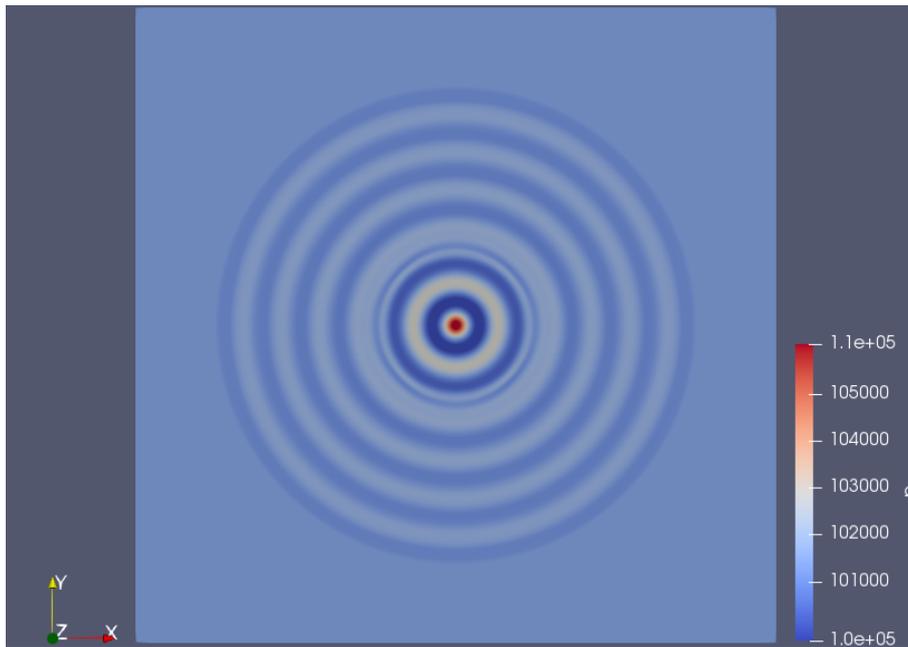


Figura 4.27. Campo di pressione al tempo $t = 0,008$ s

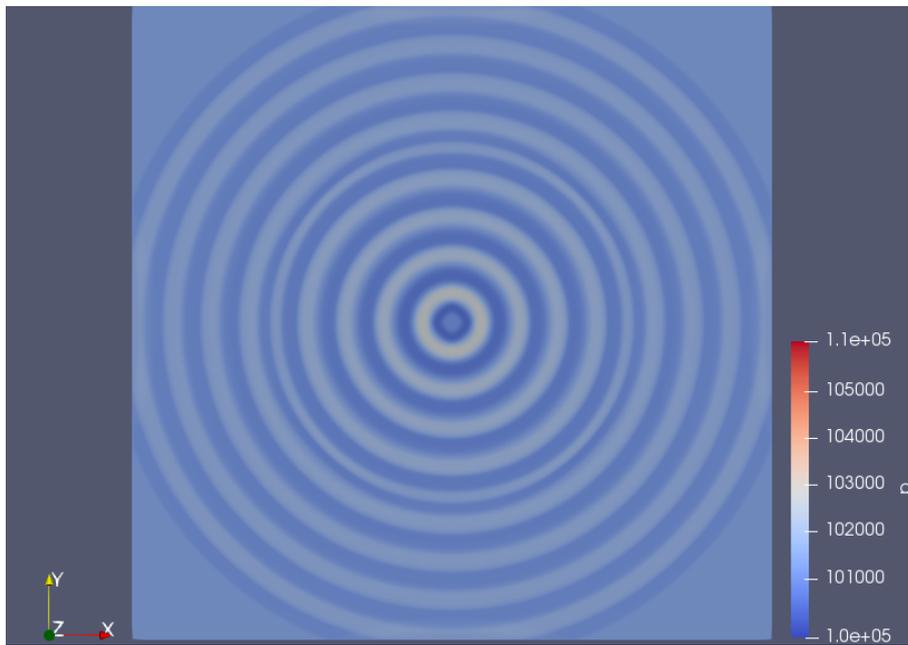


Figura 4.28. Campo di pressione al tempo $t = 0,017$ s

4.2.3 Mach = 0,5

Il caso a Mach 0,5 presenta delle differenze rispetto al precedente. Se un monopolo acustico è immerso in una corrente a Mach 0,5, il campo risultante non è più simmetrico, ma le onde risultano più schiacciate a monte della sorgente, meno a valle (si veda Fig. 4.29). Si tratta del cosiddetto *effetto Doppler*, che consiste nella variazione apparente della frequenza di un'onda percepita da un osservatore che sia in moto relativo con la sorgente.

La procedura seguita risulta analoga al caso precedente, con la differenza che, non essendo più il campo simmetrico, bisogna porre una maggiore attenzione nella scelta del campo iniziale. Inoltre, se si considera un determinato numero di onde, allora ci si ritrova più vicino al bordo da un lato rispetto all'altro. Tenuto opportunamente conto di questi aspetti, la scelta è ricaduta sul campo iniziale rappresentato in Fig. 4.30. Come si può notare, dalla parte a valle della sorgente si parte già relativamente vicini alle pareti, mentre a monte si è ancora sufficientemente distanti. Ciò, comunque, non ha influito sul risultato finale, che è risultato in un andamento della pressione molto simile alla soluzione analitica. La differenza nei valori assoluti fra soluzione analitica e numerica si può motivare sempre per il fatto di aver posto, come campo iniziale, un campo modificato. Comunque, le differenze sono, come errori assoluti, piuttosto piccoli, in quanto dell'ordine del migliaio di Pascal.

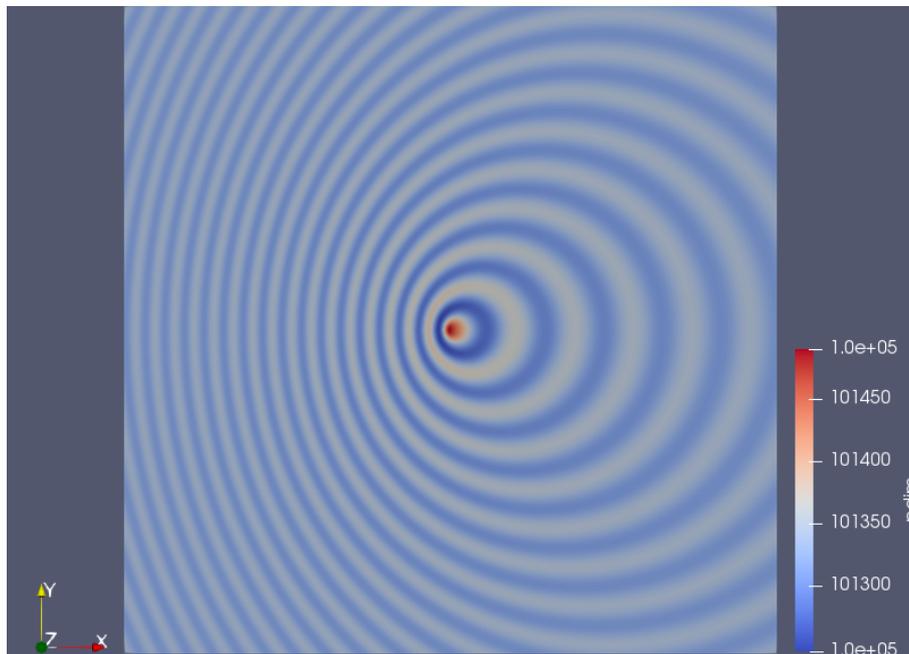


Figura 4.29. Monopolo acustico, $t = 0,001$ s

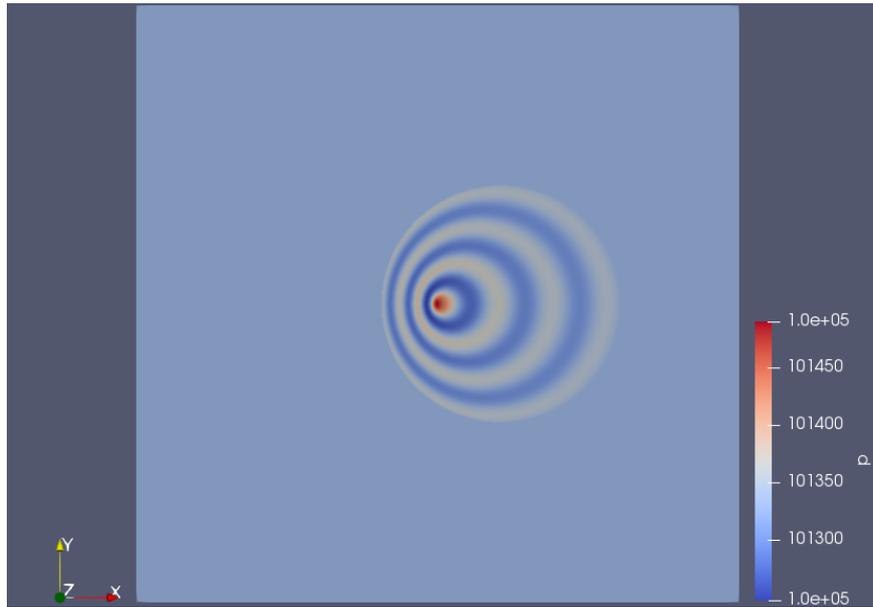


Figura 4.30. Campo iniziale per la simulazione, $t = 0,001$ s

Si riporta, nelle figure 4.31, 4.32 e 4.33, il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,0017$ s, l'andamento lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante.

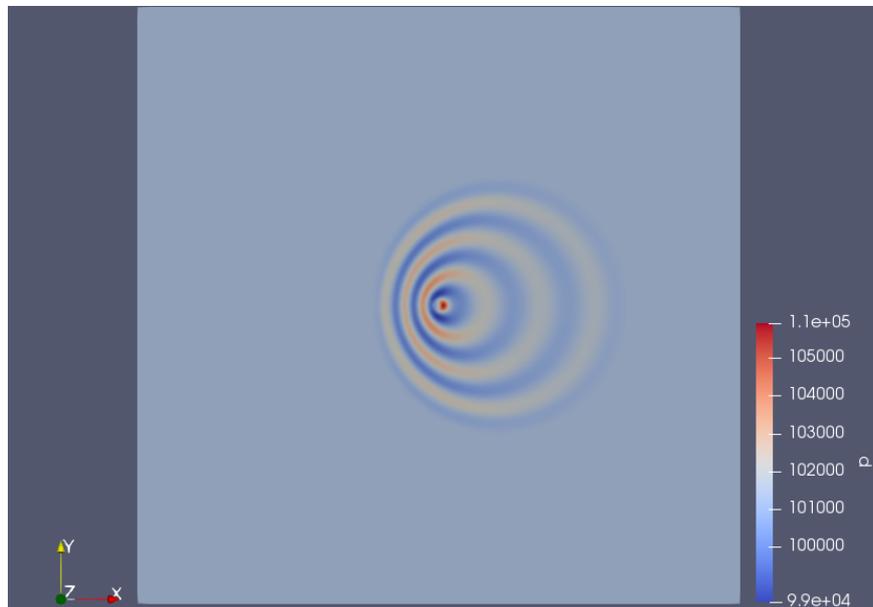


Figura 4.31. Campo di pressione al tempo $t = 0,0017$ s

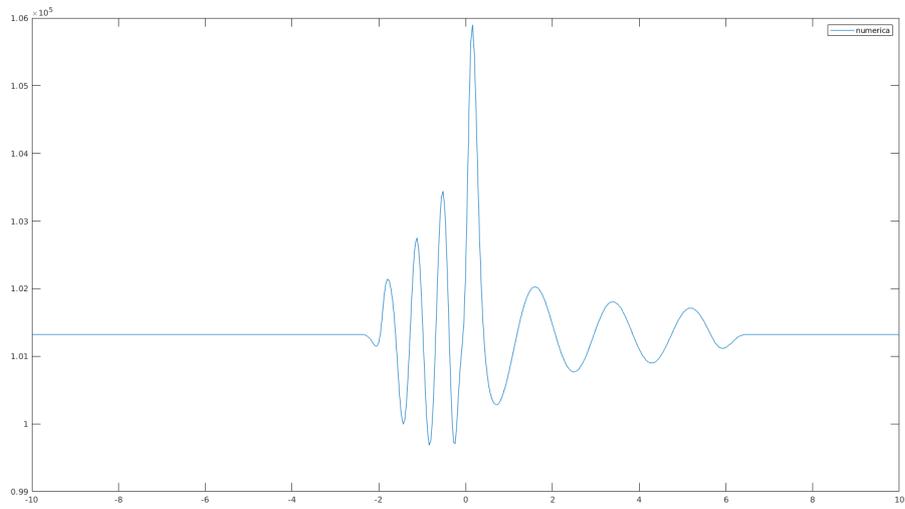


Figura 4.32. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,0017$ s

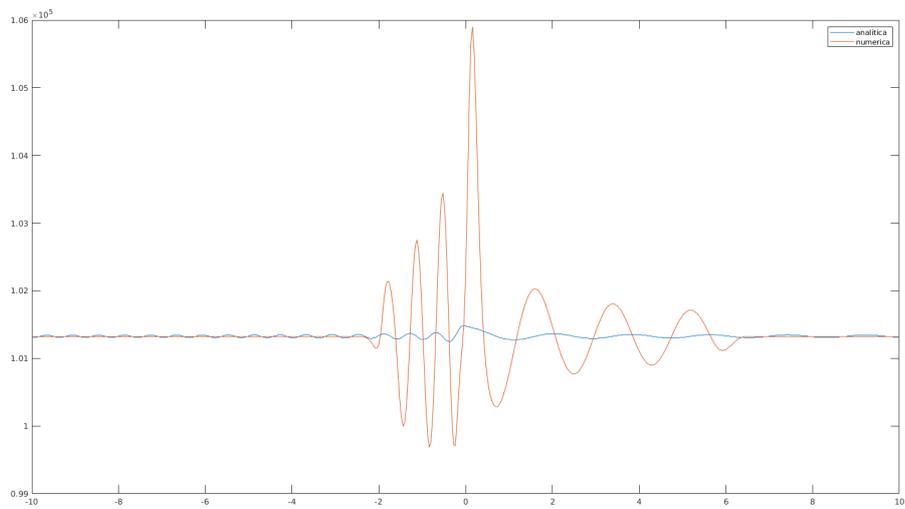


Figura 4.33. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t = 0,0017$ s per $y = 0$

Come si può osservare, l'andamento delle pressioni è molto simile alla soluzione analitica. Ugualmente al caso del monopolo a Mach zero, le differenze di pressione sono più accentuate ma, anche in questo caso, la spiegazione può essere dovuta

al fatto che il campo centrale iniziale è soggetto a pressioni differenti al suo bordo. L'importante, tuttavia, è che sia l'andamento ad essere rispettato. L'ordine di grandezza dell'errore si attesta intorno al migliaio di Pascal.

Si riporta, nelle figure 4.34, 4.35 e 4.36, il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,0025$ s, l'andamento lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante.

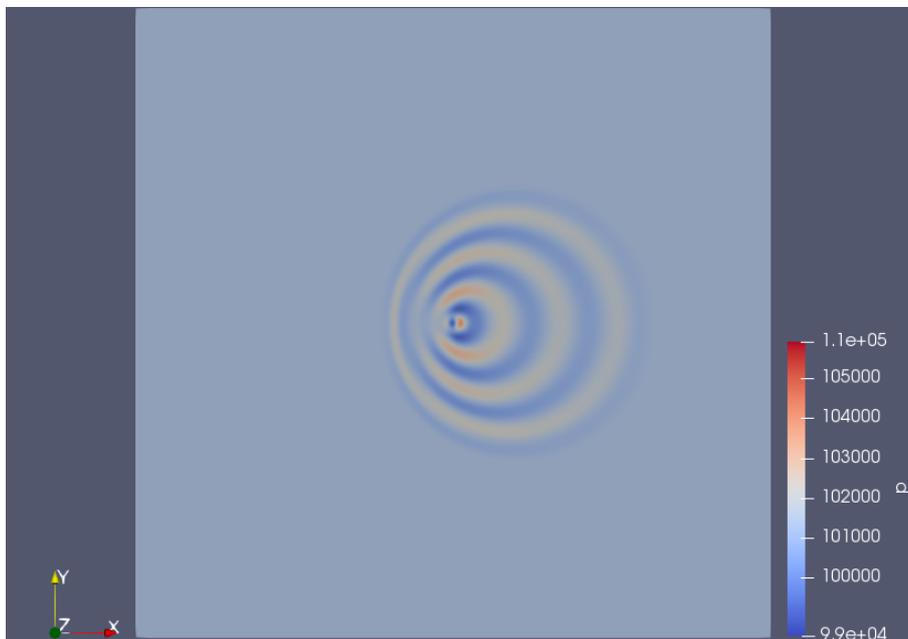


Figura 4.34. Campo di pressione al tempo $t = 0,0025$ s

Come si può notare, l'andamento delle pressioni è simile alla soluzione analitica. Le differenze di pressione sono più accentuate ma, anche in questo caso, la spiegazione può essere dovuta al fatto che il campo centrale iniziale è soggetto a pressioni differenti al suo bordo, rispetto al caso analitico. L'importante, tuttavia, è che sia l'andamento ad essere rispettato.

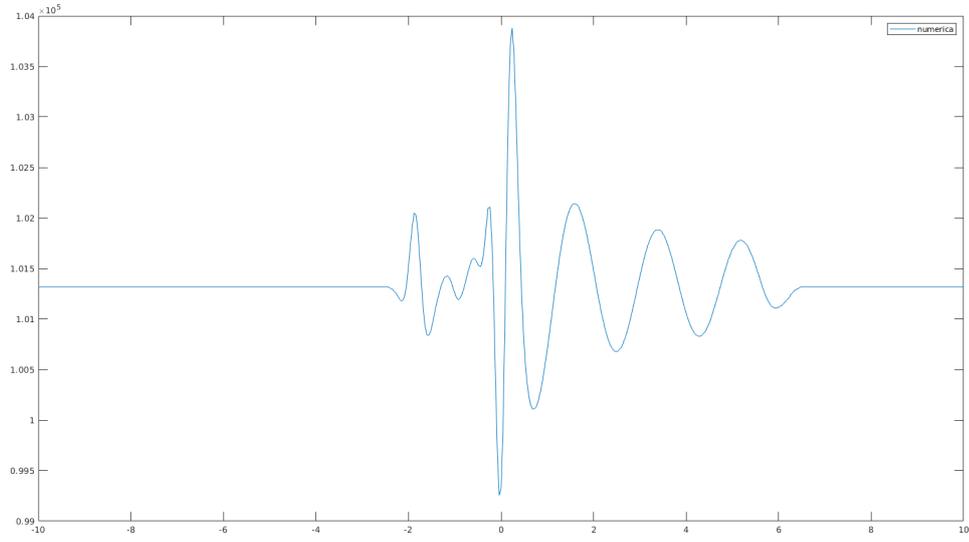


Figura 4.35. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,0025$ s

Si riporta, nelle figure 4.37, 4.38 e 4.39, il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,004$ s, l'andamento lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione

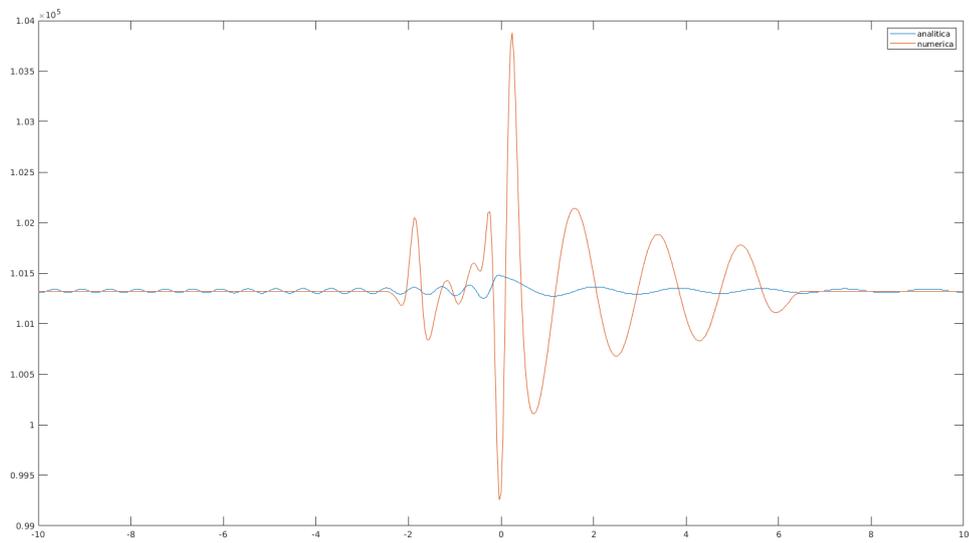


Figura 4.36. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t = 0,0025$ s per $y = 0$

analitica e numerica allo stesso istante.

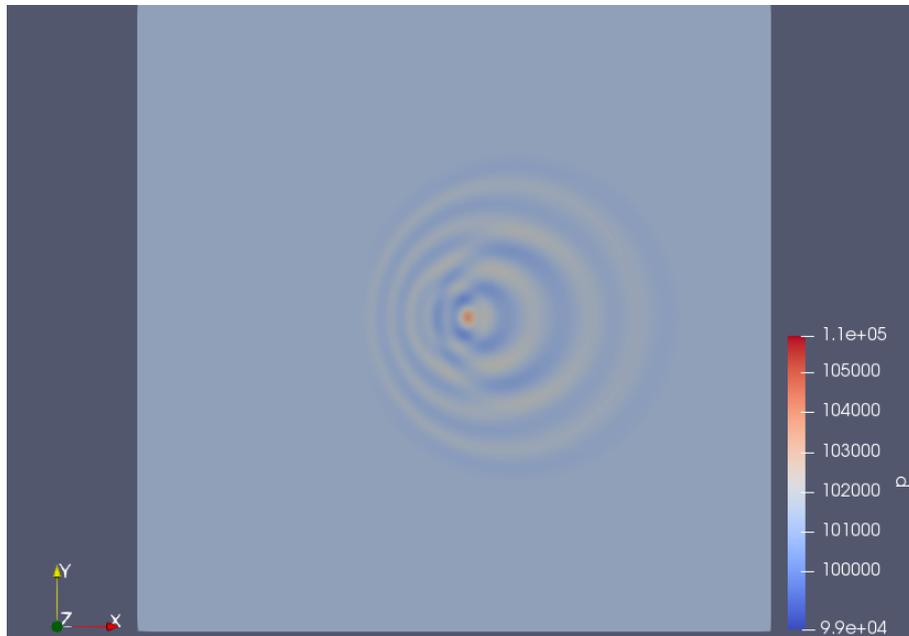


Figura 4.37. Campo di pressione al tempo $t = 0,004$ s

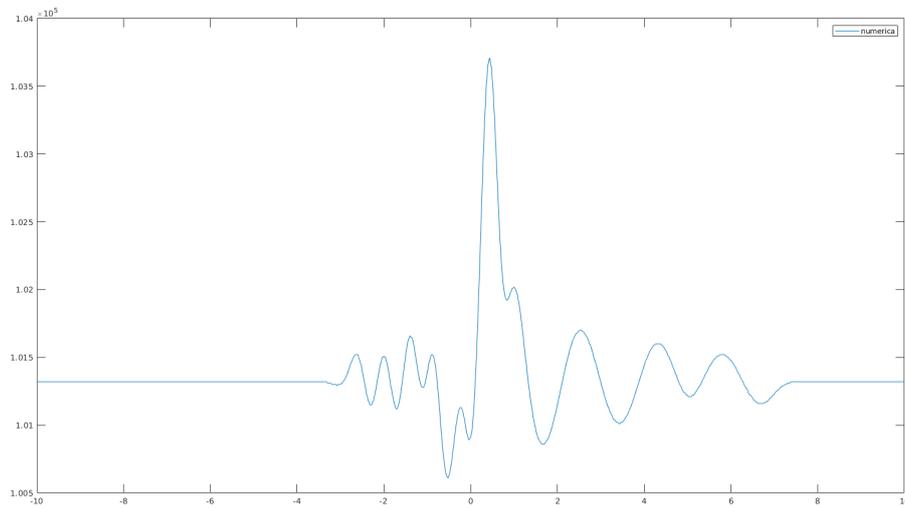


Figura 4.38. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,004$ s

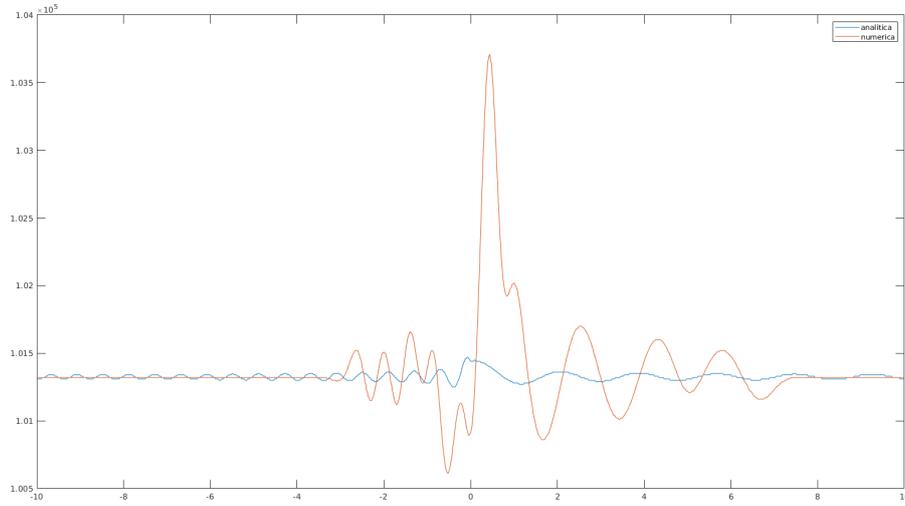


Figura 4.39. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t = 0,004$ s per $y = 0$

Nelle figure 4.40, 4.41 e 4.42 vengono illustrati il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,005$ s, l'andamento lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante.

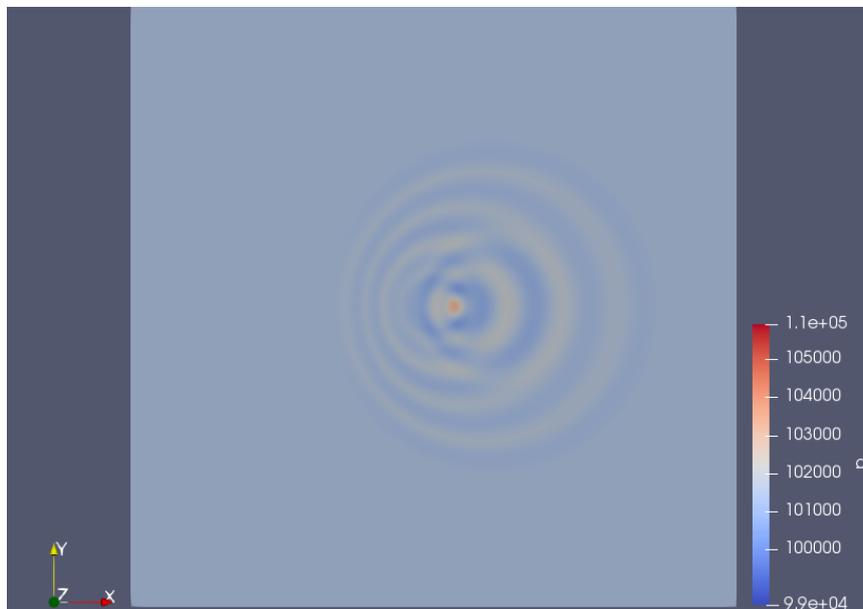


Figura 4.40. Campo di pressione al tempo $t = 0,005$ s

Sono valide le osservazioni fatte a proposito del caso del monopolo a Mach zero: le immagini possono far pensare ad un andamento non corretto, ma dipende dal visualizzatore. I risultati sono numericamente compatibili.

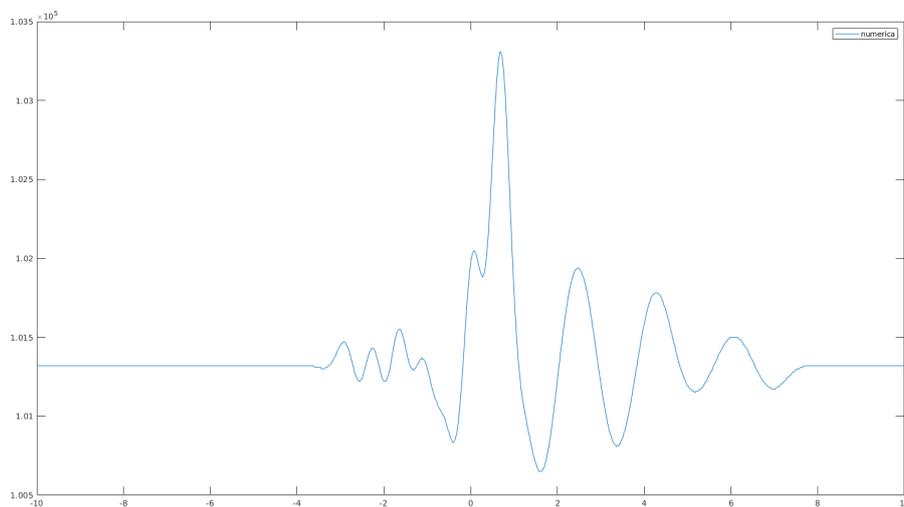


Figura 4.41. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,005$ s

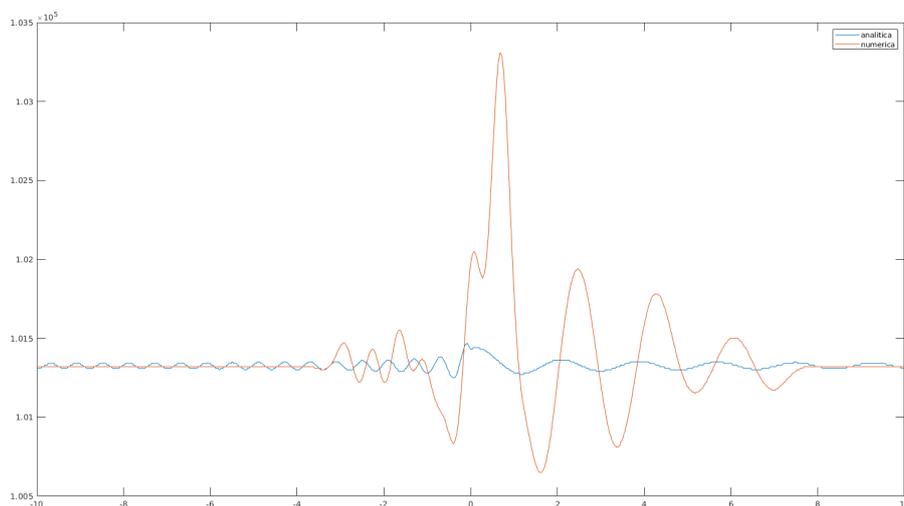


Figura 4.42. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t 0,005$ s per $y = 0$

4.3 Dipolo

Come nel caso del monopolo, la griglia utilizzata è costituita da 500 celle lungo entrambe le direzioni. Anche per il dipolo si considerano i due casi per il numero di Mach.

4.3.1 Mach = 0

La soluzione analitica per il dipolo a Mach 0 è riportata in Fig. 4.43.

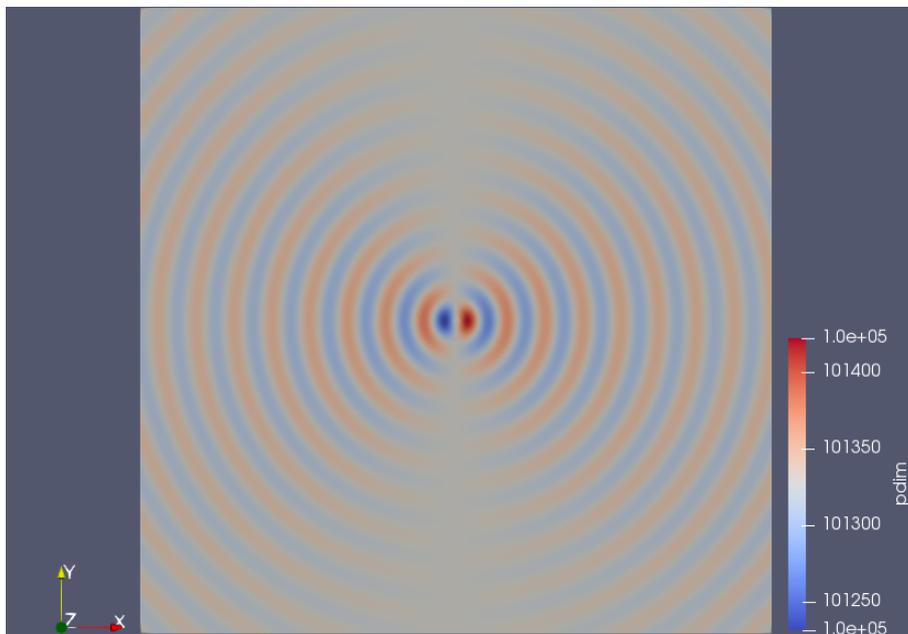


Figura 4.43. Dipolo acustico, $t = 0,001$ s

Il campo non ha simmetria circolare, ma è simmetrico rispetto all'asse x . A differenza del monopolo, quindi, la propagazione non avviene in modo isotropo, ma vi sono due direzioni in cui il suono è più attenuato, e due in cui è più accentuato. Quindi, la propagazione avviene in modo preferenziale lungo queste due direzioni. La procedura seguita è la medesima del monopolo a Mach 0. Il campo iniziale che ne deriva è rappresentato in Fig. 4.44.

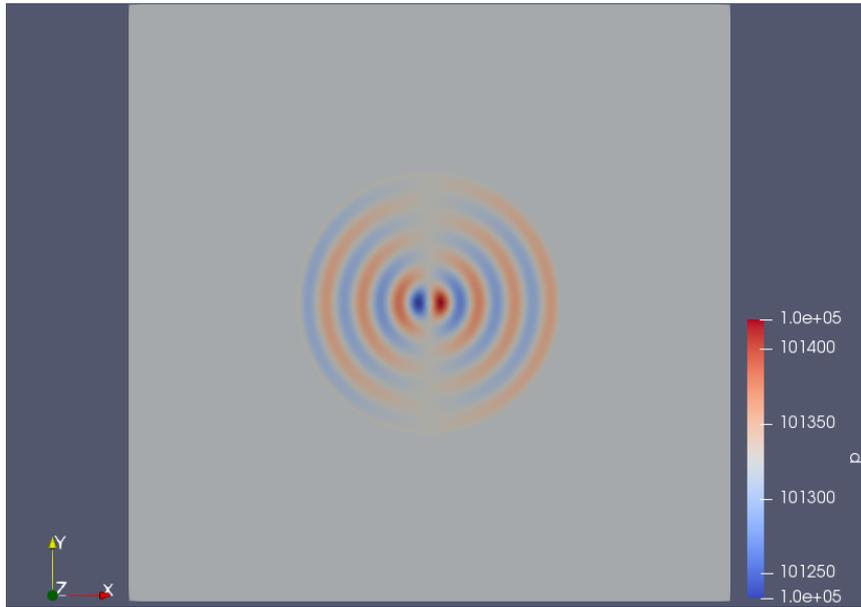


Figura 4.44. Campo iniziale per la simulazione, $t = 0,001$ s

Si riporta, nelle figure 4.45, 4.46 e 4.47, il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,0017$ s, l'andamento lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante.

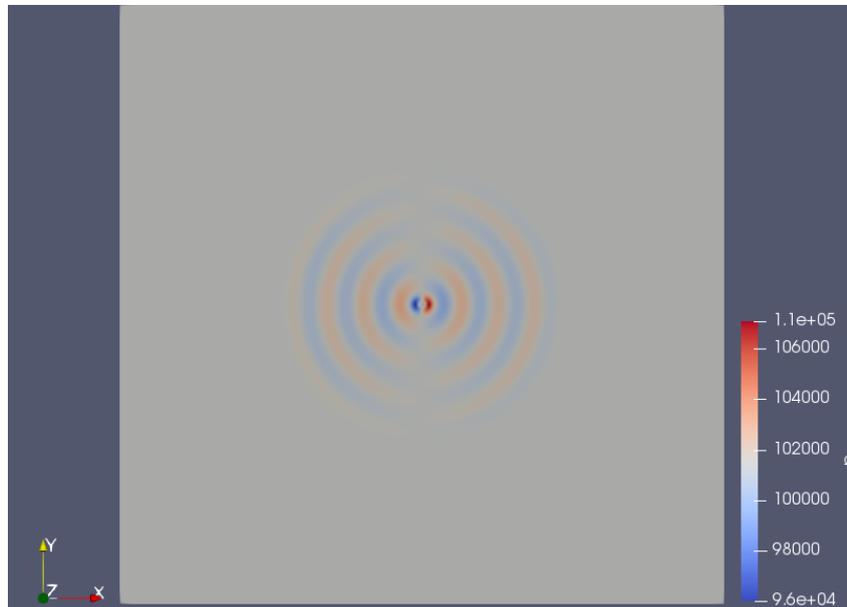


Figura 4.45. Campo di pressione al tempo $t = 0,0017$ s

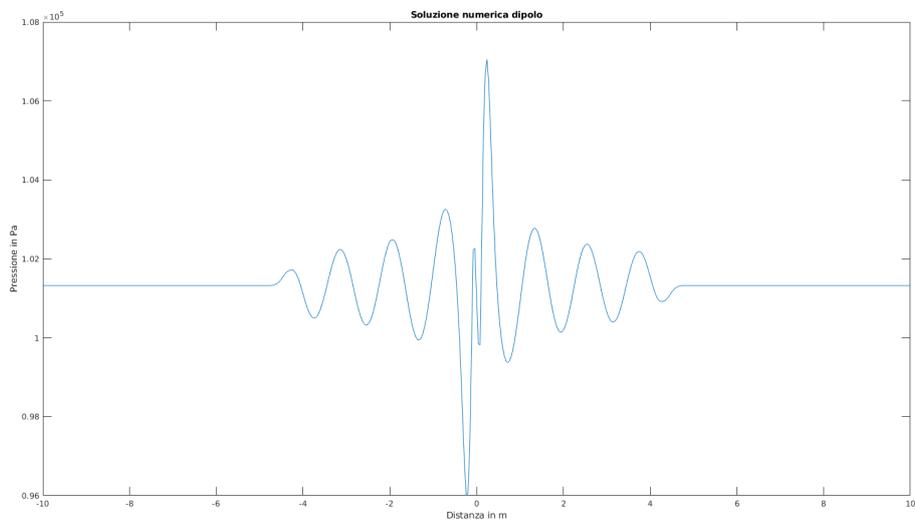


Figura 4.46. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,0017$ s

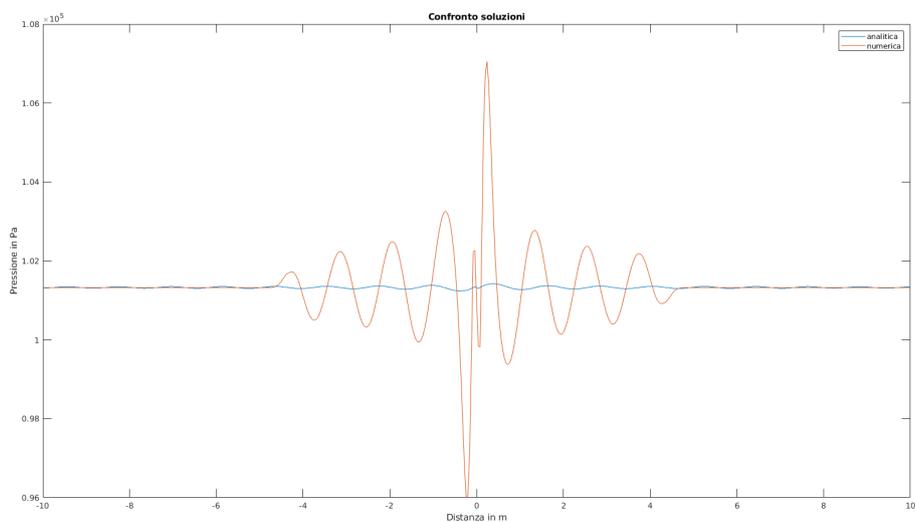


Figura 4.47. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t = 0,0017$ s per $y = 0$

Nelle figure 4.48, 4.49 e 4.50 vengono illustrati il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,003$ s, l'andamento lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante.

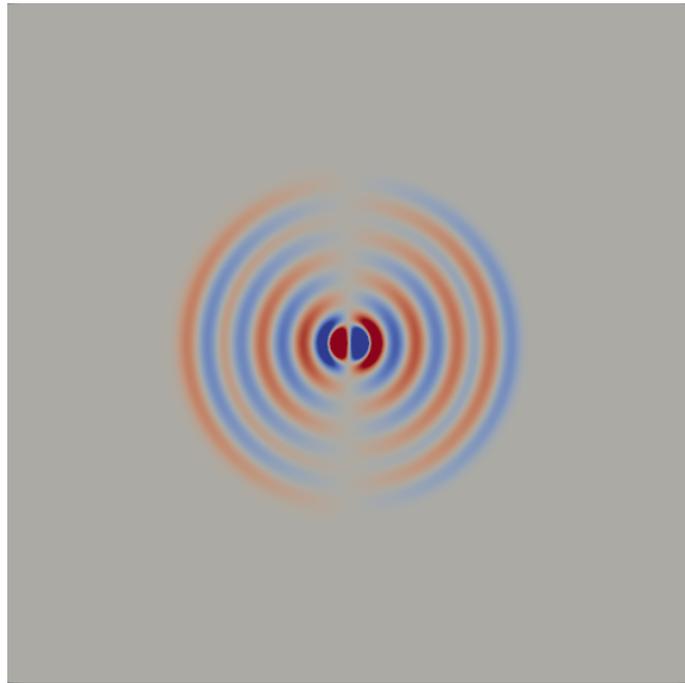


Figura 4.48. Campo di pressione al tempo $t = 0,003$ s

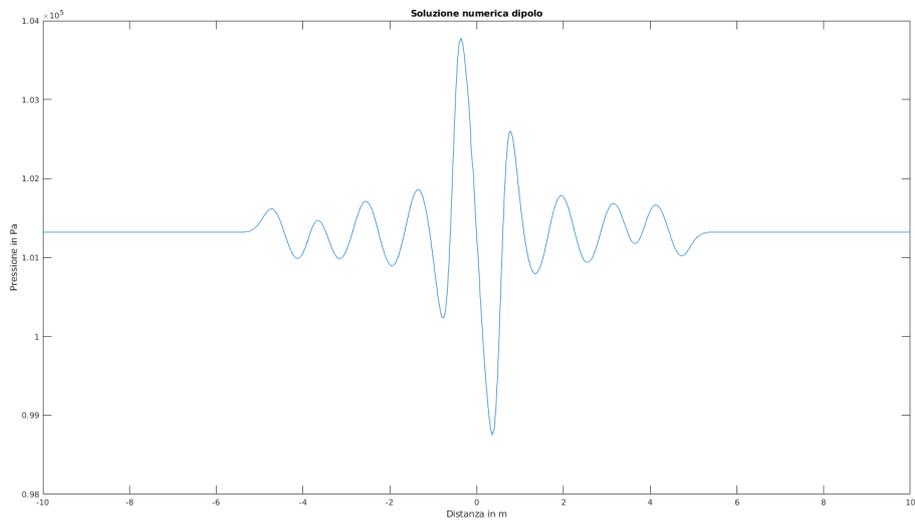


Figura 4.49. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,003$ s

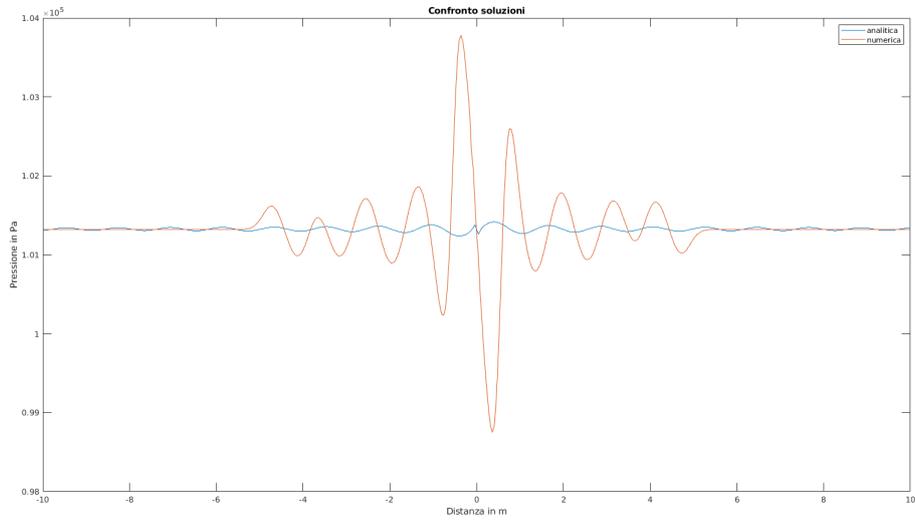


Figura 4.50. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t = 0,003$ s per $y = 0$

Come si può osservare, l'andamento delle pressioni è molto simile alla soluzione analitica. Ugualmente al caso del monopolo a Mach zero, le differenze di pressione sono più accentuate ma, anche in questo caso, la spiegazione può essere dovuta al fatto che il campo centrale iniziale è soggetto a pressioni differenti al suo bordo.

Si riportano, inoltre, i campi di pressione a due istanti successivi.

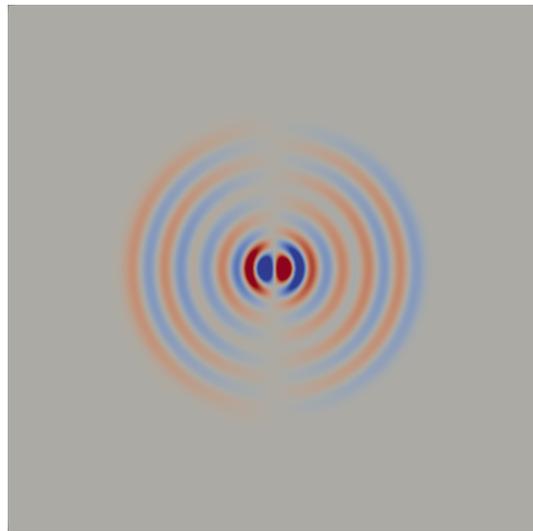


Figura 4.51. Campo di pressione al tempo $t = 0,005$ s

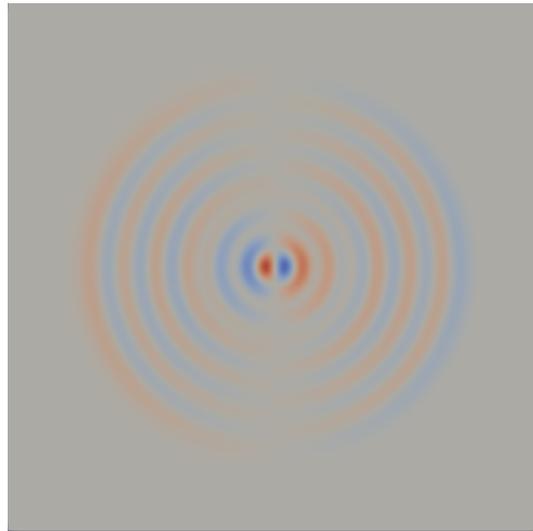


Figura 4.52. Campo di pressione al tempo $t = 0,009$ s

4.3.2 Mach = 0,5

Il caso a Mach 0,5 presenta delle differenze rispetto al precedente. In fig. 4.53 viene riportato il campo di pressione della soluzione analitica.

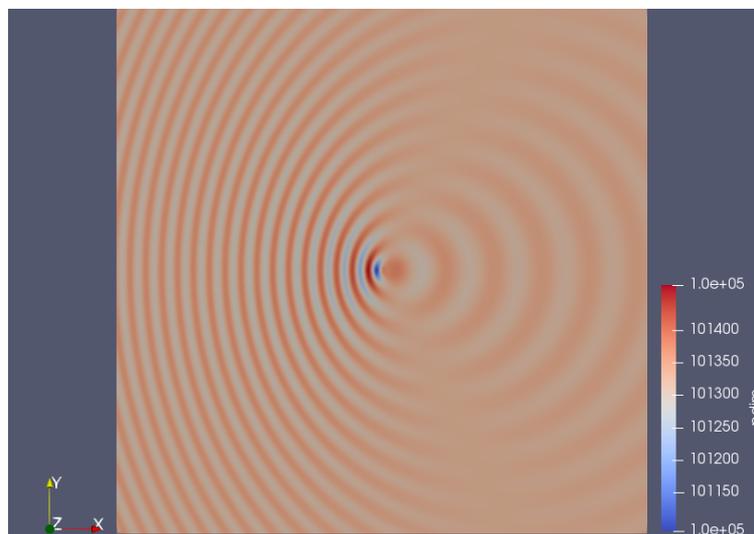


Figura 4.53. Campo di pressione al tempo $t = 0,001$ s

Come per il monopolo, in presenza di un flusso medio nasce un effetto convettivo. La cosiddetta zona di silenzio, dove il suono è attenuato, non corrisponde all'asse x , a differenza del caso del dipolo a Mach zero.

In questo caso, come per il monopolo a Mach 0,5, è necessario prestare particolare attenzione alla scelta del campo iniziale. Occorre trovare il giusto compromesso per la pressione interna al dominio, ma esterna al campo centrale iniziale per le simulazioni.

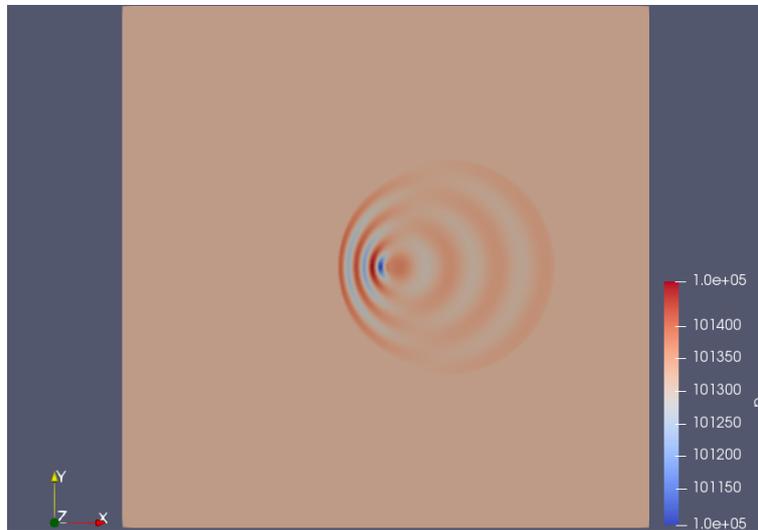


Figura 4.54. Campo iniziale per la simulazione, $t = 0,001$ s

Si riporta, nelle figure 4.55, 4.56 e 4.57, il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,0017$ s, l'andamento lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante. Già da questo primo caso si può notare il buon accordo fra la soluzione analitica e quella numerica, sia per quanto riguarda l'andamento che per i valori. A prescindere dal fatto che le variazioni di pressione della soluzione numerica sembrano nettamente superiori, aspetto già trattato in precedenza, si può osservare che anche il leggero picco della soluzione analitica viene riportato da quella numerica.

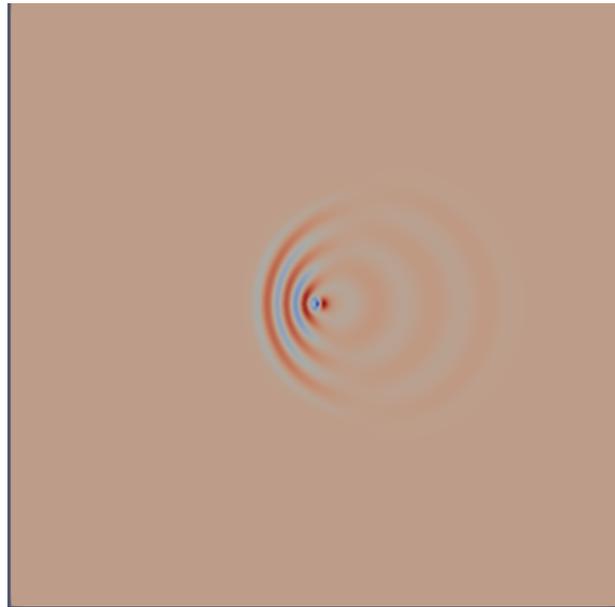


Figura 4.55. Campo di pressione al tempo $t = 0,0017$ s

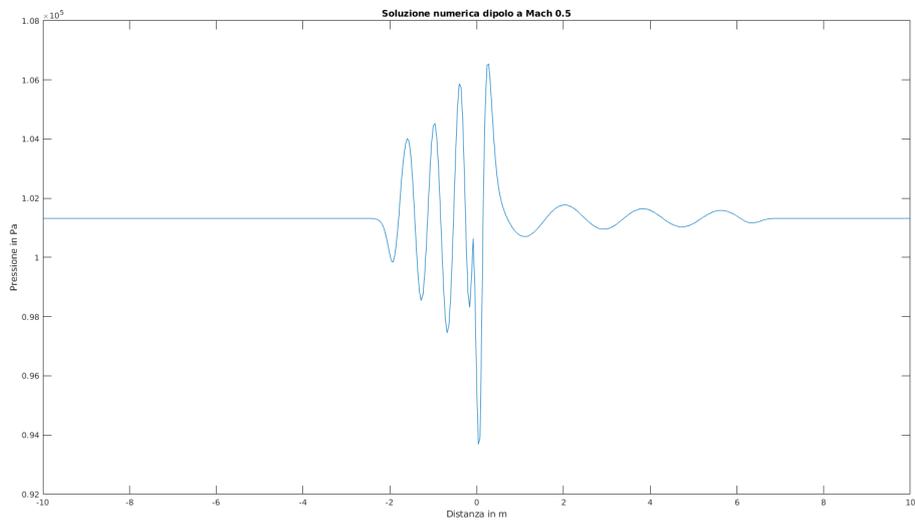


Figura 4.56. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,0017$ s

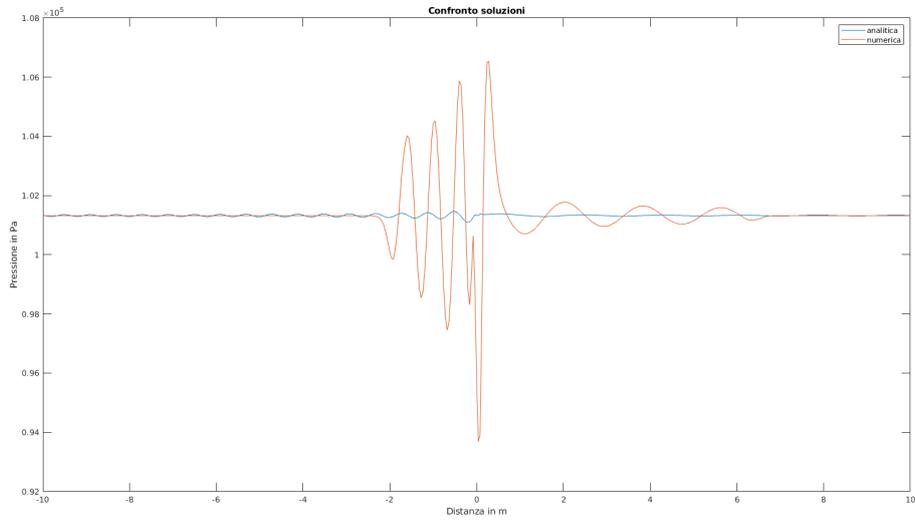


Figura 4.57. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t = 0,0017$ s per $y = 0$

Nelle figure 4.58, 4.59 e 4.60 vengono riportati il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,0030$ s, l'andamento lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante.



Figura 4.58. Campo di pressione al tempo $t = 0,0030$ s

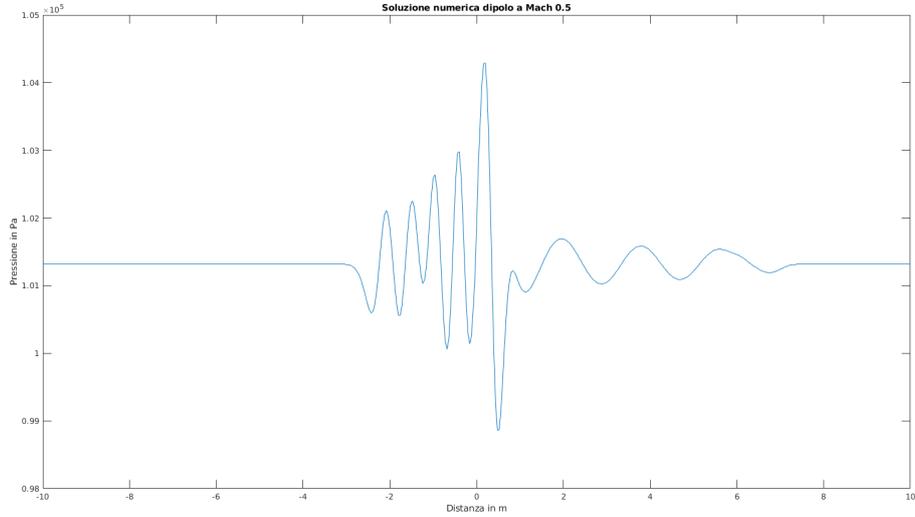


Figura 4.59. Pressione lungo l'asse x al tempo $t = 0,0030$ s

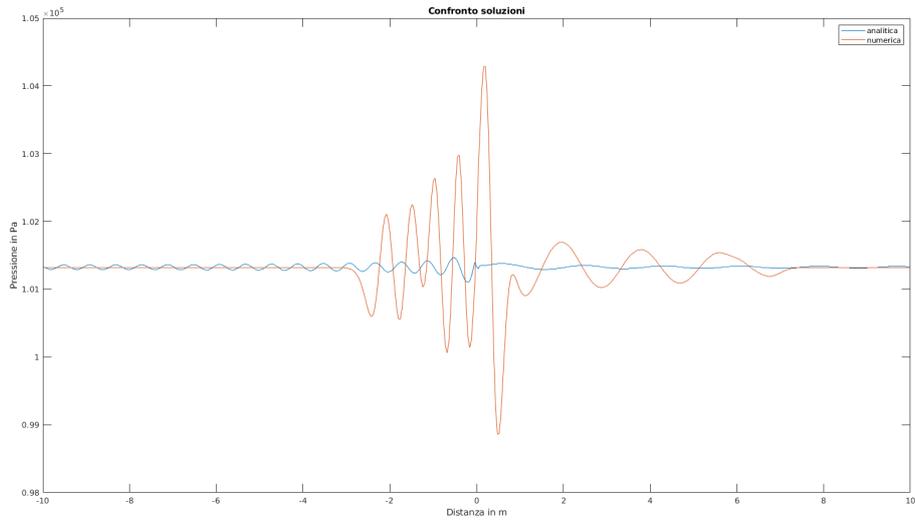


Figura 4.60. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t 0,0030$ s per $y = 0$

Dal momento gli andamenti si osservano dai diagrammi, ma le immagini non riesco a riportarli in maniera chiara, si è pensato di modificare le impostazioni dei colori di *Paraview* in modo da mostrare chiaramente l'andamento progressivo della pressione, lasciando inalterata la parte esterna al campo centrale iniziale. Le

immagini sono, pertanto, da ritenersi come puramente indicative.

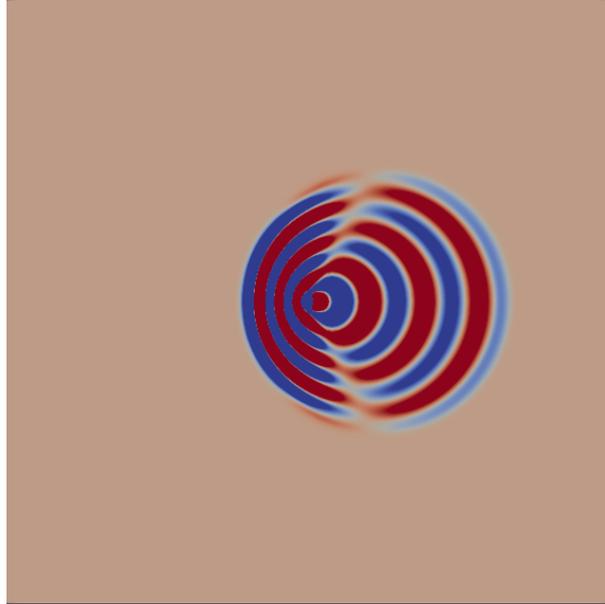


Figura 4.61. Campo di pressione al tempo $t = 0,0017$ s

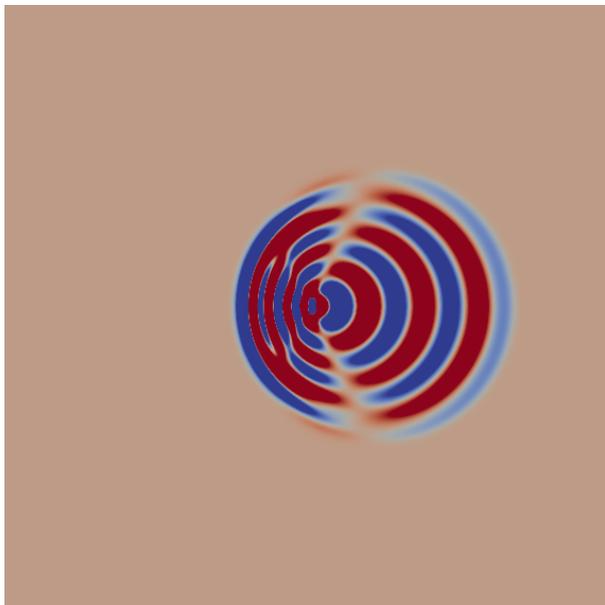


Figura 4.62. Campo di pressione al tempo $t = 0,0021$ s

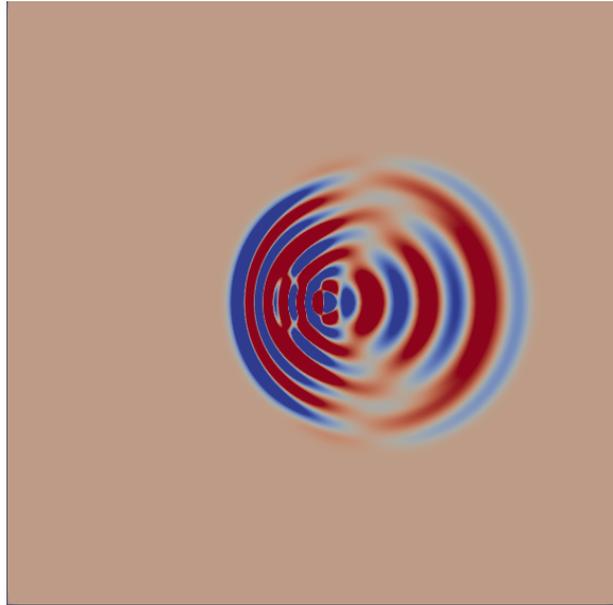


Figura 4.63. Campo di pressione al tempo $t = 0,0030$ s

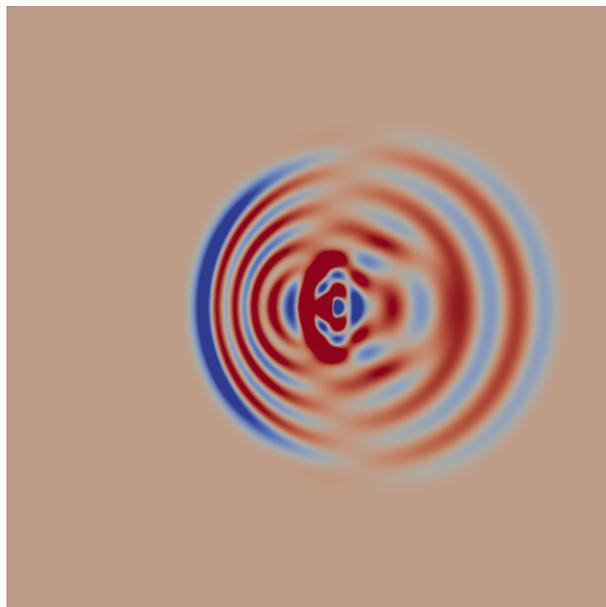


Figura 4.64. Campo di pressione al tempo $t = 0,0059$ s

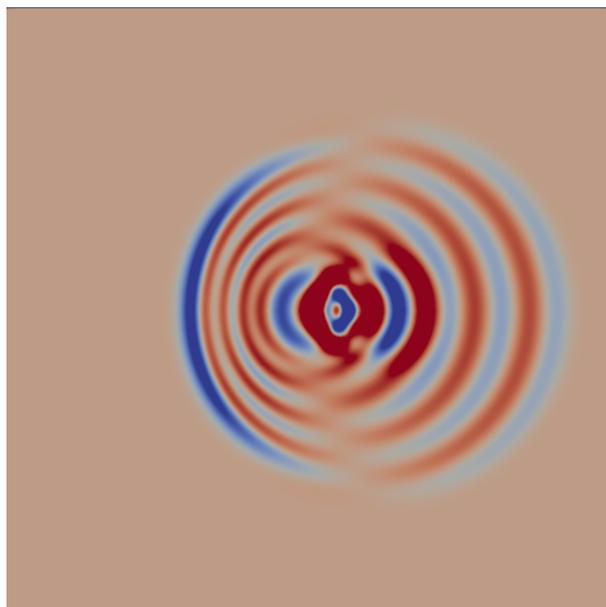


Figura 4.65. Campo di pressione al tempo $t = 0,0070$ s

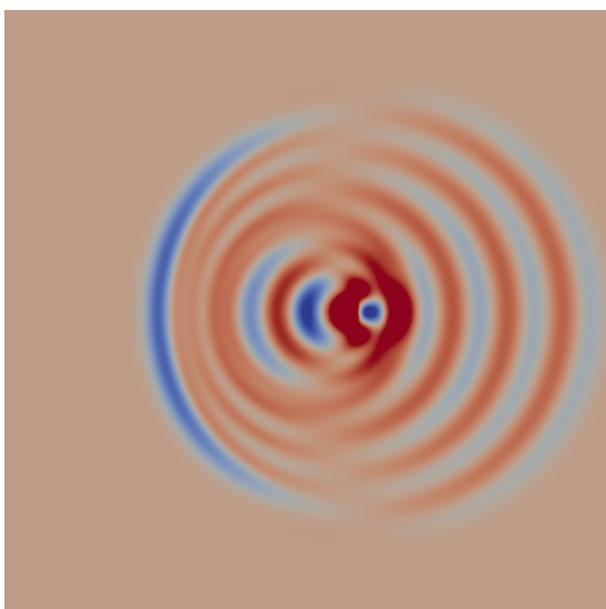


Figura 4.66. Campo di pressione al tempo $t = 0,01$ s

4.4 Quadrupolo

Come nel caso del monopolo e del dipolo, la griglia utilizzata è costituita da 500 celle lungo entrambe le direzioni. Anche per il dipolo si considerano i due casi per il numero di Mach.

4.4.1 Mach = 0

La soluzione analitica per il quadrupolo a Mach 0 è riportata in Fig. 4.67.

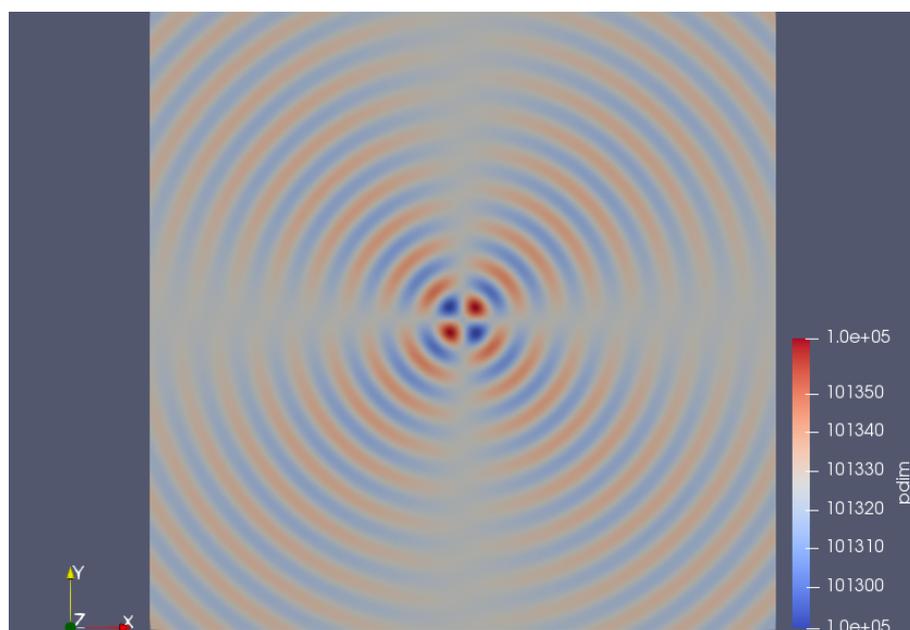


Figura 4.67. Quadrupolo acustico, $t = 0,001$ s

Il campo presenta simmetria centrale. Il suono propaga bene lungo entrambe le diagonali, e tende ad annullarsi lungo gli assi x ed y . La procedura seguita è la medesima del monopolo e del dipolo a Mach 0. L'unica differenza è che, in questo caso, si è scelta una diagonale come riferimento per i confronti, in quanto l'asse x è parte della zona di silenzio. Il campo iniziale che ne deriva è rappresentato in Fig. 4.68.

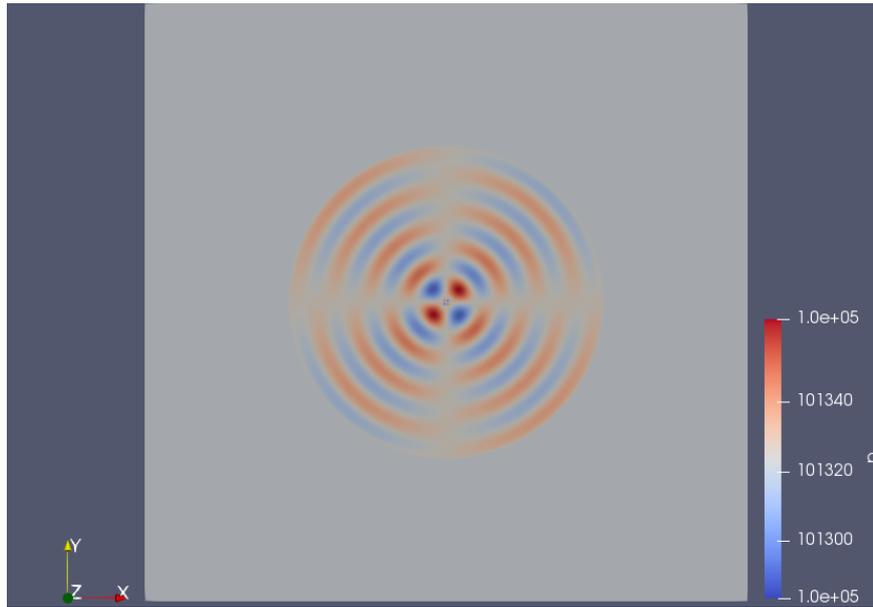


Figura 4.68. Campo iniziale per la simulazione, $t = 0,001$ s

Si riporta, nelle figure 4.69, 4.70 e 4.71, il campo di pressione al tempo considerato $t = 0,0018$ s, l'andamento lungo l'asse delle ascisse ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante.

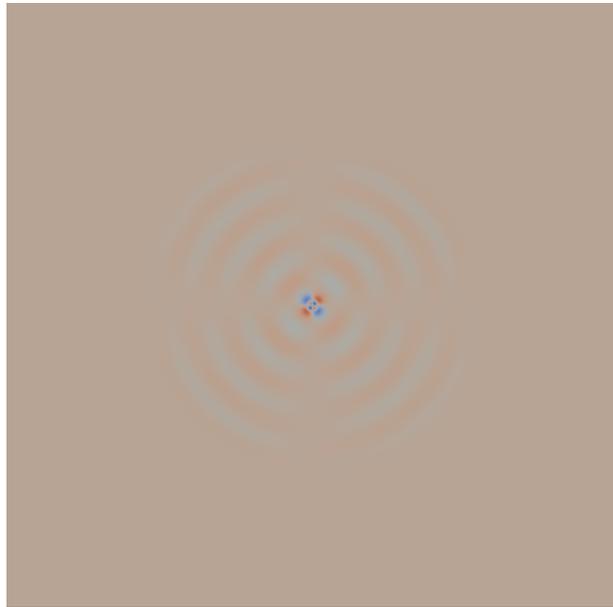


Figura 4.69. Campo di pressione al tempo $t = 0,0018$ s

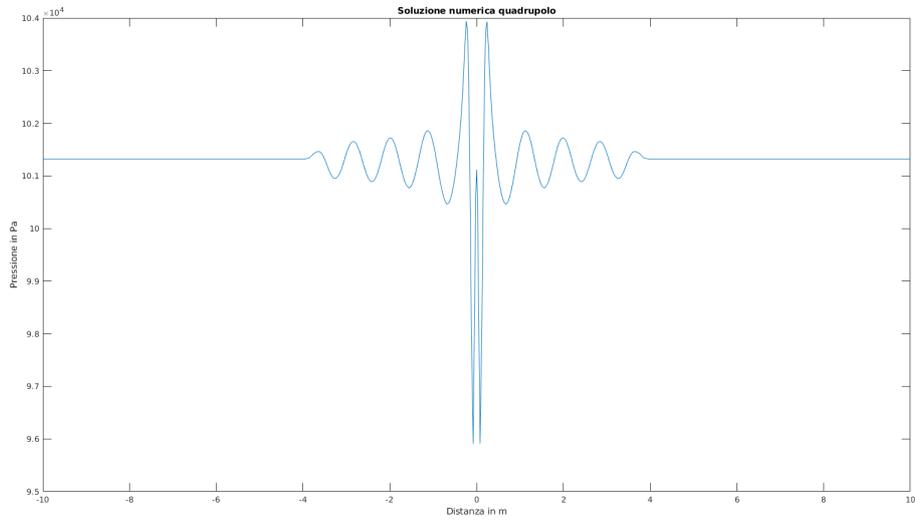


Figura 4.70. Pressione lungo la diagonale al tempo $t = 0,0018$ s

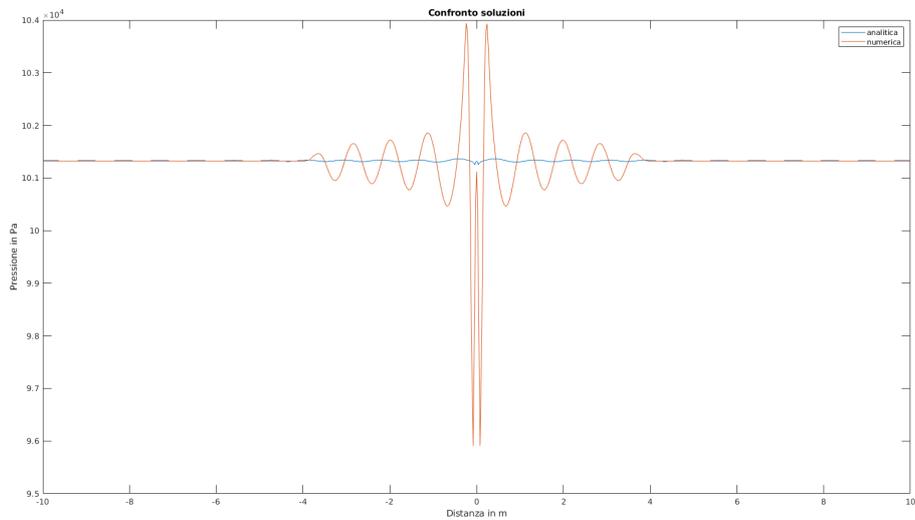


Figura 4.71. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t 0,0018$ s

Nelle figure 4.72 e 4.73 vengono riportati, al tempo considerato $t = 0,0025$ s, l'andamento lungo l'asse delle ascisse della pressione ottenuta numericamente ed il confronto fra soluzione analitica e numerica allo stesso istante.

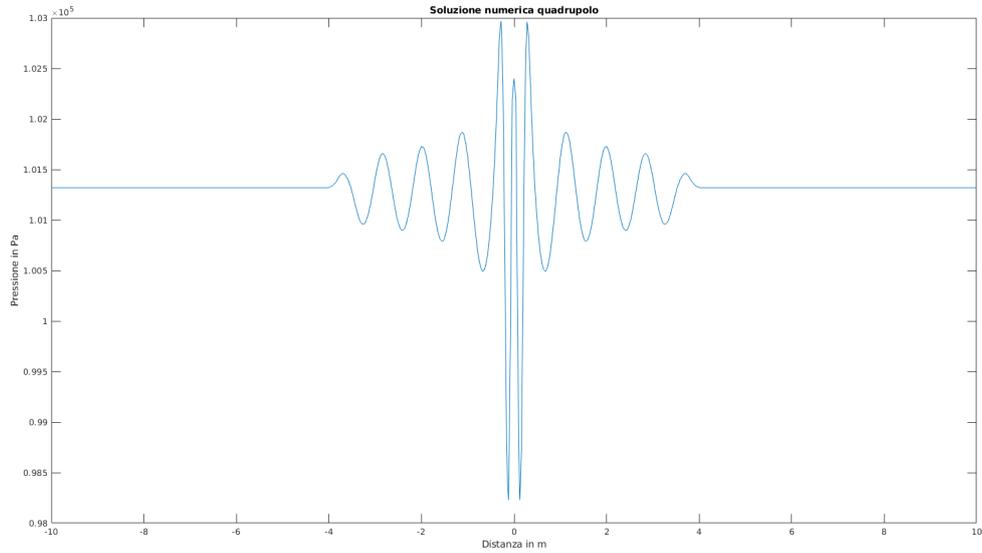


Figura 4.72. Pressione lungo la diagonale al tempo $t = 0,0025$ s

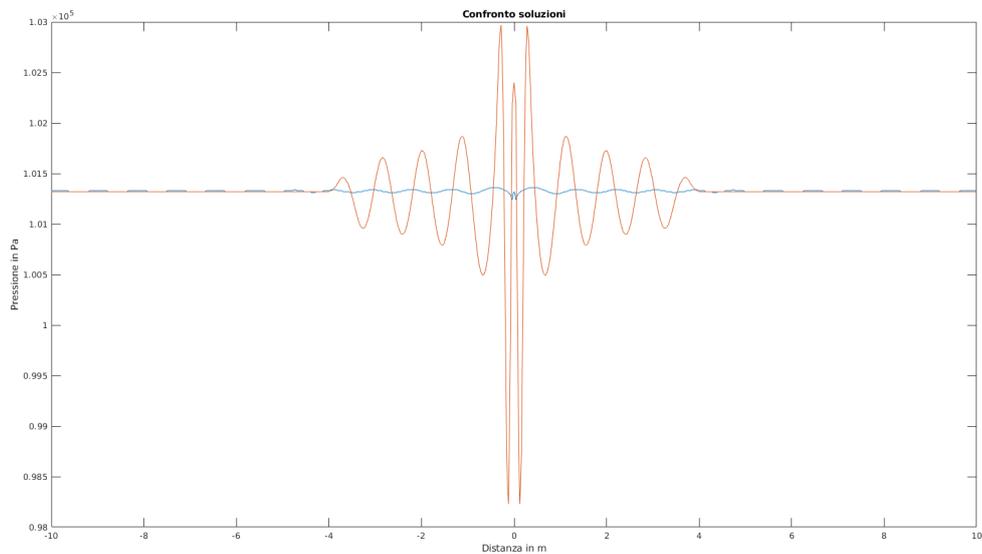


Figura 4.73. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t = 0,0025$ s

Come spiegato nel precedente paragrafo, si riportano, a titolo puramente indicativo, alcune immagini degli istanti successivi, in cui si possono osservare bene gli

andamenti della pressione.

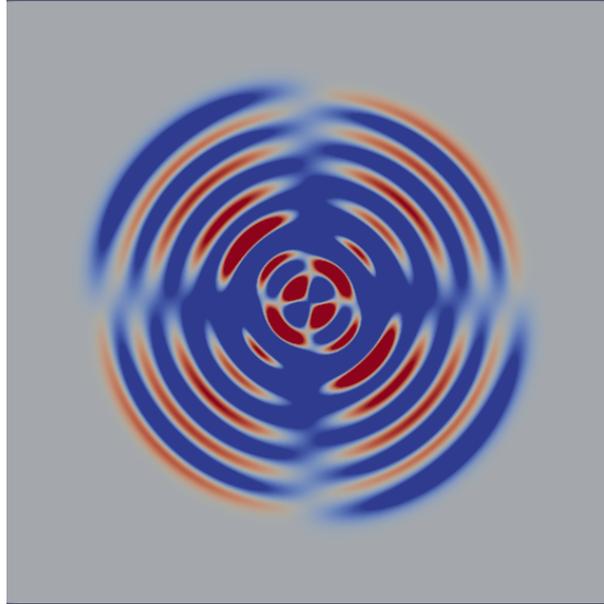


Figura 4.74. Campo di pressione al tempo $t = 0,0070$ s

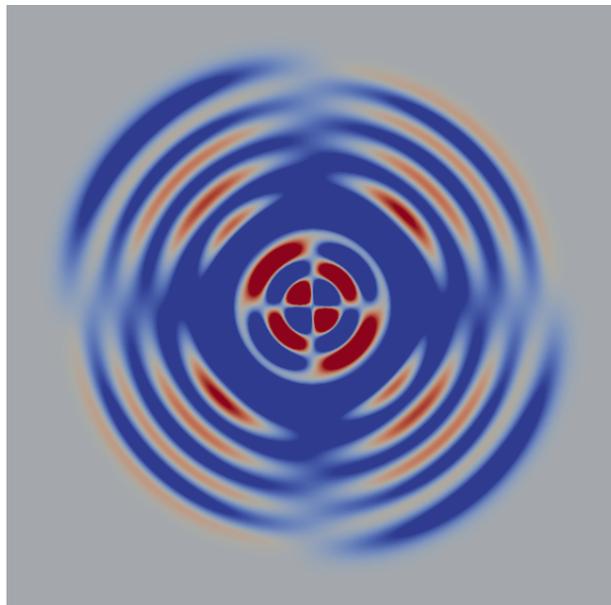


Figura 4.75. Campo di pressione al tempo $t = 0,0097$ s

4.4.2 Mach = 0,5

Si procede analogamente ai casi precedenti con Mach = 0,5, con la differenza che, per i confronti, si considera una diagonale e non l'asse delle ascisse.

Si riportano di seguito i risultati ottenuti.

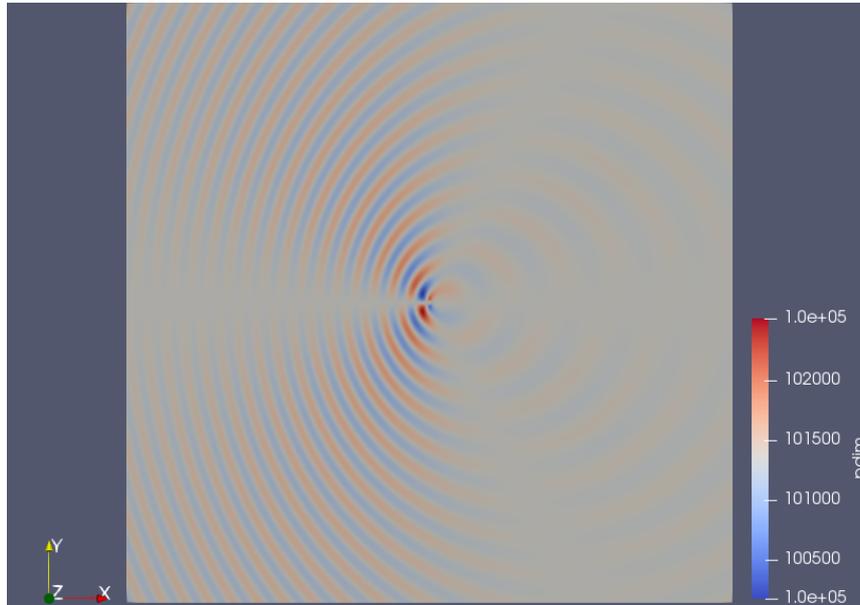


Figura 4.76. Quadrupolo acustico, $t = 0,001$ s

Come si può osservare nei diagrammi e nelle figure che seguono, anche in questo caso si può affermare che gli andamenti delle soluzioni numeriche sono compatibili con quelli delle soluzioni analitiche. Le differenze di pressione, di entità notevole se considerate dai grafici, sono, in realtà, del tutto accettabili.

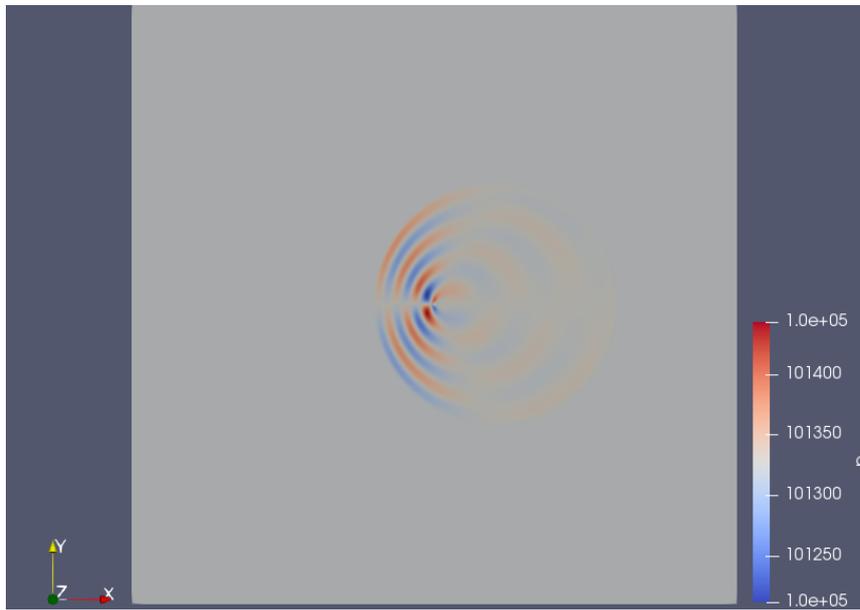


Figura 4.77. Campo iniziale per la simulazione, $t = 0,001$ s



Figura 4.78. Campo di pressione al tempo $t = 0,0017$ s

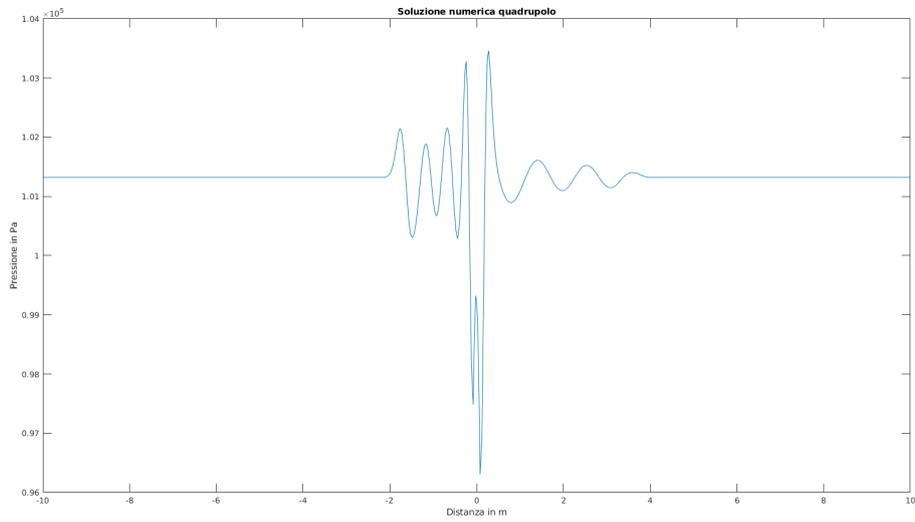


Figura 4.79. Pressione lungo la diagonale al tempo $t = 0,0017$ s

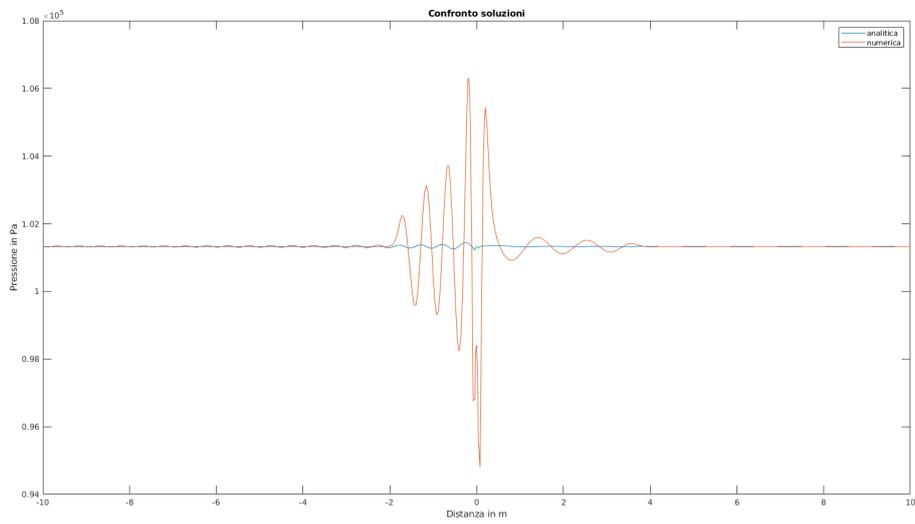


Figura 4.80. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t 0,0017$ s

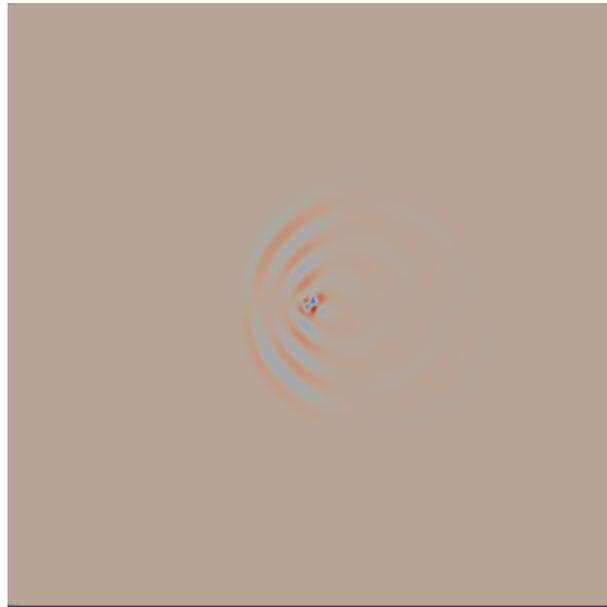


Figura 4.81. Campo di pressione al tempo $t = 0,0025$ s

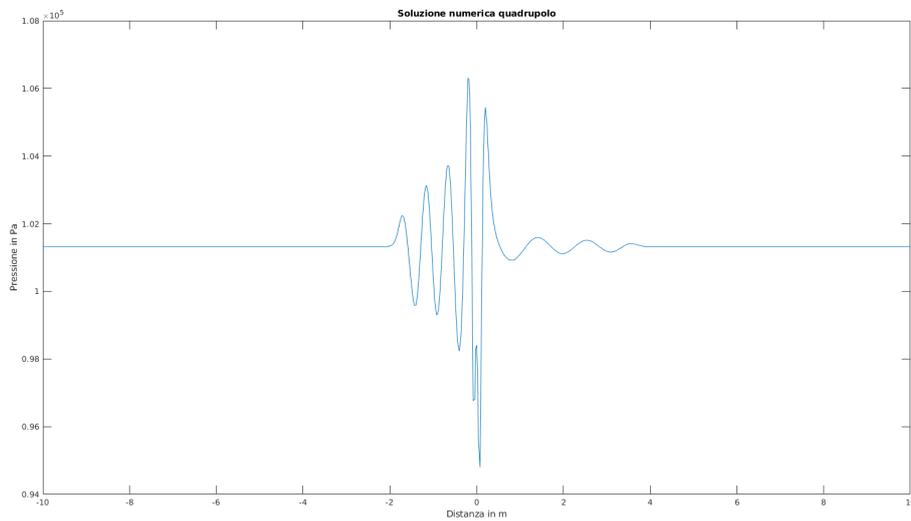


Figura 4.82. Pressione lungo la diagonale al tempo $t = 0,0025$ s

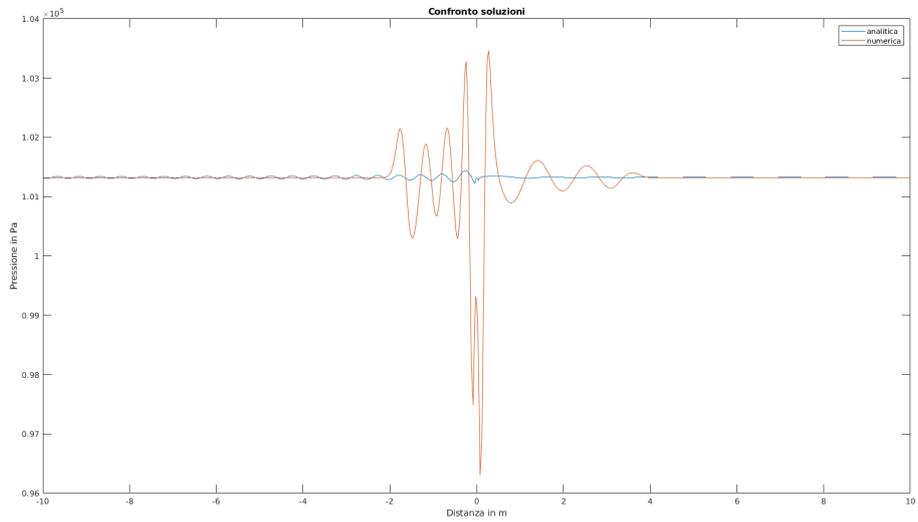


Figura 4.83. Confronto soluzione analitica/numerica al tempo $t = 0,0025$ s

Capitolo 5

Commento e conclusioni

L'obiettivo della tesi era quello di verificare il comportamento del software OpenFOAM nella risoluzione di campi acustici. Si sono considerati i campi di monopolo, dipolo e quadrupolo, oltre all'impulso gaussiano di pressione. I risultati ottenuti sono stati accurati e compatibili con le soluzioni analitiche. Pertanto, OpenFOAM risulta adeguato per l'implementazione e la risoluzione di problemi acustici.

Bibliografia

- [1] Chiocchia, G. & Germano, M., *Termofluidodinamica*, Levrotto & Bella, Torino, 2003.
- [2] Tam, C. K. W., Webb Jay C., *Dispersion-Realtion-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics*, Journal of Computational Physics 107, 1992.
- [3] Bailly, C. & Juvé, D., *Numerical Solution of Acoustic Propagation Problem Using Linearized Euler Equation*, AIAA Journal Vol. 38, 2000.
- [4] Goldstein, M. E., *Aeroacoustics*, MC Graw-Hill Inc., 1976.
- [5] Dowling, A. P., Ffowcs Williams, J.E., *Sound and Sources of Sound*, Hellis Horwood Publishers, 1983.
- [6] Appunti del corso *Aeroacustica*, docente Arina, R., 2018.
<https://caefn.com>
<https://openfoam.com>