



POLITECNICO DI TORINO

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

Analisi di missioni per la rimozione di detriti multipli

Autore:
Felix ARPINO

Relatore:
Prof. Lorenzo CASALINO

25 novembre 2019

Analisi di missioni per la rimozione di detriti multipli

Felix Arpino

Ringraziamenti

Desidero per prima cosa ringraziare il mio relatore, il Professor Lorenzo Casalino per il tempo, la pazienza, l'impegno dedicatomi oltre all'entusiasmo trasmessomi nella stesura di questo lavoro. Ringrazio tutti coloro che mi sono rimasti accanto lungo questo percorso, a partire dalla mia famiglia: mio padre Piero, mia madre Helene e le mie sorelle Emilia e Gloria, i miei amici e compagni di corso che hanno contribuito ad arricchire la mia conoscenza ed esperienza.

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Cenni storici	2
1.2	Strategie e metodi di raccolta dei detriti	3
1.3	Panoramica della missione	6
2	Richiami di meccanica orbitale	8
2.1	I parametri orbitali	8
2.2	Effetti delle perturbazioni	10
2.3	Equazioni del moto	13
2.4	Manovre di trasferimento	16
2.4.1	Trasferta di Hohmann	16
2.4.2	Cambio del piano orbitale	18
2.5	Global Trajectory Optimisation Competition	19
3	Stima degli impulsi e calcolo della massa	22
3.1	Stima del ΔV	22
3.1.1	Manovra di tipo 1	23
3.1.2	Manovra di tipo 2	24
3.1.3	Discretizzazione dei tempi	25
3.2	Stima della massa	27
4	Risultati	28
4.1	Individuazione dei percorsi	28
4.2	Ottimizzazione degli impulsi e ricerca dei tempi	30
4.2.1	Mission 1	33
4.2.2	Mission 2	35
4.2.3	Mission 3	36
4.2.4	Mission 4	37
4.2.5	Mission 5	37
4.2.6	Mission 6	38
4.2.7	Mission 7	39
4.2.8	Mission 8	40
4.2.9	Mission 9	41

4.2.10	Mission 10	42
4.2.11	Mission 11	43
4.2.12	Mission 12	44
4.3	Stima delle masse	45
5	Conclusioni	52

Capitolo 1

Introduzione

Un problema che negli anni sta diventando sempre più attuale e importante nel settore spaziale riguarda la presenza di detriti nello spazio, ovvero di oggetti artificiali orbitanti attorno alla Terra: si parla di vecchi satelliti in disuso, veicoli spaziali non più funzionanti, stadi di lanciatori rimasti in orbita, eventuali oggetti andati perduti nel corso di missioni e generici frammenti (derivanti generalmente da esplosioni o collisioni). Con *detrito spaziale* si intende perciò qualsiasi oggetto in orbita attorno alla Terra senza più alcuna funzione utile.

La presenza dei *debris* costituisce un pericolo per gli attuali satelliti operativi in orbita e un ostacolo per lo sviluppo di future missioni spaziali: per questo motivo la loro rimozione è di fondamentale importanza. È infatti sempre più alto il rischio di collisioni tra satelliti attivi e detriti spaziali che, a loro volta, produrrebbero a cascata altri *debris* come prospettato dalla **Sindrome di Kessler**.



Figura 1.1: Satellite in orbita

Un grande numero di oggetti in disuso è concentrato soprattutto lungo le orbite terrestri basse (LEO: tra i 160 e i 2000 km di altitudine) e presso quelle geostazionarie (GEO: 35790 km). Studi recenti hanno dimostrato che almeno cinque detriti spaziali dovrebbero essere rimossi ogni anno per evitare una crescita esponenziale.

Rilevare i detriti non è semplice nei casi in cui gli stessi abbiano dimensioni inferiori ai 10 cm; per grandezze superiori, invece, è più facile tracciarli ed intercettarli. Inoltre i *debris* viaggiano a velocità molto elevate (dell'ordine dei km/s) e questo, in caso di collisione, aumenta la probabilità di causare dei danni ai satelliti attivi.

1.1 Cenni storici

La prima esplosione in orbita si verificò soltanto quattro anni dopo il volo dello Sputnik del 1957. Esplose infatti, poco dopo aver lasciato il payload, lo stadio superiore del lanciatore *Thor-Ablestar*. Questo incidente generò all'incirca 300 frammenti che si riuscì però a monitorare. Col passare del tempo, con il progressivo aumento dei lanci, l'ambiente spaziale attorno alla Terra diventò sempre più affollato.

Nel 1965 si verificò la prima esplosione intenzionale a seguito di un danno critico che riguardava il satellite sovietico *Cosmos 50*. Donald **Kessler**, scienziato e astrofisico americano, preannunciò con una serie di pubblicazioni che il rischio di collisioni tra oggetti artificiali avrebbe, da lì a poco, superato quello di incidenti dovuto all'impatto con i micrometeoriti. Le conseguenze di una collisione con un oggetto spaziale dipendono ovviamente dalle dimensioni e dalla velocità del detrito stesso. I velivoli spaziali e i satelliti sono spesso colpiti da oggetti di grandezza fino ad 1 mm perché ce ne sono moltissimi nello spazio ma, proprio a causa della loro ridotta dimensione, oggetti di questo tipo non sono in alcun modo tracciabili e conseguentemente non possono essere evitati. È comunque molto improbabile che oggetti di dimensioni così contenute possano causare dei danni significativi.

Il problema dei detriti spaziali fu anche tenuto in seria considerazione nella fase di progettazione della **Stazione Spaziale Internazionale** (ISS): i suoi moduli, infatti, sono muniti di rinforzi contro eventuali impatti con dei frammenti.

La più grande formazione di detriti spaziali si ebbe a causa di un incidente avvenuto il 10 febbraio 2009: il satellite inattivo russo *Cosmos 2251* e il satellite operativo statunitense *Iridium 33* si sono scontrati a 789 km di altezza. La velocità di impatto relativa è stata di circa 11,7 km/s; entrambi i satelliti si sono ovviamente distrutti e l'impatto ha generato un numero stimato di circa 1500 detriti.

Un altro scontro avvenne il 22 gennaio 2013 tra un detrito spaziale cinese, derivante dall'esplosione intenzionale del satellite *Fengyun 1C*, e un nano-satellite russo *BLITS* dal

peso di 7,5 kg circa. *Fengyun 1C* era un satellite cinese distrutto volontariamente dalla Cina nel 2007 per testare il sistema anti-satellite e produsse centinaia di frammenti di diverse dimensioni. La collisione ha determinato sul satellite russo un cambiamento della sua orbita (si è registrata una diminuzione del semiasse maggiore di 120 metri), della velocità di rotazione e dell'assetto.

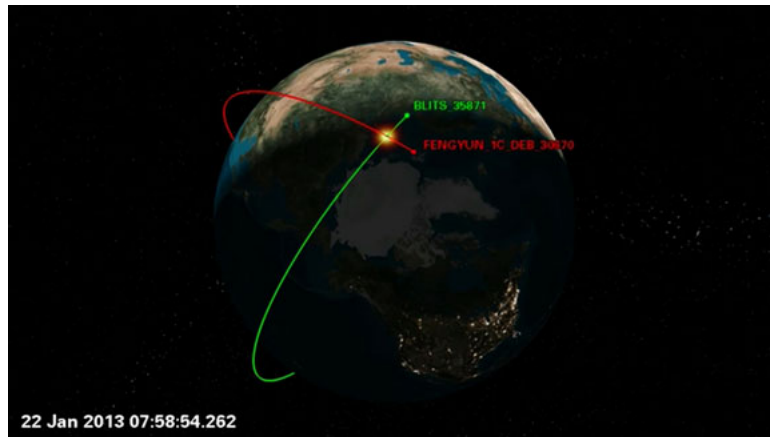


Figura 1.2: Orbita del detrito cinese e del satellite russo

Ad oggi la quantità di spazzatura spaziale sembra ammontare a circa 8000 tonnellate: 29000 oggetti di oltre 10 cm e circa un milione di frammenti troppo piccoli per essere tracciati. L'individuazione è effettuata tramite una rete di antenne, telecamere e laser da parte del Dipartimento della Difesa degli Stati Uniti e della NASA.

1.2 Strategie e metodi di raccolta dei detriti

Dato il numero elevato di detriti già presenti nello spazio, alla politica di riutilizzo dei satelliti – dei quali si dovrà controllare la fase di rientro sulla Terra – dovrà essere affiancato l'intervento di rimozione di vecchi oggetti in disuso, abbandonati nello spazio da tempo: *Active Debris Removal (ADR) missions*.

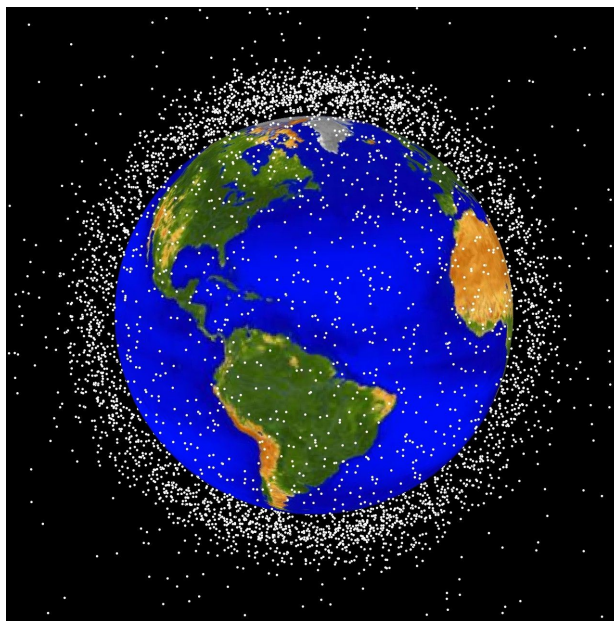


Figura 1.3: Detriti attorno alla Terra

Si avrebbe, ovviamente, un grande vantaggio in termini di costi se lo stesso *spacecraft* potesse rimuovere più di un solo detrito; per questo motivo si cerca di trovare dei metodi affinché lo stesso *chaser* possa effettuare più *rendezvous* consecutivi con gli oggetti da rimuovere.

Sono state proposte diverse tecniche per la rimozione dei frammenti spaziali. Esistono i cosiddetti sistemi di Terra (*ground-based*) tramite i quali si ipotizza di irradiare un oggetto in modo da modificarne l'orbita ed evitare impatti. A tal fine si possono utilizzare, ad esempio, sistemi laser.

Ci sono anche i sistemi passivi per il *de-orbit*, che rappresentano la soluzione più economica. L'obiettivo è quello di ridurre il perigeo dell'orbita (ovvero il punto più vicino alla Terra) per forzare il rientro dell'oggetto in atmosfera. A tal fine si è ipotizzato di utilizzare palloni o membrane gonfiabili, cavi sospesi, vele solari oppure reti: l'idea è quindi quella di incastrare un detrito spaziale in una rete che lo appesantisca e gli faccia perdere quota fino a farlo bruciare in atmosfera.

Sostanzialmente si tratta quindi di dispositivi finalizzati ad aumentare l'attrito sfruttando la resistenza aerodinamica. Sono ovviamente metodi adatti solamente alle orbite più basse.

Uno dei meccanismi più diffusi, invece, è quello della cattura robotica tramite un velivolo dotato di appendici robotizzate. L'idea è quindi quella di agganciare il satellite

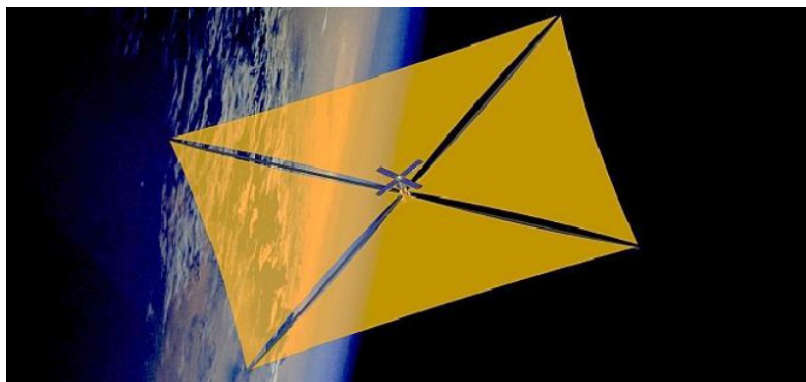


Figura 1.4: Vela solare per aumentare il decadimento dell'orbita

per trasferire combustibile o modificare l'hardware, ad esempio aggiungendo batterie, oppure recuperare dispositivi quali i pannelli solari da riutilizzare in altre missioni. In questa tesi si farà riferimento ad un approccio di questo tipo. Si utilizzerà, infatti, un velivolo – il *chaser* – che consegnerà, una volta raggiunti i detriti tramite manovre di *rendezvous*, dei pacchetti per il *de-orbit*. I kit vengono posizionati sui bersagli per mezzo di un braccio robotico attaccato al *chaser*. A questo punto c'è la possibilità di deorbitare in atmosfera oppure quella di spostarsi verso un'orbita cimitero.

Infine sono anche oggetto di studio altre tecniche che si basano sullo sfruttamento del campo magnetico terrestre per generare forze che possano rallentare i detriti e farli precipitare in atmosfera.

Si è finora accennato a diverse tecniche atte alla rimozione di *debris* ma è importante anche l'eventuale fase di rientro di questi oggetti. Per detriti di piccole dimensioni non si presentano problemi particolari perché verosimilmente saranno distrutti attraversando l'atmosfera ma oggetti di dimensioni più elevate potrebbero resistere al flusso aerodinamico e quindi impattare contro la superficie terrestre. Bisogna quindi studiare dei metodi per evitare che si possano verificare degli incidenti in relazione a persone o infrastrutture.

Tra le fasi di una missione *Active Debris Removal* la più complicata è quella relativa alla cattura dell'oggetto, dato che si tratta di una manovra a stretto contatto con un bersaglio e a velocità elevatissima. In sintesi, per la rimozione del pezzo ci sono sostanzialmente due filosofie: quelle di contatto e quelle non di contatto. Del primo gruppo fanno parte le tecnologie che contemplano l'utilizzo di arpioni e di componenti robotici, oppure cavi e reti mentre al secondo le tecniche che sfruttano le scie, i laser o le forze elettromagnetiche. Non esiste una filosofia migliore dell'altra ma la convenienza di una delle due dipende dal tipo di detrito investigato.

1.3 Panoramica della missione

Data una nota distribuzione di detriti spaziali, l'obiettivo è sviluppare un metodo per intercettarli al fine di eliminarli dallo spazio. Individuare tutte le possibili traiettorie da un *debris* all'altro risulta però impossibile se – come nel caso in esame – il numero di oggetti è elevato (si tratta di 123 detriti). Il numero di possibili ordini con cui intercettarli, infatti, è elevatissimo e corrisponderebbe a $123!$. Oltretutto, come si vedrà, essendo possibile effettuare più lanci, compare un'altra variabile (appunto il numero di lanci), oltre a una serie di vincoli da rispettare. Data quindi la sostanziale impossibilità di valutare tutte le possibili traiettorie bisogna affrontare il problema in modo diverso, trovando una soluzione approssimata che, dati due detriti e il tempo, stimi il ΔV . Di questo aspetto, però, cioè del problema inerente le possibili sequenze, ci si è occupati relativamente.

L'obiettivo della tesi è stato quello di trovare, attraverso una stima dei valori degli impulsi istantanei di velocità ΔV , i migliori tempi di partenza e di arrivo da un detrito all'altro (attraverso manovre di *rendezvous*) considerando possibili partenze ogni 10 giorni, con il fine di minimizzare il ΔV totale della missione, nota la sequenza e la durata della stessa.

Come visto nella sezione precedente, per rimuovere i detriti ci si serve di uno *spacecraft* che prende il nome di *chaser*, il quale, attraverso la propulsione, si avvicina ai vari *target* consegnando un modulo propulsivo che sarà utilizzato per cambiare l'orbita del detrito raggiunto.

Per quanto riguarda le sequenze, comunque, è possibile effettuare un'analisi approssimativa (che tiene anche conto dell'effetto di J_2 : perturbazione dovuta alla non sfericità della Terra, dunque dello schiacciamento ai poli, che modifica i parametri orbitali delle varie orbite) che fornisce stime dei tempi di trasferimento e relativa variazione di velocità ΔV tra qualsiasi coppia di detriti, permettendo così una valutazione dei costi di ogni possibile sequenza. Il problema della determinazione della sequenza di rimozione più opportuna viene convertito in un **problema del commesso viaggiatore** che consiste nel trovare il miglior itinerario che permetta di visitare almeno una volta un numero prestabilito di città, percorrendo quindi meno strada possibile. Viene poi calcolato il bilancio complessivo della massa della missione e, in base all'ottimizzazione che si vuole effettuare, vengono selezionate le migliori soluzioni in termini di ΔV , quindi di massa, e tempo della missione. Le variabili del problema sono quindi tre: la sequenza dei detriti da eliminare, il tempo di volo e gli impulsi da applicare di volta in volta (legati alla massa di propellente da usare).

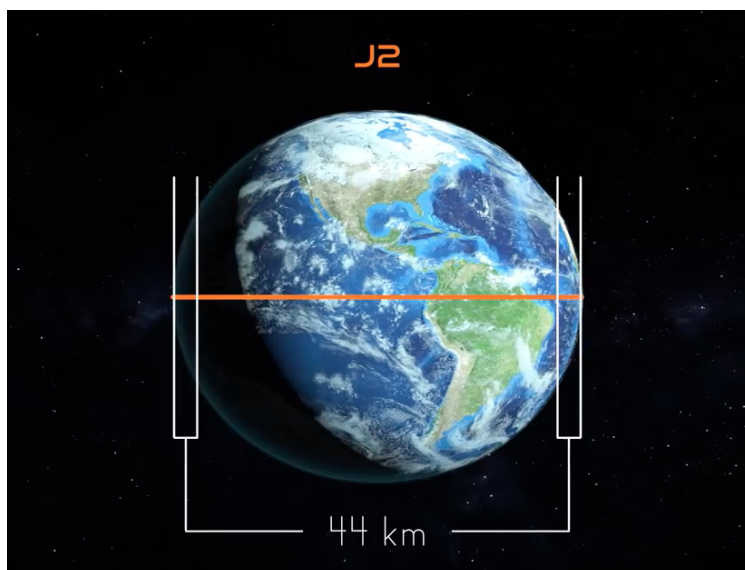


Figura 1.5: Non perfetta sfericità della Terra

La progettazione delle missioni finalizzate alla rimozione di *debris* multipli è eseguita selezionando la sequenza più favorevole degli oggetti da rimuovere considerando anche il fatto che si tratta di un problema **dinamico** (i detriti si spostano nel tempo, e anche le orbite sono soggette a variazioni a causa di J_2). Nello svolgimento di una missione di questo tipo vengono considerati detriti facenti parte di una popolazione in cui gli oggetti hanno un'inclinazione simile.

Come detto, il *chaser* è inserito in orbita in condizioni di *rendezvous* con il primo *target* (da selezionare, tra i tanti). A questo punto bisognerà avvicinarsi al detrito successivo e, una volta raggiunto e depositato l'apposito kit di *de-orbit*, si dovrà partire verso un altro obiettivo ancora, fino a quando non sarà completata la serie prestabilita.

Un'altra variabile da tenere in considerazione è il costo computazionale, nel senso della valutazione del numero di possibili strade percorribili (che dipende dal numero di *debris* da raccogliere e dal numero delle possibili durate di volo considerate). Se il set di detriti da rimuovere è elevato potrebbero nascere problemi di questo tipo e bisognerà adottare soluzioni alternative. Per serie lunghe è quindi possibile introdurre metodi di ottimizzazione come gli *algoritmi genetici* che, presa una popolazione iniziale, non vanno a considerare tutti i casi possibili (sarebbero troppi) ma a sviluppare nuove soluzioni ricombinando vecchie soluzioni considerate positive (in analogia con i processi biochimici).

Capitolo 2

Richiami di meccanica orbitale

2.1 I parametri orbitali

La prima legge di Keplero afferma che: "*l'orbita descritta da un pianeta è un'ellisse, di cui il Sole occupa uno dei due fuochi*". Questa regola è estendibile anche al moto dei satelliti e di qualsiasi corpo che orbita attorno ad un pianeta, quindi anche per gli oggetti di studio di questa tesi: i *debris*.

La prima legge di Keplero descrive quindi il moto di un corpo nello spazio. La posizione del corpo lungo l'orbita ellittica kepleriana può essere definita tramite l'introduzione di sei parametri orbitali.

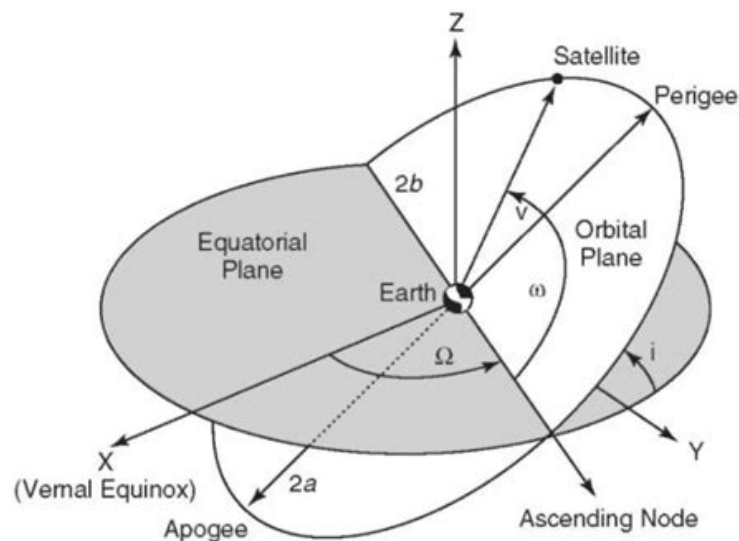


Figura 2.1: Parametri orbitali kepleriani

I sei *parametri orbitali classici* sono i seguenti:

- Semiasse maggiore a : indica la dimensione dell'orbita
- Eccentricità e : indica la forma dell'orbita (se pari a zero, l'orbita è circolare)
- Inclinazione i : rappresenta l'angolo tra il piano orbitale e il piano equatoriale
- Longitudine del nodo ascendente o Ascensione retta del nodo ascendente Ω : si misura tra l'asse X e la linea dei nodi
- Argomento del periastro ω : si misura tra la linea dei nodi e il periastro
- Anomalia vera ν (in alternativa è possibile usare l'anomalia eccentrica E o quella media M): si misura tra il periastro e la posizione del satellite nell'orbita

I parametri orbitali presentati sono definiti in un sistema geocentrico (inerziale) con origine nel centro della Terra: l'asse X è rivolto verso la costellazione dell'Ariete, Z è allineato con l'asse di rotazione terrestre (verso Polaris) e Y completa la terna destrorsa.

La dimensione e la forma dell'ellisse su cui orbita il corpo sono date dai valori del semiasse maggiore a e dell'eccentricità e . L'inclinazione, invece, è il valore dell'angolo che si forma tra il piano orbitale e il piano equatoriale e la linea che si ottiene dall'intersezione di questi due piani prende il nome di linea dei nodi. In questo modo si definisce Ω , come l'angolo tra l'asse X e la linea dei nodi. Questo angolo prende il nome di **Ascensione retta del nodo ascendente** ($RAAN$) se misurato sul piano equatoriale dell'attrattore e di **Longitudine del nodo ascendente** se misurato sul piano dell'eclittica. È ascendente il nodo per il quale il corpo passa da $z < 0$ a $z > 0$. A questo punto, tramite l'inclinazione i e il $RAAN$ si è definita l'orientazione dell'orbita. La linea degli apsi, invece, è quella linea che congiunge il periastro (punto più vicino al centro di massa del corpo principale) con l'apoaastro (punto più lontano). Questa linea forma l'angolo ω con la linea dei nodi, che permette di conoscere la posizione dell'ellisse. La posizione effettiva del satellite lungo l'orbita si conosce tramite l'anomalia vera ν che descrive la distanza angolare tra il periastro e il corpo. Trascurando le perturbazioni, l'unico parametro che varia nel tempo è l'anomalia vera.

- Dimensione e forma dell'orbita: a ed e
- Orientamento dell'orbita: i e Ω ($RAAN$)
- Posizione del satellite lungo l'orbita: ω e ν

Conoscendo i parametri orbitali classici è possibile identificare i valori di altre tre grandezze:

- Periastro (punto dell'orbita più vicino all'astro): $r_p = a(1 - e)$
- Apoaastro (punto dell'orbita più lontano dall'astro): $r_a = a(1 + e)$
- Semilatus rectum: $p = a(1 - e^2)$

2.2 Effetti delle perturbazioni

Se si considera un'orbita ideale si trascurano gli effetti delle perturbazioni e si analizza un'orbita i cui parametri a, e, i, Ω, ω sono costanti (nel tempo varia solo l'anomalia vera). In realtà, però, i parametri orbitali variano proprio a causa delle **perturbazioni**.

Le perturbazioni sono forze esterne che determinano una variazione dei parametri orbitali. Lungo l'orbita ci sono oscillazioni di breve periodo (per ogni rivoluzione orbitale), di lungo periodo (hanno periodo maggiore di quello dell'orbita) e secolari (caratterizzate da una variazione lineare dei parametri rispetto al tempo). Se si considerano le perturbazioni non è più possibile avere una soluzione in forma chiusa del problema dei due corpi perché bisogna tenere in considerazione anche l'accelerazione perturbativa.

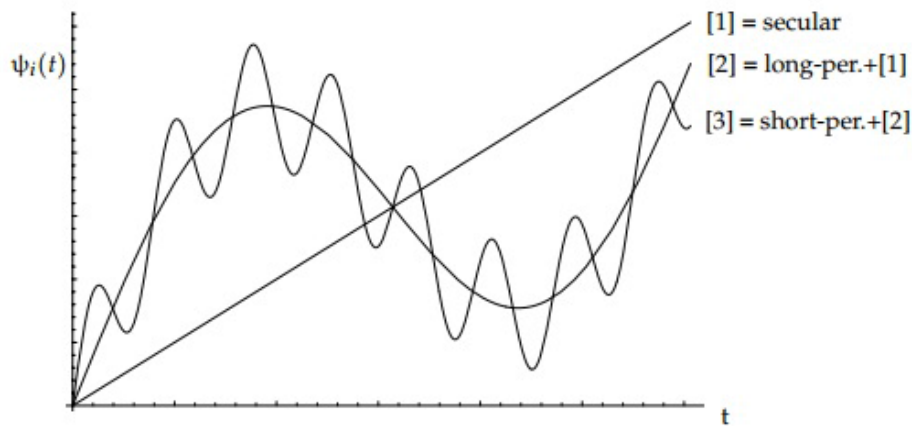


Figura 2.2: Perturbazioni orbitali

Le perturbazioni sono molteplici: una delle più rilevanti riguarda l'eventuale presenza di un terzo corpo nelle vicinanze e quindi di una massa perturbativa, ma ci sono anche effetti dovuti alle radiazioni solari (il fascio di fotoni esercita una pressione sul satellite variandone la quantità di moto) e alla resistenza aerodinamica (prevalente a quote basse) ma la più rilevante nel caso di specie è sicuramente la perturbazione dovuta alla non sfericità e non omogeneità della Terra, che determina distorsioni del campo gravitazionale terrestre. La Terra è modellizzata come un ellissoide WGS84 con i seguenti valori:

- Semiasse maggiore: $a = 6378,197$ km
- Semiasse minore: $b = 6356,752$ km
- Eccentricità: $e = 1/298,2572$

I detriti considerati all'interno di questo lavoro si trovano a quote relativamente alte, pur essendo orbite LEO, di conseguenza è possibile trascurare gli effetti di frenamento

della resistenza aerodinamica in modo da avere una superiore accuratezza da parte dei modelli matematici utilizzati. La perturbazione dovuta alla non perfetta sfericità del pianeta Terra è invece tenuta in considerazione.

Il problema di rimozione dei detriti è quindi reso più complicato a causa della presenza del parametro J_2 . La non sfericità della Terra, infatti, modifica l'orientamento delle orbite in diversi modi a seconda del semiasse maggiore, dell'eccentricità e dell'inclinazione. J_2 agisce favorevolmente e riduce il ΔV quando tende ad avvicinare i nodi ascendenti delle orbite, mentre nel caso opposto il costo del trasferimento sarà superiore.

È possibile esprimere il potenziale come espansione in serie di armoniche sferiche nei seguenti termini:

$$E_g = -\frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R}{r} \right)^n P_n \sin(La) - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=2}^{\infty} J_{nm} \left(\frac{R}{r} \right)^n P_{nm} \sin(La) \cos[m(Lo - Lo_{n,m})] \right] \quad (2.1)$$

All'interno di questa equazione del modello del potenziale gravitazionale, composta da molteplici sommatorie, per $n = 2$ si ritrova l'effetto del parametro J_2 che tiene conto dello schiacciamento ai poli della Terra. G è la costante di gravitazione universale, M la massa della Terra, R il raggio equatoriale, (r, La, Lo) rappresentano le coordinate sotto forma di latitudine e longitudine, P_n è l' n -esimo polinomio di Legendre e J_n sono i coefficienti che definiscono l'espansione.

I fenomeni perturbativi determinano effetti quali il moto di regressione della linea dei nodi e di precessione della linea degli apsidi. Nella pratica, il disturbo causato da J_2 può talvolta portare a far coincidere i piani orbitali su cui si muovono i *debris* di interesse. Questo fatto permetterebbe di minimizzare il consumo di combustibile necessario alla manovra di avvicinamento, favorendo il trasferimento. Tuttavia questo auspicabile effetto non sempre si manifesta costringendo al compimento di manovre più onerose. A causa dell'elevata velocità, infatti, variare l'orientamento dell'orbita in LEO è molto costoso. Si è accertato che per orbite LEO le azioni perturbative possono determinare una regressione della linea dei nodi, e quindi una rotazione del piano orbitale, anche dell'ordine dei gradi al giorno.

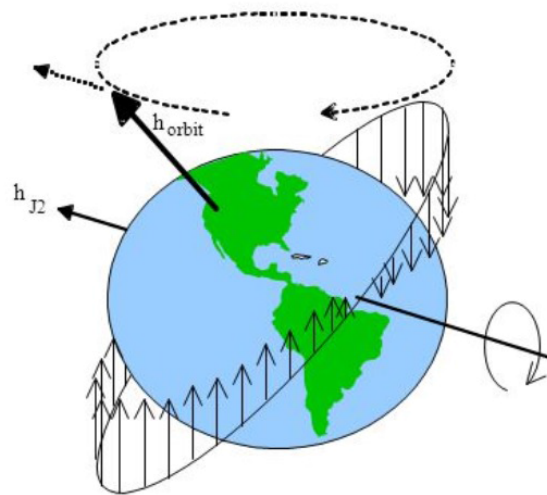


Figura 2.3: Effetto della perturbazione dovuta a J_2

2.3 Equazioni del moto

Dati i parametri orbitali e gli effetti della perturbazione J_2 è possibile calcolare la posizione e la velocità di ogni detrito nello spazio.

$$\ddot{x} = -\frac{\mu x}{r^3} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{r_{eq}}{r} \right)^2 \left(1 - 5 \frac{z^2}{r^2} \right) \right] \quad (2.2)$$

$$\ddot{y} = -\frac{\mu y}{r^3} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{r_{eq}}{r} \right)^2 \left(1 - 5 \frac{z^2}{r^2} \right) \right] \quad (2.3)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\mu z}{r^3} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{r_{eq}}{r} \right)^2 \left(1 - 5 \frac{z^2}{r^2} \right) \right] \quad (2.4)$$

Queste equazioni descrivono il moto kepleriano perturbato e portano a perturbazioni periodiche per tutti i parametri, ma secolari soltanto per Ω , ω e M . Si considerano solo gli effetti secolari. Tra un arrivo su un *debris* e la successiva partenza, però, il *chaser* si troverà sull'orbita del detrito raggiunto e la sua posizione e velocità dipenderà dai parametri orbitali di tale orbita.

Le orbite dei detriti subiscono quindi un effetto di propagazione. I parametri orbitali del semiasse maggiore, dell'eccentricità e dell'inclinazione non subiscono variazioni mentre la longitudine del nodo ascendente, l'argomento del periastro e l'anomalia media variano come segue:

$$\dot{\Omega} = \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} J_2 \left(\frac{r_{eq}}{p} \right)^2 n \cos(i) \quad (2.5)$$

$$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} J_2 \left(\frac{r_{eq}}{p} \right)^2 n (5 \cos^2(i) - 1) \quad (2.6)$$

$$\dot{M} = \frac{dM}{dt} = n + \frac{3}{4} J_2 \left(\frac{r_{eq}}{p} \right)^2 n \sqrt{1 - e^2} (3 \cos^2(i) - 1) \quad (2.7)$$

dove r_{eq} rappresenta il raggio della Terra mentre n il moto medio, definito come:

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (2.8)$$

con $\mu = GM = 398600 \text{ km}^3/\text{s}^2$ parametro gravitazionale terrestre.

Il periodo orbitale è legato al moto medio:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = \frac{2\pi}{n} \quad (2.9)$$

Conoscendo le loro variazioni nel tempo, si possono ora calcolare i nuovi valori della longitudine del nodo ascendente, dell'argomento del periastro e dell'anomalia media tramite le seguenti:

$$\Omega - \Omega_0 = \dot{\Omega} (t - t_0) \quad (2.10)$$

$$\omega - \omega_0 = \dot{\omega} (t - t_0) \quad (2.11)$$

$$M - M_0 = n (t - t_0) \quad (2.12)$$

È ora possibile calcolare la posizione e la velocità rispetto al sistema di riferimento geocentrico. Per prima cosa, però, si calcola l'anomalia eccentrica E , nota l'anomalia media:

$$E - e \sin E = M \quad (2.13)$$

Mentre l'anomali vera ν si ottiene tramite:

$$\tan \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\nu}{2} \quad (2.14)$$

Si calcola, poi, il *Fly path angle* γ (cioè l'angolo di rampa misurato tra la direzione della velocità e l'orizzonte locale):

$$\tan \gamma = \frac{e \sin \nu}{1 + e \cos \nu} \quad (2.15)$$

Il modulo del raggio vettore (distanza dal centro della Terra al *target*) vale:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \nu} = \frac{p}{1+e \cos \nu} \quad (2.16)$$

E la velocità:

$$V = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad (2.17)$$

Per ultimo, le coordinate cartesiane della posizione r e della velocità v si ottengono tramite le seguenti:

- $x = r [\cos(\nu + \omega) \cos \Omega - \sin(\nu + \omega) \cos i \sin \Omega]$
- $y = r [\cos(\nu + \omega) \sin \Omega + \sin(\nu + \omega) \cos i \cos \Omega]$
- $z = r [\sin(\nu + \omega) \sin i]$
- $v_x = V [-\sin(\nu + \omega - \gamma) \cos \Omega - \cos(\nu + \omega - \gamma) \cos i \sin \Omega]$
- $v_y = V [-\sin(\nu + \omega - \gamma) \sin \Omega + \cos(\nu + \omega - \gamma) \cos i \cos \Omega]$

- $v_z = V [\cos(\nu + \omega - \gamma) \sin i]$

Nel seguito verranno considerate orbite quasi-circolari (l'eccentricità sarà inferiore al 2% per tutte le orbite considerate). Si trascurerà quindi l'eccentricità ma anche ω , l'argomento del periastro, cioè la distanza angolare tra il nodo ascendente e il periastro: essendo orbite sostanzialmente circolari tutti i punti appartenenti alla stessa sono equidistanti dal centro. Si considerano inoltre trasferte con molte rivoluzioni, quindi si trascurano la fasatura e ν .

2.4 Manovre di trasferimento

Per manovra si intende una variazione del vettore velocità, quindi il cambio orbitale o di assetto di un velivolo ottenuti tramite la presenza di un motore. Per i propulsori chimici, come quelli tenuti in considerazione in questo elaborato, si utilizza una manovra impulsiva: nell'istante in cui si impone la spinta il raggio dell'orbita non varia (impulso in un tempo infinitesimo). Tipico caso in cui è necessario compiere delle manovre è quello tratto in esame in questa tesi, ossia quando due corpi devono praticare un *rendezvous* (incontro nello spazio). Le manovre possono essere di diversi tipi: dalle manovre ad un impulso, le più semplici, quali l'innalzamento o l'abbassamento dell'apogeo o del perigeo, fino a manovre a tre o più impulsi, quali ad esempio il trasferimento biellittico. Le manovre, inoltre, possono essere complanari (l'orbita iniziale, finale e di trasferimento appartengono allo stesso piano) oppure non complanari (orbite di diversa inclinazione), decisamente più costose.

2.4.1 Trasferta di Hohmann

La trasferta di Hohmann è una manovra a due impulsi che permette ad un satellite di effettuare uno spostamento da un'orbita circolare di raggio r_1 ad un'orbita complanare di raggio r_2 . La prima variazione impulsiva di velocità ΔV_1 inserisce il satellite su una traiettoria di trasferimento ellittica che ha come pericentro r_1 e come apocentro r_2 mentre la seconda accensione (impulso ΔV_2) viene eseguita dopo mezza rivoluzione e serve a circularizzare l'orbita finale.

Questo tipo di manovra consente di ottenere ottimi risultati in termini di costi (cioè ΔV) se il rapporto tra i due raggi r_2/r_1 è minore di 11,94 (è quindi valida per le applicazioni LEO e GEO); in caso contrario sarebbe più conveniente effettuare un trasferimento biellittico.

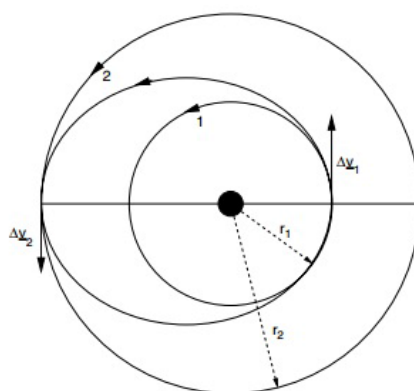


Figura 2.4: Trasferta di Hohmann

Quella di Hohmann è la trasferta energeticamente più conveniente ma è anche la più lunga.

Il valore dell'energia potenziale gravitazionale dell'orbita di trasferimento si ottiene tramite la seguente:

$$E_{gt} = \frac{v_1^2}{2} - \frac{\mu}{r_1} = \frac{v_2^2}{2} - \frac{\mu}{r_2} = -\frac{\mu}{r_1 + r_2} \quad (2.18)$$

Si ricorda che μ è la costante gravitazionale planetaria che, per la Terra, vale $\mu = 398600 \text{ km}^3/\text{s}^2$.

Gli impulsi, forniti istantaneamente accendendo i motori solo in due precisi punti per eseguire la manovra (nell'orbita di trasferimento i propulsori sono spenti), si calcolano come segue.

$$v_1 = v_{c1} + \Delta V_1 \quad (2.19)$$

$$v_{c2} = v_2 + \Delta V_2 \quad (2.20)$$

Dove v_{c1} e v_{c2} sono le due velocità sulle orbite circolari di partenza, pari a:

$$v_{c1} = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \quad (2.21)$$

$$v_{c2} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \quad (2.22)$$

Si ricava che:

$$v_1 = \sqrt{2 \left(-\frac{\mu}{r_1 + r_2} + \frac{\mu}{r_1} \right)} \quad (2.23)$$

$$v_2 = \sqrt{2 \left(-\frac{\mu}{r_1 + r_2} + \frac{\mu}{r_2} \right)} \quad (2.24)$$

E quindi:

$$\Delta V_1 = v_1 - v_{c1} = v_{c1} \left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} - 1 \right) \quad (2.25)$$

$$\Delta V_2 = v_{c2} - v_2 = v_{c2} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} \right) \quad (2.26)$$

Perciò:

$$\Delta V_{tot} = |\Delta V_1| + |\Delta V_2| \quad (2.27)$$

Il trasferimento da un'orbita ad un'altra diventa decisamente più complicata se si vuole intercettare un altro oggetto orbitante. Bisogna, infatti, che l'intercettore – nel caso di specie il *chaser* – ed il bersaglio – cioè il *debris* – arrivino contemporaneamente al punto di *rendezvous* (appuntamento).

2.4.2 Cambio del piano orbitale

Un'altra trasferta di rilievo è quella che permette di cambiare il piano orbitale. Il solo parametro orbitale che verrà modificato sarà quindi l'inclinazione i . È conveniente, in termini di costi, che questa manovra avvenga su uno dei due nodi dell'orbita dato che il compimento della trasferta in posizioni dell'orbita diverse comporterebbe la variazione della longitudine del nodo ascendente o ascensione retta (RAAN: *Right Ascension of the Ascending Node*).

L'impulso di velocità dovrà valere:

$$\Delta V = 2v_t \sin \frac{\Delta i}{2} \quad (2.28)$$

v_t è la componente trasversale di velocità nel punto di manovra mentre Δi è la variazione di inclinazione tra i due piani orbitali.

2.5 Global Trajectory Optimisation Competition

La presente tesi si focalizza, per quanto riguarda la fase applicativa e computazionale, su un problema di rimozione di una ipotetica distribuzione di detriti nello spazio su orbite LEO. Il metodo, comunque, è ovviamente utilizzabile anche per applicazioni reali. Lo studio prende quindi spunto dal **Global Trajectory Optimisation Competition 9**, abbreviato in *gtoc9*. Si tratta di una competizione indetta dall'ESA (European Space Agency) il 3 aprile 2017, riguardante la rimozione di una popolazione ipotetica di 123 detriti orbitanti attorno alla Terra su orbite LEO (*Low Earth Orbit*). I 123 debris vengono identificati con dei numeri da 0 a 122 e i parametri orbitali, riferiti ad un determinato tempo, sono forniti.

id	ref epoch [mjd2000]	a [m]	e	i [rad]	W [rad]	w [rad]	M[rad]
000	2.1947649637665050E+04	7.1657396824464779E+06	1.4872294030037296E-03	1.7084949743764815E+00	5.4251494477699103E+00	5.1896466191474777E-01	3.2208883569328890E+00
001	2.2167216339714400E+04	7.1194824568500286E+06	1.6818826066925901E-02	1.7190324556571761E+00	4.0302319446772756E+00	2.2497345785659948E+00	4.8807277888575742E+00
002	2.1971814991607400E+04	7.1596212552715428E+06	3.7928260515825026E-03	1.6950996273137624E+00	2.9287068301393302E+00	4.4933242266297109E+00	6.2437606565086217E+00
003	2.2169543272808445E+04	7.1105112426873706E+06	6.6662989696863410E-03	1.6942903799536431E+00	6.2336478358175662E-01	3.4119092650909070E+00	4.7714199815539757E+00
004	2.2052222441592254E+04	7.1020000939046489E+06	1.8296158479309513E-03	1.7498728280660838E+00	2.6225638296225968E+00	2.3970723874904802E+00	3.1329207586641292E+00
005	2.1974981005491496E+04	7.1734650347685460E+06	8.5007296809300539E-03	1.7250021365460082E+00	4.7168822657255580E+00	2.9873237970074014E+00	5.4944812707940045E+00
006	2.2148092594213187E+04	7.0580417103809919E+06	8.7234352836937229E-03	1.7206738530599246E+00	3.5746425158521933E+00	4.9814352991997808E+00	4.1956188833732098E+00
007	2.2142824876524191E+04	7.0596020528455991E+06	2.4932447158364495E-03	1.7069135576765333E+00	1.4559862537354920E+00	4.3020929502250089E+00	5.3481532423694276E+00
008	2.2128717858909135E+04	7.1343239397846498E+06	1.6271597009714870E-02	1.7445269197014779E+00	1.3297786145266177E-01	5.8382098923205268E+00	5.5621781601339935E+00
009	2.2037559358191760E+04	7.1472079797105445E+06	8.0077227049872458E-03	1.7054359870027067E+00	3.3787314329735190E+00	1.2760194010266370E+00	5.2234270395895157E+00
010	2.2187763624733412E+04	7.1622151761647547E+06	2.4022908192228684E-03	1.7179524541970677E+00	2.6044168759567419E+00	1.8942795035536908E+00	4.3848444989363751E+00
011	2.2091992995606113E+04	7.2325076497609392E+06	1.1773575210463410E-03	1.7066308893868966E+00	3.0516552852502272E+00	1.7076541122844591E+00	3.3574832859913597E+00
012	2.1928718422188100E+04	7.1586430111981770E+06	1.004018906720379E-02	1.7320255324625642E+00	7.2170125435764443E-01	2.9454391014605554E+00	3.2835498420677034E+00
013	2.2178426502743732E+04	7.2364943577317204E+06	3.3123508976602113E-03	1.71374997162075539E+00	1.8043660156735728E+00	4.1480720014348309E+00	2.2581703181417367E+00
014	2.2134431225703171E+04	7.1834394254642036E+06	5.8116054059847893E-03	1.6983761271184348E+00	1.3049702380875483E+00	4.9906874011610523E+00	3.5562531992810604E+00
015	2.2057921381551841E+04	7.1828607044945257E+06	7.2677718502275265E-03	1.7253514550779128E+00	1.2035298909060050E+00	5.5176308702359096E+00	4.0513937316575852E+00
016	2.2029071784023829E+04	7.0894689928508550E+06	8.9326688889894128E-03	1.7152239407832581E+00	1.2304416110682046E+00	2.9125176149255796E+00	1.4008509098039548E+00
017	2.1976563697352434E+04	7.1720225944849178E+06	7.5893483630202667E-03	1.7123965415036928E+00	4.1231617147467006E+00	2.7235734264056872E+00	1.1697634274344053E+00
018	2.1975694539661748E+04	7.1160540084790485E+06	8.9459158777377718E-03	1.7201869268629908E+00	1.8279761920424498E+00	9.1080302919982903E-01	3.2999093640193995E+00
019	2.1931586760054113E+04	7.1303163416429311E+06	1.1013165668174162E-02	1.7213767664138027E+00	2.4191384654330679E+00	2.1026039581904379E+00	1.0309483985080592E+00
020	2.1956811664258676E+04	7.0123578015429014E+06	3.7306380068279953E-03	1.7145647888784965E+00	4.7679056701808413E+00	2.2242109725930712E+00	1.4407588641131199E+00
021	2.2075496256256381E+04	7.0595214196055979E+06	5.3035724008734580E-03	1.7212739396318075E+00	3.2737188088473581E+00	3.3286802852617283E+00	3.5355657675244623E+00
022	2.2069343848537206E+04	7.0625550915621240E+06	4.3442870408157983E-03	1.7274807156156051E+00	5.7747057927675343E+00	5.5322087355228531E+00	5.9103830148672429E+00
023	2.1948744829845527E+04	7.1573978226773487E+06	1.5212151785574607E-02	1.7216539017764789E+00	5.6363586292055992E+00	2.6108330779745432E+00	2.8271977566834545E+00
024	2.2029251106989806E+04	7.1555331719438899E+06	1.33214444405024063E-02	1.7174360733542935E+00	4.0525068916629250E+00	7.2403243072993692E-01	5.5759592098961139E+00

Figura 2.5: Parametri orbitali dei primi 25 *debris*

Come si vede dalla tabella, i valori delle inclinazioni dei piani su cui orbitano i detriti sono molto simili tra loro, tra i 96° e i 99°. I semiasse a , indicativi della dimensione delle orbite, si aggirano tra i 7000 e i 7200 km mentre l'eccentricità è sempre molto bassa, con valori sempre inferiori a 0,02 (quindi ellissi molto vicine ad essere circonferenze) il che, come già detto, consente di trascurare ω .

Come già accennato, la non sfericità della Terra fa cambiare i valori dei parametri delle orbite dei detriti nel tempo, e rende quindi il problema più complesso. Questo effetto è tenuto in considerazione dal parametro J_2 , che tiene in considerazione lo schiacciamento ai poli.

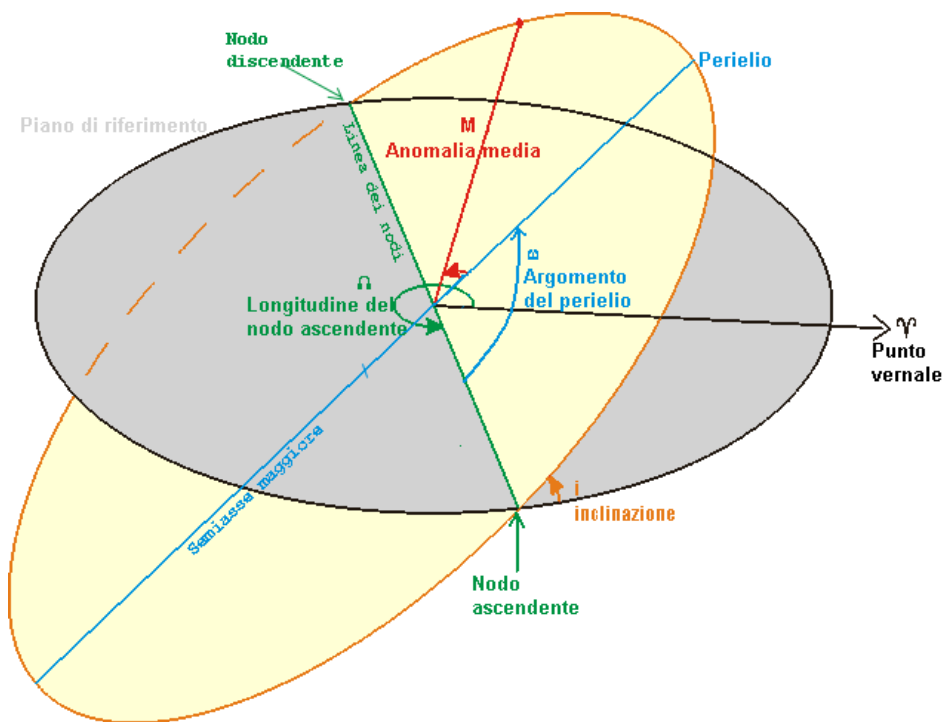


Figura 2.6: Parametri orbitali kepleriani

L'obiettivo della missione è la rimozione di tutti i 123 detriti. Il *chaser* effettua un *rendezvous* con i detriti da rimuovere consegnando a ciascuno di essi un modulo propulsivo attraverso il quale dare un impulso per far bruciare i detriti in atmosfera oppure per portarli ad un'orbita cimitero, spostandoli così dall'orbita LEO.

La missione deve terminare entro 10 anni. Il primo giorno a disposizione per la missione corrisponde al 23467 (MJD2000 – Modified Julian Day – giorni passati dal 1 gennaio 2000, ore 12:00), trasformato successivamente nel giorno 0. Non è necessario utilizzare un singolo lancio per rimuovere tutti i debris ma è possibile servirsi di più lanci. Il costo totale della missione sarà legato al numero di lanci più una quantità relativa al numero di debris che si vogliono rimuovere per il singolo lancio (valore legato alla massa di combustibile e quindi agli impulsi di velocità da imprimere per cambiare l'orbita). Le uniche manovre consentite per controllare la traiettoria dello S/C sono variazioni istantanee del vettore velocità.

Bisognerà rispettare le seguenti disposizioni:

- Il tempo tra due successivi *rendezvous*, all'interno dello stesso lancio, non può superare i 30 giorni.

- Dopo aver depositato il modulo propulsivo sul detrito, il *chaser* deve restare in prossimità dello stesso per i successivi 5 giorni (tempo di servizio). Perciò in questo tempo il *chaser* percorre l'orbita del detrito appena raggiunto.
- Per evitare la possibilità di effettuare missioni in parallelo, devono passare almeno 30 giorni tra due successive missioni. Quindi terminata una missione devono passare altri 30 giorni prima di poter effettuare nuovo lancio.
- Tutti gli eventi devono avvenire in una finestra temporale consentita, e cioè entro 2952 giorni dal giorno di apertura.

La competizione fu vinta dal gruppo **JPL** (*Jet Propulsion Laboratory*) che riuscì a rimuovere i debris con 12 lanci; la soluzione proposta è la seguente:

Mission Order	Start Epoch (MJD)	End Epoch (MJD)	Debris Number	Debris Removal Sequence	Start Mass (kg)
1	23517.00	23811.52	17	0, 115, 12, 67, 19, 48, 122, 7, 63, 61, 82, 107, 41, 11, 45, 85, 47	5478.12
2	13893.80	24092.29	11	58, 28, 90, 51, 72, 69, 10, 66, 73, 64, 52	4106.88
3	24122.30	24427.74	12	84, 86, 103, 16, 121, 92, 49, 23, 20, 54, 27, 36	3809.97
4	24461.50	24660.15	10	8, 43, 9, 55, 95, 14, 102, 39, 113, 110	4081.09
5	24785.00	24975.41	12	83, 75, 22, 35, 119, 24, 108, 37, 112, 104, 32, 114	5782.68
6	25006.00	25198.32	9	118, 65, 74, 50, 94, 21, 97, 79, 120	4024.43
7	25281.60	25454.87	10	62, 1, 40, 76, 89, 99, 15, 59, 98, 116	4877.61
8	25555.40	25669.64	8	117, 91, 93, 70, 18, 105, 88, 46	4909.98
9	25702.40	25860.22	9	5, 53, 33, 68, 71, 80, 57, 60, 106	4419.99
10	25912.74	26055.85	8	2, 81, 96, 6, 100, 30, 34, 26	3902.24
11	16087.53	26262.18	10	87, 29, 101, 31, 38, 25, 4, 77, 13, 3	4267.35
12	26292.26	26381.58	7	44, 111, 56, 78, 17, 109, 42	3584.37

Figura 2.7: Soluzione proposta dal JPL

Capitolo 3

Stima degli impulsi e calcolo della massa

3.1 Stima del ΔV

Come visto, l'orientamento dei piani orbitali dipende da due parametri: dall'inclinazione i e dalla longitudine del nodo ascendente Ω . Il primo misura l'angolo che si forma tra il piano orbitale e il piano equatoriale del corpo attrattore (la Terra) mentre il secondo l'angolo tra l'asse X (fisso) e la linea dei nodi (lato nodo ascendente). Le condizioni più favorevoli per il trasferimento da un'orbita ad un'altra si presentano quando la differenza tra i due piani orbitali è piccola: lo scarto tra i due valori della longitudine del nodo ascendente Ω deve quindi essere ridotto (le inclinazioni delle orbite dei detriti sono, invece, molto simili). È possibile sfruttare per la trasferta l'effetto perturbativo dato dal parametro J_2 che modifica la Ω degli oggetti orbitanti attorno alla Terra con una velocità che dipende da a ed e . Risulta perciò conveniente sfruttare questo fenomeno a proprio favore nell'esecuzione di una manovra. Si potrebbe, comunque, anche effettuare il trasferimento senza avere un allineamento perfetto dei piani orbitali, ma si necessiterebbe di valori di ΔV più elevati rispetto al caso della trasferta piana, con impatto sul peso del satellite dedito alla raccolta dei detriti. È chiaro che, se non si avesse alcun tipo di vincolo sui tempi, si potrebbero ottenere dei consumi di combustibile molto ridotti, aspettando l'allineamento perfetto delle orbite per eseguire le manovre.

Come già accennato, sono noti i valori dei parametri orbitali dei 123 detriti da eliminare. Prendendo in considerazione due generici *debris*, i e j , si conoscono dunque: a_i , e_i , i_i , Ω_i , ω_i , a_j , e_j , i_j , Ω_j , ω_j . Innanzitutto si definiscono i valori, ad un determinato tempo, di Ω :

$$\Omega_i = \Omega_{i_0} + \dot{\Omega}_i(t - t_0) \quad (3.1)$$

$$\Omega_j = \Omega_{j_0} + \dot{\Omega}_j(t - t_0) \quad (3.2)$$

Tramite i parametri orbitali è possibile calcolare $\dot{\Omega}$, cioè la variazione dovuta a J_2 di Ω : $\dot{\Omega} = f(a, e, i)$.

$$\dot{\Omega} = \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2}J_2 \left(\frac{r_{eq}}{p}\right)^2 n \cos(i) \quad (3.3)$$

dove $p = a(1 - e^2)$ rappresenta il semilatus rectum.

I momenti in cui è favorevole effettuare la manovra possono essere calcolati ponendo le due Ω uguali a meno di 2π . Si trova così il primo tempo di incontro:

$$t_{incontro} = \frac{\Omega_j(t_0) - \Omega_i(t_0) \pm 2k\pi}{\dot{\Omega}_i - \dot{\Omega}_j} \quad (3.4)$$

L'allineamento delle orbite si ripete a intervalli regolari calcolabili nota la differenza di velocità delle $\dot{\Omega}$. Si può quindi calcolare quando questo incontro si ripeterà, cioè quando uno dei due detriti avrà fatto una rivoluzione completa rispetto all'altro.

$$\Delta t_{incontri} = \frac{2\pi}{|\dot{\Omega}_i - \dot{\Omega}_j|} \quad (3.5)$$

Quando i due valori delle Ω sono uguali si può effettuare una trasferta *piana* tipo Hohmann (come detto le inclinazioni dei detriti sono molto simili, quindi la loro differenza è trascurabile; inoltre essendo orbite basse, i detriti effettuano 12-15 rivoluzioni al giorno attorno alla Terra quindi è molto probabile che si troverà un istante in cui effettuare Hohmann).

Dato il primo incontro si può calcolare il numero di incontri che ci saranno nell'arco dei 10 anni concessi per portare a termine la missione.

$$n_{incontri} = \frac{t_{finale} - t_{incontro}}{\Delta t_{incontri}} \quad (3.6)$$

È possibile avvalersi di due strategie differenti per le manovre di trasferimento. La manovra di tipo 1 consiste nell'utilizzare la propulsione, e quindi il ΔV , per cambiare direttamente Ω . La seconda nel cambiare il semiasse di inclinazione per farsi cambiare Ω da J_2 .

3.1.1 Manovra di tipo 1

Per quanto riguarda la manovra diretta, sfruttando l'equazione della trasferta di Hohmann si ricava che, per variazioni contenute del raggio dell'orbita:

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,5 \frac{\Delta r}{r} \quad (3.7)$$

Si introduce anche il parametro Δt_5 che rappresenta il periodo di tempo in cui la differenza tra Ω_i e Ω_j è inferiore a 5° , periodo nel quale si può effettuare una manovra di

trasferimento con una leggera correzione (non sarà una trasferta perfettamente piana). Δt_5 è quindi il tempo, rispetto a quello nominale di incontro, tale da avere $\Omega_i - \Omega_j = 5^\circ$. Oltre questo intervallo si avrebbe un valore di ΔV troppo grande e quindi non più conveniente. A questo punto, tramite una relazione empirica, vengono stimati ΔV_0 , che indica l'impulso istantaneo di velocità quando $\Omega_i = \Omega_j$, e ΔV_5 che stima l'impulso quando $\Omega_i = \Omega_j \pm 5^\circ$.

$$\frac{\Delta V_0}{V} = 0,5 \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \Delta i^2} \quad (3.8)$$

$$\frac{\Delta V_5}{V} = 0,5 \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \Delta i_{mod}^2} \quad (3.9)$$

Δi indica la variazione di inclinazione (sempre contenuta, visti i valori simili) tra le due orbite mentre Δi_{mod} tiene in considerazione l'angolo tra i momenti angolari delle orbite.

Si vanno poi a considerare le finestre nelle quali è possibile effettuare i trasferimenti. Prima del primo incontro può accadere, per alcune coppie di detriti, che una parte terminale della finestra dell'incontro precedente (che si avrebbe prima dell'inizio del periodo in cui è permesso eseguire manovre, quindi prima del giorno 0) sia accessibile. Si va perciò a controllare se c'è un incontro, precedente ai giorni consentiti, e se questo incontro crei una finestra, accettando fino a 5° di sfasamento, che rientri tra i giorni iniziali in cui è permesso effettuare manovre. Fatto questo controllo il numero di finestre che si sono aperte corrisponde al numero di incontri calcolati precedentemente oppure allo stesso numero aumentato di uno, nel caso si fosse aperta la finestra iniziale.

Il codice memorizza, dunque, per ogni coppia di detriti il *debris* di partenza, quello di arrivo, il tempo nominale di incontro (le due orbite sono perfettamente coincidenti, quindi il ΔV è minimo), l'intervallo Δt tra due successivi incontri, il tempo di apertura e di chiusura della finestra e l'impulso nominale ΔV_0 oltre al numero di incontri nel tempo concesso e al numero delle finestre che si sono aperte.

Il costo del trasferimento è indipendente sia che si vada da i a j sia che si faccia il percorso opposto.

3.1.2 Manovra di tipo 2

Questa manovra, invece, usa ΔV per cambiare a . Il senso è che cambiando il semiasse maggiore si influisce direttamente su $\dot{\Omega}$ e quindi su Ω tramite il parametro J_2 . I tempi di apertura e di chiusura delle finestre corrispondono ai tempi in cui è possibile recuperare il $\Delta \Omega$ tra i due *debris* con un ΔV di 600 m/s cambiando il semiasse a (300 m/s per

cambiarlo e 300 m/s per riportarlo al valore originale).

Se il tempo di incontro delle orbite è compreso tra la partenza e l'arrivo il ΔV coincide con ΔV_0 (quello minimo: strategia 1 e strategia 2 coincidono).

Se l'arrivo coincide con il tempo di apertura (le orbite si stanno ancora avvicinando) la strategia 2 consiste nel cambiare il semiasse a con un impulso di 300 m/s, aspettare per la durata stabilita (in questo modo si recupera il $\Delta\Omega$), riportare il semiasse al valore originale con altri 300 m/s e poi effettuare la manovra di Hohmann per un costo totale di $\Delta V = 600 + \Delta V_0$ [m/s]. In questo modo verranno sicuramente superati i 600 m/s e il risultato verrà, perciò, scartato.

Se l'arrivo è compreso tra l'apertura e l'incontro bisogna recuperare un $\Delta\Omega$ inferiore a quello del caso estremo appena riportato, quindi l'impulso iniziale e quello finale non saranno più di 300 m/s ma saranno proporzionalmente ridotti.

In modo del tutto speculare si ottengono i ΔV nei casi in cui l'arrivo è compreso tra il tempo di incontro e il tempo di chiusura della finestra (le orbite si stanno allontanando), con la differenza che verrà prima effettuata la trasferta di Hohmann, poi la correzione di a e, dopo aver aspettato il tempo opportuno coincidente con la durata imposta, si riporta il semiasse al valore del *target*.

Il codice memorizza i dati relativi alla strategia 2 riportando informazioni relative ai detriti di partenza e di arrivo, il tempo dell'incontro, il tempo di apertura e di chiusura delle finestre, il ΔV_0 e 600 m/s (cioè il ΔV imposto per manovre all'apertura o alla chiusura delle finestre).

La strategia 2 non è simmetrica: il recupero di Ω è diverso a seconda che le orbite si stiano avvicinando o allontanando.

Verrà preso in considerazione il valore più basso tra le due strategie adottate.

3.1.3 Discretizzazione dei tempi

L'ultimo passaggio è quello relativo alla discretizzazione dei tempi. Il problema è stato discretizzato considerando possibili partenze ogni 10 giorni (sui circa 3000 che si hanno a disposizione).

Considerando partenze ogni 10 giorni è stato scelto di discretizzare ulteriormente le possibili durate dei tratti, da detrito a detrito, in missioni brevi (5 giorni), medie (15 giorni) e lunghe (25 giorni), senza però dimenticare i 5 giorni da imporre all'arrivo su un obiettivo. Si ottengono così diversi valori di ΔV in base alla durata.

Una volta stabilite le possibili durate, il codice fornisce in output una tabella con i seguenti parametri:

- ID del detrito di partenza
- ID del detrito di arrivo
- Tempo di partenza al quale effettuare lo spostamento tra i due detriti interessati
- ΔV necessario alla manovra al tempo indicato

Sono quindi stati generati tre diversi file testo relativi a missioni di 5, 15 e 25 giorni. Si riportano le prime righe del file delle missioni lunghe 25 giorni, riguardanti il detrito numero 0.

```

0 1 1660 519.83
0 1 1670 433.51
0 1 1680 347.19
0 1 1690 260.87
0 1 1700 174.55
0 1 1710 88.23
0 1 1720 82.51
0 1 1730 82.51
0 1 1740 116.62
0 1 1750 195.25
0 1 1760 273.89
0 1 1770 352.53
0 1 1780 431.16
0 1 1790 509.80
0 1 1800 588.44
0 2 700 570.77
0 2 710 490.62
0 2 720 410.48
0 2 730 330.33
0 2 740 250.19
0 2 750 170.05
0 2 760 100.00
0 2 770 100.00
0 2 780 100.00
0 2 790 155.40
0 2 800 243.90
0 2 810 332.40
0 2 820 420.90
0 2 830 509.40
0 2 840 597.90
0 3 2040 546.53
0 3 2050 480.14
0 3 2060 413.75
0 3 2070 347.36
0 3 2080 280.97
0 3 2090 214.57
0 3 2100 148.18
0 3 2110 110.26
0 3 2120 110.26
0 3 2130 110.26
0 3 2140 177.38
0 3 2150 249.66
0 3 2160 321.94
0 3 2170 394.22
0 3 2180 466.50
0 3 2190 538.78

```

Figura 3.1: Prime righe dell'output del codice Fortran per missioni lunghe 25 giorni

Si nota, quindi, che a tempi diversi cambiano i debris raggiungibili e i relativi ΔV . Come visto, il codice esclude i tratti di missione che costano più di 600 m/s per motivi di immagazzinamento di dati e per evitare di avere troppe soluzioni disponibili, aumentando il costo computazionale (limite scelto discrezionalmente).

3.2 Stima della massa

Una volta individuati i migliori ΔV per le 12 missioni è possibile valutare il consumo di combustibile e quindi la massa iniziale del *chaser* che ha il compito di eliminare i detriti tramite il deposito di un modulo propulsivo (de-orbit kit) dal peso di 30 kg ciascuno. Ad ogni tratto, quindi, il *chaser* perde peso (sia dovuto al consumo di propellente che alla consegna del kit): le manovre saranno quindi sempre più efficienti.

Per calcolare la massa si procede a ritroso, a partire dall'arrivo all'ultimo bersaglio, nota la massa a vuoto del *chaser* che, al termine di ogni missione, avrà un peso pari a 2000 kg.

- massa finale: $m_{finale} = m_{dry} = 2000$ kg
- massa de-orbit kit: $m_{de} = 30$ kg
- velocità di allontanamento dei gas di scarico $c = I_{sp}g_0 = 3334,26$ m/s

Dopo aver imposto che la massa finale – cioè quella effettiva del *chaser* dopo aver consegnato il modulo propulsivo all'ultimo detrito della sequenza – sia pari a 2000 kg, attraverso **l'equazione del razzo**, che lega la velocità alla massa, si procede al calcolo della massa del *chaser* all'arrivo al penultimo detrito.

La formula generale per il calcolo della massa all'*i-esimo* tratto è la seguente:

$$m_i = (m_{i+1} + m_{de}) e^{\left(\frac{\Delta V_i}{c}\right)} \quad (3.10)$$

Si utilizza quindi questa equazione a cascata partendo da $i=n$ fino ad arrivare al valore della massa del *chaser* per $i=1$, che equivale alla massa di partenza (quella iniziale nel primo tratto). Bisognerà, infine, aggiungere ancora a questo valore quello relativo al modulo propulsivo che è stato depositato sul primo *debris* della lista. Si ottiene, così, la massa che il lanciatore deve essere in grado di portare all'orbita iniziale per ogni missione. Lo studio della fase di lancio è escluso dall'analisi.

$$m_{iniziale} = m_1 + m_{de} \quad (3.11)$$

Capitolo 4

Risultati

In questo capitolo verrà illustrata la strategia adottata per la valutazione di tutte le possibili strade percorribili, tramite la ricerca dei migliori tempi relativi ad ogni "tappa", al fine di minimizzare il costo delle missioni in termini di ΔV e, così, di individuare il miglior itinerario possibile. L'obiettivo, quindi, è quello di limitare l'impiego di carburante stando nei tempi prestabiliti.

Infine verranno riportate le stime delle masse iniziali per ciascuna delle 12 missioni e verrà effettuato un confronto con le soluzioni reali ottenute dal JPL.

4.1 Individuazione dei percorsi

Partendo dalle 12 missioni elaborate dal JPL, in primo luogo è stato verificato che il codice elaborato fornisse, all'incirca agli stessi tempi, lo stesso percorso di detriti della soluzione ottimale. Questo è avvenuto per quasi tutti i tratti delle 12 missioni a parte in tre casi in cui i detriti di arrivo non venivano riportati dall'output perché il costo del tratto era superiore al vincolo dei 600 m/s imposti per evitare un eccessivo immagazzinamento di dati. Tali valori saranno però ricavati attraverso un'interpolazione ottenuta tramite i valori di ΔV (inferiori a 600 m/s) rintracciabili nei giorni precedenti (o successivi) all'arco temporale esatto in cui la trasferta doveva avvenire.

Inizialmente è stata creata una tabella per ciascuna missione che contenesse i tempi di possibile partenza da un detrito all'altro. In questa prima fase si è soltanto cercato un possibile percorso temporale, indipendentemente dal costo della missione. Per trovare il miglior percorso bisognerà ovviamente interpolare opportunamente i valori di ΔV considerando le tre possibili durate. Se ne riporta un esempio relativo alla missione n. 12.

<i>Debris di partenza</i>	<i>Giorni intermedi possibili</i>							<i>Debris di arrivo</i>
44	2830	–	–	–	–	–	–	111
111	2840	2850	2860	–	–	–	–	56
56	2850	2860	2870	2880	2890	–	–	78
78	2860	2870	2880	2890	2900	2910	...	17
17	2870	2880	2890	2900	2910	2920	...	109
109	2880	2890	2900	2910	2920	2930	...	42
			2915					

Figura 4.1: Possibili giorni in cui effettuare le manovre, missione 12

I giorni di inizio e fine missione sono noti (rispettivamente 2830 e 2915), dunque lo è anche la durata (85 giorni). Si sono evidenziati i possibili tempi ai quali potenzialmente effettuare le manovre per spostarsi da un *debris* all'altro, rispettando il vincolo della durata totale della missione. In rosso si distinguono i giorni i quali, se presi in considerazione, non consentirebbero alla missione di terminare nel giorno prestabilito (data la possibilità di effettuare solamente manovre tra i 5 e i 25 giorni). In arancione si è evidenziato un possibile percorso temporale, totalmente arbitrario.

<i>Debris di partenza</i>	<i>Giorno di partenza</i>	<i>Giorno di arrivo</i>	<i>Durata del tratto</i>	ΔV [m/s]	<i>Debris di arrivo</i>
44	2830	2835	5	430,65	111
111	2840	2855	15	142,94	56
56	2860	2865	5	185,65	78
78	2870	2875	5	490,29	17
17	2880	2895	15	440,32	109
109	2900	2915	15	322,66	42

ΔV_{tot} [m/s]	2012,51
------------------------	----------------

Figura 4.2: Percorso temporale arbitrario con cui effettuare le manovre, missione 12

Scelto questo percorso il costo in termini di impulso vale: $\Delta V_{tot} = 2012,51$ m/s. Questo però è soltanto un possibile percorso tra tutti. Sarebbe stato possibile invertire, ad esempio, la durata dei primi due tratti (15 e 5 invece che 5 e 15) per avere un'altra soluzione, forse migliore, in termini di ΔV . Soltanto per questa missione, che si vedrà essere quella con il minor numero di detriti da raggiungere, si è accertato che sono possibili 50 strade.

4.2 Ottimizzazione degli impulsi e ricerca dei tempi

Risultando fattualmente impossibile valutare tutte le possibili strade *a mano*, si è proceduto ad implementare un codice su *Matlab* che consentisse di identificare i migliori itinerari temporali possibili (seguendo sempre la sequenza di detriti prestabilita e noti i giorni di partenza e fine missione), tali da minimizzare il ΔV complessivo di ogni singola missione, parametro che – come si è visto nel capitolo precedente – tramite l’equazione del razzo di Tsiolkovsky, è legato alla quantità di carburante m_p (massa di propellente, indicativa del costo della missione).

Il codice permette di identificare i tempi intermedi di partenza (e conseguentemente di arrivo) da un detrito all’altro ed è utilizzabile per tutte e 12 le missioni a parte la prima, per la quale è stato necessario introdurre un accorgimento. Nella prima missione, infatti, il numero di detriti è più elevato rispetto alle altre (ammonta a 17) e questo ha comportato dei problemi di carattere computazionale. Per ottenere la migliore soluzione in termini di ΔV per la prima missione è stato quindi necessario abbinare il codice con un’altra strategia.

Il numero di possibili strade (tutte le possibili disposizioni) dipende dal numero di archi temporali ipotizzati (tre: missioni di 5, 15 o 25 giorni) e dal numero di detriti da eliminare (variabile di missione in missione).

La formula che regola il numero di possibili strade per ogni missione è la seguente (n indica il numero di *debris*):

$$N_{val} = 3^{(n-1)} \quad (4.1)$$

MISSIONE	NUMERO DI DETRITI	DURATA (gg)	NUMERO DI VALUTAZIONI
Mission 1	17	295	43046721
Mission 2	11	195	59049
Mission 3	12	305	177147
Mission 4	10	195	19683
Mission 5	12	185	177147
Mission 6	9	195	6561
Mission 7	10	165	19683
Mission 8	8	115	2187
Mission 9	9	155	6561
Mission 10	8	135	2187
Mission 11	10	175	19683
Mission 12	7	85	729

Figura 4.3: Numero di detriti, durata e numero di possibili strade per ogni missione

Mantenendo fisso l’ordine di raccolta dei detriti all’interno delle 12 missioni e vincolati i giorni di inizio e fine missione (quindi anche le durate delle stesse), il codice è quindi

stato programmato per calcolare tutti gli itinerari temporali possibili. Considerando anche i 5 giorni di pausa, durante i quali il *chaser* si troverà sull'orbita del detrito appena raggiunto, le possibili durate sono dunque di 10, 20 e 30 giorni.

In primo luogo è stato chiesto al codice di permutare un certo numero di elementi (legato al numero di “tappe” all'interno di ogni missione, e dunque variabile di missione in missione tramite la semplice formula: *numero detriti* $- 1$). Gli elementi di cui calcolare le disposizioni con ripetizione sono $p = [1, 2, 3]$, valori che indicano le durate di cui si è appena parlato (rispettivamente 10, 20 e 30 giorni).

Si è così ottenuta una matrice di $3^{(n-1)}$ righe e $n - 1$ colonne contenente tutte le strade possibili. Soltanto alcune di queste saranno però adatte all'analisi che si vuole effettuare e cioè quelle sequenze la cui somma è pari alla durata totale della missione. Gli altri casi devono essere esclusi perché la missione terminerebbe in anticipo o in ritardo rispetto al giorno prestabilito. Vengono quindi valutate tutte le strade che rispettano il vincolo della durata della missione e viene memorizzato il ΔV per ciascun possibile tratto e per l'itinerario totale.

Per ogni coppia di *debris* e per ogni tempo di partenza ad intervalli di 10 giorni, viene quindi valutato e memorizzato il ΔV per durate di volo di 5, 15 e 25 giorni. Al variare degli archi tendenzialmente varierà il relativo ΔV ; in particolare si ha che ad una diminuzione della durata di un tratto si ha l'aumento o, al più, la costanza di ΔV , ma una diminuzione del suo valore risulta impossibile.

Inserendo poi nel codice t_0 (tempo di inizio della missione, cioè tempo di partenza dal primo detrito verso il secondo, dato che la fase di lancio non è considerata) e la stringa della sequenza dei detriti da raggiungere ed eliminare, tramite dei cicli *for* ed *if* si sono ottenute tutte le possibili sequenze temporali che garantissero la riuscita della missione nei termini prestabiliti. Tra queste è stato identificato e scelto l'itinerario dei tempi cui corrisponde il minor valore di ΔV totale.

In output il codice fornisce perciò il minor ΔV possibile e la relativa stringa con le durate di ogni tratto con dei numeri che possono valere 1, 2, 3, indicanti tratti lunghi 10, 20 o 30 giorni oltre ai giorni di partenza da ciascun *debris* della lista e alle singole variazioni di velocità ΔV_i relative ad ogni impulso.

Se il codice non dovesse individuare l'esistenza di un tratto di missione ad un tempo richiesto (vengono esclusi per motivi di immagazzinamento di dati i valori superiori ai 600 m/s), verrà automaticamente assegnato il valore di 2000 m/s. Questo, si vedrà, avverrà in tre casi: in un tratto della missione 8, della missione 9 e della missione 10. Per risolvere questo problema è stata aggiunta nel codice la possibilità di effettuare un'interpolazione dei valori di ΔV più prossimi al tempo indicato e di valutare poi il dato all'istante desiderato.

A causa di questa aggiunta, però, in relazione a due missioni in cui i valori ΔV_i erano tutti comunque inferiori al taglio effettuato, il codice ha fornito una soluzione diversa rispetto alla versione precedente senza interpolazioni. Per la missione n. 5 e la missione n. 7, infatti, si vedrà che conviene sforare i 600 m/s in una o più "tappe" per poi avere un vantaggio in termini di ΔV_i in altri tratti, per concludere la missione con un ΔV complessivo più basso.

4.2.1 Mission 1

La sequenza di detriti è 0-115-12-67-19-48-122-7-63-61-82-107-41-11-45-85-47.

Come anticipato, la prima missione è la più lunga perché i detriti da intercettare sono addirittura 17 in poco meno di un anno. A causa del numero di *debris* non è stato possibile utilizzare solamente il codice *Matlab* implementato. Il numero di tratti infatti, partendo dal primo detrito, è pari a $n - 1 = 16$. Il numero di permutazioni di 16 elementi – che possono valere 1, 2, 3 – è eccessivo. Si tratta infatti, come visto precedentemente, di $3^{(n-1)} = 43046721$ combinazioni, cioè di più di 43 milioni di possibilità, troppe da calcolare in un tempo ragionevole.

Per questo motivo è stato deciso di suddividere la missione in due tronconi da 9 detriti ciascuno: il primo dal detrito 0 al detrito 63; il secondo dal detrito 63 al detrito identificato con il numero 47. Si nota immediatamente che rileverà il giorno cui si giunge al detrito intermedio (n. 63), dove si è deciso di spezzare la catena, perché quel tempo inciderà direttamente sui tempi accessibili nel secondo tratto.

Non è quindi possibile ottimizzare la prima metà della sequenza senza tenere in considerazione gli effetti che tale ottimizzazione ha sulla seconda semi-sequenza che, appunto, sarà influenzata dal momento in cui si arriva al detrito intermedio. Per questo motivo sono stati effettuati diversi test, imponendo di volta in volta il giorno di arrivo al detrito n. 63, in modo tale da trovare quello che minimizza la somma dei ΔV delle due catene.

Un dato certo è, come detto, il tempo di partenza che corrisponde al giorno 50. I giorni in cui si può giungere al detrito intermedio (elemento n. 63) sono compresi tra i giorni 125 e 285, data l'eventualità di poter effettuare gli 8 spostamenti iniziali in 10 giorni (5 di viaggio più 5 di attesa, caso più veloce) ma anche la possibilità di effettuarli in 30 giorni (25 di viaggio e 5 di attesa, caso più lento). Il tempo al quale si inizierà la seconda parte della missione sarà conseguentemente compreso tra i giorni 130 (125 + 5) e 290 (285 + 5).

In definitiva bisognerà quindi trovare il tempo di arrivo al detrito 63 tale da minimizzare $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$. Si riporta una tabella che comprende tutte le possibilità.

- tempo intermedio: t_m
- tempo di ripartenza: $t_{m,2} = t_m + 5$

DURATA 1° TRATTO (gg)	DURATA 2° TRATTO (gg)	t_m (gg)	$t_{m,2}$ (gg)	ΔV_1 [m/s]	ΔV_2 [m/s]	ΔV [m/s]
75	215	125	130	2045,63	1947,98	3993,61
85	205	135	140	1706,18	1643,47	3349,65
95	195	145	150	1375,10	1460,77	2835,87
105	185	155	160	1332,24	1460,77	2793,01
115	175	165	170	1275,78	1489,89	2765,67
125	165	175	180	1239,43	1668,61	2908,04
135	155	185	190	1220,77	1839,84	3060,61
145	145	195	200	1211,47	2817,15	4028,62
155	135	205	210	1238,28	3749,10	4987,38
165	125	215	220	1296,23	4220,27	5516,50
175	115	225	230	1363,19	7341,73	8704,92
185	105	235	240	1512,65	7927,52	9440,17
195	95	245	250	1678,37	9102,89	10781,26
205	85	255	260	1964,34	9328,23	11292,57
215	75	265	270	3616,57	9461,25	13077,82

t_0 (gg)	t_f (gg)
50	345

ΔV_1 (min)	ΔV_2 (min)	ΔV (min)
1211,47	1460,77	2765,67

Figura 4.4: Possibili percorsi al variare di t_m

Dai calcoli effettuati, riassunti in tabella, emerge che il tempo migliore al quale interrompere la prima metà della prima missione, arrivando al detrito intermedio n. 63, è il giorno 165 cui corrisponde, infatti, il valore più basso e quindi economico di $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$. Si nota come non sarebbe quindi stato corretto ottimizzare soltanto la prima parte della catena di *debris*, senza interpolarla con il risultato della seconda. Se si fosse deciso di ottimizzare soltanto la prima parte della prima missione l'arrivo al detrito intermedio sarebbe stato al giorno 195, ottenendo così il miglior ΔV_1 a scapito, però, di un valore di ΔV_2 molto più elevato. Il minor valore di ΔV_2 si avrebbe, invece, per una missione in cui si impone l'arrivo al detrito intermedio al tempo 155 (gg). Il giusto compromesso è quindi rappresentato dal giorno 165.

Fatta questa prima analisi, si può passare allo studio dettagliato della missione impostata per $t_m = 165$.

Come già detto, la partenza si ha al giorno 50 e la durata della prima metà della missione sarà di 115 giorni mentre la seconda metà avrà inizio al giorno 170 e termine, come prestabilito, al giorno 345.

Segue una tabella con rappresentati i 17 detriti, il tempo di partenza e di arrivo, la durata di ciascun tratto di missione e il ΔV_i relativo a ciascuna "tappa".

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
0	115	50	55	5	78,49
115	12	60	65	5	101,16
12	67	70	95	25	248,62
67	19	100	105	5	417,93
19	48	110	115	5	138,87
48	122	120	125	5	39,00
122	7	130	135	5	69,76
7	63	140	165	25	181,95

ΔV_1 [m/s]	1275,78
--------------------	---------

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
63	61	170	175	5	201,27
61	82	180	205	25	149,23
82	107	210	225	15	147,11
107	41	230	245	15	207,05
41	11	250	275	25	98,04
11	45	280	305	25	51,61
45	85	310	335	25	330,96
85	47	340	345	5	304,62

ΔV_2 [m/s]	1489,89
--------------------	---------

ΔV_{tot} [m/s]	2765,67
------------------------	---------

Figura 4.5: Ottimizzazione, missione 1

Il ΔV ottimizzato vale, perciò, 2765,67 m/s.

4.2.2 Mission 2

A differenza della prima missione, nella seconda il costo computazionale è più basso e consente di ottenere le soluzioni in tempi ragionevoli. I detriti da eliminare sono infatti 11. I tratti della missione saranno conseguentemente 10 e il numero di possibilità da valutare è pari a $3^{(n-1)} = 59049$.

Il tempo di partenza prestabilito è il giorno 430 mentre il giorno finale è il 625,29 (approssimato a 625) per un totale di 195 giorni di durata della missione. Il codice dovrà quindi trovare la miglior sequenza di 10 tempi tali che la somma faccia 195. I tratti, si ricorda, possono durare 5, 15 o 25 giorni oltre ai 5 giorni di attesa da imporre prima di partire verso un successivo obiettivo.

Il codice ha fornito la seguente soluzione ottimale che minimizza il ΔV , pari a 1894,73 m/s: [3 1 3 3 1 1 3 3 1 1]. Si ricorda che 1 sta per missioni di 5 giorni, 2 per missioni di 15 giorni e 3 per missioni di 25 giorni. Si riportano i dettagli della missione:

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
58	28	430	455	25	109,00
28	90	460	465	5	542,02
90	51	470	495	25	181,73
51	72	500	525	25	175,50
72	69	530	535	5	76,95
69	10	540	545	5	172,78
10	66	550	575	25	92,69
66	73	580	605	25	112,38
73	64	610	615	5	210,06
64	52	620	625	5	221,62
ΔV_{tot} [m/s]					1894,73

Figura 4.6: Ottimizzazione, missione 2

4.2.3 Mission 3

Il numero di detriti da raccogliere è 12. Uno in più rispetto alla missione precedente: il numero di strade sarà quindi superiore. La terza fase ha inizio il giorno 660 e termine al giorno 960,74 (approssimato a 965). La durata della missione sarà dunque di 305 giorni.

Il codice ha fornito come risultato di ottimizzazione della variazione di velocità totale due diverse stringhe che minimizzano ugualmente il ΔV , pari a 1420,45 m/s.

Le due stringhe sono: [3 3 3 3 3 3 3 3 1 3] e [3 3 3 3 3 3 3 3 2 2]. Si riportano i risultati relativi alla prima:

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
84	86	660	685	25	82,31
86	103	690	715	25	184,12
103	16	720	745	25	141,51
16	121	750	775	25	27,66
121	92	780	805	25	224,35
92	49	810	835	25	68,61
49	23	840	865	25	206,08
23	20	870	895	25	158,91
20	54	900	925	25	224,90
54	27	930	935	5	56,50
27	36	940	965	25	45,50
ΔV_{tot} [m/s]					1420,45

Figura 4.7: Ottimizzazione, missione 3

Si nota la presenza di archi temporali molto elevati; questo risultato è dovuto al fatto che la durata prestabilita era molto alta (305 giorni) e che, normalizzata sul numero di

detriti, dà un tempo medio per ogni tappa pari a $305/11 = 27,72$ (gg). Quindi ci si aspettava la presenza di molti archi di 25 giorni.

4.2.4 Mission 4

Il numero di detriti è 10. Inizio della missione: giorno 1000; termine: 1193,15 (approssimato a 1195); durata: 195 giorni.

Le stringhe temporali ottenute che minimizzano il ΔV sono cinque: [3 3 3 1 1 1 2 3 3], [3 3 3 1 1 1 3 2 3], [3 3 3 1 1 2 1 3 3], [3 3 3 1 1 2 2 2 3] e [3 3 3 1 1 2 3 1 3]. Prendendo in esame la prima, si ottiene la seguente tabella riepilogativa:

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
8	43	1000	1025	25	170,66
43	9	1030	1055	25	153,68
9	55	1060	1085	25	50,31
55	95	1090	1095	5	164,20
95	14	1100	1105	5	402,25
14	102	1110	1115	5	549,33
102	39	1120	1135	15	166,79
39	113	1140	1165	25	298,30
113	110	1170	1195	25	75,86
ΔV_{tot} [m/s]					2031,38

Figura 4.8: Ottimizzazione, missione 4

Il ΔV è quindi pari a 2031,38 m/s.

4.2.5 Mission 5

Numero di detriti: 12.

Inizio della missione: giorno 1320.

Termine della missione: giorno 1508,41 (approssimato a 1505).

Durata della missione: 185 giorni.

Il codice iniziale (che non effettua interpolazioni nel caso di ΔV imposto pari a 2 km/s) ha rilevato la presenza di due possibili sequenze temporali, entrambe ottimizzanti il ΔV : [2 3 3 3 1 1 1 1 1 2] e [2 3 3 3 1 1 1 1 1 2 1].

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
83	75	1320	1335	15	157,58
75	22	1340	1365	25	344,49
22	35	1370	1395	25	308,76
35	119	1400	1425	25	558,22
119	24	1430	1435	5	301,31
24	108	1440	1445	5	237,19
108	37	1450	1455	5	491,03
37	112	1460	1465	5	535,95
112	104	1470	1475	5	101,05
104	32	1480	1485	5	167,82
32	114	1490	1505	15	231,43

ΔV_{tot} [m/s]	3434,83
-------------------------------	---------

Figura 4.9: Ottimizzazione, missione 5

Il ΔV trovato è quindi pari a 3434,83 m/s.

Il codice che invece effettua interpolazioni nei casi in cui in un determinato tratto non venga rilevato, al tempo di interesse, un ΔV a causa dell'esclusione dai file in input dei valori che eccedono i 600 m/s, ha portato al seguente risultato, migliore di quello precedente: $\Delta V = 3399,74$ m/s. Il valore è però migliorato solo dell'1,02%.

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
83	75	1320	1335	15	157,58
75	22	1340	1365	25	344,49
22	35	1370	1395	25	308,76
35	119	1400	1415	15	765,19
119	24	1420	1425	5	279,48
24	108	1430	1435	5	220,87
108	37	1440	1445	5	461,71
37	112	1450	1455	5	432,98
112	104	1460	1465	5	162,27
104	32	1470	1475	5	103,01
32	114	1480	1505	25	163,40

ΔV_{tot} [m/s]	3399,74
-------------------------------	---------

Figura 4.10: Ottimizzazione con interpolazioni, missione 5

4.2.6 Mission 6

Numero di detriti: 9.

Inizio della missione: giorno 1540.

Fine della missione: giorno 1731,32 (approssimato a 1735).

Durata della missione: 195 giorni.

La stringa temporale che ottimizza il ΔV è unica: [3 3 3 2 1 3 3 2].

Il ΔV ottenuto vale 2004,31 m/s.

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
118	65	1540	1565	25	136,35
65	74	1570	1595	25	318,06
74	50	1600	1625	25	369,91
50	94	1630	1645	15	158,08
94	21	1650	1655	5	484,85
21	97	1660	1685	25	146,01
97	79	1690	1715	25	133,84
79	120	1720	1735	15	257,21

ΔV_{tot} [m/s]	2004,31
-------------------------------	---------

Figura 4.11: Ottimizzazione, missione 6

4.2.7 Mission 7

Numero di detriti: 10.

Inizio della missione: giorno 1820.

Fine della missione: giorno 1987,87 (approssimato a 1985).

Durata della missione: 165 giorni.

La stringa temporale che minimizza ΔV è unica: [2 1 1 1 1 3 3 2 3].

Il ΔV vale 3136,84 m/s.

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
62	1	1820	1835	15	28,34
1	40	1840	1845	5	298,22
40	76	1850	1855	5	555,99
76	89	1860	1865	5	299,58
89	99	1870	1875	5	518,14
99	15	1880	1905	25	554,67
15	59	1910	1935	25	583,57
59	98	1940	1955	15	125,22
98	116	1960	1985	25	173,11

ΔV_{tot} [m/s]	3136,84
-------------------------------	---------

Figura 4.12: Ottimizzazione, missione 7

Questa tabella è riferita al codice che non tiene conto delle interpolazioni (tutti i valori sono inferiori ai 600 m/s). Utilizzando il codice "aggiornato" si ottiene, però, un ΔV complessivo inferiore, pari a 2955,41 m/s.

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
62	1	1820	1825	5	43,67
1	40	1830	1835	5	288,87
40	76	1840	1845	5	670,59
76	89	1850	1855	5	130,84
89	99	1860	1885	25	366,80
99	15	1890	1915	25	510,19
15	59	1920	1945	25	644,38
59	98	1950	1955	5	126,96
98	116	1960	1985	25	173,11

ΔV_{tot} [m/s]	2955,41
-------------------------------	---------

Figura 4.13: Ottimizzazione con interpolazioni, missione 7

Si nota la comparsa di due valori superiori ai 600 m/s che, però, permettono di ridurre notevolmente il ΔV_i in altri tratti ottenendo, come visto, un risultato nel complesso migliore (risparmio del 5,78%).

4.2.8 Mission 8

Numero di detriti: 8.

Inizio della missione: giorno 2090.

Fine della missione: giorno 2202,64 (approssimato a 2205).

Durata della missione: 115 giorni.

La stringa temporale che minimizza ΔV è unica: [3 2 1 1 3 1 1].

Il ΔV vale 4140,33 m/s.

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
117	91	2090	2115	25	175,09
91	93	2120	2135	15	470,88
93	70	2140	2145	5	523,07
70	18	2150	2155	5	2000,00
18	105	2160	2185	25	435,14
105	88	2190	2195	5	202,59
88	46	2200	2205	5	333,56

ΔV_{tot} [m/s]	4140,33
-------------------------------	---------

Figura 4.14: Ottimizzazione, missione 8

Come anticipato, per questa missione il codice aveva individuato l'assenza di un tratto ai tempi potenzialmente accessibili, precisamente dal detrito 70 al detrito 18, perché superiore al limite di 600 m/s imposto inizialmente per la rilevazione delle manovre. Viene quindi automaticamente assegnato il valore di 2000 m/s. Il valore complessivo di ΔV è particolarmente alto per questo motivo.

Il codice implementato con le interpolazioni lineari corregge il tratto difettoso portandolo innanzitutto da 5 a 25 giorni, calcolando il valore all'istante considerato tramite l'interpolazione e, di conseguenza, modificando anche i valori successivi. Se ne riporta la tabella.

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
117	91	2090	2115	25	175,09
91	93	2120	2135	15	470,88
93	70	2140	2145	5	523,07
70	18	2150	2175	25	815,69
18	105	2180	2185	5	690,97
105	88	2190	2195	5	202,59
88	46	2200	2205	5	333,56

ΔV_{tot} [m/s]	3211,85
-------------------------------	---------

Figura 4.15: Ottimizzazione con interpolazioni, missione 8

4.2.9 Mission 9

Numero di detriti: 9.

Inizio della missione: giorno 2240.

Fine della missione: giorno 2393,22 (approssimato a 2395).

Durata della missione: 155 giorni.

La stringa temporale che minimizza ΔV è unica: [1 3 1 1 1 3 3 3].

Il ΔV vale 4004,41 m/s.

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
5	53	2240	2245	5	588,81
53	33	2250	2275	25	413,43
33	68	2280	2285	5	164,54
68	71	2290	2295	5	2000,00
71	80	2300	2305	5	242,01
80	57	2310	2335	25	266,66
57	60	2340	2365	25	260,35
60	106	2370	2395	25	68,61

ΔV_{tot} [m/s]	4004,41
-------------------------------	---------

Figura 4.16: Ottimizzazione, missione 9

Anche per questa missione si nota la comparsa di un valor di ΔV pari a 2 km/s. Analogamente a prima, il codice che effettua le interpolazioni ha fornito i seguenti risultati:

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
5	53	2240	2245	5	588,81
53	33	2250	2275	25	413,43
33	68	2280	2285	5	164,54
68	71	2290	2315	25	627,86
71	80	2320	2325	5	113,31
80	57	2330	2335	5	560,58
57	60	2340	2365	25	260,35
60	106	2370	2395	25	68,61

ΔV_{tot} [m/s]	2797,49
-------------------------------	---------

Figura 4.17: Ottimizzazione con interpolazioni, missione 9

Per un ΔV complessivo della missione pari a 2797,49 m/s.

4.2.10 Mission 10

Numero di detriti: 8.

Inizio della missione: giorno 2450.

Fine della missione: giorno 2588,85 (approssimato a 2585).

Durata della missione: 135 giorni.

La stringa temporale che minimizza ΔV è unica: [2 3 3 3 1 1 1].

Il ΔV vale 3136,4 m/s.

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
2	81	2450	2465	15	278,25
81	96	2470	2495	25	26,83
96	6	2500	2525	25	81,78
6	100	2530	2555	25	410,60
100	30	2560	2565	5	132,22
30	34	2570	2575	5	2000,00
34	26	2580	2585	5	206,72
ΔV_{tot} [m/s]					3136,40

Figura 4.18: Ottimizzazione, missione 10

Anche in questa missione, come accaduto nell'ottava e nella nona, si nota che il codice ha rilevato l'assenza di un tratto perché il relativo valore di ΔV sarebbe superiore a 600 m/s. È quindi stato necessario usare le interpolazioni tramite le quali si ottiene un nuovo ΔV pari 2404,5 m/s; la relativa stringa delle durate dei tratti è: [2 1 3 3 1 3 1].

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
2	81	2450	2465	15	278,25
81	96	2470	2475	5	32,93
96	6	2480	2505	25	115,46
6	100	2510	2535	25	487,56
100	30	2540	2545	5	126,85
30	34	2550	2575	25	1156,73
34	26	2580	2585	5	206,72
ΔV_{tot} [m/s]					2404,50

Figura 4.19: Ottimizzazione con interpolazioni, missione 10

4.2.11 Mission 11

Numero di detriti: 10.

Inizio della missione: giorno 2620.

Fine della missione: giorno 2795,18 (approssimato a 2795).

Durata della missione: 175 giorni.

Le stringhe temporali che minimizzano ΔV sono molteplici e valgono: [2 1 1 3 1 3 3 3 1], [2 1 1 3 2 2 3 3 1], [2 1 1 3 2 3 2 3 1], [2 1 2 2 1 3 3 3 1], [2 1 2 2 2 2 3 3 1] e [2 1 2 2 3 2 3 1].

Il ΔV complessivo ottenuto vale 2261,77 m/s.

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
87	29	2620	2635	15	315,33
29	101	2640	2645	5	465,16
101	31	2650	2655	5	353,16
31	38	2660	2685	25	194,62
38	25	2690	2695	5	213,32
25	4	2700	2725	25	254,88
4	77	2730	2755	25	185,23
77	13	2760	2785	25	119,99
13	3	2790	2795	5	160,08
ΔV_{tot} [m/s]					2261,77

Figura 4.20: Ottimizzazione, missione 11

4.2.12 Mission 12

L'ultima missione di raccolta di detriti è la più breve: coinvolge soltanto 7 elementi. Il giorno di partenza è 2830; il giorno di arrivo è 2914,58 (approssimato a 2915); la durata della missione è quindi di 85 giorni.

Le stringhe ottenute sono le seguenti: [1 1 1 1 2 3] e [1 1 1 1 3 2].

Il ΔV corrispondente è 1758,29 m/s.

DEBRIS		PARTENZA (gg)	ARRIVO (gg)	DURATA (gg)	ΔV [m/s]
44	111	2830	2835	5	430,65
111	56	2840	2845	5	148,60
56	78	2850	2855	5	165,77
78	17	2860	2865	5	412,75
17	109	2870	2885	15	277,86
109	42	2890	2915	25	322,66
ΔV_{tot} [m/s]					1758,29

Figura 4.21: Ottimizzazione, missione 12

4.3 Stima delle masse

Dopo aver ottimizzato i ΔV delle 12 missioni si è proceduto a calcolare le masse iniziali per ciascuna di queste per poi operare un confronto con le masse ottenute dal JPL.

Come già accennato, per calcolare le masse ci si è serviti dell'equazione di Tsiolkovsky, anche nota come equazione del razzo. L'equazione è stata utilizzata per ogni tratto di ogni missione, partendo dalla massa finale del *chaser* all'ultimo detrito raggiunto (pari a 2000 kg) e procedendo a ritroso, vista la progressiva diminuzione di massa dovuta anche allo scarico dei kit per il de-orbit.

Si ricorda l'equazione sfruttata per l'*i-esimo* tratto:

$$m_i = (m_{i+1} + m_{de}) e^{\left(\frac{\Delta V_i}{c}\right)} \quad (4.2)$$

I parametri utilizzati per il calcolo delle *i-esime* masse sono la massa secca finale m_{dry} , cioè quella a seguito della consegna dell'ultimo pacchetto di de-orbit all'ultimo detrito di ogni missione, m_{de} , cioè la massa di ciascun modulo propulsivo e l'impulso specifico I_{sp} che, moltiplicato per g_0 , fornisce la velocità efficace di scarico c . È importante sottolineare che la massa varia dopo ogni tratto non solo perché nel frattempo è stato consumato del propellente ma anche perché viene lasciato su ogni obiettivo un modulo propulsivo di 30 kg.

- $m_{dry} = 2000$ kg
- $m_{de} = 30$ kg
- $I_{sp} = 340$ s
- $g_0 = 9,80665$ m/s²
- $c = I_{sp}g_0 = 3334,26$ m/s

In seguito sono rappresentate le stime della massa per le 12 missioni.

MASSA [kg]	
$m_{47} (finale)$	2000,00
m_{85}	2224,20
m_{45}	2489,43
m_{11}	2558,73
m_{41}	2665,98
m_{107}	2868,70
m_{82}	3029,46
m_{61}	3199,50
m_{63}	3430,45
m_7	3654,53
m_{122}	3762,44
m_{48}	3837,05
m_{19}	4031,52
m_{67}	4603,89
m_{12}	4992,62
m_{115}	5177,34
m_0	5331,38
$m_0 (iniziale)$	5361,38

Figura 4.22: Stima della massa, missione 1

MASSA [kg]	
$m_{52} (finale)$	2000,00
m_{64}	2169,51
m_{73}	2342,54
m_{66}	2453,87
m_{10}	2553,89
m_{69}	2721,32
m_{72}	2815,55
m_{51}	2999,34
m_{90}	3199,03
m_{28}	3799,02
m_{58}	3956,26
$m_{58} (iniziale)$	3986,26

Figura 4.23: Stima della massa, missione 2

MASSA [kg]	
$m_{36} (finale)$	2000,00
m_{27}	2057,89
m_{54}	2123,57
m_{20}	2303,85
m_{23}	2447,77
m_{49}	2635,74
m_{92}	2721,17
m_{121}	2942,65
m_{16}	2997,41
m_{103}	3158,67
m_{86}	3369,70
m_{84}	3484,67
$m_{84} (iniziale)$	3514,67

Figura 4.24: Stima della massa, missione 3

MASSA [kg]	
$m_{110} (finale)$	2000,00
m_{113}	2076,72
m_{39}	2303,88
m_{102}	2453,60
m_{14}	2928,42
m_{95}	3337,74
m_{55}	3537,75
m_9	3621,99
m_{43}	3824,25
m_8	4056,66
$m_8 (iniziale)$	4086,66

Figura 4.25: Stima della massa, missione 4

MASSA [kg]	
m_{114} (finale)	2000,00
m_{32}	2131,96
m_{104}	2229,80
m_{112}	2372,49
m_{37}	2735,64
m_{108}	3176,39
m_{24}	3425,99
m_{119}	3758,16
m_{35}	4765,36
m_{22}	5260,63
m_{75}	5866,48
m_{83}	6181,85
m_{83} (iniziale)	6211,85

Figura 4.26: Stima della massa, missione 5

MASSA [kg]	
m_{120} (finale)	2000,00
m_{79}	2192,80
m_{97}	2313,84
m_{21}	2448,75
m_{94}	2866,73
m_{50}	3037,37
m_{74}	3427,27
m_{65}	3803,30
m_{118}	3993,31
m_{118} (iniziale)	4023,31

Figura 4.27: Stima della massa, missione 6

MASSA [kg]	
m_{116} (finale)	2000,00
m_{98}	2138,18
m_{59}	2252,33
m_{15}	2768,92
m_{99}	3261,70
m_{89}	3674,48
m_{76}	3852,74
m_{40}	4747,71
m_1	5210,10
m_{62}	5309,18
m_{62} (iniziale)	5339,18

Figura 4.28: Stima della massa, missione 7

MASSA [kg]	
$m_{46} (finale)$	2000,00
m_{88}	2243,59
m_{105}	2416,01
m_{18}	3009,26
m_{70}	3881,62
m_{93}	4576,01
m_{91}	5304,67
m_{117}	5622,29
$m_{117} (iniziale)$	5652,29

Figura 4.29: Stima della massa, missione 8

MASSA [kg]	
$m_{106} (finale)$	2000,00
m_{60}	2072,20
m_{57}	2272,93
m_{80}	2724,57
m_{71}	2849,79
m_{68}	3476,48
m_{33}	3683,86
m_{53}	4204,13
m_5	5051,94
$m_5 (iniziale)$	5081,94

Figura 4.30: Stima della massa, missione 9

MASSA [kg]	
$m_{26} (finale)$	2000,00
m_{34}	2159,84
m_{30}	3097,98
m_{100}	3249,28
m_6	3795,63
m_{96}	3960,43
m_{81}	4030,03
m_2	4413,39
$m_2 (iniziale)$	4443,39

Figura 4.31: Stima della massa, missione 10

MASSA [kg]	
m_3 (finale)	2000,00
m_{13}	2129,84
m_{77}	2238,98
m_4	2398,60
m_{25}	2621,53
m_{38}	2826,71
m_{31}	3028,42
m_{101}	3400,14
m_{29}	3943,66
m_{87}	4367,81
m_{87} (iniziale)	4397,81

Figura 4.32: Stima della massa, missione 11

MASSA [kg]	
m_{42} (finale)	2000,00
m_{109}	2236,26
m_{17}	2463,22
m_{78}	2821,77
m_{56}	2997,13
m_{111}	3165,10
m_{44}	3635,61
m_{44} (iniziale)	3665,61

Figura 4.33: Stima della massa, missione 12

Dalla seguente tabella si osserva che l'errore complessivo ottenuto sulla stima totale è superiore del 4,73% rispetto alla soluzione del JPL. Si nota però che in alcune missioni (missioni 1, 2, 3 e 6) è stato ottenuto un valore in termini di peso inferiore a quello reale, il che è possibile perché è stato utilizzato un ΔV *stimato* che, proprio per questo motivo, può, in alcuni casi, essere effettivamente inferiore a quello vero.

MISSIONE	MASSA [kg]	MASSA (JPL) [kg]	Variazione
Mission 1	5361,38	5478,12	-2,13%
Mission 2	3986,26	4106,88	-2,94%
Mission 3	3514,67	3809,97	-7,75%
Mission 4	4086,66	4081,09	0,14%
Mission 5	6211,85	5782,68	7,42%
Mission 6	4023,31	4024,43	-0,03%
Mission 7	5339,18	4877,61	9,46%
Mission 8	5652,29	4909,98	15,12%
Mission 9	5081,94	4419,99	14,98%
Mission 10	4443,39	3902,24	13,87%
Mission 11	4397,81	4267,35	3,06%
Mission 12	3665,61	3584,37	2,27%
TOTALE	55764,33	53244,71	4,73%

Figura 4.34: Confronto tra le masse stimate e quelle di JPL

Capitolo 5

Conclusioni

Nel lavoro effettuato è stato implementato un metodo di analisi, tramite un codice *Matlab*, che permettesse di identificare per ciascuna delle 12 missioni i tempi ottimali delle singole trasferte per un dato itinerario al fine di minimizzare il consumo di combustibile, considerando partenze ogni 10 giorni e missioni lunghe 5, 15 o 25 giorni. Rispettando i vincoli imposti di inizio e fine missione, una volta esaminate tutte le possibili strade, è stata scelta quella che minimizzasse il costo in termini di impulso istantaneo di velocità. Come visto, però, in alcuni tratti non è stato possibile stimare il ΔV da cui ottenere l'entità della massa di propellente e, conseguentemente, della massa iniziale dello S/C. In questi casi si è utilizzata un'interpolazione che tenesse in considerazione i valori di ΔV più vicini al tempo di interesse. In altre due missioni (n.5 e n.7) è invece emerso che – nonostante il codice fornisse per ogni tratto dei valori inferiori a 600 m/s (che è il limite scelto per l'immagazzinamento dei dati) – sfruttando l'opportunità di effettuare ugualmente delle interpolazioni nei casi in cui nell'itinerario ipotizzato mancasse un valore al tempo opportuno, si ottiene un risultato complessivo migliore. Infatti a fronte di alcuni tratti che superano il limite di 600 m/s si ottiene una significativa riduzione degli impulsi in tratti successivi (o precedenti) per un risultato finale complessivamente migliore. Questo significa che il limite arbitrario di 600 m/s è servito a livello computazionale e per limitare la memoria necessaria ma ha impedito di trovare una migliore soluzione nelle due missioni citate. È quindi necessario trovare un equilibrio tra la dimensione del file che immagazzina i dati e l'accuratezza delle stime.

Bibliografia

- [1] Hong-Xin Shen, Tian-Jiao Zhang, Lorenzo Casalino, Dario Pastrone *Optimization of Active Debris Removal Missions with Multiple Targets.*
- [2] Filippo Grisot, Lorenzo Casalino *Approximate Optimal LEO transfers with J_2 perturbation.*
- [3] Roger R. Bate, Donald D. Mueller, Jerry E. White *Fundamentals of Astrodynamics.*
- [4] J. W. Cornelisse, H. F. R. Schoyer, K. F. Wakker *Rocket Propulsion and Spaceflight Dynamics.*
- [5] <https://kelvins.esa.int/gtoc9-kessler-run/>