## POLITECNICO DI TORINO

#### Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Tesi di Laurea Magistrale

# Modellazione elasto-plastica del comportamento delle interfacce tra sabbie e superfici metalliche



**Relatori**: Prof. Ing. Guido Musso

**Candidato**: Domenico Orobello

Prof. Ing. Giuseppe Mortara

**Correlatore**: Prof. Ing. Renato Cosentini

Ottobre 2019

### Sommario

Con il susseguirsi degli anni, gli sviluppi nel campo della meccanica dei terreni e delle strutture di fondazione in generale, consentirono agli ingegneri progettisti di focalizzarsi su tematiche sempre più sofisticate. Nel caso delle fondazioni, superficiali o profonde che siano, o altre strutture poste a diretto contatto con il terreno, sorge spontanea la seguente domanda: qual è la relazione che governa il legame sforzo-deformazione nell'istante in cui si instaura uno scorrimento relativo tra i due mezzi? L'effetto reciproco tra terreno e struttura nei confronti della trasmissione delle forze attraverso la superficie di contatto che separa i due mezzi viene definito *resistenza d'attrito*.

L'interfaccia terreno-struttura è una porzione di terreno costituita da un sottile strato posto a diretto contatto con la superficie di un materiale avente caratteristiche meccaniche differenti. Dalle numerose evidenze sperimentali è stato possibile dimostrare che l'interazione struttura-terreno avviene a causa della mobilitazione di una forza agente nella direzione tangenziale alla superficie di contatto tra i due mezzi, per poi essere dissipata quasi totalmente all'interno del sottile strato di terreno sede della localizzazione delle deformazioni. Lo studio dei problemi d'interfaccia è estremamente importante per la quasi totalità delle opere geotecniche, ma è particolarmente rilevante per tutte quelle strutture la cui resistenza allo scorrimento risulta essere una componente fondamentale e predominante nei riguardi della capacità portante in generale (questo è il caso di pali di fondazione, ancoraggi, terre rinforzate e così via).

L'analisi del comportamento d'interfaccia della stragrande maggioranza delle opere geotecniche viene condotta, ancora oggi, attribuendo al terreno un comportamento alla Mohr-Coulomb, pertanto, senza tenere conto della sperimentazione sulle interfacce che evidenzia un comportamento ben più complesso. In particolare, un ruolo fondamentale viene giocato dalla dilatanza che si esplica all'interfaccia e che non può essere rappresentata da un unico valore.

La rappresentazione del reale comportamento d'interfaccia necessita la formulazione di un modello che superi la già citata schematizzazione alla Mohr-Coulomb, capace di simulare tutti i fenomeni che avvengono all'interno della zona d'interfaccia, e a tal proposito nel seguente elaborato ci si focalizzerà sulla costruzione di un tale *modello di interfaccia*. Per quanto riguarda, invece, il terreno circostante è possibile adottare la regola di "mezzo vincolante", e quindi utilizzare una schematizzazione di modello più semplice, ossia quello di *mezzo elastico lineare* o *mezzo elastico non lineare*.

L'obiettivo principale della tesi è pertanto quello di formulare un modello costitutivo elasto-plastico, capace di cogliere ed unificare tutti gli aspetti che influenzano il comportamento d'interfaccia in condizioni di carico monotono. \_\_\_\_\_

ii

La seguente tesi risulta essere costituita da quattro capitoli. Nel primo capitolo vengono presentati, da un punto di vista sperimentale, gli elementi principali che influenzano il comportamento d'interfaccia struttura-terreno ed i parametri che condizionano la zona d'interfaccia, facendo riferimento agli studi condotti dai vari autori del passato. Il secondo capitolo, invece, analizza i risultati sperimentali ottenuti grazie ad una particolare apparecchiatura denominata *apparecchiatura di taglio diretto con rigidezza normale imposta*. Il terzo capitolo, che rappresenta il corpo centrale della tesi, analizza inizialmente le relazioni costitutive elasto-plastiche per poi passare alla formulazione di un modello attraverso la derivazione di una legge costitutiva d'interfaccia nelle condizioni di carico monotono. Infine, nell'ultimo capitolo è illustrata la procedura che consente la derivazione dei parametri del modello nonché il confronto di quest'ultimo con i risultati delle prove sperimentali.

# Indice

Sommario		i		
In	Indice			
E	lenco	delle figure	$\mathbf{v}$	
E	lenco	delle tabelle	xi	
1	Cor	nportamento di interfaccia terreno-struttura	1	
	1.1	Introduzione	1	
	1.2	Comportamento sperimentale dell'interfaccia	3	
	1.3	Definizione di rugosità e indagini sperimentali	5	
	1.4	Una nuova metodologia di prova	13	
	1.5	Analisi sperimentale del comportamento d'interfaccia in condizioni cicliche .	16	
	1.6	Degradazione della tensione tangenziale e comportamento post-picco	22	
	1.7	Osservazioni	29	
<b>2</b>	Att	ività sperimentale	31	
	2.1	Introduzione	31	
	2.2	Apparecchiatura di taglio diretto a rigidezza normale imposta	32	
	2.3	Gli strumenti di misura	34	
	2.4	Il sistema di applicazione della rigidezza normale	35	
	2.5	Prove di controllo preliminari	38	
	2.6	Analisi dei risultati sperimentali	39	
3	Imp	plementazione di un modello elasto-plastico d'interfaccia	51	
	3.1	Introduzione	51	
	3.2	Teoria dell'elastoplasticitá ed equazioni costitutive	52	
	3.3	Potenziale plastico	58	
	3.4	Funzione di plasticizzazione	62	
	3.5	Legge di incrudimento	64	
	3.6	Comportamento elastico	66	
4	Val	idazione del modello	69	
	4.1	Calibrazione dei parametri costitutivi	69	
		4.1.1 Comportamento elastico	69	

		-		
5	Cor	nclusio	ni e confronti	85
	4.3	Confr	onto tra prove sperimentali e previsioni del modello	. 80
		4.2.4	Dilatanza massima $D_{max}$	. 78
		4.2.3	Spostamento tangenziale di picco $w_p$	. 78
		4.2.2	Parametro $\rho$	. 77
		4.2.1	Parametri elastici	. 77
	4.2	Analis	si di sensibilità dei parametri	. 77
		4.1.3	Superficie di plasticizzazione e legge di incrudimento	. 73
		4.1.2	Potenziale plastico	. 70

# Elenco delle figure

Effetto vincolante del terreno sulla dilatanza dell'interfaccia (Wernick, 1978).	2
Schema del dispositivo utilizzato da Brummund e Leonards (1973)	4
Apparecchiatura di taglio anulare di interfaccia (Yoshimi e Kishida, 1981).	7
Definizione di rugosità massima (Yoshimi e Kishida, 1981)	8
Deformazioni di un provino di terreno soggetto ad una prova di taglio anulare di interfaccia (Yoshimi e Kishida, 1981).	8
Variazione dell'angolo di attrito di picco in funzione della rugosità normaliz- zata (Kishida e Uesugi, 1987).	9
Variazione della tangente dell'angolo di attrito rispetto allo spostamento del- l'ancoraggio (Wernick 1978)	10
Incremento della tensione normale $\sigma_r$ rispetto allo spostamento in testa del- l'ancoraggio in prove di sfilamento (Wernick 1978)	11
Incremento locale della tensione normale indotta dagli effetti della dilatanza in provo di sfilamento su strisco metallicho (Schlossor o Guilloux, 1981)	10
Confronto tra i risultati ottenuti da prove di sfilamento su scala reale e prove di taglio diretto a volume costante su sabbia (Schlosser e Guilloux, 1981)	12
Comportamento di un palo scavato in rocce tenere (a) palo prima dello spo- stamento: (b) palo dopo lo spostamento (Johnson et al. 1987)	14
Principio della prova di taglio diretto nelle condizioni di rigidezza normale imposta per interfacce roccia-calcestruzzo (Johnson et al., 1987).	14
Confronto della resistenza al taglio di picco tra prove CNS e prove in situ su pali (Johnston et al., 1987).	15
Effetto della rigidezza normale su un'interfaccia avente un comportamento volumetrico dilatante	15
Variazione della tensione tangenziale in funzione del numero dei cicli. (a) DR = $15 \%$ , (b) DR = $80 \%$ . Desai et al. (1985)	17
Andamento della tensione tangenziale in funzione della tensione normale e del numero dei cicli. (a) $DR = 15 \%$ , (b) $DR = 80 \%$ . (Desai et al., 1985)	18
Influenza della tensione normale sul comportamento ciclico di una sabbia calcarea (Al-Douri e Poulos, 1991).	18
Influenza della tensione normale sulla resistenza d'attrito al variare del numero dei cicli per prove di taglio diretto cicliche su sabbia calcarea in condizioni CNL (Al-Douri e Poulos, 1991).	19
	Effetto vincolante del terreno sulla dilatanza dell'interfaccia (Wernick, 1978). Schema del dispositivo utilizzato da Brummund e Leonards (1973). Apparecchiatura di taglio anulare di interfaccia (Yoshimi e Kishida, 1981). Definizione di rugosità massima (Yoshimi e Kishida, 1981). Deformazioni di un provino di terreno soggetto ad una prova di taglio anulare di interfaccia (Yoshimi e Kishida, 1981). Variazione dell'angolo di attrito di picco in funzione della rugosità normaliz- zata (Kishida e Uesugi, 1987). Uariazione della tangente dell'angolo di attrito rispetto allo spostamento del- l'ancoraggio (Wernick, 1978). Incremento della tensione normale $\sigma_r$ rispetto allo spostamento in testa del- l'ancoraggio in prove di sfilamento (Wernick, 1978). Incremento locale della tensione normale indotta dagli effetti della dilatanza in prove di sfilamento su strisce metalliche (Schlosser e Guilloux, 1981). Confronto tra i risultati ottenuti da prove di sfilamento su scala reale e prove di taglio diretto a volume costante su sabbia (Schlosser e Guilloux, 1981). Comportamento di un palo scavato in rocce tenere (a) palo prima dello spo- stamento; (b) palo dopo lo spostamento (Johnson et al., 1987). Principio della prova di taglio diretto nelle condizioni di rigidezza normale imposta per interfacce roccia-calcestruzzo (Johnson et al., 1987). Effetto della resistenza al taglio di picco tra prove CNS e prove in situ su pali (Johnston et al., 1987). Variazione della tensione tangenziale in funzione del numero dei cicli. (a) DR = 15 %, (b) DR = 80 %. Desai et al. (1985). Andamento della tensione tangenziale in funzione della tensione normale e del numero dei cicli. (a) DR = 15 %, (b) DR = 80 %. (Desai et al., 1985). Influenza della tensione normale sul comportamento ciclico di una sabbia calcarea (Al-Douri e Poulos, 1991). Influenza della tensione normale sul comportamento ciclico di una sabbia calcarea (Al-Douri e Poulos, 1991). Influenza della tensione normale sul comportamento ciclico di una sabbia

1.19	Variazione del fattore di degradazione ciclica in funzione della tensione nor- male e del numero dei cicli (Al-Douri e Poulos, 1991).	20
1.20	Influenza dell'ampiezza dell'oscillazione sulla riduzione di volume al variare del numero dei cicli (Al-Douri e Poulos, 1991).	21
1 21	Effetto della densità relativa sui risultati di prove di taglio diretto su provini	
1.21	di sabbie calcaree in condizioni CNL (Al-Douri e Poulos, 1991).	22
1.22	Effetto dell'ampiezza della sollecitazione ciclica e della tensione normale sulla riduzione della tensione tangenziale in prove cicliche di taglio diretto su sabbia calcarea (Tabucanon et al. 1995)	23
1 93	Effotto della donsità rolativa sulla risposta post ciclica (Tabucanon et al. 1995).	$\frac{20}{24}$
1.24	Effetto dell'ampiezza dell'oscillazione sulla risposta post-ciclica (Tabucanon et al., 1995).	25
1.25	Variazione del fattore di degradazione post-ciclica rispetto allo spostamento	
	normalizzato sulla base di prove diverse (Tabucanon et al., 1995).	26
1.26	Variazione del fattore di degradazione post-ciclica in funzione del numero di cicli per diverse tipologie di prove (Tabucanon et al., 1995)	27
1.27	Comportamento di interfaccia in prove di taglio seplice. (a) prova monotona CNL; (b) prova ciclica CNL; (c) prova ciclica CNS (Fakharian e Evgin, 1997).	28
2.1	Apparecchiatura di taglio diretto d'interfaccia a rigidezza normale imposta	
	(Mortara, 2001)	32
2.2	Schematizzazione dell'apparecchiatura di taglio diretto di interfaccia (Man- giola, 2005).	33
2.3	Dettaglio della scatola di taglio (Mortara, 2001).	34
2.4	Dettaglio dell'attuatore pneumatico (Mangiola, 2005)	36
2.5	Sistema di controllo dell'apparecchiatura sperimentale (Mangiola, 2005)	36
2.6	Schema del sistema di acquisizione dei dati e di controllo della rigidezza normale (Mangiola 2005)	37
2.7	Variazione della tensione normale in funzione dello spostamento normale al variare della rigidezza applicata e della tensione iniziale in condizioni statiche	38
2.8	Variazione della tensione normale in funzione dello spostamento normale al variare della rigidezza applicata e della tensione iniziale in condizioni cicliche	00
	(Mangiola, 2005)	39
2.9	Dettaglio dell'intercapedine tra piastra e semiscatola.	40
2.10	Distribuzione granulometrica della sabbia di Toyoura	42
2.11	Variazione della tensione tangenziale in funzione dello spostamento di taglio per una prova monotona ( $DR = 35\%$ , $\sigma_{n0} = 300 \ kPa$ , $R_{max} = 28\mu m$ )	43
2.12	Influenza della rugosità normalizzata su prove CNL (Mortara, 2001).	43
2.13	Risultati di prove d'interfaccia per differenti valori di rigidezza normale applicata. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di alluminio	
2.14	$(R_{max} = 28\mu m)$ , tensione normale iniziale $(\sigma_{n0} = 150 \ kPa)$	44
	normale applicata.	45

2.15	Risultati di prove d'interfaccia che mostrano un tipico comportamento di- latante. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di allumi- nio ( $R_{max} = 60\mu m$ ), tensione normale iniziale ( $\sigma_{n0} = 100 \ kPa$ ), rigidezza	
	applicata $(K = 1000 \ kPa/mm)$	46
2.16	Andamento del coefficiente d'attrito al variare della tensione normale. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).	47
2.17	Effetto della rigidezza normale sui massimi valori di tensione normale e tan- genziale. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ )	48
2.18	Effetto della tensione normale $\sigma_{n0}$ sui massimi valori di tensione normale e tangenziale per diversi valori di rigidezza applicata K. Sabbia di Toyoura $(DR = 85\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m)$	48
2.19	Andamento del massimo angolo di dilatanza in funzione della tensione normale per differenti valori di rigidezza applicata. Sabbia di Toyoura $(DR = 85\%)$ ,	
2.20	rugosita della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28 \ \mu m$ )	49 49
3.1	Curva sforzi-deformazioni rappresentativa del comportamento elasto-plastico	
	di un materiale	52
3.2	Evoluzione della generica superficie di snervamento.	53
3.3	Potenziale plastico e componenti del vettore incrementale plastico	54
$3.4 \\ 3.5$	Significato geometrico del modulo di incrudimento	57
	terfaccia eseguita in condizioni CNL su una sabbia di Toyoura	60
3.6 2.7	Potenziale plastico del modello.	61
0.1	zione tensioni dilatanza.	62
3.8	Confronto tra l'inviluppo di rottura dei dati sperimentali e la superficie di plasticizzazione teorica. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), piastra d'alluminio	
3.9	$(R_{max} = 28\mu m)$	63
	condizioni di picco e a volume costante del terreno.	64
3.10	Andamento del parametro $\alpha$ in funzione dello spostamento normalizzato $w_n$ per un fissato valore della tensione normale iniziale $\sigma_{n0}$	65
3.11	Variazione del parametro $\alpha$ in funzione dello spostamento normalizzato $w_n$ e al variare della tensione normale iniziale $\sigma_{n0}$	66
4.1	Legge di flusso ideale del modello.	70
4.2	Rispondenza della legge di flusso tra i dati sperimentali e le predizioni del modello.	72
4.3	Derivazione dei parametri $\mu$ e $\nu$ del modello	73

4.4	Confronto tra i dati sperimentali a rottura e la curva teorica. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), rugsità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ) 7	<b>'</b> 4
4.5	Derivazione dei parametri $\xi \in \zeta$ del modello	'5
4.6	Raffronto tra curve sperimentali e curva teorica per la calibrazione dei para- metri $\omega$ e $c^{\psi}$ del modello	'5
4.7	Analisi di sensibilità del parametro $K_n^e$	'7
4.8	Analisi di sensibilità del parametro $\rho$	'8
4.9	Analisi di sensibilità dello spostamento di picco $w_p$	'9
4.10	Analisi di sensibilità della dilatanza massima $D_{max}$	'9
4.11	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNL. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ )	30
4.12	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNS con $\sigma_{n0} = 50$ kPa. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{n0} = 28 \mu m$ )	21
4.13	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNS con $\sigma_{n0} = 150$ kPa. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di elluminio ( $R = -28$ µm)	)1
1 1 1	alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ )	۶L
4.14	comfonto tra i dati sperimentan e le predizioni dei modeno per prove CNS con $\sigma_{n0} = 300$ kPa. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ )	32
4.15	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNS in termini di stress-path. Sabbia di Toyoura ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ )	32
4.16	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNS in termini di rapporto di tensione e dilatanza. Sabbia di Toyoura $(DR = 85\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m)$	33
5.1	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy- oura $(DR = 35\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m)$ , $K = 0$ MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.05$ MPa	37
5.2	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy- oura $(DR = 35\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m)$ , $K = 0$ MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.15$ MPa	38
5.3	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy- oura $(DR = 35\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m)$ , $K = 0$ MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.3$ MPa	39
5.4	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyou- ra $(DR = 35\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m)$ , $K = 0.1$ MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.05$ MPa	90
5.5	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyou- ra $(DR = 35\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m)$ , $K = 0.1$ MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.15$ MPa	)1

5.6	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyou- re $(DR = 25\%)$ ruggità della piegtra di alluminia $(R = 28 \mu m) K = 0.1$	
	ra ( $DR = 55\%$ ), rugosita dena piastra di anuminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ), $R = 0.1$	00
F 7	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.3$ MPa.	92
5.7	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Ioy- (DD = 25%) with hills interali alla i i $(D = 25%)$ K 1	
	oura ( $DR = 35\%$ ), rugosita della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ), $K = 1$	0.0
-	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.05$ MPa.	93
5.8	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy-	
	oura $(DR = 35\%)$ , rugosita della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m)$ , $K = 1$	0.4
•	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.15$ MPa.	94
5.9	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy-	
	oura $(DR = 35\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m), K = 1$	
	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.3$ MPa	95
5.10	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy-	
	oura $(DR = 85\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m)$ , $K = 0$	
	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.05$ MPa.	96
5.11	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy-	
	oura $(DR = 85\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m)$ , $K = 0$	
	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.15$ MPa	97
5.12	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy-	
	oura $(DR = 85\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m), K = 0$	
	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.3$ MPa	98
5.13	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyou-	
	ra ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ), $K = 0.1$	
	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.05$ MPa	99
5.14	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyou-	
	ra ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ), $K = 0.1$	
	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.15$ MPa	100
5.15	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyou-	
	ra ( $DR = 85\%$ ), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ), $K = 0.1$	
	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.3$ MPa	101
5.16	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy-	
	oura $(DR = 85\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m), K = 1$	
	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.05$ MPa.	102
5.17	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy-	
	oura $(DR = 85\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m), K = 1$	
	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.15$ MPa.	103
5.18	Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toy-	
	oura $(DR = 85\%)$ , rugosità della piastra di alluminio $(R_{max} = 28\mu m), K = 1$	
	MPa/mm, $\sigma_{n0} = 0.3$ MPa.	104

## Elenco delle tabelle

2.1	Caratteristiche della sabbia di Toyoura	•	•	•	•	•	•	•	42
4.1	Parametri del modello d'interfaccia ( $DR = 85\%, R_{max} = 28\mu m$ )					•		•	76

## Comportamento di interfaccia terrenostruttura

#### 1.1 Introduzione

Il comportamento d'interfaccia tra terreno e struttura gioca un ruolo fondamentale per quanto concerne le applicazioni geotecniche. In particolare, in corrispondenza della superficie di contatto tra terreno e struttura possono insorgere dei fenomeni di scorrimento relativo che possono portare alla mobilitazione di grandi spostamenti al contatto. È importante studiare i fenomeni d'interfaccia sia dal punto di vista sperimentale che dal punto di vista teorico, attraverso la formulazione e l'utilizzo di specifici modelli costitutivi d'interfaccia atti a rappresentare, quanto più possibile, l'interazione tra il terreno e la struttura.

Le evidenze sperimentali mostrano che l'apparecchiatura di taglio diretto d'interfaccia risulta essere quella che meglio rappresenta il meccanismo elementare relativo al comportamento d'interfaccia. In particolare, quest'ultima può essere utilizzata secondo la versione tradizionale, cioè per eseguire prove a carico normale costante (CNL), e anche secondo una versione modificata, la quale permette di eseguire delle prove mediante una rigidezza normale imposta (CNS)<sup>1</sup>. Per quest'ultima modalità di prova si osserva che la tensione agente in direzione normale alla superficie di scorrimento può variare linearmente con lo spostamento normale all'interfaccia, in accordo all'espressione relativa al coefficiente di rigidezza costante:

$$K = -\frac{\Delta\sigma_n}{\Delta u} \tag{1.1}$$

dove  $\sigma_n$  e *u* rappresentano rispettivamente la tensione e lo spostamento normale alla superficie d'interfaccia.<sup>2</sup> In questo modo, il comportamento volumetrico all'interfaccia definisce, in maniera decisiva, la resistenza allo scorrimento della struttura.

In figura 1.1 è possibile osservare il modello concettuale che descrive tale fenomeno (Wernick, 1978). Il seguente modello descrive la rigidezza (1.1), per una struttura cilindrica

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Le sigle CNL e CNS derivano dalle notazioni anglosassoni "Costant Normal Load" e "Costant Normal Stiffness"

 $<sup>^2\</sup>mathrm{II}$ segno meno è giustificato dalla convenzione della meccanica dei terreni.



Figura 1.1: Effetto vincolante del terreno sulla dilatanza dell'interfaccia (Wernick, 1978).

di raggio r, come:

$$K = -\frac{\Delta\sigma_r}{\Delta r} = \frac{2G}{r} \tag{1.2}$$

dove G rappresenta il modulo di taglio del terreno.

Dalla sperimentazione in laboratorio si evince che la resistenza all'interfaccia non dipende solo ed esclusivamente dalle caratteristiche del materiale, ma viene fortemente influenzata dalle condizioni al contorno della prova e dalle modalità di applicazione della sollecitazione (monotona o ciclica). Una stessa interfaccia, infatti, può manifestare alti valori della resistenza al taglio nelle condizioni di carico monotono, e bassi valori di resistenza nelle condizioni di carico ciclico. Ovviamente, quest'ultima condizione risulta essere la più critica per una struttura.

La necessità di modificare l'apparecchiatura di taglio diretto deriva dal fatto di prendere in considerazione le caratteristiche di deformabilità del terreno nell'intorno della struttura. Infatti, i risultati relativi a prove a carico costante (CNL) non sono in grado di dimostrare, per esempio, gli alti valori dei coefficienti d'attrito derivanti da prove di sfilamento eseguite sia in situ che in laboratorio su provini cilindrici. Tuttavia, durante l'esecuzione di queste tipologie di prove non si conosce la tensione normale, per cui generalmente il coefficiente d'attrito si riferisce alla tensione normale iniziale. Pertanto, in questi casi è opportuno parlare di coefficiente d'attrito apparente ( $\mu^*$ ), il quale si riferisce al rapporto tra la tensione tangenziale massima e la tensione normale iniziale agenti entrambi in corrispondenza della superficie della struttura:

$$\mu^* = \frac{\tau}{\sigma_{n0}} \tag{1.3}$$

A tal proposito, Schlosser e Guilloux (1981) presentarono i risultati di prove di sfilamento di strisce metalliche da pendii in terra. In particolare, questi risultati, relativi ad elevati valori del coefficiente d'attrito apparente (corrispondenti a valori dell'angolo d'attrito del terreno di circa 80°), inducono gli Autori ad ipotizzare l'esistenza di un meccanismo che, durante lo spostamento relativo tra terreno e struttura, provoca un incremento delle tensioni normali agenti in corrispondenza della struttura in esame. Il coefficiente di attrito reale  $\mu = \tau/\sigma_n$  può essere legato con quello apparente dalla seguente relazione

$$\mu^* = \frac{\tau}{\sigma_{n0}} = \frac{\tau}{\sigma_n} \frac{\sigma_n}{\sigma_{n0}} = \mu \frac{\sigma_n}{\sigma_{n0}}$$
(1.4)

dove il rapporto  $\sigma_n/\sigma_{n0}$  è dato dalla seguente espressione:

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_{n0}} = 1 - \frac{1}{\sigma_{n0}} \int_0^u K du \tag{1.5}$$

Pertanto, in accordo con la (1.5), il comportamento d'interfaccia, oltre a dipendere dal coefficiente d'attrito tra struttura e terreno, dipende anche dalle seguenti caratteristiche:

- rigidezza normale K, la quale rappresenta le caratteristiche di deformabilità del terreno;
- caratteristiche di dilatanza dell'interfaccia;
- tensione normale iniziale  $\sigma_{n0}$ .

I tre fattori sopra menzionati non risultano essere indipendenti: infatti, la dilatanza dipende sia dalla tensione normale che dal percorso di carico. Ovviamente, per comprendere quanto più possibile i fenomeni d'interfaccia, è necessario effettuare numerose investigazioni sperimentali e captare quali possono essere i fattori che influenzano in maniera oggettiva le peculiarità di tale comportamento. Nei paragrafi successivi verrà riportata un'analisi bibliografica degli studi più rappresentativi sulle interfacce attraverso interpretazioni di laboratorio e, di seguito, verranno anche analizzati alcuni risultati relativi alla sperimentazione sul comportamento di pali rigidi sottoposti a sollecitazione ciclica.

#### 1.2 Comportamento sperimentale dell'interfaccia

Quasi tutti gli studi relativi al comportamento d'interfaccia tra terreno e struttura sono stati eseguiti in laboratorio per mezzo di varie tipologie di prove sperimentali. Le differenti apparecchiature utilizzate presentano sia dei vantaggi che degli svantaggi; in particolare, questi sono legati alla modalità di esecuzione della prova, alla preparazione del provino di terreno, alla geometria della struttura, all'uniformità dello stato di tensione applicato e così via. Nonostante alcuni svantaggi (non di poco conto) l'apparecchiatura di taglio diretto, come detto in precedenza, è l'apparecchiatura maggiormente utilizzata per l'analisi e l'interpretazione dei fenomeni che insorgono in corrispondenza della superfici di contatto tra due superfici di natura diversa. Un'analisi approfondita della tematica è stata svolta da Zaman e Alvappilai (1995).

Il primo contributo inerente il comportamento d'interfaccia tra terreno e struttura è dovuto a Potyondy (1961) il quale, per mezzo di un'apparecchiatura di taglio diretto nella



Figura 1.2: Schema del dispositivo utilizzato da Brummund e Leonards (1973).

quale veniva alloggiata una piastra collocata in prossimità della parte sottostante la scatola di taglio, determinò i valori dell'angolo d'attrito tra terreno e diversi materiali. Egli effettuò, inoltre, numerose prove sperimentali, andando ad indagare gli effetti provocati da diverse tipologie di terreno (tra cui sabbia, argilla, limo ed anche altri terreni aventi caratteristiche miste), da vari materiali da costruzione (tra cui legno, acciaio e calcestruzzo), da diverse rugosità della piastra ed infine dall'influenza della tensione normale. Pertanto, analizzando i risultati sperimentali, Potyondy (1961) si accorse che l'angolo d'attrito terreno-struttura  $(\delta)$  aumenta all'aumentare della rugosità della superficie, assumendo però valori sempre inferiori rispetto all'angolo d'attrito interno del terreno ( $\phi'$ ). A titolo esemplificativo, per comprendere meglio l'effetto della rugosità della struttura nei confronti dell'angolo d'attrito, è possibile confrontare i risultati nel caso di una struttura legnosa avente dei solchi disposti parallelamente e ortogonalmente alla direzione di applicazione dello sforzo. In particolare si deduce che quando i solchi risultano essere disposti secondo la direzione ortogonale allo sforzo, piuttosto che parallela, l'angolo d'attrito cresce notevolmente. Pertanto, i risultati ottenuti dalle prove d'interfaccia su sabbie ed altri materiali investigati mostrano una dipendenza tra il rapporto  $\delta/\phi'$  e la rugosità della piastra. Tuttavia, i risultati di questo studio non sono generalizzabili in quanto le rugosità della piastra e l'angolarità delle particelle costituenti il terreno non furono quantificate in maniera rigorosa.

Brumund e Leonards (1973) usarono il dispositivo mostrato in figura 1.2 per investigare il comportamento d'interfaccia rispettivamente nelle condizioni statiche e dinamiche. Gli Autori utilizzarono due tipologie di sabbie, ovvero una con particelle angolari ed una con particelle arrotondate. Tuttavia, queste presentavano la medesima densità relativa (DR = 90%) ed una struttura avente una forma cilindrica costituita da due materiali diversi, cioè malta cementizia e acciaio. Dai risultati ottenuti si evince che il diametro della struttura non influenza in alcun modo il comportamento d'interfaccia (quindi può considerarsi trascurabile).

Ciononostante, analizzando i risultati derivanti dalle sole prove statiche, si evince che i fattori che influenzano in maniera rigorosa la superficie di contatto terreno-struttura, sono l'angolarità e la rugosità delle particelle di sabbia in relazione alla rugosità della struttura presa in esame. Inoltre, i risultati delle prove mostravano, nel caso di particelle di sabbia angolari, che l'angolo d'attrito che si sviluppa in corrispondenza della superficie di contatto tra le due superfici è uguale all'angolo d'attrito interno del terreno, evidenziando che la rottura che si genera è imputabile al solo scorrimento relativo nella massa di terreno piuttosto che all'interfaccia. infine, le prove dinamiche producono un incremento del coefficiente d'attrito di circa il 20% rispetto alle prove statiche mentre la rottura che si genera progressivamente nell'interfaccia risulta essere diversa rispetto al caso statico.

#### 1.3 Definizione di rugosità e indagini sperimentali

L'interazione tra rugosità e angolo d'attrito fu studiata da numerosi Autori con l'obiettivo di ricavare un'espressione in grado di rappresentare, con il maggior grado di accuratezza, tutti i fenomeni che avvengono in corrispondenza della superficie di contatto tra due superfici.

I primi Autori che analizzarono meticolosamente il concetto di rugosità furono Kulhawy e Peterson (1979), i quali eseguirono un programma sperimentale abbastanza ampio per esaminare il comportamento d'interfaccia tra sabbia e calcestruzzo. In particolare, le analisi sperimentali comprendevano due tipologie di sabbie, entrambe uniformi, tre densità relative (corrispondenti a sabbia sciolta, media e densa) e tre diversi gradi di rugosità per quanto concerne la superficie del calcestruzzo. Gli Autori, per riprodurre al meglio le condizioni reali in sito, eseguirono alcune prove facendo in modo che una buona parte dei provini venisse preparata versando il calcestruzzo sui provini stessi, in modo tale che la malta cementizia andasse a riempire tutti i pori della sabbia ed in seguito solidificasse. Ovviamente, l'obiettivo di Kulhawy e Peterson (1979) era quello di fornire una definizione quantitativa della rugosità d'interfaccia in modo tale da rappresentare con buona approssimazione il fenomeno d'interfaccia tra sabbia e calcestruzzo. I risultati sperimentali mostravano che il comportamento d'interfaccia risultava essere funzione sia della granulometria del terreno che della distribuzione dei grani costituenti la struttura (in questo caso calcestruzzo). Pertanto, alla luce di tutte queste considerazioni, gli Autori introdussero il concetto di rugosità relativa terreno-struttura, definito come:

$$R_R = \frac{R_{struttura}}{R_{terreno}} \tag{1.6}$$

dove  $R_{struttura}$  e  $R_{terreno}$  sono riferiti al diametro dei grani costituenti il materiale, attraverso la seguente espressione:

$$R = \frac{D_{60} \cdot D_{10}}{D_{10}} \tag{1.7}$$

in cui  $D_{10}$ ,  $D_{50}$  e  $D_{60}$  rappresentano i diametri corrispondenti rispettivamente al 10%, 50%

e 60% del passante nella curva granulometrica. In definitiva, dai risultati si evince che nelle prove in cui il calcestruzzo matura a diretto contatto con la sabbia la superficie della struttura può considerarsi rugosa ( $R_R > 1$ ) e di conseguenza  $\delta_{picco} > \phi'_{picco}$ , per cui in questo caso la rottura interessa soltanto la matrice di terreno adiacente la zona d'interfaccia.

Yoshimi e Kishida (1981) usarono, invece, un'apparecchiatura di taglio anulare per superare i limiti e gli svantaggi relativi all'apparecchiatura di taglio diretto. Gli Autori concentrarono la loro attenzione sui meccanismi di deformazione dei provini, mediante l'uso di un'apparecchiatura di taglio anulare d'interfaccia attrezzata per analisi radiografiche effettuate durante l'esecuzione della prova. Il vantaggio di utilizzare l'apparecchiatura di taglio anulare (figura 1.3) risiede nel fatto che questa garantisce una distribuzione delle tensioni sul piano di taglio relativamente uniforme. In questo caso il provino presenta una forma cilindrica e risulta essere confinato superiormente da un disco metallico con il compito di simulare l'effetto della struttura. Dato che lo scopo era quello di rilevare gli spostamenti all'interfaccia mediante fotogrammi a raggi X, gli Autori posizionarono all'interno del provino di terreno delle sfere di piombo, aventi dimensioni molto simili ai grani di sabbia, in modo tale da monitorare in maniera precisa lo spostamento delle singole particelle grazie all'ausilio delle radiografie. Yoshimi e Kishida (1981) utilizzarono un diverso parametro di misura della rugosità rispetto a Kulhawy e Peterson (1979): in particolare, introdussero un indice definito come rugosità massima  $R_{max}(L = 2.5mm)$ , il quale altro non è che la distanza massima tra picco e solco misurato in un intervallo di misura di 2.5 mm attraverso un rugosimetro (si veda la figura 1.4). In queste prove sono stati utilizzati dei dischi d'acciaio con rugosità comprese tra 3  $\mu$ mm e 510  $\mu$ mm, e delle sabbie aventi tre diversi valori di densità relativa.

Dai risultati ottenuti attraverso le indagine radiografiche è stato possibile dedurre che lo spostamento totale X, dovuto alla sollecitazione di taglio, è dato dalla somma di tre contributi (figura 1.5). Il primo contributo è dovuto ad una deformazione di taglio semplice, che si estende per tutta l'altezza del provino ma avviene per valori del rapporto  $\tau/\tau_{max}$  $\leq 0.85$ ; il secondo contributo è dovuto ad una deformazione di taglio,  $X_p$ , che si estende in corrispondenza della zona del provino prossima alla superficie rugosa del disco metallico; infine il terzo contributo è dato dalla scorrimento,  $X_s$ , che avviene tra il provino di terreno e il disco metallico. Gli Autori arrivarono alla conclusione che la deformazione concentrata di taglio,  $X_p$ , è preponderante in presenza di superfici rugose, mentre lo scorrimento relativo provino-disco metallico è prevalente in presenza di superfici lisce. Inoltre, la presenza dei grani di piombo all'interno del provino di sabbia consente di fornire una stima approssimata della zona d'interfaccia, la cui estensione risulta essere pari a circa 9 volte il diametro medio dei grani costituenti il provino di terreno. In definitiva Yoshimi e Kishida (1981) osservarono che i coefficienti d'attrito di picco e residuo risultano essere fortemente influenzati dalla rugosità e lievemente dalla forma dei grani, mentre risultano essere indipendenti dalla densità della sabbia.

Successivamente Kishida e Uesugi (1987) utilizzarono un'apparecchiatura di taglio semplice per analizzare i fattori che influenzano il comportamento d'interfaccia a tensione normale costante (CNL) tra una sabbia ed una piastra d'acciaio. L'obiettivo principale era quello di determinare la relazione che sussiste tra il coefficiente d'attrito e la rugosità della piastra d'acciaio. Pertanto, diagrammando il coefficiente d'attrito di picco,  $\mu_y$ , rispetto alla rugosità della piastra  $R_{max}(L = 2.5mm)$ , definita da Yoshimi e Kishida (1981), gli Autori si



Figura 1.3: Apparecchiatura di taglio anulare di interfaccia (Yoshimi e Kishida, 1981).



Figura 1.4: Definizione di rugosità massima (Yoshimi e Kishida, 1981).



Figura 1.5: Deformazioni di un provino di terreno soggetto ad una prova di taglio anulare di interfaccia (Yoshimi e Kishida, 1981).



Figura 1.6: Variazione dell'angolo di attrito di picco in funzione della rugosità normalizzata (Kishida e Uesugi, 1987).

accorsero che il parametro di rugosità introdotto dagli Autori precedenti risultava essere non adeguato ai fini sperimentali, in quanto forniva risultati non attendibili in merito al coefficiente d'attrito di picco al variare delle dimensioni dei grani costituenti il provino di terreno. D'altro canto, osservarono che su una stessa superficie venivano prodotti degli effetti diversi in relazione alla dimensione dei grani del terreno. A tal proposito, fu necessario introdurre un nuovo parametro che consentisse di valutare, con buona approssimazione, la rugosità della superficie. Tale parametro venne definito rugosità normalizzata, e ingloba all'interno di sè la dimensione dei grani del provino. Questa può essere espressa come:

$$R_n = \frac{R_{max}(L = D_{50})}{D_{50}} \tag{1.8}$$

dove  $R_{max}(L = D_{50})$  rappresenta la distanza massima tra picco e solco presenti all'interno di una distanza pari al diametro medio dei grani che costituiscono il terreno oggetto di studio. Infine, Kishida e Uesugi (1987) diagrammarono l'andamento della rugosità normalizzata  $R_n$  rispetto al coefficiente d'attrito  $\mu_y$ , ottenendo una buona correlazione anche al variare dei diametri dei provini di sabbia (figura 1.6). Infatti, dal grafico mostrato in figura 1.6 è possibile osservare che oltre un certo valore della rugosità  $R_n$ , i valori del coefficiente d'attrito  $\mu_y$  tendono a raggiungere una condizione costante assumendo valori sempre inferiori rispetto all'angolo di resistenza al taglio del terreno.

Finora sono stati presentati gli studi relativi all'effetto della rugosità sul comportamento d'interfaccia, attraverso una correlazione che lega il coefficiente d'attrito con l'indice di



Figura 1.7: Variazione della tangente dell'angolo di attrito rispetto allo spostamento dell'ancoraggio (Wernick, 1978).

rugosità. Tuttavia, questi ultimi, presi singolarmente, non sono in grado di caratterizzare l'intero comportamento osservato nelle applicazioni reali. Infatti, per molte applicazioni geotecniche, la tensione normale al piano d'interfaccia ricopre un ruolo fondamentale in termini di previsione del comportamento, essendo essa soggetta a variazioni durante lo scorrimento relativo tra terreno e struttura. A tal proposito, Wernick (1978) studiò, con un elevato grado di dettaglio, la distribuzione della tensione normale nell'intorno dell'interfaccia, introducendo il modello rappresentato in figura 1.1. L'Autore condusse delle prove di sfilamento di ancoraggi, in scala ridotta, infissi in una sabbia contenuta all'interno di un cassone metallico. In particolare, in corrispondenza delle superfici degli ancoraggi, l'Autore posizionò dei trasduttori di pressione in grado di rilevare le tensioni normali e tangenziali agenti su tali superfici. Gli alti valori della resistenza allo sfilamento misurati risultavano essere causati dalla dilatanza del terreno adiacente la struttura. In figura 1.7 è, infatti, possibile osservare la variazione della tangente dell'angolo d'attrito, data dal rapporto tra tensione tangenziale e tensione normale (tan  $\phi' = \tau/\sigma_n$ ), in funzione dello spostamento in testa dell'ancoraggio. Dal grafico presente in figura 1.7 è possibile notare che non appena la struttura viene messa in movimento si genera un picco ben definito, e successivamente all'aumentare dello spostamento consegue una diminuzione dell'angolo d'attrito sino alla condizione in cui quest'ultimo si assesta ad un valore pressoché costante. Questo andamento variabile è dovuto all'interazione tra il comportamento dilatante dell'interfaccia e le caratteristiche meccaniche del terreno adiacente, a partire dal quale si genera un incremento delle tensioni normali agenti in corrispondenza della superficie della struttura. Tutto ciò lo si può osservare analizzando la figura 1.8, in cui l'incremento della tensione normale,  $\sigma_r$ , dipende sia dalla profondità che



Figura 1.8: Incremento della tensione normale  $\sigma_r$  rispetto allo spostamento in testa dell'ancoraggio in prove di sfilamento (Wernick, 1978).

dal raggio dell'ancoraggio, in accordo qualitativo con l'espressione (1.2). In definitiva, Wernick (1978) verificò sperimentalmente che la zona di terreno soggetta a grandi deformazioni di taglio, poteva essere limitata ad una sottile porzione di terreno posta a contatto con la superficie dell'ancoraggio.

Successivamente Guilloux et al. (1979) e Schlosser e Guilloux (1981) analizzarono il comportamento di strisce metalliche utilizzate come rinforzo nella tecnica delle terre rinforzate, evidenziando l'importanza del comportamento dilatante all'interfaccia. La figura 1.9 rappresenta la variazione locale della tensione normale che avviene durante una prova di sfilamento, la quale risulta essere prodotta dalle variazioni di volume del terreno posto a contatto con la superficie metallica della struttura inserita all'interno del terreno stesso. Allo scopo di analizzare il meccanismo, gli Autori confrontarono i risultati ottenuti da prove in situ con i risultati derivanti da prove di taglio diretto a volume costante su sabbie. Gli alti valori relativi al coefficiente d'attrito apparente ( $\mu = \tau / \sigma_{n0}$ ) ottenuti da prove di sfilamento eseguite su barre poste all'interno del terreno (in scala reale) mostrano un'analogia con i valori ottenuti in laboratorio per mezzo dell'apparecchiatura di taglio diretto, evidenziando così l'importanza della dilatanza impedita. In figura 1.10 è possibile riscontrare che sia il coefficiente d'attrito apparente che l'angolo di resistenza al taglio del terreno diminuiscono all'aumentare della tensione normale iniziale, con la conseguenza di limitare la dilatanza all'interfaccia. Infine, si può osservare come i valori dell'angolo d'attrito interno (tan  $\phi'$ ) derivanti da prove di sfilamento in vera grandezza, risultano essere inferiori rispetto a quelli ottenuti dalle prove di taglio diretto a volume costante (tan  $\phi'_{cv}$ ). Questa situazione suggerisce che il reale comportamento del terreno si trova in una situazione intermedia tra le



Figura 1.9: Incremento locale della tensione normale indotta dagli effetti della dilatanza in prove di sfilamento su strisce metalliche (Schlosser e Guilloux, 1981).



Figura 1.10: Confronto tra i risultati ottenuti da prove di sfilamento su scala reale e prove di taglio diretto a volume costante su sabbia (Schlosser e Guilloux, 1981).

condizioni a volume costante e le condizioni a tensione normale costante.

#### 1.4 Una nuova metodologia di prova

La necessità di prendere in conto sia la dilatanza dell'interfaccia che le caratteristiche di deformabilità del terreno circostante portò all'introduzione di una nuova tipologia di apparecchiatura denominata apparecchiatura di taglio diretto con rigidezza normale imposta (CNSDSA)<sup>3</sup>. Questa apparecchiatura sperimentale cerca di riprodurre, nelle condizioni più reali possibili, il comportamento d'interfaccia tra terreno e struttura. Le ricerche sperimentali sviluppate con il seguente dispositivo sono state impiegate soprattutto per i pali di fondazione.

Johnston et al. (1987) riprodussero in laboratorio gli stessi effetti ottenuti in sito durante lo spostamento relativo tra terreno e struttura; in particolare riuscirono a ricavare un modello sperimentale in grado di rappresentare in laboratorio gli stessi effetti riproducibili in sito sulla variazione della tensione normale agente in corrispondenza della struttura. Gli Autori dimostrarono che tale variazione poteva essere riprodotta in laboratorio eseguendo una prova di taglio diretto nelle condizioni di rigidezza normale imposta (CNS), diversamente dalle condizioni di tensione normale costante (CNL) solitamente utilizzate. L'idea si fondava sul comportamento di un palo scavato in rocce tenere e sottoposto ad una forza assiale (figura 1.11). In particolare, durante lo scorrimento relativo tra palo e terreno si sviluppa un'espansione del diametro della cavità nella quale è infisso il palo, la quale produce un incremento di tensione nella direzione normale alla superficie della struttura. La configurazione del palo risulta essere assialsimmetrica, per cui il fenomeno può essere modellato soltanto in due dimensioni. A tal proposito il dispositivo può essere schematizzato per mezzo di un telaio d'acciaio rigido, all'interno del quale è alloggiata una scatola di taglio (figura 1.12). Questa scatola è costituita da una semiscatola inferiore all'interno della quale è collocato il provino di roccia; su quest'ultimo viene effettuato il getto di calcestruzzo che risulta essere sagomato dalla semiscatola superiore. La forza normale iniziale viene applicata alla scatola di taglio per mezzo di un martinetto, alla cui estremità inferiore è posta la cella di carico. Inoltre, il martinetto è vincolato alla mezzeria di una trave, vincolata a sua volta ad un telaio di contrasto, in modo da imporre una condizione di rigidezza al provino in direzione normale al piano di taglio. Ovviamente, la trave può essere sostituita in modo tale da sperimentare differenti valori di rigidezza normale. Johnston et al. (1987) confrontarono i risultati ottenuti mediante una prova di taglio diretto a rigidezza normale imposta (CNS) con i risultati ottenuti da prove in situ su pali, e trovarono un'ottima rispondenza in termini di resistenza al taglio di picco al variare della rigidezza normale (figura 1.13).

Infine a titolo illustrativo è possibile riportare un grafico, in cui è presente l'andamento delle sole tensioni normali in funzione dello spostamento orizzontale, ottenuto effettuando delle prove di taglio diretto d'interfaccia in condizioni di rigidezza normale imposta (CNS), sulla sabbia di Toyoura. Le prove sono state condotte da Ferrero (1996) durante lo svolgimento della sua attività sperimentale. Come è possibile osservare dal grafico ottenuto in figura 1.14, la tensione normale aumenta all'aumentare sia dello spostamento orizzontale che della rigidezza. In particolare, per elevati valori di rigidezza applicata ( $K = 1000 \ kPa/mm$ )

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>La sigla CNSDSA sta per "Constant Normal Stiffness Direct Shear Apparatus".



Figura 1.11: Comportamento di un palo scavato in rocce tenere (a) palo prima dello spostamento; (b) palo dopo lo spostamento (Johnson et al., 1987).



Figura 1.12: Principio della prova di taglio diretto nelle condizioni di rigidezza normale imposta per interfacce roccia-calcestruzzo (Johnson et al., 1987).



Figura 1.13: Confronto della resistenza al taglio di picco tra prove CNS e prove in situ su pali (Johnston et al., 1987).



Figura 1.14: Effetto della rigidezza normale su un'interfaccia avente un comportamento volumetrico dilatante.

si ha un repentino incremento della tensione normale in un intervallo di spostamento di circa  $6\div7$  mm. Questo tipo di comportamento lo si può osservare per tutte le curve corrispondenti a diversi valori di rigidezza, ovviamente in maniera tanto più marcata quanto più grande è il valore della rigidezza normale imposta. Per quanto riguarda, invece, la curva corrispondente al valore di rigidezza K = 0 si evince la stazionarietà della tensione normale. Infine, confrontando i risultati ottenuti da Ferrero (1996) applicando le condizioni di rigidezza normale imposta (figura 1.14), con i risultati ottenuti da Wernick (1978) su prove di sfilamento di ancoraggi in scala ridotta (figura 1.8), è possibile desumere un comportamento analogo evidenziando così la validità degli studi condotti dai diversi Autori.

### 1.5 Analisi sperimentale del comportamento d'interfaccia in condizioni cicliche

Il comportamento d'interfaccia tra terreno e struttura è fortemente influenzato dalle condizioni di carico. Infatti, interfacce che presentano un comportamento dilatante in condizioni statiche, mostrano un comportamento globalmente contraente in fase ciclica. Per questo motivo è interessante riportare all'interno di questo paragrafo i principali contributi presenti in letteratura.

Desai et al. (1985) utilizzarono un'apparecchiatura sperimentale, detta CYMDOF (Cyclic Multi Degree Of Freedom), capace di eseguire delle prove d'interfaccia tra terreno e struttura o anche tra due porzioni di roccia separate da una discontinuità, sia in condizioni statiche che in condizioni dinamiche. Tale apparecchiatura, inoltre, consente di realizzare delle prove di taglio diretto d'interfaccia lineari e torsionali. Essa è costituita da un telaio di contrasto, al cui interno è alloggiata la scatola di taglio, la quale può essere sia anulare che quadrata. Gli Autori eseguirono una serie di prove cicliche in condizioni di tensione normale costante (CNL), osservando il comportamento della superficie di contatto tra sabbia e calcestruzzo. Il provino di sabbia risultava essere costituito dalla frazione granulometrica della sabbia di Ottawa passante al setaccio 20 ASTM e trattenuto al setaccio 40 ASTM, mentre il provino di calcestruzzo era realizzato con sabbia e aggregati tali da rendere il coefficiente di rugosità relativa (in accordo alla (1.8)) tra i due materiali pari a  $R_R = 1.39$ , il quale corrisponde ad un'interfaccia di categoria liscia o mediamente liscia. Gli Autori analizzarono accuratamente gli effetti delle prove cicliche sui seguenti fattori:

- numero di cicli;
- ampiezza dello spostamento;
- tensione normale e tangenziale;
- densità relativa iniziale.

La figura 1.15 mostra i risultati di prove cicliche CNL a controllo di spostamento<sup>4</sup> in termini di tensione di taglio e spostamento tangenziale. Dalla figura 1.15 è possibile considerare che la tensione tangenziale aumenta all'aumentare del numero di cicli a qualsiasi valore di densità

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Per controllo di spostamento si intende il controllo dello spostamento tangenziale.



Figura 1.15: Variazione della tensione tangenziale in funzione del numero dei cicli. (a) DR = 15 %, (b) DR = 80 %. Desai et al. (1985).

relativa DR. In particolare, si evince che la crescita imputata alla tensione tangenziale è più rapida e netta per bassi valori di densità relativa, ed inoltre il tasso di crescita diminuisce con il numero di cicli. Pertanto, l'aumento della tensione tangenziale con il numero di oscillazioni è giustificato dagli Autori con la densificazione del provino. Infatti, a causa della sollecitazione ciclica, la sabbia costituente il provino di terreno tende ad addensarsi manifestando un incremento della resistenza. La figura 1.16 mostra, invece, l'andamento della tensione tangenziale in funzione della tensione normale e del numero di cicli. Come si può notare, la tensione tangenziale subisce un incremento al crescere sia della tensione normale che del numero di oscillazioni indipendentemente dal valore di densità relativa. Ovviamente il tasso di crescita è più marcato per bassi valori di DR ed inoltre l'inviluppo della tensione tangenziale, relativo allo stesso numero di cicli, risulta essere disposto secondo una linea retta.

Successivamente Al-Douri e Poulos (1991) effettuarono una serie di prove cicliche di taglio diretto d'interfaccia in condizioni di tensione normale costante (CNL). Come è ben noto, in una prova ciclica è possibile distinguere tre fasi:

- 1. spostamento iniziale;
- 2. serie di cicli aventi ampiezza costante;
- 3. spostamento post-ciclico.

Al-Douri e Poulos (1991) rappresentarono, in particolare, i risultati del comportamento di una sabbia calcarea soggetta a prove cicliche di taglio diretto, nelle condizioni di tensione normale costante (CNL) ed ampiezza dello spostamento pari a 5 mm (figura 1.17). È possi-



Figura 1.16: Andamento della tensione tangenziale in funzione della tensione normale e del numero dei cicli. (a) DR = 15 %, (b) DR = 80 %. (Desai et al., 1985).



Figura 1.17: Influenza della tensione normale sul comportamento ciclico di una sabbia calcarea (Al-Douri e Poulos, 1991).



Figura 1.18: Influenza della tensione normale sulla resistenza d'attrito al variare del numero dei cicli per prove di taglio diretto cicliche su sabbia calcarea in condizioni CNL (Al-Douri e Poulos, 1991).

bile osservare che la sollecitazione ciclica causa una diminuzione della tensione tangenziale all'aumentare del numero di cicli; questa peculiarità è imputabile, secondo gli Autori, ad una frantumazione dei grani, la quale risulta essere particolarmente accentuata nel caso di sabbie calcaree. Ovviamente, questa tipologia di risposta è completamente opposta a quella individuata da Desai et al. (1985), secondo la quale nelle prove cicliche sulle sabbie di Ottawa la resistenza d'attrito aumentava con il numero di cicli. Pertanto, a meno che non siano presenti fenomeni di frantumazione, succede che la densificazione dei grani costituenti il provino di terreno dovuta alla sollecitazione ciclica, causa un aumento della resistenza d'attrito all'aumentare del numero dei cicli in questione. Per quanto riguarda invece gli aspetti deformativi, i risultati delle prove mostrano una riduzione di volume del provino (figura 1.17). Tale riduzione di volume risulta essere funzione di due fattori che sono rispettivamente la tensione normale e il numero di cicli; in particolare, al crescere della pressione di confinamento aumenta la riduzione totale di volume del provino, mentre al crescere del numero dei cicli il campione di terreno assume una consistenza sempre più densa manifestando un tasso di velocità di riduzione del volume sempre più basso.

Un altro aspetto di fondamentale importanza è legato alla tensione normale iniziale, la quale gioca un ruolo chiave sulla distribuzione della tensione tangenziale massima al variare del numero di cicli (figura 1.18). In particolare è possibile osservare una riduzione della tensione tangenziale, esprimibile attraverso il fattore di degradazione ciclica (figura 1.19), definito così come segue:

$$D_{\tau} = \frac{\tau_n}{\tau_1} \tag{1.9}$$

dove  $\tau_n$  rappresenta la tensione tangenziale massima calcolata all'n-esimo ciclo, mentre  $\tau_1$ 



Figura 1.19: Variazione del fattore di degradazione ciclica in funzione della tensione normale e del numero dei cicli (Al-Douri e Poulos, 1991).

rappresenta la tensione tangenziale massima in corrispondenza del primo ciclo. Dalla figura 1.19 si evince che il fattore  $D_{\tau}$  diminuisce più rapidamente in corrispondenza dei primi cicli, per assestarsi a valori pressoché costanti dopo il 40esimo ciclo; inoltre tale fattore diminuisce all'aumentare della tensione di confinamento.

Come riportato nella figura 1.20, Al-Douri e Poulos (1991) mostrarono l'effetto dell'ampiezza dell'oscillazione ciclica sullo spostamento normale al variare del numero di cicli, sia per una sabbia calcarea che per una sabbia silicea. In particolare, è possibile riscontrare che il volume del provino si riduce tanto più quanto maggiore è l'ampiezza dei cicli e questo fenomeno risulta essere più accentuato nel caso di sabbie calcaree piuttosto che nel caso di sabbie silicee, a causa del fenomeno relativo alla frantumazione dei grani.

Come ultima analisi, gli Autori correlarono lo stato tensionale alla densità relativa (figura 1.21). Da questi risultati si evince che nel caso di sabbie dense la tensione tangenziale massima viene raggiunta al primo ciclo mentre nel caso di sabbie sciolte il punto di massimo viene individuato in corrispondenza del secondo ciclo e successivamente l'andamento complessivo è molto simile per entrambe le densità relative. Inoltre, viene anche mostrato il comportamento legato alla riduzione di volume, dimostrando che questa assume caratteristiche sempre più rilevanti quanto minori sono i valori di densità relativa iniziale.

In definitiva, dal confronto degli studi, condotti dai diversi Autori sui risultati ottenuti da prove di taglio diretto e prove di taglio diretto d'interfaccia, si evidenzia che la riduzione di volume nelle prove d'interfaccia risulta essere minore rispetto a quella ottenuta dalle prove di taglio diretto. Inoltre, si dimostra che le tensioni tangenziali massime rilevate all'interfaccia sono anch'esse inferiori rispetto a quelle individuate nelle prove di taglio diretto, in quanto l'angolo di resistenza terreno-struttura ( $\delta$ ) manifesta valori sempre inferiori rispetto



Figura 1.20: Influenza dell'ampiezza dell'oscillazione sulla riduzione di volume al variare del numero dei cicli (Al-Douri e Poulos, 1991).



Figura 1.21: Effetto della densità relativa sui risultati di prove di taglio diretto su provini di sabbie calcaree in condizioni CNL (Al-Douri e Poulos, 1991).

all'angolo d'attrito interno del terreno  $(\phi')$ .

### 1.6 Degradazione della tensione tangenziale e comportamento post-picco

Tabucanon et al. (1995) eseguirono delle prove cicliche sia di taglio diretto che di taglio diretto d'interfaccia in condizioni di rigidezza normale imposta (CNS), confrontando i risultati ottenuti con quelli derivanti da prove di carico ciclico su pali. Per capire quali grandezze influenzassero sensibilmente la degradazione ciclica, gli Autori diagrammarono le tensioni normali e tangenziali rilevate in corrispondenza dell'ascissa di inversione di marcia del ciclo rispetto al numero di cicli. Dunque, in condizioni di rigidezza normale imposta (CNS) Tabucanon et al. (1995) osservarono una riduzione delle tensioni tangenziali dovute, quasi esclusivamente, alla riduzione delle tensioni normali (figura 1.22). Questo tipo di comportamento risulta essere completamente diverso da quello individuato da Desai et al. (1985) in prove cicliche d'interfaccia in condizioni di tensione normale costante (CNL), proprio come mostrato nel paragrafo precedente in figura 1.15, dove la tensione tangenziale subiva un incremento a causa della densificazione del materiale. In figura 1.22 sono riportati, inoltre, gli effetti dell'ampiezza della sollecitazione ciclica sulla riduzione delle tensioni normali e tangenziali al variare del numero delle oscillazioni, per prove di taglio diretto condotte in condizioni di rigidezza normale imposta (CNS) su una sabbia calcarea, con valori di rigidezza normale rispettivamente pari a K = 220 kPa/mm e K = 1850 kPa/mm. In questo caso, si osserva che all'aumentare dell'ampiezza dell'oscillazione e della tensione normale, il tasso di riduzione della tensione tangenziale aumenta. Tuttavia, relativamente dopo pochi cicli (circa  $30 \div 40$ , per un dato valore di rigidezza le risposte corrispondenti ad ampiezze maggiori di 2 mm sono praticamente coincidenti.

Un altro aspetto di fondamentale importanza, oltre alla fase statica e ciclica, in relazione allo studio del comportamento della risposta del provino, è quello relativo alla fase post-ciclica. A tal proposito Tabucanon et al. (1995) per analizzare la risposta post-ciclica,


Figura 1.22: Effetto dell'ampiezza della sollecitazione ciclica e della tensione normale sulla riduzione della tensione tangenziale in prove cicliche di taglio diretto su sabbia calcarea (Tabucanon et al., 1995).



Figura 1.23: Effetto della densità relativa sulla risposta post-ciclica (Tabucanon et al., 1995).

confrontarono i risultati ottenuti da due tipologie di prove (figura 1.23). In particolare eseguirono delle prove cicliche di ampiezza  $A_w = \pm 1$  mm, in cui il provino risultava essere sottoposto ad un carico monotono dopo un numero di cicli pari a n = 50, ed inoltre eseguirono delle prove statiche soggette alle stesse condizioni di rigidezza corrispondenti a K = 50kPa/mm e K = 1850 kPa/mm. Dalla figura 1.23 si deduce che nel caso di sabbia densa vi è un netto miglioramento delle tensioni normali e tangenziali anche se queste non raggiungono mai i valori che la superficie d'interfaccia ha manifestato in condizioni monotone mentre nel caso di sabbia sciolta l'incremento delle tensioni risulta essere pressoché nullo. Pertanto, anche se si esaminano comportamenti differenti corrispondenti a diversi valori di densità relativa, questi sono speculari di comportamenti osservati in fase monotona, e di conseguenza è possibile dedurre che la densità relativa non influenza sensibilmente la risposta post-ciclica. In figura 1.24 è rappresentato l'effetto dell'ampiezza dell'oscillazione sulla risposta post-ciclica. Gli Autori osservarono che l'ampiezza dell'oscillazione è inversamente proporzionale alla tensione tangenziale, ovvero all'aumentare dell'ampiezza si ha una riduzione della resistenza d'attrito in fase post-ciclica; in particolare, per ampiezze superiori a 1 mm  $(A_w \ge 1 mm)$  è possibile individuare una forte riduzione delle tensioni. Da ciò si desume un repentino cambio di comportamento nel momento in cui l'ampiezza supera il valore di 1 mm, e questa diversa risposta, secondo gli Autori, è imputabile alla potenziale presenza di ben sviluppate bande di taglio in corrispondenza dell'interfaccia, per le quali il provino si comporta come una sabbia sciolta. Successivamente, gli Autori affermarono che nel caso d'interfaccia rugosa la velocità di degradazione della resistenza d'attrito cresce all'aumenta-



Figura 1.24: Effetto dell'ampiezza dell'oscillazione sulla risposta post-ciclica (Tabucanon et al., 1995).

re della rigidezza normale. Inoltre, gli Autori, comparando le prove di taglio diretto con le prove di taglio diretto d'interfaccia, dimostrarono che la velocità di riduzione della tensione è minore nel caso in cui è presente una struttura rigida, e che la risposta post-ciclica relativa alle prove d'interfaccia è significativamente inferiore rispetto a quella corrispondente alle prove di taglio diretto. Queste osservazioni possono essere spiegate considerando che le variazioni di volume che si manifestano sulla superficie di contatto tra terreno e struttura risultano essere maggiori nelle prove di taglio diretto piuttosto che in quelle d'interfaccia.

In aggiunta, Tabucanon et al. (1995) accostarono i risultati ottenuti da prove d'interfaccia con i risultati derivanti da prove di carico ciclico su pali, al fine di valutare la perdita di capacità portante del palo in fase post-ciclica. Per poter effettuare questo confronto, gli Autori utilizzarono il fattore di degradazione definito da Poulos (1989):

$$D_{\tau}^* = \frac{f_c}{f_s} \tag{1.10}$$

dove  $f_c$  rappresenta la resistenza d'attrito di picco dopo la fase ciclica, mentre  $f_s$  indica la resistenza d'attrito di picco nella fase monotona<sup>5</sup>. Come mostrato in figura 1.25, il fattore di degradazione è diagrammato in funzione dello spostamento normalizzato  $\rho_c/\rho_m$ , dove  $\rho_c$  e  $\rho_m$  rappresentano rispettivamente l'ampiezza dell'oscillazione ciclica e lo spostamento in cor-

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Il fattore di degradazione introdotto da Tabucanon et al. (1995) viene designato con la sigla  $D_{\tau}^*$  per non confonderlo con il fattore di degradazione che si riferisce alla perdita di resistenza d'attrito durante la fase ciclica introdotto da Al-Douri e Poulos (1991).



Figura 1.25: Variazione del fattore di degradazione post-ciclica rispetto allo spostamento normalizzato sulla base di prove diverse (Tabucanon et al., 1995).

rispondenza del picco in una prova monotona. All'interno del seguente grafico sono riportati i risultati di prove di taglio diretto d'interfaccia eseguite in condizioni di rigidezza normale imposta (CNS), i risultati derivanti da prove su pali modello aventi un diametro rispettivamente uguale a 50 mm e 25 mm (corrispondenti a rigidezze normali pari a 2500 kPa/mm e  $5000 \ kPa/mm$ ) ed infine i risultati di prove su pali in situ aventi un diametro compreso tra 400 mm e 589 mm. Tutte queste prove sono state condotte prendendo come riferimento una struttura avente una superficie rugosa posta a contatto con una sabbia calcarea densa e sono state portate monotonicamente a rottura dopo 50 cicli. Nelle prove di taglio diretto d'interfaccia, è possibile osservare che il fattore di degradazione  $D^*_{\tau}$  diminuisce molto rapidamente per valori dello spostamento normalizzato inferiori all'unità. Infatti, superato questo valore la decrescita di tale parametro risulta essere quasi assente, e ciò può essere attribuito al fatto che le prove sono state protratte per 50 cicli. Sempre nelle prove d'interfaccia, è possibile notare che il fattore di degradazione post-ciclica  $D^*_{\tau}$  diminuisce, a parità di spostamento normalizzato, tanto più velocemente quanto più grande è la rigidezza normale applicata. Ciò implica che pali di grande diametro degraderanno meno velocemente rispetto a pali di piccolo diametro.

In figura 1.26 è, invece, riportato l'effetto del numero di cicli sul fattore di degradazione post-ciclica, per due prove di taglio diretto d'interfaccia condotte secondo due diversi valori di rigidezza normale imposta, e per una prova condotta su un palo modello. Gli Autori dimostrarono che nelle prove di taglio diretto d'interfaccia, il fattore di degradazione  $D_{\tau}^*$  diminuisce tanto più velocemente quanto più grande è il valore della rigidezza normale ap-



Figura 1.26: Variazione del fattore di degradazione post-ciclica in funzione del numero di cicli per diverse tipologie di prove (Tabucanon et al., 1995).

plicata. In particolare, la degradazione non si arresta per un determinato valore del numero di cicli ma continua fino alla soglia di tensione normale minima consentita dall'apparecchiatura. Per quanto riguarda, invece, la prova effettuata sul palo modello, si può osservare che il fattore di degradazione post-ciclica si riduce inizialmente con una velocità piuttosto rapida sino a raggiungere una determinata soglia, superata la quale si mantiene pressoché costante. Ovviamente la maggiore velocità di degradazione del palo rispetto alle prove di laboratorio può essere spiegata evidenziando che il valore della rigidezza normale imposta sul palo è maggiore rispetto a quella utilizzata nelle prove di taglio diretto d'interfaccia.

Pertanto, dallo studio e dall'interpretazione di questi risultati, si può evidenziare che l'apparecchiatura di taglio diretto con rigidezza normale imposta è in grado di indagare, con buona approssimazione, la risposta dell'interfaccia sia durante la sollecitazione ciclica che nella fase successiva a questa, in quanto fornisce dei risultati che sono in buon accordo a quelli ottenuti mediante prove di carico ciclico su pali modello (vedi figura 1.25 e 1.26).

In definitiva, le condizioni di rigidezza normale imposta (CNS), nel caso di sollecitazione ciclica, si rivelano ancora più importanti rispetto alle condizioni di tensione normale costante (CNL), in quanto colgono meglio il comportamento del terreno in situ mostrando che la diminuzione della tensione tangenziale avviene principalmente per causa della riduzione della tensione della

Come ultima analisi si riportano gli studi condotti da Fakharian e Evgin (1997), i quali eseguirono una serie di prove di taglio semplice d'interfaccia utilizzando l'apparecchiatura C3DSSI, la cui sigla sta per "Cyclic 3-D Simple Shear Interface apparatus", in modo tale



Figura 1.27: Comportamento di interfaccia in prove di taglio seplice. (a) prova monotona CNL; (b) prova ciclica CNL; (c) prova ciclica CNS (Fakharian e Evgin, 1997).

da indagare sul ruolo manifestato dall'ampiezza dell'oscillazione e dalla rigidezza normale sulla degradazione ciclica. L'apparecchiatura utilizzata consente di effettuare prove statiche e cicliche, sia a tensione normale costante che a rigidezza normale imposta. Il provino, contenuto all'interno di una pila di piastre rettangolari cave di alluminio (rivestite di teflon in modo tale da ridurre le forze d'attrito), presenta una superficie di base avente dimensioni pari a 100 x 100 mm e un'altezza pari a 20 mm. L'insieme delle piastre e del provino è collocato su una piastra d'acciaio rugosa, la quale trasla orizzontalmente nel momento in cui viene impressa l'azione di un motore. In questa situazione vengono installati due trasduttori di spostamento orizzontali posti rispettivamente in corrispondenza della piastra e dell'estremità superiore del provino, in modo tale da poter rilevare lo spostamento della piastra  $u_{xa}$ , lo spostamento dovuto alla deformazione della massa sabbiosa  $u_{xb}$  e, per differenza, lo spostamento di scorrimento del provino rispetto alla piastra rugosa  $u_x$ . A titolo illustrativo e per maggiore chiarezza, si riportano in figura 1.27 i risultati ottenuti da una prova statica e da due prove cicliche eseguite nelle condizioni di tensione normale costante (CNL) e rigidezza normale imposta (CNS). Dalla seguente figura si desume che nella prova statica lo spostamento totale di taglio diventa trascurabile dopo che è stata raggiunta la condizione di picco,

mentre nelle prove cicliche tale contributo tende a scomparire con il crescere del numero di cicli. In particolare, la maggiore quantità di deformazione avviene in corrispondenza della zona d'interfaccia e, secondo gli Autori, questo potrebbe essere dovuto all'incremento della rigidezza della sabbia causato dalla densificazione dei grani costituenti la sabbia medesima.

#### 1.7 Osservazioni

Nel presente capitolo sono stati esaminati alcuni studi condotti da diversi Autori sul comportamento d'interfaccia tra terreno e struttura. In particolare, tale comportamento risulta essere di fondamentale importanza per la quasi totalità delle applicazioni geotecniche. Dagli studi sperimentali analizzati, è possibile desumere che i parametri legati al comportamento d'interfaccia riguardano sia le caratteristiche dei materiali che le condizioni al contorno imposte. Tuttavia, le prove sperimentali analizzate nel presente capitolo hanno interessato terreni granulari, in particolare sabbie aventi differenti valori in termini di granulometria e densità relativa, e strutture costituite da materiali da costruzione di diversa natura (come, per esempio, acciaio e calcestruzzo). Il fenomeno dell'interazione che si instaura tra terreno e struttura, si sviluppa in corrispondenza di una sottile zona interposta tra i due mezzi, la quale risulta essere oggetto di debolezza in termini di accumulo delle deformazioni tangenziali. Tale zona presenta un'estensione abbastanza limitata, manifestando una dipendenza sia dalle dimensioni medie dei grani costituenti il terreno all'interfaccia ( $\cong 10 \cdot D_{50}$ ) che dalle proprietà di rugosità della struttura. Inoltre, nel momento in cui si ha scorrimento relativo all'interfaccia, la zona di taglio tende ad espandersi e, di conseguenza, il terreno circostante esplica un'azione vincolante nei confronti dello spostamento normale d'interfaccia. Questa tipologia di fenomeno viene definita dilatanza impedita e fornisce un contributo fondamentale in termini di rigidezza normale, in quanto si assume che il terreno adiacente la zona soggetta ad interazione sia costituita da molle aventi una determinata rigidezza. Tuttavia, il fenomeno associato alla dilatanza impedita può essere adeguatamente descritto in laboratorio attraverso delle apparecchiature di taglio diretto, capaci di simulare l'effetto della rigidezza normale imposta dal terreno circostante sulla zona d'interfaccia. In definitiva, gli aspetti maggiormente investigati in laboratorio sul comportamento di tale fenomeno sono:

- rugosità della struttura;
- diametro medio dei grani;
- valore della rigidezza normale;
- tensione normale iniziale;
- forma dei grani e composizione mineralogica del terreno;
- tipo di carico applicato (statico o ciclico).

Tra tutti questi fattori è stato possibile dedurre che la rugosità normalizzata e il coefficiente di rigidezza normale risultano essere gli elementi che influenzano il comportamento d'interfaccia in maniera decisiva e determinante. Con queste ultime osservazioni si conclude l'analisi bibliografica e sperimentale del problema trattato, con il limite però di non aver analizzato ulteriori elementi (considerati secondari) che concorrono allo studio del comportamento d'interfaccia terreno-struttura. Pertanto, ci si è limitati a descrivere soltanto le variabili maggiormente riscontrabili nei vari studi sperimentali.

Nel prossimo capitolo, per analizzare in dettaglio il problema, verrà analizzata e descritta un'attività sperimentale condotta in laboratorio per mezzo di un'apparecchiatura di taglio diretto a rigidezza normale imposta.

## Capitolo 2

### Attività sperimentale

#### 2.1 Introduzione

Lo scopo principale presentato all'interno del seguente capitolo è quello di analizzare ed interpretare i dati sperimentali ottenuti da Ferrero (1996), durante il suo periodo di ricerca presso il laboratorio *ISMES* di Bergamo, per chiarire quanto più possibile i meccanismi di evoluzione della resistenza d'attrito che si mobilita in corrispondenza della superficie di contatto tra terreno e struttura, cercando di enfatizzare l'importanza che alcuni fattori mostrano nei confronti della risposta complessiva dell'intero sistema. Come già analizzato nel capitolo precedente, l'interazione che sussiste tra terreno e struttura è governata principalmente da una sottile striscia di terreno, interposta tra la struttura stessa ed il terreno ad essa circostante, denominata *interfaccia*. In particolare, lo spessore di tale striscia risulta essere abbastanza contenuto e dipende sostanzialmente dalle dimensioni medie dei grani costituenti il terreno analizzato.

Le evidenze sperimentali condotte dai diversi Autori del passato, mostrano uno spessore della banda di taglio circa pari a 5÷20 volte  $D_{50}$ . Inoltre all'interno di tale zona, le deformazioni di taglio del terreno possono generare delle deformazioni volumetriche, principalmente plastiche, proprio a causa dello stato di addensamento dei singoli grani e dello stato di confinamento di questi ultimi. Il terreno circostante partecipa all'evoluzione della resistenza d'attrito che si mobilita all'interfaccia terreno-struttura esercitando un'azione di confinamento che causa una variazione dello stato tensionale.

Tale fenomeno può essere simulato in laboratorio per mezzo di apparecchiature di taglio opportunamente modificate, nelle quali l'azione di contrasto del terreno circostante la zona d'interfaccia viene riprodotta attraverso l'impiego di molle o dispositivi elettronici che impongono una rigidezza normale costante. A causa di questa schematizzazione, l'apparecchiatura prende il nome di "apparecchiatura di taglio diretto a rigidezza normale imposta". Di seguito verrà esaminato, con un certo grado di dettaglio, il funzionamento di tale apparecchiatura mostrando particolare attenzione al sistema di applicazione della rigidezza normale. Successivamente verranno elaborati ed interpretati i risultati delle prove eseguite attraverso la suddetta metodologia ponendo particolare interesse a tutti i fattori che influenzano sensibilmente la resistenza in corrispondenza della superficie di contatto tra terreno e struttura.



Figura 2.1: Apparecchiatura di taglio diretto d'interfaccia a rigidezza normale imposta (Mortara, 2001).

### 2.2 Apparecchiatura di taglio diretto a rigidezza normale imposta

La figura 2.1 mostra un'immagine dell'apparecchiatura di taglio diretto modificata, la quale presenta due modifiche sostanziali rispetto alla tradizionale apparecchiatura di taglio diretto: la prima riguarda la sostituzione della porzione inferiore del provino con una piastra rugosa mentre la seconda consiste nell'applicare delle particolari condizioni di rigidezza sul provino. Con le modifiche appena descritte, è possibile effettuare delle prove di taglio diretto d'interfaccia in condizioni di rigidezza normale imposta. Quest'ultima condizione prende in considerazione l'effetto sulla resistenza d'attrito che si mobilita in corrispondenza della zona d'interfaccia tra terreno e struttura quando il terreno circostante l'interfaccia impone una condizione di rigidezza. Il percorso di sollecitazione (stress-path) che ne risulta ricade in una situazione intermedia tra i risultati relativi a prove tradizionali di tensione normale costante (dove la dilatanza della sabbia è libera di svilupparsi sotto l'effetto di una tensione di confinamento costante) ed i risultati derivanti da prove a volume costante (dove la sabbia non ha alcuna possibilità di dilatare a causa delle forti variazioni relative alle tensioni di confinamento).

Nelle condizioni reali, la rigidezza normale imposta dal terreno alla zona d'interfaccia risulta essere funzione del livello tensionale e deformativo, mentre nelle prove di taglio diretto d'interfaccia il valore della rigidezza K rimane costante per tutta l'intera fase di esecuzione della prova. Nonostante tali limiti, le prove di laboratorio assumono un ruolo di fondamentale importanza, in quanto consentono di caratterizzare l'interazione d'attrito che si



Figura 2.2: Schematizzazione dell'apparecchiatura di taglio diretto di interfaccia (Mangiola, 2005).

manifesta in corrispondenza della superficie di contatto tra terreno e struttura e soprattutto consentono di giungere alla determinazione dei parametri necessari alla caratterizzazione del comportamento del terreno.

Nella figura 2.2 viene, invece, riportata una schematizzazione tecnica dell'apparecchiatura utilizzata. La piastra rugosa è inserita all'interno di un carrello che scorre sul telaio per mezzo della spinta da parte di un motore. I due pattini, disposti sul telaio al di sotto del carrello, consentono lo scorrimento del carrello medesimo; ognuno di questi pattini è formato da una serie di sfere allineate su una piastra metallica, nella quale vengono appositamente eseguiti dei fori per consentire la collocazione delle sfere stesse. Inoltre, nella zona inferiore del carrello sono presenti due scanalature rettilinee, nelle quali sono alloggiate le sfere dei pattini. La piastra rugosa è fissata al contenitore attraverso due viti orizzontali applicate sul lato interiore della piastra in esame le quali vengono regolate fino a far aderire la parete posteriore della piastra alla superficie interna del carrello. In corrispondenza di quest'ultima superficie è presente un rilievo il quale agevola la fase di scorrimento tra piastra e carrello, impedendo così il contatto tra la semiscatola superiore e la parte interna dell'oggetto in movimento. Per evitare che la superficie di taglio si parzializzi durante lo scorrimento relativo tra piastra e semiscatola superiore, bisogna fare in modo che la piastra presenti una sezione utile superiore a quella del provino di sabbia avente dimensioni pari a 100  $cm^2$ .

La figura 2.3 riporta un dettaglio della scatola di taglio modificata posta all'interno del carrello. La semiscatola superiore è saldata ad un braccio a gomito, che collega quest'ultimo ad un pistone orizzontale connesso rigidamente al telaio. Il braccio a gomito risulta essere costituito da un foro che permette l'applicazione di un dado di serraggio il quale rende solidale lo stesso braccio al pistone. Inoltre, la superficie di scorrimento e il centro del pistone devono essere necessariamente allineati per impedire che tra la forza di taglio e la reazione del pistone



Figura 2.3: Dettaglio della scatola di taglio (Mortara, 2001).

venga generata una coppia che consenta la rotazione del braccio attorno al pistone.

La semiscatola superiore, avente una sezione orizzontale pari a 100  $cm^2$ , confina lateralmente il provino di terreno il quale viene messo a diretto contatto con la piastra rugosa. Così facendo lo scorrimento relativo tra piastra e semiscatola genera sul provino una sollecitazione di taglio. Inoltre, il provino di sabbia è delimitato, in corrispondenza della superficie superiore, da un elemento rigido denominato top, il quale consente l'applicazione di una tensione normale costante su tutta la superficie. In questo caso il carico normale viene trasmesso al provino per mezzo di un ripartitore (dotato di una vite verticale che lo collega al top) il quale a sua volta risulta essere collegato ad un braccio di leva, all'estremità del quale è posto un piattello in cui vengono alloggiati i pesi utilizzati per l'applicazione del carico normale nel caso in cui si eseguano prove a tensione normale costante (CNL).

#### 2.3 Gli strumenti di misura

L'apparecchiatura di taglio diretto consente di misurare, oltre alle forze normali e tangenziali, gli spostamenti del provino in direzione tangenziale e normale alla direzione di scorrimento. Per misurare gli spostamenti normali e tangenziali vengono utilizzati dei trasduttori LVDT (*linear variable displacement transformer*). Il trasduttore di spostamento verticale viene disposto al di sopra del ripartitore di carico e ha la funzione di misurare la variazione di altezza del provino rispetto alla sua posizione iniziale. Il trasduttore di spostamento orizzontale, invece, misura lo spostamento orizzontale del carrello rispetto alla sua posizione iniziale. Per quanto riguarda la forza tangenziale, si ha che questa è misurata mediante una cella di carico, alloggiata in corrispondenza del pistone.

Durante l'esecuzione delle prove, in condizioni di tensione normale costante (CNL), la forza normale risulta essere applicata tramite dei pesi morti disposti all'interno del piattello. Nel caso, invece, delle prove eseguite in condizioni di rigidezza normale imposta (CNS), la forza normale subisce una variazione durante la fase di esecuzione della prova medesima. Per misurare tale variazione viene utilizzata una cella di carico alloggiata in corrispondenza di un pistone verticale, il quale viene pilotato mediante un attuatore pneumatico che trasmette la forza normale al braccio di leva.

Tutti i trasduttori sono collegati ad una centralina elettronica che da una parte alimenta i trasduttori e ne amplifica il segnale, mentre dall'altra consente la possibilità di visualizzare in tempo reale il loro segnale. In particolare, la centralina invia il segnale ad un dispositivo di input/output collegato ad un calcolatore. Il segnale di ciascun trasduttore viene successivamente memorizzato grazie all'ausilio di un programma di acquisizione.

#### 2.4 Il sistema di applicazione della rigidezza normale

In condizioni di rigidezza normale costante la tensione normale  $\sigma_n$  varia durante la prova proporzionalmente alla variazione dello spostamento normale u. Per poter realizzare tale condizione è necessario utilizzare un sistema che permetta la variazione del carico normale (in relazione ad una costante di rigidezza fissata) in funzione del segnale proveniente dal trasduttore di spostamento verticale; non è possibile, invece, utilizzare i pesi morti come avviene nelle prove eseguite in condizioni di tensione normale costante. Pertanto, nell'apparecchiatura oggetto di studio, la variazione del carico normale risulta essere garantita da un sistema elettro-pneumatico servo-controllato costituito da un attuatore pneumatico a doppia azione, che agisce sul braccio di leva attraverso un pistone in cui è alloggiata la cella di carico verticale (figura 2.4). L'azione dell'attuatore è regolata da una centralina elettronica, collegata ad una valvola, capace di trasformare il segnale elettrico in segnale di pressione (figura 2.5). Tale centralina ha il compito di aggiornare il valore della forza normale, cosicché si ha:

$$\Delta \sigma_n - K \Delta u = 0 \tag{2.1}$$

dove  $\Delta \sigma_n = \sigma_n(t) - \sigma_n(t=0)$  rappresenta l'incremento della tensione normale effettiva sul piano di taglio al tempo t, conteggiato rispetto al valore iniziale  $\sigma_n(t=0) = \sigma_{n0}$  (dove  $\sigma_n(t)$  è riferito sempre all'area iniziale),  $\Delta u = u(t) - u(t=0)$  rappresenta l'incremento dello spostamento verticale del provino al tempo t, conteggiato a partire dal valore iniziale  $u(t=0) = u_0$ , mentre K rappresenta la rigidezza normale.

La figura 2.6 riporta uno schema del sistema di acquisizione dei dati e di controllo della rigidezza normale. L'acquisizione dei dati prevede che il segnale elettrico dei trasduttori di forza e spostamento, tramite una scheda di conversione da analogico a digitale, venga inviato al sistema di acquisizione e memorizzazione dei dati. Pertanto i segnali provenienti dal trasduttore di spostamento verticale e dalla cella di carico verticale, vengono trasmessi alla centralina elettronica che ha la funzione di controllare periodicamente la rigidezza normale. Quindi la centralina è in grado di calcolare la variazione della tensione e dello spostamento normale attraverso le seguenti espressioni:

$$\Delta \sigma_n = \sigma_n(t) - \sigma_n(t=0) \tag{2.2}$$



Figura 2.4: Dettaglio dell'attuatore pneumatico (Mangiola, 2005)



Figura 2.5: Sistema di controllo dell'apparecchiatura sperimentale (Mangiola, 2005)



Figura 2.6: Schema del sistema di acquisizione dei dati e di controllo della rigidezza normale (Mangiola, 2005).

$$\Delta u = u(t) - u(t=0) \tag{2.3}$$

In accordo con il valore di rigidezza normale imposta K, è possibile determinare l'esatto valore relativo alla variazione di tensione  $\Delta \sigma_n^*$ :

$$\Delta \sigma_n^* = K \Delta u \tag{2.4}$$

in modo da confrontare quest'ultimo con il valore  $\Delta \sigma_n$  misurato. Nel caso in cui la differenza  $\delta \Delta \sigma_n = \Delta \sigma_n - \Delta \sigma_n^*$  risulta essere maggiore di un errore tollerato, questa viene tramutata in segnale analogico e trasmessa alla valvola che controlla l'attuatore pneumatico. In tal modo l'attuatore imprime una forza di correzione (trazione o compressione che sia) sul top del provino proporzionale a  $\delta \Delta \sigma_n$ . L'attuatore pneumatico a doppia azione permette una risposta del dispositivo più pertinente in fase di riduzione della tensione normale rispetto a quella con singola azione.

La figura 2.7 riporta il diagramma, in cui la tensione normale  $\sigma_n$  è rappresentata graficamente in funzione dello spostamento normale u, di tre prove statiche eseguite con rigidezza normale nominale  $K = 1000 \ kPa/mm$  e con valori della tensione iniziale  $\sigma_{n0}$  uguale a 50, 150 e 300 kPa. I risultati sperimentali sono ben interpolati da un'espressione lineare in quanto in tutti i casi si ha una pendenza delle rette pressoché costante. Si può, quindi, affermare che le prove sono svolte in condizioni di rigidezza normale costante. Nel caso, invece, di sollecitazione ciclica ci si aspetta una minima dispersione dei punti sperimentali rispetto alla relazione d'interpolazione lineare, dovuta all'alternanza di fasi di dilatanza e contrazione causate dalle variazioni di direzione della sollecitazione tangenziale. A tal proposito è possibile osservare, in figura 2.8, il comportamento appena descritto, ottenuto da Mangiola



Figura 2.7: Variazione della tensione normale in funzione dello spostamento normale al variare della rigidezza applicata e della tensione iniziale in condizioni statiche.

(2005) durante i suoi studi sperimentali su prove cicliche. Successivamente, durante la fase di passaggio da un comportamento volumetrico ad un altro, il dispositivo, dovendo invertire il segno della tensione normale, manifesta un tempo di adattamento, nel corso del quale la rigidezza differisce dal valore precedente. Questo cambiamento della rigidezza si riduce al diminuire della velocità dello spostamento tangenziale. Pertanto dopo molteplici tentativi si è giunti all'adozione di una velocità  $v = 0.25 \ mm/min$  che consente di ottenere delle variazioni di rigidezza normale adeguate ed accettabili. A tal proposito, Hoteit (1990), durante gli studi da egli stesso condotti su prove d'interfaccia, dimostrò che la velocità di taglio entro valori pari a 10 mm/min non influenza in alcun modo la risposta all'interno della zona d'interfaccia; di contro per valori di velocità particolarmente bassi,  $v = 0.01 \ mm/min$ , si possono riscontrare delle problematiche legate a dei fenomeni denominati stick and slip.

#### 2.5 Prove di controllo preliminari

L'apparecchiatura utilizzata per le prove di taglio diretto d'interfaccia richiede una regolazione dedicata principalmente alla definizione di una corretta distanza tra piastra e semiscatola, per la rilevazione della reale resistenza d'attrito che si mobilita in corrispondenza della superficie di contatto tra provino e piastra durante l'esecuzione delle prove. Nell'apparecchiatura di taglio diretto d'interfaccia la superficie della piastra deve essere necessariamente più grande della semiscatola, in quanto durante lo scorrimento relativo tra le due superfici è necessario evitare la parzializzazione della superficie di taglio. Con questa struttura, però, i lati della semiscatola coincidono perfettamente con la superficie della piastra e di conseguenza si origina un'intercapedine all'interno della quale si disperdono i grani del provino durante la fase di scorrimento relativo tra piastra e semiscatola. A tal proposito lo spessore di tale intercapedine definisce la distanza che intercorre tra piastra e semiscatola e questa



Figura 2.8: Variazione della tensione normale in funzione dello spostamento normale al variare della rigidezza applicata e della tensione iniziale in condizioni cicliche (Mangiola, 2005).

può influire negativamente sui risultati della prova. Infatti, una distanza troppo piccola causa delle resistenze d'attrito tra i grani costituenti il provino e le superfici della piastra e della semiscatola, provocando una sorta di attrito anomalo che viene poi rilevato dalla cella di carico; d'altro canto, una distanza troppo grande favorisce una perdita incontrollata di materiale incidendo su un'errata valutazione del comportamento volumetrico dell'interfaccia.

Per cercare di ridurre la superficie dell'intercapedine è stato disposto l'inserimento di un piccolo gradino in corrispondenza della piastra (figura 2.9). Tale spessore, dell'altezza di 1 mm, consente una riduzione della probabilità relativa alla formazione di attrito anomalo, favorendo la fuoriuscita dei grani di sabbia dall'intercapedine.

#### 2.6 Analisi dei risultati sperimentali

Nel presente paragrafo, l'obiettivo è quello di trattare e analizzare i risultati ottenuti da una serie di prove di laboratorio d'interfaccia eseguite per mezzo dell'apparecchiatura di taglio diretto a rigidezza normale imposta, di cui si è ampiamente discusso nei paragrafi precedenti. Le variabili, misurate durante una prova di taglio diretto, sono i carichi e gli spostamenti calcolati nelle direzioni normale e tangenziale alla superficie di scorrimento; in particolare queste vengono designate rispettivamente con le lettere N, T, u, w. Le tensioni misurate in corrispondenza della superficie d'interfaccia risultano essere uguali a:

$$\sigma_n = \frac{N}{A} \qquad \tau = \frac{T}{A} \tag{2.5}$$



Figura 2.9: Dettaglio dell'intercapedine tra piastra e semiscatola.

dove *A* rappresenta la sezione del provino di terreno. Sfortunatamente nelle prove d'interfaccia è presente un limite che altera sensibilmente i risultati delle prove medesime, in particolare è impossibile analizzare separatamente il comportamento della zona d'interfaccia dal comportamento del terreno circostante. Per tale ragione, si evince che il comportamento dello strato di terreno posto a contatto con la piastra dell'apparecchiatura di taglio diretto risulta essere influenzato dallo strato di terreno sovrastante, il quale funge da terreno passivo, ed in particolare questo modifica le caratteristiche volumetriche del campione preso in esame. A tal proposito Boulon (1988), durante l'analisi e l'interpretazione dei risultati ottenuti da diverse prove sperimentali, intuì la possibilità di eliminare tale effetto eseguendo una correzione edometrica, in modo tale da modificare i valori relativi agli spostamenti normali d'interfaccia causati dalla porzione passiva di terreno circostante e misurati in corrispondenza del top del provino. Questa correzione può non essere applicata alle prove eseguite in condizioni di tensione normale costante (CNL), ma può essere importante per quanto riguarda le prove condotte in termini di rigidezza normale imposta (CNS) dato che la variazione della tensione normale avviene durante la fase di taglio.

Nel presente paragrafo, come già annunciato nella parte introduttiva del capitolo in oggetto, ci si focalizzerà solo ed esclusivamente sui risultati derivanti da prove monotone, in quanto l'obiettivo principale della tesi è quello di effettuare un confronto tra i risultati sperimentali, ottenuti mediante prove di laboratorio, e i risultati acquisiti dalla validazione di un modello elasto-plastico in grado di riprodurre quanto più possibile il fenomeno di interazione terreno-struttura. Ovviamente, anche se non vengono riportati i risultati relativi alle prove cicliche, queste sono da considerarsi tanto importanti quanto lo sono quelle monotone. Si può dire, infatti, che le prove monotone vengono eseguite con lo scopo di:

- 1. caratterizzare il comportamento statico della zona d'interfaccia;
- 2. confrontare la resistenza finale calcolata in condizioni statiche di rigidezza normale imposta (CNS) con la risposta post-ciclica di prove cicliche CNS per quantificare gli effetti di degradazione causati dai carichi ripetuti.

Pertanto, anche se i risultati derivanti da prove cicliche sono fondamentali ai fini della caratterizzazione del comportamento d'interfaccia, nella seguente attività si dispensa dall'analisi sperimentale di tali tipologie di prove. Prima di esaminare i risultati sperimentali e discutere l'influenza dei vari fattori che hanno sul comportamento d'interfaccia, è utile definire due variabili estremamente importanti che sono l'angolo d'attrito tra sabbia e piastra,  $\delta$ , e l'angolo di dilatanza del terreno D:

$$\delta = \arctan \frac{\tau}{\sigma_n} \tag{2.6}$$

$$D = -\arctan\frac{du^p}{dw^p} \tag{2.7}$$

l'apice p indica che i termini presenti all'interno dell'espressione (2.7), rappresentano le componenti plastiche degli spostamenti incrementali.

A questo punto si passa all'analisi ed all'interpretazione dei risultati ottenuti da prove monotone. In particolare, per questioni legate a problemi di tempistiche, sono stati reperiti i dati ottenuti da Ferrero (1996) e Mortara (2001) durante gli studi svolti all'interno del laboratorio di geotecnica ISMES, con l'obiettivo di interpretare tali dati e fornire una visione completa dei parametri che influenzano in maniera significativa il comportamento d'interfaccia. I parametri che entrano in gioco all'interno del seguente lavoro sono:

- densità relativa iniziale (DR[%] = 35, 85);
- rugosità della piastra  $(R_{max}[\mu m] = 28);$
- rigidezza normale (K[kPa/mm] = 0, 100, 1000);
- tensione normale iniziale  $(\sigma_{n0}[kPa] = 50, 150, 300).$

In particolare, è stata presa in considerazione una sola tipologia di sabbia (sabbia di Toyoura) aventi due differenti valori di densità relativa DR. Il valore di rugosità normalizzata è invece tale da produrre interfacce rugose.

Il materiale sottoposto alle prove di taglio diretto presenta le caratteristiche riportate in tabella 2.1. Inoltre, a titolo illustrativo, si riporta in figura 2.10 la curva granulometrica della sabbia presa in esame. La figura 2.11 mostra l'andamento della tensione tangenziale in funzione dello spostamento di taglio, per un fissato valore di tensione normale iniziale  $\sigma_{n0} = 300 \ kPa$  e per un dato valore di densità relativa (DR = 35%). Nel caso in cui si effettuassero delle prove nelle medesime condizioni ma con diversi valori di rugosità massima della piastra (figura 2.12), quello che si otterrebbe non è altro che una precisa rispondenza in termini di comportamento solo nel caso di alti valori di rugosità  $R_{max}$  (Mortara, 2001). La rigidezza normale K risulta essere una variabile estremamente importante che influenza, in modo sensibile, i risultati delle prove di taglio diretto d'interfaccia. A tal proposito, in figura 2.13, è possibile osservare l'andamento delle varie combinazioni tra tensioni e spostamenti calcolate nelle condizioni corrispondenti ad una densità relativa pari a DR=85% ed una rugosità della piastra uguale a  $R_{max} = 28 \mu m$ , ottenute per differenti valori di rigidezza normale (K = 0, 100, 1000[kPa/mm]) e nell'ipotesi di tensione normale iniziale corrispondente a  $\sigma_{n0} = 150 \ kPa$ . In particolare la figura 2.13 presenta un incremento della tensione normale, al variare dello spostamento ortogonale alla superficie d'interfaccia, ogni qualvolta

Sabbia di Toyoura	
Proprietà	Valori
$\gamma_{max} \; [\mathrm{kN}/m^3]$	16.10
$\gamma_{min} \; [\mathrm{kN}/m^3]$	13.58
$e_m a x$	0.62
$e_m in$	0.92
$G_s$	2.64
$D_{10}  [\mathrm{mm}]$	0.19
$D_{50} [\mathrm{mm}]$	0.24
$D_{60}$ [mm]	0.26
$C_u = D_{60}/D_{10}$	1.42

Tabella 2.1: Caratteristiche della sabbia di Toyoura



Figura 2.10: Distribuzione granulometrica della sabbia di Toyoura.



Figura 2.11: Variazione della tensione tangenziale in funzione dello spostamento di taglio per una prova monotona (DR = 35%,  $\sigma_{n0} = 300 \ kPa$ ,  $R_{max} = 28 \mu m$ ).



Figura 2.12: Influenza della rugosità normalizzata su prove CNL (Mortara, 2001).



Figura 2.13: Risultati di prove d'interfaccia per differenti valori di rigidezza normale applicata. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ), tensione normale iniziale ( $\sigma_{n0} = 150 \ kPa$ ).

aumenta il valore di rigidezza normale; di conseguenza si deduce una mobilitazione della resistenza d'attrito tanto maggiore quanto più grande è la rigidezza normale imposta. Inoltre, si può osservare una riduzione dello spostamento normale all'aumentare della rigidezza medesima, evidenziando proprio l'effetto di inibizione della dilatanza dell'interfaccia. Infine, è anche riportato l'andamento del rapporto di tensione,  $\tau/\sigma_n$ , in funzione dello spostamento tangenziale, w, sempre al variare del valore di rigidezza k, utile per evidenziare un comportamento rammollente (*softening*) dell'interfaccia analizzata. I risultati appena descritti rappresentano una verifica di quanto esposto nel capitolo precedente a proposito degli aspetti teorico/sperimentali analizzati dagli Autori del passato.

La figura 2.14 illustra i percorsi di sollecitazione (stress-paths) di prove monotone condotte in condizioni di tensione normale costante (CNL) (e quindi con un valore di rigidezza pari a  $K = 0 \ kPa/mm$ ) ed in condizioni di rigidezza normale costante (CNS) con  $K = 1000 \ kPa/mm$ , eseguite tutte nell'ipotesi di tre fissati valori di tensione normale iniziale ( $\sigma_{n0} = 50, 150, 300 \ kPa$ ) su provini di sabbia di Toyoura. In figura 2.14 gli stress-paths verticali sono rappresentati dalle prove CNL, mentre le curve corrispondenti alla variabilità delle tensioni normali fanno riferimento alle prove condotte in condizioni CNS. In particolare, nelle prove CNL il percorso tensionale segue sempre una direzione verticale sino al contatto con il criterio di resistenza; nelle prove CNS, invece, il percorso delle tensioni prosegue verso confinamenti maggiori o minori a seconda del segno delle deformazioni volumetriche plastiche necessarie per il raggiungimento delle condizioni di volume costante. Come già detto in precedenza, i risultati delle prove monotone, siano esse condotte in condizioni di tensione e/o rigidezza normale costante, risultano essere fortemente influenzati dalla rugosità normalizzata,  $R_{max}$ , e dal valore di rigidezza K. In particolare, il fattore di rugosità normalizzata influenza principalmente il coefficiente d'attrito, mentre il valore di rigidezza normale



Figura 2.14: Stress-paths di prove monotone eseguite in diverse condizioni di rigidezza normale applicata.

altera i livelli di tensione tangenziale calcolati in relazione all'interfaccia analizzata. L'effetto importante che si coglie dall'analisi dei dati è relativo al manifestarsi di un decremento della tensione normale causato da una fase di contrazione, seguito immediatamente da un significativo incremento della tensione stessa dovuto alla dilatanza del terreno considerato.

La figura 2.15 mostra i punti caratteristici di una prova di taglio diretto d'interfaccia, condotta in condizioni di rigidezza normale imposta (CNS) ed eseguita prendendo in esame una sabbia densa di Toyoura (DR = 85%) ed una piastra di alluminio avente un coefficiente di rugosità pari a  $R_{max} = 60 \mu m$  (Mortara, 2001). In particolare, dopo la consolidazione del provino ad una tensione normale iniziale  $\sigma_{n0}$  ha inizio la prova di taglio. Nella parte iniziale della curva si manifesta una fase di contrazione fino ad un punto A (corrispondente ad una tensione normale inferiore rispetto a quella iniziale  $\sigma_{nA} \leq \sigma_{n0}$ , seguita da un cambio di comportamento in termini volumetrici corrispondente all'inizio della dilatanza del provino, inducendo un incremento della tensione normale fino al raggiungimento del massimo valore del rapporto tensionale (punto C). Questo punto viene definito come il punto che separa la condizione incrudente (hardening) da quella rammollente (softening). La condizione ultima della prova viene, invece, raggiunta andando a leggere il massimo valore della tensione normale  $\sigma_{max}$ . Pertanto, la congiungente l'origine degli assi con il punto C determina l'angolo di picco  $\delta_p$ , mentre la retta che permette l'allineamento tra l'origine degli assi e il punto corrispondente alla condizione ultima individua l'angolo  $\delta_c$ . Vi sono alcuni casi in cui i valori delle tensioni normale e tangenziale diminuiscono per un valore del loro rapporto approssimativamente costante e inferiore all'angolo relativo alla condizione ultima ( $\delta_c$ ). Questa situazione è causata dal fenomeno relativo alla frantumazione dei grani, dipendente a sua volta dall'energia spesa durante l'esecuzione delle prove. In particolare, alcuni Autori, tra cui Uesugi e Kishida (1986), dimostrarono che tale fenomeno fosse dipendente dal livello di tensione e dalla tipologia dei materiali impiegati.



Figura 2.15: Risultati di prove d'interfaccia che mostrano un tipico comportamento dilatante. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 60\mu m$ ), tensione normale iniziale ( $\sigma_{n0} = 100 \ kPa$ ), rigidezza applicata ( $K = 1000 \ kPa/mm$ )



Figura 2.16: Andamento del coefficiente d'attrito al variare della tensione normale. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).

In definitiva, giungendo verso la parte conclusiva di questo capitolo, vengono presentati, per maggiore chiarezza, ulteriori risultati significativi rappresentativi la variazione della resistenza d'attrito sviluppatasi nella zona d'interfaccia terreno-struttura. La figura 2.16 mostra la dipendenza del coefficiente d'attrito con la tensione normale, in particolare all'aumentare di quest'ultima si manifesta una degradazione del coefficiente d'attrito, e quindi della resistenza. Tale decadimento risulta essere significativo per quanto riguarda le condizioni di picco, mentre assume un andamento meno marcato e pressoché costante nelle situazioni di condizione ultima. É possibile riportare anche l'effetto delle tensioni normale e tangenziale al variare della rigidezza applicata. Infatti, durante la fase di esecuzione delle prove, come si può osservare dalla figura 2.17, si ha un incremento di entrambe le tensioni quanto più grande risulta essere il valore di rigidezza normale applicata. Tuttavia, i valori delle tensioni non dipendono soltanto dal valore di rigidezza, ma sono influenzati anche dall'effetto della tensione normale iniziale  $\sigma_{n0}$ . A tal proposito, in figura 2.18, viene riportato l'effetto di entrambe le tensioni, in questo caso normalizzate rispetto al valore di tensione normale iniziale, in funzione della rigidezza normale applicata K e dello stesso valore di tensione  $\sigma_{n0}$ . In questa situazione i rapporti di tensione  $(\sigma_{max}/\sigma_{n0} \in \tau_{max}/\sigma_{n0})$  diminuiscono all'aumentare dei valori  $\sigma_{n0}$ , in particolare dato che il rapporto  $\tau_{max}/\sigma_{n0}$  risulta essere uguale a  $\mu_{max}$ , si evince che il coefficiente d'attrito si riduce all'aumentare della tensione normale iniziale. Inoltre, i valori massimi del coefficiente d'attrito sono ottenuti per alti valori della rigidezza normale imposta e per bassi valori della tensione normale iniziale; di contro, per livelli significativamente alti di  $\sigma_{n0}$ , il ruolo della rigidezza applicata non assume un significato rilevante, in quanto i valori dell'angolo d'attrito si assestano ad un valore pressoché costante. Pertanto, si evince che durante la prova all'aumentare della rigidezza cresce il confinamento e di conseguenza la resistenza disponibile.



Figura 2.17: Effetto della rigidezza normale sui massimi valori di tensione normale e tangenziale. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).



Figura 2.18: Effetto della tensione normale  $\sigma_{n0}$  sui massimi valori di tensione normale e tangenziale per diversi valori di rigidezza applicata K. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).



Figura 2.19: Andamento del massimo angolo di dilatanza in funzione della tensione normale per differenti valori di rigidezza applicata. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28 \ \mu m$ ).



Figura 2.20: Variazione del massimo angolo di dilatanza, normalizzato rispetto al valore di tensione normale iniziale, in funzione della tensione normale per differenti valori di rigidezza applicata. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).

Infine, l'influenza dei parametri, relativi alla tensione iniziale ed alla rigidezza normale applicata, indotta sui massimi valori della tensione tangenziale  $\tau_{max}$ , e quindi sulla resistenza d'attrito mobilitata all'interfaccia, può essere interpretata ed illustrata in figura 2.19 esaminando la dilatanza massima  $D_{max}$ . Tale parametro, oltre a dipendere dalla tensione normale, dipende anche dai percorsi di carico seguiti durante l'esecuzione delle prove. La figura 2.19 presenta la variabilità dell'angolo di dilatanza massimo al variare della tensione normale  $\sigma_n$ , per diversi valori di rigidezza imposta K. In particolare è possibile evidenziare che le prove CNL forniscono un limite superiore per quanto riguarda i valori di massima dilatanza  $D_{max}$ . Quest'ultima risulta essere fortemente inibita per alti valori di rigidezza normale applicata, enfatizzando, in questo modo, un aspetto positivo nei confronti dell'interazione terreno-struttura. Per comprendere meglio i risultati di tale prova, è possibile rappresentare un andamento del massimo valore di dilatanza nettamente più regolare, andando a normalizzare quest'ultimo valore rispetto alla tensione normale iniziale (vedi figura 2.20).

# Implementazione di un modello elastoplastico d'interfaccia

#### 3.1 Introduzione

Gli studi delle leggi che regolano la resistenza d'attrito all'interfaccia tra terreno e struttura è fondamentale per tutte quelle applicazioni progettuali, il cui comportamento è governato dal fenomeno dello scorrimento relativo tra due materiali aventi caratteristiche meccaniche differenti. Pertanto, l'importanza di tali leggi in relazione al campo di applicabilità delle opere geotecniche, quali per esempio strutture di sostegno, terre rinforzate con l'ausilio di geosintetici e soprattutto pali di fondazione, ha guidato i ricercatori ad investigare, con un grado di dettaglio sempre maggiore, sugli aspetti teorici e sperimentali che influenzano il comportamento di interazione terreno-struttura.

Il limite maggiore relativo alla stragrande maggioranza delle applicazioni geotecniche, risiede nel fatto che, quasi sempre, il progettista attribuisce all'interfaccia tra terreno e struttura un angolo d'attrito costante, ed inoltre trascura completamente le caratteristiche di dilatanza che la zona d'interfaccia manifesta sul terreno circostante. Pertanto, un simile approccio, sebbene semplice, non considera il reale meccanismo che avviene durante il processo d'interazione tra i due mezzi.

Tuttavia, la reale risposta nei confronti dello scorrimento relativo tra i due mezzi è concentrata all'interno della zona di terreno posta a contatto con la superficie della struttura, la quale presenta uno spessore dipendente dalle caratteristiche granulometriche del terreno e dalle proprietà di rugosità della struttura. Per tale motivo, ai fini di una corretta valutazione del fenomeno, è necessario utilizzare un'opportuna legge d'attrito che consenta di riprodurre nella maniera più precisa possibile, tutti gli aspetti evidenziati dalle prove sperimentali, facendo particolare attenzione alla dilatanza del terreno. Pertanto, l'obiettivo principale trattato all'interno del presente capitolo sarà la formulazione di un modello d'interfaccia basato sulla teoria elastoplastica; in particolare, sulla base di alcuni risultati derivanti da prove sperimentali, per mezzo dell'apparecchiatura di taglio diretto a rigidezza normale imposta, sarà possibile ottenere il potenziale plastico, la funzione di plasticizzazione e la legge di incrudimento relative all'interfaccia analizzata. Infine, la derivazione dei parametri del modello e la validazione di quest'ultimo, saranno esaminati all'interno del capitolo successivo.



Figura 3.1: Curva sforzi-deformazioni rappresentativa del comportamento elasto-plastico di un materiale.

#### 3.2 Teoria dell'elastoplasticitá ed equazioni costitutive

Nello studio del comportamento meccanico dei materiali, l'obiettivo principale è quello di determinare la risposta tenso-deformativa che questi manifestano a partire dalle condizioni iniziali fino alla condizione di rottura. Un materiale avente comportamento elasto-pastico viene contraddistinto dal passaggio da uno stato in cui il materiale presenta un comportamento reversibile ad uno stato superato il quale il comportamento diventa irreversibile.

Per spiegare meglio il problema, si consideri una semplice prova monodimensionale su un materiale assumendo che la curva tensioni-deformazioni sia rappresentata dalla spezzata OYAB (figura 3.1). Dalla figura 3.1 si osserva che nel tratto OY le deformazioni sono reversibili ed, in particolare, la risposta è lineare. Come è possibile riscontrare dal grafico, superato il punto Y il materiale manifesta un brusco cambio di comportamento, in quanto la curva sforzi-deformazioni risulta essere meno rigida rispetto al tratto elastico. A questo punto, se durante la prova si ipotizza di scaricare il provino a partire dal punto Y, ciò che si ottiene è un movimento lungo la retta OY con delle deformazioni che vengono interamente recuperate; per tale motivo, nel tratto elastico, dato uno stato tensionale  $\sigma$ , è possibile risalire semplicemente al corrispondente stato deformativo  $\varepsilon$ . Di contro, se lo scarico avviene una volta che sia stato superato il punto Y, e si rimuove del tutto la tensione  $\sigma$  precedentemente applicata, la deformazione non viene del tutto recuperata in quanto ne permane un'aliquota irreversibile. Essendo conveniente ragionare in termini incrementali, un materiale elastoplastico è tale per cui:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p \tag{3.1}$$

cioè l'incremento di deformazione è la somma di una parte elastica e di una plastica. Sebbene la notazione si riferisca a velocità piuttosto che ad incrementi, la notazione (3.1) si utilizza anche quando il comportamento non è dipendente dal tempo.



Figura 3.2: Evoluzione della generica superficie di snervamento.

Alla luce della precedente equazione, è fondamentale stabilire il valore della tensione a partire dal quale parte della deformazione indotta sia irreversibile. In altre parole, è necessario individuare un criterio che consenta di definire la tensione  $\sigma_y$ , cioè la tensione corrispondente alla condizione di plasticizzazione<sup>1</sup>.

Considerando per semplicità il piano  $\sigma_1$ - $\sigma_3$ , è possibile definire all'interno di quest'ultimo una *superficie di plasticizzazione* (figura 3.2). L'equazione di tale superficie può essere espressa nella seguente forma:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0 \tag{3.2}$$

la quale rappresenta il luogo geometrico degli stati tensionali limite. Come è possibile osservare dal grafico riportato in figura 3.2, i punti interni alla superficie di plasticizzazione rappresentano gli stati tensionali che danno origine a deformazioni elastiche; nel momento in cui lo stato tensionale incontra la superficie di plasticizzazione, un ulteriore incremento è tale da attivare l'innesco delle deformazioni plastiche. Durante il processo di plasticizzazione la superficie di plasticizzazione medesima evolve rimanendo sempre in contatto con il punto relativo lo tensionale preso in esame. Tale evoluzione potrà essere caratterizzata da una variazione di dimensione senza alcun cambiamento di forma; in questo caso si parlerà di *incrudimento isotropo*. Di contro, se si riscontra soltanto un cinematismo di traslazione si parlerà di *incrudimento cinematico*. Se le citate modalità di incrudimento si manifestano contemporaneamente si parlerà di *incrudimento misto*.

Nel caso in cui la condizione di plasticizzazione è indipendente dalla deformazione plastica, la funzione di plasticizzazione assume la forma:

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \tag{3.3}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Il simbolo y sta per *yielding*, e indica la soglia di plasticizzazione o di snervamento, sebbene lo snervamento si addica più ai metalli che ai terreni.



Figura 3.3: Potenziale plastico e componenti del vettore incrementale plastico.

In quest'ultimo caso durante l'evoluzione della deformazione plastica, la superficie di plasticizzazione rimane fissa nello spazio delle tensioni ed il comportamento del mezzo viene detto perfettamente plastico. Ciò significa che il punto Y, visto nel grafico di figura 3.1, coincide con il punto B, cioè non è presente la fase di incrudimento, e conseguentemente la condizione di plasticizzazione coincide con la condizione di rottura.

Il fatto che lo stato tensionale si trovi sulla superficie di plasticizzazione non comporta necessariamente che una variazione di stato tensionale sia tale da comportare l'insorgere di deformazioni plastiche. Ciò poiché la risposta del materiale è caratterizzata dalla direzione dell'incremento di sforzo nei confronti della superficie di plasticizzazione corrente.

Un altro aspetto estremamente importante è quello relativo alla valutazione della variazione delle deformazioni plastiche, in particolare all'individuazione delle direzioni di tali deformazioni. Quest'ultimo concetto è legato al cosiddetto *potenziale plastico*  $g(\sigma, \chi_g) = 0$ , ossia una funzione che dipende dallo stato tensionale  $\sigma$  e da un parametro che ne regola la dimensione  $\chi_g$ . Il potenziale plastico  $g(\sigma, \chi_g)$  riveste un ruolo estremamente importante nella teoria dell'elasto-plasticità, in quanto rappresenta una funzione degli sforzi nello spazio, il cui gradiente coincide per definizione con la direzione delle deformazioni plastiche incrementali (figura 3.3). Il grafico illustrato in figura 3.3 mostra il potenziale plastico posto all'interno del piano q - p', ed inoltre riporta il vettore delle deformazioni plastiche incrementali, che può essere scomposto secondo le componenti orizzontale e verticale in modo tale da ricavare rispettivamente le deformazioni plastiche incrementali volumetriche e deviatoriche.

Per quanto riguarda la variazione delle deformazioni plastiche è necessario definire una *funzione di incrudimento*, la quale implica, una volta raggiunta la condizione limite (punto Y), due diverse tipologie di comportamento del materiale. In particolare, se il comportamento manifestato dal materiale risulta essere perfettamente plastico, allora la superficie di plasticizzazione coincide con il criterio di rottura; di contro, se le caratteristiche del materiale

evolvono, in quanto il valore di tensione  $\sigma_y$  non è fisso, si ha conseguentemente una graduale variazione della superficie di plasticizzazione con il presupposto, però, che lo stato tensionale  $\sigma$  risulti sempre appartenente a tale superficie. In tal senso, anche il parametro  $\chi$ , che altro non è che il *parametro di incrudimento*, subisce un'evoluzione dipendente dall'accumulo di deformazioni plastiche.

A questo punto, dopo aver introdotto i principi che stanno alla base della teoria dell'elastoplasticità, è possibile costruire le matrici di cedevolezza e rigidezza elasto-plastica. Per poter definire la matrice di cedevolezza elasto-plastica è necessario prendere in considerazione le seguenti equazioni:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p \tag{3.4}$$

$$\dot{f} = 0 \tag{3.5}$$

$$\dot{\varepsilon}^e = C\dot{\sigma} \tag{3.6}$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{\partial g}{\partial \sigma} \dot{\lambda} \tag{3.7}$$

$$\dot{\chi}^p = \frac{\partial \chi}{\partial \varepsilon^p} \dot{\varepsilon}^p \tag{3.8}$$

L'equazione (3.4) rappresenta l'additività delle deformazioni incrementali; l'equazione (3.5) si riferisce alla condizione tale per cui nonostante l'evoluzione della superficie di plasticizzazione, il punto corrispondente allo stato tensionale preso in esame deve comunque appartenere a tale superficie. Tale situazione viene designata con l'annotazione  $\dot{f} = 0$  e rappresenta la cosiddetta equazione di consistenza. L'equazione (3.6) caratterizza il comportamento elastico. Successivamente l'equazione (3.7) indica che, una volta determinato il potenziale plastico, è possibile conoscere le direzioni del vettore incrementale plastico ma non il suo modulo; per tale motivo è stato inserito il parametro  $\dot{\lambda}$ , che altro non è che il moltiplicatore plastico necessario per la determinazione del modulo del vettore della deformazione plastica incrementale. Infine, l'equazione (3.8) rappresenta l'evoluzione della funzione di plasticizzazione, in particolare, lega il parametro d'incrudimento  $\chi$  alle deformazioni plastiche.

A questo punto, sostituendo opportunamente è possibile ottenere la matrice di cedevolezza elasto-plastica; in particolare, si ottiene:

$$\dot{\varepsilon} = C\dot{\sigma} + \frac{\partial g}{\partial \sigma}\dot{\lambda} = C\dot{\sigma} + m\dot{\lambda}$$
(3.9)

avendo indicato con  $m = \partial g / \partial \sigma$  il gradiente del potenziale plastico. Adesso è necessario sviluppare l'equazione (3.5), in particolare, si può scrivere:

$$f = f(\sigma, \chi) \quad \Rightarrow \quad \dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial \chi} \dot{\chi}$$
 (3.10)

Il termine  $\partial f/\partial \sigma$  rappresenta il gradiente della funzione di plasticizzazione, e viene posto uguale alla quantità n. Inoltre, essendo f uno scalare e i termini  $\partial f/\partial \sigma$  e  $\dot{\sigma}$  dei vettori, è necessario effettuare l'operazione di trasposizione di n in modo tale da moltiplicare il vettore

riga per il vettore colonna ai fini di ottenere uno scalare.

$$\dot{f} = n^T \sigma + \frac{\partial f}{\partial \chi} \dot{\chi} \tag{3.11}$$

Allo stesso modo, sfruttando l'equazione (3.8) si può scrivere:

$$\frac{\partial f}{\partial \chi} \dot{\chi} = \frac{\partial f}{\partial \chi} \frac{\partial \chi}{\partial \varepsilon^p} \dot{\varepsilon^p}$$
(3.12)

sostituendo la (3.7) all'interno della (3.12) si ottiene:

$$\frac{\partial f}{\partial \chi} \dot{\chi} = \frac{\partial f}{\partial \chi} \frac{\partial \chi}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \dot{\lambda}$$
(3.13)

da cui si ricava:

$$\dot{f} = n^T \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial \chi} \frac{\partial \chi}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \dot{\lambda} = 0$$
(3.14)

Ponendo

$$\frac{\partial f}{\partial \chi} \frac{\partial \chi}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma} = -H \tag{3.15}$$

dove H viene definito modulo di incrudimento si ha:

$$n^T \dot{\sigma} = H \lambda \tag{3.16}$$

Pertanto, estrapolando il valore di  $\lambda$  dall'equazione (3.16) e sostituendo quest'ultimo all'interno dell'espressione (3.9), è possibile determinare il termine relativo alla matrice di cedevolezza elasto-plastica, prendendo ovviamente come riferimento il legame costitutivo elasto-plastico diretto  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}(\sigma)$ :

$$\dot{\varepsilon} = C\dot{\sigma} + m\frac{n^T\dot{\sigma}}{H} = \left(C + \frac{mn^T}{H}\right)\dot{\sigma}$$
(3.17)

in definitiva, la matrice di cedevolezza elasto-plastica risulta essere uguale a:

$$C^{ep} = C + \frac{mn^T}{H} \tag{3.18}$$

$$\dot{\varepsilon} = C^{ep} \dot{\sigma} \tag{3.19}$$

In questo modo è stato dimostrato quanto precedentemente affermato, ovvero che oltre il limite elastico il materiale diventa più cedevole; infatti alla matrice di cedevolezza elastica si aggiunge un ulteriore contributo.

A questo punto, per completezza, è possibile caratterizzare la matrice di rigidezza elastoplastica sfruttando il legame inverso, ovvero quel legame tale per cui noto il valore  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}(\dot{\sigma})$ si vuole determinare  $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}(\dot{\varepsilon})$ . Pertanto, dall'espressione (3.9), l'obiettivo iniziale è quello di isolare il termine  $\dot{\sigma}$ , in particolare, si moltiplica ambo i membri per  $C^{-1} = D$ , la quale rappresenta la matrice di rigidezza:

$$\dot{\sigma} = D\dot{\varepsilon} - Dm\dot{\lambda} \tag{3.20}$$



Figura 3.4: Significato geometrico del modulo di incrudimento.

Adesso si impone la condizione di consistenza f = 0 in modo tale da ricavare il termine  $\lambda$ :

$$f = n^T \dot{\sigma} - H\dot{\lambda} = 0 = n^T D\dot{\varepsilon} - n^T D m\dot{\lambda} - H\dot{\lambda} = 0$$
(3.21)

$$\dot{\lambda} = \frac{n^T D\dot{\varepsilon}}{H + n^T Dm} \tag{3.22}$$

Sostituendo il valore di  $\lambda$  all'interno dell'equazione (3.20), si ottiene:

$$\dot{\sigma} = D\dot{\varepsilon} - Dm \frac{n^T D\dot{\varepsilon}}{H + n^T Dm} = \left(D - \frac{Dmn^T D}{H + n^T Dm}\right)\dot{\varepsilon}$$
(3.23)

in definitiva la matrice di rigidezza elasto-plastica risulta essere la seguente:

$$D^{ep} = D - \frac{Dmn^T D}{H + n^T Dm}$$
(3.24)

$$\dot{\sigma} = D^{ep} \dot{\varepsilon} \tag{3.25}$$

L'espressione (3.24) conferma quanto analizzato in precedenza, e cioè nel momento in cui il materiale si trova in corrispondenza del tratto elasto-plastico, questo risulta essere meno rigido in quanto dal diagramma sforzi-deformazioni le pendenze dei due tratti non sono le medesime. Ciò è dimostrato dal fatto che alla matrice di rigidezza elastica viene detratta una quota pari a  $Dmn^TD/(H + n^TDm)$ .

In definitiva, nell'ultima parte del seguente paragrafo ci si focalizza sul significato fisico e geometrico del modulo di incrudimento e, in particolare, sul ruolo che quest'ultimo manifesta nei confronti di tutti gli aspetti dell'elasto-plasticità in generale. Come già detto in precedenza, il modulo del vettore incremento di deformazione plastica viene individuato attraverso una legge di evoluzione della superficie di plasticizzazione, detta *legge di incrudimento*, la quale deve necessariamente avvenire nel rispetto della legge di consistenza ( $\dot{f} = 0$ ). Per comprendere quanto più possibile il significato del modulo di incrudimento, si riportano in figura 3.4 due grafici sforzi-deformazioni: In particolare, nel grafico di destra si riporta sull'asse delle ascisse soltanto l'aliquota di deformaziona plastica, senza quindi considerare la componente di deformazione totale. Pertanto, il modulo di incrudimento assume lo stesso significato del modulo elastico per un materiale perfettamente elastico. In particolare, tale modulo altro non è che il rapporto tra l'incremento di tensione e l'incremento di deformazione calcolati in corrispondenza del tratto plastico. Si supponga per semplicità di volere determinare il comportamento di un materiale avente comportamento bilineare in condizioni monodimensionali. L'espressione della matrice di rigidezza elasto-plastica si riduce pertanto ad uno scalare

$$D^{ep} = E - \frac{Esgn(\dot{\sigma})sgn(\dot{\sigma})E}{H + sgn(\dot{\sigma})Esgn(\dot{\sigma})}$$
(3.26)

L'equazione (3.26) fa riferimento alla condizione tale per cui la derivata del potenziale plastico coincide con la derivata della funzione di plasticizzazione. Pertanto, tale situazione corrisponde ad una legge di flusso di tipo associato.

$$n = \frac{\partial f}{\partial \sigma} = sgn(\dot{\sigma}) = \frac{\partial g}{\partial \sigma} = m \tag{3.27}$$

Il modulo di incrudimento può essere espresso nel modo seguente:

$$H = -\frac{\partial f}{\partial \chi} \frac{\partial \chi}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma} = -\frac{\partial f}{\partial \sigma_y} \frac{\partial \sigma_y}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma} = -(-ksgn(\dot{\varepsilon}^p)sgn(\dot{\sigma})) = k$$
(3.28)

Il parametro  $\chi$  risulta essere uguale a  $\sigma_y$  in quanto rappresenta il parametro che governa l'evoluzione delle deformazioni plastiche. Sostituendo la (3.28) nella (3.26) si ricava il valore della pendenza del tratto elasto-plastico in funzione del modulo di incrudimento:

$$D^{ep} = E - \frac{Esgn(\dot{\sigma})sgn(\dot{\sigma})E}{k + sgn(\dot{\sigma})Esgn(\dot{\sigma})} = E - \frac{E^2}{K + E}$$
(3.29)

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{EH}{E+H} \tag{3.30}$$

Da ciò si evince che nel momento in cui H = 0 anche la pendenza del tratto plastico è nulla  $(\Delta \sigma / \Delta \varepsilon = 0)$ , e di conseguenza il comportamento del materiale risulta essere elastico perfettamente plastico.

Dopo aver trattato gli aspetti principali rappresentativi la teoria dell'elasto-plasticità, si passa nei prossimi paragrafi alla formulazione del modello d'interfaccia andando a determinazione il potenziale plastico, la superficie di plasticizzazione e la legge di incrudimento relativi all'interfaccia già analizzata nel capitolo precedente.

#### 3.3 Potenziale plastico

Per le tipologie di prove che sono state eseguite sull'interfaccia tra sabbia di Toyoura ed una piastra metallica costituita da una superficie d'alluminio, il potenziale plastico è definito in termini di tensioni d'interfaccia. In particolare, nel caso in esame l'interfaccia risulta essere caricata in condizioni bidimensionali, per cui le relazioni che legano il potenziale plastico con
le componenti degli spostamenti plastici incrementali sono:

$$\dot{u}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_n} \qquad \dot{w}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \tau}$$
(3.31)

dove  $\dot{u}^p e \dot{w}^p$  sono le aliquote di spostamento plastico all'interfaccia lungo la direzione normale e tangenziale l'interfaccia medesima, mentre  $\dot{\lambda}$  rappresenta il moltiplicatore plastico. Inoltre, definendo la dilatanza del terreno come il rapporto tra l'incremento di spostamento nella direzione orizzontale e l'aliquota incrementale di spostamento tangeziale:

$$D = \frac{\dot{u}^p}{\dot{w}^p} \tag{3.32}$$

e per l'ortogonalità del vettore incrementale di spostamento plastico rispetto al potenziale plastico (vedi figura 3.3) si ottiene:

$$D = -\frac{d\tau}{d\sigma_n} \tag{3.33}$$

Successivamente, definendo il rapporto di tensione come:

$$\eta = \frac{\tau}{\sigma_n} \tag{3.34}$$

e derivando quest'ultimo rispetto al valore di tensione  $\sigma_n$  si ricava:

$$\frac{d\eta}{d\sigma_n} = \frac{d}{\sigma_n} \left(\frac{\tau}{\sigma_n}\right) = \frac{1}{\sigma_n} \frac{d\tau}{d\sigma_n} - \frac{\tau}{\sigma_n^2} = \frac{1}{\sigma_n} \left(\frac{d\tau}{d\sigma_n} - \frac{\tau}{\sigma_n}\right) = \frac{1}{\sigma_n} \left(\frac{d\tau}{d\sigma_n} - \eta\right)$$
(3.35)

$$\frac{d\eta}{d\sigma_n} = \frac{1}{\sigma_n} \left( -D - \eta \right) \quad \Rightarrow \quad \frac{d\eta}{d\sigma_n} = -\frac{1}{\sigma_n} \left( D + \eta \right) \tag{3.36}$$

$$\frac{d\eta}{D+\eta} = -\frac{d\sigma_n}{\sigma_n} \tag{3.37}$$

L'equazione (3.37) ha validità generale e, in particolare, può essere integrata una volta conosciuta la relazione che sussiste tra  $D \in \eta$ .

La figura 3.5 mostra l'andamento della dilatanza del terreno in funzione del rapporto di tensione per una prova d'interfaccia eseguita nelle condizioni di densità relativa del terreno DR = 85% e nelle condizioni di tensione normale iniziale e rigidezza applicata rispettivamente pari a 150 kPa e 0 kPa/mm. In particolare, dal grafico riportato in figura 3.5 è possibile osservare due differenti andamenti, schematizzabili da linee. In particolare, il primo andamento risulta essere variabile da piccoli valori positivi di dilatanza sino al punto di picco della prova, ossia il punto corrispondente ai massimi valori del rapporto di tensione e dilatanza ( $\eta_p$ ,  $D_{max}$ ); il secondo andamento, invece, è variabile dal punto di picco della prova sino alla condizione corrispondente ad un valore nullo di dilatanza (D = 0) ed un valore ultimo del rapporto di tensione  $\eta_c$ . Tuttavia, per determinare l'andamento del potenziale plastico relativo al modello oggetto di studio, è necessario integrare la relazione (3.37) andando a ricercare un'espressione analitica, che leghi il parametro di dilatanza con il rappoto di tensione (legge tensioni-dilatanza), in grado di rappresentare quanto più possibile il comportamento osservato in figura 3.5. Pertanto, l'espressione più rappresentativa che simula



Figura 3.5: Relazione rapporto di tensione-dilatanza di una prova di taglio diretto d'interfaccia eseguita in condizioni CNL su una sabbia di Toyoura.

tale andamento risulta essere:

$$\eta = aD + b \quad \Rightarrow \quad D = \frac{\eta - b}{a}$$
 (3.38)

La relazione tensioni-dilatanza determinata è simile a quella del modello Cam Clay, e differisce da quest'ultima soltanto per i diversi valori di pendenza ( $a \neq 1$ ). A questo punto è possibile ricavare l'equazione del potenziale plastico del modello analizzato integrando l'espressione ottenuta dalla sostituzione della (3.38) all'interno della (3.37):

$$\frac{d\eta}{\underline{\eta - b + a\eta}} = -\frac{d\sigma_n}{\sigma_n} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\eta}{\underline{\eta (1 + a)}} = -\frac{d\sigma_n}{\sigma_n} \tag{3.39}$$

$$\ln [\eta (1+a) - b] = -\frac{1+a}{a} \ln \sigma_n + C$$
(3.40)

$$\eta (1+a) - b = \exp(C) \sigma_n^{-\frac{1+a}{a}} = C_1 \sigma_n^{-\frac{1+a}{a}}$$
(3.41)

La costante  $C_1$  viene determinata imponendo delle opportune condizioni al contorno, e cioè che per  $\eta = b$  si ha D = 0 per una tensione  $\sigma_n = \sigma_c$ :

$$C_{1} = -\frac{b(1+a) - b}{\sigma_{c}^{-\frac{1+a}{a}}} = ab\left(\frac{1}{\sigma_{c}}\right)^{-\frac{1+a}{a}}$$
(3.42)

$$\eta = \frac{b}{1+a} \left[ 1 + a \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right)^{-\frac{1+a}{a}} \right]$$
(3.43)



Figura 3.6: Potenziale plastico del modello.

Pertanto, l'equazione del potenziale plastico diventa:

$$g = \tau - \frac{b}{1+a}\sigma_n \left[ 1 + a \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c}\right)^{\frac{1+a}{a}} \right] = 0$$
(3.44)

che è esattamente il potenziale plastico formulato da Nova e Wood (1979) ed utilizzato in Boulon e Nova (1990). Il valore della tensione normale  $\sigma_c$  si ottiene facilmente prendendo in considerazione le espressioni (3.38) e (3.43). In particolare, sviluppando quest'ultima equazione si ricava:

$$\eta \frac{(1+a)}{b} = 1 + a \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c}\right)^{-\frac{1+a}{a}}$$
(3.45)

ed effettuando le opportune sostituzioni si perviene alla definizione di  $\sigma_c$ :

$$\sigma_c = \sigma_n \left(\frac{\eta + D}{b}\right)^{\frac{a}{1+a}} \tag{3.46}$$

Il potenziale plastico del modello teorico d'interfaccia è rappresentato in figura 3.6. Tuttavia, sebbene l'equazione che descrive il potenziale plastico è unica, i parametri coinvolti nella sua definizione variano a seconda della legge di incrudimento utilizzata. In particolare, la relazione tensioni-dilatanza può assumere due differenti tipologie di forma, diventando così:

$$\eta = a_1 d + b_1$$
 condizione di hardening  
 $\eta = a_2 d + b_2$  condizione di softening
(3.47)

Come si può osservare dal diagramma  $\eta - D$  riportato in figura 3.5, le due rette convergono in un punto rappresentato dalla condizione di picco avente coordinate  $(D_{max}, \eta_p)$ . Pertanto,



Figura 3.7: Potenziale plastico del modello in condizioni di rottura al variare della relazione tensioni dilatanza.

in corrispondenza del punto relativo al massimo valore del rapporto di tensione, i potenziali plastici calcolati nelle condizioni di hardening e softening risultano essere tangenti (figura 3.7).

### 3.4 Funzione di plasticizzazione

La determinazione della funzione di plasticizzazione rappresenta un tassello estremamente delicato per la definizione di un qualsiasi modello costitutivo elasto-plastico che rappresenti quanto più possibile il comportamento di un qualsivoglia tipo di terreno. Tuttavia, l'indagine sperimentale sulla determinazione dell'evoluzione della superficie di snervamento risulta essere abbastanza dispendiosa sia in termini di tempo che in termini di risorse, in quanto tale obiettivo richiede l'impiego di un elevato numero di prove sperimentali (Nova e Wood, 1978).

Come già detto più volte, l'obiettivo principale della seguente tesi è rappresentato dalla formulazione di un modello elasto-plastico d'interfaccia. Pertanto, per ricavare la superficie di plasticizzazione di tale modello, sulla base delle prove sperimentali di taglio diretto analizzate nel capitolo precedente, si riportano all'interno di un diagramma delle tensioni  $\tau - \sigma_n$  i risultati sperimentali derivanti dalle prove di taglio diretto d'interfaccia eseguite in condizioni CNL e CNS, cercando di individuare una funzione matematica in grado di descrivere quanto meglio il trend dei punti sperimentali. Nel caso in esame, si è voluto semplificare il più possibile l'espressione della superficie di plasticizzazione che viene definita come

$$f = \tau - \alpha \sigma_n \tag{3.48}$$

dove  $\alpha$  rappresenta la funzione di incrudimento, ovvero la variazione dell'apertura del cono



Figura 3.8: Confronto tra l'inviluppo di rottura dei dati sperimentali e la superficie di plasticizzazione teorica. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), piastra d'alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).

espresso dalla (3.48). Per tracciare l'inviluppo di rottura teorico è necessario ricavare il valore del parametro  $\alpha_p$ , il quale risulta essere uguale a:

$$\alpha_p = \alpha_c - r_d D_{max} \tag{3.49}$$

dove  $\alpha_c$  rappresenta il rapporto di tensione calcolato nelle condizioni ultime,  $r_d$  è un parametro del modello ed infine  $D_{max}$  rappresenta la dilatanza massima la cui espressione viene definita nel modo seguente:

$$D_{max} = \mu \sigma_{n0} + \nu \tag{3.50}$$

In particolare  $\mu \in \nu$  sono i parametri del modello teorico ottenuti per mezzo di una regressione lineare dei dati sperimentali. In figura 3.8 è possibile osservare il confronto tra i dati sperimentali ottenuti dalle diverse condizioni di rigidezza normale imposta, che rappresentano l'inviluppo di rottura sperimentale, e la superficie di plasticizzazione teorica, cioè quella funzione ottenuta dall'implentazione del modello teorico<sup>2</sup>.

Dalla figura 3.8 si evince che i dati sperimentali approssimano abbastanza bene l'inviluppo teorico. In particolare, quest'ultimo assume un andamento curvilineo sino alla condizione in cui la dilatanza massima assume valori nulli. Pertanto, da questa situazione in avanti si impone sempre un valore della dilatanza massima uguale a zero  $(D_{max})$ , e conseguentemente la superficie di plasticizzazione assume un andamento lineare in quanto sono state raggiunte le condizioni di volume costante. A tal proposito nella figura 3.9 è possibile distinguere due forme, una prima curvilinea relativa alla variazione del parametro di picco  $\alpha = \alpha_p$  in funzione della dilatanza massima  $D_{max}$ , ed una seconda fase corrispondente alla condizione

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>La derivazione della superficie di plasticizzazione e di tutte le altre caratteristiche del modello, nonché la calibrazione dei parametri, saranno trattate con maggiore dettaglio nel capitolo successivo.



Figura 3.9: Variazione della superficie di plasticizzazione in funzione rispettivamente delle condizioni di picco e a volume costante del terreno.

a volume costante in cui  $\alpha = \alpha_c$ .

Una volta fissata la superficie di plasticizzazione è necessario identificare la funzione di incrudimento  $\alpha$ , essenziale per definire l'evoluzione della superficie di plasticizzazione medesima. A tal proposito, il problema principale risiede nella determinazione del parametro di incrudimento, il quale può essere determinato effettuando delle opportune considerazioni. In particolare, se si lega il parametro di incrudimento allo spostamento tangenziale plastico  $(\alpha - w^p)$  si nota una variazione dell'inviluppo a rottura teorico non soddisfacente, generando una dissonanza con i risultati derivanti dalle prove sperimentali condotte alle diverse condizioni di rigidezza normale imposta. Pertanto, la soluzione più congeniale, corrispondente ad un andamento più regolare possibile e indipendente dal percorso dei carichi, risulta essere quella di associare il parametro di incrudimento allo spostamento normalizzato  $(w_n)$ , dove quest'ultimo risulta essere definito come:

$$w_n = \frac{w^p}{w_p} \tag{3.51}$$

cioè come il rapporto tra lo spostamento tangenziale plastico e lo spostamento tangenziale di picco  $(w_p)$ , cioè quello corrispondente al valore del massimo rapporto di tensione  $\eta_p$ .

### 3.5 Legge di incrudimento

La legge di incrudimento, come già detto in precedenza, definisce l'espansione (o contrazione) della funzione di plasticizzazione, la quale risulta essere quindi controllata dalla crescita (o riduzione) del valore  $\alpha$  assunto dalla funzione di incrudimento.

In figura 3.10 è riportata la variazione del parametro  $\alpha$  in funzione dello spostamento normalizzato  $w_n$ . In particolare, si può osservare che la funzione di incrudimento rivela un



Figura 3.10: Andamento del parametro  $\alpha$  in funzione dello spostamento normalizzato  $w_n$  per un fissato valore della tensione normale iniziale  $\sigma_{n0}$ .

andamento crescente sino ad un punto di picco, corrispondente sempre ad un valore unitario di spostamento normalizzato ( $w_n = 1$ ) indipendentemente da quale sia il valore di tensione normale iniziale applicata  $\sigma_{n0}$ . Dopodiché, superato tale punto, il valore di  $\alpha$  si riduce progressivamente sino a raggiungere una condizione asintotica.

Tuttavia, è fondamentale precisare che per differenti valori di tensione normale iniziale, il grafico riportato in figura 3.10 subisce delle variazioni. Per questo motivo si riporta in figura 3.11 la variazione del parametro di incrudimento in funzione dello spostamento normalizzato, ma questa volta per diversi valori di tensione  $\sigma_{n0}$ . Da ciò si evince che per bassi livelli tensionali il grafico mostra una netta distinzione tra la condizione di picco e quella a volume costante. Successivamente, per incrementi sempre maggiori del valore di tensione normale iniziale, si desume un appiattimento progressivamente maggiore della curva, evidenziando una situazione asintotica corrispondente alla condizione a volume costante. Tutto ciò è strettamente collegato a quanto detto nel paragrafo precedente a proposito della superficie di plasticizzazione, ossia che tutto è governato dalla tensione normale applicata, la quale produce una variazione della dilatanza massima che produce a sua volta una variazione legata al valore di picco  $\alpha_p$ .

L'andamento della funzione  $\alpha(w_n)$  può essere adeguatamente descritta attraverso la seguente espressione matematica:

$$\alpha(w_n) = \phi_1 \phi_2 + \alpha_c \tag{3.52}$$

 $\operatorname{con} \phi_1 \in \phi_2$  uguali a:

$$\phi_1 = \alpha_c \left[ (\omega w_n + 1)^{\psi} - 2 \right] \qquad \phi_2 = \exp\left( -c_1 w_n^{c_2} \right) \tag{3.53}$$

dove  $\alpha_c$ ,  $\omega \in \psi$  rappresentano i parametri del modello, mentre  $c_1$  ed  $c_2$  sono due parametri



Figura 3.11: Variazione del parametro  $\alpha$  in funzione dello spostamento normalizzato  $w_n$  e al variare della tensione normale iniziale  $\sigma_{n0}$ .

ottenuti dalle condizioni al contorno imposte alla funzione  $\alpha(w_n)$ . Le equazioni delle funzioni di plasticizzazione calcolate rispettivamente nelle condizioni di rottura e ultime sono date dalle seguenti espressioni:

$$\tau_p = \alpha_p \sigma_n \qquad \tau_c = \alpha_c \sigma_n \tag{3.54}$$

dove  $\alpha_p$  e  $\alpha_c$  sono i valori della funzione di incrudimento calcolati relativamente alla condizione di picco e asintotica. In definitiva le costanti  $c_1$  e  $c_2$  sono ottenute imponendo che per uno spostamento normalizzato unitario ( $w_n = 1$ ), la tangente passante per il punto corrispondente ad  $\alpha_p$  risulta essere nulla, in particolare:

$$\alpha(w_n = 1) = \alpha_p \qquad \frac{d\alpha}{dw_n}(w_n = 1) = 0 \tag{3.55}$$

da cui si ottiene:

$$c_{1} = \ln \left\{ \frac{\alpha_{c}}{\alpha_{p} - \alpha_{c}} \left[ (\omega + 1)^{\psi} \right] - 2 \right\}$$

$$c_{2} = \frac{\alpha_{c}}{\alpha_{p} - \alpha_{c}} \frac{\omega\psi}{c_{1} \exp(L)} (\omega + 1)^{\psi - 1}$$
(3.56)

### **3.6** Comportamento elastico

Per definire un modello elasto-plastico risulta essenziale la conoscenza delle caratteristiche elastiche del terreno nella zona d'interfaccia. Dato che le variabili utilizzate sono gli spostamenti, e non le deformmazioni, è necessario attribuire alla matrice di rigidezza, delle componenti che fanno riferimento rispettivamente alla rigidezza normale  $K_n^e$  e tangenziale  $K_s^e$  piuttosto che ai moduli di elasticità longitudinale e tangenziale del terreno. In particolare, gli incrementi di tensione risultano essere legati agli incrementi di spostamento per mezzo della seguente espressione:

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n \\ \dot{\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n^e & 0 \\ 0 & K_s^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}^e \\ \dot{w}^e \end{bmatrix}$$

Le prove di taglio diretto d'interfaccia non consentono la determinazione diretta dei valori relativi alle rigidezze lungo la direzione normale e tangenziale la zona d'interfaccia. Per tale motivo si può semplificare il problema assumendo l'ipotesi di *elasticità lineare*. Pertanto, la rigidezza di taglio risulta essere uguale alla rigidezza normale a meno di una costante:

$$K_s^e = C_K K_n^e \tag{3.57}$$

È opportuno specificare che la scelta delle costanti elastiche del modello non influenzano in modo significativo la risposta d'interazione terreno-struttura, e questo lo si potrà osservare nel prossimo capitolo quando ci si focalizzerà sulla calibrazione dei parametri del modello.

# Capitolo 4

# Validazione del modello

### 4.1 Calibrazione dei parametri costitutivi

Dopo avere impostato la struttura del modello, si procede con la calibrazione dei parametri e successivamente con la validazione del modello teorico per verificare se i parametri determinati siano tali da produrre simulazioni soddisfacenti dei risultati ottenuti dalle diverse prove sperimentali condotte in condizioni di tensione normale costante (CNL) e rigidezza normale imposta (CNS). In termini generali, è opportuno che il numero dei parametri dei modelli sia limitato e che la procedura per la loro derivazione sia la più semplice possibile.

La determinazione dei parametri del modello elasto-plastico d'interfaccia oggetto di questa tesi si è basata sull'utilizzo delle sole prove sperimentali condotte in condizioni CNL. Pertanto, sono state prese in considerazione le prove di taglio diretto d'interfaccia eseguite con un valore nullo di rigidezza applicata e dei valori di tensione normale iniziale  $\sigma_{n0}$  rispettivamente pari a 50, 150 e 300 kPa. Inoltre, il modello fa riferimento soltanto alle condizioni di carico monotono, senza quindi considerare la risposta ciclica manifestata dalla zona d'interfaccia. Ovviamente tanto maggiore sarà il numero delle prove impiegate per la derivazione dei parametri quanto maggiore sarà l'affidabilità del modello, nonché la rispondenza tra i risultati ottenuti dalle prove sperimentali e i risultati derivanti dalla validazione del modello medesimo.

In definitiva nell'ultima parte del seguente capitolo è presentato un confronto delle variabili maggiormente significative verificando così la validità del modello d'interfaccia utilizzato per esaminare le problematiche connesse all'analisi d'interazione terreno-struttura.

#### 4.1.1 Comportamento elastico

Come specificato nel capitolo precedente, la scelta dei parametri elastici non influenza in alcun modo il comportamento predetto dal modello. Pertanto, tali parametri vengono fissati facendo riferimento ad un ragionevole ordine di grandezza. La rigidezza normale elastica  $K_n^e$  corrisponde al rapporto tra lo spessore della zona d'interfaccia *s* e il modulo edometrico del terreno analizzato in un ciclo di carico-scarico  $M_{ur}$ . Successivamente, viene assunta una rigidezza di taglio elastica  $K_s^e$  pari alla metà di quella normale.



Figura 4.1: Legge di flusso ideale del modello.

#### 4.1.2 Potenziale plastico

La figura 3.5 riportata nel capitolo precedente mostra i risultati ottenuti da una prova d'interfaccia, evidenziando la variabilità del parametro di dilatanza e l'annullamento di quest'ultimo in corrispondenza di due diversi valori del rapporto di tensione. Ciò implica che la condizione relativa ad un valore nullo di dilatanza  $(\dot{u}^p/\dot{w}^p = 0)$  è raggiunta per due diverse quantità del rapporto di tensione  $\eta$  corrispondenti rispettivamente alle condizioni di hardening e stato critico della prova.

Pertanto, per ricavare il potenziale plastico del modello è necessario determinare i parametri di una funzione che rappresentino, nella maniera più accurata possibile, la legge di flusso del materiale sottoposto a prova. A tal proposito, si riporta in figura 4.1 il grafico ideale della legge di flusso del materiale, che riproduce il comportamento manifestato da parte del materiale medesimo durante l'esecuzione di una prova di taglio diretto d'interfaccia. Per il tracciamento di tale grafico è necessario riportare l'equazione di due rette imponendo delle opportune condizioni al contorno; in particolare, le rette riportate nel grafico di figura 4.1 presentano le stesse espressioni di quelle riportate in (3.47) :

$$\eta_1 = a_1 D + b_1 \eta_2 = a_2 D + b_2$$
(4.1)

dove  $a_1, a_2, b_1$  e  $b_2$  rappresentano le pendenze e le intercette calcolate nel piano  $D - \eta$ , una volta stabilite le condizioni di seguito riportate:

1. nella prima condizione, dopo aver posto il rapporto di tensione uguale a zero, si ottiene

un valore positivo di dilatanza pari a  $(-b_1/a_1)$ ;

$$\eta = 0 \qquad \Rightarrow \qquad D = -\frac{b_1}{a_1};$$
(4.2)

2. quando si raggiungono le condizioni di picco, ossia per  $\eta = \eta_p$ , la dilatanza assume il suo valore massimo. In particolare, tale situazione è comune ad entrambe le condizioni di hardening e softening;

$$\eta = \eta_p \implies D = D_{max}$$
  
$$\eta_p = a_1 D_{max} + b_1 = a_2 D_{max} + b_2$$
(4.3)

3. l'ultima condizione è quella tale per cui la dilatanza assume un valore nullo nel momento in cui il rapporto di tensione raggiunge la condizione ultima (ossia  $\eta = \eta_c$ ):

$$\eta = \eta_c \qquad \Rightarrow \qquad D = 0 \tag{4.4}$$

Dopo aver fissato le precedenti condizioni è possibile derivare, per pura considerazione geometrica, tutti i coefficienti che descrivono la legge di flusso dell'interfaccia:

$$a_{1} = \frac{\eta_{p} - \rho \eta_{c}}{D_{max}} \qquad b_{1} = \rho \eta_{c}$$

$$a_{2} = \frac{\eta_{p} - \eta_{c}}{D_{max}} \qquad b_{2} = \eta_{c}$$

$$(4.5)$$

Di conseguenza, dopo aver ottenuto i seguenti coefficienti, si può tranquillamente eseguire un'operazione di sostituzione di questi ultimi all'interno delle equazioni 3.44 riportate nel capitolo precedente, in modo tale da determinare la funzione del potenziale plastico.

Successivamente, dopo aver ricavato l'espressione del potenziale plastico si passa all'obiettivo principale dell'analisi di questo capitolo, e cioé la calibrazione dei parametri del modello costitutivo d'interfaccia tra terreno e struttura. In particolare, per la determinazione del primo parametro del modello teorico,  $(\rho)$ , è necessario far riferimento al grafico di figura 4.2, all'interno del quale vengono riportati i punti sperimentali caratterizzanti l'andamento della dilatanza in funzione del rapporto di tensione per una prova d'interfaccia esguita in condizioni CNL. Inoltre, in figura 4.2 vengono anche tracciate le rette riportate nell'espressione (4.1) con i coefficienti ((4.5)) calcolati in funzione della prova da analizzare. Tuttavia, dato che per il processo di derivazione dei parametri sono state prese in considerazione soltanto le prove condotte in condizioni di tensione normale costante (CNL), e cioé quelle prove corrispondenti ad un valore di rigidezza normale imposta pari a K = 0 kPa/mm, si otterranno di conseguenza tanti grafici, analoghi a quelli riportati in figura 4.2, per quante sono le prove CNL analizzate. Pertanto, il parametro del modello  $\rho$  può essere ottenuto effettuando un'operazione di media tra i valori  $b_1/\eta_c$  osservati nelle *n* prove impiegate per la derivazione dei coefficienti necessari per la costruzione del potenziale plastico:

$$\rho = \sum_{i=1}^{n} \frac{(b_1/\eta_c)_i}{n}$$
(4.6)



Figura 4.2: Rispondenza della legge di flusso tra i dati sperimentali e le predizioni del modello.

Successivamente, è possibile dedurre che la dilatanza massima risulta essere il parametro che influenza maggiormente il comportamento della zona d'interfaccia. Tuttavia, tale parametro, oltre a dipendere dallo stato tensionale, dipende anche dal percorso di carico. Per tale motivo il valore di dilatanza massima può essere corretto introducendo un parametro di riduzione, ossia:

$$D_{max} = D_{max}^* \frac{\sigma_{n0}}{\sigma_n} \qquad \sigma_n \ge \sigma_{n0} \tag{4.7}$$

dove  $D_{max}^*$  rappresenta il valore di dilatanza massima ottenuto dalle prove di taglio diretto d'interfaccia CNL. Pertanto, in figura 4.3 si riporta l'andamento della dilatanza massima  $D_{max}^*$  al variare della tensione normale a rottura  $\sigma_{n0}$ . In particolare, dal seguente grafico si può osservare una dipendenza lineare, attraverso la quale è possibile derivare, per regressione lineare dei dati sperimentali, altri due importanti parametri del modello ( $\mu \in \nu$ ):

$$D_{max}^* = \mu \sigma_n + \nu \tag{4.8}$$

Successivamente, sostituendo la (4.8) nella (4.7) si ottiene l'espressione relativa alla dilatanza massima da inserire all'interno del modello:

$$D_{max} = (\mu \sigma_n + \nu) \frac{\sigma_{n0}}{\sigma_n} \tag{4.9}$$

da cui è possibile ricavare:

$$\frac{D_{max}}{\sigma_{n0}} = \mu + \frac{\nu}{\sigma_n} \tag{4.10}$$

Di conseguenza, in accordo all'equazione (4.7), la dilatanza massima  $D_{max}$  normalizzata rispetto alla tensione normale inizale  $\sigma_{n0}$ , presenta un andamento iperbolico se diagrammata in funzione della tensione normale a rottura  $\sigma_{np}$ . A tal proposito, in figura 4.4 è illustrata



Figura 4.3: Derivazione dei parametri  $\mu \in \nu$  del modello.

un'ottima rispondenza tra i diversi dati sperimentali a rottura, prendendo in considerazione tutti i valori di rigidezza normale K investigati, e la curva teorica ottenuta utilizzando i parametri  $\mu \in \nu$  del modello ricavati dalla regressione lineare precedentemente effettuata. Da ciò si evince che la calibrazione di questi due parametri risulta essere idonea, in quanto tende a cogliere abbastanza bene il comportamento sperimentale dell'interfaccia.

Un altro parametro da inserire all'interno del modello è rappresentato da  $r_d$ , il quale è ottenuto per mezzo della seguente espressione:

$$r_d = \frac{\alpha_c - \alpha_p}{D_{max}} \tag{4.11}$$

Ovviamente nel caso in esame possono essere ricavati soltanto tre valori del parametro  $r_d$  per i motivi precedentemente descritti. Di conseguenza, il parametro definitivo da inserire all'interno del modello risulta essere dato dall'operazione di media dei tre valori ricavati. Infine, per verificare l'adeguatezza dei parametri, e quindi l'efficacia del modello, occorre confrontare le diverse risposte sperimentali manifestate nella zona d'interfaccia tra terreno e struttura con quelle predette dal modello medesimo<sup>1</sup>.

#### 4.1.3 Superficie di plasticizzazione e legge di incrudimento

Il primo passo da seguire per la derivazione della superficie di plasticizzazione, e conseguentemente la sua evoluzione nel tempo, è rappresentato dalla valutazione dello spostamento tangenziale normalizzato. Tale spostamento risulta essere data dal rapporto tra lo spostamento plastico calcolato lungo la direzione tangenziale e lo spostamento tangenziale di

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Le seguenti considerazioni verranno affrontate più avanti quando si analizzerà il confronto vero e proprio tra i risultati sperimentali e quelli ottenuti dalla validazione del modello.



Figura 4.4: Confronto tra i dati sperimentali a rottura e la curva teorica. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugsità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ .

picco:

$$w_n = \frac{w^p}{w^p} \tag{4.12}$$

In particolare, la componente  $w^p$  altro non è che la differenza tra lo spostamento tangenziale w e lo spostamento di taglio elastico  $w^e = \tau/K_s$ :

$$w^p = w - w^e = w - \frac{\tau}{K_s} \tag{4.13}$$

Avendo analizzato, ai fini della calibrazione dei parametri del modello, soltanto tre prove condotte in condizioni di tensione normale costante CNL, si possono ricavare conseguentemente tre serie di valori dello spostamento normalizzato  $w_n$ . In figura 4.5 è possibile osservare la variazione dello spostamento tangenziale di picco in funzione della tensione normale a rottura  $\sigma_{np}$ , in modo tale da ricavare, per mezzo di una regressione lineare dei dati sperimentali, i parametri da introdurre nell'implementazione del modello teorico d'interfaccia. L'equazione di tale retta può essere espressa come:

$$w^p = \xi \sigma_n + \zeta \tag{4.14}$$

dove  $\xi \in \zeta$  rappresentano rispettivamente la pendenza e l'intercetta della retta presa in esame.

Successivamente, per derivare i parametri della legge di incrudimento del modello, rappresentata dall'espansione (o contrazione) della superficie di plasticizzazione, è necessario analizzare l'espressione di seguito riportata:

$$\alpha = \alpha_c \left[ (\omega w_n + 1)^{\psi} - 2 \right] \exp\left( -c_1 w_n^{c_2} \right) + \alpha_c$$
(4.15)

la quale è stata definita da Mortara (2001). I parametri  $c_1 \in c_2$  vengono ricavati imponendo



Figura 4.5: Derivazione dei parametri  $\xi$  <br/>e $\zeta$  del modello.



Figura 4.6: Raffronto tra curve sperimentali e curva teorica per la calibrazione dei parametri  $\omega$  e  $c^{\psi}$  del modello.

Comportamento elastico	
$K_n^e$	10
$K_s^e$	5
Potenziale plastico	
$\mu$	0.064
ν	-0.137
ρ	0.533
Superficie di plasticizzazione e legge di incrudimento	
$r_d$	0.634
ξ	4.305
ζ	0.853
ω	150
$c_{\psi}$	1.03

Tabella 4.1: Parametri del modello d'interfaccia  $(DR = 85\%, R_{max} = 28\mu m)$ 

la condizione di tangenza orizzontale in corrispondenza del punto di picco della funzione  $\alpha$ , corrispondente ad un valore unitario dello spostamento tangenziale normalizzato ( $w_n = 1$ ):

$$c_{1} = \ln \left\{ \frac{\alpha_{c}}{\alpha_{p} - \alpha_{c}} \left[ (\omega + 1)^{\psi} \right] - 2 \right\}$$

$$c_{2} = \frac{\alpha_{c}}{\alpha_{p} - \alpha_{c}} \frac{\omega\psi}{c_{1} \exp(L)} (\omega + 1)^{\psi - 1}$$
(4.16)

La variabile  $\psi$  risulta essere ottenuta imponendo la condizione tale per cui l'argomento del logaritmo naturale, riportato nella (4.16), deve essere necessariamente maggiore di zero.

$$\psi = c_{\psi} \frac{\ln\left(\frac{\alpha_p + \alpha_c}{\alpha_c}\right)}{\ln(\omega + 1)} \tag{4.17}$$

Pertanto, gli unici parametri da derivare sono  $\omega e c_{\psi}$ , i quali possono essere ottenuti facendo in modo che la curva teorica  $(\alpha/\alpha_c - w_n)$  approssimi, quanto più possibile, le curve sperimentali  $(\eta/\eta_c - w_n)$  ottenute dalle tre prove di tagio diretto d'interfaccia eseguite nelle condizioni CNL. In figura 4.6 si riportano le tre curve sperimentali e quella teorica una volta fissati i valori dei parametri  $\omega e c_{\psi}$ .

In definitiva, alla luce di tutte le considerazioni pregresse, si riporta in tabella 4.1 il riassunto di tutti i parametri ricavati dallo studio d'interfaccia tra una sabbia di Toyoura avente una densità relativa pari a DR = 85% e una piastra d'alluminio di rugosità massima uguale a  $R_{max} = 28\mu m$ .



Figura 4.7: Analisi di sensibilità del parametro  $K_n^e$ .

### 4.2 Analisi di sensibilità dei parametri

Per meglio comprendere il livello di affidabilità dei parametri utilizzati per la formulazione del modello elasto-plastico d'interfaccia, obiettivo principale della seguente tesi, si esegue un'analisi di sensibilità dei parametri fissando come valore di riferimento una tensione normale iniziale  $\sigma_{n0}$  pari a 300 kPa. Tuttavia, le quantità relative allo spostamento tangenziale di picco e alla dilatanza massima saranno assunte costanti per investigare l'effetto della loro variazione piuttosto che l'alterazione degli altri parametri inglobati all'interno delle loro espressioni.

### 4.2.1 Parametri elastici

In figura 4.7 si riporta la risposta della zona d'interfaccia applicando tre diversi valori di rigidezza normale elastica  $K_n^e$ . In particolare, è possibile osservare che nonostante vengano applicati valori di rigidezza normale differenti di ben tre ordini di grandezza, il valore della tensione tangenziale rimane quasi immutato. La figura 4.7 mostra come i parametri legati al comportamento elastico influenzano ben poco la risposta all'interfaccia tra terreno e struttura.

#### 4.2.2 Parametro $\rho$

Il parametro  $\rho$  influenza l'inclinazione della legge di flusso del materiale in condizioni di incrudimento. Infatti tale parametro deve essere fissato in modo tale che, nel piano  $D - \eta$ , la retta interpoli il maggior numero di dati sperimentali possibili. In figura 4.8 si riporta l'influenza manifestata dal parametro  $\rho$  sul comportamento d'interfaccia. In particolare, si desume che anche per alte variazioni di tale parametro, la risposta del modello non è influenzata in maniera determinante.



Figura 4.8: Analisi di sensibilità del parametro  $\rho$ .

#### 4.2.3 Spostamento tangenziale di picco $w_p$

Lo spostamento tangenziale di picco risulta essere un parametro fondamentale per il modello d'interfaccia proposto, in quanto è inglobato all'interno dell'espressione della funzione di incrudimento  $\alpha$ . La figura 4.9 evidenzia una variazione consistente della forma della curva che influenza la deformabilità della stessa anche per prove condotte in condizioni di tensione normale costante CNL.

#### 4.2.4 Dilatanza massima $D_{max}$

Il valore di massima dilatanza, cioé il massimo valore del rapporto tra gli incrementi di deformazione plastica nelle direzioni normale e tangenziale la zona d'interfaccia, ricopre un ruolo fondamentale nella legge di flusso del materiale, influenzando conseguentemente il comportamento volumetrico dell'interfaccia medesima. In figura 4.10 è illustrata l'importanza di una corretta definizione del valore di massima dilatanza, in quanto quest'ultima influenza sensibilmente la resistenza d'attrito mobilitata in corrispondenza della zona di contatto tra terreno e struttura. Alla luce di quanto osservato, il modello teorico può presentare dei limiti proprio sulla scelta del massimo valore di dilatanza. In particolare, per la costruzione della legge di flusso teorica, si tracciano due rette aventi come punto comune il valore di dilatanza corrispondente alla condizione di massima obliquità delle tensioni. Di conseguenza, il limite più rilevante del modello risiede proprio in questa assunzione, in quanto i dati sperimentali effettivamente non mostrano sempre un valore di dilatanza massima corrispondente al massimo valore del rapporto di tensione. Nonostante ciò si esegue comunque la calibrazione dei parametri verificando a posteriori l'adeguatezza del modello rispetto ai risultati ottenuti dalle diverse prove sperimentali.



Figura 4.9: Analisi di sensibilità dello sp<br/>sostamento di picco  $w_p$ .



Figura 4.10: Analisi di sensibilità della dilatanza massima  ${\cal D}_{max}.$ 



Figura 4.11: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNL. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).

## 4.3 Confronto tra prove sperimentali e previsioni del modello

Dopo aver determinato i parametri del modello d'interfaccia analizzato, si passa alla validazione di quest'ultimo mettendo a confronto i risultati derivanti dalle diverse prove sperimentali con i risultati ottenuti dalle predizioni del modello. In particolare, nel presente paragrafo viene mostrata la rispondenza delle variabili maggiormente significative, andando ad analizzare soltanto le prove eseguite su una sabbia densa di Toyoura (DR = 85%) ed ua piastra d'alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ). Tutti gli ulteriori confronti, relativi alle diverse densità relative, ai differenti valori di tensione normale iniziale e alle varie condizioni di rigidezza normale imposta potranno essere visionati consultando la sezione relativa gli Allegati.

In figura 4.11 si riporta l'andamento della tensione tangenziale  $\tau$  al variare dello spostamento di taglio w per tre diversi valori della tensione normale iniziale  $\sigma_{n0}$ , mettendo a confronto i risultati ottenuti dalle prove sperimentali CNL con quelli derivanti dalle predizioni del modello. In particolare, è possibile riscontrare un'ottima rispondenza tra le due tipologie di risultati per tutti i valori di tensione normale iniziale applicata  $\sigma_{n0}$ . La cosa non deve stupire poiché i dati sono stati determinati proprio dalle 3 prove CNL.

Successivamente, le figure 4.12, 4.13 e 4.14 mostrano il confronto tra i risultati del modello proposto e quelli ricavati dai dati sperimentali, circa l'andamento delle tensioni normale  $\sigma_n$ e tangenziale  $\tau$  in relazione alla variabilità dello spostamento di taglio w, per diversi valori di tensione normale iniziale  $\sigma_{n0}$  e rigidezza normale imposta K. Dai seguenti grafici si evince che la corrispondenza è tanto meno precisa quanto maggiore è il valore di tensione normale iniziale e rigidezza applicata. Questo è giustificato dal fatto che i parametri del modello sono stati derivati considerando soltanto le prove condotte in condizioni di tensione normale costante CNL. Pertanto, se i parametri del modello fossero stati ottenuti integrando



Figura 4.12: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNS con  $\sigma_{n0} = 50$  kPa. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).



Figura 4.13: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNS con  $\sigma_{n0} = 150$  kPa. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).



Figura 4.14: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNS con  $\sigma_{n0} = 300$  kPa. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).



Figura 4.15: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNS in termini di stress-path. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).



Figura 4.16: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello per prove CNS in termini di rapporto di tensione e dilatanza. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio ( $R_{max} = 28\mu m$ ).

le ulteriori prove d'interfaccia eseguite in condizioni di rigidezza normale imposta CNS, si sarebbe conseguito un raffronto sicuramente migliore anche per quanto concerne i punti sperimentali e teorici relativi ai diversi valori di rigidezza normale applicata.

Inoltre, in figura 4.15 e 4.16 vengono riportati i percorsi di sollecitazione teorici e sperimentali relativi ad un valore di rigidezza normale pari a K = 1000 kPa/mm per tre diversi valori di tensione normale iniziale, ed inoltre vengono riportate le predizioni del modello in termini di rapporto di tensione-dilatanza mostrando un andamento non-lineare a causa delle correzioni conferite al parametro di dilatanza massima (equazione (4.9)).

In definitiva, dall'analisi dei seguenti grafici si può concludere dicendo che, anche se da un punto di vista quantitativo i risultati del modello non riescono sempre a cogliere con esattezza i dati sperimentali corrispondenti ad elevati valori di rigidezza normale imposta e tensione normale iniziale, da un punto di vista qualitativo, invece, il modello d'interfaccia risulta essere capace di riprodurre tutti gli aspetti investigati per mezzo delle prove di laboratorio, mostrando un'affidabilità soddisfacente per tutte le grandezze coinvolte all'interno del fenomeno relativo all'interazione terreno-struttura.

## Conclusioni e confronti

### 5.1 Conclusioni

In questo studio è stata condotta la modellazione elasto-plastica del comportamento tra interfacce sabbia-struttura. In particolare le interfacce si riferiscono alla sabbia di Toyoura sciolta e densa e ad una piastra di alluminio di data rugosità.

I risultati dei dati sperimentali sono stati ricavati sulla base di un vasto programma sperimentale eseguito da Ferrero (1996) e Mortara (2001) a partire dalla seconda metà degli anni 90 del secolo scorso, con l'ausilio di un'apparecchiatura di taglio diretto modificata (CNSDSA) capace di applicare una rigidezza normale al provino di terreno sottoposto a prova, proprio per simulare l'effetto vincolante del terreno circostante sulla zona d'interfaccia. I risultati hanno mostrato una spiccata dipendenza da alcuni fattori, tra i quali la rugosità della struttura e le conseguenti caratteristiche di dilatanza della sabbia presa in esame. Questo aspetto è coerente con le evidenze sperimentali fornite dai diversi autori del passato i quali hanno analizzato dettagliatamente tutti i fattori che influenzano il comportamento d'interfaccia.

Il modello elastoplastico proposto prende le mosse da un modello già presente in letteratura ed opportunamente modificato per semplificarne la determinazione dei parametri. Vengono determinati i tre elementi cardine della teoria dell'elasto-plasticità, ossia il potenziale plastico, la superficie di plasticizzazione e la legge di incrudimento (le caratteristiche elastiche hanno una scarsa influenza sul comportamento a patto che siano scelte in un intervallo corretto). In particolare, il potenziale plastico del modello presenta una forma molto simile a quello del modello del Cam Clay, con l'importante differenza che essa varia in base alle condizioni di "hardening" e "softening" della prova analizzata. L'evoluzione della funzione di plasticizzazione è stata determinata sulla base di una funzione di incrudimento che ha mostrato un'ottima rispondenza dei risultati per tutte le interfacce analizzate.

Una delle caratteristiche principali del modello risiede nel fatto che la calibrazione dei parametri è stata eseguita utilizzando soltanto i risultati relativi a prove di taglio diretto d'interfaccia a tensione normale costante (CNL). Questo è il motivo tale per cui i risultati derivanti dalle predizioni del modello si discostano leggermente dai dati sperimentali delle prove a rigidezza normale imposta (CNS). Nella parte conclusiva della tesi è stato effettuato un confronto tra le predizioni del modello e i risultati sperimentali delle prove di laboratorio. A tal proposito, sembra che il modello proposto riproduca adeguatamente il comportamento d'interazione terreno-struttura nonostante la sua semplicità. Una raccomandazione per ulteriori ricerche future potrebbe essere quella di implementare il modello proposto all'interno di un programma agli elementi finiti, così da caratterizzare con precisione tutte le problematiche connesse all'analisi d'interazione terreno-struttura nel caso di interazione di tipo attritivo.

## 5.2 Confronti

Si riportano di seguito i confronti tra le 18 prove d'interfaccia e le simulazioni effettuate con il modello oggetto della tesi. Le prove sono di seguito elencate

```
Sabbia di Toyoura, DR=35\% - piastra di alluminio, R_{max}=28\,\mu m
```

-K = 0.0 MPa/mm,	$\sigma_{n0} = 0.05  MPa \ (\text{figura 5.1})$
-K = 0.0 MPa/mm,	$\sigma_{n0} = 0.15  MPa \text{ (figura 5.2)}$
-K = 0.0 MPa/mm,	$\sigma_{n0} = 0.30  MPa \text{ (figura 5.3)}$
-K = 0.1 MPa/mm,	$\sigma_{n0} = 0.05  MPa \text{ (figura 5.4)}$
-K = 0.1 MPa/mm,	$\sigma_{n0} = 0.15  MPa \ (\text{figura } 5.5)$
-K = 0.1 MPa/mm,	$\sigma_{n0} = 0.30  MPa \text{ (figura 5.6)}$
-K = 1.0 MPa/mm,	$\sigma_{n0} = 0.05  MPa \text{ (figura 5.7)}$
-K = 1.0 MPa/mm,	$\sigma_{n0} = 0.15  MPa \text{ (figura 5.8)}$
-K = 1.0 MPa/mm,	$\sigma_{n0} = 0.30  MPa \text{ (figura 5.9)}$

Sabbia di Toyoura, DR=85% - piastra di alluminio,  $R_{max}=28\,\mu m$ 

$$-K = 0.0 MPa/mm, \quad \sigma_{n0} = 0.05 MPa \text{ (figura 5.10)} \\ -K = 0.0 MPa/mm, \quad \sigma_{n0} = 0.15 MPa \text{ (figura 5.11)} \\ -K = 0.0 MPa/mm, \quad \sigma_{n0} = 0.30 MPa \text{ (figura 5.12)} \\ -K = 0.1 MPa/mm, \quad \sigma_{n0} = 0.05 MPa \text{ (figura 5.13)} \\ -K = 0.1 MPa/mm, \quad \sigma_{n0} = 0.15 MPa \text{ (figura 5.14)} \\ -K = 0.1 MPa/mm, \quad \sigma_{n0} = 0.30 MPa \text{ (figura 5.15)} \\ -K = 1.0 MPa/mm, \quad \sigma_{n0} = 0.05 MPa \text{ (figura 5.16)} \\ -K = 1.0 MPa/mm, \quad \sigma_{n0} = 0.15 MPa \text{ (figura 5.17)} \\ -K = 1.0 MPa/mm, \quad \sigma_{n0} = 0.30 MPa \text{ (figura 5.17)} \\ -K = 1.0 MPa/mm, \quad \sigma_{n0} = 0.30 MPa \text{ (figura 5.18)} \end{aligned}$$



Figura 5.1: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 35%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.05$  MPa.



Figura 5.2: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 35%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.15$  MPa.



Figura 5.3: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 35%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.3$  MPa.



Figura 5.4: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 35%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0.1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.05$  MPa.



Figura 5.5: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 35%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0.1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.15$  MPa.



Figura 5.6: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 35%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0.1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.3$  MPa.



Figura 5.7: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 35%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.05$  MPa.



Figura 5.8: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 35%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.15$  MPa.


Figura 5.9: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 35%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.3$  MPa.



Figura 5.10: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.05$  MPa.



Figura 5.11: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.15$  MPa.



Figura 5.12: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.3$  MPa.



Figura 5.13: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0.1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.05$  MPa.



Figura 5.14: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0.1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.15$  MPa.



Figura 5.15: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 0.1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.3$  MPa.



Figura 5.16: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.05$  MPa.



Figura 5.17: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.15$  MPa.



Figura 5.18: Confronto tra i dati sperimentali e le predizioni del modello. Sabbia di Toyoura (DR = 85%), rugosità della piastra di alluminio  $(R_{max} = 28\mu m)$ , K = 1 MPa/mm,  $\sigma_{n0} = 0.3$  MPa.

## Bibliografia

- Boulon M., 1988. Contribution à la mécanique des interfaces sol-structures. Application au frottement latéral des pieux. Diplome d'habilitation Diriger des Recherches, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- Boulon, M. and Nova, R. (1990). Modelling of soil-structure interface behaviour a comparison between elastoplastic and rate type laws. Computers and Geotechnics, Vol. 9, No. 1-2, pp. 21-46.
- Brumund W. F. and Leonards G. A., 1973. Experimental study of static and dynamic friction between sand and typical construction materials. Journal of Testing and Evaluation, 1(2), 162-165.
- Al-Douri R. H. e Poulos H. G., 1991. Static and cyclic direct shear tests on carbonate sands. ASTM, Geotechnical Testing Journal, Vol.15, No. 2, pp. 138-157.
- Desai C. S., Drumm E. C. and Zaman M. M., 1985. Cycling testing and modelling of interfaces. ASCE, Journal of Geotechnical Engineering Vol. 111, No. 6, pp. 793-815.
- Fakharian K. and Evgin E., 1997. Cyclic simple-shear behaviour of sand-steel interfaces under constant normal stiffness condition. ASCE, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 123, No. 12, pp. 1096-1105.
- Ferrero M., 1996. Comportamento all'interfaccia dei terreni attraverso prove di taglio diretto a rigidezza normale imposta. Tesi magistrale, Dipartimento di Georisorse e Ambiente, Politecnico di Torino.
- Guilloux A., Schlosser F. and Long N. T., 1979. Etude du frotement sable-armature en laboratoire. Colloque international sur le renforcement des sols: "Terre armée et autres techniques", ENPC-LCPC,, Paris, 20-22 Mars 1979, pp. 35-40.
- Hoteit N., 1990. Contribution á l'étude du comportement d'interface sable-inclusion et application au frottement apparent. Institute National Politechnique, Grenoble. Thése de doctorat.
- Johnson I. W., Lam T. S. K. and Williams A. F., 1987. Constant normal stiffness direct shear testing for socketed pile design in wear rock. Géotechnique, Vol. 37, No. 1, pp. 83-89.
- Kishida K. and Uesugi M., 1987. Tests of the interface between sand and steel in the simple shear apparatus. Géotechnique, Vol. 37, No. 1, pp. 45-52.
- Kulhawy F. H. and Peterson M. S., 1979. Behavior of sand-concrete interfaces. Proceedings of the 6th Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Lima, Perù, December 1979, pp.226-236.
- Mangiola, A. (2005). Degradazione ciclica della resistenza di attrito tra sabbia e inclusio-

ni rigide (Doctoral dissertation, Ph. D. thesis. Department of Mechanics and Materials, University of Reggio Calabria, Italy).

- Mortara G. 2001. An elastoplastic model for sand-structure interface behaviour under monotonic and cycling loading. PhD Thesis, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica, Politecnico di Torino.
- Nova R., Wood D.M. (1978). An experimental program to define the yeld function for sand. Soils and Foundations, Vol. 18, No. 4 pp. 76-86.
- Nova R., Wood D.M. (1979). A constitutive model for sand in triaxial compression. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 3, 255-278.
- Potyondy J. G., 1961. Skin friction between various soils and construction materials. Géotechnique, Vol. 11, No. 4, pp. 339-353.
- Schlosser F. and Guilloux A., 1981. Le frottement dans le renforcement des sols. Revue Francaise de Géotechnique, No. 16, pp. 65-79.
- Tabucanon J. T., Airey D. W. and Poulos H. G., 1995. Pile skin friction in sands from constant normal stiffness tests. ASTM, Geotechnical Testing Journal, Vol. 18, No. 3, pp. 350-364.
- Uesugi M. and Kishida K., 1986. Influential factors of friction between steel and dry sands. Soil and Foundations, Vol. 26, No. 2, pp. 33-46.
- Wernick E. (1978). Skin friction of cylindrical anchors in non-cohesive soils. Symposium on Soil Reinforcing and Stabilising Techniques in Engineering Practice, Sydney, Australia, 16-19 October 1978, 201-219.
- Yoshimi Y. and Kishida T., 1981. A ring torsion apparatus for evaluating friction between soil and metal surfaces. ASTM, Geotechnical Testing Journal, Vol. 4, No. 4, pp. 145-152.
- Zaman M. and Alvappilai A., 1985. Soil-structure interfaces: experimental aspects. Mechanics of Geomaterial Interfaces, A. P. S. Selavadurai and M. J. Boulon (eds), Elsevier science B. V., pp. 127-145.