

# POLITECNICO DI TORINO

## Corso di Laurea Magistrale In Ingegneria Civile

### Tesi di Laurea Magistrale

Analisi e miglioramento sismico di una chiesa Barocca con cupola. Il consolidamento del lanternino della chiesa di Santa Caterina di Casale Monferrato.

**Relatore**

Prof. Ing. Rosario Ceravolo

**Correlatrice**

Dott. Arch. Erica Lenticchia

**Candidato**

Antonio Cataudella

Anno Accademico 2018/2019



## 1 Sommario

POLITECNICO DI TORINO.....	1
Abstract.....	5
Introduzione.....	7
1 Capitolo 1.....	8
1.1 Conoscenza del manufatto.....	8
1.1.1 Premesse.....	8
1.1.2 Percorso metodologico adottato.....	8
1.1.3 Modulo A: Anagrafico Identificativo del bene.....	9
1.1.4 Modulo B: Fattori di sensibilità.....	17
1.1.5 Modulo C: Morfologia degli elementi.....	18
1.1.6 Modulo D: Stato di Conservazione.....	21
1.1.7 Modulo E. Rilievo geometrico.....	34
1.1.8 Modulo F. Interventi Pregressi.....	34
1.1.9 Modulo G. Indagini storiche.....	36
1.1.10 Modulo H. indagini diagnostiche.....	37
1.2 Definizione livello di conoscenza e del fattore di confidenza.....	42
2 Capitolo 2.....	45
2.1 Caratterizzazione meccanica dei materiali.....	45
3 Capitolo 3.....	48
3.1 Il rischio sismico.....	48
3.1.1 Pericolosità sismica.....	48
3.1.2 Pericolosità sismica del Piemonte.....	50
3.1.3 Ricerca terremoti storici.....	50
4 Capitolo 4.....	56
4.1 Modelli per la valutazione della sicurezza sismica.....	56
4.1.1 Comportamento sismico delle strutture storiche in muratura.....	56
4.1.2 Livello di valutazione LV1.....	57
4.1.3 Livello di valutazione LV2.....	58
4.1.4 Livello di valutazione LV3.....	58
4.2 Modelli di valutazione per tipologie.....	58
4.2.1 Livello di valutazione 1 per le chiese.....	58
5 Capitolo 5.....	72
5.1 Lanterna Santa Caterina.....	72
5.1.1 Premesse.....	72

5.1.2	Lanterna della chiesa di Santa Caterina.....	73
5.1.3	Rilevamento dei danni.....	78
5.1.4	La statica del lanternino.....	80
5.1.5	La funzione del lanternino nella stabilità delle cupole.....	82
5.1.6	Danneggiamenti Cupolini.....	87
5.1.7	Interventi di consolidamento per la lanterna di Santa Caterina.....	92
6	Capitolo 6.....	113
6.1	Valutazione di sicurezza di livello LV3 .....	113
6.1.1	Azione sismica.....	113
6.1.2	Combinazione delle azioni .....	117
6.2	Analisi dinamica lineare .....	119
6.2.1	Analisi dinamica lineare della Chiesa di Santa Caterina.....	122
6.2.2	Analisi dinamica lineare della Chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna	134
7	Conclusioni .....	143
8	Allegati.....	144
8.1.1	Modulo schedografico A10 .....	144
9	Bibliografia .....	153

# Abstract

I recenti eventi sismici che hanno colpito la penisola italiana hanno messo in evidenza quanto il patrimonio architettonico sia vulnerabile. In particolar modo, il patrimonio ecclesiastico, rappresentato dalle chiese, risulta spesso essere il più colpito. Le chiese in muratura, infatti, hanno un comportamento nei riguardi dell'azione sismica che si discosta notevolmente degli edifici ordinari, in quanto la loro risposta è governata dalle singole parti strutturali, dette macroelementi.

La presente tesi ha come oggetto di studio la chiesa barocca di Santa Caterina di Casale Monferrato. La chiesa in muratura costruita nel periodo tra il 1718 e il 1726, da Giovanni Battista Scapitta, presenta un impianto a croce greca sormontata da una cupola ellittica costolata impostata su un tamburo finestrato a otto spicchi. Al di sopra della cupola, completamente affrescata, si trova un piccolo lanternino a pianta ellittica il cui cupolino viene sorretto da esili pilastrini.

La chiesa è stata oggetto di recenti interventi di pulizia e manutenzione ordinaria, tuttavia presenta un quadro fessurativo consistente, localizzato specialmente in alcuni degli elementi principali della chiesa: quali la facciata, la cupola e il lanternino. La principale causa di degrado è (stata identificata) dovuta principalmente all'umidità derivante dalle infiltrazioni delle acque meteoriche, tuttavia alcuni recenti terremoti, verificatisi in aree limitrofe, potrebbero aver contribuito alla comparsa di lesioni e/o fessurazioni che ne hanno accentuato lo stato di degrado statico. Nonostante la città di Casale Monferrato sia ubicata in una zona a bassa intensità sismica, la chiesa di Santa Caterina nel tempo è stata colpita da alcuni terremoti, in particolar modo da quelli verificatosi nell'Oltrepò Pavese nel 1828 e in Liguria Occidentale nel 1887.

Lo stato di degrado, in cui oggi si trova, oltre a ripercuotersi sulla stabilità strutturale, rischia di compromettere la perdita degli elementi architettonici e decorativi del manufatto, che costituiscono un importante testimonianza storico-artistica della città di Casale Monferrato.

Nel presente lavoro di tesi è stata effettuata una valutazione della sicurezza sismica della Chiesa di Santa Caterina, utilizzando diversi livelli di valutazione, fino alla realizzazione di un modello numerico calibrato sulla base di test dinamici condotti nel 2010. Tale modello, attraverso studi sistematici, ha permesso di individuare gli elementi strutturali più vulnerabili della chiesa, sia dal punto di vista statico che sismico.

In particolar modo, il lanternino è risultato l'elemento architettonico più vulnerabile alle sollecitazioni dovute ad un possibile evento sismico. Per questo motivo è stato predisposto un progetto di consolidamento strutturale accuratamente elaborato e dimensionato al fine di migliorarne non solo la funzionalità statica ma anche la risposta sismica diminuendone il grado di vulnerabilità.

L'obiettivo dell'intervento non è esclusivamente quello della conservazione del manufatto ma anche quello di conservare la funzionalità strutturale. Inoltre, considerato che l'intervento è limitato ad una singola parte del manufatto si è tenuto conto anche degli effetti che quest'ultimo potrebbe dare su altre parti strutturali dell'edificio.

L'intervento, sebbene preveda l'inserimento di nuovi elementi, rispetta i criteri di non invasività e reversibilità, ed è progettato per non intaccare elementi decorativi e architettonici.

# Introduzione

I recenti eventi sismici che hanno colpito la penisola italiana hanno messo in evidenza quanto il patrimonio architettonico storico sia vulnerabile. In Italia infatti, gli edifici storici sono stati realizzati in un periodo storico in cui non vi erano delle regolamentazioni nei confronti degli eventi sismici, per cui essi risultano essere quelli maggiormente coinvolti in caso di una calamità sismica. Uno dei temi più ricorrenti a seguito degli eventi sismici riguarda la riduzione del rischio sismico, a cui sono esposti gli edifici storici. Poiché alla riduzione del rischio concorrono diversi fattori, il modo più efficace per agire significativamente ad una sua diminuzione è quello di intervenire sulla vulnerabilità dei manufatti a scala territoriale o per il singolo edificio. La vulnerabilità sismica, infatti, permette di definire dei parametri che indicano, sia in maniera qualitativa che quantitativa, lo stato di danneggiamento di un edificio a seguito di un evento sismico. A valle di un'analisi di vulnerabilità sarà poi possibile, alla luce delle indicazioni fornite dalle normative vigenti sui beni tutelati, concepire degli interventi volti alla riduzione del rischio sismico. Per i beni appartenenti al patrimonio architettonico, come le chiese o gli antichi palazzi signorili, si adottano interventi poco invasivi che si limitano generalmente a migliorare la sicurezza sismica della struttura; evitando le azioni più invasive che altererebbero vistosamente sia il comportamento che l'immagine del bene tutelato.

Nel presente lavoro di tesi è stata svolta una valutazione della sicurezza sismica della Chiesa di Santa Caterina che si è articolata in diverse parti.

Inizialmente è stata fatta un'analisi conoscitiva del manufatto in esame mediante dei moduli schedografici forniti dalla direttiva per i beni tutelati. Alla fine di questa procedura è stato possibile definire un parametro che indica il livello di conoscenza che si ha sul manufatto. Questo parametro, come si vedrà in seguito, influirà sui parametri meccanici dei materiali che saranno utilizzati per le verifiche di sicurezza.

Successivamente, è stata trattata la pericolosità sismica del sito su cui sorge la chiesa per vedere se ci sono stati, in passato, dei terremoti che hanno inficiato sulla stabilità della struttura.

Una volta terminato il lavoro conoscitivo sulla chiesa si è potuto procedere con la valutazione della sicurezza sismica del manufatto che inizialmente si è fermato al livello di valutazione 1. Da quest'analisi è emerso che la lanterna è l'elemento strutturale più vulnerabile per cui è stato proposto un intervento di miglioramento sismico.

Dopo un'attenta descrizione strutturale della lanterna della chiesa è stato trattato l'intervento di miglioramento proposto, nello specifico sono state fatte delle analisi comparative tra il comportamento della lanterna sia prima che dopo dell'intervento

Infine, è stata effettuata un'analisi su tutto l'edificio a cui sono seguite le verifiche di sicurezza secondo le normative dettate dalle NTC 2018.

# 1 Capitolo 1

## 1.1 Conoscenza del manufatto

### 1.1.1 Premesse

La conoscenza di un manufatto è un requisito fondamentale al fine dell'esecuzione di una valutazione di sicurezza sismica. Specialmente per un bene storico tutelato, avere un buon livello di conoscenza, oltre a permettere la stima della sicurezza sismica, significa poter definire degli interventi idonei e più efficaci utili al miglioramento strutturale. Come viene prescritto nelle normative, per i beni storici, bisogna conoscere le caratteristiche originali del manufatto e anche le modifiche che sono state apportate alla struttura nel corso del tempo dovute a fenomeni di danneggiamento derivanti dagli eventi calamitosi, all'invecchiamento dei materiali e alle trasformazioni antropiche. Naturalmente, in funzione dell'accuratezza dei rilievi e delle indagini si definiscono diversi livelli di approfondimento della conoscenza. Lo studio permette di creare un modello costitutivo che permette di fornire delle indicazioni circa il comportamento strutturale così come eseguire delle analisi strutturali. Per cui, la valutazione dello stato di conservazione e sicurezza sismica necessita un percorso di analisi e conoscenza della costruzione.

### 1.1.2 Percorso metodologico adottato

Per procedere con l'analisi di valutazione di sicurezza sismica bisogna seguire un iter metodologico ben definito. La conoscenza di un edificio storico tutelato presenta un percorso metodologico inverso rispetto ai nuovi edifici; infatti, analizzando la realtà della costruzione si riesce a creare successivamente un modello strutturale sul quale si possono eseguire le verifiche. L'iter metodologico, proposto nelle Linee Guida (Direttiva BBCC, 2010), è costituito da differenti moduli schedografici autonomi e complementari, in cui vengono raccolti i dati dei rilievi.

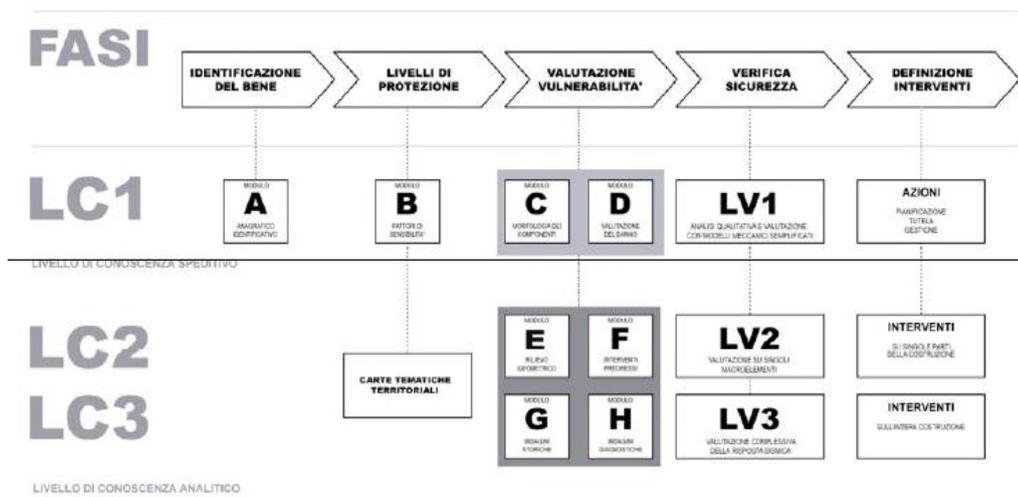


Figure 1-1: Percorso metodologico estratto dalle linee guida

### 1.1.3 Modulo A: Anagrafico Identificativo del bene

Permette di identificare univocamente il manufatto attraverso tre parametri fondamentali che sono: la denominazione, la toponomastica e i dati catastali.

#### 1.1.3.1 A1. Qualificazione giuridica del soggetto proprietari

La Chiesa di Santa Caterina di Casale Monferrato, edificata nella prima metà del XVIII secolo, risulta essere una delle più importanti manifestazioni del barocco piemontese e, senza dubbio, la migliore manifestazione dell'architettura sacra settecentesca di Casale Monferrato.

Il santuario è oggi di proprietà del Collegio Convitto Municipale Trevisio di Casale Monferrato.

#### 1.1.3.2 A2. Riferimenti del soggetto del proprietario

- Nome: Ente Municipale Convitto Trevisio
- Direttore Generale:
- CF: 82000360064
- Indirizzo: Via Alessandria, n° 5. 15033. Casale Monferrato (AL)
- Contatti: Tel. +39 0142 455888  
Mail. [collegiotrevisio@libero.it](mailto:collegiotrevisio@libero.it)

### 1.1.3.3 A3. Denominazione del bene

Il bene in esame è dedicato a Santa Maria delle Grazie, ma è denominata Chiesa di Santa Caterina dall'intitolazione del monastero domenicano di Santa Caterina da Siena.

### 1.1.3.4 A4. Toponomastica

- Regione: Piemonte
- Provincia: Alessandria
- Comune: Casale Monferrato
- Indirizzo: Piazza Castello
- Numero civico: 36
- Cap: 15033

### 1.1.3.5 A5. Coordinate geografiche

La chiesa in esame è localizzata attraverso le seguenti coordinate geografiche:

Sistema di riferimento WGS84:      Latitudine: 45°8'11.608''

Longitudine: 8°26'53.451''

Sistema di riferimento Monte Mario:      Nord: 4998288.11 [m]

Est: 1456638.37 [m]

### 1.1.3.6 A6. Dati Catastali

Il bene è individuato catastalmente nel Comune di Casale Monferrato (Codice: B885) in provincia di Alessandria. L'identificativo catastale si riferisce al Catasto Fabbricati (C.F.).

- Foglio: 36
- Particella: K
- Subaleterno: 1
- Categoria: E/7

### 1.1.3.7 A7. Confinanti

Il tempio di Santa Caterina con coro annesso fa parte del complesso architettonico ad angolo tra Piazza Castello e Via Trevigi. La Chiesa, sul lato Nord, si affaccia direttamente su via Trevigi; sul lato Sud si affaccia sul cortile della scuola Trevigi. La facciata della Chiesa è rivolta ad Ovest verso Piazza Castello. Ad Est la chiesa è collegata al coro. Il coro presenta gli stessi confinanti della chiesa a Nord e a Sud; mentre, ad Est è collegato al complesso scolastico. A Sud-Ovest la chiesa è collegata a degli edifici (foglio 36. particella 5153. sub. 12), appartenenti all'ente proprietario della Chiesa.

### 1.1.3.8 A8. Periodo di realizzazione

La Chiesa è stata edificata da Giacomo Zanetti, su progetto di Giovanni Battista Scapitta, tra il 1718 e il 1726, anno della sua consacrazione.

### 1.1.3.9 A9. Destinazione d'uso attuale

La Chiesa di Santa Caterina, dopo un periodo di chiusura al pubblico per effettuare dei lavori di pulizia e restauro, è stata riaperta nel 2011. Nonostante i lavori svolti in passato, si valuta l'ipotesi di dover effettuare ulteriori lavori per migliorarne lo stato.

### 1.1.3.10 A10. Documentazione fotografica

Al fine di documentare il bene architettonico tutelato in modo esaustivo, si è proceduto ad una campagna fotografica riguardante l'interno che l'esterno dell'immobile, riportata in allegato A.

### 1.1.3.11 A11. Stralcio planimetrico

Nella seguente figura, è stata riportata una porzione di cartografia estratta dalla tavola n° 3 del Piano Regolatore Generale Comunale riguardante gli sviluppi relativi al centro storico (parte occidentale) in scala 1:1000. La zona evidenziata inquadra la posizione del bene considerato.

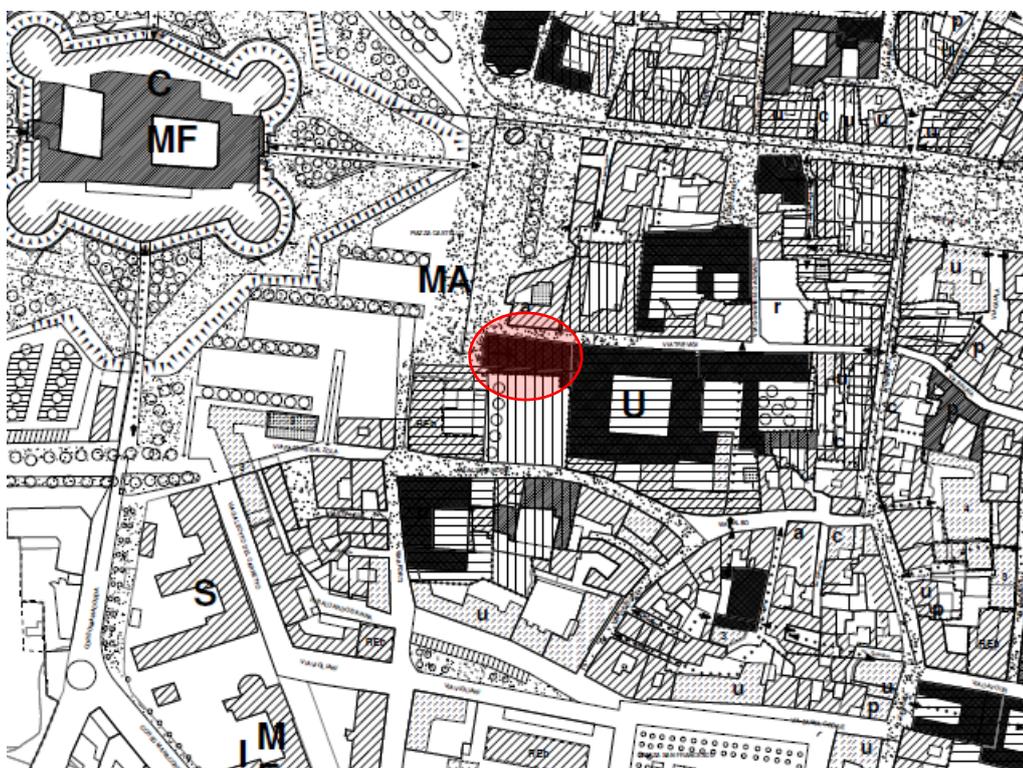


Figure 1-2: Cartografia tavola n°3 piano regolatore

Nella successiva figura, si riporta l'estratto di mappa catastale del foglio 36 particella K nel quale si trova la Chiesa di Santa Caterina.



Figure 1-3: Mappa catastale foglio 36

### 1.1.3.12 A12. Descrizione morfologica

Santa Caterina fa parte del complesso architettonico barocco piemontese che comprende la chiesa stessa e il coro annesso nella parte retrostante il presbiterio. Come si può notare nella successiva figura, l'edificio di culto presenta una pianta a croce greca e come precedente accennato sul lato Est del presbiterio si trova il coro.

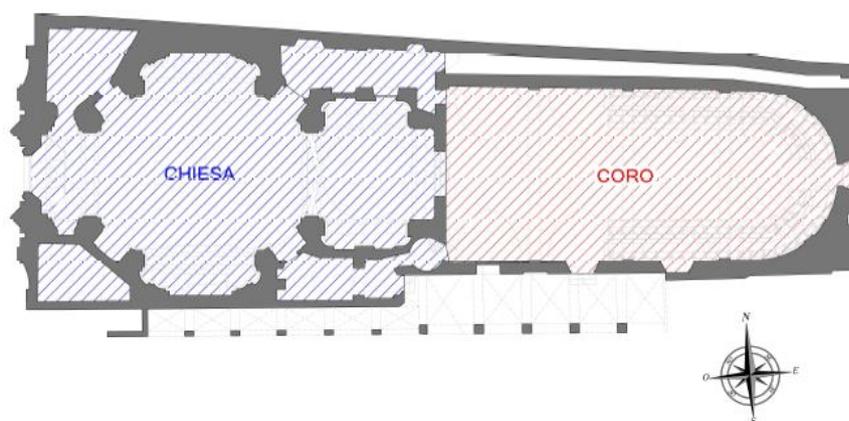


Figure 1-4: Pianta chiesa Santa Caterina, suddivisione coro

Nella sala centrale della chiesa si trovano otto grandi colonne che svolgono la funzione di sostegno di tutta la struttura sovrastante; a loro volta le colonne sono collegate da una struttura ad archi.

L'aula centrale è coperta da una cupola ellittica impostata su un tamburo finestrato a otto spicchi. Al di sopra della cupola è stata realizzata una lanterna con otto vetrate sormontata da un cupolino ellittico.

Più nel dettaglio possiamo dire che gli elementi architettonici principali sono:

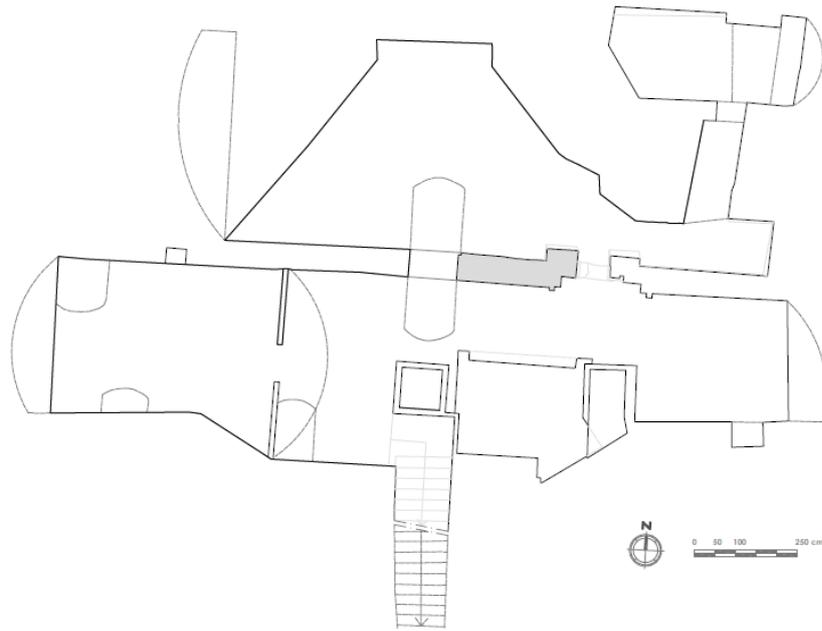
- La facciata principale, rivolta verso Piazza Castello, ha uno sviluppo verticale complessivo di circa 19 metri, tuttavia, partendo dalla quota dell'imposta del tamburo, la facciata prosegue a sbalzo nel timpano per circa 6 metri.
- Il tamburo, si trova a una quota di 13 metri e si innalza per circa 7 metri; è a pianta ellittica il cui asse maggiore è lungo circa 14 metri e quello minore circa 10 metri. La superficie esterna è scandita da otto paraste.
- La cupola, impostata sul tamburo, è alta circa 5 metri. Sono presenti 8 costoloni che si collegano alle paraste del tamburo. È poi ricoperta con uno strato sottile di lastre di rame.
- La lanterna, si imposta sulla cupola alla quota di circa 26 metri. È alta circa 6 metri e presenta un piccolo cupolino sorretto da 8 esili colonnine poste in corrispondenza dei costoloni della cupola. Anche il cupolino della lanterna è rivestito con uno strato di lamiera di rame.

#### 1.1.3.13 A13. Presenza elementi di pregio

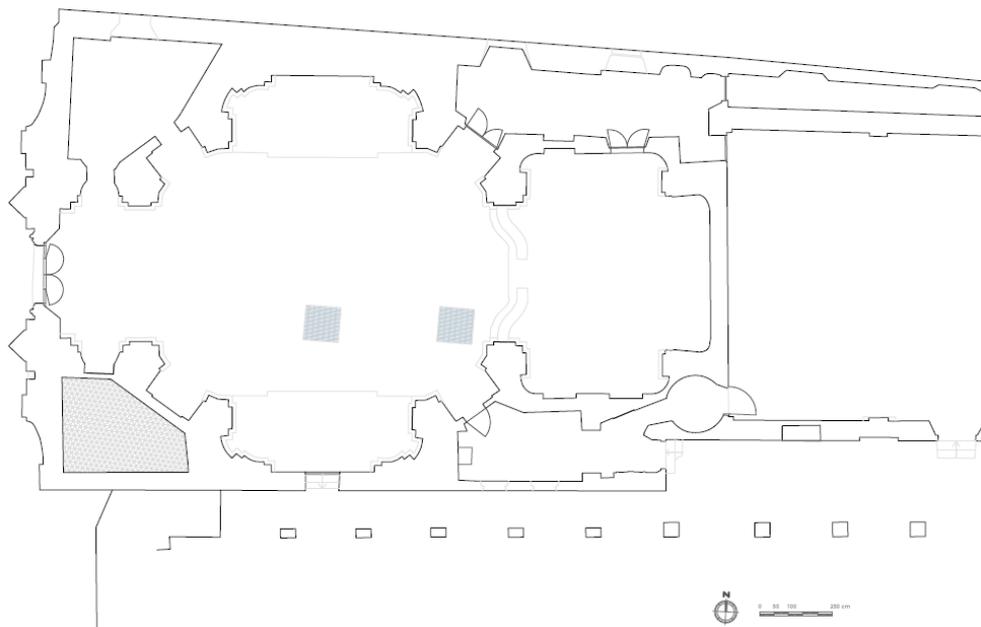
All'interno dell'edificio di culto si trovano numerosi affreschi di rilievo, in discreto stato di conservazione; diversi quadri con pitture e un organo Liborio Grisanti, l'organo più antico della città.

#### 1.1.3.14 A14. Altra documentazione

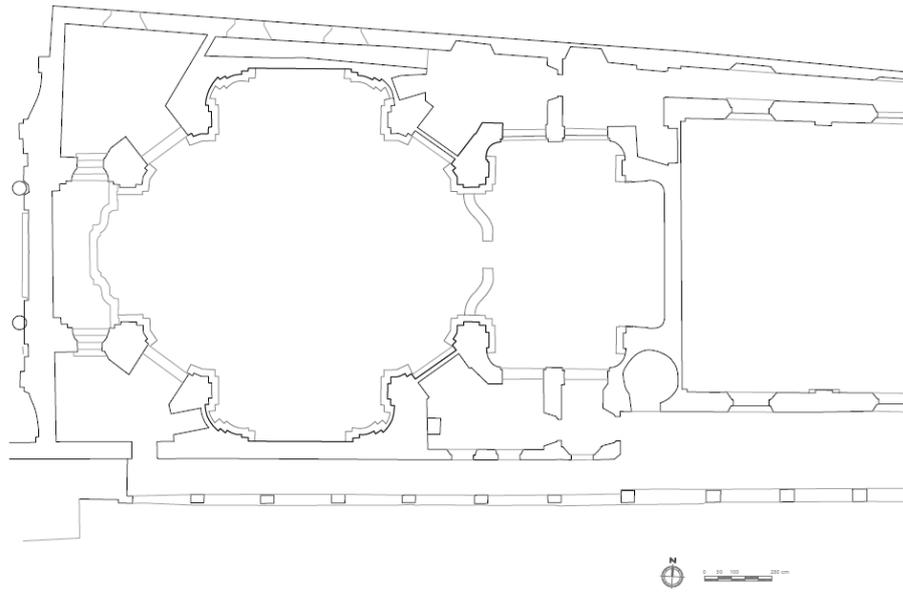
Si riportano di seguito le planimetrie e le sezioni ottenute a seguito di una campagna di rilievo molto accurata.



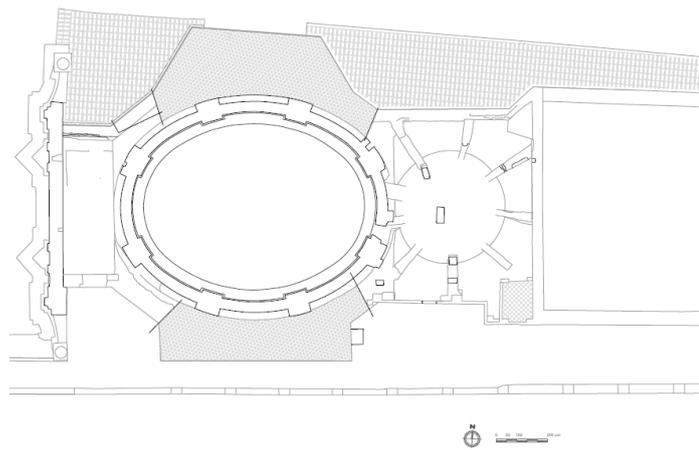
*Figure 1-5: Pianta piano interrato della chiesa*



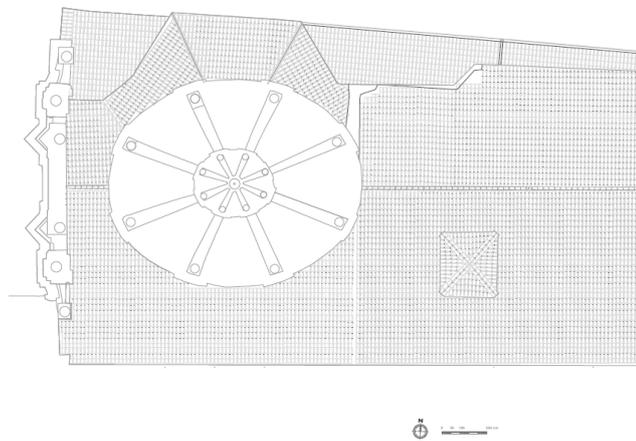
*Figure 1-6: Pianta piano terra della chiesa*



*Figure 1-7: Pianta piano quota matronei*



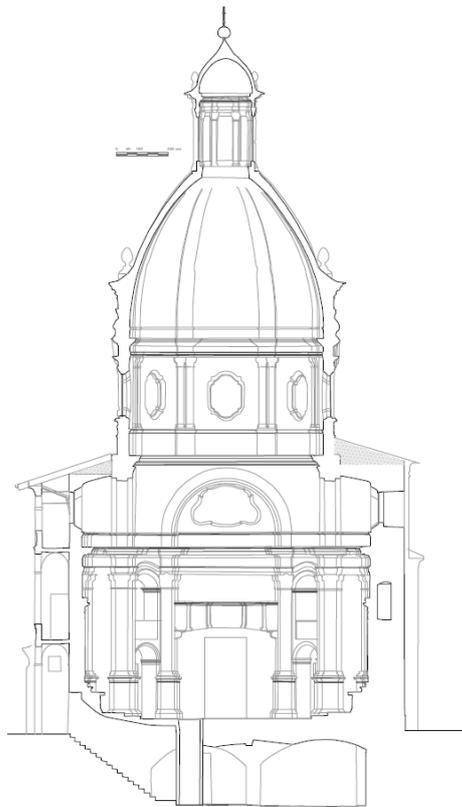
*Figure 1-8: pianta sottotetti*



*Figure 1-9: coperture della chiesa*



*Figure 1-10: sezione A-A chiesa*



*Figure 1-11: sezione B-B chiesa*

### 1.1.3.15 A15. Valutazione di interesse culturale

Il bene di culto è tutelato ai sensi del Decreto Legislativo 22 gennaio 2004, n. 42 “Codice dei beni culturali e del paesaggio”, risulta pertanto di elevato interesse.

## 1.1.4 Modulo B: Fattori di sensibilità

Questo modulo raccoglie le informazioni per determinare le relazioni tra il manufatto ed il contesto territoriale al fine di classificare dei fattori di sensibilità.

### 1.1.4.1 B1 Caratteristiche dimensionali

- B1a. superficie coperta: circa 700 metri quadri
- B1b. altezza massima: circa 33 metri
- B1c. numero di piani entroterra: 1 piano cantina
- B1d. numero di piani fuori terra: 1 piano fuori terra
- B1e. eidotipo: nel modulo A sono state riportate la pianta e le sezioni della chiesa

### 1.1.4.2 B2 Localizzazione

- B2a. ambito territoriale  
Il manufatto soggetto allo studio si trova nel centro urbano della città di Casale Monferrato (AL).
- B2b. caratteristiche ambientali geografiche  
La chiesa si trova nella piazza centrale nei pressi del fiume Po
- B2c. caratteristiche ambientali antropiche  
Santa Caterina si trova nella piazza adiacente il centro storico della città per cui è localizzato in una zona di viabilità primaria.

### 1.1.4.3 B3 Terreno e fondazioni

- B3a. caratteristiche orografiche  
Il territorio di Casale Monferrato si sviluppa per la maggior parte in pianura anche se sono presenti piccoli rilievi che però non superano i 300 metri di altezza. La chiesa nello specifico si colloca nella porzione pianeggiante (Ceravolo, Invernizzi, Lenticchia, & Gaggero, 2018)
- B3b. caratteristiche geomorfologiche  
Il terreno sottostante la pianura del Casalese presenta l'affioramento dei soli depositi alluvionali la cui granulometria risulta essere a grana media argillosa, sabbiosa (Sartini).
- B3c. modifica dei suoli  
Non sono state rilevate modificazioni al suolo

#### 1.1.4.4 B4 Analisi dell'aggregato edilizio

- B4a. complesso architettonico  
L'edificio di culto con annesso coro fa parte di un complesso architettonico che comprende l'edificio scolastico, un tempo convento delle monache.
- B4b. parte di un complesso architettonico  
La chiesa è l'edificio ad angolo e di testata rispetto al complesso architettonico al quale appartiene. Evidente dalla figura in cui si riporta l'estratto di mappa catastale.

#### 1.1.4.5 B5 Accessibilità

Il fabbricato risulta accessibile a partire dal 2011.

#### 1.1.4.6 B6 Stato di utilizzo

Il manufatto al momento viene utilizzato frequentemente poiché vi si svolgono settimanalmente le funzioni religiose.

### 1.1.5 Modulo C: Morfologia degli elementi

Tramite questo modulo si individuano e descrivono gli elementi strutturali del manufatto al fine di ottenere i parametri meccanici, indispensabile per la creazione di un modello FE che simuli il comportamento strutturale. Per definire le informazioni e i parametri degli elementi strutturali bisogna effettuare sia dei rilievi, che permettono di riconoscere le tecniche costruttive e la tipologia, sia delle prove strumentali che permettono di conoscere i parametri meccanici dei materiali.

#### 1.1.5.1 C1. Codifica degli elementi strutturali

Individuare gli elementi strutturali identificandoli a livello planimetrico con codici alfanumerici progressivi, secondo le seguenti categorie: V. elementi verticali (setti murari, pilastri, colonne); O. elementi orizzontali (solai e coperture); S. collegamenti verticali (scale e rampe); PO. Elementi portanti orizzontali (archi, architravi e piattebande)

La chiesa risulta essere sorretta da 10 pilastri principali. In questi pilastri si scaricano sia il sistema tamburo, cupola e lanterna che la cupola circolare del presbiterio. Oltre al sistema di pilastri vi sono dei setti murari interni e perimetrali. Gli orizzontamenti sono realizzati con elementi portanti orizzontali in quanto sono presenti archi e volte.

#### 1.1.5.2 C2. Ispezionabilità

Gli elementi strutturali principali risultano ispezionabili.

### 1.1.5.3 C3. Morfologia

Gli elementi verticali presenti sono: i 10 pilastri e i setti murari verticali; gli elementi orizzontali invece sono: archi, volte cupole, e la copertura.

### 1.1.5.4 C4. Tipologia elementi strutturali

La struttura risulta interamente costruita in muratura; sia gli elementi verticali che quelli orizzontali sono in mattoni pieni di muratura.

### 1.1.5.5 C5. Tipologia finiture

Gli elementi strutturali sono tutti intonacati sia all'esterno che all'interno dove sono presenti anche gli affreschi. Il loggiato sul lato sud della chiesa è l'unica porzione di struttura che non risulta essere intonacata esternamente.

### 1.1.5.6 C6. Tecniche costruttiva elementi strutturali

Il complesso edilizio è stato realizzato mediante muratura in mattoni pieni e malta di calce, nelle parti in cui l'intonaco si è staccato si nota come i blocchi siano disposti in corsi di ripianamento. Nella cupola, grazie a delle indagini si è potuto notare che i blocchi di muratura piena sono disposti di testa.

### 1.1.5.7 C7. Tecnica costruttiva finiture

Le finiture sugli elementi murari sono realizzate mediante intonaco a calce

### 1.1.5.8 C8. Parametri meccanici

I parametri meccanici ottenute tramite indagini diagnostiche sono:  $f_m$  = resistenza media a compressione;  $\tau_0$  = resistenza a taglio;  $E$  = valore medio del modulo di elasticità normale;  $G$  = valore medio del modulo di elasticità tangenziale;  $\gamma_w$  = peso per unità di volume del materiale.

Le prove per individuare questi parametri sono molteplici e dovrebbero essere eseguite su tutte le murature. Nel caso in esame si dispone di parametri meccanici ottenuti tramite delle prove dinamiche svolte nel 2010 per creare un modello calibrato agli elementi finiti che simulasse il comportamento reale della struttura. In aggiunta nel 2012 sono state fatte ulteriori prove su alcune porzioni specifiche di muratura.

La calibrazione eseguita nel 2010 ha permesso di ricavare i parametri relativi ai moduli di deformabilità dei materiali che sono stati utilizzati nel modello agli elementi finiti al fine di eseguire delle analisi dei modi di vibrare. di seguito si riporta in tabella i moduli di elasticità ricavati (Maffeo, 2011).

Tabella 1: parametri meccanici elementi chiesa

Elemento	Modulo elastico di Young [MPa]	Massa volumica [kg/m <sup>3</sup> ]	Coefficiente di Poisson	Colore nell'immagine
basamento	3625	1733	0.4	bruno
cupola-tamburo	4500	1733	0.4	rosso
lanterna	1025	1733	0.3	rosa
facciata	1250	1733	0.4	azzurro
base coro	6500	1733	0.4	verde
loggiate	2750	1733	0.4	giallo
volta coro	2500	1733	0.4	ciano

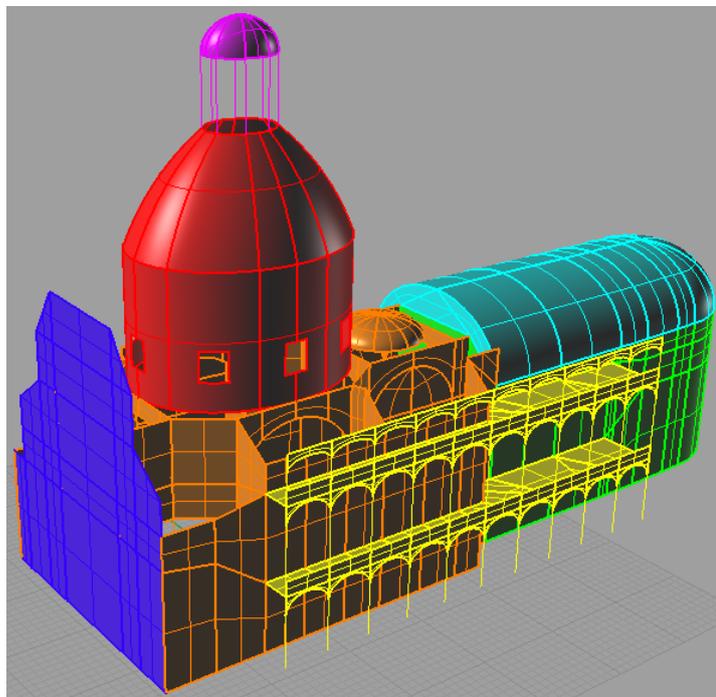


Figure 1-12: modello 3d della chiesa di Santa Caterina

Dalle indagini eseguite nel 2012 dalla società di ingegneria “Foppoli Moretta e Associati” sono emerse delle informazioni circa la muratura della chiesa. Durante la campagna di indagini sono state fatte (Foppoli Moretta e associati, 2012):

- Tre prove con martinetto piatto singolo, utili per determinare lo stato di sollecitazione.
- Tre prove con due martinetti piatti doppi per la determinazione delle caratteristiche di deformabilità
- Una prova tomografia sonica e quattro prove soniche per determinare le caratteristiche delle strutture murarie.

Le prove hanno consentito di evidenziare lo stato di sollecitazione che, nei punti analizzati, è compreso tra 0.51 e 0.94 MPa. Per quanto riguarda i moduli di deformabilità

sono stati rilevati moduli medio-alti fino a livelli di sollecitazione pari a 1.2-1.6 MPa. Le caratteristiche meccaniche rilevate mediante le indagini evidenziano una significativa omogeneità di valori nei punti indagati.

#### 1.1.5.9 C9. Elementi di pregio storico artistico

La chiesa possiede elementi di pregio in quanto tutta la muratura interna risulta affrescata con pitture e oltretutto sono presenti delle finiture decorative negli elementi strutturali.

#### 1.1.5.10 C10. Materiali finiture

I materiali usati nelle finiture sono marmi, pietre, stucchi e pitture.

### 1.1.6 Modulo D: Stato di Conservazione

In questa sezione dei moduli schedografici sono descritti i fenomeni di danno strutturale rilevati nei singoli elementi strutturali.

#### 1.1.6.1 D1. Danno strutturale

Allo stato di fatto l'immobile presenta in alcuni elementi strutturali vari fenomeni di danno; alcuni pannelli murari presentano leggeri danneggiamenti. Il sistema cupola-tamburo presenta delle fessure verticali complanari nella porzione di muratura compresa tra i vari costoloni a queste vanno aggiunte delle fessure complanari in direzione subverticale in corrispondenza delle aperture del tamburo. Nella lanterna, il rilievo del quadro fessurativo ha evidenziato una moltitudine di fessure orizzontale, sia complanari sia dislocate; queste possono essere dovute a possibili movimenti avvenuti in passato a causa di eventi sismici. Anche la facciata presenta dei danneggiamenti; il più visibile e strutturalmente importante è la fessura passante che parte sulla sommità del portone principale e prosegue in direzione sub-verticale.

Di seguito si riportano delle immagini che individuano la fessura nella facciata.



*Figure 1-13: fessura subverticale piano matroneo in corrispondenza della facciata*



*Figure 1-14: fessura subverticale facciata sopra il portone d'ingresso*

A testimonianza dello stato fessurativo rilevato si riportano delle tavole che individuano le fessure nel sistema cupola-tamburo e nella lanterna.

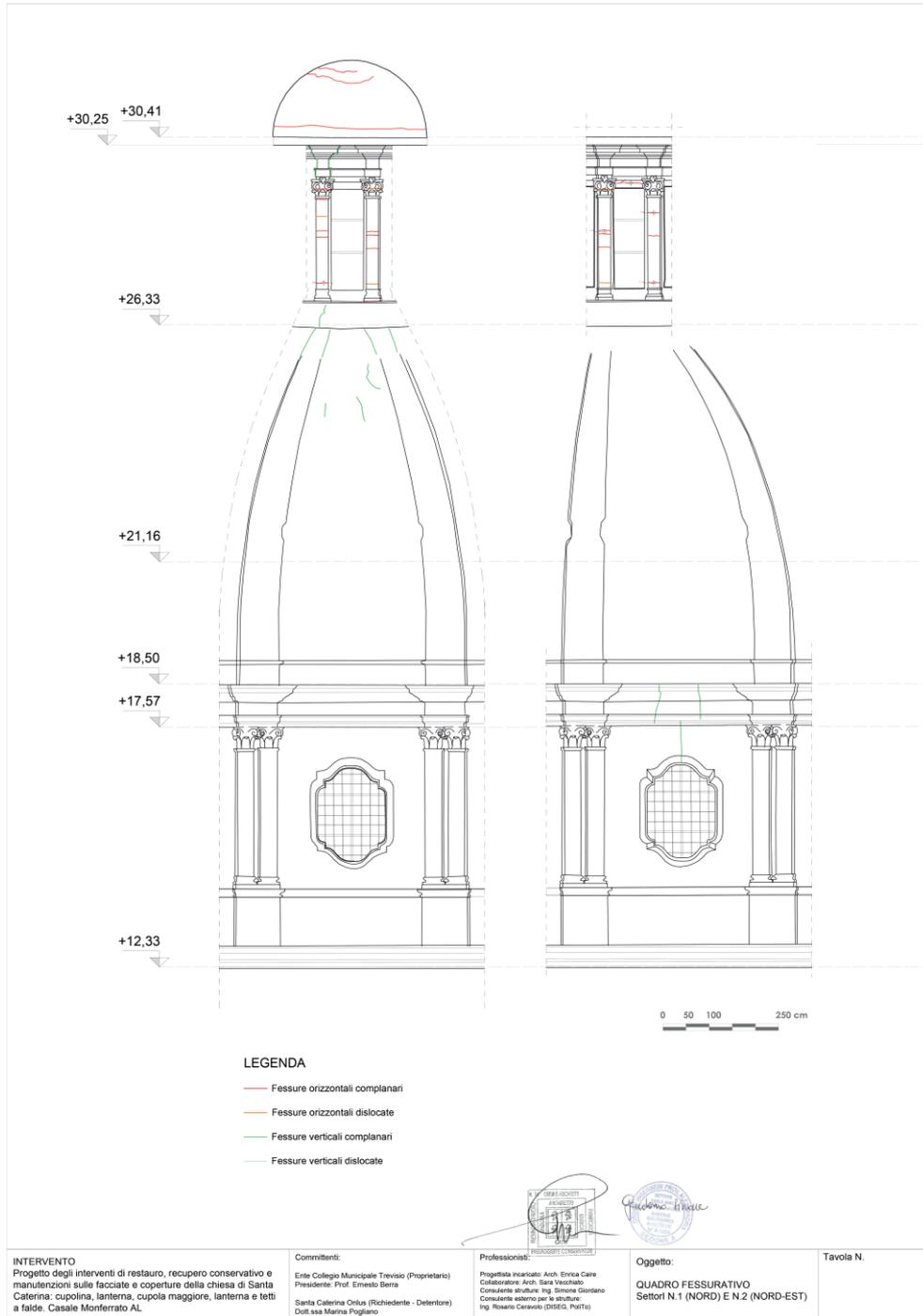


Figure 1-15: quadro fessurativo nord e nord-ovest

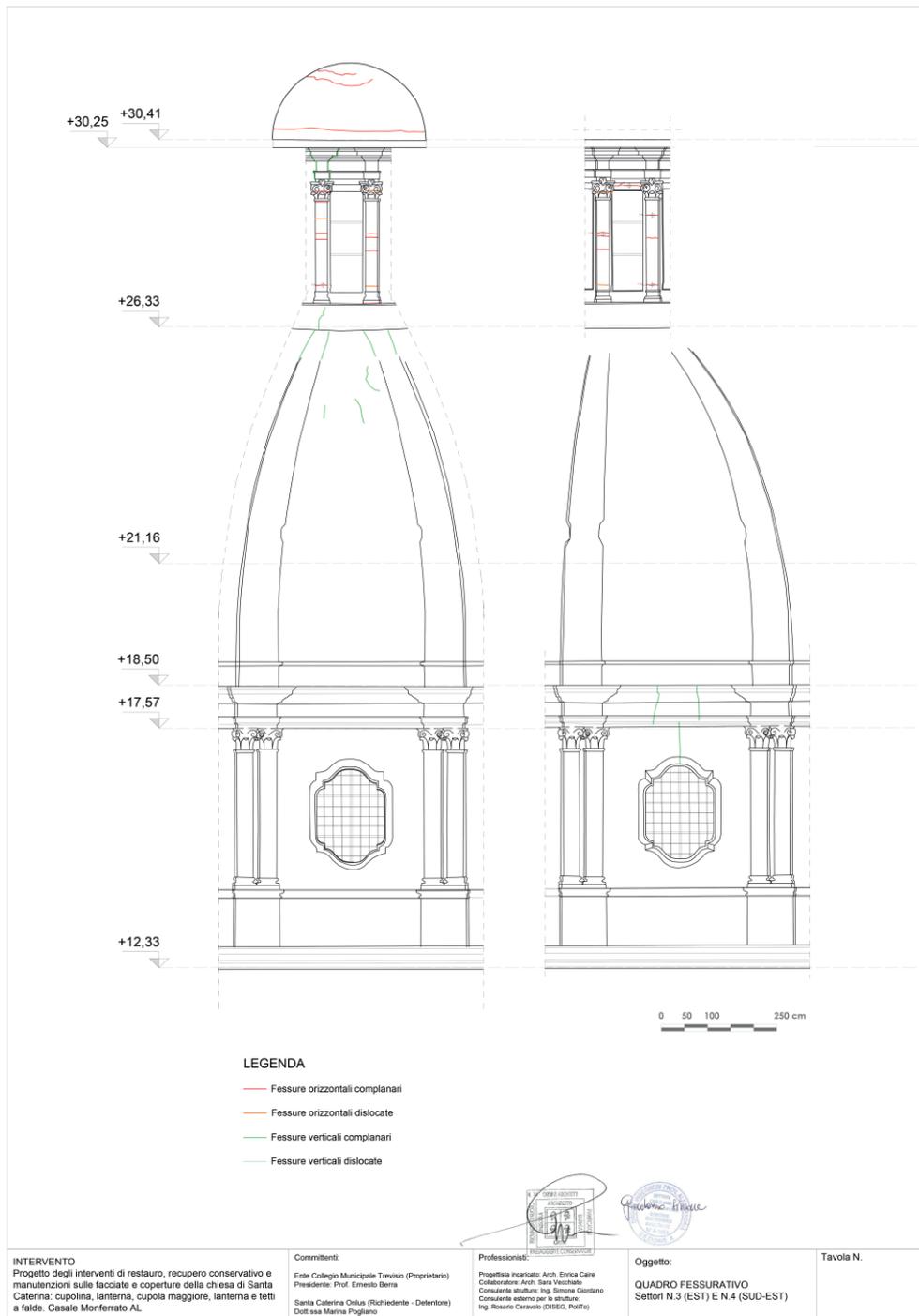


Figure 1-16: quadro fessurativo est e sud est

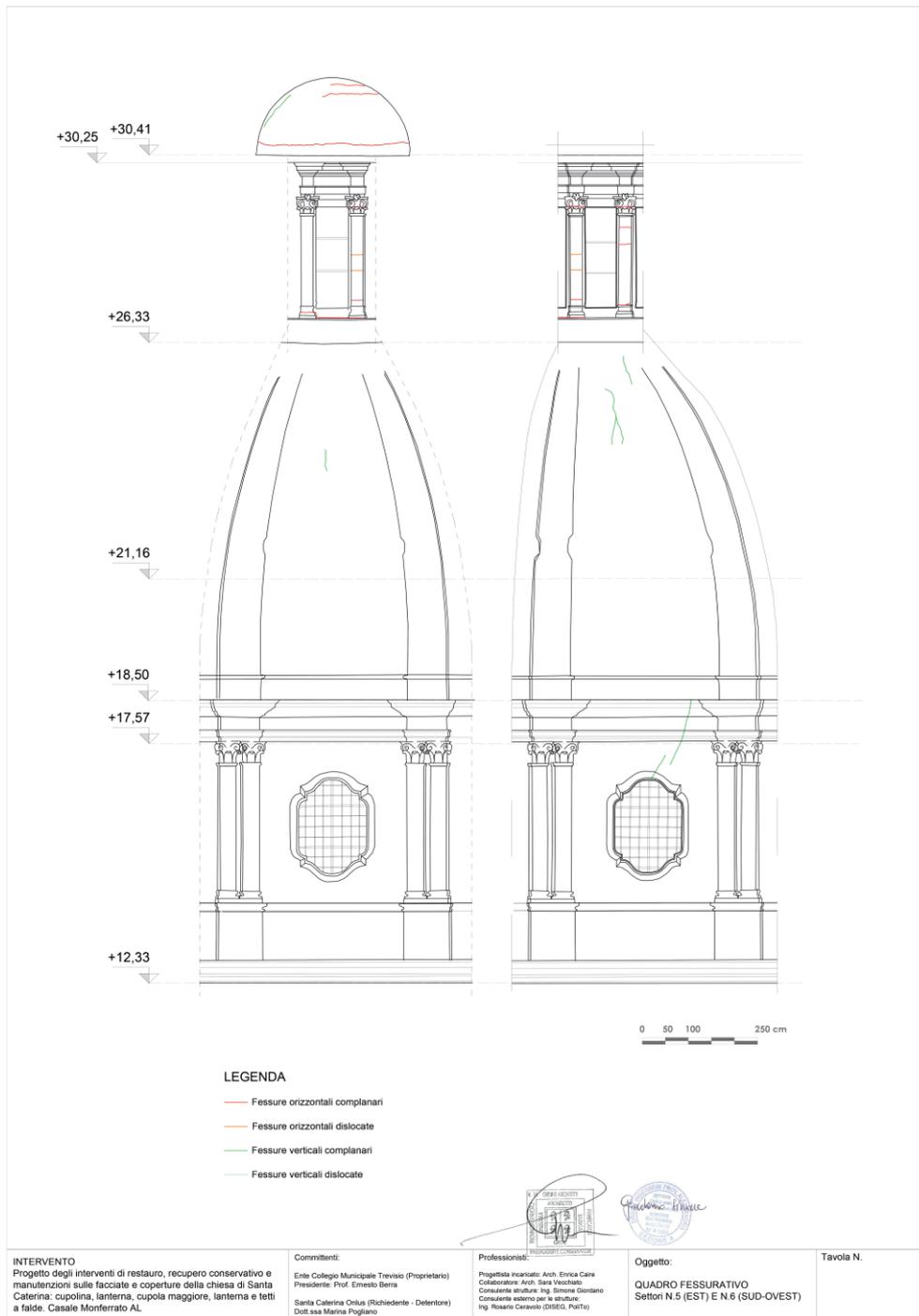


Figure 1-17: quadro fessurativo est e sud ovest

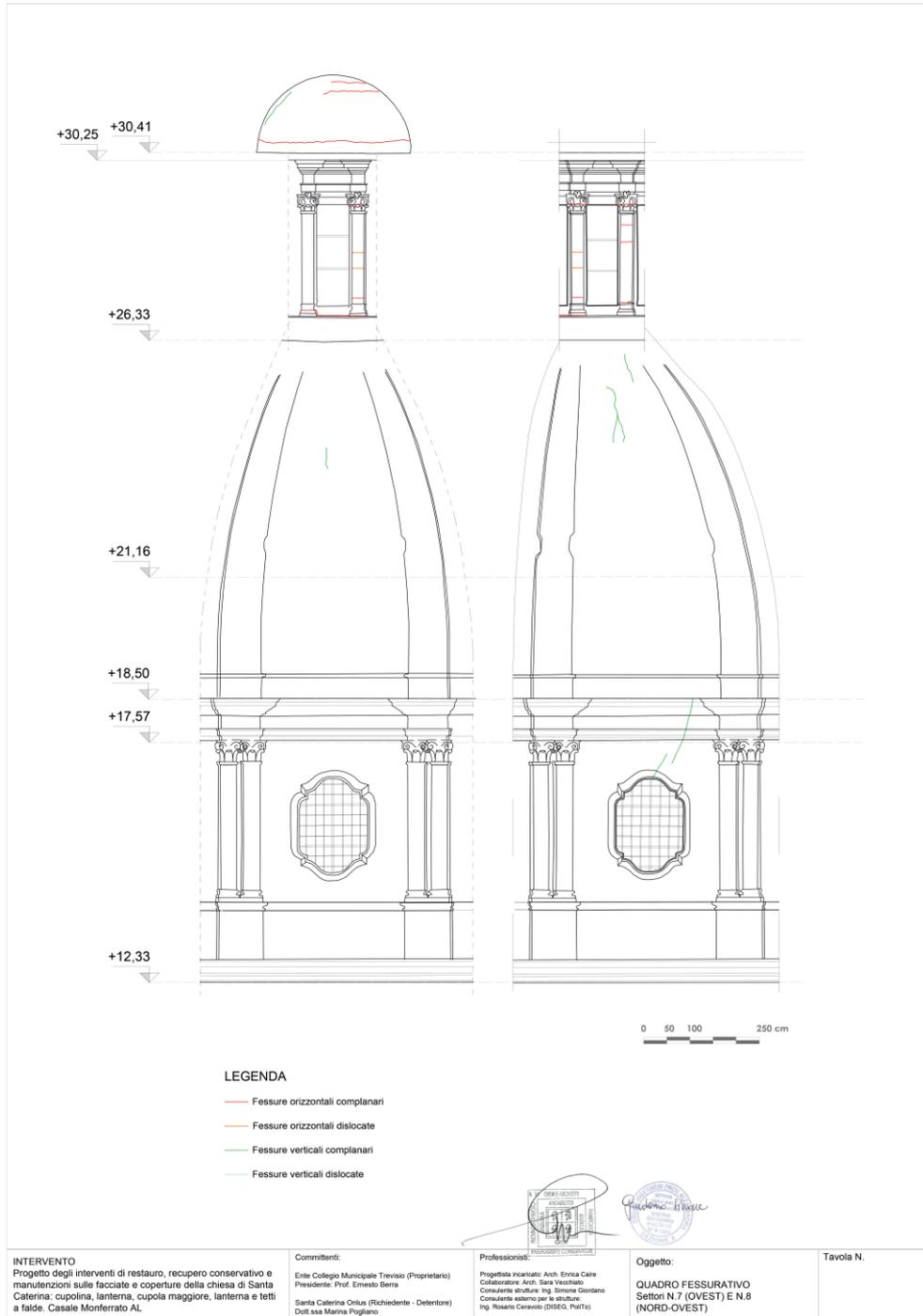


Figure 1-18: quadro fessurativo ovest e nord ovest

### 1.1.6.2 D2. Danno materico

Gli elementi della chiesa, oltre ad essere danneggiati strutturalmente, sono soggetti a fenomeni di degrado dei materiali principalmente dovuti a fenomeni di percolamento e infiltrazioni delle acque meteoriche. In particolare, si nota che in alcune porzioni di muratura esterna si sono verificati fenomeni di distacco dell'intonaco mentre nella muratura interna si rilevano delle efflorescenze causate dalle infiltrazioni.



*Figure 1-19: esterno tamburo, degrado muratura*



*Figure 1-20: pilastrino lanterna degrado della muratura*

Si riportano alcune immagini che raffigurano il rilievo del degrado riscontrato nella porzione di cupola-tamburo e nella lanterna.

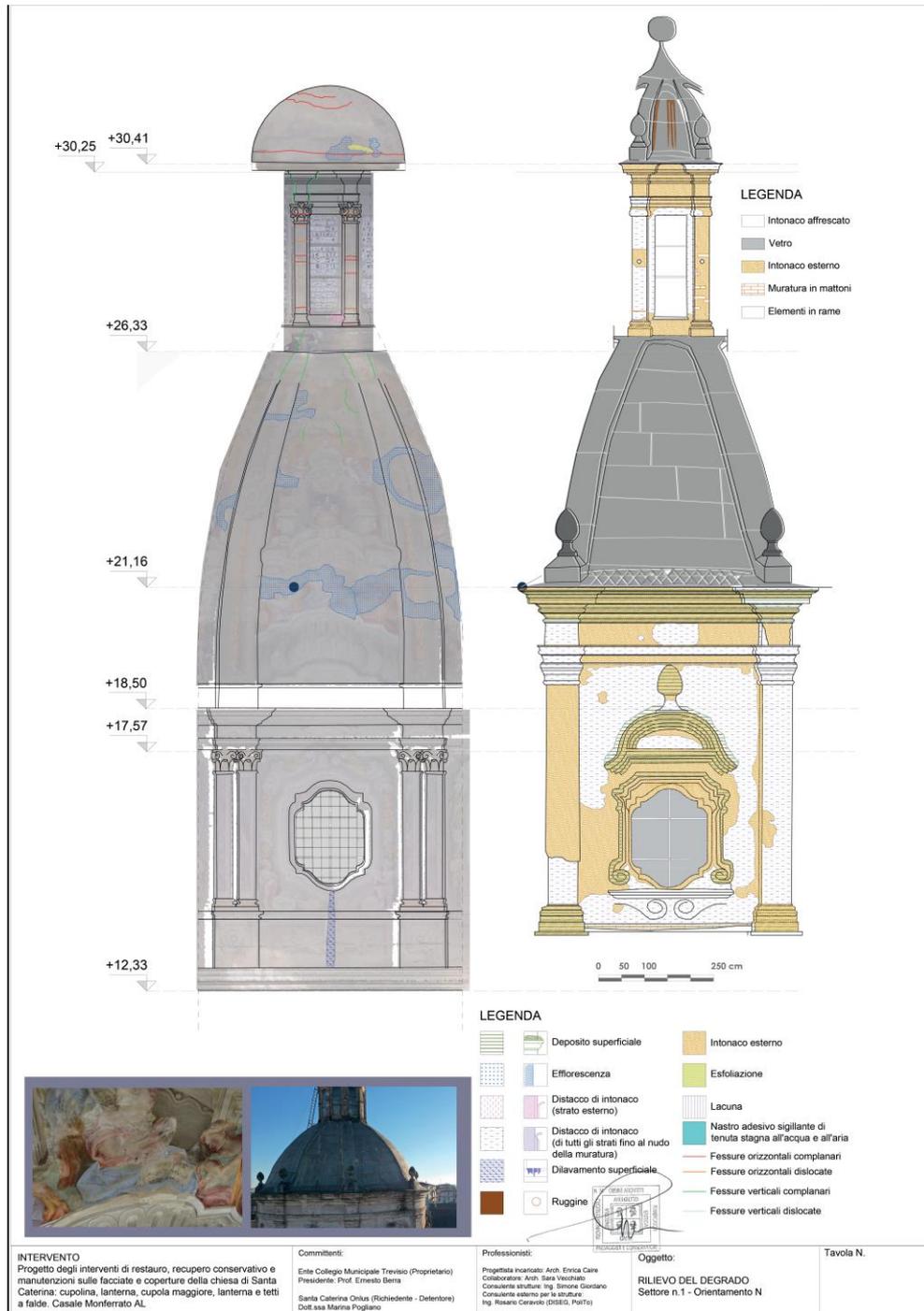


Figure 1-21: degrado nord

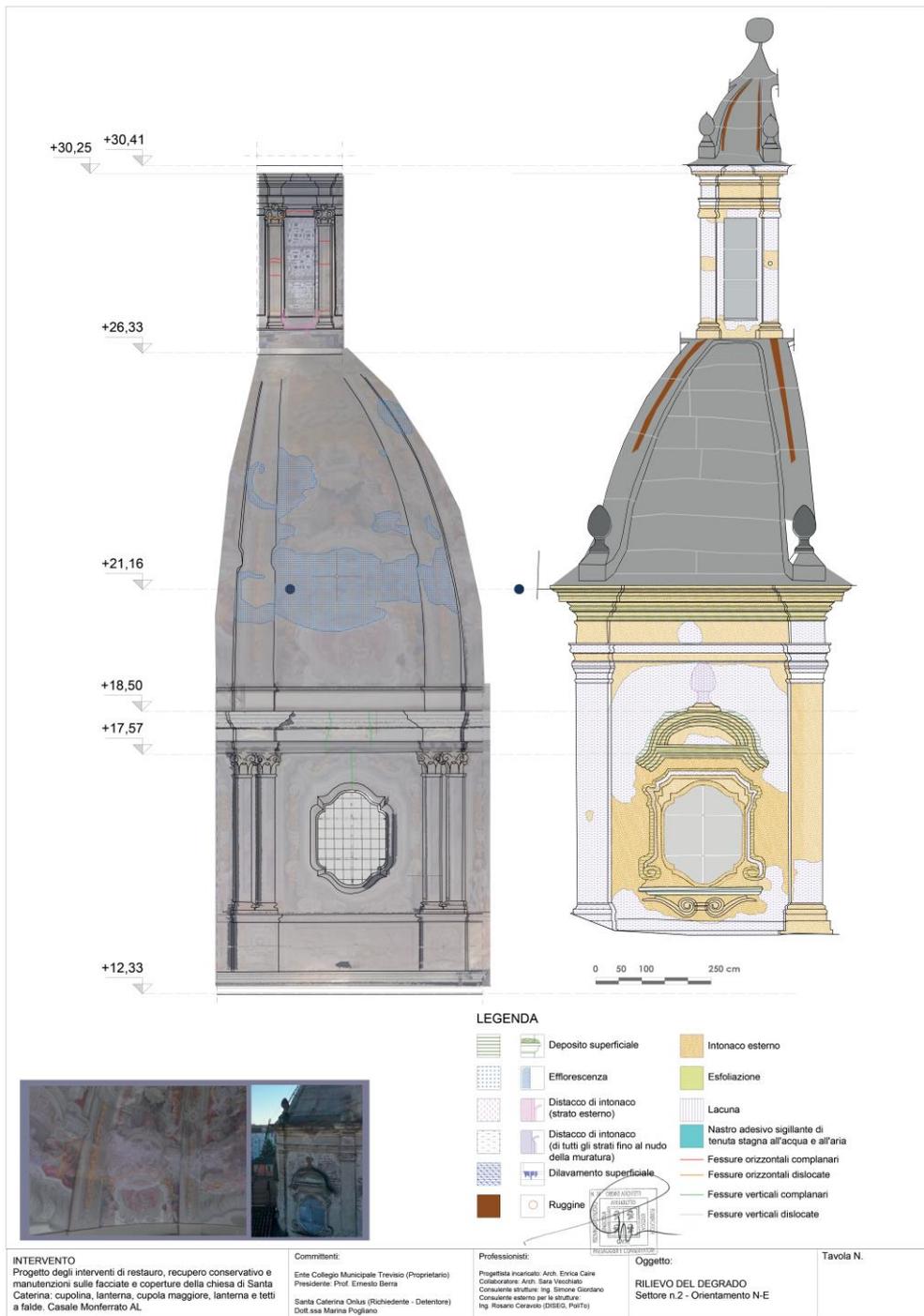


Figure 1-22: degrado nord-est

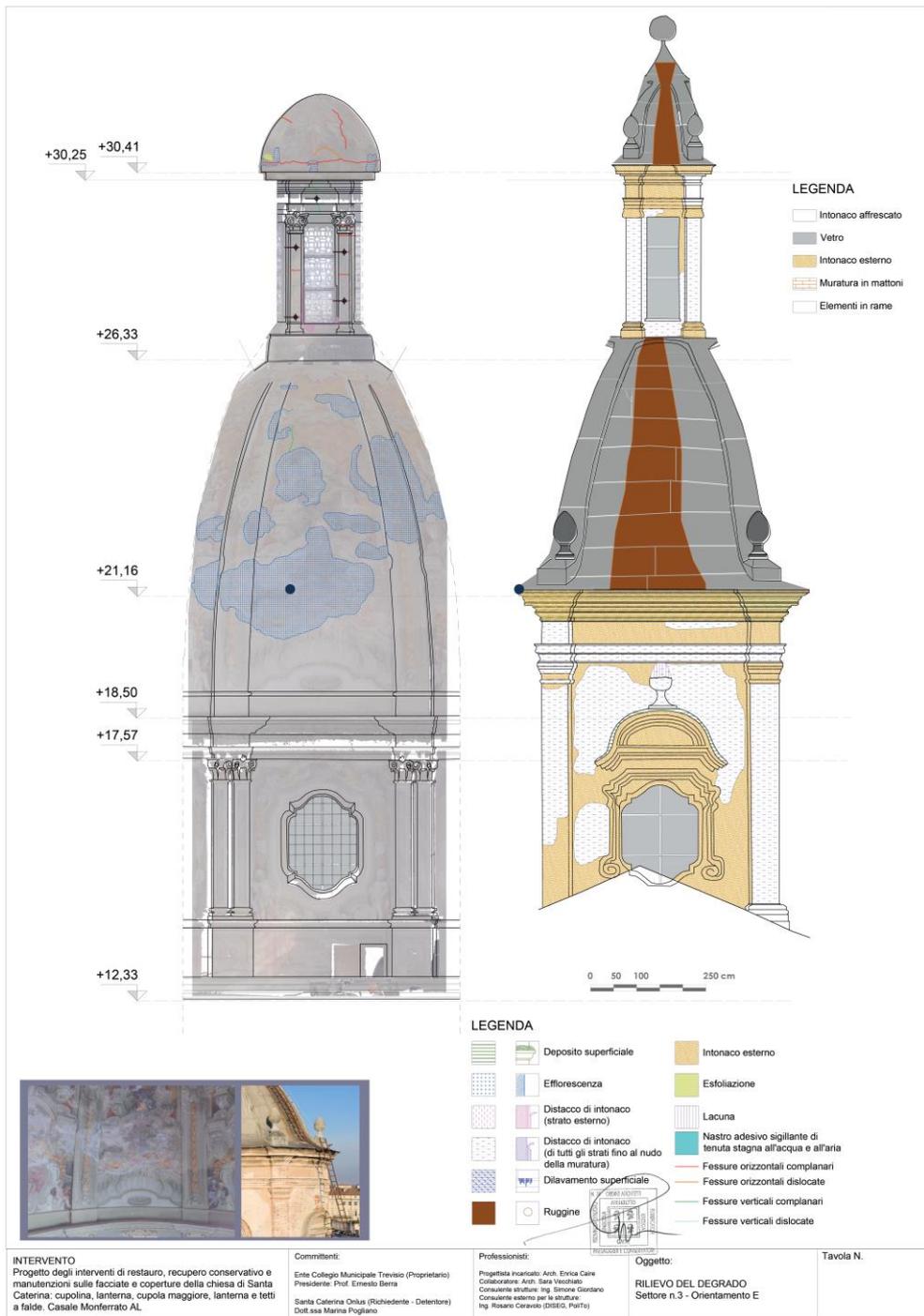


Figure 1-23: degrado est

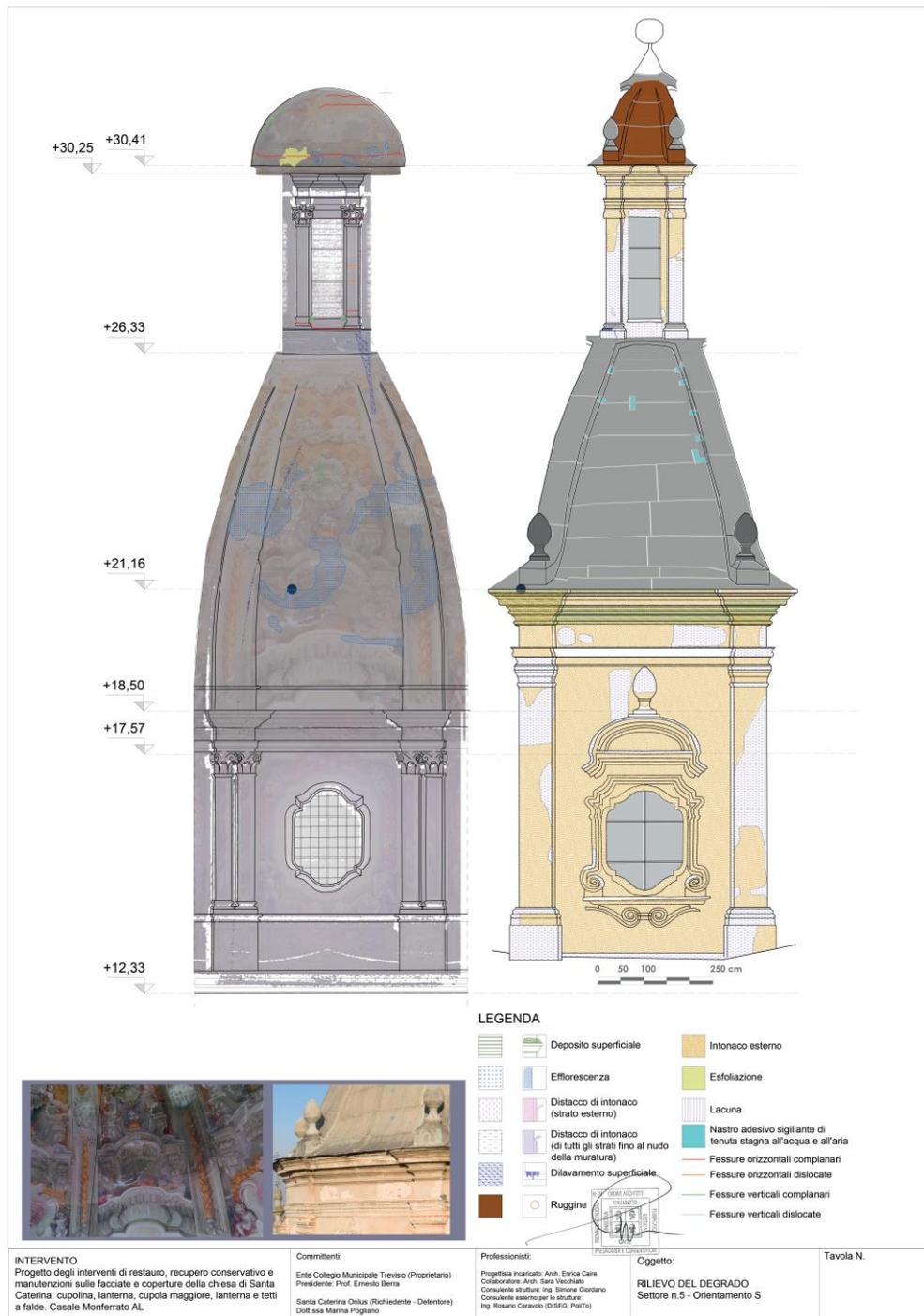


Figure 1-24: degrado sud

### 1.1.6.3 D3. Cause del danno

I motivi che hanno contribuito a determinare l'attuale stato di danno sono molteplici. Le cause intrinseche sono, per esempio, l'umidità provocata dalle continue infiltrazioni e il mancato deflusso delle acque meteoriche. L'umidità accompagnata dai relativi danni è una costante presenti in alcune porzioni della struttura della chiesa, in particolare a livello della cupola e del lanternino. La cupola presenta una fascia in cui sono ben visibili delle efflorescenze prodotte dall'umidità. Anche nella facciata, sul lato ad angolo con via

Trevigi, si nota un alone prodotto dalle continue infiltrazioni di acqua; le stesse infiltrazioni sono state riscontrate nella stanza che fa ad angolo tra Piazza Castello e Via Trevigi. Tracce di umidità sono ben visibili anche nel piano interrato sui muri di confine a Nord.



*Figure 1-25: danneggiamento intonaci interni per le infiltrazioni*



*Figure 1-26: danno infiltrazioni angolo facciata-via trevigi*



*Figure 1-27: efflorescenza cupola*

#### 1.1.6.4 D4. Analisi dei dettagli strutturali

Gli elementi ritenuti ad elevata vulnerabilità sono la lanterna in primis e poi la facciata così come la facciate e la cupola.

#### 1.1.6.5 D5. Interazione fra unità strutturali

La chiesa è legata al coro tramite 3 setti murari ortogonali al muro che divide la chiesa stessa dal coro. Nell'angolo a Sud-Ovest, dove comincia il loggiato, vi è un muro che collega la chiesa agli elementi contigui.

### 1.1.7 Modulo E. Rilievo geometrico

Nel corso degli anni la chiesa è stata oggetto di campagne di rilievo metrico. Nel 2010, per poter effettuare uno studio di identificazione dinamica della chiesa al fine di calibrare un modello agli elementi finiti che simulasse il comportamento strutturale dell'edificio, sono stati effettuati dei rilievi geometrici dell'esterno e dell'interno della chiesa.

Gli ultimi mesi dell'anno 2018 sono iniziate ulteriori campagne di rilievo e di monitoraggio che si sono protratte anche nei primi mesi del 2019. Anche in quest'occasione sono stati effettuati dei rilievi geometrici con stazione totale e in aggiunta sono state realizzate delle scansioni con il dispositivo LIDAR (Ligh Detection And Ranging), che permette di creare un modello discreto tridimensionale molto preciso degli oggetti scansionati. I dati dei rilievi sono utili per le possibili indagini che possono essere svolte.

### 1.1.8 Modulo F. Interventi Progressi

Da quando è stata costruita l'edificio di culto ha subito degli interventi di restauro che hanno aiutato la struttura a rimanere uno dei principali monumenti architettonici della città.

Tramite delle ricerche negli archivi storici svolte dall'associazione Santa Caterina ONLUS si è venuti a conoscenza di alcune attività di restauro che hanno interessato l'edificio.

A partire dagli anni '40 del secolo scorso si richiedeva di eseguire dei lavori di restauro, lavori che alla fine sono avvenuti nel 1943 e che hanno interessato i prospetti esterni e la cupola. A far da testimonianza all'esecuzione di suddetti lavori di restauro sono i documenti di collaudo firmati nel Maggio del 1944.

Nel marzo del 2011, a seguito del nulla osta della soprintendenza per i Beni Ambientali e Architettonici del Piemonte, è iniziato un ulteriore lavoro di restauro che consisteva nel rifacimento della copertura del coro e parte della chiesa di Santa Caterina. Ad attestare l'esecuzione di questi lavori, l'associazione Santa Caterina ONLUS ha realizzato un'ampia campagna fotografica che mostra le operazioni svolte.



*Figure 1-28: rifacimento copertura 1*



*Figure 1-29: rifacimento copertura 2*



*Figure 1-30: rifacimento copertura*

### 1.1.9 Modulo G. Indagini storiche

La storia della chiesa comincia attorno al 1500, quando l'odierno Palazzo Trevigi veniva usato come convento delle monache di clausura (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.). Il palazzo, così come quello attuale, possiede due piani che si sviluppano attorno a un chiostro centrale e ospitava due chiese; una interna usata dalle monache e una esterna per i fedeli. Successivamente, nel luglio del 1528, la marchesa Anna di Alençon, appartenente ad una famiglia molto religiosa, decise di donare il suo palazzo marchionale, che si trovava a continuazione del convento nei pressi di Piazza Castello, con l'intento di farvi costruire un'ampia chiesa dedicata a Santa Maria delle Grazie (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.). Col tempo, il numero delle monache che venivano accolte nel convento aumentava sempre di più, così si volle ampliare il convento in direzione della piazza principale (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.). L'ampliamento ha coinciso con la costruzione del complesso chiesa più coro esistenti ancora oggi. La chiesa interna (ovvero l'attuale coro) fu terminato nel 1715; l'attuale chiesa invece fu costruita, come precedentemente anticipato, a partire dal 1718 e fu terminata nel 1726. In seguito, con le successive invasioni napoleoniche le monache abbandonarono il convento che fu acquisito nel 1814 dai Padri Somaschi. I Padri celebrarono la messa nella chiesa fino al 1973 ed eseguirono anche dei lavori di ristrutturazione (Santa Caterina Casale Monferrato, s.d.).

### 1.1.10 Modulo H. indagini diagnostiche

Nel 2019 sono state effettuate molteplici indagini quali:

- Metodologia geofisica GPR
- Monitoraggio statico
- Valutazione dello stato fessurativo

Le indagini eseguite tramite la metodologia GPR (Ground Penetrating Radar), svolte dalla società Geocomp s.r.l, hanno come obiettivo la verifica della presenza di parti metalliche appartenenti alla struttura interna della cupola della chiesa di Santa Caterina. A tale scopo la società operatrice, munita di georadar C-Thru, ha eseguito svariati profili georadar che hanno interessato tutta la cupola. Le scansioni sono state eseguite dal basso verso l'alto a partire dalla cornice inferiore della cupola fino a raggiungere la quota più vicina all'anello superiore.

Come si può notare in figura sono state effettuate molteplici prospezioni all'interno della cupola.

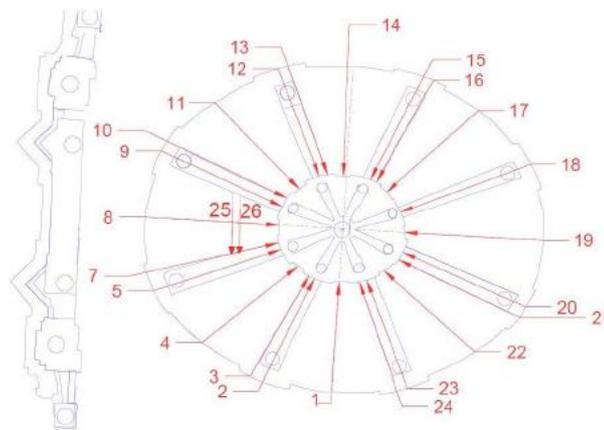


Figure 1-31: schema prospezioni effettuate



Figure 1-32: modalità esecuzione dell'indagine

Quest'indagine ha evidenziato sia la presenza di una struttura metallica di sostegno all'interno della cupola sia altre particolarità, ad esempio, è stata riscontrata la presenza di una catena a circa un metro dalla cornice inferiore, sono state individuate alcune discontinuità in diversi punti della cupola e la presenza di alcuni ferri correnti verticali nel centro dello spazio tra due nervature.

Si riportano a titolo di esempio alcune radiografie ritenute significative.

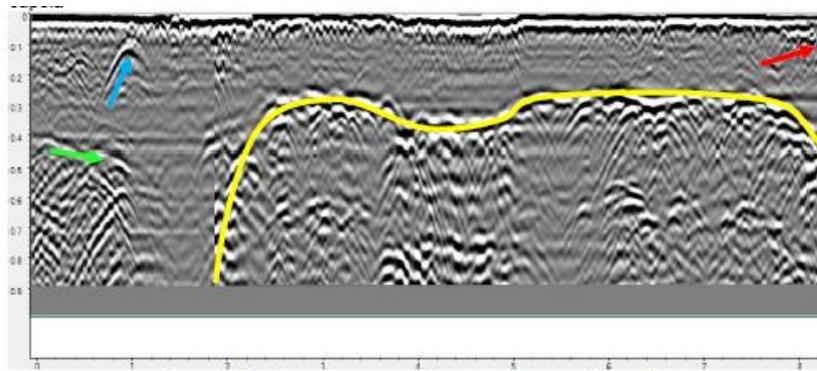


Figure 1-33: esempio radiografia cupola 1

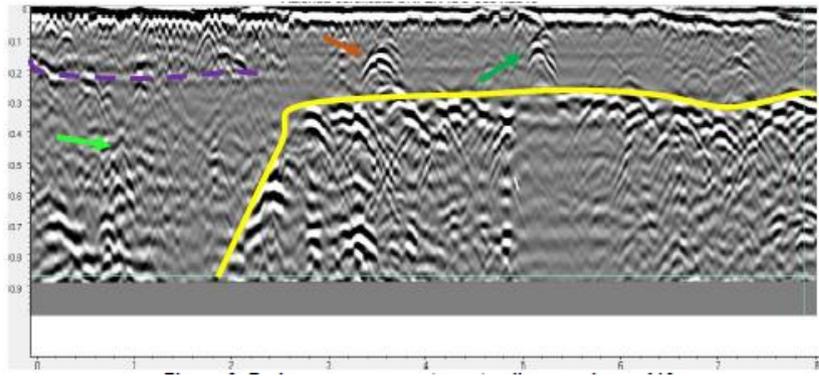


Figure 1-34: esempio radiografia cupola 2

Nel periodo che va tra Marzo e Aprile del 2019 è stata effettuata un'attività di monitoraggio statico che ha interessato la lanterna, elemento ritenuto molto vulnerabile visto anche l'avanzato stato fessurativo degli elementi costituenti. A tal proposito, è stata creata una rete di controllo costituita da stazioni di riferimento e punti di controllo posizionati nella piazza di fronte la chiesa e nel cortile del loggiato a Sud della chiesa.

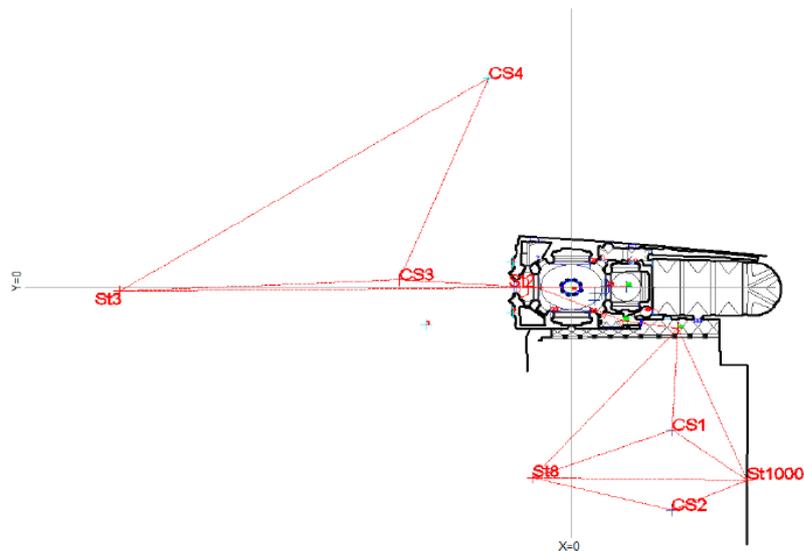


Figure 1-35: posizionamento punti di controllo

Successivamente sono stati posizionati dei target sia all'interno che all'esterno della lanterna che sono serviti al monitoraggio poiché hanno permesso di calcolare gli scostamenti al variare dei giorni. Di seguito, nelle figure, si riportano alcuni target che sono stati posizionati nella lanterna.



*Figure 1-36: particolare target base pilastro della lanterna*



*Figure 1-37: particolare posizionamento target top pilastro lanterna*

Dai risultati si evince che non ci sono spostamenti significativi dei target posizionati sulla lanterna, e i lievi spostamenti rilevati oscillano di decimi di millimetro attorno alla posizione di prima misurazione.

La campagna di indagini effettuate nei primi mesi del 2019 ha permesso anche di ricostruire un accurato quadro fessurativo degli elementi più importanti della chiesa ovvero il blocco tamburo, cupola e lanterna.

Nello stesso periodo in cui sono state eseguite le indagini sono anche stati posizionati dei fessurimetri per superfici piane che ha permesso di valutare se ci sono stati degli spostamenti che hanno prodotto un'evoluzione delle fessure rilevate. La lettura dei fessurimetri ha prodotto esito negativo e quindi non sono stati misurati variazioni di apertura o spostamenti delle fessure indagate.

## 1.2 Definizione livello di conoscenza e del fattore di confidenza

Nel capitolo 8 al paragrafo 5 delle NTC 2018 e nella rispettiva circolare viene trattata la definizione del modello di riferimento dell'edificio per le analisi. Le fasi che portano alla creazione dei modelli di riferimento, che descrivono il comportamento dell'immobile, sono tra le più articolate dell'intera procedura di analisi. Le problematiche che si hanno in queste fasi diventano ancor più rilevanti nelle strutture esistenti in muratura poiché, in esse, sono presenti numerosissime incertezze relative alle tipologie di materiali impiegati e al loro comportamento meccanico, al grado di connessione tra gli elementi, agli stati di sollecitazione correnti.

Avere una conoscenza adeguata del manufatto è un assunto fondamentale per la comprensione delle singole criticità e del comportamento strutturale. L'affidabilità dei risultati è strettamente legata al livello di conoscenza.

In base al livello di conoscenza, le Norme Tecniche per le Costruzioni stabiliscono degli opportuni fattori di confidenza da utilizzare nelle verifiche di sicurezza poiché riducono i valori attribuiti ai parametri meccanici dei diversi materiali.

La normativa in funzione al numero di informazioni a disposizione definisce tre Livelli di Conoscenza (LC); in ordine crescente di informazione si hanno: LC1 (conoscenza limitata); LC2 (Conoscenza adeguata); LC3 (Conoscenza accurata).

Gli aspetti che permettono la definizione dei livelli di conoscenza sono: la geometria della struttura, i dettagli costruttivi, le proprietà dei materiali, le connessioni tra i diversi elementi e le loro possibili modalità di collasso.

Tutte queste informazioni vengono ricavate da specifiche indagini; la normativa distingue tre tipologie di indagini:

- “Indagini in situ limitate: servono a completare le informazioni sulle proprietà dei materiali per individuare la tipologia di muratura utilizzata nella costruzione. Si basano su esami visivi della superficie muraria a seguito della rimozione di una superficie di intonaco di almeno 1m x 1m, al fine di individuare la dimensione dei blocchi e nel caso ci si trovi vicino agli angoli cogliere anche le ammorsature tra le pareti murarie” (D.M. 17 gennaio, 2018).
- “Indagini in situ estese: le indagini descritte precedentemente sono svolte in maniera sistematica su ogni muratura, eseguendo saggi superficiali ed interni su ogni tipologia di muratura presente. Possono essere eseguite prove con martinetto piatto singolo o doppio e prove di caratterizzazione della malta e se necessarie possono essere impiegati anche dei metodi di prova non distruttivi (prove soniche, prove sclerometriche, etc)” (D.M. 17 gennaio, 2018).
- “Indagini in situ esaustive: le prove sono le stesse a quelle descritte in precedenza, ma sono numericamente e qualitativamente superiori in modo da valutare le caratteristiche meccaniche della muratura. Le prove possono essere svolte sia in sito che in laboratorio e comprende anche le prove di compressione diagonale su pannelli” (D.M. 17 gennaio, 2018).

In base ai rilievi si raggiunge uno specifico livello di conoscenza:

- LC1: si raggiunge quando siano stati effettuati il rilievo geometrico, indagini in situ limitate sulle proprietà dei materiali e sui dettagli costruttivi.
- LC2: si raggiunge quando siano state effettuate indagini estese ed esaustive sui dettagli costruttivi ed indagini in situ estese sulle proprietà dei materiali.
- LC3: si raggiunge quando oltre ad effettuare indagini estese ed esaustive sui dettagli costruttivi si effettuano delle indagini esaustive sulle proprietà dei materiali.

A ciascun livello di conoscenza corrisponde un fattore di confidenza; il calcolo di questo fattore vengono fornite dalla Circolare n.26/2010 fornita dal MIBAC al capitolo 4.2. Esso viene calcolato come somma di una serie di coefficienti parziali in funzione delle indagini condotte sulla struttura. I valori dei coefficienti parziali vengono forniti dalla tabella 4.1 della circolare. Il fattore di confidenza viene quindi calcolato con la seguente formula:

$$F_C = 1 + \sum_{k=1}^4 F_{Ck}$$

Di seguito riportiamo la tabella 4.1 delle Linee guida (Direttiva BBCC, 2010).

Rilievo geometrico	identificazione delle specificità storiche e costruttive della fabbrica	Proprietà meccaniche dei materiali	Terreno e fondazioni
rilievo geometrico completo  $F_{C1} = 0.05$	restituzione ipotetica delle fasi costruttive basata su un limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche)  $F_{C2} = 0.12$	parametri meccanici desunti da dati già disponibili  $F_{C3} = 0.12$	limitate indagini sul terreno e le fondazioni, in assenza di dati geotecnici e disponibilità d'informazioni sulle fondazioni  $F_{C4} = 0.06$
rilievo geometrico completo, con restituzione grafica dei quadri fessurativi e deformativi  $F_{C1} = 0$	restituzione parziale delle fasi costruttive e interpretazione del comportamento strutturale fondate su: a) limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione e alla verifica delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche, verifica diagnostica delle ipotesi storiografiche); b) esteso rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche)  $F_{C2} = 0.06$	limitate indagini sui parametri meccanici dei materiali  $F_{C3} = 0.06$	disponibilità di dati geotecnici e sulle strutture fondazionali; limitate indagini sul terreno e le fondazioni  $F_{C4} = 0.03$
	restituzione completa delle fasi costruttive e interpretazione del comportamento strutturale fondate su un esaustivo rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche, eventuali indagini diagnostiche)  $F_{C2} = 0$	estese indagini sui parametri meccanici dei materiali  $F_{C3} = 0$	estese o esaustive indagini sul terreno e le fondazioni  $F_{C4} = 0$

Figure 1-38: estratto tabella 4.1 Linee Guida

Nel caso di questo lavoro si dispone di numerose informazioni riguardanti la chiesa poiché si dispone di un accurato rilievo geometrico eseguito con laser scanner, quadro fessurativo, scansioni con georadar della cupola, monitoraggio della lanterna, prove dinamiche, prove statiche comprendenti tre prove con un martinetto piatto, tre prove con due martinetti piatti doppi, una tomografia sonica e quattro prove soniche.

Di seguito si calcola il fattore di confidenza come:

Tabella 2: coefficienti parziali fattore di confidenza

Rilievo geometrico	rilievo geometrico completo, con restituzione grafica dei quadri fessurativi e deformativi	$F_{c1} = 0$
Identificazione delle specificità storiche e costruttive della fabbrica	restituzione parziale delle fasi costruttive e interpretazione del comportamento strutturale fondate su: a) limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione e alla verifica delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche, verifica diagnostica delle ipotesi storiografiche); b) esteso rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche)	$F_{c2} = 0.06$
Proprietà meccaniche dei materiali	limitate indagini sui parametri meccanici dei materiali	$F_{c3} = 0.06$
Terreno e fondazioni	limitate indagini sul terreno e le fondazioni, in assenza di dati geotecnici e disponibilità d'informazioni sulle fondazioni	$F_{c4} = 0.06$

$$F_c = 1 + 0 + 0.06 + 0.06 + 0.06 = 1.18$$

Il fattore di confidenza verrà poi usato per ridurre le resistenze di progetto delle murature usate nelle verifiche (Anna, 2019).

## 2 Capitolo 2

### 2.1 Caratterizzazione meccanica dei materiali

Come riportato nel paragrafo C8.5.4.1 “Costruzioni di muratura” del (C.S.LL.PP, 2019) i valori medi dei parametri meccanici delle tipologie murarie, descritti in tabelle C8.5.I e C8.5.II, che si utilizzano nelle verifiche devono essere riferiti ai diversi livelli di conoscenza.

La scelta del valore viene fatta in funzione del livello di conoscenza conseguito con le indagini, come indicato di seguito:

- LC1: si usano i valori minimi per le resistenze e valori medi per i moduli elastici.
- LC2: si usano i valori medi sia per le resistenze che per i moduli elastici.
- LC3: i valori delle resistenze e dei moduli dipendono dai risultati delle prove eseguite in sito che permettono di aggiornare la distribuzione definita a-priori dai valori dei parametri in tabella C8.5.I.

La tabella C8.5.I del paragrafo C8.5.3 della Circolare fornisce i valori di massimi e minimi dei parametri di resistenza e deformabilità dei materiali in funzione della tipologia di muratura.

Tipologia di muratura	f	$\tau_0$	$f_{v0}$	E	G	w
	(N/mm <sup>2</sup> )	(kN/m <sup>3</sup> )				
	min-max	min-max		min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	1,0-2,0	0,018-0,032	- -	690-1050	230-350	19
Muratura a conci sbozzati, con paramenti di spessore disomogeneo (*)	2,0	0,035-0,051	- -	1020-1440	340-480	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	2,6-3,8	0,056-0,074	- -	1500-1980	500-660	21
Muratura irregolare di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	1,4-2,2	0,028-0,042	- -	900-1260	300-420	13 ÷ 16(**)
Muratura a conci regolari di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.) (**)	2,0-3,2	0,04-0,08	0,10-0,19	1200-1620	400-500	
Muratura a blocchi lapidei squadri	5,8-8,2	0,09-0,12	0,18-0,28	2400-3300	800-1100	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce (***)	2,6-4,3	0,05-0,13	0,13-0,27	1200-1800	400-600	18
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es.: doppio UNI foratura ≤40%)	5,0-8,0	0,08-0,17	0,20-0,36	3500-5600	875-1400	15

Figure 2-1: parametri meccanici muratura-estratto tabella C8.5.I Circolare alle NTC 2018

Dove:

f = resistenza media a compressione;

$\tau_0$  = resistenza media a taglio in assenza di tensioni normali (con riferimento alla formula riportata, a proposito dei modelli di capacità, nel §C8.7.1.3);

$f_{v0}$  = resistenza media a taglio in assenza di tensioni normali;

E = valore medio del modulo di elasticità normale;

G = valore medio del modulo di elasticità tangenziale;

W = peso specifico medio.

Nel caso di questo lavoro di tesi, avendo ottenuto un fattore di confidenza pari a 1.18 ci si trova tra un livello di conoscenza accurata (LC3) e un livello di conoscenza adeguata (LC2).

La conoscenza del manufatto ha permesso di scegliere come tipologia di muratura quella corrispondente a “Muratura in mattoni pieni e malta di calce”.

Tipologia di muratura	f	$\tau_0$	$f_{v0}$	E	G	w
	(N/mm <sup>2</sup> )	(kN/m <sup>3</sup> )				
	min-max	min-max		min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	1,0-2,0	0,018-0,032	-	690-1050	230-350	19
Muratura a conci sbazzati, con paramenti di spessore disomogeneo (*)	2,0	0,035-0,051	-	1020-1440	340-480	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	2,6-3,8	0,056-0,074	-	1500-1980	500-660	21
Muratura irregolare di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	1,4-2,2	0,028-0,042	-	900-1260	300-420	13 ÷ 16(**)
Muratura a conci regolari di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.) (**)	2,0-3,2	0,04-0,08	0,10-0,19	1200-1620	400-500	
Muratura a blocchi lapidei squadri	5,8-8,2	0,09-0,12	0,18-0,28	2400-3300	800-1100	
Muratura in mattoni pieni e malta di calce (***)	2,6-4,3	0,05-0,13	0,13-0,27	1200-1800	400-600	18
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es.: doppio UNI foratura ≤40%)	5,0-8,0	0,08-0,17	0,20-0,36	3500-5600	875-1400	15

Figure 2-2: scelta della tipologia di muratura in esame

Ne consegue che se si utilizzasse un LC2 bisognerebbe prendere i valori medi degli intervalli della tabella. Tuttavia, grazie a delle indagini svolte nel 2012 si hanno a disposizione i risultati delle prove con martinetti piatti doppi che forniscono delle indicazioni sulle proprietà dei materiali. Le prove eseguite con i martinetti piatti doppi hanno sottoposto i tre campioni di muratura a cicli di carico e scarico fino a raggiungere un livello massimo di sollecitazione di 2.4 MPa e, si è notato che un provino ha avuto una riduzione del modulo di deformabilità non trascurabile segno di un ingresso in campo plastico; per cui si è optato di utilizzare il valore di resistenza minimo fornito da tabella.

Per quanto riguarda i moduli elastici si è considerato il valore medio così come indicato per il livello di conoscenza LC2.

Ne consegue che i parametri della muratura considerata sono i seguenti:

$$f_m = 2.6 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_0 = 0.05 \text{ N/mm}^2$$

$$E = 1500 \text{ N/mm}^2$$

$$G = 500 \text{ N/mm}^2$$

$$w = 18 \text{ kN/m}^3$$

Ottenuto  $F_C$ , si possono calcolare le resistenze di progetto delle murature seguendo le indicazioni fornite nel capitolo C8.5 (C.S.LL.PP, 2019).

$$f_d = \frac{f_m}{\gamma_m F_C}$$

Dove:

- $f_d$  è il valore della resistenza di progetto per le verifiche
- $f_m$  è la resistenza della muratura come descritto in precedenza
- $\gamma_m$  è il coefficiente parziale di sicurezza sulla resistenza del materiale; viene definito nella tabella 4.5.II in paragrafo 4.5.6.1 delle NTC. Il coefficiente è pari a 2 nelle verifiche dinamiche e 3 per le analisi statiche.

La medesima formulazione viene utilizzata per la resistenza a taglio di progetto.

Nel caso di verifiche dinamiche si ha:

$$f_d = \frac{2.6 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]}{2 \cdot 1.18} = 1.102 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]$$
$$\tau_{d0} = 0.0212 N/mm^2$$

I moduli ricavati dalla tabella sono divisi per il fattore di confidenza  $F_C$ .

$$E = 1271.2 N/mm^2$$

$$G = 423.7 N/mm^2$$

## 3 Capitolo 3

### 3.1 Il rischio sismico

La penisola Italica si trova in una zona tettonica molto attiva infatti giornalmente vengono rilevati numerosi terremoti di diversa intensità.

Le conseguenze provocate dalle azioni di un evento sismico in termini di perdite globali (vite umane, beni economici, volume edilizio) definiscono il rischio sismico, in un dato intervallo di tempo e in una determinata area. La valutazione del rischio sismico necessita l'individuazione di tre parametri fondamentali che sono: la pericolosità sismica, la vulnerabilità e l'esposizione. (Polidoro, 2010)

La pericolosità sismica dipende dalle caratteristiche dell'area coinvolta nell'evento sismico e dall'intensità dell'evento sismico. La vulnerabilità è la predisposizione di una struttura a subire danni a seguito di un sisma, mentre, l'esposizione indica l'importanza dei beni (vite umane, beni culturali, beni economici) esposti al rischio sismico.

La formula per calcolare il rischio sismico è il prodotto dei tre parametri, ovvero:

$$R = P \cdot V \cdot E$$

Dove:

R è il rischio sismico, P è la pericolosità sismica, V è la vulnerabilità ed E è l'esposizione.

#### 3.1.1 Pericolosità sismica

La pericolosità sismica è legata al sito in cui si realizza il terremoto e all'intensità dell'evento sismico. Ogni evento sismico presenta un'intensità e si manifesta con una determinata frequenza in funzione della sismicità di un dato territorio. Infatti, conoscendo la frequenza e l'energia associate ai fenomeni sismici che contraddistinguono un territorio, ed assegnando un valore di probabilità al verificarsi di un certo evento sismico avente una magnitudo prestabilita in un determinato periodo di tempo si può definire la pericolosità sismica (Protezione civile, s.d.).

La pericolosità sismica di un territorio è rappresentata dalla sua sismicità; essa sarà maggiore quanto più sarà elevata la probabilità che si verifichi un terremoto di elevata magnitudo, a parità di intervallo temporale considerato (Protezione civile, s.d.). Essa è definita come la probabilità che un terremoto che si verifica in una zona superi un valore (di intensità, magnitudo o Pga) di interesse.

L'istituto nazionale di geofisica e vulcanologia per fornire un quadro sulle aree più pericolose della penisola Italica ha realizzato una mappa della pericolosità sismica. La mappa permette di visualizzare l'accelerazione attesa al suolo con probabilità di

eccedenza del 10% in 50 anni ed è riferita ai suoli rigidi (cat. A). Nel 2008 con le Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC08) la stima dell'azione sismica da utilizzare nella progettazione si basa su questa stima della pericolosità sismica a cui però bisogna applicare dei coefficienti di correzione legati alle caratteristiche del suolo a livello locale; (INGV terremoti, s.d.).

Di seguito si riporta la mappa della pericolosità fornita dalla protezione civile.

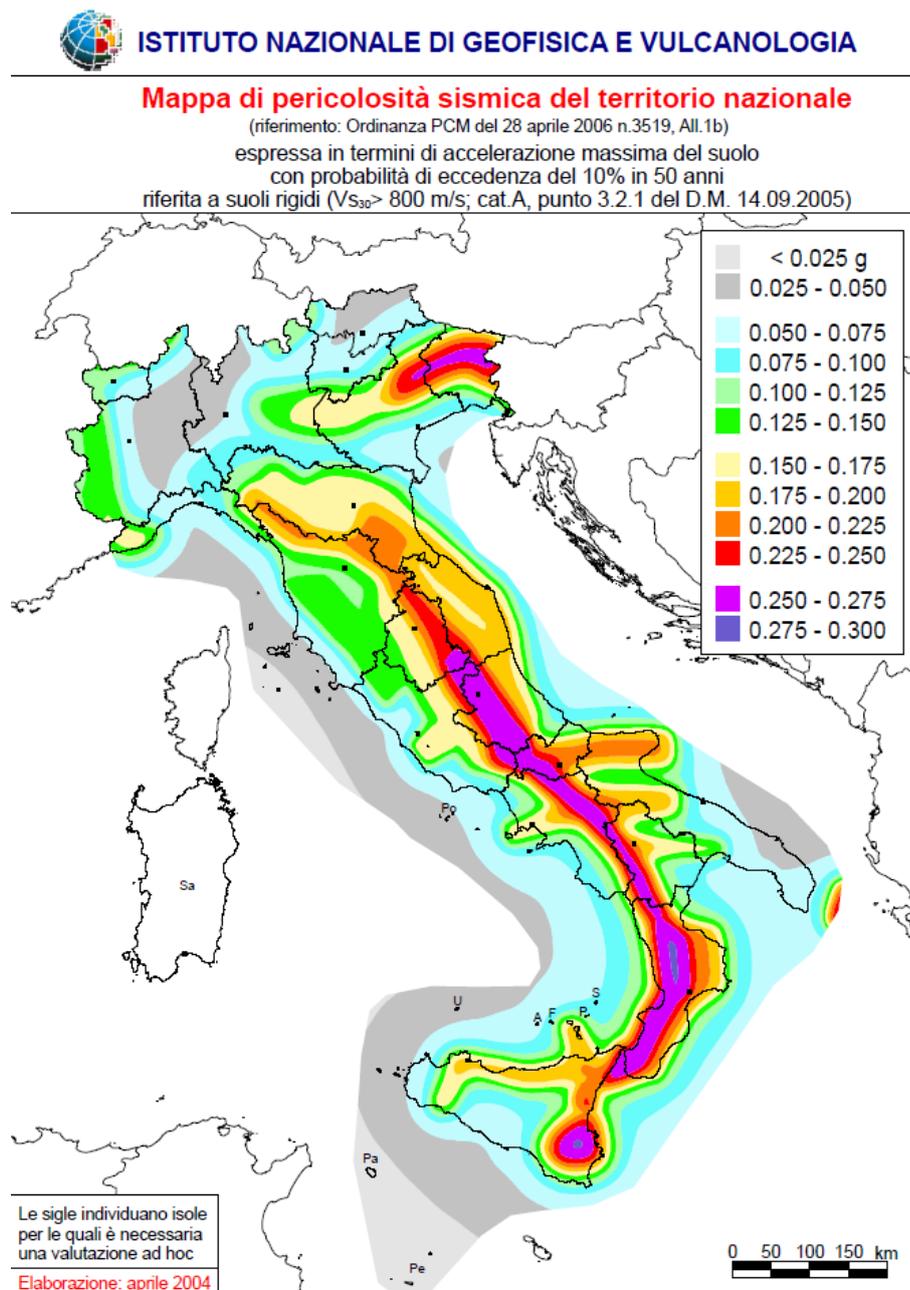


Figure 3-1: mappa pericolosità sismica del territorio nazionale

### 3.1.2 Pericolosità sismica del Piemonte

La regione Piemonte presenta una sismicità limitatamente frequente sebbene sia di livello medio basso. Nel corso di ogni secolo, infatti, è stato registrato un evento sismico che ha provocato dei danni e, quasi annualmente se ne registrano alcuni di lieve entità. Dalla mappa di pericolosità si nota che la sismicità del Piemonte non è uniforme bensì presenta delle zone con pericolosità sismica maggiore ovvero la fascia lungo il margine occidentale e le estremità a N-E (VCO) e S-E dell'alessandrino.

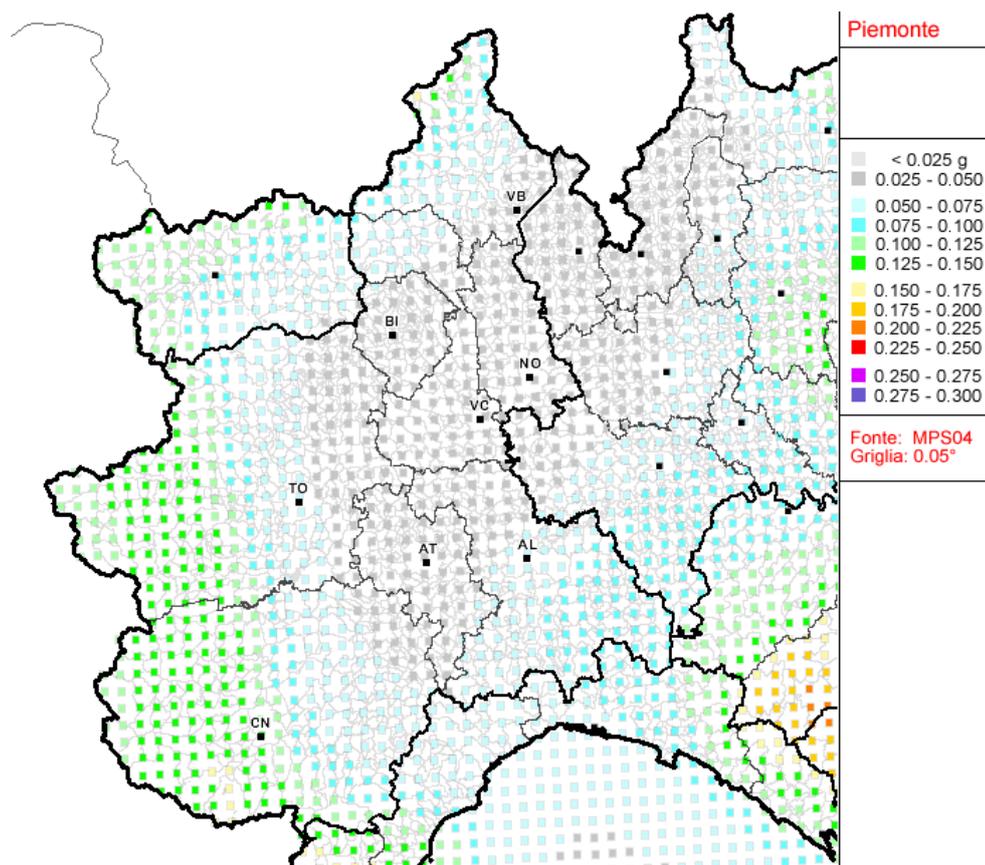


Figure 3-2: dettaglio pericolosità sismica - Piemonte

### 3.1.3 Ricerca terremoti storici

Concentrandoci sulla città di Casale Monferrato, località in cui è edificata la chiesa di Santa Caterina, è stata effettuata una ricerca storica sui terremoti che hanno potuto interessare la chiesa, in modo da poter valutare se questi abbiano potuto provocare i danneggiamenti architettonici riscontrati sulla costruzione.

Casale Monferrato si trova in una zona a bassa sismicità, tant'è che è stata collocata in zona 4. Tuttavia, nel corso dei secoli sono stati registrati nella località di Casale diversi terremoti generati nelle zone limitrofe. Di seguito si riportano le informazioni riguardanti

i 14 eventi sismici estratti dal sito INGV in cui si possono scaricare i dati relativi ai terremoti storici. (INGV Casale , s.d.)

### Casale Monferrato

PlaceID	IT_08343
Coordinate (lat, lon)	45.132, 8.450
Comune (ISTAT 2015)	Casale Monferrato
Provincia	Alessandria
Regione	Piemonte
Numero di eventi riportati	14

Figure 3-3: identificazione Casale Monferrato INGV

Effetti	In occasione del terremoto del									
Int.	Anno	Me	Gi	Ho	Mi	Se	Area epicentrale	NMDP	Io	Mw
F	<a href="#">1644</a>	02	15	04	30		Alpes Nipoises	29	8	5.74
4-5	<a href="#">1767</a>	02	07	03	45		Genovese	10	6	4.98
2	<a href="#">1808</a>	04	02	16	43		Val Pellice	105	8	5.64
6	<a href="#">1887</a>	02	23	05	21	5	Liguria occidentale	1511	9	6.27
NF	<a href="#">1909</a>	01	13	00	45		Emilia Romagna orientale	867	6-7	5.36
NF	<a href="#">1912</a>	05	31	21	40		Canavese	51	5-6	4.71
NF	<a href="#">1913</a>	12	07	01	28		Valle Scrivia	56	5	4.57
4	<a href="#">1920</a>	09	07	05	55	4	Garfagnana	750	10	6.53
3-4	<a href="#">1951</a>	05	15	22	54		Lodigiano	179	6-7	5.17
2	<a href="#">1960</a>	03	23	23	10		Vallese	178	7	5.00
3-4	<a href="#">1979</a>	02	09	14	44		Bergamasco	73	6	4.78
3-4	<a href="#">1983</a>	11	09	16	29	5	Parmense	850	6-7	5.04
NF	<a href="#">1984</a>	04	29	05	02	5	Umbria settentrionale	709	7	5.62
NF	<a href="#">2001</a>	07	18	22	47	1	Monferrato	253	5	4.23

Figure 3-4: Intensità macrosismica registrata a Casale – INGV

Si riporta anche un diagramma che evidenzia i terremoti che, a partire dal 1000 ad oggi, hanno avuto un'intensità minima pari a 3. Va notato che nel caso di Casale sono solo tre terremoti che hanno un'intensità superiore a 4, ovvero: nel 1767 (Genovese), nel 1887 (Liguria occidentale) e nel 1920 (Garafagna).

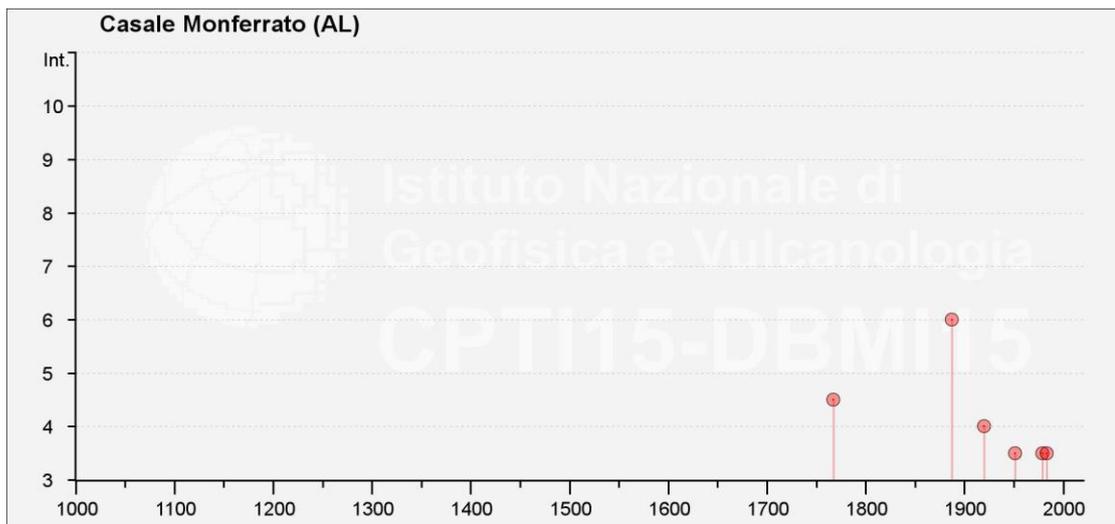


Figure 3-5: diagramma terremoti con intensità > 3

Oltre ai terremoti registrati a Monferrato è stata effettuata una ricerca di tutti i terremoti che, a partire dal 1718 anno di inizio costruzione della chiesa, hanno interessato il Piemonte e le regioni limitrofe.

La ricerca storica è stata eseguita tramite il portale INGV selezionando tutti i terremoti con intensità macrosismica maggiore o uguale a 5; alla fine la ricerca ha portato alla selezione di 87 terremoti.

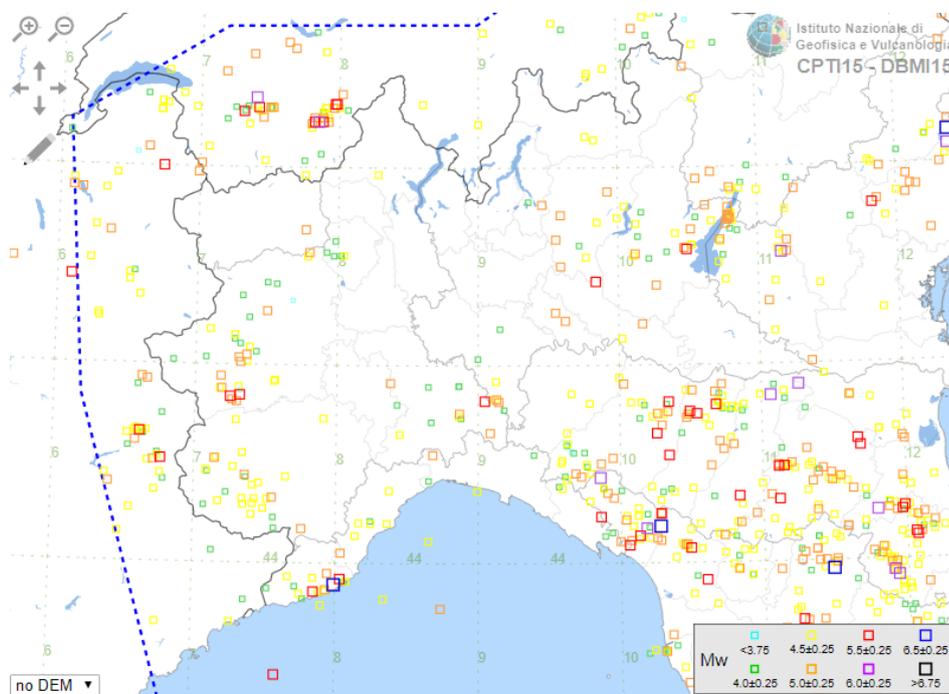


Figure 3-6: ricerca terremoti storici con intensità maggiore o uguale 5 a partire dal 1718

In tabella vengono indicati dati forniti dall'INGV relativi ad alcuni terremoti selezionati. A partire dalla tabella sono stati selezionati 4 terremoti ritenuti più importanti poiché intensità maggiori di 5 nelle località vicine al sito.

Tabella 3: tabella dati di alcuni terremoti selezionati

Eq_ID	Località vicina	Latitudine	Longitudine	Anno	Mw [-]	errore Mw	Io [-]	Reference	Int. [-]	Int. Vicina [-]
17590526_2215_000				1759	4.16	0.6	5	SGA002		
17530309_1315_000				1753	5.16	0.31	6.5	CFTI4med		
17551209_1330_000				1755	5.7	0.5	8	ECOS-09		
17670526_1824_000				1765	5.1	0.46	7	CFTI4med		
17670207_0345_000				1767	4.98	0.33	6	ENEL985	4.5	
17800804_0000_000	Tortona	44.897	8.864	1780	4.16	0.46	5	CFTI4med		5
18180223_1810_000	Alessandria	44.913	8.615	1818	5.32	0.22	7	CFTI4med		3
18190108_2230_000				1819	4.86	0.46	6.5	CFTI4med		
18240204_2150_000	Medassino	44.999	8.983	1824	4.49	0.47	5	CFTI4med		5
18281009_0220_000	Alessandria	44.913	8.615	1828	5.72	0.1	8	CFTI4med		7
18310526_1030_000				1831	5.56	0.26	8	CFTI4med		
18310528_1245_000				1831	4.73	0.35	6	CFTI4med		
18350523_0830_000				1835	4.86	0.46	6.5	CFTI4med		
18860905_0000_000	Alessandria	44.913	8.615	1886	5.22	0.14	7	AMGNDT995		4
18870223_0521_000				1887	6.27	0.1	9	CFTI4med	6	
18910607_0106_000	Alessandria	44.913	8.615	1891	5.87	0.1	8.5	CFTI4med		4
19450614_0503_000				1945	4.78	0.19	6.5	CFTI4med		
19450629_1537_000	Voghera	44.993	9.01	1945	5.1	0.16	7.5	CFTI4med		6
19451215_0527_000				1945	4.72	0.53	6	ENEL985		
19510515_2254_000				1951	5.17	0.08	6.5	CAMA014	3.5	

Si riportano di seguito i terremoti che hanno interessato le zone limitrofe a Casale Monferrato, secondo l'intensità macrosismica.

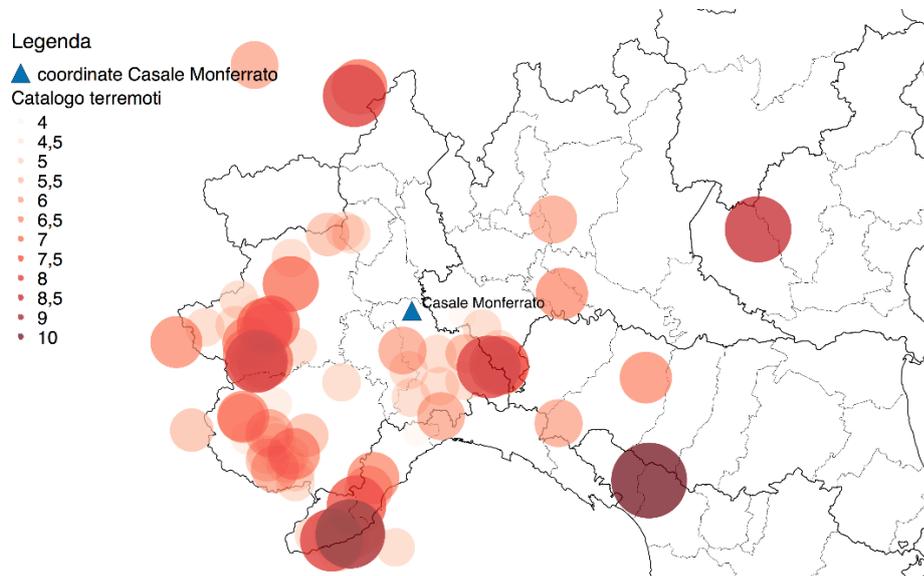


Figure 3-7: mappa epicentri terremoti, intensità macrosismica

I terremoti selezionati sono quelli del Genovese nel 1767, dell'Oltrepò Pavese rispettivamente nel 1828 e nel 1945 e quello della Liguria Occidentale nel 1887.

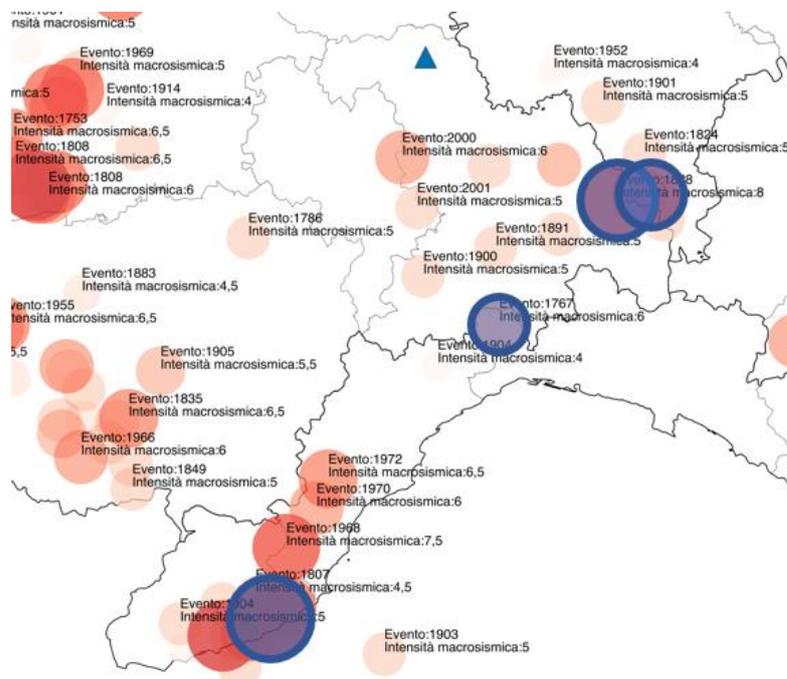


Figure 3-8: selezione dei 4 terremoti più importanti

Successivamente tramite una legge di attenuazione dell'intensità è stata calcolata una stima dell'intensità macrosismica che questi terremoti hanno avuto nella località di Casale Monferrato.

La legge di attenuazione utilizzata è quella di Esteva & Rosenblueth (1964). (Madiati, 2012) (Datta, 2010).

$$I = 1.45 M - 2.46 \ln R + 8.16$$

Per quanto riguarda l'accelerazione di picco al suolo (PGA) si è utilizzata la legge di attenuazione Sabetta e Pugliese (1987) (Fabio Sabetta, 1987).

$$\log A = 0.306 M_w - \log(D^2 + 5.8^2)^{0.5} + 0.169 S1 - 1.56 \pm 0.19$$

Dove:

A è l'accelerazione in g,  $M_w$  è la magnitudo di momento, D è la distanza epicentrale espressa in Km, S1 è un parametro che dipende dal tipo di deposito: pari a 0 se il deposito è rigido e profondo mentre è uguale a 1 per i depositi poco profondi e deformabili.

Nella seguente tabella sono riassunti i parametri delle leggi di attenuazione per i quattro terremoti considerati.

Tabella 4: parametri attenuazione dei 4 terremoti rispetto Casale Monferrato

	Anno	$M_w$ [-]	$I_o$ [-]	Distanza [Km]	Casale Monferrato	
					Int. [-]	PGA [g]
Genovese	1767	4.98	6	65.8	5	0.0314
Oltrepò Pavese	1828	5.72	8	57	6.5	0.0618
Liguria Occidentale	1887	6.27	9	141.9	6	0.0367
Oltrepò Pavese	1945	5.1	7.5	63	5.3	0.0361

Da queste indicazioni si evince che, nonostante la distanza epicentrale, i terremoti selezionati hanno prodotto nella città di Casale un'intensità macrosismica maggiore di 5. In particolare, il terremoto del 1828 verificatosi nell'Oltrepò Pavese può aver raggiunto un'intensità pari a 6.5. Alla Luce di queste considerazioni si può supporre che le strutture di Casale abbiano risentito dell'azione sismica e quindi è lecito pensare che anche la chiesa di Santa Caterina possa aver subito dei danneggiamenti dovuti agli eventi sismici.

## 4 Capitolo 4

### 4.1 Modelli per la valutazione della sicurezza sismica

#### 4.1.1 Comportamento sismico delle strutture storiche in muratura

A causa delle varietà tipologiche e delle differenti tecniche costruttive, risulta molto complesso studiare il comportamento strutturale delle costruzioni storiche in muratura. Per queste costruzioni le analisi riguardanti la sicurezza sismica sono molto complesse poiché vi sono numerosissime incertezze sui materiali o sui tipi di vincolo.

Come spiegato nelle “*Linee guida per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale*” gli edifici storici sono stati costruiti usando approcci semplificati, come per esempio l’equilibrio dei corpi rigidi, basati sull’osservazione di edifici esistenti. Questi approcci hanno permesso di introdurre degli elementi di valutazione per analizzare la sicurezza degli edifici; in particolare vi sono due criteri:

- La conformità alle regole dell’arte, cioè l’uso di criteri validi e di proporzionamento geometrico usato all’epoca della costruzione
- Il “collaudo” della storia, cioè il rispetto dei requisiti nel tempo forniti dall’esistenza della costruzione. Tuttavia, questo fattore di valutazione della sicurezza può non essere veritiero poiché la costruzione, nonostante sia antica, potrebbe non essere stata colpita dall’evento sismico di intensità pari a quella usata dalle norme.

Per gli edifici esistenti in muratura, si possono analizzare i meccanismi locali e globali con diversi metodi, ovvero:

- Analisi statica lineare;
- Analisi dinamica modale;
- Analisi statica non lineare;
- Analisi dinamica non lineare.

Le metodologie di valutazione della sicurezza sismica degli edifici, secondo le Linee Guida (Direttiva BBCC, 2010), sono tre:

- LV1: Analisi qualitativa e valutazione con modelli meccanici semplificati
- LV2: Valutazione sui singoli macroelementi (meccanismi locali di collasso)
- LV3: Valutazione complessiva della risposta del manufatto

Per la valutazione della sicurezza sismica dei beni artistici tutelati non si fa riferimento solo agli stati limiti classici delle NTC 2018 usati per tutte le tipologie di costruzioni, a questi stati limiti si aggiunge uno stato limite legato al danno dei beni artistici.

Gli stati limite quindi saranno:

- “Stati Limite Ultimi; SLU: hanno lo scopo di salvaguardare la costruzione e di garantire l’incolumità degli occupanti in caso di terremoti rari e di forte intensità. In pratica, la struttura può danneggiarsi a tal punto da non essere più usata dopo l’evento sismico ma deve permettere agli occupanti di poter uscire in sicurezza. A questa categoria di SL appartengono: SLV (Stato Limite di salvaguardia della Vita) e SLC (Stato Limite di prevenzione del Collasso)” (D.M. 17 gennaio, 2018).
- “Stati Limite di Esercizio; SLE: hanno come obiettivo la limitazione dei danni prodotti da terremoti meno intensi ma più frequenti. Fanno parte di questi stati limite lo SLO (Stato limite di Operatività) e lo SLD (Stato Limite di Danno)” (D.M. 17 gennaio, 2018).
- “Stato Limite di danno ai beni Artistici; SLA: ha lo scopo di tutelare quelle porzioni del manufatto in cui sono presenti opere d’arte come ad esempio affreschi, statue, etc” (D.M. 17 gennaio, 2018).

#### 4.1.2 Livello di valutazione LV1

Questo livello di valutazione permette di stimare l’azione sismica allo SLV utilizzando metodi semplificati, adoperabili anche a scala territoriale, che sono permettono la stima di un indice di sicurezza sismica. Tale indice è definito dal rapporto tra il periodo di ritorno  $T_{SL}$  dell’azione sismica che porta al generico stato limite (SL = SLV, SLD, SLA) ed il corrispondente periodo di ritorno di riferimento  $T_{R,SL}$ . Allo stato limite di vita (SLV) equivale a:

$$I_{S,SLV} = \frac{T_{SLV}}{T_{R,SLV}}$$

In base al tipo di livello di valutazione si ha una diversa funzione dell’indice di sicurezza. In questo caso, LV1. l’indice permette di comporre una graduatoria del rischio da usare per pianificare degli interventi di miglioramento sismico. Se  $I_{S,SLV} > 1$  il manufatto risulta idoneo a sopportare l’azione sismica di riferimento.

Un altro parametro che si può stimare è il fattore di accelerazione,  $f_{a,SLV}$ , che è il rapporto tra l’accelerazione al suolo che porta al raggiungimento dello SLV e quella corrispondente al periodi di ritorno di riferimento:

$$f_{a,SLV} = \frac{a_{SLV}}{a_{g,SLV}}$$

Tale parametro permette di stimare eventuali carenze di resistenza.

In alternativa, tramite i metodi semplificati LV1. si può ricavare la vita nominale per la quale la costruzione ha un indice di sicurezza unitario.

### 4.1.3 Livello di valutazione LV2

Il livello di valutazione 2 si usa nel caso siano previsti degli interventi di restauro che interessano porzioni limitate del manufatto. Ciò porta a lavorare su modelli locali che fanno riferimento a porzioni autonome del manufatto, dette macroelementi. Per questi modelli si usano delle analisi cinematiche che permettono tuttavia di ottenere dei risultati troppo cautelativi. Per misurare l'efficacia del miglioramento si effettua un confronto tra l'accelerazione allo stato limite ultimo prima e dopo l'intervento sul manufatto.

### 4.1.4 Livello di valutazione LV3

Questo metodo di valutazione della sicurezza sismica interessa l'intero manufatto. Nonostante ciò, le analisi possono essere condotte sia su un modello complessivo sia su dei modelli che riguardano i singoli macroelementi. La valutazione di sicurezza avviene come nel metodo LV2 però deve essere estesa a tutto la costruzione.

## 4.2 Modelli di valutazione per tipologie

Le linee guida permettono di eseguire la valutazione di sicurezza per i beni storici tutelati mediante metodologie semplificate. Per queste ragioni, forniscono delle indicazioni specifiche a seconda della tipologia di edificio su cui deve essere eseguita l'analisi della sicurezza. Nel caso studio attuale, trattandosi della chiesa di Santa Caterina di Casale Monferrato, si è fatto riferimento al metodo che riguarda la tipologia "*Chiese, luoghi di culto ed altre strutture con grandi aule, senza orizzontamenti intermedi*" proposto nelle Linee guida (Direttiva BBCC, 2010).

Per le chiese si utilizzano dei metodi differenti, realizzati a seguito di un'attenta analisi sui danni prodotti dagli eventi sismici passati e dalle quali è emerso che il comportamento sismico di questo tipo di manufatti è differente rispetto a quello delle classiche strutture perché, invece di avere un comportamento sismico d'insieme, possiedono un comportamento diviso tra le singole porzioni architettoniche (i macroelementi) come ad esempio la facciata, il campanile, la cupola, etc.

### 4.2.1 Livello di valutazione 1 per le chiese

La valutazione di sicurezza per le chiese, con il calcolo del rispettivo indice, segue un iter fornito dalle Linee guida.

Prima di tutto bisogna definire l'azione sismica; questo è reso possibile a seguito della definizione di un periodo di riferimento  $V_R$ :

$$V_R = V_N \cdot C_U$$

Dove  $V_N$  è la vita nominale della costruzione e  $C_U$  è il coefficiente d'uso.

La vita nominale di progetto è il numero di anni per il quale la struttura mantiene degli specifici requisiti prestazionali. Essa dovrebbe essere di per sé molto lunga per porterebbe a verifiche sismiche molto gravose che indurrebbero a interventi molto invasivi. I valori minimi di  $V_N$  da adottare in funzione del tipo di costruzione sono riportati nella Tab. 2.4.I. delle NTC 2018 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Tabella – estratto dalle NTC 2018. Tab 2.4.I. valori minimi della vita nominale

TIPI DI COSTRUZIONI		Valori minimi di $V_N$ (anni)
1	Costruzioni temporanee e provvisorie	10
2	Costruzioni con livelli di prestazioni ordinari	50
3	Costruzioni con livelli di prestazioni elevati	100

Figure 4-1: estratto tabella 2.4.I vita nominale

Nel nostro caso si è scelto  $V_N = 50$  anni.

Per quanto riguarda il coefficiente d'uso, esso dipende dalla classe d'uso della costruzione; la normativa definisce 4 classi d'uso a ciascuna della quale corrisponde un determinato coefficiente. Di seguito si riporta la tabella dei coefficienti  $C_U$  estratta dalle Norme Tecniche per le costruzioni del 17 gennaio 2018 (D.M. 17 gennaio, 2018).

CLASSE D'USO	I	II	III	IV
COEFFICIENTE $C_U$	0,7	1,0	1,5	2,0

Figure 4-2: classe d'uso e coefficiente di utilizzo

Nel caso in esame si è usata una classe d'uso II a cui corrisponde la seguente definizione tratta dal paragrafo §2.4.2: classe II; Costruzioni il cui uso preveda normali affollamenti, senza contenuti pericolosi per l'ambiente e senza funzioni pubbliche e sociali essenziali. Industrie con attività non pericolose per l'ambiente. Ponti, opere infrastrutturali, reti viarie non ricadenti in Classe d'uso III o in Classe d'uso IV, reti ferroviarie la cui interruzione non provochi situazioni di emergenza. Dighe il cui collasso non provochi conseguenze rilevanti.

Tabella 5: tabella di riepilogo vita di riferimento

Vita nominale $V_N$ [anni]	50
Coefficiente d'uso $C_U$ [-]	1
Vita di riferimento $V_R$ [anni]	50

A questo punto, noto il periodo di riferimento  $V_R$ , in funzione dello stato limite considerato, al quale si associa una certa probabilità di superamento  $P_{VR}$  nella vita di riferimento, si può valutare il periodo di riferimento dell'azione sismica  $T_{R,SL}$  come:

$$T_R = -\frac{V_R}{\ln(1 - P_{VR})} = -\frac{V_N \cdot C_U}{\ln(1 - P_{VR})}$$

La probabilità di superamento  $P_{VR}$  è funzione dello stato limite ed è riportata nella tabella 3.1.I delle NTC 2018. Di seguito riportiamo la suddetta tabella.

Stati Limite	$P_{VR}$ : Probabilità di superamento nel periodo di riferimento $V_R$	
Stati limite di esercizio	SLO	81%
	SLD	63%
Stati limite ultimi	SLV	10%
	SLC	5%

Figure 4-3: estratto tabella 3.1.I - probabilità di superamento

Per le verifiche nei confronti dello SLV si ha una probabilità di superamento d'azione sismica del 10%, mentre rispetto allo SLD la probabilità vale 63%.

Si riporta di seguito la tabella con i valori dei periodi di riferimento calcolati per gli stati limite considerati.

Tabella 6: probabilità di superamento e periodi di riferimento per gli stati limite considerati

Stato Limite	$P_{VR}$ [%]	$T_R$ [anni]
SLD	63	50
SLV	10	475

Noti questi parametri si può valutare l'azione sismica facendo riferimento alla pericolosità sismica di base del sito; dipende infatti dalle caratteristiche del sottosuolo e topografiche della zona in esame. Dal foglio di calcolo Excel "SPETTRI-NTC" fornito dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, si ricavano i valori di accelerazione attesa al sito,  $a_g$ .

Si ricavano i valori di accelerazione orizzontale massima al sito ( $a_g$ ), il valore fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale ( $F_0$ ) e il periodo del tratto a velocità costante nello spettro in accelerazione orizzontale ( $T_c^*$ ).

Tabella 7: parametri sismici Casale Monferrato per i differenti SL

	SLD	SLV
$T_R$ [anni]	50	475
$a_g$ [g]	0.019	0.039
$F_0$ [-]	2.513	2.67
$T_c^*$ [s]	0.169	0.286

Per il calcolo dell'indice di sicurezza sono necessari anche altri parametri, quali:  $S$  che è il coefficiente che tiene conto delle condizioni topografiche e della tipologia di terreno;  $i_v$  che è l'indice di vulnerabilità funzione dei macroelementi della chiesa.

Il coefficiente  $S$  si calcola come:

$$S = S_S \cdot S_T$$

Dove  $S_S$  si calcola utilizzando le formule proposte nelle norme NTC 2018 alla tabella 3.2.I.V.

Categoria sottosuolo	$S_S$	$C_C$
A	1,00	1,00
B	$1,00 \leq 1,40 - 0,40 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,20$	$1,10 \cdot (T_C^*)^{-0,20}$
C	$1,00 \leq 1,70 - 0,60 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,50$	$1,05 \cdot (T_C^*)^{-0,33}$
D	$0,90 \leq 2,40 - 1,50 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,80$	$1,25 \cdot (T_C^*)^{-0,50}$
E	$1,00 \leq 2,00 - 1,10 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,60$	$1,15 \cdot (T_C^*)^{-0,40}$

Figure 4-4: Coefficiente sottosuolo - estratto tabella 3.2.I.V NTC 2018

Invece il parametro relativo alle condizioni topografiche  $S_T$  si ricava dalla tabella 3.2.V. della normativa.

Categoria topografica	Ubicazione dell'opera o dell'intervento	$S_T$
T1	-	1,0
T2	In corrispondenza della sommità del pendio	1,2
T3	In corrispondenza della cresta di un rilievo con pendenza media minore o uguale a 30°	1,2
T4	In corrispondenza della cresta di un rilievo con pendenza media maggiore di 30°	1,4

Figure 4-5: Coefficiente topografico - estratto tabella 3.2.V NTC 2018

Nel caso in esame, Santa Caterina, ci troviamo a Casale Monferrato in provincia di Alessandria. Dalle ricerche effettuate si è potuto conoscere la tipologia del terreno che risulta essere di classe C ovvero “*Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fina mediamente consistenti con profondità del substrato superiori a 30 m, caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 180 m/s e 360 m/s*”. Per quanto riguarda la morfologia del territorio ci si trova categoria T1, essendo il territorio pianeggiante.

Si riportano nella tabella di seguito i valori utili ai calcoli della sicurezza sismica.

Tabella 8: riassunto parametri sismici per i diversi SL

	SLD	SLV
Categoria suolo	C	
categoria topografica	T1	
$S_s$ [-]	1.5	
$S_T$ [-]	1	
$S$ [-]	1.5	
$a_g$ [g]	0.019	0.039
$a_g S$ [g]	0.0285	0.0585

Per eseguire una valutazione di sicurezza sismica le Linee guida propongono un metodo semplificato che permette di determinare l'indice di vulnerabilità  $i_v$ . Il calcolo di questo indice viene effettuato tramite la scheda di danno, creata a seguito di un attento studio della correlazione tra eventi sismici e danni prodotti in numerosissime chiese.

#### 4.2.1.1 Indice di vulnerabilità

Il valore dell'indice di vulnerabilità riferito all'intero edificio di culto può essere calcolato come:

$$i_v = \frac{1}{6} \frac{\sum_{k=1}^{28} \rho_k (v_{ki} - v_{kp})}{\sum_{k=1}^{28} \rho_k} + \frac{1}{2}$$

Si nota come il comportamento dell'intero edificio dipende dal peso dato a ciascun meccanismo di danno che può innescarsi con il terremoto. Le linee guida individuano 28 meccanismi di danno; naturalmente, nel calcolo vengono esclusi i meccanismi che non sono presenti. Ciascun meccanismo è caratterizzato da presidi antisismici e fattori di vulnerabilità. Ad entrambi si associano dei punteggi, variabili tra 0 e 3, a seconda dell'efficacia del presidio ( $v_{kp}$ ) e della gravità della vulnerabilità ( $v_{ki}$ ). Il peso del singolo meccanismo ( $\rho_k$ ) vale zero se il meccanismo non è presente; per tutti gli altri meccanismi vale 1 tranne per i meccanismi 4 e 15 che vale 0.5 e per i meccanismi 10, 11, 12, 18, 20, 22, 23, 24, 25, 26 che può variare tra 0.5 e 1.

I valori dei punteggi da assegnare ai presidi e alle vulnerabilità si ricavano dalla tabella 5.1 delle Linee Guida.

Numero degli indicatori di vulnerabilità o dei presidi antisismici	Giudizio dell'efficacia	$v_k$
almeno 1	3	3
almeno 2	2	
1	2	2
almeno 2	1	
1	1	1
nessuno	0	0

Figure 4-6: punteggi presidi e vulnerabilità - tab.5.1 Linee Guida

Nel caso della Chiesa di Santa Caterina sono individuati 20 meccanismi; di seguito ne viene riportato l'elenco:

- Ribaltamento della facciata
- Meccanismi della sommità della facciata
- Meccanismi nel piano della facciata
- Risposta trasversale dell'aula
- Meccanismi di taglio nelle pareti laterali (risposta longitudinale)
- Volte della navata centrale
- Archi trionfali
- Cupola – tamburo/tiburio
- Lanterna
- Ribaltamento dell'abside
- Meccanismi di taglio nel presbiterio o nell'abside
- Volte del presbiterio o dell'abside
- Meccanismi negli elementi di copertura – pareti laterali
- Meccanismi negli elementi di copertura – abside e presbiterio
- Ribaltamento delle cappelle
- Meccanismi di taglio nelle pareti delle cappelle
- Volte delle cappelle
- Interazioni in prossimità di irregolarità piano-altimetriche
- Aggetti (vela guglie, pinnacoli, statue)
- Cella campanaria

Di seguito si riportano delle illustrazioni fornite dalle Linee guida dei meccanismi precedentemente elencati.

1. RIBALTAMENTO DELLA FACCIATA

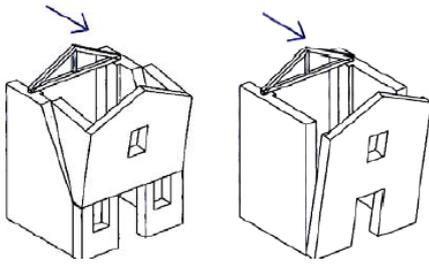


Figure 4-7: meccanismo 1

2. MECCANISMI NELLA SOMMITÀ DELLA FACCIATA

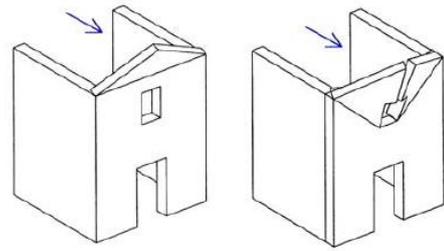


Figure 4-8: meccanismo 2

3. MECCANISMI NEL PIANO DELLA FACCIATA

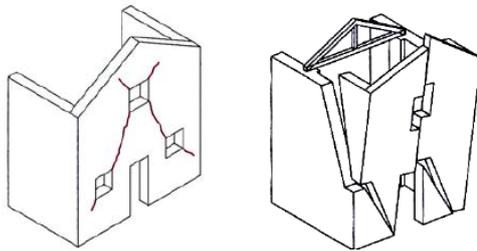


Figure 4-9: meccanismo 3

5 - RISPOSTA TRASVERSALE DELL'AULA

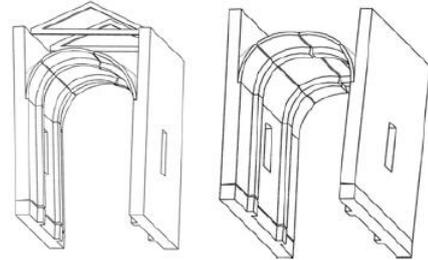


Figure 4-10: meccanismo 5

6 - MECCANISMI DI TAGLIO NELLE PARETI LATERALI (RISPOSTA LONGITUDINALE)

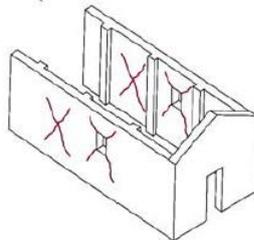


Figure 4-11: meccanismo 6

8 - VOLTE DELLA NAVATA CENTRALE

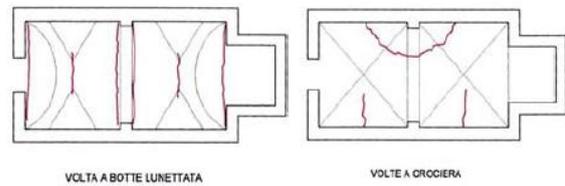


Figure 4-12: meccanismo 8

13 - ARCHI TRIONFALI

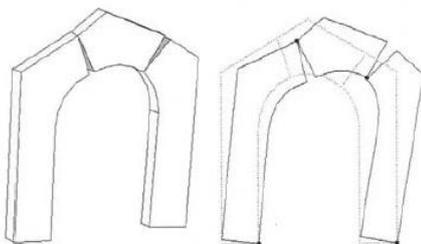


Figure 4-13: meccanismo 13

14 - CUPOLA - TAMBURNO / TIBURIO

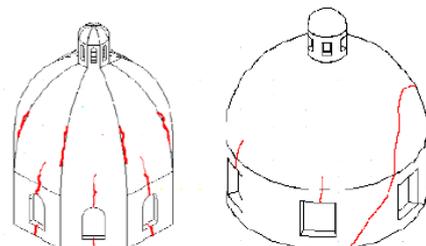


Figure 4-14: meccanismo 14

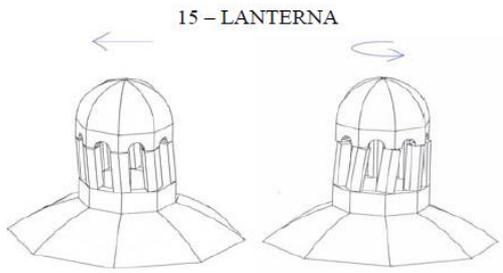


Figure 4-15:: meccanismo 15



Figure 4-16: meccanismo 16

17 - MECCANISMI DI TAGLIO NEL PRESBITERIO O NELL'ABSIDE

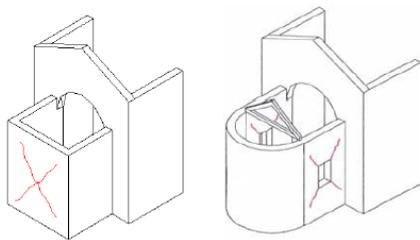


Figure 4-17: meccanismo 17

18 - VOLTE DEL PRESBITERIO O DELL'ABSIDE

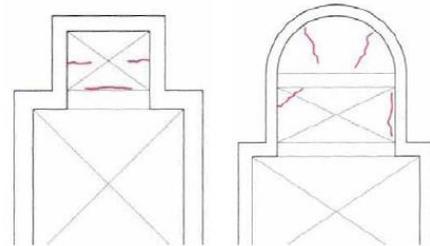


Figure 4-18: meccanismo 18

19 - ELEMENTI DI COPERTURA: AULA

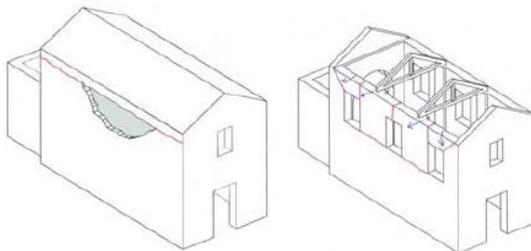


Figure 4-19: meccanismo 19

21 - ELEMENTI DI COPERTURA: ABSIDE

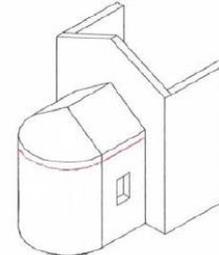


Figure 4-20: meccanismo 21

22 - RIBALTAMENTO DELLE CAPPELLE

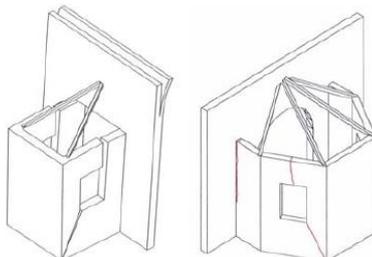


Figure 4-21: meccanismo 22

25 - INTERAZIONI IN PROSSIMITA' DI IRREGOLARITÀ PLANO-ALTIMETRICHE

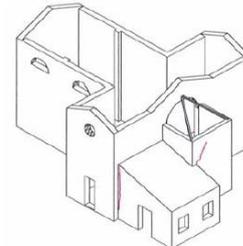


Figure 4-22: meccanismo 25

26 - AGGETTI (VELA, GUGLIE, PINNACOLI, STATUE)

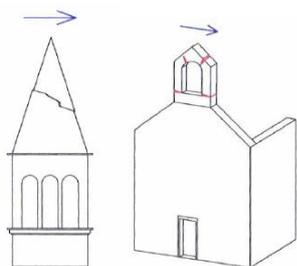


Figure 4-23: meccanismo 26

28 - CELLA CAMPANARIA

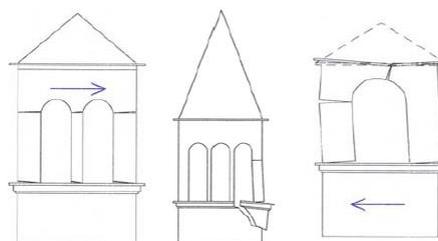


Figure 4-24: meccanismo 28

Si riporta di seguito una tabella che permette di cogliere i presidi antisismici e le vulnerabilità di ciascun meccanismo; si riportano anche i punteggi usati per il calcolo dell'indice di vulnerabilità.

Tabella 9: punteggi presidi e vulnerabilità - tab.1

<b>1 - RIBALTAMENTO DELLA FACCIATA</b>	Punteggio
<b>Presidi antisismici</b>	
Presenza di catene longitudinali	0
Presenza di efficaci elementi di contrasto (contrafforti, corpi addossati, altri edifici)	1
Ammorsamento di buona qualità tra la facciata ed i muri della navata	0
<b>Indicatori di vulnerabilità</b>	
Presenza di elementi spingenti (puntoni di copertura, volte, archi)	2
Presenza di grandi aperture nelle pareti laterali in vicinanza del cantonale	0
<b>2 - MECCANISMI NELLA SOMMITÀ DELLA FACCIATA</b>	
<b>Presidi antisismici</b>	
Presenza di collegamenti puntuali con gli elementi della copertura	0
Presenza di controventi di falda	0
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro)	0
<b>Indicatori di vulnerabilità</b>	
Presenza di grandi aperture (rosone)	1
Presenza di una sommità a vela di grande dimensione e peso	3
Cordoli rigidi, trave di colmo in c.a., copertura pesante in c.a.	0
<b>3 - MECCANISMI NEL PIANO DELLA FACCIATA</b>	
<b>Presidi antisismici</b>	
Presenza di una catena in controfacciata	0
Contrasto laterale fornito da corpi addossati; chiesa inserita in aggregato	1
<b>Indicatori di vulnerabilità</b>	
Presenza di aperture di grandi dimensioni o in numero elevato (anche se tamponate)	0
Elevata snellezza (rapporto altezza/larghezza)	2
<b>5 - RISPOSTA TRASVERSALE DELL'AULA</b>	
<b>Presidi antisismici</b>	
Presenza di paraste o contrafforti esterni	0
Presenza di corpi annessi adiacenti	1

Presenza di catene trasversali	0
<b>Indicatori di vulnerabilità</b>	
Presenza di pareti con elevata snellezza	0
Presenza di volte e archi	3
<b>6 - MECCANISMI DI TAGLIO NELLE PARETI LATERALI (RISPOSTA LONGITUDINALE)</b>	
<b>Presidi antisismici</b>	
Muratura uniforme (unica fase costruttiva) e di buona qualità	1
Presenza di buoni architravi nelle aperture	0
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro)	0
<b>Indicatori di vulnerabilità</b>	
Presenza di grandi aperture o di ampie zone con muratura di limitato spessore	0
Cordoli in c.a. molto rigidi, copertura pesante in c.a.	0
<b>8 - VOLTE DELLA NAVATA CENTRALE</b>	
<b>Presidi antisismici</b>	
Presenza di catene in posizione efficace	0
Presenza di rinfianchi o frenelli	0
<b>Indicatori di vulnerabilità</b>	
Presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura	3
Volte in foglio, specialmente se su campate di grande luce	0
Presenza di lunette o interruzioni ed irregolarità nel profilo delle volte	0
<b>13 - ARCHI TRIONFALI</b>	
<b>Presidi antisismici</b>	
Pareti di contrasto efficaci (basso rapporto luce/larghezza aula, transetto, altri corpi di fabbrica)	1
Presenza di una catena in posizione efficace	0
Conci di buona fattura e/o adeguato spessore dell'arco	0
<b>Indicatori di vulnerabilità</b>	
Presenza di copertura pesante in c.a.	0
Presenza di cupola o tiburio	3
<b>14 - CUPOLA - TAMBURIO/TIBURIO</b>	
<b>Presidi antisismici</b>	
Presenza di una cerchiatura esterna, anche a più livelli	1
Presenza nel tamburo di contrafforti esterni o paraste	0
Cupola direttamente impostata sugli archi trionfali (assenza del tamburo)	0
<b>Indicatori di vulnerabilità</b>	
Presenza di grandi aperture nel tamburo	2
Presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura	2
<b>15 - LANTERNA</b>	
<b>Presidi antisismici</b>	
Presenza di catene o di una cerchiatura esterna	0
Presenza di paraste o contrafforti	0
Dimensioni contenute rispetto a quelle della cupola	1
<b>Indicatori di vulnerabilità</b>	
Lanterna di elevata snellezza, con grandi aperture e piccoli pilastri	3
<b>16 - RIBALTAMENTO DELL'ABSIDE</b>	
<b>Presidi antisismici</b>	
Presenza di cerchiatura (semicircolare e poligonale) o catene (rettangolare)	0
Presenza di efficaci elementi di contrasto (contrafforti, corpi addossati)	1
Presenza di copertura controventata, non spingente	0

Indicatori di vulnerabilità	
Presenza di un forte indebolimento per la presenza di aperture (anche tamponate) nelle pareti	0
Presenza di volte spingenti	2
Cordoli rigidi, copertura pesante, puntoni di falda in c.a	0

Tabella 10: punteggi presidi e vulnerabilità - tab.2

17 - MECCANISMI DI TAGLIO NEL PRESBITERIO O NELL'ABSIDE	Punteggio
Presidi antisismici	
Muratura uniforme (unica fase costruttiva) e di buona qualità	1
Presenza di buoni architravi nelle aperture	0
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro)	0
Indicatori di vulnerabilità	
Presenza di cordoli rigidi, copertura pesante	0
Presenza di grandi aperture o di ampie zone con muratura di limitato spessore	0
18 - VOLTE DEL PRESBITERIO O DELL'ABSIDE	
Presidi antisismici	
Presenza di catene in posizione efficace	0
Presenza di rinfianchi o frenelli	0
Indicatori di vulnerabilità	
Presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura	3
Volte in foglio, specialmente se su campate di grande luce	0
Presenza di lunette o interruzioni ed irregolarità nel profilo delle volte	0
19 - MECCANISMI NEGLI ELEMENTI DI COPERTURA - PARETI LATERALI DELL'AULA	
Presidi antisismici	
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro)	0
Presenza di collegamenti delle travi alla muratura	0
Presenza di controventi di falda (tavolato incrociato o tiranti metallici)	0
Presenza di buone connessioni tra gli elementi di orditura della copertura	1
Indicatori di vulnerabilità	
Presenza di copertura staticamente spingente	3
Presenza di cordoli rigidi, copertura pesante	0
21 - MECCANISMI NEGLI ELEMENTI DI COPERTURA – ABSIDE E PRESBITERIO	
Presidi antisismici	
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro)	0
Presenza di collegamenti delle travi alla muratura	0
Presenza di controventi di falda (tavolato incrociato o tiranti metallici)	0
Presenza di buone connessioni tra gli elementi di orditura della copertura	1
Indicatori di vulnerabilità	
Presenza di copertura staticamente spingente	3
Presenza di cordoli rigidi, copertura pesante	0
22 - RIBALTAMENTO DELLE CAPELLE	
Presidi antisismici	
Presenza di efficaci elementi di contrasto (contrafforti, edifici addossati)	1
Presenza di cerchiatura o incatenamento	0
Ammorsamento di buona qualità tra la parete frontale ed i muri laterali	0
Indicatori di vulnerabilità	
Presenza di forte indebolimento per la presenza di aperture nelle pareti	0

<b>23 - MECCANISMI DI TAGLIO NELLE PARETI DELLE CAPPELLE</b>	
Presidi antisismici	
Muratura uniforme (unica fase costruttiva) e di buona qualità	1
Presenza di buoni architravi nelle aperture	0
Presenza di cordoli leggeri (metallici reticolari, muratura armata, altro)	0
Indicatori di vulnerabilità	
Presenza di cordoli rigidi, copertura pesante	0
Presenza di grandi aperture (anche tamponate), muratura di limitato spessore	0
<b>24 - VOLTE DELLE CAPPELLE</b>	
Presidi antisismici	
Presenza di catene in posizione efficace	0
Presenza di rinfianchi o frenelli	0
Indicatori di vulnerabilità	
Presenza di carichi concentrati trasmessi dalla copertura	3
Volte in foglio, specialmente se molto ribassate	0
Presenza di lunette o interruzioni ed irregolarità nel profilo delle volte	0
<b>25 - INTERAZIONI IN PROSSIMITÀ DI IRREGOLARITÀ PLANO-ALTIMETRICHE</b>	
Presidi antisismici	
Presenza di un'adeguata connessione tra le murature di fasi diverse	0
Presenza di catene di collegamento	0
Indicatori di vulnerabilità	
Presenza di un'elevata differenza di rigidità tra i due corpi	2
Possibilità di azioni concentrate trasmesse dall'elemento di collegamento	0
<b>26 - AGGETTI (VELA, GUGLIE, PINNACOLI, STATUE)</b>	
Presidi antisismici	
Presenza di perni di collegamento con la muratura o elementi di ritegno	0
Elementi di limitata importanza e dimensione	0
Muratura monolitica (a conci squadrate o comunque di buona qualità)	1
Indicatori di vulnerabilità	
Elementi di elevata snellezza	3
Appoggio in falso sulle murature sottostanti in falso	0
Posizione asimmetrica rispetto all'elemento sottostante (specie se l'aggetto ha notevole massa)	0
<b>28 - CELLA CAMPANARIA</b>	
Presidi antisismici	
Presenza di piedritti tozzi e/o archi di luce ridotta	0
Presenza di catene o cerchiature	0
Indicatori di vulnerabilità	
Presenza di copertura pesante o di altre masse significative	2
Presenza di copertura spingente	0

Nella seguente tabella si indicano i pesi che sono stati assegnati ai meccanismi utilizzati nel calcolo dell'indice di vulnerabilità  $i_v$ .

Tabella 11: calcolo indice vulnerabilità

Meccanismo (k-esimo)	$\rho_k$	$\sum v_{ki}$	$\sum v_{kp}$	$\Delta v$
1	1	2	1	1
2	1	4	0	4
3	1	2	1	1
5	1	3	1	2
6	1	0	1	-1
8	1	3	0	3
13	1	3	1	2
14	1	4	1	3
15	0.5	3	1	2
16	0.5	2	1	1
17	0.5	0	1	-1
18	0.5	3	0	3
19	1	3	1	2
21	1	3	1	2
22	0.5	0	1	-1
23	0.5	0	1	-1
24	1	3	0	3
25	1	2	0	2
26	0.5	3	1	2
28	1	2	0	2

Si calcola in fine l'indice di vulnerabilità;

$$i_v = 0.787$$

Una volta calcolato  $i_v$  le Linee Guida forniscono le equazioni per calcolare l'accelerazione al suolo che si raggiunge allo stato limite di danno e allo stato limite di salvaguardia della vita.

$$a_{SLD}S = 0.025 \cdot 1.8^{2.75-3.44 i_v} = 0.0256 \text{ [g]}$$

$$a_{SLV}S = 0.025 \cdot 1.8^{5.1-3.44 i_v} = 0.102 \text{ [g]}$$

L'ultimo parametro necessario per calcolare l'indice di sicurezza sismico è il periodo di ritorno a cui corrisponde il raggiungimento dello SLV interpolando tra i valori noti relativi ai periodi di ritorno predefiniti.

Il periodo si calcola con la seguente formula:

$$T_{SLV} = T_{R1} \cdot 10^{\log(T_{R2}/T_{R1}) \cdot \log(a_{SLV}S/F_c a_1 S_1) / \log(a_2 S_s / a_1 S_1)}$$

Dove  $T_{R1}$  e  $T_{R2}$  sono i periodi di ritorno per i quali è fornita la pericolosità sismica, in allegato alle NTC 2018 all'interno dei quali è compreso  $T_{SLV}$ ;  $a_1S_1$  e  $a_2S_2$  sono i corrispondenti valori di accelerazione di picco su suolo rigido e del coefficiente che tiene conto delle categorie di sottosuolo e della topografia del territorio. Da notare anche la dipendenza dal fattore di confidenza  $F_c$  definito in funzione del grado di approfondimento della conoscenza del manufatto ( $F_c = 1.18$  dal calcolo fatto in precedenza).

Infine, il valore del periodo di ritorno a cui corrisponde il raggiungimento dello SLV è pari a:

$$T_{SLV} = 1612 \text{ anni.}$$

#### 4.2.1.2 Indice di sicurezza e fattore di confidenza

Note tutte queste quantità è possibile calcolare l'indice di sicurezza sismica  $I_S$  e il fattore di accelerazione  $f_a$

$$I_{S,SLV} = \frac{T_{SLV}}{T_{R,SLV}} = 3.39$$

$$I_{S,SLD} = \frac{T_{SLD}}{T_{R,SLD}} = 0.43$$

$$f_{a,SLV} = \frac{\alpha_{SLV}}{\alpha_{g,SLV}} = \frac{0.102 \text{ g}}{0.039 \text{ g} \cdot 1.5} = 1.74$$

#### 4.2.1.3 Conclusioni

Dai risultati ottenuti nel livello di valutazione sopra descritto si può notare che la struttura risulta verificata per lo stato limite di salvaguardia della vita poiché il valore dell'indice di sicurezza è superiore all'unità; al contrario la struttura non risulta verificata per lo stato limite di danno in quanto il valore dell'indice di sicurezza è inferiore all'unità.

Il fattore di accelerazione maggiore dell'unità induce a pensare a un buon comportamento della struttura in caso del verificarsi di eventi sismici; tuttavia, bisogna notare che questo valore è legato alla bassa accelerazione al suolo prevista nel comune di Casale Monferrato.

## 5 Capitolo 5

### 5.1 Lanterna Santa Caterina

#### 5.1.1 Premesse

Dallo studio sulla vulnerabilità della chiesa di Santa Caterina di Casale Monferrato, è emerso che la chiesa non possiede un elevato indice di prestazione nei confronti dell'azione sismica. Infatti, dallo studio effettuato sui meccanismi che possono interessare i macroelementi si è notato che vi sono elementi che necessitano particolari attenzioni poiché possono avere delle carenze prestazionali che possono compromettere la stabilità della struttura. La lanterna, ad esempio, fa parte di quei macroelementi che possiedono molti indicatori di vulnerabilità e pochi, se non nulli, presidi antisismici. Per questo motivo è stata fatta un'analisi più approfondita della parte strutturale della lanterna.



*Figure 5-1: individuazione della lanterna*

### 5.1.2 Lanterna della chiesa di Santa Caterina

La lanterna di Santa Caterina, pur non disponendo di dati certi, può considerarsi appartenente al progetto originale della chiesa ad opera del maestro Giovanni Battista Scapitta, per cui venne realizzata negli anni compresi tra il 1718 e il 1726. Come il resto della chiesa lo stile architettonico usato nella lanterna è quello barocco piemontese che tuttavia si rifà alla tradizione romana (Maffeo, 2011).



*Figure 5-2: lanterna di Santa Caterina*

La lanterna si imposta sul coronamento della sottostante cupola ellittica ad una quota di circa 26.50 metri e raggiunge la quota di circa 32.50 metri nel punto più alto, per una altezza complessiva di circa 6 metri. A questi si deve aggiungere un ulteriore aggetto dovuto alla presenza di una croce e di un globo ornamentale posizionati in sommità.



Figure 5-3: interno chiesa



Figure 5-4: esterno lanterna lato sud

Di seguito, in figura, viene riportata la pianta della lanterna in cui si evince la sezione irregolare dei pilastrini.

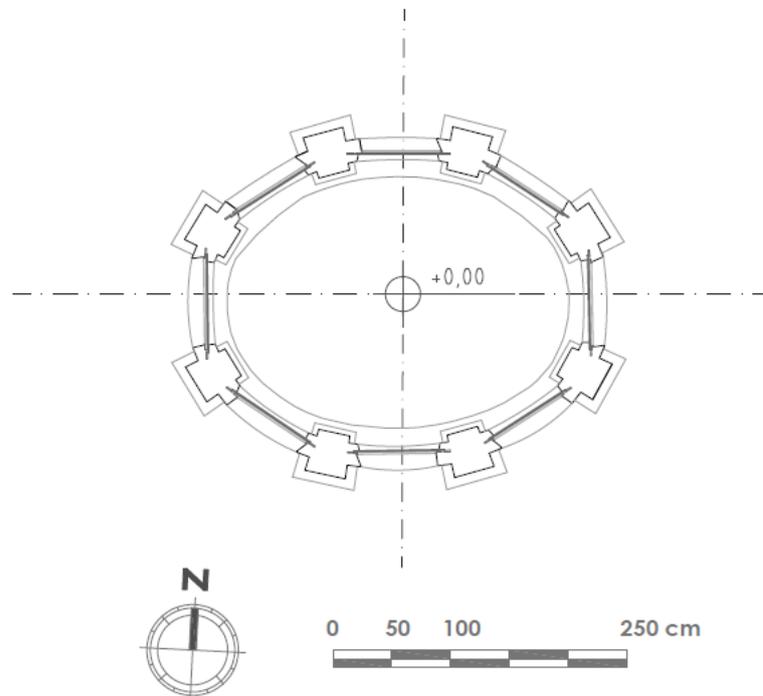


Figure 5-5: pianta lanterna Santa Caterina

Le figure sottostanti mostrano due sezioni della lanterna nelle due direzioni principali X e Y,

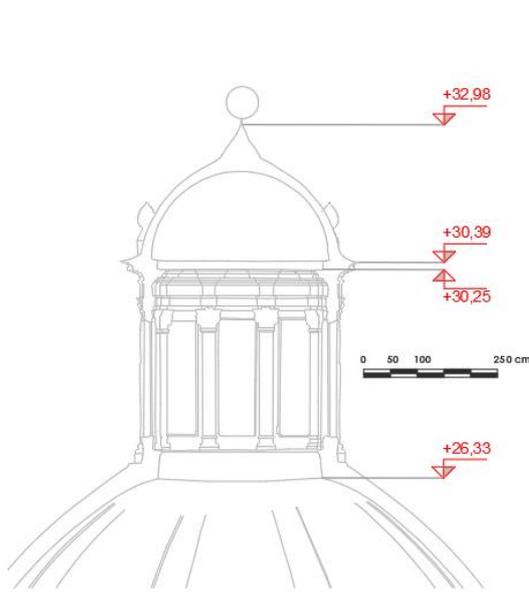


Figure 5-6: sezione parallela all'asse X

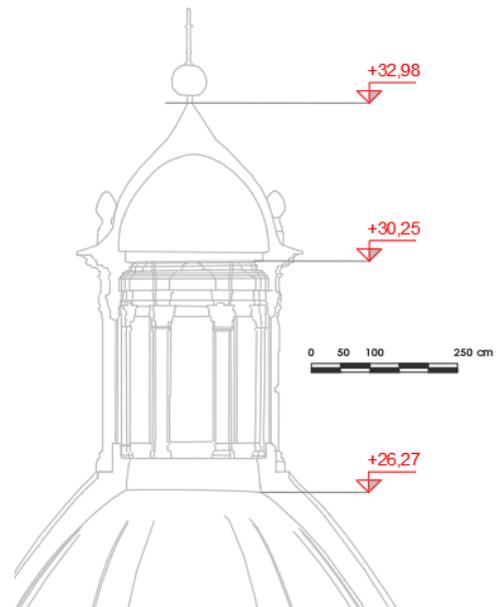


Figure 5-7: sezione parallela all'asse y

La lanterna, realizzata come il resto della chiesa in mattoni di muratura piena uniti da una malta di calce, presenta una pianta ellittica i cui assi misurano circa 3.6 m e 2.8 m. Gli elementi strutturali che compongono la lanterna sono gli otto pilastri, una fascia di muratura che fa collegamento con il cupolino e il cupolino stesso. A questi elementi si aggiungono le otto vetrate con telai in acciaio che tuttavia non hanno alcuna funzione strutturale.

Gli otto pilastri presenti nella lanterna sono stati posizionati in corrispondenza degli otto costoloni della cupola sottostante; al di sopra è stata realizzata una fascia di coronamento la cui sommità alla quota di 30.3 m fa da piano di imposta per il cupolino ellittico. Il cupolino in mattoni ha uno spessore di 20 cm circa.

La copertura del cupolino è realizzata con uno strato sottile di lamiera di bronzo fissato direttamente all'intonaco mediante dei chiodi di acciaio; bisogna notare che a seguito delle indagini eseguite in sito non è stata trovata una struttura lignea al di sotto del manto metallico come ci si aspettava in base alle coperture realizzate in quell'epoca. È apprezzabile notare che al di sopra dei pilastri sono state realizzate delle pigne ornamentali in metallo fissate alla muratura sottostante tramite chiodatura.



*Figure 5-8: vista laterale lanterna, quota lanterna*

Attraverso una vista globale si possono individuare i vari elementi strutturali descritti precedentemente. Da segnalare, infine, anche la presenza di una scala fissata sul lato est della lanterna che permetteva di salire in cima al cupolino per effettuare i lavori di manutenzione.

Nella seguente immagine si illustra più nel dettaglio il cupolino con la rispettiva copertura di rame. La copertura presenta segni di arrugginimento ed è composta da numerose laste sagomate e unite le une alle altre tramite rivetti.



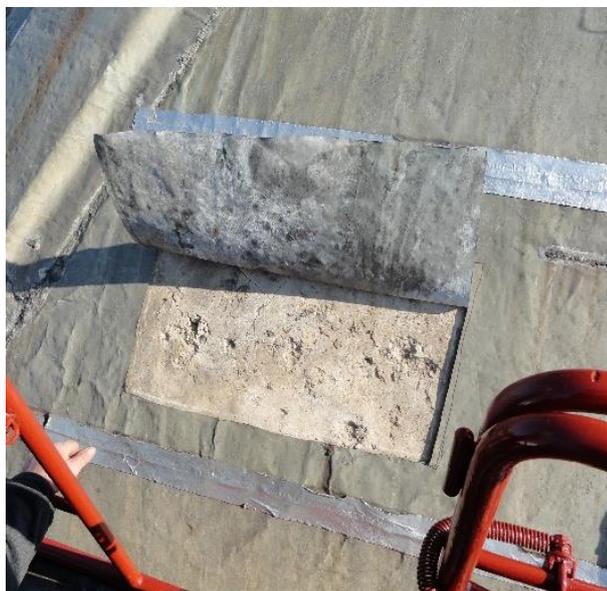
*Figure 5-9: cupolino lanterna*

Dettaglio sul chiodo di ancoraggio utilizzato per fissare la copertura alla muratura; il chiodo presenta evidenti condizioni di ossidazione dovuta all'esposizione agli agenti atmosferici e alla mancata manutenzione.



*Figure 5-10: particolare pigna copertura*

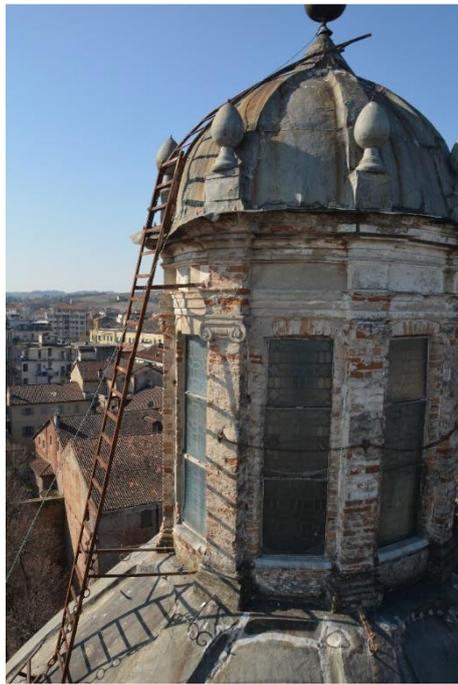
L'immagine sottostante mostra il dettaglio costruttivo sulla sovrapposizione manto di copertura e muratura che come anticipato non presenta un tavolato ligneo. La foto è stata scattata dopo aver praticato un taglio alla lamiera della cupola ma si è notato che la stessa tecnica è stata utilizzata nel cupolino della lanterna.



*Figure 5-11: apertura lastra metallica, cupola*

### 5.1.3 Rilevamento dei danni

Gli studi condotti durante la campagna di indagini svolta sulla chiesa hanno permesso di realizzare un attento rilievo dello stato di danneggiamento. In particolare, tramite scansioni con laser scanner documentazione fotografica si è ricostruito un dettagliato quadro fessurativo di tutta la chiesa e, si è notato quindi che la lanterna risulta essere uno degli elementi in cui vi è un elevato numero di fessure.



*Figure 5-12: lanterna lato nord-est*



*Figure 5-13: lanterna lato sud*

I danneggiamenti che si possono riscontrare sulla lanterna sono sia di tipo architettonico non strutturali che strutturali.

Dai rilievi dei danni e dalle immagini di cui si dispone è stato possibile notare che il lato nord della chiesa, quello che si affaccia su via Trevigi, presenta dei danneggiamenti più evidenti rispetto al resto dei lati. Il lato nord infatti, è meno esposto all'irraggiamento e, le infiltrazioni sono più persistenti e hanno conseguenze peggiori.

Sulla parte esterna si nota un evidente stato di degrado provocato dagli agenti atmosferici, infatti in molte porzioni è stato espulso lo strato di intonaco portando alla luce la muratura sottostante. Nella parte interna della lanterna sono presenti delle tracce di degrado degli intonaci dovute a fessurazioni varie.

Dal quadro fessurativo si nota che le lesioni interessano sia il cupolino che i pilastri. Il cupolino presenta una fessura orizzontale che interessa tutta la superficie ad una distanza di circa 40 cm dal suo piano di imposta; oltre a questa lesione sulla parte sommitale ci sono altre due fessure sempre in direzione sub orizzontale che però non interessano tutto

lo sviluppo del cupolino. È presente una lesione subverticale che tuttavia non è molto estesa.

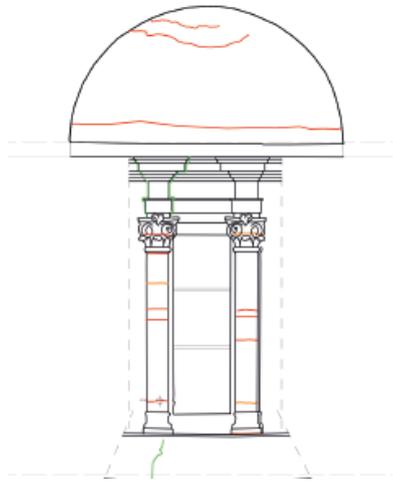


Figure 5-14: quadro fessurativo cupola lanterna, lato nord

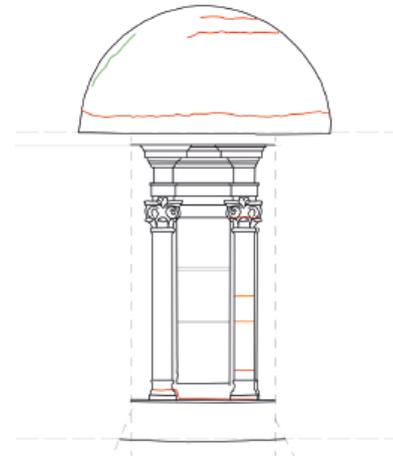


Figure 5-15: quadro fessurativo cupola lanterna, lato est

Per quanto riguarda i pilastri dal quadro fessurativo rilevato si nota che le fessure sono presenti sistematicamente alla base, in mezzeria e in testa alle colonne di quasi tutte le colonne. Tali tipi di fessure possono essere correlate ai temporanei spostamenti orizzontali causati possibilmente dall'evento sismico che, generando degli effetti di flessione e di taglio sulle colonne, portano ad un temporaneo superamento della resistenza a trazione della muratura. Oltretutto la presenza delle aperture con spigoli vivi genera dei fattori di concentrazione delle tensioni che danno il via alla formazione e successiva propagazione della lesione.

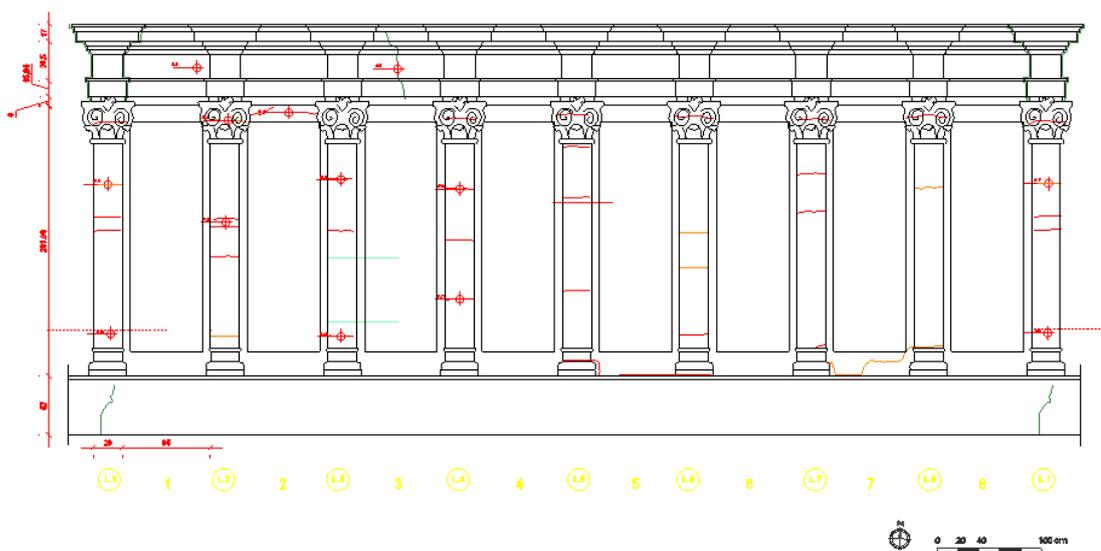


Figure 5-16: quadro fessurativo pilastri lanterna

Le tipologie di lesioni orizzontali che sono state riscontrate sono di tipo complanare (segnate in arancione nei quadri fessurativi) e di tipo dislocate (rosso). In alcuni pilastri le lesioni individuate interessano tutto lo spessore della muratura e sono dette per questo passanti perché vanno dall'interno all'esterno della colonnina; strutturalmente queste lesioni sono molto pericolose poiché indicano che non vi è più una resistenza a trazione in quella porzione di muratura.

## 5.1.4 La statica del lanternino

### 5.1.4.1 Lanterne: storia

L'elemento architettonico corrispondente alla lanterna ha origini molto antiche. Già in epoca romana le coperture venivano realizzate lasciando un'apertura tale da permettere l'ingresso della luce, si vedano come esempi il Pantheon e la sala ottagonale della Domus Aurea neroniana a Roma. La lanterna, così come si presenta al giorno d'oggi, consiste in una piccola struttura, generalmente a pianta circolare, realizzata sulla sommità di una cupola che, essendo dotata di infissi, ne permetteva l'illuminazione naturale e favoriva la fuoriuscita del fumo e l'aerazione, (Encyclopædia Britannica, inc., 2007).

Questo tipo di costruzione veniva usata anche nell'architettura religiosa orientale, ad esempio nella parte terminale dei minareti (Educalingo), tant'è che alcuni edifici dell'occidente traggono ispirazione dai modelli orientali quali ad esempio Santa Sofia e la chiesa dei Santi Apostoli ad Istanbul. A testimonianza di quest'influenza orientale si può notare che la Basilica di San Marco a Venezia presenta cinque lanterne che sono certamente d'influsso orientale. In epoca successiva i primi esemplari di lanterna si possono riscontrare nei battisteri di Siena e Cremona, nella cattedrale di Pisa e ancora nella basilica a Padova, (Apollonj, s.d.).

Durante il periodo gotico la lanterna continua ad essere usata, anche se fu solo durante il periodo rinascimentale che viene intesa come una piccola struttura con copertura



Figure 5-17: interno Pantheon Roma



Figure 5-18: vista aerea Basilica di San Marco a Venezia

cupolata sorretta da snelle colonne e che diventa d'uso comune nelle opere architettoniche (Encyclopædia Britannica, inc., 2007), a questo periodo risale per esempio la lanterna di Santa Maria del Fiore a Firenze.



Figure 5-19: lanterna di Santa Maria del Fiore

La lanterna di Santa Maria del Fiore, realizzata da Michelozzo tra il 1446 e il 1461 su progetto di Brunelleschi, è uno dei più importanti esemplari che si conserva pregevolmente ancora oggi. Essa si innalza al di sopra della cupola del Brunelleschi, ancora oggi la più grande mai realizzata in sola muratura (Cupola del Brunelleschi, s.d.), completandone la fattura visiva e strutturale (Opera duomo Firenze). Brunelleschi, infatti, si accorse che al completamento della cupola si generarono delle crepe sul serraglio sommitale in cui convergevano i costoloni della cupola. Di fatto, per effetto del peso proprio della cupola i costoloni tendevano a raddrizzarsi e provocavano delle deformazioni sulla corona della sommità. La soluzione ideata dall'architetto fiorentino fu dunque di

realizzare una struttura al di sopra della corona che, tramite il proprio peso di circa 750 tonnellate, riuscisse a bilanciare le spinte provenienti dai costoloni (TheBookOfArchitecture). La trasmissione delle forze è realizzata per mezzo di archi rampanti che si impostano in corrispondenza degli otto costoloni della cupola. La lanterna, pertanto, funge da “tappo” (Cocchi) per chiudere l’anello.

Nel corso del periodo barocco le lanterne venivano progettate dagli architetti in modo da riprendere le fatture della cupola sottostante ed inoltre, è in quest'epoca che diventano indispensabili per il completamento delle cupole.



Figure 5-20: la "gabbia dei grilli"



Figure 5-21: lanterna Sant'Ivo alla Sapienza



Figure 5-22: lanterna della cattedrale di Siviglia



Figure 5-23: lanterna di San Pietro a Roma

### 5.1.5 La funzione del lanternino nella stabilità delle cupole

Il comportamento statico delle cupole soggette ai carichi verticali può essere ricondotto essenzialmente a due tipologie di modelli che sono:

- Lo schema del comportamento ad arco;
- Lo schema del comportamento a piastra.

Il primo modello considera la cupola come costituita da spicchi che si riuniscono sulla sommità creando di fatti un arco. Su ciascuno spicchio agiscono le forze provenienti dal comportamento ad arco e le forze orientate secondo i paralleli che contribuiscono al mutuo sostegno laterale che si scambiano gli spicchi. Il meccanismo resistente di questo

modello veniva esplicito supponendo che la linea delle pressioni dell'arco ricadesse diagonalmente sulla superficie dei conci. Se si considera il primo concio in sommità, soggetto alla forza peso, alle spinte orizzontali e alla reazione mutua con il concio successivo, per l'equilibrio queste forze devono formare un poligono chiuso, tuttavia, non conoscendo la reazione tra i conci e la risultante orizzontale non si è in grado di determinare l'equilibrio. La soluzione a questo problema viene definita ipotizzando la posizione della curva delle pressioni di ciascun concio. La nuova curva delle pressioni suppone che il punto di applicazione della risultante orizzontale ( $Q_i$ ) sia l'estremità superiore del nocciolo delle facce laterali e che la reazione mutua tra i conci ( $R_i$ ) sia applicata all'estremo inferiore del terzo medio del corrispondente letto ( $D_i - D_i'$ ) (Canazzi).

Il secondo modello, il comportamento a piastra, si ha soprattutto quando la cupola è sottile. Secondo l'ipotesi di comportamento a piastra, le sollecitazioni che agiscono sulla cupola possono derivare da una somma di due stati di sforzo, ovvero lo stato di sollecitazione membranale e flessionale.

Quando la cupola ha uno spessore molto sottile, può essere considerata un guscio assialsimmetrico resistente alle sole forze di compressione. Secondo queste ipotesi ha un comportamento di tipo membranale in quanto le uniche sollecitazioni agenti saranno diretti secondo il piano tangente e sono costanti nello spessore.

Ipotizzando un comportamento a membrana; la cupola è vincolate secondo uno schema congruente che non fa nascere un regime di sollecitazione flessionale. Infatti, una cupola con comportamento membranale non possiede rigidità a flessione. Considerando un elementino di volume infinitesimo avente dimensione  $dl_1$  e  $dl_2$  e spessore  $s$  sarà soggetto alle azioni esterne  $p(x, y, z)$  e gli sforzi per unità di lunghezza  $N_1$ ,  $N_2$  e  $N_{12} = N_{21}$  (Canazzi).

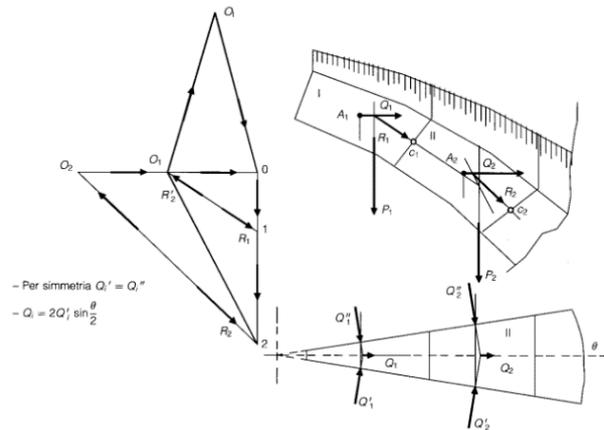


Figure 5-24: schema forze conci di muratura

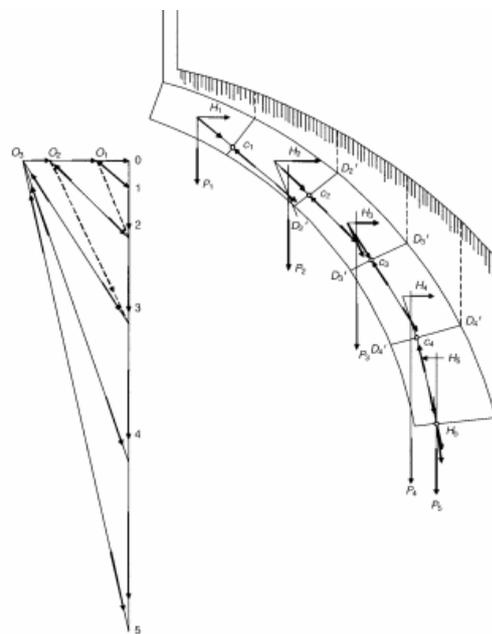


Figure 5-25: schema linea pressioni semplificazione

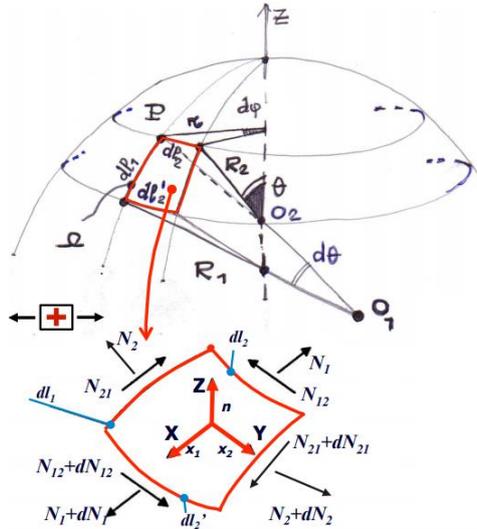


Figure 5-26: cupola - forze elemento di volume

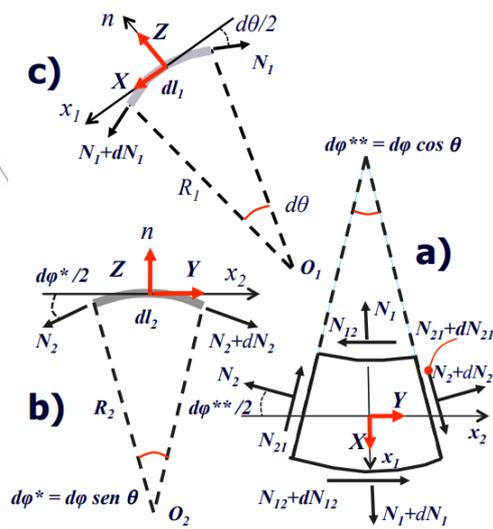


Figure 5-27: schematizzazione forze nelle tre direzioni principali

Per scrivere le equazioni di equilibrio dell'elemento si studiano singolarmente le tre direzioni principali ( $n$ ,  $x_1$  e  $x_2$ ).

Le equazioni di equilibrio nelle tre direzioni saranno (Canazzi):

- Nella direzione  $x_1$ :

$$\frac{1}{R_1 R_2} \frac{\partial(r N_1)}{\partial \theta} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial N_{12}}{\partial \varphi} - \frac{N_2}{R_2} \cos \theta + X \sin \theta = 0$$

- Nella direzione  $x_2$ :

$$\frac{1}{R_1 R_2} \frac{\partial(r N_{12})}{\partial \theta} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} + \frac{N_{12}}{R_2} \cos \theta + Y \sin \theta = 0$$

- In direzione  $n$ :

$$\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} = Z$$

### 5.1.5.1 Cupola: peso proprio

Si consideri una cupola sottile soggetta al solo peso proprio, in cui  $\gamma_m$  è il peso specifico del materiale che la costituisce,  $s$  lo spessore,  $R$  il raggio. Considerando il generico parallelo, individuato dall'angolo  $\theta$  si può ricavare la risultante dei pesi del volume che sta al di sopra del parallelo selezionato. Essendo l'area della calotta pari a  $A = 2 \pi R f$ ; dove  $f$  la freccia della calotta, si ottiene il peso  $Q = \gamma_m s 2 \pi R^2 (1 - \cos \theta)$ . Da cui risulta anche  $Z = -\gamma_m s \cos \theta$  (Canazzi).

A questo punto si possono ricavare i valori di  $N_1$  e  $N_2$  agenti sugli assi della cupola i cui valori saranno rispettivamente:

$$N_1 = -\frac{Q}{2\pi R \cdot \sin^2 \theta} = -\frac{s \gamma_m R}{1 + \cos \theta}$$

$$N_2 = Z \cdot R - N_1 = \gamma_m \cdot s \cdot R \left[ \frac{1 - \cos^2 \theta - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \right]$$

L'angolo  $\theta$  (rispetto alla verticale) per cui si ha  $N_2$  nullo sarà pari a  $51^\circ 50'$ . La seguente figura mostra l'andamento delle azioni interne lungo la cupola; in particolare le azioni  $N_1$  lungo i meridiani sono sempre di compressione mentre non si può dire lo stesso delle sollecitazioni lungo paralleli; al di sopra dell'angolo  $\theta$  saranno di compressione, al di sotto le  $N_2$  sono di trazione per cui nel caso delle cupole di muratura (non resistenti a trazione) possono formarsi delle fessure.

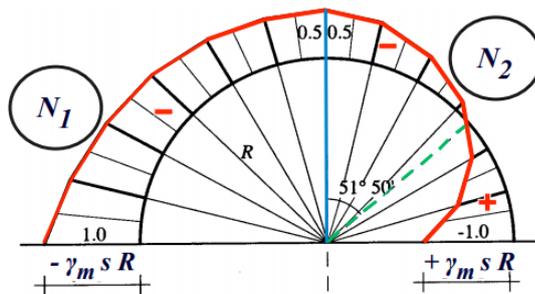


Figure 5-28: andamento forze lineari nella cupola

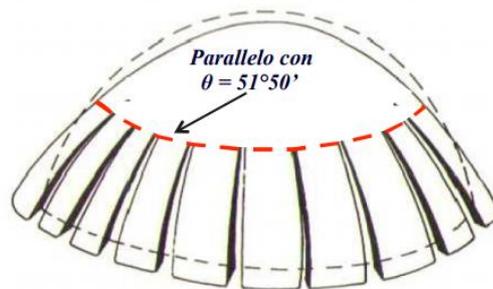


Figure 5-29: meccanismo di danno cupola

### 5.1.5.2 Cupola con lanterna

Si considera il caso di una cupola di spessore  $s$  e raggio  $R$  aperta in sommità con un angolo  $\theta_1$  e soggetta a un carico  $q$  proveniente dalla lanterna soprastante di peso complessivo  $P$  (Canazzi).

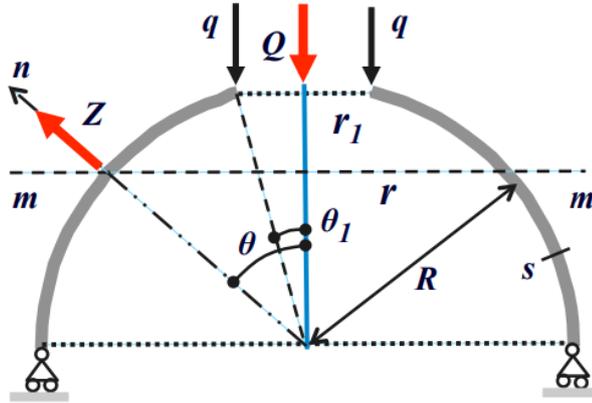


Figure 5-30: schema statico cupola con lanterna

Il valore del carico lineare distribuito sulla corona superiore sarà pari a:

$$q = P / (2 \pi R \sin \theta_1)$$

poiché si considera una cupola sferica

$$R_1 = R_2 = R$$

$$r = R \sin \theta_1$$

$$Q = (2 \pi R \sin \theta_1) \cdot q$$

A questo punto bisogna calcolare il valore della pressione  $Z$  perpendicolare alla superficie; tuttavia, questa sarà nulla perché ha le dimensioni di una pressione mentre l'unico carico agente sulla cupola è il carico lineare  $q$  (Canazzi).

Infine, si calcolano le componenti interne  $N_1$  e  $N_2$  che saranno pari a:

$$N_1 = -\frac{Q}{2 \pi R \cdot \sin^2 \theta} = -\frac{2 \pi r_1 q}{2 \pi R \cdot \sin^2 \theta} = -\frac{\sin \theta_1 \cdot q}{\sin^2 \theta}$$

$$N_2 = Z \cdot R - N_1 = \frac{\sin \theta_1 \cdot q}{\sin^2 \theta}$$

Da cui risulta che lungo i meridiani ho solo compressione per cui si comportano come dei pilasti. I paralleli invece sono sempre in trazione per cui se si trascura la resistenza a trazione della muratura si formano delle fessure che dividono la cupola in spicchi.

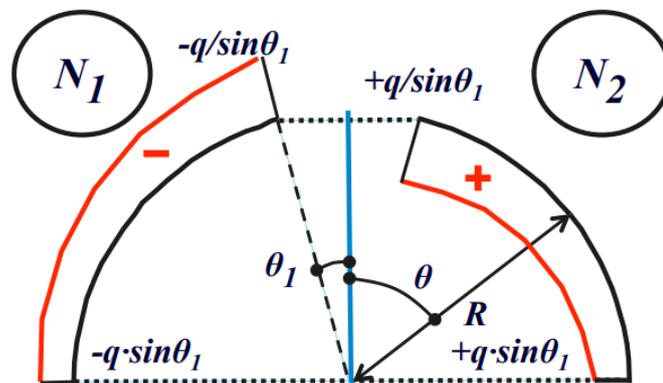


Figure 5-31: andamento forze lineari cupola con lanterna

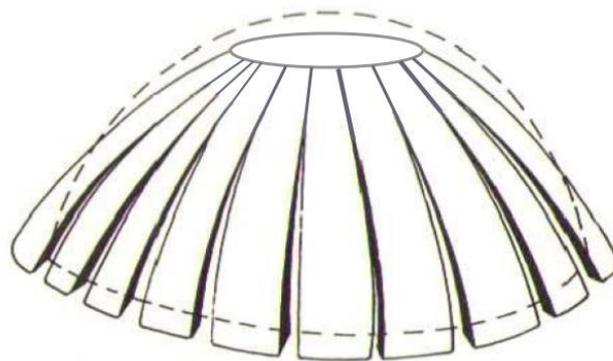


Figure 5-32: meccanismo di fessurazione cupola con lanterna

### 5.1.6 Danneggiamenti Cupolini

I recenti terremoti che si sono verificati nella penisola italiana hanno provocato dei danni in moltissimi beni tutelati.

In occasione del terremoto in Emilia del 2012 la basilica palatina di Santa Barbara ha subito notevoli danneggiamenti. L'elemento strutturale maggiormente coinvolto è stato il cupolino che a causa delle forze di taglio indotte dal sisma ha riportato delle fessurazioni che hanno provocato il crollo dello stesso poiché non più in equilibrio.

Si riportano delle immagini estratte dal sito del corriere.it (mantova crollo della cupola, 2000) che mostrano una sequenza del crollo avvenuto.



*Figure 5-33: incipit spostamento orizzontale*



*Figure 5-34: dettaglio lesioni orizzontali nei pilastrini*



*Figure 5-35: crollo del cupolino*



*Figure 5-36: campanile dopo il crollo*

Un'altra evidenza della vulnerabilità dei cupolini e delle lanterne è la chiesa di Sant'Agostino a L'Aquila. La chiesa, costruita dopo il 1708, per sostituire la chiesa distrutta dal terremoto del 1703. Presenta una cupola ottagonale a forma di ellisse. Anche in questa chiesa a seguito del sisma sono stati riportati lesioni gravi alle pareti laterali e alla facciata, danneggiamenti estesi nella cupola che presentava una situazione di inizio crollo e infine è stato rilevato il crollo del lanternino.

Le seguenti immagini mostrano i mutamenti della chiesa prima e dopo il crollo causato dal terremoto.



*Figure 5-37: chiesa di sant'Agostino prima del sisma del 2009*



*Figure 5-38: chiesa di sant'Agostino dopo il sisma*



*Figure 5-39: vista aerea Sant'Agostino dopo il sisma: crollo lanterino*

Un'ulteriore evidenza del danneggiamento delle lanterne e dei cupolini è stata individuata nella chiesa di San Giuseppe a San Severino Marche. In questo caso però i vigili del fuoco per evitare il crollo che poteva arrecare ulteriori danni alla struttura ha progettato e realizzato una struttura che permettesse di rimuovere in sicurezza il lanterino e posizionarlo a terra.



*Figure 5-40: operazione di rimozione del cupolino*

## 5.1.7 Interventi di consolidamento per la lanterna di Santa Caterina

### 5.1.7.1 Proposta di miglioramento

L'evidente stato di danneggiamento, messo alla luce dal quadro fessurativo, ha evidenziato che nella lanterna è necessario apportare degli interventi di restauro architettonico e di miglioramento strutturale, soprattutto in quegli elementi, quali i pilastrini, che si sono rivelati essere molto danneggiati. Il restauro se da un lato consiste nell'andare a ripulire gli interni e gli esterni dagli effetti degli agenti atmosferici e ambientali ed a ripristinare gli intonaci del rivestimento murario, evitando che vi siano infiltrazioni, dall'altro lato vuole fornire all'elemento un miglioramento del comportamento strutturale. Per quanto riguarda la parte di restauro strutturale, è stata adottata una tipologia di intervento che, come esposto nella normativa tecnica per le costruzioni (D.M. 17 gennaio, 2018) e nelle Linee guida per i beni tutelati (Direttiva BBCC, 2010), deve essere di miglioramento del comportamento sismico poiché si interviene su un edificio appartenente al patrimonio tutelato. In questa categoria di edifici infatti, l'intervento di adeguamento sismico deve essere evitato poiché ripristinare la sicurezza secondo gli standard attuali potrebbe significare apportare delle modifiche rilevanti, anche visive, al monumento storico. Dunque, si dovrà agire adottando il criterio di "minimo intervento" scegliendo soluzioni che siano compatibili, durevoli e reversibili. L'intervento strutturale che è stato pensato avrà come obiettivo la limitazione delle deformazioni, per lo più orizzontali, che possono verificarsi sui pilastrini per l'effetto di un sisma per far ciò si è cercato di irrigidire le colonne.

### 5.1.7.2 Descrizione dell'intervento

L'intervento proposto consiste nell'introduzione di elementi metallici in acciaio strutturale. Poiché all'interno della lanterna, come nel resto della chiesa, sono presenti degli intonaci affrescati che saranno restaurati si è optato, a seguito di un confronto con specialisti, di intervenire strutturalmente all'esterno della lanterna. Dopo un attento studio della geometria della lanterna si è deciso di lavorare principalmente sui pilastri che la costituiscono. I pilastri hanno una sezione non regolare, la cui sezione resistente somiglia ad una croce tozza. Prima di tutto, nelle operazioni di pulizia sarà rimossa la parte in calce che serve per bloccare la vetrata; e poi saranno ricostruiti gli spigoli in modo da avere una sezione quanto più regolare possibile.

PARTICOLARE PILASTRINO LANTERNA  
SCALA 1:10

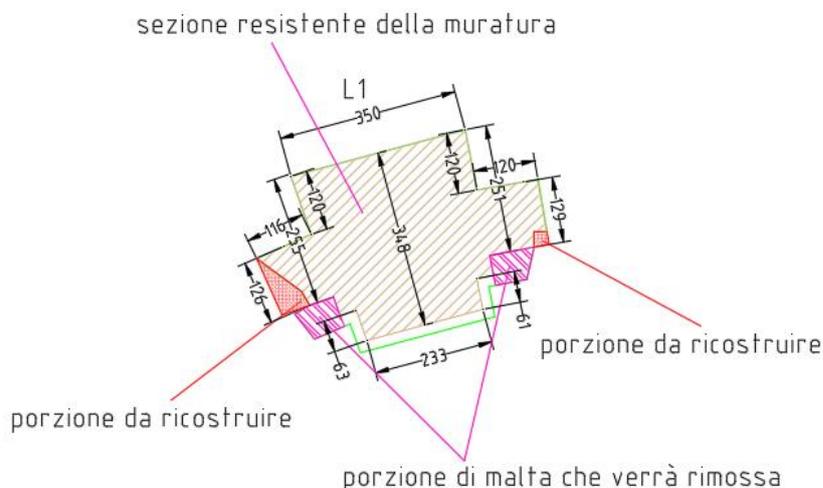
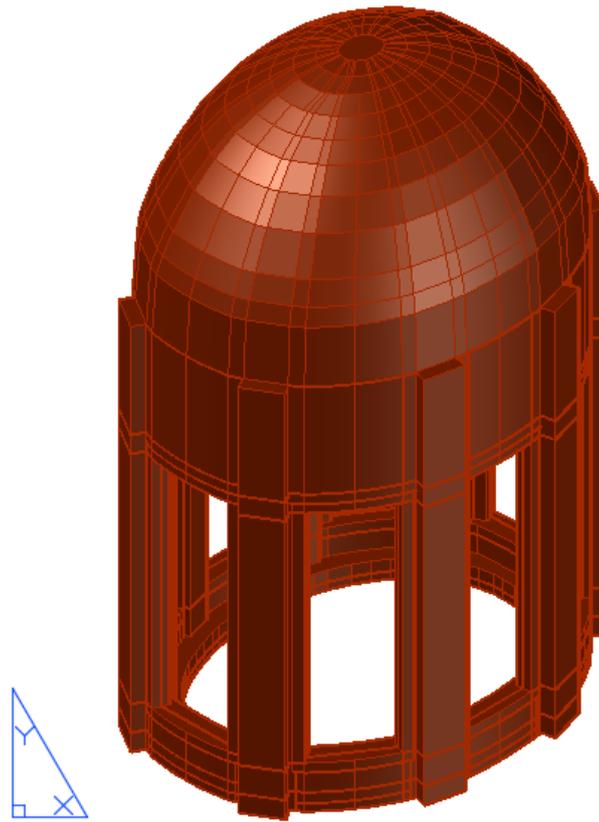


Figure 5-41: particolare pilastrino

La parte strutturale dell'intervento consiste nell'inserire degli elementi metallici in acciaio inox strutturale, poiché resistente agli agenti atmosferici. Verranno inseriti 16 angolari ad "L" a lati disuguali lungo lo sviluppo dei pilastri, in corrispondenza dello spigolo delle aperture delle finestre. Dunque, ciascun pilastro sarà disposto di 2 montanti metallici. Saranno inseriti anche due angolari modificati sull'architrave e sulla base di ogni apertura delle finestre. Entrambi i profilati saranno poi collegati mediante saldatura ai due montanti laterali. Si crea in questo modo una sorta di cornice in acciaio in corrispondenza delle aperture. La cornice metallica verrà collegata ad altri profilati ed angolari che permetteranno a loro volta di collegare la nuova struttura metallica alla base su cui si innalza la lanterna. Le connessioni alla base saranno eseguite mediante dei tirafondi. Successivamente i montanti verticali di ciascun pilastro verranno collegati tra loro mediante delle barre filettate che fungeranno da calastrelli. Il sistema così descritto dunque porterà alla creazione di una sorta di ingabbatura di tutta la struttura che tenderà ad avere un comportamento d'insieme. In aggiunta, la presenza di calastrelli, seppur in maniera limitata, contribuirà al confinamento della muratura dei pilastri che provocherà un miglioramento delle proprietà meccaniche della muratura. Per aumentare ulteriormente la rigidità del riquadro metallico saranno aggiunti orizzontalmente dei profilati a "T".

Si riporta uno schema tridimensionale della lanterna realizzato mediante il software Cad.



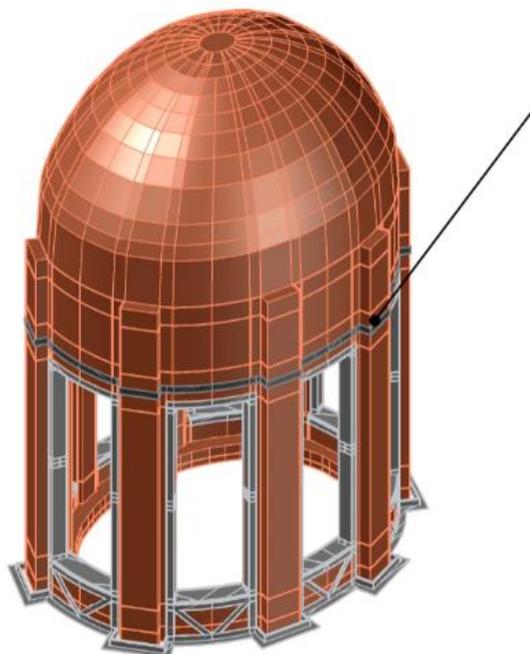
*Figure 5-42: cad 3D lanterna, stato originario*

Prima proposta di intervento iniziale

Angolari a C sui pilastri tuttavia poiché ritenuti invasivi sono stati abbandonati

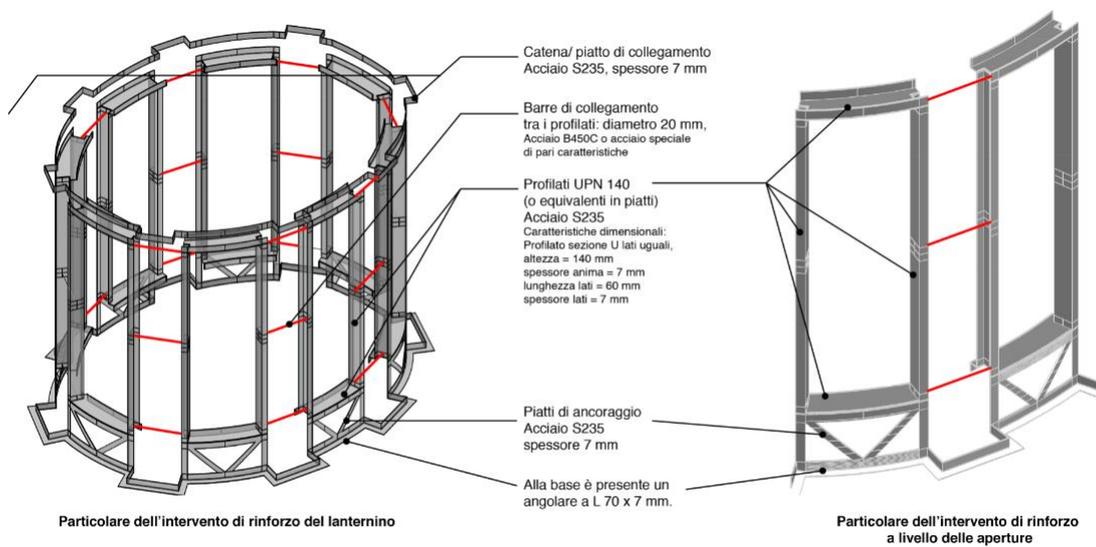


**Stato di fatto lanternino  
Chiesa di Santa Caterina  
in Casale Monferrato**



**Intervento di rinforzo del lanternino  
Chiesa di Santa Caterina  
in Casale Monferrato**

*Figure 5-43: cad 3D lanterna, post-intervento*



*Figure 5-44: intervento profilati a C; scartato*

Successivamente è stato sviluppato un intervento meno invasivo per gli interni. Si riporta il modello cad della lanterna con il sistema di miglioramento con profilati a L.

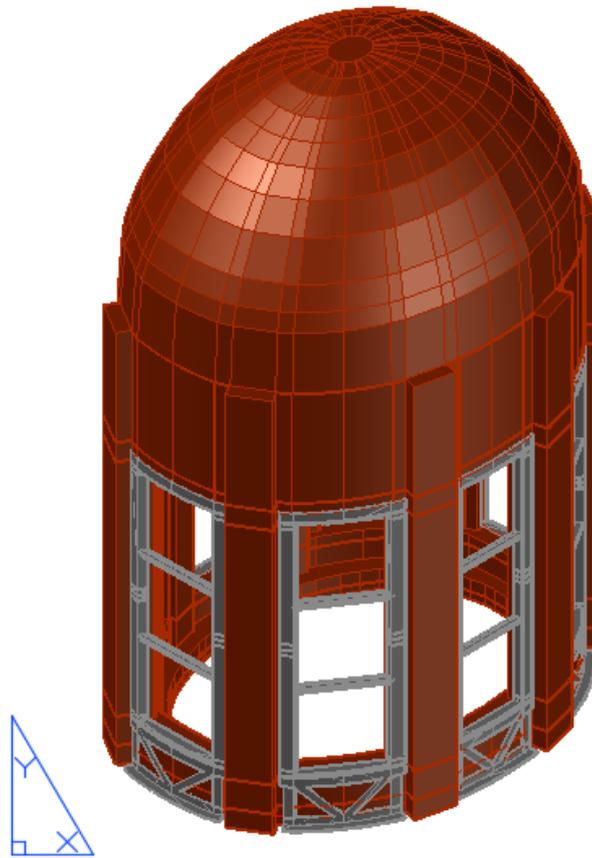


Figure 5-45: cad 3D lanterna con intervento, profilati a L

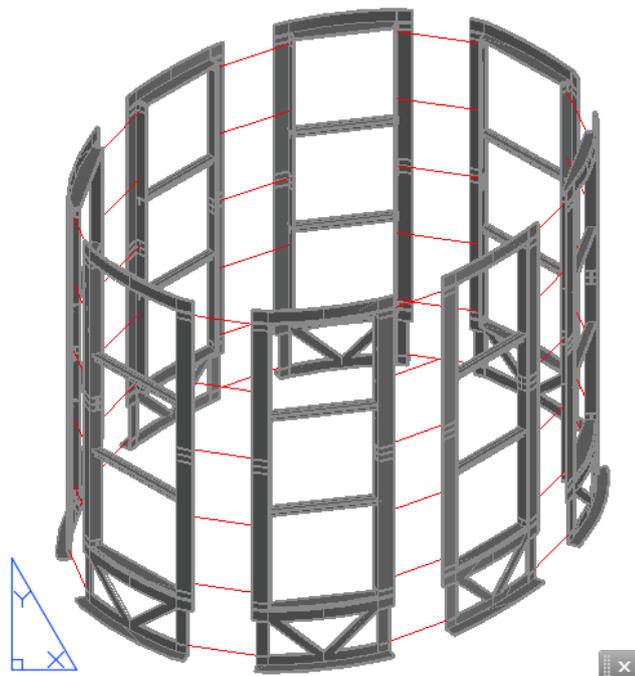


Figure 5-46: struttura 3D telaio acciaio

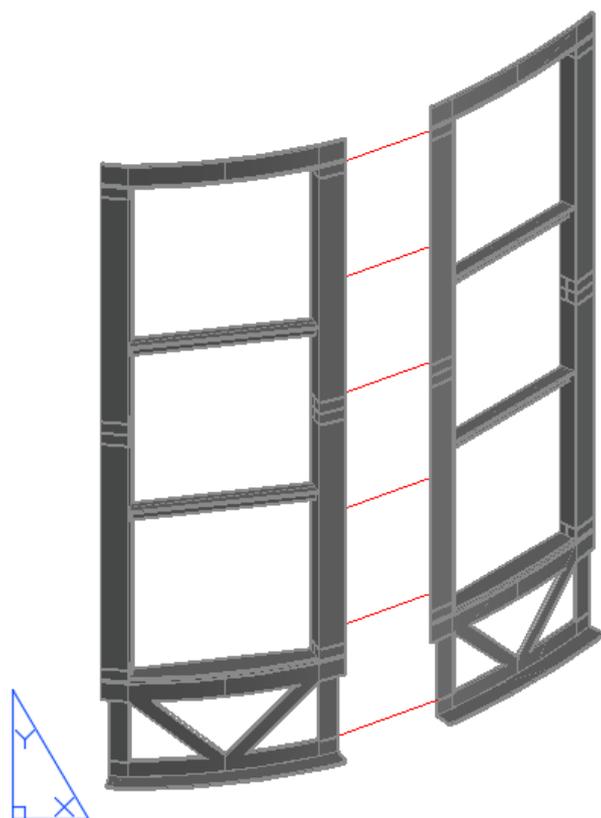


Figure 5-47: particolari quadri metallici

### 5.1.7.3 Pre-dimensionamento della struttura.

Per progettare al meglio l'intervento è stato effettuato inizialmente un predimensionamento dei montanti angolari in funzione del carico verticale a cui sono soggetti. Questi calcoli saranno eseguiti su uno schema semplificato della lanterna. In questo caso i pilastri sono stati considerati come elementi a sezione rettangolare la cui altezza è pari a 2.8m; al di sopra dei quali troviamo la corona ellittica e infine vi è la cupola con la copertura. Gli angolari in questo schema semplificato si immaginano correnti lungo tutto lo sviluppo verticale dei pilastri.

Per predimensionare l'elemento metallico bisogna, per primo, calcolare la forza verticale proveniente dai carichi che stanno al di sopra dei pilastri. Per far ciò però bisogna anche combinare i carichi verticali secondo la combinazione più gravosa fornita dalle NTC 2018. Nello specifico si usa la combinazione fondamentale agli SLU fornita dalle NTC 18 al paragrafo 2.5.3 (D.M. 17 gennaio, 2018) secondo cui le azioni devono essere combinate come segue (formula 2.5.1 (D.M. 17 gennaio, 2018)):

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \Psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \Psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$$

Dove  $\psi$  sono i coefficienti di combinazione e  $\gamma$  sono i coefficienti parziali per le azioni posti in modo da massimizzare in questo caso i carichi verticali.

Dall'analisi geometrica della lanterna si sono potuti determinare i pesi delle varie parti che la compongono, in particolare risultano:

- Cupola:  $G_1 = 56.46 \text{ kN}$
- Corona:  $G_2 = 72.2 \text{ kN}$
- Copertura:  $Q_1 = 20.27 \text{ kN}$

Usando i coefficienti di combinazione  $\gamma_{Gi} = 1.3$  e  $\gamma_{Qi} = 1.5$  si ottiene:

$$N = 197.66 \text{ kN}$$

Questo carico nel caso non si considerino funzionanti i pilastri in muratura sarà ripartito nei 16 angolari.

Ciascun angolare si carica con un carico verticale pari a:

$$N' = 12.35 \text{ kN}$$

Si decide allora, di lavorare con degli acciai strutturali S355 che hanno resistenza a snervamento caratteristica ( $f_{yk}$ ) pari a 355 MPa.

Si calcola dunque la sezione minima che deve avere il montante dividendo la forza assiale per la resistenza di progetto di snervamento ( $f_{yd}$ ).

$$A_{min} = \frac{N'}{f_{yd}} = \frac{123550 [N]}{338.09 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]} = 36.53 \text{ mm}^2$$

Dove:

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_{m0}$$

$\gamma_{m0} = 1.05$  per l'acciaio.

Come si può notare da un punto di vista statico basta pochissimo acciaio per assorbire il carico verticale; tuttavia, lo scopo dell'intervento è contribuire a un miglioramento del comportamento in caso di condizioni sismiche, per cui, si faranno ulteriori considerazioni prendendo in considerazione dei profilati angolari più strutturati.

Si è deciso di utilizzare profilati angolari ad L a lati disuguali avente sezione 100 x 75 x 9 mm. Questo tipo di profilato, avendo uno spessore importante, dovrà contribuire all'irrigidimento del pilastro.

Di seguito verrà eseguita una verifica del pilastro nella condizione attuale e dopo aver introdotto i sostegni metallici eseguendo un'analisi lineare statica, in cui i carichi saranno calcolati come da normativa NTC 2018.

#### 5.1.7.4 Analisi lineare statica

L'analisi lineare statica serve per calcolare l'azione sismica cui è soggetta una struttura. Per eseguire questo calcolo si utilizza lo spettro di progetto definito al paragrafo 3.2.3.4 e al paragrafo 3.2.3.5 delle NTC 2018 (D.M. 17 gennaio, 2018), ottenuto dopo aver assegnato un coefficiente di comportamento calcolato mediante la formula 7.3.1 della suddetta normativa secondo cui:  $q = q_0 \cdot K_R$ .

$K_R = 0.8$  perché ci troviamo in una struttura non regolare in altezza; invece, il valore di  $q_0$  viene definito per mezzo dalla tabella 7.2.II delle NTC 2018

In questo caso, si ottiene:

$$q = 2.38$$

Tramite il foglio di calcolo fornito dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici si possono ricavare facilmente i parametri dello spettro elastico da cui poi si ricavano quelli relativi allo spettro di progetto.

Nell'analisi lineare statica le forze di inerzia generate dall'azione sismica vengono applicate alla struttura come forze statiche equivalenti e, si può adoperare quando il periodo del modo primo modo di vibrare ( $T_1$ ) non superi  $2.5 T_C$  o  $T_D$ . La costruzione della sola lanterna risulta essere regolare.

Il periodo del primo modo di vibrare della chiesa sarà pari a:  $T_1 = 0.340$  s ed è il modo di vibrare che interessa la lanterna.

Il modulo della forza equivalente si ottiene dall'ordinata dello spettro di progetto corrispondente al periodo  $T_1$ . La forza, considerando la struttura come degli oscillatori con le masse concentrate, si distribuisce in modo da seguire la forma della deformata del modo in esame. A ciascuna massa si deve applicare la forza calcolata secondo la formula 7.3.7 (D.M. 17 gennaio, 2018) delle NTC 2018 che vale:

$$F_i = F_h \cdot z_i \cdot \frac{W_i}{\sum_j z_j W_j}$$

Dove:

$$F_H = S_d(T_1)W\lambda/g$$

$F_i$  è la forza applicata alla massa  $i$ -esima;  $W_i$  e  $W_j$  sono i pesi delle masse  $i$  e  $j$ ;  $z_i$  e  $z_j$  sono le rispettive quote;  $W$  è il peso totale della costruzione;  $\lambda$  è un coefficiente;  $g$  è l'accelerazione di gravità e infine  $S_d(T_1)$  è l'ordinata dello spettro di risposta di progetto definita nel paragrafo 3.2.3.5 della normativa (D.M. 17 gennaio, 2018).

Come riferito nella sezione 3.2.3.5. lo spettro di progetto  $S_d(T)$  da usare nell'analisi lineare statica è lo spettro di progetto elastico corrispettivo riferito alla stessa probabilità di superamento considerata. La domanda sismica, nel caso di analisi lineare statica, verrà valutata utilizzando questo spettro elastico e dividendo le ordinate  $1/q$ , dove  $q$  è il fattore di comportamento (D.M. 17 gennaio, 2018).

La seguente immagine, estratta da un sito (csm Acciaio, s.d.), descrive schematicamente ciò che avviene con l'analisi lineare con spettro, l'accelerazione del terremoto viene applicata alla struttura sotto forma di forza proporzionale alla massa che dipende dall'ordinata spettrale.

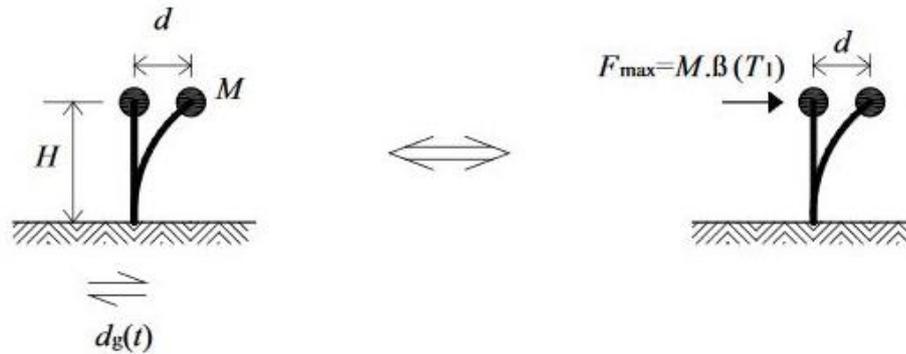


Figure 5-48: schema passaggio da accelerazione al suolo a forza statica equivalente

### 5.1.7.5 Pilastro: stato attuale

Per calcolare la forza statica equivalente bisogna calcolare la forza peso ricavata con la combinazione sismica fornita dalla normativa NTC 2018 al paragrafo 2.5.3 secondo cui i carichi vanno combinati come di seguito:

$$E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{K1} + \psi_{22} \cdot Q_{K2} + \dots$$

La forza verticale totale agente sugli otto pilastri sarà pari a:

$$P_{\text{tot}} = 148.93 \text{ kN}$$

Per calcolare il peso proprio del pilastro bisogna ricavare il volume. Si lavora su un modello semplificato in cui il pilastro è alto 2.8 metri e ha una sezione rettangolare ( $b = 0.45$  e  $h = 0.35$ ). Noto il peso per unità di volume della muratura (pari a  $18 \text{ kN/m}^3$ ), risulta che il peso di ciascun pilastro è di  $7.408 \text{ kN}$ .

Su ciascun pilastro graverà dunque un carico verticale pari a:

$$N = 26.025 \text{ kN}$$

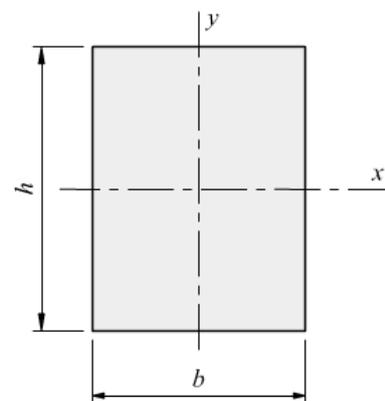


Figure 5-49: sezione rettangolare

A questo carico va aggiunta la forza sismica derivante dall'analisi statica equivalente. Per valutare l'ordinata spettrale si deve definire innanzitutto lo spettro elastico. In funzione della località, della morfologia del territorio, del sottosuolo, della vita di riferimento e della classe d'uso si definisce lo spettro di progetto (nel paragrafo relativo all'Azione sismica verrà trattato con maggiore dettaglio).

Si ricavano dunque i parametri utili al calcolo dell'ordinata spettrale;

- $a_g = 0.039 \text{ g}$
- $S = 1.5$
- $F_0 = 2.67$

Poiché il primo modo di vibrare ha un periodo compreso tra  $T_B$  e  $T_C$  l'ordinata spettrale corrisponde al valore massimo che può assumere.

Di seguito si riporta la formula 3.2.2 delle NTC 2018 (D.M. 17 gennaio, 2018) secondo la quale l'ordinata spettrale vale:

$$S_d(T_1) = a_g S \frac{1}{q} F_0$$

Dove:  $q$  è il fattore di comportamento della struttura.

$$S_d = 0.0656 \text{ g}$$

$$F_H = S_d(T_1) N \frac{\lambda}{g} = 1.707 \text{ kN}$$

$$M = 4.78 \text{ kNm}$$

Nel caso della muratura allo stato attuale si può calcolare il fattore di sicurezza prestazionale come il rapporto tra il momento ultimo e il momento sollecitante. Lo schema statico consiste in un incastro alla base mentre in sommità si considera l'estremo libero come se ci fosse una cerniera tra i pilastri e la porzione di muratura superiore.

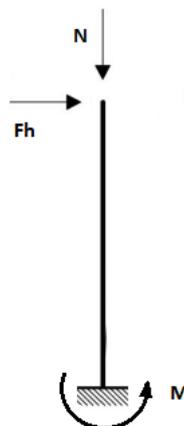


Figure 5-50: schema statico pilastro isolato, sollecitazione momento incastro

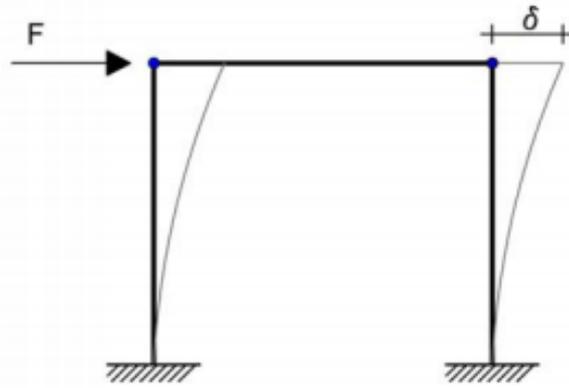


Figure 5-51: schema statico lanterna

La formula 7.8.2 delle NTC, (D.M. 17 gennaio, 2018), permette di calcolare il momento ultimo resistente come:

$$M_u = \left( l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2} \right) \left( 1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d} \right)$$

Dove:

$M_u$  momento ultimo resistente

$l$ : lunghezza pilastro;

$t$ : larghezza pilastro;

$\sigma_0$ : tensione media di compressione pari a  $N/l$ ; negativa se di trazione;

$f_d = f_k/\gamma_m F_c$ : resistenza di calcolo a compressione. ( $f_d = 1.106$  MPa)

Verifica di sicurezza rispetto forza equivalente applicata nella direzione x

$$l = 0.42 \text{ m}$$

$$t = 0.35 \text{ m}$$

$$M_{u,y} = 4.20 \text{ kNm}$$

Si calcola dunque il fattore di sicurezza:

$$\frac{M_u}{M_S} = \frac{4.20 \text{ kNm}}{4.78 \text{ kNm}} = 0.87 < 1$$

Dal fattore di sicurezza minore di uno si evince che la struttura non è verificata.

### 5.1.7.6 Pilastro: inserimento degli angolari

L'inserimento degli angolari fa sì che la sezione resistente del pilastro non sia più quella della muratura ma sia data da una cooperazione tra la parte in acciaio e quella della parte muraria presente.

Le informazioni riguardanti le caratteristiche geometriche degli angolari saranno prese dal catalogo della Montanstahl. Dalle tabelle sui profilati angolari (Montanstahl, s.d.) si ricava l'area della sezione e i momenti d'inerzia nelle due direzioni.

Dati del profilato "L":

Dimensioni 100 x 75 x 9 mm

$$A = 15.09 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$$

$$J_x = 146.80 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$J_y = 70.29 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

Naturalmente per calcolare l'inerzia dei profilati rispetto al baricentro della sezione bisogna utilizzare il teorema del trasporto.

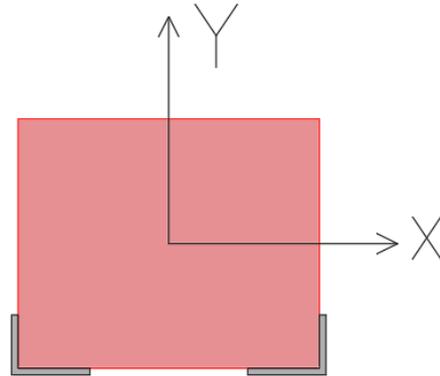


Figure 5-52: sezione pilastro semplificata con angolari

Per valutare se gli angolari producono un miglioramento è necessario calcolare il momento ultimo resistente della sezione composta.

Per calcolare la resistenza a flessione si fa riferimento al metodo elastico proposto dalle NTC 2018 al paragrafo 4.3.4.2.1.1, dove il momento resistente è calcolato limitando le deformazioni al limite elastico della resistenza dei materiali (D.M. 17 gennaio, 2018).

Si ipotizza che la deformazione ultima sia raggiunta prima dalla parte in muratura, per cui il limite massimo sarà:  $\varepsilon = f_m / E_m$ .

Considerando che la sezione sia soggetta a pressoflessione retta, per calcolare il momento ultimo resistente si deve ricavare la posizione dell'asse neutro (x).

Si trascura la resistenza a trazione della muratura

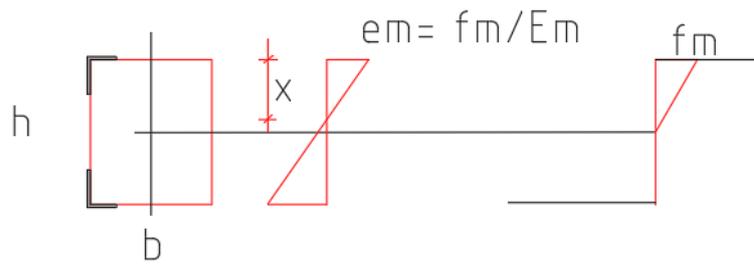


Figure 5-53: andamento delle deformazioni delle tensioni nella sezione composta

L'asse neutro verrà ricavato eguagliando lo sforzo normale agente allo sforzo normale della sezione composta in funzione dell'asse neutro.

- Deformazione massima muratura:

$$\varepsilon_m = \frac{f_m}{E_m}$$

- Deformazione acciaio superiore:

poiché si trova nella posizione in cui la muratura raggiunge il limite di deformazione essa sarà pari a  $\varepsilon_m$ , solo che nell'acciaio la tensione sarà maggiore perché legata al modulo di Young  $E_a$ .

$$\sigma_a = \varepsilon_m \cdot E_a = f_m \cdot n$$

Dove  $n$  è il fattore di omogeneizzazione (rapporto moduli elastici dei due materiali che compongono la sezione); nel caso in esame viene posto:  $n = 20$ .

- Deformazione acciaio inferiore

Si ricava la deformazione in funzione della profondità dell'asse neutro facendo una congruenza tra i triangoli.

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_m \cdot (h - x)}{x}$$

Scrivendo l'equazione di equilibrio alla traslazione; uguagliando i tre contributi allo sforzo normale agente ( $N = 26.025 \text{ kN}$ ) si ricava la posizione dell'asse neutro  $x$ ;

Equazione dello sforzo normale

$$N = \frac{x f_{md}}{2} b + f_m n A_{sup} - f_m n \left( \frac{h - x}{x} \right) A_{inf}$$

$$x = 187.54 \text{ mm}$$

Scrivendo l'equazione di equilibrio delle forze risultanti rispetto all'asse neutro, si ricava il momento resistente della sezione composta, come:

$$M_u = \frac{x f_{md}}{2} b \frac{2}{3} x + f_m n A_{sup} x + f_m n \left( \frac{h-x}{x} \right) A_{inf} (h-x)$$

Si ricava dunque:

$$M_u = 20.4 \text{ kNm}$$

Si calcola infine l'efficacia dell'intervento valutando il fattore di sicurezza come il rapporto tra momento ultimo resistente e momento agente:

$$\frac{M_u}{M_S} = \frac{20.4 \text{ kNm}}{4.78 \text{ kNm}} = 4.26 > 1$$

Si nota che la verifica dell'elemento pilastro con l'intervento di rinforzo, condotta nel modo descritto, risulta essere superata in quanto il fattore di sicurezza è maggiore di 1.

- Valutazione dello spostamento ultimo della sola sezione in muratura.

A questo punto si è valutato lo spostamento limite che subisce il pilastro in muratura al raggiungimento del momento ultimo.

Al momento ultimo corrisponde una forza orizzontale applicata in sommità pari a:

$$F'_H = \frac{M_u}{h} = 1.32 \text{ kNm}$$

$$\delta = \frac{F'_H}{K}$$

Dove: K è la rigidezza della struttura che dipende dallo schema statico utilizzato.



Figure 5-54: spostamento orizzontale colonna incastrata alla base

La rigidezza nel caso di uno schema di incastro semplice è:

$$K = \frac{3EJ}{h^3}$$

$$EJ = 1500 \cdot 10^6 \cdot 0.001500625 = 2250937.5 \text{ Nm}^2$$

$$K = 307617.18 \frac{N}{m}$$

Si calcola dunque lo spostamento massimo che subisce la sommità del pilastro in muratura al raggiungimento del momento limite della sezione.

$$\delta = 0.0043 \text{ m}$$

- Pilastro: inserimento degli angolari

A questo punto si cerca di valutare l'efficacia degli angolari che saranno collegati al pilastro.

L'inserimento dei montanti provocherà un leggero aumento del peso della struttura. Questo peso farà aumentare leggermente la forza orizzontale statica equivalente poiché proporzionale alla forza peso.

Tutte le informazioni sulle caratteristiche geometriche degli angolari saranno prese dal catalogo della Montanstahl. Dalle tabelle sui profilati angolari (Montanstahl, s.d.) si ricava l'area della sezione e i momenti d'inerzia nelle due direzioni.

Dati del profilato “L”:

Dimensioni 100 x 75 x 9 mm

$$A = 15.09 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$$

$$J_x = 146.80 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$J_y = 70.29 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

Naturalmente per calcolare l'inerzia dei profilati rispetto al baricentro della sezione bisogna utilizzare il teorema del trasporto.

I due profilati pesano 0.66 kN e sommando questo carico a quello dovuto ai carichi verticali che agiscono sopra il pilastro si ottiene:

$$N = 26.69 \text{ kN}$$

$$F_h = 1.75 \text{ kN}$$

$$M = 4.9 \text{ kNm}$$

In questo caso non si può calcolare il momento ultimo resistente della muratura poiché la sezione non è più omogenea. Essendo la nuova sezione composta da due materiali molto diversi, per poter valutare la sicurezza è necessario riferirsi a dei parametri meccanici che dipendono dai due materiali.

La nuova sezione ha una rigidezza che dipende dai due materiali; le normative per le nuove costruzioni forniscono delle indicazioni riguardo le strutture composte in calcestruzzo e acciaio. Nel caso in esame si è ipotizzato di considerare la struttura come avviene nella normativa, solo che si ha la muratura al posto del calcestruzzo. Nel caso di una sezione mista la rigidezza flessionale dipende da entrambi i materiali per cui si considera anche il contributo meccanico dell'acciaio. Nel paragrafo 4.3.5.2 della normativa viene fornita una formula, la 4.3.20 (D.M. 17 gennaio, 2018), che permette di calcolare la rigidezza flessionale per la valutazione delle sollecitazioni allo stato limite ultimo. Questa formula tiene conto anche degli effetti del secondo ordine e viene riportata di seguito:

$$(EJ)_{eff,II} = k_0 \cdot (E_a J_a + E_s J_s + k_{e,II} E_{cm} J_c)$$

Con:

$$k_0 = 0.9$$

$$k_{e,II} = 0.5$$

$E_a$  modulo elastico dell'acciaio da carpenteria;

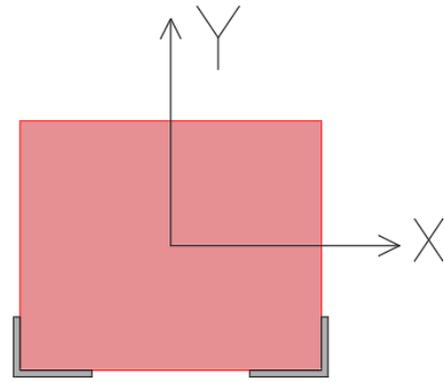


Figure 5-55: sezione pilastro semplificata con angolari

$E_s$  è il modulo elastico dell'acciaio da armatura (qui assente)

$E_{cm}$  è il modulo elastico del calcestruzzo che in questo caso verrà sostituito da quello della muratura.

Nel calcolo del momento d'inerzia della sezione di acciaio si è tenuto conto, come detto dell'eccentricità tra il baricentro della sezione e quello dell'angolare ( $d_y = 161.6$  mm).

Adattando la formula al nostro caso si avrà:

$$(EJ)_{comp} = k_0 \cdot (E_a J_{a,x} + k_{e,II} E_m J_{m,x})$$

Con:

$$E_a = 210000 \text{ MPa};$$

$$J_{a,x} = 0.000080269 \text{ m}^4;$$

$$E_m = 1500 \text{ MPa};$$

$$J_{m,x} = 0.001500625 \text{ m}^4.$$

SI ricava:  $(EJ)_{comp} = 16183762.88 \text{ Nm}^2$

$$K' = \frac{3(EJ)_{comp}}{h^3} = 2211702.3 \frac{N}{m}$$

Già calcolando la rigidezza della sezione mista si nota come essa sia più grande rispetto a quella calcolata per la sola sezione di muratura.

Dall'analisi fatta precedentemente si è individuato lo spostamento limite che si raggiunge quando ci si trova nella condizione limite a presso-flessione, esso varrà 0.0043 m.

Si calcola la forza necessaria per generare questo spostamento a cui corrispondeva la condizione ultima per la muratura.

$$F' = K' \cdot \delta = 2211702.3 \cdot 0.0043 = 9510.3 \text{ N}$$

A cui corrisponde un momento pari a:

$$M' = 26628.9 \text{ Nm}$$

Come è stato fatto in precedenza si confronta il momento che produce lo spostamento limite della muratura con il momento agente ottenuto dalla forza statica equivalente.

$$\frac{M'}{M_a} = \frac{26.6 \text{ kNm}}{4.9 \text{ kNm}} = 5.4 > 1$$

Questo rapporto maggiore di uno indica che l'inserimento dei montanti è stato efficace poiché il momento per il quale si raggiunge lo spostamento limite della muratura è diventato molto più grande.

Attraverso questa congruenza tra le due condizioni in esame è emerso che anche la scelta di questi profilati si è rivelata efficace ai fini della riduzione degli spostamenti.

### 5.1.7.7 Progettazione delle barre di connessione

A questo punto, bisogna calcolare le barre di connessione che servono per solidarizzare i correnti metallici disposti ai lati dei pilastri. La funzione dei calastrelli è principalmente quella di conferire maggiore rigidità all'asta composta, in questo modo verrà limitata parecchio anche lo spostamento laterale.

Si consideri sempre lo stesso schema con carico verticale e orizzontale.

$$N = 26.69 \text{ kN}$$

$$F_h = 1.75 \text{ kN}$$

Considero i profilati aventi un'altezza pari a 2,6 metri: si ipotizza di inserire 6 barre filettate per ogni pilastro per cui l'interasse risulterà essere:

$$l_0 = 0.52 \text{ m}$$

in questo modo con la connessione si limitano le deformazioni dei montanti e della muratura.

$l_t = 0.42 \text{ m}$  è la lunghezza del calastrello.

La forza di taglio  $F_h$  sarà sommata alla forza tagliante che si forma per effetto dell'instabilità (Alasia & Pugno, 2010). Per calcolare la forza tagliante bisogna conoscere  $\omega = f(\lambda_{eq})$ .

$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2}$$

Dove:

$$\lambda_y = \frac{\beta l_1}{i_y}$$

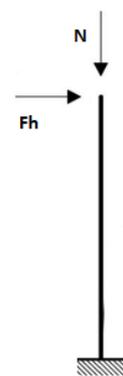


Figure 5-56: forze agenti sul singolo pilastro

$$\lambda_1 = \frac{L_0}{i_{1min}}$$

Sono delle snellezze che dipendono dai raggi di inerzia da ricavare dal catalogo sui profilati.

Considerando uno schema di incastro alla base la lunghezza libera di inflessione sarà pari a 5.2 m.

Si ricavano le snellezze nelle due direzioni e si calcola  $\lambda_x, \lambda_y$

Nella direzione x si ha che  $\lambda_x = 240.9$ ; mentre  $\lambda_y = 27.8$  e  $\lambda_1 = 24.1$

Si può calcolare il valore della snellezza equivalente

$$\lambda_{eq} = 36.9 \cong 37$$

Dalla tabella per acciaio (Fe510) sui profili generici si ricava il fattore  $\omega$

$$\omega(\lambda_{eq}) = 1.18$$

$$\omega(\lambda_x) = 8.43$$

Le forze verticali e orizzontali saranno divise nei due montanti secondo il seguente schema:

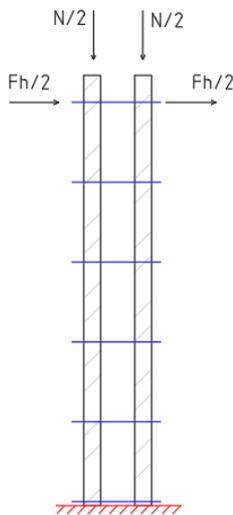


Figure 5-57: schema montanti e calastrelli

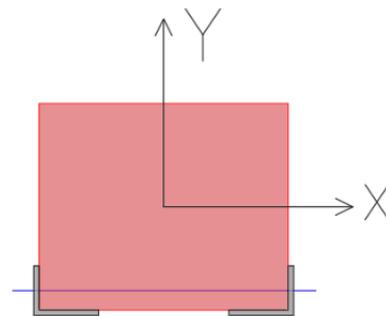


Figure 5-58: sezione pilastro con angolari e barra di connessione

Alle forze sismiche  $F_h$  provenienti dall'analisi statica si dovranno aggiungere le forze prodotte dall'instabilità dell'asta calastrellata.

$$V^* = \omega \frac{N_c}{100} = 1.18 \frac{26.69 \text{ kN}}{100} = 315 \text{ N}$$

Utilizzando lo schema estratto dal “Corso di costruzioni 4” (Alasia & Pugno, 2010) si può notare come vengono scomposte le forze.

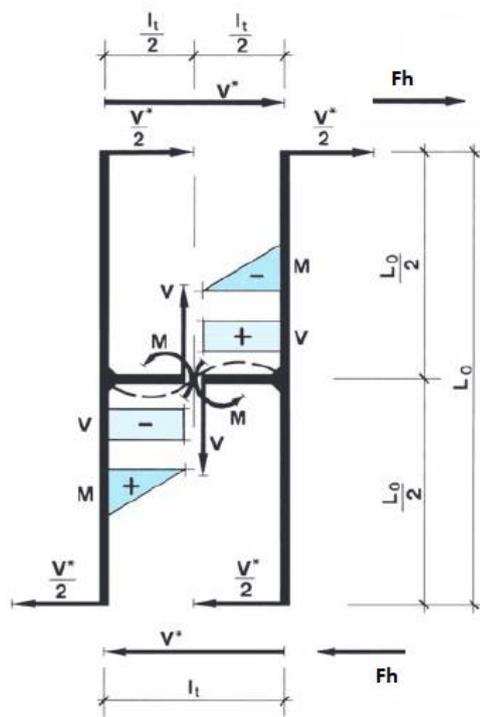


Figure 5-59: scomposizione delle forze applicate ai montanti e ai calastrelli

Il taglio totale sarà pari a  $F_h$  più il tagli  $V^*$ .

$$T = 2065 \text{ N}$$

Ciascun elemento verticale sarà soggetto a metà della forza di taglio ovvero: 1032.5 N.

Per dimensionare i calastrelli si assume che la forza  $T$  si ripartisca equamente fra i due profilati verticali. Mediante l'equazione di equilibrio alla traslazione si può calcolare il taglio  $V$  agente sul calastrello mediante la seguente formula:

$$\frac{T}{2} \cdot L_0 = V \frac{l_t}{2} n$$

Dove  $n$  è il numero di calastrelli nel tratto di lunghezza  $L_0$ . Nel caso studio  $n=1$ .

Da cui si ricava che:

$$V = \frac{T}{n} \frac{L_0}{l_t} = \frac{2065 \text{ N}}{1} \frac{0.52 \text{ m}}{0.42 \text{ m}} = 2557 \text{ N}$$

$$M_{max} = \pm V \frac{l_t}{2} = 536.9 \text{ N}$$

Si ipotizza di usare un calastrello fatto da una barra filettata di acciaio ad alta resistenza “classe 8.8”.

Le cui caratteristiche meccaniche sono state estratte da (Rodacciai) equivalgono:

Caratteristiche meccaniche (EN ISO 898-1:2013)

Caratteristiche		Classe di resistenza									
		4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8 d≤16mm	8.8 d>16mm	9.8	10.9	12.9
Carico unitario di rottura Rm (MPa)	nom	400	400	500	500	600	800	800	900	1000	1200
	min	400	420	500	520	600	800	830	900	1040	1220
Carico unitario di snervamento Rm (MPa) ReL fino a 6.8 - Rp0.2 da 8.8	nom	240	-	300	-	-	640	640	720	900	1080
	min	240	-	300	-	-	640	660	720	940	1100
Allungamento dopo rottura, A%	min	22	-	20	-	-	12	12	10	9	8
Strizione Z%							52	52	48	48	44
Durezza Vickers (HV) F≥98N	min	120	130	155	160	190	250	255	290	320	385
	max	220	220	220	220	250	320	335	360	380	435
Durezza Brinell (HB) F=30D2	min	114	124	147	152	181	238	242	276	304	314
	max	209	209	209	209	238	304	318	342	361	414
Durezza Rockwell HRB fino a 6.8 - HRC da 8.8	min	67	71	79	82	89	22	23	28	32	39
	max	95	95	95	95	99,5	32	34	37	39	44
Resilienza KV (J) - 20°C(1)	min	-	-	27	-	-	27	27	27	27	27

Figure 5-60: tabella proprietà meccaniche acciai ad alta resistenza usati per le connessioni (Rodacciai)

Caratteristiche geometriche della barra:

- Modulo di resistenza:

$$W = \frac{M}{\sigma_{adm}} = 58.043 * \frac{10^3}{373} \text{ mm}^3 = 1556.1 \text{ mm}^3$$

- Area

$$A = \frac{3}{2} \frac{V}{\tau_{adm}} = \frac{3}{2} \frac{2557}{264} \text{ mm}^2 = 14.5 \text{ mm}^2$$

Nonostante l'area calcolata sia molto piccola si possono usare per essere a favore di sicurezza della barre  $\phi 8$ , la cui area è pari a  $50.3 \text{ mm}^2$ .

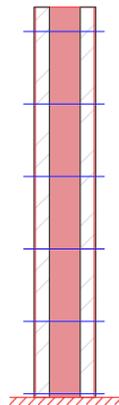


Figure 5-61: schema finale pilastro con angolari e calastrelli

In alternativa si possono anche adottare delle barre di connessione con sezione più spessa, ad esempio barre  $\phi 10$ , purché si aumenti il passo tra una barra e l'altra.

## **6 Capitolo 6**

### **6.1 Valutazione di sicurezza di livello LV3**

Per ottenere una valutazione globale sulla sicurezza sismica è necessario effettuare un'analisi che studi il comportamento d'insieme della struttura in esame. Nel caso analizzato, verrà utilizzato un modello agli elementi finiti calibrato a seguito di una identificazione dinamica.

Seguendo le indicazioni delle NTC 2018 al modello agli elementi finiti viene eseguita un'analisi multimodale con spettro che permette di definire gli effetti dell'azione sismica.

L'analisi multimodale con spettro di risposta verrà eseguita sia sul modello globale calibrato sia su un modello calibrato modificato e, successivamente verranno evidenziate le differenze confrontando i risultati ottenuti. Nel modello modificato sono stati inseriti nuovi elementi in acciaio nei pilastri e nelle corone della lanterna al fine di simulare l'effetto dell'intervento di miglioramento della lanterna stessa.

Innanzitutto, per eseguire l'analisi bisogna determinare lo spettro di risposta di progetto da cui si può calcolare l'azione sismica.

#### **6.1.1 Azione sismica**

Come è stato detto in precedenza, si deve ricavare lo spettro elastico di progetto relativo alla zona in cui è ubicata la costruzione di interesse mediante il foglio di calcolo Excel messo a disposizione dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici.

Come primo passo bisogna selezionare la località, nel caso in esame sarà selezionata Casale Monferrato.

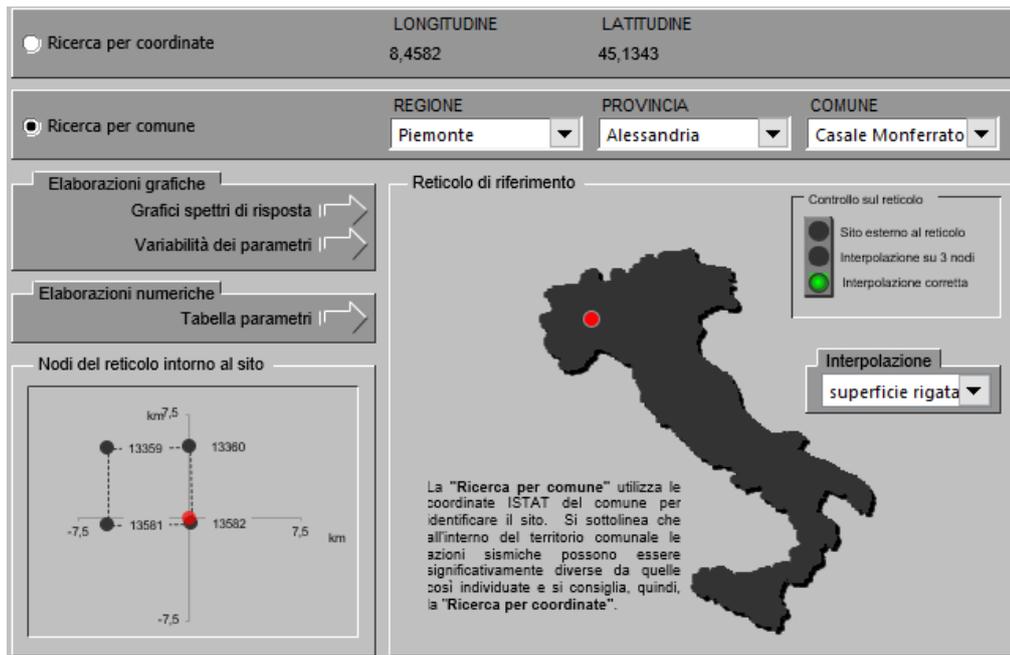


Figure 6-1: individuazione del luogo geografico

Successivamente verranno inseriti la vita nominale ed il coefficiente d'uso della struttura, definiti precedentemente nel calcolo dell'indice di sicurezza sismico, i cui valori sono rispettivamente 50 anni e 1.

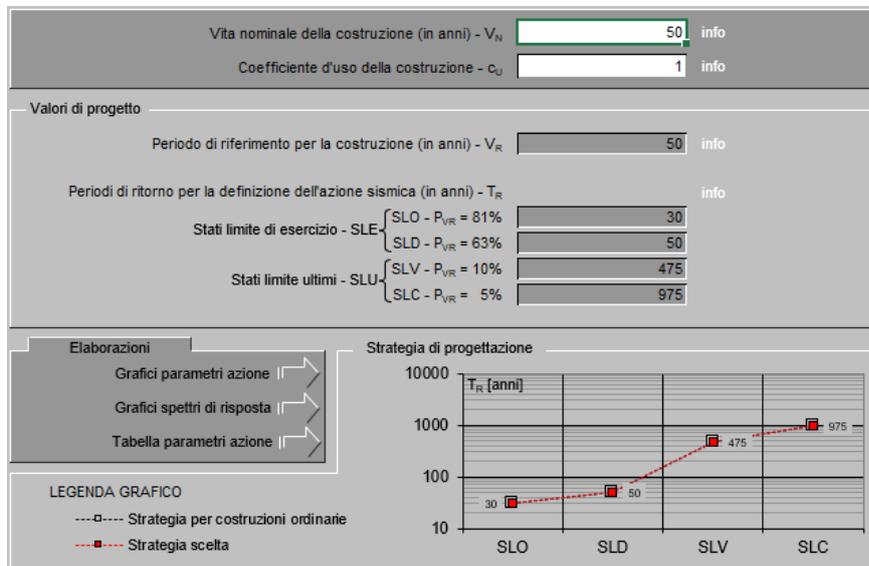


Figure 6-2: fase 2 - definizione vita di riferimento

L'ultimo passo da fare consiste nell'inserisce la tipologia di spettro utilizzata, ovvero lo spettro SLV (Stato Limite di salvaguardia della Vita), i parametri che caratterizzano la risposta sismica locale, ovvero la categoria di sottosuolo C e categoria topografica T1 e il fattore di comportamento q.

Il fattore di comportamento è definito nel capitolo 7.3.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) tramite la seguente formula:

$$q = q_0 \cdot K_R$$

Dove:

- $q_0$  è il valore massimo del fattore di comportamento allo SLV in funzione della classe di duttilità, della tipologia strutturale, del rapporto  $\alpha_u/\alpha_1$  tra il valore dell'azione sismica per il quale si verifica la creazione di un numero di cerniere plastiche tali da tendere la struttura un meccanismo e quello per cui si raggiunge la plasticizzazione a flessione;
- $K_R$  è un fattore che dipende dalle caratteristiche di regolarità in altezza della costruzione, vale 1 per le strutture regolari in altezza e 0.8 per le strutture non regolari in altezza.

Per le strutture in muratura, il valore di  $q_0$  può essere definito seguendo le indicazioni proposte nella tabella 7.2.II delle NTC18.

Costruzioni di muratura (§ 7.8.1.3)	
Costruzioni di muratura ordinaria	1,75 $\alpha_u/\alpha_1$
Costruzioni di muratura armata	2,5 $\alpha_u/\alpha_1$
Costruzioni di muratura armata con progettazione in capacità	3,0 $\alpha_u/\alpha_1$
Costruzioni di muratura confinata	2,0 $\alpha_u/\alpha_1$
Costruzioni di muratura confinata con progettazione in capacità	3,0 $\alpha_u/\alpha_1$

Figure 6-3: estratto tabella 7.2.II delle NTC 2018

Il rapporto  $\alpha_u/\alpha_1$  può essere calcolato mediante analisi statica non lineare e in ogni caso non può assumere valori maggiori di 2.5.

Per le costruzioni in muratura ordinaria, come la chiesa di Santa Caterina,  $\alpha_u/\alpha_1 = 1.7$ .

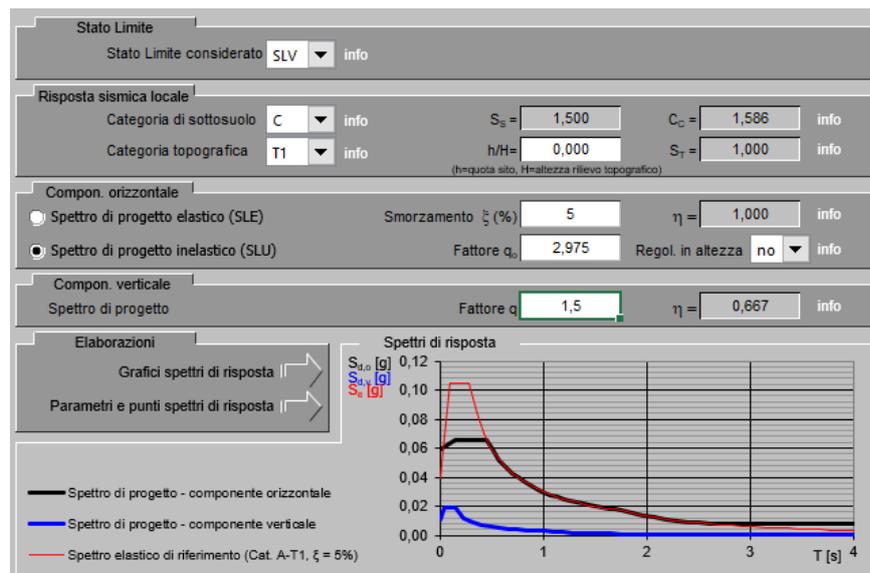


Figure 6-4: fase 3

**Parametri indipendenti**

STATO LIMITE	SLV
$a_g$	0,039 g
$F_o$	2,670
$T_C$	0,286 s
$S_S$	1,500
$C_C$	1,586
$S_T$	1,000
$q$	2,380

**Parametri dipendenti**

$S$	1,500
$\eta$	0,420
$T_B$	0,151 s
$T_C$	0,454 s
$T_D$	1,757 s

Figure 6-5: parametri che definiscono lo spettro

Di seguito si riporta lo spettro di risposta di progetto inelastico (SLV).

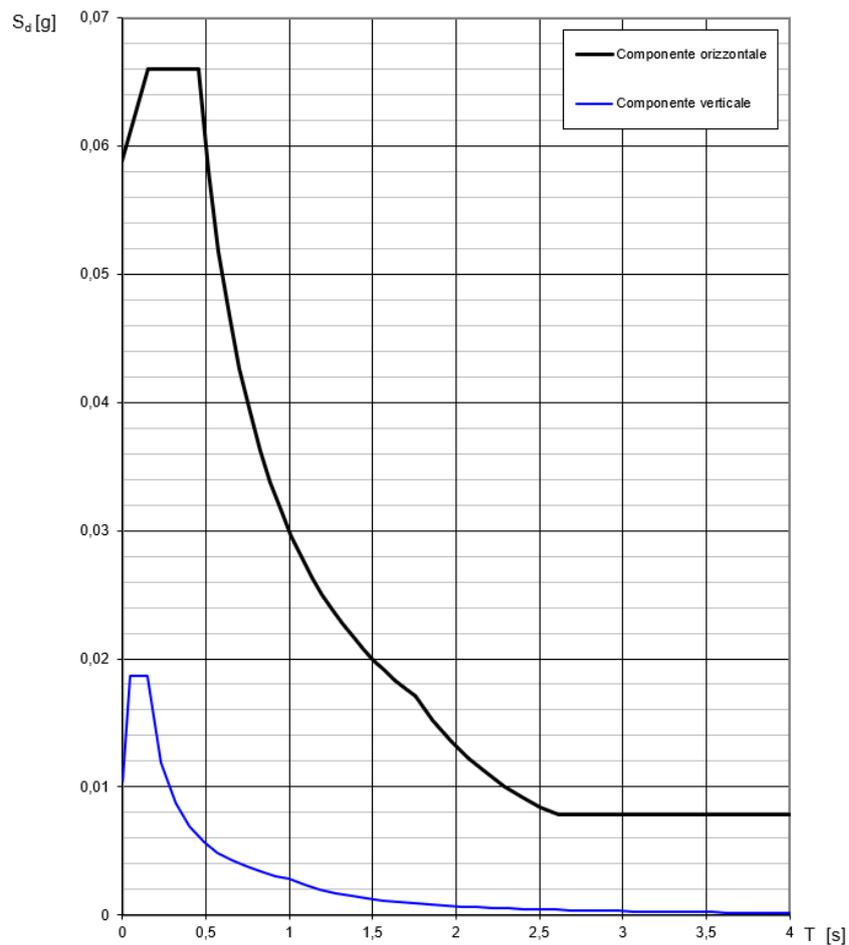


Figure 6-6: spettro inelastico di progetto

Nelle analisi, tuttavia, a causa delle incertezze riguardanti il fattore di comportamento, è stato utilizzato uno spettro di progetto elastico che non tiene conto della plasticizzazione delle sezioni.

Ciò che cambia rispetto allo spettro inelastico è che non si tiene conto del fattore di comportamento per cui lo spettro risulta avere valori di accelerazione spettrale maggiore. Di seguito si riporta lo spettro elastico che verrà usato per le analisi.

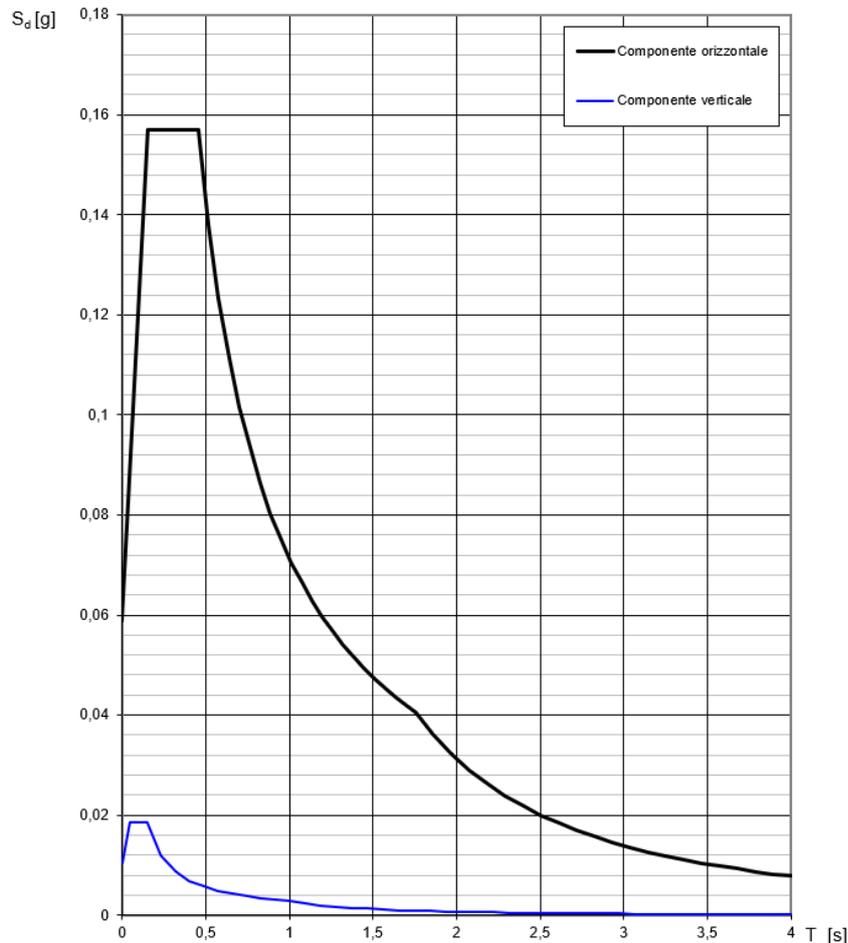


Figure 6-7: spettro elastico di progetto

Come si può notare già graficamente i valori massimi di accelerazione spettrale sono aumentati di un valore pari al fattore di comportamento.

## 6.1.2 Combinazione delle azioni

Per eseguire un'analisi sismica sulla costruzione bisogna calcolare le azioni agenti mediante specifiche combinazioni di carico. Nel caso studio si utilizzerà la combinazione sismica che viene impiegata sia per le verifiche agli stati limite ultimo sia per gli stati limite di esercizio.

La combinazione sismica fornita dalle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) al capitolo 2.5.3 è la seguente:

$$E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{K1} + \psi_{22} \cdot Q_{K2} + \dots$$

Dove:

E; azione sismica

G1: peso proprio delle strutture

G2: carichi permanenti portati

Q<sub>ki</sub>: valore caratteristico delle azioni variabili

Ψ<sub>ij</sub>: coefficiente di combinazione, fornito in tabella 2.5.I delle NTC18. (D.M. 17 gennaio, 2018).

## 6.2 Analisi dinamica lineare

Nel seguente paragrafo viene descritto il metodo di analisi dinamica lineare e successivamente saranno riportati i risultati della medesima analisi applicata alla struttura in esame. Noti i risultati, si può procedere alle verifiche agli stati limite di alcuni elementi della struttura.

L'analisi dinamica lineare, descritta nel capitolo 7 nella sezione 7.3.3.1 delle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) e nella sezione C7.3.3.1 della Circolare alle NTC18 (C.S.LL.PP, 2019), può essere suddivisa in tre differenti fasi:

- Determinazione dei modi di vibrare “naturali” della struttura (analisi modale),
- Calcolo degli effetti dell'azione sismica, rappresentata dallo spettro di risposta di progetto, per ciascuno dei modi di vibrare individuati,
- Combinazione degli effetti per valutare la risposta complessiva

Per determinare i modi di vibrare naturali di una struttura bisogna risolvere il problema agli autovalori e autovettori. Per un sistema a molti gradi di libertà (MDOF) l'equazione delle oscillazioni libere senza smorzamento presenta la seguente formula:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\}$$

Con:

[M] matrice globale delle masse in Kg;

[K] matrice di rigidezza in N/m;

{u} vettore degli spostamenti.

L'analisi multimodale prevede un disaccoppiamento della risposta strutturale che fa sì che da un sistema a molti gradi di libertà si passi a un numero di oscillatori singoli pari a quello del sistema globale. Per cui il disaccoppiamento trasforma il sistema MDOF in tanti sistemi SDOF. Per eseguire il disaccoppiamento, la soluzione del sistema, ovvero gli spostamenti geometrici, può essere scritta come il prodotto di due quantità indipendenti l'una dall'altra; una dipende dallo spazio [U], e una dipende dal tempo {q}.

$$\{u\} = [U]\{q\}$$

[U] è la matrice degli autovettori normalizzata mentre {q} è il vettore delle coordinate modali. Se si normalizza opportunamente gli autovettori contenuti in [U] è possibile trasformare le matrici [K] e [M] in matrici diagonali. Se  $\{\Phi\}_k$  è la colonna della matrice degli autovettori non normalizzata, bisogna introdurre un fattore di normalizzazione che permette di ricavare [U]. la generica colonna degli autovettori normalizzata si ottiene mediante la seguente formula:

$$\{U\}_k = \frac{\{\Phi\}_k}{\sqrt{\{\Phi\}_k^T [M] \{\Phi\}_k}}$$

In questo modo, le incognite del sistema diventano:  $\omega_k^2$ , autovalore riferito all'autovettore normalizzato del k-esimo modo, e  $\zeta_k$  che rappresenta il rapporto di smorzamento pari a 5% da normativa. I valori di  $\omega_k^2$  e  $\{\Phi\}_k$  si calcolano mediante la risoluzione del problema agli autovalori in [M]. Questa analisi è stata eseguita a partire da un modello agli elementi finiti.

Il secondo step dell'analisi consiste nel calcolare la risposta strutturale generata dall'azione sismica. La normativa indica di eseguire l'analisi utilizzando le massime accelerazioni del terreno che si possono verificare per un oscillatore semplice avente un particolare periodo di vibrazione. Noto il periodo di oscillazione  $T_k$  associato al k-esimo modo di vibrare si entra nello spettro di progetto e si ricava la rispettiva accelerazione spettrale; a sua volta dividendo l'accelerazione per la  $\omega_k^2$  si ricava lo spostamento spettrale relativo al modo k,  $D_k$ . La coordinata modale massima si ricava moltiplicando lo spostamento spettrale per il fattore di partecipazione modale:

$$p_{k,max} = -\Gamma_k D_k$$

Lo spostamento geometrico relativo al modo k si calcola moltiplicando il valore  $p_{k,max}$  per l'autovettore normalizzato  $\{U\}_k$ .

$$\{u\}_{k,max} = \{U\}_k p_{k,max}$$

Secondo le indicazioni della normativa, nel capitolo 7 nella sezione 7.3.3.1 (D.M. 17 gennaio, 2018), bisogna considerare tutti i modi che hanno una massa partecipante superiore al 5% e un numero di modi tale che la massa totale partecipante sia pari allo 85%.

La massa modale partecipante ad ogni modo di vibrare è pari al quadrato del fattore di partecipazione modale, mentre la percentuale di massa partecipante si ottiene dividendo per la massa modale totale.

L'ultimo passo dell'analisi dinamica lineare consiste nel combinare gli effetti relativi ai singoli modi poiché essi non si verificano tutti contemporaneamente. La combinazione degli effetti avviene mediante l'uso della combinazione quadratica completa CQC, fornita dalle NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018) nella sezione 7.3.3.1. avente la formula 7.4.1. che corrisponde alla seguente:

$$E_d = \sqrt{\sum_{j=1} \sum_{i=1} \rho_{ij} E_i E_j}$$

Con:

$E_j$  valore dell'effetto relativo al modo j,

$\rho_{ij}$  coefficiente di correlazione tra il modo i e il modo j, calcolato con formule di comprovata validità quale (7.3.5a e 7.3.5b della normativa NTC18 (D.M. 17 gennaio, 2018):

$$\rho_{ij} \frac{8 \xi^2 \beta_{ij}^{3/2}}{(1 + \beta_{ij}) \cdot [(1 - \beta_{ij})^2 + 4 \xi^2 \beta_{ij}]}$$

Con:

$\xi_{ij}$  rapporto di smorzamento viscoso tra i modi i e j;

$\beta_{ij}$  rapporto tra l'inverso dei periodi di ciascuna coppia i-j di modi ( $\beta_{ij} = T_j/T_i$ ).

Gli effetti dinamici derivanti dalla combinazione CQC si riferiscono ad analisi multimodali applicate singolarmente nelle tre direzioni X, Y e Z per cui bisogna combinare successivamente gli effetti provenienti dalle tre analisi utilizzando la seguente formula, fornita nella normativa (D.M. 17 gennaio, 2018) nella sezione 7.3.5:

$$1.00 \cdot E_x + 0.30 \cdot E_y + 0.3 \cdot E_z$$

Per trovare la combinazione più gravosa si permutano i coefficienti moltiplicativi.

Ricavati gli effetti dinamici dall'analisi multimodale, si esegue una combinazione con gli effetti derivanti dall'analisi statica e infine si possono svolgere le verifiche di sicurezza.

## 6.2.1 Analisi dinamica lineare della Chiesa di Santa Caterina

A partire dal modello geometrico si è passati alla creazione di un modello agli elementi finiti calibrato della struttura della chiesa. Tramite un programma di calcolo agli elementi finiti è stato possibile effettuare l'analisi modale che permette di individuare i modi di vibrare “naturali” e le rispettive frequenze di oscillazione della struttura.

La seguente immagine mostra il modello F.E. della chiesa di Santa Caterina.

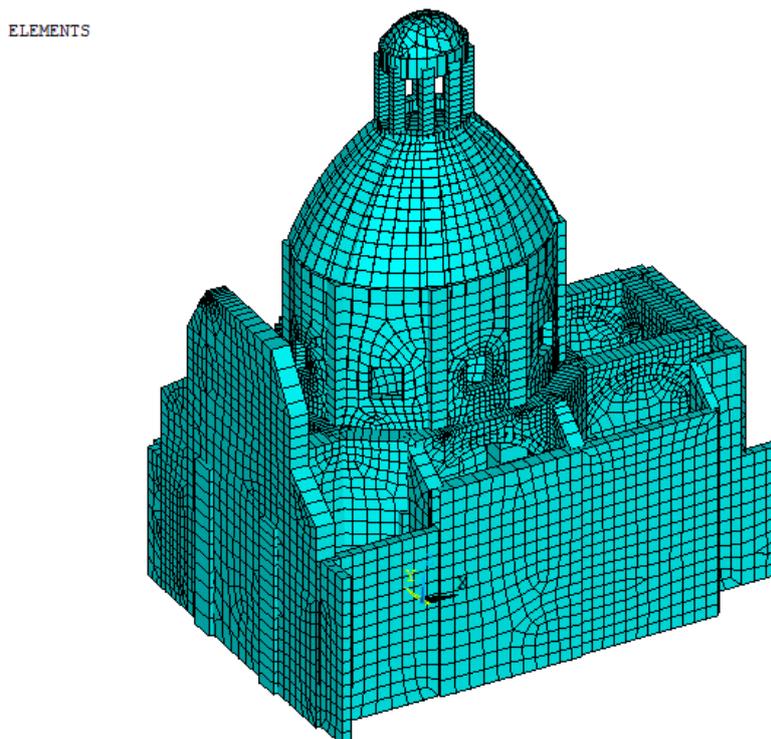


Figure 6-8: modello FEM della chiesa di Santa Caterina

Di seguito sono riportati i valori di periodo e frequenza dei primi 10 modi di vibrare della chiesa.

Tabella 12: periodo di oscillazione e frequenze dei modi di vibrare

Modo	Periodo, T [s]	frequenza, f [Hz]
1	0.340	2.9450
2	0.283	3.5350
3	0.233	4.2980
4	0.233	4.3010
5	0.208	4.8050
6	0.190	5.2610
7	0.173	5.7880
8	0.145	6.8790
9	0.141	7.0890
10	0.136	7.3550

Nelle seguenti immagini vengono mostrati gli spostamenti relativi ai singoli modi di vibrare.

Il primo modo di vibrare interessa principalmente la lanterna, il secondo modo di vibrare interessa solamente la facciata, il terzo modo di vibrare interessa il sistema cupola tamburo. Si nota che l'85% della massa modale partecipante viene raggiunta al 150° modo, questa caratteristica è dovuta al fatto che le chiese presentano modi che coinvolgono solo alcune porzioni della struttura.

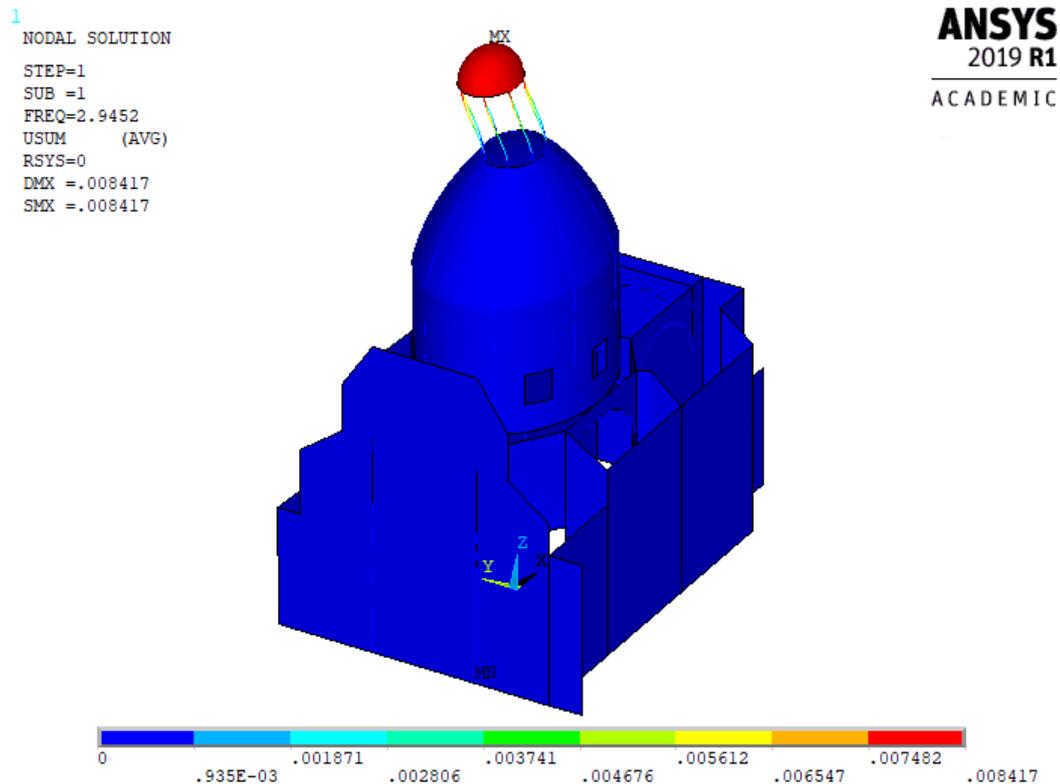


Figure 6-9: spostamenti massimi 1° modo di vibrare

1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =2  
FREQ=3.53504  
USUM (AVG)  
RSYS=0  
DMX =.006429  
SMX =.006429

**ANSYS**  
2019 R1  
ACADEMIC

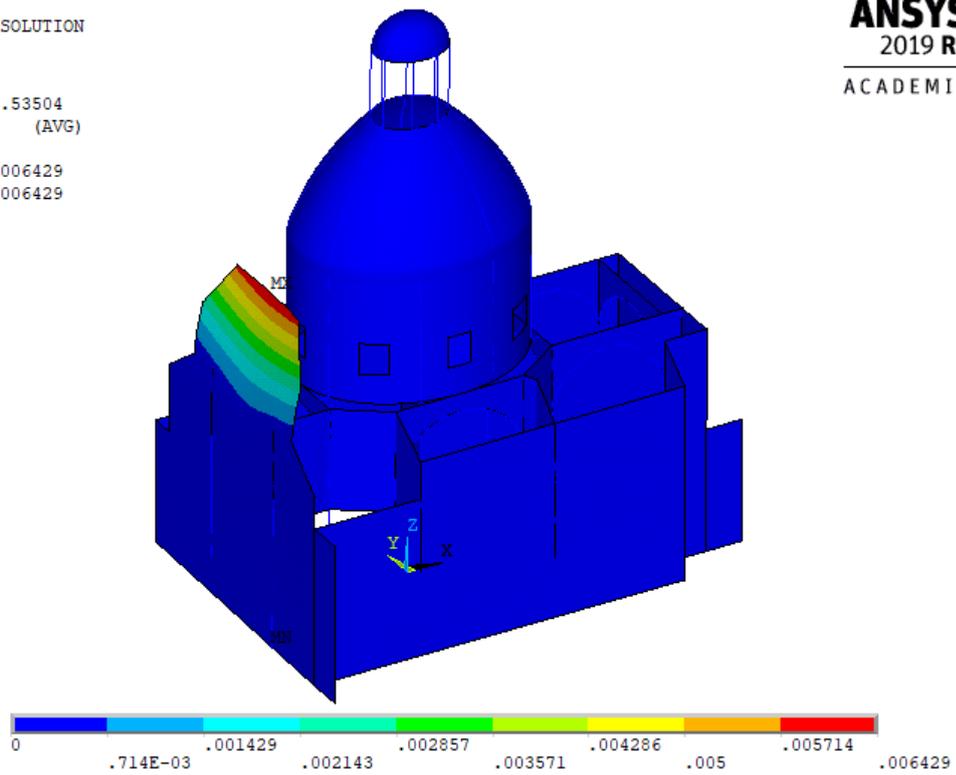


Figure 6-10: spostamenti massimi 2° modo di vibrare

1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =3  
FREQ=4.29806  
USUM (AVG)  
RSYS=0  
DMX =.003205  
SMX =.003205

**ANSYS**  
2019 R1  
ACADEMIC

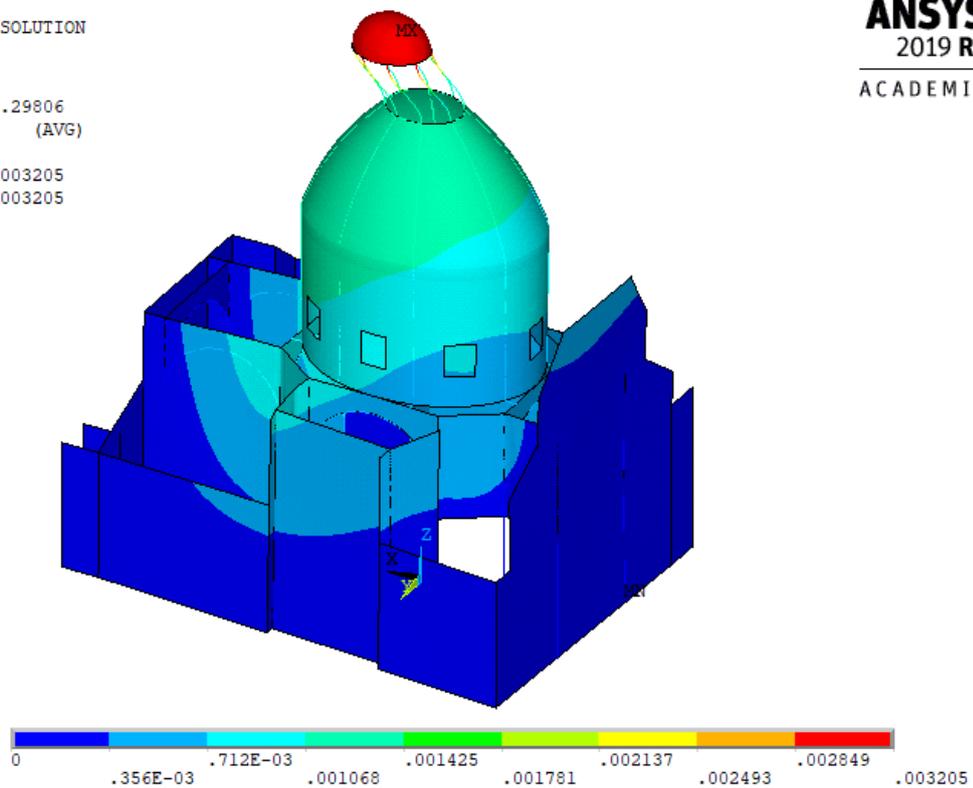


Figure 6-11: spostamenti massimi 3° modo di vibrare

### 6.2.1.1 Analisi multimodale con spettro

Successivamente, al fine di eseguire l'analisi multimodale con spettro di risposta, si importa nel programma una tabella con i valori di frequenza (Hz) e accelerazione spettrale in (m/s<sup>2</sup>) dello spettro di risposta elastico calcolato in precedenza. Le analisi verranno eseguite applicando lo spettro indipendentemente nelle due direzioni orizzontali e nella direzione verticale. In seguito, per ogni direzione di analisi si effettua la combinazione statistica CQC degli spostamenti dei contributi dei singoli modi.

Di seguito vengono riportati le deformate ottenute dall'analisi multimodale con spettro, rispettivamente nella direzione X e Y, senza considerare il contributo gravitazionale.

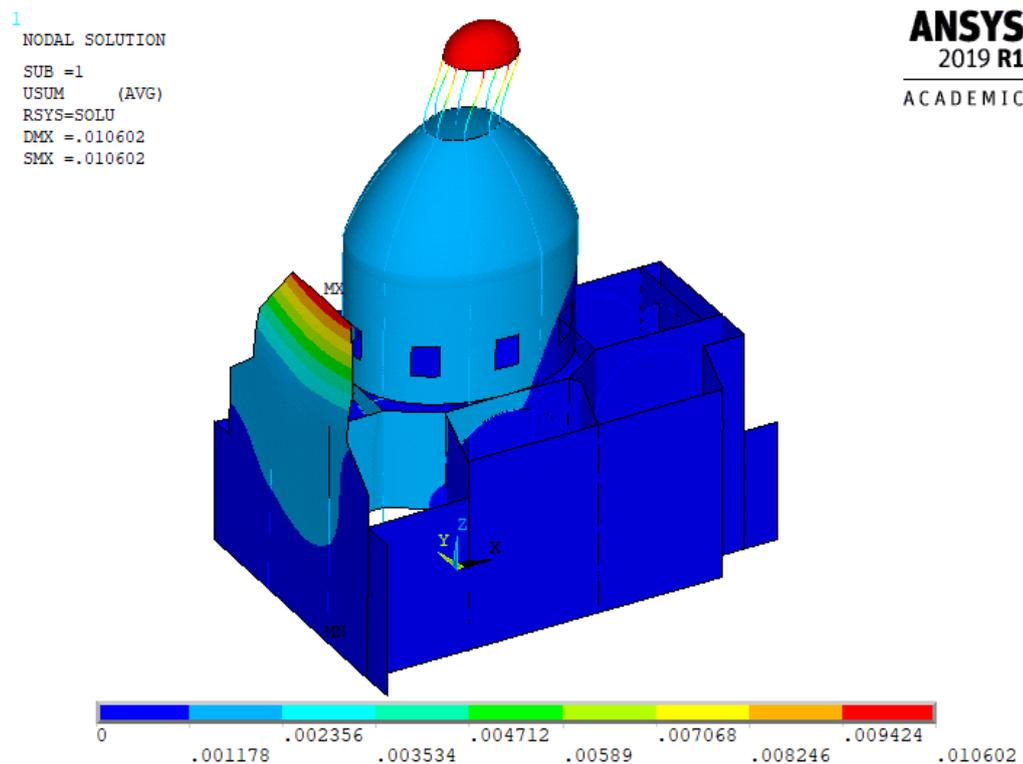


Figure 6-12: spostamenti massimi analisi modale con spettro di progetto nella direzione X

Applicando lo spettro nella direzione X si nota che gli elementi maggiormente coinvolti sono la facciata e la lanterna, tuttavia, lo spostamento massimo fuori dal piano si ha in corrispondenza della sommità della facciata ed ha un valore pari a 1.06 cm.

1  
 NODAL SOLUTION  
 STEP=9999  
 USUM (AVG)  
 RSYS=SOLU  
 DMX =.013813  
 SMX =.013813

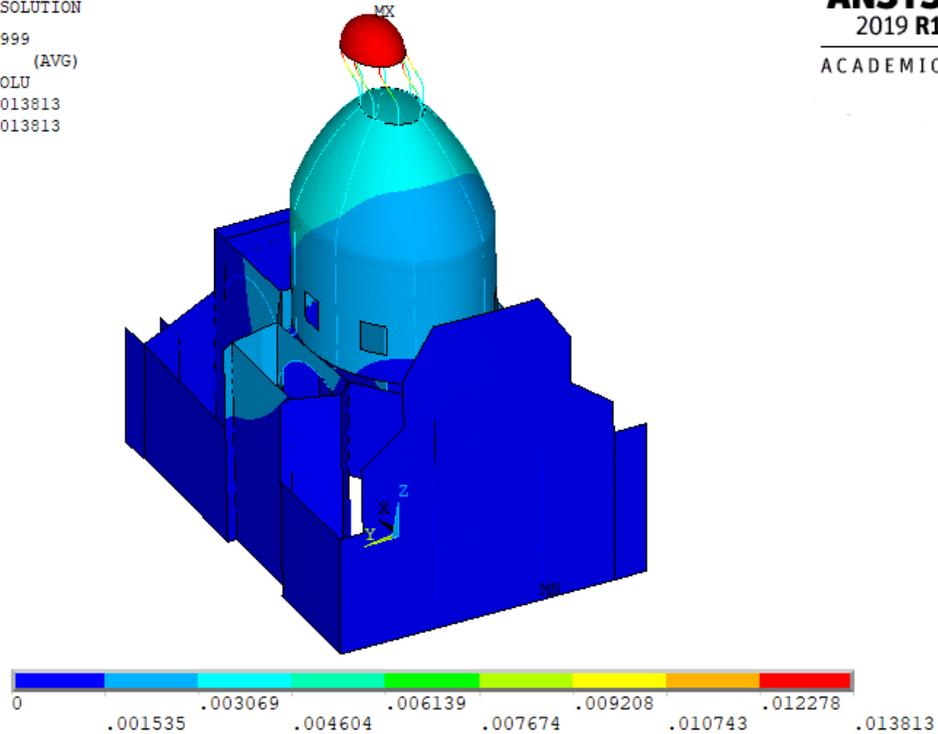


Figure 6-13: spostamenti massimi analisi modale con spettro di progetto nella direzione Y

Se invece si considera lo spettro applicato nella direzione Y è possibile notare la parte più interessata risulta essere la lanterna a cui corrisponde uno spostamento massimo in testa di circa 1.4 cm. In questa condizione di carico la facciata non subisce grandi spostamenti fuori dal piano.

Tramite queste analisi con spettro di risposta si è potuto calcolare anche lo spostamento relativo tra la base e la sommità della lanterna, poiché, come detto, si è deciso di intervenire sull'elemento vulnerabile al fine di apportare dei miglioramenti strutturali in presenza di azioni statiche e dinamiche.

La seguente tabella riassume i valori degli spostamenti relativi della lanterna ottenuti con le analisi nelle due direzioni orizzontali

Tabella 13: spostamenti differenziali lanterna: modello originale

LANTERNA	Spettro X	Spettro Y
$u_{tot,sommità}$ [m]	0.0103	0.0138
$u_{tot,base}$ [m]	0.0020	0.0034
$\Delta u$ [m]	0.0083	0.0105

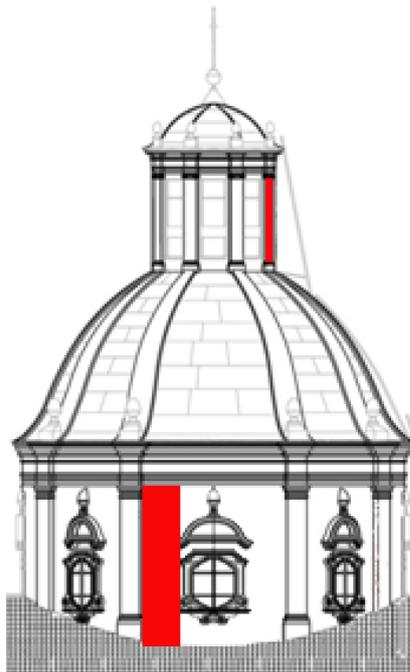
Le sollecitazioni utilizzate nelle verifiche di sicurezza si ottengono mediante l'involuppo dei valori massimi dell'analisi nelle tre direzioni.

### 6.2.1.2 Verifiche di sicurezza

Le verifiche di sicurezza, in accordo con le NTC 2018 sono state fatte sui pilastri della lanterna, sui pannelli del sistema cupola tamburo e sulla facciata, ovvero sui tre macroelementi messi maggiormente in risalto dall'analisi dei primi modi di vibrare della struttura.

Nelle seguenti immagini, (Maffeo, 2011), sono individuati gli elementi sottoposti a verifica.

La prima evidenzia il pilastro della lanterna e il pannello murario del tamburo la seconda evidenzia la facciata.



*Figure 6-14: evidenziazione elementi soggetti a verifica (tamburo e lanterna)*

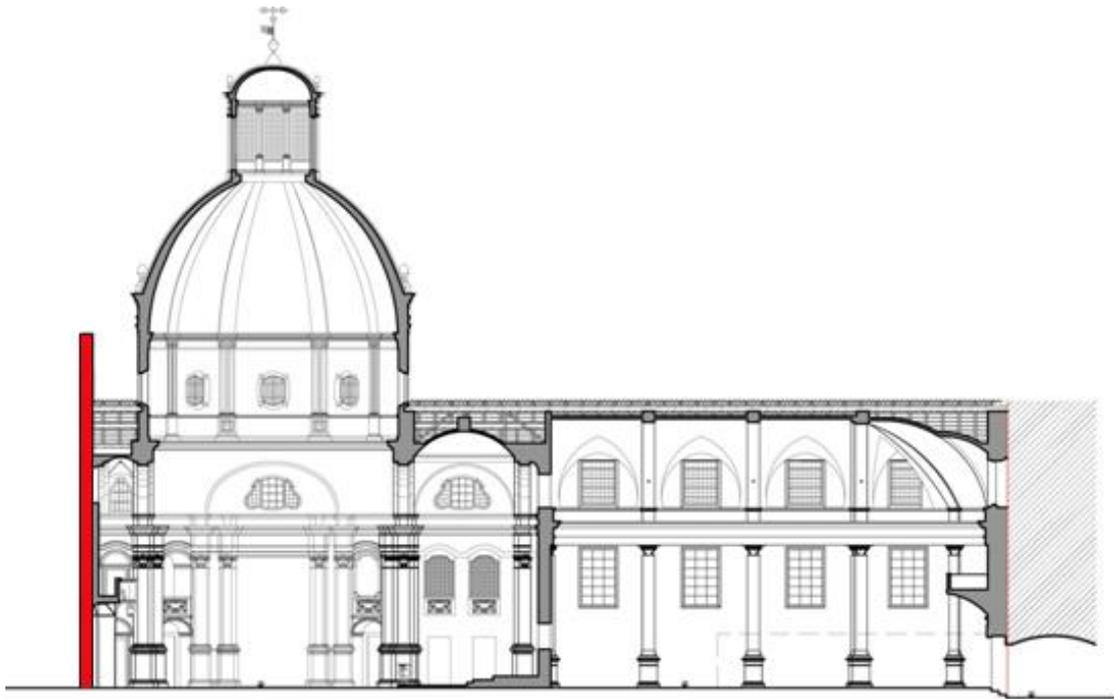


Figure 6-15: evidenziazione elemento facciata per la verifica al ribaltamento

### 6.2.1.3 Verifiche sui pilastri della lanterna

Verifica a presso-flessione

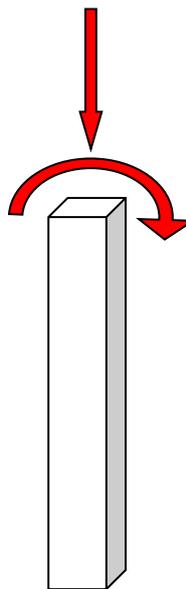


Figure 6-16: schema pilastro lanterna verifica a presso-flessione

La verifica a presso-flessione dell'elemento murario è descritta nella sezione 7.8.2.2.1 delle NTC 2018. La verifica di una sezione di un elemento consiste nel confrontare il

momento agente con il momento ultimo resistente, tenendo conto che la muratura non resiste a trazione. La formula 7.8.2 delle NTC, (D.M. 17 gennaio, 2018), permette di calcolare il momento ultimo resistente come:

$$M_u = \left( l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2} \right) \left( 1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d} \right)$$

Dove:

$M_u$  momento ultimo resistente

$l$ : lunghezza pilastro;

$t$ : larghezza pilastro;

$\sigma_0$ : tensione media di compressione pari a negativa se di trazione;

$f_d = f_k/\gamma_m$ : resistenza di calcolo a compressione.

I risultati di calcolo vengono esplicitati per il pilastro più sollecitato.

Tabella 14: parametri calcolo verifica pilastro

geometria		Sollecitazioni agenti		parametri meccanici	
l [m]	0.4	N [N]	39878	$f_k$ [N/m <sup>2</sup> ]	2600000
t [m]	0.65	$\sigma$ [N/m <sup>2</sup> ]	153376.9	$\gamma_m$ [-]	2
A [m <sup>2</sup> ]	0.26	$M_s$ [Nm]	20400	$F_c$ [-]	1.18
-	-	-	-	$f_d$ [N/m <sup>2</sup> ]	1101694.9

La verifica si conclude calcolando il momento ultimo e dividendo quest'ultimo con il momento agente; se il rapporto è maggiore di 1 la verifica è superata, se invece è minore di 1 la verifica non è soddisfatta.

Tabella 15: verifica pressoflessione pilastro - modello originale

Verifica SLU	
$M_s$ [Nm]	20400
$M_u$ [Nm]	6669.29
$M_u/M_s > 1$	0.327

#### 6.2.1.4 Verifica sui pannelli murari del sistema cupola tamburo

Verifica a taglio per fessurazione diagonale

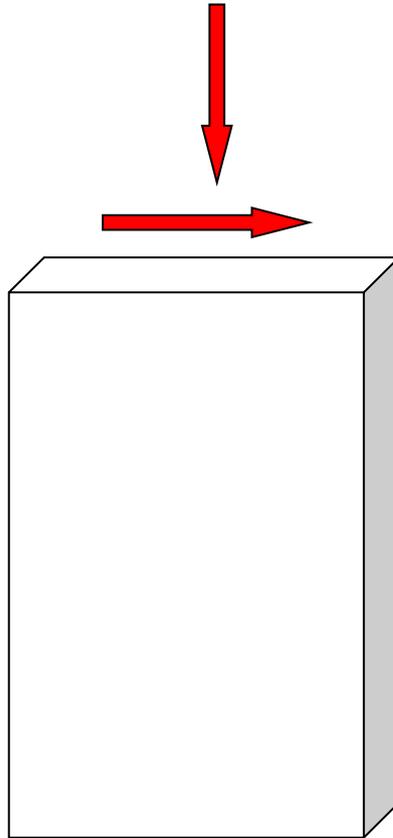


Figure 6-17: schema pannello tamburo per la verifica a taglio

Per quanto riguarda la verifica dei pannelli murari del sistema cupola tamburo, si effettua la verifica a taglio per fessurazione diagonale. Questo meccanismo di rottura è tipico in tali elementi strutturali, inoltre si riscontra spesso negli edifici ecclesiastici soggetti ad eventi sismici.

Nella circolare della normativa (C.S.LL.PP, 2019) al paragrafo C8.7.1.3.1.1 viene espressa la formula relativa al taglio di calcolo che equivale a:

$$V_t = l \cdot t \frac{1.5\tau_{0d}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5\tau_{0d}}} = l \cdot t \frac{f_{td}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{td}}}$$

Con:

l: lunghezza del pannello;

t: spessore del pannello;

$\sigma_0$ : tensione normale media di compressione pari a  $P / (l \cdot t)$ ; positiva se è di trazione;

- b: coefficiente correttivo legato alla snellezza della parete;
- $f_{td}$ : valore di calcolo della resistenza a trazione per fessurazione diagonale;
- $\tau_{0d}$ : resistenza a taglio di riferimento della muratura.

Di seguito vengono riportati i parametri che sono stati utilizzati per il calcolo del taglio resistente.

Tabella 16: tabella parametri calcolo pannello tamburo

Geometria		Sollecitazioni agenti		Parametri meccanici	
h [m]	7.6	$N_a$ [N]	25448.02	$\tau_0$ [N/m <sup>2</sup> ]	50000
l [m]	1.35	$\sigma_0$ [N/m <sup>2</sup> ]	37700.77	$F_c$ [-]	1.18
t [m]	0.5	b [-]	1.5	$\gamma_m$ [-]	2
A [m <sup>2</sup> ]	0.675	$T_a$ [N]	32329.83	$\tau_{0d}$ [N/m <sup>2</sup> ]	21186.44
-	-	-	-	$f_{td}$ [N/m <sup>2</sup> ]	31779.66

Calcolato il valore di taglio resistente si stima il rapporto di sicurezza tra il taglio resistente e il taglio agente sulla sezione. Se maggiore di uno la verifica è superata, altrimenti non è superata.

Tabella 17: verifica pannello tamburo - modello originale

Verifica	
$V_t$ [N]	21145.52
$T_a$ [N]	32329.83
$V_t/T_a > 1$	<b>0.65</b>

### 6.2.1.5 Verifica sulla facciata

Verifica a presso-flessione fuori dal piano

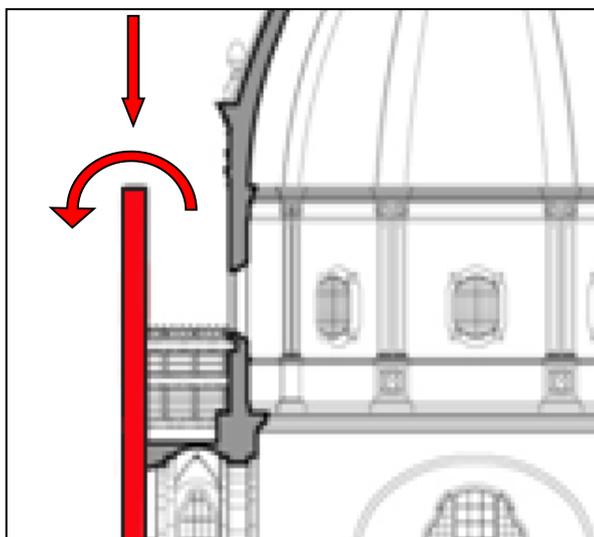


Figure 6-18: schema verifica a ribaltamento della facciata

Per quanto riguarda la verifica a pressoflessione fuori dal piano, nel paragrafo 7.8.2. nella sezione 7.8.2.2.3 delle NTC (D.M. 17 gennaio, 2018), vengono date delle indicazioni circa il calcolo del momento ultimo di collasso per le azioni perpendicolari al piano della parete. Inoltre, viene segnalato che per la verifica, il momento viene calcolato come nel caso della pressoflessione nel piano.

Di seguito viene riportata la formula 7.8.2 della normativa (D.M. 17 gennaio, 2018):

$$M_u = \left( l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2} \right) \left( 1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d} \right)$$

Dove:

$M_u$  momento ultimo resistente

$l$ : lunghezza pilastro;

$t$ : larghezza pilastro;

$\sigma_0$ : tensione media di compressione pari a negativa se di trazione;

$f_d = f_k/\gamma_m$ : resistenza di calcolo a compressione.

In tabella si indicano i valori dei parametri utili alla verifica.

Tabella 18: parametri calcolo verifica facciata

Geometria		Sollecitazioni agenti		Parametri meccanici	
l [m]	10	$N_s$ [N]	38064.033	$F_c$ [-]	1.18
t [m]	1	$\sigma_0$ [N/m <sup>2</sup> ]	2652.54	$\gamma_m$ [-]	2
L1 [m]	14.35	$M_s$ [Nm]	24799.32	$f_k$ [N/m <sup>2</sup> ]	2600000
A [m <sup>2</sup> ]	14.35	-	-	$f_d$ [N/m <sup>2</sup> ]	1101694.92

Note le sollecitazioni agenti, i parametri meccanici e quelli geometrici si può calcolare il momento ultimo resistente ed infine eseguire la verifica.

Tabella 19: verifica a ribaltamento della facciata - modello originale

Verifica	
$M_s$ [Nm]	24799.32
$M_u$ [Nm]	13225.16
$M_u/M_s > 1$	0.533

Nessuna delle precedenti verifiche risulta essere soddisfatta; e ciò attesta che la costruzione non soddisfa i requisiti di sicurezza stabiliti dalla normativa. Gli interventi di miglioramento, apportati sugli edifici tutelati, possono non soddisfare le verifiche tuttavia, per dimostrare l'efficacia dell'intervento, deve esserci un aumento del coefficiente di sicurezza.

## 6.2.2 Analisi dinamica lineare della Chiesa di Santa Caterina con modifica sulla lanterna

Per simulare l'intervento proposto da inserire nella lanterna è stata apportata una modifica al modello F.E.

In corrispondenza di ogni pilastro della lanterna sono stati aggiunti due elementi in metallo che hanno il compito di simulare gli angolari. Gli angolari inseriti, con forma ad L a lati disuguali, sono stati predimensionati precedentemente ed hanno una sezione di 100x75x9 mm. Oltre a questi elementi, per migliorare il comportamento e far in modo di far collaborare tutti gli elementi verticali della lanterna, sono stati inseriti su due livelli differenti dei pilastri degli elementi orizzontali avente sezione a T con spessore di 9 mm. Infine, in corrispondenza delle corone inferiori e superiore della lanterna sono stati creati degli elementi che simulano il comportamento di catena di cerchiatura.

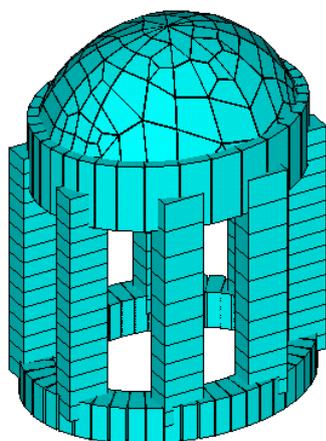


Figure 6-19: modello FEM lanterna isolata

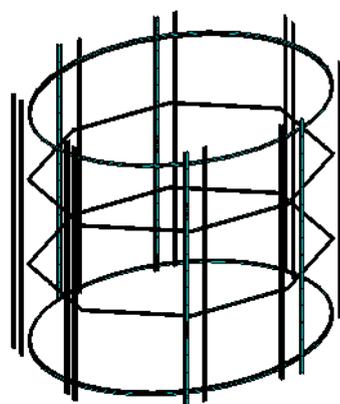


Figure 6-20: modello FEM struttura metallica

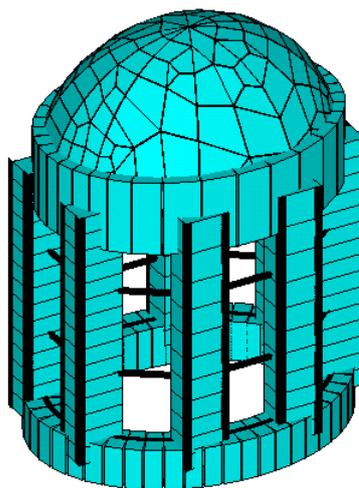


Figure 6-21: modello FEM lanterna con intervento

Il modello globale sarà quindi il seguente.

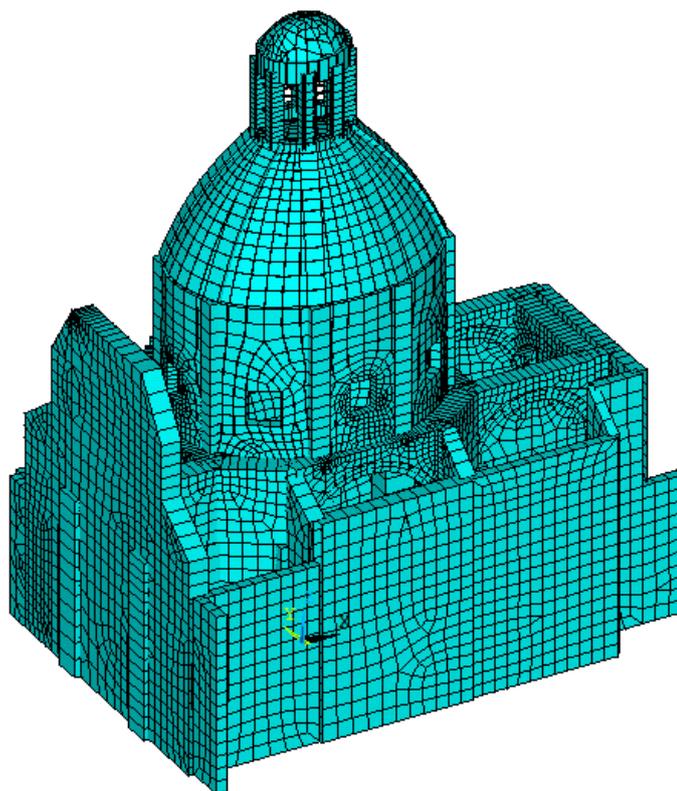


Figure 6-22: modello globale FEM con intervento

In seguito, è stata effettuata l'analisi modale che ha permesso di ricavare le forme modali e i valori delle frequenze di vibrazione da cui si sono calcolati i periodi di oscillazione della struttura.

Nella seguente tabella vengono riportati i valori relativi ai primi 10 modi di vibrare della struttura modificata; si può notare che vi è stato un cambiamento nella frequenza del primo modo che passa da 2.945 Hz a 3.537 Hz; valore molto simile al 2° modo di vibrare che si era ottenuto nel modello calibrato.

Tabella 20: periodi e frequenze dei modi di vibrare modello modificato

Modo	Periodo, T [s]	frequenza, f [Hz]
1	0.283	3.537
2	0.251	3.990
3	0.210	4.759
4	0.190	5.261
5	0.162	6.191
6	0.154	6.503
7	0.138	7.260
8	0.131	7.625
9	0.124	8.072
10	0.117	8.569

Come in precedenza, per raggiungere l'85% della massa modale partecipante bisogna spingere l'analisi fino al 120° modo di vibrare.

Di seguito verranno riportate alcune configurazioni deformate relative ai primi modi di vibrare.

Dall'immagine si nota che il primo modo di vibrare del modello a cui è stata apportata la modifica interessa solamente la facciata, che oscilla fuori dal proprio piano. Si può notare l'estrema somiglianza tra questo modo e il secondo modo del modello precedente in quanto hanno frequenze molto simili tra di loro e interessano lo stesso elemento strutturale.

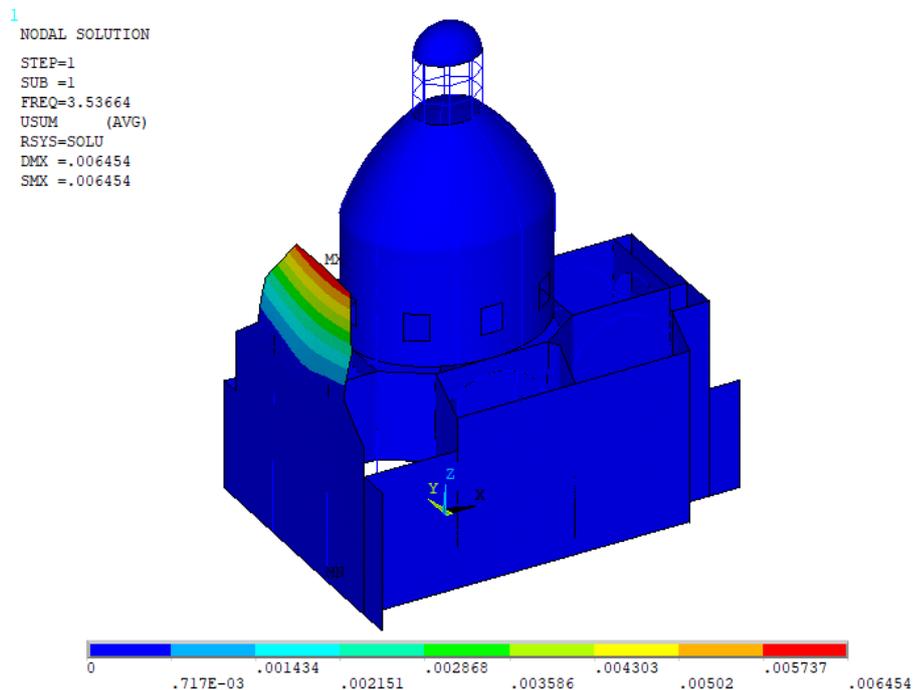
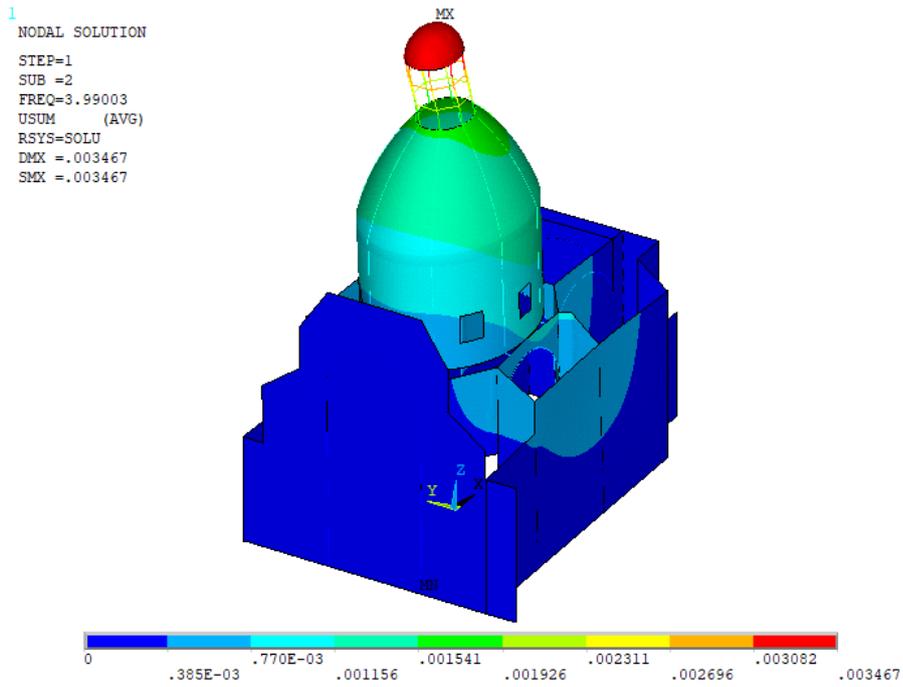
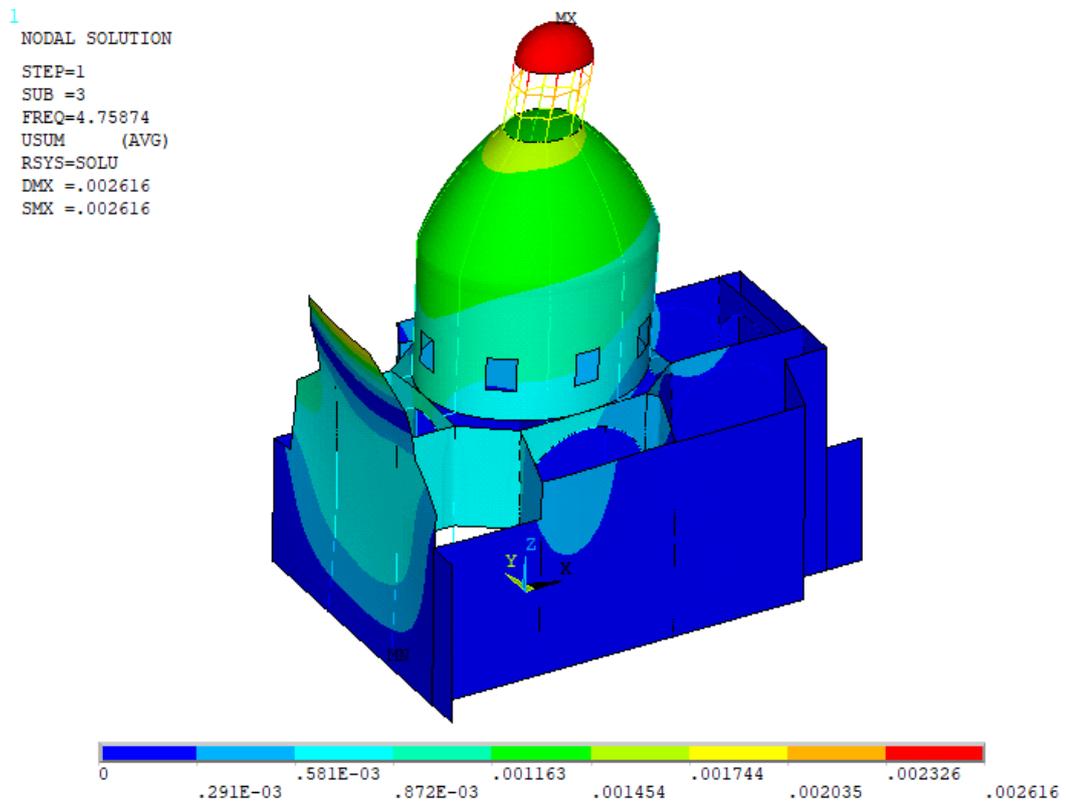


Figure 6-23: spostamenti massimi 1° modo di vibrare - modello modificato

Il secondo modo avente frequenza di 3.990 Hz interessa principalmente il sistema cupola-lanterna. La lanterna in questo modo di vibrare è l'elemento che subisce gli spostamenti maggiori.



Il terzo modo di vibrare interessa sia la facciata sia il sistema cupola-tamburo e lanterna.



Si può dire infine che l'intervento ha apportato un cambiamento dei primi modi di vibrare della struttura facendo variare specialmente il primo modo di vibrare che non interessa più la lanterna bensì interessa la facciata.

### 6.2.2.1 Analisi multimodale con spettro

Note le forme modali, le frequenze di vibrazione dei modi di vibrare e lo spettro di risposta è possibile effettuare un'analisi multimodale con spettro di risposta. Come in precedenza, sono stati inseriti i parametri spettrali nel programma di calcolo agli elementi finiti e, sono state eseguite, in maniera indipendente, le analisi con spettro di risposta nelle tre diverse direzioni senza considerare il contributo gravitazionale.

Per ogni direzione di analisi il programma ha combinato gli spostamenti utilizzando la regola CQC.

Di seguito verranno riportate le deformate ottenute dall'analisi con spettro in direzione X e direzione Y.

Applicando lo spettro di progetto nella direzione X si nota che l'elemento maggiormente interessato risulta essere la facciata, in quanto è orientata perpendicolarmente alla direzione del moto. Nella facciata si ha il massimo spostamento che in sommità vale 1.07 cm.

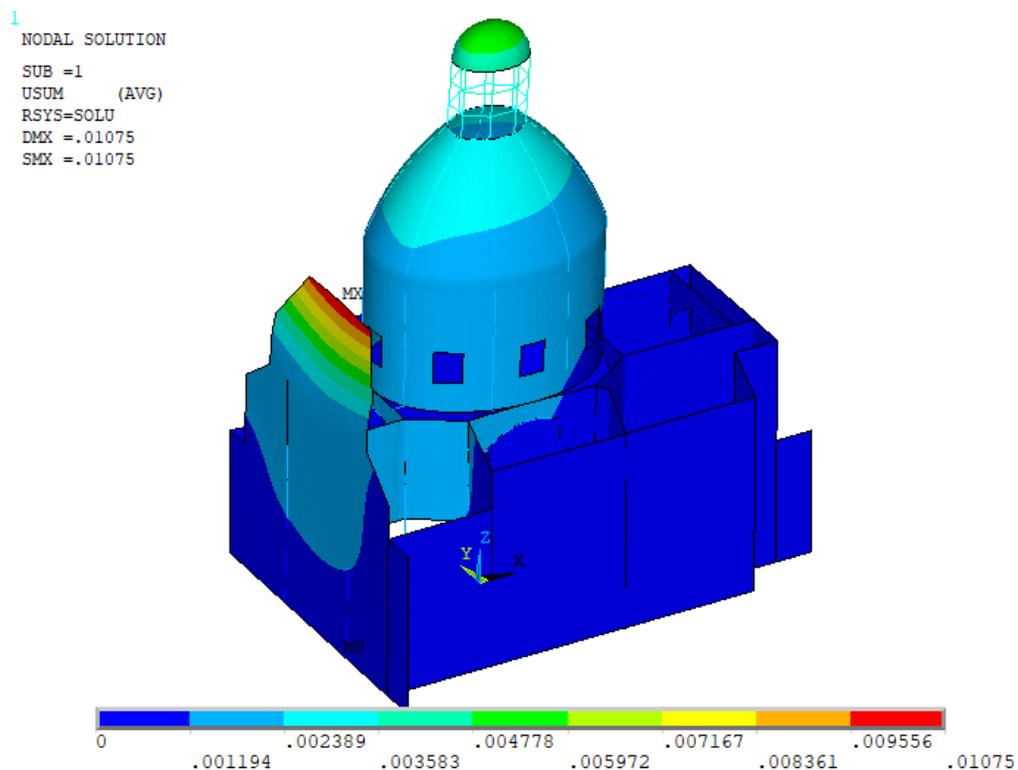


Figure 6-26: spostamenti massimi analisi modale con spettro di risposta nella direzione X - modello modificato

Per quanto riguarda le deformazioni relative alla direzione Y si può notare, come avviene nel modello originale, che l'elemento maggiormente interessato è la lanterna. La lanterna infatti in sommità subisce uno spostamento globale di 1.08 cm. Confrontando questo valore con quello relativo al modello senza intervento si può notare una riduzione dello spostamento massimo che subisce la lanterna. Si passa infatti da circa 1.4 cm a 1.08 cm.

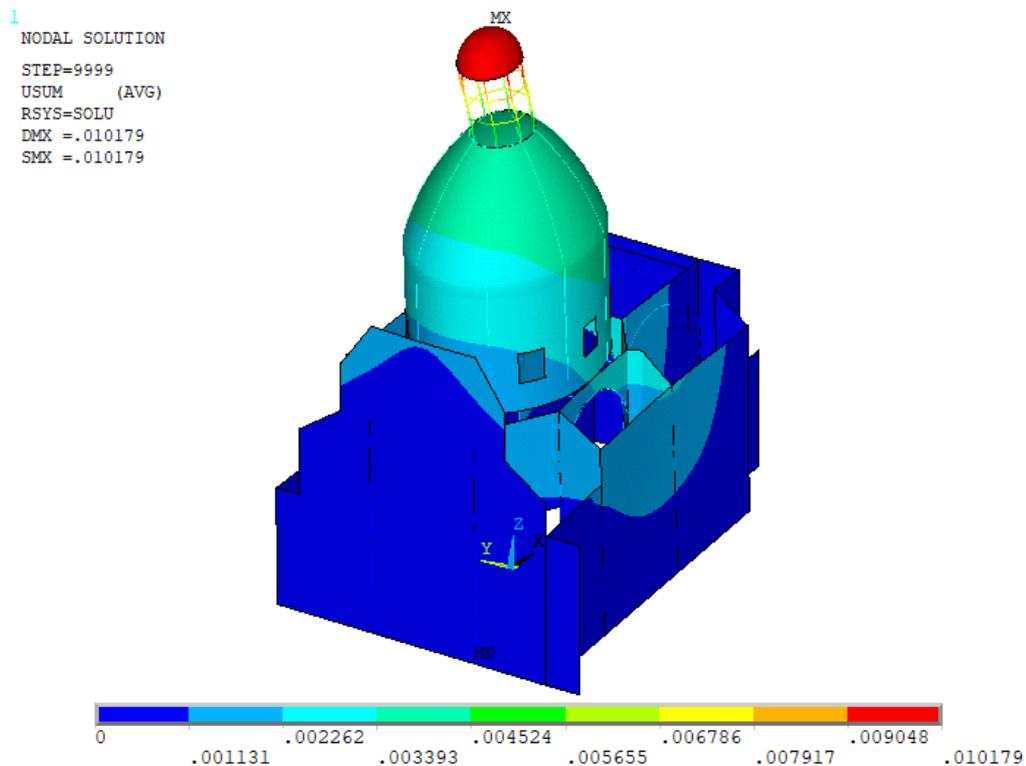


Figure 6-27: spostamenti massimi analisi modale con spettro di risposta nella direzione X - modello modificato

Anche in questo caso è stato calcolati gli spostamenti relativi tra la base e la sommità della lanterna e sono stati confrontati con quelli ricavati precedentemente.

Tabella 21: spostamenti differenziali lanterna - modello con intervento

LANTERNA	Spettro X	Spettro Y
$u_{tot,sommità}$ [m]	0.0049	0.0102
$u_{tot,base}$ [m]	0.0026	0.0043
$\Delta u$ [m]	0.002	0.006

Si nota come l'intervento proposto riduce gli spostamenti relativi tra la base e la sommità della lanterna; più nel dettaglio nella direzione X lo spostamento si è ridotto di circa un quarto mentre nella direzione Y lo spostamento si è quasi dimezzato.

### 6.2.2.2 Verifiche di sicurezza

Le verifiche sono state eseguite seguendo la normativa NTC (D.M. 17 gennaio, 2018) negli stessi elementi considerati in precedenza ovvero, i pilastri della lanterna, il pannello del tamburo e la facciata. Per ogni elemento strutturale è stata fatta la verifica per il meccanismo per il quale va in crisi. Il pilastro della lanterna verrà verificato allo SLV per presso-flessione, il pannello del tamburo per taglio per fessurazione diagonale e la facciata per presso-flessione fuori dal piano.

### 6.2.2.3 Verifiche sui pilastri della lanterna

Verifica a presso-flessione

Come è stato trattato precedentemente nella sezione delle verifiche di sicurezza del modello senza modifica, il pilastro della lanterna viene verificato a presso-flessione mediante il confronto tra il momento ultimo agente e il momento ultimo resistente, dove quest'ultimo è calcolato con la formula descritta precedentemente estratta dalla normativa nella sezione 7.8.2.2.1 (D.M. 17 gennaio, 2018).

Si riporta di seguito la formula 7.8.2 delle NTC 2018:

$$M_u = \left( l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2} \right) \left( 1 - \frac{\sigma_0}{0.85 f_d} \right)$$

Di seguito si riporta la verifica ottenuta a seguito della combinazione degli effetti sismici e statici sul modello modificato.

La seguente tabella raccoglie i dati utili alla suddetta verifica.

Tabella 22: parametri calcolo verifica a pressoflessione pilastro - modello modificato

Geometria		Sollecitazioni agenti		Parametri meccanici	
l [m]	0.4	N [N]	30140.3	f <sub>k</sub> [N/m <sup>2</sup> ]	2600000
t [m]	0.65	σ [N/m <sup>2</sup> ]	115924.1	γ <sub>m</sub>	2
A [m <sup>2</sup> ]	0.26	M <sub>s</sub> [Nm]	10286.23	F <sub>c</sub>	1.18
-	-	-	-	f <sub>d</sub> [N/m <sup>2</sup> ]	1101694.9

Si calcola, infine, il rapporto di sicurezza.

Tabella 23: verifica a pressoflessione pilastro - modello modificato

Verifica SLU	
M <sub>s</sub> [Nm]	10286.23
M <sub>u</sub> [Nm]	5281.83
M <sub>u</sub> /M <sub>s</sub> > 1	0.513486

Si nota che, nonostante sia stato inserito un intervento di miglioramento, la verifica non risulta essere superata; tuttavia, è possibile apprezzare un lieve miglioramento strutturale dato dall'aumento del fattore di sicurezza. Il momento ultimo è stato calcolato con la formula riguardante solo la muratura e, poiché lo sforzo normale diminuisce risulta essere minore.

#### 6.2.2.4 Verifica sui pannelli murari del sistema cupola tamburo

Verifica a taglio per fessurazione diagonale

La verifica a taglio viene fatta sul pannello del sistema cupola tamburo; per questa verifica si utilizza la formula presente al paragrafo C8.7.1.3.1.1 della circolare delle NTC 2018 (C.S.LL.PP, 2019) che permette di calcolare il taglio ultimo resistente come:

$$V_t = l \cdot t \frac{1.5\tau_{0d}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5\tau_{0d}}} = l \cdot t \frac{f_{td}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{td}}}$$

Di seguito, in tabella, si riportano i valori utili alla verifica di sicurezza e il rapporto di sicurezza.

Tabella 24: parametri calcolo verifica pannello - modello modificato

Geometria		Sollecitazioni agenti		Parametri meccanici	
h [m]	7.6	N <sub>a</sub> [N]	74877.255	τ <sub>0</sub> [N/m <sup>2</sup> ]	50000
l [m]	1.35	σ <sub>0</sub> [N/m <sup>2</sup> ]	110929.27	F <sub>c</sub>	1.18
t [m]	0.5	b [-]	1.5	γ <sub>m</sub>	2
A [m <sup>2</sup> ]	0.675	T <sub>a</sub> [N]	30304.89	τ <sub>0d</sub> [N/m <sup>2</sup> ]	21186.44
-	-	-	-	f <sub>td</sub> [N/m <sup>2</sup> ]	31779.66

Tabella 25: verifica a taglio pannello tamburo - modello con intervento

Verifica	
V <sub>t</sub> [N]	30304.89
T <sub>a</sub> [N]	49585.65
V <sub>t</sub> /T <sub>a</sub> > 1	0.61

La verifica di sicurezza allo SLV per taglio non risulta essere superata. L'intervento non ha prodotto dei cambiamenti sostanziali alla struttura cupola-tamburo.

### 6.2.2.5 Verifica sulla facciata

Verifica a pressoflessione fuori dal piano

L'ultima verifica effettuata riguarda la facciata che può essere soggetta a ribaltamento fuori dal piano. Questo meccanismo può verificarsi soprattutto quando l'azione dinamica prodotta dal terremoto ha prevalenza nella direzione perpendicolare alla facciata.

Per la verifica, il momento ultimo è calcolato come nella verifica svolta nel pilastro della lanterna.

Si riportano in tabella i valori numerici riguardanti la geometria, le sollecitazioni agenti ottenute con la combinazione sismica e i parametri meccanici.

Tabella 26: parametri calcolo verifica a ribaltamento della facciata - modello modificato

Geometria		Sollecitazioni agenti		Parametri meccanici	
l [m]	10	$N_s$ [N]	52172.1	Fc	1.18
t [m]	1	$\sigma_0$ [N/m <sup>2</sup> ]	3635.7	$\gamma_m$	2
L1 [m]	14.35	$M_s$ [Nm]	32979.9	$f_k$ [N/m <sup>2</sup> ]	2600000
A [m <sup>2</sup> ]	14.35	-	-	$f_d$ [N/m <sup>2</sup> ]	1101694.9

Infine, si calcola il valore del coefficiente di sicurezza.

Tabella 27: verifica a ribaltamento della facciata - modello modificato

Verifica	
$M_s$ [Nm]	32979.9
$M_u$ [Nm]	18107.9
$M_u/M_s > 1$	0.55

Poiché il valore risulta essere minore di uno la verifica non è superata.

## 7 Conclusioni

L'analisi di vulnerabilità ha evidenziato che la chiesa nella condizione originaria non rispetta i requisiti prestazionali richiesti dalle vigenti normative, in particolar modo il fattore di sicurezza più piccolo è stato riscontrato nel lanternino.

La stessa analisi è stata effettuata a seguito dell'inserimento della struttura metallica progettata. L'intervento applicato alla lanterna produce una riduzione della vulnerabilità sismica, infatti, il fattore di sicurezza risulta essere aumentato nonostante l'intervento proposto sia poco invasivo e reversibile, infatti rispetta i criteri di minimo intervento, dettati dalla normativa dei beni culturali e ambientali.

L'intelaiatura in progetto si presta a irrigidire i pilastri della lanterna e crea una mutua collaborazione tra di essi, in modo da favorire un comportamento di insieme dell'intero elemento strutturale (lanterna). L'irrigidimento fa sì che gli spostamenti orizzontali differenziali della lanterna, prodotti dalle forzanti sismiche, si riducono in entrambe le direzioni principali facendo quindi diminuire la vulnerabilità sismica.

Dall'attenta analisi dei risultati, successivi all'intervento, la lanterna non risulta essere l'elemento più vulnerabile del complesso architettonico, bensì l'elemento più vulnerabile diventa la facciata soggetta al ribaltamento fuori dal piano.

Il progetto così proposto contribuisce a migliorare la risposta sismica della lanterna, la cui conservazione è fondamentale, in quanto importante testimonianza del patrimonio del barocco piemontese.

## 8 Allegati

### 8.1.1 Modulo schedografico A10



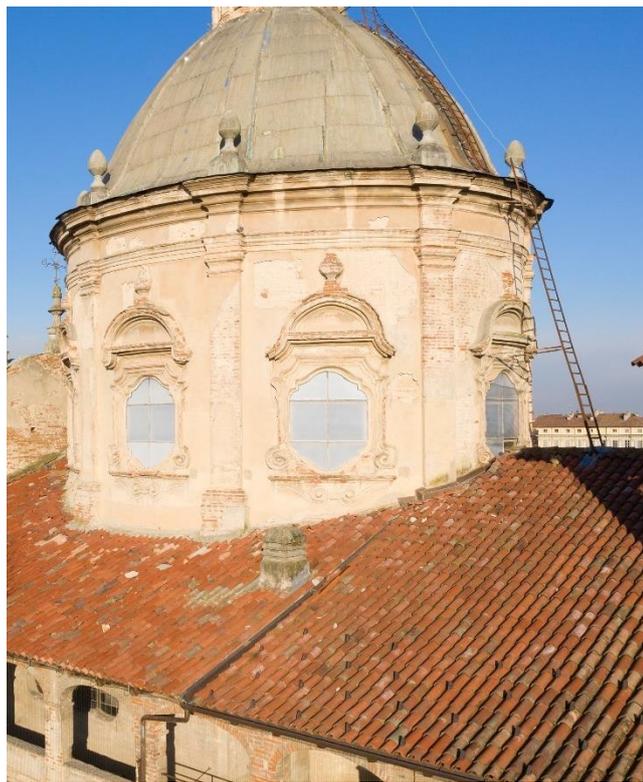
*Figure 8-1: facciata Santa Caterina*



*Figure 8-2: tamburo e cupola chiesa*



*Figure 8-3: Santa caterina vista dall'alto*



*Figure 8-4: sistema cupola tamburo*



*Figure 8-5: loggiato cortile interno*



*Figure 8-6: secondo piano loggiato*



*Figure 8-7: puntellamento pinao sotterraneo*



*Figure 8-8: cestello usato per le indagini*



*Figure 8-9: indagini sulla cupola*



*Figure 8-10: dettaglio degrado cupola*



*Figure 8-11: arco fessurato*



*Figure 8-12: piano matroneo*



*Figure 8-13: arco piano matroneo*



*Figure 8-14: degrado interno intonaci*

### 8.1.1.1 Lanterna



*Figure 8-15: dettaglio capitello colonna lanterna*



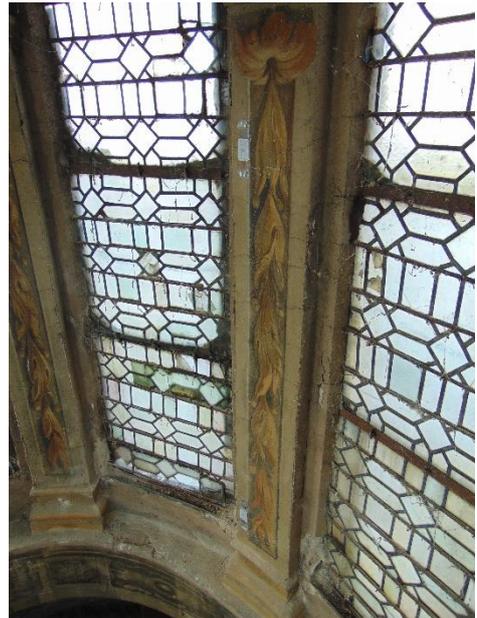
*Figure 8-16: colonna lanterna esterno*



*Figure 8-17: base colonna*



*Figure 8-18: pilastro lanterna interno*



*Figure 8-19: interno lanterna*

## 9 Bibliografia

- (s.d.). Tratto da Educalingo: <https://educalingo.com/it/dic-fr/lanterneau>
- (s.d.). Tratto da TheBookOfArchitecture: <https://thebookofarchitecture.weebly.com/brunelleschi.html#>
- (s.d.). Tratto da Opera duomo Firenze: <https://operaduomo.firenze.it/blog/posts/1-11-agosto-michelozzo-avviava-la-costruzione-della-lanterna-della-cupola>
- Alasia, U., & Pugno, M. (2010). Calcolo dei calastrelli e delle diagonali. In U. Alasia, & M. Pugno, *Corso di costruzioni 4*. SEI. Tratto da Sicrib: <https://it.scribd.com/document/187035976/Calcolo-Dei-Calastrelli-e-Delle-Diagonali>
- Anna, S. (2019). *Ingenio*. Tratto da <https://www.ingenio-web.it/22475-i-valori-da-assumere-per-le-proprietà-dei-materiali-nel-calcolo-della-capacità-le-novità-della-circolare>
- Apollonj, B. M. (s.d.). *Lanterna*. Tratto da Treccani: [http://www.treccani.it/enciclopedia/lanterna\\_%28Enciclopedia-Italiana%29/](http://www.treccani.it/enciclopedia/lanterna_%28Enciclopedia-Italiana%29/)
- C.S.LL.PP, C. n. (2019). *Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni»» di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018*.
- Campidoglio (Washington)*. (s.d.). Tratto da Wikipedia: [https://it.wikipedia.org/wiki/Campidoglio\\_\(Washington\)](https://it.wikipedia.org/wiki/Campidoglio_(Washington))
- Canazzi, A. (s.d.). *Statica per l'edilizia storica*. Tratto da People.unica.it: [http://people.unica.it/antoniocazzani/files/2014/03/Statica\\_per\\_edilizia\\_storica\\_12-2014\\_BN.ppt.pdf](http://people.unica.it/antoniocazzani/files/2014/03/Statica_per_edilizia_storica_12-2014_BN.ppt.pdf)
- Cattedrale di Siviglia*. (s.d.). Tratto da Wikipedia: [https://en.wikipedia.org/wiki/Seville\\_Cathedral](https://en.wikipedia.org/wiki/Seville_Cathedral)
- Ceravolo, P. I., Invernizzi, P. I., Lenticchia, D. A., & Gaggero, M. B. (2018). *Relazione sulla valutazione dello stato di fatto del Paraboloide di Casale*. Torino.
- Chiesa di Sant'Ivo alla Sapienza*. (s.d.). Tratto da Wikipedia: [https://it.wikipedia.org/wiki/Chiesa\\_di\\_Sant%27Ivo\\_alla\\_Sapienza](https://it.wikipedia.org/wiki/Chiesa_di_Sant%27Ivo_alla_Sapienza)
- Cocchi, A. (s.d.). Tratto da Geometrie fluide: <https://www.geometriefluide.com/pagina.asp?cat=brunelleschi&prod=cupola-s-m-fiore>
- csm Acciaio. (s.d.). *Come vengono valutati gli effetti del sisma?* Tratto da magazine.csmacciaio: <http://magazine.csmacciaio.com/2017/02/07/vengono-valutati-gli-effetti-del-sisma/>
- Cupola del Brunelleschi*. (s.d.). Tratto da Wikipedia: [https://it.wikipedia.org/wiki/Cupola\\_del\\_Brunelleschi](https://it.wikipedia.org/wiki/Cupola_del_Brunelleschi)

- D.M. 17 gennaio. (2018). *Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni»*.  
MINISTERO DELLE INFRASTRUTTURE E DEI TRASPORTI.
- Direttiva BBCC. (2010). *Circolare n.26 Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale allineate alle nuove Norme tecniche per le costruzioni (d.m. 14 gennaio 2008)*. Consiglio superiore dei lavori pubblici.
- Encyclopædia Britannica, inc. (2007, Luglio 13). *Lantern*. Tratto da Encyclopædia Britannica: <https://www.britannica.com/technology/lantern-architecture>
- Foppoli Moretta e associati. (2012). *Relazione prove non distruttive*.
- INGV Casale . (s.d.). *INGV Casale*. Tratto da [https://emidius.mi.ingv.it/CPTI15-DBMI15/query\\_place/](https://emidius.mi.ingv.it/CPTI15-DBMI15/query_place/)
- INGV terremoti*. (s.d.). Tratto da <https://ingvterremoti.wordpress.com/la-pericolosità-sismica/>
- Jurina, L., Stolfi, G., Lambusier, L., & Mogicato, V. E. (2014). *L'intervento di restauro e consolidamento strutturale alla chiesa di Santa Caterina in Lucca*. Firenze: Safe Monuments.
- Lanterna (architettura)*. (s.d.). Tratto da Wikipedia: [https://it.wikipedia.org/wiki/Lanterna\\_\(architettura\)](https://it.wikipedia.org/wiki/Lanterna_(architettura))
- Linterna*. (s.d.). Tratto da Wikipedia: [https://es.wikipedia.org/wiki/Linterna\\_\(arquitectura\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Linterna_(arquitectura))
- Maffeo, M. (2011). *Comportamento dinamico e sismico di cuole a pianta ovale in muratura*.
- Montanstahl. (s.d.). *Angolari lati disuguali in acciaio inossidabile*. Tratto da Montanstahl: <https://www.montanstahl.com/it/prodotti/laminati-mercantili-trafilati-in-acciaio-inossidabile/profilo-angolari-in-acciaio-inossidabile/angolari-lati-disuguali-acciaio-inossidabile/>
- Polidoro, B. (2010). *Tesi di laurea La valutazione della vulnerabilità sismica: il caso di Pettino (AQ)*.
- Protezione civile. (s.d.). *Rischio sismico*. Tratto da Protezione civile: <http://www.protezionecivile.gov.it/attivita-rischi/rischio-sismico/descrizione>
- Santa Maria di Loreto (Roma)*. (s.d.). Tratto da Wikipedia: [https://it.wikipedia.org/wiki/Chiesa\\_di\\_Santa\\_Maria\\_di\\_Loreto\\_\(Roma\)](https://it.wikipedia.org/wiki/Chiesa_di_Santa_Maria_di_Loreto_(Roma))
- Sartini, d. g. (s.d.). Tratto da Città di Casale Monferrato: [http://old.comune.casale-monferrato.al.it/Trasparenza\\_PianificazioneEGovernoDelTerritorio/AllegatiTecnici/Var10\\_PRGC/VAR10\\_relazione\\_geologica.pdf](http://old.comune.casale-monferrato.al.it/Trasparenza_PianificazioneEGovernoDelTerritorio/AllegatiTecnici/Var10_PRGC/VAR10_relazione_geologica.pdf)
- unibg. (s.d.). *unioni bullonate*. Tratto da unibg: <http://wwwdata.unibg.it/dati/corsi/22036/48553-Unioni%20bullonate.pdf>

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE. (s.d.). Tratto da <http://people.dicea.unifi.it>:  
[http://people.dicea.unifi.it/clau/11%20Leggi%20atten\\_Zonazione%20AA-2012\\_13.pdf](http://people.dicea.unifi.it/clau/11%20Leggi%20atten_Zonazione%20AA-2012_13.pdf)