

POLITECNICO DI TORINO

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA



**MODELLAZIONE E ANALISI  
AEROELASTICA DEL FLUTTER PER IL  
RECUPERO DI ENERGIA CON  
TRASDUTTORE ELETTROMECCANICO**

TESI DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA

Candidato

Relatore

**Sebastian Gomez Castaño**

**Prof. Alessandro Fasana**

Torino-Italia

A.A. 2018/2019



**MODELLAZIONE E ANALISI  
AEROELASTICA DEL FLUTTER PER IL  
RECUPERO DI ENERGIA CON  
TRASDUTTORE ELETTROMECCANICO**

## RINGRAZIAMENTI

Unos renglones son pocos para agradecer a la infinita cantidad de personas que hicieron parte de este increíble proceso. Un día soñé estar acá y después de tantas tristezas, alegrías y esfuerzos logro cumplir el gran sueño. Llega el final de un ciclo lleno de aprendizaje y experiencias, donde no solo aprendí de ingeniería sino que más bien aprendí a ser persona, a valorar los pequeños detalles y a extrañar la casa como un putas.

El más grande agradecimiento a mi mamá y mi abuela. He llegado aquí por ustedes y nada de esto sería posible sin su amor y su apoyo. Mi más sincero respeto por enseñarme el significado de la palabra valentía. Este triunfo es de ustedes, yo solo seguí las instrucciones.

Vorrei ringraziare il prof. Fassana, relatore de questa tesi di laurea, oltre che per l'aiuto fornitomi in questi mesi e la grande conoscenza che mi ha donato, per la disponibilità e precisione dimostratemi durante tutto questo periodo. Senza di lei questo lavoro fosse stato abbastanza difficile.

Todos mis amigos han tenido un peso determinante para alcanzar este resultado. Son ustedes los que a pesar de las situaciones estuvieron ahí, con una voz de aliento y un cariño casi que familiar. Mis compañeros de la Universidad de Antioquia y del Politecnico di Torino han marcado mi camino y les agradezco por haber compartido conmigo los momentos más importantes de mi vida, en cualquier parte del mundo que me encuentre los recordaré siempre.

Sebastian Gomez

Torino, 18 ottobre 2019

# INDICE

<b>INTRODUZIONE</b>	1
<b>1. CAPITOLO 1. AEROELASTICITÀ E FENOMENO DEL FLUTTER. FONDAMENTI PER LO STUDIO DEL FLUTTER AERODINAMICO CLASSICO</b>	7
1.1. Aeroelasticità	7
1.2. Fenomeno del Flutter	8
1.2.1. Tipi di Flutter	8
1.2.2. Flutter aerodinamico classico	10
<b>2. CAPITOLO 2. CARATTERIZZAZIONE DEI PROFILI AERODINAMICI</b>	14
2.1. Teorema di similitudine: $\pi$ -Buckingham	14
2.2. Teorema di $\pi$ su profili aerodinamici [3]	16
2.3. Profili aerodinamici	19
2.3.1. Forze aerodinamiche su profili alari	21
2.3.2. Tipi di profili [6]	26
2.3.3. Profilo alare NACA [16]	27
<b>3. CAPITOLO 3. MODELLAZIONE DEL PROTOTIPO</b>	29
3.1. Geometria	29
3.2. Equazioni del moto. Sistema a due gradi di libertà	31
3.3. Dimensionamento del prototipo e Layout del sistema	36
3.4. Metodo di calcolo	41
3.4.1. Sistema non smorzato	41
3.4.2. Sistema con smorzamento aerodinamico	43
3.5. Risultati	44
3.5.1. Sistema non smorzato	46
3.5.2. Sistema con smorzamento aerodinamico	48
<b>4. CAPITOLO 4. SIMULAZIONE STRUTTURALE</b>	55
4.1. Analisi modale	55
4.1.1. Restrizioni	55
4.1.2. Forze	55
4.1.3. Contatti	56
4.1.4. Maglia	58
4.1.5. Risultati	58

<b>5. CAPITOLO 5. MODELLAZIONE DEL SISTEMA PER IL RECUPERO DI ENERGIA</b>	63
5.1. Trasduttore elettromeccanico	63
5.2. Geometria	66
5.3. Equazioni del moto	68
5.3.1. Motore spento	68
5.3.2. Motore acceso	70
5.4. Risultati	71
5.4.1. Motore spento	71
5.4.2. Motore acceso	72
5.4.3. Generazione di potenza	73
5.5. Sistemi scalati	81
<b>CONCLUSIONE</b>	87
<b>SITOGRAFIA</b>	88
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	89

## INDICE DELLE TABELLE

<i>Tabella. 3-1. Dimensioni modello. Airbus A-320 [18]</i> .....	36
<i>Tabella. 3-2. Dimensioni prototipo</i> .....	37
<i>Tabella. 3-3. Materiale ABS [20]</i> .....	38
<i>Tabella. 3-4. Dimensioni albero elastico</i> .....	38
<i>Tabella. 3-5. Parametri di modellazione</i> .....	39
<i>Tabella. 3-6. Condizioni di flutter per due sistemi</i> .....	45
<i>Tabella. 4-1. Configurazione maglia</i> .....	58
<i>Tabella. 5-1. Parametri di modellazione del trasduttore elettromeccanico</i> .....	66
<i>Tabella. 5-2. Condizioni di flutter per due sistemi motore</i> .....	71
<i>Tabella. 5-3. Condizioni per l'inizio della generazione di potenza</i> .....	73
<i>Tabella. 5-4. Parametri di modellazione profilo reale</i> .....	81
<i>Tabella. 5-5. Parametri di modellazione del trasduttore elettromeccanico con profilo reale</i> .....	81
<i>Tabella. 5-6. Condizioni per l'inizio della generazione di potenza. Profilo reale</i> .....	82

## INDICE DELLE FIGURE

Figura 1. Produzione di energia primaria da fonti rinnovabili, UE-28, 1990-2016.....	1
Figura 2. Produzione lorda di energia elettrica da fonti rinnovabili, UE-28, 1990-2016.....	2
Figura 3. Quota di energia da fonti rinnovabile sul consumo finale lordo di energia, 2004-2017. (in % di consumo finale lordo di energia).....	4
Figura 4. EU mix energetico 2017.....	4
Figura 5. Distribuzione della potenza installata e quantità degli impianti in Italia in 2017.....	5
Figura. 1.1. Triangolo di Collar .....	7
Figura. 1.2. Superfici aerodinamiche dell'aeroplano.....	8
Figura. 1.3. Creazione di vortici a valle di un cilindro [2].....	9
Figura. 1.4. Movimenti di rotazione e flessione (Rotation and Plunge Motion) per un profilo sotto fenomeno di Flutter [2].....	11
Figura. 1.5. Modello e modi di vibrare profilo semplificato [2]. .....	12
Figura. 1.6. Modello e modi di vibrare profilo con superficie di contFigura. 1.7.rollo.....	12
Figura. 1.8. Comportamento delle forze aerodinamiche [2].....	13
Figura. 2.1. Analisi dimensionale. Similitudine assoluta. [3].....	15
Figura. 2.2. Profilo aerodinamico soggetto ad analisi dimensionale [3].....	16
Figura. 2.3. Profilo investito da flusso d'aria. Generazione di portanza [5].....	20
Figura. 2.4. Stallo su profilo aerodinamico [7].....	20
Figura. 2.5. Elementi geometrici del profilo alare [6].....	21
Figura. 2.6. Forze agenti su un profilo alare [8][9].....	22
Figura. 2.7. Forze che compongono F.A.T. [14].....	24
Figura. 2.8. Generazione F.A.T. [13].....	25
Figura. 2.9. Profilo Concavo convesso.....	26
Figura. 2.10. Profilo Piano convesso.....	26
Figura. 2.11. Profilo Biconvesso asimmetrico.....	27
Figura. 2.12. Profilo Biconvesso simmetrico .....	27
Figura. 2.13. Profilo Concavo convesso laminare.....	27
Figura. 3.1. Rappresentazione grafica del prototipo.....	30
Figura. 3.2. Sistema di riferimento.....	31
Figura. 3.3. Triangolo di velocità profilo.....	34
Figura. 3.4. Posizione geometrica del baricentro .....	37
Figura. 3.5. Posizione del massimo spessore nella radice del profilo .....	40
Figura. 3.6. Posizione asse elastico prototipo.....	40
Figura. 3.7. Modellazione prototipo .....	40
Figura. 3.8. Layout del sistema.....	41
Figura. 3.9. Comportamento dei coefficienti CL-Cd vs Angolo attacco.....	44
Figura. 3.10. Comportamento Portanza vs Angolo d'incidenza .....	45
Figura. 3.11. Comportamento Velocità di flutter .....	46
Figura. 3.12. Comportamento delle frequenze e damping per il sistema non smorzato. ( $x_{cg}=0.64c$ , $x_{ea}=0.4c$ ).....	47
Figura. 3.13. Comportamento delle frequenze e damping per il sistema con smorzamento aerodinamico ed il termine di instabilità incluso. ( $M\alpha=-1.2$ , $x_{cg}=0.64c$ , $x_{ea}=0.4c$ ).....	49
Figura. 3.14. Condizioni di flutter per sistema con smorzamento aerodinamico .....	50
Figura. 3.15. Risposta primo modo di vibrare con smorzamento aerodinamico a 9.7 Hz. (Bending mode).....	52
Figura. 3.16. Risposta secondo modo di vibrare con smorzamento aerodinamico a 9.7 Hz. (Torsion mode).....	53

<i>Figura. 3.17. Inizio della risposta al primo modo di vibrare con smorzamento aerodinamico.....</i>	<i>54</i>
<i>Figura. 4.1. Restrizione fissa tra parete ed albero.....</i>	<i>55</i>
<i>Figura. 4.2. Forza di portanza sulla superficie alare.....</i>	<i>56</i>
<i>Figura. 4.3. Momento aerodinamico sulla superficie alare.....</i>	<i>56</i>
<i>Figura. 4.4. Contatto bloccato.....</i>	<i>57</i>
<i>Figura. 4.5. Contatto tipo molla.....</i>	<i>57</i>
<i>Figura. 4.6. Maglia del sistema.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura. 4.7. Spostamenti X a 1.07 Hz.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura. 4.8. Spostamenti Y a 1.07 Hz.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura. 4.9. Spostamenti Z a 1.07 Hz.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura. 4.10. Spostamenti totali a 1.07 Hz.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura. 4.11. Spostamenti X a 7 Hz.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura. 4.12. Spostamenti Y a 7 Hz.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura. 4.13. Spostamenti Z e totali a 7 Hz.....</i>	<i>62</i>
<i>Figura. 5.1. Modelli: (a) Trasduttore elettromagnetico (b) Collegamento motore-profilo [25].....</i>	<i>63</i>
<i>Figura. 5.2. Schema del trasduttore elettromeccanico [24].....</i>	<i>64</i>
<i>Figura. 5.3. Schema elettrico per il motore trifase con carichi resistivi.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura. 5.4. Posizione del punto di presa del motore. 100 mm a destra dell'asse elastico.....</i>	<i>67</i>
<i>Figura. 5.5. Rappresentazione grafica del sistema profilo-motore.....</i>	<i>68</i>
<i>Figura. 5.6. Comportamento delle frequenze e damping per il sistema con motore spento. (<math>x_{cg}=0.64c</math>, <math>x_{ea}=0.4c</math>, <math>P=0.1</math> m ).....</i>	<i>72</i>
<i>Figura. 5.7. Comportamento delle frequenze e damping per il sistema con motore acceso. (<math>x_{cg}=0.64c</math>, <math>x_{ea}=0.4c</math>, <math>P=0.1</math> m ).....</i>	<i>73</i>
<i>Figura. 5.8. Comportamento del damping per l'inizio della generazione di potenza. (<math>x_{cg}=0.64c</math>, <math>x_{ea}=0.4c</math>, <math>P=0.1</math> m ).....</i>	<i>74</i>
<i>Figura. 5.9. Risposta primo modo di vibrare con motore acceso a 7.39 Hz. (Bending mode).....</i>	<i>75</i>
<i>Figura. 5.10. Risposta primo modo di vibrare con motore acceso a 7.39 Hz. Punto di presa del motore. (Bending mode).....</i>	<i>76</i>
<i>Figura. 5.11. Risposta secondo modo di vibrare con motore acceso a 7.39 Hz. (Torsion mode).....</i>	<i>77</i>
<i>Figura. 5.12. Forza elettromagnetica prodotta dal motore.....</i>	<i>78</i>
<i>Figura. 5.13. Potenza elettrica generata dal sistema.....</i>	<i>79</i>
<i>Figura. 5.14. Energia recuperabile dal sistema.....</i>	<i>80</i>
<i>Figura. 5.15. Risposta primo modo di vibrare con motore acceso a 1.7 Hz. Profilo reale. (Bending mode) .....</i>	<i>82</i>
<i>Figura. 5.16. Risposta primo modo di vibrare con motore acceso a 1.7 Hz. Punto di presa del motore. Profilo reale. (Bending mode).....</i>	<i>83</i>
<i>Figura. 5.17. Risposta secondo modo di vibrare con motore acceso a 1.7 Hz. Profilo reale. (Torsion mode).....</i>	<i>84</i>
<i>Figura. 5.18. Forza elettromagnetica prodotta dal motore. Profilo reale.....</i>	<i>85</i>
<i>Figura. 5.19. Potenza elettrica generata dal sistema. Profilo reale.....</i>	<i>85</i>
<i>Figura. 5.20. Energia recuperabile dal sistema. Profilo reale.....</i>	<i>86</i>

## INTRODUZIONE

La produzione mondiale di energia negli ultimi anni è stata fortemente influenzata per le fonti rinnovabili. L'utilizzo di fonti di energia rinnovabili offre notevoli possibili vantaggi, tra cui una riduzione delle emissioni di gas a effetto serra, la diversificazione dell'approvvigionamento energetico e una minore dipendenza dai mercati dei combustibili fossili (in particolare, petrolio e gas). Secondo analisi condotte da alcuni enti europei che si occupano di studiare e monitorare le fonte energetiche, Europa ha presentato degli indici più elevati nell'uso di energia solare, eolica, idroelettrica, biomassa e biocombustibili; così lo dimostrano le *Statistiche sull'energia rinnovabile* in quanto alla produzione di energia primaria da fonti rinnovabili in milioni di tep.

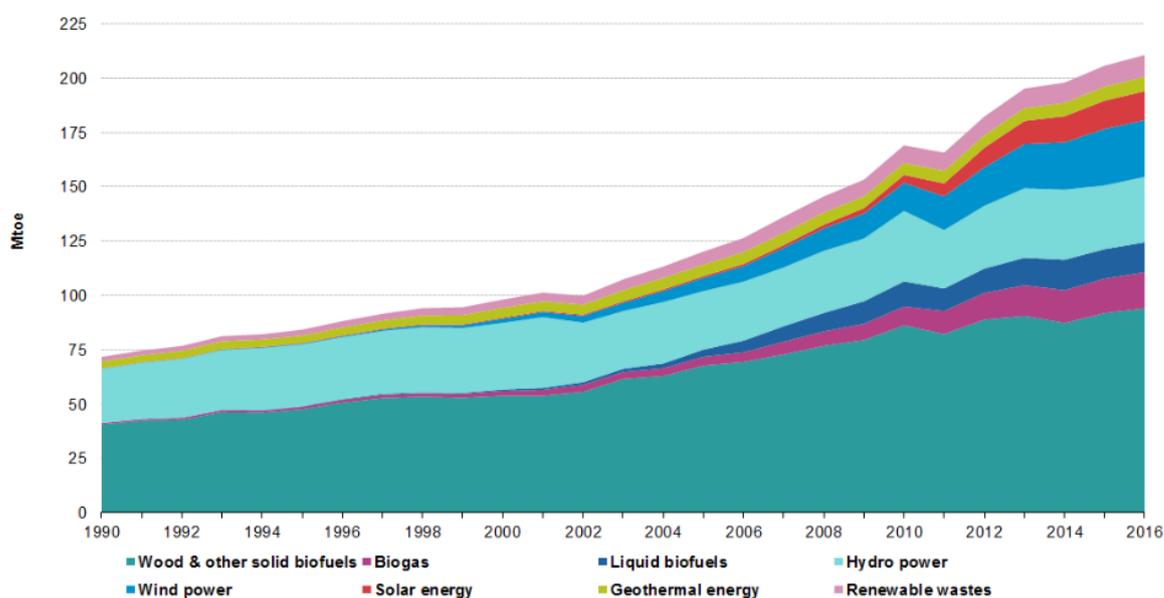


Figura 1. Produzione di energia primaria da fonti rinnovabili, UE-28, 1990-2016<sup>1</sup>

La quantità di energia da fonti rinnovabili prodotta nell'UE-28 è aumentata complessivamente del 66,6 % tra il 2006 e il 2016, pari a un incremento medio del 5,3 % all'anno. Nel 2016, tra le energie rinnovabili, il legno e altri biocombustibili solidi, nonché i rifiuti rinnovabili, rappresentavano la principale fonte nell'UE-28, pari al 49,4 % della produzione di energia primaria da fonti rinnovabili (Figura 1). L'energia idroelettrica

<sup>1</sup> Statistiche sull'energia rinnovabile. Eurostat Statistics Explained. (Gennaio 2018)

forniva il secondo maggior contributo al mix di energie rinnovabili (14,3 % del totale), seguita dall'energia eolica (12,4 %).

Per quanto riguarda un tipo specifico di energia, la produzione lorda di energia elettrica da fonti rinnovabili anche ha presentato un incremento negli ultimi anni, specialmente energia eolica e biomassa hanno dominato l'innalzamento di TWh prodotti nelle ultime due decadi (Figura 2).

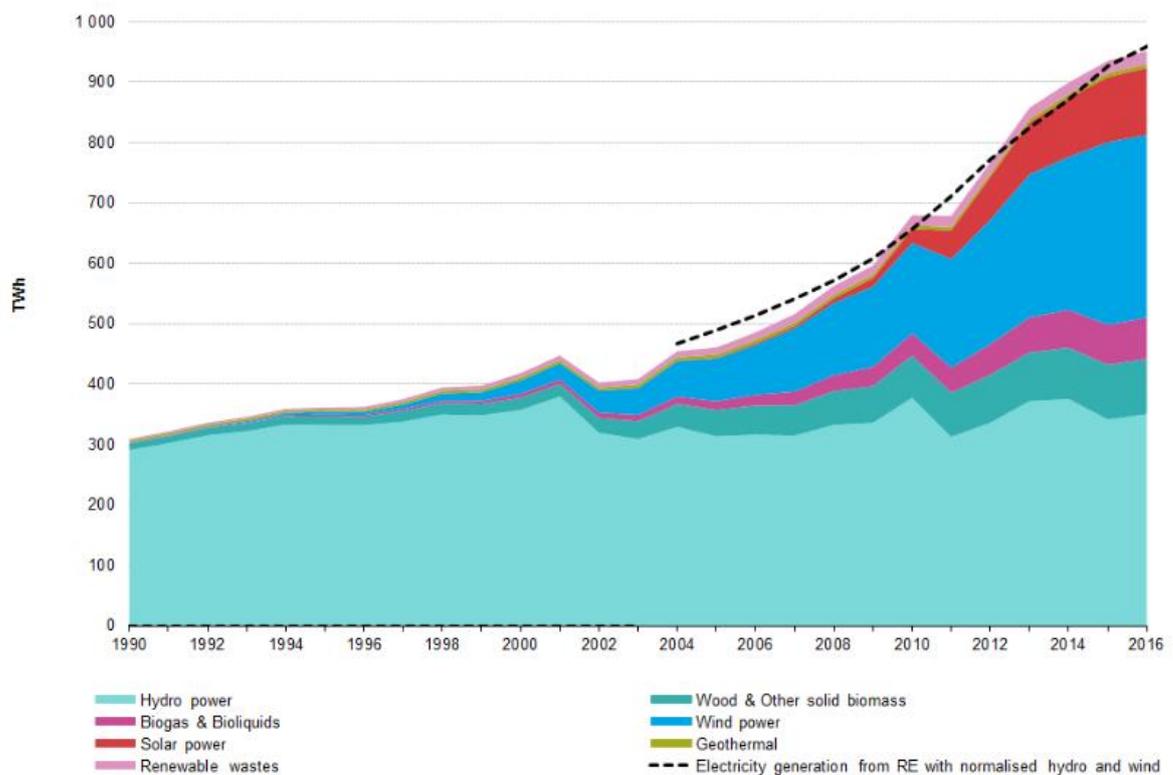


Figura 2. Produzione lorda di energia elettrica da fonti rinnovabili, UE-28, 1990-2016<sup>2</sup>

Questo comportamento è direttamente legato al singolo contributo dei diversi paesi nell'UE che fanno uso di fonti rinnovabili per la produzione di elettricità. Nel 2018, questi fonti hanno generato il 32,3% dell'elettricità europea, un aumento di 2,3 punto rispetto al 2017, quando avevano prodotto il 30%. Questo risultato si è tradotto in un aumento della quota di fonti rinnovabili nel consumo finale lordo, che nel 2017 ha raggiunto il valore di 17,5%, raddoppiando la quota rispetto al 2014. L'obiettivo è quello di raggiungere il

<sup>2</sup> Supply transformation and consumption of electricity-annual data. Eurostat. (30 Aprile 2019)

20% di energia nel consumo finale lordo da fonti rinnovabili entro il 2020 e almeno il 32% entro il 2030.

	2004	2014	2015	2016	2017	2020 target
EU	8.5	16.2	16.7	17.0	17.5	20
Belgium	1.9	8.0	7.9	8.6	9.1	13
Bulgaria	9.4	18.0	18.2	18.8	18.7	16
Czechia	6.9	15.0	15.0	14.9	14.8	13
Denmark	14.9	29.7	31.4	32.6	35.8	30
Germany	6.2	14.4	14.9	14.9	15.5	18
Estonia	18.4	26.2	28.4	28.6	29.2	25
Ireland	2.4	8.7	9.1	9.3	10.7	16
Greece	6.9	15.4	15.4	15.1	16.3*	18
Spain	8.3	16.1	16.2	17.4	17.5	20
France	9.5	14.8	15.2	15.9	16.3	23
Croatia	23.5	27.8	29.0	28.3	27.3	20
Italy	6.3	17.1	17.5	17.4	18.3	17
Cyprus	3.1	8.9	9.4	9.3	9.9	13
Latvia	32.8	38.6	37.5	37.1	39.0	40
Lithuania	17.2	23.6	25.8	25.6	25.8	23
Luxembourg	0.9	4.5	5.0	5.4	6.4	11
Hungary	4.4	14.6	14.4	14.3	13.3	13
Malta	0.1	4.7	5.1	6.2	7.2	10
Netherlands	2.0	5.5	5.7	5.9	6.6	14
Austria	22.7	33.2	32.8	33.0	32.6	34
Poland	6.9	11.5	11.7	11.3	10.9	15
Portugal	19.2	27.0	28.0	28.4	28.1	31
Romania	16.2	24.8	24.8	25.0	24.5	24
Slovenia	16.1	21.5	21.9	21.3	21.5	25
Slovakia	6.4	11.7	12.9	12.0	11.5	14
Finland	29.2	38.8	39.3	39.0	41.0	38
Sweden	38.7	52.4	53.6	53.8	54.5	49
United Kingdom	1.1	6.5	8.4	9.2	10.2	15
Albania	29.6	31.5	34.4	37.1	34.6	38
Montenegro	:	44.1	43.1	41.5	40.0	33
Former Yug. Rep. of Macedonia	15.7	19.6	19.5	18.0	19.7	28
Serbia	12.7	22.9	21.9	21.0	20.6	27
Turkey	16.2	13.6	13.6	13.7	13.2	:

<sup>3</sup> Le Energie Rinnovabili alimentando sempre de più l'Europa. ENERRAY. (Marzo 20)

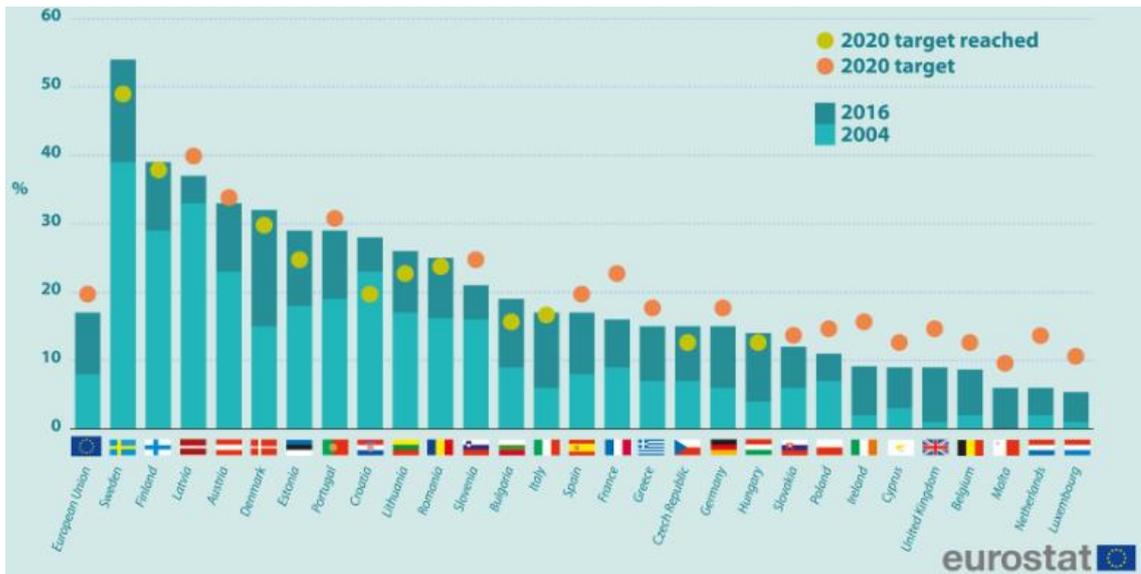


Figura 3. Quota di energia da fonti rinnovabile sul consumo finale lordo di energia, 2004-2017. (in % di consumo finale lordo di energia)<sup>4</sup>

L'Italia, con il 18,3% di energie alternative, supera la medie dell'UE ed è già oltre l'obiettivo prefissato per il 2020, pari al 17%. Questo significa un forte impegno lavorativo in fonti rinnovabili nei prossimo anni. In questo contesto l'energia solare fotovoltaica e l'energia eolica rivestono un ruolo primario, soprattutto in Italia, dove la percentuale nel mix energetico raggiunge il 6% e il 9%, contro una media europea del 3.7% e il 11.2% rispettivamente.

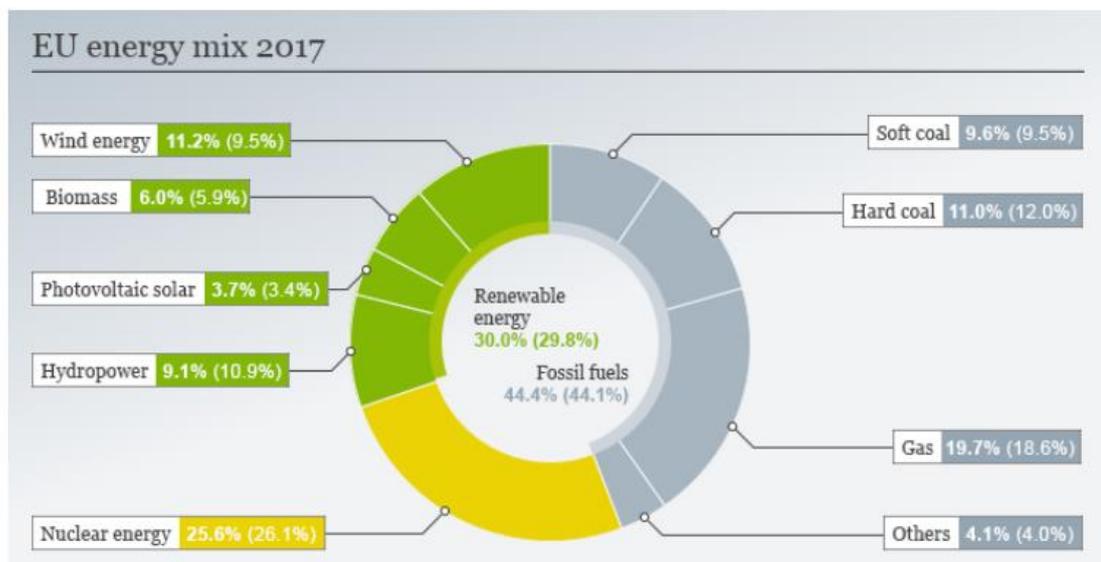


Figura 4. EU mix energetico 2017<sup>5</sup>

<sup>4</sup> Share of energy from renewable sources. ENERRAY. (Marzo 20)

<sup>5</sup> Eurostat, Agora, Sandbag | in brackets: from 2016

Pertanto, dalle ultime due figure si può notare come la crescita maggiore della energia elettrica prodotta in Italia negli ultimi anni, dopo il solare, sia legata all'eolico. La distribuzione sul territorio nazionale della potenza installata e della numerosità degli impianti a fine 2017 dei vari tipi di energia da fonti rinnovabili è riassunta di seguito:

Regione	Idraulica		Eolica		Solare	
	n°	MW	n°	MW	n°	MW
Piemonte	905	2.738,6	17	18,8	54.204	1.572
Valle d'Aosta	173	974,9	5	2,6	2.244	23,2
Lombardia	652	5.141,4	9	0,0	116.644	2.226,8
Provincia Autonoma di Trento	268	1.632,3	9	0,1	15.919	179,9
Provincia Autonoma di Bolzano	543	1.716,1	3	0,3	8.160	241,2
Veneto	393	1.170,6	16	13,4	106.211	1.853,1
Friuli Venezia Giulia	233	520,9	5	0,0	32.012	521,3
Liguria	88	90,4	33	58,1	8.171	103,0
Emilia Romagna	194	344,7	69	25,2	79.835	1.983,2
Toscana	212	372,9	124	123,5	40.870	791,5
Umbria	45	529,6	25	2,1	17.636	471,2
Marche	181	250,5	52	19,5	26.539	1.070,7
Lazio	99	410,3	68	53,4	50.296	1.325,3
Abruzzo	71	1.013,3	43	232,1	19.092	722,6
Molise	34	87,9	79	375,9	3.913	176,0
Campania	58	342,4	593	1.390,4	30.401	783,8
Puglia	8	3,3	1.173	2.473,2	46.253	2.632,3
Basilicata	14	133,3	1.402	1.055,0	7.826	365,8
Calabria	54	772,5	411	1.087,7	23.456	514,4
Sicilia	25	150,7	863	1.810,9	49.796	1.376,6
Sardegna	18	466,4	580	1.023,6	34.536	748,8
<b>ITALIA</b>	<b>4.268</b>	<b>18.862,9</b>	<b>5.579</b>	<b>9.765,9</b>	<b>774.014</b>	<b>19.682,3</b>

Regione	Geotermica		Bioenergie		Totale	
	n°	MW	n°	MW	n°	MW
Piemonte	-	-	317	358,2	55.443	4.687,2
Valle d'Aosta	-	-	8	3,1	2.430	1.003,8
Lombardia	-	-	729	938,2	118.034	8.306,4
Provincia Autonoma di Trento	-	-	37	13,9	16.233	1.826,3
Provincia Autonoma di Bolzano	-	-	162	92,1	8.868	2.049,8
Veneto	-	-	387	360,5	107.007	3.397,6
Friuli Venezia Giulia	-	-	137	139,9	32.387	1.182,0
Liguria	-	-	15	30,9	8.307	282,4
Emilia Romagna	-	-	324	615,1	80.422	2.968,2
Toscana	34	813,1	153	164,4	41.393	2.265,3
Umbria	-	-	75	48,9	17.781	1.051,8
Marche	-	-	70	39,6	26.842	1.380,3
Lazio	-	-	122	207,9	50.585	1.996,9
Abruzzo	-	-	38	31,6	19.244	1.999,5
Molise	-	-	10	45,4	4.036	685,2
Campania	-	-	96	249,4	31.148	2.766,0
Puglia	-	-	68	344,1	47.502	5.453,0
Basilicata	-	-	33	82,6	9.275	1.636,7
Calabria	-	-	49	202,9	23.970	2.577,6
Sicilia	-	-	43	75,1	50.727	3.413,3
Sardegna	-	-	40	91,3	35.174	2.330,1
<b>ITALIA</b>	<b>34</b>	<b>813,1</b>	<b>2.913</b>	<b>4.135,0</b>	<b>786.808</b>	<b>53.259,2</b>

Figura 5. Distribuzione della potenza installata e quantità degli impianti in Italia in 2017<sup>6</sup>

<sup>6</sup> Rapporto statistico FER 2017. Gestore Servizi Energetici

Tutti questi preliminari sono fatti per introdurre una modalità di energia rinnovabili. “*Vibration to Energy*” com’è conosciuta nel mondo attuale, raggruppa i parametri della energia eolica con lo scopo della ricerca di metodi alternativi per la produzione di energia elettrica, in questa opportunità, grazie a movimenti vibratorii su superficie alari o semplicemente profili aerodinamici. Il movimento che sperimentano i profili è un comportamento instabile sotto il concetto di aeroelasticità dinamica, la quale definisce questa condizione come *flutter*; fenomeno pericoloso riscontrato in strutture flessibili soggette a forze aerodinamiche, più l’interazione con le forze inerziali ed elastiche [2].

Oggi giorno un elevato numero di modalità è stato implementato per approfittare movimenti vibratorii e produrre energia elettrica; tale è il caso dell’uso di materiali piezoelettrici che hanno come svantaggio un ridotto campo di funzionamento, già che hanno bisogno di basse frequenze di vibrazione<sup>7</sup>. L’implementazione di profili alari per l’uso in aerogeneratori è anche uno dei principali metodi per l’analisi del flutter<sup>8</sup>. Per quanto riguarda l’industria moderna si sta sviluppando il sistema “*Vortex Bladeless*”<sup>9</sup>, il quale è un progetto di ricerca e innovazione dell’Unione Europea nei prossimi anni. Questo sistema è rappresentato per un generatore eolico risonante a vibrazione indotta da vortice che approfitta il cosiddetto fenomeno “*Vortex Shedding*”, qui un cilindro verticale fisso con asta elastica sperimenta delle vibrazioni e produce elettricità attraverso un sistema alternatore.

Come segue si svolgerà una proposta composta da due sistemi. Il primo sarà un profilo aerodinamico sottoposto a una corrente d’aria cercando di raggiungere il fenomeno del flutter; a questo vedrà collegato un secondo sistema detto “*Controllo strutturale con trasduttori elettromagnetici di massa inerziale sintonizzati*”<sup>10</sup>, il quale attraverso un motore elettrico trifase permetterà la conversione di energia.

---

<sup>7</sup> Matthew B. (2012). Aeroelastic flutter vibration energy harvesting.

<sup>8</sup> Meini R. Politecnico di Torino. A survey on bladeless wind turbines.

<sup>9</sup> Vortex Bladeless. Fonte: <https://vortexbladeless.com/technology-design/>

<sup>10</sup> Takehiko A., Yoshikazu A. e Kohju I. (30 luglio 2016). Energy harvesting potential of tuned inertial mass electromagnetic transducers

# 1. CAPITOLO 1. AEROELASTICITÀ E FENOMENO DEL FLUTTER. FONDAMENTI PER LO STUDIO DEL FLUTTER AERODINAMICO CLASSICO

## 1.1. Aeroelasticità

L'aeroelasticità è una disciplina che si occupa dello studio dei fenomeni derivanti dall'interazione tra strutture solide elastiche (come per esempio, ponti sospesi o strallati, aeroplani, turbine a gas, ecc.), e le correnti fluide che le investono. Più precisamente si conosce una ottima definizione, detta Teoria di Collar (1947): *"L'aeroelasticità è lo studio della mutua interazione tra le forze inerziali, elastiche e aerodinamiche agenti in un solido esposto ad una corrente fluida e dell'influenza di tale studio sul progetto della struttura"*. [1]. Il triangolo di Collar mostra le interazioni studiate in particolare dall'aeroelasticità dinamica, questo è, forze inerziali, elastiche ed aerodinamiche.

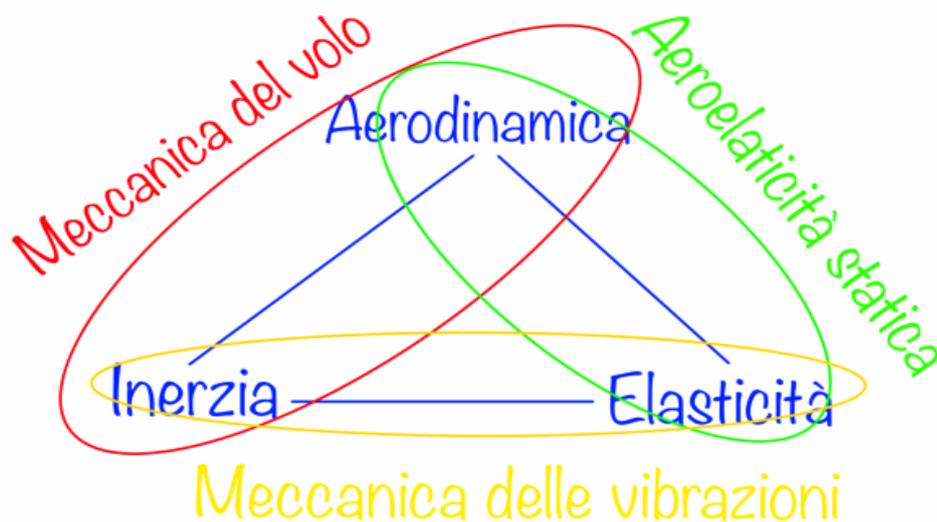


Figura. 1.1. Triangolo di Collar

In generale, nel campo aeroelastico interessano due grandi campi dell'ingegneria strutturale:

- ❖ Aeronautico e aerospaziale
- ❖ Civile e meccanico.

E due grandi fenomeni:

- ❖ Fenomeni di aeroelasticità dinamica:
  - Distacco dei vortici (vortex shedding) e fenomeni di sincronizzazione (lock-in)
  - Le oscillazioni galoppanti (galloping)
  - Il flutter (comprendente anche il buffeting)
- ❖ Fenomeni di aeroelasticità statica:
  - La divergenza torsionale (torsional divergence)

## 1.2. Fenomeno del Flutter

### 1.2.1. Tipi di Flutter

I profili aerodinamici, conosciuti anche come *Airfoils* sono usati in molte parti dell'aeroplano. Generalmente nei profili alari, però anche nella coda, eliche e superfici di controllo, così come alettoni, timoni e stabilizzanti. Tutti questi condizioni possono essere analizzati e controllati per evitare il Flutter.

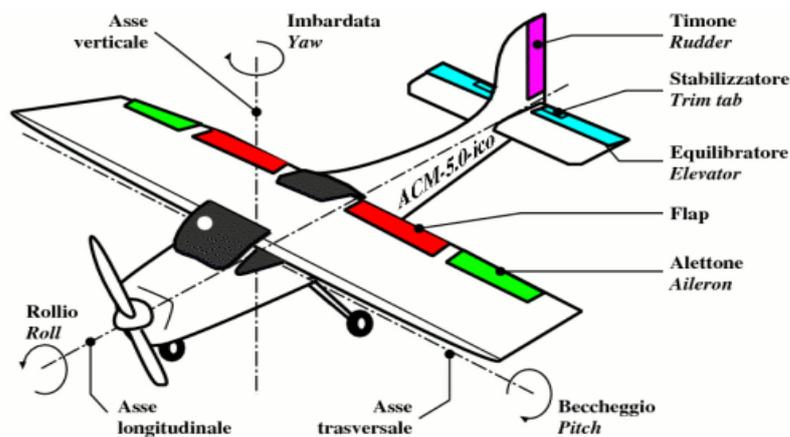


Figura. 1.2. Superfici aerodinamiche dell'aeroplano

Il comportamento di questi superfici si prende in considerazione durante la progettazione dell'aereo. Panel flutter, galloping flutter, stall flutter (flutter a stallo), limit cycle oscillations (Oscillazioni del ciclo limite-LCO) e propeller or engine whirl flutter (flutter tipo vortice sull'elica o il motore) sono fenomeni di flutter dovuto alle sollecitazioni sul profilo. [2]

- ❖ **Panel flutter:** generalmente succede quando le superfici non sono supportati adeguatamente. [1]
- ❖ **Galloping flutter:** conosciuto anche come la causa di fallimento del Tacoma Narrows. La causa dell'oscillazioni galoppanti è la formazione di vortici a valle del oggetto. Nella figura 3.1. si può vedere come i vortici vengono alternati da un lato all'altro. Queste vortici producono forze oscillatore e allo stesso tempo un movimento avanti-in dietro. Questo tipo di flutter è un argomento abbastanza importante nella progettazione di veicoli di lancio sottoposti a venti al suolo. [2]

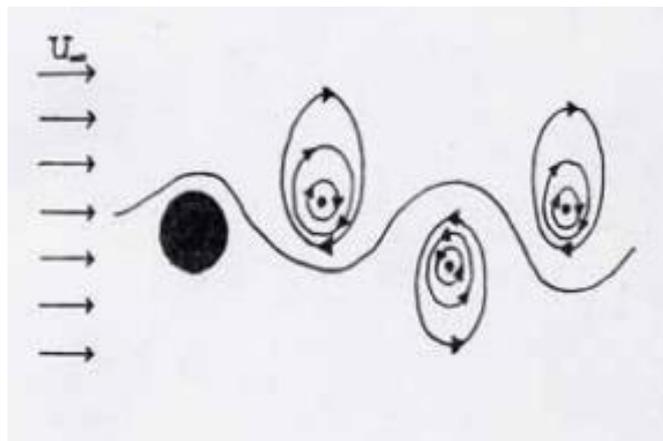


Figura. 1.3. Creazione di vortici a valle di un cilindro [2]

- ❖ **Stall flutter:** è un modo di flutter torsionale che si verifica in condizioni di carico elevato vicino alla velocità di stallo (velocità di perdita). Poichè il flusso d'aria si separa durante lo stallo, questo singolo grado di libertà non può essere spiegato dalla teoria classica del flutter.[2]
- ❖ **Limit cycle oscillation (LCO):** il comportamento LCO è caratterizzato da un'ampiezza costante, vuol dire una risposta strutturale periodica a frequenze che sono quelle della struttura caricata aeroelasticamente. Questo fenomeno è in

genere limitato a una regione ristretta nel numero di Mach o al valore dell'angolo di attacco al quale comincia la separazione del flusso.

- ❖ **Engine whirl flutter:** il flutter tipo vortice sull'elica o il motore è un'instabilità prodotta su un supporto flessibile, normalmente tra la combinazione motore-elica. Il fenomeno prevede una complessa interazione tra la rigidità del supporto, coppie giroscopiche della combinazione e la frequenza naturale della struttura delle ali. [2]

### 1.2.2. Flutter aerodinamico classico

Da qui in avanti si tratterà il flutter classico aerodinamico, questo tipo di fenomeno è il più comune in profili alari semplificati (le opportune semplificazioni sono spiegate nel capitolo 2) e rappresenta, in primo tentativo, il metodo più efficace per lo studio del comportamento aeroelastico del prototipo.

Il flutter è un fenomeno pericoloso riscontrato in strutture flessibili soggette a forze aerodinamiche, più l'interazione con le forze inerziali ed elastiche. In un profilo alare, all'aumentare della velocità del vento, potrebbe esserci un punto in cui lo smorzamento strutturale è insufficiente, e questa vibrazione potrebbe causare guasti strutturali oppure anche incidenti mortali. Pertanto è essenziale mettere in considerazione le caratteristiche del flutter al momento della progettazione dell'aeroplano.

Il movimento flutter può essere iniziato da una rotazione del profilo (figura 1.4. in  $t=0$ ). Ulteriore incremento delle forze causa la salita del profilo (fino alla massima ampiezza), la rigidità torsionale della struttura tende a tornarlo al zero rotazionale (figura 1.4. in  $t=T/4$ ) mentre la rigidità flessionale tende a tornarlo a la posizione neutra, però questa volta con un movimento di discesa (figura 1.4. in  $t=T/2$ ). Seguendo questo movimento di discesa e nuovamente con un incremento delle forze, il profilo si trasla al punto di massima ampiezza (parte negativa) e ancora la rigidità torsionale tende a tornarlo al zero rotazionale (figura 1.4. in  $t=3T/4$ ). Il ciclo è completato quando il profilo torna alla posizione neutra con un movimento di salita. È importante sapere che mentre il tempo aumenta il movimento di flessione (Plunge motion) tende ad essere smorzato, invece il

movimento rotazionale (Rotation motion) diverge. Se si permette di continuare il movimento le forze prodotte per la rotazione possono causare guasti strutturali.

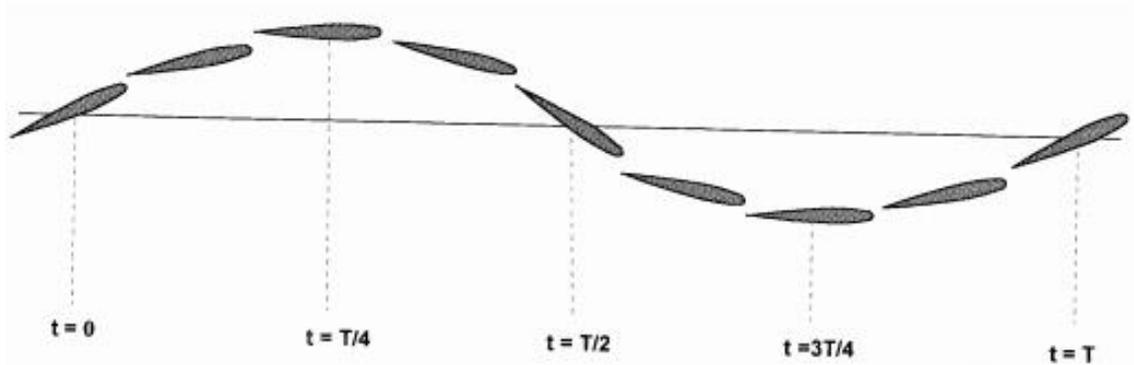


Figura. 1.4. Movimenti di rotazione e flessione (Rotation and Plunge Motion) per un profilo sotto fenomeno di Flutter [2]

Il flutter è causato per la coalescenza di due modi di vibrazione strutturale (Pitch and Plunge or wing-bending motion), per cui il profilo ha due gradi di libertà oppure due modi naturali di vibrazione. Il movimento di rotazione è anche detto Pitch motion, invece il movimento verticale su e giù è detto Bending mode (Plunge motion), tutti due sulla punta dell'ala. Come la velocità del flusso attraverso il profilo aumenta allora le frequenze si intersecano e vengono a creare insieme un modo proprio di vibrazione alla frequenza e condizione del flutter. Questa è conosciuta come "Flutter resonance" [2]

In base alla figura 1.4. si ha un esempio fondamentale per capire il comportamento del flutter sul profilo. Forze aerodinamiche eccitano il sistema massa-molla (figura 1.5.); la molla lineare (Plunge spring) rappresenta la rigidità a flessione (Bending stiffness) della struttura e la molla torsionale (Rotation spring) rappresenta la rigidità torsionale (Torsional stiffness). La forma del profilo determina il centro delle pressioni. Il baricentro è determinato dalla distribuzione di massa della sezione trasversale.

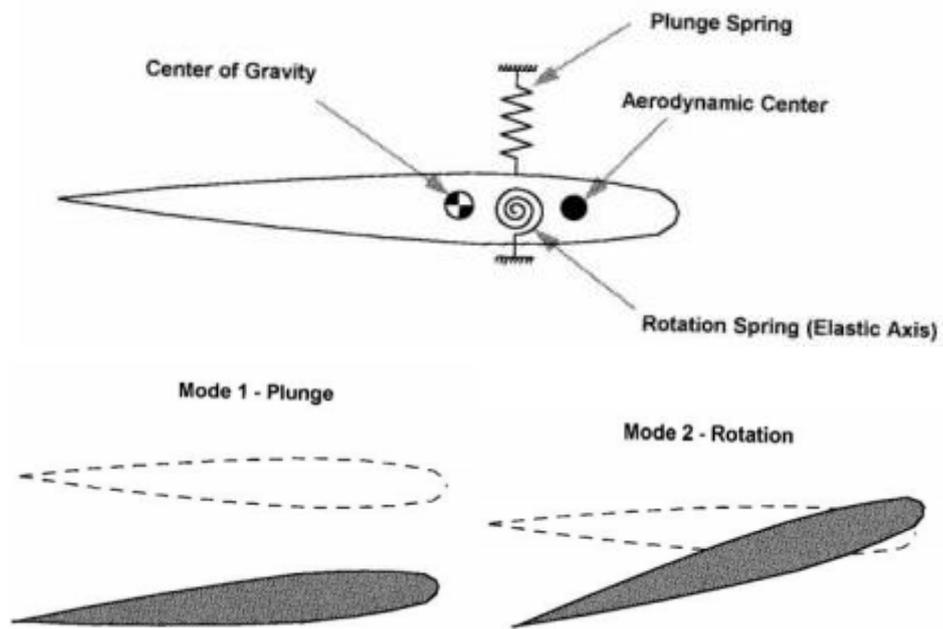


Figura. 1.5. Modello e modi di vibrare profilo semplificato [2].

A titolo di esempio, nella figura 1.6. si presenta il modello di un profilo con superficie di controllo estesa. Invece, nella figura 1.5. si rappresenta il modello su cui si farà la modellazione. L'azione e comportamento delle forze aerodinamiche è mostrato nella figura 1.7.

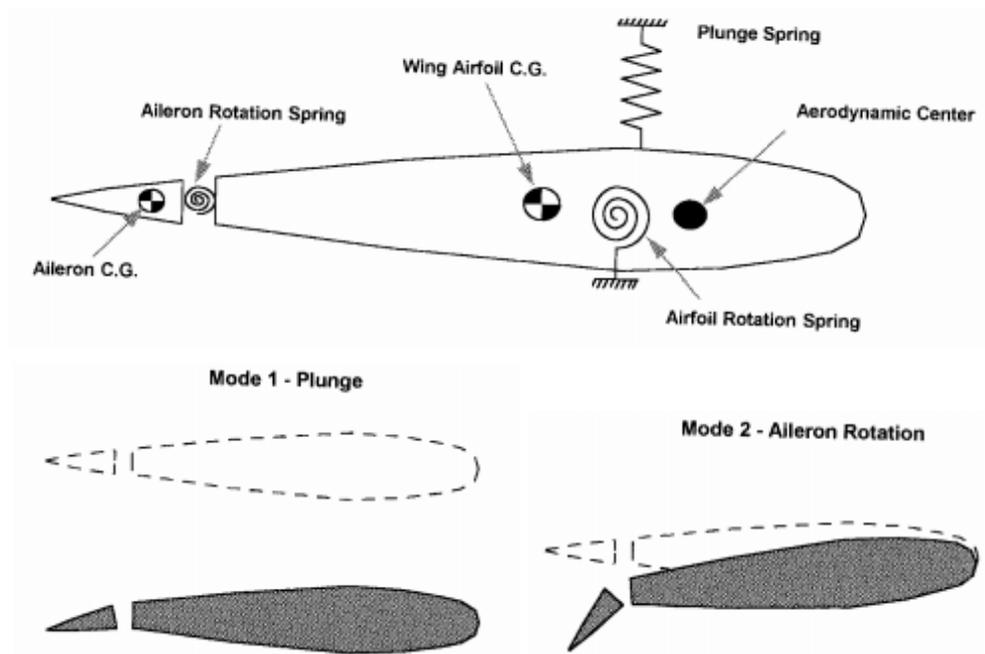
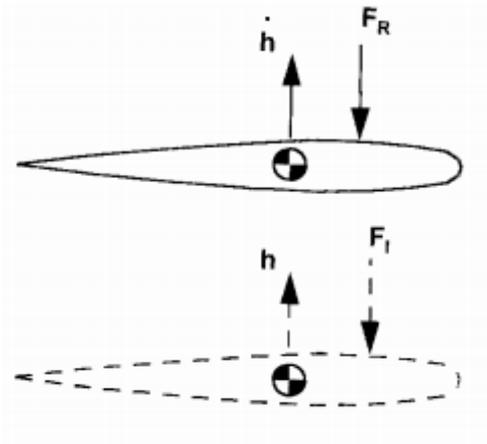


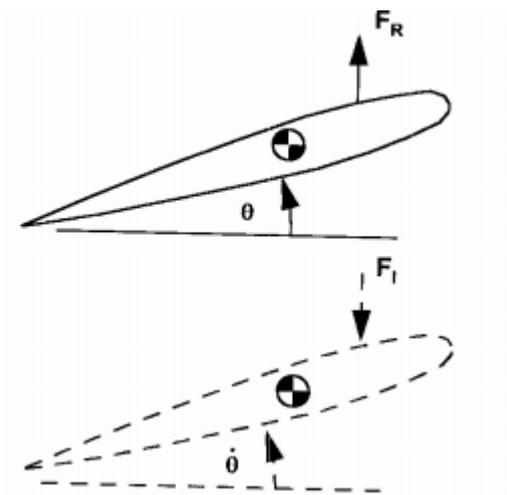
Figura. 1.6. Modello e modi di vibrare profilo con superficie di controllo estesa. Figura. 1.7. rullo



### Forze aerodinamiche dovute alla traslazione (Plunge motion)

Componente reale. In fase con lo spostamento  $h$ , segno opposto. (Plunge Damping)

Componente immaginaria. In fase con lo spostamento  $h$ , segno opposto. (Plunge Stiffening)



### Forze aerodinamiche dovute alla rotazione (Rotation motion)

Componente reale. In fase con l'angolo  $\theta$ , stesso segno. (Rotation Destiffening)

Componente immaginaria. In fase con l'angolo  $\theta$ , segno opposto. (Rotation Damping)

Figura. 1.8. Comportamento delle forze aerodinamiche [2]

## 2. CAPITOLO 2. CARATTERIZZAZIONE DEI PROFILI AERODINAMICI

La modellazione e generazione di un profilo alare dovrà essere basata in caratteristiche e comportamenti già studiati. Nella progettazione di un nuovo prototipo si devono garantire e rispettare con accuratezza le geometrie e dimensioni di qualcosa del genere già fatta. Per cui, si introduce un metodo di similitudine tra modello (scala reale) e prototipo.

### 2.1. Teorema di similitudine: $\pi$ -Buckingham

Attualmente in tanti casi dell'ingegneria, le equazioni del problema non sono conosciute o possono essere abbastanza difficile da risolvere; la maggior parte del tempo è necessaria la sperimentazione per ottenere risultati confiabili. Più di questi esperimenti si fanno su prototipi a scala geometrica, invece di modelli reali, con l'obiettivo di risparmiare soldi e tempo. L'analisi dimensionale è un potente strumento per l'ingegneria e la scienza. Qui la combinazione di variabili dimensionali, variabili adimensionali e costanti dimensionali possono ridurre in modo significativo i parametri di un problema. I tre principali scopi dell'analisi dimensionale sono. [3]

- ❖ Generare parametri adimensionali che permettono la progettazione di esperimenti (fisici e numerici), così come i risultati.
- ❖ Ottenere leggi di progettazione affinché si possa predire il funzionamento del modello reale a partire dal funzionamento del prototipo.
- ❖ Predire (alcune volte) la tendenza nel rapporto tra i parametri.

Il teorema di  $\pi$ -Buckingham conosciuto anche come il *metodo delle variabili ripetute* [3] funziona con base al principio di similitudine. Esistono tre condizioni necessari per similitudine assoluta tra un modello e un prototipo. [3]

- ❖ **Similitudine geometrica:** il prototipo deve avere la stessa forma del modello reale, però possono stare scalati da un fattore di scala costante.
- ❖ **Similitudine cinematica:** questo significa che la velocità in qualsiasi punto del flusso sul prototipo deve essere proporzionale (fattore di scala costante) alla velocità nello stesso punto sul modello. Specificamente per similitudine cinematica la velocità deve essere scalata in modulo e con la stessa direzione relativa.
- ❖ **Similitudine dinamica:** si ottiene quando tutte le forze nel flusso sul prototipo sono scalati a tutte le forze nel flusso sul modello. Questa è la condizione più ristretta dell'analisi dimensionale; già che garantendo le similitudine geometrica e cinematica non si può garantire una similitudine assoluta, vuol dire che si devono soddisfare tutti tre.

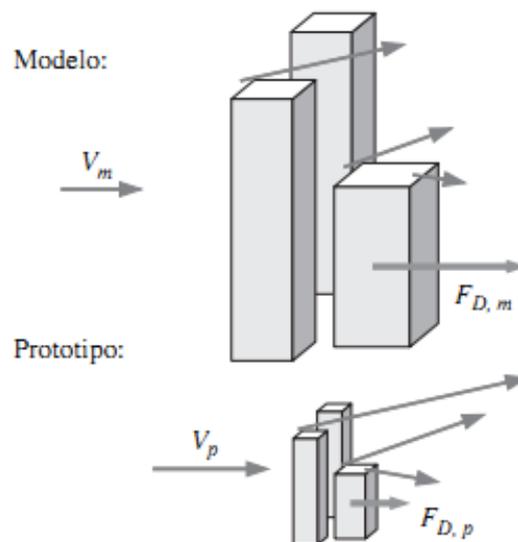


Figura. 2.1. Analisi dimensionale. Similitudine assoluta. [3]

È importante avere conto che il fattore di scala può essere minore, uguale o maggiore della unità, tutto ciò dipende delle condizioni di funzionamento.

## 2.2. Teorema di $\pi$ su profili aerodinamici [3]

Analisi applicato al profilo della figura 2.2. Portanza ( $F_L$ ) su un ala con lunghezza di corda ( $L_c$ ) ad un angolo d'attacco  $\alpha$  in un flusso d'aria con velocità costante  $V$ , densità  $\rho$ , viscosità  $\mu$  e velocità del suono  $c$ . L'angolo d'attacco è misurato con rispetto alla direzione del flusso.

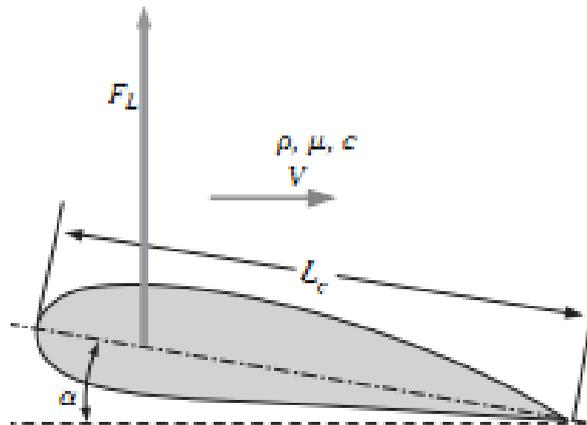


Figura. 2.2. Profilo aerodinamico soggetto ad analisi dimensionale [3]

- ❖ **Step 1:** il problema presenta sette parametri ( $n=7$ ) tra variabili e costanti. Con questi si fa un elenco funzionale, dove si evidenzia la variabile dipendente in funzione dei parametri indipendenti.

$$F_L = f(V, L_C, \rho, \mu, \alpha, c)$$

- ❖ **Step 2:** si elencano le dimensioni primarie di ogni parametro (massa, lunghezza, tempo). Ricordare che l'angolo d'attacco è adimensionale.

$F_L$	$V$	$L_C$	$\rho$	$\mu$	$c$	$\alpha$
$[m^1L^{-1}t^2]$	$[L^1t^{-1}]$	$[L^1]$	$[m^1L^{-3}]$	$[m^1L^{-1}t^{-1}]$	$[L^1t^{-1}]$	

- ❖ **Step 3:** in primo tentativo il numero di dimensioni primarie sono 3 ( $j=3$ ). Per questo motivo la quantità di numeri  $\pi$  sarà:

$$K = n - j = 7 - 3 = 4$$

- ❖ **Step 4:** si ha bisogno di scegliere tre parametri ripetuti, già che  $j=3$ . A seconda dei criteri del metodo di calcolo non si può prendere la variabile dipendente  $F_L$ , neanche si può scegliere l'angolo d'attacco perchè è già adimensionale. Non è possibile utilizzare allo stesso tempo  $V$  e  $C$ , dovuto a che i suoi dimensioni sono le stesse. L'opzione più adatta in questo caso sarà di prendere in considerazione  $V$ ,  $L_C$ ,  $\rho$ .
- ❖ **Step 5:** si genera il numero  $\pi$  dipendente. Questo come combinazione lineare tra la variabile dipendente e quelli tre indipendenti. (Scelte nello step 4)

$$\Pi_1 = F_L V^{a_1} L_C^{b_1} \rho^{c_1} \rightarrow [\Pi_1] = [(m^1 L^1 t^{-2})(L^1 t^{-1})^{a_1} (L^1)^{b_1} (m^1 L^{-3})^{c_1}]$$

Il metodo di calcolo si base in forzare la  $\Pi$  a che sia adimensionale. Vuol dire, dimensioni primarie con esponente zero.

$$[m^0 L^0 t^0] = [(m^1 L^1 t^{-2})(L^1 t^{-1})^{a_1} (L^1)^{b_1} (m^1 L^{-3})^{c_1}]$$

$$m: \quad 0 = 1 + c_1 \rightarrow c_1 = -1$$

$$L: \quad 0 = 1 + a_1 + b_1 - 3c_1 \rightarrow b_1 = -2$$

$$t: \quad 0 = -2 - a_1 \rightarrow a_1 = -2$$

Dunque:

$$\Pi_1 = \frac{F_L}{V^2 L_C^2 \rho}$$

Dove  $\Pi_1$  è lo più simile al *Coefficiente di portanza*, questo può essere scritto in termini di area e non di lunghezza, per quello si ha una forma modificata da un fattore costante senza alterare il risultato:

$$\Pi_1 = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho V^2 A} = C_L$$

In forma simile, si ripete lo step 5 per gli altri tre numeri  $\pi$ .

$$\Pi_2 = \mu V^{a_1} L_C^{b_1} \rho^{c_1} \rightarrow [\Pi_1] = [(m^1 L^{-1} t^{-1})(L^1 t^{-1})^{a_1} (L^1)^{b_1} (m^1 L^{-3})^{c_1}]$$

$$[m^0 L^0 t^0] = [(m^1 L^{-1} t^{-1})(L^1 t^{-1})^{a_1} (L^1)^{b_1} (m^1 L^{-3})^{c_1}]$$

$$\text{m:} \quad 0 = 1 + c_1 \rightarrow c_1 = -1$$

$$\text{L:} \quad 0 = -1 + a_1 + b_1 - 3c_1 \rightarrow b_1 = -1$$

$$\text{t:} \quad 0 = -1 - a_1 \rightarrow a_1 = -1$$

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho V L_C}$$

Conosciuto come l'inverso del numero di Reynolds. Quindi modificando si ha:

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho V L_C} = R_e$$

Il terzo numero adimensionale sarà:

$$\Pi_3 = c V^{a_1} L_C^{b_1} \rho^{c_1} \rightarrow [\Pi_1] = [(L^1 t^{-1})(L^1 t^{-1})^{a_1} (L^1)^{b_1} (m^1 L^{-3})^{c_1}]$$

$$[m^0 L^0 t^0] = [(L^1 t^{-1})(L^1 t^{-1})^{a_1} (L^1)^{b_1} (m^1 L^{-3})^{c_1}]$$

$$\text{m:} \quad 0 = c_1 \rightarrow c_1 = 0$$

$$\text{L:} \quad 0 = 1 + a_1 + b_1 - 3c_1 \rightarrow b_1 = 0$$

$$\text{t:} \quad 0 = -1 - a_1 \rightarrow a_1 = -1$$

$$\Pi_3 = \frac{c}{V}$$

Conosciuto come l'inverso del numero di Mach.. Quindi modificando si ha:

$$\Pi_3 = \frac{V}{c} = M_a$$

Finalmente, visto che l'angolo d'attacco è adimensionale allora forma un gruppo  $\Pi$  da solo. Per quello si ha:

$$\Pi_4 = \alpha$$

La relazione funzionale sarà:

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} = f(R_e, M_\alpha, \alpha) \quad 2-1$$

Per raggiungere la similitudine dinamica si deve garantire che i tre parametri adimensionali dell'equazione 2.1 siano uguali tra modello e prototipo. Dal lato dell'angolo d'attacco è semplice garantirlo, mentre dal lato del Reynolds y numero di Mach, non è così diretto. Il numero di Reynolds per un profilo aeronautico raggiunge valori dell'ordine dei milioni, mentre che per un profilo sperimentale in terra sarà qualche centinaia.; per questo motivo si avrebbe bisogno di una galleria di vento abbastanza potente, con valori di velocità dell'ordine di 100 m/s approssimativamente. Per essere sicuri di ottenere risultati accettabili in primo tentativo, si può ipotizzare che la similitudine dinamica dipenderà direttamente dall'angolo d'attacco e dal numero di Mach, mentre che sarà dipendente ma di forma indiretta dal numero di Reynolds; questo implica di mettere in evidenza un numero massimo di Mach sotto il quale il flusso sarà incomprimibile, riducendo altamente la complessità del calcolo.

Secondo la meccanica dei fluidi, fino a un valore di Mach pari a 0.3 si può garantire che il flusso è incomprimibile [4], quindi, modello e prototipo possono essere in similitudine dinamica.

### 2.3. Profili aerodinamici

Il profilo alare è la sezione di un'ala condotta secondo un piano verticale e parallelo alla mezzeria dell'ala stessa. Anche le sezioni di una pala di turbomacchina o di un'elica

propulsiva sono costruite secondo i principi dei profili alari. La forma dei profili alari tende a creare una differenza di pressione tra le due facce: una volta che il fluido (aria, acqua od altro) investe il profilo con l'opportuno angolo d'attacco, si genera una sovrappressione sulla pancia ed una depressione sul dorso del profilo stesso.



Figura. 2.3. Profilo investito da flusso d'aria. Generazione di portanza [5]

Questa distribuzione di pressione fa sì che le particelle di fluido generino una forza diretta grosso modo verticalmente, dal basso verso l'alto, che lo sostiene. La componente perpendicolare alla corrente indisturbata, la portanza, cresce in maniera pressochè lineare al crescere dell'angolo d'attacco del profilo fino ad un valore critico, chiamato *angolo di incidenza critico* o *angolo d'attacco aerodinamico critico* [6]. Aumentando ulteriormente l'angolo d'attacco si raggiunge un massimo della portanza ad un valore chiamato *angolo di incidenza di stallo* o *angolo d'attacco di stallo*, oltre il quale si ha lo stallo del profilo (i filetti fluidi perdono la loro aderenza e si distaccano dall'estradosso [7]), al quale si riscontra una diminuzione della portanza ed un aumento della resistenza aerodinamica [6].

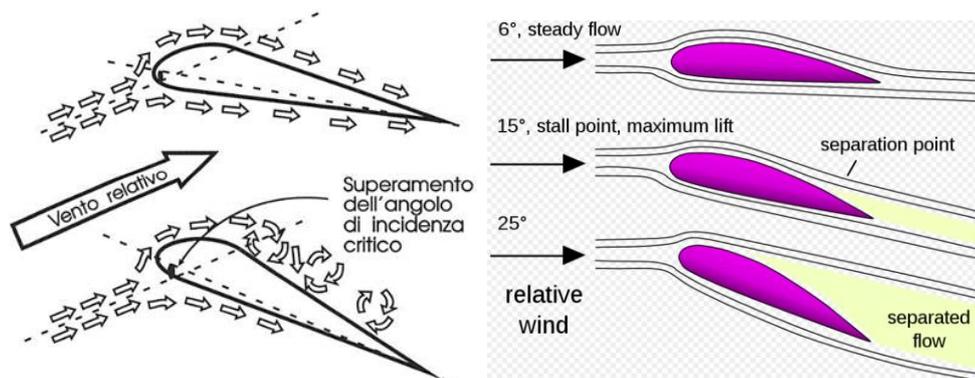
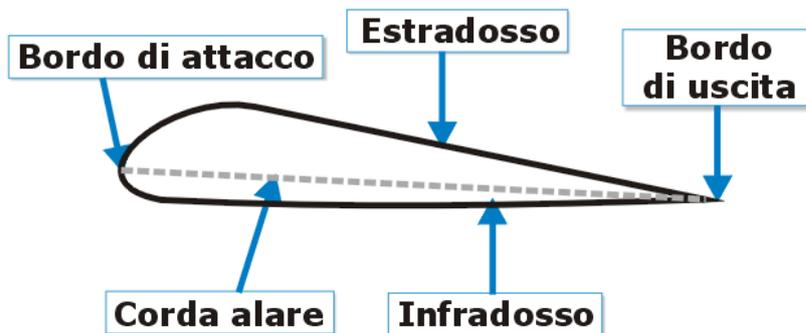


Figura. 2.4. Stallo su profilo aerodinamico [7]

In un profilo si riconoscono i seguenti elementi geometrici caratteristici [6]:

- ❖ **Bordo d'attacco:** il punto geometricamente più avanzato del profilo.
- ❖ **Bordo d'uscita:** il punto geometricamente più arretrato del profilo.
- ❖ **Corda:** la linea retta che unisce il bordo d'attacco con il bordo d'uscita.
- ❖ **Dorso:** la linea che delimita superiormente il profilo.
- ❖ **Ventre o Infradosso:** la linea che delimita inferiormente il profilo.
- ❖ **Spessore:** la distanza tra dorso e ventre.
- ❖ **Freccia:** distanza tra linea media e corda misurata perpendicolarmente alla corda.



*Figura. 2.5. Elementi geometrici del profilo alare [6]*

### 2.3.1. Forze aerodinamiche su profili alari

Uno dei risultati più importanti dell'aerodinamica è la determinazione delle forze aerodinamiche che agiscono su un corpo. Il loro calcolo preciso è di importanza fondamentale nel progetto di un velivolo, di una barca a vela o di un'autovettura da corsa [8]. In condizioni particolari di un profilo con movimento orizzontale rettilineo uniforme investito da un flusso d'aria, esistono quattro forze:

- ❖ Il peso del velivolo ( $W$ ) dovuto alla forza della gravità. (dall'inglese Weight)

- ❖ La spinta dei motori (T). (dall'inglese Thrust)
- ❖ la forza aerodinamica di resistenza (R). (dall'inglese Drag)
- ❖ la forza aerodinamica di portanza (L). (dall'inglese Lift)

Spesso nel campo aeronautico si parla di forza aerodinamica risultante o complessiva (F), costituita per la somma vettoriale della portanza e la forza di resistenza.

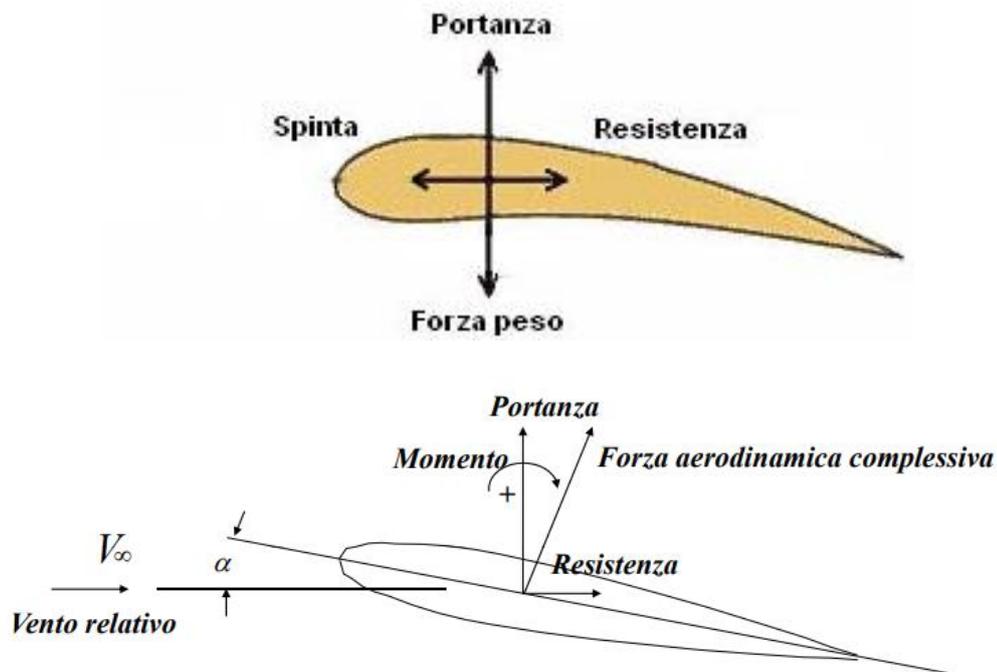


Figura. 2.6. Forze agenti su un profilo alare [8][9]

- ❖ **Portanza:** è definita come la forza aerodinamica agente in direzione perpendicolare alla direzione del vento che investe il profilo e permette al profilo di alzarsi. Essa è positiva se orientata verso l'alto. La portanza è generata dalla differenza di pressione fra la parte inferiore e quella superiore di un velivolo. Allo sviluppo della portanza può contribuire tutto il velivolo, ma il contributo maggiore è dovuto all'ala [10].

La particolare forma del profilo alare permette di avere una differenza di velocità del fluido fra l'estradosso o dorso (parte superiore dell'ala) e l'intradosso o ventre

(parte inferiore dell'ala). Conoscendo il coefficiente di portanza di un profilo (o di un corpo) è possibile risalire alla portanza [8]:

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S * C_L \quad 2-2$$

Dove:

- $\rho$  è la densità dell'aria.
- $V$  è la velocità del profilo.
- $S$  sarà la superficie alare.
- $C_L$  è il coefficiente di portanza. Esso varia in funzione della forma geometrica dell'ala, dell'angolo d'attacco, del numero di Reynolds e del numero di Mach. In particolare per angoli d'attacco inferiori all'angolo di stallo è possibile esprimere il coefficiente di portanza come [8]:

$$C_L = C_{L\alpha} * \alpha \quad 2-3$$

Dove con  $\alpha$  si è indicata l'incidenza del profilo (angolo formato dalla corda del profilo con la direzione del vento indisturbato che lo investe). Oltre l'angolo di stallo tale relazione lineare non è più valida e si nota un brusco decremento del coefficiente di portanza.

❖ **Resistenza:** è definita come la forza aerodinamica agente in direzione parallela (e con verso opposto) alla direzione del moto. Essa è composta fundamentalmente da quattro termini [8]:

- **Resistenza d'attrito:** dovuta alla viscosità del fluido. Normalmente rappresenta circa il 60% della resistenza totale.
- **Resistenza di forma:** La resistenza di forma è dovuta alla particolare forma del corpo ed è dovuta al distacco dello strato limite.
- **Resistenza indotta (o resistenza di vortice):** è dovuta alla presenza della portanza. Sull'estradosso del profilo alare la pressione è inferiore

rispetto all'intradosso. Le equazioni di Navier-Stokes stabiliscono che in tali condizioni il flusso d'aria tenderà a passare dall'intradosso all'estradosso dove questo sia possibile. In un'ala di lunghezza finita questo si verifica in corrispondenza delle estremità alari.

- **Resistenza d'onda:** è presente solo quando si vola a velocità prossime o maggiori di quelle del suono [11].

Conoscendo il coefficiente di resistenza si può ricavare la resistenza come:

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S * C_D \quad 2-4$$

Dove:

- $\rho$  è la densità dell'aria.
  - $V$  è la velocità del profilo.
  - $S$  sarà la superficie alare.
  - $C_l$  è il coefficiente di resistenza. Esso varia in funzione della forma geometrica dell'ala, dell'angolo d'attacco, del numero di Reynolds e del numero di Mach [12].
- ❖ **Forza aerodinamica totale (F.A.T) [13]:** è chiamata totale perchè vengono generate le due forze sopra descritte e questa è la somma di entrambe (figura 2.7). Il flusso dell'aria che investe il profilo alare si divide passando in parte sopra all'ala e in parte sotto; quella che passa nella parte superiore si trova a dover compiere una strada più lunga e dover, quindi, accelerare per ricongiungersi alla fine del profilo. Ma a maggior velocità corrisponde una minore pressione statica e quindi, sulla parte superiore dell'ala, si ha una depressione durante il volo.

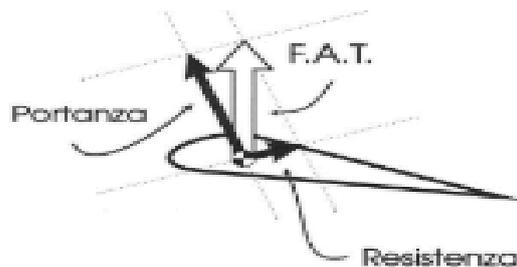


Figura. 2.7. Forze che compongono F.A.T. [14]

La parte d'aria che passa al di sotto dell'ala la colpisce direttamente e quindi genera una pressione dinamica detta sovrappressione. Ecco che la F.A.T. è generata per  $2/3$  dalla depressione superiore e da  $1/3$  dalla sovrappressione inferiore. (figura 2.8)

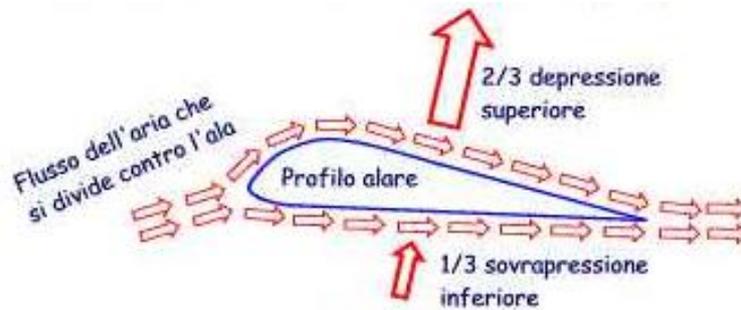


Figura. 2.8. Generazione F.A.T. [13]

- ❖ **Centro di pressione:** Il centro di pressione di un profilo alare è il punto in cui possiamo immaginare applicata la risultante delle forze fluidodinamiche agenti sul profilo stesso. Il momento fluidodinamico agente rispetto al centro di pressione è nullo, perché è nullo il braccio della risultante delle forze aerodinamiche [6].

Al variare dell'angolo d'attacco del profilo rispetto alla corrente, varierà la posizione del centro di pressione; però nei profili simmetrici si può ipotizzare che per angoli d'attacco piccoli questa posizione rimane costante e circa uguale ad un quarto della lunghezza di corda [15].

- ❖ **Centro aerodinamico:** è definito come il punto dove il momento aerodinamico non viene modificato al variare l'angolo d'attacco. Per angoli piccoli, è stato comprobato sperimentalmente che questo punto si trova ad un quarto della lunghezza di corda, essendo costante e, nel caso di profilo simmetrico coincidendo con il centro di pressione [15].

### 2.3.2. Tipi di profili [6]

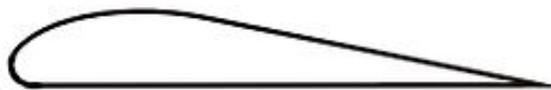
La prima distinzione in ampie categorie viene effettuata analizzando le curvature dell'estradosso e dell'intradosso:

- ❖ **Concavo-convesso:** sia l'intradosso che l'estradosso hanno la parte centrale della curvatura più in alto rispetto ai punti di ingresso e di uscita (relativamente alla parte 'piena' dell'ala, quindi, l'estradosso appare convesso mentre l'intradosso appare concavo). Questo profilo era utilizzato negli aerei antichi ed è attualmente utilizzato per alcuni ultraleggeri.



*Figura. 2.9. Profilo Concavo convesso*

- ❖ **Concavo-convesso moderno:** è più simile ad un piano convesso, rispetto a quello precedente, ed ha ottime prestazioni alle basse velocità, pertanto viene quasi universalmente utilizzato negli alianti. In genere è anche un profilo laminare.
- ❖ **Piano-convesso:** l'estradosso è come nel caso precedente, mentre l'intradosso è piatto. È un tipo di profilo non ottimale, ma economico. Attualmente è utilizzato in alcuni aerei da turismo.



*Figura. 2.10. Profilo Piano convesso*

- ❖ **Biconvessi:** intradosso ed estradosso hanno curvature opposte. Se i profili, pur curvati in senso opposto, sono differenti, si parla di profili biconvessi asimmetrici (figura 2.11), mentre, se hanno identica forma, si parla di profili simmetrici (figura 2.12). I primi sono nella maggior parte degli aerei odierni, i secondi per gli aerei acrobatici, e sono universalmente utilizzati per i piani di coda.



Figura. 2.11. Profilo Biconvesso asimmetrico



Figura. 2.12. Profilo Biconvesso simmetrico

- ❖ **Laminari:** sono i profili, che, indipendentemente dal loro spessore, riescono a mantenere un flusso non turbolento su una parte rilevante della propria corda. Questa caratteristica si ottiene attraverso lo spostamento del massimo spessore del profilo più verso il bordo di uscita, rispetto ai profili più tradizionali; il che consente di avere uno strato limite laminare più lungo. I profili laminari, o a flusso laminare, oppongono una resistenza minore all'avanzamento, ma solo entro un limitato range di angoli di incidenza rispetto al flusso.



Figura. 2.13. Profilo Concavo convesso laminare

### 2.3.3. Profilo alare NACA [16]

I profili alari NACA sono particolari forme di profilo alare di ali di aeromobili studiati dalla National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) statunitense. La forma di un profilo alare NACA è descritta mediante la parola “NACA” seguita da un numero. I valori presenti in tale codice numerico possono essere inserite nelle equazioni per calcolare le proprietà della sezione alare.

Le sezioni alari NACA a quattro cifre definiscono il profilo in questo modo:

- ❖ La prima cifra indica la curvatura massima come percentuale della corda.

- ❖ La seconda cifra fornisce la distanza del punto di massima curvatura dal bordo d'attacco espressa come percentuale della corda e in multipli di 10.
- ❖ Le ultime due cifre descrivono il massimo spessore del profilo alare espresso come percentuale della corda.

Ad esempio, il profilo alare NACA 2412 presenta una curvatura massima del 2%, situata al 40% della corda partendo dal bordo d'attacco e ha uno spessore massimo del 12% della corda. Nella serie a quattro cifre lo spessore massimo è sempre posizionato al 30% della corda, sempre partendo dal bordo d'attacco.

Per altra parte, il profilo NACA 0015 è simmetrico, in quanto le cifre 00 indicano che non vi è curvatura. Il 15 indica che lo spessore massimo è il 15% della sua lunghezza.

- ❖ **Equazione per la generazione di un profilo NACA a 4 cifre simmetrico:** la formula per generare la forma di un profilo alare NACA 00xx, dove “xx” va sostituito con lo spessore massimo espresso come percentuale della corda, è:

$$y_t = 5tc * \left[ 0.2969 \sqrt{\frac{x}{c}} + (-0.1260) \left(\frac{x}{c}\right) + (-0.3516) \left(\frac{x}{c}\right)^2 + 0.2843 \left(\frac{x}{c}\right)^3 + (-0.1015) \left(\frac{x}{c}\right)^4 \right] \quad 2-5$$

Dove:

- C è la lunghezza della corda.
- X è la posizione lungo la corda da 0 a C.
- $y_t$  è metà dello spessore ad un dato valore di x.
- t è lo spessore massimo espresso come frazione della corda, in modo che 100 t sia uguale alle ultime due cifre del codice NACA.

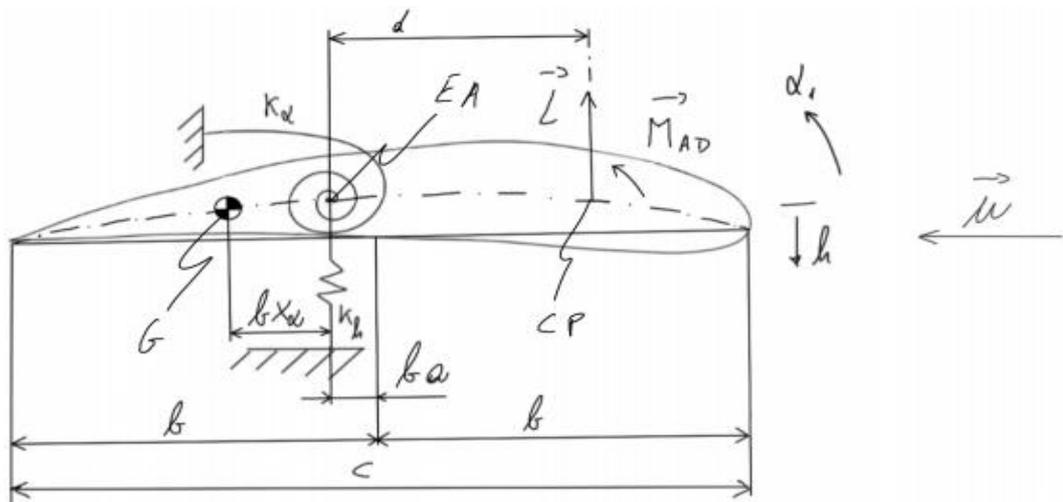
## 3. CAPITOLO 3. MODELLAZIONE DEL PROTOTIPO

### 3.1. Geometria

La generazione del profilo alare è ottenuta in due step successivi. Il primo, che può essere detto di primo tentativo sarà quella parte della modellazione matematica e di calcolo, dove si potrà stabilire se è opportuno eseguire il secondo step, detto progettazione costruttiva (corrispondente a svolgimenti futuri). Per la caratterizzazione della geometria è stato necessario eseguire una serie d'ipotesi che contribuiscono a condizioni reali di funzionamento:

- ❖ Profilo sotto condizioni di flutter aerodinamico classico.
- ❖ Il flusso d'aria attraverso il profilo sarà stazionario.
- ❖ Profilo in similitudine assoluta con modelli reali. Sono applicati i tre tipi di similitudine della sezione 2.1 e l'equazione 2.1. In questo caso il modello reale sarà il profilo **xf-b737b-il MIDISPAN AIRFOL** usato attualmente come profilo alare di Airbus A-320 e Boeing 737 [17].
- ❖ Profilo di tipo simmetrico, con centro di pressione trovato ad un quarto di corda (dal bordo d'attacco) e coincidente con il centro aerodinamico. Quindi, entrambi rimangono costanti al variare l'angolo d'attacco.
- ❖ L'asse elastico si trova fra il centro di pressione e il baricentro del profilo (figura 3.1). Questa posizione potrà essere modificata in future prove sperimentali con la finalità di conoscere diversi comportamenti sotto il fenomeno del flutter.
- ❖ I parametri elastici sono concentrati in due molle. Questi sono simulati come un albero flessibile con rigidità torsionale e lineare nota. Per quanto riguarda il profilo, è considerato rigido.

Finalmente il prototipo può essere modellato come:



G	baricentro
CP	centro di pressione
EA	intersezione dell'asse elastico con il piano consentente il profilo
c	corda
d	distanza del centro di pressione da EA
b	semicorda
ba	distanza orizzontale tra EA e il punto medio della corda, dove a è un coefficiente adimensionale compreso tra 0 e 1
$bx_\alpha$	distanza orizzontale tra G e EA, dove $x_\alpha$ è un coefficiente adimensionale compreso tra 0 e 1
$K_\alpha$	rigidezza della molla torsionale
$K_h$	rigidezza della molla lineare
$\alpha$	angolo di torsione
h	spostamento verticale del centro elastico, dovuto alla flessione
$\vec{u}$	velocità del vento
$\vec{L}$	portanza
$\vec{M}_{AD}$	momento aerodinamico

Figura. 3.1. Rappresentazione grafica del prototipo

### 3.2. Equazioni del moto. Sistema a due gradi di libertà

Il sistema è descritto da due coordinate lagrangiane ( $h$  e  $\alpha$ ), a cui sono associati due richiami elastici; gli spostamenti verticali sono considerati nulli nella configurazione di riposo, mentre la rotazione inizierà con un angolo d'incidenza diverso da zero. La velocità del vento genera i carichi aerodinamici applicati nel centro di pressione e riconducibili alla portanza  $L$  ed al momento aerodinamico  $M_{AD}$ .

Per scrivere le leggi del moto utilizziamo l'equazione di Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial J}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad 3-1$$

Dove:

- ❖ **T**: energia cinetica associata agli spostamenti del sistema
- ❖ **V**: energia potenziale elastica associata agli spostamenti del sistema
- ❖ **J**: termine dissipativo prodotto da forze viscose
- ❖ **q<sub>i</sub>**: coordinata generalizzata i-esima
- ❖ **Q<sub>i</sub>**: forza generalizzata i-esima

Considerando:

$$q_1 = h$$

$$q_2 = \alpha$$

Definiamo la coordinata  $x$  giacente sull'asse orizzontale, con origine in EA ed orientata verso il bordo di uscita, come in figura 3.2

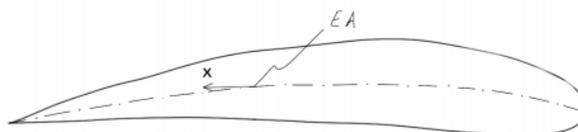


Figura. 3.2. Sistema di riferimento

L'energia cinetica associata al sistema è pari a:

$$T = \frac{1}{2} \int (\dot{h} + x\dot{\alpha})^2 dm$$

Riscrivendo:

$$T = \frac{1}{2} \int (\dot{h} + x\dot{\alpha})^2 dm = T = \frac{1}{2} \int [\dot{h}^2 + 2x\dot{h}\dot{\alpha} + (x\dot{\alpha})^2] dm$$

Considerando ogni termine, si ottiene per il primo:

$$\frac{1}{2} \int \dot{h}^2 dm = \frac{1}{2} m\dot{h}^2$$

Nel secondo termine solo  $x$  è legato a  $dm$ , e l'integrale è il momento statico rispetto all'asse ortogonale a  $x$ :

$$S_a = \int x dm = mbx_a$$

Pertanto si ha:

$$\frac{1}{2} \int 2x\dot{h}\dot{\alpha} dm = S_a\dot{h}\dot{\alpha}$$

Il terzo e ultimo termine coinvolge il momento di inerzia del profilo rispetto all'asse elastico:

$$I_a = \int x^2 dm$$

Quindi, si ha:

$$\frac{1}{2} \int (x\dot{\alpha})^2 dm = \frac{1}{2} I_a \dot{\alpha}^2$$

Finalmente, l'equazione dell'energia cinetica diventa:

$$T = \frac{1}{2} \int (\dot{h} + x\dot{\alpha})^2 dm = \frac{1}{2} m \dot{h}^2 + S_a \dot{h} \dot{\alpha} + \frac{1}{2} I_a \dot{\alpha}^2 \quad 3-2$$

Con un termine legato alla traslazione, un altro alla rotazione e un terzo alla combinazione dei due tramite il momento statico. Dall'altra parte l'energia potenziale elastica accumulata dalla struttura vale:

$$V = \frac{1}{2} (k_h h^2 + k_\alpha \alpha^2) \quad 3-3$$

Le equazioni del moto che si ottengono sostituendo le relazioni 3-2 e 3-3 in 3.1 sono:

$$\begin{aligned} m\ddot{h} + S_a\ddot{\alpha} + k_h h &= Q_h \\ S_a\ddot{h} + I_a\ddot{\alpha} + k_\alpha \alpha &= Q_\alpha \end{aligned} \quad 3-4$$

Per scrivere interamente le leggi del moto restano da calcolare le due forze generalizzate; prima di passare a ciò si può notare la presenza dei termini di inerzia e dei richiami elastici, per cui per essere un problema d'aeroelasticità dinamica mancano solo le sollecitazioni aerodinamiche.

Per calcolare le forze generalizzate vediamo la solita formulazione del lavoro virtuale. Considerando lo spostamento del centro aerodinamico (verso il basso), su cui agiscono le azioni aerodinamiche si ha:

$$h - \left( ba + \frac{b}{2} \right) \alpha = h - d\alpha$$

Dove allo spostamento del centro elastico (h) si è sommato il contributo dovuto alla rotazione del profilo. Quindi, il lavoro virtuale compiuto dalla portanza ed il momento torcente aerodinamico è:

$$\delta W_{ext} = L - \left[ \delta \left( h - b \left( \frac{1}{2} + a \right) \alpha \right) \right] + M_{AD} \delta \alpha$$

Mettendo in evidenza gli spostamenti virtuali associati a EA, si ha:

$$\delta W_{ext} = L - \left[ \delta \left( h - b \left( \frac{1}{2} + a \right) \alpha \right) \right] + M_{AD} \delta \alpha = -L \delta h + \left[ Lb \left( \frac{1}{2} + a \right) + M_{AD} \right] \delta \alpha$$

Dove i termini che moltiplicano gli spostamenti sono le forze generalizzate.

$$\begin{aligned} Q_h &= -L \\ Q_\alpha &= Lb \left( \frac{1}{2} + a \right) + M_{AD} \end{aligned} \quad 3-5$$

Combinando l'ultimo risultato e l'equazione 3-4 si hanno l'equazioni del moto che rappresentano il profilo con due gradi di libertà:

$$\begin{aligned} m\ddot{h} + S_a\ddot{\alpha} + k_h h &= -L \\ S_a\ddot{h} + I_a\ddot{\alpha} + k_\alpha \alpha &= Lb \left( \frac{1}{2} + a \right) + M_{AD} \end{aligned} \quad 3-6$$

È importante calcolare come varia l'angolo d'attacco in condizione di flutter, questo comportamento dipende della velocità del centro elastico e del flusso relativo d'aria.

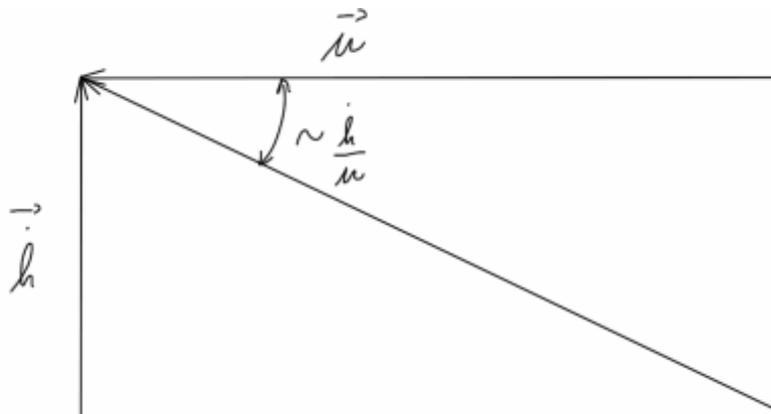


Figura. 3.3. Triangolo di velocità profilo

Pertanto l'angolo di incidenza diventa  $\frac{\dot{h}}{u} + \alpha$ , e il coefficiente di portanza sarà:

$$C_l = C_{L\alpha} \left( \alpha + \frac{\dot{h}}{u} \right) \quad 3-7$$

Con il termine di portanza espresso come:

$$L = \frac{1}{2} \rho_0 u^2 S C_l = q C_{media} L_{profilo} C_{L\alpha} \left( \alpha + \frac{\dot{h}}{u} \right) \quad 3-8$$

Dove:

$q = \frac{1}{2} \rho_0 u^2$ , è conosciuta come la pressione dinamica agente sul profilo.

$S = C_{media} L_{profilo}$ , è la superficie alare del profilo.

Per quanto riguarda il momento aerodinamico, si possono prendere in considerazione i seguenti parametri:

$$M_{AD} = \frac{1}{2} \rho_0 u^2 S * d(C_L + \text{contributo quasi - stazionario})$$

Quando il profilo sperimenta il fenomeno del flutter è possibile dire che questo entra in un flusso quasi-stazionario dove ci sono termini costanti e altri soggetti alla variazione del moto; quindi, il momento aerodinamico è legato sia a parametri costanti sia a un termine derivato aerodinamico instabile. Solitamente nel campo aeronautico questo termine di instabilità viene assunto pari a [21]:

$$C_{L\alpha} M_{\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha} C_{media}}{4u}$$

Dove  $M_{\dot{\alpha}}$  è il termine derivato per *pitch damping* e sarà discusso nella sezione 3.4.2. Il momento prodotto nel centro di pressione risulta:

$$M_{AD} = q C_{media} L_{profilo} C_{L\alpha} * d \left( \alpha + \frac{\dot{h}}{u} + M_{\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha} C_{media}}{4u} \right) \quad 3-9$$

Combinando il sistema di equazioni 3.6 con i risultati in 3.8 e 3.9 si ottiene il sistema matriciale:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m & Sa \\ Sa & I_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{qSC_{L\alpha}}{u} & 0 \\ -\frac{qSC_{L\alpha}}{u} \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) & \frac{-qSC_{L\alpha} d C_{media} M_{\dot{\alpha}}}{4u} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} k_h & qSC_{L\alpha} \\ 0 & k_{\alpha} - qSC_{L\alpha} \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{3-10}$$

Le matrici dell'equazione 3-10 sono usualmente denominate come segue:

$$A = \begin{bmatrix} m & Sa \\ Sa & I_a \end{bmatrix} \quad \text{Massa}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{qSC_{L\alpha}}{u} & 0 \\ -\frac{qSC_{L\alpha}}{u} \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) & \frac{-qSC_{L\alpha} d C_{media} M_{\dot{\alpha}}}{4u} \end{bmatrix} \quad \text{Smorzamento aerodinamico}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & qSC_{L\alpha} \\ 0 & -qSC_{L\alpha} \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) \end{bmatrix} \quad \text{Rigidezza aerodinamica}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Smorzamento strutturale}$$

$$E = \begin{bmatrix} k_l & 0 \\ 0 & k_{\alpha} \end{bmatrix} \quad \text{Rigidezza strutturale}$$

### 3.3. Dimensionamento del prototipo e Layout del sistema

- ❖ Le dimensioni del prototipo sono calcolate in base alla similitudine geometrica che esiste con il profilo modello. Sono presi in considerazione le dimensioni dell'aeroplano commerciali Airbus A-320 (tabella 3-1).

Tabella. 3-1. Dimensioni modello. Airbus A-320 [18]

Lunghezza singola ala [m]	15.075	Corda media [m]	3.785
Corda radice [m]	6.07	Aspect ratio radice	2.48
Corda punta [m]	1.5	Aspect ratio punta	10.05

Conoscendo l'*Aspect ratio modello* tra lunghezza dell'ala e corda nella radice e punta, si ottiene:

Tabella. 3-2. Dimensioni prototipo

<b>Corda radice [m]</b>	30e-2
<b>Lunghezza prototipo[m]</b>	74.4e-2
<b>Corda punta [m]</b>	7.40e-2
<b>Corda media[m]</b>	18.7e-2
<b>Volume prototipo[m<sup>3</sup>]</b>	2.602e-3

Il valore della corda nella radice del prototipo è dato come input con riferimento ad una dimensione normalizzata in stampante 3D. Le altre dimensioni vengono calcolate in base al modello. Lo spessore massimo del profilo è considerato come il 10% della corda media. Pertanto il profilo avrà denominazione NACA 0010.

- ❖ Il baricentro del profilo si trova approssimativamente al 65% della corda (figura 3.4), misurato dal bordo d'attacco e rimane costante (parametro costruttivo). Per calcolare questa posizione è stato usato il calcolatore *Flying Wing CG calculator* [19].

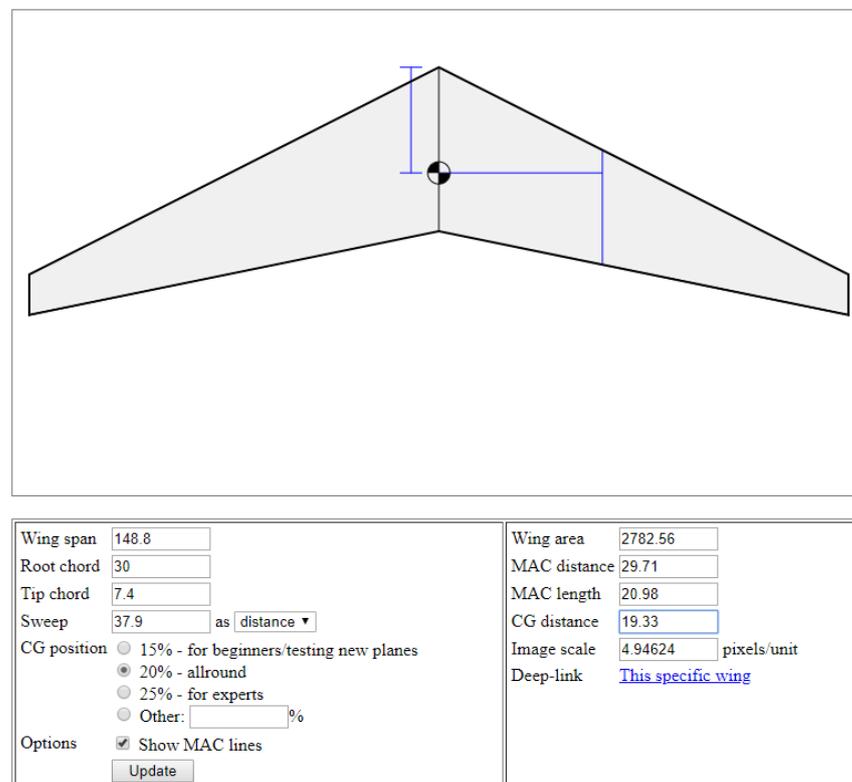


Figura. 3.4. Posizione geometrica del baricentro

- ❖ Per quanto riguarda il materiale per la costruzione del profilo sarà ABS. L'acrilonitrile-butadiene-stirene o ABS è un comune polimero termoplastico utilizzato per creare oggetti leggeri e rigidi, trovando grande applicazione nella realizzazione di prodotti mediante l'utilizzo di macchine di prototipazione rapida che utilizzano tecniche produttive quali la FDM (*Fused Deposition Modeling*). Le più importanti proprietà meccaniche dell'ABS sono la resistenza all'impatto e la durezza [20]. Le principali caratteristiche sono riportate nella tabella 3-3.

Tabella. 3-3. Materiale ABS [20]

<b>Densità [kg/m3]</b>	1070
<b>Modulo d'elasticità tangenziale G [Pa]</b>	805e6
<b>Modulo di Young E [Pa]</b>	2.24e9

- ❖ Il momento di inerzia del profilo con rispetto al baricentro è calcolato come il momento di un aletone incernierato in un punto fisso. Pertanto, il momento di inerzia con rispetto all'asse elastico sarà ricavabile per il teorema di Steiner.
- ❖ I parametri elastici sono considerati fissi e sono attribuiti ad un albero progettato in ABS che collegherà la parete con il profilo. Il punto dove si situa l'asse elastico sarà considerato fisso ed è uguale al 40% della corda misurato dal bordo d'attacco. La geometria dell'albero sarà:

Tabella. 3-4. Dimensioni albero elastico

<b>Diametro esterno [m]</b>	1.5e-2
<b>Diametro interno [m]</b>	0
<b>Lunghezza albero [m]</b>	40e-2

I valori per le rigidezze sono calcolati come:

$$k_h = \frac{3EI}{L^3} \qquad k_\alpha = \frac{GJ}{L}$$

Dove:

- I è il momento di inerzia geometrico dell'albero
- J è il momento di inerzia torsionale della sezione dell'albero

Con:

$$I_{albero} = \frac{\pi * (r_{est}^4 - r_{int}^4)}{4} \quad J = 2 * I_{albero}$$

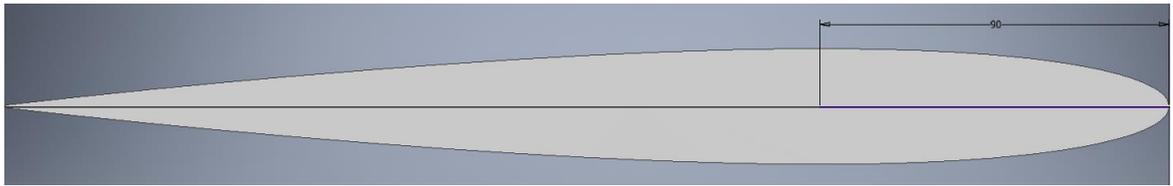
Pertanto:

$$k_h = 260.93 \left[ \frac{N}{m} \right] \quad k_\alpha = 10.002 \left[ N \cdot \frac{m}{rad} \right] \quad 3-11$$

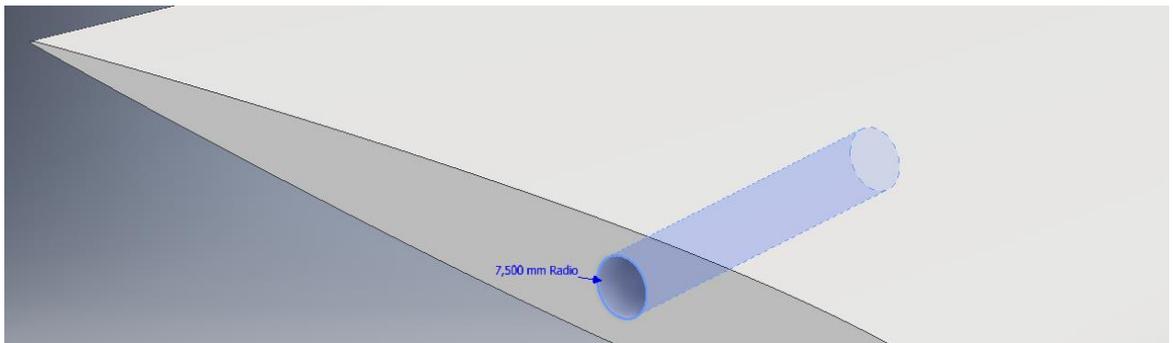
I dati di modellazione ed il Layout del sistema sono riassunti nella tabella 3-5 e le figure 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8.

Tabella. 3-5. Parametri di modellazione

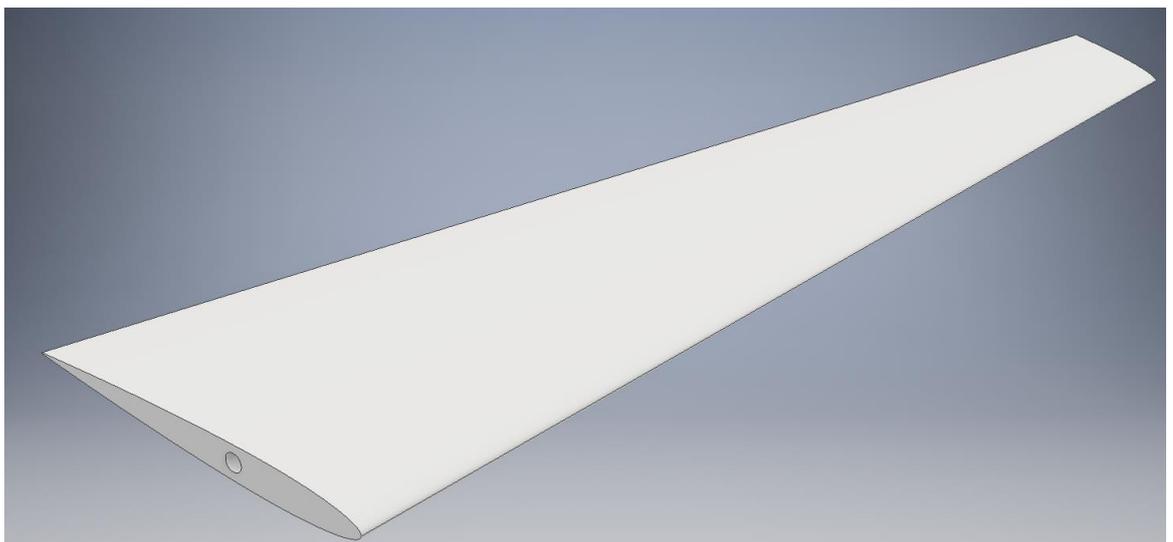
<i>Parametro</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità</i>
<b>Fisici:</b>			
Corda radice	$C_{radice}$	0.3	m
Lunghezza	$L_{profilo}$	0.745	m
Corda punta	$C_{punta}$	0.074	m
Corda media	$C_{media}$	0.187	m
Spessore	$e$	0.0187	m
Diametro esterno albero	$d_{ext}$	0.015	m
Diametro interno	$d_{int}$	0	m
Lunghezza albero	$L_{albero}$	0.4	m
Posizione baricentro	$x_{cg}$	0.64C	m
Posizione asse elastico	$x_{ea}$	0.4C	m
Posizione centro pressione	$x_{cp}$	0.25C	m
Densità aria	$\rho_o$	1.225	kg/m <sup>3</sup>
Densità ABS	$\rho_{ABS}$	1070	kg/m <sup>3</sup>
<b>Inerziali:</b>			
Massa profilo	$m$	2.79	kg
Momento inerzia asse elastico	$I_{ea}$	0.0072	kg.m <sup>2</sup>
<b>Elastici:</b>			
Rigidezza flessionale	$k_h$	260.93	N/m
Rigidezza torsionale	$k_\alpha$	10.002	N.m/rad



*Figura. 3.5. Posizione del massimo spessore nella radice del profilo*



*Figura. 3.6. Posizione asse elastico prototipo*



*Figura. 3.7. Modellazione prototipo*

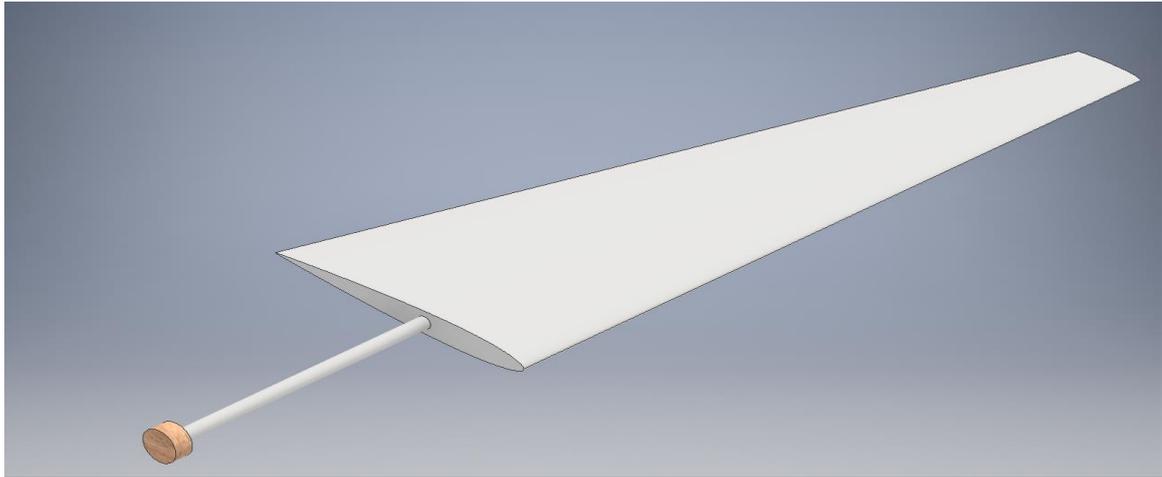


Figura. 3.8. Layout del sistema

### 3.4. Metodo di calcolo

#### 3.4.1. Sistema non smorzato

Come primo tentativo si è svolta una simulazione senza nessun tipo di smorzamento, ovvero con le matrici  $[B]=[D]=[0]$ . Pertanto il sistema diventa:

$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + [C + E] \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 3-12$$

Il libro “*Introduction to structural dynamics and aeroelasticity*”[22] presenta un trattamento delle equazioni abbastanza effettivo, il quale permette di studiare la soluzione del sistema più facilmente. Inizialmente si definiscono le frequenze naturali ad una velocità di flusso pari a zero:

$$\omega_h = \sqrt{\frac{k_h}{m}} \quad \omega_\alpha = \sqrt{\frac{k_\alpha}{I_{ea}}} \quad 3-13$$

Il metodo comunemente usato per questa soluzione è “*p-method*”, il quale considera la teoria dei profili alari sottili con la produzione di un movimento arbitrario sotto forze aerodinamiche. Detto questo si può esprimere la portanza per unità di lunghezza come:

$$L = 2\pi\rho_o b u^2 \quad [N/m] \quad 3-14$$

Dove il  $2\pi$  rappresenta la pendenza nella curva portanza vs angolo d'attacco (oppure  $C_L$ ).  
Sostituendo l'equazioni 3.13 e 3.14 nel sistema in 3.12 risulta che:

$$\begin{bmatrix} mb^2 & Sa * b \\ Sa * b & I_{ea} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\dot{h}}{b} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} mb^2 \omega_n^2 & 2\pi\rho_o b^2 u^2 \\ 0 & I_{ea} \omega_a^2 - 2\pi\rho_o b^2 u^2 \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{h}{b} \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 3-15$$

Si noti che la prima equazione è stata moltiplicata per b, e la variabile h è stata divisa anche per b, questo per far che ogni termine in entrambi le equazioni abbia le stesse unità.  
In seguito, studiando il sistema nello spazio degli stati si ha:

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + [B + D]\dot{x} + [C + E]x &= 0 \\ I\dot{x} - I\dot{x} &= 0 \end{aligned} \quad 3-16$$

Con:

$$y = \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix} \quad \dot{y} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} \quad [B]=[D]=[0]$$

Il sistema matriciale diventa:

$$\begin{bmatrix} 0 & M \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C + E & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 3-17$$

Riducendo il sistema e con la solita risposta  $y(t)=y_o e^{\lambda t}$  si ha:

$$\begin{aligned} [A]\dot{y} + [B]y &= 0 \\ \lambda[A]y_o + [B]y_o &= 0 \rightarrow ([B] + \lambda[A])y_o = 0 \end{aligned} \quad 3-18$$

Dove l'equazione 3.18 rappresenta l'auto problema del sistema. Questo è risolto usando Matlab con il comando:

$$[vett \ val]=eig(B,-A)$$

Gli autovalori  $\lambda$  ottenuti compaiono in coppie di complessi e coniugati e sono della forma [22]:

$$\lambda_j = \frac{\omega_j}{2\xi_j} \pm i\omega_j \quad j = 1, 2, \dots, N \quad 3-19$$

Dove  $\omega_j$  sono delle frequenze naturali e  $\xi_j$  i rapporti di smorzamento (damping ratio).

### 3.4.2. Sistema con smorzamento aerodinamico

Per procedere con il calcolo è considerato unicamente lo smorzamento aerodinamico, vuol dire la matrice  $[D]=[0]$ . Pertanto il sistema diventa:

$$[M] \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + [B] \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + [C + E] \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 3-20$$

Per il trattamento dell'equazione matriciale si utilizzano le stesse considerazioni del caso di sistema non smorzato. In base all'espressioni 3.13 e 3.14 si ha:

$$\begin{bmatrix} mb^2 & Sa * b \\ Sa * b & I_{ea} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\pi\rho_0 b^3 u & 0 \\ -2\pi\rho_0 b^2 u \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) & \frac{-2\pi\rho_0 b u d C_{media} M_{\dot{\alpha}}}{4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} mb^2 \omega_n^2 & 2\pi\rho_0 b^2 u^2 \\ 0 & I_{ea} \omega_{\alpha}^2 - 2\pi\rho_0 b^2 u^2 \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 3-21$$

Prima di risolvere il sistema, è necessario assegnare un valore al coefficiente dell'equazione 3.9, il quale è derivato del *pitch damping*. Questo termine aerodinamico instabile è preso con un valore costante di -1.2 in base ad analisi sperimentali come riportato in “*Introduction to aircraft aeroelasticity and loads*” [21]. Dopodichè si passa nuovamente dello spazio degli stati, equazione 3.16.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[M]^{-1} * ([C] + [E]) & -[M]^{-1} * [B] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 3-22$$

Il sistema diventa:

$$\dot{y} - [F]y = 0$$

$$\lambda[I]y_o - [F]y_o = 0 \rightarrow ([F]-\lambda[I])y_o = 0 \quad 3-23$$

Dove l'equazione 3.23 rappresenta l'auto problema. Per un sistema oscillatorio, come il sistema aeroelastico considerato, gli autovalori  $\lambda$  della matrice F compaiono in coppie di complessi e coniugati e sono della forma [21]:

$$\lambda_j = -\xi_j\omega_j \pm i\omega_j\sqrt{1 - \xi_j^2} \quad j = 1,2, \dots N \quad 3-24$$

Dove  $\omega_j$  sono delle frequenze naturali e  $\xi_j$  i rapporti di smorzamento (damping ratio).

### 3.5. Risultati

I risultati ottenuti a seconda delle ipotesi assunti nella sezione 3.1 vengono presentati in base alla simulazione numerica fatta in Matlab.

Prima di tutto, il comportamento dei coefficiente di portanza e resistenza viene presentato uguale a quello del profilo modello [17], dovuto ai principi di similitudine assoluta.

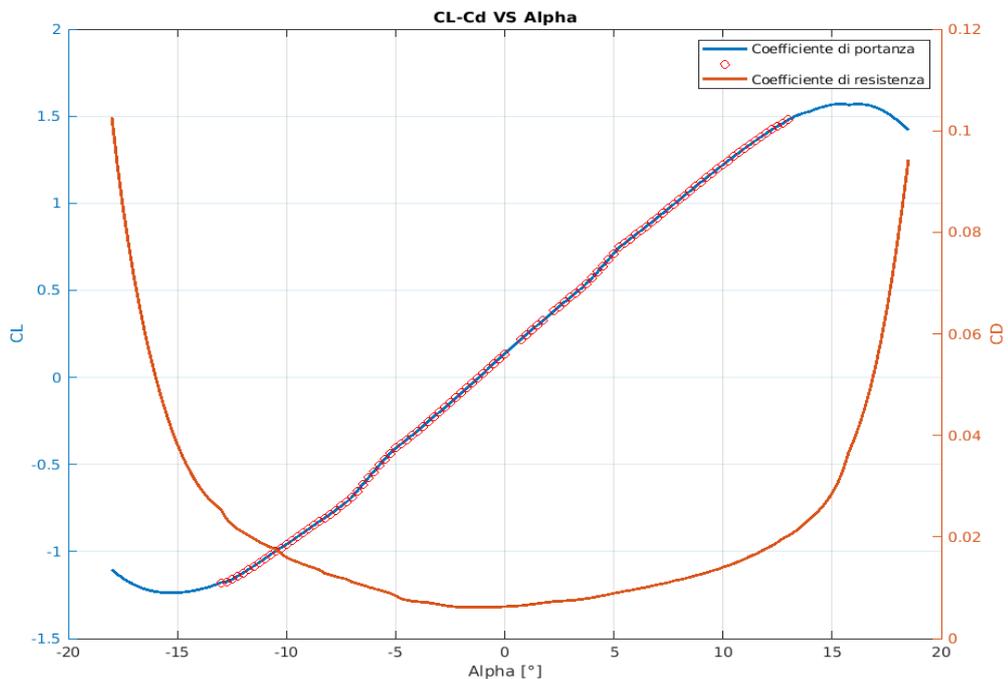


Figura. 3.9. Comportamento dei coefficienti CL-Cd vs Angolo attacco

Dalla figura 3.9 si nota come per angoli d'attacco tra  $-13$  e  $13^\circ$  il coefficiente di portanza possa essere assunto lineare, limitando così l'intervallo di funzionamento del profilo. Invece, la forza di portanza viene riportata in base all'angolo d'incidenza, dove si sono presi in considerazione gli angoli positivi, i quali permettono il movimento oscillatorio verticale del profilo.

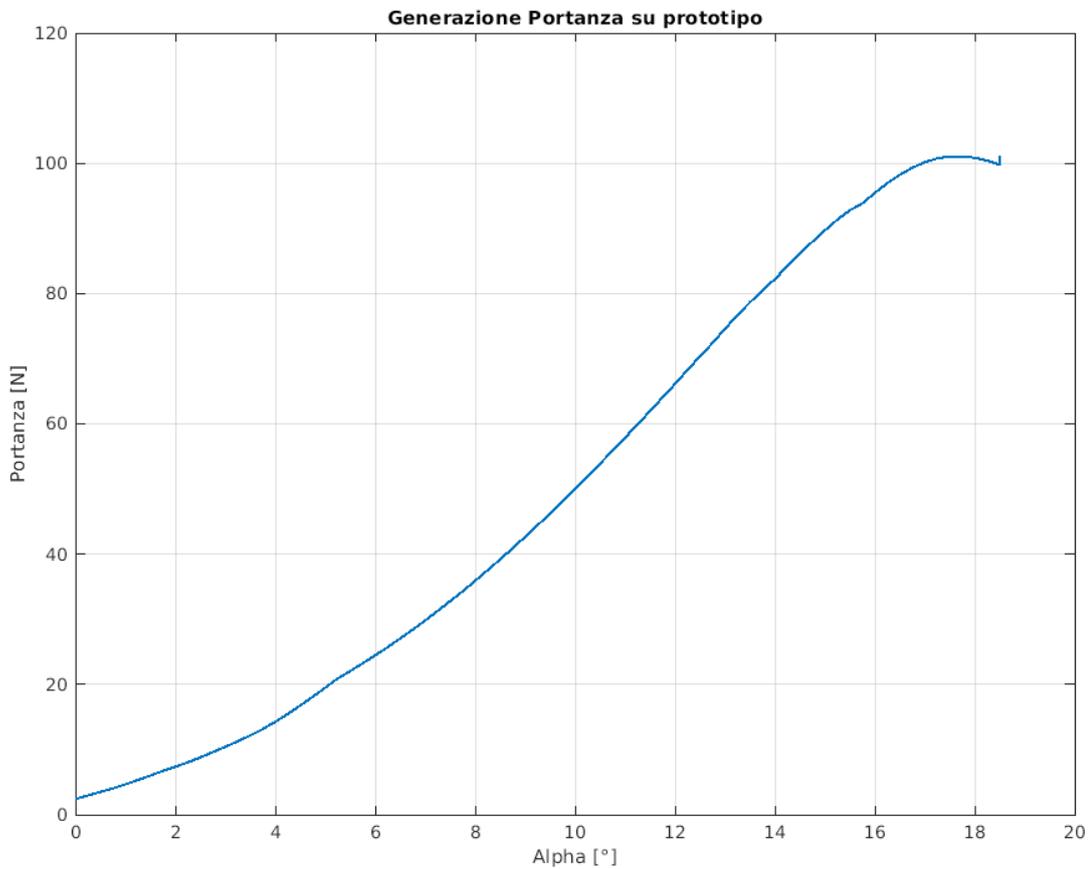


Figura. 3.10. Comportamento Portanza vs Angolo d'incidenza

Dopodichè, trovando la soluzione dei sistemi 3-19 e 3-24 si ottengono i valori di frequenza e velocità del vento per l'inizio del flutter.

Tabella. 3-6. Condizioni di flutter per due sistemi

	Velocità flutter (m/s)	Frequenza flutter (Hz)
<b>Sistema non smorzato</b>	11.1	3.7 (Bending-Torsion mode)
<b>Sistema smorzato</b>	10.3	3.2 (Bending mode) 9.7 (Torsion mode)

Una ulteriore caratterizzazione del sistema tiene conto della velocità di flutter al variare la posizione dell'asse elastico. Sono prese in considerazione le posizioni tra il baricentro ed il centro delle pressioni.

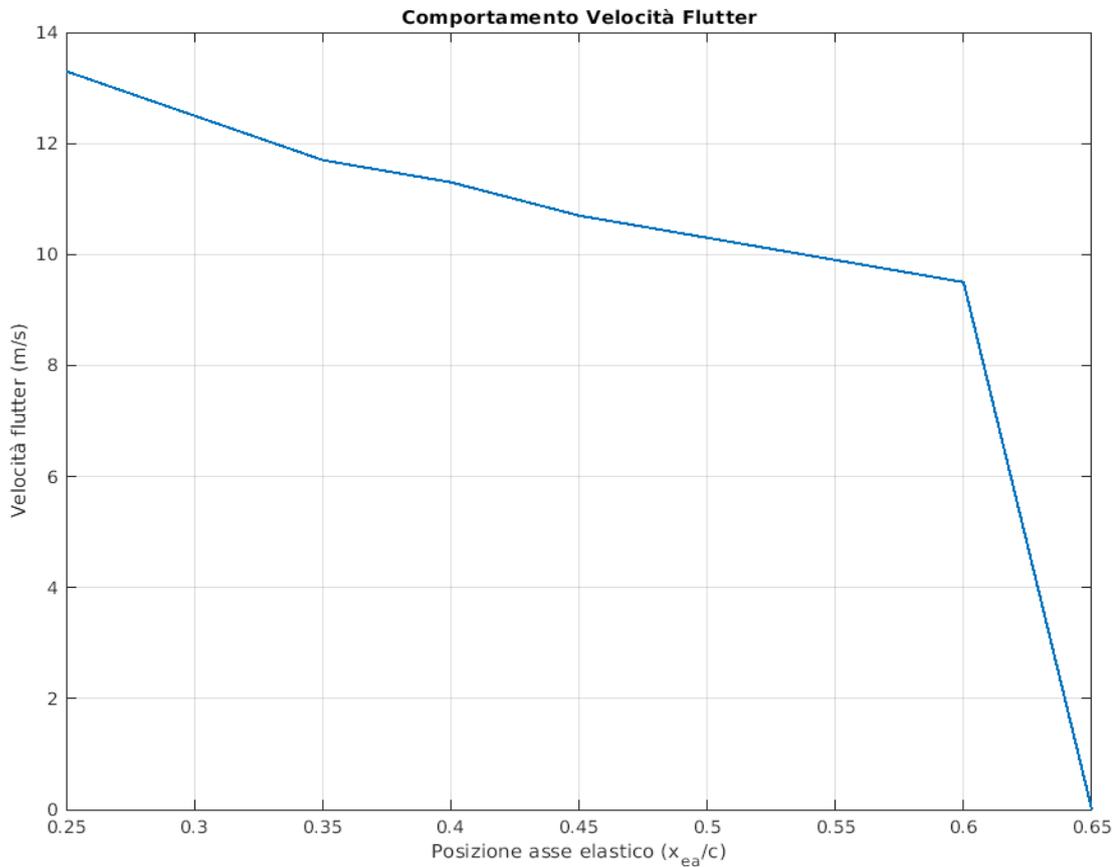


Figura. 3.11. Comportamento Velocità di flutter

### 3.5.1. Sistema non smorzato

Analizzando l'equazione in 3-19 si ottengono i seguenti risultati:

$$\omega_j = \text{imag}(\lambda_j) \quad [\text{rad/s}]$$

$$\xi_j = \frac{\omega_j}{2\text{real}(\lambda_j)} \quad [\%] \quad j = 1, 2, \dots, N \quad 3-25$$

$$f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} \quad [\text{Hz}]$$

In questo sistema non è presente lo smorzamento aerodinamico, però si tiene conto di un piccolo contributo dello smorzamento strutturale. Altrimenti, la soluzione non sarebbe più oscillatoria, gli autovalori  $\lambda$  non comparirebbero in coppie di complessi e coniugati e la soluzione assumerebbe una forma differente.

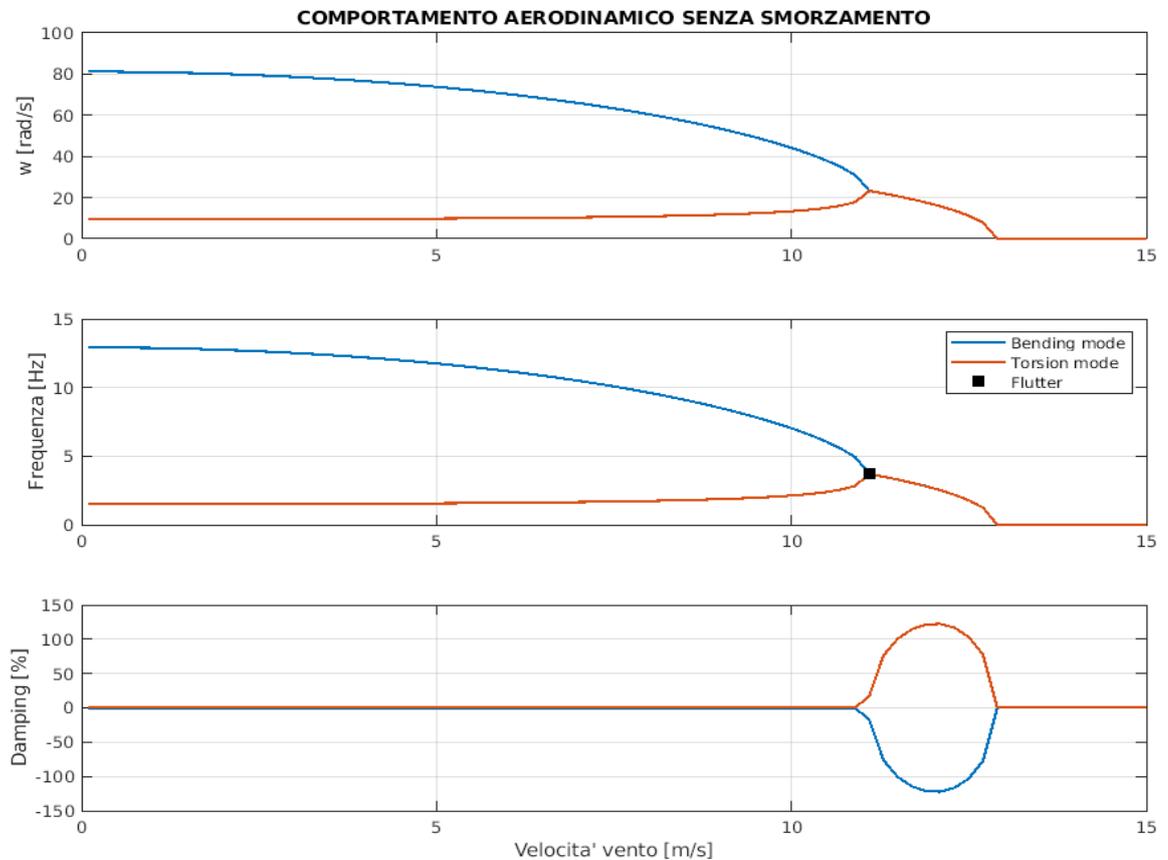


Figura. 3.12. Comportamento delle frequenze e damping per il sistema non smorzato. ( $x_{cg}=0.64c$ ,  $x_{ea}=0.4c$ )

La figura 3.12 illustra i valori di frequenza e damping per il sistema senza smorzamento aerodinamico sotto comportamento di flutter classico. Mentre la velocità del flusso d'aria aumenta le due frequenze tendono a convergere in un punto e, il damping per entrambi rimane pari a zero. Nel punto dove le frequenze si intersecano si dice punto di "coalescenza" [21], con velocità di vento pari ad 11.1 m/s. Qui uno dei due damping diventa positivo e l'altro negativo, pertanto si raggiunge la condizione di flutter ed il sistema è instabile. Dopo 13 m/s, la coalescenza si ferma ed entrambi i modi seguono senza smorzamento.

È possibile ipotizzare che nel punto di coalescenza si produce il flutter in caso di smorzamento nullo. Però, questo non è sempre vero per sistemi aeroelastici generali, come sarà visto nella sezione successiva.

### 3.5.2. Sistema con smorzamento aerodinamico

Analizzando la soluzione in 3-23 si possono ottenere i seguenti risultati:

$$\omega_j = \|\lambda_j\| \quad [rad/s]$$

$$\xi_j = -\frac{real(\lambda_j)}{\omega_j} \quad [%] \quad j = 1, 2, \dots, N \quad 3-26$$

$$f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} \quad [Hz]$$

Se la parte reale dell'autovalore complesso è positiva allora il sistema diventa instabile. Tuttavia, se gli autovalori sono reali, il sistema non è oscillatorio e la soluzione non viene in coppie di complessi coniugati. Altrettanto, se la parte reale è positiva allora il sistema diventa staticamente instabile. Sia nella condizione statica sia in quella oscillatoria, se la parte reale dell'autovalore è negativa allora il sistema diventa stabile. La figura 3.13 illustra i valori di frequenza e damping per il sistema con smorzamento aerodinamico sotto comportamento di flutter classico.

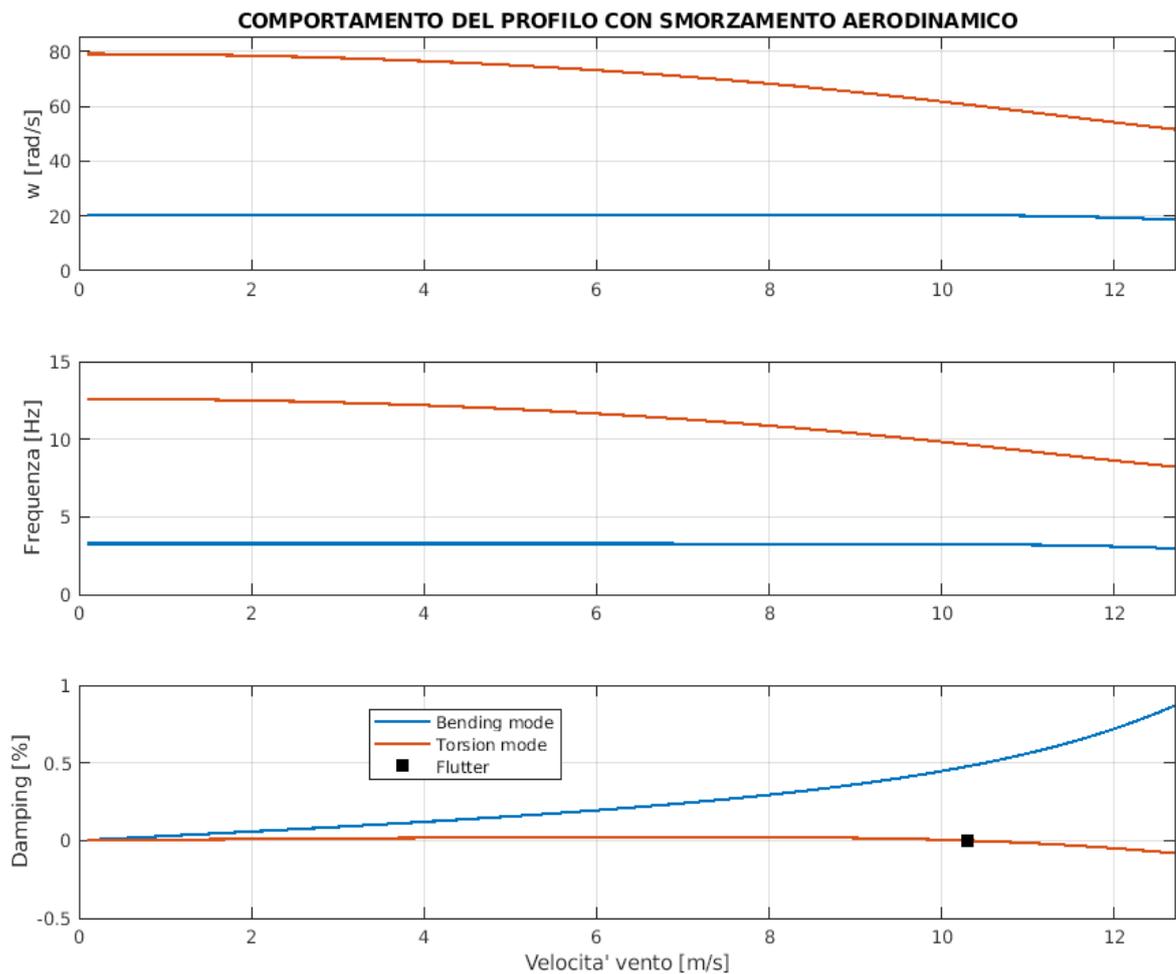


Figura. 3.13. Comportamento delle frequenze e damping per il sistema con smorzamento aerodinamico ed il termine di instabilità incluso. ( $Ma=-1.2$ ,  $x_{cg}=0.64c$ ,  $x_{ea}=0.4c$ )

Mentre la velocità del flusso aumenta le frequenze cominciano a convergere. Inizialmente, entrambi i damping aumentano, però dopo un certo valore di velocità, lo smorzamento del movimento di torsione comincia a decrescere e diventa negativo alla velocità di flutter pari a 10.3 m/s e con frequenza prossima a 9.7 Hz. In questo caso le frequenze non presentano coalescenza, dovuto al fatto di essere un sistema smorzato e avere incluso il termine aerodinamico instabile. La figura 3.14 mostra più nel dettaglio il comportamento del sistema.

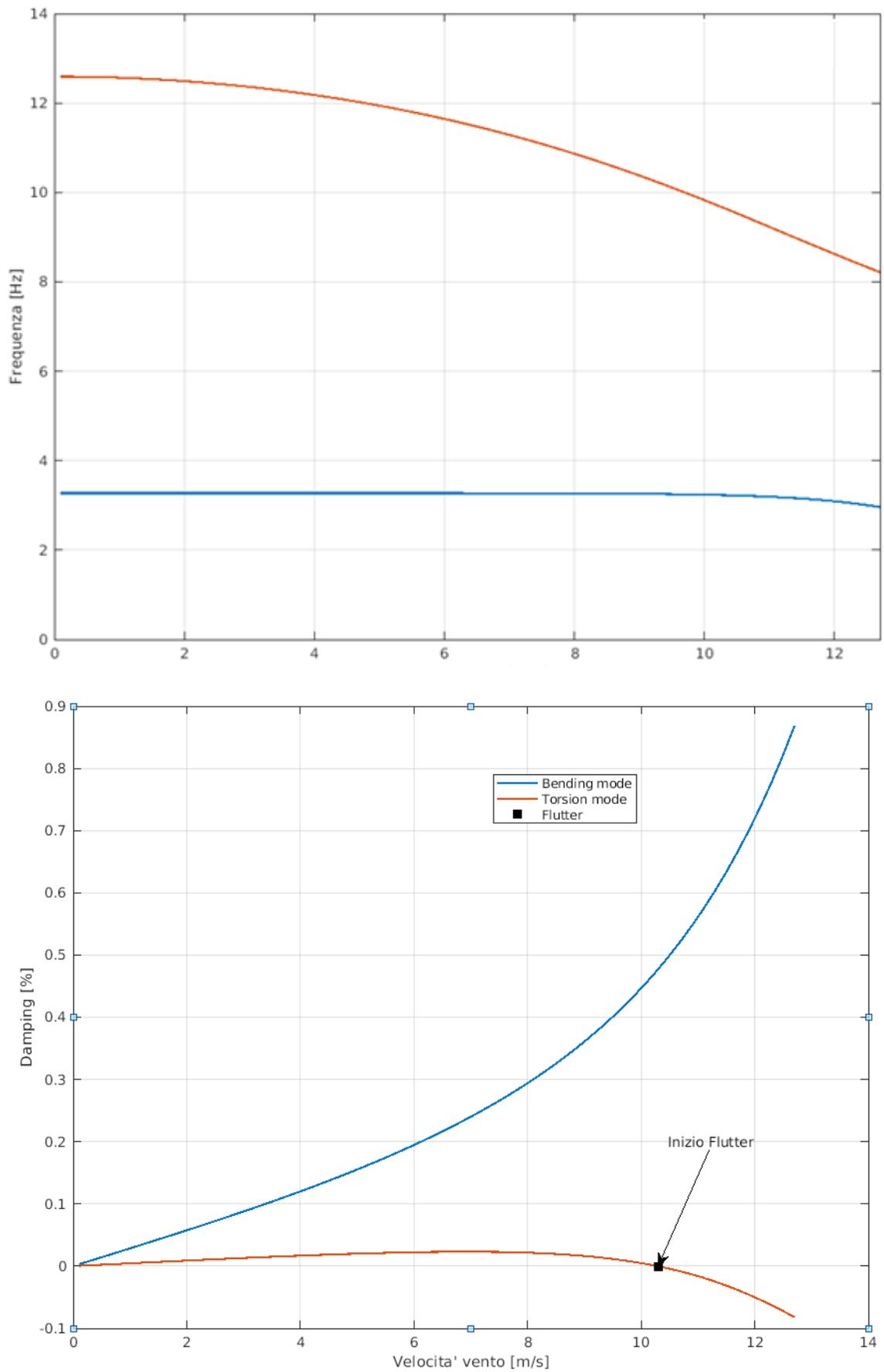


Figura. 3.14. Condizioni di flutter per sistema con smorzamento aerodinamico

Dopo aver raggiunto la condizione di flutter il sistema diventa instabile e le oscillazioni tendono all'infinito. Pertanto, il comportamento del profilo sotto i due grado di libertà è rappresentato nelle figure successive. Per calcolare la soluzione dell'equazione 3-20 si prende in considerazione la risposta libera del sistema  $y(t)=y_0e^{\lambda t}$ . Dove:

$$\{y\} = \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \\ \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix}$$

La soluzione dell'auto problema 3-22 produce una matrice NxN di autovettori per ogni iterazione, questo è per ogni velocità di flusso. Questi distribuiti come segue:

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \cdots & \psi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{N1} & \cdots & \psi_{NN} \end{bmatrix} \rightarrow \rightarrow [\psi_1 \quad \psi_2 \quad \psi_3 \quad \psi_4]$$

In questo caso la matrice è 4x4 dovuto agli quattro autovalori trovati come due coppie di complessi coniugati. Per conoscere gli spostamenti dopo l'istante dove comincia l'instabilità si prende la soluzione nella velocità di flutter:

$$\{y\} = \sum_{r=1}^4 \{\psi_r\} * e^{\lambda_r t} A_r = \sum_{r=1}^4 \{\psi_r\} * \eta_r \quad 3-27$$

Il calcolo dei coefficienti  $A_r$  viene fatto in base alle condizioni iniziali, per esempio:

$$\{y_0\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 5^\circ \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{y_0\} = \sum_{r=1}^4 \{\psi_r\} * \eta_{r(t=0)} = \sum_{r=1}^4 \{\psi_r\} * A_r = [\Psi] \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix}$$

Quindi, con  $\{A\} = inv[\Psi] * \{y_0\}$  ed usando l'equazione 3-27 la soluzione del sistema è rappresentata nei seguenti grafici:

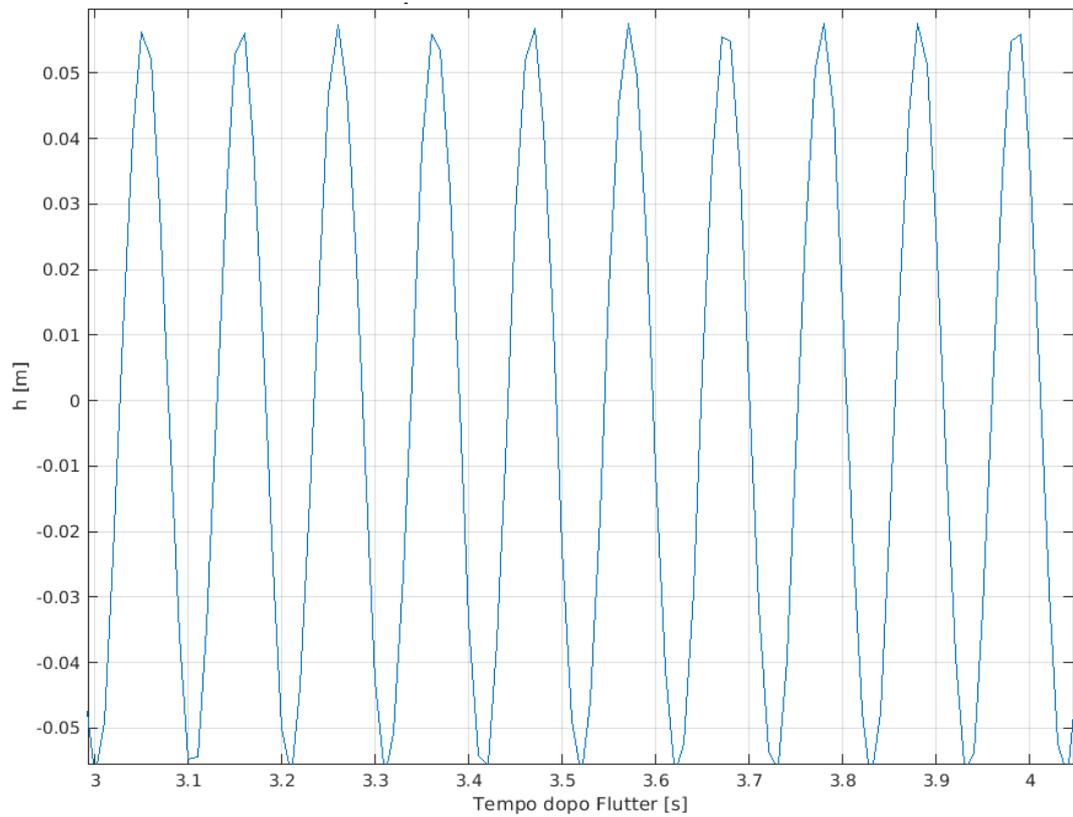
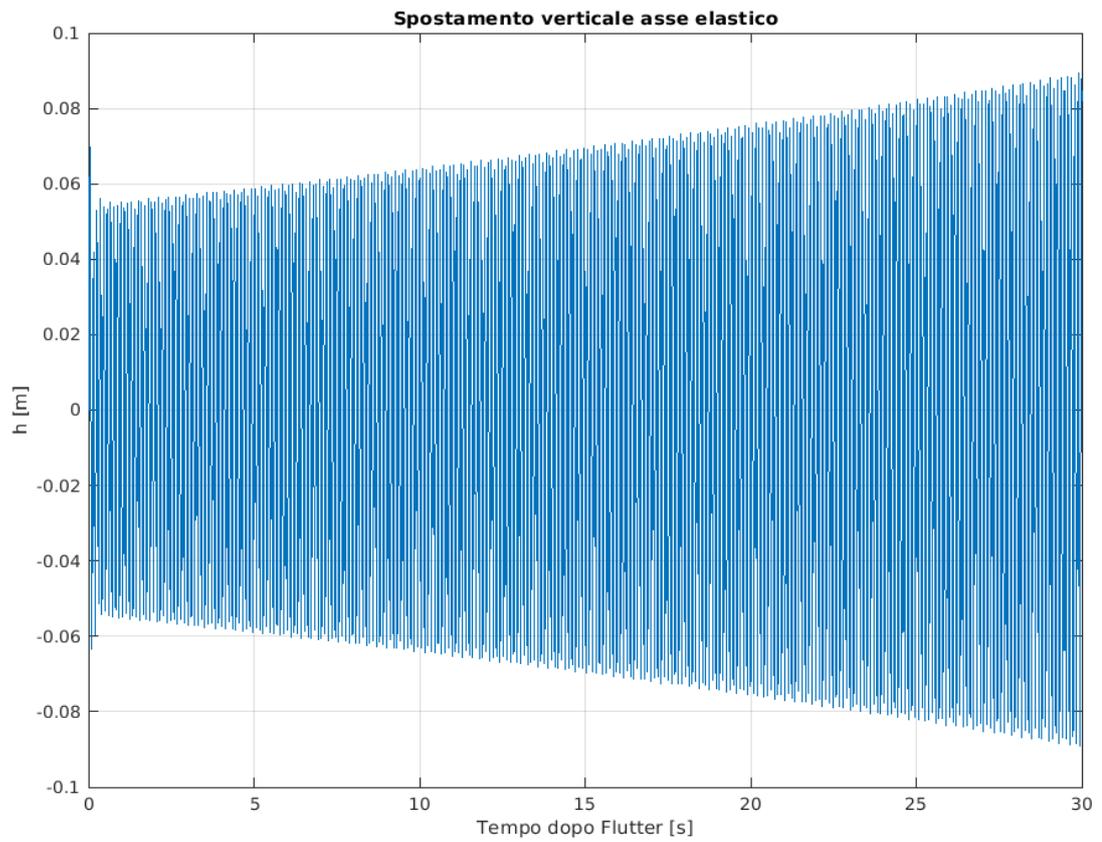


Figura. 3.15. Risposta primo modo di vibrare con smorzamento aerodinamico a 9.7 Hz. (Bending mode)

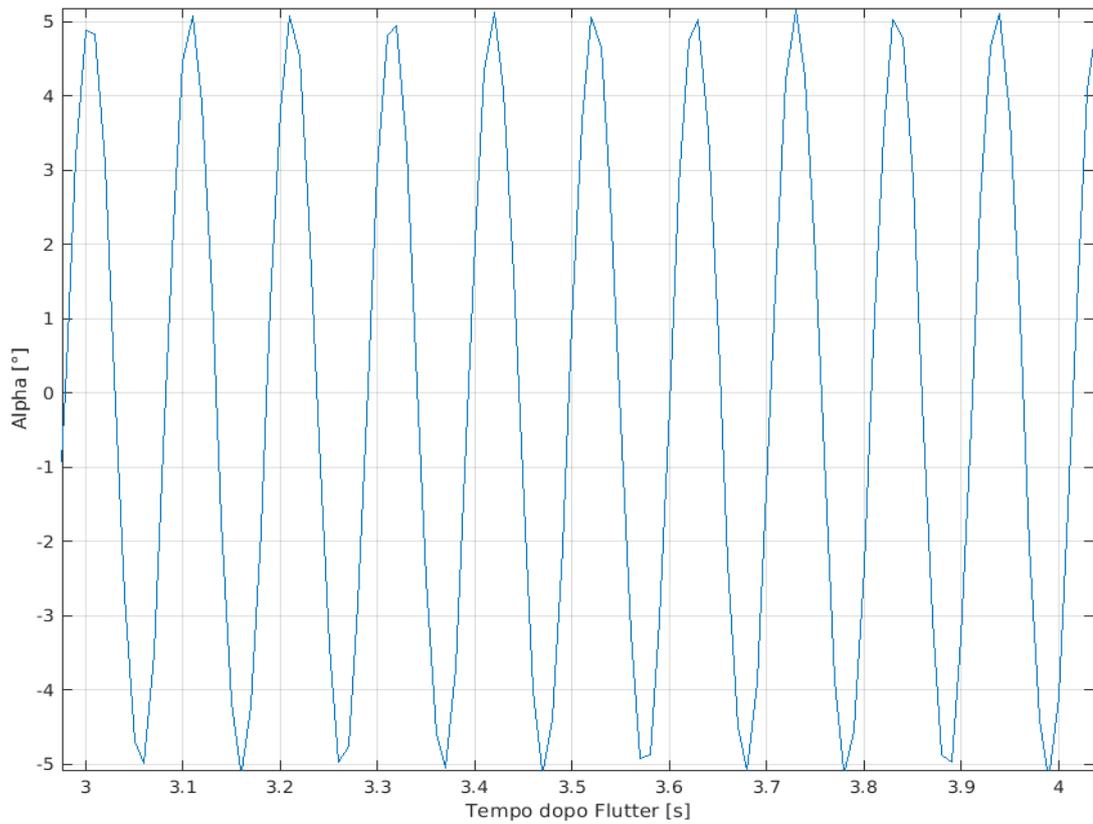
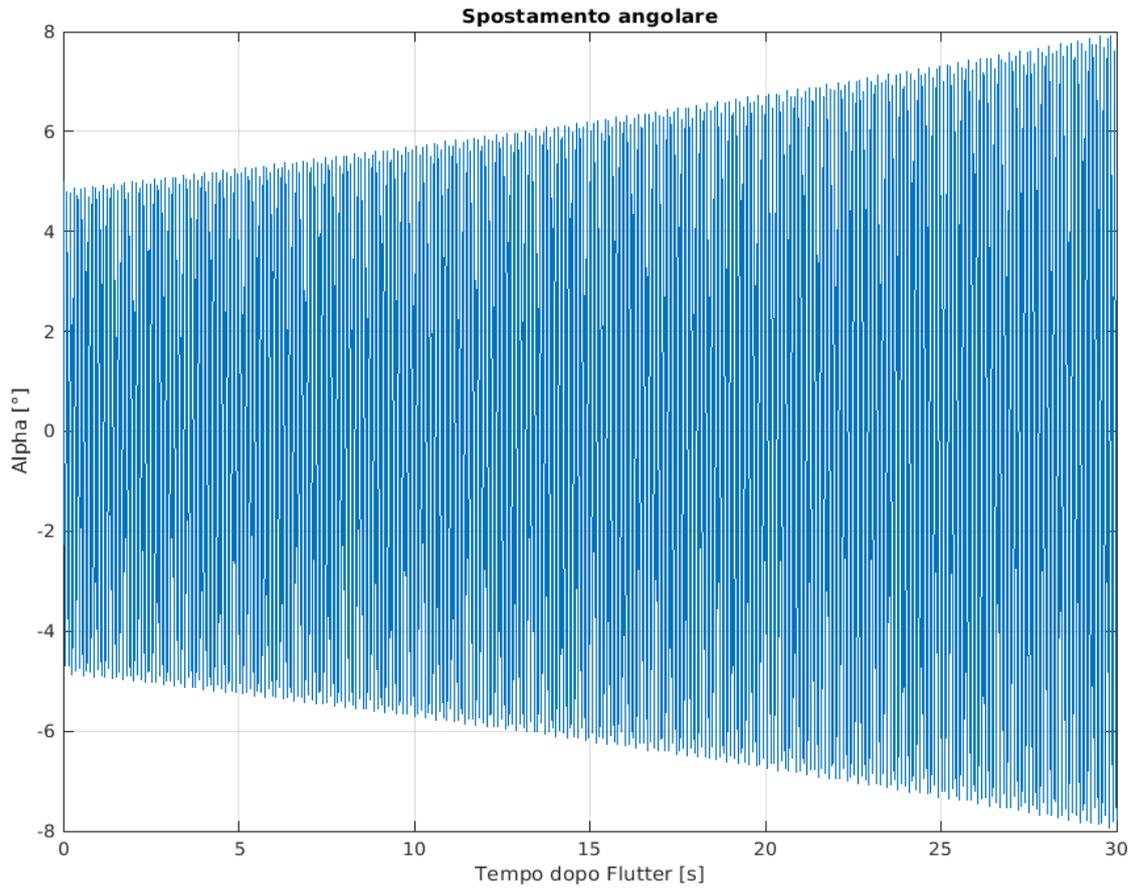


Figura. 3.16. Risposta secondo modo di vibrare con smorzamento aerodinamico a 9.7 Hz. (Torsion mode)

L'andamento delle figure 3.15 e 3.16 tiene conto soltanto della frequenza per il moto di torsione (9.7 Hz); però, si aspetta che anche la prima frequenza (3.2 Hz) presenti un comportamento simile negli spostamenti dell'asse elastico. Nella figura 3.17 si noti che la prima oscillazione (compresa tra 0 e 0.1 secondi) presenta una discontinuità nell'ampiezza ( $h=\pm 0.06$  m) dovuta al contributo delle due frequenze. Dopo in circa 0.2 secondi le oscillazioni vengono normalizzate, scomparendo la prima frequenza naturale a causa dello smorzamento con un damping ratio pari al 48% (figura 3.14).

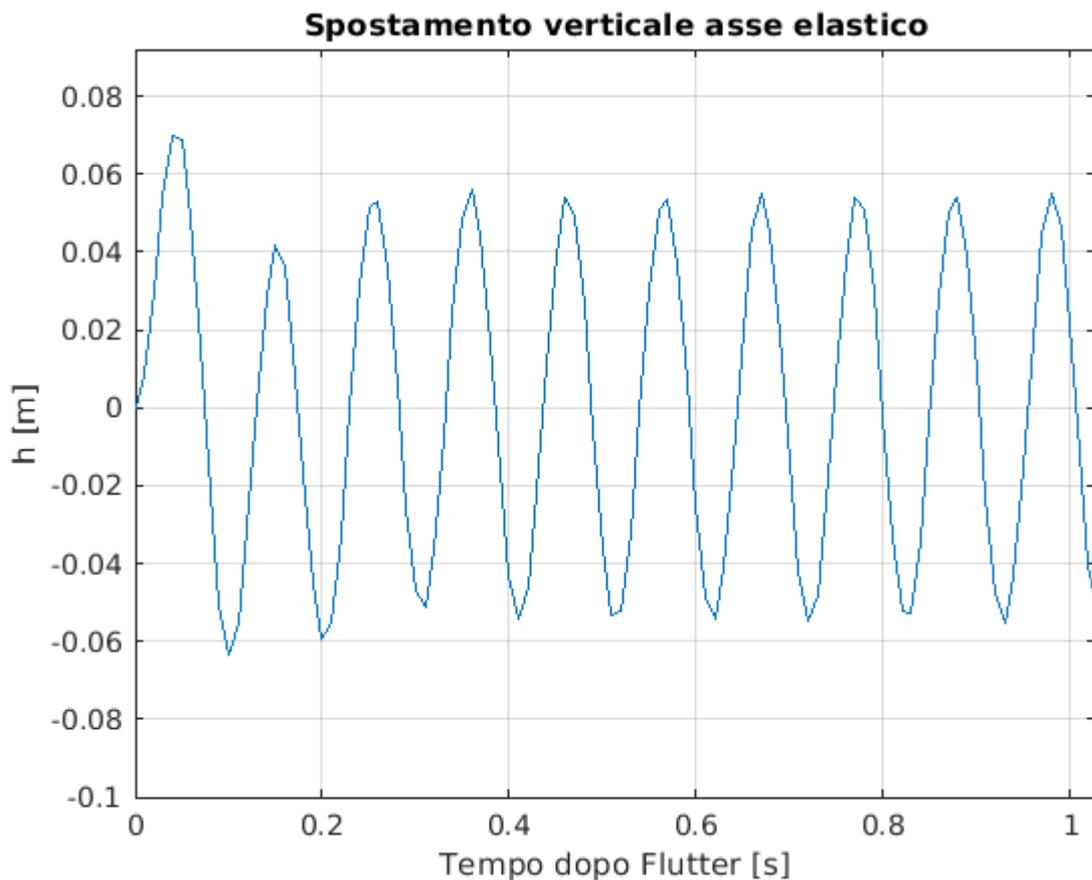


Figura. 3.17. Inizio della risposta al primo modo di vibrare con smorzamento aerodinamico

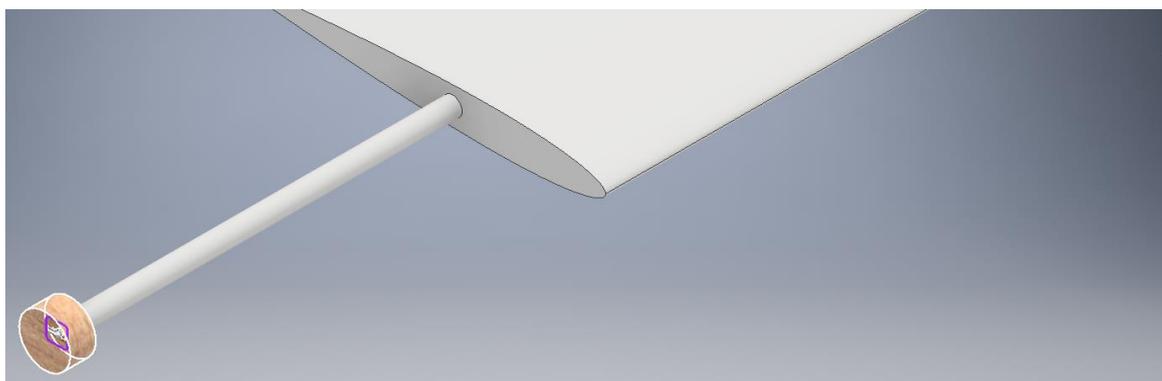
## 4. CAPITOLO 4. SIMULAZIONE STRUTTURALE

### 4.1. Analisi modale

L'analisi modale ha per obiettivo rappresentare il comportamento dinamico della struttura quando viene sottoposta a vibrazione. Mediante tale analisi si definisce la risposta del profilo alla portanza e al momento aerodinamico. Gli scopi sono conoscere le frequenze proprie del sistema dopo le quale diventerà instabile e, valutare gli stati di sportamento indotti dalle stesse forzanti. L'analisi è stato svolto nel programma CAD Autodesk Inventor Professional 2018.

#### 4.1.1. Restrizioni

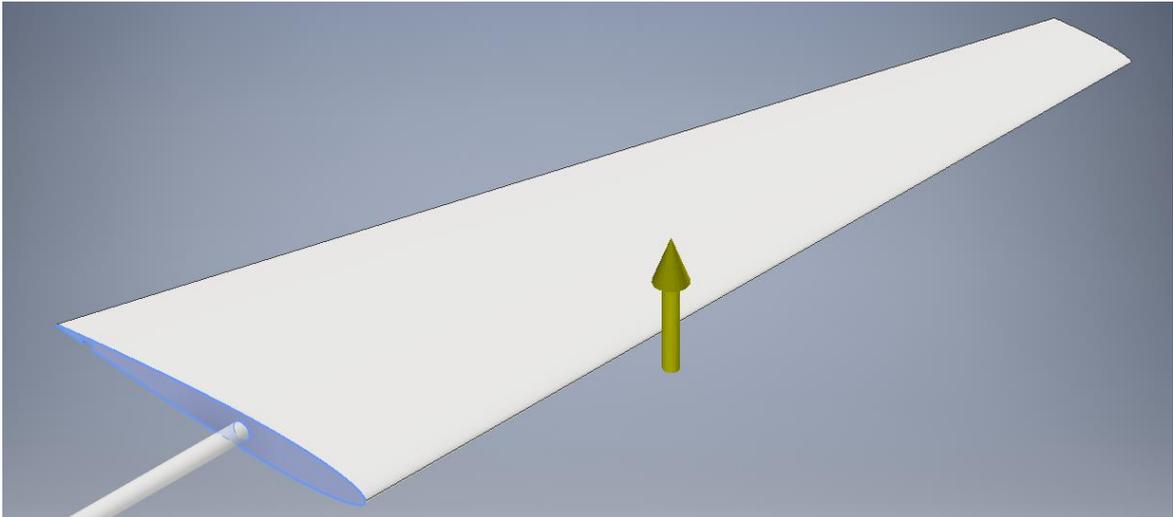
Il sistema presenta un unico vincolo rigido (tutti i gradi di libertà bloccati) tra la parete e l'albero elastico.



*Figura. 4.1. Restrizione fissa tra parete ed albero*

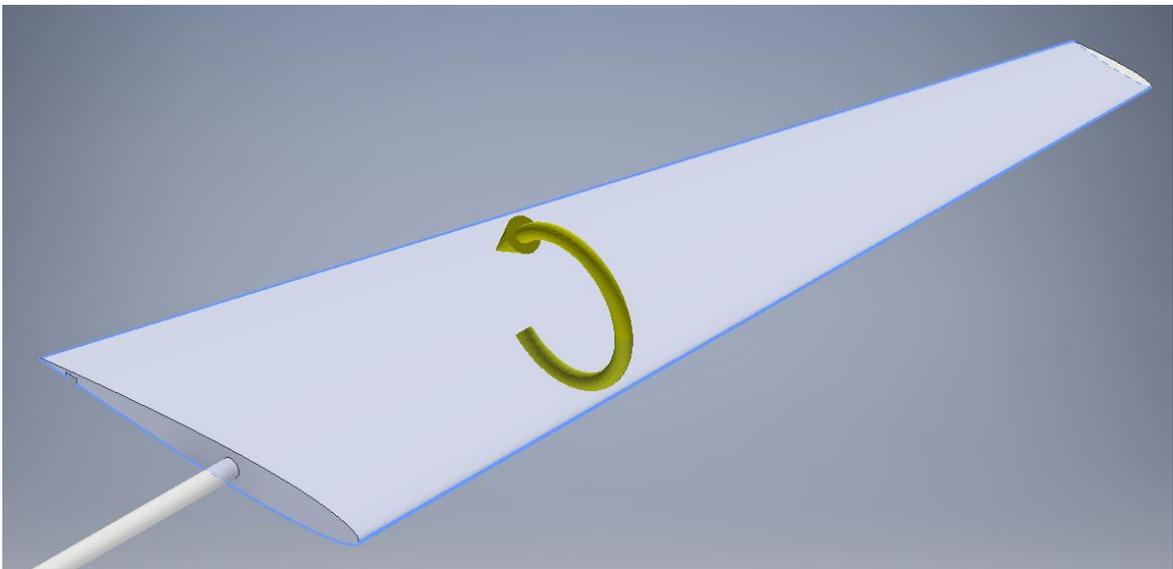
#### 4.1.2. Forze

- ❖ **Portanza:** è stato considerato il valore fisso alla velocità di flutter (10.3 m/s) ed applicato nel centro delle pressioni. Allora,  $L=57\text{ N}$



*Figura. 4.2. Forza di portanza sulla superficie alare*

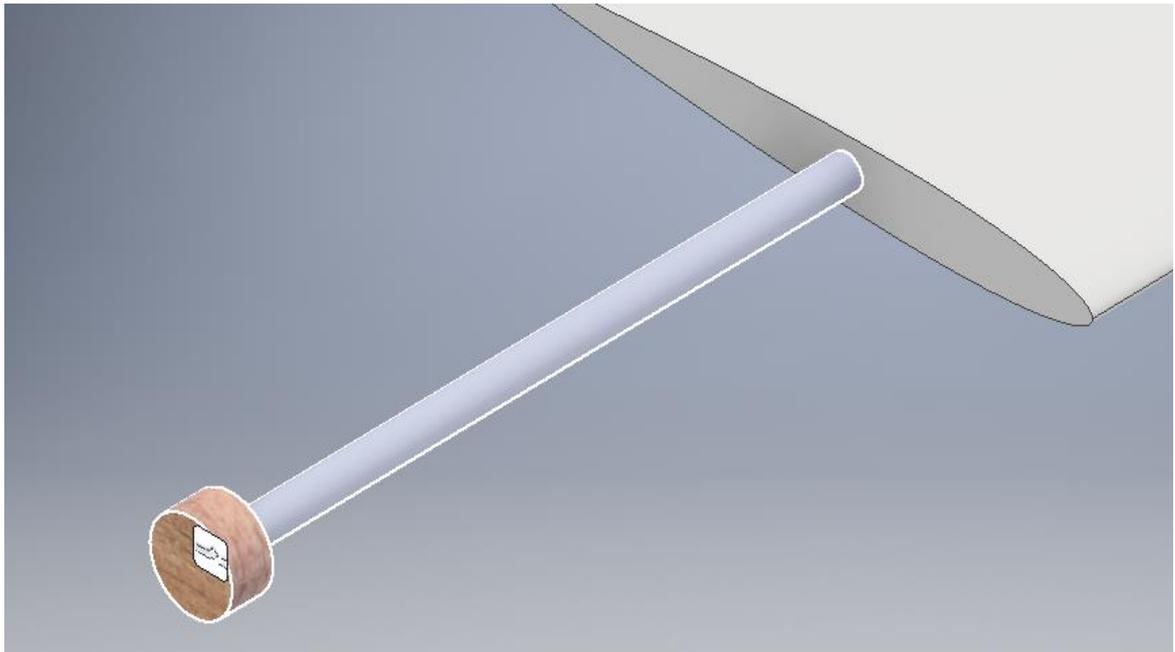
- ❖ **Momento aerodinamico:** prodotto dalla forza di portanza e dal contributo quasi-stazionario, con un valore pari a  $M_{AD}=1601 \text{ N.mm}$



*Figura. 4.3. Momento aerodinamico sulla superficie alare*

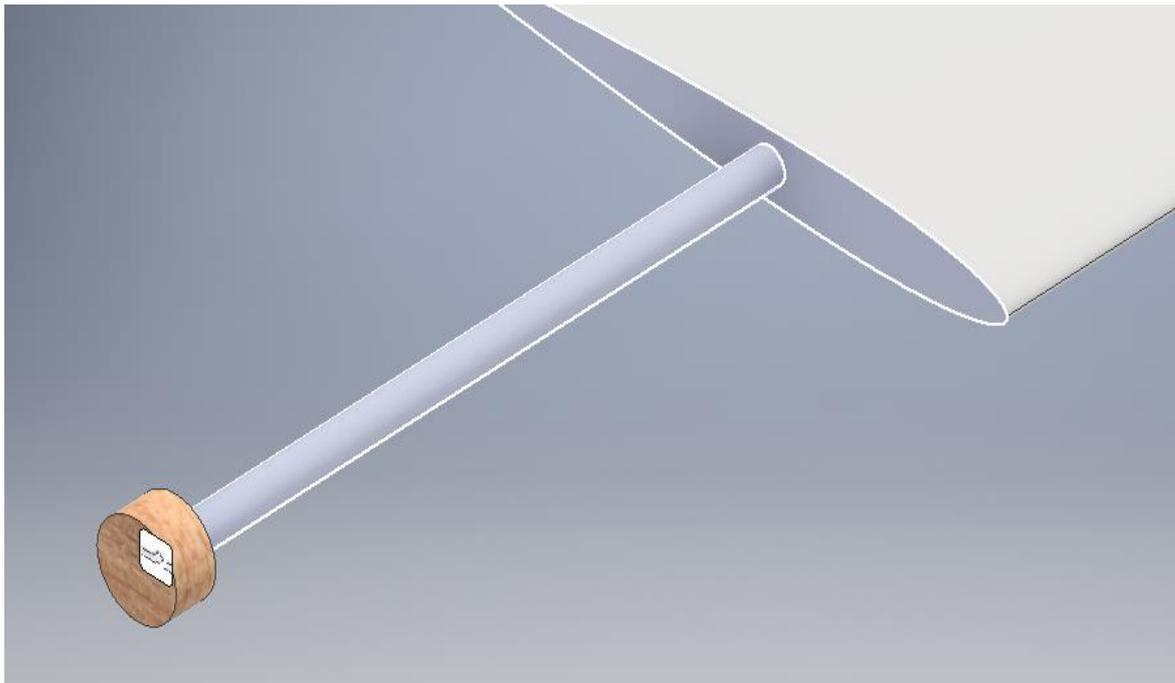
#### 4.1.3. Contatti

- ❖ **Contatto bloccato:** assunto tra la parete e l'asse elastico.



*Figura. 4.4. Contatto bloccato*

- ❖ **Contatto tipo molla:** assunto tra l'asse elastico ed il profilo. Presenta le proprietà elastiche descritti nella tabella 3-5.



*Figura. 4.5. Contatto tipo molla*

#### 4.1.4. Maglia

È stata creata con la seguente configurazione:

Tabella. 4-1. Configurazione maglia

<b>Dimensione media dell'elemento (% Lunghezza)</b>	0.01
<b>Dimensione minima dell'elemento (% dimensione media)</b>	0.1
<b>Angolo massimo di giro (°)</b>	60
<b>Creazione di elementi curvi</b>	Si

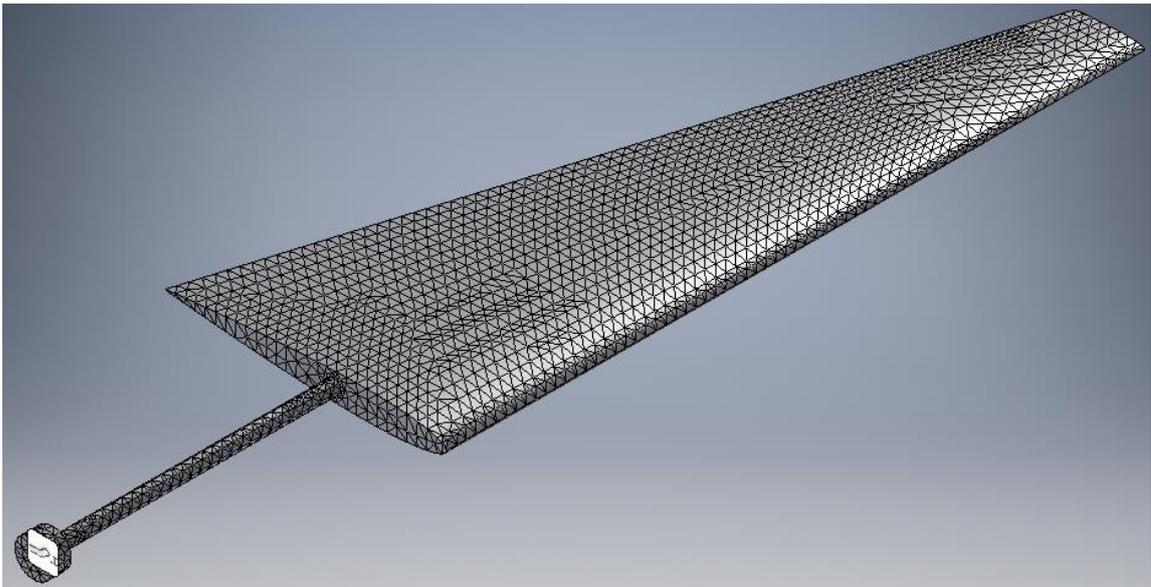


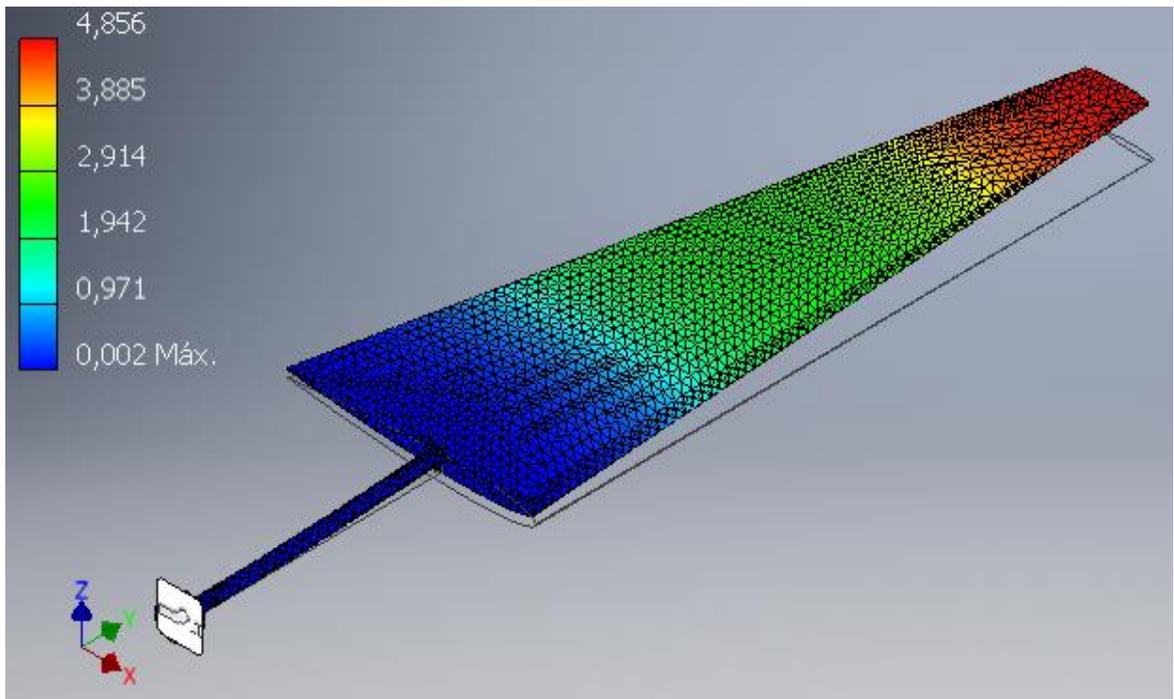
Figura. 4.6. Maglia del sistema

#### 4.1.5. Risultati

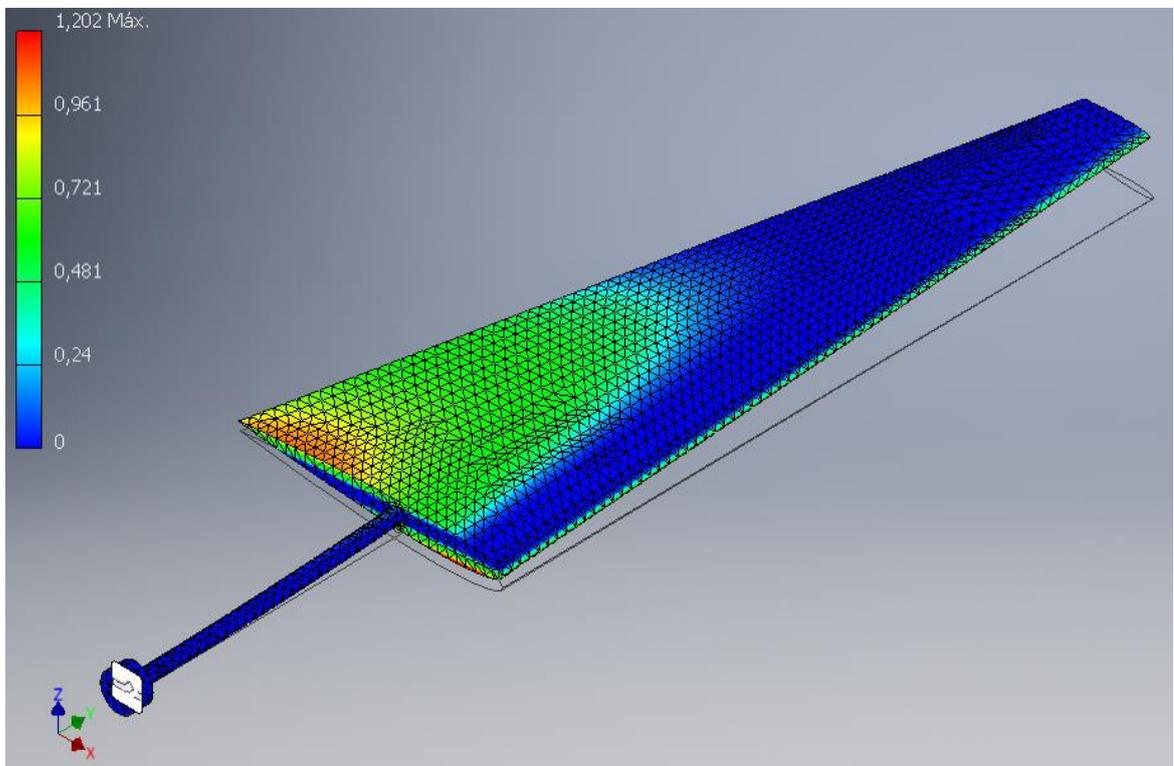
Sono composti dalle frequenze proprie e dagli spostamenti dovuti alle forzante.

❖ **Primo modo di vibrare. Spostamento verticale asse elastico.**

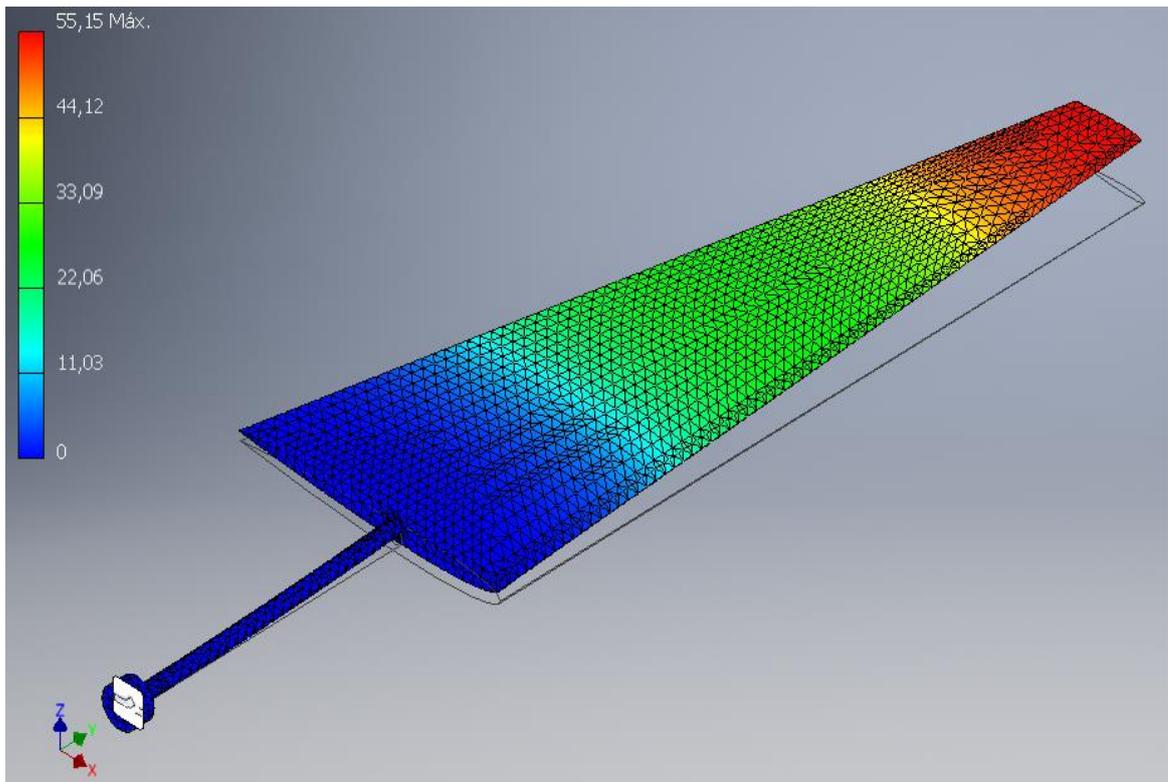
Si presenta ad una frequenza di 1.07 Hz.



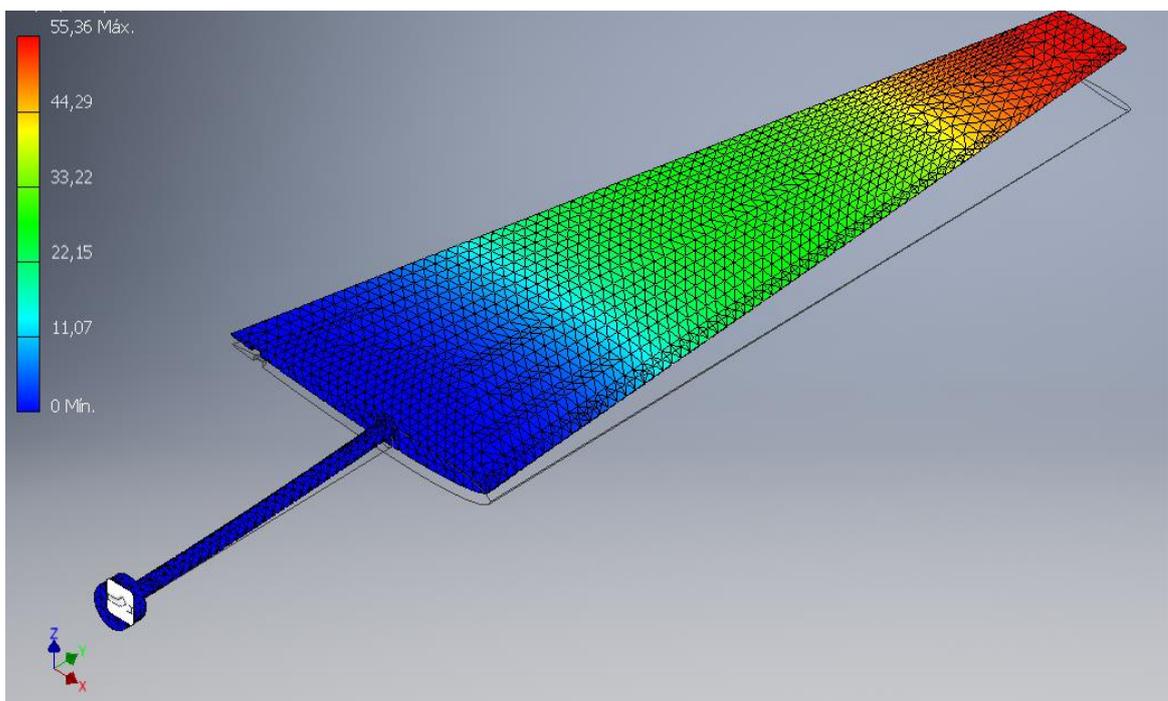
*Figura. 4.7. Spostamenti X a 1.07 Hz*



*Figura. 4.8. Spostamenti Y a 1.07 Hz*



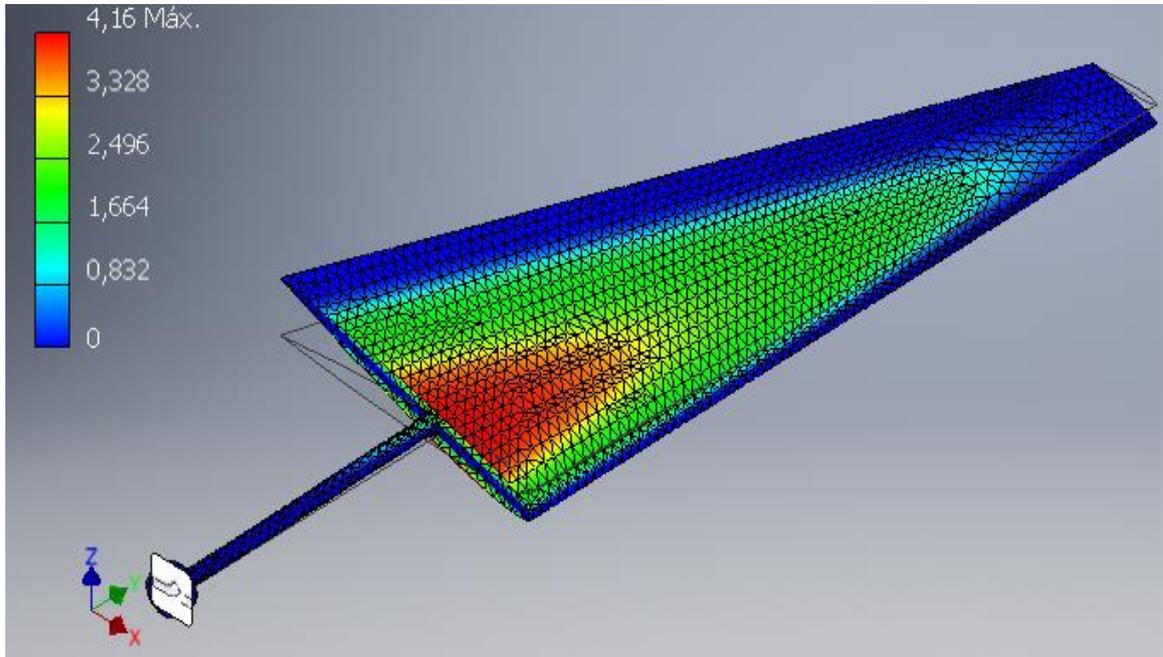
*Figura. 4.9. Spostamenti Z a 1.07 Hz*



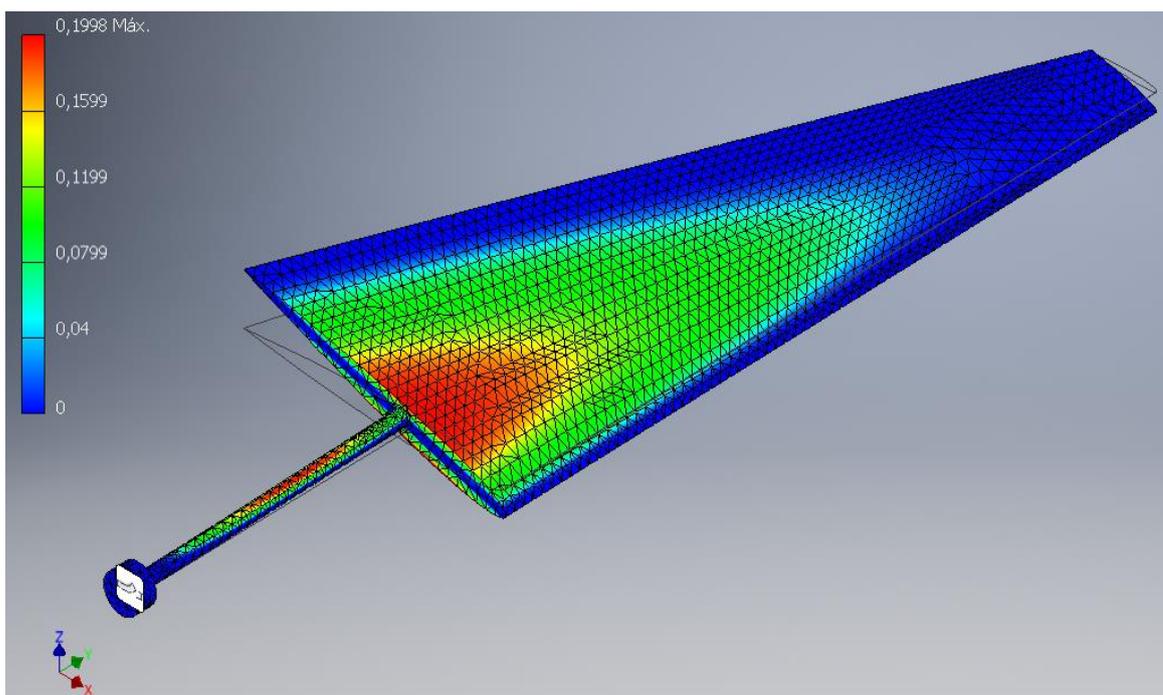
*Figura. 4.10. Spostamenti totali a 1.07 Hz*

❖ **Secondo modo di vibrare. Spostamento angolare rispetto all'asse elastico.**

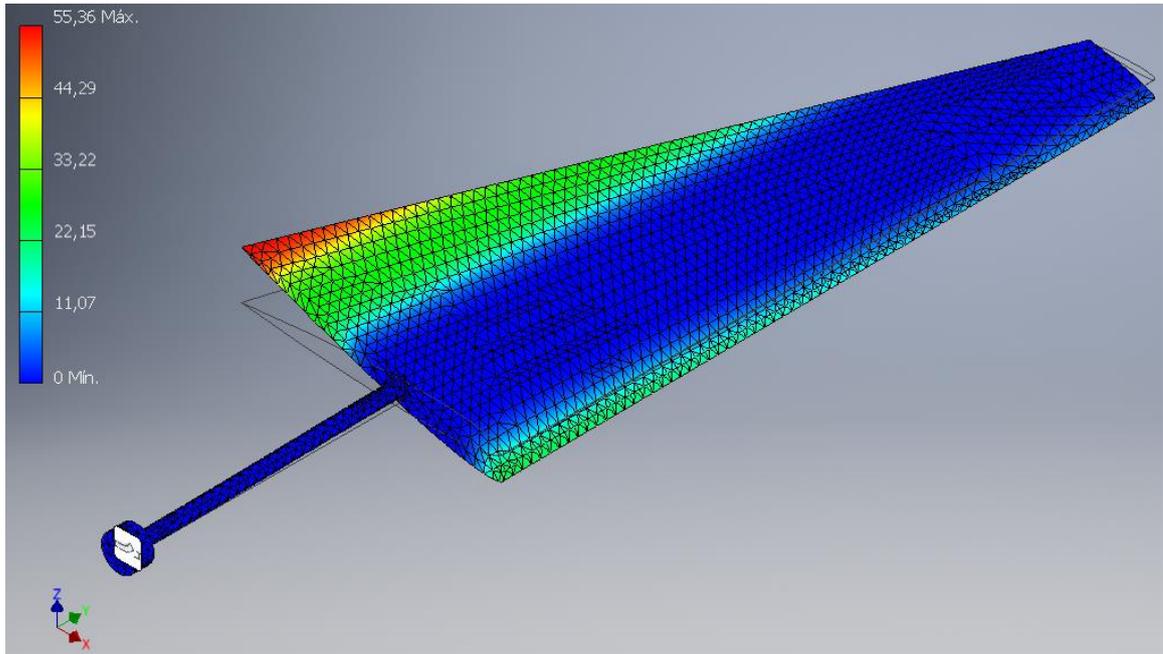
Si presenta ad una frequenza di 7 Hz.



*Figura. 4.11. Spostamenti X a 7 Hz*



*Figura. 4.12. Spostamenti Y a 7 Hz*



*Figura. 4.13. Spostamenti Z e totali a 7 Hz*

È importante osservare che anche nel secondo grado di libertà si ha un moto verticale dell'asse elastico, quindi i due movimenti non sono interamente disaccoppiati.

## 5. CAPITOLO 5. MODELLAZIONE DEL SISTEMA PER IL RECUPERO DI ENERGIA

### 5.1. Trasduttore elettromeccanico

Il sistema per il recupero di energia è un trasduttore elettromagnetico che consiste in una massa inerziale prodotta da un meccanismo a vite a ricircolo di sfere ed una parte del trasduttore composta da un motore ed un circuito elettrico. Il motore sincrono a magnete permanente (PMSM) è un motore sincrono CA, la cui eccitazione di campo viene fornita da magneti permanenti, ed è dotato di una forma d'onda sinusoidale. La densità di potenza è superiore rispetto ai motori ad induzione con le stesse valutazioni, poiché non è presente l'alimentazione dello statore dedicata alla produzione del campo magnetico [23].

La caratterizzazione del motore e la verifica sperimentale del trasduttore elettromeccanico segue le indicazioni descritte in “*Experimental verification of a tuned inertial mass electromagnetic transducer*”[24] e “*Structural control with tuned inertial mass electromagnetic transducers*”[25], da dove sono prese le equazioni che rappresentano il controllo elettrico del motore. Gli schemi riportati in seguito illustrano il funzionamento dell'intero sistema.

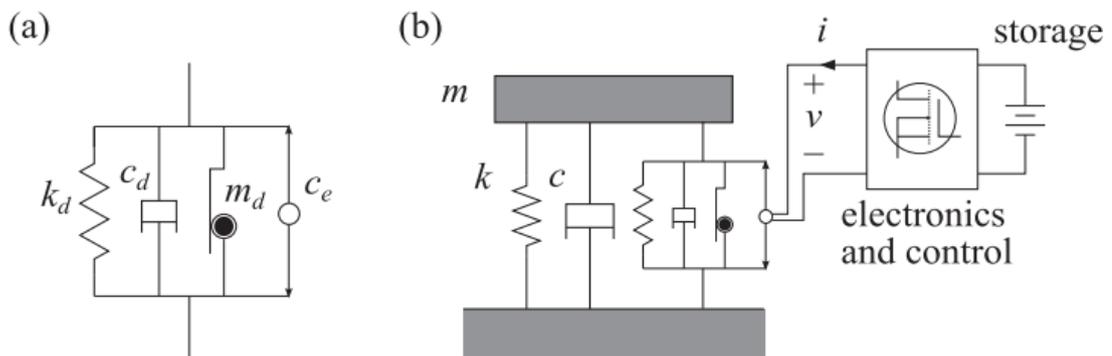


Figura. 5.1. Modelli: (a) Trasduttore elettromagnetico (b) Collegamento motore-profilo [25]

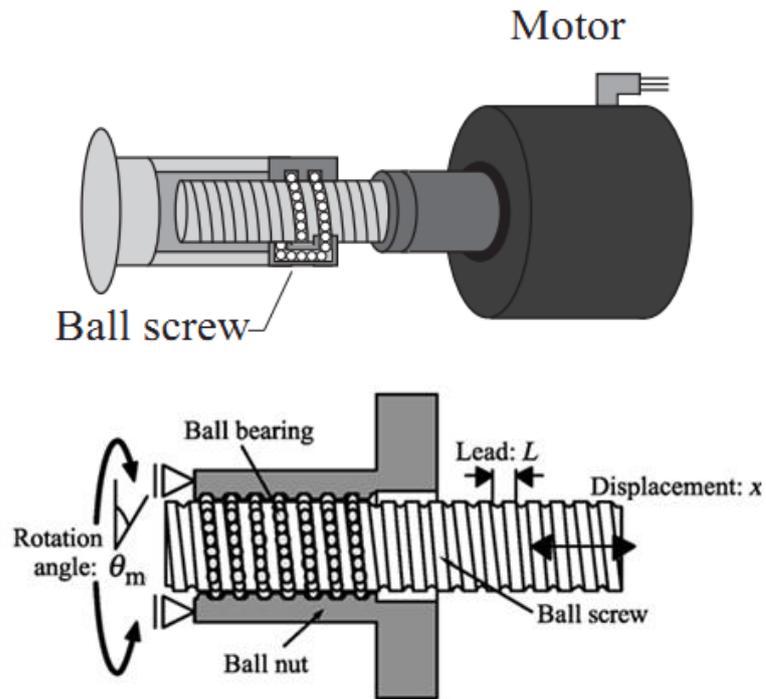


Figura. 5.2. Schema del trasduttore elettromeccanico [24]

Dove le variabili  $m$ ,  $k$ ,  $c$  sono attribuite al profilo e  $m_d$ ,  $k_d$ ,  $c_d$ ,  $c_e$  al motore. La trasmissione del moto viene attraverso la vite a ricircolo di sfere, dove il moto di traslazione del profilo viene trasformato in una rotazione dell'asse del motore a seconda della legge [24]:

$$\theta_m = \frac{2\pi}{l} h_p \quad [rad] \quad 5-1$$

Con:

- ❖  $\dot{\theta}_m$  = angolo meccanico del motore.
- ❖  $l$  = passo della vite a ricircolo di sfere.
- ❖  $h_p$  = spostamenti del punto di presa del motore.

Per quanto riguarda l'analisi elettromeccanico del motore [24] si ottiene:

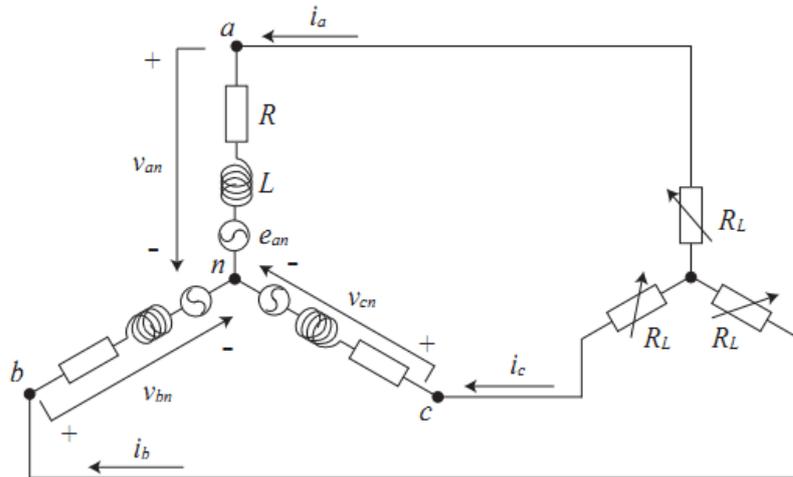


Figura. 5.3. Schema elettrico per il motore trifase con carichi resistivi

Coefficiente di smorzamento elettrico prodotto dal motore:

$$c_e = \frac{6\pi^2 K_e^2}{l^2 (R + R_L)} \quad [N.s/m] \quad 5-2$$

Forza elettromagnetica prodotta dal trasduttore:

$$f_t = m_d \ddot{h}_p + c_e \dot{h}_p \quad [N.] \quad 5-3$$

Potenza generata:

$$P_{gen} = \frac{3R_L (K_e \dot{\theta}_m)^2}{2(R + R_L)^2} \quad [W] \quad 5-4$$

Con:

- ❖  $K_e$  = costante della forza elettromotrice.
- ❖  $R$  = resistenza da linea a neutro.
- ❖  $R_L$  = carico resistivo.

Il moto continuo della vite produce uno smorzamento viscoso che viene espresso come [25]:

$$c_d = 2\beta\xi\omega_i m_d \quad [N.s/m] \quad 5-5$$

Con:

$$\beta = \frac{1}{1+\mu} \quad \xi = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} \quad \mu = \frac{m_d}{m}$$

❖ Viene assunto  $\mu = 0.04$

❖  $\omega_i$  = frequenza naturale del i-esimo modo di vibrare. Si prende in considerazione

$$\text{il secondo modo, } \omega_2 = \omega_\alpha = \sqrt{\frac{k_\alpha}{I_{ea}}} = 37.22 \frac{rad}{s}$$

Il motore usato per la modellazione numerica presenta i seguenti parametri:

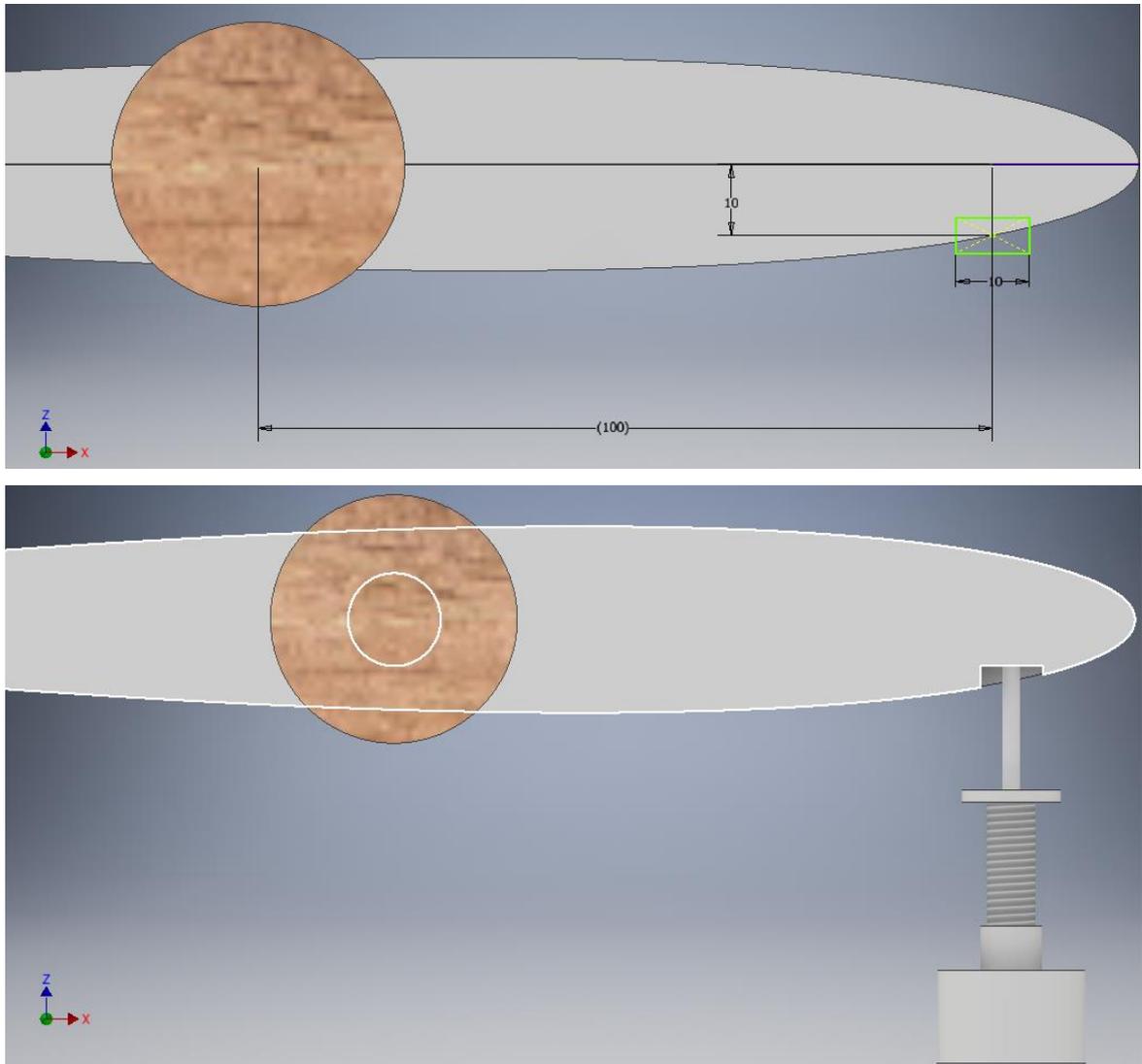
Tabella. 5-1. Parametri di modellazione del trasduttore elettromeccanico

<i>Parametro</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità</i>
$K_e$	0.01	Nm/Arms
p	4	poli
R	1.4	$\Omega$
$R_L$	16.5	$\Omega$
L	8.5	mH
l	20	mm
$m_d$	0.11	kg
$k_d$	0	N/m
$c_d$	0.9592	N.s/m
$c_e$	0.8271	N.s/m

## 5.2. Geometria

Il punto dove viene messo il trasduttore elettromeccanico è abbastanza importante per un efficiente funzionamento del sistema. Dall'analisi modale svolta nel capitolo 4 è possibile conoscere il punto di presa dove si danno gli spostamenti più elevati, pertanto una elevata generazione di potenza elettrica. Dalla sezione 3.5.2 si è visto che il moto che va in flutter è quello di rotazione attraverso l'asse elastico, quindi con riferimento alla sezione 4.1.5 ed alla figura 4.13 il punto dal quale è stato collegato il motore è a 150 mm a sinistra

dell'asse elastico. A dire il vero i risultati numerici ci dicono che lo spostamento del centro elastico è maggiore di quello del punto di presa, questo può essere dovuto allo smorzamento sia viscoso sia quello elettrico prodotto dal motore. Per tanto, il nuovo punto di presa viene 100 mm a destra dell'asse elastico ed è specificato nella figura 5.4:



*Figura. 5.4. Posizione del punto di presa del motore. 100 mm a destra dell'asse elastico*

Questa dimensione viene scelta avendo conto da limitare le sollecitazioni sul profilo. Il sistema generatore viene rappresentato come:

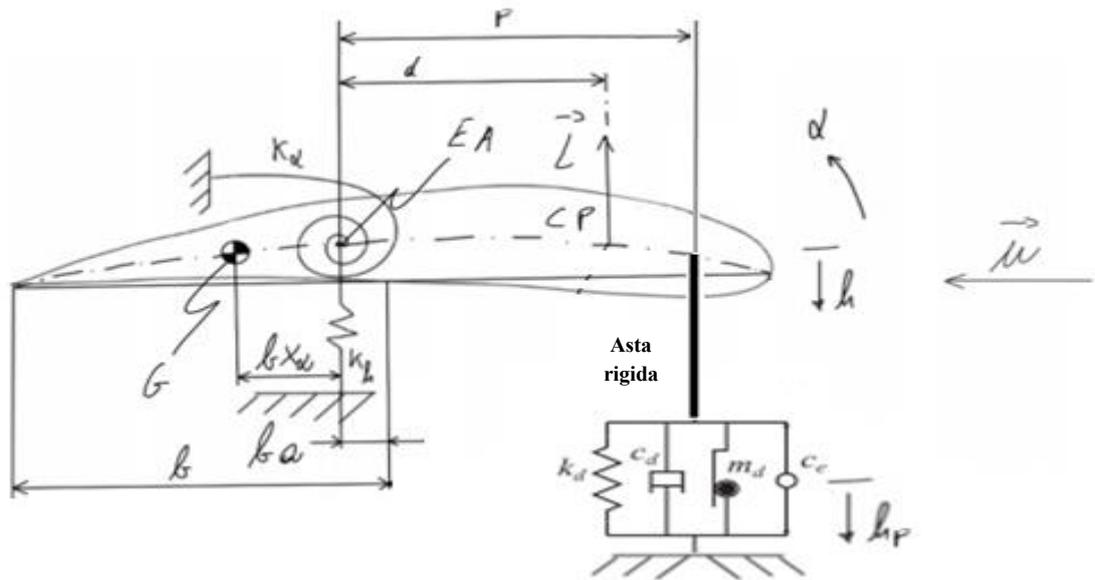


Figura. 5.5. Rappresentazione grafica del sistema profilo-motore

Le dimensioni dell'asta rigida che sarà usata dipende delle condizioni del banco prova. Questa avrà la funzione di trasmettere il moto verticale del profilo fino alla vite a ricircolo di sfere.

### 5.3. Equazioni del moto

Il funzionamento del sistema di generazione di potenza presenta due istanti importanti. Nel primo il sistema ancora non è in flutter ed il motore è spento, per tanto solo si tiene conto dello smorzamento viscoso prodotto dal meccanismo a vite a ricircolo di sfere. Dopodichè, quando si arriva alla velocità di flutter si accende il motore, si aggiunge lo smorzamento elettrico ed inizia la trasformazione di energia meccanica ad elettrica fino allo smorzamento totale delle oscillazioni.

#### 5.3.1. Motore spento

Nella figura 5.5,  $h_p$  è la coordinata che rappresenta gli spostamenti della massa aggiunta al motore (spostamenti punto di presa). Poichè l'asta è considerata rigida e di peso trascurabile si ipotizza che gli spostamenti  $h_p$  siano uguali a quelli del profilo nel punto

situato ad una distanza P dall'asse elastico (P viene usato con meno dalla figura 3.2 ),  
così:

$$h_p = h + P\alpha \quad 5-6$$

Il sistema di equazioni presenta la stessa struttura che quella vista nella sezione 3.2, con un termine aggiuntivo dovuto agli spostamenti del punto di presa. Quindi, con riferimento all'equazione 3-2 si ha:

$$T = \frac{1}{2} \int [(\dot{h} + x\dot{\alpha})^2 + m_d(\dot{h} + P\dot{\alpha})^2] dm$$

$$T = \frac{1}{2} \dot{h}^2(m + m_d) + \dot{h}\dot{\alpha}(S_a + Pm_d) + \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2(I_a + P^2m_d) \quad 5-7$$

Per quanto riguarda l'energia potenziale elastica, dell'equazione 3-3:

$$V = \frac{1}{2} (k_h h^2 + k_\alpha \alpha^2 + k_d (h + P\alpha)^2)$$

$$V = \frac{1}{2} h^2(k_h + k_d) + h\alpha(Pk_d) + \frac{1}{2} \alpha^2(k_\alpha + P^2k_d) \quad 5-8$$

Il termine dissipativo dovuto alle forze viscosse è:

$$\mathfrak{f} = \frac{1}{2} c_d (\dot{h} + P\dot{\alpha})^2 = \frac{1}{2} c_d (\dot{h}^2 + 2P\dot{h}\dot{\alpha} + P^2\dot{\alpha}^2) \quad 5-9$$

Le equazioni del moto che si ottengono sostituendo le relazioni 5-7, 5-8 e 5-9 in 3-1 sono:

$$(m + m_d)\ddot{h} + (S_a + Pm_d)\ddot{\alpha} + (c_d)\dot{h} + (c_dP)\dot{\alpha} + (k_h + k_d)h + (k_dP)\alpha = Q_h$$

$$(S_a + Pm_d)\ddot{h} + (I_a + P^2m_d)\ddot{\alpha} + (c_dP)\dot{h} + (c_dP^2)\dot{\alpha} + (k_dP)h + (k_\alpha + k_dP^2)\alpha = Q_\alpha \quad 5-10$$

Le forze generalizzate sono le stesse della sezione 3.2. Quindi, il sistema matriciale diventa:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m + m_d & Sa + Pm_d \\ Sa + Pm_d & I_a + P^2m_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_d + \frac{qSC_{L\alpha}}{u} & c_d P \\ c_d P - \frac{qSC_{L\alpha}}{u} \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) & c_d P^2 - \frac{qSC_{L\alpha} d C_{media} M \dot{\alpha}}{4u} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} k_h + k_d & k_d P + qSC_{L\alpha} \\ k_d P & k_\alpha + k_d P^2 - qSC_{L\alpha} \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 5-11 \end{aligned}$$

Le matrici dell'equazione 5-11 sono usualmente denominate come segue:

$$A = \begin{bmatrix} m + m_d & Sa + Pm_d \\ Sa + Pm_d & I_a + P^2m_d \end{bmatrix} \quad \text{Massa}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{qSC_{L\alpha}}{u} & 0 \\ -\frac{qSC_{L\alpha}}{u} \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) & -\frac{qSC_{L\alpha} d C_{media} M \dot{\alpha}}{4u} \end{bmatrix} \quad \text{Smorzamento aerodinamico}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & qSC_{L\alpha} \\ 0 & -qSC_{L\alpha} \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) \end{bmatrix} \quad \text{Rigidezza aerodinamica}$$

$$D = \begin{bmatrix} c_d & c_d P \\ c_d P & c_d P^2 \end{bmatrix} \quad \text{Smorzamento strutturale}$$

$$E = \begin{bmatrix} k_l + k_d & k_d P \\ k_d P & k_\alpha + k_d P^2 \end{bmatrix} \quad \text{Rigidezza strutturale}$$

### 5.3.2. Motore acceso

La stessa struttura della sezione 5.3.1. però con lo smorzamento totale pari a:

$$c_m = c_d + c_e$$

Il sistema matriciale diventa:

$$\begin{bmatrix} m + m_d & Sa + Pm_d \\ Sa + Pm_d & I_a + P^2m_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_m + \frac{qSC_{L\alpha}}{u} & c_m P \\ c_m P - \frac{qSC_{L\alpha}}{u} \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) & c_m P^2 - \frac{qSC_{L\alpha} d C_{media} M \dot{\alpha}}{4u} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_h + k_d & \\ k_d P & k_\alpha + k_d P^2 - qSC_{L\alpha} \left( b \left( \frac{1}{2} + a \right) + d \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 5-12$$

## 5.4. Risultati

Trovando la soluzione dei sistemi 5-11 e 5-12 con il metodo di calcolo visto nella sezione 3.4.2 dove gli autovalori ottenuti sono della forma espressa in 3-24, si ottengono i valori di frequenza e velocità del vento per l'inizio del flutter.

Tabella. 5-2. Condizioni di flutter per due sistemi motore

	Velocità flutter (m/s)	Frequenza flutter (Hz)
<b>Sistema con motore spento</b>	11.7	2.7 (Bending mode) 7.4 (Torsion mode)
<b>Sistema con motore acceso</b>	12.3	2.6 (Bending mode) 7.1 (Torsion mode)

Per quanto riguarda il comportamento del sistema ed il calcolo degli spostamenti in ogni modo di vibrare, si usano i termini dell'equazione 3-26 e la risposta libera del sistema della sezione 3.5.2. Per il caso motore, le condizioni iniziali sono:

$$\{y_0\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 10^\circ \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

### 5.4.1. Motore spento

Nella figura 5.6 si osserva l'aumento della velocità di flutter con rispetto alla figura 3.13, dovuto all'incremento dello smorzamento del sistema.

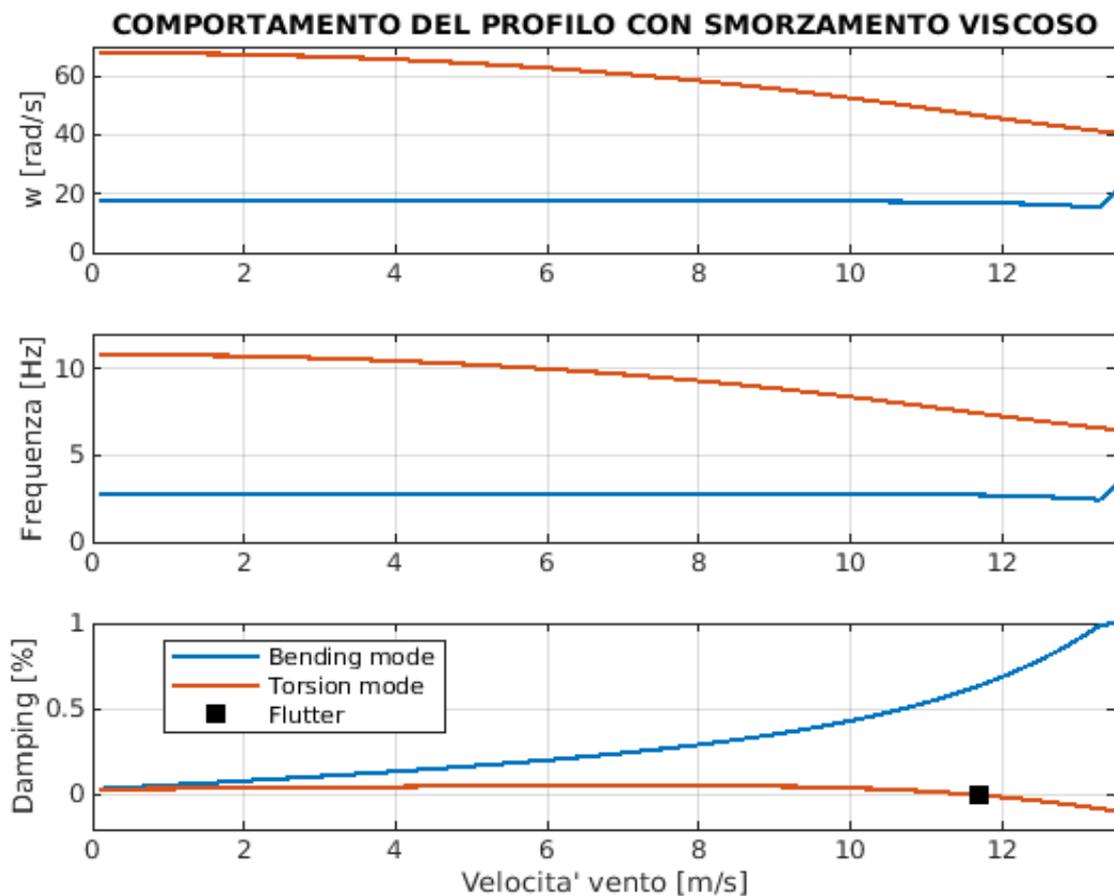


Figura. 5.6. Comportamento delle frequenze e damping per il sistema con motore spento. ( $x_{cg}=0.64c$ ,  $x_{ea}=0.4c$ ,  $P=0.1 m$ )

#### 5.4.2. Motore acceso

Si tiene conto sia dello smorzamento viscoso sia di quello elettrico, per tanto si produce un aumento nella velocità alla quale il sistema diventa instabile.

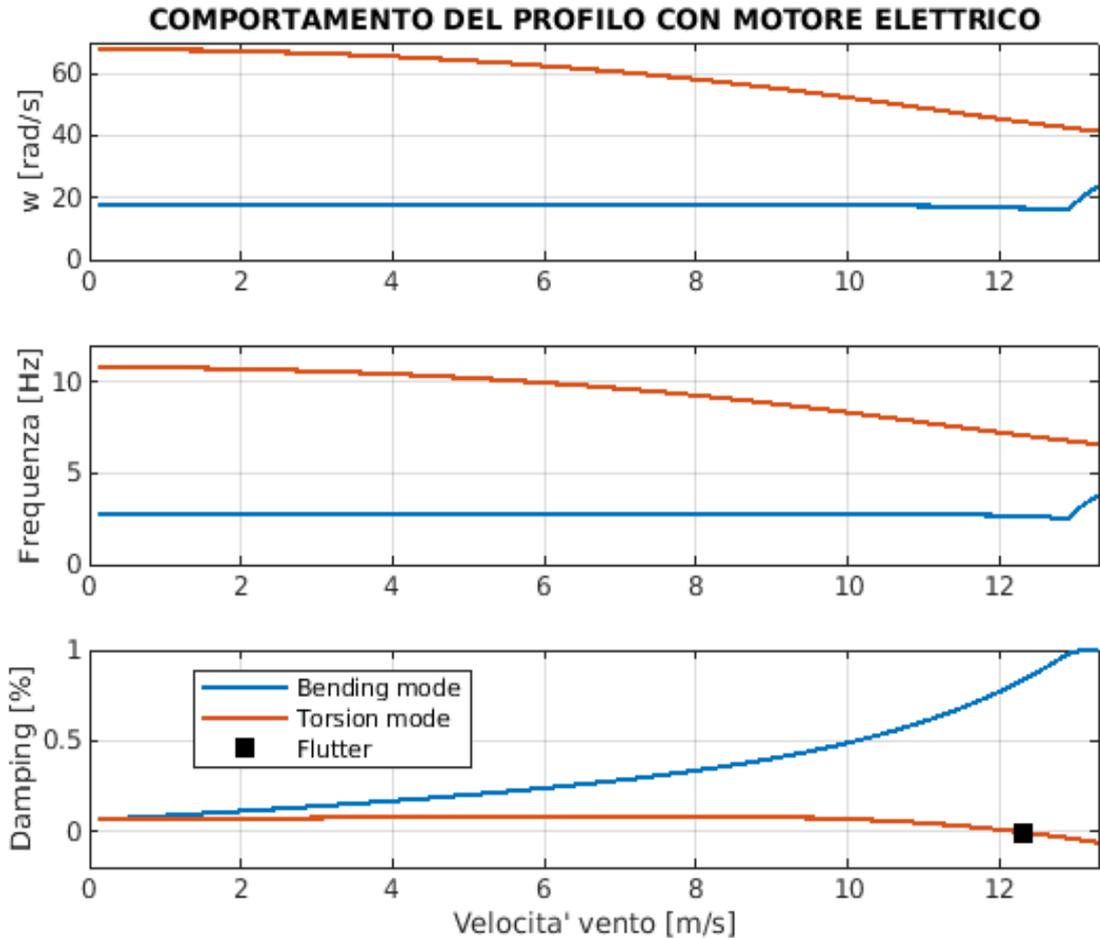


Figura. 5.7. Comportamento delle frequenze e damping per il sistema con motore acceso. ( $x_{cg}=0.64c$ ,  $x_{ea}=0.4c$ ,  $P=0.1 m$ )

### 5.4.3. Generazione di potenza

L'inizio della generazione di potenza viene quando si arriva alla velocità di flutter di 11.7 m/s (sistema con motore spento). In questo punto il controllo registra le oscillazioni, si accende il motore ed il sistema prende il comportamento con motore acceso. La tabella 5-3 riassume i parametri del sistema e la figura 5.8 l'istante dove viene il cambio di caratteristica.

Tabella. 5-3. Condizioni per l'inizio della generazione di potenza

	Velocità vento (m/s)	Frequenza (Hz)	Damping ratio (%)
<b>Inizio generazione di potenza</b>	11.7	2.71 (Bending mode) 7.39 (Torsion mode)	71 (Bending mode) 2 (Torsion mode)

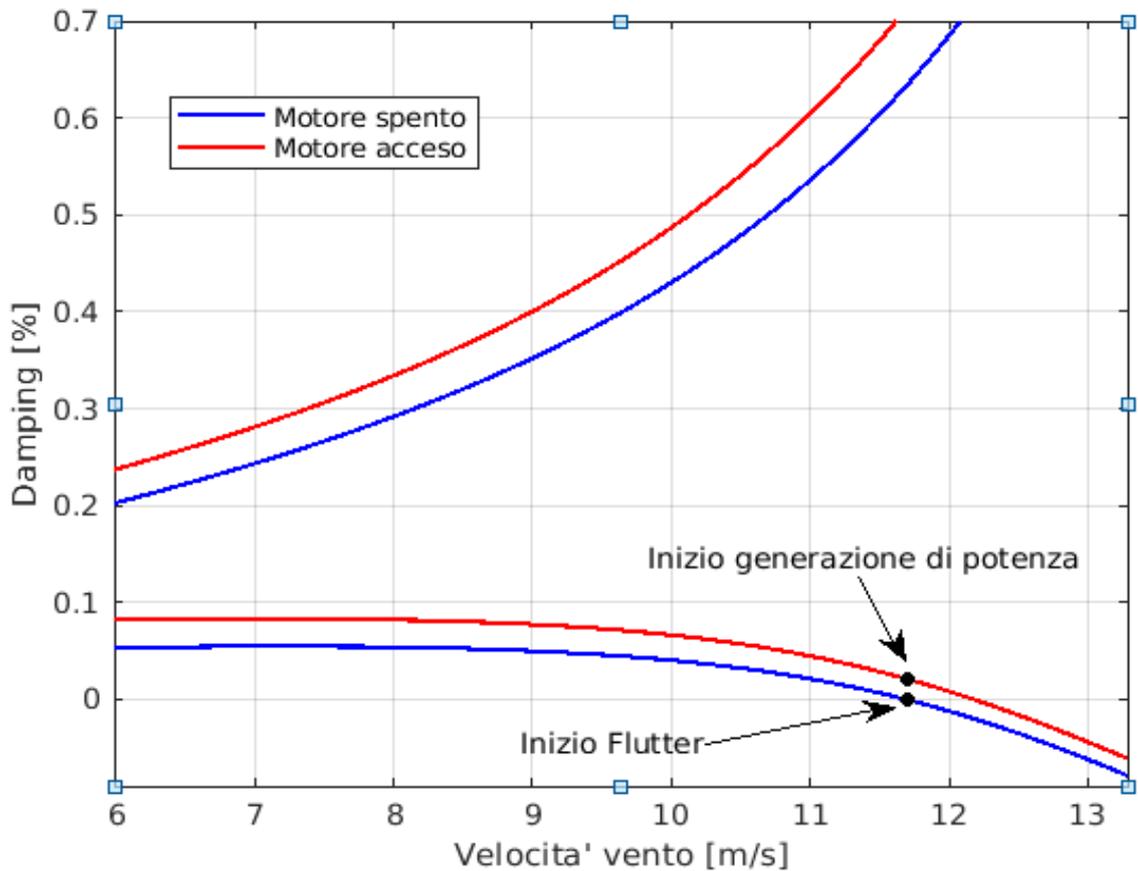


Figura. 5.8. Comportamento del damping per l'inizio della generazione di potenza. ( $x_{cg}=0.64c$ ,  $x_{ea}=0.4c$ ,  $P=0.1 m$ )

Quando il motore viene acceso il sistema comincia a trasformare il moto verticale del profilo in rotazione dell'asse motore, questo comportamento rimane fino che le oscillazioni siano smorzate per il motore oppure si raggiunga la condizione di flutter della tabella 5-2. (12.3 m/s); nella seconda condizione tutto il sistema sarebbe in moto instabile.

El comportamento del sistema che si riporta di seguito tiene conto della soluzione alla risposta libera con i valori della tabella 5-3.

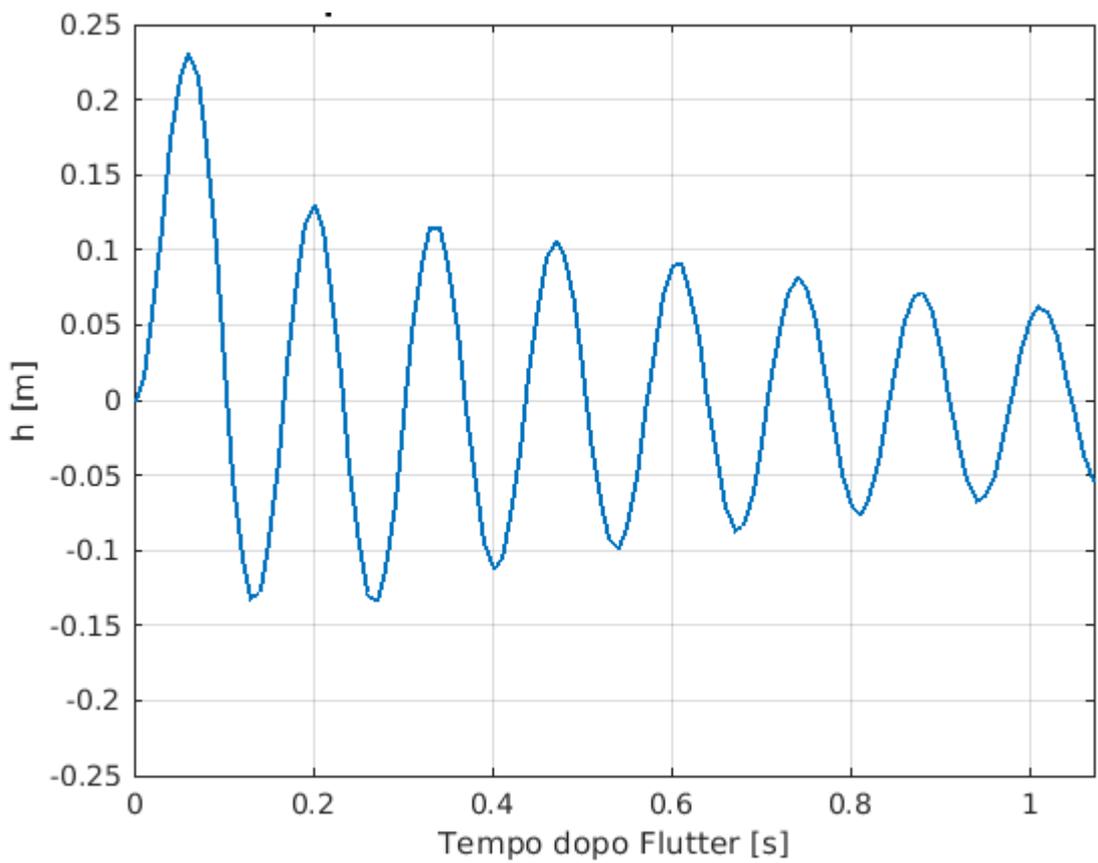
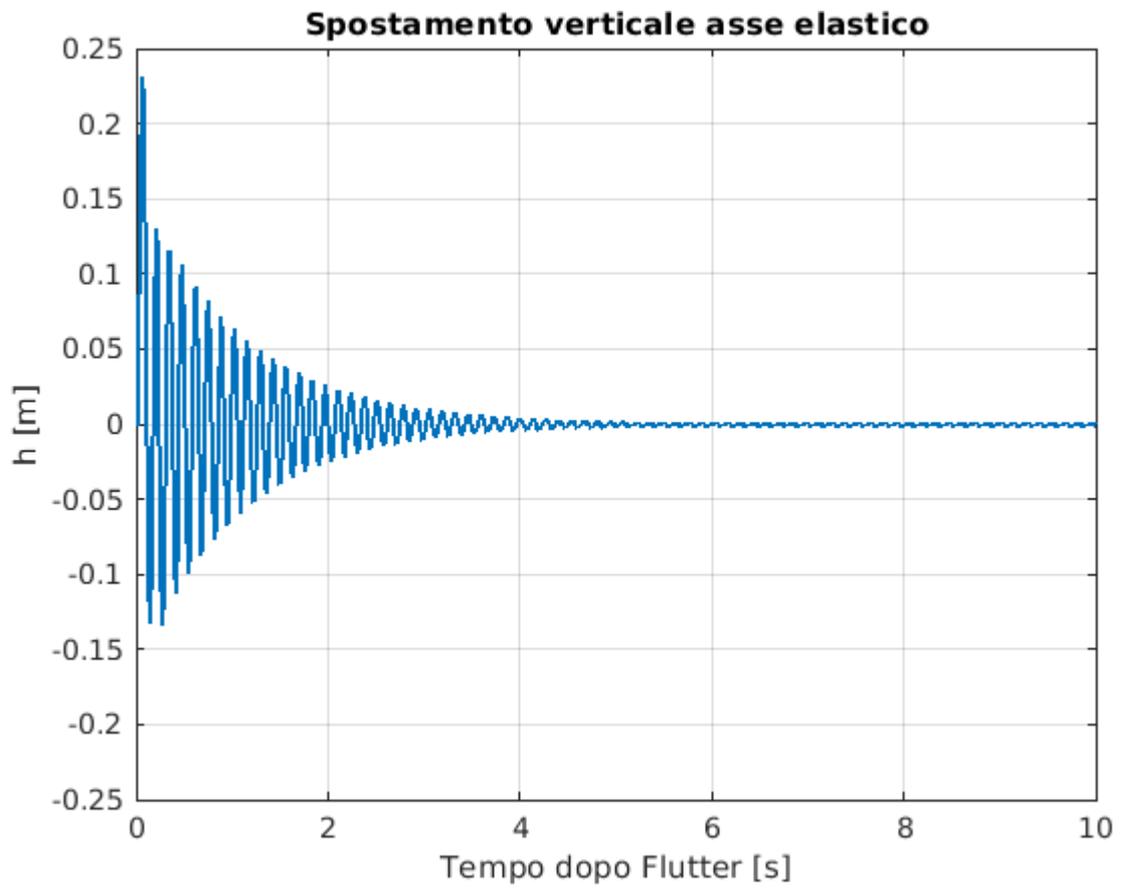


Figura. 5.9. Risposta primo modo di vibrare con motore acceso a 7.39 Hz. (Bending mode)

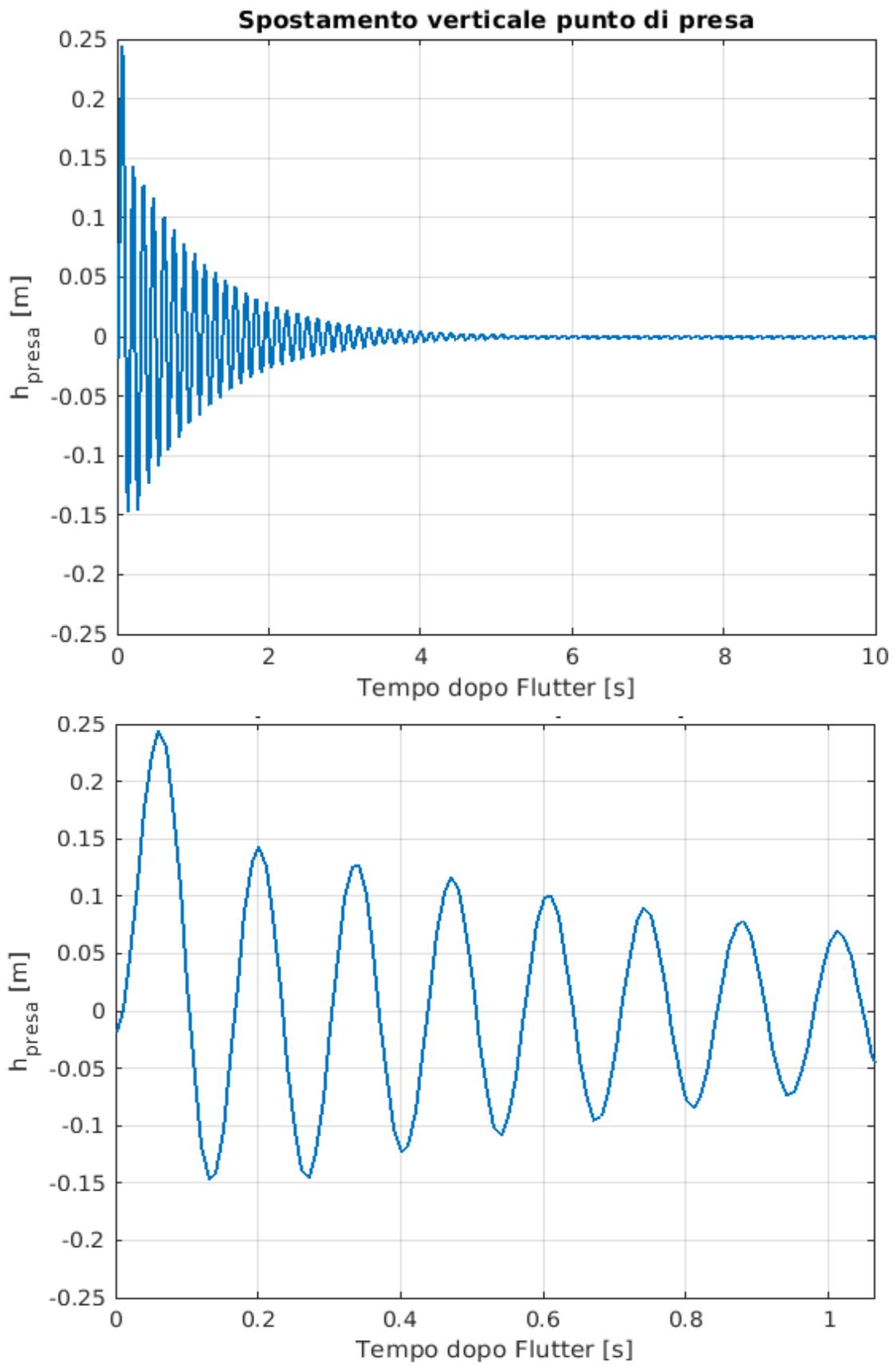


Figura. 5.10. Risposta primo modo di vibrare con motore acceso a 7.39 Hz. Punto di presa del motore.  
 (Bending mode)

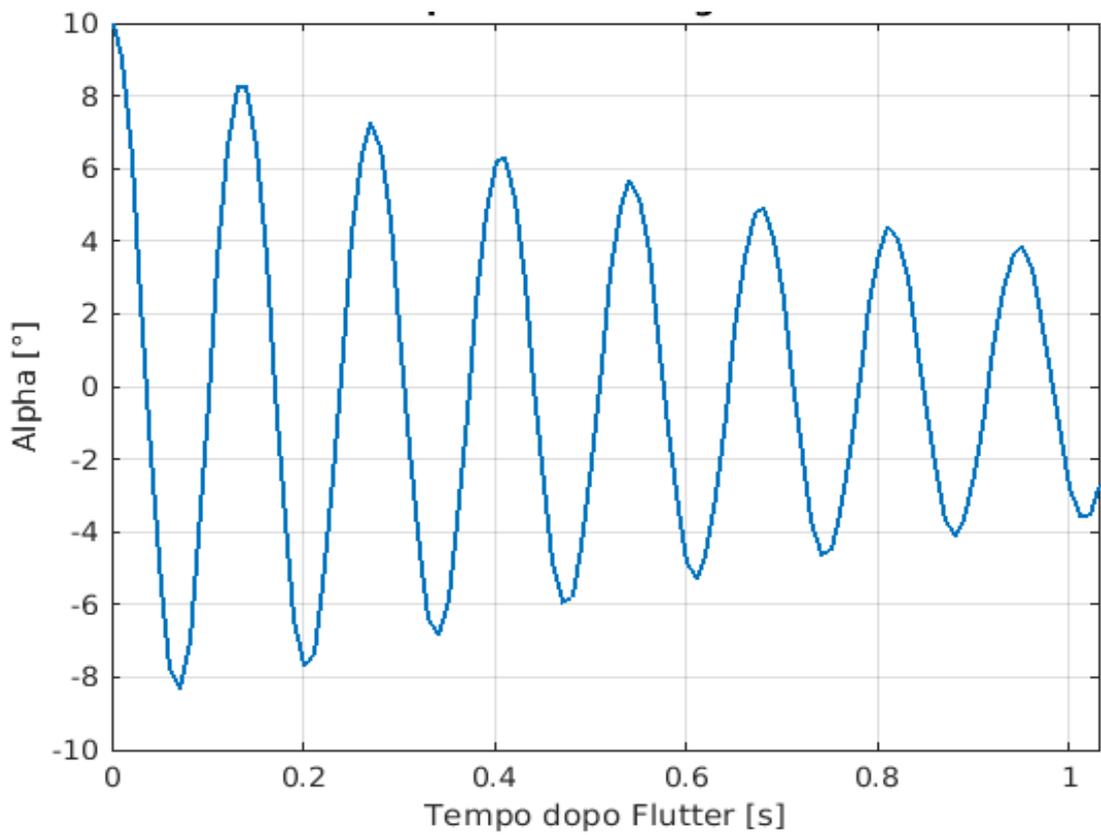
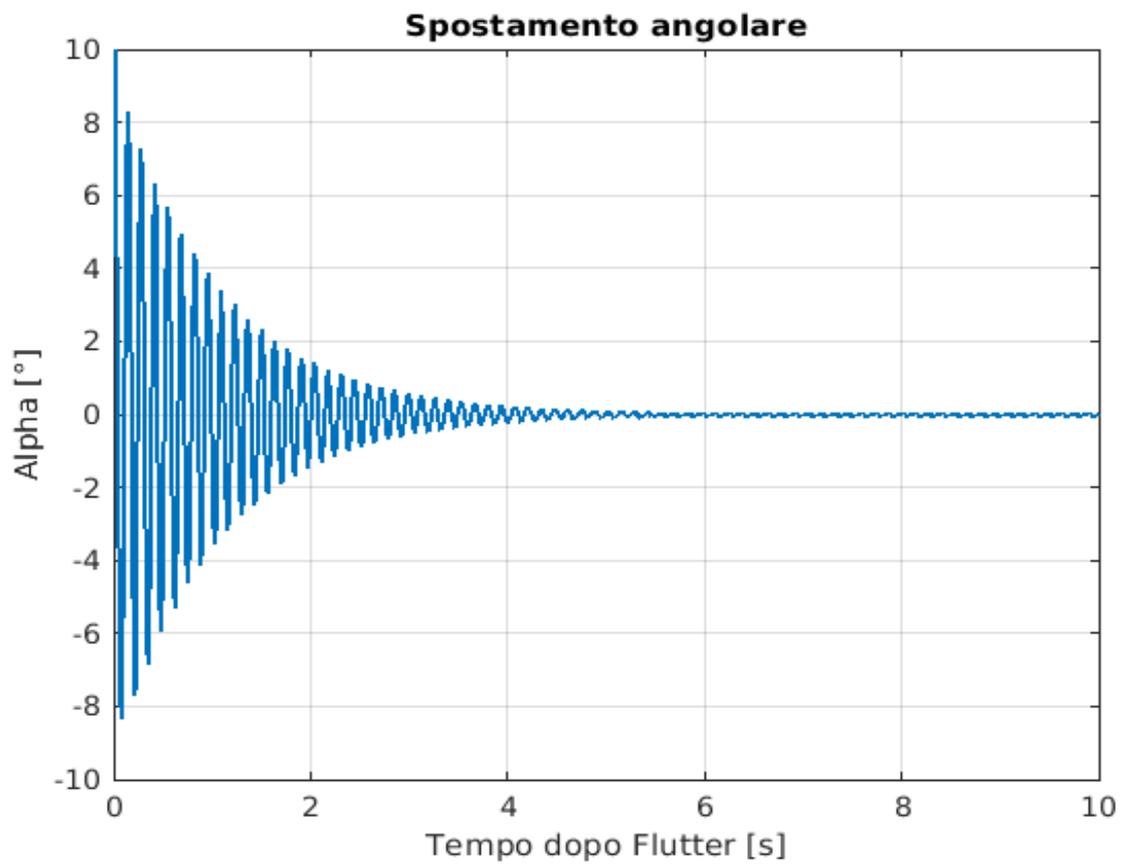


Figura. 5.11. Risposta secondo modo di vibrare con motore acceso a 7.39 Hz. (Torsion mode)

Nelle figure 5.9 e 5.10 si osserva un picco sulla prima oscillazione, comportamento simile alla risposta del sistema rappresentata nelle figure 3.15 e 3.16. Questa discontinuità è dovuta al contributo delle due frequenze naturali, però dopo in circa 0.2 secondi si registra solo la frequenza di 7.39 Hz e scompare la prima frequenza a causa dello smorzamento con un damping ratio pari al 71%.

La caratterizzazione elettromagnetica del motore presenta i seguenti risultati:

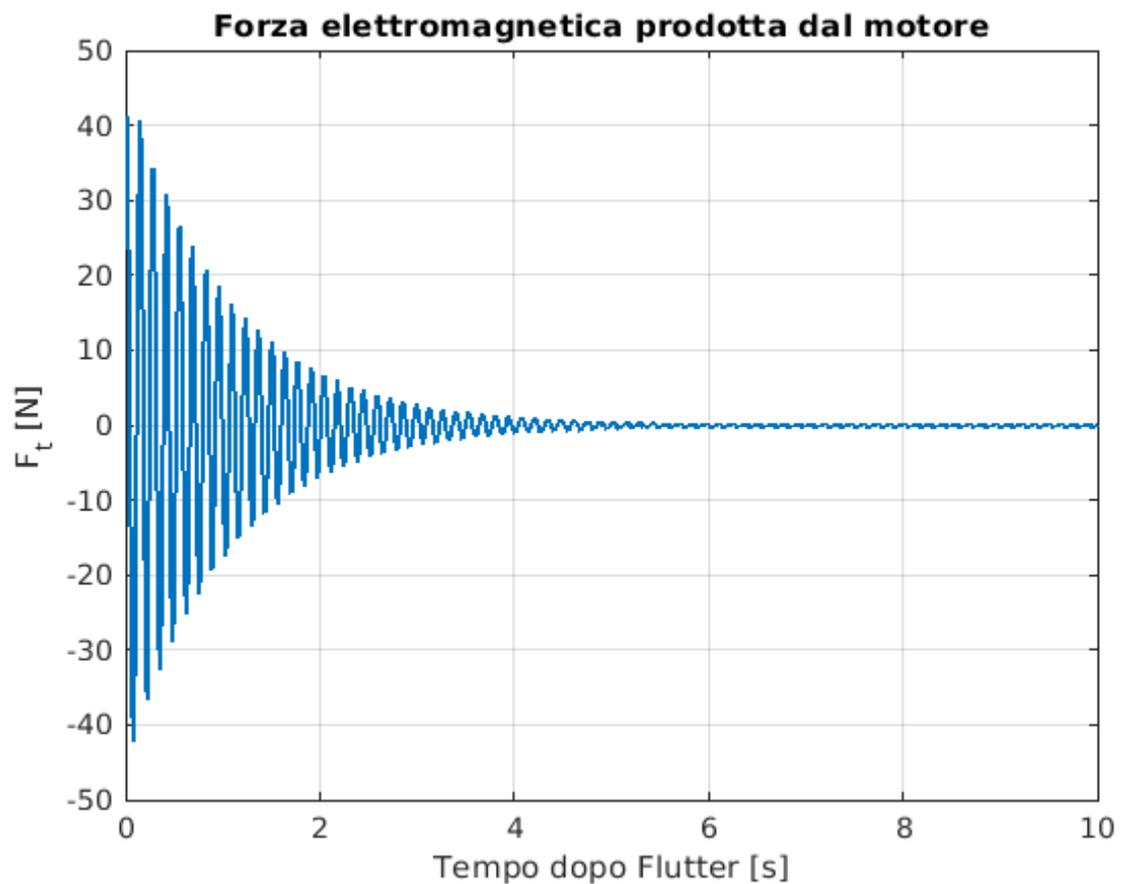


Figura. 5.12. Forza elettromagnetica prodotta dal motore

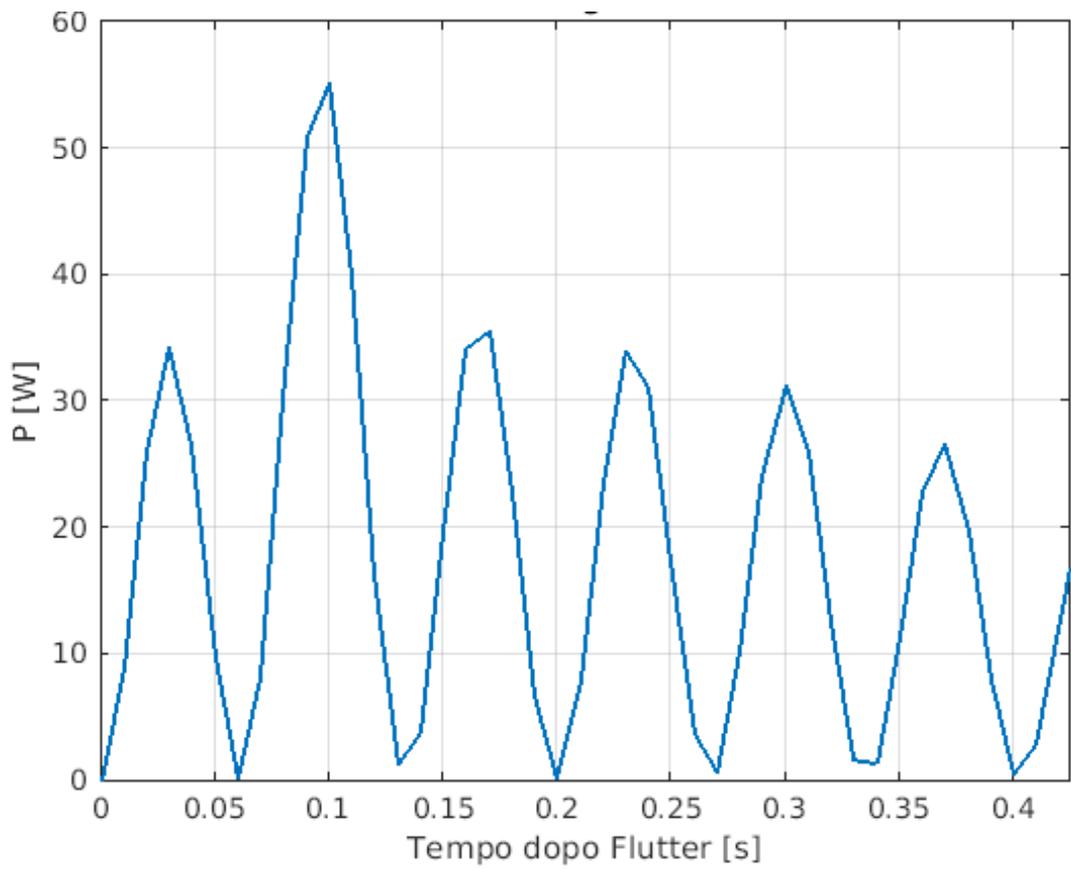
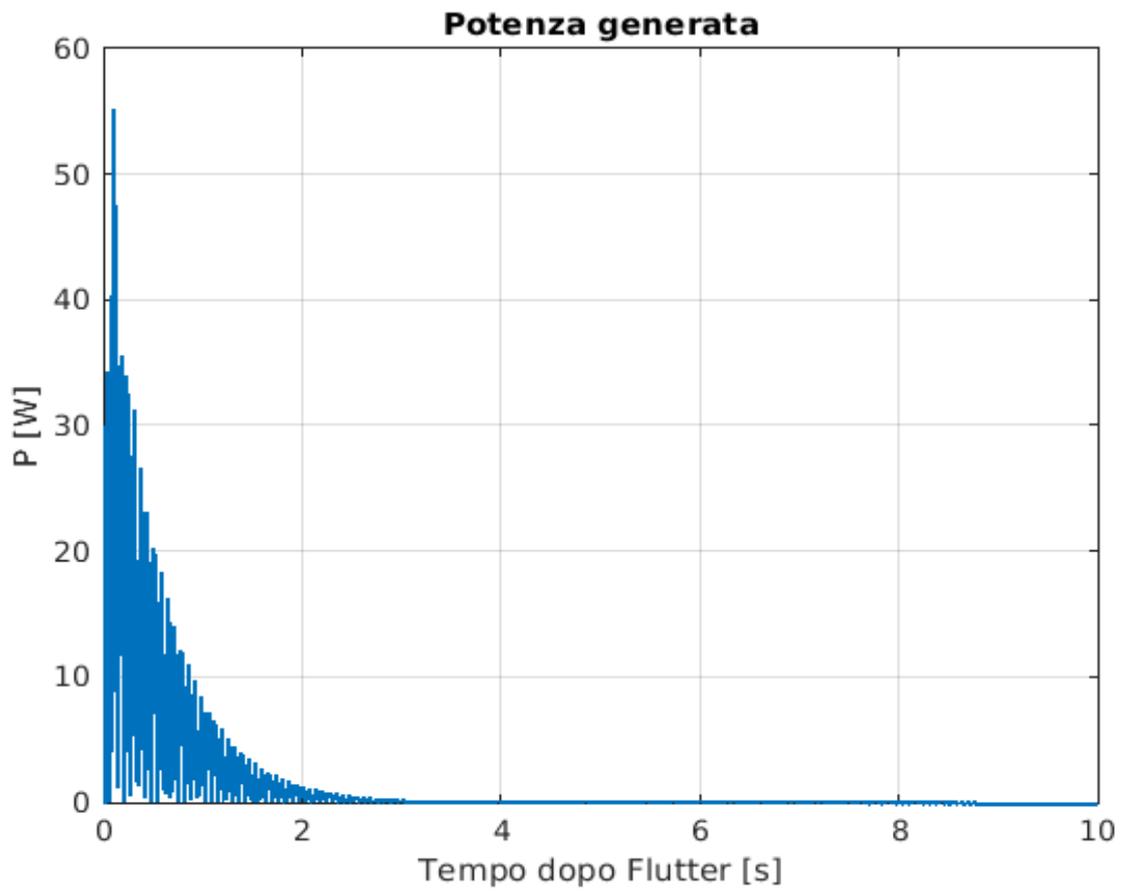


Figura. 5.13. Potenza elettrica generata dal sistema

Il picco della figura 5.13 è dovuto a una alzata repentina della velocità di traslazione del profilo nel punto di presa a 0.1 secondi. Questa oscillazione discontinua può essere dovuta al piccolo contributo della prima frequenza naturale; quindi, il sistema tende a presentare elevate oscillazioni però vengono subito smorzate e si registrano spostamenti più attenuati.

La curva dell'energia totale recuperabile dal sistema presenta due zone. La prima è simile al comportamento transitorio della curva (2 secondi) e può essere tenuta in conto come la più importante del sistema, la seconda viene come la zona stabile. Dal punto de vista dell'ottimizzazione è possibile implementare il controllo elettronico per far funzionare il motore all'interno dell'intervallo temporale del transitorio, così la recuperoazione d'energia sarebbe più efficiente.

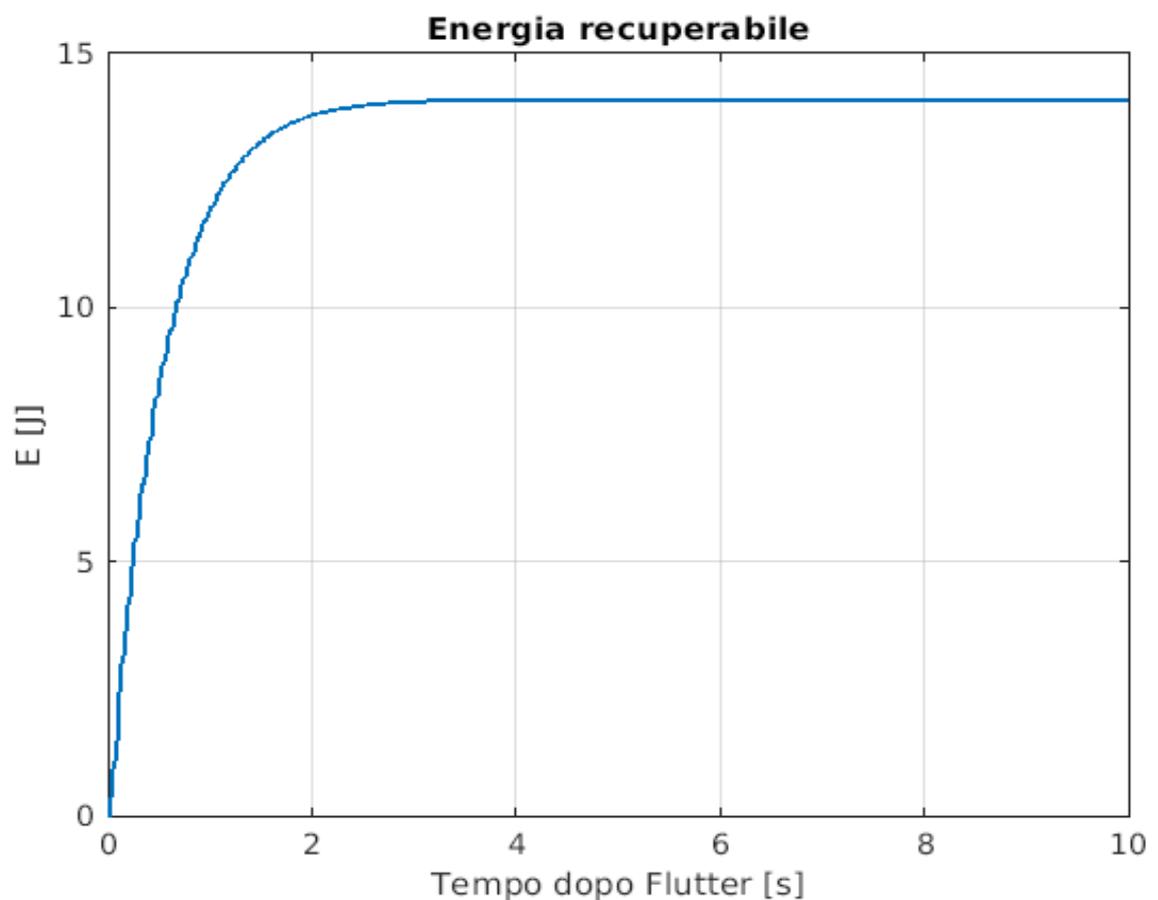


Figura. 5.14. Energia recuperabile dal sistema

## 5.5. Sistemi scalati

I risultati ottenuti nella sezione 5.4.3 sono di primo tentativo e permettono dimostrare che l'implementazione di un sistema a scala genera una determinata potenza elettrica. L'analisi di similitudine che si ha svolto nella sezione 2.2 permette ipotizzare che per un profilo reale la generazione di potenza vedrà scalata da un determinato fattore, il quale dipende delle condizioni che rimangono fisse e di quelle variabili. Quindi, un sistema a scala reale sotto lo stesso analisi modale produrrebbe una quantità maggiore di potenza e sarebbe abbastanza considerabile l'uso dell'intero sistema.

Per dare una stima di quello detto, si prende in considerazione il profilo testato in [21] con i seguenti parametri costruttivi:

*Tabella. 5-4. Parametri di modellazione profilo reale*

Corda	2 m	Rigidezza flessionale	$2 \times 10^7 \text{ Nm}^2$
Lunghezza	7.5 m	Rigidezza torsionale	$2 \times 10^6 \text{ Nm}^2$
Posizione asse elastico	0.48c	Pendenza curva portanza	$2\pi$
Posizione baricentro	0.5c	Termine instabilità	-1.2
Massa per unità area	200 kg/m <sup>2</sup>	Densità aria	1.225 kg/m <sup>3</sup>

Il motore presenta come parametri:

*Tabella. 5-5. Parametri di modellazione del trasduttore elettromeccanico con profilo reale*

<i>Parametro</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità</i>
$K_e$	0.15	Nm/Arms
p	4	poli
R	1.4	$\Omega$
$R_L$	16.5	$\Omega$
L	8.5	mH
l	20	mm
$m_d$	120	kg
$k_d$	0	N/m
$c_d$	1120	N.s/m
$c_e$	186	N.s/m

Le condizioni per l'inizio della generazione di potenza sono presentati nella tabella 5-6.

Tabella. 5-6. Condizioni per l'inizio della generazione di potenza. Profilo reale

	Velocità vento (m/s)	Frequenza (Hz)
Inizio generazione di potenza	201	1.3 (Bending mode) 1.7 (Torsion mode)

Al profilo viene applicata la stessa procedura della sezione 5.3. Il comportamento elettromeccanico e gli spostamenti del sistema si illustrano nelle figure successive.

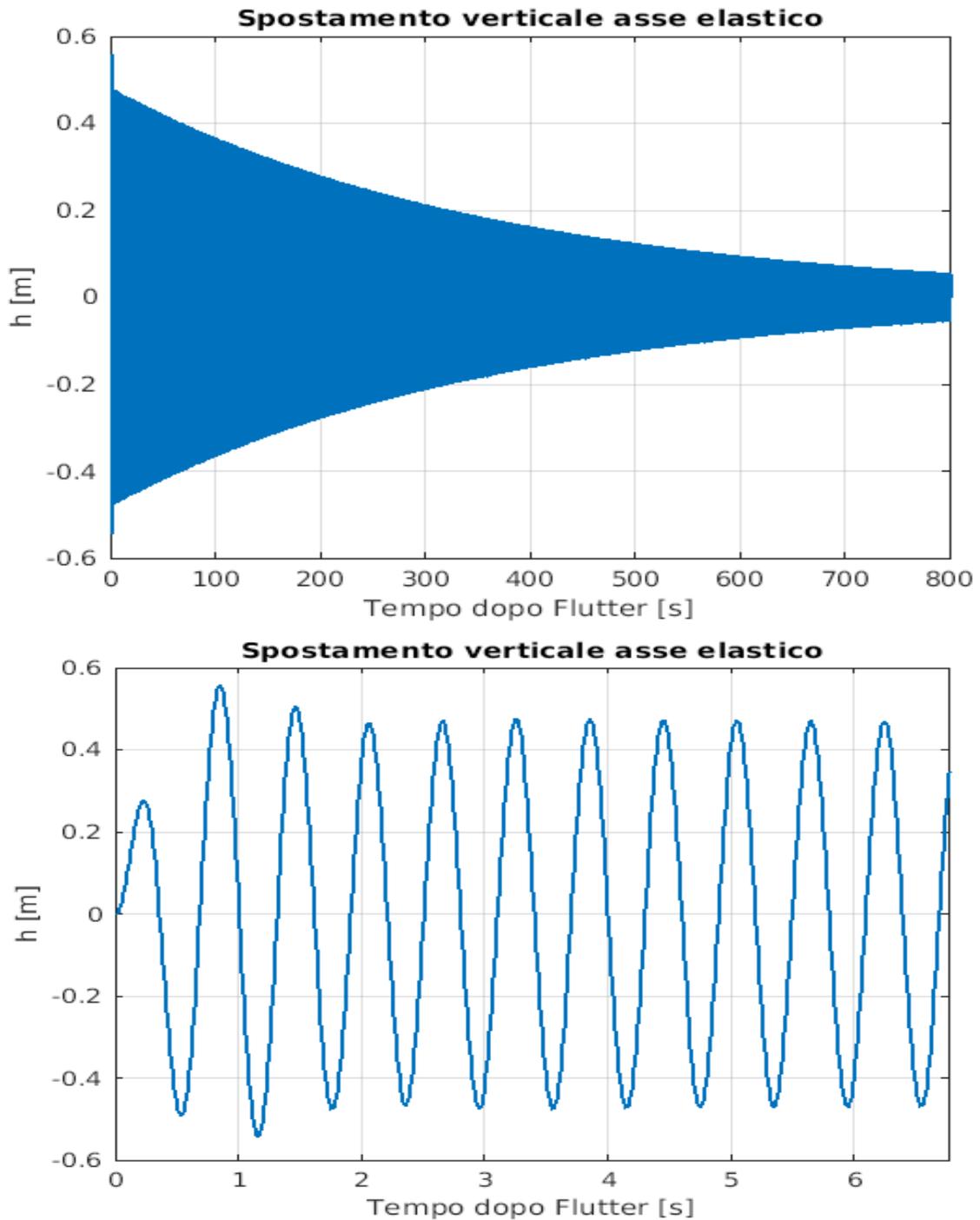


Figura. 5.15. Risposta primo modo di vibrare con motore acceso a 1.7 Hz. Profilo reale. (Bending mode)

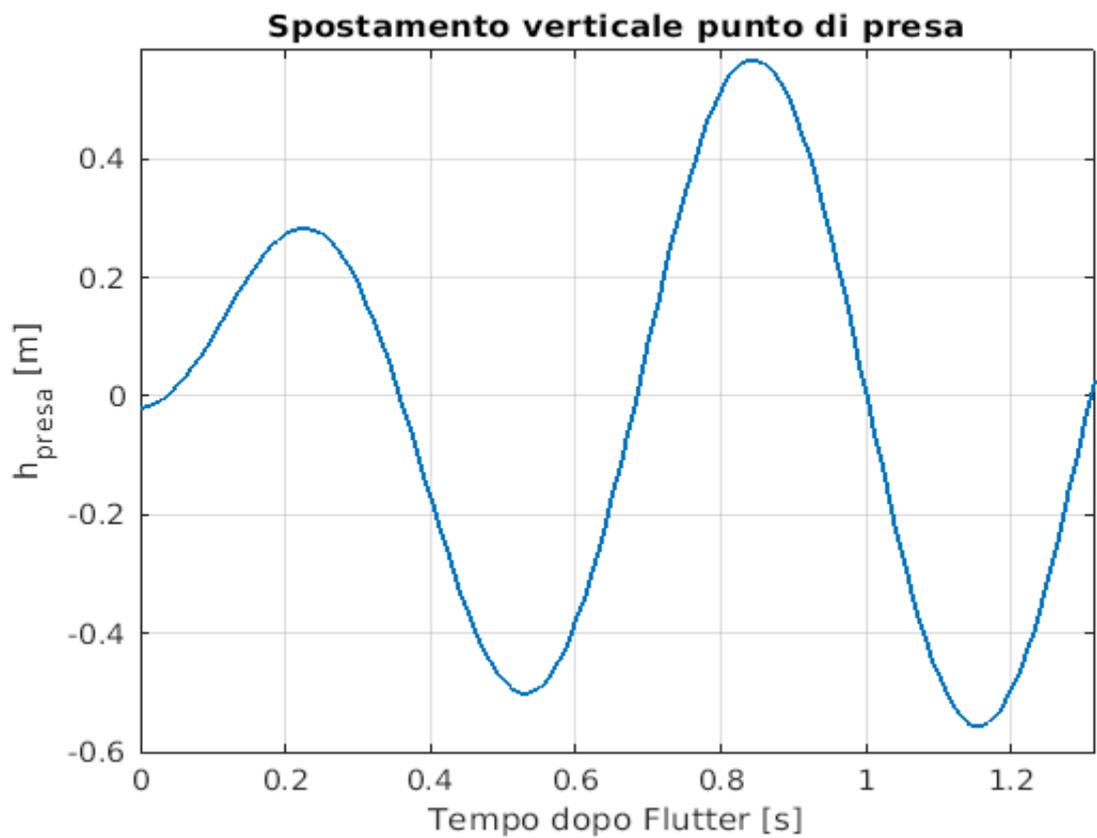
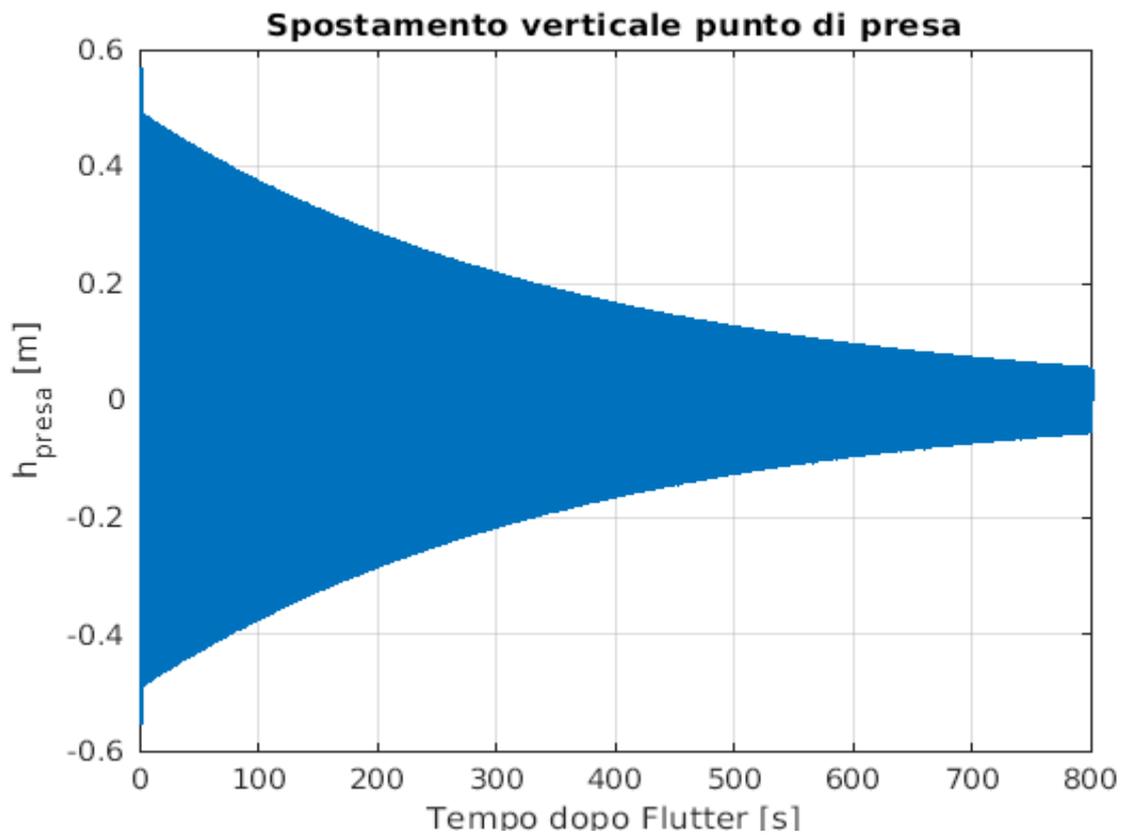


Figura. 5.16. Risposta primo modo di vibrare con motore acceso a 1.7 Hz. Punto di presa del motore.

Profilo reale. (Bending mode)

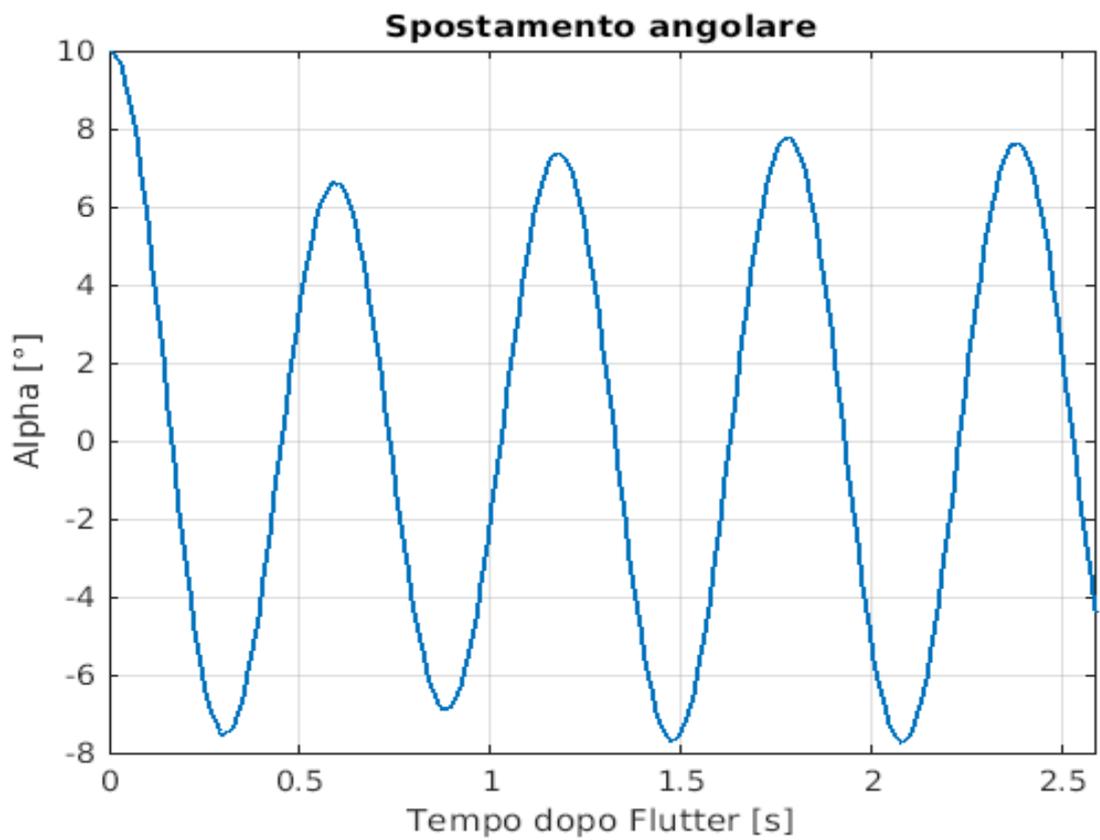
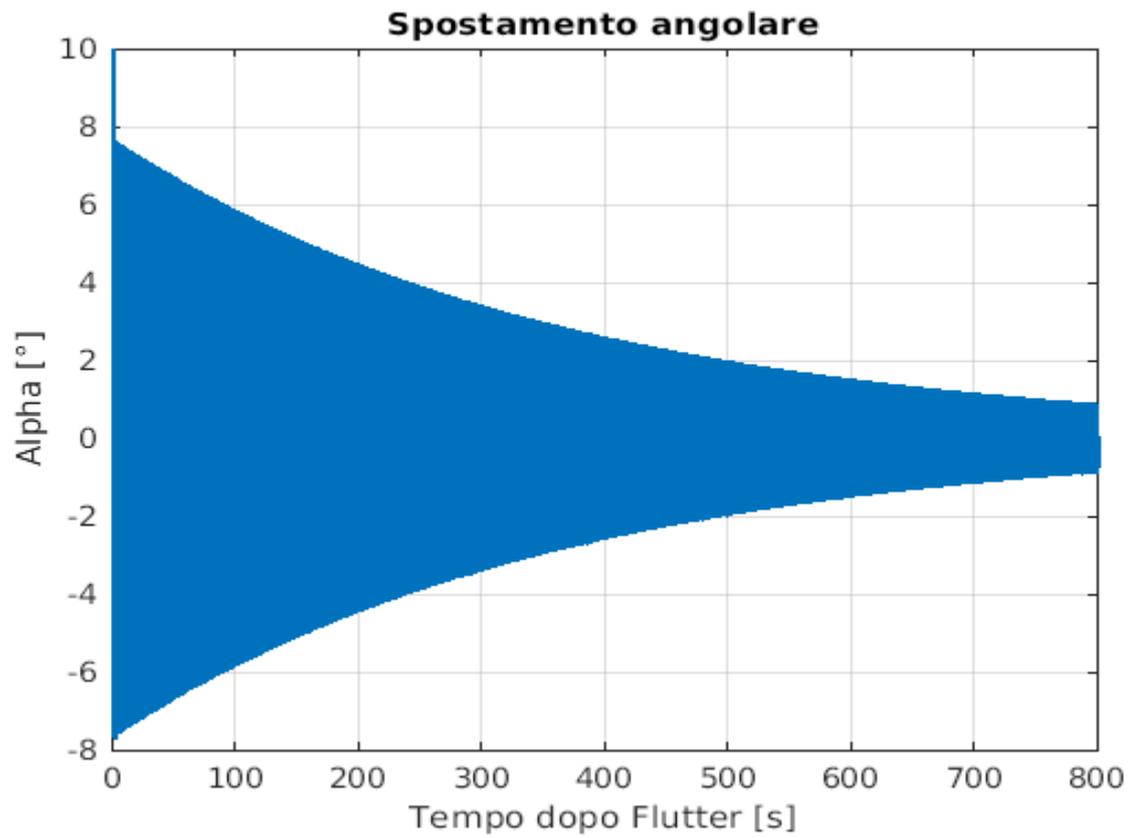


Figura. 5.17. Risposta secondo modo di vibrare con motore acceso a 1.7 Hz. Profilo reale. (Torsion mode)

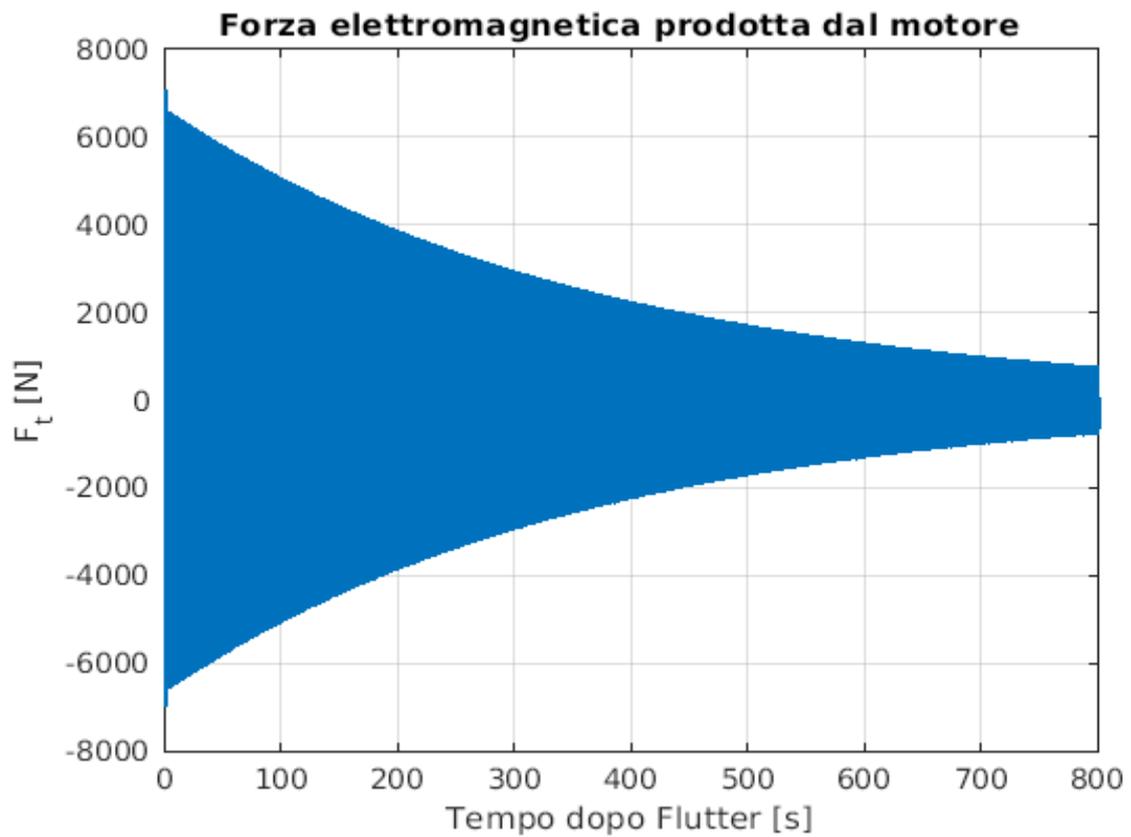


Figura. 5.18. Forza elettromagnetica prodotta dal motore. Profilo reale

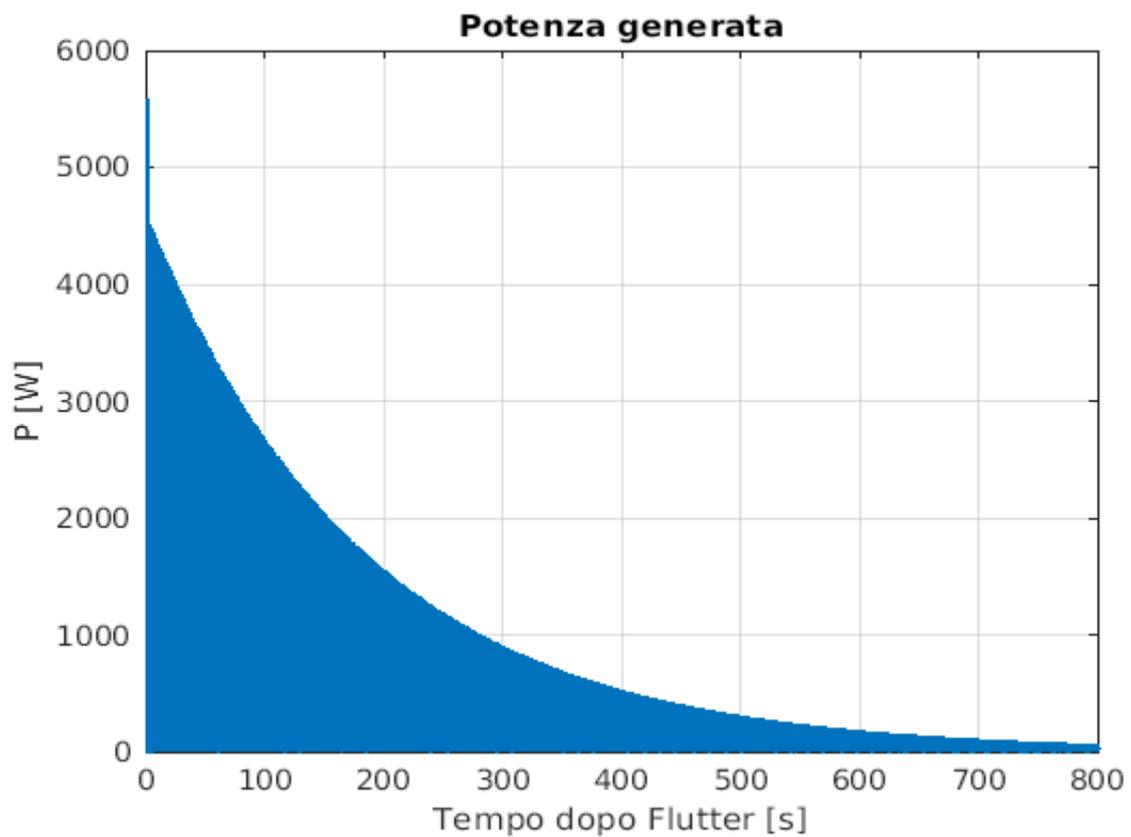


Figura. 5.19. Potenza elettrica generata dal sistema. Profilo reale

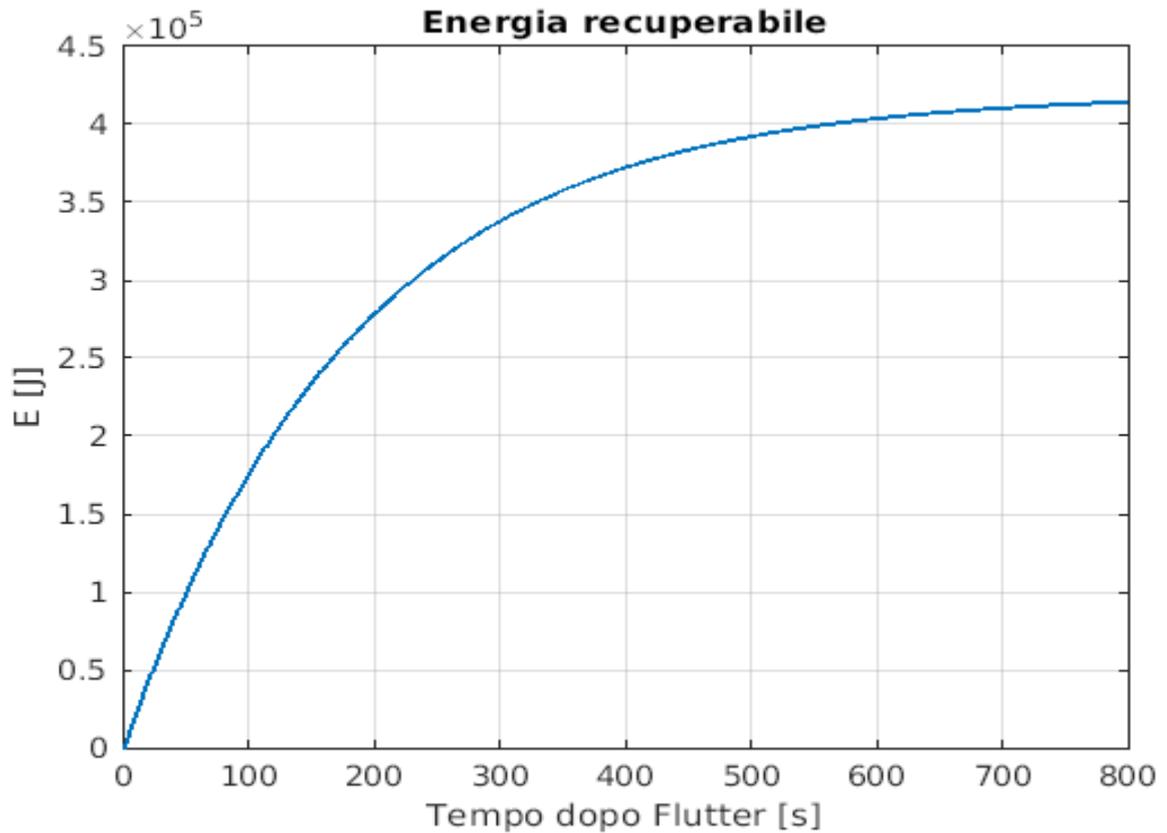


Figura. 5.20. Energia recuperabile dal sistema. Profilo reale

Della figura 5.19 si noti che ancora dopo 800 secondi il sistema non viene totalmente smorzato, quello capita dovuto all'elevata velocità di flutter e per tanto elevata portanza del sistema sebbene lo smorzamento totale è alto. In confronto con la figura 5.14 il sistema con profilo reale avrebbe un intervallo temporale del transitorio molto più elevato, per tanto viene recuperata una maggior quantità di energia fino al valore di regime. La principale limitazione del sistema è raggiungere l'alta velocità di instabilità, questo comporterebbe l'uso di gallerie di vento con alta potenza oppure sistemi sofisticati per la generazione di correnti.

## CONCLUSIONE

Il comportamento del profilo è stato verificato attraverso l'analisi aeroelastica per la determinazione della velocità del vento dove viene sperimentato il fenomeno del flutter. L'analisi modale permette di ottenere velocità tra 10 e 12 m/s, che sono valori abbastanza coerenti con le aspettative per un sistema a scala. Per quanto riguarda l'uso del programma CAD per il calcolo delle oscillazioni registrate dal profilo, sono stati ottenuti risultati simili in Matlab. Invece, dopo il collegamento con il motore sono stati diversi di quello che si aspettava, obbligando a modificare il punto di presa.

L'implementazione del profilo alare collegato al trasduttore elettromeccanico consente una modesta generazione di potenza elettrica e potrebbe entrare nel forte campo dell'energie rinnovabili. Con 14 J recuperati in circa di 2 secondi e con una potenza picco di 50 W è possibile che attraverso uno sviluppo del sistema di controllo si possa produrre di più.

La generazione di potenza elettrica è fortemente legata ai parametri costruttivi del motore, il rapporto tra le masse ( $\mu$ ) e la costante della forza elettromotrice ( $K_e$ ) sono dei termini che più influiscono nella soluzione dell'auto problema. La trasmissione del moto attraverso un asta rigida è una considerevole forma di ridurre le perdite termiche e meccaniche, diventando il sistema efficiente e di semplice assemblaggio. Altri sistemi di estrazione d'energia possono essere implementati a seconda del banco prova; tale è il caso dei materiali piezoelettrici, profili per aerogeneratori oppure modificare la posizione del trasduttore elettromeccanico.

Un profilo con dimensioni reali è proposto con l'obiettivo di confrontare la quantità di potenza generata a parità di parametri motore tranne la costante della forza elettromotrice. Con una potenza picco di 5.5 kW ed una energia recuperata di 420 kJ in circa di 800 secondi, la modalità di *Vibration to Energy* per profili reali sarebbe una alternativa di peso per studi futuri. Principali limitazioni come l'alta velocità di flutter e il banco prova per un profilo abbastanza pesante devono essere studiate più nel dettaglio.

Finalmente, questa ricerca offre una panoramica sulla modellazione numerica di sistemi scalati per il recupero di energia. Vi sono ancora molte ricerche da effettuare nel campo, dalla modellazione sperimentale per far verifica dei dati teorici fino all'ottimizzazione dei parametri di funzionamento, assemblaggio e materiali di progettazione.

## SITOGRAFIA

- [6] “Profilo alare - Wikipedia.” [Online]. Available: [https://it.wikipedia.org/wiki/Profilo\\_alare](https://it.wikipedia.org/wiki/Profilo_alare). [Accessed: 09-Oct-2019].
- [7] “Manuale di volo libero.” [Online]. Available: <http://www.manualedivololibero.com/aerodin/aerodin06.asp>. [Accessed: 09-Oct-2019].
- [8] “Aerodinamica - Wikipedia.” [Online]. Available: <https://it.wikipedia.org/wiki/Aerodinamica>. [Accessed: 09-Oct-2019].
- [13] “Fobia voli.” [Online]. Available: <http://www.viaggiandonline.it/servizi/fobiavoli.htm>. [Accessed: 09-Oct-2019].
- [14] “Manuale di volo libero.” [Online]. Available: <http://www.manualedivololibero.com/aerodin/aerodin04.asp>. [Accessed: 09-Oct-2019].
- [16] “Profilo alare NACA - Wikipedia.” [Online]. Available: [https://it.wikipedia.org/wiki/Profilo\\_alare\\_NACA](https://it.wikipedia.org/wiki/Profilo_alare_NACA). [Accessed: 09-Oct-2019].
- [17] “BOEING 737 MIDSPAN AIRFOIL (b737b-il) Xfoil prediction polar at RE=1,000,000 Ncrit=9.” [Online]. Available: <http://airfoiltools.com/polar/details?polar=xf-b737b-il-1000000>. [Accessed: 09-Oct-2019].
- [19] “Flying wing CG calculator.” [Online]. Available: [https://fwcg.3dzone.dk/?wing\\_span=117.45&root\\_chord=19.91&tip\\_chord=10.56&sweep\\_type=0&sweep=24.6&cg\\_pos=20&show\\_mac\\_lines=1](https://fwcg.3dzone.dk/?wing_span=117.45&root_chord=19.91&tip_chord=10.56&sweep_type=0&sweep=24.6&cg_pos=20&show_mac_lines=1). [Accessed: 09-Oct-2019].
- [20] “Acrilonitrile butadiene stirene (ABS) - Wikipedia.” [Online]. Available: [https://it.wikipedia.org/wiki/Acrilonitrile\\_butadiene\\_stirene\\_\(ABS\)](https://it.wikipedia.org/wiki/Acrilonitrile_butadiene_stirene_(ABS)). [Accessed: 09-Oct-2019].
- [23] “Motor Control Permanent Magnet Sync Motor (PMSM) | Farnell.” [Online]. Available: <https://it.farnell.com/motor-control-permanent-magnet-sync-motor-pmsm-technology>. [Accessed: 09-Oct-2019].

## BIBLIOGRAFIA

- [1] A.R.Collar, “*The first fifty years of aeroelasticity*”, in *Aerospace*, 2, vol.5, 1978, pp 12.
- [2] W. Baust, J. Böhmke, and F. Rabe, “Aerodynamic Flutter,” *Nervenarzt*, vol. 42, no. 9, pp. 492–495, 1971.
- [3] J. M. Cimbala and Y. a. Cengel, “Mecánica de Fluidos: Fundamentos y Aplicaciones,” *McGrawHill*, vol. Primera Ed, pp. 10–11, 2001.
- [4] G. A. Hankins and E. F. Relf, “Fluid Mechanics,” *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 157, no. 1, pp. 277–281, 1947.
- [5] M. Icardi and D. Ph, “Politecnico di torino,” pp. 23–25, 2012.
- [9] P. D. P. Coiro, “Lezione 4 : I profili alari e le forze aerodinamiche.”
- [10] J. L. Stollery, *Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics*, vol. 211, no. 1. 1997.
- [11] Carlo Casarola, *Meccanica del Volo*. Ed. Plus, 2004.
- [12] John D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics, 5th edition*, McGraw-Hill Education, 2011
- [15] G. González and L. Miguel, “aerodinámico y cuerda media aerodinámica.”
- [18] Airbus Group, “Airbus A320: Aircraft Characteristics Airport and Maintenance Planning,” pp. 31–32, 2016.
- [21] J. R. Wright and J. E. Cooper, *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads: Second Edition*. pp. 172-180, 2015.
- [22] Hodges & Pierce - *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*. pp. 184-185, 2002.
- [24] T. Asai, Y. Watanabe, and K. Sugiura, “Experimental verification of a tuned inertial mass electromagnetic transducer,” no. March 2018, pp. 2-6, 2018.
- [25] T. Asai, Y. Araki, and K. Ikago, “Structural control with tuned inertial mass electromagnetic transducers,” *Struct. Control Heal. Monit.*, vol. 25, no. 2, p. 7, 2018.