

POLITECNICO DI TORINO



TESI DI LAUREA MAGISTRALE DEL PROGRAMMA DI INGEGNERIA CIVILE

ANALISI DEL COMPORTAMENTO DEFORMATIVO  
DIPENDENTE DAL TEMPO DELLE ROCCE NELLO SCAVO DI  
GALLERIE ATTRAVERSO L'IMPLEMENTAZIONE DI UN  
MODELLO REOLOGICO VISCOELASTICO AL METODO DELLE  
CURVE CARATTERISTICHE

JUAN FELIPE VELASCO LATORRE

Anno Accademico 2018/2019

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

## SOMMARIO

1	INTRODUZIONE.....	8
1.1	MODELLI COSTITUTIVI DEI MATERIALI .....	11
1.2	IL MODELLO DI CREEP .....	15
1.3	PARAMETRI ASSOCIATI AL CREEP .....	17
1.4	MECCANISMI DI CREEP .....	20
1.5	PROVE DI CREEP .....	23
2	METODI DI ANALISI DEL COMPORTAMENTO STATICO DELLE GALLERIE .....	28
2.1	METODI ANALITICI .....	31
2.1.1	Metodo delle equazioni di Kirsch .....	32
2.1.2	Metodo delle curve caratteristiche .....	34
2.1.3	Metodo del mezzo continuo .....	36
2.2	METODI NUMERICI .....	37
2.2.1	Metodo alle differenze finite (FDM).....	38
2.2.2	Metodo degli elementi finiti (FEM) .....	39
2.2.3	Metodo degli elementi di contorno (BEM) .....	43
3	IL METODO DELLE CURVE CARATTERISTICHE.....	48
3.1	FUNZIONAMENTO ORIGINALE DEL PROGRAMMA CHE VERRÀ MODIFICATO .....	54
4	MODELLI DI COMPORTAMENTO REOLOGICO DELLE ROCCE .....	63
4.1.1	Modello elastico lineare di Hoek .....	67
4.1.2	Modello viscoso lineare di Newton .....	68
4.1.3	Modello combinato viscoelastico di Maxwell .....	70

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

4.1.4	Modello combinato viscoelastico di Kelvin-Voight .....	73
4.1.5	Modello combinato viscoelastico a tre parametri di Zener .....	75
5	IMPLEMENTAZIONE DI UN MODELLO REOLOGICO AL METODO DELLE CURVE CARATTERISTICHE.....	80
6	ESEMPIO APPLICATIVO E COMMENTO DEI RISULTATI.....	88
7	CONCLUSIONI .....	102
8	BIBLIOGRAFIA .....	106

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

## INDICE DELLE FIGURE

Figura 1. Comportamento elastico lineare dei materiali (Hosford, 2005) .....	13
Figura 2. Comportamento elastoplastico dei materiali (Hosford, 2005) .....	13
Figura 3. Comportamento viscoelastico dei materiali (Hosford, 2005) .....	14
Figura 4. Comportamento viscoplastico dei materiali (Hosford, 2005) .....	15
Figura 5. Creep primario, secondario e terziario (Runesson, 2006).....	17
Figura 6. Creep provocato per lo stesso livello di sforzo in diversi tipi di rocce (Roy & Rao, 2015).....	18
Figura 7. Effetto della variazione della temperatura e la tensione (Roy & Rao, 2015) .....	20
Figura 8. Meccanismo di creep diffusivo (Wadsworth, Ruano, & Sherby, 1998) .....	21
Figura 9. Meccanismo di creep di dislocazione (Wadsworth, Ruano, & Sherby, 1998).....	22
Figura 10. Meccanismo di creep con scorrimento a bordo grano (Wadsworth, Ruano, & Sherby, 1998).....	23
Figura 11. Configurazione della prova creep triassiale servo-controllata (ASTM D4406-04, 2004).....	26
Figura 12. Schema dell'apparato di impression creep test .....	27
Figura 13. Funzione ad una variabile rappresentata per approssimazione alle differenze finite.....	39
Figura 14. Discretizzazione e definizione della griglia o mesh (Shalabi, 2004) .....	41
Figura 15. Esempi di linee di contorno discretizzate (Shalabi, 2004).....	44
Figura 16. Relazione tra la pressione litostatica e la pressione agente sul contorno della galleria .....	48
Figura 17. Variazione della pressione interna relativa alla posizione del fronte scavo (Birchall & Osman, 2011) .....	49
Figura 18. Schema basico del problema delle pressioni e le deformazioni nelle gallerie.....	50
Figura 19. Esempio di un generico diagramma di curva caratteristica (Oreste, 2009) .....	54

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Figura 20. Deformazioni di un materiale viscoelastico soggetto al creep recovery test (Aydan et al., 2014).....	65
Figura 21. Comportamento di un materiale viscoelastico soggetto allo stress relaxation test (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016) .....	66
Figura 22. Modello della molla elastica lineare di Hoek (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016) ..	67
Figura 23. Modello del liquido viscoso di Newton (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016) .....	69
Figura 24. Modello di comportamento viscoelastico di Maxwell (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016).....	70
Figura 25. Comportamento di un materiale viscoelastico secondo il modello di Maxwell (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016) .....	72
Figura 26. Modello di comportamento viscoelastico di Kelvin Voight (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016).....	73
Figura 27. Comportamento di un materiale viscoelastico secondo il modello di Kelvin Voight (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016) .....	74
Figura 28. Modello di comportamento viscoelastico di Zener (Paredes-Madrid, Matute, Bareño, Parra Vargas, & Gutiérrez Velásquez, 2017).....	76
Figura 29. Comportamento di un materiale viscoelastico secondo il modello di Zener (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016) .....	78
Figura 30. Curve caratteristiche del terreno nel tempo con la linea di sostegno .....	98
Figura 31. Intersezioni tra la linea di sostegno e le diverse curve caratteristiche del terreno nel tempo.....	99
Figura 32. Andamento della pressione di equilibrio nel tempo .....	100
Figura 33. Andamento del modulo elastico del terreno nel tempo.....	101

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

## INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1. Valori di pressione interna per cui si calcolano gli spostamenti radiali.....	58
Tabella 2. Dati di input dell'esercizio applicativo .....	89
Tabella 3. Parametri di resistenza di picco e residui della roccia .....	90
Tabella 4. Pressione agente sul raggio plastico .....	90
Tabella 5. Parametri meccanici legati al modello reologico del materiale roccioso .....	91
Tabella 6. Tempo e modulo elastico di picco equivalente associati ad una deformazione del 5% .....	91
Tabella 7. Modulo elastico residuo equivalente associato ad una deformazione del 5% ...	92
Tabella 8. Calcolo del differenziale di spostamento con la variazione della distanza all'asse della galleria per una pressione interna pari al 90% di quella sul raggio plastico .....	94
Tabella 9. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 90% di quella sul raggio plastico .....	94
Tabella 10. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 80% di quella sul raggio plastico .....	95
Tabella 11. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 70% di quella sul raggio plastico .....	95
Tabella 12. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 60% di quella sul raggio plastico .....	95
Tabella 13. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 50% di quella sul raggio plastico .....	95
Tabella 14. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 40% di quella sul raggio plastico .....	95
Tabella 15. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 30% di quella sul raggio plastico .....	95
Tabella 16. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 20% di quella sul raggio plastico .....	95

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Tabella 17. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 10% di quella sul raggio plastico .....	95
Tabella 18. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 0% di quella sul raggio plastico .....	96
Tabella 19. Dati per la costruzione della curva caratteristica corrispondente ad un livello di deformazione secondaria del 5% .....	96
Tabella 20. Curve caratteristiche nel tempo .....	98
Tabella 21. Andamento del modulo elastico del terreno e la pressione di equilibrio con la linea di sostegno nel tempo .....	100

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

## ABSTRACT

Il metodo di convergenza-confinamento fornisce uno strumento molto utile per l'analisi del comportamento degli ammassi rocciosi nella fase di progettazione delle gallerie sotterranee. Anche se non è un metodo numerico, la sua semplicità, velocità di esecuzione, efficienza e precisione, lo rendono un ricorso ampiamente utilizzato nella valutazione dell'interazione tra il terreno e la struttura di sostegno. In sostanza, il metodo della curva caratteristica mette in contrasto le deformazioni radiali che si sviluppano sulle pareti del contorno del tunnel con la pressione interna agente sulla cavità dello scavo che si fa variare dal valore della pressione litostatica iniziale -dove gli spostamenti sono nulli- fino allo zero -dove si evidenziano gli spostamenti massimi-. In questo documento, il programma di calcolo analitico che sfrutta il metodo delle curve caratteristiche proposto dal professore Oreste, è potenziato attraverso l'implementazione di un modello reologico combinato che descrive un tipo di comportamento di un materiale viscoelastico. Grazie a questa ottimizzazione del software è possibile riportare risultati più completi che considerano non solo gli effetti immediati della variazione dello stato tensionale dovuta ai lavori di scavo, ma contemplano anche diversi scenari deformativi nel lungo termine. Il fenomeno del *creep*, largamente commentato in questa tesi, si sviluppa nelle strutture soggette a sforzi costanti e, nel caso delle opere sotterranee, abbatte gradualmente il modulo elastico equivalente della roccia provocando delle deformazioni dipendenti dal tempo (Barla, 2011). Un esempio pratico con dati reali viene risolto utilizzando il programma migliorato con lo scopo di far risaltare i vantaggi che comporta il complemento introdotto.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

## 1 INTRODUZIONE

Nell'ambito dell'ingegneria civile, la realizzazione di un'opera in sotterraneo comporta la risoluzione di problemi specialmente particolari visto che risulta estremamente complesso la determinazione dei dati di base del disegno. Uno dei grandi ostacoli, ad esempio, è quando si parla delle proprietà dell'ammasso roccioso, il materiale principale coinvolto nella costruzione, che non ha sempre delle caratteristiche costanti e ben definite ma dipende, in ogni caso particolare, dalle prove utilizzate per ricavarle. Per costruire una struttura in superficie si deve pensare all'equilibrio che si raggiunge nella configurazione finale desiderata, mentre che nella costruzione di gallerie nel sottosuolo bisogna adattare tutte le considerazioni ad un equilibrio previamente esistente e produrre, in qualche maniera, delle perturbazioni previste conoscendo le condizioni operative solo in modo approssimativo.

L'ingegnere Giovanni Lombardi propone nel suo articolo titolato *Tunnel Support* (1974) un'interessante comparazione tra quello che dovrebbe essere il processo di costruzione di una galleria, e quello che, in realtà, è almeno secondo la sua esperienza pratica. Questa descrizione mette in scena i problemi reali che sfidano il progresso e l'avanzamento delle attività civili, oltre l'ottica teorica e concettuale dei calcoli e le previsioni matematiche. Lombardi suggerisce che, in teoria, il problema del disegno e la costruzione del sostegno nelle gallerie, potrebbe essere riassunto nella seguente maniera:

“Lo scavo e l'allineamento di una cavità di sezione trasversale costante e di lunghezza considerevole, vengono pianificati usando metodi di progettazione ben precisi con tempistiche di lavorazione perfettamente programmate e avendo preso in considerazione anche il più piccolo dettaglio dato lo stato iniziale dell'ammasso roccioso (posizione, stato tensionale e temperatura) che si conosce perfettamente e le proprietà meccaniche del materiale che lo costituisce (struttura, anisotropia, non omogeneità, resistenza, deformabilità, viscosità, ecc.) anche esse perfettamente definite in tutti i punti, così come

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

la geometria e le proprietà meccaniche del materiale utilizzato nel sostegno. In queste condizioni, il problema è la determinazione precisa degli spostamenti provocati nei diversi punti della roccia, particolarmente quelli al bordo dello scavo, sia durante che dopo i lavori, e, di conseguenza, le sollecitazioni agenti nella struttura di sostegno. I risultati ottenuti devono essere esaminati per garantire i requisiti minimi di sicurezza e l'idoneità del metodo di costruzione sfruttato.”

Invece, per dei vari motivi che rendono più complicato il corso di certe fasi della costruzione di una galleria, gli ingegneri che si occupano del disegno, la progettazione e la messa in opera di questi impianti, nella pratica, si trovano davanti un contesto ben diverso e molto lontano da quello idealizzato descritto nel paragrafo precedente:

“Data la composizione geologica dell'ammasso roccioso più o meno conosciuta e lo stato iniziale degli sforzi misurato solo in pochi punti per cui le proprietà meccaniche sono definite solo approssimativamente da prove di laboratorio realizzate su un numero limitato di provini, spesso rilevati da zone al di fuori dell'area dello scavo, il problema reale è costruire una cavità di forma approssimativamente cilindrica e di lunghezza considerevole, utilizzando metodi di scavo selezionati a seconda dei limiti imposti per le capacità operative ed economiche del progetto e, probabilmente, suscettibili a improvvisi cambiamenti dovuti all'incertezza nei confronti delle caratteristiche della roccia da perforare e gli errori umani che spesso e sovente ritardano le tempistiche programmate in tutti i piani di lavoro dell'ingegneria civile. Da un'altra parte, è frequente il fatto che i sostegni vengano installati in posizioni con precisione limitata e, normalmente, in tempi sbagliati rispetto a quelli stabiliti, per colpa di presupposti non tecnici legati all'attrezzatura, per esempio. Lo scopo principale dell'attività è riuscire a fare tutto ciò, ad un costo minimo, rispettando i requisiti di sicurezza per garantire la stabilità dell'opera.”

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Con l'obiettivo di semplificare il contenuto di questo documento e rendere più pratiche le osservazioni esaminate, tutte le spiegazioni saranno rivolte al caso più elementare di condizione di costruzione della galleria, cioè, gallerie con cavità di lunghezza considerevole e sezione trasversale costante. Evidentemente, esistono altri molti casi di problemi di maggior complessità nell'ambito della meccanica delle rocce che non verranno approfonditi, anche se potrebbero condurre gli argomenti di questa tesi verso un ramo di elevato interesse pratico, tale come l'intersezione di varie gallerie, l'interazione dello scavo della galleria con scavi nelle prossimità o la formazione di camera e grotte lungo la sezione trasversale del tunnel.

Una caratteristica delle opere in sotterraneo che le rende veramente complesse nei riguardi del disegno e l'esecuzione è collegata al fatto che la fase dove la struttura è soggetta alle maggiori tensioni non è la fase finale, quando gli effetti provocati dalle perturbazioni dello scavo sono completamente confinati per il sostegno definitivo, ma la fase durante lo svolgimento dei lavori in cantiere, quando la galleria non è ancora finita. In questa fase, le tensioni già esistenti prima degli interventi, vengono deviate e canalizzate intorno alla cavità dello scavo in cui si creano delle zone nelle pareti della galleria altamente richieste a livello di sforzi.

Quando il materiale che costituisce il sottosuolo dove si costruiscono le gallerie sotterranee viene rimosso, ci si generano cambiamenti negli stati di sforzo locali delle rocce intorno allo scavo. Queste variazioni mettono in rischio la stabilità dell'ammasso roccioso. Le deformazioni provocate in alcuni tipi di roccia disturbata sono state collegate al tempo come una delle variabili importanti da considerare per rendere precisa l'analisi del comportamento del materiale dopo, ma soprattutto, durante la realizzazione dell'opera visto che si è dimostrato che qualora si applichi uno sforzo premente e costante ad una struttura, appaiono delle deformazioni non costanti nel tempo.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Comprendere la natura e l'origine delle deformazioni provocate per gli scavi nella costruzione di gallerie profonde comporta la conoscenza sia dei sostegni della roccia, sia dell'interpretazione dei dati di campo. Il monitoraggio e le misurazioni degli spostamenti nelle pareti delle gallerie fatti per anni, hanno dimostrato che il processo di deformazione inizia durante la fase di scavo e potrebbe continuare anche molto tempo dopo la conclusione dell'opera. Questo fenomeno dei movimenti percepiti nei muri interni della galleria, anche chiamati convergenza, risulta dall'avanzamento del fronte scavo ma anche del comportamento dipendente dal tempo dell'ammasso roccioso.

I terreni soggetti ad uno stato tensionale costante determinato possono reagire in diversi modi a seconda delle loro proprietà meccaniche e della magnitudine delle forze esterne applicate. Possono, ad esempio, presentare una componente elastica, collegata ad una risposta immediata con delle deformazioni recuperabili o non permanenti. Potrebbero anche presentare una componente viscosa associata ad una risposta ritardata nel tempo. E finalmente, i materiali possono reagire in modo plastico, cioè, subire delle deformazioni immediate ma, in questo caso, permanenti o non recuperabili, anche se lo sforzo a cui sono stati soggetti viene tolto. È importante capire le differenze tra questi concetti (elasticità, viscosità e plasticità) perché a partire della loro individuazione al momento di studiare il comportamento di un materiale, è possibile arrivare alla definizione giusta di un modello di simulazione con cui prevedere le conseguenze dell'applicazione dei carichi su una superficie con delle caratteristiche geometriche e meccaniche conosciute per calcolare i parametri di disegno.

## 1.1 MODELLI COSTITUTIVI DEI MATERIALI

Per risolvere un problema di tipo meccanico, come quelli che vengono affrontati nell'applicazione dell'ingegneria delle rocce, devono entrare nelle considerazioni tre tipi di equazioni: le equazioni di congruenza (che esprimono la possibilità di spostamenti che

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

vengono ipotizzati sulla struttura isostatica equivalente, compatibilmente con i vincoli della struttura assegnata), le equazioni di equilibrio (che riguardano l'equilibrio statico di una struttura in cui intervengono le forze esterne applicate e le azioni che le varie parti della stessa si scambiano reciprocamente) e finalmente le equazioni delle leggi costitutive (che descrivono il comportamento sforzo-deformazione del materiale attraverso un modello). In modo da poter arrivare alla soluzione totale di un problema di deformazione determinando il campo degli sforzi e quello degli spostamenti, è fondamentale usare i tre precedenti tipi di equazioni. Gli strumenti di calcolo che vengono utilizzati più spesso e con un largo impiego nella pratica corrente sono i modelli costitutivi (o modelli reologici) di mezzo continuo per cui valgono le leggi dell'elasticità, l'elastoplasticità e quelle dipendenti dal tempo, cioè, visco plasticità e viscoelasticità (Fahimifar, Therani, Hedayat, & Vakilzadeh, 2010).

I modelli elastici sono particolarmente utili quando si fanno analisi preliminari del problema prima di valutare l'idoneità di modelli più complessi. Il comportamento elastico tipico di un materiale viene verificato quando esso è soggetto ad una tensione (inferiore al suo limite elastico e quindi ancora nella regione lineare della grafica sforzo-deformazione) che provoca una deformazione immediata. Quando questa tensione esterna viene rimossa, si produce una recupero totale nel materiale, che torna al suo stato naturale con la forma originale e rimanendo senza deformazioni permanenti. Detto in un altro modo, il concetto di elasticità è riferito alla proprietà meccanica di certi materiali che possono soffrire deformazioni reversibili quando sono sotto l'azione di forze esterne, e di recuperare la loro autentica configurazione una volta che i carichi vengono cancellati, come si può osservare nella Figura 1.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

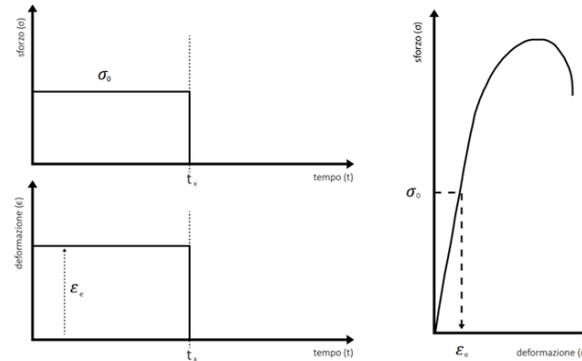


Figura 1. Comportamento elastico lineare dei materiali (Hosford, 2005)

Per quanto riguarda il comportamento elastoplastico dei materiali, essi devono essere soggetti, fino ad un tempo definito, a tensioni esterne permanenti più grandi del loro limite elastico, in modo tale da poter evidenziare una componente elastica così come una componente plastica sotto forma di gradino nel grafico di deformazioni in funzione del tempo (Figura 2). Questa reazione si produce di forma immediata e costante durante il tempo d'applicazione dello sforzo. Al momento in cui viene eliminata la tensione, si può osservare che c'è una porzione elastica della deformazione totale che viene recuperata ma, in questo caso, c'è un contributo di deformazione plastica rimanente che resta permanentemente nel materiale.

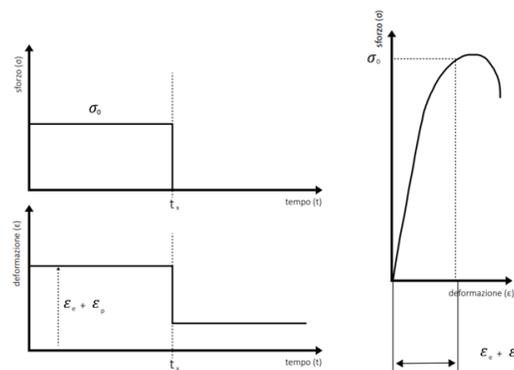


Figura 2. Comportamento elastoplastico dei materiali (Hosford, 2005)

La risposta viscoelastica di un materiale riguarda una variazione della deformazione in funzione del tempo. Questa deformazione è costituita da una componente elastica che, come nel caso precedente, avviene nel momento in cui il tempo è uguale a zero (immediata)

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

e da una deformazione denominata viscosa che si svolge col passare del tempo. Quando la tensione viene eliminata, l'andamento delle deformazioni di recupero ha una relazione diretta col tempo. Si può garantire, come evidenziato nella Figura 3, che c'è una porzione di deformazione recuperata di forma istantanea (recuperazione elastica) mentre che la recuperazione viscosa, dipendente dal tempo, avviene progressivamente tendendo ai valori praticamente nulli. In questo senso, si può dire che la deformazione totale viene ristabilita e quindi gli effetti provocati dagli sforzi a cui la struttura è stata soggetta sono completamente recuperabili.

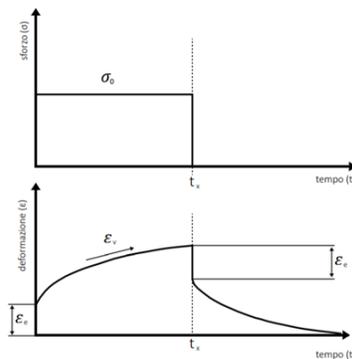


Figura 3. Comportamento viscoelastico dei materiali (Hosford, 2005)

Finalmente, si può studiare il comportamento viscoplastico dei materiali sotto tensioni. Magari è quello più complesso però, purtroppo, è quello che assomiglia di più alle risposte reali dei corpi sforzati. In questo caso, così come nei casi precedenti, si ottiene una deformazione dipendente dal tempo quando si applica una tensione. La reazione è sempre composta da una parte elastica (immediata) e da una parte viscosa (temporale). La differenza sostanziale col comportamento viscoelastico si verifica quando si toglie la tensione dato che non c'è più una recuperazione totale della deformazione, ma la deformazione viene man mano recuperata solo parzialmente col passare del tempo e rimarrà una porzione disturbata plasticamente che si evidenzia nella Figura 4 come un avanzamento asintotico dopo l'istante in cui il carico viene rimosso, che si stabilizza ad un valore diverso dallo zero.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

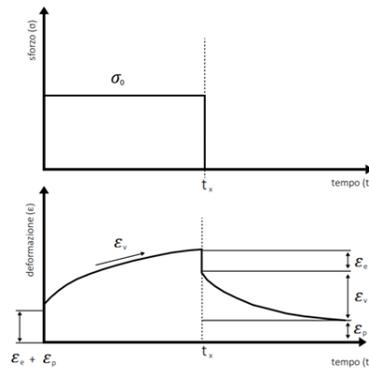


Figura 4. Comportamento viscoplastico dei materiali (Hosford, 2005)

In opere sotterranee fatte in certi tipi di roccia, comportamenti dipendenti dal tempo sono stati evidenziati durante la fase di lavori a distanze considerevoli dal fronte scavo, dove gli effetti di stabilizzazione del fronte potrebbero essere considerati nulli. Infatti, c'è una crescente consapevolezza nell'ambito dell'ingegneria sulla dipendenza dal tempo delle deformazioni e fallimenti degli ammassi rocciosi. In altre parole, il riordinamento delle pressioni che subisce l'ammasso roccioso dopo che una porzione è stata rimossa per favorire la formazione della galleria, corrisponde ad uno sviluppo di fenomeni viscosi all'interno della configurazione strutturale del materiale. Questo tipo di comportamento comporta affettazioni nell'operatività e la stabilità a lungo termine dell'opera.

## 1.2 IL MODELLO DI CREEP

Il complesso andamento di deformabilità dipendente dal tempo nelle rocce può essere rappresentato dal modello *creep*, che si basa nelle scienze della termodinamica ed è frequentemente utilizzato per descrivere dei processi in cui l'energia viene dissipata rendendolo idoneo per la valutazione quantitativa a lungo termine della stabilità delle strutture profonde. *Creep* è il nome utilizzato per riferirsi agli spostamenti duttili ed irreversibili che si sviluppano lentamente nei solidi soggetti a piccoli carichi (senza provocare la frattura) per lunghi periodi in cui la tensione viene cumulata. Questo comportamento, dipendente non solo dal tempo ma anche dalle proprietà fisiche dei materiali (i solidi con livelli più alti di viscosità subiscono fenomeni di *creep* più accentuati),

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

è molto caratteristiche nelle rocce deboli come i sali, le rocce sedimentare, la fillite, lo scisto e le rocce spingenti. I materiali che mostrano un comportamento a *creep* non trascurabile sono classificati come viscoelastici che poi possono avere una viscoelasticità lineare (deformazione elastica seguita da una deformazione viscosa) o non lineare (come la maggior parte dei materiali che interessano lo studio delle opere in sotterraneo).

Considerare il fenomeno del *creep* nelle analisi preliminari di un progetto di gallerie o altre opere in sotterraneo risulta fondamentale in modo tale da evitare previsioni sbagliate nel riguardo dello stato finale di deformazione delle pareti della cavità, che poi possano condurre ad una sottovalutazione della soluzione che dovrà garantire la stabilità dell'opera nel lungo termine. Anche dopo l'installazione completata del sistema di sostegno permanente, si è dimostrato che la forma del profilo scavato delle rocce disturbate soffre dei cambiamenti dovuti al fatto di essere costantemente sotto l'azione di uno sforzo che potrebbe ridurre la vita utile della galleria profonda. Per adottare dei metodi costruttivi più adatti alle condizioni locali della roccia, gli ingegneri devono appoggiarsi negli studi teorici l'esperienza ed il monitoraggio sistematico durante la fase di scavo.

Si possono individuare tre tipi di *creep*, detti anche regioni di *creep*, quando si studia questo comportamento tramite le curve di deformazione nel tempo dei materiali. Durante la prima fase (*creep* primario), in cui si parla di viscoelasticità, la velocità di deformazione diminuisce progressivamente con un andamento decrescente nel tempo dovuto all'indurimento del materiale per deformazione, fino ad un valore a partire dal quale si entra nella fase di *creep* successiva. La seconda fase oppure il *creep* secondario, detto anche *creep* stazionario, è la più lunga delle tre ed inizia quando si raggiunge questo valore di pendenza in equilibrio che è praticamente costante e lineare, anche se è evidente che la pendenza della retta in questo tratto può sperimentare piccole variazioni (Roy & Rao, 2015).

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Finalmente nella fase di *creep* terziario si osserva un aumento importante della velocità di deformazione mostrata tramite la pendenza della curva, che porta al cedimento e quindi alla rottura o fallimento del componente o materiale. Un'alta percentuale degli studi sul *creep* è stata indirizzata verso la ricerca di parametri per comprendere le fasi di *creep* primario e secondario, mentre che sulla fase terziaria non ci sono ancora sviluppati grandi approfondimenti.

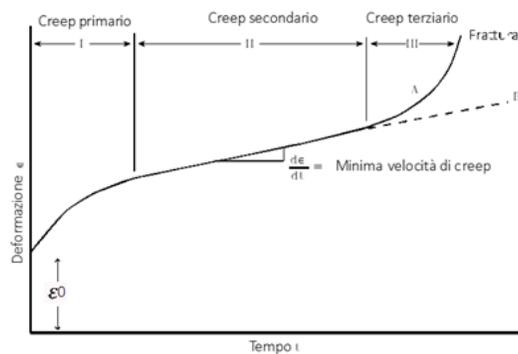


Figura 5. Creep primario, secondario e terziario (Runesson, 2006)

### 1.3 PARAMETRI ASSOCIATI AL CREEP

Il comportamento che avviene sotto il fenomeno del *creep* con tutte le sue diverse fasi, è stato riprodotto per vari modelli che cercano di tenere conto di tutti i componenti che meglio servono per schematizzarlo attraverso dei metodi analitici, empirici e numerici. Evidentemente la maggior parte dell'informazione sul *creep* che è stata riportata nella letteratura proviene di dati sperimentali ottenuti sia in investigazioni in cantieri, sia in prove di laboratorio principalmente elaborate eseguendo un monitoraggio di solidi sotto l'azione di carichi compressivi per calcolare l'equivalente di viscosità quando viene percepito un incremento nelle deformazioni a tasso stabile sotto una pressione costante. La tensione costante viene applicata dall'istante zero provocando deformazioni lente o ritardate anche se la magnitudine di questa tensione si trova sotto i valori che portano normalmente il materiale alla plasticità o il fallimento.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Come risultato di queste analisi, si è stabilito che il *creep* non avviene in un unico modo, ma ci sono vari tipi di flusso di deformazione temporalmente dipendente in cui la temperatura ed il grado di confinamento, oltre che il tipo di materiale, risultano determinanti. La deformazione viscoplastica è più grave nei materiali soggetti al caldo per lunghe durate. La velocità della deformazione è, in realtà funzione delle proprietà del materiale, del tempo della sollecitazione, della temperatura e del carico applicato. Gli intervalli di temperatura dove vengono superati i limiti plastici a causa del fenomeno del *creep*, variano a seconda del tipo di materiale (Rahmnannejad & Sofianos, 2013).

Ad esempio, il fenomeno del *creep* in rocce deboli può evidenziarsi a temperatura ambiente, con pressione atmosferica e sotto l'azione di sforzi non particolarmente elevati (Egger, 2000). Le rocce più forti, invece, presentano comportamenti di *creep* apprezzabili solo a temperature e pressioni abbastanza considerevoli, che difficilmente si verificano alle profondità di esecuzione delle opere sotterranee. Dipendendo dalla magnitudine della tensione applicata e dal tempo di applicazione, gli spostamenti possono diventare talmente importanti che la struttura non sia più in grado di fornire la prestazione desiderata.

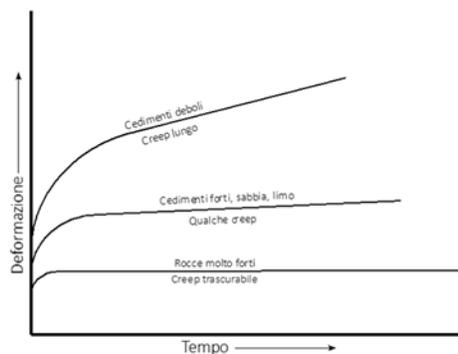


Figura 6. Creep provocato per lo stesso livello di sforzo in diversi tipi di rocce (Roy & Rao, 2015)

La forma in cui si evidenzia il fenomeno è governata dai fattori intrinseci del materiale roccioso come le dimensioni dei grani, il contenuto di umidità e la porosità dell'ammasso. Nonostante, come è stato accennato prima, le condizioni esterne tali come lo stato tensionale, la pressione di confinamento, la temperatura e la velocità di deformazione,

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

possono essere ugualmente determinanti. L'influenza combinata dei fattori interni ed esterni diventa fondamentale nello studio del comportamento fisicomeccanico delle rocce soggette a *creep* così come dei loro processi deformativi e di fallimento, dato che, nella pratica, le condizioni in cui gli scavi si realizzano sono caratterizzati da stati tensionali che variano col tempo e non raggiungono con facilità un sistema di equilibrio reale.

È importante chiarire la relazione di proporzionalità che collega alcuni dei fattori nominati nel paragrafo precedente col fenomeno del *creep* e la sua velocità di svolgimento. La grandezza del carico applicato, la temperatura ed il contenuto di umidità sono direttamente proporzionali alla velocità di deformazione associata al *creep*. In altre parole, un elevato livello tensionale, alte temperature ed alti livelli di umidità tra i grani, favoriscono l'aumento della velocità del *creep*. Addirittura, nella maggior parte delle rocce morbide, il *creep* è molto sensibile alla temperatura. I sali, ad esempio, possono subire grossi cambiamenti di due ordini di magnitudine nel tasso di deformazione a lungo termine se si fa variare la temperatura tra 35°C e 100°C. Dall'altra parte, la pressione di confinamento è connessa in modo inversamente proporzionale al *creep*, nel senso che le rocce sottoposte a pressioni di confinamento più alte hanno più basse probabilità di sperimentare significative deformazioni dipendenti dal tempo (Roy & Rao, 2015).

Nella Figura 7 si indica visualmente l'effetto pratico che comporta un aumento della temperatura o della sollecitazione sulla curva di deformazione contro tempo. In entrambi i casi risulta evidente che il grafico si sposta verso l'alto al tempo che viene aumentata la deformazione istantanea al momento preciso di applicazione del carico. Anche la velocità di deformazione stazionaria nella seconda fase di *creep* subisce un aumento rappresentato dalla crescita della pendenza in questo tratto. Un'ulteriore conseguenza provocata dall'aumento della temperatura o della tensione è la riduzione del tempo a rottura.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

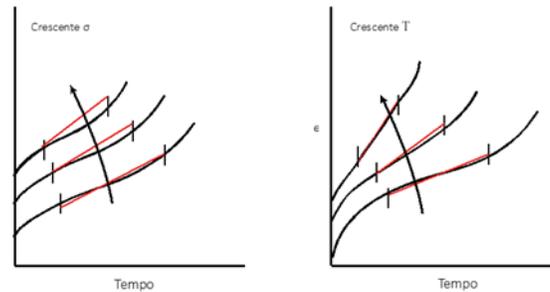


Figura 7. Effetto della variazione della temperatura e la tensione (Roy & Rao, 2015)

#### 1.4 MECCANISMI DI CREEP

Un altro aspetto che potrebbe essere interessante da considerare è il comportamento a livello microscopico che adottano le particelle dei solidi soggetti a diversi meccanismi di *creep*. I meccanismi fisici di spostamento temporalmente dipendente variano principalmente tra un materiale e altro anche se, per uno stesso materiale, diversi meccanismi possono agire a seconda delle varie combinazioni dei fattori esterni associati al fenomeno. Quando dei salti sono percepiti sull'esponente a *creep* per diversi valori della sollecitazione, può essere dovuto a un possibile cambio nei meccanismi collegati alla deformazione stessa. In sostanza, sono tre i principali processi molecolari che spiegano l'apparizione del *creep* nei solidi soggetti a carichi permanenti: *creep* di dislocazione, *creep* diffusivo e lo scorrimento a bordo grano.

Il *creep* di flusso diffusivo può darsi con sollecitazioni basse ma ci vogliono delle alte temperature che comportano al movimento accelerato degli atomi. Ciò vuole dire che c'è una debole dipendenza dallo sforzo, mentre che la temperatura ha un ruolo essenziale. Infatti, la velocità di deformazione è leggermente lineale al carico ma estremamente sensibile alla temperatura. Questo meccanismo comporta il movimento delle vacanze che avviene per diffusione e la formazione spontanea di esse nelle regioni a bordo grano (a temperature più elevate anche all'interno del grano) che sono naturalmente in posizione ortogonale alla tensione applicata. Questa distribuzione irregolare produce un flusso di

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

vacanze verso le zone di concentrazione più bassa. Capiterà allo stesso tempo un flusso di atomi nel senso contrario (Wadsworth, Ruano, & Sherby, 1998).

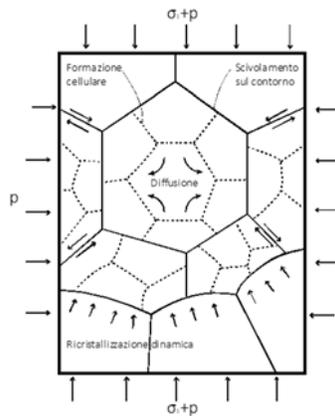


Figura 8. Meccanismo di creep diffusivo (Wadsworth, Ruano, & Sherby, 1998)

Il *creep* diffusivo si può suddividere in due tipologie: *Nabarro-Herring creep* che avviene a bassi livelli di tensioni ed alte temperature, quando le vacanze si spostano attraverso la rete cristallina causando un allungamento dei grani nella direzione della sollecitazione; e *Coble creep* che si evidenzia quando le vacanze si spostano lungo le regioni di bordo grano causando un allungamento dei grani nella direzione di applicazione della sollecitazione. Nel primo caso, il *creep* rate varia inversamente alle dimensioni dei grani per cui i materiali a grana fina subiscono il *creep* più velocemente dei materiali a grana grossa.

Il *Coble creep* ed il *Nabarro-Herring creep* sono molto simili perché entrambi sono condotti dalle stesse concentrazioni di gradiente di vacanze e succedono in condizioni di stress e temperatura uguali. La differenza fondamentale tra di loro riguarda principalmente la zona in cui si produce il trasporto di massa dato che nel *Coble creep* si parla del bordo grano mentre che nel *Nabarro-Herring creep* avviene all'interno della rete. Perciò, a temperature più basse, è più probabile che accada il *Coble creep* mentre che a temperature più alte il *Nabarro-Herring creep* viene favorito dato che l'energia di attivazione della diffusione delle vacanze nel reticolo cristallino è normalmente più elevata che quella lungo il bordo grano.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

C'è anche da dire che il *Nabarro-Herring creep* non comporta il movimento delle dislocazioni.

Il creep di dislocazioni comporta non solo il movimento delle vacanze ma anche quello delle dislocazioni rendendolo fortemente dipendente dallo sforzo e poco dipendente dalle dimensioni del grano. La presenza di ostacoli strutturali nel corpo del solido può impedire il movimento delle dislocazioni per cui il valore della pressione critica che si deve raggiungere viene incrementato. Si evidenzia un cambio nella forma dei grani dovuta alla combinazione localizzata di una sollecitazione temporale. Ci vogliono alte tensioni, che danno direzionalità al flusso, per provocare questo tipo di meccanismo, anche se il processo può svilupparsi a temperature basse ed intermedie in cui il flusso diffusivo è poco attivo ma sufficiente per contribuire all'agitazione termica ed al superamento delle barriere. Questo meccanismo di deformazione a livello atomico è abbastanza complesso e non si è ancora raggiunta una totale comprensione di ciò che avviene (Wadsworth, Ruano, & Sherby, 1998).

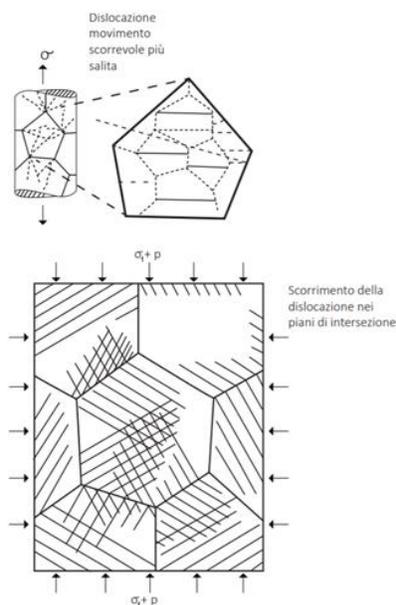


Figura 9. Meccanismo di creep di dislocazione (Wadsworth, Ruano, & Sherby, 1998)

Finalmente, il meccanismo di creep chiamato scorrimento a bordo grano oppure *grain boundary sliding* è associato in modo diretto alla magnitudine dello sforzo e non tanto alle

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

temperature o altri elementi esterni. Un bordo grano si può individuare come una linea divisoria tra particelle o grani con due orientamenti diversi all'interno della struttura dello stesso corpo di materiale. Un solido può avere multipli bordi grani. In questo tipo di meccanismo, le deformazioni avvengono sotto forma di scorrimenti lungo i bordi grano che soffrono gli effetti del carico comprimendosi e riducendo gli spazi vuoti tra i grani. La sua effettiva esistenza come meccanismo indipendente dal *creep* di dislocazione è stata messa in discussione visto che gli spostamenti per dislocazioni possono eventualmente finire per detronare il *grain boundary sliding*.

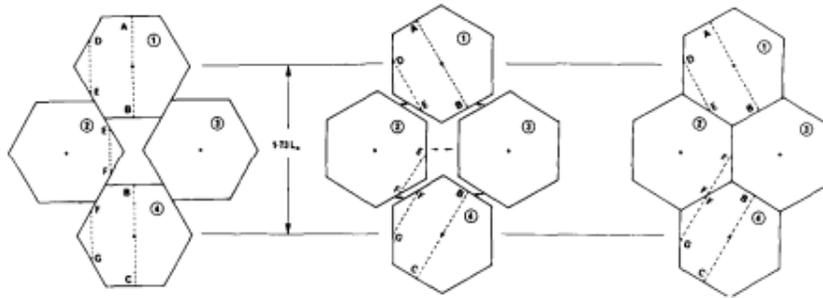


Figura 10. Meccanismo di creep con scorrimento a bordo grano (Wadsworth, Ruano, & Sherby, 1998)

## 1.5 PROVE DI CREEP

Le prove di *creep* forniscono dei parametri quantitativi per l'analisi della stabilità delle strutture sotterranee create per uso permanente o di lunga durata. L'obiettivo principale di una prova di *creep* è quello di determinare la velocità di deformazione di un materiale in particolare (quella nella fase stazionaria o seconda regione di *creep*) abbinata ad un certo livello di sforzo, stabilire anche il tempo che ci vuole per portare il provino alla rottura, così come trovare la relazione tra il comportamento della roccia testandola con diverse combinazioni di fattori che controllano le condizioni generali (sollecitazione, temperatura, pressione, ecc.) ed il suo comportamento in situ. Se i risultati sono soddisfacenti, allora sarà possibile esplorare i meccanismi di deformazione, calcolare il valore dell'energia di attivazione e sviluppare leggi costitutive che favoriscano la gestione dei problemi riguardanti gli eventi fisici e meccanici dipendenti dal tempo nelle rocce. Una prova ben fatta può permettere infine di correlare le deformazioni, le tempistiche, le sollecitazioni, le

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

temperature, le pressioni e le caratteristiche del materiale, cioè, tutte le variabili che influiscono nel comportamento viscoelastico.

Anche se le prove in situ sono più efficaci di quelle realizzate in laboratorio nel descrivere il comportamento delle rocce soggette a *creep*, è preferibile appoggiarsi in dati rilevati da esperimenti con condizioni esterne controllati e conosciute anziché partire da supposizioni che si devono fare in situ per poter arrivare al calcolo dei risultati, tali come la distribuzione omogenea degli sforzi lungo la superficie studiata. Infatti, quando si parla di rocce caricate con sollecitazioni omogenee per evitare confusioni, l'unica forza che rende possibile questa configurazione è quella di compressione. In più, le prove in situ sono ristrette ad intervalli limitati di temperature e pressione di confinamento per cui è decisamente più complicato simulare in forma precisa le condizioni reali a cui i materiali saranno esposti in campo.

Ci sono comunemente tre tipi di prove di *creep* in laboratorio: prova di *creep* a sforzo costante ed omogeneo, prova di *creep* a deformazione costante con velocità di sforzo controllata e prova di rilassamento con deformazione costante per definire il limite basso di sollecitazione che può provocare l'apparizione del *creep* in un materiale. Normalmente tutti i test si svolgono con dei provini cilindrici che vengono messi in apparecchi di prova triassiale o uniassiale. La prova di *creep* di compressione (*conventional creep test*) viene fatta con provini di roccia di dimensione specificate (50 mm di diametro e 100 mm di altezza) che si preparano eseguendo i procedimenti stabiliti. I metodi convenzionali per misurare il *creep* a compressione si appoggiano su due tipi di apparecchi. Uno è stato disegnato per materiali che subiscono rapidamente gli effetti del fenomeno per cui non c'è bisogno di ottime sensibilità di misura. L'altra macchina è stata pensata giustamente per monitorare il *creep* delle rocce solide come il granito o il marmo con un alto livello di sensibilità.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Il test più utilizzato per realizzare il monitoraggio del comportamento a *creep* è un metodo basato sul rilassamento da stress. Per determinare le proprietà di snervamento, il materiale viene soggetto ad una tensione costante per un tempo prolungato oppure ad un carico di compressione sempre a temperatura costante. La deformazione viene registrata ad intervalli specificati mentre che si fa una curva di tempo contro deformazioni che, in teoria, prevede lo studio delle tre regioni di *creep* (primario, stazionario e terziario) di cui si aveva parlato precedentemente. La pendenza della grafica in qualsiasi punto esprime la velocità di deformazione. La prova finisce quando si registra l'istante in cui si arriva alla rottura. Se, invece, il provino regge bene le tensioni applicate senza evidenziare fallimenti durante il tempo di durata della prova, si può andare a misurare il recupero delle deformazioni *creep*. Per ricavare il rilassamento di sforzo del solido, si stabilisce una quantità di deformazione fissa e sono i salti di diminuzione dello stress a lunga durata che vengono controllati.

Il sistema triassiale servo-controllato per testare le rocce è in grado di eseguire prove con sollecitazioni statiche e dinamiche a ciclo chiuso o di carico controllato, nonché test di comportamento post-rottura. Sono sistemi costituiti da una cella triassiale ad alta pressione con strumentazione interna che consente misurazioni locali di sforzi assiali e radiali con informazione che viene visualizzata automaticamente sul monitor e memorizzata digitalmente nel software di acquisizione di dati. Il telaio di carico rigido supporta la massima capacità di carico di compressione di circa 1500 kN e una capacità di carico di tensione intorno ai 820 kN (ASTM D4406-04, 2004).

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

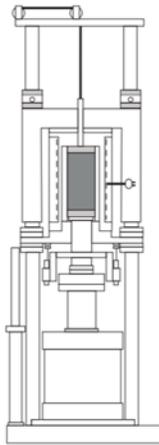


Figura 11. Configurazione della prova creep triassiale servo-controllata (ASTM D4406-04, 2004)

Un intensificatore di pressione servo-comandato di 140 MPa controlla e misura il confinamento della cella e la pressione dei pori. Sono sistemi ideali per effettuare verifiche con forze di altra natura come ad esempio compressione senza confinamento, flessione o tensione. Alcuni vantaggi e potenziali applicazioni di questo apparecchio consentono la caratterizzazione dei parametri meccanici generali dei materiali non solo geotecnici ma anche quelli strutturali (acciaio, calcestruzzo e legname) per migliorare la sicurezza e la produttività delle attività di scavo, costruzione e manutenzione di opere profonde.

Dato che, d'accordo alla normativa della prova di *creep* di compressione uniassiale e triassiale convenzionale, sono necessari molti provini per poter ricavare i parametri del materiale, c'è un'ulteriore opzione chiamata *impression creep test* che comporta una piccola variazione alla prova originale ma rende la procedura molto più vantaggiosa grazie a che basta una piccola quantità di provini per ottenere i risultati e che si possono raggiungere stati costanti di stress elevati con pesi relativamente bassi. Altri vantaggi di questa prova riguardano l'assenza della fase terziaria per cui l'andamento della deformazione è più stabile anche se la configurazione del test è semplice e serve lo stesso a determinare gli effetti della temperatura sul comportamento di *creep* dei materiali. È stato

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

dimostrato che questo nuovo metodo può essere applicato su rocce morbide per ottenere i parametri di creep.

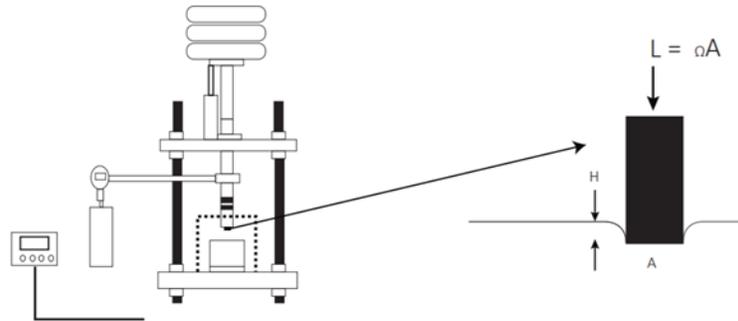


Figura 12. Schema dell'apparato di impression creep test

L'apparato del metodo delle impronte è mostrato schematicamente in XXX. Un punzone cilindrico con una punta piatta viene utilizzato per produrre un'impressione superficiale su una faccia del campione sotto l'azione di un carico costante. Si osserva che il penetratore rigido, di 3 mm di diametro (area di sezione trasversale costante e conosciuta) e con l'estremità piatta realizzata in acciaio, applica il carico al provino. È chiaro che la quantità di stress da punzonatura è dato dal rapporto tra il carico e l'area trasversale del penetratore ed anche esso è costante. La magnitudine del carico applicato viene misurata da una cella. La penetrazione va avanti fino al momento in cui si raggiunge una profondità prefissata. Questi ultimi due dati (tempo e profondità) devono essere segnati. Con questo strumento e grazie al PID controller integrato, si possono anche sviluppare esperimenti facendo fluttuare le temperature tra i valori desiderati avendo 1200 °C come massimo raggiungibile.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

## 2 METODI DI ANALISI DEL COMPORTAMENTO STATICO DELLE GALLERIE

C'è una gran quantità di metodi sviluppati da diversi investigatori attraverso gli anni, adatti alla risoluzione di problemi riguardanti la progettazione ed il disegno di gallerie sotterranee in ammassi rocciosi. Evidentemente la preoccupazione più importante che si deve affrontare nei confronti dei calcoli per prevedere i rischi ingegneristici è quella di determinare con precisione gli spostamenti generati nelle pareti del contorno della galleria e nella roccia circostante. Per un bel po' di tempo, i supporti primari erano costituiti da elementi in legno, mentre il rivestimento finale era costituito da blocchi di pietra o muratura di mattoni, tutti messi in opera durante lo scavo. In tutti i casi, è stato subito riconosciuto l'enorme valore della stabilità dello scavo e di garantire la tolleranza del carico che agisce sugli elementi di supporto.

L'interesse per la distribuzione delle tensioni attorno alle gallerie è stato ammesso quando si è indicata l'occorrenza di descrivere il cambiamento dalla condizione iniziale in situ a quella successiva allo scavo. Quindi, per un mezzo continuo, omogeneo e linearmente elastico, l'attenzione è stata rivolta al calcolo della distribuzione dello stress a seconda della forma dell'apertura, anche se in praticamente tutti i casi, si parla di sezioni trasversali circolari. Nello sviluppo di metodi per l'analisi di gallerie, si è finalmente prestata attenzione ad una migliore simulazione del comportamento della roccia mediante modelli elastoplastici. Lungo questo percorso di sperimentazione e scoperte, un numero considerevole di soluzioni addizionali sono state potenziate, molte delle quali assumono dei comportamenti rocciosi che eseguono i criteri di rottura di Mohr-Coulomb oppure quello di Hoek-Brown (Fahimifar, Ghasemi, Karami, & Norooz, 2013).

Infine, la stabilità delle gallerie è un parametro fondamentale che deve essere studiato attentamente ed a profondità perché l'instabilità e l'eventuale collasso di una galleria potrebbe causare danni irreparabili da tutti i punti di vista, sia a livello della sicurezza

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

umana, sia a livello economico ed ambientale. Pertanto, un'analisi adeguata e la determinazione accurata degli spostamenti nel tetto e nelle pareti della galleria possono aiutare ad implementare un sistema di supporto appropriato per garantire la stabilità dell'opera e favorire la sicurezza.

Come detto prima, ci sono molti metodi per analizzare la stabilità di una galleria e determinare gli spostamenti nel contorno di essa, dovuti alle attività di scavo e rimozione di materiale. Questi procedimenti possono essere raggruppati in due correnti: da una parte, i metodi analitici e dall'altra, i metodi numerici. Entrambi i tipi di metodologie sono stati ampiamente utilizzati nella risoluzione delle difficoltà che comportano l'analizzare la fermezza delle gallerie durante la fase di preparazione e soprattutto prima di iniziare gli scavi. Il fatto di scegliere uno dei due metodi può basarsi in fattori che possano rendere uno più pertinente dell'altro, ad esempio, le condizioni del mezzo roccioso o il tipo di materiale che bisogna intervenire per poi poter calcolare nel modo più esatto possibile le deformazioni nelle pareti ed il tetto della galleria. La rilevanza di tutto ciò si evidenzia quando si cerca l'implementazione conveniente del sistema di supporto del tunnel.

Nei paragrafi successivi si cercherà di presentare l'idea generale che viene applicata sia nei metodi numerici che nei metodi analitici così come in metodi più specifici appartenenti ad ognuna delle due scuole di pensiero. Quest'ultimo con l'obiettivo di fornire l'informazione sufficiente non solo per andare a paragonare un metodo con l'altro ed analizzare i vantaggi e gli svantaggi, ma anche per introdurre il metodo particolare che verrà poi utilizzato negli esempi pratici e applicativi necessari per raggiungere gli interessi esclusivi di questo documento. Anche se esistono delle differenze rilevanti tra i metodi, ci sono degli accordi generali e consensi internazionali che provvedono un'ipotesi di base comune sui modelli da essere applicati per disegnare il rivestimento che supporterà la galleria:

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

- Per tutti i modelli potrebbe essere sufficiente considerare solo una sezione trasversale della galleria, assumendo le condizioni di sforzo piano sia per il rivestimento che per il terreno.
- La sezione trasversale è sempre circolare. La rigidità del rivestimento è assunta come un valore costante lungo tutta la circonferenza. Le cerniere strutturali possono essere considerate o meno.
- Le pressioni attive del terreno sul rivestimento vengono assunte come pari ai primi sforzi indisturbati della roccia quando essa è blanda. Quindi, si presume che per la fase finale, cioè, anni dopo la costruzione, il terreno tornerà alla stessa condizione di equilibrio che c'era prima che ci fosse il tunnel, ad eccezione delle sollecitazioni passive dovute alla deflessione del rivestimento che viene potrebbe essere causata dalla variazione dei livelli di acqua sotterranea, le vibrazioni del traffico o altri motivi. Da questo punto di vista, diventano importanti i risultati di eventuali monitoraggi perché possono servire come base per accettare in quali casi, per esempio a seconda del tipo di roccia o la profondità della galleria, questa ipotesi potrebbe risultare troppo conservativa. Le situazioni intermedie tra questi momenti comprese tra la procedura di guida e la collocazione degli elementi di supporto, possono essere trascurate.
- Esiste un legame tra il rivestimento ed il terreno dovuto o alle deformazioni radiali e tangenziali oppure alle sole deformazioni radiali. Facendo questa assunzione, il modello è coerente con le condizioni di compatibilità al confine tra il supporto ed il terreno. Questo concetto risulta diverso dalla nozione di introdurre la resistenza originata nel rivestimento in termini di forze visto che in questo caso, solo le condizioni di equilibrio vengono considerate.
- A causa del legame stabilito tra il rivestimento ed il terreno, le deformazioni del supporto risultano nelle reazioni degli sforzi della roccia. Un modello continuo deve per forza tenere conto di questo effetto automaticamente. Per un modello di trave, invece, l'assestamento deve essere rappresentato con un modulo di assestamento applicato. Il

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

collegamento di ogni singolo punto del rivestimento si traduce in una riduzione del carico dovuto alla pressione del terreno dove il supporto si fletta verso l'interno. Se le riduzioni di carico non sono intese, in quelle parti in cui si verificano deformazioni interne (principalmente sulla corona) l'assestamento deve essere trascurato. La definizione del modulo di assestamento deve essere fatta in modo da ottenere piena corrispondenza tra un modello continuo ed un modello di trave assestate.

- Si assume che il comportamento della roccia così come quello del supporto è plastico anche se si possono applicare teorie più elaborate che tengano conto di componenti più complesse del comportamento dei materiali, come, in questo caso, le deformazioni dipendenti dal tempo ed il fenomeno del *creep*.

È importante sottolineare che negli ultimi anni i metodi si sono sviluppati in modo significativo aggiungendo una vasta gamma di funzioni di modellazione per affrontare problemi multi-fisici più articolati come possono essere quelli di tipo multi-campo, per esempio. Alcuni casi tipici di questo progresso sono la soluzione di problemi meccanici accoppiati con il flusso ed il campo termico, il flusso di fluido accoppiato in un medio discontinuo ed i problemi di interazione tra multipli corpi (Zhang, Liu, & Yang, 2016).

## 2.1 METODI ANALITICI

Quando si calcola una galleria, è impossibile tenere conto di tutti i parametri e condizioni di contorno dipendente dalla geologia che influenzano le diverse fasi di costruzione di essa. Perciò, i metodi analitici sono stati sviluppati con l'obiettivo di semplificare la realtà fino ad un punto in cui i parametri rimanenti possano determinarsi partendo da calcoli poco complessi. Sebbene i metodi analitici non servono a modellare completamente la complessità del processo costruttivo di una galleria, sono molto efficaci in quanto portano a risultati sensibilmente ragionevoli. I metodi analitici sono spesso molto utili nel campo della geomeccanica perché forniscono dei risultati abbastanza affidabili con uno sforzo limitato

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

ed evidenziano le variabili più importanti che determinano la soluzione dei problemi statici nella progettazione delle gallerie. In termini generali, queste direttive si basano su spiegazioni analitiche chiuse per gallerie di sezione trasversale circolare scavate in terreni che possono modellarsi con comportamenti elastici o elastoplastici. Le analisi analitiche convenzionali, sebbene siano semplici da usare e forniscano dei risultati relativamente buoni, rimangono comunque limitate poiché i diversi elementi sono considerati separatamente. Questo vuole dire che generalmente i carichi sono determinati usando solitamente una soluzione elastica, mentre i movimenti sono calcolati usando tecniche empiriche (Gioda & Swoboda, 1999).

Partendo da una base di tensioni e geometria semplificata si può andare a calcolare la relazione tra la deformazione e la pressione interna di una cavità tonda nell'ammasso roccioso ovvero, andare a determinare la curva caratteristica della galleria. Allo stesso tempo, è possibile calcolare analiticamente, per un certo tipo di supporto, la stessa relazione tra la pressione interna e gli spostamenti radiali ovvero, la curva caratteristica del supporto o rivestimento. Per una data combinazione di cavità ed elemento di supporto, il punto di intersezione tra le due curve fornisce il punto di equilibrio tra la pressione e la deformazione. Tuttavia, i metodi analitici possono essere utilizzati solo in condizioni semplificate di stress naturali, geometria, comportamento dal punto di vista della geomeccanica e configurazione geologica. Nonostante, in alcuni casi, l'applicazione dei metodi analitici è molto pratica ed a volte, addirittura necessaria nella prima fase di calcoli che, in certe circostanze, costituiscono l'unico requisito per la definizione del problema.

### 2.1.1 Metodo delle equazioni di Kirsch

I primi lavori sono stati riferiti all'analisi di spazi bidimensionali data la mancanza all'epoca di tecnologia avanzata in cui si potevano appoggiare i processi numerici per l'analisi tridimensionale. Il metodo di Kirsch è stato proposto nel 1890 ed è una soluzione semplice e classica per determinare gli stress attorno ad una cavità circolare realizzata in un piano

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

infinito che ammette la considerazione di sforzi non solo idrostatici ma anche verticali e orizzontali. La soluzione di Kirsch serve a valutare le interazioni degli scavi, siano civili o minerari, con l'ammasso roccioso per modellare i supporti minimi richiesti per garantire la stabilità dell'opera così come a comprendere l'intensificazione delle proprietà della roccia intatta all'ammasso roccioso considerando i criteri proposti da Hoek. In questo modello, viene considerato un mezzo continuo, omogeneo, isotropico, lineale ed elastico anche se la caratterizzazione reale dell'ammasso roccioso include roccia intatta e discontinuità, tali come fessure o linee di acqua.

Gli sforzi vengono espressi in un piano ortogonale all'asse dello scavo in coordinate polari. Lo sforzo orizzontale può essere stimato come una percentuale dello sforzo verticale mettendo in gioco un coefficiente di spinta laterale che esprime il rapporto tra gli sforzi orizzontali e quelli verticali. Sostanzialmente, col metodo di Kirsch i dati di input sono la configurazione geometrica della galleria e lo stato tensionale originale dell'ammasso roccioso. Le variabili che vengono considerate sono:

- Il raggio dello scavo 'a'
- La distanza 'r' dal centro della cavità al punto d'interesse
- L'angolo 'Θ' formato tra la linea della distanza 'r' e l'orizzontale
- Gli sforzi  $\sigma_{x,y,z}$  verticali e orizzontali originalmente in situ
- Gli sforzi  $\sigma_r$  indotti per la distanza 'r' sul punto d'interesse
- Lo sforzo di taglio  $\tau_{r\theta}$  dovuto all'interazione degli sforzi indotti dalla distanza e l'angolo
- Lo sforzo tangenziale  $\sigma_\theta$  indotto per l'angolo 'Θ'

Un concetto fondamentale che viene applicato nella risoluzione di problemi geotecnici attraverso il metodo di Kirsch è la rotazione degli sforzi per la determinazione di quelli principali tramite la misurazione angolare e la gestione analitica delle matrici associate per

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

ricavare la magnitudine e l'orientamento di essi. In pratica, l'angolo utile per la rotazione deve essere misurato in funzione di dove vengono posizionati gli sforzi in situ, dopo di che la formula di Kirsch deve essere riordinata. Una volta che tutte le sollecitazioni agenti sul punto di studio siano ruotate, si devono sovrapporre per ottenere una combinazione risultante di tutti gli sforzi sull'asse di riferimento di quel punto. Finalmente, è possibile determinare il fattore di sicurezza per il punto d'interesse, che può essere posizionato all'interno dell'ammasso roccioso (definito, in questo caso, in termini di sforzi principali massimi ed in base al criterio di Hoo & Brown) ma anche sulla struttura stabile (definito, in questo caso, in termini di sforzo di taglio agente sulla struttura ed in base al criterio di Mohr-Coulomb) e paragonarlo con i criteri di precauzione accettati.

### 2.1.2 Metodo delle curve caratteristiche

Il metodo analitico di convergenza-confinamento fornisce una soluzione per sviluppare un'analisi semplificata dell'interazione tra il terreno, ovvero l'ammasso roccioso, ed il sostegno nella costruzione di gallerie. È un metodo di calcolo che permette dimensionare e progettare il rivestimento in certe condizioni di simmetria del carico applicato e regolarità della geometria circolare o cilindrica della sezione trasversale dello scavo. Anche se è un metodo abbastanza semplice, si basa negli aspetti fondamentali del comportamento dei materiali sia del suolo scavato, sia del sostegno. La corretta applicazione di questo metodo viene verificata quando si determinano la curva di convergenza (relativa al comportamento del terreno), la curva di confinamento (relativa al comportamento del sostegno) e finalmente lo spostamento radiale della parete del tunnel al momento dell'installazione del rivestimento (Oreste, A Numerical Approach for Evaluating the Convergence-Confinement Curve of a Rock Tunnel Considering Hoek-Brown Strength Criterion, 2014).

Il metodo di convergenza-confinamento fa parte dell'approccio razionale ai problemi delle deformazioni delle gallerie sotterranee perché utilizza un calcolo di tipo analitico. Si basa sull'analisi dello stress e lo stato di deformazione che si sviluppa nella roccia attorno a un

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

tunnel. La semplicità del metodo è magari la caratteristica che l'ha portato ad essere diffusamente usato dalla fine degli anni Settanta. Dicono che il concetto originale è stato proposto da Terzaghi ma lui non l'ha mai applicato. Alla fine, è stato Peck chi l'ha introdotto nel campo della meccanica delle rocce. Il metodo si basa sostanzialmente su quattro ipotesi che permettono di studiare il problema in condizioni di deformazione piana (spostamenti pari a zero in direzione ortogonale alla sezione trasversale della galleria) e di simmetria assiale attorno l'asse del tunnel. L'unica componente di spostamento non nulla che rimane sarebbe quella radiale. Le ipotesi sono:

- Le gallerie sono circolari e profonde, quindi le condizioni al contorno del problema sono portate all'infinito
- Le tensioni litostatiche ed idrostatiche sono costanti nel mezzo circostante della galleria perché la variazione delle tensioni profonde dovuta al peso della roccia è trascurata
- L'ammasso roccioso viene considerato come un mezzo continuo, omogeneo e isotropico
- Il problema è bidimensionale e viene considerato in un campo di sollecitazione piano

L'utilizzazione di questo metodo verrà spiegata con una profondità maggiore nei capitoli successivi di questo documento dato che si userà come il punto di partenza per considerare gli effetti delle deformazioni dipendenti dal tempo nel comportamento delle rocce soggette alla costruzione di gallerie sotterranee. Il metodo di convergenza-confinamento risulta molto utile in quanto le equazioni differenziali permettono di studiare un gran numero di problemi scientifici e rappresentano uno strumento matematico potente non solo nell'area della meccanica delle rocce ma in altri campi dell'ingegneria, anche se trovare una soluzione generale di una equazione differenziale è possibile solo in alcuni casi (Oreste, 2009).

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

### 2.1.3 Metodo del mezzo continuo

Il metodo del continuo (Continuum Method) considera il terreno in cui la galleria viene realizzata come un mezzo di continuità idealizzata ovvero, senza discontinuità nel materiale. La terra scavata viene assunta come una sezione infinitamente lunga e sottile con un buco nel centro. La nozione principale che viene applicata riguarda l'ammasso roccioso come un continuo con parametri di resistenza e deformabilità uguali in tutte le direzioni, con cui si definisce una relazione costitutiva per il mezzo sia elastico, elastoplastico o altro. Tramite questo metodo è possibile interpretare le deformazioni e le sollecitazioni nel suolo che poi servono per calcolare i sostegni da implementare per evitare spostamenti radiali pericolosi delle pareti della galleria verso l'interno di essa. Attraverso questa procedura si può anche simulare l'avanzamento operativo dell'opera e le sue diverse fasi di costruzione. Nonostante ciò, il metodo del mezzo continuo rimane sempre una soluzione chiusa che potrebbe essere utile per comprendere i concetti riguardanti la risposta della roccia ma, con lo sviluppo di nuove tecniche di scavo e costruzione di gallerie come i sistemi di stabilizzazione previa, ad esempio, che permettono di gestire in un modo più preciso la complessità delle condizioni ed il comportamento del sottosuolo, diventa una soluzione di valore limitato per scopi di disegno.

L'uso di questo metodo richiede l'individuazione di un modulo elastico teorico come parametro del suolo per cui, in questo caso, è prevista l'introduzione di un mezzo teorico equivalente continuo per riprodurre le risposte della roccia nei confronti degli scavi. La forma più comune di risolvere questo problema consiste in scalare le proprietà della roccia intatta, che si possono ottenere in base ai risultati di laboratorio delle prove uniassiale e triassiale, verso quelle dell'ammasso roccioso utilizzando relazioni empiriche ben definite che dipendono dal grado di danneggiamento della roccia che varia secondo il tipo di terreno ed il metodo di scavo eseguito (Fahimifar, Therani, Hedayat, & Vakilzadeh, 2010).

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Purtroppo, le assunzioni che si devono fare per la corretta applicazione di questo metodo di calcolo per gallerie profonde sono sfavorevoli in quanto le sollecitazioni agenti sul rivestimento aumentano linearmente con l'aumentare della profondità, per cui la progettazione del sostegno tramite calcoli elastici comporta normalmente alla stimazione esagerata dello spessore del rivestimento. Nei calcoli, il carico agente sul sostegno è limitato, cioè, la pressione di sovraccarico totale non viene considerata. Invece, solo si tiene conto del peso della zona disturbata che si svolge sopra il tetto della galleria dopo l'esecuzione dei lavori di scavo.

La difficoltà più importante di questo metodo è, appunto, la stimazione dell'altezza di questa zona disturbata e, in conseguenza, la determinazione del valore totale della sollecitazione che il sostegno calcolato deve essere capace a reggere. Quantificare le dimensioni della zona disturbata che agisce come un sovraccarico sopra il contorno della cavità del tunnel, diventa allora un compito che si risolve in maniera molto approssimativa in base all'esperienza, il giudizio ingegneristico e le caratteristiche della roccia. La chiave per raggiungere il successo nello studio della meccanica delle rocce è il livello di compressione nel descrivere le condizioni dei materiali ed il suo comportamento. Per fortuna, attualmente sono disponibili numerosi metodi per l'analisi delle gallerie che sfruttano la potenza computazionale e forniscono delle soluzioni molto affidabili ai problemi più sofisticati.

## 2.2 METODI NUMERICI

Il calcolo degli sforzi e gli spostamenti generati in un ammasso roccioso o in un terreno qualsiasi usando i metodi numerici, è basato nella risoluzione di equazioni differenziali che controllano il comportamento meccanico del materiale in studio. Con la recente convinzione che sono attualmente disponibili nuovi strumenti e sistemi di acquisizione e visualizzazione di dati nel confronto delle discontinuità e la caratterizzazione generale degli ammassi rocciosi, compresi i metodi avanzati per il monitoraggio superficiale e sotterraneo,

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

è possibile affermare che i modelli numerici possono essere utilizzati come mezzi di predizione durante lo scavo e la costruzione di gallerie.

Per qualche tempo, la tendenza è stata quella di rappresentare l'ammasso roccioso tramite un mezzo continuo equivalente con dati input uguali in tutte le direzioni aggiungendo delle proprietà di forze e deformabilità secondo il modello costitutivo associato al caso. Grazie all'arrivo di tecnologie più efficienti ed all'espansione dell'offerta sul mercato di strumenti capaci a caratterizzare gli ammassi rocciosi tenendo anche conto dei blocchi, i giunti e le discontinuità, si è raggiunta una migliore comprensione del comportamento di essi. Lo scopo finale di tutti questi avanzamenti era quello di poter rappresentare l'ammasso come un grande insieme di dislocamenti relativi ai contatti tra i blocchi di roccia che formano il tutto.

### 2.2.1 Metodo alle differenze finite (FDM)

I metodi numerici alle differenze finite sono sistemi di discretizzazione che dipendono di una funzione di una griglia e vengono impiegati per la risoluzione di equazioni differenziali applicando un'approssimazione delle derivate parziali in un'equazione fisica per differenze tra i nodi, separati di una distanza finita che non deve per forza essere uguale tra tutti i nodi ma deve corrispondere ad una struttura definita per garantire un certo livello di proporzionalità. Tuttavia, è meglio se si fissa un passo di discretizzazione spaziale costante sia in direzione orizzontale che in direzione verticale. Grazie al metodo delle differenze finite è possibile convertire un problema di tipo originalmente differenziale in uno di natura algebrica approssimativa. I nodi vengono numerati utilizzando coordinate di valori interi arbitrari attribuiti a seconda della propria ubicazione riferita alla griglia. È abbastanza intuitivo il fatto che una griglia o mesh definita da separazioni più piccole, ovvero, minore distanza tra i nodi, comporta a soluzioni più precise riducendo l'incertezza dei valori ottenuti. Se il problema fosse limitato al trattamento di una funzione sconosciuta ad una

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

sola variabile, si potrebbe esprimere in termini dei valori che la funzione prende in determinati punti del dominio considerato, come si cerca di illustrare nella

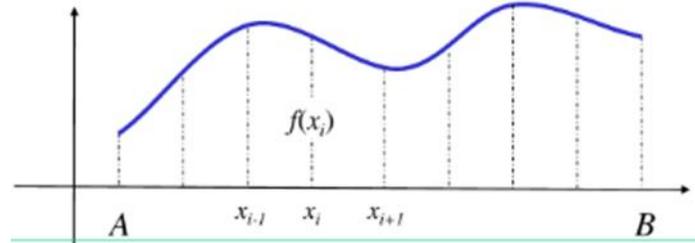


Figura 13. Funzione ad una variabile rappresentata per approssimazione alle differenze finite

Per ogni nodo, le equazioni differenziali parziali sono sostituite per un insieme di equazioni algebriche. La soluzione per i valori in ogni nodo viene ottenuta facendo iterare il sistema oppure mediante l'inversione della matrice. Una forma abbastanza semplice di ricavare una soluzione approssimata alle differenze finite di un'equazione differenziale è mettendo le approssimazioni ottenute dalla formula di Taylor al posto delle derivate. Così facendo, si può dare per certo che i metodi alle differenze finite presuppongono sempre una certa regolarità della soluzione. Se si dovesse definire un'idea di base del metodo alle differenze finite, sarebbe quella di scambiare ogni derivata per un rapporto incrementale finito nell'equazione da approssimare. C'è da dire che la derivata di una funzione qualsiasi, a prescindere del grado di derivazione e della natura della variabile fisica che si studia, può essere approssimata partendo sia dalla differenza in avanti che dalla differenza all'indietro. È evidente che utilizzando varie approssimazioni per le derivate, vengono fuori schemi numerici diversi.

### 2.2.2 Metodo degli elementi finiti (FEM)

Il metodo degli elementi finiti ovvero Finite Element Method (FEM) è un metodo numerico approssimativo molto utile per trovare la soluzione di problemi di ingegneria e fisica matematica. Il nome di questo metodo si basa sul fatto che un problema grande e complesso viene suddiviso in parti più piccole e semplici da studiare, chiamate 'elementi

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

finiti'. Le equazioni che servono a modellare questi elementi finiti si risolvono e poi vengono sistemate di nuovo nel sistema di equazioni più grandi che descrive il problema globale e da dove sono state ottenute in un primo momento. L'analisi agli elementi finiti viene applicato in molte discipline dell'ingegneria come, ad esempio, l'ingegneria strutturale, l'ingegneria termica e l'ingegneria elettromagnetica grazie a che supera i limiti dei problemi che si risolvono con delle soluzioni analitiche perché è idoneo alla manipolazione di dati con cui si riesce a descrivere abbastanza la geometria dei componenti, le sollecitazioni e le proprietà dei materiali, anche se sono complessi.

Il metodo degli elementi finiti cerca di semplificare il problema iniziale attraverso la sostituzione della forma originale dell'oggetto di studio ovvero il dominio continuo che riguarda la geometria di esso, per una griglia approssimativa equivalente composta da elementi più semplici. Questo processo viene chiamato discretizzazione ed è quello che permette di frazionare il problema grosso in problemi più semplici, rendendo fattibile la realizzazione dei calcoli tramite un elaboratore elettronico. La definizione della geometria del dominio comporta la determinazione di un sistema di coordinate globale che serve come riferimento per prendere le coordinate di posizionamento di certi punti da cui verranno definite le equazioni di linea e superficie degli elementi a studiare. In un problema in cui la geometria è molto complessa, essa viene discretizzata e, da ogni componente (elemento) della struttura discretizzata e dalla conoscenza delle proprietà dei materiali costituenti, si ottiene la rigidità dell'elemento. Matematicamente e con la rigidità di ogni elemento, si forma una matrice di rigidezza che rappresenta la rigidità della complessa struttura geometrica. Il metodo degli elementi finiti risolve diversi problemi che vengono equiparati e ridotti a sistemi di equazioni differenziali.

La griglia di elementi finiti, anche detta mesh, che viene definita nel primo passo del metodo, è unica per ogni singolo problema. Per stabilire il mesh, prima si deve precisare, a seconda dello scopo dell'analisi, se conviene lavorare con elementi di una dimensione

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

(linee), due dimensioni (quadrati o triangoli, ad esempio) oppure tre dimensioni (blocchi) o, addirittura, una combinazione di questi. La precisione dei calcoli dipenderà del numero di elementi che compongono la griglia. Più elementi ci sono, più piccolo sarà ognuno di loro e più precise saranno i risultati. Nonostante, un maggior numero di elementi vuol dire più equazioni e più variabili da calcolare. Quindi bisogna trovare, per ogni problema, la quantità giusta di elementi con cui ricavare risposte con un grado di precisione adeguato impiegando un tempo ragionevole per lo sviluppo dei calcoli computazionali.

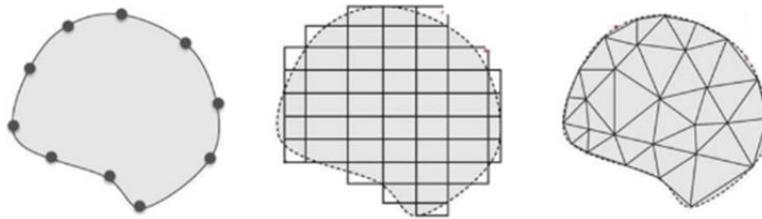


Figura 14. Discretizzazione e definizione della griglia o mesh (Shalabi, 2004)

Il dominio idealizzato di un elemento finito, si riferisce a due tipi di elementi: gli elementi finiti e gli elementi maestri. Gli elementi finiti sono quelli che normalmente hanno dei lati retti, anche se possono essere curvi nei limiti. Gli elementi curvi contengono approssimazioni geometriche, oltre alle approssimazioni fisiche. Queste approssimazioni sono controllate dal numero di nodi utilizzati sul limite esterno degli elementi che definiscono la forma della struttura. Le approssimazioni fisiche, invece, sono controllate dal numero totale di nodi, siano esterni che interni, e vengono utilizzate per definire alcune funzioni di forma delle variabili di stato. Gli elementi maestri sono quelli utilizzati al posto degli elementi finiti, con l'obiettivo di rendere più semplice lo sviluppo dei calcoli nel dominio dell'elemento. La definizione delle funzioni di forma e, in particolare, l'integrazione, diventa molto più semplice con gli elementi maestri. Di solito, gli elementi maestri sono linee dritte, triangoli retti, quadrati o cubi. Essi vengono definiti tramite la normalizzazione degli assi di coordinate, rendendo possibile il fatto che gli elementi reali possano adottare qualunque forma e dimensione.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

I punti che delimitano il contorno tra due elementi in particolare e li legano agli altri elementi del dominio si chiamano nodi. In genere, ogni nodo ha la capacità di spostarsi in tutte le possibili direzioni (gradi di libertà) tranne i nodi che si trovano sul bordo esterno del tutto, che avranno capacità di movimento dipendenti dalle condizioni di contorno che devono essere ben definite prima di procedere a decifrare il sistema di equazione col fine di trovare una unica soluzione al problema. Cioè, dato che spesso il problema è definito partendo da un dominio continuo, le equazioni che governano sono valide per qualunque posizione in tutto il dominio, eccetto per le condizioni di contorno. Dopo di che, devono inserirsi all'analisi le proprietà elastiche del materiale di cui ogni elemento è costituito, così come la natura e la dimensione delle sollecitazioni agenti sull'oggetto globale. L'esercizio matematico ha l'obiettivo di arrivare ad un'equazione capace a descrivere l'intero sistema. In genere, gli spostamenti dei singoli nodi sono i valori sconosciuti, ovvero, le incognite che vengono risolte con l'applicazione della sequenza di soluzioni di sistemi di equazioni differenziali.

Per affrontare la determinazione delle incognite si parte dalle relazioni basiche che esprimono gli spostamenti di ogni nodo come una funzione delle sue coordinate nel piano orizzontale e verticale, se si lavora con elementi bidimensionali. Ciò vuol dire che per ogni elemento, ci saranno un numero di equazioni di spostamento, pari al numero di nodi che determinano quel elemento. Se si parla di elementi di forma triangolare, ad esempio, ci sarà un minimo di tre equazioni di spostamento vincolate ad un elemento specifico. Con l'insieme di queste equazioni si conforma una matrice da cui si parte con il trattamento dei calcoli sfruttando le leggi fondamentali della meccanica.

Come primo step, si stabilisce la relazione tra gli spostamenti e gli stress indotti dai carichi agenti sulla struttura. Dagli stress si può ottenere l'energia di sforzo che poi deriva nella determinazione dell'energia potenziale. Finalmente, dall'energia potenziale minima, si ottiene una coppia di sistemi di equazioni abbinata ad un elemento completo particolare.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Introducendo le proprietà meccaniche del materiale come analogia con l'equazione di una molla, questa nuova matrice viene chiamata matrice di rigidezza dell'elemento che opera dei vettori dell'elemento intero al posto di operare con gli spostamenti dei singoli nodi. Questa procedura viene rifatta per ogni elemento della griglia per cui alla fine si riporta una matrice di rigidezza per ognuno di loro. La rigidezza della struttura globale si rappresenta dopo aver combinato le matrici di rigidezza individuali degli elementi in una matrice unica.

Due elementi adiacenti devono, per forza, aver nodi comuni, per cui i valori corrispondenti a questi nodi comuni compaiono in entrambe le matrici degli elementi. Le matrici non possono essere combinate tramite operazioni semplici di fusione. Nella pratica, il processo di risolvere il sistema globale combinato di equazioni, detto riduzione, avviene in concomitanza e allo stesso tempo con la combinazione delle matrici utilizzando una tecnica standardizzata per eliminare gradualmente le file della matrice che rappresentano un insieme di equazioni simultanee che si svolge risolvendo la prima equazione del gruppo e poi inserendo la soluzione in quelle rimanenti. Questa dinamica si ripete fila per fila finché finalmente si può aggiungere una nuova matrice contenente l'informazione dell'elemento successivo. Eventualmente quando l'ultima matrice viene inserita nei calcoli, il risultato finale è la soluzione numerica degli spostamenti di un nodo singolo che poi si utilizza in forma retrospettiva per trovare una soluzione a tutte le equazioni del sistema e ricavando finalmente le coordinate finali di ogni nodo dopo averlo spostato come conseguenza di aver subito l'effetto delle sollecitazioni. Da questi risultati si può rapidamente calcolare gli sforzi associati. Questo procedimento richiede un numero talmente grande di calcoli separati che possono solo svolgersi in un computer.

### 2.2.3 Metodo degli elementi di contorno (BEM)

Il metodo degli elementi di contorno, ovvero, *Boundary Element Method* (BEM) dall'inglese, è un metodo numerico computazionale utilizzato per selezionare equazioni lineari di differenze parziali formulate in maniera di equazioni integrali, che è stato sviluppato come

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

un'alternativa al metodo degli elementi finiti data l'inconveniente gestione delle gigantesche matrici ed il bisogno di aumentare la precisione nella soluzione di determinati problemi. La soluzione approssimata dei valori del contorno ottenuta con questo metodo ha la caratteristica di essere una soluzione esatta dell'equazione differenziale nel dominio e viene parametrizzata attraverso un sistema finito di parametri posizionati sul bordo esterno della struttura globale. Le linee che tracciano il contorno di un dominio bidimensionale ovvero, le superfici che delimitano il perimetro di un volume, vengono discretizzate con un numero finito di elementi come si può evidenziare negli esempi presentati nella Figura 15.

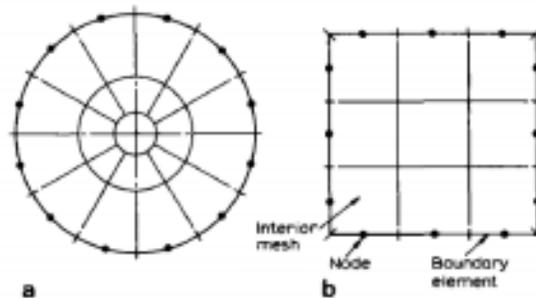


Figura 15. Esempi di linee di contorno discretizzate (Shalabi, 2004)

Col metodo degli elementi di contorno, non c'è bisogno di modificare il disegno dell'intera griglia per delle strutture che cambiano costante di distribuzione spaziale. Può essere applicato in molte aree dell'ingegneria e la scienza in generale come, ad esempio, nello studio della meccanica dei fluidi, le onde acustiche, il campo elettromagnetico, tra altre discipline, sempre che la funzione di Green possa essere calcolata, soprattutto in problemi che considerano spazi in mezzi lineari ed omogenei, per cui la gamma di problemi idonei ad una applicazione del metodo con successo, viene considerevolmente ridotta.

Considerazioni che scapano la linearità possono essere incluse nelle formule lo stesso ma, in questo caso, integrali di volume dovrebbero essere considerate e quindi, il volume deve essere discretizzato prima di poter andare avanti con la risoluzione del sistema. In più, il

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

complesso esercizio matematico che comporta l'utilizzazione di questo metodo, lo rende poco piacevole nel riguardo degli utenti.

Il metodo si basa nella trasformazione delle equazioni differenziali in un insieme di equazioni integrali equivalenti che tengono conto soltanto dei valori nelle estremità dell'intervallo d'integrazione. L'equazione integrale potrebbe essere considerata come una soluzione esatta dell'equazione di differenze parziali in cui si basa il metodo. L'analisi tramite gli elementi di contorno cerca di utilizzare le condizioni di contorno stabilite per inserire i valori di contorno nelle equazioni integrali, al posto dei valori all'interno dello spazio definito da un'equazione di differenze parziali. Una volta che si raggiunge questo passaggio, nella fase successiva, l'equazione integrale può essere utilizzata di nuovo per calcolare la soluzione numerica direttamente in ogni punto desiderato all'interno del dominio di soluzioni.

La spiegazione precedente porta a considerare, innanzitutto, che esiste continuità all'interno del corpo intero e che questa viene solo ristabilita nei nodi che si trovano negli elementi del contorno. Un'altra conclusione che si potrebbe intuire dalle considerazioni fatte, è la necessità di discretizzare soltanto il contorno della struttura al posto di dover farlo per il solido al completo. Un altro vantaggio del metodo degli elementi di contorno è la riduzione dei costi di computazione e tempo di lavorazione degli strumenti digitali che processano i dati grazie a che i codici esistenti per la modellazione di griglie e solidi in generale, sono perfettamente adatti a questa procedura.

Ci sono tre approcci al metodo degli elementi di contorno (diretto, semidiretto e indiretto) che propongono diverse modalità di relazionare le variabili fisiche del problema con le funzioni sconosciute che compaiono nelle equazioni integrali. Nella formulazione diretta del metodo, le funzioni del problema sono le variabili stesse. Nell'approccio semidiretto, la soluzione utile al problema verrebbe raggiunta tramite la derivazione di funzioni similari a

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

quelle direttamente associate al problema in sé. Finalmente, se si usa la modalità indiretta, le equazioni integrali vengono rappresentate da una soluzione singolare unitaria (ad esempio, la soluzione di Green di campo libero) in termini delle equazioni differenziali originali ma, stavolta, distribuite in una densità specifica intorno ai contorni della regione di studio, dopo di che, le soluzioni all'interno della struttura possono essere ricavate tramite un processo di integrazione.

Uno schema tipico dei passaggi che bisognerebbe eseguire per completare in maniera adeguata il metodo degli elementi di contorno considera, come primo step, la definizione di un modello matematico, che poi deve essere espresso con una formula rappresentativa. Dopo, si propongono le equazioni integrali di contorno considerando gli elementi di contorno. Finalmente, si discretizzano le equazioni e si ricava la soluzione lineare del sistema.

Nonostante le bontà del metodo che in molte occasioni lo rendono il percorso più pratico per eseguire una procedura sistematica di risoluzione di un problema differenziale, l'analisi BEM presenta alcuni svantaggi che devono considerarsi. Ad esempio, le equazioni integrali di contorno richiedono la conoscenza esplicita di almeno una soluzione fondamentale dell'equazione differenziale, per cui i problemi vincolati a situazioni di eterogeneità del mezzo oppure alla non linearità differenziale delle equazioni, di solito non sono accessibili tramite questo metodo. Un'altra difficoltà nei confronti dell'utilizzo del metodo degli elementi di contorno è l'enorme quantità di metodi di approssimazione numerica che esistono per le differenti equazioni integrali di contorno che possono contemplarsi in un determinato problema.

Da un punto di vista matematico, la maggior parte di questi metodi non sono ancora stati sviluppati al completo per cui la loro operazione, in teoria, comporterebbe complicazioni di affidabilità. Da ultimo, se la linea che definisce il contorno non è abbastanza regolare, ma

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

ammette spigoli e angoli, oppure, se le condizioni di contorno sono discontinue, allora i valori della soluzione al problema di contorno, potrebbe includere singolarità e altri inconvenienti teorici da difficile gestione, soprattutto quando occorre affrontare l'analisi di domini tridimensionali.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

### 3 IL METODO DELLE CURVE CARATTERISTICHE

La curva di convergenza-confinamento mette in relazione la pressione interna, ovvero la sollecitazione radiale, con lo spostamento radiale che subisce la parete sul limite del vuoto circolare che rappresenta la galleria. Le tensioni nell'anello che servono per calcolare il rivestimento possono essere rappresentate con una grafica in funzione della deformazione radiale media dell'intradosso dello scavo con le dimensioni della galleria riferite al centro di essa. Per una pressione interna pari a  $P_0$  ovvero lo stress litostatico, non ci sono cambiamenti né negli stress iniziali né nello stato di tensione attorno al vuoto e quindi lo spostamento radiale nelle pareti è nullo.

Con una diminuzione della pressione interna iniziano ad evidenziarsi i primi spostamenti radiali del muro. In una prima fase, essi aumentano linearmente, ma dopo un certo punto (per pressioni inferiori alla pressione critica) l'andamento della curva può diventare curvilineo. La curva di convergenza-confinamento di una roccia con un comportamento elastico semplice viene rappresentata da un segmento lineare. È possibile, allora, descrivere il modo di agire della roccia facendo decrescere la tensione  $P_i$ , che agisce sul contorno, da  $P_0$  (il suo valore iniziale) sino allo zero, come si cerca di esporre nella Figura 16.

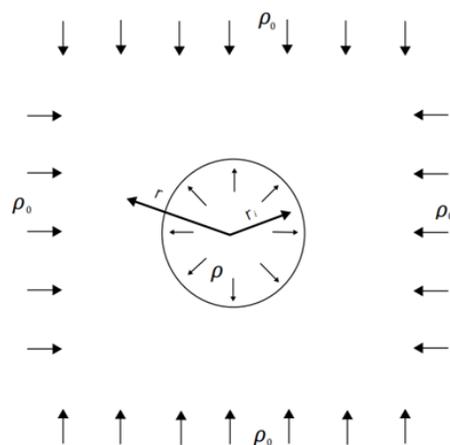


Figura 16. Relazione tra la pressione litostatica e la pressione agente sul contorno della galleria

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Se si prendesse una sezione trasversale lontana dal fronte scavo che non è stata ancora raggiunta per lo scavo, nel contorno teorico della galleria agisce una pressione radiale  $P_0$  pari a quella litostatica o iniziale. Se invece si prendesse una sezione trasversale vicina al fronte scavo ma stavolta dalla parte dove sono stati già realizzati i lavori di scavo, non ci sarà più la pressione interna pari a quella iniziale  $P_0$  e, in conseguenza, le pareti della galleria saranno soggette a spostamenti radiali verso l'interno della cavità. In pratica, una sezione trasversale circolare senza pressione interna, cioè, considerevolmente lontana dal fronte scavo verso la parte dell'ammasso roccioso che è stata già scavata, subisce degli spostamenti radiali molto maggiori che una sezione vicina al fronte scavo, come si può osservare nella Figura 17. Per portare l'analisi del problema sempre verso il campo bidimensionale, allora è necessario considerare una pressione interna fittizia  $P_i$  che corrisponde al contributo di resistenza dovuto alla prossimità dal fronte scavo.

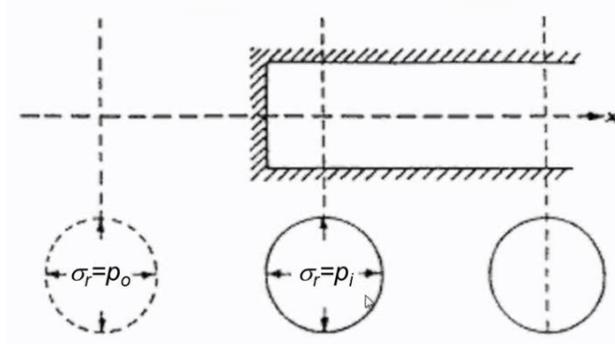


Figura 17. Variazione della pressione interna relativa alla posizione del fronte scavo (Birchall & Osman, 2011)

Man mano che il fronte scavo si avvicina ad un punto specifico, la massa della roccia si sposta radialmente verso la galleria e assialmente verso il fronte scavo. Questo vuol dire che per il momento in cui il fronte scavo raggiunge quel punto specifico, ci sono già sviluppati spostamenti radiali. Un anello di supporto progettato nel modo giusto dovrebbe essere sufficiente per evitare spostamenti radiali significativi. È importante sottolineare che col passo del tempo, possono capitare variazioni che comportano cambi importanti nei carichi che deve reggere il rivestimento che dipendono sostanzialmente del comportamento della roccia.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

All'aumentare della distanza dal fronte di scavo all'anello considerato oppure con il passaggio del tempo anche se non ci sono progressi nella costruzione, è molto probabile che il carico agente sull'anello aumenti con un andamento decrescente ovvero, asintotico. In molte gallerie, le sollecitazioni sull'anello sembrano di aumentare proporzionalmente con una funzione logaritmica del tempo (Paraskevopoulou & Diederichs, 2018).

La Figura 18 sarà lo schema di riferimento per tutte le considerazioni successive nel riguardo delle relazioni matematiche che descrivono il problema degli spostamenti generati dalle sollecitazioni in una galleria profonda. In questo bozzetto si considera un frammento di suolo ad una distanza  $r$  dall'asse della galleria che è soggetto ad una pressione radiale  $\sigma_r$  così come ad una pressione tangenziale  $\sigma_\theta$ . È chiaro che la pressione all'interno della cavità del tunnel viene rappresentata da  $P_i$  e che man mano che i punti si allontanano dall'asse della galleria, ovvero, man mano che la distanza  $r$  aumenta verso l'infinito, la pressione agente sul pezzo di roccia considerato diventa  $P_0$ , cioè, la pressione litostatiche originale.

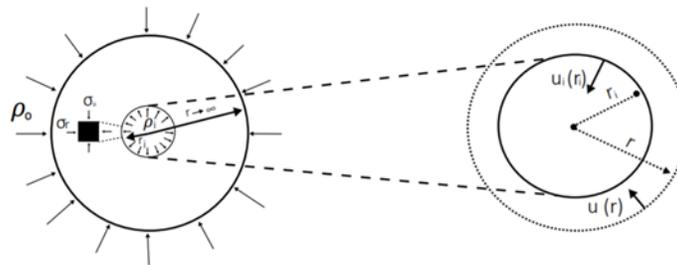


Figura 18. Schema basilico del problema delle pressioni e le deformazioni nelle gallerie

L'equazione di equilibrio nella direzione radiale e utilizzando coordinate cilindriche si potrebbe esprimere in termini della tensione radiale  $\sigma_r$ , la tensione tangenziale  $\sigma_\theta$  e la distanza all'asse della galleria  $r$ :

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

Sia la deformazione radiale  $\varepsilon_r$  che la deformazione tangenziale  $\varepsilon_\theta$  vengono descritte in funzione dello spostamento  $u$  e della distanza  $r$ . Quando si parla di quello che accade sul

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

contorno del tunnel, allora la distanza viene nominata  $r_i$  mentre che si utilizza  $u_i$  per riferirsi allo spostamento della parete verso l'interno della cavità, come si può evidenziare nella Figura 18. È chiaro che lo spostamento massimo si verifica proprio sul contorno dello scavo e che tutti gli altri spostamenti dei punti ubicati all'interno dell'ammasso roccioso saranno minori e diminuiranno con l'aumentare della distanza  $r$  fino ad arrivare allo zero. Le relazioni tra le deformazioni e gli spostamenti vengono date dai seguenti rapporti, tenendo conto che, per semplicità, si parla sempre di deformazione piana per cui la deformazione sull'asse ortogonale al piano  $\varepsilon_z$ , verrà considerata nulla (Oreste, 2009).

$$\varepsilon_r = \frac{d_u}{d_r} \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad \varepsilon_z = 0$$

Mettendo in gioco le equazioni costitutive che collegano le deformazioni nel terreno con le variazioni dello stato tensionale, considerando sempre un mezzo elastico, lineale ed isotropico, si può stabilire un rapporto tra l'incremento della pressione che subisce la roccia con delle proprietà intrinseche del materiale del sottosuolo che determinano di forma importante il suo comportamento, come il modulo di elasticità  $E$  (rapporto tra tensione e deformazione) ed il coefficiente di Poisson  $\nu$  (rapporto tra la deformazione longitudinale e la deformazione trasversale).

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E} [\Delta\sigma_r - \nu(\Delta\sigma_\theta + \Delta\sigma_z)] \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} [\Delta\sigma_\theta - \nu(\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_z)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\Delta\sigma_z - \nu(\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_\theta)] \end{aligned}$$

Risulta evidente che le variazioni delle tensioni possono anche essere rappresentate in funzione della tensione litostatica originale.

$$\Delta\sigma_r = \sigma_r - P_0$$

$$\Delta\sigma_\theta = \sigma_\theta - P_0$$

$$\Delta\sigma_z = \sigma_z - P_0$$

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Se si impone, come già detto prima, la condizione di deformazione piana che comporta l'annullamento della componente nella direzione  $z$ , allora è fattibile trovare un'espressione più concreta dell'incremento tensionale nella direzione ortogonale al piano di studio:

$$0 = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_z - \nu(\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_\theta)] \quad \rightarrow \quad \Delta\sigma_z = \nu(\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_\theta)$$

Sostituendo quest'ultima relazione nelle equazioni costitutive delle deformazioni tangenziale e radiale, si ottengono due nuove uguaglianze in cui la componente di deformazione sull'asse  $z$  non viene presa in considerazione e quindi le deformazioni tangenziali e radiali saranno solo funzione della variazione tensionale in queste direzioni, oltre che alle proprietà fisiche del materiale.

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1 - \nu^2}{E} \left( \Delta\sigma_r - \frac{\nu}{1 - \nu} \Delta\sigma_\theta \right) \quad \rightarrow \quad \frac{du}{dr} = \frac{1 - \nu^2}{E} \left( \Delta\sigma_r - \frac{\nu}{1 - \nu} \Delta\sigma_\theta \right) \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1 - \nu^2}{E} \left( \Delta\sigma_\theta - \frac{\nu}{1 - \nu} \Delta\sigma_r \right) \quad \rightarrow \quad \frac{u}{r} = \frac{1 - \nu^2}{E} \left( \Delta\sigma_\theta - \frac{\nu}{1 - \nu} \Delta\sigma_r \right) \end{aligned}$$

Combinando le equazioni precedenti e richiamando il concetto originale del differenziale di tensione in termini della tensione iniziale  $P_0$ , si ottengono le espressioni degli incrementi tensionali in termini di deformazioni, distanze e proprietà dei materiali.

$$\begin{aligned} \sigma_\theta - P_0 &= \frac{E}{1 - \nu^2} * \frac{1}{1 - \left(\frac{\nu}{1 - \nu}\right)^2} \left[ \frac{u}{r} + \left(\frac{\nu}{1 - \nu}\right) \frac{du}{dr} \right] \\ \sigma_r - P_0 &= \frac{E}{1 - \nu^2} * \frac{1}{1 - \left(\frac{\nu}{1 - \nu}\right)^2} \left[ \frac{du}{dr} + \left(\frac{\nu}{1 - \nu}\right) \frac{u}{r} \right] \end{aligned}$$

Aggiungendo le relazioni ricavate all'equazione di equilibrio nella direzione radiale che era stata proposta nei parafi precedenti, si arriva finalmente ad un'equazione differenziale ordinaria di secondo ordine.

$$r^2 \frac{d^2u}{dr^2} + r \frac{du}{dr} - u = 0$$

Questa equazione differenziale ordinaria ha una soluzione del seguente tipo dove i coefficienti  $A$  e  $B$  sono delle costanti che si possono determinare definendo le condizioni al contorno giuste.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

$$u = Ar + \frac{B}{r}$$

In questo caso, si sa che per un valore di distanza  $r$  pari al raggio della galleria, cioè,  $r_i$ , la pressione radiale  $\sigma_r$  è pari alla pressione interna sul contorno del tunnel  $P_i$ . Da un'altra parte, quando si ha un punto che si trova ad una distanza  $r$  molto grande che tende verso l'infinito, la pressione radiale che agisce su quel punto sarebbe pari alla pressione litostatica iniziale  $P_0$ . Imponendo queste condizioni al contorno, vengono fuori i valori associati ad ogni costante:

$$A = 0$$

$$B = (P_0 - P_i)r_i^2 \frac{1 + \nu'}{E'}$$

C'è da dire che, per praticità e da adesso in poi, sia il modulo di elasticità  $E$  che il coefficiente di Poisson  $\nu$  utilizzati in quest'ultima equazione che definisce il valore del coefficiente  $B$ , adottano una forma semplificata di un'espressione complessa:

$$\nu' = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

In questo modo e avendo tutte le relazioni precedenti a disposizione, è possibile arrivare alla soluzione particolare dell'equazione differenziale ordinaria che collega la pressione radiale  $P_i$  agente su un punto specifico sul contorno della galleria con la pressione iniziale  $P_0$ , lo spostamento radiale che subisce questo punto  $u_i$  e le proprietà fisiche del materiale che costituisce l'ammasso roccioso perforato, così come con la distanza tra l'asse della galleria ed il punto, che in questo caso sarebbe pari al raggio della galleria.

$$u_i = \frac{1 - \nu}{E} (P_0 - P_i)r_i$$

È importante sottolineare che questa relazione è valida per condizioni in assenza di una zona plastica, ovvero, per materiali che lavorano unicamente in campo elastico perché l'equazione esprime una relazione lineare tra lo spostamento e la pressione interna che esplicita una curva di convergenza completamente retta. Invece, per quanto riguarda le

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

rocce che raggiungono in comportamento plastico dovuto alla magnitudine della pressione interna agente sulla parete della cavità, bisogna rivolgersi al funzionamento del programma che sfrutta tutto quello che è stato spiegato finora tenendo anche conto della fascia plastica per modellare l'interazione tra il sostegno e l'ammasso roccioso deformato attraverso il metodo delle curve caratteristiche.

### 3.1 FUNZIONAMENTO ORIGINALE DEL PROGRAMMA CHE VERRÀ MODIFICATO

L'obiettivo del programma sviluppato dal Professore Pierpaolo Oreste del Politecnico di Torino, utilizzando il software Microsoft Excel non è altro che ricavare la curva caratteristica, come quella che si mostra nella Figura 19 con cui è possibile confrontare il comportamento del sostegno con quello della roccia sottoposta all'azione di diversi valori di pressione interna nel contorno della galleria. Questo strumento è molto utile nella fase di progettazione perché permette valutare le condizioni ideali della messa in opera del rivestimento non solo nel riguardo delle sue caratteristiche di resistenza, ma anche per tenere conto della distanza massima dal fronte di scavo dove conviene iniziare a piazzare il supporto per garantire la sicurezza dell'opera durante e dopo i lavori di perforazione.

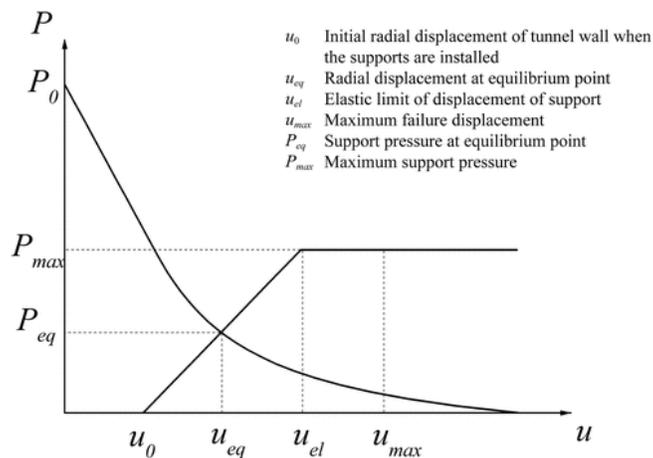


Figura 19. Esempio di un generico diagramma di curva caratteristica (Oreste, 2009)

Il programma richiede all'utente di inserire qualche informazione di input che è la base per poter realizzare tutti i calcoli successivi. La maggior parte di questi dati sono dei risultati

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

ottenuti in prove di laboratorio che servono a caratterizzare non solo il materiale che costituisce l'ammasso roccioso, ma anche lo stato tensionale della roccia e la sua qualità al momento d'iniziare gli scavi. I dati di input sollecitati dal programma per la caratterizzazione dei materiali coinvolti e la definizione della geometria del problema, sono i seguenti:

- $R$ : raggio della sezione trasversale costante della galleria
- $\sigma_0$ : pressione litostatica iniziale agente sull'ammasso roccioso prima che la roccia sia disturbata. In alcuni casi, potrebbe essere riferita come  $P_0$
- $GSI_p$ : Geological Strength Index di picco. È un parametro di resistenza dell'ammasso roccioso
- $\sigma_{ci}$ : resistenza alla compressione uniassiale della roccia intatta
- $m_i$ : parametro di resistenza riferito alla roccia intatta che dipende della tipologia della roccia
- $D$ : parametro che tiene conto del grado di affettazione che subisce la roccia dovuto ai lavori scavativi. Varia da 0 (rocce non disturbate) a 1 (roccia disturbate gravemente)
- $\% \psi$ : percentuale dell'angolo di dilatanza che verrà considerato
- $\nu$ : coefficiente di Poisson che descrive il rapporto tra la deformazione longitudinale e la deformazione trasversale quando un materiale è soggetto ad un carico assiale

Dopo aver inserito questi parametri di entrata, il primo passo che il programma fa, consiste nel calcolare i valori di picco ed i valori residui di altri coefficienti di resistenza della roccia. C'è da sottolineare che i parametri di resistenza residui sono validi dentro alla zona plastica che si forma attorno alla cavità, mentre che i valori di picco sono quelli da utilizzare nella zona elastica, ovvero, dopo il bordo delimitato per il raggio plastico  $R_{pl}$  che si forma tra un'area e l'altra.

- $GSI_r$ : Geological Strength Index residuo

$$Se \ GSI_p < 35 \quad GSI_r = 35$$

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

$$Se\ GSI_p \geq 35 \quad GSI_r = 35 + \frac{GSI - 35}{2}$$

- $m_{bp}$ : parametro di resistenza di picco dell'ammasso roccioso dipendente dal  $GSI_p$

$$m_{bp} = m_i e^{\left(\frac{GSI_p - 100}{28 - 14D}\right)}$$

- $m_{br}$ : parametro di resistenza residuo dell'ammasso roccioso dipendente dal  $GSI_r$

$$m_{br} = m_i e^{\left(\frac{GSI_r - 100}{14 - D}\right)}$$

- $s_p$ : parametro di resistenza di picco dipendente dal  $GSI_p$

$$s_p = e^{\left(\frac{GSI_p - 100}{9 - 3D}\right)}$$

- $s_r$ : parametro di resistenza residuo dipendente dal  $GSI_r$

$$s_r = e^{\left(\frac{GSI_r - 100}{9 - 3D}\right)}$$

- $a_p$ : coefficiente di picco utile per calcolare  $\sigma_{Rpl}$

$$a_p = 0.5 + \frac{1}{6} \left( e^{-\frac{GSI_p}{15}} - e^{-\frac{20}{3}} \right)$$

- $a_r$ : coefficiente residuo utile per calcolare  $\frac{d\sigma_1}{d\sigma_3}$

$$a_r = 0.5 + \frac{1}{6} \left( e^{-\frac{GSI_r}{15}} - e^{-\frac{20}{3}} \right)$$

- $E_p$ : modulo elastico di picco dell'ammasso roccioso

$$Se\ \sigma_{ci} < 100 \quad E_p = 1000 \left( 1 - \frac{D}{2} \right) \left( \frac{\sigma_{ci}}{100} \right)^{0.5} 10^{\frac{GSI_p - 10}{40}}$$

$$Se\ \geq 100 \quad E_p = 1000 \left( 1 - \frac{D}{2} \right) 10^{\frac{GSI_p - 10}{40}}$$

- $E_r$ : modulo elastico residuo dell'ammasso roccioso

$$Se\ \sigma_{ci} < 100 \quad E_p = 1000 \left( 1 - \frac{D}{2} \right) \left( \frac{\sigma_{ci}}{100} \right)^{0.5} 10^{\frac{GSI_r - 10}{40}}$$

$$Se\ \geq 100 \quad E_p = 1000 \left( 1 - \frac{D}{2} \right) 10^{\frac{GSI_r - 10}{40}}$$

Per ricavare il valore preciso della pressione  $\sigma_{Rpl}$  agente sul raggio plastico (senza ancora sapere il valore del raggio stesso) si esegue un processo iterativo che cerca di trovare

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

l'equilibrio dell'equazione successiva. In pratica, si prendono valori per  $\sigma_{Rpl}$  compresi tra lo zero e la pressione litostatica iniziale  $\sigma_0$  e si fanno variare fino al raggiungimento della parità con un livello di precisione che si può definire a seconda dei criteri di sicurezza minimi stabiliti.

$$\sigma_0 - \sigma_{Rpl} = \frac{\sigma_{ci}}{2} \left( m_{bp} \frac{\sigma_{Rpl}}{\sigma_{ci}} + s_p \right)^{a_p}$$

Avendo stabilito il valore numerico della pressione agente sul raggio plastico  $\sigma_{Rpl}$  si procede alla definizione delle pressioni interne associate agli 12 punti per cui verrà calcolato lo spostamento sulla parete della cavità  $U_r$  con lo scopo di costruire la curva caratteristica del problema. Si ricorda che la curva caratteristica viene tracciata su un piano dove, sull'asse verticale, si trovano diversi valori di pressione interna  $P_i$  che variano dallo zero fino alla pressione litostatica iniziale  $\sigma_0$ , mentre che, sull'asse orizzontale, si trovano i valori degli spostamenti sulla parete della galleria in corrispondenza con i vari scenari governati dalla pressione interna. Ognuno di questi 12 punti su cui si basa la costruzione della curva, è rappresentato da una coppia di pressione interna  $P_i$  e spostamento radiale  $U_r$ . I diversi valori di pressione interna per cui verrà calcolato lo spostamento radiale sono quelli che si osservano nella Tabella 1. In pratica si prendono dei valori di riferimento facendo decrescere di 10% la cifra della pressione agente sul raggio plastico. È chiaro che lo spostamento corrispondente alla pressione iniziale è nullo e, dall'altra parte, lo spostamento associato ad una pressione interna nulla è il massimo che si può raggiungere.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

$\sigma_0$
$\sigma_{Rpl}$
0.9 $\sigma_{Rpl}$
0.8 $\sigma_{Rpl}$
0.7 $\sigma_{Rpl}$
0.6 $\sigma_{Rpl}$
0.5 $\sigma_{Rpl}$
0.4 $\sigma_{Rpl}$
0.3 $\sigma_{Rpl}$
0.2 $\sigma_{Rpl}$
0.1 $\sigma_{Rpl}$
0.0 $\sigma_{Rpl}$

Tabella 1. Valori di pressione interna per cui si calcolano gli spostamenti radiali

Quindi per ognuno dei valori stabiliti, si esegue la procedura che verrà descritta di seguito con l'obiettivo finale di ricavare il valore dello spostamento radiale sulla parete della galleria collegato a ogni scenario di pressione interna e così poter costruire la curva caratteristica del problema che permette capire il comportamento deformativo dell'ammasso roccioso sottoposto alle condizioni particolari.

Come prima cosa, si definisce un valore differenziale di pressione  $d\sigma_r$  che divide un mille parti la differenza tra la pressione interna e la pressione agente sul raggio plastico e rappresenta i piccoli aumenti in basi ai quali si farà variare il valore della pressione per portare avanti il metodo iterativo del programma.

$$d\sigma_r = \frac{\sigma_{Rpl} - P_i}{1000}$$

Partendo dal valore del raggio della galleria  $R$  (che è uguale in tutti i casi visto che è uno dei dati di input del problema) associato al valore di pressione interna  $P_i$  agente sulle pareti della cavità, si inizia il processo iterativo andando a trovare per ogni valore di pressione  $\sigma_r$  incrementato di un piccolo salto, il valore del raggio associato, ovvero, la distanza dall'asse ortogonale della galleria fino al punto di applicazione di quella sollecitazione compresa tra  $P_i$  e  $\sigma_{Rpl}$ . Questo procedimento iterativo si svolge fino a trovare il valore del raggio  $r_{i+1}$  che corrisponde alla sollecitazione  $\sigma_{Rpl}$  che è stata calcolata prima in maniera generale che,

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

però, verrà collegata ad un valore diverso di raggio a seconda della pressione interna agente sulle pareti della galleria. L'equazione con cui si ricavano i raggi dipende sostanzialmente dai parametri residui dato che si considerano i punti all'interna della zona dove si sviluppa un comportamento plastico del materiale.

$$r_{i+1} = r_i + \frac{r_i d\sigma_r}{\sigma_{ci} \left( \frac{\sigma_{ri+1} m_{br}}{\sigma_{ci}} + s_r \right)^{a_r}}$$

Quindi, in poche parole e per chiarire l'idea di quello che si fa a questo punto, per una pressione interna di, ad esempio,  $P_i = 0.5\sigma_{Rpl}$ , si prende il primo punto dove  $r = R$  e si itera utilizzando la formula precedente per ricavare il valore di  $r$  dove agisce la pressione  $\sigma_{Rpl}$ . Cioè, si cerca di calcolare il valore numerico del raggio plastico  $R_{pl}$ . Quando si arriva finalmente all'ultimo punto definito della distanza discretizzata, è possibile stabilire il valore del raggio plastico. Per ogni coppia di raggio e pressione si calcola il parametro  $\sigma_\theta$  con una relazione che dipende unicamente dalla pressione puntuale e dai parametri di resistenza residui.

$$\sigma_{\theta i} = \sigma_{ri} + \sigma_{ci} \left( m_{br} \frac{\sigma_{ri}}{\sigma_{ci}} + s_r \right)^{a_r}$$

Nello stesso modo, si calcola il rapporto tra il differenziale dello stress principale massimo a rottura dell'ammasso roccioso ed il differenziale dello stress principale minimo. Questo passo si fa con lo scopo di ricavare l'angolo di dilatanza che dipende da questi parametri e verrà utilizzato nella formula per il calcolo degli spostamenti. C'è da dire che, a differenza di  $\sigma_{\theta i}$ , questo valore è generale per tutte le coppie derivate dalla stessa pressione interna  $P_i$  che agisce sul contorno del tunnel.

$$\frac{d\sigma_1}{d\sigma_3} = 1 + a_r m_{br} \left( \frac{m_{br}}{\sigma_{ci}} P_i + s_r \right)^{a_r - 1}$$

Dopo, si calcola l'angolo di dilatanza  $\psi$  espresso in radianti che è un valore compreso tra nulla e l'angolo di frizione del materiale.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

$$\psi = \sin^{-1} \left( \frac{\frac{d\sigma_1}{d\sigma_3} - 1}{\frac{d\sigma_1}{d\sigma_3} + 1} \right)$$

Prendendo il valore calcolato del raggio plastico e considerando le proprietà del materiale in termini del modulo elastico ed il coefficiente di Poisson, così come le condizioni dello stato tensionale iniziale, è fattibile trovare la soluzione per lo spostamento subito nella zona del raggio plastico. Si ricorda che lo spostamento che si vuole ricavare è, però, quello che acceda sul bordo della cavità.

$$u_{Rpl} = \frac{1 + \nu}{E_p} (\sigma_0 - \sigma_{Rpl}) R_{pl}$$

Avendo ricavato  $u_{Rpl}$  corrispondente a quel valore di pressione interna, si inizia un secondo processo iterativo per trovare il valore dello spostamento radiale ma, stavolta, sul contorno della galleria che è quello che in realtà interessa per costruire la curva caratteristica. Sostanzialmente, quello che si vuole ottenere è una coppia composta da una pressione interna ed uno spostamento radiale sul contorno della cavità. Mettendo insieme questi punti sul diagramma, si riesce a descrivere il comportamento del terreno attraverso la curva caratteristica. Per fare ciò, si va a calcolare la variazione dello spostamento in funzione del raggio che si fa diminuire andando dal raggio plastico fino al raggio della galleria. In altre parole, è un processo iterativo inverso a quello che è stato svolto prima perché stavolta si parte dalla zona più lontana dall'asse ortogonale del tunnel e si avanza verso l'interno della struttura.

$$\left( \frac{du}{dr} \right)_i = \frac{1 - \nu^2}{E_r} \left[ (\sigma_{ri} - \sigma_0) \left( 1 - N_\psi \frac{\nu}{1 - \nu} \right) + (\sigma_{\theta i} - \sigma_0) \left( N_\psi \frac{\nu}{1 - \nu} \right) \right] - N_\psi \frac{u_{ri}}{r_i}$$

C'è da dire che il termine  $N_\psi$  tiene conto dell'angolo di dilatanza ridotto in una percentuale che viene stabilita come dato di input. L'equazione anteriore si risolve per ogni differenziale allo stesso tempo che si risolve l'equazione dello spostamento radiale per il differenziale successivo andando sempre verso l'interno del tunnel. Quindi prima si calcola il valore del rapporto del differenziale di spostamento in funzione del raggio o poi con quel valore e

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

conoscendo il valore numerico dello spostamento sul raggio plastico  $u_{Rpl}$ , si può andare a calcolare un nuovo raggio che precede a quello del confine della zona plastica. Per un nuovo valore di raggio, si riparte con la stessa modalità di valutazione e si ripete iterativamente.

$$u_{r_i} = u_{r_{i+1}} + (r_i - r_{i+1}) \left( \frac{du_r}{dr} \right)_{i+1}$$

Quando si calcola l'ultimo spostamento, ovvero, lo spostamento sul bordo della galleria  $u_R$ , si arriva finalmente alla risoluzione della coppia  $P_i, u_R$  che poi viene riportata nella curva caratteristica. L'insieme di queste 11 coppie che si ricavano facendo variare il valore della pressione interna favorisce l'analisi di quello che accade quando la roccia viene perforata perché permette studiare l'andamento dello spostamento radiale man mano che si riduce la pressione agente sulle pareti del contorno fino ad arrivare allo zero dove si ha lo spostamento massimo.

La seconda parte della procedura per completare gli strumenti che favoriscono un'analisi completo, riguarda la costruzione della curva del sostegno. Questa curva è caratterizzata da uno spostamento di partenza in cui la pressione agente è pari a zero e da una pendenza data dalla rigidità del materiale con cui si vuole costituire il rivestimento. La rigidità è un dato di input che l'utente del programma deve inserire. Lo spostamento iniziale da dove si comincia a tracciare la curva del sostegno, invece, deve essere calcolato in base a un'ipotesi conservativa. Si assume che la curva del sostegno parte nello spostamento associato al 65% della pressione litostatica iniziale  $\sigma_0$  che viene nominata pressione di equilibrio  $P_{eq}$ .

Quindi, in pratica, quello che si fa per disegnare la linea del sostegno è calcolare lo spostamento  $U_R$  abbinato ad una pressione interna pari a  $0.65\sigma_0$  che verrà chiamato  $U_0$  ovvero lo spostamento iniziale e poi, conoscendo questo valore, si stabilisce il primo punto da dove passa la retta che avrebbe coordinate  $(U_0, 0)$ . Individuando questo punto e sapendo il valore della pendenza della retta dato dalla rigidità introdotta dall'utente, si può tracciare la curva del sostegno che andrà a intercettare la curva caratteristica del

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

terreno come è possibile osservare nella Figura 19 dove vengono esposti tutti i punti rappresentativi di una generica curva caratteristica di un terreno e la sua interazione con il sostegno.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

#### 4 MODELLI DI COMPORTAMENTO REOLOGICO DELLE ROCCE

La reologia studia le deformazioni ed il comportamento di flusso della materia soggetta a forze e condizioni capaci ad alterare la sua forma originale. Quando un materiale soffre delle deformazioni, ce ne sono quattro elementi essenziali che devono essere considerati per studiare e capire completamente il fenomeno che accade. Il primo fattore di cui bisogna tenere conto è la struttura interna del materiale, ovvero, la sua composizione a livello molecolare. Poi, bisogna anche esaminare la morfologia dell'elemento che si studia. Cioè, la forma e la dimensione del corpo costituito dalle molecole che formano la struttura interna. Il terzo aspetto importante da valutare nell'analisi della reologia di un oggetto sono le forze esterne che provocano degli sforzi interni nel materiale producendo l'apparizione delle deformazioni. In genere, queste forze possono essere di tipo tensionale, compressive o taglienti ed è importante riflettere su questo concetto perché dal tipo di forza agente sul materiale, dipenderà anche il tipo di deformazione che capiterà. Finalmente, il quarto elemento da contemplare sono le condizioni ambientali, come ad esempio la temperatura o il grado di confinamento, in cui l'oggetto si trova al momento di subire delle deformazioni.

Scientificamente, non sarebbe accurato dire che tutti i materiali si possono categorizzare tra i liquidi e i solidi perché nella realtà i materiali sono molto più complessi e se si considera il loro comportamento fisico, praticamente tutti si dovrebbero posizionare in una via di mezzo tra queste due categorie in corrispondenza col concetto di viscoelasticità. Ciò vuol dire che la maggior parte dei materiali sono costituiti da una parte di una porzione viscosa e, allo stesso tempo, di una porzione elastica. In termini generali, i materiali più viscosi si considerano liquidi mentre che quelli più elastici si considerano solidi. È ovvio che ci sono diversi gradi di proporzionalità tra la viscosità e la elasticità nei materiali ed è per quello che al posto di parlare solo di liquidi o solidi, si potrebbero considerare divisioni più segmentate e quindi riferirsi ai liquidi viscosi (mantengo sempre la stessa viscosità indipendentemente dalle condizioni ambientali e le forze esterne), liquidi viscoelastici (fluiscono quando sono

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

soggetti a sforzi ma evidenziano un certo livello di rigidità), solidi viscoelastici (mantengono la forma originale quando sono soggetti a sforzi lenti) e solidi elastici (mantengono sempre lo stesso livello di rigidità sempre che la loro struttura interna non sia danneggiata). Infine, la viscoelasticità di un materiale è naturalmente associata a due componenti che sono presenti nella struttura interna dell'elemento: la parte elastica, che permette la ricuperazione delle deformazioni dovute a forze esterne applicate aiutandosi dall'accumulazione e liberazione di energia, e la parte viscosa, che favorisce la dissipazione di energia permettendo l'apparizione di deformazioni costanti nella forma dell'elemento.

La viscosità è un concetto molto importante nel campo della reologia ma non è l'unico aspetto che si deve considerare quando si analizza il comportamento di deformazione dei materiali. La viscosità serve a misurare la resistenza di un elemento, in questo caso delle rocce, a subire deformazioni graduali prodotte da sforzi di taglio. In altre parole, la viscosità dipende dalla struttura chimica del materiale, dalla sua forma e dalle forze di attrazione che collegano internamente le particelle che lo compongono. Questo vuol dire che la viscosità serve a descrivere la quantità di frizione interna che agisce nelle molecole di un materiale soggetto a sollecitazioni taglienti. I materiali più complessi, come quelli che si devono perforare per la realizzazione di opere sotterranee, frequentemente hanno un comportamento viscoelastico, cioè, questi materiali presentano, simultaneamente, comportamenti elastici e comportamenti plastici o viscosi. Lo studio di questi complicati modi di agire comporta la creazione dei modelli che coinvolgano sia la risposta elastica che è istantanea, sia la risposta viscosa che, invece, è dipendente dal tempo (Boidy, Bouvard, & Pellet, 2002).

L'incidenza della parte viscosa di un materiale nel suo comportamento quando è soggetto a forze esterne, si può testare ed analizzare attraverso la relazione di sforzo e deformazione con cui si possono costruire delle curve associate al tempo, per comprendere il grado di viscoelasticità di un elemento dato. Per i materiali viscoelastici, il tempo diventa un fattore

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

importante perché è legato ai fenomeni di creep e rilassamento. Per analizzare queste caratteristiche, di solito si riproducono le prove di ricuperazione di *creep* dove e le prove di rilassamento degli sforzi. Nella prima, il materiale viene caricato con uno stress costante che si mantiene per un tempo determinato senza farlo assolutamente variare, dopo di che, lo sforzo viene tolto. Quando questa prova viene fatta sui materiali con comportamenti viscoelastici tipici e si registra l'andamento sia delle deformazioni che degli sforzi nel tempo, si evidenzia un primo momento che corrisponde alla risposta di deformazione elastica immediata corrispondente al tratto verticale del grafico di deformazioni nel tempo che è coincidente col momento di applicazione del carico, come si mostra nella Figura 20. Dopo, mantenendo sempre uguale la magnitudine della sollecitazione applicata, le deformazioni eseguono un andamento crescente nel tempo (*creep*). Nella terza fase, quando si toglie il carico, la porzione elastica della deformazione verrà ripresa di forma istantanea. Dopo questa prima recuperazione, ci sarà ancora un'altra fase di recuperazione anelastica viscosa dipendente dal tempo adotta una tendenza asintotica con velocità di recuperazione decrescente fino al raggiungimento di un valore praticamente costante. È chiaro allora che un pezzo della deformazione totale non verrà recuperato e rimarrà permanente dovuto alla componente plastica della composizione strutturale del materiale.

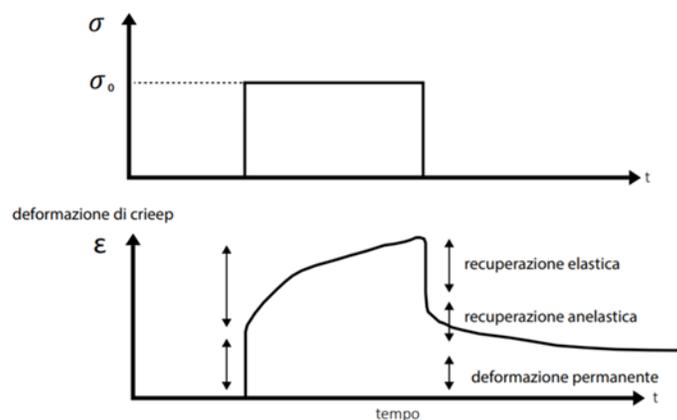


Figura 20. Deformazioni di un materiale viscoelastico soggetto al creep recovery test (Aydan et al., 2014)

Esiste un altro test relazionato col comportamento viscoelastico dei materiali che si svolge per verificare la risposta dell'elemento quando è sottoposto all'azione di un carico che varia

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

nel tempo cercando di mantenere costante il valore della deformazione. A differenza della prova descritta precedentemente, non si ha più un carico costante ma stavolta è la deformazione unitaria quella che non si fa variare. In pratica, lo sforzo necessario per conservare la stessa grandezza di deformazione dovrà decrescere nel tempo per cui si parla di un rilassamento nel confronto della sollecitazione applicata e, infatti, il test viene chiamato prova di rilassamento degli sforzi, ovvero, *stress relaxation test*. In questo caso, si applica il carico iniziale con cui si raggiunge la deformazione da mantenere e posteriormente questo carico inizia a ridursi gradualmente man mano che si avanza nel tempo per non alterare lo stato di deformazione dell'oggetto. Lo stress richiesto per mantenere la deformazione non arriverà mai allo zero ma si stabilirà con un andamento asintotico intorno ad un valore basso e costante come si può osservare nella Figura 21 dove si sovrappongono le grafiche di sforzo e deformazione relative al tempo di durata della prova.

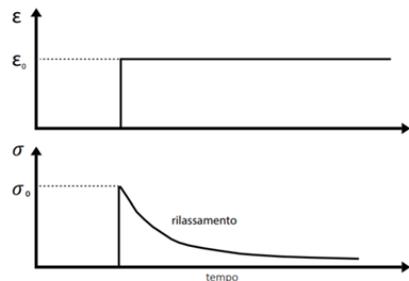


Figura 21. Comportamento di un materiale viscoelastico soggetto allo stress relaxation test (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016)

Data la dualità della natura dei solidi viscoelastici (elastica e viscosa), il loro comportamento si esprime attraverso i diversi modelli meccanici di viscoelasticità. Vari modelli reologici sono stati proposti da molti autori per rappresentare il fenomeno viscoelastico basandosi sulla forma più elementare e generica della legge di Hoek utilizzata per la discussione del comportamento lineare standard dei solidi. Attraverso un'idea grafica e semplificata di gran utilità nell'ingegneria si cerca di arrivare a espressioni matematiche e fisiche che coinvolgono le molteplici variabili a considerare per sviluppare in modo adeguato l'analisi di questi sistemi.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

#### 4.1.1 Modello elastico lineare di Hoek

Il primo modello che bisogna considerare come il punto di partenza per iniziare a sviluppare l'argomento dei modelli di comportamento meccanico dei materiali viscoelastici è il modello della molla elastica lineare proposto da Hoek. La molla si usa per esporre le caratteristiche della componente perfettamente elastica della risposta di un corpo soggetto ad uno sforzo. Come detto prima, la deformazione che subisce il sistema, in questo caso, avviene in maniera immediata dopo l'applicazione della forza esterna. La molla è perfettamente lineare, ovvero, non presenta nessun tipo di comportamento viscoso, per cui la deformazione si mantiene costante quando si la sollecitazione rimane uguale. Quando si toglie il carico, si produce una deformazione contraria e ugualmente immediata che riporta il sistema al suo stato di deformazione originale con un recupero completo delle variazioni indotte come esposto nella

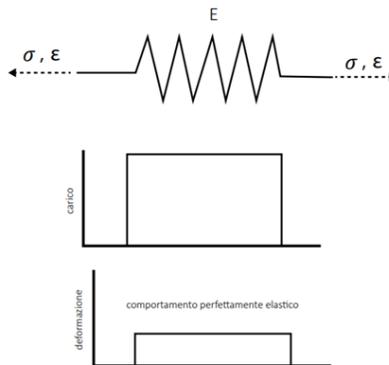


Figura 22. Modello della molla elastica lineare di Hoek (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016)

La relazione algebrica che descrive questo comportamento è abbastanza semplice ed intuitiva perché la deformazione unitaria  $\varepsilon$  è direttamente proporzionale allo stress  $\sigma$  mentre che è inversamente proporzionale al modulo di elasticità  $E$  che caratterizza il materiale studiato. In altre parole, a parità di sollecitazione, i materiali con un modulo di elasticità più alto subiranno delle deformazioni più piccole. È anche vero che grazie alla correlazione di tipo lineare esistente tra lo sforzo applicato e la deformazione, se si aumenta il primo, si ha la stessa situazione deformativa ma con valori più elevati.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

#### 4.1.2 Modello viscoso lineare di Newton

La rappresentazione grafica del comportamento viscoso lineare dei materiali viene fatta tramite un ammortizzatore idraulico cilindrico riempito di un liquido ed un pistone poroso in contatto con il liquido che, quando è soggetto ad una forza compressiva o tensionale, si può spostare verso l'interno o l'esterno dell'ammortizzatore. In questo caso, la deformazione si raggiunge quando il pistone poroso è spinto compressivamente e riesce a schiacciare il liquido all'interno dell'ammortizzatore. Se si valuta questo sistema in termini di sforzi e deformazioni in relazione al tempo della prova, quando si applica un carico costante all'istante zero, si evidenzia una deformazione che non è immediata ma che parte dallo zero e inizia ad aumentare linearmente per il tempo di applicazione della sollecitazione visto che il pistone si rifiuta a muoversi nei primi istanti perché ci vuole un po' di tempo per farsi che le molecole del liquido si organizzino strutturalmente per ammettere uno spostamento provocato dalla spinta del pistone. Questo comportamento viene registrato anche per valori piccoli di stress. La velocità di deformazione, ovvero, la pendenza della retta che descrive l'apparizione delle deformazioni, è costante e proporzionale alla magnitudine della sollecitazione. Per sforzi più elevati, la retta avrà una pendenza più inclinata. Quando si toglie completamente la forza agente, l'andamento crescente delle deformazioni si ferma ma la deformazione massima raggiunta a quel punto rimane costante dopo quel momento, quindi non c'è una recupero come nel caso precedente.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

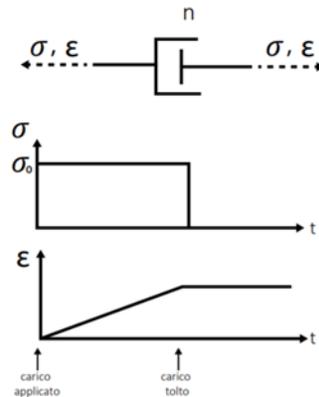


Figura 23. Modello del liquido viscoso di Newton (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016)

Il fenomeno del pistone che spinge il liquido contenuto all'interno di un ammortizzatore idraulico, risponde ad una relazione proporzionale tra la velocità di deformazione  $\dot{\epsilon}$  e lo sforzo applicato  $\sigma$ , come nel caso precedente. Man mano che aumenta il valore della sollecitazione, più velocemente si deforma il materiale e più pendente diventa la linea crescente della deformazione. Da un'altra parte, la resistenza del liquido ad essere spostato si rappresenta con la variabile della viscosità  $\eta$ , al posto del modulo di elasticità che veniva utilizzato nel caso della molla perfettamente elastica.

$$\dot{\epsilon} = \frac{\sigma}{\eta}$$

Se questa espressione dell'equazione costitutiva in cui si parla sostanzialmente di una velocità viene integrata in funzione del tempo, si otterrebbe la deformazione  $\epsilon$  dovuta all'applicazione istantanea di uno sforzo iniziale  $\sigma_0$  che sarà allora dipendente dal tempo  $t$ , dal parametro della viscosità  $\eta$  e da una costante di integrazione  $C$ .

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{\eta} t + C$$

Se si assume una deformazione iniziale pari a nulla, ovvero sia, che il materiale parte da un istante  $t = 0$  dove si ha uno stato di riposo in cui non ci sono né deformazioni iniziali né sforzi agenti, allora la costante di integrazione  $C$  è uguale a zero.

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{\eta} t$$

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Secondo l'equazione precedente, la deformazione soffre degli incrementi lineari con l'avanzamento del tempo mentre ci sia uno sforzo iniziale applicato che si mantiene nel tempo. Questo vuol dire che, in realtà, la pendenza costante del tratto lineare che descrive il comportamento deformativo di un elemento perfettamente viscoso viene data dal rapporto tra lo sforzo iniziale  $\sigma_0$  e il parametro di viscosità  $\eta$  che caratterizza il materiale.

#### 4.1.3 Modello combinato viscoelastico di Maxwell

Questo modello di comportamento di materiale viscoelastico proposto da Maxwell è costituito per una combinazione in serie dei due modelli precedenti, cioè, una molla con comportamento perfettamente elastico e lineare accompagnata successivamente da un ammortizzatore riempito di un liquido con comportamento viscoso, come disegnato nella Figura 24. La risposta del sistema globale verrà data da una mescolanza tra i due comportamenti individuali: elastico e viscoso. È importante segnalare che la disposizione in serie dei due elementi condiziona l'analisi del problema e lo rende decisamente diverso di quella che potrebbe essere una configurazione in parallelo, che verrà spiegata dopo.

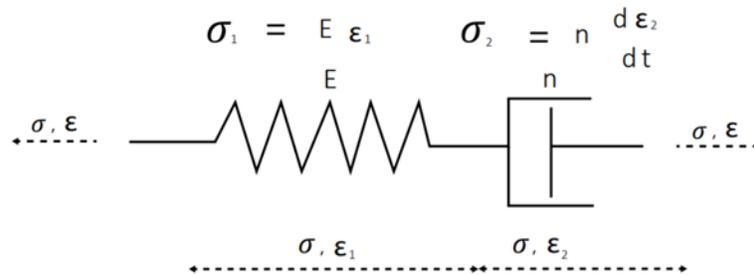


Figura 24. Modello di comportamento viscoelastico di Maxwell (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016)

In questo caso, la sollecitazione totale  $\sigma$  sarà uguale alla sollecitazione agente sulla molla  $\sigma_1$  e, alla stessa volta, uguale alla sollecitazione agente sull'ammortizzatore  $\sigma_2$ . Per quanto riguarda invece le deformazioni, quella totale  $\varepsilon$  sarà data dalla somma delle deformazioni subite dei due elementi singoli, cioè, la deformazione elastica subita dalla molla  $\varepsilon_1$  e la deformazione viscosa subita dal liquido  $\varepsilon_2$  (Barla, 2011).

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$$

Derivando l'equazione delle deformazioni rispetto al tempo, si ottiene un'espressione della velocità di deformazione che si può andare a semplificare tenendo conto delle equazioni del legame costitutivo dove si mettono in relazione gli sforzi, le deformazioni e le proprietà intrinseche dei materiali. L'espressione finale è direttamente correlata con l'equazione generalizzata della legge di Hoek con dei coefficienti che, in questo caso, adottano dei valori specifici per aggiustarsi al modello di Maxwell.

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= E \varepsilon_1 \\ \sigma_2 &= \eta \frac{d\varepsilon_2}{dt} \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta}\end{aligned}$$

Finalmente, la relazione che permette di effettuare i calcoli numerici delle deformazioni di un materiale che si comporta secondo il modello di Maxwell, viene definita dall'integrazione dell'equazione precedente. Come nei due schemi anteriori, la deformazione totale  $\varepsilon$  rimane direttamente proporzionale alla sollecitazione  $\sigma$  che sarà la stessa per tutto il sistema e le sue componenti quindi non bisogna indicare differenze tra lo sforzo nella molla e lo sforzo nel liquido. Il tempo  $t$ , che affetta la deformazione totale  $\varepsilon$  visto che ha un'incidenza importante sulla deformazione viscosa  $\varepsilon_2$ , è legato proporzionalmente al risultato. Questo vuol dire che più lungo è il tempo di applicazione del carico, più alti saranno i valori delle deformazioni raggiunte. Da un'altra parte, i parametri di elasticità  $E$  e viscosità  $\eta$  si oppongono alla deformazione perciò hanno una relazione inversa con essa. È chiaro che la costante di integrazione che dovrebbe comparire in questa formula non è considerata quando si assume uno stato iniziale assente di sforzi e deformazioni quando  $t = 0$ .

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{\eta} t$$

Per quanto riguarda la risposta deformativa del modello di Maxwell quando è sottoposto alla prova di recupero di *creep*, ovvero, all'azione di una forza esterna che provoca uno stress costante nel sistema, la molla si deformerà istantaneamente dovuto alla sua

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

condizione elastica. Questo fenomeno si evidenzia nella Figura 25 con quella prima componente di deformazione elastica  $\frac{\sigma_0}{E}$  che segue un andamento completamente verticale nell'istante di applicazione del carico. Anche il componente deformativo viscoso parte subito dopo l'applicazione del carico ma si sviluppa in modo graduale con una velocità di deformazione rappresentata dalla pendenza della retta crescente che dipende dal rapporto tra lo sforzo  $\sigma$  ed il parametro viscoso  $\eta$ . Ad uno sforzo più elevato, più grande sarà la pendenza del tratto lineare e quindi più velocemente si svolgeranno le deformazioni viscosi nel sistema.

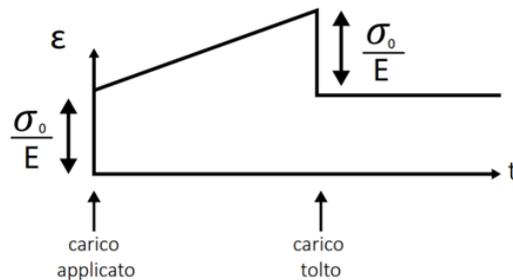


Figura 25. Comportamento di un materiale viscoelastico secondo il modello di Maxwell (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016)

Quando il carico viene tolto, la molla reagisce immediatamente con una recuperazione istantanea e completa della deformazione elastica. Il liquido, dall'altra parte, non ha la capacità di generare recuperazioni deformative per cui alla fine rimarrà una deformazione permanente pari al rapporto delle variabili che denotano la pendenza oppure  $\frac{\sigma}{\eta}$ , moltiplicato per il tempo di applicazione della sollecitazione  $t$ , che non è altro che la componente viscosa della deformazione totale. In questo modello di comportamento viscoso, a differenza del caso successivo, è chiaro che c'è una sorta di indipendenza nelle risposte deformative delle due componenti. L'elemento elastico reazione immediatamente e la deformazione si recupera totalmente, mentre che l'elemento viscoso reagisce gradualmente col tempo e non la sua deformazione non si recupera più.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

#### 4.1.4 Modello combinato viscoelastico di Kelvin-Voight

Il modello combinato di materiale viscoelastico proposto da Kelvin e Voight comporta la risposta in concomitanza di una molla con un coefficiente di rigidezza  $k$  definito e di un ammortizzatore riempito di liquido con un coefficiente di viscosità  $\eta$  determinato, disposti in un sistema parallelo.

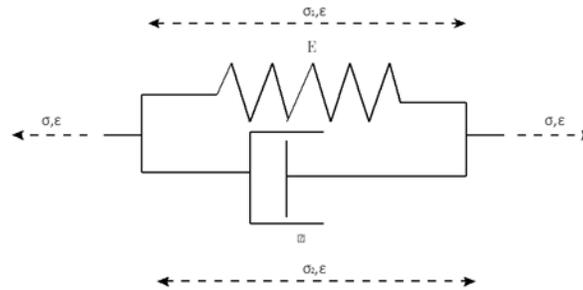


Figura 26. Modello di comportamento viscoelastico di Kelvin Voight (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016)

Come detto prima, nel caso della molla, lo stress  $\sigma_1$  è proporzionale alla deformazione  $\varepsilon_1$ , mentre che, nel caso dell'ammortizzatore, lo stress  $\sigma_2$  è proporzionale alla velocità di deformazione  $\frac{d\varepsilon_2}{dt}$ .

$$\sigma_1 = E \varepsilon_1$$

$$\sigma_2 = \eta \frac{d\varepsilon_2}{dt}$$

Dato che questo è un sistema parallelo combinato, le deformazioni subite devono essere sempre le stesse sia per il sistema completo che per ognuna delle parti che lo compongono, cioè, la deformazione totale  $\varepsilon$  dev'essere pari alla deformazione della molla  $\varepsilon_1$  e ugualmente pari alla deformazione del liquido viscoso  $\varepsilon_2$ . Lo stesso principio non vale purtroppo per quanto riguarda lo sforzo totale del sistema  $\sigma$  che sarà condiviso per entrambi le parti perché la forza esterna applicata al sistema affetta da una parte parzialmente la molla e dall'altra parte affetta parzialmente l'ammortizzatore.

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$$

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$$

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Mettendo in relazione le quattro equazioni precedenti si arriva ad un'espressione completa che descrive il comportamento connesso della componente elastica e della componente viscosa in parallelo.

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$$

Se un carico iniziale  $\sigma_0$  viene applicato al sistema di Kelvin Voight in un istante  $t = 0$ , la molla vorrebbe deformarsi subito come conseguenza della sua natura elastica, ma la deformazione non avviene in modo istantaneo perché la componente viscosa impedisce la reazione immediata in un primo momento. Dato che la molla non cambia la sua lunghezza, lo sforzo è assunto inizialmente per l'ammortizzatore. Questa circostanza esige che la curva deve partire con una pendenza iniziale pari a quella del modello di Newton, ovvero sia, il rapporto tra lo sforzo  $\sigma_0$  ed il parametro di viscosità  $\eta$ . Man mano che il liquido permette l'accadimento della deformazione, anche la molla inizia a deformarsi allo stesso ritmo perché la spinta del pistone ha generato un po' di spazio schiacciando il liquido e permettendo alla molla comprimersi. La pendenza della curva in questo punto diventa  $\frac{\sigma_2}{\eta}$  con uno sforzo nella parte viscosa  $\sigma_2$  decrescente nel tempo. Quando il liquido viscoso non subisce più sforzi e quindi  $\sigma_2$  diventa zero, tutto lo stress è trasferito alla molla per cui la deformazione massima raggiunta è pari a il rapporto tra la sollecitazione iniziale  $\sigma_0$  ed il modulo di elasticità della molla  $E$ , come evidenziato nella Figura 27. Le due componenti non sono indipendenti ma si condizionano a vicenda.

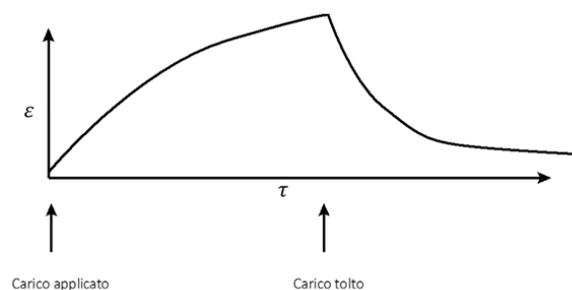


Figura 27. Comportamento di un materiale viscoelastico secondo il modello di Kelvin Voight (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016)

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Quando il carico viene rimosso dopo un generico intervallo di tempo, la deformazione inversa elastica che dovrebbe avvenire istantaneamente non si recupera subito, ma viene recuperata gradualmente, condizionata dalla componente viscosa. Man mano che passa il tempo, il recupero tende al valore elastico stabilizzandosi intorno allo zero, con un andamento asintotico in corrispondenza all'equazione successiva dove non si parla più della velocità di deformazione, ma si considera il tempo come una variabile determinante per il calcolo della soluzione del sistema. Si potrebbe dire che la prima parte della curva quando il sistema è soggetto alla sollecitazione è governata dalla componente viscosa, mentre che la seconda parte della prova, quando il carico è tolta, è governata dal contributo elastico dell'apparato.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(1 - e^{-\frac{E}{\eta}t}\right)$$

#### 4.1.5 Modello combinato viscoelastico a tre parametri di Zener

Anche se è vero che i modelli precedenti descrivono in modo molto chiaro il comportamento reologico di diversi materiali, in realtà, le reazioni meccaniche dei materiali che si trovano nella natura e, soprattutto, delle rocce, sono più complesse. Il modello della molla elastica di Hoek ed il modello del pistone poroso di Newton sono la base per la costruzione del modello combinato di Maxwell. Poi, alla sua volta, il modello viscoelastico combinato di Maxwell è la base per la configurazione del modello di Zener che avrà tre parametri di deformazione al posto di due. Il modello combinato di comportamento viscoelastico a tre parametri di Zener coinvolge un sistema in parallelo di una molla ed un ammortizzatore disposto in serie con una molla aggiuntiva, come descritto nella Figura 28.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

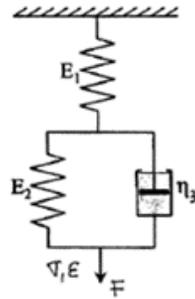


Figura 28. Modello di comportamento viscoelastico di Zener (Paredes-Madrid, Matute, Bareño, Parra Vargas, & Gutiérrez Velásquez, 2017)

In questo caso, lo sforzo totale del sistema verrà subito per la molla singola e sarà pari alla somma degli sforzi agenti sugli elementi del sistema in parallelo., In più, la deformazione totale del sistema sarà pari alla somma delle deformazioni delle due molle dato che si assume che la deformazione nel sistema parallelo deve essere uguale per tutti i componenti.

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 + \sigma_3$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_3$$

Ricordando le relazioni costitutive che descrivono i due tipi di comportamento, si tiene conto delle proprietà fisiche dei materiali per inserirle nell'approccio.

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1$$

$$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_2$$

$$\sigma_3 = \eta_3 \frac{d\varepsilon_3}{dt}$$

Utilizzando tutte le equazioni esposte, è allora possibile stabilire un'espressione in funzione del rapporto tra moduli elastici per lo sforzo agente sulla molla che si trova nel sistema parallelo.

$$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_2 = E_2 \left[ \varepsilon - \left( \frac{\sigma}{E_1} \right) \right] = E_2 \varepsilon - \left( \frac{E_2}{E_1} \right) \sigma$$

Quindi se si sostituisce questa relazione nell'equazione che definisce lo sforzo totale del sistema, si arriva alla formula della sollecitazione agente sul liquido viscoso.

$$\sigma_3 = \sigma - \sigma_2 = \sigma - \left[ E_2 \varepsilon - \left( \frac{E_2}{E_1} \right) \sigma \right] = \left[ 1 + \frac{E_2}{E_1} \right] \sigma - E_2 \varepsilon$$

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Questa equazione si può inserire su quella della velocità di deformazione della componente viscosa del sistema per collegare tutto quello che è stato fatto finora col fattore tempo che non è stato ancora considerato.

$$\frac{d\varepsilon_3}{dt} = \frac{\sigma_3}{\eta_3} = \frac{\left[1 + \frac{E_2}{E_1}\right]\sigma - \varepsilon E_2}{\eta_3}$$

Poi è chiaro che la velocità di deformazione all'interno del subsistema parallelo deve essere la stessa per tutti i suoi componenti, cioè, la molla che è in parallelo all'ammortizzatore si deforma allo stesso ritmo che il liquido viscoso, mentre che la velocità di deformazione della molla singola è diversa. Facendo la sommatoria di queste due velocità, si ricava la velocità di deformazione del sistema globale.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_3}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{d\varepsilon_3}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt}$$

Collegando le equazioni generate negli step precedenti, si ottiene finalmente una relazione che permette esprimere il comportamento deformativo conoscendo solo lo sforzo applicato al sistema intero al posto di dover conoscere le sollecitazioni particolari all'interno di ogni componente.

$$\frac{\left[1 + \frac{E_2}{E_1}\right]\sigma - \varepsilon E_2}{\eta_3} = \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{d\varepsilon}{dt} + \left(\frac{E_2}{\eta_3}\right)\varepsilon = \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt} + \left(\frac{E_1 + E_2}{E_1 \eta_3}\right)\sigma$$

Le condizioni di contorno che si possono considerare per precisare il dominio dell'equazione precedente comportano l'annullamento del termine  $\frac{d\sigma}{dt}$  visto che il carico che si applica è costante e perciò la velocità di variazione della sollecitazione è nulla.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \left(\frac{E_2}{\eta_3}\right)\varepsilon = \left(\frac{E_1 + E_2}{E_1 \eta_3}\right)\sigma$$

Se si integra questa equazione differenziale lineare di primo ordine, si ricava l'equazione della deformazione totale per il modello di comportamento di un materiale viscoso secondo Zener. In poche parole, la deformazione totale sarà uguale alla sommatoria delle due deformazioni di cui una è dipendente dal tempo e l'altra sarà perfettamente elastica. Questa equazione ha un'importanza sostanziale nei confronti di questo documento perché

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

sarà questo il modello quello che verrà applicato al programma per il calcolo degli spostamenti sul contorno della cavità della galleria profonda per tener conto degli effetti del tempo e della natura viscosa dei materiali che si trovano quando si realizzano opere in sotterraneo.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta}} \right) + \frac{\sigma}{E_1}$$

La risposta globale di questo modello di comportamento viscoelastico si può osservare nella Figura 29. È chiaro che si dopo l'applicazione della forza esterna, si parte subito con una deformazione elastica immediata generata nella molla singola e poi si attiva la componente di deformazione viscosa con una crescita graduale ma, stavolta, non è più perfettamente lineare. Quando il carico viene tolto, si ha un recupero immediato parziale della deformazione raggiunta e poi c'è ancora una fase successiva di recupero graduale che tende asintoticamente alla stabilità del sistema nel suo stato deformativo originale.

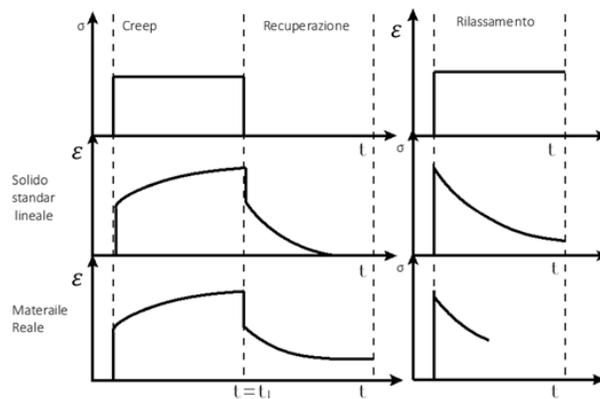


Figura 29. Comportamento di un materiale viscoelastico secondo il modello di Zener (Adarkwa, Okine, & Cook, 2016)

Secondo le curve mostrate ed il comportamento viscoelastico descritto per il modello di Zener a tre parametri, è fattibile dire che questa proposta fornisce le basi idonee per l'analisi reologico e meccanico di quello che accade all'interno della galleria durante e dopo i lavori di scavo. Le reazioni rappresentate sono abbastanza adeguate sia per la situazione di *creep*, sia per quella della *recuperazione* e quindi sarà l'equazione da introdurre nei calcoli per l'implementazione di un modello reologico al metodo delle curve caratteristiche.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

## 5 IMPLEMENTAZIONE DI UN MODELLO REOLOGICO AL METODO DELLE CURVE CARATTERISTICHE

Come detto nei capitoli precedenti, l'obiettivo di questo progetto si raggiunge attraverso l'implementazione al metodo della curva caratteristica, di uno dei modelli reologici esposti che sia capace a descrivere un comportamento viscoelastico delle rocce in modo tale da tenere conto delle deformazioni dipendenti dal tempo che si svolgono nei materiali quando sono soggetti all'applicazione di un carico costante per lunghi periodi di tempo. Il metodo di convergenza-confinamento così com'è, fornisce uno strumento molto potente per l'interpretazione dei risultati e la previsione dei fenomeni che possono accadere nella costruzione di una galleria. Purtroppo, il fatto di poter valutare anche quello che succede con gli spostamenti della parete della cavità del tunnel man mano che il tempo passa, comporta una prospettiva abbastanza utile che complimenta l'analisi tecnico del problema globale e potrebbe permettere agli ingegneri che si occupano del disegno e la progettazione dell'opera, prendere delle decisioni che riguardano la stabilità dei lavori, basandosi non solo sulla geometria e sulle proprietà dei materiali impiegati, ma anche sulle tempistiche di lavorazione e, in più, considerando le condizioni a cui sarà soggetta la struttura, durante la sua vita utile.

Tra tutti i modelli reologici mostrati nel capitolo precedente, quello che si ritiene più idoneo per la rappresentazione del comportamento reale dei materiali geotecnici che si trovano nel campo delle opere sotterranee è quello del modello combinato di comportamento viscoelastico a tre parametri di Zener. Questo modello include una parte elastica di deformazione immediata data dalla molla iniziale che si può osservare nella Figura 28 e di seguito l'andamento delle deformazioni è governato dalla parte viscoelastica dove il tempo è una variabile che fa parte fondamentale dei calcoli e le considerazioni in generale.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Per introdurre i concetti della viscoelasticità contenuti nel modello di Zener al metodo delle curve caratteristiche, bisogna trovare un elemento comune nei due procedimenti che fornisca un punto d'intersezione per portare avanti l'implementazione del modello. Com'è possibile evidenziare, in entrambi i metodi le proprietà fisiche e meccaniche del materiale roccioso vengono rappresentate da diverse variabili tra cui il modulo elastico  $E$  è decisamente la più significativa. C'è, purtroppo, una grossa differenza nel modo in cui questo concetto viene tenuto in considerazione nel modello reologico rispetto del metodo delle curve caratteristiche.

Se si va ad analizzare le formule che fanno parte del sistema di risoluzione del programma attuale che sfrutta il metodo di convergenza-confinamento, è chiaro che il modulo di elasticità del materiale geotecnico si ricava dalle prove svolte nel laboratorio in base ai provini di roccia intatta pressati in situ. In questo caso, il modulo di Young è unico e statico per tutte le fasi di computazione. Cioè, una volta che questo valore si ricava utilizzando la formula che si ricorda a continuazione, non cambia più ed è il punto di partenza per sviluppare altri calcoli che finalmente aiuteranno ad arrivare alla costruzione della curva. Nelle equazioni che si riportano di seguito, si ha presso il modulo elastico di picco come esempio, ma si ricorda che queste formule possono applicarsi in modo identico al modulo elastico residuo dove, però, si deve considerare il  $GSI_r$  al posto del  $GSI_p$ . Tutte le altre variabili che c'entrano nelle formule sono dei dati di input che l'utente deve inserire conoscendo i risultati ottenuti in prove di laboratorio.

$$\begin{aligned} \text{Se } \sigma_{ci} < 100 \quad E_p &= 1000 \left(1 - \frac{D}{2}\right) \left(\frac{\sigma_{ci}}{100}\right)^{0.5} 10^{\frac{GSI_p - 10}{40}} \\ \text{Se } \sigma_{ci} \geq 100 \quad E_p &= 1000 \left(1 - \frac{D}{2}\right) 10^{\frac{GSI_p - 10}{40}} \end{aligned}$$

Dall'altra parte, partendo dalle relazioni proposte nel modello di Zener, si può concludere che il modulo elastico è un valore più complesso associato a fattori che bisogna considerare per avvicinarsi al comportamento viscoelastico proposto. In questo caso, in realtà, sarebbe

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

più preciso parlare di un modulo elastico equivalente  $E_{eq}$ . Per arrivare ad una espressione matematica di questo concetto, è giusto richiamare l'equazione finale del modello di Zener.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta}} \right) + \frac{\sigma}{E_1}$$

Ricordando la legge costitutiva dei materiali e la relazione tra la deformazione unitaria, il modulo di elasticità e la sollecitazione, si può dire che lo sforzo  $\sigma$  fratto un modulo elastico equivalente  $E_{eq}$  è uguale alla deformazione unitaria totale  $\varepsilon$ .

$$\frac{\sigma}{E_{eq}} = \frac{\sigma}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta}} \right) + \frac{\sigma}{E_1}$$

Viste queste condizioni, lo stress può essere cancellato mentre che si ricava un'espressione per calcolare il modulo elastico complessivo  $E_{eq}$  in funzione dei due moduli di elasticità (corrispondenti alle due molle incluse nel modello di Zener), la viscosità  $\eta$  ed il tempo  $t$ .

$$E_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta}} \right)}$$

C'è da dire che, anche se tutte le variabili di cui dipende il calcolo del modulo elastico equivalente dovrebbero essere dei dati di input, per semplicità, alcune ipotesi sono state fatte nei confronti delle modifiche a livello di computazione che sono state implementate sul programma esistente. Queste ipotesi sono le seguenti:

- $E_1$ , dato che è un modulo elastico associato direttamente alla parte interamente elastica del modello, si calcola nello stesso modo in cui veniva calcolato il modulo elastico di picco nel programma originale. Cioè, in funzione dei risultati delle prove di laboratorio che si svolgono sulla roccia intatta.
- $E_2$  si assume di essere uguale a tre volte  $E_1$ , ovvero  $E_2 = 3E_1$ . Quest'ipotesi vuol dire che la deformazione secondaria del materiale dopo un tempo significativo di applicazione del carico sarebbe un terzo di  $\varepsilon_1$ .
- L'ordine di grandezza della viscosità verrà calcolato a seconda del tempo di sviluppo della deformazione viscosa. In questo caso, l'ipotesi che è stata fatta presuppone

che il 33% della deformazione secondaria  $\varepsilon_2$  avviene dopo tre anni di applicazione del carico costante sul materiale. È importante ricordare che il tempo (3 anni) dev'essere inserito in secondi per non sbagliare le unità tradizionali della viscosità ( $Pa \cdot s$ ). Conoscendo questa condizione si può andare a calcolare l'ordine di grandezza della viscosità in base a la formula che si riporta di seguito dove alla fine l'unico dato che dipenderà dal problema specifico sarà il modulo de elasticità  $E_2$ :

$$\eta = \frac{E_2 t_{0.33\varepsilon}}{-\ln(2/3)} = \frac{E_2 * 3 * 365 * 24 * 3600}{-\ln(2/3)} = \frac{94608000 E_2}{-\ln(2/3)}$$

- Il valore del tempo  $t$  che verrà utilizzato per calcolare il modulo elastico equivalente si definirà in funzione della percentuale di deformazione secondaria che si vuole valutare. Cioè, se si vuole conoscere il valore del modulo elastico equivalente quando, per esempio, il 10% della deformazione totale sia raggiunto, allora il tempo corrispondente si può ricavare dalla relazione successiva. È chiaro che al posto del 0.1 utilizzato in questo esempio, si può andare ad inserire qualsiasi valore compreso tra 0 e 1 per rappresentare il livello di deformazione secondaria raggiunto dopo il tempo  $t$ .

$$t = \frac{-\ln(1 - 0.1) \eta}{E_2}$$

Le supposizioni precedenti portano alla conclusione che, a differenza di quello che veniva stabilito nel programma originale, in questo nuovo software, il modulo di elasticità del materiale roccioso non è più statico ma è dinamico con un andamento che decresce col tempo perché la parte viscosa viene affettata dalla sollecitazione costantemente applicata. Infatti, questo è uno dei grandi vantaggi dell'implementazione del modello reologico al metodo delle curve caratteristiche perché per l'analisi temporale della prestazione dell'opera, si possono sfruttare i risultati di un grafico in più, cioè, quello dove viene riportato il variare del modulo elastico della roccia nel tempo.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Avendo calcolato il modulo elastico equivalente  $E_{p,eq}$  occorre definire un Geological Strength Index di picco equivalente, ovvero,  $GSI_{p,eq}$  che sarebbe un parametro fittizio che permette stabilire una relazione tra il modulo elastico di picco complessivo  $E_{eq}$  appena calcolato in funzione dei parametri del modello reologico e un modulo elastico residuo equivalente  $E_{r,eq}$  che verrà utilizzato dopo nel processo iterativo per la determinazione dello spostamento delle pareti della cavità. Quindi il  $GSI_{p,eq}$  sarebbe il valore che porta ad ottenere il  $E_{p,eq}$  attraverso la formula condizionale del modulo elastico vista prima, lasciando fissi le altre due variabili che c'entrano nell'equazione, cioè, il fattore di danneggiamento  $D$  e la pressione massima di compressione della roccia intatta  $\sigma_{ci}$  ottenuta in prove di laboratorio.

La cosa che interessa sul calcolo del  $GSI_{p,eq}$  è il fatto di poter andar a ricavare un Geological Strength Index equivalente residuo  $GSI_{r,eq}$  perché questo ultimo parametro è dipendente unicamente dal primo e, in più, è fondamentale per stabilire il modulo elastico equivalente residuo. Quindi utilizzando la stessa formula condizionale del  $GSI_r$ , ma stavolta riferita al valore equivalente di picco  $GSI_{p,eq}$  si fa il calcolo e di seguito si può definire il modulo elastico residuo equivalente. In pratica, la differenza fondamentale tra il programma vecchio ed il programma modificato è il cambiamento evidenziato in questi due moduli elastici in cui viene preso in considerazione l'effetto del tempo quando un carico è applicato per periodi di lunga durata su un materiale roccioso di comportamento viscoelastico.

Avendo spiegato il funzionamento interno del programma modificato, adesso conviene valutare la procedura che si esegue dal punto di viste dell'utente. In questo caso sono richiesti 11 dati di input, al posto degli otto che venivano sollecitati nel programma vecchio. Ci sono tre numeri in più che sono collegati alle considerazioni temporali del metodo. Questi valori devono essere introdotti come primo passo per caratterizzare le condizioni generali

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

del problema nella sua geometria, l'analisi temporale e le proprietà dei materiali. I dati di input sono i seguenti:

- $R$ : raggio della sezione trasversale costante della galleria
- $\sigma_0$ : pressione litostatica iniziale agente sull'ammasso roccioso prima che la roccia sia disturbata. In alcuni casi, potrebbe essere riferita come  $P_0$
- $GSI_p$ : Geological Strength Index di picco. È un parametro di resistenza dell'ammasso roccioso che in questo caso serve solo a calcolare il modulo di elasticità della parte elastica del modello reologico, ovvero,  $E_1$ . Si ricorda che il modulo elastico che caratterizza il materiale nella sua complessità è il modulo elastico equivalente.
- $\sigma_{ci}$ : resistenza alla compressione uniassiale della roccia intatta
- $m_i$ : parametro di resistenza riferito alla roccia intatta che dipende della tipologia della roccia
- $D$ : parametro che tiene conto del grado di affettazione che subisce la roccia dovuto ai lavori scavativi. Varia da 0 (rocce non disturbate) a 1 (roccia disturbata gravemente)
- $\% \psi$ : percentuale dell'angolo di dilatanza rispetto all'angolo di attrito residuo che verrà considerato
- $\nu$ : coefficiente di Poisson che descrive il rapporto tra la deformazione longitudinale e la deformazione trasversale quando un materiale è soggetto ad un carico assiale
- $t_{0.33\varepsilon}$ : tempo, espresso in anni, in cui si raggiunge la terza parte della deformazione viscosa secondaria. Inizialmente questo valore viene stabilito sui 3 anni ma può essere modificato dall'utente se fosse necessario aggiustare questo tempo a seconda del tipo di materiale che si studia.
- $\% \varepsilon_2$ : percentuale di deformazione secondaria del materiale che si vuole valutare. Ogni volta che si cambia questo valore, si devono rifare tutti i calcoli dato che ci sarà una curva caratteristica per ogni percentuale di deformazione secondaria.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

- $k_s$ : modulo di rigidezza del sistema di sostegno della galleria espresso in *MPa/metro*.

Tutti questi fattori rimangono gli stessi durante tutto il procedimento di costruzione della curva caratteristica del problema, tranne la percentuale di deformazione secondaria del materiale che si vuole valutare. Questo è l'unico dato che varia e per cui si devono eseguire dei calcoli individuali in modo da poter ricavare gli spostamenti radiali sul contorno del tunnel dopo un certo periodo di tempo associato al raggiungimento di un certo livello di deformazione secondaria. In pratica, si consiglia di avviare l'analisi per percentuali di deformazione secondaria che variano di 10% iniziando in 5%, cioè, andando a ricavarci i risultati per una deformazione unitaria secondaria pari al 5% di quella finale in un tempo infinito, registrando i dati tramite una sua curva caratteristica e poi andando a modificare questo valore portandolo al 15% e così via fino ad arrivare al 95%.

È importante sapere che ci sono due casi che forniscono delle condizioni di contorno per la valutazione del comportamento del materiale. Il primo caso descrive la deformazione all'istante iniziale o istante zero. È chiaro che se il carico è stato appena applicato, l'unica deformazione che ci dovrebbe essere è quella elastica.

È interessante comunque andare ad analizzare questa condizione dal punto di vista matematico attraverso la relazione del modello reologico. Come detto prima, la deformazione totale del materiale  $\varepsilon_t$  secondo il modello reologico viscoelastico a tre parametri di Zener, è pari alla sommatoria delle deformazioni individuali delle due componenti  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$ .

$$\varepsilon_t = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$
$$\varepsilon_t = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta}} \right)$$

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Se il tempo è nullo, allora tutto il secondo termine verrebbe cancellato e quindi la deformazione totale in quel caso sarebbe uguale alla sola deformazione elastica. In altre parole, in funzione del modulo elastico, quando il tempo è zero, il modulo elastico equivalente di picco del materiale è pari al modulo elastico della sola componente elastica del modello.

Quando invece si porta il tempo fino all'infinito, l'espressione compressa tra i parentesi diventa uguale a uno e quindi in quel caso non solo si sa che la deformazione totale è pari alla somma delle due deformazioni intere ma si può anche andare a ricavare un'espressione per calcolare il modulo elastico equivalente finale, ovvero, il valore verso il quale tenderà asintoticamente la curva dell'andamento del modulo elastico nel tempo.

$$E_{p,eq\infty} = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$$

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

## 6 ESEMPIO APPLICATIVO E COMMENTO DEI RISULTATI

Con lo scopo di illustrare l'utilizzazione del programma modificato e di esporre i vantaggi che comporta l'implementazione del modello reologico all'interno del suo funzionamento in favore dell'informazione che si mette a disposizione degli ingegneri che devono interpretare le condizioni che riguardano il problema, si è aggiunto questo capitolo in cui si cerca di spiegare il passo a passo dell'applicazione del software attraverso un esempio pratico con dati reali. Le tabelle contenenti sia i dati di input che i risultati che ottengono man mano che si avanza nel processo di calcolo e costruzione della curva caratteristica, se riportano nella sua maggioranza con l'obiettivo di collegare le relazioni matematiche e logiche che sono state spiegate nei capitoli precedenti con le cifre del caso di studio specifico. Purtroppo, per la lunghezza del metodo iterativo che si ripete continuamente per diversi valori di pressione interna, non tutti i risultati si riportano nel dettaglio, ma si ha scelto di inserire soltanto la porzione di informazione che serve a far capire la metodologia eseguita.

Il primo passaggio che viene richiesto all'utente è l'introduzione dei dati di input, riportati nella Tabella 2 che sono prevalentemente riferiti a tre aspetti importanti: la geometria della galleria che si vuole scavare, le condizioni di resistenza dei materiali coinvolti nella costruzione dell'opera (l'ammasso roccioso ed il calcestruzzo del sostegno) e, finalmente, i tempi di sviluppo delle deformazioni che dipenderà del grado di viscosità del materiale roccioso. La maggior parte di questi dati, come nel caso della pressione di compressione della roccia intatta  $\sigma_{ci}$  si possono estrarre di prove di laboratorio oppure, come nel caso della pressione litostatica iniziale  $P_0$ , si possono dedurre da prove in situ partendo dal peso specifico del terreno e considerando una profondità di circa 400 metri per la postazione della galleria, o semplicemente, come nel caso del raggio della cavità del tunnel  $R$ , andando a guardare i piani del progetto. La rigidità del sostegno  $k_s$  riportata sotto corrisponde ad un rivestimento di 30 centimetri (raggio esterno 4 metri come quello della galleria e 3.7

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

metri di raggio interno) di spessore con un calcestruzzo di modulo elastico pari a 35000 MPa.

R [m]	4.00
$\sigma_0$ [MPa]	10.0
GSI <sub>p</sub>	60.0
$\sigma_{ci}$ [Mpa]	100
$m_i$	12.0
D	1.0
% $\Psi$	0.0
$\nu$	0.3
$t_{0.33\epsilon}$ [anni]	3.0
$k_s$ [MPa/m]	201.7
% $\epsilon_2$	5%

Tabella 2. Dati di input dell'esercizio applicativo

Un aspetto molto importante a tenere conto nei confronti di questi dati di input è il fatto che la percentuale di deformazione secondaria % $\epsilon_2$  che si vuole valutare, contenuta nella cella grigia, parte dal 5%, come riportato nella Tabella 2, e viene aumentata di 10% una volta che si calcolano i valori di spostamento per la costruzione di quella curva caratteristica determinata. Si ricorda che, per ogni valore di % $\epsilon_2$  si otterrà alla fine una curva e che tutte queste curve verranno riportate nella stessa grafica per favorire

l'analisi comparativa dell'interazione tra il terreno ed il sostegno nel tempo.

Con i dati di input si ricavano i parametri di resistenza di picco e residui della roccia riportati nella Tabella 3 utilizzando le relazioni specificate nei capitoli precedenti. Questi dati verranno usati più avanti innanzitutto per trovare il valore della pressione agente sul raggio plastico e anche quando sia necessario sviluppare la procedura iterativa sia nella zona elastica che nella zona plastica.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

$GSI_r$	47.5
$m_{bp}$	0.68919
$m_{br}$	0.21149
$s_p$	0.00127
$s_r$	0.00016
$a_p$	0.50284
$a_r$	0.50681

Tabella 3. Parametri di resistenza di picco e residui della roccia

Attraverso la funzione di risolutore che è inclusa nel software, si calcola il valore della pressione agente sul raggio plastico  $\sigma_{Rpl}$  riportata nella Tabella 3. Questo dato, che dipende sia della pressione litostatica iniziale che di alcuni parametri di resistenza della roccia, è fondamentale per i passi successivi perché la curva caratteristica si costruisce in due tratti. Un primo tratto elastico lineare che va dalla pressione iniziale fino alla pressione sul raggio plastico e poi, un secondo tratto di comportamento plastico che viene calcolato andando a trovare dei valori di spostamento relazionati a diversi percentuali di questa pressione plastica.

$\sigma_{Rpl}$
[MPa]
2.84865

Tabella 4. Pressione agente sul raggio plastico

In maniera simultanea, perché una non dipende dall'altra, si possono anche ottenere i parametri meccanici di comportamento elastico e viscoso legati al modello reologico di Zener che si riportano nella Tabella 5. Questo punto è dove si evidenzia la prima differenza sostanziale tra il programma vecchio e quello modificato. Originalmente, il modulo elastico del terreno veniva calcolato a partire dai parametri di resistenza e dai risultati delle prove. In questo caso, invece, quel valore corrisponde soltanto al primo modulo di elasticità  $E_1$  del modello combinato. L'altro modulo elastico  $E_2$  si assume pari a tre volte il valore previo ovvero, la componente elastica della deformazione secondaria è tre volte più piccola di

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

quella che avviene istantaneamente dopo l'applicazione del carico. La viscosità  $\eta$  si calcola a partire dal dato di input collegato al tempo di sviluppo della terza porzione della deformazione secondaria  $t_{0,33\varepsilon}$  che, in questo caso in particolare, è stato definito in tre anni.

$E_1$ [MPa]	8891.4
$E_2$ [MPa]	26674.2
$\eta$ [MPa.s]	6.2E+12

Tabella 5. Parametri meccanici legati al modello reologico del materiale roccioso

I due valori che risultano di tutte queste operazioni e che fanno la differenza tra una curva caratteristica e l'altra nei confronti del livello di deformazione secondaria raggiunto, sono il tempo  $t$  ed il modulo elastico di picco equivalente  $E_{p,eq}$ . Questi due dati saranno diversi per ogni livello di deformazione. In questo caso, i numeri riportati nella Tabella 6 corrispondono ai risultati per un livello deformativo raggiunto del 5%, ma in realtà, ci sarà anche un tempo ed un modulo elastico di picco equivalente per il 15%, il 25%, il 35% e così via fino ad arrivare al 95% dello sviluppo della deformazione secondaria dovuta al comportamento governato dalla componente viscosa del materiale che lo rende dipendente dal tempo.

$t$ [anni]	0.4
$E_{p,eq}$ [MPa]	8746

Tabella 6. Tempo e modulo elastico di picco equivalente associati ad una deformazione del 5%

Poi, avendo stabilito il valore del modulo elastico di picco equivalente, bisogna trovare un modo per calcolare il modulo elastico residuo equivalente, che servirà alla determinazione dei differenziali di spostamenti nel passo successivo. Il modulo elastico residuo dipende dal grado di danneggiamento  $D$ , dalla pressione di compressione massima della roccia intatta  $\sigma_{ci}$  e finalmente dal Geological Strength Factor residuo  $GSI_r$ . I primi due valori rimangono sempre gli stessi e saranno quelli introdotti dall'utente come dati di input. Per quanto riguarda il  $GSI_r$ , la procedura è abbastanza diversa visto che in quel caso bisognerebbe trovare un valore di Geological Strength Index di picco associato al modulo elastico di picco

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

equivalente affetto dal tempo, che è ben diverso da quello originale collegato al GSI che l'utente ha introdotto nel sistema. Quindi come primo step, si va a calcolare un nuovo  $GSI_p$  mettendo in relazione il modulo elastico al tempo zero ed il modulo elastico del tempo che si vuole valutare.

Avendo ricavato questo nuovo parametro, si può utilizzare la formula per calcolare quello residuo e finalmente trovare il modulo elastico residuo da considerare nei calcoli posteriori nel confronto dell'avanzamento delle deformazioni con l'aumentare della distanza  $r$  nella zona dove il materiale si comporta in maniera plastica. Questi valori che sono stati appena nominati sono stati calcolati per ogni livello deformativo, anche se nella Tabella 7 si riportano solo quelli vincolati al 5% della deformazione secondaria.

$GSI_{p,eq}$	59.71
$GSI_{r,eq}$	47.36
$E_{r,eq}$ [MPa]	4294

Tabella 7. Modulo elastico residuo equivalente associato ad una deformazione del 5%

Quello che avviene dopo è probabilmente la parte più lunga della metodologia di calcolo perché consiste nel suddividere in 1000 parti uguali la differenza tra la pressione agente sul raggio plastico  $\sigma_{Rpl}$  e la percentuale specifica di questa pressione che, in teoria ed in ogni caso, sarebbe la pressione interna applicata sulle pareti della cavità. Si parte dal presupposto che dove la distanza dall'asse della galleria è pari al raggio della perforazione, cioè, dove  $r = R$ , la pressione agente sarà quella minore ovvero, la percentuale della pressione agente sul raggio plastico. Andando ad aumentare la pressione di un piccolo differenziale, si cerca di calcolare per ogni valore di pressione, il raggio associato.

Portando avanti questa procedura, alla fine per ogni caso, si trova un valore diverso di raggio plastico. Infatti, queste cifre vengono riportate nella Tabella 8. Conoscendo le distanze, si prosegue in modo retrospettivo ma stavolta cercando di calcolare gli spostamenti, quindi

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

andando dalla parte più lontana dall'asse della galleria verso l'interno della cavità fino ad arrivare al contorno dove lo spostamento sarà quello utile per costruire la curva caratteristica. Nella Tabella 8 si riporta questo andamento per il caso della deformazione secondaria pari al 5%

r [m]	$\sigma_r$ [MPa]	$\sigma_\theta$ [MPa]	$d\sigma_1/d\sigma_3$ [MPa]	$\psi$ [rad]	$\psi_r$ [rad]	$N_\psi$	$U_r$ [m]	$du_r/dr$
4.000000	2.563789	9.774809	2.385005	0.421532	0.000000	1.000000	0.004731	-0.002111
4.000158	2.564074	9.775488	2.384931	0.421518	0.000000	1.000000	0.004731	-0.002110
4.000316	2.564359	9.776168	2.384857	0.421504	0.000000	1.000000	0.004731	-0.002110
4.000474	2.564643	9.776847	2.384784	0.421490	0.000000	1.000000	0.004730	-0.002110
4.000632	2.564928	9.777526	2.384710	0.421476	0.000000	1.000000	0.004730	-0.002110
4.000790	2.565213	9.778206	2.384636	0.421462	0.000000	1.000000	0.004730	-0.002109
4.000948	2.565498	9.778885	2.384563	0.421447	0.000000	1.000000	0.004729	-0.002109
4.001106	2.565783	9.779564	2.384489	0.421433	0.000000	1.000000	0.004729	-0.002109
4.001264	2.566068	9.780243	2.384415	0.421419	0.000000	1.000000	0.004729	-0.002109
4.001422	2.566353	9.780923	2.384342	0.421405	0.000000	1.000000	0.004728	-0.002108
4.001580	2.566637	9.781602	2.384268	0.421391	0.000000	1.000000	0.004728	-0.002108
4.001738	2.566922	9.782281	2.384194	0.421377	0.000000	1.000000	0.004728	-0.002108
4.001896	2.567207	9.782960	2.384121	0.421363	0.000000	1.000000	0.004727	-0.002108
4.002054	2.567492	9.783639	2.384047	0.421349	0.000000	1.000000	0.004727	-0.002107
4.002212	2.567777	9.784318	2.383974	0.421335	0.000000	1.000000	0.004727	-0.002107
4.002370	2.568062	9.784998	2.383900	0.421321	0.000000	1.000000	0.004726	-0.002107
4.002528	2.568347	9.785677	2.383826	0.421307	0.000000	1.000000	0.004726	-0.002107
4.002686	2.568631	9.786356	2.383753	0.421293	0.000000	1.000000	0.004726	-0.002106
4.002844	2.568916	9.787035	2.383679	0.421278	0.000000	1.000000	0.004725	-0.002106
4.003002	2.569201	9.787714	2.383606	0.421264	0.000000	1.000000	0.004725	-0.002106
4.003160	2.569486	9.788393	2.383532	0.421250	0.000000	1.000000	0.004725	-0.002106
4.003318	2.569771	9.789072	2.383459	0.421236	0.000000	1.000000	0.004724	-0.002105
4.003476	2.570056	9.789751	2.383385	0.421222	0.000000	1.000000	0.004724	-0.002105
4.003634	2.570341	9.790430	2.383312	0.421208	0.000000	1.000000	0.004724	-0.002105
4.003792	2.570626	9.791109	2.383238	0.421194	0.000000	1.000000	0.004723	-0.002105
4.003949	2.570910	9.791787	2.383165	0.421180	0.000000	1.000000	0.004723	-0.002104
4.004107	2.571195	9.792466	2.383092	0.421166	0.000000	1.000000	0.004723	-0.002104
4.004265	2.571480	9.793145	2.383018	0.421152	0.000000	1.000000	0.004722	-0.002104
4.004423	2.571765	9.793824	2.382945	0.421138	0.000000	1.000000	0.004722	-0.002104
4.004581	2.572050	9.794503	2.382871	0.421124	0.000000	1.000000	0.004722	-0.002103
4.004739	2.572335	9.795182	2.382798	0.421110	0.000000	1.000000	0.004721	-0.002103
4.004897	2.572620	9.795860	2.382725	0.421096	0.000000	1.000000	0.004721	-0.002103
4.005055	2.572904	9.796539	2.382651	0.421082	0.000000	1.000000	0.004721	-0.002103
4.005213	2.573189	9.797218	2.382578	0.421068	0.000000	1.000000	0.004720	-0.002102
4.005371	2.573474	9.797896	2.382504	0.421053	0.000000	1.000000	0.004720	-0.002102
4.005529	2.573759	9.798575	2.382431	0.421039	0.000000	1.000000	0.004720	-0.002102
4.005687	2.574044	9.799254	2.382358	0.421025	0.000000	1.000000	0.004719	-0.002102
4.005845	2.574329	9.799932	2.382284	0.421011	0.000000	1.000000	0.004719	-0.002101
4.006003	2.574614	9.800611	2.382211	0.420997	0.000000	1.000000	0.004719	-0.002101

...

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

4.156126	2.847230	10.440940	2.317036	0.408303	0.000000	1.000000	0.004420	-0.001876
4.156282	2.847515	10.441600	2.316973	0.408290	0.000000	1.000000	0.004420	-0.001876
4.156438	2.847800	10.442260	2.316909	0.408278	0.000000	1.000000	0.004420	-0.001876
4.156594	2.848084	10.442920	2.316846	0.408265	0.000000	1.000000	0.004419	-0.001876
4.156750	2.848369	10.443580	2.316783	0.408252	0.000000	1.000000	0.004419	-0.001875
4.156906	2.848654	10.444240	2.316720	0.408240	0.000000	1.000000	0.004419	-0.001875

Tabella 8. Calcolo del differenziale di spostamento con la variazione della distanza all'asse della galleria per una pressione interna pari al 90% di quella sul raggio plastico

Evidentemente la Tabella 8 è solo un riassunto di quello che è stato calcolato più in dettaglio nel software, ma è ovvio che non ha senso esporre una tabella da 1000 file in un documento di questo tipo. L'importante è capire da dove si parte e fino a dove si arriva con i calcoli. Nella tabella precedente è chiaro che il valore più basso di pressione che si valuta (quella applicata sul contorno della galleria) è pari al 90% della pressione agente sul raggio plastico, mentre che la fila numero 1000 corrisponde ad una pressione uguale a quella agente sul raggio plastico dato che si vuole, appunto, ricavare questo valore di distanza.

Quando si conclude la successione spiegata si ottiene per ogni percentuale di pressione sul raggio plastico ovvero, pressione interna  $P_i$ , un valore diverso di differenziale di pressione  $d\sigma_r$ , un valore diverso di raggio plastico  $R_{pl}$  (perché la zona in cui si svolge un comportamento plastico cambia a seconda della differenza tra le pressioni iniziali ed interna), un valore diverso della deformazione subita nel raggio plastico  $U_{Rpl}$  e, insomma, uno spostamento definitivo  $U_r$  evidenziato sulle pareti della galleria. Si ricorda che questo avviene per tutti i 10 valori di pressione interna, per cui dalla Tabella 9 corrispondente ad una pressione interna pari al 90% di quella agente sul raggio plastico fino alla Tabella 18 corrispondente al 0% dello stesso valore, si presentano i diversi risultati ottenuti, sempre osservando il fenomeno dopo un periodo di tempo necessario per aver raggiunto il 5% della deformazione viscosa.

$P_i$ [MPa]	$d\sigma_r$ [MPa]	$R_{pl}$ [m]	$U_{Rpl}$ [m]	$U_r$ [m]
2.5637888	0.0002849	4.1569058	0.0044189	0.0047313

Tabella 9. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 90% di quella sul raggio plastico

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

$P_i$ [MPa]	$d\sigma_r$ [MPa]	$R_{pl}$ [m]	$U_{Rpl}$ [m]	$U_R$ [m]
2.2789234	0.0005697	4.329331	0.0046021	0.0052989

Tabella 10. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 80% di quella sul raggio plastico

$P_i$ [MPa]	$d\sigma_r$ [MPa]	$R_{pl}$ [m]	$U_{Rpl}$ [m]	$U_R$ [m]
1.9940579	0.0008546	4.5205305	0.0048054	0.0059768

Tabella 11. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 70% di quella sul raggio plastico

$P_i$ [MPa]	$d\sigma_r$ [MPa]	$R_{pl}$ [m]	$U_{Rpl}$ [m]	$U_R$ [m]
1.7091925	0.0011395	4.7349737	0.0050334	0.0067959

Tabella 12. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 60% di quella sul raggio plastico

$P_i$ [MPa]	$d\sigma_r$ [MPa]	$R_{pl}$ [m]	$U_{Rpl}$ [m]	$U_R$ [m]
1.4243271	0.0014243	4.9790731	0.0052928	0.0078011

Tabella 13. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 50% di quella sul raggio plastico

$P_i$ [MPa]	$d\sigma_r$ [MPa]	$R_{pl}$ [m]	$U_{Rpl}$ [m]	$U_R$ [m]
1.1394617	0.0017092	5.2625897	0.0055942	0.009063

Tabella 14. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 40% di quella sul raggio plastico

$P_i$ [MPa]	$d\sigma_r$ [MPa]	$R_{pl}$ [m]	$U_{Rpl}$ [m]	$U_R$ [m]
0.8545963	0.0019941	5.6016748	0.0059547	0.0107008

Tabella 15. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 30% di quella sul raggio plastico

$P_i$ [MPa]	$d\sigma_r$ [MPa]	$R_{pl}$ [m]	$U_{Rpl}$ [m]	$U_R$ [m]
0.5697308	0.0022789	6.026732	0.0064065	0.0129452

Tabella 16. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 20% di quella sul raggio plastico

$P_i$ [MPa]	$d\sigma_r$ [MPa]	$R_{pl}$ [m]	$U_{Rpl}$ [m]	$U_R$ [m]
0.2848654	0.0025638	6.6098497	0.0070264	0.016358

Tabella 17. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 10% di quella sul raggio plastico

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

$P_i$ [MPa]	$d\sigma_r$ [MPa]	$R_{pl}$ [m]	$U_{Rpl}$ [m]	$U_R$ [m]
0	0.0028487	7.6703466	0.0081537	0.0235138

Tabella 18. Spostamento sul contorno della galleria per una pressione interna pari al 0% di quella sul raggio plastico

Il riassunto di tutti questi calcoli si presenta nella Tabella 19 dove si può guardare non solo la pressione interna e lo spostamento collegato, ma anche il valore del raggio plastico in ogni caso. È chiaro che la zona plastica diventa più grande man mano che si riduce la pressione interna che agisce sul contorno della galleria. Questo vuol dire che il caso più gravoso sarebbe quello dove la pressione interna è nulla e quindi la zona di plastificazione raggiunge il suo massimo che, in questo caso, corrisponde ad un raggio plastico di circa 8 metri dall'asse della galleria.

$\sigma$ [MPa]		$U_R$ [m]	$R_{pl}$ [m]	
$\sigma_0$	10.00000	0.00000	4.00000	
$\sigma_{Rpl}$	2.84865	0.00425	4.00000	
90%	$\sigma_{Rpl}$	2.56379	0.00473	4.15691
80%	$\sigma_{Rpl}$	2.27892	0.00530	4.32933
70%	$\sigma_{Rpl}$	1.99406	0.00598	4.52053
60%	$\sigma_{Rpl}$	1.70919	0.00680	4.73497
50%	$\sigma_{Rpl}$	1.42433	0.00780	4.97907
40%	$\sigma_{Rpl}$	1.13946	0.00906	5.26259
30%	$\sigma_{Rpl}$	0.85460	0.01070	5.60167
20%	$\sigma_{Rpl}$	0.56973	0.01295	6.02673
10%	$\sigma_{Rpl}$	0.28487	0.01636	6.60985
0%	$\sigma_{Rpl}$	0.00000	0.02351	7.67035

Tabella 19. Dati per la costruzione della curva caratteristica corrispondente ad un livello di deformazione secondaria del 5%

Come già detto, il procedimento effettuato si fa per tutti i livelli di deformazione secondaria dal 5% fino al 95% e si ripete dopo aver registrato i risultati specifici in una tabella comune da dove si prende l'informazione per tracciare la grafica definitiva del problema pratico che serve come esempio dell'utilizzazione corretta del programma. L'analisi che si può fare per prendere decisioni sulle modalità di esecuzione della lavorazione diventa molto più completo quando si può prendere in considerazione il fattore temporale com'è evidente

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

nella Figura 30. Ogni linea colorita che scende man mano che si raggiungono pressioni interne più basse è attraversata dalla linea blue che sale e rappresenta il sostegno con rigidità definita. L'informazione nella Tabella 20 è la base della grafica di convergenza-confinamento.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

$P_i$	$U_R$											
	[m]											
[MPa]	$t_{0.001\epsilon}$	$t_{0.05\epsilon}$	$t_{0.15\epsilon}$	$t_{0.25\epsilon}$	$t_{0.35\epsilon}$	$t_{0.45\epsilon}$	$t_{0.55\epsilon}$	$t_{0.65\epsilon}$	$t_{0.75\epsilon}$	$t_{0.85\epsilon}$	$t_{0.95\epsilon}$	$t_{0.999\epsilon}$
10.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2.84865	0.00418	0.00425	0.00439	0.00453	0.00467	0.00481	0.00495	0.00509	0.00523	0.00537	0.00551	0.00558
2.56379	0.00466	0.00473	0.00488	0.00504	0.00519	0.00534	0.00550	0.00565	0.00580	0.00595	0.00611	0.00618
2.27892	0.00521	0.00530	0.00547	0.00564	0.00580	0.00597	0.00614	0.00631	0.00648	0.00664	0.00681	0.00690
1.99406	0.00588	0.00598	0.00616	0.00635	0.00654	0.00672	0.00691	0.00710	0.00728	0.00747	0.00765	0.00775
1.70919	0.00669	0.00680	0.00700	0.00721	0.00742	0.00763	0.00784	0.00805	0.00825	0.00846	0.00867	0.00877
1.42433	0.00768	0.00780	0.00804	0.00827	0.00851	0.00874	0.00898	0.00921	0.00945	0.00968	0.00991	0.01003
1.13946	0.00893	0.00906	0.00933	0.00960	0.00987	0.01014	0.01040	0.01067	0.01094	0.01120	0.01147	0.01160
0.85460	0.01055	0.01070	0.01101	0.01132	0.01163	0.01194	0.01225	0.01256	0.01287	0.01318	0.01349	0.01364
0.56973	0.01276	0.01295	0.01332	0.01368	0.01405	0.01442	0.01479	0.01515	0.01552	0.01588	0.01625	0.01643
0.28487	0.01613	0.01636	0.01682	0.01727	0.01773	0.01818	0.01864	0.01909	0.01954	0.01999	0.02044	0.02066
0.00000	0.02319	0.02351	0.02415	0.02479	0.02543	0.02606	0.02670	0.02733	0.02796	0.02859	0.02921	0.02953

Tabella 20. Curve caratteristiche nel tempo

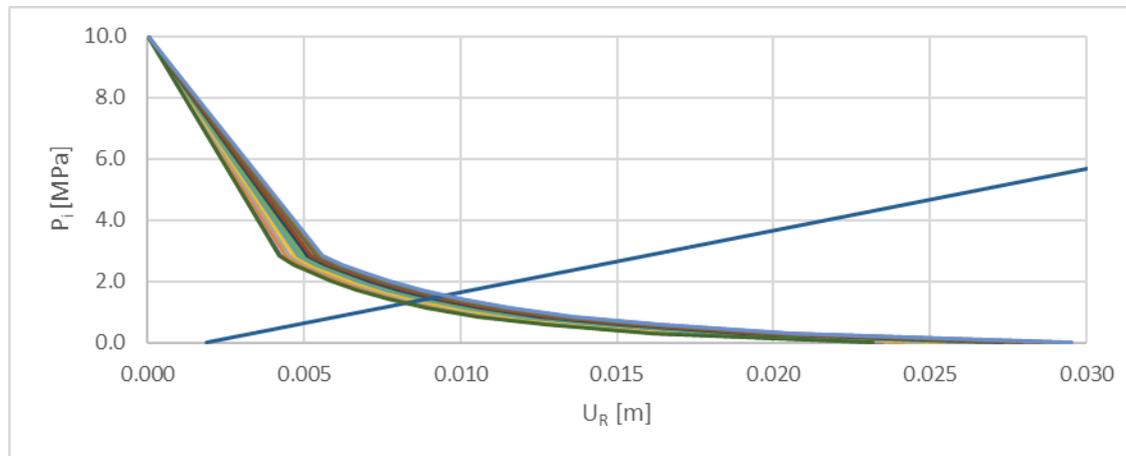


Figura 30. Curve caratteristiche del terreno nel tempo con la linea di sostegno

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

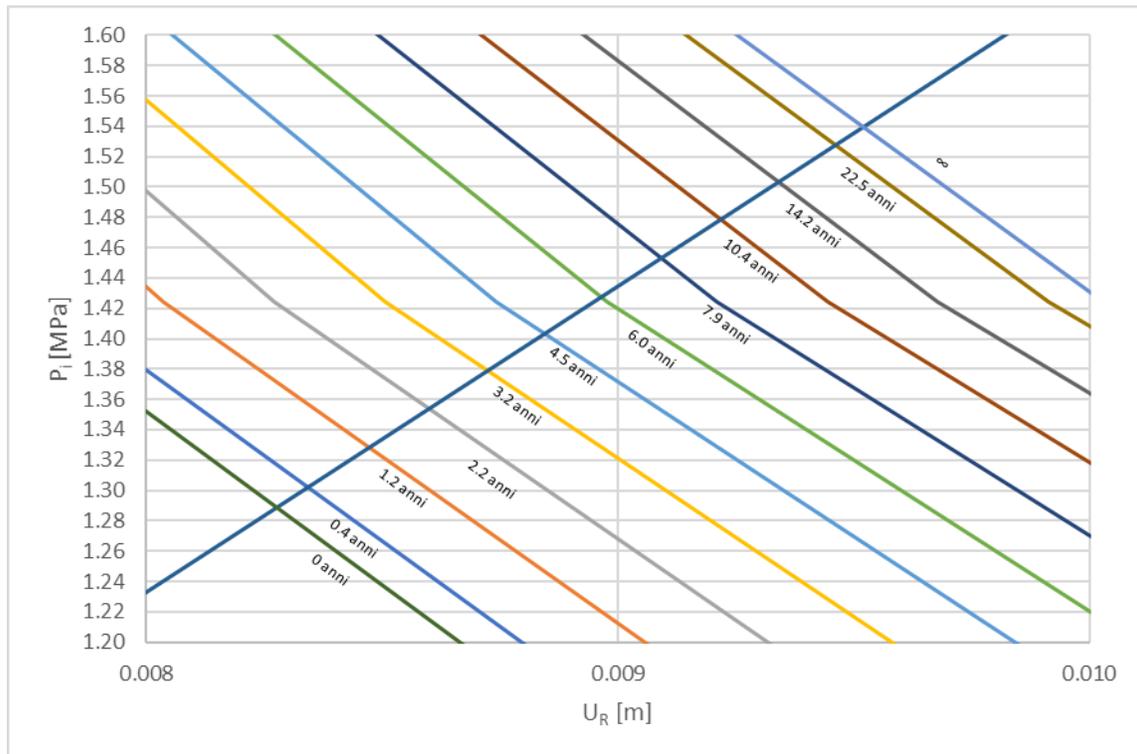


Figura 31. Intersezioni tra la linea di sostegno e le diverse curve caratteristiche del terreno nel tempo

La Figura 31 non è altro che la stessa grafica delle curve caratteristiche della Figura 30 ma zoomata nella regione dove si vede in modo più chiaro le intersezioni tra la linea di sostegno e le curve del terreno con la variazione temporale. In pratica, la pressione legata al punto di intersezione viene chiamata pressione di equilibrio  $P_{eq}$  ed è un parametro fondamentale per la valutazione del tipo di sostegno che si vuole utilizzare per garantire la stabilità e la sicurezza dell'opera dato che è il carico che la roccia applica sul sostegno e quindi bisogna capire se il rivestimento è in grado di supportare questa sollecitazione.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

% $\epsilon$	t [anni]	$E_{p,eq}$ [MPa]	$P_{eq}$ [MPa]
0	0.00	8891	1.289
5	0.4	8746	1.302
15	1.2	8468	1.328
25	2.2	8207	1.354
35	3.2	7962	1.379
45	4.5	7732	1.403
55	6.0	7514	1.428
65	7.9	7308	1.453
75	10.4	7113	1.479
85	14.2	6928	1.504
95	22.5	6753	1.528
99.99	69.1	6669	1.540

Tabella 21. Andamento del modulo elastico del terreno e la pressione di equilibrio con la linea di sostegno nel tempo

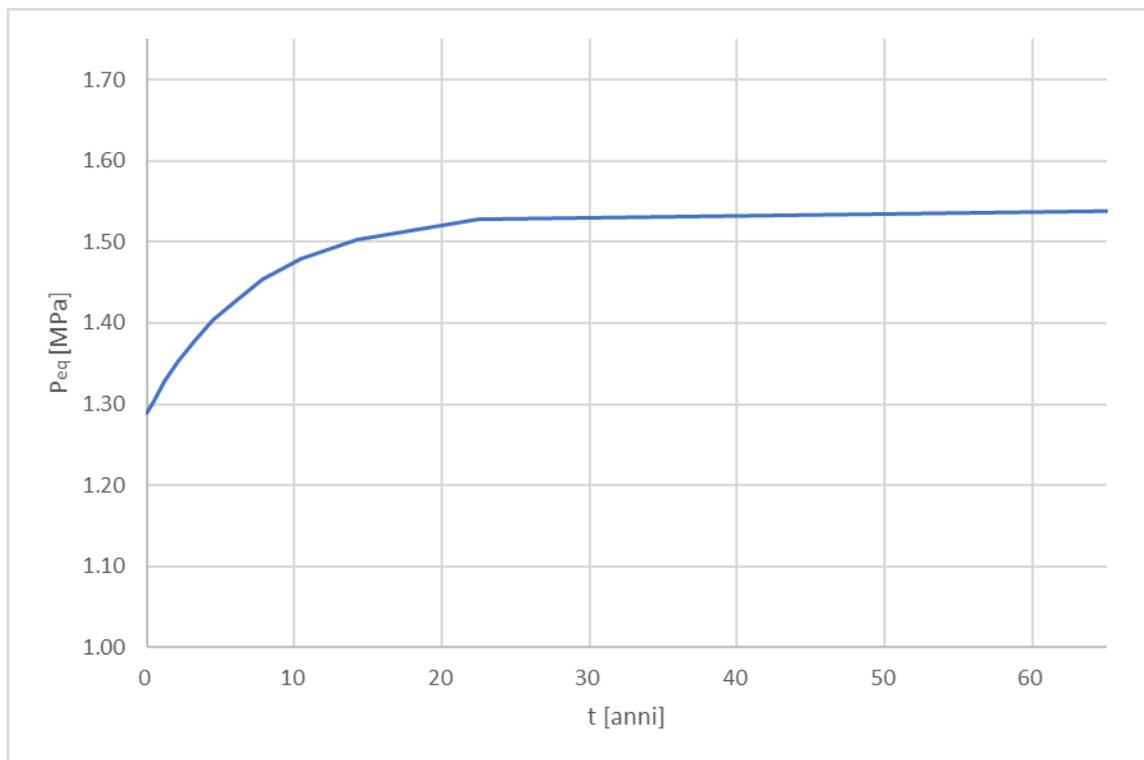


Figura 32. Andamento della pressione di equilibrio nel tempo

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

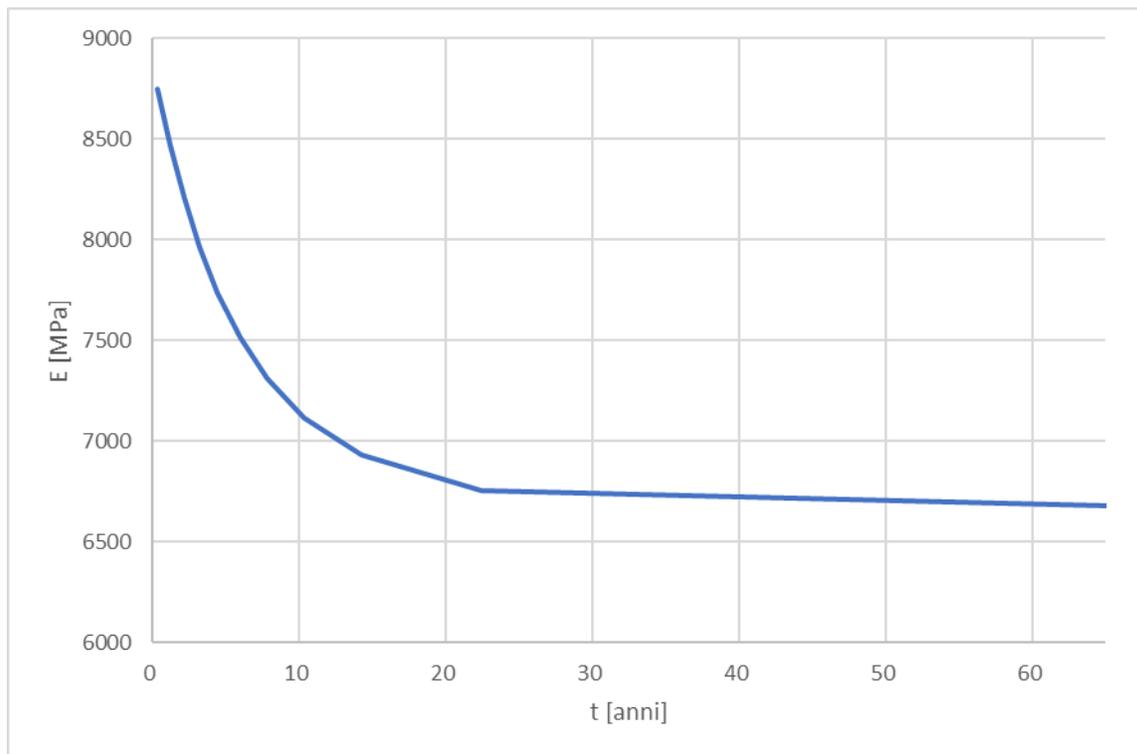


Figura 33. Andamento del modulo elastico del terreno nel tempo

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

## 7 CONCLUSIONI

L'idoneità delle soluzioni che l'ingegneria fornisce per risolvere le problematiche che affronta, dipende maggiormente della capacità degli ingegneri stessi di simulare la complessa realtà attraverso dei modelli che la semplificano dando importanza matematica alle variabili che incidono in maniera apprezzabile nello svolgimento di un evento fisico e trascurando gli elementi che non sono significativi nei confronti del problema. La scienza delle costruzioni deve essere in grado di soddisfare i bisogni del mondo moderno con risposte che siano ogni volta più precise, sicure, complete, economiche, veloci e sostenibili. La mancanza dei concetti basilari nell'applicazione delle conoscenze teoriche potrebbe comportare alla realizzazione di opere inadeguate con povere prestazioni strutturali e di servizio che prima o poi richiederanno costosi interventi di manutenzione con cui cercare di correggere gli errori commessi in fase di progettazione.

Il metodo delle curve caratteristiche rappresenta uno strumento pratico, semplice, preciso e, quindi, molto utile per la determinazione degli spostamenti radiali che possono subire le pareti rocciose del contorno della cavità di una galleria quando sono sottoposte all'azione della pressione che nasce man mano che avanzano i lavori di scavo lungo il percorso del tunnel. Essere in grado di prevedere il modo di reagire del terreno a seconda delle condizioni fisiche, meccaniche e geometriche del problema particolare, costituisce un aspetto indispensabile per la corretta valutazione dell'interazione tra il suolo ed il sostegno che sarà, alla fine, la struttura che dovrà garantire la stabilità, così come la funzionalità del passaggio sotterraneo. Perciò, si fa rilevante la messa in scena di programmi digitali in grado di sfruttare le relazioni algebriche che collegano i fenomeni fisici della meccanica delle rocce, per mettere a disposizione degli ingegneri un insieme di risultati calcolati in maniera idonea e rappresentati graficamente in base alle condizioni di partenza stabilite per permettergli di prendere decisioni giuste nel riguardo della costruzione della galleria.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

Anche se il metodo di convergenza-confinamento che considera un modulo elastico permanente del materiale roccioso è abbastanza affidabile per il disegno e la progettazione delle gallerie sotterranee, non considerare la natura viscoelastica del comportamento reologico degli ammassi rocciosi potrebbe considerarsi un'ipotesi che sicuramente porterebbe imprecisioni nell'analisi globale del problema o, almeno, non faciliterebbe la valutazione completa di una soluzione ottima. Il comportamento viscoelastico comporta l'apparizione del fenomeno del *creep* ed il fenomeno del *creep*, alla sua volta, comporta la modificazione dei parametri di resistenza dei materiali. In questo senso, il tempo non può essere escluso né trascurato tra i fattori che hanno un'incidenza considerevole nel modo di reagire di un materiale quando viene sollecitato da un carico permanentemente applicato.

Come si ha dimostrato, una forma di tenere conto di questo presupposto è la inclusione di un modello reologico più complesso che non considera solo la componente di deformazione elastica o la componente di deformazione viscosa come dei componenti separati di una deformazione totale, ma prende in considerazione entrambi i modi di agire e li raccoglie in un unico sistema viscoelastico combinato. Grazie al modello reologico combinato a tre parametri di viscoelasticità di Zener, è stato possibile implementare delle modifiche al programma originale per coinvolgere il fattore del tempo attraverso le formule della viscosità nell'equazioni che portano a ricavare gli spostamenti radiali all'interno della galleria quando la pressione interna diminuisce dal valore della pressione litostatica iniziale fino allo zero.

Il modulo elastico del materiale roccioso, sia quello di picco che quello residuo, è il parametro che soffre una variazione importante come conseguenza della inclusione della variabile tempo nelle equazioni. È chiaro che tutte le curve caratteristiche partono dallo stesso punto dove la pressione interna è pari alla pressione iniziale e lo spostamento è nullo. Nonostante il punto di partenza comune, man mano che si raggiungono valori più alti di deformazione secondaria col passare del tempo, la curva caratteristica si sposta verso l'alto, indicando una notevole perdita di resistenza alla deformazione, perciò, si può concludere

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

che per lo stesso valore di pressione interna, le pareti della cavità della galleria subiscono delle deformazioni maggiori se il periodo di valutazione del problema è più lungo. Ad esempio, se si va a guardare nella Figura 31 e si prende un valore di circa 1.35 MPa di pressione interna, è chiaro che lo spostamento corrispondente sulla curva caratteristica dove il tempo è pari a zero, cioè, quella più bassa a sinistra, è circa a 8 millimetri, mentre che per lo stesso valore di pressione interna andando a guardare in una curva caratteristica più in alto a destra, come quella legata ad una deformazione secondaria del 85%, si trova una deformazione sul contorno del tunnel pari a 10 millimetri.

Le condizioni esposte previamente hanno un'incidenza interessante sull'andamento della pressione di equilibrio nel tempo. Si ricorda che la pressione di equilibrio è il contributo di sollecitazione sulle pareti della galleria fatto dal rivestimento per il quale la curva caratteristica del terreno e quella del sostegno vengono intercettate. Come si può evidenziare nella Figura 32, l'andamento della pressione di equilibrio nel tempo è crescente e quando tende all'infinito si stabilisce asintoticamente intorno ad un valore più o meno fisso. Analizzando il caso puntuale a cui si riferisce il problema pratico del capitolo precedente, il cambio più drammatico a livello di pressioni di equilibrio accade nei primi 20 anni di prestazione dell'opera. In questo periodo, la pressione di equilibrio fa un salto di circa il 15% del valore originale passando da 1.3 MPa richiesti nell'istante di deformazione zero, fino a 1.5 MPa. Considerando che le gallerie sono opere che si progettano per avere una vita utile di più di 20 anni, sarebbe ragionevole pensare a lavorare con dei valori di pressione interna più alti di quelli che si calcolano per le deformazioni immediate, cercando, giustamente, di affrontare questo effetto di riduzione della capacità resistente del terreno che mette il sostegno sotto una pressione maggiore anno dopo anno.

Per quanto riguarda il comportamento del modulo elastico di picco equivalente nel tempo, si potrebbe dire che succede un fenomeno molto simile a quello che accade con la pressione di equilibrio, ma nel senso inverso. Al posto di incrementare col passo del tempo, il modulo

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

di elasticità subisce un marcato decrescimento nei primi 20 anni di sollecitazione continua sulla roccia, passando, in questo caso, da un valore iniziale di circa 8700 MPa al tempo zero per arrivare ad un valore intorno ai 6700 MPa dopo due decine di anni. In termini di riduzione relativa, il caso è ancora più gravoso che quello della pressione di equilibrio dato che la roccia perde circa il 22% della sua resistenza meccanica iniziale quando viene sottoposta all'azione del carico permanentemente applicato in quel periodo. Poi, come è capitato anche nel caso della pressione di equilibrio, il valore tende a stabilirsi quando si va avanti col tempo verso l'infinito.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

## 8 BIBLIOGRAFIA

- Adarkwa, O., Okine, N., & Cook, P. (2016). *Cookbook for Rheological Models-Asphalt Binders*. Newark: University of Delaware.
- ASTM D4406-04, 1. (2004). Standard Test Method for Creep of Cylindrical Rock Core Specimens in Triaxial Compression. En A. International, *ASTM*. West Conshohocken.
- Barla, G. (2011). Contributions to the understanding of time dependent behaviour in deep tunnels. *Geomechanics and Tunneling 4*.
- Birchall, T., & Osman, A. (2011). Response of a tunnel deeply embedded in a viscoelastic medium. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1717-1740.
- Boidy, E., Bouvard, A., & Pellet, F. (2002). Back analysis of time-dependent behaviour of a test gallery in claystone. *Tunneling and Underground Space Technology*.
- Egger, P. (2000). Design and Construction Aspects of Deep Tunnels (with particular emphasis on strain softening rocks). *Tunnelling and Underground Space Technology*.
- Fahimifar, A., Ghasemi, M., Karami, M., & Norooz, S. (2013). Estimation of Creep Deformations in Circular Tunnels Considering Elasto-Plastic Behaviour. *International Symposium on Advances in Sciences and Technology*. Bandar-Abbas: Hermozgan University.
- Fahimifar, A., Therani, F., Hedayat, A., & Vakilzadeh, A. (2010). Analytical solution for the excavation of circular tunnels in a visco-elastic Burger's material under hydrostatic stress field. *Tunnelling and Underground Space Technology*.
- Gioda, G., & Swoboda, G. (1999). Developments and Applications of the Numerical Analysis of Tunnels in Continuous Media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1393-1405.
- Gu, X.-B., & Yan, L. (2013). Visco-elasto-plastic Creep Solutions to Circular Tunnels Considering Seepage Force. *EJGE*, 2231-2241.

Analisi del comportamento deformativo dipendente dal tempo delle rocce nello scavo di gallerie attraverso l'implementazione di un modello reologico viscoelastico al metodo delle curve caratteristiche

- Hosford, W. F. (2005). *Mechanical Behaviour of Materials*. New York: Cambridge University Press.
- Oreste, P. (2009). The Convergence-Confinement Method: Roles and Limits in Modern Geomechanical Tunnel Design. *American Journal of Applied Sciences*.
- Oreste, P. (2014). A Numerical Approach for Evaluating the Convergence-Confinement Curve of a Rock Tunnel Considering Hoek-Brown Strength Criterion. *American Journal of Applied Sciences*.
- Paraskevopoulou, C., & Diederichs, M. (2018). Analysis of time-dependent deformation in tunnels using the Convergence-Confinement Method. *Tunnelling and Underground Space Technology*.
- Paredes-Madrid, L., Matute, A., Bareño, J. O., Parra Vargas, C. A., & Gutiérrez Velásquez, E. I. (2017). Underlying Physics of Conductive Polymer Composites and Force Sensing Resistors (FSRs). A Study on Creep Response and Dynamic Loading. *MDPI*, 10-15.
- Rahmnannejad, R., & Sofianos, A. (2013). Calculation of tunnel behaviour in viscoelastic rock mass. *Journal of Mining & Environment*.
- Roy, M. G., & Rao, S. K. (2015). Analysis of Creep Behaviour of Soft Rocks in Tunneling., (págs. 1-12).
- Runesson, K. (2006). *Constitutive Modeling of Engineering Materials - Theory and Computation*. Göteborg: Chalmers University of Technology.
- Shalabi, F. (2004). FE analysis of time-dependent behaviour of tunnelling in squeezing ground using two different creep models. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 271-279.
- Wadsworth, J., Ruano, O., & Sherby, O. (1998). Deformation by Grain Boundary Sliding and Slip Creep Versus Diffusional Creep. *Lawrence Livermore National Laboratory*.
- Zhang, L., Liu, Y., & Yang, Q. (2016). Study on time-dependent behavior and stability assesment of deep-buried tunnels based on internal state variable theory. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 164-174.