POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile



Tesi di Laurea Magistrale

Valutazione del coefficiente parziale di sicurezza per l'incertezza di modello in analisi non lineari agli elementi finiti di strutture in cemento armato soggette a caricamento ciclico

Relatore : Prof. Ing. Gabriele Bertagnoli

Correlatori : Prof. Ing. Paolo Castaldo Ing. Diego Gino

Candidato : Alessandro Dorato

Luglio 2019

Abstract

L'analisi non lineare agli elementi finiti è divenuta negli ultimi anni uno degli strumenti più utilizzati al fine di analizzare strutture aventi geometria complessa e particolare importanza. Al fine di poter utilizzare tale avanzata metodologia è necessario considerare in fase di progettazione le possibili fonti di incertezza che, in modo semplificato, possono essere ricondotte ad incertezze di natura aleatoria ed epistemica. L'incertezza aleatoria consiste nell'intrinseca variabilità che riguarda le proprietà dei materiali, le azioni e la geometria (incertezza "non riducibile"). L'incertezza epistemica riguarda invece la "mancanza di conoscenza" legata, ad esempio, alla definizione di un modello strutturale, alla realizzazione di una prova sperimentale o alle operazioni di misurazione (incertezza "riducibile").

L'incertezza di modello nell'analisi ad elementi finiti è un'incertezza di natura epistemica, che si può ridurre con l'esperienza di diverse prove. In questa tesi sono stati trattati diciassette muri in cemento armato soggetti ad azione ciclica tagliante dei quali si aveva conoscenza dalla letteratura. Questi sono stati modellati per mezzo di modelli piani non lineari agli elementi utilizzando due diversi software facendo tre ipotesi sul comportamento del calcestruzzo in trazione e tre sulla resistenza a taglio dopo la fessurazione. Complessivamente sono state realizzate 306 simulazioni, con 18 modelli per 17 muri. L'incertezza di modello è stata valutata come il rapporto tra la resistenza sperimentale e quella dello specifico modello ottenendo così una distribuzione probabilistica di 18 valori per ognuno dei muri, approssimabili ad una log-Normale. Tramite un processo Bayesiano ognuna di queste distribuzioni è stata aggiornata con le altre, ottenendo così delle distribuzioni a posteriori.

I parametri della distribuzione a posteriori media sono stati utilizzati per calcolare il coefficiente di incertezza di modello γ_{Rd} , il quale viene adottato per la valutazione della sicurezza strutturale nell'ambito del "Global Safety Format" proposto dal *fib* Model Code 2010.

Nowadays non-linear finite element analyses (NLFEAs) represent the most common tool able to model the actual mechanical behaviour of structures of particular relevance and having complex geometries. In order to use NLFEAs for design purposes should be accounted for the possible sources of uncertainties, which, mainly are represented by the aleatory and epistemic uncertainties. The aleatory uncertainties represent the inherent randomness of the variables which affects the structural problem (e.g., material properties, actions and geometry), whereas, the epistemic uncertainties mainly correspond to the lack of knowledge in the definition of the structural model, and, for example, experimental and measurements errors.

The model uncertainty in NLEFA is an epistemic uncertainty, and it can be reduced by means the comparison of simulations and experimental tests. This Thesis consider seventeen reinforced concrete walls subjected to a cyclic shear action with results known from the literature. Each wall has been modelled by means plane stress NLFE model adopting two different software. By making three hypotheses on the tensile behaviour of concrete and three on shear strength after cracking were obtained 18 models for 17 walls, for a total of 306 simulations. The relationship between the experimental resistance and the outcome of the specific model has been taken as resistance model uncertainty, obtaining 18 results values for each wall, the probabilistic distribution for the resistance model uncertainty for each modelling hypothesis has been evaluated and determined as a log-Normal one. Through a Bayesian approach each of these distributions has been updated with the others, obtaining posterior distributions. The parameters of the mean posterior distribution were used to calculate the model uncertainty coefficient γ_{Rd} , which can be adopted for the evaluation of the structural safety according to the "Global Safety Format" defined by *fib* Model Code 2010.

Ringraziamenti

Ringrazio il Professor Gabriele Bertagnoli per avermi dato la possibilità di svolgere questa tesi, da cui ho imparato molto.

Ringrazio anche i miei correlatori, il Prof. Paolo Castaldo e l' Ing. Diego Gino, che mi hanno aiutato in questo percorso chiarendo ogni dubbio sempre con simpatia e leggerezza.

Il ringraziamento più grande va ai miei genitori e mia sorella che mi hanno spinto verso questo percorso di studi e mi hanno supportato, ma soprattutto, sopportato in questi anni nonostante abbia dato il peggio di me. Abbiamo fatto tutti tanti sacrifici per essere qui.

Ringrazio i miei compagni di squadra, con cui è stato bellissimo nuotare, e in particolare Ste che ormai è diventato un fratello; e Marina che mi ha insegnato a faticare tanto.

L'ultimo ringraziamento è per gli altri tesisti che hanno svolto la loro tesi nel laboratorio di calcolo automatico delle strutture, i "compagni della cantina" con cui ho passato il periodo più bello di questi anni di Politecnico tra ansie, pause caffè, pranzi nel baracchino e torte buonissime.

Sommario

1.	FONDAMENTI DI SICUREZZA STRUTTURALE	. 1
	1.1 Valutazione della sicurezza strutturale	1
	1.1.1 Metodo probabilistico di livello 3	2
	1.1.2 Metodo probabilistico di livello 2	5
	1.1.3 Metodo probabilistico di livello 1	7
	1.2 Tipologie di incertezze	8
	1.2.1. Incertezze fisiche	9
	1.2.2. Incertezze di modello	9
	1.2.3. Incertezze statistiche	11
	1.3 Modellazione delle incertezze	12
	1.3.1 Inferenza statistica	12
	1.3.2 Massima verosimiglianza	13
	1.3.3 Teorema di Bayes ed aggiornamento delle informazioni	14
	1.3.4 Test statistici	15
	1.4. Safety format	17
	1.4.1 Safety formats per analisi non lineare nel fib Model Code 2010	18
	1.4.2 Safety formats per analisi non lineare dopo il fib Model Code 2010	21
2.	RACCOLTA DATI SPERIMENTALI	27
	2.1 Pilakoutas and Elnashai [1]	28
	2.2 Lefas and Kotsovos [2]	31
	2.3 Zhang and Wang [3]	33
	2.4 Oesterle et al. [4]	36
	2.5 Dazio et al. [5]	39
3.	MODELLAZIONE STRUTTURALE	45
	3.1 Materiali	45
	3.1.1 Calcestruzzo	45
	3.1.2 Acciaio	50
	3.2 Software	51
	3.2.1 ATENA 2D	51
	3.2.2 DIANA 10.2	54
	3.3 Risultati analisi non lineare FEM	57
	3.3.1 Pilakoutas ed Einashai	60

	3.3.2 Lefas e Kotsovos	. 62
	3.3.3 Zhang e Wang	. 64
	3.3.4 Oesterle et al	. 66
	3.3.5 Dazio et el	. 68
4.	VALUTAZIONE DEL COEFFICIENTE DI SICUREZZA PER L'INCERTEZZA	DI
	MODELLO	. 73
4.	1 Valutazione dell'incertezza di modello	. 74
4.	2 Inferenza statistica	. 75
	4.2.1 Test statistici	. 75
	4.2.2 Bayesian updating	. 75
4.	.3 Calcolo del fattore di incertezza di modello γ_{Rd}	. 83
5.	CONCLUSIONI	. 85
API	PENDICE 1: RISULTATI ANALISI FEM	. 87
	SW4 - PILAKOUTAS	. 87
	SW6 - PILAKOUTAS	. 90
	SW8 - PILAKOUTAS	. 93
	SW31 – LEFAS KOTSOVOS	96
	SW32 – LEFAS KOTSOVOS	. 99
	SW33 – LEFAS KOTSOVOS	102
	SW 7 - ZHANG	105
	SW 8 - ZHANG	108
	SW 9 - ZHANG	111
	B6 - OESTERLE	114
	B7 - OESTERLE	117
	B8 - OESTERLE	120
	F2 - OESTERLE	123
	WSH2 – DAZIO ET AL.	126
	WSH3 – DAZIO ET AL.	129
	WSH4 – DAZIO ET AL.	132
	WSH6 – DAZIO ET AL.	135
API	PENDICE2: CARTE PROBABILISTICHE E ISTOGRAMMI DELLE DISTRIBUZIONI.	145
	PRIOR DISTRIBUTION	145
	NEW INFORMATION DISTRIBUTION	151
API	PENDICE 3	159

Indice delle figure

Fig 1.1: Graphic representation of the equation 1.9	3
Fig 1.2: Geometrical meaning of β	5
Fig 1.3: Limit State: Original coordinates on the left and coordinates reduced to the right	6
Fig 1.4: Characteristic values in full-probabilistic method	7
Fig 1.5: General concept of the assessment of model uncertainties	10
Fig 1.6: Key steps in statistical inference [24]	13
Fig 2.1: Reinforcement stress-strain characteristics	29
Fig 2.2: Load steps history imposed on the top beam	
Fig 2.3: Geometry and reinforcement details [2]	
Fig 2.4: Geometry and reinforcement details for the specimen: SW7, SW8; SW9 [3]	
Fig 2.5: Geometry of the specimens	
Fig 2.6: Reinforcement stress-strain characteristics	
Fig 2.7: Geometry specimens [5]	39
Fig 2.8: Section and reinforcement detail of specimens WSH2,WSH3 [5]	40
Fig 2.9: Section and reinforcement detail of specimen WSH4, WSH6 [5]	41
Fig 3.1: Side confinement pressure: a) square section; b) equivalent uniform pressure	45
Fig 3.2: Lateral confinement pressure for the rectangular section	46
Fig 3.3: Razvi-Saatcioglu model [15]	47
Fig 3.4: Different constitutive law for concrete tensile behaviour	48
Fig 3.5: Steel costitutive law	50
Fig 3.6: CCIsoQuad element and his shape functions [22]	51
Fig 3.7: CCSbetaMaterial costitutive law [22]	52
Fig 3.8: Resistance reduction law due to lateral cracking [22]	52
Fig 3.9: Concrete tensile behaviour: linear softening function of the ultimate strain	53
Fig 3.10: Concrete compression behaviour [23]	54
Fig 3.11: Vecchio & Collins 1993 [23]	55
Fig 3.12: Q8MEM [23]	55
Fig 3.13: Definition of the 18 models for the 17 specimens in exam	57
Fig 3.14: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW4 of Pilakoutas [1] and results (a-c) Software B, (d-f) Software C;	NLFEA 61
Fig 3.15: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW33 of Lefas and Kotsovo NLFEA results (a-c) Software B, (d-f) Software C;	s [2] and 63

Fig 3.16: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW7 of Zhang and Wang [3] and NLFEA results (a-c) Software B, (d-f) Software C;
Fig 3.17: Load vs displacement diagrams from experimental tests B6 of Oesterle et al. [4] and NLFEA results (a-c) Software B, (d-f) Software C;
Fig 3.18: Load vs displacement diagrams from experimental tests WSH2 of Dazio et al. [5] and NLFEA results (a-c) Software B, (d-f) Software C;
Fig 3.19: Results for different tensile behaviour for specimen B6 with software B and SWH3 with software C
Fig 3.20: Results for different β values for specimen SW7-Z with software C and SW33 with software B
Fig 4.1: Log-Normal fit and probability plots of prior distribution of models 5 and 14
Fig 4.2: Log-Normal fit and probability plots of new information distribution of models 5 and 14 80
Fig 4.3: Probability Density Functions for all distribution
Fig 4.4: Cumulative Distribution Functions for all distribution

1. FONDAMENTI DI SICUREZZA STRUTTURALE

1.1 Valutazione della sicurezza strutturale

Una struttura è definita sicura ed affidabile se mantiene tutte le sue funzionalità per tutta la durata della vita utile per la quale è stata progettata. Questo si traduce in una valutazione delle sollecitazioni ragionevolmente più gravose alla quale la struttura sarà soggetta (F) e alle resistenze che questa offre (R). Per valutare queste quantità è necessaria una modellazione ed un'analisi strutturale. Se R ed F fossero quantità deterministiche, cioè determinabili con certezza, la verifica sarebbe soddisfatta se:

$$F \le R \tag{1.1}$$

Tuttavia, *R* ed *F* non sono deterministiche in quanto sono funzioni di variabili affette da incertezze relative a molti aspetti: comportamento dei materiali, entità dei carichi, modellazione geometrica della struttura e modellazione matematica. Quindi anche *R* ed *F* sono funzioni probabilistiche caratterizzate da media (μ_R , μ_F) e deviazione standard (σ_R , σ_F).

Considerando le incertezze del problema non è possibile soddisfare con certezza assoluta le richieste, la garanzia può essere data solo in termini di probabilità di successo nel soddisfare certi requisiti prestazionali. In questo diverso approccio l'affidabilità strutturale viene vista come la probabilità di successo sopra menzionata, cioè la probabilità che durante l'arco temporale previsto dal progetto F sia minore o al limite uguale a R. Si introduce il concetto di stato limite legato ad uno specifico requisito, cioè uno stato della struttura raggiunto il quale questa non soddisfa più il requisito richiesto.

$$P_{success} = P[F \le R] \tag{1.2}$$

Analogamente la probabilità in collasso è il complemento a uno dell'affidabilità strutturale:

$$P_{insuccess} = 1 - P[F \le R] \tag{1.3}$$

Si viene a creare in questo modo nello spazio n-dimensionale (dove n è il numero delle variabili del problema) un dominio di sicurezza (S) nel quale la struttura è verificata ed uno di insicurezza (U) nel quale la struttura non lo è, se identifico con X il punto nel dominio che corrisponde alla struttura :

$$P_{safety} = P[X \in S] \tag{1.4}$$

$$P_{failure} = P[X \in U] \tag{1.5}$$

La verifica di affidabilità risulta soddisfatta se la probabilità di collasso della struttura risulta minore di una probabilità limite definita dalle norme (P^*), per strutture ordinarie l'Eurocodice [26] fissa un valore tra 10⁻⁵ e 10⁻⁶.

$$P^* \ge P_{faillure} \tag{1.6}$$

Esistono metodi probabilistici per la valutazione dell'affidabilità strutturale che forniscono risultati più o meno accurati, ma che richiedono una quantità di dati e oneri computazionali maggiori.

1.1.1 Metodo probabilistico di livello 3

Questo metodo considera le resistenze dei materiali ed i carichi, sia permanenti che variabili, come variabili aleatorie con le loro Funzioni di Densità di Probabilità (PDF).

La funzione di stato limite G(X) è l'espressione analitica che descrive il raggiungimento della condizione di stato limite, separando il dominio di sicurezza da quello di insicurezza.

$$\begin{cases} G(X) > 0 \longrightarrow safety \\ G(X) \le 0 \longrightarrow failure \end{cases}$$
(1.7)

Con X che rappresenta il vettore delle n variabili aleatorie che intervengono nella definizione dell'affidabilità.

La probabilità di collasso non è che l'integrale sul dominio di insicurezza della funzione di densità di probabilità congiunta delle variabili in X (f_X).

$$P_{failure} = \int_{U} f_{X}(x_{1}, \dots x_{n}) dx_{1} \dots dx_{n}$$

$$(1.8)$$

Ammesso di poter separare le n variabili in favorevoli e sfavorevoli, si possono definire due variabili aleatorie R ed S con funzione di densità di probabilità nota $f_R(r)$ ed $f_S(s)$. L'integrale precedente può essere riscritto come:

$$P_{failure} = \iint_{[R-S\leq 0]} f_{R,S}(r,s) dr \, ds \tag{1.9}$$

dove $f_{R,S}$ (r,s) è la PDF congiunta di R e S, che nel caso di variabili indipendenti tra loro non è altro che il prodotto tra le rispettive probabilità semplici.

$$f_{R,S}(r,s) = f_R(r) \cdot f_S(s)$$
 (1.10)

Con questa semplificazione integrando si ottiene :

$$P_{failure} = \int_{-\infty}^{\infty} f_R(r) \left[\int_{r}^{\infty} f_S(s) ds \right] dr$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f_R(r) [1 - F_S(r)] dr$$
(1.11.a)

oppure

$$P_{failure} = \int_{-\infty}^{\infty} f_S(s) \left[\int_{-\infty}^{s} f_R(r) dr \right] ds = \int_{-\infty}^{\infty} f_S(s) F_R(s) ds$$
(1.11.b)

Nelle 1.11 $[1 - F_S(r)]$ corrisponde alla probabilità cumulata (CDF) che S sia maggiore di r, e analogamente $F_R(s)$ corrisponde alla probabilità che R sia minore o uguale a s.



Fig 1.1: Graphic representation of the equation 1.9

Nel caso R ed S oltre che indipendenti potessero essere descritte da una distribuzione normale con medie (μ_R , μ_S) e deviazione standard (σ_R , σ_S), allora anche la variabile Z=R-S sarebbe normale con:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \tag{1.12.a}$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \tag{1.12.b}$$

$$P_{failure} = P(Z \le 0) = \int_{-\infty}^{0} f_Z(z) dz \qquad (1.13)$$

È possibile ricondursi ad una distribuzione normale standard $U(0,1) = \frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z}$; la probabilità di collasso può essere riscritta come

$$P_{failure} = \int_{\beta}^{\infty} f_U(u) du = 1 - F_U(\beta)$$
(1.14)

con β che è il rapporto tra la media e la deviazione standard di Z, e che geometricamente rappresenta la distanza dalla retta di stato limite dall'origine nel piano delle variabili standardizzate ridotte $\varphi \in \psi$.

$$\varphi = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \longrightarrow R = \sigma_R \varphi + \mu_R$$
 (1.15.a)

$$\psi = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \to S = \sigma_S \psi + \mu_S \tag{1.15.b}$$

Eqz della retta di distanza "d" $R - S = \sigma_R \varphi - \sigma_S \psi + (\mu_R - \mu_S) = 0 \qquad (1.15.c)$ dall'origine

$$d = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \beta \tag{1.16}$$



Fig 1.2: Geometrical meaning of β

Il metodo di livello 3 risulta però di difficile applicabilità per la mancata conoscenza delle leggi di distribuzione di frequenza delle variabili aleatorie da prendere in conto.

Si utilizza per scopi scientifici e di taratura dei metodi approssimati di livello inferiore.

1.1.2 Metodo probabilistico di livello 2

Con il metodo di livello 2 le difficoltà di operabilità del metodo di livello 3 vengono superate. La risoluzione dell'integrale della probabilità di collasso (eqz. 1.8) non è quasi mai risolvibile in forma chiusa, per questo motivo la valutazione dell'affidabilità viene fatta per mezzo di un indice di affidabilità (β) che corrisponde alla minima distanza del dominio di insicurezza dall'origine analogamente a quanto visto in precedenza.

Si approssima la funzione di stato limite G(R,S)=0. Questa operazione può essere eseguita linearizzando la funzione di stato limite (FORM). Si può procedere in due modi: ignorando la legge di distribuzione delle variabili casuali (FOSM) ed eseguendo un'approssimazione del primo ordine in seria di Taylor ai valori medi (eqz.1.18.a) usando solo medie e covarianze delle variabili; oppure considerando le distribuzioni delle variabili casuali (AFOSM) e passando alle variabili normali standard.

• FOSM:

$$Z = G(X) = G(X_1, ..., X_n)$$
(1.17)

$$Z \simeq G(\mu_X) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial G}{\partial X_i} (X_i - \mu_{X_i}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2 G}{\partial X_i \partial X_j} (X_i - \mu_{X_i}) (X_j - \mu_{X_j})$$
(1.18.a)

da cui:

$$\mu_Z = G(\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_n}) \tag{1.18.b}$$

$$\sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial G}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial G}{\partial X_j} \cdot cov(X_i, X_j)$$
(1.18.c)

Valutati $\mu_Z e \sigma_Z$ si può calcolare $\beta = \mu_Z / \sigma_Z e$ confrontarlo con il valore di riferimento.

• AFOSM:

Si considerino le variabili aleatorie X_i con la loro media e varianza. È possibile ridurle a normali standardizzate e riscrivere la funzione di stato limite in funzione di quest'ultime.

$$X_i(\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}) \to X'_i(0, 1) = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \ con \ i = 1, ..., n$$
 (1.19)

Separando le variabili lato sollecitazione e lato resistenza S e R è possibile ridurre la funzione di stato limite ad una semplice differenza Z=R-S. Sostituendo la (1.15.a) e la (1.15.b) nell'equazione della funzione di stato limite si ottiene quest'ultima scritta in funzione delle variabili normali standardizzate (1.15.c)

$$\sigma_R \varphi - \sigma_S \psi + (\mu_R - \mu_S) = 0$$

Questa non è altro che l'equazione di una retta che dista β dall'origine. Usando semplici espressioni trigonometriche si ottiene la (1.16) cioè $\beta = \mu_Z / \sigma_Z$. Per cui i due metodi danno valori coincidenti di β , che non è altro che l'inverso del coefficiente di variazione (*V*) della variabile Z.



Fig 1.3: Limit State: Original coordinates on the left and coordinates reduced to the right

$F_{failure}(\beta)$	10-1	10-2	10-3	10-4	10-5	10-6	10-7
β	1.282	2.326	3.090	3.719	4.265	4.753	5.199

Tabella 1.1 : Eurocode's referce values of β

1.1.3 Metodo probabilistico di livello 1

La misura della sicurezza nei confronti di uno stato limite è eseguita confrontando due valori significativi di R ed S detti valori di calcolo, e verificando che:

$$R_d \ge S_d \tag{1.20.a}$$

con:

$$R_d = g_R(X_{1_{extreme}}, \dots, X_{m_{extreme}})$$
(1.20.b)

$$S_d = g_S(X_{m+1_{extreme}}, \dots, X_{n_{extreme}})$$
(1.20.c)

La scelta dei valori estremi viene fatta maggiorando le variabili lato sollecitazioni scegliendo il valore caratteristico che ha il 5% di probabilità di essere superato, e minorando quelle lato resistenze prendendo il valore caratteristico che abbia il 5% di probabilità di non essere superato. Questo metodo non tiene in conto dell'aleatorietà delle variabili e delle incertezze dei legami funzionali $g_s e g_R$.



Fig 1.4: Characteristic values in full-probabilistic method

Da questo metodo deriva il metodo semi-probabilistico nel quale alcune delle variabili aleatorie vengono assunte deterministiche e l'effetto delle incertezze viene coperto da dei coefficienti di sicurezza $\gamma > 1$.

Lato resistenze la resistenza di calcolo del materiale è ottenuta dividendo per γ_m il valore caratteristico (frattile 5%), lato azioni il valore di calcolo è calcolato moltiplicando il valore caratteristico (frattile 95%) per un coefficiente parziale di sicurezza γ_f . Anche i legami funzionali sono assunti come deterministici perciò in alcuni casi si introduce un ulteriore coefficiente legato all'incertezza di modello γ_{Rd} .

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_m \cdot \gamma_{Rd}} \tag{1.21.a}$$

$$S_d = \gamma_f \cdot \gamma_{Sd} \cdot S_k \tag{1.21.b}$$

Lo scopo di questa tesi è la taratura di un γ_{Rd} per coprire le incertezze di modello sull'analisi ciclica a taglio di muri in cemento armato.

1.2 Tipologie di incertezze

I problemi ingegneristici, tra i quali anche l'affidabilità strutturale, sono risolti definendo un modello che idealizza matematicamente la realtà permettendone la risoluzione. Questo modello è affetto da incertezze ed è composto da sub-modelli fisici e probabilistici, che ne descrivono le componenti e che sono inevitabilmente imperfetti ed affetti anch'essi da incertezze che aumentano quelle del modello globale. Una parte importante della modellazione strutturale è la modellazione di queste incertezze.

Queste possono essere di diversa natura: se sono dovute a mancanza di conoscenze ma sono riducibili aggiungendo dati, accumulando esperienza, e facendo buone scelte nella modellazione, vengono definite epistemiche. Se non possono essere colmate, per mancanza di dati o per la natura stocastica della variabile, queste vengono dette aleatorie.

La tipologia dell'incertezza di una variabile non è definitiva. La distinzione a volte è chiara, mentre altre volte non è netta e fissa, ma dipende dal modellista che in base ai dati in suo possesso può scegliere di trattare una stessa variabile con incertezza aleatoria in un modello ed epistemica in un altro. Tale scelta è dettata quindi dal livello di conoscenza che si ha, ma anche dall'accuratezza della modellazione.

Possiamo distinguere tra tre fonti di incertezza: incertezze di tipo fisico, incertezze di modello, incertezze statistiche.

1.2.1. Incertezze fisiche

Le incertezze di tipo fisico sono quelle riguardanti le proprietà dei materiali, come ad esempio la misura della resistenza del calcestruzzo o la deformazione a snervamento dell'acciaio. Come detto prima le incertezze possono essere considerate sia epistemiche che aleatorie in base alla situazione.

Per definizione la resistenza di un materiale in una struttura ancora in fase di progetto è una grandezza aleatoria, perché anche se idealmente l'incertezza potrebbe essere ridotta conducendo un gran numero di prove sui materiali, questo in realtà sarebbe troppo oneroso economicamente, perciò le proprietà dei materiali sono in genere assunte aleatorie. Al contrario la resistenza di un materiale in una struttura esistente potrebbe essere considerata epistemica perché si dispone di dati durante la vita di quest'ultima che ne certificano la resistenza ad azioni di una certa entità, ma questo ci fornisce informazioni solamente sul comportamento globale e non sul singolo materiale, per il quale bisognerebbe effettuare numerosi test specifici, che riportano al problema precedente.

Un discorso simile può essere fatto per le variabili lato sollecitazione, anche se leggermente diverso. Data la grande variabilità dell'intensità di una qualsiasi azione l'incertezza delle variabili di base lato azioni sono generalmente classificate come aleatorie. Tuttavia, è importante notare il diverso trattamento delle incertezze in un edificio esistente contro un edificio in fase di progetto, e nei differenti metodi utilizzati per valutare le loro affidabilità. Per un edificio esistente, la valutazione dell'affidabilità è condizionata dalla storia nota della costruzione. Ad esempio, la consapevolezza che l'edificio è sopravvissuto ad un terremoto di intensità nota può essere utilizzata per troncare la coda inferiore della distribuzione della resistenza, perciò l'incertezza non è più completamente aleatoria ma epistemica.

1.2.2. Incertezze di modello

L'incertezza di modello è presente sia nei modelli statistici che in quelli meccanici.

Il comportamento delle strutture in cemento armato dipende dalla combinazione di diversi fenomeni, la previsione di tale comportamento è molto complessa e dipende dalle assunzioni che si fanno. I modelli possono essere incompleti ed imprecisi, per mancanza di conoscenze, o per una volontaria semplificazione nella modellazione. Per esempio, la resistenza R potrebbe essere funzione di due vettori di variabili x e y. Il modello utilizzato per determinare R potrebbe essere scritto solo in funzione di x per ignoranza (non si conosce la dipendenza di R da y), per mancanza di informazioni (non sono reperibili dati su y) oppure per semplificare la

modellazione trascurando y. In tutti i casi il modello che descrive R è incompleto e impreciso. L'incertezza di modello deve tenere conto di questi aspetti oltre che a inevitabili errori di calcolo, approssimazioni numeriche o troncamenti. Per esempio, nell'analisi FEM non lineare si utilizza l'integrazione numerica che impiega calcoli iterativi, i quali inevitabilmente coinvolgono tolleranze di convergenza ed errori di troncamento. Come definito nel *Probabilistic Model Code [25]* l'incertezza di modello è il rapporto tra il valore sperimentale ed il valore predetto con l'analisi ad elementi finiti.

$$\Theta_i = \frac{R_{exp}(x, y)}{R_{NLFEA,i}(x)}$$
(1.22)

 R_{exp} è il valore sperimentale ottenuto dai test, quindi funzione di tutte le variabili x e y, $R_{NLFEA,i}$ è il valore ottenuto dall'analisi non lineare a elementi finiti per uno specificato modello i-esimo. Modelli diversi ottengono risultati diversi e perciò hanno incertezze diverse. È importante definire un metodo di valutazione di queste incertezze e quanto incidano sulla valutazione dell'affidabilità.



Fig 1.5: General concept of the assessment of model uncertainties

I parametri che influenzano i risultati sono diversi per elementi strutturali diversi e modi di collasso diversi. I risultati dei test sono influenzati dai metodi di prova utilizzati, basati sull'esperienza generale e sull'accuratezza della calibrazione dei parametri. I risultati del modello invece dipendono molto dalla scelta di un particolare modello FEM piuttosto che un altro, con tutte le incertezze relative ai dati di input e tutte le possibili semplificazioni. Quindi la valutazione delle incertezze del modello per la calibrazione di un fattore di sicurezza parziale dovrebbe anche considerare le diverse ipotesi di modellizzazione che è possibile eseguire in una NLFEA a causa delle diverse ipotesi relative ai parametri che governano l'equilibrio, compatibilità cinematica e equazioni costitutive. In realtà, diverse scelte legate i parametri sopra riportati possono portare а risultati discordanti (cioè incertezza epistemica). Con questo obiettivo, in questa tesi sono stati comparati 17 test sperimentali conosciuti in letteratura riguardanti pareti in cemento armato soggette ad azioni cicliche in termini di resistenza strutturale globale, con i risultati numerici raggiunti mediante un'appropriata modellazione strutturale con elementi finiti bidimensionali (cioè configurazione di sollecitazione piana). Diversi modelli strutturali FEM sono definiti per ogni test sperimentale al fine di indagare l'influenza di alcuni parametri nelle incertezze di modello sui NLFEA 2D di questi elementi in cemento armato.

1.2.3. Incertezze statistiche

L'incertezza statistica è dovuta ad una limitata quantità di dati in nostro possesso, più informazioni vengono raccolte e più l'incertezza nella valutazione diminuisce. In sostanza, questo è un problema di aggiornamento delle informazioni, per cui le tecniche Bayesiane sono ideali.

1.3 Modellazione delle incertezze

Solo eccezionalmente si conoscono direttamente le caratteristiche della popolazione, di solito dobbiamo stimarle a partire dalle caratteristiche dei campioni che sono stati estratti dalla popolazione. Supponiamo che l'incertezza di una certa variabile debba essere quantificata. Ovviamente, l'informazione può essere generata raccogliendo tutti i dati registrati disponibili su quella variabile, e potrebbero esserci registrazioni di dati per gli ultimi 50, 75 o 100 anni, con decine o centinaia di campioni. Le informazioni statistiche necessarie possono essere estratte da questi campioni attraverso un processo di inferenza statistica.

1.3.1 Inferenza statistica

Una popolazione è un insieme che raccoglie tutte le osservazioni possibili relativamente ad una data variabile o ad un dato fenomeno, questa può essere finita (e comunque molto grande) oppure infinita.

Un campione invece è una raccolta finita di elementi estratti da una popolazione. Lo scopo è quello di ottenere informazioni sulla popolazione, pertanto il campione deve essere rappresentativo di modo che si possano generalizzare i risultati ottenuti per il campione a tutta la popolazione. Questa stima dei parametri della popolazione infinita a partire da un campione finito è chiamata inferenza statistica.

Le informazioni raccolte costituiscono lo spazio campionario. Le caratteristiche di casualità possono essere descritte graficamente sotto forma di un istogramma. Per una rappresentazione più generale della casualità, il diagramma di frequenza può essere approssimato da una nota funzione di densità di probabilità teorica, come la funzione di densità normale o log-normale. Tuttavia, questa approssimazione è un'ipotesi che deve essere convalidata, inoltre, per descrivere la funzione di densità di probabilità ti probabilità in modo univoco, è necessario stimare determinati parametri della distribuzione. La stima di questi parametri è di per sé un importante punto di riferimento per l'analisi dell'incertezza.



Fig 1.6: Key steps in statistical inference [24]

1.3.2 Massima verosimiglianza

Il principio di questo metodo è che i parametri della funzione di distribuzione sono stimati in base a come la probabilità (verosimiglianza) del campione delle osservazioni è massimizzata. Sia X la variabile casuale presa in considerazione con una funzione di densità di probabilità

 $f_X(x;\theta)$, in cui $\theta = (\theta_1; \theta_2; \dots \theta_k)$ sono i parametri della distribuzione da stimare.

Sia $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{\mathbf{x}}_1; \hat{\mathbf{x}}_2; ... \hat{\mathbf{x}}_n)$ il vettore delle osservazioni che compone il campione casuale da cui i parametri $\theta = (\theta_1; \theta_2; ... \theta_k)$ devono essere stimati, la verosimiglianza $L(\theta | \hat{\mathbf{x}})$ del campione osservato è definita come:

$$L(\theta|\hat{x}) = \prod_{i=1}^{n} f_X(\hat{x}_i|\theta)$$
(1.23)

Il punto di massima verosimiglianza per la stima dei parametri $\theta = (\theta_1; \theta_2; ..., \theta_k)$ può essere ottenuto risolvendo il problema di ottimizzazione:

$$\min_{\theta} (-L(\theta|\hat{x})) \tag{1.24}$$

Invece della funzione di probabilità è più utile usare la funzione di log-verosimiglianza

$$l(\theta|\hat{x}) = \sum_{i=1}^{n} \log(f_X(\hat{x}_i|\theta))$$
(1.25)

Una delle proprietà principali del metodo della massima verosimiglianza è che all'aumentare del numero di osservazioni con n sufficientemente grande la distribuzione dei parametri stimati converge con una distribuzione normale con media $\mu_{\theta} = (\theta_1^*; \theta_2^*; ..., \theta_n^*)$ uguale alle stime puntuali.

La matrice di covarianza $C_{\theta\theta}$ è ottenuta come l'inversa H, dove quest'ultima è la matrice di Fischer le cui componenti sono le derivate parziali del secondo ordine della funzione di log-verosimiglianza calcolate nel punto dove questa è massimizzata:

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 l(\theta | \hat{x})}{\partial \theta_i \, \partial \theta_j} \bigg|_{\theta = \theta^*}$$
(1.26)

1.3.3 Teorema di Bayes ed aggiornamento delle informazioni

Il teorema di Bayes lega la misura di probabilità condizionata di un evento, detta "a posteriori", alla misura di probabilità dello stesso evento, detta "a priori". Siano A e B due eventi, e sia B possibile, cioè richiediamo che $P(B) \neq 0$. La probabilità a posteriori di A condizionato a B può essere calcolata nel modo seguente:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$
(1.27)

La probabilità P(A|B) viene detta "a posteriori" poiché permette di calcolare la probabilità di A, sapendo che si è verificato (o si verificherà con certezza assoluta) B. La probabilità P(A) si dice invece "a priori" siccome non è condizionata da alcun altro evento o da alcuna conoscenza che potremmo avere sul suo verificarsi.

Questo teorema torna utile nell'aggiornamento delle informazioni riguardo una certa variabile o un dato fenomeno. Infatti, un gran numero di dati è importante per stimare con precisione i parametri di una distribuzione risultanti dall'inferenza statistica. È sempre preferibile stimare l'incertezza utilizzando un numero adeguato di osservazioni attendibili. Tuttavia, in molti problemi di ingegneria, ci sono pochissimi dati disponibili, a volte solo una o due osservazioni. In questo caso, il concetto di probabilità può ancora essere utilizzato combinando esperienza, giudizio e dati osservativi.

L'approccio bayesiano può essere utilizzato a questo scopo; nell'approccio statistico classico, si assume che i parametri siano costanti ma sconosciuti e le statistiche campionarie siano utilizzate come gli stimatori di questi parametri. Ciò richiede una quantità relativamente grande di dati. Nell'approccio bayesiano, i parametri sono considerati variabili casuali, si consente a un ingegnere di combinare sistematicamente il giudizio soggettivo basato sull'intuizione, l'esperienza o le informazioni indirette con i dati osservati per ottenere una stima equilibrata, e aggiornare la stima man mano che maggiori informazioni diventano disponibili.

La casualità in ciascuno dei parametri di carico e resistenza può essere quantificata utilizzando queste statistiche. Quindi, il rischio coinvolto nella progettazione può essere stimato per uno specifico criterio di prestazione. In quasi tutti i casi, indipendentemente dalla quantità di dati disponibili, il concetto di progettazione basato sul rischio può essere utilizzato con successo.

1.3.4 Test statistici

Si definisce test statistico lo strumento che consente di decidere circa o meno l'attendibilità di un'ipotesi. In particolare, il test è una procedura che sulla base di dati campionari e con un certo grado di probabilità, consente di decidere se è ragionevole respingere l'ipotesi H_0 (ed accettare implicitamente l'ipotesi alternativa H_1) oppure se non esistono elementi sufficienti per respingerla.

L'ipotesi statistica H_0 è l'assunzione che si vuole verificare, formulata in modo tale da poter essere negata dall'esperimento programmato. L'ipotesi alternativa deve essere accolta se si rifiuta l'ipotesi H_0 .

Nel processo di verifica delle ipotesi applichiamo dei metodi probabilistici e quindi possiamo trovarci a rifiutare l'ipotesi H₀ quando essa è vera. Si parla in questo caso di Errore del I tipo. Si definisce un livello di probabilità massima per l'errore di tipo I, indicato con α , che rappresenta la probabilità massima di commettere errori del I tipo. Per convenzione (assolutamente arbitraria) di solito α è fissato a 0.05 oppure 0.01. Di conseguenza il valore 1- α rappresenta il livello di significatività del test che sto eseguendo. Al diminuire di α diminuisce la probabilità di commettere errori del I tipo, ma aumenta quella di commettere errori del II tipo, cioè accettare l'ipotesi H₀ anche quando essa è falsa. Per evitare ciò la numerosità del campione deve essere molto elevata, più il campione è numeroso meno è probabile commettere errori del II tipo.

Per questa tesi i test statistici sono stati utilizzati per valutare la bontà dell'approssimazione delle distribuzioni osservate con una distribuzione log-normale.

Sono stati utilizzati il test del Chi quadro, il test di Andersen-Darling e di Jarque-Bera.

\circ Test di Pearson (o del Chi quadro χ^2)

Il test utilizzala variabile statistica χ^2 , che è una somma normalizzata delle deviazioni al quadrato tra valori osservati e teorici. Può essere espresso come:

$$\chi^{2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(a_{obs,i} - a_{th,i}\right)^{2}}{a_{th,i}}$$
(1.28)

dove:

- *n* è il numero di classi in cui il campione è stato diviso;
- *a*_{obs,i} sono i valori osservati;
- $a_{th,i}$ sono i valori attesi.

Il test confronta χ^2 con il valore critico, dalla distribuzione del chi quadrato, definita per un particolare grado di libertà e un livello di confidenza scelto. Il grado di libertà (DOF - Degree Of Freedom) è definito come:

$$DOF = n - s - 1 \tag{1.29}$$

dove *s* è il numero di parametri di distribuzione. Ad esempio, una distribuzione log-normale ha 2 parametri. Il livello di confidenza è definito dal p-value che ci fornisce una misura sul margine di superamento del test, tanto più questo è maggiore di α tanto più brillantemente è stato superato il test, viceversa se il p-value fosse minore di α fornisce una misura dell'errore.

• Test di Anderson-Darling

Questo test confronta la funzione di distribuzione cumulativa dei dati (F (X)), con quella teorica (P (X)). Il test è definito come segue:

$$A^{2} = n \int_{X} \frac{\left(P(X) - F(X)\right)^{2}}{P(X)(1 - P(X))} dP(X)$$
(1.30)

Questo parametro rappresenta l'area tra F(X) e P(X).

Il test confronta il valore di A^2 con un valore critico che dipende dal livello di significatività, ed è più restrittivo del test del Chi quadro.

Test di Jarque-Bera

Il test si basa sui valori di asimmetria campionaria e curtosi campionaria. In una distribuzione normale questi valori sono rispettivamente 0 e 3, più i valori campionari saranno vicini a questi più la statistica test sarà bassa e l'ipotesi nulla verrà accettata con più facilità.

Indice di asimmetria:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^3}{n \, s^3} \tag{1.31}$$

Indice di curtosi:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^4}{n \, s^4} \tag{1.32}$$

Statistica test:

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right]$$
(1.33)

Il valore JB viene confrontato con un valore critico JB* che è funzione della numerosità del campione. All'aumentare del numero di osservazioni (per n davvero grandi) questa statistica assume una distribuzione Chi-quadro con due gradi di libertà.

1.4. Safety format

Oggigiorno, per una modellazione realistica, l'uso di modelli non lineari è diffuso e inevitabile, al fine di risolvere il problema della capacità di carico delle strutture in cemento armato. L'analisi non lineare è il metodo più accurato di quelli proposti perché fa uso delle leggi costitutive realistiche dei materiali e si basa sui concetti di equilibrio e compatibilità delle deformazioni. Questi modelli devono essere appropriati per rappresentare il comportamento del materiale, la geometria e tutti gli altri parametri strutturali. Da questo punto di vista, per un'effettiva analisi strutturale, sono utilizzati i valori medi dei parametri del materiale.

Di conseguenza, l'obiettivo di un'analisi non lineare è determinare il comportamento strutturale effettivo, e calcolare la resistenza più probabile di una struttura, quindi il valore medio della resistenza. Tuttavia, come detto in precedenza, la simulazione numerica della struttura e del materiale è soggetta a incertezze, che non sono trascurabili perché lo scopo di questo tipo di analisi è rappresentare la struttura reale. Bisogna porre l'attenzione su questi problemi per garantire che tutti i risultati e le conclusioni raggiunti dall'analisi siano realistici. Il confronto tra prove sperimentali e analisi agli elementi finiti non lineari ha dimostrato che il comportamento strutturale effettivo può essere riprodotto solo se i valori medi delle proprietà dei materiali sono considerati nell'analisi strutturale. L'uso dei valori di progetto nell'analisi strutturale porta a una valutazione errata dell'effettiva capacità della struttura [9].

1.4.1 Safety formats per analisi non lineare nel fib Model Code 2010

Al fine di supportare una valutazione della sicurezza più razionale, il *fib* Model Code 2010 [11] riflette nuovi sviluppi nei safety formats basati su metodi probabilistici. Il Capitolo 4 "Principi di progettazione strutturale" introduce il safety format probabilistico come base generale e razionale per la valutazione della sicurezza. Oltre al fattore di sicurezza parziale, che rimane il principale formato di sicurezza per la maggior parte dei casi pratici, per l'analisi non lineare è consigliato un "formato di resistenza globale".

La condizione di progettazione utilizzata nei safety formats per l'analisi non lineare proposti nel Model Code 2010 è scritta nel dominio delle azioni:

$$F_d \le R_d \tag{1.34}$$

In qui F_d è il valore di progetto delle azioni e R_d è il valore di progetto della resistenza. Per la valutazione della resistenza possono essere usati tre diversi approcci:

- Metodo probabilistico
- Metodo della resistenza globale
- Metodo dei coefficienti parziali

• Metodo Probabilistico

Il valore di progetto R_d della resistenza effettiva viene derivato dalla distribuzione della resistenza R della struttura, che può essere rappresentato dal carico finale. In termini generali, il valore di progettazione R_d è espresso come

$$R_d = \frac{R^{-1} \left[\Phi(-\alpha_R \beta)\right]}{\gamma_{Rd}} \tag{1.35}$$

In cui:

- R è la resistenza prevista dal modello strutturale non lineare;
- α_R è il fattore di sensibilità alla resistenza;
- β è l'indice di affidabilità;
- γ_{Rd} è il fattore dell'incertezza di modello.

La distribuzione Log-normale a due parametri è quella normalmente usata per la modellazione della resistenza del calcestruzzo per cui la resistenza di progetto (1.35) può essere riscritta come:

$$R_d = \frac{\mu_R \exp(-\alpha_R \beta V_R)}{\gamma_{Rd}}$$
(1.36)

Dove μ_R e V_R sono la media e il coefficiente di variazione della distribuzione della resistenza predetta dal modello.

o Metodo della Resistenza Globale

Questo metodo propone di valutare R_d dividendo la resistenza $R(f_{rap})$ con il fattore di resistenza globale

 γ_{R} o il fattore di incertezza del modello γ_{Rd} . R_{rap} è la resistenza strutturale valutata da un'analisi non lineare in cui vengono scelti i valori rappresentativi per le resistenze di materiale (f_{rap}).

$$R_d = \frac{R(f_{rap})}{\gamma_R \gamma_{Rd}} \tag{1.37}$$

Nel fib Model Code 2010 [11] sono riportati due metodi per la determinazione di Rd:

- metodo del fattore di resistenza globale;
- metodo ECOV (Estimation of a Coefficient of Variation of resistance)

Nel primo il fattore di resistenza globale viene valutato come il rapporto tra il valore rappresentativo e il valore di progetto delle proprietà del materiale. Come valore medio per la tensione di snervamento dell'acciaio viene considerato 1.1 volte il valore caratteristico:

$$f_{ym} = 1.1 f_{yk} \tag{1.38}$$

Mentre le proprietà del calcestruzzo sono valutate come:

$$f_{cm} = 1.1 f_{ck} \frac{\gamma_s}{\gamma_c} \approx 0.85 f_{ck} \tag{1.39}$$

La resistenza media del calcestruzzo viene ridotta per tenere in considerazione la grande variabilità casuale delle sue proprietà.

I valori proposti per i fattori di sicurezza sono:

- γ_R=1.2;
- γ_{Rd}=1.06

Nel metodo ECOV il fattore di resistenza globale è stimato da :

$$\gamma_R = \exp(\alpha_R \beta V_R) \tag{1.40}$$

Questa relazione si basa sull'ipotesi che la distribuzione casuale della resistenza delle strutture in cemento armato R possa essere modellata da una distribuzione logaritmica a due parametri. Questa distribuzione può essere identificata da due parametri casuali: resistenza media R_m e coefficiente di variazione della resistenza V_R.

In primo luogo, è necessario stimare la resistenza media R_m e quella caratteristica R_k utilizzando due analisi non lineari, che possono essere calcolate utilizzando i corrispondenti valori dei parametri del materiale.

$$R_m = r(f_{ym}; f_{cm}; ...) \quad R_k = r(f_{yk}; f_{ck}; ...)$$
(1.41)

Il valore caratteristico può essere ottenuto con una buona approssimazione a partire dal valore medio

$$R_k = R_m \exp(-1.65V_R)$$
(1.42)

Da cui il coefficiente di variazione può essere calcolato invertendo l'espressione:

$$V_R = \frac{1}{1.65} \ln\left(\frac{R_m}{R_k}\right) \tag{1.43}$$

Infine, il fattore di resistenza globale può essere stimato come:

$$\gamma_R = \frac{R_m}{R_d} = \exp(\alpha_R \beta V_R) \tag{1.44}$$

I parametri α e β sono fissati rispettivamente a 0.8 e 3.8, mentre per quanto riguarda l'incertezza di modello γ_{Rd} è assunto pari a 1.06.

• Metodo dei coefficienti parziali

In questo metodo, l'analisi strutturale è eseguita usando parametri dei materiali estremamente bassi, cioè i valori di progetto. Pertanto, viene calcolata la resistenza di progetto R_d è calcolata nel seguente modo:

$$R_d = r (f_{cd}; f_{yd}; \dots)$$
(1.45)

Dove *r* è una funzione di analisi non lineare.

l metodo del fattore parziale può causare deviazioni nella risposta strutturale, ad esempio la modalità di guasto. Pertanto, questo metodo dovrebbe essere evitato. Tuttavia, può essere utilizzato per la stima della resistenza di sicurezza in assenza di una soluzione più raffinata.

1.4.2 Safety formats per analisi non lineare dopo il fib Model Code 2010

A seguito del Model Code 2010 altri due metodi sono stati formulati nel 2011 da Schulne et al. [13] e nel 2013 da Allaix et al. [9].

• Metodo di Schulune [13]

Questo può essere considerato un'evoluzione del metodo ECOV. Schlune et al. presentarono un'indagine riguardante le sezioni di travi sottoposte a una combinazione di momenti flettenti e forze di taglio. La resistenza di progetto R_d è derivata dal fattore di resistenza globale γ_R e la resistenza è calcolata utilizzando la tensione di snervamento medio dell'acciaio f_{ym} , la resistenza media a compressione del calcestruzzo f_{cm} , e i valori nominali delle dimensioni geometriche a_{nom} :

$$R_d = \frac{R(f_{ym}; f_{cm}; a_{nom})}{\gamma_R}$$
(1.46)

con:

$$\gamma_R = \frac{\exp(\alpha_R \beta V_R)}{\theta_m} \tag{1.47}$$

nella quale θ_m è il bias factor, definito come il rapporto tra la resistenza sperimentale e quella predetta dal modello, con un valore che varia da 0.7 e 1.2 a seconda del metodo di collasso. È importante notare la distinzione tra θ_m e il fattore di incertezza del modello γ_{Rd} , sebbene entrambi tengano conto delle incertezze del modello.

In primo luogo, corrispondono a diversi frattali della distribuzione corrispondente. Il bias factor è un valore medio, mentre il fattore di incertezza del modello è un valore di progetto. In secondo luogo, descrivono diversi tipi di incertezze. Il θ_m è direttamente correlato alla differenza tra i risultati sperimentali e quelli del modello. Il fattore di incertezza del modello tiene conto anche delle incertezze legate alla posizione dei ferri d'armatura negli elementi di cemento armato. Il coefficiente di variazione V_R è calcolato come:

$$V_R = \sqrt{V_g^2 + V_m^2 + V_f^2}$$
(1.48)

Con V_g , V_m e V_f coefficienti di variazione geometrici, di modello e di incertezza dei materiali. Valori per V_g e V_m sono stati proposti dagli autori, mentre quando i parametri dei materiali principali sono la resistenza a compressione del calcestruzzo e la tensione di snervamento dell'acciaio, il coefficiente di variazione V_f può essere calcolato tramite:

$$V_f = \frac{\sqrt{\left(\frac{R_m - R_{\Delta f_c}}{\Delta f_c}\right)^2 \cdot \sigma_{f_c}^2 + \left(\frac{R_m - R_{\Delta f_y}}{\Delta f_y}\right)^2 \cdot \sigma_{f_y}^2}}{R_m}$$
(1.49)

Nella quale:

- $\sigma_{fc} e \sigma_{fy}$ sono le deviazioni standard delle resistenze dei due materiali;
- $\Delta f_c \in \Delta f_y$ sono le variazioni finite delle resistenze dei materiali;
- $R_{\Delta fc}$ ed $R_{\Delta fy}$ sono i risultati dell'analisi non lineare usando i valori $(f_{cm}-\Delta f_c)$ ed $(f_{ym}-\Delta f_y)$ come resistenze di calcestruzzo ed acciaio.

Il miglioramento più importante in questo metodo rispetto al metodo ECOV è che le incertezze di modello possono essere prese in considerazione direttamente. Questa incertezza del modello è presa in considerazione sia al numeratore che al denominatore della (1.47), che definisce il fattore di resistenza globale γ_{R} .

• Metodo Safety Format Globale [9]

Questo metodo può essere usato in contesto di Eurocodici. Nella progettazione strutturale in base allo stato limite STR, il progettista deve verificare che la (1.34) sia soddisfatta. Pertanto, il safety format proposto si basa sul confronto tra gli effetti dell'azione e le resistenze corrispondenti, come nell'approccio della EN 1992-2 [27].

Per quanto riguarda le proprietà dei materiali, i valori medi delle resistenze dell'acciaio e del calcestruzzo dovrebbero essere utilizzati nell'analisi non lineare secondo i suggerimenti del CEB [28].

È necessario un commento sul global safety format (o fattore di resistenza globale). Il fattore di sicurezza globale utilizzato nella EN 1992-2 è definito come il rapporto tra i valori rappresentativi e i valori di progetto delle proprietà del materiale. Sarebbe più appropriato derivare questo fattore dalla resistenza a livello di sezione trasversale o dalla capacità di carico della struttura. Seguendo questa strada il fattore di resistenza globale γ_R è stato calcolato tenendo in considerazione l'effetto delle incertezze dei parametri strutturali sulla risposta globale e possibilmente le incertezze correlate al modello di resistenza.

Il safety format proposto da Allaix et al. [9] si basa sui valori medi delle resistenze dei materiali e verificando l'affidabilità nel dominio delle azioni interne. Per essere facilmente applicabile, il safety format si basa sul metodo di resistenza globale. La resistenza di progettazione R_d viene valutata come:
$$R_d = \frac{R\left(\frac{q_{um}}{\gamma_R}\right)}{\gamma_{Rd}} \tag{1.50}$$

Nel quale q_{um} è il carico ultimo dell'analisi non lineare eseguita con i valori medi di resistenza dei materiali. Il fattore di resistenza globale γ_R è definito come rapporto tra il valore medio ed il valore di progetto della distribuzione del carico ultimo:

$$\gamma_R = \frac{\mu_{qu}}{q_{ud}} \tag{1.51}$$

 μ_{qu} può essere approssimata con il carico ultimo q_{um} derivato dall'analisi usando i valori medi delle resistenze dei materiali, mentre q_{ud} può essere approssimata come:

$$q_{ud} = \mu_{qu} \exp(-\alpha_R \beta V_{qu}) \tag{1.52}$$

Considerando che la distribuzione della resistenza degli elementi in cemento armato può essere descritta da una log-Normale a due parametri. In questo modo la (1.51) può essere riscritta sostituendo la formulazione di q_{ud}:

$$\gamma_R = \exp(\alpha_R \beta V_R) \approx \exp(3.04 V_R) \tag{1.53}$$

Il coefficiente di variazione della resistenza strutturale V_R è stimato da una simulazione probabilistica utilizzando il metodo Monte Carlo. Questo metodo consiste in un'analisi non lineare fino a collasso, utilizzando un modello ad elementi finiti, per ciascun campione di variabili casuali; e porta ad ottenere una distribuzione della resistenza strutturale *R* da cui è possibile stimare la V_R .

L'incertezza di modello γ_{Rd} tiene conto delle differenze tra il comportamento reale della struttura e il comportamento del modello numerico della struttura. In questo modo, γ_{Rd} può essere valutato mediante un confronto tra test sperimentali e analisi numerica, ma anche attraverso considerazioni probabilistiche. Se viene data la distribuzione dell'incertezza del modello di resistenza θ_R , γ_{Rd} può essere valutato come:

$$\gamma_{Rd} = \frac{1}{\exp(-\tilde{\alpha}_R \beta V_{\theta R})} \tag{1.54}$$

dove $\tilde{\alpha}_R = 0.4 \alpha_R = 0.32$ è il fattore di sensibilità per la resistenza incertezza del modello e V_{θ R} è il coefficiente di variazione dell'incertezza del modello di resistenza θ_R .

In accordo con l'EN 1990 [26], la valutazione di sicurezza è riscritta come:

$$E_d \le \frac{R\left(\frac{q_{um}}{\gamma_R}\right)}{\gamma_{Rd}} \tag{1.55.a}$$

oppure:

$$E_d \le R\left(\frac{q_{um}}{\gamma'_R}\right) \tag{1.55.b}$$

L'andamento delle azioni interne consente al progettista di comprendere il comportamento strutturale, inclusa la ridistribuzione delle azioni interne.

Il fattore di resistenza globale γ_R ' può essere stimato dalla distribuzione del carico finale effettivo q_u':

$$q'_u = \theta_R q_u \tag{1.56}$$

Il COV V_{qu}' della distribuzione del q_u' può essere stimato per mezzo di una serie di simulazioni con metodo Monte Carlo, che esplicitamente includono l'incertezza di modello della resistenza. Ipotizzando che θ_R e qu siano variabili casuali indipendenti tra loro il coefficiente di variazione V_{qu}' può essere approssimato a:

$$V_{qu}' \approx \sqrt{V_{\theta R}^2 + V_{qu}^2} \tag{1.57}$$

Il fattore di resistenza globale γ_R ' può essere riscritto come:

$$\gamma'_{R} = \exp(\alpha_{R}\beta V_{qu'}) = \exp(\alpha_{R}\beta \sqrt{V_{\theta R}^{2} + V_{qu}^{2}})$$
(1.58.a)

oppure:

$$\gamma_R' = \gamma_{Rd} \cdot \gamma_R \tag{1.58.b}$$

Che sostituendo la (1.53) e la (1.54) può essere espressa in funzione dei soli coefficienti di variazione $V_{qu} e V_{\theta R}$

$$\gamma'_{R} = \exp(\alpha_{R}\beta V_{qu}) \cdot \exp(\tilde{\alpha}_{R}\beta V_{\theta R})$$
(1.58.c)

La (1.58.a) deriva dalla distribuzione del carico finale effettivo q_u' . Quindi, le incertezze relative all'incertezza del modello di resistenza θ_R e al carico finale q_u sono prese in considerazione in base alla (1.57). Nella (1.58.c) viene utilizzato un approccio semplificato, che separa gli effetti dell'incertezza di modello della resistenza e il carico finale sul fattore di resistenza globale. Data la caratterizzazione probabilistica dell'incertezza di modello della resistenza, il contributo di γ_{Rd} a γ_R' è lo stesso indipendentemente dall'incertezza relativa al carico finale. Il vantaggio di

questo approccio è che è semplice valutare i fattori di resistenza globali per una classe di strutture, ad esempio secondo l'approccio semplificato di livello II.

L'incertezza di modello nella distribuzione del carico finale q_u ' (1.56) è correlata alla stima del carico finale per mezzo di un'analisi non lineare. È stato osservato che la differenza tra i risultati dei modelli FEM e test sperimentali dipende in gran parte dal tipo di problema strutturale e dall'approccio di modellizzazione scelto.

2. RACCOLTA DATI SPERIMENTALI

In questa sezione sono riassunti i dati ed i risultati sperimentali riguardanti muri in cemento armato soggetti ad azioni cicliche investigati da diversi autori [1]-[5], nello specifico sono stati utilizzati per questo lavoro 17 muri da 5 studi differenti.

N°	Specimen	Authors
1	SW4	
2	SW6	Pilakoutas and Elnashai
3	SW8	
4	SW31	
5	SW32	Lefas and Kotsovs
6	SW33	
7	SW7	
8	SW8	Zhang and Wang
9	SW9	
10	B6	
11	B7	
12	B8	Oesterie et al.
13	F2	
14	WSH2	
15	WSH3	Dazie et el
16	WSH4	Dazio et al.
17	WSH6	

 Tabella 2.1 : Experimental tests

2.1 Pilakoutas and Elnashai [1]

Gli esperimenti condotti da questi autori fanno riferimento a sei muri in cemento armato di dimensioni identiche tra loro (1200x600x60 mm). Essi sono vincolati inferiormente da una trave solidale con il piano di appoggio di sezione 200x250 mm, mentre superiormente è presente una seconda trave rigida, di sezione 200x150 mm, alla quale è applicato il controllo di spostamento.

I muri sono stati progettati a coppie in modo da avere la stessa percentuale di armatura a flessione e differendo per la percentuale di armatura a taglio. Per questo lavoro sono stati presi in considerazione solo 3 dei muri: SW4, SW6, SW8. I primi due differiscono tra loro solo per l'armatura a taglio, mentre il terzo ha una quantità di staffe uguale al secondo, ma maggior percentuale di armatura a flessione. Tutti i muri sono soggetti alla stessa storia di carico. La prova è stata condotta in controllo di spostamento da 2 mm fino a rottura eseguendo due cicli completi con 2mm di incremento.

Di seguito si riportano i dati sul calcestruzzo e sulle armature ed i risultati sperimentali per i 3 muri.

Tabella 2.2 : Concrete characteristics							
Snooimon	Cylinder strength	Peak strain ει x 10 ⁻³					
specimen	f'c [MPa]						
SW4	36.9	2.093					
SW6	38.6	2.141					
SW8	45.8	1.960					

Tabella 2.3 : Reinforcement details

Specimen	Flexural boundary reinforcement A _{sh} [%]	Flexural web reinforcement A _{sh} [%]	Shear reinforcement A _{sv} [%]	Boundary element [mm]	Boundary element reinforcement [%]	
SW4	2.83	0.31	0.39	110	0.78	
SW6	2.83	0.31	0.31	110	0.17	
SW8	2.93	0.31	0.31	110	0.41	



Reinforcement stress-strain characteristics

Fig 2.1: Reinforcement stress-strain characteristics



Fig 2.2: Load steps history imposed on the top beam



Tabella 2.4 : Experimental data

2.2 Lefas and Kotsovos [2]

Lo studio è stato condotto su quattro muri identici (SW30, SW31,SW32,SW33) sia nella geometria sia come quantità disposizione di armatura.

Il muro è 1300x650x65mm, è vincolato inferiormente da una trave di sezione 200x300 la quale simula una fondazione rigida ed è a sua volta solidale con il piano di appoggio. Superiormente è presente una trave rigida più bassa di quella inferiore che serve a trasmettere in modo uniforme lo spostamento imposto alla sommità del muro.

Il muro è armato con barre di rinforzo di diametro 8mm verticalmente, mentre orizzontalmente sono state utilizzate staffe da 6.25mm su tutta la larghezza del muro e 4mm per le staffe aggiuntive ai lati.

Le barre verticali hanno passo 100mm nella zona centrale, mentre questo viene ridotto a 70mm nelle zone più esterne. Le staffe orizzontali presentano una spaziatura di 260



Fig 2.3: Geometry and reinforcement details [2]

Tabella 2.5 : Reinforcement characteristics							
ф [mm]	f _{sy} [MPa]	f _{su} [MPa]					
8	470	565					
6.25	520	610					
4	420	490					

mm su tutta la larghezza del muro, ed un passo dimezzato nelle zone laterali più confinate.

Le prove sono a spostamento imposto, SW30 segue una prova monotona fino a rottura, e serve come riferimento per le altre. Gli altri tre seguono prove diverse ma della stessa tipologia, vale a dire quattro o cinque cicli con spostamenti di qualche millimetro e poi un incremento di spostamento monotono fino a rottura. Questi muri poi sono stati riparati e portati nuovamente a rottura, ma per questo lavoro ci si è focalizzati solamente sui tre muri SW31, SW32, SW33.



Tabella 2.6 : Experimental data

2.3 Zhang and Wang [3]

Questo studio investiga sul meccanismo di collasso e la duttilità di quattro muri in cemento armato soggetti ad azione ciclica ed a un forte carico assiale. Quest'ultimo è espresso come rapporto con il carico massimo uniassiale sopportabile dalla sezione di calcestruzzo.

$$\lambda_N = \frac{N}{f_c A_g} \tag{2.1}$$

dove f_c è espressa in MPa ed è la resistenza a compressione del calcestruzzo a 28 giorni riferita a un provino prismatico di dimensioni150x150x450mm, mentre A_g è l'area della sezione trasversale del muro espressa in mm². I muri hanno tutti la geometria, e si distinguono per le barre utilizzate per armarli, hanno un'altezza di 175 cm e una sezione di 70x10 cm. In sommità è presente un canale di acciaio per distribuire in maniera uniforme il carico assiale che è trasmesso con due pistoni posti a 15 cm dai bordi laterali. Il carico si considera uniformemente distribuito ad una distanza di 25 cm, perciò lo spostamento imposto per l'azione ciclica laterale è applicato ad una quota di 150 cm dalla base del muro, che è incastrata ad una trave di sezione 40x50 cm. I muri SW7 e SW8 presentano le stesse armature tranne che barre verticali di rinforzo nelle porzioni laterali del muro che consistono rispettivamente in 4\u00f614 e 4\u00f612 su ogni lato del muro.

Il muro SW9 è maggiormente armato, e presenta 4 barre verticali ϕ 20 su ogni zona laterale confinata del muro, e più staffe orizzontali rispetto ai precedenti. SRCW12 ha una staffatura orizzontale analoga al SW9 ma presenta 2ϕ 12 e un profilato a C in acciaio di sezione 751 mm2 come armatura a flessione per le zone laterali del muro.

Per questo lavoro sono stati presi in considerazione solo tre muri (SW7, SW8, SW9) i quali presentano un rapporto λ_N di 0.24 per il primo ed il terzo, mentre il secondo è sottoposto ad un carico assiale maggiore con un λ_N di 0.35. Tutti e tre sono soggetti a storie di carico comparabili: in una prima fase è applicato il carico assiale in maniera incrementale, poi si procede con l'applicazione del carico orizzontale che consiste in 10 cicli completi fino allo snervamento dell'armatura a flessione. Dopo questi si procede con un incremento di spostamento pari alla metà di quello registrato per lo snervamento.

Specimen	SW7	SW8	SW9
f _{cu} [MPa]	36.8	40.2	43.1
f _c [MPa]	29.7	32	35.4
λ_{N}	0.24	0.35	0.24
fys [MPa]	405 (φ 14)	432 (ф12)	375 (ф20)
Eys	0.00194	0.00201	0.00182
ρs	0.0088	0.0065	0.018
fyv [MPa]	305 (\$8)	305 (\$8)	305 (\$8)
ε _{yv}	0.00154	0.00154	0.00154
ρ _{sv}	0.0067	0.0067	0.0067
fyh [MPa]	305 (\$8)	305 (\$8)	305 (\$ 8) 366 (\$ 6)
ε _{yh}	0.00154	0.00154	0.00154 0.00171
ρ _{sh}	0.0101	0.0101	0.0101





Fig 2.4: Geometry and reinforcement details for the specimen: SW7, SW8; SW9 [3]



Tabella 2.8 : Experimental data

2.4 Oesterle et al. [4]

Questo articolo indaga sul comportamento di mensole antisismiche soggette ad azioni cicliche orizzontali nel piano. Lo studio comprende sedici muri, i primi nove già indagati in uno studio precedente e sette nuovi. Questi differiscono per forma della sezione trasversale e disposizione delle armature. Lo scopo è quello trovare un criterio di progettazione per questi elementi, andando a indagare su duttilità, resistenza e capacità di dissipare energia. Per questa tesi abbiamo preso in considerazione quattro dei sedici muri. B6, B7, B8 hanno tutti la stessa forma "a manubrio" (forma rettangolare con elementi laterali quadrati), e la stessa quantità di armatura verticale, mentre differiscono per quantità di armatura a taglio e carico assiale. Il quarto muro preso in considerazione è denominato F2 e differisce dagli altri tre per la forma che in questo caso presenta due flange laterali assumendo una forma a I.



Fig 2.5: Geometry of the specimens

Specimen	fc [MPa]	E _c [MPa]	Axial load [MPa]
B6	21.82	23098	2.93
B7	49.33	29717	3.76
B8	41.95	26890	3.76
F2	45.57	28959	3.31

Tabella 2.9 : Concrete features

Specimen	ρ _f [-]	ρ _h [-]	ρ _n [-]	ρ _s [-]
B6	3.67	0.63	0.29	0.81
B7	3.67	0.63	0.29	1.35
B8	3.67	1.38	0.29	1.35
F2	4.35	0.63	0.31	1.43

Tabella 2.10 : reinforcement details



Fig 2.6: Reinforcement stress-strain characteristics

Il carico verticale è stato applicato in modo tale che la forza assiale risultante rimanesse verticale durante tutto il ciclo di carico orizzontale. Quest'ultimo è applicato in testa alla mensola imponendo lo spostamento alla piastra in sommità e prevede una serie di incrementi crescenti (IR loading), ognuno dei quali consiste in tre cicli completi. Sono stati applicati tre incrementi fino al primo snervamento, dopodiché il carico è stato controllato imponendo uno spostamento aggiuntivo di 25 mm a ogni incremento.



Tabella 2.11 : Experimental data

2.5 Dazio et al. [5]

Gli esperimenti condotti fanno riferimento a sei muri in cemento armato, soggetti ad azione ciclica quasi-statica, e studiano gli effetti di differenti disposizioni di armature verticali, e la duttilità, in provini di grandi dimensioni. Questi hanno geometria identica tra loro (4030x2000x150) e sono vincolati alla base da una trave solidale al piano di appoggio di sezione 600x700 e sporgente 400 mm dai due lati del muro, mentre superiormente è presente una trave larga 400 mm e alta 920, con una rastremazione nei 220 mm inferiori per raccordarsi con lo spessore del muro. Su questa trave superiore sono applicati il carico assiale, attraverso dei cavi da precompressione estremi, e ad una distanza di 390 mm dal bordo superiore è applicata la storia di carico ciclica tramite due attuatori idraulici con capacità di 500 kN e spostamento massimo di 100 mm. In definitiva l'azione orizzontale è applicata a 4560 mm dalla base del muro con un rapporto h/b di 2,28.



Fig 2.7: Geometry specimens [5]

I muri sono geometricamente identici e sono tutti armati con \$\overline{6}\$ con passo 15 cm orizzontalmente lungo tutta la larghezza del muro. Essi differiscono tra loro per la percentuale di armatura a flessione (verticale) e per la percentuale di armatura a taglio nelle zone più confinate ai lati del muro, oltre che per il valore del carico assiale applicato.

Per questo lavoro sono stati presi in considerazione solo 3 dei muri: WSH2, WSH3, WSH6.

Il primo è armato a flessione con $6\phi10$ nelle zone laterali, spaziati di 75 mm, e $24\phi6$ nella parte centrale con interasse di 125 mm (in maniera simmetrica partendo dall'esterno verso il centro). L'armatura a taglio del muro è composta da $\phi 6/150$ mm su tutta la larghezza, come detto precedentemente, e staffe chiuse composte da $\phi 6/75$ mm che racchiudono i $\phi 10$ laterali e uno spillo di diametro 4.2mm che lega i due $\phi 10$ centrali.

Il secondo è armato verticalmente con $6\phi12$ ai lati con spaziatura di 100 mm, $22\phi8$ nella parte centrale spaziati come prima di 125 mm, e un'armatura a taglio identica al WSH2.



WSH2

Fig 2.8: Section and reinforcement detail of specimens WSH2, WSH3 [5]

Anche il WSH4 è armato a flessione con $6\phi12$ per lato e $22\phi8$ nella parte centrale. Le differenze dal provino precedente si hanno per l'armatura a taglio che è costituita da $\phi6/150$ mm, su tutta la larghezza del muro ma senza pieghi, e da altri $\phi6/150$ mm come staffe aperte aggiuntive degli elementi laterali.

Il WSH6 invece presenta identica armatura a flessione del precedente (6 ϕ 12 per lato e 22 ϕ 8), ma un'armatura a taglio molto maggiore nelle zone laterali. Sono presenti staffe chiuse di ϕ 6/50mm intorno ai due ϕ 12 più esterni e ai ϕ 8 più laterali, ed un'altra staffa chiusa di diametro 4.2 e passo sempre 50mm che racchiude i quattro ϕ 12 più interni.



Fig 2.9: Section and reinforcement detail of specimen WSH4, WSH6 [5]

	steel			concrete			Axial load
specimen	ф	f_{sy}	fsu	ρ_c	f'_c	Ec	Ν
	[mm]	[MPa]	[MPa]	[kg/m ³]	[MPa]	[MPa]	[kN]
	10	583.1	747.4				
WSH2	6	484.9	534.5	2421	40.5	37100	691
	4.2	526.0	583.2				
	12	601.0	725.5	2201		35200	
Wells	8	569.2	700.2		39.2		686
w 5H3	6	489.0	552.2	2381			
	4.2	562.2	615.0				
WOLLA	12	576.0	674.9	2270	10.0	29500	(05
WSH4	8	583.7	714.4	23/8	40.9	38500	695
WOLK	6	518.9	558.7	2202	15 (2(000	1476
WSH6	4.2	562.2	615.0	2383	45.6	45.6 36900	14/6

 Tabella 2.12 : Materials features and axial load

Tutti i provini sono soggetti alla medesima storia di carico che corrisponde al protocollo standard di Park. Il primo step è l'applicazione del carico assiale che resta costante per tutta la durata del test. Successivamente l'azione ciclica orizzontale viene applicata in testa eseguendo due cicli completi per ogni valore di spostamento, i primi due cicli sono a controllo di carico mentre tutti i successivi sono a controllo di spostamento. Nei primi due cicli il muro è caricato a 3/4 della forza nominale di snervamento Fy ottenuta dall'analisi momento-curvatura della sezione. Lo spostamento nominale Δy è stato determinato moltiplicando per 4/3 dello spostamento massimo medio raggiunto nei primi due cicli. Partendo da questo valore i cicli successivi raggiungono uno spostamento incrementale di Δy .



3. MODELLAZIONE STRUTTURALE

3.1 Materiali

3.1.1 Calcestruzzo

• Comportamento a compressione

Per avere una risposta più veritiera è necessario tenere in considerazione il confinamento del calcestruzzo.

Nello studio del confinamento intervengono diversi parametri, quali la resistenza dell'armatura di rinforzo longitudinale e trasversale, la spaziatura, la dimensione e la quantità. Inoltre influenzano i risultati, la resistenza del calcestruzzo a compressione e la forma della sezione.

La presenza di barre di armatura longitudinali e trasversali modificano il comportamento del calcestruzzo confinato conferendogli maggiore resistenza e capacità deformative; l'effetto si genera in quanto in presenza di sforzi di compressione il nucleo di calcestruzzo tende ad espandersi lateralmente ma viene contrastato dalle staffe, le quali esercitano un confinamento. Nelle sezioni rettangolari lo sforzo è concentrato in corrispondenza delle staffe per poi diminuire allontanandosi da esse. Il modello di Saatcioglu e Razvi [15] del 1992 propone una pressione equivalente uniforme.



Fig 3.1: Side confinement pressure: a) square section; b) equivalent uniform pressure

La resistenza del calcestruzzo confinato è pari alla resistenza di quello non confinato maggiorata di una quantità funzione della pressione di confinamento laterale equivalente.

$$f_{cc}' = f_c' + k_1 f_{le} (3.1)$$

$$k_1 = 6.7 f_{le}^{-0.17} \tag{3.2}$$

La pressione equivalente media f_{le} è valutata tenendo conto del rapporto tra la forza di trazione nelle staffe agente nella sezione considerata (si considera il numero di staffe pari a q) e l'area della sezione stessa (prodotto tra l'interasse *s* delle staffe e la distanza b_c tra i due centri dell'armatura trasversale). Ad essa viene applicato il coefficiente riduttivo k_2 funzione della spaziatura dell'armatura trasversale (s) e longitudinale (s₁) stabilendo dunque l'efficienza della disposizione delle staffe.

$$f_{le} = k_2 f_l \tag{3.3}$$

$$f_l = \frac{\sum_{i=1}^q A_s f_s \sin\alpha}{s b_c} \tag{3.4}$$

$$k_2 = 0.26 \sqrt{\frac{b_c}{s} \frac{b_c}{s_1} \frac{1}{f_l}} \le 1$$
(3.5)

Tali relazioni sono valide nel caso di sezione quadrata, nel caso più generale di sezione rettangolare la pressione laterale equivalente è definita dall' eqz. (3.6):

$$f_{le} = \frac{f_{le,x} \ b_{cx} + f_{le,y} b_{cy}}{b_{cx} + b_{cy}}$$
(3.6)

 $con f_{le,x}$ e $f_{le,y}$ che vengono definiti nelle rispettive direzioni con le formulazioni precedenti (3.3 - 3.4) e b_{cx} e b_{cy} che sono le distanze tra i centri delle barre trasversali nelle due direzioni



Fig 3.2: Lateral confinement pressure for the rectangular section

Oltre all'incremento di resistenza si ha una maggiore duttilità e un nuovo legame costitutivo del calcestruzzo come mostrato in Figura 3.3



Fig 3.3: Razvi-Saatcioglu model [15]

Il legame sforzo-deformazione presenta un ramo ascendente non lineare e un tratto discendente lineare con una pendenza inferiore a quella del calcestruzzo non confinato, infine resistenza residua uguale al 20% della resistenza del calcestruzzo confinato.

$$f(\varepsilon) = f_{cc}' \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{1+2K}} \qquad 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_1 \qquad (3.7)$$

$$f(\varepsilon) = \max \begin{pmatrix} f_{cc}' \left(1 - 0.15 \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_{85} - \varepsilon_1} \right) \\ 0.2 f_{cc}' \end{pmatrix} \qquad \varepsilon_1 \le \varepsilon \le \varepsilon_{20} \qquad (3.8)$$

I parametri deformativi si calcolano secondo le seguenti equazioni:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{01} \left(1 + 5K \right) \tag{3.9}$$

$$K = \frac{k_1 f_{le}}{f_c'}$$
(3.10)

$$\varepsilon_{85} = \varepsilon_{085} + 260 \,\rho_c \,\varepsilon_1 \tag{3.11}$$

$$\rho_c = \frac{\sum_{i=1}^n (A_{sx})_i + \sum_{j=1}^m (A_{sy})_j}{s(b_{cx} + b_{cy})}$$
(3.12)

dove ε_1 ed ε_{01} rappresentano le deformazioni di picco rispettivamente del calcestruzzo confinato e non confinato, e analogamente ε_{85} ed ε_{085} si riferiscono alla deformazione post-picco per la quale si ha l'85% della resistenza di picco e permettono di calcolare a pendenza del ramo postpicco. ρ_c e K sono due rapporti, il primo funzione della quantità di armatura nelle due direzioni, il secondo funzione dell'incremento di resistenza derivato dalle staffe e la resistenza del calcestruzzo non confinato.

Gli altri parametri riguardanti il calcestruzzo non confinato sono stati ottenuti dalle formulazioni fornite dall'Eurocodice 2 [27] qui sotto riportate:

$$E_{cm} = 22 \left(\frac{f_c'}{10}\right)^{0.3}$$
(3.13)

$$\varepsilon_{01} = 0.7 f_c^{\prime 0.31} < 2.8 \tag{3.14}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{085} = 3.5 & f'_c \le 58 MPa \\ \varepsilon_{085} = 2.8 + 27 \left(\frac{98 - f'_c}{100}\right)^4 & f'_c > 58 MPa \end{cases}$$
(3.15)

• Comportamento a trazione

La curva sforzo-deformazione lato trazione è stata assunta bilineare con resistenza massima a trazione calcolata come riportato sull'Eurocodice 2 [27]:

$$\begin{cases} f_{ctm} = 0.3(f_c' - 8[MPa])^{\frac{2}{3}} & f_c' \le 58 MPa \\ f_{ctm} = 2.12 \ln\left(1 + \frac{f_c'}{10}\right) & f_c' > 58 MPa \end{cases}$$
(3.16)

La deformazione ultima è stata scelta in modo da definire tre comportamenti diversi del materiale in trazione; rispettivamente fragile, perfettamente plastica e con Linear Tension Softening (LTS) calibrato sulla miglior risposta rispetto allo sperimentale.





• Comportamento a taglio

In questo lavoro il comportamento a taglio è stato definito utilizzando uno shear retention factor (β) costante, variando il suo valore tra 0.1 e 0.3 (come suggerito in letteratura [16]-[21]) e cercando di riprodurre al meglio la prova sperimentale sia in termini di forza sia, per quanto possibile, in termini di energia e spostamento.

Per ogni prova sperimentale e per ogni comportamento in trazione del calcestruzzo si sono eseguite NLFEA per valori di β uguali a 0.1, 0.3, e per i valori intermedi che consentivano una migliore risposta del modello, per un totale di almeno 18 analisi per ogni prova sperimentale.

Software	Tension behaviour	β
		0.1
	BRITTLE	0.3
		calibrated
		0.1
ATENA	PLASTIC	0.3
		calibrated
		0.1
	LTS	0.3
		calibrated
		0.1
	BRITTLE	0.3
		calibrated
		0.1
DIANA	PLASTIC	0.3
		calibrated
		0.1
	LTS	0.3
		calibrated

 Tabella 3.1 Concrete tension behaviour

3.1.2 Acciaio

Il comportamento dell'acciaio è considerato lo stesso sia in compressione che in trazione, con legge bilineare incrudente. I valori di resistenza, modulo elastico e deformazione utilizzati sono quelli delle prove sperimentali [1]-[5]. Dove non specificato invece si è utilizzato un modulo elastico di 200000 MPa fino alla f_y (definito dalle prove sperimentali) e un ramo incrudente con pendenza 5% fino a rottura f_u .



Fig 3.5: Steel costitutive law

3.2 Software

Al nostro scopo ci siamo serviti di due software per l'analisi non lineare ATENA 2D e DIANA 10.2, cercando di mantenere il più possibile la concordanza tra i modelli sui due software. I suddetti software verranno anonimamente indicati come Software B e Software C al fine di non pubblicizzare i due differenti produttori.

3.2.1 ATENA 2D

Il software permette di definire la geometria attraverso punti e linee. A partire da questi è stato possibile creare dei macro elementi andando a selezionare le linee che li delimitano. Nella definizione del macro elemento è possibile scegliere la dimensione massima della mesh (5 cm), il tipo di elemento, il tipo di materiale ed e lo spessore del macro elemento. La mesh poi viene generata in automatico dal software, l'utente può disporre dei punti e delle linee suddividendo ulteriormente il macro elemento allo scopo di migliorarne la qualità.

Nei casi in esame sono stati utilizzati degli elementi *CCIsoQuad,* che sono degli elementi isoparametrici a 4 nodi con integrazione su 2x2 punti di Gauss e interpolazione bilineare. Questo elemento può anche essere modificato in un biquadratico a 9 nodi, ma ai nostri fini non è necessario.



Fig 3.6: CCIsoQuad element and his shape functions [22]

Per il materiale calcestruzzo sono stati definiti un modello elastico-lineare per le travi superiore ed inferiore, ed un tipo di calcestruzzo *CCSbetaMaterial* la cui legge costitutiva è riportata di seguito:



Fig 3.7: CCSbetaMaterial costitutive law [22]

Il comportamento in compressione è non lineare fino alla tensione di picco e lineare nel ramo discendente in accordo con la formulazione di Razvi-Saatcioglu [15]. Sono stati definiti diversi tipi di materiale andando a modificare la resistenza e la deformazione di picco, e la pendenza del ramo post-picco a seconda del grado di confinamento del calcestruzzo. Il software consente di tenere in conto la riduzione di resistenza dovuta alla fessurazione e permette di fissare un valore minimo limite espresso come percentuale della resistenza di picco. In base a quanto suggerito dalla letteratura [22] si è fissato questo parametro c pari a 0.45 per il calcestruzzo non confinato e 0.80 per quelli confinati.



Fig 3.8: Resistance reduction law due to lateral cracking [22]

$$f_c'^{ef} = [c + (1 - c)e^{-(128\varepsilon_u)^2}] \cdot f_c' \ge cf_c'$$
(3.17)

Il comportamento in trazione è stato scelto bilineare andando a modificare la deformazione ultima (parametro c_3 in ATENA) per definire i 3 comportamenti ipotizzati (Brittle, LTS, Plastic).



Fig 3.9: Concrete tensile behaviour: linear softening function of the ultimate strain

Per il comportamento a taglio si è utilizzato uno shear retention factor costante con valore compreso tra 0.1 e 0.3 come detto prima.

Il modello fessurativo usato è con fessure diffuse e orientazione di queste ultime fissata.

Le barre di rinforzo sono state definite in maniera discreta assegnando a ogni barra la propria sezione ed il tipo di acciaio usato.

I vincoli ed i carichi sono definiti allo stesso modo, perciò i nodi alla base sono soggetti a spostamenti imposti nulli in direzione x e y, mentre in sommità viene imposta una traslazione in x dove viene applicato il carico.

La storia di carico ciclica è suddivisa in load step di ampiezza e numero definiti sulla base dello sperimentale, e in modo da consentire la convergenza del processo iterativo. L'analisi è non lineare ed utilizza il metodo di integrazione di Newton-Raphson con criterio di convergenza basato sugli spostamenti e un numero massimo di 40 iterazioni.

3.2.2 DIANA 10.2

Il software permette di definire la geometria e la disposizione delle armature (sia discreta che diffusa), utilizzando elementi piani e lineari, inserendo come input le coordinate dei vertici. In questo modo si può suddividere la struttura in macro-elementi che presentano diversa sezione e/o diversa resistenza.

Per gli elementi bidimensionali si sono definiti gli spessori delle travi superiore ed inferiore che fungono da vincolo al muro, e quello del muro stesso. Per questi elementi sono stati utilizzati materiali diversi allo scopo di migliorare la risposta del modello e tenere conto del confinamento del calcestruzzo nella parte inferiore e laterale del muro. Si sono definiti un materiale elastico lineare per le travi di vincolo, mentre per il muro un materiale *total strain based crack model*, con comportamento in compressione secondo l'EN1992. Per quest'ultimo si è fatta un'ulteriore divisione definendo calcestruzzi diversi in base al grado di confinamento esercitato dalle armature (come fatto anche su ATENA).



Fig 3.10: Concrete compression behaviour [23]

Per ogni prova quindi si sono utilizzati 3 diversi legami in trazione, e per ognuno di essi si sono definiti almeno 2 comportamenti del calcestruzzo in compressione: non confinato; confinato inferiore; confinato superiore (se la spaziatura delle staffe cambia lungo l'altezza del muro).

In tutti i casi si è utilizzato un modello di fessurazione diffusa con orientazione delle fessure fissa ed un modello di riduzione della resistenza dovuta alla fessurazione laterale definito da *Vecchio and Collins* nel 1993 [14].



Fig 3.11: Vecchio & Collins 1993 [23]

DIANA dispone di un generatore di mesh automatico, nel quale l'utente può scegliere la forma degli elementi, la loro dimensione ed il tipo di interpolazione. Al nostro scopo è stato utilizzato l'elemento Q8MEM, che è un elemento 4 nodi isoparametrico con interpolazione lineare e integrazione di Gauss 2x2 di lato 5 cm.



Fig 3.12: Q8MEM [23] $u_i(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta \qquad \to i = x, y \qquad (3.17)$

Le armature possono essere definite sia in modo discreto, andando ad utilizzare elementi trave di classe II, definendo sezione, sia in modo diffuso, andando a definire lo spessore equivalente delle armature presenti in quella porzione. Per il materiale invece si è utilizzato il modello di plasticità di Von Mises con incrudimento.

Le condizioni di vincolo sono solamente la traslazione in *y* alla base, e quella in *x* sia alla base sia nel punto di applicazione dello spostamento imposto. Per quest'ultimo si definisce la storia di carico, in un altro file (.dcf), in accordo con lo sperimentale e andando a scegliere l'ampiezza ed il numero dei load step. Per il carico verticale, quando presente, invece si è assunto un carico uniformemente distribuito sul lato orizzontale degli elementi Q8MEM in sommità. L'analisi usata è non lineare, con una non linearità di tipo fisico a causa della plasticizzazione e fessurazione del calcestruzzo e delle armature. Il metodo di integrazione utilizzato è quello di *Newton-Raphson* (come in ATENA) con convergenza basata sugli spostamenti con tolleranza del 2%, ed un numero massimo di 200 iterazione per ogni load step.

	ATENA 2D DI	IANA 10.2
EQUILIBRIO	 Standard Newton-Raphson con ipotesi di appr Criterio di convergenza basato sugli spostame Load step definiti a partire dalla storia di caric 	ossimazione lineare nti o sperimentale
COMPATIBILITÁ	Elementi finitiElementi finiti• CCIsoQuad isoparametrico• Q8ME4 nodi (integrazione su 2x2tensionpunti di Gauss con2x2 pinterpolazione lineare)interpo• Disposizione delle armature discreta e diffusa• Dimensione massima degli elementi 5 cm	M isoparametrico 4 nodi i piane (integrazionie su punti di Gauss con lazione lineare)
LEGGI COSTITUTIVE	 Calcestruzzo Fixed crack model, con fessurazione diffusa costante 0.1 Calibrato sulla miglior risposta rispett 0.3 Compressione: non lineare con comportament Riduzione della resistenza dovuta alla fessuraz Kolleger et al. (1988) [22] c=0.45 (non confinato) c=0.80 (confinato) Trazione (distinguendo tra 3 ipotesi di modelle File to 2 continue 	o, shear retention factor o allo sperimentale o lineare post-picco; zione laterale: hio & Collins (1993)
	 Elasto - fragile Elastica con Linear Tension Softening Elastico - perfettamente plastico 	g (LTS)
	Acciaio	
	• Elasto – plastico con incrudimento	

Tabella 3.2 : Riassunto delle assunzioni fatte per i due software

3.3 Risultati analisi non lineare FEM

I test sperimentali selezionati dalla letteratura, e riportati nel capitolo 2, sono stati usati per eseguire simulazioni, per stimare le incertezze del modello di resistenza e calibrare γ_{Rd} , considerando diverse strategie di soluzione plausibili e vari tipi di software, come descritto nei paragrafi precedenti.

Quindi per ogni elemento strutturale sono definiti 18 modelli strutturali, combinando due diversi software con 3 diversi comportamenti a trazione del calcestruzzo e tre diversi valori di shear retention factor.



Fig 3.13: Definition of the 18 models for the 17 specimens in exam

Per verificare i risultati ottenuti dai due software si sono valutati tre parametri per ogni prova:

- Spostamento ultimo;
- Carico massimo durante i cicli;
- Energia totale dissipata (area sottesa alla curva, interna al ciclo isteretico);

Questi parametri sono stati adimensionalizzati in rapporto con i dati sperimentali in nostro possesso.

Si può notare che tendenzialmente l'energia dissipata è notevolmente sottostimata, al contrario del carico massimo che è leggermente sovrastimato. Lo spostamento ultimo, essendo le prove a controllo di spostamento, può essere al più sottostimato.

$$\theta = \frac{X_{exp}}{X_{NLFEA}} \tag{3.18}$$

Per la valutazione dell'incertezza modello si è fatto riferimento ai carichi massimi, come suggerito in letteratura, e sono riportati i risultati nelle tabelle 3.3a e 3.3b.

specimen	R_{exp}	R _{NLFEA, I}	R _{NLFEA,2}	R _{NLFEA,3}	R _{NLFEA,4}	R _{NLFEA,5}	R _{NLFEA,6}	R _{NLFEA,7}	R _{NLFEA,8}	R _{NLFEA} ,9
	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN
SW4	103.0	122.3	102.0	133.6	120.3	124.7	135.6	126.1	123.8	120.2
SW6	108.6	100.1	120.8	122.2	117.6	121.3	134.3	123.0	124.5	136.0
SW8	95.1	121.3	125.2	141.7	126.6	126.2	145.5	126.6	125.7	147.4
SW31	115.9	111.9	120.8	160.2	121.3	133.3	168.9	127.7	139.3	174.4
SW32	111.0	110.3	114.8	142.8	114.9	118.3	142.7	119.1	131.1	144.3
SW33	111.5	107.2	111.5	129.8	110.4	114.0	139.4	113.8	117.6	143.8
SW7Z	201.2	189.7	195.7	206.4	203.3	202.5	209.9	212.1	206.3	224.9
SW8Z	224.0	223.6	220.1	236.7	227.0	223.7	239.9	239.8	234.6	254.4
SW9Z	303.5	323.6	325.0	345.0	345.7	338.1	360.4	360.4	345.3	367.4
B6	854.7	886.9	843.9	984.0	925.7	850.1	968.0	938.9	878.0	974.4
B7	1012.8	1051.0	1012.0	1279.0	1110.0	1051.0	1298.0	1122.0	1069.0	1337.0
B8	1063.7	1123.0	1092.0	1250.0	1199.0	1167.0	1309.0	1236.0	1172.0	1341.0
F2	923.8	860.3	920.2	1158.0	917.2	918.2	1201.0	951.6	995.7	1217.0
WSH2	359.0	378.3	363.2	512.0	386.0	369.4	518.0	436.6	407.5	556.6
WSH3	454.0	441.4	443.6	552.2	454.0	448.9	581.5	549.1	474.3	591.1
WSH4	443.0	450.8	448.9	508.5	467.6	450.7	525.9	484.2	523.8	567.7
WSH6	597.0	633.9	624.4	732.7	665.2	658.3	744.8	689.0	678.2	794.9

Tabella 3.3a : Experimental maximum load and results of models obtained Software B
	R _{exp}	R _{NLFEA,10}	R _{NLFEA,11}	R _{NLFEA,12}	R _{NLFEA,13}	R _{NLFEA,14}	R _{NLFEA,15}	R _{NLFEA,16}	R _{NLFEA,17}	R _{NLFEA, 18}
	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN
SW4	103.0	124.6	131.7	149.6	124.1	131.3	150.8	126.1	137.2	152.2
SW6	108.6	110.3	121.3	142.9	110.8	125.4	142.7	111.6	122.7	143.7
SW8	95.1	127.6	138.9	158.6	127.4	137.2	159.9	131.5	140.3	159.9
SW31	115.9	87.8	117.5	139.8	98.0	127.2	147.6	98.9	131.8	151.2
SW32	111.0	93.7	101.6	129.4	93.9	101.9	129.5	99.4	102.2	129.7
SW33	111.5	94.6	96.0	118.7	95.2	101.1	122.8	95.7	98.8	126.9
SW7Z	201.2	226.0	223.2	241.5	240.3	236.9	255.1	252.4	249.3	264.2
SW8Z	224.0	232.3	226.9	243.8	244.6	239.8	250.4	255.9	247.8	252.2
SW9Z	303.5	322.7	318.1	344.4	335.1	329.2	352.3	345.1	337.4	357.4
B6	854.7	904.8	920.9	1046.4	907.8	933.4	1040.1	935.2	942.9	1041.7
B7	1012.8	1290.3	1256.6	1458.1	1321.8	1276.9	1470.6	1349.1	1288.6	1486.2
B8	1063.7	1336.4	1303.4	1472.4	1387.8	1303.1	1456.9	1394.2	1304.7	1458.8
F2	923.8	1153.4	1130.0	1374.2	1154.2	1125.5	1383.0	1214.9	1126.8	1389.4
WSH2	359.0	376.9	410.1	493.8	367.7	413.7	489.9	389.6	410.3	488.6
WSH3	454.0	481.6	532.7	603.6	500.1	542.2	617.0	483.1	532.4	607.3
WSH4	443.0	404.8	441.5	474.4	423.3	442.1	481.0	435.5	457.8	483.5
WSH6	597.0	617.7	661.6	739.5	624.8	664.4	758.2	638.6	673.4	768.9

Tabella 3.3b : Experimental maximum load and results of models obtained Software C

A titolo di esempio si riportano alcuni grafici relativi alle simulazioni svolte raggruppando le curve con comune ipotesi sulla rigidezza a taglio post-fessurazione, e differenziando sull'ipotesi del comportamento a trazione e software utilizzato (a-c) software B, (d-f) software C.

3.3.1 Pilakoutas ed Einashai

Per le simulazioni condotte sugli esperimenti di Pilakoutas ed Einashai [1] si è notato che i risultati più bassi e più vicini alla realtà in termini di carico massimo, e migliori dal punto di vista dell'andamento dei cicli, sono stati raggiunti con una legge costitutiva in trazione fragile per il calcestruzzo (linee blu), mentre i modelli con legge perfettamente plastica danno sempre una sovrastima del carico massimo non che della rigidezza. Si può anche notare che i migliori risultati si ottengono per uno shear retention factor pari a 0,1 o comunque vicino a questo valore. In generale, tutte le simulazioni sovrastimano il carico massimo e quindi la resistenza strutturale, ma sottostimano la duttilità perché molte simulazioni falliscono prima del test sperimentale (principalmente per il software B). Questa differenza di comportamento nella risposta dei due software mette in luce un altro aspetto fondamentale, cioè la dipendenza intrinseca della soluzione rispetto alla scelta del software di calcolo. Il collasso si verifica con il progressivo cedimento delle barre in trazione e del crushing del calcestruzzo nell'elemento laterale confinato compresso alla base del lato opposto. Questo collasso è conforme ai risultati sperimentali, si riportano i risultati delle simulazioni per il test SW4, ma gli altri test danno risposte analoghe.



Fig 3.14: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW4 of Pilakoutas [1] and NLFEA results (a-c) Software B, (d-f) Software C;

3.3.2 Lefas e Kotsovos

I risultati numerici in termini di resistenza strutturale delle simulazioni sui test condotti da Lefas e Kotsovos mostrano che i modelli (3, 6, 9, 12, 15, 18) relativi alla legge costitutiva elastoplastica per il comportamento a trazione del calcestruzzo portano sempre a una sovrastima della resistenza e rigidezza, mentre i modelli elasto-fragili e con LTS hanno più o meno lo stesso comportamento, con una rigidezza simile a quella reale nella fase ciclica, ma in generale una sottostima della resistenza globale.

Si nota inoltre che all'aumentare dello shear retention factor l'energia dissipata aumenta anch'essa. Il collasso avviene per la progressiva plasticizzazione delle armature a flessione tese e crushing del calcestruzzo confinato alla base sul lato opposto, in conformità con la prova sperimentale. Alcune simulazioni non raggiungono lo spostamento ultimo sperimentale, ma falliscono immediatamente dopo il raggiungimento del carico massimo dopo la fase ciclica della prova.



Fig 3.15: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW33 of Lefas and Kotsovos [2] and NLFEA results (a-c) Software B, (d-f) Software C;

3.3.3 Zhang e Wang

I risultati del NLFEA per uno dei test di Zhang [3], riportati nella Figura 3.16 (a) - (f), mostrano che i modelli relativi alla legge costitutiva elasto-plastica per il comportamento a trazione del calcestruzzo (linee verdi) portano sempre a una sovrastima della rigidità, e i modelli fragili (linee blu) non rappresentano sempre il limite inferiore. Le figure (a-c) e (d-f) mostrano la dipendenza dei risultati dalla scelta del software (rispettivamente software B e C), in cui (a-c) riflettono il comportamento reale per piccoli spostamenti e raggiungono il carico massimo sperimentale, mentre per spostamenti maggiori c'è una progressiva riduzione della rigidezza e della resistenza e in molti casi la simulazione fallisce (specialmente per i modelli con comportamento di trazione elasto-plastico). Con il software C invece, in generale, tutti i modelli sovrastimano la resistenza strutturale, ma raggiungono la fine della storia di carico seguendo piuttosto bene il comportamento reale.



Fig 3.16: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW7 of Zhang and Wang [3] and NLFEA results (a-c) Software B, (d-f) Software C;

3.3.4 Oesterle et al.

Le figure 3.17 (a) - (f) illustrano i risultati delle simulazioni condotte su uno dei test di Oesterle et al [4]. Si può notare che in generale il carico finale è sovrastimato, specialmente quando si considera il comportamento di trazione plastica del calcestruzzo, inoltre, anche in questo caso i modelli fragili non costituiscono un limite inferiore. In molte simulazioni, questo errore di sovrastima può essere anche maggiore del 30%, nei modelli con calcestruzzo perfettamente plastico questo è ancora più evidente perché questo legame costitutivo porta ad una sovrastima anche della rigidezza iniziale della struttura. Nonostante questa sovrastima, tutti i modelli riproducono la modalità di collasso effettiva che consiste nel crushing del calcestruzzo nell'angolo inferiore dell'anima, dove la forza di compressione è elevata e la sezione trasversale è più piccola e con un grado di confinamento inferiore rispetto alle colonne molto confinate sui lati. Si sono riportati in figura i risultati delle simulazioni per il test B6, ma i risultati relativi alle altre prove sono analoghi.



Fig 3.17: Load vs displacement diagrams from experimental tests B6 of Oesterle et al. [4] and NLFEA results (a-c) Software B, (d-f) Software C;

3.3.5 Dazio et el.

Le figure 3.18 (a) - (f) riportano i risultati del test WSH2 [5] ed illustrano che i modelli con ipotesi di comportamento a trazione del calcestruzzo fragile o LTS riproducono abbastanza bene il comportamento effettivo con una minima sovrastima del carico massimo, mentre i modelli con comportamento perfettamente plastico sovrastimano la resistenza e la rigidezza con errori anche maggiori del 30%.



Fig 3.18: Load vs displacement diagrams from experimental tests WSH2 of Dazio et al. [5] and NLFEA results (a-c) Software B, (d-f) Software C;

Riassumendo, i due software danno risultati differenti, come ci si può aspettare, tuttavia entrambi seguono un comportamento simile. Al variare del legame in trazione (cioè al diminuire della pendenza del ramo di softening dalla deformazione di fessurazione a quella ultima) la rigidezza e il carico massimo risultano aumentare, e quindi anche l'energia dissipata risulta maggiore passando da comportamento fragile a LTS fino ad un modello plastico.

A parità di scelta del comportamento in trazione e all'aumentare dello shear retention factor si nota una certa costanza nel carico massimo ottenuto, con variazioni molto minori rispetto al cambio di modello, mentre aumenta in modo apprezzabile l'energia dissipata.

All'interno dell'incertezza di modello rientra anche la versione del software utilizzato, più recente per quanto riguarda il Software C. Questa differenza si può notare nelle simulazioni effettuate quando si raggiungono grandi spostamenti. Infatti, quando la prova raggiunge spostamenti orizzontali importanti le deformazioni in compressione del calcestruzzo nella parte inferiore delle zone confinate laterali è prossima, e talvolta supera, la deformazione ultima. In queste condizioni si è potuto notare che l'algoritmo di convergenza relativo al Software C è molto più stabile e riesce a portare a termine la simulazione mantenendo una rigidezza comparabile con quella iniziale.

Al contrario il Software B quando il calcestruzzo raggiunge deformazioni in compressione molto grandi la rigidezza decade in maniera brusca e l'andamento dei cicli cambia nettamente. Fino al raggiungimento della deformazione ultima in compressione del calcestruzzo confinato i cicli riproducono abbastanza fedelmente la prova sperimentale con il ramo di scarico parallelo al ramo di carico con una deformazione residua al passaggio dal ciclo dallo spostamento nullo. Quando si è prossimi o si raggiunge ε_{ccu} il comportamento cambia ed i cicli hanno rigidezza molto minore alla precedente e passano per l'origine degli assi nel diagramma caricospostamento.



Fig 3.19: Results for different tensile behaviour for specimen B6 with software B and SWH3 with software C



Fig 3.20: Results for different β values for specimen SW7-Z with software C and SW33 with software B

4. VALUTAZIONE DEL COEFFICIENTE DI SICUREZZA PER L'INCERTEZZA DI MODELLO

Le analisi non lineari sono utilizzate per prevedere l'effettiva risposta strutturale, ma sono caratterizzate da un certo livello di incertezza, principalmente correlato alla definizione del modello di resistenza. Il comportamento caratteristico strutturale essenziale è rappresentato da un modello numerico, che trascura alcuni aspetti. Quindi, questa è l'incertezza epistemica, che è correlata alla mancanza di conoscenza.

Lo scopo di questo capitolo è valutare il fattore di incertezza del modello γ_{Rd} , che tiene conto di tutte le incertezze del modello resistivo dell'analisi non lineare 2D eseguita su pareti in cemento armato soggette ad azione ciclica tagliante e sforzo normale. Questo fattore viene utilizzato nel metodo di resistenza globale, per definire la resistenza strutturale di progetto R_d . L'incertezza di modello resistente θ è definita come il rapporto tra il risultato del test sperimentale e quello dell'analisi non lineare.

$$\theta_i = \frac{R_{exp,i}(X,Y)}{R_{NLFEA,i}(X)} \tag{4.1}$$

dove *X* è il vettore di tutte le variabili incluse nel modello di resistenza, *Y* è il vettore di tutte le variabili che sono trascurate nel modello, ma influenzano il meccanismo di resistenza. Tuttavia, θ_i prende in considerazione anche tutti gli effetti relativi a *Y*.

Quindi, un modello probabilistico deve essere definito al fine di caratterizzare la variabile casuale θ , stimando il suo valore medio μ_{θ} e la sua varianza σ_{θ}^2 .

Questo processo porta alla definizione del fattore di incertezza del modello di resistenza γ_{Rd} , usando la seguente espressione:

$$\gamma_{Rd} = \frac{1}{\mu_{\theta} \cdot \exp(-\alpha_R \beta V_{\theta})} \tag{4.2}$$

4.1 Valutazione dell'incertezza di modello

Le incertezze di modello θ_i sono state definite come il rapporto tra il carico massimo ottenuto nella prova sperimentale quello derivante dell'analisi non lineare del modello i-esimo.

$$\theta_i = \frac{R_{exp,i}}{R_{NLFEA,i}} \tag{4.3}$$

Il rapporto è stato calcolato per ogni provino e per ognuno dei 18 modelli ottenendo così la matrice [17x18] che è stata usata per l'analisi probabilistica e la stima del fattore γ_{Rd} .

Software		Software B					Software C											
β	0.1	0.1	0.1	CAL	CAL	CAL	0.3	0.3	0.3	0.1	0.1	0.1	CAL	CAL	CAL	0.3	0.3	0.3
Tension behavior	BRITTLE	LTS	PLASTIC	BRITTLE	LTS	PLASTIC	BRITTLE	LTS	PLASTIC	BRITTLE	LTS	PLASTIC	BRITTLE	LTS	PLASTIC	BRITTLE	LTS	PLASTIC
Model	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
SW4	0.84	1.01	0.77	0.86	0.83	0.76	0.82	0.83	0.86	0.83	0.78	0.69	0.83	0.78	0.68	0.82	0.75	0.68
SW6	1.08	0.90	0.89	0.92	0.90	0.81	0.88	0.87	0.80	0.98	0.90	0.76	0.98	0.87	0.76	0.97	0.88	0.76
SW8	0.78	0.76	0.67	0.75	0.75	0.65	0.75	0.76	0.65	0.75	0.68	0.60	0.75	0.69	0.59	0.72	0.68	0.59
SW31	1.04	0.96	0.72	0.96	0.87	0.69	0.91	0.83	0.66	1.32	0.99	0.83	1.18	0.91	0.79	1.17	0.88	0.77
SW32	1.01	0.97	0.78	0.97	0.94	0.78	0.93	0.85	0.77	1.18	1.09	0.86	1.18	1.09	0.86	1.12	1.09	0.86
SW33	1.04	1.00	0.86	1.01	0.98	0.80	0.98	0.95	0.78	1.18	1.16	0.94	1.17	1.10	0.91	1.16	1.13	0.88
SW7	1.06	1.03	0.97	0.99	0.99	0.96	0.95	0.98	0.89	0.89	0.90	0.83	0.84	0.85	0.79	0.80	0.81	0.76
SW8	1.00	1.02	0.95	0.99	1.00	0.93	0.93	0.95	0.88	0.96	0.99	0.92	0.92	0.93	0.89	0.88	0.90	0.89
SW9	0.94	0.93	0.88	0.88	0.90	0.84	0.84	0.88	0.83	0.94	0.95	0.88	0.91	0.92	0.86	0.88	0.90	0.85
B6	0.96	1.01	0.87	0.92	1.01	0.88	0.91	0.97	0.88	0.94	0.93	0.82	0.94	0.92	0.82	0.91	0.91	0.82
B7	0.96	1.00	0.79	0.91	0.96	0.78	0.90	0.95	0.76	0.78	0.81	0.69	0.77	0.79	0.69	0.75	0.79	0.68
B8	0.95	0.97	0.85	0.89	0.91	0.81	0.86	0.91	0.79	0.80	0.82	0.72	0.77	0.82	0.73	0.76	0.82	0.73
F2	1.07	1.00	0.80	1.01	1.01	0.77	0.97	0.93	0.76	0.80	0.82	0.67	0.80	0.82	0.67	0.76	0.82	0.66
WSH2	0.95	0.99	0.70	0.93	0.97	0.69	0.82	0.88	0.65	0.95	0.88	0.73	0.98	0.87	0.73	0.92	0.87	0.73
WSH3	1.03	1.02	0.82	1.00	1.01	0.78	0.83	0.96	0.77	0.94	0.85	0.75	0.91	0.84	0.74	0.94	0.85	0.75
WSH4	0.98	0.99	0.87	0.95	0.98	0.84	0.91	0.85	0.78	1.09	1.00	0.93	1.05	1.00	0.92	1.02	0.97	0.92
WSH6	0.94	0.96	0.81	0.90	0.91	0.80	0.87	0.88	0.75	0.97	0.90	0.81	0.96	0.90	0.79	0.93	0.89	0.78

Tabella 4.1 : Ratio between maximum load of the experimental test and FEM analysis

4.2 Inferenza statistica

Per il trattamento probabilistico delle incertezze di modello dell'analisi non lineare si è utilizzato un approccio Bayesiano.

Le incertezze di modello valutate per il singolo modello rappresentano le informazioni a priori, si ottengono così 18 vettori colonna con 17 membri. Le nuove informazioni per aggiornare le precedenti consistono nei risultati ottenuti per i 17 modelli (si esclude il modello considerato), si vengono ad ottenere così 18 vettori con 288 membri. Ogni distribuzione dei modelli a priori viene aggiornata con i dati ottenuti da tutti gli altri modelli.

4.2.1 Test statistici

Prima di procedere all'analisi probabilistica è necessario verificare che le distribuzioni prese in considerazione rispettino l'ipotesi di distribuzione Normale e log-Normale. Per verificare ciò sono stati eseguiti 3 test statistici che verificano la normalità di una distribuzione (Chi-quadro, Anderson-Darling e Jarque-Bera) sia sulle distribuzioni di θ_i sia sulle distribuzioni dei loro logaritmi $ln(\theta_i)$ per verificare anche la log-Normalità. I test sono stati eseguiti sulle distribuzioni a priori, sulle nuove informazioni e sulla totalità dei 18 modelli, ed accettano l'ipotesi di normalità della distribuzione con un livello di significatività del 95%, con l'eccezione della distribuzione dei logaritmi totale che passa il test del χ^2 con un livello di significatività del 99%.

4.2.2 Bayesian updating

L'aggiornamento delle informazioni e la definizione delle distribuzioni a posteriori avviene attraverso i seguenti passaggi:

- Valutazione della distribuzione marginale *F*(θ|M_j) per ogni modello resistente M_j con j=1,...,18;
- Per ogni modello strutturale M_j, valutazione dei parametri statistici, che si assumono deterministici e riassunti nel vettore z,
- Valutazione della funzione di distribuzione $F_{M_j}(\theta|M_j)$ con j=1, ..., 18 e ognuno rappresenta la nuova informazione, derivante dai risultati degli altri 17 modelli, per il modello strutturale M_j ;
- Per ogni modello strutturale M_j, valutazione dei parametri statistici delle distribuzioni delle nuove informazioni;

- Valutazione delle funzioni di distribuzione a posteriori F ($\theta|M_j, z$), che sono valutate per ciascun modello strutturale M_j e rappresentano i dati post-fitted;
- Valutazione della funzione di distribuzione a posteriori F (θ|Z) con la stima dei parametri di distribuzione, che sono assunti deterministici e riassunti nel vettore Z, calcolando la media dei parametri statistici della distribuzione a posteriori dei diversi modelli strutturali.

I parametri delle distribuzioni log-Normali per le distribuzioni a priori e per le nuove informazioni sono stati calcolati con il metodo della massima verosimiglianza.

I parametri delle distribuzioni a posteriori invece sono stati ottenuti in forma chiusa utilizzando una distribuzione preliminare congiunta della stessa forma della verosimiglianza [8]. Questa è chiamata distribuzione preliminare coniugata.

I parametri della distribuzione log-Normale a posteriori risultante sono dati:

$$\mu_{LN,post,i} = \frac{n_0 \,\mu_{LN,prior,i} + n \,\mu_{LN,NI,i}}{n_0 + n} \tag{4.4}$$

$$\sigma_{LN,post,i}^{2} = \frac{1}{v_{n}} \cdot \left[v_{0} \sigma_{LN,prior,i}^{2} + (n-1) \sigma_{LN,NI,i}^{2} + \frac{n_{0}n}{n_{0}+n} \left(\mu_{LN,NI,i} - \mu_{LN,prior,i} \right)^{2} \right]$$
(4.5)

In cui:

- $n_0 \text{ ed } n \text{ sono "il grado di fiducia" della distribuzione a priori e della nuova informazione;$
- $v_0 = n_0 1$ è il numero di gradi di libertà della prior distribution;
- n-1 è il numero di gradi di libertà della distribuzione della nuova informazione;
- $v_n = v_0 n 1$ è il numero di gradi di libertà della distribuzione a posteriori;
- $\mu_{prior,i}$ e $\mu_{NI,i}$ sono la media della distribuzione log-Normale prior e new information;
- $\sigma_{prior,i}^2 e \sigma_{NI,i}^2$ sono le varianze per la distribuzione log-Normale prior e new information;

per questi si può ricavare la matrice di Fischer calcolando la varianza sulla media e la varianza sulla varianza delle distribuzioni log-Normale a posteriori [8]:

$$Var[\mu_{LN,post,i}] = \frac{v_n}{v_n - 2} \cdot \frac{\sigma_{LN,post,i}^2}{n_0}$$
(4.6.a)

$$Var\left[\sigma_{LN,post,i}^{2}\right] = \frac{2v_{n}^{2}}{(v_{n}-2)^{2}(v_{n}-4)} \sigma_{LN,post,i}^{4}$$
(4.6.b)

Dai parametri delle distribuzioni log-Normali a posteriori mediate si ottengono i parametri della distribuzione "finale" F (θ |Z):

$$\mu_{LN,POST} = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} \mu_{LN,post,i}$$
(4.7)

$$\sigma_{LN,POST} = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} \sigma_{LN,post,i}$$
(4.8)

Le relazioni tra i parametri di una distribuzione log-Normale di variabile casuale e media e varianza della variabile stessa sono date dalle seguenti equazioni:

$$\mu_{LN} = \ln \mu - \frac{1}{2} \ln(V^2 + 1) \tag{4.9}$$

$$\sigma_{LN} = \sqrt{\ln(V^2 + 1)} \tag{4.10}$$

Da cui invertendo le equazioni precedenti si ricavano i parametri delle distribuzioni stesse:

$$V = \sqrt{\exp[\sigma_{LN}^2] - 1} \tag{4.11}$$

$$\mu = \exp\left[\mu_{LN} + \frac{1}{2}\ln(V^2 + 1)\right]$$
(4.12)

$$\sigma = \mu \cdot V \tag{4.13}$$

MODEL	μln	σln	μθ	σθ	Ve	C (1,1)	C (2,2)
1	-0.024	0.084	0.98	0.08	0.08	4.2E-04	2.3E-04
2	-0.031	0.072	0.97	0.07	0.07	3.1E-04	1.7E-04
3	-0.198	0.100	0.82	0.08	0.10	5.9E-04	3.3E-04
4	-0.074	0.074	0.93	0.07	0.07	3.2E-04	1.8E-04
5	-0.069	0.081	0.94	0.08	0.08	3.8E-04	2.1E-04
6	-0.229	0.101	0.80	0.08	0.10	6.0E-04	3.3E-04
7	-0.123	0.070	0.89	0.06	0.07	2.9E-04	1.6E-04
8	-0.113	0.070	0.90	0.06	0.07	2.9E-04	1.6E-04
9	-0.254	0.100	0.78	0.08	0.10	5.9E-04	3.2E-04
10	-0.053	0.159	0.96	0.15	0.16	1.5E-03	8.2E-04
11	-0.104	0.129	0.91	0.12	0.13	9.7E-04	5.3E-04
12	-0.243	0.128	0.79	0.10	0.13	9.6E-04	5.3E-04
13	-0.077	0.150	0.94	0.14	0.15	1.3E-03	7.2E-04
14	-0.125	0.117	0.89	0.10	0.12	8.0E-04	4.4E-04
15	-0.258	0.121	0.78	0.09	0.12	8.5E-04	4.7E-04
16	-0.102	0.152	0.91	0.14	0.15	1.4E-03	7.5E-04
17	-0.137	0.123	0.88	0.11	0.12	8.9E-04	4.9E-04
18	-0.267	0.117	0.77	0.09	0.12	8.0E-04	4.4E-04

Tabella 4.2.a: Prior distributions $F(\theta|M_j)$

Tabella 4.2.b: New information distributions $F_{M_j}(\theta|M_j)$

MODEL	μln	σln	μθ	σθ	Vθ	C (1,1)	C (2,2)
1	-0.145	0.135	0.87	0.12	0.14	6.3E-05	3.1E-05
2	-0.144	0.135	0.87	0.12	0.14	6.3E-05	3.2E-05
3	-0.134	0.136	0.88	0.12	0.14	6.4E-05	3.2E-05
4	-0.142	0.137	0.88	0.12	0.14	6.5E-05	3.3E-05
5	-0.142	0.137	0.88	0.12	0.14	6.5E-05	3.2E-05
6	-0.133	0.135	0.88	0.12	0.14	6.3E-05	3.2E-05
7	-0.139	0.138	0.88	0.12	0.14	6.6E-05	3.3E-05
8	-0.139	0.138	0.88	0.12	0.14	6.6E-05	3.3E-05
9	-0.131	0.134	0.89	0.12	0.13	6.2E-05	3.1E-05
10	-0.143	0.132	0.87	0.12	0.13	6.0E-05	3.0E-05
11	-0.140	0.135	0.88	0.12	0.14	6.3E-05	3.2E-05
12	-0.132	0.133	0.88	0.12	0.13	6.1E-05	3.1E-05
13	-0.141	0.134	0.88	0.12	0.13	6.2E-05	3.1E-05
14	-0.139	0.136	0.88	0.12	0.14	6.4E-05	3.2E-05
15	-0.131	0.133	0.89	0.12	0.13	6.1E-05	3.1E-05
16	-0.140	0.134	0.88	0.12	0.13	6.2E-05	3.1E-05
17	-0.138	0.136	0.88	0.12	0.14	6.4E-05	3.2E-05
18	-0.130	0.132	0.89	0.12	0.13	6.1E-05	3.0E-05

Come si può notare dalle tabelle precedenti le distribuzioni a priori hanno parametri più dispersi.

I modelli che adottano un comportamento del calcestruzzo a trazione fragile hanno la media più prossima all'unità (miglior stima), mentre quelli che adottano un comportamento perfettamente plastico hanno la media molto più bassa, che indica una sovrastima della resistenza anche del 30%.

Inoltre, si può notare che le distribuzioni a priori dei primi 9 modelli, quelli ottenuti con il Software B hanno deviazione standard e coefficiente di variazione più bassi rispetto ai modelli ottenuti con il Software C. C'è una netta differenza tra il COV dei primi 9 modelli, circa 0.08, rispetto al COV dei secondi 9 modelli che è intorno a 0.13.



Fig 4.1: Log-Normal fit and probability plots of prior distribution of models 5 and 14

Per le distribuzioni delle nuove informazioni invece i parametri sono pressoché costanti in quanto la quantità di dati è molto maggiore dato che comprendono la quasi totalità dei risultati con solo 18 dati che variano da un modello all'altro.



Fig 4.2: Log-Normal fit and probability plots of new information distribution of models 5 and 14

MODEL	$\mu_{ m LN}$	$\sigma_{ m LN}$	μθ	σθ	Vθ	C (1,1)	C (2,2)
1	-0.084	0.127	0.93	0.12	0.13	1.6E-04	5.7E-06
2	-0.088	0.122	0.92	0.11	0.12	1.5E-04	4.8E-06
3	-0.166	0.123	0.85	0.11	0.12	1.5E-04	5.1E-06
4	-0.108	0.115	0.90	0.10	0.12	1.3E-04	3.8E-06
5	-0.106	0.117	0.91	0.11	0.12	1.4E-04	4.2E-06
6	-0.181	0.128	0.84	0.11	0.13	1.7E-04	5.9E-06
7	-0.131	0.109	0.88	0.10	0.11	1.2E-04	3.1E-06
8	-0.126	0.109	0.89	0.10	0.11	1.2E-04	3.1E-06
9	-0.193	0.133	0.83	0.11	0.13	1.8E-04	6.9E-06
10	-0.098	0.152	0.92	0.14	0.15	2.4E-04	1.2E-05
11	-0.122	0.133	0.89	0.12	0.13	1.8E-04	6.8E-06
12	-0.187	0.141	0.84	0.12	0.14	2.0E-04	8.8E-06
13	-0.109	0.145	0.91	0.13	0.15	2.1E-04	9.7E-06
14	-0.132	0.126	0.88	0.11	0.13	1.6E-04	5.6E-06
15	-0.195	0.141	0.83	0.12	0.14	2.0E-04	8.8E-06
16	-0.121	0.144	0.90	0.13	0.14	2.1E-04	9.4E-06
17	-0.138	0.129	0.88	0.11	0.13	1.7E-04	6.0E-06
18	-0.199	0.142	0.83	0.12	0.14	2.1E-04	8.9E-06

Tabella 4.3.a: Posterior distributions $F(\theta|M_j, z)$

 Tabella 4.3.b:
 Posterior distribution with mean statistical parameters

		$F(\theta Z)$		
μln	σln	μθ	σθ	Vθ
-0.138	0.130	0.88	0.11	0.13



Fig 4.3: Probability Density Functions for all distribution



Fig 4.4: Cumulative Distribution Functions for all distribution

Le distribuzioni aggiornate si dispongono, come si poteva prevedere, tra le distribuzioni a priori (più disperse in grigio) e le distribuzioni delle nuove informazioni (tutte concentrate in verde).

Questo è dovuto al fatto che le posterior distribution sono in sostanza la media pesata delle prior (disperse) e delle new information (concentrate), in cui il peso di ognuno dei due fattori è lo stesso (eqz 4.4 e 4.5). Quindi sono a loro volta un po' meno disperse delle prior, ma sempre nell'intorno delle new information, e per questo motivo la distribuzione a posteriori con parametri medi, in rosso, in questo caso ricalca le distribuzioni delle new information.

4.3 Calcolo del fattore di incertezza di modello γ_{Rd}

Una volta ottenuti i parametri medi della distribuzione a posteriori è possibile calcolare in fattore di incertezza di modello γ_{Rd} , per un livello di affidabilità richiesto utilizzando la (4.2).

(non d	FORM factor α_R dominant resisten	= 0.32 ce variable)	F (dom	FORM factor $\alpha_R = 0.8$ (dominant resistence variable)				
new str	ructures (service)	life 50 years)	new stru	new structures (service life 50 years)				
	β[-]	$\gamma_{ m Rd}$		β[-]	$\gamma_{ m Rd}$			
CC1	3.1	1.30	CC1	3.1	1.57			
CC2	3.8	1.33	CC2	3.8	1.69			
CC3	4.3	1.36	CC3	4.3	1.78			
	existing struct	ires		Existing structures				
50 years	3.1-3.8	1.30-1.33	50 years	3.1-3.8	1.57-1.69			
15 years	3.4-4.1	1.31-1.35	15 years	3.4-4.1	1.62-1.74			
1 years	4.1-4.7	1.35-1.38	1 years	4.1-4.7	1.74-1.85			

Il valore di γ_{Rd} preso come riferimento è quello nell'ipotesi di resistenza non dominante; considerando una struttura nuova con vita di progetto di 50 anni, e con conseguenze di collasso moderate (CC2), quindi $\beta = 3.8$. In queste condizioni di progetto $\gamma_{Rd} = 1.33$.

5. CONCLUSIONI

I risultati FEM, nel confronto con quelli sperimentali, hanno dimostrato le diverse difficoltà che comunemente si incontrano impiegando diversi tipi di software e leggi costitutive nel riprodurre il comportamento effettivo di collasso e il carico massimo effettivo delle prove sperimentali considerate. In generale, si può osservare che un comportamento a trazione perfettamente plastico del calcestruzzo dà sempre una maggiore sovrastima della resistenza strutturale, discostandosi nettamente dagli altri due comportamenti, e che la variazione dello shear retention factor modifica l'ampiezza del ciclo e quindi l'energia dissipata. Tuttavia, in termini di resistenza, uno shear retention factor di 0,1 è quello che meglio si adatta ai test sperimentali.

Le incertezze di modello sulla resistenza sono state calcolate e caratterizzate da opportune distribuzioni log-Normali. Successivamente, per l'analisi probabilistica è stato seguito un approccio bayesiano per definire il valore medio e il coefficiente di variazione che caratterizzano le funzioni di distribuzione a posteriori delle incertezze del modello di resistenza. Si piò notare che le distribuzioni dei modelli plastici sovrastimando la resistenza hanno una media più bassa che incide nettamente sul calcolo del coefficiente parziale di sicurezza.

Nello specifico, il valore medio e il coefficiente di variazione delle incertezze di modello della resistenza sono rispettivamente pari a 0,88 e 0,13. Successivamente, in accordo con *fib* Model Code si sono calcolati i coefficienti di sicurezza per i NLFEA. I valori del coefficiente di sicurezza parziale relativo alle incertezze del modello di resistenza sono stati valutati e proposti in funzione di livelli di affidabilità prestabiliti corrispondenti a strutture nuove o esistenti, delle conseguenze di collasso e dell'ipotesi di variabile di resistenza dominante o non dominante.

Nello specifico, il fattore di sicurezza parziale relativo alle incertezze di modello per la resistenza presenta un range di variazioni per strutture nuove tra circa 1,6 e 1,8 e per le esistenti tra circa 1,6 e 1,9 nell'ipotesi di variabile di resistenza dominante. Invece, nell'ipotesi di variabile di resistenza non dominante il coefficiente parziale di sicurezza varia sia per strutture nuove che esistenti tra circa 1,3 e 1,4

In conclusione, sia per le strutture ordinarie nuove che esistenti, nelle ipotesi di variabile di resistenza non dominante, di moderate conseguenze di cedimenti strutturali e per una vita di servizio di 50 anni, si consiglia un coefficiente di sicurezza parziale per le incertezze del modello di resistenza per NLFEA 2D di strutture in cemento armato pari a 1,35. Questa ipotesi

è ragionevole in quanto il coefficiente di variazione dell'incertezza di modello è minore di quello legato alla resistenza a compressione del calcestruzzo che è pari a 0,15. Nel caso in cui l'incertezza di modello sia assunta come variabile dominante si adotta un coefficiente parziale di sicurezza pari a 1,7 ma in questo caso si riduce il coefficiente parziale riferito alla resistenza del materiale.

APPENDICE 1: RISULTATI ANALISI FEM



SW4 - PILAKOUTAS





89

SW6 - PILAKOUTAS









d [mm]

SW8 - PILAKOUTAS

d [mm]






SW31 – LEFAS KOTSOVOS







SW32 – LEFAS KOTSOVOS







SW33 – LEFAS KOTSOVOS







SW 7 - ZHANG







SW8-ZHANG



















SW9-ZHANG





B6 - OESTERLE









d [mm]

B7 - OESTERLE

d [mm]





B8 - OESTERLE

















WSH2 – DAZIO ET AL.







WSH3 – DAZIO ET AL.




131



WSH4 – DAZIO ET AL.



133





WSH6 – DAZIO ET AL.





	- ****							01 00100			
ref	specimen	R_{exp}	$R_{\text{NLFEA},1}$	$R_{\text{NLFEA},2}$	$R_{\text{NLFEA},3}$	$R_{\rm NLFEA,4}$	$R_{\text{NLFEA},5}$	$R_{\rm NLFEA,6}$	$R_{\rm NLFEA,7}$	$R_{\rm NLFEA,8}$	$R_{\text{NLFEA},9}$
101.	specificit	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN
	SW4	103.0	122.3	102.0	133.6	120.3	124.7	135.6	126.1	123.8	120.2
[1]	SW6	108.6	100.1	120.8	122.2	117.6	121.3	134.3	123.0	124.5	136.0
	SW8	95.1	121.3	125.2	141.7	126.6	126.2	145.5	126.6	125.7	147.4
	SW31	115.9	111.9	120.8	160.2	121.3	133.3	168.9	127.7	139.3	174.4
[2]	SW32	111.0	110.3	114.8	142.8	114.9	118.3	142.7	119.1	131.1	144.3
	SW33	111.5	107.2	111.5	129.8	110.4	114.0	139.4	113.8	117.6	143.8
	SW7	201.2	189.7	195.7	206.4	203.3	202.5	209.9	212.1	206.3	224.9
[3]	SW8	224.0	223.6	220.1	236.7	227.0	223.7	239.9	239.8	234.6	254.4
	SW9	303.5	323.6	325.0	345.0	345.7	338.1	360.4	360.4	345.3	367.4
	B6	854.7	886.9	843.9	984.0	925.7	850.1	968.0	938.9	878.0	974.4
[4]	B7	1012.8	1051.0	1012.0	1279.0	1110.0	1051.0	1298.0	1122.0	1069.0	1337.0
[ד]	B8	1063.7	1123.0	1092.0	1250.0	1199.0	1167.0	1309.0	1236.0	1172.0	1341.0
	F2	923.8	860.3	920.2	1158.0	917.2	918.2	1201.0	951.6	995.7	1217.0
	WSH2	359.0	378.3	363.2	512.0	386.0	369.4	518.0	436.6	407.5	556.6
[5]	WSH3	454.0	441.4	443.6	552.2	454.0	448.9	581.5	549.1	474.3	591.1
[2]	WSH4	443.0	450.8	448.9	508.5	467.6	450.7	525.9	484.2	523.8	567.7
	WSH6	597.0	633.9	624.4	732.7	665.2	658.3	744.8	689.0	678.2	794.9

Tabella A1.a: Experimental maximum load and results of software B models

Tabella A1.b: Experimental maximum load and results of software C models

rof		Rexp	$R_{\rm NLFEA,10}$	R _{NLFEA,11}	$R_{\rm NLFEA,12}$	$R_{\rm NLFEA,13}$	R _{NLFEA,14}	$R_{\rm NLFEA,15}$	$R_{\rm NLFEA,16}$	R _{NLFEA,17}	R _{NLFEA,18}
Iei.		kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN
	SW4	103.0	124.6	131.7	149.6	124.1	131.3	150.8	126.1	137.2	152.2
[1]	SW6	108.6	110.3	121.3	142.9	110.8	125.4	142.7	111.6	122.7	143.7
	SW8	95.1	127.6	138.9	158.6	127.4	137.2	159.9	131.5	140.3	159.9
	SW31	115.9	87.8	117.5	139.8	98.0	127.2	147.6	98.9	131.8	151.2
[2]	SW32	111.0	93.7	101.6	129.4	93.9	101.9	129.5	99.4	102.2	129.7
	SW33	111.5	94.6	96.0	118.7	95.2	101.1	122.8	95.7	98.8	126.9
	SW7	201.2	226.0	223.2	241.5	240.3	236.9	255.1	252.4	249.3	264.2
[3]	SW8	224.0	232.3	226.9	243.8	244.6	239.8	250.4	255.9	247.8	252.2
	SW9	303.5	322.7	318.1	344.4	335.1	329.2	352.3	345.1	337.4	357.4
	B6	854.7	904.8	920.9	1046.4	907.8	933.4	1040.1	935.2	942.9	1041.7
[4]	B7	1012.8	1290.3	1256.6	1458.1	1321.8	1276.9	1470.6	1349.1	1288.6	1486.2
[ד]	B8	1063.7	1336.4	1303.4	1472.4	1387.8	1303.1	1456.9	1394.2	1304.7	1458.8
	F2	923.8	1153.4	1130.0	1374.2	1154.2	1125.5	1383.0	1214.9	1126.8	1389.4
	WSH2	359.0	376.9	410.1	493.8	367.7	413.7	489.9	389.6	410.3	488.6
[5]	WSH3	454.0	481.6	532.7	603.6	500.1	542.2	617.0	483.1	532.4	607.3
[2]	WSH4	443.0	404.8	441.5	474.4	423.3	442.1	481.0	435.5	457.8	483.5
	WSH6	597.0	617.7	661.6	739.5	624.8	664.4	758.2	638.6	673.4	768.9

Software					В									С				
β	0.1	0.1	0.1	CAL	CAL	CAL	0.3	0.3	0.3	0.1	0.1	0.1	CAL	CAL	CAL	0.3	0.3	0.3
Tension behavior	BRITTLE	LTS	PLASTIC															
Model	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
SW4	0.84	1.01	0.77	0.86	0.83	0.76	0.82	0.83	0.86	0.83	0.78	0.69	0.83	0.78	0.68	0.82	0.75	0.68
SW6	1.08	0.90	0.89	0.92	0.90	0.81	0.88	0.87	0.80	0.98	0.90	0.76	0.98	0.87	0.76	0.97	0.88	0.76
SW8	0.78	0.76	0.67	0.75	0.75	0.65	0.75	0.76	0.65	0.75	0.68	0.60	0.75	0.69	0.59	0.72	0.68	0.59
SW31	1.04	0.96	0.72	0.96	0.87	0.69	0.91	0.83	0.66	1.32	0.99	0.83	1.18	0.91	0.79	1.17	0.88	0.77
SW32	1.01	0.97	0.78	0.97	0.94	0.78	0.93	0.85	0.77	1.18	1.09	0.86	1.18	1.09	0.86	1.12	1.09	0.86
SW33	1.04	1.00	0.86	1.01	0.98	0.80	0.98	0.95	0.78	1.18	1.16	0.94	1.17	1.10	0.91	1.16	1.13	0.88
SW7	1.06	1.03	0.97	0.99	0.99	0.96	0.95	0.98	0.89	0.89	0.90	0.83	0.84	0.85	0.79	0.80	0.81	0.76
SW8	1.00	1.02	0.95	0.99	1.00	0.93	0.93	0.95	0.88	0.96	0.99	0.92	0.92	0.93	0.89	0.88	0.90	0.89
SW9	0.94	0.93	0.88	0.88	0.90	0.84	0.84	0.88	0.83	0.94	0.95	0.88	0.91	0.92	0.86	0.88	0.90	0.85
B6	0.96	1.01	0.87	0.92	1.01	0.88	0.91	0.97	0.88	0.94	0.93	0.82	0.94	0.92	0.82	0.91	0.91	0.82
B7	0.96	1.00	0.79	0.91	0.96	0.78	0.90	0.95	0.76	0.78	0.81	0.69	0.77	0.79	0.69	0.75	0.79	0.68
B8	0.95	0.97	0.85	0.89	0.91	0.81	0.86	0.91	0.79	0.80	0.82	0.72	0.77	0.82	0.73	0.76	0.82	0.73
F2	1.07	1.00	0.80	1.01	1.01	0.77	0.97	0.93	0.76	0.80	0.82	0.67	0.80	0.82	0.67	0.76	0.82	0.66
WSH2	0.95	0.99	0.70	0.93	0.97	0.69	0.82	0.88	0.65	0.95	0.88	0.73	0.98	0.87	0.73	0.92	0.87	0.73
WSH3	1.03	1.02	0.82	1.00	1.01	0.78	0.83	0.96	0.77	0.94	0.85	0.75	0.91	0.84	0.74	0.94	0.85	0.75
WSH4	0.98	0.99	0.87	0.95	0.98	0.84	0.91	0.85	0.78	1.09	1.00	0.93	1.05	1.00	0.92	1.02	0.97	0.92
WSH6	0.94	0.96	0.81	0.90	0.91	0.80	0.87	0.88	0.75	0.97	0.90	0.81	0.96	0.90	0.79	0.93	0.89	0.78

Tabella A1.c: Ratio between maximum load of the experimental test and FEM analysis

			1		1	05					
ref	specimen	E _{exp}	E _{NLFEA,1}	E _{NLFEA,2}	E _{NLFEA,3}	$E_{\text{NLFEA},4}$	E _{NLFEA,5}	$E_{\text{NLFEA},6}$	E _{NLFEA,7}	E _{NLFEA,8}	E _{NLFEA,9}
101.	speemen	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ
	SW4	20.6	6.7	4.1	7.4	7.5	7.0	5.9	7.2	6.8	7.1
[1]	SW6	15.6	2.6	5.9	6.3	5.3	5.8	5.2	6.4	6.0	5.2
	SW8	27.9	2.8	2.9	2.6	2.7	3.2	3.7	3.2	3.4	3.9
	SW31	2.51	0.8	1.0	1.1	1.8	1.0	1.2	2.0	1.1	1.2
[2]	SW32	3.59	1.3	2.2	3.0	2.5	2.9	3.0	2.1	3.3	4.2
	SW33	3.72	2.6	2.3	4.7	2.8	2.5	4.8	2.9	2.8	4.8
	SW7	49.5	20.0	20.8	22.9	20.9	19.7	24.0	21.5	8.5	12.1
[3]	SW8	48.8	22.8	29.1	31.5	25.0	23.3	14.3	16.2	30.8	15.1
	SW9	71.9	15.6	11.0	14.7	31.5	16.9	16.7	36.4	22.8	18.3
	B6	255.9	200.8	172.6	232.7	232.5	203.2	248.7	250.2	218.6	254.7
Г /]	B7	1272.2	356.2	461.2	780.7	645.7	684.8	938.5	720.9	716.5	1020.6
[4]	B8	1525.0	384.6	406.8	747.1	611.3	722.5	914.2	736.0	597.8	541.9
	F2	843.2	429.7	469.0	575.7	545.0	583.1	713.5	595.4	630.0	767.1
	WSH2	129.9	86.6	82.5	148.4	94.0	87.2	147.9	110.4	109.4	105.3
[5]	WSH3	271.1	137.2	62.6	108.0	109.2	83.9	106.1	201.0	194.3	121.7
[2]	WSH4	135.4	32.3	45.8	39.1	62.1	61.0	45.2	61.8	74.3	63.0
	WSH6	348.5	108.5	103.6	102.7	195.2	137.7	124.4	147.6	241.7	122.6

Tabella A2.a: Experimental dissipated energy and results of software B models

Tabella A2.b: Experimental dissipated energy and results of software C models

rof	spaaiman	Eexp	E _{NLFEA,10}	E _{NLFEA,11}	E _{NLFEA,12}	E _{NLFEA,13}	E _{NLFEA,14}	E _{NLFEA,15}	E _{NLFEA,16}	E _{NLFEA,17}	E _{NLFEA,18}
Ter.	specifien	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ	kJ
	SW4	20.6	15.0	25.7	33.5	18.6	25.2	39.7	20.4	28.2	39.2
[1]	SW6	15.6	8.3	15.5	25.5	11.2	17.3	28.3	14.0	18.8	29.4
	SW8	27.9	20.2	34.1	53.6	27.0	38.5	58.3	35.1	40.5	60.5
	SW31	2.5	0.8	0.9	0.9	1.0	0.9	1.1	0.8	1.0	0.9
[2]	SW32	3.6	1.9	2.5	3.2	2.0	2.8	3.3	2.1	2.9	3.3
	SW33	3.7	1.4	2.3	2.5	1.5	2.6	2.6	1.7	3.2	2.6
	SW7	49.5	57.8	62.0	65.2	60.0	64.1	67.6	60.9	65.4	68.5
[3]	SW8	48.8	48.9	53.4	55.5	46.5	60.6	55.9	49.3	58.9	53.8
	SW9	71.9	80.3	106.7	93.6	84.3	111.2	94.6	85.1	112.5	94.7
	B6	255.9	206.5	243.7	301.9	252.8	260.2	327.8	265.6	286.1	336.4
[4]	B7	1272.2	1288.1	1325.5	1689.2	1437.2	1508.3	1777.2	1496.4	1589.4	1769.8
נדן	B8	1525.0	1595.4	1669.6	1922.0	1716.5	1781.8	1961.8	1834.2	1843.3	2008.7
	F2	843.2	666.4	702.9	916.4	765.1	793.3	952.2	819.3	828.3	964.3
	WSH2	129.9	170.5	133.6	155.4	183.1	135.0	163.6	174.9	152.0	166.4
[5]	WSH3	271.1	276.7	317.1	368.1	286.0	322.0	369.1	322.5	359.0	388.0
[2]	WSH4	135.4	125.5	76.6	41.9	81.9	101.2	44.8	89.2	83.6	44.6
	WSH6	348.5	308.6	323.0	276.3	302.2	333.1	259.2	330.4	363.8	378.7

Software					В									С				
β	0.1	0.1	0.1	CAL	CAL	CAL	0.3	0.3	0.3	0.1	0.1	0.1	CAL	CAL	CAL	0.3	0.3	0.3
Tension behavior	BRITTLE	LTS	PLASTIC															
Model	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
SW4	3.06	5.00	2.78	2.75	2.96	3.51	2.88	3.05	2.89	1.38	0.80	0.62	1.11	0.82	0.52	1.01	0.73	0.53
SW6	5.89	2.63	2.48	2.95	2.70	3.00	2.45	2.58	2.99	1.88	1.00	0.61	1.40	0.90	0.55	1.11	0.83	0.53
SW8	10.08	9.53	10.63	10.46	8.84	7.55	8.72	8.21	7.20	1.38	0.82	0.52	1.03	0.72	0.48	0.79	0.69	0.46
SW31	3.17	2.49	2.23	1.36	2.40	2.12	1.23	2.35	2.10	3.09	2.75	2.76	2.50	2.68	2.26	2.95	2.62	2.70
SW32	2.73	1.62	1.18	1.45	1.24	1.20	1.71	1.08	0.85	1.87	1.45	1.14	1.80	1.28	1.09	1.71	1.25	1.08
SW33	1.41	1.60	0.79	1.33	1.48	0.78	1.26	1.34	0.78	2.60	1.60	1.48	2.42	1.45	1.43	2.22	1.15	1.41
SW7	2.47	2.38	2.16	2.37	2.51	2.06	2.31	5.79	4.11	0.86	0.80	0.76	0.83	0.77	0.73	0.81	0.76	0.72
SW8	2.15	1.67	1.55	1.95	2.09	3.41	3.02	1.58	3.23	1.00	0.91	0.88	1.05	0.81	0.87	0.99	0.83	0.91
SW9	4.59	6.51	4.87	2.28	4.26	4.31	1.97	3.15	3.92	0.89	0.67	0.77	0.85	0.65	0.76	0.84	0.64	0.76
B6	1.27	1.48	1.10	1.10	1.26	1.03	1.02	1.17	1.00	1.24	1.05	0.85	1.01	0.98	0.78	0.96	0.89	0.76
B7	3.57	2.76	1.63	1.97	1.86	1.36	1.76	1.78	1.25	0.99	0.96	0.75	0.89	0.84	0.72	0.85	0.80	0.72
B8	3.96	3.75	2.04	2.49	2.11	1.67	2.07	2.55	2.81	0.96	0.91	0.79	0.89	0.86	0.78	0.83	0.83	0.76
F2	1.96	1.80	1.46	1.55	1.45	1.18	1.42	1.34	1.10	1.27	1.20	0.92	1.10	1.06	0.89	1.03	1.02	0.87
WSH2	1.50	1.57	0.88	1.38	1.49	0.88	1.18	1.19	1.23	0.76	0.97	0.84	0.71	0.96	0.79	0.74	0.85	0.78
WSH3	1.98	4.33	2.51	2.48	3.23	2.56	1.35	1.40	2.23	0.98	0.86	0.74	0.95	0.84	0.73	0.84	0.76	0.70
WSH4	4.19	2.96	3.46	2.18	2.22	2.99	2.19	1.82	2.15	1.08	1.77	3.23	1.65	1.34	3.02	1.52	1.62	3.04
WSH6	3.21	3.36	3.39	1.79	2.53	2.80	2.36	1.44	2.84	1.13	1.08	1.26	1.15	1.05	1.34	1.05	0.96	0.92

Tabella A2.c: Ratio between dissipated energy of the experimental test and FEM analysis

	Iusena	110141	Enperim	entear aren	nate ang	140011101			01011010	5 moden	5
ref	specimen	\mathbf{S}_{exp}	S _{NLFEA,1}	$S_{\text{NLFEA},2}$	$S_{\text{NLFEA},3}$	$S_{\text{NLFEA},4}$	$S_{\text{NLFEA},5}$	$S_{\text{NLFEA},6}$	$S_{\text{NLFEA},7}$	$S_{\text{NLFEA},8}$	S _{NLFEA,9}
101.	speemien	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
	SW4	22.4	15.4	17.3	11.4	15.3	13.4	11.4	15.3	13.3	19.9
[1]	SW6	22.3	17.6	13.4	17.4	13.4	13.4	11.4	15.3	13.3	11.4
	SW8	26.2	11.5	11.5	9.5	13.4	11.5	9.5	13.4	11.4	9.5
	SW31	22.0	11.0	12.6	10.0	21.6	12.6	9.5	22.0	12.6	9.0
[2]	SW32	24.5	13.6	17.8	14.0	24.5	24.5	13.6	19.2	24.5	24.5
	SW33	25.0	25.4	15.5	24.9	25.4	14.5	24.9	24.8	15.5	24.9
	SW7	31.3	30.3	30.3	30.3	30.3	30.3	30.3	30.3	17.0	19.1
[3]	SW8	23.1	23.2	23.2	23.2	23.3	21.6	17.6	17.6	23.3	17.6
	SW9	30.5	20.4	16.5	16.5	30.6	16.5	16.5	30.6	20.4	16.5
	B6	78.0	76.6	76.8	76.9	76.4	76.6	76.5	76.3	76.6	76.6
[4]	B7	149.3	100.2	100.2	147.5	147.0	146.5	147.8	146.8	146.7	147.3
[ד]	B8	151.8	75.3	75.5	152.6	152.5	152.5	153.1	152.5	126.6	75.7
	F2	128.2	129.7	129.5	99.2	129.3	129.2	129.5	129.2	129.2	129.6
	WSH2	63.0	52.7	63.2	63.2	63.3	63.2	63.2	63.3	63.3	52.7
[5]	WSH3	92.4	46.6	46.6	46.6	77.6	46.6	46.6	93.3	93.2	46.6
[3]	WSH4	78.0	46.2	46.2	32.7	61.6	46.2	36.3	61.6	61.5	46.2
	WSH6	93.7	77.3	64.5	64.4	93.7	77.4	64.5	77.4	93.7	64.5

Tabella A3.a: Experimental ultimate displacement and results of software B models

Tabella A3.b: Experimental ultimate displacement and results of software C models

ref	specime	S_{exp}	S _{NLFEA,10}	S _{NLFEA,11}	$\mathbf{S}_{\text{NLFEA},12}$	S _{NLFEA,13}	$\mathbf{S}_{\text{NLFEA},14}$	S _{NLFEA,15}	$\mathbf{S}_{\text{NLFEA},16}$	S _{NLFEA,17}	S _{NLFEA,18}
101.	n	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
	SW4	22.4	22.0	22.0	22.0	22.0	22.0	22.0	22.0	22.0	22.0
[1]	SW6	22.3	22.1	22.1	22.1	22.1	22.1	22.1	22.1	22.1	22.1
	SW8	26.2	26.0	26.0	26.0	26.0	26.0	26.0	26.0	26.0	26.0
	SW31	22.0	14.0	14.0	12.0	16.0	14.0	12.0	14.0	14.0	12.0
[2]	SW32	24.5	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	22.0
	SW33	25.0	18.0	20.0	16.0	18.0	20.0	16.0	18.0	26.0	26.0
	SW7	31.3	31.6	31.6	31.6	31.6	31.6	31.6	31.6	31.6	31.6
[3]	SW8	23.1	23.1	23.1	23.1	23.1	23.1	23.1	23.1	23.1	23.1
	SW9	30.5	30.5	30.5	30.5	30.5	30.5	30.5	30.5	30.5	30.5
	B6	78.0	78.0	78.0	78.0	78.0	78.0	78.0	78.0	78.0	78.0
F 4 1	B7	149.3	149.5	149.5	149.5	149.5	149.5	149.5	149.5	149.5	149.5
[4]	B8	151.8	152.0	152.0	152.0	152.0	152.0	152.0	152.0	152.0	152.0
	F2	128.2	126.5	126.5	126.5	126.5	126.5	126.5	126.5	126.5	126.5
	WSH2	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0
[6]	WSH3	92.4	92.4	92.4	92.4	92.4	92.4	92.4	92.4	92.4	92.4
[3]	WSH4	78.0	80.5	63.5	49.6	65.1	65.1	49.6	65.1	63.5	49.6
	WSH6	93.7	92.8	92.8	76.8	92.8	92.8	76.8	92.8	92.8	92.8

Software					В									С				
β	0.1	0.1	0.1	CAL	CAL	CAL	0.3	0.3	0.3	0.1	0.1	0.1	CAL	CAL	CAL	0.3	0.3	0.3
Tension behavior	BRITTLE	LTS	PLASTIC															
Model	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
SW4	1.46	1.29	1.96	1.46	1.67	1.96	1.46	1.68	1.13	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02
SW6	1.26	1.67	1.29	1.66	1.67	1.95	1.46	1.67	1.96	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
SW8	2.29	2.29	2.75	1.96	2.29	2.75	1.96	2.29	2.75	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
SW31	2.00	1.75	2.20	1.02	1.75	2.32	1.00	1.75	2.44	1.57	1.57	1.83	1.37	1.57	1.83	1.57	1.57	1.83
SW32	1.80	1.38	1.75	1.00	1.00	1.81	1.28	1.00	1.00	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.11
SW33	0.98	1.61	1.00	0.99	1.72	1.00	1.01	1.61	1.00	1.39	1.25	1.56	1.39	1.25	1.56	1.39	0.96	0.96
SW7	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.84	1.64	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
SW8	1.00	0.99	0.99	0.99	1.07	1.32	1.31	0.99	1.32	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
SW9	1.50	1.85	1.85	1.00	1.85	1.85	1.00	1.50	1.85	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B6	1.02	1.02	1.01	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B7	1.49	1.49	1.01	1.02	1.02	1.01	1.02	1.02	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B8	2.02	2.01	0.99	1.00	1.00	0.99	1.00	1.20	2.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
F2	0.99	0.99	1.29	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
WSH2	1.20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
WSH3	1.98	1.98	1.98	1.19	1.98	1.98	0.99	0.99	1.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
WSH4	1.69	1.69	2.38	1.27	1.69	2.13	1.27	1.27	1.69	0.97	1.23	1.57	1.20	1.20	1.57	1.20	1.23	1.57
WSH6	1.21	1.45	1.45	1.00	1.21	1.45	1.21	1.00	1.45	1.01	1.01	1.22	1.01	1.01	1.22	1.01	1.01	1.01

Tabella A3.c: Ratio between ultimate dispacement of the experimental test and FEM analysis

APPENDICE2: CARTE PROBABILISTICHE E ISTOGRAMMI DELLE DISTRIBUZIONI.



























APPENDICE 3

COMPDYN 2019

7th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering M. Papadrakakis, M. Fragiadakis (eds.) Crete, Greece, 24–26 June 2019

ASSESSMENT OF THE RESISTANCE MODEL UNCERTAINTIES IN PLANE STRESS NLFEA OF CYCLICALLY LOADED REINFORCED CONCRETE SYSTEMS

D. Gino¹, P. Castaldo¹, A. Dorato¹ and G. Mancini¹

¹ Department of Structural, Geotechnical and Building Engineering (DISEG), Politecnico di Torino,

Turin, Italy

corso Duca degli Abuzzi 24, 10129 Torino, ITALY e-mail: diego.gino@polito.it

¹Department of Structural, Geotechnical and Building Engineering (DISEG), Politecnico di Torino,

Turin, Italy

corso Duca degli Abuzzi 24, 10129 Torino, ITALY e-mail: paolo.castaldo@polito.it

¹Department of Structural, Geotechnical and Building Engineering (DISEG), Politecnico di Torino,

Turin, Italy

corso Duca degli Abuzzi 24, 10129 Torino, ITALY e-mail: alessandro.dorato@polito.it

¹Department of Structural, Geotechnical and Building Engineering (DISEG), Politecnico di Torino,

Turin, Italy

corso Duca degli Abuzzi 24, 10129 Torino, ITALY e-mail: giuseppe.mancini@polito.it

Abstract

The present work is devoted to estimate the resistance model uncertainty within plane stress non-linear finite element analyses (NLFEAs) of reinforced concrete structures subjected to cyclic loads. Specifically, various shear walls experimentally tested are considered for the investigation. The comparison between the plane stress NLFE structural model results and the experimental outcomes is carried out considering the possible modelling hypotheses available to describe the mechanical behaviour of reinforced concrete members subjected to cyclic loads. Several NLFE structural models are defined for each experimental test in order to investigate the resistance model uncertainty.

Keywords: model uncertainties, NLFEAs, reinforced concrete structures, modeling hypo- theses, cyclic loads.

1 INTRODUCTION

In the last decades, non-linear finite element analyses (NLFEAs) have increasingly become the most common and practical instruments able to model the actual mechanical behaviour of structural systems, such as reinforced concrete elements, in any loading condition (i.e., service limit state (SLS) and ultimate limit state (ULS)). In this context, although several guidelines for NLFEAs have been recommended by [1]-[4] in order to assure an accurate calibration and definition of the structural FE model, the results from such complex modelling need to be properly processed in order to satisfy safety and reliability requirements for engineering purposes [5]-[6]. To this aim, Bayesian finite elements have been proposed by [7] to take into account the model uncertainties for structural analysis. Contextually, different safety formats for NLFEAs have been proposed and commented in literature by several authors [8]-[13] and international codes [14]-[15] as well as their applications have been discussed by [16]-[18]. In these safety formats, uncertainties regarding the material (i.e., aleatory uncertainties) and the definition of the structural model (i.e., epistemic uncertainties) should be properly addressed in order to derive reliability-consistent design values of the global structural resistances. With regard to the material uncertainty, the corresponding randomness is usually well known and assessed, whereas the model uncertainty (i.e., uncertainty mainly related to the definition of the resistance model) associated with NLFEAs is not typically simple to be evaluated due to the different modelling hypotheses for the definition of a non-linear FE structural model. In fact, the prediction of the actual structural response through NLFEAs is characterized by a certain level of uncertainty because any numerical model aims to describe the essential cha-racteristics of the overall behaviour neglecting other aspects.

All the research studies evidence the need to assess the model uncertainties by means of a comparison between simulations and experimental outcomes with the consequence that an indepth characterization of the model uncertainties for NLFEAs of reinforced concrete structures is necessary to incorporate their effects on the global structural resistance assessment within the safety formats for cyclic loads. However, the assessment of the model uncertainties for calibration of a partial safety factor should also considers the different modelling hypotheses to run NLFEAs due to the different assumptions regarding the parameters that govern the equilibrium, kinematic compatibility and constitutive equations in dynamic conditions. In fact, different choices related to the described above parameters may lead to discordant results (i.e., epistemic uncertainty [19]).

With this aim, this work compares different experimental tests known from the literature [20]-[22], concerning different walls having different behaviours and failure modes in terms of global structural resistance with the numerical outcomes achieved by means of appropriate twodimensional non-linear FE structural models (i.e., plane stress configuration). Several nonlinear FE structural models are defined for each experimental test in order to investigate the influence of the model uncertainties on 2D NLFEAs of reinforced concrete members. Precisely, the assessment of the resistance modelling uncertainties in 2D NLFEAs, that belong to the group of the epistemic uncertainties, is herein based on the definition of eighteen (18) plausible structural models using different types of software and different mechanical behaviours for the reinforced concrete elements (i.e., modelling hypotheses [19]) in dynamic conditions.

2 RESISTANCE MODEL UNCERTAINTIES FOR NLFEAS

In general, the uncertainties in structural engineering can be classified in two families: aleatory and epistemic [19]. The aleatory uncertainties concern the intrinsic randomness of the variables that governs a specific structural problem, whereas the epistemic uncertainties are

mainly related to the lack of knowledge in the definition of the structural model [19],[23]-[25] and sometimes represented also by auxiliary non-physical variables/choices [19]. The safety assessment of a structural system by means of NLFEAs should account for explicitly both these sources of uncertainty.

Within the semi-probabilistic limit state method [26]-[28], the safety assessment of a structural system requires a reliable definition and characterization of the structural resistances, which increasingly often derive from NLFEAs. For this purpose, different safety formats have been proposed in the literature [8]-[15]. In particular, EN 1992 [14] defines a safety format based on the definition of the partial safety factors descending from representative values and design values of the material strengths (i.e., concrete compressive strength and reinforcement steel yielding strength). While, *fib* Model Code 2010 [15] provides three different methodologies for the assessment of the structural reliability: the probabilistic method, the global resistance method and the partial factor method. These different safety formats (with the exception for the partial factor method) allow the estimation of the design structural resistance R_d , that represents the global structural resistance of a structure with its behaviour and failure mode, as expressed by Eq.(1):

$$R_d = \frac{R_{rep}}{\gamma_R \gamma_{Rd}} \tag{1}$$

where R_{rep} denotes the value representative of the global structural resistance estimated by means of NLFEAs and in compliance with the selected safety format, γ_R is the partial safety factor accounting for the randomness of material properties (i.e., aleatory uncertainties) and γ_{Rd} represents the partial safety factor related to the modelling uncertainties (i.e., epistemic uncertainties). Therefore, the aleatory uncertainties are separated from the epistemic uncertainties within *fib* Model Code 2010 safety formats for NLFEAs [8],[15]. The procedure for the estimation of the partial factor γ_R is suggested by the corresponding safety format. Conversely, the value of the partial safety factor for the resistance model uncertainties γ_{Rd} remains an object of investigation. More recently, *fib* Model Code 2010 [15] has suggested to assume different values of γ_{Rd} depending on the level of validation of the structural model. The γ_{Rd} factor equal to 1 may be adopted for models with no epistemic uncertainties (i.e., presence of evidences of model validation in the actual design conditions [15]).

However, when NLFEAs have to be performed for dynamic simulations on structures having more complex geometry (that may differ from the simple case of the beam in the failure mode), the epistemic uncertainties related to the definition of the resistance model may be larger than expected. Therefore, an in-depth characterization of the partial safety factor γ_{Rd} needs to be addressed.

3 EVALUATION OF THE RESISTANCE MODEL UNCERTAINTIES

This section describes the methodology adopted in the present work for the assessment of the partial safety factor related to the resistance model uncertainties in the definition of 2D NLFEAs under cyclic loads. As discussed by [10],[29]-[30], the following aspects have to be considered in order to identify the resistance model uncertainties for NLFEAs:

the database of the experimental data should contain, if possible, all the parameters necessary for the reproduction of the tests and for the definition of non-linear FE structural models; note that some information, related to the material properties, is so often missing and, in the practice, usually is derived from the available data under appropriate assumptions according to the scientific literature with an increase of the model uncertainty;

- the experimental results should be related to different typologies of structures with different failure modes;
- a probabilistic analysis of the observed model uncertainties needs to be carried out in order to define the most likely probabilistic distribution with the corresponding parameters.

In compliance with [8],[15], the resistance model uncertainty, separated from the aleatory one (Eq. (1)) and denoted as \mathcal{P}_i , can be expressed by a multiplicative law. This latter relates the i-th actual global resistance (response) estimated from an experimental test $R_i(X, Y)$ to the i-th global resistance (or response) estimated by a NLFEA $R_{NLFEA,i}(X)$ and, may be expressed as follows:

$$R_i(X,Y) \approx \mathcal{G}_i R_{\text{NLFEA},i}(X) \tag{2}$$

where X is a vector of basic variables included into the resistance model, Y is a vector of variables that may affect the resisting mechanism but are neglected in the model. Note that the unknown effects of Y variables, if present, are indirectly incorporated and covered by \mathcal{G}_i . As widely explained in the next section, different modelling hypotheses are possible to model a specific reinforced concrete structure by means of NLFEAs. A comprehensive calibration of the resistance model uncertainties for 2D NLFEAs requires to account for the different modelling hypotheses which may be selected by engineers for seismic analyses.

4 NON-LINEAR SIMULATIONS: PARAMETRIC ANALYSIS RESULTS

In this section, different experimental tests corresponding to different structural systems are considered and reproduced by means of NLFEAs. These simulations are performed considering a set of modelling hypotheses in order to estimate the resistance model uncertainties with the aim to calibrate the corresponding values of the partial safety factor within the safety formats proposed by [15]. Note that all the numerical simulations have been performed by the authors after a sensitivity/calibration analysis and this is an important requirement for the proposal of this study because leads to a reduction of the epistemic uncertainties, in other words, the designers, involved in NLFEAs for the structural verification process, should be confident with this approach. As known, the structural analysis is based on the fundamental principles of mechanics such as equilibrium, of displacement compatibility and of constitutive laws [31]. In the field of NLFEAs, these principles are attended by iterative calculation procedures which inevitably lead to a certain degree of error in the final solution. Moreover, the defini- tion of a specific structural model [31] requires different assumptions about the parameters describing the equilibrium, kinematic compatibility, constitutive equations leading to different numerical outcomes, which may be more or less realistic. Therefore, the multiplicity of choic- es (i.e., epistemic uncertainties) which can be assumed during the definition of a non-linear FE model leads to have a certain degree of uncertainty in the final solution. It follows that, consistently with the framework of the safety formats for NLFEAs [14]-[15], the estimation of the partial safety factor γ_{Rd} for the resistance modelling uncertainties is necessary. Consi- dering different experimental tests known from the literature [20]-[22], Subsection 4.1 de- scribes the different modelling hypotheses that any engineer may assume during the computational phase. The numerical results in terms of global structural resistance from the NLFEAs are described in Subsection 4.2 and also compared to the experimental outcomes.

4.1 Different modelling hypotheses within NLFEAs

A multitude of modelling hypotheses is available to carry out 2D (plane stress) NLFEAs of reinforced concrete structures. In this work, two software [32]-[33], identified anonymously by Software A, and Software B in order to avoid advertising for the different codes, are adopted in order to reproduce the outcomes of a set of experimental tests. For each software, several choices about the hypotheses and mechanical parameters related to equilibrium, com- patibility and constitutive laws can be performed. Specifically, in each software four-node quadrilateral iso-parametric plane stress finite elements, based on linear polynomial interpolation and 2x2 Gauss point's integration scheme, are used for the numerical simulations as well as the FE meshes are properly defined after a calibration procedure. The non-linear system of equations is solved by means of the standard Newton-Raphson iterative procedure based on the hypothesis of linear approximation [1]. Moreover, for each software the following main characteristics for the FE models are also assumed:

- non-linear behaviour of concrete in compression including softening with a reduction of the compression strength and shear stiffness (shear retention factor variable from a minimum value of 0.1 to a maximum value of 0.3) after cracking [34]. In detail, the mono-axial constitutive model for concrete proposed by EN 1992-1-1 [14], the constitutive model described by Model Code 1990 [15] and the constitutive model described by Thorenfeldt et al. [35] have been selected in order to fit as much as possible the experimental results with each software [32]-[33];
- smeared cracking with fixed crack direction model [36]-[38];
- tri-linear σ - ϵ curve for the reinforcement steel [34];
- discrete and smeared models of the reinforcement, assuming a perfect bond between the reinforcement and the surrounding concrete [34];
- Young's modulus and tensile concrete strength, as also explained previously, are the material properties derived as a function of the experimental compressive strength, according to [27].

The summary of the main hypotheses assumed in the definition of the simulations for 2D NLFEAs, adopting Software A and B [32]-[33], is listed in Table 1.



Figure 1: Different constitutive laws for concrete tensile behaviour.

In addition to the described above differences inherent to the use of two software, another important differentiation in the definition of non-linear FE models has been considered with respect to the concrete tensile mechanical behavior and the shear stiffness in cracked concrete. As known, concrete is considered as quasi-brittle material in compression and purely brittle in tension. However, the local interaction between reinforcing bars and concrete between cracks gives rise to the "tension stiffening effect" [38]. In numerical simulations, this effect may be taken into account through a modification of the constitutive tensile behavior of the concrete matrix. In general, this modification refers to the definition of a tension softening law in the

post peak concrete tensile behavior. In the present paper, three different constitutive laws for concrete in tension are considered in order to cover different hypotheses accounting for the tension stiffening effect [34]: elastic-brittle, elastic-plastic and a linear tension softening as shown in Figure 1. The first two constitutive laws are conceived as upper and lower limit (non-physical) approaches. While, the constitutive law having a linear tension softening for the concrete tensile behavior represents the physical modelling hypothesis and has been cali-brated by means of an iterative specific process in each software with the aim to best fit each experimental result. In this iterative process, the ultimate deformation in tensile of concrete (i.e., $\epsilon_{\rm et,LTS}$ in Figure 1) is assumed as a function of the corresponding elastic one (i.e., $\epsilon_{\rm et}$ in Figure 1) varying in a range from $2\epsilon_{\rm et}$ to $10\epsilon_{\rm et}$ without highlighting any dependence on the software and on the compressive strength.

	Software A	Software B
Equilibrium	- Standard Newton-Raphson based o - Convergence crite - Load step sizes defined in comp	n the hypothesis of linear approximation [1] eria based on strain energy pliance with the experimental procedure
Compatibility	Finite Elements - Isoparametric plane stress 4 nodes (2x2 Gauss points integration scheme with linear interpolation) - Discrete reinforcements - Element size defined by means of an iterative process of numerical accuracy	<i>Finite Elements</i> - Isoparametric plane stress 4 nodes (2x2 Gauss points integration scheme with linear interpola- tion) - Smeared reinforcements/discrete reinforce- ments - Element size defined following an iterative process of numerical accuracy
Constitutive laws	CC - Fixed crack model, smeared cracki 1) 0.1 2) Variable 3) 0.3 - Mono-dimensional mod - Compression: Non-linear w - Tension (differentiating b 1) Elastic - 2) Elastic v 3) Elastic - <i>REINFOR</i> - Tri-linea	<i>DNCRETE</i> ing, constant shear retention factor equal to: el extended to biaxial stress state ith post peak linear softening branch between 3 modelling hypotheses): Brittle (BRITTLE) vith post peak linear tension softening (LTS) perfectly plastic (PLASTIC) <i>CEMENTS STEEL</i> ar elastic – plastic

Table 1: Summary of the basic hypotheses assumed in the definition of non-linear FE numerical models.

Once the tensile behavior has been established, for each of the three tensile behaviours the same investigation procedure was used to calibrate the shear retention factor (β) with a value between 0.1 and 0.3. Specifically, for each software and experimental test, three different models for the different tensile behaviour are defined and for each one 0.1 and 0.3 are imposed as limits for β , and, in addition, an iterative process is used to define the most appropriate value of β to best fit the experimental tests.

Altogether, 18 different structural models (i.e., modelling hypotheses which belong to the group of the epistemic uncertainties because a specific choice can lead to a reduction of the

uncertainty [19]) can be defined combining the three different concrete tensile behaviours with the three different values of shear retention factor and the two software codes. A scheme of the modelling hypotheses adopted in this study is summarized in Figure 2. By this way, the resistance model uncertainties can be identified and computed for the different experimental tests of the 9 specimens as described in the following subsection, leading to a total number of NLFEAs equal to 162, as shown in Fig. 2.



Figure 2: Distinction between the 9 structural models (Mo.1-9 for each software) for the resistance model uncertainty investigation and summary of the benchmark NLFEAs.

4.2 NLFEAs of different experimental tests: results and comparison

In this section, the experimental results presented in the scientific literature [20]-[22] and related to 9 different r.c. walls are considered and assumed as benchmark test set. All these experimental tests, have been performed through a cyclic loading process up to failure as discussed by [20]-[22]. The specimens have been realized in laboratory and supported by statically determined configurations. The experimental results, in terms of load vs displacement, are compared to the outcomes from the different 162 2D NLFEAs carried out taking into ac- count the resistance model uncertainties as previously discussed. It is worthy to specify that some experimental results and represent another source of uncertainties, as com- mented below for the comparison with some experimental results [29],[39].

In the following, the experimental and numerical tests are described in details and illustrated in Figures 3-11.

The experimental tests described by Pilakoutas and Elnashai [20], analyzed six reinforced concrete walls designed in pairs so as to have the same percentage of bending reinforcement and differing in the percentage of shear reinforcement. For this work, only 3 of the all walls have been taken into consideration denoted respectively as SW4, SW6, SW8, with the following geometrical properties: 1.20 m high, 0.6 m wide, 0.06 m thick and stiffened by a 0.2 m thick and 0.25 m high lower beam, and by a 0.2 m thick and 0.15 m high upper beam where the load is applied. All walls are subjected to the same load history. The test was carried out in displacement control from 2 mm up to failure, performing two complete cycles with a 2 mm increment. The concrete compressive strength ranges from 36.9 to 45.8 MPa in the dif- ferent tests, while the flexural reinforcement remains constant in the web and the shear rein-forcement and the vertical reinforcement vary in the boundary elements. The numerical results in terms of global structural resistance of the simulations are listed in Table 2 and 3. The results from NLFEAs, in Figures 3-5 (a)-(f), are plotted for the same shear hypothesis, for the different tensile behaviors and for the two software codes. The lowest results in terms of maximum load are achieved when the brittle constitutive law is adopted for concrete tensile behavior, while the plastic constitutive law always leads to an overestimation of the maximum load and of stiffness. It can also be noted that the best results are obtained for a shear retention factor of 0.1 or in any case close to this value. In general, all the simulations overestimate the maximum load and then the structural resistance, but underestimate the ductility because a lot of simulations failure before then experimental tests. Figure 3-5 (a-c) and (d-f) show the in-
trinsic dependence of the results on the software choice (software A and B, respectively), in which the simulations (a-c) fail the simulation before the end of the load history, while the simulations (d-f) reach the end of the analysis but they overestimate the resistance, especially in the case of the models 12, 15, 18. The failure mode occurs with the progressive yielding of the tensile reinforcements and concrete crushing in the boundary element compressed on the opposite side. This failure is in compliance with the experimental results. When the ultimate deformation for the concrete in compression is reached, all the simulations have been stopped due to the convergence loss of the numerical procedure.



Figure 3: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW4 of Pilakoutas [20] and NLFEA results; (a-c) Software A, (d-f) Software B.



Figure 4: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW6 of Pilakoutas [20] and NLFEA results; (a-c) Software A, (d-f) Software B.

Ref. [*]	Exp.	Exp. R _{EXPyi} test [kN]	$R_{NLFEA,i}$ [kN]										
	test		Mo. 1	Мо. 2	Мо. 3	<i>Mo.</i> 4	<i>Mo.</i> 5	Мо. б	<i>Mo.</i> 7	Mo. 8	Mo. 9		
[20]	SW4	103.0	124.0	103.4	135.4	124.9	126.4	137.4	127.8	125.5	121.8		
	SW6	108.6	100.1	120.8	122.2	117.6	121.3	134.3	123.0	124.5	136.0		
	SW8	95.1	128.5	127.3	142.2	133.0	130.9	149.1	137.7	135.2	152.8		

Table 2: Results in terms of resistance from the experimental tests $R_{EXP,i}$ [20] and NLFEAs $R_{NLFEA,i}$ for the different structural models, Software A.

Ref. [*]	Exp.	R _{EXP,i} [kN]		$R_{NLFEA,i}$ [kN]									
	test		Mo. 10	Mo. 11	Mo. 12	Mo. 13	Mo. 14	Mo. 15	Mo. 16	Mo. 17	Mo. 18		
[20]	SW4	103.0	126.3	133.5	151.6	125.8	133.1	152.8	127.8	139.1	154.3		
	SW6	108.6	110.3	121.3	142.9	110.8	125.4	142.7	111.6	122.7	143.7		
	SW8	95.1	128.0	139.4	159.2	127.8	137.7	160.4	131.9	140.8	160.5		

Table 3. Results in terms of resistance from the experimental tests $R_{EXP,i}$ [20] and NLFEAs $R_{NLFEA,i}$ for the differ- ent structural models, Software B.



Figure 5: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW8 of Pilakoutas [20] and NLFEA results; (a-c) Software A, (d-f) Software B.

The experimental results of Lefas and Kotsovos [21] are related to four identical walls of dimensions 1300x650x65mm, that are constrained inferiorly by a beam of section 200x300mm which simulates a rigid foundation. At the top there is a rigid beam to uniformly transmit the imposed displacement on the top of the wall. The flexural reinforcement is made up of ϕ 8/100mm in the web, while the distance is reduced to 70mm in the boundary elements. Similarly, the shear reinforcement is composed of $\phi 6.25/260$ mm over the entire width of the wall and additional stirrups in the boundary elements with \$\phi4/130mm\$. The imposed displacement tests present a load history composed of four or five cycles with displacements of a few millimeters and then an increase of monotonic displacement up to failure. The concrete compressive strength varies in the range 35-53 MPa in the different tests. The numerical results in terms of global structural resistance of the simulations are listed in Tables 4-5. Figures 6-8 (a)-(f) show that models (3, 6, 9, 12, 15, 18) related to elastic-plastic constitutive law for the concrete tensile behavior, always lead to an overestimation of the resistance and stiffness, while models elastic-brittle and with a linear tension softening in tension have more or less the same behavior, with a stiffness similar to the real one in the cyclic phase, but, in general, an underestimation of the resistance. It can be also noted that as the shear retention factor increases, the dissipated energy also increases. The failure mode occurs with the progressive yielding of the tensile flexural reinforcements on the side where the displacement is imposed and concrete crushing at the bottom of the boundary element in the other side. Some simulations don't reach the ultimate experimental displacement but fail upon reaching the maximum load or for a slightly greater displacement than that achieved in the cyclic phase.

Ref. [*]	Exp.	R_{EXP}, i	$R_{NLFEA,i}$ [kN]									
	test	[kN]	Mo. 1	<i>Mo. 2</i>	<i>Mo.</i> 3	Mo. 4	Mo. 5	Мо. б	<i>Mo.</i> 7	<i>Mo.</i> 8	Mo. 9	
[21]	SW31	115.9	111.9	120.8	160.2	121.3	133.3	168.9	127.7	139.3	174.4	
	SW32	111.0	110.3	114.8	142.8	114.9	118.3	142.7	119.1	131.1	144.3	
	SW33	111.5	107.2	111.5	129.8	110.4	114.0	139.4	113.8	117.6	143.8	

Table 4. Results in terms of resistance from the experimental tests $R_{EXP,i}$ [21] and NLFEAs $R_{NLFEA,i}$ for the different structural models, Software A.

Ref. [*]	Exp.	Exp. $R_{EXP,i}$		$R_{NLFEA,i}$ [kN]									
	test	[kN]	Mo. 10	Mo. 11	Mo. 12	Mo. 13	Mo. 14	Mo. 15	Mo. 16	Mo. 17	Mo. 18		
[21]	SW31	115.9	87.8	117.5	139.8	98.0	127.2	147.6	98.9	131.8	151.2		
	SW32	111.0	93.7	101.6	129.4	93.9	101.9	129.5	99.4	102.2	129.7		
	SW33	111.5	94.6	96.0	118.7	95.2	101.1	122.8	95.7	98.8	126.9		

Table 5: Results in terms of resistance from the experimental tests $R_{EXP,i}$ [21] and NLFEAs $R_{NLFEA,i}$ for the different structural models, Software B.



Figure 6: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW31 of Lefas and Kotsovos [21] and NLFEA results; (a-c) Software A, (d-f) Software B.



Figure 7: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW32 of Lefas and Kotsovos [21] and NLFEA results; (a-c) Software A, (d-f) Software B.



Figure 8: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW33 of Lefas and Kotsovos [21] and NLFEA results; (a-c) Software A, (d-f) Software B.

The experimental results discussed by Zhang and Wang [22], focused on four reinforced concrete walls, denoted as SW7, SW8 and SW9 being 1.75 m high, 0.7 m wide, 0.1 m thick. The structural member is fully restrained at the base with a 0.5 m high and 0.4 m wide beam and loaded by an axial force at the top, that is considered evenly distributed at 25 cm from the top surface of the wall, while the horizontal imposed displacement is applied at 1.5 m from the base of the wall. Hence, the effective height of the wall is 1.5 m. The walls SW7 and SW8 have the same reinforcement that consist of ϕ 8/150mm as flexural reinforcement in the web,

while for shear $\frac{\phi 8}{100}$ mm over the total width of the wall and hoops $\frac{\phi 6}{50}$ mm in the boundary elements. The difference is in flexural reinforcement in the boundary elements of the wall which consists respectively of $4\phi14$ and $4\phi12$ on each side of the wall. The SW9 is more reinforced, and presents 4\phi20 on each boundary element, and a greater amount of shear reinforcement than the previous ones with $\frac{\phi}{8}/75$ mm+ $\frac{\phi}{150}$ mm over the total width of the wall and hoops $\phi 6/75$ mm in the boundary elements. The walls also differ in the axial load: SW7 and SW9 have an axial-load ratio of 0.24 while SW8 has a greater axial-load ratio equal to 0.35. The loading histories are quite similar and follow the same procedure: at the first time the axial load is applied in small incremental steps, after that the wall is subjected to the cyclic phase with horizontal load divided in two parts. The first consists in 10 cycles until the yield- ing of flexural reinforcement; in the second phase at each cycle it is proceeded with a dis-placement increase equal to half that recorded for yielding. The numerical results in terms of global structural resistance of the simulations are listed in Table 6-7. The NLFEA results, plotted in Figure 9-11 (a)-(f), show that models related to elastic-plastic constitutive law for the concrete tensile behavior, always lead to an overestimation of the stiffness. Models elas- tic-brittle in tension do not always represent the lower bound. Figure 9-11 (a-c) and (d-f) show the dependence of the results on the software choice (software A and B, respectively), in which (ac) reflect the real behavior for small displacement and reach the experimental maxi- mum load, while for bigger displacement there is a progressive reduction of stiffness and re- sistance and in many cases the simulation fails (especially for models with elastic-plastic tensile behavior). For Software B instead, in general, all the models overestimate the structur- al resistance, but reach the end of the loading history by following the real behavior quite well.

Ref. [*]	Exp.	R _{EXP} ,i [kN]	$R_{NLFEA,i}$ [kN]									
	test		Mo. 1	<i>Mo. 2</i>	Мо. 3	<i>Mo.</i> 4	Mo. 5	Мо. б	<i>Mo.</i> 7	<i>Mo.</i> 8	Mo. 9	
[22]	SW7	201.2	189.7	195.7	206.4	203.3	202.5	209.9	212.1	206.3	224.9	
	SW8	224.0	223.6	220.1	236.7	227.0	223.7	239.9	239.8	234.6	254.4	
	SW9	303.5	323.6	325.0	345.0	345.7	338.1	360.4	360.4	345.3	367.4	

Table 6. Results in terms of resistance from the experimental tests $R_{EXP,i}$ [22] and NLFEAs $R_{NLFEA,i}$ for the different structural models, Software A.

Ref. [*]	Exp.	R _{EXP} ,i [kN]	$R_{NLFEA,i}$ [kN]									
	test		Mo. 10	Mo. 11	Mo. 12	Mo. 13	Mo. 14	Mo. 15	Mo. 16	Mo. 17	Mo. 18	
[22]	SW7	201.2	226.0	223.2	241.5	240.3	236.9	255.1	252.4	249.3	264.2	
	SW8	224.0	232.3	226.9	243.8	244.6	239.8	250.4	255.9	247.8	252.2	
	SW9	303.5	322.7	318.1	344.4	335.1	329.2	352.3	345.1	337.4	357.4	

Table 7. Results in terms of resistance from the experimental tests $R_{EXP,i}$ [22] and NLFEAs $R_{NLFEA,i}$ for the different structural models, Software B.



Figure 9: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW7 of Zhang and Wang [22] and NLFEA results; (a-c) Software A, (d-f) Software B.



Figure 10: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW8 of Zhang and Wang [22] and NLFEA results; (a-c) Software A, (d-f) Software B.



Figure 11: Load vs displacement diagrams from experimental tests SW9 of Zhang and Wang [22] and NLFEA results; (a-c) Software A, (d-f) Software B.

The results deriving from the abovementioned 162 non-linear FE simulations are useful to assess the resistance model uncertainties in 2D NLFEAs of reinforced concrete structures characterised by different failure modes under cyclic loads. These results have also demonstrated the several difficulties, which commonly occur considering different types of software and constitutive laws, in reproducing the actual failure behaviour of structural members.

5 CONCLUSIONS

This work evaluates the values of the model uncertainties (i.e., epistemic uncertainties) regarding the global structural resistance for 2D non-linear finite element method analyses of reinforced concrete systems under cyclic loads. Various experimental tests concerning different walls subject of cyclic shear action, have been numerically simulated by means of appropriate 162 NLFEAs considering two different software codes, three different constitutive laws for the behaviour of concrete in tension and three different shear behaviour after cracking. From the comparison with the experimental outcomes, the FE results have demonstrated the several difficulties, which commonly occur employing different types of software and consti- tutive laws, in reproducing the actual failure behaviour and the actual failure load of the all structural members considered. In general, it can be observed that a tensile behavior of the concrete perfectly plastic always gives a greater overestimation of the structural resistance, and that the variation of the shear retention factor varies the amplitude of the cycle, and there- fore the dissipated energy. However, in terms of resistance, a shear retention factor close to 0.1 is the one that best fits the experimental test.

ACNOWLEDGEMENTS

This work is part of the collaborative activity developed by the authors within the framework of the Committee 3 – Task Group 3.1: "*Reliability and safety evaluation: full-probabilistic and semi-probabilistic methods for existing structures*" of the International Federation for Structural Concrete (*fib*).

REFERENCES

- [1] *fib* Bulletin N°45. Practitioner's guide to finite element modelling of reinforced con- crete structures State of the art report. Lausanne; 2008.
- [2] Belletti B, Damoni C, Hendriks MAN. Development of guidelines for nonlinear finite element analyses of existing reinforced and prestressed beams. European Journal of Environmental and Civil Engineering 2011;15(9): 1361-1384.
- [3] DNV-RP-C208. Determination of structural capacity by non-linear FE analysis methods, Recommended Practice, DET NORSKE VERITAS AS 2013, <u>http://www.dnv.com</u>.
- [4] Most T. Assessment of structural simulation models by estimating uncertainties due to model selection and model simplification. Computers and Structures 2011; 89(17-18): 1664-1672.
- [5] Piluso V., Pisapia A., Castaldo P., Nastri E., (2019) "Probabilistic Theory of Plastic Mechanism Control for Steel Moment Resisting Frames", Structural Safety, (2019), 76:95-107, https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2018.08.003.
- [6] Basone, F., Castaldo, P., Cavaleri, L., Di Trapani, F. (2019) Response spectrum analysis of frame structures: reliability-based comparison between complete quadratic combination and damping-adjusted combination, Bulletin of Earthquake Engineering.
- [7] Haukaas T, Gardoni P. Model Uncertainty in Finite-Element Analysis: Bayesian Finite Elements. Journal of Engineering Mechanics 2011; 137(8): 519-526.

- [8] Allaix DL, Carbone VI, Mancini G. Global safety format for non-linear analysis of rein- forced concrete structures. Structural Concrete 2013; 14(1): 29-42.
- [9] Castaldo P., Gino D., Carbone V.I., Mancini G. (2018) Framework for definition of de- sign formulations from empirical and semi-empirical resistance models, Structural Con- crete, 19(4): 980-987.
- [10] Castaldo P, Gino D, Bertagnoli G, Mancini G. Partial safety factor for resistance model uncertainties in 2D non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures, Engineering Structures, 176(2018), 746-762.
- [11] Shlune H, Gylltoft K, Plos M. Safety format for non-linear analysis of concrete struc- tures. Magazine of Concrete Research 2012; 64(7): 563-574.
- [12] König G, Nguyen T, Ahner C. Consistent safety format. In: CEB, editor. CEB bulletin 239 – non-linear analysis: discussion papers from the working party in commission 1. CEB 1997. Lausanne.
- [13] Ftima MB, Massicotte B. Development of a reliability framework for the use of ad- vanced nonlinear finite elements in the design of concrete structures. Journal of Struc- tural Engineering 2012; 138:1054–64.
- [14] CEN EN 1992-2 Eurocode 2 Design of concrete structures, Part 2: concrete bridges. CEN 2005. Brussels.
- [15] fib Model Code for Concrete Structures 2010. fib 2013. Lausanne.
- [16] Blomfors M, Engen M, Plos M. Evaluation of safety formats for non-linear finite ele- ment analyses of statically indeterminate concrete structures subjected to different load paths. Structural Concrete 2016; 17(1): 44-51.
- [17] Val D, Bljuger F, Yankelevsky D. Reliability evaluation in nonlinear analysis of rein- forced concrete structures. Structural Safety 1997; 19(2): 203-217.
- [18] Cervenka V. Reliability-based non-linear analysis according to fib Model Code 2010. Structural Concrete 2013; 14(1): 19-28.
- [19] Kiureghian AD, Ditlevsen O. Aleatory or epistemic? Does it matter?. Structural Safety 2009; 31: 105-112.
- [20] Kypros Pilakoutas and Amr Einashai. Cyclic Behaviour of Reinforced Concrete Canti- lever Walls, Part I : Experimental Results. ACI structural journal no.92-S25, 1995.
- [21] Ioannis D. Lefas and Micheal D. Kotsovos. Strength and deformation characteristics of reinforced concrete walls under load reversals. ACI structural journal no.87-S74, 1990.
- [22] Yunfeng Zhang and Zhihao Wang. Seismic behaviour of reinforced concrete shear walls subjected to high axial loading. ACI structural journal no.97-S75, 2000.
- [23] Patè-Cornell ME. Uncertainties in risk analysis: six levels of treatment, Reliability En- gineering and System Safety 1996; 54: 95-111.
- [24] Ditlevsen O. Model uncertainty in structural reliability. Structural Safety 1982; 1: 73-86.
- [25] Bulleit WM. Uncertainty in structural engineering. Practice Periodical on Structural De- sign and Construction ASCE 2008; 13: 24-30.

- [26] CEN. EN 1990: Eurocode Basis of structural design. CEN 2013. Brussels.
- [27] CEN. EN 1992-1-1: Eurocode 2 Design of concrete structures. Part 1-1: general rules and rules for buildings. CEN 2014. Brussels.
- [28] Allen TM, Nowak AS, Bathurst RJ. Calibration to determine load and resistance factor for geotechnical a structural design. Transport research board circular N° EC-079 2005. Washington.
- [29] Holický M, Retief JV, Sikora M. Assessment of model uncertainties for structural resis- tance. Probabilistic Engineering Mechanics 2016; 45: 188-197.
- [30] Sikora M, Holicky M, Prieto M, Tanner P. Uncertainties in resistance models for sound and corrosion-damaged RC structures according to EN 1992-1-1. Materials and struc- tures 2014; 48: 3415-3430.
- [31] Engen M, Hendriks MAN, Øverli JA, Åldtstedt E. Solution strategy for non-linear finite element analyses of large reinforced concrete structures. Str. Concrete 2015; 3: 389-397.
- [32] ATENA 2D v5. Cervenka Consulting s.r.o. . Prague. Czech Republic. 2014.
- [33] DIANA FEA BV. Delftechpark 19a 2628 XJ Delft. The Netherlands. 2017.
- [34] Bertagnoli G, La Mazza D, Mancini G. Effect of concrete tensile strength in non linear analysis of 2D structures: a comparison between three commercial finite element soft- wares. 3rd International Conference on Advances in Civil, Structural and Construction Engineering – CSCE 2015. Rome. 104-111. 10-11 December 2015.
- [35] Thorenfeldt E, Tomaszewicz A and Jesen J, 1987 "Mechanical properties of highstrength concrete and applications in design", Proc. Symp. Utiliz. of High-Strength Concrete,149-159.
- [36] De Borst R, Nauta P. Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model. Engi- neering Computations 1985; 2: 35-46.
- [37] Riggs HR, Powell GH. Rough crack model for analysis of concrete. J. Eng. Mech. Div. ASCE 1986; 112(5): 448-464.
- [38] Massicotte B, Elwi AE, MacGregor JG. Tension-stiffening models for planar reinforced concrete members. Journal of Structural Engineering 199; 116(11): 3039-3058.
- [39] Sykora M., Krejsa J., Mlcoch J., Prieto M., Tanner P. Uncertainty in shear resistance models of reinforced concrete beams according to *fib* MC2010, Struc. Concrete. 2018, 19(1):284-295.

BIBLIOGRAFIA

- [1]. Kypros Pilakoutas and Amr Einashai. Cyclic Behaviour of Reinforced Concrete Cantilever Walls, Part I : Experimental Results. ACI structural journal no.92-S25, 1995.
- [2]. Ioannis D. Lefas and Micheal D. Kotsovos. Strength and deformation characteristics of reinforced concrete walls under load reversals. ACI structural journal no.87-S74, 1990.
- [3]. Yunfeng Zhang and Zhihao Wang. Seismic behaviour of reinforced concrete shear walls subjected to high axial loading. ACI structural journal no.97-S75, 2000.
- [4]. R.G. Oesterle, et al. Earthquake resistant structural walls Tests of isolated walls Phase II. Portland cement association, 1979.
- [5]. A. Dazio et al. Quasi-static cyclic tests and plastic hinge analysis of RC structural walls. Engineering Structures 31: 1556-1571, 2009.
- [6]. Armen Der Kiureghian and Ove Ditlevsen. Aleatory or epistemic? does it matter? Structural Safety, 31:105–112, 2009.
- [7]. Milan Holick`y, Johan V Retief, and Miroslav Sykora. Assessment of model uncertainties for structural resistance. Probabilistic Engineering Mechanics, 45:188–197, 2016.
- [8]. Morten Engen, et al. A quantification of the modelling uncertainty of non-linear finite element analyses of large concrete structures. Structural Safety,64:1-8, 2017
- [9]. Diego Lorenzo Allaix, Vincenzo Ilario Carbone, and Giuseppe Mancini. Global safety format for non-linear analysis of reinforced concrete structures. Structural Concrete, 14(1):29–42, 2013.
- [10]. Vladimir Cervenka. Reliability-based non-linear analysis according to *fib* Model Code 2010. Structural Concrete, 14(1): 19-28.,2013.
- [11]. CEB FIB. Model code 2010. Technical report, 2010.
- [12]. Paolo Castaldo, Diego Gino, Gabriele Bertagnoli, Giuseppe Mancini. Partial safety factor for resistance model uncertainties in 2D non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures. Engineering Structures 176: 746–762, 2018.
- [13]. H. Schlune et al. Safety formats for non-linear analysis tested on concrete beams subjected to shear forces and bending moments. Engineering Structures 33, 2011.

- [14]. F. J. Vecchio and M. P. Collins. Compression response of cracked reinforced concrete. Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 12, 1993.
- [15]. Murat Saatcioglu and Salim R Razvi. Strength and ductility of confined concrete. Journal of Structural engineering, 118(6):1590–1607, 1992.
- [16]. D.L.Araújo, et al. Computational modelling of steel fibre reinforced Concrete beams subjected to shear. IBRACON Structures and Materials Journal, vol. 3 n1, 2010.
- [17]. S. Matsuoka, et al. ANALITICAL MODEL FOR CONCRETE STRUCTURES INFLUENCED BY CRACK initiation and propagation. Concrete Library of JSCE no.35, 2000.
- [18]. E. Fehiling & T. Bullo. Ultimate load capacity of reinforcement steel fibre concrete deep beams subjected to shear. Finite elements in Civil Engineering Applications, Hendriks & Rots, 2002.
- [19]. N. Shirai, et al. Finite element analysis of shear wall specimens made of ductile fibre reinforced cementitious composites subjected to lateral loading. Finite elements in Civil Engineering Applications, Hendriks & Rots, 2002.
- [20]. X.Zhang & D.Wang. influence of the shear retention factor on the fracture behaviour of fibre reinforced concrete. Advances in Materials Sciences, Energy Technology and Environmental Engineering, 2017.
- [21]. Comité euro-international du béton. RC Elements Under Cyclic Loading: State of the Art Report, 1996.
- [22]. ATENA 2D v5. Cervenka Consulting s.r.o. Prague. Czech Republic; 2014.
- [23]. DIANA FEA BV. Delftechpark 19a 2628 XJ Delft. The Netherlands; 2017.
- [24]. Achintya Haldar and Sankaran Mahadevan. Probability, reliability, and statistical methods in engineering design, volume 1. Wiley New York, 2000
- [25]. JCSS. Probabilistic Model Code, 12th draft. Joint Committee on Structural Safety, 2001.
- [26]. CEN: EN 1990: Eurocode Basis of structural design. CEN, 2003.
- [27]. CEN: EN 1992-2: Eurocode 2 Design of concrete structures. Part 2: concrete bridges. CEN, 2005.
- [28]. CEB: New developments in non-linear analysis methods. Bulletin d'Information N°. 229. CEB, 1995.

[29]. Bertagnoli G, La Mazza D, Mancini G. Effect of concrete tensile strength in non –linear analysis of 2D structures: a comparison between three commercial finite element softwares. In: 3rd International conference on advances in civil, structural and construction engineering – CSCE 2015. Rome. 104-111. 10-11 December 2015.