

POLITECNICO DI TORINO



FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Tesi di Laurea Magistrale

Modellazione strutturale e analisi termomeccanica
sulla muratura della chiesa della Santissima Trinità di Torino

Relatore

Rosario CERAVOLO

Candidato

Stefano BORRECA

Correlatore

Giulia DE LUCIA

Anno Accademico 2018/2019

A mia madre che fa tanti sacrifici, forse troppi.

Ad Alessia che mi è sempre vicina.

A mia sorella.

Ai miei nonni.

SOMMARIO

Indice delle figure.....	ii
Indice delle tabelle.....	iv
ABSTRACT	1
1. MURATURA ESPOSTA AD ALTE TEMPERATURE	3
1.1 Quadro normativo per la progettazione al fuoco	3
1.2 Scenario d'incendio	7
1.3 Casi emblematici di beni architettonici coinvolti da incendio	10
2. MODELLAZIONE E ANALISI FEM.....	13
2.1 Modelli a elementi finiti non lineari continui e discontinui	14
2.2 Metodo agli elementi di contorno	16
2.3 Metodo ad elementi discreti.....	16
2.4 Metodi semplificati	17
3. TECNICHE COSTRUTTIVE DELLE CUPOLE IN MURATURA NEL SEICENTO E SETTECENTO	19
3.1 Comportamento statico delle cupole	19
3.2 Forma e schema strutturale delle cupole	23
3.3 Indicazioni sui materiali	28
3.3.1 <i>Muratura nelle cupole</i>	28
3.3.2 <i>Elementi lignei</i>	29
4. STORIA E MODELLAZIONE DELLA CHIESA DELLA SS. TRINITÀ DI TORINO	33
4.1 Storia della SS. Trinità	33
4.1.1 <i>Chiesa della SS. Trinità nella Seconda Guerra mondiale</i>	34
4.2 Rilievo Geometrico	37
4.3 Modellazione geometrica.....	38
4.4 Modelli costitutivi dei materiali	39
4.4.1 <i>Legami costitutivi della muratura</i>	43
4.5 Proprietà meccaniche della muratura e variazione dei parametri con la temperatura	50
4.5.1 <i>Proprietà dipendenti dalla temperatura</i>	52
4.6 Parametri della muratura della SS. Trinità	55
4.7 Parametri termici muratura	56
4.8 Modello numerico	56
4.8.1 <i>Modello FEM non lineare</i>	58
4.8.2 <i>Modello Non lineare – Termico</i>	60
5. ANALISI E RISULTATI	63
5.1 Analisi statica non lineare	63
5.2 Analisi Termomeccanica.....	64
5.3 Risultati.....	69
5.3.1 <i>Confronto Analisi Statica non Lineare tra il modello con cupola reale e ideale</i>	69

5.3.2	<i>Termomeccanica</i>	72
5.3.3	<i>Confronto tra deformazioni e tensioni totali</i>	101
6.	CONCLUSIONI	105
	BIBLIOGRAFIA	107

Indice delle figure

Figura 1.1	Fasi di evoluzione di un incendio	6
Figura 1.2	Curve nominali di incendio	8
Figura 1.3	Confronto tra curva naturale di incendio e curva ISO834	9
Figura 1.4	Rappresentazione della struttura ad archi della cupola della S.Sindone	12
Figura 2.1	Schema di omogeneizzazione della cella base	14
Figura 2.2	Schema di modellazione del discontinuo	15
Figura 2.3	Interazione di elementi discreti.....	17
Figura 3.1	Prima definizione dell'arco da parte di Leonardo da Vinci	19
Figura 3.2	Arco in configurazione catenaria di Hooke	20
Figura 3.3	Suddivisione dell'arco in conci secondo Poleni	21
Figura 3.4	Schema per la definizione del momento flettente in una sezione dell'arco (Winkler).....	22
Figura 3.5	Dettaglio doppia calotta della cupola di Santa Maria del Fiore	24
Figura 3.6	Sezione della cupola di S.Maria del Fiore da rilievo di G.B. Nelli	25
Figura 3.7	Ponteggio realizzato da Brunelleschi secondo la ricostruzione di G.B Nelli	25
Figura 3.8	Sezione della cupola di San Pietro ©Fabbrica di San Pietro	26
Figura 3.9	Configurazione doppia calotta cupola di San Pietro	27
Figura 3.10	Sistema di centinatura della cupola di San Pietro	27
Figura 3.11	Dettaglio geometria degli archi della cupola della chiesa di San Lorenzo	28
Figura 3.12	Schema della chiave lignea permanente della cupola (a) e temporanea per la costruzione delle centine (b) - Giovanni Battista Borra	30
Figura 3.13	Ipotesi di tracce della posizione delle centine da progetto originale secondo Novello e Piumatti, 2012.....	31
Figura 4.1	Bombardamenti aerei. Censimento edifici danneggiati o distrutti. (ASCT Fondo danni di guerra inv. 36 cart. 1 fasc. 36. © Archivio Storico della Città di Torino).....	35
Figura 4.2	Bombe e mezzi incendiari lanciati 1:5000, 1942-1945. Zona 1: Municipio - Vanchiglia - Porta Susa - Porta Nuova - Borgo Nuovo. ASCT, Tipi e disegni, cart. 68, fasc. 1 disegno 1. © Archivio Storico della Città di Torino	36
Figura 4.3	Pianta rilievo geometrico.....	37

Figura 4.4 Modello geometrico tridimensionale	39
Figura 4.5 Tipologie di muratura in pietra: elementi lapidei arrotondati (a), elementi grezzi (b), elementi parallelepipedi (c)	40
Figura 4.6 Curva sforzo-deformazione dei campioni de "il Giaione"	42
Figura 4.7 Diagramma di Samarasinghe (1980)	43
Figura 4.8 Confronto superficie di snervamento Mohr-Coulomb e Drucker-Prager	46
Figura 4.9 Sezione del cono di Drucker-Prager	47
Figura 4.10 Confronto tra risultati sperimentali e numerici per la prova di taglio sul pannello COR2: modello di plasticità (sinistra) e modello di plasticità associato alla frattura (destra)	49
Figura 4.11 Valori di conducibilità termica per diversi materiali CEN/TC 250	51
Figura 4.12 Valori di calore specifico per diversi materiali CEN/TC 250.....	51
Figura 4.13 Variazione della conducibilità termica con la temperatura – risultati sperimentali.....	53
Figura 4.14 Variazione del calore specifico con la temperatura – risultati sperimentali	54
Figura 4.15 Variazione del modulo di Young con la temperatura – risultati sperimentali	54
Figura 4.16 Variazione del coefficiente di espansione termica con la temperatura – risultati sperimentali	54
Figura 4.17 Confronto tra comportamento elasto-plastico e comportamento reale	55
Figura 4.18 Modello geometrico importato in Diana.....	57
Figura 4.19 Modello numerico discretizzato	58
Figura 4.20 Definizione dei parametri termici del materiale in DIANA	61
Figura 5.1 Confronto curve di incendio	65
Figura 5.2 Curva d'incendio di progetto – Durata 2 giorni	67
Figura 5.3 Curva d'incendio di progetto – Durata 4 giorni	67
Figura 5.4 Curva d'incendio di progetto – Durata 5 giorni	68
Figura 5.5 Confronto spostamenti, tensioni e deformazioni - modello reale e ideale.....	70
Figura 5.6 Simulazione dell'incendio tramite FDS.....	73
Figura 5.7 Picchi di temperatura raggiunti all'interno della cupola (a) e in prossimità dell'altare maggiore (b).....	73
Figura 5.8 Propagazione Temperature – 2 ore	75
Figura 5.9 Propagazione Temperature – 4 ore	75
Figura 5.10 Propagazione Temperature – 12 ore.....	76
Figura 5.11 Schema dei punti di interesse per la valutazione delle tensioni e deformazioni	78
Figura 5.12 Confronto tra le deformazioni dipendenti dalla temperatura modello reale - Arco spalla destra.....	79
Figura 5.13 Confronto tra le deformazioni dipendenti dalla temperatura modello ideale - Arco spalla destra.....	80
Figura 5.14 Deformazioni verticali totali modello reale – Arco spalla destra	81
Figura 5.15 Deformazioni verticali totali modello ideale – Arco spalla destra.....	82
Figura 5.16 Tensioni verticali totali modello reale – Arco spalla destra.....	83
Figura 5.17 Tensioni verticali totali modello ideale – Arco spalla destra.....	84

Figura 5.18 Confronto tra le deformazioni dipendenti dalla temperatura modello reale - Arco spalla sinistra.....	85
Figura 5.19 Confronto tra le deformazioni dipendenti dalla temperatura modello ideale - Arco spalla sinistra.....	86
Figura 5.20 Deformazioni verticali totali modello reale – Arco spalla sinistra	87
Figura 5.21 Deformazioni verticali totali modello ideale – Arco spalla sinistra.....	88
Figura 5.22 Tensioni verticali totali modello reale – Arco spalla sinistra.....	89
Figura 5.23 Tensioni verticali totali modello ideale – Arco spalla sinistra.....	90
Figura 5.24 Deformazioni verticali totali modello reale – Cupola zona depressa	91
Figura 5.25 Deformazioni verticali totali modello ideale – Cupola zona depressa.....	92
Figura 5.26 Tensioni verticali totali modello reale – Cupola zona depressa.....	93
Figura 5.27 Tensioni verticali totali modello ideale – Cupola zona depressa.....	94
Figura 5.28 Deformazioni verticali totali modello reale – Tamburo	95
Figura 5.29 Deformazioni verticali totali modello ideale – Tamburo.....	96
Figura 5.30 Tensioni verticali totali modello reale – Tamburo.....	97
Figura 5.31 Tensioni verticali totali modello ideale – Tamburo.....	98
Figura 5.32 Valori di spostamento verticale in corrispondenza delle spalle destra e sinistra nel caso limite.....	100

Indice delle tabelle

Tabella 4.1 Risultati delle prove su campioni de "Il Giaione"	41
Tabella 4.2 Parametri elastici relativi alla muratura	43
Tabella 4.3 Variazione dei parametri del modello di plasticità (DP) in base alla resistenza della muratura	50
Tabella 4.4 Variazione dei parametri del modello di plasticità con collasso (DP+WW) in base alla resistenza della muratura	50
Tabella 4.5 Parametri meccanici utilizzati per la muratura della SS.Trinità.....	55
Tabella 4.6 Sintesi delle analisi eseguite sulle diverse configurazioni del modello	58
Tabella 5.1 Confronto dei valori di tensione e deformazione per i due modelli	71
Tabella 5.2 Andamento delle temperature per la fase post picco.....	77
Tabella 5.3 Confronto tra analisi statica non lineare e termomeccanica nel modello reale	102
Tabella 5.4 Confronto tra analisi statica non lineare e termomeccanica nel modello ideale.....	103

ABSTRACT

Nel presente lavoro di tesi si è effettuata una simulazione dell'incendio che nel Luglio 1943 coinvolse la chiesa della SS. Trinità situata nell'attuale via Garibaldi a Torino. Per valutare gli effetti che l'incendio ha avuto sulla struttura muraria è stata eseguita una analisi termomeccanica.

Grazie al dettagliato rilievo geometrico è stato possibile procedere con la modellazione tridimensionale tenendo conto di tutte le principali caratteristiche del manufatto. È stata condotta una minuziosa analisi della struttura al fine di ottenere un modello semplice e al contempo dettagliato per ottimizzare i tempi di durata delle analisi e la precisione dei risultati. Definito il modello strutturale, è stato importato il tutto nel software agli elementi finiti andando ad integrare in esso le informazioni relative ai materiali ricavate da letteratura.

Dapprima si è effettuata l'analisi statica non lineare in cui si considerano le non linearità del materiale e geometrica della muratura e in seguito è stata effettuata l'analisi di tipo termomeccanico ed è stato valutato il comportamento strutturale dell'involucro sottoposto all'incendio verificatosi. Per svolgere lo studio di cui sopra, ci si è avvalsi del programma di fluidodinamica FDS (Fire Dynamics Simulator) e del codice agli elementi finiti DIANA FEA BV (DIplacement method ANAlyser).

Le analisi condotte sono state svolte considerando la struttura con la cupola sia in conformazione "reale" che in configurazione "ideale" al fine di comprendere se la depressione, attualmente presente nel lato interno della stessa - individuata dall'accurato rilievo Laser - possa essere stata causata dal calore dell'incendio. Assieme a ciò, sono anche state svolte delle analisi per studiare lo stato tenso-deformativo presente nella muratura andando ad investigare, inoltre, la propagazione dell'incendio e del calore all'interno della muratura.

Tramite un'attenta calibrazione del modello e dei materiali costituenti, è stato possibile ottenere dei risultati attendibili sia riguardo il comportamento della muratura sia sull'andamento delle temperature all'interno dei singoli elementi nel tempo tale da soddisfare le ipotesi e le assunzioni fatte inizialmente.

Si può dire, dunque, che nel caso di edifici storici l'ausilio di modellazioni numeriche si mostra di fondamentale importanza per lo studio delle condizioni strutturali in quanto, il più delle volte, non si hanno a disposizione informazioni precise e dettagliate riguardo gli eventi passati che ne hanno condizionato la sicurezza e la stabilità.

I. MURATURA ESPOSTA AD ALTE TEMPERATURE

Le strutture realizzate in muratura presentano un determinato grado di vulnerabilità se esposte a fenomeni di incendio e il loro comportamento termomeccanico dipende molto dalle tecniche costruttive adottate nella realizzazione. Sebbene gran parte delle strutture in muratura presenti un'ottima resistenza al fuoco legata alle caratteristiche dei materiali, la norma vigente pone l'esigenza di valutare le caratteristiche residue dopo il verificarsi di un evento eccezionale, quale ad esempio un incendio, al fine di constatare l'effettiva sicurezza strutturale residua dell'opera.

1.1 Quadro normativo per la progettazione al fuoco

Negli ultimi anni, la normativa riguardante i fenomeni di incendio sulle strutture ha subito un graduale sviluppo sino ad arrivare negli ultimi decenni in cui, con gli Eurocodici, si è avuta la necessità di considerare l'incendio come un'azione che modifica il comportamento strutturale dell'opera gravando su essa. La finalità principale delle norme di progettazione è garantire in ogni caso l'incolumità e la sicurezza dell'uomo e per identificare gli obiettivi di sicurezza da raggiungere si può far ricorso a diverse direttive quali il D.P.R. del 21 aprile 1993 e il D. interpretativo n.2 del 1994 in materia di "Sicurezza in caso di incendio". Si prescrive, quindi, che progettazione e realizzazione della costruzione vengano effettuate affinché, in caso di incendio:

- Non vi sia presenza di vittime e che gli utenti possano abbandonare l'edificio in tutta sicurezza;
- La capacità strutturale dell'opera sia garantita per un periodo di tempo tale da garantire la sicurezza;
- La propagazione di fumi e fiamme all'interno dell'edificio sia ridotta e, dove possibile, venga gestita nel miglior modo possibile;
- Limitare i danni sull'opera interessata dall'evento di incendio e sulle opere limitrofe.

Tuttavia, negli anni, sono state emanate diverse norme sia nazionali che europee riguardo l'esposizione al fuoco della muratura e la resistenza al fuoco:

- Eurocodice 6 “Progettazione delle strutture in muratura – Progettazione della resistenza all’incendio (UNI ENV 1996-1-2:2005);
- D.M. dell’Interno 30/11/1983 - Termini, definizioni generali e simboli grafici di prevenzione incendi;
- Eurocodice 1 “Basi di calcolo ed azioni sulle strutture” – Azioni sulle strutture esposte al fuoco (UNI ENV 1991-1-2:2004);
- D.M. dell’interno 16/02/2007 “Classificazione di resistenza al fuoco di prodotti ed elementi costruttivi di opere da costruzione;
- D.M. dell’interno 09/05/2007 “Direttive per l’attuazione dell’approccio ingegneristico alla sicurezza antincendio”;
- DM 15/3/2005 modificato dal DM 16/02/2009 "Requisiti di reazione al fuoco dei prodotti da costruzione installati in attività disciplinate da specifiche disposizioni tecniche di prevenzione incendi in base al sistema di classificazione europeo";
- DM 17/1/2018 Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni";

Le norme sopra esposte hanno come obiettivo principale quello di offrire delle linee guida per progettare qualsiasi edificio con una adeguata resistenza al fuoco ma tutto ciò deve essere affiancato da una buona progettazione in materia di prevenzione. È molto importante la progettazione di dispositivi che siano in grado, in caso di innesco di un incendio, di preservare la sicurezza della struttura e delle vite umane durante l’emergenza. A tal proposito sono state emanate anche in questo caso delle norme specifiche:

- D.P.R. 1° agosto 2011, n. 151, Regolamento di prevenzione incendi;
- D.M. 3 agosto 2015 (Norme tecniche di prevenzione incendi), Codice di Prevenzione incendi;
- DM Beni Culturali e Ambientali n. 569 del 20/05/1992 "Norme di sicurezza antincendio per gli edifici storici e artistici destinati a musei, gallerie, esposizioni e mostre";
- DPR 30/6/1995 n. 418 "Regolamento contenente norme di sicurezza antincendio per gli edifici di interesse storico-artistico destinati a biblioteche e archivi";
- Lettera circolare DCPREV prot. n. 3181 del 15/3/2016 “Linea guida per la valutazione, in deroga, dei progetti di edifici sottoposti a tutela ai sensi del D.lgs. 22/1/2004, n. 42, aperti al pubblico, destinati a contenere attività dell’allegato 1 al D.P.R. 1° agosto 2011”.

Data l'importante tematica, le norme in materia di prevenzione incendi sono state formulate per qualsiasi contesto edilizio e non ad esempio in caso di impianti di distribuzione carburante e così via. Una caratteristica comune a tutte le norme antincendio in vigore riguarda la definizione di *resistenza al fuoco* definita dal DM 30/11/1983 *“Termini, definizioni generali e simboli grafici di prevenzione incendi”* come:

“Attitudine di un elemento da costruzione (componente o struttura) a conservare - secondo un programma termico prestabilito e per un tempo determinato - in tutto o in parte: la stabilità «R», la tenuta «E», l'isolamento termico «I», così definiti:

stabilità: attitudine di un elemento da costruzione a conservare la resistenza meccanica sotto l'azione del fuoco;

tenuta: attitudine di un elemento da costruzione a non lasciar passare né produrre - se sottoposto all'azione del fuoco su un lato - fiamme, vapori o gas caldi sul lato non esposto;

isolamento termico: attitudine di un elemento da costruzione a ridurre, entro un dato limite, la trasmissione del calore.

Pertanto: - con il simbolo «REI» si identifica un elemento costruttivo che deve conservare, per un tempo determinato, la stabilità, la tenuta e l'isolamento termico; - con il simbolo «RE» si identifica un elemento costruttivo che deve conservare, per un tempo determinato, la stabilità e la tenuta; - con il simbolo «R» si identifica un elemento costruttivo che deve conservare, per un tempo determinato, la stabilità.

In relazione ai requisiti dimostrati gli elementi strutturali vengono classificati da un numero che esprime i minuti primi.

Per la classificazione degli elementi non portanti il criterio «R» è automaticamente soddisfatto qualora siano soddisfatti i criteri «E» ed «I»”.

Per quanto riguarda la progettazione, invece, il Decreto Ministeriale 2007c e la CEN/TC 250 2005a indicano la necessità di progettare e calibrare uno scenario di incendio che emuli in maniera fedele ciò che può verificarsi in un determinato ambiente, tenendo conto del materiale combustibile e di tutte le altre caratteristiche e di verificare, tramite calcoli e simulazioni, il comportamento che la struttura portante del manufatto mostra quando viene esposta a tale scenario.

La definizione di tali caratteristiche, tuttavia, non è univoca e risulta essere abbastanza complessa data la vastità dei parametri di cui bisogna tener conto pertanto sarà compito del progettista, in mancanza di dati di comprovata fattibilità, fare delle ipotesi e di conseguenza eseguire le analisi. Ciò che risulta difficile da valutare, soprattutto nel caso di eventi d'incendio passati, è lo scenario d'incendio a cui è demandato il compito di rappresentare ciò che è realmente accaduto all'interno di un locale.

Per la determinazione di tale scenario di progetto si può far riferimento al D.M 09/05/2009 il quale lo definisce come:

“Descrizione qualitativa dell’evoluzione di un incendio che individua gli eventi chiave che lo caratterizzano e che lo differenziano dagli altri incendi. Di solito può comprendere le seguenti fasi: innesco, crescita, incendio pienamente sviluppato, decadimento. Deve inoltre definire l’ambiente nel quale si sviluppa l’incendio di progetto ed i sistemi che possono avere impatto sulla sua evoluzione, come ad esempio eventuali impianti di protezione attiva”.

Nell’evoluzione di un incendio, quindi, si possono individuare quattro fasi:

- ignizione: si verifica l’instabilità nel processo di combustione;
- propagazione: estensione rapida dell’incendio;
- incendio generalizzato: si raggiungono temperature di circa 500°C e si verifica il punto di *flashover* a partire dal quale l’incendio si sviluppa in modo completo;
- estinzione: il combustibile si esaurisce in maniera graduale determinando una riduzione dell’incendio finché si arriva al completo spegnimento.

Le fasi sopra descritte sono riassunte in Figura 1.1.

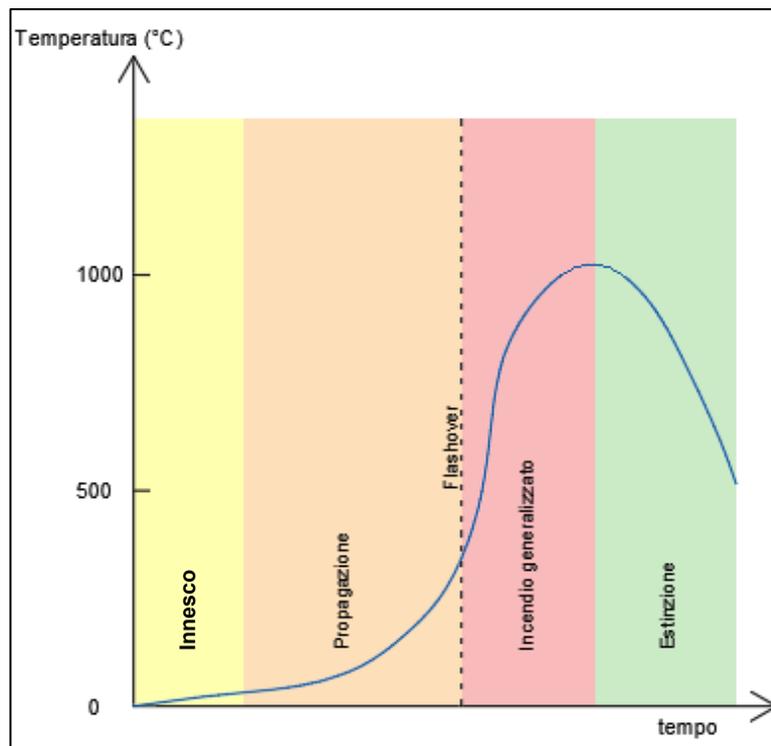


Figura 1.1 Fasi di evoluzione di un incendio

La definizione di uno scenario di incendio non può essere fatta in modo preciso a causa delle molteplici variabili di cui tenere conto in quanto bisogna scegliere una curva tempo–temperatura adeguata alla circostanza. Proprio per questo motivo lo sviluppo della *Fire Safety Engineering*

(Anchor et al. 1986, Bukowski e Babrauskas 1994, Buchanan 2001, Sassu 2007, Setti 2008, Ponticelli et al. 2008) tende ad adottare scenari di incendio globali tenendo conto di numerose azioni quali ad esempio l'intervento dei soccorsi, i tempi di evacuazione e così via.

Ad oggi, grazie ai sofisticati modelli agli elementi finiti di cui ci si può avvalere per la simulazione e alla possibilità di realizzare sperimentazioni dirette sui materiali, le norme consentono di includere nella progettazione tutti i dati derivanti da tali studi.

1.2 Scenario d'incendio

Per definire uno scenario d'incendio e verificare la reazione di una struttura sottoposta ad esso bisogna far uso, secondo il Decreto Ministeriale 14/01/2008, delle curve d'incendio. Queste curve possono essere distinte in naturali o nominali e hanno lo scopo di fornire l'andamento della temperatura in funzione del tempo tenendo conto di molteplici parametri. Secondo la classificazione tali curve sono:

- *naturali*: si tiene conto del naturale sviluppo dell'incendio. In questo caso nella costruzione di tale curva si tiene conto di tutti i parametri che ne influenzano l'andamento come la presenza di aperture, il carico d'incendio ecc.;
- *nominali*: vengono utilizzate principalmente per valutare la resistenza di un determinato elemento e per simulare incendi di cui non si hanno a disposizione molte informazioni.

Nel caso in cui si segua un approccio prestazionale, la resistenza della struttura e la variazione delle proprietà meccaniche di questa viene verificata adottando una curva di incendio naturale che può essere definita in diversi modi:

- modelli di incendio numerici avanzati;
- modelli di incendio numerici semplificati;
- modelli di incendio sperimentali: si utilizzano dati derivanti da sperimentazioni in scala.

Uno dei requisiti fondamentali per la determinazione di suddette curve è rappresentato dal carico d'incendio il quale rappresenta la quantità di calore che si sviluppa in seguito alla completa combustione di tutti i materiali presenti nel compartimento, compreso pavimenti, infissi, opere di arredo e finitura. Nella definizione di tale parametro bisogna conoscere in modo dettagliato la quantità di materiale presente nel compartimento in cui l'incendio si è innescato e

molte volte, svolgendo un'analisi a posteriori soprattutto su edifici storici in cui l'incendio è avvenuto molti anni prima, risulta difficile da valutare.

Per quanto concerne, invece, le curve nominali, la norma mette a disposizione del progettista tre tipi di curve (Figura 1.2). Ognuna di queste curve può essere definita grazie alle equazioni definite dalla norma.

- > *curva nominale standard*, introdotta nella norma ISO 834;

$$\theta_g = 20 + 345 \cdot \log_{10}(8t + 1) \quad (1)$$

- > *curva nominale degli idrocarburi*, utilizzata in caso ci sia una grande quantità di idrocarburi che alimenta l'incendio;

$$\theta_g = 1080(1 - 0,325 \cdot e^{-0,167t} - 0,675 \cdot e^{2,5t}) + 20 \quad (2)$$

- > *curva nominale esterna*, utilizzata se ad esempio un elemento è esposto all'esterno.

$$\theta_g = 660(1 - 0,687 \cdot e^{-0,32t} - 0,313 \cdot e^{-3,8t}) + 20 \quad (3)$$

dove

θ_g rappresenta la temperatura media dei gas di combustione [°C];

t rappresenta il tempo [min].

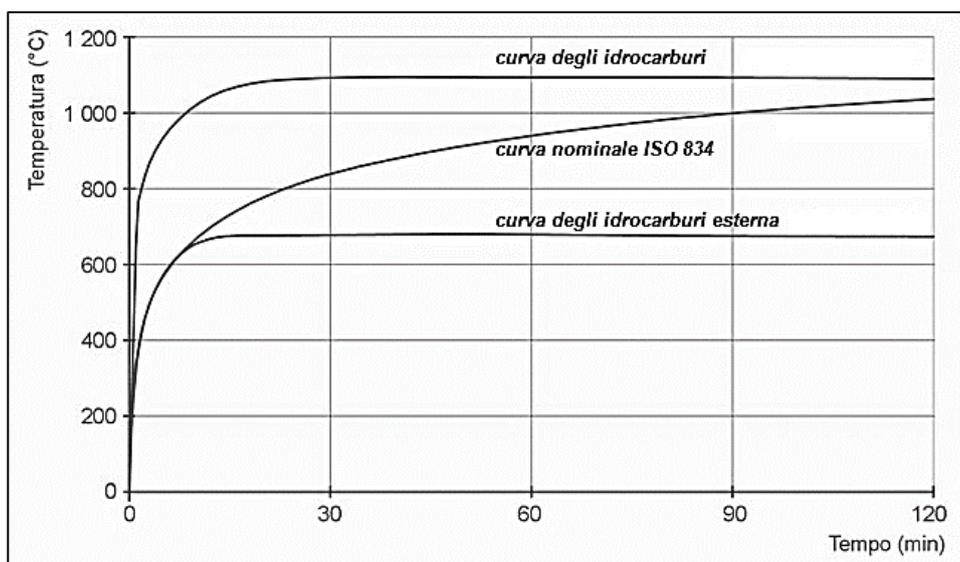


Figura 1.2 Curve nominali di incendio

Come accennato, la curva d'incendio ISO 834 non rappresenta in modo preciso l'andamento di un incendio naturale ma, praticando una opportuna sovrapposizione con la curva d'incendio naturale, si può vedere che si ha un buon grado di approssimazione nella fase post-flashover che è quella che interessa ai fini della progettazione Figura 1.3.

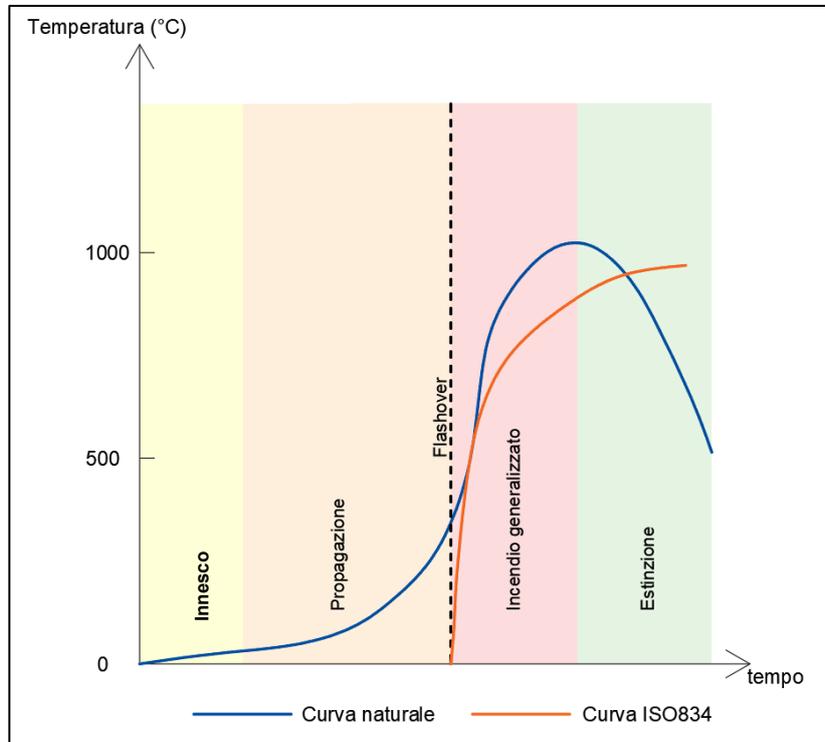


Figura 1.3 Confronto tra curva naturale di incendio e curva ISO834

Una valida alternativa per la simulazione dell'evento di incendio è rappresentata dai modelli avanzati nei quali si può ricorrere all'uso di programmi fluidodinamici che permettono di modellare un ambiente in dettaglio simulando la fase di innesco, crescita, completo sviluppo e decadimento.

La curva ISO 834, in mancanza di dati, può essere utilizzata per simulare degli scenari d'incendio in cui edifici di uso civile sono sottoposti a tale evento ma, avendo un andamento monotono crescente, questa differisce rispetto allo sviluppo naturale di un incendio in diversi punti come ad esempio nella fase iniziale, in cui la rapidità di sviluppo dell'incendio incide sulle massime temperature che possono essere raggiunte, e nella fase post picco in cui bisognerà fare delle ipotesi di spegnimento dato che nelle curve nominali tale fase non viene descritta. L'approssimazione di utilizzare la curva standard al posto di quella naturale fu studiata da Ingberg il quale indagò sulla relazione che intercorre tra l'incendio naturale e l'incendio standard adottando il principio di severità. Basandosi sull'ipotesi di severità equivalente, se le aree sottese dalle curve tempo-temperatura di due incendi sono uguali la severità dei due è circa uguale

(Ingberg 1928). La curva ISO834 rappresenta un incendio di elevata severità pertanto se ne giustifica l'applicazione poiché si aumenta il margine di sicurezza.

1.3 Casi emblematici di beni architettonici coinvolti da incendio

Nel corso degli anni diversi incendi hanno interessato edifici di carattere storico a causa di mancanza di dispositivi e accortezze progettuali antincendio che avrebbero salvato, forse, molte opere. Il preservare un bene culturale non è importante solo dal punto di vista economico e materiale ma rappresenta conservare un bene che costituisce un arricchimento culturale. Gli edifici storici attualmente presenti in tutto il mondo sono la testimonianza di come si sono evolute le tecniche costruttive nel corso dei secoli. Il valore assunto da un edificio storico non è solo legato al realizzatore o all'epoca di realizzazione ma anche all'eterogeneità delle tecniche costruttive adoperate e all'impossibile ripristino delle condizioni originali dopo il danneggiamento.

Analizzando gli edifici storici si possono individuare degli elementi comuni che rendono le strutture storiche vulnerabili all'azione di un potenziale incendio:

- continui lavori di manutenzione mal gestiti che hanno dato luogo all'innescò di molti incendi;
- impossibilità di installare sistemi antincendio adeguati al fine di non snaturare il valore estetico ed architettonico di tali edifici;
- la presenza di molteplici elementi lignei, dovuta in gran parte alle tecniche costruttive dell'epoca, e materiali facilmente combustibili.

Tra i casi di maggiore rilevanza in Italia, si ritrovano gli incendi avvenuti a (Nassi e Marsella 2008):

- *Torino, palazzina di Stupinigi* (1989): danni alla copertura;
- *Inghilterra, Uppark House* (1989): danni da fiamma ossidrica durante restauro;
- *Bari, Teatro Petruzzelli* (1991): distruzione di tutte le strutture interne e del tetto;
- *Brescia, Duomo* (1992): danni alle opere d'arte contenute;
- *Danimarca, Christianborg Palace Church* (1992): incendio causato da fuochi d'artificio;
- *Inghilterra, Windsor Castle* (1992): incendio causato da un faretto poco distante dalle tende;

- *Venezia, Teatro La Fenice* (1996): distruzione di tutte le strutture interne e del tetto;
- *Torino, Duomo e Palazzo Reale* (1997): danni alla Cappella della S. Sindone;
- *Venezia, chiesa di S. Geremia* (1998): danni al paramento lapideo della facciata;
- *Caserta, Reggia* (1998): lievi danni nel sottotetto;
- *Roma, Accademia di Francia a Trinità dei Monti* (1999): principio d'incendio senza danni;
- *Milano, Teatro La Scala* (2002): principio d'incendio;
- *Venezia, Molino Stucky* (2003): crollo di parte delle strutture murarie;
- *Germania, Duchess Anna Amalia Library* (2004): incendio causato da impianto elettrico difettoso;
- *Russia, St. Petersburg Cathedral Dome* (2006): incendio durante restauro del tetto;
- *Roma, chiesa del Carmine* (2007): danni agli arredi;
- *Moncalieri, Castello di Moncalieri* (2008): incendio durante restauro;
- *Torino, Sacra di San Michele* (2018): incendio durante restauro.

Il grande problema che si riscontra tutt'oggi è che, anche dopo i numerosi eventi che hanno condotto alla distruzione di beni storici, in Italia e in Europa non esistono delle norme aggiornate specifiche per la progettazione e protezione al fuoco per tali edifici a parte il Decreto Ministeriale 1992 e il D.P.R. 1995 che forniscono delle disposizioni in materia di musei, biblioteche e archivi. In tali ambienti vi è la necessità, data l'enorme quantità di materiale celluloso e infiammabile, di ridurre il più possibile il carico d'incendio e limitare, dunque, gli effetti che possono scaturire da un possibile incendio. Tenendo conto dell'enorme quantità di beni storici ed architettonici sul territorio italiano, è facile intuire come la mancanza di prescrizioni di normativa in materia antincendio rappresenti una minaccia per la salvaguardia di questi. L'unica strada che si può attualmente seguire è quella di prendere come riferimento il principio di parità tra salvaguardia dei beni e salvaguardia dell'incolumità delle persone, tenendo conto di tutti i possibili fattori che incidono su un evento d'incendio, e progettare uno scenario d'incendio quanto più realistico possibile.

Tra i casi più emblematici si ricordano:

- Incendio della cappella della Sacra Sindone di Torino;
- Incendio della cattedrale di Notre-Dame di Parigi.

La cappella della Sacra Sindone venne commissionata al fine di conservare il sudario da Carlo Emanuele di Savoia. Il progetto fu rivisto più volte da diversi professionisti fino al 1667 quando il completamento fu affidato a Guarino Guarini. All'architetto spettò il compito di progettare e completare la cupola. Questa, in particolare, risulta formata in pianta da sei esagoni inscritti uno dentro l'altro e via via ruotati e ridotti nelle dimensioni. In generale, la struttura della cupola assume la forma di un canestro rovesciato composto da trentasei archi che sottendono trentasei

finestre oblunghe (Figura 1.4). Dal punto di vista strutturale, l'organismo a torre della cappella è reso ancora più complicato dal fatto di essere composto da due sistemi di materiale diverso: un guscio lapideo all'interno avvolto da una muratura che lo sostiene.

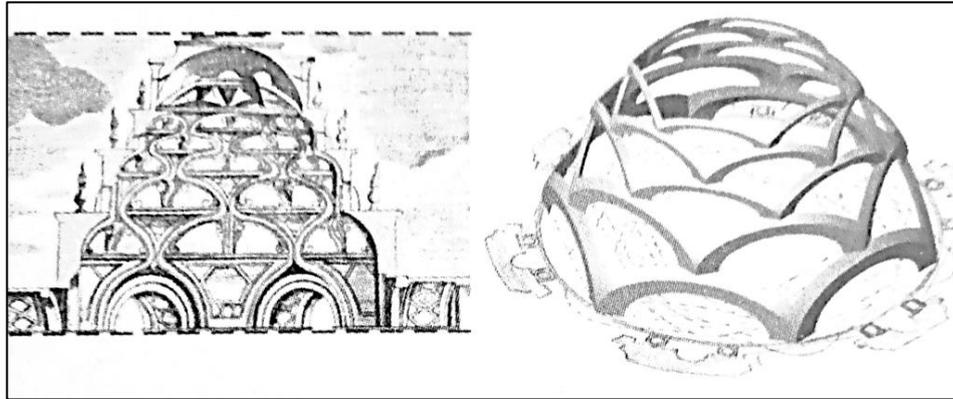


Figura 1.4 Rappresentazione della struttura ad archi della cupola della S.Sindone

Durante dei lavori di restauro, la notte dell'11 Aprile 1997 si scatenò un incendio all'interno della Cappella della Sacra Sindone che ne distrusse buona parte della struttura. Uno dei problemi principali che si riscontrò riguardava proprio l'intera struttura della cupola; l'incendio aveva talmente corrosato e bruciato i materiali tanto da compromettere la stabilità della struttura la quale è stata considerata a rischio crollo. Per domare l'incendio i vigili del fuoco impiegarono circa due giorni; tra le possibili cause si pensa che l'innescò sia stato di origine elettrica dovuto ad un malfunzionamento del generatore. La grande quantità di legno costituente la struttura del ponteggio e la presenza di materiale infiammabile sul cantiere hanno facilitato lo sviluppo e la propagazione delle fiamme.

Per quanto riguarda la Cattedrale di Notre-Dame di Parigi, questa fu voluta dal vescovo Maurice de Sully e Re Luigi VII e ad oggi rappresenta il principale simbolo della religione cattolica a Parigi e in Francia. In stile gotico, è tra le più antiche e famose cattedrali d'Europa dichiarata anche patrimonio dell'umanità dell'UNESCO nel 1991. Tra le più note caratteristiche architettoniche della cattedrale vi sono gli archi rampanti lungo tutti i lati esterni. Durante dei lavori di restauro a causa, forse, di un corto circuito verificatosi negli impianti elettrici utilizzati per i lavori si è innescato un forte incendio che ha distrutto il tetto e la sottile guglia con struttura lignea (Christine Hauser, 2019). L'incendio, durato circa 15 ore, ha causato anche la distruzione di alcune parti delle volte presenti nella struttura. Data la struttura del tetto, gli unici sistemi antincendio installati nella cattedrale risultavano i rilevatori di fumo che, da quanto comunicato da un guardiano, nel pomeriggio del 16 Aprile 2019 hanno avvertito la presenza di fumo per poi allertare i vigili del fuoco.

2. MODELLAZIONE E ANALISI FEM

La modellazione ad elementi finiti o FEM (Finite Element Method) è uno degli approcci più utilizzati nella modellazione delle strutture quando risulta difficile o, comunque, troppo costoso effettuare delle indagini o analisi di laboratorio. L'obiettivo di questo approccio è la suddivisione dell'intero dominio in elementi finiti di diverse forme (mesh) che condizionano il grado di approssimazione del modello: maggiore è il numero di elementi utilizzati (mesh più fitta) maggiore è la precisione.

Risulta evidente, dunque, che è necessario effettuare una accurata scelta della scala di modellazione per poter andare a cogliere i diversi comportamenti del materiale e, quindi, della struttura. Può essere utile, infatti, utilizzare mesh più fitte nei pressi di elementi di interesse.

In particolare, nel caso di edifici storici in muratura, la modellazione risulta complessa dal momento che si ha la necessità di individuare un modello che rappresenti adeguatamente la realtà ma che risulti, al contempo, semplificato. Ulteriori difficoltà si riscontrano nella definizione dei carichi e delle forze agenti sulla struttura. La muratura in sé è un materiale composto da blocchi in laterizio – mattoni - legati tramite giunti di malta pertanto ci si trova dinanzi a due diversi materiali con differenti caratteristiche meccaniche e modalità di rottura. Cogliere gli aspetti di ogni materiale costituente, tuttavia, può portare ad un elevato onere computazionale ma, calibrando adeguatamente il modello, si può parzialmente aggirare questo ostacolo.

Si mostra utile effettuare una prima distinzione tra le diverse metodologie di modellazione:

- modelli ad elementi finiti non-lineari;
- modelli ad elementi di contorno;
- modelli ad elementi distinti/discreti;
- modelli semplificati o a macro-elementi.

Per ognuna delle metodologie riportate si può procedere a diversi tipi di analisi non lineare quali:

- *Analisi push-over*: in cui si va ad eseguire un'analisi statica non lineare su di una struttura in cui si applicano all'edificio delle forze crescenti in modo tale da studiarne il comportamento elasto-plastico fino al raggiungimento del collasso;

- *Analisi dinamica incrementale*: si valuta il comportamento della struttura sottoposta a carichi sismici andando ad utilizzare un accelerogramma scalato più volte che rappresenti diversi livelli di intensità.

2.1 Modelli a elementi finiti non lineari continui e discontinui

La modellazione a elementi finiti non lineari si basa sull'associazione, ad ogni elemento, di legami costitutivi che presentano diverso comportamento a compressione e a trazione. Quest'ultima, in particolare, viene considerata nulla o comunque molto limitata in caso di muratura. A seconda della scala di modellazione, inoltre, si distinguono modelli continui – detti anche macro-modelli - e modelli discontinui – micro-modelli (Lourenço et al.,2007).

Nel caso dei *modelli continui*, si rappresenta il comportamento della muratura pensata come un unico solido omogeneo ovvero tramite la definizione di un continuo equivalente. Un tale approccio risulta molto utile nel caso di tessiture murarie ordinate. Per definire e identificare la cella base che riesca ad approssimare il comportamento di malta e mattone e che riesca quindi a ricreare un comportamento omogeneo equivalente, possono essere seguiti due metodi che si basano sull'individuazione di una cella base (Figura 2.1):

1. Anthoine e Pegon (1997) suggeriscono di individuare la cella base tramite delle sperimentazioni dirette, al fine di tarare in maniera ottimale il modello continuo;
2. Per il secondo metodo, Zucchini e Lourenço (2002) suggeriscono di operare una semplificazione della geometria della cella base per individuare soluzioni in forma chiusa per l'omogeneizzazione.

Il secondo metodo, tra i due, è il più intuitivo ed utilizzato infatti sono state proposte diverse integrazioni con funzioni per tener conto di aspetti quali danneggiamento, attrito o plasticità. Tuttavia, questo approccio risulta essere molto approssimato dunque si sono introdotti ulteriori modelli per tenere conto dell'interazione tra i materiali in maniera più dettagliata.

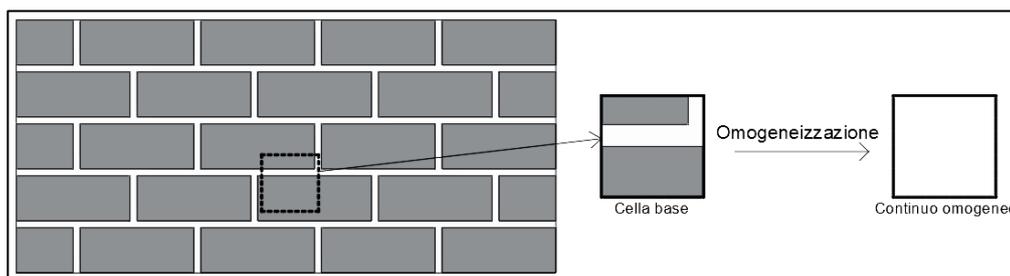


Figura 2.1 Schema di omogeneizzazione della cella base

Per quanto riguarda i *modelli discontinui*, invece, essi sono impiegati per modellare separatamente mattoni e giunti di malta definendo, inoltre, un'interfaccia tra i due materiali. Assegnando ad ogni componente le relative proprietà, si ottiene un modello accurato e coerente ma, di contro, aumenta l'onere computazionale quindi ci si ritrova con un modello non adeguato alla rappresentazione di edifici nella loro interezza (Fouchal, Lebon e Titeux 2009). Per effettuare una semplificazione del modello e rendere l'analisi più agevole - soprattutto nel caso di strutture esistenti con particolare riferimento all'analisi in caso di azioni sismiche - si può ricorrere all'ipotesi secondo la quale giunti di malta ed interfacce convergono in un unico elemento di interfaccia (Figura 2.2).

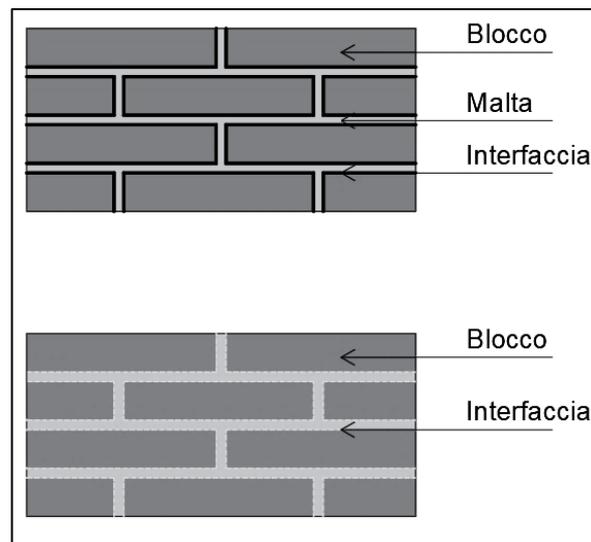


Figura 2.2 Schema di modellazione del discontinuo

In questo caso la mesh da utilizzare può essere definita in due modi:

- In maniera precisa così da ricalcare la reale configurazione dell'elemento muratura (Lofti e Shing 1994; Page 1978; Lourenço e Rots 1997);
- In maniera casuale, in cui la mesh non riproduce in maniera precisa l'andamento della tessitura ma questa viene comunque riprodotta rispettando la conformazione dei giunti e dei mattoni (Beer 1985).

La metodologia utilizzata in questo elaborato di tesi è la continua in quanto si è analizzata la struttura nella sua interezza e non interessava studiare il comportamento di malta e mattoni in maniera separata.

2.2 Metodo agli elementi di contorno

Il metodo BEM (Boundary Element Method) si basa sulla modellazione del corpo praticando una opportuna discretizzazione non sull'intero dominio ma solo sul contorno che lo caratterizza. Tale discretizzazione consente sia di ottenere un modello leggero e sia di ridurre notevolmente i tempi computazionali. Questo metodo trova applicazione anche in ambito strutturale pure se in caso di modellazione di strutture in muratura ci si scontra con importanti limitazioni che condizionano, poi, la precisione dei risultati. Tra le soluzioni in campo strutturale si ricordano quelle che descrivono il comportamento non lineare della muratura [(Rashed, Abdalla e Youssef 1997); (Hatzigeorgiou e Beskos 2002)] e altre che ne descrivono il comportamento in campo lineare (Panzeca, Cucco e Salerno 2008).

Al fine di estendere il campo di applicazione di tale metodo, altri autori hanno proposto dei metodi ibridi in grado di sfruttare le caratteristiche del BEM e l'approccio agli elementi finiti così da ottenere un metodo combinato che possa essere applicato anche su strutture murarie (Papia 1988).

2.3 Metodo ad elementi discreti

Il metodo agli elementi discreti può essere utilizzato ogni qual volta è possibile considerare il sistema come un assemblaggio di elementi. Gli elementi utilizzati principalmente in questo caso sono due:

- Blocchi: elementi quadrilateri;
- Particelle: elementi con superficie smussata, rappresentate ad esempio da sfere.

L'uso di un elemento rispetto l'altro dipende dal tipo di modellazione e analisi da svolgere. Nel caso di particelle queste sono utili quando si vuole rappresentare ad esempio il comportamento di un terreno. Tali particelle sono connesse tra loro e, grazie a tale connessione, sono capaci di resistere a sforzi di compressione, trazione, taglio e momento. Per riprodurre in questo caso la reale distribuzione di tali elementi bisogna avvalersi di una curva granulometrica.

Per quanto riguarda i blocchi, invece, questi in genere vengono suddivisi in rigidi e deformabili in base al tipo di materiale che rappresentano, roccia, mattoni e così via, ed in base al tipo risultato che bisogna conseguire.

Tale modello trovò una prima applicazione valida grazie a Cundall (1971) ma, solo successivamente, Pagnoni e Vanzi (1994;1995) ne estesero l'applicazione nel campo delle strutture murarie. Alla base del metodo c'è una modellazione che non prevede alcun tipo di omogeneizzazione ma che prevede la rappresentazione della muratura come elementi discreti – i mattoni - che interagiscono tra loro tramite i giunti e si procede con una modellazione della reale tessitura. Dal punto di vista cinematico, si ipotizzano grandi spostamenti tra i blocchi (Figura 2.3).

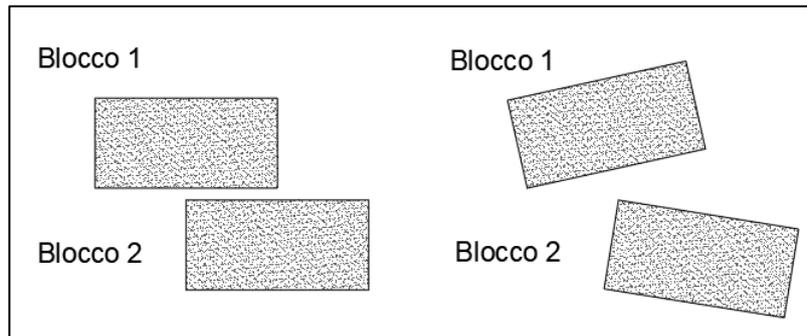


Figura 2.3 Interazione di elementi discreti

Se da un lato si ha una grande precisione nei risultati, dall'altro si ha un onere computazionale decisamente elevato dovuto al gran numero di punti di contatto di cui c'è bisogno per avere una accurata definizione dello stato di stress sulle interfacce di connessione; tale onere aumenta di molto quando si eseguono le analisi in campo tridimensionale.

Si deduce, quindi, che l'applicazione di tale metodo risulta possibile sia in caso si abbiano dei blocchi di forma regolare, che formano una tessitura regolare, sia nel caso in cui i blocchi siano irregolari e la tessitura abbia un andamento caotico. In entrambi i casi si modellano i blocchi con elementi rigidi e l'interfaccia con elementi deformabili dotati di coesione ed attrito per rappresentare al meglio il comportamento dei giunti.

2.4 Metodi semplificati

L'impiego di questi metodi permette la riduzione dei tempi computazionali in quanto ci si avvale di una modellazione discreta tramite macro-elementi assemblati che rappresentano la struttura a livello globale. Si deduce che operando in questo modo si ottiene una discretizzazione leggera della struttura e ad ogni macro-elemento vengono attribuiti dei parametri medi che indicano il comportamento della porzione di muratura che rappresentano. Un problema legato a tale approccio è dato dalla taratura dei parametri da applicare agli elementi.

3. TECNICHE COSTRUTTIVE DELLE CUPOLE IN MURATURA NEL SEICENTO E SETTECENTO

3.1 Comportamento statico delle cupole

Sin dal 1700 l'elemento cupola veniva studiato come fosse costituito da spicchi che si raccordano tutti nel vertice e che mostrano un comportamento meccanico ad arco. Il primo a dare una definizione di arco fu proprio Leonardo Da Vinci (1451 – 1519) il quale, come riporta Marcolongo (Marcolongo, 1937), disse:

«arco non è che una fortezza causata da due debolezze, imperoché l'arco negli edifizii è composto di due quarti di circolo, ciascuno debolissimo di per sé, desidera cadere e ponendosi alla rovina l'uno dell'altro, le due debolezze si convertono in un'unica fortezza».

Oltre questa magnifica definizione, da Vinci ha fornito anche gli strumenti per valutare le spinte che si generano in un arco come mostrato in Figura 3.1 tratta dal Codice Forster e riportata anche da Benvenuto (Benvenuto, 1991).

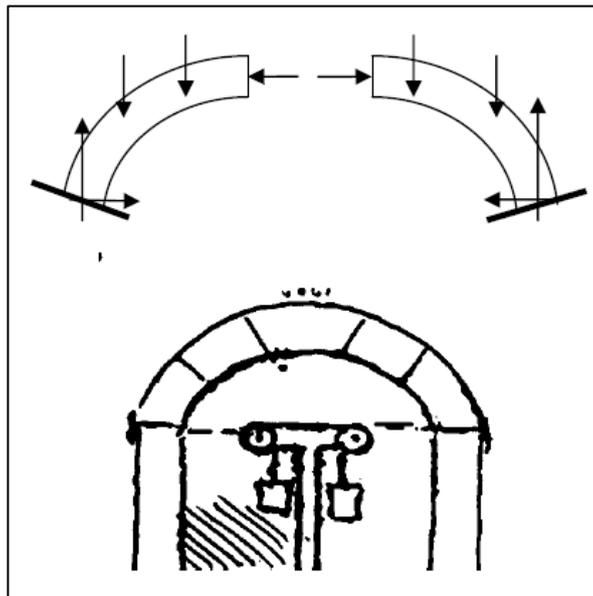


Figura 3.1 Prima definizione dell'arco da parte di Leonardo da Vinci

Robert Hooke condusse diverse ricerche a Cambridge le quali portarono alla formulazione del modello di arco resistente, attraverso la definizione della curva funicolare dei carichi. L'arco il

cui asse è capovolto rispetto ad una catena sospesa, la famosa catenaria, è capace di sostenere gli stessi carichi che determinano la curva di equilibrio della catena. Nel 1675 Hooke comprese l'importanza di studiare l'arco capovolto per analizzare l'equilibrio degli archi in muratura. Per rendere la sua scoperta unica annunciò il tutto in un famoso anagramma latino «...*ut pendet continuum flexile, sic stabit contiguum rigidum inversum...*», ossia «come appendere un cavo flessibile in modo che se invertito sostiene l'arco rigido». (Figura 3.2)

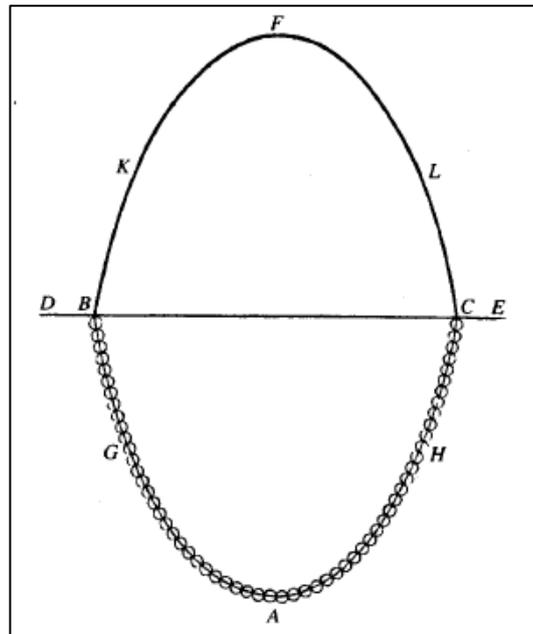


Figura 3.2 Arco in configurazione catenaria di Hooke

La configurazione che una catena pesante sospesa tra due punti fissi, B e C, assume è rappresentata dalla catenaria. Leibniz, Huygens, Jakob e Johann Bernoulli scoprirono questa curva (Timoshenko, 1953). La proprietà che questa mostra è che in qualsiasi punto G lungo la curva, la risultante di tutte le forze applicate alla catena alla sinistra del punto, cioè la risultante del peso del segmento B-G della catenaria insieme alla reazione che si genera nel punto B, passa precisamente nel punto G ed è tangente ad esso. Da questa configurazione Hooke ricavò l'equazione della catenaria, nota anche come Curva di Hooke, BAC.

Successivamente, nel 1734, Bouguer estende il concetto della catenaria nello spazio tridimensionale, così da poter individuare la forma ottimale che la cupola deve avere per resistere al proprio peso. Sempre negli stessi anni Poleni introduce il concetto di forma resistente. Di importante impatto fu il caso della cupola di San Pietro in cui, secondo i resoconti storici, vi furono molti pareri contrastanti sulla stabilità della stessa. (Mainstone 2003, Benvenuto 1990, Como 1997, 2000). Alcuni matematici sostenevano che il crollo della cupola era imminente e bisognava eseguire dei lavori urgentemente. Poleni, invece, sostenne che lo stato di sicurezza della cupola era buono e sosteneva, inoltre, che i problemi strutturali potevano essere risolti senza alcun tipo di intervento a livello architettonico. Secondo Poleni le fratture che nacquero

nella cupola e nel tamburo non avevano alcuna correlazione ed erano dovuti principalmente a difetti costruttivi e all'uso di muratura con scarse qualità meccaniche. Le convinzioni che egli aveva derivavano da considerazioni di carattere statico che egli stesso sviluppò ed eseguì.

Riprendendo i concetti della catenaria di Hooke, Poleni durante lo studio della stabilità della cupola la suddivise in 50 fette e ne prende una. Questa è stata suddivisa a sua volta in 32 concii ciascuno dotato del proprio peso e di una determinata posizione. Egli, attraverso questa schematizzazione, trovò la curva di equilibrio costituita da sfere aventi peso proporzionale ad ogni concio (Figura 3.3).

Da ciò, il matematico e ingegnere dedusse che «il profilo più conveniente da attribuire all'arco è quello per cui la fibra baricentrica risulti funicolare dei carichi su di esso agenti».

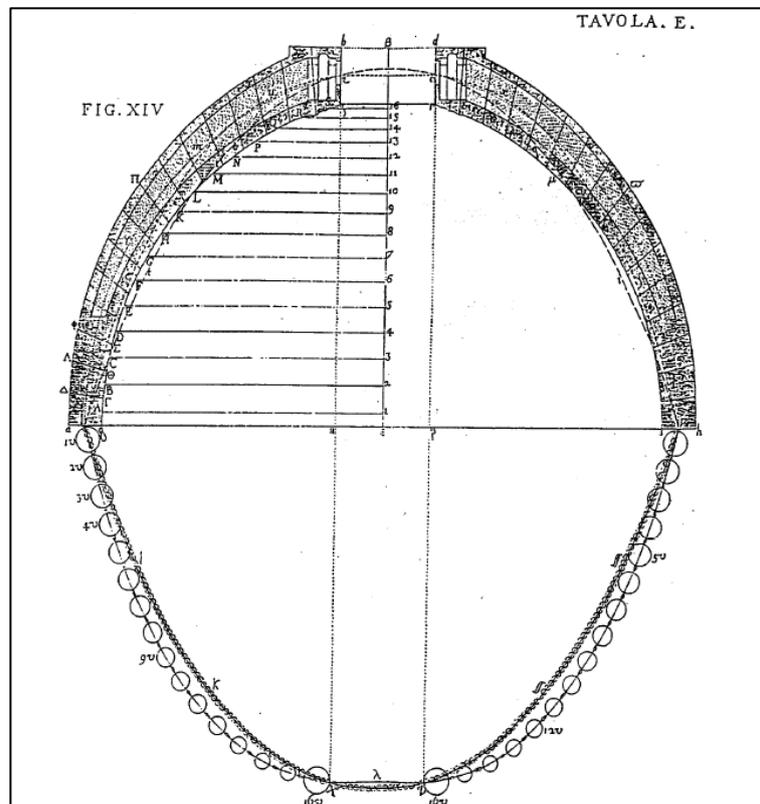


Figura 3.3 Suddivisione dell'arco in concii secondo Poleni

Nel corso del XIX secolo si svilupparono nuove teorie sulla statica delle cupole e uno dei principali esponenti fu Mery (1840). Nel trattato del 1840 “*Sur l'équilibre des voutes en berceau*” Mery espone una nuova procedura pratica attraverso la quale bisogna definire la cosiddetta curva delle pressioni. Valutata tale curva, affinché sussista l'equilibrio questa deve passare all'interno delle sezioni centrali dell'arco in modo tale che tutte le sezioni dell'arco siano completamente compresse. L'unica cosa che Mery non chiarì riguarda la corrispondenza tra la curva delle pressioni e la curva che rappresenta l'arco.

Verso la metà del XIX secolo, l'introduzione dell'elasticità ha risolto in parte le difficoltà che si riscontravano nel ricercare la curva delle pressioni. Winkler (1858) studiò l'energia di flessione di un arco elastico:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M^2(s)}{EI} ds \quad (4)$$

dove:

M è il momento flettente e s rappresenta l'ascissa curvilinea lungo l'asse dell'arco.

Si considera metà arco e si rappresenta la funicolare dei carichi o curva delle pressioni e l'asse dell'arco (Figura 3.4). Avendo sulla sezione in chiave la spinta H e sapendo che z rappresenta la distanza verticale tra l'asse dell'arco e la curva delle pressioni, secondo Winkler il momento flettente in una sezione vale:

$$M(s) = H \cdot z \quad (5)$$

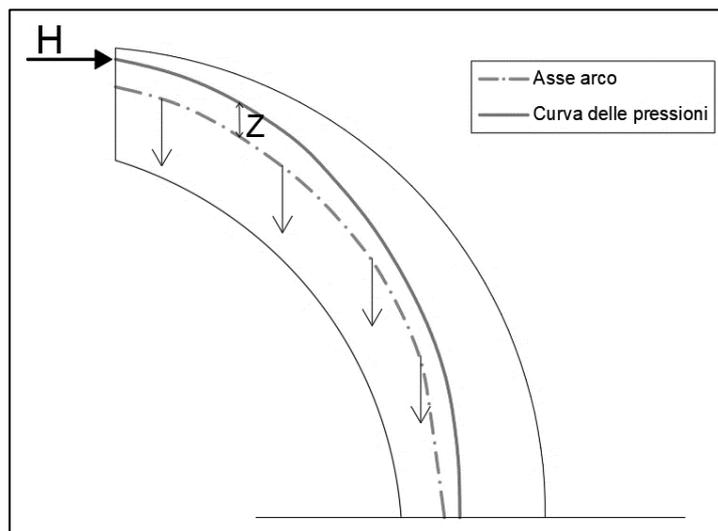


Figura 3.4 Schema per la definizione del momento flettente in una sezione dell'arco (Winkler)

Secondo questo principio Winkler era in grado di valutare la curva delle pressioni in qualsiasi arco.

Nel tardo XX secolo l'abilità di definire il carico che porta a collasso un arco sfocia nella cosiddetta *Analisi Limite* che inizialmente venne formulata per l'acciaio ma trovò poi larga applicazione anche per gli archi in muratura (Kooharian, 1952). Nel definire il comportamento degli archi in muratura, Heyman (1966,1982) ricoprì un ruolo di primo piano (Kurrer, 2008). In tale contesto, la vecchia procedura individuata da Mery trovò una valida interpretazione meccanica:

«se esiste una linea di pressioni per l'arco completo, che sia in equilibrio con i carichi applicati, incluso il peso proprio, e che risulti ovunque e in ogni sezione interna allo spessore dell'arco, allora l'arco può considerarsi in condizioni di sicurezza.» (J. Heyman, 1982).

Esiste, quindi, uno spessore minimo - secondo il metodo statico dell'analisi limite - tale per cui la cupola risulta essere in equilibrio sotto i carichi applicati e il proprio stesso peso [(Huerta 2001); (Heyman 1995)].

Ad oggi, con l'evoluzione dei modelli strutturali e l'introduzione dei metodi agli elementi finiti, si riescono ad ottenere dei modelli sofisticati per la valutazione della stabilità e della sicurezza, nonché la valutazione delle sollecitazioni, delle cupole esistenti.

3.2 Forma e schema strutturale delle cupole

Nell'architettura religiosa le cupole simboleggiano l'estensione verso il cielo come a voler ridurre la distanza tra cielo e terra. Dal punto di vista geometrico esse sono solidi di rivoluzione a base principalmente circolare e, talvolta, poligonale. Strutturalmente, invece, si distinguono due tipologie di cupole:

- Cupole a singola calotta;
- Cupole a doppia calotta.

Nella prima categoria, tra le principali, rientra la cupola che sovrasta il Santuario di Vicoforte. Qui Vitozzi progetta una struttura imponente volta ad ospitare al suo interno la chiesa precedentemente presente nel sito e conservata fino a completa realizzazione del santuario. Tuttavia, la tipologia di suolo su cui il santuario poggia ha reso difficile la realizzazione del progetto di cupola e tamburo. Solo nel XVIII secolo, infatti, Francesco Gallo insieme a Filippo Juvarra, rivede i progetti ideando una nuova cupola a pianta ellittica con i due diametri di circa 37 e 25 metri rispettivamente (Novello, Piumatti 2012) facendo sì che, ancora oggi, essa risulti la più grande cupola ellittica esistente al mondo. Lo spessore va da circa 2,20m all'imposta riducendosi a 1,27m in cima. Essa è rinforzata tramite otto costoloni disposti radialmente e otto sottili contrafforti. La cupola, inoltre, presenta tre ordini di catene in ferro posizionati in corrispondenza delle finestre ovali e alla sommità del tiburio.

Tra le cupole a doppia calotta, invece, rientrano la cupola di Brunelleschi di Santa Maria del Fiore a Firenze e la cupola della Basilica di San Pietro a Roma progettata inizialmente da Michelangelo ma rivista e costruita da Giacomo Della Porta.

A Firenze, Filippo Brunelleschi progettò una cupola a sesto acuto realizzata in mattoni e formata da otto costoloni culminanti nella lanterna. Inoltre, dato l'ingente peso, l'artista pensò ad una doppia calotta che consentisse di equilibrare le spinte - senza gravare sulla muratura sottostante-, di eliminare le centine in fase realizzativa e proteggere l'interno da intemperie e umidità (Figura 3.5, Figura 3.6). Sempre per problemi legati al peso della struttura, le calotte furono concepite a spessore variabile: quella interna della cupola doveva passare dallo spessore di 2 metri della base fino a 1,5m sulla sommità mentre la calotta esterna doveva ridursi da 60 a 30 centimetri.

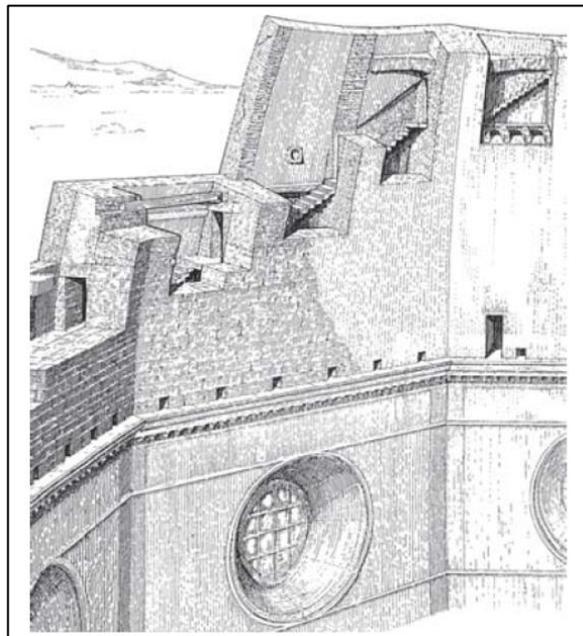


Figura 3.5 Dettaglio doppia calotta della cupola di Santa Maria del Fiore

La costruzione si svolse dal 1420 al 1436 e nel corso degli anni fu lo stesso Brunelleschi a sovrintendere la costruzione progettando egli stesso carrucole e montacarichi per poter sollevare mattoni e marmi in quota sfruttando non uomini ma buoi. Durante la realizzazione, l'architetto si avvale di due tipologie di ponteggi: una impiegata nella prima parte della cupola quando si ha ancora la quasi verticalità delle pareti e l'altra necessaria per l'accentuarsi della curvatura della cupola. La prima - sia interna che esterna - sorretta da travi impiantate nelle mura a diversi livelli; la seconda consistente in un ponteggio sospeso nel vuoto in corrispondenza del centro della cupola e appoggiato, presumibilmente, a piattaforme bloccate agli oculi dei livelli inferiori utili come deposito di materiali e strumenti (M.A. Tolazzi , 2015) (Figura 3.7) .

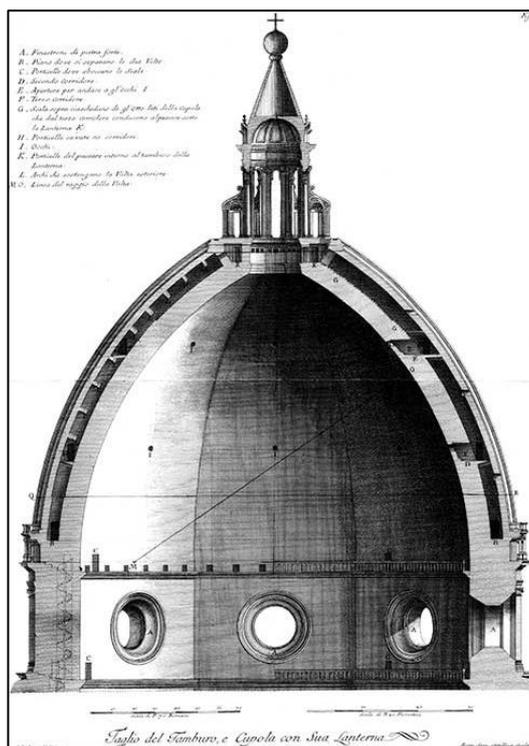


Figura 3.6 Sezione della cupola di S.Maria del Fiore da rilievo di G.B. Nelli

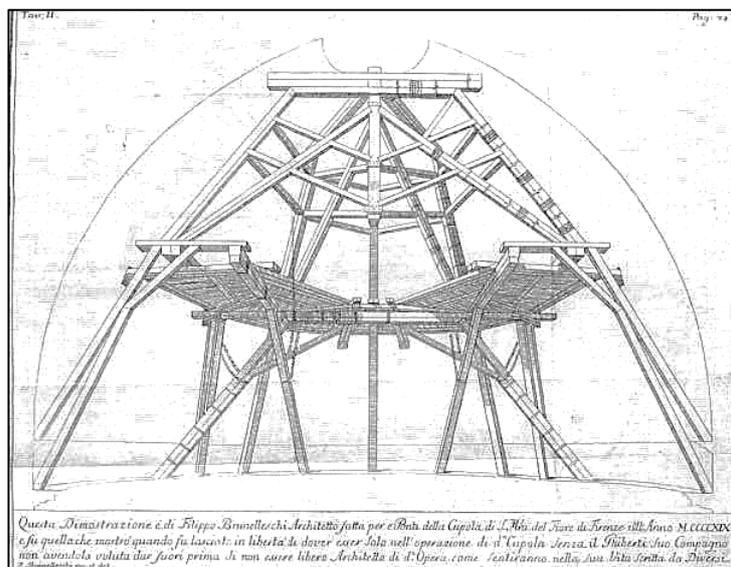


Figura 3.7 Ponteggio realizzato da Brunelleschi secondo la ricostruzione di G.B Nelli

A Roma, invece, la struttura della cupola fu disegnata da Michelangelo il quale, alla sua morte nel 1564, lasciò in eredità un modello dettagliato in legno di tiglio affinché fungesse da guida per chiunque avesse realizzato l'opera dopo di lui. Dopo le proposte di progetto di vari professionisti, “la fabbrica” fu affidata a Giacomo Della Porta nel 1574. Dal progetto di calotta emisferica michelangioloesco, Della Porta si discosta decidendo di realizzare una cupola a sesto rialzato così da ridurre le spinte orizzontali alla base. Similmente alla cupola del Brunelleschi,

nella basilica di San Pietro si ritrova una cupola composta da due gusci (Figura 3.8). In questo caso, tuttavia, Della Porta comprende che la parte più sollecitata dell'opera è la base pertanto mantiene, a differenza di quanto pensato dal Buonarroti, uno spessore unico della parete fino ad una certa altezza oltre la quale si verifica la divisione in due calotte distinte. La membrana interna risulta più spessa e pesante di quella esterna in quanto quest'ultima ha solo la funzione di copertura e non di struttura portante. Le due membrane si collegano tra loro grazie a sedici costoloni in corrispondenza dei quali la calotta interna portante raggiunge uno spessore di circa 140cm. L'intero sistema cupola venne realizzato tramite l'ausilio di una robusta centinatura in legno la quale trovava appoggio sulla struttura del tamburo (Figura 3.10).

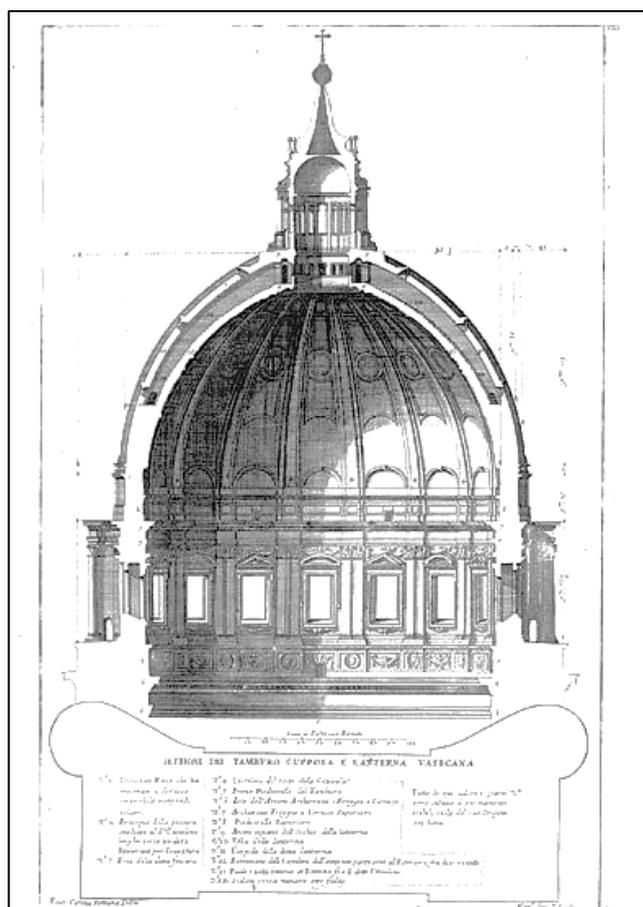


Figura 3.8 Sezione della cupola di San Pietro ©Fabbrica di San Pietro

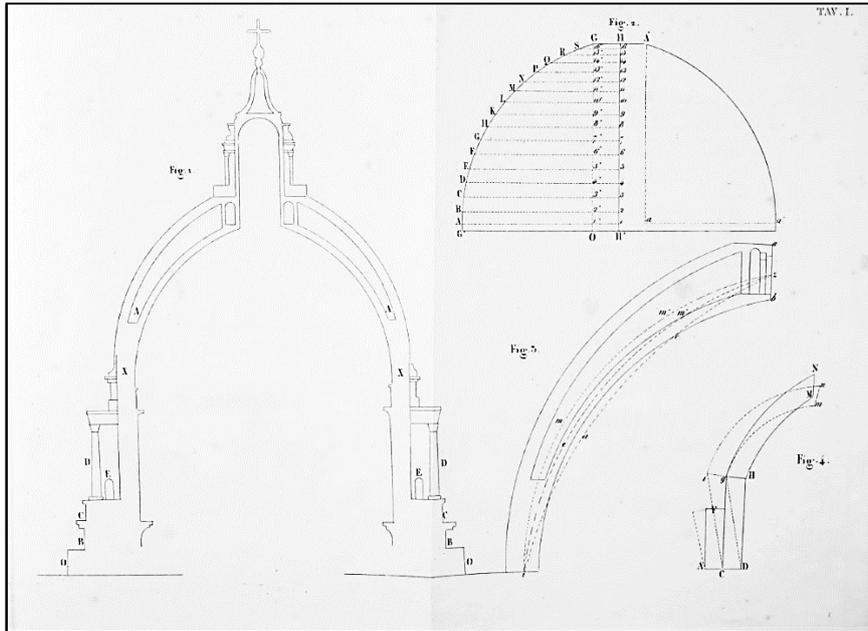


Figura 3.9 Configurazione doppia calotta cupola di San Pietro

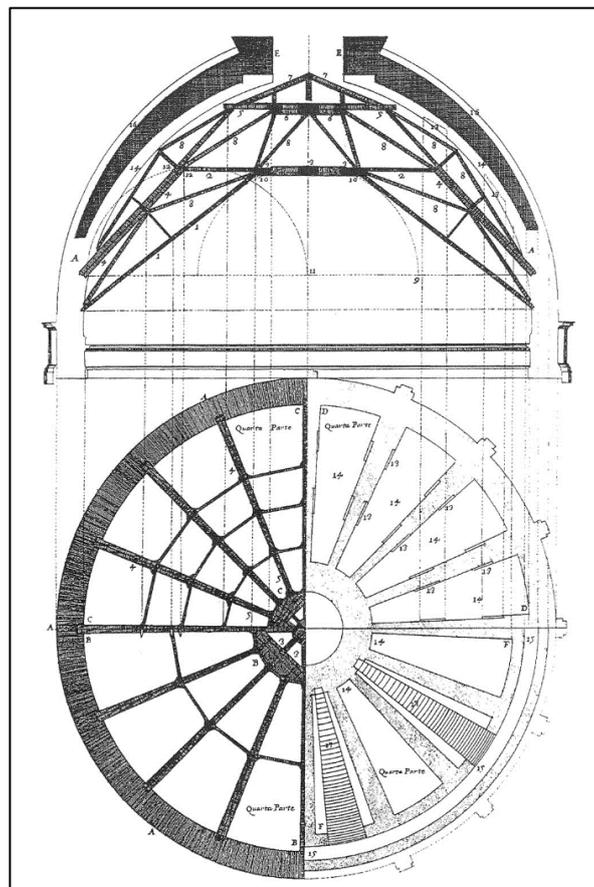


Figura 3.10 Sistema di centinatura della cupola di San Pietro

3.3 Indicazioni sui materiali

Esaminando i materiali impiegati nella realizzazione delle cupole, è bene inquadrare dapprima sui principali materiali impiegati e disponibili all'epoca di riferimento. In generale, i materiali più utilizzati nelle costruzioni erano mattoni ed elementi lapidei a formare strutture in muratura ed elementi lignei per le centinature.

3.3.1 Muratura nelle cupole

Soffermandosi su Torino, tra le opere più importanti ricadono le cupole realizzate da Guarini il quale considera la copertura di un ambiente come un problema a sé stante. L'architetto, dunque, si affida alla solidità della scatola muraria in elevato e a catene in ferro. Nell'“*Architettura civile*” Guarini fa riferimento alle volte sferiche o ellittiche infatti nei suoi progetti si ritrovano tali geometrie rielaborate con accorgimenti creativi fino alla realizzazione di una serie di archi intrecciati come visibile nelle cupole della chiesa di San Lorenzo e della S. Sindone (Figura 3.11).

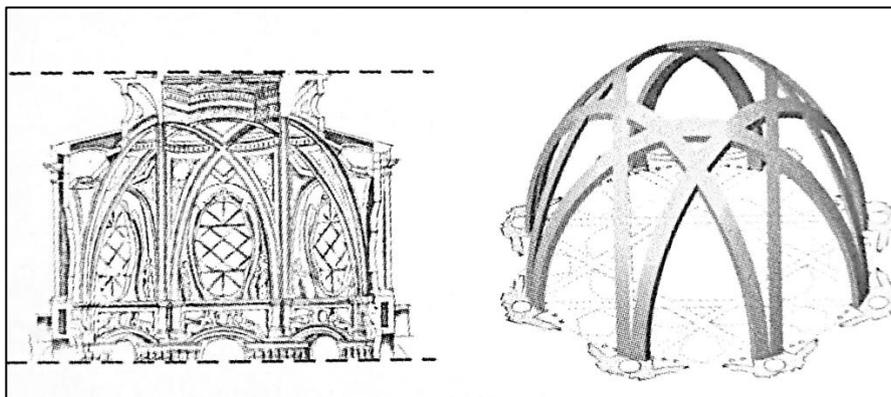


Figura 3.11 Dettaglio geometria degli archi della cupola della chiesa di San Lorenzo

Per la chiesa di San Lorenzo, lo stesso Guarini, ha avuto modo di realizzare l'intero progetto e, probabilmente, gli arconi a sostegno della cupola sono stati riempiti di un impasto di ghisa, calce e cemento impiegando l'involucro laterizio come cassaforma permanente mentre, per contenere le spinte dovute al peso della cupola, invece di catene metalliche si è fatto uso di un'armatura in legno.

In Piemonte, invece, un ruolo fondamentale è ricoperto da Bernardo Antonio Vittone (1704-1770) il cui lavoro ha lasciato una profonda traccia nel patrimonio architettonico piemontese e, ad oggi, risulta essere ancora oggetto di numerosi studi non solo per quanto riguarda la relazione

e la realizzazione dei progetti ma anche per la sperimentazione tecnica e costruttiva attuata nelle opere.

Vittone, infatti, nelle sue *“Istruzioni”* si mostra profondo conoscitore dei materiali da costruzione esponendo i criteri di scelta della materia, le modalità di stoccaggio e la corretta messa in opera in relazione agli elementi primari dell’edificio. In tal modo, mostra anche l’organizzazione del cantiere. Nel cantiere di San Michele a Rivarolo, infatti, Vittone prescrive che mattoni e coppi vengano realizzati *«della misura del Campione di Torino»*. Il riferimento, dunque, è al ‘mattoncino tipo’ depositato presso le autorità secondo quanto stabilito dal Manifesto del Vicario di Torino - uno degli strumenti normativi attraverso cui il governo sabauda esercita la propria politica di controllo sulla gestione del cantiere tra Seicento e Settecento. Nelle realizzazioni vittoniane, il laterizio ricopre una funzione principalmente strutturale infatti l’ossatura portante è costituita da muratura laterizia o mista ma si ritrovano anche elementi speciali con fini decorativi.

Per quanto riguarda i materiali lapidei, invece, l’uso è legato alla muratura mista in quanto in essa si utilizzano pietre di fiume o di ‘rocca’ con pezzatura media. Nei cantieri di Vittone, inoltre, la tipologia di sabbia maggiormente adottata per la preparazione delle malte è quella di cava poiché essendo più grassa riesce ad asciugarsi e compattarsi in fretta. Vittone prescrive che l’aggregato debba essere di ottima qualità e, prima di essere impiegato, bisogna ripulirlo dalla ghiaia così da ottenere un prodotto puro.

I leganti prevalentemente impiegati dall’architetto, invece, sono calce e gesso. La calce, in particolare, si divide in calce dolce e calce forte. La prima è impiegata per la finitura ad intonaco e a stucco degli interni e per giuntare le pavimentazioni, la seconda, invece, è utilizzata per le murature in elevato e per le strutture voltate, per la posa delle pavimentazioni, per gli intonaci esterni e per la sigillatura dei coppi in copertura. Nelle *Istruzioni*, Vittone prescrive che sia le volte che gli arconi debbano essere realizzati con mattoni sottili purché siano scelti di ottima qualità. I mattoni vengono posati con ‘calcina grassa e liquida’, in modo da colmare il giunto e assicurare coesione dell’intera struttura, e forte priva di qualsiasi impurità.

3.3.2 *Elementi lignei*

Riguardo la cupola della chiesa di S. Lorenzo, nella metà del Settecento l’architetto Giovanni Battista Borra descrive, infatti, sia armature lignee temporanee impiegate da Guarini per sostenere le centine su cui murare gli archi, sia le armature permanenti da mantenere all’occorrenza. Riguardo le armature temporanee, si dice che esse sono appoggiate all’imposta e costituite di *«tre legni posti in angolo»* giuntati insieme con altri legni (Figura 3.12). In seguito

ai restauri diretti da Carlo Randoni tra il 1825 e il 1829, si vede che le armature permanenti non hanno alcuna funzione statica in quanto le spinte sono già equilibrate dalle catene metalliche presenti.

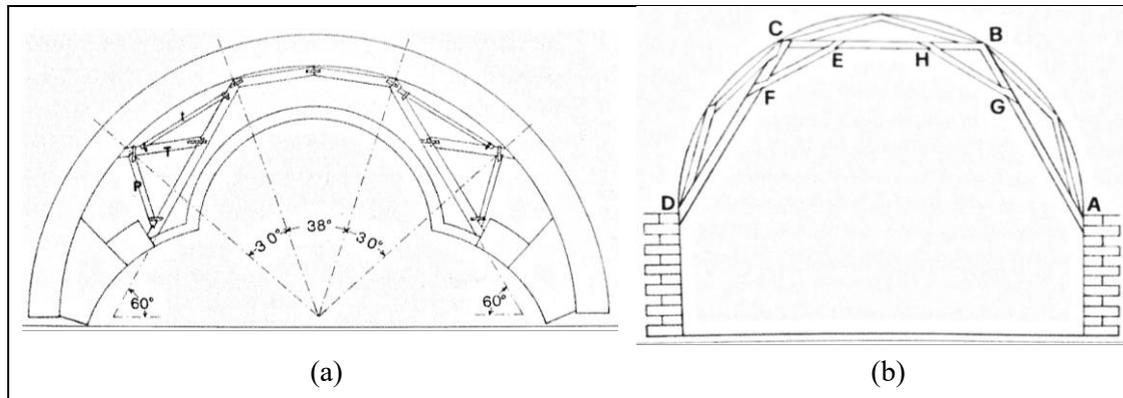


Figura 3.12 Schema della chiave lignea permanente della cupola (a) e temporanea per la costruzione delle centine (b) - Giovanni Battista Borra

Un caso esemplare di messa in opera delle cupole semplici di Vittone, invece, riguarda la cupola di San Michele a Rivarolo nelle cui documentazioni di cantiere vengono riportate le disposizioni per la realizzazione dei ‘ponte reale’ ossia l’incastellatura lignea a sostegno della posa in opera della cupola. La costruzione del ponte inizia quando la struttura muraria arriva alla cornice di imposta della cupola ed è costituito da un impalcato di servizio - necessario per portare i materiali e gli operai alla quota del piano di lavoro- e dall’insieme di centine. A differenza dei ponti sospesi, il ponte reale è definito tale in quanto l’impalcato poggia su quattro montanti verticali in muratura e perimetralmente, ossia sulla cornice all’imposta della cupola. Al ponte, però, non devono essere appoggiate le centine poiché esso non risulta abbastanza sicuro dal punto di vista della resistenza. Tra un pilastro e l’altro vengono inseriti degli opportuni sistemi di controvento i quali sono costituiti da saettoni di legno che vengono incastrati in una risega del pilastro e fissati all’intradosso dell’impalcato. Fissata poi la linea di ‘esatto livello’ lo spazio dei quattro lati maggiori dell’ottagono, su cui si imposta la cupola, è suddiviso in sei parti mentre lo spazio dei quattro lati minori viene suddiviso in quattro parti; così facendo si individuano i punti esatti per il posizionamento delle centine. Queste sono quelle che garantiscono sia un piano di posa continuo sia il rispetto del profilo geometrico della cupola in ogni punto così che sia abbia sicurezza della stabilità della struttura stessa. In seguito, le centine vengono ricoperte con l’armatura di tavole dando inizio alla costruzione in laterizio della cupola e simultaneamente al tiburio esterno sempre impiegando materiali di ottima qualità.

Riferendosi, invece, al Santuario di Vicoforte progettato da Vitozzi, sono state proposte diverse ipotesi sulla effettiva posizione delle centine. Dai disegni progettuali si osservano le proiezioni di 20 centine in ogni quarto della cupola. Secondo i progetti originali si nota come l’andamento delle centine divide la base della cupola in porzioni eguali; tali centine si

congiungono alla base del lanternino che risulta avere forma ovale (Figura 3.13). Tuttavia, dai rilievi effettuati, si è visto che il reale andamento delle centine si discosta da quello riportato nei disegni dunque si ipotizza che i progetti disponibili siano stati poi rivisti e modificati in corso d'opera (Novello e Piumatti, 2012).

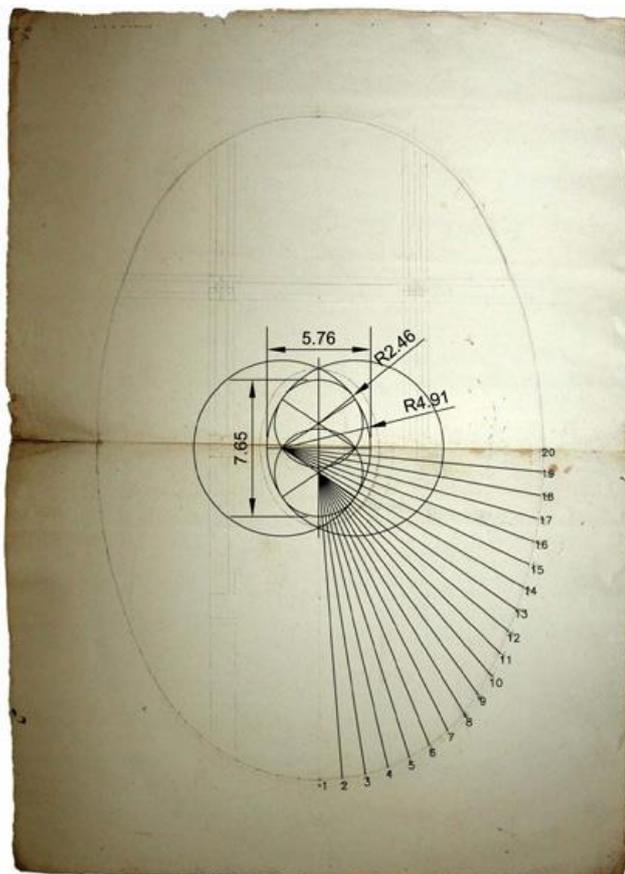


Figura 3.13 Ipotesi di tracce della posizione delle centine da progetto originale secondo Novello e Piumatti, 2012

4. STORIA E MODELLAZIONE DELLA CHIESA DELLA SS. TRINITÀ DI TORINO

4.1 Storia della SS. Trinità

Con l'affidamento delle attività religiose alle confraternite, dopo il Concilio di Trento (1545 – 1563), si è avuta l'esigenza di avere dei grandi spazi di culto in cui svolgere le funzioni liturgiche e nel 1577, a Torino, venne fondata la confraternita della Santissima Trinità con sede nella piccola chiesa di San Pietro de curte Ducis. Tuttavia, nel tempo, ci si rese conto che tale sede non era adeguata pertanto si decise di abbattere la chiesa di Sant'Agnese (XII secolo) e edifici ad essa adiacenti per dare inizio alla costruzione di un nuovo edificio. I lavori per la costruzione della nuova chiesa furono affidati nel 1598 al confratello e architetto ducale Ascanio Vitozzi (1539 – 1615) il quale, dopo la sua morte, fu sepolto proprio in codesto luogo. Il progetto di Vitozzi fu abbastanza particolare in quanto egli propose una struttura a pianta centrale circolare in cui vi si possono inscrivere due triangoli equilateri: i tre vertici di un triangolo indicano la posizione dei tre altari presenti mentre i tre vertici dell'altro triangolo indicano i tre ingressi da cui si accede alla chiesa. Nell'intero progetto, l'architetto tende sempre a richiamare il motivo della Trinità.

Dal punto di vista costruttivo, la chiesa presenta una struttura muraria massiccia sulla quale, ad una certa quota da terra, si imposta l'alto tamburo da cui si sviluppa una imponente cupola a sesto rialzato. Al completo sviluppo della cupola si trova il caratteristico cupolino a conclusione emisferica completato dopo diversi anni dall'inizio della costruzione (Viglino Davico, 2003).

Al termine dei lavori, la chiesa venne consacrata nel 1606 sebbene la cupola fu ultimata circa 55 anni dopo. Ognuno dei tre altari presenti è stato progettato da diverse figure di rilievo del 1700: l'altare situato a destra (1734) venne realizzato dall'architetto Filippo Juvarra che, a partire dal 1718, si occupò di decorare l'interno della chiesa in marmi policromi. Il processo di decorazione venne poi terminato successivamente dal suo allievo Giovanni Pietro Baroni di Travigliano. Juvarra si occupò di progettare anche l'altare destro sul quale venne posta la pala con la Madonna e i santi Agnese, Stefano e Filippo Neri. Tale pala ha lo scopo di richiamare le consacrazioni delle chiese precedenti e di richiamare, inoltre, la fondazione della confraternita da parte di San Filippo Neri.

Il secondo altare, posto a sinistra, risale al 1635 e venne progettato da Carlo di Castellamonte. Al di sopra di esso si ritrova un'icona di Santa Maria del Popolo che fu dipinta, attorno alla metà del Cinquecento, da Giovanni Caracca (Jan Kraeck) confratello al servizio di Emanuele Filiberto e Carlo Emanuele I di Savoia.

Infine, vi è l'altare maggiore progettato dall'architetto Michelangelo Garove e realizzato da Francesco Aprile agli inizi dell'VIII Secolo (1699 – 1703). Esso presenta un imponente tabernacolo nella cui anta si trova raffigurato il Cristo Risorto. Al di sopra dell'altare, nella cornice di uno schema di colonne in marmo rosa, è oggi collocato un crocifisso settecentesco. Oltre le colonne vi è il coro danneggiato nel 1943.

Nel 1830, Angelo Marchini, su bassorilievo di Domenico Banti, realizzò la facciata neoclassica presente tutt'oggi su Via Garibaldi.

La cupola, invece, esternamente non fu mai completata ma fu oggetto di restauro nel 1846 ad opera di Giuseppe Leoni; gli affreschi presenti tutt'ora furono eseguiti da Luigi Vacca e Francesco Gonin. Proprio l'affresco con il tema della Gloria della Santissima Trinità in Paradiso rappresenta i cori angelici che cantano lodi alla gloria divina.

4.1.1 Chiesa della SS. Trinità nella Seconda Guerra mondiale

Durante la Seconda guerra mondiale la città di Torino fu oggetto di numerosi bombardamenti volti non a colpire punti strategici ma a distruggere e terrorizzare gli abitanti di una città industriale e prima capitale italiana. Tra gli eventi più disastrosi rientra il bombardamento della notte del 13 Luglio 1943. Su Torino vennero sganciate prima le bombe dirompenti e poi gli ordigni incendiari rendendo così molto difficile l'intervento dei vigili del fuoco e scatenando incendi di vaste entità. Vennero utilizzate delle bombe di diverso calibro (1.000, 2.000 e 4.000 libbre) seguite poi dallo sgancio di ordigni incendiari. In una sola ora e mezza vennero danneggiati e distrutti numerosi edifici storici quali:

- Chiesa della Madonna di Campagna (centrata in pieno da una bomba, che uccise tutti coloro che avevano cercato inutilmente riparo nel suo scantinato);
- il Duomo;
- la chiesa di Santa Teresa;
- *la chiesa della Santissima Trinità;*
- la chiesa del Sacro Cuore di Maria;
- la chiesa di Sant'Agostino;
- la chiesa del Corpus Domini;

- la chiesa di San Domenico;
- la chiesa di San Filippo;
- la chiesa di San Giovanni;
- la chiesa di San Lorenzo;
- Palazzo reale, Palazzo comunale, teatro Carignano.

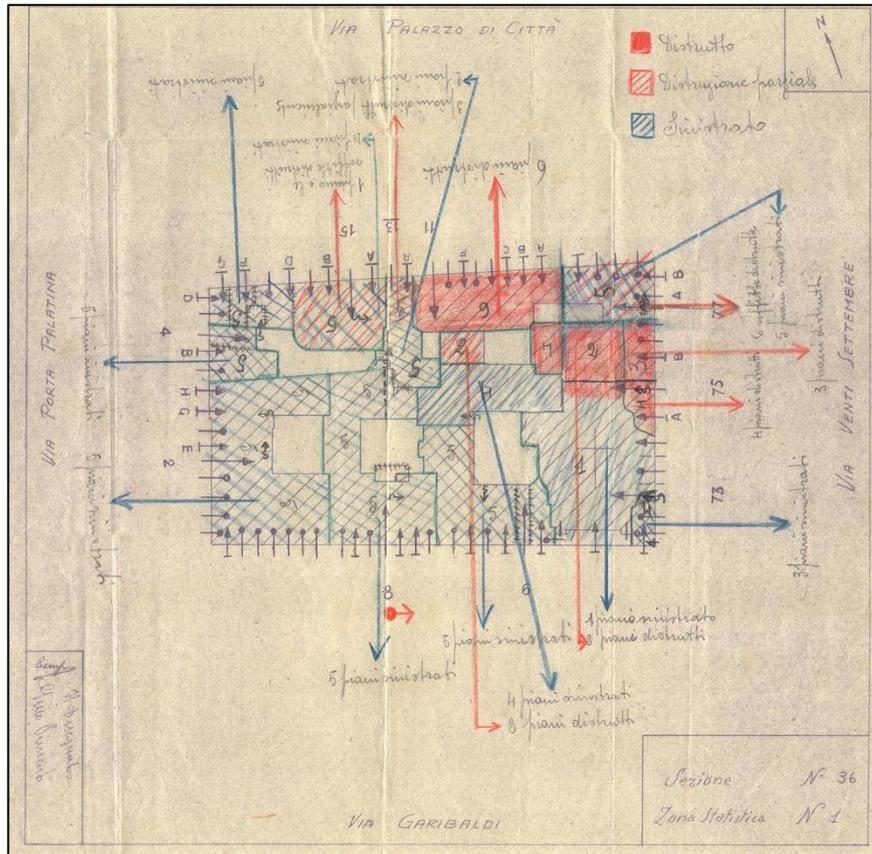


Figura 4.1 Bombardamenti aerei. Censimento edifici danneggiati o distrutti. (ASCT Fondo danni di guerra inv. 36 cart. 1 fasc. 36. © Archivio Storico della Città di Torino)



Figura 4.2 Bombe e mezzi incendiari lanciati 1:5000, 1942-1945. Zona 1: Municipio - Vanchiglia - Porta Susa - Porta Nuova - Borgo Nuovo. ASCT, Tipi e disegni, cart. 68, fasc. 1 disegno 1. © Archivio Storico della Città di Torino

Sebbene in tale data Torino abbia subito l'attacco peggiore, i documenti e le cronache a testimonianza di quanto accaduto – paradossalmente - sono molto scarsi in quanto, data l'entità della distruzione e l'elevato numero di vittime, molti civili così come molti giornalisti del tempo decisero di rimanere al riparo nei rifugi abbandonando la città per una settimana circa. Nei giorni successivi i bombardamenti continuarono dunque risultò difficile dire quali danneggiamenti risalissero al 13 Luglio e quali ai giorni seguenti.

Come già accennato, la chiesa della SS. Trinità subì danni principalmente nell'area del coro posto oltre il colonnato dell'altare maggiore venendo completamente distrutto.

Attualmente, dall'aprile del 2018, la chiesa è oggetto di restauro ad opera degli architetti Michele Ruffino e Laretta Musso i quali hanno programmato un lavoro di ripristino minuzioso che riguarderà l'intero edificio storico.

4.2 Rilievo Geometrico

L' Arch. Ruffino e l' Arch. Musso, prima di dare inizio ai lavori di restauro, hanno svolto un accurato rilievo della chiesa capace di fornire interessanti informazioni di carattere geometrico-strutturale. Tutti i dati sono raccolti all'interno di un particolare elaborato grafico dal quale si possono ricavare le seguenti informazioni:

- rilievo geometrico e strutturale;
- identificazione dell'aggregato edilizio.

Per gli studi e le simulazioni svolte in questo elaborato di tesi di fondamentale importanza è stato il rilievo geometrico - strutturale, il quale va a identificare l'intero edificio attraverso piante e sezioni dettagliate. Tale rilievo rappresenta il punto di partenza sul quale è stato svolto l'intero elaborato di tesi perché proprio da esso è stato possibile costruire in dettaglio il modello tridimensionale sul quale si sono svolte poi le analisi. Il rilievo geometrico rappresenta la base di partenza per ogni tipo di progetto e ne scaturisce, quindi, che c'è sempre la necessità di ottenere un prodotto preciso e dettagliato.

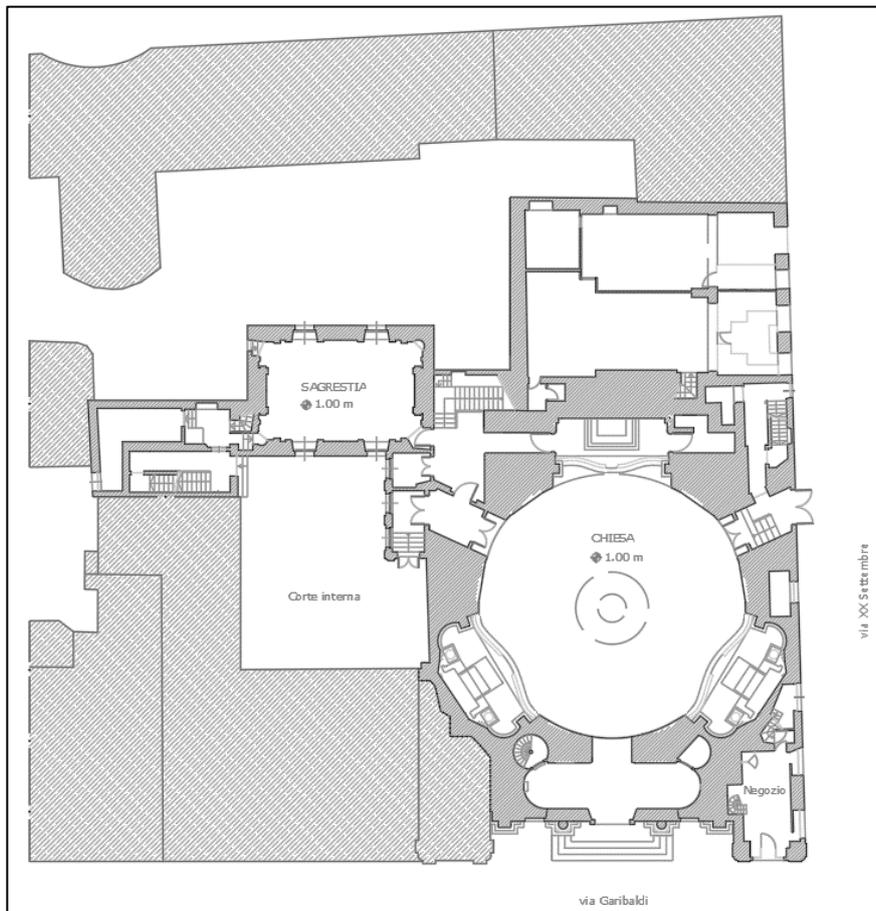


Figura 4.3 Pianta rilievo geometrico

4.3 Modellazione geometrica

La costruzione del modello tridimensionale utile per svolgere le varie analisi descritte successivamente è avvenuta partendo dalle informazioni relative al rilievo geometrico reso disponibile dall'Arch. Ruffino. Il rilievo è stato fornito in formato CAD, acronimo di Computer-Aided Drafting, e grazie all'ausilio di AutoCAD è stato possibile usufruire delle informazioni geometriche. AutoCAD rappresenta il primo software CAD sviluppato dalla Autodesk nel 1982 e ad oggi rappresenta il principale programma di riferimento per la progettazione bidimensionale e tridimensionale in diversi ambiti lavorativi. Il software produce un file di tipo vettoriale definendo le varie entità come oggetti matematico – geometrici.

Per avere una migliore organizzazione del lavoro si è deciso di procedere per fasi in modo tale da riuscire a raccogliere tutte le informazioni principali e creare un modello valido dal punto di vista strutturale e geometrico.

In una prima fase è nata la necessità di ripulire in modo dettagliato l'intero file CAD da informazioni che erano superflue ai fini della modellazione. Il rilievo forniva diverse piante dell'edificio in base alle diverse quote alle quali questo veniva idealmente sezionato, in modo tale da raccogliere più informazioni possibili sullo sviluppo verticale della struttura al variare dell'altezza da terra. In base a tutte queste indicazioni sono state costruite anche due sezioni dettagliate che mostrano, con molta accuratezza, le aperture presenti all'interno dell'involucro e le varie caratteristiche geometriche e strutturali.

La seconda fase della costruzione è stata quella di uniformare, in base a tutte le informazioni presenti, lo sviluppo verticale della chiesa andando ad individuare la struttura portante in muratura. In questa fase alcuni dettagli di modesta entità, quali ad esempio dei tramezzi o qualche apertura situata in zone non strutturali, sono stati trascurati al fine di creare un modello il più 'pulito' possibile così da non avere problemi in fase di creazione della mesh. Proprio per questo è stata individuata una pianta che raccogliesse le informazioni più importanti ed è stata estrusa al fine di creare il modello tridimensionale.

Nella terza fase, dopo aver creato la struttura principale, si è avuto cura di posizionare in modo preciso la cupola della SS. Trinità sul corpo principale la quale è stata rilevata attraverso un accurato rilievo Laser Scanner 3D tramite l'ausilio dello strumento laser LEICA BLK360. Assieme alla cupola è stato inserito, infine, nel modello anche il campanile che è stato anch'esso oggetto di piccole approssimazioni di modellazione per esigenze software e computazionali.

Nella quarta ed ultima fase sono state create le varie aperture presenti all'interno dell'involucro edilizio avendo cura di inserire anche i solai modellati in questo caso come elementi piatti il cui spessore viene definito nel software FEM.

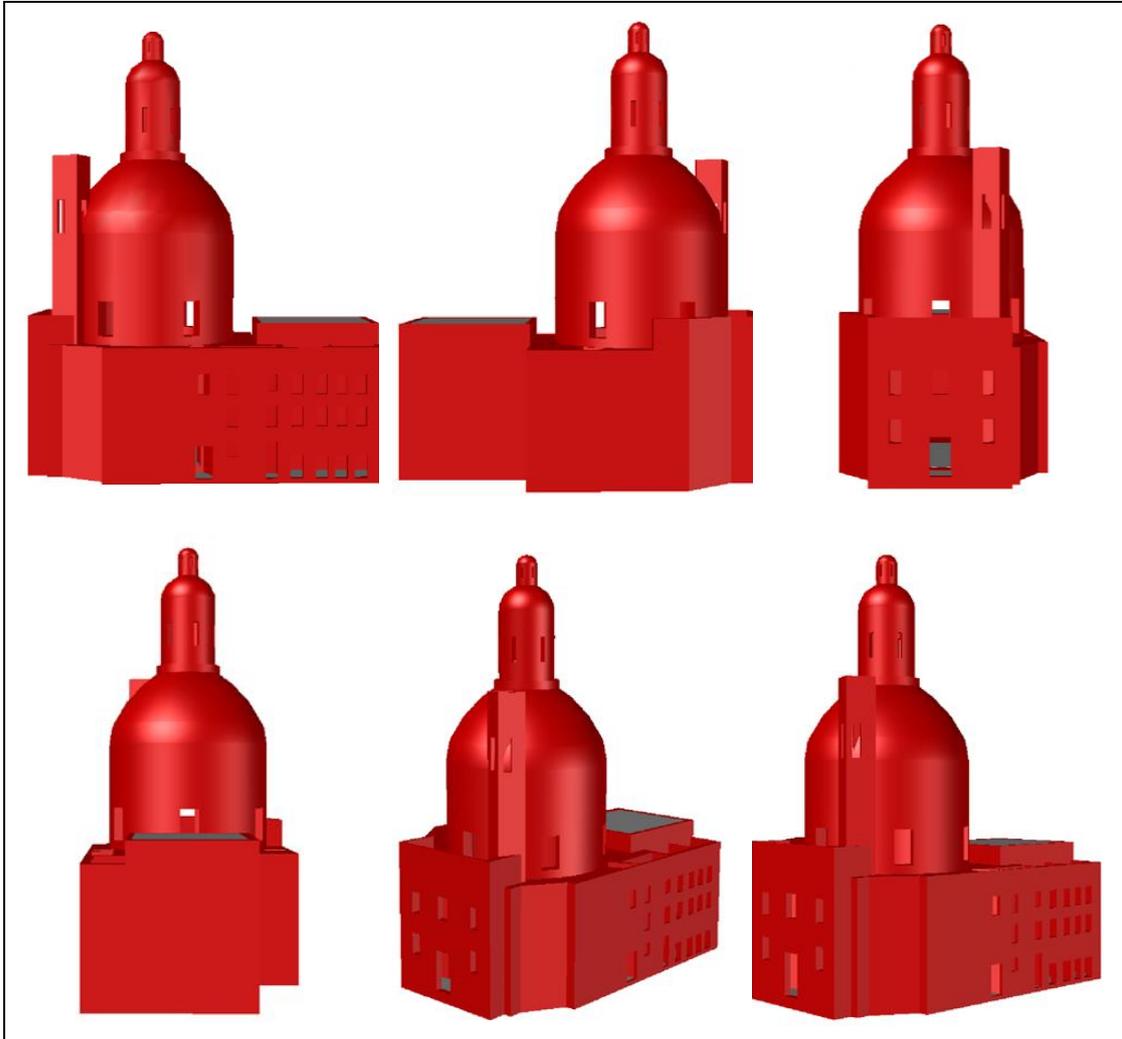


Figura 4.4 Modello geometrico tridimensionale

4.4 Modelli costitutivi dei materiali

Come già accennato, la muratura è un materiale costituito da blocchi lapidei legati tra loro, spesso, tramite della malta. A seconda del tipo di unità lapidea impiegata e della tecnica costruttiva, si possono individuare diverse tipologie di muratura:

- Muratura di laterizio: realizzata tramite mattoni disposti in maniera sfalsata legati da giunti di malta;
- Muratura di pietra: ottenuta dall'impiego di elementi lapidei (arrotondati o grezzi) (Figura 4.5,a,b) o dall'accostamento di blocchi parallelepipedi (Figura 4.5,c);
- Muratura di blocchi in calcestruzzo: i blocchi sono realizzati artificialmente in calcestruzzo.

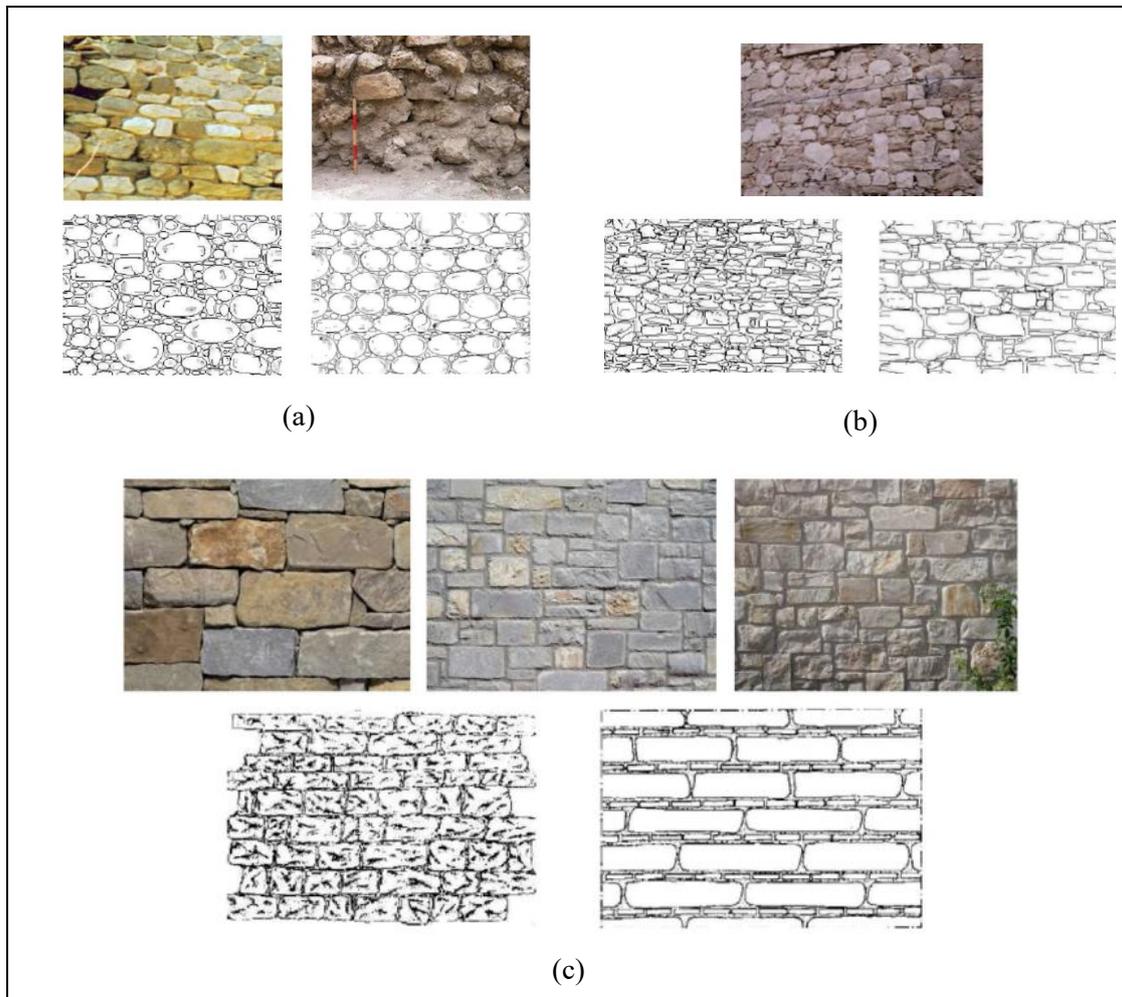


Figura 4.5 Tipologie di muratura in pietra: elementi lapidei arrotondati (a), elementi grezzi (b), elementi parallelepipedi (c)

I mattoni sono elementi ottenuti dalla cottura di impasti di acqua e argilla impura. Nel caso della muratura della chiesa della SS. Trinità ci si trova davanti ad un edificio storico risalente al XVI secolo pertanto, si intuisce, le tecnologie costruttive e realizzative della muratura sono ben diverse da quelle attuali infatti le caratteristiche meccaniche dei materiali impiegati non risultavano definite univocamente in quanto non si aveva omogeneità nella modalità costruttiva. In particolare, i mattoni venivano cotti realizzando accatastamenti da esporre al fuoco. Si evince, dunque, che in tal modo l'omogeneità della cottura veniva meno ed inoltre si incorreva in problemi legati all'impossibilità di controllare temperatura e direzionalità della fiamma. A

differenza delle tecniche odierne, la formatura dei blocchi di mattone avveniva per pressatura manuale all'interno di stampi andando ad accentuare ancor di più l'anisotropia strutturale del blocco già influenzata dal grado di cottura e dall'impiego di argille impure non controllate.

Negli edifici storici, spesso si ritrova una tipologia di muratura detta *a sacco* che, come lascia intuire il nome, consiste nella realizzazione di due muri in mattoni o pietra di ridotto spessore e paralleli tra loro lasciando un'intercapedine che viene riempita di un conglomerato di malta e pietrisco. Questo tipo di muratura presenta una forte disomogeneità della tessitura e di conseguenza il comportamento strutturale presenta diverse problematiche quali ad esempio una ripartizione dei carichi non omogenea tra nucleo e paramenti oppure una scarsa resistenza all'instabilità (Carbone, Fiore e Pistone 2001).

Data l'elevata incertezza derivante da quanto appena descritto, per studiare in maniera più approfondita le caratteristiche della muratura si può ricorrere a prove di compressione su campioni. Da prove realizzate su murature storiche, si è visto che oltre alla resistenza a compressione si ha anche una buona resistenza a flessione nel piano verticale. Da ciò, quindi, si può dedurre che per quanto ordinata sia la tessitura muraria storica, le teorie sulle murature moderne possono essere applicate solo parzialmente.

Nel modello utilizzato nelle analisi del presente lavoro, le caratteristiche meccaniche cui si fa riferimento derivano da sperimentazioni e prove meccaniche eseguite dal Politecnico di Torino su elementi di muratura proveniente da diversi edifici storici situati nei dintorni della città di Torino. In questo caso Pistone e Roccati (1988) hanno prelevato dei campioni e hanno svolto diversi test andando a valutare i classici schemi di rottura e le modalità di collasso di questi elementi. Tra i campioni studiati ne compaiono alcuni derivanti da una cascina – “Il Giaione” – in cui le tecniche costruttive e i materiali utilizzati sono paragonabili a quelli della chiesa della SS. Trinità. Le prove sono state eseguite prelevando tre campioni indisturbati dalle colonne in muratura della costruzione; eseguendo dei cicli di carico e scarico fino al collasso sono stati ottenuti i risultati riportati in Tabella 4.1.

Tabella 4.1 Risultati delle prove su campioni de "Il Giaione"

N. Provino	Carico prima fessurazione [Mpa]	Carico di collasso [Mpa]
1	3,09	5,56
2	3,27	4,54
3	4,39	5,96

Dall'esito delle prove si può vedere come i tre campioni abbiano mostrato dei risultati sostanzialmente simili dovuto alla corretta esecuzione del campionamento e al fatto che i provini hanno origine dallo stesso complesso. Durante la fase di studio e di analisi, eseguendo delle prove su muratura proveniente da altri edifici storici ubicati a Torino di epoche diverse da quella del caso di interesse, si è potuto constatare che i risultati ottenuti differiscono tra loro confermando la disomogeneità dei materiali e costruttiva del tempo.

Grazie ai risultati relativi alla muratura de "Il Giaione" è stato possibile realizzare una valutazione della resistenza a rottura per compressione σ_{cm} della muratura che risulta essere pari a 5,35 MPa. Tale valore è stato calcolato eseguendo la media dei tre valori del carico di collasso rispettivamente dei tre provini. Avendo ricavato, inoltre, la curva sforzo-deformazione è stato possibile valutare anche il modulo di Young E iniziale della muratura come rapporto tra la tensione e la deformazione unitaria. Il valore di E valutato risulta essere pari a circa 1750 Mpa.

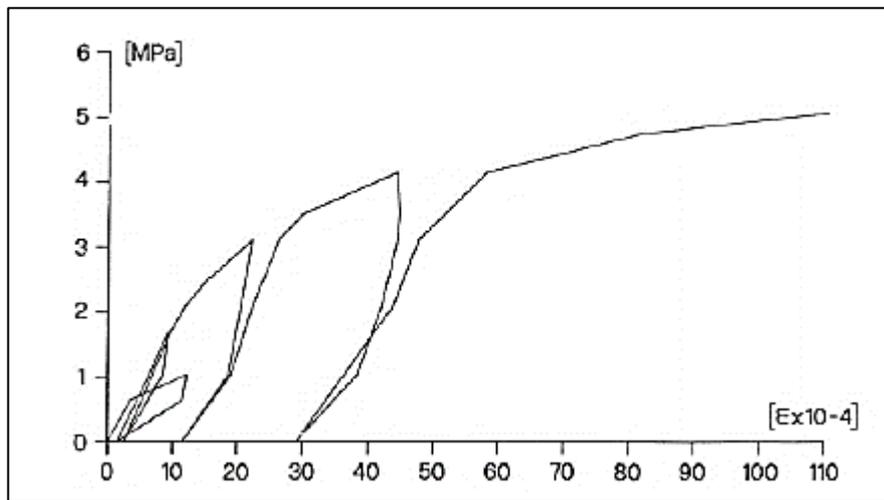


Figura 4.6 Curva sforzo-deformazione dei campioni de "il Giaione"

L'ultimo parametro di cui tener conto è la resistenza a trazione la quale è stata ricavata dal diagramma stilato da Samarasinghe (1980) sulla base di studi realizzati da Page (1978). Secondo diversi studi il valore della tensione principale di trazione al collasso ha un andamento variabile con l'inclinazione principale di σ_c [(Page, Samarasinghe e Hendry 1980); (Hendry 1986)].

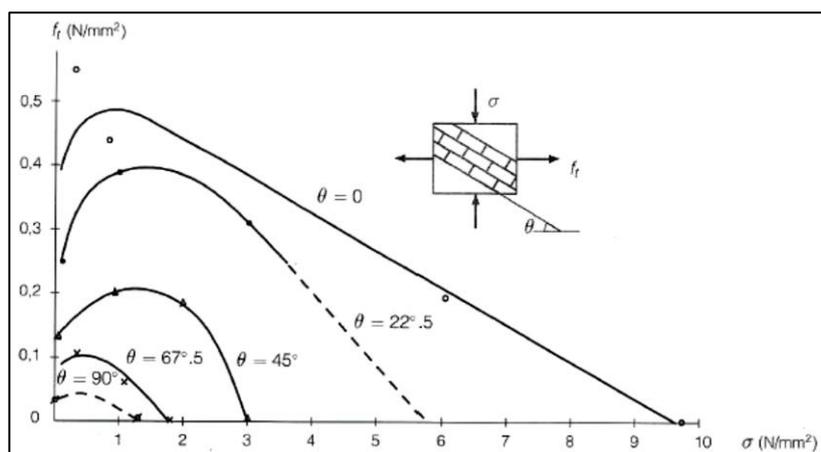


Figura 4.7 Diagramma di Samarasinghe (1980)

In conclusione, dato che la cascina “Il Giaione” è stata edificata un secolo dopo la chiesa della SS Trinità e dato che le due strutture - come tante altre a Torino e nel Piemonte - condividono le stesse tecniche costruttive e gli stessi materiali con proprietà meccaniche alquanto scadenti, si può ritenere che i valori ottenuti siano verosimili anche per la struttura in esame di conseguenza, per eseguire l’analisi strutturale e l’analisi termomeccanica, sono stati utilizzati i parametri sintetizzati in Tabella 4.2.

Tabella 4.2 Parametri elastici relativi alla muratura

γ [kN/m ³]	ν [-]	E [MPa]	σ_{cm} [MPa]	f_t [MPa]
18	0,25	1750	5,35	0,24

4.4.1 Legami costitutivi della muratura

Nel caso delle murature, principalmente se storiche, è difficile individuare e studiarne il comportamento in quanto si hanno:

- Disomogeneità, in quanto si può riscontrare una differenza di comportamento da punto a punto;
- differente comportamento resistente in compressione e trazione;
- non linearità del legame tensione deformazioni;
- anisotropia, ovvero la differenza di comportamento nelle varie direzioni che si considerano.

Tali comportamenti vengono descritti attraverso diverse leggi e modelli costitutivi che ne rappresentano al meglio il comportamento nelle varie situazioni considerate.

4.4.1.1 Modello Elasto-Plastico

Attraverso il modello elasto–plastico si va a rappresentare il comportamento del materiale sia in campo elastico che in campo plastico il quale sopraggiunge nel momento in cui il valore di tensione supera il valore di snervamento. Per definire il comportamento a pieno bisogna definire sia la legge tensione–deformazione che regola il comportamento elastico sia quella che regola il comportamento plastico.

Il comportamento elastico del continuo equivalente è governato dalle seguenti equazioni.

$$\{\dot{\sigma}\} = E\{\dot{\varepsilon}\}^{el} = E(\{\dot{\varepsilon}\} - \{\dot{\varepsilon}\}^{pl}) \quad (6)$$

$$E_{ijkl} = \left(K - \frac{2}{3}G\right)\delta_{ij}\delta_{kl} + G(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (7)$$

Con

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (8)$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (9)$$

dove:

- E : modulo longitudinale di elasticità;
- G : modulo tangenziale di elasticità;
- σ : stato tensionale totale;
- ε : stato di deformazione totale;
- ν : coefficiente di Poisson;
- K : bulk modulus.

Definita la legge tensione–deformazione per il legame elastico ci si concentra sul legame plastico per il quale si richiede la conoscenza di tre fattori (Betti, Galano e Vignoli 2016):

- Il punto preciso in cui si ha il passaggio da comportamento elastico e comportamento plastico;
- una legge che descriva la relazione tra l’aumento di tensione e le deformazioni plastiche;
- una legge di incrudimento che descriva come avviene l’evoluzione della funzione di snervamento.

La scelta del modello costitutivo da utilizzare è stata fatta in base ai modelli presenti nel codice di calcolo ed in base alle caratteristiche elasto-plastiche della muratura che bisogna rappresentare ai fini delle analisi. In questo caso, dato che si è deciso di utilizzare il software agli elementi finiti Diana, si è visto che il modello di plasticità di *Drucker – Prager* (1952), chiamato DP in seguito, rappresenta una valida opzione per lo scopo. Il criterio di DP deriva da una modificazione del criterio di Von Mises. Due fattori che regolano la superficie di snervamento del criterio di plasticità di DP sono il primo e il secondo invariante del tensore delle tensioni. In genere le funzioni utilizzate per esprimere la superficie di snervamento sono la tensione idrostatica media σ_m e la tensione di taglio efficace $\bar{\sigma}$:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}; \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{ii}}{3} \quad (10)$$

dove

s_{ij} : componenti deviatoriche del tensore delle tensioni σ_{ii} .

La condizione di snervamento di DP, che tiene conto dei due fattori sopra esposti, è definita dalla seguente equazione:

$$F = 3\alpha\sigma_m + \bar{\sigma} - k = 0 \quad (11)$$

In questa formulazione compaiono due parametri, α e k , che sono dipendenti dall'angolo di attrito φ e dalla coesione c del materiale [(12),(13)] e permettono la valutazione delle tensioni di snervamento uniassiali in trazione e compressione $f_{t,DP}$ e $f_{c,DP}$:

$$\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}; \quad (12)$$

$$k = \frac{6c \cdot \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}; \quad (13)$$

$$f_{t,DP} = \frac{k}{\frac{1}{\sqrt{3}} + \alpha}; \quad (14)$$

$$f_{c,DP} = \frac{k}{\frac{1}{\sqrt{3}} - \alpha} \quad (15)$$

Dal confronto dei risultati sperimentali e numerici (DP) di rocce e terreni, si nota una certa discrepanza nei valori riferiti all'espansione volumetrica pertanto si introduce un ulteriore

parametro, rappresentato dall'*angolo di dilatazione* δ , che consenta di regolare il grado di associatività del flusso. In base al valore assunto da δ si ha:

$$\begin{cases} \delta = \varphi & \text{flusso associato} \\ \delta = 0 & \text{flusso non associato} \end{cases}$$

Se $\delta = 0$ non si generano sforzi volumetrici plastici.

In sintesi, per riuscire a definire il modello di DP c'è bisogno di conoscere tre parametri che sono:

- angolo di attrito φ : inclinazione della superficie di snervamento (se il suo valore è nullo non c'è dipendenza con la pressione idrostatica);
- coesione c : snervamento a pressione idrostatica nulla;
- angolo di dilatazione δ .

Dal criterio di DP si ottiene una superficie di snervamento conica, talvolta considerata come una "versione levigata" della superficie individuata da Mohr-Coulomb. In genere, si definisce questa superficie tramite l'impiego di parametri c e φ tali che il cono coincida con il vertice esterno della superficie di Mohr-Coulomb (Figura 4.8). In base al valore del parametro α e al rapporto f_{tDP}/f_{cDP} , la funzione conica di snervamento può essere ellittica, parabolica e iperbolica. Praticando una sezione del cono si riescono a vedere, nello spazio bidimensionale, le diverse forme che questo può assumere ($\sigma_I, \sigma_{II}; \sigma_{III}=0$).

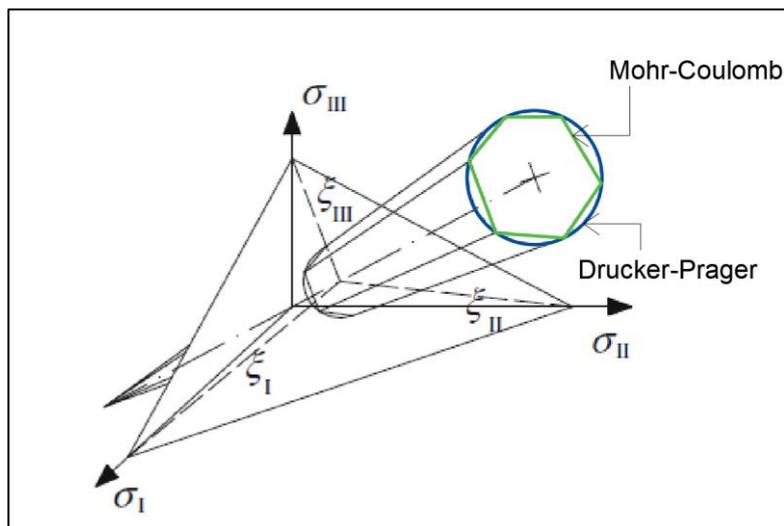


Figura 4.8 Confronto superficie di snervamento Mohr-Coulomb e Drucker-Prager

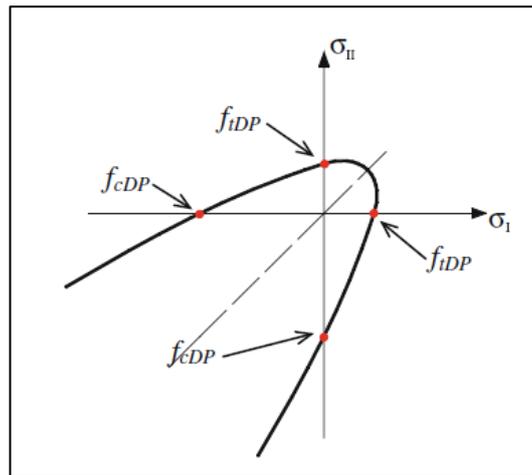


Figura 4.9 Sezione del cono di Drucker-Prager

In aggiunta al criterio di Drucker-Prager, per modellare al meglio il comportamento della muratura, cogliendo nel particolare ogni sua caratteristica, si può ricorrere al criterio di Willam-Warnke (WW) così da ottenere un materiale isotropo con deformazioni plastiche e capacità di frattura e fessurazione (Betti, Galano e Vignoli 2016).

La superficie di rottura del criterio WW è definita attraverso cinque parametri:

- f_{cWW} : resistenza di compressione uniassiale;
- f_{tWW} : resistenza di trazione uniassiale;
- f_{cb} : resistenza di compressione biassiale;
- ρ_1 e ρ_2 .

Tuttavia, nella pratica, la definizione della superficie di rottura può essere ottenuta avvalendosi di due costanti (f_{cWW} e f_{tWW}) e definendo i parametri rimanenti come:

$$f_{cb} = 1,2f_{cWW}; \quad \rho_1 = 1,45f_{cWW}; \quad \rho_2 = 1,725f_{cWW} \quad (16)$$

Combinando i due criteri esposti, dunque, si necessita l'individuazione dei parametri seguenti:

- E e ν (elasticità);
- c , ϕ e δ (plasticità DP);
- f_{tWW} , f_{cWW} (frattura e fessurazione).

Tali parametri devono essere definiti tenendo conto che f_{cWW} deve essere maggiore della resistenza a compressione f_{cDP} e f_{tWW} deve essere minore di f_{tDP} .

È bene ricordare, comunque, che una grande limitazione nello studio della muratura e delle sue proprietà in edifici storici riguarda la quasi impossibilità di estrarre dei provini su cui eseguire prove in quanto il campionamento va a snaturare la valenza architettonica e storica

dell'opera. Di conseguenza, nasce la necessità di valutare le proprietà meccanica della muratura tramite risultati di sperimentazioni effettuate su campioni estratti da edifici assimilabili a quello in esame.

La calibrazione dei parametri su base sperimentale per i criteri esposti è stata eseguita da Chiostrini et al. (1998) i quali hanno confrontato delle ricerche sperimentali eseguite per valutare la deformabilità e la resistenza di pareti in muratura storiche della Toscana, con i risultati derivanti dalla propria sperimentazione numerica. Le prove condotte erano articolate in differenti test quali:

- prove di compressione e taglio (SC);
- prove di taglio diretto (S);
- prove di compressione diagonale (DC).

I test S e SC tendono a riprodurre con buona approssimazione lo stato tensionale in presenza di un carico sismico mentre il test DC è utile per valutare la resistenza a trazione della muratura. Nella prima campagna di indagini, Chiostrini e Vignoli (1992;1994) hanno eseguito tali test su nove pannelli murari provenienti da diversi edifici storici toscani:

- Monastero di S. Orsola a Firenze: analisi su quattro pannelli indicati come T1, T2, T3, T4;
- Edificio storico residenziale a Firenze: analisi su tre pannelli indicati come COR1, COR2, COR3;
- Istituto Belmesseri a Pontremoli: analisi su un pannello indicato con BEL;
- Municipio di Pontremoli: analisi su un pannello indicato con COM.

Tutti gli edifici sono accomunati dalla presenza di muratura portante in pietra o pietra mista, muratura in mattoni con trama caotica e pavimenti in legno.

Nella seconda campagna sperimentale sempre Chiostrini et al. (Chiostrini, Galano e Vignoli 2000;2003) hanno eseguito quattro test di compressione diagonale su sette pannelli in muratura provenienti da cinque diversi edifici rurali e tre test di taglio-compressione. Anche in questo caso gli edifici sono stati scelti perché avevano delle caratteristiche comuni, ovvero muri realizzati in muratura in pietra con trama caotica, solai in legno e altezza dell'edificio di due o tre piani.

I test più importanti dai quali gli autori hanno ricavato dei parametri utili che rappresentassero il modello sono:

- Compressione e taglio eseguiti sui pannelli A e B;
- Taglio diretto eseguito sui pannelli COR2,COM e BEL.

Nello svolgimento delle analisi gli autori hanno considerato due casistiche:

- Caso 1: si tiene conto solo del modello di plasticità;
- Caso 2: si utilizza il modello di plasticità e quello di frattura.

Esaminando i risultati sperimentali e numerici ottenuti sul pannello COR2 sia nel caso 1 che nel caso 2 si nota che l'approssimazione del carico di collasso, facendo riferimento al caso 2, risulta essere buona così come anche lo spostamento di collasso. Le analisi condotte secondo la casistica 1, invece, non approssimano bene il reale comportamento (Figura 4.10).

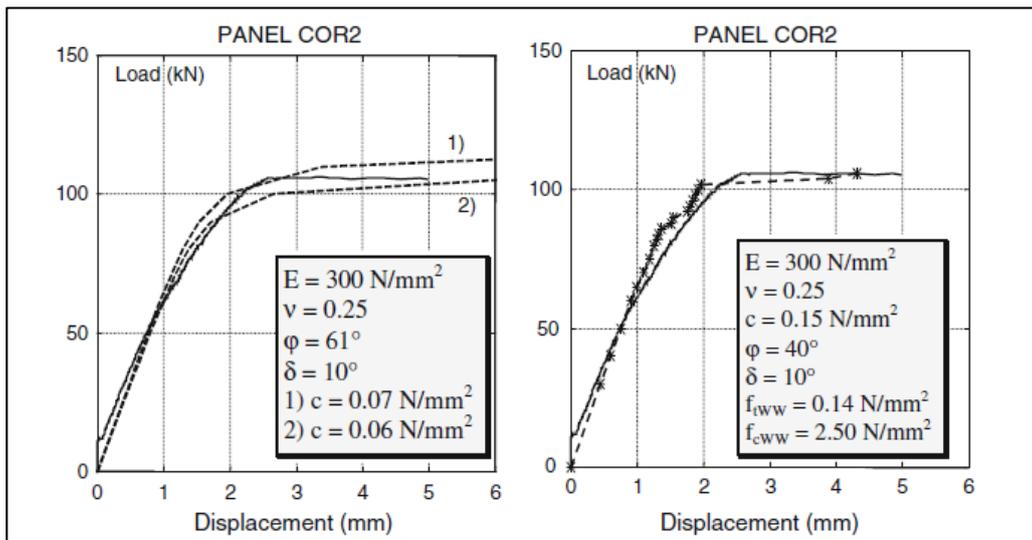


Figura 4.10 Confronto tra risultati sperimentali e numerici per la prova di taglio sul pannello COR2: modello di plasticità (sinistra) e modello di plasticità associato alla frattura (destra)

In conclusione, quindi, si può dire che adottando il modello di plasticità di DP unitamente al modello di rottura WW si può avere una buona approssimazione del comportamento della muratura negli stati di compressione e trazione.

Chiostrini, Galano e Vignoli (2000), dunque, hanno redatto una classificazione dei diversi pannelli in base alla resistenza:

- *Alta resistenza (HS)*: muratura di buona qualità (pannelli A, B, COR3 e COM);
- *Media resistenza MS*: muratura con pochi vuoti interni ben riempiti da malta e altre piccole unità (pannelli T1, T3, T4 e BEL);
- *Bassa resistenza LS*: muratura con un mediocre assemblaggio di blocchi e malta, con molti vuoti (T2, COR1, COR2 ed E).

Grazie a questa suddivisione in classi è stato possibile stabilire degli intervalli di variazione dei parametri relativi a DP e DP congiunto con WW.

Tabella 4.3 Variazione dei parametri del modello di plasticità (DP) in base alla resistenza della muratura

Muratura	E [N/mm ²]	ν	c [N/mm ²]	ϕ [°]	δ [°]
HS	500-1500	0,25	0,12-0,28	40-61	13-35
MS	350-500	0,25	0,07-0,09	38-61	12,5-15
LS	100-300	0,25	0,065	38-61	10-12,5

Tabella 4.4 Variazione dei parametri del modello di plasticità con collasso (DP+WW) in base alla resistenza della muratura

Muratura	c [N/mm ²]	ϕ [°]	δ [°]	$f_{c,ww}$ [N/mm ²]	$f_{t,ww}$ [N/mm ²]
HS	0,22-0,24	40-61	13-35	2,5-5,0	0,20-0,24
MS	0,11	38-61	12,5-15	2,5-3	0,10-0,11
LS	0,08-0,15	38-61	10-12,5	2,5-3	0,08-0,14

4.5 Proprietà meccaniche della muratura e variazione dei parametri con la temperatura

I materiali usati nella realizzazione di una struttura possono subire dei fenomeni di degrado che ne alterano le proprietà meccaniche. Grazie all'uso di simulazioni numeriche si riesce a valutare come i parametri dei materiali si modifichino al variare della temperatura. Per studiare, quindi, la risposta meccanica della struttura sottoposta ad un'azione termica di rilevante entità bisogna considerare:

- la variazione dello stato deformativo – tensionale dovuto al fatto che il coefficiente di espansione termica varia al variare della temperatura;
- la non uniformità di esposizione delle parti interessate al calore dovuto all'incendio;
- trasmissione del calore tra elementi adiacenti.

Nel caso della muratura, il comportamento in presenza di alte temperature è argomento di numerosi studi ma nel corso degli anni sono state condotte diverse ricerche sperimentali con lo scopo di avere un quadro dettagliato sulla resistenza al fuoco di tale materiale. Le prime ricerche sono state svolte a partire dal 1920 in cui alcuni Paesi, come Inghilterra e Germania, che si

posero il problema di studiare la variazione della resistenza meccanica di elementi in muratura esposti alle alte temperature stabilendo una buona base per lo sviluppo delle prove standard e delle relazioni empiriche che ad oggi sono ancora in uso in molti Stati europei. Dagli Eurocodici si possono reperire i valori dei parametri meccanici della muratura e, in mancanza di dati sperimentali utili, vengono fornite comunque dalla norma alcune variazioni di tali parametri con la temperatura.

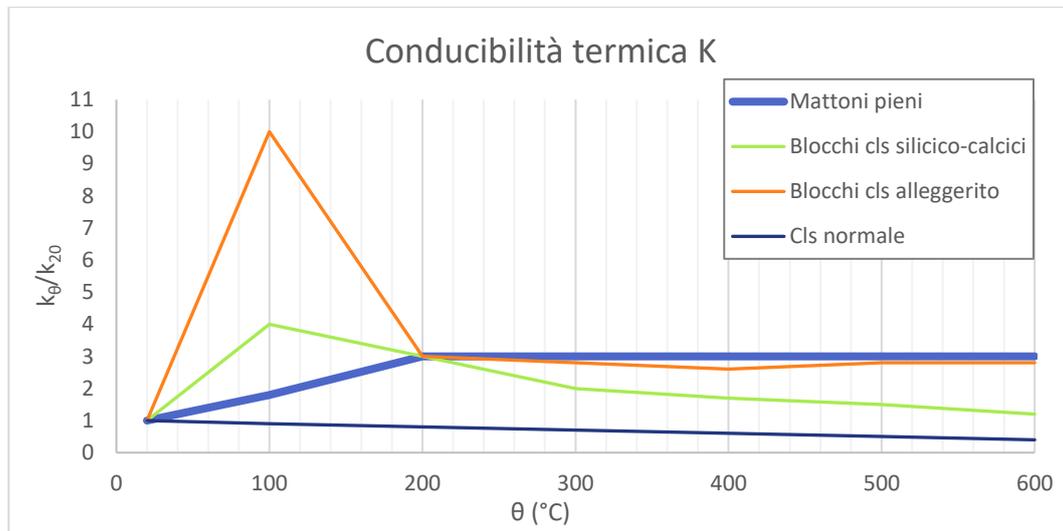


Figura 4.11 Valori di conducibilità termica per diversi materiali CEN/TC 250

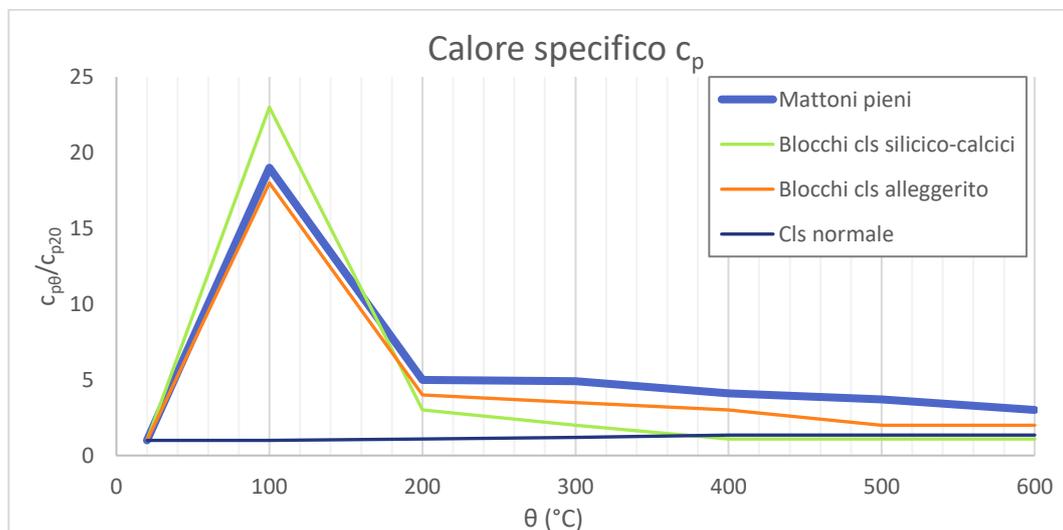


Figura 4.12 Valori di calore specifico per diversi materiali CEN/TC 250

I valori definiti nelle varie norme si basano sui risultati ottenuti da prove standardizzate e ad oggi tali dati rappresentano una buona base per la progettazione degli edifici e per studiare gli effetti derivanti da un incendio. L'Italia è stato uno tra i Paesi che ha eseguito delle sperimentazioni in cui dei campioni furono esposti ad uno scenario d'incendio definito secondo la curva ISO834. I campioni analizzati presentavano caratteristiche diverse in termini di impasto di malta, foratura dei mattoni e spessori. Dopo 180 minuti di esposizione al fuoco si analizzarono

i dati ottenuti e si vide che in base allo spessore di tali campioni, e quindi in base all'inerzia termica che li caratterizza, la temperatura si propaga in maniera differente all'interno di questi. Tutta la sperimentazione fu utile per andare a stabilire la resistenza dei diversi elementi secondo il criterio REI. Analizzando i risultati ottenuti si operò una precisa suddivisione in base all'inerzia termica che risultava essere:

- > Bassa: spessori degli elementi inferiore a 10 cm (REI 30 e 60);
- > Media: spessori degli elementi compreso tra i 10 e i 16 cm (REI 120);
- > Alta: spessori degli elementi maggiori di 16 cm.

Tale classificazione venne fatta in base al tempo di variazione della temperatura, sul lato non esposto, a fiamma diretta rispetto alla temperatura ambiente. Nel caso della chiesa della SS. Trinità, avendo la struttura principale costituita da muratura portante, le pareti presentano tutte degli spessori elevati che quindi sono caratterizzati dall'averne una alta inerzia termica; di conseguenza le pareti accumulano calore per rilasciarlo gradualmente nel tempo.

4.5.1 Proprietà dipendenti dalla temperatura

Grazie agli studi condotti da Harmanthy (1961), Nguyen et al. (2009) e Gnanakrishnan e Lawther (1990) ad oggi si dispone di abbastanza dati che riescano a descrivere come le principali proprietà per la muratura ed il calcestruzzo cambino quando sono esposte a temperature elevate. Attraverso i dati disponibili sono state costruite delle curve che, inserite nel software agli elementi finiti, hanno permesso di eseguire una valutazione della risposta strutturale della muratura in oggetto. Le curve proposte sono state costruite in merito a quattro parametri:

- Calore specifico;
- Conducibilità termica;
- Modulo elastico;
- Coefficiente di espansione termica.

Essendo la muratura della SS. Trinità costituita da blocchi in laterizio pieni, tra le diverse curve proposte si è fatto riferimento solo ai dati relativi a tale materiali.

I quattro parametri mostrano ognuno un comportamento differente dall'altro:

- La conducibilità termica mostra un andamento circa costante a partire dai 20°C fino a circa 100°C, in cui il valore è circa pari ad 1, per poi diminuire bruscamente fino ad un valore pari a 0,5 W/mK in corrispondenza dei 150°C. Oltre tale valore di

temperatura l'andamento cresce in maniera lineare arrivando ad un valore pari a circa 0,9 attorno ai 1000°C (Figura 4.13);

- il calore specifico, invece, presenta un valore costante pari a 1000 J/kgK per un intervallo di temperatura compreso tra i 20 e i circa 50°C per poi subire un aumento significativo -fino a triplicare- raggiungendo il picco intorno ai 100 °C. Superato tale valore, si ritrova un decremento tra i 100 e i 180°C dopo il quale si ha un assestamento su un valore di calore specifico di 750 J/kgK (Figura 4.14). A circa 1000°C il valore del calore specifico è circa pari al valore iniziale. A partire da questo parametro è possibile ricavare la capacità termica come prodotto tra calore specifico e massa volumica;
- il modulo elastico, sempre in riferimento ai mattoni pieni, presenta un andamento costante dai 20°C fino ai circa 170°C per poi aumentare repentinamente fino a 800 °C circa assumendo un valore 2,75 volte più grande rispetto al valore iniziale. Inizia poi il tratto decrescente in cui il valore di E tende ad annullarsi intorno a 1000°C (Figura 4.15);
- il coefficiente di espansione termica, anch'esso, mostra un andamento abbastanza repentino con tratti di crescita e decrescita lineare presentando sempre valori differenti in base alla temperatura che si raggiunge (Figura 4.16).

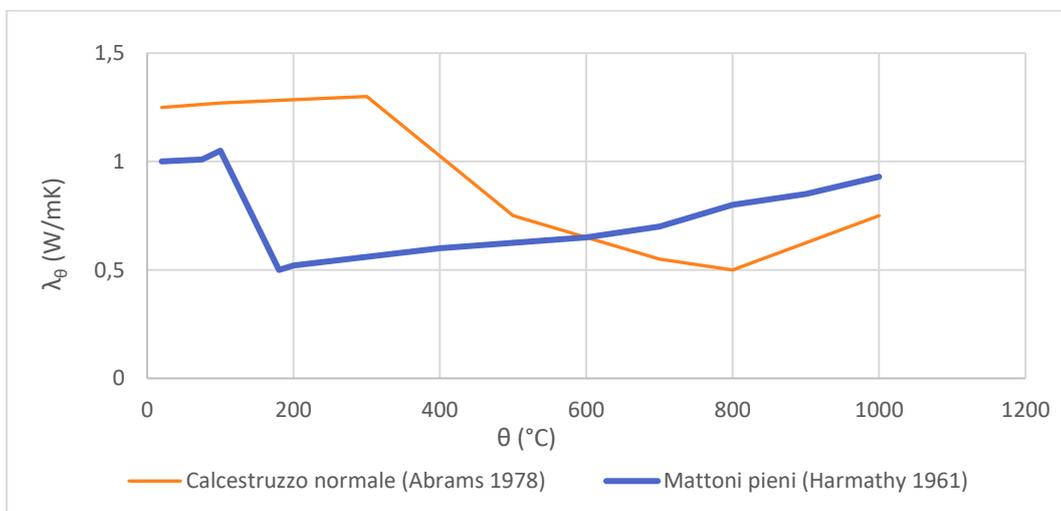


Figura 4.13 Variazione della conducibilità termica con la temperatura – risultati sperimentali

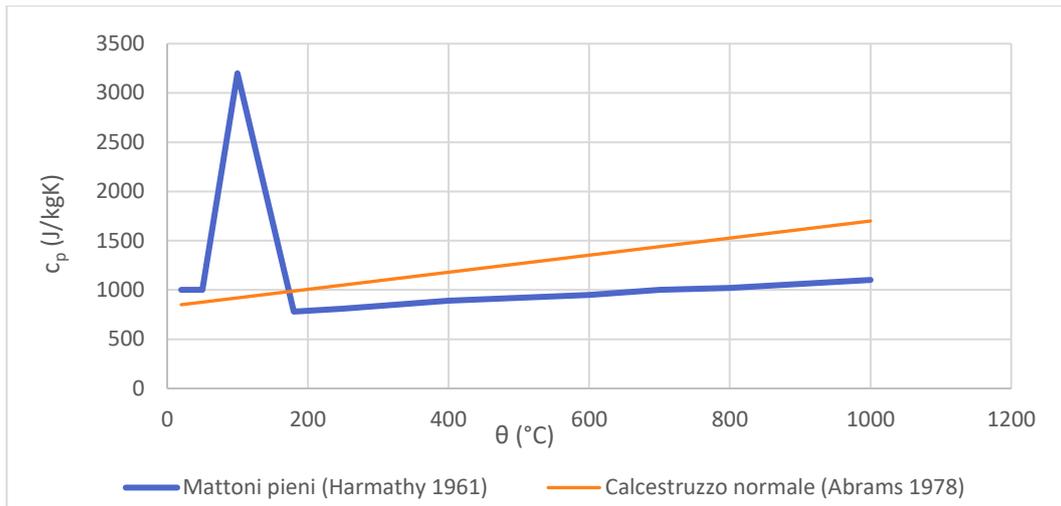


Figura 4.14 Variazione del calore specifico con la temperatura – risultati sperimentali

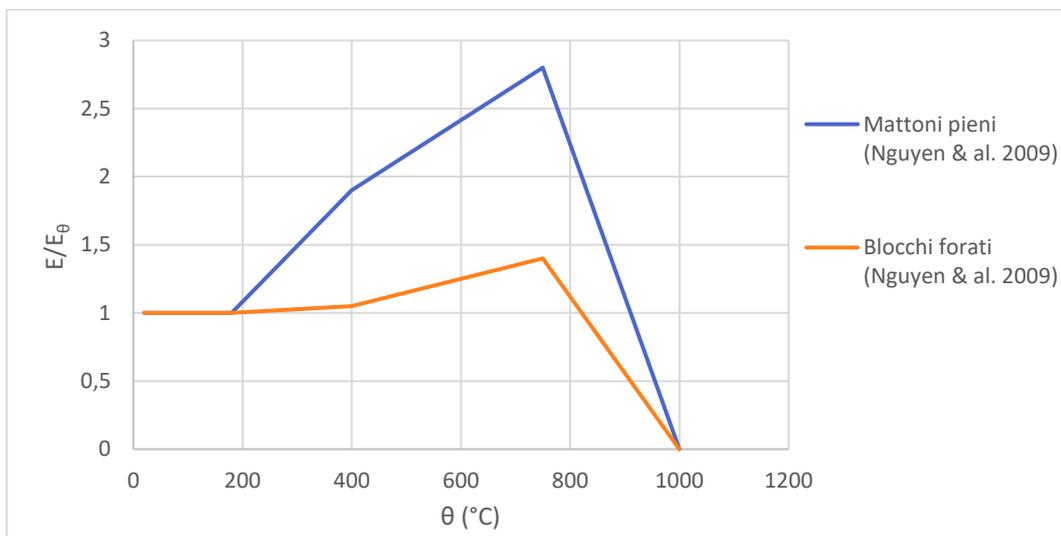


Figura 4.15 Variazione del modulo di Young con la temperatura – risultati sperimentali

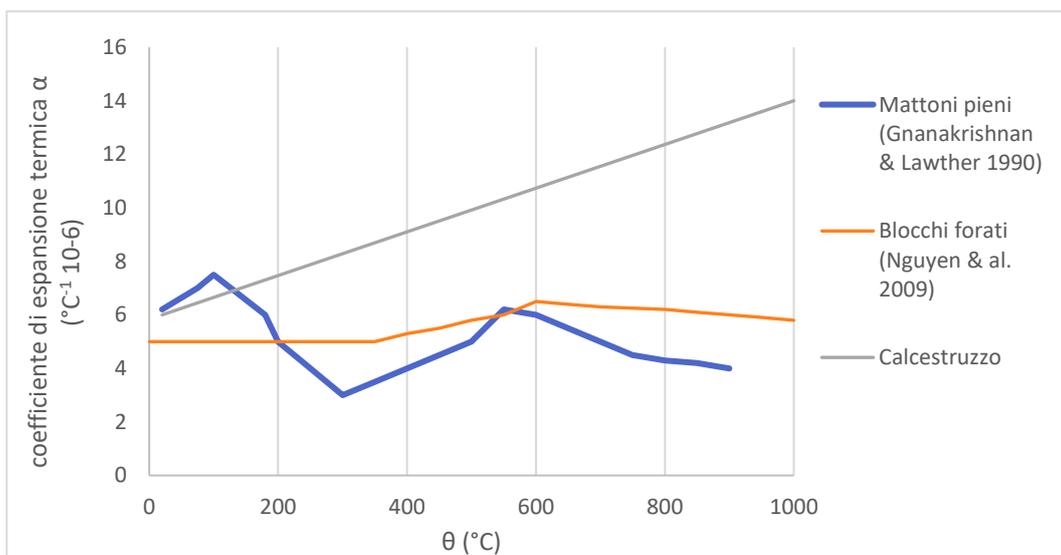


Figura 4.16 Variazione del coefficiente di espansione termica con la temperatura – risultati sperimentali

4.6 Parametri della muratura della SS. Trinità

Il legame costitutivo da attribuire al materiale della SS. Trinità è stato definito prendendo come riferimento il legame sforzo-deformazione che si ha a disposizione in riferimento al campione in muratura del Giaione e, tramite una attenta comparazione tra le aree sottese dai due andamenti è stato possibile ricavare il legame elasto – plastico da utilizzare per la modellazione numerica. Tale confronto ha permesso, inoltre, di definire il valore di resistenza a compressione del materiale che risulta essere pari a 4,36 MPa. Relazionando tale valore con la classificazione operata Chiostrini, Galano e Vignoli si ricade nella classe di muratura di buona qualità.

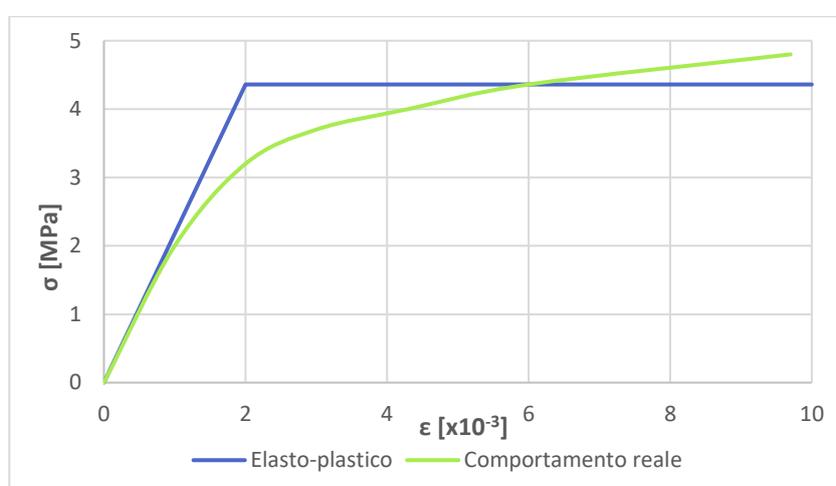


Figura 4.17 Confronto tra comportamento elasto-plastico e comportamento reale

In conclusione, i parametri ricavati dalle ricerche da associare alla muratura della chiesa della SS. Trinità sono riportati in tabella.

Tabella 4.5 Parametri meccanici utilizzati per la muratura della SS.Trinità

E [MPa]	v [-]	γ [kN/m ³]	c [MPa]	φ [°]	δ [°]	f_c [MPa]	f_t [MPa]
1750	0,25	18	0,24	38	15	4,36	0,24

4.7 Parametri termici muratura

Per eseguire l'analisi termomeccanica sulla Chiesa della SS Trinità è stato necessario andare a definire i parametri termici di questa al fine di valutare come il calore si è propagato all'interno della struttura e come i parametri meccanici si sono modificati dopo l'esposizione al fuoco. Il software Diana, utilizzato per l'analisi termomeccanica, fornisce all'utilizzatore la possibilità di settare le proprietà termica della muratura direttamente nei settaggi del materiale. Le caratteristiche richieste dal software sono il coefficiente di conduzione del materiale, la capacità termica e il coefficiente di trasmissione del calore per quanto riguarda la convezione.

Nel caso in esame la struttura della SS Trinità è costituita da muratura portante piena formata da blocchi in laterizio pieni legati in modo reciproco con della malta. Con riferimento alle curve di cui sopra (paragrafo 4.6) è stato ricostruito l'andamento dei valori dei parametri termici della muratura al variare della temperatura per ogni caratteristica di cui si aveva bisogno tramite il software Excel.

4.8 Modello numerico

Per procedere allo studio del comportamento strutturale della chiesa della SS. Trinità si è iniziato costruendo il modello geometrico tridimensionale - §4.3 - che è stato poi implementato nel software agli elementi finiti per eseguire le diverse analisi di interesse. Come primo step si è semplificato il modello lineare modellando la muratura con elementi che tenessero conto dei blocchi e dei giunti di malta ossia ricorrendo ad un modello equivalente. Tali elementi si formano a partire dalla generazione della mesh composta da elementi 3D connessi dai nodi.

La dimensione e quindi il grado di infittimento della mesh è stata scelta sulla base dell'accuratezza che si desidera raggiungere e dell'onere computazionale ad essa connesso. Nel caso in esame è stata eseguita un'accurata calibrazione individuando una grandezza della mesh ideale pari a 40cm.

Nel complesso il modello e la discretizzazione del sistema sono stati pensati in modo da cercare di riprodurre, quanto più fedelmente possibile, il reale comportamento strutturale dell'edificio e il reale comportamento che questo ha assunto a seguito dell'incendio. Le analisi sulla struttura sono state effettuate prendendo in considerazione il comportamento non lineare fisico e geometrico della muratura e analizzando le due configurazioni di cupola reale –

rappresentazione dello stato attuale della cupola- e cupola ideale così da confrontare i risultati ottenuti.

Tali risultati, ovviamente, sono dipendenti dalle ipotesi fatte a monte sulla costruzione del modello geometrico, sui materiali e sullo scenario di incendio di progetto. Dovendo tenere conto di numerosi parametri e caratteristiche, nell'elaborazione numerica, si hanno sempre delle approssimazioni che, tuttavia, sono volte all'ottenimento di una buona corrispondenza tra comportamento reale e simulato.

Dopo aver ottenuto il modello tridimensionale tramite l'ausilio di un programma CAD, sono state svolte le analisi strutturali e termomeccaniche attraverso il codice DIANA FEA (DIsplacement ANAlyser) in cui la risoluzione del sistema avviene tramite il metodo degli spostamenti.

Il software venne sviluppato inizialmente nel 1972 - tutt'ora in continuo aggiornamento - ed è dotato di sistemi di risoluzione abbastanza potenti in grado di risolvere problemi di strutture di piccola, media e grande entità mettendo a disposizione del progettista sia analisi di base che avanzate. Ad oggi i principali campi di applicazione ed uso riguardano l'analisi e la progettazione di opere in cemento armato, dighe, gallerie e edifici storici riuscendo ad eseguire analisi di resistenza al fuoco, sismiche e statiche.

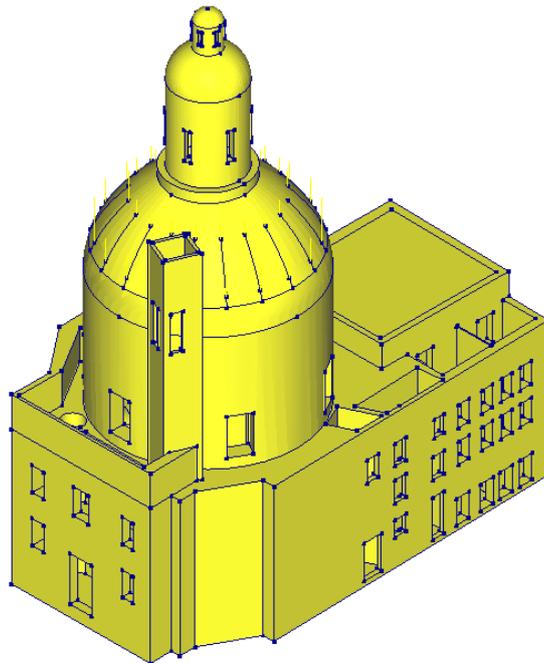


Figura 4.18 Modello geometrico importato in Diana

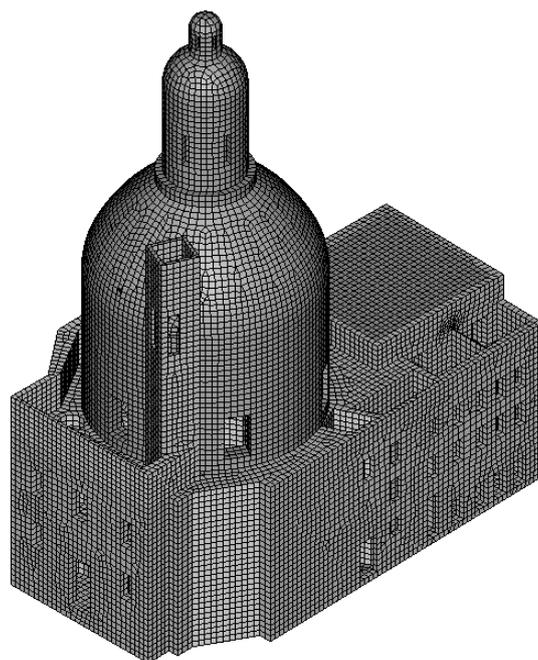


Figura 4.19 Modello numerico discretizzato

Si riportano in breve le analisi strutturali e termomeccaniche svolte che verranno di seguito analizzate (Tabella 4.6).

Tabella 4.6 Sintesi delle analisi eseguite sulle diverse configurazioni del modello

Modello	Analisi
Reale	Statica non lineare
Reale	Termomeccanica
Ideale	Statica non lineare
Ideale	Termomeccanica

4.8.1 Modello FEM non lineare

Sin dall'inizio il software agli elementi finiti chiede al progettista una prima definizione generale, successivamente modificabile, di alcuni parametri quali ad esempio il tipo di mesh da utilizzare, lo spazio in cui si opera (2d o 3D) e la tipologia di analisi da eseguire (strutturale, trasferimento di calore etc.). Definito ciò si può procedere con la creazione del modello geometrico nel software stesso oppure con l'importazione del modello geometrico

precedentemente costruito su ambiente CAD. L'estensione di file che da CAD può essere importato e riconosciuto da Diana è rappresentato dal *.iges*. Questa procedura è stata eseguita sia per il modello reale e sia per quello ideale; il reale rappresenta la reale configurazione geometrica della cupola rilevata tramite l'uso di Laser Scanner mentre il modello ideale è stato ottenuto realizzando una rivoluzione attorno all'asse che passa per il centro del tamburo e del lanternino ottenendo così una cupola che rappresenta, secondo le ipotesi, il progetto inizialmente pensato da Vitozzi.

Inserito il modello nel software si procede con l'assegnazione delle varie proprietà al corrispondente elemento. In questo caso è stato dapprima creato il materiale al quale sono stati assegnati i vari parametri elasto-plastici della muratura definiti nel paragrafo 4.6

Diana mette a disposizione dell'utilizzatore diverse tipologie di materiale e legami costitutivi da utilizzare. A causa delle poche informazioni che si hanno sulla muratura si è deciso di utilizzare una macro-modellazione. Come legame costitutivo rappresentativo del materiale è stato scelto quello di Drucker-Prager in cui sono stati definiti il valore di cut-off della tensione di trazione ed i valori di coesione ed angolo di attrito; si è scelto inoltre di utilizzare un legame elastico perfettamente plastico.

Come detto nel paragrafo 2 si hanno diversi modi per rappresentare e modellare una struttura in muratura, ricorrendo all'uno di una macro o micro-modellazione. In Diana nel caso si voglia considerare una macro-modellazione, riferita ad un comportamento globale, si possono utilizzare i seguenti modelli:

- Engineering masonry;
- Multi-directional fixed crack;
- Plasticità che simula lo schiacciamento e il cracking.

La muratura risulta essere un materiale ortotropico e di conseguenza nasce la necessità di rappresentare tale caratteristica nelle proprietà del materiale. L'ortotropia, in riferimento ai modelli prima esposti, può essere considerata attraverso l'engineering masonry e attraverso il modello di Rankine-Hill il quale attraverso la definizione di molteplici parametri riesce a simulare il reale comportamento del materiale con le dovute approssimazioni.

A livello micro, invece, si rappresenta l'elemento mattone e l'elemento giunto di malta e anche in questo caso si può rappresentare il comportamento ortotropico del materiale.

Il materiale elastoplastico definito è stato attribuito all'intera struttura portante della chiesa comprese cupola, tamburo e lanternino. Attribuito il materiale si procede con la definizione dei carichi che gravano sulla struttura e a tale scopo si è avuta l'accortezza di considerare il peso proprio della struttura, definito come un carico globale, e il peso della copertura che scarica sulla

cupola attraverso dei falsi puntoni posti a due quote diverse. Il carico trasmesso è rappresentato da 20 forze puntuali su ciascun livello del valore pari a:

- 14,7 kN sul livello più alto;
- 23,1 kN sul livello inferiore.

Per svolgere le analisi strutturali come previsto dalla normativa vigente è stata utilizzata la combinazione allo Stato Limite Ultimo come definita dalla N.T.C. del 2018.

Tutti i carichi combinati, durante il calcolo, andranno ad agire direttamente sugli elementi della mesh. Settati i parametri generali non resta che definire le condizioni di vincolo alle quali la struttura è soggetta. In questo caso avendo rappresentato l'intera struttura comprese le fondazioni, essendo queste profonde, massicce e riempite con del terreno si può affermare che la base della struttura resta ferma e che non subisce alcuna rotazione o spostamento. Per mettere in atto tutto ciò è stata selezionata la superficie di base del modello geometrico alla quale sono state bloccate le rotazioni e gli spostamenti nelle tre direzioni, definendo così un vincolo di incastro perfetto.

4.8.2 Modello Non lineare – Termico

Il modello che tenesse in considerazione i parametri termici della muratura è stato costruito per eseguire l'analisi termomeccanica sulla struttura al fine di valutare gli effetti che l'incendio ha avuto sugli elementi costituenti.

Inizialmente, si è proceduto con l'importazione del file *.iges*, contenente il modello geometrico, all'intero di Diana creando due file distinti in cui si analizza rispettivamente la struttura con la cupola deformata e quella con la cupola non deformata. Dopodiché sono stati assegnati i vincoli ed è stata definita la combinazione di carico sempre allo Stato Limite Ultimo. Le caratteristiche elasto-plastiche del materiale sono rimaste le stesse ma, per analizzare cosa accade in presenza di calore, è stata spuntata l'opzione Heat Flow così da attivare i parametri termici all'interno del materiale.

I parametri termici impiegati sono quelli derivanti dagli studi e dalle curve esposti nel paragrafo 4.5.1

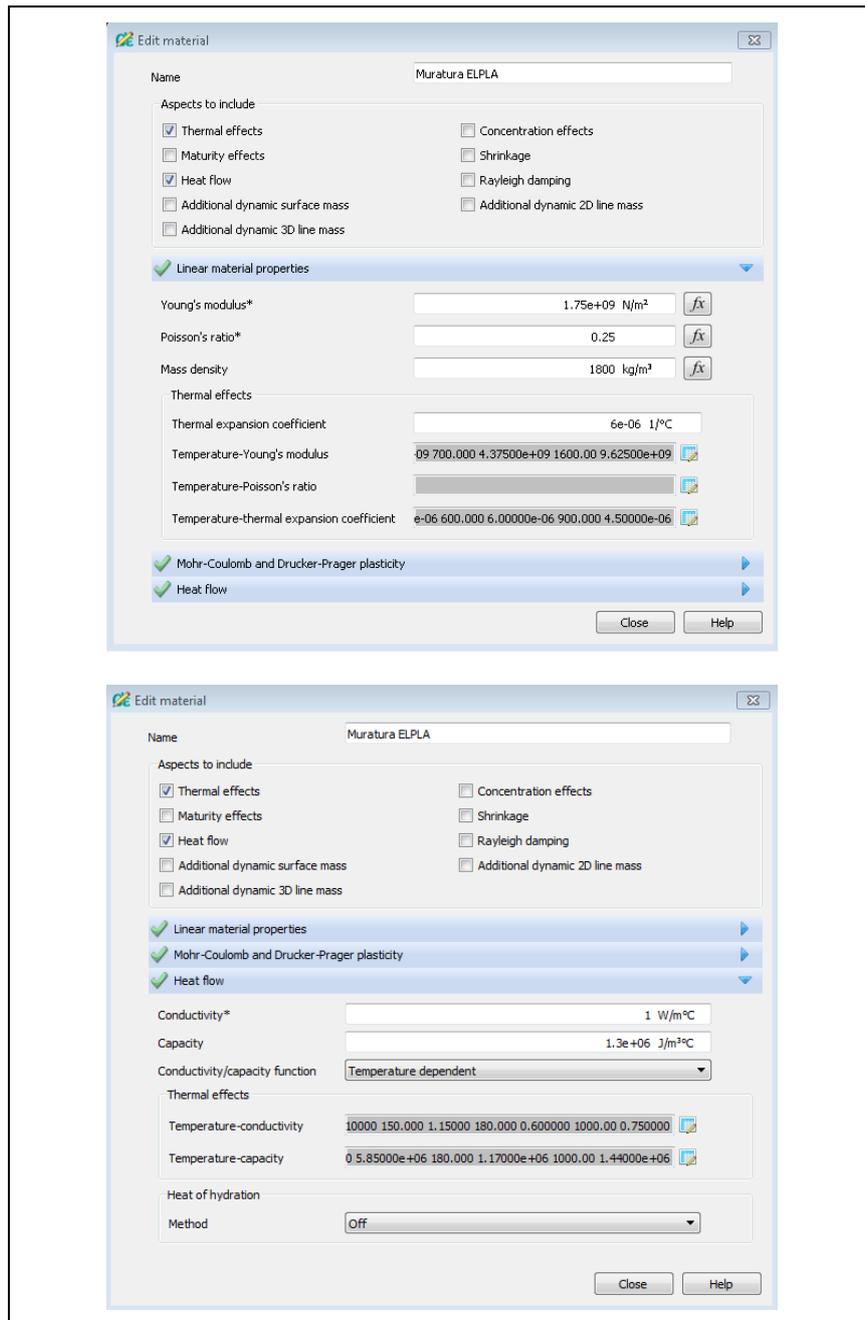


Figura 4.20 Definizione dei parametri termici del materiale in DIANA

Per associare la curva d'incendio definita alle varie zone di interesse in Diana bisogna creare delle flow boundary, andando a scegliere le facce sulle quali l'incendio ha avuto effetti e specificando inoltre nel materiale da associare a queste il valore del coefficiente di trasmissione del calore dovuto alla convezione. A questa flow boundary si associano le condizioni termiche andando a specificare anche la temperatura esterna iniziale che in questo caso è di 20°C. Per unire le superfici alla curva d'incendio calcolata è stato necessario associare al tutto una dipendenza temporale in cui si è avuto cura di specificare nei diversi istanti temporali il valore della temperatura che si raggiunge a causa dell'incendio.

Prima di procedere con le analisi, per riuscire ad assegnare al modello delle caratteristiche di incendio più dettagliate possibile è stata eseguita precedentemente un'analisi fluidodinamica attraverso il programma FDS.

FDS (Fire Dynamics Simulator) è un programma in grado di simulare un incendio e predirne gli effetti. Tale programma rappresenta il motore di calcolo e per sviluppare il modello completo si è ricorso all'uso di PyroSim. In PyroSim è stato importato il modello geometrico tridimensionale definito tramite software CAD ed attraverso questo è stato creato l'ambiente fisico dal quale si innesca l'incendio. Lo scopo di eseguire tale analisi con FDS è stato quello di valutare la propagazione dei fumi all'interno degli ambienti circostanti e la relativa temperatura soprattutto all'interno della cupola. La visualizzazione dei risultati della simulazione avviene tramite Smokeview.

Secondo le informazioni che si hanno a disposizione durante il bombardamento tre detriti infiammati sono caduti al di sopra della copertura che proteggeva il coro della chiesa, rompendo quest'ultimo e finendo all'interno ove era presente una grande quantità di legno e carta dai quali si è scatenato l'intero incendio. Essendo il solaio di base in legno, dopo un determinato tempo anche questo si è degradato a causa delle fiamme ed è crollato portando l'intero materiale in fiamme al piano inferiore. Tutta questa dinamica è stata simulata con FDS e grazie all'utilizzo di termocoppie posizionate in varie zone di interesse si sono ottenute diverse curve tempo-temperatura che sono state associate alle varie zone in Diana.

Infine, si definiscono le condizioni relative alla temperatura iniziale che è stata impostata pari a 20°C sull'intera struttura.

5. ANALISI E RISULTATI

5.1 Analisi statica non lineare

In questa tipologia di analisi si considera il comportamento non lineare della struttura dal punto di vista fisico, assegnando alla muratura uno specifico legame costitutivo, e geometrico così da riuscire a simulare il comportamento reale che caratterizza l'edificio. Nel caso di studio ci si è avvalsi del software Diana in cui, nella fase finale per la definizione di un progetto, bisogna scegliere il tipo di analisi che verrà svolta sul modello in base allo scopo da raggiungere. La non linearità del materiale viene definita attraverso la determinazione del legame costitutivo, scegliendo quello di Drucker-Prager in questo caso; per quanto riguarda la non linearità geometrica, invece, il software fornisce due tipi di metodi riferiti alle soluzioni di Lagrange:

- Totale: le tensioni e le deformazioni vengono definite in riferimento alla configurazione iniziale ($t=0$);
- Aggiornata: le tensioni e le deformazioni si definiscono sulla configurazione di riferimento che è aggiornata ad ogni step di iterazione;

Nel caso in esame il metodo non lineare geometrico utilizzato è quello relativo alla soluzione di Lagrange Aggiornata.

Nell'analisi non lineare si ha una relazione tra spostamenti e forze che non è lineare e nella maggior parte dei casi, dato che si procede per step, gli spostamenti calcolati ad un determinato istante temporale dipendono da quelli relativi allo step temporale antecedente. Dal momento in cui durante l'analisi bisogna calcolare il vettore di spostamento che permette di ottenere un sistema equilibrato con le forze esterne ed interne c'è bisogno di un processo iterativo, affinché si riesca a passare di step in step raggiungendo sempre la convergenza. Risulta evidente che per soddisfare tale processo iterativo c'è bisogno di utilizzare un metodo iterativo e Diana permette di sceglierne diversi:

- Quasi Newton o Secante;
- Newton-Raphson normale;
- Newton-Raphson modificato;
- Rigidezza Lineare;
- Rigidezza Costante;

Una volta che la mesh è stata definita e il metodo di rappresentazione della non linearità geometrica anche, all'interno del software bisogna determinare il metodo con cui il set di equazioni viene risolto. Diana è in grado di trovare la soluzione attraverso quattro modi distinti:

- Sparse Cholesky;
- Parallel Direct Sparse (PARDISO);
- Iterativo;
- Diretto di Gauss.

Nel caso in esame la risoluzione con il metodo *Sparse Cholesky* si è rivelata la più efficace in quanto si è riusciti a raggiungere la convergenza e si sono svolte le analisi in tempi relativamente brevi. Per approfondimenti sulle metodologie implementate sul software si rimanda ai testi specializzati e al manuale DIANA.

5.2 Analisi Termomeccanica

L'analisi termica è stata eseguita al fine di simulare gli effetti che l'incendio ha avuto sull'intera struttura della SS Trinità dunque si sono valutate le deformazioni e le tensioni dovute all'esposizione della muratura alle alte temperature e, inoltre, come i parametri meccanici hanno subito l'influenza dell'esposizione al calore.

Di particolare interesse è stato operare un confronto con il modello non deformato al fine di valutare se lo stato tenso-deformativo creatosi può avere avuto qualche sorta di influenza sulla cupola e sulla struttura muraria.

Al fine di simulare l'incendio che ha interessato la struttura in esame, a seguito del bombardamento del 13 Luglio 1943, bisogna calcolare e costruire la curva d'incendio che descrive come si sono sviluppate le temperature nell'involucro edilizio nel tempo. L'assenza di informazioni sulla quantità di materiale presente all'interno del coro quando è andato a fuoco rappresenta una grande problematica in quanto risulta impossibile valutare il carico d'incendio necessario per costruzione delle curve naturali d'incendio e delle curve parametriche. Come già specificato la norma, in mancanza di informazioni precise, consente al progettista di ricorrere all'uso delle curve standard nominali ISO 834.

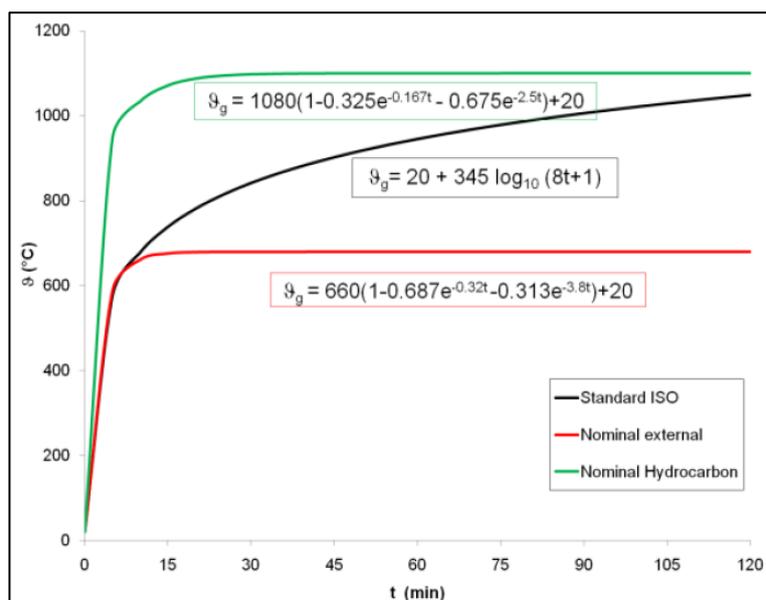


Figura 5.1 Confronto curve di incendio

Tramite l'ausilio della formulazione presente è stato possibile valutare come l'incendio si sviluppa e, sapendo che si sono raggiunte temperature massime sui circa 750 °C, dopo quanto tempo si raggiunge il picco di temperatura massima. In questo caso il raggiungimento della temperatura massima si ha dopo circa 14 minuti.

È bene tener conto che nella Seconda guerra mondiale venivano spesso utilizzate delle bombe incendiarie le quali avevano come peculiarità quella di esplodere dopo l'impatto scatenando così dei disastrosi incendi. In questo caso, dopo l'esplosione nei pressi della chiesa della SS. Trinità, alcuni detriti in fiamme hanno raggiunto il tetto ligneo che ricopriva la parte del coro. A causa di suddetti detriti e dell'esplosione della bomba - che ha in parte danneggiato la copertura - il tetto è in parte collassato portando con sé all'interno del coro le fiamme che hanno poi innescato l'incendio di tutto il materiale infiammabile presente composto da carta e legno. Il solaio del coro, anch'esso realizzato in legno, ha iniziato a bruciare fino a collassare causando la propagazione dell'incendio al piano inferiore. Data la grande quantità di materiale combustibile e del ritardo dei vigili del fuoco che in quei giorni erano sparsi su tutta Torino per colpa del bombardamento, il tempo di combustione stimato è di circa 12 ore dopodiché è iniziata la fase di spegnimento dell'incendio. La stima del plateau di durata di 12 ore è stata effettuata tenendo conto del crollo del solaio che ha consentito al fuoco di raggiungere il piano inferiore.

Dal punto di vista strutturale, i solai in legno degli edifici storici sono caratterizzati dalla presenza grandi travi che sorreggono il tutto e al di sopra di esse si trovano listelli o tavole in legno che costituiscono la base per la pavimentazione. Nell'EUROCODICE 5 - *Progettazione di strutture di legno – Parte 1-2: Regole generali – Progettazione strutturale contro l'incendio*

– sono definite delle tabelle in cui è indicata la velocità di carbonizzazione per le diverse tipologie di legno.

Supponendo uno spessore del solaio di circa 25 cm ed assumendo una velocità di carbonizzazione, come definita dalla norma, pari a 0,9 mm/min, si può valutare il tempo in cui tutta la sezione risulta carbonizzata. In questo caso si ritrova un tempo pari a 4,63 ore circa. Considerando le sezioni delle travi con un'altezza minima pari a 40 cm, il tempo di completa carbonizzazione cresce ma, in questo caso, bisogna comunque tener conto di diversi fattori che hanno inciso sulla stabilità strutturale del solaio il quale può essersi danneggiato e può essere andato completamente a fuoco molto prima del tempo stimato tramite la velocità definita dall'Eurocodice 5. Risulta, pertanto, accettabile fissare un periodo di 12 ore in cui la temperatura rimane costante nella curva.

Sulla fase di spegnimento, se non si hanno informazioni, diverse ricerche suggeriscono di adottare un decadimento lineare delle temperature. Per curve d'incendio parametriche esistono delle formulazioni in grado di valutare il decadimento della temperatura nel tempo tuttavia, anche in questo caso, bisogna conoscere il valore del carico d'incendio.

In letteratura sussistono delle curve di decadimento semplificate che tengono conto di due parametri: la temperatura massima (T_h) e il tempo in cui essa viene raggiunta (t_h).

$$T_f = T_h - 10,417(t - t_h) \quad (t_h \leq 30) \quad (17)$$

$$T_f = T_h - 4,1673 \left(3 - \frac{t_h}{60} \right) (t - t_h) \quad (30 < t_h < 120) \quad (18)$$

$$T_f = T_h - 4,167(t - t_h) \quad (t_h \geq 120) \quad (19)$$

Valutando il decadimento della temperatura con la prima formulazione, dato che il picco si raggiunge a circa 14 minuti, si ha un abbattimento di circa 10°C/min che risulta essere una variazione troppo brusca e dunque, tale approssimazione è considerata troppo severa.

Secondo altre ipotesi, il decadimento può essere linearizzato sulla base della effettiva durata dell'evento senza alcuna legge di decadimento (U. Wickström, 1987). In questo caso si è visto che assumendo un decremento pari a 1°C/min si ottiene una durata totale dell'incendio di circa 24 ore. Altre assunzioni sul decremento state fatte al fine di simulare gli effetti derivanti da incendi di diversa durata. In questo caso, vista la mancanza di precise informazioni riguardo la durata effettiva dell'incendio del 1943, si è deciso di valutare l'effetto di incendi con durata pari a 2, 4 e 5 giorni così da avere maggiori dati da analizzare ed effettuare un confronto.

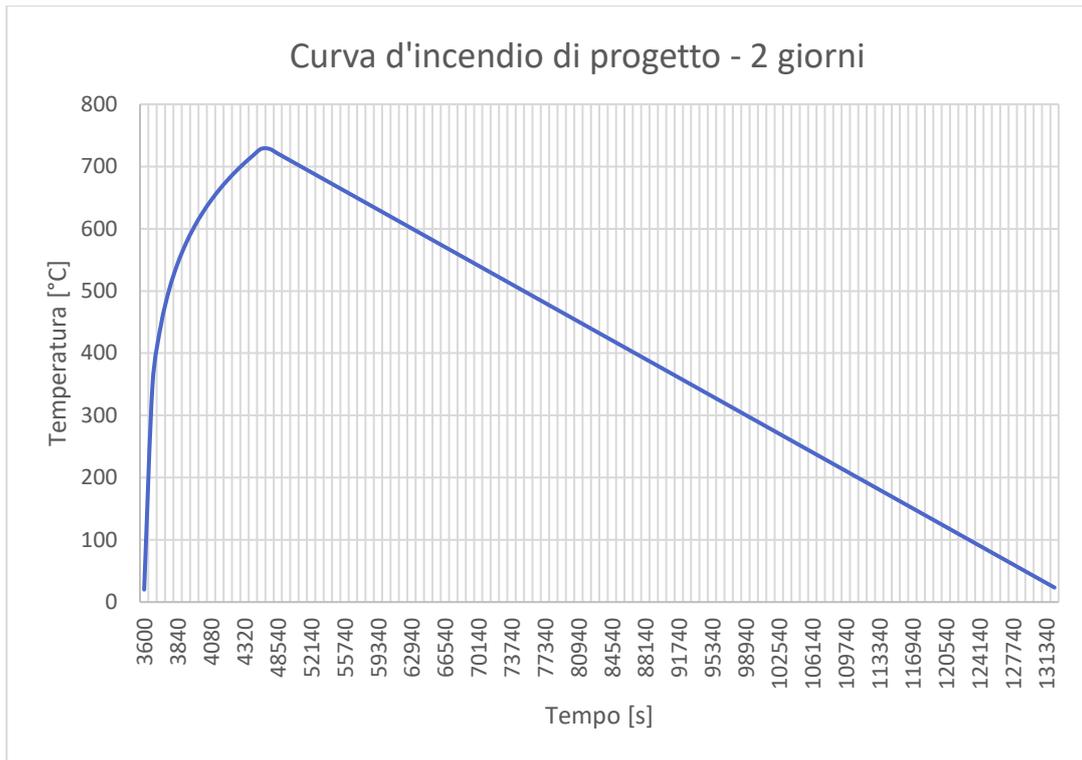


Figura 5.2 Curva d'incendio di progetto – Durata 2 giorni

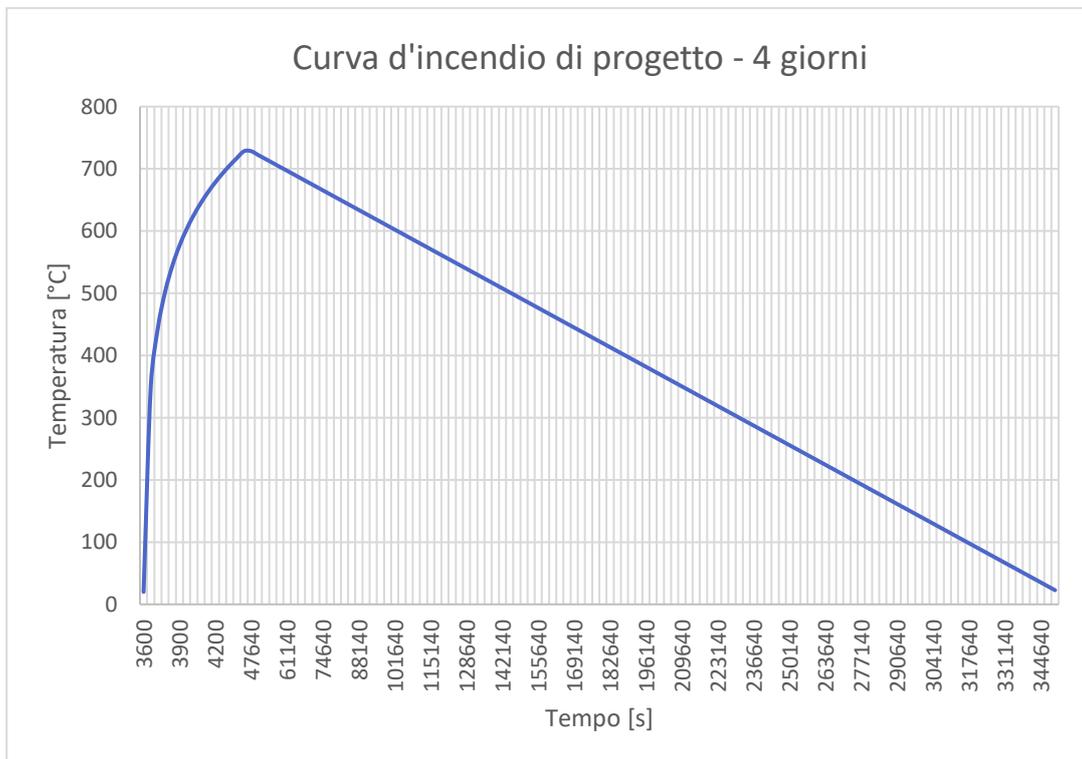


Figura 5.3 Curva d'incendio di progetto – Durata 4 giorni

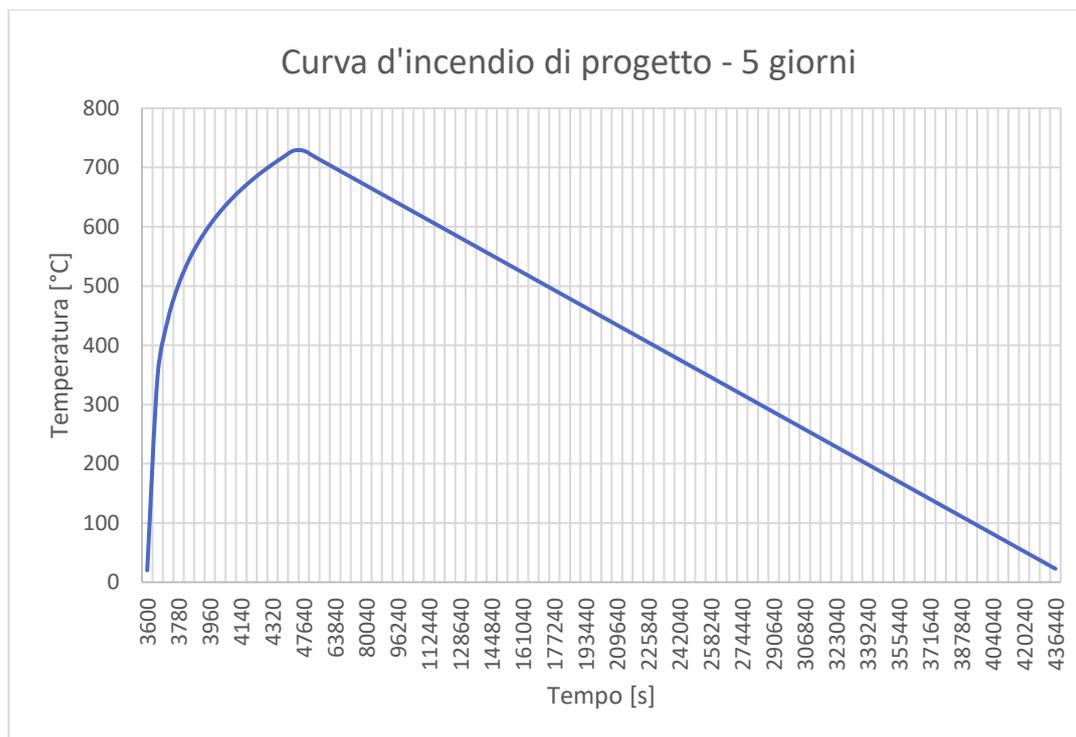


Figura 5.4 Curva d'incendio di progetto – Durata 5 giorni

La curva d'incendio (Figura 5.2) è stata impiegata sui setti murari presenti nel coro dove effettivamente si è sviluppato l'incendio. Per valutare le temperature raggiunte dietro l'altare maggiore - zona che collega il coro e la struttura sulla quale si imposta il tamburo - è stato utilizzato il software FDS. In quest'ultimo è stato importato il modello geometrico e tramite un'attenta calibrazione degli elementi incendiari e settando la medesima curva d'incendio utilizzata in Diana, si è riusciti a monitorare l'andamento delle temperature in zone d'interesse tramite delle termocoppie. Nella fase di analisi sono state monitorate anche le temperature raggiunte dai fumi estesi all'interno del sistema cupola. Tutto ciò ha rappresentato un maggiore supporto allo svolgimento delle analisi. Definito il modello termomeccanico e la curva d'incendio sono state definite le analisi da effettuare sulla struttura. In Diana l'analisi termomeccanica viene definita in due passaggi. Il primo riguarda il settaggio dell'analisi termica ed in questo caso si può scegliere tra condizioni stazionarie o transitorie in cui la grande differenza risiede nella potenza termica; in condizioni stazionarie la potenza termica entrante ed uscente sarà la medesima di conseguenza non si verifica alcuna variazione dell'energia interna mentre in condizioni transitorie la situazione è contraria e la temperatura varia da punto a punto. Nel caso studiato, per valutare l'andamento delle temperature all'interno della struttura portante è stata scelta l'analisi termica in condizioni transitorie. Per l'analisi termica sono state mantenute invariate le condizioni di default relative ai metodi non lineari di risoluzione, in quanto riescono a soddisfare le esigenze di calcolo, e sono stati aggiunti dei time step tali da consentire l'analisi della propagazione del calore all'interno della struttura muraria nel tempo.

5.3 Risultati

Si espongono, ora, i risultati ottenuti in merito alle analisi statiche non lineari e termomeccaniche, realizzate sul modello con la cupola ‘reale’ e ‘ideale’, operando un’attenta comparazione al fine di comprendere gli effetti dovuti all’evento d’incendio sulla struttura.

I modelli utilizzati, come già accennato, sono due mentre per quanto riguarda le analisi è stata condotta un’analisi statica non lineare per entrambi e poi una termomeccanica per entrambi i modelli simulando, tuttavia, incendi con diversa durata. Siccome la cupola presenta una depressione, si è deciso di indagare se tale deformazione possa essere stata generata dallo stato tenso-deformativo che si è venuto a creare nella struttura muraria come conseguenza dell’incendio che si verificò nella parte del coro e dell’archivio della chiesa.

5.3.1 Confronto Analisi Statica non Lineare tra il modello con cupola reale e ideale

Come indagine di base sul comportamento strutturale della chiesa sono state eseguite dapprima delle analisi statiche non lineari per entrambi i modelli così da capire come la struttura risponde alle azioni relative al peso proprio e ai carichi applicati direttamente sulla cupola che rappresentano il peso della copertura che scarica sull’estradosso di questa attraverso dei falsi puntoni. Un primo confronto utile si può svolgere analizzando la diversa risposta strutturale della muratura considerando il modello con la cupola in conformazione reale e in conformazione ideale.

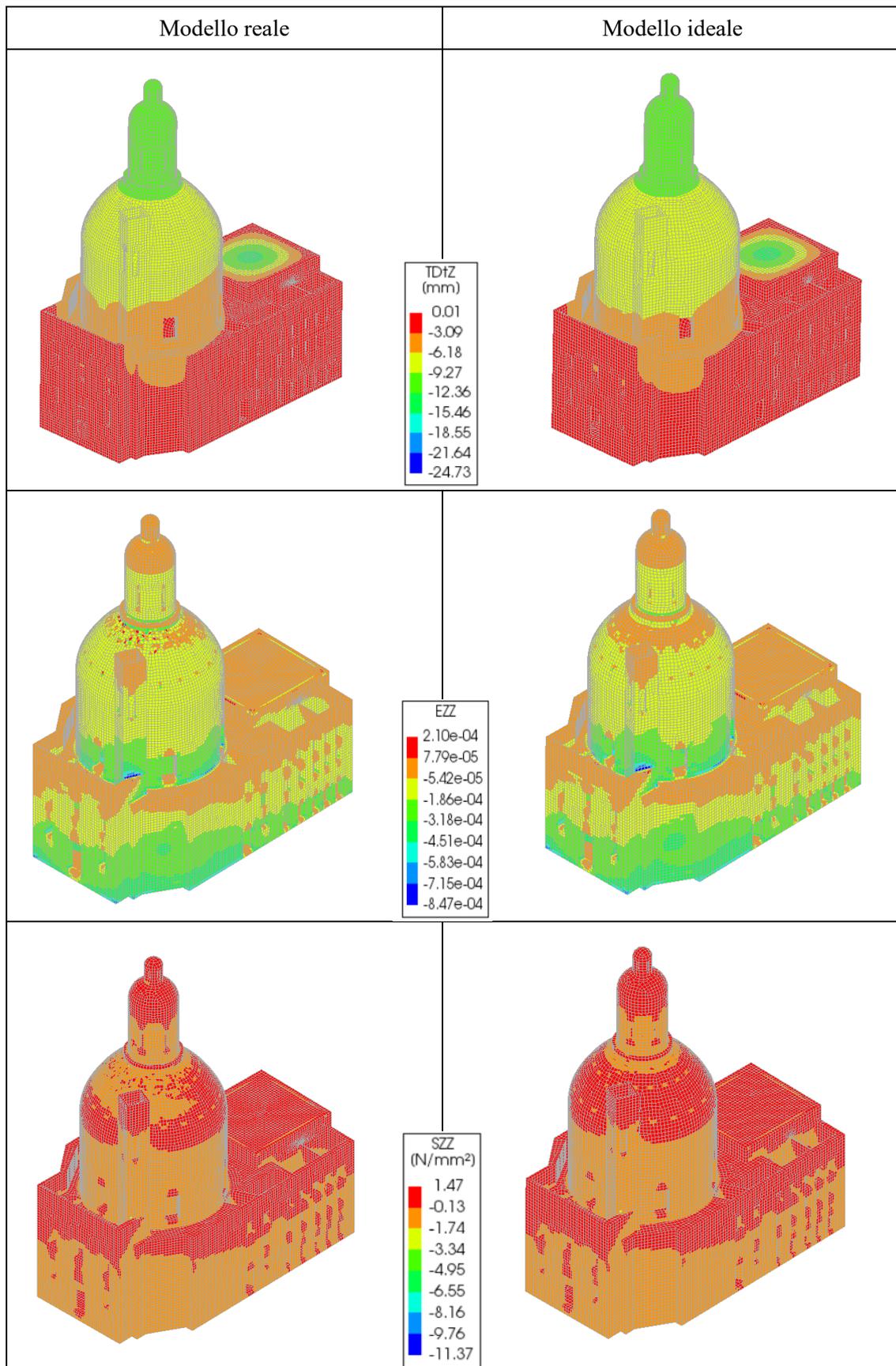


Figura 5.5 Confronto spostamenti, tensioni e deformazioni - modello reale e ideale

I risultati ottenuti mostrano il diverso comportamento della struttura in base alla presenza o meno della depressione nell'intradosso della cupola. Nel modello reale, infatti, si nota una maggiore concentrazione delle tensioni e delle deformazioni nella zona dove è presente la depressione in intradosso. I valori medi di tensioni verticali e deformazioni verticali in entrambi i casi risultano essere molto simili; ciò che cambia è la diversa distribuzione di questi nell'elemento cupola. Se si analizza il comportamento sulla parte posteriore della chiesa – il coro – si nota che i valori di tensione verticale sono maggiori nel caso del modello reale poiché la presenza della deformazione nell'intradosso della cupola crea una distribuzione dei carichi non uniforme al contrario di ciò che accade nel modello ideale.

Analizzando lo spostamento verticale nel modello reale, invece, si notano delle leggere differenze di valori nella zona del lanternino, nella zona del tamburo e nella zona posteriore della cupola dove è presente la depressione.

Per operare un confronto numerico, dunque, sono stati presi in considerazione alcuni punti sulla zona depressa della cupola e sulla parte destra dell'arco in prossimità dell'altare maggiore. I valori trovati sono riportati in Tabella 5.1.

Tabella 5.1 Confronto dei valori di tensione e deformazione per i due modelli

Cupola – zona depressa		
	<i>Modello reale</i>	<i>Modello ideale</i>
Deformazione verticale	-4,5E-05	-4,3E-05
Tensione totale verticale [N/mm²]	-0,135	-0,12
Arco – Spalla destra		
	<i>Modello reale</i>	<i>Modello ideale</i>
Deformazione verticale	-2,1E-04	-2.1E-04
Tensione totale verticale [N/mm²]	-0,38	-0,37

Sebbene la presenza della deformazione sulla cupola crei una redistribuzione delle tensioni e delle deformazioni, si vede dai dati numerici che la differenza tra queste nelle zone analizzate della struttura, per i due modelli, risulta essere molto contenuta.

5.3.2 *Termomeccanica*

Passando all'analisi termomeccanica, questa è stata svolta al fine di indagare gli effetti che l'incendio ha avuto sulla struttura muraria e per verificare se lo stato tenso-deformativo conseguente possa aver avuto ripercussioni sulla cupola e sull'intera struttura. Le medesime analisi sono state svolte sul modello reale e ideale per comprendere la diversa risposta della struttura alle alte temperature e per conoscere, inoltre, gli effetti derivanti da incendi che presentano diversa durata.

Per eseguire le analisi in maniera completa su Diana, andando ad attribuire le curve d'incendio ai rispettivi elementi, è stata svolta inizialmente l'analisi fluidodinamica tramite il software FDS. Grazie a tale analisi si è potuto constatare che le temperature dei fumi all'interno dell'elemento cupola sono rimaste 'basse' e si sono raggiunti picchi di massimo 90°C. Temperature di tale entità non producono alcun effetto significativo sulla struttura muraria e inoltre, avendo agito per un tempo abbastanza limitato, non hanno creato alcun tipo di effetto deformativo locale e globale. Valori più elevati, invece, sono stati registrati nell'arco in corrispondenza dell'altare maggiore dove si è raggiunto un picco di circa 390°C; tale dato è stato inserito anch'esso su Diana così da valutare gli effetti in quella zona a livello meccanico.

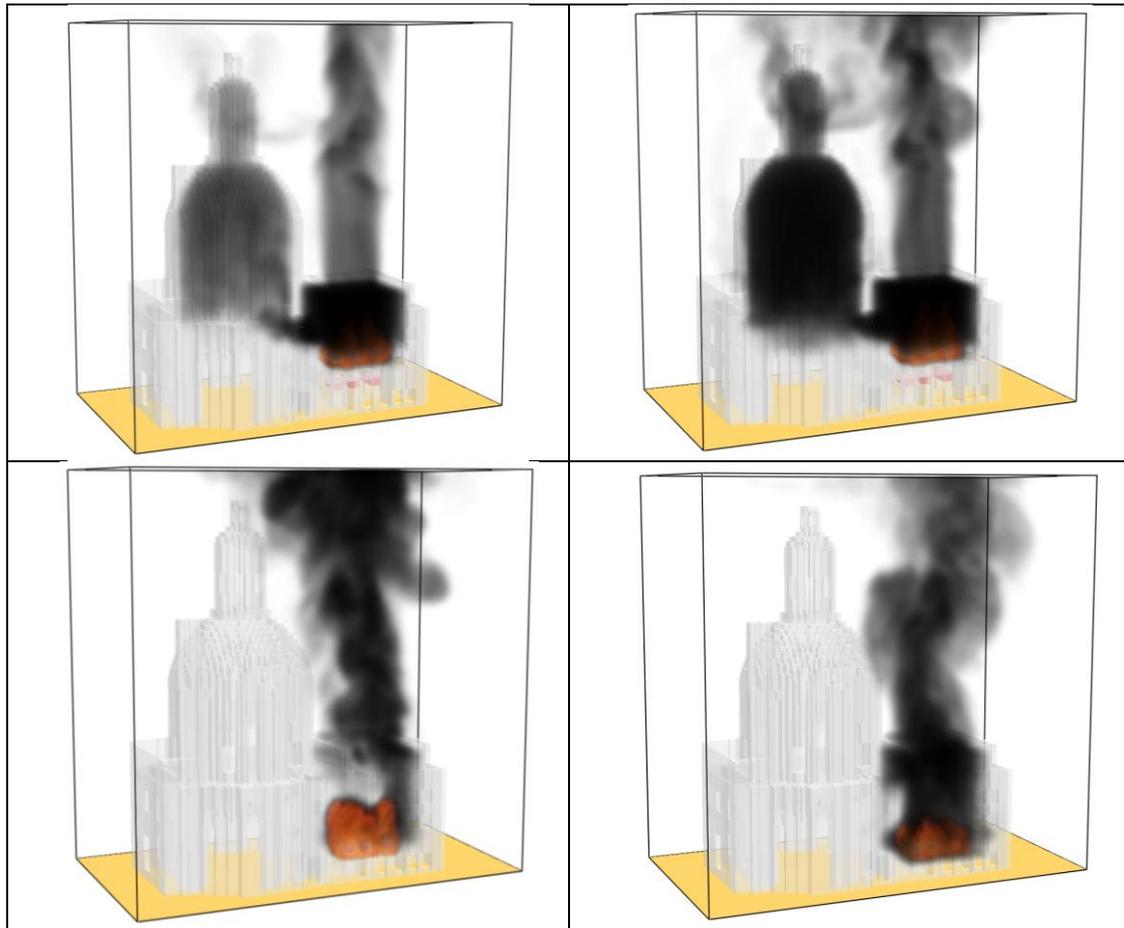


Figura 5.6 Simulazione dell'incendio tramite FDS

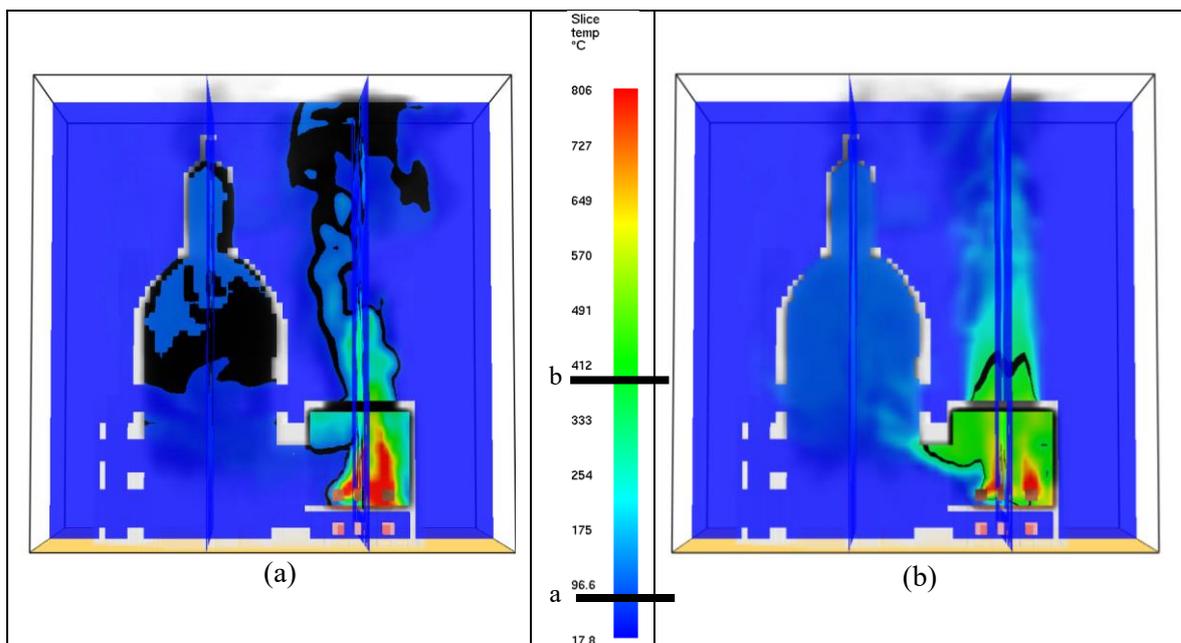


Figura 5.7 Picchi di temperatura raggiunti all'interno della cupola (a) e in prossimità dell'altare maggiore (b)

Poiché le informazioni sulla durata dell'incendio risultano essere molto scarse, si è proceduto simulando incendi di diversa durata in particolare 2, 4 e 5 giorni al fine di ottenere un quadro completo sulla risposta strutturale.

Le temperature conseguenti all'incendio modificano le proprietà meccaniche del materiale in quanto modulo di elasticità, coefficiente di espansione termica e calore specifico subiscono oscillazioni non indifferenti; il tutto si ripercuote sulla struttura che deve rispondere e resistere a brusche variazioni di tensione e deformazione. Tali variazioni, soprattutto nella zona posteriore della chiesa, hanno generato dei cedimenti che si sono ripercossi sulla stabilità dell'intero edificio.

Dapprima, allora, si è indagato su come il calore si sia propagato all'interno della muratura definendo nel software diversi time-step con diversa durata in base al livello di dettaglio richiesto:

- Inizialmente il time step definito ha una durata pari a 15 minuti;
- Successivamente il time step è stato impostato pari a 1 ora fino ad arrivare a 15 ore di durata dall'inizio dell'incendio;
- Infine, l'intervallo temporale è stato impostato su 3 giorni così da arrivare in totale a circa 20 giorni dall'inizio dell'evento d'incendio per valutare se vi fosse ancora qualche influenza da parte dell'incendio sulla muratura.

In Diana sono state introdotte tre differenti curve d'incendio per riprodurre le diverse durate dell'evento, le quali, però, differiscono solo nella fase post-picco; lo sviluppo dell'incendio fino alla fine del plateau, precedentemente descritto, è il medesimo perché la modalità di innesco e la fase di sviluppo sono le stesse. Ciò che cambia nella durata è la fase di spegnimento che risulta essere più lenta prolungando la durata dell'incendio.

Nella prima fase, caratterizzata da propagazione e incendio generalizzato, si nota che fino a 12 ore le temperature nei vari elementi murari salgono raggiungendo valori massimi di circa 600°C. Tale fase si vede essere comune per tutti i modelli in quanto, come già detto, per simulare eventi di diversa durata è stata ricalcolata solo la fase di spegnimento in base al tempo prefissato.

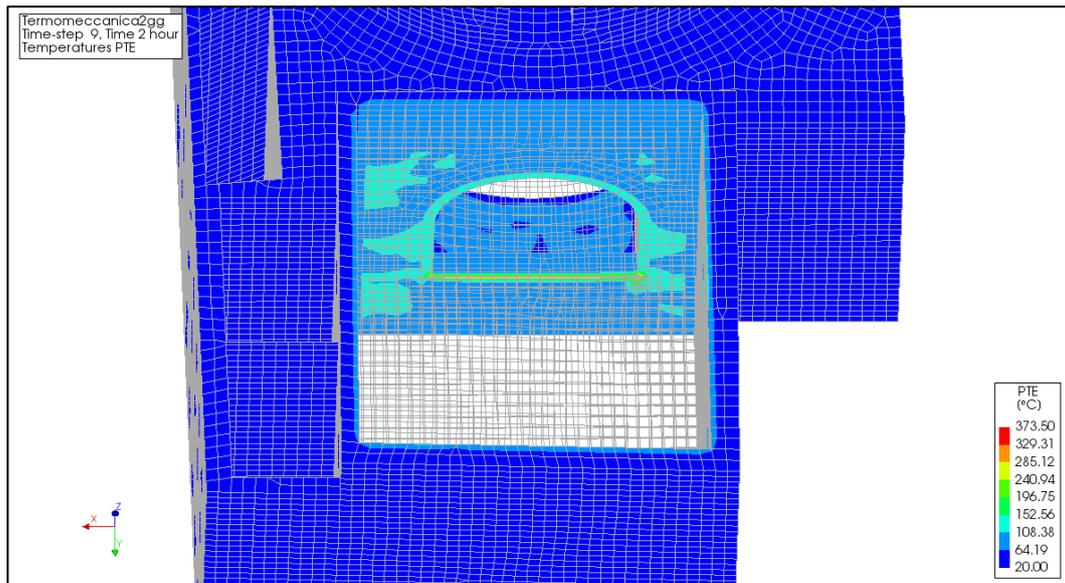


Figura 5.8 Propagazione Temperature – 2 ore

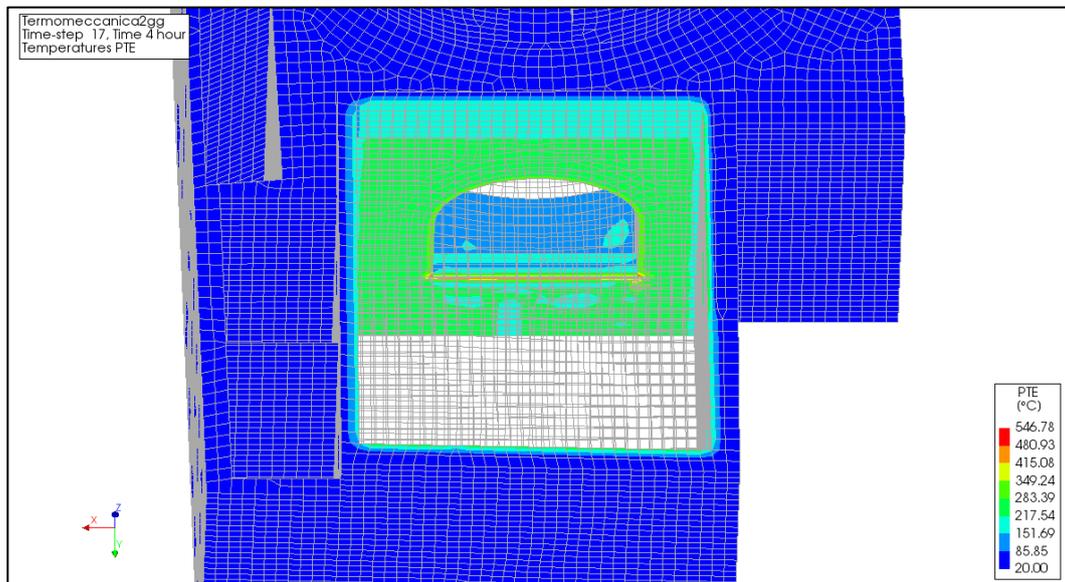


Figura 5.9 Propagazione Temperature – 4 ore

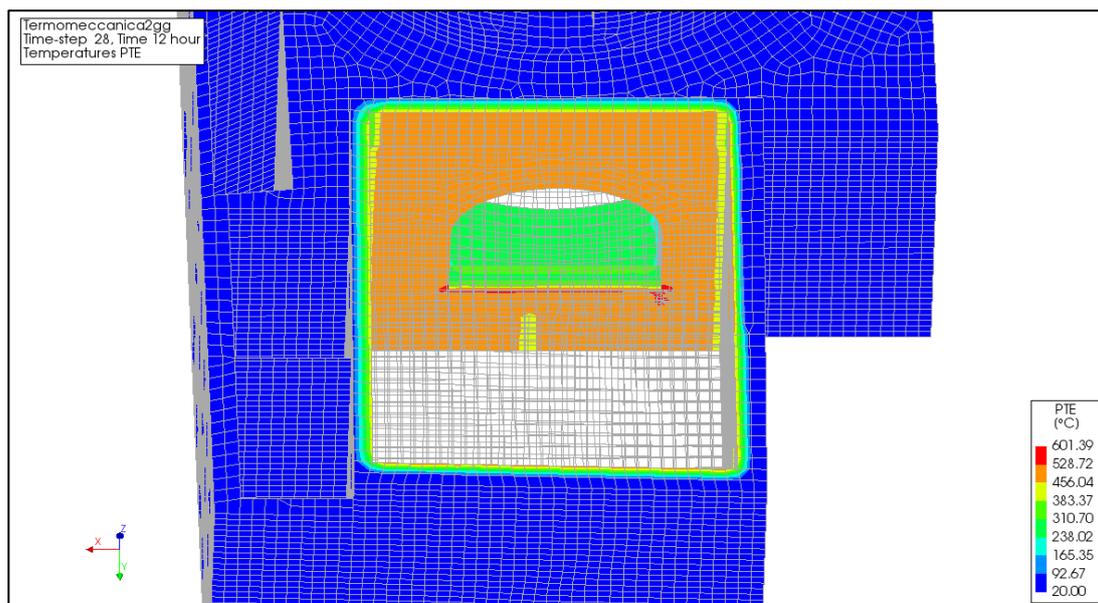


Figura 5.10 Propagazione Temperature – 12 ore

Come si evince dai risultati, all'interno dell'involucro costituente il coro le temperature si sono distribuite in maniera abbastanza omogenea sulla muratura. Ciò è dovuto anche al fatto che gli spessori degli elementi sono abbastanza simili tra loro e non si determinano, quindi, delle zone concentrate con temperature elevate rispetto alla media. Nell'area del presbiterio, dove attualmente è situato l'altare maggiore, le temperature raggiunte sono più basse mostrando un picco massimo di circa 320 °C.

La fase di sviluppo dell'incendio fino al picco si mostra utile per capire il livello delle temperature che hanno interessato la muratura e valutare, di conseguenza, gli effetti che queste hanno avuto sul materiale.

Dopo circa 12 ore, secondo le ipotesi adottate, inizia la fase di spegnimento dell'incendio in cui lo stato deformativo e tensionale continua a subire repentini cambiamenti. Analizzando le diverse durate dell'incendio si può osservare come, a parità di step di misurazione considerato, le temperature nei maschi murari cambino di molto generando così diversi effetti sul materiale.

I valori ottenuti derivanti dall'incendio di durata pari a 4 e 5 giorni sono simili; pertanto si è deciso di procedere al solo confronto tra i risultati dei due casi limite ovvero 2 e 5 giorni di durata.

Dai risultati, dunque, si vede come in corrispondenza del time step pari ad 1 giorno si ha una differenza di temperatura di circa 350°C (Tabella 5.2). Una differenza del genere incide molto sugli effetti che si generano sulla struttura.

Tabella 5.2 Andamento delle temperature per la fase post picco

Durata evento	2 giorni	5 giorni
Time step		
1 giorno	<p>PTE (°C)</p> <ul style="list-style-type: none"> 239.80 212.33 184.85 157.38 129.90 102.43 74.95 47.48 20.00 	<p>PTE (°C)</p> <ul style="list-style-type: none"> 577.29 507.63 437.97 368.30 298.64 228.98 159.32 89.66 20.00
7 giorni	<p>PTE (°C)</p> <ul style="list-style-type: none"> 54.44 50.14 45.83 41.53 37.22 32.92 28.61 24.31 20.00 	<p>PTE (°C)</p> <ul style="list-style-type: none"> 126.17 112.90 99.63 86.36 73.09 59.81 46.54 33.27 20.00
10 giorni	<p>PTE (°C)</p> <ul style="list-style-type: none"> 42.19 39.41 36.62 33.84 31.05 28.27 25.48 22.70 19.91 	<p>PTE (°C)</p> <ul style="list-style-type: none"> 86.05 77.79 69.53 61.27 53.01 44.74 36.48 28.22 19.96

Avendo la presenza di muri di elevato spessore, la muratura è caratterizzata dall'averne un'alta inerzia termica il che significa che tali elementi accumulano calore in una prima fase per poi rilasciarlo lentamente nel tempo. Dall'analisi di propagazione termica si è visto che la temperatura negli elementi del tamburo posti in prossimità del coro, nella condizione limite, raggiunge un massimo di 30°C che si rivela un valore irrisorio ai fini della modificazione dei parametri meccanici del materiale.

Analizzata la fase di propagazione delle temperature all'interno della struttura muraria, si è passati all'analisi delle tensioni e delle deformazioni che hanno avuto luogo nella parte del coro e, di conseguenza, sull'intero edificio. Sono stati individuati dei punti caratteristici per la stabilità dell'opera e su di essi sono state ricavate le varie curve d'interesse (Figura 5.11):

- > Arco - spalla destra;
- > Arco - spalla sinistra;
- > Cupola;
- > Tamburo

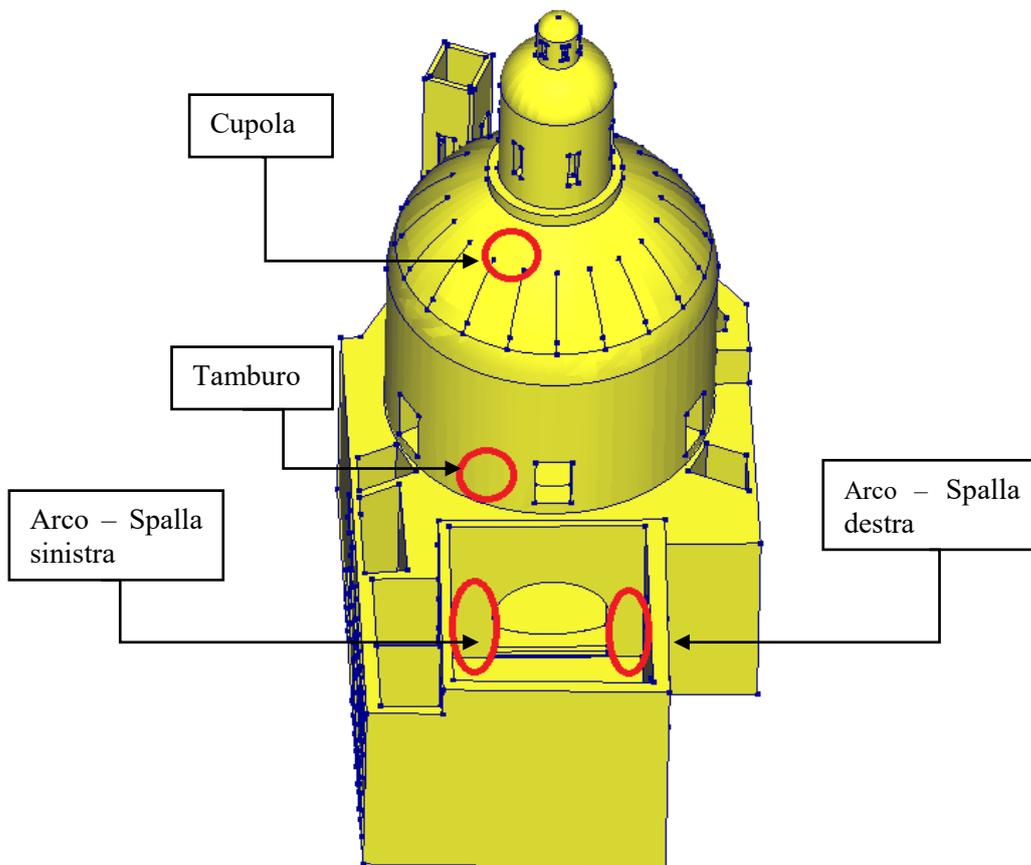


Figura 5.11 Schema dei punti di interesse per la valutazione delle tensioni e deformazioni

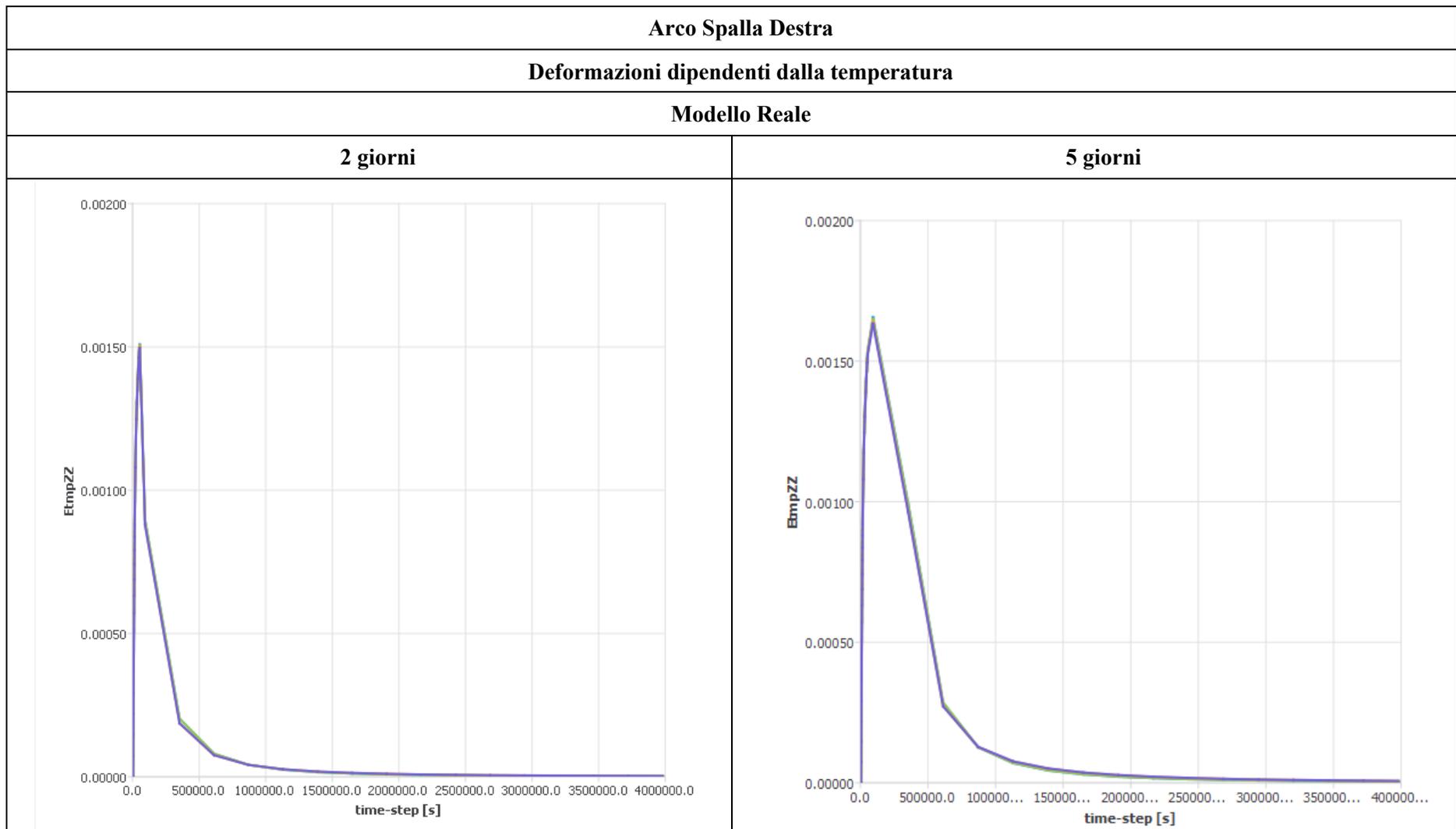


Figura 5.12 Confronto tra le deformazioni dipendenti dalla temperatura modello reale - Arco spalla destra

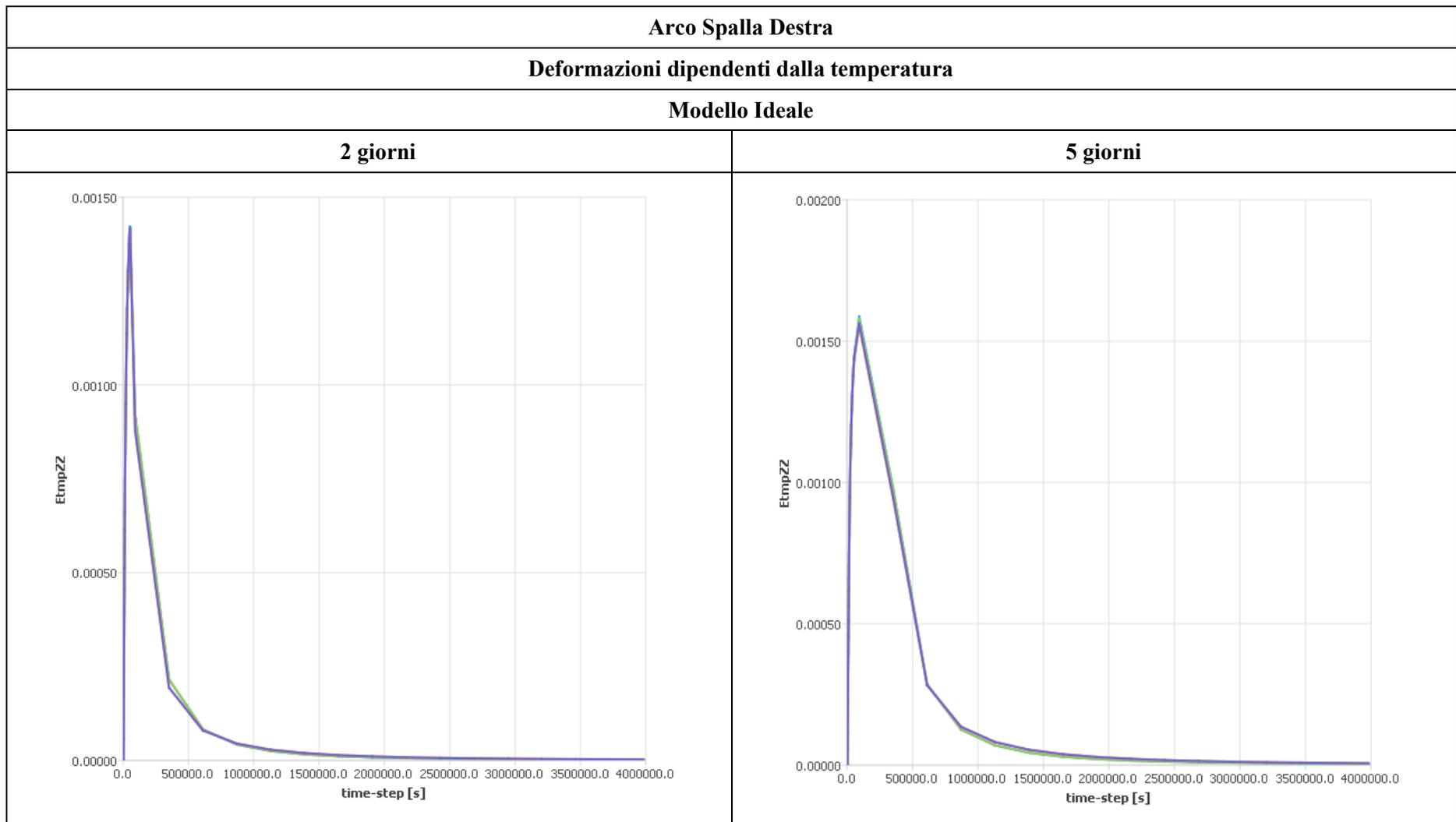


Figura 5.13 Confronto tra le deformazioni dipendenti dalla temperatura modello ideale - Arco spalla destra

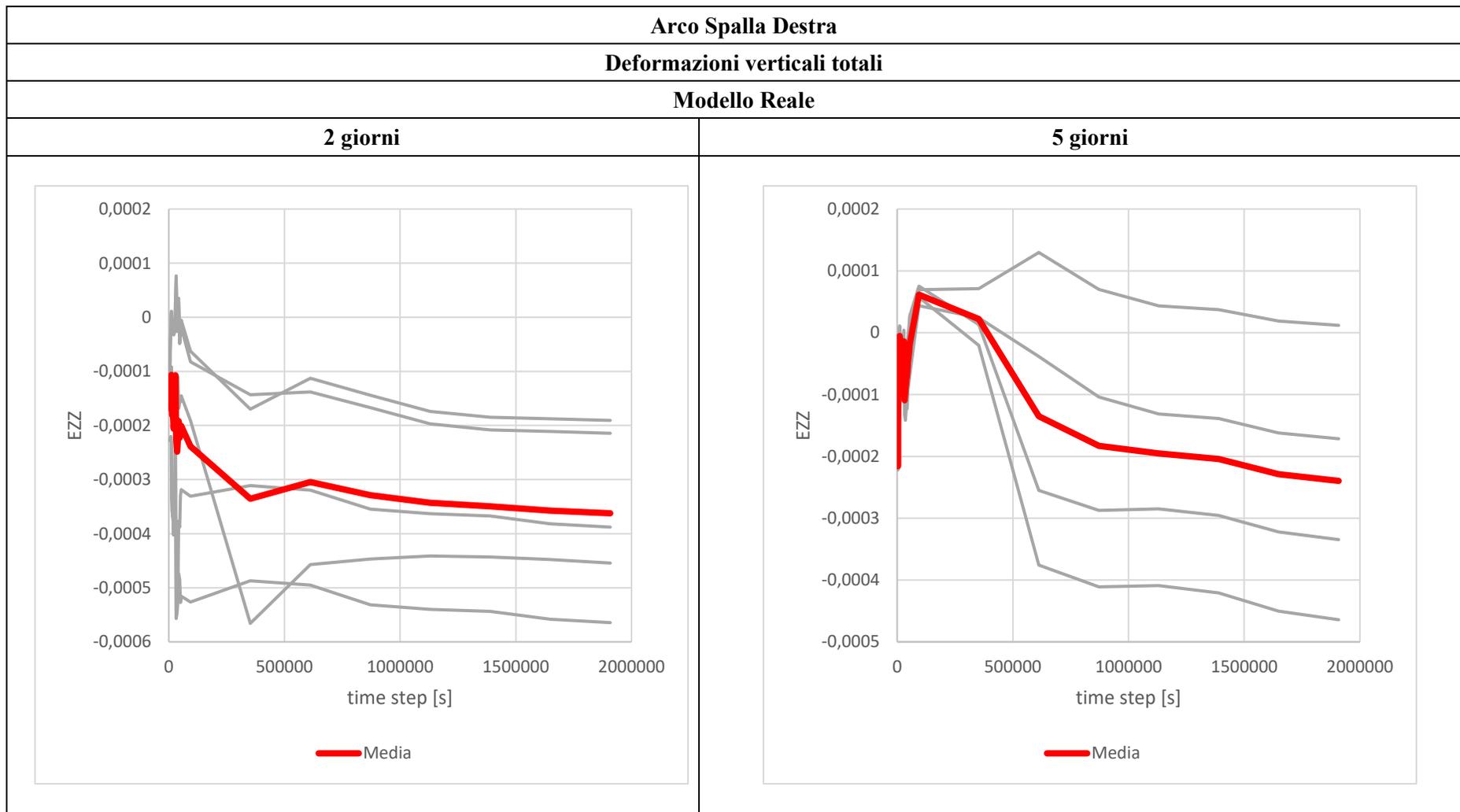


Figura 5.14 Deformazioni verticali totali modello reale – Arco spalla destra

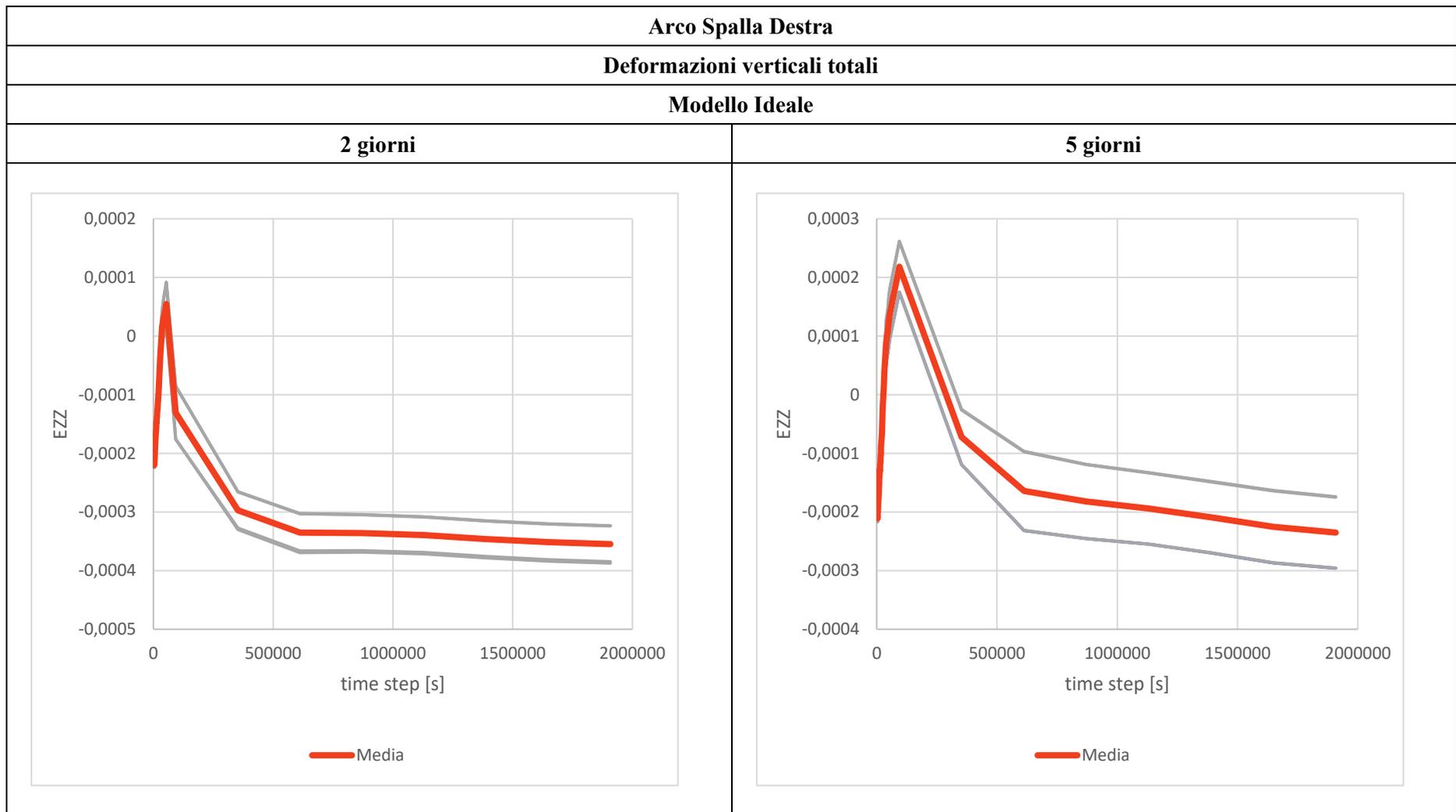


Figura 5.15 Deformazioni verticali totali modello ideale – Arco spalla destra

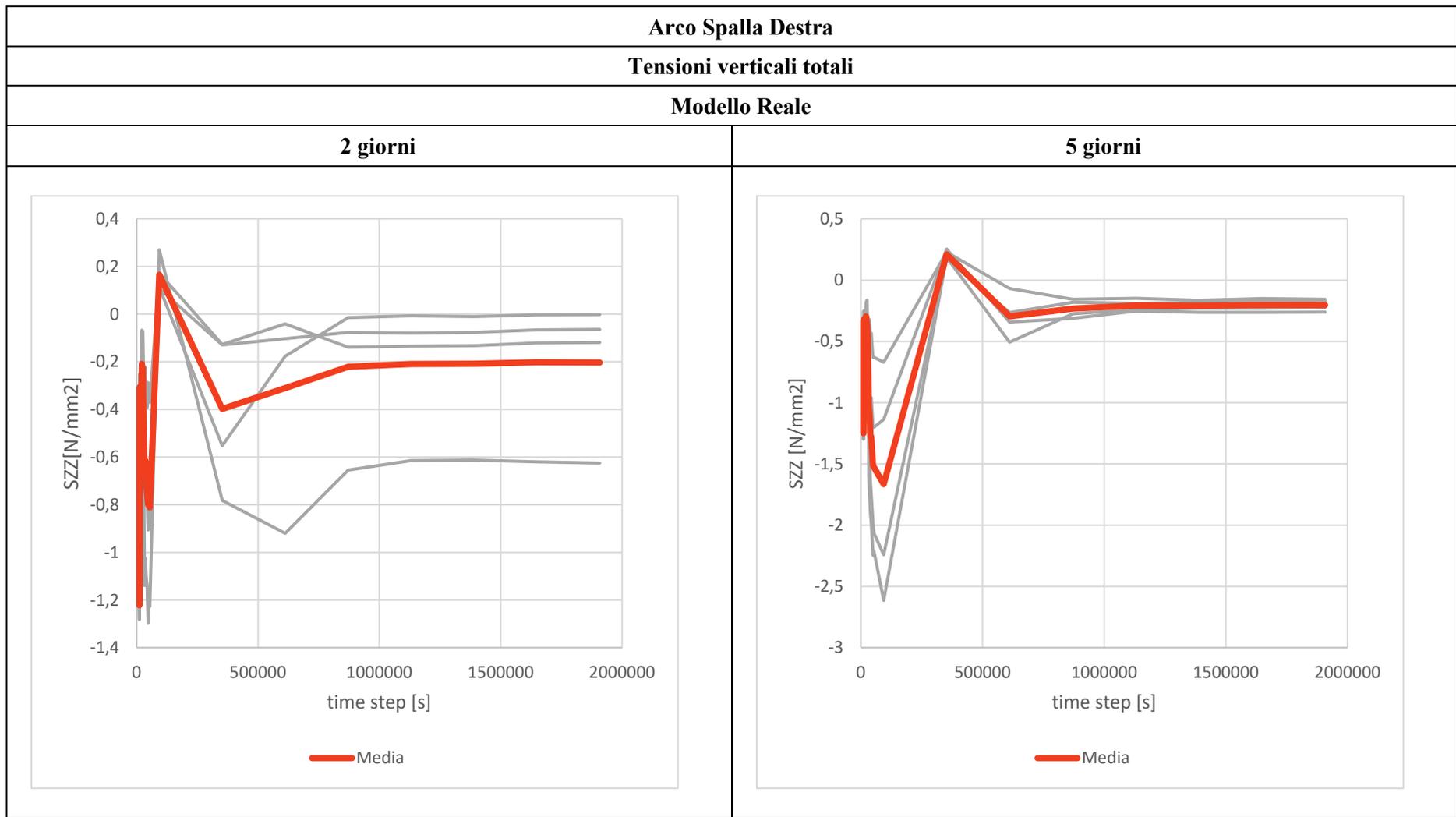


Figura 5.16 Tensioni verticali totali modello reale – Arco spalla destra

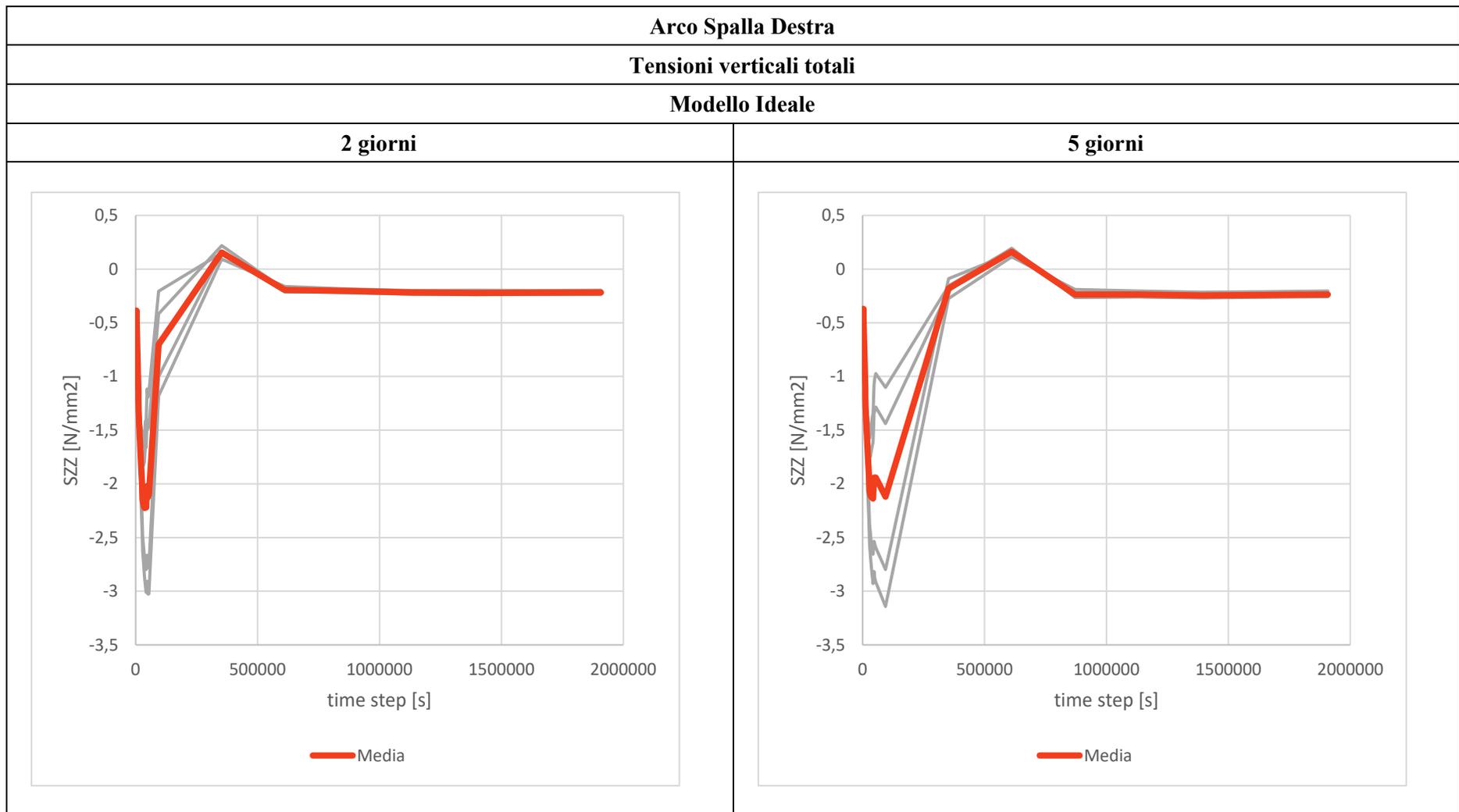


Figura 5.17 Tensioni verticali totali modello ideale – Arco spalla destra

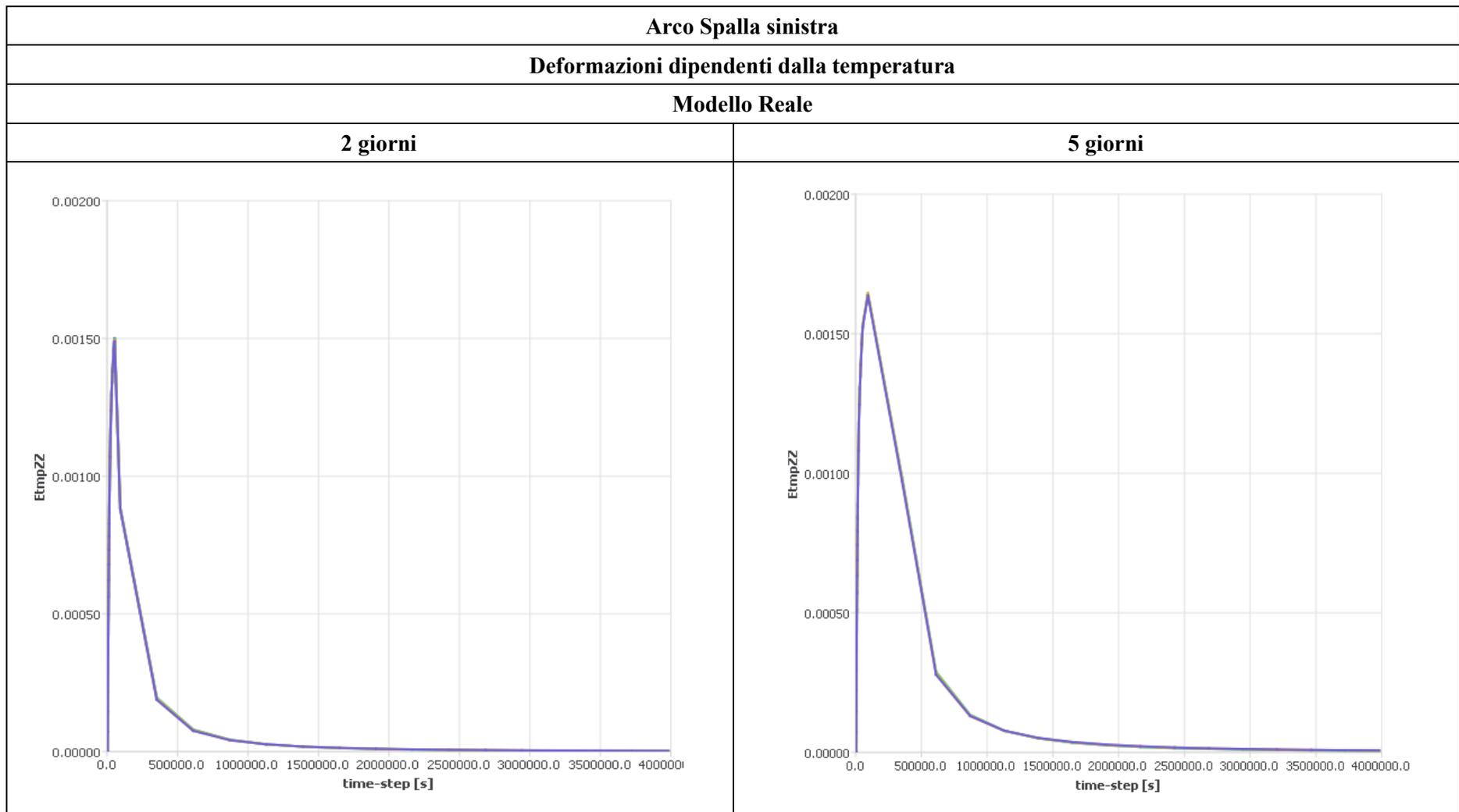


Figura 5.18 Confronto tra le deformazioni dipendenti dalla temperatura modello reale - Arco spalla sinistra

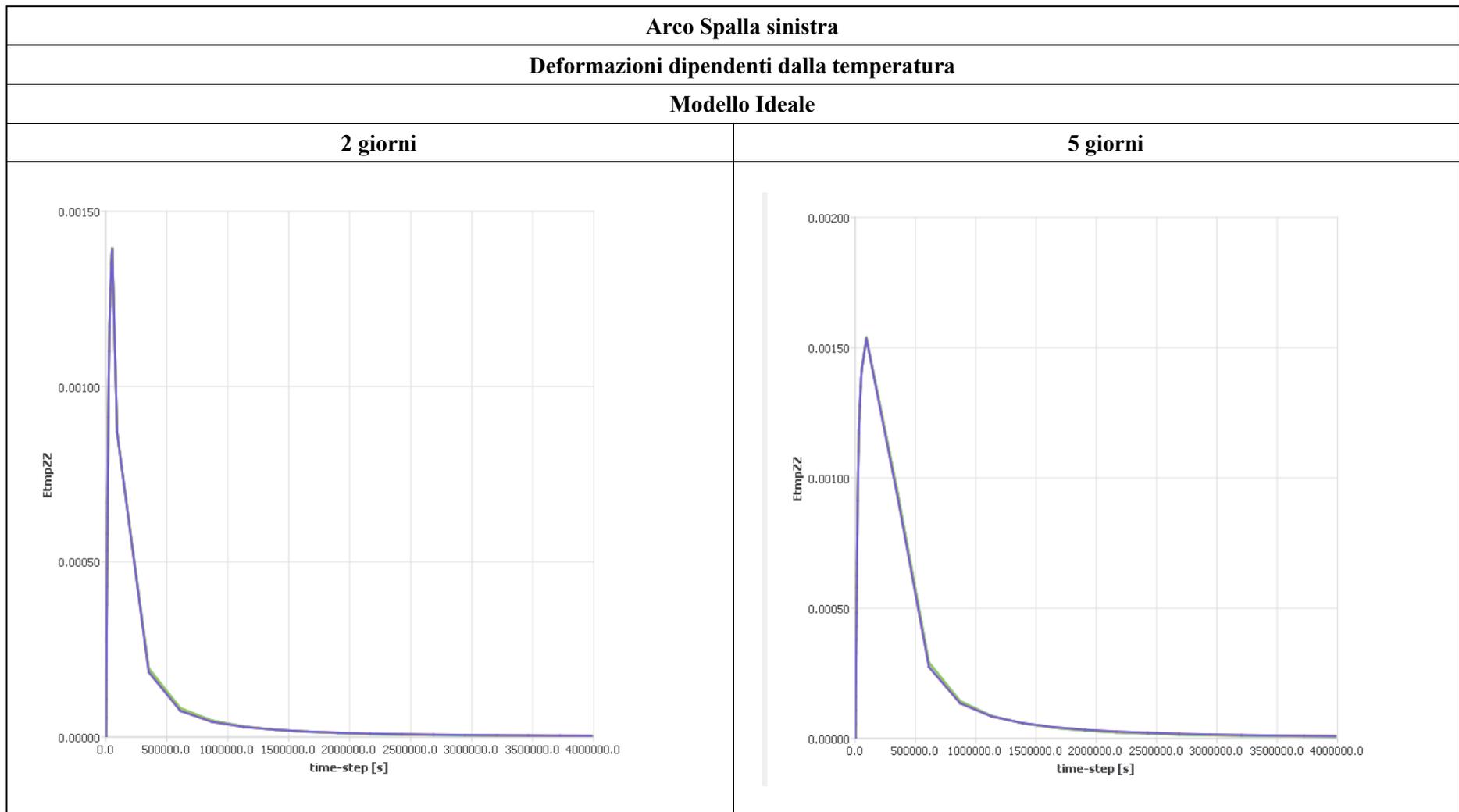


Figura 5.19 Confronto tra le deformazioni dipendenti dalla temperatura modello ideale - Arco spalla sinistra

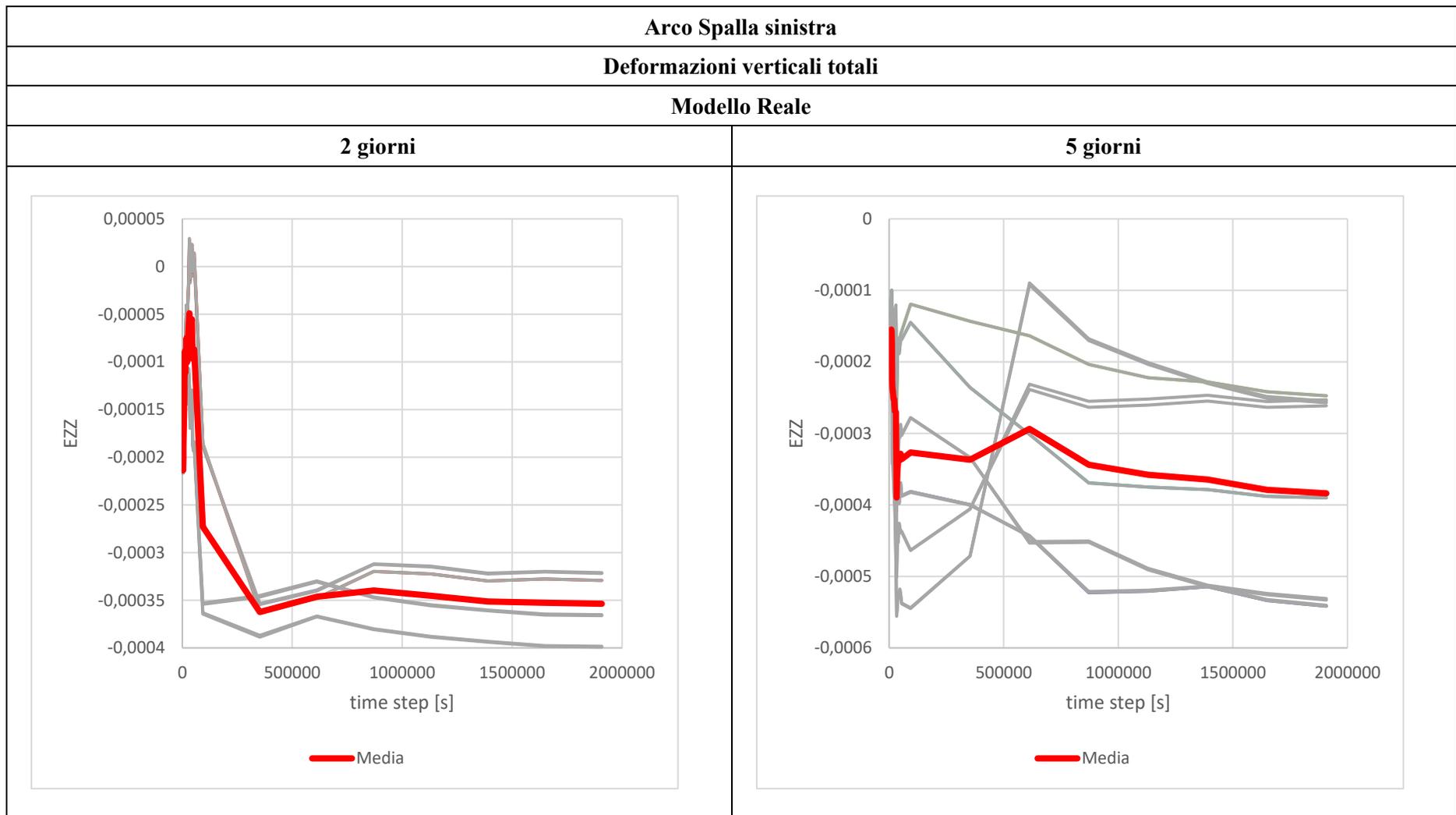


Figura 5.20 Deformazioni verticali totali modello reale – Arco spalla sinistra

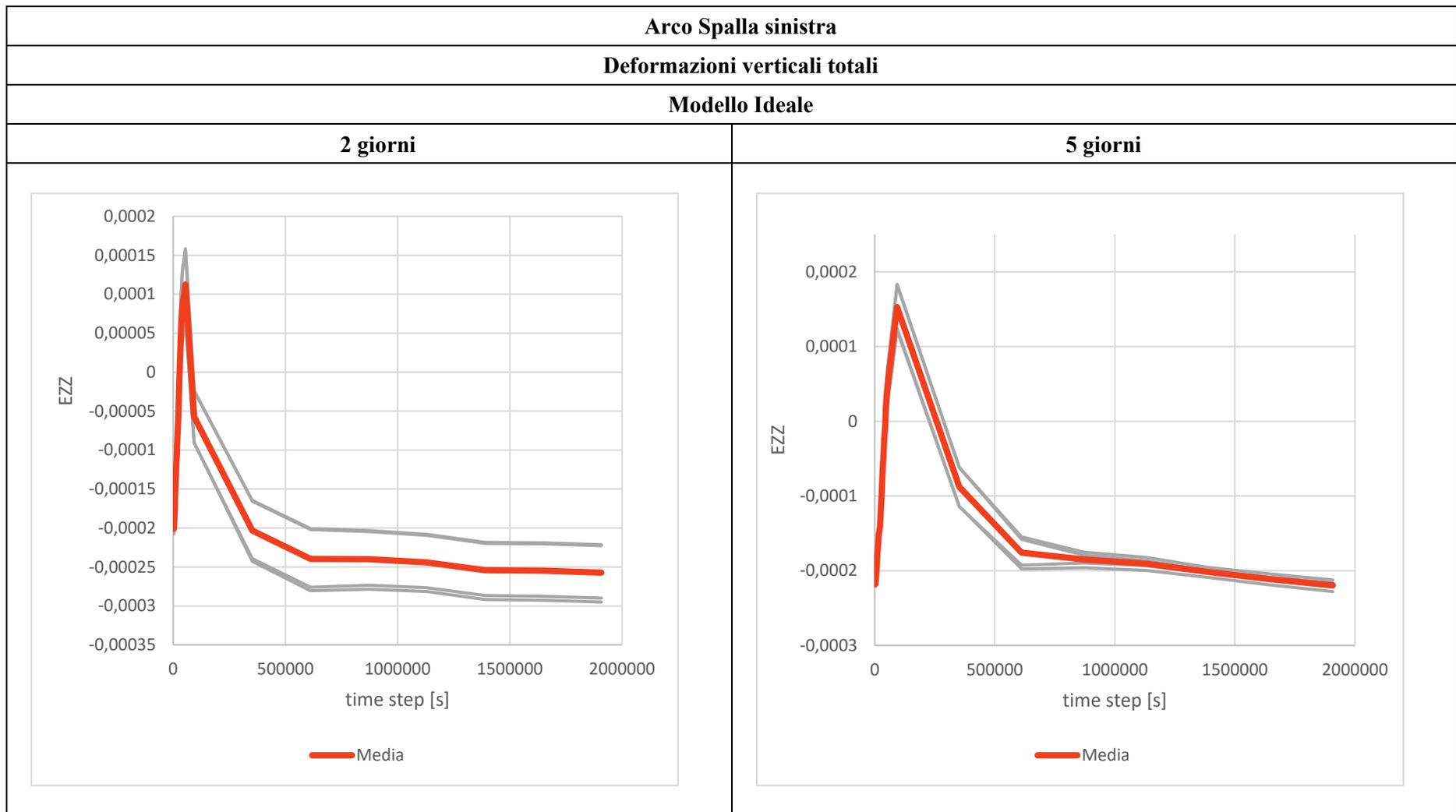


Figura 5.21 Deformazioni verticali totali modello ideale – Arco spalla sinistra

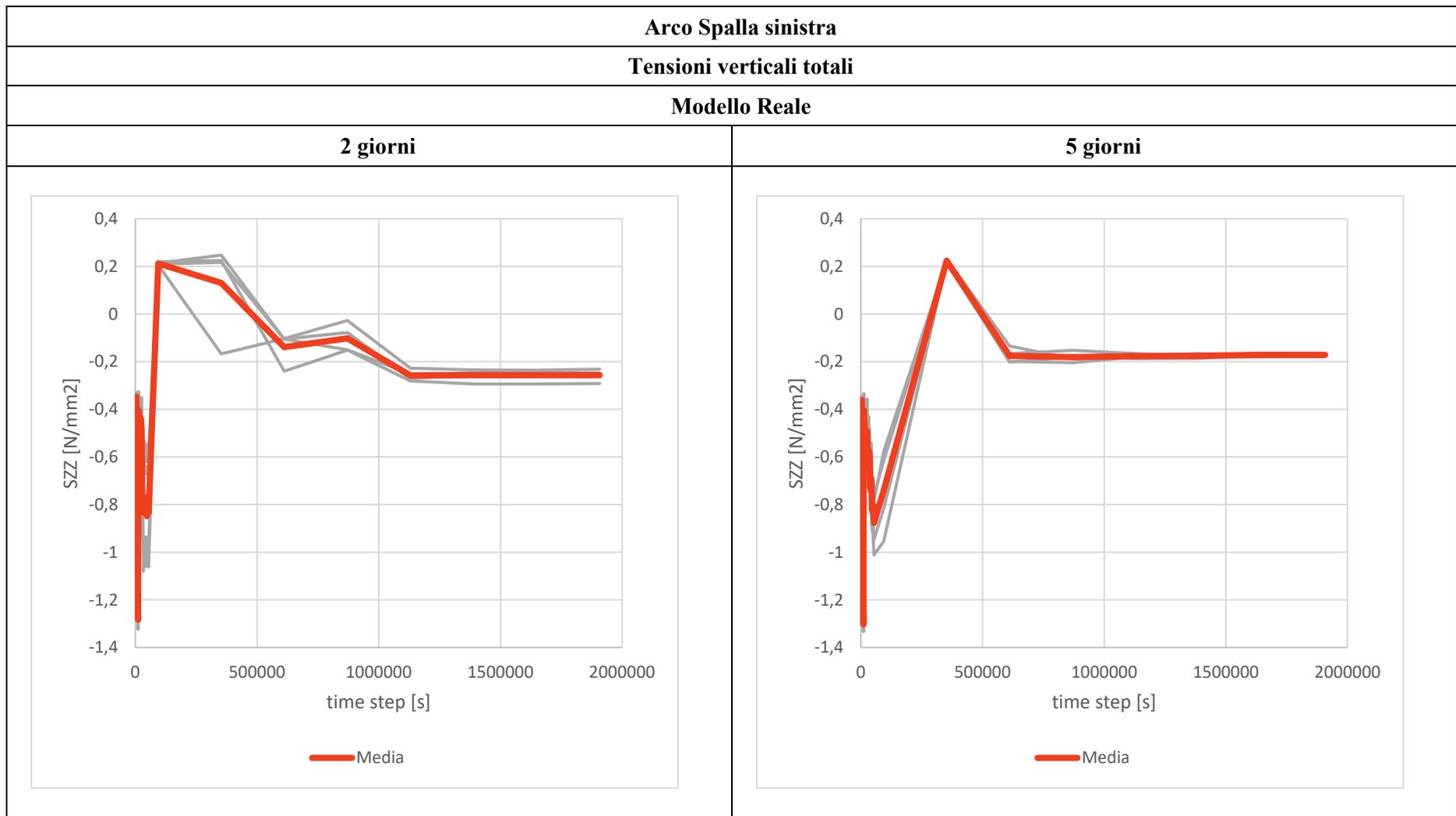


Figura 5.22 Tensioni verticali totali modello reale – Arco spalla sinistra

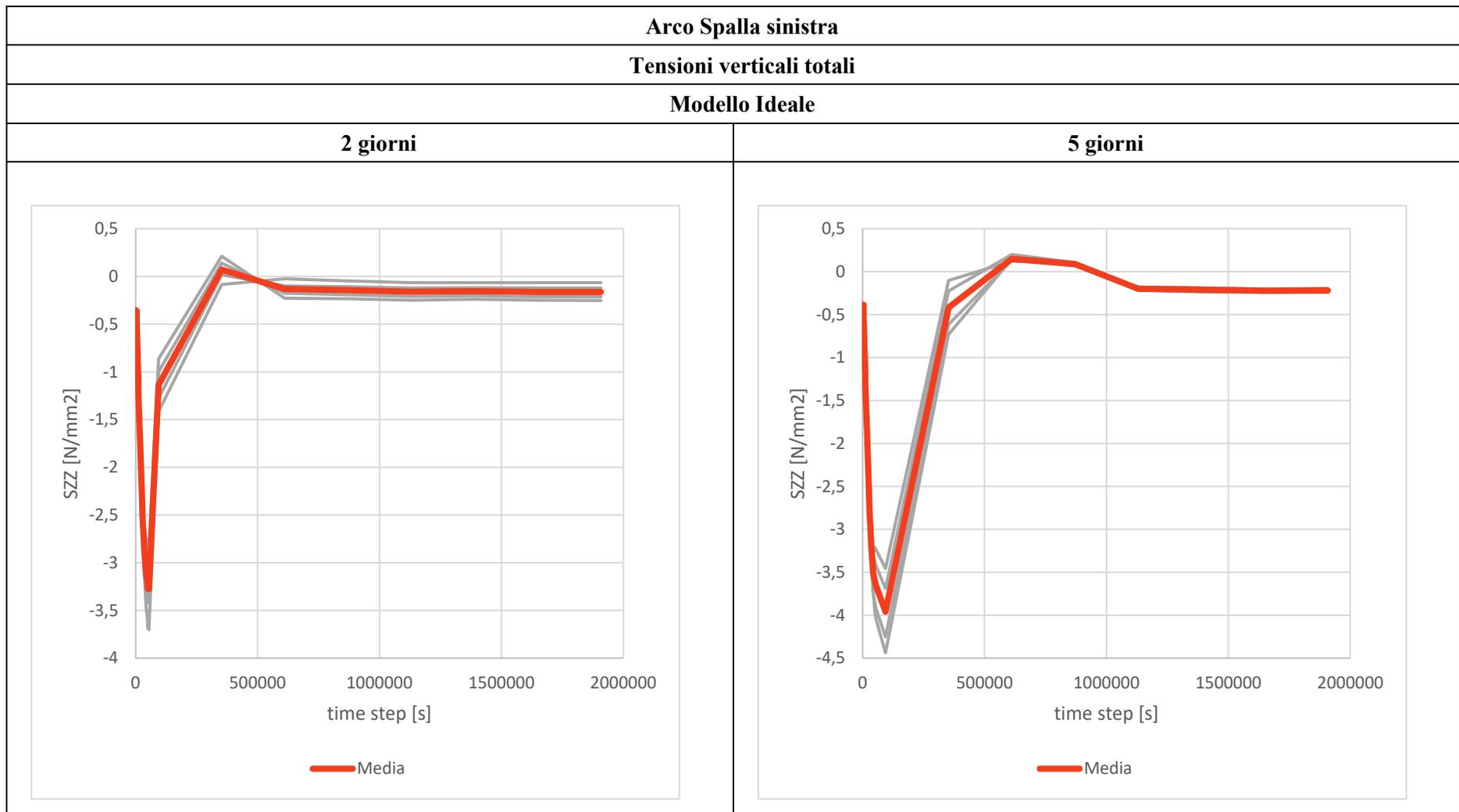


Figura 5.23 Tensioni verticali totali modello ideale – Arco spalla sinistra

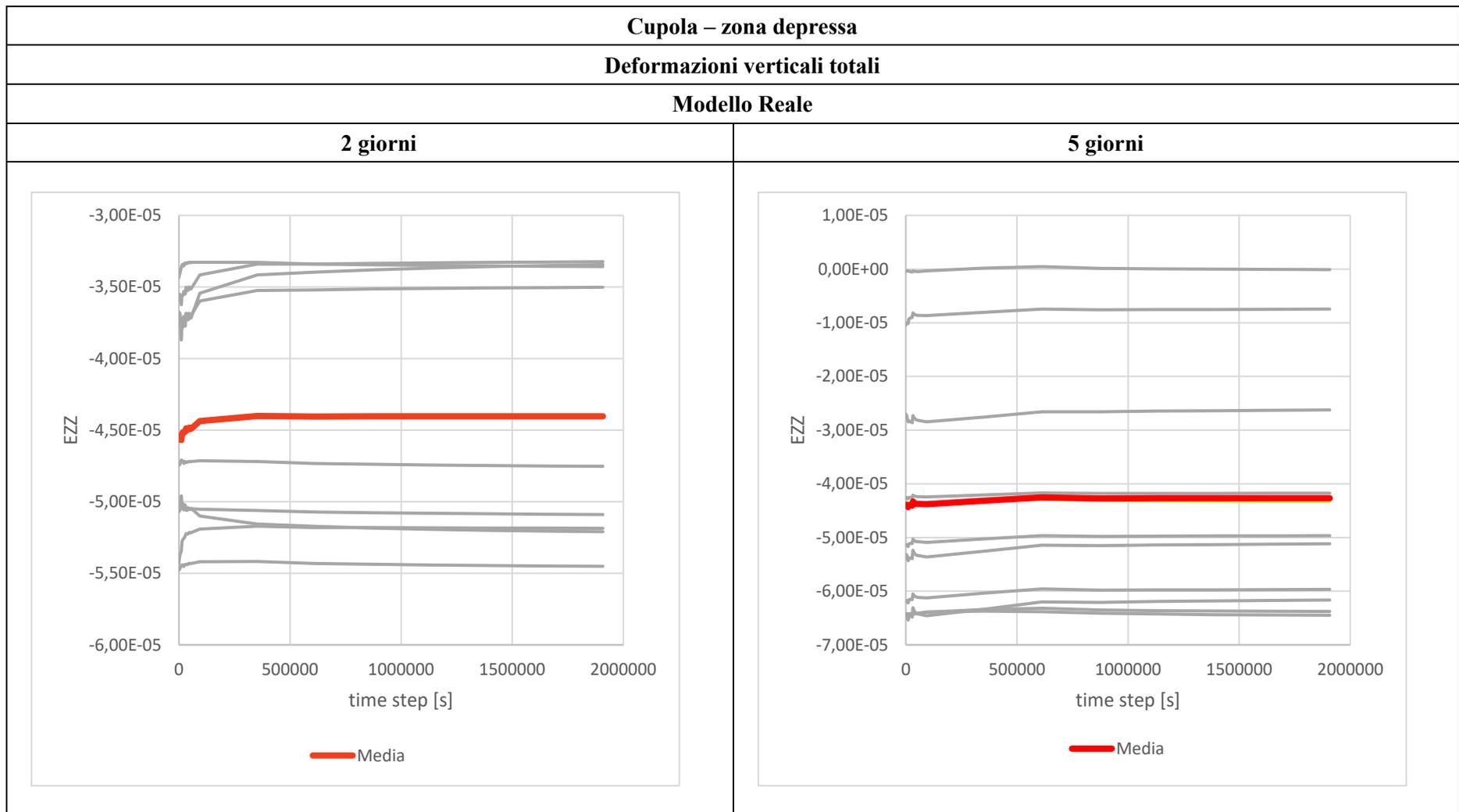


Figura 5.24 Deformazioni verticali totali modello reale – Cupola zona depressa

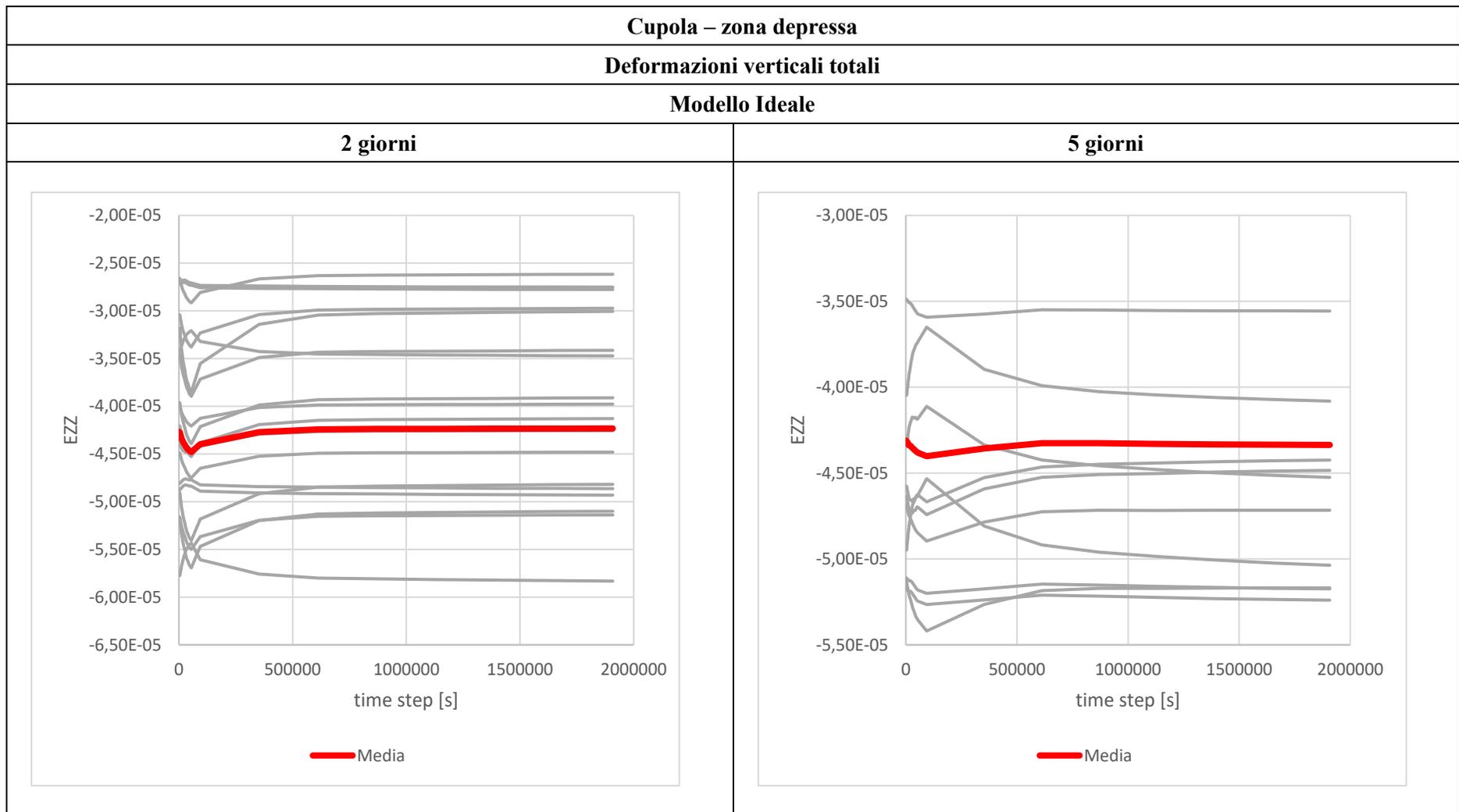


Figura 5.25 Deformazioni verticali totali modello ideale – Cupola zona depressa

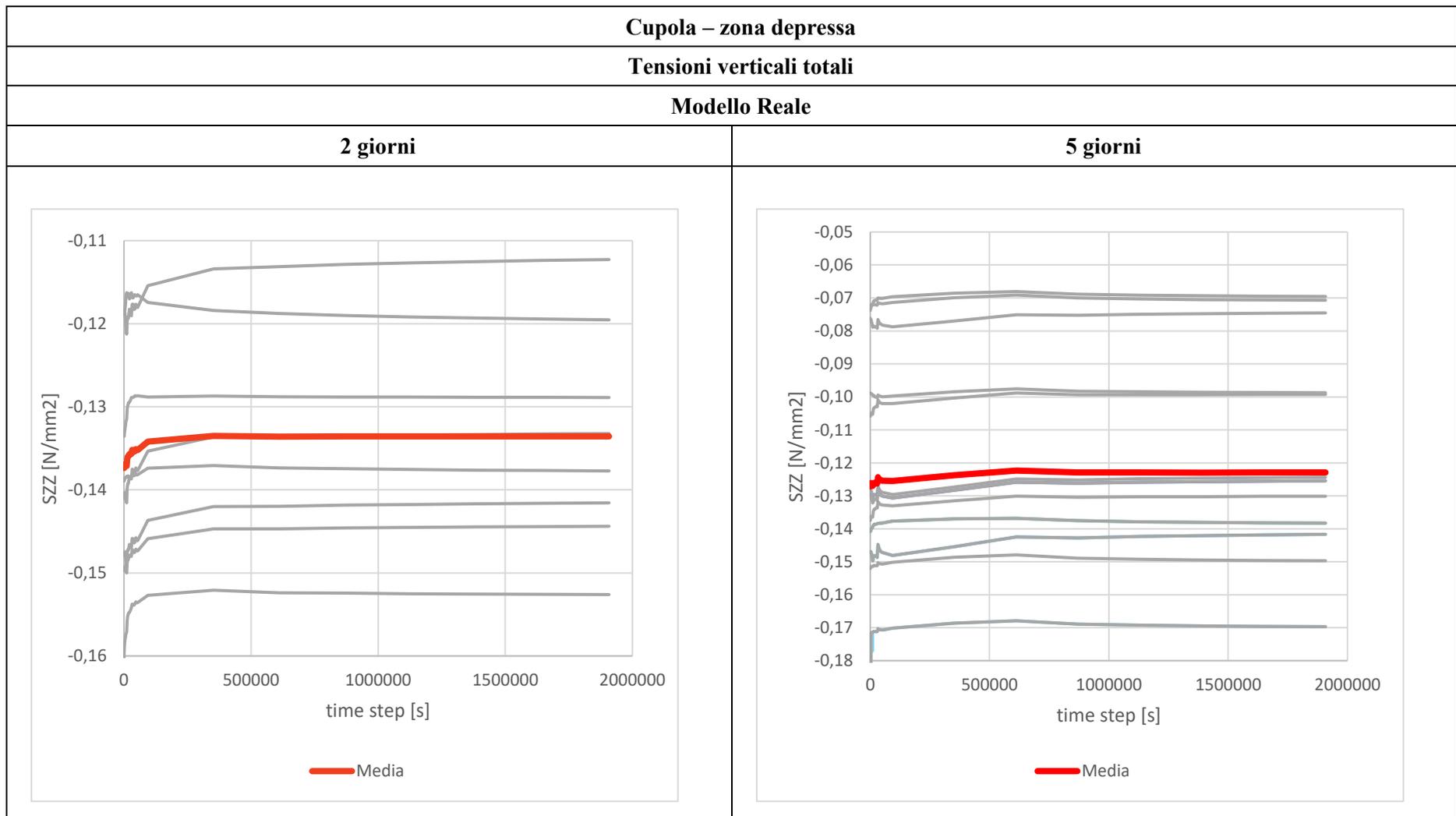


Figura 5.26 Tensioni verticali totali modello reale – Cupola zona depressa

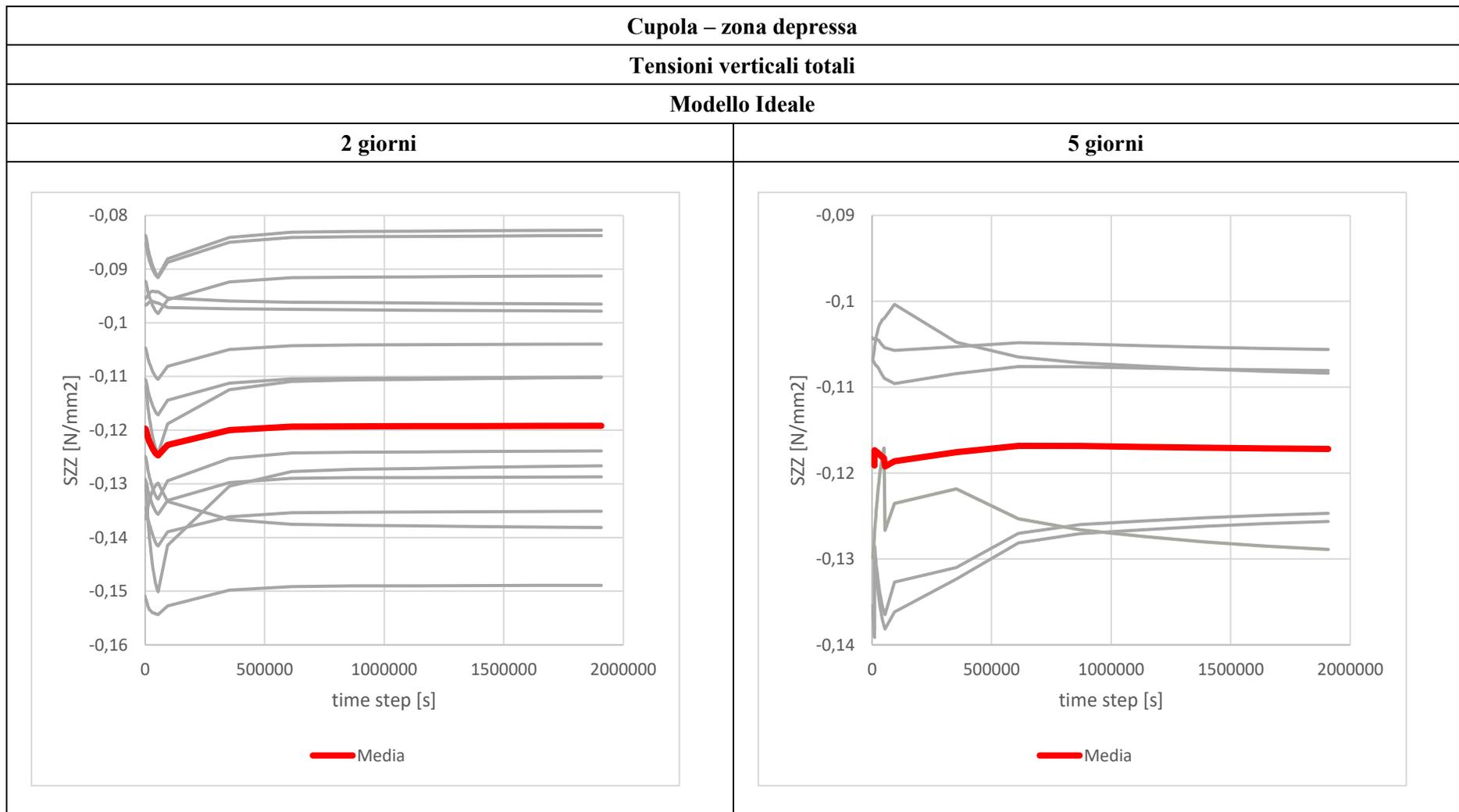


Figura 5.27 Tensioni verticali totali modello ideale – Cupola zona depressa

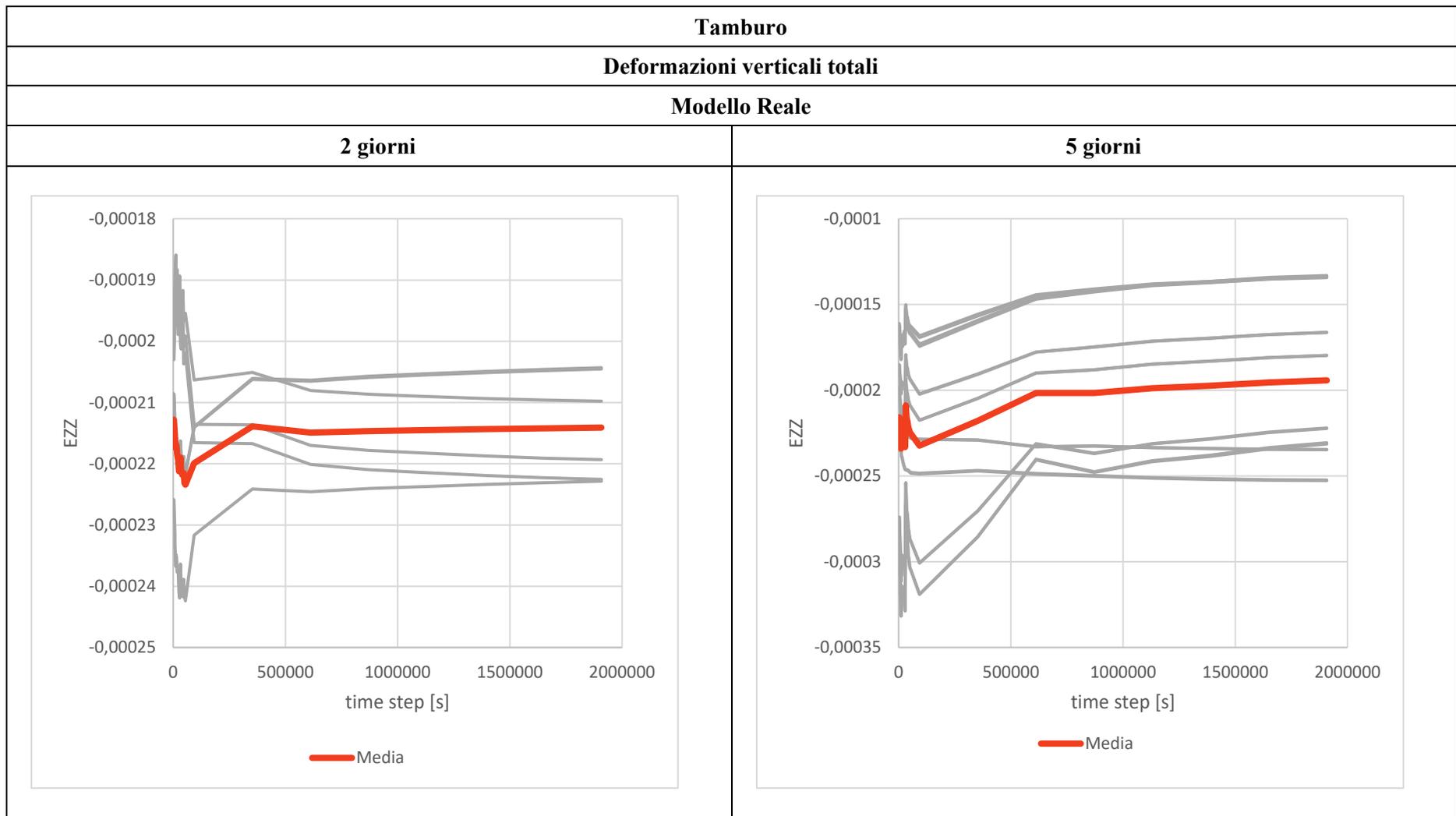


Figura 5.28 Deformazioni verticali totali modello reale – Tamburo

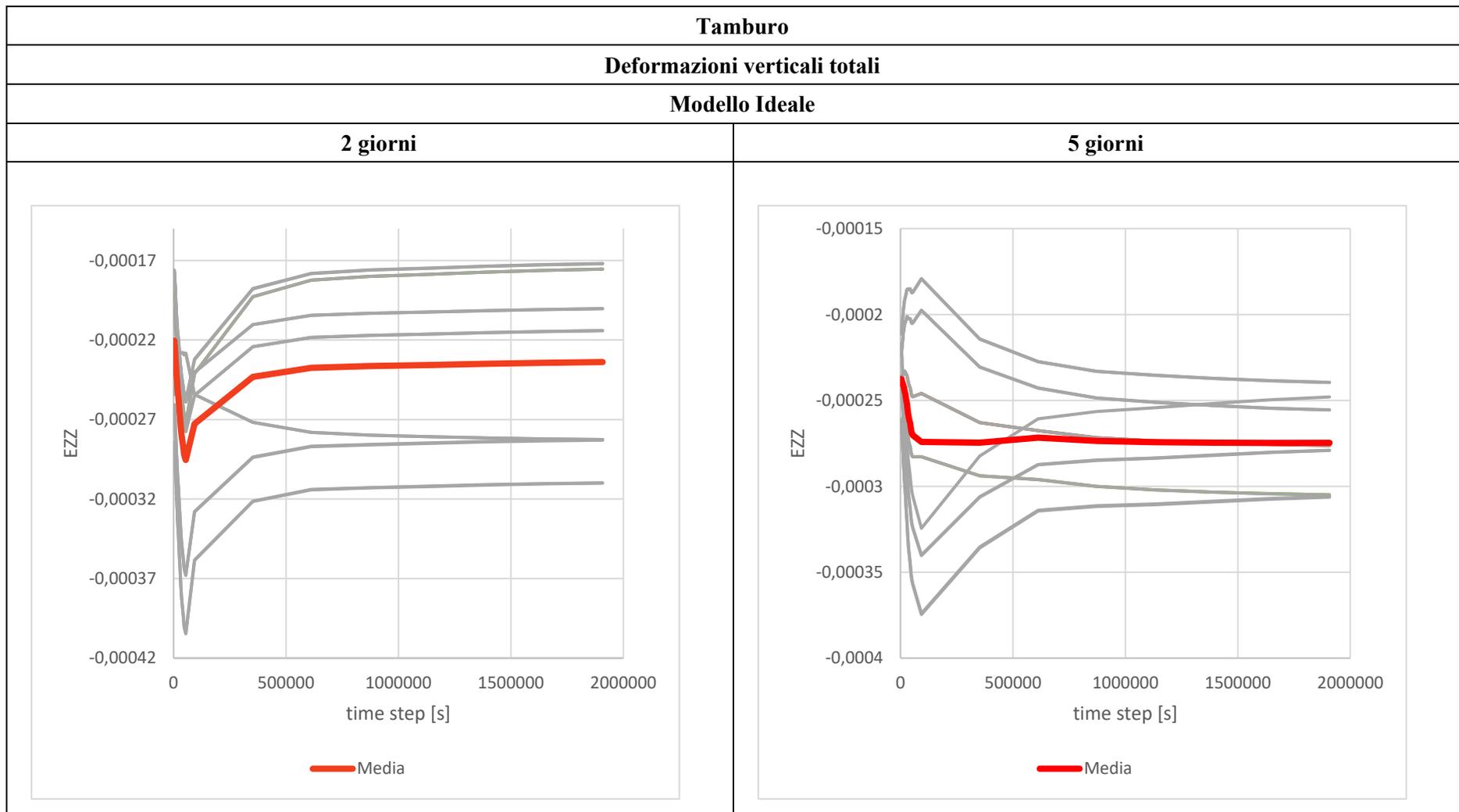


Figura 5.29 Deformazioni verticali totali modello ideale – Tamburo

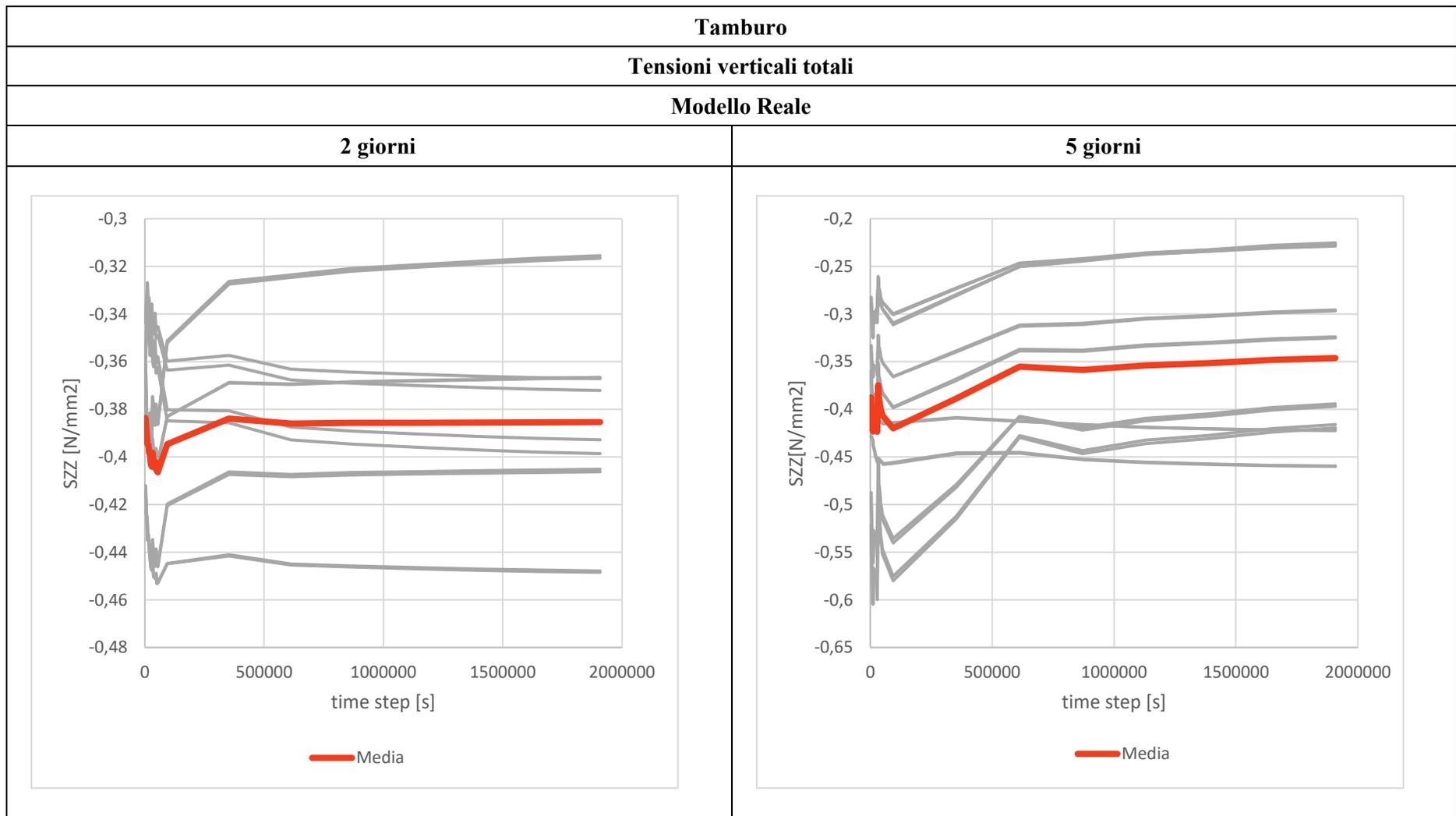


Figura 5.30 Tensioni verticali totali modello reale – Tamburo

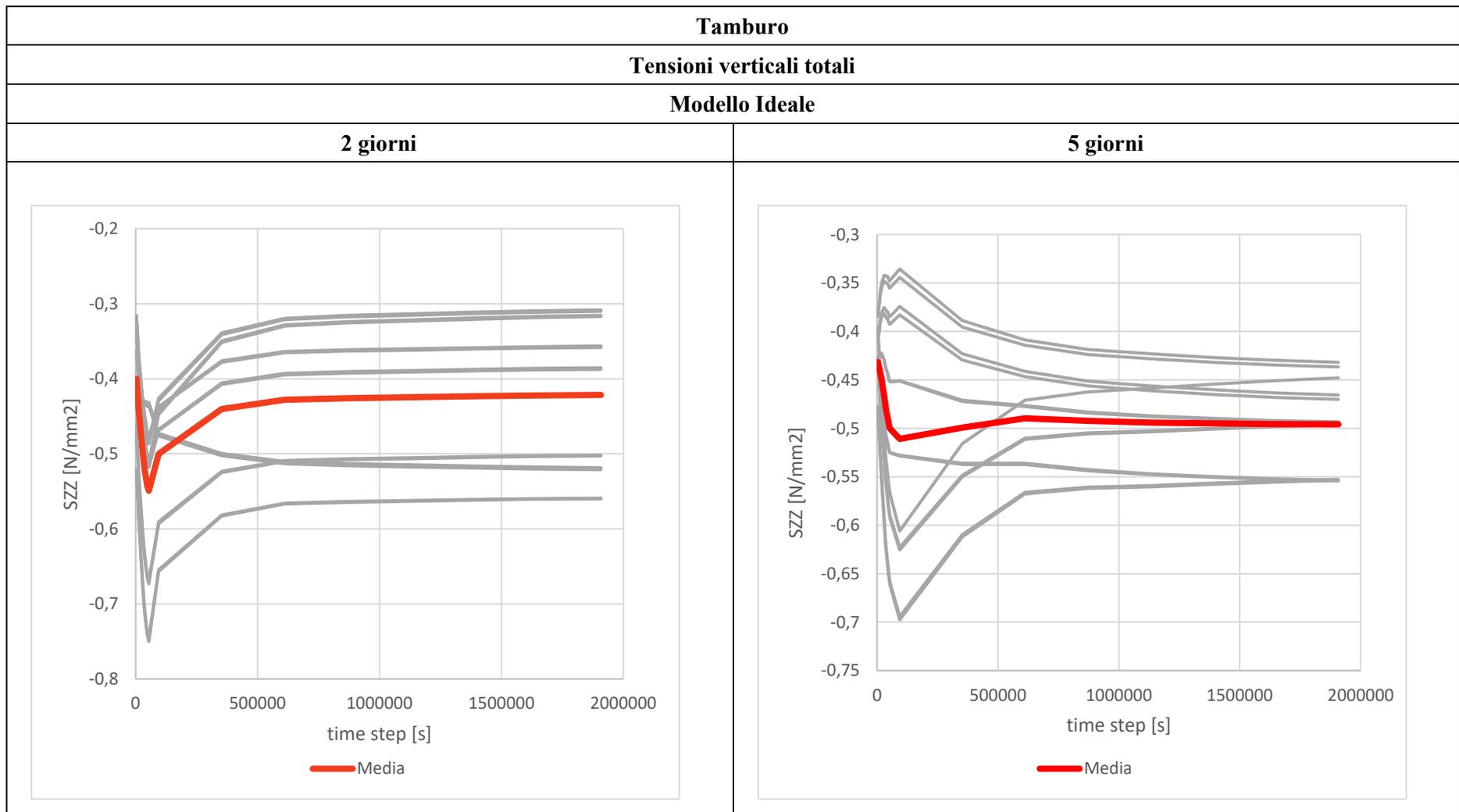


Figura 5.31 Tensioni verticali totali modello ideale – Tamburo

Dai risultati si evince che nella parte posteriore della chiesa la diversa durata del fenomeno d'incendio determina una variazione significativa delle tensioni e delle deformazioni. In tale zona vengono a crearsi delle deformazioni che, ovviamente, dipendono dalla temperatura e incidono poi sulle deformazioni totali sommandosi agli effetti del peso proprio e degli altri carichi agenti. Diana per ogni nodo fornisce diverse informazioni riferite ognuna ai vari elementi ai quali tale nodo è connesso.

Considerando la spalla destra - sulla quale scarica buona parte del carico proveniente dalla cupola - la differenza tra tensioni e deformazioni per le diverse durate è ben marcata. Per quanto riguarda le deformazioni legate all'incendio con durata pari a 2 giorni, queste mostrano una variazione repentina nel tempo, in cui le temperature sono maggiori, fino ad assestarsi su un valore medio finale di $-0,00035$; diversamente, nella durata di 5 giorni si nota che l'andamento è differente infatti si raggiunge un picco seguito da continue variazioni fin quando il valore medio diventa pari a circa $-0,00025$. Con le tensioni si nota che, con la durata pari a 2 giorni, queste subiscono una variazione di qualche MPa con passaggi da stati di compressione a stati di trazione per assestarsi poi su un valore medio costante di circa $-0,2$ MPa. Passando alla durata di 5 giorni, le tensioni nel caso reale mostrano un aumento ben marcato caratterizzato da un picco massimo di $-1,5$ MPa dopo il quale lo stato di tensione cambia da compressione a trazione per finire poi su un valore di compressione di circa $-0,25$ MPa. Analizzando, inoltre, i dati relativi al modello ideale si nota che le deformazioni verticali totali hanno un andamento diverso da quelle del modello reale a causa della diversa distribuzione dei carichi data dalla presenza della deformazione rilevata tramite il rilievo laser.

Come nella spalla destra anche in quella sinistra si riscontra lo stesso comportamento con variazioni marcate di tensione e deformazione.

I valori finali di tensione sulle due spalle sono prevalentemente di compressione, mostrando un andamento che varia nel tempo e che tende a coincidere quasi con i valori di compressione derivanti dall'analisi statica non lineare. Se nelle zone suddette si opera una analisi sugli spostamenti si vede come questi tendono ad assumere valori positivi che generano quindi i caratteristici stati di trazione che si ritrovano nei grafici sopra esposti (Figura 5.32).

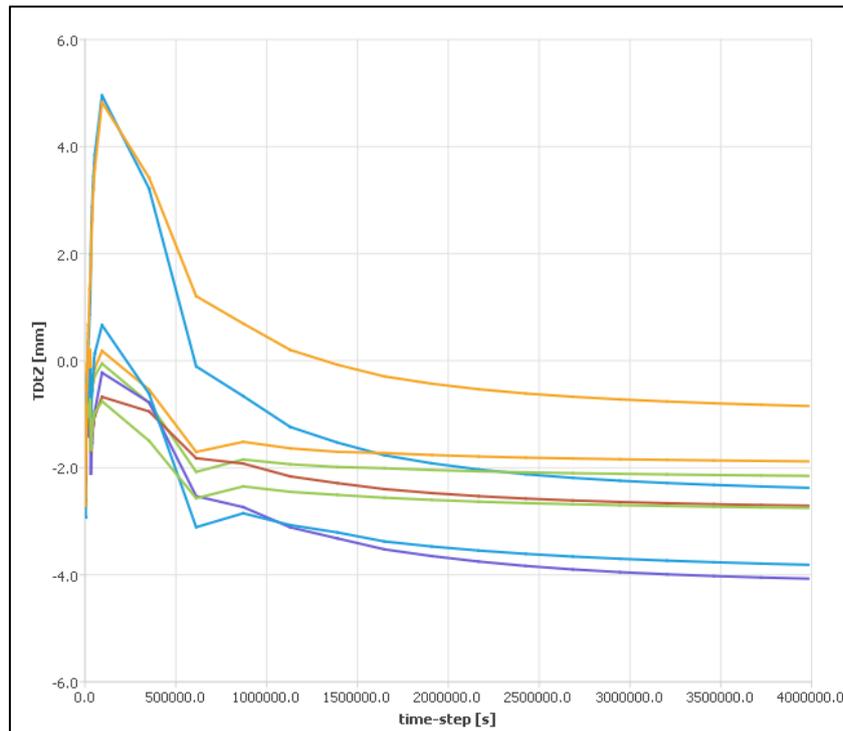


Figura 5.32 Valori di spostamento verticale in corrispondenza delle spalle destra e sinistra nel caso limite

Sull'estradosso della cupola dove è presente la depressione, è stata valutata in diversi punti l'influenza che questa ha subito a seguito delle tensioni e deformazioni occorse sulle murature a causa dell'incendio. Studiando i risultati delle analisi condotte si nota che le deformazioni subite dalla struttura, per le diverse durate, assumono un andamento molto simile con piccole variazioni di valori quasi trascurabili. Per quanto concerne le tensioni anche queste subiscono una variazione molto contenuta. Si può dire, quindi, che la parte della cupola dove è presente la depressione non subisce alcuna variazione significativa di tensione o deformazione conseguente all'incendio. Analizzando anche altri punti sull'estradosso della cupola si è visto che la variazione dello stato tenso-deformativo resta sempre molto piccola.

Nella parte del tamburo, nella zona più prossima al coro, si può osservare che le tensioni e le deformazioni subiscono una variazione conseguente solo allo stato tenso-deformativo che si genera nello spazio posteriore interessato dall'incendio; le deformazioni termiche in questo caso sono nulle dato che la temperatura massima raggiunta è di circa 30°C. Risentendo, quindi, degli effetti provenienti dal coro si vede che l'andamento delle tensioni e delle deformazioni, rispettivamente per durata pari a 2 e 5 giorni, è pressoché simile con variazioni di tensione verticale pari a circa 0,05 MPa per il modello ideale e 0,03 MPa per il modello reale. In questa zona si deduce, di conseguenza, che la struttura non risente in maniera significativa degli effetti derivanti dall'incendio.

Come si può notare vi è una differenza tra le deformazioni totali verticali nel modello reale, rispettivamente per la durata pari a 2 giorni e 5 giorni; questa differenza è dovuta sia al fatto che

le deformazioni totali si ottengono dalla somma delle deformazioni elastiche, plastiche e termiche. Nel caso di durata dell'evento pari a 5 giorni le deformazioni termiche nei time step sono maggiori rispetto all'altra generando così delle deformazioni totali di poco minori.

5.3.3 Confronto tra deformazioni e tensioni totali

Un ultimo e importante confronto riguarda i risultati, relativi allo stato tensionale e deformativo, ottenuti dall'analisi statica non lineare e dall'analisi termomeccanica. Si è voluto indagare sul comportamento strutturale che la chiesa mostra in presenza e in assenza dell'incendio. Come caso limite per l'analisi termomeccanica sono stati scelti i risultati relativi al time step di 12 ore in cui si raggiungono i massimi valori di tensione e deformazione nella struttura dovuti al raggiungimento del picco di temperature nella muratura.

Tabella 5.3 Confronto tra analisi statica non lineare e termomeccanica nel modello reale

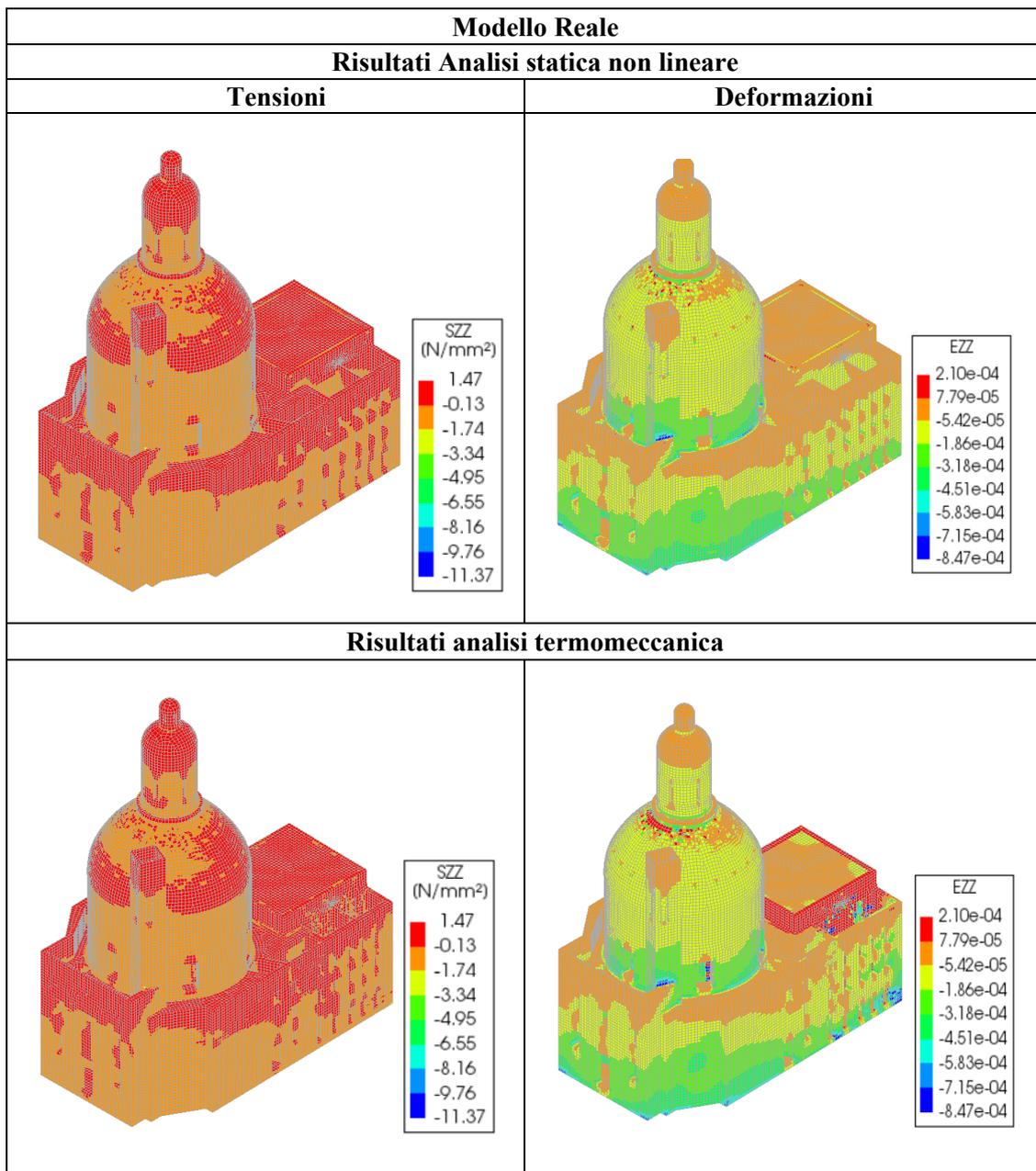
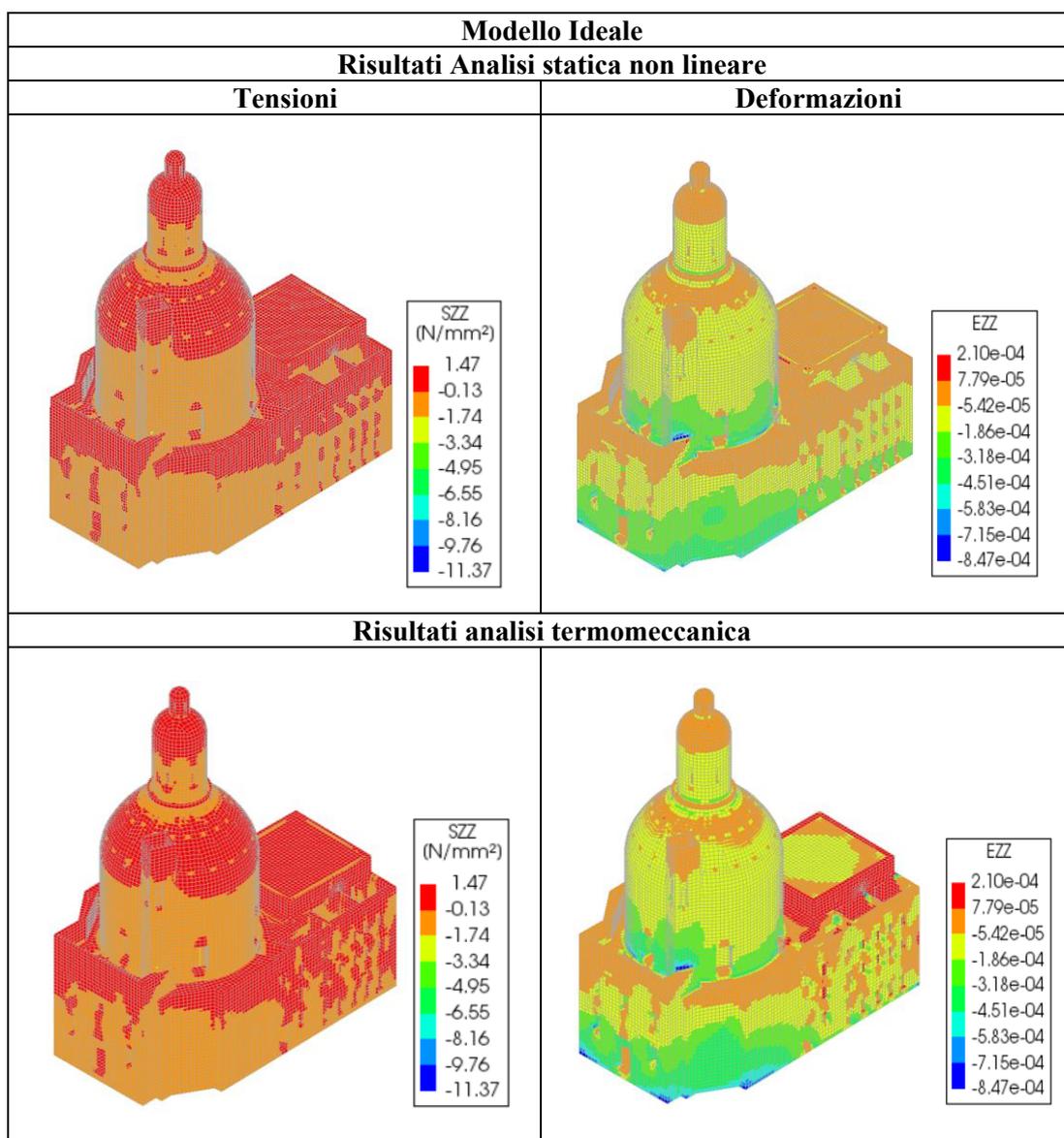


Tabella 5.4 Confronto tra analisi statica non lineare e termomeccanica nel modello ideale



A livello globale, si nota, come nelle analisi riportate in precedenza, che nel modello reale l'area maggiormente influenzata dall'incendio è quella relativa alla parte posteriore della chiesa. Un'altra zona interessata dalla variazione di deformazioni e tensioni è quella in cui si ha la connessione del lanternino con la cupola, nella parte frontale, per il modello reale. Prendendo in analisi più punti in quella zona si è visto che la variazione delle deformazioni è comunque bassa e risulta pari a circa 0,0005 mentre la variazione di tensioni è circa pari, in media, a 0,01 MPa.

Analizzando invece, i risultati del modello ideale si nota come l'effetto dell'incendio non sia confinato solo dove questo si è verificato ma ha avuto delle ripercussioni su tutta la struttura generando, quindi, variazioni dello stato tensionale, ma soprattutto deformativo, anche nella zona della cupola. Tali variazioni, tuttavia, risultano comunque piccole e ininfluenti.

6. CONCLUSIONI

Lo scopo del presente elaborato di tesi è stato quello di modellare l'intera struttura muraria della chiesa della SS. Trinità di Torino al fine di indagare le conseguenze, a livello strutturale, legate all'incendio provocato dai bombardamenti del 1943.

Per studiare il comportamento strutturale dell'edificio è stato necessario dapprima eseguire una modellazione geometrica tridimensionale dell'intero complesso così da poter svolgere le analisi attraverso un software agli elementi finiti. Con l'ausilio di tale software si è ottenuto, tramite una sofisticata operazione di calibrazione, il modello numerico e meccanico sul quale sono stati poi definiti tutti i parametri necessari allo studio in esame.

Con lo scopo di validare i pochi dati storici a disposizione ed integrare le informazioni definite in Diana, ci si è avvalsi anche di un software di fluidodinamica (FDS) così da poter ottenere ulteriori informazioni sullo sviluppo e sulla propagazione dell'incendio all'interno dell'ambiente.

Non avendo cronache a disposizione, l'unico modo per simulare l'incendio è stato ricorrere a diverse ipotesi sia per quanto riguarda lo sviluppo delle diverse fasi dell'evento, sia sulla durata e, di conseguenza, sulla fase di spegnimento. Ulteriori assunzioni sui parametri meccanici del materiale sono state fatte in quanto risulta molto difficile compiere sperimentazioni dirette su campioni di edifici storici di grande valenza architettonica. A tale scopo, ci si è basati su test diretti su edifici con caratteristiche simili a quelle del caso in esame.

Con l'obiettivo, inoltre, di valutare gli effetti che le alte temperature hanno generato sulla struttura muraria, si è voluto analizzare se la depressione presente allo stato attuale nell'intradosso della cupola possa essere stata generata dalle temperature raggiunte in quel comparto.

Alla luce dei risultati ottenuti, allora, si è visto che buona parte della struttura della chiesa non ha risentito in alcun modo degli effetti dovuti alle fiamme. La presenza del fuoco, tuttavia, ha inciso molto sul comportamento strutturale dell'area in cui si è originato e successivamente sviluppato l'incendio determinando variazioni di tensione e deformazione importanti. Contrariamente a quanto ottenuto nella zona del coro, la cupola e il tamburo non risultano influenzati significativamente in quanto i risultati mostrano che lo stato tenso-deformativo ivi raggiunto non esibisce oscillazioni considerevoli.

In conclusione, si può dedurre che la deformazione nell'intradosso della cupola è stata prodotta da altri fattori ad esempio deformazioni viscosi ed altre cause sulle quali si potrà indagare in futuro. È bene far notare, in ogni caso, che nella modellazione e nelle analisi non si è potuto tenere conto di molteplici fattori quali il carico d'incendio, le condizioni atmosferiche e gli effetti sulla

struttura, a livello meccanico e di danno, generati dall'impatto delle cariche incendiarie al suolo. Tale analisi, pertanto, rappresenta una buona base di partenza per l'esecuzione di studi più approfonditi.

BIBLIOGRAFIA

- Abrams M. S., *Behavior of Inorganic Materials in Fire, Design of Buildings for Fire Safety*, ASTM Special Publication 685, American Society for Testing and Materials, Baltimore, 14-75, 1979
- Al Nahhas F., Ami Saada R., Bonnet G., Delmotte P., *Resistance to fire of walls constituted by hollow blocks: Experiments and thermal modeling*, Applied Thermal Engineering, 27, 258-267, 2007
- Allen L. W., Harmathy T. Z., *Fire endurance of selected concrete masonry walls*, ACI Journal, title n. 69-51, 562-568, 1973
- Anchor R. D., Malhotra H. L., Purkiss J. A., eds. *Design of Structures against Fire*, International Conference on Design of Structures Against Fire, Birmingham, 15-16th April, 1986
- ANDIL, *Murature e comportamento al fuoco*, a cura di ANDIL – AssoLaterizi, 2002
- Anthoine, A., *Homogenisation theory*, International Journal of Solids and Structures 32, 137-163, 1997
- Aoki T., Chiorino M.A, Roccati R., Spadafora A., *Structural Analysis with F.E. method of the elliptical dome of the Sanctuary of Vicoforte*, 2015
- ASTM, (1993), ASTM E 519-81 – *Standard test method for diagonal tension (shear) in masonry assemblages*, American Society for Testing and Materials, reapproved 1993
- ASTM, (1995), ASTM E119-95a – *Standard test methods for fire tests of building construction and materials*, American Society for Testing and Materials, April 1995
- Bazant, Z.C.B.P., Baweja S., *Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures: model B3*, Materials and Structures 28, 357-365, 1995
- Beer G., *An Isoparametric joint\interface element for finite element analysis*, Int. J. Numer. Meth. Enging 21, 585-600, 1985
- Bellini F., *L'organismo costruttivo della cupola di San Pietro da Bramante a Della Porta*, AID Monuments 2013
- Benvenuto E., Corradi M., *La statica delle false volte*. In: Ambrosi et al. (eds.) *Architettura in pietra a secco*, 1° Semin. Intern., Fasano, 1990
- Benvenuto, E., *An Introduction to the History of Structural Mechanics*, Part II. Vaulted Structures and Elastic systems. Springer, New York, 1990
- Benvenuto, E., *An Introduction to the History of Structural Mechanics*, Part II. In: *Vaulted Structures and Elastic Systems*. Springer, N.Y., 1991
- Betti, M., Galano L., Vignoli A., *Finite Element Modelling for Seismic Assessment of Historic Masonry Buildings*, In *Earthquakes and Their Impact on Society*. Springer International Publishing Switzerland, 2016.
- Borra G. B., *Trattato della cognizione pratica delle resistenze geometricamente dimostrato dall'architetto Giambattista Borra ad uso d'ogni sorta d'edifizj, coll'aggiunta delle armature di varie maniere di coperti, volte, ed altre cose di tal genere*, 1748
- Bouguer P., *Sur les lignes courbes qui sont propres à former les voûtes en dôme*, Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. Paris, France, 1736

- Buchanan A. H., *Structural design for fire safety*, John Wiley and sons, Chichester, 2001
- Bukowski R. W., *Determining design fires for design-level and extreme events*, SFPE 6th International Conference on performance-based codes and fire safety design methods, Tokyo, June 14-16, 2006
- Bukowski R. W. e Babrauskas V., *Developing rational, performance-based fire safety requirements in model building codes*, Fire and Materials, 18, 173-191, 1994
- Bukowski R. W., Nuzzolese V., Bindo M., *Performance-based fire protection of historical structures*, Proc. Forum for International Cooperation on Fire Research. Proceedings. October 23, 2001, Milan, Italy, 39-51, 2003
- Cannizzaro F., Calìo I., Oliveto G., Marletta M., Pantò B., *Un nuovo approccio di modellazione della risposta sismica degli edifici storici*. Università degli studi di Catania - Tesi di Dottorato in Ingegneria delle Strutture.
- Carbone, I.V., Fiore A., Pistone G., *Le costruzioni in muratura: interpretazione del comportamento statico e tecniche di intervento*. Milano: Hoepli, 2001.
- Carpinteri, A., Invernizzi S., Lacidogna G., *In situ damage assessment and nonlinear modelling of a historical masonry tower*. Engineering Structures 27, 387-395, 2005
- Carusi M., *La struttura portante della cupola di Della Porta: 1588-2010* in “Annali di Architettura”, n. 22, rivista del Centro Internazionale di Studi di Architettura Andrea Palladio di Vicenza.
- Cavalagli N., Gusella V., *Structural Investigation of 18th-Century Ogival Masonry Domes: From Carlo Fontana to Bernardo Vittone*, Perugia 2013
- CEN/TC 250, (1991), Eurocodice 2: *Progettazione delle strutture di calcestruzzo*, Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici, ENV 1992-1-1
- CEN/TC 250, (2004), Eurocode 2: *Design of concrete structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design*, UNI EN 1992-1-2
- CEN/TC 250, (2005a), Eurocodice 1: *Azioni sulle strutture: azioni in caso di incendio*, UNI EN 1991-1-2
- CEN/TC 250, (2005b), Eurocode 6: *Design of masonry structures – Part 1-2: General rules Structural fire design*, UNI EN 1996-1-2
- CEN/TC 250/SC 6, (2008), *Extended application of results from fire resistance tests – Part 12: loadbearing masonry walls*, EN 15080-12
- Chiorino M. A., Ceravolo R., Spadafora A., Zanotti Fragonara L., Abbiati G., *Dynamic Characterization of Complex Masonry Structures: The Sanctuary of Vicoforte*, Torino
- Chiorino M. A., Spadafora A., Calderini C., Lagomarsino S., *Modeling strategies for the world's largest elliptical dome at Vicoforte*, 2008
- Chiostrini, S., Vignoli A., *An experimental research program on the behavior of stone masonry structures*, ASTM Journal of Testing and Evaluation 20, 190-206, 1992
- Chiostrini, S., Vignoli A., *In-situ determination of the strength properties of masonry walls by destructive shear and compression tests*, Masonry International 7, 87-96, 1994
- Chiostrini, S., Galano L., Vignoli A., *In situ shear and compression tests in ancient stone masonry walls of Tuscany, Italy*, ASTM Journal of Testing and Evaluation 31, 289-304, 2003
- Chiostrini, S., Galano L., Vignoli A., *On the determination of strength of ancient masonry walls via experimental tests*, In Proceedings of 12 WCEE, January 2000.

- Circ. Min. Int., (1961), *Norme di sicurezza per la protezione contro il fuoco dei fabbricati a struttura in acciaio destinati ad uso civile*, Circolare del Ministero dell'Interno n. 91, 14 settembre
- Circ. Min. Int., (2008), *Pareti portanti resistenti al fuoco*, Circolare del Ministero dell'Interno n. 1968, 15 febbraio
- Colombo G., *Manuale dell'ingegnere*. 83° edizione. Milano: Hoepli, 1997.
- Como, M., *Un antico restauro statico della cupola di S. Pietro a Roma*. In: Conforti, C. (ed.) *Lo specchio del cielo*, Electa, Milan, 1997
- Como M., *Costruzione e Forma Statica del Pantheon, Restauro*, 151, ESI, Naples, 2000
- Como M., *Statica delle costruzioni storiche in muratura*. Roma, Italy: Aracne Editrice, 2010
- Como M., *Statics of Historic Masonry Constructions*, Springer Nature
- CSE – ANDIL, (1995), *Ricerca sperimentale per la determinazione della resistenza al fuoco di varie tipologie di solai e pannelli murari con elementi di laterizio*, svolta in collaborazione con ANDIL – AssoLaterizi, Centro Studi ed Esperienze Antincendi – Roma
- Cundall, P.A., *A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems*, in *Proceedings of the Symposium on Rock Fracture (ISRM) 1*, paper II-8 (1971).
- D. Min. BB. CC. AA. (1992), *Regolamento contenente norme di sicurezza antincendio per gli edifici storici ed artistici destinati a musei, gallerie, esposizioni e mostre*, Decreto del Ministero dei Beni Culturali ed Artistici n. 569, 20 maggio
- D. Min. Int., (1983), *Termini, definizioni generali e simboli grafici di prevenzione incendi*, Decreto del Ministero dell'Interno, 30 novembre
- D. Min. Int., (1985), *Attribuzione ad alcuni materiali della classe di reazione al fuoco 0 (zero) prevista dall'allegato A1.1 al decreto ministeriale 26 giugno 1984: "Classificazione di reazione al fuoco ed omologazione dei materiali ai fini della prevenzione incendi"*, 14 gennaio
- D. Min. Int., (2007a), *Classificazione di resistenza al fuoco di prodotti ed elementi costruttivi di opere da costruzione*, Decreto del Ministero dell'Interno, 16 febbraio
- D. Min. Int., (2007b), *Prestazioni di resistenza al fuoco nelle attività soggette al controllo del Corpo nazionale dei vigili del fuoco*, Decreto del Ministero dell'Interno, 9 marzo
- D. Min. Int., (2007c), *Direttive per l'approccio ingegneristico alla sicurezza antincendio*, Decreto del Ministero dell'Interno, 9 maggio
- D. Min. Infr., (2008), *Norme tecniche per le costruzioni*, Decreto del Ministero delle Infrastrutture e Trasporti di concerto con il Ministero dell'Interno, 14 gennaio
- D. P. R., (1995), *Regolamento contenente norme di sicurezza antincendio per gli edifici storici ed artistici destinati a biblioteche e archivi*, Decreto del Presidente della Repubblica n. 418, 30 giugno
- Dardanello G., Klaiber S., Millon H.A., *Guarino Guarini da Archivi di architettura*, Centro internazionale di studi di architettura "Andrea Palladio" di Vicenza, 2006
- De Bernardi Ferrero D., *"Disegni d'architettura civile et ecclesiastica" di Guarino Guarini e l'arte del maestro*, Torino 1966
- Del Piero, G. *Le costruzioni in muratura*. Lezioni tenute al secondo convegno di studio sul consolidamento delle costruzioni. Udine, 1983.
- Del Piero, G. *Le costruzioni in muratura*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1984.

- DIANA, *Diana Finite Element Code Manuals*, Version 10.2, TNO Building and Construction Research, The Netherlands
- Drucker D.C., Prager W., *Soil mechanics and plastic analysis or limit design*, Quarterly of Applied Mathematics 10, 157-165, 1952
- EC, (1988), Council Directive 89/106/EEC – *Construction Products Directive, Direttiva del Consiglio d'Europa*, 21 dicembre
- EC, (1994), *Documento interpretativo n. 2*
- Filemio V., *Guarini, Juvarra e Antonelli. Segni e simboli per Torino*, Torino 2008
- Fouchal, F., Lebon F., Titeux I., *Contribution to the modelling of interfaces in masonry construction*, Construction and Building Materials 23, 2428-2441, 2009
- Galano L., Betti M., *Elementi di Statica delle costruzioni storiche in muratura*, Società Editrice Esculapio, 2019.
- Galassi, S., Misseri G., Rovero L., Tempesta G., *Equilibrium analysis of masonry domes, on the analytical interpretation of the Eddy- Lévy graphical method*, International Journal of Architectural Heritage 11, 1195-1211, 2017
- Gnanakrishnan N., Lawther R., *Performance of masonry walls exposed to fire*, Proceedings of the Fifth North American Masonry Conference, University of Illinois at Urbana-Champaign USA, June 3-6, 901-914, 1990
- Grandi M., *Guida all'antincendio nei cantieri*, Wolters Kluwer Italia, 2015
- Guarini G., *Architettura civile, del padre d. Guarino Guarini cherico regolare opera postuma*, 1737
- Harmathy T. Z., *A treatise on theoretical fire endurance rating*, ASTM Special Technical Publication 301, 10-44, 1961
- Harmathy T. Z., *Ten rules of fire endurance rating*, Fire technology, 1, May, 93-112, 1965
- Harmathy T. Z., Bernd J. E., *Hydrated Portland cement and lightweight concrete at elevated temperatures*, ACI Journal, 1966
- Hatzigeorgiou, G.D., Beskos D.E., *Static analysis of 3D damaged solids and structures by BEM*, Engineering Analysis with Boundary Element 26, 521-526, 2002
- Hauser C., *A Guide to Our Notre-Dame Fire Coverage*, The New York Times, Aprile 2019
- Hendry A.W., *Statica delle strutture in muratura di mattoni*, Pàtron, 1986
- Heyman J., *Equilibrium of shell structures*. Oxford, UK: Clarendon Press, 1977
- Heyman J., *Masonry Construction: Structural Mechanics and Other Aspect*, (C.R. Calladine) 1992
- Heyman J., *On shell solutions of masonry domes*, International Journal of Solids and Structures 2, 227-240, 1967
- Heyman J., *The masonry arch.*, Chichester, UK: Ellis Horwood, 1982
- Heyman J., *The safety of masonry arches*, International Journal of Mechanical Sciences 11, 363-385, 1969
- Heyman J., *The stone skeleton*, International Journal of Solids and Structures 2, 249-279, 1966
- Heyman J., *The Stone Skeleton. Structural Engineering of Masonry Architecture*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

- Huerta S., *Mechanics of masonry vaults: The equilibrium approach*, Historical constructions (P. B. Lourenco and P. Roca), 2001.
- Huerta S., *Oval Domes: History, Geometry and Mechanics*, Nexus Network Journal, 9 (2), 211-248, 2007
- Ingberg S. H., *Tests on the severity of building fires*, NFPA Quarterly, 22, 1, 43-61, 1928
- ISO, *Fire resistance test – Elements of building construction*, International Standard 834, 1975-11-01
- Kooharian, A., *Limit Analysis of Voussoir (Segmental) and Concrete Arches*. ACI Journal, Proc. V 49, 317, 1952
- Kurrer, K.E., *The History of the theory of Structures*. Ernst & Sohn, Verlag, Berlin, 2008
- Lau, W.W., *Equilibrium analysis of masonry domes*, MSc Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 2006
- Lofti H.R., Shing P.B., *Interface model applied to fracture of masonry structures*, J. Struct. Engrg. ASCE 120, 63-80, 1994
- Lourenço, P.B., *Computational strategies for masonry structures*. PhD Thesis, TU Delft, Delft University Press, The Netherlands, 1996
- Lourenço P. B., *Experimental and numerical issues in the modeling of the mechanical behaviour of masonry*, P. Roca et al. (eds.) Structural Analysis of Historical Constructions, 57-91, Barcelona: CIMNE, 1998
- Lourenço P. B., *Computations on historical masonry structures*, Progress in Structural Engineering Materials, 4, 301-319, 2002
- Lourenço P. B., *Current experimental and numerical issues in masonry research*, Proceedings of 6th National Congress of Seismology and Earthquake Engineering and International Workshop “Masonry Walls and Earthquakes”, (SIMSICA 2004), 119-136, 2004.
- Lourenço P. B., De Borst R., Rots J. G., *A plane stress softening plasticity model for orthotropic materials*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 40, 4033-4057, 1997
- Lourenço P. B., Rots J. G., *Multisurface interface model for analysis of masonry structures*, Journal of Engineering Mechanics, 123, 7, 660-668, 1997
- Lourenço, P.B., Milani G., Tralli A., Zucchini A., *Analysis of masonry structures: review of and recent trends in homogenization techniques*, Can. J. Civ. Eng. 34, 1443-1457, 2007
- Luciano R., Sacco E., *A damage model for masonry structures*, European Journal of Mechanics /solids, 17, 2, 285-303, 1998
- Mainstone R.J., *Brunelleschi's dome on S.Maria del Fiore and some related structures*, Transactions of the Newcomen Society, 1970
- Mainstone R.J., *Le origini della concezione strutturale della Cupola di Santa Maria del Fiore*, in Atti del Convegno Brunelleschiano- 1977, p. 884, Centro Di, Firenze 1977
- Mainstone, R., *Saving the dome of St Peter's*. Construction History 19, 2003
- Mangosio M., Vittone B.A., *Tecniche costruttive e magisteri edilizi nell'opera letteraria ed architettonica di Vittone*, Firenze 2009
- Marcolongo, R., *Studi vinciani*, Naples, vol. 7, 1937
- Meek H.A., *Guarino Guarini and His Architecture*, Yale University Press 1988

- Mery, E.H.F. *Sur l'équilibre des voûtes en berceau*, Annales des ponts et chaussées, 50-70, 1840
- Ministero delle infrastrutture e dei trasporti. *Istruzioni per l'applicazione dell' Aggiornamento delle "Norme Tecniche per le Costruzioni"* di cui al D.M. 17-01-2018." Gazzetta Ufficiale , 2019
- Nassi L., Marsella S., *Sicurezza antincendio per i beni culturali*, UTET – Scienze tecniche, 2008
- Navier, C., *Résumé des leçons données a l'École des Ponts et Chaussées sur l'application de la mécanique a l'établissement des constructions et des machines*, Paris 1826
- Nguyen Th. -D., Meftah F., Chammas R., Mebarki A., *The behaviour of masonry walls subjected to fire: modelling and parametric studies in the case of hollow burnt-clay bricks*, Fire Safety Journal, 44, 629-641, 2009
- Novello Massai G., Piumatti P., *La Geometria come filo di Arianna: note di approfondimento sul rapporto ideazione-costruzione della più grande cupola di forma ovata del mondo*, 2012
- Olivero E., *Le opere di Bernardo Antonio Vittone: Architetto Piemontese del Secolo XVIII*, Torino 1920
- Page, A.W., *A Model for the In-Plane Deformation and Failure of Brickwork*. Engineering bulletin (University of Newcastle (N.S.W.). Dept. of Civil Engineering) ; CE8, 1978
- Page, A.W., *Finite element model for masonry*, J. Struct. Div. ASCE 104, 1267-1285, 1978
- Page, A.W., Samarasinghe W., Hendry A.W., *On the Failure of Masonry Shear Walls*, Int. J. Masonry Constr. 1,1980
- Pagnoni, T., *Seismic analysis of masonry and block structures with the discrete element method*, Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering. Rotterdam: G. Duma, 1994. 1669-1674
- Pagnoni, T., Vanzi I., *Experimental and numerical study of the seismic response of block structures*, Computer Methods in Structural Masonry (3, eds. J. Middleton and G. N. Pande, Swansea: Books & Journal International), 213-222, 1995
- Panzeca, T., F. Cucco, and M. Salerno. "Impiego dei sottodomini via SBEM nell'analisi delle murature." *XVII Convegno Italiano di Meccanica Computazionale*. Alghero (Italy), 2008.
- Papa E., *A unilateral damage model for masonry based on homogenization procedure*, Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, 1, 349-366, 1996
- Papia, M., *Analysis of infilled frames using a coupled finite element and boundary element solution scheme*, Int. J. Numerical Meth. in Engrg. 26, 731-772, 1988
- Passanti M., *Nel mondo magico di Guarino Guarini*, 1963
- Pegon, P., Anthoine A., *Numerical strategies for solving continuum damage problems with softening: application to the homogenization of masonry*. Vol. 64, in Computer and Structures, 623-642. 1997
- Pelà L., *Continuum Damage Model for Nonlinear Analysis of Masonry Structures*, Ph. D. Thesis, Barcelona, Spain, 2009
- Pistone G., Roccati R., *Testing of Large Undisturbed Sample of Old Masonry*, Proceedings of the eighth International Brick/Block Masonry Conference, 1988
- Poleni G., *Memorie storiche della gran cupola del tempio vaticano e de' danni di essa, e de' ristoramenti loro.*, Padua, Italy: Stamperia del Seminario, 1748
- Pommer R., *Architettura del Settecento in Piemonte: le strutture aperte di Juvarra, Alfieri e Vittone*, 1967
- Ponticelli L., Caciolai M., De Angelis C., *Resistenza al fuoco delle costruzioni*, UTET, 2008

- Rashed, Y.F., Abdalla M.H., and Youssef. M.A.R., *Boundary element analysis of masonry structures*, Edited by Wesswx Institute of technology. Boundary Element XIX (Brescia, C.A.), 1997
- Romano G., Dardanello G., *Torino 1675 – 1699: strategie e conflitti del barocco*, Torino 1993
- Russo S., Boscato G., Sciarretta F., *Behaviour of a historical masonry structure subjected to fire*, Masonry International, 21, 1, 1-14, 2008
- Samarasinghe, W. *In Plane Strength of Brickwork*, Ph.D. Thesis, University of Edinburgh, 1980
- Sassu M., *Recenti sviluppi normativi per le costruzioni in ambito europeo*, 10° anniversario CLC, 29 maggio, Livorno, Cooperativa Lavoratori delle Costruzioni, 5-14, 2007
- Sciarretta F., Russo S., *Analisi teorico-sperimentale del comportamento meccanico di muratura malta-mattoni soggetta ad alte temperature*. Università degli studi di Trento - Dottorato di ricerca in Ingegneria delle Strutture – Modellazione, Conservazione e Controllo dei Materiali e delle Strutture
- Scotti A., *Ascanio Vitozzi ingegnere ducale a Torino. Firenze: La Nuova Italia*, 1969
- Setti P., *La definizione della azioni sulle costruzioni in caso di incendio*, Convegno Gli Eurocodici per la progettazione strutturale antincendio, Istituto Superiore Antincendi, Roma, 2008
- Tamburini L., *Le chiese di Torino: dal Rinascimento al Barocco*, 2002
- Telluccini A., Juvarrà F., *L'arte dell'architetto Filippo Juvarra in Piemonte*, Torino 1989
- Timoshenko, S.P., *History of Strength of Materials*, Mc Graw-Hill Book Comp., Inc., New York, 1953
- Tolazzi, M.A., *L'Arte Svelata, Volume Terzo*. Robertson, Tarcento (UD), 2015
- Winkler, E., *Formänderung und Festigkeit gekrümmter Körper*, insbesondere der Ringe. Civilingieur 4, 1858
- UNI, (1991), UNI 9724 parte 8: *Determinazione del modulo elastico semplice (monoassiale)*
- UNI, (1999), UNI EN 1363-2 – *Fire resistance tests - Part 2: Alternative and additional procedures*
- UNI, (2001a) UNI EN 1052-1 – *Metodi di prova per muratura. Determinazione della resistenza a compressione*
- UNI, (2001b), UNI EN 1015-11 – *Metodi di prova per malte per opere murarie. Determinazione della resistenza a flessione e a compressione della malta indurita*
- UNI, (2002), UNI EN 772-1 – *Metodi di prova per elementi di muratura. Determinazione della resistenza a compressione, Ente Nazionale Italiano di Unificazione*
- Vigliano Davico M., *Ascanio Vitozzi: ingegnere militare, urbanista, architetto (1539-1615)*, Ponte San Giovanni: Quattroemme, 2003
- Villa W.S., *Autodesk AutoCad 2019. Guida completa per architettura, meccanica e design*, Tecniche Nuove, 2018
- Vittone B. A., *Istruzioni elementari per indirizzo de' giovani allo studio dell'architettura civile*, Lugano 1760
- Zucchini A., Lourenço P.B., *A micro-mechanical model for the homogenization of masonry*, International Journal of Solids and Structures 39, 3233-3255, 2002