

POLITECNICO DI TORINO

*‘MODELLIZZAZIONE DEL CONTATTO TRA SUPERFICI DI STRUTTURE
VIBRANTI MEDIANTE IL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI’*



Relatore: Ing. Christian Maria Firrone

Tesi di Laurea di:

Arturo Bozzella

Matricola: 227329

LUGLIO 2019

Sommario

All'interno di questo lavoro di tesi ci si propone di effettuare l'analisi dinamica di un sistema caratterizzato da due componenti posti a contatto mediante una superficie estesa. Il collegamento tra i due componenti è garantito mediante un contatto per attrito. L'argomento trattato ha riscontri notevoli in ambito ingegneristico in quanto, dove si ha un sistema meccanico, si presuppone la presenza di più elementi di collegamento. Dove ci sono elementi di collegamento, si ha contatto fra superfici generalmente estese rispetto alle dimensioni dei componenti stessi. Tali superfici, durante il funzionamento del sistema meccanico, saranno sottoposte a sollecitazioni esterne che provocano vibrazioni sul sistema meccanico.

La presenza degli elementi di collegamento deve pertanto essere considerata in fase di progettazione per la loro natura incerta in quanto il vincolo che generano è lontano dall'essere un incastro ideale. A causa della loro natura incerta essi possono indurre all'interno del sistema un contributo di smorzamento che si aggiunge a quello intrinseco del materiale, e favorire quindi un prolungamento della vita a fatica dei componenti che di esso fanno parte.

Dopo aver approfondito le criticità e la diversità degli approcci risolutivi, relativi al problema in esame, è stato realizzato un modello agli elementi finiti che simula il collegamento nel modo più semplice possibile e che può essere realizzato semplicemente in laboratorio per eseguire dei test sperimentali. All'interno di questo modello si tiene in conto degli elementi di contatto. Il modello permette di studiare il comportamento dinamico non lineare del sistema eliminando altre possibili fonti di aleatorietà e incertezza causate da un progetto inutilmente più complicato.

I risultati ottenuti dalla simulazione agli elementi finiti tramite l'approccio numerico sono poi confrontati con i dati sperimentali per verificarne la legittimità e valenza.

Indice:

<i>Sommario</i>	3
<i>1.INTRODUZIONE</i>	9
<i>2.STATO DELL'ARTE</i>	16
<i>2.1 L'ENERGIA DI DISSIPAZIONE NEI GIUNTI FLANGIATI</i>	18
<i>2.1.1 REGIME DI STRISCIAMENTO</i>	18
<i>2.1.2 MODELLI DI CONTATTO</i>	20
<i>2.1.2.1 SPOSTAMENTI RELATIVI TANGENZIALI 1-D E CARICO NORMALE COSTANTE</i> ...	20
<i>2.1.2.2 SPOSTAMENTI RELATIVI TANGENZIALI 1-D E CARICO NORMALE VARIABILE</i>	23
<i>2.1.2.3 SPOSTAMENTI RELATIVI TANGENZIALI 2-D E CARICO NORMALE COSTANTE</i>	26
<i>2.1.2.4 SPOSTAMENTI RELATIVI TANGENZIALI 2-D E CARICO NORMALE VARIABILE</i> ...	29
<i>2.1.3 MODELLI DI ATTRITO</i>	31
<i>2.1.3.1 MODELLI DI ATTRITO</i>	32
<i>2.1.3.1.B MODELLI DI ATTRITO DINAMICO</i>	36
<i>2.1.3.2 DESCRIZIONE COSTITUTIVA</i>	39
<i>2.1.3.3 FATTORI DI CONTROLLO</i>	40
<i>2.2 FATTORI DI INCERTEZZE E RILASSAMENTO NEL GIUNTO</i>	42
<i>2.2.2 INCERTEZZA RELATIVA ALLE CONDIZIONI A CONTORNO</i>	47
<i>2.2.3 MECCANISMO DI RILASSAMENTO E ALLENAMENTO NEI GIUNTI</i>	50
<i>2.3 VALUTAZIONE DELLE PROPRIETA' DEI GIUNTI</i>	51
<i>2.3.1 IDENTIFICAZIONE DEI GIUNTI LINEARI</i>	52
<i>2.3.2 IDENTIFICAZIONE DEI GIUNTI NON LINEARI</i>	56
<i>2.3.2.1 FORCE-STATE MAPPING TECHNIQUE</i>	59
<i>2.4 ALCUNE CONSIDERAZIONI SULLA PROGETTAZIONE DEI GIUNTI</i>	63

2.4.1 ANALISI DI SENSITIVITY DEI PARAMETRI DI UN GIUNTO.....	64
2.5 FENOMENI DI FATICA E CEDIMENTO NEI GIUNTI.....	65
3. APPROCCIO SPERIMENTALE AL PROBLEMA	67
3.1 LA STRUMENTAZIONE.....	67
3.2 DESCRIZIONE DEL SISTEMA DINAMICO.....	68
3.3 IL SISTEMA DI ECCITAZIONE.....	70
3.4 I TRASDUTTORI.....	71
3.5 SIGNALCALCMOBILYZERII	72
3.6 ESECUZIONE DEI TEST	72
4. APPROCCIO NUMERICO AL PROBLEMA.....	55
4.1 AMBIENTE DI CALCOLO ANSYS.....	55
4.2 COSTRUZIONE DEL MODELLO DELLA TRAVE SINGOLA	56
4.3 COSTRUZIONE DEL MODELLO CON TRAVI ACCOPPIATE.....	64
4.3.1 ANALISI MODALE FREE-FREE (MODEL UPDATE).....	70
4.3.1.1 ANALISI MODALE FREE-FREE PER I MODELLI DELLA TRAVE SINGOLA.....	71
4.3.1.2 ANALISI MODALE FREE-FREE PER I MODELLI DELLE TRAVI ACCOPPIATE	72
4.4 ELEMENTI DI CONTATTO.....	74
4.7 ANALISI MODALE.....	79
4.8 ANALISI STATICA.....	85
4.9 ANALISI TRANSIENT.....	90
4.9.1 ANALISI TRANSITORIA CON FORZANTE IMPOSTA	90
4.9.2 FORZANTE ARMONICA CON AMPIEZZA 0.2 N.....	96
4.10 FUNZIONE DI RISPOSTA IN FREQUENZA-FRF	98
4.10.1 FRF CON FORZANTE PARI A 0.2 N.....	98

4.10.2 FRF CON FORZANTE PARI A 2 N.....	99
4.10.2.1 CONFRONTO DELLA FRF AL VARIARE DELLA FORZANTE	100
4.10.3 ANALISI DI SENSITIVITY PER FKN E FKT.....	101
5. CONFRONTO NUMERICO SPERIMENTALE	102
5.2 CONFRONTO TRA LE FRF	102
6. CONCLUSIONE.....	105
Bibliografia e Sitografia	108

1.INTRODUZIONE

In questo lavoro di tesi è stato perseguito lo studio e l'analisi del comportamento dinamico di superfici di collegamento estese rispetto alle dimensioni dei componenti collegati mediante un contatto per attrito, chiamato anche più genericamente giunto, con il supporto di strumenti di calcolo agli elementi finiti impiegati ai fini di un'analisi numerica non lineare.

L'argomento suscita, in ambito ingegneristico, notevole interesse e spunti di ricerca. Infatti i sistemi meccanici, da quelli più semplici fino ai più complessi, richiedono sempre l'uso di elementi di collegamento reversibili (si pensi ad esempio ai collegamenti bullonati) e nonostante i notevoli progressi derivanti dalla ricerca uno degli obiettivi principali oggi è ridurre al minimo il numero, per facilitare e rendere meno complesse le strutture; ad indicare quanto numeroso sia l'impiego di giunti di contatto basta pensare che per la costruzione di un aeromobile Boeing 747 sono necessari circa 2.5 milioni di organi di collegamento [1]. Tuttavia, in ogni assieme meccanico, resta sempre la necessità di mantenere un determinato numero di tali elementi di collegamento, in quanto agevolano lo smontaggio e la manutenzione dei vari organi.

I giunti sono dunque dei dispositivi meccanici che permettono il collegamento solidale tra due parti adiacenti del sistema e tra essi esistono numerose soluzioni tecniche che possono essere sinteticamente riassunte in:

- Giunti smontabili;
- Giunti fissi o permanenti;
- Accoppiamenti;

- Organi di trasmissione.

I giunti smontabili vengono utilizzati quando è previsto il montaggio e lo smontaggio delle parti in maniera non distruttiva, come nel caso dei collegamenti bullonati o elastici (anelli, spine, linguette, ecc.), mentre questo invece non avviene con i collegamenti fissi o permanenti (chiodatura, rivettatura, saldatura o incollaggio). Gli accoppiamenti prevedono l'unione di due parti senza l'interposizione di terzi elementi (come nel caso dell'accoppiamento albero-mozzo), mentre gli organi di trasmissione sono utilizzati per la trasmissione del moto attraverso una catena cinematica.

In ambito aeronautico, i giunti permanenti e smontabili sono i più utilizzati.

La bullonatura (Fig. 1a) permette un collegamento affidabile robusto e smontabile, ed è usata per il collegamento delle parti principali, più spesse e maggiormente sollecitate. Per l'unione di lamiera o profilati poco spessi, in ambito aeronautico, si ricorre alla rivettatura o chiodatura (Fig. 1b). Questo è dovuto all'impiego delle leghe leggere in Alluminio che risulta difficile unire tramite la saldatura (Fig. 1c). L'incollaggio, a singola o doppia sovrapposizione illustrato (Fig. 1d), è utilizzato in applicazioni non di primaria importanza, garantendo risparmi in termini di peso e economici.

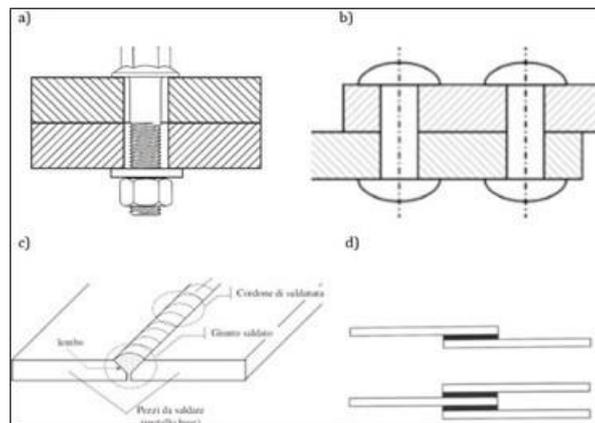


Fig. 1 varie tecniche di giunzione a) bullonatura b) rivettatura c) saldatura d) incollaggio

Il giunto bullonato (Fig. 1a) è quindi un collegamento usato per unire in configurazione smontabile due parti grazie a dei bulloni, ovvero tramite una serie di viti passanti e dadi. Per ottenere un collegamento efficiente è fondamentale che le superfici d'appoggio della testa e del dado siano perpendicolari all'asse e che l'asse del foro e del bullone coincidano. È necessario, inoltre, che il foro

passante sia di un diametro leggermente superiore al diametro del gambo della vite [2]. Il collegamento delle parti avviene tramite una coppia di serraggio applicata tramite delle apposite chiavi alla testa della vite passante e al dado, così che le parti collegate siano sottoposte ad una forza di compressione che le tiene unite mentre la vite è sottoposta ad un carico di trazione. Il carico di serraggio può discostarsi dal valore teorico per le incertezze dovute alla variabilità delle proprietà del materiale, per le incertezze legate alle tolleranze usate in fase di progettazione e di produzione delle varie parti e di conseguenza anche per l'incertezza relativa al momento applicato. Inoltre, la forza di serraggio può diminuire nel tempo come diretta conseguenza dell'allentamento del collegamento dovuto alle vibrazioni a cui è sottoposto il giunto in fase operativa.

I giunti di contatto risultano essere dunque causa di non linearità nel sistema. Rigidezza, smorzamento e la presenza di non linearità sono influenzate a seconda della tipologia dell'elemento di collegamento [3]. Il giunto inoltre, è sollecitato con carichi normali o tangenziali a seconda delle forze cui è sottoposto il sistema. Lo smorzamento del sistema è governato da deformazioni locali, a livello microscopico, di tipo elasto-plastiche e da micro-slittamenti, delle asperità superficiali nelle zone di contatto. Micro o macro slittamenti, a seconda delle superfici considerate, sono indotti nel giunto quando esso è sottoposto a carichi di tipo tangenziale. In ogni caso si considera un problema non lineare, che impedisce di applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, seppur si osservi che nel caso in cui l'ampiezza di eccitazione fosse piccola e non si verificassero dei fenomeni di slittamento diffuso, il fenomeno si discosta poco dalla linearità.

Per comprendere la fisica del problema si fa riferimento all'attrito. Il fenomeno dell'attrito (dal latino *attritus*, sfregare contro) è stato studiato per la prima volta da Leonardo da Vinci, seguito poi da Amontons e Coulomb [3]. Questi studi portano a studiare l'attrito con dei modelli classici o modelli quasi-statici, in quanto l'attrito è considerato solo in funzione della velocità relativa delle superfici di contatto. Altri approcci, invece, studiano l'attrito con modelli dinamici, dove l'attrito non è solo dipendente dalla velocità relativa della superficie di contatto ma dipende anche dal comportamento dinamico della struttura. Infine, con i modelli di attrito isteretici si studia il fenomeno dell'attrito considerando la teoria dell'elasticità che descrive l'energia dissipata e la deformazione nei giunti.

Le sollecitazioni esercitate sulle strutture meccaniche causano delle vibrazioni, ovvero oscillazioni meccaniche attorno ad un punto di equilibrio originate dalle condizioni operative o da disturbi esterni indesiderati e che si riducono nel tempo a causa dello smorzamento intrinseco dei corpi. Esistono oscillazioni periodiche o casuali nel tempo che provocano delle sollecitazioni negli organi meccanici coinvolti che generano delle deformazioni. Nelle oscillazioni periodiche, la frequenza, misurata in Hertz, indica il numero di volte, in un secondo, in cui si ripresenta la stessa configurazione. Al variare della frequenza di oscillazione varia l'ampiezza della deformazione che assume il suo picco massimo alla frequenza di risonanza. La risonanza è una condizione che si verifica quando la sollecitazione ha una frequenza pari alla frequenza propria del sistema. La condizione di risonanza induce deformazioni potenzialmente distruttive e riduce la vita a fatica degli organi meccanici anche in maniera sensibile. Nella Fig. 2 viene mostrato come varia l'ampiezza di oscillazione adimensionalizzata rispetto al rapporto tra la frequenza di eccitazione e la frequenza naturale del sistema. Nella condizione di risonanza, $r = f = 1$, l'ampiezza raggiunge il suo massimo ed il suo valore dipende dallo smorzamento del sistema. Affinché il sistema non subisca eccessive deformazioni è necessario conoscere il range di frequenze critiche cercando di evitare di sottoporre gli organi meccanici a condizioni operative in questo campo di frequenze, o quantomeno di limitarne l'utilizzo a dei ridotti transitori.

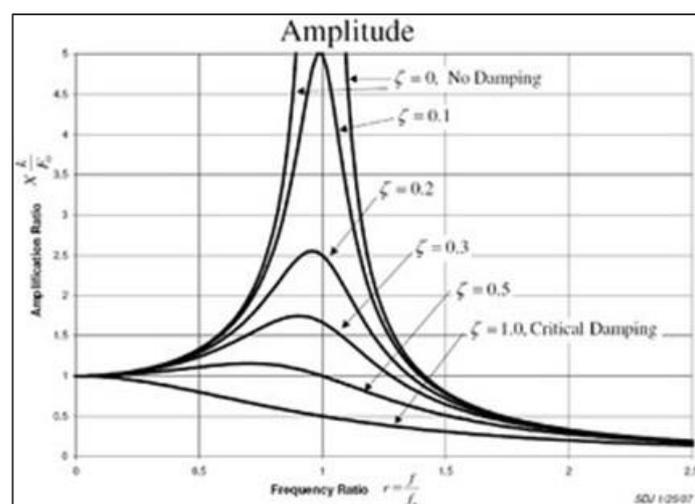


Fig. 2: grafico ampiezza di oscillazione-frequenza al variare dello smorzamento

E'importante quindi valutare la labilità degli elementi di collegamento che deve essere quindi considerata in fase progettuale. La presenza di fenomeni di micro-slittamento all'interfaccia delle superfici di contatto infatti porta ad avere uno smorzamento aggiuntivo nel sistema garantendo una dissipazione di una parte dell'energia. Avendo un sistema maggiormente smorzato di conseguenza si veda aumentare la vita a fatica degli organi meccanici coinvolti.

La dinamica strutturale si occupa di studiare sistemi sottoposti ad oscillazioni periodiche nel tempo. Un sistema a n gradi di libertà viene visto come la combinazione lineare di n sistemi indipendenti a singolo grado di libertà (SDOF).

Il sistema SDOF è composto da tre elementi [4]:

- L'elemento massa è l'unico elemento dotato di massa, m , e rappresenta le proprietà inerziali del sistema ed è infinitamente rigido;
- L'elemento molla è privo di massa, è incapace di dissipare energia e produce una forza di richiamo elastico proporzionale, tramite la rigidità k , allo spostamento rispetto al punto di equilibrio;
- L'elemento smorzamento viscoso rappresenta, invece, le proprietà dissipative del sistema con una forza risultante proporzionale, tramite lo smorzamento c , alla velocità relativa dei suoi estremi.

Il sistema complesso viene trattato in maniera del tutto analoga adottando la notazione matriciale. Attraverso l'analisi modale, il sistema privo delle forzanti esterne, e dello smorzamento, è analizzato per cercare la soluzione sincrona, dove tutte le masse degli n sistemi sdof si muovono con un'unica funzione del tempo. Il sistema è rappresentato da un polinomio caratteristico e a meno della soluzione banale si trovano gli zeri del polinomio, o autovalori. Le n radici prendono il nome di pulsazione proprie o naturali del sistema. Sostituendo gli autovalori trovati è possibile risalire agli autovettori o forme modali.

I modi propri di vibrare del sistema sono caratterizzati completamente dalla matrice diagonale degli autovalori e dalla matrice modale ottenuta ordinando in colonna li autovettori, i quali dipendono dalla

geometria e dalle condizioni al contorno. La matrice modale permette il disaccoppiamento delle equazioni del moto ed in questo modo è possibile calcolare le ampiezze e gli spostamenti dei gradi di libertà del sistema, visualizzando graficamente il campo degli spostamenti (o deformate modali).

L'analisi della risposta in frequenza descrive il comportamento del sistema dinamico nel dominio della frequenza, sottoposto ad una sollecitazione esterna di tipo armonico, tramite una grandezza adimensionale generata dalla forzante in input (funzione del tempo). Viene così valutata l'ampiezza della risposta del sistema in funzione della frequenza di eccitazione, in modo che la condizione di risonanza può essere evitata.

2.STATO DELL'ARTE

Progettare sistemi meccanici rende necessario lo studio di ogni componente, in quanto spesso i sistemi meccanici prevedono la presenza di elementi di collegamento connessi attraverso svariate tecniche di giunzione. Il lavoro di R.A. Ibrahim e C.L. Pettit [5], con oltre cinquecento riferimenti bibliografici, è stata un'importante fonte di approfondimento nello studio del problema in esame.

All'interno di questo studio sono considerati principalmente giunti meccanici e giunti adesivi: i giunti meccanici (o mechanically fastened joints in inglese) comprendono bulloni, rivetti e pin, mentre la forma e le dimensioni dei giunti adesivi (o adhesive bonded joints) dipendono dalla struttura delle parti da collegare e dalla superficie minima richiesta per sopportare i carichi di progetto. L'utilizzo dei giunti adesivi è però relegato a strutture secondarie e si cerca di non impiegarli nei casi in cui è richiesta maggiore affidabilità e resistenza. Un ulteriore svantaggio è la possibilità di interazioni chimiche con i materiali in contatto.

Risulta chiaro che i giunti hanno un ruolo di notevole influenza sul comportamento dinamico complessivo dei sistemi meccanici, influenzando principalmente i modi naturali di vibrare quindi la risposta alle eccitazioni. Questo accade poiché la rigidità della struttura e lo smorzamento del sistema non prescindono dalla tipologia e dalla posizione dei giunti impiegati. Essendo gli elementi di collegamento una discontinuità del sistema possono essere la sede di innesco di fenomeni di fatica. L'incertezza che si ha nello studio di un sistema che presenta giunti di collegamento e nel determinare i parametri che li caratterizzano, rende necessario un approccio stocastico al problema, in quanto la stima della risposta del sistema per un singolo punto può risultare eccessivamente conservativa.

L'approccio probabilistico del metodo agli elementi finiti (FEM) è considerato uno strumento molto importante per le analisi di sistemi meccanici, a cui si è affiancato di recente l'implementazione di codici agli elementi finiti combinati alla teoria fuzzy set (o teoria dell'insieme sfocato) per la valutazione dei parametri incerti. Alcuni sistemi non lineari, invece, sono molto sensibili a piccole variazioni dei parametri e si usa un metodo noto come metodo di biforcazione.

In questo capitolo viene messo in evidenza il ruolo delle incertezze e del rilassamento relative al giunto e il conseguente comportamento dinamico dell'intero sistema. È stata approfondita l'influenza

dell'energia di dissipazione in un giunto sottoposto ad una forzante esterna, mentre l'incertezza nel giunto può essere affrontata con la teoria fuzzy. Infine, viene affrontata la trattazione del giunto in maniera lineare e non lineare.

2.1 L'ENERGIA DI DISSIPAZIONE NEI GIUNTI FLANGIATI

All'interno dei giunti flangiati e bullonati, oltre alla modellazione dell'attrito, studiando l'energia di deformazione, si risale alle cause e meccanismi che provocano il regime di slip (condizione di strisciamento). In letteratura sono presenti numerosi studi in cui sono presentati differenti modelli costitutivi e fenomenologici del problema in esame.

2.1.1 REGIME DI STRISCIAMENTO

Il moto relativo tra le superfici di contatto porta ad una intensa dissipazione di energia, mentre la forza di attrito dipende dalle sollecitazioni torsionali e a taglio a cui è sottoposto il sistema oltre che dalla forza di serraggio e dal coefficiente di attrito. Gli studi di Ungar [6] sull'influenza che la geometria, il numero e la spaziatura dei bulloni nel giunto hanno sull'energia di dissipazione, evidenziano una dipendenza non lineare tra l'energia di dissipazione e l'ampiezza della forza applicata.

Nella valutazione del coefficiente di attrito va tenuta in conto la pressione di chiusura del giunto in quanto genera delle variazioni nella valutazione del coefficiente di attrito. Infatti essa va monitorata poiché tende a diminuire nel tempo con conseguente variazione dello stato di slip. Alcune applicazioni, come turbine a gas, strutture aerospaziali, è vantaggioso aumentare lo smorzamento creato dalla presenza del giunto.

Beards [7] ha studiato l'energia di dissipazione dovuta al regime di slip mostrando, che il movimento relativo tra le superfici a contatto può ridurre la rigidità complessiva del sistema e creare dei fenomeni corrosivi all'interfaccia tra le superfici del giunto.

L'adozione di un modello semplice da parte di Lee [8] prevede dei giunti rappresentati da una connessione flessibile con una rigidità e smorzamento lineare, che porta ad ottenere un sistema lineare con smorzamento non proporzionale.

Bowden [9], su una trave a tre giunti invece, ha effettuato delle analisi lineari e non lineari per esaminarne il comportamento dinamico in assenza di gravità. L'aumento dello smorzamento del

giunto nell'analisi lineare comporta un aumento della frequenza di risonanza e dello smorzamento modale. Questo risultato di Bowden non coincide con il caso in cui il giunto è modellato con smorzamento proporzionale. E' stata calcolata inoltre la risposta forzata del modello precedente con l'aggiunta di non linearità localizzate nei giunti, e questo ha mostrato come la non linearità coinvolga tutti i gradi di libertà del sistema.

All'aumentare della distanza dalla zona di serraggio lo strisciamento è più ampio. Ovviamente tutto dipende dalla forza tangenziale, ma se essa è contenuta tanto da non provocare strisciamento in prossimità dei punti di serraggio, ci sarà comunque strisciamento in alcune zone delle superfici di contatto.

Nel momento in cui il carico tangenziale aumenta la regione di strisciamento cresce la fino ad ottenere un completo strisciamento [10].

Il giunto può dunque trovarsi in diverse configurazioni:

- Micro-slip: quando l'area di contatto sottoposta a slip è molto minore dell'area di contatto totale: $0 < A_s \ll A_c$.
- Partial slip: quando l'area di contatto sottoposta a slip è minore dell'area di contatto totale: $0 < A_s < A_c$.
- Macro-slip: quando si verifica una forza tangenziale tale che l'intera area di contatto è in condizioni di slip.

L'accuratezza della discretizzazione sarà dunque tanto più elevata quanto più i fenomeni di strisciamento sono localizzati [11]. Il giunto può entrare in una configurazione di strisciamento e dissipare energia se è sottoposto a dei carichi dinamici. Groper [12] ha sviluppato un modello che tiene conto della forza d'attrito e dello strisciamento in condizioni di carico che comportavano sia una situazione di partial slip sia full slip. Dallo studio si è notato che se il giunto è nella condizione slip, intermedia tra la condizione partial e full slip, il giunto può dissipare una rilevante quantità di energia vibrazionale.

2.1.2 MODELLI DI CONTATTO

Diversi autori hanno affrontato il problema della modellazione delle forze di contatto periodiche nei solutori numerici, ai fini del calcolo della risposta forzata.

Vengono presentati i 4 principali modelli di contatto per il calcolo della risposta forzata di un sistema meccanico in presenza di contatti striscianti:

- Spostamenti relativi tangenziali 1-D e carico normale costante;
- Spostamenti relativi tangenziali 1-D e carico normale variabile;
- Spostamenti relativi tangenziali 2-D e carico normale costante;
- Spostamenti relativi tangenziali 2-D e carico normale variabile.

In questo paragrafo vengono descritti i modelli di contatto e viene calcolata la risposta forzata di un sistema a un grado di libertà (SDOF) in modo tale da evidenziare il loro effetto sul sistema dinamico complessivo e compararne i risultati.

2.1.2.1 SPOSTAMENTI RELATIVI TANGENZIALI 1-D E CARICO NORMALE COSTANTE

Questo modello di contatto (Fig. 3a) è stato descritto per la prima volta da Griffin [13].

Il modello è un sistema sdof sottoposto ad un carico normale costante agente sull'elemento strisciante (chiamato anche grattatore) in cui è possibile lo spostamento relativo monodimensionale lungo la direzione tangenziale.

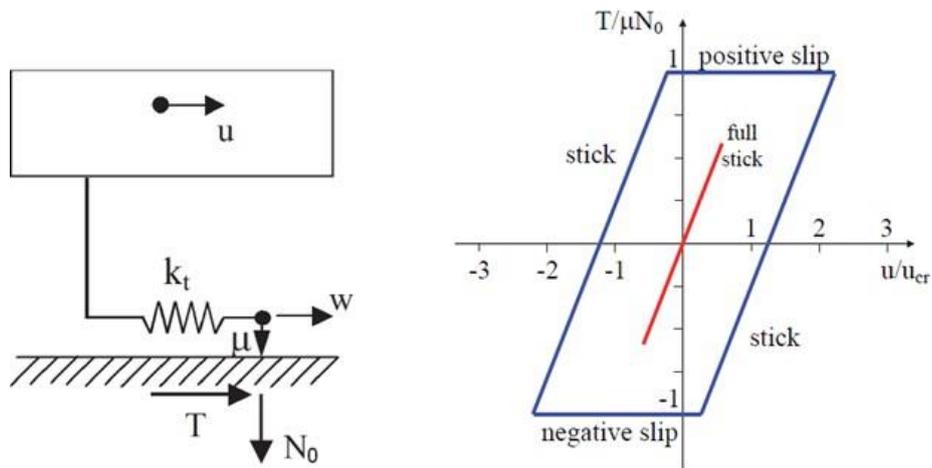


Figura 3: a) modello di contatto e b) ciclo di isteresi

Il sistema ha una massa m ed è connesso con l'elemento strisciante tramite una rigidità tangenziale, rappresentata da una molla di rigidità k_t , che permette alla massa, sottoposta ad una forza esterna periodica $u(t)$, di muoversi producendo una deformazione elastica all'interfaccia con l'elemento strisciante senza che vi sia strisciamento. L'elemento strisciante è dunque soggetto ad un pre-carico normale costante ed una forza tangenziale periodica $T(t)$ e presenta uno strisciamento tangenziale $w(t)$.

L'elemento strisciante si può quindi trovare in due stati:

- *Stick state* (adesione) se $w=0$;
- *Slip state* (strisciamento) se $w \neq 0$.

Quando vi è adesione (*stick state*) non vi è strisciamento e la forza tangenziale è pari a:

$$T = k_t(u - w) \quad \text{con } \dot{w} = 0.$$

Nel caso di strisciamento (*slip state*) la forza tangenziale si oppone al moto e segue la legge di attrito Coulombiano. In questo caso la forza tangenziale sarà pari a:

$$T = \text{sgn}(\dot{w}) \mu N_0$$

dove:

- μ è il coefficiente di attrito ed è un parametro fisico che racchiude la fisica del contatto, tendendo in considerazione il materiale della superficie e del grattatore e dell'area di contatto;
- $sgn(\dot{w})$ è la funzione segno ed assume i valori:

$$sgn(\dot{w}) = \begin{cases} -1 & \text{se } \dot{w} < 0 \text{ (negative slip)} \\ 1 & \text{se } \dot{w} > 0 \text{ (positive slip)} \end{cases}$$

- μ è il coefficiente di attrito ed è un parametro fisico che racchiude la fisica del contatto, tendendo in considerazione il materiale della superficie e del grattatore e dell'area di contatto;
- $sgn(\dot{w})$ è la funzione segno ed assume i valori:

$$sgn(\dot{w}) = \begin{cases} -1 & \text{se } \dot{w} < 0 \text{ (negative slip)} \\ 1 & \text{se } \dot{w} > 0 \text{ (positive slip)} \end{cases}$$

Le condizioni di transizione tra lo stato di adesione e strisciamento in generale saranno:

Stato Iniziale	Stato Finale	Criterio di Transizione
Stick	Slip	$ T = \mu N_0$
Slip	Stick	$\dot{w} = 0$

Tabella 1: condizione di transizione

Se lo spostamento relativo tangenziale $u(t)$ risulta minore del valore limite $u_{lim} = \mu N_0 / t$, l'elemento strisciante si trova in una condizione di completa adesione (full stick state, linea rossa in Fig. 3b). In questo caso l'energia vibrazionale non è dissipata dall'attrito presente al contatto. Se lo spostamento $u(t)$ supera il valore limite u_{lim} , l'elemento strisciante presenterà un'alternanza di condizioni di adesione e strisciamento nel tempo (linea blu in Fig. 3b) e il ciclo di isteresi rappresenta l'energia dissipata per ogni ciclo dal sistema.

Nella Fig. 4 si mette in evidenza la variazione del ciclo di isteresi al variare del pre-carico normale a cui è sottoposto l'elemento strisciante.

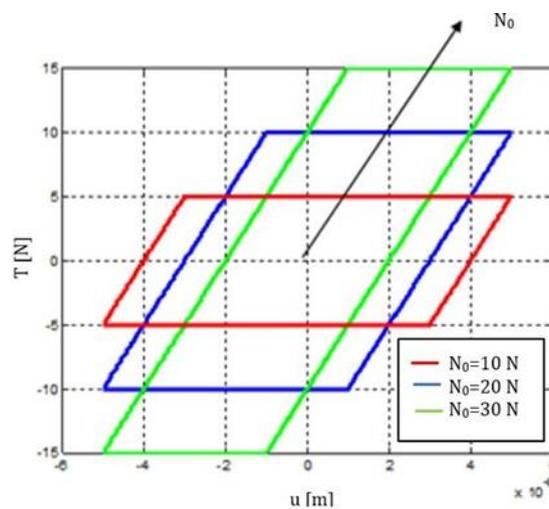


Figura 4: variazione del ciclo di isteresi al variare del pre-carico

2.1.2.2 SPOSTAMENTI RELATIVI TANGENZIALI 1-D E CARICO NORMALE VARIABILE

Il modello di contatto qui presentato è una generalizzazione del modello esposto nel paragrafo 2.1.2.1. Grazie a questo modello, presentato per la prima volta da Yang [13], si analizza l'effetto della variazione del carico normale sul ciclo di isteresi e quindi sull'energia dissipata per attrito. La variazione del carico normale è dovuta ad uno spostamento periodico relativo rispetto il punto di contatto in direzione normale.

Il modello, mostrato in Fig. 5, presenta due gradi di libertà (double degree of freedom, ddf).

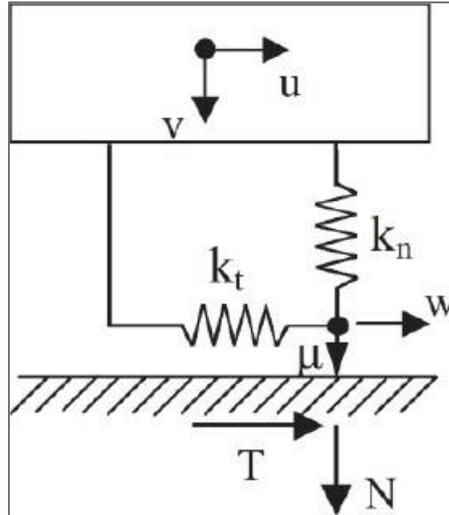


Figura 5 : modello di contatto con spostamenti relativi tangenziali 1-D e carico normale variabili

L'elemento di massa m può essere sottoposto a due spostamenti relativi periodici in direzione tangenziale e normale, rispettivamente $u(t)$ e $v(t)$, ed è connesso all'elemento strisciante tramite due rigidezze:

- k_t è la rigidezza tangenziale e permette la deformazione elastica tangenziale, avendo così l'assenza di fenomeni di slittamento, entro un determinato range di forza tangenziale;
- k_n è la rigidezza normale e permette la variazione del carico normale.

Le forze di contatto non lineari normali e tangenziali risultano quindi essere pari a:

$$N = \max(N_0 + k_n v, 0)$$

$$k_t (u - w) \text{ stick se } T < \mu N$$

$$T = \text{sgn}(w) \mu N \text{ slip se } T \geq \mu N \text{ 0 lift off}$$

Si noti che se N fosse positivo, i corpi sarebbero a contatto prima che la forzante esterna sollecciti periodicamente il sistema; mentre invece se N fosse negativo i corpi avrebbero un gap iniziale, per cui il contatto avverrebbe solo dopo un certo istante di tempo.

Il sistema si può quindi trovare in 3 diverse possibili configurazioni:

- contatto totale per tutto il periodo di oscillazione (full contact);
- parziale distacco (partial lift off);

- totale distacco (full lift off).

Il sistema, sottoposto alle forzanti esterne, può evolvere nel tempo secondo i criteri di transizione mostrati in tabella (Tab. 2):

Stato Iniziale	Stato Finale	Criterio di Transizione
Stick	Slip	$T = \mu N$
	Lift Off	$N = 0 \ \& \ N < 0$
Slip	Stick	$\dot{w} = 0$
	Lift Off	$N = 0 \ \& \ N < 0$
Lift Off	Stick	$N = 0 \ \& \ N > 0 \ \& \ T < \mu N$
	Slip	$N = 0 \ \& \ N > 0 \ \& \ T > \mu N$

Tabella 2: condizione di transizione

L'effetto della variazione del carico normale $N(t)$ incide sul valore assunto dalla forza tangenziale $T(t)$ e di conseguenza modifica l'area del ciclo di isteresi.

A titolo esemplificativo, viene mostrata in Fig. 6 la variazione del ciclo di isteresi al variare del carico normale, dove le sollecitazioni periodiche esterne $u(t)$ e $v(t)$ sono in fase tra loro.

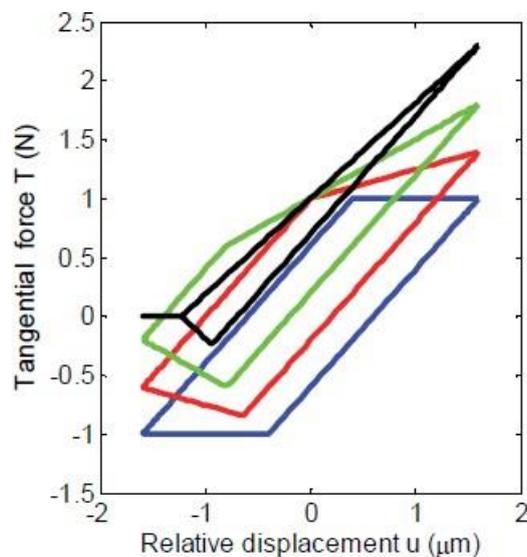


Figura 6: variazione di ciclo di isteresi al variare del carico normale

Se la sollecitazione in direzione normale, $v(t)$, fosse nulla si avrebbe un carico normale costante, si ritornerebbe così al modello presentato nel paragrafo precedente (linea blu). All'aumentare dell'ampiezza di sollecitazione $v(t)$, il ciclo di isteresi assume un'area e una forma diversa; nel caso full contact (linea blu, rossa e verde), il contatto è sempre garantito e vi è dunque solo l'alternanza tra stato di adesione e strisciamento, mentre invece se l'ampiezza di sollecitazione $v(t)$ supera il valore limite si verifica un parziale distacco (dove la forza tangenziale $T(t)$ è nulla) e il ciclo di isteresi (linea nera) presenterà un tratto orizzontale nel momento del distacco e una forma triangolare.

2.1.2.3 SPOSTAMENTI RELATIVI TANGENZIALI 2-D E CARICO NORMALE COSTANTE

Nei paragrafi precedenti sono stati presentati dei modelli di contatto dove lo spostamento relativo tangenziale era monodimensionale. Tuttavia, in alcuni casi, risulta necessario un modello di contatto in cui gli spostamenti tangenziali relativi siano bidimensionali.

Sono possibili due differenti approcci alla definizione del modello:

- utilizzare due elementi di contatto 1-D, precedentemente descritti nel paragrafo 2.1.2.1, posti ortogonalmente tra loro in modo da poter descrivere una traiettoria piana nel punto di contatto;
- utilizzare un elemento di contatto 2-D in cui vi è l'accoppiamento tra le due componenti ortogonali degli spostamenti relativi tangenziali.

Il modello di contatto, qui descritto, segue il secondo approccio [13] ed è caratterizzato da uno spostamento relativo tangenziale 2-D e un carico normale costante, come è mostrato in Fig. 7:

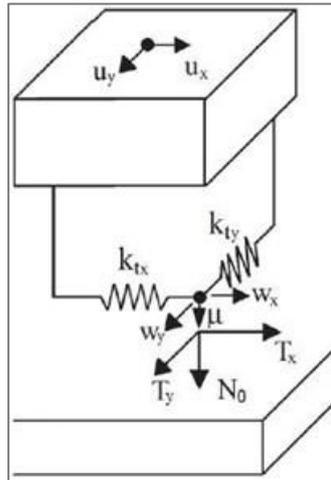


Figura 7: modello di contatto con spostamenti relativi tangenziali 2-D e carico normale costante

Il modello presenta un piano di contatto (X,Y), una rigidezza complessiva rappresentata da due molle di rigidezza k_{tx} e k_{ty} , poste ortogonalmente tra loro, un coefficiente di attrito μ ed un carico normale costante N_0 , che tiene i corpi sempre in contatto.

Imponendo una sollecitazione armonica $u(t)=\{u_x(t); u_y(t)\}$, troveremo una forza tangenziale periodica $T(t)=\{T_x(t); T_y(t)\}$ ed uno strisciamento tangenziale tra le superfici di contatto pari a $w(t)=\{w_x(t); w_y(t)\}$.

L'elemento strisciante, in questo modello, potrà trovarsi solo in due possibili configurazioni: adesione e strisciamento.

Quando si verifica lo stato di adesione, per esempio, non si verifica strisciamento tra le parti a contatto per cui la forza tangenziale sarà pari a:

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{tx} & 0 \\ 0 & k_{ty} \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} w_x \\ w_y \end{Bmatrix} \right) \quad \text{con} \quad \begin{Bmatrix} w_x \\ w_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Quando l'elemento strisciante si trova invece nella configurazione di strisciamento, implica che il modulo della forza tangenziale ha uguagliato il valore limite della forza di attrito Coulombiana:

$$\sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \mu N_0$$

L'equazione rappresenta una circonferenza di raggio μN_0 .

In Fig. 8 viene mostrato, a titolo esemplificativo, il modello di contatto con spostamenti relativi tangenziali 2-D sottoposto alle forzanti armoniche $u_x(t)$ e $u_y(t)$, sfasate di un angolo $\phi = \pi/2$ e con un rapporto tra le ampiezze pari a $u_{x0}/u_{y0}=2.5$.

Le linee rosse si riferiscono ad alcuni casi in cui si verifica uno stato di adesione durante tutto il periodo e quindi lo strisciamento è assente. Le linee blu, invece, prendono in esame dei casi in l'ampiezza delle sollecitazioni è tale da indurre dei fenomeni di alternanza tra lo stato di adesione e strisciamento.

Nel momento in cui, l'elemento strisciante inizia a strisciare la curva si sovrappone alla linea nera, che rappresenta il limite che può essere solo uguagliato dalla forza tangenziale. Se l'ampiezza di sollecitazione cresce ancora, l'elemento strisciante si trova in una condizione di full slip (rappresentata dalla linea nera), condizione che non può verificarsi nel caso di spostamenti relativi tangenziali monodimensionali.

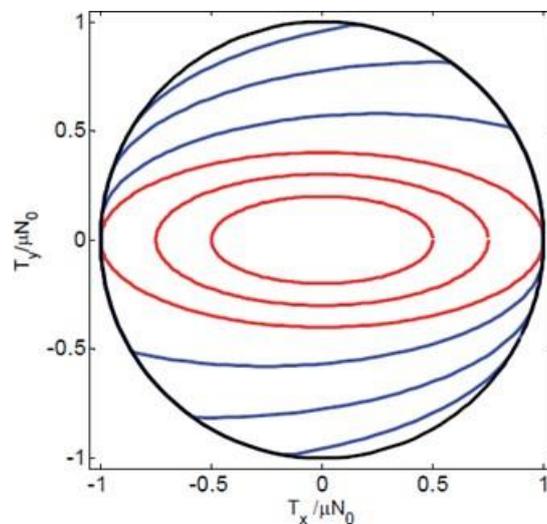


Figura 8: ciclo di isteresi al variare delle condizioni di contatto

2.1.2.4 SPOSTAMENTI RELATIVI TANGENZIALI 2-D E CARICO NORMALE VARIABILE

Il modello di contatto descritto in questo paragrafo presenta la possibilità di sottoporre l'elemento strisciante a degli spostamenti relativi tangenziali agenti sul piano di contatto (2-D). Inoltre, la variabilità del carico normale rende questo modello come il più avanzato presente nella letteratura tecnica [13].

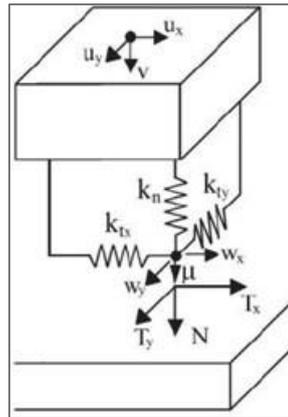


Figura 9: modello di contatto con spostamenti relativi tangenziali 2-D e carico normale variabile

Il modello è analogo a quello precedentemente descritto nel paragrafo 2.1.2.3, ma presenta un carico normale variabile, definito come:

$$N = \max(N_0 + k_n v , 0)$$

Data la variabilità del carico normale, il contatto tra i corpi non è sempre garantito, per cui l'elemento strisciante potrà trovarsi in tre differenti configurazioni: adesione, strisciamento e distacco.

Nel caso in cui l'elemento strisciante si trovi in condizione di adesione, non vi è strisciamento tra le superfici a contatto e la forza tangenziale è dunque pari a:

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{tx} & 0 \\ 0 & k_{ty} \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} w_x \\ w_y \end{Bmatrix} \right) \quad \text{con} \quad \begin{Bmatrix} w_x \\ w_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad N \geq 0$$

Nel momento in cui il modello si trova in condizione di strisciamento, il modulo della forza tangenziale è pari alla forza di attrito Coulombiana e la sua direzione è parallela alla velocità di strisciamento \dot{w} .

Le componenti della forza tangenziale sono dunque pari a:

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix} = \frac{\mu N}{\|\dot{w}\|} \begin{Bmatrix} \dot{w}_x \\ \dot{w}_y \end{Bmatrix} \quad \text{con} \quad \|\dot{w}\| = \sqrt{\dot{w}_x^2 + \dot{w}_y^2}$$

Quando il modello si trova in condizione di distacco, sia la forza normale sia la forza tangenziale assumeranno valore nullo.

Nella Fig. 10 vengono riportati gli andamenti delle forze tangenziali a cui è sottoposto il modello in 4 differenti casi al variare del carico normale.

La curva in nero rappresenta la curva limite Coulombiana mentre la linea blu rappresenta le forze tangenziali di contatto.

In particolare, si può osservare:

- caso a): carico normale costante $N=N_0$, esattamente come il modello di contatto presentato nel paragrafo 2.1.2.3;
- caso b): piccola variazione del carico normale, in cui è ancora possibile notare l'alternanza tra gli stati di adesione e strisciamento;
- caso c): grande variazione del carico normale, in cui viene a mancare un tratto nella condizione di adesione rispetto al caso b);
- caso d): variazione molto grande del carico normale che porta ad una condizione di separazione tra i corpi a contatto (visibile nel punto di origine).

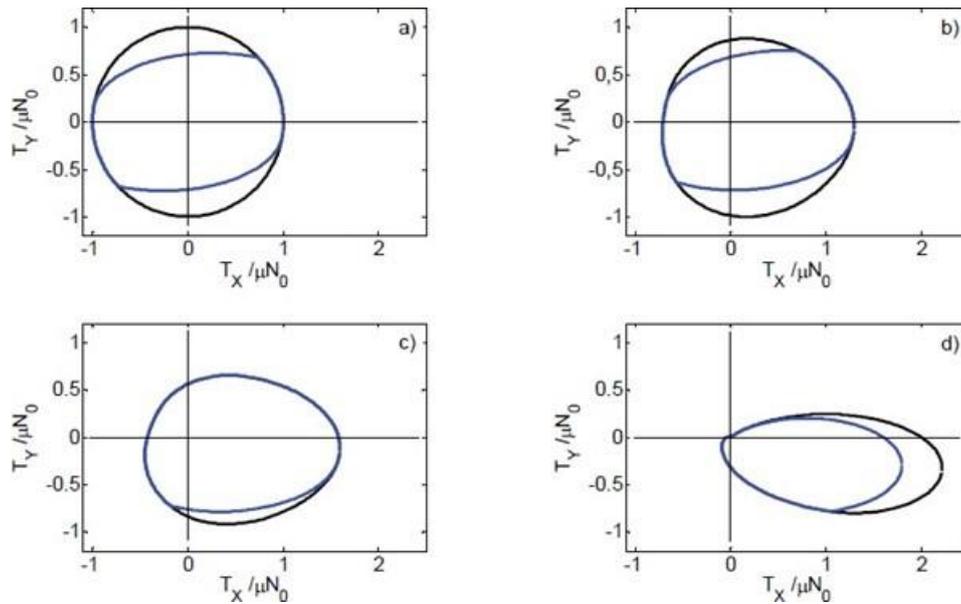


Figura 10: andamento delle forze tangenziali al variare del carico normale

2.1.3 MODELLI DI ATTRITO

In questo paragrafo si illustrano dei modelli di attrito proposti in letteratura, quindi si sviluppa una breve rassegna dello stato dell'arte sviluppato da vari scienziati.

E' importante ricordare che la modellazione del giunto deve essere accurata in modo da rappresentare correttamente la fisica del problema, risultare più semplici e quindi meno gravosa in termini computazionali, infatti in molte applicazioni, la legge dell'attrito di Coulomb è scelta per la sua semplicità.

Il fenomeno di attrito può essere descritto tramite un *modello fenomenologico*: come il modello di attrito di Coulomb, è basato sull'osservazione sperimentale e descrive la relazione tra forza tangenziale e spostamenti relativi all'interfaccia tra le superfici di contatto, o tramite *modelli costitutivi*: descrivono il fenomeno fisico dell'attrito in modo locale; tale approccio va usato necessariamente per i corpi flessibili, in quanto la teoria di Coulomb è valida solo per i corpi rigidi.

Quando le forze interne al giunto, in direzione tangenziale alla superficie di contatto, sono al di sotto del valore critico non vi è il movimento relativo tra le superfici a contatto. Al raggiungimento del valore critico, la forza tangenziale uguaglia la legge d'attrito e agisce in direzione opposta alla velocità

relativa. La forza richiesta per permettere lo strisciamento tra i corpi a contatto dipende dalla velocità relativa e da altri fattori.

2.1.3.1 MODELLI DI ATTRITO

2.1.3.1.A.1 MODELLI DI ATTRITO STATICO

Uno dei primi che si occupò del problema dell'attrito fu Leonardo Da Vinci (1519): stabilì che la forza d'attrito è proporzionale al carico e opposta alla direzione del moto. Inoltre era in grado di affermare che essa è indipendente dalla superficie di contatto. Purtroppo i suoi manoscritti ebbero la sfortuna di restare sconosciuti per secoli.

Amontons (1699), e in seguito Coulomb (1785), stabilirono l'idea che la forza d'attrito dipende solo dal carico normale alla direzione del moto.

La nascita del concetto di attrito nel mondo scientifico risale a Leonardo da Vinci (1519), che per primo si occupò di questo problema: i suoi risultati stabilirono che la forza d'attrito è proporzionale al carico, opposta alla direzione del moto e indipendente dalla superficie di contatto, ma essi ebbero la sfortuna di rimanere nascosti per secoli. Il modello di Da Vinci fu reinventato da Amontons (1699) e in seguito sviluppato da Coulomb (1785). La loro idea afferma che la forza d'attrito dipende solamente dal carico normale alla direzione di moto:

$$F_f = \mu_d N \text{sign}(\dot{x})$$

In seguito Morin (1833), introducendo il concetto di attrito statico, e Reynolds (1866), attraverso le equazioni del flusso viscoso, completarono il modello classico dell'attrito che ancora oggi è ampiamente utilizzato

$$F_f = \mu_d N \text{sign}(\dot{x}) + f_v \dot{x} \quad \text{con } x \neq 0$$

$$F_f = \mu_s N \quad \text{con } \dot{x} \neq 0$$

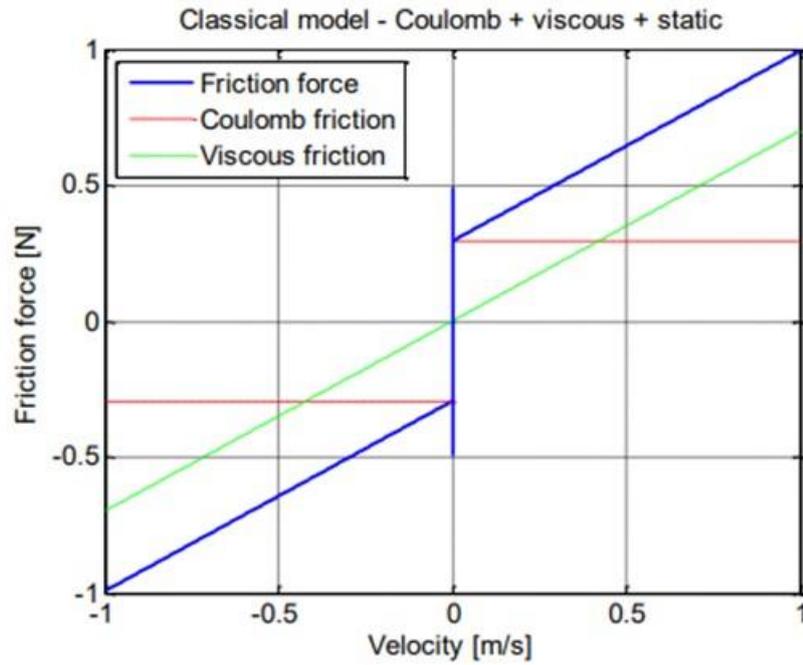


Figura 11: modello classico di attrito

Richard Stribeck nel XX secolo studiò e dedusse, che quando il corpo comincia a muoversi, c'è una diminuzione della forza d'attrito, che poi torna ad aumentare. Successivamente questo fenomeno venne classificato come effetto Stribeck.

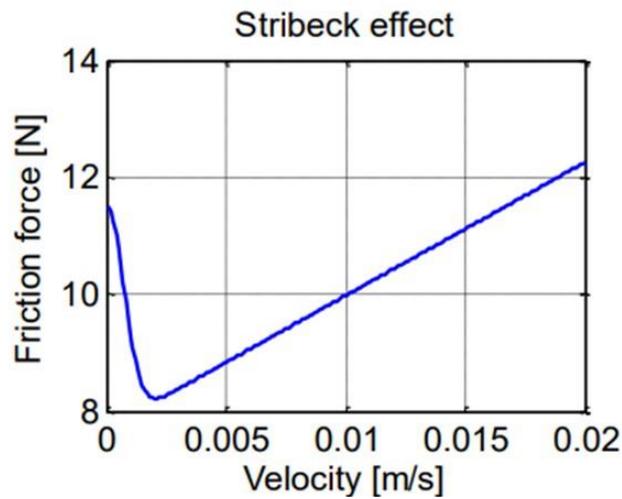


Figura 12: effetto Stribeck

Questi tipi di modelli, possono portare complicazioni di natura numerica. Avvicinandosi alla velocità nulla nascono problemi di mal condizionamento, pertanto l'utilizzo può diventare errato. Pertanto sono stati sviluppati due modelli per regolarizzare la curva dell'attrito nell'intorno dell'inversione:

- il primo ottenuto con una funzione $\arctan(\dot{x}/\bar{v})$, $\tanh(\dot{x}/\bar{v})$ ed esponenziali (poco utilizzato).
- il secondo è il modello di Karnopp, nel quale viene definita una zona stick region, cioè un campo di velocità a cavallo dello zero in cui la forza di attrito statico può variare da un valore minimo a un massimo.

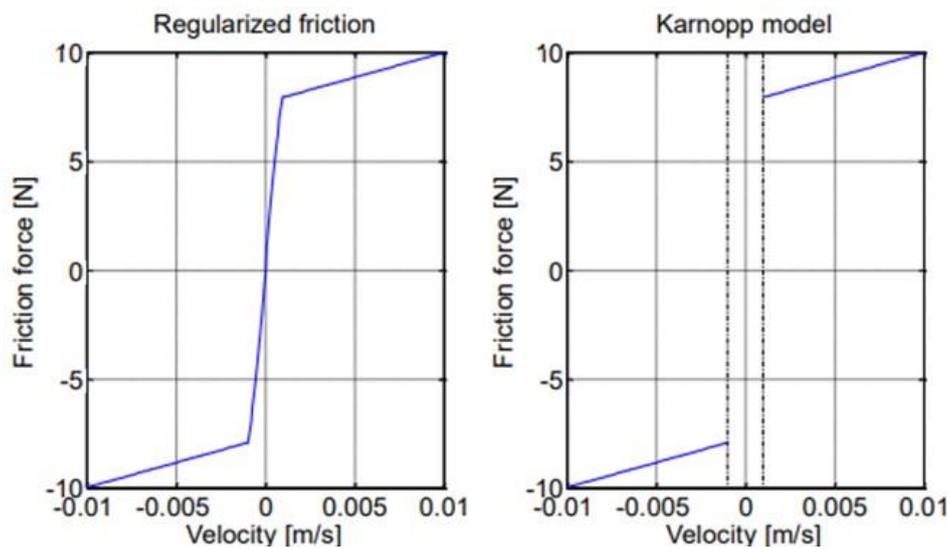


Figura 13: modelli di regolazione e di Karnopp

A seconda della necessità, è possibile combinare tutti questi risultati in modo da adattare e migliorare il modello che si vuole utilizzare. In particolare il risultato del lavoro di Armstrong raggruppa tutti i precedenti studi e migliora ulteriormente la possibilità di riprodurre il fenomeno fisico dell'attrito. Egli inserisce alcune migliorie, quali la possibilità di riprodurre il ritardo tra la velocità e la forza d'attrito (Frictional memory) e in più fornisce una descrizione corretta dell'aumento di attrito statico in funzione del tempo di stiction: questo ultimo effetto si ha quando il corpo entra nella fase di stiction (quiete) e l'attrito statico aumenta fino ad un valore massimo (vedi Figura 2.4).

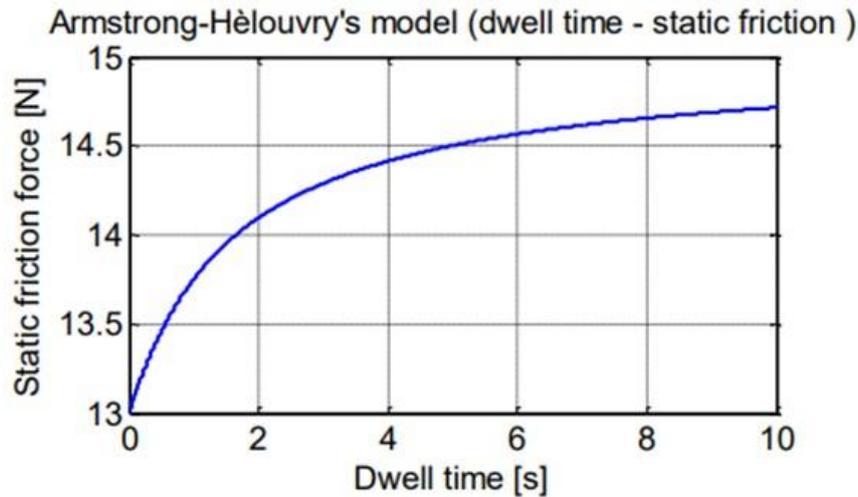


Figura 14: Effetto dell'aumento dell'attrito statico in funzione del tempo

Il modello è stato chiamato da Armstrong “a sette parametri”, dal numero di coefficienti presenti nella formula. In realtà sono presenti due sotto modelli, e in questo modo è anche possibile caratterizzare lo stick-slip:

- se il corpo si trova nel momento di stiction, la forza d'attrito si comporta come una molla:

$$F_f = \sigma_0 x$$

- Se invece il corpo si trova nel momento di sliding, l'attrito è caratterizzato da una serie di parametri:

$$F_f = \left[F_c + f_v |\dot{x}| + \frac{F_s(y, t_2)}{1 + \left(\frac{\dot{x}(t - \tau_l)}{\dot{x}} \right)^2} \right] \text{sign}(\dot{x})$$

$$F_s(y, t_2) = F_{s,a} + (F_{s,\infty} - F_{s,a}) \frac{t_2}{t_2 - y}$$

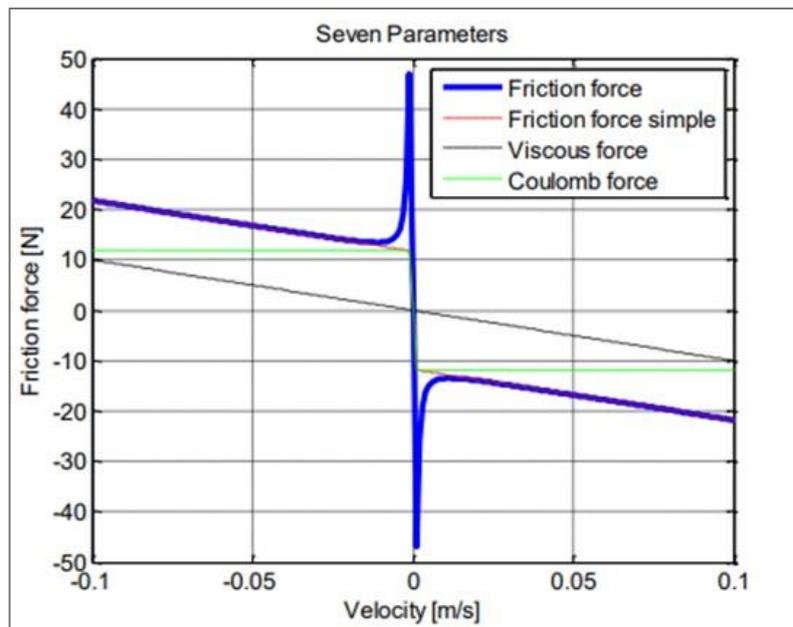


Figura 15: modello a sette parametri

2.1.3.1.B MODELLI DI ATTRITO DINAMICO

Armstrong nel suo modello riproduce il ritardo tra velocità e forza d'attrito, senza però ottenere risultati soddisfacenti. Infatti, è stato verificato sperimentalmente [67] che la forza d'attrito assume con un certo ritardo il valore a regime, per velocità costante.

Ciò dimostra che si è davanti a un fenomeno dinamico, pertanto si ha la necessità di modificare l'approccio dei modelli. Inoltre questo modello conta un numero di parametri molto elevati e risulta essere di difficile gestione.

Sono state sviluppate altre tipologie di modello che introducono uno stato extra (o stato interno), che permetta di determinare il livello di attrito. La sua evoluzione nel tempo è descritta da un set di equazioni differenziali, come un fenomeno dinamico. Un esempio è il modello Luge.

2.1.3.B.1 MODELLO LUGRE

Lugre sviluppa un modello di attrito dinamico in cui l'interfaccia solido-solido è rappresentata da setole (BRISTLES). Quelle della parte inferiore sono ipotizzate rigide per una maggiore semplicità del modello (Fig. 13):

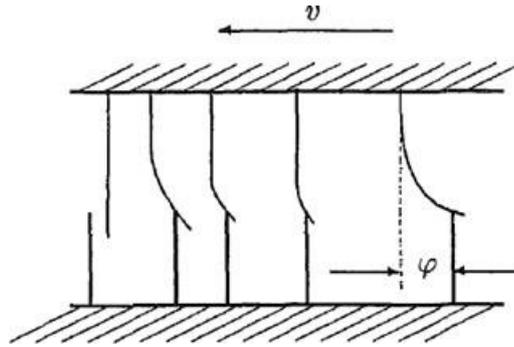


Figura 16: modello LuGre

Il modello serve a studiare il fenomeno di attrito per carichi non lineari, in cui le setole sottoposte a una forza tangenziale, reagiscono come molle provocando una forza di reazione.

Le equazioni caratteristiche del modello [15] sono:

$$F = \sigma_0 \varphi + \sigma_1 \dot{\varphi} + \sigma_2 v = \mu(\varphi, \dot{\varphi}, v)$$

$$\dot{\varphi} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} \varphi, \quad \varphi(t=0) = \varphi_0$$

$$g(v) = F_c + F_\Delta \exp\left(-\left(\frac{v}{v_s}\right)^2\right)$$

La forza di attrito, F , dipende dalla deflessione media delle setole φ e dalla velocità relativa di strisciamento all'interfaccia, v .

- La rigidità delle setole è in funzione del parametro σ_0
- I parametri σ_1 e σ_2 sono funzione di velocità e attrito dinamico.

Il modello LuGre permette dunque lo studio analitico dove generalmente non è possibile con i modelli di attrito discontinui.

2.1.3.B.2 MODELLO VANALIS

Il modello Vanalis simula la risposta del sistema sotto carico ciclico, ed è in grado di evidenziare fenomeni di micro-slip e macro-slip, evidenziando inoltre il transitorio della risposta.

Il modello è governato da un'equazione differenziale del primo ordine:

$$F'(z) + \lambda F(z) = E_0 q'(z) + \lambda E_t q(z)$$

- F è la forza generalizzata
- q è lo spostamento generalizzato
- E_0 , E_t e λ sono parametri relativi al materiale (E_0 e E_t rappresentano rispettivamente il modulo elastico nella configurazione di adesione e nella configurazione di strisciamento)

La relazione tra la variabile interna $z(t)$ e il tempo è data da:

$$\dot{z}(t) = \left| \dot{q}(t) - \kappa \frac{F(t)}{E_0} \right| \quad \text{con } 0 < \kappa < 1$$

Con κ è parametro adimensionale, che influenza il micro-slip. Valori di κ prossimi all'unità indicano una bassa influenza sul micro-slip.

Questo modello può essere implementato in ambienti di simulazione multi-body e fem

2.1.3.2 DESCRIZIONE COSTITUTIVA

Il metodo agli elementi finiti (F.E.M.) è utilizzato per descrivere il comportamento locale tra le superfici a contatto. L'approccio costitutivo mette in relazione i campi di tensione e spostamento, che integrati su tutta l'area di contatto permettono un'analisi sul campo di forze e proprietà di deformazione [16].

Le leggi relative al contatto normale e tangenziale che includono l'attrito sono sviluppate su *base statistica*. La superficie dell'area di contatto è irregolare e quindi il contatto avviene solo sulle asperità della superficie, ragion per cui l'area di contatto reale è molto minore di quella ideale con conseguenti picchi di pressioni localizzati.

Alle superfici a contatto viene assunto sempre un iniziale contatto e viene anche attribuito un indice di plasticità, che misura la deformazione elastica dell'area di contatto reale.

Viene considerato un modello [16] che considera:

- il contatto iniziale elastico tra le superfici;
- superficie isotropica, a bassissima rugosità, con asperità solo sferiche;
- i punti di contatto non interagiscono;
- usura assente;
- assenza di lubrificazione.

Il contatto normale a livello microscopico è trattato con la teoria del contatto di Hertz, mentre le forze tangenziali sono considerate come la combinazione tra lo sforzo di taglio elastico (Mindlin) e lo sforzo di taglio costante τ_{max} .

Per valutare il modello macroscopico si considerano le relazioni a livello locale e si distribuiscono sull'area apparente di contatto, utilizzando dei metodi statistici che tengano conto delle irregolarità superficiali dell'area di contatto. Questi modelli usano il metodo delle differenze finite per l'approssimazione della pendenza e della curvatura delle irregolarità superficiali. Il principio dei lavori virtuali consente così di formulare algoritmi per il contatto da implementare in codici agli elementi finiti.

Alcuni autori hanno proposto il *modello frattale* per descrivere il contatto meccanico nei giunti; tra i modelli più importanti ricordiamo il modello Weierstrass-Mandelbrot (WM) [15]. La funzione WM descrive il profilo di rugosità superficiale e ipotizzando che il contatto sia elastico si calcola la pressione apparente agente su una porzione dell'area di contatto.

I modelli che trattano le superfici di contatto con approccio statistico possono non conseguire sempre dei risultati univoci a causa di differenti campionatura di lunghezze e intervalli analizzati. Questo problema può essere superato con un'efficiente azione di filtering della gamma di rugosità considerate che dipende dalla specifica applicazione. I modelli con superfici frattali non hanno questo svantaggio, ma le leggi di contatto dipendono da parametri di misurazione. Il modello statico è comunque preferito per il suo approccio modulare e per la sua semplicità.

2.1.3.3 FATTORI DI CONTROLLO

Per garantire la solidità del giunto con collegamenti filettati, è necessario applicare una determinata pressione di serraggio. La dissipazione di energia è dipendente da carico massimo agente sul sistema, finitura superficiale, e storia di carico precedente. Quest'ultima, che corrisponde alla pressione di serraggio modifica l'area del ciclo di isteresi. Un'elevata pressione di serraggio genera un'area di contatto maggiore tra le superfici in quanto induce delle deformazioni plastiche delle asperità [17].

Nella Fig.17 si può osservare come sia differente l'energia dissipata da un giunto al variare della forza di serraggio.

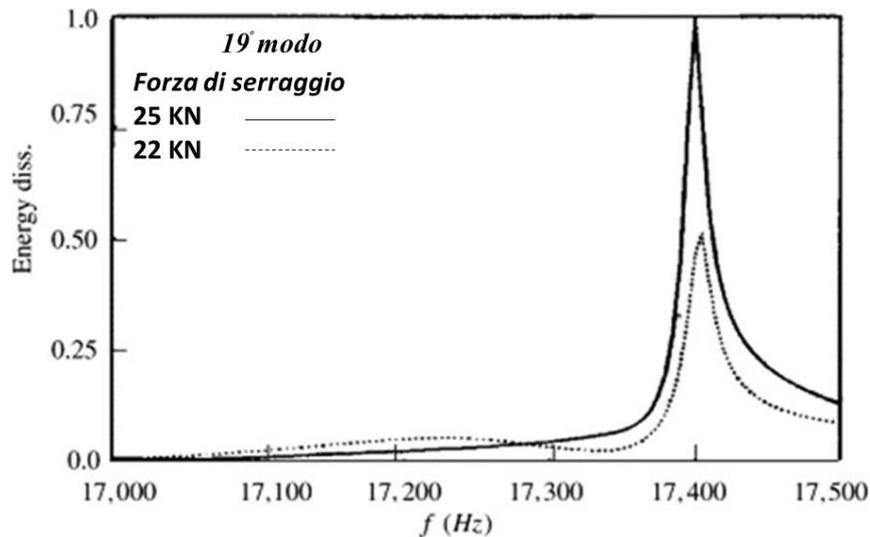


Figura 17: energia di dissipazione del 19esimo modo al variare della forza di serraggio

Si nota che una diminuzione della forza di serraggio del 12% dimezza all'incirca il picco di energia dissipata dal sistema.

All'aumentare della forza di serraggio diminuisce lo strisciamento relativo delle superfici a contatto, con basse forze di serraggio si hanno invece sforzi di taglio all'interfaccia bassi.

Beards [18] ha studiato lo smorzamento di strutture vibranti controllato dallo strisciamento tra le superfici di contatto del giunto, trovando la condizione ottimale di serraggio, tra i due casi limite (forza di serraggio max e forza di serraggio min), tale per cui l'energia dissipata è massima;

Le relazioni tra il precarico di serraggio e sono state valutate da Shin et al. tramite differenti tipologie di approccio:

- variazione del precarico di serraggio tramite modifica della coppia di serraggio;
- aggiunta di un foglio (layer) di materiale visco-elastico tra le superfici di contatto del giunto;
- combinazione dei due precedenti approcci per trovare la condizione ottimale di smorzamento.

Esteban e Rogers [20] basandosi sulla teoria di propagazione delle onde hanno determinato l'energia dissipata dai giunti eccitati ad alta frequenza.

Il sistema è composto da due travi di Timoshenko, con le estremità libere di vibrare (condizioni al contorno free-free), e connesse da un giunto bullonato. Il modello prevede anche un sistema attuatore-sensore piezo-ceramico (PZT) integrato, come si vede in Fig. 18.

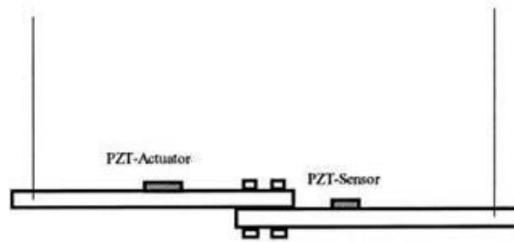


Figura 18: sistema attuttore-sensore piezo-ceramico

Dalle equazioni del moto si calcola la matrice di rigidità dinamica nel dominio delle frequenze, e l'energia di dissipazione del giunto è modellata linearmente con un sistema massa-molla-smorzatore e non linearmente con le forze non conservative che vengono rappresentate da una molla cubica.

Quello che hanno verificato Esteban e Rogers è che l'onda incidente sul giunto ha un'energia molto superiore all'onda che si propaga nel sistema, il che significa che la maggior parte dell'energia dell'onda incidente si scarica sul giunto.

2.2 FATTORI DI INCERTEZZE E RILASSAMENTO NEL GIUNTO

Fattori come l'attrito, la durezza, la finitura superficiale, le dimensioni dell'area di contatto, lo scorrimento viscoso (creep) [21], a causa dei metodi utilizzati per la produzione delle parti del giunto o per le tolleranze adottate, variano in maniera sostanziale modificando il comportamento dei giunti. Nella progettazione, tali parametri di incertezza, rendono complesso determinare la risposta del sistema e la vita a fatica dei componenti.

In molti casi, questi valori non possono essere valutati accuratamente a causa delle incertezze relative alla produzione, alla variabilità delle proprietà del materiale, ai parametri geometrici e ai processi di rilassamento del giunto nel tempo.

2.2.1 L'INCERTEZZA NEI GIUNTI USANDO LA LOGICA FUZZY

I parametri di incertezza nei giunti possono essere rappresentati attraverso la logica fuzzy. La logica fuzzy è una teorica logico-matematica, sviluppata a partire dalla teoria degli insiemi dal professore di Berkeley, Lotfi A. Zadeh. Questa logica introduce il concetto della logica sfumata (fuzzy in inglese) per cui ad un determinato enunciato non corrisponde solo la verità o la falsità (logica binaria) ma un certo grado di verità (chiamato grado di appartenenza), a cui veniva attribuito un valore numerico [24].

La logica fuzzy tende a eliminare la discontinuità, che invece si presenta nella logica tradizionale binaria, introducendo una classe di appartenenza (fuzzy set) con un grado di appartenenza (membership), compreso sempre tra 0 e 1, e una funzione di appartenenza (membership function). La funzione di appartenenza μ definisce il grado di attivazione di ogni classe di appartenenza e possono avere forme differenti: a triangolo, a trapezio, gaussiane (Fig. 18).

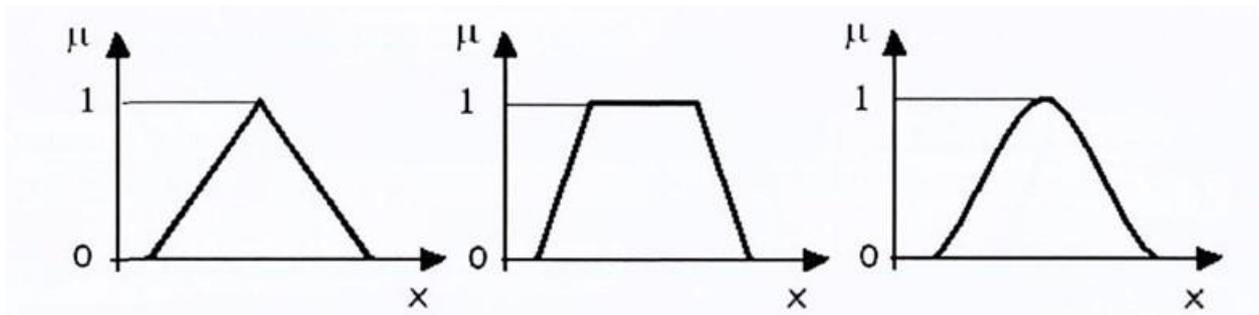


Figura 19: esempi di funzioni di appartenenza

Il concetto alla base della logica fuzzy viene dunque utilizzato quando un parametro non è definito in maniera precisa ed è soggetto a una variazione dal suo valore ideale.

Se non si è certi dell'esattezza di un parametro del sistema si può verificare quale sia la probabilità che si verifichi proprio quel dato valore. Assegnando ad un valore un fuzzy set, imponendo una variabilità a tale parametro, si ricorre ad una distribuzione probabilistica che precisa il grado di probabilità di ottenere quel determinato valore. Quindi, la distribuzione probabilistica può rappresentare l'imprecisione di un parametro.

Hans et al. [25] ha rappresentato la rigidità e lo smorzamento del giunto flangiato con i parametri che sono identificati sulla base dei dati sperimentali e valutati con la logica fuzzy. I fuzzy sets di un elemento, x con ($x \in \mathfrak{R}$), hanno un certo grado di appartenenza $\mu(x) \in [0,1]$, che si differenzia dai crisp sets che sono caratterizzati dal grado di appartenenza che può essere solo 0 o 1, come si vede in Fig. 20.

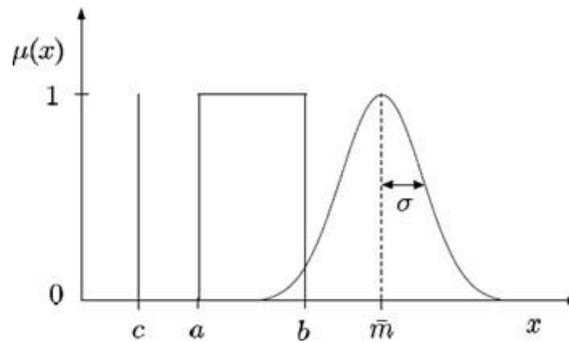


Figura 20: crisp sets, intervallo $[a,b]$ e funzione di appartenenza gaussiana

Le funzioni di appartenenza possono essere espresse come:

$$\mu_{[a,b]} = \begin{cases} 1 & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{se } x < a \text{ o } x > b \end{cases}$$

$$\mu_{\{c\}} = \begin{cases} 1 & \text{se } x = c \\ 0 & \text{se } x \neq c \end{cases}$$

La funzione di appartenenza Gaussiana (a destra nella Fig. 17) è definita come:

$$\mu(x) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-\bar{m})^2}{2\sigma^2}} & \text{se } \left| x - \bar{m} \right| \leq 3\sigma \\ 0 & \text{se } x > \bar{m} + 3\sigma \text{ o } x < \bar{m} - 3\sigma \end{cases}$$

dove \bar{m} è il valore medio e σ è la deviazione standard della distribuzione Gaussiana.

Un numero fuzzy può essere rappresentato da un numero fuzzy discreto o decomposto in un numero di intervalli $[a^{(j)}, b^{(j)}]$, come si vede in Fig. 18, e avremo quindi:

$$\mu_j = \frac{j}{m} \quad \text{con } j = 0, 1, \dots, m$$

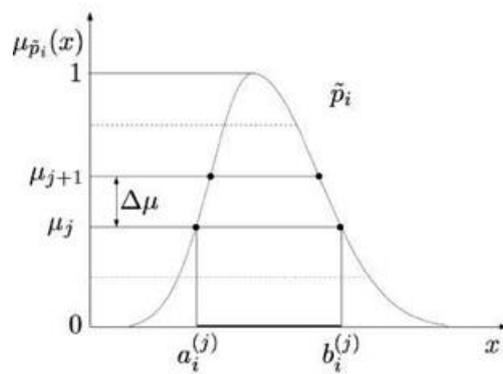


Figura 21: fuzzy set discreto

Un numero fuzzy \tilde{p}_1 può essere decomposto in $m + 1$ intervalli e discretizzato come:

$$P_1 = \{[a_1^{(0)}, b_1^{(0)}], [a_1^{(1)}, b_1^{(1)}], \dots, [a_1^{(m)}, b_1^{(m)}]\}$$

Considerati due numeri fuzzy \tilde{p} e \tilde{p} , si possono definire le operazioni binarie elementari: addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione

$$\tilde{p}_1 + \tilde{p}_2 = [a_1^{(j)}, b_1^{(j)}] + [a_2^{(j)}, b_2^{(j)}] = [(a_1^{(j)} + a_2^{(j)}), (b_1^{(j)} + b_2^{(j)})];$$

$$\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2 = [a_1^{(j)}, b_1^{(j)}] - [a_2^{(j)}, b_2^{(j)}] = [(a_1^{(j)} - a_2^{(j)}), (b_1^{(j)} - b_2^{(j)})];$$

$$\tilde{p}_1 * \tilde{p}_2 = [a_1^{(j)}, b_1^{(j)}] * [a_2^{(j)}, b_2^{(j)}] = [\min(M^{(j)}), \max(M^{(j)})];$$

$$\frac{\tilde{p}_1}{\tilde{p}_2} = \frac{[a_1^{(j)}, b_1^{(j)})}{[a_2^{(j)}, b_2^{(j)})} = [\min(D^{(j)}), \max(D^{(j)})]$$

dove:

$$M^{(j)} = \{a_1^{(j)} * a_2^{(j)}, a_1^{(j)} * b_2^{(j)}, b_1^{(j)} * a_2^{(j)}, b_1^{(j)} * b_2^{(j)}\}$$

$$D^{(j)} = \left\{ \frac{a_1^{(j)}}{a_2^{(j)}}, \frac{a_1^{(j)}}{b_2^{(j)}}, \frac{b_1^{(j)}}{a_2^{(j)}}, \frac{b_1^{(j)}}{b_2^{(j)}} \right\} \text{ con } a_2^{(j)}, b_2^{(j)} \neq 0.$$

Hanss [26] ha però evidenziato un diverso risultato ottenuto per lo stesso problema in funzione del differente procedura di discretizzazione e per questa ragione ha proposto una trasformazione per correggere l'aritmetica fuzzy in modo da renderla indipendente dalla procedura usata e poterla quindi utilizzare per analizzare correttamente i sistemi con parametri incerti.

Hanss [26] ha però evidenziato un diverso risultato ottenuto per lo stesso problema in funzione del differente procedura di discretizzazione e per questa ragione ha proposto una trasformazione per correggere l'aritmetica fuzzy in modo da renderla indipendente dalla procedura usata e poterla quindi utilizzare per analizzare correttamente i sistemi con parametri incerti.

2.2.2 INCERTEZZA RELATIVA ALLE CONDIZIONI A CONTORNO

I metodi agli elementi finiti sono utilizzati per l'analisi del problema della distribuzione probabilistica dei parametri nei sistemi meccanici usando tecniche di perturbazione e simulazione Monte Carlo. Possiamo trovarci di fronte a due differenti tipi di incertezza: probabilistica e fuzzy. L'incertezza di natura probabilistica nasce da errori di misurazione sperimentale oltre che ad errori di produzione, mentre invece l'incertezza dei parametri rappresentata dai fuzzy sets è imposta dal progettista che sceglie con l'esperienza determinati parametri [27].

Cherki et al. [28] ha considerato il problema di sensitivity delle condizioni al contorno, rappresentate da parametri fuzzy. La struttura è considerata sensibile all'incertezza degli spostamenti imposti se gli spostamenti imposti si propagano in altri punti della struttura amplificando il proprio valore.

L'equazione di equilibrio per il caso statico sarà dunque:

$$\begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_a \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_a \\ F_b \end{Bmatrix}$$

Dove:

- K è la matrice di rigidezza;
- U_a è il vettore degli spostamenti incogniti;

- U_b è il vettore degli spostamenti imposti (rappresentati da numeri fuzzy);
- F_a è il vettore della forza applicata agli spostamenti incogniti;
- F_b è il vettore delle reazioni vincolari incognite.

L'equazione matriciale può essere scomposta in due equazioni, portando a primo membro le incognite del problema:

$$K_{aa}U_a = F_a - K_{ab}U_b = G_a$$

$$F_b = K_{ba}U_a + K_{bb}U_b$$

La prima equazione presenta a secondo membro un termine non omogeneo, in quanto è il prodotto tra un valore fuzzy U_b e un valore crisp K_{ab} . È però possibile riscrivere l'equazione nella rappresentazione fuzzy:

$$K_{aa}\tilde{U}a = \tilde{G}a$$

L'equazione è risolta discretizzando in livelli la funzione di appartenenza con il metodo α -cut, come mostrato in Fig. 22.

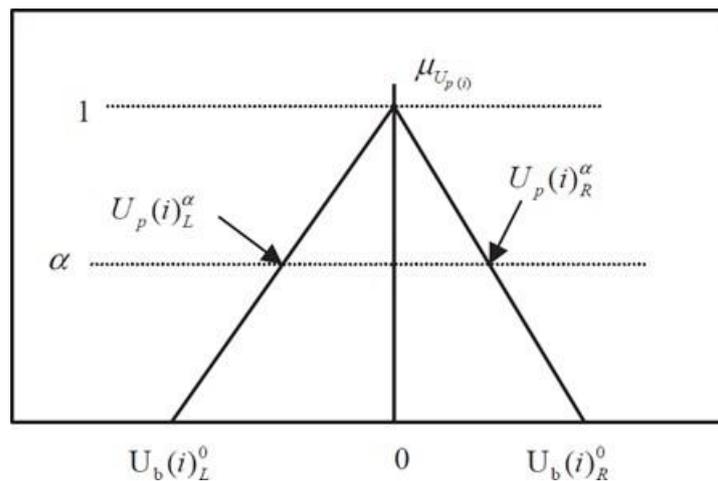


Figura 22: funzione di appartenenza per l'i-esimo coefficiente dello spostamento U_p

Il limite inferiore e superiore dello spostamento imposto, $U_b(i)^0$ e $U_b(i)^0$, caratterizzano l'incertezza dello spostamento imposto $\tilde{U}b$. Il sistema fuzzy lineare è sostituito in intervalli lineari col il metodo

α -cut. In questo modo è possibile trovare gli spostamenti incogniti \tilde{U}_a , con i quali poi è possibile trovare le forze di reazione incognite F_b .

Se il metodo di soluzione del problema è basato sulla tecnica di perturbazione, \tilde{U}_a e \tilde{G}_a possono essere riscritti con un valore medio (\bar{U}_a e \bar{G}_a) e uno scostamento (ΔU_a e ΔG_a), e l'equazione può essere riscritta come:

$$K_{aa}\{\bar{U}_a + \Delta U_a\} = \{G_a + \Delta G_a\}$$

Questo permette di dividere l'equazione in due equazioni distinte:

$$K_{aa}\bar{U}_a = G_a \quad \text{e} \quad K_{aa}\Delta U_a = \Delta G_a$$

Da cui è possibile ricavare le soluzioni in \bar{U}_a e ΔU_a :

$$\bar{U}_a = K_{aa}^{-1}G_a \quad \text{e} \quad \Delta U_a = K_{aa}^{-1}\Delta G_a.$$

2.2.3 MECCANISMO DI RILASSAMENTO E ALLENTAMENTO NEI GIUNTI

Bickford [21] ha presentato una descrizione dettagliata dei fattori che possono portare al rilassamento nei giunti. I giunti sottoposti ad un carico variabile nel tempo possono perdere il loro precarico, ma anche fenomeni come l'usura o il martellamento possono causare il rilassamento del giunto. Il giunto avrà delle condizioni al contorno diverse da quelle ideali e aumenterà l'incertezza dei parametri analizzati. Se il precarico a cui è sottoposto il giunto è sufficientemente elevato il fenomeno del rilassamento potrebbe anche non verificarsi. Di solito, vengono previsti vari sistemi per prevenire l'allentamento del giunto, come sistemi anti- svitamento dei filetti, inserti, rondelle elastiche [29]. Le più comuni cause [30] che inducono il moto relativo nei filetti dei bulloni:

- L'attrito nella superficie di contatto può generare una componente flessionale della forza e se vi è strisciamento nel sotto-testa della vite e nei filetti questo può causare l'allentamento del giunto;
- Effetto termico differente tra i diversi materiali;
- Le forze applicate nel giunto possono indurre instabilità e quindi allentamento.

Il rilassamento causa una variazione nel tempo delle condizioni al contorno e dipende dalla vibrazione a cui è sottoposto l'intero sistema. Il sistema ha dunque due fonti di incertezza: l'incertezza legata alle condizioni al contorno e l'incertezza relativa ai parametri del sistema. Queste fonti di incertezza condizionano il sistema se è sottoposto ad un carico dinamico, mentre invece se il sistema è sottoposto ad un carico statico avremo solo l'incertezza relativa ai parametri.

Per esempio, Daabin e Chow [31] hanno studiato le caratteristiche elastiche e di smorzamento della filettatura in un giunto bullonato dove si evince che la forza di contatto è variabile a causa dall'irregolarità della superficie, temperatura, interazione chimica. L'allentamento dei giunti bullonati, indotto dalle vibrazioni a cui è sottoposto il sistema, è attribuibile allo strisciamento tra le superfici a contatto e alla riduzione della forza di chiusura.

2.3 VALUTAZIONE DELLE PROPRIETA' DEI GIUNTI

L'obiettivo principale di identificare le proprietà dei giunti è minimizzare le differenze tra i risultati ottenuti analiticamente o numericamente, così da ottenere delle funzioni di risposta in frequenza (frequency response functions, FRFs) accettabili e ripetibili.

La valutazione delle proprietà dei giunti assume un ruolo sempre più fondamentale nella progettazione, in particolare in ambito strutturale e aerospaziale [5].

La risoluzione di problemi dinamici con tecniche numeriche, come l'analisi FEM, portano spesso a risultati differenti dalle analisi sperimentali e tali differenze sono da ricercare nelle incertezze del modello agli elementi finiti (FE), come la variabilità delle proprietà dei giunti e delle condizioni al contorno oltre alla presenza di non linearità.

Bisogna comprendere a fondo a cosa è dovuta la variabilità di questi fattori e tenerne conto in modo da realizzare dei modelli FE quanto più rispondenti alle condizioni operativi in cui i sistemi operano. I giunti sono considerati una fonte di incertezza che si evidenziano nei differenti risultati ottenuti tra l'analisi agli elementi finiti (finite element analysis, FEA) e le misure sperimentali. Nei sistemi meccanici, i principali parametri considerati sono le proprietà di rigidità e smorzamento.

Diversi approcci sono stati utilizzati per la determinazione dei parametri dei giunti. Yoshimura [32], attraverso la misura sperimentale delle FRF, ha valutato la rigidità, lo smorzamento e le caratteristiche dinamiche in varie tipologie di giunti.

L'identificazione dei parametri strutturali dei giunti attraverso l'analisi modale è stata realizzata in diversi studi, ma questi metodi richiedono l'identificazione di parametri modali molto accurati, che sono difficilmente ottenibili, per esempio, in modi molto smorzati. Per superare queste difficoltà, in letteratura sono presenti dei metodi, come mostrato per esempio

in [33], per l'identificazione delle proprietà dei giunti basati sulle FRF. Questi metodi, però, non sono utilizzabili se non è misurabile la FRF in alcune parti del sistema.

Arruda e Santos [34] trattano il problema modellando il sistema agli elementi finiti con delle sottostrutture collegate attraverso il giunto, dove la rigidità e lo smorzamento sono incogniti. I parametri incogniti sono stimati attraverso il processo di curve fitting delle FRF misurate usando il metodo dei minimi quadrati.

Con i metodi diretti, i parametri dei giunti possono essere identificati risolvendo le equazioni caratteristiche e dinamiche del sistema [35], mentre invece con la tecnica *penalty*, si minimizzano gli errori (o il residuo) tra i risultati ottenuti tramite FEM e le misure sperimentali. Questa tecnica è più flessibile e versatile rispetto ai metodi diretti [36].

Le proprietà dinamiche del giunto sono difficili da analizzare analiticamente attraverso modelli teorici dei giunti, così Ren e Beards [37] hanno proposto un approccio alternativo in cui i parametri del modello lineare del giunto sono estrapolati dai dati sperimentali. Con le FRF vengono identificate le proprietà delle sottostrutture del sistema senza il giunto e del sistema assemblato con il giunto. Le differenze tra le proprietà dinamiche dei due casi vengono imputate alla presenza del giunto, anche se vengono trascurati possibili errori di misura e l'incertezza sui parametri.

2.3.1 IDENTIFICAZIONE DEI GIUNTI LINEARI

Le proprietà del giunto sono ricavate dalla recettanza della struttura senza la necessità di introdurre dei modelli matematici per le matrici di massa, smorzamento e rigidità. Di seguito, viene proposto un metodo per l'identificazione delle proprietà del giunto [33]. Si considerano due sotto-sistemi I e II collegate tramite l'interfaccia b . Il sotto-sistema I è caratterizzata dalla regione a e dall'interfaccia b , mentre invece il sotto-sistema II è caratterizzata dalla regione c e dall'interfaccia b .

Le equazioni matriciali che legano i vettori spostamenti ai vettori forza, in termini di recettanza, sono qui riportate:

$$\begin{Bmatrix} X_a^{(1)} \\ X_b^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{aa}^{(1)} & H_{ab}^{(1)} \\ H_{ba}^{(1)} & H_{bb}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_a^{(1)} \\ f_b^{(1)} \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{Bmatrix} X_c^{(2)} \\ X_b^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{cc}^{(2)} & H_{cb}^{(2)} \\ H_{bc}^{(2)} & H_{bb}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_c^{(2)} \\ f_b^{(2)} \end{Bmatrix}$$

Dove:

- $X^{(i)}$ è il vettore spostamento della regione j per il sotto-sistema i;
- $H^{(i)}$ è la matrice di recettanza tra le regioni j e k per il sotto-sistema i;
- $f^{(i)}$ è il vettore forza agenti sulla regione j per il sotto-sistema i.

Al giunto è garantito l'equilibrio delle forze:

$$f_b^{(1)} + f_b^{(2)} = 0$$

E in condizioni di compatibilità, $X_b^{(1)} = X_b^{(2)}$, si avrà:

$$f_b^{(1)} = H_B^{-1} \{ H_{bc}^{(2)} f_c^{(2)} - H_{ba}^{(1)} f_a^{(1)} \}$$

Dove $H_b = H_{bb}^{(1)} + H_{bb}^{(2)}$.

Andando a sostituire il vettore forza $f_b^{(1)}$, nelle due equazioni matriciali, avremo:

$$\begin{aligned} X_a^{(1)} &= \left[H_{aa}^{(1)} - H_{ab}^{(1)} H_B^{-1} H_{ba}^{(1)} \right] f_a^{(1)} + H_{ab}^{(1)} H_B^{-1} H_{bc}^{(2)} f_c^{(2)} \\ X_c^{(2)} &= \left[H_{cc}^{(2)} - H_{cb}^{(2)} H_B^{-1} H_{bc}^{(2)} \right] f_c^{(2)} + H_{cb}^{(2)} H_B^{-1} H_{ba}^{(1)} f_a^{(1)}. \end{aligned}$$

Per un singolo giunto bullonato viene trascurata la sua massa, in quanto ritenuta trascurabile rispetto a quella dei due sotto-sistemi.

I vettori forza all'interfaccia b, agenzi sui sotto-sistemi I e II, sono uguali in modulo e opposti in verso. Invece, i vettori spostamento $X_b^{(1)}$ e $X_b^{(2)}$, non sono uguali ma sono legati dalla relazione:

$$X_b^{(1)} - X_b^{(2)} = H_{jt} f_b^{(1)}$$

dove H_{jt} è la recettanza del giunto.

Dalle due equazioni matriciali di partenza è possibile trovare i due vettori spostamento, che possono essere sostituiti nella relazione sopra riportata, e avremo:

$$H_{bc}^{(2)} f_c^{(2)} + H_{bb}^{(2)} f_b^{(2)} - (H_{ba}^{(1)} f_a^{(1)} + H_{bb}^{(1)} f_b^{(1)}) = H_{jt} f_b^{(1)}$$

Dall'equazione appena trovata, considerando la condizione di equilibrio dei vettori delle forze, troviamo che:

$$f_b^{(1)} = [H_B + H_{jt}]^{-1} \{H_{bb}^{(2)} f_c^{(2)} - H_{ba}^{(1)} f_a^{(1)}\}.$$

L'equazione matriciale della struttura assemblata è pari a:

$$X^{(3)} = H^{(3)} f^{(3)}$$

dove avremo:

$$X^{(3)} = \begin{Bmatrix} X_a^{(1)} \\ X_c^{(2)} \end{Bmatrix}$$

$$H^{(3)} = \begin{bmatrix} H_{aa}^{(1)} - H_{ab}^{(1)} [H_B + H_{jt}]^{-1} H_{ba}^{(1)} & H_{ab}^{(1)} [H_B + H_{jt}]^{-1} H_{bc}^{(2)} \\ H_{cb}^{(2)} [H_B + H_{jt}]^{-1} H_{ba}^{(1)} & H_{cc}^{(2)} - H_{cb}^{(2)} [H_B + H_{jt}]^{-1} H_{bc}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$f^{(3)} = \begin{Bmatrix} f_a^{(1)} \\ f_c^{(2)} \end{Bmatrix}$$

L'equazione è ottenuta partendo dalla formula di $X_a^{(1)}$ e $X_c^{(2)}$, considerando anche la recettanza del giunto H_{jt} .

La matrice $H^{(3)}$ può essere riscritta nella forma:

$$H^{(\gamma)} = H^{(\alpha)} [H_B + H_{jt}]^{-1} H^{(\beta)}$$

Dove:

$$H^{(\gamma)} = H^{(3)} - \begin{bmatrix} H_{aa}^{(1)} & 0 \\ 0 & H_{cc}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad H^{(\alpha)} = \begin{bmatrix} -H_{ab}^{(1)} \\ H_{cb}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad H^{(\beta)} = \begin{bmatrix} H_{ba}^{(1)} & -H_{bc}^{(2)} \end{bmatrix}.$$

Dall'equazione è possibile trovare le proprietà dinamiche del giunto H_{jt} .

Trascurando la massa del giunto, il giunto è rappresentato da una matrice di smorzamento lineare, C e una matrice di rigidità, K .

Partendo dall'equazione $X_b^{(1)} - X_b^{(2)} = H_{jt} f_b^{(1)}$, con il sistema sottoposto ad una frequenza di eccitazione Ω , l'equazione del giunto può essere scritta come:

$$[i\Omega C + K][X_b^{(2)} - X_b^{(1)}] = f_b^{(1)}$$

Dove $i = \sqrt{-1}$.

Si nota dunque che:

$$H_{jt} = [K + i\Omega C]^{-1}.$$

Il numero delle incognite è $2 * n^2$. Le due incognite sono C e K , mentre n è il numero di gradi di libertà dell'interfaccia del sotto-sistema.

Invertendo entrambi i membri dell'equazione $H^{(\gamma)} = H^{(\alpha)}[H_B + H_{jt}]^{-1} H^{(\beta)}$, si ha che:

$$H^{(c)} = H^{(\alpha)}[K + i\Omega C]H^{(\beta)}$$

Dove: $H^c = [H^{(\gamma)^{-1}} - H^{(\beta)^{-1}} H_B H^{(\alpha)^{-1}}]^{-1}$.

Se le FRF misurate sono in termini di inertanza, invece, le proprietà del giunto sono espresse da:

$$H^{(c)} = -\frac{1}{\Omega^2} H^{(\alpha)}[i\Omega C + K]H^{(\beta)}.$$

Per ogni frequenza di eccitazione Ω , H^c è costituita da $2 * n^2$ incognite se m sono le frequenze allora il numero totale di equazioni è $2 * n^2 * m$. Dato che il numero di equazioni è superiore al numero di incognite, il problema può essere risolto con il metodo dei minimi quadrati. È opportuno trovare le proprietà del giunto nel range di frequenze operative del sistema, in quanto i valori potrebbero variare al variare delle condizioni operative [33].

In alcuni casi, quando i giunti sono rigidamente connessi al sistema e lo strisciamento tra le superfici a contatto non è permesso è possibile ignorare lo smorzamento e considerare come parametri significativi del giunto l'inerzia e la rigidità.

2.3.2 IDENTIFICAZIONE DEI GIUNTI NON LINEARI

I giunti strutturali possono essere una fonte di non linearità del sistema. È quindi fondamentale comprendere come le non linearità del sistema cambino al variare dell'ampiezza e della frequenza di eccitazione. I giunti bullonati presentano delle non linearità dovuto al gioco tra gli elementi a contatto e alla rigidità di contatto non lineare del giunto.

Solitamente, si assume che il carico agente sui giunti flangiati agisca lungo la direzione assiale al bullone, invece accade spesso che la forza agisca in un punto diverso, come si può vedere in Fig. 23. Questa forza è chiamata *prying load*, ed è stata analizzata nel dettaglio da Bickford [21].

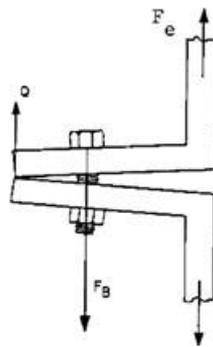


Figura 23: *prying load*

La forza del giunto F_B deve essere tale da resistere al carico esterno F_e e al *prying load* Q , e si deve avere quindi che $F_B \geq F_e + Q$. Inoltre, è sempre auspicabile avere un rapporto piccolo tra la rigidità del bullone e del giunto K_B/K_j in modo da ridurre la percentuale di carico esterno trasmesso dal bullone migliorando la capacità di carico statico del giunto, e allungando la sua vita a fatica.

Quando il giunto è sottoposto ad un carico puramente assiale, all'aumentare del carico esterno la forza del giunto aumenterà di poco (linearmente), in quanto gran parte del carico esterno sarà

assorbito dalla flangia. Raggiunto il valore critico, al momento della separazione, il giunto assorbirà il carico esterno e la forza agente sul giunto, sarà sempre lineare ma con una pendenza maggiore, Fig. Nel caso in cui il giunto è sottoposto ad un carico non assiale rispetto al bullone, come mostrato in Fig. 24, nel momento in cui il carico esterno è tale da deformare la flangia si avrà una forza agente sul giunto maggiore del caso in cui il carico fosse applicato assialmente. In questo caso, Fig 24b, l'andamento della forza agente sul giunto è fortemente non lineare. Si nota, inoltre, che rimuovendo il carico esterno, la forza agente sul giunto torna ad essere pari al pre-carico iniziale e quindi il sistema è fortemente non lineare ma puramente elastico.

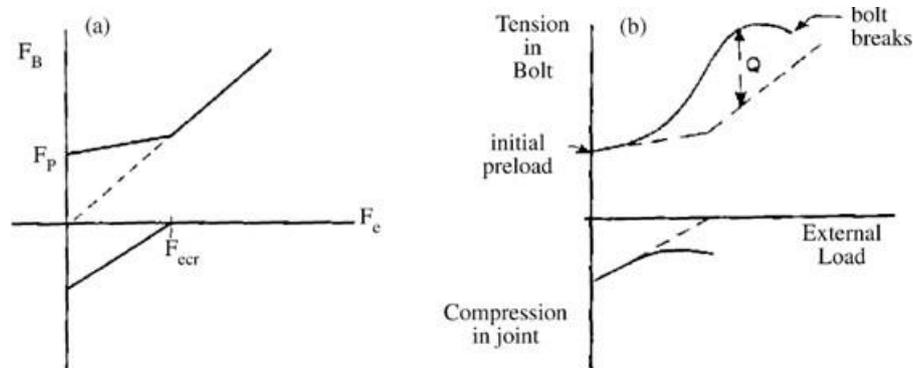


Figura 24: dipendenza della forza del bullone in funzione del carico esterno: a) carico lungo l'asse del bullone b) prying load

I modelli non lineari possono rappresentare meglio il comportamento dei giunti bullonati rispetto ai modelli lineari. Masri e Caughey [38] hanno proposto un modello non parametrico per l'identificazione delle proprietà di un giunto non lineare, basato sul reinforcing-force method (RFM), il quale adatta una funzione non lineare alla forza di ripristino, $f(x, \dot{x})$, nel giunto. Il modello del giunto è descritto da polinomi di Chebyshev per sfruttare la caratteristica di ortogonalità e adattare il modello nel dominio del tempo alle variabili del giunto (spostamento, velocità e accelerazione).

Crawley e O'Donnell [39] hanno sviluppato la "force-state mapping technique" per identificare le proprietà fortemente non lineari del giunto. Questa tecnica è semplice ed efficace se il giunto può essere isolato dall'intero sistema, ma richiede un'enorme quantità di dati nel dominio del tempo per estrapolare le proprietà del giunto.

Kim e Park [40] hanno esteso la tecnica proposta in [39]. Con questo approccio si stimano le FRF dei sottosistemi usando modelli FE oppure tramite l'analisi modale. In seguito, si misura la risposta dei gradi di libertà del giunto quando l'intera struttura è eccitata con una forzante sinusoidale. Infine, il modello non lineare della forza viene adattato usando la risposta del giunto e le FRF dei sottosistemi.

Il controllo della forza normale all'interfaccia tra le superfici di contatto del giunto può migliorare lo smorzamento del sistema. Gaul e Nitsche [41] hanno studiato l'utilizzo del controllo attivo della forza di contatto normale nel giunto tramite un elemento piezoelettrico. Il modello consiste in due travi connesse da un singolo bullone. Tra il dado e la superficie inferiore della trave vi è una pila di dischi di materiale piezoelettrici per il controllo della forza normale che tramite la variazione del voltaggio provoca l'ispessimento della pila di dischi e quindi l'aumento della forza normale (Fig. 25). Il fenomeno dell'attrito è descritto tramite un modello in funzione della velocità.

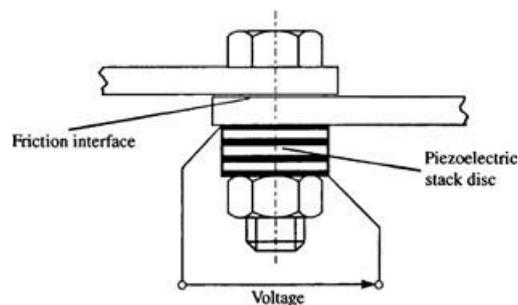


Figura 25: controllo attivo della forza di contatto normale in un giunto mediante un elemento piezoelettrico

Sono stati sviluppati diversi modelli per descrivere il comportamento dinamico di giunti isolati con elementi di attrito Coulombiano. Questi modelli descrivono le condizioni di adesione e strisciamento dell'intera interfaccia (macro-slip).

Gaul e Bolhen [42] hanno misurato la dipendenza che lega la forza di reazione del giunto rispetto allo spostamento relativo e hanno così evidenziato la dipendenza del ciclo di isteresi rispetto l'ampiezza di eccitazione e la pressione media.

In Gaul et al. [43] si evidenzia che la distribuzione di pressione normale di contatto in un giunto caricato con una sollecitazione dinamica non è costante nel tempo e che l'interfaccia può trovarsi in condizione di adesione o di strisciamento in funzione della forza trasmessa. Lenz e Gaul [44] hanno sviluppato un modello di un giunto a tre parametri capace di descrivere le condizioni di stick e macro-slip. È così misurato il comportamento dinamico longitudinalmente e torsionalmente di un giunto bullonato isolato grazie a due risuonatori. La dipendenza dell'energia dissipata per ciclo dal giunto rispetto lo spostamento e la rotazione relativa forniscono i mezzi per distinguere i regimi di micro-slip e macro-slip

2.3.2.1 FORCE-STATE MAPPING TECHNIQUE

In Crawley e O'Donnell [39] viene proposto un force-state mapping technique per un oscillatore smorzato ad un solo grado di libertà (sdof, single degree of freedom). Lo stato del giunto viene descritto in funzione dello spostamento del giunto, x , e della sua velocità, \dot{x} .

Il modello può essere dunque descritto dall'equazione differenziale non-lineare:

$$M\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + K(x, \dot{x})x = F(t)$$

Dove:

- M è la massa del sotto-sistema (trave);
- $C(x, \dot{x})$ e $K(x, \dot{x})$ sono rispettivamente lo smorzamento e la rigidità del giunto, che sono funzione dello stato in cui si trova il giunto.

La forza trasmessa dal giunto è pari a:

$$F_T = C(x, \dot{x})\dot{x} + K(x, \dot{x})x = F(t) - M\ddot{x}$$

Anche la forza F_T dipende dallo stato del giunto e il modello sdof, se non affetto da fenomeni di memoria, può essere rappresentato da un grafico in tre dimensioni, noto come force-state map. Nella Fig. 26 vengono mostrati due esempi tipici per la force-state map: a sinistra (Fig. 26a) si osserva l'esempio di un sistema massa-molla-smorzatore lineare, mentre a destra (Fig. 26b) viene mostrata il

caso di un giunto non lineare che considera l'attrito come Coulombiano e con la presenza della dead band (o zona neutra) dovuta ai giochi nel giunto.

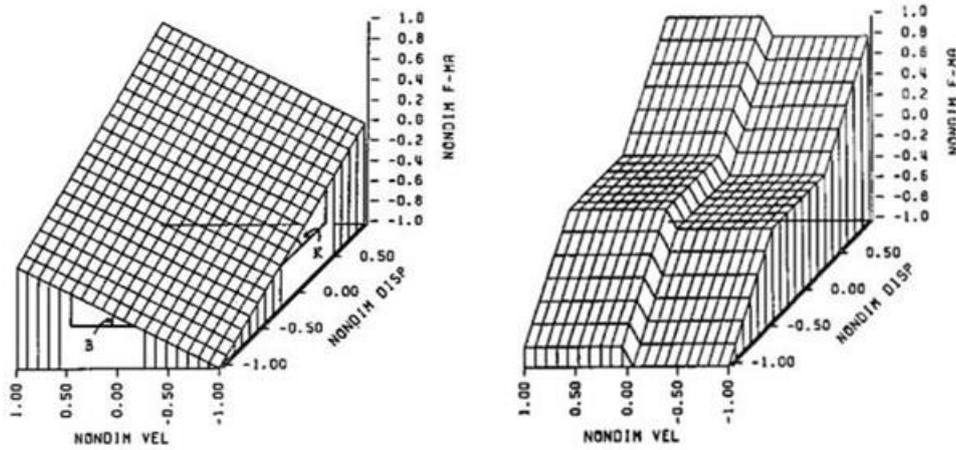


Figura 26: force state map a) sistema massa-molla-smorzatore lineare, b) giunto non lineare

La Fig. 26 a raffigura un piano inclinato, dove l'inclinazione rispetto lo spostamento è data dalla rigidità K , mentre l'inclinazione rispetto la velocità è in funzione dello smorzamento C . Invece, se la superficie della force-state map non è piana il giunto non lineare e la forza trasmessa è una combinazione di componenti lineari e non lineari.

La forza trasmessa può essere espressa come in [39]:

$$F_T = F_0 + K_1x + K_nx^n + C_1\dot{x} + C_n\dot{x}^n + K_{DB} + C_{DB} + F_f \text{sgn}(x) + g|x| \text{sgn}(x)$$

dove

$$K_{DB} = \begin{cases} k_{DB}(x - x_{DB}) & \text{se } x \geq x_{DB} \\ 0 & \text{se } -x_{DB} \leq x \leq x_{DB} \\ k_{DB}(x + x_{DB}) & \text{se } x \leq -x_{DB} \end{cases}$$

e

$$C_{DB} = \begin{cases} c_{DB}(\dot{x}) & \text{se } x \geq x_{DB} \\ 0 & \text{se } -x_{DB} \leq x \leq x_{DB} \\ c_{DB}(\dot{x}) & \text{se } x \leq -x_{DB} \end{cases}$$

La forza trasmessa è espressa, quindi, come la somma di vari componenti:

- F_0 è il pre-carico costante;
- K_1x è la forza lineare della molla;
- $C_1\dot{x}$ è la forza lineare dovuta allo smorzamento;
- $K_n x^n$ e $C_n \dot{x}^n$ sono, rispettivamente, le forze non lineari dovute alla molla e allo smorzamento;
- K_{DB} e C_{DB} sono le bande morte delle molle e degli smorzatori;
- $F_f \text{sgn}(\dot{x})$ è la forza di attrito, nella sua formulazione Coulombiana;
- $g|x|\text{sgn}(\dot{x})$ è lo smorzamento isteretico del materiale.

Se le non linearità del giunto mostrano l'effetto memoria, la force state map può essere implementata per legare linearmente l'effetto memoria con lo stato del giunto. Per i casi in cui il legame tra l'effetto memoria e lo stato del giunto non è lineare, i parametri possono essere ottenuti a determinate frequenze e ampiezze di eccitazione.

In Kim e Park [40] viene estesa la force-state mapping technique per i sistemi a più gradi di libertà stimando le FRF dei sotto-sistemi con i modelli FE o l'analisi modale sperimentale. Con questo metodo si misura la risposta dei gradi di libertà del giunto quando l'intera struttura è eccitata con una forzante sinusoidale per poi adattare il modello non lineare della forza usando la risposta del giunto e le FRF dei sotto-sistemi.

L'equazione del moto del k-esimo sotto-sistema può essere scritta in forma matriciale come:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = f(t) + g(t)$$

dove M, C, K sono le matrici di massa, smorzamento e rigidità della k-esima sotto-struttura, mentre $f(t)$ è il vettore della forzante esterna e $g(t)$ è il vettore delle forze del giunto che è composto da m componenti attive e da componenti nulle in tutti gli altri punti del sistema

$$g^T(t) = \{0, 0, \dots, 0, g_1(t), g_2(t), \dots, g_m(t)\}.$$

La trasformata di Fourier dell'equazione del moto è pari a:

$$[K - \omega^2 M + i\omega C]X(\omega) = \{F(\omega) + G(\omega)\}.$$

La FRF della matrice della k-esima sottostruttura è

$$H_k(\omega) = [K - \omega^2 M + i\omega C]^{-1},$$

e quindi l'ampiezza della risposta del sistema è pari a:

$$X_k(\omega) = H_k(\omega)\{F(\omega) + G(\omega)\}.$$

La matrice della FRF può essere riscritta, separando le componenti relative al giunto:

$$\begin{Bmatrix} X(\omega) \\ X_j(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} F_1(\omega) \\ F_2(\omega) + G(\omega) \end{Bmatrix}$$

Dove:

$$\{F(\omega)\} = \begin{Bmatrix} F_1(\omega) \\ F_2(\omega) \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad G(\omega) = \begin{Bmatrix} 0 \\ G(\omega) \end{Bmatrix}.$$

Il vettore delle forze del giunto, $G(\omega)$, può essere determinato dalla seconda riga della matrice appena trovata e avremo quindi:

$$H_{22}G(\omega) = X_j(\omega) - H_{21}F_1(\omega) - H_{22}F_2(\omega).$$

La trasformata di Fourier del vettore delle forze del giunto può essere scritta come:

$$G(t) = \begin{Bmatrix} G_{11}(\omega)\theta_{11} + G_{12}(\omega)\theta_{12} + \dots + G_{1n_1}(\omega)\theta_{1n_1} \\ G_{21}(\omega)\theta_{21} + G_{22}(\omega)\theta_{22} + \dots + G_{2n_2}(\omega)\theta_{2n_2} \\ \dots \\ G_{m1}(\omega)\theta_{m1} + G_{m2}(\omega)\theta_{m2} + \dots + G_{mn_m}(\omega)\theta_{mn_m} \end{Bmatrix}$$

Sostituendo il vettore appena trovato nell'equazione avremo $2m$ equazioni algebriche (m equazioni per la parte reale e altrettante equazioni per la parte immaginaria), nelle quali i coefficienti θ_{rs} sono determinati con la rilevazione della risposta del giunto nel dominio della frequenza.

Se le proprietà del giunto sono dipendenti dalla frequenza, le forze agenti sul giunto devono essere valutate alle frequenze operative del sistema e quindi il numero di equazioni necessarie per identificare i coefficienti della forza possono aumentare in funzione del range di frequenze necessarie. Questo metodo è valido solo se le proprietà del giunto sono stazionarie nel tempo. Nel caso vi sia il rilassamento del precarico o il cambiamento di qualche condizione esterna al sistema nel tempo, le proprietà del giunto risultano essere non stazionarie e risulta necessario applicare la FFT a intervalli discreti in modo da osservare la variazione delle proprietà del giunto nel tempo.

2.4 ALCUNE CONSIDERAZIONI SULLA PROGETTAZIONE DEI GIUNTI

La progettazione di sistemi meccanici complessi prevede la presenza di giunti, che idealmente possono essere suddivisi in due macro categorie:

- Giunti perfettamente rigidi;
- Giunti parzialmente labili.

Idealmemente, i primi permettono un collegamento totalmente vincolato e solidale tra le parti del sistema, mentre i giunti parzialmente labili permettono di vincolare solo alcuni gradi di libertà del sistema. In realtà, queste condizioni sono difficilmente replicabili e il comportamento reale del sistema, mostrato sperimentalmente, differisce da quanto predetto.

La flessibilità del giunto, dunque, è stata oggetto di studio di diversi autori, tra cui [45]. Molti collegamenti strutturali mostrano delle caratteristiche non lineari momento-rotazione $M - \phi$, dove M è il momento applicato ed è espresso in Nm e ϕ è la rotazione relativa tra le parti del giunto ed è espressa in radianti. Diversi studi numerico-sperimentali hanno evidenziato le relazioni momento-rotazione sia lineari sia non-lineari usate per predire correttamente il comportamento dei giunti flessibili, dove si nota anche che la rigidità del giunto diminuisce se il carico a cui è sottoposto il collegamento aumenta. In Monforton e Wu [45], la matrice di rigidità di un elemento con vincolo elastico è derivata moltiplicando la matrice di rigidità di un elemento connesso rigidamente per una matrice di correzione, dove i termini sono dei parametri bidimensionali. Sekulovic e Salatic [46] hanno evidenziato, invece, l'aumento delle non-linearità relative alla geometria con il carico applicato; questa influenza diventa ancor più marcata nei giunti semi-rigidi rispetto ai giunti rigidi.

Nella ricerca della configurazione ottimale di un sistema meccanico si deve necessariamente tener conto che la risposta della struttura è condizionata dalla variabilità dei valori e dalle non-linearità geometriche [47]. La flessibilità del collegamento influenza l'affidabilità strutturale dell'intero sistema, quindi è fondamentale riconoscere la variabilità delle proprietà del collegamento.

In Hsu e Fafitis [48] vengono studiati i casi dove i collegamenti sono considerati viscoelastici e smorzati, mentre in Al-Bermani et al. [49] si analizzano i collegamenti flessibili non-lineari. Questi sono solo alcuni degli esempi che mostrano come le caratteristiche del collegamento modificano le proprietà dinamiche della struttura, come gli autovettori e gli autovalori. Le caratteristiche di rigidità e smorzamento del collegamento possono essere regolate ampiamente, ma l'incertezza nella valutazione del comportamento del giunto può portare a condizioni critiche specialmente quando una piccola variazione dei coefficienti della rigidità e dello smorzamento producono una variazione importante nella risposta del sistema.

2.4.1 ANALISI DI SENSITIVITY DEI PARAMETRI DI UN GIUNTO

La Sensitivity è un campo della matematica che studia il comportamento di un sistema al variare di alcuni parametri caratteristici [50]. In ambito strutturale, l'analisi di Sensitivity sulla variazione dei parametri di un giunto, per esempio, è un aspetto fondamentale per una progettazione ottimale del sistema.

La sensibilità delle proprietà fisiche di un sistema dinamico al variare di alcuni parametri può essere determinata calcolando le derivate parziali dei parametri rispetto ad un set di parametri che restano costanti. In alcuni casi, il set di parametri costanti varia in funzione delle condizioni operative del sistema, rendendo necessaria un'analisi globale dei parametri che complica l'interpretazione e la visualizzazione dei risultati. La valutazione delle derivate della risposta del sistema rispetto ai parametri come la rigidità, la massa e lo smorzamento è funzionale per comprendere l'intervallo dei parametri in cui la variazione della risposta del sistema è piccola e quindi può essere trascurata. In presenza di un sistema eccitato in maniera random, invece, si rende necessario l'approccio stocastico alla sensitivity [51].

2.5 FENOMENI DI FATICA E CEDIMENTO NEI GIUNTI

In precedenza, nel paragrafo 2.2.2, era già stato affrontato l'argomento del meccanismo di rilassamento e dell'allentamento, indotto da un'eccitazione esterna, che si verifica in sistemi dove vi è la presenza di elementi di collegamento, come i giunti. Il comportamento del giunto sottoposto ad un carico dinamico dipende dal carico stesso, dal coefficiente di attrito tra le superfici a contatto, dalle proprietà strutturali del sistema, dal numero e dal posizionamento dei bulloni, nel caso di giunti bullonati. Il carico dinamico può causare dei fenomeni di fatica e culminare con un cedimento della struttura. L'analisi del cedimento a fatica di un sistema meccanico è fondamentale per una progettazione ottimale e per questa ragione in letteratura è stato ampiamente trattato da diversi autori. Lazzarin et al. [52] hanno analizzato il cedimento a fatica di giunti bullonati in lega d'alluminio evidenziando che la forza di serraggio non è sufficiente ad impedire lo scorrimento. Con un alto numero di cicli, il cedimento a fatica inizia o vicino al diametro esterno del foro o sulla superficie di contatto. La dipendenza tra l'ampiezza dello stress e il numero di cicli si trova all'interno di una banda limite di valori che è funzione delle proprietà del materiale. In ambito automobilistico bisogna garantire il comfort e la sicurezza dei passeggeri e quindi i sistemi strutturali vengono progettati per resistere a sollecitazioni impulsive [53].

Nel caso in cui il sistema è sottoposto ad elevati carichi termici si rende necessario l'analisi del comportamento del collegamento allo scorrimento viscoso. Lo scorrimento viscoso, o creep in inglese, è la deformazione di un materiale sottoposto a sforzo costante per lunghi periodi di tempo ad elevata temperatura. Ellis et al. [54] ha sviluppato un modello analitico di previsione del ciclo vita per le turbine ad alta temperatura con un valore limite dello scorrimento viscoso pari al 1%.

Nell'industria automobilistica e aerospaziale, la dinamica del cedimento a fatica è un tema di grossa rilevanza. Per esempio, un aeromobile è soggetto a sollecitazione di carico ad ampiezza variabile nel tempo e molte sue parti sono giuntate tramite bulloni o rivetti e in Seliger [55] viene riscontrato che la resistenza a fatica dei rivetti aumenta se aumenta la distanza tra i due rivetti adiacenti. Nelle

parti di un aeromobile sottoposte ad elevate temperatura si può notare una deformazione sensibilmente maggiore delle parti giuntate rispetto al caso monoscocca [56].

3. APPROCCIO SPERIMENTALE AL PROBLEMA

Quando si affronta l'analisi sperimentale di strutture vibranti si ricorre spesso alla misura di Funzioni di Risposta in Frequenza, definita dagli anglosassoni FRF che è l'acronimo di Frequency Responce Funcion. In campo dinamico la FRF mette in relazione una quantità relativa al moto e una forza. A seconda che essa sia associata alla velocità, all'accelerazione o allo spostamento, si può definire: mobilità, ineranza o recettanza.

In fase di progettazione è spesso usata la recettanza, mentre nelle misurazioni si opta per l'ineranza, essendo gli accelerometri la tipologia di trasduttori di movimento più adottati e dotati di adeguata precisione [4].

3.1 LA STRUMENTAZIONE

La figura sottostante (Fig. 27) illustra lo schema della catena di misura, il cui scopo è trasformare la grandezza fisica in un segnale elettrico in tensione. Il sistema di eccitazione prevede l'impiego: di un generatore di segnale, un amplificatore di segnale ed un eccitatore o shaker; la catena di misura un insieme di trasduttori ed un analizzatore di segnale

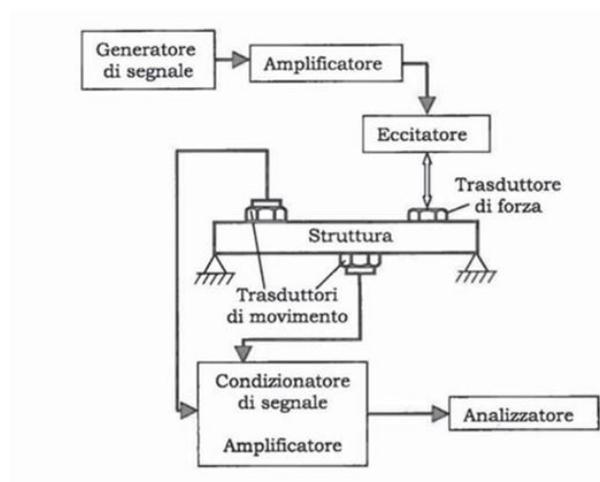


Figura 27: schema di un sistema di misura della mobilità

Il generatore di segnale serve a impostare la forzante con cui eccitare il sistema (andamento armonico, impulsivo, periodico, etc.). Prima che il segnale entri nel sistema eccitante esso viene amplificato. I trasduttori di forza e movimento a contatto, applicati alla struttura, permettono di rilevare le grandezze di interesse, come forza e accelerazione, e attraverso il passaggio nel condizionatore e/o un amplificatore, i dati analogici acquisiti vengono convertiti in digitali per poter essere importati nel sistema di analisi e lettura, e calcolare infine la FRF.

3.2 DESCRIZIONE DEL SISTEMA DINAMICO

Il sistema dinamico è composto dallo shaker al quale sono vincolate, tramite una cella di carico due travi di dimensioni 400x30x3 mm in alluminio. Le travi a loro volta sono mutuamente tenute salde attraverso otto coppie di magneti disposti lungo di esse, equidistanziati, e simmetrici rispetto all'asse di simmetria passante per il centro del sistema di ancoraggio (Fig.28). Si è cercato inizialmente di disporre i magneti il più vicino possibile per garantire una distribuzione quanto più uniforme della pressione di contatto, sfortunatamente la forza di repulsione esercitata mutuamente tra magneti affiancati ha permesso il loro posizionamento mantenendo una distanza di circa 50 mm tra i baricentri dei magneti stessi.

La configurazione finale della struttura ricorda quindi una flangia bullonata, in cui i magneti garantiscono la pressione di serraggio, senza però creare la discontinuità nelle travette dovuta ai fori per permettere il serraggio mediante bulloni.

Questa ipotesi semplificativa permette di analizzare quindi il comportamento dinamico delle travette permettendo di depurare l'analisi da tutti i fattori relativi al sistema di serraggio tradizionale. Per una corretta progettazione di un sistema di serraggio tradizionale vite-dado bisognerebbe tener conto e valutare molti fattori come, per esempio, il gioco tra il foro e il bullone, l'attrito sotto-testa della vite

ma questi parametri sono difficili da ricavare e spesso comportano delle incertezze che influenzano il risultato. In questo modo tutte queste incertezze sono assenti.



Figura 28: shaker con sistema di travi

La struttura è sottoposta ad un test “step sine” in cui l’ampiezza della forzante è mantenuta costante per tutto il range di frequenze esplorate [57]. Le differenti frequenze della forzante sinusoidale, sono state scelte includendo la frequenza di risonanza, e discretizzate in maniera da rappresentare opportunamente la risposta in frequenza come una funzione continua nel dominio delle frequenze.

Il sistema è simmetrico in quanto le travi sono vincolate in posizione centrale. Il vincolo non è infinitamente rigido, ma risulta difficile calcolare con precisione la sua rigidità. E’ auspicabile, pertanto, effettuare il test in condizioni operative in quanto la struttura risulta essere più fedele alle condizioni reali del sistema, ma molto spesso in questi casi non è possibile conoscere esattamente le forzanti che agiscono sul sistema e ciò può alterare le proprietà dinamiche della struttura [4]. Risulta quindi evidente che occorre trovare una soluzione di compromesso, studiando di volta in volta il sistema in esame e sfruttando l’esperienza pregressa.

3.3 IL SISTEMA DI ECCITAZIONE

La struttura è sollecitata con ampiezza della forzante costante, attraverso la cella di carico. Ogni misurazione viene effettuata con un set-up precedente in cui si stabilisce con quale forza deve essere eseguito il test [57]. Il generatore di segnale (DataPhisycs, mostrato in Fig. 29) invia il segnale in tensione, dove il livello di voltaggio massimo è limitato a 2V per garantire l'integrità della scheda di generazione del segnale.



Figura 29: sistema d'acquisizione DataPhysics

Il segnale viene così amplificato tramite l'amplificatore, mostrato in Fig. 30., per eccitare la struttura con la forza controllata in ampiezza dalla cella di carico

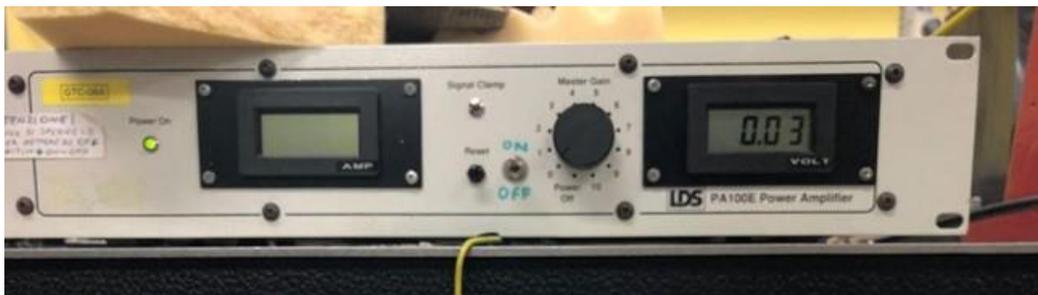


Figura 30: amplificatore

Il software di acquisizione dati SignalCalcMobilyzerII acquisisce i dati indipendentemente dalla forza agente sul sistema, quindi è importante che l'ampiezza sia costante.

Lo shaker riceve il segnale amplificato, il magnete permanente al suo interno viene eccitato, ed inizia ad oscillare assialmente, essendo il campo magnetico variabile in funzione del segnale di ingresso.

Attraverso lo shaker si possono applicare eccitazioni ad elevata frequenza, ma con spostamenti contenuti [4]. All'aumentare della forza si è osservato che il sistema eccita la struttura con un andamento differente da quello armonico con un conseguente errore di lettura e memorizzazione dei dati. Per elevate frequenze di eccitazione dunque è necessario progettare appositamente la tavola vibrante [57].

3.4 I TRASDUTTORI

Tra lo shaker e la struttura sono montati i trasduttori o celle di carico, e sono costituiti da materiale piezoelettrico al loro interno, che permette di controllare gli sforzi di trazione e compressione agenti lungo il loro asse. Gli accelerometri o trasduttori di accelerazione, costituiti sempre da materiale piezoelettrico, hanno massa trascurabile in modo da non influenzare la risposta in frequenza.

Gli sforzi di trazione e compressione vengono quindi tramutati in tensione dai piezoelettrici e mandati al sistema di acquisizione che poi trasforma il segnale analogico in digitale.

Inoltre è importante che l'accelerometro vada collocato al centro della struttura per evitare che l'asimmetria della posizione influenzi la risposta dinamica del sistema [57].



Figura 31: a) trasduttori di forza e b) trasduttori di accelerazione

3.5 SIGNALCALCMOBILYZERII

Il sistema di acquisizione DataPhysics, riceve i segnali dei trasduttori, e questi dati sono poi elaborati mediante il software SignalCalcMobilyzerII, che permette di esportare i dati in Matlab per le successive fasi di post-processamento.

Grazie al software è possibile visualizzare l'andamento dell'Accelerazione (m/s^2), della Forza (N) e la FRF (ordinata Magnitude [$m/s^2/N$], ascissa frequenza [Hz]).

3.6 ESECUZIONE DEI TEST

La prova è stata effettuata sul sistema descritto in precedenza nel paragrafo 3.2.

mediante il software si discretizza l'intervallo di frequenze da analizzare in 200 punti e una frequenza di campionamento di 1.344 kHz. Per i test effettuati con ampiezze di eccitazione molto contenute (non oltre ad 2N) è stata imposta una tolleranza sulla forza dell'1%, perché si è osservato che con piccole variazioni dell'ampiezza della forzante causate dal controllo del sistema si ha una sensibile variazione della risposta del sistema che tende a smorzatore molto poco per attrito e quindi tende ad un comportamento molto lineare. Da varie prove preparatorie si è osservato che per ottenere dei risultati accettabili bisogna impostare il parametro Avg=3, dove Avg indica il numero di medie utili che il programma effettua per ogni punto da calcolare. Inoltre, viene posto il Settling Time pari a 0.2s, che corrisponde al tempo che intercorre tra la misura ad una data frequenza e la successiva per

permettere al sistema dinamico di assestarsi dopo la fase transitoria di passaggio tra una frequenza eccitante e la successiva.

Sono state effettuate diverse prove con l'ampiezza della forzante che varia tra 0.2N e 10N. Ogni prova è stata ripetuta per verificare la robustezza dei valori ottenuti e tracciare una FRF con i valori mediati tra le prove effettuate. Per ogni ampiezza di oscillazione si è scelto di effettuare le prove in modalità Up (test effettuato a frequenze crescenti) e successivamente in modalità Down (test effettuato a frequenze decrescenti) per verificare la ripetibilità delle misure. Di seguito viene mostrato il confronto grafico tra le FRF con differenti ampiezze di eccitazione che variano tra 0.2N e 2N (Fig. 32 e 33).

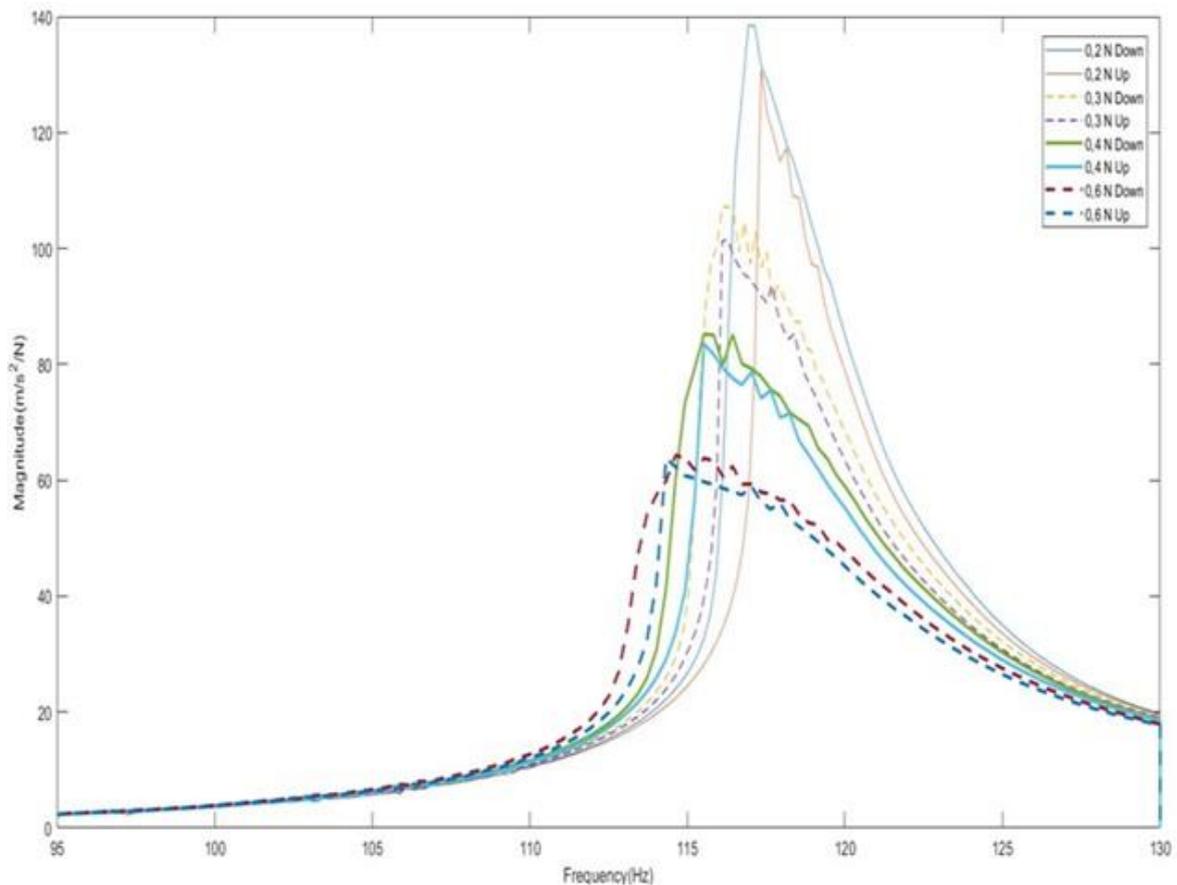


Figura 32 : confronto FRF con forze 0.2N, 0.4N e 0.6N

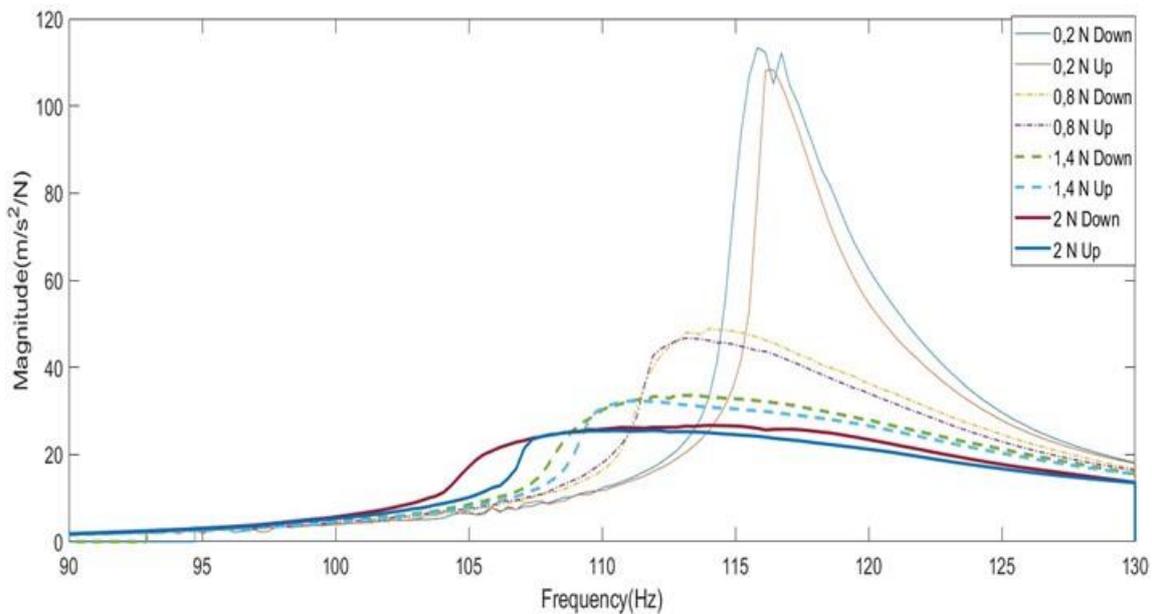


Figura 33: confronto FRF con forze 0.2N, 0.8N, 1.4N e 2N

Le FRF sono riportate in due grafici per maggiore chiarezza.

Dalla Fig. 32 si osserva che eccitando il sistema con basse ampiezze di eccitazione è sufficiente una modesta variazione dell'ampiezza per ottenere grandi differenze in termini di FRF. Questo si spiega in quanto il sistema è smorzato per attrito molto poco quindi tende a vibrare in condizioni quasi lineari, qualsiasi perturbazione sull'ingresso dell'eccitazione può generare grosse variazioni in ampiezza.

Inoltre, all'aumentare dell'ampiezza della forza, il picco dell'ampiezza di risonanza si sposta verso frequenze più basse e il valore della risposta si riduce. Ad ampiezze di eccitazione maggiori si nota un comportamento più stabile rispetto ai test effettuati con piccole ampiezze di eccitazione, dove un piccolo disturbo durante l'esecuzione della prova può provocare importanti variazioni della FRF.

I test effettuati in modalità Up producono un ritardo nel raggiungimento del picco di risonanza rispetto alle prove in modalità Down. Il sistema, eccitato in modalità Up, presenta dei comportamenti instabili a basse frequenze che ritardano il raggiungimento del picco di risonanza. Questa criticità non si

presenta nelle prove in modalità Down, dove il sistema assume fin da subito un comportamento stabile [57].

4. APPROCCIO NUMERICO AL PROBLEMA

In questo capitolo viene affrontata l'analisi vibrazionale del sistema meccanico, precedentemente descritto nel paragrafo 3.2, con un approccio numerico. Dopo un breve cenno sulle caratteristiche del software utilizzato, si descrivono le fasi con cui si è giunti alla definizione del modello numerico agli elementi finiti a cui sono seguite differenti analisi numeriche del modello per caratterizzare il comportamento dinamico del sistema.

4.1 AMBIENTE DI CALCOLO ANSYS

Ansys (Analysis Systems Inc.) è una società americana che sviluppa e commercializza software per l'analisi agli elementi finiti (FEA, Finite Element Analysis) usati per la simulazione di molti problemi ingegneristici.

Tramite il programma si possono ricreare dei modelli virtuali di componenti reali, oppure possono essere importati dei modelli CAD sviluppati su altri software, per poi effettuare delle analisi su strutture, componenti meccanici e valutarne i risultati confrontandoli con i risultati ottenuti tramite la sperimentazione in laboratorio dei campioni prova.

In questo lavoro di tesi è stato utilizzato **Ansys Mechanical APDL 15.0**, dove è possibile creare la geometria dei componenti analizzati partendo dalla definizione dei punti (Keypoints) e delle linee utili alla creazione di aree e volumi, dove poi vengono assegnate le caratteristiche proprie del componente. La valutazione dei parametri inseriti nella fase immediatamente precedente alla simulazione e l'analisi critica dei risultati sono le basi per ottenere simulazioni il più possibile realistiche e vicine alla sperimentazione.

4.2 COSTRUZIONE DEL MODELLO DELLA TRAVE SINGOLA

Per la costruzione del modello agli elementi finiti si è partiti dal sistema utilizzato anche in fase di sperimentazione, mostrato precedentemente in Fig. 28. [57].

Inizialmente è stata modellata, per via parametrica, la singola trave accoppiata agli otto magneti, come mostrato in Fig. 34, in modo da poter variare le caratteristiche del modello con pochi parametri caratteristici [58]. Il modello della singola trave è racchiuso in un listato .txt da far processare al software. Questo metodo di programmazione è noto con il termine programmazione batch.

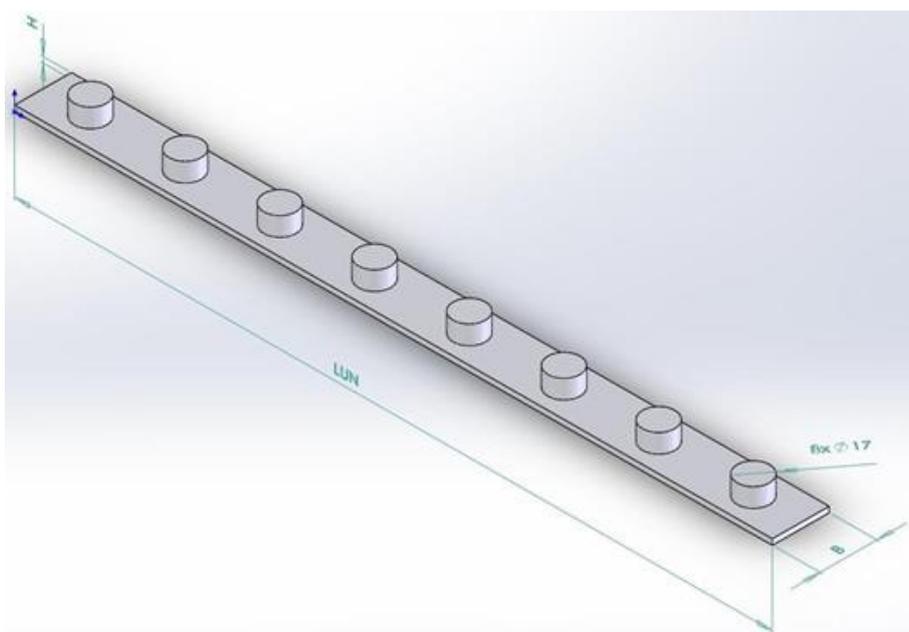


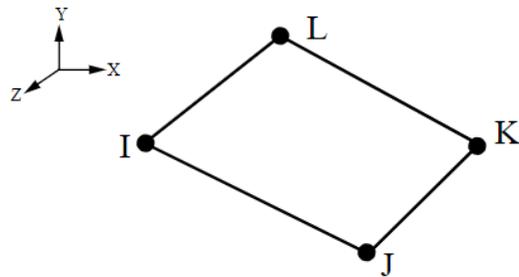
Figura 34: modello della trave singola in 3D

La trave singola è stata modellata definendo, in prima battuta, gli elementi ed i materiali della trave e dei magneti, consultabili in Ansys nella sezione Preprocessor.

Gli elementi (element type o *et* in Ansys) considerati per definire le travi ed i magneti sono:

- Elementi MESH200 [59];
- Elementi SOLID186 [60].

Gli elementi MESH200, definiti come element type 1, sono degli elementi utilizzati per discretizzare la superficie dei corpi e facilitano anche la regolarità della mesh di volume. Per descrivere la nostra trave sono stati scelti degli elementi quadrilateri a 4 nodi (Keyopt(1)), mostrati in Fig. 35:



KEYOPT (1) = 6
3-D quadrilateral with 4 nodes

Figura 35: elemento MESH200

L'elemento MESH200 è verificato, prima dello svolgimento di qualunque analisi, tramite l'analisi della forma degli elementi, come suggerito dal programma (Keyopt(2), K2=0) (Fig.36), in modo da effettuare il controllo della mesh.

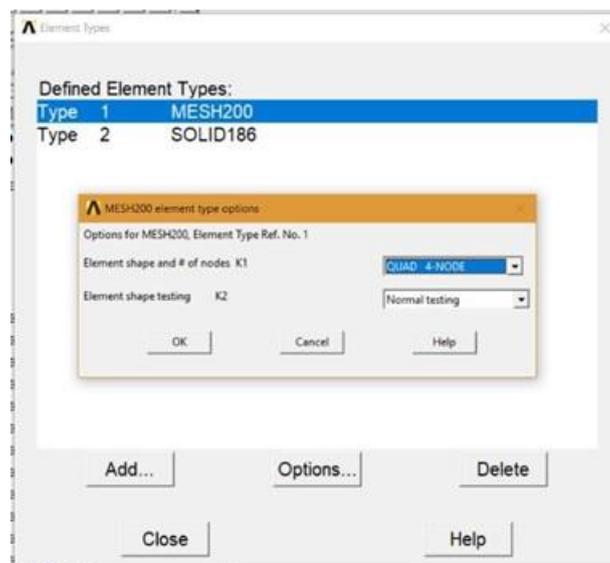


Figura 36: opzioni dell'elemento MESH200

Gli elementi SOLID186, definiti come element type 2, sono degli elementi tridimensionali a venti nodi con ogni nodo con tre gradi di libertà traslazionali lungo i tre assi (x, y, z) e un esempio di questo elemento è mostrato in Fig. 37:

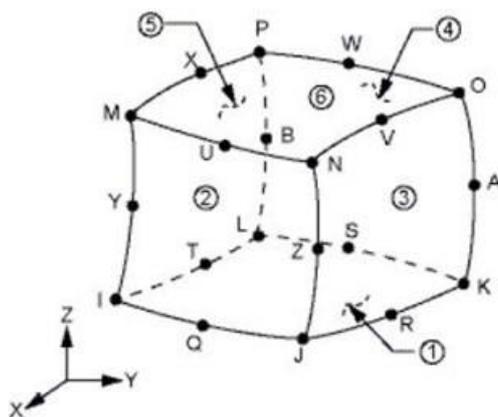


Figura 37: elemento SOLID186

Gli elementi SOLID186 considerati sono caratterizzati da tre opzioni, Fig. 38.

L'opzione K2 permette di selezionare il metodo di integrazione (*full integration o uniform reduced integration method*) che è stato impostato sul metodo ridotto, come da default, per evitare delle criticità nella mesh di volume in condizioni di incomprimibilità. L'opzione K3, invece, permette di scegliere di considerare il solido come omogeneo o a strati. Considerando l'elemento SOLID186 come *homogeneous structural solid* si ha una buona rappresentazione del modello anche con delle mesh non propriamente regolari. Infine, l'opzione K6 permette di scegliere la trattazione degli elementi secondo la formulazione *pure displacement*, come da default, o *mixed*.

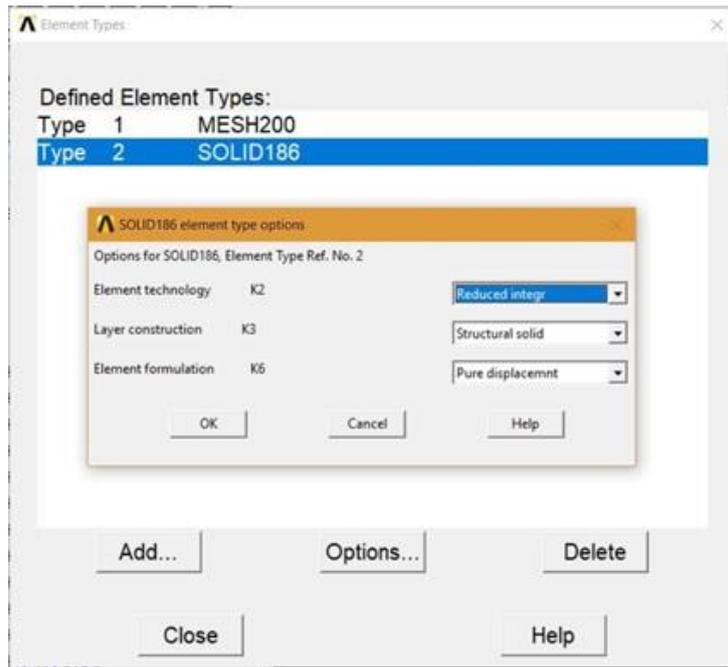


Figura 38: opzioni dell'elemento SOLID186

Le proprietà dei materiali considerati per caratterizzare la trave ed i magneti sono riassunti nella Tab. 3. Per l'alluminio si è scelto un valore di $6.49 \cdot 10^{10}$ andando a comparare le frequenze proprie ottenute mediante l'analisi modale sul modello FEM, con i risultati delle prove sperimentali realizzate precedentemente. Nel paragrafo seguente 4.4, sono riportati i passaggi del model update per giungere al valore del modulo di Young ottimale per il modello.

Elemento	Trave	Magneti
Materiale	Alluminio	Neodimio, Ferro, Boro sintetizzato
Modulo di Young [Pa]	$6.49 \cdot 10^{10}$	$6.49 \cdot 10^9$
Coefficiente di Poisson	0,3	0,3
Densità [kg/m³]	2800	8951

Tabella 3: proprietà dei materiali

Le informazioni riguardanti i materiali e le loro proprietà sono consultabili e modificabili in Ansys in *Preprocessor -> Material Props -> Material Models*.

La tabella di cui sopra evidenzia come l'ordine di grandezza del modulo di Young per i magneti è un ordine di grandezza inferiore rispetto alla trave e quindi non irrigidiscono la struttura. A livello sperimentale, i magneti sono semplicemente incollati alla trave mediante della colla e quindi tale vincolo è difficilmente paragonabile ad una perfetta saldatura dei corpi e non consente un aumento di rigidità flessionale della trave. I magneti, a causa della densità maggiore rispetto l'alluminio, forniscono però un importante contributo in termini di massa e proprietà inerziali.

La geometria del sistema è stata definita per via parametrica, in modo da permettere di analizzare le proprietà del sistema al variare di pochi parametri caratteristici come: larghezza, lunghezza e spessore della trave, numero di magneti, interasse tra il centro dei magneti ecc.

La geometria è definita a partire dai keypoints principali del sistema. Per definire i keypoints in Ansys è sufficiente utilizzare il comando *k*, numerando in maniera sequenziale i keypoints e inserendo le coordinate spaziali x, y e z del punto da definire. Si definiscono, quindi, i quattro vertici della trave e i punti rappresentanti i centri dei magneti. Successivamente, vengono create le linee come unione di due keypoints tramite il comando *l*. Inoltre, per facilitare la creazione di una mesh quanto più regolare possibile i magneti, di forma circolare, sono inscritti in dei quadrati e le relative diagonali appositamente definiti per omogeneizzare la mesh della struttura. Tramite il comando *al* in Ansys è possibile creare un'area selezionando le linee di interesse. Al termine di questi comandi il modello appare come una superficie piana suddivisa in aree, come mostrato in Fig. 39:

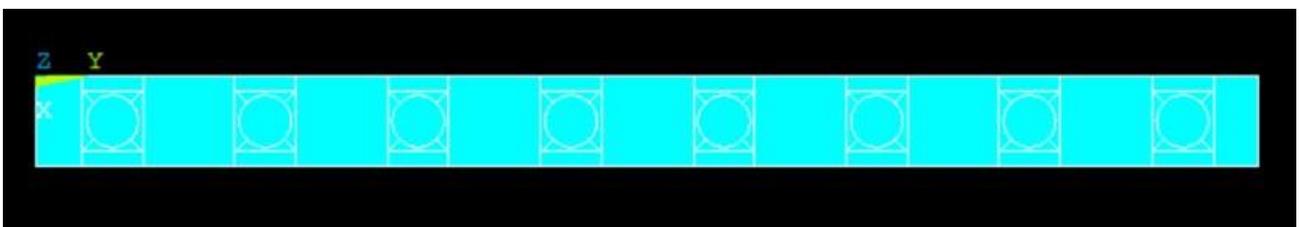


Figura 39: suddivisione del modello trave singola

Tramite il comando *vext* si passa dal modello bidimensionale al modello tridimensionale estrudendo le aree nella direzione desiderata, come si evince in Fig. 40:

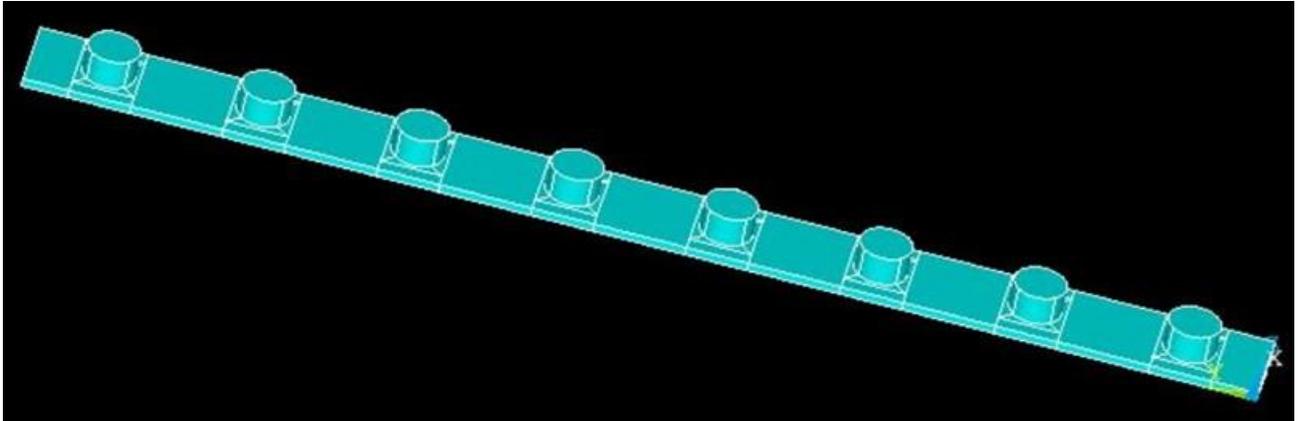


Figura 40: aree del modello trave singola

Una volta creata la geometria di base, attraverso il comando *lesize*, sono state suddivise le linee presenti in modo da procedere all'operazione di discretizzazione (o meshing) delle aree e dei volumi, con i comandi *amesh* e *vmesh*. Gli elementi finiti sono definiti compiutamente con i comandi *mshape* e *mshkey*. Con il comando *mshape* si definisce la forma dell'elemento da utilizzare per creare la geometria, nel nostro caso si è scelto un elemento a 4 nodi (key=0 in Ansys), mentre invece con il comando *mshkey* permette di discretizzare la geometria in due differenti modi: free e mapped. Si è scelto una *mapped meshing* (key=1 in Ansys) che permette di ottenere una mesh più ordinata e regolare rispetto alla *free meshing*.

A titolo esemplificativo, nella Fig. 41, viene riportato come varia la discretizzazione di semplice elemento bidimensionale qualora si scegliesse una *free meshing* oppure una *mapped meshing*:

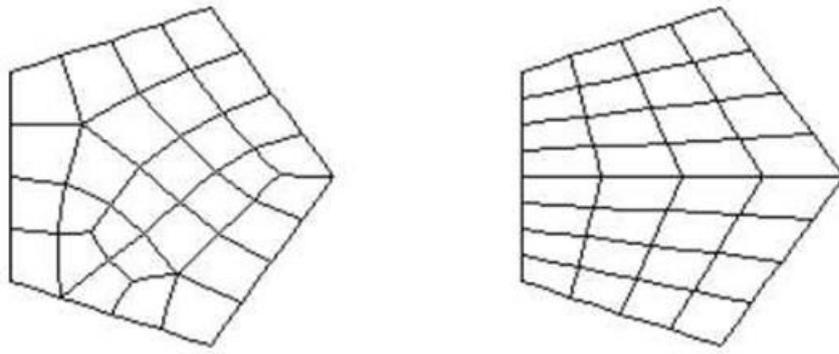


Figura 41: free e mapped meshing

Con l'opzione *mapped meshing* si hanno delle restrizioni in termini geometrici che non ci sono con la *free meshing*, infatti una discretizzazione *mapped* dell'area avviene solo con elementi quadrangolari o solo con elementi triangolari. Analogamente, una *mapped mesh* dei volumi avviene solo con elementi esaedrici.

Nella Fig. 42 viene così mostrata la discretizzazione del primo di due modelli, A e B, che sono stati creati utilizzando un numero di elementi diversi al fine di eseguire una analisi di convergenza dei risultati al variare della mesh.

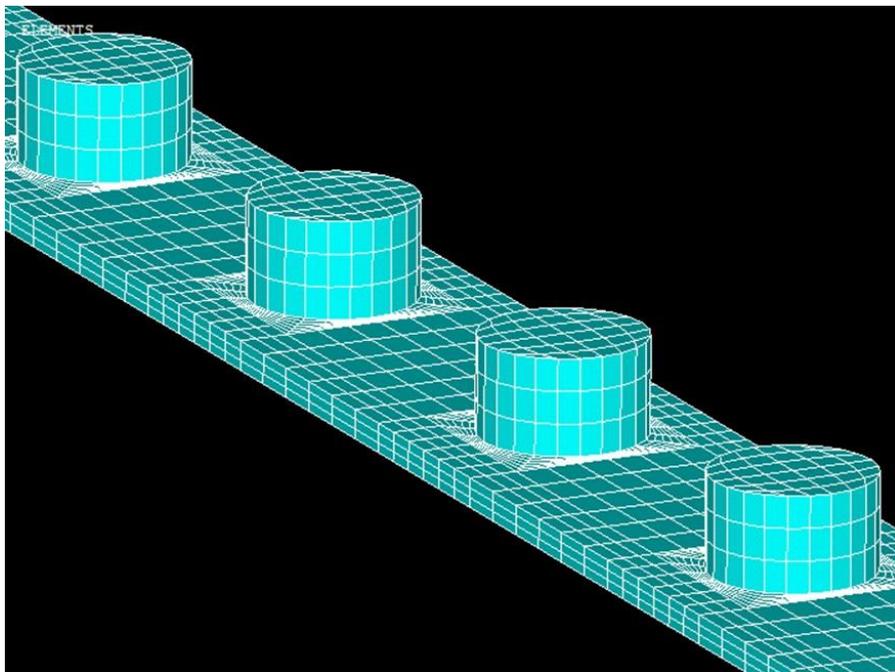


Figura 42: modello A

La discretizzazione dello spessore della trave con più elementi, lungo l'asse Z, permette di cogliere il comportamento flessionale della struttura.

Nella Fig. 43, invece, viene evidenziata nel dettaglio la regolarità degli elementi nelle aree vicine ai magneti.

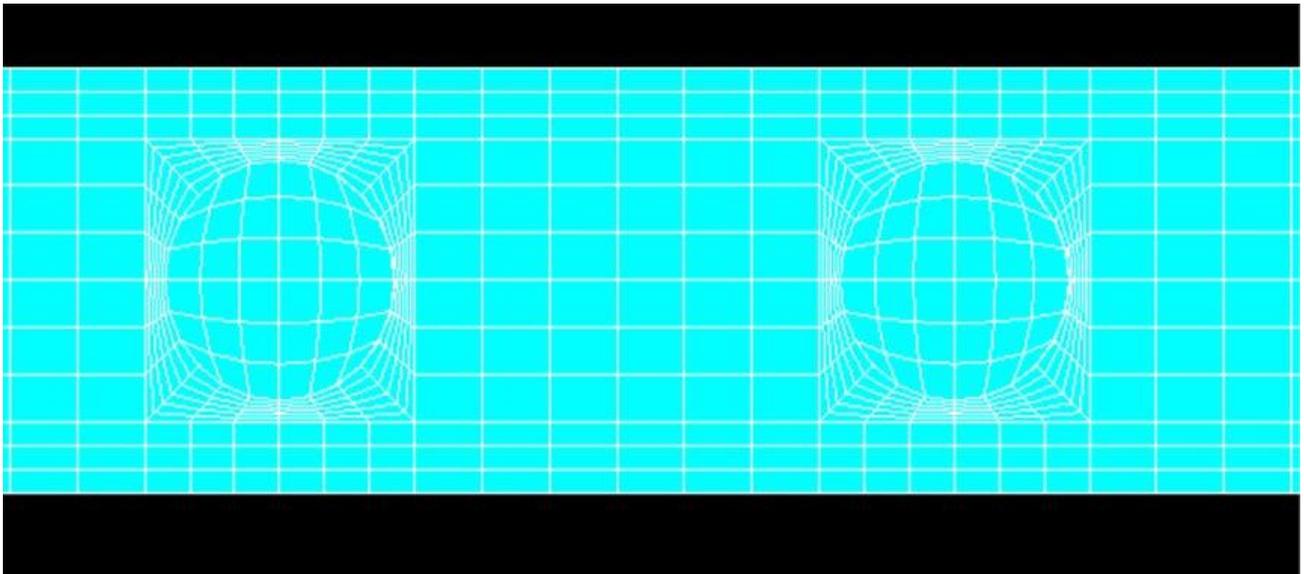


Figura 43: dettaglio della discretizzazione del modello vicino ai magneti

In questo modello, la discretizzazione delle aree lungo lo spessore di tutta la trave non cambia. Si avrà, dunque, la medesima discretizzazione a livello di aree anche nella faccia inferiore della trave che dovrà poi essere a contatto con l'altra trave al momento dell'accoppiamento per creare il sistema completo.

Successivamente, la trave di partenza è stata rimodellata con una discretizzazione della superficie mediante una mesh meno fitta (modello B, Fig. 44):

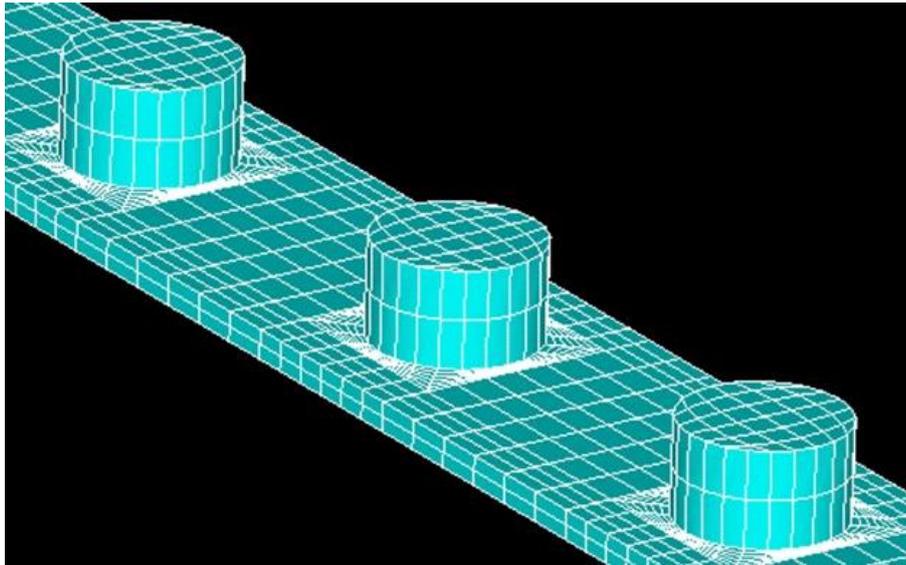


Figura 44: modello B

I due differenti modelli con diverse discretizzazioni della mesh lungo lo spessore della trave, servono a capire ogni volta che si affronta un'analisi sul modello quanto la discretizzazione della mesh possa influire sulla soluzione finale. Il modello B ovviamente comporta un tempo di calcolo inferiore, rispetto al modello A, ma a discapito di un peggiore grado di approssimazione, come si vedrà nei successivi paragrafi.

4.3 COSTRUZIONE DEL MODELLO CON TRAVI

ACCOPPIATE

Successivamente, dopo aver modellato la singola trave con i relativi magneti, è possibile realizzare l'accoppiamento delle due travi in modo da creare il modello finale, Fig. 45.

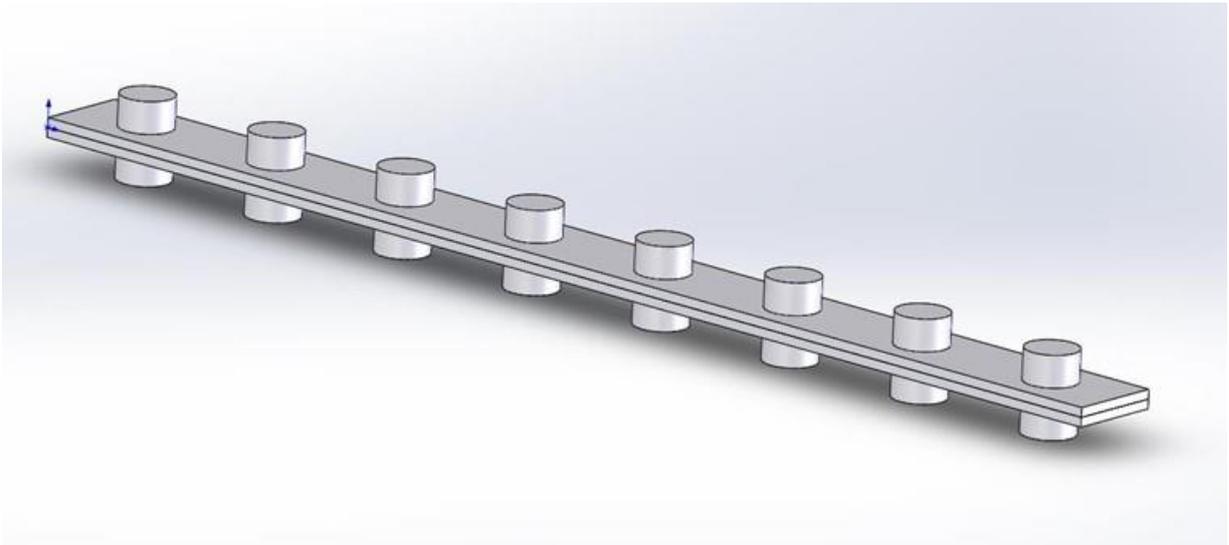


Figura 45: modello con le travi accoppiate in 3D

Nella sezione *Preprocessor* -> *Modeling* in Ansys, è possibile utilizzare il comando *reflect* in modo da specchiare il modello, creato nel paragrafo 4.2, rispetto ad un piano di riferimento (nel nostro caso il piano utilizzato è stato il piano X-Y) (Fig. 46).

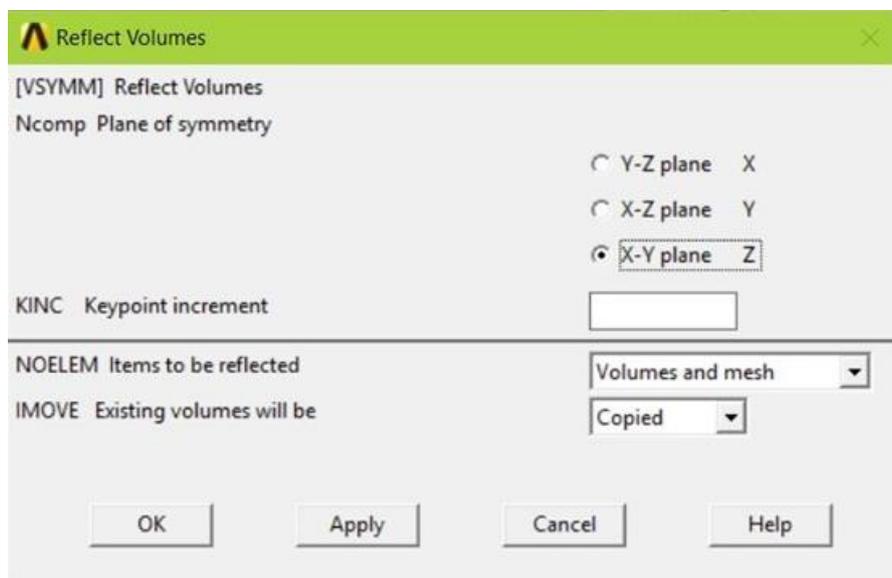


Figura 46: comando Reflect

Il modello definitivo è ottenuto specchiando tutti gli elementi del modello della trave singola (keypoints, linee, aree, volumi e mesh) ed è visibile in Fig. 47:

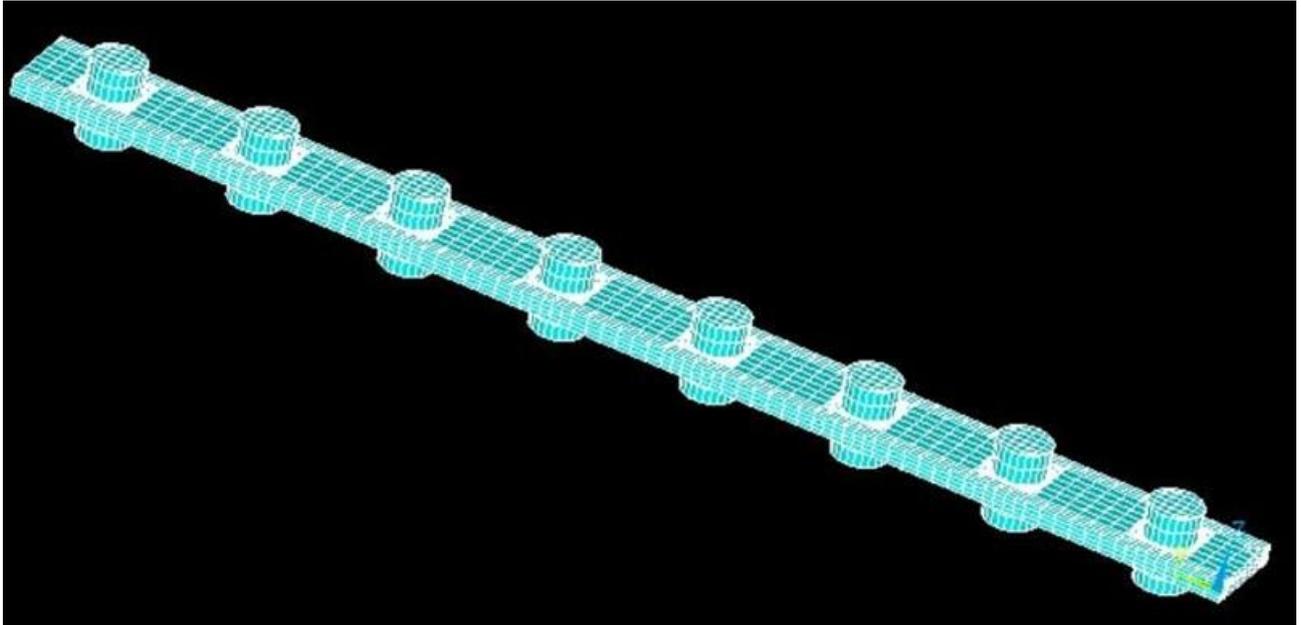


Figura 47: modello A con le travi accoppiate

Viene qui riportato il confronto tra i modelli A e B nel caso delle travi accoppiate (Fig. 48) e la tabella riepilogativa degli elementi (Tab. 4):

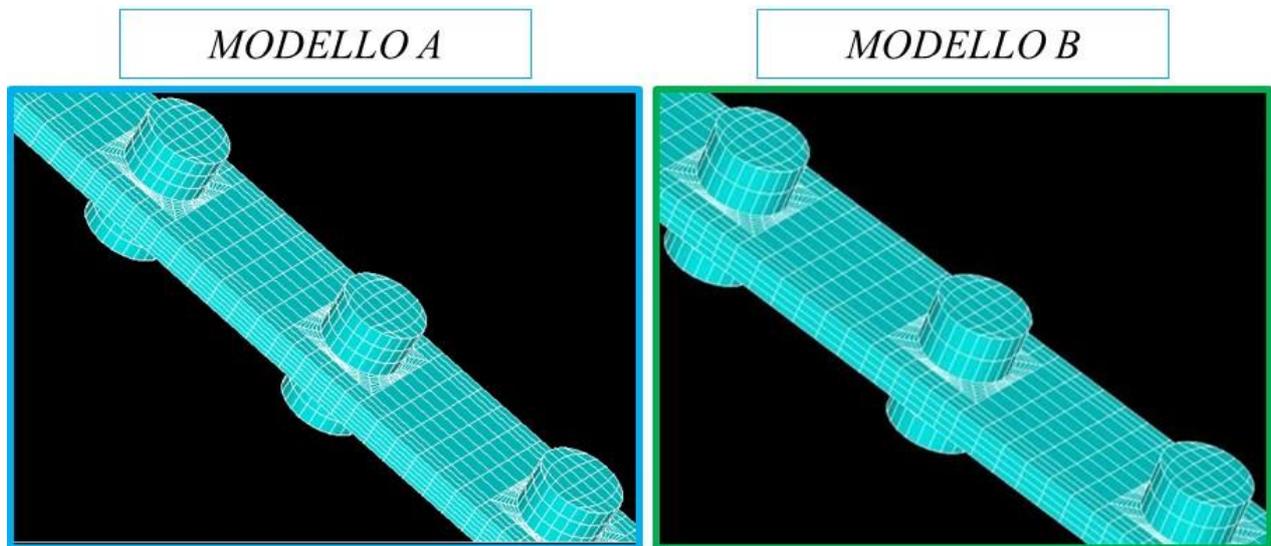


Figura 48: confronto tra modelli A e B per le travi accoppiate

	Modello A	Modello B
#Elementi SOLID186	41472	10368

#Area Contact	9215	2304
#Area Target	9215	2304

Tabella 4: confronto tra modello A e B

Il sistema finale con le travi accoppiate è completato definendo le aree di contatto, denominate aree *Target* e *Contact*. Nel nostro caso, le aree della superficie di contatto della trave superiore sono state denominate come aree *Target* mentre le aree della superficie di contatto della trave inferiore sono denominate come aree *Contact*. Per fare ciò è possibile richiamare dalla GUI (Graphical User Interface) di Ansys il *Contact Wizard* tramite il comando *Preprocessor -> Modeling -> Create -> Contact Pair* (Fig. 49).

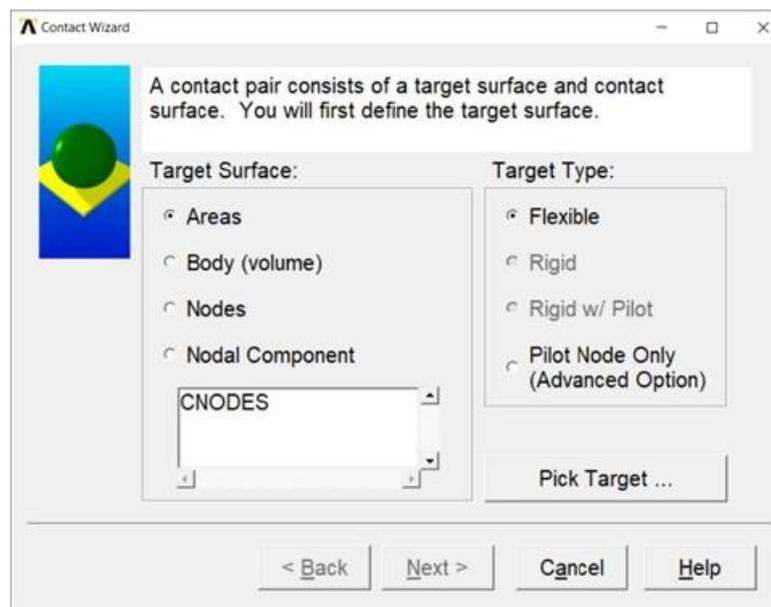


Figura 49: definizione aree Target

Con il comando *Pick Target* è possibile selezionare da video le aree Target del modello. Per fare ciò è necessario però isolare la trave superiore, in modo tale da rendere selezionabile solo le aree di contatto relative alla trave superiore, tramite il comando *Select -> Entities -> Areas -> Select Areas by Box -> Ok* (Fig. 50).

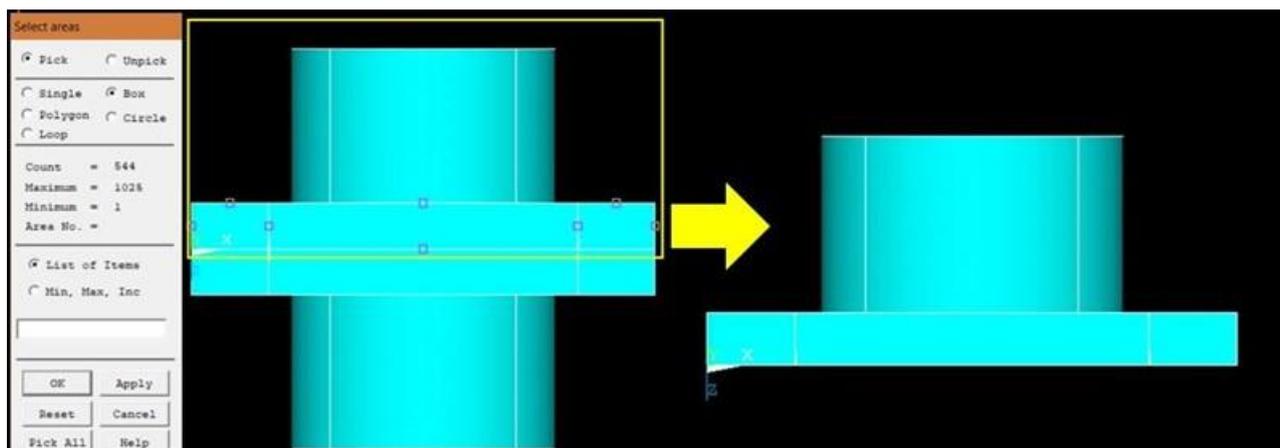


Figura 50: comandi necessari per isolare la trave superiore

Dopo aver isolato le aree relative alla trave superiore è possibile selezionare le aree Target attraverso il comando Pick Target (Fig. 51):

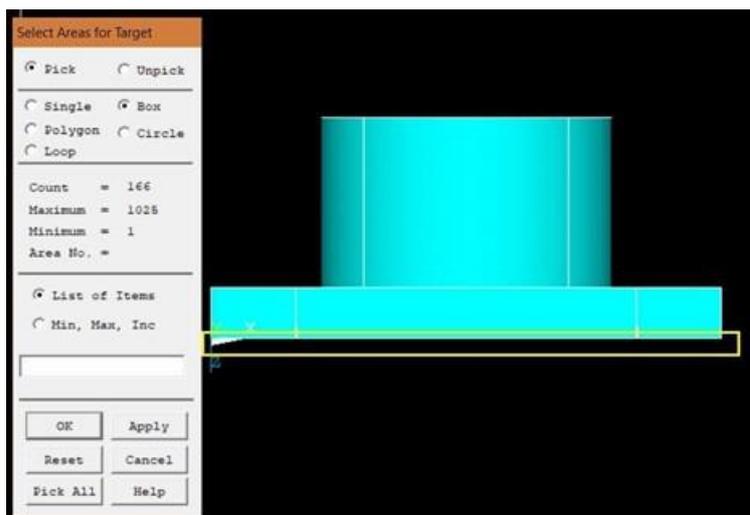


Figura 51: selezione aree Target

Dopo aver selezionato nuovamente l'intero modello con il comando *Select -> Everything* è possibile selezionare le aree Contact isolando le aree relative alla trave inferiore ed eseguendo il medesimo procedimento.

Infine, avendo definito le aree Target e Contact è possibile definire le proprietà del contatto tramite le impostazioni mostrate in Fig. 52.

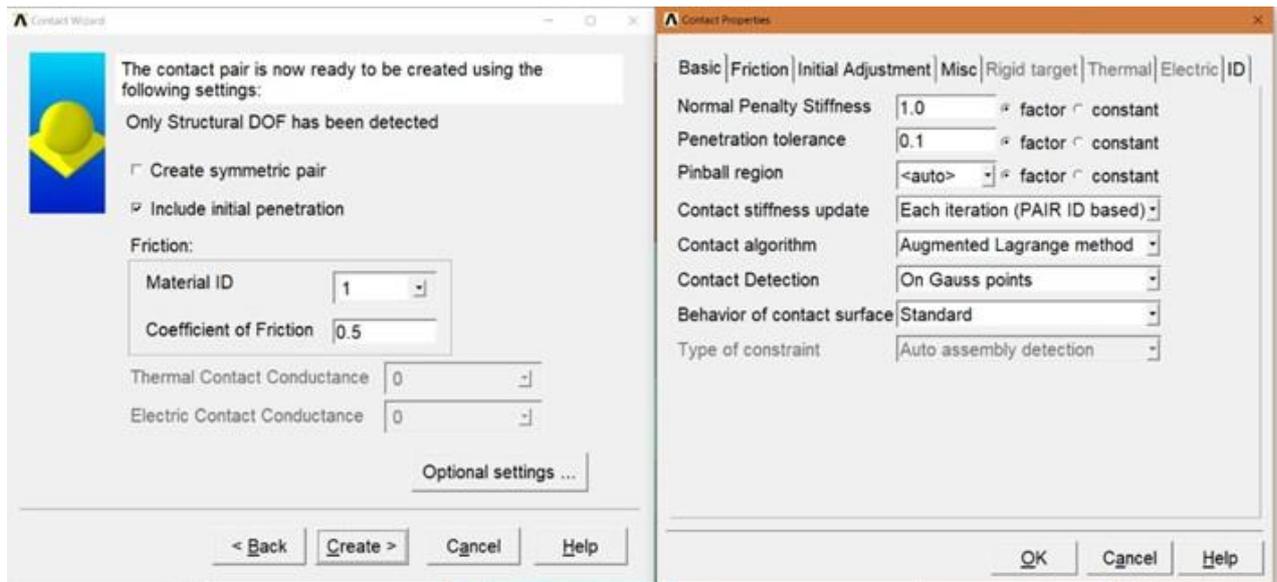


Figura 52: proprietà del modello di contatto

Le proprietà del contatto sono consultabili ed eventualmente modificabili in ogni momento tramite il Contact Manger presente nella GUI di Ansys.

Nel caso delle travi accoppiate sarebbe possibile anche definire il modello di collegamento che rappresenta il contatto fisico tra le facce delle travi mediante un layer di elementi unidimensionali, *Combin14*, *node-to-node*, interposto tra le facce delle travi a contatto. Questo elemento collega le coppie di nodi sovrapposti appartenenti alle facce delle due travi ed è caratterizzato da una rigidità, lineare o torsionale, ignota e che possiamo ricavare per tentativi in modo tale da ottenere dei risultati confrontabili in termini di confronto tra frequenza naturale e frequenza di risonanza con una analisi sperimentale di *tipo hammer test* o *ping test* (Fig. 53).

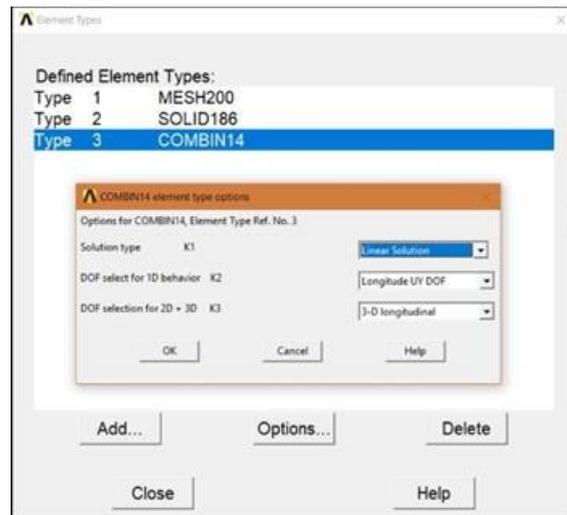


Figura 53: elemento Combin14

Di seguito, dopo aver descritto i differenti algoritmi risolutivi degli elementi di contatto, verranno descritte nel dettaglio le analisi condotte sui modelli appena descritti.

4.3.1 ANALISI MODALE FREE-FREE (MODEL UPDATE)

In condizioni Free-Free effettuando l'analisi modale si valutano le frequenze naturali del sistema indipendentemente dal vincolo. Sperimentalmente, ciò è ottenuto vincolando il sistema tramite elastici, in modo tale da considerare influente l'azione del vincolo sul sistema [4]. Tramite la prova ad impatto, o Hammer Test, si ottiene la funzione di risposta in frequenza (FRF) da cui è possibile ricavare la frequenza di risonanza del sistema [66].

In Ansys, l'analisi modale in condizioni free-free è condotta non vincolando in alcun modo il modello in esame. Tale analisi è stata svolta inizialmente sui modelli della trave singola (modelli A e B, paragrafo 4.2) e successivamente si è passati ad analizzare i modelli delle travi accoppiate (modelli A e B, paragrafo 4.3).

4.3.1.1 ANALISI MODALE FREE-FREE PER I MODELLI DELLA TRAVE SINGOLA

L'analisi modale free-free condotta in Ansys sui modelli A e B ha portato ad ottenere le frequenze mostrate in Fig. 54. È possibile osservare, in entrambi i modelli, sei frequenze con valori prossimi a 0 Hz. Un sistema non vincolato presenta, infatti, sei modi rigidi (tre relativi alla traslazione e tre relativi alla rotazione nello spazio) e queste frequenze ottenute confermano la correttezza dell'analisi svolta.

Modello A					Modello B				
SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE	SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	0.0000	1	1	1	1	0.0000	1	1	1
2	0.0000	1	2	2	2	0.0000	1	2	2
3	0.0000	1	3	3	3	0.0000	1	3	3
4	0.0000	1	4	4	4	0.47939E-02	1	4	4
5	0.46344E-02	1	5	5	5	0.81478E-02	1	5	5
6	0.13352E-01	1	6	6	6	0.12694E-01	1	6	6
7	66.742	1	7	7	7	69.310	1	7	7
8	185.09	1	8	8	8	192.35	1	8	8
9	364.02	1	9	9	9	378.71	1	9	9
10	583.45	1	10	10	10	579.26	1	10	10
11	591.62	1	11	11	11	597.87	1	11	11
12	603.81	1	12	12	12	629.31	1	12	12
13	901.37	1	13	13	13	942.12	1	13	13
14	1225.5	1	14	14	14	1237.0	1	14	14
15	1255.4	1	15	15	15	1318.3	1	15	15
16	1330.7	1	16	16	16	1332.6	1	16	16
17	1855.9	1	17	17	17	1923.9	1	17	17
18	1941.3	1	18	18	18	1957.1	1	18	18
19	2043.9	1	19	19	19	2138.2	1	19	19
20	2130.5	1	20	20	20	2155.5	1	20	20

Figura 54: frequenze naturali lamina singola per modelli A e B

Dall'Hammer Test condotto in [66] è stata ottenuta una prima frequenza di risonanza pari a 66.75 Hz (Fig. 55), che è stato scelto come riferimento da cui ricavare l'errore percentuale per i modelli. L'errore percentuale relativo alla prima frequenza naturale è dunque pari al 3.8% per il modello B e si attesta invece intorno allo 0.01% per il modello A. Questi risultati sono stati ottenuti attraverso un'analisi di convergenza sui modelli, partendo da un modulo di Young scelti in linea con le caratteristiche dei materiali utilizzati, riportate in letteratura, fino ad un valore pari a 6.49×10^{10} Mpa (come indicato precedentemente nella Tab.3 par.4.2), che ha portato ad un risultato per il modello, che indica un elevato grado di corrispondenza con la realtà.

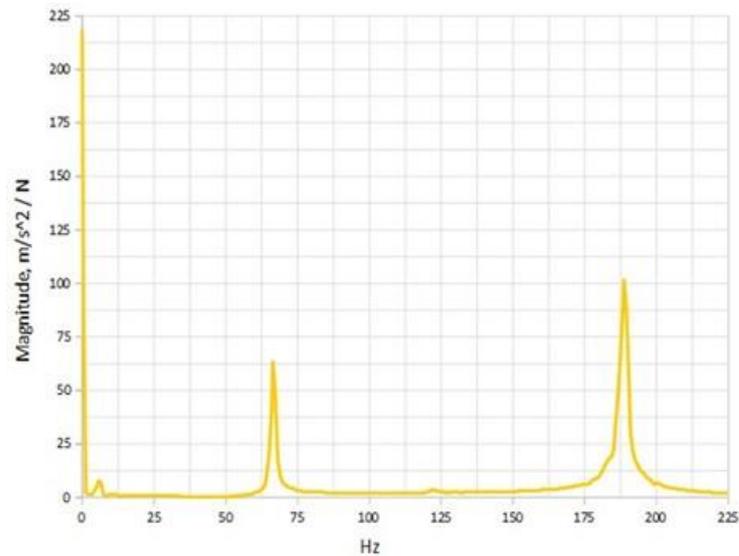


Figura 55: FRF per la trave singola ottenuta dall' Hammer Test [66]

4.3.1.2 ANALISI MODALE FREE-FREE PER I MODELLI DELLE TRAVI ACCOPPIATE

Analogamente a quanto descritto nel paragrafo precedente è possibile confrontare le frequenze ottenute mediante l'analisi modale numerica per i modelli delle travi accoppiate (A e B) (Fig. 56) e la frequenza di risonanza ottenuta sperimentalmente, che è pari a 117 Hz [66], utilizzando come Modulo di Young, il valore scelto per la trave singola $6.49 \cdot 10^{10}$ MPa. I risultati sono stati ottenuti utilizzando i Ansys la funzione 'Nummrg,all', nel Command Prompt che unisce i nodi coincidenti delle superfici di contatto Contact e Target.

Modello A					Modello B				
<pre> SET,LIST Command File ***** INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE ***** SET TIME/FREQ LOAD STEP SUBSTEP CUMULATIVE 1 0.0000 1 1 1 2 0.0000 1 2 2 3 0.0000 1 3 3 4 0.0000 1 4 4 5 0.43420E-02 1 5 5 6 0.94792E-02 1 6 6 7 119.89 1 7 7 8 331.14 1 8 8 9 578.58 1 9 9 10 648.80 1 10 10 11 845.82 1 11 11 </pre>					<pre> SET,LIST Command File ***** INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE ***** SET TIME/FREQ LOAD STEP SUBSTEP CUMULATIVE 1 0.0000 1 1 1 2 0.0000 1 2 2 3 0.0000 1 3 3 4 0.21073E-02 1 4 4 5 0.36434E-02 1 5 5 6 0.10701E-01 1 6 6 7 126.50 1 7 7 8 349.50 1 8 8 9 593.83 1 9 9 10 685.25 1 10 10 11 884.35 1 11 11 </pre>				

Figura 56: frequenze naturali lamina doppia modelli A e B

L'errore percentuale per i modelli delle travi accoppiate, rispetto ai risultati sperimentali, è del 2.5% per il modello A e dell'8% per il modello B. Il modello A, essendo discretizzato in maniera più regolare e fitta, ha un comportamento più rispondente a quanto ottenuto nella sperimentazione.

E' stato notato, che impostando il comportamento delle superfici di contatto come Bonded (Fig.57), nella sezione Contact Manager in Ansys, si ottengono risultati leggermente diversi sulle frequenze naturali, nonostante nell'analisi modale gli elementi di contatto, essendo una fonte di non-linearità, sono linearizzati secondo un vincolo ideale. Si deduce che l'algoritmo utilizzato è diverso dalla funzione bonded offerta dal Contact Wizard di Ansys.

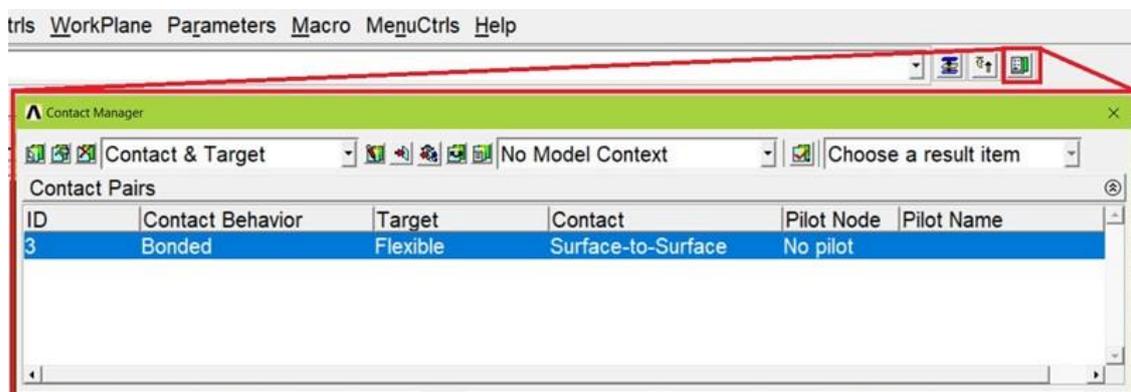


Figura 57: comportamento "bonded" del modello di contatto

Le frequenze naturali ottenute utilizzando il modello A risultano differenti, seppur per valori ingegneristicamente trascurabili (Fig.58 sulla prima frequenza c'è una differenza di 0.06%, rispetto ai risultati ottenuti usando la funzione Nummrg),

Modello A					MODELLO A- CONDIZIONE BONDED				
SET,LIST Command					SET,LIST Command				
File					File				
**** INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE ****					**** INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE ****				
SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE	SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	0.0000	1	1	1	1	0.0000	1	1	1
2	0.0000	1	2	2	2	0.22032E-03	1	2	2
3	0.0000	1	3	3	3	0.53306E-02	1	3	3
4	0.0000	1	4	4	4	0.87277E-02	1	4	4
5	0.43420E-02	1	5	5	5	0.98507E-02	1	5	5
6	0.94792E-02	1	6	6	6	0.11185E-01	1	6	6
7	119.89	1	7	7	7	119.81	1	7	7
8	331.14	1	8	8	8	330.89	1	8	8
9	578.58	1	9	9	9	578.55	1	9	9
10	648.80	1	10	10	10	648.23	1	10	10
11	845.82	1	11	11	11	843.52	1	11	11

Figura 58: confronto condizione Merge vs Bonded Modella A

4.4 ELEMENTI DI CONTATTO

Quando le superfici di due corpi separati si toccano si può dire che le due superfici sono a contatto. Nella realtà, due corpi non possono compenetrarsi ma possono trasmettersi vicendevolmente delle forze normali e tangenziali al contatto. La rigidezza del sistema cambia quindi se i corpi sono a contatto oppure separati [61].

Fisicamente, come detto, i corpi a contatto non possono compenetrarsi, perciò, in Ansys vengono definite delle relazioni tra le superfici dei corpi per impedire la compenetrazione dei corpi. La compenetrazione si verifica quando non è imposta la compatibilità del contatto tra le superfici, come è mostrato a destra in Fig. 59.

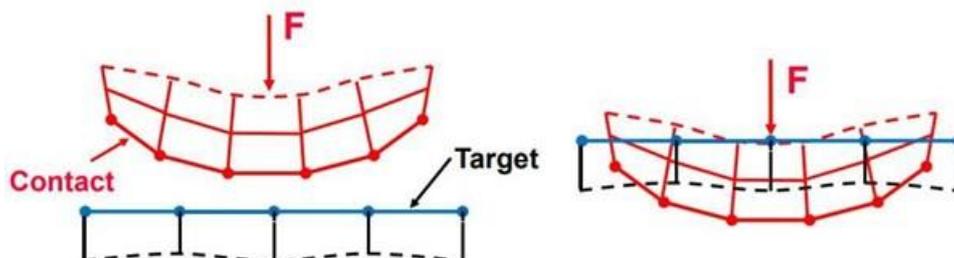


Figura 59: a) superfici non a contatto b) superfici in compenetrazione

In Ansys sono presenti diverse formulazioni del contatto per imporre la compatibilità del contatto all'interfaccia tra le superfici dei due corpi. Per il contatto non lineare tra le facce dei corpi può essere usata la formulazione Lagrange multiplier, *Augmented Lagrange* o *Pure Penalty* [61]. La formulazione dei Moltiplicatori di Lagrange (nota come Lagrange Multiplier o Normal Lagrange formulation), invece, aggiunge degli ulteriori gradi di libertà per soddisfare la compatibilità del contatto per imporre una penetrazione nulla tra i corpi. Questo metodo, non richiede la definizione della rigidità di contatto normale, ma risulta essere più oneroso in termini computazionali.

Le ultime due formulazioni sono basate sul concetto di penalty.

La forza normale sarà quindi pari a:

- formulazione Pure Penalty $F_n = k_n x_{penetration}$
- formulazione Augmented Lagrange $F_n = k_n x_{penetration} + \lambda$

La differenza tra i due metodi è rappresentata dal termine λ , nel caso della formulazione Augmented Lagrange, che rende meno sensibile il calcolo al valore assunto dalla rigidità di contatto normale.

In entrambi i casi, comunque, all'aumentare della rigidità normale, k_n , la compenetrazione tra i corpi diminuisce x_p (Fig. 60). Idealmente, per una rigidità normale infinita la compenetrazione tra i corpi sarebbe nulla ma non è numericamente possibile per questi metodi. Ovviamente, un x_p piccolo o trascurabile permette di ottenere risultati più accurati.

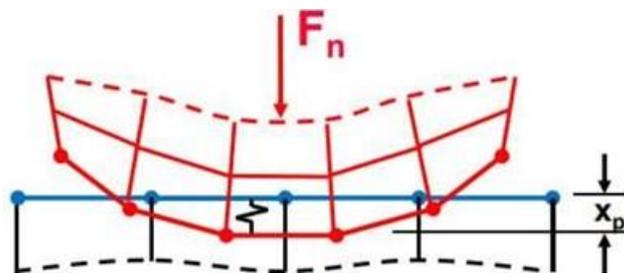


Figura 60: : compenetrazione x_p

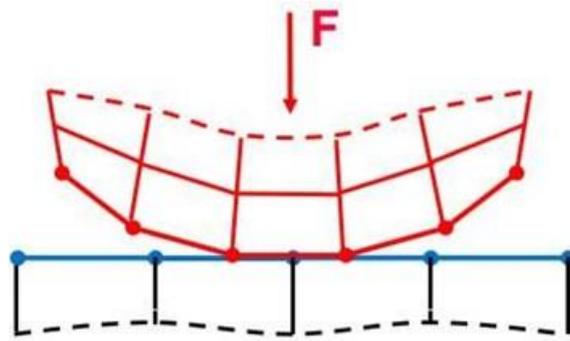


Figura 61: metodo dei Moltiplicatori di Lagrange

La rigidezza normale, k_n , è il parametro più importante ed influenza sia l'accuratezza e la convergenza del calcolo. Una rigidezza normale troppo elevata porta ad ottenere dei risultati più accurati ma può essere difficile la convergenza, mentre una rigidezza normale troppo bassa può portare il modello ad oscillare (Fig. 62).

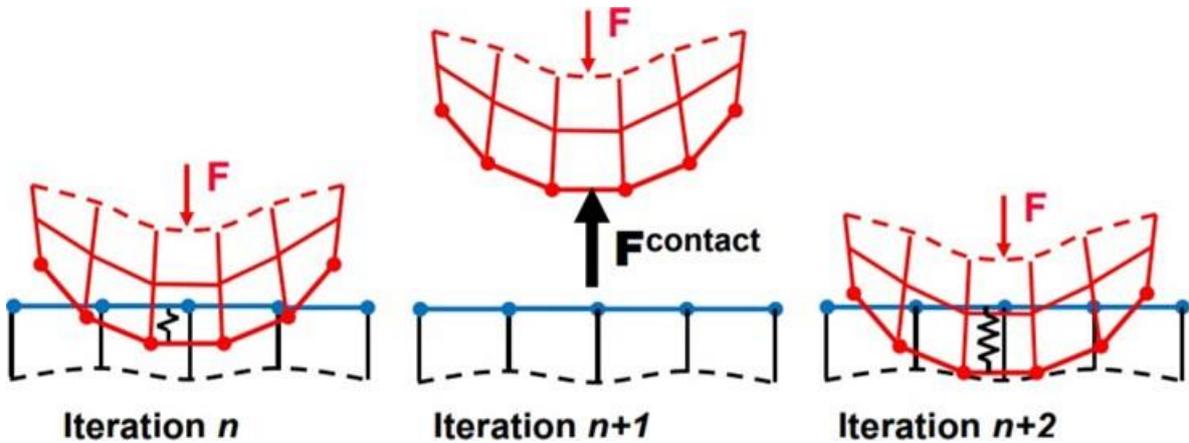


Figura 62: comportamento del contatto in iterazioni successive

Il comportamento tangenziale dei due corpi a contatto è trattato in maniera del tutto analoga e la formulazione della forza tangenziale, con le superfici in configurazione di adesione, sarà pari

$$F_t = k_t x_{sliding}$$

La forza tangenziale dipende dal valore assunto dalla rigidità tangenziale, k_t e dallo slittamento ($x_{sliding}$). Lo slittamento è idealmente nullo, in condizioni di adesione tra le superfici, sebbene qualche slittamento sia permesso nella risoluzione del sistema con il metodo penalty.

In Ansys, per la risoluzione di sistemi mediante i metodi Augmented Lagrange e Pure Penalty sono richieste le rigidità di contatto normale e tangenziale. Il valore della compenetrazione tra le superfici Target e Contact dipende dalla rigidità normale, mentre la quantità dello slittamento tra le superfici inizialmente in adesione dipende dalla rigidità tangenziale. Elevati valori delle rigidità portano a diminuire il valore di compenetrazione e slittamento mentre la matrice di rigidità del sistema può essere mal condizionata e si possono incontrare difficoltà di convergenza, mentre invece bassi valori di rigidità inducono un aumento della compenetrazione e slittamento giungendo a soluzioni poco accurate. Idealmente, sarebbe utile avere degli alti valori di rigidità per avere compenetrazione e slittamento accettabilmente bassi e al contempo avere anche dei bassi valori di rigidità per ottenere una convergenza agevole verso la soluzione [62]. È dunque possibile gestire gli elementi di contatto tramite le *Properties* nel Contact Manager. Nelle analisi svolte in questo lavoro si è valutato il comportamento degli elementi di contatto mediante il controllo delle rigidità e delle relative tolleranze. In *Contact Properties* -> *Basic* (Fig. 63) è possibile definire le proprietà del contatto. La rigidità normale (FKN o Normal Penalty Stiffness) è un fattore che varia tra 0.01 e 1.0 (1.0 è il valore di default appropriato per deformazioni di massa, con prevalenza di deformazione flessionale è consigliabile usare 0.1), mentre invece la tolleranza di penetrazione (FTOLN, Penetration Tolerance) assume generalmente un valore minore di 1.0 (usualmente impostato a 0.2). La compatibilità del contatto è verificata se la compenetrazione tra i corpi è minore della tolleranza. Se la compenetrazione è maggiore della tolleranza, la soluzione globale del sistema è considerata non ancora convergente e il calcolo prosegue.

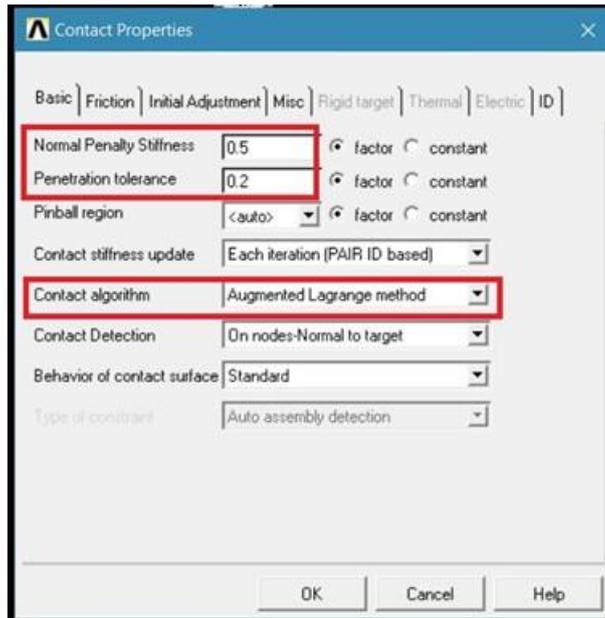


Figura 63: parametri del modello di contatto

In *Contact Properties* -> *Friction* sono contenute le informazioni riguardanti l'attrito statico e dinamico alla superficie di contatto (Fig. 64):

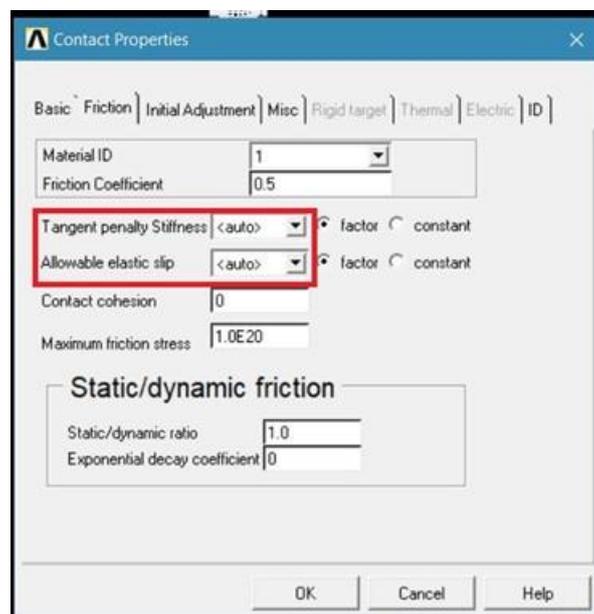


Figura 64: parametri relativi all'attrito del modello di contatto

Ansys definisce automaticamente la rigidezza tangenziale (FKT o Tangent Penalty Stiffness) che è proporzionale al coefficiente di attrito μ e alla rigidezza normale FKN, lasciando il valore di default assume valore pari a 1.0. Quando si usa il Lagrange Multiplier, il programma aggiorna la rigidità

tangenziale di contatto in base alla pressione normale di contatto corrente, PRES, e allo scorrimento elastico massimo consentito, SLTO:

$$KT = FKT * \mu * \frac{PRES}{SLTO}$$

La costante reale SLTO viene utilizzata per controllare la massima distanza di scorrimento quando il valore FKT viene aggiornato ad ogni iterazione. Il programma fornisce valori di tolleranza predefiniti che funzionano bene nella maggior parte dei casi.

È possibile ignorare i valori predefiniti per SLTO (1% della lunghezza media dei contatti in coppia) definendo un fattore di scala (valore positivo quando si usa l'ingresso comando) o un valore assoluto (valore negativo quando si usa l'ingresso comando). Un valore maggiore migliorerà la convergenza, ma comprometterà la precisione.

4.7 ANALISI MODALE

L'analisi modale è lo studio del comportamento dinamico di una struttura sottoposta a vibrazione. Attraverso quest'analisi è possibile determinare le caratteristiche di una struttura vincolata o libera. L'analisi modale si pone quindi come il punto di partenza per delle analisi dinamiche più dettagliate, come l'analisi transitoria.

L'analisi modale ci permette di determinare le frequenze naturali ed i modi di vibrare del sistema. Queste caratteristiche sono dei parametri molto importanti nella progettazione di strutture sottoposte a carichi dinamici.

In ANSYS, l'analisi modale è un'analisi lineare e le non-linearità, come la curva di plasticità e gli elementi di contatto, sono ignorati anche se sono presenti nel modello in particolare gli elementi di contatto vengono linearizzati per cui essi diventano un vincolo ideale senza possibilità di slittamento. Il sistema in esame, presentato all'inizio del capitolo 4, è vincolato nel piano X-Y, mentre può muoversi lungo l'asse Z con un moto armonico imposto dallo shaker. Prima di procedere con l'analisi modale, si rende, quindi, necessario l'introduzione del vincolo nella parte centrale del modello delle

travi accoppiate in modo tale da simulare il sistema con cui le travi sono state collegate allo shaker nelle analisi condotte per via sperimentale (Fig. 65).



Figura 65: dettaglio del vincolo lo shaker e il sistema di travi accoppiate

Nell'analisi condotta per via sperimentale le travi accoppiate sono state forate e poi sono state collegate allo shaker con un sistema dado e contro-dado. Al fine di semplificare l'operazione di imposizione dei vincoli in Ansys si è scelto di vincolare, lungo gli assi X e Y, i nodi delle travi nella zona centrale in prossimità della presenza della vite di ancoraggio con lo shaker. L'analisi modale è stata condotta sui due modelli (modello A e B), precedentemente mostrati nel paragrafo 4.3, per apprezzare e valutare le eventuali discrepanze tra i risultati.

L'imposizione dei vincoli in Ansys, avviene entrando nella sezione *Preprocessor -> Loads -> Define Loads -> Apply -> Structural -> Displacement -> On nodes* e selezionando un poligono contenente i nodi centrali è possibile vincolare i gradi di libertà desiderati (nel nostro caso U_x e U_y). In Fig. 66 viene mostrata il poligono scelto ed i gradi di libertà vincolati per il modello A:

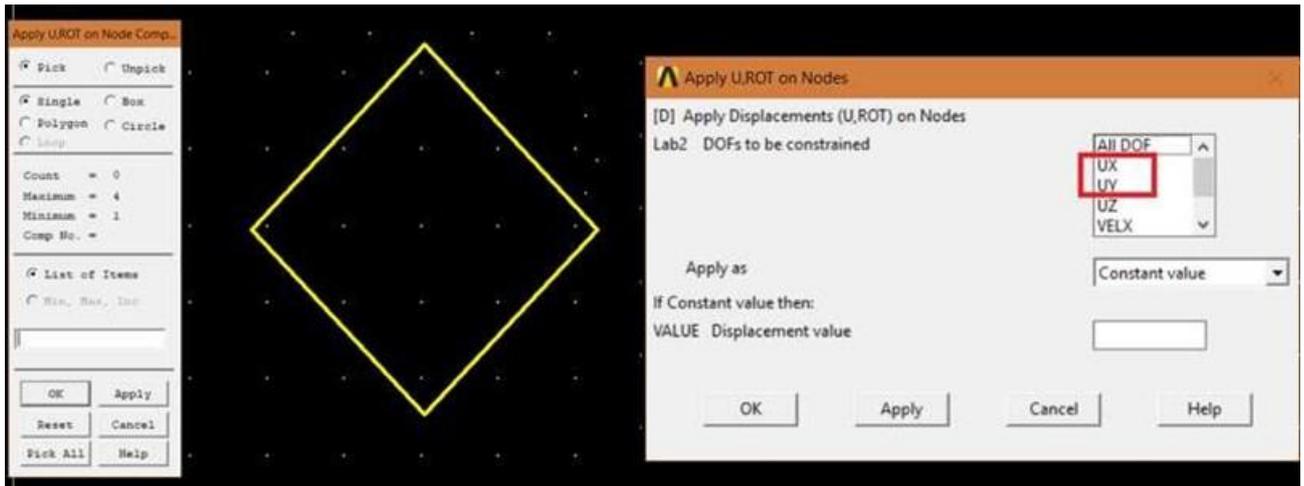


Figura 66: dettaglio relativo al vincolo da imporre alle travi

Si ottiene così il vincolo (Fig. 67):

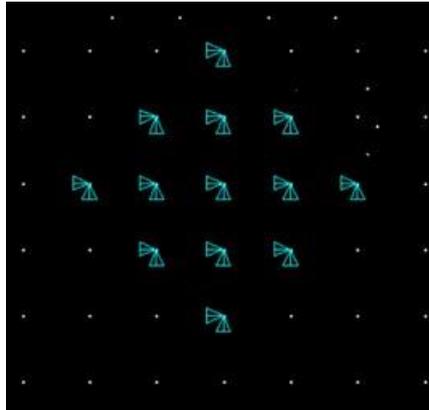


Figura 67: vincolo in 3D nei nodi centrali

Si può procedere allo svolgimento dell'analisi modale, passando alla sezione *Solution -> Analysis Type -> New Analysis -> Modal Analysis*. Invece, nella sezione *Solution -> Analysis Type -> New Analysis -> Analysis Options* è possibile selezionare il metodo di calcolo dei modi di vibrare (Fig. 68):



Figura 68: opzione relative alla modalità di risoluzione dell'analisi modale

Successivamente, è possibile scegliere il range di frequenze su cui compiere l'analisi modale tramite la schermata (Fig. 69):

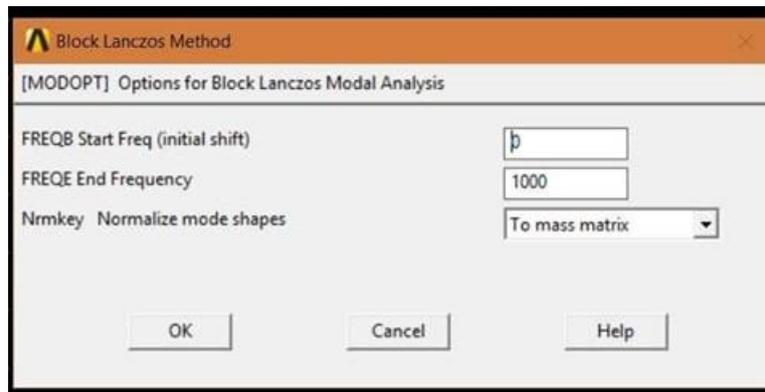


Figura 69: range di frequenze dell'analisi modale

Infine, tramite la sezione Solve, è possibile dare inizio all'analisi modale.

Terminata l'analisi, nella sezione *General Postpro* troviamo i risultati (*Result Summary*), Fig. 70:

SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	0.37116E-02	1	1	1
2	74.007	1	2	2
3	120.17	1	3	3
4	243.99	1	4	4
5	359.85	1	5	5
6	463.71	1	6	6
7	648.52	1	7	7
8	840.45	1	8	8
9	845.22	1	9	9
10	1288.6	1	10	10
11	1582.0	1	11	11
12	1757.7	1	12	12
13	2084.2	1	13	13
14	2467.1	1	14	14
15	2485.0	1	15	15
16	2572.1	1	16	16
17	3099.4	1	17	17
18	3321.7	1	18	18
19	3513.2	1	19	19
20	3602.6	1	20	20

Figura 70: frequenze naturali del sistema

La prima frequenza rilevante risulta essere la seconda con una frequenza di 74.007 Hz in quanto la prima, prossima a zero, corrisponde ad un moto rigido di traslazione lungo il grado di libertà di eccitazione dello shaker (ortogonale alla superficie di contatto).

Per poter visualizzare a video i risultati di un singolo modo di vibrare, bisogna entrare nella sezione *Read Results* -> *By Pick* e scegliere la frequenza di interesse.

Nella sezione *Plot Results* -> *Deformed Shape* è quindi possibile osservare il primo modo di vibrare (Fig. 71):

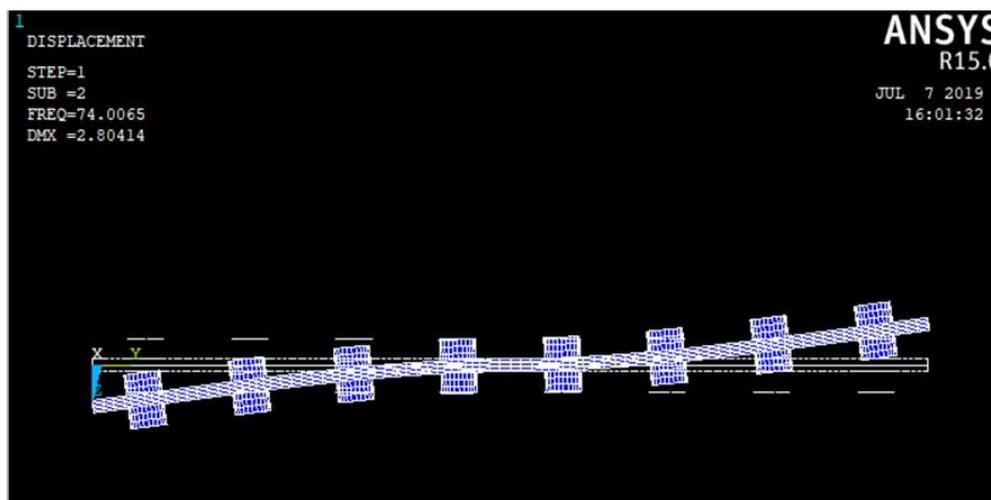


Figura 71: deformata del primo modo di vibrare

Lo spostamento massimo si ha nei nodi posti alle estremità delle travi e compare in Fig. 67 come valore adimensionale essendo un forma modale. Analogamente, il terzo modo di vibrare, invece, si verifica ad una frequenza pari a 120.17 Hz e possiede una deformata apprezzabile nella Fig. 72:

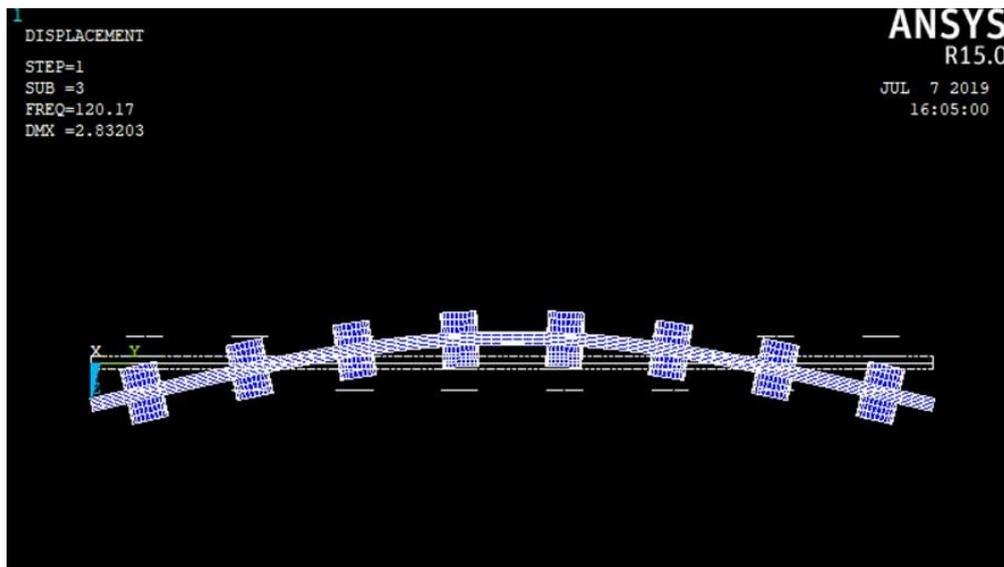


Figura 72: deformata del secondo modo di vibrare

Successivamente, è stata eseguita la medesima analisi modale anche sul modello B e in Fig.73 è possibile apprezzare sia il vincolo imposto al sistema sia le frequenze naturali ottenute:

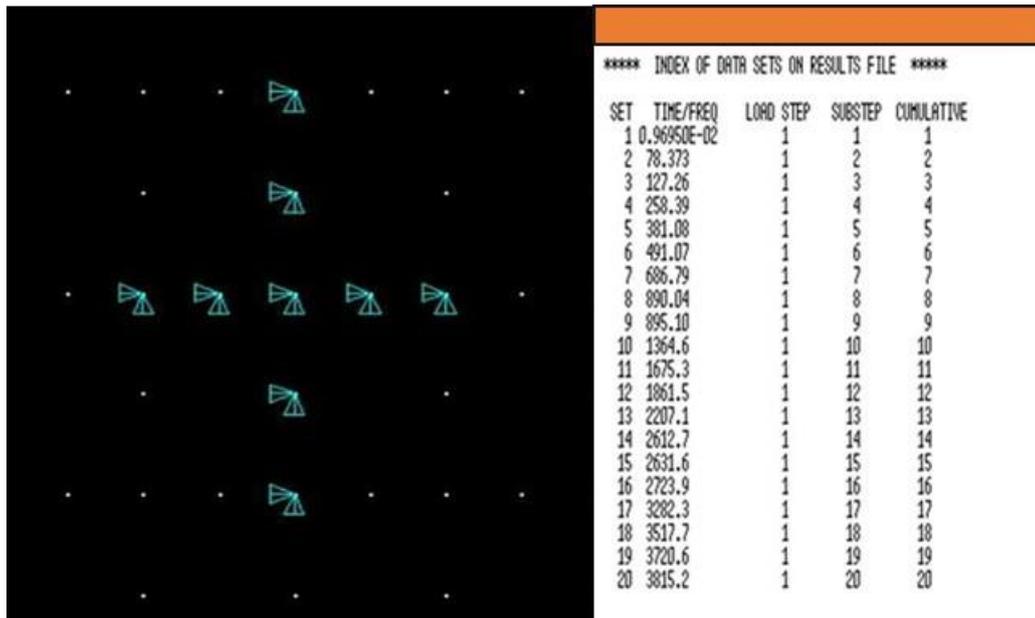


Figura 73: vincolo e frequenze naturali del modello A

Le frequenze di interesse, anche in questo caso, sono paragonabili ai risultati ottenuti in precedenza così come anche i modi di vibrare. Come si evince dai risultati, il sistema discretizzato in maniera più grossolana risulta essere più rigido del modello discretizzato in maniera fitta, quindi le frequenze dei modi di vibrare assumono valori maggiori con un errore percentuale di circa il 5% rispetto al modello A sul primo modo e sul secondo modo di vibrare.

Il modello A discretizzato in maniera più fitta potrebbe fornire dei risultati più attendibili, quindi si è optato per il modello A, nonostante le analisi transitorie che seguono richiederanno un onere computazionale notevole, l'utilizzo del modello più regolare porterà ad una soluzione più precisa.

4.8 ANALISI STATICA

L'analisi statica determina gli spostamenti, sforzi, deformazioni e forze agenti sulla struttura causate da carichi che non comportano fenomeni di inerzia o smorzamento. L'analisi statica può essere sia lineare che non lineare e sono ammesse tutte le tipologie di non linearità [64]. L'analisi statica è stata svolta vincolando completamente il modello A, descritto nel paragrafo 4.3, per impedire ogni spostamento lungo i tre assi e inserendo le forze di attrazione tra le otto coppie di magneti.

La forza di attrazione tra i magneti in esame è stata imposta pari a 40N ed è stata attribuita sui singoli nodi di superficie dei magneti. In *Preprocessor* -> *Loads* sono stati selezionati i nodi delle superfici dei magneti superiori (392 nodi totali) attribuendo ai singoli nodi una forza $F_z=0.8163$ N in modulo (Fig. 74):

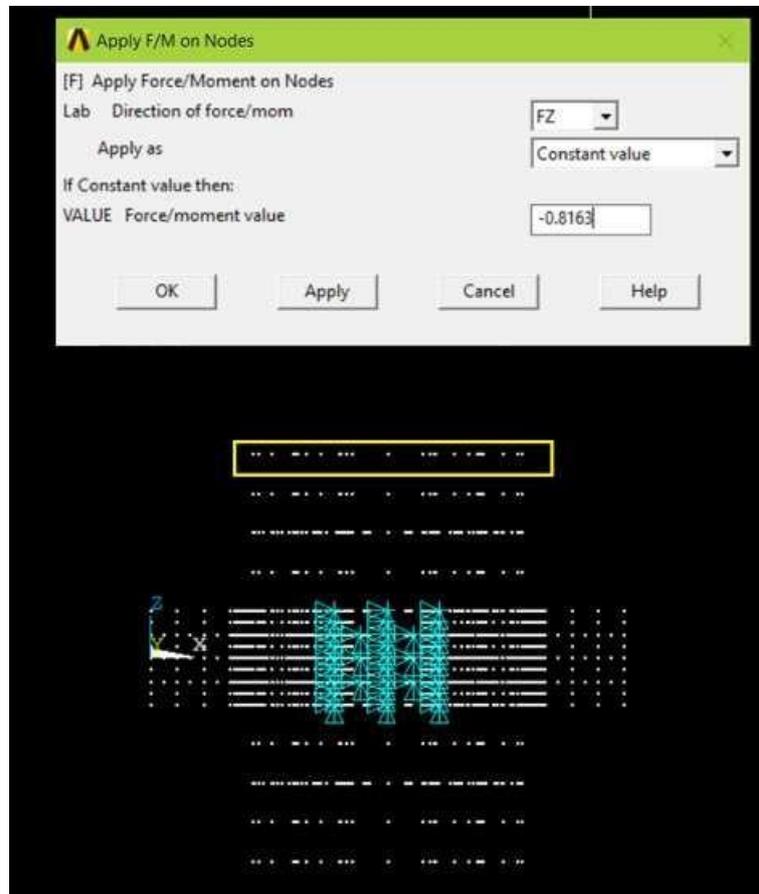


Figura 74: applicazione della forza magnetica sulle facce del magnete superiore

Si procede analogamente per definire anche le forze nodali anche sulle superfici dei magneti inferiori, come viene mostrato in Fig. 75:

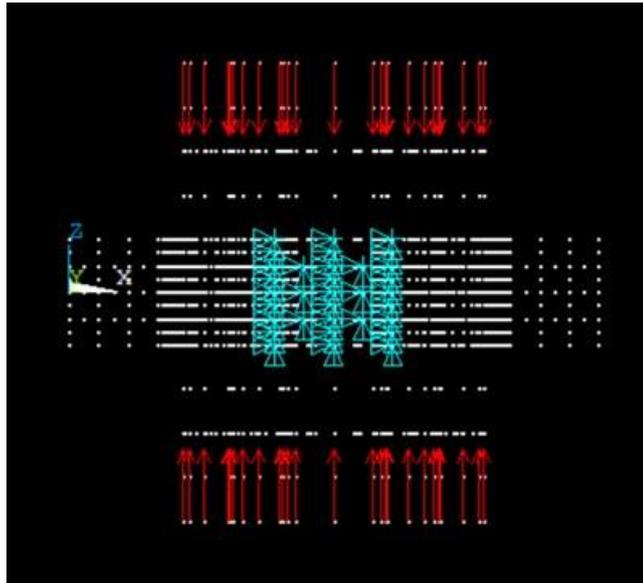


Figura 75: applicazione delle forze magnetiche

Richiamando a video gli elementi, con il comando *eplot*, possiamo visualizzare il modello A aggiornato (Fig. 76) su cui verrà svolta l'analisi statica.

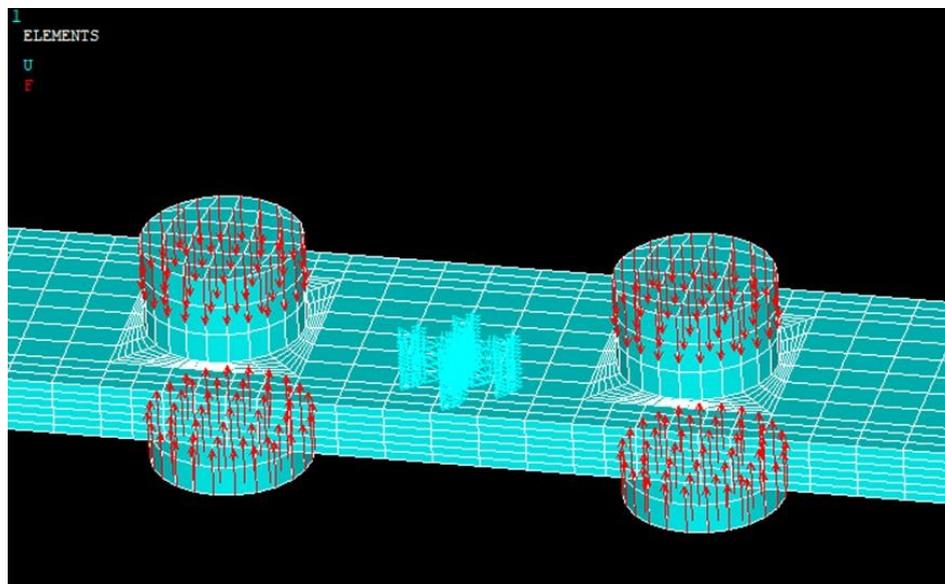


Figura 76: vista di dettaglio del modello con vincoli e forze magnetiche agenti sul sistema

Nella sezione Solution è stata impostata la tipologia di analisi e le opzioni relative all'analisi da svolgere, scegliendo il tempo di analisi e gli intervalli di discretizzazione (Fig. 77):

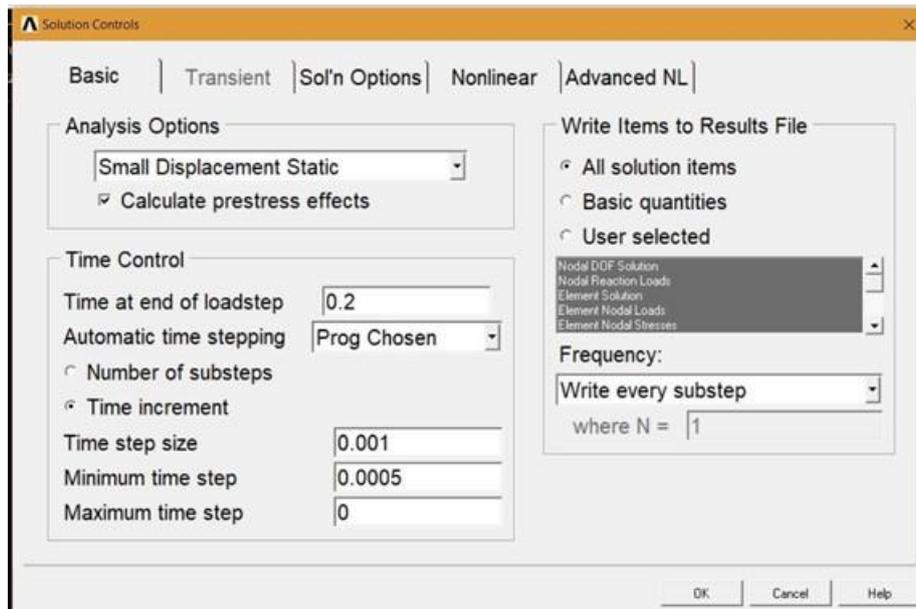


Figura 77: opzioni relative all'analisi statica

In questa analisi statica, il modello di contatto presenta le caratteristiche evidenziate in Tab. 5:

Metodo di risoluzione	Augmented Lagrange formul.
Comportamento del contatto	Standard
FKN	1.0
FTOLN	0.1
FKT	default
SLTO	default

Tabella 5: caratteristiche principali usate per il modello di contatto

Terminata l'analisi statica, tramite il comando *General Postpro -> Read Results -> Last Set* è possibile caricare i risultati dell'ultimo substep di integrazione del calcolo. Tramite il comando *Plot Results -> Element solutions* è possibile caricare a video i risultati ottenuti.

Nella Fig. 78 viene mostrato la pressione di contatto agente sulle aree relative ai magneti:

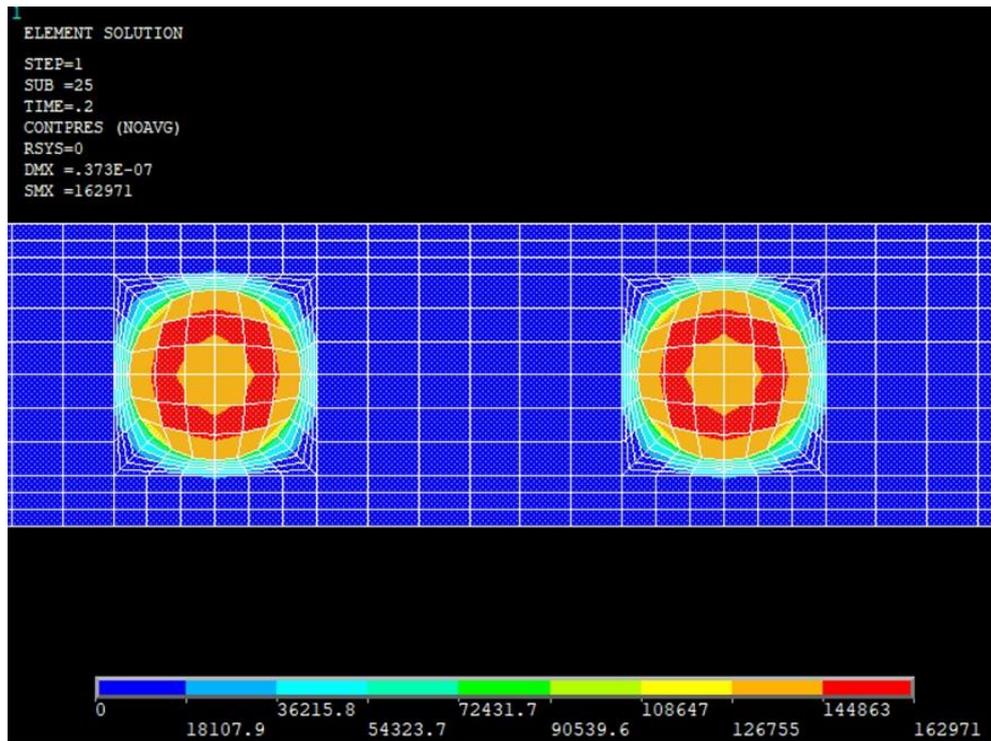


Figura 78 mappa delle pressioni di contatto

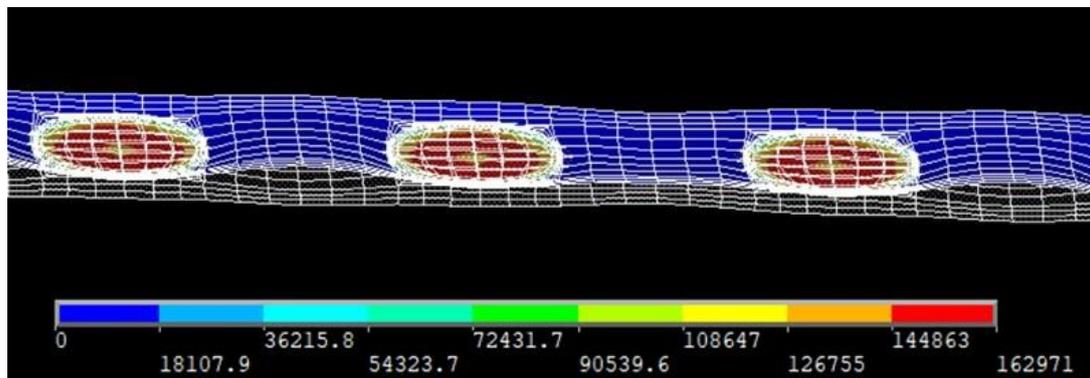


Figura 79 mappa delle pressioni di contatto

Si nota che la pressione di contatto porta a comprimere le aree sottostanti delle travi e portando al distacco delle stesse nelle zone non soggette alla forza di attrazione dei magneti.

Il modello presenta quindi delle zone di adesione (sticking) e delle zone limitate di slittamento (sliding) (Fig. 80):

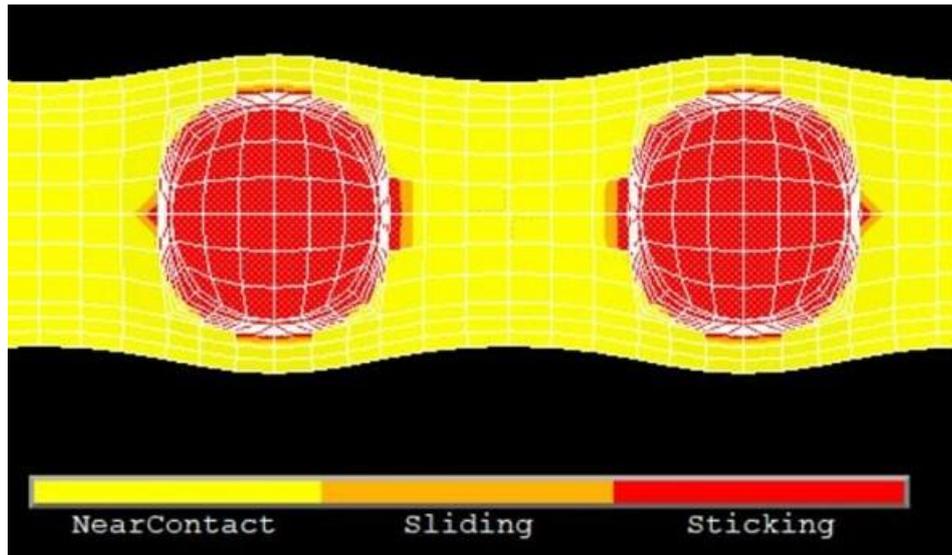


Figura 80: mappa della condizione del modello di contatto

4.9 ANALISI TRANSIENT

L'analisi transitoria (Transient Analysis in inglese), per definizione, implica che il sistema in esame sia soggetto a dei carichi variabili in funzione del tempo [65]. Questo tipo di analisi ammette l'uso di tutte le tipologie di non linearità ed è usata per determinare la risposta dinamica di una struttura nel tempo. Se i fenomeni di inerzia e di smorzamento non sono considerati importanti si può scegliere di svolgere un'analisi statica, in quanto l'analisi transitoria è molto più complessa dell'analisi statica e richiede un onere computazionale molto superiore, soprattutto quando c'è la presenza di non linearità.

4.9.1 ANALISI TRANSITORIA CON FORZANTE IMPOSTA

Il lavoro prosegue svolgendo l'analisi transitoria sul modello A, descritto nel paragrafo 4.3, imponendo la forzante armonica di eccitazione al vincolo, che sperimentalmente è imposta tramite lo shaker. Quest'analisi ci permetterà di tracciare in maniera discreta la funzione di risposta forzata (FRF) in modo tale da confrontare i risultati ottenuti con la sperimentazione. Il modello viene dunque vincolato, impedendo gli spostamenti lungo gli assi X e Y, mentre lungo l'asse Z viene imposta la forzante armonica.

E' possibile definire la forzante armonica come:

$$F = F_0 \sin(2\pi f t)$$

Dove:

- F_0 è la forzante armonica nodale da imporre ai nodi vincolati;
- f è la frequenza di eccitazione;
- t è la variabile tempo.

Tale funzione può essere definita in Ansys attraverso la sezione Parameters -> Functions -> Define/Edit (Fig. 81):

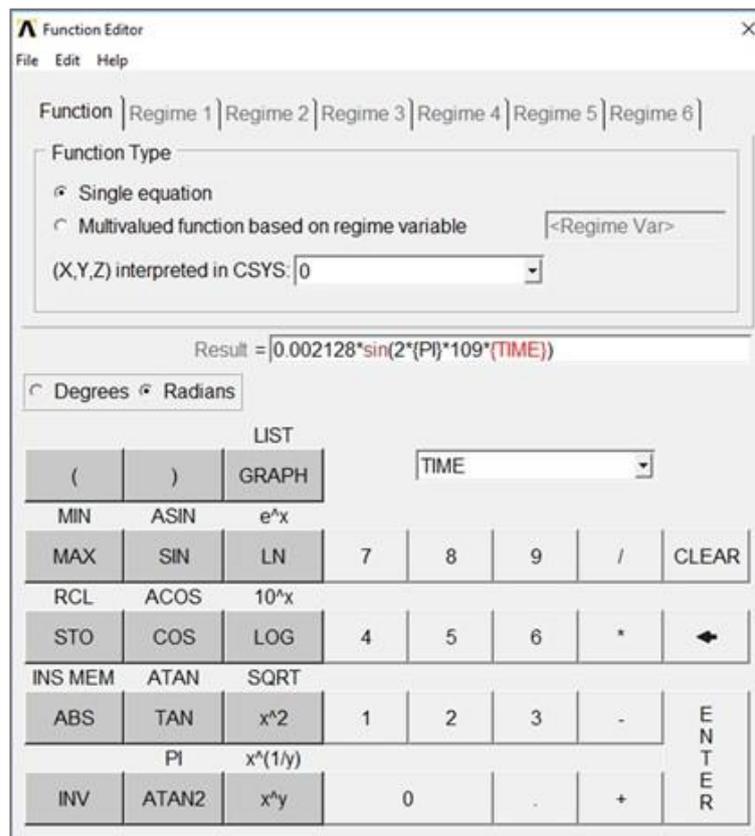


Figura 81: definizione della forzante

La funzione può essere così salvata in un file con estensione .func. La funzione appena definita è caricata in Ansys con il comando *Parameters -> Functions -> Read from file*.

Dopo è necessario caricare la funzione e tale funzione viene imposta ai nodi centrali tramite il comando *Preprocessor -> Loads -> Define Loads -> Apply -> Structural -> Force/Moment -> On Nodes -> By Polygon* si selezionano i nodi a cui viene attribuita la forzante Fz (Fig. 82):

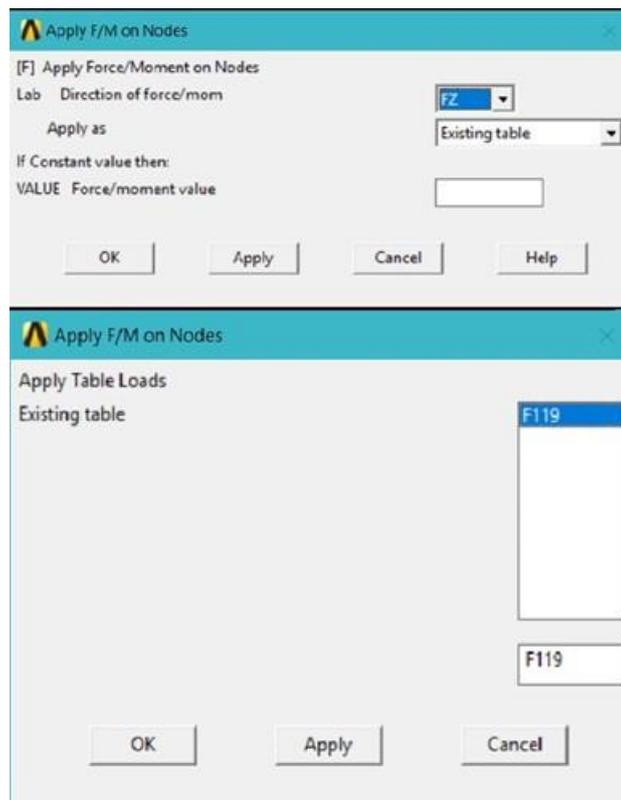


Figura 82

Nel nodo centrale avremo dunque il vincolo mostrato in Fig. 83:



Figura 83

Nella sezione *Solution* -> *Analysis Type* si imposta il metodo di risoluzione dell'analisi in *Full Transient Analysis*. Nella sezione *Solution Controls* -> *Basic* sono scelti il tempo di analisi, l'intervallo di discretizzazione, e sono state selezionate solo le voci necessarie con il comando *User Selected*, in modo da ridurre lo spazio di archiviazione dei dati derivanti dall'analisi transitoria. (Fig. 84).

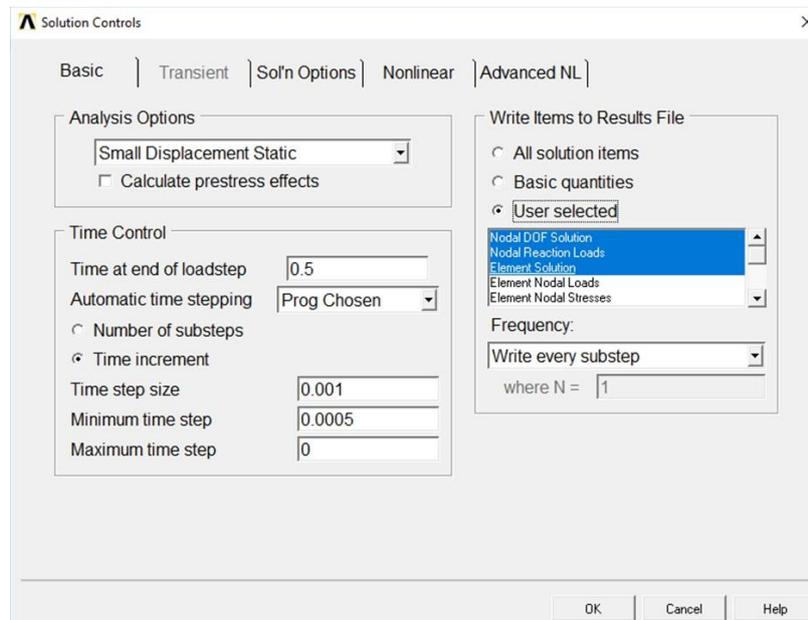


Figura 84

Con l'analisi transitoria è selezionabile il *Tab Transient* (Fig. 85):

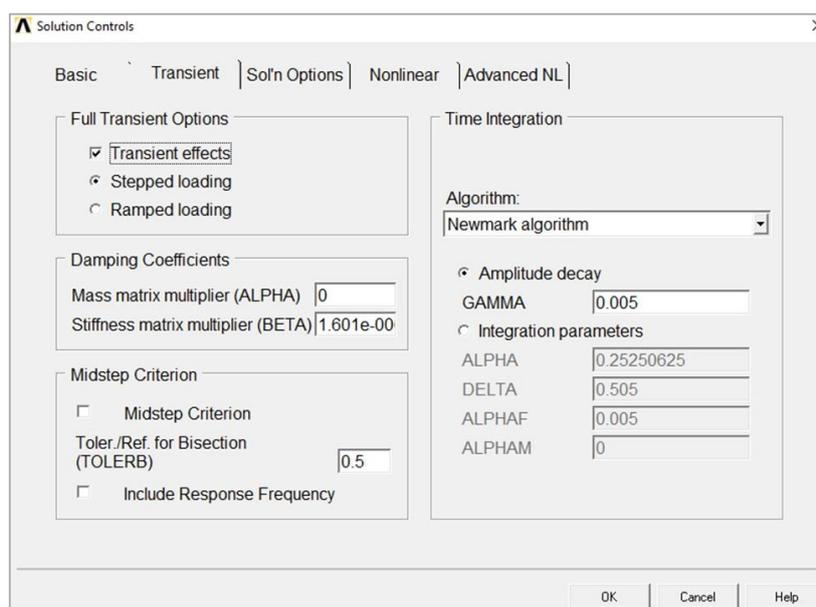


Figura 85: opzioni relative al Tab Transient

Il carico sul modello può essere applicato in maniera Stepped o Ramped. Scegliendo l'opzione Stepped loading il carico viene applicato sul modello nel primo substep, mentre invece l'opzione Ramped loading permette di avere un carico che cresce linearmente in ogni substep. L'opzione Ramped loading è consigliata nelle analisi transitorie in cui si nota una difficoltà di convergenza verso la soluzione del modello. Inoltre, se è necessario analizzare la risposta steady del problema è possibile importare un'analisi con due loadstep: il primo loadstep risolto selezionando l'opzione Ramped ed il secondo loadstep risolto con l'opzione Stepped.

La matrice dello smorzamento viscoso $[C]$ è funzione della matrice di massa $[M]$ e della matrice di rigidità $[K]$ ed è pari a $[C] = \alpha[M] + \beta[K]$, dove α e β sono parametri calcolati attraverso l'analisi armonica della singola trave.

Data la difficoltà riscontrata nella convergenza dell'analisi, il modello di contatto è risolto con il metodo di Lagrange Aumentato ed inoltre in *Solution Controls* -> *Non Linear* è stato attivato il comando *Line Search* -> *On* per facilitare la convergenza dell'analisi.

Terminata l'analisi, nella sezione *Time HistPostpro* -> *Variable Viewer* vengono selezionati gli andamenti lungo la coordinata Z del nodo 67769 (nodo centrale) degli spostamenti e dell'accelerazione.

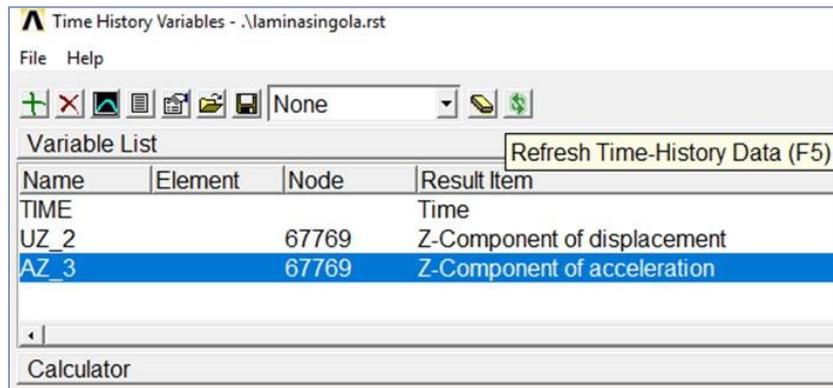


Figura 86: caricamento dei risultati relativi agli andamenti dello spostamento e dell'accelerazione del nodo 67769

L'andamento del nodo nel tempo può essere salvato ed esportato in Matlab per tracciare il grafico. Nella Fig. viene mostrato la posizione del nodo 67769, che è stato scelto poiché è in una posizione comparabile con quella dell'accelerometro impiegato nella prova sperimentale.

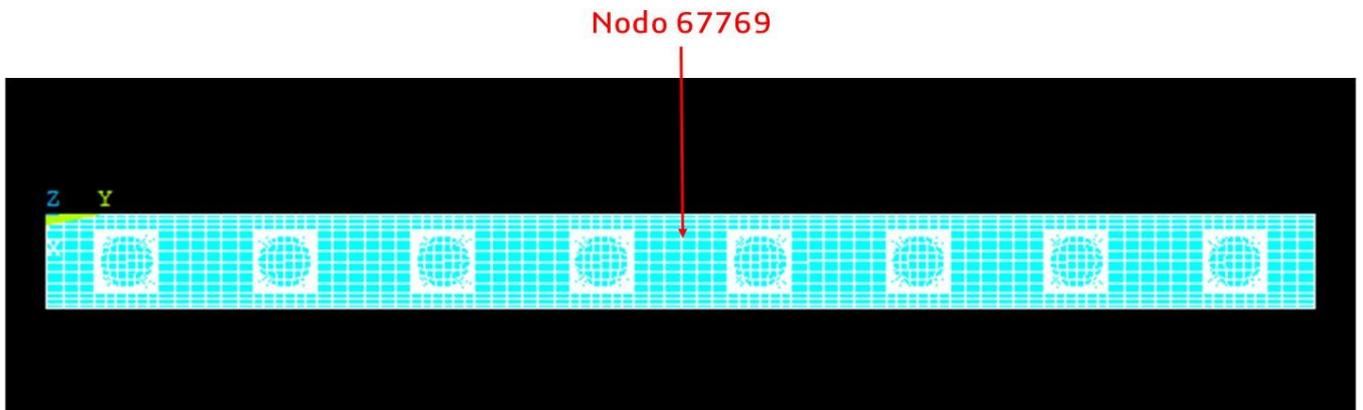


Figura 87: posizione spaziale del nodo 67769

4.9.2 FORZANTE ARMONICA CON AMPIEZZA 0.2 N

La forzante scelta per l'analisi transitoria in questione è 0.2N ed essendo il vincolo centrale composto da 94 nodi avremo una forza nodale pari a 0.002128N su ciascun nodo. Il valore di 0.2 N è il valore più basso che è stato utilizzato nella sperimentazione per eccitare il sistema, le due travi quindi tenderanno a vibrare poco, a slittare poco, di conseguenza la risposta attesa è una risposta poco smorzata, tendente ad una situazione di adesione lineare tra le due travi.

Terminata l'analisi, in *Time HistPostpro* è possibile tracciare l'andamento dell'accelerazione nel nodo centrale (Fig. 88):

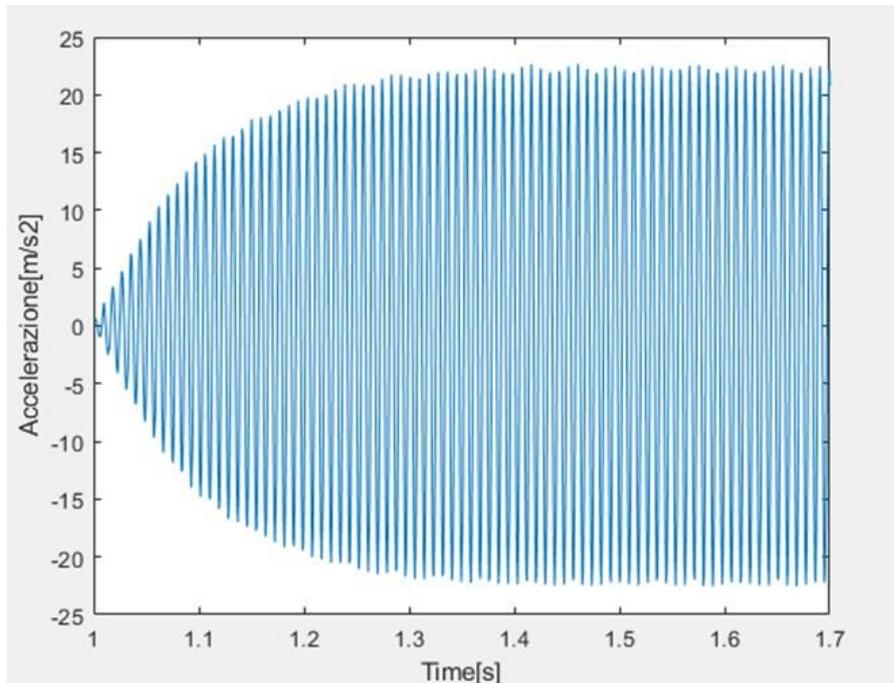


Figura 88 andamento dell'accelerazione lungo Z del nodo 67769

In queste analisi si è rivelato complesso scegliere il tempo di analisi e l'intervallo di discretizzazione del tempo, in quanto ad alcune frequenze sono stati riscontrati dei fenomeni di battimento che impedivano il raggiungimento di una condizione steady (Fig. 89).

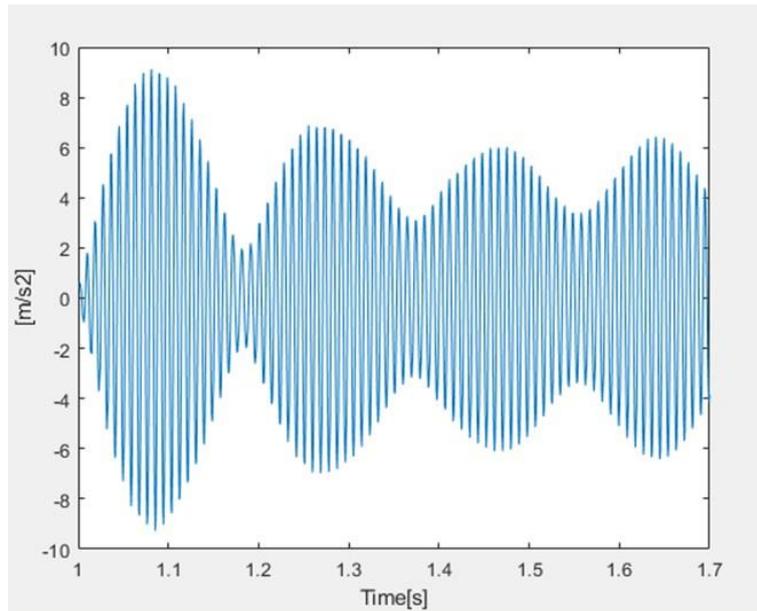


Figura 89: andamento dell'accelerazione in presenza del fenomeno del battimento

Inoltre, l'intervallo di discretizzazione deve essere scelto dall'utente cercando un compromesso tra la ricerca di risultati accurati e l'onere computazionale necessario per svolgere le analisi.

Un intervallo di discretizzazione troppo grande porta ad ottenere una curva delle accelerazioni segmentata, come nel dettaglio mostrato a titolo esemplificativo (Fig. 90), che inficiano la comprensione dei risultati.

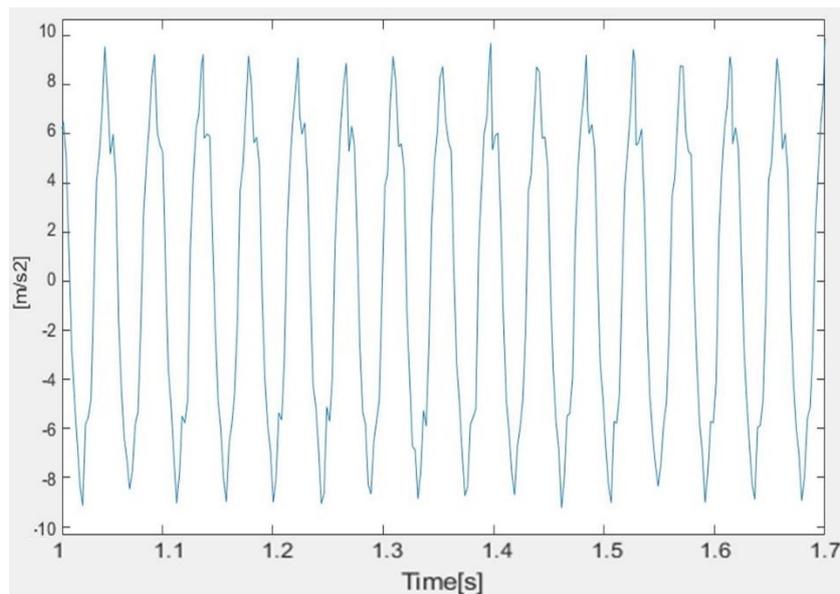


Figura 90: andamento dell'accelerazione segmentato

4.10 FUNZIONE DI RISPOSTA IN FREQUENZA-FRF

Tramite l'analisi transitoria di un sistema dinamico è possibile tracciare l'andamento nel tempo dell'accelerazione ad una data frequenza. L'output, così ottenuto, può essere scalato rispetto alla forzante in input in modo da tracciare la funzione di risposta in frequenza (FRF) in maniera discreta.

4.10.1 FRF CON FORZANTE PARI A 0.2 N

Al modello è stata imposta una forzante di 0.2 N e sono stati ricavati gli andamenti dell'accelerazione al variare della frequenza nel range compreso tra 90 e 130 Hz.

La FRF del sistema con il modulo della forzante di 0.2N e il coefficiente d'attrito pari a 0.7 può essere tracciata partendo da una frequenza di 90Hz.

Alla fine di ogni loadstep di integrazione si inizia ad osservare un valore di accelerazione costante, che viene assunto come steady-state. Il valore di accelerazione diviso la costante porta ad ottenere l'inertanza, alla frequenza di eccitazione di 90 Hz. Si procede in maniera analoga anche per le frequenze 95 Hz, 102 Hz, 109 Hz, 111 Hz, 112 Hz, 113 Hz, 115 Hz, 117 Hz, 119 Hz e 125 Hz. In Fig. 91 è così tracciata la FRF interpolando i valori di inertanza ottenuti alle varie frequenze.

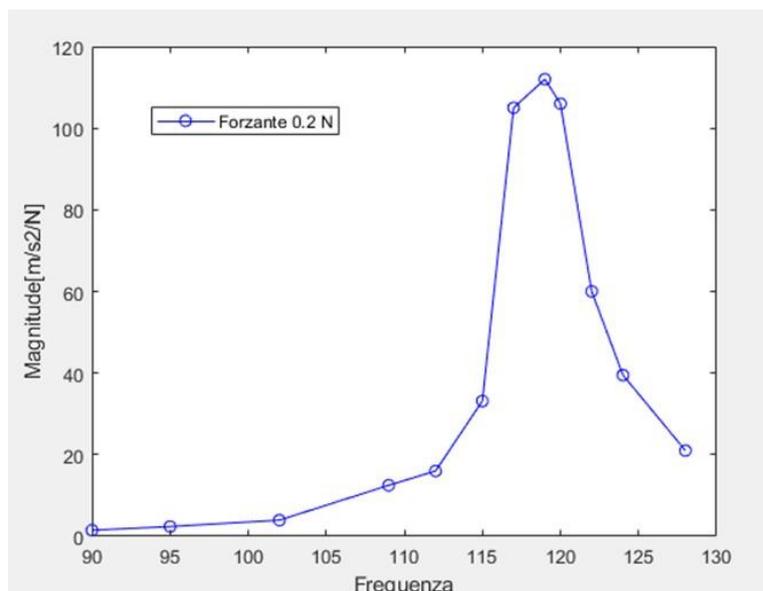


Figura 91: FRF per la forzante 0.2N

È stato inoltre analizzato come varia la risposta in frequenza del sistema al variare del coefficiente d'attrito (Fig. 92).

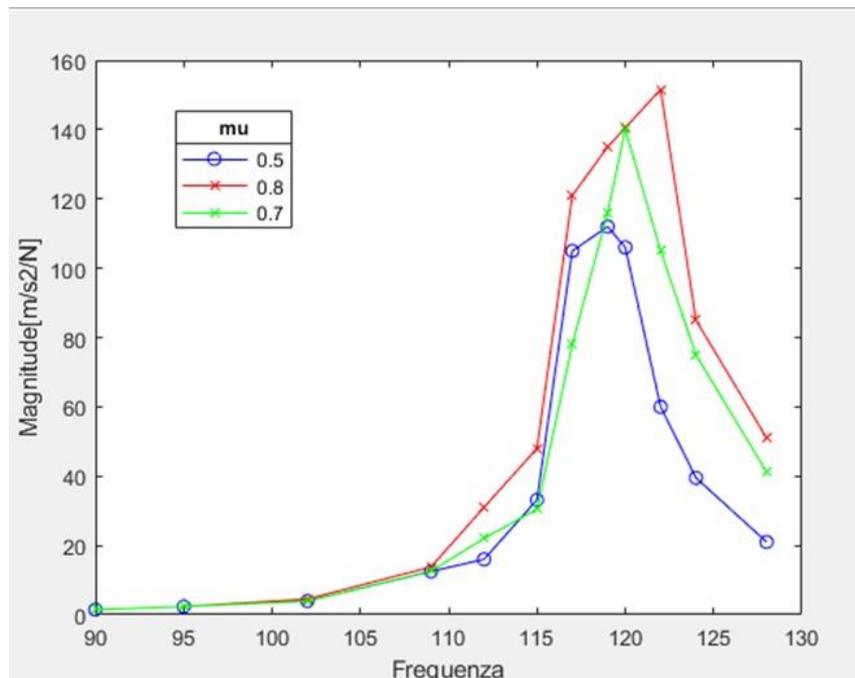


Figura 92: variazione della FRF per la forzante 0.2N al variare del coefficiente d'attrito ($\mu=0.5, 0.7$ e 0.8)

Dalla Fig. 92 è possibile osservare che il valore del picco della risposta in frequenza aumenti di circa il 35% passando dal coefficiente d'attrito 0.5 a 0.8 ed inoltre tale picco si sposti verso frequenze più alte (da 119 Hz a 124 Hz, circa 4%). Tali osservazioni corrispondono a quanto atteso in quanto un maggiore coefficiente di attrito comporta una maggiore adesione, quindi un minore slittamento e smorzamento, di conseguenza l'ampiezza di vibrazione risultat maggiore così come la frequenza di risonanza in quanto il giunto risulta più rigido.

I valori utilizzati per FKN e FKT sono quelli di default che corrispondono a $FKN=1$, $FKT=auto$.

4.10.2 FRF CON FORZANTE PARI A 2 N

Analogamente a quanto descritto nel paragrafo precedente, è possibile tracciare la FRF anche per la forzante a 2N. Di seguito vengono riportate le curve ottenute (Fig. e). Il coefficiente di attrito di riferimento per il proseguo delle analisi è 0.5, e i valori di FKN e FKT, sono invariati.

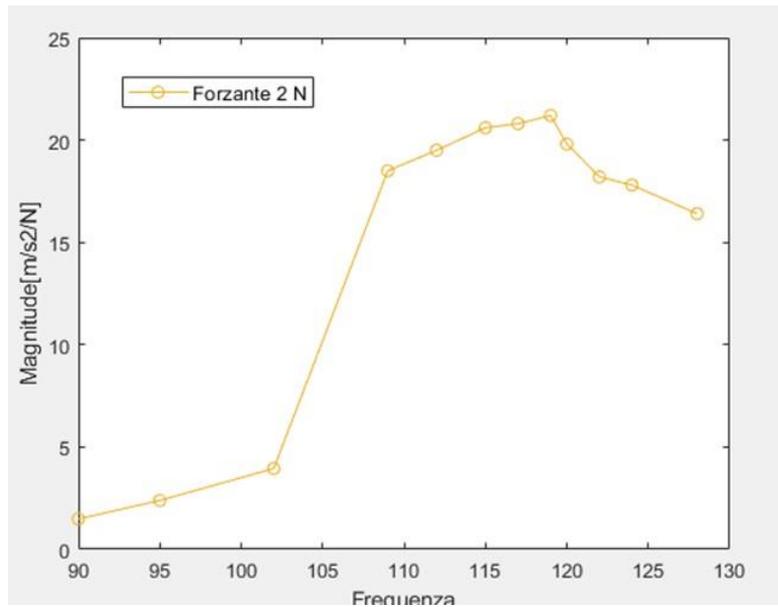


Figura 93: FRF per la forzante 2 N

4.10.2.1 CONFRONTO DELLA FRF AL VARIARE DELLA FORZANTE

Dopo aver ricavato le FRF relative alle forzanti 0.2 N e 2 N è stato possibile mettere a confronto le curve ricavate tramite l'analisi transitoria al variare della frequenza.

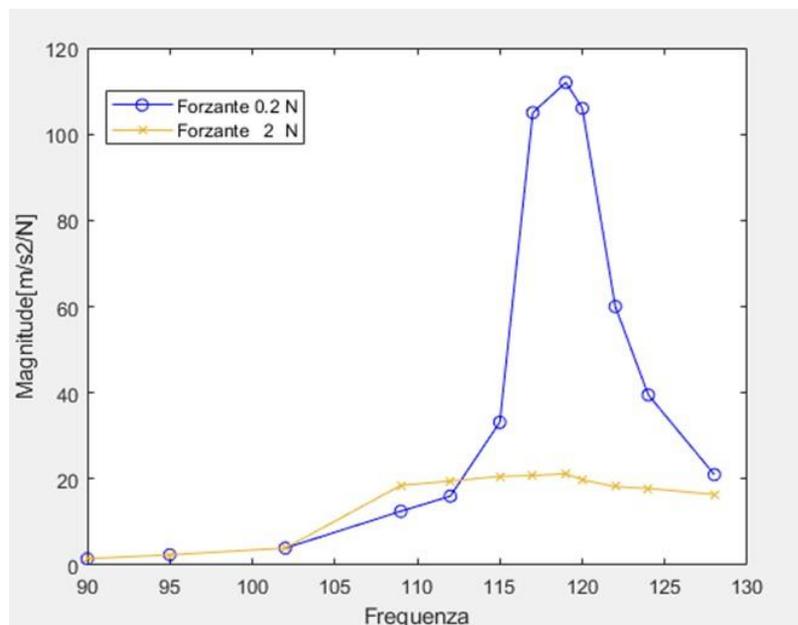


Figura 94: confronto della variazione della FRF al variare della forzante ($F=0.2N$ e $2N$)

Dalla Fig. 94 si evince come all'aumentare dell'ampiezza della forzante il valore del picco della FRF si riduca e contestualmente l'ampiezza della campana tenda ad allargarsi. L'aumento di un ordine di grandezza della forzante porta a ridurre dunque il valore massimo della risposta in frequenza di circa il 50%.

4.10.3 ANALISI DI SENSITIVITY PER FKN E FKT

Con l'introduzione del metodo di Lagrange Aumentato, il modello degli elementi di contatto è in funzione della rigidità normale e tangenziale (FKN e FKT) e si è reso necessario valutare se l'andamento del transitorio nel nodo scelto, in prossimità della mezzeria della trave, dipendesse dal valore assunto dalla rigidità normale e tangenziale.

È stata condotta un'analisi di sensitivity sui parametri FKN e FKT imponendo valore di 0.5 per entrambi, rispetto al caso precedentemente analizzato in cui comparivano valori unitari sia per la rigidità normale che per quella tangenziale. La risposta in frequenza ottenuta modificando tali parametri dal Contact Manager è visibile in Fig. 95:

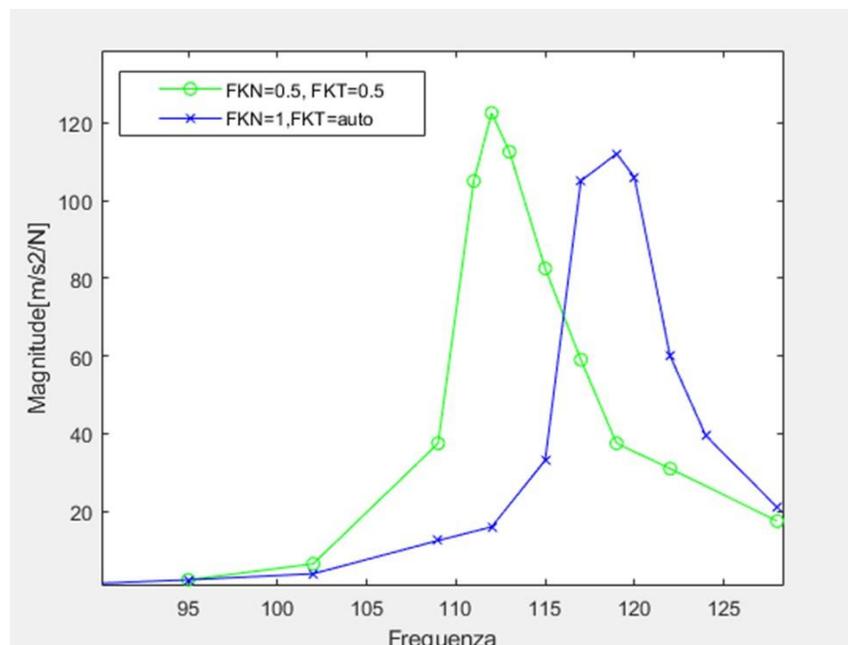


Figura 95: confronto della variazione della FRF al variare dei parametri FKN, FKT

è possibile osservare che il valore del picco della risposta sia spostato più a sinistra nel caso in cui le rigidità normale, e tangenziale sono poste uguali a 0.5. Il picco registrato mostra un'ampiezza maggiore di circa il 5% rispetto al caso con i parametri FKN e FKT di default. Questa differenza non può essere considerata degna di nota in quanto la difficoltà nel ricavare l'ampiezza di vibrazione da una risposta nel tempo dovuta alla presenza dei battimenti e alla discretizzazione dell'evoluzione temporale non consente una elevata precisione. Si fa osservare comunque che l'aumento è un risultato fisicamente plausibile perché la struttura risulta più flessibile e quindi più incline a vibrare quando le rigidità di contatto sono più basse. Inoltre già alle frequenze di oscillazione più basse, del range preso in esame per le FRF, risultano valori di inertanza più alti (la 'campana' della FRF è più ampia). Questo modello quindi sarebbe corrispondente ad un sistema che dimostra una maggiore tendenza a subire vibrazioni meccaniche, quindi maggiore flessibilità.

5. CONFRONTO NUMERICO SPERIMENTALE

Dopo aver condotto le diverse analisi, descritte nel capitolo precedente, si è reso necessario confrontare i risultati ottenuti con l'approccio numerico a quelli provenienti dalla sperimentazione. Il confronto numerico-sperimentale ha così riguardato inizialmente il confronto tra le frequenze di risonanza, ottenute dall'analisi modale, per poi analizzare la risposta in frequenza del sistema al variare della forzante di eccitazione.

5.2 CONFRONTO TRA LE FRF

In questo paragrafo sono messe a confronto le curve della risposta in frequenza tracciate per via numerica ed i risultati ottenuti sperimentalmente in [57]. Nel caso della forzante di ampiezza 0.2 N avremo le curve mostrate in Fig. 96.

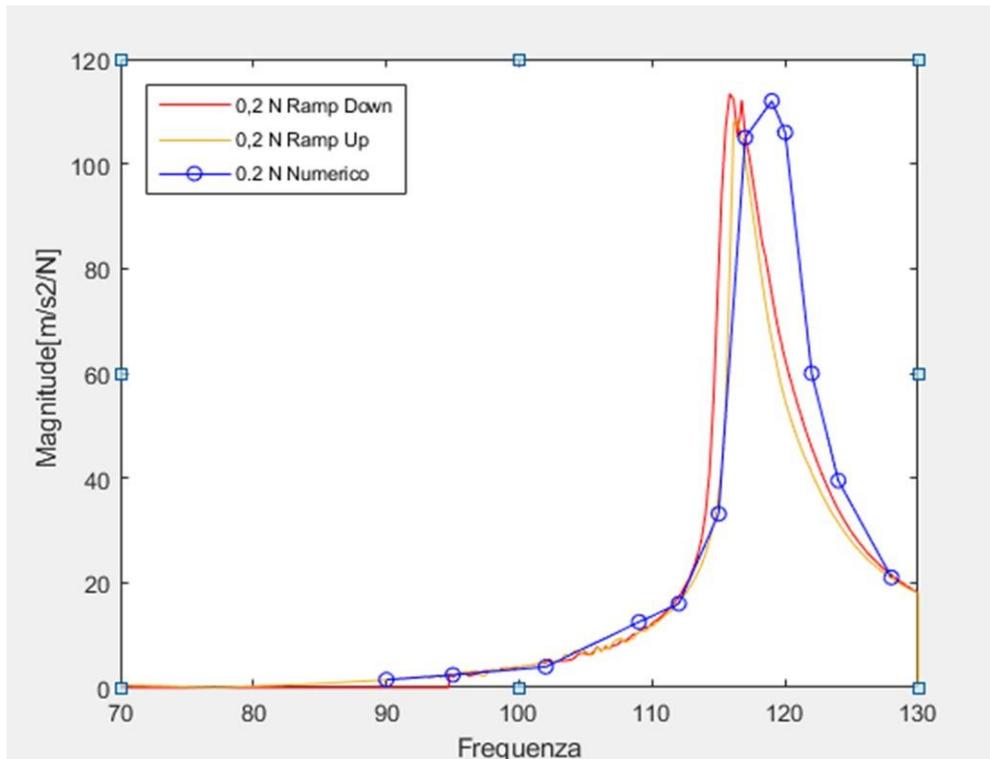


Figura 96: confronto numerico-sperimentale Forzante 0.2 N

Nella Fig. 96, sono riportate le curve sperimentali ricavate nelle modalità Up e Down. È possibile osservare che il valore del picco della risposta in frequenza è paragonabile in termini di valore assoluto, con una discrepanza di circa 1%, mentre la frequenza di risonanza della curva tracciata per via numerica ha una frequenza di 119 Hz, maggiore del 4 % rispetto alla frequenza delle curve sperimentali.

Nel caso della curva tracciata per la forzante pari a 2 N (Fig.112), invece, è stato riscontrato un valore del picco della frequenza di risonanza inferiore di circa il 15%, rispetto al valore sperimentale (valore sperimentale $26.6 \text{ M/s}^2/\text{N}$, numerico $22.2 \text{ M/s}^2/\text{N}$), mentre la frequenza di risonanza è anche in questo caso superiore, di circa il 4%, alle frequenze di risonanza delle curve sperimentali. Questi risultati non sorprendono ed erano comunque prevedibile alla luce delle frequenze naturali superiori ricavate dall'analisi modale numerica rispetto alla sperimentazione.

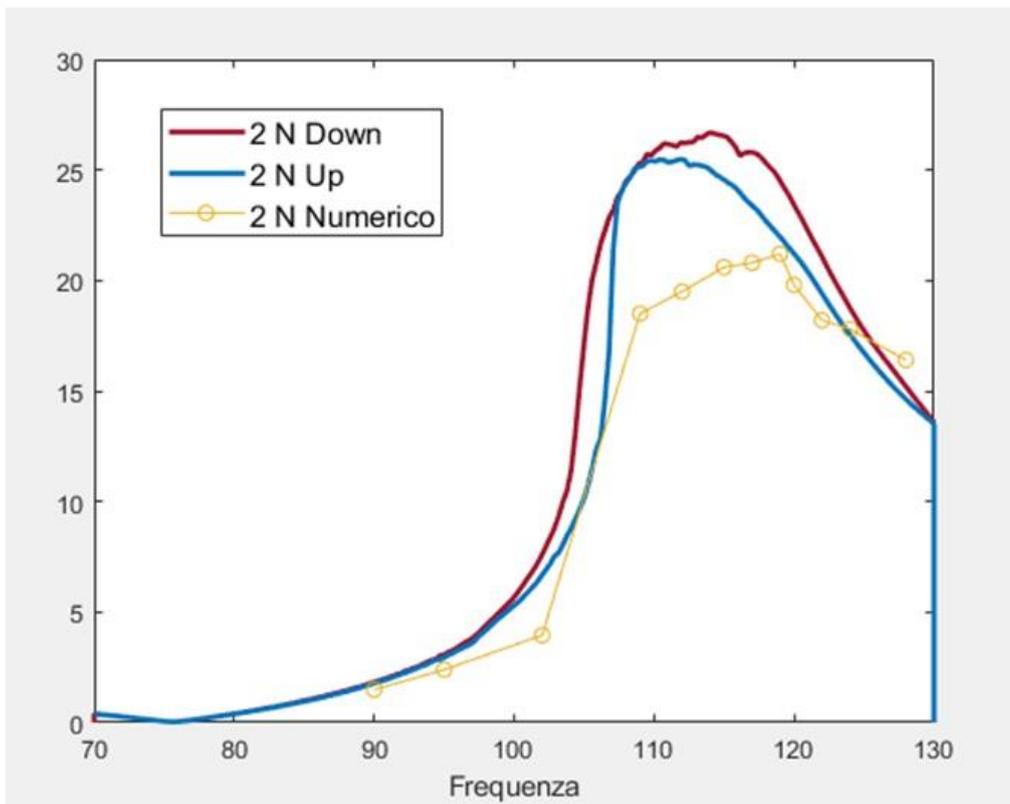


Figura 97: confronto numerico-sperimentale Forzante 2 N

6. CONCLUSIONE

In questo elaborato è stato affrontato lo studio del comportamento dinamico delle superfici estese collegate mediante contatto per attrito. L'argomento affrontato è di sicuro interesse in ambito ingegneristico, in quanto tutti i sistemi meccanici prevedono degli elementi di collegamento tra le varie parti del sistema e molti studi presenti in letteratura affrontano il problema con diversi approcci. Al fine di studiare il comportamento dinamico non lineare delle superfici estese collegate mediante contatto per attrito si è scelto di realizzare un modello semplificativo che trascurasse tutti gli aspetti che avrebbero sicuramente influito sul risultato in modo da focalizzare l'attenzione esclusivamente sul modello di contatto delle superfici di collegamento. L'elemento di collegamento è stato dunque rappresentato con due travi accoppiate mediante otto coppie di magneti, eliminando così le variabilità e le incertezze che si sarebbero avute anche nel caso di un semplice collegamento bullonato. In questo modo, è stato possibile analizzare nel dettaglio il comportamento del sistema in esame attraverso un approccio numerico mediante l'utilizzo di un software agli elementi finiti, Ansys, confrontando poi i risultati ottenuti con la sperimentazione. In Ansys è stato così possibile analizzare il comportamento dinamico del modello di contatto al variare del modello preso in esame; attraverso l'analisi modale del sistema si è potuto analizzare il cambiamento delle frequenze naturali del sistema e i modi di vibrare al variare del modello preso in esame, mentre invece con l'analisi statica si è studiato lo stato degli elementi di contatto mediante l'ausilio di mappe relative alle pressioni in gioco sulla superficie di contatto. Tramite l'analisi transitoria è stato possibile valutare il comportamento del sistema nel tempo, valutando inoltre l'influenza di parametri del modello risolutivo del contatto, come la rigidità normale e tangenziale degli elementi di contatto, sulla risposta del sistema. Dall'analisi transitoria è stato poi possibile ottenere l'andamento delle accelerazioni da cui poter ricavare, a transitorio estinto, la funzione di risposta in frequenza in maniera discreta. È stato anche approfondito come la curva della risposta in frequenza vari al variare della forzante di eccitazione e del coefficiente d'attrito. Tramite questo lavoro si è evidenziato come le analisi svolte con un'integrazione diretta nel tempo richiedano un onere computazionale notevole ed è quindi parso opportuno compiere delle scelte semplificative che hanno condizionato il tempo di calcolo e l'accuratezza dei risultati.

Bibliografia e Sitografia

- [1] Shigley, Progetto e Costruzione di macchine, III ed.;
- [2] E. Chirone, S. Tornincasa, Disegno Tecnico Industriale, I ed. 2004;
- [3] S. Bograd, P. Reuss, A. Schimdt, L. Gaul, M. Mayer, Modeling the dynamics of mechanical joints;
- [4] A. Fasana, S. Marchesiello, Meccanica delle vibrazioni, CLUT Editrice, 2006;
- [5] R.A. Ibrahim, C.L. Pettit, Uncertainties and dynamics problems of bolted joints and other fasteners, *Journal of Sound and Vibration* 279 (2005);
- [6] E.E. Ungar, Energy dissipation at structural joints: mechanisms and magnitudes, Technical Documentary Report No. FDL-TDR-64-98, 1964;
- [7] C.F. Beards, Damping in structural joints, *The Shock and Vibration Digest*;
- [8] R.Y. Lee, Assessment of Linear and Nonlinear Joint Effects on Space Truss Booms, Department of Aeronautics and Astronautics, MIT, 1985;
- [9] M.L. Bowden, Dynamics of Space Structures with Nonlinear Joints, Department of Aeronautics and Astronautics, MIT, 1988;
- [10] M. Groper, J. Hemmye, The dissipation of energy in high strength friction grip bolted joints, *Proceedings of SESA Spring Conference*, Cleveland, 1983;
- [11] D.J. Segalman, An initial overview of Iwan modeling for mechanical joints, Sandia Report, 2001;
- [12] M. Groper, Microslip and macroslip in bolted joints, *Experimental Mechanics* 25 (1985);
- [13] C.M. Firrone, S. Zucca, Modelling friction contacts in structural dynamics and its application to turbine bladed disks;
- [14] K. Popp, Non-smooth mechanical systems – an overview, *Forschung im Ingenieurwesen* 64, 1998;
- [15] L. Gaul, R. Nitsche, R., The role of friction in mechanical joints, *ASME, Applied Mechanics Reviews* 54 (2001) 93–106;

- [16] K. Willner, L. Gaul, A penalty approach for contact description by FEM based on interface physics, 1995;
- [17] C. Dekoninch, Deformation properties of metallic contact surfaces of joints under the influence of dynamic tangential loads, *International Journal of Machine Tool Design and Research* 12 (1972);
- [18] C.F. Beards, The damping of structural vibration by controlled interface slip in joints, *ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress analysis, Reliability, and Design* 105 (1983);
- [19] Y.S. Shin, J.C. Iverson, K.S. Kim, Experimental studies on damping characteristics of bolted joints for plates and shells, *ASME, Journal of Pressure Vessel Technology* 113 (1991);
- [20] J. Esteban, C.A. Rogers, Energy dissipation through joints: theory and experiments, *Computers and Structures* 75 (2000);
- [21] J.H. Bickford, J.H., *An Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints*, II ed, 1990;
- [22] T. Watanabe, Forced vibration of continuous system with non-linear boundary conditions, *ASME, Journal of Mechanical Design* 11 (1978);
- [23] F. Wang, S. Chen, A method to determine the boundary condition of the finite element model of a slender beam using measured modal parameters, *ASME, Journal of Vibration and Acoustics* 118 (1996);
- [24] L.A. Zadeh, Fuzzy sets, *Information Control* 8 (1965);
- [25] M. Hanss, S. Oexl, L. Gaul, Identification of a bolted-joint model with fuzzy parameters loaded normal to the contact interface, *Mechanical Research Communication* 29 (2002);
- [26] M. Hanss, K. Willner, A fuzzy arithmetical approach to the solution of finite element problems with uncertain parameters, *Mechanical Research Communication* 29 (2000);
- [27] L. Chen, S.S. Rao, Fuzzy finite-element approach for the vibration analysis of imprecisely-defined systems, *Finite Elements in Analysis and Design* 27 (1997);
- [28] A. Cherki, T. Son, T.M. Guerra, P. Level, On evaluating structures sensitivities to prescribed displacements uncertainties using fuzzy numbers, *Engineering Computations* (1997);
- [29] W. Eccles, Bolted joint design, *Engineering Design* 10 (1984);
- [30] Bolt Science, 1999–02, Vibration loosening of bolts and threaded fasteners, www.boltscience.com/pages/vibloose;
- [31] A. Daadbin, Y.M. Chow, Theoretical models to study thread loosening, *Mechanics and Machine Theory* 27 (1992);

- [32] M. Yoshimure, Measurement of dynamic rigidity and damping property of simplified joint models and simulation by computer, *Annals CIRP* 25 (1977);
- [33] J.S. Tsai, Y.F. Chou, The identification of dynamic characteristics of a single bolt joint, *Journal of Sound and Vibration* 125 (1988);
- [34] J.R.F. Arruda, J.M.C. Santos, Model adjusting of structures with mechanical joints using modal synthesis, *Proceedings of the Seventh International Modal Analysis Conference*, Las Vegas, NV, 1989;
- [35] J.M. Chapman, F.H. Shaw, W.C. Russell, *Dynamics of trusses having nonlinear joints*, 1986;
- [36] W.L. Li, A new method for structural model updating and joint stiffness identification, *Mechanical Systems and Signal Processing* 16 (2002);
- [37] Y. Ren, C.F. Beards, Identification of 'effective' linear joints using coupling and joint identification techniques, *ASME, Journal of Vibration and Acoustics* 120 (1998);
- [38] S.F. Masri, T.K. Caughey, A nonparametric identification technique for nonlinear dynamic problems, *ASME, Journal of Applied Mechanics* 46 (1979);
- [39] E.F. Crawley, K.J. O'Donnell, Force-state mapping identification of nonlinear joints, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal* 25 (1987);
- [40] W.J. Kim, Y.S. Park, Nonlinear joint parameter identification by applying the force-state mapping technique in the frequency domain, *Mechanical Systems and Signal Processing* 8 (1994);
- [41] L. Gaul, R. Nitsche, Friction control for vibration suppression, *Mechanical Systems and Signal Processing* 14 (2000);
- [42] L. Gaul, S. Bohlen, Identification of nonlinear structural joint models and implementation in discretized structure models, *ASME Proceedings of the 11th Conference of Mechanical Vibration and Noise*;
- [43] L. Gaul, U. Nackenhorst, K. Willner, J. Lenz, Nonlinear vibration damping of structures with bolted joints, *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, 1994;
- [44] L. Gaul, J. Lenz, Nonlinear dynamics of structures assembled by bolted joints, *Acta Mechanica* 125 (1997);
- [45] G.R. Monforton, T.S. Wu, Matrix analysis of semi-rigidly connected steel frames, *American Society of Civil Engineers, Journal of Structure Division* 90 (1963);
- [46] M. Sekulovic, R. Salatic, Nonlinear analysis of frames with flexible connections, *Computers and Structures* 79 (2001);
- [47] I. Yaghmai, D.A. Frohrib, A sensitive analysis of the effects of interconnection joint size, flexibility, and inertia on the natural frequencies of Timoshenko frames, *Journal of Sound and Vibration* 75 (1981);
- [48] S.Y. Hsu, A. Fafitis, 1992, Seismic analysis design of frames with viscoelastic connections, *American Society of Civil Engineers, Journal of Structure Division* 118 (1992);
- [49] F.G.A. Al-Bermani, B. Li, K. Zhu, S. Kitiponchai, Cyclic and seismic response of flexibility jointed frames, *Engineering Structures* 16 (1994);
- [50] P.M. Frank, *Introduction to System Sensitivity Theory*, Academic Press, New York, 1978;

- [51] L. Socha, The sensitivity analysis of stochastic nonlinear dynamical systems, *Journal of Sound and Vibration* 110 (1986);
- [52] P. Lazzarin, V. Milani, M. Quaresimin, Scatter bands summarizing the fatigue strength of aluminum alloy bolted joints, *International Journal of Fatigue* 19 (1997);
- [53] R.S. Birch, M. Alves, Dynamic failure of structural joint systems, *Thin-Walled Structures* 36 (2000);
- [54] F.V. Ellis, D.R. Sielski, R. Viswanathan, An improved analytical method for life prediction of bolting, *ASME, Journal of Pressure Vessel Technology* 123 (2001);
- [55] V. Seliger, Effect of Rivet Pitch Upon the Fatigue Strength of Single-Row Riveted Joints of 0.025 to 0.025-inch 24S-T ALCLAD, *National Advisory Committee for Aeronautics NACA TN 900*, 1943;
- [56] L. Mordfin, Creep and creep-rupture characteristics of some riveted and spot-welded lap joints of aircraft materials, *National Advisory Committee for Aeronautics NACA TN 3412*, 1955;
- [57] G. Glionna, *Analisi vibrazionale di due flange collegate tramite giunti a pressione*, 2018;
- [58] E. Fogliasso, *Analisi modale per lo studio preliminare di un giunto flangiato*, 2017;
- [59] https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_MESH200.html;
- [60] https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_SOLID186.html;
- [61] http://inside.mines.edu/~apetrell/ENME442/Labs/1301_ENME442_lab6_lecture.pdf;
- [62] https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_ctec/Hlp_ctec_realkey.html#strdetsif3jla072099;
- [63] https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/wb_sim/ds_harmonic_analysis_type.html;
- [64] https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/wb_sim/ds_static_mechanical_analysis_type.html;
- [65] https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/wb_sim/ds_transient_mechanical_analysis_type.html;
- [66] M. Caruso, Hammer Test – Studio di strutture flangiate per il calcolo della frequenza di risonanza;
- [67] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, C. Canudas de Wit, A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction, *Automatica*, vol. 30, no 7, pp. 1083-1183 (July 1994).

