



POLITECNICO DI TORINO
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di laurea

Validazione del software Policontact per il calcolo della risposta forzata di componenti aeronautici in presenza di contatti per attrito



Candidato:
Miriam Zazza

Relatore:
Prof. Daniele Botto

Luglio 2019

Ringraziamenti

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Motore aeronautico	1
1.1.1	Architettura di un turbofan	2
1.2	Turbina	5
1.2.1	Carichi quasi-statici	6
1.2.2	Carichi dinamici	7
1.3	Smorzatori per attrito	8
1.4	Stato dell'arte e obiettivo della tesi	10
2	Dinamica di strutture in simmetria ciclica	12
2.1	Definizione di simmetria ciclica	12
2.2	Forme modali di strutture in simmetria ciclica	13
2.3	Famiglie modali e <i>FreND diagram</i>	16
2.4	Caratteristiche delle forzanti	17
2.5	Diagramma di Campbell	17
2.5.1	Fenomeno dell' <i>aliasing</i>	18
2.6	Dentro il software	19
3	Analisi del modello ridotto	20
3.1	Riduzione del modello	20
3.1.1	Riduzione di Guyan	22
3.1.2	Riduzione di Craig-Bampton	23
3.1.3	Metodo di Tran	23
3.2	Analisi lineare	25
3.2.1	Bladed-disk con shroud	26
3.2.2	Bladed-disk con underplatform damper	29
3.2.3	Vane segment	29
3.2.4	Confronto con il FEM di partenza	30
3.3	Modelli di contatto	32
3.4	Analisi non lineare	35
4	Lettura dei dati sperimentali	36
4.1	Strain gage	36
4.2	Campbell sperimentale	37
4.3	Validazione	38
4.4	Dentro il software	40

TEST CASES	42
Test case 1	42
Analisi modali	42
Modello ridotto	43
Analisi non lineare	43
Confronto numerico-sperimentale	45
Test case 2	47
Analisi modali	47
Modello ridotto	47
Analisi non lineare	48
Confronto numerico-sperimentale	49
Test case 3	52
Modello ridotto	52
Analisi non lineare	53
Confronto numerico-sperimentale	54
Test case 4	56
Analisi modali	57
Modello ridotto	57
Modo 1	57
Modo 2	60
Modo 3	62
Modo 4	65
Modo 5	69
Test case 5	72
Analisi modali	72
Modello ridotto	73
Analisi non lineare	73
Confronto numerico-sperimentale	74
Risposta al variare della massa	74
Test case 6	77
Analisi modali	77
Modello ridotto	78
Risposta forzata	78
Confronto numerico-sperimentale	79
Conclusioni e sviluppi futuri	81
Bibliografia	82

Elenco delle figure

1.1	Schema 1D di un generico motore. Per il calcolo della spinta netta standard bisogna ipotizzare: l'asse motore allineato con la velocità di volo; quantità di combustibile immesso trascurabile. La pressione di riferimento (p_0) è quella indisturbata a monte.	1
1.2	Ciclo termodinamico di un esoreattore a getto e schema motore. L'area descritta dal ciclo è proporzionale al lavoro termodinamico e va quindi massimizzata. Il ciclo non ideale (linea continua), a differenza di quello ideale (linea tratteggiata), tiene conto delle perdite dei componenti.	2
1.3	Esempi di turbofan bi-albero.	3
1.4	Schema di uno stadio di turbina. Lo statore, parte fissa, precede il rotore, parte mobile.	5
1.5	Effetto del carico a flessione su un bladed-disk.	7
1.6	Principali tipologie di smorzatori adottate su <i>bladed-disks</i>	8
1.7	Tip-shroud e superfici coinvolte nel contatto.	9
1.8	Esempio di underplatform damper e schema di funzionamento.	9
1.9	Interlocking vane.	10
1.10	Vane hook.	10
1.11	Interfaccia grafica.	11
2.1	Schema di una struttura in simmetria ciclica.	12
2.2	Settori di rotore e statore.	13
2.3	Forma modale a diametro nodale 0.	14
2.4	Forma modale a diametro nodale 6.	14
2.5	Forma modale a diametro nodale 2.	15
2.6	Esempio di famiglie modali di un <i>bladed disk</i> su un <i>FreND diagram</i>	16
2.7	Esempio di diagramma di Campbell. Le risonanze sono messe in evidenza.	17
2.8	Stato di sollecitazione di un rotore con 32 pale investito da una forzante a <i>Engine Order</i> 24. Una distribuzione del genere può essere dovuta alla presenza di 24 pale statoriche a monte del rotore: i picchi di pressione si trovano in corrispondenza dei canali interpallari, mentre la pressione è nulla in corrispondenza dei profili.	18
3.1	Selezione dei nodi master per l'n-esimo settore fondamentale.	24
3.2	Vincoli considerati nell'analisi lineare di un modello con shroud.	26
3.3	Risposta lineare con rigidzze di contatto nominali (K_{nom}). Gli assi sono normalizzati rispetto all'ultimo picco tight.	27

3.4	Risposta lineare con rigidezze di contatto dieci volte quelle nominali. Gli assi sono normalizzati rispetto all'ultimo picco tight.	27
3.5	Risposta lineare con rigidezze di contatto inferiori rispetto alle nominali. Gli assi sono normalizzati rispetto all'ultimo picco tight.	28
3.6	Condizioni considerate per il calcolo della risposta forzata lineare di un modello con underplatform damper.	29
3.7	Tipico output di Policontact per il confronto delle frequenze.	30
3.8	Tipici output di Policontact per il MAC.	31
3.9	Modello di contatto 1D con carico normale costante.	32
3.10	Modello di contatto 1D con carico normale variabile.	33
3.11	Effetto della variazione carico normale sui picchi di risonanza	34
3.12	Modello di contatto 2D con carico normale costante.	35
4.1	Schema di uno strain gage	36
4.2	Applicazione degli strain gage sulla pala.	37
4.3	Diagramma di Campbell sperimentale per un certo strain gage.	37
4.4	Sistema di riferimento locale dello strain-gage.	38
4.5	Calcolo del Q-factor.	39
5.1	Tip Shroud della pala.	42
5.2	CAD del settore rappresentativo del bladed-disk.	42
5.3	Nodi master sulla superficie della pala.	43
5.4	Modo 1.	44
5.5	Ampiezza e Q-factor al variare del carico di interlocking. Entrambe le grandezze sono scalate rispetto al picco full-stick. Il precarico è scalato rispetto al valore nominale.	44
5.6	Confronto numerico-sperimentale. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.	45
5.7	Ampiezza, Q-factor e frequenza al variare del carico d'interlocking. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.	46
5.8	Underplatform damper.	47
5.9	Nodi master sulla superficie della pala.	48
5.10	Modo 1.	48
5.11	Ampiezza e Q-factor al variare del carico di interlocking. Tutte le grandezze sono scalate rispetto alle condizioni full-stick.	49
5.12	Confronto numerico-sperimentale. Gli assi sono scalati rispetto al picco numerico in condizioni nominali.	49
5.13	Ampiezza, Q-factor e frequenza al variare del carico d'interlocking. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.	50
5.14	Tip shroud della pala.	52
5.15	Nodi master sulla superficie della pala.	52
5.16	Modo 1.	53
5.17	Risposta al variare del carico di interlocking. Gli assi sono normalizzati rispetto alla condizione full-stick.	53
5.18	Confronto numerico-sperimentale. Gli assi sono normalizzati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.	54
5.19	Ampiezza, Q-factor e frequenza al variare del carico d'interlocking. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.	55

5.20	Tip Shroud della pala.	56
5.21	Modello del settore rappresentativo del bladed-disk.	56
5.22	Nodi master sulla superficie della pala.	57
5.23	Modo 1.	58
5.24	Ampiezza e Q-factor al variare del carico d'interlocking. Gli assi sono normalizzati rispetto alla condizione full-stick.	58
5.25	Confronto numerico con la vecchia versione di Policontact. Gli assi sono scalati rispetto alle condizioni nominali.	59
5.26	Modo 2.	60
5.27	Ampiezza e frequenza al variare dell'interlocking. Gli assi sono scalati rispetto alla curva di performance del nuovo Policontact, interlocking nominale.	61
5.28	Modo 3.	62
5.29	Matching migliore con le rigidezze di contatto nominali.	63
5.30	Matching migliore ottenuto abbassando le rigidezze di contatto.	63
5.31	Ampiezza, Q-factor e frequenza al variare del carico d'interlocking, per due diversi valori di rigidezze di contatto. Gli assi sono normalizzati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.	64
5.32	Prime analisi effettuate al variare dell'interlocking, per diversi valori della forzante.	65
5.33	Modo 4.	66
5.34	Risposta del modo 4 all'aumentare dei nodi di contatto. Gli assi sono scalati rispetto alla condizione iniziale.	66
5.35	Risposta del modo 4 all'aumentare delle rigidezze di contatto. Gli assi sono scalati rispetto alla condizione iniziale.	67
5.36	Miglior matching del modo 4. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni di interlocking nominale.	67
5.37	Ampiezza e Q-factor al variare dell'interlocking. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni di interlocking nominale.	68
5.38	Modo 5.	69
5.39	Risposta del modo 5 all'aumentare dei nodi di contatto. Gli assi sono scalati rispetto alla condizione iniziale.	70
5.40	Risposta del modo 5 all'aumentare delle rigidezze di contatto. Gli assi sono scalati rispetto alla condizione iniziale.	70
5.41	Miglior matching del modo 4. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni di interlocking nominale.	71
5.42	Underplatform damper.	72
5.43	Modello del settore rappresentativo del bladed-disk.	72
5.44	Nodi master sulla superficie della pala.	73
5.45	Modo 1.	74
5.46	Risultati del confronto numerico-sperimentale. Gli assi sono scalati rispetto al dato sperimentale.	74
5.47	Analisi non lineari al variare della massa. La variabile "Mass multiplier" è il fattore moltiplicativo applicato alla massa nominale. Gli assi sono normalizzati rispetto alla condizione free.	75
5.48	Ampiezza, q-factor e frequenza al variare della massa. Per il valore di massa nominale, i risultati di Policontact sono confrontati con i dati sperimentali. Gli assi sono normalizzati rispetto allo sperimentale.	76

5.49	Settore fondamentale.	77
5.50	Nodi master scelti per la riduzione del modello	78
5.51	Modo 1 considerato nell'analisi.	79
5.52	Risposta forzata non lineare nell'intorno del modo 1. Gli assi sono scalati rispetti al picco full-stick relativo alla forma modale d'interesse.	79
5.53	Risultato del confronto numerico-sperimentale. Gli assi sono scalati rispetto alla risposta calcolata da Policontact.	80

Abstract

La progettazione di componenti per motori aeronautici, quali rotor e statori che compongono i settori di turbina, non è una facile missione a causa della complessità della struttura e della molteplicità dei carichi in gioco. Particolare rilevanza è assunta dalle forzanti dinamiche, che causano fenomeni vibratori e il conseguente danneggiamento per High Cycle Fatigue (HCF). Per minimizzare il rischio di rottura e aumentare la vita a fatica dei componenti, vengono introdotte nel sistema una o più fonti di smorzamento per attrito che riducono l'ampiezza delle vibrazioni. In tale contesto, è molto utile disporre di uno strumento in grado di predire velocemente e in maniera accurata la risposta dinamica dei sistemi in questione. Policontact, nato dalla collaborazione tra Politecnico di Torino e GE Avio Aero, è un software per il calcolo della risposta forzata non lineare di componenti rotorici e statorici in presenza di uno o più contatti per attrito. In una fase preliminare di progetto, potrebbe essere una valida alternativa alle analisi FEM e alle prove sperimentali, metodi senz'altro efficaci ma molto dispendiosi.

Il principale obiettivo del lavoro di tesi è stato la conduzione di una massiccia attività di validazione. L'attività prevedeva un'opportuna preparazione dei modelli tramite Patran - MSC Software. Per garantire la coerenza tra i risultati di Policontact e il FEM, la risposta forzata lineare calcolata dal software è stata confrontata con i risultati delle analisi modali condotte in ambiente Nastran. Infine, è stato operato un confronto numerico-sperimentale per verificare l'affidabilità del codice ed evidenziarne eventuali limiti. Parallelamente a tale lavoro, è stata sviluppata un'interfaccia grafica semplice e intuitiva per agevolare l'approccio al software.

L'attività si inserisce all'interno di un progetto più ampio, GREAT 2020 (*Green Engine for Air Traffic 2020*), volto al raggiungimento degli obiettivi strategici del settore aeronautico elaborati dalla Commissione Europea ed ACARE (*Advisory Council for Aviation Research and Innovation in Europe*). In particolare è richiesta una maggiore efficienza e una drastica riduzione dell'impatto sull'ambiente [14].

1 | Introduzione

In questo primo capitolo viene fornita una breve panoramica sul principio di funzionamento di un motore aeronautico e sui suoi principali componenti. Essendo il progetto di tesi incentrato sull'analisi di turbine, ad esse è dedicata la sezione 1.2, in cui viene descritta la struttura ed i carichi a cui è soggetta.

1.1 Motore aeronautico

La *propulsione aerospaziale* è un'applicazione pratica della terza legge di Newton, meglio nota come principio di azione-reazione: "*Ad ogni forza agente su un corpo corrisponde una reazione uguale e contraria*". In altre parole, è necessario interagire con un altro "corpo" per ottenere spinta. Al contrario degli endoreattori, che sfruttano il gas generato all'interno del motore stesso, gli esoreattori ottengono la forza necessaria al moto interagendo con l'atmosfera circostante: accelerando il flusso d'aria che lo attraversa, il motore subisce una spinta. È possibile quantificarla semplicemente attraverso la *spinta netta standard*, ottenuta applicando il teorema della quantità di moto sul sistema in figura 1.1:

$$F = \dot{m}_e v_e - \dot{m}_0 v_0 + (p_e - p_0) A_e \quad (1.1)$$

I termini $\dot{m}$, v e p sono la portata d'aria, la velocità e la pressione. I pedici 0 ed e indicano rispettivamente la sezione di monte e d'uscita del motore.

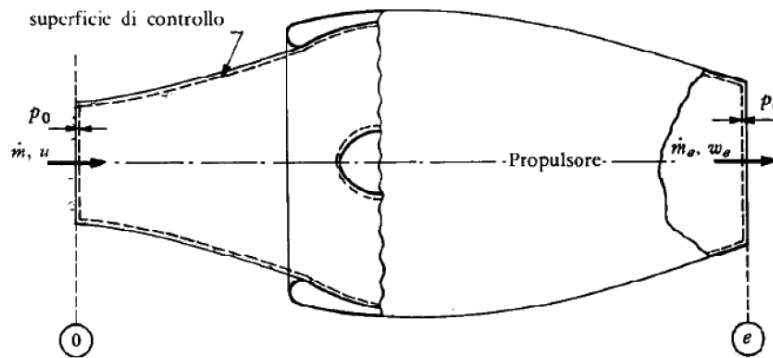


Figura 1.1: Schema 1D di un generico motore. Per il calcolo della spinta netta standard bisogna ipotizzare: l'asse motore allineato con la velocità di volo; quantità di combustibile immesso trascurabile. La pressione di riferimento (p_0) è quella indisturbata a monte.

Tutti i componenti interni al motore hanno come fine ultimo quello di accelerare opportunamente il flusso d'aria per ottenere la spinta più alta possibile. Tale obiettivo è raggiunto tramite l'attuazione di un ciclo termodinamico, detto *ciclo Brayton*, rappresentato in figura 1.2.

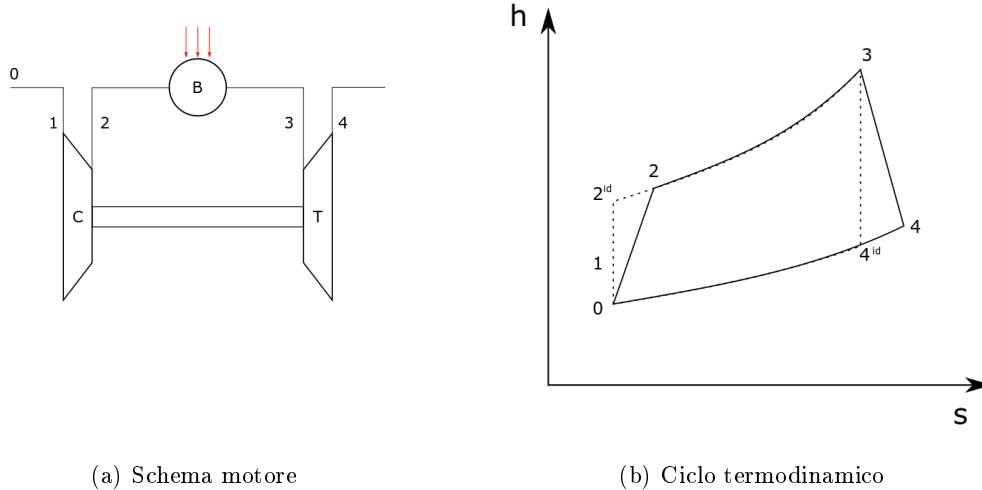


Figura 1.2: Ciclo termodinamico di un esoreattore a getto e schema motore. L'area descritta dal ciclo è proporzionale al lavoro termodinamico e va quindi massimizzata. Il ciclo non ideale (linea continua), a differenza di quello ideale (linea tratteggiata), tiene conto delle perdite dei componenti.

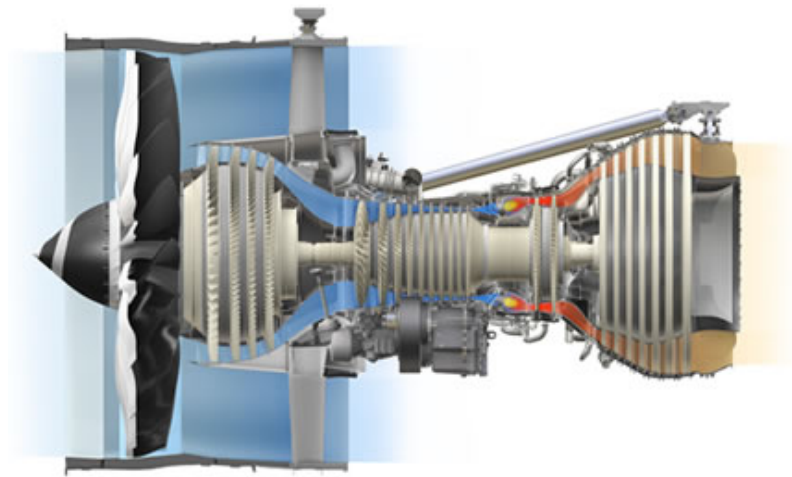
1.1.1 Architettura di un turbofan

La stragrande maggioranza degli esoreattori a getto in circolazione rientrano nella categoria dei *turbofan*. Questo tipo di propulsori ha riscosso molto successo, specialmente nel settore dell'aviazione civile, per via del basso consumo specifico e delle buone prestazioni in campo transonico. In figura 1.3 sono riportati due esempi di turbofan.

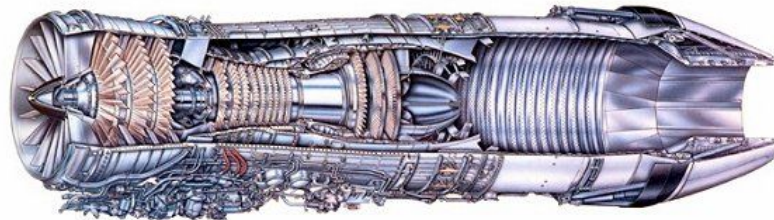
A differenza di un semplice turbogetto, il turbofan sfrutta due diversi flussi d'aria:

- Un *flusso freddo*, che viene accelerato senza attraversare tutti i componenti del motore. Essendo freddo e ad alta velocità, esso fornisce il maggiore contributo alla spinta.
- Un *flusso caldo*, che attraversa tutti i componenti del motore. Generalmente più lento del flusso freddo, fornisce un contributo inferiore a livello di spinta, ma aumenta l'efficienza termica.

Il rapporto tra le portate dei due flussi è detto *by-pass ratio* (BPR), che insieme alla spinta e al consumo specifico determina le prestazioni di questa categoria di motori. Il valore ottimale del BPR cambia in base al tipo di missione: alti rapporti di by-pass, che determinano consumi specifici inferiori e maggiori ingombri, sono particolarmente adatti a velivoli per il trasporto civile (vedi figura 1.3(a)); motori a bassi rapporti di by-pass, meno ingombranti, vengono utilizzati per velivoli militari (vedi figura 1.3(b)).



(a) GE-nx. Turbofan bi-albero per aviazione civile, ad alto rapporto di by-pass



(b) GE-F110. Turbofan bi-albero per velivoli militari, a basso rapporto di by-pass.

Figura 1.3: Esempi di turbofan bi-albero.

Nonostante le evidenti differenze di architettura in base al tipo di missione, in tutti i turbofan è possibile riconoscere alcuni componenti fondamentali. Di seguito è riportata una breve descrizione per ognuno di essi.

Inlet La presa d'aria o inlet è il primo componente del motore ad interagire con il fluido e funge da interfaccia tra l'ambiente esterno ed il componente successivo. Tipicamente divergente per funzionamento in subsonico, una presa d'aria ha come funzione primaria quella di decelerare il flusso che la attraversa, fino al raggiungimento del Mach ideale richiesto dal compressore (solitamente $0.4 \div 0.7$). Come conseguenza della decelerazione, attraverso l'inlet è possibile ottenere anche una leggera compressione dell'aria, quindi un lieve abbassamento del lavoro richiesto al compressore.

Compressore Ha lo scopo di generare un salto di pressione statica del gas che lo attraversa. È costituito da un certo numero di stadi, ognuno formato da una palettatura rotante, detta *rotore*, seguita da una fissa, chiamata *statore*. Mentre il rotore aumenta l'energia cinetica del fluido accelerandolo, lo statore converte l'energia cinetica in energia potenziale. Il rotore è quindi l'unico componente che compie lavoro, a meno che il progetto non preveda delle pale statoriche controrotanti. Il compressore è collegato attraverso

l'albero motore alla turbina, la quale genera la potenza necessaria per mantenerlo in moto. Per ragioni di efficienza, una scelta di progetto molto comune è quella di adottare una configurazione bi-albero. In tal caso gli stadi del compressore si dividono in due gruppi:

- **LPC (*Low Power Compressor*)** Collegato alla LPT attraverso l'albero di bassa pressione, è costituito dai primi stadi di compressore e dal *fan*. Mentre il compressore conferisce al flusso d'aria una compressione iniziale, il fan contribuisce alla spinta accelerando e direzionando il flusso in modo che investa opportunamente il primo rotore. Vista la minore pressione statica del fluido, il gruppo di bassa è caratterizzato solitamente da velocità di rotazione più elevate.
- **HPC (*High Power Compressor*)** Collegato alla HPT attraverso l'albero di alta pressione. A questo gruppo appartiene un numero molto più alto di stadi, i quali sono soggetti a carichi termici e pressioni molto più elevate. Per questo motivo la velocità di rotazione e i rapporti di compressione per stadio sono molto più bassi.

Combustore All'interno del combustore avviene una reazione esotermica che coinvolge, oltre all'aria proveniente dal compressore, anche una piccola dose di combustibile. Il rapporto tra i due reagenti è fisso ed è chiamato *rapporto di miscela*, α . Tale reazione causa un forte aumento della temperatura. Poiché il lavoro ed il rendimento del ciclo termodinamico aumentano all'aumentare del rapporto T_3^0/T_1^0 (vedi figura 1.2), è necessario ottenere la temperatura più alta possibile all'uscita del combustore, sottostando comunque ai limiti imposti dal materiale.

Turbina Ha lo scopo di estrarre energia dal fluido per generare la potenza necessaria al funzionamento del compressore e di altri componenti secondari, anche esterni al motore. Un tipico stadio di turbina, costituito da uno *statore* seguito da un *rotore*, causa un'espansione del flusso che lo attraversa. Lo statore, grazie ad una curvatura molto pronunciata, consente di aumentare la componente tangenziale della velocità del flusso; tale componente di velocità tiene in moto il rotore, che converte l'energia cinetica in energia meccanica. In caso di configurazione bi-albero, la turbina si divide in due sotto-componenti:

- **HPT (*High Power Turbine*)** Collegato all'albero di alta pressione, fornisce potenza al gruppo HPC. Poiché è a diretto contatto con il gas uscente dal combustore, le palette sono soggette a carichi termici elevatissimi. Per questo motivo sono dotate di rivestimenti in materiale ceramico e condotti interni per il raffreddamento.
- **LPT (*Low Power Turbine*)** Collegato al LPC attraverso l'albero di bassa pressione. Le palette non sono soggette a carichi termici eccessivi, ma subiscono carichi aerodinamici molto elevati a causa del flusso ad alta velocità. Lo stato di sollecitazione e la geometria sono le principali cause del comportamento dinamico critico di queste palette.

Ugello Ultimo componente ad interagire con il flusso d'aria, l'ugello come l'*inlet* svolge una funzione di interfaccia. In particolare, la sua forma dev'essere tale da garantire la cosiddetta condizione di adattamento (pressione in uscita pari alla pressione ambiente), nella quale si ha la spinta ottimale.

1.2 Turbina

Come accennato in precedenza, la turbina estrapola energia dal flusso per fornire potenza al compressore e ad altri componenti. Nella figura 1.4 è riportato uno schema 2D di un tipico stadio di turbina, in cui lo *statore* precede il *rotore*.

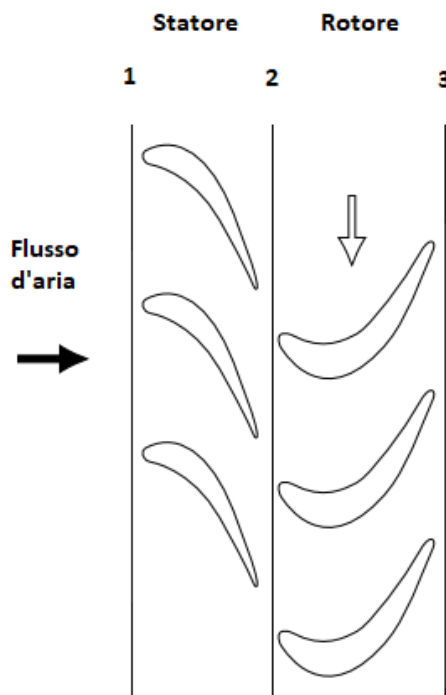


Figura 1.4: Schema di uno stadio di turbina. Lo statore, parte fissa, precede il rotore, parte mobile.

Si può osservare che i profili dello statore formano un canale interpalare convergente che accelera il flusso che lo attraversa. L'inclinazione molto pronunciata delle pale permette inoltre di aumentare il più possibile la componente tangenziale della velocità che tiene in moto il rotore. Ruotando, le pale del rotore trasformano l'energia potenziale in energia meccanica. A differenza del compressore, la turbina non è soggetta ad un gradiente di pressione avverso. I profili sono quindi molto più incurvati e gli stadi molto più efficienti: solitamente, a parità di lavoro, il numero di stadi di turbina è molto inferiore rispetto al numero di stadi del compressore.

Il progetto di una turbina prevede il soddisfacimento di esigenze spesso contrastanti. Da un punto di vista aerodinamico, le palette devono rispettare, in condizioni di progetto, i triangoli di velocità definiti durante le fasi preliminari del progetto. Inizialmente si definiscono i profili 2D, riferiti in genere al raggio medio della turbina. Successivamente si definisce la pala 3D tramite opportuni criteri di svergolamento. Poiché al *hub* e al *tip* la pala è investita da velocità tangenziali molto diverse, è chiaro che l'inclinazione dei profili sarà variabile con il raggio: molto marcata al tip, quasi nulla all'attacco pala. Se le pale

non fossero svergolate, oltre ad un calo di efficienza, si andrebbe incontro a sollecitazioni eccessive e a danni strutturali.

Dal punto di vista strutturale, il progettista deve sottostare a due esigenze contrastanti: la prima è la necessità di mantenere i pesi limitati, la seconda consiste nell'avere una struttura che resista ai carichi a cui è soggetta. Se il primo requisito porta alla definizione di un sistema leggero e sottile, il secondo richiede strutture tozze e complesse.

Un fattore da tenere in conto è l'ambiente in cui la turbina lavora, molto più ostile rispetto a quello del compressore. I primi stadi sono investiti da un gas ad altissima temperatura uscente dal compressore, necessitano quindi di un rivestimento in materiale ceramico, che isoli termicamente la struttura, e di condotti interni per il raffreddamento. La criticità degli ultimi stadi è invece l'elevato carico aerodinamico. Essendo pale molto allungate e snelle, ciò le rende molto soggette a vibrazioni e danni per fatica. Nelle sezioni successive verranno descritti i principali carichi a cui è soggetta una turbina.

1.2.1 Carichi quasi-statici

Sono tutti quei carichi legati a fenomeni dinamici ma variabili molto lentamente nel tempo, in termini di ampiezza e direzione. Generalmente si ipotizzano statici ai fini delle analisi.

Carico centrifugo Le altissime velocità di rotazione che caratterizzano questo tipo di motori rendono il carico centrifugo sui rotori tutt'altro che trascurabile. Se si indica con r la generica posizione radiale sulla pala e con R il raggio massimo, si può scrivere la forza centrifuga F come:

$$F_c = \int_r^R dF_c = \rho\omega^2 \int_r^R r dV = \rho\omega^2 \int_r^R r A(r) dr \quad (1.2)$$

Si può dedurre che le sezioni più sollecitate sono quelle a raggio basso. Per evitare il cedimento occorre quindi progettare un attacco pala in grado di sopportare il carico previsto. Un'ulteriore conseguenza, importantissima nel calcolo della risposta dinamica, è un fenomeno detto *stress stiffening*: il carico centrifugo ha un effetto irrigidente sulla struttura.

Carico termico Come detto precedentemente, una delle criticità della turbina è l'esposizione ai gas di scarico del combustore ad altissima temperatura. Quando la temperatura della struttura aumenta durante il suo funzionamento, si generano delle deformazioni ϵ_T che seguono la relazione:

$$\epsilon_T = \alpha\Delta T \quad (1.3)$$

dove α è il coefficiente di espansione termica. Per ogni componente della turbina è necessario considerare, in fase di progetto, una certa espansione dovuta alle temperature a cui è soggetto durante il funzionamento. È necessario quindi scalare il modello di partenza.

Se il componente in questione è vincolato in alcuni punti, quindi non completamente libero di espandersi, oppure il coefficiente di espansione termica non è costante, si generano delle tensioni che vanno a sollecitare la struttura. Un altro effetto negativo dell'aumento eccessivo delle temperature è l'insorgere di *cricche*, che spesso portano ad un cedimento precoce della struttura. Per questi motivi è necessario ricorrere a degli stratagemmi per limitare gli effetti negativi delle elevate temperature sulla struttura. Tra i più utilizzati vi è l'utilizzo di *coatings* in materiale ceramico, dalle note proprietà isolanti, e l'introduzione di condotti interni alla pala per il raffreddamento.

Dal punto di vista dinamico, invece, le elevate temperature rendono più labile la struttura. Il loro contributo va quindi considerato nelle analisi per prevedere correttamente la risposta del componente.

Carico a flessione Come visto in precedenza, il rotore è investito da una corrente ad alta velocità in direzione tangenziale. Poiché il profilo al generico raggio r sviluppa portanza, dovuta alla differenza di pressione tra dorso e ventre del profilo, sull'intera pala agirà un carico distribuito non uniforme. La risultante delle forze in gioco genera un momento flettente M_{flow} al *blade root*, che tende a far ruotare la singola pala. Poiché la pala non è incastrata al *blade root*, ma sono consentiti piccoli movimenti in direzione tangenziale, parte del carico centrifugo genera un momento flettente M_c che va a contrastare quello dovuto al carico aerodinamico.

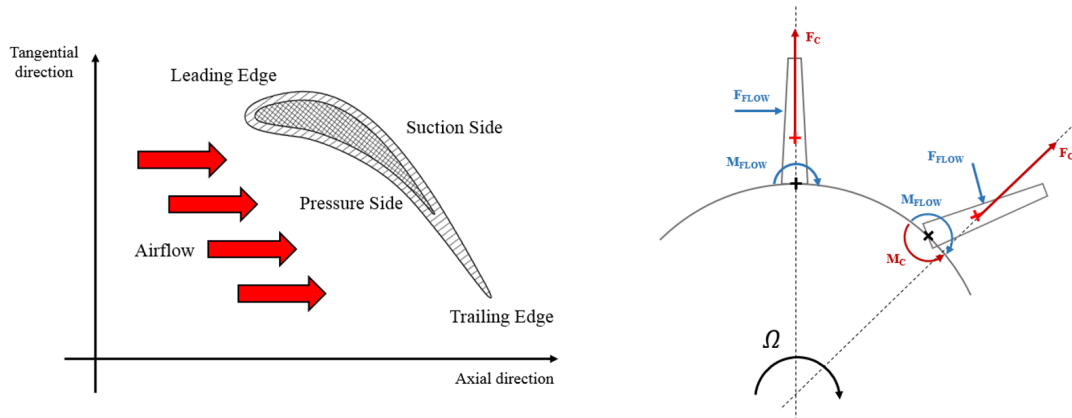


Figura 1.5: Effetto del carico a flessione su un bladed-disk.

L'equilibrio dei due momenti è garantito solo per alcuni valori della velocità di rotazione. Per tutti gli altri casi, anche se il momento risultante è molto inferiore a M_{flow} , è necessario considerare tale contributo nelle analisi.

1.2.2 Carichi dinamici

Si dicono *dinamici* tutti quei carichi la cui ampiezza varia significativamente nel tempo. Hanno generalmente natura armonica e generano delle vibrazioni del sistema. Questa tipologia di carichi influenzano fortemente il funzionamento delle turbine.

Nei motori aeronautici, i carichi che hanno più impatto sulla dinamica del sistema si possono dividere in due categorie principali, a seconda della loro origine:

- **Forzanti aerodinamiche**, ovvero la componente non-stazionaria del carico aerodinamico, ha effetti visibili su tutti i componenti, fissi e rotanti. Tali effetti vanno a sommarsi al momento flettente, visto nella sezione 1.2.1, provocato dalla componente statica del carico aerodinamico.
- **Forzanti meccaniche**, dovute all'interazione tra due o più elementi, possono avere diverse cause: tra le più comuni l'eccentricità dell'albero, il contatto tra componen-

ti, piccole disuguaglianze tra pale dello stesso disco, o anche l'impatto con oggetti accidentalmente risucchiati all'interno del motore.

Pur essendo di entità inferiore rispetto a quelli quasi-statici, i carichi dinamici generano delle vibrazioni sulla struttura che si amplificano se la frequenza della forzante è prossima ai valori di risonanza. Anche se il carico è ben al di sotto dei limiti strutturali, possono verificarsi cedimenti dovuti ad *High Cycle Fatigue* (HCF), ovvero fatica ad alto numero di cicli. Vista la loro natura probabilistica, fenomeni di questo tipo sono difficili da prevedere. In presenza di vibrazioni sulla struttura, la normativa impone dei *safety factors* molto elevati, i quali abbassano drasticamente la probabilità di avere cedimenti strutturali, ma portano anche ad un notevole aumento di peso.

1.3 Smorzatori per attrito

In un sistema complesso come una turbina è inevitabile l'insorgere di vibrazioni sulla struttura. Per mantenere i pesi bassi e aumentare la vita a fatica dei componenti, è necessario minimizzare la risposta dinamica del sistema prevedendo al suo interno degli smorzatori. Questi elementi strutturali hanno il compito di dissipare energia per attrito, abbassando i picchi di risonanza. In un bladed-disk i damper più utilizzati sono il contatto pala-disco, lo shroud e l'underplatform damper. In un vane segment sono presenti gli hook e l'interlocking.

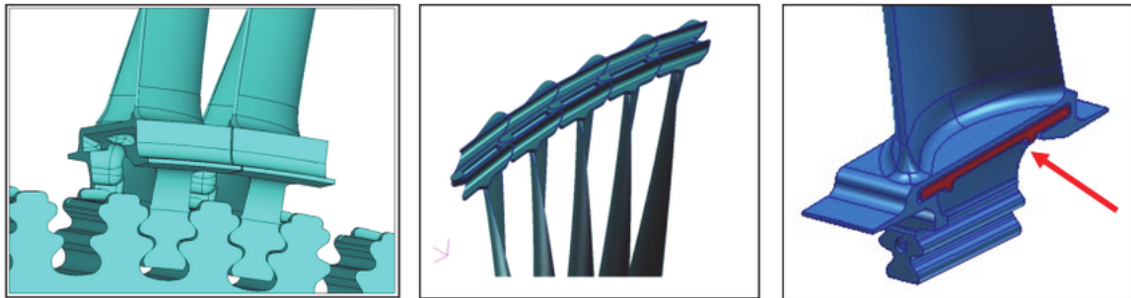


Figura 1.6: Principali tipologie di smorzatori adottate su *bladed-disks*.

Contatto pala-disco : Vede coinvolti il *blade root* e lo *slot* del disco. A seconda della forma dell'attacco pala, si può avere un *dovetail root* oppure un *firtree root*. Le due tipologie differiscono essenzialmente per il numero di superfici coinvolte. Il vincolo è tale da consentire alle superfici di strisciare, contribuendo in minima parte alla dissipazione per attrito. Per ora l'effetto di questo elemento sulla risposta dinamica non viene considerato da Policontact.

Shroud : Elemento strutturale posizionato al tip della pala, o *tip-shroud*, o a metà pala, o *part-span-shroud*. Gli *shroud* di pale adiacenti non sono vincolati saldamente tra loro, bensì strisciano dissipando energia. Lo strisciamento è garantito dal carico normale, detto carico di interlocking, dovuto all'interferenza tra le superfici di contatto. Quest'ultime sono ruotate di un angolo ϵ rispetto alla direzione assiale, detto angolo di *z-notch*, tale da consentire la massima dissipazione.



Figura 1.7: Tip-shroud e superfici coinvolte nel contatto.

In figura 1.7 è riportato l'esempio di un tip-shroud, ma le considerazioni fatte fin ora sono valide anche per il part-span shroud. Le due soluzioni possono co-esistere su pale particolarmente critiche dal punto di vista dinamico. È il caso degli ultimi stadi di turbina, le cui pale sono caratterizzate da un allungamento molto marcato, velocità di rotazione e carichi aerodinamici elevatissimi.

Underplatform damper : Componente aggiuntivo posizionato tra due pale adiacenti, tipicamente sotto la piattaforma. Per effetto della forza centrifuga, il damper preme contro le due piattaforme e, se le condizioni lo consentono, striscia dissipando energia. La massima efficienza viene raggiunta se due pale adiacenti vibrano con un ritardo di fase di π .

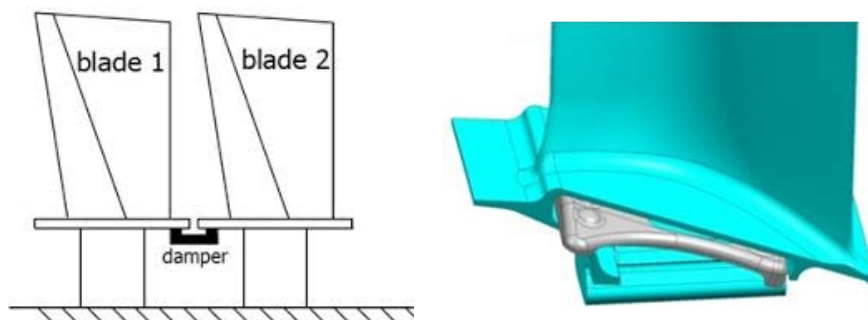


Figura 1.8: Esempio di underplatform damper e schema di funzionamento.

Nel progetto del damper è importante definire le superfici di contatto e la massa che garantiscano la massima dissipazione: maggiore è la massa, maggiore è lo smorzamento; d'altra parte una massa troppo alta porta ad un eccessivo aumento di peso della struttura. Generalmente la massa di un damper è di qualche grammo. L'underplatform damper può essere utilizzato in alternativa allo shroud o in aggiunta ad esso.

Interlocking vane Soluzione analoga allo *shroud*, applicata al vane segment. Si tratta di una superficie, generalmente posizionata a raggi bassi, che tiene in contatto due *vane segment* adiacenti.

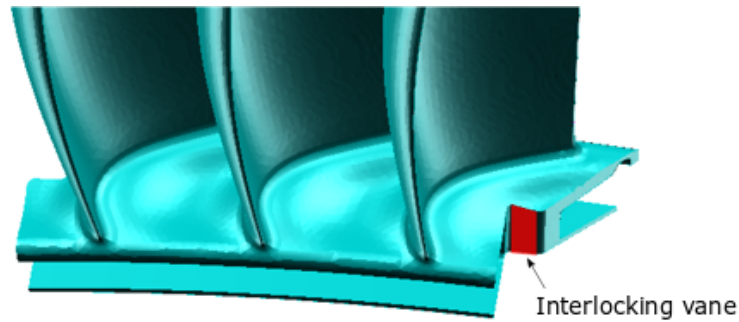


Figura 1.9: Interlocking vane.

Hook Giunto di collegamento tra *casing* e *vane segment*. È una sorta di uncino a cui si appende il settore statorico. Sebbene la funzione sia analoga a quella del *blade root*, Policontact tiene conto dell'effetto dell'hook sulla dinamica del sistema.

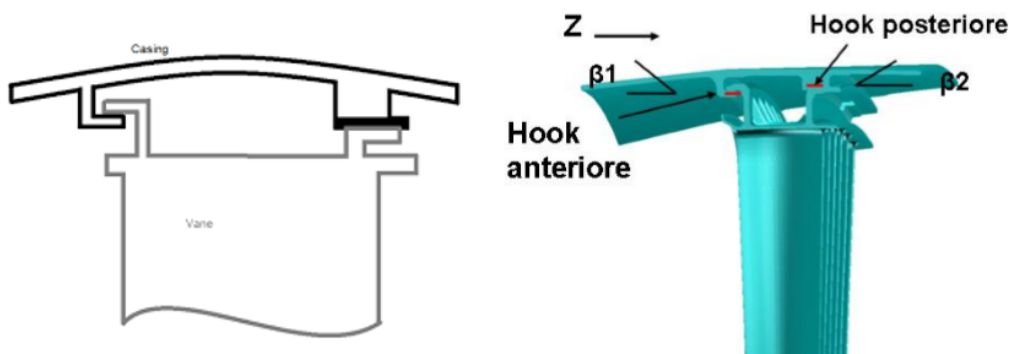


Figura 1.10: Vane hook.

1.4 Stato dell'arte e obiettivo della tesi

Nella progettazione di uno stadio di turbina è importante conoscere la risposta dinamica del sistema per valutare, ed eventualmente migliorare, la vita a fatica del componente. Ad oggi il metodo più utilizzato in ambito industriale consiste nel condurre dei test sperimentali sui componenti, soluzione che comporta un notevole dispendio di denaro e risorse. Condurre delle analisi non lineari su un modello FEM dettagliato è estremamente oneroso in termini di costo computazionale e tempi di calcolo. Alla luce di ciò, risulta evidente la necessità di sviluppare un modello matematico in grado di descrivere la fisica del problema e che consenta di ottenere risultati accettabili nel minor tempo possibile. Le ricerche condotte negli ultimi decenni hanno portato allo sviluppo di numerose tecniche di riduzione, che permettono di diminuire i gradi di libertà del modello e quindi abbassare i tempi di calcolo. Per quanto riguarda il contatto, sebbene siano stati sviluppati diversi modelli, è tutt'ora oggetto di diversi studi. Negli ultimi anni sono nati alcuni codici per analisi dinamiche lineari e non lineari, nei quali sono implementati una o più tecniche di riduzione

ed un modello di contatto accurato che permetta di valutare le grandezze in gioco. Un esempio è il software OrAgL, nato da una collaborazione tra Leibniz Universität Hannover e l'Università di Stuttgart, nel quale sono implementati un metodo di riduzione CMS e il metodo HBM. FORSE (FORced Response SuiteE) è invece il programma sviluppato all'Imperial College Vibration UTC.

Nel software Policontact, nato da una collaborazione tra Avio Aero e il Politecnico di Torino, oltre ai classici metodi CMS e HBM, è implementato un metodo per la predizione della forzante aerodinamica agente sul modello, basato sull'analisi CFD. Affinché il codice possa essere utilizzato con una certa sicurezza in fase di progettazione, è necessaria un'ampia campagna di validazione per garantire l'accuratezza del modello. L'obiettivo del progetto di tesi è proprio la validazione del codice Policontact attraverso il confronto numerico-sperimentale per diversi test-cases. Nel corso dell'attività di tesi è stata curata anche un'interfaccia grafica che il codice più accessibile all'utente.

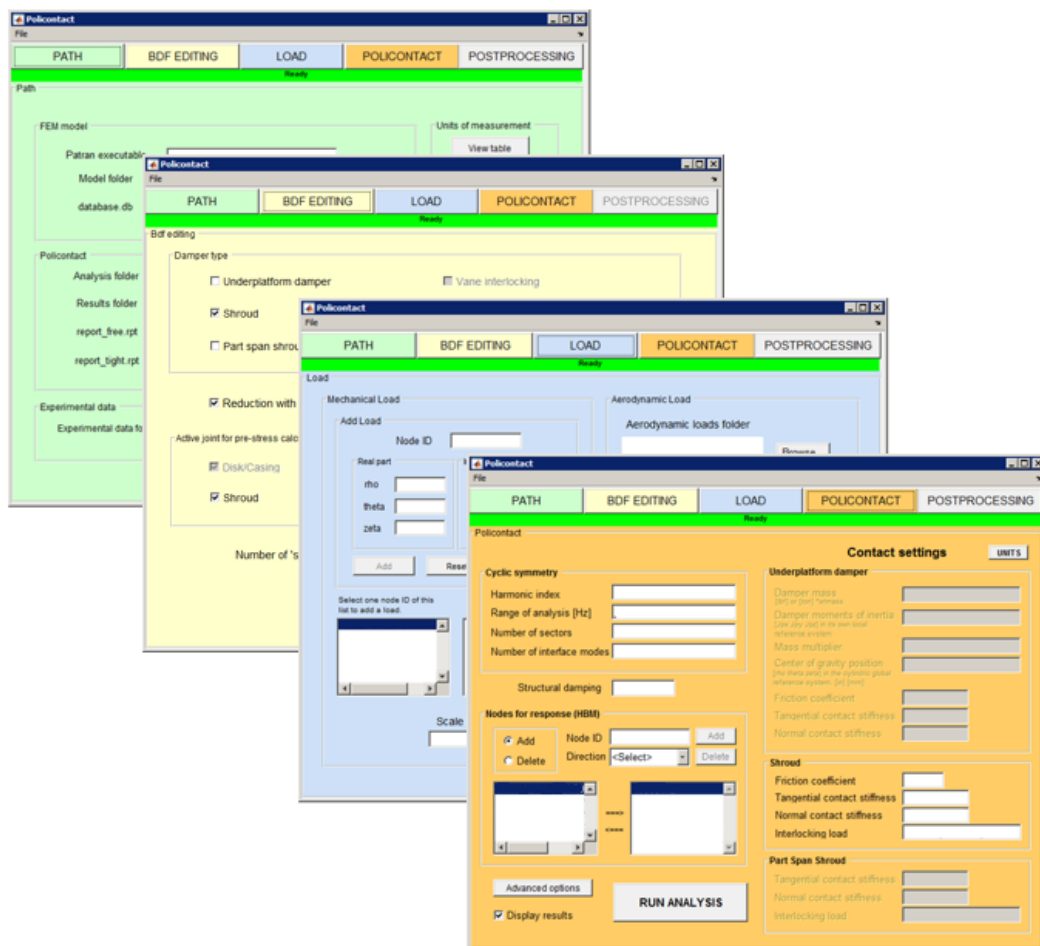


Figura 1.11: Interfaccia grafica.

2 | Dinamica di strutture in simmetria ciclica

In buona approssimazione, gli organi fissi e rotanti di una turbina rientrano nella categoria delle strutture in simmetria ciclica. Nelle simulazioni statiche e dinamiche su modelli agli elementi finiti molto complessi, tale proprietà è utile in quanto permette di abbassare notevolmente i gradi di libertà del sistema, con un notevole guadagno in termini di costo computazionale. Sistemi di questo tipo godono di particolari proprietà che verranno descritte brevemente nelle sezioni successive.

2.1 Definizione di simmetria ciclica

Una struttura si dice in *simmetria ciclica* quando possiede una periodicità rotazionale, è costituita cioè da un numero finito di *settori* identici tra loro che formano una geometria chiusa.

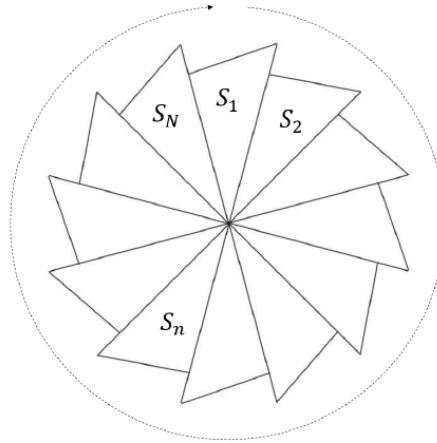


Figura 2.1: Schema di una struttura in simmetria ciclica.

Noto il numero di settori N in cui suddividere il sistema, è possibile definire l'*angolo di settore* come:

$$\alpha_n = \frac{2\pi}{N} \quad (2.1)$$

L'angolo α_n è tale per cui la geometria della struttura al generico angolo θ e quella all'angolo $\theta + \alpha_n$ sono tra loro identiche. È chiaro che, nel caso di un modello agli elementi finiti,

c'è una perfetta corrispondenza tra nodi ed elementi di diversi settori. Generalmente un settore di *bladed disk* comprende una sola pala, per cui N è pari al numero di pale che compongono il rotore; un settore statorico è costituito invece da più profili, quindi N è inferiore al numero di pale.

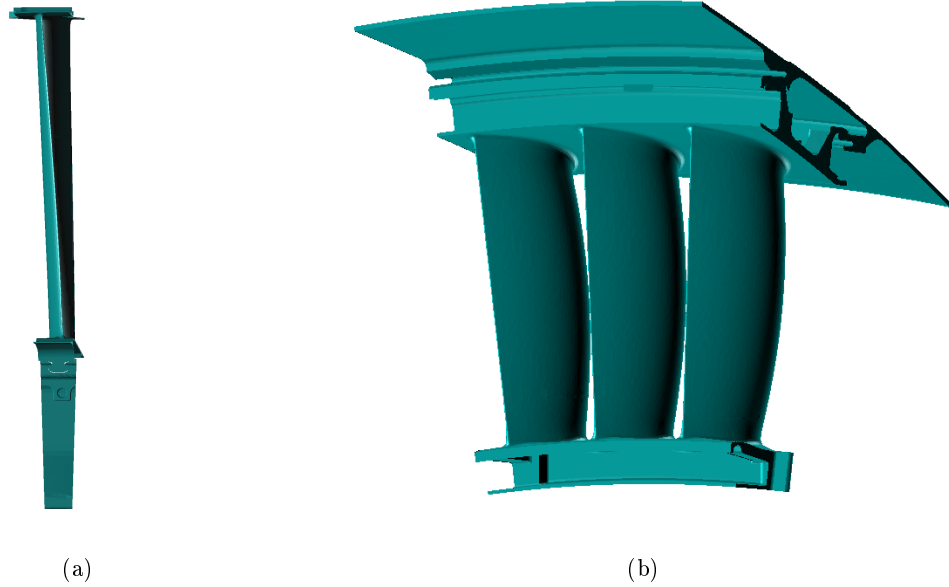


Figura 2.2: Settori di rotore e statore.

Nell'ipotesi che la struttura goda di tale proprietà, è possibile analizzare un solo settore, anziché l'intero sistema, e successivamente estendere i risultati al resto del disco. Una scelta di questo tipo è vantaggiosa in quanto il numero inferiore di gradi di libertà permette di ottenere risultati in meno tempo. Si tratta tuttavia di un'approssimazione: sulle strutture reali subentrano varie fonti di eccentricità che allontanano il sistema dalla condizione ideale.

2.2 Forme modali di strutture in simmetria ciclica

L'equazione di partenza per l'individuazione delle forme modali di una generica struttura è la seguente:

$$M\ddot{x}(t) + Kx(t) = f(t)$$

dove M e K sono le matrici di massa e di rigidità ed f il vettore delle forzanti. Le frequenze e le forme modali si ricavano risolvendo l'autoproblema:

$$(K - \omega_i^2 M)u_i = 0 \quad (2.2)$$

dove ω_i^2 è l' i -esimo autovalore e u_i l' i -esimo autovettore. Su strutture in simmetria ciclica si possono osservare delle forme modali con caratteristiche particolari. Per descriverle è essenziale introdurre il concetto di diametro nodale.

Si dice *diametro nodale* una linea retta, passante per il centro di rotazione, tale per cui lo spostamento è nullo per tutti i punti appartenenti ad essa. Si tratta di una caratteristica visibile di un sistema in simmetria ciclica, dalla quale dipende fortemente il comportamento

dinamico del sistema. A titolo di esempio, si riportano delle deformate a diversi diametri nodali su un disco palettato che conta 12 settori.

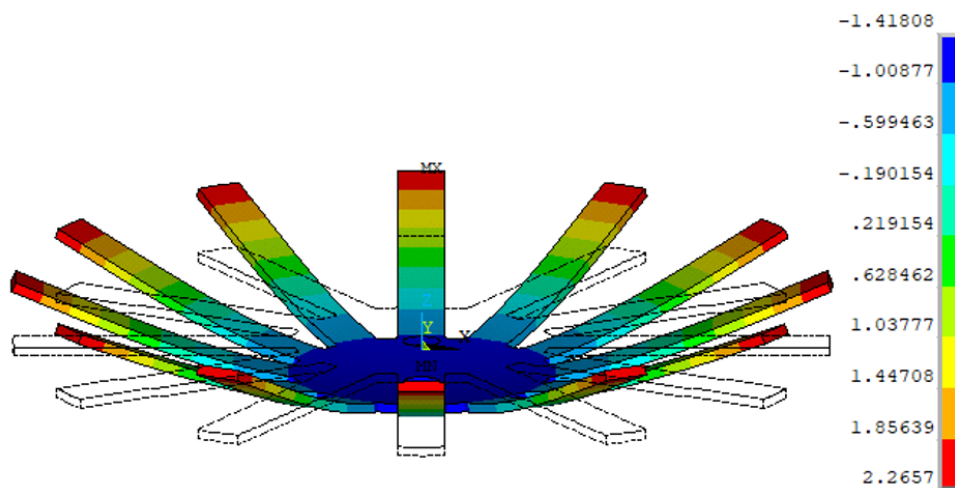


Figura 2.3: Forma modale a diametro nodale 0.

La figura 2.3 mostra il tipico andamento "ad ombrello" di un modo a diametro nodale 0. Tutti i settori si muovono in fase l'uno rispetto all'altro. Ciò vuol dire che, presi due punti corrispondenti su diversi settori, questi in ogni istante avranno spostamenti identici:

$$u(n)_i = u(n+1)_i$$

Quello a diametro nodale 0 è un modo *stazionario*, poiché la sua forma non cambia nel tempo e può essere descritta da un solo autovettore e autovalore.

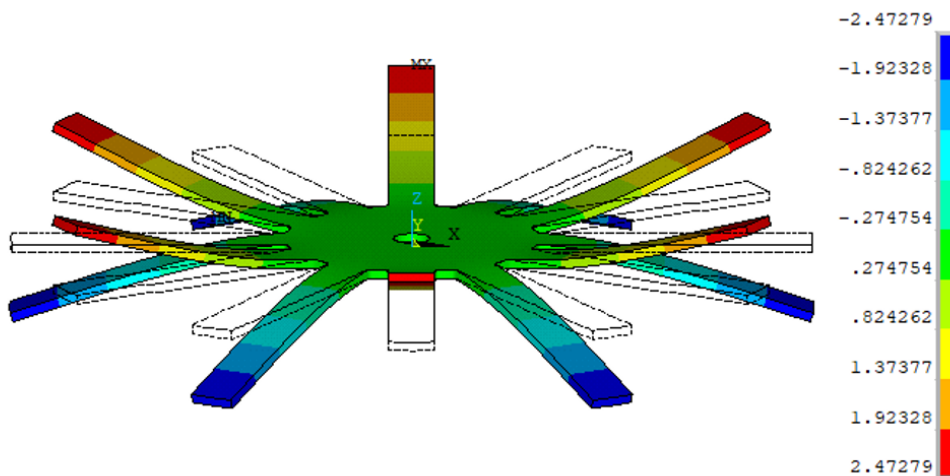


Figura 2.4: Forma modale a diametro nodale 6.

Si osservi ora la figura 2.4. Anche in questo caso la deformata è identica su tutte le pale, ma ognuna di queste si muove in antifase rispetto alla precedente e alla successiva.

$$u(n)_i = -u(n+1)_i$$

Si tratta ancora una volta di un'onda *stazionaria*, poiché la sua forma non subisce variazioni nel tempo e può essere descritta da un singolo autovalore e autovettore. Si noti che il modo in figura 2.4 non è diverso da quello in figura 2.3, ma c'è solo un ritardo di fase di π nella vibrazione. In questo caso, come nel precedente, lo spostamento di tutti i punti della struttura diventa nullo nello stesso istante di tempo.

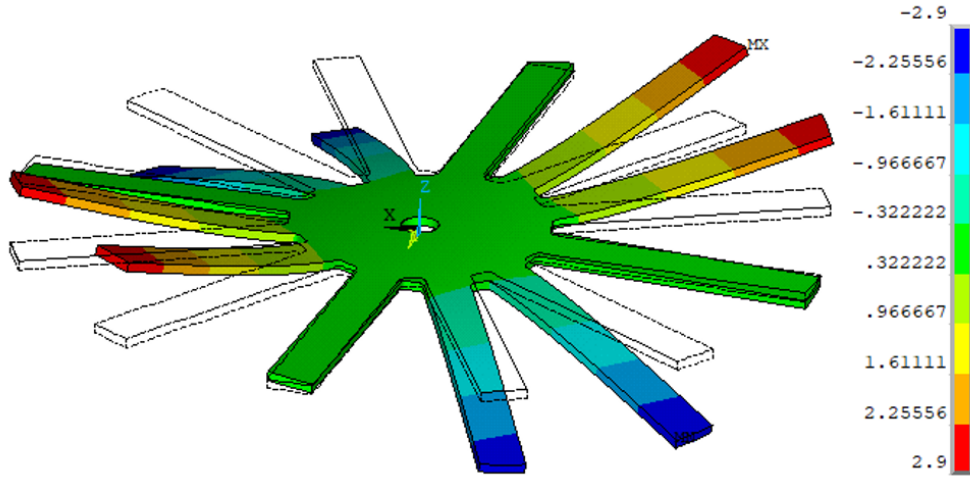


Figura 2.5: Forma modale a diametro nodale 2.

La figura 2.5 mostra un andamento totalmente diverso rispetto a quelli descritti in precedenza. Le deformate non sono identiche per tutte le pale. A differenza dei due casi precedenti, gli spostamenti non si annullano nello stesso istante su tutti i settori. Il modo è detto *rotante*, poiché osservando la sua evoluzione nel tempo si può notare una vera e propria rotazione dei diametri nodali. Per tutti i casi descritti è possibile definire un angolo di sfasamento:

$$\phi_h = \pm \frac{2\pi}{N} \cdot ND \quad \text{Interblade phase angle} \quad (2.3)$$

dove N è il numero di settori del disco, ND il numero di diametri nodali. Presi due punti corrispondenti i su due settori adiacenti, questi si spostano con un ritardo di fase ϕ_h l'uno rispetto all'altro seguendo l'equazione:

$$u_{(n-1)_i} = u_{n_i} \cdot e^{i\phi_h} \quad (2.4)$$

Nel primo caso descritto ϕ_h è pari a 0: come detto in precedenza, non c'è ritardo di fase tra un settore e l'altro. Nel secondo caso invece $\phi_h = \pi$: settori adiacenti hanno la stessa deformata ma segno opposto. Nel terzo caso si ha invece $\phi_h = \pi/3$.

Si può intuire che il numero di diametri nodali ND non può assumere qualsiasi valore, ma

dipende dal numero di settori N della struttura. In particolare:

$$\begin{cases} 0 \leq ND \leq \frac{N}{2} & \text{se } N \text{ è pari} \\ 0 \leq ND \leq \frac{N-1}{2} & \text{se } N \text{ è dispari} \end{cases} \quad (2.5)$$

In un modello agli elementi finiti, per ogni diametro nodale ND , è possibile individuare tanti modi quanti sono i gradi di libertà.

2.3 Famiglie modali e *FreND diagram*

Si dice *famiglia modale* l'insieme delle frequenze, una per ogni diametro nodale, in corrispondenza delle quali si osserva sulla struttura la stessa forma modale. Riportando le frequenze proprie del sistema su un diagramma in funzione del diametro nodale, mettendo in collegamento quelle appartenenti alla stessa famiglia modale, si ottiene il cosiddetto *FreND diagram*. È possibile fare alcune considerazioni osservando l'esempio in figura 2.6.

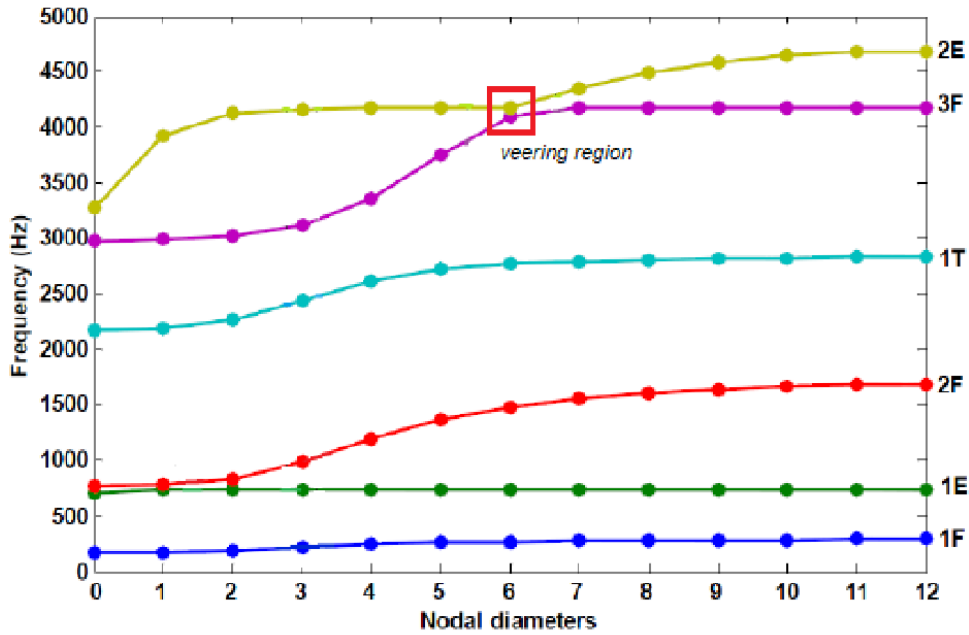


Figura 2.6: Esempio di famiglie modali di un *bladed disk* su un *FreND diagram*.

A diametro nodale basso, la risonanza si verifica a frequenze più basse. Il sistema è quindi più labile. Si può notare inoltre che in questa zona del grafico l'influenza del diametro nodale sulla risonanza è maggiore. Spostando l'attenzione verso diametri nodali alti, si osserva che il sistema è più rigido e le frequenze crescono sempre più lentamente fino a raggiungere un valore asintotico.

La ragione dell'andamento crescente delle curve è abbastanza intuitiva: all'aumentare del diametro nodale aumenta il numero di punti della struttura con spostamento nullo. Aumenta quindi la rigidità del sistema. La crescita più lenta della frequenza di risonanza

per diametri nodali alti, invece, si può spiegare facendo alcune considerazioni sul disco. A diametri nodali bassi le vibrazioni del disco sono molto marcate e influenzano significativamente il moto della paletta. I cosiddetti modi di sistema rappresentano il maggiore contributo al moto. All'aumentare del diametro nodale si verifica un progressivo irrigidimento del disco. Sotto tali condizioni i modi di sistema diventano trascurabili e assumono sempre più importanza i modi di profilo.

Una zona del grafico particolarmente significativa nell'ottica dell'analisi dinamica è quella in cui due famiglie modali si avvicinano, detta *veering region*. In questa regione l'andamento delle frequenze di risonanza subisce una variazione repentina. Inoltre le vibrazioni sono generalmente molto amplificate. Sono quindi condizioni molto critiche dal punto di vista dinamico, assolutamente da evitare per prevenire danni dovuti ad HCF.

2.4 Caratteristiche delle forzanti

Come accennato nel capitolo 1, le forzanti dinamiche sono periodiche e sono in grado di eccitare la struttura solo se la loro frequenza coincide con una delle frequenze proprie del sistema. La pulsazione ω in grado di eccitare il sistema dipende dalla velocità di rotazione del disco Ω secondo la relazione:

$$\omega = EO \cdot \Omega \quad (2.6)$$

dove ω e Ω sono espresse in *Hz*. Il coefficiente *EO* è chiamato *Engine Order* ed è indice di una certa periodicità spaziale della forzante. Nel caso di un rotore, per esempio, l'Engine Order è solitamente dettato dal numero di pale dello statore che lo precede.

2.5 Diagramma di Campbell

Molto utile per lo studio della dinamica di un rotore è il diagramma di *Campbell*, che mette in relazione la velocità di rotazione Ω con le frequenze di risonanza. Un esempio è riportato in figura 2.7.

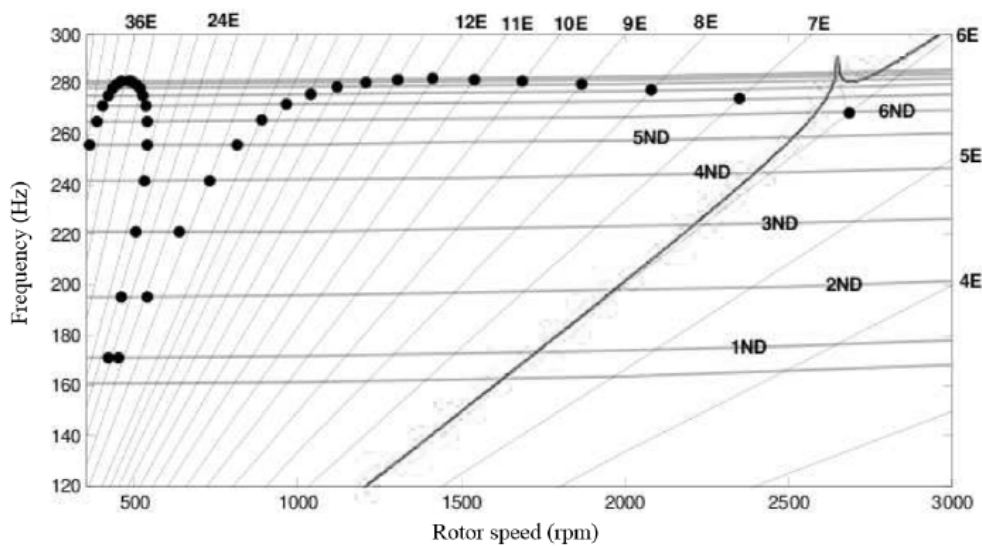


Figura 2.7: Esempio di diagramma di Campbell. Le risonanze sono messe in evidenza.

Nel grafico le frequenze di risonanza sono indicate come linee orizzontali, mentre le rette oblique passanti per l'origine mostrano l'andamento delle frequenze a *Engine Order* costante. Si osservi infatti che l'equazione 2.6 esprime una dipendenza lineare tra frequenza naturale e velocità di rotazione. I due fasci di rette si intersecano in infiniti punti, che indicano le condizioni in cui è possibile avere fenomeni di risonanza. Pochissime di queste intersezioni, evidenziate nel grafico, indicano delle effettive condizioni di risonanza e si possono individuare tramite la seguente relazione:

$$EO = z \cdot N \pm ND \quad \forall z \in \mathbb{N} \quad (2.7)$$

Per $z = 0$ l'equazione che si ottiene è $EO = ND$: una forma modale è eccitata in risonanza se l'*Engine Order* coincide con il numero di diametri nodali. Il motivo di tale comportamento è abbastanza intuitivo, dato che c'è una perfetta corrispondenza tra la distribuzione della forzante sulla struttura e la forma del modo eccitato. Meno intuitivo è il fenomeno descritto dall'equazione 2.7 per $z \neq 1$, cioè quando l'*Engine Order* non è uguale al numero di diametri nodali. Il comportamento di una struttura sotto tali condizioni si può comprendere introducendo il concetto di *aliasing*.

2.5.1 Fenomeno dell'*aliasing*

L'*aliasing* su una turbina è un fenomeno dovuto alla discontinuità del flusso che investe le pale di un settore. Si osservi l'esempio in figura 2.7, dove sono rappresentate le pale di un generico rotore.

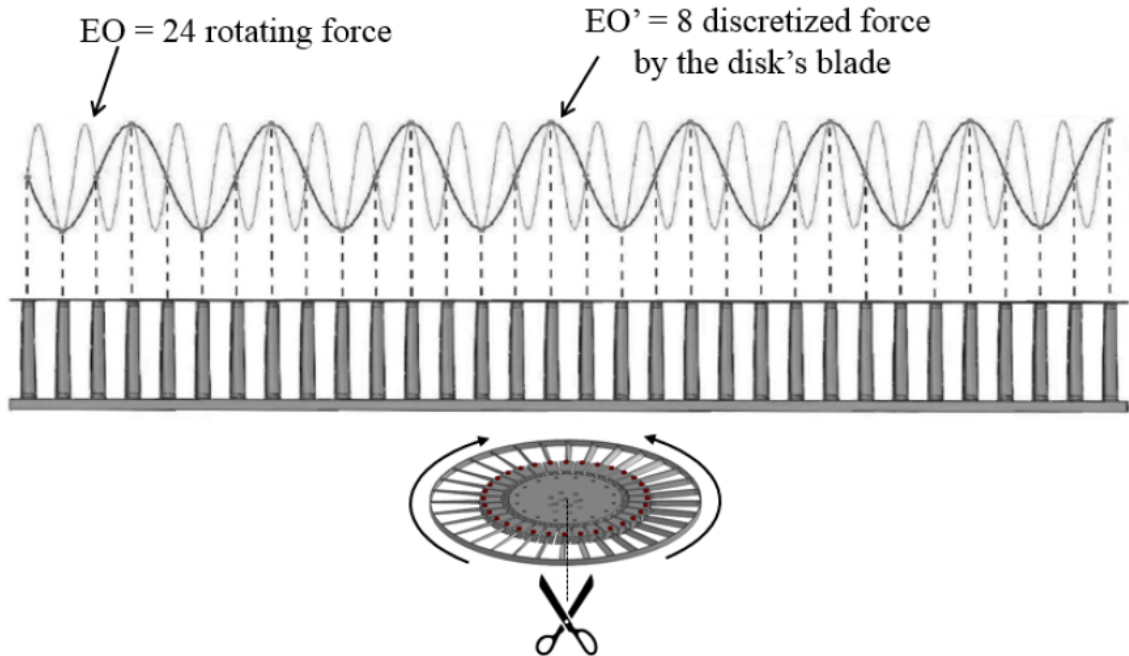


Figura 2.8: Stato di sollecitazione di un rotore con 32 pale investito da una forzante a *Engine Order* 24. Una distribuzione del genere può essere dovuta alla presenza di 24 pale statoriche a monte del rotore: i picchi di pressione si trovano in corrispondenza dei canali interpallari, mentre la pressione è nulla in corrispondenza dei profili.

La curva chiara rappresenta una forzante ad $EO = 24$, presenta infatti ventiquattro picchi e altrettanti punti in cui la pressione è nulla. Poiché il rotore ha trentadue settori, solo alcuni picchi della forzante investiranno le palette, per l'esattezza 8, mentre tutti gli altri si trovano in posizioni in cui la pressione è pressoché nulla. Riprendendo l'equazione 2.7, imponendo $z = 1$, si ha che una forzante con $EO = 24$ eccita una forma modale a $ND = 8$.

2.6 Dentro il software

Policontact sfrutta la proprietà di simmetria ciclica degli stadi di turbina. Il FEM di partenza è infatti un singolo settore fondamentale del disco. Inizialmente, i vincoli di simmetria ciclica vengono eliminati per simulare il comportamento del modello pre-stressato ad armonica 0. Successivamente il software ri-applica automaticamente tali vincoli. Tra gli input richiesti vi è l'armonica d'interesse e il numero di settori del sistema, in base ai quali viene calcolato l'angolo di settore. Per scongiurare eventuali errori da parte dell'utente, il codice prevede il confronto del valore ottenuto con l'angolo di settore risultante dal FEM di partenza.

3 | Analisi del modello ridotto

3.1 Riduzione del modello

Nel calcolo della risposta dinamica di una struttura complessa come un *bladed-disk*, il sistema di partenza è sempre un modello agli elementi finiti, dal quale è possibile ricavare le matrici di massa e di rigidezza per il calcolo della risposta dinamica. Condurre delle analisi dinamiche sul FEM completo risulta però proibitivo: una delle maggiori criticità risiede nella complessità della struttura, il cui comportamento dinamico non può essere descritto attraverso semplici analisi modali; inoltre il numero di gradi di libertà coinvolti, che può variare dalle centinaia di migliaia ai diversi milioni, rende inaccettabili i tempi di analisi anche se si dispone di strumenti di calcolo molto potenti. Come visto nel capitolo precedente, l'applicazione della simmetria ciclica consente di analizzare un solo settore e successivamente estendere i risultati al resto del modello, ma la riduzione di Gdl che ne consegue non è tale da ottenere un guadagno significativo in termini di costo computazionale. Le moderne tecniche di riduzione, comprese quelle implementate in Policontact, si basano sul concetto di *dymamic substructuring*: la struttura completa viene scomposta in più sotto-componenti, la cui risposta è più semplice da valutare. I modelli dinamici delle varie sotto-strutture vengono poi assemblati per ottenere il modello dinamico completo. Questo tipo di approccio ha molti vantaggi:

- Rende possibile l'analisi di sistemi molto complessi, che risulterebbero difficili da studiare come un'unica struttura;
- Consente di effettuare un'ottimizzazione del design in base all'influenza che i vari componenti hanno sulla risposta complessiva del sistema;
- La sostituzione o l'eliminazione di uno o più componenti non implica necessariamente dover ri-analizzare l'intero modello. Questo aspetto è molto importante nel caso in cui si decidesse di effettuare delle modifiche, combinare componenti appartenenti a gruppi diversi oppure eliminare quelli poco influenti.

La scomposizione del modello costituisce quindi una prima semplificazione, ma non basta. È necessario diminuire ancora il numero di gradi di libertà coinvolti nell'analisi. La soluzione più immediata, ma anche la più sconsigliata, è quella di utilizzare meno nodi per definire il modello. Una mesh meno fitta però non è in grado di descrivere la struttura: la geometria si discosta molto da quella di partenza, inoltre una discretizzazione più grezza introduce dei picchi di tensione che non si verificano nel caso reale. Decisamente migliore del precedente metodo è quello che va sotto il nome di *model order reduction*, che consiste nel sostituire i gradi di libertà fisici con un numero molto inferiore di gradi di libertà modali. In questo modo è possibile ridurre notevolmente i tempi di calcolo mantenendo

intatta la mesh della struttura.

In particolare, le tecniche di riduzione implementate nel tool rientrano in una categoria di metodi, indicata con la sigla CMS (*Component Mode Synthesis*), particolarmente adatti al tipo di problemi affrontati. Per ogni componente c della struttura, l'equazione di partenza è la classica EQM lineare che descrive la risposta forzata del sistema:

$$M^{(c)} \cdot \ddot{x}^{(c)}(t) + K^{(c)} \cdot x^{(c)}(t) = f^{(c)}(t) \quad (3.1)$$

dove $M^{(c)}$ e $K^{(c)}$ sono rispettivamente la matrice delle masse e delle rigidezze, di dimensioni $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$, $x(t)$ è il vettore $\mathbf{N} \times 1$ del gdl fisici, mentre $f(t)$, $\mathbf{N} \times 1$, è il vettore delle forzanti. Per ogni componente si distinguono tre categorie di gradi di libertà:

- *Gradi di libertà accessori o attivi ($\mathbf{x}_a$)*: A questa categoria appartengono tutti i gdl su cui sono applicate delle forzanti o dei quali si vuole conoscere la risposta;
- *Gradi di libertà di interfaccia ($\mathbf{x}_i$)*: È l'insieme dei gdl che appartengono a più componenti adiacenti.
- *Gradi di libertà interni o in eccesso ($\mathbf{x}_e$)*: Tutti i gdl che non appartengono alle categorie precedenti. Si può intuire che in questo gruppo ricada la stragrande maggioranza dei gdl.

Indicando con x_b il vettore $\{x_a^T, x_i^T\}^T$, si può riscrivere l'equazione 3.1 come segue:

$$\begin{bmatrix} M_{bb} & M_{be} \\ M_{eb} & M_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{be} \\ K_{eb} & K_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_b \\ x_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_b \\ f_e \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Le dimensioni delle sottomatrici dipende dal numero di gradi di libertà appartenenti ai sottogruppi descritti precedentemente.

La risposta dei gradi di libertà interni x_e può essere vista come la somma di due contributi:

$$x_e = x_e^s + x_e^d \quad (3.3)$$

Il primo è un termine statico e si può riscrivere in funzione di x_b imponendo le accelerazioni nulle e ricordando che sui nodi interni non sono applicate forzanti dinamiche ($f_e = 0$):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{be} \\ K_{eb} & K_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_b \\ x_e^s \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} f_b \\ 0 \end{Bmatrix} \\ K_{eb} \cdot x_b + K_{ee} \cdot x_e^s &= 0 \\ x_e^s &= -K_{ee}^{-1} \cdot K_{eb} \cdot x_b = \Psi_{eb} \cdot x_b \end{aligned} \quad (3.4)$$

Il secondo è un termine dinamico, che può essere approssimato con la sommatoria di un certo numero n_v di modi di vibrare:

$$x_e^d \approx \sum_{j=1}^{n_v} \phi_{e,j} \eta_j = \Phi_v \eta_v \quad (3.5)$$

Dove i modi di vibrare $\phi_{e,j}$ sono ottenuti risolvendo l'autoproblema:

$$(K_{ee} - \omega^2 M_{ee}) \phi_{e,j} = 0$$

Sostituendo all'equazione 3.3 i termini 3.4 e 3.5 si ottiene:

$$x_e \approx \Psi_{eb} \cdot x_b + \Phi_v \eta_v \quad (3.6)$$

e modificando opportunamente il sistema 3.2, si giunge alla relazione:

$$x = \begin{Bmatrix} x_b \\ x_e \end{Bmatrix} \approx \begin{bmatrix} I_{bb} & 0_{bv} \\ \Psi_{eb} & \Phi_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ \eta_v \end{Bmatrix} = Rq \quad (3.7)$$

dove $\mathbf{R}$ è la matrice di trasformazione e q i gradi di libertà generalizzati. Si può allora riscrivere la 3.1 introducendo il residuo r , differenza tra l'equazione esatta e quella approssimata:

$$\begin{aligned} MR\ddot{q} + KRq &= f + r \\ R^T MR\ddot{q} + R^T KRq &= R^T f + R^T r \end{aligned}$$

Imponendo $R^{-1}r = 0$ per il metodo di Galerkin, si ottiene un'equazione formalmente uguale a quella di partenza:

$$\tilde{M}\ddot{q} + \tilde{K}q = \tilde{f} \quad (3.8)$$

Il software Policontact si serve di due tecniche di riduzione CMS, che vengono poi combinate come previsto dalla tecnica di Tran. Di seguito verrà fornita una breve descrizione dei metodi implementati, facendo riferimento al caso di un *bladed-disk*. È importante tener presente che il componente ridotto risulta sempre più rigido del modello di partenza, per via del minor numero di nodi coinvolti. Di conseguenza analizzando il modello ridotto si otterranno sempre frequenze naturali leggermente più alte rispetto a quelle del modello di partenza.

3.1.1 Riduzione di Guyan

Quella di Guyan è una riduzione di tipo statico, in quanto coinvolge soltanto la matrice Ψ_{eb} trascurando l'effetto dei gradi di libertà modali:

$$x_e = \Psi_{eb} \cdot x_b \quad (3.9)$$

La risposta dei nodi interni sono descritti in funzione del vettore x_b , che nel caso specifico racchiude i gradi di libertà accessori e quelli di interfaccia della pala. x_e ed x_b , proprio in virtù della dipendenza del primo dal secondo, vengono chiamati rispettivamente *slave* e *master*. Riprendendo la 3.7:

$$x = \begin{Bmatrix} x_b \\ x_e \end{Bmatrix} \approx \begin{bmatrix} I_{bb} \\ \Psi_{eb} \end{bmatrix} x_b = R_G x_b \quad (3.10)$$

Sostituendo nella 3.1 si ottiene un'equazione del tipo:

$$M_G \cdot \ddot{x}_b + K_G \cdot x_b = f_G \quad (3.11)$$

Alla base della tecnica di Guyan c'è l'assunzione che tutte le forze d'inerzia del corpo siano condensate in x_b . Questa approssimazione fa sì che questo metodo di riduzione fornisca una soluzione esatta solo se applicato a problemi statici. Nei problemi dinamici la soluzione è accettabile solo se la prima frequenza di risonanza è molto più alta rispetto al range studiato. In altre parole, il sistema vibra troppo lentamente per poter apprezzare su di esso dei fenomeni dinamici. In questo caso la risposta del sistema risulta praticamente statica.

3.1.2 Riduzione di Craig-Bampton

Quella di Craig-Bampton (CB-CMS) è una tecnica di riduzione dinamica, in quanto coinvolge sia gradi di libertà statici che dinamici. Il modello ridotto, a differenza del precedente, conterrà informazioni anche sulla dinamica dei nodi interni.

$$x_e \approx \Psi_{eb} \cdot x_b + \Phi_{ek} \cdot \eta_k$$

Il pedice k indica il numero di modi con cui si vuole approssimare il comportamento dinamico dei nodi interni. La scelta di tale parametro dev'essere effettuata in base a due esigenze contrastanti: la precisione del modello e i bassi tempi di calcolo. Chiaramente, maggiore è il numero di modi migliore è l'approssimazione e più elevato il costo computazionale. Riscrivendo la 3.7:

$$x = \begin{Bmatrix} x_b \\ x_e \end{Bmatrix} \approx \begin{bmatrix} I_{bb} & 0_{bk} \\ \Psi_{eb} & \Phi_{ek} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ \eta_k \end{Bmatrix} = R_{CB} \cdot x_{CB} \quad (3.12)$$

Il sistema che ne deriva è il seguente:

$$\begin{bmatrix} \tilde{M}_{bb} & \tilde{M}_{be} \\ \tilde{M}_{eb} & \tilde{M}_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{\eta}_k \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{K}_{bb} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Omega_{kk}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_b \\ \eta_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{f}_b \\ \tilde{f}_e \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

SI possono fare due osservazioni:

1. I gradi di libertà fisici conservati nella riduzione, ovvero i nodi *master*, sono gli stessi utilizzati nella tecnica di riduzione di Guyan. Tale caratteristica rende più semplice la combinazione dei due metodi, in particolare l'assemblaggio delle matrici.
2. Il metodo appena descritto, seppur più complesso, fornisce una descrizione della risposta sia statica che dinamica del sistema.

3.1.3 Metodo di Tran

Tale metodo è particolarmente adatto per l'analisi dinamica di settori di turbina in quanto combina le tecniche di riduzione descritte precedentemente con le proprietà delle strutture in simmetria ciclica. Il risultato è un'enorme condensazione del modello e un notevole calo dei tempi di calcolo. Gli step successivi spiegano in sintesi il procedimento proposto da Tran e si riferiscono al settore fondamentale in figura 3.1.

1. *Selezione dei nodi master*, in particolare dei nodi accessori (x_a), e di interfaccia destra e sinistra (x_r, x_l), sull' n -esimo settore.
2. *Riduzione di Craig-Bampton* del settore considerato, prendendo come *master* tutti i nodi selezionati in precedenza. A seguito della riduzione, se $x_b = \{\{x_l\}^T \{x_r\}^T\}^T$, il sistema che si ottiene è il seguente:

$$\begin{Bmatrix} x_b \\ x_e \end{Bmatrix} \approx \begin{bmatrix} I_{bb} & 0_{bk} \\ \Psi_{eb} & \Phi_{ek} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ \eta_k \end{Bmatrix} = R_{CB} \cdot x_{CB} \quad (3.14)$$

3. *Riduzione di Guyan* del settore, prendendo come *master* solo i nodi di interfaccia destra e sinistra.

$$\begin{Bmatrix} x_b \\ x_e \end{Bmatrix} \approx \begin{bmatrix} I_{bb} \\ \Psi_{eb} \end{bmatrix} x_b = R_G \cdot x_G \quad (3.15)$$

Come detto precedentemente, le due riduzioni hanno in comune i gradi di libertà d'interfaccia x_b .

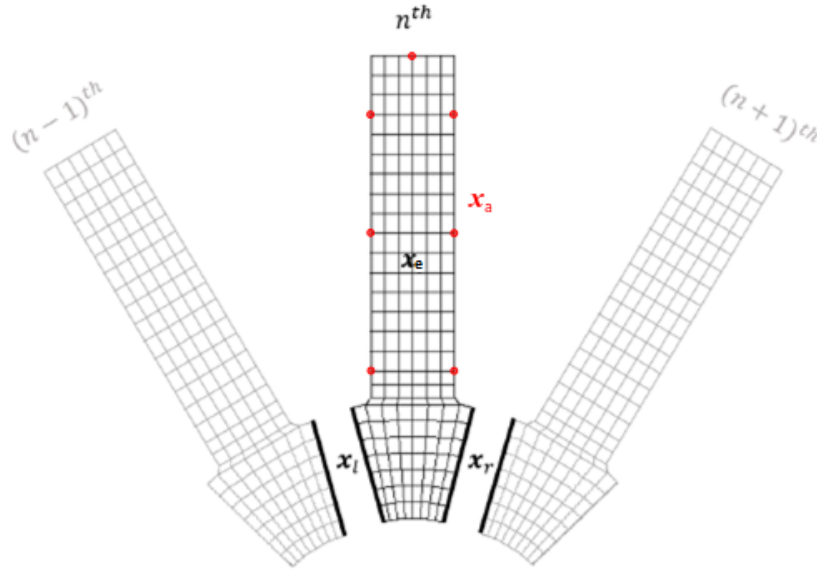


Figura 3.1: Selezione dei nodi master per l'n-esimo settore fondamentale.

4. *Applicazione della simmetria ciclica* sui modelli ridotti, che consiste nell'esprimere i nodi dell'interfaccia destra in funzione di quelli di sinistra. Per il modello di Craig-Bampton:

$$x_{CB} = \begin{Bmatrix} x_a \\ x_l \\ x_r \\ \eta_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & Ie^{i\phi_h} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a^h \\ x_l^h \\ \eta_k^h \end{Bmatrix} = R_{CB,cs}^h \cdot x_{CB,cs}^h \quad (3.16)$$

Analogamente, per il modello di Guyan:

$$x_G = \begin{Bmatrix} x_l \\ x_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ Ie^{i\phi_h} \end{bmatrix} x_l^h = R_{G,cs}^h \cdot x_{G,cs}^h \quad (3.17)$$

L'unica incognita risulta quindi x_l .

5. *Calcolo di x_l* risolvendo l'EQM del modello ridotto di Guyan, che dopo il passaggio 3.17 assume la forma:

$$M_{G,cs} \ddot{x}_l^h + K_{G,cs} x_l^h = f_{G,cs} \quad (3.18)$$

Per far ciò si risolve l'autoproblema.

$$(K_{G,cs} - \omega_j^2 M_{G,cs}) \phi_j = 0 \quad j = 1, \dots, n_l$$

Per ridurre ulteriormente il modello, si approssima la risposta degli n_l gradi di libertà con i primi n_u modi di interfaccia o modi di Tran. Anche il parametro n_u va scelto in modo tale da ottenere un buon connubio tra due esigenze contrastanti: tempi di calcolo e bontà del modello.

6. *Combinazione dei due modelli*, sostituendo quanto ottenuto al punto 5 nella 3.16:

$$x_{CB,cs}^h = \begin{Bmatrix} x_a^h \\ x_l^h \\ \eta_k^h \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_u^h & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a^h \\ \eta_u^h \\ \eta_k^h \end{Bmatrix} = T \cdot x_T^h \quad (3.19)$$

Dal punto di vista pratico, l'utilizzo di due diverse riduzioni ha diverse implicazioni: da un lato rende il calcolo più oneroso,; dall'altro permette di ottenere risultati in meno tempo, dando la possibilità di lanciare le due analisi in parallelo.

Alla luce di ciò si può concludere che, se si dispone di potenze di calcolo adeguate, come nel caso delle grandi aziende, la tecnica di Tran risulta molto più vantaggiosa di un qualsiasi altro metodo che sfrutta una sola riduzione.

3.2 Analisi lineare

Come accennato nel capitolo introduttivo, nello sviluppo di un modello sufficientemente accurato per la simulazione di un *bladed-disk* occorre considerare la presenza di alcune fonti di non linearità presenti nella struttura reale. Alcune di queste sono proprietà intrinseche, legate al materiale e al tipo di lavorazione, altre vengono introdotte nel sistema con la funzione di dissipare energia per attrito. Policontact tiene conto di tali fattori sin dall'analisi lineare, introducendo nel processo i parametri descritti di seguito.

Damping ratio Detto anche smorzamento modale o parametro di smorzamento, tiene conto della non linearità dovuta alle caratteristiche microscopiche del materiale, come i microattriti generati dai grani. Queste non-linearità sono sempre presenti all'interno della struttura, che quindi è sempre leggermente smorzata.

Di seguito è riportata la definizione matematica di tale parametro.

$$\zeta = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{con} \quad \begin{array}{ll} \omega & \text{frequenza naturale del sistema smorzato} \\ \omega_0 & \text{frequenza naturale del sistema non smorzato} \end{array}$$

A rigore lo smorzamento modale andrebbe calcolato sulla base di prove sperimentali, come l'*Hammer test*, ma non è sempre di facile determinazione. La prassi, per analisi preliminari, è quella di utilizzare un valore costante standard valido in generale per gli acciai delle turbine.

Coefficiente d'attrito Da esso dipende l'entità dello strisciamento tra le superfici di contatto: maggiore è il coefficiente d'attrito, minore è lo strisciamento, di conseguenza i picchi della risposta forzata risultano più alti. Tale parametro dipende da molti fattori, tra cui il materiale, il tipo di coating applicato alle superfici, la temperatura e i carichi in gioco. Per le analisi non lineari eseguite dal *tool* si fissa un valore costante in base alle condizioni di funzionamento della turbina studiata.

Rigidezza di contatto Questo parametro non ha significato fisico. Serve a rappresentare matematicamente il fenomeno per cui un corpo, prima di strisciare, si deforma assorbendo parte dell'energia. Esiste quindi una certa forza di contatto che si oppone al moto, pari a:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 \\ 0 & K_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

dove u e v sono gli spostamenti relativi.

Il sistema è tanto più rigido quanto più alte sono le rigidezze di contatto, pertanto tale parametro avrà una forte influenza sulle frequenze di risonanza. È stato osservato inoltre che valori troppo alti di rigidezza causano problemi di convergenza nel calcolo non lineare.

3.2.1 Bladed-disk con shroud

L'analisi lineare condotta da Policontact ha come scopo il calcolo di alcune curve limite che servono come riferimento per il calcolo non lineare. In un tipico output per un modello con contatto allo shroud si possono distinguere tre gruppi di curve:

- **Free** Questa condizione si verifica quando non c'è contatto tra le superfici. La pala è vincolata solo al dovetail e si muove liberamente.
- **Tight** Condizione per cui le superfici di contatto risultano perfettamente saldate tra loro. Anche in questo caso non può esserci smorzamento. Rispetto alla condizione precedente il modello risulta nettamente più rigido.
- **Full-stick** Condizione intermedia fra le due descritte precedentemente. Diversamente dalla tight, in questo caso è ammessa una certa deformazione locale in corrispondenza delle superfici di contatto.

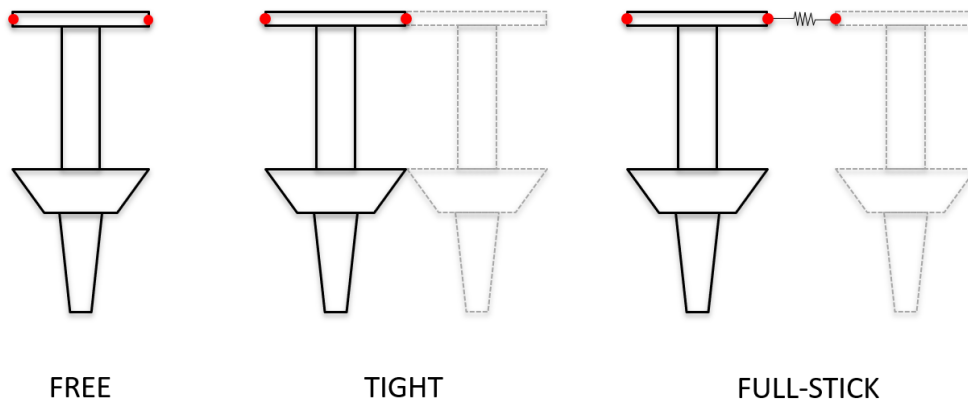


Figura 3.2: Vincoli considerati nell'analisi lineare di un modello con shroud.

In caso di contatto allo shroud, il processo di Policontact richiede la selezione dei nodi che partecipano al contatto. La superficie coinvolta nel contatto influenza, anche se non significativamente, la rigidezza del sistema. Decisamente più importante è la variazione della risposta al variare delle rigidezze di contatto, di cui si parla più nel dettaglio nel prossimo paragrafo.

Influenza delle rigidezze di contatto Le rigidezze di contatto influenzano fortemente la risposta lineare full-stick, mentre non ha alcun effetto sui picchi tight e free. I risultati delle analisi lineari riportati nelle figure 3.3, 3.4 e 3.5 mettono in evidenza tale aspetto. Dalla risposta in figura 3.3, ottenuta imponendo le rigidezze di contatto nominali del

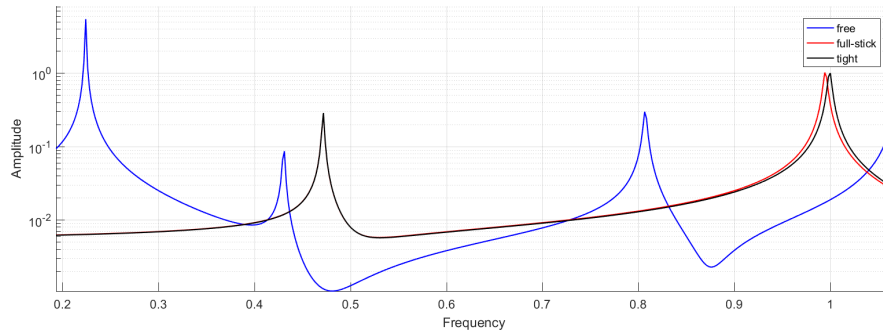


Figura 3.3: Risposta lineare con rigidezze di contatto nominali (K_{nom}). Gli assi sono normalizzati rispetto all'ultimo picco tight.

modello, si evince che la condizione full-stick è sempre più rappresentativa della condizione tight. Ciò è intuitivo, visto che le condizioni di vincolo imposte dallo shroud risultano piuttosto stringenti. Aumentando le rigidezze di contatto le frequenze di risonanza full-

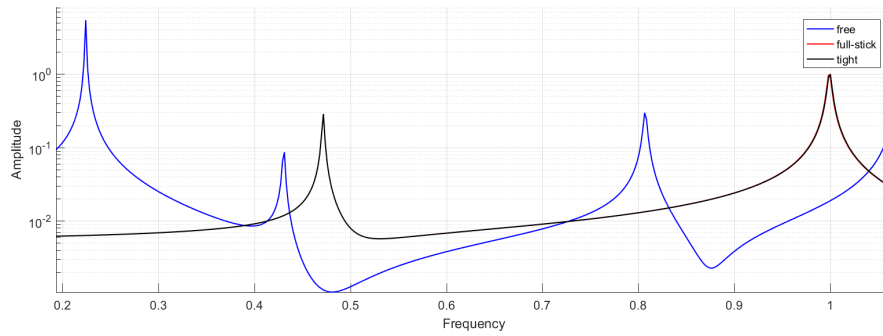


Figura 3.4: Risposta lineare con rigidezze di contatto dieci volte quelle nominali. Gli assi sono normalizzati rispetto all'ultimo picco tight.

stick si avvicinano ulteriormente alle tight, fino a sovrapporsi completamente ad esse, ma senza mai superarle. La tight è infatti una condizione limite che si verifica per rigidezze di contatto tendenti ad infinito. La scarsa influenza delle sulla risposta del sistema fa sì che valori alti delle rigidezze di contatto siano preferibili a valori più bassi. Tuttavia per valori molto alti sono stati riscontrati dei problemi di convergenza durante le analisi non lineari. Quando le mancate convergenze sono tali da rendere la risposta poco leggibile, è necessario abbassare le rigidezze. In figura 3.5 si può osservare l'effetto dell'abbassamento delle rigidezze di contatto. Il sistema è reso più labile e i picchi full-stick si spostano verso frequenze più basse, allontanandosi dalle condizioni tight. Si può notare inoltre che la variazione delle frequenze full-stick non è lineare: minori sono le rigidezze, maggiore è la variazione in termini di frequenze. Per rigidezze di contatto molto basse la risposta full-stick si avvicina gradualmente alla condizione free, fino alla completa sovrapposizione, ma senza mai superarla. La risposta free è infatti una condizione limite che si verifica quando le rigidezze di contatto tendono a zero.

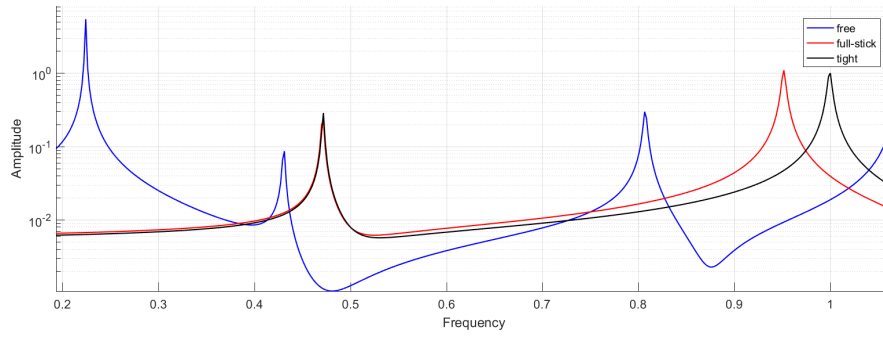
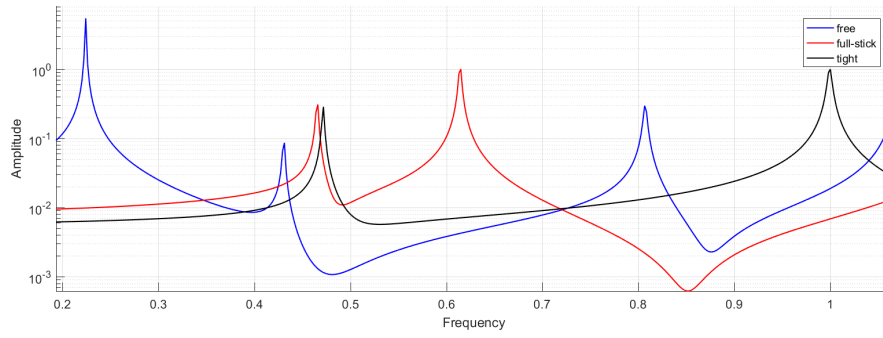
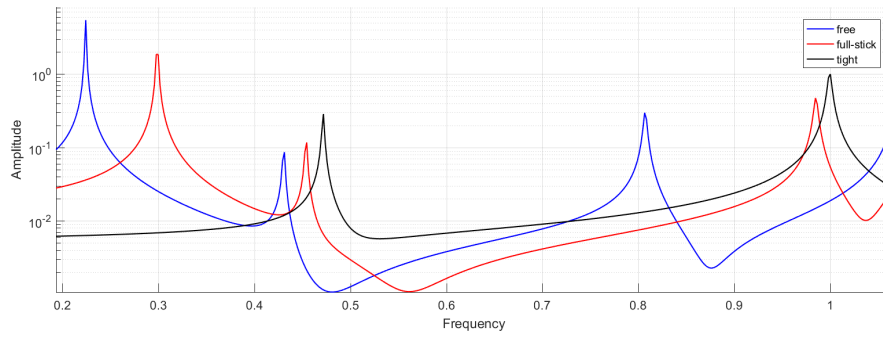
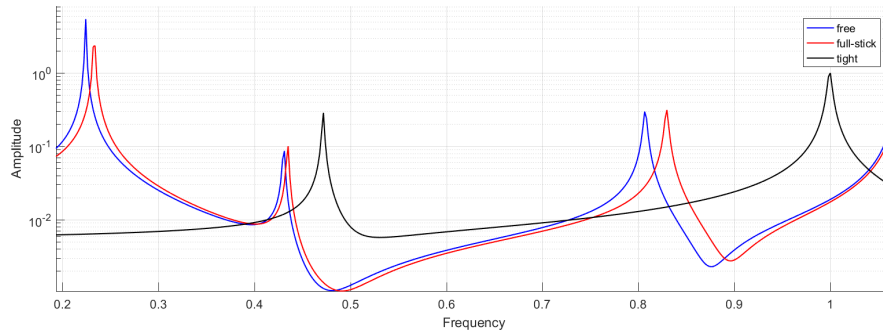
(a) $K = 0.1 \cdot K_{nom}$ (b) $K = 0.01 \cdot K_{nom}$ (c) $K = 0.001 \cdot K_{nom}$ (d) $K = 0.1 \cdot K_{nom}$

Figura 3.5: Risposta lineare con rigidezze di contatto inferiori rispetto alle nominali. Gli assi sono normalizzati rispetto all'ultimo picco tight.

3.2.2 Bladed-disk con underplatform damper

Il calcolo della risposta lineare di un settore con underplatform damper è leggermente diverso rispetto alla risposta calcolata in presenza di uno shroud. In un tipico output per un settore con underplatform damper si possono distinguere quattro tipi di curve:

- **Free**: Condizione che si avrebbe senza il damper. La pala non è vincolata a quella adiacente, quindi il sistema è più labile.
- **Tight**: Condizione per cui lo spostamento è nullo sotto la piattaforma. Si può immaginare che la piattaforma sia collegata a terra attraverso dei vincoli di rigidità infinita.
- **Full-stick (piattaforme vincolate)**: Le piattaforme sono collegate a terra tramite dei vincoli di rigidità finita.
- **Full-stick (con underplatform damper)** Si tratta dell'unico modello di contatto in cui viene considerata la presenza dell'underplatform damper. Tale elemento è vincolato a due pale adiacenti tramite dei vincoli aventi una certa rigidità.

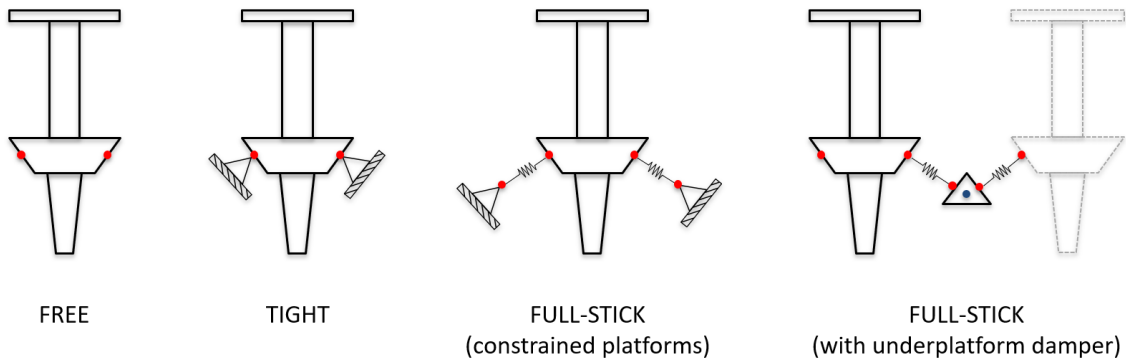


Figura 3.6: Condizioni considerate per il calcolo della risposta forzata lineare di un modello con underplatform damper.

Anche in questo caso la condizione full-stick è fortemente influenzata da alcuni parametri, come le rigidità di contatto e la massa del damper. Un'ulteriore grandezza che gioca un ruolo importante nel calcolo della risposta forzata è la velocità di rotazione del disco.

3.2.3 Vane segment

Dal punto di vista della modellazione del contatto, un settore statorico è concettualmente molto simile ad un bladed-disk con contatto allo shroud. Gli hook hanno una funzione analoga al contatto pala-disco, mentre l'interlocking vane segue lo stesso principio di funzionamento dello shroud. Per il calcolo della risposta lineare si considerano tre condizioni di vincolo:

- **Free**: Le superfici d'interlocking di vane adiacenti non entrano in contatto, sono quindi privi di vincoli. Gli hook sono invece saldati.
- **Tight**: Le superfici d'interlocking sono vincolate rigidamente come gli hooks.

- **Full-stick:** Su hooks e interlocking vane sono applicati dei vincoli aventi rigidezza finita, che quindi ammettono una certa deformazione locale del contatto.

3.2.4 Confronto con il FEM di partenza

Sebbene le tecniche di riduzione siano estremamente vantaggiose per quanto riguarda i tempi di calcolo, l'utilizzo di un modello semplificato introduce un certo errore sui risultati. Per questo motivo, prima di condurre delle analisi non lineari, è necessario un confronto del modello ridotto con il FEM di partenza per verificare la validità dei risultati di Policontact. A tal scopo, per ogni modello analizzato vengono lanciate due analisi modali: una in condizioni free e una in condizioni tight. Le frequenze e gli autovettori vengono poi confrontate con i risultati dell'analisi lineare effettuata su Policontact.

Confronto delle frequenze Policontact confronta le frequenze free e tight del modello ridotto con le frequenze di risonanza ottenute in Nastran. In genere differenze percentuali accettabili non superano l'1%. Dato che il modello ridotto è sempre più rigido del modello completo, un ulteriore controllo consiste nell'accertarsi che le frequenze di Policontact siano più alte di quelle ottenute dalle analisi modali.

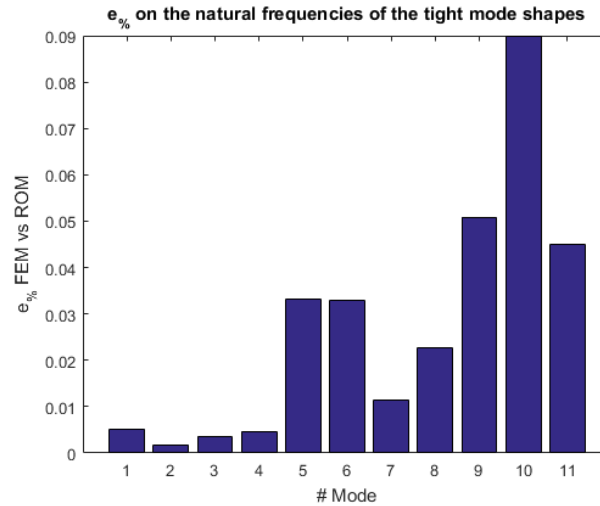


Figura 3.7: Tipico output di Policontact per il confronto delle frequenze.

Confronto degli autovettori Il software effettua un check degli autovettori per due gruppi di nodi master: nodi accessori e nodi di interfaccia destra e sinistra della pala. Il metodo utilizzato è detto *Modal Assurance Criterion* (MAC):

$$MAC = \frac{||\phi_{CB}^T \cdot \phi_{GS}||^2}{(\phi_{CB}^T \phi_{CB}) (\phi_{GS}^T \phi_{GS})}$$

dove ϕ_{CB} e ϕ_{GS} sono le partizioni fisiche degli autovettori del modello di Craig-Bampton e del FEM. Infine entrambi i gruppi di nodi vengono considerati per il calcolo del MAC complessivo. Tanto più simili sono le forme modali, tanto più il valore restituito da Policontact sulla diagonale delle matrici in figura 3.8 è prossimo a all'unità.

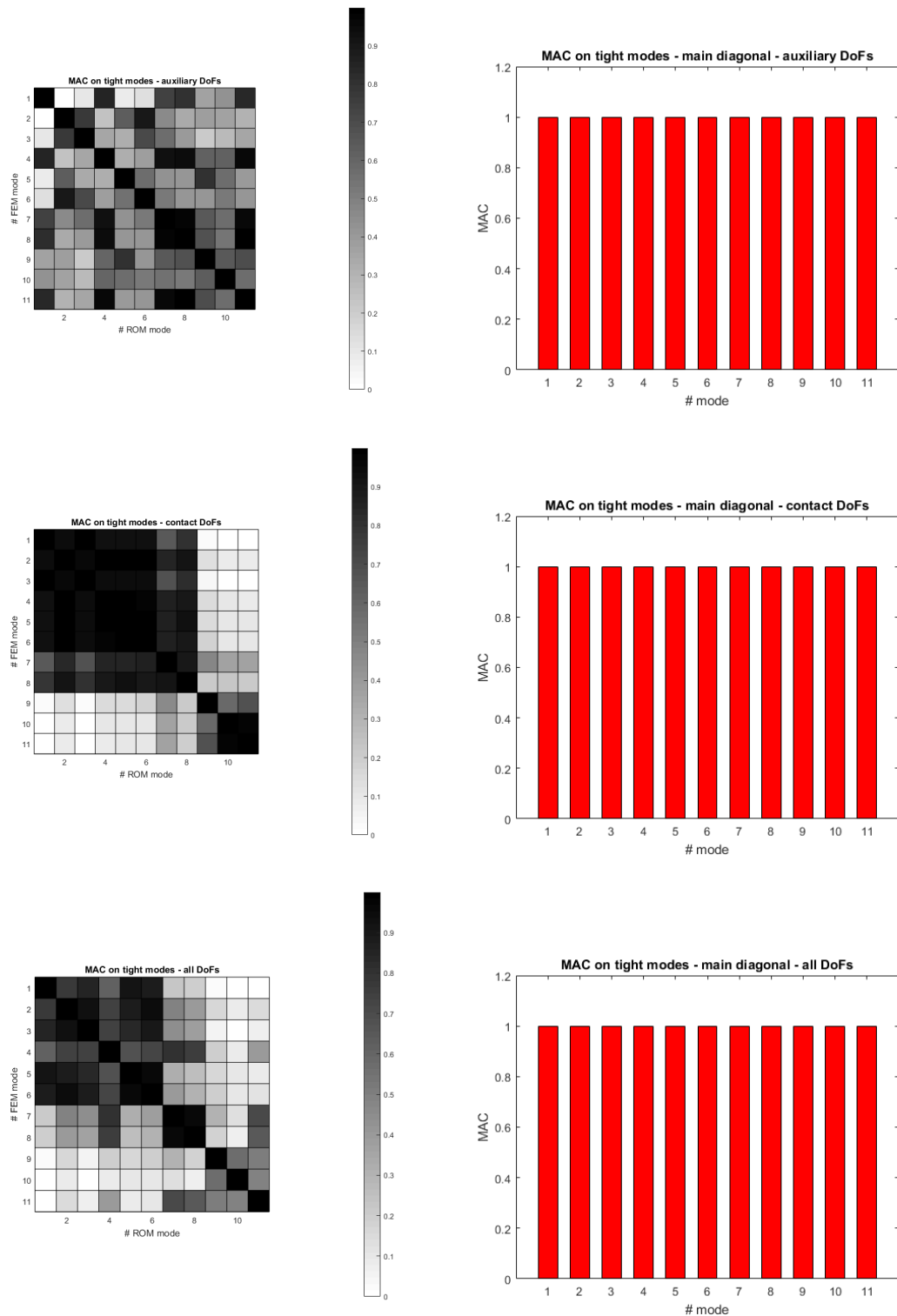


Figura 3.8: Tipici output di Policontact per il MAC.

3.3 Modelli di contatto

Problema principale per una corretta valutazione della risposta non lineare è la modellazione del contatto, o *slider*, che deve simulare efficacemente il comportamento reale degli smorzatori. Nei prossimi paragrafi verranno presentati i due principali modelli di contatto 1D presenti in letteratura. La differenza tra i due risiede nel carico normale: nel primo è supposto costante, nel secondo è variabile.

Spostamento tangenziale con carico normale costante La figura 3.9 si riferisce ad un modello di contatto 1D in grado di simulare lo spostamento tangenziale relativo sotto l'effetto di un carico normale costante. Con u è indicato lo spostamento relativo periodico tra i nodi di contatto, mentre w è lo spostamento dello slider. La forza normale N_0 mantiene i due corpi in contatto. La rigidezza di contatto tangenziale è rappresentata da una molla di costante elastica k_t . È possibile distinguere due condizioni di contatto: *stick* e *slip*.

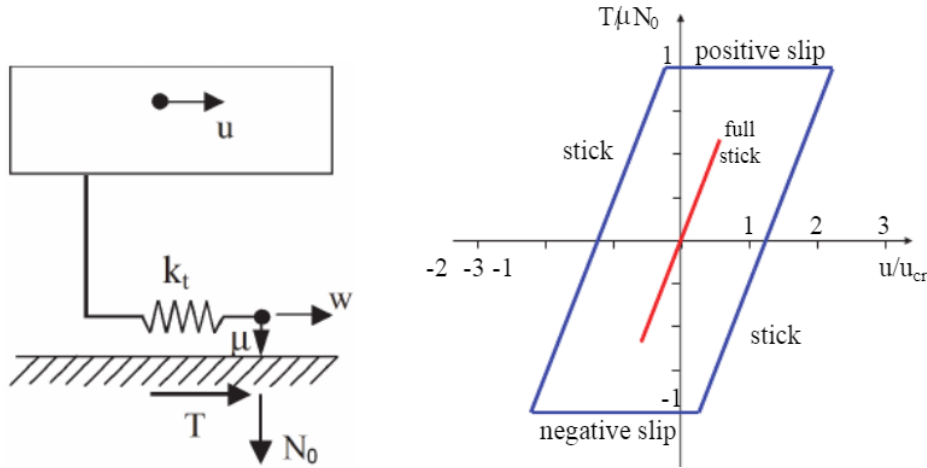


Figura 3.9: Modello di contatto 1D con carico normale costante.

- Se lo spostamento u è diverso da zero, il contatto inizialmente si deforma senza slittare. La forza T segue la relazione:

$$T = k_t \cdot (u - w)$$

- Quando la forza tangenziale raggiunge il limite di Coulomb, definito come:

$$F_C = \mu \cdot N_0 \quad \text{Limite di Coulomb}$$

Il contatto inizia a strisciare mantenendo lo stato di deformazione. In condizioni di slip il modulo di T è costante e pari a $\mu \cdot N_0$, mentre il verso è quello della velocità di spostamento dello slider $\dot{u}$.

- Il contatto smette di slittare se lo spostamento u è tale da annullare la velocità di slittamento dello slider, $\dot{w}$. Se ciò si verifica, il contatto torna in condizioni stick. Invertendo il verso della velocità $\dot{u}$, il modello torna gradualmente alla condizione indeformata e la velocità tangenziale si abbassa.

- Per valori negativi di $\dot{u}$, il contatto è stick se la forza tangenziale è inferiore a $\mu \cdot N_0$, è in condizioni di slip negativo se tale forza raggiunge il limite di Coulomb. È necessario annullare la velocità $\dot{w}$ per tornare in condizioni stick e chiudere il ciclo.

Il modello di contatto appena descritto non è in grado di simulare la variazione del carico normale dovuto agli spostamenti relativi in direzione normale. In particolare, la condizione di *lift-off* parziale, che si verifica quando il precarico applicato è molto basso, non è visibile nel ciclo d'isteresi nel grafico di destra. Tuttavia può essere utile fare alcune considerazioni sull'influenza di alcuni parametri:

- Aumentando le rigidezze di contatto diminuisce lo spostamento u necessario al raggiungimento del limite di Coulomb. A parità di spostamento, il contatto entra prima in slip.
- Aumentando il coefficiente di friction aumenta il limite di Coulomb. A parità di rigidezza, è necessario uno spostamento u maggiore affinché il contatto strisci.
- Un aumento del carico normale N_0 , che nei modelli di nostro interesse equivale al carico d'interlocking, aumenta il limite di Coulomb e rende più difficile lo strisciamento.
- Il modello full-stick può essere visto come un caso limite del modello di contatto, in cui non è possibile lo strisciamento.

Spostamento tangenziale con carico normale variabile In questo modello la legge di variazione del carico normale N è la seguente:

$$N = \max\{N_0 + k_n \cdot v, 0\}$$

dove N_0 è il carico normale statico. Se N_0 è positivo i due corpi sono in contatto nell'istante iniziale, mentre se N_0 è negativo, tra i due corpi esiste un gap che non rende possibile il contatto, il carico normale N è quindi uguale a zero. In base al valore dello spostamento

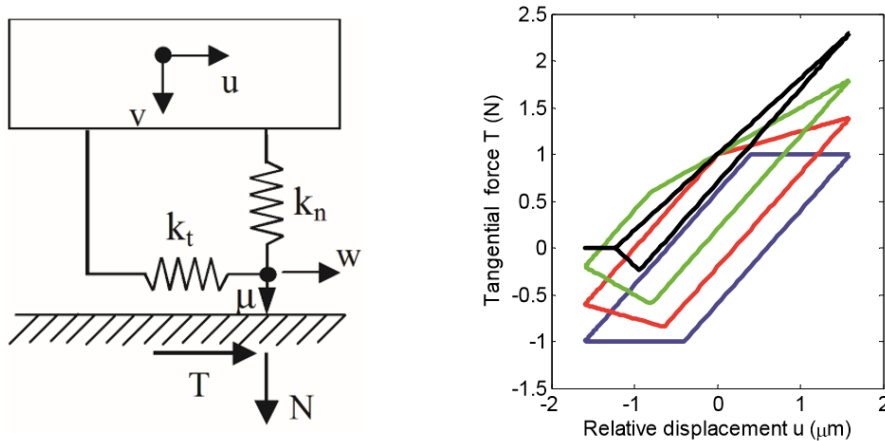


Figura 3.10: Modello di contatto 1D con carico normale variabile.

relativo in direzione normale, $v(t)$, possono alternarsi tre condizioni di contatto: *stick*, *slip* e *lift-off* secondo i criteri di transizione previsti nel modello [4].

$$T = \begin{cases} k_t \cdot (u - w) & \text{stick} \\ \text{sgn}(\dot{w}) \cdot \mu \cdot N & \text{slip} \\ 0 & \text{lift-off} \end{cases}$$

L'effetto della variazione del carico normale N sulla forza tangenziale $T(t)$ è visibile nei cicli d'isteresi in figura 3.10, dove $v(t)$ è sinusoidale e in fase con $u(t)$. Se $v(t) = 0$ il ciclo d'isteresi (curva blu) è identico a quello che si ottiene con il modello di contatto con carico normale costante. Se l'ampiezza di $v(t)$ aumenta, l'area del ciclo cambia. Se questa è tale da garantire in ogni istante il contatto tra i due corpi, curve rossa e verde, continuano ad alternarsi due sole condizioni di contatto, stick e slip. Se invece $v(t)$ diventa molto grande, può verificarsi il lift-off parziale, il ciclo d'isteresi (curva nera) diventa un triangolo e compare un tratto orizzontale ($T(t) = 0$). L'effetto del gap iniziale (N_0) sui picchi di risonanza è visibile in figura 3.11.

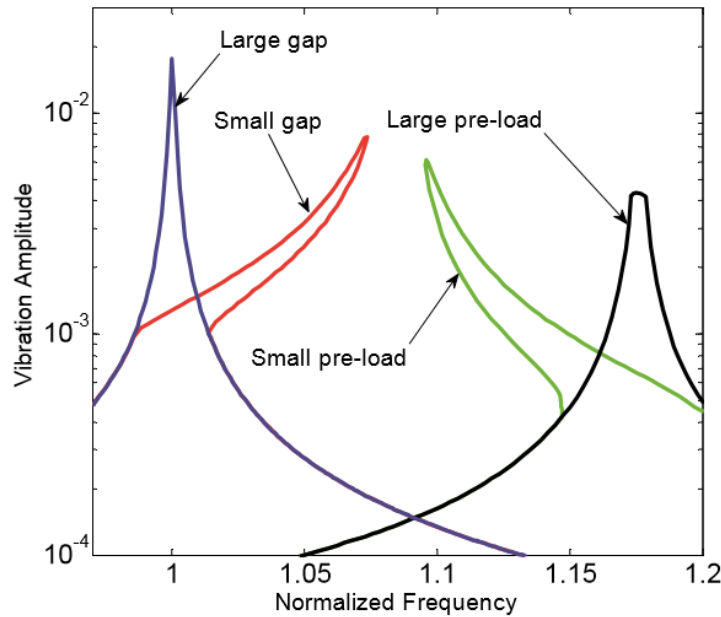


Figura 3.11: Effetto della variazione carico normale sui picchi di risonanza

Le curve blu e nera sono rispettivamente il picco full-stick, che si verifica in presenza di un pre-carico molto elevato, e il picco free, che si verifica se i due corpi sono inizialmente molto distanziati. Quando il gap è molto piccolo, il picco è parzialmente sovrapposto alla free, ma la risonanza si sposta verso frequenze più alte. Si verifica cioè un irrigidimento a causa dell'entrata in contatto delle superfici. Se invece tra i corpi è presente un pre-carico molto basso, curva verde, il picco è parzialmente sovrapposto alla curva nera, ma la risonanza avviene per frequenze più basse. Il lift-off parziale rende il sistema più labile. Ciò che accomuna le curve rossa e verde è l'esistenza, per un sotto-intervallo di frequenze, di due soluzioni stabili. Sono entrambe soluzioni possibili e sperimentalmente è possibile che si verifichi l'una o l'altra, a seconda delle condizioni al contorno.

Modellazione 2D I modelli di contatto 1D permettono di simulare le principali condizioni di contatto, tuttavia non sono in grado di cogliere la reale entità degli spostamenti relativi che avvengono solitamente in due direzioni. Esistono due possibili soluzioni: la prima consiste nell'adottare due modelli di contatto 1D, uno per ogni direzione; la seconda prevede l'utilizzo di un solo modello 2D. Un esempio di modello 2D è riportato in figura 3.12. È possibile verificare che i due approcci non comportano variazioni significative sulla risposta [4].

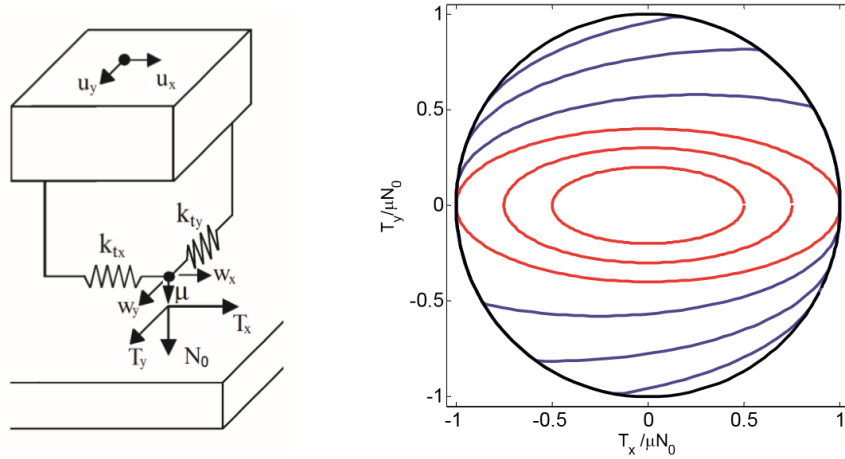


Figura 3.12: Modello di contatto 2D con carico normale costante.

3.4 Analisi non lineare

Scopo dell'analisi non lineare è il calcolo delle forze di contatto per determinare la risposta forzata non lineare. Il metodo alla base del calcolo è detto HBM (*Harmonic Balance Method*): le variabili periodiche (spostamenti e forze) sono espresse come la sovrapposizione di termini armonici su cui si impone l'equilibrio. Le equazioni differenziali vengono così sostituite da un set di equazioni algebriche. Definito un modello di contatto appropriato, la risposta non lineare viene ricavata con un processo iterativo. In Policontact i contatti vengono simulati attraverso degli elementi di contatto 2D. Per ogni valore del range di frequenze definito dall'utente, si parte da una soluzione di tentativo coincidente con la risposta lineare. Viene poi eseguito un certo numero di iterazioni con il metodo di Newton-Raphson, meglio noto come metodo della tangente, finché non si verifica una delle seguenti condizioni:

1. L'errore tra le ultime due iterazioni è inferiore ad una certa tolleranza.
2. Viene raggiunto il massimo numero di iterazioni, limite stabilito per evitare calcoli troppo lunghi.

Se la condizione che si verifica è la seconda, si parla di mancata convergenza. Per evitare l'insorgere di tale fenomeno, una possibile soluzione consiste nell'infittire il range di frequenze considerato. La risposta forzata non lineare in Policontact è calcolata sul grado di libertà accessorio scelto dall'utente. Tra i principali output vi sono gli andamenti dello spostamento, del Q-factor e del loss-factor.

4 | Lettura dei dati sperimentali

L'esecuzione di test sperimentali rappresenta tutt'ora il metodo più efficace ed affidabile per conoscere la risposta dinamica dei vari componenti del motore. Per verificare l'affidabilità di un codice occorre quindi confrontare i risultati numerici con quelli sperimentali. In questo capitolo si spiegherà a grandi linee la modalità con cui vengono eseguite le prove sperimentali e il metodo con cui i dati vengono processati.

4.1 Strain gage

Lo strain gage è un sensore la cui deformazione elastica di un elemento metallico o semiconduttore si traduce in una variazione della resistenza. Tale proprietà viene sfruttata per la misurazione di deformazioni (*strain*) o tensioni (*stress*). Generalmente la geometria dell'estensimetro è tale da esaltare la dimensione totale lungo un asse e minimizzare quella lungo l'asse ortogonale. L'asse corrispondente al lato lungo dell'estensimetro è anche la direzione preferenziale di lettura. Ne consegue che, in base al tipo di deformata che si vuole

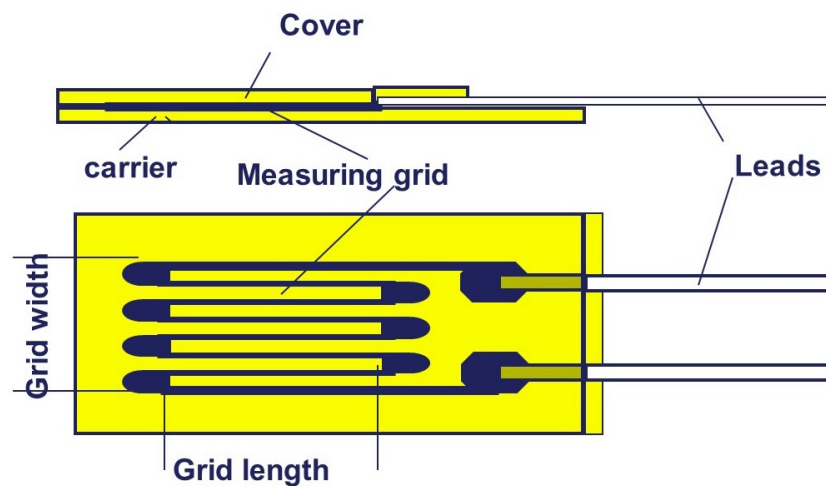


Figura 4.1: Schema di uno strain gage

misurare (flessionale, torsionale ecc.) lo strain gage verrà posizionato sul componente con un certo orientamento. In genere su una sola pala vengono installati più estensimetri aventi diversi orientamenti, come mostra la figura 4.2.

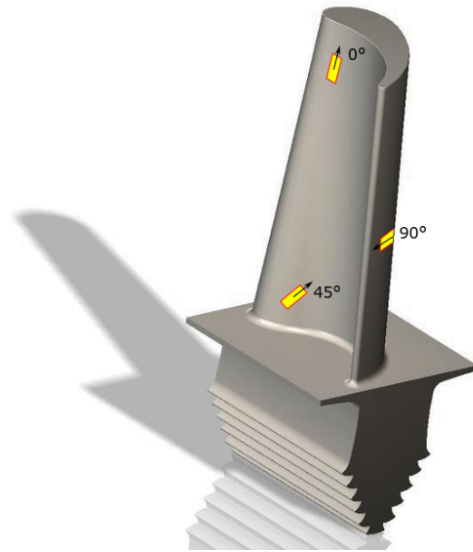


Figura 4.2: Applicazione degli strain gage sulla pala.

4.2 Campbell sperimentale

Durante la prova sperimentale, gli estensimetri restituiscono l'andamento di deformazioni o tensioni nel dominio del tempo. Si passa poi al dominio delle frequenze tramite gli sviluppi in serie di Fourier, adottando opportune tecniche di finestramento. Il risultato del processo è un diagramma di Campbell come quello in figura 4.3, in cui è messa in evidenza la risposta rilevata da uno strain gage per due diversi valori di engine order. Sono ben riconoscibili i picchi di risonanza, per ognuno dei quali si ricava ampiezza e Q-factor ai fini della validazione.

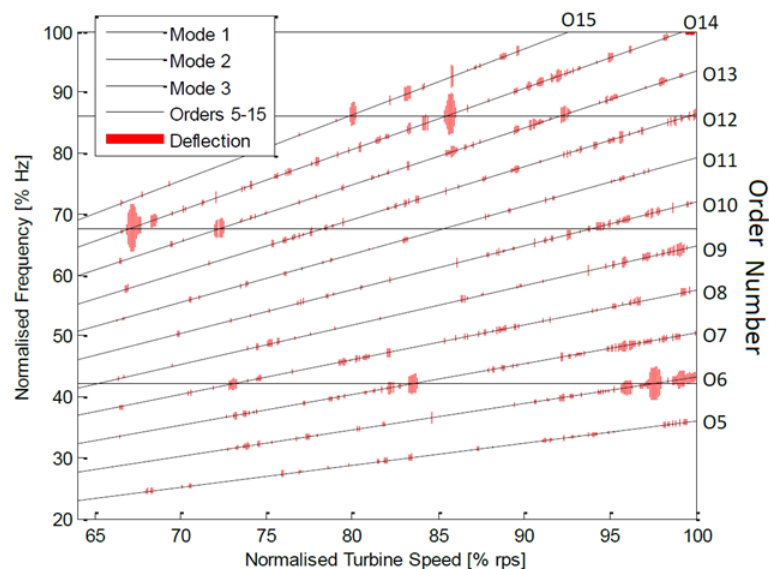


Figura 4.3: Diagramma di Campbell sperimentale per un certo strain gage.

4.3 Validazione

Per la validazione è necessario conoscere la frequenza di risonanza, l'ampiezza ed il Q-factor del picco d'interesse. La prima informazione è immediata inquanto si può leggere direttamente dal Campbell sperimentale.

Ampiezza L'ampiezza che si legge sul Campbell generalmente non è confrontabile con il picco ricavato da Policontact per i seguenti motivi:

- I dati sperimentali sono deformazioni o tensioni, mentre Policontact genera una risposta in spostamenti.
- Il punto in cui è posizionato lo strain-gage non sempre coincide con il nodo accessorio su cui viene calcolata la risposta di Policontact.
- Lo strain-gage rileva delle deformazioni locali, mentre Policontact si riferisce ad un sistema di assi cilindrici.

Per attuare un confronto numerico-sperimentale occorre quindi effettuare uno scalamento del dato sperimentale sulla base dei risultati del FEM. Sul modello di partenza è necessario definire un sistema di assi locali per ogni strain-gage considerato. Le coordinate devono seguire la curvatura del modello ed essere centrate nel punto in cui è posizionato l'estensimetro, con uno dei tre assi allineato con la direzione di lettura. Dai risultati delle modali,

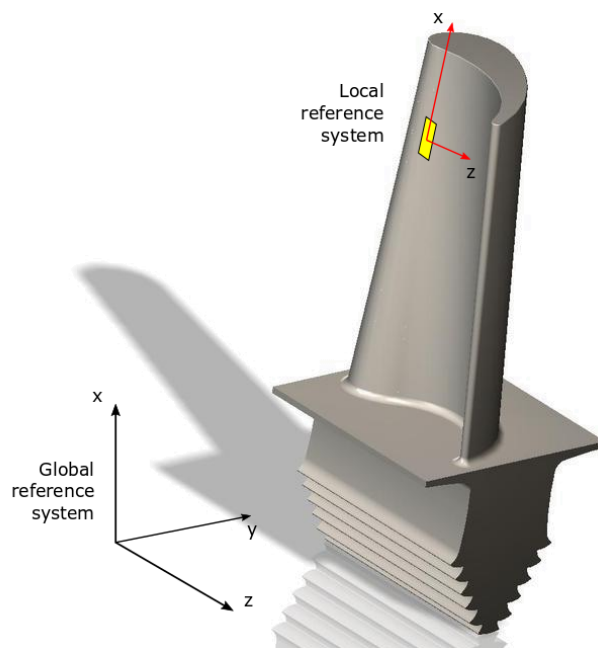


Figura 4.4: Sistema di riferimento locale dello strain-gage.

si estrapolano due informazioni:

1. Lo spostamento del grado di libertà accessorio considerato da Policontact, riferito al sistema di riferimento globale.

2. La grandezza che s'intende scalare (stress o strain), rispetto al sistema di coordinate locali, nella direzione di lettura dell'estensimetro.

Con le informazioni appena ricavate, riassunte di seguito:

$$\begin{aligned} u_{FEM} &: && \text{Spostamento letto dal FEM} \\ \sigma_{FEM} \text{ o } \epsilon_{FEM} &: && \text{Stress o strain letto dal FEM} \\ \sigma_{EXP} \text{ o } \epsilon_{EXP} &: && \text{Lettura sperimentale} \end{aligned}$$

si calcola uno scale factor sfruttando la relazione:

$$\frac{u_{FEM}}{u_{exp}} = \frac{\sigma_{FEM}}{\sigma_{exp}} \quad \text{oppure} \quad \frac{u_{FEM}}{u_{exp}} = \frac{\epsilon_{FEM}}{\epsilon_{exp}}$$

Si ricava il dato sperimentale in termini di spostamenti:

$$u_{EXP} = S \cdot u_{FEM}$$

Lo scale factor S è definito quindi come:

$$S = \frac{\sigma_{exp}}{\sigma_{FEM}} \quad \text{oppure} \quad S = \frac{\epsilon_{exp}}{\epsilon_{FEM}}$$

Il dato sperimentale così scalato è confrontabile con i risultati di Policontact.

Q-factor Il Q-factor è una misura semplice ed efficace del grado di smorzamento ottenuto sul sistema. Per il dato sperimentale viene calcolato con il metodo della metà potenza.

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

dove $\Delta\omega$ è la distanza tra i due punti della curva il cui valore di ampiezza è pari a $A_{MAX}/\sqrt{2}$. Il metodo appena descritto è semplice ed immediato, ma cade in difetto nel caso di picchi molto smorzati o molto vicini tra loro. La stima del Q-factor fatta in questo modo, quindi, potrebbe non essere attendibile.

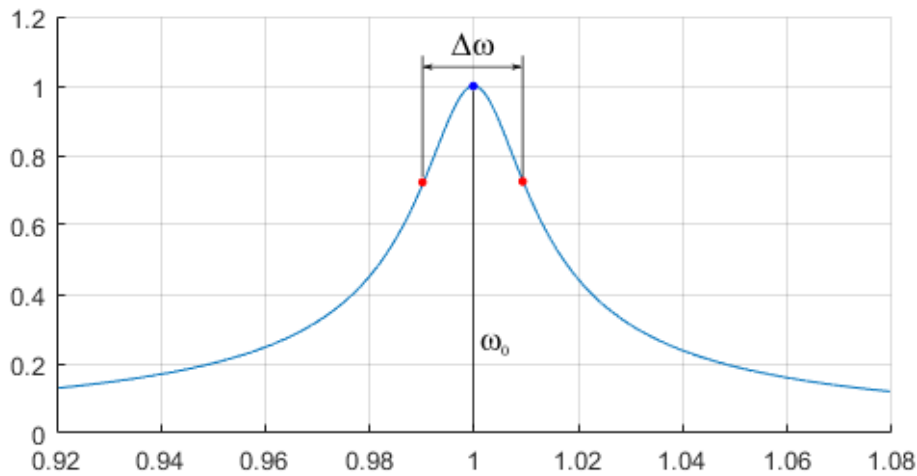


Figura 4.5: Calcolo del Q-factor.

Ricostruzione della FRF In certi casi, per una comprensione più immediata, può essere utile visualizzare il classico andamento a campana che caratterizza la risposta forzata. Nell'ipotesi di risposta 1D, è possibile rappresentare la curva FRF attraverso la seguente relazione:

$$A(\omega) = \frac{A_{MAX} \cdot 2\zeta}{\sqrt{\left(2 \cdot \zeta \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2}} \quad (4.1)$$

4.4 Dentro il software

Ai fini della validazione, al software Policontact è stato aggiunto un pannello dedicato al confronto numerico-sperimentale. La procedura per lo scalamento dell'ampiezza sperimentale è stata automatizzata per rendere più veloce l'intero processo. In seguito il dato sperimentale viene sovrapposto all'output di Policontact attraverso la modifica dei grafici di ampiezza e Q-factor. Se è presente il valore del Q-factor sperimentale, l'utente può decidere se visualizzare, sul grafico dell'ampiezza, soltanto il valore di ampiezza massima oppure l'intero andamento della curva, ricavata tramite la formula 4.1.

TEST CASES

Test case 1

Il test case analizzato in questo capitolo è il sesto stadio di una turbina di bassa pressione. Grazie alla proprietà di simmetria ciclica, è possibile identificare un settore elementare rappresentativo dell'intero disco. Come mostra la figura 5.2, tale settore include una sola pala della schiera, collegata al disco attraverso il dovetail. Si può osservare dalla figura 5.1, la superficie di contatto al tip shroud, inclinata di un angolo α rispetto alla direzione tangenziale, consente l'interazione tra pale adiacenti.

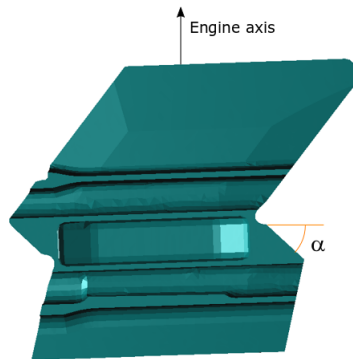


Figura 5.1: Tip Shroud della pala.

Il modello agli elementi finiti, generato in ambiente Patran, è stato preparato secondo la procedura standard prevista per tutti i modelli FEM.

Analisi modali

Prima della simulazione in Policontact, due analisi modali sono state condotte sul modello nelle seguenti condizioni:



Figura 5.2: CAD del settore rappresentativo del bladed-disk.

1. *Free*: Shroud non vincolato, quindi libero di vibrare;
2. *Tight*: Pala vincolata allo shroud;

I risultati di tali analisi costituiscono le condizioni limite in base alle quali viene calcolata la risposta forzata non lineare.

Modello ridotto

Il modello ridotto (ROM - Reduced Order Model) è stato realizzato secondo la procedura standard prevista da Policontact di cui si è discusso nel capitolo 3. I nodi master scelti per la riduzione sono quelli in figura 5.3.

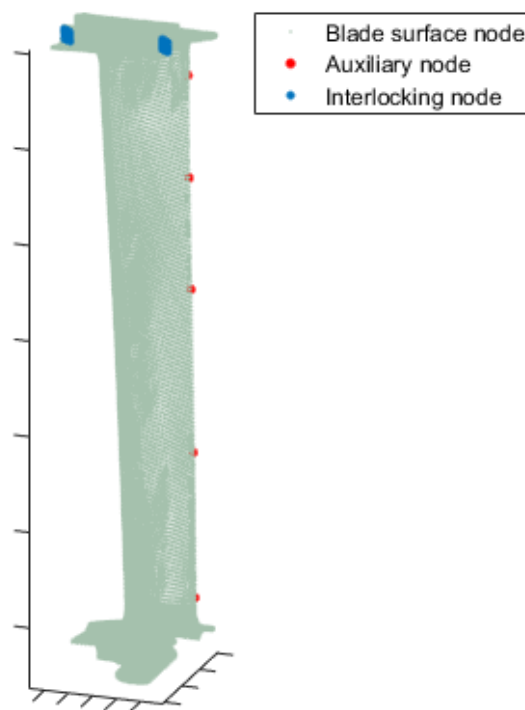


Figura 5.3: Nodi master sulla superficie della pala.

La riduzione così ottenuta comporta un notevole guadagno in termini di costo computazionale, a fronte di errori percentuali ben inferiori all'1% sulle frequenze e sulle forme modali.

Analisi non lineare

L'analisi non lineare del modello ridotto è stata condotta in un range di frequenze che da evidenze sperimentali risulta particolarmente critico dal punto di vista dinamico. In figura 5.4 è rappresentata la deformata del modo oggetto delle analisi.



Figura 5.4: Modo 1.

La forzante utilizzata è stata ricavata tramite analisi CFD. Tutte le analisi sono state condotte definendo un'opportuna superficie di contatto e mantenendo fissi coefficiente d'attrito e rigidezze. Variando il carico di interlocking si ottengono gli andamenti dell'ampiezza e del Q-factor in figura 5.5.

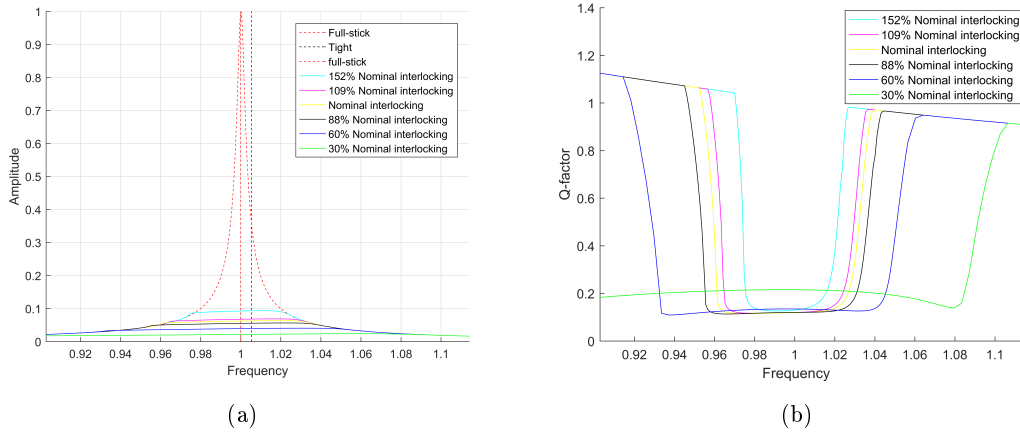


Figura 5.5: Ampiezza e Q-factor al variare del carico di interlocking. Entrambe le grandezze sono scalate rispetto al picco full-stick. Il precarico è scalato rispetto al valore nominale.

In particolare si può notare che abbassando l'interlocking si ottiene un calo dell'ampiezza e del Q-factor. Con un precarico superiore al nominale del 50% è stata ottenuta una risposta pari al 10% del picco lineare. Per un interlocking 10 volte più basso la risposta smorzata è circa il 2% del picco non smorzato.

Confronto numerico-sperimentale

Per la validazione del software è stato individuato un gruppo di strain-gages che ha restituito delle letture accettabili per la forma modale d'interesse. Delle letture è stata effettuata una media. Il valore così ottenuto è poi moltiplicato per un opportuno fattore di scalamento, secondo la procedura descritta nel capitolo 4, rendendolo così confrontabile con i risultati di Policontact.

Nota l'interferenza nominale, solo tre valori di precarico sono stati considerati: quello nominale e altri due valori che tengono conto delle tolleranze geometriche. I risultati del confronto sono riportati nelle figure sottostanti.

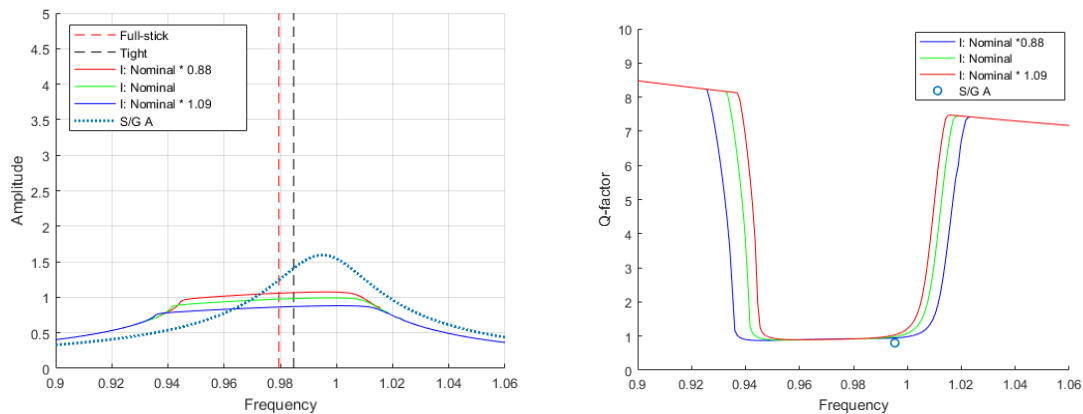


Figura 5.6: Confronto numerico-sperimentale. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.

Dai grafici in figura 5.6 sembrerebbe che Policontact sottostimi la risposta del sistema. La differenza è meno marcata per il Q-factor. La frequenza invece è molto simile a quella ottenuta sperimentalmente. I grafici in figura 5.7 riassumono efficacemente i risultati ottenuti. Risulta evidente che modificando il carico aerodinamico non si ottiene una variazione significativa della risposta. Piuttosto preoccupanti sono gli errori percentuali sulle ampiezze. Si possono fare però alcune considerazioni:

1. La simmetria ciclica è una proprietà che non può verificarsi sul sistema reale. I difetti intrinseci nel materiale e le incertezze in fase di lavorazione rendono praticamente impossibile la fabbricazione di componenti identici tra loro. Anche il metodo con cui viene condotta la prova sperimentale potrebbe aver causato un allontanamento ulteriore dalle condizioni ideali considerati per la simulazione numerica.
2. Il metodo in cui i dati sperimentali vengono processati rappresenta una fonte di incertezza: ai fini della validazione, il picco sperimentale si ricava ipotizzando una risposta periodica e unidimensionale, condizione molto lontana dalla realtà.

Alla luce di quanto detto, si evince che una percentuale dell'errore riscontrato potrebbe essere dovuta al dato sperimentale.

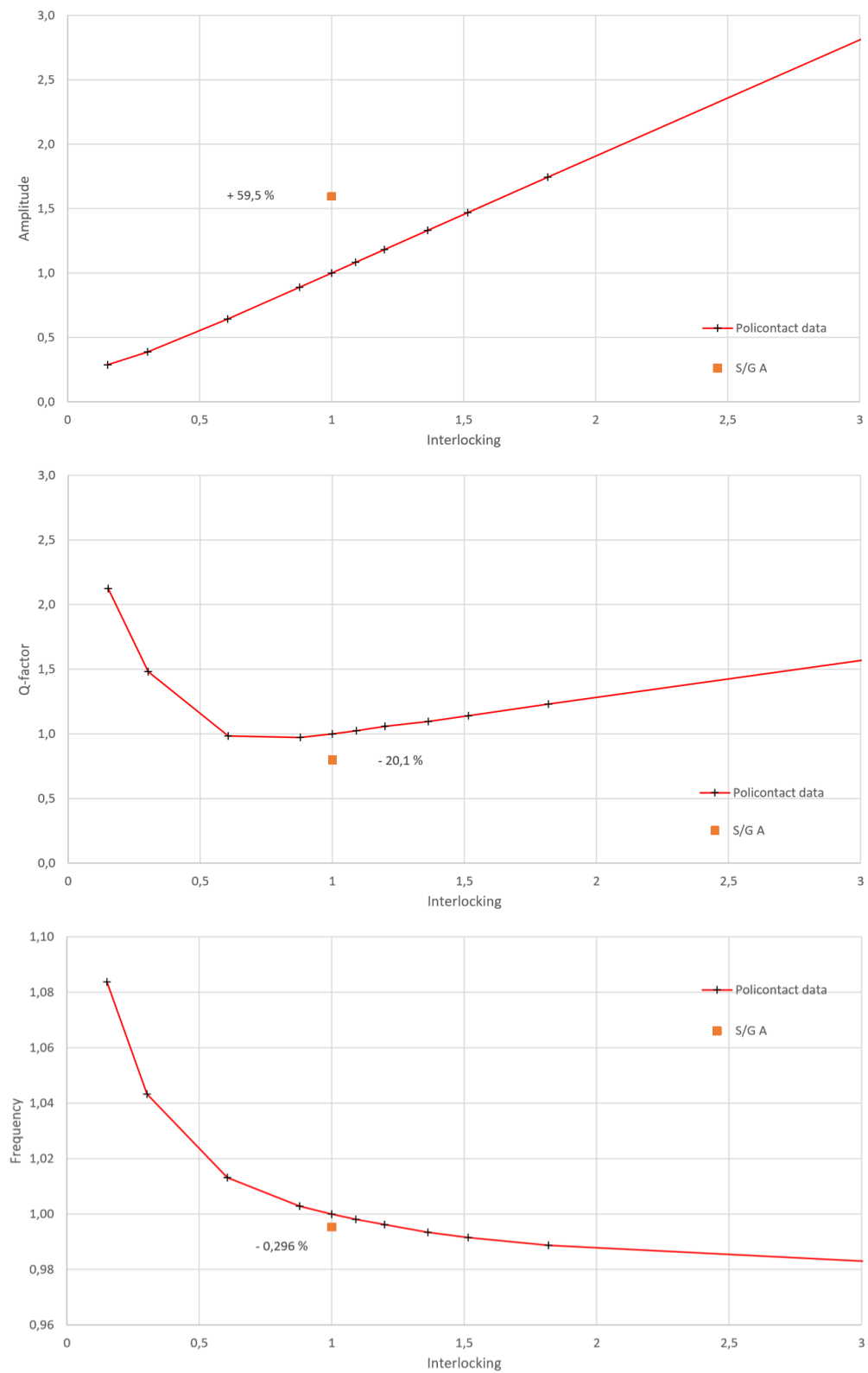


Figura 5.7: Ampiezza, Q-factor e frequenza al variare del carico d'interlocking. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.

Test case 2

Il test case presentato in questo capitolo riguarda lo stesso bladed-disk del caso precedente, al quale si rimanda per maggiori dettagli sul settore rappresentativo e sulla preparazione del modello in Patran. Nonostante il modello di partenza sia lo stesso, il caso in questione è molto diverso dal precedente in quanto, oltre al tip-shroud, è presente anche l'underplatform damper. Si tratta quindi di un modello a contatto multiplo. In figura 5.8 è riportato il damper in questione.

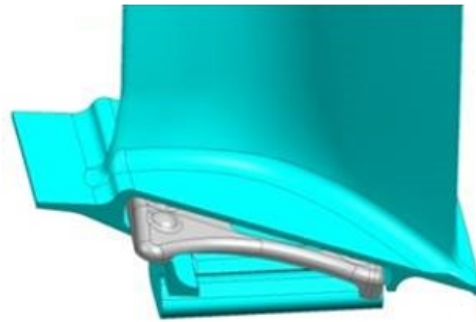


Figura 5.8: Underplatform damper.

Analisi modali

Prima della simulazione in Policontact, due analisi modali sono state condotte sul modello nelle seguenti condizioni:

1. *Free*: pala svincolata allo shroud e in corrispondenza dell'underplatform damper;
2. *Tight*: Pala vincolata allo shroud, si ipotizza inoltre uno spostamento nullo sotto la piattaforma;

I risultati di tali analisi costituiscono le condizioni limite in base alle quali viene calcolata la risposta forzata non lineare.

Modello ridotto

Il modello ridotto (ROM - Reduced Order Model) è stato realizzato secondo la procedura standard prevista da Policontact di cui si è discusso nel capitolo 3. I nodi master scelti per la riduzione sono quelli in figura 5.9.

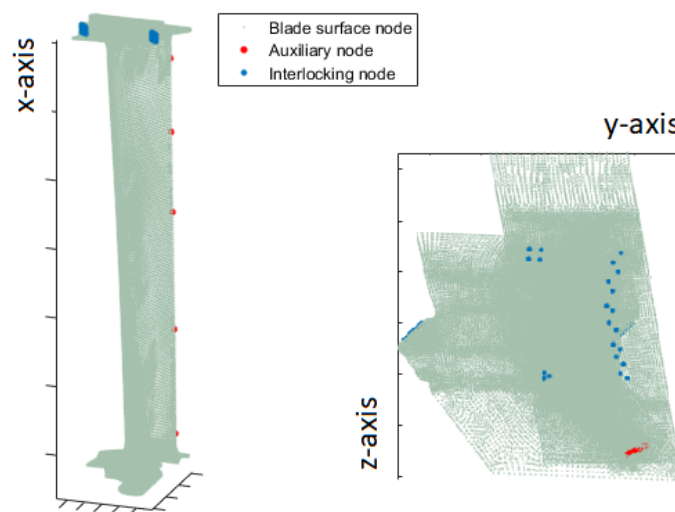


Figura 5.9: Nodi master sulla superficie della pala.

La riduzione così ottenuta comporta un notevole guadagno in termini di costo computazionale, a fronte di errori percentuali ben inferiori all'1% sulle frequenze e sulle forme modali.

Analisi non lineare

L'analisi non lineare del modello ridotto è stata condotta in un range di frequenze che da evidenze sperimentali risulta particolarmente critico dal punto di vista dinamico.

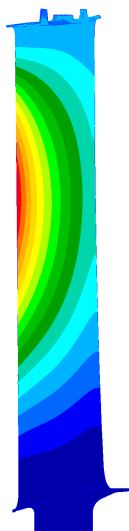


Figura 5.10: Modo 1.

Trattandosi della stessa pala del test case 1, la stessa forzante aerodinamica, calcolata tramite analisi CFD, è stata utilizzata anche per questo caso.

Tutte le analisi sono state condotte definendo un'opportuna superficie di contatto e mantenendo fissi coefficiente d'attrito e rigidzze. Per quanto riguarda l'underplatform damper, si ipotizzano fissi tutti i parametri: massa, momenti d'inerzia, posizione e rigidzze di contatto. Variando il carico di interlocking si ottengono gli andamenti dell'ampiezza e del Q-factor in figura 5.11.

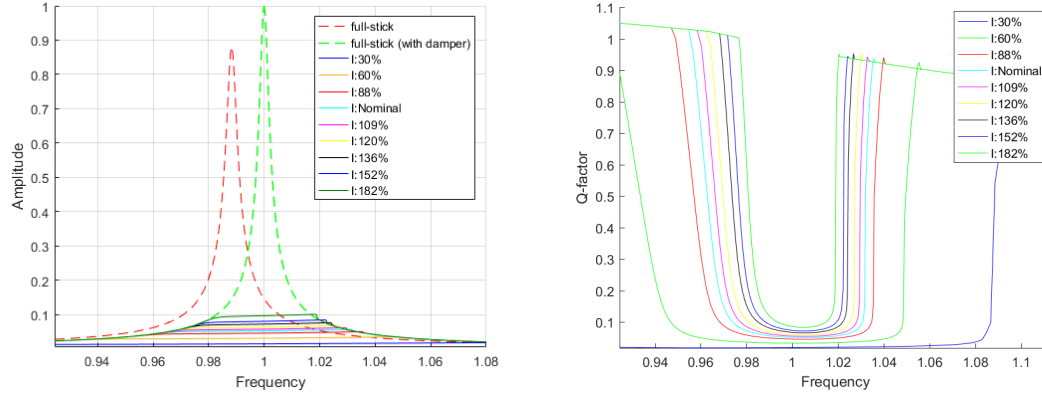


Figura 5.11: Ampiezza e Q-factor al variare del carico di interlocking. Tutte le grandezze sono scalate rispetto alle condizioni full-stick.

Confronto numerico-sperimentale

Per la validazione del software sono stati individuati dei gruppi di strain-gages che hanno restituito delle letture accettabili per la forma modale d'interesse. Per ogni gruppo è stata seguita la procedura descritta al capitolo 4 per poter effettuare il confronto numerico-sperimentale. Nota l'interferenza nominale, le analisi sono state condotte solo per tre valori di interlocking: oltre a quello nominale, sono stati considerati altri due valori che tengono conto delle tolleranze geometriche. I risultati del confronto sono riportati nelle figure successive.

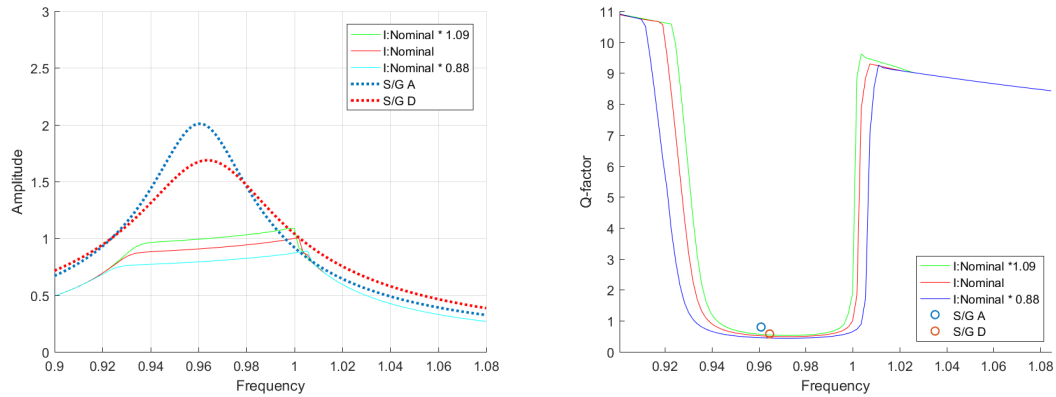


Figura 5.12: Confronto numerico-sperimentale. Gli assi sono scalati rispetto al picco numerico in condizioni nominali.

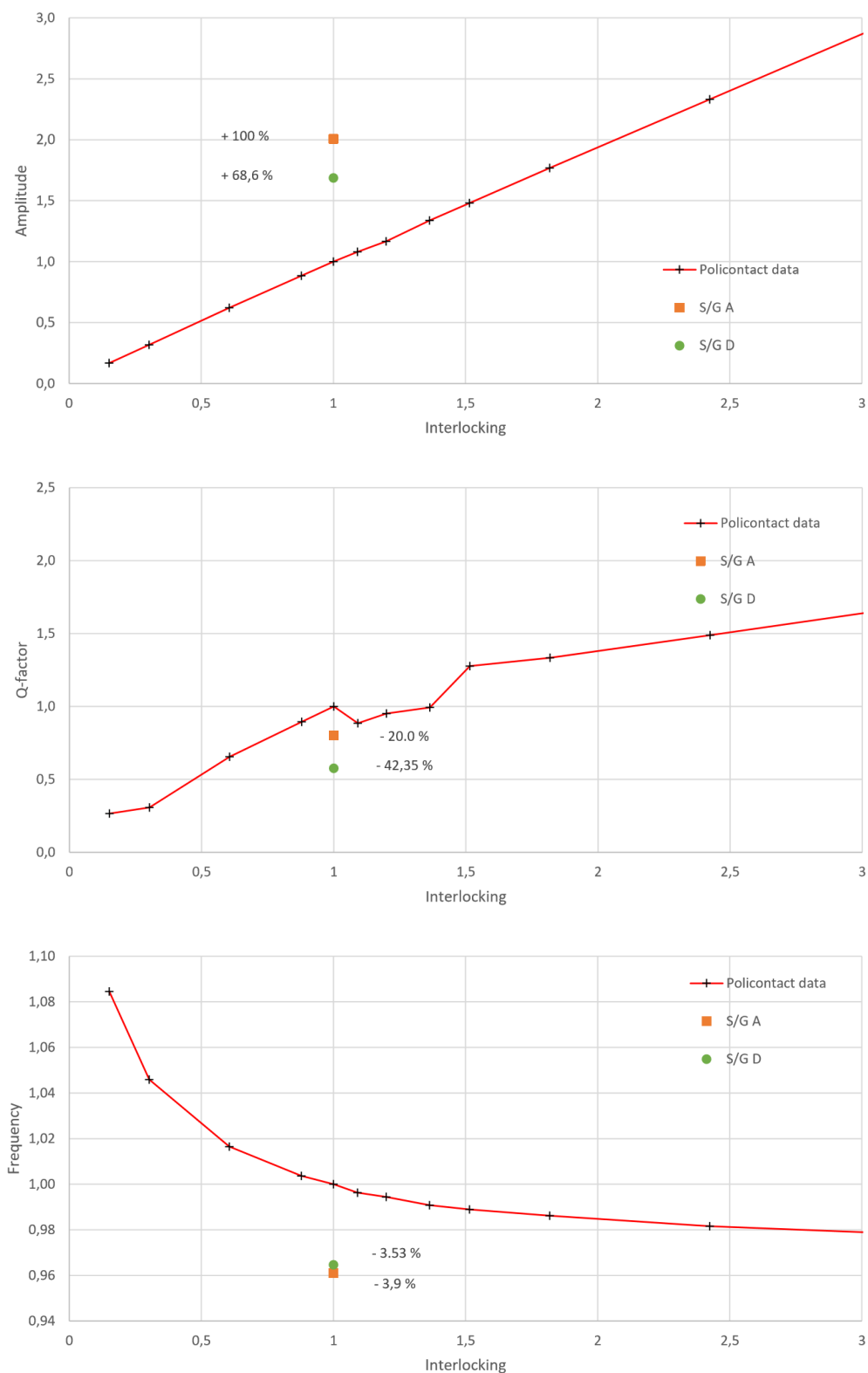


Figura 5.13: Ampiezza, Q-factor e frequenza al variare del carico d'interlocking. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.

Anche in questo caso la risposta risulta sottostimata: gli errori percentuali più preoccupanti sono sugli spostamenti, mentre sono accettabili per frequenza e Q-factor. Si possono fare però alcune considerazioni:

- Molteplici fattori potrebbero aver allontanato il sistema reale dalla condizione ideale di simmetria ciclica, tra cui i difetti del materiale, l'incertezza sulla lavorazione, la lettura e il processamento dei dati sperimentali. Un'ulteriore conferma dell'incertezza sul dato sperimentale è la differenza di lettura dei due gruppi di strain-gage, che idealmente dovrebbero restituire valori identici.
- Dalla differenza che intercorre tra le code numeriche e quelle sperimentali, è evidente che parte dell'errore è dovuto al carico aerodinamico: se così non fosse, le code apparirebbero quasi sovrapposte.
- Dalla forma inusuale dei picchi e l'andamento del Q-factor, si può intuire che il modello presenta dei problemi di convergenza. Con una discretizzazione più fitta si otterrebbero probabilmente degli andamenti più puliti, non ci si aspetta una modifica radicale dei risultati ottenuti.

Concludendo, con una stima più oculata della forzante aerodinamica si riuscirebbe ad assottigliare il gap tra risultato numerico e dato sperimentale. Detto ciò, bisogna tener conto del fatto che quello implementato in Policontact è un modello semplificativo, utile in una fase di progetto preliminare, e che quindi presenterà sempre un certo livello d'errore rispetto allo sperimentale.

Test case 3

Il terzo test case riguarda una variante del modello analizzato nel test case 1, al quale si rimanda per la descrizione del modello. L'unica differenza sostanziale tra i due settori è l'angolo α della superficie di contatto allo shroud. Lo shroud è l'unico elemento del settore a dissipare energia per attrito. La preparazione del FEM in ambiente Patran è quindi analogo a quella effettuata per il test case 1. Anche per le analisi modali in Nastran è stata seguita la stessa procedura del test case 1.

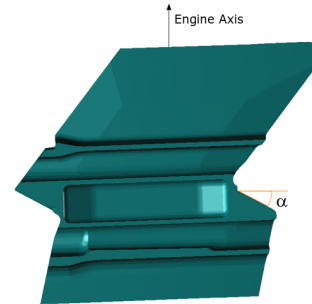


Figura 5.14: Tip shroud della pala.

Modello ridotto

Il modello ridotto (ROM - Reduced Order Model) è stato realizzato secondo la procedura standard prevista da Policontact di cui si è discusso nel capitolo 3. I nodi master scelti sono quelli in figura 5.15.

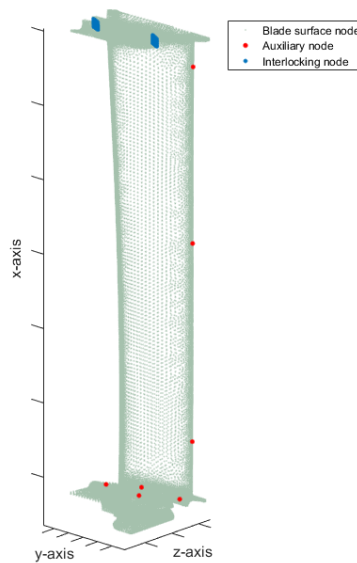


Figura 5.15: Nodi master sulla superficie della pala.

La riduzione così ottenuta comporta un notevole guadagno in termini di costo computazionale, a fronte di errori percentuali ben inferiori all'1% sulle frequenze e sulle forme modali.

Analisi non lineare

L'analisi non lineare del modello ridotto è stata condotta in un range di frequenze che da evidenze sperimentali risulta particolarmente critico dal punto di vista dinamico. I dati sperimentali hanno rilevato inoltre che il picco di risposta in questione, per questo test case è circa la metà rispetto a quello rilevato per il test case 1.

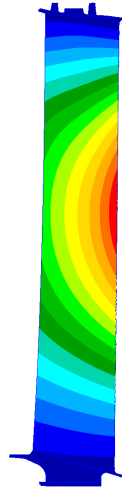


Figura 5.16: Modo 1.

Sul modo 1 sono state condotte della analisi CFD per il calcolo della distribuzione di pressione esatta sull'airfoil. Erano noti inoltre l'interferenza nominale delle superfici di interlocking e tutti i parametri di contatto. Variando il carico d'interlocking sono stati ottenuti gli andamenti in figura 5.17.

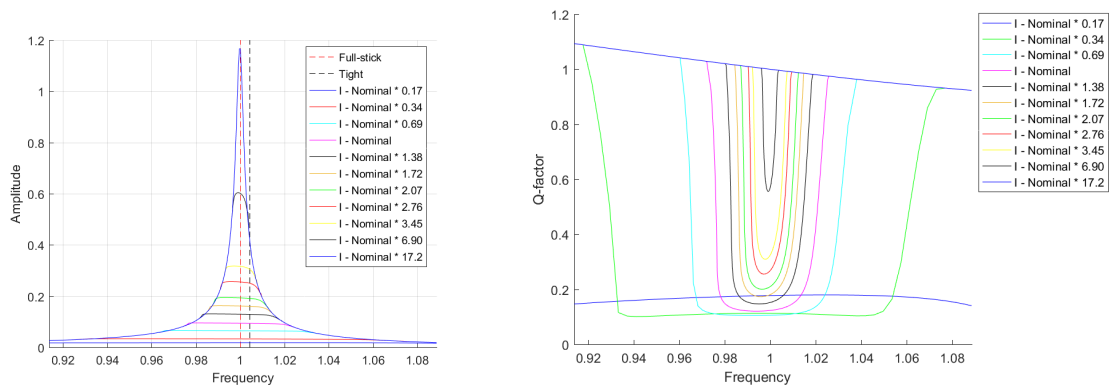


Figura 5.17: Risposta al variare del carico di interlocking. Gli assi sono normalizzati rispetto alla condizione full-stick.

I risultati evidenziano la notevole efficacia dello shroud. Si può osservare che, già con un carico d'interlocking doppio rispetto a quello nominale, si ottiene un picco di risonanza pari al 20% rispetto a quello full-stick, mentre con l'interlocking nominale è del 5% circa. Il livello di smorzamento ottenuto per questo test case è molto simile a quello osservato per il test case 1.

Confronto numerico-sperimentale

Per il confronto numerico-sperimentale sono state utilizzate le letture di alcuni strain-gage. Lo sperimentale è stato scalato opportunamente seguendo la procedura descritta al capitolo 4, per renderlo confrontabile con i risultati di Policontact. In figura 5.18 sono riportati i risultati del confronto.

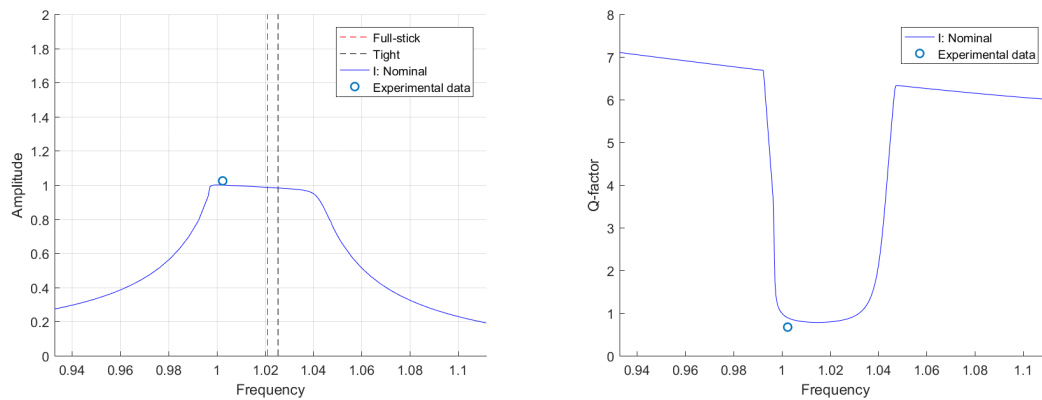


Figura 5.18: Confronto numerico-sperimentale. Gli assi sono normalizzati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.

Si può osservare che per questo test case Policontact riesce a simulare correttamente la risposta forzata del modello. Il picco ricavato numericamente riproduce quello sperimentale con degli errori percentuali accettabili sia sull'ampiezza che sul Q-factor. I grafici in figura 5.19 riassumono efficacemente i risultati ottenuti. L'errore sul Q-factor, superiore al 30%, è giustificato dal fatto che tale valore viene calcolato con due metodi diversi: Policontact calcola tale valore risolvendo l'equazione dell'energia, mentre per il Q-factor sperimentale si utilizza il metodo della metà potenza. Quest'ultimo metodo è molto più semplice e immediato, ma parte dall'ipotesi di risposta 1D e cade in difetto nel caso di picchi molto smussati.

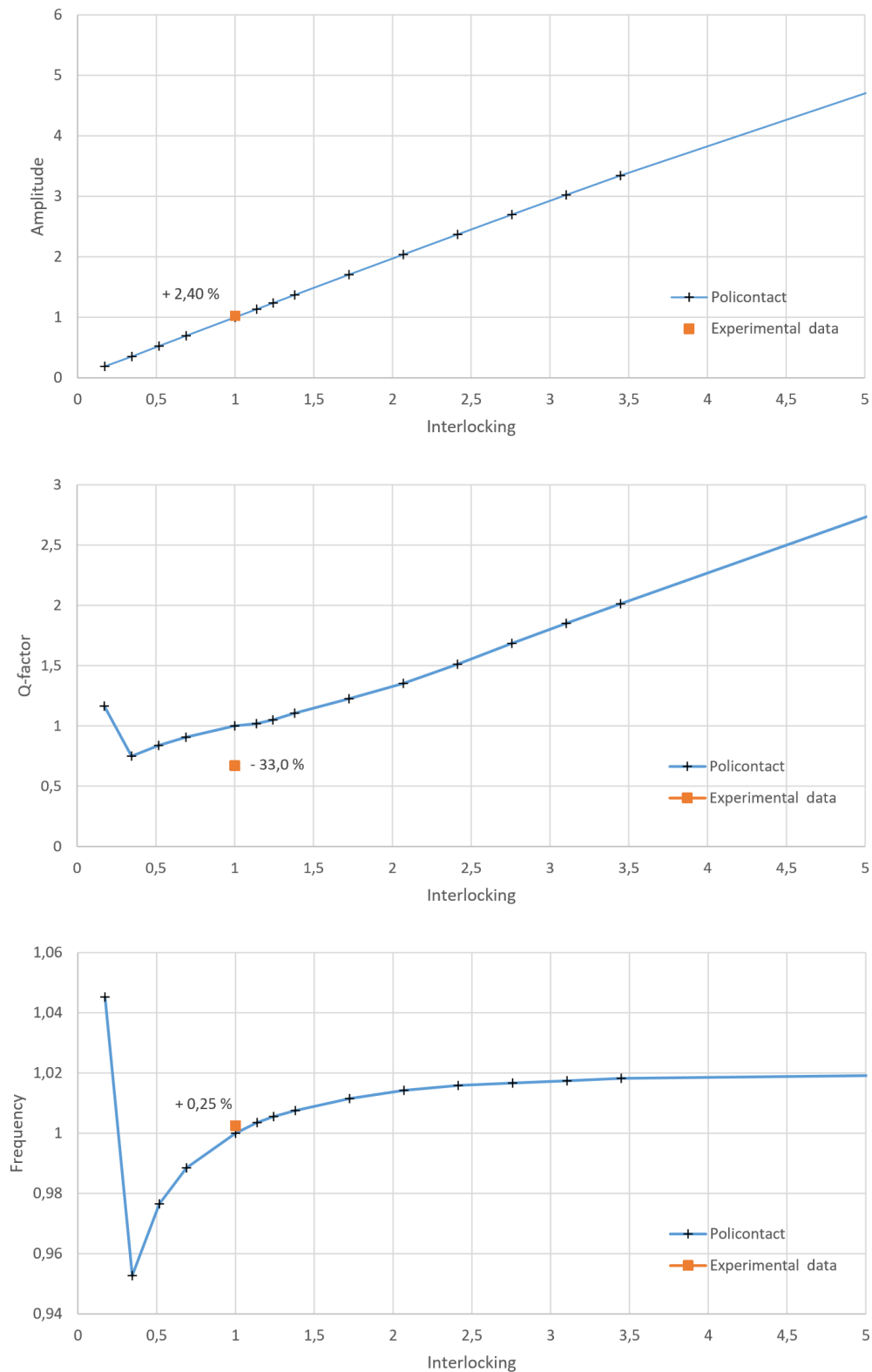


Figura 5.19: Ampiezza, Q-factor e frequenza al variare del carico d'interlocking. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.

Test case 4

Il test case analizzato in questo capitolo appartiene al secondo stadio di una turbina di bassa pressione. Grazie alla proprietà di simmetria ciclica, è possibile identificare un settore elementare rappresentativo dell'intero disco. Come si può osservare dalla figura 5.21, tale settore include una sola pala della schiera, collegata al disco attraverso il dovetail. Come si può osservare dalla figura 5.20, la superficie di contatto al tip shroud, inclinata di un angolo α rispetto alla direzione tangenziale, consente l'interazione tra pale adiacenti.

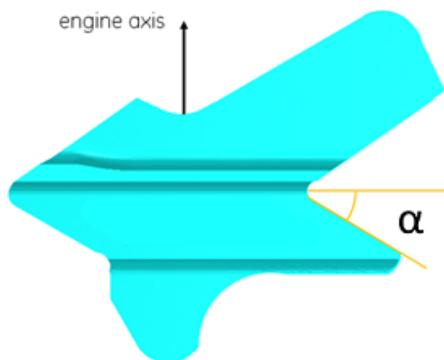


Figura 5.20: Tip Shroud della pala.

Il modello agli elementi finiti, generato in ambiente Patran, è stato preparato secondo la procedura standard prevista per tutti i modelli FEM.



Figura 5.21: Modello del settore rappresentativo del bladed-disk.

Analisi modali

Prima della simulazione in Policontact, due analisi modali sono state condotte sul modello nelle seguenti condizioni:

1. *Free*: Lo shroud non è vincolato alle pale adiacenti, quindi è libero di vibrare;
2. *Tight*: Lo shroud è vincolato alle pale adiacenti e irrigidisce la struttura;

I risultati di tali analisi costituiscono le condizioni limite in base alle quali viene calcolata la risposta forzata non lineare.

Modello ridotto

Il modello ridotto (ROM - Reduced Order Model) è stato realizzato secondo la procedura standard prevista da Policontact di cui si è discusso nel capitolo 3. I nodi master scelti per la riduzione sono quelli in figura 5.22. Tale operazione comporta un notevole guadagno in termini di costo computazionale.

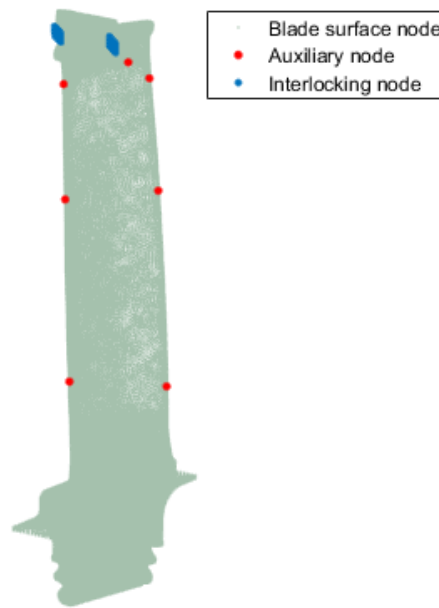


Figura 5.22: Nodi master sulla superficie della pala.

Il modello è stato ridotto a due diversi diametri nodali, per i quali è stata rilevata sperimentalmente una risposta dinamica elevata.

Modo 1

Sul modo 1 è stato eseguito un confronto con i risultati ottenuti con la versione precedente di Policontact. La forzante utilizzata è una distribuzione di pressione ottenuta tramite simulazioni CFD.



Figura 5.23: Modo 1.

L'analisi non lineare ha messo in luce l'influenza della rigidità di contatto sulla convergenza del calcolo. Rigidità troppo alte, come quelle utilizzate per analisi precedenti, provocavano mancate convergenze che rendevano i risultati imprecisi e poco leggibili. La ragione di tale comportamento risiede nella meccanica del contatto: quando le rigidità sono molto alte, servono carichi elevatissimi affinché il contatto strisci. Abbassando tali parametri è stata ottenuta una risposta praticamente identica, ma decisamente più pulita. Una scelta oculata delle rigidità di contatto è quindi essenziale per ottenere dei risultati ottimali. Con le nuove rigidità di contatto sono state effettuate delle analisi al variare del carico d'interlocking. Dai grafici in figura 5.24 si osserva che il contatto entra in slip per valori di interlocking piuttosto alti. Un precarico doppio rispetto a quello nominale provoca uno smorzamento del 70%, mentre con il valore nominale è quasi del 90%.

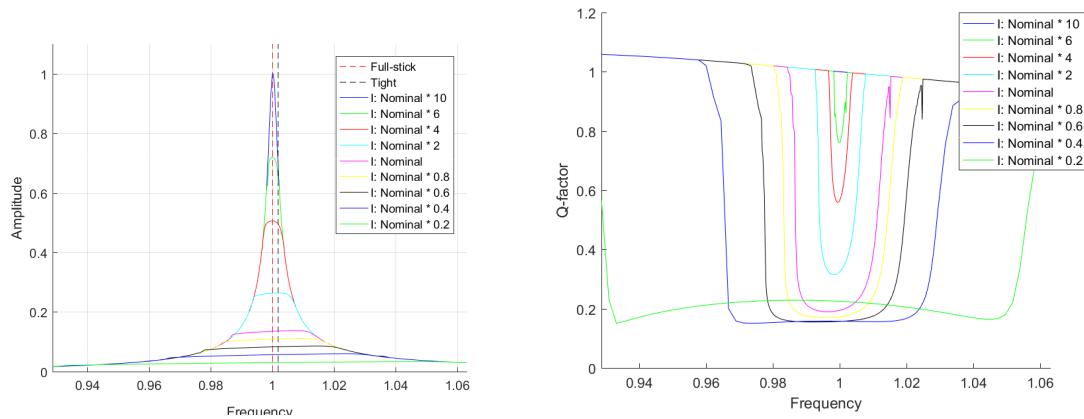


Figura 5.24: Ampiezza e Q-factor al variare del carico d'interlocking. Gli assi sono normalizzati rispetto alla condizione full-stick.

Infine, nei grafici in figura 5.25 si riporta il risultato del confronto con la precedente versione di Policontact. Dai valori dell'ampiezza e del Q-factor, è evidente che nel codice precedente era implementato un modello più rigido rispetto a quello attuale.

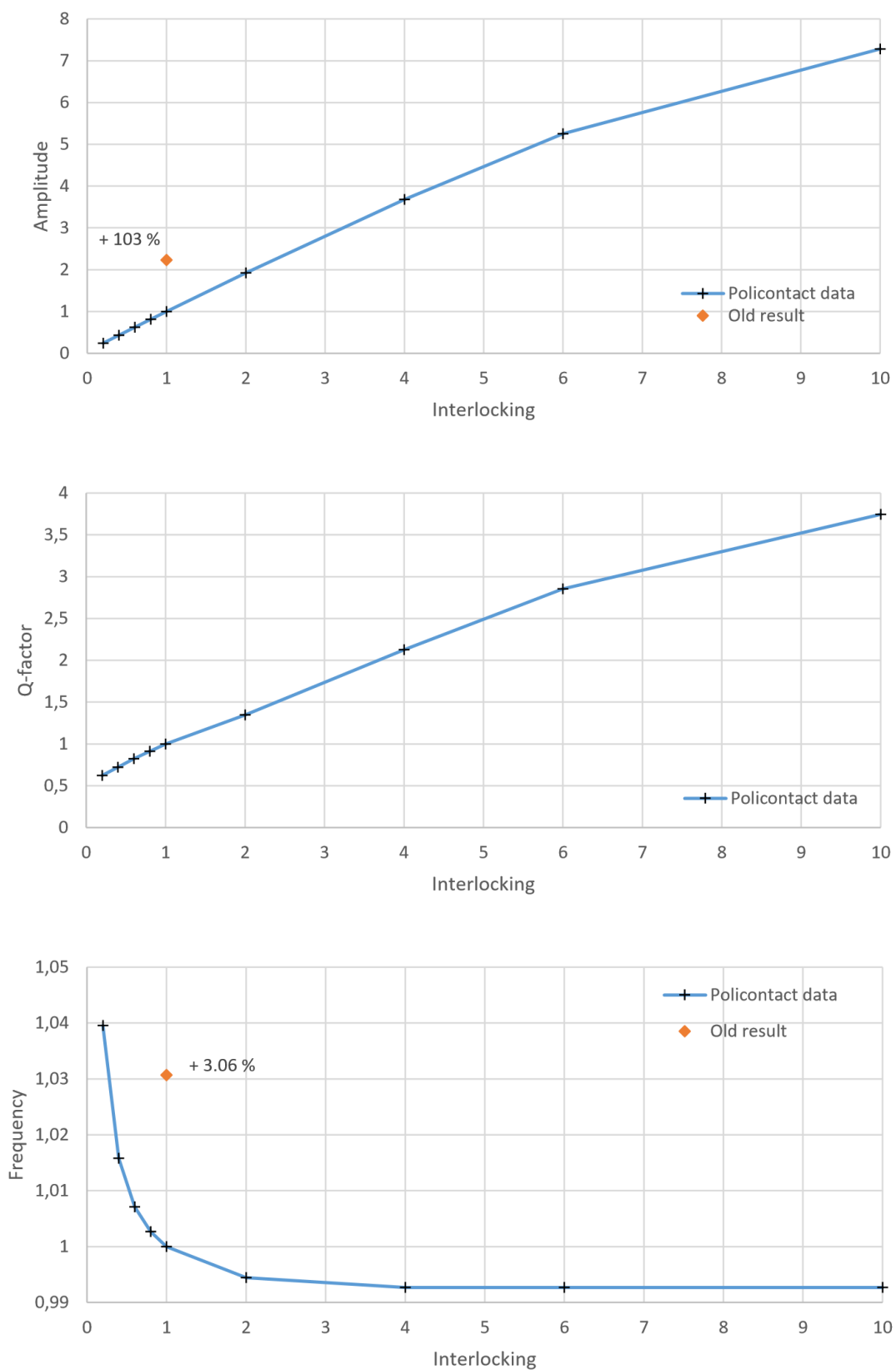


Figura 5.25: Confronto numerico con la vecchia versione di Policontact. Gli assi sono scalati rispetto alle condizioni nominali.

Modo 2

Lo scopo delle analisi non lineari condotte per il modo 2 era di confrontare i risultati ottenuti con una versione precedente di Policontact. In particolare si disponeva di una curva di performance che mostrava l'andamento dell'ampiezza per un range molto ampio di interlocking. Per il modo in questione si disponeva della distribuzione di pressione ottenuta tramite analisi CFD.

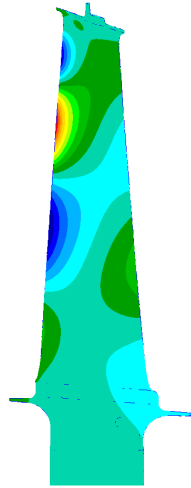


Figura 5.26: Modo 2.

Sulle analisi precedenti non erano disponibili informazioni circa i parametri di contatto utilizzati e il numero di nodi allo shroud coinvolti nel contatto. Un primo tentativo ha restituito gli andamenti in figura 5.27. Sulle due curve si possono fare alcune considerazioni:

- La versione più recente di Policontact ha rilevato un andamento lineare fino al 20% dell'interlocking nominale, successivamente si verifica il fenomeno del *jump*. Nelle curve in figura 5.27, tale fenomeno si manifesta con un aumento dell'ampiezza ed un calo della frequenza.
- La versione più datata del software registra un calo dell'ampiezza sino al raggiungimento di un minimo per valori di interlocking molto bassi. Non essendo però disponibile alcun dato sul Q-factor, è difficile stabilire a priori se questo andamento sia dovuto all'effetto smorzante dello shroud o al fenomeno del jump.
- Dal confronto risulta evidente che le precedenti analisi sono state condotte coinvolgendo più nodi nel contatto: il corrispondente picco full-stick si trovava infatti ad una frequenza più alta rispetto alla condizione tight a single-point.

Sulla base della considerazione al punto 3, è stato effettuato un ulteriore tentativo coinvolgendo più nodi nel contatto. Tale modifica ha reso necessaria una variazione delle rigidzze di contatto per far ricadere il picco lineare sulla frequenza d'interesse. Essendo il calcolo per più nodi di contatto molto oneroso, non è stato possibile ricavare l'intera curva di performance per questa nuova condizione. Tuttavia, dai risultati ottenuti per tre valori di interlocking, è stato appurato che il comportamento del sistema è analogo a quello ottenuto

dalle prime analisi. Nei grafici in figura 5.27 è riportato soltanto il valore ad interlocking nominale, in corrispondenza del quale il contatto è full-stick. Si possono fare ulteriori considerazioni:

- Sebbene l'andamento delle ampiezze sia molto diverso, le due versioni di Policon-tact concordano sul fatto che la risposta a interlocking nominale è lineare, senza smorzamento.
- Aumentando i nodi di contatto e tarando le rigidezze si ottiene un notevole aumento della risposta. Questo potrebbe comportare delle criticità qualora il software dovesse essere utilizzato in fase di progetto.

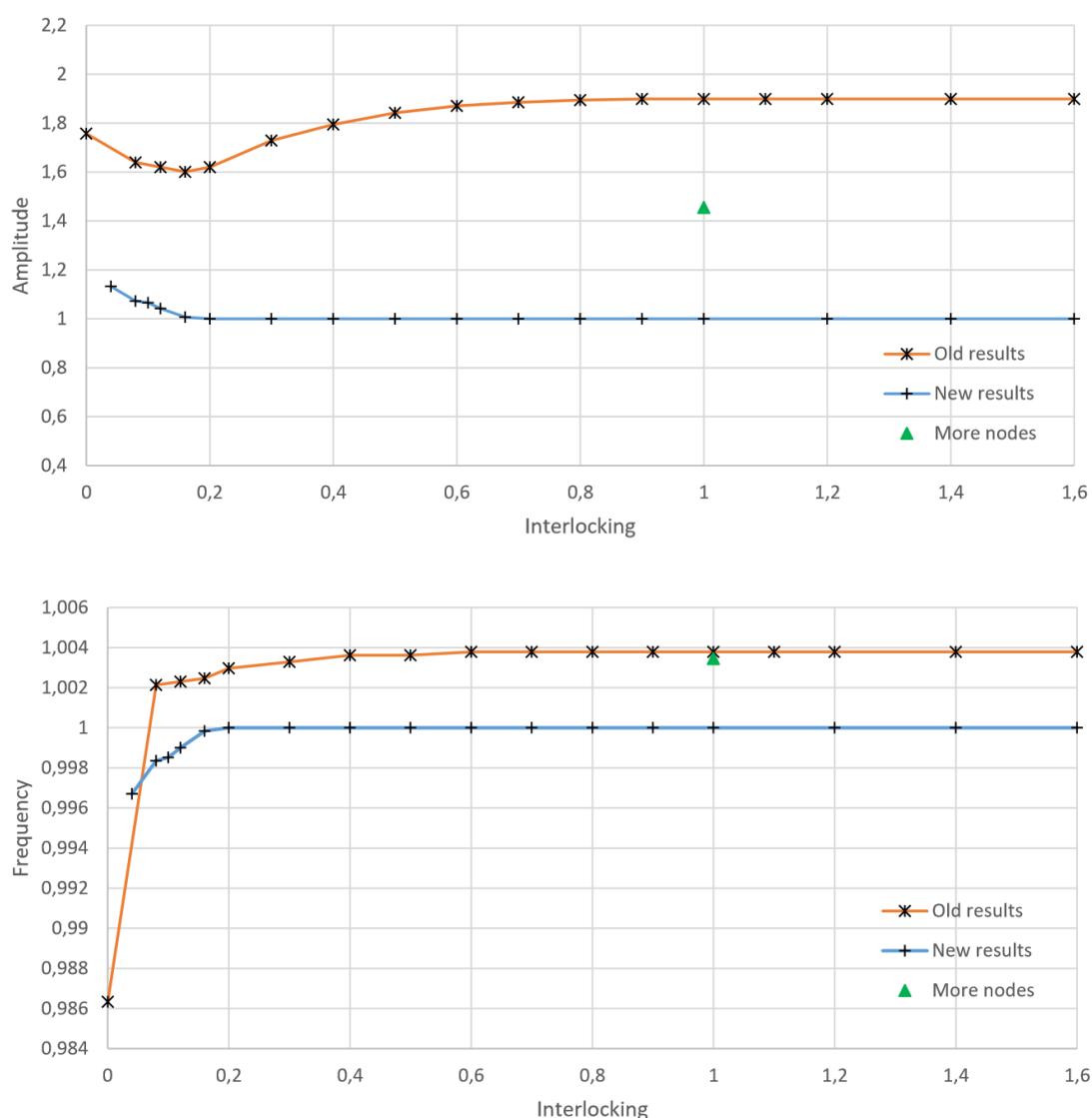


Figura 5.27: Ampiezza e frequenza al variare dell'interlocking. Gli assi sono scalati rispetto alla curva di performance del nuovo Policon-tact, interlocking nominale.

Modo 3

Le analisi condotte sul modo 3 avevano lo scopo di effettuare un confronto numerico sperimentale. Non essendo state condotte simulazioni CFD per il modo in questione, sul modello è stata applicata una forzante concentrata in direzione tangenziale.

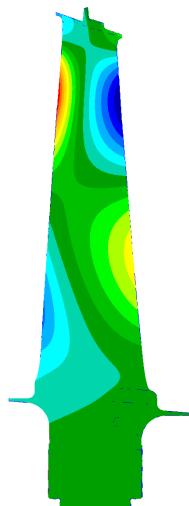


Figura 5.28: Modo 3.

Note le caratteristiche del picco sul Campbell, l'obiettivo era di risalire al valore della forzante per la quale si ha il matching numerico-sperimentale. La deformazione sperimentale è stata opportunamente scalata con il metodo descritto nel capitolo 4, ottenendo il corrispondente spostamento comparabile con la risposta calcolata da Policontact. Nei grafici successivi sono considerati due valori di interlocking che tengono conto delle tolleranze geometriche applicate al componente. Si è riscontrato un andamento completamente diverso della performance curve per due valori delle rigidità di contatto, come è evidente dalla figura 5.31.

- Utilizzando le rigidità di contatto nominali è stato ottenuto un andamento lineare per la maggior parte dei valori di interlocking. Il matching con l'ampiezza sperimentale si otteneva scalando la forzante, sfruttando la linearità della risposta full-stick con quest'ultima. Il risultato era comunque inaccettabile in quanto il Q-factor, che non risente dell'influenza della forzante, era circa quattro volte lo sperimentale.
- Abbassando le rigidità di contatto di meno di un ordine di grandezza, nonostante una risposta lineare molto più alta rispetto al caso precedente, si verificava lo strisciamento del contatto già per valori molto alti di interlocking. Nell'intorno dell'interferenza nominale si otteneva il matching con l'ampiezza sperimentale anche senza scalare la forzante. Anche l'errore sulla frequenza passa dal 5 % a meno dell'1%.

Le osservazioni fatte su questa forma modale da un lato sono incoraggianti: Policontact è in grado di simulare correttamente il comportamento dinamico di un modello a patto di conoscere la forzante. D'altro canto un'influenza così radicale delle rigidità di contatto

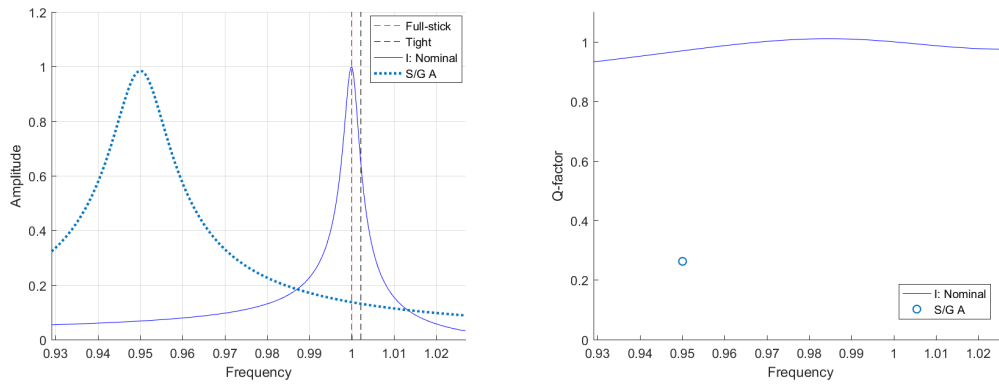


Figura 5.29: Matching migliore con le rigidezze di contatto nominali.

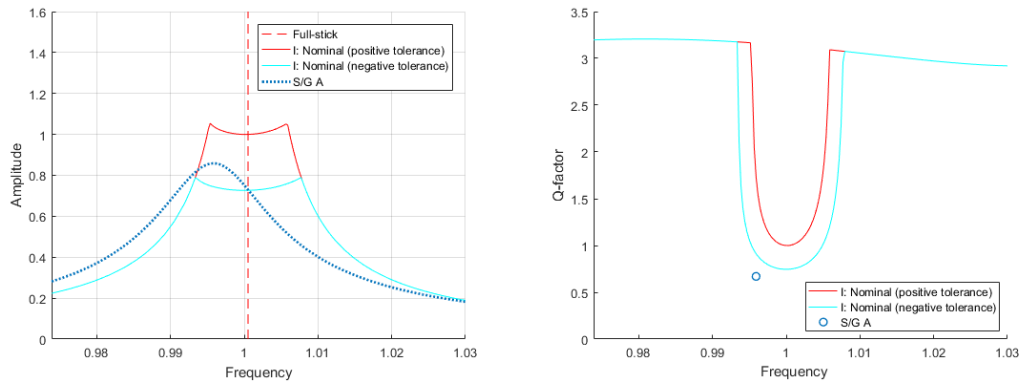


Figura 5.30: Matching migliore ottenuto abbassando le rigidezze di contatto.

rende problematico l'utilizzo del software in un'ottica predittiva. Occorrerebbe uno studio mirato e la definizione di un metodo con cui stimare tali parametri.

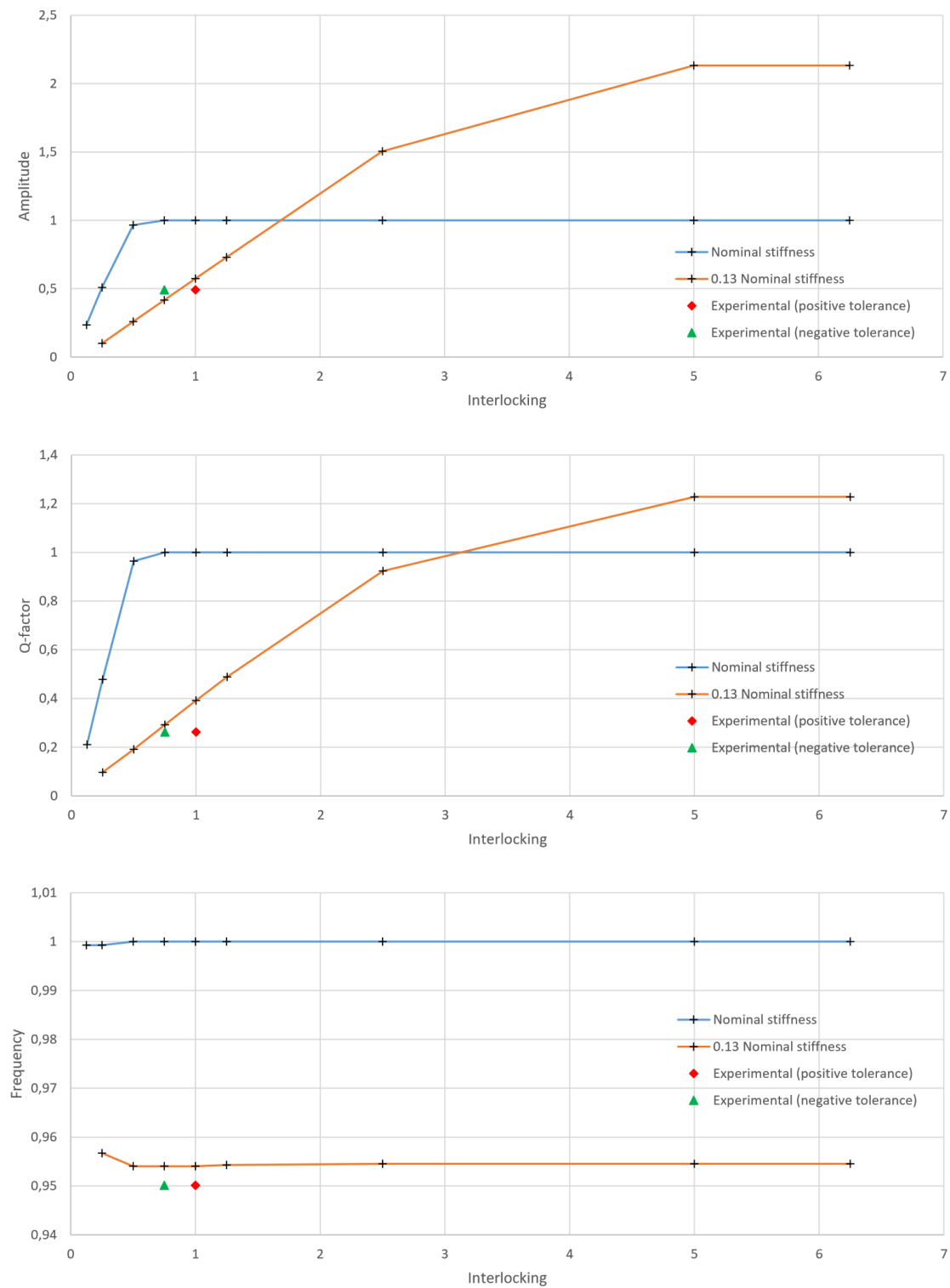


Figura 5.31: Ampiezza, Q-factor e frequenza al variare del carico d'interlocking, per due diversi valori di rigidità di contatto. Gli assi sono normalizzati rispetto al dato numerico in condizioni nominali.

Modo 4

Anche per il modo 4 l'obiettivo delle analisi era il confronto numerico-sperimentale. Di tutte le letture disponibili, soltanto una di queste è stata ritenuta attendibile. Attraverso la procedura descritta al capitolo 4, l'ampiezza è stata resa confrontabile con i risultati di Policontact. Sul modello pre-stressato è stata applicata una forzante concentrata. Una prima serie di analisi non lineari hanno permesso di valutare l'influenza del carico applicato sulla risposta del sistema. Dagli andamenti in figura 5.32 è evidente che in condizioni full-stick l'ampiezza varia linearmente con la forzante, mentre il Q-factor non viene modificato. Si può notare inoltre che abbassando il carico dinamico, l'entrata in slip del contatto avviene per valori di interlocking sempre più bassi.

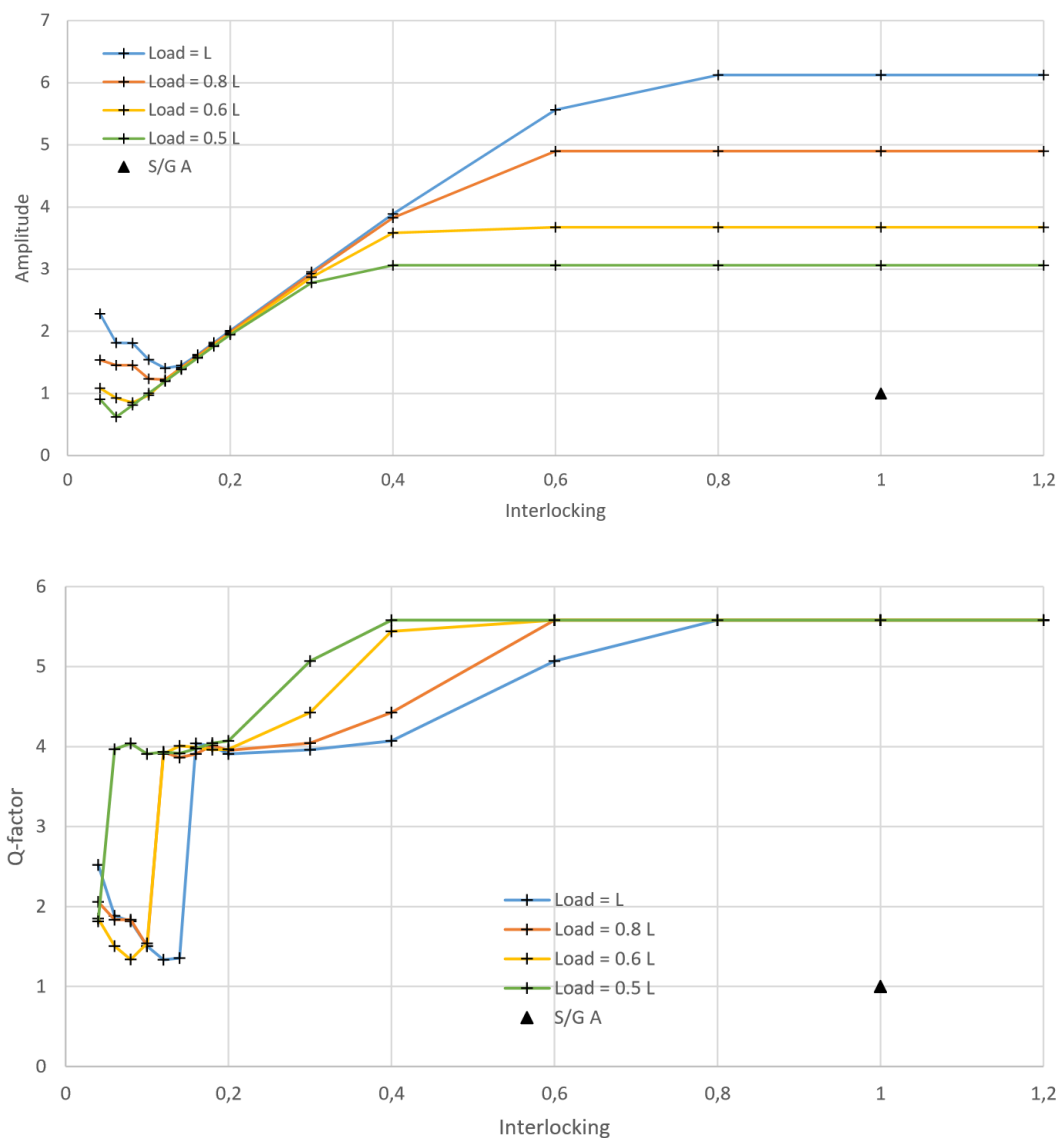


Figura 5.32: Prime analisi effettuate al variare dell'interlocking, per diversi valori della forzante.

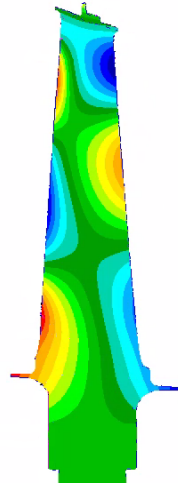


Figura 5.33: Modo 4.

Per ottenere il matching con l'ampiezza sperimentale si dovrebbe abbassare la forzante fino a far coincidere i picchi delle due risposte. Il risultato non sarebbe però accettabile per via del Q-factor troppo alto. Per la convalida si è quindi proceduto nel seguente modo:

1. È stato aumentato il numero di nodi in contatto, mantenendo invariati gli altri parametri. Per il valore di interlocking nominale, sono stati ottenuti i risultati in figura 5.34.

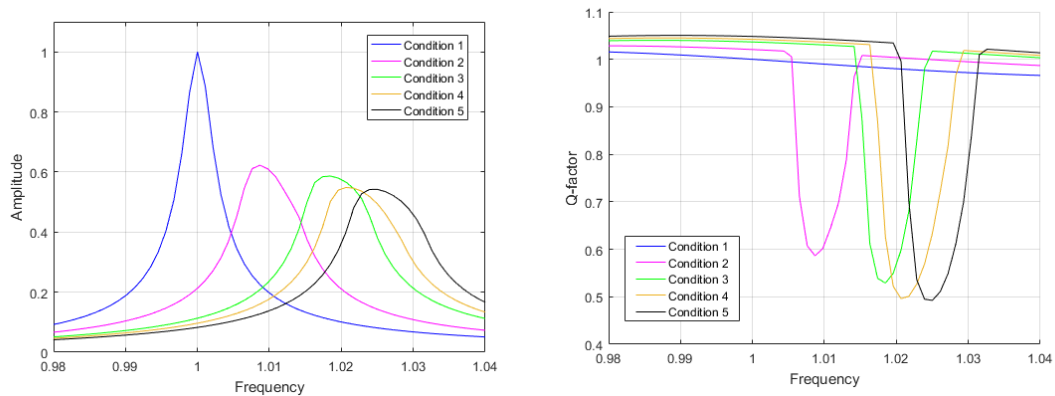


Figura 5.34: Risposta del modo 4 all'aumentare dei nodi di contatto. Gli assi sono scalati rispetto alla condizione iniziale.

Da una risposta lineare si passa ad una risposta smorzata. Le condizioni migliori sono state considerate per nelle analisi successive.

2. Aumentando progressivamente le rigidzze di contatto, è stato osservato un ulteriore calo delle ampiezze. Il Q-factor raggiunge invece un minimo e poi risale. Di seguito sono riportati i risultati migliori.

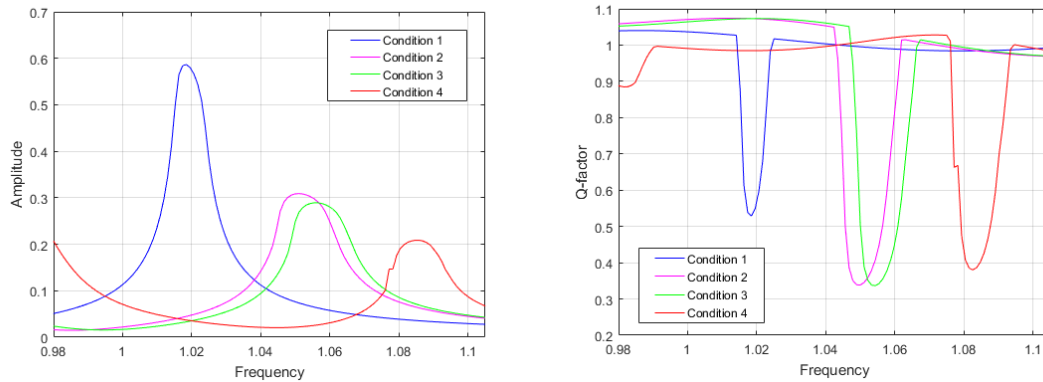


Figura 5.35: Risposta del modo 4 all'aumentare delle rigidezze di contatto. Gli assi sono scalati rispetto alla condizione iniziale.

I passaggi descritti sono serviti ad avvicinare la risposta di Policontact a quella sperimentale, ma non sono sufficienti per ottenere degli errori percentuali accettabili. L'unico parametro su cui è ancora possibile agire è il coefficiente d'attrito. Di seguito sono riportati i risultati, anche se è una forzatura andare ad agire su un coefficiente noto.

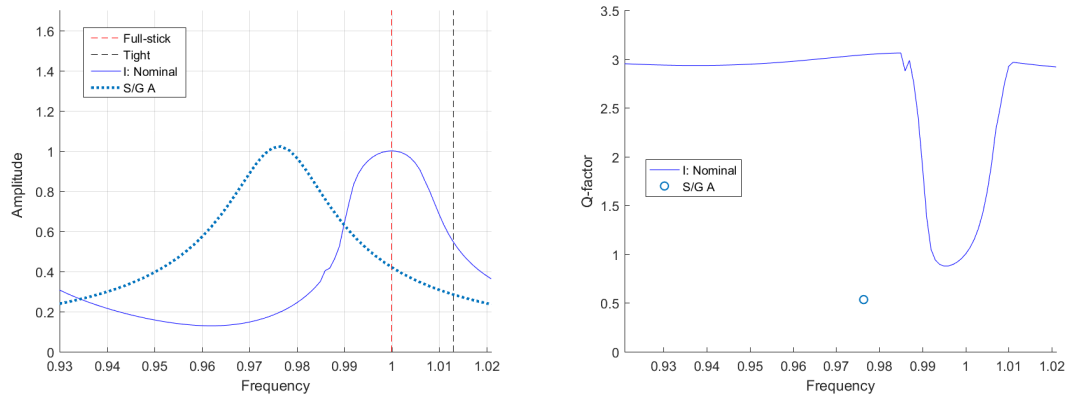


Figura 5.36: Miglior matching del modo 4. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni di interlocking nominale.

Con gli stessi parametri della figura 5.36 sono stati ricavati gli andamenti di ampiezza e Q-factor al variare del carico d'interlocking. L'errore piuttosto alto sul Q-factor può essere dovuto in parte alle diverse modalità con cui tale valore viene calcolato. L'ampiezza sperimentale invece cade perfettamente sulla curva di performance.

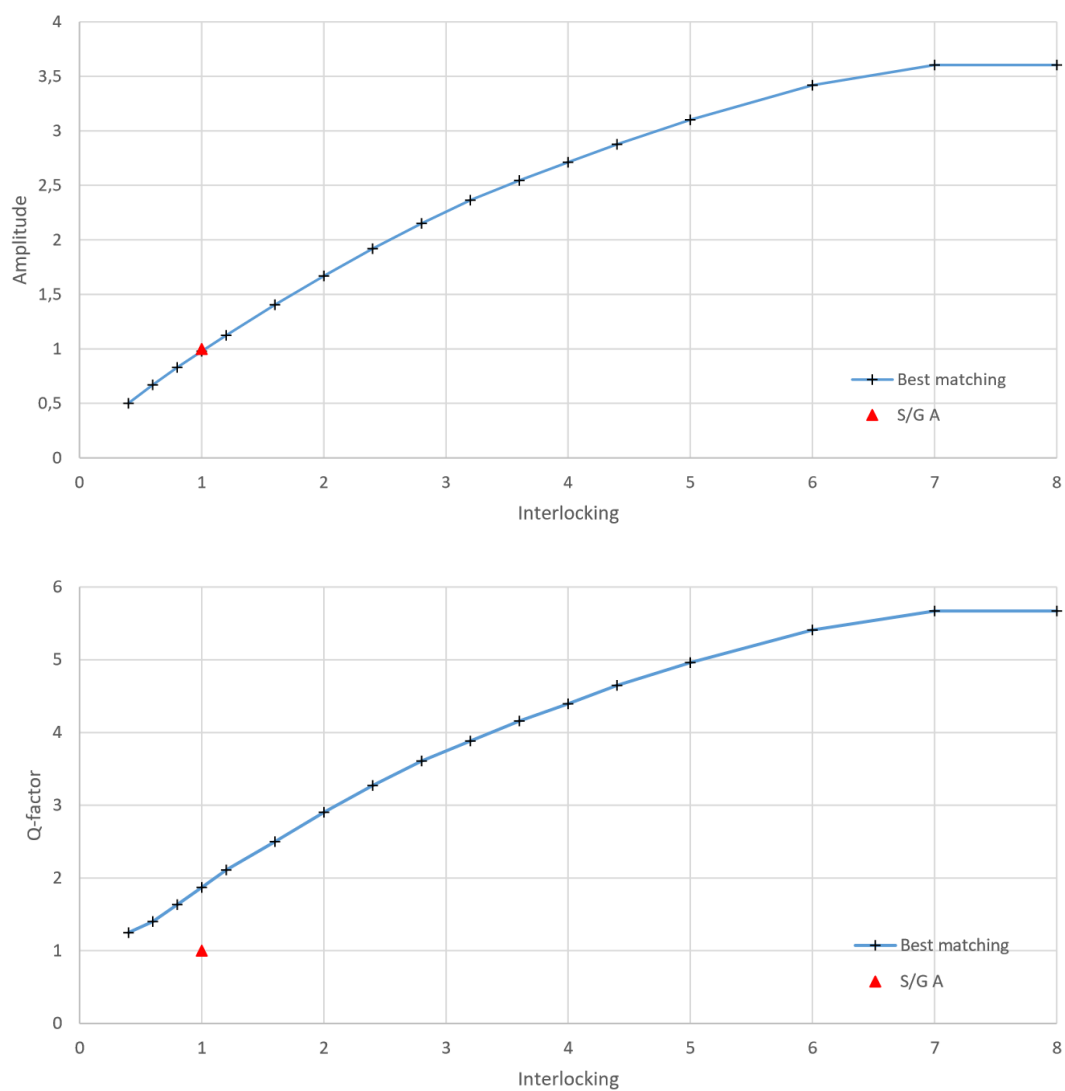


Figura 5.37: Ampiezza e Q-factor al variare dell'interlocking. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni di interlocking nominale.

Modo 5

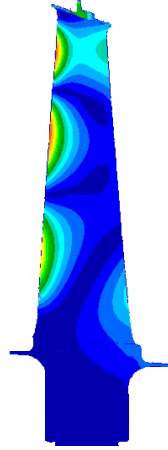
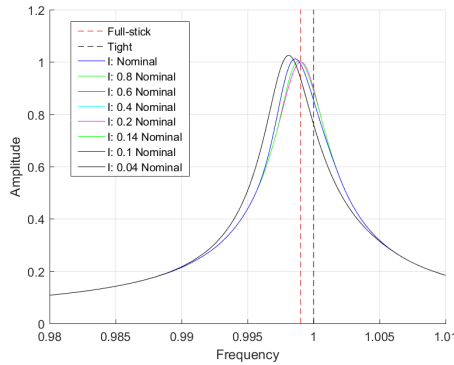
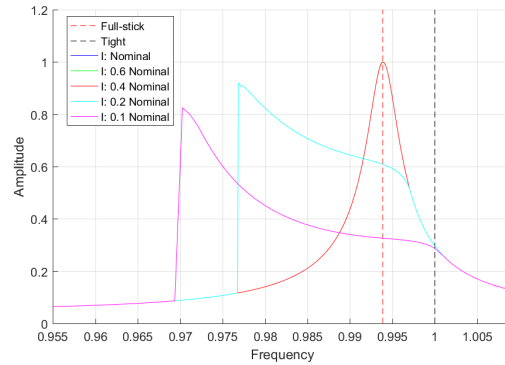


Figura 5.38: Modo 5.

Per questa forma modale erano disponibili alcune letture in *strain*, scalate secondo la procedura descritta al capitolo 4 per poter essere confrontate con i risultati numerici. Anche in questo caso sono state condotte delle prime analisi a seguito delle quali è stata riscontrata una forte variabilità della risposta con le rigidezze di contatto.



(a) Modo 5 con rigidezze alte.



(b) Modo 5 con rigidezze basse.

Per rigidezze di contatto più alte la risposta rimane pressoché costante al variare del carico di interlocking. Abbassando le rigidezze, per valori di interlocking medio-bassi, si osserva una sorta di deviazione del picco verso frequenze più basse. Il fenomeno è detto *jump* o *distacco* e si verifica se il carico di interlocking è bassissimo rispetto alle altre forze in gioco. Sotto tali condizioni le superfici di contatto si separano, lo shroud è libero di vibrare e il sistema tende alla condizione free. Come spiegato nel capitolo 3, tale condizione ammette due soluzioni stabili, entrambe possibili, ma Policontact è in grado di coglierne soltanto una: partendo da frequenze alte (figura 4.4 b) si ottiene il ramo di destra; invertendo l'ordine delle frequenze, Policontact ricaverebbe il ramo di sinistra. In entrambe le condizioni, Policontact sovrastima la risposta non lineare osservata sperimentalmente. Sono stati quindi effettuati i seguenti passaggi:

1. È stato aumentato il numero di nodi di contatto, a parità di rigidzze e forzante. Per il valore di interlocking nominale, sono stati ottenuti i risultati in figura 5.39. Il contatto inizia a smorzare se si considerano più nodi.

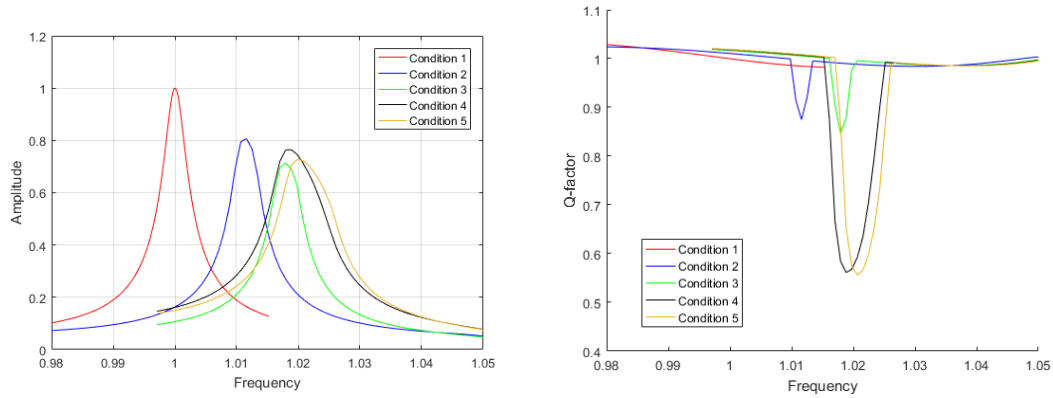


Figura 5.39: Risposta del modo 5 all'aumentare dei nodi di contatto. Gli assi sono scalati rispetto alla condizione iniziale.

2. Per la condizione ritenuta migliore, sono state aumentate le rigidzze. In questo modo si verifica un calo delle ampiezze. Il Q-factor scende fino a raggiungere un minimo.

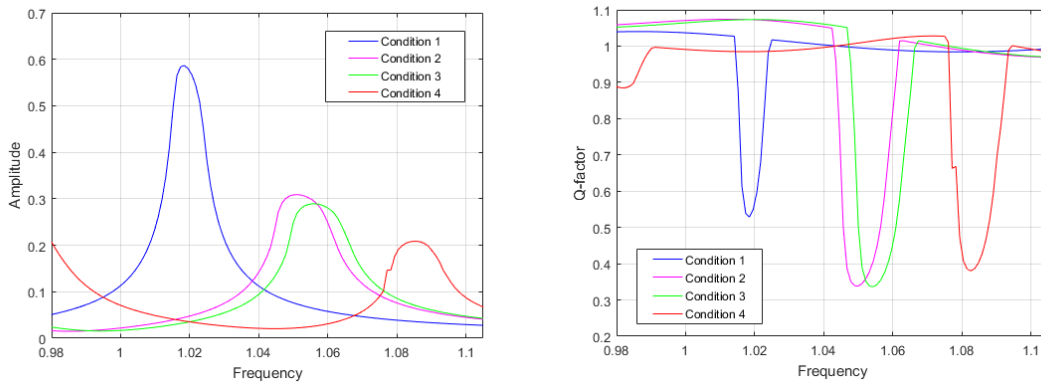


Figura 5.40: Risposta del modo 5 all'aumentare delle rigidzze di contatto. Gli assi sono scalati rispetto alla condizione iniziale.

Il miglior risultato ottenuto in seguito ai passaggi descritti è riportato in figura 5.41.

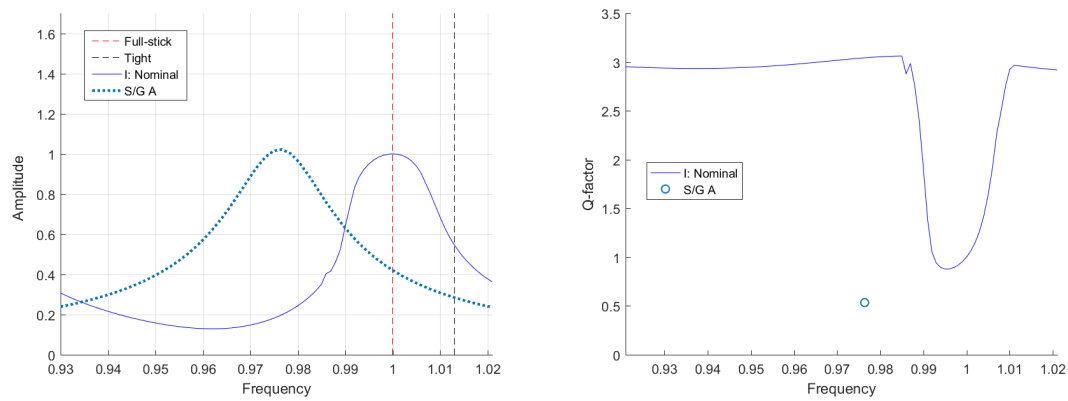


Figura 5.41: Miglior matching del modo 4. Gli assi sono scalati rispetto al dato numerico in condizioni di interlocking nominale.

Mentre l'ampiezza è molto vicina al valore sperimentale, il Q-factor è più alto. Tale discrepanza può essere dovuta alle diverse procedure con cui viene calcolato: per lo sperimentale si utilizza il metodo della metà potenza, mentre in Policontact è implementato il metodo energetico. Al di là degli errori percentuali, è stato osservato per gli ultimi due modi che si ottiene un matching migliore andando ad agire su rigidzze e superfici di contatto. Ciò può rappresentare un problema in fase di progetto.

Test case 5

Il quinto test case è il primo stadio di una turbina di bassa pressione. Il settore elementare rappresentativo dell'intero disco, riportato in figura 5.43, include una sola pala della schiera collegata al disco tramite il dovetail. La funzione di dissipare energia è svolta dall'underplatform damper.

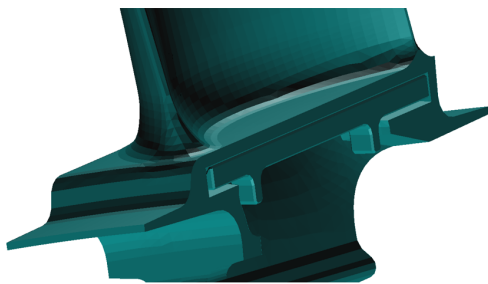


Figura 5.42: Underplatform damper.

Il modello agli elementi finiti, generato in ambiente Patran, è stato preparato secondo la procedura standard prevista per tutti i modelli FEM.



Figura 5.43: Modello del settore rappresentativo del bladed-disk.

Analisi modali

Prima della simulazione in Policontact, sul modello di partenza sono state condotte due analisi modali nelle seguenti condizioni:

1. *Free*: Pala libera di vibrare;
2. *Tight*: Spostamento nullo sotto la piattaforma;

I risultati di tali analisi costituiscono le condizioni limite in base alle quali viene calcolata la risposta forzata non lineare.

Modello ridotto

Il modello ridotto (ROM - Reduced Order Model) è stato realizzato secondo la procedura standard prevista da Policontact di cui si è discusso nel capitolo 3. I nodi master scelti per la riduzione sono quelli in figura 5.44.

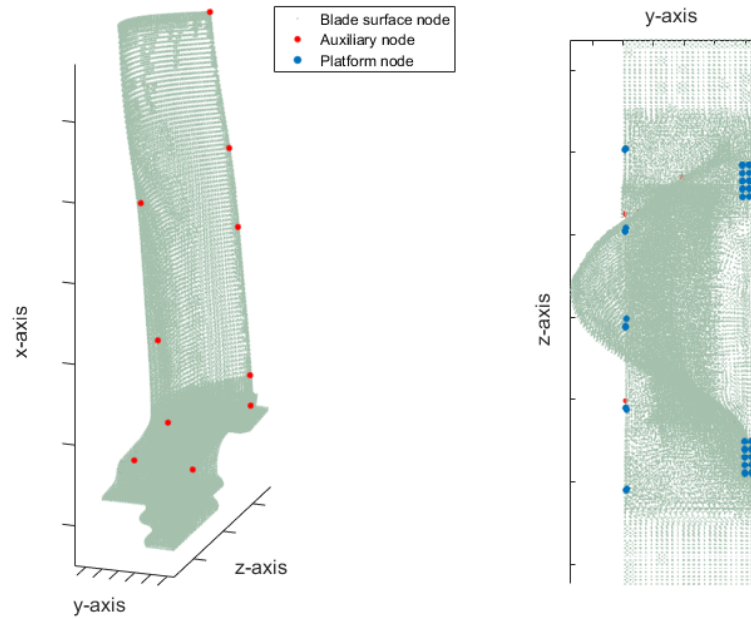


Figura 5.44: Nodi master sulla superficie della pala.

La riduzione così ottenuta comporta un notevole guadagno in termini di costo computazionale, a fronte di errori percentuali ben inferiori al 3% sulle frequenze e sulle forme modali.

Analisi non lineare

L'analisi non lineare del modello ridotto è stata condotta a un diametro nodale per cui si disponeva di dati sperimentali, relativi al modo 1. Non disponendo della forzante esatta calcolata tramite analisi CFD, è stato applicato un carico su un nodo particolarmente recettivo. In questo caso lo scopo del confronto numerico-sperimentale è quello di risalire alla forzante per la quale si ottiene il matching.

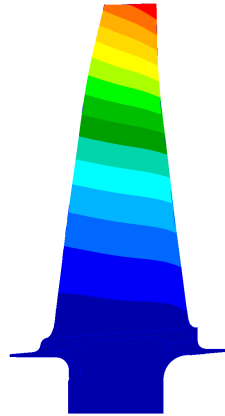


Figura 5.45: Modo 1.

Confronto numerico-sperimentale

Note tutte le caratteristiche del damper, il primo obiettivo dell'analisi consisteva nel risalire alla stessa risposta osservata sperimentalmente, tarando opportunamente la forzante e i parametri di contatto. I migliori risultati ottenuti sono riportati in figura 5.46.

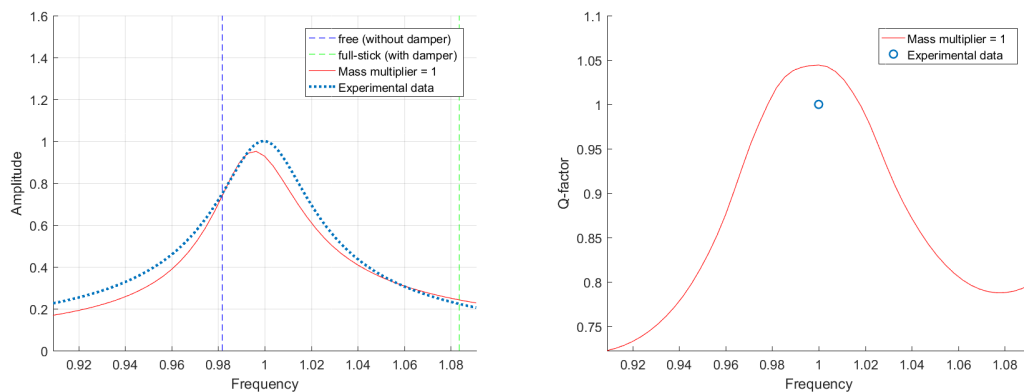


Figura 5.46: Risultati del confronto numerico-sperimentale. Gli assi sono scalati rispetto al dato sperimentale.

Per valori ragionevoli dei parametri di contatto e della forzante si riesce a riprodurre il picco sperimentale con degli errori percentuali molto bassi su frequenza, ampiezza e Q-factor. Il risultato ottenuto dimostra che, nota la forzante corretta, Policontact sarebbe in grado di predire il comportamento dinamico del sistema in questione.

Risposta al variare della massa

Mantenendo invariati i parametri usati per il confronto numerico-sperimentale, sono state condotte delle analisi non lineari al variare della massa del damper. I risultati in figura 5.47 sono un'ulteriore conferma dell'affidabilità del modello dinamico.

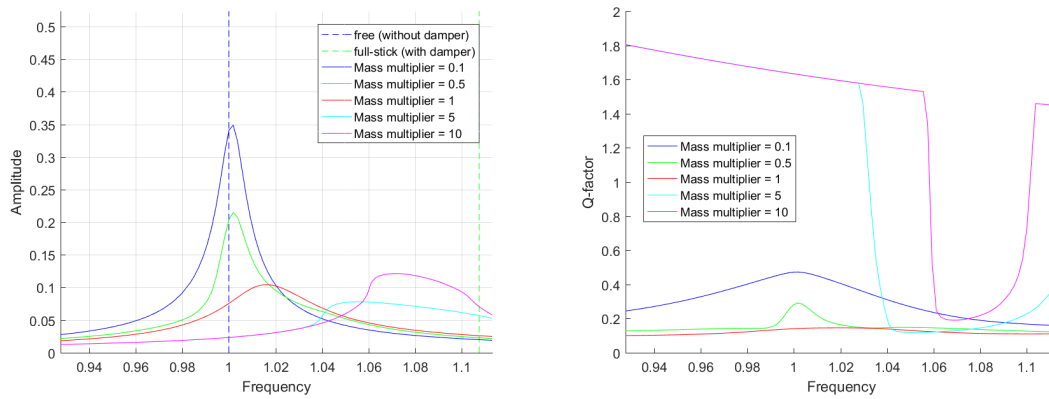


Figura 5.47: Analisi non lineari al variare della massa. La variabile "Mass multiplier" è il fattore moltiplicativo applicato alla massa nominale. Gli assi sono normalizzati rispetto alla condizione free.

Osservando i grafici è possibile affermare che la scelta della massa del damper è stata eseguita correttamente: un damper ben progettato deve infatti garantire il massimo smorzamento con un impatto minimo sulla massa totale del sistema. Sebbene con un damper cinque volte più pesante si otterrebbe uno smorzamento leggermente maggiore, tale scelta comporterebbe un aumento di peso inaccettabile.

In figura 5.48 sono riportati gli andamenti di ampiezza, Q-factor e frequenza al variare della massa del damper. Gli andamenti riportati di seguito riassumono efficacemente i risultati ottenuti per questo test case e le considerazioni fatte fin ora.

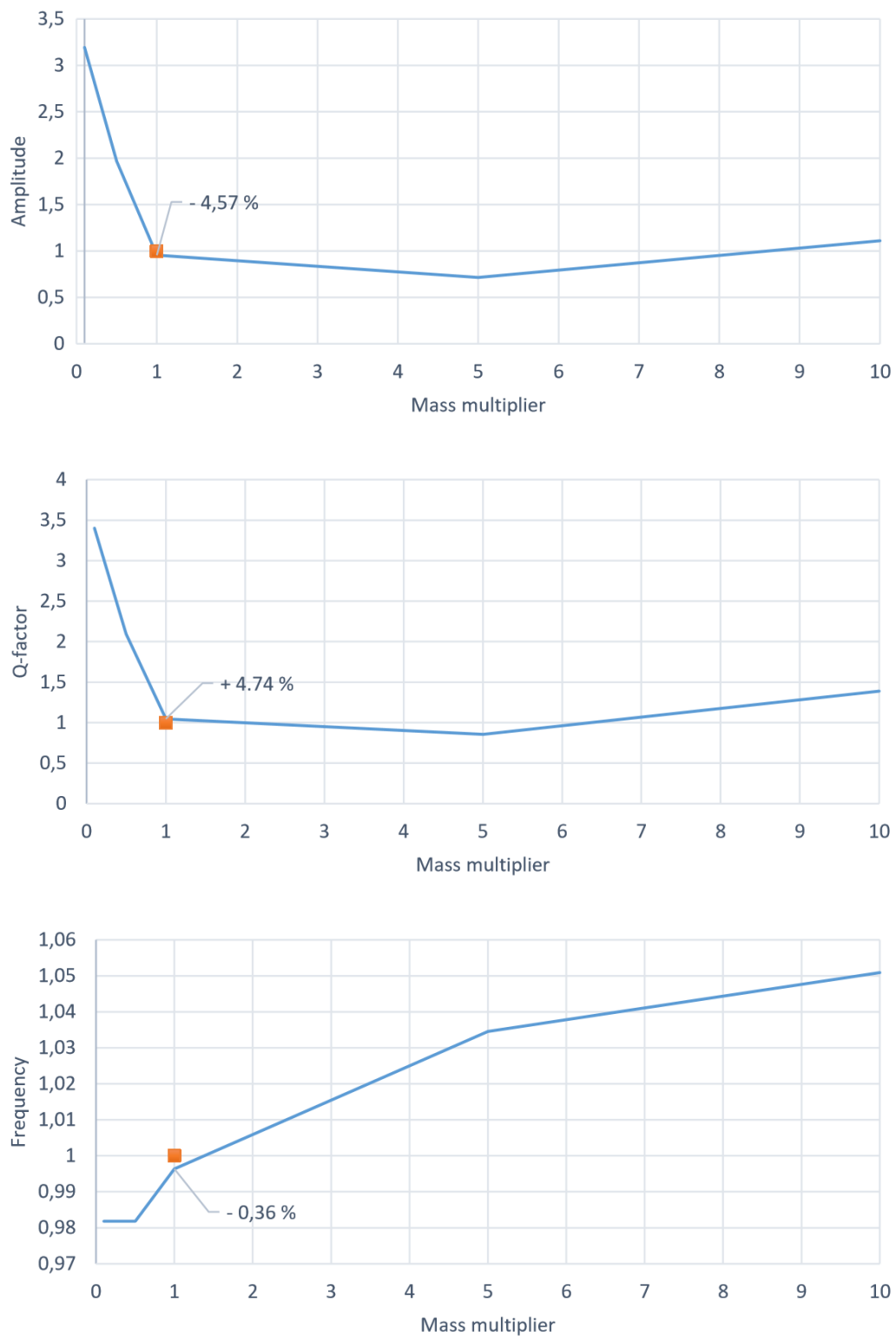


Figura 5.48: Ampiezza, q-factor e frequenza al variare della massa. Per il valore di massa nominale, i risultati di Policontact sono confrontati con i dati sperimentali. Gli assi sono normalizzati rispetto allo sperimentale.

Test case 6

Il sesto e ultimo test case riguarda un settore statorico appartenente al secondo stadio di una turbina di bassa pressione. Come è evidente dalla figura 5.49 il settore fondamentale, che conta tre profili, è costituito da un vane segment connesso al casing tramite gli hook. Oltre a tali giunti, sono presenti le superfici d'interlocking che collegano vane segments adiacenti. Si tratta di un settore molto più ampio rispetto a quello di un tipico bladed-disk. Per un modello di queste dimensioni una buona riduzione è essenziale se si vogliono raggiungere dei risultati evitando tempi di calcolo proibitivi.

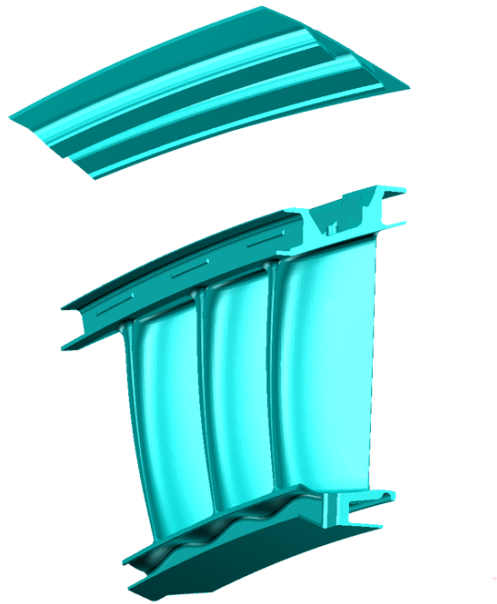


Figura 5.49: Settore fondamentale.

Analisi modali

Prima della riduzione in Policontact, sono state condotte due analisi modali che rappresentano i modelli di riferimento per il calcolo della risposta forzata non lineare:

- *Interlocking free*: La superficie d'interlocking non risulta vincolata, mentre i contatti agli hook vengono considerati in full-stick.
- *Interlocking tight*: Si ipotizzano tutti i contatti in condizioni full-stick, compreso quello all'interlocking.

Attraverso le analisi modali è stata condotta una sensibility sul numero di nodi vincolati agli hook. In particolare si è osservato che dimezzando i nodi master in corrispondenza di tali giunti, mantenendo inalterata l'estensione dell'area di contatto, la risposta del sistema rimane pressoché inalterata. Dalle osservazioni fatte sulle modali, è stato possibile ridurre il numero di nodi master del modello ridotto, quindi i tempi di calcolo.

Modello ridotto

Il modello ridotto (ROM - Reduced Order Model) è stato realizzato secondo la procedura standard prevista da Policontact di cui si è discusso nel capitolo 3.

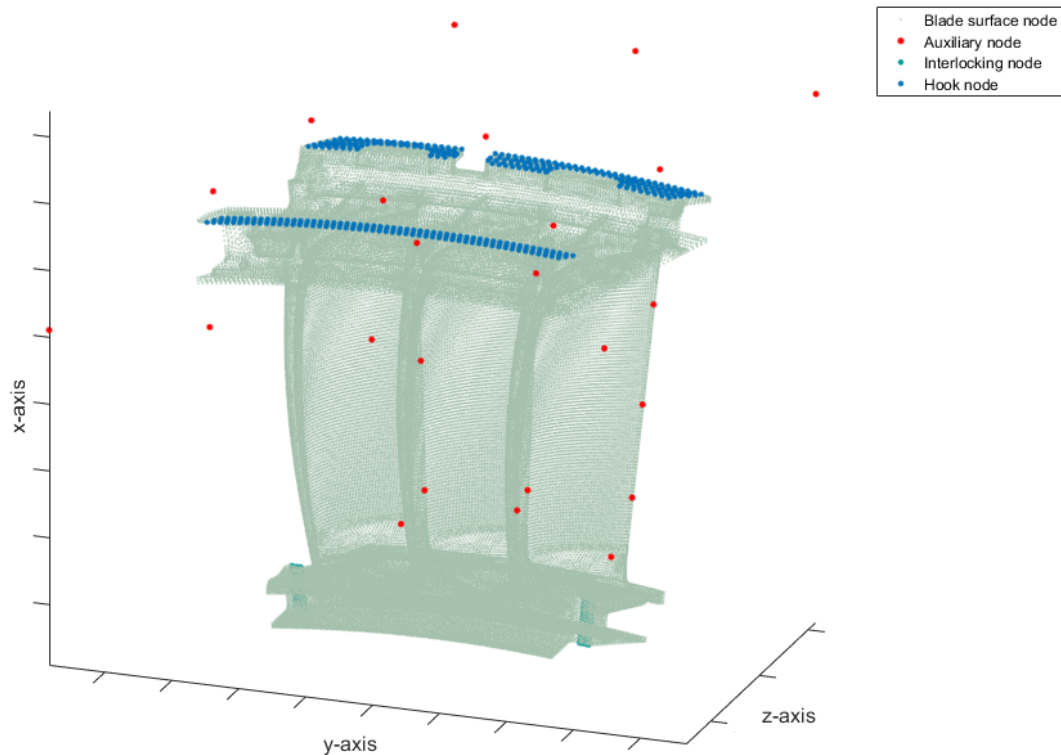


Figura 5.50: Nodi master scelti per la riduzione del modello

Il modello così ottenuto si è dimostrato rappresentativo del FEM di partenza: gli errori sulle frequenze di risonanza sono inferiori allo 0.5%, mentre il massimo errore sugli autovettori è del 2% circa.

Risposta forzata

Le analisi sono state condotte per il modo 1, per il quale si disponeva di due letture sperimentali. Quest'ultime sono state opportunamente scalate secondo la procedura descritta al capitolo 4. Prima del calcolo non lineare, una serie di analisi lineari sono servite per valutare l'influenza dei nodi di contatto agli hook. In base alle osservazioni fatte, per le analisi successive sono state utilizzate le aree di contatto ritenute ottimali sia in termini di accuratezza che di velocità di calcolo. Successivamente è stata condotta l'analisi non lineare per il valore di interlocking nominale.

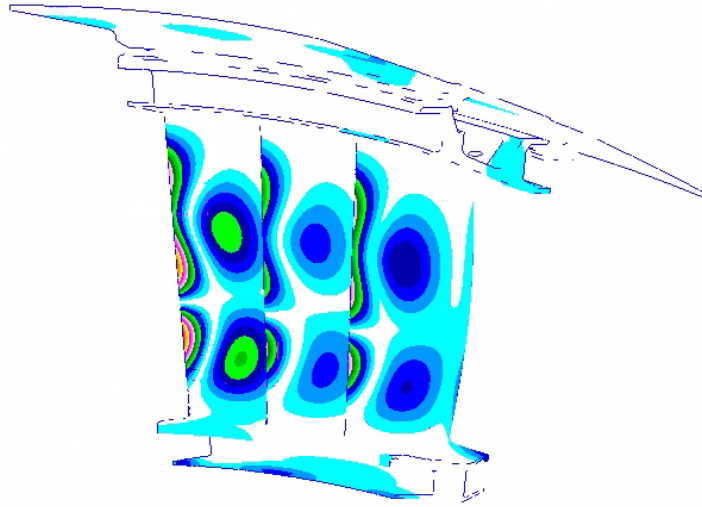


Figura 5.51: Modo 1 considerato nell'analisi.

Si può notare che il picco in figura 5.52 si trova in una zona ad alta densità modale. Ciò rende difficoltoso il confronto numerico-sperimentale. Dal valore del Q-factor è evidente inoltre che il precarico applicato all'interlocking non genera alcuno smorzamento nel range di frequenze considerato.

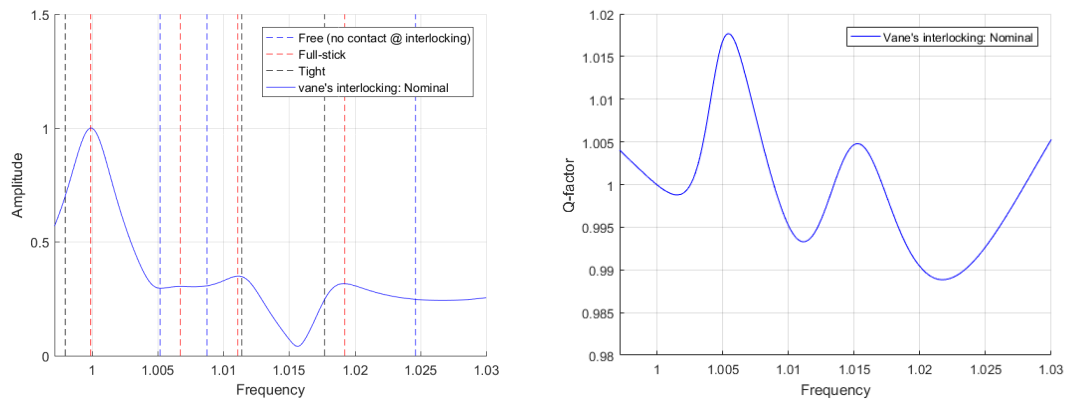


Figura 5.52: Risposta forzata non lineare nell'intorno del modo 1. Gli assi sono scalati rispetto al picco full-stick relativo alla forma modale d'interesse.

Confronto numerico-sperimentale

Le letture degli strain gage a disposizione per il modo d'interesse sono messe a confronto con la risposta non lineare nella figura sottostante. Si osserva che il picco numerico è caratterizzato da un'ampiezza intermedia rispetto alle sperimentali, il confronto è quindi da considerarsi accettabile.

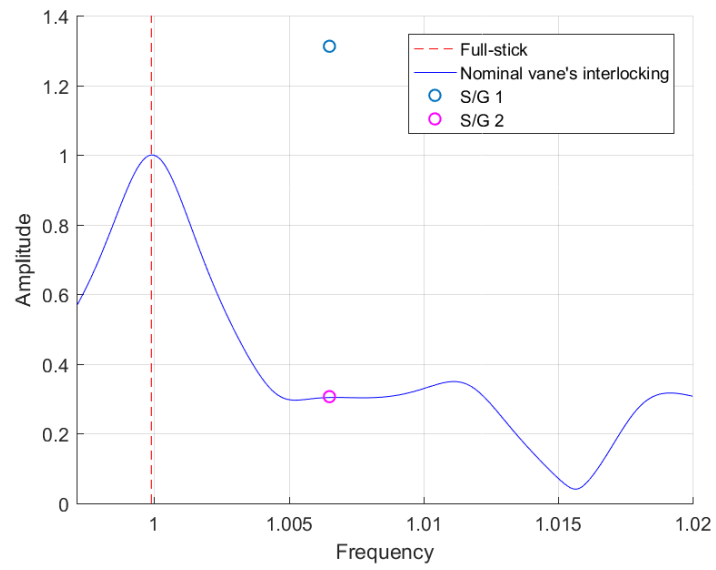


Figura 5.53: Risultato del confronto numerico-sperimentale. Gli assi sono scalati rispetto alla risposta calcolata da Policontact.

Conclusioni e sviluppi futuri

Durante il percorso di tesi è stata effettuata la validazione del software Policontact attraverso il confronto numerico-sperimentale per sei diversi test cases. L'attività richiedeva l'interpretazione delle analisi modali condotte in ambiente Nastran, delle analisi non-lineari effettuate tramite software e dei dati sperimentali forniti dall'azienda. Nei test cases studiati erano coinvolti tutti i tipi di contatto che Policontact è in grado di simulare, sia singoli che multipli.

A seguito dell'attività svolta, l'errore massimo osservato sull'ampiezza e sul Q-factor si aggira attorno al 50%, mentre sulla frequenza è inferiore al 5%. Nel complesso, quindi, il codice sviluppato ha mostrato un buon matching con il dato sperimentale, sia in presenza di contatti singoli che di contatti multipli.

Tuttavia, sarà necessario in futuro prendere provvedimenti su alcune criticità riscontrate durante l'attività:

- Si è osservato che la precisione del codice dipende fortemente dalle condizioni di contatto. Per migliorare la capacità predittiva di Policontact, si dovrebbe sviluppare un procedimento che permetta di stimare i parametri di contatto in maniera più accurata.
- Per alcuni modelli è stato appurato che la precisione del codice dipende anche dal modo considerato. Alla luce di ciò, è stato recentemente implementato il metodo MHBM (*Multi-Harmonic Balance Method*) come alternativa al metodo HBM (*Harmonic Balance Method*): approssimare la risposta con un numero maggiore di armoniche dovrebbe aumentare la precisione del calcolo.

Oltre alle modifiche già citate, è prevista l'implementazione del metodo *Arc Length Method* per migliorare l'output di Policontact nel caso in cui si verifichi la condizione di lift-off parziale.

Bibliografia

- [1] MSC Software. *MSC Nastran 2012 Quick Reference Guide* (<https://simcompanion.mssoftware.com/>).
- [2] Pastrone, Casalino. Dispense del corso di *Fondamenti di macchine e propulsione*, Politecnico di Torino, 2014-2015.
- [3] Gola. Dispense del corso di *Costruzione di macchine*, Politecnico di Torino, 2013.
- [4] Zucca. Dispense del corso di *Dinamica dei rotori per applicazioni aerospaziali*, Politecnico di Torino, 2019.
- [5] Marsilio. Dispense del corso di *Progettazione di motori aeronautici*, Politecnico di Torino, 2017-2018.
- [6] M.P. Castanier, Yung-Chang Tan e C. Pierre. *Characteristic Constraint Modes for Component Mode Synthesis* In: AIAA Journal 36(6) (pp. 1182-1187), 2001
- [7] R. Craig e M. Bampton. *Coupling of Substructures for Dynamic Analysis*. In: AIAA Journal 6 (pp. 1313-1319), 1968.
- [8] Firrone, Zucca. *Modeling Friction Contacts in Structural Dynamics and its Application to Turbine Bladed Disks*, In: *InTech* (pp. 301-334), 2011.
- [9] Battiatto, G., Firrone, C. M. e Berruti. *Forced response of rotating bladed disks: Blade Tip-Timing measurements. Mechanical Systems and Signal Processing*, 85, 912-926, T. M. (2017).
- [10] Battiatto G., Firrone C.M., Berruti T.M., *A benchmark for tip timing measurement of forced response in rotating bladed disks*. Proceeding of ICoEV, Ljubljana, September 2015
- [11] Battiatto. *Vibration Prediction and Measurement of Multi-Stage Bladed Disks with non Linear Behavior due to Friction Contacts.*, PhD Thesis, Politecnico di Torino, 2014.
- [12] J.H Griffin, *Friction damping of resonant stresses in gas turbine engine airfoils*. In: *Journal of Engineering for Power* 102, (pp. 329-333)
- [12] R. Guyan. *Reduction of Stiffness and Mass Matrices*. In: AIAA Journal 3 (p. 380), 1965.
- [13] B.D. Yang, M.L. Chu e C.H. Menq. *Stick-Slip Separation Analysis and Non-Linear Stiffness and Damping Characterization of Friction Contacts Having Variable Normal Load*. In: *Journal of Sound and Vibrations* 210 (pp. 461-481).

-
- [14] Great 2020, (<http://www.great2020.it>).
 - [15] D.M. Tran. *Component Mode Synthesis Methods Using Interface Modes: Application to Structures with Cyclic Symmetry*. In: Computer & Structure 79 (pp. 209-222), 2001.
 - [16] E. Caponio. *Calcolo della risposta forzata di componenti per motori aeronautici in presenza di contatti per attrito*, Tesi Magistrale, Politecnico di Torino, 2018.