POLITECNICO DI TORINO
I FACOLTÁ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Modellazione ed Analisi di un Servocomando SCAS per elicotteri modificato

Relatore: Prof Massimo Sorli.

Candidato: Davide Riva

Aprile 2019

a mio fratello

Sommario

In questa tesi vengono sviluppati modelli dinamici lineari i quali hanno il compito di simulare il comportamento di un determinato sistema, in particolare quel servomeccanismo elettro - idraulico in controllo posizione utilizzato per realizzare lo *Stability Control and Agumentation Systems (SCAS)* il cui compito è di migliorare la guida dei velivoli ad ala rotante.
Tale tipologia di velivolo, a differenza di quelli ad ala fissa dove i sistemi fly - by - wire sono ampiamente diffusi come base del controllo dei comandi primari di volo, è ad oggi caratterizzato dall' utilizzo di servosistemi idraulici per la movimentazione delle aste che regolano il passo collettivo e ciclico del rotore principale ed il collettivo del rotore di coda. Con il progredire della tecnica, al fine di ottenere velivoli più performanti le cui missioni potessero essere compiute con un dispendio minore di energia da parte del pilota ed in maggiore sicurezza, è aumentato l' uso dei sistemi fly - by - wire nei velivoli ad ala rotante ed infatti il sistema SCAS altro non è che un circuito parallelo a quello idro - meccanico il quale tramite segnali elettrici fornisce un ausilio al pilota nella manovrabilità della macchina.
Scopo della tesi è quello di andare a confrontare il servosistema SCAS classico formato essenzialmente da un controllore, un' interfaccia, un attuatore ed un trasduttore di posizione con un analogo servosistema nel quale viene eseguita una modifica nell' interfaccia. In particolare, considerate le dimensioni simili per quanto riguarda le aree di spinta dello spool del secondo stadio della servovalvola e dell' attuatore del sistema, si è pensato di poter modificare la servovalvola passando da una classica flapper - nozzle a doppio stadio ad una flapper - nozzle con il solo stadio pilota il quale va a comandare direttamente l' attuatore SCAS.
I modelli lineari sono stati sviluppati in ambiente Matlab - Simulink andando in primis a definire la loro risposta in frequenza senza alcuna compensazione per poi introdurre la logica di controllo secondo le specifiche di funzionamento richieste in termini di margine di fase e di guadagno. Tramite gli stessi modelli è stato possibile ottenere l' andamento temporale delle grandezze fisiche di maggior interesse. Nello studio della servovalvola a singolo stadio si è cercato di approfondire l' aspetto teorico al fine di ottenere un modello il quale, seppur linearizzato, avesse al suo interno le effettive relazioni tra le grandezze in gioco.

Ringraziamenti

L' università occupa un periodo importante della propria vita non solo per la formazione didattica ma soprattutto dal punto di vista umano poiché riunisce nel medesimo luogo persone di diverse origini ed abitudini permettendo la nascita di alcune amicizie le quali, più o meno durature nel tempo, consentono sia un continuo processo di crescita personale sia di allietare le ore trascorse a lezione ed in aula studio.
Vorrei ringraziare il Prof. Massimo Sorli il quale in qualità di relatore del mio lavoro di tesi ha sempre avuto massima disponibilità nel ricevermi per analizzare lo stato di avanzamento del lavoro, è sempre stato preciso e chiaro nelle spiegazioni che via via si rendevano necessarie e mi ha permesso di comprendere appieno la differenza che intercorre tra la preparazione di un esame e lo sviluppo di una tesi.
Vorrei ringraziare l' inseparabile compagno di banco Carmelo il quale in assoluto ha contribuito a rendere divertenti e piacevoli le giornate passate al Politecnico e gli interminabili lavori di gruppo. Grazie a Marco, Alessio, Luca e Davide con i quali in questi anni si sono consolidate amicizie importanti e con i quali ho trascorso momenti unici.
Devo dire grazie ai miei genitori i quali mi hanno sempre concesso la libertà e possibilità di scegliere il mio futuro, a mio fratello il quale seppur lontano non manca mai di interessarsi e di dare preziosi consigli ed alla mia fidanzata Camilla che nonostante i periodi di distanza rappresenta sempre il più grande sostegno nella mia quotidianità e dalla quale ricevo costantemente i giusti stimoli per migliorarmi e mettere in campo tutte le forze possibili per cercare di arrivare al traguardo desiderato.
Grazie di cuore a tutti voi!

Indice

1 Introduzione **1**
1.1 L' elicottero 1
1.2 L' evoluzione dei sistemi di controllo 7
1.3 Il servosistema elettro - idraulico in controllo posizione 10

2 Servosistema classico **17**
2.1 Servovalvola a doppio stadio flapper - nozzle 17
2.1.1 Torque motor 18
2.1.2 Amplificatore idraulico 21
2.1.3 Dinamica dello spool della servovalvola 22
2.2 Modellazione del sistema 23
2.2.1 Servovalvola Moog 23
2.2.2 Portata elaborata dalla servovalvola 25
2.2.3 Attuatore 32
2.2.4 Traduttore di posizione LVDT 33
2.2.5 Controllore 34
2.3 Riduzione ed analisi dello schema a blocchi 35
2.3.1 Risposta in frequenza 40

3 Servosistema modificato **50**
3.1 Primo approccio 51
3.1.1 Servovalvola 51
3.1.2 Attuatore 53
3.1.3 Riduzione ed analisi dello schema a blocchi 55
3.1.4 Risposta in frequenza 61
3.2 Secondo approccio 68
3.2.1 Analisi servovalvola 68
3.2.2 Linearizzazione delle equazioni di portata 73
3.2.3 Secondo stadio della servovalvola 74
3.2.4 Modelli servovalvola a doppio stadio a confronto . . . 76
3.2.5 Modello del servosistema modificato 80
3.2.6 Risposta in frequenza 81
3.3 Modifica dell' anello di coppia alla servovalvola 88

3.3.1 Risposta in frequenza 90

4 Comportamento dei servosistemi 95

4.1 Effetto della compensazione 96

4.2 Confronto tra i servosistemi 98

4.2.1 Comando a gradino 98

4.2.2 Onda quadra 100

4.2.3 Comando a rampa 101

4.2.4 Comando sinusoidale 103

5 Conclusioni 106

Capitolo 1

Introduzione

1.1 L' elicottero

Genesi e sviluppo

L' elicottero (dal greco *elikoeioas - spirale* ed *pteron - ala* coniato da Gustave de Ponton d'Amecourt) viene definito come una macchina messa in movimento da un sistema ad ala rotante alimentato da un apparato di propulsione che permette il volo in tutte le direzioni compreso il moto di traslazione e rotazione lungo la direzione verticale della macchina ed il suo sostentamento in una posizione fissa dello spazio ed in questo senso è chiara la distinzione rispetto ad un aeroplano il quale, invece, possiede un sistema ad ala fissa.
Come conseguenza della complessità del sistema ad ala rotante, l' elicottero ha inizialmente rallentato e tardato il suo sviluppo rispetto all' aeroplano a causa della difficoltà di comprensione dei fenomeni meccanici ed aerodinamici che si verificano e devono essere gestiti per ottenere condizioni di volo accettabili in termini di sicurezza ed affidabilità.
Le principali criticità affrontate e superate nel susseguirsi degli esperimenti sui velivoli a volo verticale possono essere riassunte nei seguenti punti [5]:

- La comprensione della aerodinamica del volo verticale e la potenza realmente necessaria per produrre la sufficiente quantità di spinta volta a garantire il sostentamento della macchina;
- L' iniziale assenza di motori idonei ad essere montati sul velivolo;
- La minimizzazione del peso dei componenti della macchina tramite l' utilizzo di nuovi materiali;
- La valutazione ed annullamento della coppia di reazione del rotore principale al fine di garantire il controllo direzionale;
- La ricerca di stabilità e controllabilità del velivolo;

- Il problema delle vibrazioni meccaniche.

La comprensione e risoluzione di queste problematiche ha richiesto l' impegno di diverse personalità di spicco dei relativi secoli di appartenenza i quali passo dopo passo, tramite trattati teorici ed esperimenti, hanno tracciato la via per arrivare alla nascita del moderno elicottero: un percorso nato nel 1483 con la vite aerea di Leonardo da Vinci, proseguito sino al primo elicottero volato con successo degli anni 20 del Novecento ed arrivato ai giorni nostri con miglioramenti tecnologici tali da garantire prestazioni un tempo impensabili.
La primissima idea di volo verticale viene attribuita ad un gioco cinese datato 400 a.c. che consisteva di due semplici piume fissate all' estremità di un asta la quale, posta in rotazione, permetteva la nascita di un effetto portante con lo strumento che spiccava in volo. Può apparire una forzatura poiché in realtà non è presente uno degli elementi fondamentali quale il motore che mette in rotazione l' asta, tuttavia in letteratura la prima idea di volo verticale viene associata a questo strumento.
Sicuramente più raffinata fu la vite aerea di Leonardo da Vinci il cui modellino, creato sulla base degli schizzi dell' autore, è visibile in figura 1.1.

Figura 1.1: Vite aerea

Essa è formata da un' elica di ferro che si avvolge attorno ad un albero centrale e da un telo di tessuto impermeabile all' aria. Il principio di funzionamento prevede che l' uomo, tramite i quattro braccetti perpendicolari all' albero, eserciti la forza per mettere in rotazione il sistema: una molla non visibile in figura, accumulata la quantità di energia necessaria, aveva

il compito di far spiccare in volo la vite tramite la spinta fornita dal telo. Nonostante l' assenza di un motore, di un sistema di controllo e di un' analisi aerodinamica vera e propria è universalmente riconosciuta la grandezza del concetto ideato dal da Vinci, tant'è che solo 3 secoli dopo ci furono sviluppi grazie a Cayley il quale nel 1790 elaborò un rilevante lavoro sui principi base del volo.
Nel 1843 egli diede vita al concetto di velivolo chiamato *Aerial Carriage*, visibile in figura 1.2, formato essenzialmente da un doppio paio di rotori posizionati a lato di quella che, in linea di principio, può essere considerata come fusoliera.

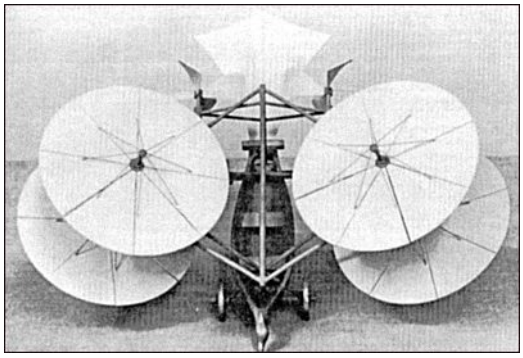

Figura 1.2: Aerial Carriage by Cayley

L' unica motorizzazione possibile per l' epoca prevedeva l' utilizzo di motori a vapore e questo fu un limite importante poiché tale sistema di motorizzazione risulta inadatto al volo a causa del grande rapporto peso - potenza: sarà lo sviluppo del motore a combustione interna, più snello e prestante di quello a vapore, a permettere il superamento di tale barriera.
In ogni caso l' uso dei motori a vapore fu importante nella definizione dei modelli funzionali volti a rappresentare le idee degli studiosi: tra i tanti modelli sviluppati nella seconda metà dell' Ottocento vi fu quello realizzato da Enrico Forlanini (figura 1.3) il quale nel 1877 realizzò la prima macchina pesante in grado di volare elevandosi per circa 20 secondi a 13 metri di altezza.

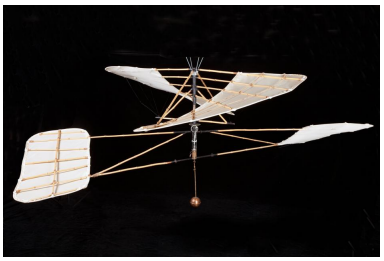

Figura 1.3: Elicottero sperimentale di Forlanini

In tale modello è apprezzabile la presenza del doppio rotore in contro - rotazione per gestire la coppia di reazione; pochi anni prima fu il tedesco Wilheim Von Achenbach ad introdurre il concetto di rotore di coda per il bilanciamento della coppia di reazione del rotore principale.
Fino al 1920 furono diversi gli esperimenti su macchine in grado di stare per alcuni secondi in volo e poco alla volta tramite indagini aerodinamiche accurate venne compresa appieno l' influenza della forma delle pale e del relativo angolo di incidenza: nacquero così i sistemi di regolazione del passo ciclico e collettivo e nel 1922 fu Georges de Bothezat, per conto della US Army, a realizzare il primo elicottero quadri - rotore in grado di volare con successo in più occasioni.
Due anni dopo, nel 1924, Etienne Oemichen ricevette un riconoscimento per la realizzazione di un elicottero simile a quello di Bothezat in grado di percorrere un circuito chiuso di 1.1 km alla velocità di 7.8 $\frac{km}{h}$ dimostrando elevata manovrabilità e stabilità al netto della modesta velocità.
Nel 1930, in Italia, Corradino d' Ascanio diede vita al D'AT3: elicottero coassiale a doppio rotore contro - rotante caratterizzato dalla possibilità di variare l' angolo di incidenza delle pale tramite controllo ciclico, in cui erano presenti cerniere per permettere il flappeggio alle pale dei rotori.
Fu tuttavia Sikorsky nel 1939, con il modello VS - 300 visibile in figura 1.4, a dare vita al concetto vero e proprio di elicottero costruendo una macchina dall' aspetto artigianale in cui la fusoliera era formata da tubi di acciaio saldati, il rotore principale a tre pale era alimentato da un motore a combustione interna, posto dietro la posizione di pilotaggio, in grado di erogare 56 kW con un sistema di trasmissione ad albero che collegava il rotore principale ai dispositivi anti - coppia di coda i quali consistevano in un' elica spingente ad asse longitudinale e due eliche ad asse laterale.

Figura 1.4: VS - 300 progettato da Sikorsky

Il VS - 300 presentava limiti nel moto di avanzamento e nella potenza del motore i quali una volta superati permisero al progettista di dare vita, nel 1941, al modello R - 4 il quale fu il primo elicottero prodotto industrialmente

in diversi esemplari.
Dagli anni '40 ad oggi sono state molteplici le tipologie di elicottero sviluppate, spesso per fini militari ed in un secondo momento estesi a quelli civili. Nonostante siano, quindi, presenti diverse architetture (rotori contro - rotanti coassiali od in tandem) è possibile affermare che uno degli standard maggiormente diffusi sia quello che prevede un rotore principale ad asse verticale ed uno di coda ad asse laterale.

L' ala rotante

L' elemento fondamentale che caratterizza l' elicottero è la presenza di uno o più rotori opportunamente progettati e coordinati al fine di garantire la manovrabilità della macchina. Il rotore consiste in un insieme di pale il cui numero, dimensione e profilo varia da mezzo a mezzo e dalla cui rotazione e modulazione dell' angolo di incidenza si ricava la forza necessaria per vincere il peso proprio e l' attrito con l' aria al fine di garantire il sostentamento.
Una riproduzione schematica dei movimenti permessi alla pala del rotore principale è presente in figura 1.5: in essa sono visibili le cerniere che permettono il movimento della pala in un piano individuato dall' asse rotore ed asse principale della pala stessa noto come moto di flappeggio, il moto in un piano perpendicolare all' asse del rotore utile ad attenuare il momento flettente del flappeggio e la variazione dell' angolo di incidenza della pala comandato direttamente dal pilota.

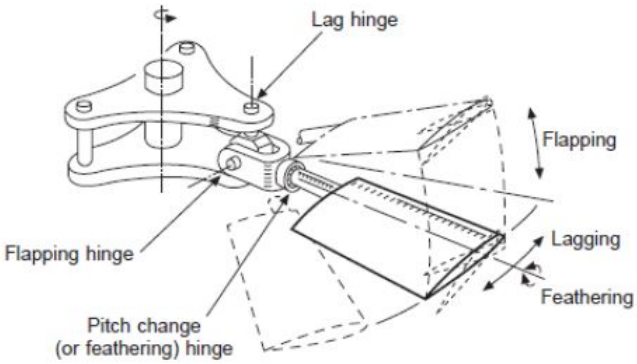

Figura 1.5: Cerniere pala del rotore principale

In cabina di pilotaggio sono presenti tre diversi elementi tramite i quali il pilota impone i comandi al rotore principale e di coda:

- La leva che permette la regolazione del passo collettivo andando a variare l' angolo di incidenza di tutte le pale;

- La cloche che permette la regolazione del passo ciclico andando a variare in modo settoriale l' angolo di incidenza delle pale;
- La pedaliera che permette la regolazione del passo collettivo del rotore di coda in maniera tale da gestire la coppia di reazione del rotore principale.

Con riferimento alla figura 1.6 le pale (5) sono messe in rotazione dall' albero motore (2) il quale è solidale al piatto oscillante superiore (7) a sua volta collegato alle pale per mezzo delle aste rappresentate con il colore blu. Il piatto oscillante inferiore (6) è invece fisso, collegato al piatto superiore per mezzo di un sistema che ne garantisca il moto relativo come dei cuscinetti a sfere, e collegato ad ulteriori aste la cui posizione è imposta dai comandi del pilota.

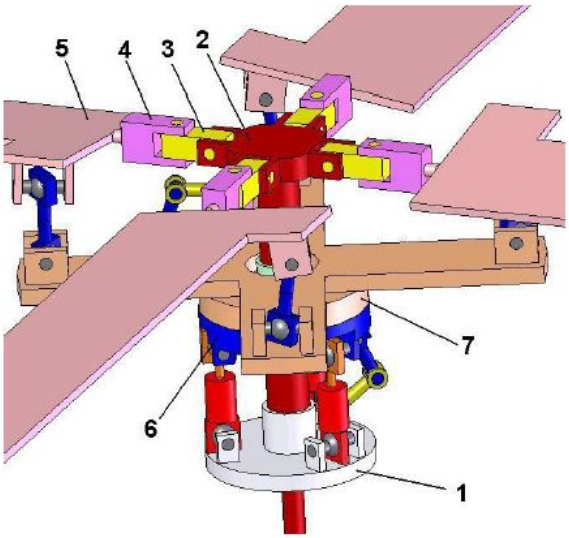

Figura 1.6: Riproduzione del rotore principale

Il passo collettivo permette al piatto inferiore di alzarsi od abbassarsi mantenendo invariata la sua inclinazione rispetto all' asse rotore mentre il passo ciclico determina la variazione di inclinazione del piatto inferiore senza modificarne la quota. Un simile sistema è usato al rotore di coda il cui unico comando possibile è quello collettivo.

1.2 L' evoluzione dei sistemi di controllo

Il sistema di controllo di un aeromobile, sia esso ad ala fissa o rotante, consiste nell' insieme di componenti che permettono il pilotaggio della macchina da decollo ad atterraggio. La qualità del sistema di controllo può essere stabilita in base alle caratteristiche di stabilità e controllo le quali possono essere rispettivamente definite come la capacità del mezzo, a fronte di un disturbo, di tornare alla condizione di equilibrio con il minimo sforzo eseguito dal pilota e la facilità di manovra nel raggiungere la posizione desiderata.
E' possibile affermare che furono i fratelli Wright, negli anni compresi tra il 1901 ed il 1903, a sancire la nascita del controllo del volo con esperimenti eseguiti su prototipi di velivoli ad ala fissa la cui regolazione era effettuata da un sistema di funi e pulegge che determinavano la posizione delle superfici mobili imposte dal pilota [7].
A partire dal lavoro dei fratelli Wright si sono sviluppati sistemi di controllo puramente meccanici dove con collegamenti, cavi e pulegge è possibile modificare la posizione delle superfici mobili del velivolo ad ala fissa o del piatto inferiore del rotore principale del velivolo ad ala rotante: l' aspetto positivo di tale sistema consiste nel feedback diretto percepito dal pilota in relazione al comando imposto. Tuttavia nel tempo, con l' aumento delle dimensioni e la ricerca di migliori prestazioni dei velivoli, tale sistema è stato modificato per sopperire all' inefficienza dettata dal peso dei suoi componenti e dalla forza richiesta al pilota in fase di manovra [2].
Per superare i limiti del sistema puramente meccanico è stato introdotto, accanto al circuito meccanico, un circuito idraulico generando così il sistema di controllo idro - meccanico il cui schema è riportato in figura 1.7.

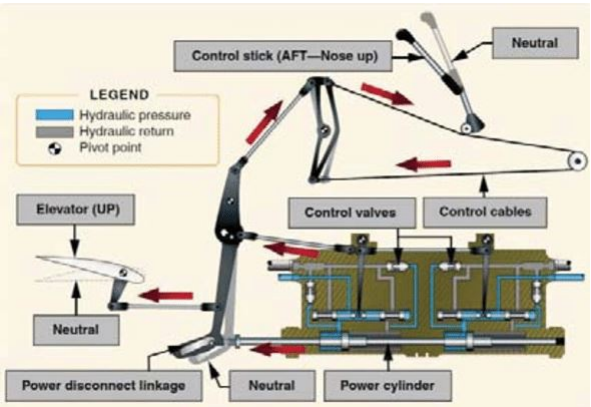

Figura 1.7: Sistema di controllo idro - meccanico

Il comando alla superficie di controllo viene applicato sia tramite i collegamenti meccanici sia sfruttando il sistema idraulico il quale è formato da una o più valvole principali e da uno o più attuatori: la posizione dell'

elemento mobile della valvola principale, che stabilisce il flusso di portata all' attuatore, viene direttamente imposta dal comando del pilota tramite un sistema di leve ed in funzione della posizione assunta dal cilindro dell' attuatore nasce un segnale di posizione per la superficie comandata che si aggiunge a quello derivante dal circuito meccanico.
L' utilizzo del sistema idraulico, il quale prevede la presenza di un accumulatore e di una pompa che porti in pressione il fluido di lavoro, permette al pilota di esercitare una forza minore sulle leve di comando grazie all' azione moltiplicativa generata dal fluido e come conseguenza risulta di ausilio al pilota per quanto concerne la manovrabilità del velivolo. Il sistema idraulico fornisce, dunque, un aiuto al pilota ed una sua rottura porta ad un aumento della forza necessaria da imporre alle leve di comando da parte del pilota ma in linea di massima non pregiudica il funzionamento della macchina mentre una rottura del sistema meccanico, al contrario, pregiudica totalmente l' esito della missione poiché la parte idraulica, come specificato, fornisce potenza per il controllo delle superfici ma non ha la possibilità di lavorare correttamente da sola perché comandata dal circuito meccanico stesso.
I vantaggi di tale sistema di controllo sono molteplici:

- Aumento delle dimensioni e della velocità massima dei velivoli;
- Maggiore manovrabilità in condizioni climatiche più severe di quelle che caratterizzavano i velivoli a sistema puramente meccanico;
- Minore fatica nel compiere le azioni di pilotaggio che si traduce nella minore probabilità di errore e in un aumento della durata delle missioni realizzabili;
- Presenza di ridondanza nel sistema di controllo;
- Maggiore rigidità e dunque risposta nei confronti dei disturbi esterni come raffiche di vento etc.

Gli svantaggi sono rappresentati dall' aumento della complessità, dalla difficoltà di mantenere il fluido in pressione e dal maggiore peso del sistema tuttavia incidono relativamente poco rispetto agli aspetti positivi introdotti da tale sistema di controllo.
Successivamente venne eliminato il collegamento meccanico e mantenuto il circuito idraulico il quale, comandato direttamente da un sistema di leve vincolato ai comandi del pilota, va a trasferire il segnale di posizione alla superficie di controllo generando così un sistema completamente irreversibile e tale passaggio può essere considerato l' antecedente al sistema *fly - by - wire* dove il segnale imposto dal pilota viene opportunamente trasformato in un segnale elettrico trasmesso via cavo, confrontato ed elaborato dall' elettronica della macchina, ed inviato come segnale di comando alla parte

idraulica del sistema formato da una servovalvola e da un attuatore il quale va a comandare la superficie di controllo. Il sistema così definito vede aumentare ulteriormente la sua complessità poiché deve essere equipaggiato con opportuni trasduttori, ma guadagna in termini di peso, mantenimento della performance di volo, durata e sicurezza. Un esempio schematico di tale sistema di controllo è mostrato in figura 1.8.

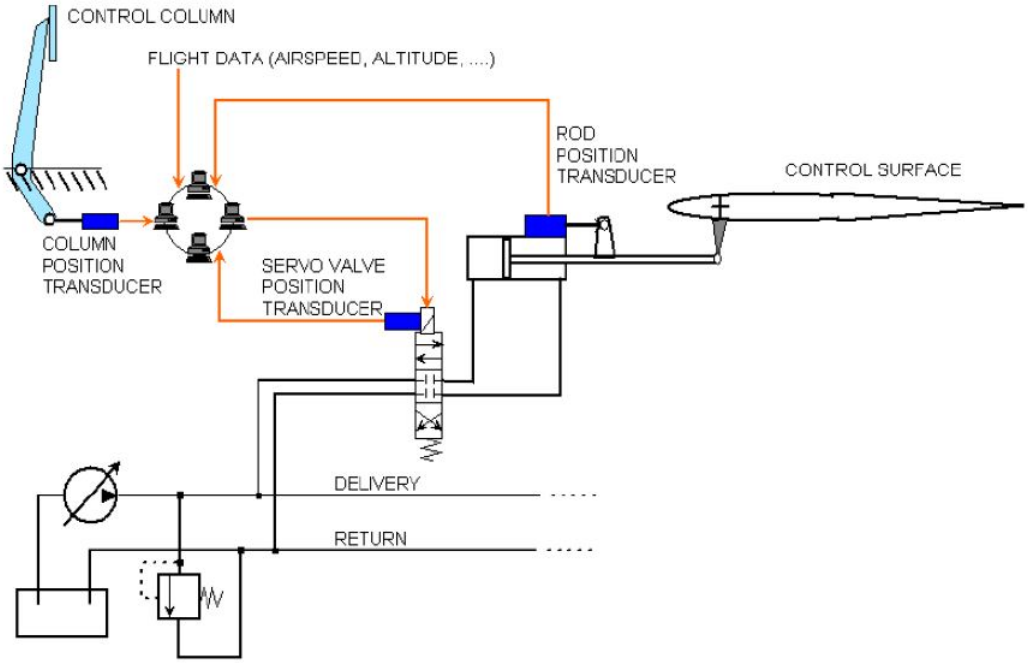

Figura 1.8: Sistema di controllo *fly - by - wire*

E' opportuno specificare che il sistema di controllo *fly - by - wire* viene principalmente usato sui velivoli ad ala fissa mentre per i velivoli ad ala rotante il controllo del passo ciclico viene effettuato tramite sistemi idro - meccanici per motivi di sicurezza: un danno al sistema di controllo di volo primario di un aeroplano porta a condizioni critiche per il pilota le quali tuttavia consentono sia una riconfigurazione del sistema sia di effettuare le operazioni di volo in sicurezza mentre la perdita di controllo del passo ciclico di un elicottero porta a condizioni di volo che mettono in forte repentaglio la vita dell' equipaggio.
Tuttavia, grazie ai suoi numerosi vantaggi, sono stati grandi gli sforzi nel realizzare lavori di ricerca volti ad assicurare un uso in sicurezza del sistema *fly - by - wire* sui velivoli ad ala rotante: una delle conseguenze di tali sforzi è rappresentato dell' installazione su alcuni elicotteri del sistema noto come *Stability and Control Augmentation System (SCAS)*. Esso consiste in un sistema ad autorità limitata il quale può essere bypassato dal comando del

pilota nel caso di criticità e come principio di funzionamento sfrutta un uso limitato del segnale elettrico nel controllo del passo ciclico del rotore principale, ricevendo in input un segnale generato dall' autopilota e producendo in output un sengale meccanico che viene trasmesso al medesimo collegamento sul quale agisce il comando manuale del pilota [3].

1.3 Il servosistema elettro - idraulico in controllo posizione

Il sistema SCAS basa la sua logica di funzionamento su un servosistema elettro - idraulico in controllo posizione in anello chiuso il quale può essere definito come un generico sistema nel quale l' uscita riproduce con il maggior grado di fedeltà possibile il segnale di ingresso: la fedeltà di riproduzione dipende sia dai componenti fisici sia da quelli elettronici interni al sistema. L' attuazione elettro - idraulica viene generalmente preferito a quello elettro - meccanico ed elettro - pneumatico sia per la capacità di potenza di attuazione sia per la dinamica del carico regolato [8].
I componenti fondamentali di un servosistema sono presenti in figura 1.9:

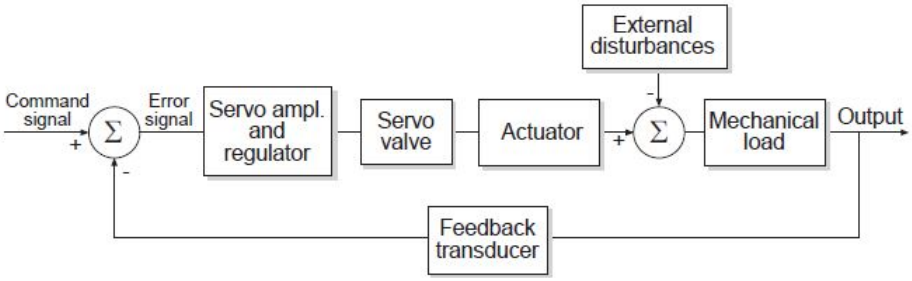

Figura 1.9: Componenti del servomeccanismo elettro - idraulico

Un servomeccanismo può essere progettato per la regolazione di grandezze di diversa natura e nel caso in analisi si tratta del controllo della posizione del cilindro dell' attuatore SCAS: tale posizione viene trasformata in un segnale in tensione ad opera del trasduttore dell' anello di retroazione così da poter eseguire il confronto con il segnale in tensione che rappresenta il comando di posizione imposto. Il segnale di errore viene elaborato dall' amplificatore e dal controllore così da determinare la tensione di riferimento ai capi degli avvolgimenti della servovalvola. La servovalvola fornisce un flusso di portata all' attuatore proporzionale al comando imposto e nasce così il segnale inviato al carico meccanico con l' obiettivo di ridurre nel minor tempo possibile l' errore tra input ed output del sistema. L' eventuale presenza di un disturbo esterno, il quale consiste in un segnale di forza per un controllo posizione, determina la nascita di un errore diverso da zero anche a fronte

di un segnale di comando invariato ed è compito del servosistema reagire in maniera tale da riportare il sistema in posizione nel minor tempo possibile. Uno schema più specifico di un controllo posizione è mostrato in figura 1.10:

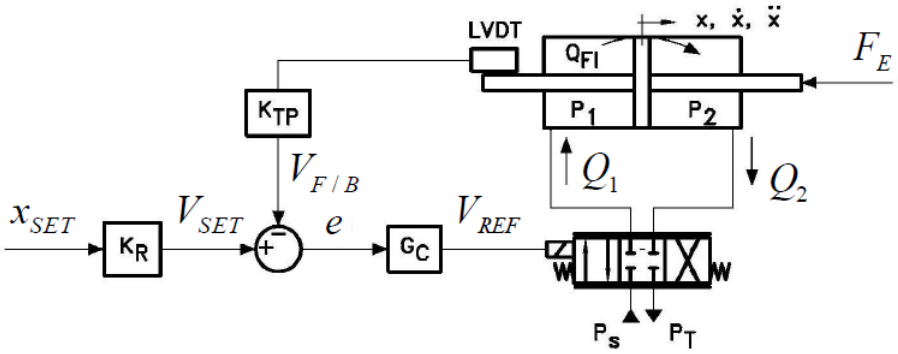

Figura 1.10: Servosistema idraulico di controllo posizione

dove:

- x_{set}: segnale di comando;
- K_R e K_{TP}: guadagni posizione - tensione che modificano la natura del segnale, nel caso in esame un segnale di spostamento (m) in tensione (V);
- V_{set}: segnale di input in tensione;
- $V_{F/B}$: segnale di feedback in tensione;
- LVDT: trasduttore di posizione;
- e: segnale di errore in tensione dato dalla differenza tra V_{set} e $V_{F/B}$;
- G_c: algoritmo di controllo;
- V_{REF}: segale di riferimento in tensione della servovalvola;
- P_S: pressione di alimentazione della servovalvola;
- P_T: pressione di scarico della servovalvola;
- Q_1 e Q_2: rispettivamente portata volumetrica in entrata e uscita dalle camere dell' attuatore;
- Q_{FI}: portata volumetrica di fuga (leakage) interno;

- P_1 e P_2: rispettivamente pressione nella camera 1 e camera 2 dell' attuatore;
- x, $\dot{x}$, $\ddot{x}$: sistema di riferimento adottato circa la posizione, velocità ed accelerazione del pistone dell' attuatore;
- F_E: forza esterna.

La servovalvola è l' elemento di interfaccia il quale accetta in entrata un segnale di bassa potenza e fornisce in uscita un segnale di alta potenza. E' un elemento proporzionale a due stadi: lo stadio pilota è formato da torque motor e amplificatore idraulico, lo stadio principale dallo spool la cui posizione stabilisce la portata elaborata. Le due configurazioni esistenti sono *flapper nozzle* e *jet pipe* in cui la differenza riguarda il sistema di recupero pressione nei condotti che costituiscono l' amplificatore idraulico.
La portata elaborata viene inviata all' attuatore ed esaurito il fenomeno di accumulo essa si trasforma in una variazione di pressione e, di conseguenza, in una forza di spinta al cilindro: dal diagramma di corpo libero effettuato isolando tale elemento è possibile ricavare l' accelerazione imposta ed allora integrando si ottiene prima la velocità e poi la posizione.
Ciascun blocco rappresentato è formato da grandezze ed elementi fisici che determinano sia le prestazioni statiche e dinamiche sia le equazioni che regolano il servosistema.
I fenomeni fisici sui quali si basa il funzionamento del sistema sono principalmente due: l' efflusso di un fluido attraverso un orifizio e l' equazione di continuità.

Efflusso tramite un orifizio

In un tubo cilindrico un orifizio può essere considerato come un' improvvisa restrizione di corta estensione (idealmente nulla) del diametro del tubo con area di efflusso che può essere fissa o variabile. Esistono due tipologie di regime di moto per quanto concerne un fluido in moto in una condotta: laminare e turbolento. La distinzione viene effettuata in funzione del numero di Reynolds il quale consiste nel rapporto tra le forze inerziali e le forze viscose:

$$Re = \frac{\rho v d_h}{\nu} = \frac{v d_h}{\mu} \tag{1.1}$$

Dove vengono indicati con ρ la massa volumica, con v la velocità, con ν la viscosità dinamica e con μ la diffusività cinematica del fluido mentre con d_h si indica una grandezza caratteristica del fenomeno in analisi come il diametro del tubo di efflusso.
Per bassi valori di Re prevalgono le forze viscose e si ha un regime di moto laminare dove ogni particella fluida percorre una ben definita traiettoria con velocità diretta nel verso del moto; per elevati valori di Re prevalgono, invece,

le forza inerziali e si ha un regime di moto turbolento in cui le particelle fluide, oltre la velocità lungo la direzione del moto, sono influenzate da zone di moto vorticoso all' interno del quale le particelle non percorrono traiettorie ordinate e ben definite (figura1.11).

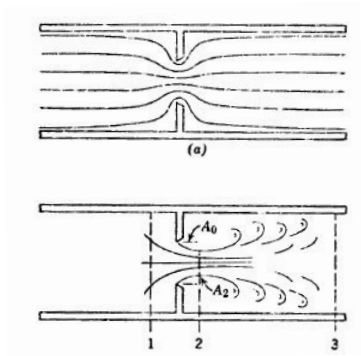

Figura 1.11: (a) moto laminare, (b) moto turbolento

Generalmente il flusso attraverso un orifizio avviene in regime di moto turbolento e dunque è utile approfondire le relazioni che legano portata, area di efflusso e pressioni monte e valle orifizio in tale condizione [6].
Con riferimento alla figura 1.11 è opportuno sottolineare che, a causa dell' inerzia propria delle particelle fluide messe in moto su traiettorie vorticose, ad una determinata distanza dal restringimento si realizza l' area di efflusso minima che prende il nome di vena contratta (punto 2) ed è possibile individuare il coefficiente di contrazione C_c come il rapporto tra l' area nel punto 2 e l' area di efflusso effettiva dell' orifizio:

$$C_c = \frac{A_2}{A_0} \tag{1.2}$$

I punti 1 e 2 distano, per condotti cilindrici, circa il diametro dell' orifizio con la vena contratta che si verifica alla distanza di metà diametro orifizio rispetto alla posizione del restringimento stesso. Applicando il teorema di Bernoulli tra tali punti, indicando con la lettera u la velocità del fluido, emerge che:

$$u_2^2 - u_1^2 = \frac{2}{\rho}\left(P_1 - P_2\right) \tag{1.3}$$

Applicando l' equazione di continuità per fluidi incomprimibili ($Q_{in} = Q_{out}$) si ottiene:

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 = A_3 u_3 \tag{1.4}$$

Combinando le equazioni 1.3 e 1.4:

$$u_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} \sqrt{\frac{2}{\rho}\left(P_1 - P_2\right)} \tag{1.5}$$

A causa dell' attrito viscoso presente nel fluido è opportuno considerare un coefficiente correttivo C_v, il cui valore è circa 0.98, che moltiplica la velocità teorica del flusso che si realizza nella vena contratta espressa dall' equazione 1.5. Dal momento che la portata transitante nella vena contratta è $Q = A_2 u_2$ è possibile scrivere:

$$Q = \frac{C_v A_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} \sqrt{\frac{2}{\rho}\left(P_1 - P_2\right)} \tag{1.6}$$

Combinando le equazioni 1.6 e 1.2 possiamo scrivere l' equazione della portata considerando l' area di efflusso dell' orifizio (A_0) tramite l' utilizzo di un coefficiente di efflusso (C_d):

$$Q = C_d A_0 \sqrt{\tfrac{2}{\rho}\left(P_1 - P_2\right)} \tag{1.7}$$

$$C_d = \frac{C_v C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}} \tag{1.8}$$

Il rapporto tra A_0 e A_1 è fortemente minore di uno ed allora è possibile affermare che il coefficiente di efflusso ha un valore molto simile al coefficiente di contrazione il quale è di difficile computazione. Tuttavia l' esperienza dimostra che per un flusso turbolento dove $A_0 << A_1$ è possibile considerare il valore teorico:

$$C_d = \frac{\pi}{\pi + 2} = 0.611 \tag{1.9}$$

Equazione di continuità

L' equazione di continuità viene applicata per ricavare l' andamento della pressione interna ad un certo ambiente in funzione della variazione della sua geometria e della portata entrante ed uscente all' ambiente stesso. In particolare gli ambienti a cui si fa riferimento sono la camera 1 e 2 dell' attuatore idraulico.
Il fluido di lavoro è tipicamente un olio industriale il cui modulo di comprimibilità viene indicato con la grandezza β noto anche come modulo di Bulk. Qualora, come mostrato in figura 1.12, venga applicata una forza su uno stantuffo il quale va a ridurre il volume di olio presente in camera della quantità dV allora sussiste la seguente relazione rispetto alla variazione di pressione dP:

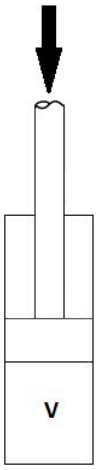

Figura 1.12: Variazione di volume in ambiente chiuso

$$\frac{dV}{V} = -\frac{dP}{\beta} \tag{1.10}$$

La relazione 1.10 specifica che il tentativo di riduzione del volume di olio presente in camera ha come effetto l' aumento della pressione dell' olio, ed in tale meccanismo entra in gioco il modulo di Bulk il quale ha l' unità di misura di una pressione ed è influenzato sia dalla temperatura di esercizio sia dalla quantità di molecole gassose ed impurità presenti nell' olio.
Applicando il principio di conservazione della massa (M) possiamo affermare che:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d\left(\rho V\right)}{dt} = \rho\,\frac{dV}{dt} + V\,\frac{d\rho}{dt} \tag{1.11}$$

$$\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho} \tag{1.12}$$

ed allora mettendo mettendo a sistema le equazioni 1.10 ed 1.12 si ottiene:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{\beta} \tag{1.13}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho}{\beta}\,\frac{dP}{dt} \tag{1.14}$$

Dunque applicando l' equazione di continuità relativamente ad un generico volume di controllo in cui vengono indicate con Q_{in} ed Q_{out} rispettivamente la portata entrante ed uscente, è possibile scrivere:

$$\rho\,\left(\sum Q_{in} - \sum Q_{out}\right) = \frac{dM}{dt} = \rho\,\frac{dV}{dt} + V\,\frac{d\rho}{dt} \tag{1.15}$$

da cui, sfruttando le relazioni precedentemente ottenute, si ricava la relazione che verrà applicata più volte nelle pagine che seguono:

$$\sum Q_{in} - \sum Q_{out} = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\beta}\,\frac{dP}{dt} \tag{1.16}$$

Capitolo 2

Servosistema classico

In questo capitolo viene sviluppata la trattazione del servosistema di riferimento formato dalla servovalvola a doppio stadio flapper - nozzle, dall' attuatore SCAS a doppio effetto, stelo passante, con molla di centraggio e dal trasduttore di posizione LVDT il quale va a chiudere l' anello di posizione secondo lo schema presentato nel capitolo precedente.

2.1 Servovalvola a doppio stadio flapper - nozzle

In figura 2.1 viene presentato lo spaccato della valvola in questione:

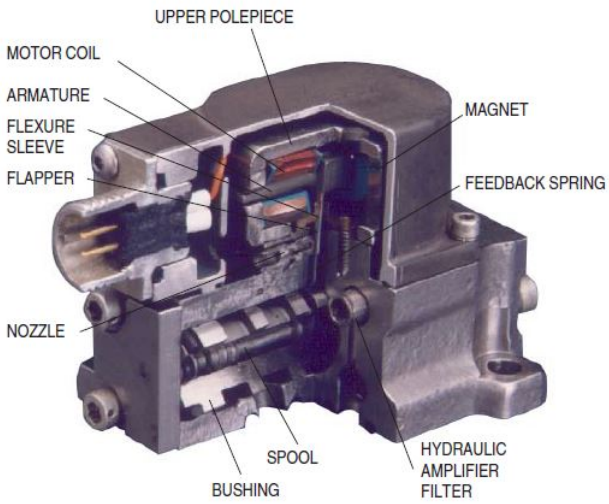

Figura 2.1: Servovalvola flapper - nozzle

Essa è formata da un torque motor a magneti permanenti il quale insieme all'amplificatore idraulico ne formano lo stadio pilota e dallo spool che costituisce il secondo stadio.

2.1.1 Torque motor

Il torque motor (figura 2.2) è formato da un magnete permanente (5) inserito tra un polo superiore (1) polarizzato in modo permanente Nord e un polo inferiore (3) polarizzato in modo permanente Sud, da un' armatura di materiale ferromagnetico (2) attorno alla quale sono presenti uno o più avvolgimenti (4) alimentati da corrente continua.

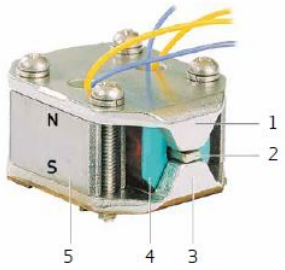

Figura 2.2: Torque motor

Questo componente ha il compito di trasformare un segnale di input in corrente in una coppia meccanica la quale genera il segnale di output in posizione ossia il movimento del flapper. Una rappresentazione schematica utile a spiegare il principio di funzionamento viene proposta in figura 2.3 dove è possibile notare il vincolo tra armatura e flapper a generare una struttura a forma di T.

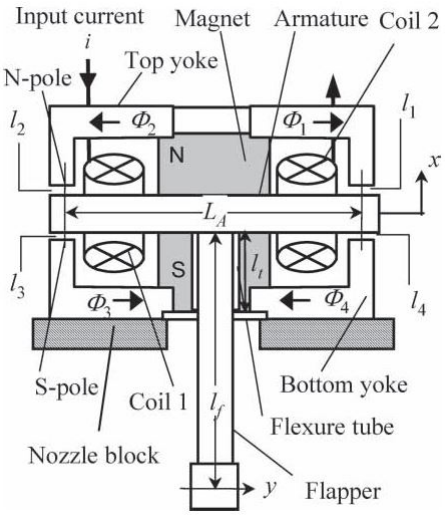

Figura 2.3: Schema del torque motor

Il tubo flessibile è fissato tra la struttura a T e la sezione superiore che delimita il nozzle e al suo interno contiene il flapper cosicché quando una coppia va ad agire sulla struttura a T esso subisce una flessione proporzionale alla coppia e l' estremità inferiore del flapper è messo in movimento.
Per definire la coppia determinata dalla corrente bisogna analizzare quanto accade, a livello magnetico, ai quattro gap di aria che si vengono a formare tra l' armatura, sulla quale sono presenti gli avvolgimenti, ed i poli superiore ed inferiore. Le superfici dei poli sono parallele e il campo magnetico è perpendicolare a tali superfici. Nello specifico è possibile affermare che la corrente transitante all' interno degli avvolgimenti, in funzione del numero degli avvolgimenti (N) e della riluttanza magnetica del circuito(R_m), va a creare un flusso magnetico (ϕ) nelle espansioni polari e tale flusso, diviso per la sezione delle espansioni polari stesse (A_g) va a generare la densità di flusso (B) mentre il campo magnetico (H) viene determinato in funzione del numero degli avvolgimenti (N), della corrente applicata (i) e della lunghezza del circuito magnetico equivalente (l). Esiste una relazione di proporzionalità, non lineare a causa delle isteresi e delle saturazioni, tra la densità di flusso e il campo magnetico secondo la permeabilità magnetica del mezzo (μ) nel quale si manifesta il fenomeno:

$$\phi = \frac{N\ i}{R_m} \tag{2.1}$$

$$R_m = \frac{l}{\mu\ A_g} \tag{2.2}$$

$$B = \frac{\phi}{A_g} \tag{2.3}$$

$$H = \frac{N\ i}{l} \tag{2.4}$$

$$B = \mu\ H \tag{2.5}$$

Considerando un singolo traferro ed indicando con la lettera g la sua estensione possiamo dire che l'energia immagazzinata (W_m) nel volume occupato dal gap di aria (V_{gap}) è pari alla densità di energia immagazzinata (w_m) per il volume del gap stesso:

$$w_m = \frac{B^2}{2\ \mu_0} \tag{2.6}$$

$$W_m = w_m\ V_{gap} = \frac{B^2\ A_g\ g}{2\ \mu_0} \tag{2.7}$$

nell' ipotesi che la densità di flusso sia costante è possibile differenziare l' equazione 2.7 in funzione della dimensione del gap in maniera tale che una variazione infinitesima di tale dimensione comporti una variazione infinitesima della totalità di energia immagazzinata e da tale derivata è possibile

ricavare la forza magnetica che permette la variazione di dimensione:

$$F_m = \frac{dW_m}{dg} = \frac{B^2\ A_g}{2\ \mu_0} \tag{2.8}$$

Tale forza moltiplicata per il braccio rispetto al punto di vincolo tra armatura e flapper ($\frac{L_A}{2}$) genera una coppia all' armatura e, considerando tutti i gap presenti nel sistema di figura 2.3, la coppia totale che viene esercitata sull' armatura vale:

$$T = \frac{L_A\ A_g}{4\ \mu_0}\left(B_1^2\ -\ B_2^2\ +\ B_3^2\ -\ B_4^2\right) = \tag{2.9}$$

$$= \frac{L_A}{4\ \mu_0\ A_g}\left(\phi_1^2\ -\ \phi_2^2\ +\ \phi_3^2\ -\ \phi_4^2\right) \tag{2.10}$$

Noto il valore di coppia, con un diagramma di corpo libero alla struttura a T, è possibile determinare l' angolo di inclinazione dell' armatura e ricavare la posizione dell' estremità del flapper. Come mostrato successivamente, il catalogo della servovalvola utilizzata per modellare il sistema non specifica le dimensioni geometriche del torque motor necessarie per percorrere questa strada ma considera la relazione tra la corrente e la coppia tramite un guadagno statico mentre utilizza una funzione di trasferimento del secondo ordine per esprimere la relazione tra la coppia al torque motor e lo spostamento del flapper.

Un elemento di fondamentale importanza, senza il quale tale valvola non potrebbe essere proporzionale, consiste nell' elastomero che collega l' estremo inferiore del flapper allo spool del secondo stadio: in questo modo la coppia motrice, funzione della corrente, viene equilibrata della coppia di feedback proveniente dall' elastomero la quale è direttamente proporzionale allo spostamento dello spool. Così la valvola non lavora solo ed esclusivamente per spostamenti massimi dello spool, ma può trovare infiniti punti di lavoro intermedi che determinano valori di portata inviata all' attuatore proporzionali al segnale di ingresso alla servovalvola.
Una rappresentazione grafica di quanto scritto è riportata in figura 2.4.

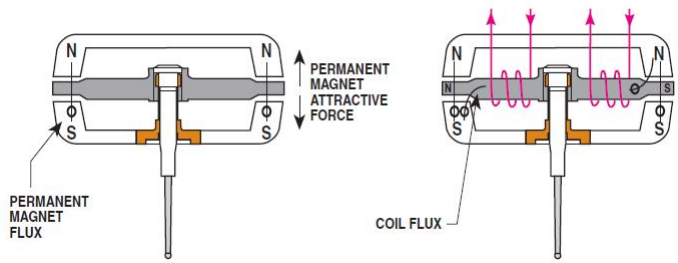

Figura 2.4: Torque motor, flapper ed elastomero

2.1.2 Amplificatore idraulico

L' amplificatore idraulico ha il compito di trasformare lo spostamento dell' estremità del flapper in un recupero di pressione all' interno del nozzle verso il quale il flapper si è spostato ed una diminuzione di pressione nel nozzle rispetto al quale il flapper si è allontanato. Come mostrato in figura 2.5 sia il nozzle destro sia il nozzle sinistro sono alimentati dalla pressione di alimentazione P_S e, tramite un orefizio ad area fissa, vi è continuamente portata che transita al loro interno.

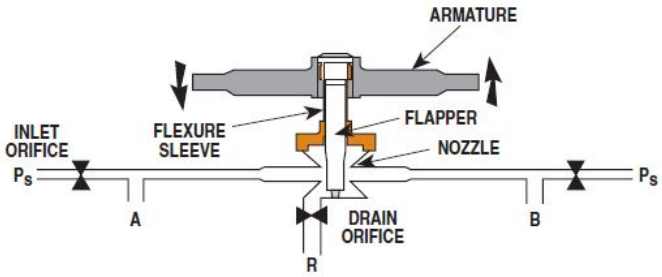

Figura 2.5: Amplificatore idraulico

Le bocche A e B sono collegate agli estremi dello spool del secondo stadio e in funzione della pressione recuperata nei nozzles sono determinate le portate che vengono inviate allo spool (o che dallo spool vengono inviate al nozzle per poi andare a scarico alla bocca R). Le portate in arrivo dal nozzle allo spool e dallo spool al nozzle, in seguito ad un fenomeno di accumulo, si trasformano in una variazione della pressione presente agli estremi dello spool stesso andando a determinare, una volta vinta la sua inerzia, l' attrito viscoso e la forza di richiamo portata dall' elastomero, un' accelerazione che muove lo spool finché non si viene a determinare una nuova condizione di equilibrio nella quale il segnale di coppia al torque motor è nullo poiché la coppia motrice e la coppia di feedback sono uguali tra loro. In questa condizione lo spool rimane nella medesima posizione di lavoro finché non va a variare il segnale di tensione al torque motor.

2.1.3 Dinamica dello spool della servovalvola

Definito il sistema di riferimento ed eseguendo il diagramma di corpo libero dello spool è possibile determinare la sua accelerazione e tramite doppia integrazione la posizione.
Con riferimento alla figura 2.6 è possibile scrivere:

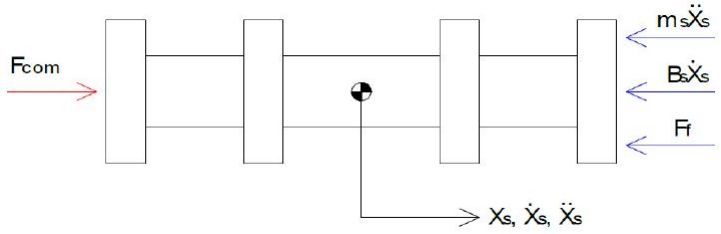

Figura 2.6: Diagramma di corpo libero allo spool servovalvola

$$F_{com} = m_s\ddot{x}_s + B_s\ddot{x}_s + F_f \tag{2.11}$$

dove:

- $F_{com} = \Delta P\ A$;
- A = area di spinta spool;
- m_s = massa spool;
- B_s = coefficiente di attrito viscoso;
- F_f = K $(x_s + x_f)$
- K = rigidezza elastomero che vincola lo spool al flapper;
- $\ddot{x}_s, \dot{x}_s, x_s$ = accelerazione, velocità e spostamento spool;
- x_f = spostamento flapper.

La sezione complessiva della servovalvola flapper - nozzle viene di seguito riportata. Questa tipologia di servovavola ha trovato largo impiego grazie alle sue prestazioni con tempi di risposta che vanno dai 2 - 3 ms per comandi piccoli sino a 8 - 10 ms per comandi grandi e grazie alla larghezza di banda, dipendente dalla dimensione degli elementi fisici che compongono la servovalvola, che permette di soddisfare segnali in entrata che variano con una pulsazione anche elevata.

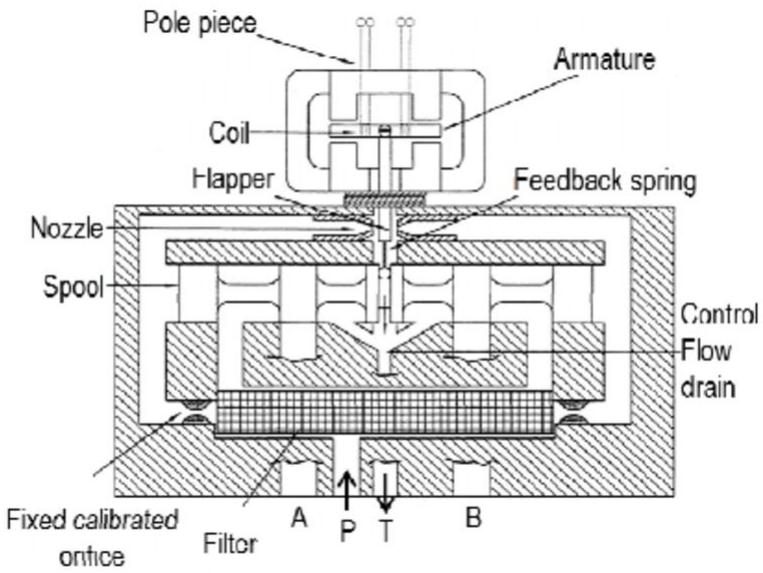

Figura 2.7: Servovalvola flapper - nozzle

2.2 Modellazione del sistema

2.2.1 Servovalvola Moog

La servovalvola utilizzata è presente sul catalogo della Moog " Type 30 Nozzle - Flapper flow control servovalves " ed è stata selezionata la serie 30 il cui modello proposto a catalogo risulta essere:

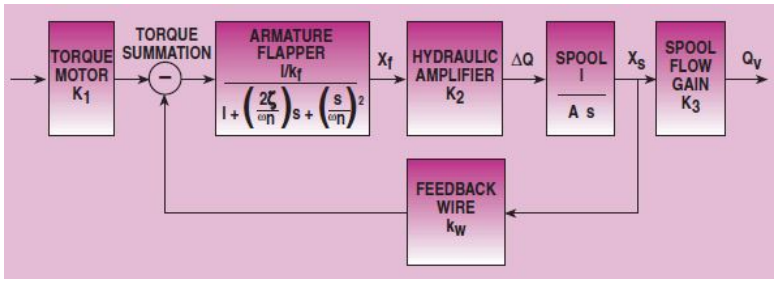

Figura 2.8: Modello della servovalvola

Esso prevede in input il segnale di corrente proveniente dalla logica di controllo posta a monte del blocco K_1 non presente in figura 2.8. Tale segnale viene moltiplicato per il torque motor gain (K_1) andando a fornire un segnale di coppia motrice la quale viene confrontata con la coppia di retroazione determinata dal prodotto tra lo spostamento dello spool (x_s) ed il feedback wire stiffness (K_w). Dalla differenza tra coppia di comando e coppia di retroazione nasce la coppia di errore che viene fornita al blocco

armature - flapper il quale, con una dinamica del secondo ordine, va a determinare lo spostamento del flapper (x_f). Tale segnale viene inviato al blocco *hydraulic amplifier* il quale tramite l' hydraulic amplifier flow gain (K_2) determina la portata (ΔQ) che viene inviata dallo stadio pilota allo stadio principale e viceversa. Tale informazione di portata arriva al blocco spool dove viene divisa per la sua area di spinta (A) e integrata al fine di ricavare lo spostamento dello spool (x_s).
E' opportuno sottolineare come in tale modello non venga preso in considerazione il fenomeno di accumulo di portata agli estremi dello spool e, come conseguenza, venga bypassata la fase di calcolo delle pressioni necessarie per il diagramma di corpo libero poiché si ottiene la posizione dello spool tramite un' equazione di continuità semplificata.
Le equazioni dalle quali deriva tale schema a blocchi sono:

$$C_m = i\ K_1\ \ (Nm) \tag{2.12}$$

$$C_{fb} = x_s\ K_w\ \ (Nm) \tag{2.13}$$

$$C_e = C_m - C_{fb}\ \ (Nm) \tag{2.14}$$

$$x_f = \frac{\frac{1}{K_f}}{\frac{s^2}{w_n^2} + \frac{2\zeta_n}{w_n}s + 1}\ C_e\ \ (m) \tag{2.15}$$

$$\Delta Q = K_2\ x_f\ \left(\frac{m^3}{s}\right) \tag{2.16}$$

$$x_s = \frac{\Delta Q}{As}\ \ (m) \tag{2.17}$$

A differenza di quanto riportato in figura 2.8, per determinare la portata elaborata dalla servovalvola ed inviata all' attuatore non si è fatto uso del flow gain of spool / bushing (K_3). Piuttosto è stato scelto un modello che prevede di linearizzare l' equazione caratteristica di portata, dipendente sia dalla variabile x_s sia dalla pressione di alimentazione e scarico servovalvola (P_s e P_t) sia dalle pressioni che si vengono ad instaurare nelle camere del cilindro grazie alla portata in entrata ed uscita, considerando i condotti della servovalvola a sezione rettangolare [1, cap. 20.4].
In tabella 2.1 sono riportati i parametri della servovalvola presenti sul catalogo.

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Torque Motor Current	i	± 0.01	A
Spool Displacement	x_s	$\pm 3.81 \times 10^{-4}$	m
Flapper Displacement	x_f	$\pm 3.05 \times 10^{-5}$	m
Control Flow at 3000 psi	Q_L	2×10^{-4}	$\frac{m^3}{s}$
Hydraulic Amplifier Differential Flow	ΔQ	3.27×10^{-6}	$\frac{m^3}{s}$
Torque Motor Gain	K_1	2.825	$\frac{Nm}{A}$
Hydraulic Amplifier Gain	K_2	0.087	$\frac{m^3}{sm}$
Flow Gain of Spool Bushing	K_3	0.514	$\frac{m^3}{sm}$
Spool Area	A	1.35×10^{-5}	m^2
Stiffness Armature / Flapper	x_f	511.614	$\frac{Nm}{m}$
Rotational Mass of Armature / Flapper	I_f	1.96×10^{-5}	$\frac{Nms^2}{m}$
Damping on Armature / Flapper	b_f	0.080	$\frac{Nms}{m}$
Feedback Wire Stiffness	K_w	74.162	$\frac{Nm}{m}$
Natural Frequency of First Stage	ω_n	5114.513	$\frac{rad}{s}$
Damping Ratio of First Stage	ζ_n	0.4	-

Tabella 2.1: Grandezze servovalvola Moog serie 30

In particolare:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_f}{I_f}} \tag{2.18}$$

$$\zeta_n = \frac{b_f \omega_n}{2K_f} \tag{2.19}$$

L' elevata larghezza di banda è riferita alla sola dinamica del primo stadio, qualora tale servovalvola venisse globalmente approssimata tramite una funzione di trasferimento del secondo ordine si andrebbe ad ottenere un sistema avente frequenza naturale di circa 200 Hz con un fattore di smorzamento pari a 0.5.

2.2.2 Portata elaborata dalla servovalvola

La portata elaborata dalla servovalvola è una funzione non lineare dell' area di efflusso che si viene a formare in funzione dello spostamento dello spool

dello stadio principale, della pressione di alimentazione e scarico servovalvola e delle pressioni che si vengono a determinare nelle camere dell' attuatore collegato alla servovalvola stessa.

Per quanto concerne l' area di efflusso è opportuno specificare che vi sono tre diverse possibilità a seconda dell' eventuale ricoprimento tra spool e camicia, esse sono rappresentate in figura 2.9.

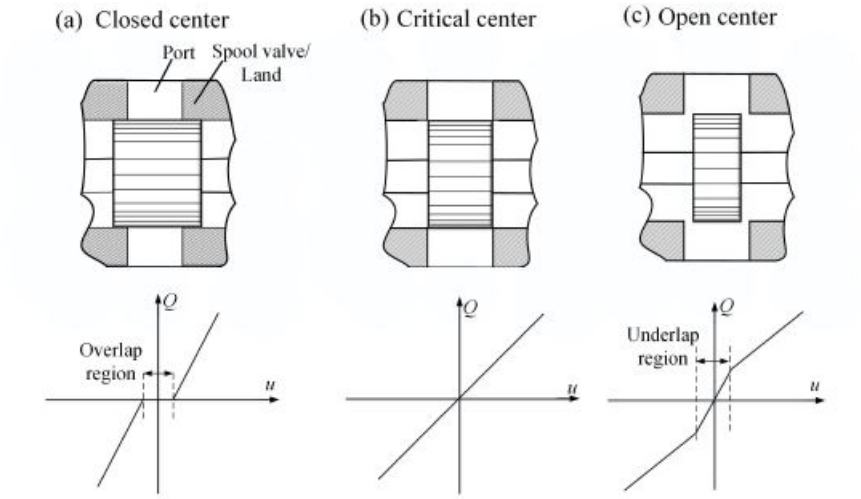

Figura 2.9: (a) centri chiusi o overlapped; (b) centri critici o zerolapped; (c) centri aperti o underlapped

Risulta evidente che una servovalvola a centri chiusi od a centri aperti introduce una non linearità nel legame esistente tra portata elaborata e spostamento dello spool poiché nel caso di centri chiusi esiste una zona nell' intorno dello zero entro la quale, benché lo spool sia spostato, la portata elaborata rimane nulla per poi assumere la medesima pendenza presente nel grafico che si riferisce al caso a centri critici; nel caso a centri aperti, invece, la portata elaborata è diversa da zero anche nel momento in cui lo spool giace fermo nella posizione centrata di riposo.
Come schematizzato nel grafici presenti in figura 2.9, dove in ascisse viene riportato lo spostamento dello spool e in ordinata la portata transitante nelle luci di passaggio, la presenza di ricoprimento, sia esso positivo sia esso negativo, porta anche ad una modifica del guadagno in portata della valvola il quale verrà esplicitato successivamente. Inoltre, come mostrato in figura 2.7, trattandosi di servovalvola flapper - nozzle a 4 vie, la presenza di ricoprimento porterebbe ad avere, a pari spostamento spool, aree di efflusso uguali a due a due ma non tutte uguali tra loro.
Andando ad effettuare un' analisi linearizzata del modello, ed in assenza di altre specifiche presenti a catalogo, si è stabilito di considerare la servovalvola

in questione a centri critici. Tale scelta, indicando con w la lunghezza della luce di passaggio, porta ad avere la seguente area di efflusso formalmente uguale per qualunque luce di passaggio:

$$A_v = w\ x_s \tag{2.20}$$

La grandezza w è calcolabile tramite grandezze a catalogo considerando la portata massima di no load (a carico nullo con salto di pressione massimo pari alla differenza tra pressione di alimentazione e scarico) la quale si realizza con l' area di efflusso massima dalla quale è possibile calcolare w conoscendo lo spostamento massimo dello spool:

$$A_{Vmax} = \frac{Q_{NL}}{c_d}\sqrt{\frac{\rho}{P_s - P_t}} \tag{2.21}$$

$$w = \frac{A_{Vmax}}{x_{smax}} \tag{2.22}$$

In figura 2.10 (dove lo spostamento dello spool viene indicato con la lettera x_v al posto di x_s) sono riportati nel dettaglio i flussi regolati dalla valvola. Considerata la valvola come a centri critici ($u = 0$), quindi definite le quattro aree di efflusso tramite l' equazione 2.20, vengono definiti i flussi regolati come segue:

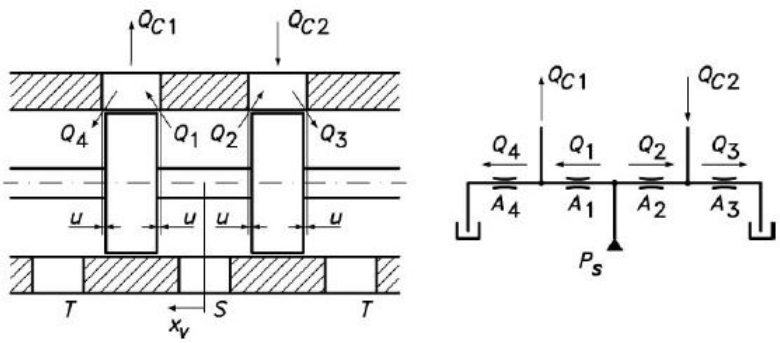

Figura 2.10: Spool servovalvola

$$Q_1 = C_d A_v \sqrt{\frac{2\,(P_s - P_1)}{\rho}} \tag{2.23}$$

$$Q_4 = C_d A_v \sqrt{\frac{2\,(P_1 - P_t)}{\rho}} \tag{2.24}$$

$$Q_2 = C_d A_v \sqrt{\frac{2\,(P_s - P_2)}{\rho}} \tag{2.25}$$

$$Q_3 = C_d A_v \sqrt{\frac{2\left(P_2 - P_t\right)}{\rho}} \tag{2.26}$$

nelle quali, si ricorda, C_d è il coefficiente di efflusso, P_s e P_t la pressioni di alimentazione e scarico servovalvola, P_1 e P_2 le pressioni che si vengono a generare nelle rispettive camere dell' attuatore. In particolare la portata netta inviata dall' interfaccia all' attuatore e quella messa a scarico dall' attuatore tramite l' interfaccia sono rispettivamente:

$$Q_{c1} = Q_1 - Q_4 \tag{2.27}$$

$$Q_{c2} = Q_3 - Q_2 \tag{2.28}$$

Per arrivare ad un' equazione di portata linearizzata è necessario porre a zero le portate Q_4 e Q_2. Ne consegue una semplificazione delle equazioni 2.27 e 2.28 la quale porta a poter scrivere che $Q_{c1} = Q_1$ e $Q_{c2} = Q_3$. Inoltre andando a porre $Q_{c1} = Q_{c2}$ si ottiene la cosiddetta portata di carico indicata con Q_L la quale, oltre a dipendere dall' area di efflusso e dalla pressione di scarico ed alimentazione, è funzione della differenza di pressione al carico $\Delta P_L = P_1 - P_2$. Dato che il coefficiente di efflusso e l' area di passaggio sono uguali tra Q_{c1} e Q_{c2}, per ottenere il medesimo valore di portata che transita da valvola ad attuatore e da attuatore a valvola è necessario avere il medesimo salto di pressione tra alimentazione e camera 1 dell' attuatore e tra la camera 2 e lo scarico:

$$P_s - P_1 = P_2 - P_t \tag{2.29}$$

quindi:

$$\begin{aligned} 2\left(P_s - P_1\right) &= \left(P_s - P_1\right) + \left(P_s - P_1\right) = \\ &= \left(P_s - P_1\right) + \left(P_2 - P_t\right) = \\ &= \left(P_s - P_t\right) + \left(P_2 - P_1\right) = \\ &= \left(P_s - P_t\right) - \Delta P_L \end{aligned} \tag{2.30}$$

da cui la portata di load:

$$Q_L = C_d A_v \sqrt{\frac{P_s - P_t - \Delta P_L}{\rho}} \tag{2.31}$$

Analizzando l' equazione 2.31 possiamo capire come vadano ad influire, sulla portata, le variabili in gioco. In figura 2.11 vi è la rappresentazione grafica tridimensionale:

- A_v: per un determinato ΔP_L, un aumento di A_v implica un aumento della portata di load e viceversa;

- ΔP_L: per una determinata A_v, un aumento di ΔP_L implica una differenza di pressione minore (al limite possiamo avere il caso in cui nella camera 1 dell' attuatore regna la pressione P_s e nella camera 2 la pressione P_t che corrisponde ad avere $\Delta P_L = P_s - P_t$) sulle luci di passaggio e di conseguenza porta ad una diminuzione della portata di load la quale al limite diventa nulla; viceversa una riduzione di ΔP_L implica una differenza di pressione maggiore (al limite possiamo avere il caso in cui la pressione nelle camere 1 e 2 dell' attuatore siano le medesime che corrisponde ad avere $\Delta P_L = 0$) sulle luci di passaggio e di conseguenza porta ad un aumento della portata di load la quale vede il suo valore massimo proprio per un $\Delta P_L = 0$.

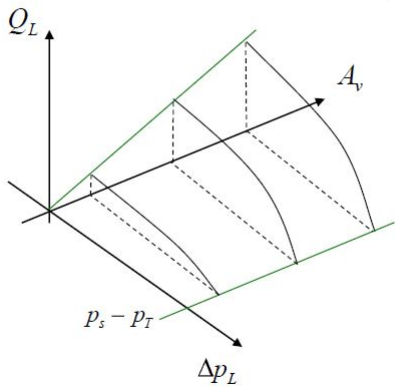

Figura 2.11: $Q_L = Q_L\left(A_v, \Delta P_L\right)$

La portata di load è una superficie quadratica che può essere linearizzata in un certo intorno di qualunque punto appartenente al suo dominio. Considerando come punto di linearizzione il punto *0* di coordinate: $(A_{v0}, \Delta P_{L0})$ si ottiene la seguente formulazione:

$$Q_L = Q_{L0} + \left[\frac{\partial Q_L}{\partial A_v}\right]_0 (A_v - A_{v0}) + \left[\frac{\partial Q_L}{\partial \Delta P_L}\right]_0 (\Delta P_L - \Delta P_{L0}) \qquad (2.32)$$

$$Q_L - Q_{L0} = \left[\frac{\partial Q_L}{\partial A_v}\right]_0 (A_v - A_{v0}) + \left[\frac{\partial Q_L}{\partial \Delta P_L}\right]_0 (\Delta P_L - \Delta P_{L0}) \qquad (2.33)$$

da tali equazioni è possibile ricavare due grandezze di fondamentale importanza per una valvola proporzionale ossia il guadagno in portata o flow gain (K_Q) e il guadagno flusso - pressione o flow pressure gain (K_{PQ}):

- $K_Q = \left[\frac{\partial Q_L}{\partial A_v}\right]_0 = C_d\sqrt{\frac{P_s - P_t - \Delta P_L}{\rho}}$

- $K_{PQ} = \left[\frac{\partial Q_L}{\partial \Delta P_L}\right]_0 = -\frac{C_d A_{v0}\sqrt{\frac{P_s - P_t - \Delta P_{l0}}{\rho}}}{2(P_s - P_t - \Delta P_{L0})}$

ed è allora possibile scrivere la relazione finale della portata linearizzata:

$$\Delta Q_L = K_Q \ \Delta A_v + K_{PQ} \ \Delta\Delta P_L \tag{2.34}$$

Il guadagno in portata, definito nella trattazione che segue tramite la formula appena presentata, va a correlare la portata di carico all' area delle luci di passaggio entro le quali essa scorre e dal momento che tale area è direttamente proporzionale allo spostamento dello spool, il quale a sua volta a regime è direttamente proporzionale alla corrente transitante negli avvolgimenti del torque motor, è possibile definire tale guadagno in due ulteriori forme che determinano sia un suo valore numerico sia unità di misura differenti:

$$K_Q = \left[\frac{\partial Q_L}{\partial x_v}\right]_0 \tag{2.35}$$

$$K_Q = \left[\frac{\partial Q_L}{\partial i}\right]_0 \tag{2.36}$$

A prescindere dalla tipologia di formulazione adottata per il guadagno in portata è opportuno specificare che il valore di tale guadagno, al pari di quello in flusso - pressione, è influenzato dalla scelta del punto del dominio nel quale si va a compiere la linearizzazione. All' aumentare di ΔP_{L0}, indipendentemente dal valore di A_{v0}, si registra una diminuzione del guadagno in portata poiché in tale condizione si viene a realizzare un salto di pressione minore tra gli ambienti di monte e valle ossia tra P_s - P_1 e P_2 - P_t. In particolare passando dalla condizione $\Delta P_{L0} = 0$ alla condizione $\Delta P_{L0} = \frac{1}{2}P_s$ si ottiene una diminuzione del guadagno in portata del 70.7%.
Il guadagno flusso - pressione, dipendente invece sia da ΔP_{L0} sia da A_{v0}, ha un comportamento analogo al guadagno in portata nel senso che un aumento di ΔP_{L0}, a parità di A_{v0}, porta ad un aumento del suo modulo, il quale risulta infinito per $\Delta P_{L0} = P_s - P_t$, ma essendo tale guadagno sempre negativo ne consegue che riduce il suo valore all' aumentare della pressione di carico alla quale si esegue la linearizzazione. Il valore di tali guadagni, come si vedrà in seguito, incide nel guadagno statico della funzione di trasferimento in anello aperto del sistema e di conseguenza va ad incidere sulla stabilità del sistema stesso.

In figura 2.12 viene riportato l' andamento del guadagno in portata al variare della pressione di carico mentre in figura 2.13 viene riportato l' andamento del guadagno flusso - pressione, parametrizzato per diversi valori dell' area di efflusso, in funzione della pressione di carico.

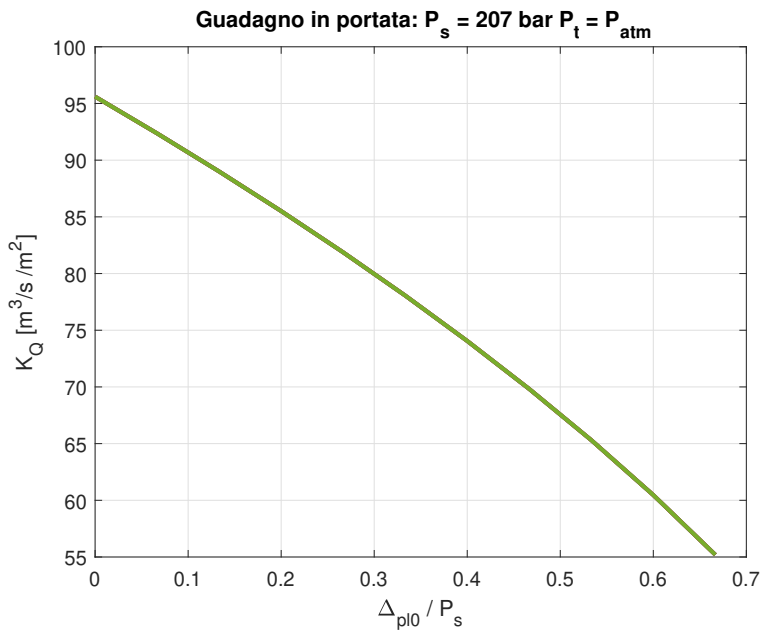

Figura 2.12: Guadagno in portata K_Q

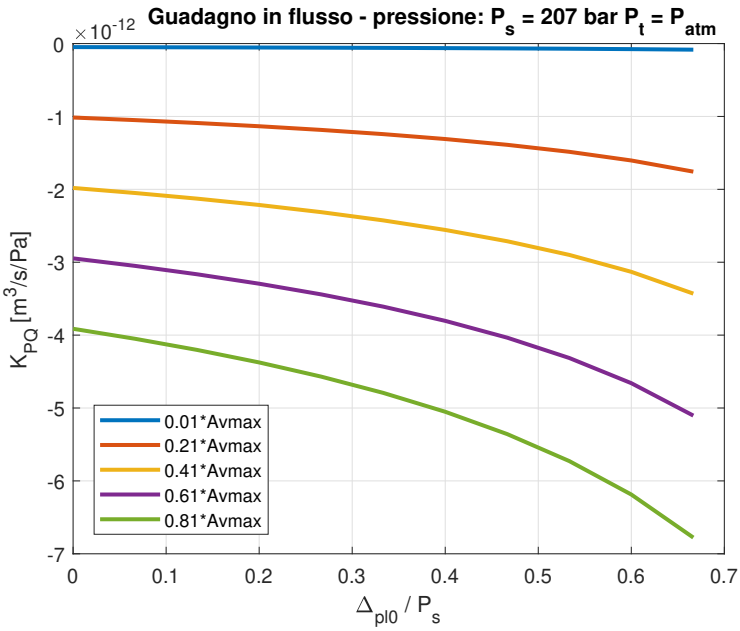

Figura 2.13: Guadagno in flusso - pressione K_{PQ}

2.2.3 Attuatore

Come anticipato in precedenza l' attuatore utilizzato nel servosistema SCAS è di tipologia a stelo passante, doppio effetto, con molla di centraggio utile a riposizionare il pistone in posizione neutra qualora vi fosse un guasto nel sistema, in modo tale da non costituire un danno permanente al pilota in condizione di volo. Tale attuatore prevede il montaggio di 3 guarnizioni per testata più una al cilindro per un totale di 7 guarnizioni. Trattandosi di un' analisi lineare non è stato tenuto conto del loro contributo in termini di forza applicata al pistone in opposizione al moto dello stesso.
La prima equazione che caratterizza l' attuatore è l' equilibrio dinamico alla traslazione dello stantuffo scritta secondo il sistema di riferimento presente in figura 2.14:

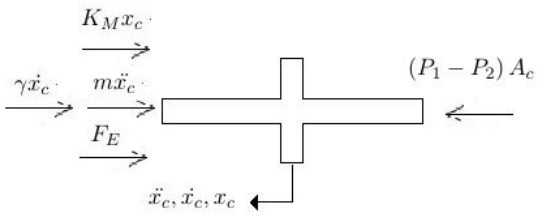

Figura 2.14: Diagramma di corpo libero attuatore SCAS

$$(P_1 - P_2)\, A_c = m\ddot{x}_c + \gamma \dot{x}_c + K_M x_c + F_E \tag{2.37}$$

dove rispettivamente P_1 e P_2 sono le pressioni che si vengono a generare nella camera 1 e 2 dell' attuatore, A_c l' area di spinta del cilindro considerata uguale per ambo le camere, m la massa traslante costituita da stelo e pistone, γ il coefficiente di attrito viscoso, K_M la rigidezza della molla di centraggio, F_E la forza esercitata dal carico esterno da movimentare, $\ddot{x}_c, \dot{x}_c, x_c$ accelerazione, velocità e posizione del cilindro. L' equazione 2.37 è valida esclusivamente nel caso di assenza contatto tra pistone e testate del cilindro poiché in tal caso sarebbe necessario introdurre un termine al bilancio rappresentativo delle reazioni vincolari; tramite tale equazione è possibile isolare l' accelerazione e, con doppia integrazione, calcolare la posizione assunta dal cilindro.
La seconda equazione consiste nella continuità applicata una volta alla camera 1 e una volta alla camera 2 dell' attuatore. Nel dettaglio, indicando con x_0 la semicorsa del cilindro, possiamo individuare il volume delle camere come segue:

$$V_1 = V_{10} + A_c x_c = A_c x_0 + A_c x_c \tag{2.38}$$

$$V_2 = V_{20} - A_c x_c = A_c x_0 - A_c x_c \tag{2.39}$$

dove con V_{10} e V_{20} si fa riferimento al volume "iniziale" delle camere in condizione di riposo, tale grandezza dipende dalla geometria dell' attuatore e di conseguenza non è dipendente dal tempo. L' equazione di continuità viene scritta rispetto alla condizione di cilindro centrato a metà corsa considerando la portata di carico Q_L entrante nella camera 1 ed uscente dalla camera 2, senza andare a considerare la portata di leakage interno Q_{li} le portate di leakage dalla camera 1 e camera 2 verso l' esterno (rispettivamente Q_{le1} e Q_{le2}). Allora per la camera 1, dove la portata entrante è la sola portata di carico mentre quella uscente è nulla, si ottiene:

$$Q_L = A_c\dot{x_c} + \frac{V_1}{\beta}\frac{dP_1}{dt} \tag{2.40}$$

mentre per la camera 2, dove la portata entrante è nulla e quella uscente è la portata di carico stessa, si ottiene:

$$-Q_L = -A_c\dot{x_c} + \frac{V_2}{\beta}\frac{dP_2}{dt} \tag{2.41}$$

Nella definizione di V_1 e V_2 è presente lo spostamento del cilindro x_c il quale introduce una non linearità. Al fine di realizzare un modello lineare si considerano $V_1 = V_{10}$ e $V_2 = V_{20}$ ed essendo $V_{10} = V_{20}$ si può concludere che $V_1 = V_2 = V_{10} = V_{20} = V_c$.
Sottraendo l' equazione 2.41 all' equazione 2.40 si ottiene la relazione che lega il ΔP_L alla Q_L:

$$Q_L = A_c\dot{x_c} + \frac{V_c}{2\beta}\frac{d\Delta P_L}{dt} \tag{2.42}$$

Nelle equazioni 2.40, 2.41 e 2.42 compare il modulo di Bulk (β) il quale è una proprietà del fluido di lavoro e consiste nella variazione relativa di volume subita dal fluido a fronte di una variazione di pressione. Tale grandezza, oltre a dipendere dalle condizioni operative di lavoro in termini di temperatura di esercizio, dipende principalmente dalla frazione di aria presente all' interno del fluido.

2.2.4 Traduttore di posizione LVDT

Il trasduttore utilizzato è di tipologia Linear Variable Differential Transformer ossia un trasduttore induttivo il cui principio di funzionamento si basa sul concetto di mutua induttanza. Il suo compito è di generare un segnale di feedback in tensione (V_{FB}) direttamente confrontabile con il segnale di set in tensione (V_{set}) così da generare il segnale di errore (V_e) il quale verrà compensato in modo opportuno dalla logica di controllo.
La funzione di trasferimento tramite cui modellare tale elemento è la seguente:

$$G_{LVDT} = \frac{K_{LVDT}}{\frac{s^2}{\omega_{LVDT}^2} + \frac{2\,\zeta_{LVDT}}{\omega_{LVDT}}s + 1} \tag{2.43}$$

dove il guadagno statico K_{LVDT} ha il medesimo valore in modulo del guadagno di set K_{set} il quale verrà successivamente esplicitato. La dinamica del trasduttore deve essere tale da non pregiudicare il corretto funzionamento del servosistema e in questo senso si è scelto di modellare con un secondo ordine avente pulsazione di risonanza maggiore della larghezza di banda del sistema compensato.

2.2.5 Controllore

La logica di controllo è stata definita successivamente all' analisi della risposta in frequenza del sistema non compensato la quale verrà esposta successivamente.
In un controllo posizione classico la presenza dell' integratore finale che permette il passaggio dalla velocità alla posizione del cilindro introduce un polo nell' origine ed è allora prassi adoperare un controllo semplicemente proporzionale volto a migliorare la prontezza del sistema. Tuttavia, nel caso in analisi, l' integratore che permette di passare dalla velocità alla posizione non va a generare un polo nell' origine bensì un polo finito poiché esso è racchiuso all' interno del loop di posizione grazie alla molla di centraggio che determina un' azione in funzione dello spostamento del cilindro. Sarà dunque opportuno utilizzare una logica di controllo Proporzionale - Integrativa (PI) per cercare di ridurre al minimo l' errore del sistema a regime.
La funzione di trasferimento che lega la tensione di errore (V_e) alla tensione di riferimento che si instaura ai capi degli avvolgimenti del torque motor (V_{rif}), la quale verrà poi convertita in corrente tramite un guadagno tensione - corrente (K_{v2i}), è così definita:

$$G_c = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_i}{s}(\tau s + 1) \tag{2.44}$$

$$\tau = \frac{K_p}{K_i} \tag{2.45}$$

dove con il termine τ si identifica il rapporto tra il guadagno proporzionale ed integrativo andando così a formare una funzione di trasferimento avente un primo ordine a numeratore moltiplicato per il contributo dettato dalla presenza dell' integratore.

2.3 Riduzione ed analisi dello schema a blocchi

Le equazioni scritte nelle precedenti sezioni hanno permesso di realizzare in ambiente Matlab - Simulink lo schema a blocchi attraverso il quale simulare il comportamento del sistema (figura 2.15).

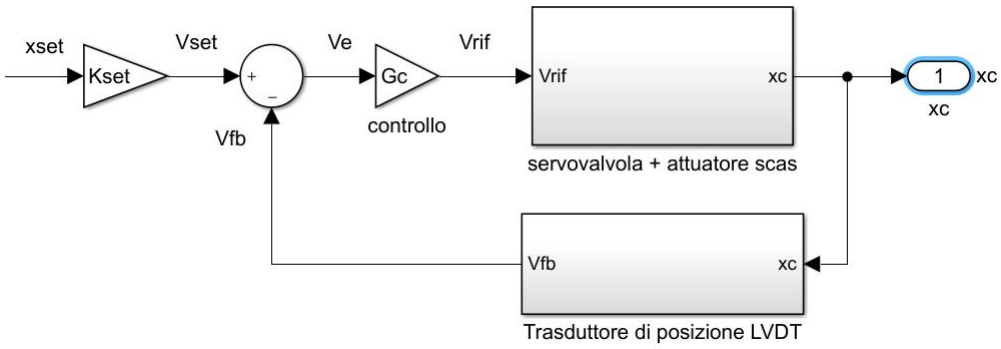

Figura 2.15: Schema a blocchi servosistema classico

Avendo scelto un protocollo che prevede la variazione del segnale di tensione tra $\pm 10V$ è stato calcolato il guadagno di set, conseguentemente anche il guadagno statico del trasduttore, come:

$$K_{set} = \frac{V_{setmax}}{x_{setmax}} \tag{2.46}$$

$$K_{LVDT} = K_{set} \tag{2.47}$$

Nello schema a blocchi qui riportato la funzione di trasferimento del controllo appare come un guadagno poiché, in prima analisi, è stata studiata la risposta in frequenza del sistema non compensato come se fosse caratterizzato da un controllore puramente proporzionale a guadagno unitario.
Il blocco *servovalvola + attuatore scas* ha al suo interno un ulteriore subsystem chiamato *servovalvola*, presente in figura 2.16, il quale altro non è che lo schema a blocchi di figura 2.8 tradotto in linguaggio simulink.

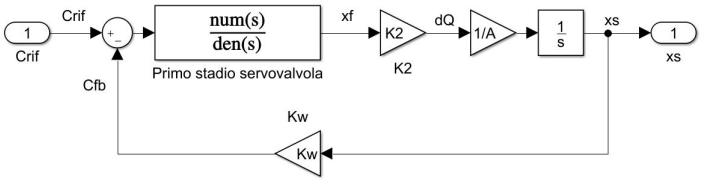

Figura 2.16: Modellazione servovalvola

La struttura del subsystem *servovalvola + attuatore scas* è invece visibile in figura 2.17.

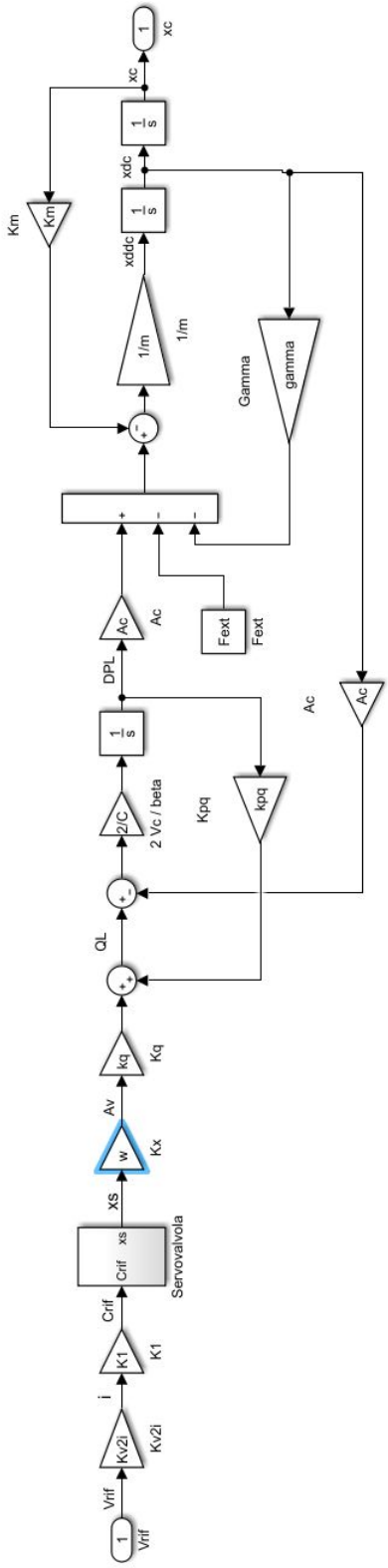

Figura 2.17: Modellazione servovalvola + attuatore SCAS

Nel blocco *trasduttore di posizione LVDT* di figura 2.15 viene realizzata la funzione di trasferimento descritta dall' equazione 2.43.
In tabella 2.2 vengono riportati i valori delle grandezze presenti nel servosistema, ad eccezione dei dati relativi alla servovalvola già presentati nella tabella 2.1.

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Guadagno di set	K_{set}	2500	$\frac{V}{m}$
Pressione di alimentazione	P_s	20.7	MPa
Pressione di scarico	P_t	P_{atm}	-
Densità olio di lavoro	ρ	842.75	$\frac{kg}{m^3}$
Modulo di Bulk	β	7×10^8	Pa
Coefficiente di efflusso	C_d	0.61	-
Dimensione trasversale luce valvola	w	0.00549	m
Area di efflusso valvola massima	A_{vmax}	2.092×10^{-6}	m^2
Alesaggio cilindro	ϕ_c	0.0123	m
Diametro stelo	ϕ_s	0.00947	m
Area di spinta cilindro	A_c	4.88×10^{-5}	m^2
Volume iniziale camera 1 e 2	V_c	1.95×10^{-7}	m^3
Volume totale olio	V_{ctot}	3.9×10^{-7}	m^3
Semicorsa cilindro	x_0	$4\ \times10^{-3}$	m
Massa stelo	m_s	0.0579	kg
Massa cilindro	m_c	0.035	kg
Massa totale parti mobili	m_{tot}	0.0929	kg
Coefficiente di attrito viscoso	γ	511.37	$\frac{Ns}{m}$
Rigidezza molla di centraggio	K_M	17500	$\frac{N}{m}$
Guadagno statico trasduttore LVDT	K_{LVDT}	2500	$\frac{V}{m}$
Guadagno tensione - corrente	K_{v2i}	0.001	$\frac{A}{V}$

Tabella 2.2: Dati servosistema classico

La linearizzazione è stata realizzata nell' intorno del punto di coordinate: $A_{v0} = \frac{1}{2}A_{vmax}$, $\Delta P_{L0} = \frac{1}{2}P_s$ da cui derivano i seguenti valori di guadagno in portata e guadagno flusso - pressione:

$$K_Q = 67.4 \left(\frac{m^3}{sm^2} \right) \tag{2.48}$$

$$K_{PQ} = -3.42 \times 10^{-12} \left(\frac{m^3}{sPa} \right) \tag{2.49}$$

Utilizzando l' algebra degli schemi a blocchi [4] è stato ridotto progressivamente il sistema iniziale al fine di arrivare ad avere un sistema equivalente più snello, con ramo di azione e retroazione, le cui funzioni di trasferimento hanno permesso di tracciare la risposta del sistema in open loop e closen loop così da determinare le dinamiche di sistema non compensato ed intervenire, successivamente, con il controllo.
Avanzando per step successivi si è dapprima proceduto alla riduzione del blocco *servovalvola* presentato in figura 2.16 la cui funzione di trasferimento è espressa dalla seguente relazione:

$$G_1 = \frac{\frac{1}{K_w}}{\frac{s^3}{\omega_v\ \omega_n^2} + \frac{2\ \zeta_n}{\omega_v\ \omega_n} s^2 + \frac{s}{\omega_v} + 1} \tag{2.50}$$

$$\omega_v = \frac{K_2\ K_w}{A\ K_f} \left(\frac{1}{s} \right) \tag{2.51}$$

La parte di diagramma di figura 2.17 compresa tra x_s e x_c è stata invece così ridotta:

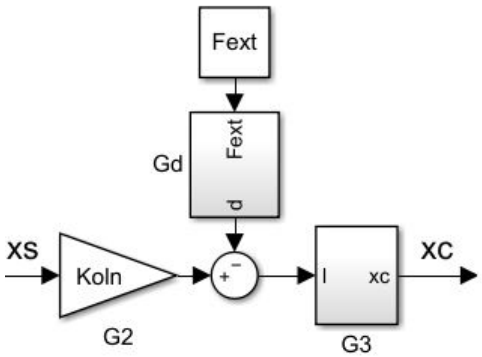

Figura 2.18: Riduzione modello

dove con K_{OLN} si indica il guadagno che trasforma il segnale di spostamento spool servovalvola in un' azione all' attuatore:

$$K_{OLN} = -\frac{A_c \; K_Q \; w}{K_{PQ}} \; \left(\frac{N}{m}\right) \tag{2.52}$$

con G_d la funzione di trasferimento relativa al disturbo esterno:

$$G_d = -\left(\tau s - 1\right) \tag{2.53}$$

$$C = \frac{V_c}{\beta} \; \left(\frac{m^3}{Pa}\right) \tag{2.54}$$

$$\tau = \frac{C}{2 \; K_{PQ}} \; (s) \tag{2.55}$$

con G_3 la funzione di trasferimento che trasforma dei segnali di forza, generati dal comando in input e dalla forza esterna, in spostamento del cilindro, con ω_a e ζ_a pulsazione propria e fattore di smorzamento dell' attuatore in analisi, mentre con K_T si indica una grandezza ausiliaria ottenuta raccogliendo altre variabili in fase di calcolo:

$$G_3 = \frac{\frac{1}{K_M}}{\frac{s^3}{K_T \; \omega_a^2} + \frac{2 \; \zeta_a}{K_T \; \omega_a} s^2 + \frac{1 \; - \; K_T \; \tau}{K_T} s + 1} \tag{2.56}$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{2 \; (A_c^2 \; - \; \gamma \; K_{PQ})}{m_{tot} \; C}} \; \left(\frac{rad}{s}\right) \tag{2.57}$$

$$\zeta_a = \frac{1}{2} \frac{\gamma \; C - 2 m_{tot} \; K_{PQ}}{\sqrt{2 \; m_{tot} \; C \; (A_c^2 - \gamma \; K_{PQ})}} \; (-) \tag{2.58}$$

$$K_{OLF} = \frac{K_{PQ}}{A_c^2 \; - \; \gamma \; K_{PQ}} \; \left(\frac{m}{sN}\right) \tag{2.59}$$

$$K_T = -K_{OLF} \; K_M \; \left(\frac{1}{s}\right) \tag{2.60}$$

E' opportuno specificare il segno di alcune grandezze presenti nelle funzioni di trasferimento in maniera tale da evitare ambiguità di interpretazione:

- il disturbo esterno, il quale agisce sotto forma di forza, va ad opporsi al raggiungimento della posizione richiesta al cilindro e, di conseguenza, il segnale uscente dal blocco G_d deve essere positivo; la costante di tempo τ, essendo $K_{PQ} < 0$, è negativa e di conseguenza la scrittura anomala della G_d, dove vi è il segno meno davanti alla costante di tempo, è giustificata;

- il guadagno di forza di anello aperto K_{OLF}, il quale insieme alla rigidezza della molla di centraggio va a creare la grandezza K_T, è negativo e ne consegue che la grandezza K_T è, invece, positiva.

In figura 2.19 viene riportato lo schema a blocchi ridotto nella configurazione finale:

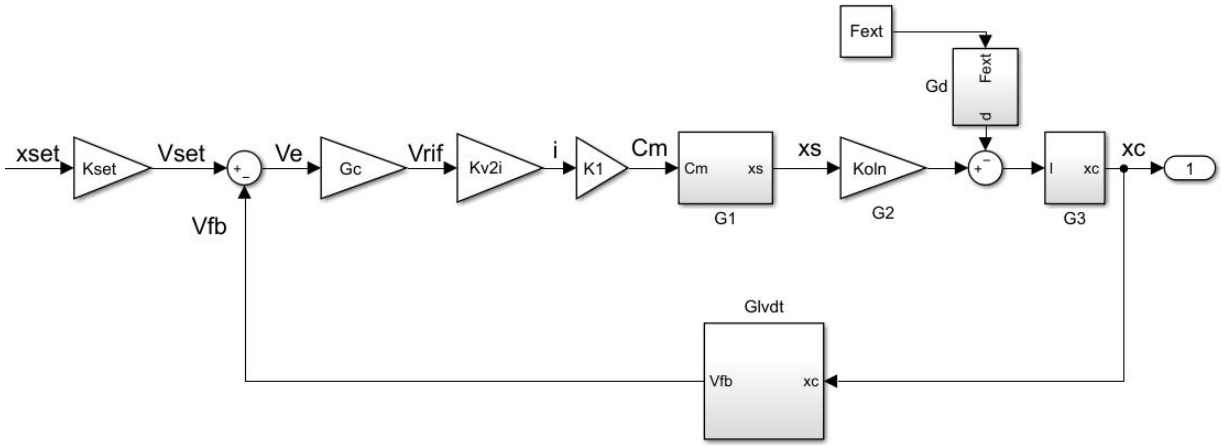

Figura 2.19: Modello finale ridotto

2.3.1 Risposta in frequenza

Funzione di trasferimento in open loop

Con riferimento alla figura 2.19 è ora possibile calcolare la funzione di trasferimento in anello aperto (G_{ol}) che consiste nel rapporto tra la tensione di feedback e la tensione di errore. Scrivendo in ambiente Matlab le funzioni di trasferimento che compongono la G_{ol} è stata tracciata la risposta in frequenza e sono stati ricavati il margine di fase e la relativa pulsazione di phase - crossover, il margine di guadagno con la relativa pulsazione di gain - crossover.
La pulsazione di phase - crossover (ω_{pc}) è quella pulsazione alla quale il modulo della G_{ol} vale 0 dB ed interseca l' asse delle ascisse; a tale pulsazione si registra il margine di fase (ϕ_M) che consiste nel valore assoluto del complementare a $-180°$ della fase del sistema a tale pulsazione. La pulsazione di gain - crossover (ω_{gc}) consiste, invece, in quella pulsazione alla quale la fase del sistema va a $-180°$; a tale pulsazione si individua il margine di guadagno (G_M) che consiste nel valore del modulo del sistema, espresso in decibel, cambiato di segno.
Ponendo a zero il disturbo e ricordando che per ora il sistema non è com-

pensato ($G_c = 1$), la funzione di trasferimento in open loop è la seguente:

$$G_{ol} = \frac{V_{FB}}{V_e} = G_c\ K_1\ K_{v2i}\ G_1\ K_{OLN}\ G_3\ G_{LVDT} =$$

$$= \frac{\frac{K_{v2i}\ K_1\ K_{OLN}\ K_{LVDT}}{K_w\ K_M}}{\left(\frac{s^3}{\omega_v\ \omega_n^2} + \frac{2\ \zeta_n}{\omega_v\ \omega_n} s^2 + \frac{s}{\omega_v} + 1\right)\left(\frac{s^3}{K_T\ \omega_a^2} + \frac{2\ \zeta_a}{K_T\ \omega_a} s^2 + \frac{1\ -\ K_T\ \tau}{K_T} s + 1\right)\left(\frac{s^2}{\omega_{LVDT}^2} + \frac{2\ \zeta_{LVDT}}{\omega_{LVDT}} s + 1\right)} =$$

$$= \frac{K_{ol}}{a_1\ s^8 + a_2\ s^7 + a_3\ s^6 + a_4\ s^5 + a_5\ s^4 + a_6\ s^3 + a_7\ s^2 + a_8\ s + a_9} \tag{2.61}$$

dove:

$$a_1 = \frac{1}{\omega_v\ \omega_n^2\ K_T\ \omega_a^2\ \omega_{LVDT}^2}$$

$$a_2 = \frac{2\ \zeta_{LVDT}}{\omega_v\ \omega_a^2\ \omega_n^2\ K_T\ \omega_{LVDT}} + \frac{2\ \zeta_a}{\omega_v\ \omega_n^2 \omega_a\ K_T\ \omega_{LVDT}^2} + \frac{2\ \zeta_n}{\omega_v\ \omega_n\ K_T\ \omega_a^2\ \omega_{LVDT}^2}$$

$$a_3 = \frac{1}{\omega_v\ \omega_n^2\ K_T\ \omega_a^2} + \frac{4\ \zeta_a\ \zeta_{LVDT}}{\omega_v\ \omega_n^2\ K_T\ \omega_a \omega_{LVDT}} + \frac{1\ K_T\ \tau}{\omega_v\ \omega_n^2\ K_T\ \omega_{LVDT}^2} +$$

$$+ \frac{4\ \zeta_n\ \zeta_{LVDT}}{\omega_v\ \omega_n\ K_T \omega_a^2\ \omega_{LVDT}} + \frac{4\ \zeta_a\ \zeta_n}{\omega_v\ \omega_n\ K_T\ \omega_a\ \omega_{LVDT}^2} + \frac{1}{\omega_v\ \omega_a^2 \omega_{LVDT}^2\ K_T}$$

$$a_4 = \frac{2\ \zeta_a}{\omega_v\ \omega_n^2\ K_T\ \omega_a} + \frac{2\ \zeta_a\,(1 - K_T\ \tau)}{\omega_v\ \omega_n^2\ K_T\ \omega_{LVDT}} + \frac{1}{\omega_v\ \omega_n^2\ \omega_{LVDT}^2} +$$

$$+ \frac{2\ \zeta_n}{\omega_v\ \omega_n\ K_T\ \omega_a^2} + \frac{4\ \zeta_a\ \zeta_{LVDT}^2}{\omega_v\ \omega_n\ K_T\ \omega_a\ \omega_{LVDT}} + \frac{2\ \zeta_n\,(1 - K_T\ \tau)}{\omega_v\ \omega_n\ K_T \omega_{LVDT}^2} +$$

$$+ \frac{2\ \zeta_{LVDT}}{\omega_v\ \omega_{LVDT}\ \omega_a^2\ K_T} + \frac{2\ \zeta_a}{\omega_v\ \omega_a\ \omega_{LVDT}^2\ K_T} + \frac{1}{K_T\ \omega_a^2\ \omega_{LVDT}^2}$$

$$a_5 = \frac{1\ K_T\ \tau}{\omega_v\ \omega_n^2\ K_T} + \frac{2\ \zeta_{LVDT}}{\omega_v\ \omega_n^2\ \omega_{LVDT}} + \frac{4\ \zeta_n\ \zeta_a}{\omega_v\ \omega_n\ \omega_a\ K_T} +$$

$$+ \frac{4\ \zeta_n\ \zeta_{LVDT}\,(1\ K_T\ \tau)}{\omega_v\ \omega_n\ \omega_{LVDT}\ K_T} + \frac{1}{\omega_v\ \omega_a^2\ K_T} + \frac{4\ \zeta_a\ \zeta_{LVDT}}{\omega_v\ \omega_a\ \omega_{LVDT}\ K_T} +$$

$$+ \frac{1\ K_T\ \tau}{\omega_v\ \omega_{LVDT}^2\ K_T} + \frac{2\ \zeta_{LVDT}}{K_T\ \omega_a^2\ \omega_{LVDT}} + \frac{2\ \zeta_a}{\omega_a\ \omega_{LVDT}^2\ K_T} +$$

$$+ \frac{2\ \zeta_n}{\omega_v\ \omega_n\ \omega_{LVDT}^2}$$

$$a_6 = \frac{2\ \zeta_n\,(1 - K_T\ \tau)}{\omega_v\ \omega_n\ K_T} + \frac{2\ \zeta_{LVDT}\,(1 - K_T\ \tau)}{\omega_a\ \omega_{LVDT}\ K_T} + \frac{1}{\omega_v\ \omega_{LVDT}} +$$

$$+ \frac{1}{K_T\ \omega_a^2} + \frac{1}{\omega_v\ \omega_a^2} + \frac{2\ \zeta_a}{\omega_v\ \omega_a\ K_T} +$$

$$+ \frac{4\ \zeta_a\ \zeta_{LVDT}}{K_T\ \omega_a\ \omega_{LVDT}} + \frac{1 - K_T\tau}{K_T\ \omega_{LVDT}^2} + \frac{4\ \zeta_n\ \zeta LVDT}{\omega_v\ \omega_n\ \omega_{LVDT}}$$

$$a_7 = \frac{2\ \zeta_n}{\omega_v\ \omega_n} + \frac{1 - K_T\ \tau}{\omega_v\ K_T} + \frac{2\ \zeta_{LVDT}}{\omega_v\ \omega_{LVDT}} +$$

$$+ \frac{2\ \zeta_a}{K_T\ \omega_a} + \frac{2\ \zeta_{LVDT}\,(1 - K_T\ \tau)}{K_T\ \omega_{LVDT}} + \frac{1}{\omega_{LVDT}^2}$$

$$a_8 = \frac{1}{\omega_v} + \frac{1 - K_T\ \tau}{K_T} + \frac{2\ \zeta_{LVDT}}{\omega_{LVDT}}$$

$$a_9 = 1$$

In figura 2.20 è riportata la G_{ol} ed in tabella 2.3 le relative grandezze di interesse:

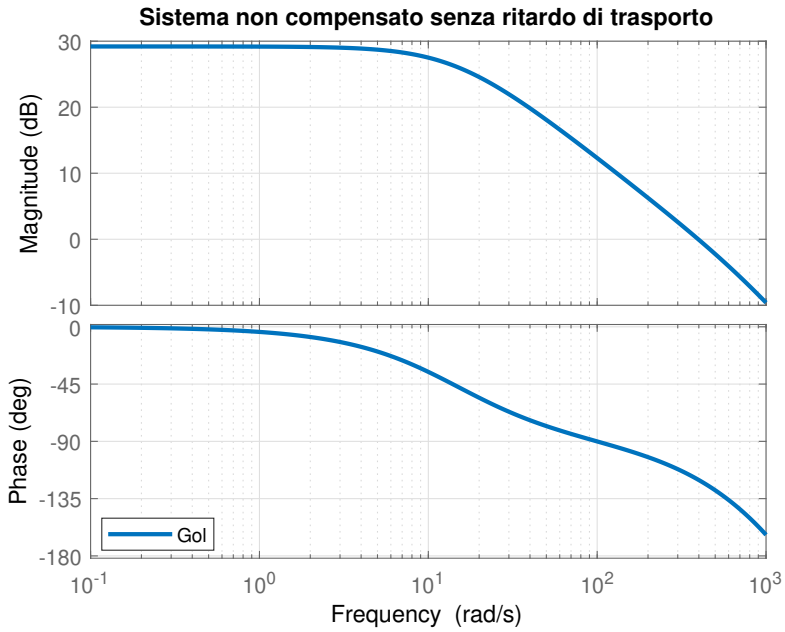

Figura 2.20: G_{ol} sistema non compensato senza ritardo di trasporto

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Margine di guadagno	G_M	12.3	dB
Pulsazione di gain - crossover	ω_{gc}	1270	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di gain - crossover	f_{gc}	202	Hz
Margine di fase	ϕ_M	59.9	$\circ$
Pulsazione di phase - crossover	ω_{pc}	397	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di phase - crossover	f_{pc}	63.1	Hz

Tabella 2.3: Margini di stabilità del sistema non compensato senza effetto del ritardo di trasporto

La figura 2.20 non solo non tiene conto della logica di controllo, ma non considera neanche la conseguenza del ritardo di trasporto introdotto dal blocco di controllo digitale nel quale, successivamente, sarà implementato un algoritmo di compensazione PI [9]. Le variabili di ingresso ed uscita del sistema, e come conseguenza anche le tensioni che le rappresentano, sono grandezze analogiche la quali possono assumere con continuità un infinito numero di valori racchiusi nel range entro il quale possono variare, dunque il segnale di tensione in ingresso al controllore è un segnale analogico. Tuttavia il microprocessore del controllore è capace di operare solo ed esclusivamente su segnali digitali i quali, in funzione del numero di bit della scheda dati, non possono variare con continuità, bensì potranno variare in modo discreto da un valore al successivo. Ne consegue che il blocco *controllore* dovrà in primis campionare il segnale e mantenere il valore ottenuto il quale sarà opportunamente convertito in una codifica binaria. A questo livello il segnale digitalizzato può essere mandato in pasto al microprocessore il quale lo elabora e fornisce a sua volta un segnale digitale che verrà convertito in analogico ed andrà a costituire, nel modello, la tensione di riferimento ai capi degli avvolgimenti del torque motor. Il tempo di campionamento e di calcolo del controllore non modificano il valore del segnale, ma introducono nel sistema uno sfasamento temporale indicato come *tempo di ritardo.* La funzione di trasferimento adoperata per rappresentare tale fenomeno è la seguente:

$$G_{tr} = e^{-s\ t_r} \tag{2.62}$$

$$t_r = \frac{t_s}{2} + t_c \tag{2.63}$$

$$t_s = \frac{1}{f_s} \tag{2.64}$$

dove t_r indica il tempo di ritardo ricavato dalla somma della metà del tempo di campionamento (t_s) e del tempo di calcolo (t_c).
Il tempo di campionamento corrisponde al reciproco della frequenza di campionamento (f_s): utilizzando una frequenza di campionamento di 1000 Hz ed un tempo di calcolo di 1 ms si ottiene un tempo di ritardo del valore di 1.5 ms.
Come mostrato in figura 2.21 la funzione di trasferimento in open loop, considerando il contributo dato dalla 2.62, mantiene invariato l' andamento del modulo ma subisce una perdita di fase che aumenta con l'aumentare della pulsazione secondo l' espressione:

$$\phi = \omega\ t_r \tag{2.65}$$

Tale perdita di fase ha come effetto sia la modifica del valore del margine di guadagno sia della pulsazione di gain - crossover sia del margine di fase mentre lascia inalterata la pulsazione di phase - crossover poiché, come scritto in precedenza, non modifica il modulo della G_{ol}.

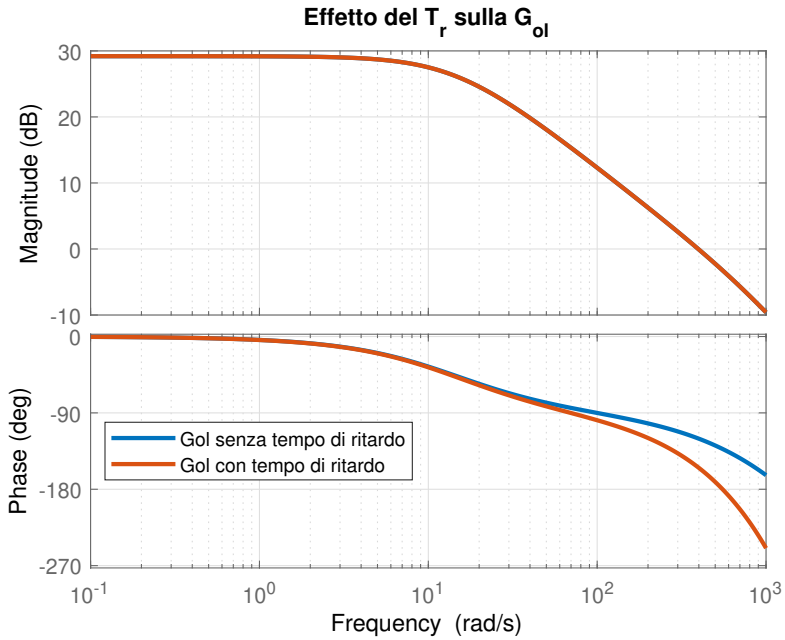

Figura 2.21: G_{ol} ed effetto del ritardo di trasporto

In tabella 2.4 vengono riportati i nuovi valori dei parametri di stabilità considerando l' effetto del ritardo di trasporto ed è possibile notare come, per sua causa, il sistema sia passato dall' essere in una condizione limite ad una nella quale le direttive di stabilità non vengono rispettate:

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Margine di guadagno	G_M	3.23	dB
Pulsazione di gain - crossover	ω_{gc}	552	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di gain - crossover	f_{gc}	87.9	Hz
Margine di fase	ϕ_M	25.8	$\circ$
Pulsazione di phase - crossover	ω_{pc}	397	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di phase - crossover	f_{pc}	63.1	Hz

Tabella 2.4: Margini di stabilità del sistema non compensato con effetto del ritardo di trasporto

E' ora possibile introdurre il controllo al fine di ottenere un margine di fase di circa 60° ed un margine di guadagno superiore agli 8 ÷ 9 dB.

Come scritto in precedenza la logica di controllo consiste in un algoritmo Proporzionale Integrativo avente funzione di trasferimento espressa dalla relazione 2.44.
Il guadagno proporzionale ha la funzione di ridurre sia la durata del transitorio per arrivare al valore di regime sia l' entità dell' errore a regime il quale tuttavia non può essere annullato da un solo guadagno proporzionale poiché nel ramo di azione del sistema ridotto con l' algebra a blocchi non è presente alcun integratore puro e ne consegue l' assenza di poli nell' origine. Un guadagno proporzionale eccessivo può portare all' instabilità di risposta del sistema il quale si manifesta sotto forma di continue oscillazioni della variabile di uscita a fronte di un set imposto e costante.
Il guadagno integrativo possiede, invece, la funzione di annullare l' errore a regime permettendo alla G_{ol} di avere un modulo che idealmente tende ad infinito per valori di pulsazione di sistema molto bassi e questo fatto permette di avere errore nullo a regime.
Per eseguire il tuning dei guadagni K_p e K_i è stata utilizzata la funzionalità " Transfer Function Based (PID Tuner App) " presente in ambiente simulink la quale a partire da un valore di guadagno integrativo di primo tentativo concede la possibilità di modificare manualmente la banda passante ed il margine di fase calcolando in modo automatico i guadagni del controllo, offrendo all' utente la possibilità di visionare la risposta in frequenza in open loop e closen loop e nel tempo rispetto ad un input a scalino del sistema in analisi. E' stata seguita tale strada poiché il sistema non compensato, con effetto del tempo di ritardo, presenta in risposta un andamento oscillatorio marcato per poi andare a regime con un errore di statismo e dunque è risultato complicato l' utilizzo del metodo di *Ziegler - Nichols*.

I guadagni ottimali calcolati con tale funzionalità sono i seguenti:

- $K_p = 0.3$;
- $K_i = 4.3$;

In figura 2.22 viene proposto il confronto tra la funzione di trasferimento in open loop del sistema non compensato rispetto a quello con compensazione, considerando sia per il sistema non compensato sia per quello compensato l' effetto del ritardo di trasporto mentre in tabella 2.5 vengono riportati i parametri di stabilità del sistema complessivo con effetto del ritardo di trasporto e compensazione.

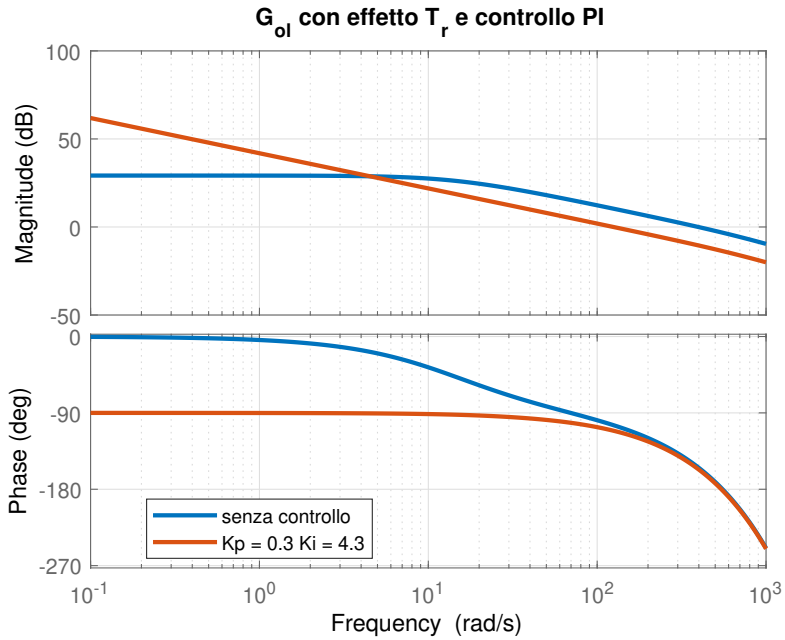

Figura 2.22: Confronto le G_{ol} del sistema non compensato e compensato

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Margine di guadagno	G_M	13	dB
Pulsazione di gain - crossover	ω_{gc}	543	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di gain - crossover	f_{gc}	86	Hz
Margine di fase	ϕ_M	69	$\circ$
Pulsazione di phase - crossover	ω_{pc}	125	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di phase - crossover	f_{pc}	20	Hz

Tabella 2.5: Margini di stabilità del sistema compensato con effetto del ritardo di trasporto

Funzione di trasferimento in closen loop

Definita la funzione di trasferimento che soddisfi i requisiti di stabilità del sistema è possibile calcolare la funzione di trasferimento in closen loop (G_{cl}) la quale consiste nel rapporto tra la variabile di uscita e di ingresso del sistema ossia tra la posizione del cilindro dell' attuatore ed il comando imposto.

Dal punto di vista formale, con riferimento alla notazione utilizzata in precedenza per definire le varie funzioni di trasferimento, si ottiene:

$$G_{cl} = K_{set} \frac{G_c \; G_{tr} \; K_{v2i} \; K_1 \; G_1 \; K_{OLN} \; G_3}{1 \; + \; G_c \; G_{tr} \; K_{v2i} \; K_1 \; G_1 \; K_{OLN} \; G_3 \; G_{LVDT}} \tag{2.66}$$

Dallo zoom presente in figura 2.23, dove sono riportate le funzioni di trasferimento in closen loop del sistema compensato e non compensato, è possibile apprezzare la riduzione di errore a regime determinata dalla componente integrativa del controllo. L' utilizzo di un guadagno proporzionale minore di uno, necessario per rispettare i vincoli di stabilità, si traduce in una minore larghezza di banda del sistema la quale risulta comunque molto elevata se confrontata con quella di un controllo posizione canonico.

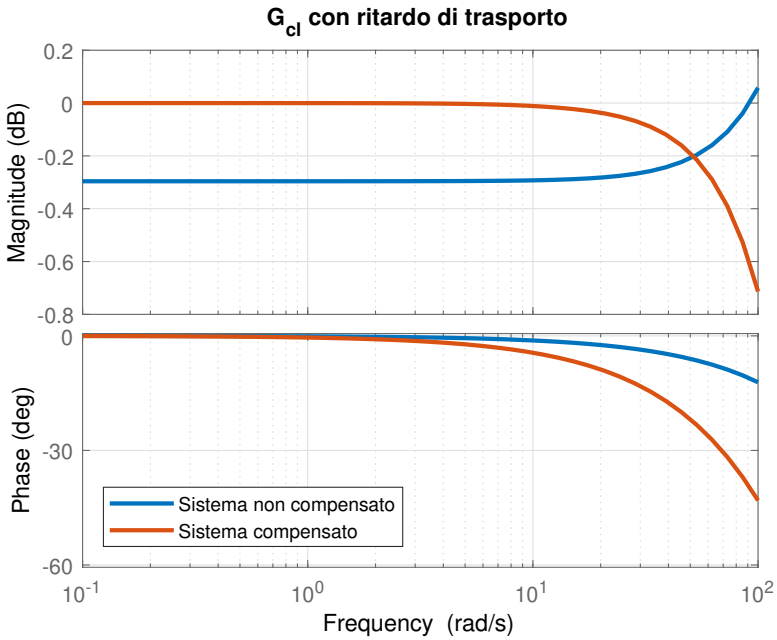

Figura 2.23: Confronto le G_{cl} del sistema non compensato e compensato

Si riporta, infine, in figura 2.24 la G_{ol} e G_{cl} del sistema il quale presenta una larghezza di banda di circa 34 Hz.

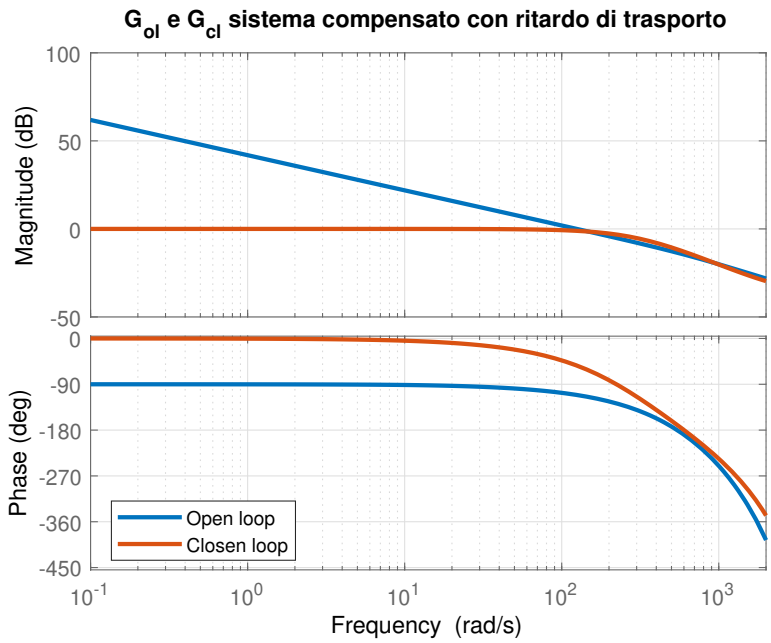

Figura 2.24: G_{ol} e G_{cl} del servosistema classico

Capitolo 3

Servosistema modificato

In questo capitolo viene sviluppata la trattazione relativa alla modifica costruttiva del servosistema. Tale modifica riguarda la struttura della servovalvola: si passa dal componente classico a doppio stadio ad un componente formato dal solo stadio pilota il quale va a comandare in modo diretto l' attuatore SCAS. L' obiettivo è studiare il sistema modificato per capire se esso possa funzionare o meno e l' idea di tale modifica nasce dal fatto che le aree di spinta dello spool del secondo stadio della servovalvola ($A = 1.35 \times 10^{-5} m^2$) e del cilindro dell' attuatore ($A_c = 4.88 \times 10^{-5} m^2$) sono dello stesso ordine di grandezza.
Il problema è stato affrontato con due diversi approcci: il primo consiste in una modifica netta e diretta del modello presente a catalogo Moog; il secondo, invece, nell' indagine delle caratteristiche del componente per definire le portate effettivamente transitanti all' interno dell' amplificatore idraulico con il fine di individuare una serie di grandezze costruttive, non presenti a catalogo, dal confronto delle risposte in frequenza di sistemi teoricamente equivalenti così da modellare il nuovo servosistema secondo uno schema maggiormente dettagliato e significativo.
In ultimo è stata introdotta una diversa via per eseguire la retroazione di coppia alla servovalvola, andando inoltre a valutare l' influenza del torque motor gain (K_1).

3.1 Primo approccio

3.1.1 Servovalvola

Eliminare il secondo stadio della servovalvola, riducendo quindi questo componente al solo stadio pilota con torque motor ed amplificatore idraulico, ha un risvolto importante circa l' architettura del componente stesso poiché nella sua concezione classica a doppio stadio, come spiegato nel capitolo 2, esso basa il suo principio di funzionamento sull' elastomero che garantisce il feedback di coppia rendendolo un elemento proporzionale. Con la modifica in questione, venendo meno la presenza dello spool che costituisce il secondo stadio, viene meno anche il vincolo al quale viene fissato l' elastomero. Di conseguenza è necessario rivisitare l' architettura del componente per salvaguardarne il corretto funzionamento.
E' allora necessario introdurre un nuovo elemento di natura elastica che vada a chiudere l' anello di coppia, tale elemento avrà lo stesso effetto del suo predecessore ma una locazione ed una rigidezza diversa. Esso è stato vincolato da un lato all' estremo inferiore del flapper e dall' altro ad uno degli estremi dello stelo dell' attuatore in maniera tale che generi una coppia di feedback direttamente proporzionale allo spostamento del cilindro e mantenga lo stesso nella posizione desiderata in fase di esercizio. Per calcolarne il valore numerico è stato eseguito il rapporto tra la coppia massima fornita al torque motor e lo spostamento massimo del cilindro che coincide con la sua semicorsa:

$$K_{FB} = \frac{C_{max}}{x_{cmax}} \tag{3.1}$$

$$C_{max} = K_1 \; i_{max} \tag{3.2}$$

$$x_{cmax} = x_0 \tag{3.3}$$

La modifica realizzata all' interfaccia del servosistema porta ad avere una diversa caratterizzazione del blocco utilizzato per modellarne il comportamento. Come riportato in figura 3.1, tale nuovo blocco riceve in input sia il segnale di corrente proveniente dalla tensione di riferimento sia il segnale di posizione del cilindro dell' attuatore mentre in uscita non fornisce più un segnale di posizione, bensì il segnale di portata elaborata.

Figura 3.1: Schema a blocchi servovalvola a singolo stadio

Al suo interno tale blocco prevede la moltiplicazione del segnale di corrente (i) per il torque motor gain (K_1) al fine di generare la coppia motrice (C_m) al torque motor la quale viene confrontata con la coppia di feedback (C_{fb}) funzione del nuovo elastomero e del valore della variabile di uscita del servosistema (x_c). Dal confronto nasce il segnale di coppia che, tramite la funzione di trasferimento del primo stadio della servovalvola rimasta invariata rispetto al servosistema classico, determina il valore della variabile rappresentante lo spostamento del flapper (x_f). Successivamente si ricava il segnale di portata (ΔQ) grazie al prodotto tra lo spostamento del flapper e l' hydraulic amplifier flow gain (K_2).
In figura 3.2 viene riportato lo schema a blocchi presente all' interno del blocco *Servovalvola modificata*:

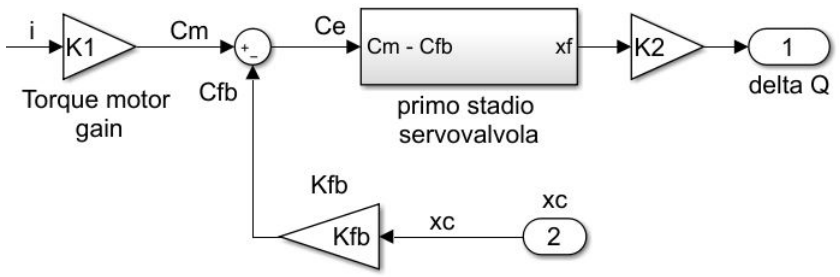

Figura 3.2: Schema a blocchi servovalvola a singolo stadio

Come mostrato in figura 3.3, a fronte di un comando a rampa della pendenza pari ad $1 \times 10^{-3}\ \frac{m}{s}$ il sistema classico vede una portata inviata al secondo stadio dell' interfaccia (ΔQ) e all' attuatore (Q_L) aventi il medesimo andamento, ma con valori profondamente diversi. Ambo le portate hanno lo scopo di mettere in moto un elemento mobile, ma la portata necessaria a mantenere in moto lo spool della servovalvola ha un valore estremamente inferiore, diversa da zero poiché a portata nulla non si avrebbe moto alcuno, rispetto alla portata necessaria a movimentare il cilindro dell' attuatore. Quanto detto è dovuto al diverso scopo che hanno i due componenti del sistema ed alle diverse dimensioni geometriche poiché se da un lato è vero che hanno area di spinta simili, è altresì vero che hanno range di spostamento differenti di un ordine di grandezza.

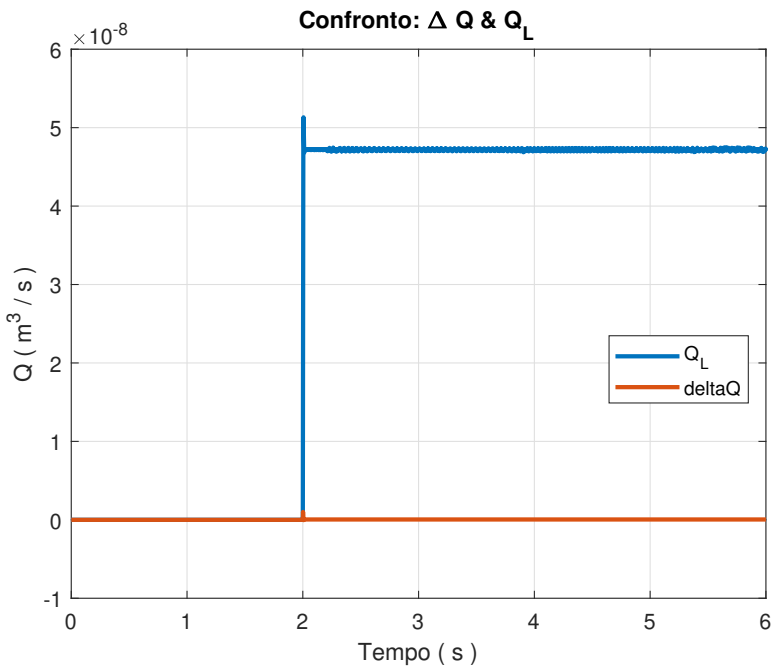

Figura 3.3: Confronto ΔQ e Q_L

Questo fatto può costituire un limite funzionale per il servosistema modificato ed allora sarà utile capire se la portata necessaria a movimentare il cilindro dell' attuatore può essere effettivamente elaborata dal solo stadio pilota rinunciando all' effetto di amplificazione del secondo stadio.
Dunque la portata elaborata dall' interfaccia è direttamente il ΔQ proveniente dal primo stadio della servovalvola senza alcuna influenza del guadagno in portata e del guadagno in flusso pressione.

3.1.2 Attuatore

Dal punto di vista costruttivo tale componente non subisce alcuna modifica rispetto al servosistema classico e le equazioni che si possono scrivere per ricavare le pressioni nelle camere e la posizione del cilindro sono ancora la continuità e l' equilibrio dinamico del martinetto.
L' elemento di discontinuità rispetto al servosistema classico sta nella portata entrante ed uscente dalle camere dell' attuatore.
Con riferimento alla figura 3.4:

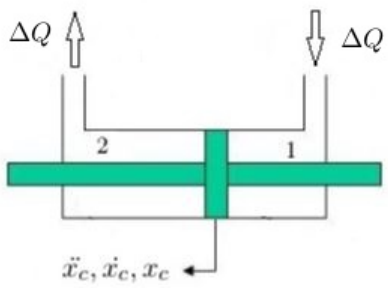

Figura 3.4: Q_{in} e Q_{out} attuatore

e con le medesime considerazioni esposte nel capitolo 2 riguardo il volume delle camere e la medesima notazione, considerando nulle le fughe di portata interne all' attuatore e dall' attuatore verso l' esterno possiamo scrivere per la camera 1:

$$\Delta Q = A_c \; \dot{x_c} + \frac{V_c}{\beta} \; \frac{dP_1}{dt} \tag{3.4}$$

mentre per la camera 2:

$$-\Delta Q = -A_c \; \dot{x_c} + \frac{V_c}{\beta} \; \frac{dP_2}{dt} \tag{3.5}$$

Dunque mettendo a sistema le due equazioni e sottraendo la 3.5 alla 3.4 si ottiene:

$$\Delta Q_L = A_c \; \dot{x_c} + \frac{V_c}{2 \; \beta} \; \frac{d\Delta P_L}{dt} \tag{3.6}$$

$$\Delta Q_L = \frac{2 \; \Delta Q}{2} \tag{3.7}$$

$$\Delta P_L = P_1 - P_2 \tag{3.8}$$

con ΔQ_L che consiste nella nuova portata di carico scambiata tra interfaccia ed attuatore.
Considerando poi l' equazione di equilibrio dinamico all' elemento mobile si ricava:

$$\ddot{x_c} = \frac{\Delta P_L \; A_c - \gamma \; \dot{x_c} - K_M \; x_c - F_{ext}}{m} \tag{3.9}$$

e tramite doppia integrazione dell' accelerazione si arriva ad avere la posizione del cilindro.

Regolatore e trasduttore LVDT

Analogamente a quanto svolto nel capitolo 2 la logica di controllo realizzata consiste in un algoritmo proporzionale integrativo i cui guadagni verranno successivamente esposti poiché frutto dell' analisi in frequenza della funzione

di trasferimento in anello aperto.
Il trasduttore LVDT non subisce modifica alcuna e logicamente la sua funzione di trasferimento rimane invariata e verrà indicata nelle pagine che seguono con il simbolo già utilizzato G_{LVDT}.

3.1.3 Riduzione ed analisi dello schema a blocchi

Tramite le equazioni che descrivono le relazioni tra le grandezze del sistema è stato realizzato in ambiente simulink il relativo modello visibile in figura 3.5.

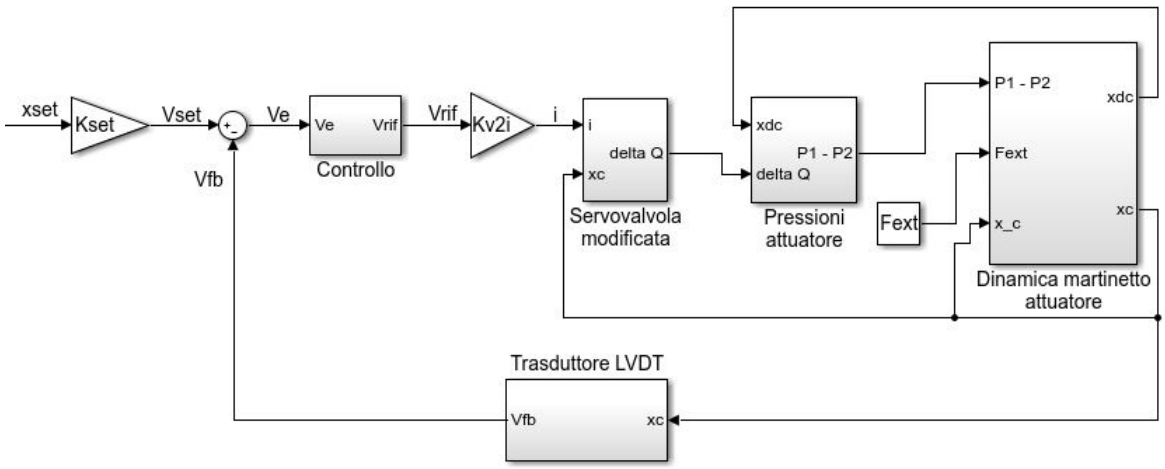

Figura 3.5: Schema a blocchi servosistema modificato, primo approccio

Il blocco *Servovalvola modificata* ha al suo interno quanto rappresentato in figura 3.2.
Il blocco *Pressioni attuatore* ha in input sia la velocità del cilindro sia la portata elaborata dalla servovalvola e in output fornisce la differenza di pressione tra le camere dell' attuatore ottenuta isolando il differenziale nel tempo di tale grandezza dalla 3.6 con successiva integrazione.
Il blocco *Dinamica martinetto attuatore*, invece, ha al suo interno l' equazione 3.9 e permette di calcolare accelerazione, velocità e posizione del cilindro.
Il blocco *Trasduttore LVDT*, al solito, accoglie in input il segnale di posizione del cilindro per fornire in uscita il segnale di feedback in tensione il quale, confrontato con il segnale di comando trasformato in tensione tramite il guadagno K_{set}, chiude l' anello di posizione.
Analogamente a quanto eseguito nel capitolo 2 il sistema è stato ridotto utilizzando le regole dell' algebra a blocchi [4]. Di seguito vengono riportati degli estratti di modello al fine di mettere in risalto le operazioni compiute per arrivare a determinare lo schema a blocchi finale.

In primis nel blocco *Idraulica martinetto* è stato risolto l' anello interno di velocità il quale viene sostituito dalla rispettiva funzione di trasferimento in closen loop G_a: la configurazione iniziale e finale sono riportate in figura 3.6.

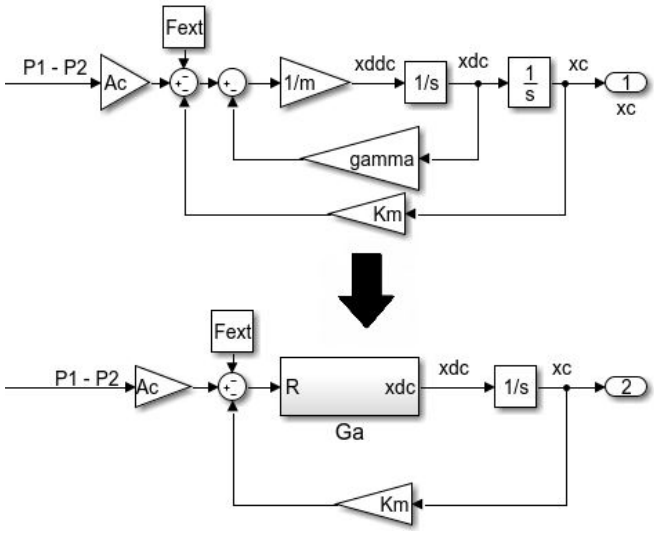

Figura 3.6: Riduzione anello di velocità

Dove:

$$G_a = \frac{1}{ms \ + \ \gamma} \tag{3.10}$$

Successivamente, come mostrato in figura 3.7 con $C = \frac{V_c}{\beta}$, è stato ridotto il blocco *Pressioni attuatore*:

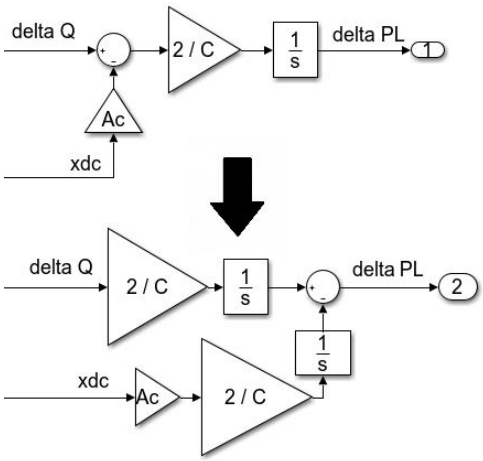

Figura 3.7: Riduzione blocco *Pressioni attuatore*

Allora il blocco *Pressioni attuatore* e *Dinamica martinetto* diventano:

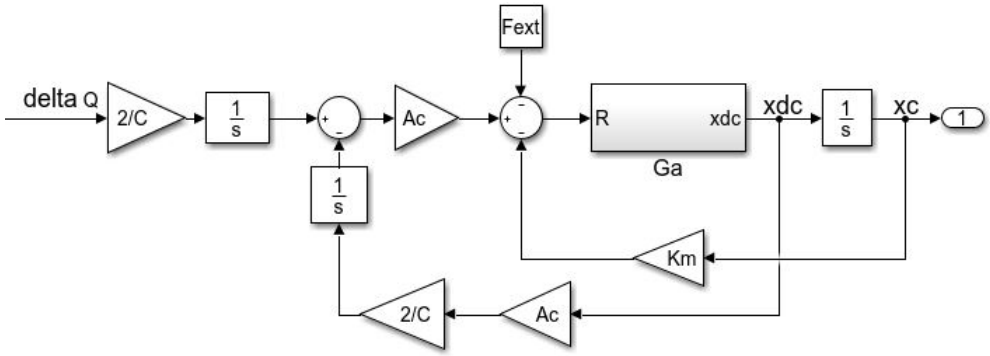

Figura 3.8: Step intermedio di riduzione schema a blocchi

Se in figura 3.8 si porta a monte sommatore l' area del cilindro A_c e si invertono le posizioni dei sommatori, si viene a formare un ulteriore anello di velocità, visibile in figura 3.9, il quale ha nel ramo di azione la funzione di trasferimento G_a e in retroazione il guadagno statico $\frac{2\ A_c^2}{C}$ seguito da un integratore:

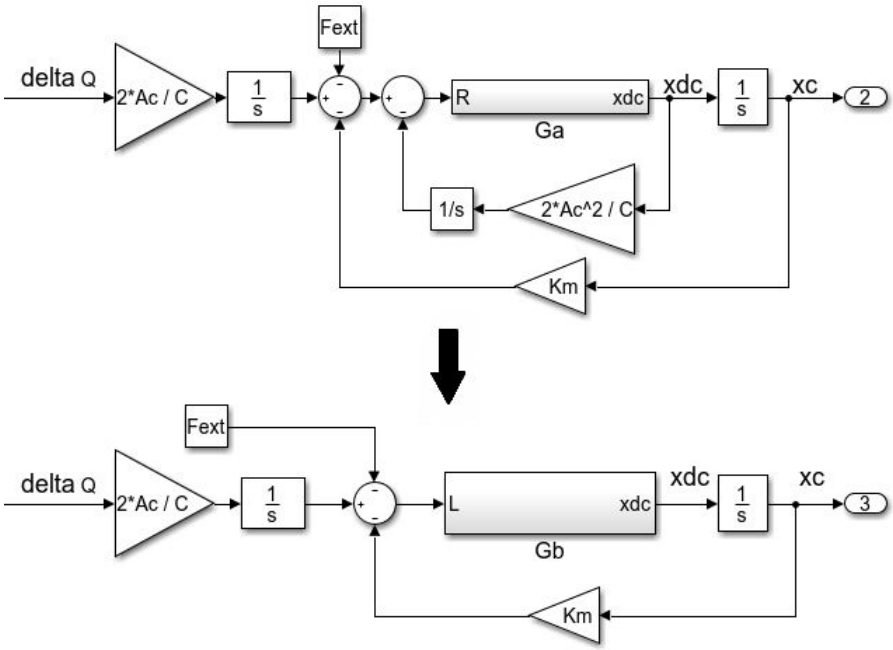

Figura 3.9: Riduzione secondo anello di velocità

indicando con ω_a ed ζ_a rispettivamente pulsazione propria e fattore di smorzamento dell' attuatore, la nuova funzione di trasferimento risulta essere:

$$G_b = \frac{s \ \frac{C}{2 \ A_c^2}}{\frac{s^2}{\omega_a^2} \ + \ \frac{2 \ \zeta_a}{\omega_a} \ s \ + \ 1} \tag{3.11}$$

$$\omega_a = A_c \sqrt{\frac{2}{m \ C}} \ \left(\frac{rad}{s}\right) \tag{3.12}$$

$$\zeta_a = \frac{\gamma}{2 \ A_c} \ \sqrt{\frac{C}{2 \ m}} \ (-) \tag{3.13}$$

E' allora possibile ridurre l' anello di posizione presente in figura 3.9 ottenendo quanto segue:

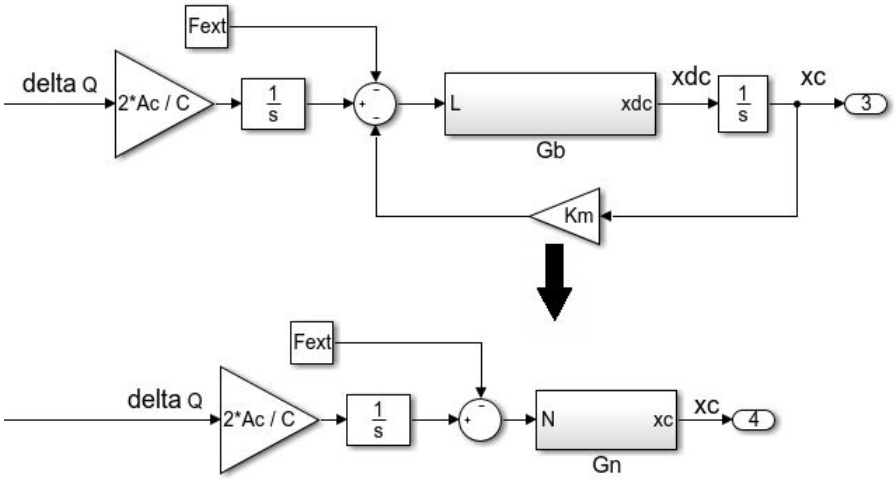

Figura 3.10: Riduzione secondo anello di posizione

dove la funzione di trasferimento che rappresenta l' anello di posizione è:

$$G_n = \frac{K_N}{\frac{K_{adi}}{\omega_a^2} \ s^2 + \frac{2 \ \zeta_a \ K_{adi}}{\omega_a} \ s + 1} \tag{3.14}$$

$$K_N = \frac{C}{2 \ A_c^2 + K_M \ C} \ \left(\frac{m}{N}\right) \tag{3.15}$$

$$K_{adi} = \frac{2 \ A_c^2}{2 \ A_c^2 + K_M \ C} \ (-) \tag{3.16}$$

A questo livello il sistema ridotto, visibile in figura 3.11, è composto dall' anello esterno di posizione e dall' anello interno di coppia di feedback alla servovalvola il quale deve ancora essere ridotto al fine di ottenere il sistema finale su cui eseguire l' analisi in frequenza.

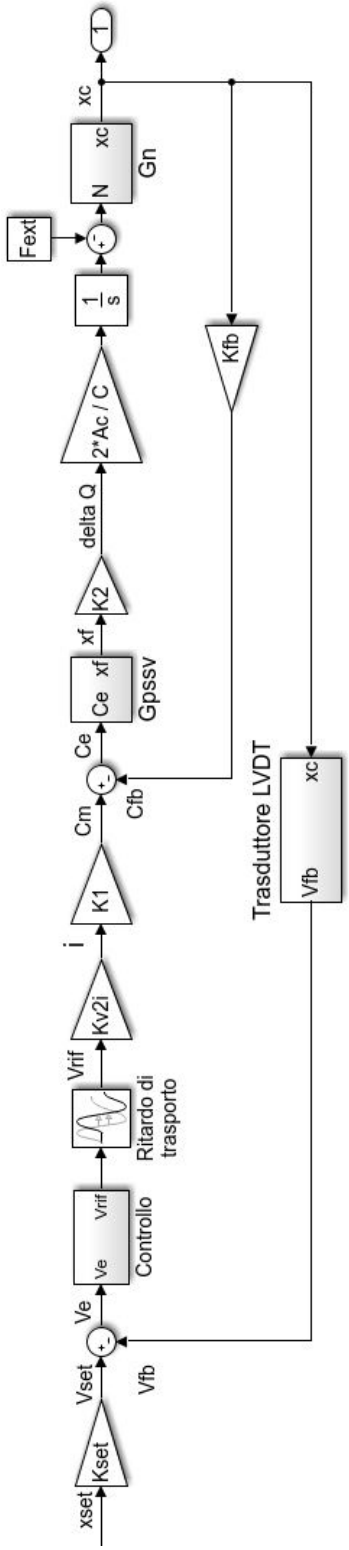

Figura 3.11: Sistema con anello di posizione ed anello di coppia

La riduzione dell' anello di feedback alla servovalvola, ponendo nullo il disturbo esterno che agisce sotto forma di forza, viene compiuta tramite la funzione di trasferimento che esplicita il legame tra la coppia motrice al torque motor e la posizione del cilindro. Essa viene indicata come G_{cx} ed è una funzione del quinto ordine:

$$G_{cx} = \frac{x_c}{C_m} = \frac{\frac{1}{K_{FB}}}{K_u \left(b_1 s^5 + b_2 s^4 + b_3 s^3 + b_4 s^2 + b_5 s + 1\right)} \tag{3.17}$$

dove rispettivamente la grandezza K_u ed i coefficienti della variabile laplaciana valgono:

$$K_u = \frac{K_f \; C}{2 \; A_c \; K_2 \; K_N \; K_{FB}} \, (s)$$

$$b_1 = \frac{K_{adi}}{\omega_n^2 \; \omega_a^2}$$

$$b_2 = \frac{2 \; \zeta_a \; K_{adi}}{\omega_n^2 \; \omega_a} \; + \; \frac{2 \; \zeta_n \; K_{adi}}{\omega_n \; \omega_a^2}$$

$$b_3 = \frac{1}{\omega_n^2} \; + \; \frac{4 \; \zeta_a \; \zeta_n \; K_{adi}}{\omega_n \; \omega_a} \; + \; \frac{K_{adi}}{\omega_a}$$

$$b_4 = \frac{2 \; \zeta_n}{\omega_n} \; + \; \frac{2 \; \zeta_a \; K_{adi}}{\omega_a}$$

$$b_5 = 1$$

E' possibile così ottenere lo schema a blocchi finale del sistema:

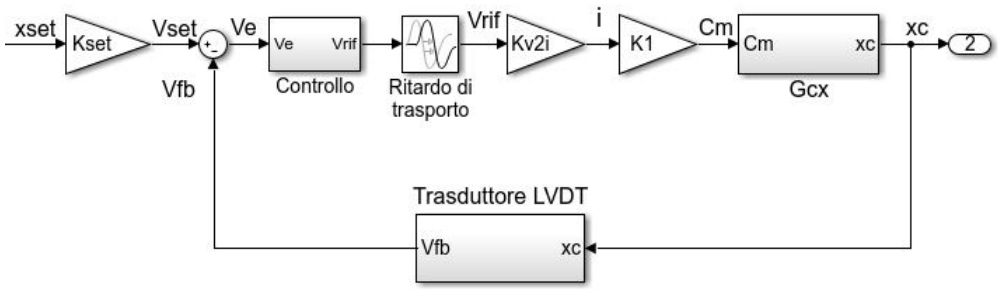

Figura 3.12: Schema a blocchi ridotto sistema con servovalvola a singolo stadio, primo approccio

3.1.4 Risposta in frequenza

Funzione di trasferimento in anello aperto

La funzione di trasferimento in anello aperto, come scritto in precedenza, viene calcolata in un primo momento rispetto al sistema non compensato e senza considerare l' effetto del ritardo di trasporto. Successivamente si mette in evidenza l' influenza che un controllore digitale ha sul sistema in termini di maggiore perdita di fase ed allora si esegue il tuning dei guadagni proporzionale ed integrativo avendo come target, al pari di quanto accadeva nel capitolo 2, il rispetto di un margine di guadagno e di fase.
La funzione di trasferimento in anello aperto, rispetto lo schema in figura 3.12, risulta essere:

$$\begin{aligned} G_{ol} &= \frac{V_{fb}}{V_e} = K_{v2i}\ K_1\ G_{cx}\ G_{LVDT} \\ &= \frac{\frac{K_{v2i}\ K_1\ K_{LVDT}}{K_{FB}}}{c_1\ s^7 + c_2\ s^6 + c_3\ s^5 + c_4\ s^4 + c_5\ s^3 + c_6\ s^2 + c_7\ s + 1} \end{aligned} \tag{3.18}$$

I coefficienti moltiplicativi della variabile laplaciana sono così definiti:

$$c_1 = \frac{K_u\ b_1}{\omega_{LVDT}^2}$$

$$c_2 = \frac{2\ K_u\ b_1\ \zeta_{LVDT}}{\omega_{LVDT}} + \frac{K_u\ b_2}{\omega_{LVDT}^2}$$

$$c_3 = K_u\ b_1 + \frac{2\ k_u\ b_2\ \zeta_{LVDT}}{\omega_{LVDT}} + K_u\ b_3$$

$$c_4 = K_u\ b_2 + \frac{2\ K_u\ b_3\ \zeta_{LVDT}}{\omega_{LVDT}} + \frac{K_u\ b_4}{\omega_{LVDT}^2}$$

$$c_5 = K_u\ b_3 + \frac{2\ k_u\ b_4\ \zeta_{LVDT}}{\omega_{LVDT}} + \frac{K_u\ b_5}{\omega_{LVDT}^2}$$

$$c_6 = K_u\ b_4 + \frac{2\ K_u\ b_5\ \zeta_{LVDT}}{\omega_{LVDT}} + \frac{1}{\omega_{LVDT}^2}$$

$$c_7 = K_u\ b_5 + \frac{2\ \zeta_{LVDT}}{\omega_{LVDT}}$$

In figura 3.13 viene riportato il diagramma di Bode della G_{ol} ed in tabella 3.1 i relativi parametri di stabilità:

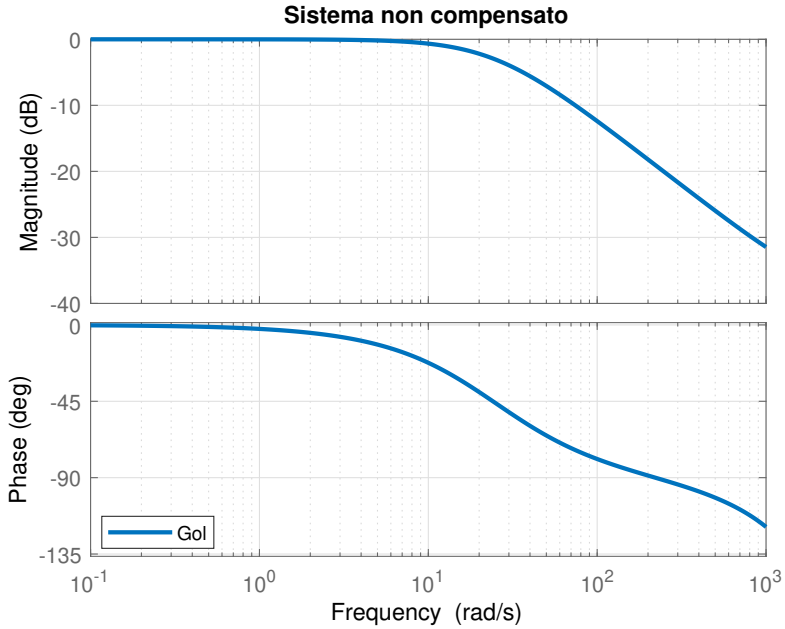

Figura 3.13: G_{ol} sistema non compensato senza ritardo di trasporto

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Margine di guadagno	G_M	37	dB
Pulsazione di gain - crossover	ω_{gc}	2390	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di gain - crossover	f_{gc}	380	Hz
Margine di fase	ϕ_M	-	$\circ$
Pulsazione di phase - crossover	ω_{pc}	-	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di phase - crossover	f_{pc}	-	Hz

Tabella 3.1: Margini di stabilità del sistema non compensato senza effetto del ritardo di trasporto

Il sistema così definito è instabile: la funzione di trasferimento in anello aperto ha margine di guadagno troppo elevato ed inoltre non rispetta il vincolo

sul margine di fase il quale risulta impossibile da definire dal momento che la funzione non interseca mai l' asse delle ascisse.
Per rendere il sistema stabile occorre utilizzare un regolatore con logica di controllo proporzionale integrativa, ma prima di esporre i risultati nel tuning dei parametri, e le conseguenze che ne derivano, è bene ricordare il contributo che viene portato al sistema dal ritardo di trasporto: il tempo di campionamento (t_s) e di calcolo (t_c) sono i medesimi utilizzati nel capitolo 2 e allora, modellando tale fenomeno in modo completamente analogo, si ottiene un differente andamento di fase la quale diminuisce il suo valore in funzione del tempo di ritardo (t_r) e della pulsazione del sistema.
In figura 3.14 viene riportato il confronto tra la funzione di trasferimento in anello aperto senza effetto del ritardo di trasporto e con il suo effetto.

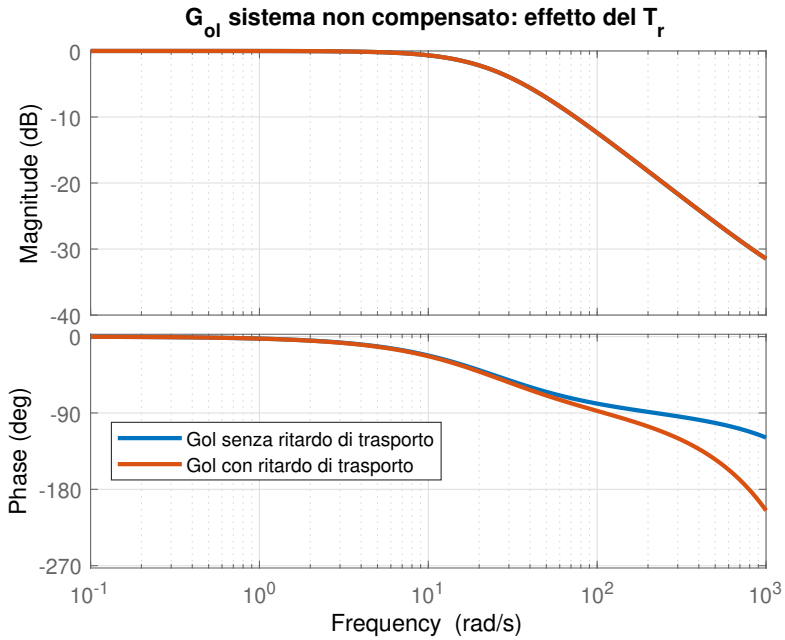

Figura 3.14: G_{ol} ed effetto del ritardo di trasporto

E' ora possibile determinare i parametri del controllore al fine di soddisfare i requisiti di stabilità i quali prevedono un margine di fase di circa 8 ÷ 9 dB e margine di guadagno di circa 60°.
Facendo uso della funzionalità " Transfer Function Based (PID Tuner App) " presente in ambiente simulink sono stati individuati i seguenti valori ottimali di funzionamento i quali garantiscono sia il rispetto delle direttive in termini di risposta in frequenza sia un andamento accettabile di spostamento del cilindro a fronte di un set imposto:

- $K_p = 9$;
- $K_i = 195$.

Tali guadagni permettono di avere una funzione di trasferimento relativa al controllo (G_c) la quale ha pendenza negativa, propria della parte integrativa del controllo, di 20 $\frac{dB}{dec}$ per basse pulsazioni mentre per elevate pulsazioni ha guadagno costante, dovuto al controllo proporzionale, pari a 19 dB con la zona di transizione da pendenza negativa a nulla la quale idealmente ha luogo laddove la funzione di trasferimento in open loop perde circa 3 dB.
Quanto scritto viene mostrato in figura 3.15 dove sono riportate rispettivamente la funzione del sistema in open loop e quella relativa al controllo:

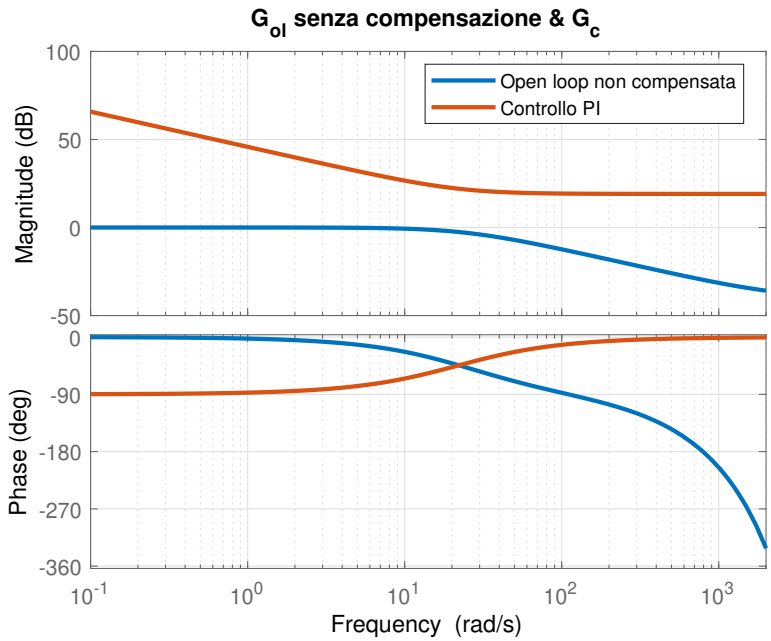

Figura 3.15: G_{ol} sistema non compensato e G_c PI

I nuovi parametri di stabilità del sistema sono riportati in tabella 3.2:

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Margine di guadagno	G_M	10.5	dB
Pulsazione di gain - crossover	ω_{gc}	779	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di gain - crossover	f_{gc}	124	Hz
Margine di fase	ϕ_M	65	$\circ$
Pulsazione di phase - crossover	ω_{pc}	223	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di phase - crossover	f_{pc}	35	Hz

Tabella 3.2: Margini di stabilità del sistema compensato con effetto del ritardo di trasporto

Funzione di trasferimento in anello chiuso

Definiti tutti i parametri in gioco è possibile calcolare la funzione di trasferimento del sistema in anello chiuso (G_{cl}) la quale, con riferimento alla figura 3.12, risulta avere la seguente definizione formale:

$$G_{cl} = \frac{x_c}{x_{set}} = K_{set} \; \frac{K_{v2i} \; K_1 \; G_c \; G_{tr} \; G_{cx}}{1 + K_{v2i} \; K_1 \; G_c \; G_{tr} \; G_{cx} \; G_{LVDT}} \tag{3.19}$$

in cui, si ricorda:

$$G_c = \frac{K_i}{s} \; (\tau \; s + 1)$$

$$\tau = \frac{K_p}{K_i}$$

$$G_{tr} = e^{-s \; t_r}$$

$$K_{set} = K_{LVDT}$$

Come mostrato in figura 3.16 la presenza del controllo permette sia di annullare l' errore a regime sia di guadagnare in termini di prontezza e durata del transitorio con un aumento della banda passante:

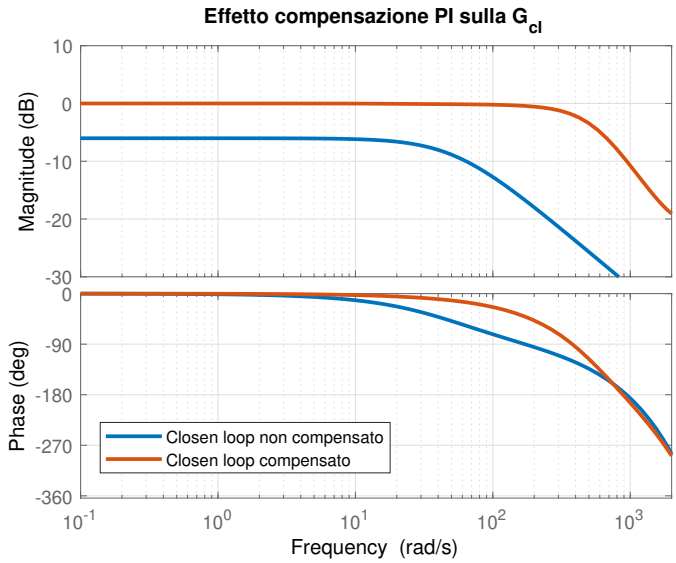

Figura 3.16: G_{cl} ed effetto del controllore PI

In conclusione vengono riportate le funzioni di trasferimento in anello aperto ed anello chiuso per il servosistema modificato secondo il primo approccio di modellazione:

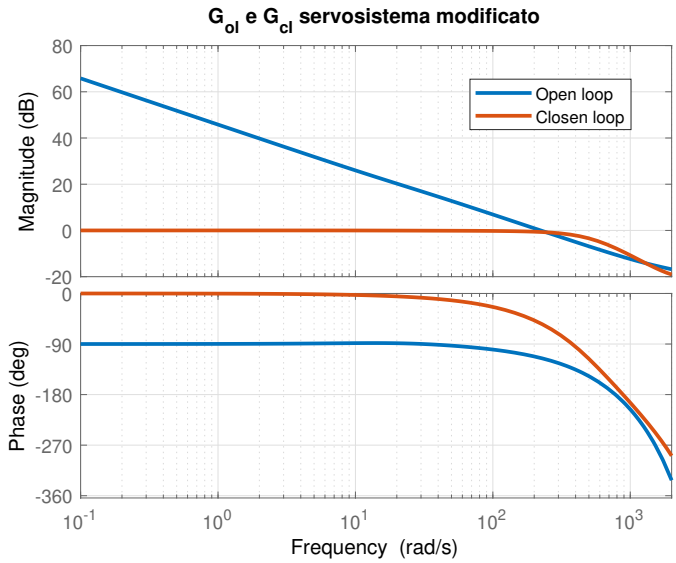

Figura 3.17: G_{ol} e G_{cl} sistema con servovalvola a singolo stadio, primo approccio

La larghezza di banda risulta essere di circa 68 Hz.
L' approccio qui utilizzato ha dei limiti dal punto di vista teorico poiché considerando la modifica dello schema a blocchi presentato a catalogo Moog non tiene conto della totalità delle portate che transitano nei condotti dello stadio pilota della servovalvola e inoltre non tiene conto della forza di opposizione portata dall' elastomero di feedback di coppia della servovalvola al moto del cilindro.
Per superare questi limiti è stato affrontato il problema di concepimento del modello di servosistema modificato secondo un diverso approccio metodologico volto ad esplicitare le grandezze geometriche del primo stadio dell' interfaccia tramite le quali costruire un modello più pratico.

3.2 Secondo approccio

Il primo obiettivo di questo secondo modo di studiare le conseguenze della modifica del componente consiste nel definire un nuovo schema a blocchi circa il funzionamento della servovalvola originale il quale da un lato sia equivalente a quello Moog ed allo stesso tempo possa mettere in evidenza con un maggior grado di dettaglio quanto accade a livello fluidodinamico all' interno del componente.
Così, determinate le portate realmente transitanti nei nozzles e nei condotti che uniscono primo e secondo stadio, è possibile sfruttare tale schema per definire un modello di servosistema con interfaccia a singolo stadio più funzionale rispetto a quello ottenuto nella precedente sezione.

3.2.1 Analisi servovalvola

Una rappresentazione schematica del primo stadio della servovalvola flapper - nozzle viene riportata in figura 3.18:

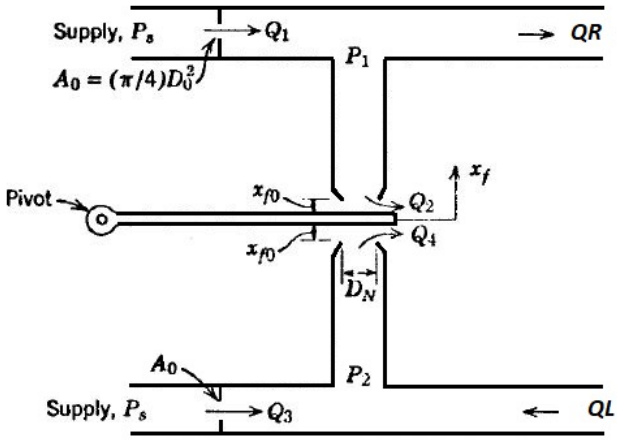

Figura 3.18: Primo stadio servovalvola flapper - nozzle

dove sono indicati rispettivamente:

- D_0: diametro area di efflusso della resistenza idraulica fissa che collega l' alimentazione ai nozzles;
- D_N: diametro area di efflusso della resistenza idraulica variabile che collega nozzles allo scarico;
- x_f: spostamento flapper;
- x_{f0}: distanza flapper - nozzle a riposo;

- Q_1 e Q_3: portate volumetriche alimentazione - nozzles;
- Q_2 e Q_4: portate volumetriche nozzles - scarico;
- Q_{left} e Q_{right}: rispettivamente la portata volumetrica scambiata all' estremo sinistro (Q_L in figura) e all' estremo destro(Q_R in figura) dello spool del secondo stadio servovalvola;
- P_1 e P_2: rispettivamente le pressioni che si instaurano nel nozzle destro e sinistro.

Rispettando il sistema di riferimento adottato, indicando con A_0 l' area di efflusso delle resistenze idrauliche fisse e C_{d0} il suo coefficiente di efflusso, con A_{f2} ed A_{f4} rispettivamente l' area di efflusso nella quale transitano Q_2 e Q_4 e C_{df} il relativo coefficiente di efflusso e considerando la distanza flapper - nozzle a riposo pari allo spostamento massimo che può compiere il flapper si ottiene:

$$A_0 = \frac{\pi}{4}\ D_0^2 \tag{3.20}$$

$$A_{f2} = \pi\ D_N\,(x_{fmax} - x_f) \tag{3.21}$$

$$A_{f4} = \pi\ D_N\,(x_{fmax} + x_f) \tag{3.22}$$

ed è allora possibile scrivere per ambo i nozzles:

$$Q_{right} = Q_1 - Q_2 = C_{d0}\ A_0\ \sqrt{\frac{2\ (P_s - P_1)}{\rho}} - C_{df}\ A_{f2}\ \sqrt{\frac{2\ (P_1 - P_T)}{\rho}} \tag{3.23}$$

$$Q_{left} = Q_4 - Q_3 = C_{df}\ A_{f4}\ \sqrt{\frac{2\ (P_2 - P_T)}{\rho}} - C_{d0}\ A_0\ \sqrt{\frac{2\ (P_s - P_2)}{\rho}} \tag{3.24}$$

Per determinare le grandezze geometriche che caratterizzano le resistenze idrauliche fissa e variabile in funzione dello spostamento del flapper è necessario imporre alcune condizioni di progetto [6]. Nel caso di assenza di flusso al carico ossia nella condizione di *blocked load* con il carico che non compie spostamento alcuno, è possibile porre a zero le equazioni 3.23 e 3.24 dalle quali si ottengono le seguenti relazioni:

$$\frac{P_1}{P_s} = \left[1\ +\ \left(\frac{C_{df}\ A_{f2}}{C_{d0}\ A_0}\right)^2\right]^{-1} \tag{3.25}$$

$$\frac{P_2}{P_s} = \left[1\ +\ \left(\frac{C_{df}\ A_{f4}}{C_{d0}\ A_0}\right)^2\right]^{-1} \tag{3.26}$$

a titolo di esempio, in figura 3.19, viene riportata la curva caratteristica in condizione di *blocked load* per la equazione 3.25:

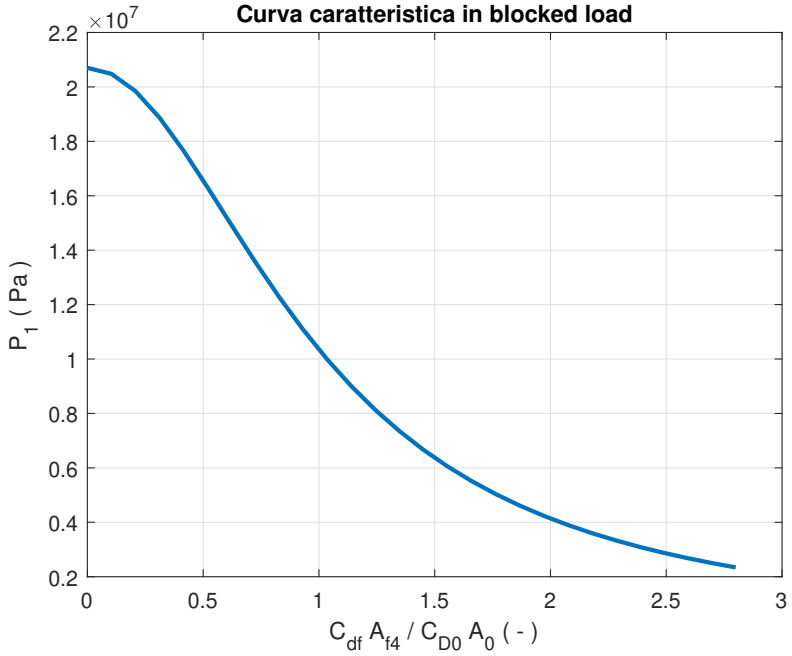

Figura 3.19: Curva caratteristica in *blocked load*

Come prima condizione di progetto si considera ottimale un valore di pressione recuperata nei nozzles al null point, ossia in quel punto di lavoro in cui il flapper ha spostamento nullo, pari alla metà della pressione di alimentazione della servovalvola. Tale criterio impone, quindi, un rapporto unitario tra le aree di efflusso idrauliche al null point e considerando che in tale condizione $A_{f2} = A_{f4}$ è possibile affermare che:

$$\frac{C_{df}\ A_{f2}}{C_{d0}\ A_0} = \frac{C_{df}\ A_{f4}}{c_{d0}\ A_0} = \frac{4\ C_{df}\ D_N\ x_{f0}}{c_{d0}\ D_0^2} = 1 \tag{3.27}$$

Le aree di efflusso A_{f2} ed A_{f4} consistono in superfici cilindriche di base $\pi\ D_N$ ed altezza variabile $x_{f0} \pm x_f$ e la seconda condizione prevede di avere una relazione tra l' area di efflusso in condizione di null point e la sezione ultima del nozzle:

$$\pi\ D_N\ x_{f0} \leq \frac{1}{4}\ \frac{\pi\ D_N^2}{4} \tag{3.28}$$

da cui semplificando:

$$D_N \geq 16\ x_{f0} \tag{3.29}$$

mettendo a sistema le equazioni 3.27 ed 3.29 si ottiene la relazione che lega i diametri delle aree di efflusso:

$$D_0 = 2\sqrt{\frac{C_{df}}{C_{d0}}\ D_N\ x_{f0}} \tag{3.30}$$

Per definire le grandezze incognite è necessario conoscere il valore dei coefficienti di efflusso. L' autore, come primo approccio di progettazione, afferma che il rapporto tra i coefficienti C_{df} ed C_{d0} può essere posto pari a 0.8 e considera l' orefizio che costituisce la resistenza idraulica variabile di tipologia a spigolo vivo o *sharp edged* con un coefficiente di efflusso di circa 0.61. Imponendo il valore del coefficiente C_{df} ed il suo rapporto rispetto a C_{d0}, ricordando che per ipotesi si è posto che $x_{f0} = x_{fmax}$, si ottengono le seguenti formule tramite le quali ricavare i diametri:

$$D_N = 16\ x_{fmax} \tag{3.31}$$

$$D_0 = 0.447\ D_N \tag{3.32}$$

Il valore di D_0 dipende dalla prima condizione di progetto la quale è fondata sulla considerazione che all' equilibrio la pressione recuperata nei nozzles sia la metà della pressione di alimentazione poiché se ciò si verifica allora il componente ha un funzionamento ottimale. In realtà il suo funzionamento risulta soddisfacente per valori di pressione al null point compresi tra $0.3P_s$ ed $0.7P_s$ per i quali l' equazione 3.30 passa da avere coefficiente moltiplicativo 2 all' avere, rispettivamente, 1.62 ed 2.48.
Applicando i criteri di progetto in base ai dati della servovalvola Moog sono state calcolate le grandezze riassunte in tabella 3.3:

Simbolo	**Valore**	**unità di misura**
C_{df}	0.61	-
C_{d0}	0.76	-
D_N	4.88×10^{-4}	m
D_0	2.18×10^{-4}	m
P_{1null}	10.3	MPa
P_{2null}	10.3	MPa

Tabella 3.3: Grandezze di progetto servovalvola

Portate elaborate dalla servovalvola

Le portate che transitano nei condotti dello stadio pilota sono non lineari poiché dipendenti da variabili che a loro volta hanno si influenzano reciprocamente ed infatti la pressione recuperata in ciascun nozzle è funzione dello

spostamento del flapper.
Come mostrato in figura 3.20 ed 3.21 le portate Q_1 e Q_3 sono esclusivamente dipendenti dalla pressione recuperata in ciascun nozzle mentre le portate Q_2 e Q_4 dipendono sia dalle pressioni recuperate sia dalla posizione del flapper:

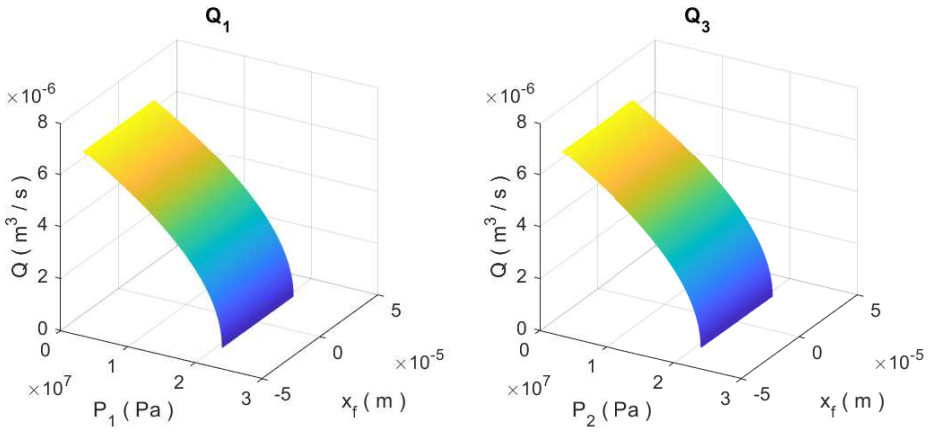

Figura 3.20: Q_1 e Q_2

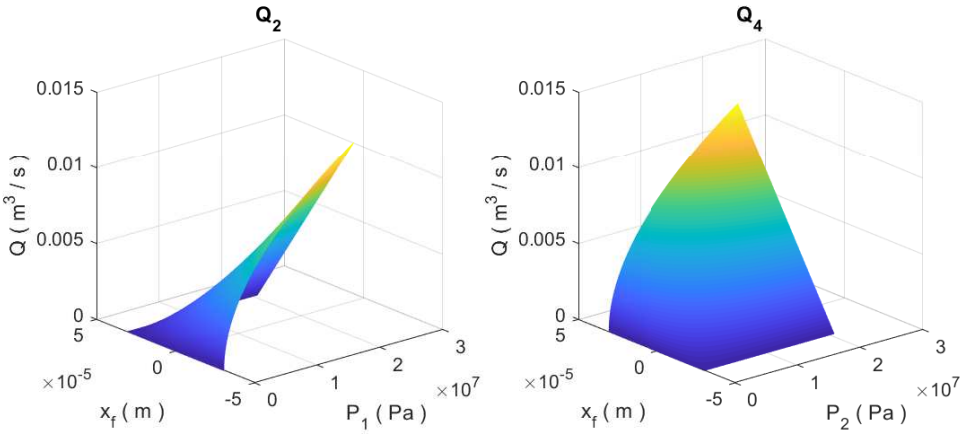

Figura 3.21: Q_3 e Q_4

Le portate scambiate tra primo e secondo stadio (Q_{right} e Q_{left}) sono, ovviamente, anche esse non lineari. E' dunque necessario realizzare una linearizzazione delle stesse al fine di individuare le relazioni da utilizzare nello schema a blocchi che si vuole costruire per effettuare il confronto con quello fornito a catalogo Moog.

3.2.2 Linearizzazione delle equazioni di portata

Il punto di lavoro nel quale viene compiuta la linearizzazione consiste nel null point poiché dato il piccolo range di variazione di posizione del flapper esso viene accettato come punto di riferimento per lo studio del componente. Il processo di linearizzazione porta a scrivere le seguenti formule nelle quali le derivate parziali sono calcolate rispetto le condizioni derivanti dalla scelta del punto di linearizzazione.
Si ottengono rispettivamente:

$$Q_{right} = Q_{right0} + \frac{\partial Q}{\partial x_f}\ \Delta x_f + \frac{\partial Q}{\partial P_1}\ \Delta P_{1c} \tag{3.33}$$

$$Q_{left} = Q_{left0} + \frac{\partial Q}{\partial x_f}\ \Delta x_f + \frac{\partial Q}{\partial P_2}\ \Delta P_{2c} \tag{3.34}$$

$$\Delta P_{1c} = P_1 - P_{1null} = P_1 - \frac{P_s}{2} \tag{3.35}$$

$$\Delta P_{2c} = P_2 - P_{2null} = P_1 - \frac{P_s}{2} \tag{3.36}$$

$$\tag{3.37}$$

nelle quali, tramite le derivate parziali calcolate nelle condizioni al null point, è possibile individuare i seguenti coefficienti:

$$K_{q0} = \frac{\partial Q}{\partial x_f} = C_{df}\ \pi\ D_N \sqrt{\frac{P_s}{\rho}} \tag{3.38}$$

$$K_{pq0} = \frac{\partial Q}{\partial P_1} = \frac{\partial Q}{\partial P_2} = \frac{C_{df}\ \pi\ D_N\ x_{f0}}{\sqrt{\rho\ P_s}} \tag{3.39}$$

è allora possibile scrivere:

$$\Delta Q_{right} = K_{q0}\ \Delta x_f - 2\ K_{pq0}\ \Delta P_{1c} \tag{3.40}$$

$$\Delta Q_{left} = K_{q0}\ \Delta x_f + 2\ K_{pq0}\ \Delta P_{2c} \tag{3.41}$$

Così, mettendo a sistema le equazioni 3.40 ed 3.41 e sommandole tra loro, si ricava la formula finale di portata linearizzata elaborata dal primo stadio della servovalvola e scambiata con lo spool del secondo stadio la quale viene identificata come segue:

$$Q_l = K_{q0}\ \Delta x_f - K_{pq0}\ \Delta P_c \tag{3.42}$$

$$Q_l = \frac{\Delta Q_{right} + \Delta Q_{left}}{2} \tag{3.43}$$

$$\Delta P_c = P_1 - P_2 \tag{3.44}$$

3.2.3 Secondo stadio della servovalvola

Il modello a catalogo Moog, come specificato nel capitolo 2, approssima l' equazione di continuità applicata alle camere esterne allo spool senza valutare il fenomeno di accumulo che trasforma la variazione di portata in variazione di pressione e non tiene conto della dinamica dell' elemento mobile. Nel modello che si sta sviluppando in questa sezione, invece, si tiene conto dei due fenomeni e come conseguenza viene applicata l' equazione di continuità alle camere esterne dello spool per ricavare le pressioni recuperate in tali zone e successivamente si ricava la posizione dello stesso tramite il diagramma di corpo libero.
Il volume delle camere agli estremi dello spool, in condizione di spool centrato, viene considerato come il prodotto dell' area di spinta per lo spostamento massimo dello spool e viene indicato come segue:

$$V_{0p} = A\ x_{smax} \tag{3.45}$$

Nella camera all' estremo destro dello spool vi è Q_l come portata entrante ed è nulla la portata uscente mentre per la camera all' estremo opposto non vi è portata entrante ma solo uscente uguale a Q_l ed allora è possibile scrivere:

$$Q_l = A\ \dot{x_s} + \frac{V_{0p}}{\beta}\ \frac{dP_1}{dt} \tag{3.46}$$

$$Q_l = A\ \dot{x_s} - \frac{V_{0p}}{\beta}\ \frac{dP_2}{dt} \tag{3.47}$$

e sottraendo l' equazione 3.47 alla 3.46:

$$Q_l = A\ \dot{x_s} + \frac{V_{0p}}{2\ \beta}\ \frac{d\Delta P_c}{dt} \tag{3.48}$$

E' allora ricavabile la differenza di pressione presente agli estremi dello spool la quale, in un modello lineare come quello in costruzione, coincide con la differenza di pressione recuperata nei nozzles poiché non si considerano le perdite di portata nel primo stadio e non si valuta la rigidezza dei condotti entro i quali la portata transita.
La posizione dello spool, in riferimento alla figura 3.22, si ricava imponendo l' equazione di equilibrio dinamico:

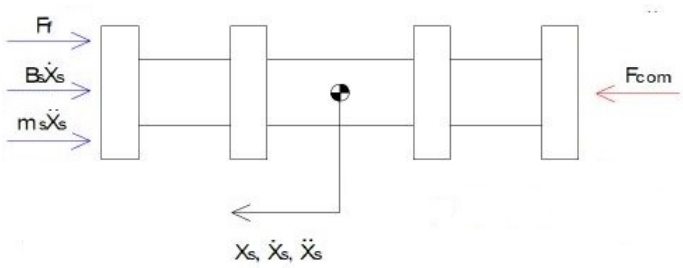

Figura 3.22: Diagramma di corpo libero spool servovalvola

$$F_{com} = m_s \ddot{x}_s + B_s \dot{x}_s + F_f \tag{3.49}$$

$$F_{com} = \Delta P_c \ A \tag{3.50}$$

$$F_f = \frac{K_w}{b} \ x_s \tag{3.51}$$

dove m_s indica la massa dello spool, B_s il coefficiente di attrito viscoso, F_f la forza di opposizione al moto dovuta alla presenza dell' elastomero che vincola il flapper allo spool e F_{com} la forza di spinta dovuta alla differenza di pressione.
L' elastomero è caratterizzato dalla *feedback wire stiffness* la quale moltiplicata per la posizione dello spool fornisce la coppia di feedback al torque motor ed allora il contributo F_f, come mostrato nella 3.51, è direttamente proporzionale alla posizione dello spool moltiplicato per il rapporto tra la *feedback wire stiffness* e la distanza tra asse spool e estremo inferiore flapper che viene indicata, come mostrato in figura 3.23 con la lettera b.

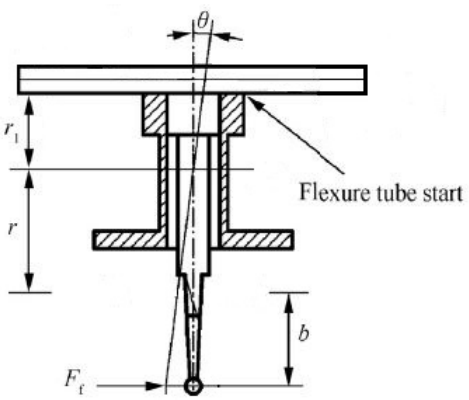

Figura 3.23: Struttura e T torque motor

Il braccio b non viene espressamente indicato a catalogo e per sopperire tale mancanza, nel modello, è stato assunto un valore standard di riferimento, sulla base delle dimensioni dello spool, pari a 6 mm.
In linea di massima tale grandezza può, in un componente reale, assumere il valore compreso tra i 5 mm ed i 12 mm.

3.2.4 Modelli servovalvola a doppio stadio a confronto

Il diagramma a blocchi alternativo a quello fornito a catalogo, realizzato tramite le equazioni descritte nei precedenti paragrafi, è il seguente:

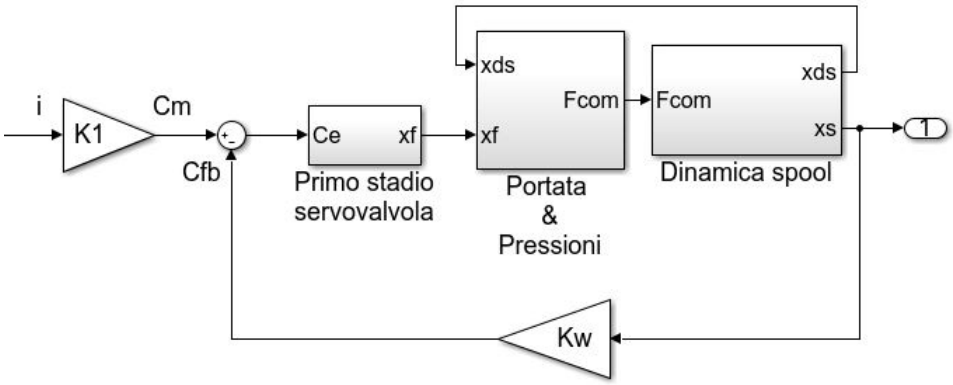

Figura 3.24: Schema a blocchi alternativo servovalvola

Per tracciare la risposta in frequenza di tale sistema e confrontarla con quella del sistema fornito a catalogo è necessaria la sua riduzione così da ricavare le funzioni di trasferimento che lo compongono.
Nel blocco *Portata & Pressioni*, dopo aver scambiato l' ordine dei sommatori, è stato risolto il loop interno di portata:

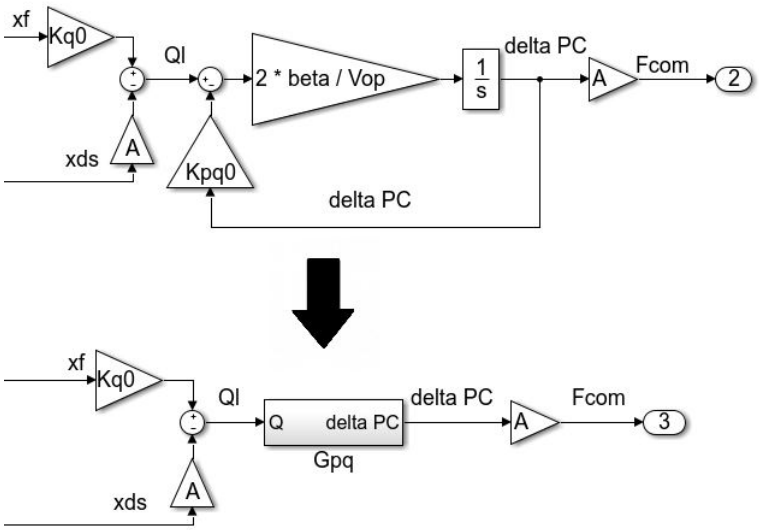

Figura 3.25: Riduzione anello interno di portata

dove:

$$G_{pq} = \frac{\frac{1}{K_{pq0}}}{\bar{\tau}\ s + 1} \tag{3.52}$$

$$\bar{\tau} = \frac{V_{0p}}{2\ \beta\ K_{pq0}}\ (s) \tag{3.53}$$

Nel blocco *Dinamica spool* viene, invece, ridotto l' anello interno di velocità:

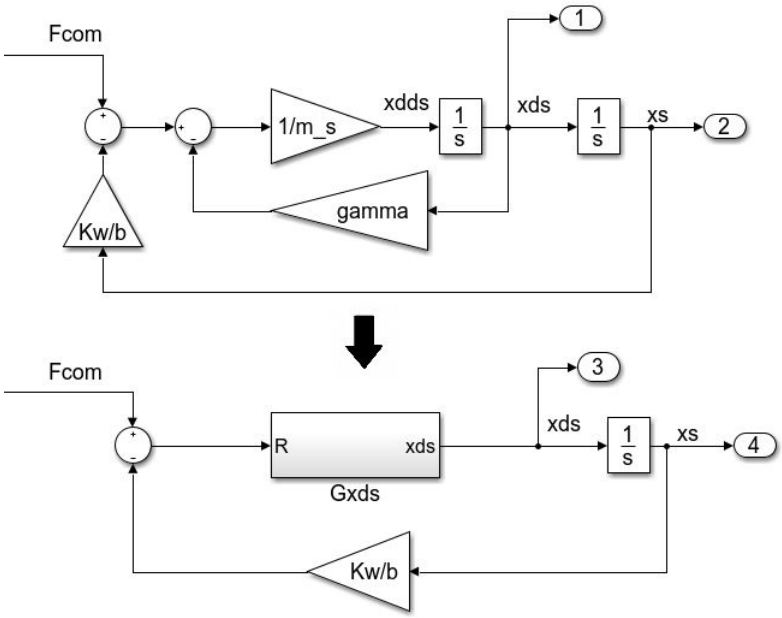

Figura 3.26: Riduzione anello interno di velocità

in cui:

$$G_{xds} = \frac{\frac{1}{\gamma}}{\tau_1\ s + 1} \tag{3.54}$$

$$\tau_1 = \frac{m_s}{\gamma}\ (s) \tag{3.55}$$

Allora, rispetto a figura 3.25, portando il blocco G_{pq} ed il guadagno di area a monte sommatore e scambiando l' ordine dei sommatori consecutivi dello schema che nasce dall' unione dei sottosistemi mostrati in figura 3.25 ed 3.26 si individua un ulteriore anello interno di velocità avente sul ramo di azione la funzione G_{xds} e su quello di retroazione il prodotto tra l' area di spinta dello spool e la funzione G_{pq}.

La sua riduzione porta ad avere la funzione di trasferimento:

$$G_{sp} = \frac{K_{sp}\ (\bar{\tau}\ s + 1)}{\frac{s^2}{\sigma_{sp}{}^2} + \frac{2\ \zeta_{sp}}{\sigma_{sp}}\ s + 1} \tag{3.56}$$

$$K_{sp} = \frac{K_{pq0}}{\gamma\ K_{pq0} + A^2}\ \left(\frac{m}{s\ N}\right) \tag{3.57}$$

$$\sigma_{sp} = \sqrt{\frac{2\ \beta\ (\gamma\ K_{pq0} + A^2)}{m_s\ V_{0p}}}\ \left(\frac{rad}{s}\right) \tag{3.58}$$

$$\zeta_{sp} = \frac{\gamma\ V_{0p} + 2\ \beta\ K_{pq0}\ m_s}{2\ \sqrt{2\ m_s\ V_{0p}\ \beta\,(\gamma\ K_{pq0} + A^2)}}\ (-) \tag{3.59}$$

Dunque il sistema risulta essere quello riportato in figura 3.27 ed al suo interno presenta ancora un anello di posizione riguardante la dinamica dello spool della servovalvola il quale una volta risolto permette di ricavare la funzione di trasferimento in anello chiuso che esprime il legame tra la coppia motrice fornita al torque motor e la posizione assunta dallo spool del secondo stadio del componente.

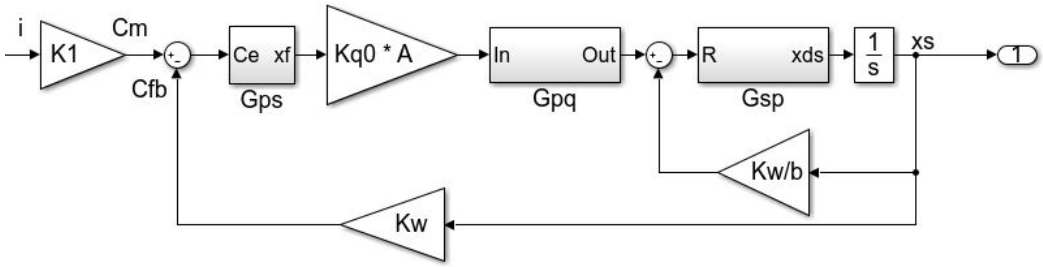

Figura 3.27: Sistema ridotto al solo anello interno di posizione

La riduzione di tale anello comporta la formazione di una nuova funzione di trasferimento:

$$G_{xs} = \frac{\frac{b}{K_w}\,(\bar{\tau}\ s + 1)}{\frac{s^3}{\sigma_F\ \sigma_{sp}^2} + \frac{2\ \zeta_{sp}}{\sigma_F\ \sigma_{sp}} s^2 + \frac{b + b\ \sigma_F\ \bar{\tau}}{\sigma_F\ b} s + 1} \tag{3.60}$$

$$\sigma_F = \frac{K_{sp}\ K_w}{b}\ \left(\frac{rad}{s}\right) \tag{3.61}$$

Ricordando che la funzione di trasferimento G_{ps} è quella relativa al primo stadio la quale lega la coppia comandata al torque motor con lo spostamento del flapper e portando il prodotto ($K_{pq0}\ A$) a numeratore della G_{pq} andando a formare la funzone G_{xfs}, lo schema completamente ridotto risulta essere quello di figura 3.28.

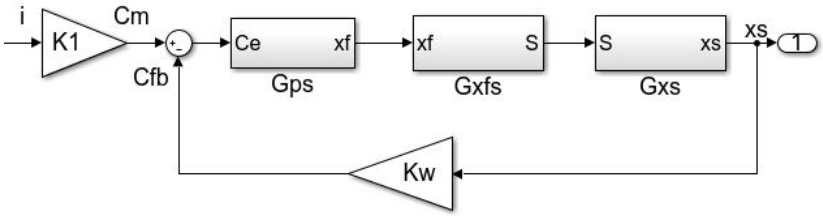

Figura 3.28: Sistema alternativo ridotto

La funzione di trasferimento in anello chiuso viene così definita:

$$G_{cl} = \frac{x_s}{C_m} = \frac{G_{ps}\ G_{xfs}\ G_{xs}}{1 + K_w\ G_{ps}\ G_{xfs}\ G_{xs}} \tag{3.62}$$

Il confronto delle risposte in frequenza in anello chiuso tra il modello fornito a catalogo e quello alternativo appena sviluppato sono riportate in figura 3.29:

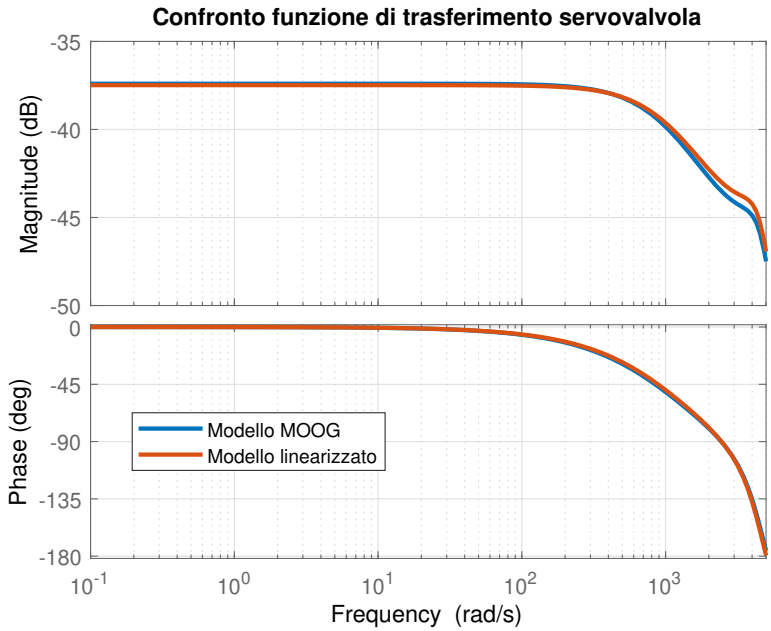

Figura 3.29: Confronto modello Moog e modello linearizzato

I due modelli non sono perfettamente sovrapposti, ma presentano andamento estremamente simile sia per quanto riguarda il modulo sia per la fase. E' allora possibile considerare corrette la valutazione eseguita circa le grandezze geometriche interne al primo stadio, il braccio tra flapper e spool,

le portate elaborate e le considerazioni riguardo il punto di linearizzazione del componente. Come conseguenza, al fine di modellare al meglio il servosistema con interfaccia a singolo stadio, è utile definire un nuovo modello sfruttando l' unione di quello linearizzato alternativo per la servovalvola la quale va a servire l' attuatore SCAS.

3.2.5 Modello del servosistema modificato

In figura 3.30 è presente lo schema a blocchi che descrive il modello ottenuto tramite il secondo approccio:

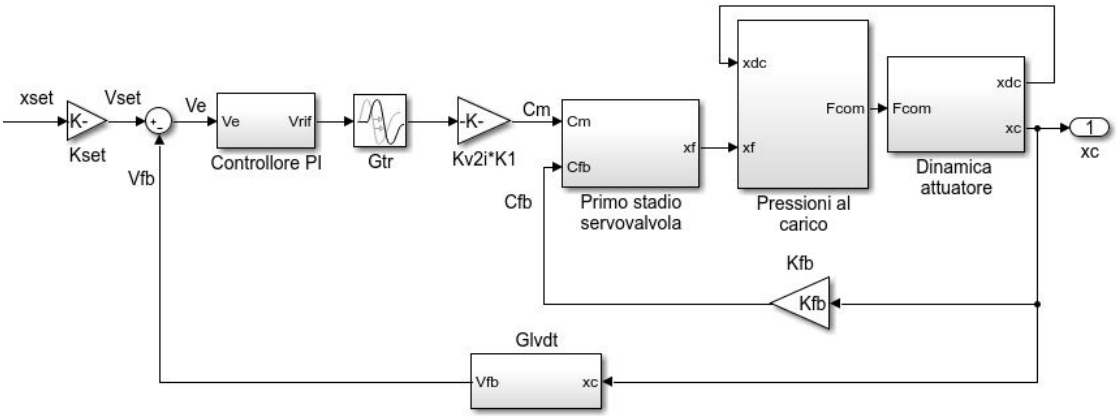

Figura 3.30: Modello servosistema modificato seconda versione

Il blocco *Primo stadio servovalvola*, al solito, è formato dalla funzione di trasferimento del secondo ordine della servovalvola (G_{ps}) e fornisce in uscita la posizione del flapper.
Il blocco *Pressioni al carico* è formato dall' equazione di portata linearizzata secondo la 3.42 indicando la portata elaborata con il simbolo Q_{att} in luogo di Q_l e dalle equazioni di continuità applicate all' attuatore SCAS le quali, con riferimento alla figura 3.31, risultano essere:

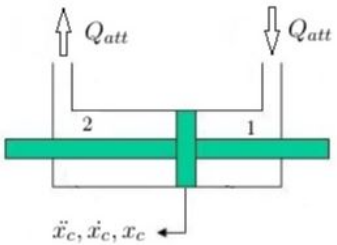

Figura 3.31: Schema attuatore

$$Q_{att} = A_c \, \dot{x_c} + \frac{V_c}{\beta} \, \frac{dP_1}{dt} \tag{3.63}$$

$$Q_{att} = A_c \, \dot{x_c} - \frac{V_c}{\beta} \, \frac{dP_2}{dt} \tag{3.64}$$

da cui:

$$Q_{att} = A_c \, \dot{x_c} + \frac{V_c}{2 \, \beta} \, \frac{d\Delta P_{att}}{dt}$$

$$\Delta P_{att} = P_1 - P_2$$

Infine nel blocco *Dinamica attuatore* è presente l' equazione di equilibrio dinamico all' elemento mobile tramite la quale ricavare la posizione del cilindro. In tale equazione, oltre all' effetto della molla di centraggio, è stato preso in considerazione anche il contributo di forza portato dall' applicazione dell' elastomero di feedback di coppia alla servovalvola la cui influenza, nel primo approccio, non è stata presa in considerazione.
L' equazione risulta essere:

$$\Delta P_{att} \, A_c = m \, \ddot{x_c} + \gamma \, \dot{x_c} + \left(K_M + \frac{K_{FB}}{b} \right) \, x_c \tag{3.65}$$

3.2.6 Risposta in frequenza

Al pari di quanto svolto in precedenza è necessario eseguire la riduzione del sistema mostrato in figura 3.30 per poterne tracciare la funzione di trasferimento in anello aperto sia senza compensazione sia con l' inserimento del controllo e per poter tracciare la funzione di trasferimento in anello chiuso.
Il sistema rappresentato in figura 3.30 ed il sistema rappresentante la servovalvola di figura 3.24, a partire dal segnale di corrente per arrivare allo spostamento del cilindro per il primo e allo spostamento dello spool della servovalvola per il secondo, hanno struttura simile: le differenze riguardano i volumi delle camere nelle quali viene inviata la portata dal primo stadio della servovalvola (V_c e V_{0p}), nelle aree di spinta (A_c e A), nella massa dell' elemento mobile (m e m_s) e nella rigidezza che chiude l' anello di posizione nell' equilibrio dinamico ($K_M + \frac{K_{FB}}{b}$ e $\frac{K_{FB}}{b}$).
Ne consegue che, con le dovute sostituzioni, per arrivare a risolvere l' anello interno di coppia è possibile sfruttare il risultato della riduzione applicata al sistema in figura 3.24 almeno fino alla riduzione dell' anello interno di posizione il cui schema è riportato in figura 3.32:

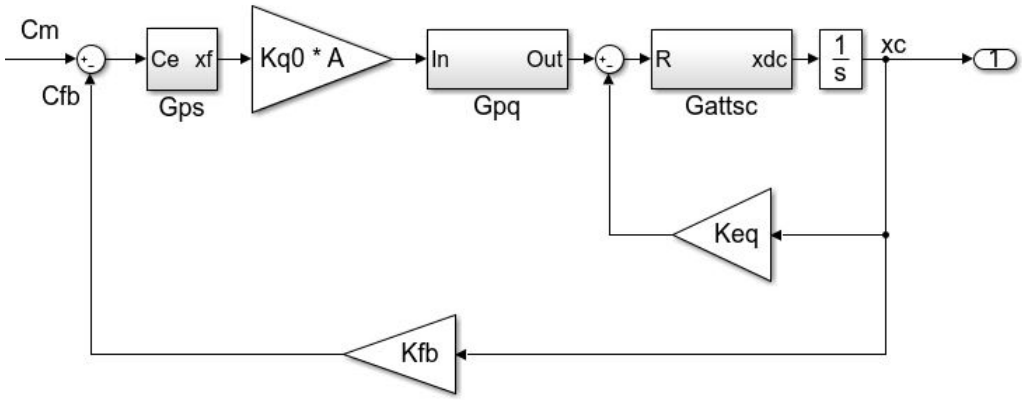

Figura 3.32: Anello interno di posizione servosistema modificato secondo approccio

in cui:

$$G_{ps} = \frac{\frac{1}{K_f}}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\ \zeta}{\omega_n} s + 1} \tag{3.66}$$

$$Gpq = \frac{\frac{1}{K_{pq0}}}{\tau_1\ s + 1} \tag{3.67}$$

$$\tau_1 = \frac{V_c}{2\ \beta\ K_{pq0}}\ (s) \tag{3.68}$$

$$G_{attsc} = \frac{K_{attsc}\ (\tau_1\ s + 1)}{\frac{s^2}{\sigma_{attsc}^2} + \frac{2\ \zeta_{attsc}}{\sigma_{attsc}} s + 1} \tag{3.69}$$

$$K_{attsc} = \frac{K_{pq0}}{A_c^2 + \gamma\ K_{pq0}}\ \left(\frac{m}{sN}\right) \tag{3.70}$$

$$\sigma_{attsc} = \sqrt{\frac{2\ \beta\ \ (A_c^2 + \gamma\ K_{pq0})}{m\ V_c}}\ \left(\frac{rad}{s}\right) \tag{3.71}$$

$$\zeta_{attsc} = \frac{1}{2}\ \frac{\gamma\ V_c + 2\ \beta\ K_{pq0}\ m}{\sqrt{2\ m\ V_c\ \beta\ \ (A_c^2 + \gamma\ K_{pq0})}}\ (-) \tag{3.72}$$

$$K_{eq} = \frac{b\ K_M + K_{FB}}{b}\ \left(\frac{N}{m}\right) \tag{3.73}$$

Dalla riduzione dell' anello di posizione si ricava la seguente funzione di trasferimento:

$$G_f = \frac{\frac{1}{K_{eq}} \ (\tau_1 \ s + 1)}{\frac{s^3}{\sigma_E \ \sigma_{attsc}^2} + \frac{2 \ \zeta_{attsc}}{\sigma_E \ \sigma_{attsc}} s^2 + \frac{1 \ + \ \sigma_E \ \tau_1}{\sigma_E} s + 1} \tag{3.74}$$

$$\sigma_E = K_{attsc} \ K_{eq} \ \left(\frac{rad}{s} \right) \tag{3.75}$$

Dalla riduzione dell' anello interno di posizione e portando il guadagno $K_{q0} A_c$ a numeratore della *Gpq* si ottiene la configurazione riportata dentro la quale è presente l' anello di coppia:

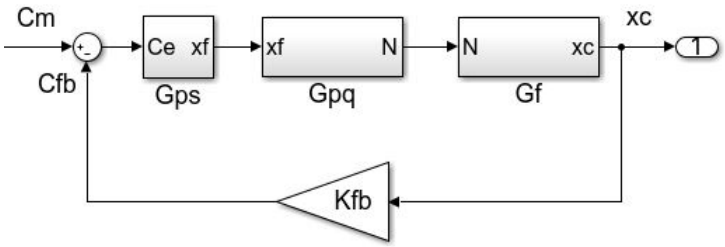

Figura 3.33: Anello interno di coppia servosistema modificato secondo approccio

Dunque risolvendo l' anello di coppia tramite la sua funzione di trasferimento in anello chiuso ($G_{clcoppia}$) è possibile arrivare al modello completamente ridotto formato dal solo ramo di azione e retroazione:

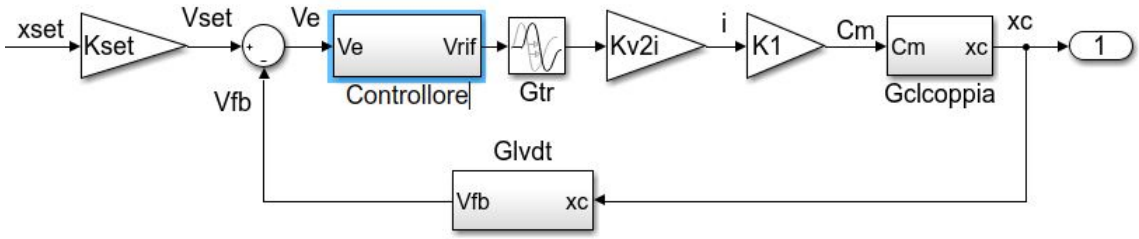

Figura 3.34: Schema a blocchi ridotto servosistema modificato secondo approccio

dove con riferimento alla figura 3.33:

$$G_{clcoppia} = \frac{C_m}{x_c} = \frac{G_{ps} \ G_{pq} \ G_f}{1 \ + \ G_{ps} \ G_{pq} \ G_f \ K_{FB}} \tag{3.76}$$

Funzione di trasferimento in anello aperto

Con riferimento alla figura 3.34, utilizzando la nomenclatura adottata in precedenza per la definizione delle funzioni di trasferimento del controllore e del ritardo di trasporto, è possibile definire la funzione di trasferimento in anello aperto come segue:

$$G_{ol} = \frac{V_{fb}}{V_e} = G_c \; G_{tr} \; K_{v2i} \; K_1 \; G_{clcoppia} \; G_{LVDT} \tag{3.77}$$

In prima analisi, considerando l' assenza di controllo e senza valutare l' effetto del ritardo di trasporto, il sistema è instabile poiché, come riportato in tabella 3.4, non ha margine di fase ed ha un margine di guadagno troppo elevato.

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Margine di guadagno	G_M	32.8	dB
Pulsazione di gain - crossover	ω_{gc}	2380	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di gain - crossover	f_{gc}	378	Hz
Margine di fase	ϕ_M	-	$\circ$
Pulsazione di phase - crossover	ω_{pc}	-	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di phase - crossover	f_{pc}	-	Hz

Tabella 3.4: Margini di stabilità del sistema non compensato senza effetto del ritardo di trasporto

In figura 3.35 è evidenziata l' influenza del ritardo di trasporto sulla G_{ol} non compensata: al pari di quanto specificato in precedenza, la perdita di fase aumenta in modo lineare rispetto la pulsazione del sistema tramite il coefficiente rappresentato dal ritardo di trasporto funzione del tempo di campionamento e del tempo di calcolo del microprocessore che applica la logica di controllo.

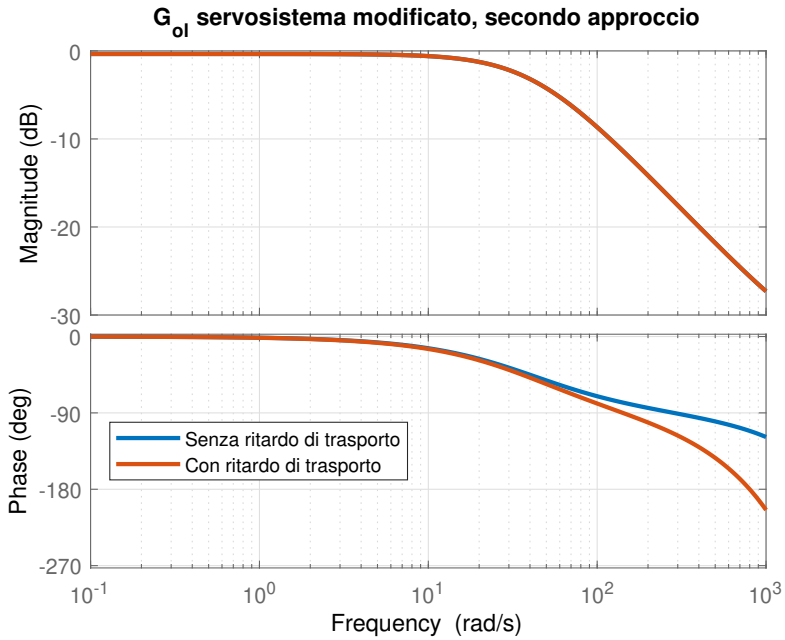

Figura 3.35: Effetto del ritardo di trasporto sulla G_{ol}

Introducendo la logica proporzionale integrativa, il cui tuning dei guadagni è stato eseguito tramite la medesima applicazione utilizzata nei casi precedenti, è possibile assecondare le direttive di margine di guadagno e di fase richieste al sistema. I guadagni ottimali, che assicurano sia la stabilità del sistema sia la migliore riproduzione del comando fisico, sono:

- $K_p = 5.5$;
- $K_i = 120$.

Come mostrato in figura 3.36 tali guadagni permettono di collocare la zona di transizione da una pendenza negativa di 20 $\frac{dB}{dec}$ alla zona a pendenza nulla e guadagno costante della G_c laddove la funzione di trasferimento in anello aperto inizia ad attenuare, determinando così una perdita di fase del sistema per basse pulsazioni ed un recupero nelle pulsazioni medie nelle quali si realizza la pulsazione di phase - crossover.

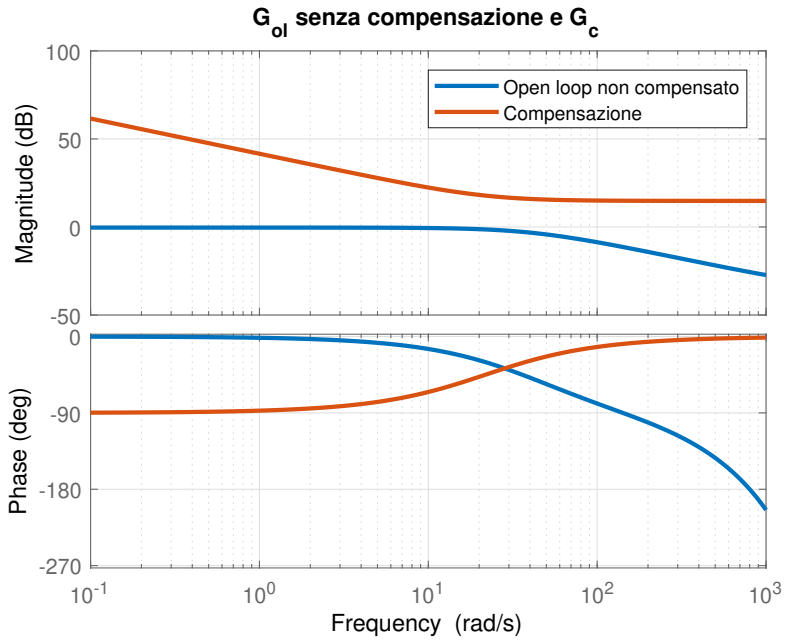

Figura 3.36: Effetto del ritardo di trasporto sulla G_{ol}

In tabella 3.5 sono riportati i margini di stabilità del sistema compensato:

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Margine di guadagno	G_M	10.7	dB
Pulsazione di gain - crossover	ω_{gc}	787	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di gain - crossover	f_{gc}	125	Hz
Margine di fase	ϕ_M	70	$\circ$
Pulsazione di phase - crossover	ω_{pc}	218	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di phase - crossover	f_{pc}	34.6	Hz

Tabella 3.5: Margini di stabilità del sistema compensato con effetto del ritardo di trasporto

Funzione di trasferimento in anello chiuso

La funzione di trasferimento in anello chiuso, con riferimento alla figura 3.34 è la seguente:

$$G_{cl} = \frac{x_c}{x_{set}} = K_{set} \frac{G_c \; G_{tr} \; G_{clcoppia}}{1 + G_c \; G_{tr} \; G_{clcoppia} \; G_{LVDT}} \tag{3.78}$$

Analogamente a quanto accaduto nella trattazione relativa al primo approccio, l' introduzione della logica di controllo permette di aumentare la larghezza di banda del sistema e di ridurre l' errore a regime con la G_{cl} che va ad avere guadagno nullo per basse pulsazioni ed attenua di 3 dB per valori di pulsazione maggiori rispetto a quanto accade nel caso privo di compensazione.
In figura 3.37 vengono riportate la G_{ol} e G_{cl} del sistema sviluppato nel secondo approccio metodologico:

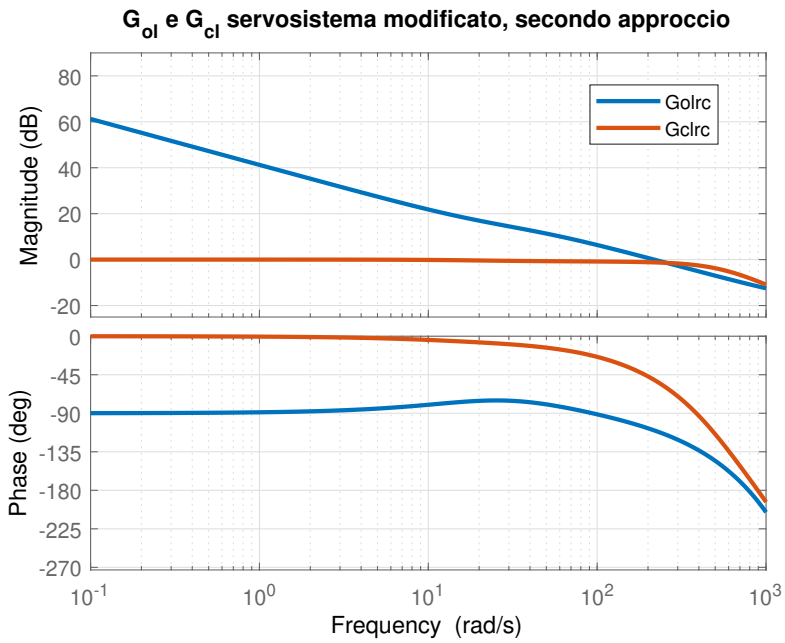

Figura 3.37: G_{ol} e G_{cl} servosistema modificato, secondo approccio

La larghezza di banda del sistema è di circa 69 Hz.

3.3 Modifica dell' anello di coppia alla servovalvola

Tanto nel primo quanto nel secondo approccio è stato utilizzato un elastomero per chiudere l' anello di coppia all' interfaccia mantenendo il caratteristico comportamento proporzionale del componente. Può, tuttavia, essere interessante provare a sviluppare tale anello interno tramite un altro elemento di trasduzione il quale può essere formato da un trasduttore di posizione LVDT analogo a quello adoperato per chiudere l' anello più esterno di posizione.
Per compiere tale modifica è necessario passare dal feedback di coppia ad un feedback in tensione alla servovalvola il quale permette di confrontare la tensione di riferimento, stabilita dal controllore, con il segnale di tensione che esprime la posizione del cilindro. Così facendo viene mantenuta la proporzionalità dell' interfaccia la quale sente un segnale di coppia motrice diversa da zero finché la tensione di feedback eguaglia quella di riferimento: nel momento in cui queste due tensioni sono uguali la coppia diviene nulla, l' interfaccia torna in una condizione di equilibrio e il cilindro rimane fisso nella posizione comandata.
In figura 3.38 viene riportato lo schema a blocchi del servosistema che nasce da questa modifica: le equazioni che determinano il funzionamento del sistema sono le stesse utilizzate nella definizione del modello relativo al secondo approccio, l' unico elemento di discordanza è rappresentato dalla chiusura dell' anello di coppia il quale è compiuto tramite il guadagno K_{TX} che rappresenta il guadagno statico del trasduttore da applicare allo stelo dell' attuatore.

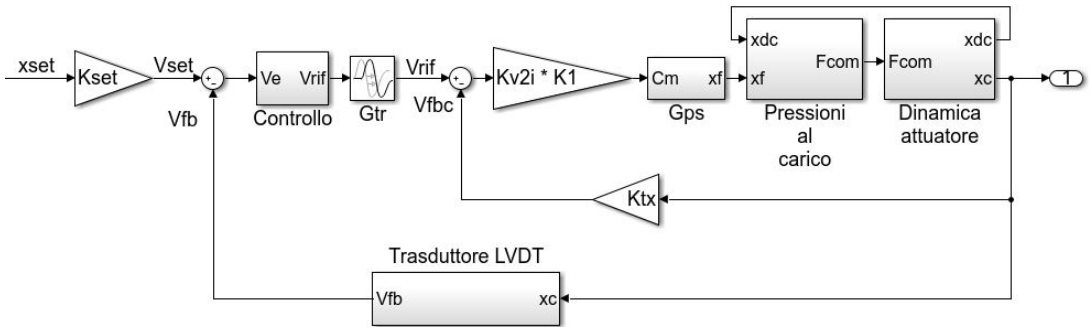

Figura 3.38: Servosistema modificato, anello di coppia con trasduttore LVDT

Il guadagno del trasduttore adoperato per l' anello di coppia viene così calcolato:

$$K_{TX} = \frac{K_{FB}}{K_{v2i}\ K_1} \tag{3.79}$$

ricordando la definizione della rigidezza dell' elastomero introdotto nella

modifica della servovalvola è possibile quindi affermare che:

$$K_{FB} = \frac{C_{max}}{x_{cmax}} = \frac{i_{max}\ K_1}{x_{cmax}} \tag{3.80}$$

$$K_{TX} = \frac{i_{max}\ K_1}{K_{v2i}\ K_1\ x_{cmax}} = \frac{i_{max}}{K_{v2i}\ x_{cmax}} \tag{3.81}$$

e tramite la definizione stessa del guadagno tensione - corrente K_{v2i}:

$$K_{v2i} = \frac{i_{max}}{V_{rifmax}} \tag{3.82}$$

$$K_{TX} = \frac{i_{max}\ V_{rifmax}}{i_{max}\ x_{cmax}} = \frac{V_{rifmax}}{x_{cmax}} \tag{3.83}$$

Dunque, essendo la corsa massima del cilindro pari alla sua semicorsa, il guadagno K_{TX} ha il medesimo valore del guadagno K_{set} e del guadagno K_{LVDT} e come conseguenza di ciò risulta comodo sfruttare il trasduttore di posizione già utilizzato per l' anello di feddback in posizione anche per l' anello di coppia alla servovalvola.
Se viene utilizzato il medesimo trasduttore di posizione per chiudere l' anello interno di coppia ed esterno di posizione è bene che esso abbia sempre guadagno statico pari al guadagno di set ed è allora opportuno sottolineare come il valore del guadagno K_{TX} non sia influenzato dal torque motor gain (K_1): ciò permette, effettivamente, di studiare l' influenza di tale parametro utilizzando sempre il medesimo trasduttore, diversamente bisognerebbe utilizzare due diversi trasduttori.
La configurazione finale del sistema è quella riportata in figura 3.39:

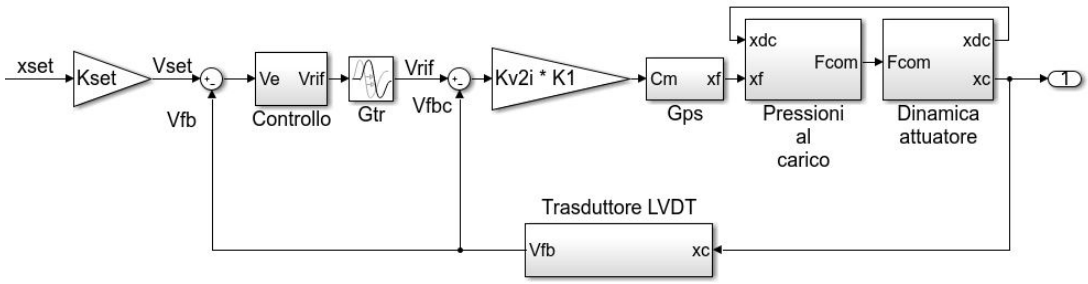

Figura 3.39: Servosistema modificato senza uso dell' elastomero

3.3.1 Risposta in frequenza

I sistemi presentati in figura 3.38 e 3.30 differiscono esclusivamente per il diverso elemento utilizzato nel chiudere il feedback di coppia e allora, fino alla riduzione dell' anello di coppia stesso, è possibile effettuare la riduzione dello schema di figura 3.38 in modo del tutto analogo a quanto fatto per quello di figura 3.30.
In figura 3.40 è riportato lo schema parzialmente ridotto:

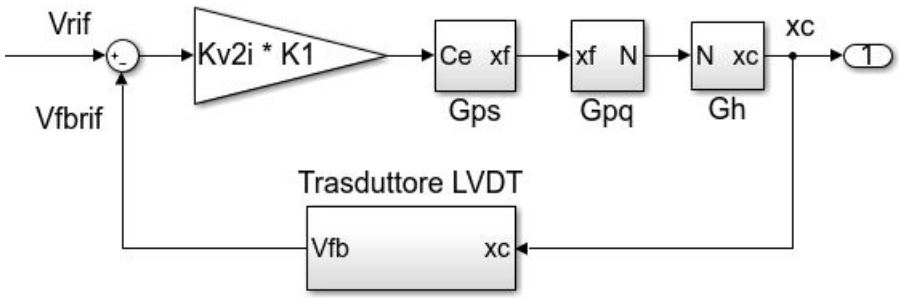

Figura 3.40: Anello di coppia del servosistema

in cui G_{ps} e G_{pq} sono le medesime riportate in figura 3.33 mentre la G_h differisce dalla G_f proprio per l' assenza dell' elastomero di feedback il quale in precedenza esercitava una forza di opposizione al moto del cilindro:

$$G_{ps} = \frac{\frac{1}{K_f}}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\ \zeta_n}{\omega_n} s + 1} \tag{3.84}$$

$$G_{pq} = \frac{\frac{F_{q0}\ A_c}{K_{pq0}}}{\tau_1\ s + 1} \tag{3.85}$$

$$G_h = \frac{\frac{\tau_1\ s+1}{K_M}}{\frac{s^3}{\sigma_k\ \sigma_{attsc}^2} + \frac{2\ \zeta_{attsc}}{\sigma_k\ \sigma_{attsc}} s^2 + \frac{1\ +\ \sigma_k\ \tau_1}{\sigma_k} s + 1} \tag{3.86}$$

$$\sigma_k = K_m\ K_{attsc}\ \left(\frac{rad}{s}\right) \tag{3.87}$$

La risoluzione dell' anello di coppia porta alla funzione di trasferimento $G_{clvalve}$ la quale esprime la relazione esistente tra la tensione di riferimento del sistema e la posizione assunta del cilindro:

$$G_{clvalve} = \frac{K_{v2i}\ K_1\ G_{ps}\ G_{pq}\ G_h}{1 + K_{v2i}\ K_1\ G_{ps}\ G_{pq}\ G_h\ G_{LVDT}} \tag{3.88}$$

Lo schema a blocchi finale sul quale calcolare le funzioni di trasferimento è il seguente:

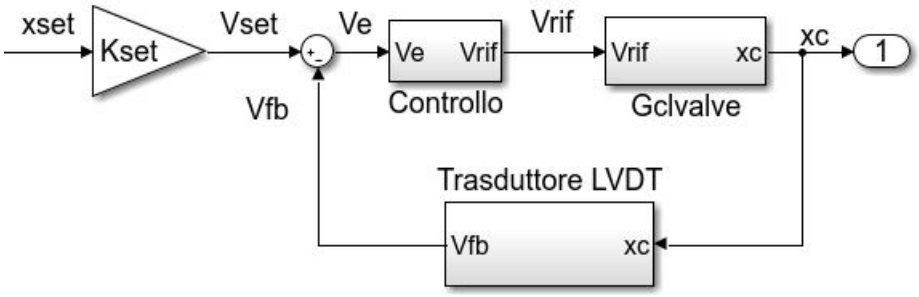

Figura 3.41: Schema a blocchi finale: servovalvola a singolo stadio privo di elastomero

In tale sistema al posto di prendere in considerazione il contributo portato dal ritardo di trasporto si è preferito effettuare un tuning dei guadagni del controllore volto a mantenere più ampi margini di fase.

Influenza del torque motor gain

La funzione di trasferimento in anello aperto riferita allo schema di figura 3.41 è descritta dalla:

$$G_{ol} = G_c \; G_{clvalve} \; G_{LVDT} \tag{3.89}$$

In prima analisi, al pari di quanto svolto nelle sezioni precedenti, è stato analizzato il sistema non compensato il quale prevede che all' interno del blocco di controllo ci sia una funzione di trasferimento unitaria che non altera il segnale in ingresso.
A pari comando imposto, aumentare eccessivamente il torque motor gain ha come conseguenza l' instaurarsi di un andamento ondulatorio della variabile comandata. Il valore massimo accettabile individuato tramite le simulazioni è pari a 13 K_1 e l' influenza di tale parametro sulla risposta del sistema non compensato a fronte di un comando in posizione pari al fondocorsa è riportato in figura 3.42:

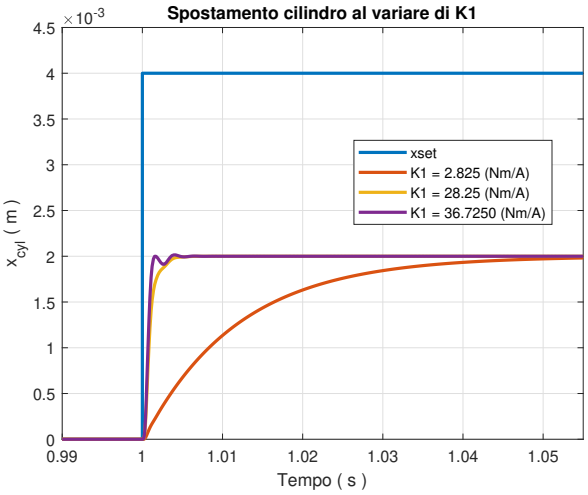

Figura 3.42: Risposta al gradino al variare del torque motor gain

L' effetto del torque motor gain è in parte analogo a quello di un guadagno proporzionale: riduce la durata del transitorio e l' entità dell' errore a regime. Rispetto la G_{ol} l' effetto consiste in un lieve aumento del modulo ed in una perdita di fase meno accentuata per un determinato range di pulsazioni. All' aumentare del K_1 si registra una diminuzione del margine di guadagno, ma il sistema rimane instabile:

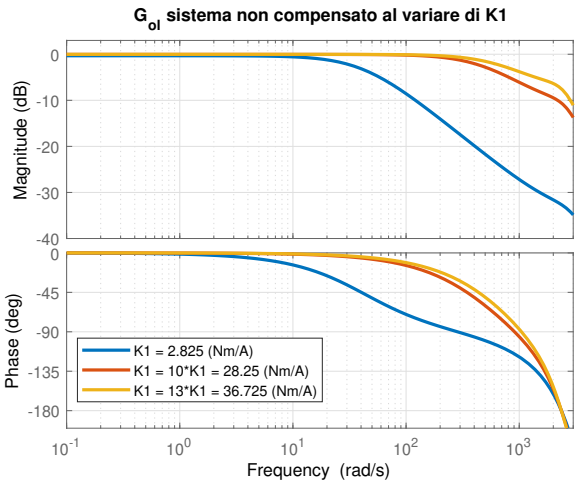

Figura 3.43: G_{ol} al variare del torque motor gain

Il sistema privo di compensazione non è stabile e di conseguenza, in funzione del valore attribuito al torque motor gain, è stato eseguito il tuning dei guadagni del controllore con la medesima metodologia adottata per i sistemi precedentemente studiati.
I valori ricavati sono riportati in tabella 3.6:

K_1 $\left(\frac{Nm}{A}\right)$	K_p $(-)$	K_i $(-)$
2.825	14	160
28.25	1.4	510
36.725	0.9	500

Tabella 3.6: Guadagni controllore PI in base al K_1

Nelle tabelle che seguono sono riportati, invece, i margini di stabilità del sistema compensato:

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Margine di guadagno	G_M	9.7	dB
Pulsazione di gain - crossover	ω_{gc}	2350	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di gain - crossover	f_{gc}	375	Hz
Margine di fase	ϕ_M	75.6	$\circ$
Pulsazione di phase - crossover	ω_{pc}	580	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di phase - crossover	f_{pc}	92.4	Hz

Tabella 3.7: Margini di stabilità del sistema compensato, $K_1 = 2.825\ \frac{Nm}{A}$

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Margine di guadagno	G_M	7.09	dB
Pulsazione di gain - crossover	ω_{gc}	2230	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di gain - crossover	f_{gc}	354	Hz
Margine di fase	ϕ_M	77.6	$\circ$
Pulsazione di phase - crossover	ω_{pc}	668	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di phase - crossover	f_{pc}	106	Hz

Tabella 3.8: Margini di stabilità del sistema compensato, $K_1 = 28.25\ \frac{Nm}{A}$

Parametro	**Simbolo**	**Valore**	**unità di misura**
Margine di guadagno	G_M	7.47	dB
Pulsazione di gain - crossover	ω_{gc}	2170	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di gain - crossover	f_{gc}	346	Hz
Margine di fase	ϕ_M	79.1	$\circ$
Pulsazione di phase - crossover	ω_{pc}	579	$\frac{rad}{s}$
Frequenza di phase - crossover	f_{pc}	92.2	Hz

Tabella 3.9: Margini di stabilità del sistema compensato, $K_1 = 36.725\ \frac{Nm}{A}$

Come mostrato nelle tabelle per ottenere margini di stabilità simili all' aumentare del torque motor gain occorre ridurre il guadagno proporzionale proprio a causa dell' analogo effetto che hanno sul sistema. Nel caso di aumento eccessivo è necessario introdurre un guadagno proporzionale minore di 1 al fine di rispettare il vincolo sul margine di guadagno.

Capitolo 4

Comportamento dei servosistemi

In questo capitolo vengono riportati gli andamenti della variabile di uscita del servosistema classico e modificato non compensato e compensato a fronte di un input a gradino e successivamente si esegue il confronto tra la risposta dei due servosistema sottoposti al medesimo comando di set.
Per sistema compensato si fa riferimento ai guadagni proporzionale ed integrativo definiti per il servocomando classico e modificato rispettivamente nel campitolo 2 e nel capitolo 3 nella sezione *Secondo approccio*.

4.1 Effetto della compensazione

Servosistema classico

Nello zoom di figura 4.1 viene riportata la risposta del servosistema classico ad un comando a gradino di ampiezza pari alla semicorsa del cilindro ossia a 4 mm:

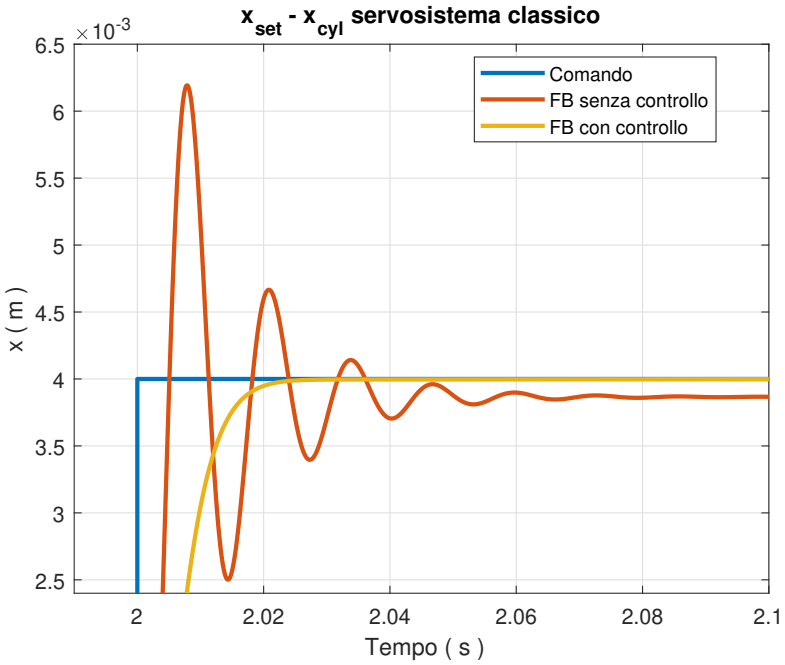

Figura 4.1: Risposta al gradino servosistema classico

La risposta del sistema non compensato presenta sia un marcato overshoot che si esaurisce dopo poco meno di 1 secondo e sia errore a regime; il sistema compensato, invece, non presenta andamento ondulatorio, ha transitorio che dura circa 30 ms ed una volta arrivato a regime non presenta errore.
Dal confronto tra le due risposte è evidente l' efficacia della parte integrativa del controllo mentre il guadagno proporzionale minore di uno si manifesta con un rallentamento di risposta del sistema il quale risulta comunque accettabile e mette al riparo di rischio di instabilità.

Servosistema modificato

Nello zoom di figura 4.2 viene riportata la risposta del servosistema modificato al medesimo comando utilizzato per il confronto del servosistema classico non compensato e compensato:

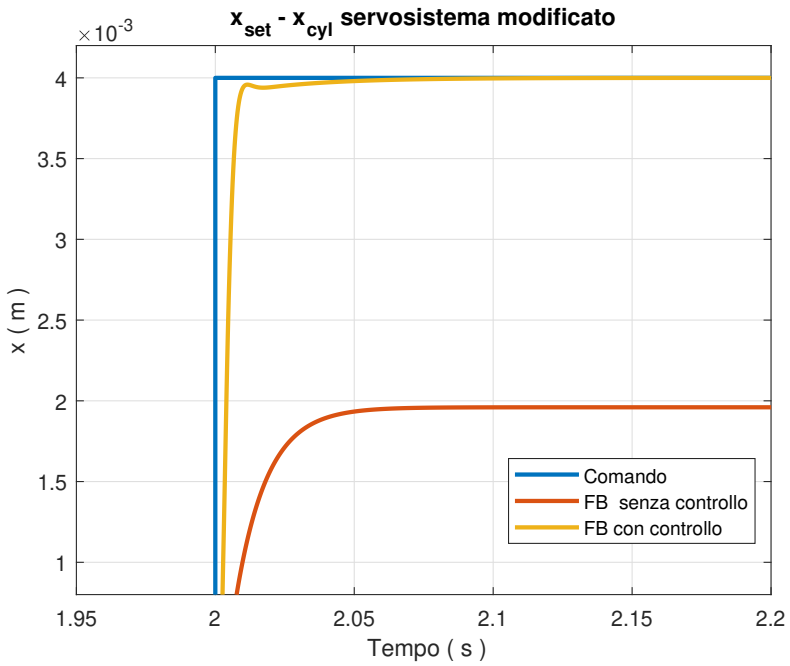

Figura 4.2: Risposta al gradino servosistema modificato

La variabile di uscita del sistema non compensato, a fronte di un comando a gradino di 4 mm, ha un transitorio di circa 75 ms ed arriva ad avere un valore a regime pari a 1.95 mm mantenendo dunque un importante errore a transitorio esaurito. Il sistema compensato, invece, ha errore a regime trascurabile ed un transitorio che dura circa 50 ms.
Come specificato in precedenza l' attuatore SCAS non è direttamente collegato all' attuatore idraulico che regola la posizione del piatto inferiore del rotore principale, ma alla valvola principale la quale a sua volta comanda la portata inviata all' attuatore idraulico e di conseguenza una minima sovraelongazione di risposta dell' attuatore SCAS è tollerabile.
Tuttavia, in via cautelativa, è stato preferito un tuning dei guadagni del controllore volto ad assicurare l' assenza di sovraelongazione di risposta dell' attuaotre SCAS.

4.2 Confronto tra i servosistemi

Le prove effettuate per il confronto di risposta dei servosistemi sono le seguenti:

- Comando a gradino di ampiezza 4 mm;
- Onda quadra di ampiezza 8 mm e periodo 1 s;
- Comando a rampa dalla pendenza di 40 $\frac{mm}{s}$;
- Sinusoide di ampiezza 2 mm e diversi valori di pulsazione.

4.2.1 Comando a gradino

La sollecitazione del sistema con un comando a gradino permette di determinare alcuni indici temporali che ne caratterizzano il comportamento:

- Il *Tempo di ritardo (t_r)* indica il lasso temporale necessario al sistema per arrivare ad avere l' uscita di valore pari alla metà del valore assunto a regime;
- Il *Tempo di salita (t_s)* indica il tempo trascorso tra l' istante in cui la risposta del sistema varia tra il 10% al 90% del suo valore a regime;
- Il *Tempo di discesa (t_d)* indica il tempo trascorso tra l' istante in cui la risposta del sistema varia tra il 90% al 10% del valore iniziale a fronte di un comando di input il quale in modo istantaneo passa da avere valore costante a nullo;
- Il *Tempo di assestamento (t_a)* consiste nel tempo necessario al sistema per fornire una variabile di uscita il cui valore oscilli tra il 95% ed il 100% del valore a regime.

In tabella 4.1 sono riportati i valori degli indici temporali ricavati per i due sistemi:

Servosistema	$t_r\,(s)$	$t_s\,(s)$	$t_a\,(s)$
Classico	0.0068	0.0099	0.0156
Modificato	0.0042	0.0057	0.0094

Tabella 4.1: Indici temporali dei servocomandi

Tra i due servosistemi a confronto quello modificato ha tempo di ritardo, di salita e di assestamento minore rispetto a quello classico ed allora è maggiormente prestante e pronto a fronte di una repentina variazione di comando. La risposta dei servocomandi al gradino di ampiezza 4 mm viene riportato in figura 4.3 e 4.4:

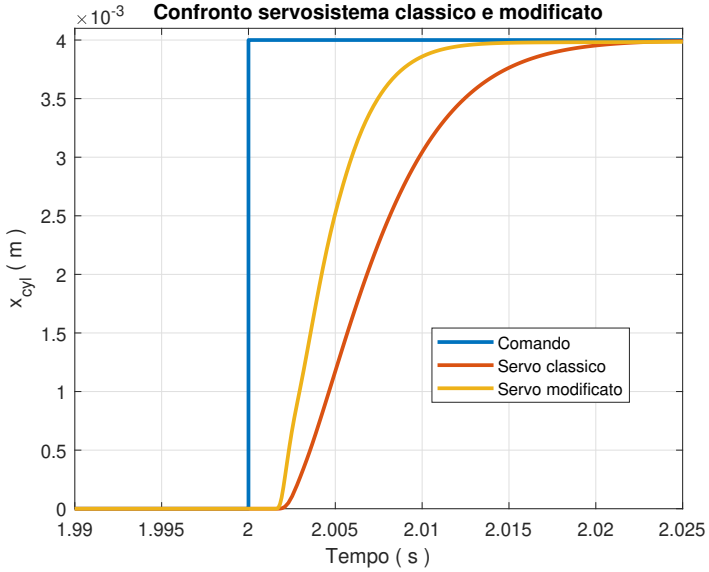

Figura 4.3: Risposta al gradino di ampiezza 4 mm

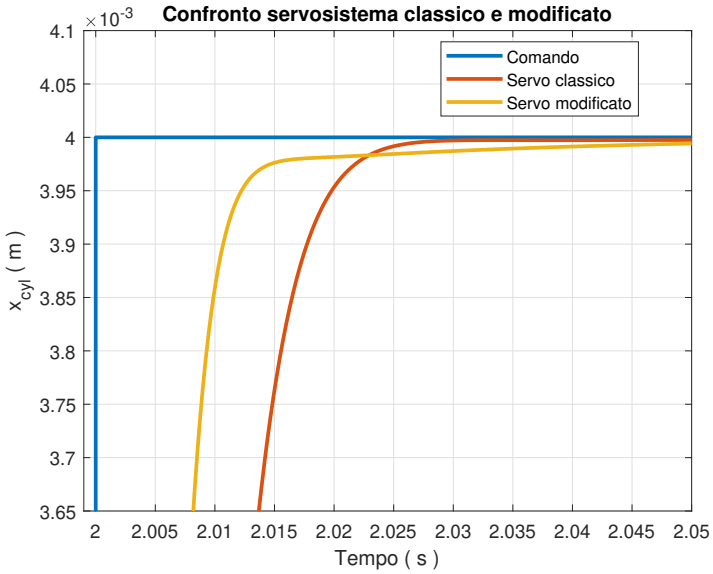

Figura 4.4: Zoom di risposta al gradino di ampiezza 4 mm

Sebbene il servosistema modificato riduca l' errore di posizione, almeno inizialmente, con una pendenza maggiore rispetto a quello classico esso arriva effettivamente a regime per valori di tempo leggermente maggiori.
Questo fenomeno non emerge nella definizione dei parametri temporali del sistema poiché la zona di sorpasso del servosistema classico su quello modificato avviene per valori di variabile di uscita dei sistemi superiori al 95% del valore di regime.

4.2.2 Onda quadra

I sistemi in analisi sono resi lineari in un intorno di un punto del loro dominio e come conseguenza di ciò le tempistiche e gli andamenti della risposta dei sistemi varia al variare della natura di comando imposto, ma non al variare delle caratteristiche del comando a pari tipologia di comando.
Con tale premessa, in figura 4.5, vi è la risposta dei sistemi all' onda quadra di ampiezza 8 mm (da fondo corsa a fondo corsa) nella sua fase di discesa:

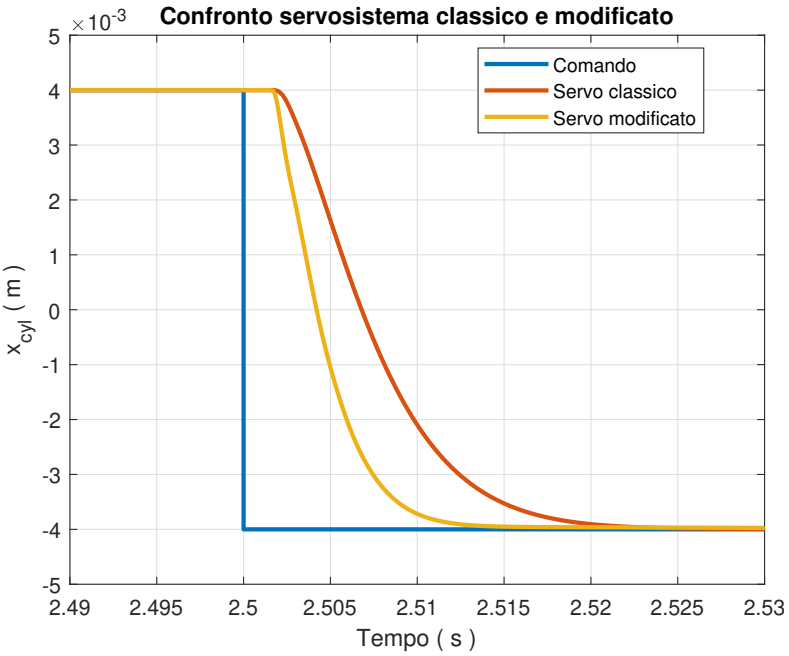

Figura 4.5: Fase di discesa comando onda quadra

La fase di salita non è riportata poiché essa ha le medesime caratteristiche della risposta al comando a gradino. Nella fase di discesa è possibile osservare un andamento analogo a quello manifestato in salita per quanto concerne lo spostamento del cilindro dei due sistemi: la risposta del servosistema modificato, inizialmente e per buona parte, è più ripida rispetto a quella del servosistema classico finché si arriva ad un istante di tempo nel

quale ambo i sistemi hanno errore quasi nullo ed il sistema classico supera quello modificato portando il sistema ad avere errore effettivamente nullo qualche millesimo di secondo in anticipo.

4.2.3 Comando a rampa

A fronte di un comando a rampa, il quale da posizione centrata comanda il movimento a fine corsa dell' attuatore in un decimo di secondo per poi mantenere la posizione, i sistemi rispondono come mostrato in figura 4.6. Essi dopo un lag temporale di circa 2 ms inseguono il comando con una risposta la quale nel tratto centrale ha pendenza costante: maggiore per il servosistema modificato rispetto a quello classico.

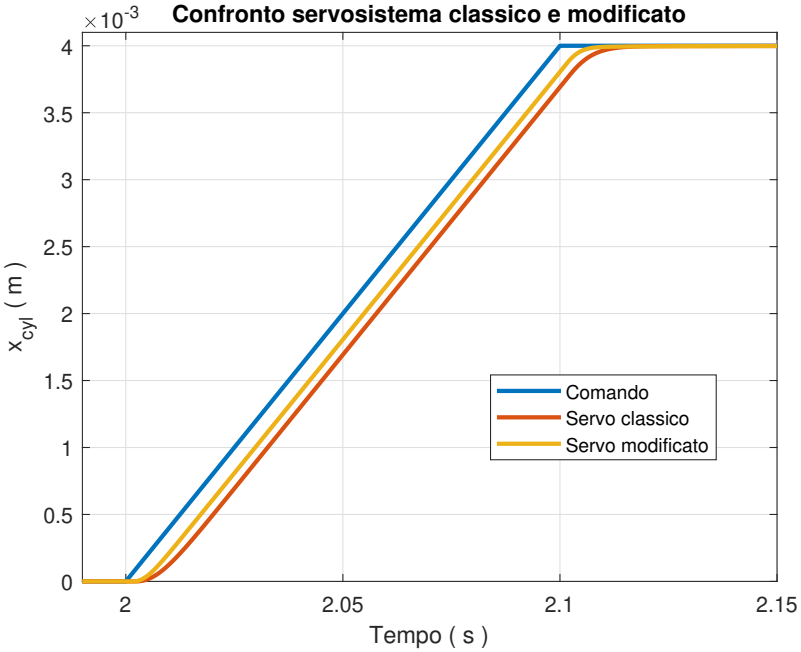

Figura 4.6: Comando a rampa

La curva che descrive il movimento del cilindro presenta concavità verso l' alto nella fase iniziale del moto (accelerazione positiva) e verso il basso nella parte terminale (accelerazione negativa) prima di arrivare a regime e mantenere la posizione imposta.
Rispetto a quanto accade nel comando a gradino, il sistema modificato arriva ad avere errore effettivamente nullo prima di quello classico: esso inizia la fase di decelerazione qualche istante in anticipo e in modo più graduale arriva in posizione finale a velocità nulla.

La caratteristica appena descritta è visibile nello zoom di figura 4.7:

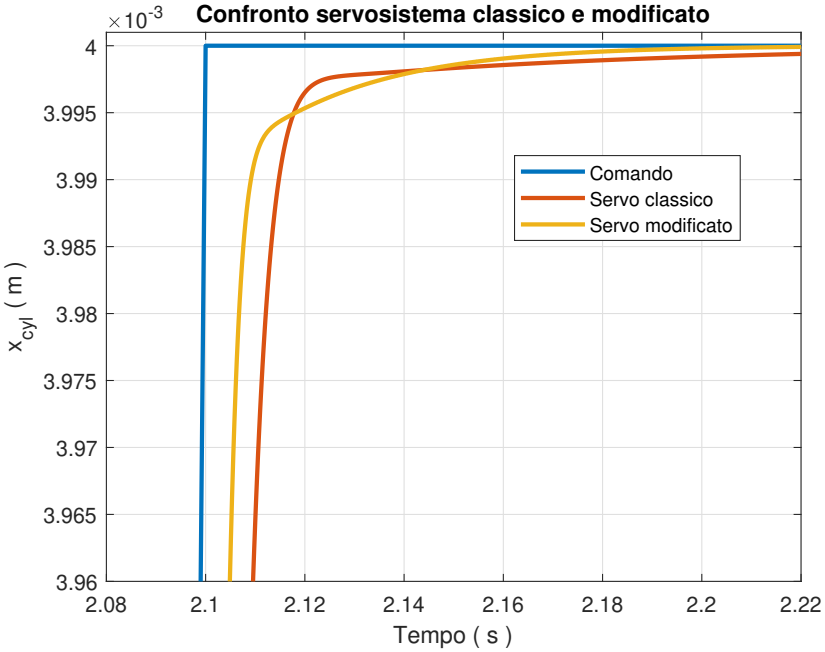

Figura 4.7: Assestamento di risposta al comando a rampa

4.2.4 Comando sinusoidale

I servosistemi in controllo posizione canonici sono caratterizzati da una larghezza di banda massima di circa 5 Hz. Per i servosistemi in analisi tale limite è poco significativo poiché la compattezza e breve corsa del cilindro dell' attuatore SCAS permette un aumento della larghezza di banda sia del servosistema classico sia di quello modificato.
La risposta ad una sollecitazione armonica di ampiezza 2 mm e pulsazione di 5 Hz corrispondenti a 31.4 $\frac{rad}{s}$ è mostrata in figura 4.8:

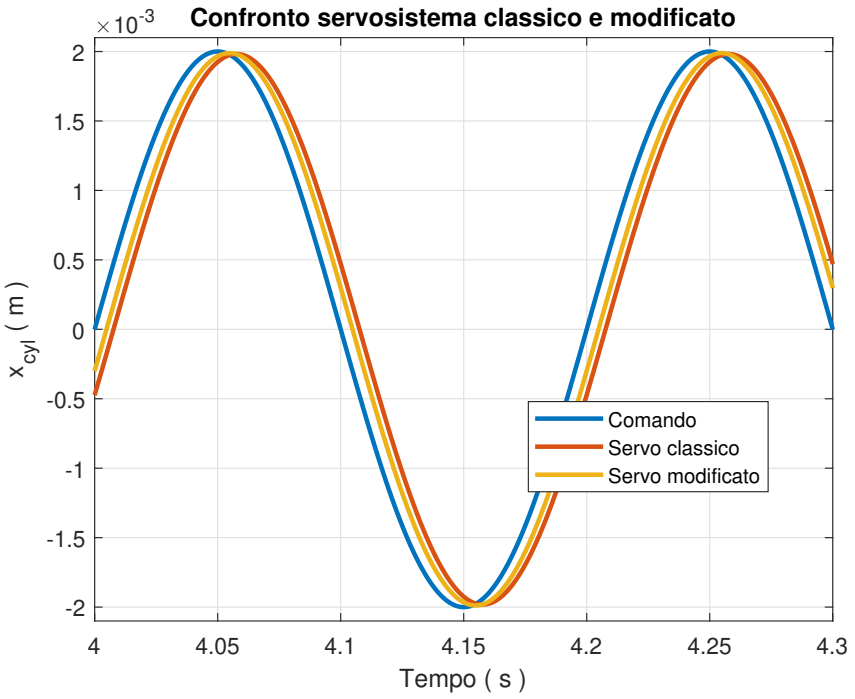

Figura 4.8: Risposta al comando sinusoidale di ampiezza 2 mm e frequenza 5 Hz

I servocomandi rispondono in modo estremamente simile: il servosistema modificato ha un ritardo temporale inferiore rispetto a quello classico ed è presente, per ambo i sistemi, una minima attenuazione nell' ordine del decimo di millimetro dovuta al fatto che la risposta in frequenza in anello chiuso dei sistemi compensati, per basse frequenze, rimane leggermente al di sotto dell' ascissa determinando così un' attenuazione che risulta essere trascurabile.

Mantenendo l' ampiezza della sinusoide invariata ed aumentando progressivamente la pulsazione del segnale è possibile apprezzare la conseguenza della diversa larghezza di banda dei sistemi: in figura 4.9 vengono riportate le risposte al segnale di frequenza 15 Hz cui corrisponde una pulsazione di 94.25 $\frac{rad}{s}$.

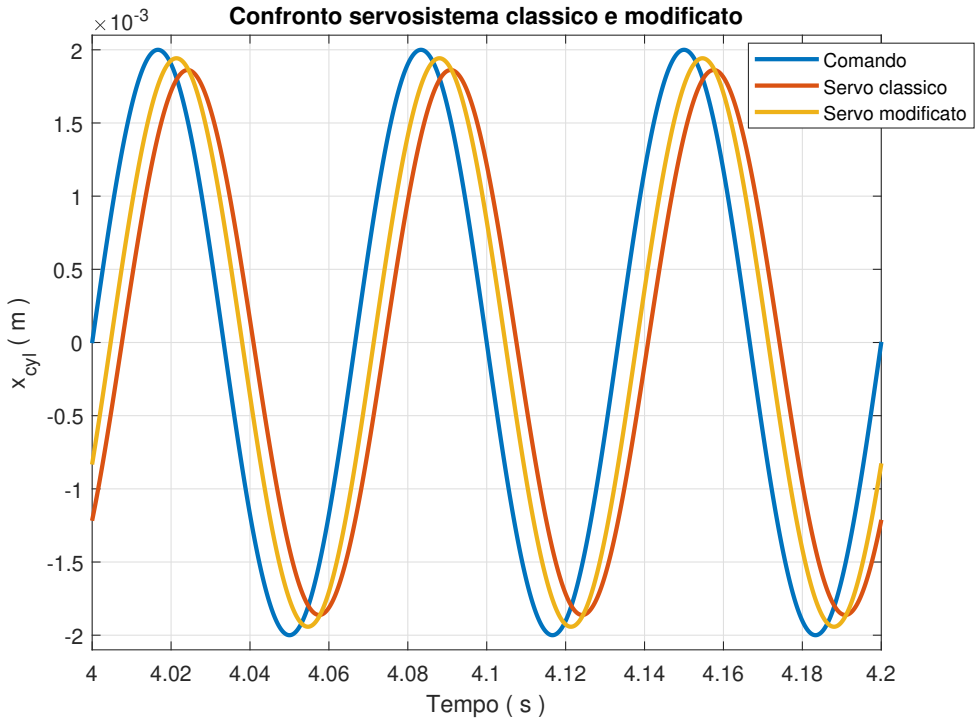

Figura 4.9: Risposta al comando sinusoidale di ampiezza 2 mm e frequenza 15 Hz

La lieve attenuazione, nell' ordine del decimo di millimetro, è sempre presente ed è il servosistema classico ad attenuare maggiormente e rispondere con ritardo temporale maggiore rispetto a quello modificato.
Questo comportamento è giustificato dalla diversa funzione di trasferimento in anello chiuso dei due sistemi: a tale pulsazione sia modulo sia fase della funzione di trasferimento in anello chiuso del sistema classico hanno valori minori rispetto a quelli del sistema modificato.

Aumentando ulteriormente la frequenza del segnale sinusoidale, impostando che essa valga 50 Hz corrispondente a 314.16 $\frac{rad}{s}$, si ottengono le risposte di figura 4.10:

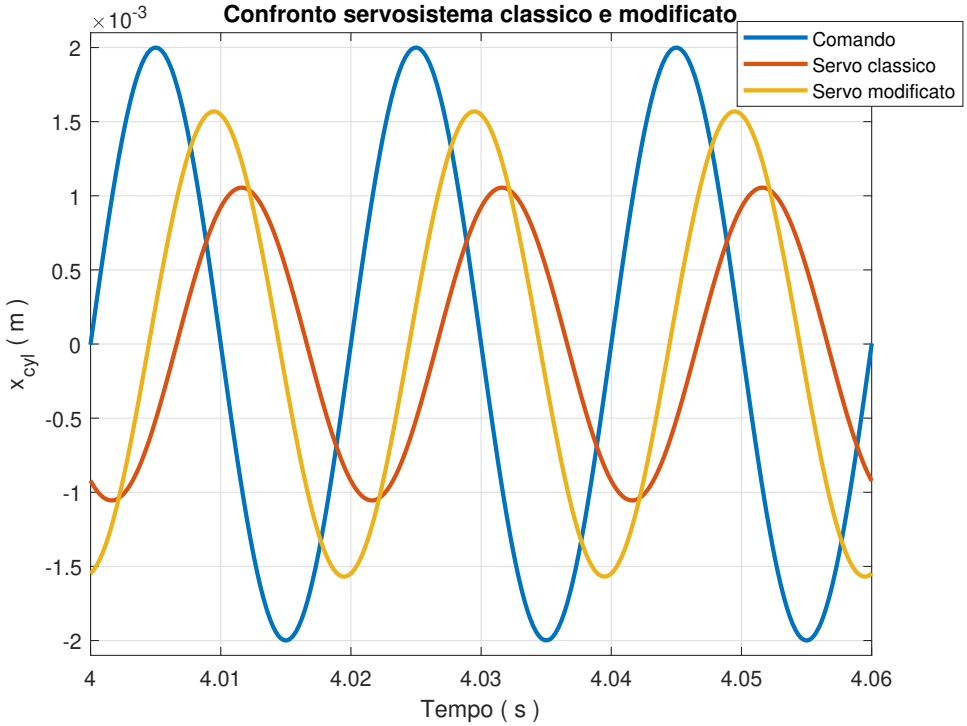

Figura 4.10: Risposta al comando sinusoidale di ampiezza 2 mm e frequenza 50 Hz

L' attenuazione aumenta per ambo i sistemi, ma il servosistema modificato attenua di quattro decimi di millimetro mentre quello classico di un millimetro ed inoltre, quest' ultimo, risponde con un ritardo temporale notevolmente maggiore di quello che caratterizza il servosistema modificato.
Imporre un comando sinusoidale ai servosistemi in analisi è di interesse poiché permette di avere una visualizzazione nel tempo dell' effetto dell' aumento della larghezza di banda: il sistema modificato ha larghezza di banda maggiore e come conseguenza ha la capacità di riprodurre segnali di ingresso che hanno frequenze alle quali la risposta del sistema classico non è accettabile a causa dell' attenuazione e dello sfasamento temporale di risposta.

Capitolo 5

Conclusioni

In questa tesi sono stati sviluppati modelli di simulazione lineari i quali costituiscono la base di indagine per verificare il corretto funzionamento di un servomeccanismo nel rispetto delle specifiche di progetto e, come conseguenza, non sono stati analizzati aspetti che possono essere cruciali nel funzionamento reale del sistema come le saturazioni, l' isteresi, la presenza di bande morte, le fughe di fluido ed altri fenomeni dissipativi.
Con le dovute premesse, nel passaggio dal servosistema classico con servovalvola a doppio stadio a quello modificato con servovalvola a solo stadio pilota è possibile apprezzare un aumento della larghezza di banda la quale risulta essere 34 Hz per il sistema classico e 69 Hz per quello modificato con conseguente migliore dinamica di risposta. In particolare questa considerazione può essere molto utile in campo aeronautico poiché si riflette anche nella capacità di gestire nel migliore dei modi l' influenza del disturbo esterno.
I due sistemi raggiungono i vincoli prestabiliti in termini di margine di fase e guadagno grazie al controllore Proporzionale - Integrativo con guadagni proporzionali limitati al fine di non portare il sistema all' instabilità e guadagni integrativi che permettono l' annullamento dell' errore a regime. E' importante considerare la perdita di fase dovuta al ritardo di trasporto la quale, se non valutata, può indurre il sistema a non rispettare il margine di fase e, come conseguenza, ad una risposta eccessivamente sfasata nel tempo.
Nella modifica dell' interfaccia è basilare mantenere l' elemento di feedback meccanico essenziale al comportamento proporzionale proprio di una servovalvola: diversamente tale componente andrebbe ad assumere un comportamento digitale. Ne consegue una riconfigurazione dell' elemento elastico che effettua, in funzione dello spostamento dello spool, la retroazione di coppia il quale passa dal vincolare estremo inferiore flapper e spool secondo stadio servovalvola ad estremo inferiore flapper e cilindro attuatore SCAS ed allora, dato il differente range di variazione degli elementi mobili di vincolo, è necessario variare la rigidezza dell' elastomero di feedback il quale influenza il diagramma di copro libero del cilindro. Una soluzione alternativa consiste

nella retroazione tramite trasduttore LVDT la quale mantiene la proporzionalità del componente senza l' utilizzo di alcun elemento elastico.
Sottoponendo i servosistemi al medesimo comando di input si ottengono risposte assolutamente paragonabili sia in termini di sfasamento temporale sia in termini di valore raggiunto a regime. Nel transitorio i comportamenti differiscono leggermente nel senso che il cilindro dell' attuatore SCAS è sottoposto a livelli di accelerazione e decelerazione diversi da cui ne risulta una diversa velocità di movimento con il servosistema modificato che raggiunge una velocità maggiore rispetto a quello classico.
In conclusione, dall' analisi eseguita, la modifica della servovalvola genera un servomeccanismo che asseconda le necessità del sistema, pur mantenendo prestazioni ed andamenti simili si differenzia da quello classico nel transitorio e permette un notevole aumento della larghezza di banda. A fronte di un segnale di input di ampiezza prossima al fondo corsa, il differente livello di portata di comando all' attuatore tra servosistema classico e modificato, può determinare una tensione di riferimento eccessiva che supera il limite di saturazione ed allora il lavoro svolto in questa tesi potrebbe essere il punto di partenza per un ulteriore approfondimento volto a valutare l' influenza delle non linearità rispetto le prestazioni del sistema.

Bibliografia

[1] Bishop, R. H. (2002). *The Mechatronics Handbook, -2 Volume Set.* CRC press.

[2] Garg, A., Linda, R. I., & Chowdhury, T. (2013).*Evolution of aircraft flight control system and fly-by-light flight control system.* Int. J. Emerg. Technol. Adv. Eng, 3(12), 60-64.

[3] Jacazio, G., Guinzio, P. S., & Sorli, M. (2008).*A dual-duplex electrohydraulic system for the fly-by-wire control of a helicopter main rotor.* In 26th International Congress of the Aeronautical Sciences, ICAS.

[4] Jacazio, G., & Piombo, B. (1994). *Meccanica applicata alle macchine. Vol. III Regolazione e servomeccanismi.* Levrotto & Bella.

[5] Leishman, J. G. (2000). *A history of helicopter flight.* sl: University of Maryland, Available in: http://terpconnect. umd. edu/ leishman/Aero/history. html.

[6] Merritt, H. E. (1967). *Hydraulic control systems.* New York: John Wiley & Sons.

[7] Padfield, G. D., & Lawrence, B. (2003).*The birth of flight control: An engineering analysis of the Wright brothers' 1902 glider.* The Aeronautical Journal, 107(1078), 697-718.

[8] Rydberg, K. E. (2008). *Hydraulic servo systems. TMHP51 Fluid and Mechanical Engineering Systems.* Linköping University.

[9] Sorli, M. & Quaglia, G. (2003). *Meccatronica vol.1* Politeko, Torino.