

**POLITECNICO DI TORINO**

---

**Facoltà di Ingegneria**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

**Tesi di Laurea Magistrale**

**Ottimizzazione aerodinamica del  
bordo d'attacco di profili palari per  
turbine aeronautiche di bassa pressione**



**Relatore**

Prof. Francesco Larocca

**Laureando**

Vincenzo Martina

**Tutor e supervisori aziendali**

**AvioAero - a GE Aviation business**

Dott.Ing. Massimiliano Airaudo

Ing. Cristian Lizzer

Ing. Francesco Bertini

---

Anno Accademico 2018 – 2019



# Sommario

Con il crescente sviluppo dei trasporti aerei, dagli anni '60 le maggiori aziende dell'industria aeronautica investono nella ricerca tecnologica con lo scopo di ridurre i consumi e di conseguenza i costi associati al carburante, dando ancor più spinta allo sviluppo di soluzioni innovative per i propulsori aeronautici.

*AvioAero* - a *GE Aviation business*, azienda leader nel *design* e produzione di sistemi propulsivi aeronautici, investe attivamente nella ricerca e sviluppo dei propri prodotti per offrire a clienti e *partner* soluzioni all'avanguardia con le più moderne tecnologie. In questo scenario, la necessità di ottimizzare sempre più le prestazioni dei propulsori aeronautici si scontra con la difficoltà operativa e metodologica del sorpassare sempre più i limiti tecnologici, portando così ad analisi di dettaglio sempre più localizzate.

In tale ottica si inserisce la tesi condotta in *AvioAero*: caratterizzare lo spazio di *design* specifico per il bordo d'attacco di pale di turbine di bassa pressione aeronautiche, approfondirne la fenomenologia e individuare le geometrie che minimizzano le perdite aerodinamiche.

Il profilo palare oggetto di ricerca è stato selezionato fra le turbine aeronautiche attualmente in fase di sviluppo con lo scopo di ottimizzarla localmente, l'analisi di dettaglio perciò non potrà apportare consistenti riduzioni alle perdite aerodinamiche.

Le parametrizzazioni stato dell'arte per il bordo d'attacco hanno il limite di inficiare significativamente il *design* del profilo palare, ciò ha portato all'introduzione di una parametrizzazione innovativa che permettesse di investigare gli effetti indotti dal solo bordo d'attacco, mantenendo inalterato il resto del profilo. Si è quindi approcciato il problema esplorando lo spazio multiparametrico dapprima con un *Full Factorial Design of Experiments*, poi attraverso una metodologia quasi-Monte Carlo, la sequenza Sobol: ogni singola forma esplorata è stata così analizzata usando il codice di simulazione numerica fluidodinamica *TRAF*®.

Il *post-processing* delle simulazioni ha permesso di studiare gli effetti del bordo d'attacco sulle prestazioni e di individuare le soluzioni ottimali. Per valutare la bontà del *design system* in uso, il profilo ottimizzato è stato interpolato con le parametrizzazioni *standard*: i bordi d'attacco ottimali adattati sono ricaduti sulla geometria base di partenza.

La tesi ha quindi messo in luce la riduzione di perdite ottenibile attraverso una profonda rivisitazione del *design* del bordo d'attacco, sebbene in ambito industriale il costo associato alle tolleranze geometriche di realizzo non ne giustifica l'applicazione.



*A Valeria e Salvatore,  
che hanno creduto in me  
fino in fondo.*



# Indice

<b>Elenco delle figure</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1 Evoluzione dei motori a turbina . . . . .	1
1.2 Contestualizzazione della ricerca . . . . .	5
1.3 Ricerca condotta . . . . .	7
1.3.1 Scopo e obiettivi . . . . .	7
1.3.2 Struttura della ricerca . . . . .	7
1.4 Relazione con altri lavori . . . . .	8
<b>2 Prestazioni di turbine aeronautiche di bassa pressione e analisi delle perdite</b>	<b>15</b>
2.1 Prestazioni generali turbofan . . . . .	15
2.2 Prestazioni di LPT aeronautiche . . . . .	19
2.2.1 Prestazioni generali delle turbomacchine . . . . .	19
2.2.2 Prestazioni di stadio di turbina assiale . . . . .	24
2.3 Fonti di perdita di una turbina . . . . .	28
2.3.1 Perdite di profilo . . . . .	29
2.3.2 Perdite d'incidenza . . . . .	33
2.3.3 Perdite secondarie . . . . .	35
2.3.4 Perdite di trafilamento ai rotori . . . . .	37
2.3.5 Perdite per flussi secondari . . . . .	39
2.4 Indici prestazionali . . . . .	40
<b>3 Selezione del profilo oggetto di ottimizzazione</b>	<b>49</b>
3.1 Analisi delle prestazioni mediate . . . . .	50
3.2 Analisi a singola schiera . . . . .	54
3.2.1 Studio e confronto: statore terzo stadio . . . . .	54
3.2.2 Studio e confronto: rotore terzo stadio . . . . .	55
3.3 Geometria selezionata per successiva ottimizzazione . . . . .	57

<b>4</b>	<b>Parametrizzazione geometrica di profilo e bordo d'attacco</b>	<b>59</b>
4.1	Parametrizzazione della pala 3D e del profilo 2D . . . . .	59
4.2	Parametrizzazione del bordo d'attacco . . . . .	66
4.2.1	Bordo d'attacco ellittico . . . . .	66
4.2.2	Bordo d'attacco avanzato . . . . .	67
4.3	Parametrizzazione innovativa . . . . .	69
4.3.1	B-Spline . . . . .	70
4.3.2	Parametrizzazione del bordo d'attacco con B-Spline . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Metodologie per simulazioni numeriche</b>	<b>79</b>
5.1	Griglia computazionale . . . . .	80
5.2	Modello numerico CFD . . . . .	82
<b>6</b>	<b>Metodi di ricerca dell'ottimo</b>	<b>89</b>
6.1	Il Design of Experiments . . . . .	89
6.2	Esplorazione multiparametrica con sequenza Sobol . . . . .	92
6.3	Il fronte di Pareto . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Esplorazione multi-parametrica e analisi dei risultati</b>	<b>95</b>
7.1	Esplorazione con <i>Full Factorial DoE</i> . . . . .	95
7.2	Esplorazione mediante sequenza Sobol . . . . .	97
7.2.1	Risultati in condizioni di progetto . . . . .	98
7.2.2	Risultati fuori punto di progetto . . . . .	99
7.2.3	Risultati pesati: robustezza all'incidenza . . . . .	102
7.2.4	Esplorazioni localizzate . . . . .	105
7.3	Analisi del campo di moto . . . . .	111
7.3.1	Confronto numero di Mach . . . . .	111
7.3.2	Confronto in pressione totale . . . . .	113
7.3.3	Confronto in entropia . . . . .	115
7.3.4	Visualizzazioni linee di corrente . . . . .	117
7.4	Convergenza numerica di griglia . . . . .	119
7.5	Analisi prestazioni-parametri . . . . .	120
7.5.1	Effetto dei singoli parametri . . . . .	120
7.5.2	Correlazione fra parametri . . . . .	125
7.6	Processo di <i>fitting</i> con parametrizzazioni standard . . . . .	131
<b>8</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>135</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>141</b>

# Elenco delle figure

1.1	Schema di un turbogetto . . . . .	2
1.2	Architetture turbojet e turbofan . . . . .	3
1.3	Architetture propulsori aeronautici e prestazioni . . . . .	4
1.4	Traffico aereo annuale nel mondo [6] . . . . .	5
1.5	Previsioni emissioni di CO <sub>2</sub> nell'aviazione internazionale - ICAO [7] . . . . .	6
1.6	Previsione delle perdite di profilo (espresse in termini di coefficiente di perdita percentuali) per pala di turbina [8] . . . . .	9
1.7	Fenomenologia attorno al bordo d'attacco: genesi della bolla di ricircolo [9] . . . . .	9
1.8	Design del bordo d'attacco circolare e <i>leading edge</i> ellittici analizzati [11] . . . . .	11
1.9	Variazione del coefficiente di perdita in funzione dell'eccentricità [11] . . . . .	12
1.10	Prestazioni dei bordi d'attacco ellittici al variare dell'incidenza d'ingresso ( <i>Off-Design</i> ) [11] . . . . .	12
1.11	Profilo di riferimento e ottimizzazione [13] . . . . .	13
1.12	Distribuzioni sul profilo di Mach isoentropico [13] . . . . .	14
1.13	Evidenza delle perdite in strato limite [13] . . . . .	14
2.1	Schema e ciclo Joule-Brayton . . . . .	15
2.2	Effetti dei parametri di progetto su ciclo Joule-Brayton . . . . .	16
2.3	Schema e ciclo termodinamico turbofan . . . . .	17
2.4	Prestazioni turbofan in funzione dei parametri di progetto . . . . .	18
2.5	Confronto fra stadio ad azione e stadio a reazione di una turbina . . . . .	19
2.6	Esempi di turbina radiale e assiale . . . . .	20
2.7	Sistema fluido-meccanico in una turbomacchina . . . . .	21
2.8	Composizione vettoriale dei vettori velocità . . . . .	22
2.9	Esempi di triangoli di velocità . . . . .	23
2.10	Trasformazioni in stadi di turbina . . . . .	25
2.11	Triangolo di velocità $R = 0.5$ . . . . .	26
2.12	Trasformazione reale/ideale . . . . .	27
2.13	Stima delle perdite in una turbina di bassa pressione e localizzazione . . . . .	28
2.14	Fenomenologia aerodinamica tipo in schiera di turbina [16] . . . . .	28
2.15	Evoluzione dello strato limite e separazione . . . . .	29
2.16	Distribuzione di Mach isoentropico tipica di palette di LPT . . . . .	30

2.17	Effetto principale della solidità sulla distribuzione di Mach isoentropico	32
2.18	Effetto dell'angolo d'ingresso sulla distribuzione di Mach isoentropico	34
2.19	Distribuzione del carico ed evoluzione del Mach isoentropico	34
2.20	Strato limite e origine dell' <i>Horseshoe vortex</i> [18]	35
2.21	Genesi del vortice di passaggio [19]	36
2.22	Interazione dei vortici secondari [20]	37
2.23	Perdite per trafilamento: moti secondari assiale e tangenziale	38
2.24	Sistemi di controllo delle perdite per trafilamento	38
2.25	Perdite causate dal sistema secondario dei flussi d'aria	39
2.26	Confronto fra distribuzioni di Mach isoentropico su un profilo palare	41
2.27	Effetto della funzione obiettivo SS-FOBJ	42
2.28	Effetto della funzione obiettivo PS-LE-FOBJ	44
2.29	Effetto della funzione obiettivo PS-REAR-FOBJ	46
3.1	Sezione di una turbina di bassa pressione e criterio per analisi mediata	50
3.2	Distribuzioni mediate fra statori e rotor a tre diverse quote radiali	51
3.3	Inviluppo di statori e rotor delle LPT in esame	52
3.4	Terzo stadio e statore quarto stadio progettato a <i>clashing</i>	53
3.5	Mach isoentropico e geometria adimensionata al <i>midspan</i> , terzo statore	54
3.6	Confronto LPT-B e LPT-C: statore terzo stadio	55
3.7	Mach isoentropico e geometria adimensionata al <i>midspan</i> , terzo rotore	56
3.8	Confronto LPT-B e LPT-C: rotore terzo stadio	56
3.9	Geometria <i>baseline</i> selezionata e angoli d'ingresso/uscita	57
4.1	Esempi di <i>stacking</i> : statore con <i>bowing</i> (sx); rotore (dx)	60
4.2	Esempio di palettatura e sezioni coniche	60
4.3	Costruzione geometrica dei profili con <i>design system</i> AvioAero	61
4.4	Centro di massa di quattro punti [25]	62
4.5	Centro di massa di quattro punti [25]	62
4.6	[25]	63
4.7	Bèzier di 5° e 4° ordine per il profilo AvioAero	64
4.8	Parametrizzazione di profilo AvioAero	65
4.9	Costruzione bordo d'attacco ellittico	66
4.10	Curve <i>rho conic</i>	68
4.11	Parametrizzazione avanzata	68
4.12	Profilo base: bordo d'attacco ellittico e successiva separazione	70
4.13	Spline standard di ordine $k + 1$	71
4.14	Confronto B-Spline e Bèzier con 7 <i>control points</i>	72
4.15	B-Spline con molteplicità controllata	73
4.16	Posizionamento dei punti di controllo per continuità di classe $C^2$	74
4.17	Parametrizzazione innovativa del bordo d'attacco	75
4.18	Parametrizzazione innovativa: variabilità parametrica	76
4.19	Geometrie ottenibile con parametrizzazione innovativa	77
4.20	Effetti della variazione parametrica a partire dalla geometria <i>baseline</i>	78

5.1	Diverse tipologie di <i>mesh</i> - <i>refbib</i> . . . . .	80
5.2	Griglie strutturate "ad H" realizzate con applicativi <i>JERRY-H</i> ® e <i>TOM-H</i> ®	81
5.3	Griglia fine "viscosa" utilizzata in simulazione . . . . .	82
5.4	Dettaglio della griglia utilizzata . . . . .	83
5.5	Modello palare anulare e <i>mesh</i> 2D del canale statorico . . . . .	84
6.1	DoE con tre fattori a due livelli . . . . .	91
6.2	Sx. distribuzione randomica; Dx. Sobol a due livelli [32] . . . . .	92
6.3	Convergenza della discrepanza con il numero di punti [33] . . . . .	93
6.4	Fronte di Pareto per problema di minimo a due obiettivi . . . . .	94
7.1	Esplorazione <i>DoE</i> : condizioni di progetto . . . . .	96
7.2	Esplorazione <i>DoE</i> : bordo d'attacco e distribuzione di Mach isoentropico	97
7.3	Esplorazione Sobol in condizione di progetto . . . . .	98
7.4	. . . . .	99
7.5	Esplorazione Sobol in condizione <i>off-design</i> : incidenza positiva . . . . .	100
7.6	Esplorazione Sobol in condizione <i>off-design</i> : incidenza negativa . . . . .	101
7.7	Mappa delle prestazioni con robustezza . . . . .	103
7.8	Ingrandimento zona ad alta efficienza: fronte di Pareto e ottimo di <i>trade-off</i>	103
7.9	Esplorazione Sobol: ottimi di Pareto robusti all'incidenza . . . . .	104
7.10	Mappa delle prestazioni pesate in robustezza all'incidenza . . . . .	105
7.11	Ingrandimento mappa delle prestazioni raffinate . . . . .	106
7.12	Individuazione del fronte di Pareto e geometrie ottimali di <i>trade-off</i> . . . . .	106
7.13	Geometrie relative al fronte di Pareto con esplorazioni localizzate . . . . .	107
7.14	Distribuzioni di Mach isoentropico in condizioni di incidenza di progetto	108
7.15	Distribuzioni di Mach isoentropico in condizioni di incidenza positiva . . . . .	109
7.16	Distribuzioni di Mach isoentropico in condizioni di incidenza negativa . . . . .	110
7.17	Visualizzazioni di Mach in condizioni di progetto . . . . .	111
7.18	Visualizzazioni di Mach in condizioni di incidenza positiva . . . . .	112
7.19	Visualizzazioni di Mach in condizioni di incidenza negativa . . . . .	112
7.20	Visualizzazioni di pressione totale in condizioni di progetto . . . . .	113
7.21	Visualizzazioni di pressione totale in condizioni di incidenza positiva . . . . .	114
7.22	Visualizzazioni di pressione totale in condizioni di incidenza negativa . . . . .	114
7.23	Visualizzazioni di entropia in condizioni di progetto . . . . .	115
7.24	Visualizzazioni di entropia in condizioni di incidenza positiva . . . . .	116
7.25	Visualizzazioni di entropia in condizioni di incidenza negativa . . . . .	116
7.26	Campi di moto vettoriali a confronto . . . . .	117
7.27	Campi di moto vettoriali a confronto: ingrandimenti . . . . .	118
7.28	<i>Sensitivity</i> alla finezza di griglia . . . . .	119
7.29	Effetto del parametro $\beta$ , a $dx$ ingrandimento zona ad alta efficienza . . . . .	120
7.30	Effetto del parametro $P_1$ , a $dx$ ingrandimento zona ad alta efficienza . . . . .	121
7.31	Effetto del parametro $P_2$ , a $dx$ ingrandimento zona ad alta efficienza . . . . .	122
7.32	Effetto del parametro $P_3$ , a $dx$ ingrandimento zona ad alta efficienza . . . . .	123
7.33	Effetto del parametro $P_4$ , a $dx$ ingrandimento zona ad alta efficienza . . . . .	124

7.34	Correlazioni fra il parametro $P_2$ e i parametri $\beta$ e $P_1$ . . . . .	125
7.35	Correlazioni fra il parametro $P_2$ e i parametri $P_3$ e $P_4$ . . . . .	126
7.36	Correlazione fra $P_1$ e $P_3$ . . . . .	127
7.37	Correlazione fra $P_1$ e gli altri parametri . . . . .	127
7.38	Correlazione fra $P_3$ e gli altri parametri . . . . .	128
7.39	Correlazione fra $P_4$ e $\beta$ . . . . .	128
7.40	Correlazione parametrica e prestazioni: $P_2$ e $P_1$ . . . . .	129
7.41	Correlazione parametrica e prestazioni: $P_2$ e $P_3$ . . . . .	130
7.42	Intersezione domini parametrici ad alte prestazioni . . . . .	130
7.43	<i>Fitting</i> con parametrizzazione ellittica . . . . .	131
7.44	<i>Fitting</i> con parametrizzazione avanzata . . . . .	132
7.45	Mappa delle prestazioni: effetto della parametrizzazione sul fronte di Pareto	133
7.46	<i>Fitting</i> del bordo d'attacco con minime perdite . . . . .	134
7.47	<i>Fitting</i> del bordo d'attacco ottimale di <i>trade-off</i> . . . . .	134
7.48	<i>Fitting</i> del bordo d'attacco con massimo valore di funzione obiettivo . .	134
8.1	Profilo <i>baseline</i> : costruzione ellittica e giunzione col resto del profilo . .	136
8.2	Profilo base e <i>design</i> alternativo del bordo d'attacco . . . . .	136
8.3	Stima delle perdite di profilo per la geometria <i>baseline</i> [8] . . . . .	138

# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 Evoluzione dei motori a turbina

La nascita dei motori a turbina e la sua evoluzione ha certamente cambiato il modo di vivere dell'uomo durante la storia. Al giorno d'oggi è infatti possibile percorrere tratte transatlantiche in meno di 10 ore e viaggiare in ogni parte del mondo in modo sicuro. Come ogni scoperta tecnico-scientifica, tuttavia, i motori a turbina sono stati inevitabilmente utilizzati in campo bellico: il mondo dell'aviazione ha difatti rivoluzionato il modo di interpretare e fare guerra. La Grande Guerra fu la prima in cui l'aeroplano fu utilizzato con scopi di offesa oltre che strategici. I propulsori di allora erano dei motoelica, cioè eliche mosse da motori a combustione interna (o a pistoni). Ma è solo nel 1939, nella Germania nazista, che si assistette all'introduzione del primo aereo turbogetto, il prototipo *Heinkel He 178*, rivoluzionando non solo lo sviluppo della seconda guerra mondiale ma anche, e soprattutto, il mondo dell'aviazione. Il turbogetto è infatti più leggero, a parità di spinta erogata, di un motore a pistoni, ciò ne giustifica l'ampio successo. Dal secondo dopo guerra in poi il motore a reazione è stato sviluppato e utilizzato non solo in campo bellico ma soprattutto per il trasporto commerciale e civile. Considerati gli scopi, l'evoluzione da turbogetto a *turbofan* è stata necessaria per ridurre i consumi dei transatlantici e degli aerei cargo che negli anni '60 hanno iniziato a popolare i cieli. Per comprendere le ragioni di tale evoluzione è necessario comprendere il principio di funzionamento di tali sistemi propulsivi.

Il *turbojet* realizza al suo interno un ciclo termodinamico Joule-Brayton per generare la spinta necessaria. In figura 1.1 ne è riportato lo schema. L'aria esterna è convogliata in un compressore, dove subisce un deciso aumento di pressione, quindi viene repentinamente portata ad alte temperature per mezzo di un combustore. L'aria calda espande in una turbina che aziona il compressore. All'uscita della turbina l'aria viene accelerata all'esterno per mezzo di un ugello convergente. Per comprendere la genesi della spinta è necessario ricorrere all'equazione di bilancio di quantità di moto o II legge di Newton:

$$T = \dot{m}_e u_e - \dot{m}_i u_\infty + (p_e - p_\infty) A_e \simeq \dot{m}_i (u_e - u_\infty) \quad (1.1)$$

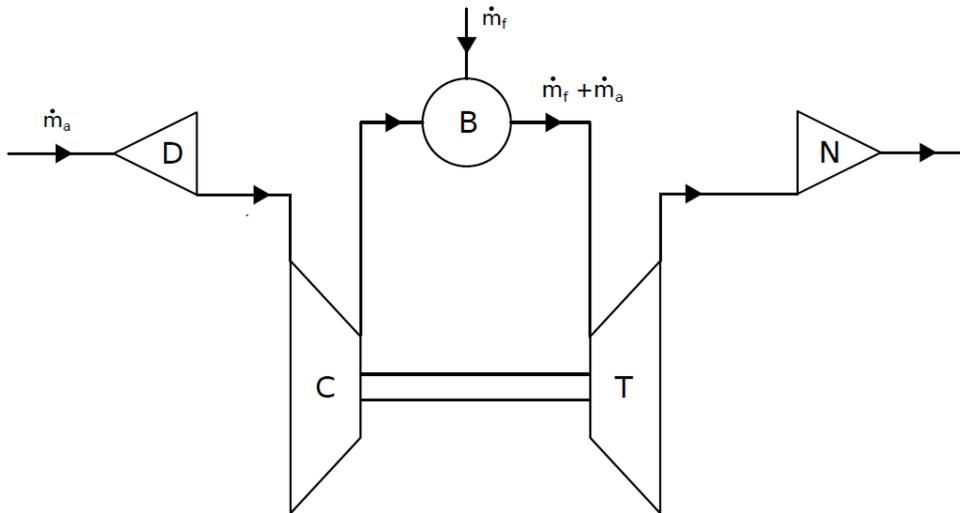


Figura 1.1: Schema di un turbogetto

con  $T$  la spinta,  $\dot{m}_{i/e}$  la portata massica in ingresso/uscita,  $u_{\infty/e}$  la velocità in ingresso/uscita,  $p_{\infty/e}$  la pressione ambiente/uscita.

In equazione 1.1 la spinta generata da un motore a getto (in condizione adattate  $p_e = p_{\infty}$ ) è proporzionale all'accelerazione del flusso d'aria tra ingresso e uscita, trascurando la portata di combustibile. Il turbogetto è in grado di fornire spinta accelerando tanto una limitata quantità d'aria, una semplice elica movimentata invece accelera poco una più consistente portata d'aria. Tuttavia per capirne l'evoluzione fino ai moderni *turbofan* occorre osservare un parametro di consumo, il consumo specifico di spinta  $TSFC$  :

$$TSFC = \frac{\dot{m}_f}{T} \quad (1.2)$$

con  $\dot{m}_f$  la portata di combustibile. Tale parametro per un turbogetto si dimostra pari a:

$$TSFC = \frac{u_e + u_{\infty}}{2\eta_t H_i} \quad (1.3)$$

con  $\eta_t$  il rendimento del ciclo termodinamico e  $H_i$  il potere calorifero inferiore del combustibile. Dall'equazione 1.3 è evidente che per ridurre il consumo specifico di spinta occorrerebbe ridurre la velocità di scarico  $u_e$  o aumentare il rendimento termodinamico  $\eta_t$ , a parità di velocità  $u_{\infty}$  e di qualità del combustibile. Considerando la prima via e ipotizzando  $\eta_t = \text{cost}$ , si avrebbe però una riduzione della spinta in accordo con l'equazione 1.1, per compensare tale mancanza si può agire incrementando la portata  $\dot{m}_i$  in ingresso. L'architettura *turbofan* realizza tali migliorie, esso infatti prevede l'evoluzione di due flussi, quello principale (detto anche *caldo*) che attraversa il *gas generator* come nel turbogetto, e il *flusso freddo* che con la sua maggior portata viene accelerato dal *fan* ed espulso

a velocità molto più basse. Tale architettura è del tipo *a flussi separati*, un'altra configurazione è il *turbofan a flussi miscelati* in cui i due flussi vengono combinati prima di essere espulsi da un unico ugello. Il propulsore *turbofan* è caratterizzato da portate di flusso freddo generalmente più grandi di quello caldo, il cui rapporto è un parametro di progetto detto *By-Pass-Ratio (BPR)*.

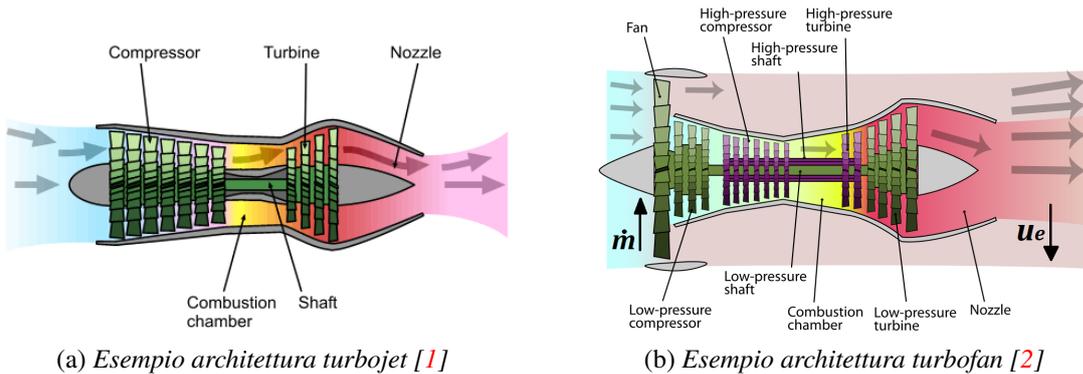


Figura 1.2: Architetture turbojet e turbofan

$$BPR = \frac{\dot{m}_{cold}}{\dot{m}_{hot}} \quad (1.4)$$

L'influenza di tale rapporto sulle prestazioni è facilmente ricavabile dall'equazione 1.2

$$TSFC = \frac{\dot{m}_f \dot{m}_c}{\dot{m}_c T} = \frac{1}{\alpha} \frac{\dot{m}_c}{T} = \frac{\dot{m}_{total} / T}{\alpha(1 + BPR)} \quad (1.5)$$

con  $\alpha$  la dosatura aria/combustibile del *gas generator* ed  $\dot{m}_{total} = \dot{m}_c + \dot{m}_h$ . Dalla precedente relazione si evince che un incremento del rapporto di by-pass porta a una riduzione del consumo specifico. Tuttavia un elevato *BPR* richiede anche ingombri maggiori per smaltire la grande portata di flusso secondario: i moderni propulsori hanno infatti diametri esterni superiori ai 3 metri. Inoltre elevati *BPR* richiederebbero un *mixer*, cioè il condotto in cui i due flussi vengono miscelati, molto grande, lungo e pesante. L'architettura a flussi separati risolve tale problema realizzando due ugelli di scarico distinti con getti che si mescolano all'esterno.

L'analogia acustica di Lighthill associa alle strutture vorticosi la genesi del rumore aerodinamico. Essa applicata a un caso di un getto libero mette in luce la seguente relazione fra intensità acustica e velocità del flusso:

$$I \propto U^8 \quad [3] \quad (1.6)$$

Se si applica tale risultato all'architettura a flussi separati si spiega il minor impatto acustico: un cuore piccolo, veloce e rumoroso è circondato da una corona molto larga e

lenta; tale soluzione è molto meno rumorosa se confrontata con un equivalente turbogetto, considerata la proporzionalità con potenza 8 della velocità di scarico.

Al giorno d'oggi al fianco dell'ormai consolidata configurazione *turbofan*, anche l'architettura *turboprop* è più che consolidata. Essa prevede un *gas generator* motorizzante un'elica. Essa ha il vantaggio di essere più economico in termini di consumi (si veda l'evoluzione delle architetture sul piano *BPR – TSFC* in figura 1.3a), ma soffre le elevate velocità. Tuttavia la continua ricerca ha portato a indagare e prototipare soluzioni alternative che possano ridurre il *TSFC*.

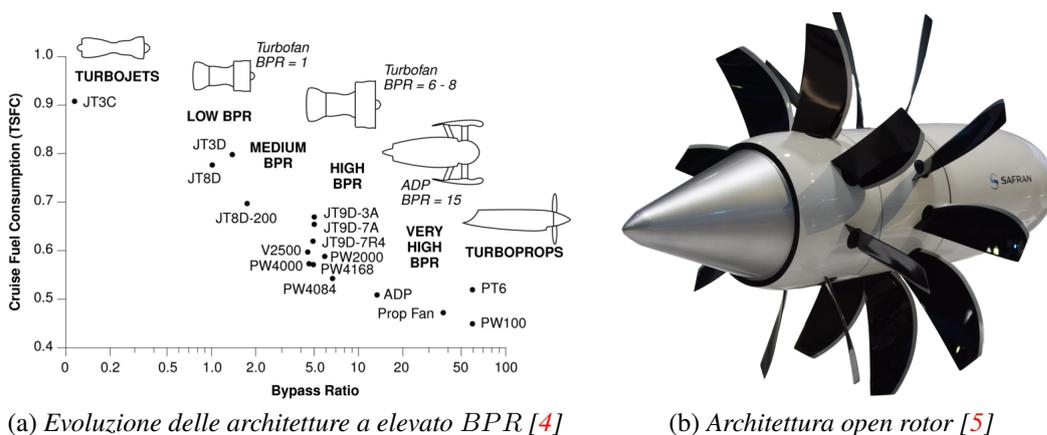


Figura 1.3: Architetture propulsori aeronautici e prestazioni

Le configurazioni *aft fan* e *prop fan* rappresentano l'innovazione dei sistemi propulsivi. Il primo prevede il posizionamento arretrato del *fan* che sarà perciò direttamente calettato alla turbina che lo muove, riducendo perdite meccaniche e il peso per via dell'assenza dell'albero di connessione. L'architettura *prop fan*, nota anche come *open rotor*, prevede l'utilizzo del getto del *core* ma anche di una grande elica posta in corrispondenza della turbina. In tal modo si cerca di combinare i benefici del turboprop (economia) e del turbogetto (elevate velocità). Negli anni '80 tale architettura ha visto l'introduzione di un'ulteriore elica contro-rotante posta a valle della prima per recuperare energia cinetica rotatoria. Questa si dimostrò fin da subito più efficiente e in linea con le normative sulla rumorosità, tuttavia molti progetti furono abbandonati a causa del calo del prezzo del petrolio di quegli anni.

La realizzazione di strutture così complesse e innovative richiede la continua ricerca e miglioramento dei dettagli per far sì che siano efficienti e competitivi sul mercato.

## 1.2 Contestualizzazione della ricerca

Il *design* di un sistema propulsivo comincia con un'accurata analisi di mercato, al fine di individuare i trend attuali e futuri di diversi fattori non solo di natura tecnica, ma anche economici e sociali, quali ad esempio la situazione macroeconomica, gli investimenti nazionali e continentali, o la situazione demografica. Tali variabili possono influire in maniera preponderante il progetto, si pensi ad esempio al fatto che il mercato trans-Atlantico fosse un settore considerato saturo, ma dalla combinazione di questi elementi esso ha subito una crescita del 50 per cento negli ultimi 15 anni, questo è motivo dell'importanza di tali analisi. Prendendo in esame le analisi di mercato svolte dalle principali aziende aeronautiche, ovvero Airbus e Boeing, emerge che il traffico aereo nel periodo a partire da metà anni '60 fino al 2015 abbia subito una crescita molto marcata. In 50 anni il traffico aereo è incrementato di 7 volte, con andamento quasi sempre crescente. I periodi di decremento visibili in figura 1.4a sono dovuti ad importanti eventi storici, quali crisi economiche o politiche.

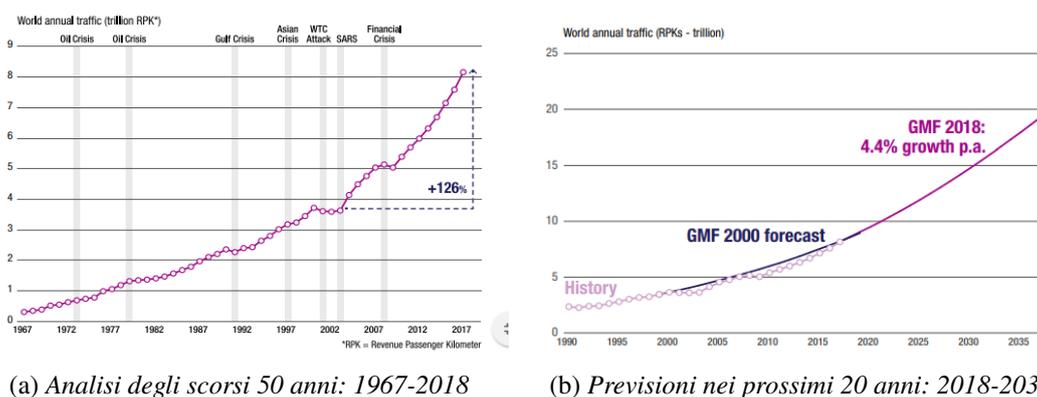


Figura 1.4: Traffico aereo annuale nel mondo [6]

Il trend futuro secondo le previsioni, come mostrato in figura 1.4b, è destinato a crescere. È stato stimato che in 20 anni il traffico aereo subirà un notevole incremento superando il doppio dell'attuale livello con un tasso di crescita del 4.4 % annuale, secondo le stime presenti nel *Global Market Forecast 2018* di Airbus.

Per via dell'aumento del traffico aereo, anche il consumo di carburante annuale per l'aviazione civile è destinato a crescere. Tuttavia se si osserva all'evoluzione del consumo specifico dei propulsori aeronautici commerciali 1.3a ci si rende conto di quanto l'evoluzione tecnologica abbia inciso nel ridurre tali consumi, e di quanto sia estremamente necessario investire risorse nella ricerca. Migliorare le prestazioni dei propulsori è un target delle maggiori aziende aeronautiche sia per consentire ai propri clienti di ridurre i costi di acquisto di carburante, sia per aumentare l'appeal commerciale. Ma non è tutto, il deperimento della qualità dell'aria e il crescente inquinamento spingono le istituzioni di tutto il mondo a restrizioni sulle emissioni di inquinanti.

In figura 1.5 si possono osservare i vari futuri scenari in merito di emissioni di CO<sub>2</sub>. Il contributo tecnologico in termini di *fuel burn* è un contributo rilevante per la riduzione di inquinanti in un futuro scenario. Solo l'utilizzo di combustibili alternativi ed ecosostenibili porterebbe a scenari migliori.

Al fianco delle sostanze nocive, i propulsori aeronautici sono soggette a un'altra importante causa di disturbo ambientale, l'inquinamento acustico. Il crescente traffico aereo ha spinto gli aeroporti di tutto il mondo ad allargarsi sempre di più aumentando il numero di piste di decollo/atterraggio. Tale aspetto congiuntamente alla crescita dell'estensione urbana ha portato ad avere centri abitati nei pressi degli aeroporti, e quindi all'aumento di priorità dei problemi connessi alle emissioni acustiche. Ciò ha spinto le istituzioni (ENAC) a regolamentare il traffico aereo e in particolare le manovre di decollo/atterraggio nei siti più a rischio. Tuttavia, con il crescente sviluppo del traffico aereo è necessario che l'avanzamento tecnologico e la ricerca dia il suo contributo per minimizzare l'inquinamento acustico.

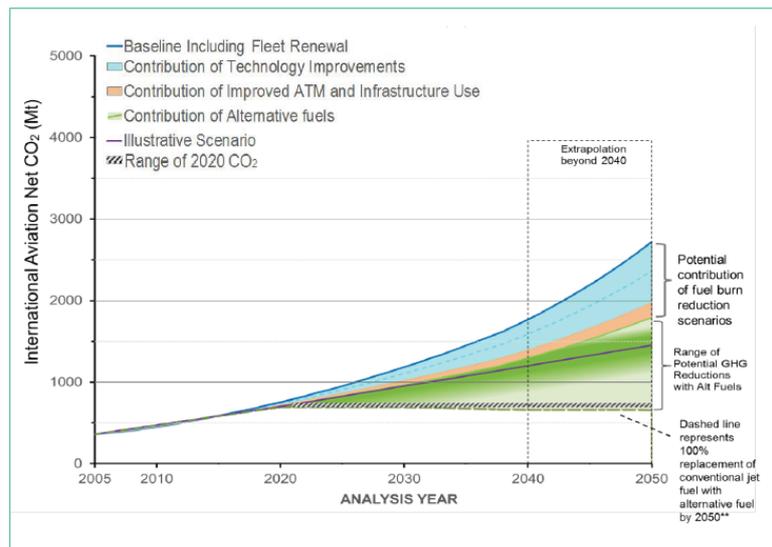


Figura 1.5: Previsioni emissioni di CO<sub>2</sub> nell'aviazione internazionale - ICAO [7]

Aumento dell'appeal commerciale, riduzione dei costi, riduzione dei consumi e diminuzione dell'impatto ambientale sono solo alcuni degli obiettivi a cui i team di ricerca e sviluppo (R&D) cercano delle risposte proponendo soluzioni alternative o ottimizzando quelle già in uso. In tale contesto il tema dell'ottimizzazione del bordo d'attacco di pale di turbina ha l'obiettivo di migliorarne le prestazioni aerodinamiche e, in cascata, dare un contributo al raggiungimento dei più grandi obiettivi prima esposti.

## 1.3 Ricerca condotta

### 1.3.1 Scopo e obiettivi

La ricerca condotta in AvioAero è finalizzata non solo all’obiettivo della riduzione delle perdite aerodinamiche di turbina, ma anche e soprattutto per valutare la bontà della metodologia di *design* del bordo d’attacco.

Infatti le regole di buon progetto di una pala di turbina prevedono un’evoluzione del flusso attorno al bordo d’attacco che sia il meno brusco possibile, ricordando che l’ideale sarebbe un bordo d’attacco infinitesimo, allineato con la corrente in ingresso. Sebbene tali criteri siano accettati e adottati in fase di progetto, le necessità di ridurre le perdite aerodinamiche e il rispetto dei vincoli di natura strutturale, hanno portato alla riproduzione di profili non sempre in linea con i requisiti aerodinamici. La domanda che ha spinto a investigare sul *design* del bordo d’attacco è la seguente: il pieno rispetto delle regole di buon progetto del bordo d’attacco conduce effettivamente alla riduzione delle perdite aerodinamiche?

Per rispondere al precedente quesito è necessario utilizzare uno strumento di *design* che permetta di modellare liberamente il bordo d’attacco senza influenzare il resto della pala, al fine di valutarne l’effettiva incidenza sulle *performance* aerodinamiche. Un tale strumento deve avere la possibilità di spaziare su forme che siano geometricamente coerenti e che garantiscano continuità e derivabilità delle curve riprodotte: eventuali discontinuità non sarebbero comunque accettabili da un punto di vista non solo strutturale, ma anche e soprattutto da quello produttivo. Un possibile strumento di progetto è il cosiddetto “*morphing*”, tuttavia tale metodologia non permette la riproduzione delle forme in maniera univoca. La metodologia adottata si basa sull’utilizzo di una *spline* di ordine elevato con consistente numero di parametri liberi. La *spline* infatti permette di esplorare curve impossibili da riprodurre con coniche, su cui si basano i sistemi di *design standard*. In tal modo si ha flessibilità esplorativa e riproducibilità dei *leading edge* attraverso i parametri. Ne consegue così la necessità di rispondere a ulteriori quesiti: una parametrizzazione complessa porta a miglioramenti di prestazioni tali da giustificare l’elevato costo di riproducibilità geometrica? Quanto differirebbero i bordi d’attacco ottimizzati con tale parametrizzazione rispetto a quelli realizzati con metodologie *standard*?

### 1.3.2 Struttura della ricerca

La ricerca ha alla base un profondo studio delle fenomenologie di generazione di perdite in turbina, con particolare attenzione alle perdite di profilo e agli effetti che induce il bordo d’attacco sull’evoluzione del flusso. Nel capitolo 2 verrà così introdotta la funzione obiettivo “*Leading Edge Control*”, sviluppata con lo scopo di quantificare la regolarità della corrente attorno al bordo d’attacco. Questa riassume così le qualità ricercate in un *leading edge* prestante.

Per rendere gli studi di ottimizzazione in linea con gli obiettivi è stata selezionata una turbina aeronautica di bassa pressione, stato dell'arte della sua categoria. Di essa è stato scelto il profilo al *midspar* del terzo statore, questa sarà la geometria *baseline* oggetto di studio secondo i criteri di selezione descritti nel capitolo 3.

I sistemi di *design standard* sono descritti nel capitolo 4, dei quali la caratteristica principale è l'intima dipendenza fra parametri del bordo d'attacco con il resto del profilo. Ciò rende inadattato uno studio di ottimizzazione localizzato al solo bordo d'attacco. Per rispondere, così, agli obiettivi preposti si è proceduto a definire un *design* limitato al solo *leading edge*, costruendo una parametrizzazione alternativa basata su *B-Spline* di 7° ordine, in grado di garantire continuità e regolarità geometrica con il resto del profilo, e soprattutto di esplorare forme non ricavabili da curve coniche.

La metodologia *RANS-CFD* utilizzata per simulare numericamente il campo di moto della schiera è trattata nel capitolo 5. Le simulazioni condotte saranno necessarie al fine di valutare le performance aerodinamiche e quantificare le perdite di profilo.

Nel capitolo 6 sono descritte le metodologie esplorative necessarie per caratterizzare la *design space* dei bordi d'attacco costruiti con la parametrizzazione innovativa. Il problema è stato approcciato utilizzando un "*Full-Factorial Design of Experiments*", per poi estendere la ricerca a un'esplorazione quasi randomica con campionamenti più fitti ricorrendo alla sequenza "*Sobol*".

Dalla moltitudine di geometrie costruite, si quantificheranno le perdite di profilo e, la qualità di distribuzione di Mach isoentropico (attraverso la funzione obiettivo). Nel capitolo 7 sono così presentati i risultati, dai quali si osservano le prestazioni dei bordi d'attacco in condizioni di progetto e in condizioni di *off-design* (variazione dell'incidenza in ingresso della corrente). Si giunge così a identificare un bordo d'attacco ottimale e robusto al funzionamento in condizioni *off-design*. Questo oltre a essere comparato con la geometria di partenza, è oggetto di adattamento geometrico (*fitting*), realizzato attraverso le parametrizzazioni *standard*. Ciò permette di comprendere il legame fra prestazioni ottenute e complessità geometrica utilizzata.

Infine nel capitolo 8 sono presentate le conclusioni in relazione agli obiettivi preposti e i possibili scenari e sviluppi futuri.

## 1.4 Relazione con altri lavori

Per ciò che concerne lo studio delle perdite aerodinamiche nelle turbomacchine, un riferimento è rappresentato dal seguente articolo scientifico "*The 1993 IGTI Scholar Lecture: Loss Mechanisms in Turbomachines*" di J.D. Denton [8]. L'autore analizza i fenomeni bidimensionali, fra cui le perdite di profilo, concentrandosi maggiormente sul classificare e analizzare le perdite secondarie. Denton propone un approccio basato sull'analisi della produzione di entropia per quantificare l'entità delle perdite. Per quanto riguarda le perdite di profilo di turbina fornisce una correlazione semi-empirica in cui le perdite sono valutate in funzione delle quantità di strato limite.

Un primo risultato è la mappa per profili di turbina in cui lega gli angoli d'ingresso-uscita e i valori previsti di perdite dal modello teorizzato.

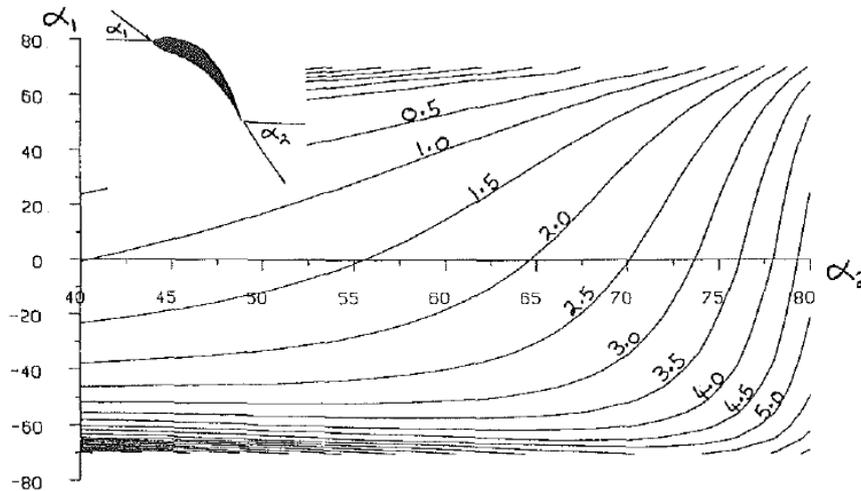


Figura 1.6: Previsione delle perdite di profilo (esprese in termini di coefficiente di perdita percentuali) per pala di turbina [8]

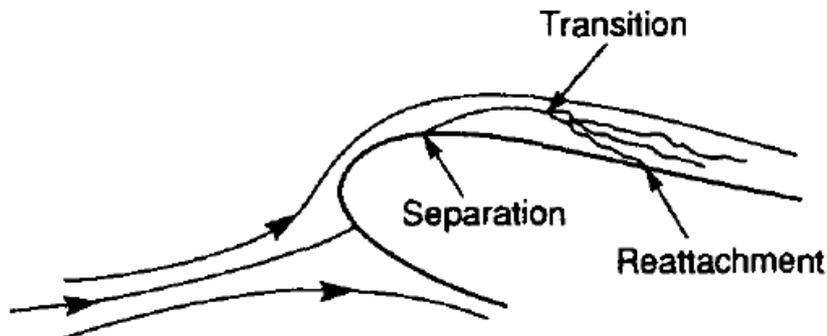


Figura 1.7: Fenomenologia attorno al bordo d'attacco: genesi della bolla di ricircolo [9]

Fra le ricerche condotte sui fenomeni aerodinamici che interessano il bordo d'attacco è da evidenziare la ricerca "*Leading edge separation bubbles on turbomachine blades*" - R. E. Walraeyens and N. A. Cumpsty [9].

Gli autori conducono analisi sperimentali attorno a bordi d'attacco circolari ed ellittici in varie condizioni di incidenza e di qualità della corrente in ingresso, effettuando misure anemometriche (con sonde a filo caldo) e di pressione, giungendo così alle seguenti conclusioni per i fenomeni di separazione e riattacco che interessa lo strato limite (e la transizione) attorno al bordo d'attacco.

- i. La forma del bordo d'attacco ha un importante effetto sullo strato limite immediatamente a valle di esso, e quindi dell'intero profilo. E' perciò essenziale minimizzare tali perdite e rendere riproducibili geometrie ottimizzate.
- ii. Con un bordo d'attacco circolare, a bassi numeri di Reynolds, si può formare una bolla di ricircolo anche con piccole incidenze negative.
- iii. Con un bordo d'attacco ellittico la bolla di separazione può essere assente, in tal caso è più piccola rispetto a quella originata da un bordo circolare.
- iv. A bassi numeri di Reynolds e bassa incidenza il flusso può riattaccare senza formare una bolla. In tal caso si crede che il fenomeno di riattacco sia laminare.
- v. La lunghezza della bolla, la distribuzione di pressione e le condizioni di strato limite a valle sono fortemente dipendenti dall'incidenza, che determina il punto di ristagno. Una debole dipendenza si osserva in funzione del Reynolds calcolato sul semi-spessore del bordo d'attacco.
- vi. Con l'incremento del livello di turbolenza della corrente a monte si osserva che la bolla si riduce in estensione, influenzando la distribuzione di pressione. Si osserva infatti un rapido picco di accelerazione nella zona di suzione del profilo e conseguente decelerazione: la regione della bolla è infatti estremamente ridotta, suggerendo che la transizione sia avvenuta immediatamente dopo la separazione. In caso di basso numero di Reynolds ed alto livello di turbolenza della corrente a monte, la bolla riappare.
- vii. Lo spessore di strato limite è significativamente più grande per il bordo d'attacco circolare rispetto a quello ellittico (confronto effettuato su geometrie adimensionate).
- viii. Il parametro di forma di strato limite  $H$  varia considerevolmente con l'incidenza: alti valori per strati limiti laminari e per consistenti incidenze positive quando lo strato limite è prossimo a separare. In presenza di elevata turbolenza in ingresso il valore di  $H$  tende a ridursi.
- ix. I valori delle grandezze di strato limite come  $Re_\theta$  e  $H$  possono variare enormemente nello stessa posizione del profilo, in base a valori di incidenza, Reynolds e livello di turbolenza.
- x. I test sono stati condotti a bassissimi valori di Mach, ci si aspetta così comportamenti differenti in alto subsonico, in cui l'espansione attorno alla bolla possano portare a valori di Mach locali supersonici che possono terminare in urti.

Un'importante ricerca riguardante la transizione di strato limite e i fenomeni di separazione che interessano il leading edge di pale di turbina ad alta velocità è quella pubblicata da *H.P. Hodson* [10], in cui investiga tali fenomeni con approccio sperimentale per mezzo di "cascade" e sonde anemometriche a filo caldo.

D'altrparte, un approccio numerico agli effetti del bordo d'attacco per lo studio delle prestazioni aerodinamiche di turbina sono discussi nella pubblicazione "*Effect of leading-edge geometry on the aerodynamics and heat transfer in the stagnation region of uncooled turbine blades*" – A.Arockia Fenil, M. Sivapragasam [11]. Le pale della turbina JT9D hanno un bordo d'attacco circolare, quindi modificato con forma ellittica per studiarne prestazioni e convenienza.

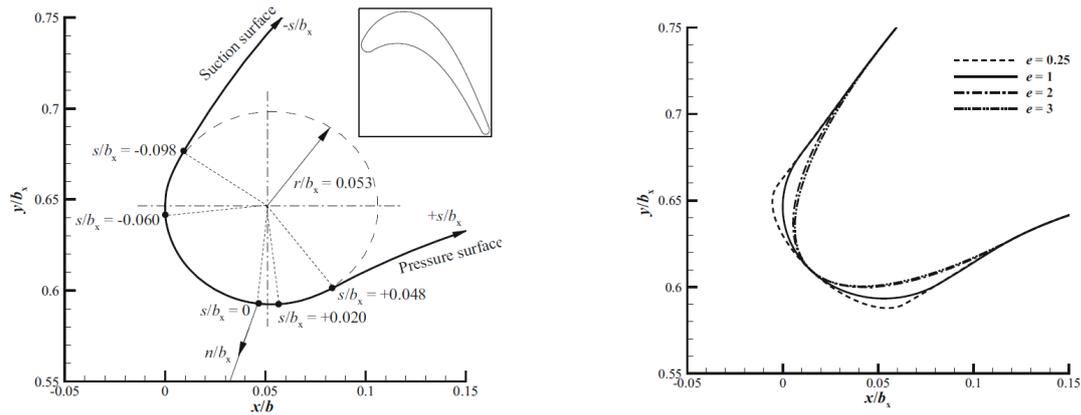


Figura 1.8: Design del bordo d'attacco circolare e *leading edge* ellittici analizzati [11]

I bordi d'attacco realizzati sono raccordati il più regolarmente possibile con il resto della geometria: infatti, come già osservato da Hodson [10] e dagli studi più dettagliati di Walraevens e Cumpsty [9], le discontinuità geometriche nei punti di "fusione" porta a picchi e discontinuità nelle distribuzioni di pressione dove avvengono rapide accelerazioni del flusso, seguite da decelerazioni e separazione di strato limite, e conseguente riattacco con formazione della bolla di ricircolo attorno al bordo d'attacco. La bolla di separazione influenza così lo sviluppo dello strato limite sul resto della pala: la regolarità dei raccordi fra bordo d'attacco e profilo palare è perciò una condizione da assicurare.

Una volta definiti i profili, sono state analizzate le performance aerodinamiche in condizioni off-design dei differenti bordi d'attacco variando le condizioni di incidenza in ingresso. In figura è riportata la variazione della posizione del coefficiente di perdita  $Y_P$ , in funzione dell'eccentricità.

$$Y_P = \frac{p_1^0 - p_2^0}{p_2^0 - p_2} \quad (1.7)$$

Quindi le prestazioni dei vari leading edge rispetto all'incidenza di funzionamento. Nel grafico è poi riportata la correlazione di Ainley–Mathieson per la stima delle perdite di profilo. In conclusione l'incremento di eccentricità ha effetto sulle prestazioni e sulla localizzazione del punto di ristagno, portando così alla scelta di una geometria ottimizzata.

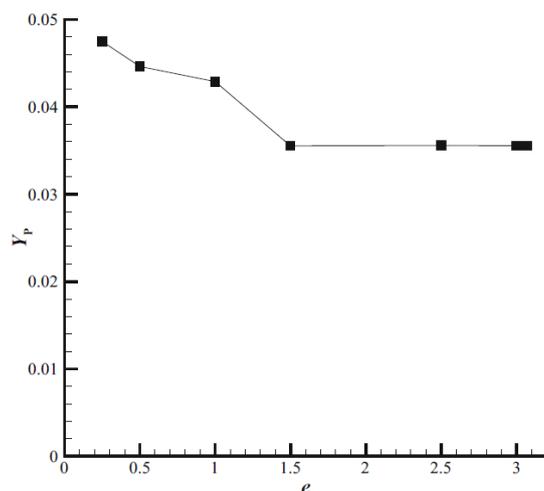


Figura 1.9: Variazione del coefficiente di perdita in funzione dell'eccentricità [11]

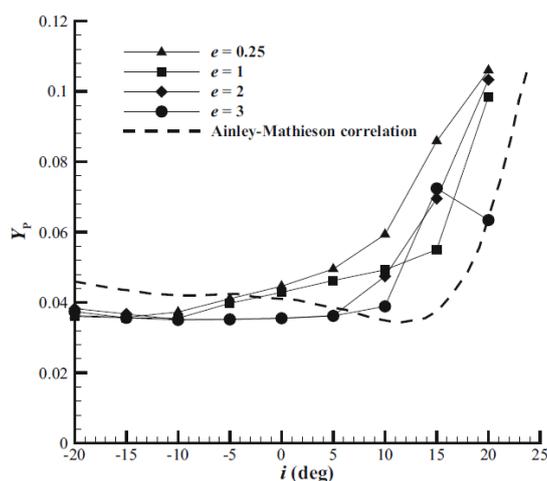


Figura 1.10: Prestazioni dei bordi d'attacco ellittici al variare dell'incidenza d'ingresso (*Off-Design*) [11]

In merito agli effetti dell'incidenza e delle condizioni di funzionamento fuori progetto di una turbina, la ricerca condotta da M.W. Benner, S.A. Sjolander e S.H. Moustapha [12] (in collaborazione con Pratt & Whitney Canada Inc.) punta a individuare l'influenza della geometria del *leading edge* e a migliorarne la correlazione rispetto a quella vista in precedenza di Ainley–Mathieson. Anzitutto è esaminata la relazione fisica fra geometria del bordo d'attacco e perdite di profilo focalizzando sull'influenza dell'angolo di *wedge*. Le discontinuità (e i picchi) nelle distribuzioni del campo di pressione attorno al bordo d'attacco sembrano associate ai punti di raccordo/fusione fra il bordo e il resto della profilo lato dorso, dal momento che in tali punti vi sono discontinuità nella curvatura che

possono causare disturbi nella campo di pressione. Il comportamento delle inefficienze di profilo è quindi influenzato dall'intensità della discontinuità di curvatura nei punti di fusione, e il parametro angolare che gestisce la localizzazione dei raccordi (l'angolo di *wedge*) è perciò tenuto in considerazione. A partire da analisi sperimentali la correlazione alternativa proposta tiene conto sia del diametro del bordo d'attacco sia dell'angolo di *wedge*, con significativi riscontri nella previsione delle perdite *off-design*.

Fra le ricerche bibliografiche di riferimento è doveroso riportare lo studio condotto da Weihao Zhang , Zhengping Zou, Jian Ye: “*Leading-edge redesign of a turbomachinery blade and its effect on aerodynamic performance*” [13]. Tale studio mette in risalto gli effetti dell'ottimizzazione di una pala di riferimento, in cui picchi di pressione e separazioni nei pressi del bordo d'attacco sono stati ridotti. Ciò si riflette anche sulla bolla di separazione al bordo di fuga, indice dell'importanza del *leading edge* sull'evoluzione dello strato limite. La metodologia applicata a una turbina di bassa pressione con 5 stadi ha portato un incremento delle prestazioni pari al 0.5%.

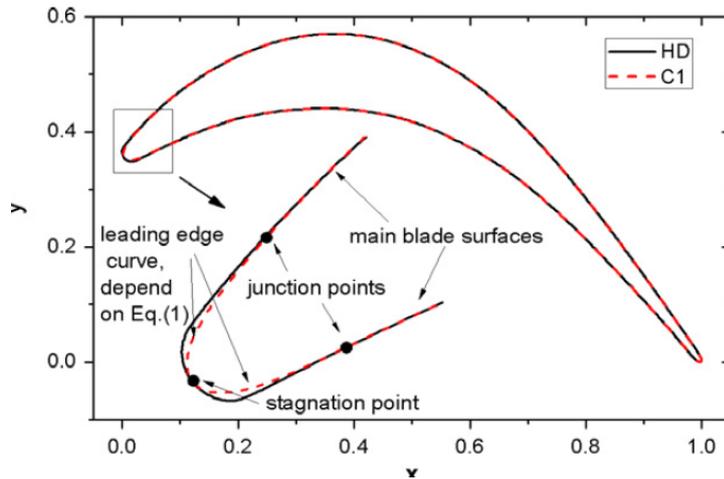
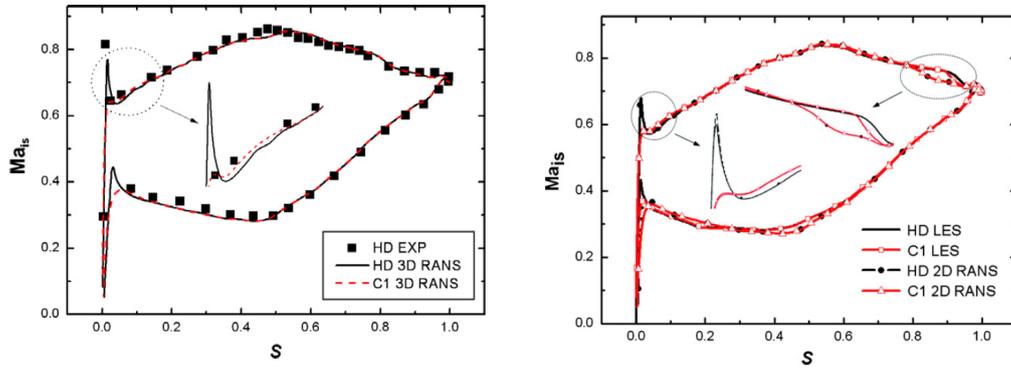


Figura 1.11: Profilo di riferimento e ottimizzazione [13]

Nella ricerca qui condotta il bordo d'attacco è stato oggetto di studio per l'ottimizzazione a partire da un profilo reference (HD) fino a un'ottimizzato (C1). Di seguito sono riportate le due geometrie e i risultati in termini di distribuzione di Mach isoentropico dei due profili simulati con 3D RANS, LES e 2D RANS.

Come si può osservare il profilo ottimizzato ha un andamento più regolare, e non solo, in termini di analisi delle perdite ciò si riversa nella distribuzione di  $C_D$  locale attorno al *leading edge*:

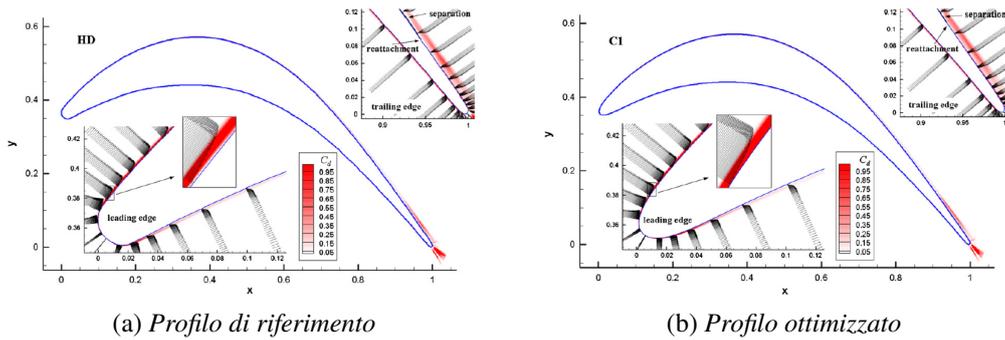
$$C_D = \frac{L_{ref}}{\rho_{ref} U_{ref}^3} \rho T \frac{Ds}{Dt}$$



(a) Simulazione 3D RANS

(b) Simulazione LES e 2D RANS

Figura 1.12: Distribuzioni sul profilo di Mach isoentropico [13]



(a) Profilo di riferimento

(b) Profilo ottimizzato

Figura 1.13: Evidenza delle perdite in strato limite [13]

## Capitolo 2

# Prestazioni di turbine aeronautiche di bassa pressione e analisi delle perdite

### 2.1 Prestazioni generali turbofan

Il ciclo termodinamico di riferimento per un motore turbofan è il ciclo Joule-Brayton. In figura 2.1 è illustrato il processo termodinamico del ciclo Joule-Brayton e il relativo schema generale. Il fluido motore, che sarà l'aria per i motori aeronautici, subisce prima una compressione adiabatica reversibile (o isoentropica) fino alla pressione  $p_2$  per poi essere portato a elevate temperature all'interno di un combustore attraverso un riscaldamento isobaro. Quindi l'aria attraversa la turbina dove espande isoentropicamente fino a un livello di pressione pari a quella di ingresso.

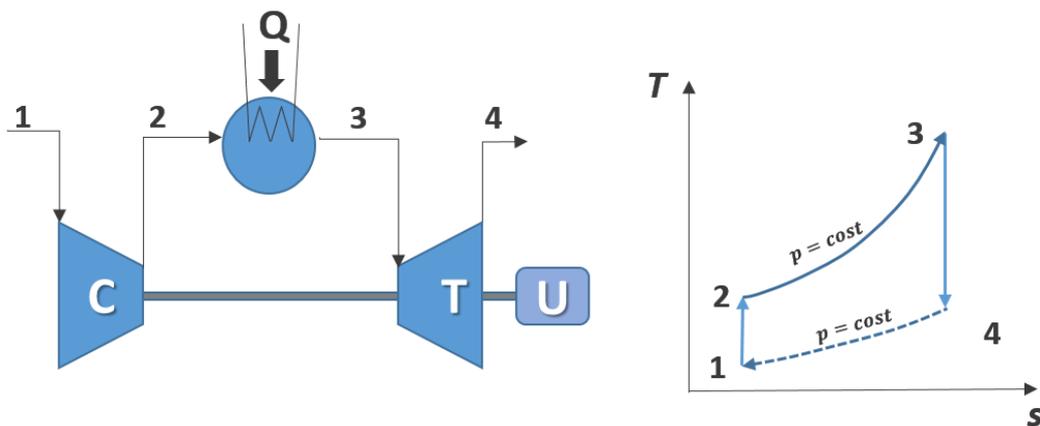


Figura 2.1: Schema e ciclo Joule-Brayton

Il ciclo Joule-Brayton sfrutta la divergenza delle isobare per convertire l'energia termica in energia cinetica utile. Infatti, nel diagramma  $T-s$  i salti di temperatura sono proporzionali al lavoro assorbito o fornito da compressore e turbina. E' facile osservare che il lavoro turbina è eccedente rispetto a quello richiesto per muovere il compressore, e tale differenza è per l'appunto il lavoro utile. Tale lavoro utile è usato in un'architettura *turboprop* per muovere l'elica. In un turbogetto, tuttavia, si preferisce far espandere il gas fino al bilancio energetico con il compressore, e conservare il resto dell'energia termica e di pressione per accelerare il flusso nell'ugello di scarico.

Dalla termodinamica si può determinare il lavoro utile e il rendimento del ciclo Joule-Brayton in funzione dei parametri di progetto:

- il rapporto di compressione  $\beta_c = p_2/p_1$
- la temperatura di fine combustione  $T_3$  in forma adimensionata  $\tau = T_3/T_1$

Vale infatti:

$$L = L_t - L_c \rightarrow \frac{L}{c_p T_1} = 1 + \tau - \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{\tau}{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (2.1)$$

$$\eta_{th} = \frac{L}{Q_{heat}} = 1 - \frac{1}{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (2.2)$$

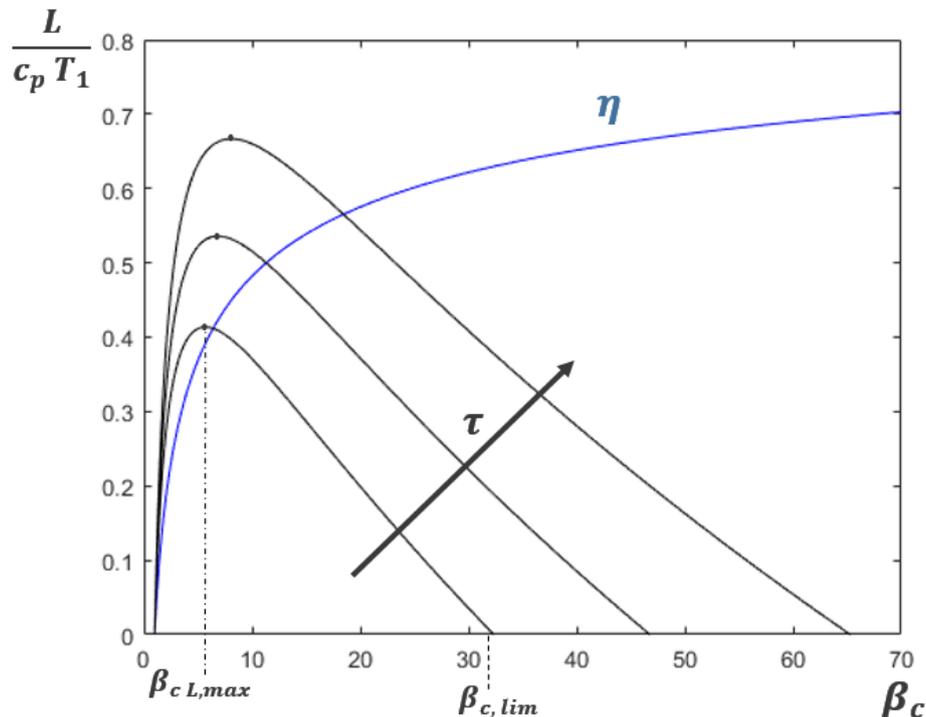


Figura 2.2: Effetti dei parametri di progetto su ciclo Joule-Brayton

Dalla figura 2.2 si possono osservare gli andamenti prestazionali in funzione dei parametri di progetto, come effetto della variazione del ciclo termodinamico. In figura, il  $\beta_{c,limite}$  è il rapporto di compressione tale per cui la temperatura  $T_2$  di fine compressione uguaglia la  $T_3$ , cioè non essendoci fornitura di calore non vi è lavoro netto. Dagli andamenti in figura si intuisce la necessità di aumentare il rapporto di compressione per incrementare il rendimento termodinamico, e conseguentemente, la temperatura di fine combustione per far sì che anche il lavoro netto cresca. Tuttavia, in un caso reale, si hanno dei limiti tecnologici che condizionano sia il rapporto di compressione, sia la temperatura di fine combustione. Rispetto al ciclo ideale Joule-Brayton, in un'applicazione reale come in un'architettura *turbofan* sono presenti perdite di varia natura:

- perdite termofluidodinamiche
- perdite per scambio termico (non adiabaticità)
- perdite per fughe di fluido
- perdite per consumo di aria compressa (spillamenti)
- perdite di pressione
- perdite meccaniche
- variazione composizione chimica del fluido motore

Tali perdite fanno sì che ogni singola trasformazione veda una riduzione di pressione totale e un incremento di entropia. L'evoluzione all'architettura *turbofan* prevede inoltre una complicazione del ciclo termodinamico.

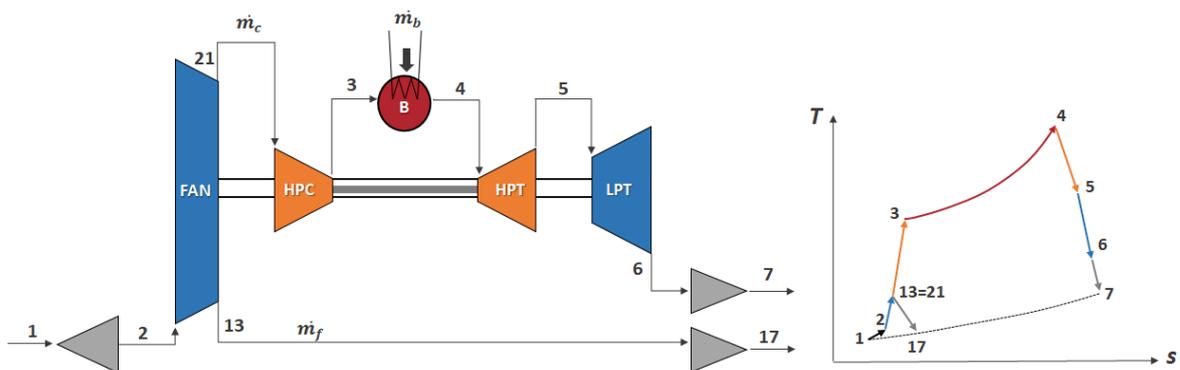


Figura 2.3: Schema e ciclo termodinamico turbofan

Il *fan* e il compressore di bassa pressione è mosso dalla turbina di bassa pressione. Il *fan*, dopo l'*intake*, è il primo componente ad approcciarsi con l'aria esterna. Esso realizza una prima compressione, poi il flusso si divide in due parti: uno seguirà il ciclo termodinamico (flusso caldo), l'altro verrà accelerato in uno statore e all'ugello di scarico. Studiando

la termodinamica dell'architettura a flussi separati si possono determinare le prestazioni (spinta specifica  $T/\dot{m}_a$  e consumo specifico di spinta  $TSFC$ ) delle portate d'aria e di combustibile, del by-pass-ratio  $BPR$  e delle velocità di scarico:

$$\frac{T}{\dot{m}_a} = [(1 + 1/\alpha) u_7 + BPR u_{17}] - (1 + BPR) u_\infty \quad (2.3)$$

$$TSFC = \frac{\dot{m}_f}{T} = \frac{\dot{m}_a/T}{\alpha(1 + BPR)} \quad (2.4)$$

con  $\dot{m}_a$  portata d'aria totale,  $\dot{m}_f$  portata di combustibile,  $\alpha$  la dosatura,  $u_{17}$  e  $u_7$  velocità in uscita da ugello "freddo" e caldo. Quest'ultime e la dosatura sono influenzati dai parametri di progetto e cioè il rapporto di compressione e la temperatura di fine combustione  $T_3$ . In figura 2.4 se ne può osservare l'effetto sulle performance. In condizioni di progetto l'aumento del  $BPR$  sposta la mappa verso consumi e spinte più bassi. Incrementando il  $\beta_c$  si ha, invece, una generale riduzione del consumo, ma anche una riduzione della spinta. Infine, aumentare la temperatura di fine combustione porta sempre a un aumento della spinta.

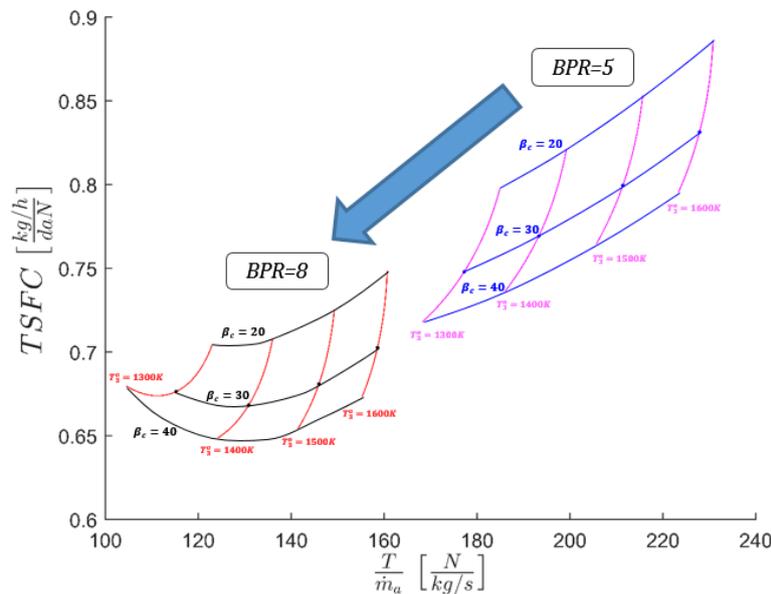


Figura 2.4: Prestazioni turbofan in funzione dei parametri di progetto

Il progetto di un motore efficiente parte dalla scelta di tali parametri ma, per realizzare un generale incremento delle prestazioni, ogni singolo componente dev'essere ottimizzato. In quest'ottica si analizzerà la termodinamica di una *Low Pressure Turbine*, LPT, e i fenomeni di perdita tipici di tale componente.

## 2.2 Prestazioni di LPT aeronautiche

### 2.2.1 Prestazioni generali delle turbomacchine

Una turbina è una turbomacchina motrice in grado di convertire l'energia interna del fluido motore in energia meccanica utilizzando strutture palari statiche e mobili, dette statori e rotor. L'energia meccanica è trasmessa a un albero, da cui a un compressore, a un'elica, o a un utilizzatore (gearbox, generatori, ecc.).

Il principio di funzionamento di una turbina si basa sull'interazione fluidodinamica statore-rotore, il cui accoppiamento è detto “*stadio*”. L'energia di pressione interna al fluido è parzialmente convertita in energia cinetica all'interno dello statore, dove viene accelerato. Quindi entra nel rotore, dove il fluido viene rallentato, e il *gap* di energia cinetica è convertita in energia meccanica di rotazione all'albero solidale al rotore. Ciò grazie alle forze aerodinamiche che agiscono su di esso.

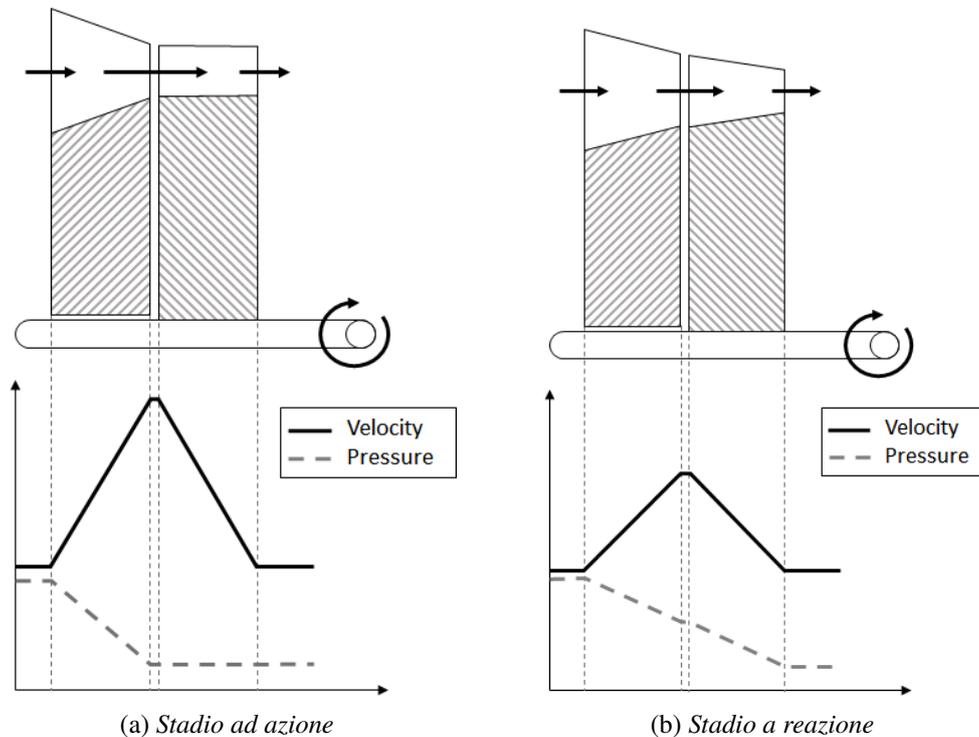


Figura 2.5: Confronto fra stadio ad azione e stadio a reazione di una turbina

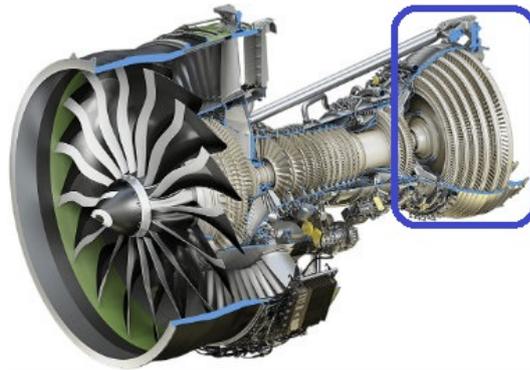
Lo statore altro non è che un canale convergente in cui il flusso (subsonico) espande accelerando. Il canale rotorico, invece, può essere a sezione d'ingresso/uscita costante come in figura 2.5a, in tal caso non vi sarà trasferimento di energia di pressione in cinetica e lo stadio è detto “*ad azione*”. Viceversa, il solo condotto rotorico convergente è in grado di realizzare l'espansione e di trasferire energia cinetica all'albero, in tal caso lo stadio è

detto “*a reazione*” (figura 2.5b). Uno stadio di turbina aeronautica presenta una fenomenologia intermedia: il salto di pressione viene realizzato sia nello statore che nel rotore. La ripartizione di tale salto prende il nome di grado di reazione di stadio, ed è un fattore rilevante per le performance di una turbina.

Un’altra macro classificazione delle turbine si basa sulla direzione in cui evolve il flusso all’interno della macchina, e cioè in turbine radiali e assiali (figura 2.6). Quest’ultime sono in grado di digerire maggiori portate, e permettono un elevato salto entalpico con maggior efficienza e minori ingombri. Sono perciò più adatte ad applicazioni aeronautiche. Questo grazie alla possibilità di connettere in serie vari stadi garantendo basse distorsioni al fluido motore. Le turbine radiali presentano, solitamente, un solo rotore preceduto e seguito da statori che indirizzano la corrente. Esse sono tendenzialmente centripete, cioè il flusso fuoriesce a una distanza radiale minore rispetto al raggio di accesso.



(a) Turbina centripeta Francis [14]



(b) GE 9X: LPT assiale in evidenza [15]

Figura 2.6: Esempi di turbina radiale e assiale

Per capire quali sono i meccanismi di trasferimento di energia all’interno di una turbomacchina occorre, anzitutto, applicare le equazioni di bilancio a un sistema tipo come in figura 2.7.

La forza tangenziale (e quindi rotatoria) che il fluido trasferisce all’albero si può determinare applicando il bilancio del momento di quantità di moto al sistema in figura. Essendo le pareti fisse, lo scambio avverrà fra il fluido motore e le pale rotoriche solidali all’albero: le componenti di momento angolare che daranno contributo all’albero saranno quelle a esso tangenziali. Infatti, considerando tale sistema e applicando il bilancio di momento angolare in direzione assiale  $x$  fra ingresso e uscita si ottiene:

$$M_x = (\vec{r}_{out} \times \dot{m}_{out} \vec{c}_{out})_x - (\vec{r}_{in} \times \dot{m}_{in} \vec{c}_{in})_x \quad (2.5)$$

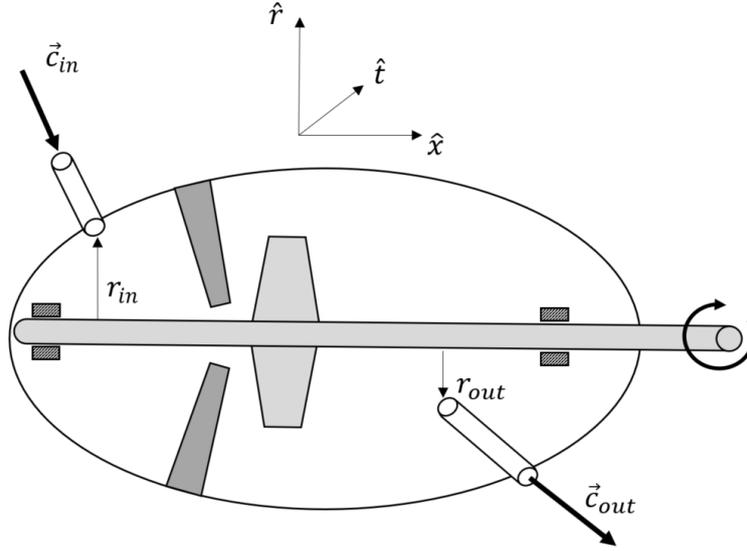


Figura 2.7: Sistema fluido-meccanico in una turbomacchina

con  $M_x$  la coppia all'albero,  $\vec{r}$  il raggio vettore,  $\dot{m}$  la portata e  $\vec{c}$  il vettore velocità:

$$\vec{c} = \begin{Bmatrix} c_x \\ c_t \\ c_r \end{Bmatrix} = c_x \hat{x} + c_t \hat{t} + c_r \hat{r}$$

con  $\hat{x}, \hat{t}, \hat{r}$  rispettivamente i versori in direzione assiale, tangenziale e radiale.

Dal prodotto vettoriale viene fuori che solo la componente tangenziale  $c_t$  è responsabile del momento in direzione assiale, ottenendo così:

$$M_x = (\dot{m}_{out} r_{out} c_{t,out}) - (\dot{m}_{in} r_{in} c_{t,in}) \quad (2.6)$$

Considerando la costanza di portata in ingresso e in uscita (ipotesi non valida in presenza di spillamenti, fughe di fluido, ecc.), e moltiplicando la precedente relazione per la velocità angolare  $\omega$ , si ottiene la potenza meccanica scambiata con l'albero:

$$P = M_x \omega = \dot{m} \omega (r_{out} c_{t,out} - r_{in} c_{t,in}) \quad (2.7)$$

D'altronde il prodotto  $\omega r$  è proprio pari alla velocità di trascinamento  $u$ , cioè la velocità tangenziale. Il lavoro per unità di massa sarà quindi:

$$L_i = \frac{P}{\dot{m}} = \omega (r_{out} c_{t,out} - r_{in} c_{t,in}) = u_{out} c_{t,out} - u_{in} c_{t,in} \quad (2.8)$$

Si considerino i vettori velocità  $\vec{c}$  e  $\vec{u}$ , rispettivamente la velocità assoluta e di trascinamento di una particella come in figura 2.8.

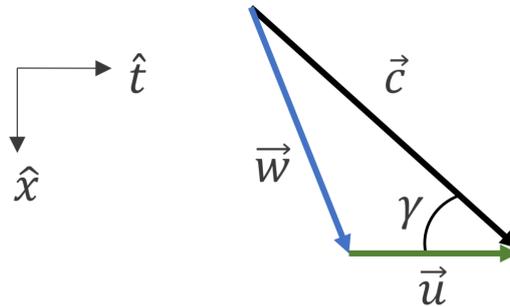


Figura 2.8: Composizione vettoriale dei vettori velocità

Si è indicato con  $\vec{w}$  il vettore velocità relativa della particella rispetto alla pala rotorica:

$$\vec{w} = \vec{c} - \vec{u}$$

D'altra parte il prodotto  $u * c_t$  è il prodotto scalare

$$u * c_t = \vec{u} \cdot \vec{c} = uc \cos \gamma$$

Applicando, quindi, il teorema del coseno (o di Carnot) al triangolo formato dalle componenti di velocità  $\vec{w}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{u}$ , si ottiene:

$$w^2 = c^2 + u^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{c}$$

allora il prodotto  $u * c_t$  è pari a:

$$uc_t = \vec{u} \cdot \vec{c} = uc \cos \gamma = \frac{c^2}{2} + \frac{u^2}{2} - \frac{w^2}{2} \quad (2.9)$$

Il lavoro per unità di massa è quindi riconducibile alle componenti di velocità relative, assolute e di trascinamento attraverso la precedente equazione:

$$L_i = u_{out} c_{t,out} - u_{in} c_{t,in} = \frac{c_{out}^2 - c_{in}^2}{2} + \frac{u_{out}^2 - u_{in}^2}{2} - \frac{w_{out}^2 - w_{in}^2}{2} \quad (2.10)$$

Le composizioni vettoriali fra le componenti di velocità in ingresso e in uscita prendono il nome di *triangolo di velocità* e sono indicativi degli scambi energetici in uno stadio di turbomacchina. Lo scopo di una turbina è estrarre lavoro dal fluido, per cui  $L_i$  sarà negativo. Per realizzare tale estrazione è necessario che il primo contributo sia negativo, vale a dire che la velocità assoluta in uscita  $c_{out}$  sia minore di quella in ingresso  $c_{in}$ . Viceversa uno stadio di compressore fornisce energia al fluido accelerandolo. Tale contributo è detto “di azione”. Il secondo contributo è chiamato *lavoro di trascinamento* ed è figlio della velocità periferica di trascinamento indotto dalla rotazione della pala. Se si vuole incrementare l'estrazione di lavoro è necessario porre  $u_{in} > u_{out}$ , ma essendo  $\omega$

fissato, è necessario che  $r_{in} > r_{out}$ . Ecco spiegata la convenienza di una turbina radiale centripeta. Per contro, un compressore radiale sarà centrifugo. Il terzo e ultimo contributo è il *lavoro di reazione* che dev'essere positivo, per far sì che si abbia assorbimento di energia dal fluido, e cioè  $w_{in} < w_{out}$ . Infatti in un sistema di riferimento solidale al rotore, se il flusso è accelerato nel condotto, si assiste a un'espansione, che altro non è che l'effetto di reazione. Una turbomacchina assiale vedrà il contributo di trascinamento nullo per via della costanza di velocità periferica, e preferirà agire sul grado di reazione per massimizzare lavoro ed efficienza.

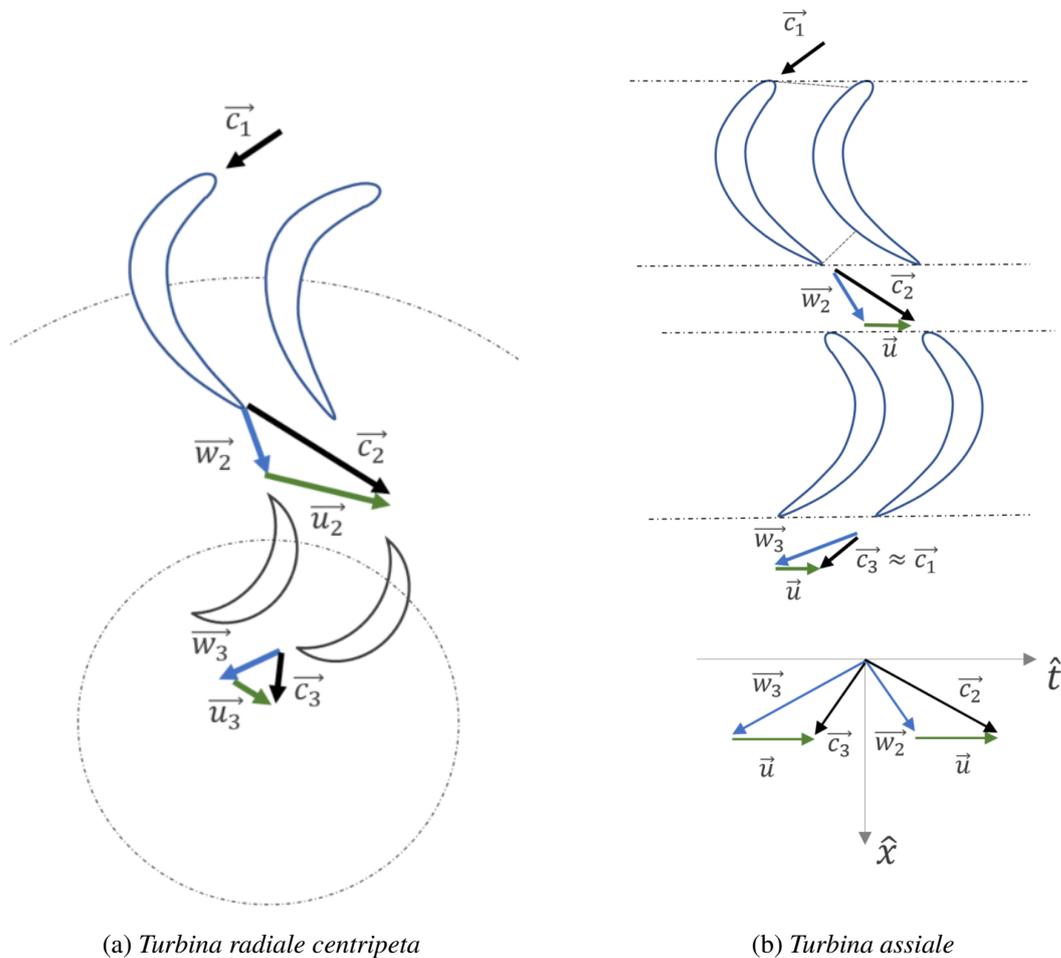


Figura 2.9: Esempi di triangoli di velocità

Osservando i triangoli di velocità di stadio, si possono capire le qualità di una turbomacchina, ad esempio se assorbe o immette lavoro meccanico, se assiale o radiale, il grado di reazione e anche la forma approssimativa dei profili. Per una turbina si è soliti indicare con 1, 2, 3 rispettivamente le condizioni di ingresso statore, uscita statore/ingresso

rotore, uscita rotore. Ad esempio in figura 2.9a risulta  $c_3 < c_2$  (assorbe lavoro di azione),  $u_3 < c_2$  e  $w_3 = w_2$  sarà perciò una turbina centripeta ad azione. Il caso in figura 2.9b rappresenta una turbina assiale con grado di reazione non nullo. In una configurazione simile, dopo il rotore segue lo statore dello stadio successivo, si è perciò soliti far coincidere le condizioni di velocità in uscita al rotore pari a quelle in ingresso della schiera successiva ( $c_3 \simeq c_1$ ).

In una sezione circonferenziale come in figura 2.9b, per stimare il *design* dei profili palari occorre tener conto che un rotore approccia il flusso in un sistema di riferimento relativo rispetto allo statore, perciò in un sistema che si muove di velocità periferica  $u$ , il rotore favorirà il vettore  $w_2$  al bordo d'attacco e il vettore  $w_3$  al bordo d'uscita. Per uno statore vale lo stesso, ma con le rispettive velocità d'ingresso/uscita assolute.

## 2.2.2 Prestazioni di stadio di turbina assiale

Il lavoro “assoluto” assorbito da un rotore di turbina, dall'equazione di bilancio energetico, risulta essere pari a:

$$L_t = u(c_{t,2} - c_{t,3}) = h_2^o - h_3^o = h_1^o - h_3^o \quad (2.11)$$

avendo considerato nulli gli scambi termici nello statore ( $h_1^o = h_2^o$ ). In uno statore le perdite saranno evidenziate da una perdite di pressione totale:

$$\begin{cases} p_1^o = p_1 + \frac{c_1^2}{2} \\ p_2^o = p_2 + \frac{c_2^2}{2} \end{cases} \implies p_2^o < p_1^o \quad (2.12)$$

Se in uno statore si conserva l'entalpia totale, per un rotore posto in un sistema di riferimento relativo che vede velocità  $w$  si conserverà l'entalpia totale nel sistema di riferimento rotante, detta “rotalpia”, vale a dire:

$$h_2^r = h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_3 + \frac{w_3^2}{2} = h_3^r \quad (2.13)$$

e analogamente si può definire una pressione totale nel sistema di riferimento relativo, e le perdite si tramuteranno in una diminuzione di tale grandezza nel rotore:

$$\begin{cases} p_2^r = p_2 + \frac{w_2^2}{2} \\ p_3^r = p_3 + \frac{w_3^2}{2} \end{cases} \implies p_3^r < p_2^r \quad (2.14)$$

Il grado di reazione definisce la ripartizione del delta di entalpia statica nello stadio fra statore e rotore, ed è così definito:

$$R = \frac{\text{Salto di entalpia statica nel rotore}}{\text{Salto di entalpia statica nell'intero stadio}} = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} \quad (2.15)$$

Si osservi in figura 2.10 le differenze nel piano  $h - s$  delle trasformazioni che avvengono in uno stadio di turbina ad azione e uno a reazione.

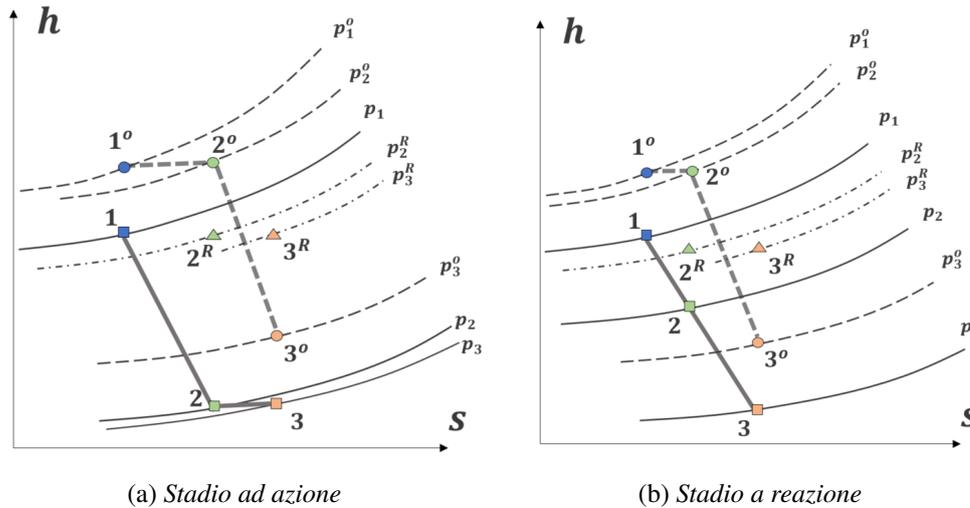


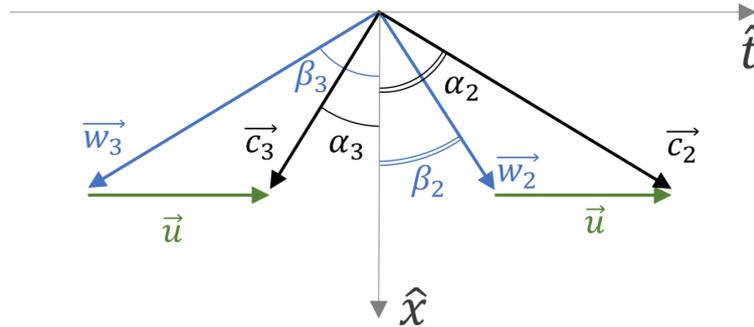
Figura 2.10: Trasformazioni in stadi di turbina

In figura 2.10a il salto di entalpia e pressione statica avviene tutta nello statore (1 – 2), mentre in termini di grandezze totali si possono osservare le perdite  $p_2^0 < p_1^0$ . Nel rotore si conserva la rotalpia, mentre per via delle perdite vale  $p_3^r < p_2^r$  e tale differenza si tramuta in una riduzione di pressione statica: infatti per uno stadio ad azione le velocità relative  $w_2, w_3$  in ingresso/uscita al rotore sono uguali e conseguentemente anche  $h_2 = h_3$  (si veda equazione 2.13) ossia  $R = 0$ . Il trasferimento di lavoro meccanico è quindi pari al salto di entalpia totale al rotore  $2^o - 3^o$ .

In figura 2.10b è presentato il caso di uno stadio con grado di reazione  $0 < R < 1$ . In esso infatti il salto di entalpia e pressione statica è suddiviso fra statore e rotore.

Dalle due figure si può avere un'idea dell'intensità dei vettori velocità  $w$  e  $c$  in gioco. Infatti, la differenza di entalpia totale-statica è pari a  $c^2/2$ , mentre la differenza rotalpia-entalpia statica vale  $w^2/2$ . Dalle due figure si evince così che  $w_2 < c_2, w_3 > c_3, c_1 \simeq c_3$ . Il grado di reazione, così come le prestazioni, sono quindi legate ai triangoli di velocità. Utilizzando la conservazione di rotalpia e di lavoro  $L_t$  si ottiene tale espressione del grado di reazione  $R$ :

$$R = \frac{[(h_3^r - h_2^r) - (w_2^2/2 - w_3^2/2)]}{L_t} = \frac{\frac{1}{2}(w_3^2 - w_2^2)}{u(c_{t,2} - c_{t,3})} \quad (2.16)$$


 Figura 2.11: Triangolo di velocità  $R = 0.5$ 

Si consideri il triangolo di velocità in figura 2.11 e si presti attenzione ai moduli delle velocità relative  $w$ : vale infatti  $|w_3| > |w_2|$  perciò  $R > 0$ . Tuttavia, osservando gli angoli fra i vettori velocità si coglie una relazione fra questi e il grado di reazione. Definiti con  $\alpha$  e  $\beta$  rispettivamente gli angoli compresi fra il vettore velocità assoluta con la direzione assiale e il vettore velocità relativa con la direzione assiale. Si consideri poi tale convenzione:

- positivi gli angoli e i vettori concordi con  $u$ , se a monte del rotore;
- positivi angoli e vettori discordi con  $u$ , se a valle del rotore.

Con tale convenzione si può dimostrare che il grado di reazione è legato agli angoli che si formano in un triangolo di velocità:

$$R = \frac{1}{2} \left[ \frac{c_x}{u} (\tan \beta_3 - \tan \alpha_2) + 1 \right] \quad (2.17)$$

con  $c_x$  la velocità assiale. Da tale relazione si intuisce che per  $\beta_3 = \alpha_2$ , come in figura 2.11, si ottiene un grado  $R = 0.5$ , il triangolo di velocità è quindi simmetrico.

In linea generale uno stadio con  $R = 0$  è in grado di estrarre maggior lavoro e, specialmente per l'*HPT* posta dopo il combustore, ciò permette di abbattere velocemente l'entalpia e la temperatura. Da un altro punto di vista però, un grado di reazione nullo vede un'elevata velocità  $c_2$  in ingresso al rotore. Sebbene l'espansione sia un processo aerodinamicamente più stabile rispetto alla compressione (dove si ha rischio di separazione), il raggiungimento delle condizioni soniche nella sezione di massima strizione porta a bloccaggio di massa e a notevoli perdite, ragion per cui una *LPT* viene progettata dotandola di stadi con grado di reazione non nullo al raggio medio.

Dai triangoli di velocità si può anche determinare il livello di lavoro estratto, infatti il lavoro estratto dallo stadio è pari a:

$$L_t = u(c_{t,2} + c_{t,3}) = u c_x (\tan \alpha_3 + \tan \alpha_2) \quad (2.18)$$

avendo tenuto conto della convenzione di segno utilizzata in precedenza. Da tale espressione si intuisce che per massimizzare il lavoro estratto dallo stadio occorre:

- incrementare la deflessione  $\alpha_3 - \alpha_2$
- incrementare la velocità assiale  $c_x$  (legata alla portata)
- aumentare la velocità di trascinamento  $u$

Per quest'ultimo fattore si può agire sulle dimensioni radiali o sulla velocità di rotazione  $\omega$ . Tuttavia incrementare  $\omega$  per una LPT non è sempre possibile visto e considerato che il fan (a cui è calettato l'albero di bassa pressione) ha dei limiti di velocità. Si può pensare di agire sulle deflessioni, tuttavia elevate deflessioni possono portare a inefficienze e incrementi di perdite. Il lavoro estraibile dal singolo stadio è perciò limitato, e si rende necessario l'utilizzo di più stadi in serie per estrarre la potenza richiesta al compressore. In definitiva le turbine aeronautiche hanno più stadi in configurazione anulare, in quanto permette di avere elevati raggi e portate (incremento di  $c_x$ ) e di ridurre il peso.

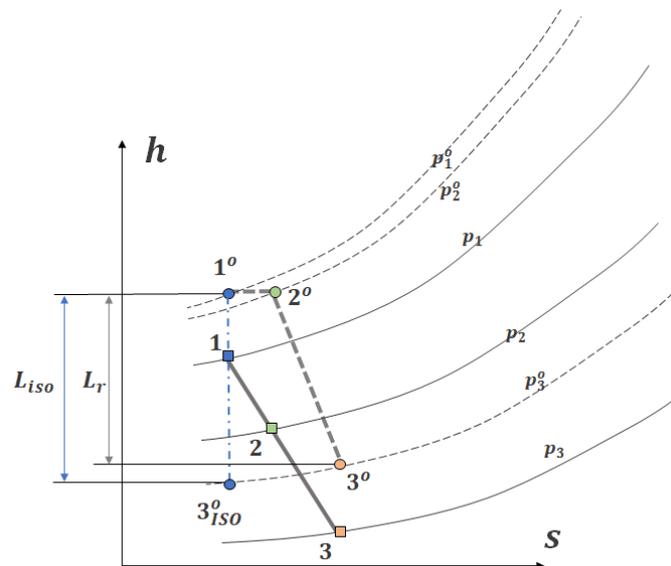


Figura 2.12: Trasformazione reale/ideale

Si consideri l'espansione in uno stadio nel piano h-s come in figura 2.12 . Si può identificare una lavoro di turbina isoentropico e un lavoro reale in cui sono presenti gli effetti delle perdite. Per tener conto delle perdite di stadio si introduce un rendimento detto *total-to-total* così definito:

$$\eta_{TT} = \frac{L_r}{L_{iso}} = \frac{h_1^o - h_3^o}{h_1^o - h_{3,iso}^o} \quad (2.19)$$

Si è soliti riferirsi a grandezze totali perchè in uno stadio di turbina assiale l'energia cinetica all'uscita del rotore non è persa in quanto può essere recuperata nello stadio successivo o, nel caso dell'ultimo stadio, nell'ugello di scarico. Ma quali sono le fonti di perdita per una turbina?

## 2.3 Fonti di perdita di una turbina

Per valutare l'entità delle perdite in una turbina occorre, anzitutto, classificare e comprendere le varie fenomenologie aerodinamiche che si innescano nella macchina. Distinguere e quantificare gli effetti di perdita permette di effettuare scelte oculute in chiave di ottimizzazione.

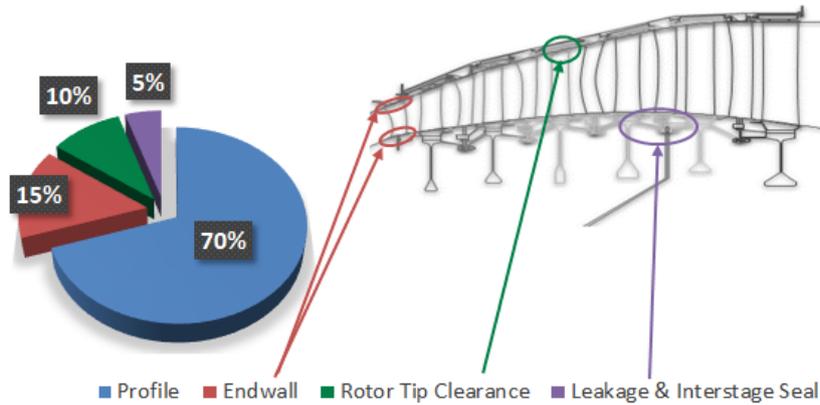


Figura 2.13: Stima delle perdite in una turbina di bassa pressione e localizzazione

In figura 2.13 sono rappresentate le principali cause di perdite in turbina e una stima del loro impatto nell'efficienza globale. Tale stima è frutto della continua ricerca condotta in *AvioAero - a GE Aviation business* nell'ambito dell'ottimizzazione di turbine. Dalla rappresentazione si può cogliere la rilevanza delle cosiddette *perdite di profilo*: esse rappresentano quasi il 70% delle inefficienze. Quest'ultime perdite sono originate dagli effetti viscosi del fluido e dipendono dall'evoluzione dello strato limite sui profili palari.

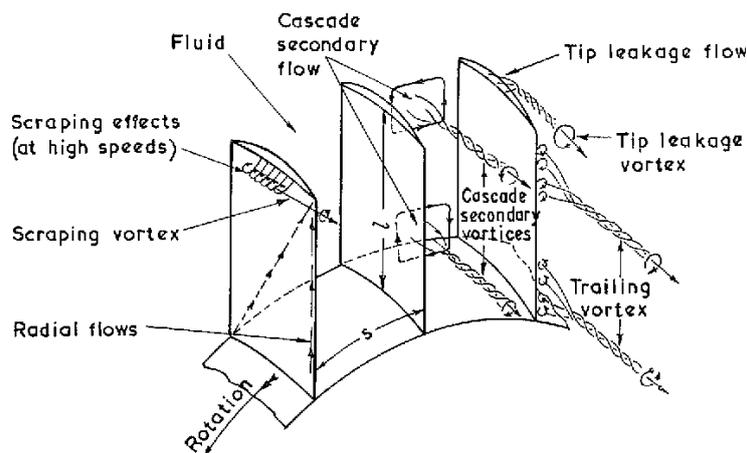


Figura 2.14: Fenomenologia aerodinamica tipo in schiera di turbina [16]

Tuttavia la fenomenologia aerodinamica è molto più complessa, e distinguere gli effetti di un meccanismo piuttosto che un altro non è affatto semplice (si osservi la figura 2.14). Qui sono illustrati i meccanismi vorticosi e gli effetti di perdita che avvengono in schiere di pale anulari. Gli effetti sono molteplici: oltre alle perdite di profilo, si possono individuare perdite legate ai vortici secondari, alle estremità libere delle pale ed effetti legati all'incidenza. Infine, sono da tenere in considerazione gli effetti di perdite di fluido interpale e dei flussi secondari. Nei seguenti paragrafi saranno illustrate le seguenti fenomenologie.

### 2.3.1 Perdite di profilo

Le perdite di profilo sono originate principalmente dal disegno bidimensionale delle pale, ovvero il profilo. Esse si manifestano in virtù della viscosità del fluido: l'interazione fra flusso e corpo è il principio dello strato limite all'interno del quale si manifestano le inefficienze aerodinamiche.

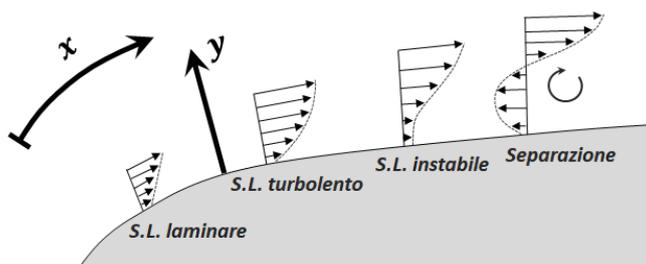


Figura 2.15: Evoluzione dello strato limite e separazione

Un primo effetto dello strato limite è lo sforzo d'attrito a parete che, a seguito del gradiente di velocità a parete, fa sì che si manifestino perdite di quantità di moto e incrementi di entropia. L'evoluzione dello strato limite fa sì che esso cresca lungo il profilo, questo per via della viscosità agente su porzioni di fluido maggiori, e la conseguente riduzione dell'area di passaggio del flusso. In definitiva si può affermare che le inefficienze aerodinamiche sono proporzionali allo spessore di strato limite.

Un secondo effetto della viscosità del fluido è la genesi di separazioni di strato limite: in presenza di gradienti di pressione avversi alla direzione principale della corrente, si possono innescare ricircoli che causano il distacco e l'inversione dello strato limite. Tale fenomenologia è intimamente instazionaria ed è fonte di incrementi di entropia, si osservi infatti l'equazione di Crocco:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{V} = T \nabla s - \nabla h^o \quad (2.20)$$

Se si assume costante l'entalpia totale nello strato limite, cioè  $\nabla h^o = 0$ , allora l'instazionarietà e la vorticità saranno responsabili dei gradienti di entropia e conseguenti inefficienze.

Per analizzare e comprendere l'evoluzione della corrente, e quindi le perdite di profilo, è comodo utilizzare la distribuzione di Mach isoentropico lungo i profili palari, equivalente alla distribuzione di  $c_p$  per problemi di aerodinamica esterna:

$$M_{iso} = \left\{ \frac{2}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{p^0}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \right\}^{1/2} \quad (2.21)$$

Essa rappresenta il valore che il Mach assumerebbe in un punto in assenza di viscosità, ed è perciò correlabile al campo di pressione: a un incremento del Mach isoentropico in direzione assiale si ha accelerazione e riduzione di pressione, in altre parole stabilità di strato limite; viceversa a una riduzione del Mach isoentropico si avrebbe un gradiente di pressione positivo, avverso alla corrente, e possibili separazioni.

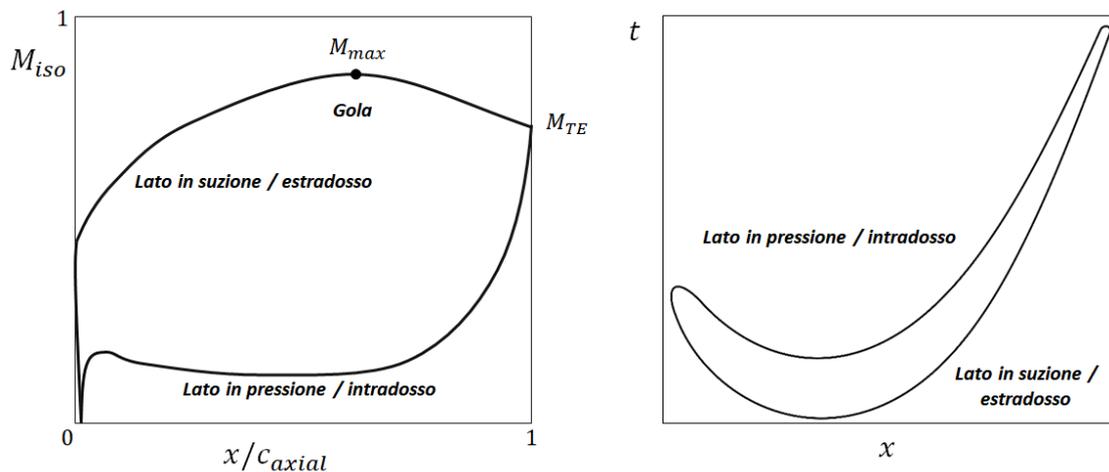


Figura 2.16: Distribuzione di Mach isoentropico tipica di palette di LPT

In figura 2.16 è riportata una distribuzione del Mach isoentropico tipica di un profilo di turbina di bassa pressione. L'intradosso della pala ha un'andamento con crescita regolare con livelli di Mach relativamente bassi, e quindi pressioni rilevanti, viene infatti chiamato *lato in pressione* (o *pressure side*). Il flusso, poi, si appropria al bordo di fuga con rapida accelerazione. L'estradosso della pala, invece, vede da subito una consistente accelerazione ed espansione, ragion per cui viene chiamato lato di suzione (o *suction side*). Quindi, una volta raggiunta la gola del canale (sezione minima di passaggio in cui si raggiunge la massima espansione), il flusso non espande più e vede un incremento di pressione fino al bordo d'uscita: il processo di diffusione è fonte di crescita per lo strato limite e di inefficienza. Inoltre, essendo le perdite di pressione proporzionali al quadrato della velocità, si

comprende l'impatto della diffusione sulla *suction side*.

Al bordo di fuga avvengono poi separazioni e ricircoli che impattano in maniera preponderante sulle perdite generando una scia vorticoso a valle con rilevante dissipazione energetica. E' infatti uno dei contributi principali delle perdite di profilo.

La diffusione oltre la gola è, perciò, da limitare e controllare in fase di progetto. Si definisce così un parametro atto a valutare la sua intensità, il *Fattore di Diffusione* o *Diffusion Factor*  $DF$ , funzione del Mach massimo e del Mach isoentropico al bordo di fuga  $M_{TE}$ :

$$DF = \frac{M_{max} - M_{TE}}{M_{TE}} \quad (2.22)$$

Più è elevato il valore del  $DF$  più intensi saranno i gradienti avversi. Tuttavia, l'estensione della zona di decelerazione impatta sulla fenomenologia: in una zona meno estesa, e a parità di fattore di diffusione  $DF$ , il gradiente avverso sarà più intenso. Per tener conto, allora, della lunghezza di diffusione si introduce il *Rateo di Diffusione* o *Diffusion Rate*  $DR$ , così definito:

$$DR = \frac{x_{suction}}{x_{suction} - x_{M_{max}}} * DF \quad (2.23)$$

con  $x_{suction}$  la lunghezza del lato in suzione e con  $x_{M_{max}}$  l'estensione dal bordo d'attacco fino alla gola, dove si raggiunge il picco del Mach isoentropico.

Le perdite sono perciò funzione della fenomenologia dello strato limite, ma anche dalle dimensioni e in particolar modo della superficie lambita dal flusso  $S_w$ , o superficie bagnata. Pertanto, è convenevole ridurre le dimensioni delle pale, e dei profili, e il numero di pale stesse. Un parametro di progetto utile a definire le dimensioni e il numero di pale è la *solidità*, definita come il rapporto fra la corda assiale e il passo (*pitch*), ovvero sia la distanza fra le pale in direzione tangenziale.

$$\sigma = \frac{c_x}{p} \quad (2.24)$$

Il passo è intimamente legato al numero di pale della schiera, ed è pari a:

$$p = \frac{2\pi R}{N_b} \quad (2.25)$$

con  $R$  il raggio medio della schiera,  $N_b$  il numero di pale. Una solidità più elevata permette di guidare meglio il flusso e realizzare le deflessioni volute, si avrebbero infatti schiere di palette fitte e ravvicinate. L'aumento di  $\sigma$  si può realizzare incrementando o il numero di palette  $N_b$ , o la corda assiale  $c_x$ . Tuttavia, entrambe le soluzioni portano a una crescita della superficie bagnata, occorre perciò trovare un ottimo compromesso tenendo conto dell'impatto che avrebbe una maggiorazione del numero di palette in termini di peso, costi e sforzi meccanici. Proprio quest'ultimi sono legati alle forze aerodinamiche che agiscono sul profilo, detto *carico palare*, proporzionale alla differenza di pressione media fra estradosso e intradosso, in altre parole l'area compresa fra *suction side* e *pressure side*

in una distribuzione di Mach.

In figura 2.17 è riportato l'effetto sul carico a seguito della variazione di solidità, a parità di salto entalpico: si ha così un alleviamento degli sforzi meccanici.

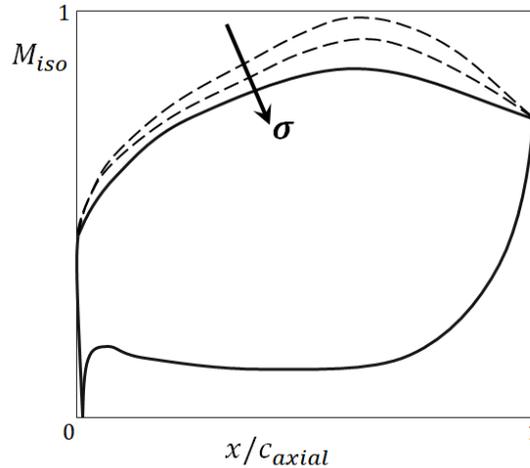


Figura 2.17: Effetto principale della solidità sulla distribuzione di Mach isoentropico

Ritornando alla fenomenologia delle perdite di profilo, un incremento di solidità porta a ridurre gli effetti diffusivi sull'estradosso, a patto però di aumentare corda e/o passo e superficie bagnata. E' allora necessario trovare un ottimo compromesso tra superficie bagnata complessiva e il carico palare.

Una metodologia di riferimento per ottimizzare i livelli di carico in turbina è stata introdotta da Zweifel [17], che ha definito un parametro adimensionale, il numero di Zweifel, per valutare l'impatto relativo fra la forza tangenziale reale e ideale agente su una schiera di turbina:

$$Zw = \frac{F_{t, \text{reale}}}{F_{t, \text{ideale}}} \quad (2.26)$$

La forza ideale è quella che si avrebbe in caso di trasformazione ideale: intradosso a pressione costante pari alla pressione totale, estradosso a pressione costante con suzione. Per un caso incomprimibile il numero di Zweifel si dimostra essere così legato alle grandezze caratteristiche:

$$Zw = \frac{2}{\sigma} (\cos \alpha_2)^2 (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \quad (2.27)$$

Zweifel, a seguito di risultati sperimentali [17], suggerisce un valore di  $Zw = 0.8$  come ottimo di progetto: una volta progettati i triangoli di velocità, si determina la solidità tale da realizzare un buon compromesso fra superficie bagnata, carico palare e numero di palette per schiera.

Al giorno d'oggi l'avanzamento tecnologico e la ricerca hanno portato ad avere palette maggiormente caricate e a numeri di Zweifel oltre l'unità. Per far ciò, oltre ai già ampiamenti citati parametri di passo e numero di pale, si può agire sui triangoli di velocità

realizzando una maggiore deflessione nello statore con elevata velocità  $c_2$ , sebbene si incorra in ulteriori limitazioni: in gola, infatti, si potrà al più raggiungere le condizioni soniche con conseguente bloccaggio della portata e possibilità di urti, fortemente dissipativi. In linea generale, in una turbina di bassa pressione si cerca di rimanere nel campo subsonico, tuttavia è doveroso inserire tale fonte di dissipazione fra le perdite di profilo.

Per riassumere le caratteristiche delle perdite di profilo, si userà la scomposizione proposta da Denton [8] in tre macro componenti:

- perdite legate allo strato limite, legate al regime, alla transizione (e al numero di Reynolds), a separazione;
- perdite legate al bordo di fuga e alla scia;
- perdite legate agli effetti del numero di Mach.

In generale le perdite di profilo dipendono dall'evoluzione del flusso, è perciò doveroso evidenziare che il bordo d'attacco è responsabile dell'inizio di tale evoluzione. Una forma "piatta", senza spessore, realizzerebbe un ingresso dolce e un'evoluzione regolare anche sulle distribuzioni di Mach isoentropico. Malgrado ciò, la realtà impone spessori non nulli e bordi raccordati per motivi di realizzabilità e di resistenza meccanica, che porta così il profilo a realizzare arresti della corrente, separazioni e/o transizioni anticipate. In ottica ottimizzazione, il bordo d'attacco avrà così un certo rilievo sulle perdite di profilo e sul loro impatto relativo stimato al 70% sulle perdite totali. Il bordo d'attacco, però, interagisce con la corrente in ingresso in modi non sempre fissati, la cui direzione è determinante sia per la forma del bordo d'attacco stesso sia per le perdite. Per tener conto dell'impatto della variazione dell'angolo in ingresso, è comodo confinare tali effetti in *perdite per incidenza*.

### 2.3.2 Perdite d'incidenza

Fra le perdite per incidenza sono inserite le inefficienze aerodinamiche generate da un diverso angolo d'ingresso rispetto a quello previsto. In fase di progetto, una volta stabiliti i triangoli di velocità, la pala e il relativo bordo d'attacco vengono disegnati in modo da allinearsi alla direzione d'ingresso prevista. Tuttavia, gli scenari operativi possono essere piuttosto differenti da quelli di progetto e portare la schiera a lavorare con flussi orientati in maniera più o meno differente. In figura 2.18 si colgono gli effetti dell'incremento di incidenza: il punto d'arresto tenderà a spostarsi dalla posizione  $x = 0$ , generando distorsioni nella distribuzione di Mach isoentropico. Tali irregolarità sono frutto di separazioni e ricircoli nello strato limite, ed evidenziano perciò fenomeni dissipativi. Sull'estradosso, poi, si possono avere decelerazioni causate da bolle di ricircolo con conseguente riattacco della vena fluida (l'espansione tende a stabilizzare lo strato limite). In linea generale, variazioni d'incidenza negative sono meno dissipative delle controparti: infatti la corrente deve accelerare e diffondere sul lato in pressione, ma qui le velocità sono meno importanti con conseguente minor impatto sulle perdite.

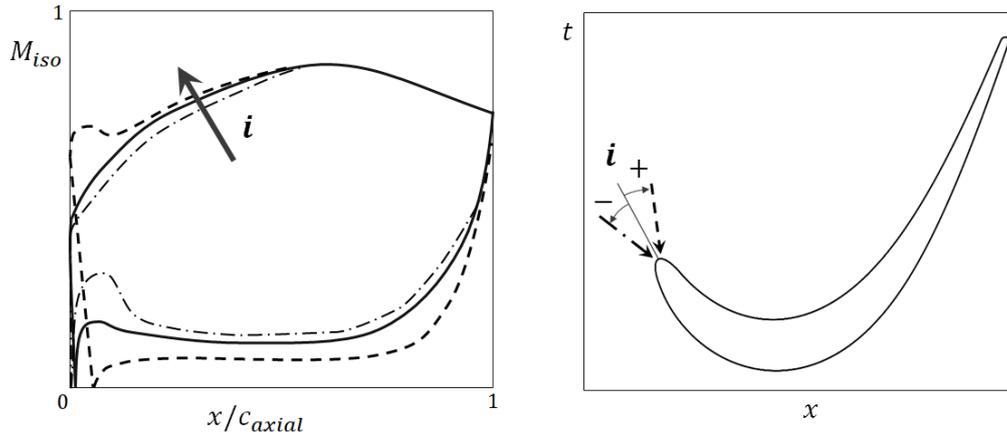


Figura 2.18: Effetto dell'angolo d'ingresso sulla distribuzione di Mach isoentropico

Il bordo d'attacco è perciò determinante per garantire prestazioni robuste anche in caso di condizioni operative differenti da quelle di progetto. In particolar modo lo spessore e la disposizione angolare del *leading edge* sono fattori chiave per la robustezza: una forma piatta e sottile sarebbe estremamente sensibile a funzionamenti fuori-progetto, generando separazioni consistenti sull'intradosso; viceversa un profilo tozzo e arrotondato tende a limitare le perdite di incidenza.

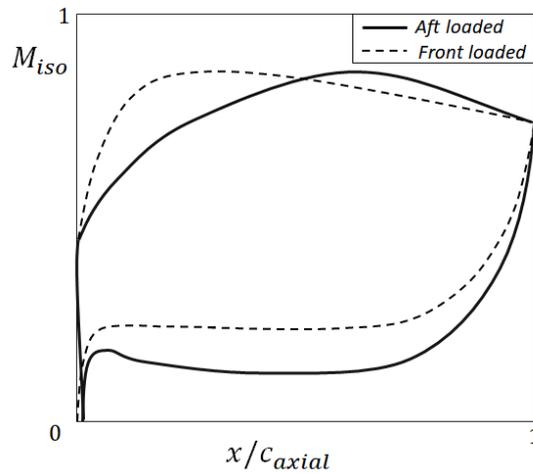


Figura 2.19: Distribuzione del carico ed evoluzione del Mach isoentropico

Altro criterio di progetto che risente delle perdite di incidenza è la distribuzione del carico. In figura 2.19 si possono osservare due differenti distribuzioni di Mach isoentropico. I profili *Front Loaded* tendono ad avere una rapida accelerazione, in tal modo il carico agisce "frontalmente", a ridosso del bordo d'attacco. Tali profili, però, sono piuttosto

sensibili alle condizioni *off-design*: una variazione dell'incidenza causa un più consistente cambiamento nel carico, con conseguenti perdite per incidenza. Le schiere di turbina adibite alla produzione di energia elettrica sono solite avere una tale disposizione, dal momento che "lavorano" a regimi di rotazione e funzionamento costante. Una turbina aeronautica, per contro, lavorerà spesso e volentieri in condizioni operative differenti da quelle disegnate, preferirà perciò una redistribuzione del carico arretrata, detta *Aft Loaded*, in modo da limitare gli effetti del disallineamento del flusso in ingresso e ridurre la sensibilità.

### 2.3.3 Perdite secondarie

Il campo di moto in un canale interpalare è fortemente tridimensionale, ciò è dovuto sia alla presenza di strato limite sulle pareti inferiori e superiori che confinano il condotto anulare della schiera, sia all'interazione delle molteplici strutture vorticosi. Ciò innesca i cosiddetti "moti secondari" a cui sono associate le perdite secondarie, il cui ammontare può raggiungere il 15% delle perdite complessive. Le maggiori strutture vorticosi secondarie sono il *vortice a staffa* e il *vortice di passaggio*. In seguito sarà spiegata la genesi e l'evoluzione di tali strutture.

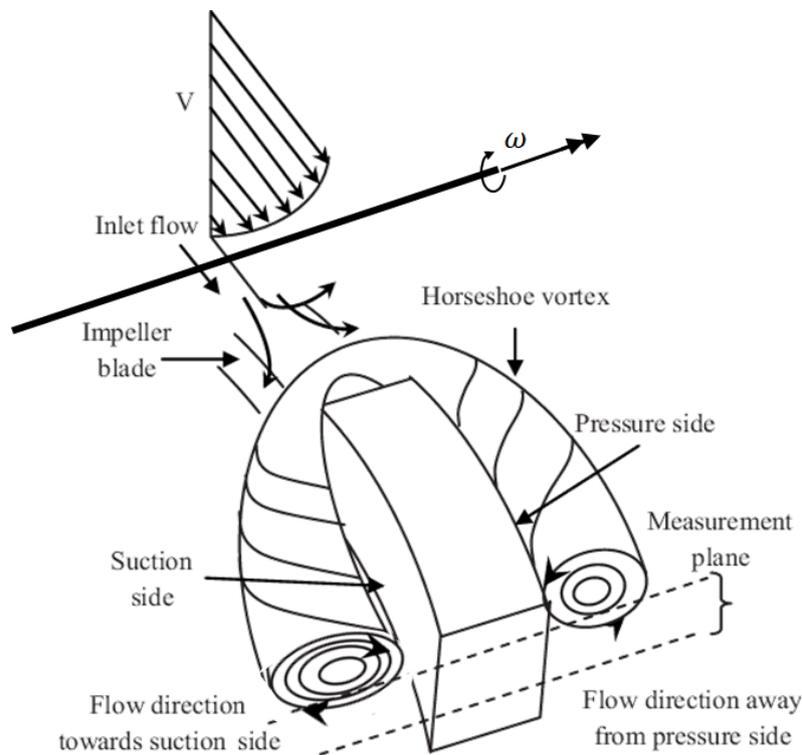


Figura 2.20: Strato limite e origine dell'*Horseshoe vortex* [18]

La viscosità del flusso da origine alle estremità del condotto in turbina a strato limite, ancor prima che esso imbocchi direttamente la schiera. L'interazione fra la pala e lo strato limite tridimensionale fa sì che si origini il cosiddetto vortice a staffa, meglio noto come *Horse-Shoe Vortex*. Allo strato limite si può associare un filetto vorticoso disposto in direzione tangenziale, con intensità proporzionale al gradiente di velocità. Secondo le teorie classiche, quando esso impatta sul bordo d'attacco della pala viene stirato dalla corrente su entrambi i lati costituendo una forma a staffa di cavallo, da cui il nome. Le due strutture vorticosi saranno perciò contro rotanti. Il bordo d'attacco è quindi la zona di principio dei due rami vorticosi. Il filamento vorticoso dal lato in pressione, oltre a essere stirato (con conseguente riduzione d'intensità di vorticità), è trasportato verso l'estradosso della pala adiacente per via del gradiente di pressione fra i due lati, andando a incontrare il ramo vorticoso del lato in suzione.

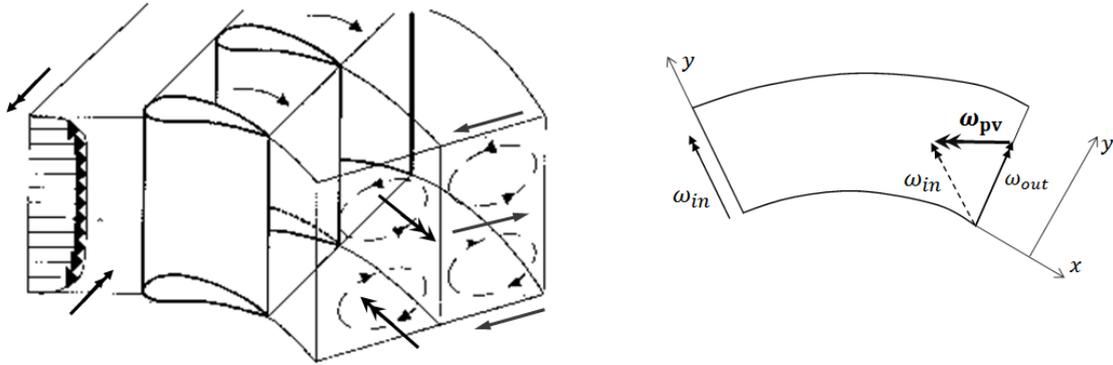


Figura 2.21: Genesi del vortice di passaggio [19]

Accanto a tale fenomenologia entra in gioco il *vortice di passaggio*. Si consideri un vettore vorticità in ingresso orientato in direzione  $y$  come in figura 2.21, originato dallo strato limite d'estremità. Esso viene deflesso all'interno del canale, e a seguito della stessa deflessione, si origina una vorticità disposta in direzione assiale per garantire la conservazione del momento angolare. La struttura vorticoso così generata è il vortice di passaggio. I versi delle vorticità di strato limite superiore e inferiori sono opposti, con conseguenti filamenti vorticosi opposti alle due estremità. Se ne osservi la conseguenza all'interno del canale: il moto indotto è diretto dalla *pressure* alla *suction side* in corrispondenza degli estremi, con direttività favorevole alla deviazione, si ha così una sovra-deflessione (*overturning*); in prossimità della mezzera, invece, i due moti vorticosi si combinano causando la sotto-deflessione (*underturning*) rispetto all'angolo di uscita medio.

L'interazione del vortice di passaggio con l'*horseshoe vortex* da origine a una struttura vorticoso tridimensionale complessa (figura 2.22). Il primo si origina e si combina, durante la deflessione, al ramo co-rotante del vortice a staffa (lato in pressione). Quindi si combinano in una struttura che cresce in intensità (a seguito della crescente deflessione) e che migra verso la pala adiacente: qui si unisce al ramo contro-rotante *suction side* che ne riduce l'intensità complessiva.

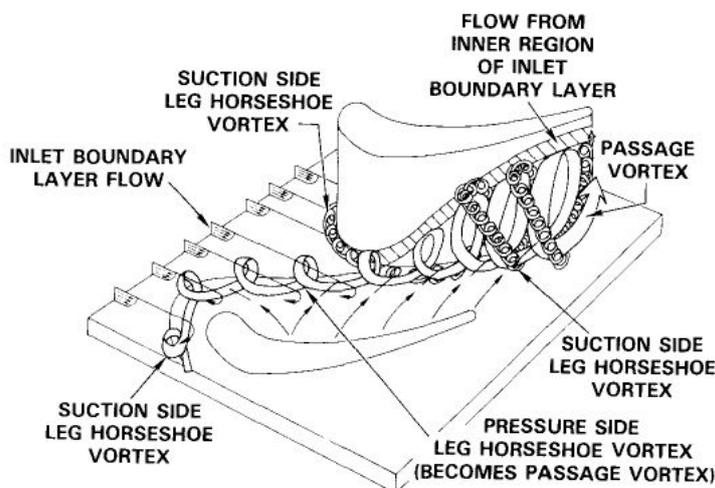


Figura 2.22: Interazione dei vortici secondari [20]

I moti secondari indotti dalle strutture vorticosi hanno conseguenze negative sulle prestazioni in turbina. Se da una parte si ha una dissipazione energetica, dall'altra si ha variazione di orientamento della corrente in uscita rispetto a quello principale, con conseguente riduzione di lavoro estraibile e disuniformità nei pressi degli *endwall*. La ricerca per ridurre tali inefficienze ha portato le aziende a sviluppare nuove tecnologie e soluzioni, come ad esempio l'*endwall contouring*. Tale tecnologia si basa sul *design* delle superfici d'estremità con lo scopo di indebolire e frenare il vortice di passaggio. Altre soluzioni più invasive vedono, invece, l'inserimento di piccole palettature al fine di bloccare il sistema vorticoso da *suction* a *pressure side*.

### 2.3.4 Perdite di trafilemento ai rotori

Un'altra importante fonte di perdita sono le inefficienze da trafilemento ai rotori, meglio noti come *rotor tip clearance*. Esse sono dovute al gioco presente fra l'estremità del rotore e il *case*, necessario a garantire il moto rotatorio. Attraverso tale "vuoto" si innescano essenzialmente due moti: il più oneroso è quello in direzione assiale, il secondo è quello in direzione tangenziale

I trafilementi in direzione assiale sono maggiormente dissipativi, in quanto il flusso aggira la pala non partecipando alla fornitura di energia meccanica. In figura 2.23, alla sinistra, si può osservare il cammino di una linea di corrente all'estremità: il flusso, richiamato dalla più bassa pressione, aggira il rotore e quindi separa, generando ulteriori moti vorticosi secondari. E' da evidenziare il fatto che tale porzione di flusso non sia stato deflesso dal canale rotorico, conseguentemente induce una distorsione della direzione in ingresso alla schiera successiva. Inoltre, è dotato di maggior energia cinetica e interna (in caso di grado di reazione non nullo), che si andranno a miscelare con le condizioni medie all'uscita.

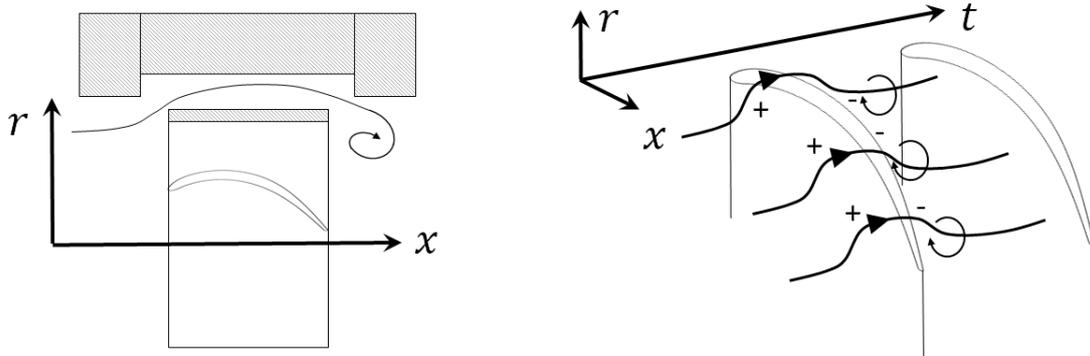
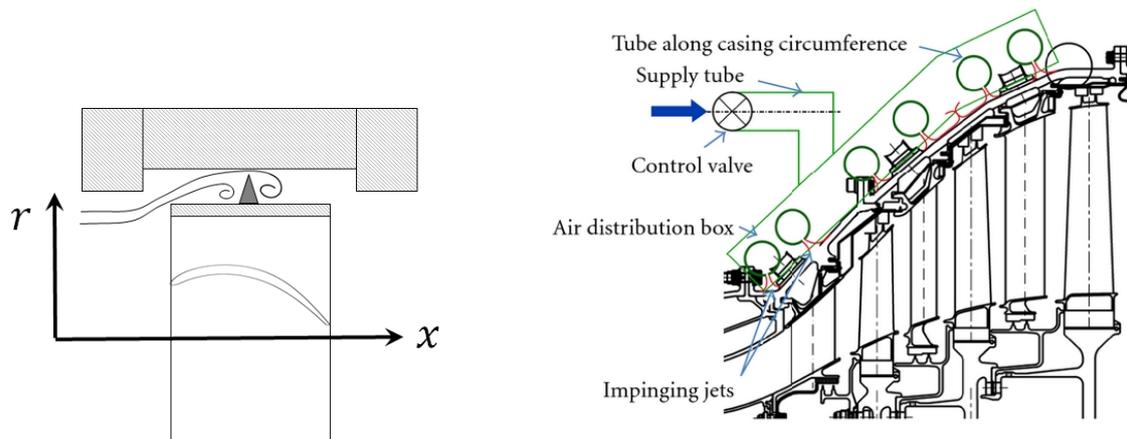


Figura 2.23: Perdite per trafilamento: moti secondari assiale e tangenziale

Il secondo moto che si origina in seguito alle *rotor tip clearance* è quello in direzione tangenziale, in cui il flusso migra dal lato in pressione alla contro parte in suzione. Anche in questo caso si originano moti vorticosi e relative dispersioni energetiche, comunque meno gravose delle prime. Una strategia utile ad arginare tali fenomeni è la realizzazione di un "tetto", al di sopra della pala, in grado di limitare i suddetti moti. In figura 2.24a è presentata la soluzione *shrouded* di una pala.



(a) Controllo passivo delle clearance: tecnologia shroud

(b) Controllo attivo delle clearance: ACC [21]

Figura 2.24: Sistemi di controllo delle perdite per trafilamento

Oltre a metodologie passive, la necessità di ridurre tali perdite, specialmente per le turbine di alta pressione, ha portato allo sviluppo di tecnologie attive. L'ACC, *Active Control Clearance*, è il sistema che permette di variare la distanza radiale fra *case* e rotore controllando direttamente la temperatura del *case* e la rispettiva dilatazione termica. L'ACC è composto da valvole e tubazioni in cui è convogliata aria alla temperatura voluta, in modo da limitare i trafiletti ma, permettendo il moto del rotore.

### 2.3.5 Perdite per flussi secondari

Il sistema d'aria secondario, meglio noto come *secondary air system*, è il sistema che permette di adempiere a varie funzioni:

- raffreddare i dischi in turbina;
- alimentare l'ACC;
- raffreddare e lubrificare cuscinetti e ingranamenti, interagendo con il sistema olio
- raffreddare le pale di turbina HPT.

La sua operatività è vitale per il corretto funzionamento del motore e per la sua longevità. Tuttavia, come illustrato in figura 2.25, esso interagisce con il percorso principale nel motore causando perdite non trascurabili.

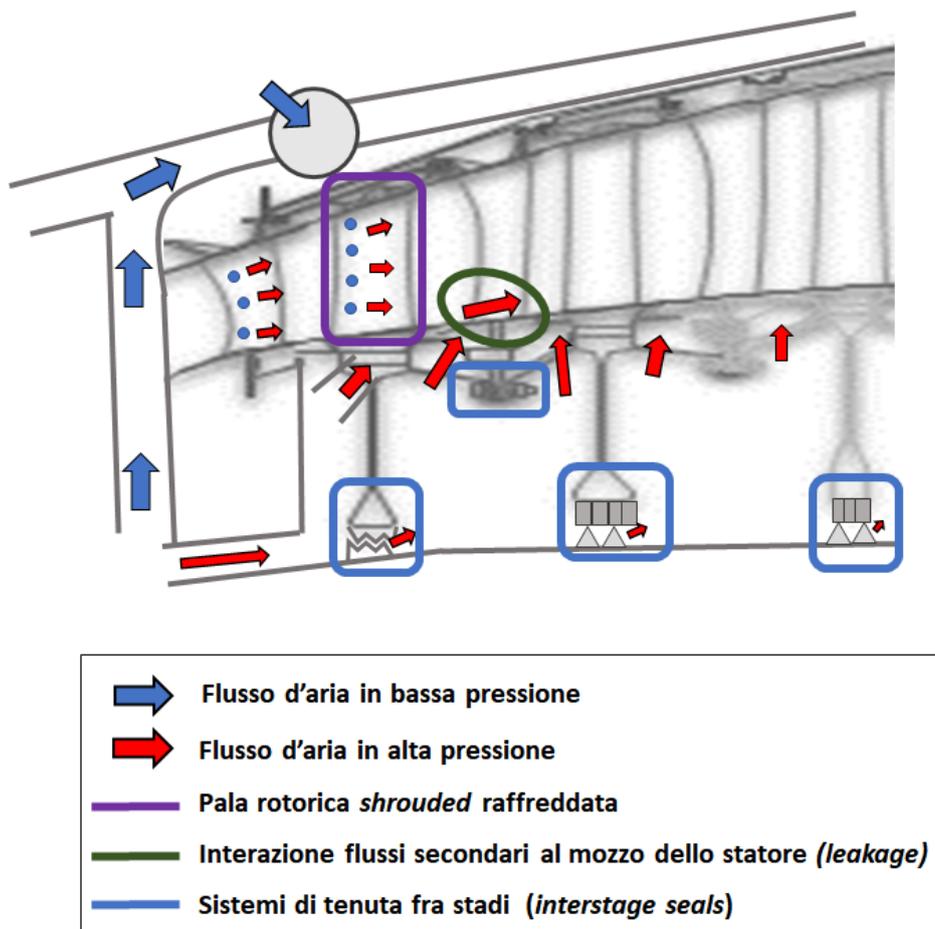


Figura 2.25: Perdite causate dal sistema secondario dei flussi d'aria

Tali portate d'aria sono "spillate" dal compressore, è perciò un flusso freddo ad alta pressione, che è guidato alle varie utenze per adempiere ai relativi scopi. Se ne il passaggio attraverso nello stadio di turbina HPT per mezzo di "forellini" praticati sulla palettatura. L'alta pressione è il motore del sistema secondario, sebbene questa faccia in modo che i flussi si incanalino fra i "vuoti" presenti fra i dischi di stadi successivi, e fra i giochi rotore-statore-rotore del *flowpath*. L'interazione con il flusso principale è da evitare, poiché induce perdite di qualità del flusso (ingresso d'aria fredda) e per via della distorsione aerodinamica della corrente, tutte racchiuse nelle cosiddette perdite per *leakage*.

Per limitarne l'entità, si utilizzano dei sistemi di tenuta fra i dischi rotorici (*interstage seals*). E' da osservare che le due controparti delle tenute sono in moto relativo fra loro: in figura 2.25 il componente con campitura è connesso ai dischi, l'altro senza è invece solidale allo statore e al *case*. Saranno perciò presenti dei giochi anche in tali sistemi di contenimento, ma che permettono di portare al 5% l'influenza delle perdite secondarie sulle inefficienze totali.

## 2.4 Indici prestazionali

Per gli scopi della ricerca è opportuno effettuare una rigorosa analisi delle perdite di profilo. A tal scopo, sarebbe opportuno valutare la generazione di entropia subita dal flusso a cavallo della schiera in oggetto, evidenziando gli effetti introdotti dal bordo d'attacco. Tuttavia il calcolo del rateo di generazione entropica non è di facile attuazione.

$$T^0 \frac{ds}{dt} = \frac{dh^0}{dt} - \frac{1}{\rho^0} \frac{dp^0}{dt} \quad (2.28)$$

con le derivate sostanziali di entalpia e pressione totale così ricavabili:

$$\begin{cases} \frac{dh^0}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \kappa \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial x_i} - \bar{u}'_i h^{0'} \right] + \nu \left( \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j} \\ \frac{dp^0}{dt} = \rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j} - \rho \nu \left( \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j} \right)^2 + \rho \nu \frac{\partial^2 K}{\partial x_j^2} - \frac{\partial (\bar{u}'_i \bar{u}'_i \bar{u}'_j)}{\partial x_j} \end{cases}$$

Come si può osservare dalla precedente equazione, il rateo di generazione entropica  $\frac{ds}{dt}$  è ricavato a partire da altre grandezze del flusso, molte delle quali non sempre affidabilmente valutabili. Tale aspetto ha limitato l'utilizzo dell'entropia, portando i progettisti a preferire approcci meno rigorosi con l'utilizzo di opportuni coefficienti di perdite [8]. Un indice prestazionale solitamente usato in fase di progetto sono le perdite di energia cinetica:

$$\xi = \frac{h_2^0 - h_2}{h_2^0 - h_{2,iso}} = 1 - \frac{V_2^2}{V_{2,iso}^2} \quad (2.29)$$

Considerando un flusso adiabatico che attraversa una schiera statorica, si può approssimare il salto entropico alla riduzione di pressione totale:

$$\Delta s = -R \ln \left( \frac{p_2^0}{p_1^0} \right) \approx -R \frac{\Delta p^0}{p^0} \quad (2.30)$$

Da ciò scaturisce l'introduzione di due coefficienti di perdita spesso utilizzati:

$$Y = \frac{\Delta p^0}{q_2} = \frac{p_1^0 - p_2^0}{p_2^0 - p_2} \quad (2.31)$$

$$Y_S = \frac{\Delta p^0}{q_{2,iso}} = \frac{p_1^0 - p_2^0}{p_1^0 - p_2} \quad (2.32)$$

La differenza fra i due coefficienti risiede nel termine utilizzato per adimensionare la perdita di pressione totale: in  $Y$  la pressione dinamica e in  $Y_S$  la pressione dinamica isoentropica all'uscita. Per la ricerca condotta, si è scelto il coefficiente  $Y_S$  come parametro indicativo delle inefficienze aerodinamiche.

Come già illustrato nel paragrafo 2.3.1, le perdite di profilo sono intimamente legate alla distribuzione di pressione o di Mach isoentropico.

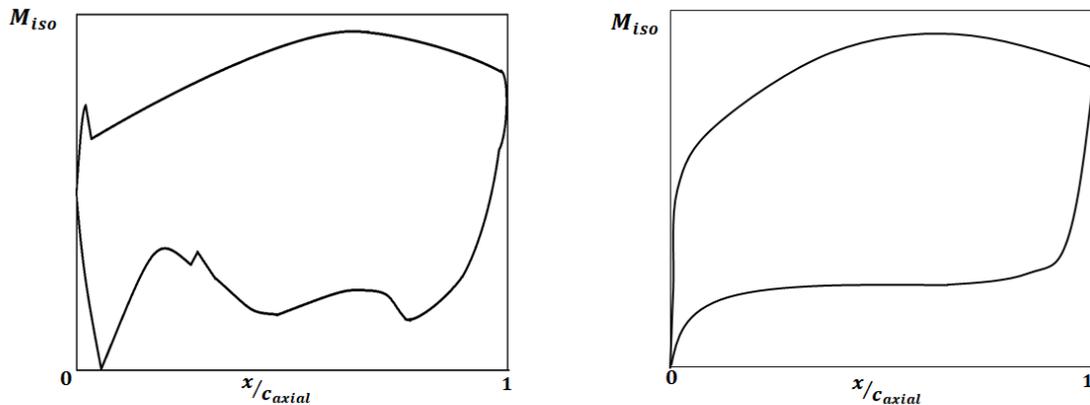


Figura 2.26: Confronto fra distribuzioni di Mach isoentropico su un profilo palare

Nella precedente figura sono rappresentate due configurazioni a confronto: le irregolarità presenti nella distribuzione a sinistra sono riconducibili a presenze di bolle di ricircolo, fenomeni di separazione e riattacco della vena fluida. Allo scopo di quantificare e classificare l'entità di tali discontinuità ci si è così dotati di opportuni strumenti matematici detti "funzioni obiettivo". L'etimologia deriva dal fatto che tali modelli numerici sono utilizzati nei processi di ottimizzazione come obiettivi da raggiungere dagli stessi algoritmi.

$$\text{variabile } x_i : f_{obj}(x_i) \rightarrow [0, 1]$$

Generalmente, per problemi di massimizzazione, le funzioni obiettivo sono tali tendere all'unità.

La funzione obiettivo proposta per quantificare le irregolarità sulle distribuzioni di Mach isoentropico al bordo d'attacco, si basa su tre singole sotto-funzioni, ognuna con un proprio *target* di valutazione. Il primo sotto obiettivo riguarda l'andamento del flusso attorno al bordo d'attacco per il lato in suzione [22].

La funzione obiettivo *Suction Side* è costituita da quattro sotto algoritmi:

- a. Inizializzazione;
- b. Ricerca del massimo locale, dove viene localizzato il primo massimo per il lato di suzione;
- c. Ricerca del minimo locale, posteriore al punto di massimo;
- d. Valutazione funzione obiettivo, in cui la pendenza fra massimo e minimo locale (se presente) induce una riduzione di SS-FOBJ.

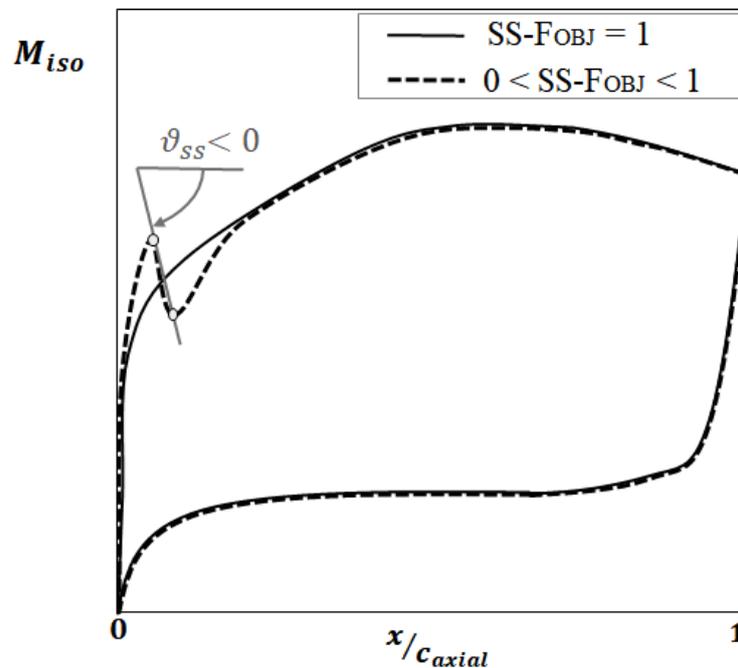


Figura 2.27: Effetto della funzione obiettivo SS-FOBJ

**Funzione Obiettivo SUCTIONSIDE (SS-FOBJ)****A. INIZIALIZZAZIONE**

$$x_{lim} \leftarrow 0.15$$

$$j \leftarrow 0$$
**B. RICERCA DEL MASSIMO LOCALE**

**for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $N_{\text{punti SS}}$

**if**  $M_{SS}(i) \leq M_{SS}(i+1)$  **then**

$MAX \leftarrow M_{SS}(i+1)$

$x_{max} \leftarrow x(i+1)$

**else**

$MAX \leftarrow M_{SS}(i)$

$x_{max} \leftarrow x(i)$

$j \leftarrow i$

**end if**

**end for**  $i$

**C. RICERCA DEL MINIMO LOCALE**

**for**  $i = j$  **to**  $N_{\text{punti SS}}$

**if**  $x(i) \geq x_{max}$  &  $x(i) < x_{lim}$  **then**

**if**  $M_{SS}(i) \geq M_{SS}(i+1)$  **then**

$MIN \leftarrow M_{SS}(i+1)$

$x_{min} \leftarrow x(i+1)$

**else**

$MIN \leftarrow M_{SS}(i)$

$x_{min} \leftarrow x(i)$

**end if**

**end if**

**end for**

**D. VALUTAZIONE FUNZIONE OBIETTIVO**

**if**  $MAX/MIN > 1$  **then**

**if**  $\arctan\left(\frac{MAX-MIN}{x_{max}-x_{min}}\right) < 0$  **then**

$SS-FOBJ \leftarrow 1 - \left[ \arctan\left(\frac{MAX-MIN}{x_{max}-x_{min}}\right) / \left(\frac{\pi}{2}\right) \right]^2$

**else**

$SS-FOBJ \leftarrow 1$

**end if**

**else**

$SS-FOBJ \leftarrow 1$

**end if**

**end Funzione Obiettivo**

In tal caso la pendenza adimensionata è amplificata con potenza 2, quindi questa sarà il termine sottrattivo. Infatti, qualora la pendenza fosse di  $\theta_{ss} = -\frac{\pi}{2}$ , ovvero una forte discontinuità, questa sarebbe valutata con valore  $SS-FOBJ = 0$ . E' bene osservare che nel caso in cui non vi fossero minimi locali o vi fossero semplicemente di punti stazionari la funzione obiettivo risponderebbe con il massimo, ovvero con valore unitario.

Il secondo obiettivo è la funzione *LE Pressure Side*, in cui si tiene conto delle discontinuità nel lato in pressione per il primo 30% di corda assiale, ossia a ridosso del bordo d'attacco. Vi sono anche qui quattro sotto algoritmi:

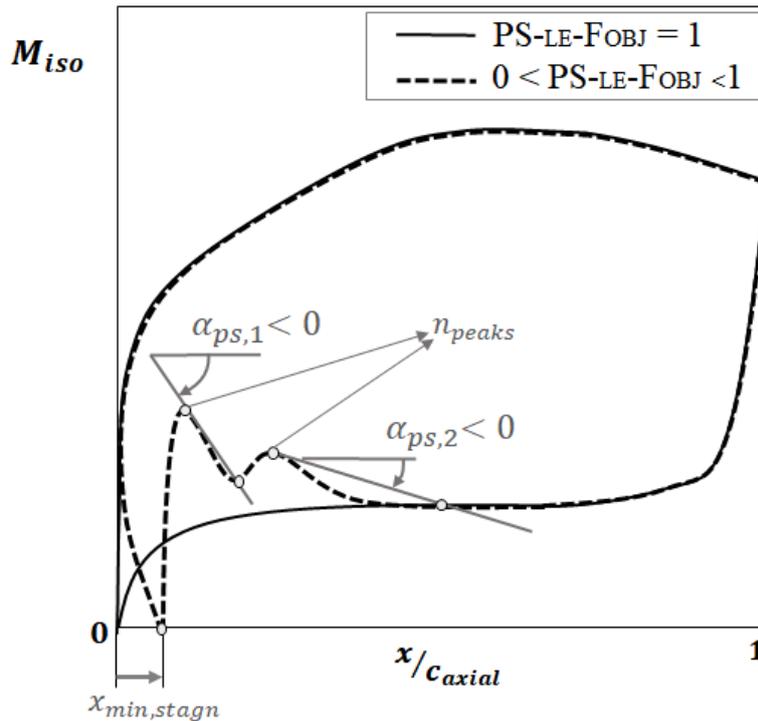


Figura 2.28: Effetto della funzione obiettivo PS-LE-FOBJ

- Inizializzazione;
- Calcolo delle pendenze, utilizzando uno schema centrato per valutare la derivata locale;
- Ricerca picchi e pendenze negative, dove vengono localizzati i picchi e i minimi calcolando un primo fattore funzione delle pendenze negative;
- Valutazione del punto di ristagno e funzione obiettivo, in cui viene pesata la distanza del punto di ristagno e quindi di PS-LE-FOBJ.

---



---

**Funzione Obiettivo LE PRESSURE SIDE (PS-LE-FOBJ)**
**A. INIZIALIZZAZIONE**

$x_{min, stagn} \leftarrow \text{FINDER}(x \text{ t.c. } M_{PS} = 0)$   
 $x_{lim} \leftarrow 0.3$   
 $flag \leftarrow \text{True}$   
 $n_{peaks} \leftarrow 0$   
 $\alpha \leftarrow 0$   
 $PS_{obj} \leftarrow 0$   
 $obj_{stagn.point} \leftarrow 0$

**B. CALCOLO PENDENZE**

**for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $N_{\text{punti } PS}$   
 $dM_x(i) \leftarrow \frac{M_{PS}(i+1) - M_{PS}(i-1)}{x(i+1) - x(i)}$   
**end for**

**C. RICERCA PICCHI E PENDENZE NEGATIVE**

**for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $N_{\text{punti } PS}$   
**if**  $x(i) < x_{lim}$  &  $x(i) > x_{min, stagn}$  **then** ▷ [c.1]  
**if**  $dM_x(i) < 0$  &  $dM_x(i-1) \geq 0$  **then** ▷ [c.2]  
 $n_{peaks} \leftarrow n_{peaks} + 1$   
 $flag \leftarrow \text{False}$   
 $x_{peak} \leftarrow x(i)$   
 $M_{peak} \leftarrow M_{PS}(i)$   
**else if**  $dM_x(i) \geq 0$  &  $dM_x(i-1) < 0$  &  
&  $flag = \text{False}$  &  $x(i) > x_{peak}$  **then** ▷ [c.3]  
 $flag \leftarrow \text{True}$   
 $\alpha \leftarrow \arctan\left(\frac{M_{PS}(i) - M_{peak}}{x(i) - x_{peak}}\right) / \frac{\pi}{2}$   
 $PS_{obj} \leftarrow \mathbf{Max}(PS_{obj}, \alpha) + \left[1 - \mathbf{Max}(PS_{obj}, \alpha)\right] \times \mathbf{Min}(PS_{obj}, \alpha)$   
**end if**  
**else if**  $flag = \text{False}$  &  $x(i) \geq x_{lim}$  **then** ▷ [c.4]  
 $flag \leftarrow \text{True}$   
 $\alpha \leftarrow \arctan\left(\frac{M_{PS}(i) - M_{peak}}{x(i) - x_{peak}}\right) / \frac{\pi}{2}$   
 $PS_{obj} \leftarrow \mathbf{Max}(PS_{obj}, \alpha) + \left[1 - \mathbf{Max}(PS_{obj}, \alpha)\right] \times \mathbf{Min}(PS_{obj}, \alpha)$   
**end if**  
**end for**

---

**D. VALUTAZIONE PUNTO DI RISTAGNO E FUNZIONE OBIETTIVO**

```

if  $x_{min, stagn} > 0.01$  then
     $obj_{stagn.point} \leftarrow 1 - 10 \times (0.01 - x_{min, stagn})^2$ 
else
     $obj_{stagn.point} \leftarrow 1$ 
end if
    PS-LE-FOBJ =  $(1 - PS_{obj}) \times obj_{stagn.point}$ 
    
```

**end Funzione Obiettivo**

Il terzo punto è composto a sua volta da costrutti logici in grado di individuare le zone oltre il punto di ristagno anteriori al 30% della corda assiale [c.1], dove in caso di massimi locali [c.2] viene tenuto conto del numero di picchi e di un *flag* che attiva la ricerca del minimo successivo [c.3] quindi della pendenza negativa adimensionata  $\alpha$ . Nel caso in cui non venga rilevata la presenza di minimi locali successivi all'ultimo picco, questo verrà assunto in corrispondenza del 30% della corda assiale [c.4]. La variabile  $PS_{obj}$  tiene conto delle pendenze pesate rispetto al numero di picchi. Questo poi andrà a costituire, insieme al fattore  $obj_{stagn.point}$ , l'unico obiettivo PS-LE-FOBJ.

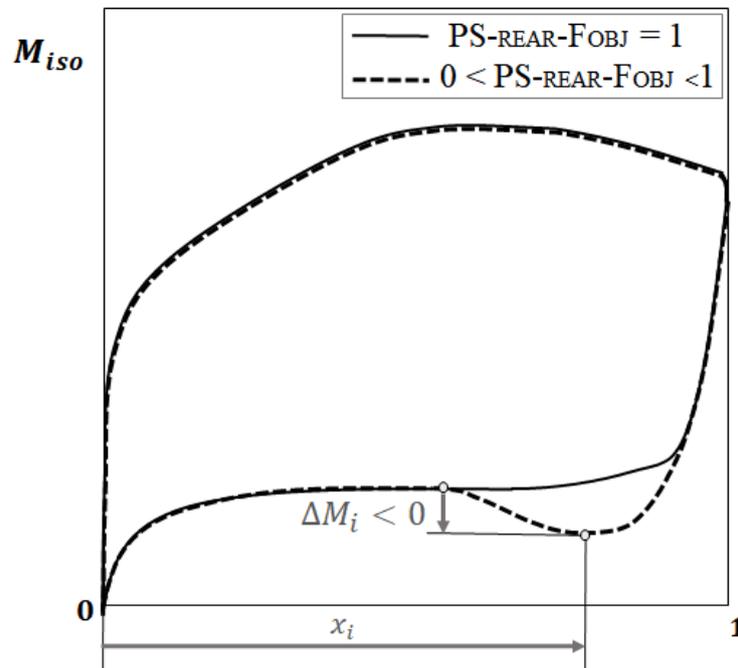


Figura 2.29: Effetto della funzione obiettivo PS-REAR-FOBJ

La terza funzione obiettivo tiene invece conto degli effetti indotti dal *leading edge* nella zona posteriore del lato in pressione. Infatti, fenomeni di separazione locale e riattacco della vena fluida induce distribuzioni di Mach isoentropico poco regolari. La funzione obiettivo *Rear Pressure Side* valuta così, a partire dall'andamento delle pendenze (se negative), i salti di Mach isoentropico pesati in base alla rispettiva distanza  $x/c$  dal bordo d'attacco geometrico.

---



---

**Funzione Obiettivo REAR PRESSURE SIDE (PS-REAR-FOBJ)**

A. INIZIALIZZAZIONE

$$obj_{rear} \leftarrow 0$$

B. CALCOLO PENDENZE

**for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $N_{\text{punti PS}}$   
 $dM_x(i) \leftarrow \frac{M_{PS}(i+1) - M_{PS}(i-1)}{x(i+1) - x(i)}$   
**end for**

C. RICERCA PENDENZE NEGATIVE

**for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $N_{\text{punti PS}}$   
**if**  $x(i) > 0.5$  &  $dM_x(i) < 0$  **then**  
 $\Delta M_i \leftarrow \frac{M_{PS}(i+1) - M_{PS}(i-1)}{2}$   
 $obj_{rear} \leftarrow obj_{rear} + [|\Delta M_i|^{0.7} \times x(i)^{0.25}]$   
**end if**  
**end for**

D. VALUTAZIONE FUNZIONE OBIETTIVO

$$PS\text{-REAR-FOBJ} \leftarrow 1 - obj_{rear}$$

**end Funzione Obiettivo**

---

Le funzioni sono poi riassunte in un unico obiettivo, denominato *Leading Edge Control*:

$$LE\text{-CONTROL} = SS\text{-FOBJ} \times PS\text{-LE-FOBJ} \times PS\text{-REAR-FOBJ} \quad (2.33)$$

La distribuzione palare in grado di rispettare i requisiti di massimo obiettivo per ognuna delle singole funzioni obiettivo sarà tale da avere il valore unitario per la funzione obiettivo globale. In essa sono così riassunti le qualità da ricercare, e permetterà così di quantificare la bontà di una distribuzione di Mach dovuta alla variazione di geometria al solo bordo d'attacco.



## Capitolo 3

# Selezione del profilo oggetto di ottimizzazione

La geometria del bordo d'attacco condiziona principalmente le perdite di profilo, sebbene il vortice a staffa interagisca con esso, e quindi influenzi le perdite d'estremità. Nell'ambito dell'ottimizzazione aerodinamica è perciò doveroso osservare lo sviluppo del flusso nel canale interpalare, con particolare cura alla scelta della schiera oggetto di studio.

Per selezionare la geometria base da ottimizzare, è necessario effettuare un profondo studio delle varie schiere di turbina a disposizione. A tal scopo si prenderanno in esame quattro diverse turbine di bassa pressione, ognuna progettata con propri criteri e, soprattutto, con propri sistemi di *design*. Di seguito le quattro LPT in esame:

- LPT-A: attualmente in uso in aviazione civile;
- LPT-B: in fase di sviluppo a partire dal caso A;
- LPT-C: turbina di vecchia generazione, ampiamente utilizzata in aviazione civile;
- LPT-D: turbina impiegata per produzione di energia elettrica.

Di ogni turbina è stato considerato il campo fluidodinamico, simulato con codici CFD, e se ne è effettuato un confronto. Per effettuare tali confronti, si è scelto di studiare dapprima il comportamento medio di tutte le schiere che compongono la turbina, quindi delle analisi a singola schiera. Lo strumento utilizzato per effettuare tali confronti è la distribuzione di Mach isoentropico lungo i profili palari: in tal modo si riconosceranno sia le proprietà-modello da riprodurre con l'ottimizzazione, sia le caratteristiche da limitare e migliorare in ottica riduzione delle inefficienze di profilo.

### 3.1 Analisi delle prestazioni mediate

Al fine di comprendere le prestazioni e le qualità di una LPT, se ne può effettuare un confronto in termini di distribuzioni mediate di Mach isoentropico. L'operazione di media è effettuata fra statori e rotori di stadi diversi, escludendo rispettivamente il primo statore e l'ultimo rotore che hanno criteri di progettazione particolarmente differenti e non sono significativi delle prestazioni medie di una LPT (si veda la figura 3.1). Il livello di performance medio è stato poi valutato alle estremità (5% e 95% della lunghezza in direzione radiale) e al 50% della pala, in corrispondenza della sezione in cui le linee di flusso intersecano la schiera.

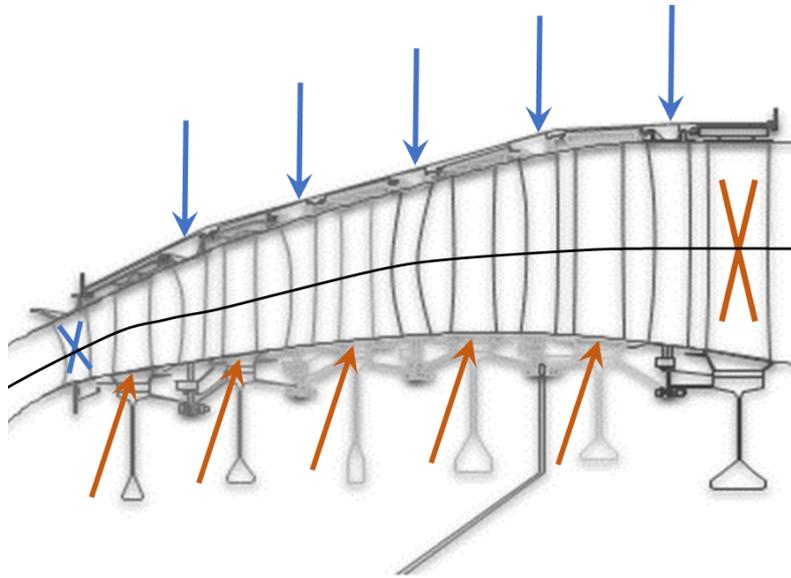
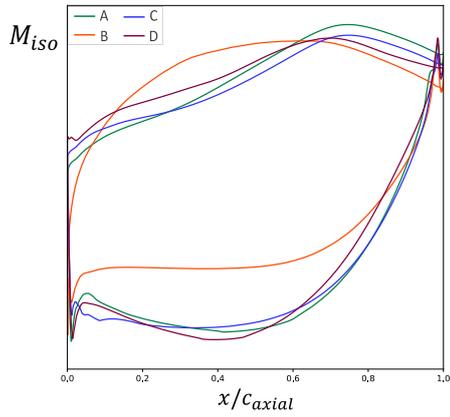


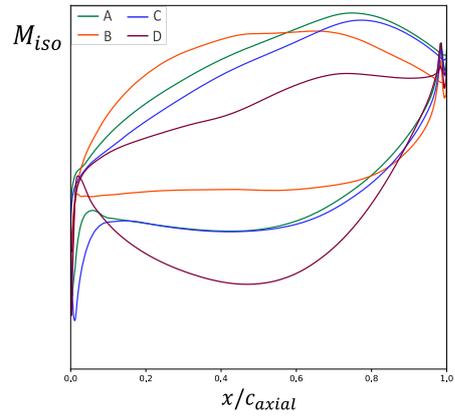
Figura 3.1: Sezione di una turbina di bassa pressione e criterio per analisi mediata

Di seguito, in figura 3.2, sono riportate le distribuzioni mediate per le quattro turbine alle diverse altezze considerate. Da questo primo confronto è evidente che le prestazioni al *midspan* (in mezzera) sono maggiormente significative e confrontabili. Quello che si coglie è che la LPT-B presenta un andamento più regolare al bordo d'attacco. Da tale confronto, tuttavia, non si riesce a cogliere al meglio le prestazioni di una singola turbina, rendendo necessaria l'analisi di schiera non mediate.

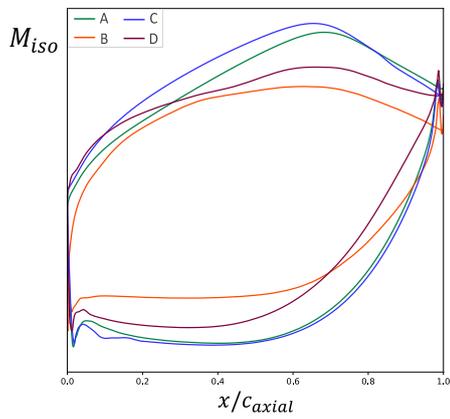
Un possibile approccio è l'analisi dell'involuppo di statori e rotori al 50% dell'estensione radiale, come in figura 3.3. Se si osserva all'involuppo degli statori in LPT-C, gli andamenti sono irregolari al bordo d'attacco, specialmente se confrontato con l'involuppo del caso B. L'involuppo dei rotori della turbina C ha, invece, caratteristiche meno evidenti al *leading edge*. La scelta della geometria da ottimizzare potrebbe perciò ricadere su uno statore.



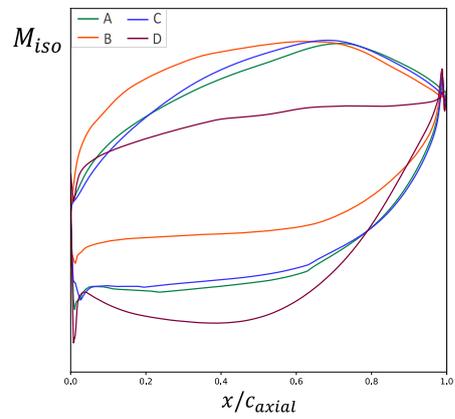
(a) Statori - 5% dell'estensione radiale



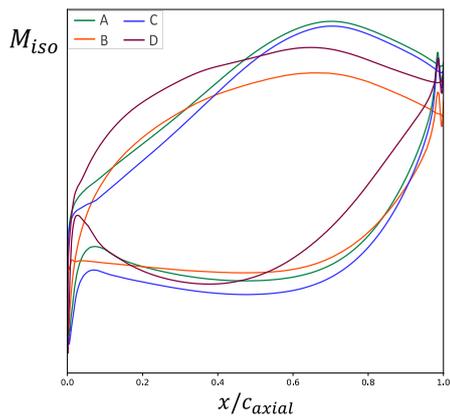
(b) Rotori - 5% dell'estensione radiale



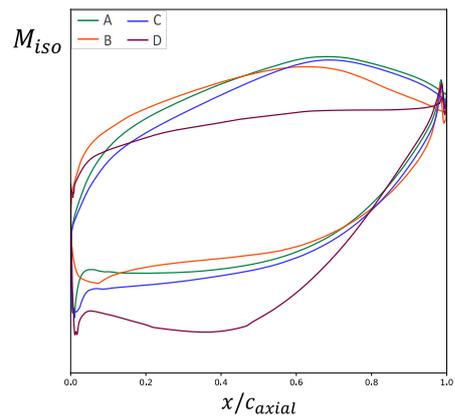
(c) Statori - mezzeria ( 50% )



(d) Rotori - mezzeria ( 50% )

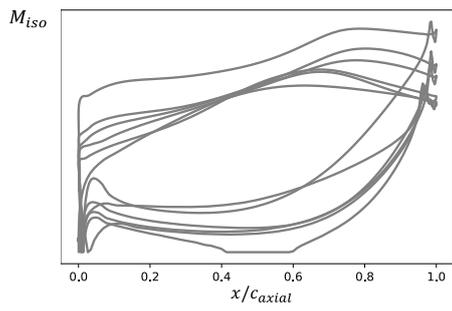


(e) Statori - 95% dell'estensione radiale

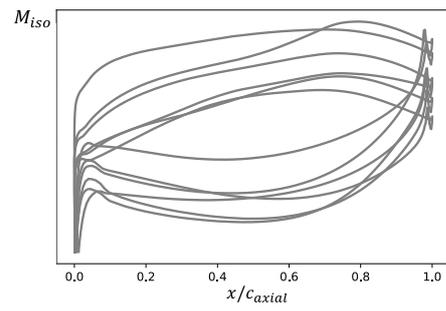


(f) Rotori - 95% dell'estensione radiale

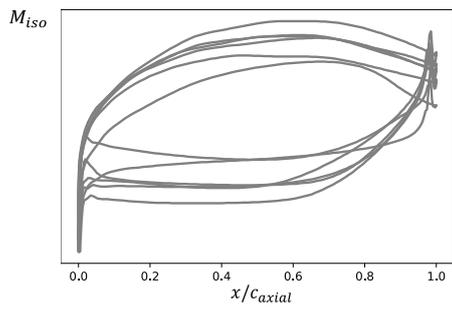
Figura 3.2: Distribuzioni mediate fra statori e rotori a tre diverse quote radiali



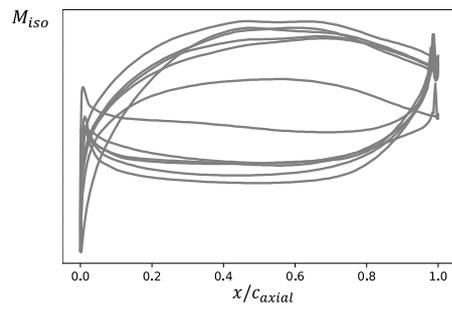
(a) Statori: LPT-A



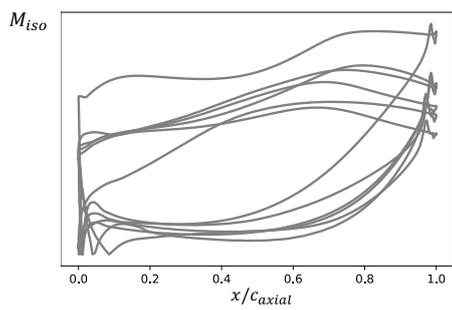
(b) Rotori: LPT-A



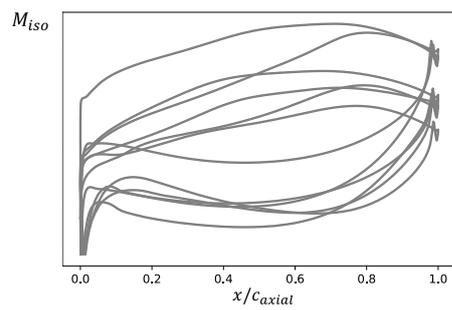
(c) Statori: LPT-B



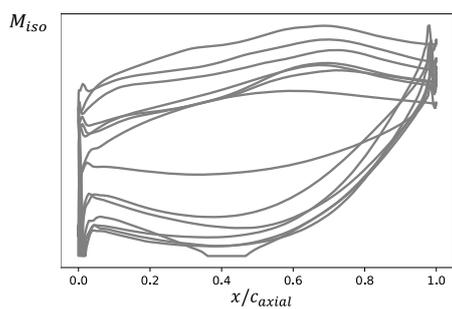
(d) Rotori: LPT-B



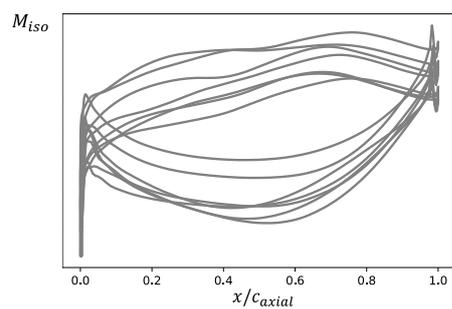
(e) Statori: LPT-C



(f) Rotori: LPT-C



(g) Statori: LPT-D



(h) Rotori: LPT-D

Figura 3.3: Involuppo di statori e rotori delle LPT in esame

La geometria *target* dell'ottimizzazione vuole essere rappresentativa delle performance generali dell'intera LPT: la scelta dovrà perciò ricadere su una schiera che sia posta nei pressi del 50% della lunghezza assiale della turbina, e cioè gli stadi 3 e 4 di una LPT a 6-7 stadi complessivi.

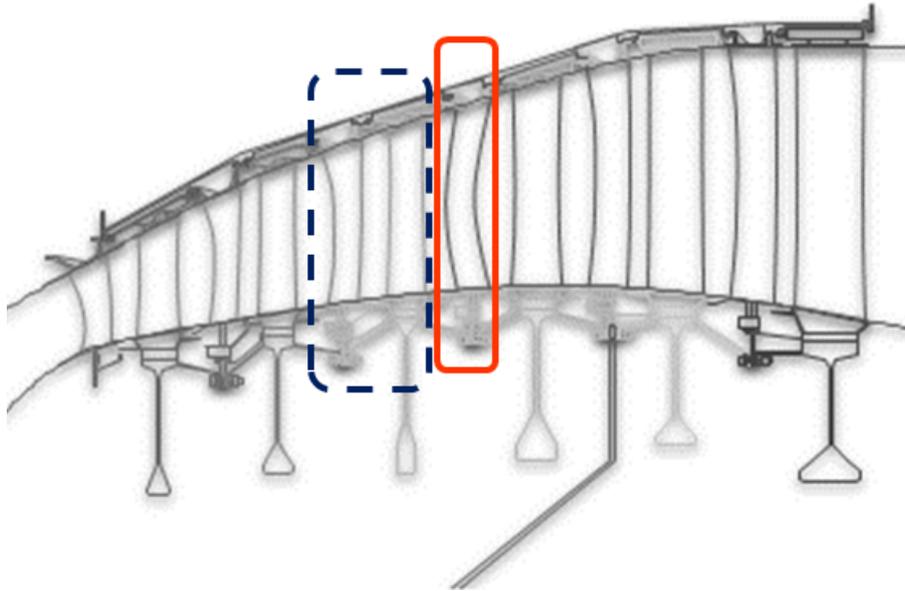


Figura 3.4: Terzo stadio e statore quarto stadio progettato a *clashing*

Fra le due condizioni, tuttavia, lo stadio 4 è solitamente caratterizzato da una geometria, e fenomenologia aerodinamica, fortemente tridimensionale essendo progettato con caratteristiche e criteri specifici quali il *clashing*. In caso di rottura dell'albero di trasmissione con il compressore, l' LPT andrebbe in contro a forti accelerazioni angolari e conseguenti danni ai dischi rotorici. Questi, sollecitati enormemente a sforzi centrifughi, in caso di distacco potrebbero portare al danneggiamento delle ali del velivolo, evento ben più grave di un motore fuori uso. Onde evitare tali eventi, si utilizzano dei sistemi di sicurezza fra i quali il *clashing*. Esso prevede che, in caso di rottura della trasmissione, un rotore collide con lo statore successivo: l' LPT non più equilibrata dal compressore è spinta verso l'uscita, con conseguente traslazione di tutte le componenti in rotazione e scontri di parte mobili e fisse. Lo statore, disegnato in modo da avere la sezione al *midspan* disassata verso il rotore con una forma ricurva a "semi-luna" (come evidenziato in figura 3.4), sarà eroso per via dei moti relativi inducendo il rallentamento dell'albero ed evitando il distacco dei dischi.

Nelle turbine considerate, il quarto statore è progettato con criteri atti al *clashing*. La scelta è perciò ricaduta sullo stadio 3, di cui si effettuerà un'analisi accurata.

## 3.2 Analisi a singola schiera

Si considereranno ora le distribuzioni di Mach isoentropico e i profili geometrici delle quattro turbine in esame, analizzandone il comportamento al *midspan* del terzo stadio.

### 3.2.1 Studio e confronto: statore terzo stadio

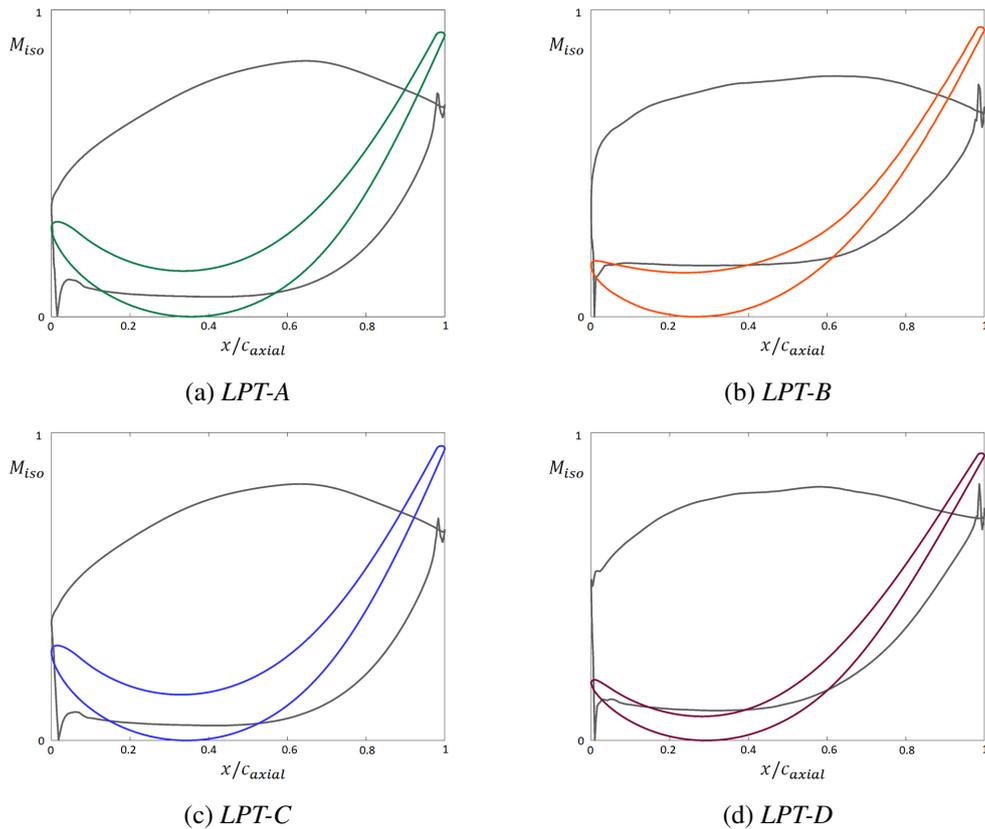


Figura 3.5: Mach isoentropico e geometria adimensionata al *midspan*, terzo statore

Si osservino le distribuzioni di Mach isoentropico in figura 3.5: il profilo del terzo statore della turbina B è significativa allo scopo di ottimizzare il *leading edge*. Infatti, l'andamento del Mach isoentropico è decisamente più regolare rispetto agli altri. Si consideri, tuttavia, che tale turbina è progettata con criteri ben diversi: ha infatti un angolo di ingresso minore, una deflessione ridotta e una configurazione del carico *front-loaded* che la rende suscettibile alle perdite per incidenza. Tale turbina, infatti, è progettata per la produzione di energia elettrica, perciò, il suo funzionamento non vedrà frequenti condizioni di *off-design*. Una LPT aeronautica, come i casi A, C e D, deve invece esser progettata a robustezza rispetto a funzionamenti fuori progetto, ciò spinge il *design* a profili poco caricati al bordo d'attacco (*aft-loaded*).

Il caso D presenta un *design* diverso dagli altri profili. Infatti la turbina D è progettata con criteri differenti dalle altre ma, essendo una turbina a 7 stadi, non è rappresentativa dei confronti. Il caso C è un'evoluzione del caso A, è infatti una turbina in fase di sviluppo, perciò adatta a essere ottimizzata.

Se si confrontano le prestazioni degli statori B e C, si può osservare che quest'ultimo ha un andamento meno morbido sul lato in pressione: esso presenta una decelerazione e un punto di ristagno distante dal bordo d'attacco geometrico, come evidenziato in figura 3.6. Tali caratteristiche saranno oggetto dell'ottimizzazione e si cercherà di migliorare la forma del *leading edge* del profilo C, in modo da riprodurre le qualità del profilo adibito a produzione di energia elettrica. Dall'ingrandimento si riconosce una sostanziale differenza fra le due geometrie: il caso C è un bordo d'attacco piuttosto simmetrico e regolare, il caso B invece ha pendenze differenti fra lato di pressione e lato di suzione. Infatti i sistemi di disegno delle due turbine sono differenti, è perciò d'interesse studiare gli effetti di un bordo asimmetrico in ottica prestazionale.

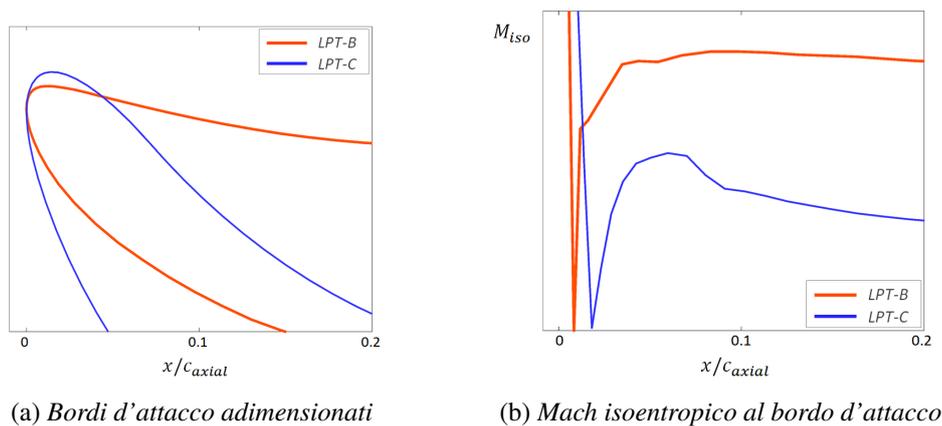


Figura 3.6: Confronto LPT-B e LPT-C: statore terzo stadio

### 3.2.2 Studio e confronto: rotore terzo stadio

Dal confronto delle distribuzioni al midspan di Mach isoentropico dei rotori al terzo stadio si osservano le stesse differenze e qualità evidenziate in precedenza nelle schiere statoriche. Tuttavia, confrontando il caso C e B, ossia le turbine oggetto di ottimizzazione e di riferimento, e le relative distribuzioni al bordo d'attacco, il rotore B non ripete le stesse qualità del terzo statore. Presenta infatti un punto di ristagno meno prossimo alla posizione d'arresto geometrico, ha poi una distribuzione meno regolare seguita da una leggera diffusione.

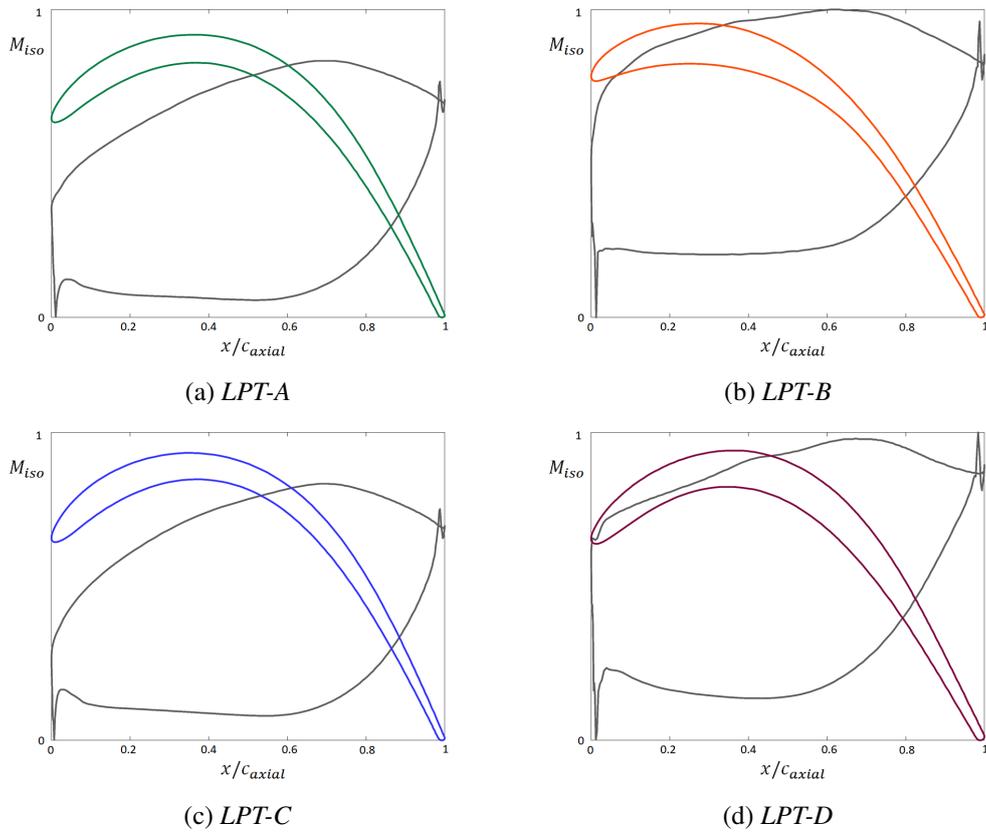


Figura 3.7: Mach isoentropico e geometria adimensionata al *midspan*, terzo rotore

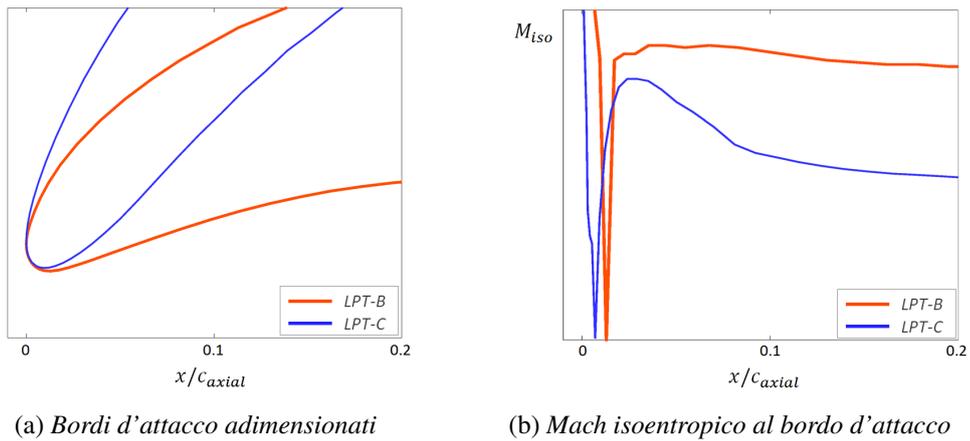


Figura 3.8: Confronto LPT-B e LPT-C: rotore terzo stadio

### 3.3 Geometria selezionata per successiva ottimizzazione

La geometria base selezionata per l'ottimizzazione del bordo d'attacco è il profilo in corrispondenza della sezione radiale media del terzo statore della LPT-C, turbina aeronautica attualmente in fase di sviluppo.

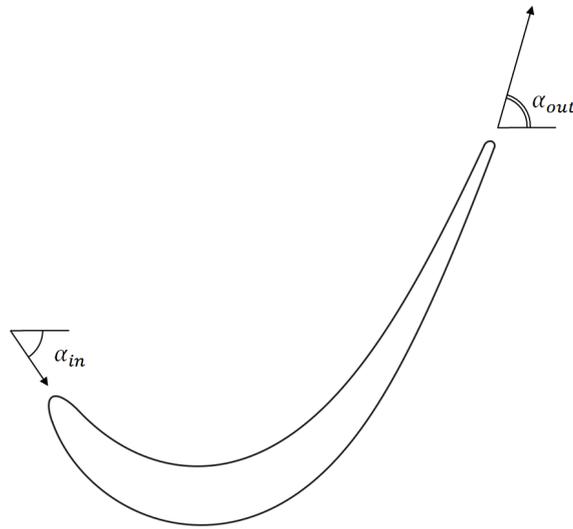


Figura 3.9: Geometria *baseline* selezionata e angoli d'ingresso/uscita

Come si evince in figura, la deflessione indotta dal canale alla corrente è notevole:

$$\begin{cases} \alpha_{in} \simeq 45^\circ \\ \alpha_{out} \simeq 70^\circ \end{cases} \implies Zw_{incompr} \simeq 1.1$$

Il livello di carico a cui è sottoposto il profilo è piuttosto sostenuto, come dimostra il numero di Zweifel incompressibile superiore all'unità. Questo non deve sorprendere, poichè le turbine in fase di sviluppo attualmente, verranno prodotte e utilizzate nella prossima generazione. Esse sono, perciò, spinte oltre l'orizzonte prestazionale con l'obiettivo di superare e migliorare le attuali tecnologie disponibili. La ricerca o lo studio condotto, sia esso sull'intero progetto, o di dettaglio (come il bordo d'attacco), è necessario che sia effettuato su componenti che riflettano lo stato dell'arte della tecnologia: la turbina C, perciò, si presta bene agli scopi della ricerca.



## Capitolo 4

# Parametrizzazione geometrica di profilo e bordo d'attacco

Come già anticipato nel paragrafo 1.3, al fine di modellare liberamente il bordo d'attacco è stata sviluppata una parametrizzazione innovativa che non alteri il disegno del resto del profilo. Prima di illustrarne i vantaggi è perciò doveroso descrivere l'intero sistema di parametri con cui è progettato il profilo base prescelto, con particolare enfasi sulla parte riguardante il disegno del bordo d'attacco.

### 4.1 Parametrizzazione della pala 3D e del profilo 2D

Il *design* di un paletta di turbina, rotorica o statorica che sia, è molto complesso. Infatti, per via delle fenomenologie aerodinamiche descritte nel capitolo 2 e per la necessità di avere una variazione del grado di reazione variabile in direzione radiale, il profilo può essere molto diverso dal mozzo all'estremità generando una geometria tridimensionale ben diversa da un semplice estruso cilindrico: ad esempio i rotor sono distinti da una riduzione della corda all'aumentare del raggio, viceversa gli statori sono rastremati maggiormente al mozzo. E' perciò necessario definire i profili a diverse posizioni radiali, in cui può anche variare il calettamento angolare relativo fra profili. Ma non solo, come già visto in precedenza, il *design* è caratterizzato anche dall'"impilamento" o *stacking* dei profili a diversa quota radiale, cioè della loro posizione relativa sul piano del profilo: un'evidenza di tale caratteristica progettuale è proprio la schiera statorica dello stadio 4, con forma che ricorda un arco (detto anche *bowing*). I rotor, per ragioni di sollecitazioni meccaniche, sono impilati lungo il proprio centro di massa. Tale impilamento consente di non generare momenti flessionali aggiuntivi durante la rotazione. In aggiunta a tali caratteristiche vi sono poi i raccordi geometrici agli estremi (*fillet*).

In figura 4.1 i profili sono disegnati su tre piani cilindrici ortogonali alla direzione radiale. Nel *design system* AvioAero si è soliti modellare, invece, su dei piani conici inclinati di opportuno angolo rispetto all'orizzontale e posti a determinate posizioni radiali.

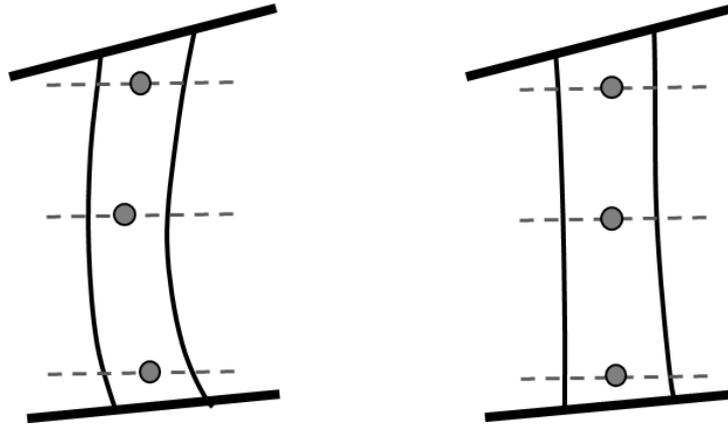


Figura 4.1: Esempi di *stacking*: statore con *bowing* (sx); rotore (dx)

In tal modo si tiene conto dell'incremento della variazione di raggio lungo l'asse  $x$ , visto e considerato che in turbina gli ingombri aumentano lungo il percorso evolutivo del flusso principale, inoltre tali direzioni approssimano meglio le linee di corrente (*streamline*) che attraversano la schiera.

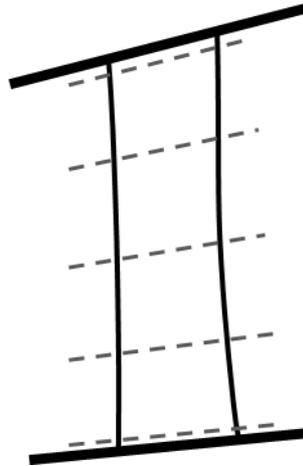


Figura 4.2: Esempio di palettatura e sezioni coniche

Su ogni superficie conica che interseca la pala è definito un profilo. Il sistema di *design* AvioAero può utilizzare un numero ben definito di piani intersecanti su cui son disegnati i profili, e su cui è stabilita la posizione relativa fra gli stessi (*stacking*). La geometria globale è poi tracciata interpolando i profili su ciascun piano con opportuni metodi. In tal modo si ottiene una paletta tridimensionale. L'oggetto dello studio è focalizzato sulle perdite di profilo, fortemente dipendenti da come esso è definito. Così, per ulteriori dettagli riguardanti il *design* globale di paletta di turbina che esulano gli scopi della ricerca, si rimanda il lettore ai seguenti riferimenti in bibliografia [23],[24].

Il profilo base scelto in precedenza come oggetto di ottimizzazione è disegnato secondo la parametrizzazione utilizzata in AvioAero, di cui di seguito se ne delineano le principali caratteristiche.

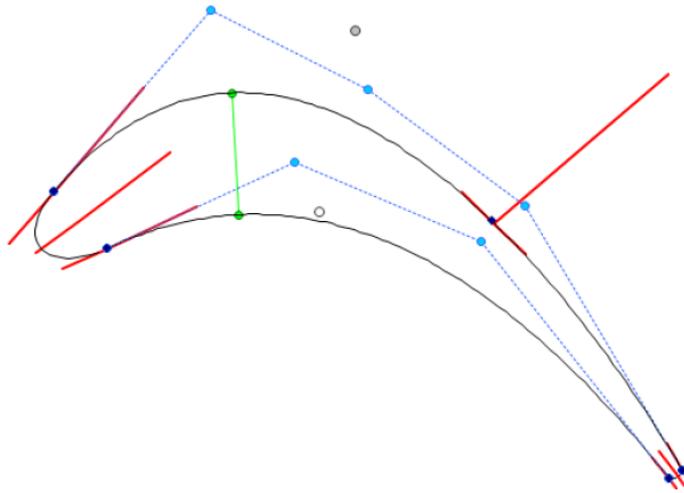


Figura 4.3: Costruzione geometrica dei profili con *design system* AvioAero

I bordi d'attacco e di fuga sono ricavati da archi di ellisse, le due curve che raccordano gli estremi sono descritte da curve di Bézier: per il lato in suzione una Bézier di 5° ordine e per il lato in pressione di 4° ordine, con 5 e 4 punti di controllo ciascuna. Il bordo d'attacco e il bordo di fuga sono descritti entrambi da ellissi, il cui orientamento è figlio delle direzioni in ingresso. I punti estremi in cui l'ellisse è reciso, per poi raccordarsi con le curve di Bézier, sono definiti da un ulteriore parametro detto *wedge angle*. Maggiori dettagli su *design* e parametrizzazione ellittica è fornito in seguito nel capitolo 4.2.1 .

Le curve di Bézier sono elementi geometrici ricavabili utilizzando l'*algoritmo di de Casteljau*, in seguito pubblicizzate e utilizzate dall'ingegnere Pierre Bézier nel *design* di carrozzerie d'automobili. La novità introdotta da quest'ultimo fu la formulazione di curve che si adattino al *design* e che siano facilmente interpretabili [25].

Al fine di illustrare le qualità e le caratteristiche delle curve di Bézier si farà riferimento a [25]. Si consideri ad esempio un insieme di punti  $P_i$  di massa  $m_i$  come in figura 4.4.

E' facile individuare il centro di massa  $P$  pesando le posizioni dei 4 punti di controllo in esempio con le relative masse:

$$P = \frac{P_0 * m_0 + P_1 * m_1 + P_2 * m_2 + P_3 * m_3}{m_0 + m_1 + m_2 + m_3} \quad (4.1)$$

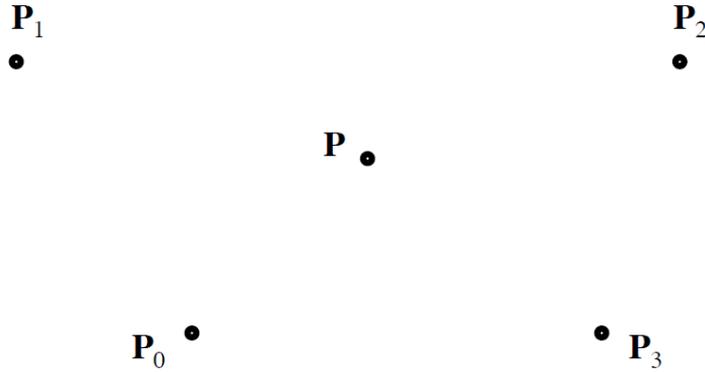


Figura 4.4: Centro di massa di quattro punti [25]

Si immagini ora di avere le masse  $m_i$  dipendenti da un parametro  $t$  con tali espressioni:

$$\begin{cases} m_0 = (1 - t)^3 \\ m_1 = 3t(1 - t)^2 \\ m_2 = 3t^2(1 - t) \\ m_3 = t^3 \end{cases} \quad (4.2)$$

al variare del parametro  $t$  si sposterà anche il centro di massa  $P(t)$ , sostituendo le espressioni 4.2 nell'equazione 4.1, ottenendo così una dipendenza polinomiale di grado  $n = 3$ . Si osservi infatti che, per qualsiasi valore di  $t$ , vale  $m_0 + m_1 + m_2 + m_3 = 1$ , e in particolare per i casi  $t = 0$  e  $t = 1$ , il centro di massa si troverà coincidente con i punti  $P_0$  ( $m_0 = 1$ ) e  $P_3$  ( $m_3 = 1$ ). Si immagini ora di far variare il parametro nell'intervallo  $0 \leq t \leq 1$ , il centro di massa descriverà una curva di Bèzier come in figura 4.5.

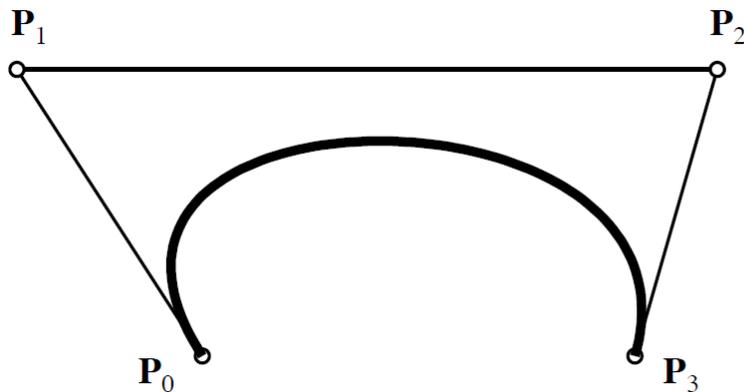


Figura 4.5: Centro di massa di quattro punti [25]

La localizzazione dei punti  $P_i$  determina i punti di controllo, meglio noti come *punti di Bèzier*. Il poligono che unisce i punti di Bèzier in successione è detto *poligono di controllo*. Il numero di punti di Bèzier è pari a  $n + 1$  con  $n$  il grado della curva di Bèzier. Le funzioni di grado  $n$  che descrivono il valore delle masse in  $t$  sono chiamate *blending functions*, che nel caso di curve di Bèzier sono i *polinomi di Bernstein*  $B_i^n(t)$  [25] dove:

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (4.3)$$

La formulazione di una curva di Bèzier di grado  $n$  sarà la seguente

$$P(t) = \sum_{i=0}^n B_i^n(t) P_i \quad (4.4)$$

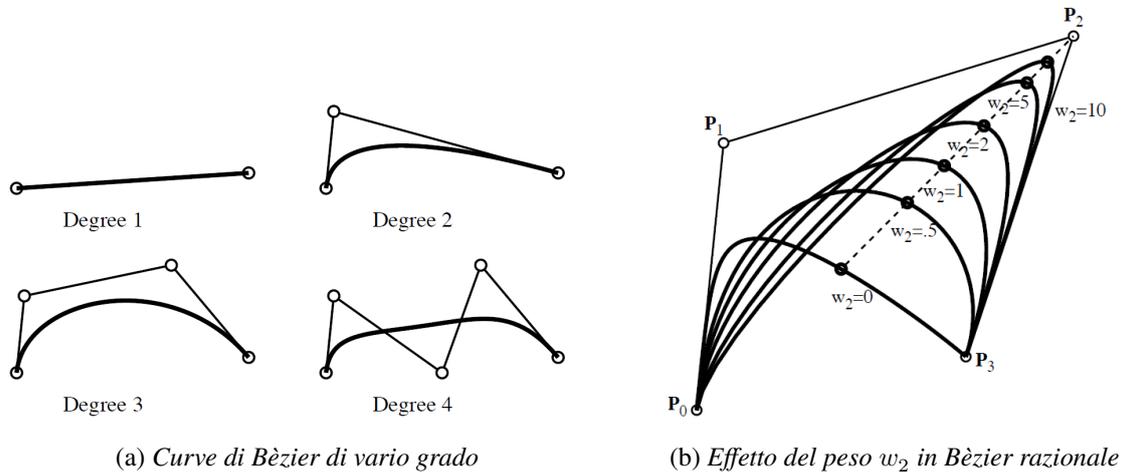


Figura 4.6: [25]

Dalla precedente figura si può osservare un'altra particolarità delle Bèzier: nei punti estremi essa è tangente al segmento congiungente il punto di controllo estremo e il successivo/precedente.

Un'ulteriore evoluzione di tali elementi geometrici sono le *curve di Bèzier razionali*. Esse prevedono l'incremento del grado di libertà globale introducendo dei *pesi*  $w_i$ , ossia dei parametri che consentono di variare l' "importanza" di ogni punto di controllo. I parametri  $w_i$  di ogni punto di Bèzier  $i$ -esimo agiscono come pesi nella somma di espressione 4.4, amplificando o smorzando la presenza di  $P_i$  del valore di  $w_i$ . Tuttavia è essenziale che l'unitarietà della somma delle *blending functions*, per cui si normalizzerà l'equazione delle curve di Bèzier razionali ottenendo così tale espressione:

$$P(t) = \frac{\sum_{i=0}^n B_i^n(t) P_i w_i}{\sum_{i=0}^n B_i^n(t) * w_i} \quad (4.5)$$

Le funzioni *blending* saranno così dei polinomi razionali da cui l'etimologia di tali curve. Le curve di Bèzier di grado  $n \geq 3$  garantiscono continuità di derivata e di curvatura nei punti interni. Per il *design* di profili alari la scelta di utilizzare Bèzier razionali di 3° e 4° grado (4° e 5° ordine rispettivamente) per intradosso ed estradosso implica la presenza di 4 e 5 punti di controllo e rispettivi pesi. In termini di flessibilità e variabilità di disegno, ciò implica un ampio numero di parametri che possono essere gestiti. Tuttavia vi sono le condizioni al contorno che ne limitano l'entità: le estremità di una curva sono vincolate alla continuità e alla derivabilità. I punti di controllo estremi sono perciò fissati, e la posizione dei secondi punti di Bèzier è limitata alla sola retta di pendenza imposta all'estremità per via della congiunzione con bordo d'attacco e di fuga (figura 4.7). L'introduzione dei pesi permette di aumentare il numero di parametri, sebbene siano fissati a valori unitari i pesi dei punti di Bèzier estremi (dal momento che sono imposti).

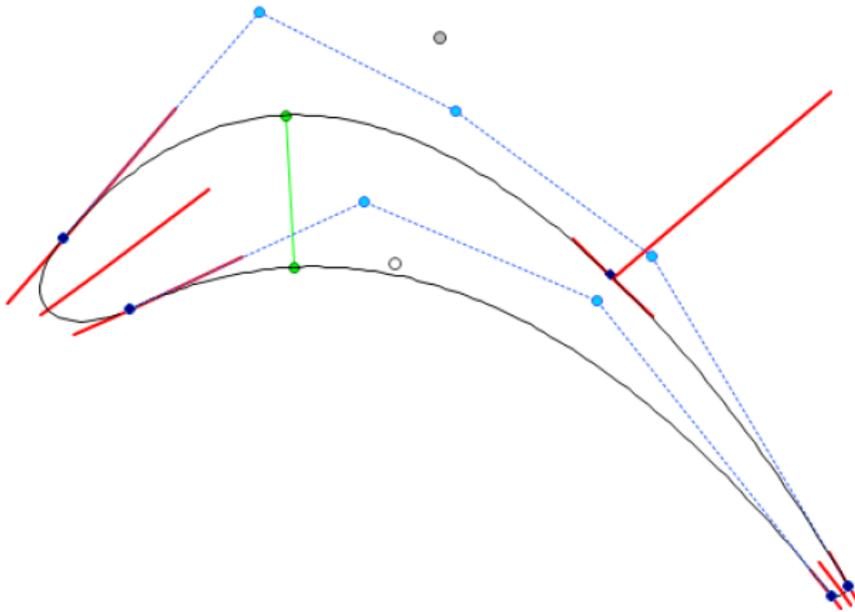


Figura 4.7: Bèzier di 5° e 4° ordine per il profilo AvioAero

Da un punto di vista prettamente ingegneristico è scomodo disegnare un profilo attraverso punti di controllo e pesi, è così ricondotto l'intero sistema di variabili geometriche a parametri maggiormente impattanti da un punto di vista fisico-aerodinamico.

Simbolo	Parametro
$R$	Raggio misurato al bordo d'attacco
$c_x$	Corda assiale
$c_t$	Corda tangenziale
$\zeta$	<i>Unguided turning</i>
$\beta_{in}$	Angolo metallico al bordo d'attacco
$\varepsilon_{in}$	Angolo di <i>wedge</i> al bordo d'attacco
$R_{LE}$	Raggio del bordo d'attacco
$a_{LE}$	Eccentricità del bordo d'attacco
$\beta_{out}$	Angolo metallico al bordo di fuga
$R_{TE}$	Raggio del bordo di fuga
$a_{TE}$	Eccentricità del bordo d'attacco
$N_b$	Numero di pale di schiera
$o$	Gola

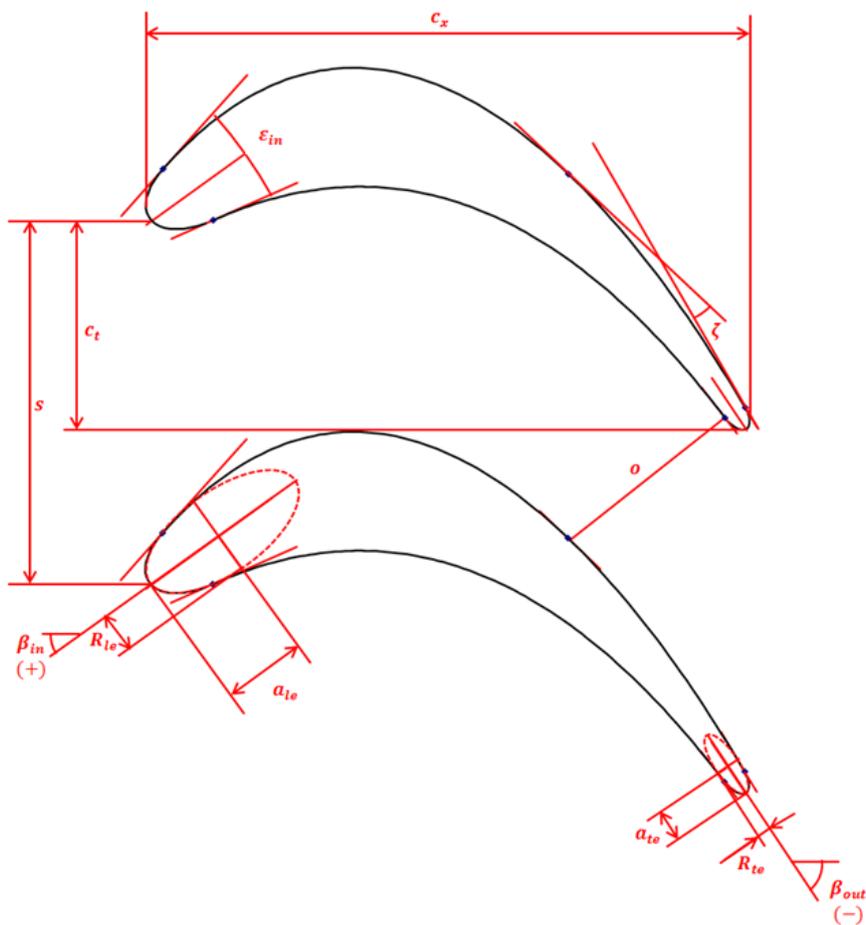


Figura 4.8: Parametrizzazione di profilo AvioAero

## 4.2 Parametrizzazione del bordo d'attacco

Ci si soffermerà ora sulla parametrizzazione del bordo d'attacco utilizzato in AvioAero, descrivibile da un'ellisse, e un bordo d'attacco avanzato descritto da curve geometriche maggiormente complesse.

### 4.2.1 Bordo d'attacco ellittico

Il bordo d'attacco e di fuga ellittici utilizzano la stessa tipologia di parametrizzazione per il *design* e cioè: il raggio al bordo d'attacco  $R_{LE}$ , l'eccentricità  $a_{LE}$ , il calettamento angolare  $\beta_{in}$  e l'angolo di *wedge*  $\varepsilon_{in}$ .

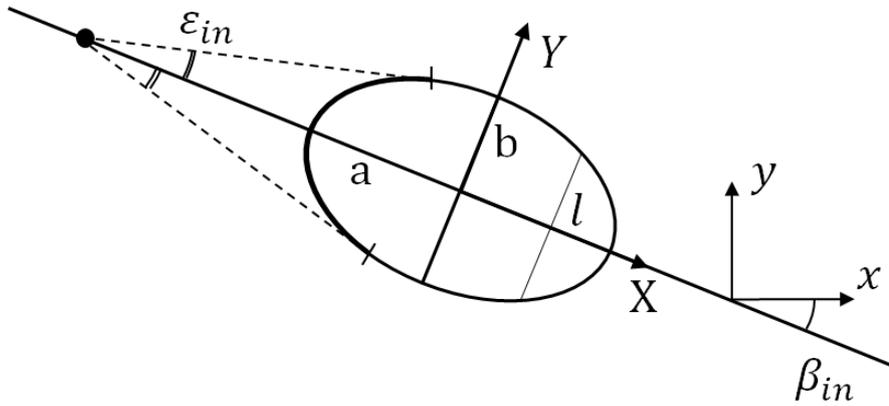


Figura 4.9: Costruzione bordo d'attacco ellittico

Il raggio al bordo d'attacco altro non è che il raggio della circonferenza osculatrice nel punto in cui l'ellisse incrocia il semiasse, il quale si può ricavare a partire dalla formulazione esplicita della curva:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1 \rightarrow Y = b \sqrt{1 - \frac{X^2}{a^2}}, \quad Y \geq 0 \\ R(X) = \frac{\left(1 + \frac{dY^2}{dX^2}\right)^{3/2}}{\frac{d^2Y}{dX^2}} \end{array} \right. \Rightarrow R_{LE} = R(X = -a) = \frac{b^2}{a} \quad (4.6)$$

con  $X$  e  $Y$  il sistema di coordinate relative all'ellisse,  $a$  e  $b$  le lunghezze dei semiassi orientati in rispettivamente in direzione  $X$  e  $Y$ ,  $R(X)$  la funzione raggio di curvatura. Il raggio di curvatura al bordo d'attacco è perciò dipendente dai soli semiassi, si osservi infatti che coincide con il *semilato retto* dell'ellisse (indicato con  $l$  in figura 4.9) che per

definizione è pari a

$$l = \frac{b^2}{a}$$

da così indicazioni sia della spigolosità/rotondità del bordo sia delle dimensioni dell'ellisse, sebbene per essere completamente definito necessita di un ulteriore parametro. Si introduce quindi l'eccentricità  $a_{LE}$ , corrispondente al rapporto fra la distanza dei due fuochi  $2c$  e la lunghezza dell'asse maggiore  $2a$ :

$$a_{LE} = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (4.7)$$

L'eccentricità può variare in un range compreso fra  $0 \leq a_{LE} \leq 1$ , nel caso fosse nulla l'ellisse degenera a una semplice circonferenza con i fuochi coincidenti, se unitario collassa in un segmento.

L'angolo  $\beta_{in}$  definisce il calettamento, generalmente prossimo all'orientamento del flusso in ingresso, con cui l'ellisse  $X - Y$  è ruotato rispetto alle coordinate profilo  $x - y$ . Nella geometria in esame tale angolo sarà negativo, utilizzando la classica convenzione di segno.

L'ultimo parametro, l'angolo *wedge*  $\varepsilon_{in}$  o angolo di cuneo, definisce invece la localizzazione dei punti in cui l'ellisse è troncato e oltre il quale è presente il resto del profilo, come nella precedente figura. L'ampiezza definisce la semiapertura del cuneo, la cui bisettrice è solidale al semiasse principale dell'ellisse. Definito l'angolo di semiapertura, i punti di troncamento saranno quelli per cui i lati del cuneo sono tangenti all'ellisse.

## 4.2.2 Bordo d'attacco avanzato

Un'ulteriore parametrizzazione del bordo d'attacco utilizzata in ambito aeronautico fa uso di due coniche, cioè curve ottenibili dall'intersezione di un cono circolare con un piano. Questa classe di curve sono ottenibili attraverso un'unica costante  $\rho$ , da cui il nome "rho conic".

Si immagini di avere due punti d'inizio/fine della curva e un terzo punto di riferimento, tale da ricreare un triangolo come in figura 4.10. Il parametro  $\rho$  è pari al rapporto della distanza del picco della curva dalla base e l'altezza del triangolo [26]. All'aumentare di  $\rho$  diminuisce la curvatura al picco e, soprattutto, cambia la tipologia di sezione conica:

- $\rho = 0$  ellisse degenera (segmento);
- $0 < \rho < 0.5$  ellisse;
- $\rho = 0.5$  parabola;
- $0.5 < \rho < 1$  iperbole;
- $\rho = 1$  iperbole degenera (triangolo).

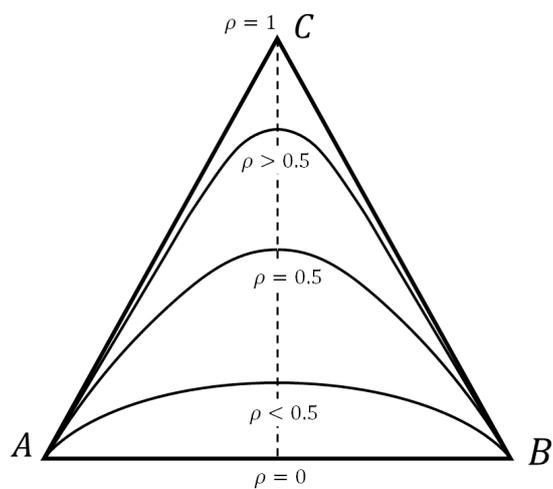


Figura 4.10: Curve *rho conic*

La curva che si origina è sempre tangente ai lati nei punti *A* e *B*. La parametrizzazione avanzata fa uso di due *rho-conic*, una per il raccordo con l'intradosso, l'altra per l'estradosso del profilo.

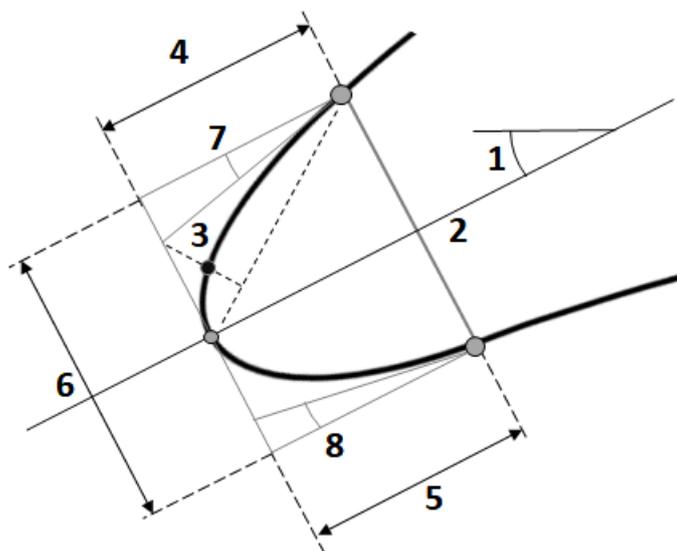


Figura 4.11: Parametrizzazione avanzata

Indice	Simbolo	Parametro
<b>1</b>	$\beta_{in}$	Angolo metallico al bordo d'attacco
<b>2</b>	$t$	Spessore
<b>3</b>	$\rho$	Valore <i>rho conic</i>
<b>4</b>	$d_{SS}$	Distanza lato <i>suction side</i>
<b>5</b>	$d_{PS}$	Distanza lato <i>pressure side</i>
<b>6</b>	$d_{DP}$	Posizione percentuale <i>droop</i>
<b>7</b>	$\epsilon_{SS}$	Angolo <i>wedge</i> lato <i>suction side</i>
<b>8</b>	$\epsilon_{PS}$	Angolo <i>wedge</i> lato <i>pressure side</i>

Le due curve coniche sono definite da un'unica costante conica  $\rho$  (la stessa per entrambe), e da un sistema di variabili più articolato e complesso per definire tangenza. Il bordo d'attacco è poi connesso al resto del profilo che può essere disegnato attraverso delle Bèzier.

### 4.3 Parametrizzazione innovativa

Nell'ottica di modificare e ottimizzare esclusivamente bordo d'attacco senza alterare il resto del profilo, i *leading edges* disegnati con le precedenti tecniche hanno però due principali svantaggi:

- i. in entrambi i casi qualsiasi variazione apportata ai parametri si riflette con importanti modifiche sul resto del profilo, poichè pensati per il *design* e l'ottimizzazione da un punto di vista globale;
- ii. il secondo svantaggio è legato alla flessibilità e varietà delle forme tracciate da tali sistemi, è infatti impossibile disegnare curve spigolose o irregolari.

Per gli scopi della ricerca e dell'ottimizzazione del solo bordo d'attacco, gli effetti aerodinamici indotti dalla variazione parametrica sul resto del profilo sarebbero predominanti rispetto a quelli effettivamente presenti sul solo bordo d'attacco, ciò renderebbe incoerente lo studio sulla reale influenza del *leading edge*. Per superare tale lacuna si è introdotta una parametrizzazione innovativa in cui le variabili non inficiano sul resto della pala. L'approccio al problema è stato quello di isolare i due *design*, mutando il solo bordo e tenendo fisso il resto del profilo selezionato, i cui punti di separazione sono definiti dalla precedente parametrizzazione ellittica sulla geometria base. Una volta isolato il corpo principale, la parametrizzazione innovativa andrà ad assemblare i nuovi profili di turbina con il bordo d'attacco modificato. Per realizzare *leading edge* che si discostino ampiamente dai *design standard* e con una più ampia formabilità si è scelta la classe di curve *B-Spline* di 8° ordine.

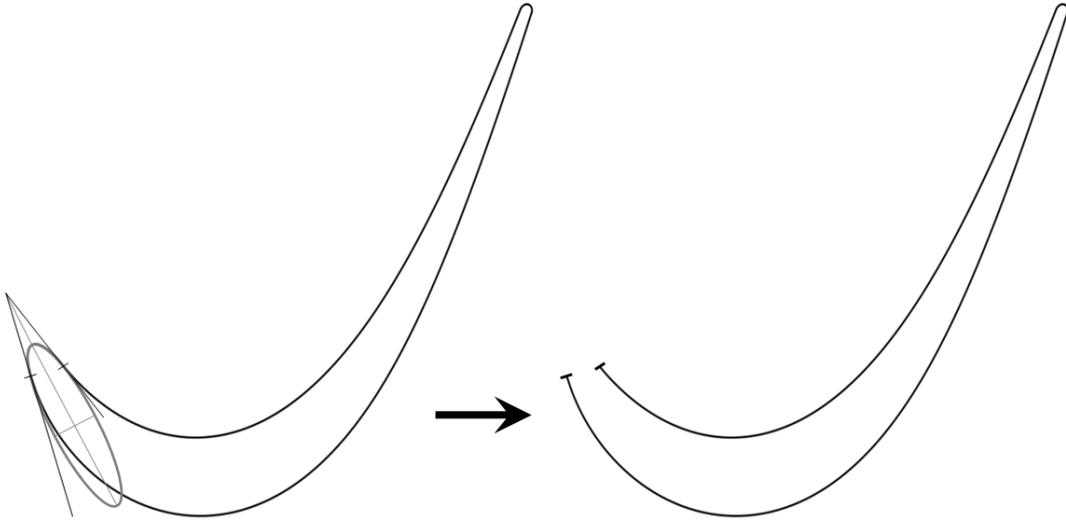


Figura 4.12: Profilo base: bordo d'attacco ellittico e successiva separazione

### 4.3.1 B-Spline

Dalla precedente analisi delle curve di Bèzier è evidente che questa classe di parametri abbia delle limitazioni che si cercherà di superare:

- la curva non passa mai per altri punti intermedi del poligono di controllo, ciò limita le possibilità di controllo;
- per cambiare l'intera curva occorre necessariamente modificare il poligono di controllo;
- non esiste controllo locale, spostare un punto di controllo influisce sul resto della curva;
- per aumentare la flessibilità occorre aumentare il numero di punti di controllo e/o utilizzare Bèzier razionali, e relativi pesi, con rilevante incremento di parametri di gestione

L'ultimo punto riflette a pieno il vantaggio offerto dalle B-Spline, infatti a differenza delle Bèzier permette di avere elevata flessibilità con semplicità di parametrizzazione, come si vedrà in seguito. Prima di parlare delle B-Spline, se ne introdurrà le proprietà e caratteristiche introducendo dapprima le spline standard. A tal scopo si farà riferimento al testo *The Essentials of CAGD* di E.Farin e D.Hansford [27].

Le curve spline sono la combinazione di più polinomi di grado  $k$  definiti a tratti sul dominio globale, congiunti fra loro mantenendo le proprietà di continuità in ogni punto del dominio di classe  $C^i$ ,  $\forall i = 0, \dots, k - 1$  [27]. Si consideri un dominio porzionato in  $m + 1$  nodi, a partire dal primo nodo fino all'ultimo, per ogni  $k + 1$  nodi sarà definito un

polinomio sul tratto considerato di grado  $k$  come in figura 4.13.

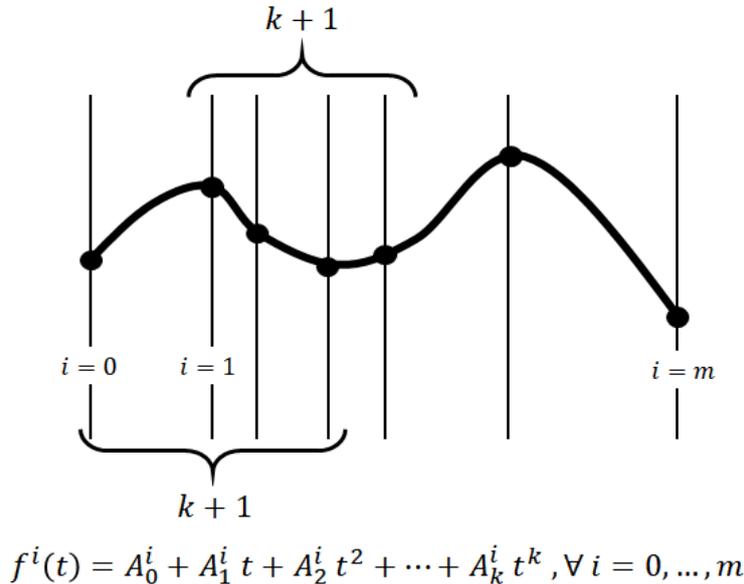


Figura 4.13: Spline standard di ordine  $k + 1$

Per risolvere la spline e definire i coefficienti di ogni polinomio occorrerà la continuità nei nodi fino alla classe  $C^{k-1}$ . Le spline più comunemente usate sono quelle cubiche  $k = 3$ , in grado di garantire continuità di classe  $C^2$  in ogni punto del dominio: ogni polinomio avrà tangente e curvatura agli estremi pari a quelli dei polinomi seguenti e precedenti negli stessi punti. Su ogni tratto di una spline è definita una polinomiale di grado  $k$  ci saranno  $(k + 1) \cdot m$  parametri liberi, corrispondenti ai coefficienti di ogni polinomio, definiti imponendo le condizioni di continuità nei nodi interni e da opportune condizioni al contorno ai nodi estremi.

Le curve B-Spline si differenziano dalle spline standard perché adoperano curve di Beziér nella costruzione. Questa tipologia di curve spline si suddivide in tre differenti categorie: B-Spline uniformi, non uniformi e *NURBS* [27]. Nella parametrizzazione innovativa del bordo d'attacco si farà uso di B-Spline uniformi, così dette poiché parametrizzate su intervalli di lunghezza costante. Analogamente alle curve di Bèzier una B-Spline di grado  $k$  è guidata dai punti di controllo, e in generale approssima la poligonale costruita su tali punti, ma a differenza delle precedenti l'ordine della B-Spline non è legato al numero di punti di controllo. Infatti per una Beziér a  $n + 1$  *control points* corrisponde un ordine  $h = k + 1 = n + 1$  e, mentre per la B-Spline è sufficiente che sia  $n + 1 \geq k + 1$ , sebbene il caso  $n + 1 = k + 1$  collapsi sulla curva di Bèzier relativa allo stesso poligono [27].

Le B-Spline a differenza delle Bèzier necessitano di nodi (attraversati dalla curva) e intervalli su cui essere definite per costruire le funzioni base. I nodi saranno definiti in sequenza

non decrescente di  $m + 1$  numeri reali, la *sequenza dei valori nodali*  $T = [t_0, t_1, \dots, t_m]$ . [28]

Il legame che sussiste fra gli  $m + 1$  nodi e gli  $n + 1$  punti di controllo è il seguente:

$$\text{Nodi} = \text{CPs} + \text{ordine} (h = k + 1) \implies m + 1 = (n + 1) + h$$

Generalmente le B-spline non attraversano i vertici del poligono di controllo, nemmeno nei punti estremi, al contrario di ciò che avviene per le curve di Bézier. Per far sì che ciò che avvenga è sufficiente far "collassare" i primi e gli ultimi  $h$  nodi ai valori iniziali e finali della sequenza, ad esempio per una B-Spline di grado  $k = 3$  e  $n + 1 = 7$  punti di controllo ci sarà la seguente sequenza di 11 nodi uniformi (figura 4.14):

$$T = [0, 0, 0, 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1, 1, 1]$$

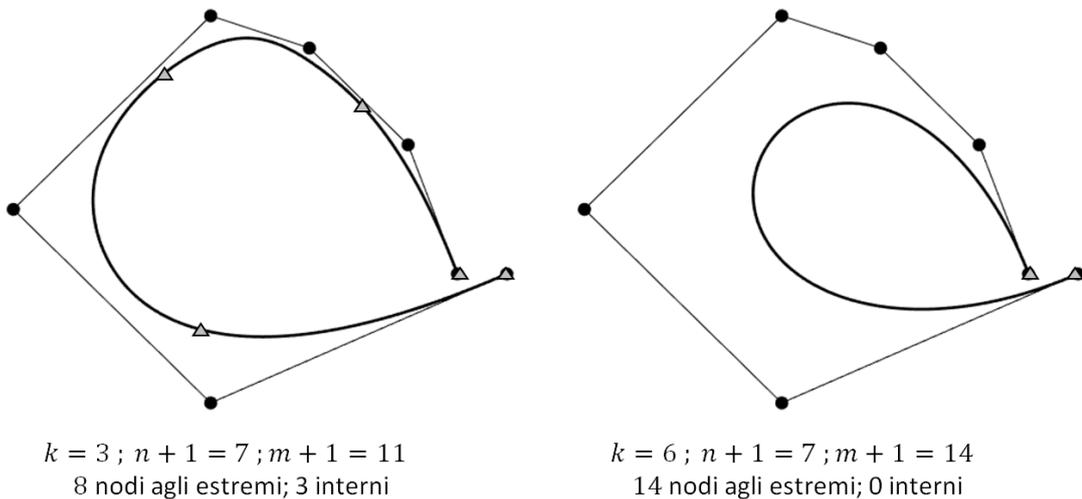


Figura 4.14: Confronto B-Spline e Bèzier con 7 *control points*

Nella precedente figura è rappresentato il confronto fra una B-Spline di sequenza uniforme, e la rispettiva Bèzier con stesso poligono di controllo: tutti e 14 i nodi ricadono sugli estremi del poligono, senza alcun nodo interno. La molteplicità dei nodi incide quindi sulla forma della curva ridefinendo la disposizione (comunque uniforme) degli stessi senza mutare il poligono di controllo, come in figura 4.15.

Le curve B-Spline sono costruite come combinazione lineare di funzioni base (costruite basandosi sulla sequenza nodale di grado  $k$ ) e i vertici del poligono di controllo  $P_i$  [28]:

$$P(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,k}(t) P_i \quad (4.8)$$

con  $P_i$  l' $i$ -esimo punto di controllo.

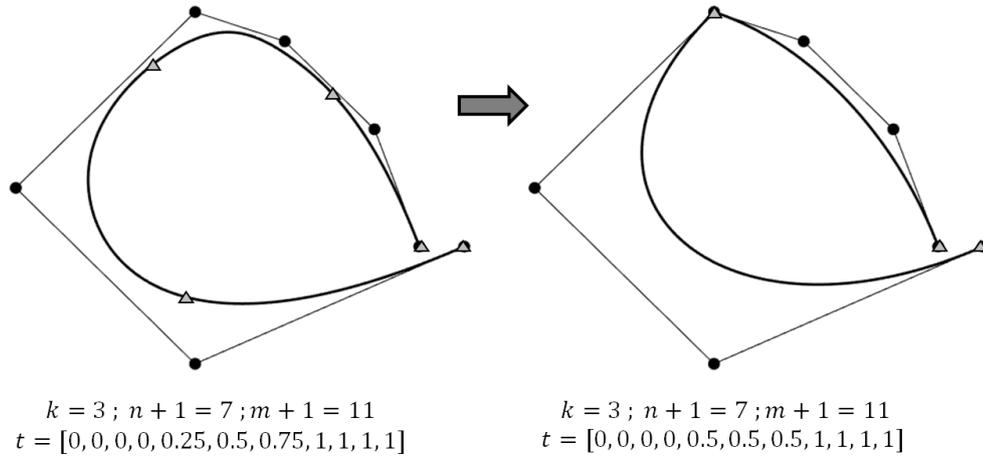


Figura 4.15: B-Spline con molteplicità controllata

Le funzioni polinomiali  $N_{i,k}$  che costituiscono la base della B-Spline sono calcolati per mezzo delle formule ricorsive di DeBoor [28]:

$$B_{i,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } T_i \leq t < T_{i+1} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (4.9)$$

$$B_{i,j}(t) = \frac{t - T_i}{T_{i+j} - T_i} B_{i,j-1}(t) + \frac{T_{i+j+1} - t}{T_{i+j+1} - T_{i+1}} B_{i+1,j-1}(t)$$

con  $j = 1, \dots, k$ , ovvero le funzioni base sono definite in via ricorsiva dal prim'ordine fino a  $k + 1$ .

La caratteristica principale delle B-Spline è che consente di disegnare forme complesse con polinomi di grado più basso se confrontato con una Bèzier di ugual numero di punti di controllo. In generale il comportamento di una B-Spline è quello di tendere al poligono di controllo tanto più è basso il suo grado, come rilevabile dalla precedente figura 4.14. Un'ulteriore proprietà è quella di essere contenuta nel guscio convesso del poligono di controllo qualora sia rispettato l'ordine crescente dei nodi [27]. I vantaggi principali della B-Spline rispetto alla Bèzier sono così riassunti:

- i. elevata flessibilità delle forme descritte;
- ii. semplicità di gestione: grado polinomiale inferiore a parità di punti di controllo;
- iii. possibilità di modifiche senza variare il poligono di controllo;
- iv. possibilità di passaggio della curva da un punto di controllo voluto (aumentando la molteplicità nodale);

- v. proprietà di modifica locale: variando la posizione di un punto di controllo non cambia globalmente la forma dell'intera curva.

### 4.3.2 Parametrizzazione del bordo d'attacco con B-Spline

Per il *leading edge* innovativo si è scelto di operare con B-Spline uniformi di 8° ordine (e grado  $k = 7$ ), controllata da 10 *control points* cui segue una sequenza di 18 valori nodali. Il primo e l'ultimo punto di controllo saranno coincidenti con le giunzioni al resto del profilo palare, e per imporre la continuità è necessario modificare la sequenza nodale portando a  $k + 1 = 8$  la molteplicità dei nodi estremi. Vi saranno così solo due nodi interni equispaziati:

$$T = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1/3, 2/3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$$

Per imporre la continuità e la curvatura in corrispondenza delle giunture col resto del profilo è necessario considerare i rispettivi valori come condizione al contorno:

$$f'_{ss}(t) = d_{ss}, \quad R_{ss}(t) = c_{ss}; \quad f'_{ps}(t) = d_{ps}, \quad R_{ps}(t) = c_{ps}$$

A questo per rispondere a tale richiesta si è deciso di fissare la posizione dei primi tre punti di controllo: ponendo il secondo punto di controllo (e il penultimo) in corrispondenza della retta tangente di pendenza  $d_{ss}$  (e  $d_{ps}$ ) passante per l'estremo si induce la continuità di derivata prima alla B-Spline.

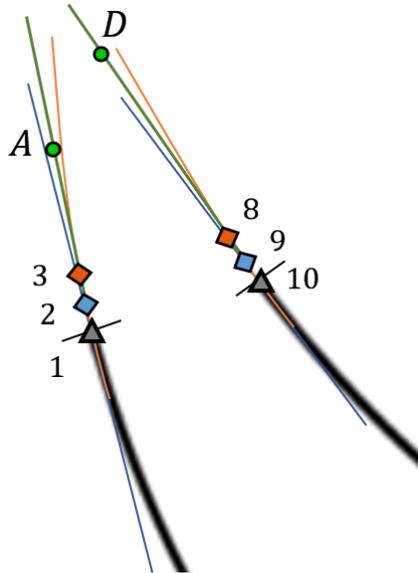


Figura 4.16: Posizionamento dei punti di controllo per continuità di classe  $C^2$

Analogamente a quanto fatto, per forzare la continuità di curvatura si fissano i punti di controllo terzo e terz'ultimo su archi di cerchio con raggio di curvatura pari a  $c_{ss}$  e  $c_{ps}$  passanti per gli estremi come in figura 4.16:

- i punti romboidali in azzurro si trovano lungo la retta di pendenza  $d_{ss}$  e  $d_{ps}$ ;
- i punti romboidali in arancio si trovano lungo la circonferenza di curvatura  $c_{ss}$  e  $c_{ps}$ .

A questo punto, 6 dei 10 vertici del poligono sono fissati con un residuo di  $4 \times 2 = 8$  variabili libere nel piano  $x - y$ . Per rendere ancor più regolare e morbida l'andamento della B-Spline nei pressi delle giunzioni, si è deciso di limitare la mobilità del quarto e del quartultimo vertice (d'ora in poi chiamati  $A$  e  $D$ ) sulla retta congiungente i precedenti punti di controllo: in figura 4.16 rappresentati da cerchi di color verde, possono muoversi lungo le rispettive semirette. In tal modo vi sono ancora 6 gradi di libertà controllabili, ovvero la posizione dei *control points* 5 e 6 (d'ora in poi chiamati  $B$  e  $C$ ), e la disposizione lungo le semirette fissate per i vertici 4 e 7.

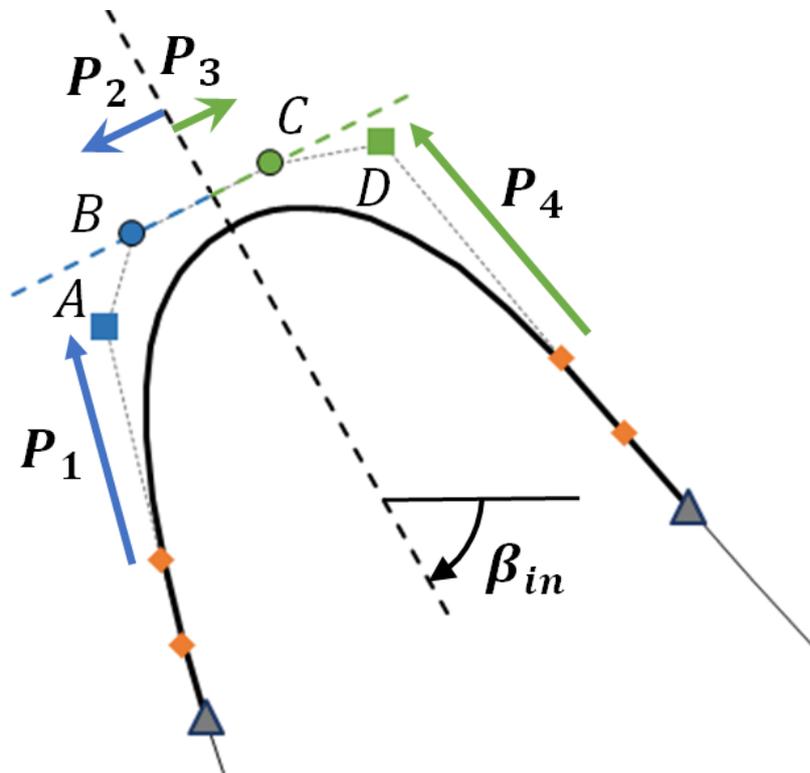


Figura 4.17: Parametrizzazione innovativa del bordo d'attacco

Un ultimo grado di libertà è poi fissato imponendo la corda assiale. Infatti, come già spiegato nelle ipotesi iniziali, non si vuole modificare significativamente l'intero profilo ma solo la forma ottimale posta in corrispondenza del bordo d'attacco con limitate variazioni sull'area e sull'inerzia del profilo. Una variazione della corda assiale, infatti, impatterebbe sull'effettiva comparabilità dei risultati. Ciò è realizzato riposizionando attivamente i punti di controllo  $B$  e  $C$  in modo da imporre la B-Spline ad assumere la stessa corda assiale. Si hanno dunque soli 5 gradi di libertà gestibili, questi sono stati espressi sottoforma di parametri più facilmente gestibili.

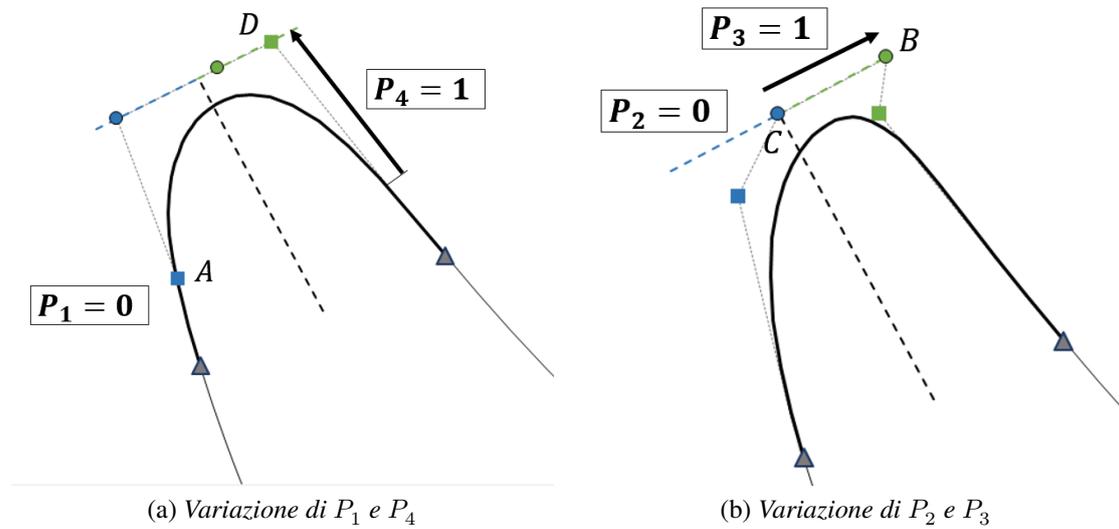


Figura 4.18: Parametrizzazione innovativa: variabilità parametrica

Il parametro  $P_1$  controlla la disposizione relativa di A sulla retta uscente dai vertici 2 e 3; così in modo analogo il parametro  $P_4$  gestisce il vertice D. L'angolo metallico  $\beta_{in}$  determina la direzione principale di sviluppo del bordo d'attacco e, soprattutto, divide il poligono di controllo. Infatti dalla retta di pendenza così fissata si dipartono due semirette su cui i punti di controllo B e C sono liberi di muoversi. La loro mobilità e disposizione relativa è controllata dai parametri  $P_2$  e  $P_3$ . Si può così costruire un secondo poligono luogo dei punti dei vertici di controllo. In particolare se ne osservi la variabilità: i *control points* A e D saranno sulle intersezioni quando  $P_1$  e  $P_4$  sono rispettivamente unitari; o coincidenti con i punti di controllo terzo e ottavo se nulli. In maniera analoga si muoveranno i punti di controllo B e C: saranno in corrispondenza dell'asse di pendenza  $\beta_{in}$  se  $P_2$  e  $P_3$  sono azzerati, nelle intersezioni se unitari.

E' da osservare che i parametri  $P_1$ ,  $P_4$  e  $P_2$ ,  $P_3$  possono superare l'unità, mentre solo gli ultimi possono essere negativi. Infatti, per gli altri due si invertirebbe l'ordine dei punti di controllo non garantendo così la continuità di curvatura. Per quanto riguarda l'angolo metallico, è consigliabile non variare troppo il suo valore visto e considerato che il resto del profilo è realizzato secondo una precisa inclinazione, perciò forti discostamenti angolari possono ridurre la deformabilità del bordo d'attacco per garantire la costanza di corda assiale.

I *leading edge* ottenibili da tale parametrizzazione sono estremamente variegati, come si può cogliere dalla figura 4.19. Infatti agendo sulle mobilità dei punti di controllo attraverso i parametri, la B-Spline permette di modellare forme non facilmente ricreabili con i comuni strumenti di *design*. I vantaggi di un bordo d'attacco così costruito sono perciò la significativa flessibilità delle forme descritte dalla B-Spline e la facilità di gestione (soli

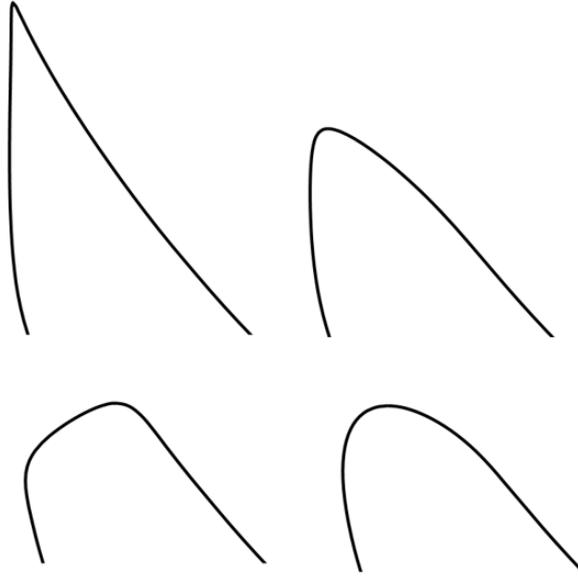


Figura 4.19: Geometrie ottenibile con parametrizzazione innovativa

5 parametri rispetto agli 8 del bordo d'attacco costruito con doppia *rho-conic*), oltre alla rispetto dei criteri di regolarità e costanza della corda assiale. E' tuttavia importante selezionare opportuni *range* di variabilità di ogni singolo parametro in modo da garantire l'effettiva bontà delle forme spaziate, in tabella 4.1 sono riportati gli estremi selezionati.

	$\beta_{in}$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
Estremo inferiore	$\beta_{in, \text{Baseline}} - 5^\circ$	0	-1	-1	0
Estremo superiore	$\beta_{in, \text{Baseline}} + 5^\circ$	1.5	1.5	1.5	1.5

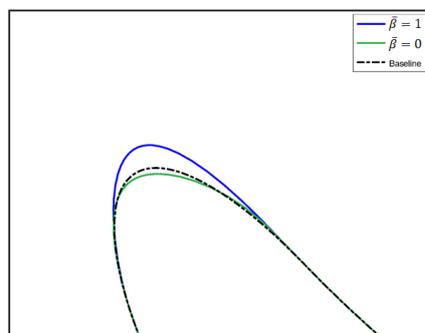
Tabella 4.1: Estremi di variazione dei parametri

Per semplicità i parametri sono stati adimensionati così da avere gli intervalli di variazione adimensionati compresi fra  $[0, 1]$ :

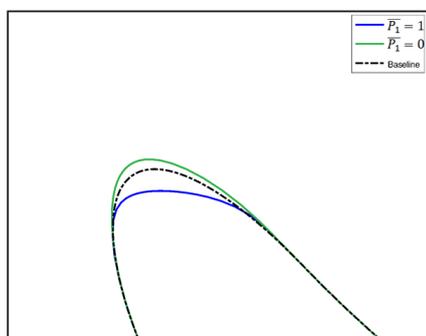
$$\bar{\beta}, \bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \bar{P}_4 \in [0, 1]$$

gli estremi inferiori corrispondono così al valore 0, e i superiori a valori unitari. In figura 4.20 sono riportati le geometrie generate variando i parametri ai valori estremi a partire dal bordo d'attacco base.

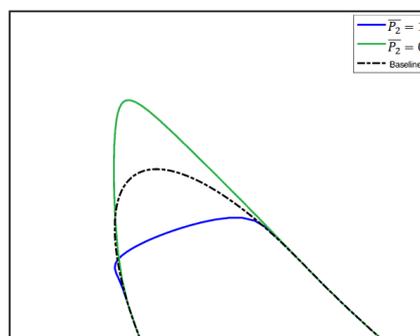
In seguito si analizzeranno gli effetti di ogni singolo parametro (ed eventuali interazioni) sulle prestazioni aerodinamiche. Per far ciò è necessario esplorare le possibili combinazioni dei parametri, e valutare le bontà di ogni bordo d'attacco dopo aver simulato l'aerodinamica del profilo modificato. Nel prossimo capitolo verranno così trattati le



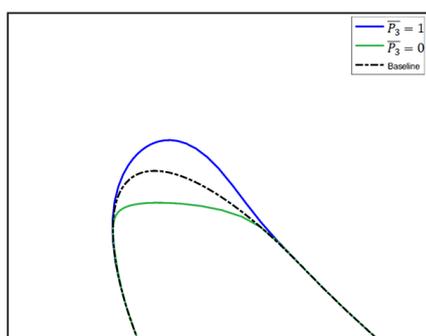
(a) Variazione parametro  $\bar{\beta}$



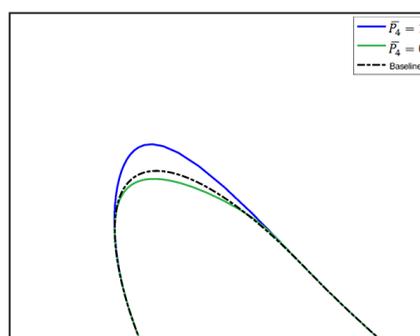
(b) Variazione parametro  $\bar{P}_1$



(c) Variazione parametro  $\bar{P}_2$



(d) Variazione parametro  $\bar{P}_3$



(e) Variazione parametro  $\bar{P}_4$

Figura 4.20: Effetti della variazione parametrica a partire dalla geometria *baseline*

metodologie numeriche utilizzate per simularne i campi di moto.

## Capitolo 5

# Metodologie per simulazioni numeriche

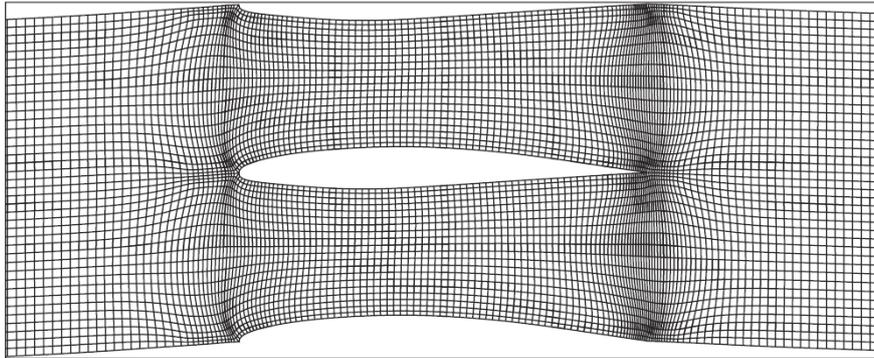
In un contesto industriale è impensabile realizzare la moltitudine di prototipi di palette per testarne le prestazioni aerodinamiche in galleria del vento, la *Computational Fluid-Dynamics* grazie anche all'evoluzione informatica permette di simulare innumerevoli geometrie in pochissimo tempo, selezionandone così solo le migliori ed effettuandone i dovuti test. Tale approccio è quindi adatto a problemi di ottimizzazione aerodinamica, specialmente per metodologie esplorative, sebbene qualità e affidabilità dei risultati siano dipendenti dalla discretizzazione spaziale del dominio fisico e dalla modellazione delle equazioni di governo. In questo capitolo, dunque, si tratteranno le metodologie computazionali per effettuare simulazioni CFD, ossia la discretizzazione dello spazio e la modellazione numerica della gasdinamica utilizzate per condurre la ricerca.

Il focus della tesi è incentrato sulle perdite di profilo aerodinamiche indotte dalla geometria al bordo d'attacco, e come tali sono perdite identificabili in fenomeni agenti nel piano del profilo. È tuttavia necessario considerare che il profilo stesso, essendo disegnato su superficie conica, ha un impegno radiale non trascurabile, perciò sarà necessario utilizzare un modello numerico tridimensionale.

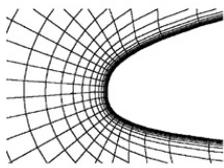
Il modello geometrico simulato è stato reso rappresentativo dell'aerodinamica quasi-2D realizzando una pala semplicemente prismatica in direzione radiale priva di rastremazione, svergolamento e raccordi d'estremità che possano falsare l'analisi delle perdite di profilo. Nel modello numerico fluidodinamico è stata poi annullata la presenza dei flussi secondari che interessano il mozzo di un tipico mozzo di turbina, e non solo, è stata esclusa la presenza di gradienti di velocità indotti da viscosità agli estremi (end wall), così da azzerare i moti vorticosi tridimensionali ampiamente discussi nel capitolo 2 per le perdite secondarie. A questo punto, è facile comprendere che la discretizzazione del dominio potrà essere meno fine lungo l'estensione della pala, preferendo una griglia numerica o mesh molto più raffinata nel piano di definizione del profilo.

## 5.1 Griglia computazionale

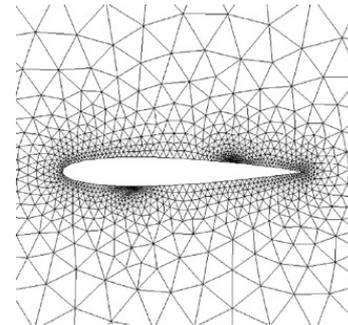
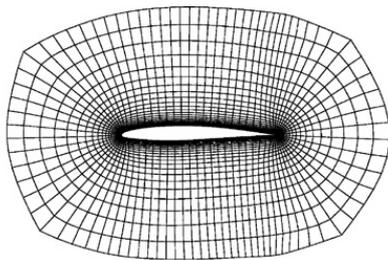
La griglia numerica, nota anche come *mesh*, è sicuramente un importante fattore di qualità dei risultati forniti dalla simulazione. Essa altro non è che la suddivisione dello spazio nelle sue tre dimensioni, in ogni sua porzione infatti vengono risolte le equazioni che governano la fluidodinamica del problema in questione. In ogni cella, ossia le porzioni, le proprietà del fluido sono considerate omogenee: da un canale interpalare campionato con solo una decina di celle non si riuscirà a cogliere i più piccoli fenomeni vorticosi che interessano lo strato limite, la simulazione è quindi "cieca" rispetto ai fenomeni di scala più piccola della cella. Da ciò si comprende che un'elevata finezza di discretizzazione è necessaria sia a cogliere tali fenomeni, aumentandone la risoluzione, sia alla qualità dei risultati: infatti le fini modifiche apportate al bordo d'attacco interessano fenomeni di bassa scala che sono così determinanti per l'individuazione dell'ottimo.



(a) Griglia strutturata "ad H"



(b) Griglia strutturata ad "O"



(c) Griglia non strutturata

Figura 5.1: Diverse tipologie di *mesh* - *refbib*

Le griglie numeriche possono essere di vario tipo, la prima classificazione riguarda la regolarità: vi sono le griglie non strutturate, costruite in maniera randomica e regolate da numero di lati più o meno variabile, e le griglie strutturate il cui numero di lati delle celle

è fissato permettendo di individuare un ordine funzionale fra le stesse. Un'altra classificazione riguarda il modo di risolvere il problema del campo di moto di un profilo di turbina, e cioè costruendo la griglia attorno al profilo o discretizzando il canale interpalare che si forma fra la *pressure side* e la *suction side* di due pale adiacenti. Nel primo caso si parla di "*O-type mesh*", nel secondo di "*H-type mesh*", in figura 5.1 sono presenti due esempi di una griglia ad O non strutturata e di una griglia ad H strutturata. Quest'ultima tipologia sarà utilizzata per simulare i diversi bordi d'attacco originati dall'esplorazione multiparametrica. La generazione della griglia strutturata tipo H è stata effettuata mediante l'applicativo *JERRY-H*® in grado di elaborare la *mesh* ricevendo in ingresso dati sulla geometria, sulla quantità di celle che contornano il profilo lato suzione e pressione, il numero di celle poste nella parte anteriore al bordo d'attacco e di quelli presenti posteriormente al bordo di fuga. In tal modo si ottiene una griglia strutturata modellata secondo il profilo, opportunamente fitta lungo la direzione principale di evoluzione del canale, ma non adatta a simulare fenomeni di strato limite e fenomeni viscosi.

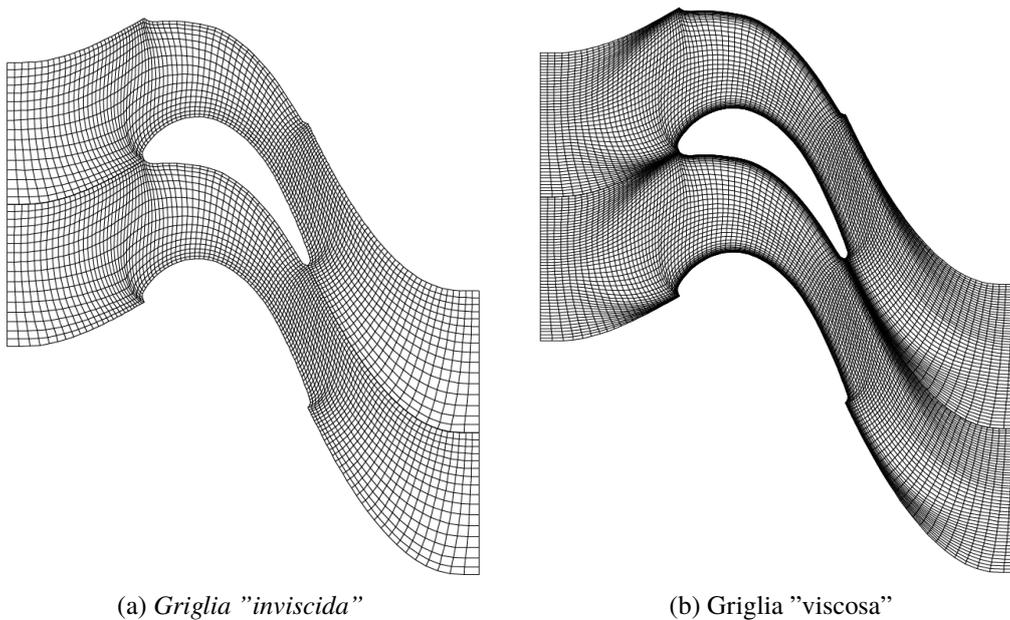


Figura 5.2: Griglie strutturate "ad H" realizzate con applicativi *JERRY-H*® e *TOM-H*®

Per raggiungere l'adeguata finezza in direzione ortogonale alle pareti del profilo si è utilizzato il codice *TOM-H*® in grado di raffinare la griglia nei pressi delle pareti, in modo da cogliere lo strato limite e simulare così gli effetti viscosi, fissato il numero di celle volute in direzione ortogonale.

La griglia bidimensionale utilizzata per simulare e osservare accuratamente le perdite di profilo è di alta qualità in termini di finezza con circa 57000 celle in sezione:

$$\text{Celle}_{\text{dir. assiale}} \times \text{Celle}_{\text{dir. tangenziale}} = 120 \times 472 = 56640 \text{ celle}$$

La *mesh* deve essere tale da cogliere gli effetti al bordo d'attacco, e in particolar modo i fenomeni di strato limite che nascono nel suo intorno. In figura 5.4 è riportato il dettaglio nei pressi del *leading edge* della griglia 2D.

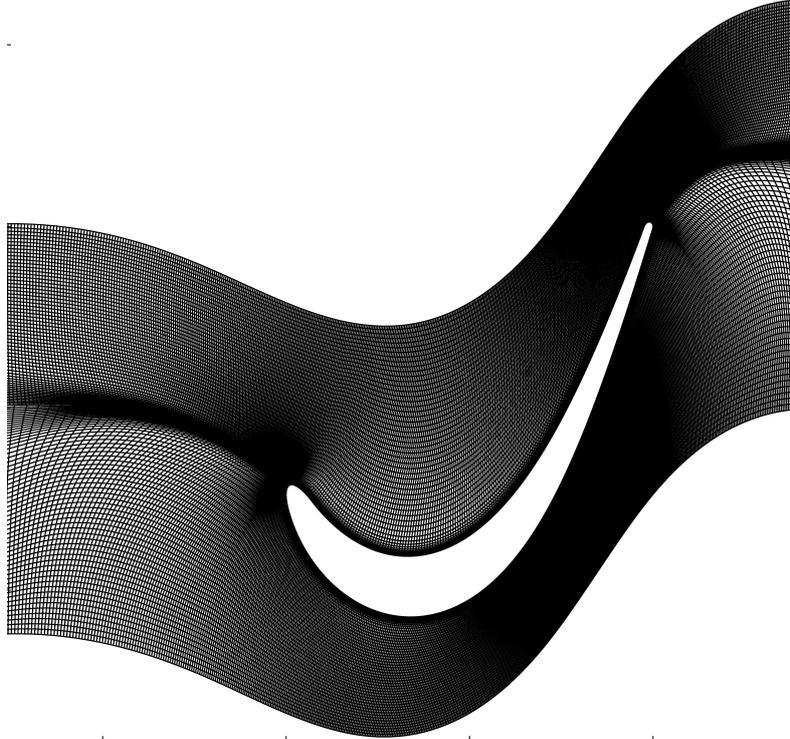


Figura 5.3: Griglia fine "viscosa" utilizzata in simulazione

Per studiare gli effetti indotti dal bordo d'attacco alle perdite di profilo si è discretizzato il canale statorico tridimensionale, anulare e prismatico, utilizzando una griglia estremamente fine nel piano ma più lasca in direzione radiale ottenendo una *mesh* con circa 510000 celle. Ovviamente a un incremento di risoluzione spaziale corrisponde un aumento di costo computazionale, tuttavia come si vedrà nel capitolo 7, la finezza scelta è un ottimo compromesso fra qualità di simulazione e dispendiosità numerica.

## 5.2 Modello numerico CFD

Il codice di simulazione fluidodinamica utilizzato da AvioAero è il *TRAF*® (*TRANsonic Flow 3D*), sviluppato dal dipartimento di energetica dell'Università di Firenze (UNIFI) in collaborazione con la NASA. Esso risolve il campo di moto tridimensionale modellato con equazioni mediate alla Reynolds, in seguito descritte, sia instazionario U-RANS (*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes equations*) che stazionario. Il codice può risolvere l'aerodinamica della turbomacchina intera (multistadio) o singola schiera in un

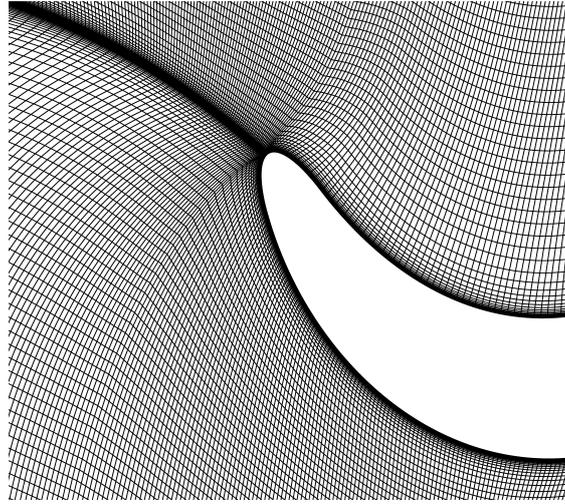


Figura 5.4: Dettaglio della griglia utilizzata

ambiente anulare o *cascade*, ossia simulando il comportamento di palette cilindriche disposte in linea come nei test sperimentali. Il modello selezionato per condurre le analisi fa uso delle equazioni RANS stazionarie a singola schiera anulare, senza interazioni di flussi secondari ed effetti viscosi di strato limite d'estremità (*endwall*).

Le equazioni base che descrive il campo di moto dei fluidi sono le equazioni di Navier-Stokes, di seguito presentate.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} &= 0 \\
 \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\
 \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho H u_j)}{\partial x_j} &= \frac{\partial(\tau_{ij} u_i - q_j)}{\partial x_j}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

con  $x_i$  la direzione spaziale  $i$ -esima,  $t$  la variabile temporale,  $u_i$  e  $u_j$  le componenti  $i$ -esima e  $j$ -esima del vettore velocità,  $\rho$  la densità,  $p$  la pressione. Il flusso di calore in direzione  $j$  è rappresentato da  $q_j$  mentre  $\tau_{ij}$  è il tensore degli sforzi viscosi,  $E$  e  $H$  energia

totale ed entalpia totale all'unità di massa così definiti:

$$q_j = -K \frac{\partial T}{\partial x_j}$$

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$$

$$E = e + \frac{p}{\rho} + \frac{u_i u_i}{2}$$

$$H = E + \frac{p}{\rho} = e + \frac{p}{\rho} + \frac{u_i u_i}{2}$$

con  $T$  la temperatura del fluido, con  $e$  l'energia cinetica interna all'unità di massa,  $\mu$  la viscosità dinamica e  $\lambda$  la *bulk viscosity* del fluido,  $\delta_{ij}$  è la delta di Kronecker.



Figura 5.5: Modello palare anulare e *mesh* 2D del canale statorico

La risoluzione del precedente sistema di equazioni non è di facile attuazione, o quanto

meno non in forma analitica, bensì occorre procedere per via numerica. La scelta del metodo di risoluzione numerica è intimamente legata alla discretizzazione spaziale (e temporale) del dominio, ovvero la griglia. Infatti per risolvere il sistema in maniera "diretta" occorrerebbe avere una griglia abbastanza fitta da poter cogliere i fenomeni dissipativi di microscala:

$$\eta = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5.2)$$

$\eta$  è la *microscala di Kolmogorov*, ossia la scala su cui avviene la dissipazione (il cui rateo è pari a  $\epsilon$  e viscosità cinematica  $\nu$ ), in quanto il numero di Reynolds locale  $Re_{loc}$  è circa unitario e i fenomeni legati all'agitazione molecolare contano tanto quanto quelli inerziali. In generale ogni cella della griglia dovrà essere inferiore alla microscala di Kolmogorov:

$$\Delta x_i < \eta$$

La microscala di Kolmogorov è intimamente legata al numero di Reynolds, se si considera la scala integrale spaziale  $l_d$ , che è indicativa della dimensione dei vortici più grandi presenti nel dominio, esse sono così legate:

$$\frac{\eta}{l} = Re_l^{-\frac{3}{4}} \quad (5.3)$$

perciò maggiore sarà il numero di Reynolds del problema fisico, tanto più piccola sarà  $\eta$  e la griglia raffinata. Per quanto riguarda la discretizzazione temporale è bene ricordare la cosiddetta condizione CFL (*Courant Friedrichs Lewy*) per le equazioni alle derivate parziali, secondo cui la discretizzazione temporale dev'essere tale da poter cogliere l'onda di propagazione più veloce che attraversa due nodi della griglia, e cioè per un caso monodimensionale

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{a}, \quad a = \text{velocità di propagazione dell'onda} \quad (5.4)$$

Tale metodologia, denominata DNS *Direct Navier Stokes*, è inattuabile in ambito industriale dal momento che richiederebbe enormi quantità di memoria e tempi di simulazione spropositati per via dell'estremo numero di celle richieste e dell'elevato numero di Reynolds.

Per superare tali difficoltà si fa uso delle RANS, in cui viene effettuata una decomposizione delle grandezze istantanee in componenti media e fluttuante nel tempo:

$$X = \bar{X} + X'$$

Quindi si effettua l'operazione di media, usando la *media di Favre* ossia una media nel tempo pesata in base alla densità:

$$X = \hat{X} + X'' \quad \hat{X} = \frac{\overline{X\rho}}{\bar{\rho}}$$

Le grandezze mediate sono così rappresentative del fenomeno se la media è effettuata su intervalli temporali piccoli, così da seguire l'evoluzione del fenomeno, ma più grandi rispetto ai tempi caratteristici delle fluttuazioni turbolente.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\hat{u}_j)}{\partial x_j} &= 0 \\ \frac{\partial(\bar{\rho}\hat{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\hat{u}_i\hat{u}_j)}{\partial x_j} &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}^R}{\partial x_j} \\ \frac{\partial(\bar{\rho}\hat{E})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\hat{H}\hat{u}_j)}{\partial x_j} &= \frac{\partial(\bar{\tau}_{ij}\hat{u}_i + \overline{\tau_{ij}u_j''})}{\partial x_j} - \frac{\partial(\bar{q}_j + \overline{\rho u_j'' h''} - \hat{u}_i \tau_{ij}^R + \frac{1}{2}\overline{\rho u_i'' u_i'' u_j''})}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Come si può notare sono presenti dei termini aggiuntivi rispetto alle equazioni di partenza, il più importante è certamente il *tensore degli sforzi di Reynolds*  $\tau_{ij}^R$ , così definito:

$$\tau_{ij}^R = -\overline{\rho u_i'' u_j''} \quad (5.6)$$

Tale sforzo è infatti originato dalle fluttuazioni turbolente previste nella modellazione *RANS*, e possono considerarsi degli sforzi che sottraggono energia al campo di moto medio e convertirla in energia cinetica turbolenta, trasferendola così alle fluttuazioni. E' bene osservare che è un termine definito attraverso grandezze fluttuanti, perciò non risolvibile per mezzo del sistema di equazioni, è perciò un termine aggiuntivo: la chiusura del problema viene così realizzata per mezzo di un opportuno modello di turbolenza.

Per simulare opportunamente gli sforzi di Reynolds, e quindi le fluttuazioni turbolente, è necessario quantomeno un'equazione aggiuntiva che ne descriva il comportamento in funzione di grandezze medie. La ricerca scientifica nell'implementazione di modelli di turbolenza per applicazioni CFD industriali ha portato a definire sistemi in più equazioni alle derivate parziali per meglio simulare la dinamica turbolenta, i più famosi modelli sono lo Spalart-Almarass (costituita da una singola equazione del trasporto), il modello  $k - \epsilon$ , il modello  $k - \omega$  di Wilcox e il modello *SST* di Menter.

Per la ricerca condotta, considerando che i profili palari di turbina sono investiti da flussi ad alto numero di Reynolds e con turbolenza pienamente sviluppata, si è scelto il modello di Wilcox (1988 - [refbib]) meglio noto come modello  $k - \omega$ . Esso è un modello si basa sull'ipotesi di Boussinesq, che linearizza gli sforzi di Reynolds in funzione di un parametro viscoso noto come *viscosità turbolenta*  $\mu_t$ :

$$\tau_{ij}^R = 2\mu_t \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (5.7)$$

con  $S_{ij}$  il tensore:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

La variabile  $k$  è l'energia cinetica turbolenta, mentre  $\omega$  è il rateo di dissipazione specifica:

$$k = \frac{1}{2} u_i u_i \quad (5.8)$$

$$\omega \approx \epsilon/k \quad (5.9)$$

$\epsilon$  il rateo di dissipazione energetica, ossia

$$\epsilon = -\frac{\partial k}{\partial t}$$

Il sistema di equazioni differenziali per il trasporto di  $k$  ed  $\omega$  sono le seguenti [refbib]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\alpha \omega}{k} P - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (5.11)$$

dove

$$P = \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

è il termine di produzione di energia cinetica turbolenta, e la viscosità turbolenta è calcolata come segue:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega}$$

I coefficienti presenti nel sistema sono assunti con tali valori: Il valore di  $\alpha$  è scelto in

$\sigma_k$	$\sigma_\omega$	$\beta^*$	$\beta$	$\alpha$
0.5	0.5	0.09	$\frac{3}{40}$	$\frac{5}{9}$

modo tale da fornire un appropriato della costante di von Karman ( $\kappa \approx 0.408$ ), attraverso la seguente espressione [refbib]:

$$\gamma = \frac{\beta}{\beta^*} - \frac{\sigma_\omega \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$$

Nel modello di Wilcox, il valore di  $\omega$  sarà pari a:

$$\omega = \frac{\epsilon}{k\beta^*}$$

Per approfondimenti e maggiori dettagli sul modello  $k - \omega$  Wilcox 1988, si rimanda al seguente testo [refbib].



## Capitolo 6

# Metodi di ricerca dell'ottimo

In questo capitolo si tratteranno le metodologie numeriche utilizzate per esplorare i possibili bordi d'attacco ammessi dalla parametrizzazione innovativa così da poterne ricercare l'ottimo.

Anzitutto è necessario classificare i diversi approcci alla ricerca dell'ottimo, ovvero:

- l'esplorazione/sperimentazione, effettuata con opportune metodologie;
- i metodi di ottimizzazione come le reti neurali, gli algoritmi genetici o particellari, ecc.

E' bene tenere a mente che l'obiettivo prefissato non è la semplice, seppur non banale, ricerca della geometria ottimale, bensì anche quello di esplorare la parametrizzazione innovativa e di investigare il legame fra le prestazioni aerodinamiche con le irregolarità presenti nelle distribuzioni di Mach isoentropico (valutate attraverso la funzione obiettivo LE-CONTROL). Quindi di osservare gli effetti dei parametri sulle performance e sulla forma del bordo d'attacco. A tal proposito, la scelta della metodologia è ricaduta nella prima classe, ossia dell'utilizzo di un approccio esplorativo.

### 6.1 Il Design of Experiments

Il termine esperimento è definito come una procedura sistematica condotta sotto condizioni controllate con l'obiettivo di scoprire effetti sconosciuti, di verificare delle ipotesi o illustrare un effetto conosciuto. Gli esperimenti sono così usati per valutare quali variabili o fattori (*input*) hanno un significativo impatto sul risultato (*output*), e controllare così il livello dei fattori di input per raggiungere il valore o il risultato voluto in output. Gli esperimenti possono essere pensati e progettati in molti modi differenti, uno dei più conosciuti è certamente il *Design of Experiments* (DoE) proposto da Ronald Fisher nel suo libro, *The design of experiments* [29]. Ad oggi tali metodologie sono molto usate sia in ambito ingegneristico e industriale sia in ambito manageriale e finanziario per progettare

prodotti più efficienti o ridurre i costi di gestione. Nel DoE ci sono tre importanti aspetti di un processo in analisi [29]:

- i. i fattori, o input dei processi. Essi possono essere classificati in variabili controllabili o incontrollabili. Per l'applicazione al design del bordo d'attacco, tutti e 5 i parametri della parametrizzazione innovativa saranno fattori controllati;
- ii. i livelli, che costituiscono la mutabilità dei fattori in un noto intervallo di variazione. Ad esempio si pensi ai livelli di potenza di un forno micro-onde, in tal caso i tre livelli sarebbero [minimo, medio, massimo];
- iii. il responso, ossia l'*output* dell'esperimento. Nella ricerca condotta sarà in primo luogo la forma del bordo d'attacco frutto della parametrizzazione e in secondo luogo le prestazioni in termini di fusione obiettivo *Leading Edge Control* e di coefficiente di perdita  $Y_s$

Il DoE ha a disposizione potenzialità importanti nel migliorare i processi e i prodotti, permette infatti di [29]:

- comparare gli effetti e le alternative fra i fattori;
- identificare i fattori che influenzano maggiormente il responso;
- identificare la combinazione di fattori da evitare o da promuovere;
- raggiungere un responso ottimale (problema di massimo/minimo);
- limitare la variabilità dei fattori inefficaci;
- migliorare la robustezza del processo finale attraverso i fattori;
- in problemi di ottimizzazione di raggiungere un tradeoff, quando richiesto un compromesso fra due o più responsi, come ad esempio in un problema di incremento di qualità e di riduzione dei costi.

Uno dei più comuni tipi di esperimenti è il "*One-Factor Experiment*" [29] sono confrontati i processi in base alla variabilità di un unico fattore, effettuandone poi opportuni studio statistici. Per l'esplorazione del design al bordo d'attacco, si farà invece uso di una classe DoE multifattoriale. Vi saranno così multipli fattori e livelli, che possono essere valutati in tutte le loro combinazioni: in tal caso si parlerà di "*Full-Factorial Experiments*" [29].

$$FF - test = \text{livelli}^{\text{fattori}} \quad (6.1)$$

Tale approccio è conveniente e pratico se ci sono solo pochi fattori e solo 2 o 3 livelli per fattore, visto e considerato che il numero di test da eseguire cresce in modo esponenziale. Per studiare un più alto numero di fattori e di interazioni può essere usato un altro approccio noto come "*Fractional Factorial Experiments*" [29], in cui può essere un

Numero di fattori	2 livelli	3 livelli	4 livelli
3	8	27	64
4	16	81	256
5	32	243	1024
6	64	729	4096

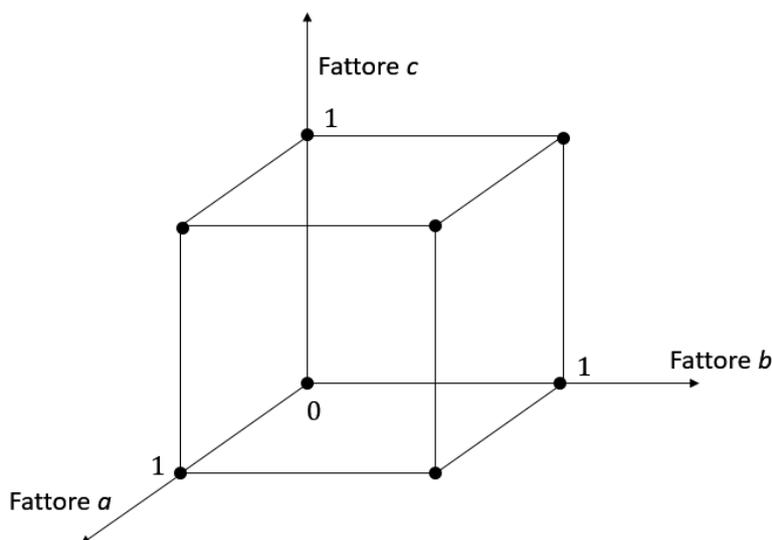


Figura 6.1: DoE con tre fattori a due livelli

numero ridotto di test valutando solo un sotto-intervallo di tutte le combinazioni possibili. Questi tipi di *design* sono meno onerosi, ma lo studio delle interazioni fra fattori è limitato. Il DoE da applicare alla parametrizzazione innovativa sarà composta da 5 fattori, e considerando che essa è costruita utilizzando B-Spline di 7° ordine, ci si aspetta di ritrovare importanti interazioni fra i parametri e i responsi, ragion per cui si è optato per un approccio *FullFactorial* a 3 livelli, ossia

$$DoE_{ff} - test = \text{fattori}^{\text{livelli}} = 5^3 = 243 \text{ combinazioni/bordi d'attacco}$$

Fra le problematiche da mettere in luce del DoE vi sono le correlazioni e le interazioni tra fattori, essi infatti possono generare effetti non lineari che non rispondono al principio di sovrapposizione e in tal caso si potrà studiare il problema solo con esperimenti più complessi che coinvolgono più di due livelli. Due livelli infatti definiscono un responso lineare fra gli esperimenti, tre livelli sono definiti da una curva quadratica, quattro livelli da una cubica e così via. Perciò se si vogliono cogliere gli effetti non lineari occorrerà aumentare di molto il numero di livelli, e come già visto, ciò implica un incremento esponenziale dei test in esame. Se si volessero esplorare rigorosamente gli effetti non lineari sarebbe

perciò necessario aumentare il numero di livelli fino a 5, ossia un numero consistente di test:  $DoE_{ff} - test = \text{fattori}^{\text{livelli}} = 5^5 = 3125$  geometrie da esaminare.

## 6.2 Esplorazione multiparametrica con sequenza Sobol

Per cogliere al meglio le interazioni fra i fattori è necessario esplorare le possibili combinazioni svincolandosi dall'approccio DoE, si opterà perciò per metodologie esplorative maggiormente flessibili che possano campionare opportunamente l'iperspazio dei parametri, inteso come il dominio  $N$ -dimensionale (con  $N$  pari al numero di fattori) di variabilità dei test. Fra le metodologie esplorative più note vi è il metodo Monte Carlo, che si basa su una distribuzione di test pseudo casuali nel dominio in esame. Vi sono poi dei metodi quasi-randomici in grado di campionare l'iperspazio sostituendo l'aleatorietà dei campioni con punti deterministici opportunamente disposti in modo da aumentarne l'uniformità. Ciò è realizzato attraverso sequenze uniformemente distribuite e/o a bassa discrepanza [30],[32].

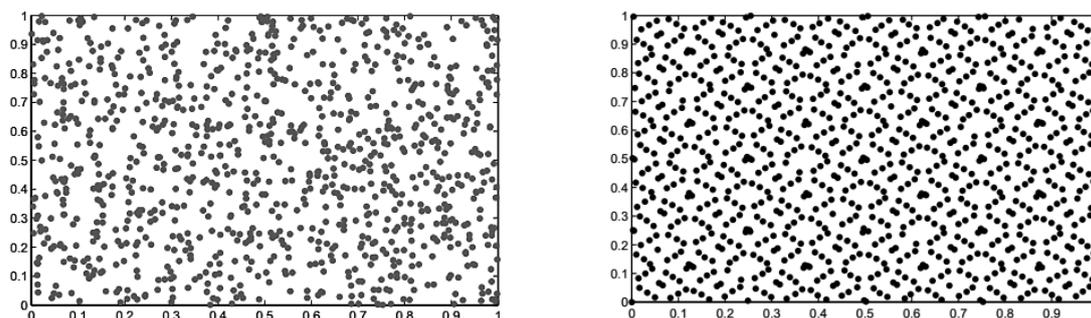


Figura 6.2: Sx. distribuzione randomica; Dx. Sobol a due livelli [32]

Per realizzare un campionamento uniforme dell'iperspazio parametrico si è scelto di utilizzare la sequenza Sobol [31], ossia un metodo quasi-randomico facente parte delle sequenze a bassa discrepanza. Il concetto di discrepanza nasce dalla necessità di misurare in qualche modo il grado di distribuzione uniforme di un insieme di punti. Esistono diverse definizioni di discrepanza, ma il punto in comune è che forniscono una misura dell'irregolarità della distribuzione di un insieme di punti [30], [33].

La sequenza di Sobol è più semplice rispetto ad altre sequenze, arrecando vantaggio nel tempo di calcolo e semplicità di riproduzione, fra cui l'implementazione tramite Gray code [34]. Per maggiori dettagli si rimanda il lettore ai seguenti riferimenti [31], [34].

Nell'applicazione esplorativa sarà utilizzata una sequenza Sobol  $N^d = 1000^5$  con  $N$  il numero di punti e  $d$  la dimensione del dominio.

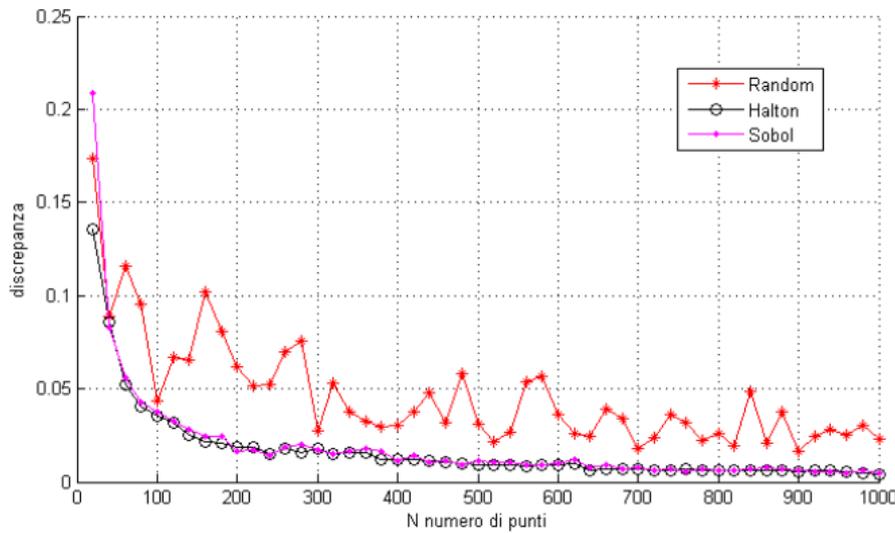


Figura 6.3: Convergenza della discrepanza con il numero di punti [33]

## 6.3 Il fronte di Pareto

Nei problemi di ottimizzazione multiobiettivo come quella che si andrà a perfezionare vi sono due *output* che saranno considerati nel *post-processing* delle simulazioni, ossia la funzione obiettivo *Leading Edge Control* da massimizzare e le perdite aerodinamiche da minimizzare. Sebbene vi sia un intimo legame fra i due obiettivi, non sempre un miglioramento di uno corrisponde a un beneficio per l'altro e viceversa. A tal scopo si renderà utile definire un *fronte di Pareto* fra i due obiettivi.

Il fronte di Pareto è un concetto introdotto da Vito Pareto riguardante problemi di ottimizzazione ingegneristica e, soprattutto, per applicazioni in economia in cui si rende necessario un compromesso di *trade-off* fra due o più obiettivi da raggiungere. Il fronte di Pareto è l'insieme delle soluzioni ottimali cioè di tutti i punti "non dominati" [36]. Tutti i "punti per i quali non esiste alcun punto che sia migliore contemporaneamente per tutti gli obiettivi considerati nella funzione di ottimizzazione" sono da considerarsi non dominati [35], [36]. Si osservi a tal scopo la figura 6.4. L'utilizzo del fronte di Pareto sarà necessario nella scelta del bordo d'attacco ottimale: non è infatti univoca la risposta, essendo presenti più punti su tale fronte. Nella precedente figura, la scelta dell'ottimo può essere vagliata utilizzando delle rette inclinate di opportuna pendenza in base al peso che ogni obiettivo ha relativamente agli altri. Qualora si propendesse per equa importanza, si considererà una retta posta a  $45^\circ$ . Per quanto riguarda la scelta del bordo d'attacco si darà maggior peso alle perdite aerodinamiche, considerato come proposito principale.

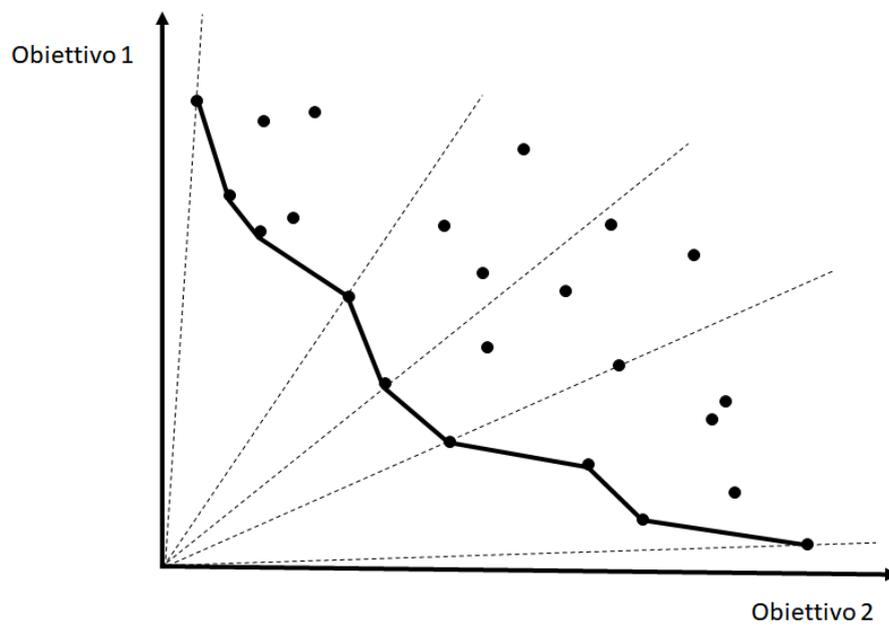


Figura 6.4: Fronte di Pareto per problema di minimo a due obiettivi

## Capitolo 7

# Esplorazione multi-parametrica e analisi dei risultati

Nel seguente capitolo saranno analizzati i risultati ottenuti dalle esplorazioni e simulazioni CFD. Le prestazioni aerodinamiche, valutate in termini di coefficiente di perdita  $Y_S$  e di funzione obiettivo *Leading Edge Control*, saranno d'ora in avanti riportati in forma adimensionata:

$$\bar{Y}_S = 1 - \frac{Y_S - \min(Y_S)}{\max(Y_S) - \min(Y_S)} \rightarrow [0, 1] \quad (7.1)$$

$$\bar{F}_{LEcontrol} = \frac{LE-CONTROL - \min(LE-CONTROL)}{\max(LE-CONTROL) - \min(LE-CONTROL)} \rightarrow [0, 1] \quad (7.2)$$

Per valori massimi e minimi si intenderanno quelli raggiunti durante ogni esplorazione, in tal modo si ottiene una vera e propria classificazione fra le varie geometrie. Tale tipo di approccio, così come per la scelta di non riportare le distribuzioni di Mach isoentropico dimensionali e i dati geometrici del profilo, è dovuto a ragioni di segretezza industriale e per salvaguardare così il patrimonio intellettuale dell'azienda ospitante.

E' bene osservare che l'indice  $\bar{Y}_S$  è in controtendenza rispetto al coefficiente di perdita: al profilo che le minimizza sarà assegnato il valore unitario, viceversa il valore nullo alla geometria che le massimizza.

### 7.1 Esplorazione con *Full Factorial DoE*

La prima esplorazione svolta è stata effettuata attraverso un *Full Factorial DoE* composta da 3 livelli per ciascuno dei 5 fattori, per un totale di 243 bordi d'attacco diversi. Di ogni profilo costruito si è simulata l'aerodinamica in condizioni di progetto, quindi da un lato si è valutato il coefficiente di perdite aerodinamica  $Y_S$ , dall'altro si è quantificata la funzione obiettivo LE-CONTROL a partire dalla distribuzione di Mach isoentropico.

Gli indici prestazionali sono riportati su un piano  $\bar{Y}_S - \bar{F}_{LEcontrol}$ , così da poter cogliere le migliori forme generate (giacenti sul fronte di Pareto) e individuare eventuali legami fra i due fattori di *performance*.

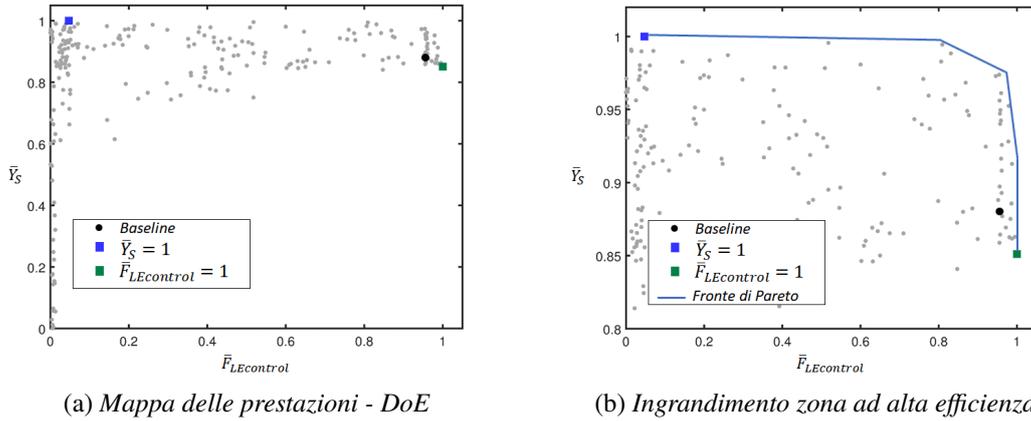
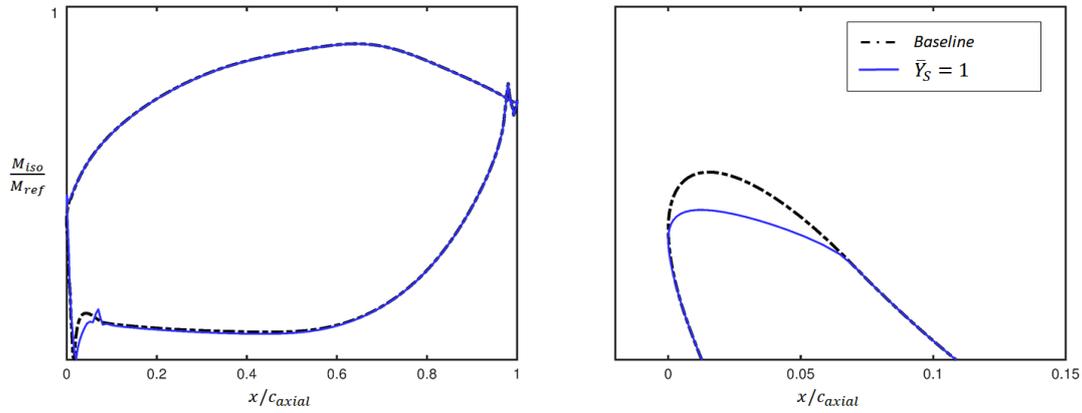


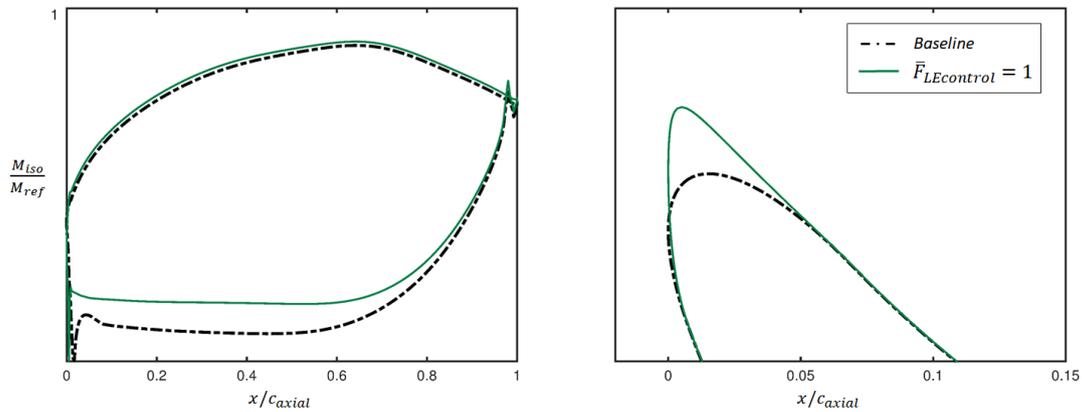
Figura 7.1: Esplorazione *DoE*: condizioni di progetto

In figura 7.1 sono riportati i risultati delle simulazioni effettuate su ognuno dei 243 profili generati dal *Full-Factorial*. Sul piano così costruito è facile individuare le geometrie che massimizzano i due obiettivi, oltre che cogliere un legame fra essi. Infatti, come si può osservare dall'elevata densità di punti a ridosso della retta a  $\bar{F}_{LEcontrol} = 0$ , a una irregolare distribuzione di Mach isoentropico non corrispondono perdite altrettanto basse. I due indici risultano quasi slegati fra loro, specialmente a ridosso dell'asse delle ordinate. D'altra parte si può osservare che a profili che rispettano i criteri di distribuzione regolare corrisponde un progressivo miglioramento in termini di riduzione delle perdite. Effettuando un inquadramento localizzato ai profili con  $\bar{F}_{LEcontrol} > 0.8$ , si riconoscono le due geometrie che massimizzano la funzione obiettivo *Leading Edge Control* e minimizzano il coefficiente di perdita. Si può quindi tracciare il fronte di Pareto, e confrontare i profili con il bordo d'attacco di partenza *baseline*.

In figura 7.2 è riportata la distribuzione di Mach isoentropico e il bordo d'attacco confrontati con la geometria di partenza. Si può osservare che il profilo con minor perdite ha una forma decisamente poco affusolata, ciò genera picchi e irregolarità soprattutto nella zona in pressione. Al contrario il profilo che fornisce il valore di  $\bar{F}_{LE,control} = 1$  predilige una linea più pronunciata e aguzza, maggiormente allineata alla direzione d'ingresso e accomoda più dolcemente l'evoluzione del flusso come si può osservare dal punto di ristagno praticamente coincidente a quello geometrico  $x/c = 0$ . Ciò ha maggiori ripercussioni sul lato in pressione dove si osservano valori decisamente più alti di Mach, ma anche dal lato in suzione si osserva un leggero incremento.



(a) Bordo d'attacco più efficiente



(b) Bordo d'attacco con più alta funzione obiettivo

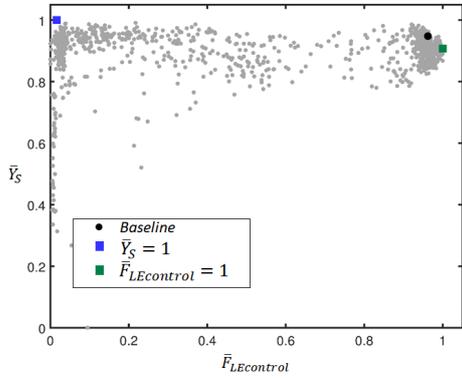
Figura 7.2: Esplorazione *DoE*: bordo d'attacco e distribuzione di Mach isoentropico

Sebbene sia possibile trarre delle conclusioni in termini di fenomenologia e di vantaggi introdotti dal nuovo modo di formare il bordo d'attacco, l'utilizzo del *Full-Factorial DoE* non permette di esplorare efficacemente lo spazio di *design* ammissibile dalla parametrizzazione innovativa e quindi di individuare eventuali ottimi con migliori livelli prestazionali. Sarà perciò campionato l'iperspazio parametrico con la sequenza *Sobol*.

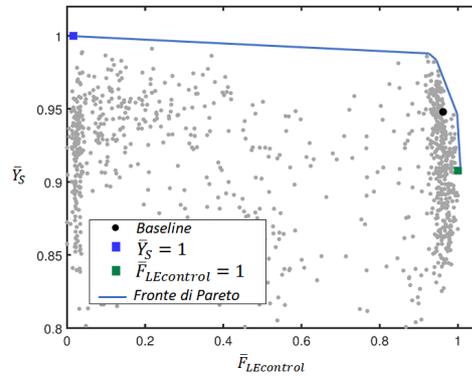
## 7.2 Esplorazione mediante sequenza Sobol

L'esplorazione quasi randomica è stata realizzata mediante sequenza Sobol a 1000 campioni. Ogni profilo costruito è simulato in condizioni di progetto e in condizioni *off-design* andando a variare l'angolo d'incidenza in ingresso  $\alpha_{in, On-Design} \pm 5^\circ$ . Di ogni condizione sono stati individuati le migliori geometrie che massimizzano i due obiettivi.

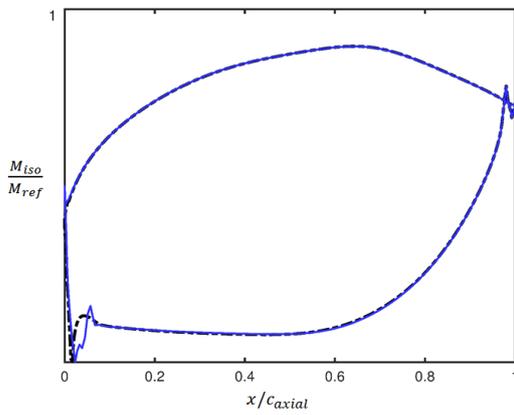
### 7.2.1 Risultati in condizioni di progetto



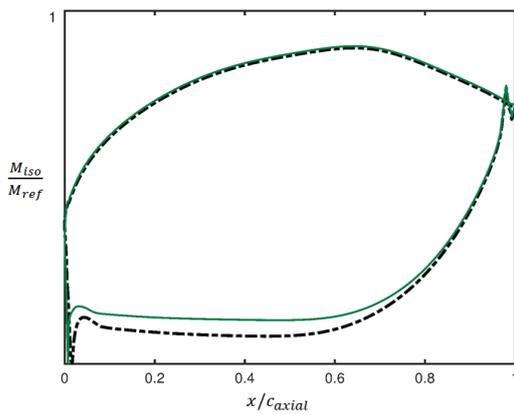
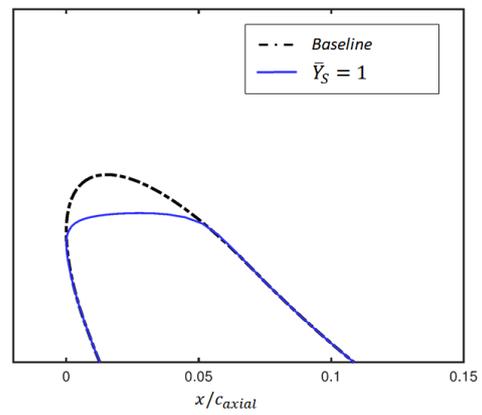
(a) Mappa delle prestazioni - Sobol



(b) Ingrandimento zona ad alta efficienza



(c) Bordo d'attacco più efficiente



(d) Bordo d'attacco con più alta funzione obiettivo

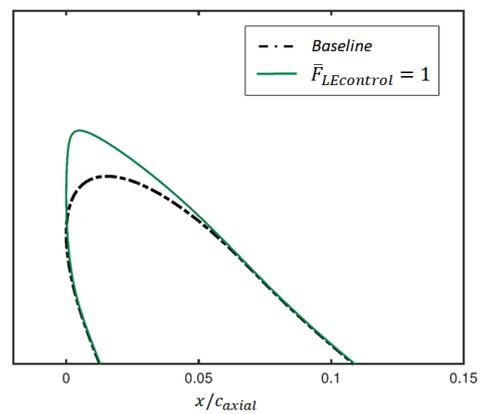


Figura 7.3: Esplorazione Sobol in condizione di progetto

I profili ottimali sono leggermente differenti se confrontati con i rispettivi emersi dal DoE. In particolare il bordo a  $\bar{Y}_S = 1$  predilige una forma poco pronunciata che accomoda meno il flusso dal lato in pressione, portando a irregolarità sulla distribuzione di Mach isoentropico. La geometria ad alta funzione obiettivo *Leading Edge Control* ha una forma prominente per evitare irregolarità del flusso e far coincidere i punti d'arresto aerodinamico e geometrico, sebbene sia meno aguzzo del profilo a  $\bar{F}_{LEcontrol} = 1$  frutto del DoE.

## 7.2.2 Risultati fuori punto di progetto

Si andrà ora ad analizzare i risultati in condizioni fuori punto di progetto dove le stesse geometrie generate dal Sobol sono state simulate variandone l'angolo d'ingresso.

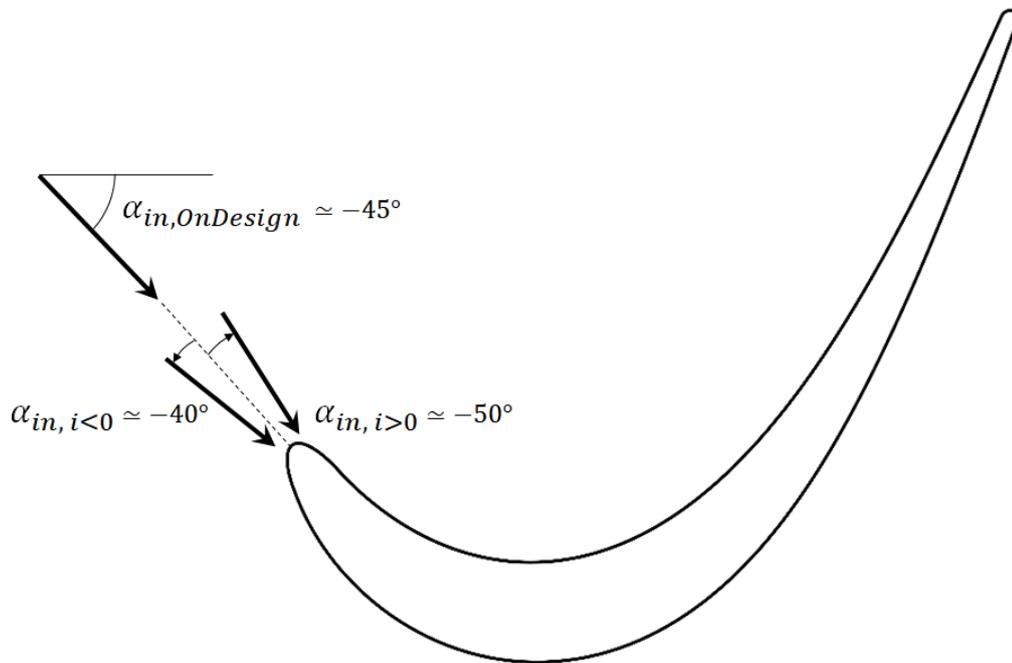
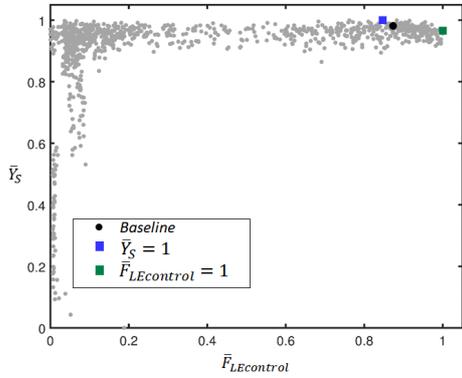


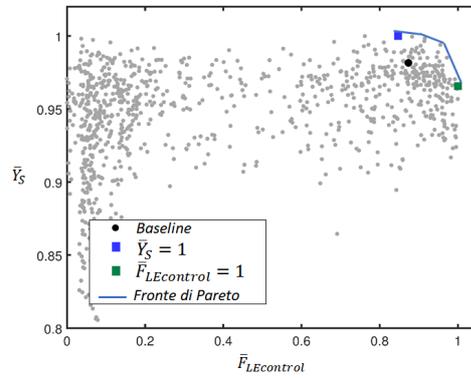
Figura 7.4

In figura 7.4 è riportata la geometria *baseline* e le direzioni d'ingresso nelle tre condizioni simulate. La condizione a incidenza positiva  $i > 0$  corrisponde al caso  $\alpha_{in, i > 0} = \alpha_{in, On-Design} - 5^\circ$ , poichè l'angolo d'ingresso di riferimento è negativo. Viceversa per il caso a incidenza negativa  $i < 0$ .

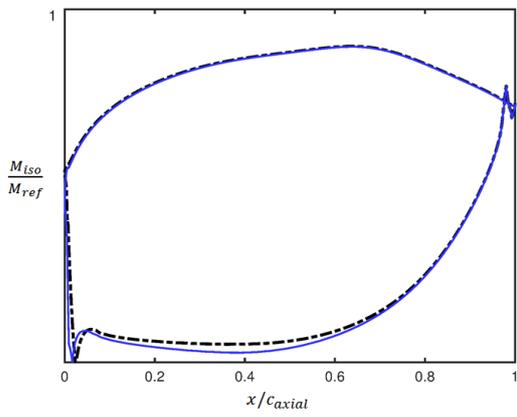
**Variazione d'incidenza positiva**



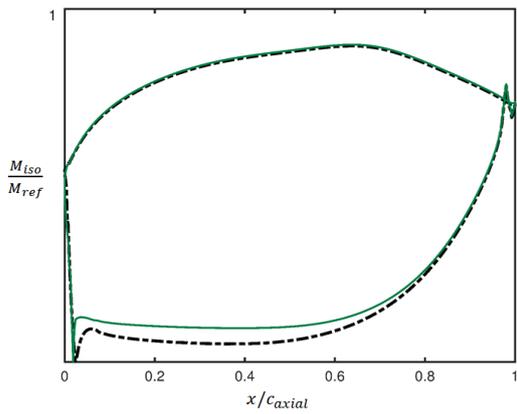
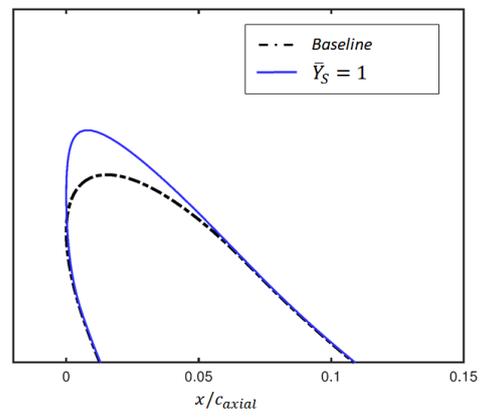
(a) Mappa delle prestazioni - Sobolj



(b) Ingrandimento zona ad alta efficienza



(c) Bordo d'attacco più efficiente



(d) Bordo d'attacco con più alta funzione obiettivo

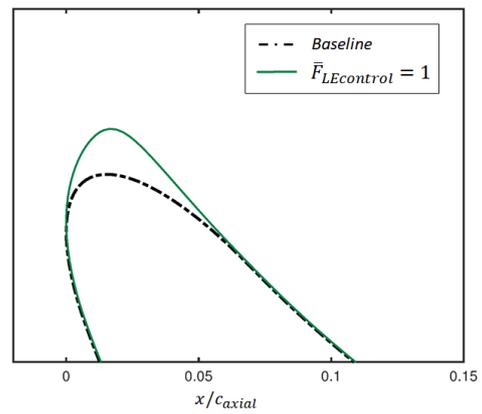
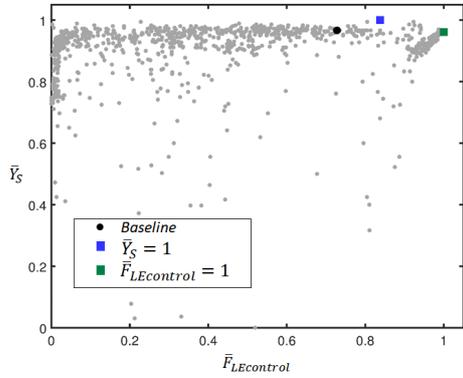
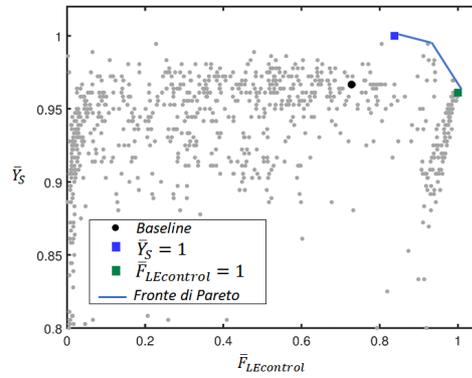


Figura 7.5: Esplorazione Sobolj in condizione *off-design*: incidenza positiva

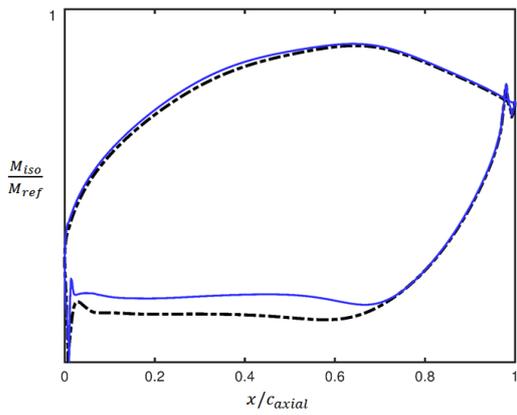
**Variazione d'incidenza negativa**



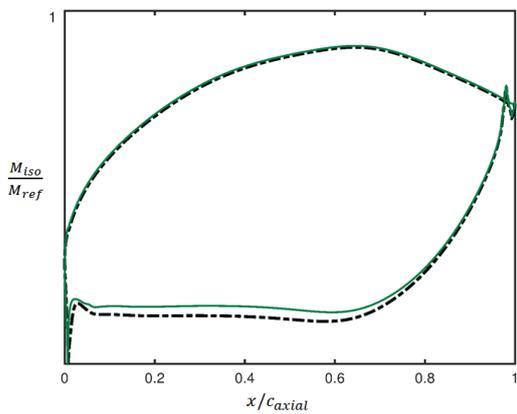
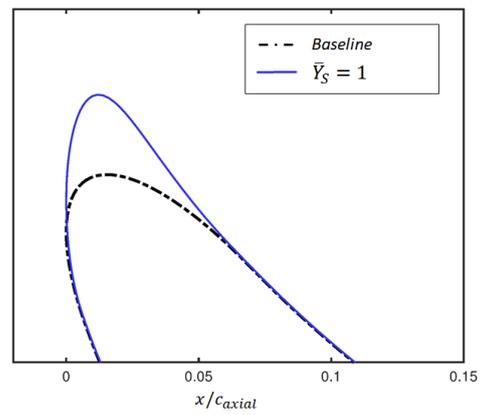
(a) Mappa delle prestazioni - Sobol



(b) Ingrandimento zona ad alta efficienza



(c) Bordo d'attacco più efficiente



(d) Bordo d'attacco con più alta funzione obiettivo

Figura 7.6: Esplorazione Sobol in condizione *off-design*: incidenza negativa

In figura 7.5 è possibile osservare sulla mappa delle prestazioni la localizzazione del fronte di Pareto e del profilo *baseline* simulato in condizioni di incidenza positiva. I due profili ottimali e quello *baseline* riportano valori di coefficienti di perdita molto simili fra loro, nonostante le differenze geometriche. Il bordo d'attacco a  $\bar{Y}_S = 1$  ha un aspetto più affusolato, così come il caso a più alto valore di funzione obiettivo, sebbene quest'ultimo abbia una prominente direzione verso la corrente in ingresso.

In figura 7.6 sono illustrati i risultati in condizione d'incidenza negativa. Rispetto ai casi precedenti la mappa delle prestazioni evidenzia maggior dispersione. Inoltre il profilo *baseline* risulta essere meno performante in termini di funzione obiettivo *Leading Edge Control*, poiché presenta molteplici fluttuazioni e irregolarità in corrispondenza del bordo d'attacco lato di suzione. Il profilo a  $\bar{F}_{LEcontrol} = 1$  tenta di allinearsi alla corrente a incidenza negativa, ma per garantire la continuità di curvatura la sua forma ha una leggera prominente rispetto alla linea base.

### 7.2.3 Risultati pesati: robustezza all'incidenza

Per tener conto della variazione d'incidenza è necessario pesare con un opportuno criterio gli effetti rispetto alla condizione di progetto. Si introduce così il concetto di robustezza alle condizioni di *off-design*. È bene sottolineare che la condizione di funzionamento *on-design* ha certamente più impatto rispetto alle altre, ragion per cui non è consigliato pesare in egual misura tutte e tre le condizioni, ossia

$$On\ Design = 33\% \quad Off\ Design, i > 0 = 33\% \quad Off\ Design, i < 0 = 33\%$$

Si è scelto così di suddividere l'importanza in egual misura fra condizione *on-design* e condizioni fuori punto di progetto

$$On\ Design = 50\% \quad Off\ Design, i > 0 = 25\% \quad Off\ Design, i < 0 = 25\%$$

ottenendo così una distribuzione-mappa di prestazioni pesate, come in figura 7.7. Anche in questo caso, effettuando un ingrandimento nella zona ad alta efficienza, si possono individuare due geometrie che massimizzano rispettivamente i due obiettivi, quindi il fronte di Pareto e un bordo d'attacco di *trade-off* con proprietà intermedie che presenta lo stesso livello di qualità di distribuzione di Mach isoentropico della *baseline* ma con minor perdite.

I *leading edge* d'interesse rappresentati in figura 7.9 evidenziano le stesse qualità degli analoghi in condizione di progetto, sebbene meno accentuate: il bordo d'attacco più efficiente ha una forma meno accentuata, così come il caso  $\bar{F}_{LEcontrol} = 1$ . Il bordo d'attacco scelto come ottimo di compromesso evidenzia invece delle importanti novità: esso ricalca la *baseline* per il lato di suzione e discontandosi poco per quello in pressione. Ciò porta a dire che per ottimizzare ancor più il bordo d'attacco occorrerebbe modificare di pochissimo l'attuale *design*.

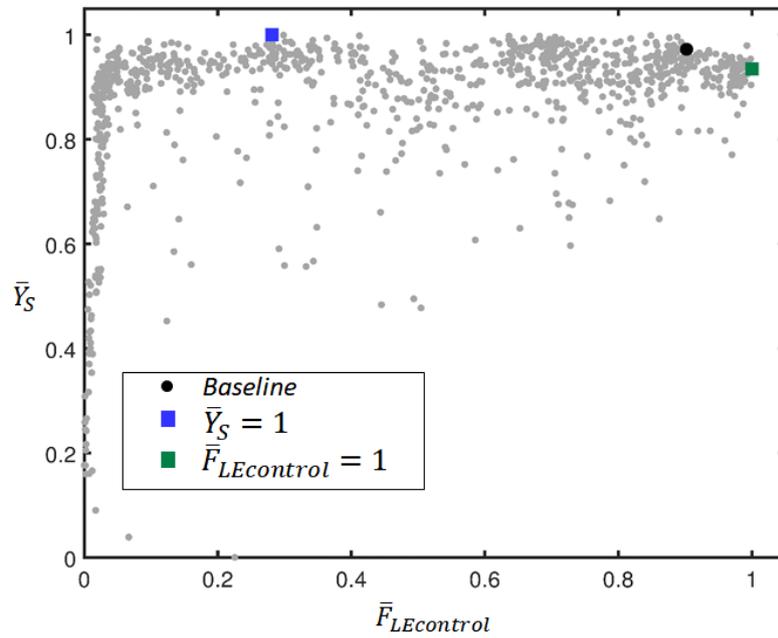


Figura 7.7: Mappa delle prestazioni con robustezza

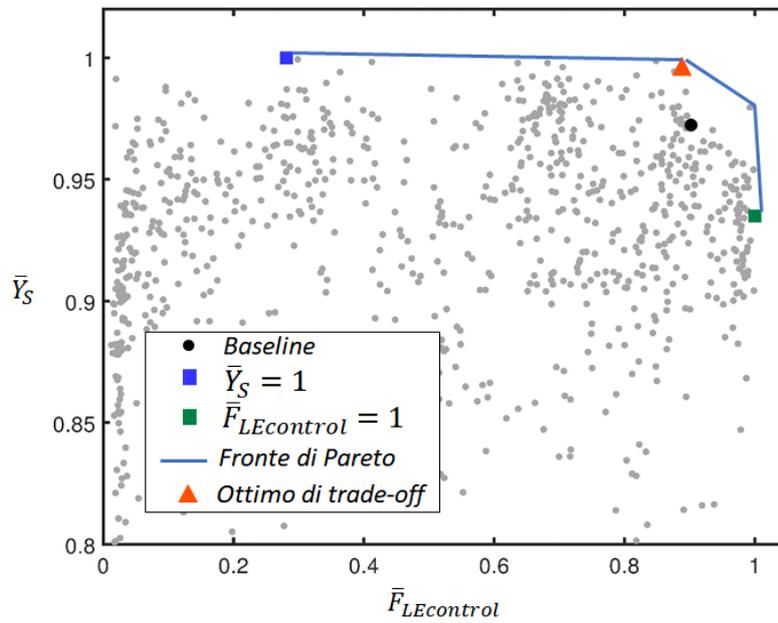
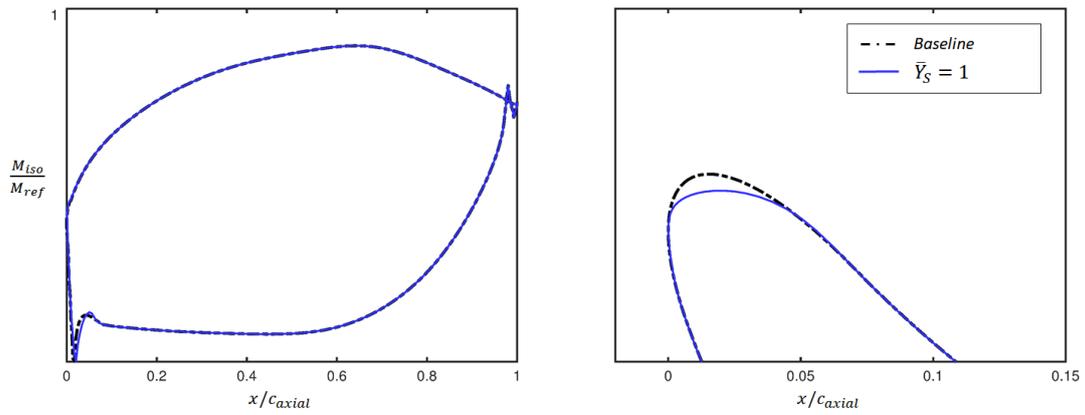
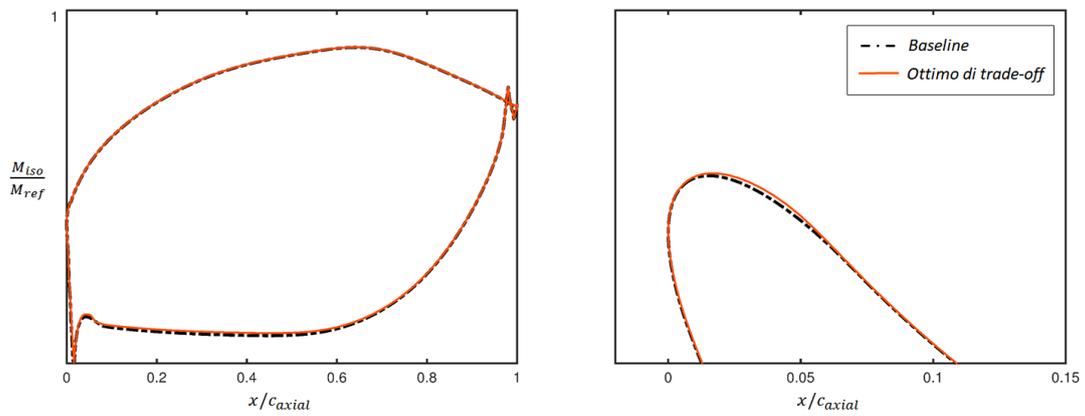


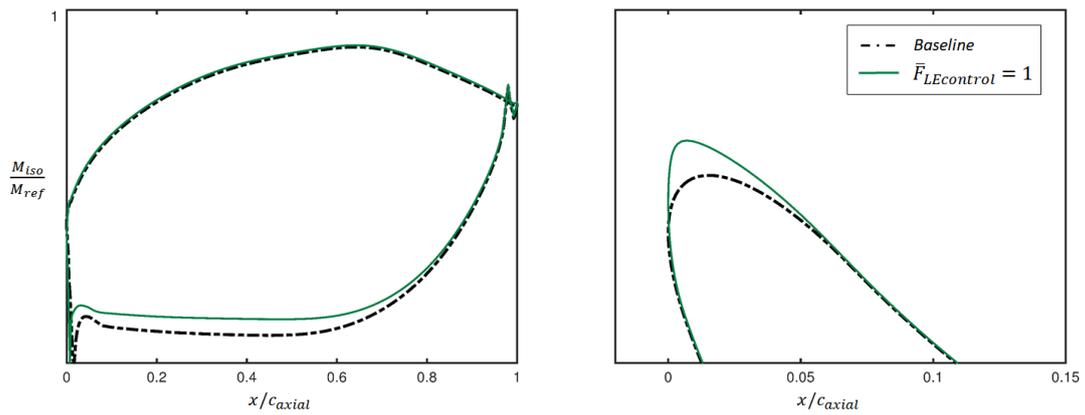
Figura 7.8: Ingrandimento zona ad alta efficienza: fronte di Pareto e ottimo di *trade-off*



(a) Bordo d'attacco più efficiente



(b) Bordo d'attacco di trade-off



(c) Bordo d'attacco con più alta funzione obiettivo

Figura 7.9: Esplorazione Sobol: ottimi di Pareto robusti all'incidenza

### 7.2.4 Esplorazioni localizzate

Al fine di ricercare soluzioni ottimali ancor più performanti si è deciso di considerare i tre profili presenti sul precedente fronte di Pareto in condizioni pesate-robuste, e di effettuare delle esplorazioni localizzate a partire da tali profili. In particolar modo per ognuno dei tre *leading edge* sono stati definiti degli intervalli di variazione dei parametri estremamente ridotti e centrati nei valori di riferimento. Quindi si è proceduto a campionare ognuno dei tre multispazi utilizzando una sequenza Sobol a 100 elementi con l'obiettivo di raffinare l'esplorazione nelle zone d'interesse.

Le geometrie frutto delle tre esplorazioni localizzate sono state anch'esse testate in condizioni *on & off design* così da considerare le prestazioni robuste e confrontarle con il primo Sobol.

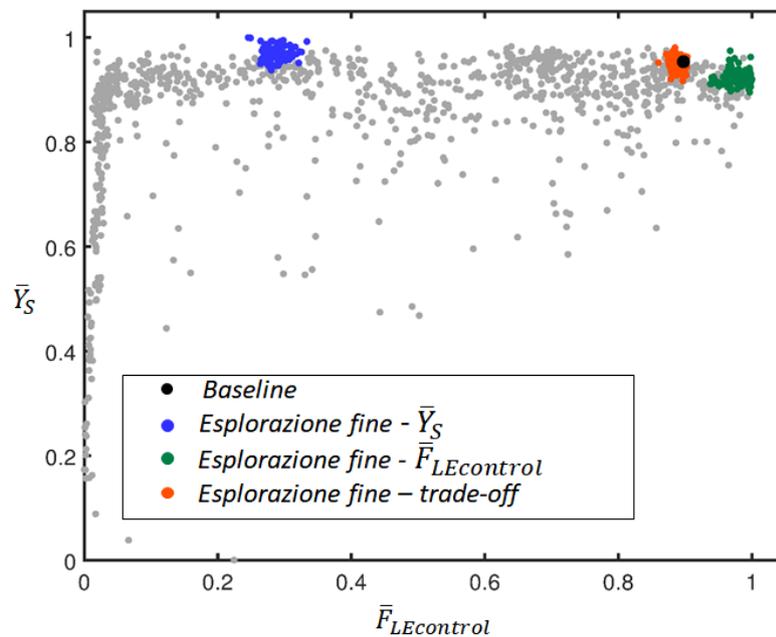


Figura 7.10: Mappa delle prestazioni pesate in robustezza all'incidenza

Nelle due figure si può osservare l'effetto dei tre Sobol a 100 elementi centrati nei precedenti profili sul fronte di Pareto, in particolar modo si può osservare che i punti di partenza di tali analisi non rappresentano più dei casi ottimali. Le tre esplorazioni non hanno apportato significativi miglioramenti, specialmente per ciò che riguarda la funzione obiettivo *Leading Edge Control*. E' tuttavia possibile individuare un nuovo fronte di Pareto.

In figura 7.12 sono riportate le esplorazioni Sobol iniziale e localizzate, così come la geometria *baseline* e il fronte di Pareto su cui giacciono le configurazioni con minor perdita, con maggior funzione obiettivo e due *leading edge* di ottimo compromesso.

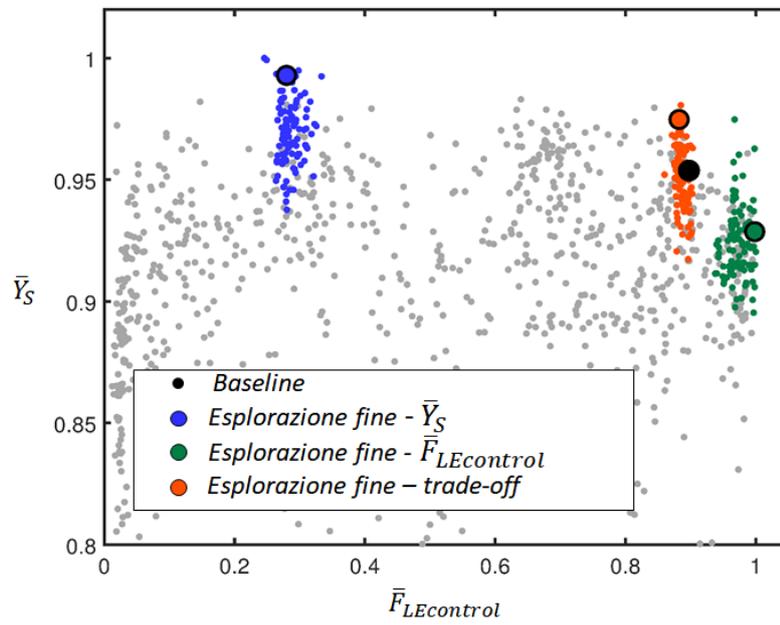


Figura 7.11: Ingrandimento mappa delle prestazioni raffinate

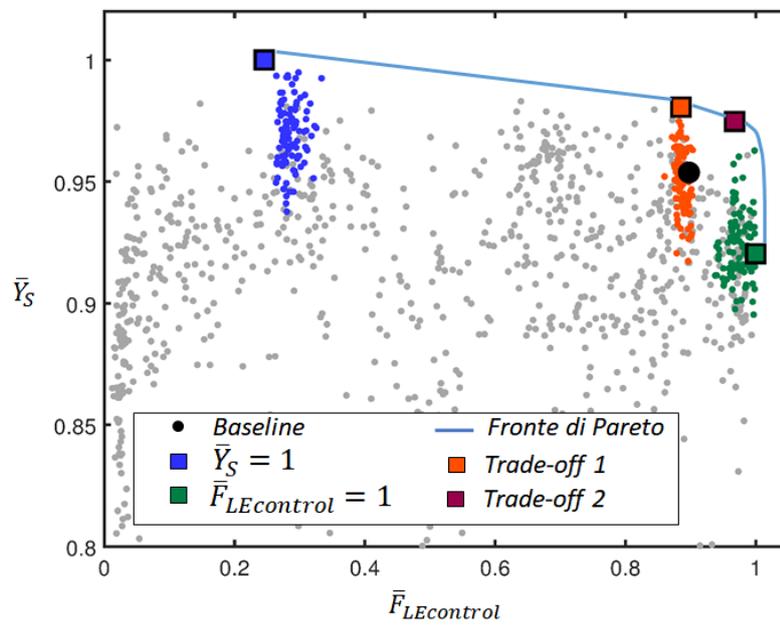
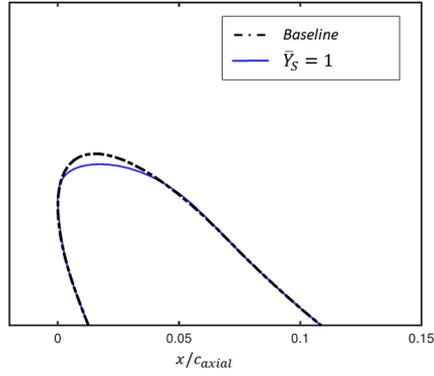
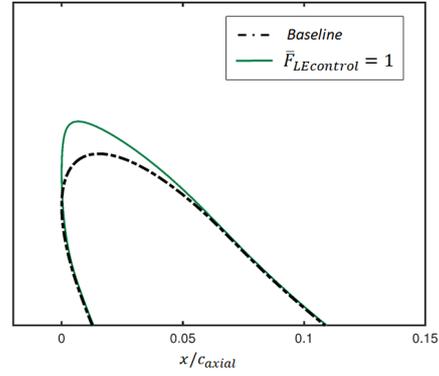


Figura 7.12: Individuazione del fronte di Pareto e geometrie ottimali di *trade-off*

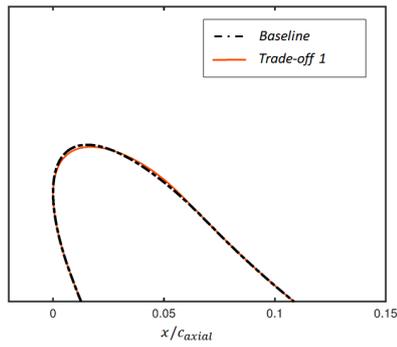
Di seguito sono riportati i valori parametrici relativi alle geometrie presenti sul fronte di Pareto e le relative forme confrontate con il profilo *baseline* in figura 7.13.



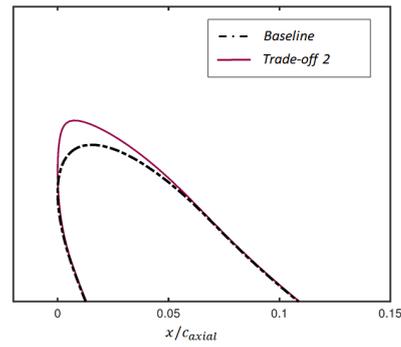
(a) Bordo d'attacco con minime perdite



(b) Bordo d'attacco a  $\bar{F}_{LEcontrol} = 1$



(c) Bordo d'attacco di ottimo compromesso



(d) Bordo d'attacco di ottimo compromesso

Figura 7.13: Geometrie relative al fronte di Pareto con esplorazioni localizzate

Bordo d'attacco	$\bar{\beta}$	$\bar{P}_1$	$\bar{P}_2$	$\bar{P}_3$	$\bar{P}_4$
<i>Baseline</i>	0.5	0.3	0.5	0.5	0.3
$\bar{Y}_S = 1$	0.20	0.28	0.58	0.01	0.76
$\bar{F}_{LE,control} = 1$	0.27	0.35	0.29	0.25	0.57
<i>Trade-off 1</i>	0.74	0.21	0.53	0.58	0.25
<i>Trade-off 2</i>	0.33	0.43	0.29	0.24	0.65

Tabella 7.1: Valori parametrici per gli ottimi paretiani

## Confronto in condizioni di progetto

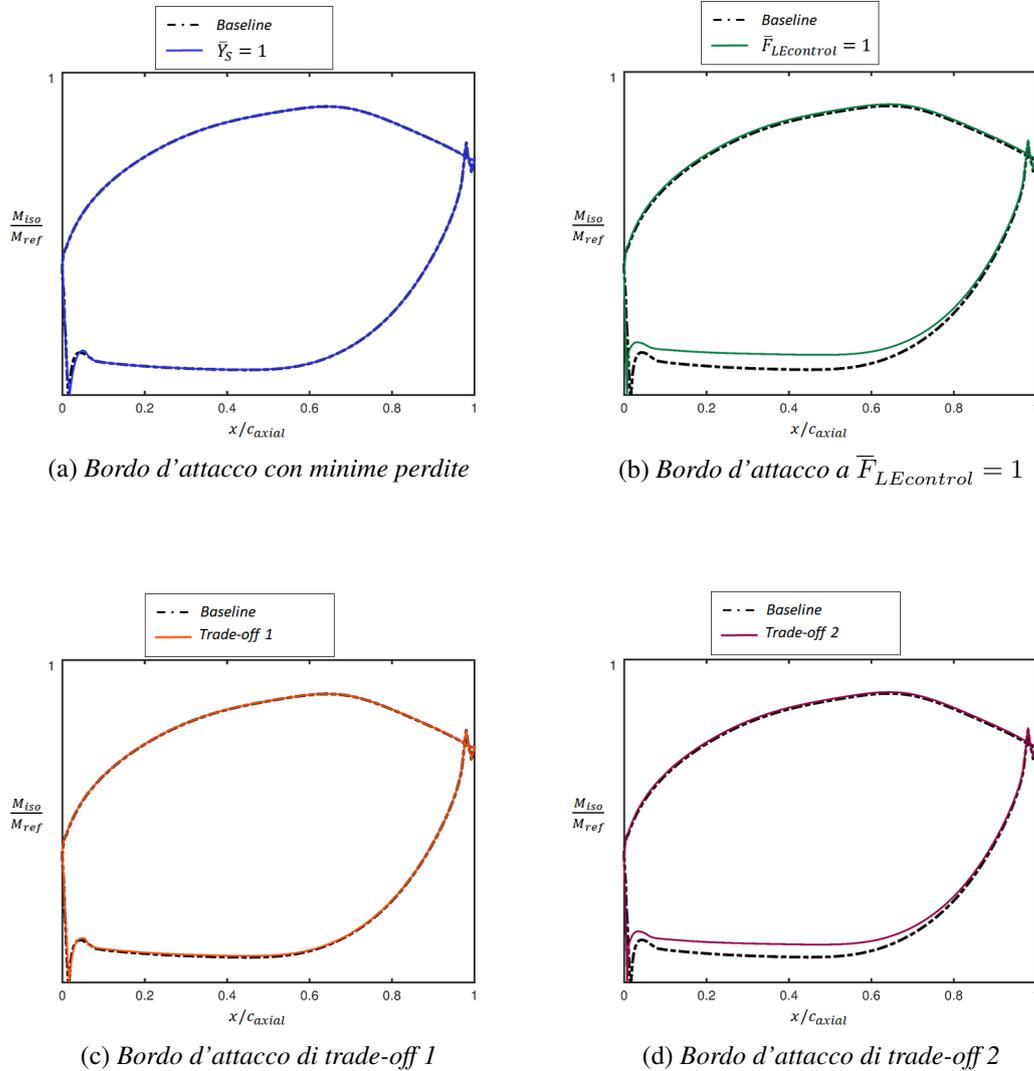


Figura 7.14: Distribuzioni di Mach isoentropico in condizioni di incidenza di progetto

Le distribuzioni in condizioni di progetto evidenziano le differenze geometriche in cui i bordi d'attacco più pronunciati hanno un andamento del Mach isoentropico dal lato in pressione di maggior livello. Infatti i *leading edge* a massima funzione obiettivo e *trade-off 2* presentano una forma piuttosto simile che ne differenziano le *performance*. Il primo bordo d'attacco di ottimo compromesso presenta una geometria estremamente simile alla *baseline* con leggere differenze che ne riducono le perdite ma non la regolarità di distribuzione del Mach isoentropico.

## Confronto in condizioni di incidenza positiva

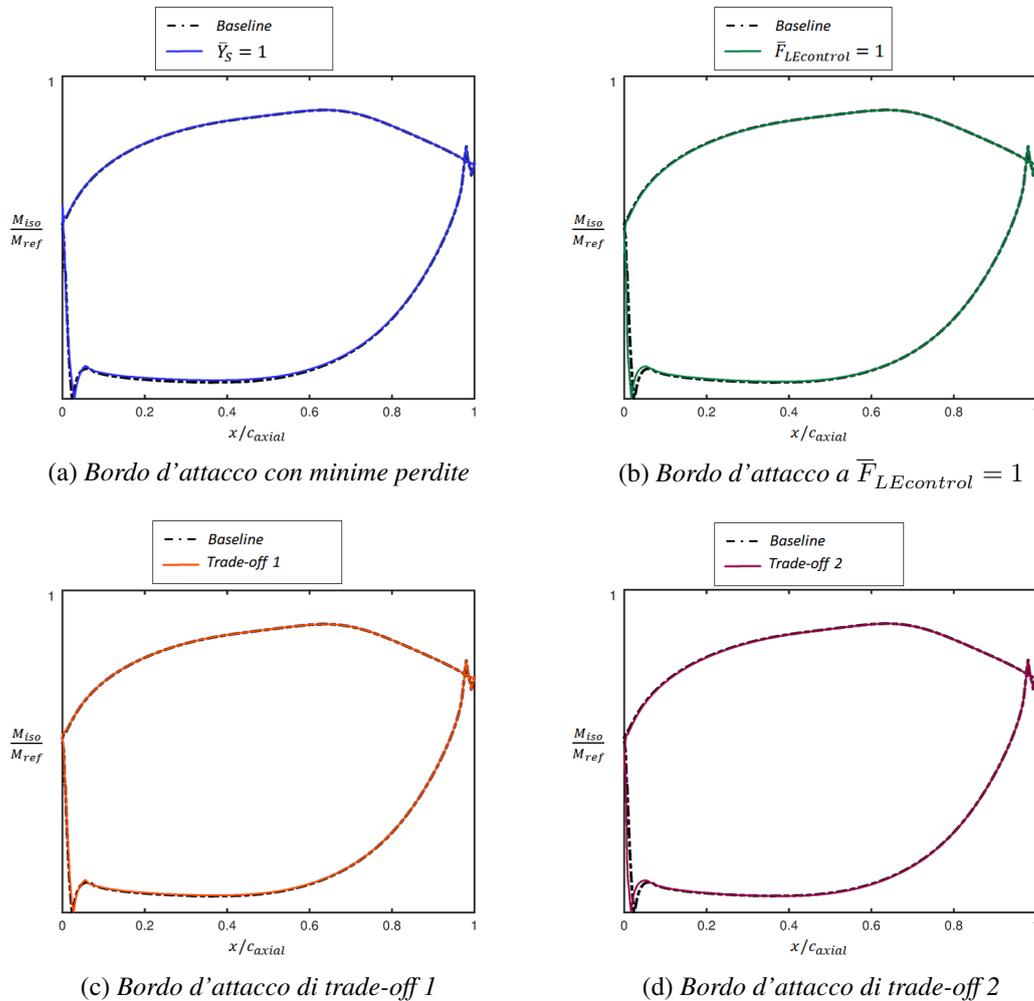


Figura 7.15: Distribuzioni di Mach isoentropico in condizioni di incidenza positiva

Dall'analisi dei risultati emerge la similarità fra i profili *trade-off 2* e a massima funzione obiettivo, ragion per cui si è deciso di non tenerne in considerazione per le successive analisi. Infatti, in un'ottica di selezione di bordo d'attacco ottimo, la geometria *trade-off 2* sarebbe fortemente inefficiente in condizioni di *off-design* più pronunciate rispetto al  $\Delta\alpha_{in}$  di  $5^\circ$ .

Le distribuzioni di Mach isoentropico della configurazione *baseline* e dell'ottimo di *trade-off 1* sono molto simili anche in condizioni di *off-design*.

## Confronto in condizioni di incidenza negativa

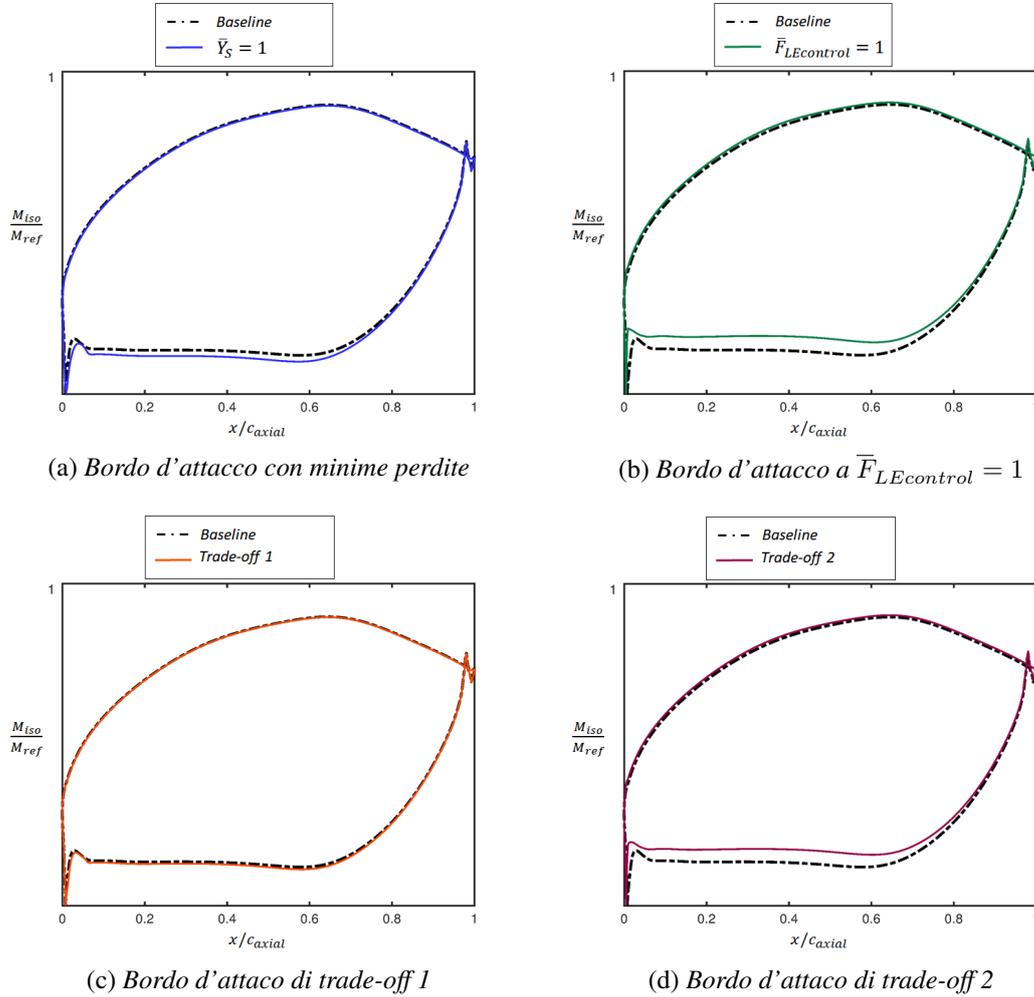


Figura 7.16: Distribuzioni di Mach isoentropico in condizioni di incidenza negativa

Dall'analisi si possono trarre le seguenti osservazioni e conclusioni:

- i. il profilo ottimale ricalca con minime differenze la *baseline*;
- ii. la parametrizzazione ellittica non può riprodurre una simile geometria, viste le minime differenze;
- iii. il *leading edge* ottimizzato migliora le perdite aerodinamiche, seppur minimamente;
- iv. la differenza fra i coefficienti di perdita  $Y_S$  pesati è infatti circa pari a

$$\Delta Y_S = Y_{S,ottimo} - Y_{S,baseline} \simeq -0.01\%$$

## 7.3 Analisi del campo di moto

L'analisi dei campi di moto attorno ai bordi d'attacco in esame permette di visualizzare gli effetti aerodinamici e le fenomenologie che la simulazione RANS è stata in grado di cogliere. Si analizzerà dapprima l'evoluzione del numero di Mach, che ci si aspetta rifletta la distribuzione di Mach isoentropico, poi per localizzare eventuali zone di perdite si esaminerà la pressione totale e l'entropia attorno ai quattro bordi confrontati, e cioè il profilo *baseline*, il profilo ottimale di *trade-off*, il bordo con minimo coefficiente di perdita robusto e la geometria che massimizza la funzione obiettivo *Leading Edge Control* in robustezza.

### 7.3.1 Confronto numero di Mach

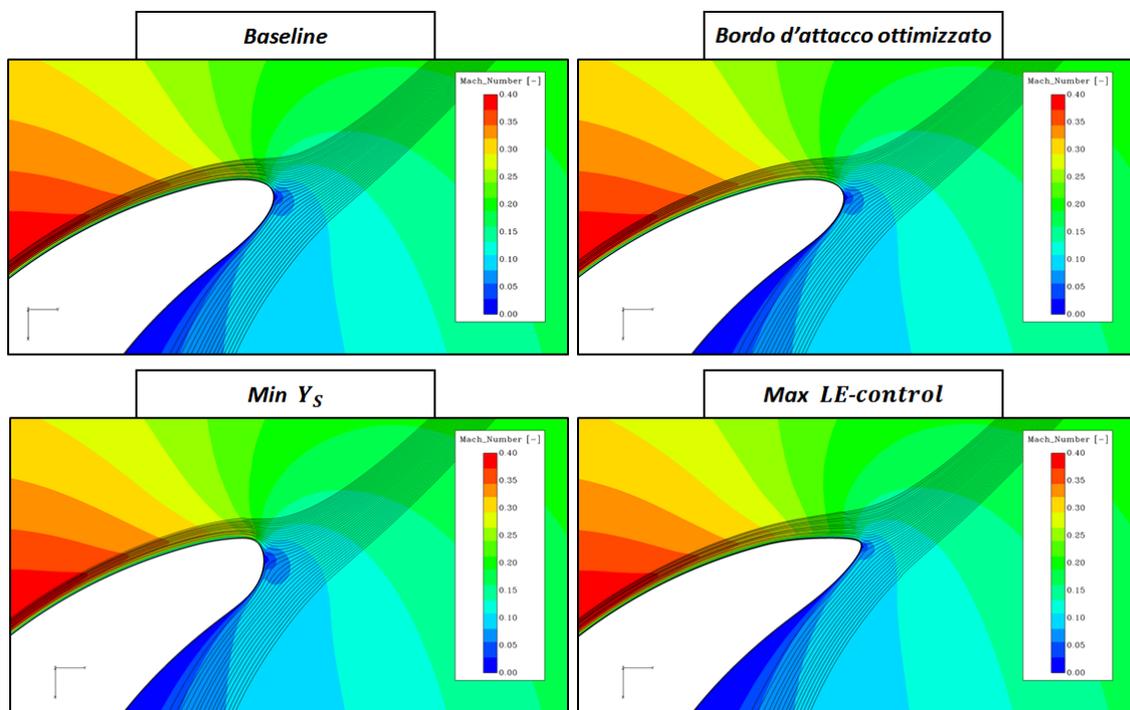


Figura 7.17: Visualizzazioni di Mach in condizioni di progetto

Dalle figure si riconosce la macro differenza fra i casi più estremi: da un lato il profilo a minimo coefficiente di perdita presenta una zona d'arresto molto ampia, dall'altro il profilo a massimo obiettivo per ottenere un andamento il più regolare possibile ha il punto di ristagno quasi coincidente al punto d'arresto geometrico con una zona a basso numero di Mach estremamente localizzata.

I campi di Mach per i profili *baseline* e ottimizzato presentano una zona a basso numero di Mach, dettato dall'arresto della corrente, di estensione intermedia.

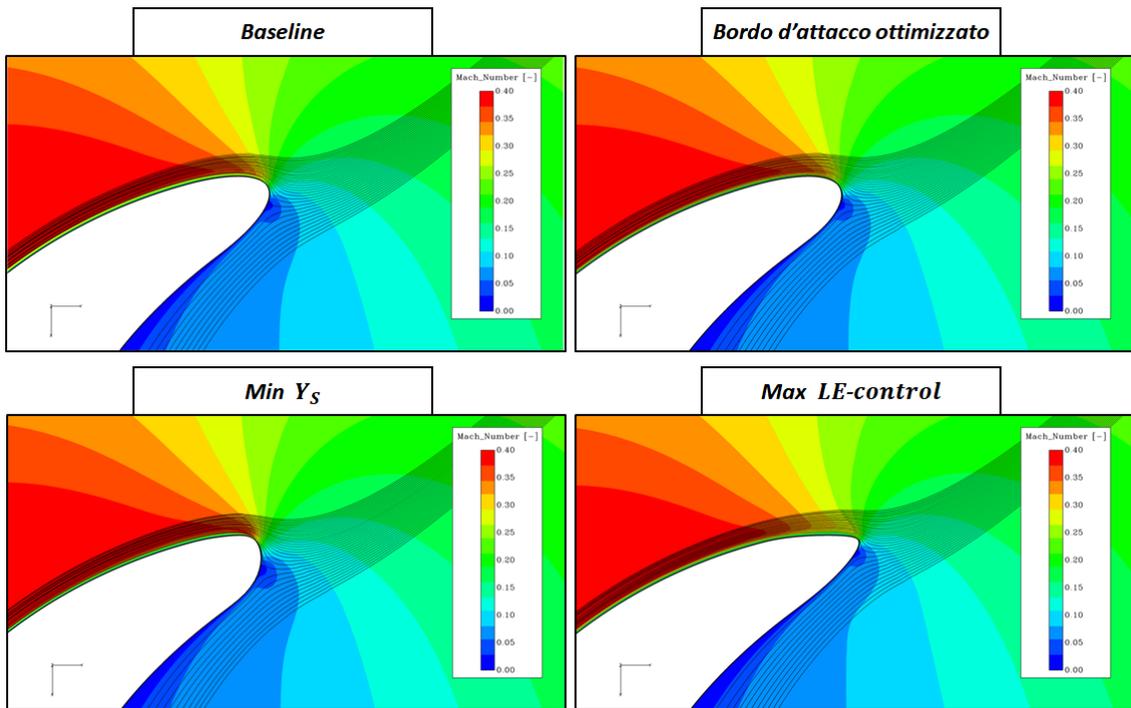


Figura 7.18: Visualizzazioni di Mach in condizioni di incidenza positiva

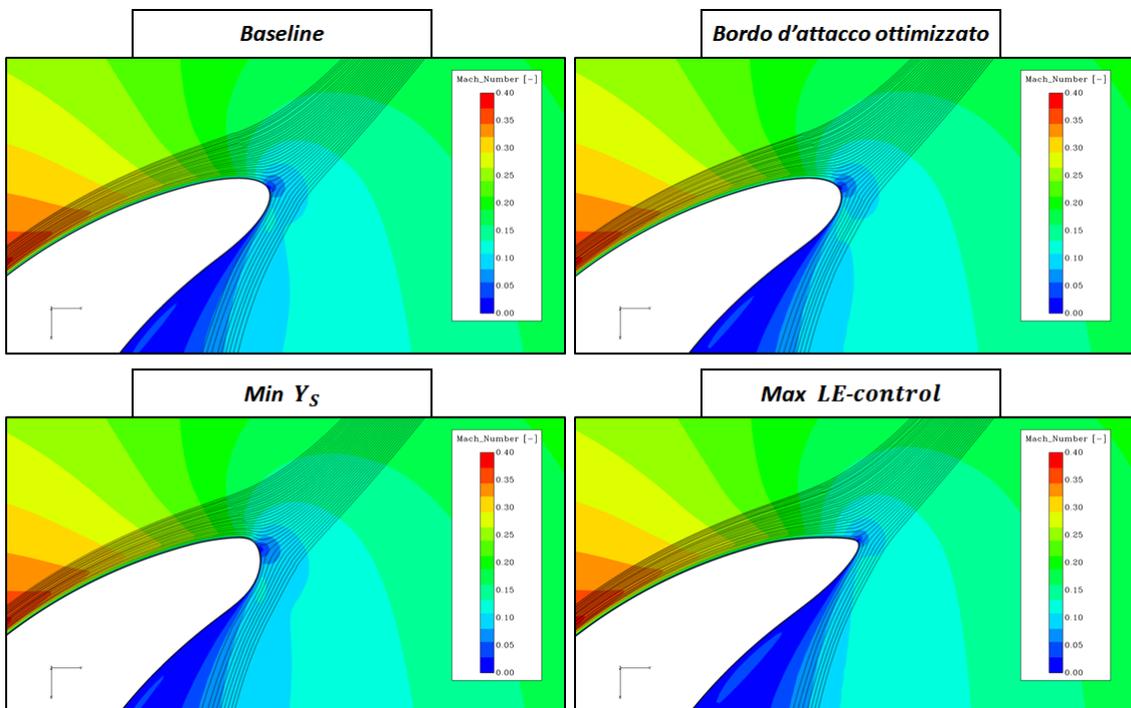


Figura 7.19: Visualizzazioni di Mach in condizioni di incidenza negativa

Da tali visualizzazioni, tuttavia, non è possibile cogliere la fenomenologia che si sviluppa attorno al bordo d'attacco, nè sono presenti sostanziali differenze che giustifichino le qualità dei bordi a più alta efficienza.

### 7.3.2 Confronto in pressione totale

Di seguito si riporta l'andamento della pressione di ristagno adimensionata rispetto a una pressione di riferimento.

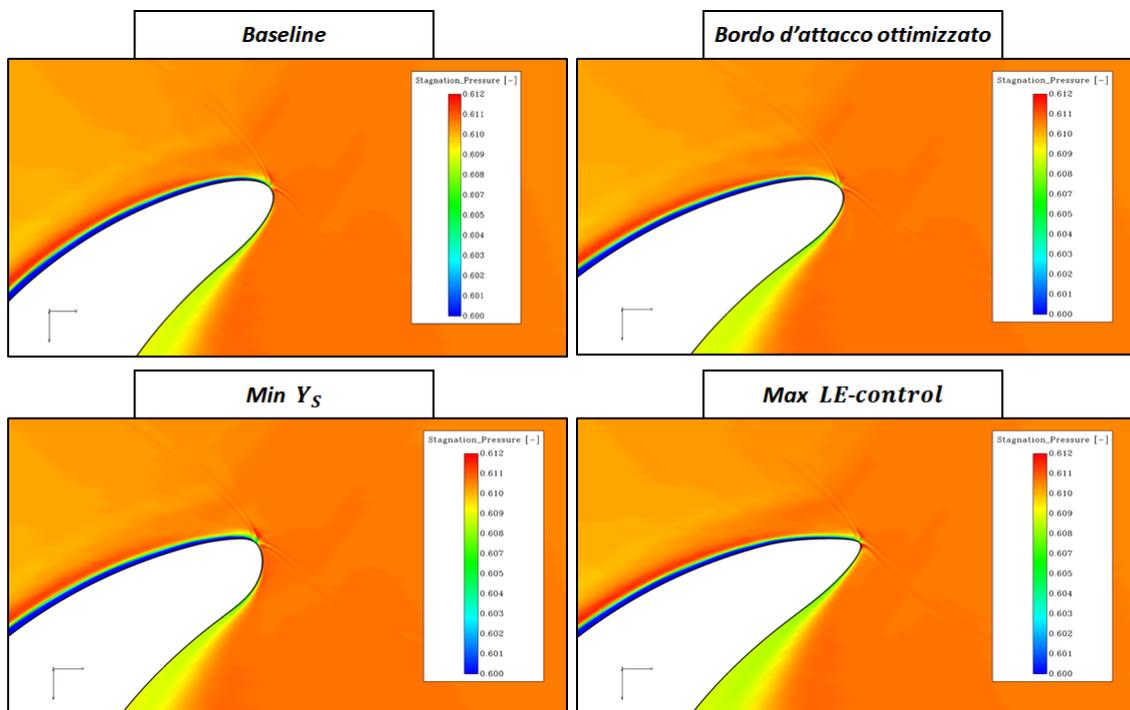


Figura 7.20: Visualizzazioni di pressione totale in condizioni di progetto

Dalle visualizzazioni del campo di pressione totale non sono visualizzabili notevoli differenze in grado di giustificare la riduzione di perdite. Si può tuttavia osservare l'evoluzione di pressione di ristagno nello strato limite per il lato in suzione, in cui è possibile cogliere la dissipazione e le perdite di pressione totale: il lato in pressione presenta perdite meno accentuate rispetto alla *suction side*.

I casi a diversa incidenza mettono in luce un altro fenomeno: a incidenza negativa la possibile separazione induce un'ampia regione di bassa pressione totale, a differenza del caso ad alta incidenza.

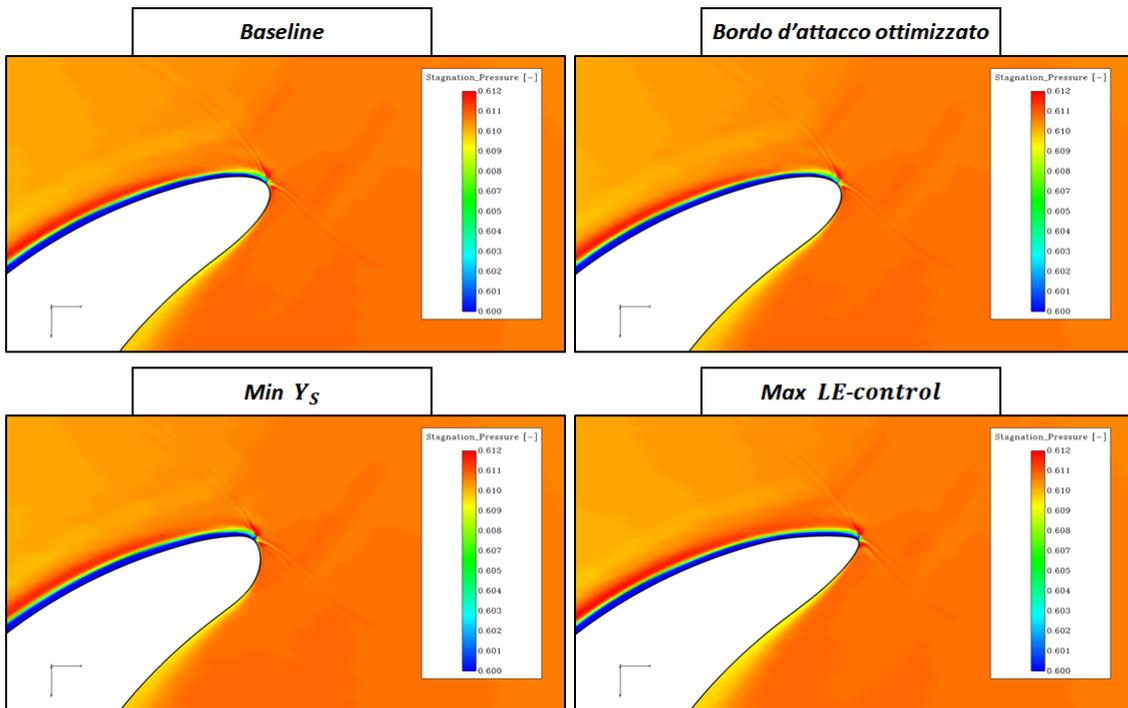


Figura 7.21: Visualizzazioni di pressione totale in condizioni di incidenza positiva

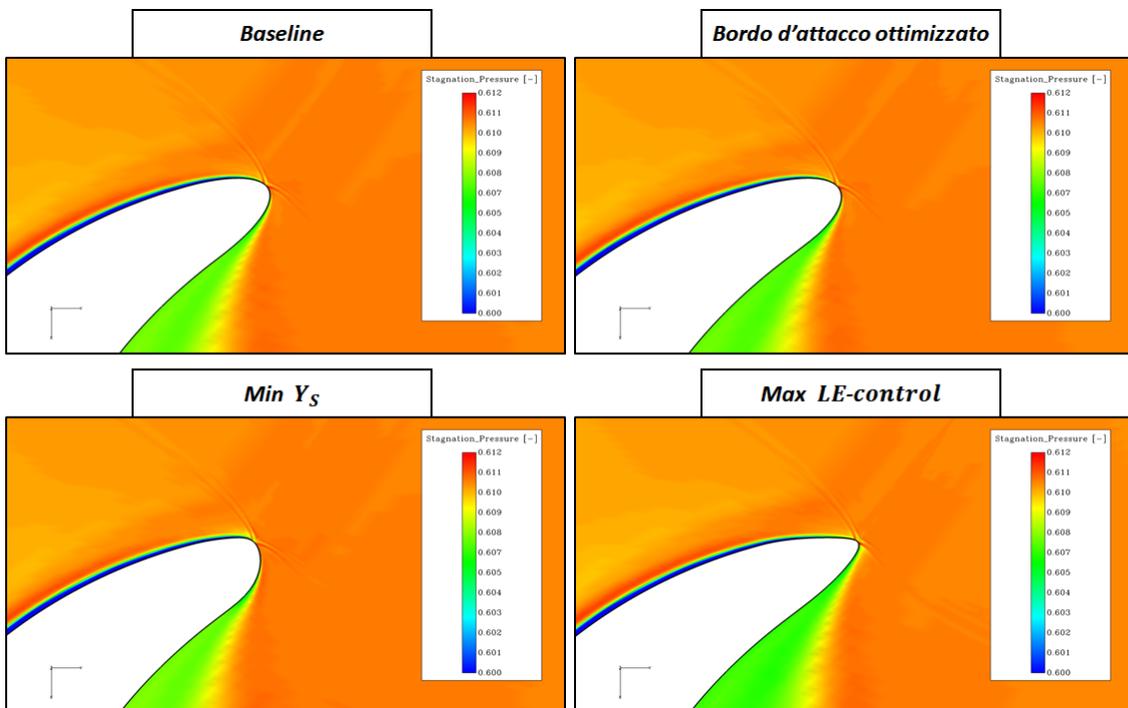


Figura 7.22: Visualizzazioni di pressione totale in condizioni di incidenza negativa

### 7.3.3 Confronto in entropia

Osservando il campo di entropia si ha un più fedele specchio dei fenomeni dissipativi in azione per campi di moto compressibili, rispetto alle visualizzazioni effettuate attraverso la pressione di ristagno. Anche in questo caso i valori di entropia sono stati adimensionati e riscaldati rispetto a un valore di riferimento.

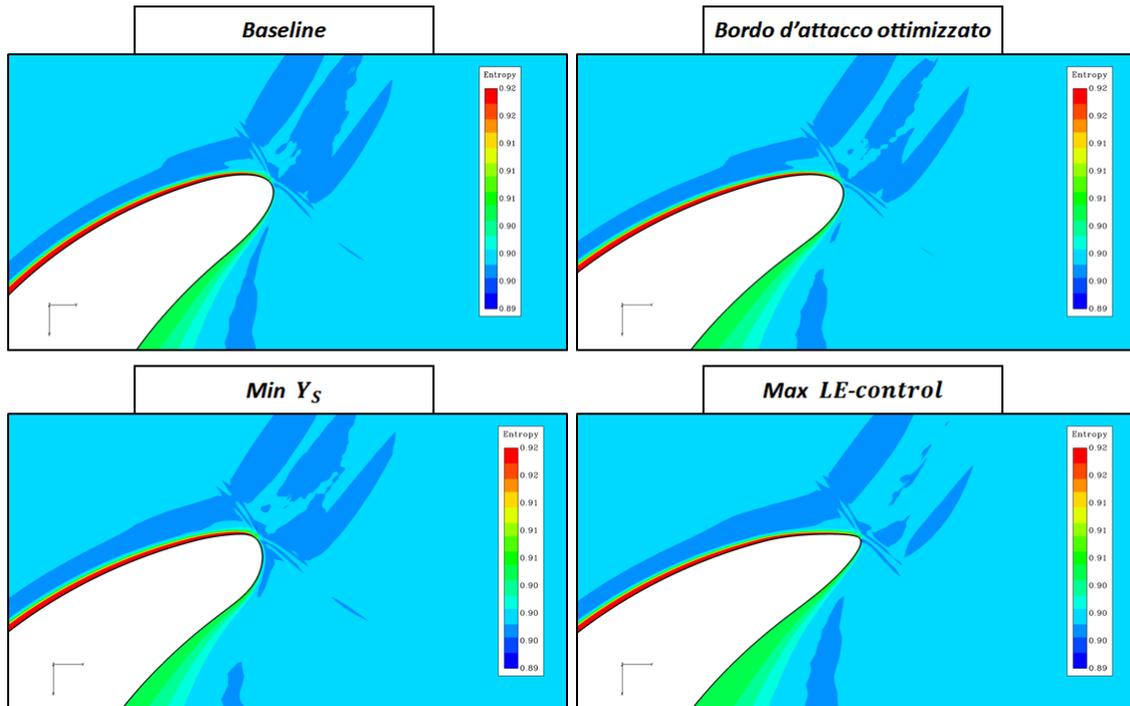


Figura 7.23: Visualizzazioni di entropia in condizioni di progetto

Dalle immagini non sono riscontrabili eventuali cause responsabili della generazione di entropia nei profili meno efficienti. Le uniche differenze rilevabili sono le minime variazioni di entropia a monte del bordo d'attacco, sebbene queste siano associabili al rumore numerico introdotto dalla simulazione numerica stessa.

E' bene dire che per variazioni geometriche contenute non ci si aspetta di ritrovare consistenti differenze nei fenomeni aerodinamici, a maggior ragione se si pensa che il caso a minimo coefficiente di perdita porta a una riduzione estramente ridotta rispetto al caso *baseline*:

$$\Delta Y_S = Y_{S,min} - Y_{S,baseline} = -0.011\%$$

Per poter ricercare al meglio i fenomeni presenti è necessario puntare l'occhio alle *streamline* all'interno dello strato limite.

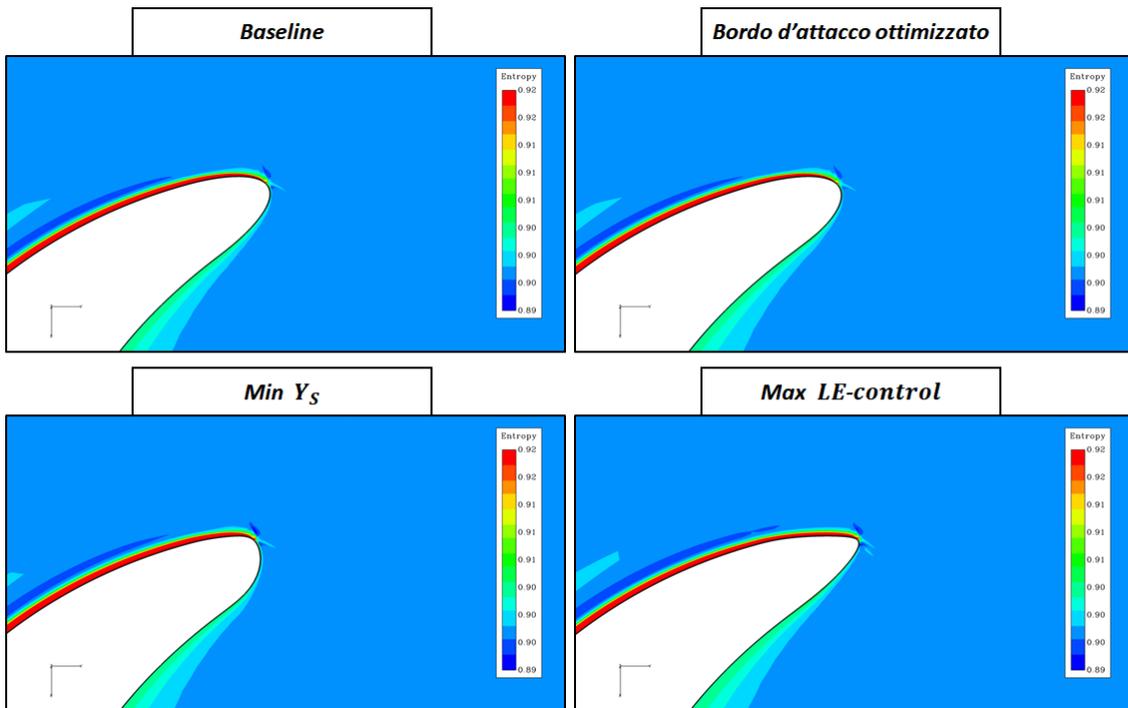


Figura 7.24: Visualizzazioni di entropia in condizioni di incidenza positiva

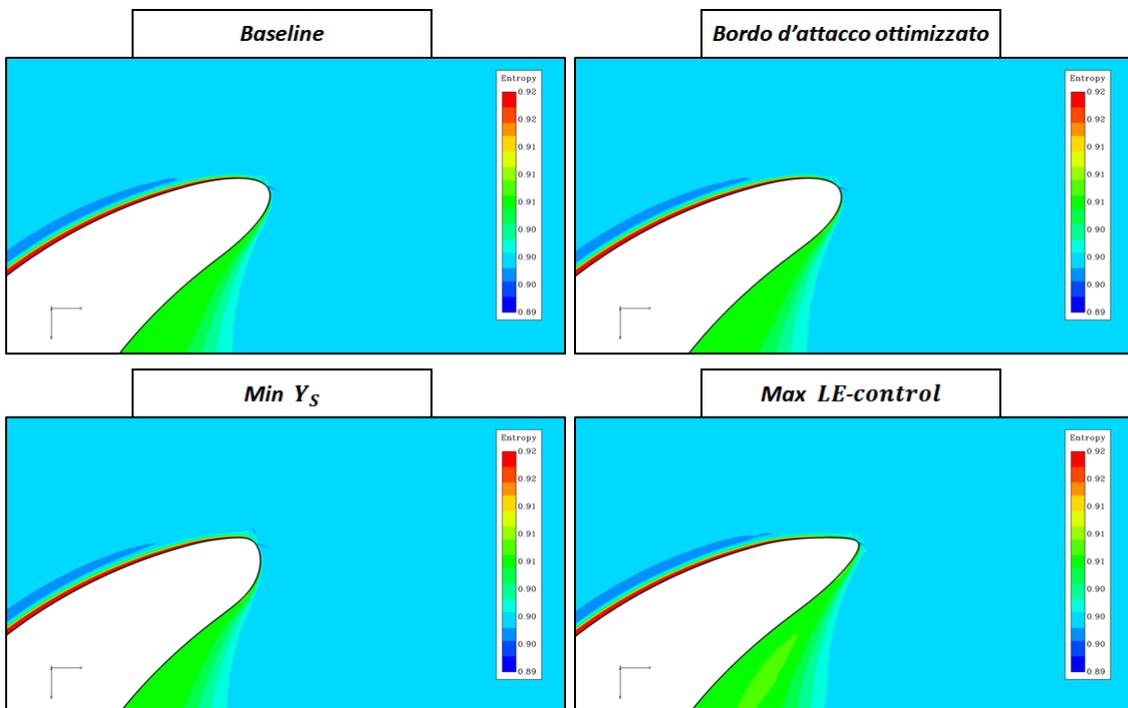


Figura 7.25: Visualizzazioni di entropia in condizioni di incidenza negativa

### 7.3.4 Visualizzazioni linee di corrente

Di seguito è riportato il campo di moto vettoriale calcolato attorno a due profili rilevanti ossia quello che minimizza le perdite e quello che massimizza la funzione obiettivo *Leading Edge Control*.

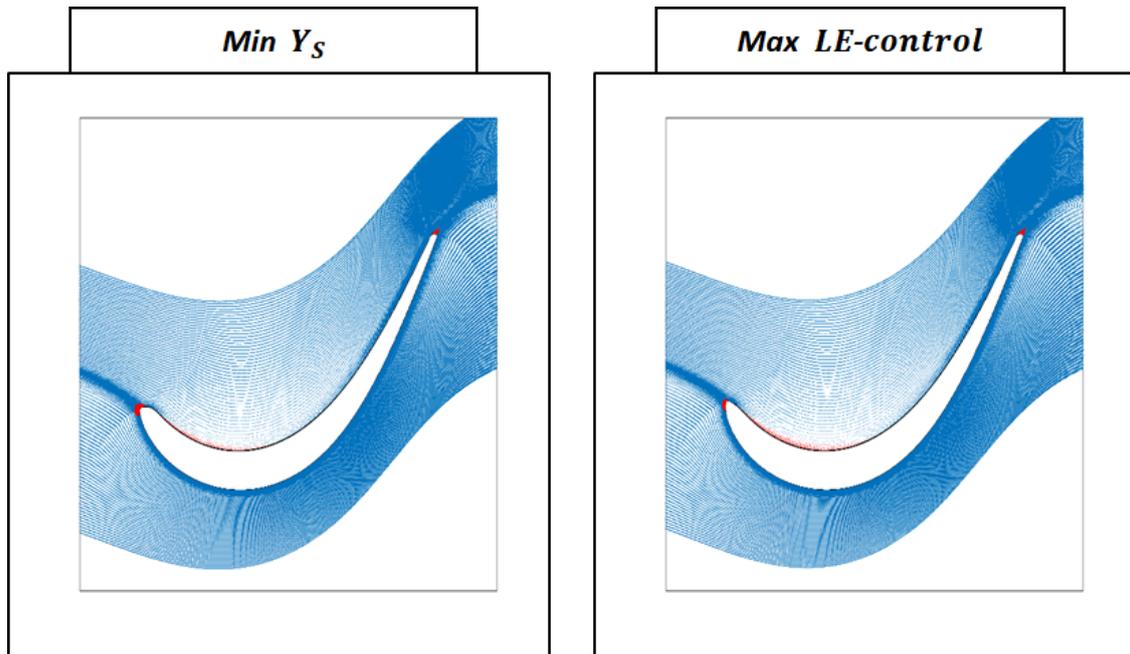


Figura 7.26: Campi di moto vettoriali a confronto

Dei campi di moto della precedente figura, le zone in cui vi è ricircolo/inversione di strato limite sono state evidenziate così da poter individuare eventuali differenze. E' evidente che attorno alla prima estremità del bordo d'attacco e nel primo 40% circa del lato in pressione siano presenti fenomeni di rilievo, di cui è possibile osservarne in dettaglio le differenze in figura 7.27:

- la zona di ristagno del profilo a minimo  $Y_S$  è più estesa;
- il bordo *Max LE-control* divide il flusso in maniera più netta e regolare ma, nello sviluppo dello strato limite, presenta una separazione anticipata;
- il profilo a minime perdite, come osservabile dall'ingrandimento della *pressur side*, ritarda la genesi della bolla di ricircolo e l'estensione della regione a flusso inverso.

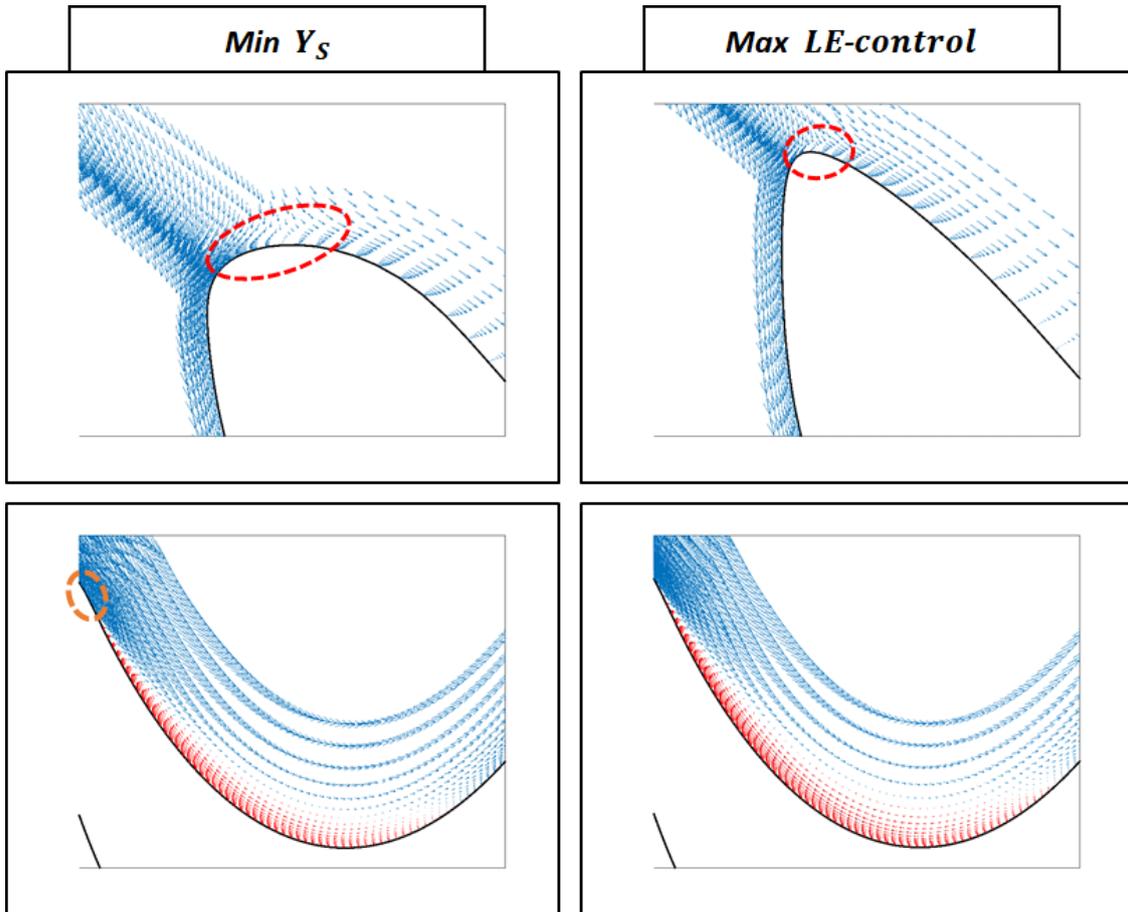


Figura 7.27: Campi di moto vettoriali a confronto: ingrandimenti

Le possibili ragioni fenomenologiche che possono aver indotto un profilo più raccordato e meno "spigoloso" a fornire perdite di profilo inferiori sono da ricercare proprio nella maggiorata zona di ristagno. Infatti il flusso, sebbene segua un'evoluzione meno regolare, subirà un'accelerazione maggiormente prolungata rispetto al caso *Max LE-control* prima di risentire del gradiente di pressione avverso. Ci si domanda a questo punto se vi sia una correlazione fra la parametrizzazione innovativa (e la forma assunta dal bordo d'attacco) e le *performance*.

Si ravvisa il lettore che gli effetti della transizione di strato limite non sono colti dal modello di turbolenza selezionato, essendovi l'ipotesi di piena turbolenza sviluppata e di alto numero di Reynolds. Tuttavia l'utilizzo di una simulazione numerica RANS non è adatta al fine di visualizzare le piccole variazioni indotte dalla modifica di dettaglio del bordo d'attacco nonostante l'elevata finezza di griglia.

## 7.4 Convergenza numerica di griglia

Ci si pone a questo punto la necessità di giustificare la bontà dei risultati ottenuti da un punto di vista prettamente numerico. A tal scopo si andrà a effettuare uno studio di sensibilità alla finezza di griglia, considerando diverse qualità di griglie a partire dalla versione base.

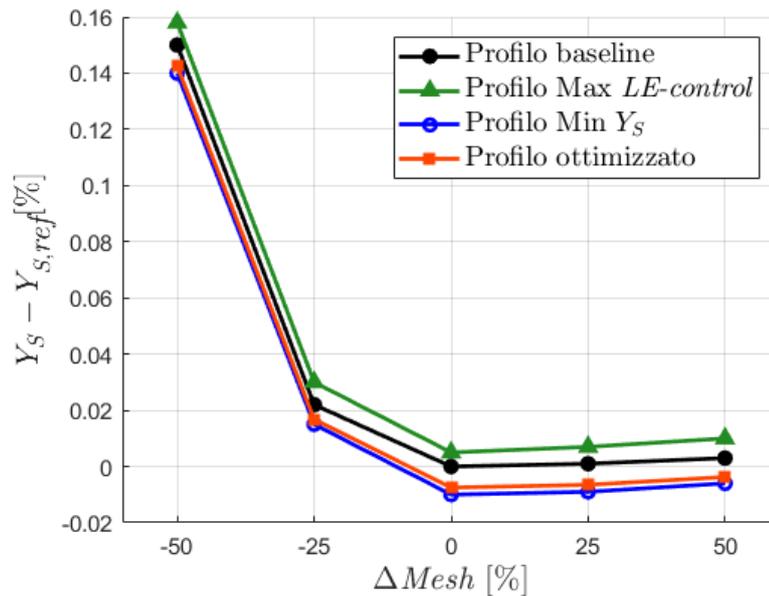


Figura 7.28: Sensitivity alla finezza di griglia

I dati rappresentati in figura sono frutto di simulazioni condotte sui quattro profili di riferimento al variare della qualità di griglia. In particolare è stato variato il numero di celle presenti nella griglia con variazione che va dal  $-50\%$  al  $+50\%$  e per ogni *mesh* di ciascun profilo è stata simulata l'aerodinamica in condizioni di progetto e *off-design*, per poi effettuare una valutazione del coefficiente di perdita robusto all'incidenza. In figura è quindi riportato lo scarto di coefficiente di perdita rispetto a un valore di riferimento (che in tal caso coincide con il valore di  $Y_S$  del profilo base valutato alla *mesh* di riferimento) al variare del numero di celle di griglia.

Ciò che emerge è sicuramente l'effetto della riduzione del  $50\%$  di celle numeriche, che impatta su tutti i casi con un incremento sostanziale di perdite. D'altro canto, l'analisi porta agli scenari sperati, ossia la scelta della *mesh* (in termini di raffinatezza) non pregiudica i risultati finora ottenuti. Infatti non avviene alcuna inversione fra i quattro profili analizzati al variare della griglia, e le differenze di coefficiente di perdita si mantengono pressoché costanti, confermando che il profilo ottimizzato e il profilo *Min  $Y_S$*  sono effettivamente più performanti.

## 7.5 Analisi prestazioni-parametri

Si andrà ora a scandagliare eventuali correlazioni fra i singoli parametri, ed eventuali combinazioni di essi, e gli indici prestazionali esaminando i risultati pesati/robusti a incidenza frutto dell'esplorazione Sobol.

Si riporta in tabella 7.2 i valori dei parametri riscaldati relativi agli ottimi paretiani.

### 7.5.1 Effetto dei singoli parametri

Effetto del parametro  $\beta$

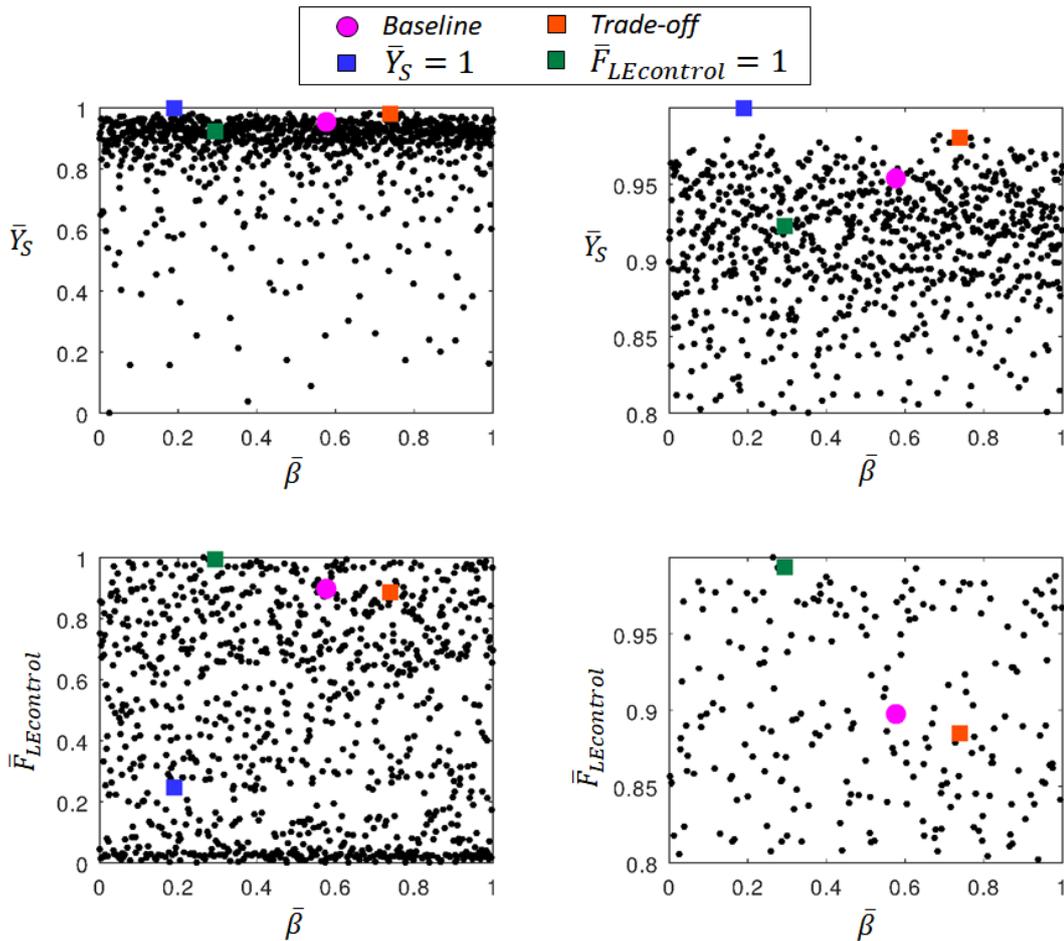
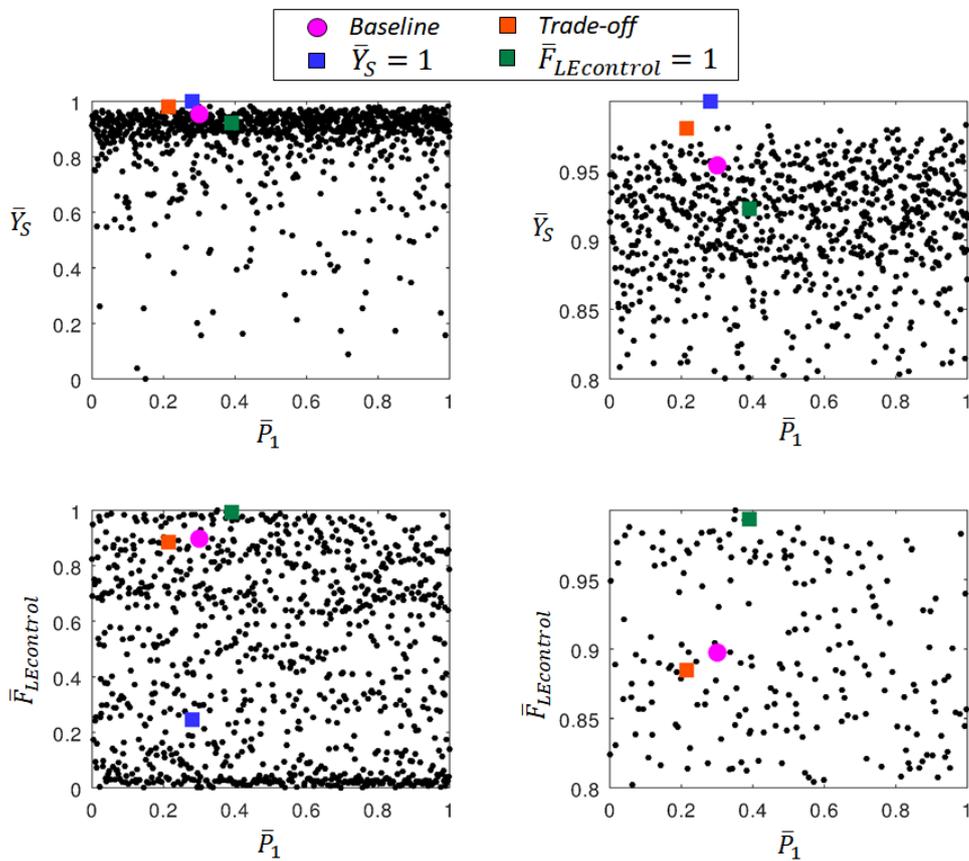


Figura 7.29: Effetto del parametro  $\beta$ , a  $dx$  ingrandimento zona ad alta efficienza

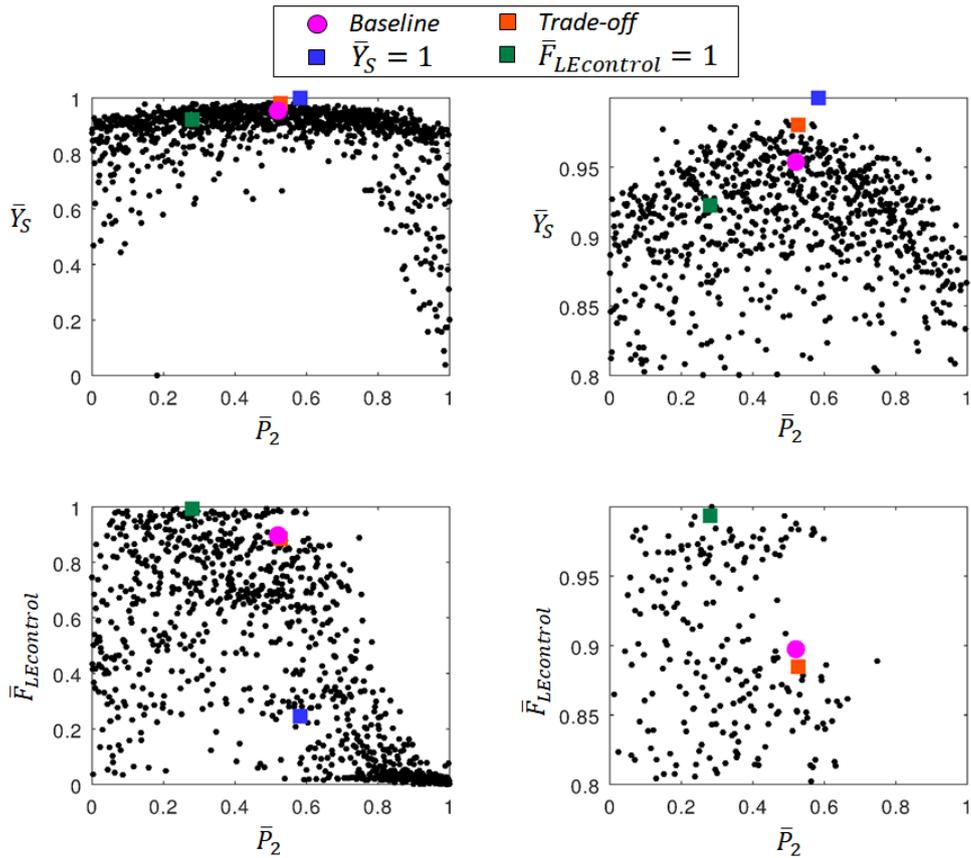
Dalla precedente figura non emergono valori di  $\bar{\beta}$  preferenziali che possano indicare eventuali impatti con le prestazioni. E' bene dire che nella parametrizzazione innovativa l'angolo non ha un impatto diretto come in quelle standard per via dell'utilizzo delle B-Spline che elevano la flessibilità del *design*.

Bordo d'attacco	$\bar{\beta}$	$\bar{P}_1$	$\bar{P}_2$	$\bar{P}_3$	$\bar{P}_4$
<i>Baseline</i>	0.5	0.3	0.5	0.5	0.3
$\bar{Y}_S = 1$	0.20	0.28	0.58	0.01	0.76
$\bar{F}_{LE,control} = 1$	0.27	0.35	0.29	0.25	0.57
<i>Trade-off 1</i>	0.74	0.21	0.53	0.58	0.25
<i>Trade-off 2</i>	0.33	0.43	0.29	0.24	0.65

Tabella 7.2: Valori parametrici per gli ottimi paretiani

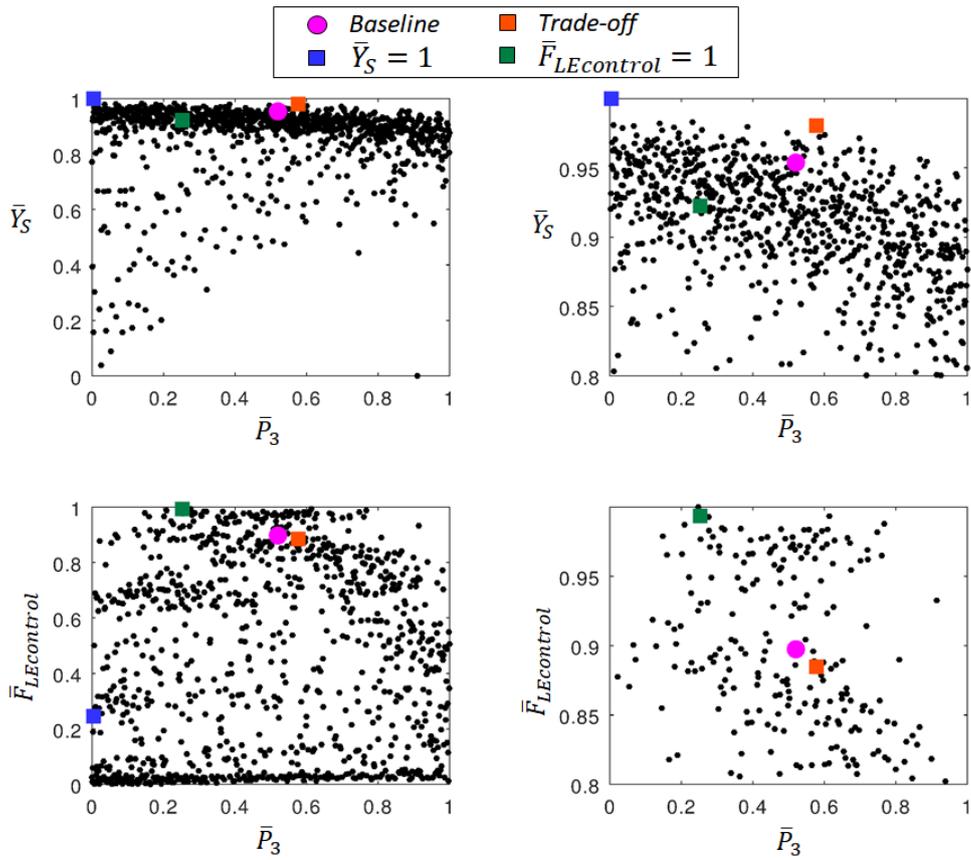
Effetto del parametro  $P_1$ Figura 7.30: Effetto del parametro  $P_1$ , a  $dx$  ingrandimento zona ad alta efficienza

Anche per il parametro  $\bar{P}_1$  non sembrano esserci evidenti correlazioni con gli indici. E' tuttavia interessante notare la localizzazione degli ottimi paretiani nell'intervallo  $[0.2, 0.4]$

Effetto del parametro  $P_2$ Figura 7.31: Effetto del parametro  $P_2$ , a  $dx$  ingrandimento zona ad alta efficienza

Il parametro  $P_2$  influenza sicuramente le prestazioni da quanto osservabile in figura. Si può infatti facilmente individuare un intervallo preferenziale per la riduzione delle perdite,  $[0.5, 0.6]$ , così come valori compresi in  $[0.7, 1]$  porta a generare profili con scarse proprietà prestazionali.

E' perciò interessante valutare eventuali combinazioni fra  $P_2$  e gli altri parametri.

Effetto del parametro  $P_3$ Figura 7.32: Effetto del parametro  $P_3$ , a  $dx$  ingrandimento zona ad alta efficienza

Anche il parametro  $P_3$  influenza le prestazioni, seppur non sia possibile individuare degli intervalli di variazione ben definiti.

**Effetto del parametro  $P_4$**

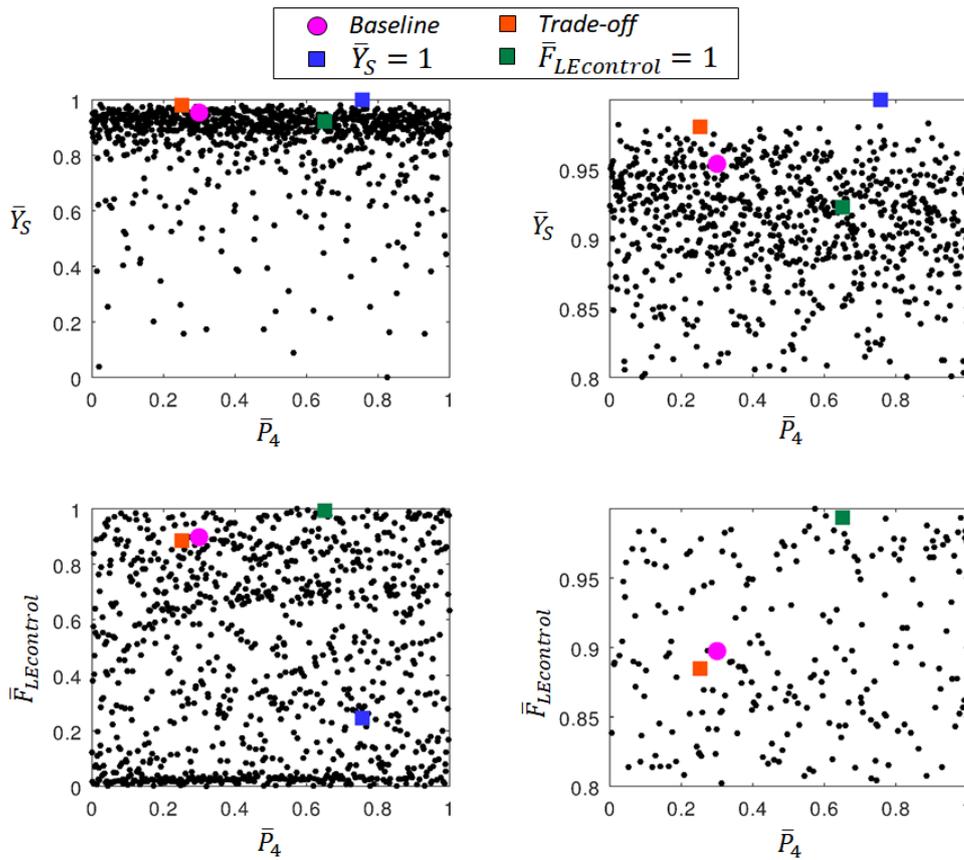


Figura 7.33: Effetto del parametro  $P_4$ , a  $dx$  ingrandimento zona ad alta efficienza

Similarmente al fattore speculare, ossia  $P_1$ , il parametro  $P_4$  non sembra influenzare in maniera diretta le prestazioni. E' tuttavia identificabile un intervallo, seppur molto ampio, in cui ricadono gli ottimi Paretoiani:  $[0.2, 0.8]$ .

## 7.5.2 Correlazione fra parametri

Come identificato nel paragrafo precedente, il parametro che più influenza direttamente gli indici prestazionali è il  $P_2$ . Si andrà perciò a mappare le geometrie più performanti incrociandone i valori dei parametri di ogni singolo *leading edge*, a partire da  $P_2$ . Ciò permetterà di localizzare particolari intervalli e combinazioni fra parametri che maggiormente impattano la riduzione di perdite e la regolarità della distribuzione di Mach isoentropico. Così, per rendere significativa l'analisi, si è scelto di rappresentare soltanto i casi con valori di indici prestazionali superiori al 97% e i bordi d'attacco più prestanti.

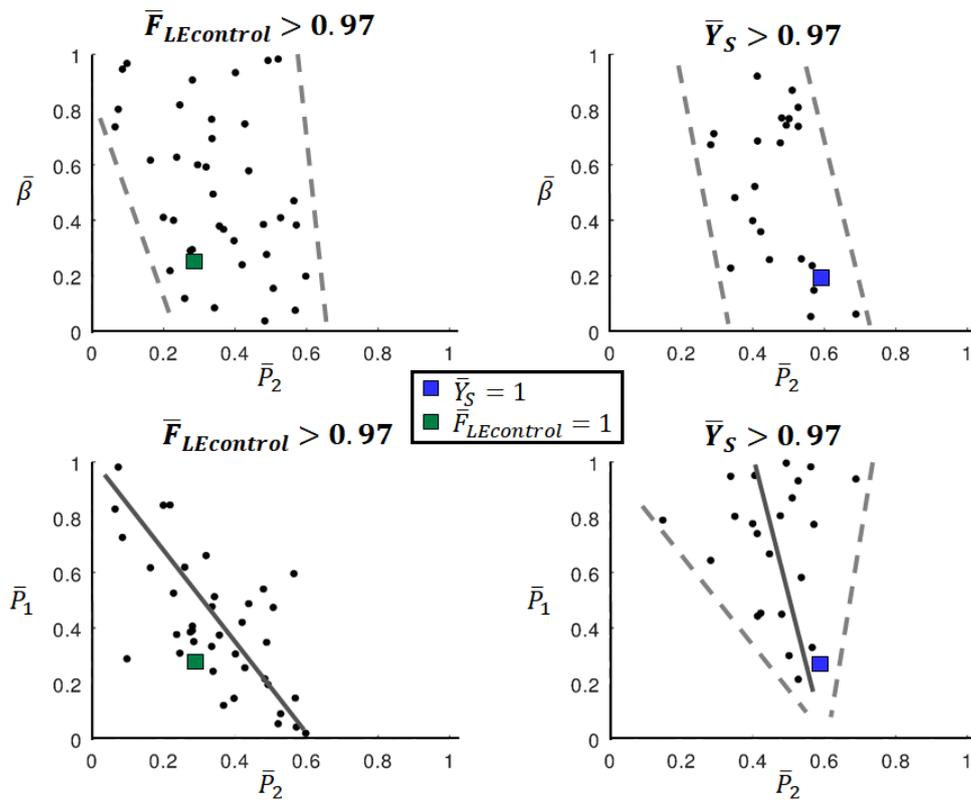


Figura 7.34: Correlazioni fra il parametro  $P_2$  e i parametri  $\beta$  e  $P_1$

Dalla figura emerge che fra  $\beta$  e  $P_2$  non vi è una notevole correlazione, infatti si può riconoscere esclusivamente una striscia di soluzioni ottime ma che essendo quasi verticale sarà certamente figlia del solo parametro  $P_2$ .

Viceversa, il fattore  $P_1$  risulta decisamente correlato con  $P_2$ . Si può infatti identificare una zona d'interesse e tracciare una retta di regressione qualitativa su cui dispongono i casi ad alto indice prestazionale.

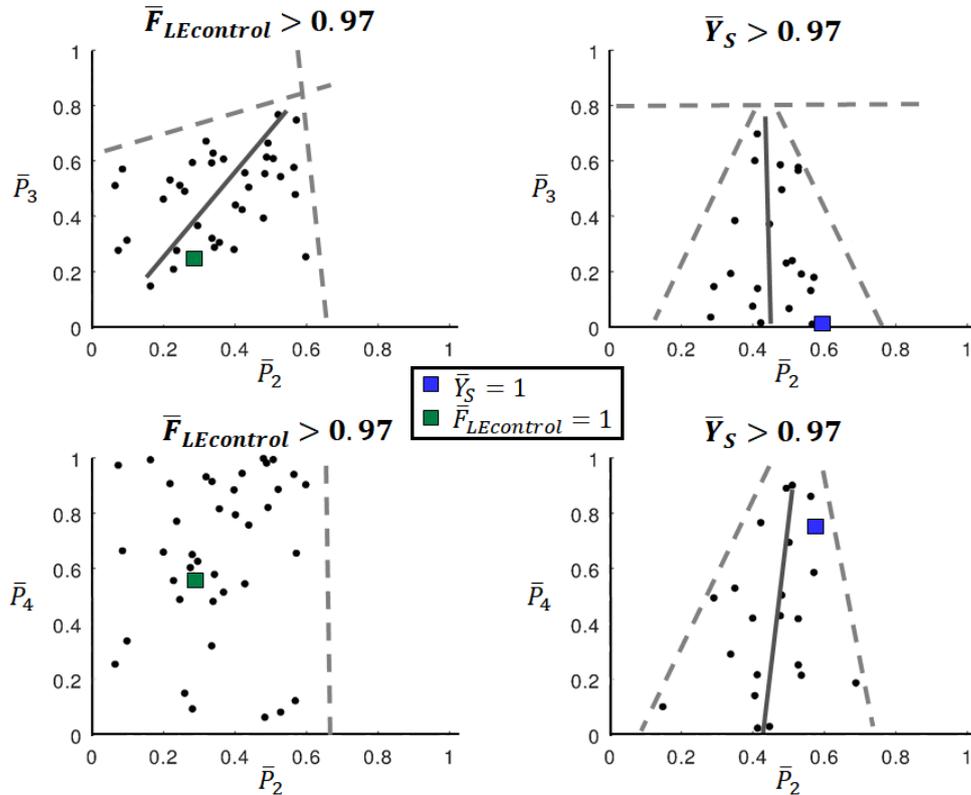


Figura 7.35: Correlazioni fra il parametro  $P_2$  e i parametri  $P_3$  e  $P_4$

Dalla figura si può identificare striscia in cui i migliori bordi d'attacco si posizionano relativamente a combinazioni fra i fattori  $P_2$  e  $P_3$ , così come è possibile tracciare qualitativamente una retta di regressione rappresentativa di un possibile legame fra essi e gli indici prestazionali. Per ciò che riguarda il parametro  $P_4$  non è evidenziabile alcun legame per la funzione obiettivo *Leading Edge Control*, sebbene per il fattore coefficiente di perdita  $\bar{Y}_S$  sia tracciabile una retta di correlazione.

Il parametro  $P_2$  regola la posizione del punto di controllo d'estremità in corrispondenza della *suction side*, ragion per cui è lecito aspettarsi una correlazione geometrica (e quindi con impatto sulle prestazioni) con la posizione dei punti di controllo adiacenti regolati da  $P_1$  e  $P_3$ .

A questo punto si andrà a scandagliare dapprima eventuali correlazioni fra  $P_1$  e  $P_3$  in figura 7.36, quindi di ognuno dei due con gli altri parametri nelle figure 7.37 e 7.38.

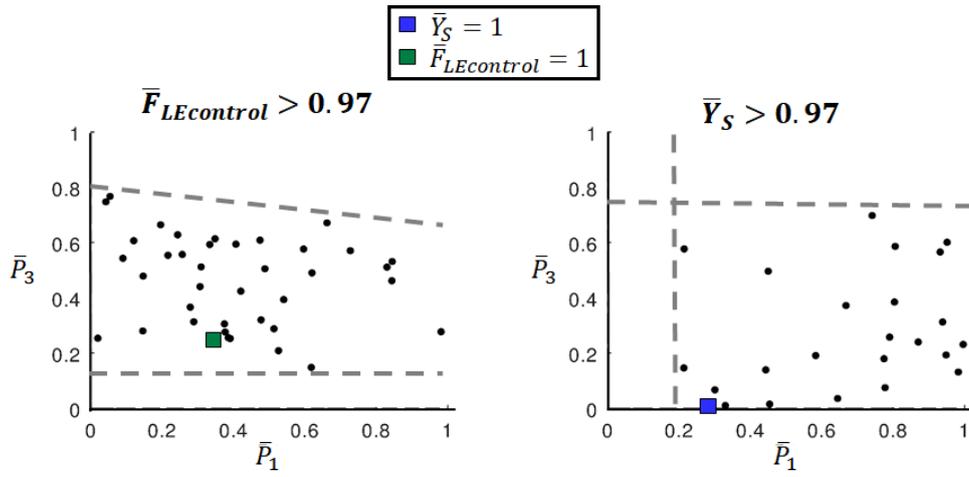


Figura 7.36: Correlazione fra  $P_1$  e  $P_3$

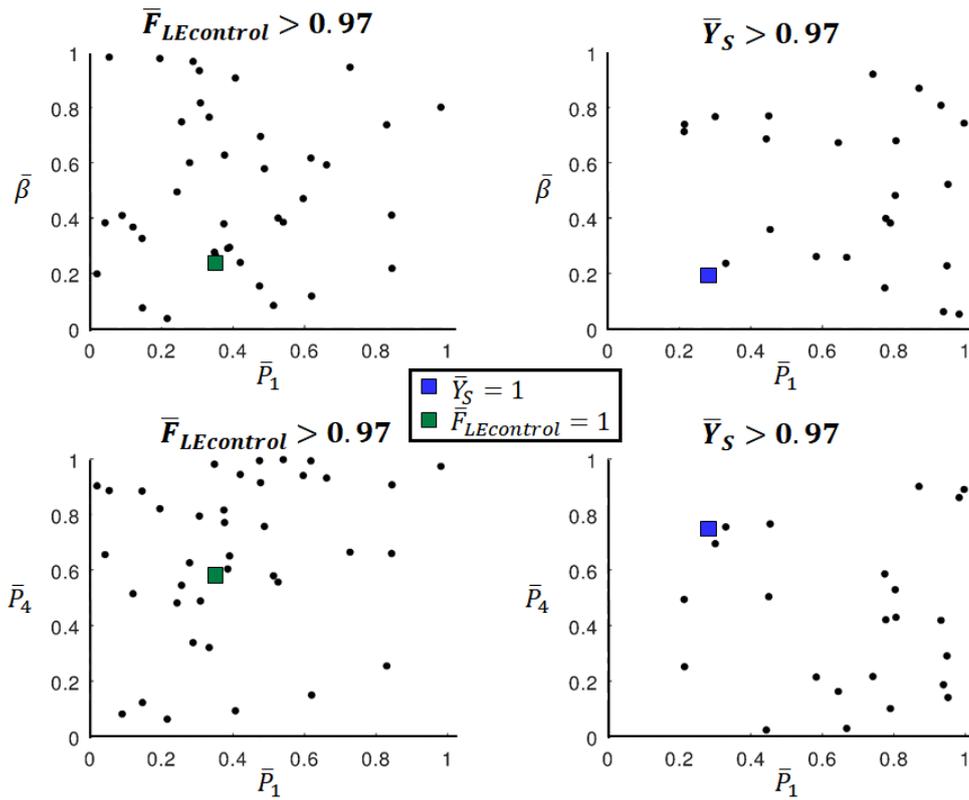


Figura 7.37: Correlazione fra  $P_1$  e gli altri parametri

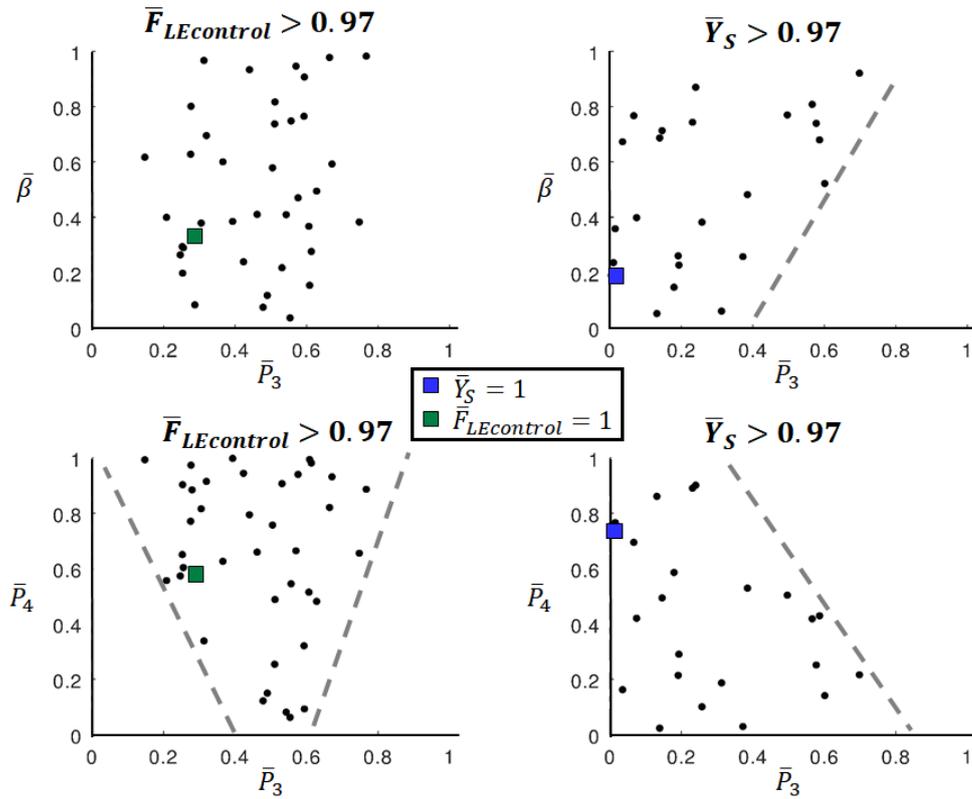


Figura 7.38: Correlazione fra  $P_3$  e gli altri parametri

Per completezza si riporta la mappa ricavata utilizzando i parametri  $\beta$  e  $P_4$ , ossia i due fattori meno correlati con gli indici prestazionali.

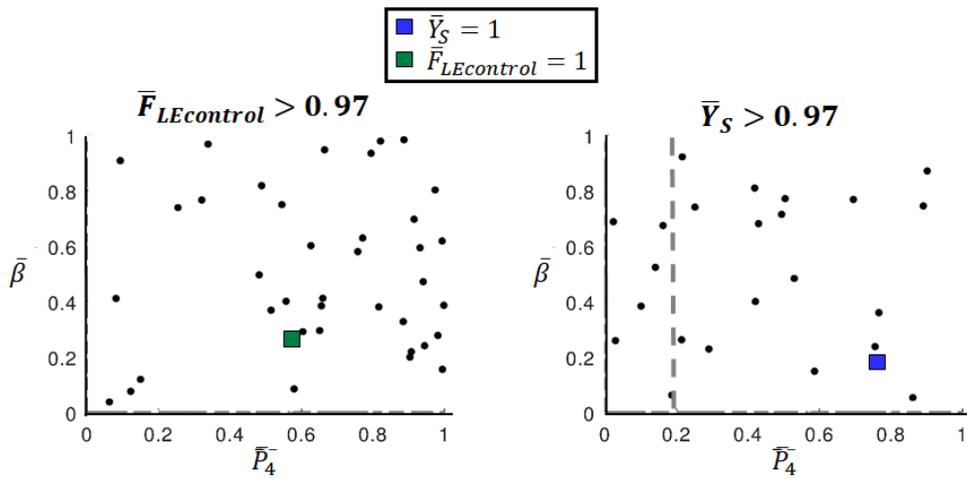


Figura 7.39: Correlazione fra  $P_4$  e  $\beta$

In figura 7.40 e 7.41 sono riportate le rappresentazioni tridimensionali che lega le combinazioni di parametri con gli indici prestazionali e le relative mappe 2D d'interesse riguardanti i parametri maggiormente correlati, ossia  $P_2$ ,  $P_1$  e  $P_3$ .

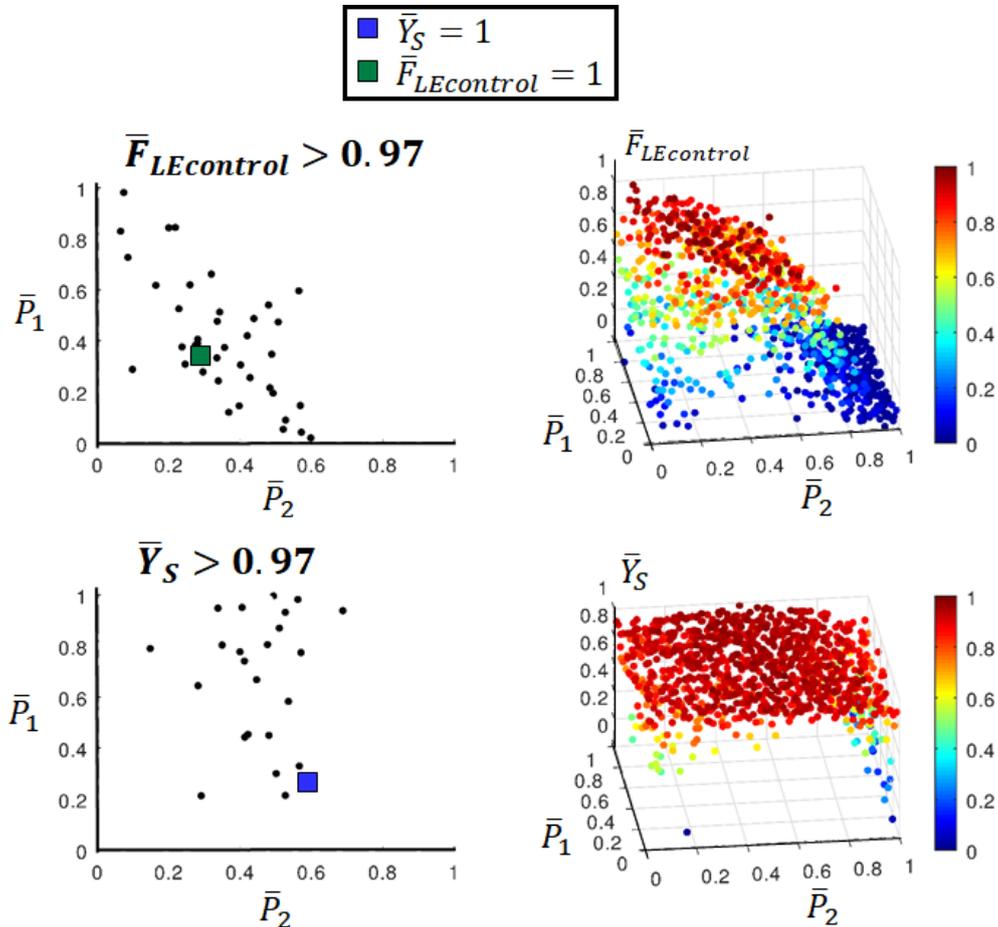


Figura 7.40: Correlazione parametrica e prestazioni:  $P_2$  e  $P_1$

Le precedenti immagini sottolineano la presenza di una correlazione, sebbene non sia univoca: a stesse combinazioni corrispondono profili non ugualmente performanti, soprattutto per l'obiettivo  $\bar{F}_{LEcontrol}$ .

In figura 7.41 si ha invece una conferma del legame esistente fra la posizione relativa dei punti di controllo estremi che regolano il punto a minor curvatura, ossia i parametri  $P_2$  e  $P_3$ . Si evince così che rientrando nella zona evidenziata

$$\begin{cases} 0.25 \leq \bar{P}_2 \leq 0.6 \\ 0 \leq \bar{P}_3 \leq 0.7 \end{cases}$$

si ottengono profili con minor perdite aerodinamiche.

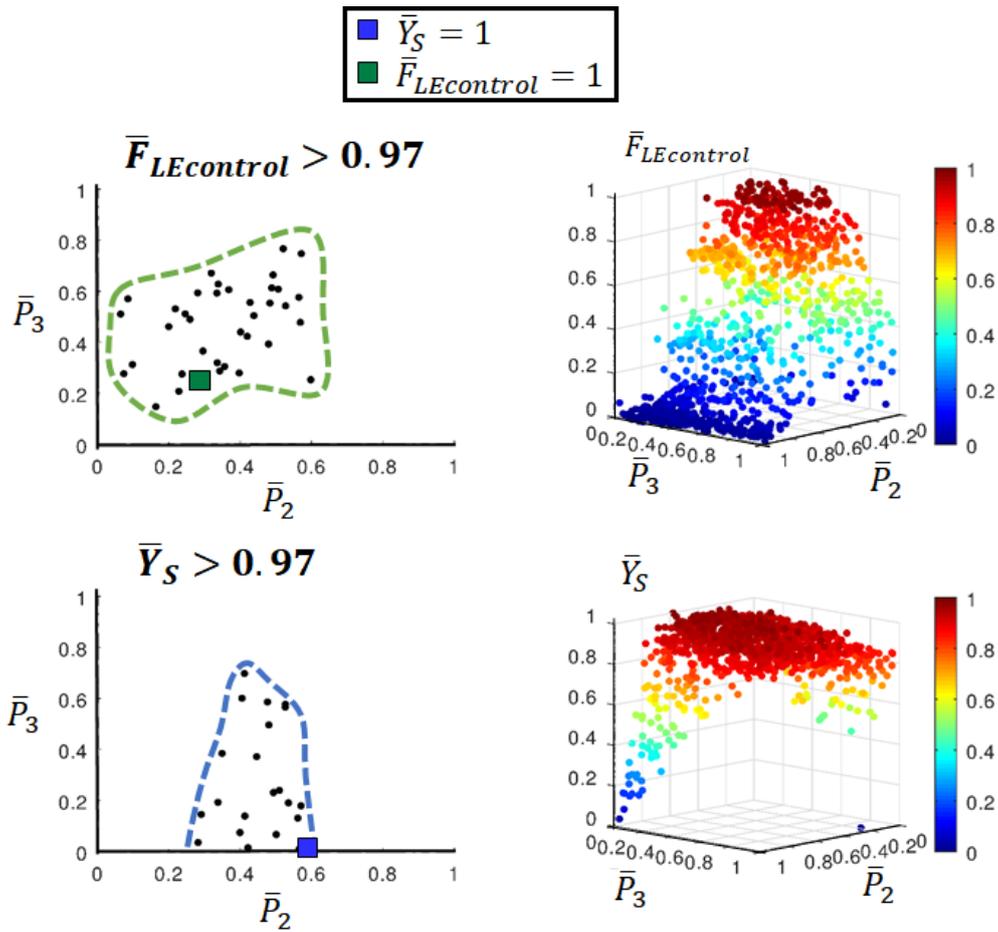


Figura 7.41: Correlazione parametrica e prestazioni:  $P_2$  e  $P_3$

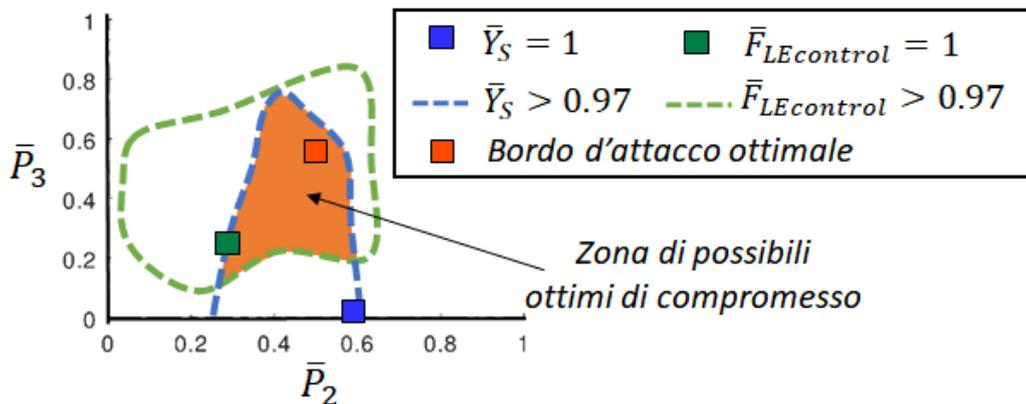


Figura 7.42: Intersezione domini parametrici ad alte prestazioni

Una volta individuate le regioni parametriche in cui si localizzano gli ottimi di ciascun obiettivo, si possono intersecare gli stessi e individuare la regione dove potrebbero sussistere bordi con alti valori per entrambi gli obiettivi. Come riscontrabile in figura 7.42, il *leading edge* ottimale di *trade-off* va a localizzarsi proprio nella regione di intersezione. Da ciò si evince che, la parametrizzazione innovativa è in grado di generare profili ottimali con dei valori notevoli dei fattori  $P_2$  e  $P_3$ .

## 7.6 Processo di *fitting* con parametrizzazioni standard

Per valutare la bontà nell'utilizzo della parametrizzazione innovativa rispetto a quelle standard, si è effettuato un processo di interpolazione (*fitting*) dei tre bordi d'attacco ottimali rilevati sul fronte di Pareto. Occorre tuttavia sottolineare che le parametrizzazioni standard del *leading edge* sono state adottate per interpolare il solo bordo d'attacco e non l'intero profilo, questo per i seguenti motivi:

- i. le due parametrizzazioni, pensate per *design system* dell'intero profilo, non sarebbero in grado di effettuare un *fitting* del resto del profilo senza introdurre forti scostamenti al bordo d'attacco (e viceversa);
- ii. evitare eventuali confronti prestazionali incoerenti dettati dalla generazione di profili differenti a valle del bordo d'attacco.

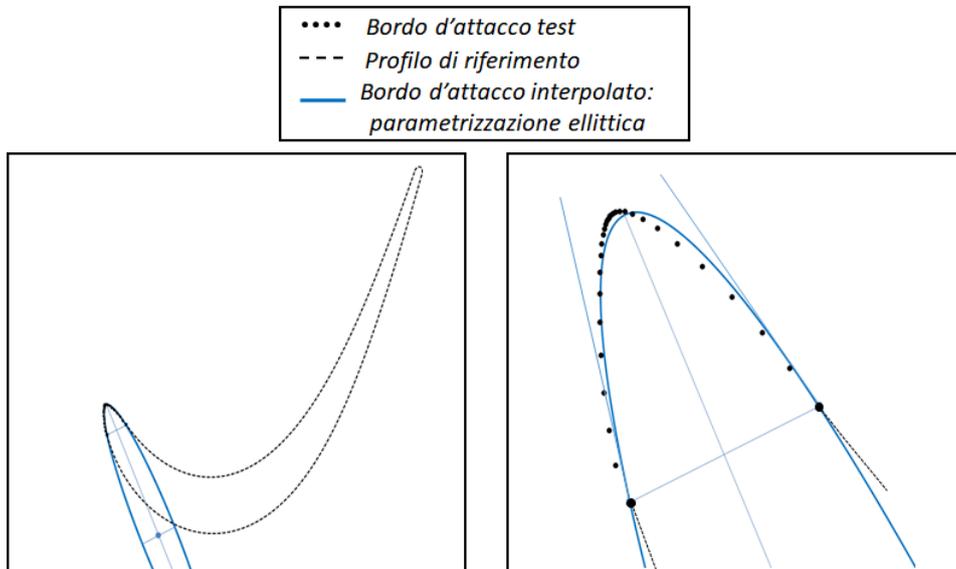
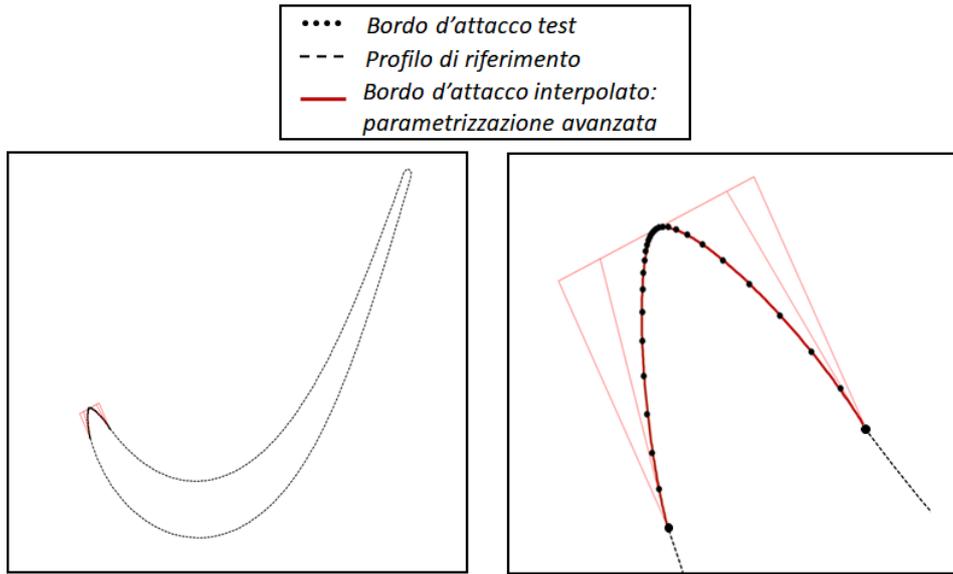


Figura 7.43: *Fitting* con parametrizzazione ellittica

Figura 7.44: *Fitting* con parametrizzazione avanzata

Nelle figure 7.43 e 7.44 sono riportate a titolo di esempio le costruzioni geometriche e le interpolazioni del profilo di ottimo paretiano con il più alto valore di funzione obiettivo *Leading Edge Control*.

Le operazioni di *fitting* sono state effettuate risolvendo un problema di minimo sull'errore di interpolazione fra la geometria in oggetto e quella generata da ciascuna parametrizzazione:

$$\epsilon = \sum_{LE} [(X - x)^2 + (T - t)^2]^{1/2}$$

con  $\epsilon$  l'errore di interpolazione,  $X, T$  le coordinate del bordo d'attacco in oggetto nel piano del profilo,  $x, t$  le coordinate della geometria parametrica. I bordi d'attacco ottenuti come soluzione avranno dei valori parametrici univoci nel sistema ellittico o avanzato, e saranno connessi al resto del profilo inalterato. Come riscontrabile visivamente dalle precedenti figure, la parametrizzazione avanzata essendo dotata di ben 8 parametri è in grado di interpolare meglio i *leading edge* di forma arbitraria rispetto al sistema ellittico.

Si procede quindi a simulare le prestazioni robuste a incidenza dei bordi d'attacco interpolati. In figura 7.45 è riportata la classica mappa delle prestazioni con ingrandimento nella zona ad alta efficienza. Insieme al fronte di Pareto ricavato dalle precedenti esplorazioni Sobol, sono riportati i tre bordi d'attacco interpolati e simulati con parametrizzazioni standard. Ciò che si osserva è che la parametrizzazione avanzata è in grado di emulare al meglio le caratteristiche dei bordi d'attacco generati da un sistema di *design* basato su *B-Spline*.

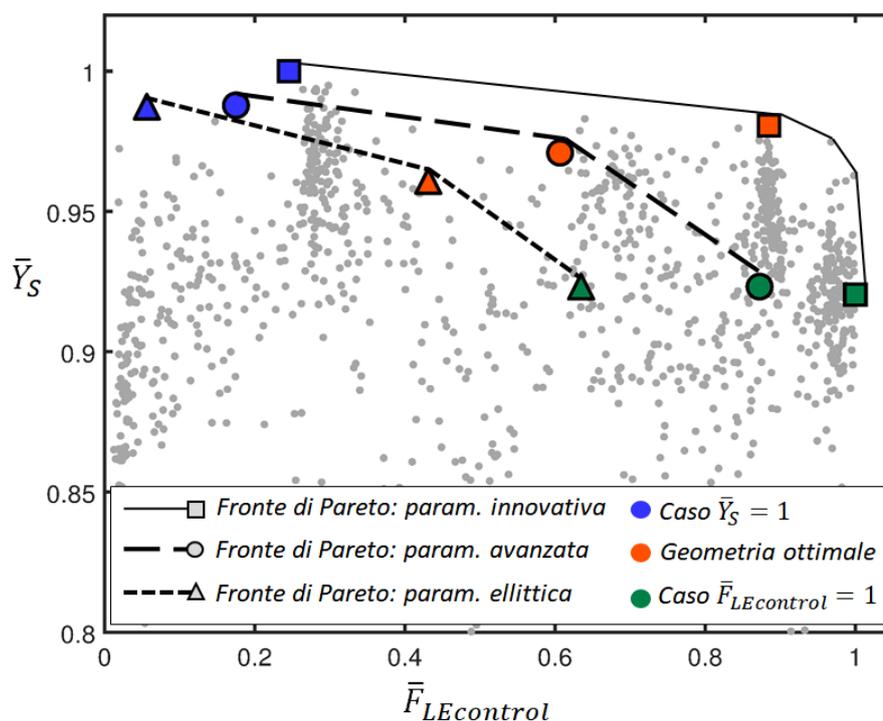


Figura 7.45: Mappa delle prestazioni: effetto della parametrizzazione sul fronte di Pareto

Le differenze in termini di coefficiente di perdita adimensionato  $\bar{Y}_S$  sono piuttosto minimali, e comunque dello stesso ordine della differenza di prestazioni fra il bordo ottimale e la geometria *baseline*. Ciò è una conferma del miglioramento di prestazioni aerodinamiche ottenibili dalla parametrizzazione innovativa, seppur molto ridotte.

Dalla figura emerge inoltre un ulteriore aspetto: le parametrizzazioni standard non riescono a riprodurre lo stesso livello di funzione obiettivo *Leading Edge Control*, e quindi di regolarità sulle distribuzioni di Mach isoentropico. Ciò è sicuramente imputabile alle discontinuità di curvatura presente alle giunzioni fra i bordi d'attacco interpolati e il resto del profilo che inducono a irregolarità localizzate. Tali differenze sono ancora più ampie se si considera la parametrizzazione ellittica.

Da un punto di vista prettamente geometrico le maggiori differenze sono più ampie per i bordi d'attacco con caratteristiche più accentuate come il caso con minime perdite e il caso a massima funzione obiettivo *Leading Edge Control*. Viceversa il caso di *trade-off* è ben interpolato, con il bordo d'attacco ellittico che ricade sulla geometria *baseline* malgrado le minime differenze alle giunzioni. Questo risultato è una conferma della bontà del *design system* utilizzato da *AvioAero* relativamente al bordo d'attacco, a meno di minime differenze dovute ad effetti locali.

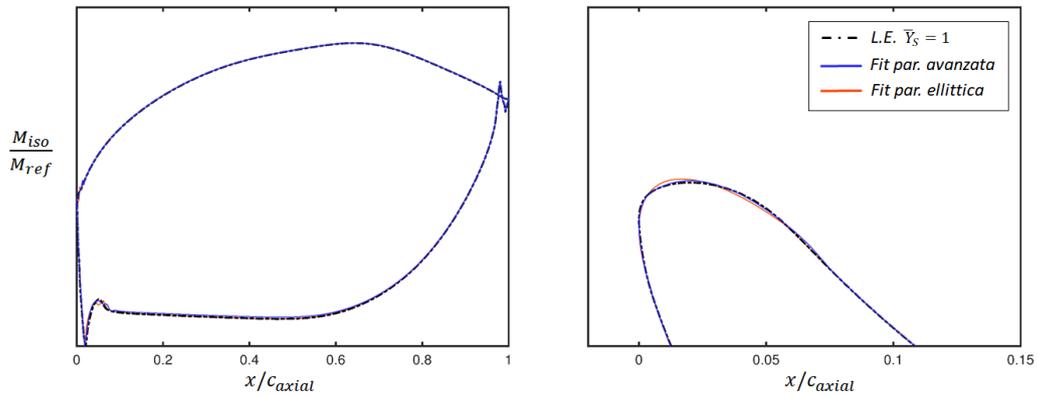


Figura 7.46: *Fitting* del bordo d'attacco con minime perdite

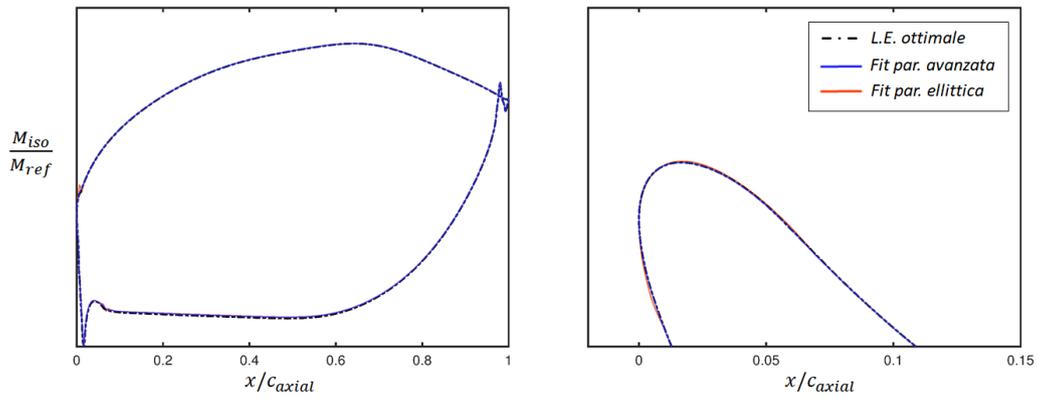


Figura 7.47: *Fitting* del bordo d'attacco ottimale di *trade-off*

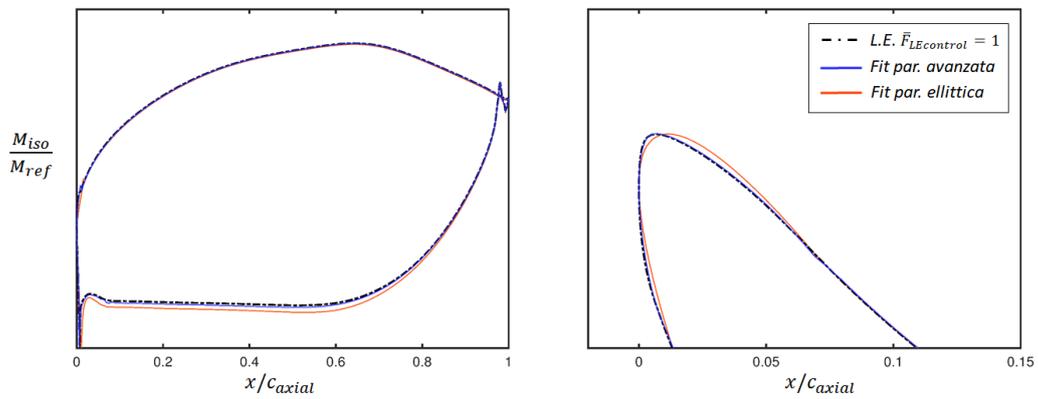


Figura 7.48: *Fitting* del bordo d'attacco con massimo valore di funzione obiettivo

## Capitolo 8

# Conclusioni

Nel capitolo finale sono raccolte le principali conclusioni tratte dalla ricerca, riassumendo i risultati ottenuti con particolare enfasi sui benefici e sulle limitazioni legate alla parametrizzazione innovativa introdotta. Verranno riportate le modalità che si sono rivelate più efficaci per studiare le perdite aerodinamiche del profilo. Infine verranno discussi i possibili sviluppi futuri di questo studio e le implicazioni che esso ha sul *design* dei profili attuali.

### **Parametrizzazione innovativa: benefici e limiti**

Le perdite di profilo costituiscono circa il 70% delle inefficienze aerodinamiche in turbina. Ciò giustifica la ricerca sempre più spinta di tale classe di perdite, cercando di comprenderne meglio i meccanismi di generazione. La turbina di bassa pressione presa in esame rappresenta lo stato dell'arte nella sua classe, occorre perciò guardare ai più piccoli dettagli per migliorarne le *performance*. In tale ottica, lo studio del bordo d'attacco ha messo in luce l'importanza dei minimi effetti locali: la continuità di curvatura nel *design* del bordo d'attacco influenza la regolarità d'evoluzione dello strato limite e del flusso attorno al profilo palare.

L'introduzione della parametrizzazione innovativa basata su B-Spline di 7° ordine ha permesso di ottenere forme più regolari e, soprattutto, di generare curve con un elevato grado di duttilità e quindi irriproducibili con i sistemi di *design standard* che fanno uso di coniche. Tuttavia la sua applicazione è stata limitata al solo 10% circa della corda assiale, nei punti in cui il bordo d'attacco ellittico della parametrizzazione di base si raccorda alle curve di Bèzier del profilo, come in figura 8.1 .

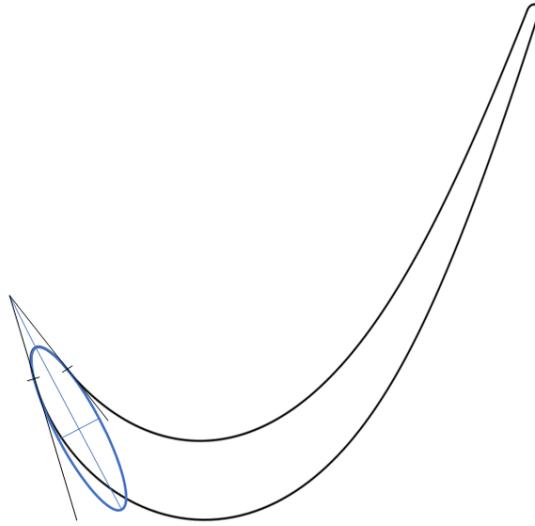


Figura 8.1: Profilo *baseline*: costruzione ellittica e giunzione col resto del profilo

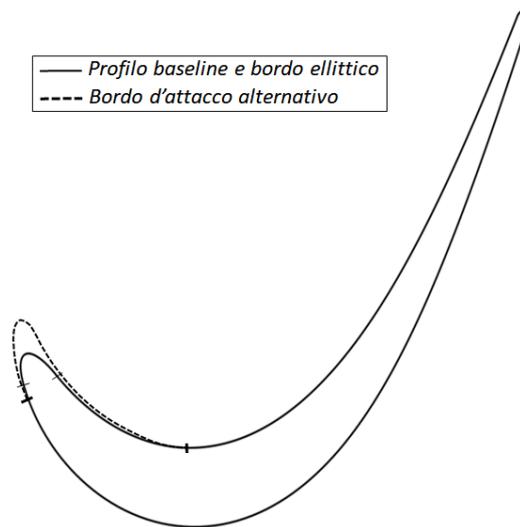


Figura 8.2: Profilo base e *design* alternativo del bordo d'attacco

Tale approccio, giustificato dalla volontà di osservare gli effetti legati al solo *leading edge* e alla sua parametrizzazione, è comunque limitativo. Infatti, non limitando il bordo d'attacco alla connessione col resto della parametrizzazione, come in figura 8.2, si potrebbero ottenere miglioramenti in prestazioni più rilevanti, sebbene ciò implichi variazioni non trascurabili di massa e inerzia della pala. Inoltre non si coglierebbero le inefficienze superabili agendo solo sulla parametrizzazione del bordo d'attacco.

Fra le limitazioni della parametrizzazione proposta vi sono

- la difficoltà di controllo, poichè facente uso di parametri non direttamente correlati alla geometria, come il raggio e l'eccentricità di un'ellisse;
- la maggiore complessità numerica introdotta sia dall'incremento dei gradi di libertà, sia dalla non linearità fra parametri e prestazioni (richiedendo metodologie di ricerca dell'ottimo più robuste e più dispendiose).

## Risultati

I risultati dell'esplorazione del *design space* e delle simulazioni CFD, tenendo conto della robustezza all'incidenza, hanno evidenziato l'assenza di una precisa correlazione fra coefficiente di perdita e regole di buon progetto di un ottimo bordo d'attacco, queste riassunte nella funzione obiettivo *Leading Edge Control*. Si osserva infatti che il rispetto di tali regole induca a geometrie con alta efficienza, ma non il contrario. Ciò ha portato alla costruzione di una mappa delle prestazioni con i due criteri a confronto, in cui sono stati identificati tre profili costituenti il fronte di Pareto:

- i. un bordo d'attacco poco affusolato e ampio, che porta al minimo livello di perdite ma a forti irregolarità sull'evoluzione del flusso;
- ii. un bordo d'attacco più affusolato indirizzato secondo la corrente tale da rendere il più regolare possibile la distribuzione di Mach isoentropico attorno al bordo d'attacco;
- iii. una forma ottimale che sia di compromesso fra i due obiettivi, che comporta una riduzione delle perdite rispetto alla geometria *baseline*.

Il miglioramento ottenuto in termini di coefficiente di perdita è tuttavia molto contenuto, e comunque dovuto alla maggior regolarità delle B-Spline e alla sua capacità di adattarsi e formarsi alle richieste del flusso. Se si osserva alla stima del coefficiente di perdita proposto da Denton [8] in figura 8.3, basandosi sulla deflessione aerodinamica di schiera, il coefficiente  $Y_S$  per lo statore in esame è attorno al 3.5%, mentre i miglioramenti ottenuti sono circa pari a  $\Delta Y_{S,LE} \simeq -0.01\%$ , con una riduzione relativa del

$$\frac{\Delta Y_{S,base} - 0.01\%}{\Delta Y_{S,base}} - 1 \simeq -0.3\%$$

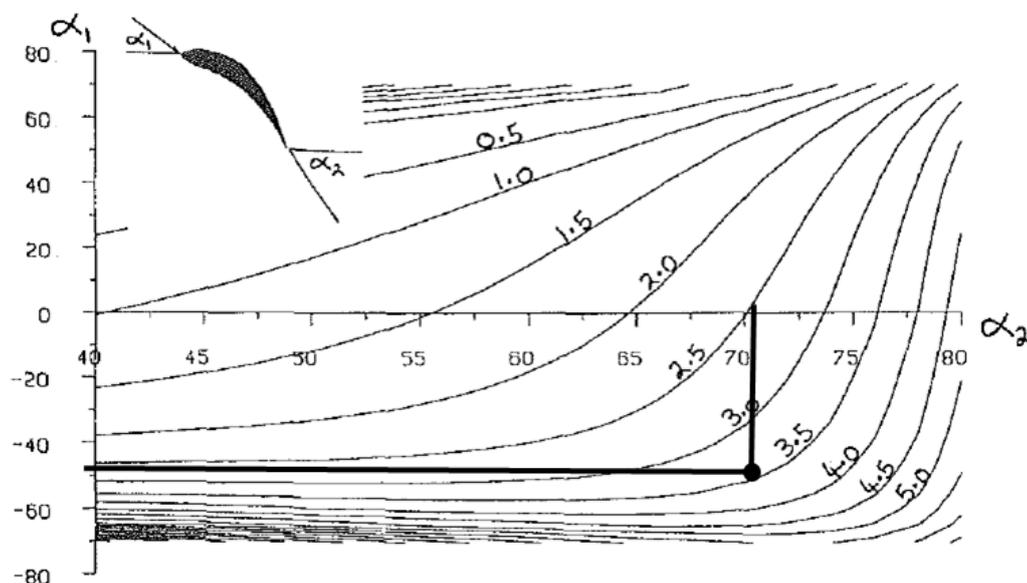


Figura 8.3: Stima delle perdite di profilo per la geometria *baseline* [8]

Ipotizzando che l'intera schiera sia stata migliorata con tale fattore, e ipotizzando di applicare tale metodologia a tutti e 6 gli stadi della turbina considerata (per un totale di 12 schiere) e che ognuno di essi ottenga un egual beneficio, si può stimare una riduzione delle perdite globali pari circa a

$$\Delta Y_{S, LPT} \simeq 12 \times \Delta Y_{S, LE} \simeq -0.12\%$$

Da questa stima si ottiene che, seppur estremamente contenuta, l'utilizzo di una parametrizzazione maggiormente complessa del bordo d'attacco potrebbe apportare riduzioni di perdite aerodinamiche non più trascurabili.

E' bene però sottolineare l'applicabilità di una parametrizzazione così complessa. I discostamenti geometrici del bordo d'attacco ottimizzato rispetto alla configurazione base sono tali da richiedere tolleranze geometriche decisamente strette, e quindi costi di producibilità non giustificabili dalla riduzione di perdite.

Dall'altro lato, l'operazione di *fitting* ha confermato la bontà nell'utilizzo della parametrizzazione ellittica: infatti il bordo d'attacco ottimale interpolato con ellisse ricade sulla configurazione baseline, comprovando che il *design* attuale è in grado di ricreare un *leading edge* non molto diverso da quello ottimizzato.

### Sviluppi futuri

Dalla ricerca condotta si aprono ulteriori spiragli futuri: qualora la tecnologia sarà in grado di garantire tolleranze geometriche ad alta precisione a costi più alla portata, sarà possibile introdurre parametrizzazioni complesse.

Al fine di mantenere l'attuale *design system*, ma integrando i miglioramenti evidenziati nella ricerca, come possibile sviluppo futuro si propone l'implementazione di un sistema geometrico non parametrico che permetta di effettuare il raccordo con alta regolarità fra le diverse curve utilizzate (ellisse e Bezier, per mezzo di B-Spline). Ciò al fine di evitare le discontinuità locali evidenziate dalle distribuzioni di Mach ed evitare l'induzione di separazioni locali che possono inficiare la qualità del flusso.

Da un punto di vista prettamente numerico, l'utilizzo di metodologia RANS si è mostrata "cieca" alle fenomenologie di bassa intensità che avvengono attorno al bordo d'attacco. A tal scopo si propone di analizzarle utilizzando una qualità di simulazione più elevata, ad esempio per mezzo di simulazioni *LES (Large Eddy Simulation)*. Tale classe di simulazioni è in grado di cogliere l'evoluzione dei più grandi vortici, richiedendo griglie molto più fini e quindi costi e tempi di calcolo più onerosi. Equivalentemente alla simulazioni RANS, le *Large Eddy Simulation* necessitano di opportuni modelli di sottogriglia, che potrebbero essere in grado di cogliere e prevedere la transizione di strato limite, fenomenologia non riproducibile nel modello  $k - \omega$  utilizzato nella ricerca.

Infine tale metodologia è stata limitata alle perdite di profilo, eventuali applicazioni per la riduzione di perdite secondarie potrebbero portare a benefici maggiori, così come l'applicazione a palette con diverso livello di carico.

Per concludere, la tesi condotta vuole aprire a nuovi scenari per la ricerca fenomenologica del bordo d'attacco in turbine di bassa pressione e allo sviluppo di parametrizzazioni complesse per il *design* di schiere palettate, senza dimenticare le motivazioni che spingono le grandi aziende come *AvioAero - a GE Aviation business* a investire nella ricerca di dettaglio, ossia la riduzione di consumi di carburante e di emissioni di inquinanti generati dai propulsori aeronautici.



# Bibliografia

- [1] Wikimedia Commons Author: Emoscopes, *Schematic diagram of the operation of a axial flow turbojet engine*, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Turbojet\\_operation-\\_axial\\_flow.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Turbojet_operation-_axial_flow.png)
- [2] Wikimedia Commons Author: K. Aainsqatsi, Emoscopes, *Schematic diagram illustrating the operation of a 2-spool, high-bypass turbofan engine, with LP spool in green and HP spool in purple*, [http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Turbofan\\_operation.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Turbofan_operation.png)
- [3] Michael James Lighthill, Maxwell Herman Alexander Newman, *On sound generated aerodynamically I. General theory* vol.211, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, doi: 10.1098/rspa.1952.0060, <https://royalsocietypublishing.org/doi/abs/10.1098/rspa.1952.0060>
- [4] Epstein, *Trends in engine bypass ratio*, 1998, [http://web.mit.edu/16.unified/www/FALL/thermodynamics/notes/fig3BPRtrends\\_web.jpg](http://web.mit.edu/16.unified/www/FALL/thermodynamics/notes/fig3BPRtrends_web.jpg)
- [5] Wikimedia Commons Author: Tiraden, *Safran open rotor mockup, Paris Air Show 2017*, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Safran\\_Open\\_Rotor.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Safran_Open_Rotor.png)  
Rolls-Royce plc 1986, *The Jet Edition*, 5<sup>th</sup> Edition 1996
- [6] Airbus Global Market Forecast 2018-2037, <https://www.airbus.com/content/dam/corporate-topics/publications/media-day/GMF-2018-2037.pdf>
- [7] ICAO 2017, *SUSTAINABLE AVIATION FUELS GUIDE*, [https://www.icao.int/environmental-protection/knowledge-sharing/Docs/Sustainable%20Aviation%20Fuels%20Guide\\_vf.pdf](https://www.icao.int/environmental-protection/knowledge-sharing/Docs/Sustainable%20Aviation%20Fuels%20Guide_vf.pdf)
- [8] Denton J.D., *The 1993 IGTI Scholar Lecture: Loss Mechanisms in Turbomachines*, ASME J. Turbomach. 1993, vol. 115(4):621-656, doi:10.1115/1.2929299.
- [9] Walraevens R.E., Cumpsty N.A. , *Leading Edge Separation Bubbles on Turbomachine Blades*, ASME J. Turbomach. 1995, vol. 117(1):115-125, doi:10.1115/1.2835626.
- [10] Hodson H.P. , *Boundary-Layer Transition and Separation Near the Leading Edge of a High-Speed Turbine Blade*, ASME. J. Eng. Gas Turbines Power 1985, vol. 107(1):127-134, doi:10.1115/1.3239672.

- 
- [11] A. AROCKIA FENIL, M. SIVAPRAGASAM, *Effect of leading-edge geometry on the aerodynamics and heat transfer in the stagnation region of uncooled turbine blades*, Indian Academy of Sciences, 2018, <https://doi.org/10.1007/s12046-018-0952-5>
- [12] Benner M.W., Sjolander S.A., Moustapha S.H., *Influence of Leading-Edge Geometry on Profile Losses in Turbines at Off-Design Incidence: Experimental Results and an Improved Correlation*, ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, vol.1 Turbomachinery: V001T01A075, doi:10.1115/95-GT-289.
- [13] Zhang Weihao, Zou Zp , Ye Jian, *Leading-edge redesign of a turbomachinery blade and its effect on aerodynamic performance*, Applied Energy J., 2012, vol.93, doi: 10.1016/j.apenergy.2011.12.091.
- [14] Author: Bermiego, *Francis turbine*, [https://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Francis\\_Turbine\\_Low\\_flow.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Francis_Turbine_Low_flow.jpg)
- [15] GE, *General Electric GE9X cutaway*, [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/c/c8/GE9X\\_cutaway.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/c/c8/GE9X_cutaway.jpg)
- [16] J. Marault, J.H. Horlock, *Leakage and Secondary Flows in Compressor Cascades*, 1965
- [17] O. Zweifel, *The Spacing of Turbomachine Blading Especially with Large Angular Deflection*, 1945, Brown Boveri Review
- [18] D. Kearney, J.Punch, R. Grimes, *An Analysis of the Flow Fields Within Geometrically-Similar Miniature Scale Centrifugal Pumps*, Proceedings of the ASME Summer Heat Transfer Conference 2008, vol.2, doi: 10.1115/HT2008-56195.
- [19] D. Japikse, N.C. Baines, *Passage vortex; Introduction to Turbomachinery*, 1997
- [20] O.P. Sharma, T.L. Butler, *Predictions of endwall losses and secondary flows in axial flow turbine cascades*, ASME International Gas Turbine Conference and Exhibit, 1986
- [21] F. Ahmed, R. Tucholke, B. Weigand, K. Meier, *Numerical investigation of heat transfer and pressure drop characteristics for different hole geometries of a turbine casing impingement cooling system*, Proceedings of ASME Turbo Expo, 2011
- [22] Picariello, *Titolo tesi di Picariello*, Politecnico di Torino, 2017
- [23] F.Bertini, M.Credi, M.Marconcini M., M.Giovannini, *IA Path Toward the Aerodynamic Robust Design of Low Pressure Turbines*, ASME. J. Turbomach. 2012;135(2):021018-021018-11. doi:10.1115/1.4007519.
- [24] E.Ampellio, L.Vassio, *Artificial super-Bee enhanced Colony (AsBeC) algorithm for numerical optimization with limited function evaluations Part 1: technologies and benchmark validation*, 2014
- [25] Dr. Thomas Sederberg, *BYU Bézier curves*, [https://web.archive.org/web/20060221000535/http://www.tsplines.com/resources/class\\_notes/Bezier\\_curves.pdf](https://web.archive.org/web/20060221000535/http://www.tsplines.com/resources/class_notes/Bezier_curves.pdf)
- [26] W.J.Smith, *Modern Optical Engineering*, 2008, 4th ed. McGraw-Hill Professional. pp. 512–515. ISBN 978-0-07-147687-4.

- [27] G.E.Farin, D.Hansford, *The Essentials of CAGD*, 2000, isbn: 1568811233, 1st edition, A. K. Peters, Ltd., Natick, MA, USA.
- [28] E.W.Weisstein, *B-Spline*. From *MathWorld—A Wolfram Web Resource*, <http://mathworld.wolfram.com/B-Spline.html>
- [29] R.A.Fisher, *The design of experiments*, 1937, Oliver And Boyd, Edinburgh, London
- [30] H. Niederreiter, *Random Number Generation and Quasi-Monte Carlo Methods*, 1992, SIAM, Philadelphia
- [31] I.M. Sobol, Y.L. Levitan *The production of points uniformly distributed in a multidimensional cube*, 1976, Tech. Rep. 40, Institute of Applied Mathematics, USSR Academy of Sciences
- [32] E.Cereda, D.Marazzina, *Metodi quasi MonteCarlo per applicazioni finanziarie*, 2010, Politecnico di Milano
- [33] C.Bittante, S.De Marchi, A.Sommariva, *Una nuova tecnica di cubatura quasi-Monte Carlo su domini 2D e 3D*, 2014, Università degli studi di Padova
- [34] I.A. Antonov, V.M. Saleev, *An economic method of computing LP  $\tau$ -sequences*, 1979, Zh. Vych. Mat. Mat. Fiz. 19: 243–245 (in Russian); U.S.S.R. Comput. Maths. Math. Phys. 19: 252–256 (in English)
- [35] A.K.Sen, *The Impossibility of a Paretian Liberal*, Journal of Political Economy, n. 78, 1970, pp 152-157.
- [36] [https://it.wikipedia.org/wiki/Ottimo\\_paretiano](https://it.wikipedia.org/wiki/Ottimo_paretiano)



# Ringraziamenti

Giunti al termine di questo percorso è doveroso ringraziare coloro che mi hanno supportato nella ricerca e redazione della tesi, in primis il professor Francesco Larocca che ha permesso la collaborazione con AvioAero. Nello stabilimento di Rivalta di Torino di AvioAero ho trovato più di un semplice luogo di lavoro, a tal scopo vorrei ringraziare Gabriele Maini che mi ha introdotto nel team Aerothermal & Lube e ha coordinato lo sviluppo della tesi e non solo, è sempre stato presente nei momenti che contano di più. Un ringraziamento di cuore va al tutor aziendale Massimiliano Airaudò, che non si è mai risparmiato nell'aiutarmi e, soprattutto, mi ha sempre spinto a dare di più nonostante i mille impegni lavorativi. Massimiliano, o più semplicemente Max, è stato più di un collega, è stata una persona vera che con i piccoli gesti e aiuti quotidiani mi ha permesso di arrivare a questo traguardo. Ringrazio i supervisori aziendali Francesco Bertini, Cristian Lizzer e Simone Rosa Taddei sempre pazienti e proattivi nel supporto e nei consigli. Un sincero grazie lo rivolgo al manager del team ospitante, Marco Del Cioppo, che nonostante le pressanti responsabilità del ruolo ricoperto non è mai mancato in presenza.

Quando son partito il 25 Agosto del 2015, ore 19:37, con un bus per recarmi a Torino non avrei mai immaginato le fatiche e i successi raggiunti in questi 3 anni e mezzo. Lasciare la propria famiglia non è mai facile ma avevo una sicurezza al mio fianco, una ragazzina 19enne, ma non una qualunque, bensì una di quelle che sarebbe diventata da lì a breve una donna con gli attributi, ossia Rosy. In questi tre anni ci siamo aiutati, sacrificati e lei è sempre venutami incontro nei momenti di difficoltà più duri. Rosy è la mia compagna di viaggio che ha assistito più di tutti ai sudori e alle notti insonni trascorse a studiare, a scrivere la tesi, a lavorare. Grazie infinite Rosellina, grazie per non avermi fatto sentire solo.

Un caro ringraziamento va agli amici conosciuti tra i banchi del Politecnico che mi hanno aiutato ad ambientarmi in una nuova città, grazie ad Andrea e Luigi. Grazie a Francesco e Luigi, compagni di tesi e ormai colleghi. Grazie ai cari amici più lontani ma sempre presenti, Federico e Francesco. Ma soprattutto grazie alla mia famiglia, anche quella acquisita in questi anni, grazie a Fabrizio, Rosaria ed Elisa per l'aiuto e la presenza.

Un grazie di cuore al mio fratellone Alessandro e a Jole, che sono stati e sono fonte sicura di risate e di gioia: non è stato facile seguire la crescita di Eva e Noah da lontano. Vi voglio bene famiglia J.A.N.E.

Un enorme abbraccio lo dono alla mia sorellona Maura, che stata una seconda mamma in questi quattro anni. Mi ha aiutato in tutto, insieme a Daniele. Anche nei momenti di difficoltà era lì ad aiutarmi a compilare correttamente un curriculum lavorativo e a correggere la tesi. Grazie di cuore!

Tutto questo non sarebbe stato possibile se due persone non avessero creduto in me, se non avessero investito su di me. Parlo di mia mamma e mio papà, Valeria e Salvatore. A voi va il mio più sentito ringraziamento, perché non sarei arrivato qui dove sono ora, spero di rendervi fieri e orgogliosi di me. Mi avete educato, mi avete responsabilizzato e sono diventato un uomo, grazie a voi. A voi dedico questo lavoro, frutto di sacrifici e di notti insonni.

Infine, grazie a me! Complimenti Vincenzo! Sei riuscito ad andare avanti per la tua strada, scavalcando le difficoltà, mettendoci il cuore. Hai saputo sdoppiarti tra il team studentesco e gli esami, fra i colloqui e lo studio, fra la ricerca di tesi e il lavoro. E se un giorno sarai in difficoltà rileggi queste frasi, ripensa cosa gli altri hanno fatto per te e ai tuoi sacrifici, perchè

***”Prima ti ignorano, poi ti deridono, poi ti combattono. Poi vinci.” - M. Gandhi***