

# POLITECNICO DI TORINO

Collegio di Ingegneria Meccanica

**Corso di Laurea Magistrale**

**in Ingegneria Meccanica**

Tesi di Laurea Magistrale

## **Progettazione e modellazione parametrica di cambi automobilistici e trasmissioni industriali**



**Relatore**

Prof. Carlo Rosso

*Firma del relatore*

.....

**Candidato**

Gianluca Santagata

*Firma del candidato*

.....

Luglio 2018

# Indice

1.	Introduzione.....	1
1.1	Trasmissioni meccaniche studiate .....	2
1.2	Modellazione parametrica nell'ambiente Software Siemens NX.....	3
2.	Dimensionamento delle ruote dentate .....	3
2.1	Parametri costruttivi delle ruote dentate .....	3
2.2	Il modulo normale della dentatura.....	6
2.3	Angolo di pressione normale $\alpha_n$ .....	8
2.4	Angolo dell'elica $\beta$ .....	10
2.5	Forze scambiate tra ruote dentate ingrananti .....	11
2.6	Verifica del numero minimo di denti.....	11
2.7	Verifica di tolleranza dell'interasse e del rapporto di trasmissione .....	12
2.8	Verifica di resistenza a flessione del dente secondo il modello di Lewis.....	14
2.9	Verifica di resistenza al contatto Hertziano (Pitting) .....	18
2.10	Verifiche delle ruote dentate secondo la normativa ISO 6336 .....	19
2.10.1	Verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale).....	20
2.10.1.1	Verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statica.....	20
2.10.1.1.1	Determinazione del fattore $ZH$ .....	20
2.10.1.1.2	Determinazione dei fattori $ZB$ e $ZD$ .....	21
2.10.1.1.3	Determinazione del fattore $ZE$ .....	23
2.10.1.1.4	Determinazione del fattore $Z\epsilon$ .....	24
2.10.1.1.5	Determinazione del fattore $Z\beta$ .....	26
2.10.1.1.6	Determinazione del fattore $ZNT$ .....	27
2.10.1.1.7	Determinazione del fattore $ZL$ .....	28
2.10.1.1.8	Determinazione del fattore $ZV$ .....	29
2.10.1.1.9	Determinazione del fattore $ZR$ .....	29
2.10.1.1.10	Determinazione del fattore $ZW$ .....	29
2.10.1.1.11	Determinazione del fattore $ZX$ .....	31
2.10.1.1.12	Determinazione del fattore $KA$ .....	31
2.10.1.1.13	Determinazione del fattore $KV$ .....	32
2.10.1.1.14	Determinazione del fattore $KH\beta$ .....	37
2.10.1.1.15	Determinazione del fattore $KH\alpha$ .....	37
2.10.1.1.16	Coefficiente di sicurezza $CSH, ISO, statica$ e verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statica .....	42
2.10.1.2	Verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) a fatica .....	43
2.10.1.2.1	Determinazione del fattore $ZL$ .....	43

2.10.1.2.2	Determinazione del fattore <b>ZV</b> .....	45
2.10.1.2.3	Determinazione del fattore <b>ZR</b> .....	47
2.10.1.2.4	Determinazione del fattore <b>ZW</b> .....	48
2.10.1.2.5	Determinazione del fattore <b>ZNT</b> .....	50
2.10.1.2.6	Coefficiente di sicurezza <b>CSH, ISO, fatica</b> e verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) a fatica.....	50
2.10.2	Verifica a flessione del dente.....	51
2.10.2.1	Verifica a flessione del dente statica .....	52
2.10.2.1.1	Determinazione del fattore <b>YF</b> .....	52
2.10.2.1.2	Determinazione del fattore <b>YS</b> .....	56
2.10.2.1.3	Determinazione del fattore <b>YST</b> .....	56
2.10.2.1.4	Determinazione del fattore <b>Yβ</b> .....	57
2.10.2.1.5	Determinazione del fattore <b>YB</b> .....	58
2.10.2.1.6	Determinazione del fattore <b>YDT</b> .....	60
2.10.2.1.7	Determinazione del fattore <b>YNT</b> .....	61
2.10.2.1.8	Determinazione del fattore <b>YδrelT</b> .....	62
2.10.2.1.9	Determinazione del fattore <b>YRrelT</b> .....	64
2.10.2.1.10	Determinazione del fattore <b>YX</b> .....	64
2.10.2.1.11	Determinazione del fattore <b>KFα</b> .....	64
2.10.2.1.12	Determinazione del fattore <b>KFβ</b> .....	69
2.10.2.1.13	Coefficiente di sicurezza <b>CSF, ISO, statica</b> e verifica a flessione del dente statica 70	
2.10.2.2	Verifica a flessione del dente a fatica .....	71
2.10.2.2.1	Determinazione del fattore <b>YNT</b> .....	71
2.10.2.2.2	Determinazione del fattore <b>YδrelT</b> .....	71
2.10.2.2.3	Determinazione del fattore <b>YRrelT</b> .....	73
2.10.2.2.4	Determinazione del fattore <b>YX</b> .....	75
2.10.2.2.5	Coefficiente di sicurezza <b>CSF, ISO, fatica</b> e verifica a flessione del dente a fatica	77
2.11	Verifica sulla corona di materiale al di sotto della radice del dente della ruota dentata.....	78
2.12	Configurazioni implementate e suddivisione in stadi della trasmissione industriale (Machinery) .	79
2.13	Configurazione implementate della trasmissione automobilistica (cambio di velocità) .....	88
2.14	Dimensionamento della retro-marcia della trasmissione automobilistica .....	89
3.	Dimensionamento degli alberi.....	91
3.1	Modello tridimensionale agli elementi finiti della trave di Timoshenko.....	92
3.2	Assemblaggio delle matrici di massa <b>M</b> , di rigidità <b>K</b> e di tensione-deformazione <b>D</b> dell'albero	95
3.3	Verifica alla deflessione statica dell'albero.....	97
3.4	Dimensionamento statico dell'albero .....	99
3.5	Analisi dinamica dell'albero.....	104

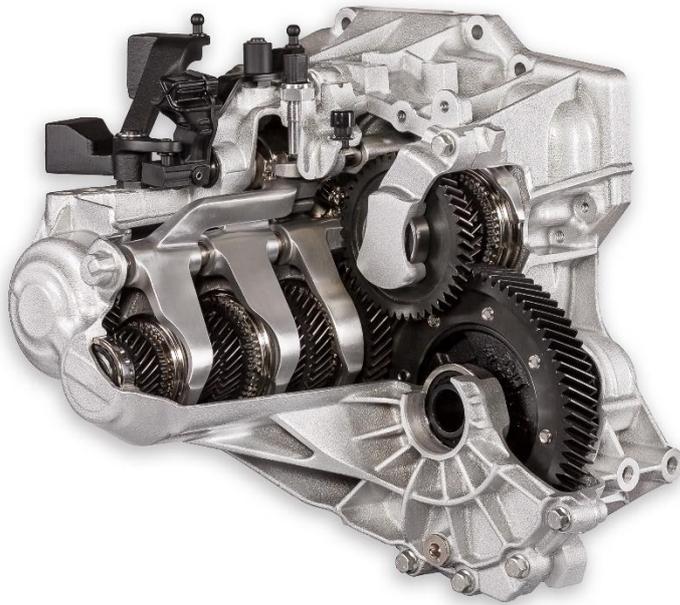
3.6	Calcolo delle velocità critiche <b><math>\omega_{critiche}</math></b> (pulsazioni naturali) dell'albero non smorzato e non forzato	107
3.7	Tracciamento dei diagrammi di Campbell .....	110
3.8	Analisi armonica con la trasformata di Fourier del ciclo di ingranamento .....	112
3.9	Analisi dinamica nel tempo dell'albero .....	113
4.	Dimensionamento dei cuscinetti volventi.....	118
4.1	Normativa di riferimento SKF per il dimensionamento dei cuscinetti volventi.....	118
4.1.1	Verifica sul numero di giri massimo <b><math>n_{max}</math></b> .....	118
4.1.2	Verifica sulla capacità di carico statico del cuscinetto .....	119
4.1.3	Calcolo del carico statico equivalente <b><math>P_0</math></b> .....	119
4.1.4	Coefficiente di sicurezza statico <b><math>s_0</math></b> e verifica sulla capacità di carico statico del cuscinetto	120
4.1.5	Verifica della durata del cuscinetto .....	121
4.1.6	Calcolo del carico dinamico equivalente <b><math>P</math></b> .....	121
4.1.7	Condizioni di lubrificazione e rapporto di viscosità <b><math>k</math></b> .....	122
4.1.8	Fattore correttivo della durata relativo all'affidabilità <b><math>a_1</math></b> .....	124
4.1.9	Fattore per la contaminazione <b><math>\eta_c</math></b> .....	125
4.1.10	Fattore correttivo della durata <b><math>a_{SKF}</math></b> .....	126
4.1.11	Calcolo della durata del cuscinetto e verifica della durata del cuscinetto .....	129
4.1.12	Verifica del carico minimo agente sul cuscinetto.....	130
5.	Dimensionamento dei sincronizzatori .....	130
5.1	Schema di riferimento della trasmissione automobilistica (cambio di velocità) considerata.....	136
5.2	Determinazione della differenza di velocità di rotazione <b><math>\Delta\omega</math></b> durante l'innesto della marcia.....	137
5.3	Determinazione della posizione del sincronizzatore .....	142
5.4	Determinazione dell'inerzia equivalente <b><math>J_{equivalente}</math></b> durante l'innesto della marcia .....	143
5.5	Parametri geometrici del sincronizzatore .....	149
5.6	Parametri prestazionali del sincronizzatore dimensionato.....	150
5.7	Dimensionamento del mozzo (Hub) del sincronizzatore.....	155
5.8	Dimensionamento della dentatura degli anelli del sincronizzatore .....	157
6.	Dimensionamento dei profili scanalati .....	158
6.1	Angoli di pressione normale della dentatura dei profili scanalati .....	158
6.2	Il modulo normale della dentatura dei profili scanalati .....	158
6.3	Principali parametri geometrici dei profili scanalati .....	159
6.4	Fattore di applicazione <b><math>ka</math></b> .....	161
6.5	Fattore di vita a fatica <b><math>kf</math></b> .....	162
6.6	Fattore di servizio <b><math>ks</math></b> .....	162
6.7	Verifica di resistenza del profilo scanalato.....	162
7.	Dimensionamento dei calettamenti forzati .....	163
7.1	Determinazione della pressione di forzamento <b><math>p</math></b> .....	164

7.2	Determinazione dell'interferenza necessaria in funzionamento <b>inecessaria</b> .....	165
7.3	Variazione di interferenza .....	166
7.4	Determinazione dell'interferenza minima al montaggio <b>i0</b> .....	169
7.5	Posizioni di tolleranza di albero <b>posizionetolleranza, albero</b> e mozzo <b>posizionetolleranza, mozzo</b> .....	169
7.6	Determinazione delle ampiezze di tolleranza dell'albero <b>ITalbero</b> e del mozzo <b>ITmozzo</b> .....	171
7.7	Determinazione degli scostamenti fondamentali dell'albero <b>efondamentale, albero</b> e del foro del mozzo <b>Efondamentale, mozzo</b> .....	173
7.8	Determinazione delle dimensioni massime e minime del diametro dell'albero e del mozzo.....	174
7.9	Verifica dell'interferenza minima al montaggio <b>i0</b> e determinazione dell'interferenza minima <b>interferenzaminima</b> e dell'interferenza massima <b>interferenzamassima</b> .....	177
7.10	Verifica di resistenza del calettamento forzato.....	178
7.11	Tipologie di montaggio del calettamento forzato.....	180
8.	Analisi dei risultati ottenuti dalla progettazione parametrica .....	181
8.1	Trasmissione automobilistica progettata .....	181
8.1.1	Analisi statica e dinamica di un albero a campione della trasmissione automobilistica dimensionata.....	187
8.2	Trasmissione industriale (Machinery) progettata .....	190
8.2.1	Analisi statica e dinamica di un albero a campione della trasmissione industriale dimensionata	195

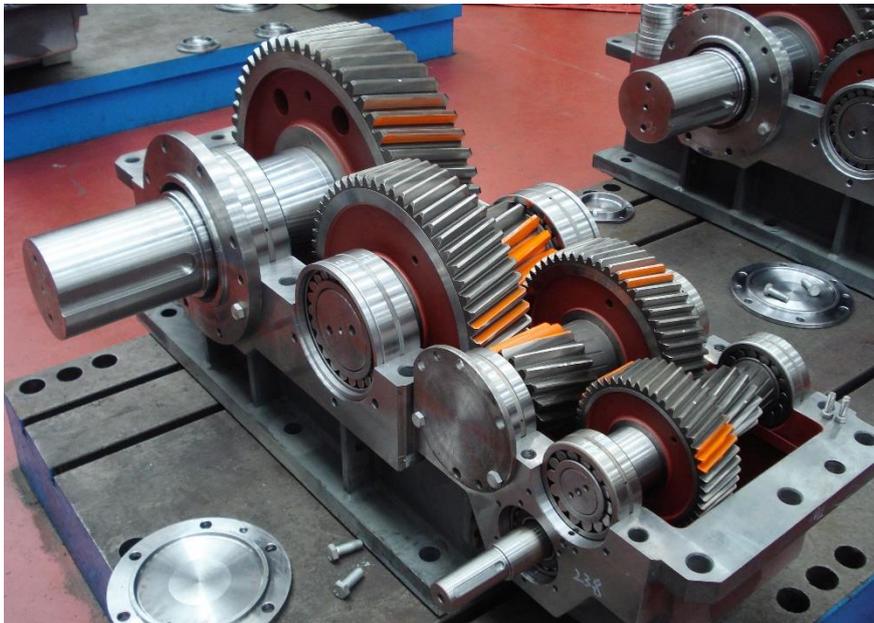
## 1. Introduzione

La Tesi qui proposta ha lo scopo di effettuare una progettazione parametrica di trasmissioni meccaniche. Per progettazione parametrica si intende sia la fase di dimensionamento parametrico che di modellazione parametrica. Le trasmissioni meccaniche trattate riguardano principalmente due tipologie:

- Trasmissioni automobilistiche (cambi di velocità);
- Trasmissioni industriali (Machinery).



*Figura 1.1 - Trasmissione automobilistica manuale a 5 marce più la retro-marcia*



*Figura 1.2 - Trasmissione industriale (Machinery) a 3 stadi di riduzione*

Per la fase di dimensionamento parametrico, sono stati implementati codici di calcolo sulla piattaforma di Software Matlab. Per la fase di modellazione parametrica, sono stati inizialmente estratti i risultati di calcolo provenienti dai codici di calcolo Matlab e sono stati organizzati in fogli elettronici Excel. Dai fogli elettronici

Excel, si passa alla lettura parametrica dei dati all'interno del Software di modellazione 3D Siemens NX. Per cui il Software Cad Siemens NX importa i risultati di calcolo ed effettua la modellazione parametrica delle trasmissioni meccaniche progettate.

### 1.1 Trasmissioni meccaniche studiate

Come già accennato, le trasmissioni meccaniche che sono state trattate e implementate nella progettazione parametrica riguardano due tipologie: trasmissioni automobilistiche (cambi di velocità) e trasmissioni industriali (Machinery).

#### Trasmissioni automobilistiche (cambi di velocità)

La trasmissione automobilistica progettata parametricamente riguarda un cambio di velocità manuale a 5 marce più la retro-marca adatta per un veicolo a trazione anteriore con il motore montato sull'avantreno trasversalmente. Lo schema della trasmissione automobilistica considerata è riportato nella figura seguente:

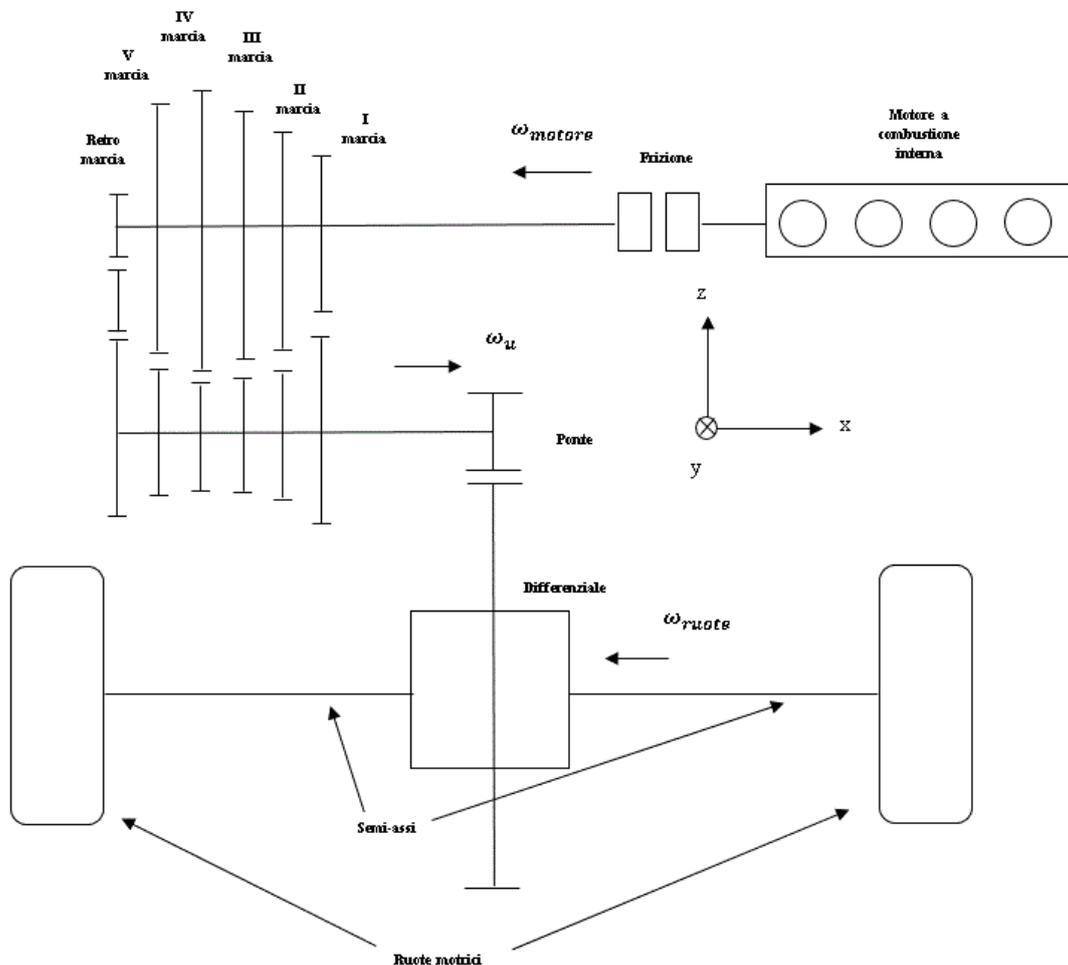


Figura 1.3 - Schema della trasmissione automobilistica a 5 marce più la retro-marca

#### Trasmissioni industriali (Machinery)

Le trasmissioni industriali progettate parametricamente riguardano sei configurazioni possibili di un riduttore industriale di velocità con stadi in cascata. Le configurazioni implementate prevedono un numero massimo di stadi di riduzione pari a quattro, esse vengono descritte e spiegate più accuratamente nella sezione prevista. Lo schema di una trasmissione industriale (Machinery) a quattro stadi è riportato nella figura seguente:

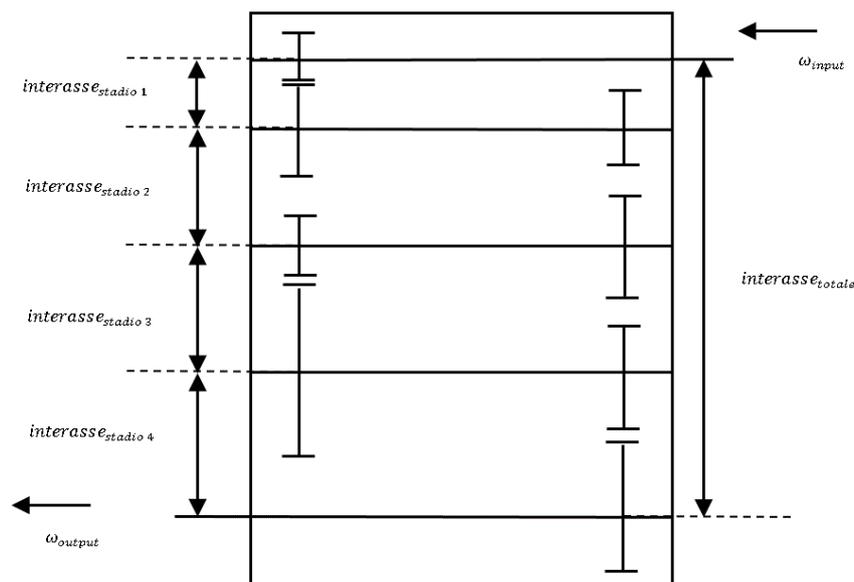


Figura 1.4 - Schema della trasmissione industriale (Machinery) a 4 stadi di riduzione

## 1.2 Modellazione parametrica nell'ambiente Software Siemens NX

La modellazione dei componenti della trasmissione meccanica è stata realizzata nel Software Cad Siemens NX in modo parametrico. Ovvero le dimensioni per realizzare la singola parte dell'assieme sono legate alle dimensioni calcolate durante la fase di dimensionamento eseguito con i codici di calcolo Matlab. Per realizzare ciò sono state parametrizzate le dimensioni mediante la finestra di dialogo relativa all'inserimento delle formule parametriche. Inoltre sono state implementate ulteriori finestre di dialogo attraverso la funzionalità PTS (Product Template Studio). Il PTS ha dato la possibilità di introdurre menù a selezione multipla che consentono di variare manualmente i parametri caratteristici della trasmissione meccanica (ad esempio rapporti di trasmissione  $\tau$ , interassi, parametri costruttivi degli ingranaggi, ecc).

## 2. Dimensionamento delle ruote dentate

Per il dimensionamento degli ingranaggi del riduttore industriale (Machinery) e della trasmissione meccanica automobilistica, è stato utilizzato un approccio parametrico che consente di ottenere il miglior dimensionamento possibile rispettando i vincoli stringenti di tolleranza sull'interasse e sul rapporto di trasmissione. Per ottenere un buon progetto in fase di dimensionamento e in fase di funzionamento della trasmissione, è consigliato imporre una tolleranza massima dell'1% sia sul rapporto di trasmissione che sull'interasse. Per la parte riguardante il calcolo in fase di dimensionamento, sono state implementate le formulazioni relative alle ruote dentate per il caso generico di ingranaggi elicoidali, ciò non esclude la possibilità di ricadere nel caso relativo alle ruote a denti dritti per angoli d'elica  $\beta$  nulli.

### 2.1 Parametri costruttivi delle ruote dentate

Viene riportata di seguito una rappresentazione di un ingranaggio con i principali parametri costruttivi da considerare:

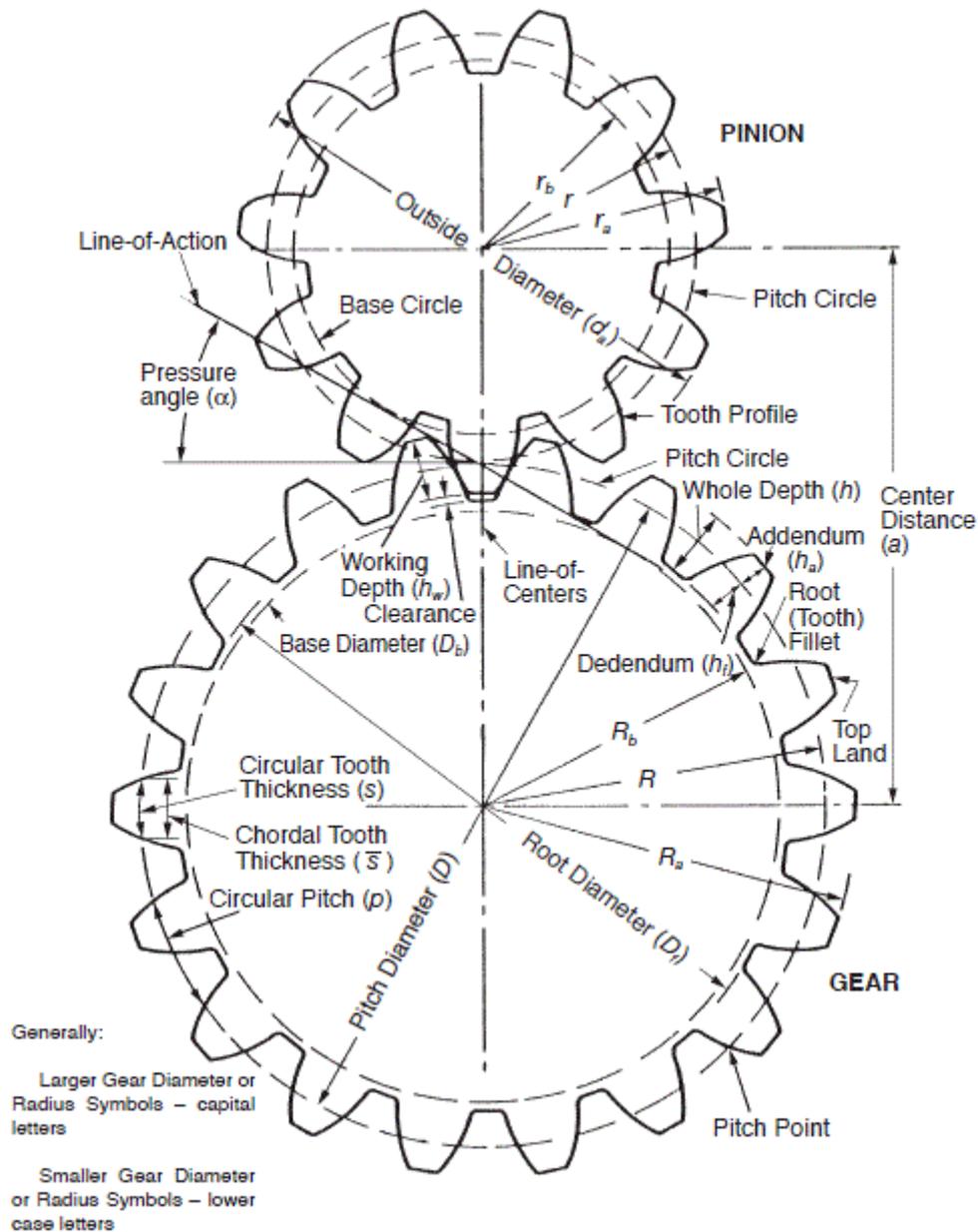


Figura 2.1 - Ingranamento tra ruote dentate e parametri costruttivi di interesse

Il cerchio di base della ruota dentata rappresenta il cilindro di partenza dalla quale viene costruito il profilo a evolvente di cerchio che garantisce continuità di contatto tra i denti delle ruote dentate in presa e mantiene costante il rapporto di trasmissione durante l'ingranamento. In linea di principio la trasmissione di coppia attraverso l'ingranaggio può essere realizzata mediante una fune inestensibile tangente ai cerchi di base delle ruote ingrananti. Nella realtà la trasmissione di coppia avviene mediante la dentatura delle ruote ingrananti, la retta tangente ai cerchi di base delle ruote ingrananti viene chiamata retta di azione. L'angolo formato tra la retta di azione e la retta perpendicolare al segmento che collega i centri delle ruote ingrananti è l'angolo di pressione tangenziale  $\alpha_t$  se si osserva l'ingranamento nel piano trasversale alla superficie di contatto dei denti in presa, altrimenti è l'angolo di pressione normale  $\alpha_n$  se si osserva l'ingranamento nel piano normale alla superficie di contatto dei denti in presa. Il segmento di contatto è costituito dall'insieme dei punti di contatto che si generano durante l'ingranamento dei denti in presa, il punto iniziale del segmento di contatto si chiama punto di accesso mentre il punto finale del segmento di contatto si chiama punto di recesso. In ogni punto di contatto le ruote ingrananti possiedono velocità tangenziali differenti tranne che nel punto passante per il segmento che collega i centri delle ruote ingrananti. Il segmento di contatto ovviamente non è pari alla lunghezza totale del segmento che giace sulla retta di azione che va dal punto di tangenza al cerchio di base

del pignone fino al punto di tangenza al cerchio di base della ruota condotta. Il segmento effettivo di contatto è delimitato dalle troncature esterne delle ruote ingrananti che definiscono dunque il punto di accesso e il punto di recesso.

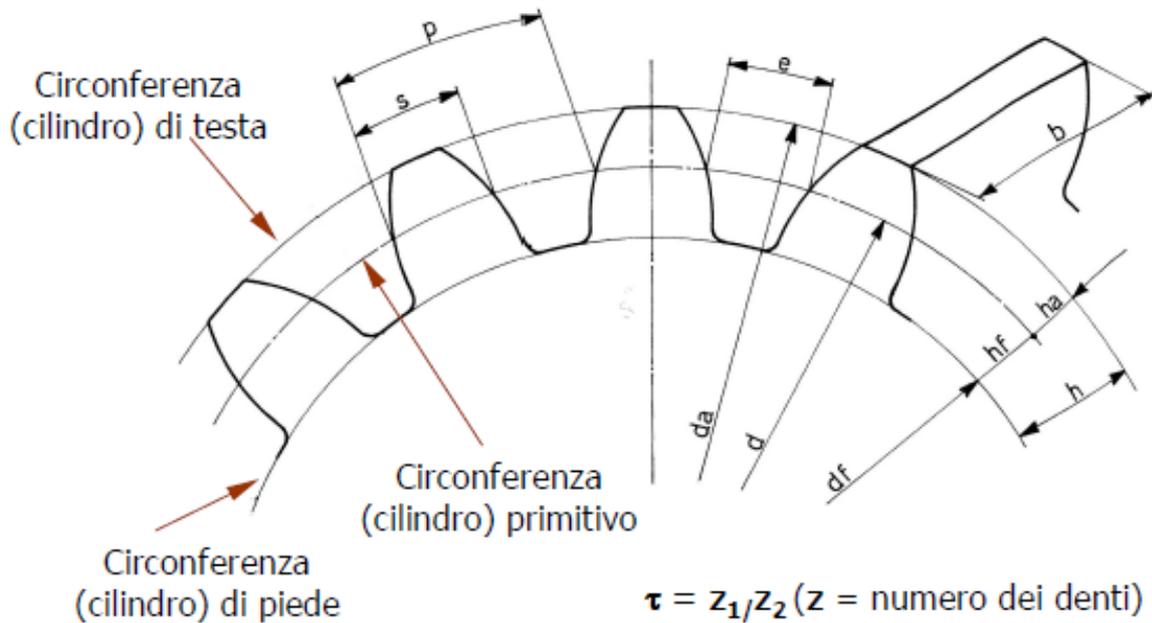


Figura 2.2 – Parametri geometrici della ruota dentata

Vengono riportate di seguito alcune relazioni fondamentali che sono utili per il calcolo funzionale e per le verifiche di resistenza dell'ingranaggio:

$$d = \frac{z m_n}{\cos \beta} \quad (2.1)$$

$$d_b = d \cos \alpha_t \quad (2.2)$$

$$\beta_b = \tan^{-1}(\tan \beta \cos \alpha_t) \quad (2.3)$$

$$p_n = \pi m_n \quad (2.4)$$

$$p_t = \pi m_t \quad (2.5)$$

$$\alpha_t = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \right) \quad (2.6)$$

$$\alpha_{wt} = \cos^{-1} \left( \frac{d_{b,input} + d_{b,output}}{d_{input} + d_{output}} \right) \quad (2.7)$$

$$d_{te} = d + 2h_a \quad (2.8)$$

$$d_{ti} = d - 2h_f \quad (2.9)$$

$$i = \frac{d_{input}}{2} + \frac{d_{output}}{2} \quad (2.10)$$

$$\lambda = \frac{b}{m_n} \quad (2.11)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
-------------------------	----------------------	-----------------

$\tau$	Rapporto di trasmissione dell'ingranaggio	[-]
$z$	Numero di denti della ruota dentata	[-]
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[m]
$m_t$	Modulo tangenziale dell'ingranaggio	[m]
$p_n$	Passo normale dell'ingranaggio	[m]
$p_t$	Passo tangenziale dell'ingranaggio	[m]
$\beta$	Angolo dell'elica dell'ingranaggio	[°]
$\beta_b$	Angolo dell'elica sul cilindro di base dell'ingranaggio	[°]
$d$	Diametro primitivo della ruota dentata	[m]
$d_{input}$	Diametro primitivo della ruota di input	[m]
$d_{output}$	Diametro primitivo della ruota di output	[m]
$z_{input}$	Numero di denti della ruota dentata di input	[-]
$z_{output}$	Numero di denti della ruota dentata di output	[-]
$r_{input}$	Raggio primitivo della ruota dentata di input	[m]
$r_{output}$	Raggio primitivo della ruota dentata di output	[m]
$\omega_{input}$	Velocità di rotazione della ruota dentata di input	[rad/s]
$\omega_{output}$	Velocità di rotazione della ruota dentata di output	[rad/s]
$d_b$	Diametro di base della ruota dentata	[m]
$d_{b,input}$	Diametro di base della ruota di input	[m]
$d_{b,output}$	Diametro di base della ruota di output	[m]
$\alpha_n$	Angolo di pressione normale dell'ingranaggio	[°]
$\alpha_t$	Angolo di pressione tangenziale dell'ingranaggio	[°]
$\alpha_{wt}$	Angolo di pressione tangenziale di lavoro dell'ingranaggio	[°]
$h_a$	Addendum dell'ingranaggio	[m]
$h_f$	Dedendum dell'ingranaggio	[m]
$d_{ti}$	Diametro di troncatura interna della ruota dentata	[m]
$d_{te}$	Diametro di troncatura esterna della ruota dentata	[m]
$i$	Interasse dell'ingranaggio	[m]

Tabella 2.1

## 2.2 Il modulo normale della dentatura

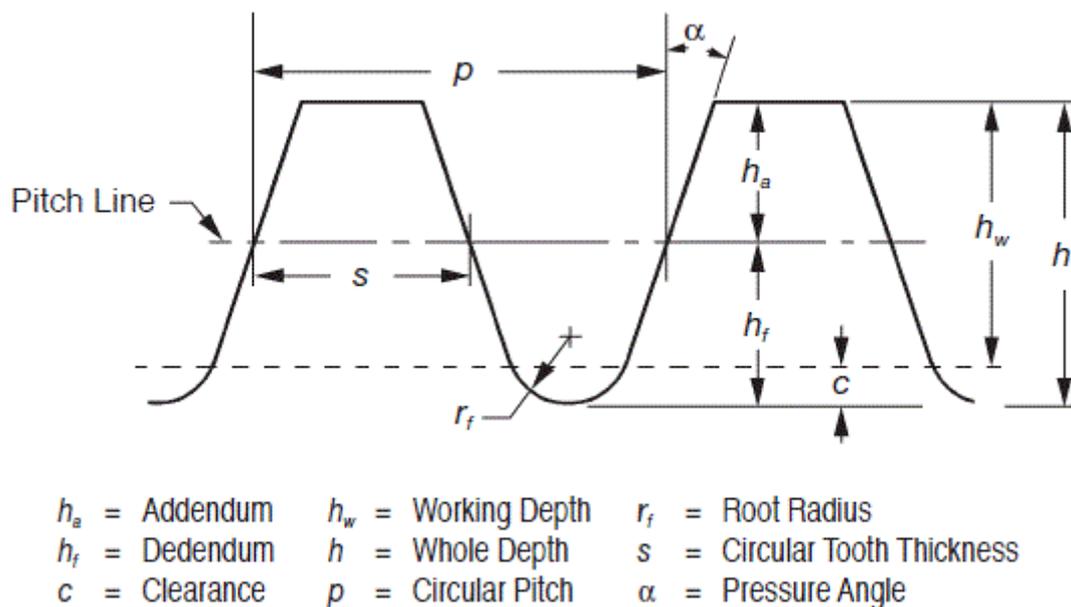


Figura 2.3 – Parametri geometrici del dente della ruota dentata

Il modulo normale  $m_n$  di un ingranaggio è un parametro costruttivo fondamentale che determina le prestazioni funzionali della ruota dentata o dell'ingranaggio considerato. Il modulo normale infatti definisce la geometria della dentatura, la quale ha l'onere di trasmettere la coppia in funzionamento a quella determinata velocità di rotazione in regime stazionario. Per le ruote standard, il proporzionamento del dente è funzione del modulo normale secondo criteri fissi e ben stabiliti. Le relazioni fondamentali sulla dentatura delle ruote standard sono le seguenti:

$$h_a = 1 m_n \quad (2.12)$$

$$h_f = 1.25 m_n \quad (2.13)$$

$$h_t = h_a + h_f = 2.25 m_n \quad (2.14)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$h_a$	Addendum della dentatura	[m]
$h_f$	Dedendum della dentatura	[m]
$h_t$	Altezza della dentatura	[m]
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[m]

Tabella 2.2

Ovviamente l'altezza della dentatura dell'ingranaggio, e di conseguenza le dimensioni della ruota dentata, è proporzionale alla coppia trasmessa e alla velocità di rotazione alla quale gira la ruota dentata. Per tali motivi risulta molto chiaro ed evidente che il modulo normale  $m_n$  influisce sulle dimensioni della ruota dentata e sulla resistenza che essa possiede. Si può asserire dunque che una ruota dentata o un ingranaggio che deve trasmettere coppie elevate è soggetta a elevati stati tensionali, per tali motivi in questi casi si dimensiona la dentatura dell'ingranaggio con moduli normali elevati. Teoricamente sarebbe possibile realizzare ingranaggi con qualsivoglia modulo normale  $m_n$ , ma nella pratica viene suggerito un numero ristretto di moduli a disposizione che garantiscono il corretto funzionamento dell'ingranaggio. Tali ruote dentate vengono denominate ruote standard e sono quelle più largamente utilizzate.

Vengono riportati di seguito i valori dei moduli normali  $m_n$  consigliati per la costruzione di ruote dentate:

Moduli normali $m_n$ consigliati	Unità di misura
1	[mm]
1.25	[mm]
1.5	[mm]
2	[mm]
2	[mm]
2.5	[mm]
3	[mm]
4	[mm]
5	[mm]
6	[mm]
8	[mm]
10	[mm]
12	[mm]
16	[mm]
20	[mm]
25	[mm]
32	[mm]
40	[mm]

50	[mm]
----	------

Tabella 2.3

Il modulo tangenziale  $m_t$  è legato al modulo normale mediante l'angolo dell'elica  $\beta$  attraverso la formula:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos\beta} \quad (2.15)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[m]
$m_t$	Modulo tangenziale dell'ingranaggio	[m]
$\beta$	Angolo di inclinazione dell'elica dell'ingranaggio	[°]

Tabella 2.4

### 2.3 Angolo di pressione normale $\alpha_n$

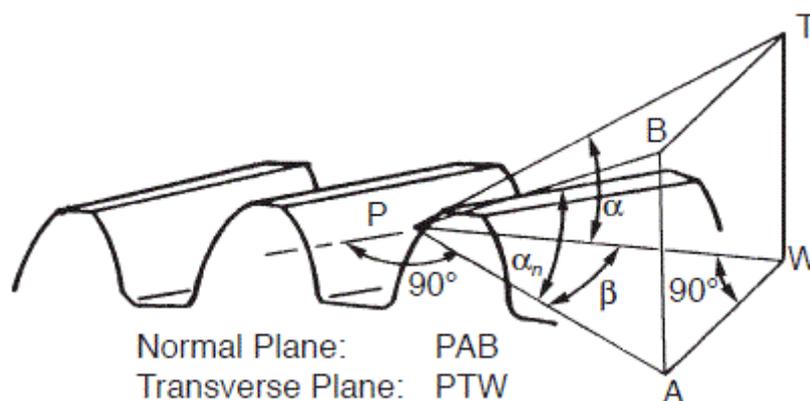


Figura 2.4 – Piano di giacitura e direzione dell'angolo di pressione normale  $\alpha_n$ , dell'angolo di pressione tangenziale  $\alpha_t = \alpha$  e dell'angolo dell'elica  $\beta$

L'angolo di pressione normale  $\alpha_n$  è un parametro fondamentale della dentatura, esso definisce nel piano normale l'angolo formato tra la retta di azione tangente ai cerchi di base delle ruote ingrananti e la retta perpendicolare a quella che collega i centri delle ruote dentate che ingranano in corrispondenza del punto di contatto.

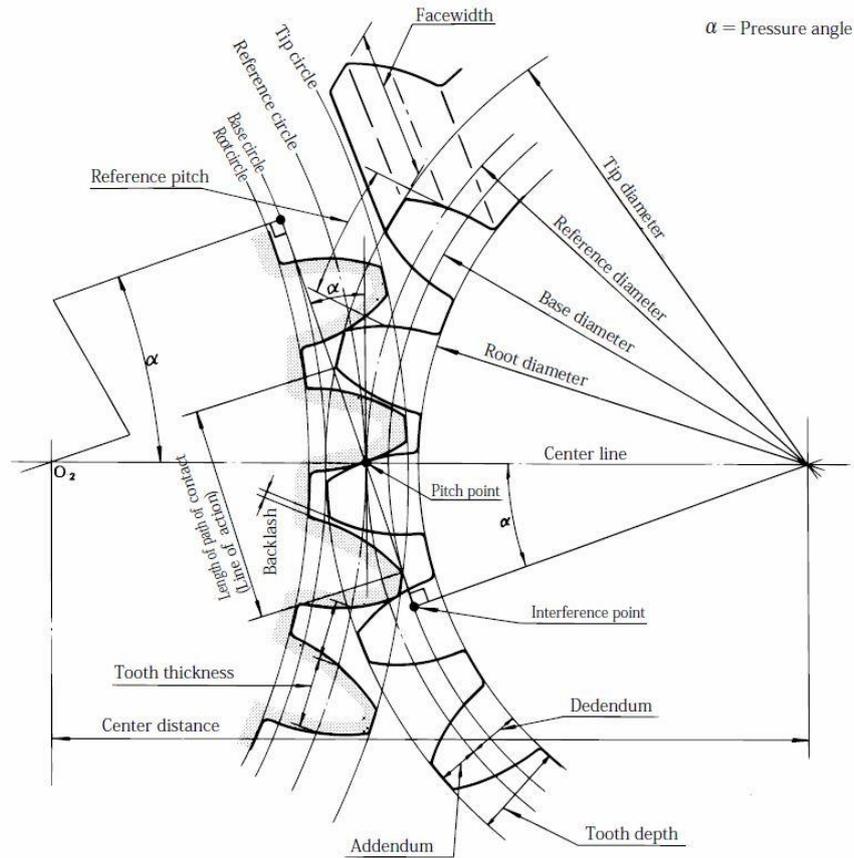


Figura 2.5 – Ingranamento tra ruote dentate e parametri costruttivi di interesse

Per le ruote dentate standard vengono definiti un set di valori finiti disponibili per l'angolo di pressione normale  $\alpha_n$  che garantisce il corretto funzionamento durante l'ingranamento, i valori standard per l'angolo di pressione normale  $\alpha_n$  sono i seguenti:

Angoli di pressione normale $\alpha_n$ consigliati	Unità di misura
14.5	[°]
20	[°]
22.5	[°]
25	[°]

Tabella 2.5

L'angolo di pressione normale  $\alpha_n$  ha una notevole importanza sulle forze scambiate tra le ruote dentate ingrananti. All'aumentare dell'angolo di pressione normale  $\alpha_n$  tendono a diminuire la tensione di flessione di Lewis  $\sigma_{F,L}$  e la tensione di pitting Hertziana  $\sigma_H$  per cui la ruota dentata risulta essere più resistente con una maggiore capacità di trasmissione di coppia.

L'angolo di pressione tangenziale  $\alpha_t$  è legato all'angolo di pressione normale  $\alpha_n$  mediante l'angolo di inclinazione dell'elica  $\beta$  secondo la seguente espressione:

$$\alpha_t = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \right) \quad (2.16)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\alpha_n$	Angolo di pressione normale dell'ingranaggio	[°]
$\alpha_t$	Angolo di pressione tangenziale dell'ingranaggio	[°]

$\beta$	Angolo di inclinazione dell'elica dell'ingranaggio	[°]
---------	--	-----

Tabella 2.6

## 2.4 Angolo dell'elica $\beta$

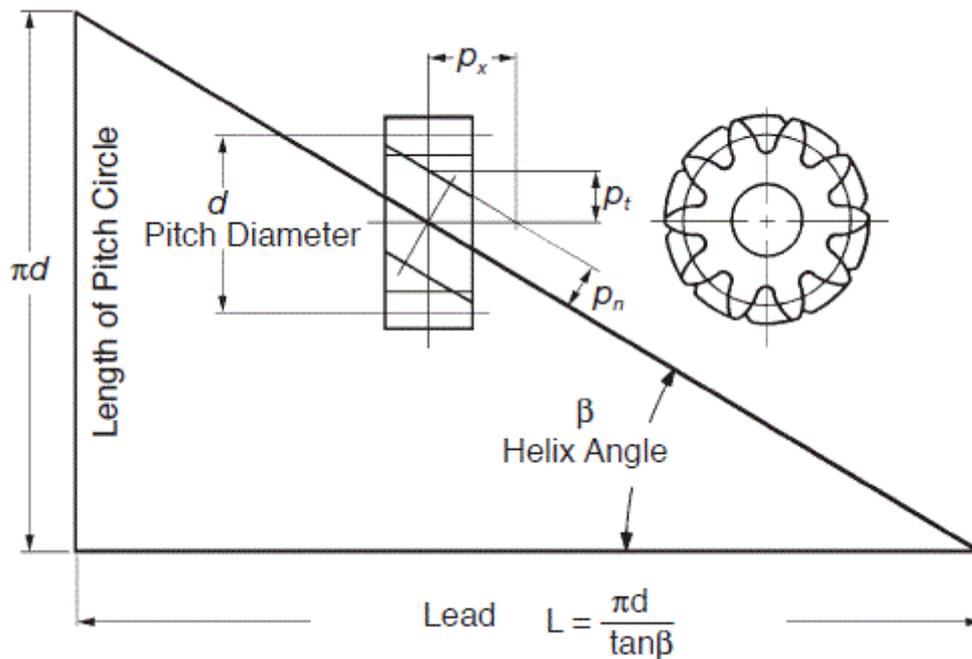


Figura 2.6 – Rappresentazione dell'angolo dell'elica  $\beta$  e delle relazioni geometriche correlate

L'angolo dell'elica  $\beta$  rappresenta l'angolo di inclinazione della dentatura per cui stabilisce l'orientazione della faccia laterale del dente. All'aumentare dell'angolo dell'elica  $\beta$  tendono a diminuire la tensione di flessione di Lewis  $\sigma_{F,L}$  e la tensione di pitting Hertziana  $\sigma_H$  per cui la ruota dentata risulta essere più resistente. Nel caso in cui l'angolo dell'elica  $\beta$  assuma un valore nullo si ricade nel caso di ruota dentata a denti dritti, per angoli dell'elica  $\beta$  diversi da zero si ricade nel caso di ruota dentata a denti elicoidali. Le ruote dentate con dentatura elicoidale sono più resistenti di quelle a dentatura dritta per cui riescono a trasmettere maggiori coppie, inoltre hanno il pregio di possedere una maggiore silenziosità durante il funzionamento. Di solito l'angolo dell'elica  $\beta$  assume valori che vanno dagli 0 [°] ai 45 [°] di inclinazione dell'elica. Infine, anche per l'angolo dell'elica  $\beta$ , si può affermare che possiede una notevole influenza sul modulo e sulla direzione delle forze scambiate tra le ruote dentate dell'ingranaggio. Il passo tangenziale  $p_t$  è legato al passo normale mediante l'angolo dell'elica  $\beta$  attraverso la formula:

$$p_t = \frac{p_n}{\cos\beta} \quad (2.17)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$p_n$	Passo normale dell'ingranaggio	[m]
$p_t$	Passo tangenziale dell'ingranaggio	[m]
$\beta$	Angolo di inclinazione dell'elica dell'ingranaggio	[°]

Tabella 2.7

## 2.5 Forze scambiate tra ruote dentate ingrananti

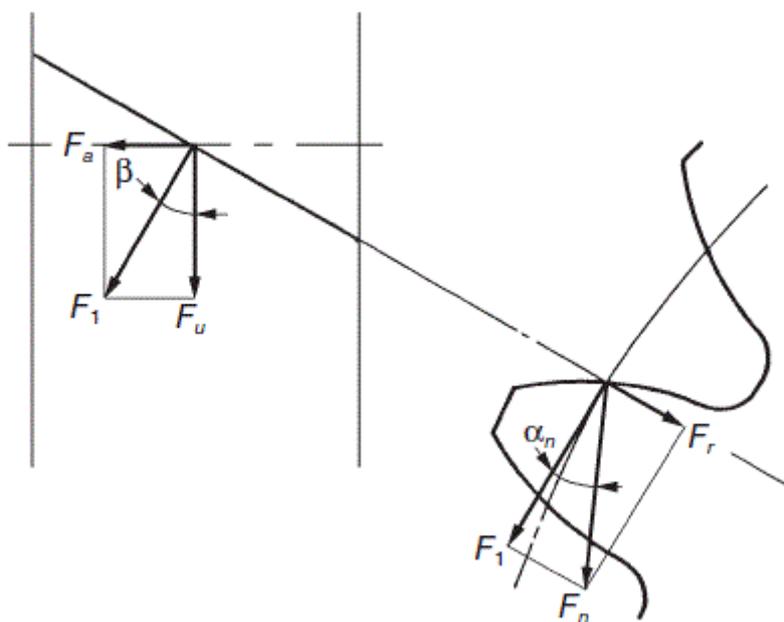


Figura 2.7 – Componenti di forza agenti sul dente della ruota dentata in presa

Le forze scambiate tra due ruote dentate a denti dritti hanno solamente due componenti: la componente di forza radiale  $F_r$  e la componente di forza tangenziale  $F_t$ . In generale per ruote dentate elicoidali e quindi con angolo dell'elica  $\beta$  diverso da zero le forze scambiate hanno tre componenti: componente di forza radiale  $F_r$ , componente di forza assiale  $F_a$  e componente di forza tangenziale  $F_t$ . Ovviamente la componente di forza tangenziale  $F_t$  è la responsabile dell'effettiva trasmissione di coppia tra le ruote dentate ingrananti. Vengono riportate le formule per il calcolo delle forze scambiate tra ruote dentate:

$$F_t = F_u = \frac{C}{r} \quad (2.18)$$

$$F_r = F_t \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \quad (2.19)$$

$$F_a = F_t \tan \beta \quad (2.20)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$C$	Coppia agente sulla ruota dentata	[Nm]
$r$	Raggio primitivo della ruota dentata	[m]
$\beta$	Angolo di inclinazione dell'elica dell'ingranaggio	[°]
$F_t$	Componente di forza scambiata tangenziale	[N]
$F_r$	Componente di forza scambiata radiale	[N]
$F_a$	Componente di forza scambiata assiale	[N]

Tabella 2.8

## 2.6 Verifica del numero minimo di denti

Nella fase preliminare di design dell'ingranaggio considerato, appartenente al sistema di trasmissione di potenza analizzato, è di fondamentale importanza verificare la nota relazione riguardante il numero minimo di denti che evita l'instaurarsi di fenomeni dannosi come l'interferenza. Inoltre garantisce che si abbiano sempre almeno due coppie di denti in presa durante l'ingranamento. La formula utilizzata sul numero minimo di denti tiene conto dell'effettivo rapporto di trasmissione  $\tau$  realizzato dall'ingranaggio. Le formule necessarie per effettuare la verifica del numero minimo di denti sono le seguenti:

$$z_{min} = \frac{2(\sqrt{\sin^2 \alpha_t \tau(\tau + 2) + 1} + 1)}{\sin^2 \alpha_t (\tau + 2)} \quad (2.21)$$

$$\alpha_t = \tan^{-1} \left( \frac{\tan(\alpha_n)}{\cos(\beta)} \right) \quad (2.22)$$

$$\tau = \frac{z_{output}}{z_{input}} \quad (2.23)$$

Le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\tau$	Rapporto di trasmissione	[-]
$\alpha_n$	Angolo di pressione normale dell'ingranaggio	[°]
$\alpha_t$	Angolo di pressione tangenziale dell'ingranaggio	[°]
$\beta$	Angolo dell'elica dell'ingranaggio	[°]
$z_{input}$	Numero di denti della ruota di input	[-]
$z_{output}$	Numero di denti della ruota di output	[-]
$z_{min}$	Numero minimo di denti dell'ingranaggio	[-]

Tabella 2.9

Ovviamente il valore calcolato del numero minimo di denti fornisce il valore limite inferiore per realizzare la dentatura, ma è possibile verificare che il rapporto di trasmissione sia in tolleranza anche con coppie di valori diversi di numeri di denti delle ruote dell'ingranaggio. L'unica condizione da verificare sempre è che il numero di denti della singola ruota sia sempre maggiore o uguale al numero minimo di denti dell'ingranaggio.

### 2.7 Verifica di tolleranza dell'interasse e del rapporto di trasmissione

Ricopre un'estrema importanza il valore assunto dall'interasse di lavoro. Per esigenze di ingombri e motivazioni tecniche spesso viene imposto un interasse di progetto. A causa dei parametri costruttivi delle ruote dentate ingrananti, rispettare il vincolo sull'interasse imposto è complicato. Per tali motivi viene introdotta una tolleranza attorno all'interasse di progetto entro la quale è ammesso che ricada l'interasse di lavoro della trasmissione meccanica.

Le formule necessarie per il calcolo dell'interasse di un ingranaggio composto da due ruote dentate sono le seguenti:

$$r = \frac{z m_n}{2 \cos \beta} \quad (2.24)$$

$$i = r_{input} + r_{output} = \frac{m_n}{2 \cos \beta} (z_{input} + z_{output}) \quad (2.25)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$r$	Raggio primitivo	[m]
$z$	Numero di denti della ruota dentata	[-]
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[m]
$\beta$	Angolo dell'elica	[°]
$i$	Interasse dell'ingranaggio	[m]

Tabella 2.10

Il rapporto di trasmissione invece è il parametro più importante della trasmissione. Nel momento in cui viene introdotta una trasmissione, il flusso di potenza può essere assunto inizialmente conservato in quanto gli attriti

e le dissipazioni di energia che si sviluppano nelle ruote dentate sono molto modesti. Infatti il rendimento di trasmissione di un ingranaggio ha valori superiori al 90%. Assumendo dunque che la potenza venga conservata, con l'introduzione di una linea di trasmissione possono essere variati i valori di coppia e di velocità di rotazione sull'albero di uscita rispetto ai valori di coppia e di velocità di rotazione che si hanno sull'albero di ingresso. Per svariati motivi e applicazioni può essere importante incrementare oppure ridurre il valore di coppia o di velocità di rotazione. Di conseguenza è molto importante che la trasmissione operi effettivamente con il rapporto di trasmissione quanto più possibile simile a quello di progetto. Anche in questo caso è necessario introdurre una tolleranza intorno al rapporto di trasmissione di progetto entro la quale è ammesso che ricada il rapporto di trasmissione effettivo.

Le formule necessarie per il calcolo del rapporto di trasmissione e del rendimento di trasmissione di un ingranaggio composto da due ruote dentate sono le seguenti:

$$\tau = \frac{z_{output}}{z_{input}} \quad (2.26)$$

$$\eta_t = \frac{C_{output}\omega_{output}}{C_{input}\omega_{input}} \quad (2.27)$$

Nel caso in cui si assuma un rendimento di trasmissione  $\eta_t$  prossimo all'unità è immediato il calcolo della coppia della ruota di uscita  $C_{output}$ :

$$C_{output} = C_{input} \frac{\omega_{input}}{\omega_{output}} = C_{input}\tau \quad (2.28)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

<b>Simbolo della grandezza</b>	<b>Nome della grandezza</b>	<b>Unità di misura</b>
$\tau$	Rapporto di trasmissione	[-]
$\eta_t$	Rendimenti di trasmissione	[-]
$z_{input}$	Numero di denti della ruota di input	[-]
$z_{output}$	Numero di denti della ruota di output	[-]
$\omega_{input}$	Velocità di rotazione della ruota di input	[rad/s]
$\omega_{output}$	Velocità di rotazione della ruota di output	[rad/s]
$C_{input}$	Coppia della ruota di input	[Nm]
$C_{output}$	Coppia della ruota di output	[Nm]

Tabella 2.11



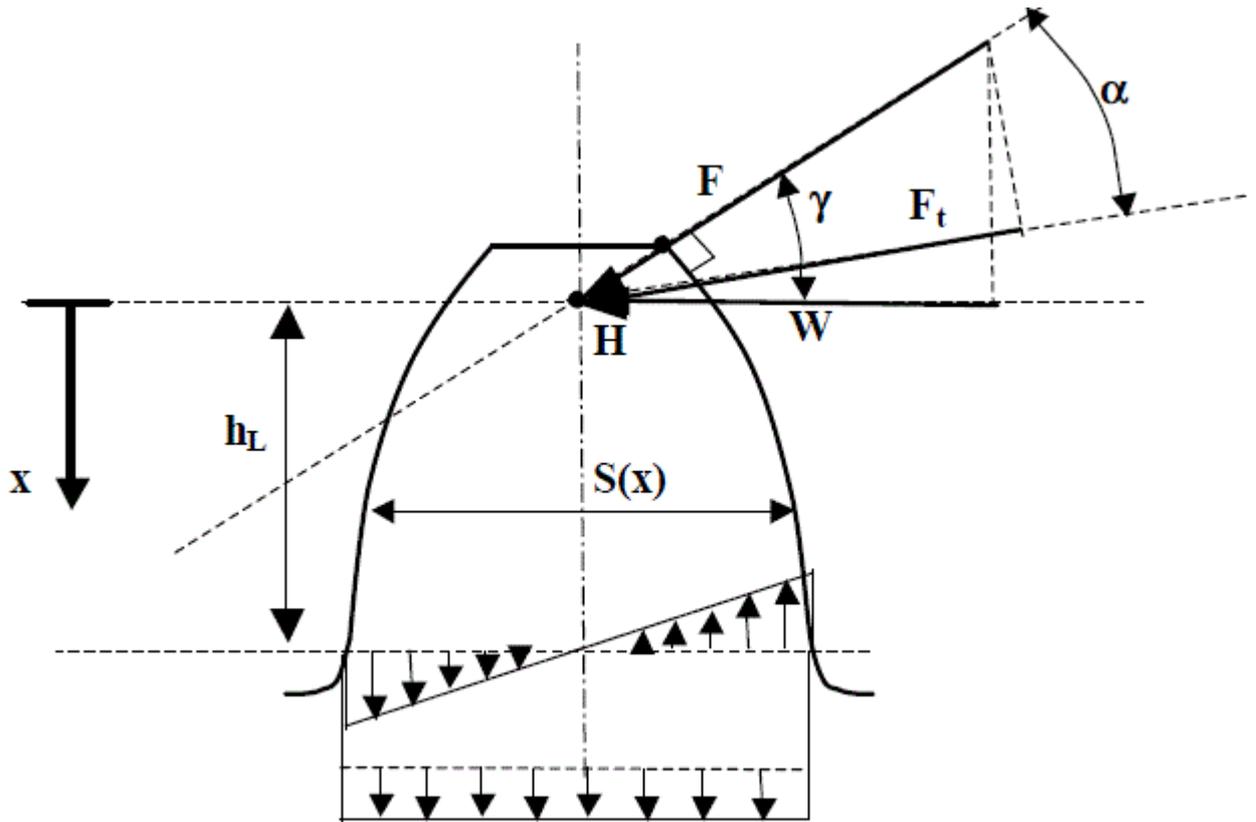


Figura 2.9 - Rappresentazione delle forze agenti sul dente della ruota dentata in presa

$$\sigma_{max} = \frac{M_f}{W_f} = \frac{F_t x}{\frac{1}{6} b S(x)^2} \quad (2.30)$$

Siccome la sezione del dente non è costante, non si può affermare che la sezione maggiormente sollecitata sia quella in corrispondenza dell'incastro. Per tali motivi, si determina la sezione maggiormente sollecitata tracciando un profilo parabolico di uniforme resistenza dove la  $\sigma_{max}$  viene considerata costante. L'equazione della parabola che si ottiene ponendo  $\sigma_{max} = costante$  è la seguente:

$$S(x)^2 = y^2 = \frac{F_t x}{\sigma_{max} \frac{1}{6} b} \quad (2.31)$$

La sezione più sollecitata è di conseguenza quella in cui la parabola di uniforme resistenza è tangente al profilo del dente. Tale sezione viene indicata come  $S_L$  alla quota  $x = h_L$ . La tensione a flessione in corrispondenza della sezione  $S_L$  può essere formulata come:

$$\sigma_{F,LW} = \frac{6F_t h_L}{b S_L^2} = \frac{6F_t}{b} \frac{\frac{h_L}{m_n^2}}{\left(\frac{S_L}{m_n}\right)^2} = \frac{F_t}{b m_n} y_{LW} \quad (2.32)$$

Per il calcolo di progetto è opportuno introdurre la quantità adimensionale:

$$\lambda = \frac{b}{m_n} \quad (2.33)$$

Effettuando semplici passaggi algebrici si ottiene la formulazione finale per ruote elicoidali:

$$y_{LW} = \frac{\sigma_{F,LW} \lambda m_n^2}{F_t} \quad (2.34)$$

$$y_{LW} = \frac{\sigma_{F,LW} \lambda m_n^2 z m_n}{2C \cos \beta} \quad (2.35)$$

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{y_{LW} 2C \cos \beta}{\lambda \sigma_{F,LW} z}} = \sqrt[3]{\frac{C \cos \beta}{\lambda \sigma_{F,LW}}} k \quad (2.36)$$

Dove il fattore  $k$  vale:

$$k = \sqrt[3]{\frac{2}{z_v}} y_{LW} \quad (2.37)$$

Il fattore di Lewis  $k$  è tabulato in funzione dell'angolo di pressione normale  $\alpha_n$  e del numero di denti virtuale della ruota dentata  $z_v$ .

Il numero di denti virtuale  $z_v$  si calcola nel seguente modo:

$$z_v = \frac{z}{(\cos \beta_b)^2 \cos \beta} \quad (2.38)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$x$	Coordinata con origine in corrispondenza dell'intersezione tra la retta d'azione e l'asse di simmetria del dente	[m]
$F_t$	Componente di forza tangenziale	[N]
$b$	Larghezza di fascia del dente	[m]
$S(x)$	Spessore del dente alla coordinata $x$	[m]
$\sigma_{max}$	Tensione massima di flessione	[Pa]
$h_L$	Coordinata alla quale si trova la sezione di Lewis	[m]
$S_L$	Spessore in corrispondenza della sezione di Lewis	[m]
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[m]
$y_{LW}$	Fattore di forma di Lewis	[m <sup>-1</sup> ]
$\sigma_{F,LW}$	Tensione a flessione di Lewis	[Pa]
$C$	Coppia trasmessa	[Nm]
$z$	Numero di denti della ruota dentata	[-]
$z_v$	Numero di denti virtuale della ruota dentata	[-]
$\beta$	Angolo dell'elica	[°]
$\beta_b$	Angolo dell'elica sul cerchio di base	[°]

Tabella 2.12

Viene riportato di seguito il valore tabulato del coefficiente  $k$  in funzione del numero di denti virtuale  $z_v$  per l'angolo di pressione  $\alpha_n = 20$  [°]:

$z_v$	$\alpha_n = 20$ [°]	
	$y_{LW}$	$k$
12	4.08	0.88
13	3.83	0.839
14	3.62	0.803
15	3.46	0.773
16	3.39	0.751
17	3.31	0.73

18	3.25	0.712
19	3.18	0.695
20	3.13	0.679
21	3.06	0.663
22	3.03	0.651
24	2.98	0.629
25	2.89	0.606
28	2.84	0.588
30	2.79	0.571
34	2.70	0.541
38	2.61	0.516
43	2.53	0.49
50	2.45	0.451
60	2.38	0.43
75	2.30	0.395
100	2.24	0.355
150	2.18	0.307
300	2.12	0.242

Tabella 2.13

Per tenere conto della velocità di rotazione e quindi degli effetti dinamici si può utilizzare il fattore dinamico di Barth che per ruote dentate realizzate con utensile creatore ha la seguente espressione:

$$K_v = \frac{3.56 + \sqrt{\omega r}}{3.56} \quad (2.39)$$

Per cui la tensione a flessione di Lewis  $\sigma_{F,LW}$  diventa:

$$\sigma_{F,LW} = \frac{k^3 C \cos \beta K_v}{m_n^3 \lambda} \quad (2.40)$$

Il coefficiente di sicurezza a flessione del dente di Lewis imponendo come tensione a flessione ammissibile la tensione di snervamento del materiale  $R_{p02}$ :

$$CS_{F,LW} = \frac{R_{p02}}{\sigma_{F,LW}} \quad (2.41)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\sigma_{F,LW}$	Tensione a flessione di Lewis	[Pa]
$K_v$	Fattore dinamico di Barth	$\left[ \left( \frac{mrad}{s} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$
$CS_{F,LW}$	Coefficiente di sicurezza a flessione di Lewis	[-]
$R_{p02}$	Tensione di snervamento del materiale	[Pa]

Tabella 2.14

## 2.9 Verifica di resistenza al contatto Hertziano (Pitting)

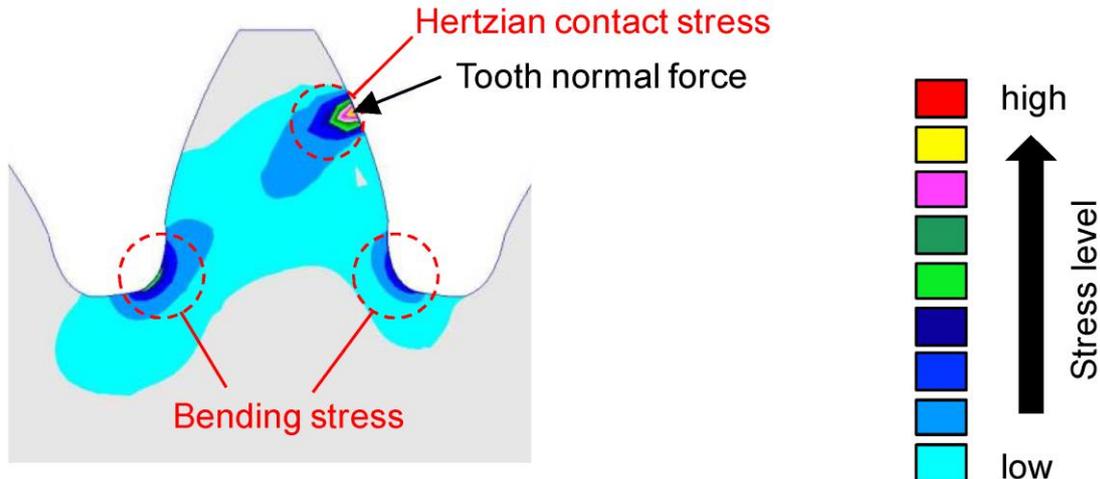


Figura 2.10 – Livelli di tensione dovuti a flessione e contatto Hertziano (Pitting) nel dente della ruota dentata in presa

Durante l'ingranamento i denti in presa delle ruote dentate ingrananti si scambiano forze che agiscono su una superficie di contatto. Siccome si è in presenza di una superficie di contatto, si instaura una pressione di contatto e all'interno del materiale si genera uno stato tensionale di tipo Hertziano. Ai fini del corretto funzionamento dell'ingranaggio è importante che non si arrivi al cedimento del materiale che potrebbe causare l'asportazione di una porzione del materiale sulla superficie di contatto (fenomeno del Pitting). È importante notare che il contatto Hertziano ha estrema importanza nel dimensionamento dell'ingranaggio in quanto spesso lo stato tensionale di contatto che si genera sulla superficie del dente è più gravoso dello stato tensionale a flessione che si ha in corrispondenza della radice del dente. Le ipotesi fondamentali della teoria del contatto Hertziano sono le seguenti:

- Il materiale è considerato perfettamente elastico;
- Viene considerata una totale assenza delle forze di attrito;
- La dimensione della superficie di contatto è decisamente inferiore rispetto alle dimensioni dei corpi che entrano in contatto tra di loro.

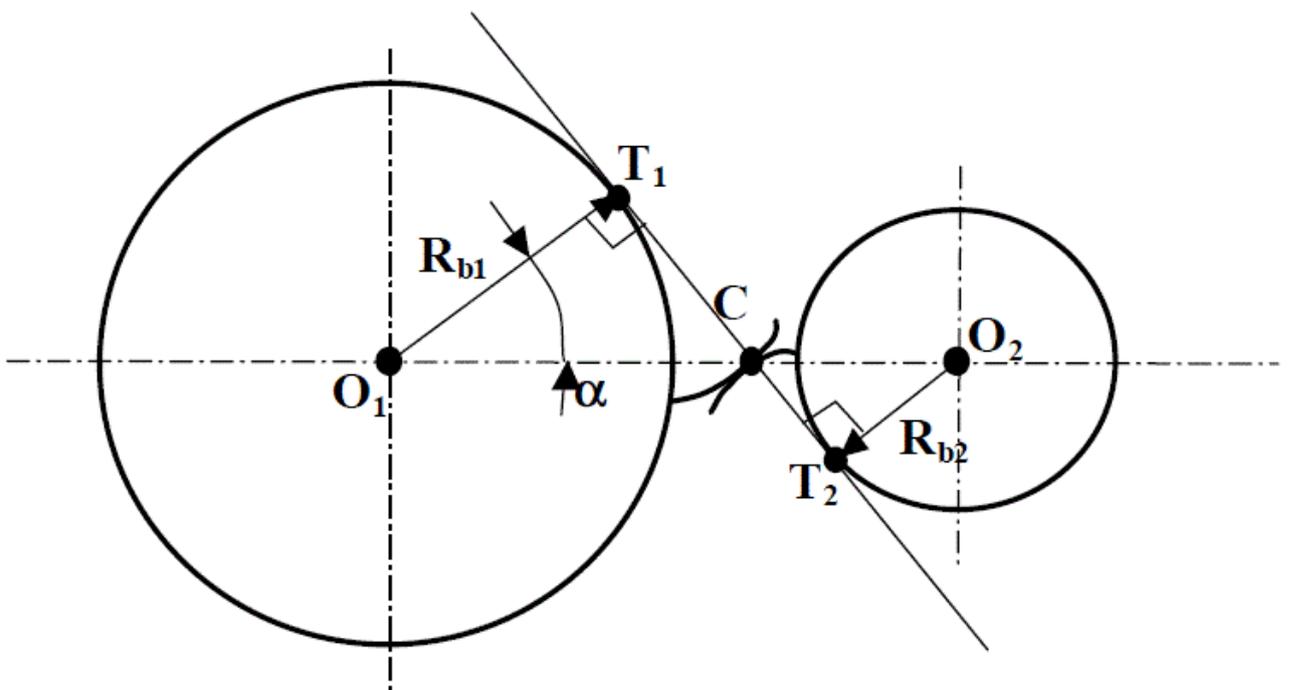


Figura 2.11 – Rappresentazione del contatto della singola coppia di denti in presa lungo il segmento dei contatti

Il contatto tra ruote dentate viene studiato attraverso la teoria di Hertz considerando le ruote ingrananti come due cilindri a contatto lungo una generatrice di lunghezza pari alla larghezza di fascia dell'ingranaggio  $b$ . Durante l'ingranamento il punto di contatto varia lungo il segmento dei contatti e le curvature delle ruote dentate cambiano a seconda della posizione del punto di contatto lungo il segmento dei contatti. Sperimentalmente è stato osservato che il punto maggiormente sollecitante è il punto di istantanea rotazione C dove si annulla la velocità relativa e di conseguenza è nulla la lubrificazione. Lo stato tensionale dovuto al contatto tra le ruote dentate è tridimensionale e il punto dove agisce la massima tensione di contatto non si trova sulla superficie del dente ma all'interno del materiale ovvero leggermente al di sotto della superficie del dente.

I risultati della teoria di Hertz applicati all'ingranamento tra ruote dentate conducono alla seguente formulazione valida per ruote elicoidali:

$$\sigma_H = (0.629)(0.418) \sqrt{\frac{\frac{F_t}{\cos \alpha_t} E \left( \frac{1}{r_{input}} + \frac{1}{r_{output}} \right) \frac{1}{\sin \alpha_t}}{\frac{b}{\cos \beta}}} \quad (2.42)$$

$$CS_H = \frac{R_{p02}}{\sigma_H} \quad (2.43)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$F_t$	Componente di forza tangenziale scambiata tra le ruote dentate	[N]
$E$	Modulo elastico (Modulo di Young) del materiale	[Pa]
$r_{input}$	Raggio primitivo della ruota di input	[m]
$r_{output}$	Raggio primitivo della ruota di output	[m]
$\alpha_t$	Angolo di pressione tangenziale dell'ingranaggio	[°]
$\beta$	Angolo dell'elica dell'ingranaggio	[°]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[m]
$\sigma_H$	Tensione equivalente massima di contatto Hertziano	[Pa]
$R_{p02}$	Tensione di snervamento del materiale	[Pa]
$CS_H$	Coefficiente di sicurezza per il contatto Hertziano	[-]

Tabella 2.15

## 2.10 Verifiche delle ruote dentate secondo la normativa ISO 6336

Per le abbreviazioni e le classificazioni utilizzate per i materiali che vengono utilizzati nella normativa ISO 6336 delle ruote dentate è necessario fare riferimento alla seguente tabella:

Material	Type	Abbreviation
Normalized low carbon steels / cast steels	Wrought normalized low carbon steels	St
	Cast steels	St (cast)
Cast iron materials	Black malleable cast iron (perlitic structure)	GTS (perl.)
	Nodular cast iron (perlitic, bainitic, ferritic structure)	GGG (perl., bai., ferr.)
	Grey cast iron	GG
Through-hardened wrought steels	Carbon steels, alloy steels	V
Through-hardened cast steels	Carbon steels, alloy steels	V(cast)
Case-hardened wrought steels		Eh
Flame or induction hardened wrought or cast steels		IF
Nitrided wrought steels / nitriding steels / through-hardening steels, nitrided	Nitriding steels	NT(nitr.)
	Through hardening steels	NV (nitr.)
Wrought steels, nitrocarburized	Through hardening steels	NV (nitrocar.)

Tabella 2.16 – Tabella abbreviazioni dei materiali secondo Normativa ISO

### 2.10.1 Verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale)

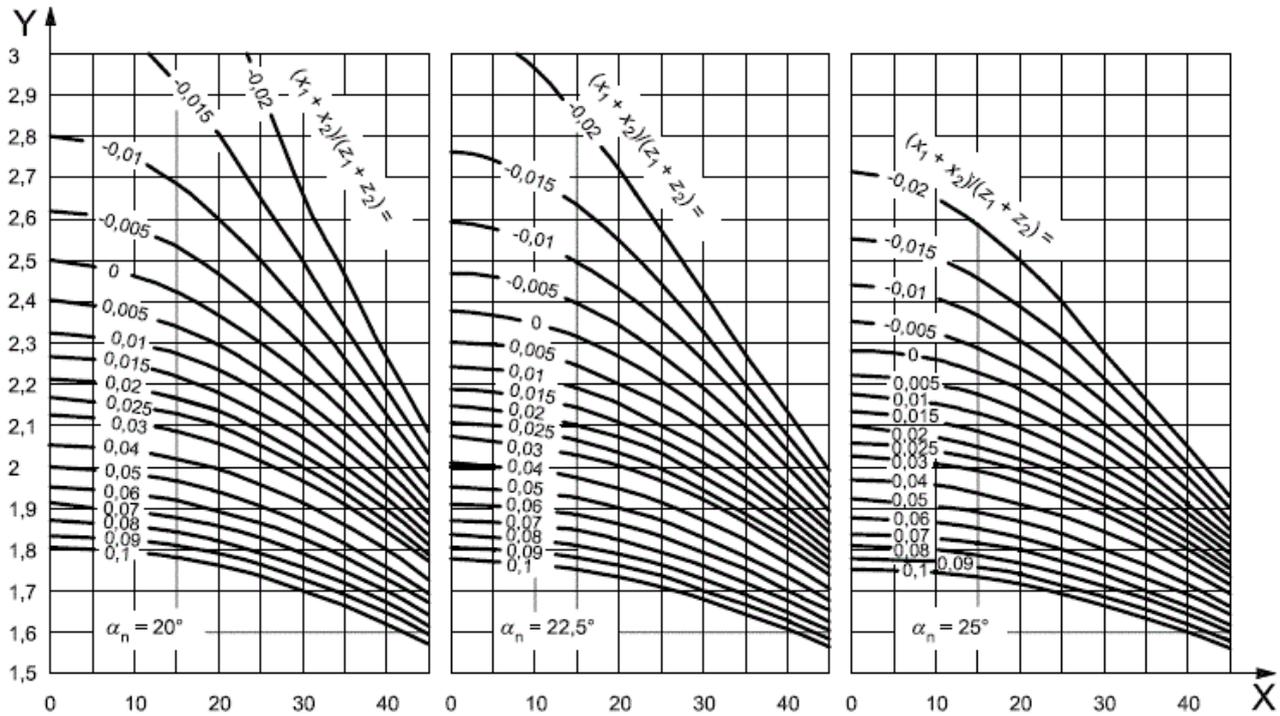
Il pitting è un fenomeno che si verifica sulle ruote dentate ingrananti provocando danneggiamenti sulle superfici di contatto. Per prevenire che il materiale delle ruote dentate in presa possa incorrere in possibili cedimenti è necessario dimensionare le ruote dentate e verificare che siano esclusi fenomeni di collasso. Il pitting può presentarsi sia in regime di sollecitazione statica che in regime di sollecitazione a fatica. A causa della complessità di calcolo e di valutazione del danneggiamento provocato dal pitting è decisamente utile ricorrere alla normativa ISO che fornisce chiarimenti e formulazioni per poter eseguire il dimensionamento e la verifica dell'ingranaggio a pitting.

#### 2.10.1.1 Verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statica

Vengono riportati nel seguito i coefficienti e le modalità di calcolo necessari per effettuare la verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statica della singola ruota dentata dell'ingranaggio.

##### 2.10.1.1.1 Determinazione del fattore $Z_H$

Il fattore di zona  $Z_H$  tiene conto della pressione di contatto Hertziana agente sulla curvatura del fianco del dente in corrispondenza del diametro primitivo della ruota dentata e trasforma il carico tangenziale sul cilindro di riferimento in un carico normale sul cilindro primitivo. Il fattore di zona  $Z_H$  viene anche fornito graficamente per gli angoli di pressione normale  $\alpha_n$  di 20 [°], 22.5 [°] e 25[°] dalla Normativa ISO:



**Key**  
 Y helix angle at reference circle,  $\beta$  (°)  
 X zone factor,  $Z_H$

Figura 2.12 - Grafico del fattore di contatto  $Z_H$

L'espressione per il calcolo del fattore di zona è la seguente:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta \cos \alpha_{wt}}{(\cos \alpha_t)^2 \sin \alpha_{wt}}} \quad (2.44)$$

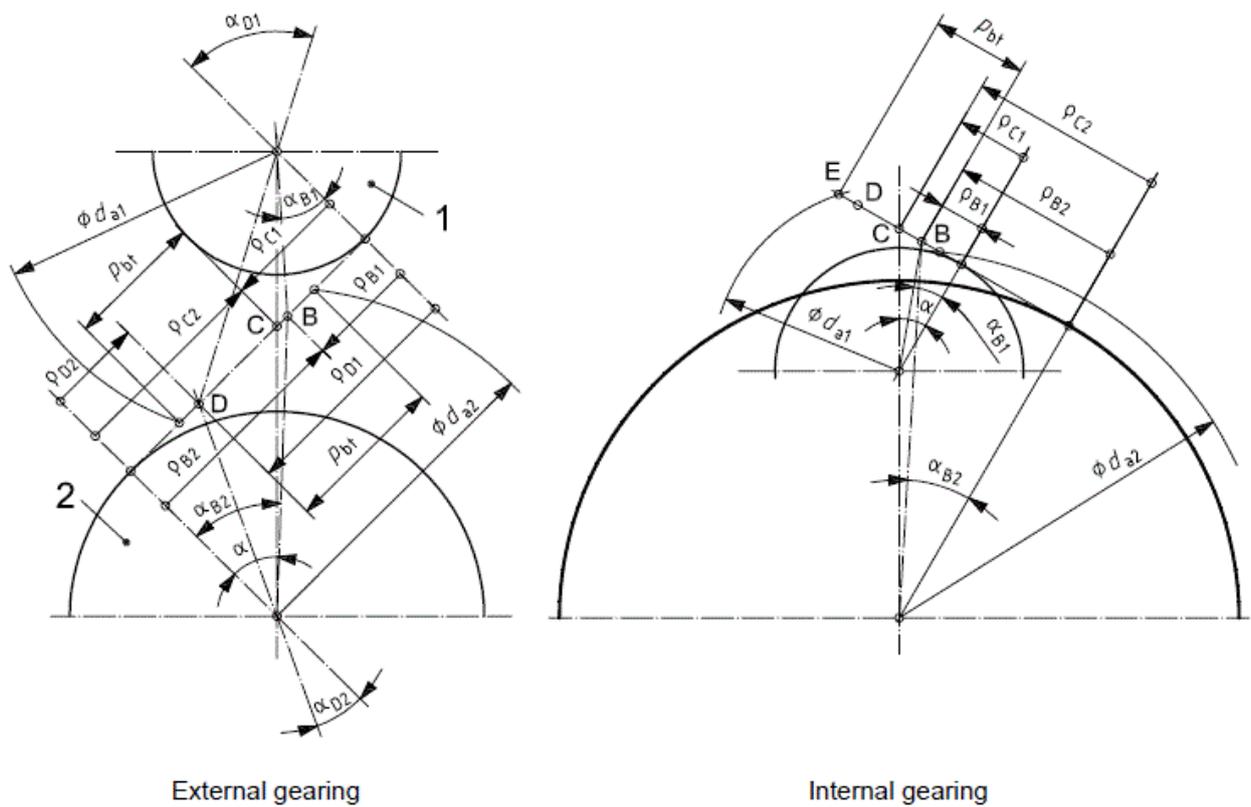
Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\alpha_{wt}$	Angolo di pressione tangenziale di lavoro dell'ingranaggio	[°]
$\alpha_t$	Angolo di pressione tangenziale dell'ingranaggio	[°]
$\beta$	Angolo dell'elica dell'ingranaggio	[°]

Tabella 2.17

**2.10.1.1.2 Determinazione dei fattori  $Z_B$  e  $Z_D$**

I fattori di contatto della singola coppia di denti in presa  $Z_B$  e  $Z_D$  vengono utilizzati per trasformare la tensione di contatto in corrispondenza del diametro primitivo delle ruote dentate nella tensione di contatto agente nel punto interno B della singola coppia di denti in contatto del pignone oppure per trasformare la tensione di contatto in corrispondenza del diametro primitivo delle ruote dentate nella tensione di contatto agente nel punto interno D della singola coppia di denti in contatto della ruota condotta se  $Z_B < 1$  oppure  $Z_D > 1$ .



**Key**

- 1 pinion
- 2 wheel

Figura 2.13 – Figura di rappresentazione dei raggi di curvatura al punto in corrispondenza del cerchio primitivo C e del punto di contatto B per la singola coppia di denti in presa del pignone e D della ruota condotta per la determinazione del fattore di contatto  $Z_B$  del pignone della singola coppia di denti in presa e del fattore di contatto  $Z_D$  della ruota condotta della singola coppia di denti in presa

Le espressioni per il calcolo dei fattori di contatto  $Z_B$  e  $Z_D$  sono le seguenti:

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{z_1} \quad (2.45)$$

$$\zeta_{fw1} = \min \left( \tan \alpha_{wt}, \tan \alpha_{wt} - \tan \left( \cos^{-1} \left( \frac{d_{b1}}{d_{f1}} \right) \right), \left( \tan \left( \cos^{-1} \left( \frac{d_{b2}}{d_{a2}} \right) \right) - \tan \alpha_{wt} \right) \frac{z_2}{z_1} \right) \quad (2.46)$$

$$\zeta_{fw2} = \min \left( \tan \alpha_{wt}, \tan \alpha_{wt} - \tan \left( \cos^{-1} \left( \frac{d_{b2}}{d_{f2}} \right) \right), \left( \tan \left( \cos^{-1} \left( \frac{d_{b1}}{d_{a1}} \right) \right) - \tan \alpha_{wt} \right) \frac{z_1}{z_2} \right) \quad (2.47)$$

$$\zeta_{aw1} = \zeta_{fw2} \frac{z_2}{z_1} \quad (2.48)$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\zeta_{fw1} + \zeta_{fw2}}{\tau_1} \quad (2.49)$$

$$M_1 = \sqrt{\frac{\rho_{C1}\rho_{C2}}{\rho_{B1}\rho_{B2}}} = \frac{\tan \alpha_{wt}}{\sqrt{\left( \sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - \frac{2\pi}{z_1} \right) \left( \sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \frac{2\pi}{z_2} \right)}} \quad (2.50)$$

$$M_2 = \sqrt{\frac{\rho_{C1}\rho_{C2}}{\rho_{D1}\rho_{D2}}} = \frac{\tan \alpha_{wt}}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - \frac{2\pi}{z_2}\right) \left(\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \frac{2\pi}{z_1}\right)}} \quad (2.51)$$

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n} \quad (2.52)$$

- Per  $\varepsilon_\alpha > 1$  e  $\varepsilon_\beta \geq 1$ :

$$Z_B = 1 \quad (2.53)$$

$$Z_D = 1 \quad (2.54)$$

- Per  $\varepsilon_\alpha > 1$  e  $\varepsilon_\beta < 1$ :

$$Z_B = M_1 - \varepsilon_\beta (M_1 - 1) \quad (2.55)$$

$$Z_D = M_2 - \varepsilon_\beta (M_2 - 1) \quad (2.56)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$z_1$	Numero di denti del pignone	[-]
$z_2$	Numero di denti della ruota condotta	[-]
$\alpha_{wt}$	Angolo di pressione tangenziale di lavoro dell'ingranaggio	[°]
$d_{b1}$	Diametro di base del pignone	[mm]
$d_{b2}$	Diametro di base della ruota condotta	[mm]
$d_{f1}$	Diametro di troncatura interna del pignone	[mm]
$d_{f2}$	Diametro di troncatura interna della ruota condotta	[mm]
$d_{a1}$	Diametro di troncatura esterna del pignone	[mm]
$d_{a2}$	Diametro di troncatura esterna della ruota condotta	[mm]
$\varepsilon_\alpha$	Rapporto di contatto trasversale	[-]
$\varepsilon_\beta$	Rapporto di sovrapposizione	[-]
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[mm]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]

Tabella 2.18

### 2.10.1.1.3 Determinazione del fattore $Z_E$

Il fattore di elasticità  $Z_E$  tiene conto dell'influenza delle proprietà del materiale come il modulo elastico  $E$  e il modulo di Poisson  $\nu$  nella tensione di contatto. Il fattore di elasticità  $Z_E$  viene anche fornito tabulato dalla Normativa ISO:

Wheel 1			Wheel 2			$Z_E$ $\sqrt{N/mm^2}$
Material <sup>a</sup>	Modulus of elasticity, $E$ N/mm <sup>2</sup>	Poisson's ratio, $\nu$	Material	Modulus of elasticity, $E$ N/mm <sup>2</sup>	Poisson's ratio, $\nu$	
St, V, Eh, IF, NT, NV	206 000	0,3	St, V, Eh, IF, NT, NV	206 000	0,3	189,8
			St(cast)	202 000		188,9
			GGG, GTS	173 000		181,4
			GG	126 000 to 118 000		165,4 to 162,0
St(cast)	202 000		St(cast)	202 000		188,0
			GGG, GTS	173 000		180,5
			GG	118 000		161,4
GGG, GTS	173 000		GGG, GTS	173 000		173,9
			GG	118 000		156,6
GG	126 000 to 118 000		GG	118 000		146,0 to 143,7

<sup>a</sup> See ISO 6336-1:2006, Table 2, for explanation of abbreviations used.

Tabella 2.19 - Tabella del fattore di elasticità  $Z_E$

L'espressione per il calcolo del fattore di elasticità  $Z_E$  nel caso in cui  $E_1 = E_2 = E$  e  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$  è la seguente:

$$Z_E = \sqrt{\frac{E}{2\pi(1 - \nu^2)}} \quad (2.57)$$

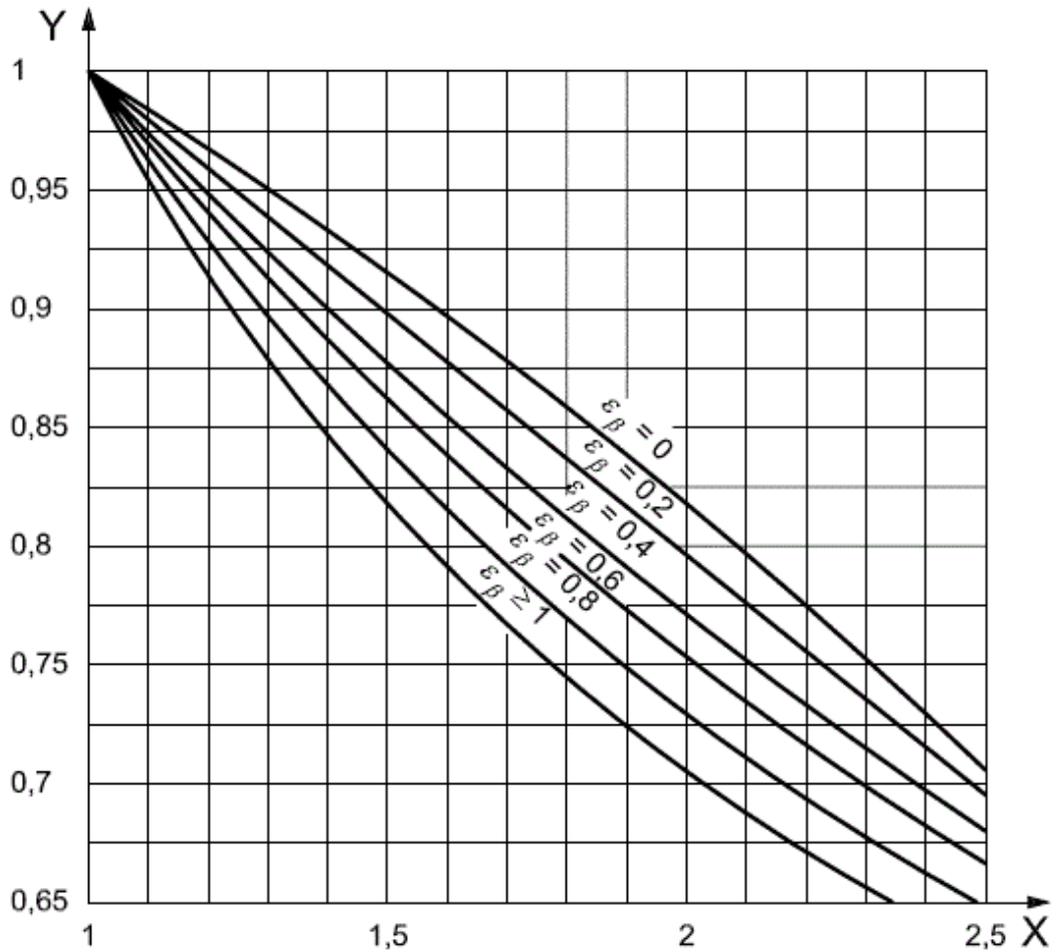
Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$E$	Modulo elastico (Modulo di Young) del materiale	[MPa]
$\nu$	Modulo di Poisson	[-]

Tabella 2.20

#### 2.10.1.1.4 Determinazione del fattore $Z_\epsilon$

Il fattore di contatto  $Z_\epsilon$  tiene conto dell'influenza del contatto trasversale e del rapporto di sovrapposizione sulla capacità superficiale di carico delle ruote cilindriche. Il fattore di contatto  $Z_\epsilon$  viene anche fornito graficamente dalla Normativa ISO:



**Key**

- X transverse contact ratio,  $\varepsilon_\alpha$
- Y contact ratio factor,  $Z_\varepsilon$

Figura 2.14 - Grafico del fattore di contatto  $Z_\varepsilon$

Le espressioni per il calcolo del fattore di contatto  $Z_\varepsilon$  sono le seguenti:

- Per  $\varepsilon_\beta < 1$ :

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3} (1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}} \quad (2.58)$$

- Per  $\varepsilon_\beta \geq 1$ :

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} \quad (2.59)$$

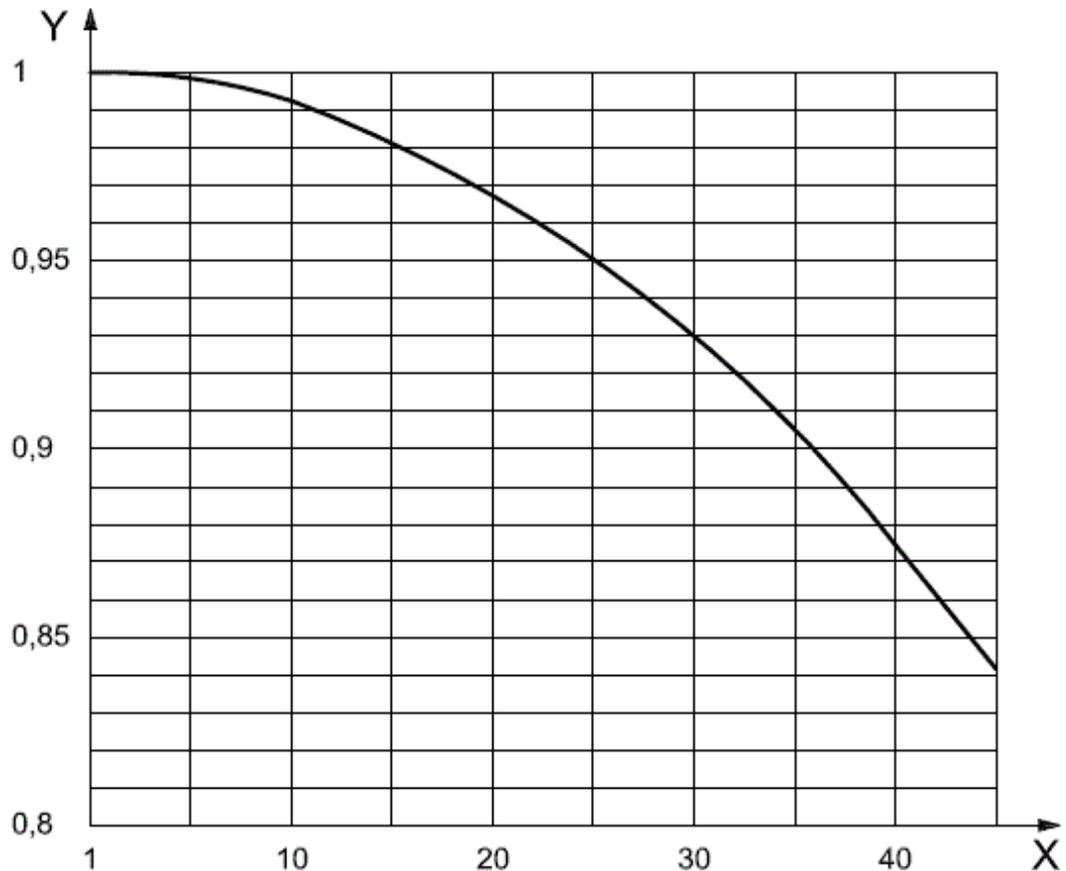
Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\varepsilon_\alpha$	Rapporto di contatto trasversale	[-]
$\varepsilon_\beta$	Rapporto di sovrapposizione	[-]

Tabella 2.21

### 2.10.1.1.5 Determinazione del fattore $Z_\beta$

Il fattore dell'angolo dell'elica  $Z_\beta$  tiene conto dell'influenza dell'angolo dell'elica  $\beta$  sulla capacità di carico superficiale considerando variabili come la distribuzione di carico lungo le linee di contatto. Il fattore dell'angolo dell'elica  $Z_\beta$  dipende solamente dall'angolo dell'elica  $\beta$ . Il fattore dell'angolo dell'elica  $Z_\beta$  viene anche fornito graficamente dalla Normativa ISO:



#### Key

X helix angle at reference circle,  $\beta$  (°)

Y helix angle factor,  $Z_\beta$

Figura 2.15 - Grafico del fattore dell'angolo dell'elica  $Z_\beta$

L'espressione per il calcolo del fattore dell'angolo dell'elica  $Z_\beta$  è la seguente:

$$Z_\beta = \frac{1}{\sqrt{\cos \beta}} \quad (2.60)$$

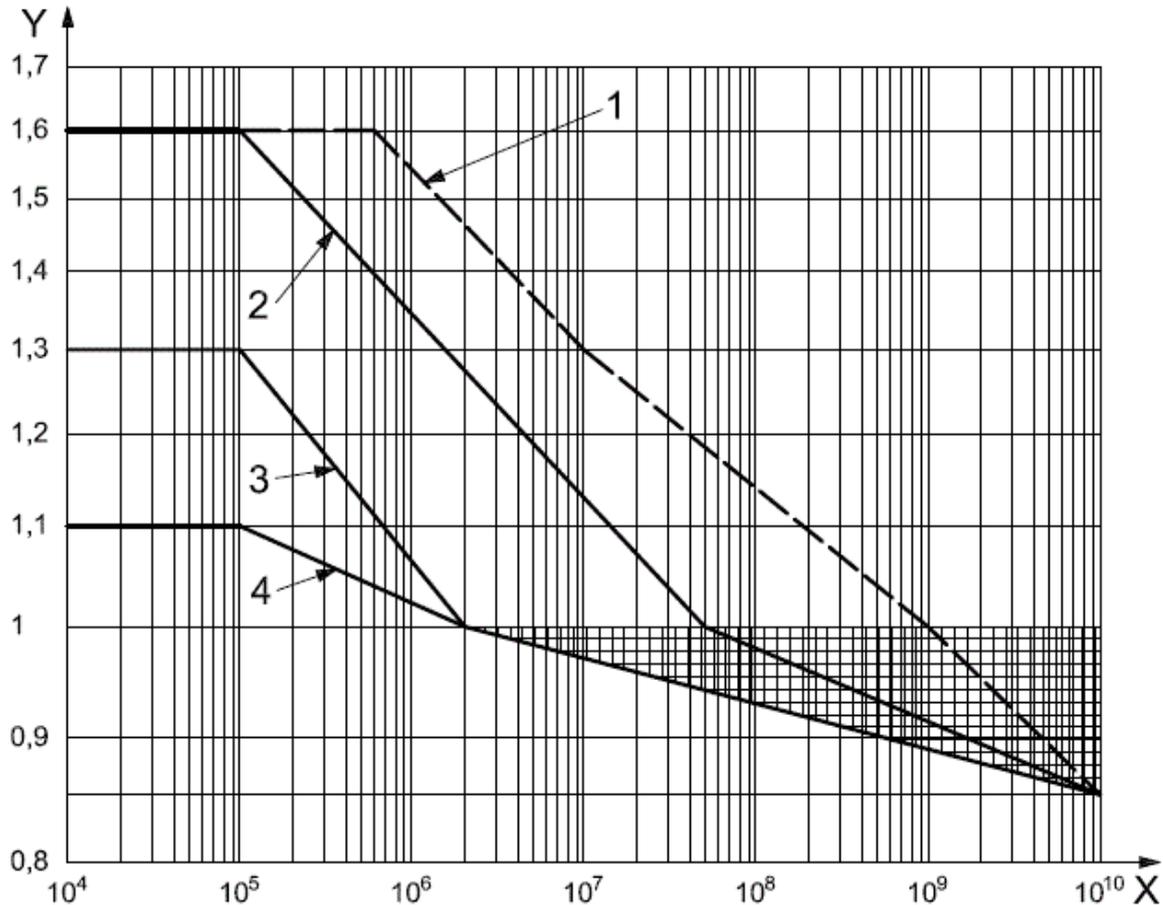
Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\beta$	Angolo dell'elica dell'ingranaggio	[°]

Tabella 2.22

### 2.10.1.1.6 Determinazione del fattore $Z_{NT}$

Il fattore di vita  $Z_{NT}$  tiene conto di una maggiore tensione di contatto, inclusa la tensione di contatto statica, che può essere tollerabile per una vita limitata in termini di cicli di carico. Il confronto viene eseguito con la tensione ammessa in corrispondenza del punto di ginocchio delle curve nella figura seguente, dove  $Z_{NT} = 1$ .



#### Key

X number of load cycles,  $N_L$

Y life factor,  $Z_{NT}$

1 St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF<sup>a</sup>

2 St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF

3 GG, GGG (ferr.), NT (nitr.), NV (nitr.)

4 NV (nitrocar.)

<sup>a</sup> When limited pitting is permitted.

Figura 2.16 – Grafico del fattore di vita  $Z_{NT}$

Il fattore di vita  $Z_{NT}$  tiene conto dell'influenza dei seguenti parametri:

- Materiale e trattamento termico;
- Numero di cicli di carico effettuati durante la vita di funzionamento  $N_L$ ;
- Regime di lubrificazione;
- Criterio di cedimento;
- Regolarità richiesta durante le operazioni in funzionamento;

- Velocità in corrispondenza della linea del cilindro primitivo;
- Pulizia del materiale della ruota dentata;
- Duttilità e tenacità a frattura del materiale;
- Tensioni residue all'interno del materiale.

Per la determinazione del fattore di vita  $Z_{NT}$  viene utilizzata la tabella seguente che riporta il valore del fattore in funzione della tipologia del materiale utilizzato e del numero di cicli di carico  $N_L$  che devono essere garantiti dalla ruota dentata.

Material <sup>a</sup>	Number of load cycles	Life factor, $Z_{NT}$
St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF; only when a certain degree of pitting is permissible	$N_L \leq 6 \times 10^5$ , static	1,6
	$N_L = 10^7$	1,3
	$N_L = 10^9$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>b</sup>
St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.), Eh, IF	$N_L \leq 10^5$ , static	1,6
	$N_L = 5 \times 10^7$	1,0
	$N_L = 10^9$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0
GG, GGG (ferr.), NT (nitr.), NV (nitr.)	$N_L \leq 10^5$ , static	1,3
	$N_L = 2 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0
NV (nitrocar.)	$N_L \leq 10^5$ , static	1,1
	$N_L = 2 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0

<sup>a</sup> See ISO 6336-1:2006, Table 2 for explanation of abbreviations used.

<sup>b</sup> The lower value of  $Z_{NT}$  may be used for critical service, where pitting must be minimal. Values between 0,85 and 1,0 may be used for general purpose gearing. With optimum lubrication, material, manufacturing and experience 1,0 may be used.

Tabella 2.23 – Tabella del fattore di vita  $Z_{NT}$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$N_L$	Numero di cicli di carico eseguito durante la vita di funzionamento della ruota dentata	[-]

Tabella 2.24

Per un primo dimensionamento conservativo, valido per tutte le leghe di materiale, si può assumere come valore per il fattore di vita  $Z_{NT}$ :

$$Z_{NT} = 0.85 \quad (2.61)$$

#### 2.10.1.1.7 Determinazione del fattore $Z_L$

Il fattore di lubrificazione  $Z_L$  tiene conto dell'influenza della viscosità nominale del lubrificante sull'effetto del film di lubrificante. Il fattore di lubrificazione  $Z_L$  per oli minerali (con o senza pressione estrema, EP, additivi) può essere determinato come una funzione della viscosità nominale a 40 [°C] oppure a 50 [°C] e del valore della tensione ammissibile  $\sigma_{Hlim}$  del meno resistente dei materiali delle ruote dentate dell'ingranaggio. Per la verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statica il fattore di lubrificazione  $Z_L$  assume il valore 1.0.

#### **2.10.1.1.8 Determinazione del fattore $Z_V$**

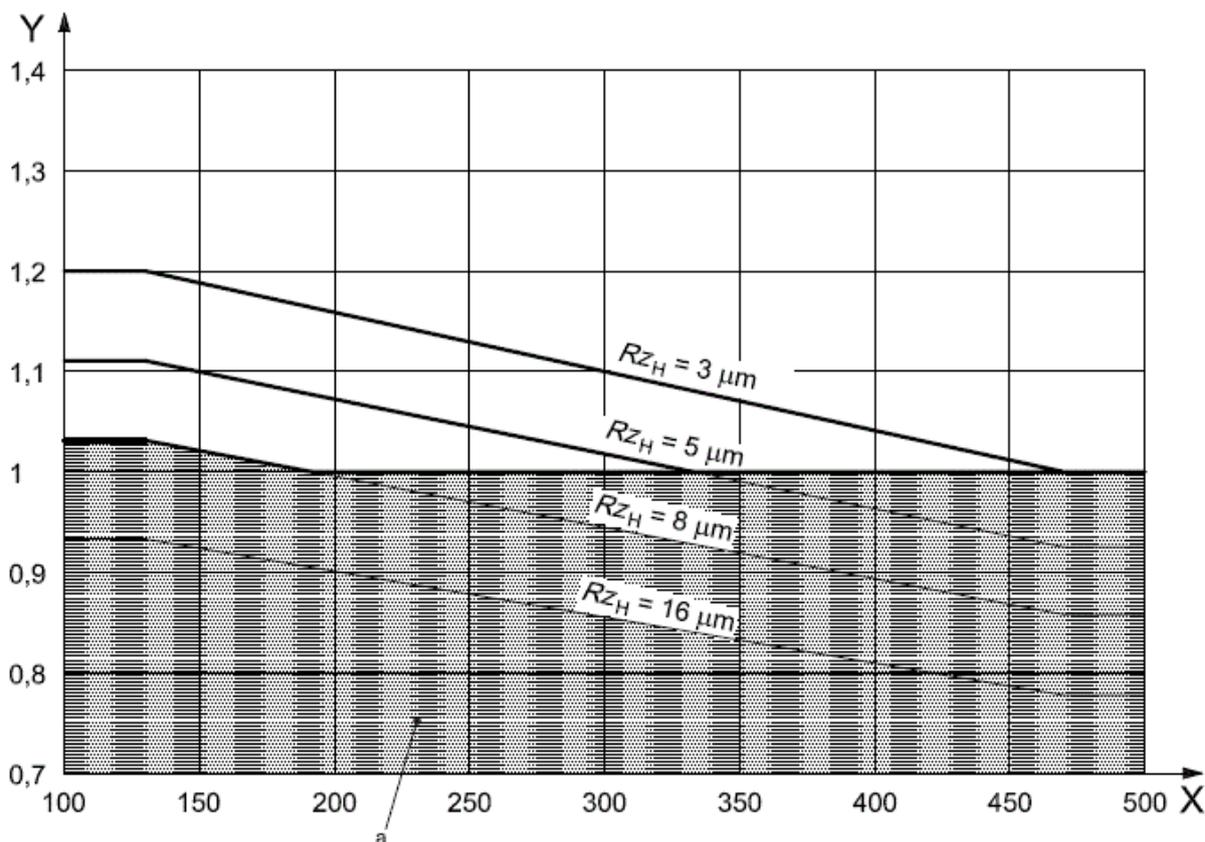
Il fattore di velocità  $Z_V$  tiene conto dell'influenza della velocità in corrispondenza del cerchio primitivo sull'effetto del film lubrificante. Il fattore di velocità  $Z_V$  può essere determinato come una funzione della velocità in corrispondenza della circonferenza primitiva e del valore della tensione ammissibile  $\sigma_{Hlim}$  del meno resistente dei materiali delle ruote dentate dell'ingranaggio. Per la verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statica il fattore di velocità  $Z_V$  assume il valore 1.0.

#### **2.10.1.1.9 Determinazione del fattore $Z_R$**

Il fattore di rugosità  $Z_R$  tiene conto dell'influenza della rugosità superficiale dei fianchi del dente dopo il rodaggio (come processo di fabbricazione) sull'effetto del film di lubrificante. Il fattore di rugosità  $Z_R$  può essere determinato come una funzione della rugosità superficiale dei fianchi dei denti, delle dimensioni come il raggio di curvatura relativa  $\rho_{red}$  e del valore della tensione ammissibile  $\sigma_{Hlim}$  del meno resistente dei materiali delle ruote dentate dell'ingranaggio. Per la verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statica il fattore di rugosità  $Z_R$  assume il valore 1.0.

#### **2.10.1.1.10 Determinazione del fattore $Z_W$**

Il fattore di indurimento in esercizio  $Z_W$  tiene conto dell'aumento della durezza superficiale a causa dell'ingranamento di ruote realizzate in acciaio (acciaio strutturale o acciaio indurito) che provoca una maggiore durezza o sostanzialmente un pignone più duro con fianchi dei denti regolari. L'incremento della durezza superficiale della ruota leggera dipende non solo da ogni indurimento di lavoro di questa ruota, ma anche da altre influenze come: la levigatura che è influenzata dal lubrificante, la lega di elementi e tensioni interne al materiale leggero, la rugosità del pignone indurito, le tensioni di contatto e i processi di indurimento. Il valore del fattore di indurimento in esercizio  $Z_W$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

X tooth flank hardness of softer wheel, HB

Y work hardening factor,  $Z_W$

a Shaded area:  $Z_W = 1$ . Effects of wear (not covered by ISO 6336).

Figura 2.17 – Grafico del fattore di indurimento in esercizio  $Z_W$

Dove la rugosità equivalente  $Rz_H$  viene calcolata mediante le seguenti espressioni:

$$\rho_1 = 0.5d_{b1} \tan \alpha_{wt} \quad (2.62)$$

$$\rho_2 = 0.5d_{b2} \tan \alpha_{wt} \quad (2.63)$$

$$\rho_{red} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (2.64)$$

$$Rz_H = \frac{Rz_1 \left(\frac{10}{\rho_{red}}\right)^{0.33} \left(\frac{Rz_1}{Rz_2}\right)^{0.66}}{\left(\frac{v_{40}V}{1500}\right)^{0.33}} \quad (2.65)$$

- Se  $Rz_H > 16$  allora  $Rz_H = 16 [\mu m]$
- Se  $Rz_H < 3$  allora  $Rz_H = 3 [\mu m]$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$Rz_1$	Rugosità superficiale del pignone	$[\mu m]$
$Rz_2$	Rugosità superficiale della ruota condotta	$[\mu m]$

$\rho_{red}$	Raggio di curvatura relativa	[mm]
$\nu_{40}$	Viscosità nominale a 40 [°C]	[mm <sup>2</sup> /s]
$V$	Velocità di rotazione in corrispondenza della circonferenza primitiva	[m/s]
$\alpha_{wt}$	Angolo di pressione tangenziale di lavoro dell'ingranaggio	[°]
$d_{b1}$	Diametro di base del pignone	[mm]
$d_{b2}$	Diametro di base della ruota condotta	[mm]

Tabella 2.25

Le espressioni per il calcolo del fattore di indurimento in esercizio  $Z_W$  sono le seguenti:

- Per  $130 \leq HB \leq 470$ :

$$Z_W = 1.05 - \frac{HB - 130}{680} \quad (2.66)$$

- Per  $HB < 130$ :

$$Z_W = 1.05 \quad (2.67)$$

- Per  $HB > 470$ :

$$Z_W = 1 \quad (2.68)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$HB$	Durezza superficiale dei fianchi dei denti della ruota meno resistente dell'ingranaggio in Brinell	[HB]

Tabella 2.26

#### 2.10.1.1.11 Determinazione del fattore $Z_X$

Il fattore di dimensione  $Z_X$  tiene conto di evidenze statistiche indicando quei livelli di tensione ai quali il danneggiamento a fatica avviene con un incremento della dimensione del componente (si ha un numero maggiore di punti deboli nella struttura). Inoltre tiene conto dell'influenza sui difetti sub-superficiali dei più piccoli gradienti di tensione ai quali avvengono (analisi di tensioni teoriche) e dell'influenza della dimensione sulla qualità del materiale (effetti dei processi di forgiatura, variazioni nella struttura,...). I parametri di influenza importanti sono:

- Qualità del materiale (carica della fornace, pulizia, forgiatura);
- Trattamento termico, profondità di indurimento, distribuzione di indurimento;
- Raggio di curvatura del fianco del dente;
- Modulo, nel caso di indurimento della superficie, profondità degli strati induriti relativi alla dimensione del dente (effetto del nucleo di supporto).

Per un primo dimensionamento la Normativa ISO consiglia un valore unitario del fattore di dimensione  $Z_X$ :

$$Z_X = 1.0 \quad (2.69)$$

#### 2.10.1.1.12 Determinazione del fattore $K_A$

Il fattore di applicazione  $K_A$  corregge il carico tangenziale nominale  $F_t$  in modo da compensare i carichi provenienti da fonti esterne che si addizionano alle forze nominali scambiate tra le ruote dentate. Questi carichi addizionali sono fortemente dipendenti dalle caratteristiche della macchina motrice in input e della macchina utilizzatrice in output, dalle masse e dalle rigidità del sistema, inclusi gli alberi e gli accoppiamenti utilizzati in servizio. Per applicazioni come ruote dentate usate in applicazioni navali e ruote dentate soggette a coppie con valori di picco ciclici (vibrazioni torsionali) e dimensionate per vita infinita, il fattore di applicazione  $K_A$  può essere definito come il rapporto tra il valore di picco della coppia ciclica e il valore della coppia nominale. Il valore della coppia nominale è definito dalla potenza nominale e dalla velocità di rotazione. E' in sostanza la coppia utilizzata nei calcoli della capacità di carico. Se la ruota dentata è soggetta a un numero limitato di

carichi noti in eccesso dell'ammontare del valore di picco della coppia ciclica, questa influenza può essere coperta direttamente dal valore medio della fatica cumulativa o dal valore medio di un fattore di applicazione aumentato, rappresentante l'influenza dello spettro di carico. Il fattore di applicazione  $K_A$  dunque viene utilizzato per modificare la forza tangenziale  $F_t$  per tenere conto di carichi aggiuntivi ai carichi nominali che provengono da fonti esterne e agiscono sulle ruote dentate dell'ingranaggio. I valori di guida empirici sono riportati nella tabella seguente:

Working characteristic of driving machine	Working characteristic of driven machine			
	Uniform	Light shocks	Moderate shocks	Heavy shocks
Uniform	1,00	1,25	1,50	1,75
Light shocks	1,10	1,35	1,60	1,85
Moderate shocks	1,25	1,50	1,75	2,00
Heavy shocks	1,50	1,75	2,00	$\geq 2,25$

Tabella 2.27 – Tabella del fattore di applicazione  $K_A$

Per un primo dimensionamento si può considerare una caratteristica di lavoro della macchina motrice in input con urti moderati e una caratteristica di lavoro della macchina utilizzatrice in output con urti moderati. Per cui un valore di primo dimensionamento per il fattore di applicazione  $K_A$  può essere  $K_A = 1.75$ .

### 2.10.1.13 Determinazione del fattore $K_V$

Il fattore dinamico interno  $K_V$  tiene conto degli effetti del grado di accuratezza della ruota dentata relazionati alla velocità di rotazione e al carico. Le ruote a elevato grado di accuratezza richiedono un minore declassamento rispetto alle ruote con un minore grado di accuratezza. Generalmente vi è l'influenza sia del design che della fabbricazione della ruota dentata sul carico dinamico interno agente sulla ruota dentata considerata.

Le espressioni per il calcolo del fattore dinamico interno  $K_V$  sono le seguenti:

- Per  $\varepsilon_\beta \geq 1$ :

$$\text{Se } \frac{V_{z1}}{100} \sqrt{\frac{\tau^2}{1+\tau^2}} \leq 0.2 \quad K_3 = 2.0 \quad (2.70)$$

$$\text{Se } \frac{V_{z1}}{100} \sqrt{\frac{\tau^2}{1+\tau^2}} > 0.2 \quad K_3 = -0.357 \frac{V_{z1}}{100} \sqrt{\frac{\tau^2}{1+\tau^2}} + 2.071 \quad (2.71)$$

$$K_V = 1 + \left( \frac{K_1}{K_A \frac{F_t}{b}} + K_2 \right) \frac{V_{z1}}{100} K_3 \sqrt{\frac{\tau^2}{1+\tau^2}} \quad (2.72)$$

I valori dei fattori  $K_1$  e  $K_2$  sono specificati nella seguente tabella in funzione del grado di accuratezza della ruota dentata, distinguendo tra ruote dentate a denti dritti e ruote dentate a denti elicoidali:

	$K_1$ Accuracy grades as specified in ISO 1328-1										$K_2$ All accuracy grades
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
<b>Spur gears</b>	2,1	3,9	7,5	14,9	26,8	39,1	52,8	76,6	102,6	146,3	0,019 3
<b>Helical gears</b>	1,9	3,5	6,7	13,3	23,9	34,8	47,0	68,2	91,4	130,3	0,008 7

Tabella 2.28 – Tabella dei fattori  $K_1$  e  $K_2$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$V$	Velocità di rotazione in corrispondenza della circonferenza primitiva	[m/s]
$z_1$	Numero di denti del pignone	[-]
$\tau$	Rapporto di trasmissione dell'ingranaggio	[-]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]
$F_t$	Forza tangenziale scambiata tra le ruote dentate dell'ingranaggio	[N]
$K_A$	Fattore di applicazione $K_A$	[-]
$\varepsilon_\beta$	Rapporto di sovrapposizione	[-]

Tabella 2.29

- Per  $\varepsilon_\beta < 1$ :

Per ruote dentate a denti dritti ( $\beta=0$ ):

La tabella per valutare il fattore di correzione  $f_F$  in funzione del rapporto  $\frac{F_t K_A}{b}$  è la seguente:

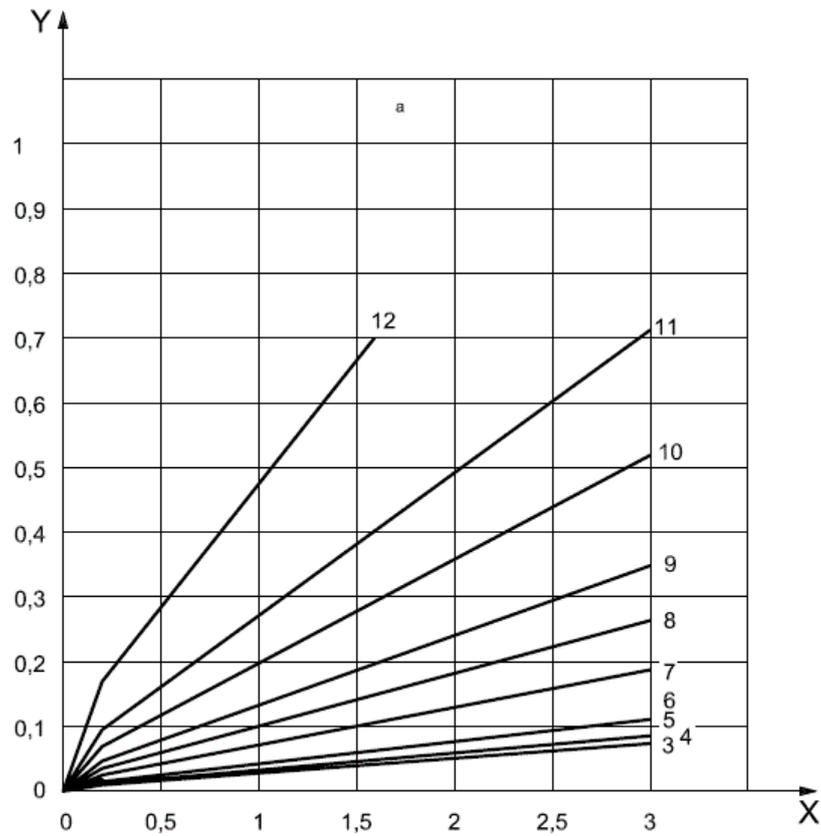
Gear accuracy grade <sup>a</sup>	Load correction factor $f_F$							
	$(F_t K_A)/b$ N/mm							
	$\leq 100$	200	350	500	800	1 200	1 500	2 000
3	1,61	1,18	1	0,93	0,86	0,83	0,81	0,80
4	1,81	1,24	1	0,90	0,82	0,77	0,75	0,73
5	2,15	1,34	1	0,86	0,74	0,67	0,65	0,62
6	2,45	1,43	1	0,83	0,67	0,59	0,55	0,51
7	2,73	1,52	1	0,79	0,61	0,51	0,47	0,43
8	2,95	1,59	1	0,77	0,56	0,45	0,40	0,35
9	3,09	1,63	1	0,75	0,53	0,41	0,36	0,31
10	3,22	1,67	1	0,73	0,50	0,37	0,32	0,27
11	3,30	1,69	1	0,72	0,48	0,35	0,30	0,24
12	3,37	1,71	1	0,72	0,47	0,33	0,27	0,22

NOTE Interpolate for intermediate values.

<sup>a</sup> Gear accuracy grade in accordance with ISO 1328-1.

Tabella 2.30 – Tabella del fattore di correzione  $f_F$  per ruote dentate a denti dritti

Il grafico per valutare il coefficiente  $K_{350N}$  è il seguente:



**Key**

X  $(v z_1 / 100) \sqrt{u^2 / (1+u^2)}$

Y  $K_{350}N$

<sup>a</sup> Gear accuracy in accordance with ISO 1328-1, spur gears.

Figura 2.18 – Grafico del coefficiente  $K_{350}N$  per ruote dentate a denti dritti

Per il dimensionamento delle ruote dentate della trasmissione automobilistica e della trasmissione industriale (Machinery) sono state introdotte formule interpolanti le curve sopra riportate per valutare il coefficiente  $K_{350}N$ .

L'espressione per il calcolo del fattore dinamico  $K_{V\alpha}$  per ruote a denti dritti è la seguente:

$$K_{V\alpha} = (f_F K_{350}N) + 1 \quad (2.73)$$

Per ruote dentate a denti elicoidali ( $\beta \neq 0$ ):

La tabella per valutare il fattore di correzione  $f_F$  in funzione del rapporto  $\frac{F_t K_A}{b}$  è la seguente:

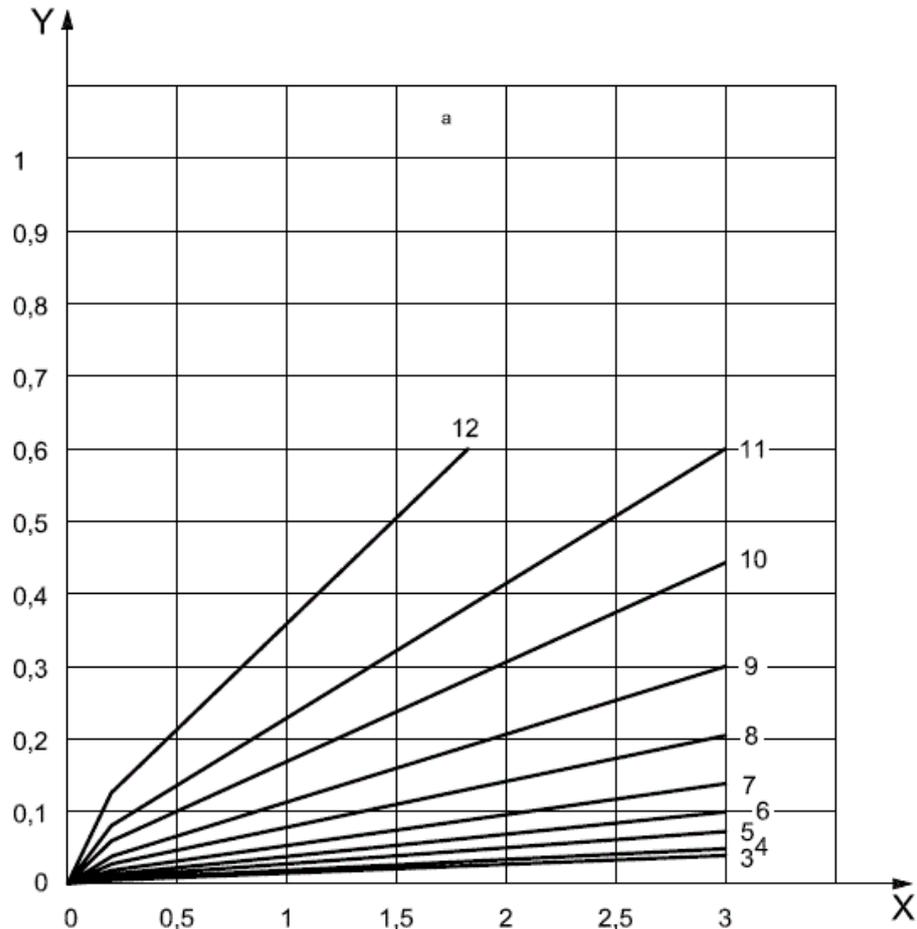
Gear accuracy grade <sup>a</sup>	Load correction factor $f_F$							
	$(F_t K_A)/b$ N/mm							
	$\leq 100$	200	350	500	800	1 200	1 500	2 000
3	1,96	1,29	1	0,88	0,78	0,73	0,70	0,68
4	2,21	1,36	1	0,85	0,73	0,66	0,62	0,60
5	2,56	1,47	1	0,81	0,65	0,56	0,52	0,48
6	2,82	1,55	1	0,78	0,59	0,48	0,44	0,39
7	3,03	1,61	1	0,76	0,54	0,42	0,37	0,33
8	3,19	1,66	1	0,74	0,51	0,38	0,33	0,28
9	3,27	1,68	1	0,73	0,49	0,36	0,30	0,25
10	3,35	1,70	1	0,72	0,47	0,33	0,28	0,22
11	3,39	1,72	1	0,71	0,46	0,32	0,27	0,21
12	3,43	1,73	1	0,71	0,45	0,31	0,25	0,20

NOTE Interpolate for intermediate values.

<sup>a</sup> Gear accuracy grade in accordance with ISO 1328-1.

Tabella 2.31 - Tabella del fattore di correzione  $f_F$  per ruote dentate a denti elicoidali

Il grafico per valutare il coefficiente  $K_{350N}$  è il seguente:



**Key**

X  $(v z_1 / 100) \sqrt{u^2 / (1+u^2)}$

Y  $K_{350}N$

a Gear accuracy in accordance with ISO 1328-1, helical gears.

Figura 2.19 - Grafico del coefficiente  $K_{350}N$  per ruote dentate a denti elicoidali

Per il dimensionamento delle ruote dentate della trasmissione automobilistica e della trasmissione industriale (Machinery) sono state introdotte formule interpolanti le curve sopra riportate per valutare il coefficiente  $K_{350}N$ .

L'espressione per il calcolo del fattore dinamico  $K_{V\beta}$  per ruote a denti elicoidali è la seguente:

$$K_{V\beta} = (f_F K_{350}N) + 1 \quad (2.74)$$

Il fattore di correzione  $f_F$  tiene conto dell'influenza del carico sul fattore dinamico, il coefficiente  $K_{350}$  tiene conto del grado di accuratezza della ruota dentata al carico specifico di 350 [N/mm] e  $N$  è il rapporto di risonanza.

L'espressione finale per il calcolo del fattore dinamico interno  $K_V$  tiene conto sia del fattore dinamico  $K_{V\alpha}$  per ruote dentate a denti dritti che del fattore dinamico  $K_{V\beta}$  per ruote dentate a denti elicoidali.

$$K_V = K_{V\alpha} - \varepsilon_\beta (K_{V\alpha} - K_{V\beta}) \quad (2.75)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$K_{V\alpha}$	Fattore dinamico per ruote dentate a denti dritti	[-]
$K_{V\beta}$	Fattore dinamico per ruote dentate a denti elicoidali	[-]
$f_F$	Fattore di correzione	[-]
$K_{350}$	Coefficiente	[-]
$N$	Rapporto di risonanza	[-]
$\varepsilon_\beta$	Rapporto di sovrapposizione	[-]
$F_t$	Forza tangenziale scambiata tra le ruote dentate dell'ingranaggio	[N]
$K_A$	Fattore di applicazione $K_A$	[-]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]

Tabella 2.32

#### 2.10.1.1.14 Determinazione del fattore $K_{H\beta}$

Il fattore di carico sulla faccia del dente  $K_{H\beta}$  tiene conto degli effetti della distribuzione non uniforme di carico sulle tensioni di contatto agenti sulla larghezza della faccia del dente della ruota dentata. Il fattore di carico sulla faccia del dente  $K_{H\beta}$  viene definito come il rapporto tra la massima intensità di carico (carico locale per unità di incremento di lunghezza della larghezza di fascia) e il carico medio  $\left(\frac{F_m}{b}\right)$ . Il modello di base dell'ingranamento delle ruote dentate è una coppia di denti dritti avente lo stesso numero di denti, modulo trasversale  $m_t$  e larghezza di fascia  $b$  della coppia di ruote dentate ingrananti analizzata. L'espressione per il calcolo del fattore di carico sulla faccia del dente  $K_{H\beta}$  è la seguente:

$$K_{H\beta} = \frac{\frac{F_t}{b}}{\frac{F_m}{b}} = \frac{F_t}{F_t K_A K_V} \quad (2.76)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$F_t$	Forza tangenziale scambiata tra le ruote dentate dell'ingranaggio	[N]
$K_A$	Fattore di applicazione $K_A$	[-]
$K_V$	Fattore dinamico interno $K_V$	[-]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]

Tabella 2.33

#### 2.10.1.1.15 Determinazione del fattore $K_{H\alpha}$

Il fattore di carico trasversale  $K_{H\alpha}$  tiene conto degli effetti sulla tensione superficiale della distribuzione di carico trasversale non uniforme tra diverse coppie di denti che ingranano contemporaneamente e consequenzialmente. Il fattore di carico trasversale  $K_{H\alpha}$  viene definito come il rapporto tra il carico massimo sul dente che avviene durante l'ingranamento della coppia di ruote dentate vicino a  $0 \text{ min}^{-1}$  e il corrispondente carico massimo agente sul dente in corrispondenza di una coppia di ruote dentate simile a quella realmente ingranante ma esente da inesattezze. I principali parametri influenti sono:

- Deflessioni sotto carico;
- Modifiche del profilo del dente;
- Accuratezza di fabbricazione del dente;
- Effetti di rodaggio.

Le espressioni per il calcolo del fattore di carico trasversale  $K_{H\alpha}$  sono le seguenti:

$$F_{tH} = F_t K_A K_V K_{H\beta} \quad (2.77)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO St, St(cast), V, V(cast), GGG(perl.,bai.) e GTS(perl.):

$$y_{\alpha} = \frac{160}{\sigma_{Hlim} f_{pb}} \quad (2.78)$$

Per  $V \leq 5$  [m/s] non vi sono restrizioni.

Per  $5 < V \leq 10$  [m/s] il limite superiore di  $y_{\alpha}$  è  $\frac{12800}{\sigma_{Hlim}}$  corrispondente a  $f_{pb} = 80$  [ $\mu m$ ].

Per  $V > 10$  [m/s] il limite superiore di  $y_{\alpha}$  è  $\frac{6400}{\sigma_{Hlim}}$  corrispondente a  $f_{pb} = 40$  [ $\mu m$ ].

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO GG e GGG(ferr.):

$$y_{\alpha} = 0.275 f_{pb} \quad (2.79)$$

Per  $V \leq 5$  [m/s] non vi sono restrizioni.

Per  $5 < V \leq 10$  [m/s] il limite superiore di  $y_{\alpha}$  è 22 [ $\mu m$ ] corrispondente a  $f_{pb} = 80$  [ $\mu m$ ].

Per  $V > 10$  [m/s] il limite superiore di  $y_{\alpha}$  è 11 [ $\mu m$ ] corrispondente a  $f_{pb} = 40$  [ $\mu m$ ].

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO Eh, IF, NT(nitr.) e NV(nitrocar.):

$$y_{\alpha} = 0.075 f_{pb} \quad (2.80)$$

Tale espressione è valida per tutte le velocità ma il limite superiore di  $y_{\alpha}$  è 3 [ $\mu m$ ] corrispondente a  $f_{pb} = 40$  [ $\mu m$ ].

Quando i materiali delle ruote dentate differiscono, andrebbero determinati  $y_{\alpha 1}$  del materiale del pignone e  $y_{\alpha 2}$  per il materiale della ruota condotta. Il valore medio è utilizzato per il calcolo:

$$y_{\alpha} = \frac{y_{\alpha 1} + y_{\alpha 2}}{2} \quad (2.81)$$

Il valore dell'indennità di rodaggio  $y_{\alpha}$  è l'ammontare la deviazione iniziale di base viene ridotta nel rodaggio dall'inizio delle operazioni. Il valore dell'indennità di rodaggio  $y_{\alpha}$  viene fornito anche graficamente in funzione della deviazione di base  $f_{pb}$  e della tensione limite a fatica del materiale  $\sigma_{Hlim}$ :

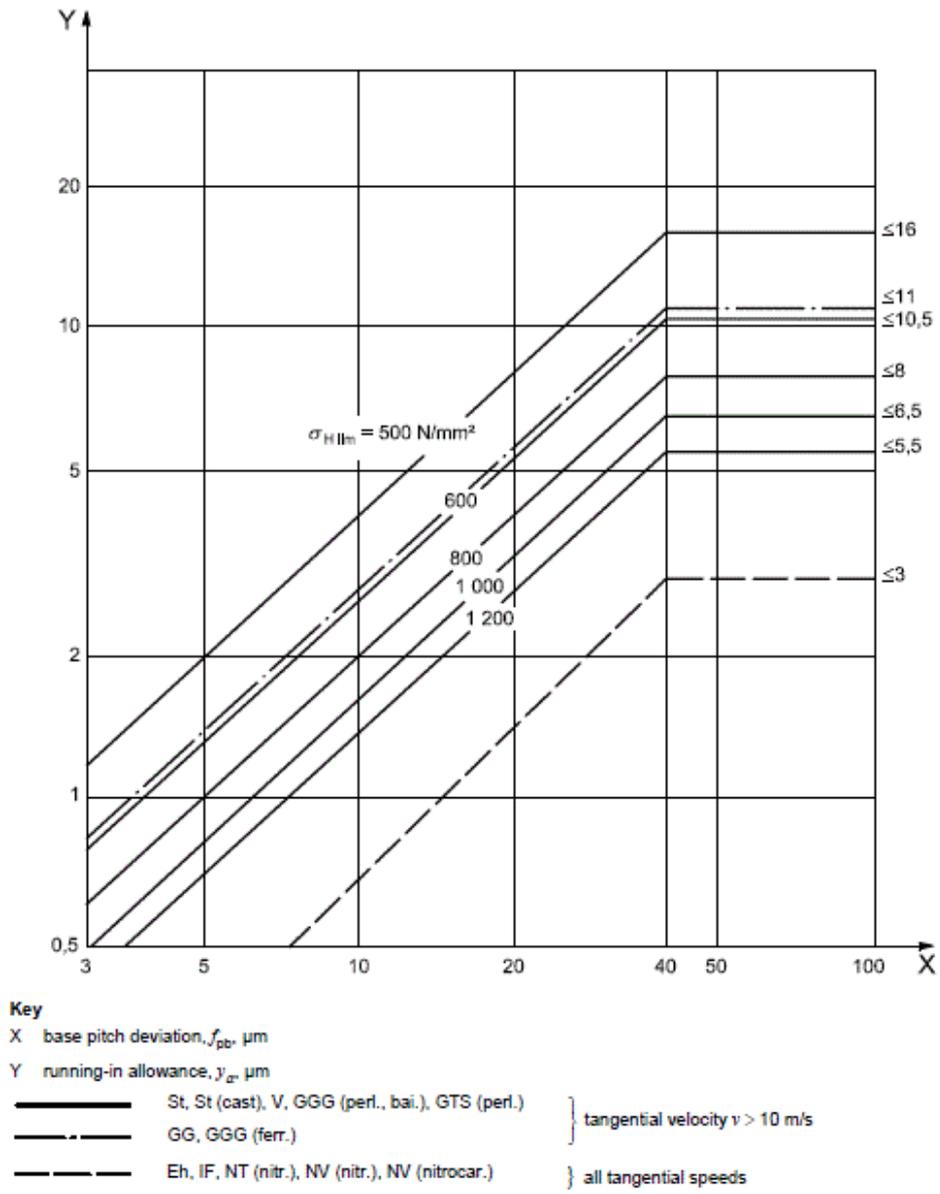
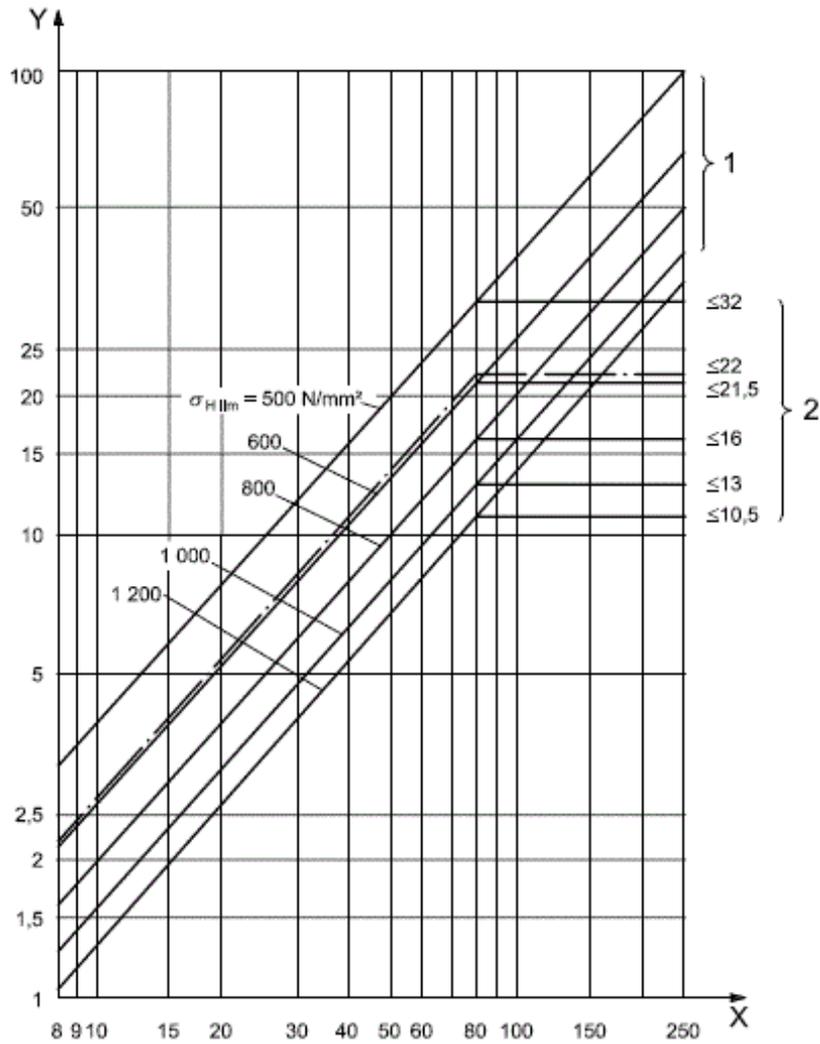


Figura 2.20 – Grafico dell'indennità di rodaggio  $y_{\alpha}$



**Key**

X base pitch deviation,  $f_{pb}$ ,  $\mu\text{m}$

Y running-in allowance,  $y_\alpha$ ,  $\mu\text{m}$

1 circumferential speed at reference circle  $v < 5 \text{ m/s}$

2 circumferential speed at reference circle  $5 < v < 10 \text{ m/s}$

———— St, St (cast), V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.)

----- GG, GGG (ferr.)

} tangential velocity  $v < 10 \text{ m/s}$

Figura 2.21 - Grafico dell'indennità di rodaggio  $y_\alpha$

$$z_{n1} = \frac{z_1}{(\cos \beta_b)^2 \cos \beta} \quad (2.82)$$

$$z_{n2} = \frac{z_2}{(\cos \beta_b)^2 \cos \beta} \quad (2.83)$$

$$\alpha_{pn} = \alpha_n \quad (2.84)$$

$$h_{fp} = h_a \quad (2.85)$$

$$C_B = \left[ 1.0 + 0.5 \left( 1.25 - \frac{h_{fp}}{m_n} \right) \right] [1.0 - 0.02(20^\circ - \alpha_{pn})] \quad (2.86)$$

Il fattore della dentiera di base  $C_B$  tiene conto delle deviazioni del reale profilo del dente creato dal profilo del dente standard della dentiera creatrice.

$$q' = C_1 + \frac{C_2}{z_{n1}} + \frac{C_3}{z_{n2}} + C_4x_1 + \frac{C_5x_1}{z_{n1}} + C_6x_2 + \frac{C_7x_2}{z_{n2}} + C_8x_1^2 + C_9x_2^2 \quad (2.87)$$

$q'$  è il valore minimo di flessibilità di una coppia di denti ingrananti.

Dove i valori dei coefficienti  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9$  sono riportati nella seguente tabella:

$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$	$C_9$
0,047 23	0,155 51	0,257 91	-0,006 35	-0,116 54	-0,001 93	-0,241 88	0,005 29	0,001 82

Tabella 2.34 – Tabella dei coefficienti  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9$

$$c'_{th} = \frac{1}{q'} \quad (2.88)$$

La rigidezza singola teorica  $c'_{th}$  è appropriata per ruote dentate a disco solido e per profili di denti realizzati con dentiere creatrici standard.

$$C_M = 0.8 \quad (2.89)$$

Il fattore di correzione  $C_M$  tiene conto delle differenze tra i valori misurati e i valori teorici calcolati per ruote dentate a disco solido.

$$C_R = 1.0 \quad (2.90)$$

Il fattore di marcia in bianco  $C_R$  tiene conto della flessibilità dei cerchioni e dei nastri della ruota dentata.

- Se  $\left(\frac{F_t K_A}{b}\right) < 100 \left[\frac{N}{mm}\right]$ :

$$c' = c'_{th} C_M C_B C_R \cos \beta \left(\frac{F_t K_A}{b}\right)^{0.25} \quad (2.91)$$

- Se  $\left(\frac{F_t K_A}{b}\right) \geq 100 \left[\frac{N}{mm}\right]$ :

$$c' = c'_{th} C_M C_B C_R \cos \beta \quad (2.92)$$

La rigidezza singola  $c'$  è la massima rigidezza di una singola coppia di ruote dentate a denti dritti. E' approssimativamente uguale alla massima rigidezza di una singola coppia di denti in contatto.

$$c_{\gamma\alpha} = c'(0.75\varepsilon_\alpha + 0.25) \quad (2.93)$$

Il valore medio di rigidezza di ingranamento per unità di larghezza di fascia  $c_{\gamma\alpha}$  è il valore medio della rigidezza di tutti i denti in un ingranamento.

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad (2.94)$$

- Se  $\varepsilon_\gamma \leq 2$ :

$$K_{H\alpha} = \frac{\varepsilon_\gamma}{2} \left[ 0.9 + 0.4 \frac{c_{\gamma\alpha}(f_{pb} - y_\alpha)}{\frac{F_{tH}}{b}} \right] \quad (2.95)$$

- Se  $\varepsilon_\gamma > 2$ :

$$K_{H\alpha} = 0.9 + 0.4 \sqrt{\frac{2(\varepsilon_{\gamma} - 1)}{\varepsilon_{\gamma}} \frac{c_{\gamma\alpha}(f_{pb} - \gamma_{\alpha})}{\frac{F_{tH}}{b}}} \quad (2.96)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$F_t$	Forza tangenziale scambiata tra le ruote dentate dell'ingranaggio	[N]
$F_{tH}$	Carico tangenziale determinante in un piano trasversale	[N]
$K_A$	Fattore di applicazione $K_A$	[-]
$K_V$	Fattore dinamico interno $K_V$	[-]
$K_{H\beta}$	Fattore di carico sulla faccia del dente	[-]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]
$\gamma_{\alpha}$	Fattore di indennità di rodaggio	[ $\mu\text{m}$ ]
$f_{pb}$	Deviazione di base trasversale	[ $\mu\text{m}$ ]
$\sigma_{Hlim}$	Tensione limite a fatica del materiale	[MPa]
$z_{n1}$	Numero di denti virtuale del pignone	[-]
$z_{n2}$	Numero di denti virtuale della ruota condotta	[-]
$\beta$	Angolo dell'elica dell'ingranaggio	[°]
$\beta_b$	Angolo dell'elica sul cilindro di base dell'ingranaggio	[°]
$\alpha_{pn}$	Angolo di pressione normale della dentiera creatrice	[°]
$\alpha_n$	Angolo di pressione normale dell'ingranaggio	[°]
$h_{fp}$	Dedendum della dentiera creatrice	[mm]
$h_a$	Addendum della ruota dentata	[mm]
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[mm]
$C_B$	fattore della dentiera di base	[-]
$q'$	Valore minimo di flessibilità di una coppia di denti ingrananti	$\left[ \frac{\text{mm}\mu\text{m}}{\text{N}} \right]$
$c'_{th}$	Rigidezza singola teorica	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}\mu\text{m}} \right]$
$C_M$	Fattore di correzione	[-]
$C_R$	Fattore di marcia in bianco	[-]
$c'$	Rigidezza singola	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}\mu\text{m}} \right]$
$\varepsilon_{\alpha}$	Rapporto di contatto trasversale	[-]
$\varepsilon_{\beta}$	Rapporto di sovrapposizione	[-]
$c_{\gamma\alpha}$	Valore medio di rigidezza di ingranamento per unità di larghezza di fascia	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}\mu\text{m}} \right]$
$\varepsilon_{\gamma}$	Rapporto di contatto totale	[-]
$x_1$	Fattore di correzione della dentatura del pignone	[-]
$x_2$	Fattore di correzione della dentatura della ruota condotta	[-]

Tabella 2.35

Per un primo dimensionamento conservativo si può assumere come valore per la deviazione di base trasversale  $f_{pb} = 150$  [ $\mu\text{m}$ ].

#### 2.10.1.1.16 Coefficiente di sicurezza $CS_{H,ISO,statica}$ e verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statica

Le espressioni per il calcolo del coefficiente di sicurezza al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statico  $CS_{H,ISO,statica}$  sono le seguenti:

$$S_{Hmin,statica} = CS_{H,ISO,statica,min} \geq 1.0 \quad (2.97)$$

$$\sigma_{HP,ISO,statica} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_R Z_W Z_X}{S_{Hmin,statica}} \quad (2.98)$$

$$\sigma_{H0,ISO,statica} = Z_H Z_E Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t \frac{\tau + 1}{\tau}}{2r_1 b}} \quad (2.99)$$

$$\sigma_{H,ISO,statica} = Z_B \sigma_{H0,ISO,statica} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \quad (2.100)$$

$$\sigma_{HG,ISO,statica} = S_{Hmin,statica} \sigma_{HP,ISO,statica} \quad (2.101)$$

$$CS_{H,ISO,statica} = \frac{\sigma_{HG,ISO,statica}}{\sigma_{H,ISO,statica}} \quad (2.102)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\sigma_{Hlim}$	Tensione limite a fatica del materiale	[MPa]
$F_t$	Forza tangenziale scambiata tra le ruote dentate dell'ingranaggio	[N]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]
$r_1$	Raggio primitivo del pignone	[mm]
$\tau$	Rapporto di trasmissione dell'ingranaggio	[-]
$Z_{NT}$	Fattore di vita	[-]
$Z_L$	Fattore di lubrificazione	[-]
$Z_R$	Fattore di rugosità	[-]
$Z_W$	Fattore di indurimento in esercizio	[-]
$Z_X$	Fattore di dimensione	[-]
$Z_H$	Fattore di zona	[-]
$Z_E$	Fattore di elasticità	[-]
$Z_\varepsilon$	Fattore di contatto	[-]
$Z_\beta$	Fattore dell'angolo dell'elica	[-]
$K_A$	Fattore di applicazione	[-]
$K_V$	Fattore dinamico interno	[-]
$K_{H\beta}$	Fattore di carico sulla faccia del dente	[-]
$K_{H\alpha}$	Fattore di carico trasversale	[-]
$S_{Hmin,statica}$	Coefficiente di sicurezza minimo da garantire per la verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statica	[-]
$CS_{H,ISO,statica,min}$	Coefficiente di sicurezza al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statico	[-]
$\sigma_{HP,ISO,statica}$	Tensione di contatto ammissibile	[MPa]
$\sigma_{H0,ISO,statica}$	Tensione di contatto nominale	[MPa]
$\sigma_{H,ISO,statica}$	Tensione di contatto	[MPa]
$\sigma_{HG,ISO,statica}$	Tensione limite di pitting	[MPa]

Tabella 2.36

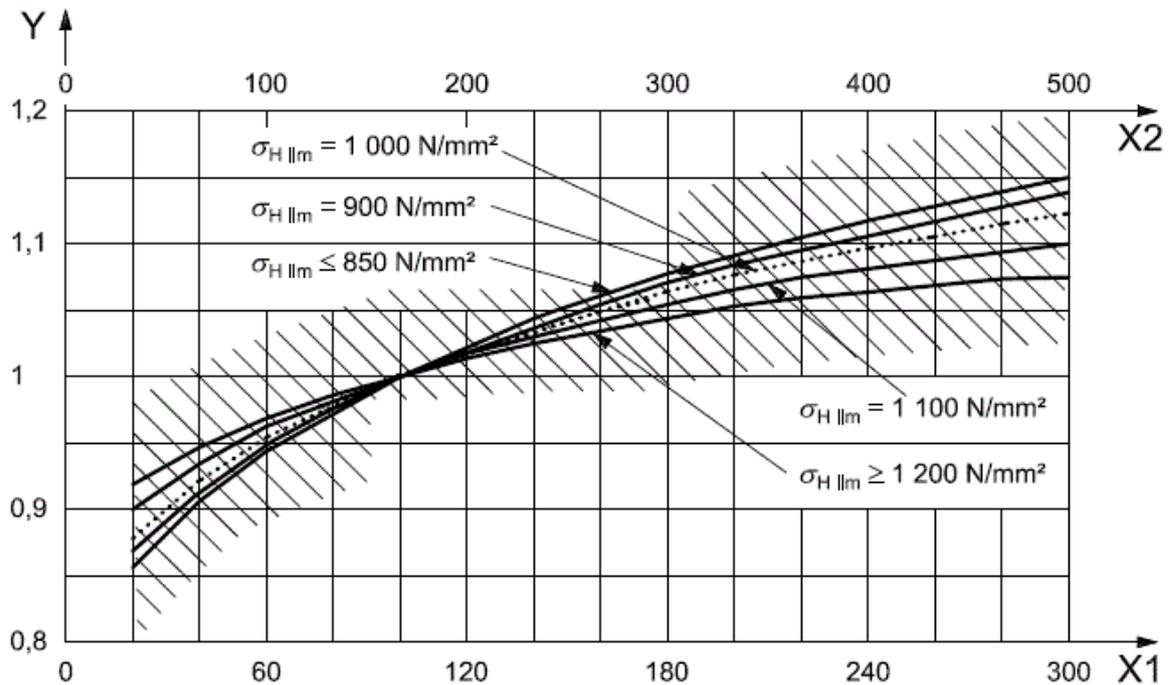
### 2.10.1.2 Verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) a fatica

Vengono riportati nel seguito i coefficienti e le modalità di calcolo necessari per effettuare la verifica al pitting a fatica della singola ruota dentata dell'ingranaggio. Vengono riportati solamente i fattori che cambiano rispetto ai fattori utilizzati per la verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) statica.

#### 2.10.1.2.1 Determinazione del fattore $Z_L$

Il fattore di lubrificazione  $Z_L$  tiene conto dell'influenza della viscosità nominale del lubrificante sull'effetto del film di lubrificante. Il fattore di lubrificazione  $Z_L$  per oli minerali (con o senza pressione estrema, EP,

additivi) può essere determinato come una funzione della viscosità nominale a 40 [°C] oppure a 50 [°C] e del valore della tensione ammissibile  $\sigma_{Hlim}$  del meno resistente dei materiali delle ruote dentate dell'ingranaggio. Il valore del fattore di lubrificazione  $Z_L$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

- X1 nominal viscosity at 50 °C,  $\nu_{50}$ , mm<sup>2</sup>/s
- X2 nominal viscosity at 40 °C,  $\nu_{40}$ , mm<sup>2</sup>/s
- Y lubricant factor,  $Z_L$

Figura 2.22 – Grafico del fattore di lubrificazione  $Z_L$

Le espressioni per il calcolo del fattore di lubrificazione  $Z_L$  sono le seguenti:

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4(1.0 - C_{ZL})}{\left(1.2 + \frac{80}{\nu_{50}}\right)^2} = C_{ZL} + \frac{4(1.0 - C_{ZL})}{\left(1.2 + \frac{134}{\nu_{40}}\right)^2} \quad (2.103)$$

- Per  $850 \text{ [MPa]} \leq \sigma_{Hlim} \leq 1200 \text{ [MPa]}$ :

$$C_{ZL} = \frac{\sigma_{Hlim}}{4375} + 0.6357 \quad (2.104)$$

- Per  $\sigma_{Hlim} < 850 \text{ [MPa]}$ :

$$C_{ZL} = 0.83 \quad (2.105)$$

- Per  $\sigma_{Hlim} > 1200 \text{ [MPa]}$ :

$$C_{ZL} = 0.91 \quad (2.106)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\sigma_{Hlim}$	Tensione limite a fatica del materiale	[MPa]
$\nu_{40}$	Viscosità nominale a 40 [°C]	[mm <sup>2</sup> /s]
$\nu_{50}$	Viscosità nominale a 50 [°C]	[mm <sup>2</sup> /s]

Tabella 2.37

Per valutare i valori delle viscosità nominali  $\nu_{40}$  a 40 [°C] e  $\nu_{50}$  a 50 [°C] si può consultare la tabella fornita dalla Normativa ISO:

ISO viscosity class (grade)		VG 32 <sup>a</sup>	VG 46 <sup>a</sup>	VG 68 <sup>a</sup>	VG 100	VG 150	VG 220	VG 320
Nominal viscosity, mm <sup>2</sup> /s	$\nu_{40}$	32	46	68	100	150	220	320
	$\nu_{50}$	21	30	43	61	89	125	180
Viscosity parameter	$\nu_t$	0,040	0,067	0,107	0,158	0,227	0,295	0,370

<sup>a</sup> Only for high speed transmission.

Tabella 2.38 – Tabella dei parametri di viscosità degli oli minerali

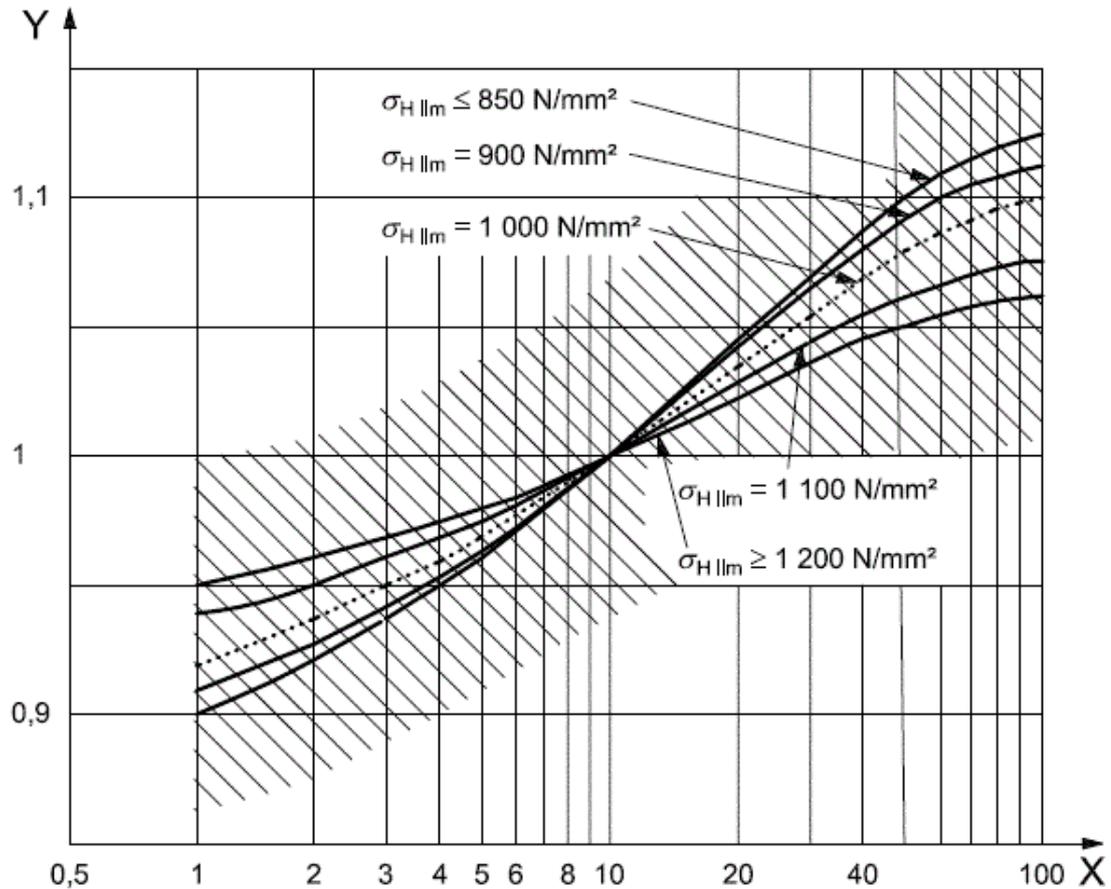
Assumendo di utilizzare l'olio minerale più scadente VG 32 i valori selezionati sono:

$$\nu_{40} = 32 \left[ \frac{mm^2}{s} \right] \quad (2.107)$$

$$\nu_{50} = 21 \left[ \frac{mm^2}{s} \right] \quad (2.108)$$

#### 2.10.1.2.2 Determinazione del fattore $Z_V$

Il fattore di velocità  $Z_V$  tiene conto dell'influenza della velocità in corrispondenza del cerchio primitivo sull'effetto del film lubrificante. Il fattore di velocità  $Z_V$  può essere determinato come una funzione della velocità in corrispondenza della circonferenza primitiva e del valore della tensione ammissibile  $\sigma_{Hlim}$  del meno resistente dei materiali delle ruote dentate dell'ingranaggio. Il valore del fattore di velocità  $Z_V$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

- X pitch line velocity,  $v$ , m/s
- Y velocity factor,  $Z_V$

Figura 2.23 – Grafico del fattore di velocità  $Z_V$

Le espressioni per il calcolo del fattore di velocità  $Z_V$  sono le seguenti:

$$V = \omega_{input} r_{input} = \omega_{output} r_{output} \quad (2.109)$$

$$C_{ZV} = C_{ZL} + 0.02 \quad (2.110)$$

$$Z_V = C_{ZV} + \frac{2(1.0 - C_{ZV})}{\sqrt{0.8 + \frac{32}{V}}} \quad (2.111)$$

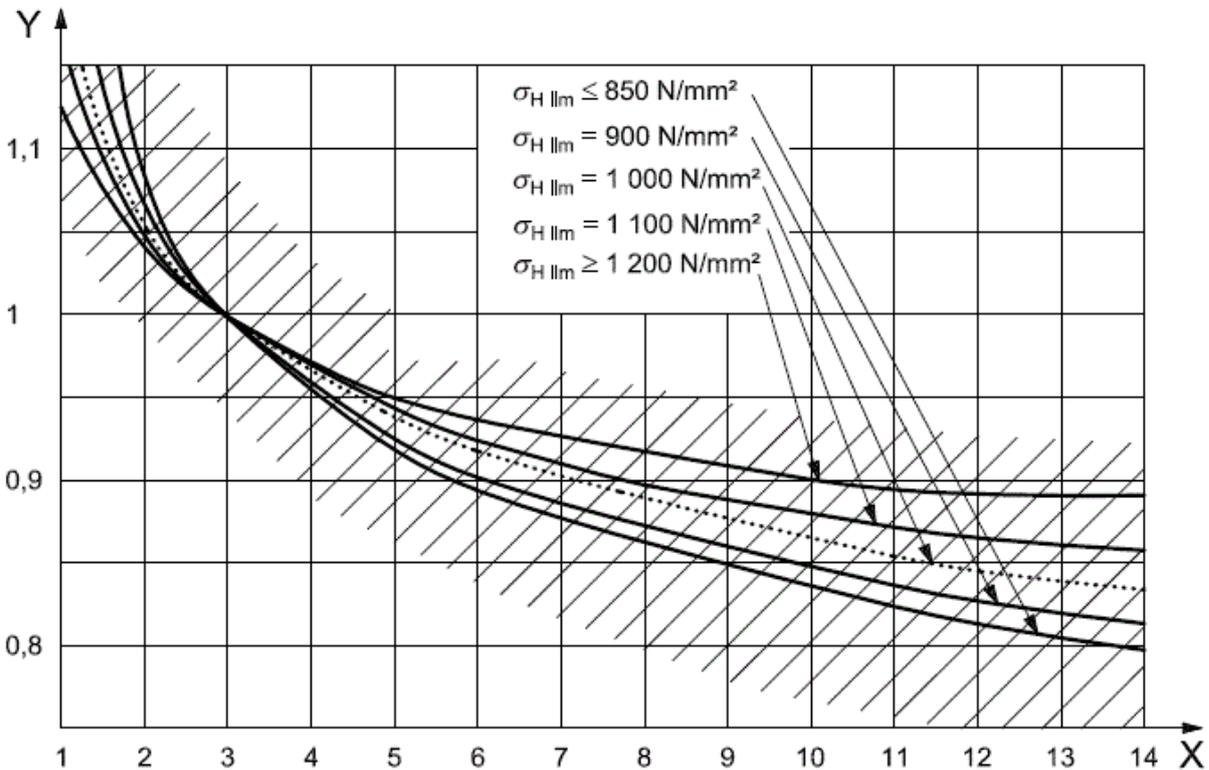
Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$r_{input}$	Raggio primitivo della ruota di input	[m]
$r_{output}$	Raggio primitivo della ruota di output	[m]
$\omega_{input}$	Velocità di rotazione della ruota di input	[rad/s]
$\omega_{output}$	Velocità di rotazione della ruota di output	[rad/s]
$V$	Velocità di rotazione in corrispondenza della circonferenza primitiva	[m/s]

Tabella 2.39

### 2.10.1.2.3 Determinazione del fattore $Z_R$

Il fattore di rugosità  $Z_R$  tiene conto dell'influenza della rugosità superficiale dei fianchi del dente dopo il rodaggio (come processo di fabbricazione) sull'effetto del film di lubrificante. Il fattore di rugosità  $Z_R$  può essere determinato come una funzione della rugosità superficiale dei fianchi dei denti, delle dimensioni come il raggio di curvatura relativa  $\rho_{red}$  e del valore della tensione ammissibile  $\sigma_{Hlim}$  del meno resistente dei materiali delle ruote dentate dell'ingranaggio. Il valore del fattore di velocità  $Z_V$  viene anche fornito graficamente:



#### Key

X mean relative peak-to-valley roughness,  $R_{z10}$ ,  $\mu\text{m}$

Y roughness factor,  $Z_R$

Figura 2.24 – Grafico del fattore di rugosità  $Z_R$

Le espressioni per il calcolo del fattore di rugosità  $Z_R$  sono le seguenti:

- Per  $850 [\text{MPa}] \leq \sigma_{Hlim} \leq 1200 [\text{MPa}]$ :

$$C_{ZR} = 0.32 - 0.0002\sigma_{Hlim} \quad (2.112)$$

- Per  $\sigma_{Hlim} < 850 [\text{MPa}]$ :

$$C_{ZR} = 0.15 \quad (2.113)$$

- Per  $\sigma_{Hlim} > 1200 [\text{MPa}]$ :

$$C_{ZR} = 0.08 \quad (2.114)$$

$$\rho_1 = 0.5d_{b1} \tan \alpha_{wt} \quad (2.115)$$

$$\rho_2 = 0.5d_{b2} \tan \alpha_{wt} \quad (2.116)$$

$$\rho_{red} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (2.117)$$

$$Rz = \frac{Rz_1 + Rz_2}{2} \quad (2.118)$$

$$Rz_{10} = Rz \sqrt[3]{\frac{10}{\rho_{red}}} \quad (2.119)$$

$$Z_R = \left( \frac{3}{Rz_{10}} \right)^{C_{ZR}} \quad (2.120)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\sigma_{Hlim}$	Tensione limite a fatica del materiale	[MPa]
$\alpha_{wt}$	Angolo di pressione tangenziale di lavoro dell'ingranaggio	[°]
$d_{b1}$	Diametro di base del pignone	[mm]
$d_{b2}$	Diametro di base della ruota condotta	[mm]
$Rz_1$	Rugosità superficiale del pignone	[μm]
$Rz_2$	Rugosità superficiale della ruota condotta	[μm]
$Rz$	Rugosità media da picco a valle dell'ingranaggio	[μm]
$Rz_{10}$	Rugosità media relativa da picco a valle dell'ingranaggio	[μm]
$\rho_{red}$	Raggio di curvatura relativa	[mm]

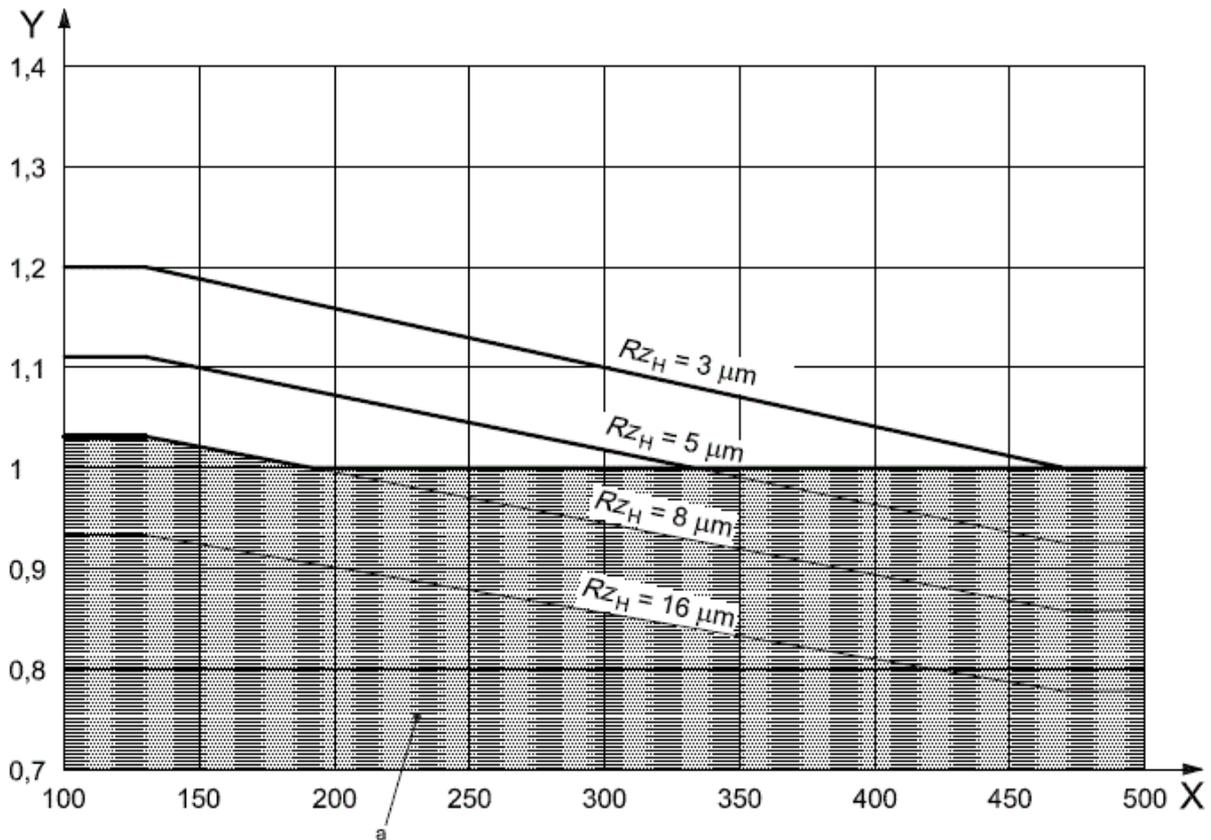
Tabella 2.40

Per un calcolo di primo dimensionamento possono essere assunti i seguenti valori per le rugosità di pignone e ruota condotta:

$$Rz_1 = Rz_2 = 3 [\mu m] \quad (2.121)$$

#### 2.10.1.2.4 Determinazione del fattore $Z_W$

Il fattore di indurimento in esercizio  $Z_W$  tiene conto dell'aumento della durezza superficiale a causa dell'ingranamento di ruote realizzate in acciaio (acciaio strutturale o acciaio indurito) che provoca una maggiore durezza o sostanzialmente un pignone più duro con fianchi dei denti regolari. L'incremento della durezza superficiale della ruota leggera dipende non solo da ogni indurimento di lavoro di questa ruota, ma anche da altre influenze come: la levigatura che è influenzata dal lubrificante, la lega di elementi e tensioni interne al materiale leggero, la rugosità del pignone indurito, le tensioni di contatto e i processi di indurimento. Il valore del fattore di indurimento in esercizio  $Z_W$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

X tooth flank hardness of softer wheel, HB

Y work hardening factor,  $Z_W$

a Shaded area:  $Z_W = 1$ . Effects of wear (not covered by ISO 6336).

Figura 2.25 – Grafico del fattore di indurimento in esercizio  $Z_W$

Dove la rugosità equivalente  $Rz_H$  viene calcolata mediante le seguenti espressioni:

$$\rho_1 = 0.5d_{b1} \tan \alpha_{wt} \quad (2.122)$$

$$\rho_2 = 0.5d_{b2} \tan \alpha_{wt} \quad (2.123)$$

$$\rho_{red} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (2.124)$$

$$Rz_H = \frac{Rz_1 \left(\frac{10}{\rho_{red}}\right)^{0.33} \left(\frac{Rz_1}{Rz_2}\right)^{0.66}}{\left(\frac{v_{40} V}{1500}\right)^{0.33}} \quad (2.125)$$

• Se  $Rz_H > 16$  allora  $Rz_H = 16 [\mu m]$  (2.126)

• Se  $Rz_H < 3$  allora  $Rz_H = 3 [\mu m]$  (2.127)

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$Rz_1$	Rugosità superficiale del pignone	$[\mu m]$
$Rz_2$	Rugosità superficiale della ruota condotta	$[\mu m]$

$\rho_{red}$	Raggio di curvatura relativa	[mm]
$\nu_{40}$	Viscosità nominale a 40 [°C]	[mm <sup>2</sup> /s]
$V$	Velocità di rotazione in corrispondenza della circonferenza primitiva	[m/s]
$\alpha_{wt}$	Angolo di pressione tangenziale di lavoro dell'ingranaggio	[°]
$d_{b1}$	Diametro di base del pignone	[mm]
$d_{b2}$	Diametro di base della ruota condotta	[mm]

Tabella 2.41

Le espressioni per il calcolo del fattore di indurimento in esercizio  $Z_W$  sono le seguenti:

- Per  $130 \leq HB \leq 470$ :

$$Z_W = \left(1.2 - \frac{HB - 130}{1700}\right) \left(\frac{3}{RZ_H}\right)^{0.15} \quad (2.128)$$

- Per  $HB < 130$ :

$$Z_W = 1.2 \left(\frac{3}{RZ_H}\right)^{0.15} \quad (2.129)$$

- Per  $HB > 470$ :

$$Z_W = \left(\frac{3}{RZ_H}\right)^{0.15} \quad (2.130)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$HB$	Durezza superficiale dei fianchi dei denti della ruota meno resistente dell'ingranaggio in Brinell	[HB]

Tabella 2.42

### 2.10.1.2.5 Determinazione del fattore $Z_{NT}$

Il fattore di vita  $Z_{NT}$  tiene conto di una maggiore tensione di contatto, inclusa la tensione di contatto statica, che può essere tollerabile per una vita limitata in termini di cicli di carico. Per la verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) a fatica il fattore di vita  $Z_{NT}$  assume il valore 1.0.

### 2.10.1.2.6 Coefficiente di sicurezza $CS_{H,ISO,fatica}$ e verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) a fatica

Le espressioni per il calcolo del coefficiente di sicurezza al pitting (o contatto Hertziano superficiale) a fatica  $CS_{H,ISO,fatica}$  sono le seguenti:

$$S_{Hmin,fatica} = CS_{H,ISO,fatica,min} \geq 1.0 \quad (2.131)$$

$$\sigma_{HP,ISO,ref,fatica} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_R Z_W Z_X}{S_{Hmin,fatica}} \quad (2.132)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO St, St(cast), V, V(cast), GGG(perl.,bai.), GTS(perl.), Eh e IF:

$$\sigma_{HP,ISO,fatica} = \sigma_{HP,ISO,ref,fatica} \left(5 \frac{10^7}{10^5}\right)^{0.3705 \log_{10} \left(\frac{\sigma_{HP,ISO,statica}}{\sigma_{HP,ISO,ref,fatica}}\right)} \quad (2.133)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO GG, GGG(ferr.), NT e NV:

$$\sigma_{HP,ISO,fatica} = \sigma_{HP,ISO,ref,fatica} \left( 5 \frac{10^6}{10^5} \right)^{0.7686 \log_{10} \left( \frac{\sigma_{HP,ISO,statica}}{\sigma_{HP,ISO,ref,fatica}} \right)} \quad (2.134)$$

$$\sigma_{H0,ISO,fatica} = Z_H Z_E Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t \frac{\tau + 1}{\tau}}{2r_1 b}} \quad (2.135)$$

$$\sigma_{H,ISO,fatica} = Z_B \sigma_{H0,ISO,fatica} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \quad (2.136)$$

$$\sigma_{HG,ISO,fatica} = S_{Hmin,statica} \sigma_{HP,ISO,fatica} \quad (2.137)$$

$$CS_{H,ISO,fatica} = \frac{\sigma_{HG,ISO,fatica}}{\sigma_{H,ISO,fatica}} \quad (2.138)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\sigma_{Hlim}$	Tensione limite a fatica del materiale	[MPa]
$F_t$	Forza tangenziale scambiata tra le ruote dentate dell'ingranaggio	[N]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]
$r_1$	Raggio primitivo del pignone	[mm]
$\tau$	Rapporto di trasmissione dell'ingranaggio	[-]
$Z_{NT}$	Fattore di vita	[-]
$Z_L$	Fattore di lubrificazione	[-]
$Z_R$	Fattore di rugosità	[-]
$Z_W$	Fattore di indurimento in esercizio	[-]
$Z_X$	Fattore di dimensione	[-]
$Z_H$	Fattore di zona	[-]
$Z_E$	Fattore di elasticità	[-]
$Z_\varepsilon$	Fattore di contatto	[-]
$Z_\beta$	Fattore dell'angolo dell'elica	[-]
$K_A$	Fattore di applicazione	[-]
$K_V$	Fattore dinamico interno	[-]
$K_{H\beta}$	Fattore di carico sulla faccia del dente	[-]
$K_{H\alpha}$	Fattore di carico trasversale	[-]
$S_{Hmin,fatica}$	Coefficiente di sicurezza minimo da garantire per la verifica al pitting (o contatto Hertziano superficiale) a fatica	[-]
$CS_{H,ISO,fatica,min}$	Coefficiente al pitting (o contatto Hertziano superficiale) a fatica	[-]
$\sigma_{HP,ISO,ref,fatica}$	Tensione di contatto ammissibile di riferimento	[MPa]
$\sigma_{HP,ISO,fatica}$	Tensione di contatto ammissibile	[MPa]
$\sigma_{H0,ISO,fatica}$	Tensione di contatto nominale	[MPa]
$\sigma_{H,ISO,fatica}$	Tensione di contatto	[MPa]
$\sigma_{HG,ISO,fatica}$	Tensione limite di pitting	[MPa]

Tabella 2.43

### 2.10.2 Verifica a flessione del dente

La flessione del dente è un fenomeno che si genera all'interno delle ruote dentate ingrananti in quanto le forze scambiata durante l'ingranamento generano uno stato tensionale di flessione nel dente con la sezione maggiormente sollecitata situata nei pressi della base del dente. Per prevenire che il materiale delle ruote dentate in presa possa incorrere in possibili cedimenti è necessario dimensionare le ruote dentate e verificare che siano esclusi fenomeni di collasso. La flessione del dente può presentarsi sia in regime di sollecitazione

statica che in regime di sollecitazione a fatica. A causa della complessità di calcolo e di valutazione del danneggiamento provocato dalla flessione del dente è decisamente utile ricorrere alla normativa ISO che fornisce chiarimenti e formulazioni per poter eseguire il dimensionamento e la verifica dell'ingranaggio a flessione del dente.

### 2.10.2.1 Verifica a flessione del dente statica

Vengono riportati nel seguito i coefficienti e le modalità di calcolo necessari per effettuare la verifica a flessione del dente statica della singola ruota dentata dell'ingranaggio.

#### 2.10.2.1.1 Determinazione del fattore $Y_F$

Il fattore di forma  $Y_F$  tiene conto della forma del dente sulla tensione nominale alla base del dente. Il fattore di forma  $Y_F$  è rilevante per l'applicazione del carico al punto di uscita del contatto della singola coppia di denti in presa. Per la comprensione di alcuni parametri vengono riportate le seguenti figure:

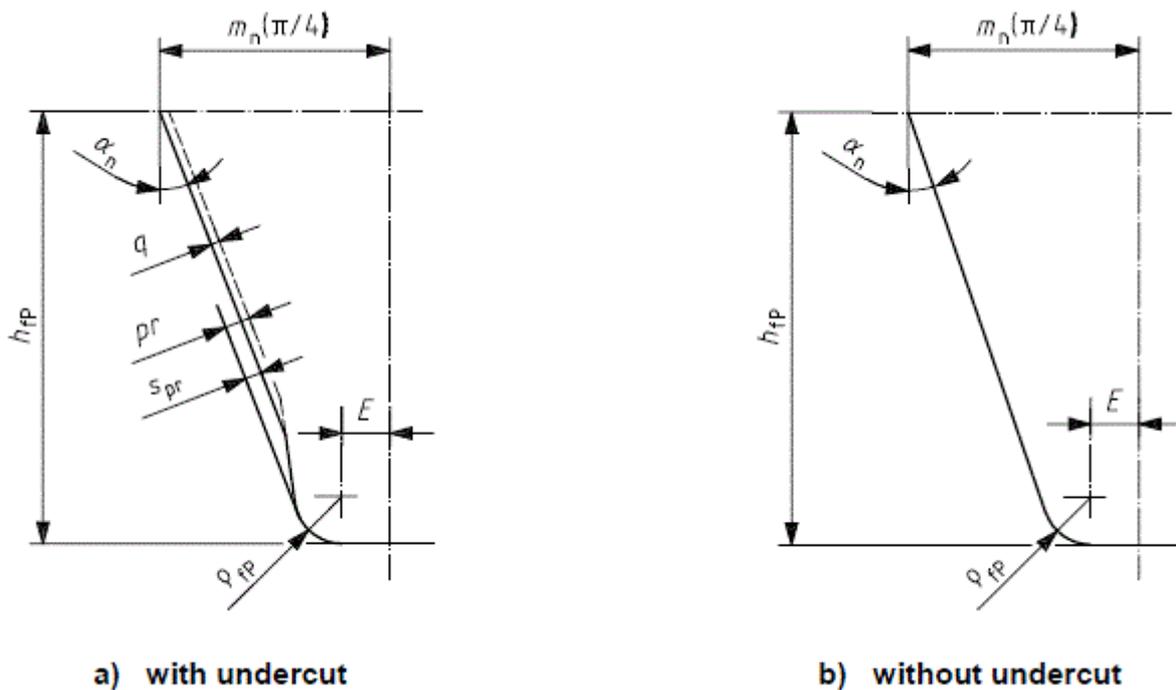
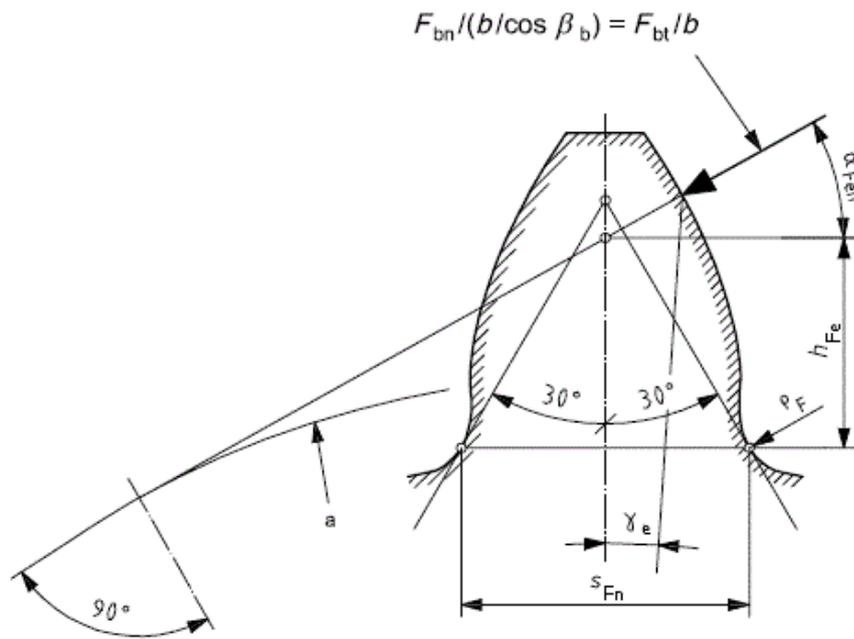
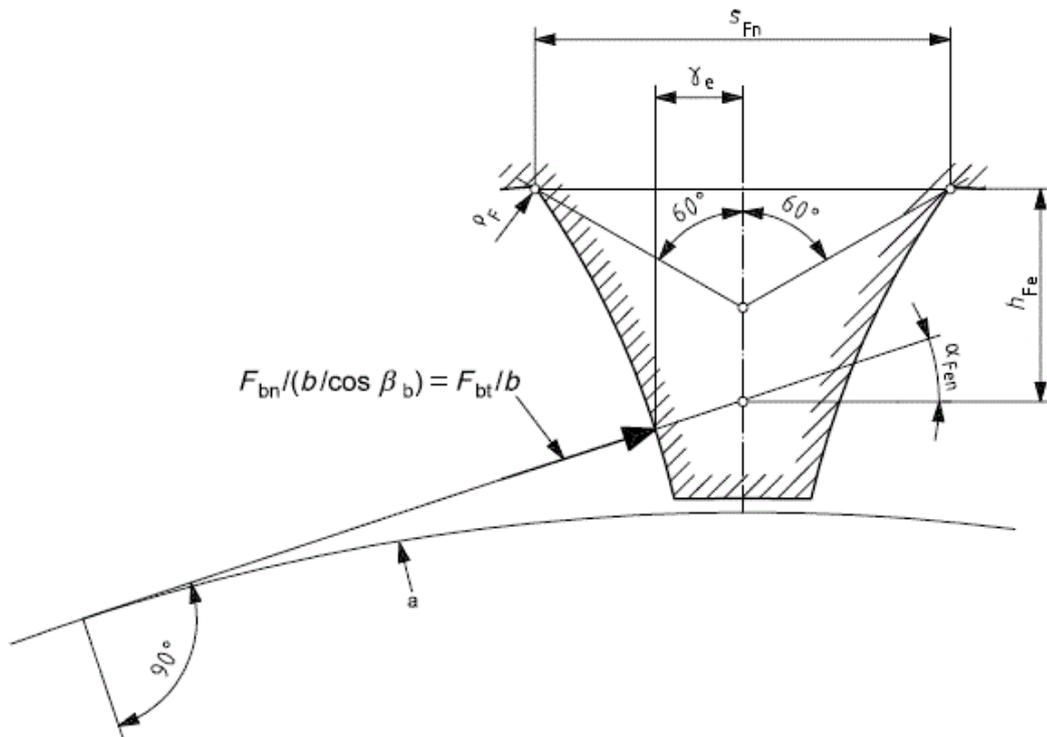


Figura 2.26 – Dimensioni e profilo del dente della dentiera creatrice (profilo finito)



a Base circle.

Figura 2.27 – Determinazione delle dimensioni della corda normale in corrispondenza della sezione critica alla base del dente (Ruote esterne)



a Base circle.

Figura 2.28 - Determinazione delle dimensioni della corda normale in corrispondenza della sezione critica alla base del dente (Ruote interne)

Le espressioni per il calcolo del fattore di forma  $Y_F$  sono le seguenti:

$$z_n = \frac{z}{(\cos \beta_b)^2 \cos \beta} \quad (2.139)$$

$$\varepsilon_{an} = \frac{\varepsilon_\alpha}{(\cos \beta_b)^2} \quad (2.140)$$

$$d_n = m_n z_n \quad (2.141)$$

$$p_{bn} = \pi m_n \cos \alpha_n \quad (2.142)$$

$$d_{bn} = d_n \cos \alpha_n \quad (2.143)$$

$$d_{an} = d_n + d_a - d \quad (2.144)$$

$$d_{en} = 2 \frac{z}{|z|} \sqrt{\left[ \left( \frac{d_{an}}{2} \right)^2 - \left( \frac{d_{bn}}{2} \right)^2 - \frac{\pi d \cos \beta \cos \alpha_n}{|z|} (\varepsilon_{an} - 1) \right]^2 + \left( \frac{d_{bn}}{2} \right)^2} \quad (2.145)$$

Il numero di denti  $z$  è positivo per ruote dentate esterne e negativo per ruote dentate interne.

$$\alpha_{en} = \cos^{-1} \left( \frac{d_{bn}}{d_{en}} \right) \quad (2.146)$$

$$\gamma_e = \frac{0.5\pi + 2 \tan \alpha_n x}{z_n} + \text{inv } \alpha_n - \text{inv } \alpha_{en} = \frac{0.5\pi + 2 \tan \alpha_n x}{z_n} + (\tan \alpha_n - \alpha_n) - (\tan \alpha_{en} - \alpha_{en}) \quad (2.147)$$

$$\alpha_{Fen} = \alpha_{en} - \gamma_e = \tan \alpha_{en} - \text{inv } \alpha_n - \frac{0.5\pi + 2 \tan \alpha_n x}{z_n} \quad (2.148)$$

$$s_{pr} = -x m_n \quad (2.149)$$

$$\rho_{fP} = 0.38 m_n \quad (2.150)$$

$$E_{flessione} = \frac{\pi}{4} m_n - h_{fP} \tan \alpha_n + \frac{s_{pr}}{\cos \alpha_n} - (1 - \sin \alpha_n) \frac{\rho_{fP}}{\cos \alpha_n} \quad (2.151)$$

- Per ruote dentate esterne:

$$\rho_{fPv} = \rho_{fP} \quad (2.152)$$

- Per ruote dentate interne:

$$\rho_{fPv} \approx \rho_{fP} + m_n \frac{\left( x_0 + \frac{h_{fP}}{m_n} - \frac{\rho_{fP}}{m_n} \right)^{1.95}}{3.156(1.036)^{z_0}} \quad (2.153)$$

$$G = \frac{\rho_{fPv}}{m_n} - \frac{h_{fP}}{m_n} + x \quad (2.154)$$

- Per ruote dentate esterne:

$$T = \frac{\pi}{3} \quad (2.155)$$

- Per ruote dentate interne:

$$T = \frac{\pi}{6} \quad (2.156)$$

$$H = \frac{2}{z_n} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{E_{flessione}}{m_n} \right) - T \quad (2.157)$$

$$\theta = \frac{2G}{z_n} \tan \theta - H \quad (2.158)$$

Il valore  $\theta = \frac{\pi}{6}$  per ruote dentate esterne e  $\theta = \frac{\pi}{3}$  per ruote dentate interne può essere utilizzato come valore iniziale per il calcolo iterativo di  $\theta$ .

- Per ruote dentate esterne:

$$s_{Fn} = m_n \left[ z_n \sin \left( \frac{\pi}{3} - \theta \right) + \sqrt{3} \left( \frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fPv}}{m_n} \right) \right] \quad (2.159)$$

- Per ruote dentate interne:

$$s_{Fn} = m_n \left[ z_n \sin \left( \frac{\pi}{6} - \theta \right) + \left( \frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fPv}}{m_n} \right) \right] \quad (2.160)$$

$$\rho_F = \rho_{fPv} + \frac{2G^2 m_n}{\cos \theta [ |z_n| (\cos \theta)^2 - 2G ]} \quad (2.161)$$

- Per ruote dentate esterne:

$$h_{Fe} = \frac{m_n}{2} \left[ (\cos \gamma_e - \sin \gamma_e \tan \alpha_{Fen}) \frac{d_{en}}{m_n} - z_n \cos \left( \frac{\pi}{3} - \theta \right) - \left( \frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fPv}}{m_n} \right) \right] \quad (2.162)$$

- Per ruote dentate interne:

$$h_{Fe} = \frac{m_n}{2} \left[ (\cos \gamma_e - \sin \gamma_e \tan \alpha_{Fen}) \frac{d_{en}}{m_n} - z_n \cos \left( \frac{\pi}{6} - \theta \right) - \sqrt{3} \left( \frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fPv}}{m_n} \right) \right] \quad (2.163)$$

$$Y_F = \frac{6h_{Fe} \cos \alpha_{Fen}}{\left( \frac{s_{Fn}}{m_n} \right)^2 \cos \alpha_n} \quad (2.164)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$z$	Numero di denti della ruota dentata	[-]
$z_n$	Numero di denti virtuale della ruota dentata	[-]
$\beta$	Angolo dell'elica dell'ingranaggio	[°]
$\beta_b$	Angolo dell'elica sul cilindro di base dell'ingranaggio	[°]
$\varepsilon_\alpha$	Rapporto di contatto trasversale	[-]
$\varepsilon_{\alpha n}$	Rapporto di contatto trasversale virtuale	[-]
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[mm]
$\alpha_n$	Angolo di pressione normale dell'ingranaggio	[°]
$d$	Diametro primitivo della ruota dentata	[mm]
$d_a$	Diametro di troncatura esterna della ruota dentata	[mm]
$d_b$	Diametro di base della ruota dentata	[mm]
$p_{bn}$	Passo normale sul cilindro di base	[mm]
$d_n$	Diametro primitivo della ruota dentata sul piano normale	[mm]
$d_{an}$	Diametro di troncatura esterna della ruota dentata sul piano normale	[mm]
$d_{bn}$	Diametro di base della ruota dentata sul piano normale	[mm]
$d_e$	Diametro del cerchio che passa per il punto del segmento dei contatti di una singola coppia di denti	[mm]
$d_{en}$	Diametro del cerchio che passa per il punto del segmento dei contatti di una singola coppia di denti sul piano normale	[mm]
$\alpha_n$	Angolo di pressione normale dell'ingranaggio	[°]
$\alpha_{en}$	Angolo di pressione del fattore di forma, è l'angolo di pressione al punto di uscita del contatto della singola coppia di denti delle ruote dentate a denti dritti virtuali	[°]
$\chi$	Fattore di correzione della ruota dentata	[-]

$\alpha_{Fen}$	Angolo della direzione di carico rilevante alla direzione di applicazione del carico al punto di uscita del contatto della singola coppia di denti delle ruote dentate a denti dritti virtuali	[°]
$s_{pr}$	Raccordo residuo di undercut	[mm]
$\rho_{fP}$	Raggio di raccordo alla base del dente della dentiera creatrice per ruote dentate cilindriche	[mm]
$h_{fP}$	Dedendum della dentiera creatrice per ruote dentate cilindriche	[mm]
$x_0$	Fattore di correzione del pignone creatore	[-]
$z_0$	Numero di denti del pignone creatore	[-]
$s_{Fn}$	Corda della sezione critica alla base del dente	[mm]
$\rho_F$	Raggio della sezione critica alla base del dente	[mm]
$h_{Fe}$	Braccio del momento flettente per la tensione alla base del dente rilevante per l'applicazione del carico al punto di uscita del contatto della singola coppia di denti	[mm]

Tabella 2.44

### 2.10.2.1.2 Determinazione del fattore $Y_S$

Il fattore di correzione della tensione  $Y_S$  viene utilizzato per convertire la tensione nominale alla base del dente nella tensione locale alla base del dente. Il fattore di correzione della tensione  $Y_S$  tiene conto di:

- Effetto di amplificazione della tensione a causa del cambiamento di sezione al raggio di raccordo alla base del dente;
- La valutazione del sistema di tensione reale alla sezione critica alla base del dente del sistema semplice di valutazione presentato. L'intensità della tensione locale alla base del dente è composta da due componenti, una delle quali è direttamente influenzata dal valore del momento flettente e l'altra componente aumenta approssimativamente vicino alla sezione critica della posizione determinante di applicazione del carico.

Le espressioni per il calcolo del fattore di correzione della tensione  $Y_S$  sono le seguenti:

$$L = \frac{s_{Fn}}{h_{Fe}} \quad (2.165)$$

$$q_s = \frac{s_{Fn}}{2\rho_F} \quad (2.166)$$

$$Y_S = (1.2 + 0.13L)q_s \left[ \frac{1}{1.21 + \frac{2.3}{L}} \right] \quad (2.167)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$s_{Fn}$	Corda della sezione critica alla base del dente	[mm]
$\rho_F$	Raggio della sezione critica alla base del dente	[mm]
$h_{Fe}$	Braccio del momento flettente per la tensione alla base del dente rilevante per l'applicazione del carico al punto di uscita del contatto della singola coppia di denti	[mm]
$q_s$	Parametro di intaglio	[-]

Tabella 2.45

### 2.10.2.1.3 Determinazione del fattore $Y_{ST}$

Il fattore di correzione della tensione  $Y_{ST}$  è relativo alle dimensioni delle ruote dentate test di riferimento standard. I valori delle tensioni limite alla base del dente per i materiali, in accordo alla ISO 6336-5, sono stati

derivati dai risultati sulle ruote dentate test di riferimento standard che fanno riferimento al valore del fattore di correzione della tensione  $Y_{ST}$ :

$$Y_{ST} = 2.0 \quad (2.168)$$

Viene riportata di seguito una figura che rappresenta i parametri principali e le dimensioni dell'intaglio:

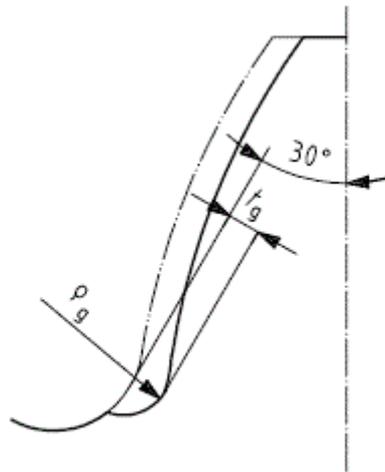
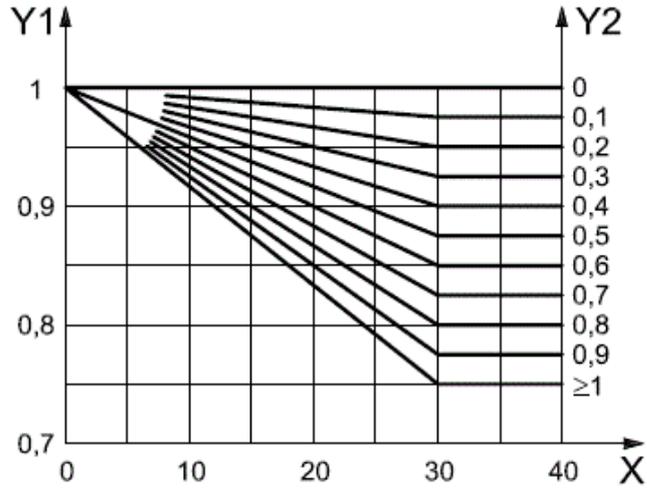


Figura 2.29 – Dimensioni dell'intaglio

#### 2.10.2.1.4 Determinazione del fattore $Y_\beta$

La tensione alla base del dente di una ruota dentata a denti dritti virtuale, calcolata come un valore preliminare, è convertita dal fattore dell'elica  $Y_\beta$  alla corrispondente tensione alla base del dente della ruota dentata a denti elicoidali. Di conseguenza, il fattore dell'elica  $Y_\beta$  tiene conto dell'orientazione obliqua delle linee del contatto durante l'ingranamento. Per cui si ha una minore tensione alla base del dente con le ruote dentate a denti elicoidali rispetto alle ruote dentate a denti dritti.

Il valore del fattore dell'elica  $Y_\beta$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

X reference helix angle,  $\beta$ , degrees

Y1 helix factor,  $Y_\beta$

Y2 overlap ratio,  $\varepsilon_\beta$

Helix factors  $Y_\beta > 25^\circ$  shall be confirmed by experience.

Figura 2.30 – Grafico del fattore dell'elica  $Y_\beta$

Le espressioni per il calcolo del fattore dell'elica  $Y_\beta$  sono le seguenti:

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \frac{\beta}{120^\circ} \quad (2.169)$$

- Se  $\varepsilon_\beta > 1$ :

$$Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{120^\circ} \quad (2.170)$$

- Se  $\beta > 30^\circ$ :

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \frac{30^\circ}{120^\circ} \quad (2.171)$$

- Se  $\varepsilon_\beta > 1$  e  $\beta > 30^\circ$ :

$$Y_\beta = 1 - \frac{30^\circ}{120^\circ} \quad (2.172)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\beta$	Angolo dell'elica dell'ingranaggio	[°]
$\varepsilon_\beta$	Rapporto di sovrapposizione	[-]

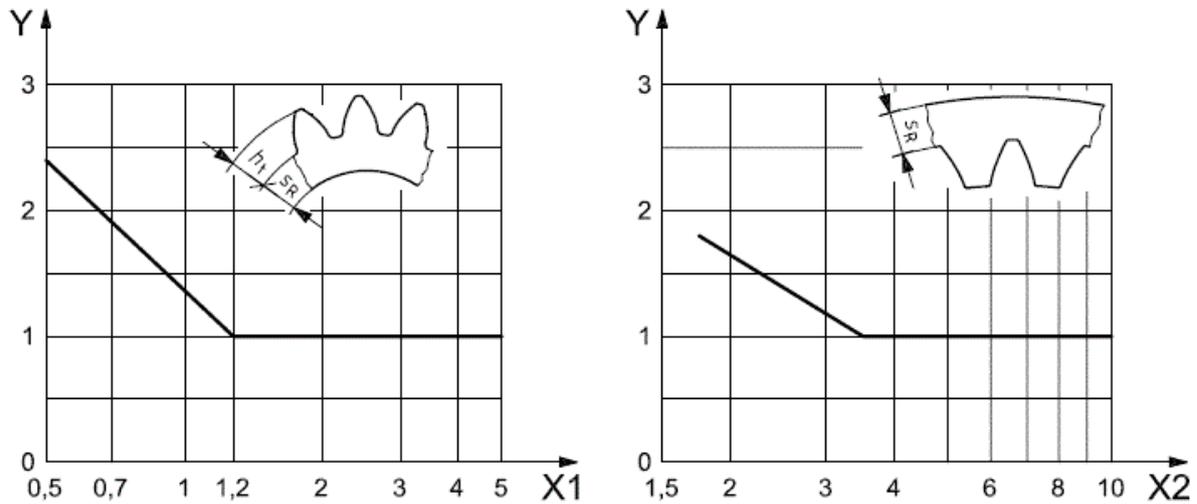
Tabella 2.46

**2.10.2.1.5 Determinazione del fattore  $Y_B$**

Dove lo spessore del bordo non è sufficiente a offrire un supporto completo per la base del dente può avvenire la rottura per flessione a fatica attraverso il bordo della ruota dentata piuttosto che in corrispondenza del raccordo alla base del dente. Il fattore di spessore del bordo  $Y_B$  è un fattore semplificato utilizzato per penalizzare le ruote dentate con spessore sottile quando calcoli dettagliati di tensioni sia di trazione che di

compressione oppure dati sperimentali non sono disponibili. Per le applicazioni caricate criticamente questo metodo dovrebbe essere rimpiazzato da un'analisi più comprensiva.

Il valore del fattore di spessore del bordo  $Y_B$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

- X1 backup ratio,  $s_R/h_t$
- X2 rim thickness,  $s_R/m_n$
- Y rim thickness factor,  $Y_B$

Figura 2.31 – Grafico del fattore di spessore del bordo  $Y_B$

Le espressioni per il calcolo del fattore di spessore del bordo  $Y_B$  sono le seguenti:

- Per ruote dentate esterne:

Se  $\frac{s_R}{h_t} \geq 1.2$  :

$$Y_B = 1.0 \quad (2.173)$$

Se  $\frac{s_R}{h_t} > 0.5$  e  $\frac{s_R}{h_t} < 1.2$  :

$$Y_B = 1.6 \ln \left( 2.242 \frac{h_t}{s_R} \right) \quad (2.174)$$

Il caso in cui  $\frac{s_R}{h_t} \leq 0.5$  dovrebbe essere evitato.

- Per ruote dentate interne:

Se  $\frac{s_R}{m_n} \geq 3.5$  :

$$Y_B = 1.0 \quad (2.175)$$

Se  $\frac{s_R}{m_n} > 1.75$  e  $\frac{s_R}{m_n} < 3.5$  :

$$Y_B = 1.15 \ln \left( 8.324 \frac{m_n}{s_R} \right) \quad (2.176)$$

Il caso in cui  $\frac{s_R}{m_n} \leq 1.75$  dovrebbe essere evitato.

Per un primo dimensionamento conservativo si può assumere come valore per lo spessore del bordo al di sotto del dente della ruota dentata  $s_R$ :

$$s_R = 0.5r \quad (2.177)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

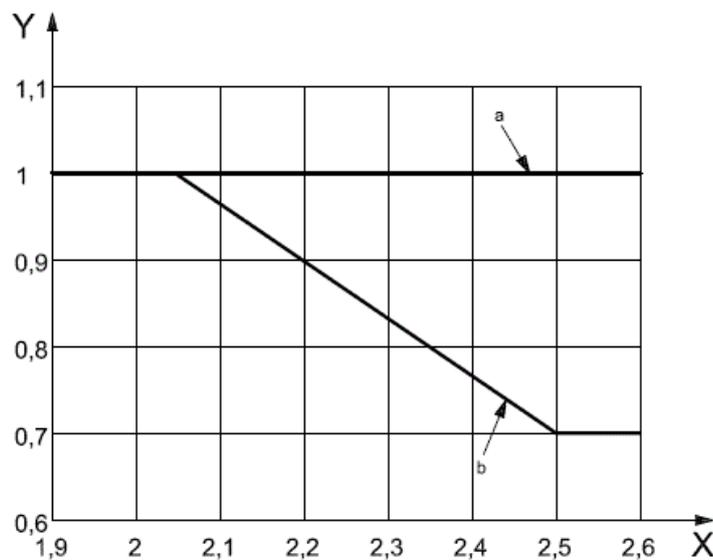
Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[mm]
$h_t$	Altezza del dente della ruota dentata	[mm]
$s_R$	Spessore del bordo al di sotto del dente della ruota dentata	[mm]
$r$	Raggio primitivo della ruota dentata	[mm]

Tabella 2.47

### 2.10.2.1.6 Determinazione del fattore $Y_{DT}$

Per le ruote dentate di alta precisione (grado di precisione  $\leq 4$ ) con rapporti di contatto nel range  $2 \leq \varepsilon_{\alpha n} < 2.5$  e con la modifica reale applicata al profilo del dente per ottenere una distribuzione di carico trapezoidale lungo il segmento dei contatti, la tensione nominale alla base del dente  $\sigma_{F0}$  viene corretta dal fattore di profondità del dente  $Y_{DT}$ .

Il valore del fattore di profondità del dente  $Y_{DT}$  viene anche fornito graficamente:



#### Key

- X virtual contact ratio,  $\varepsilon_{\alpha n}$
- Y deep tooth factor,  $Y_{DT}$
- a Accuracy grade  $> 4$ .
- b Accuracy grade  $\leq 4$ .

Figura 2.32 – Grafico del fattore di profondità del dente  $Y_{DT}$

Le espressioni per il calcolo del fattore di profondità del dente  $Y_{DT}$  sono le seguenti:

- Se  $\varepsilon_{\alpha n} \leq 2.05$  o  $\varepsilon_{\alpha n} > 2.05$  e grado di accuratezza  $> 4$ :

$$Y_{DT} = 1.0 \quad (2.178)$$

- Se  $2.05 < \varepsilon_{\alpha n} \leq 2.5$  e grado di accuratezza  $\leq 4$ :

$$Y_{DT} = -0.666\varepsilon_{\alpha n} + 2.366 \quad (2.179)$$

- Se  $\varepsilon_{\alpha n} > 2.5$  e grado di accuratezza  $\leq 4$ :

$$Y_{DT} = 0.7 \quad (2.180)$$

### 2.10.2.1.7 Determinazione del fattore $Y_{NT}$

Il fattore di vita  $Y_{NT}$  tiene conto della maggiore tensione alla base del dente che può essere tollerabile per una vita limitata (numero di cicli di carico) comparata con la tensione ammissibile a  $3(10)^6$  cicli. I principali fattori di influenza sono:

- Materiale e trattamento termico;
- Numero di cicli di carico (vita di servizio)  $N_L$ ;
- Criterio di cedimento;
- Regolarità richiesta durante le operazioni di funzionamento;
- Pulizia del materiale della ruota dentata;
- Duttilità e tenacità a frattura del materiale;
- Tensioni residue all'interno del materiale.

Il numero di cicli di carico  $N_L$  è definito come il numero di contatti di ingranamento sotto carico del dente della ruota dentata analizzata. I numeri relativi alla tensione ammissibile sono stabiliti per  $3(10)^6$  cicli di carico agenti sul dente e 99% di affidabilità.

Il valore del fattore di vita  $Y_{NT}$  viene anche fornito graficamente:

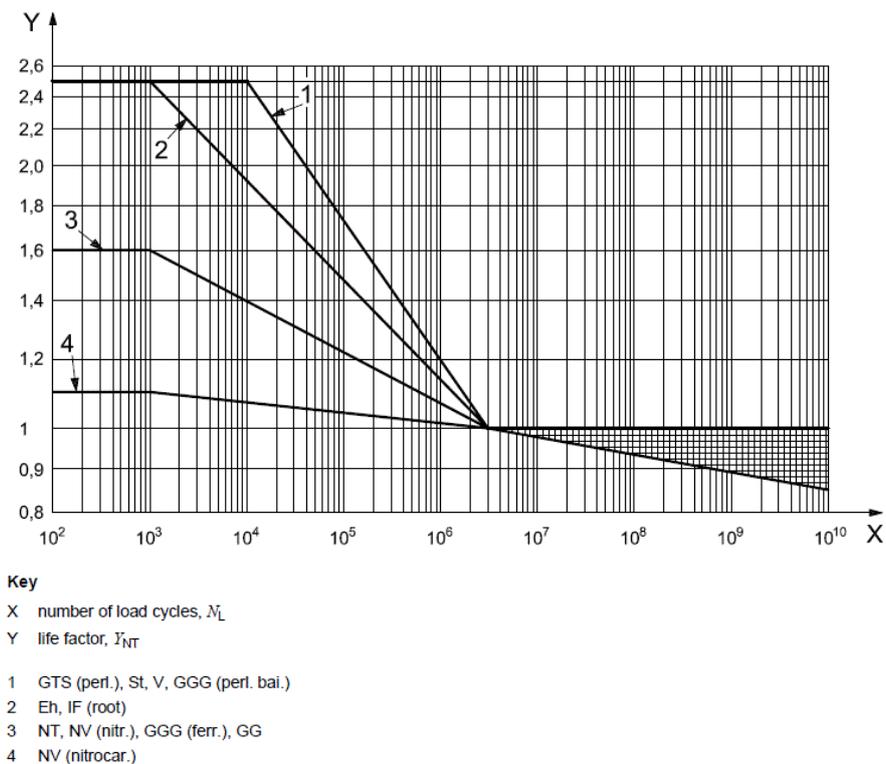


Figura 2.33 – Grafico del fattore di vita  $Y_{NT}$

Per la determinazione del fattore di vita  $Y_{NT}$  viene utilizzata la tabella seguente che riporta il valore del fattore in funzione della tipologia del materiale utilizzato e del numero di cicli di carico  $N_L$  che devono essere garantiti dalla ruota dentata.

Material <sup>a</sup>	Number of load cycles, $N_L$	Life Factor, $Y_{NT}$
St, V,GGG (perl. bai.), GTS (perl.),	$N_L \leq 10^4$ , static	2,5
	$N_L = 3 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>b</sup>
Eh, IF (root)	$N_L \leq 10^3$ , static	2,5
	$N_L = 3 \times 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>b</sup>
GG, GGG (ferr.), NT, NV (nitr.)	$N_L \leq 10^3$ , static	1,6
	$N_L = 3 \leq 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>b</sup>
NV (nitrocar.)	$N_L \leq 10^3$ , static	1,1
	$N_L = 3 \leq 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85 up to 1,0 <sup>b</sup>

<sup>a</sup> See ISO 6336-1:2006, Table 2, for an explanation of the abbreviations used.

<sup>b</sup> The lower value of  $Z_{NT}$  may be used for critical service, where pitting must be minimal. Values between 0,85 and 1,0 may be used for general purpose gearing. With optimum lubrication, material, manufacturing and experience 1,0 may be used.

Tabella 2.48 – Tabella del fattore di vita  $Y_{NT}$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$N_L$	Numero di cicli di carico eseguito durante la vita di funzionamento della ruota dentata	[-]

Tabella 2.49

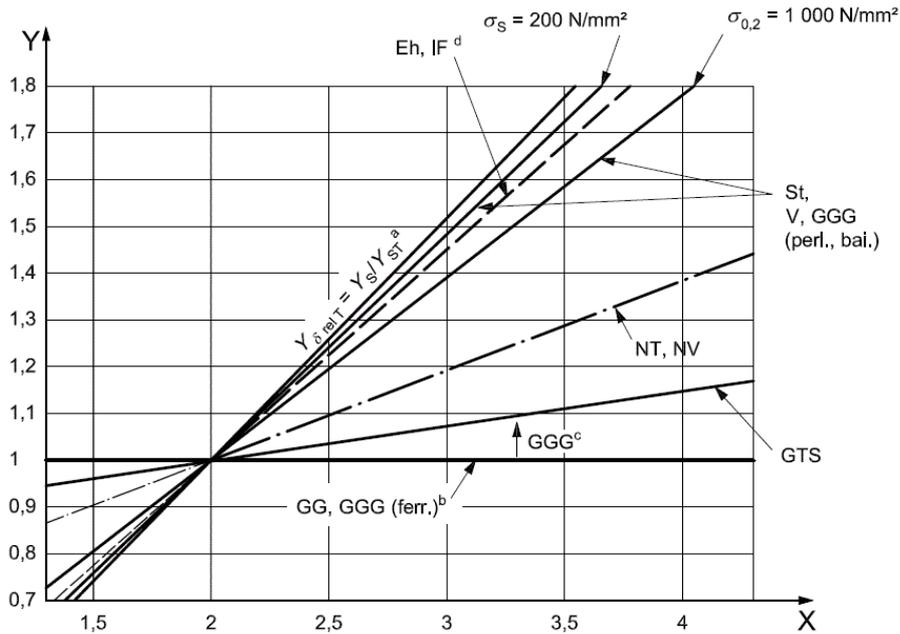
Per un primo dimensionamento conservativo, valido per tutte le leghe di materiale, si può assumere come valore per il fattore di vita  $Y_{NT}$ :

$$Y_{NT} = 0.85 \quad (2.181)$$

#### 2.10.2.1.8 Determinazione del fattore $Y_{\delta relT}$

Il fattore di sensitività statico o dinamico  $Y_{\delta}$  indica la tensione calcolata alla base del dente che può provocare il cedimento per fatica o per sovraccarico in quanto viene superata la tensione limite del materiale. Il fattore di sensitività statico o dinamico  $Y_{\delta}$  caratterizza la sensitività all'intaglio del materiale e il suo valore dipende dal materiale e dal gradiente di tensione. Il valore assunto nella tensione dinamica è differente dal valore assunto nella tensione statica. Quanto detto è valido per il fattore di sensitività statico o dinamico  $Y_{\delta T}$  in relazione al cedimento di una ruota dentata test di riferimento standard. E' valido anche per il fattore di sensitività relativa all'intaglio  $Y_{\delta relT}$ , che relaziona il fattore di sensitività statico o dinamico  $Y_{\delta}$  della ruota dentata analizzata al fattore di sensitività statico o dinamico  $Y_{\delta T}$  della ruota dentata test di riferimento standard.

Il valore del fattore di sensitività relativa all'intaglio  $Y_{\delta relT}$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

- X stress correction factor,  $Y_S$
- Y relative notch sensitivity factor,  $Y_{\delta rel T}$ , for static stress

NOTE 1 See ISO 6336-1:2006, Table 2, for an explanation of the abbreviations used.

NOTE 2 Based on bending flat bar complying with VDI 2226<sup>[7]</sup>.

- a Fully insensitive to notches.
- b Fully sensitive to notches.
- c With increasingly pearlitic structure.
- d (root).

Figura 2.34 – Grafico del fattore di sensitività relativa all’intaglio  $Y_{\delta rel T}$

Le espressioni per il calcolo del fattore di sensitività relativa all’intaglio  $Y_{\delta rel T}$  sono le seguenti:

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO St, V e GGG(perl.,bai.):

$$Y_{\delta rel T} = \frac{1 + 0.82(Y_S - 1) \sqrt[4]{\frac{300}{R_{p02}}}}{1 + 0.82 \sqrt[4]{\frac{300}{R_{p02}}}} \quad (2.182)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO Eh e IF:

$$Y_{\delta rel T} = 0.44Y_S + 0.12 \quad (2.183)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO NT e NV:

$$Y_{\delta rel T} = 0.20Y_S + 0.60 \quad (2.184)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO GG e GGG(ferr.):

$$Y_{\delta rel T} = 1.0 \quad (2.185)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO GTS:

$$Y_{\delta relT} = 0.075Y_S + 0.85 \quad (2.186)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$Y_S$	Fattore di correzione della tensione	[-]
$R_{p02}$	Tensione di snervamento del materiale	[MPa]

Tabella 2.50

#### 2.10.2.1.9 Determinazione del fattore $Y_{RrelT}$

Il fattore superficiale  $Y_R$  tiene conto delle condizioni superficiali che si hanno alla base del dente e che influenzano la tensione alla base del dente. I parametri dipendono dal materiale e dalla rugosità superficiale nei raccordi alla radice del dente. Il fattore superficiale  $Y_R$  per la tensione statica è differente dal fattore superficiale  $Y_R$  per la tensione dinamica. Quanto detto per il fattore superficiale  $Y_R$  è anche valido per il fattore superficiale delle ruote dentate test di riferimento standard  $Y_{RT}$ . Questi fattori sono comparati a quelli di un pezzo piano e lucidato. Il fattore superficiale relativo  $Y_{RrelT}$  rappresenta la relazione tra il fattore superficiale  $Y_R$  della ruota dentata analizzata e il fattore superficiale  $Y_{RT}$  della ruota dentata test di riferimento standard.

Per la verifica a flessione del dente statica il fattore superficiale relativo  $Y_{RrelT}$  assume il valore 1.0.

#### 2.10.2.1.10 Determinazione del fattore $Y_X$

Il fattore di dimensione  $Y_X$  tiene conto della dimensione sulla distribuzione probabile di punti deboli nella struttura del materiale, dei gradienti di tensione che in base alla resistenza del materiale decrescono all'aumentare delle dimensioni, della qualità del materiale determinata dall'estensione e dall'efficacia di forgiatura, della presenza di difetti, etc. I principali fattori di influenza sono:

- Pulizia, chimica e processo di forgiatura del materiale;
- Profondità e uniformità di indurimento ottenuti con il trattamento termico;
- Modulo, nel caso di indurimento superficiale la profondità è relazionata con la dimensione del dente (effetti di supporto del nucleo).

Il fattore di dimensione  $Y_X$  deve essere determinato separatamente per pignone e ruota dentata.

Per la verifica a flessione del dente statica il fattore di dimensione  $Y_X$  assume il valore 1.0.

#### 2.10.2.1.11 Determinazione del fattore $K_{F\alpha}$

Il fattore di carico trasversale  $K_{F\alpha}$  tiene conto degli effetti sulla tensione alla base del dente della distribuzione di carico trasversale non uniforme tra diverse coppie di denti che ingranano contemporaneamente e consequenzialmente. Il fattore di carico trasversale  $K_{F\alpha}$  viene definito come il rapporto tra il carico massimo sul dente che avviene durante l'ingranamento della coppia di ruote dentate vicino a  $0 \text{ min}^{-1}$  e il corrispondente carico massimo agente sul dente in corrispondenza di una coppia di ruote dentate simile a quella realmente ingranante ma esente da inesattezze. I principali parametri influenti sono:

- Deflessioni sotto carico;
- Modifiche del profilo del dente;
- Accuratezza di fabbricazione del dente;
- Effetti di rodaggio.

Il fattore di carico trasversale  $K_{F\alpha}$  assume lo stesso valore del fattore di carico trasversale  $K_{H\alpha}$ , per comodità di lettura vengono riportate nel seguito le espressioni già menzionate. Le espressioni per il calcolo del fattore di carico trasversale  $K_{F\alpha}$  sono le seguenti:

$$F_{tH} = F_t K_A K_V K_{H\beta} \quad (2.187)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO St, St(cast), V, V(cast), GGG(perl.,bai.) e GTS(perl.):

$$y_{\alpha} = \frac{160}{\sigma_{Hlim} f_{pb}} \quad (2.188)$$

Per  $V \leq 5$  [m/s] non vi sono restrizioni.

Per  $5 < V \leq 10$  [m/s] il limite superiore di  $y_{\alpha}$  è  $\frac{12800}{\sigma_{Hlim}}$  corrispondente a  $f_{pb} = 80$  [ $\mu m$ ].

Per  $V > 10$  [m/s] il limite superiore di  $y_{\alpha}$  è  $\frac{6400}{\sigma_{Hlim}}$  corrispondente a  $f_{pb} = 40$  [ $\mu m$ ].

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO GG e GGG(ferr.):

$$y_{\alpha} = 0.275 f_{pb} \quad (2.189)$$

Per  $V \leq 5$  [m/s] non vi sono restrizioni.

Per  $5 < V \leq 10$  [m/s] il limite superiore di  $y_{\alpha}$  è 22 [ $\mu m$ ] corrispondente a  $f_{pb} = 80$  [ $\mu m$ ].

Per  $V > 10$  [m/s] il limite superiore di  $y_{\alpha}$  è 11 [ $\mu m$ ] corrispondente a  $f_{pb} = 40$  [ $\mu m$ ].

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO Eh, IF, NT(nitr.) e NV(nitrocar.):

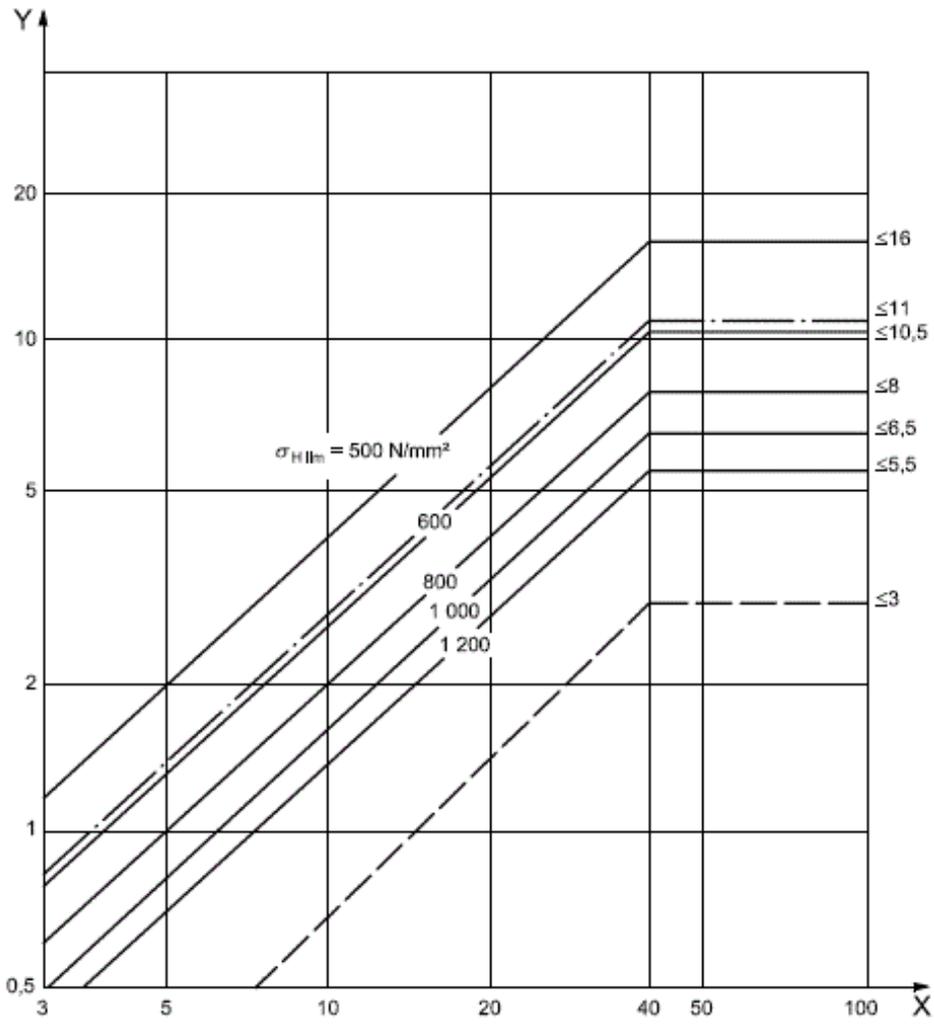
$$y_{\alpha} = 0.075 f_{pb} \quad (2.190)$$

Tale espressione è valida per tutte le velocità ma il limite superiore di  $y_{\alpha}$  è 3 [ $\mu m$ ] corrispondente a  $f_{pb} = 40$  [ $\mu m$ ].

Quando i materiali delle ruote dentate differiscono, andrebbero determinati  $y_{\alpha 1}$  del materiale del pignone e  $y_{\alpha 2}$  per il materiale della ruota condotta. Il valore medio è utilizzato per il calcolo:

$$y_{\alpha} = \frac{y_{\alpha 1} + y_{\alpha 2}}{2} \quad (2.191)$$

Il valore dell'indennità di rodaggio  $y_{\alpha}$  è l'ammontare la deviazione iniziale di base viene ridotta nel rodaggio dall'inizio delle operazioni. Il valore dell'indennità di rodaggio  $y_{\alpha}$  viene fornito anche graficamente in funzione della deviazione di base  $f_{pb}$  e della tensione limite a fatica del materiale  $\sigma_{Hlim}$ :



**Key**  
 X base pitch deviation,  $f_{pb}$ ,  $\mu\text{m}$   
 Y running-in allowance,  $y_{\alpha}$ ,  $\mu\text{m}$

—————	St, St (cast), V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.)	} tangential velocity $v > 10 \text{ m/s}$
— · — · —	GG, GGG (ferr.)	
— · — · —	Eh, IF, NT (nitr.), NV (nitr.), NV (nitrocar.)	} all tangential speeds

Figura 2.35 – Grafico dell'indennità di rodaggio  $y_{\alpha}$

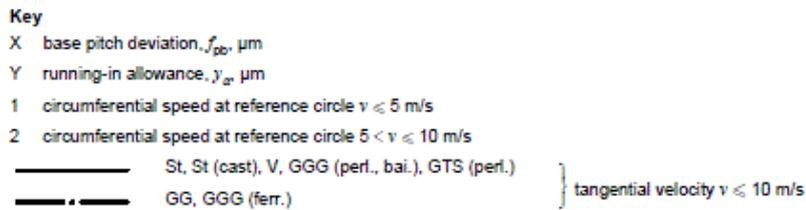
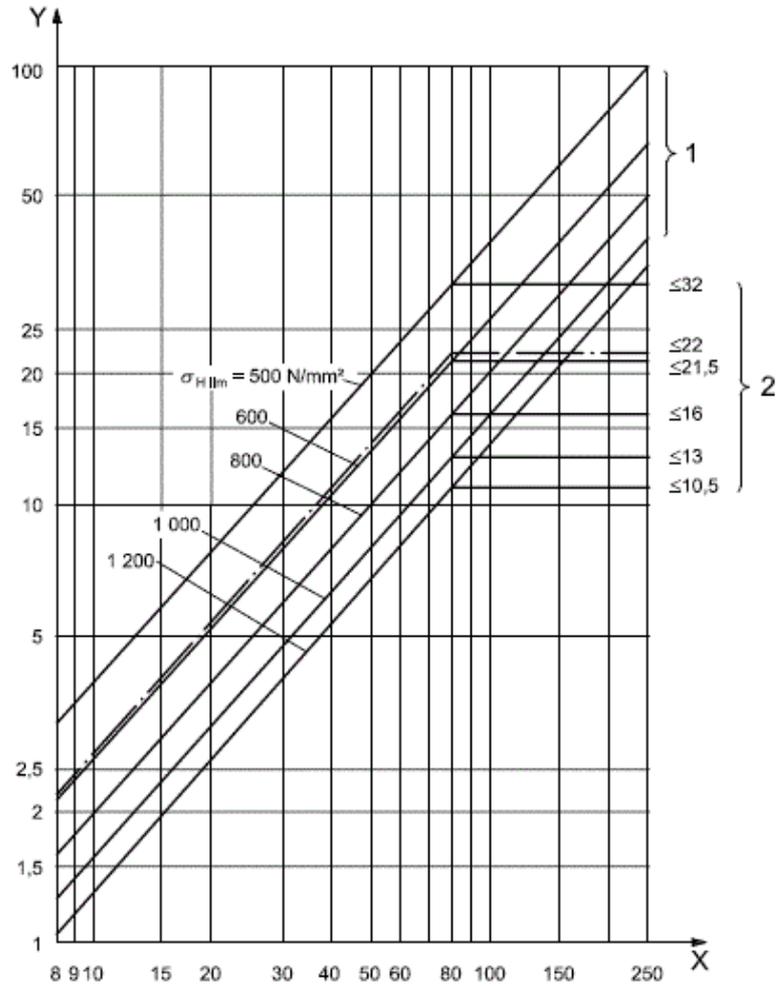


Figura 2.36 - Grafico dell'indennità di rodaggio  $y_a$

$$z_{n1} = \frac{z_1}{(\cos \beta_b)^2 \cos \beta} \quad (2.192)$$

$$z_{n2} = \frac{z_2}{(\cos \beta_b)^2 \cos \beta} \quad (2.193)$$

$$\alpha_{pn} = \alpha_n \quad (2.194)$$

$$h_{fp} = h_a \quad (2.195)$$

$$C_B = \left[ 1.0 + 0.5 \left( 1.25 - \frac{h_{fp}}{m_n} \right) \right] [1.0 - 0.02(20^\circ - \alpha_{pn})] \quad (2.196)$$

Il fattore della dentiera di base  $C_B$  tiene conto delle deviazioni del reale profilo del dente creato dal profilo del dente standard della dentiera creatrice.

$$q' = C_1 + \frac{C_2}{z_{n1}} + \frac{C_3}{z_{n2}} + C_4 x_1 + \frac{C_5 x_1}{z_{n1}} + C_6 x_2 + \frac{C_7 x_2}{z_{n2}} + C_8 x_1^2 + C_9 x_2^2 \quad (2.197)$$

$q'$  è il valore minimo di flessibilità di una coppia di denti ingrananti.

Dove i valori dei coefficienti  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9$  sono riportati nella seguente tabella:

$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$	$C_9$
0,047 23	0,155 51	0,257 91	-0,006 35	-0,116 54	-0,001 93	-0,241 88	0,005 29	0,001 82

Tabella 2.51 – Tabella dei coefficienti  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9$

$$c'_{th} = \frac{1}{q'} \quad (2.198)$$

La rigidezza singola teorica  $c'_{th}$  è appropriata per ruote dentate a disco solido e per profili di denti realizzati con dentiere creatrici standard.

$$C_M = 0.8 \quad (2.199)$$

Il fattore di correzione  $C_M$  tiene conto delle differenze tra i valori misurati e i valori teorici calcolati per ruote dentate a disco solido.

$$C_R = 1.0 \quad (2.200)$$

Il fattore di marcia in bianco  $C_R$  tiene conto della flessibilità dei cerchioni e dei nastri della ruota dentata.

- Se  $\left(\frac{F_t K_A}{b}\right) < 100 \left[\frac{N}{mm}\right]$ :

$$c' = c'_{th} C_M C_B C_R \cos \beta \left(\frac{F_t K_A}{100 b}\right)^{0.25} \quad (2.201)$$

- Se  $\left(\frac{F_t K_A}{b}\right) \geq 100 \left[\frac{N}{mm}\right]$ :

$$c' = c'_{th} C_M C_B C_R \cos \beta \quad (2.202)$$

La rigidezza singola  $c'$  è la massima rigidezza di una singola coppia di ruote dentate a denti dritti. E' approssimativamente uguale alla massima rigidezza di una singola coppia di denti in contatto.

$$c_{\gamma\alpha} = c'(0.75\varepsilon_\alpha + 0.25) \quad (2.203)$$

Il valore medio di rigidezza di ingranamento per unità di larghezza di fascia  $c_{\gamma\alpha}$  è il valore medio della rigidezza di tutti i denti in un ingranamento.

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad (2.204)$$

- Se  $\varepsilon_\gamma \leq 2$ :

$$K_{F\alpha} = \frac{\varepsilon_\gamma}{2} \left[ 0.9 + 0.4 \frac{c_{\gamma\alpha} (f_{pb} - y_\alpha)}{\frac{F_{tH}}{b}} \right] \quad (2.205)$$

- Se  $\varepsilon_\gamma > 2$ :

$$K_{F\alpha} = 0.9 + 0.4 \sqrt{\frac{2(\varepsilon_\gamma - 1)}{\varepsilon_\gamma}} \frac{c_{\gamma\alpha} (f_{pb} - y_\alpha)}{\frac{F_{tH}}{b}} \quad (2.206)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$F_t$	Forza tangenziale scambiata tra le ruote dentate dell'ingranaggio	[N]
$F_{tH}$	Carico tangenziale determinante in un piano trasversale	[N]
$K_A$	Fattore di applicazione $K_A$	[-]
$K_V$	Fattore dinamico interno $K_V$	[-]
$K_{H\beta}$	Fattore di carico sulla faccia del dente	[-]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]
$\gamma_\alpha$	Fattore di indennità di rodaggio	[ $\mu\text{m}$ ]
$f_{pb}$	Deviazione di base trasversale	[ $\mu\text{m}$ ]
$\sigma_{Hlim}$	Tensione limite a fatica del materiale	[MPa]
$z_{n1}$	Numero di denti virtuale del pignone	[-]
$z_{n2}$	Numero di denti virtuale della ruota condotta	[-]
$\beta$	Angolo dell'elica dell'ingranaggio	[°]
$\beta_b$	Angolo dell'elica sul cilindro di base dell'ingranaggio	[°]
$\alpha_{pn}$	Angolo di pressione normale della dentiera creatrice	[°]
$\alpha_n$	Angolo di pressione normale dell'ingranaggio	[°]
$h_{fp}$	Dedendum della dentiera creatrice	[mm]
$h_a$	Addendum della ruota dentata	[mm]
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[mm]
$C_B$	fattore della dentiera di base	[-]
$q'$	Valore minimo di flessibilità di una coppia di denti ingrananti	$\left[ \frac{\text{mm}\mu\text{m}}{\text{N}} \right]$
$c'_{th}$	Rigidezza singola teorica	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}\mu\text{m}} \right]$
$C_M$	Fattore di correzione	[-]
$C_R$	Fattore di marcia in bianco	[-]
$c'$	Rigidezza singola	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}\mu\text{m}} \right]$
$\varepsilon_\alpha$	Rapporto di contatto trasversale	[-]
$\varepsilon_\beta$	Rapporto di sovrapposizione	[-]
$c_{\gamma_\alpha}$	Valore medio di rigidezza di ingranamento per unità di larghezza di fascia	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}\mu\text{m}} \right]$
$\varepsilon_\gamma$	Rapporto di contatto totale	[-]
$x_1$	Fattore di correzione della dentatura del pignone	[-]
$x_2$	Fattore di correzione della dentatura della ruota condotta	[-]

Tabella 2.52

Per un primo dimensionamento conservativo si può assumere come valore per la deviazione di base trasversale  $f_{pb} = 150 [\mu\text{m}]$ .

#### 2.10.2.1.12 Determinazione del fattore $K_{F\beta}$

Il fattore di carico sulla faccia del dente  $K_{F\beta}$  tiene conto degli effetti della distribuzione non uniforme di carico sulle tensioni alla base del dente agenti sulla larghezza della faccia del dente della ruota dentata. Il fattore di carico sulla faccia del dente  $K_{F\beta}$  viene definito come il rapporto tra la massima intensità di carico (carico locale per unità di incremento di lunghezza della larghezza di fascia) e il carico medio  $\left(\frac{F_m}{b}\right)$ . Il modello di base dell'ingranamento delle ruote dentate è una coppia di denti dritti avente lo stesso numero di denti, modulo trasversale  $m_t$  e larghezza di fascia  $b$  della coppia di ruote dentate ingrananti analizzata. Il fattore di carico sulla faccia del dente  $K_{F\beta}$  degli effetti della distribuzione di carico che influenzano le tensioni alla base del dente agenti sulla larghezza della faccia del dente della ruota dentata. Dipende da variabili che sono

determinate per il fattore di carico sulla faccia del dente  $K_{H\beta}$  e dal rapporto larghezza di fascia su altezza del dente  $\frac{b}{h_t}$ .

Le espressioni per il calcolo del fattore di carico sulla faccia del dente  $K_{F\beta}$  sono le seguenti:

$$N_F = \frac{\left(\frac{b}{h_t}\right)^2}{1 + \frac{b}{h_t} + \left(\frac{b}{h_t}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{h_t}{b} + \left(\frac{h_t}{b}\right)^2} \quad (2.207)$$

$$K_{F\beta} = (K_{H\beta})^{N_F} \quad (2.208)$$

Nel caso in cui venga realizzato l'ingranaggio con larghezza di fascia  $b$  e altezza del dente  $h_t$  diversi sul pignone e sulla ruota condotta:

$$\left(\frac{b}{h_t}\right) = \min\left(\frac{b_1}{h_{t1}}, \frac{b_2}{h_{t2}}\right) \quad (2.209)$$

Se  $\left(\frac{b}{h_t}\right) < 3$  si deve sostituire il rapporto con il valore  $\left(\frac{b}{h_t}\right) = 3$ .

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]
$h_t$	Altezza del dente dell'ingranaggio	[mm]
$b_1$	Larghezza di fascia del pignone	[mm]
$h_{t1}$	Altezza del dente del pignone	[mm]
$b_2$	Larghezza di fascia della ruota condotta	[mm]
$h_{t2}$	Altezza del dente della ruota condotta	[mm]
$K_{H\beta}$	Fattore di carico sulla faccia del dente $K_{H\beta}$	[-]

Tabella 2.53

### 2.10.2.1.13 Coefficiente di sicurezza $CS_{F,ISO,statica}$ e verifica a flessione del dente statica

Le espressioni per il calcolo del coefficiente di sicurezza a flessione del dente statica  $CS_{F,ISO,statica}$  sono le seguenti:

$$S_{Fmin,statica} = CS_{F,ISO,statica,min} \geq 1.0 \quad (2.210)$$

$$\sigma_{FP,ISO,statica} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_X}{S_{Fmin,statica}} \quad (2.211)$$

$$\sigma_{FG,ISO,statica} = \sigma_{FP,ISO,statica} S_{Fmin,statica} \quad (2.212)$$

$$\sigma_{F0,ISO,statica} = \frac{F_t}{b m_n} Y_F Y_S Y_\beta Y_B Y_{DT} \quad (2.213)$$

$$\sigma_{F,ISO,statica} = \sigma_{F0,ISO,statica} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} \quad (2.214)$$

$$CS_{F,ISO,statica} = \frac{\sigma_{FG,ISO,statica}}{\sigma_{F,ISO,statica}} \quad (2.215)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\sigma_{Flim}$	Tensione limite a fatica del materiale	[MPa]

$F_t$	Forza tangenziale scambiata tra le ruote dentate dell'ingranaggio	[N]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]
$Y_{ST}$	Fattore di correzione della tensione	[-]
$Y_{NT}$	Fattore di vita	[-]
$Y_{\delta relT}$	Fattore di sensitività relativa all'intaglio	[-]
$Y_{RrelT}$	Fattore superficiale relativo	[-]
$Y_X$	Fattore di dimensione	[-]
$Y_F$	Fattore di forma	[-]
$Y_S$	Fattore di correzione della tensione	[-]
$Y_\beta$	Fattore dell'elica	[-]
$Y_B$	Fattore di spessore del bordo	[-]
$Y_{DT}$	Fattore di profondità del dente	[-]
$K_A$	Fattore di applicazione	[-]
$K_V$	Fattore dinamico interno	[-]
$K_{F\beta}$	Fattore di carico sulla faccia del dente	[-]
$K_{F\alpha}$	Fattore di carico trasversale	[-]
$S_{Fmin,statica}$	Coefficiente di sicurezza minimo da garantire per la verifica a flessione del dente statica	[-]
$CS_{F,ISO,statica,min}$	Coefficiente di sicurezza a flessione del dente statica	[-]
$\sigma_{FP,ISO,statica}$	Tensione ammissibile alla base del dente	[MPa]
$\sigma_{FG,ISO,statica}$	Tensione limite alla base del dente	[MPa]
$\sigma_{F0,ISO,statica}$	Tensione nominale alla base del dente	[MPa]
$\sigma_{F,ISO,statica}$	Tensione alla base del dente	[MPa]

Tabella 2.54

### 2.10.2.2 Verifica a flessione del dente a fatica

Vengono riportati nel seguito i coefficienti e le modalità di calcolo necessari per effettuare la verifica a flessione del dente a fatica della singola ruota dentata dell'ingranaggio. Vengono riportati solamente i fattori che cambiano rispetto ai fattori utilizzati per la verifica a flessione del dente statica.

#### 2.10.2.2.1 Determinazione del fattore $Y_{NT}$

Il fattore di vita  $Y_{NT}$  tiene conto della maggiore tensione alla base del dente che può essere tollerabile per una vita limitata (numero di cicli di carico) comparata con la tensione ammissibile a  $3(10)^6$  cicli. I principali fattori di influenza sono:

- Materiale e trattamento termico;
- Numero di cicli di carico (vita di servizio)  $N_L$ ;
- Criterio di cedimento;
- Regolarità richiesta durante le operazioni di funzionamento;
- Pulizia del materiale della ruota dentata;
- Duttilità e tenacità a frattura del materiale;
- Tensioni residue all'interno del materiale.

Il numero di cicli di carico  $N_L$  è definito come il numero di contatti di ingranamento sotto carico del dente della ruota dentata analizzata. I numeri relativi alla tensione ammissibile sono stabiliti per  $3(10)^6$  cicli di carico agenti sul dente e 99% di affidabilità.

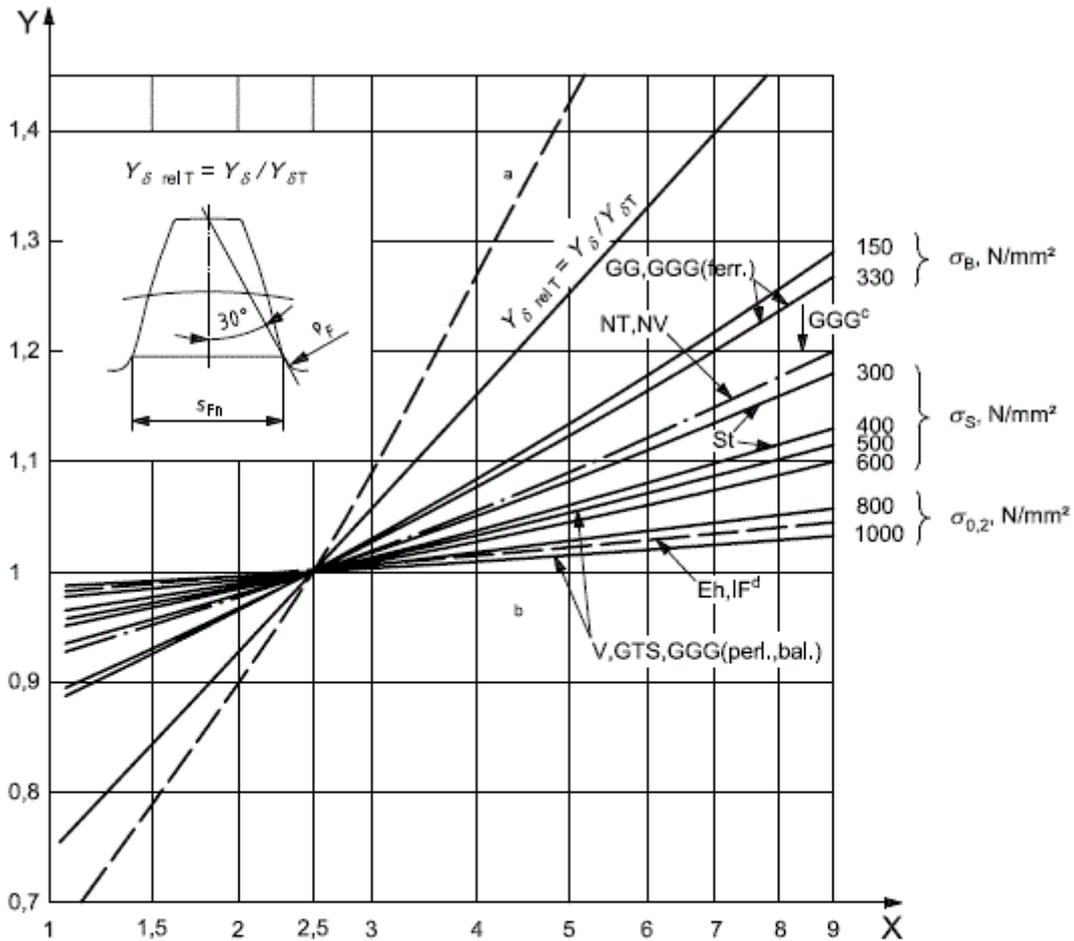
Per la verifica a flessione del dente a fatica il fattore di vita  $Y_{NT}$  assume il valore 1.0.

#### 2.10.2.2.2 Determinazione del fattore $Y_{\delta relT}$

Il fattore di sensitività statico o dinamico  $Y_{\delta T}$  indica la tensione calcolata alla base del dente che può provocare il cedimento per fatica o per sovraccarico in quanto viene superata la tensione limite del materiale. Il fattore di sensitività statico o dinamico  $Y_{\delta T}$  caratterizza la sensitività all'intaglio del materiale e il suo valore dipende dal

materiale e dal gradiente di tensione. Il valore assunto nella tensione dinamica è differente dal valore assunto nella tensione statica. Quanto detto è valido per il fattore di sensitività statico o dinamico  $Y_{\delta T}$  in relazione al cedimento di una ruota dentata test di riferimento standard. E' valido anche per il fattore di sensitività relativa all'intaglio  $Y_{\delta rel T}$  che relaziona la sensitività della ruota dentata analizzata alla ruota dentata test di riferimento standard.

Il valore del fattore di sensitività relativa all'intaglio  $Y_{\delta rel T}$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

X notch parameter,  $q_s = s_{Fn}/2\rho_F$

Y relative notch sensitivity factor,  $Y_{\delta rel T}$ , for reference stress

NOTE 1 Values of  $\sigma$  in newtons per square millimetre (N/mm<sup>2</sup>).

NOTE 2 See ISO 6336-1:2006, Table 2, for an explanation of the abbreviations used.

NOTE 3 Based on bending flat bar complying with VDI 2226<sup>[7]</sup>.

- a Fully insensitive to notches.
- b Fully sensitive to notches.
- c With increasingly pearlitic structure.
- d (root).

Figura 2.37 – Grafico del fattore di sensitività relativa all'intaglio  $Y_{\delta rel T}$

Le espressioni per il calcolo del fattore di sensitività relativa all'intaglio  $Y_{\delta rel T}$  sono le seguenti:

$$\chi_p^* = \frac{1}{5} \quad (2.216)$$

$$\chi^* = \chi_p^*(1 + 2q_s) \quad (2.217)$$

$$\chi_T^* = \chi_p^*[1 + 2(2.5)] \quad (2.218)$$

$$Y_{\delta rel T} = \frac{1 + \sqrt{\rho' \chi^*}}{1 + \sqrt{\rho' \chi_T^*}} \quad (2.219)$$

Il coefficiente  $\rho'$  è tabulato nella seguente tabella:

Item	Material <sup>a</sup>	$\rho'$ [mm]
1	GG $\sigma_B = 150 \text{ N/mm}^2$	0,312 4
2	GG, GGG (ferr.); $\sigma_B = 300 \text{ N/mm}^2$	0,309 5
3	NT, NV; for all hardness	0,100 5
4	St; $\sigma_S = 300 \text{ N/mm}^2$	0,083 3
5	St; $\sigma_S = 400 \text{ N/mm}^2$	0,044 5
6	V, GTS, GGG (perl. bai.); $\sigma_S = 500 \text{ N/mm}^2$	0,028 1
7	V, GTS, GGG (perl. bai.); $\sigma_S = 600 \text{ N/mm}^2$	0,019 4
8	V, GTS, GGG (perl. bai.); $\sigma_{0,2} = 800 \text{ N/mm}^2$	0,006 4
9	V, GTS, GGG (perl. bai.); $\sigma_{0,2} = 1000 \text{ N/mm}^2$	0,001 4
10	Eh, IF (root); for all hardness	0,003 0

<sup>a</sup> See ISO 6336-1:2006, Table 2, for an explanation of the abbreviations used.

Tabella 2.55 – Tabella del coefficiente  $\rho'$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

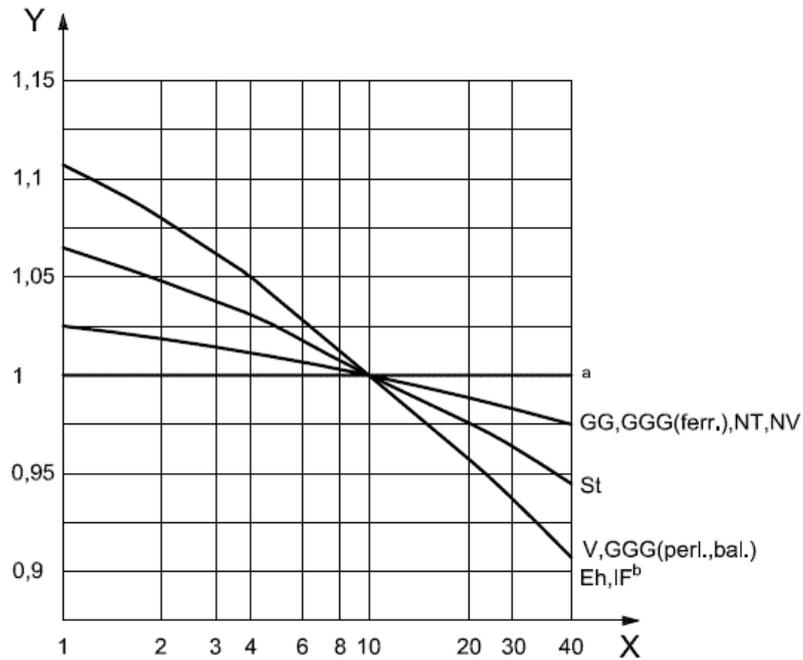
Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\rho'$	Spessore dello strato di scorrimento	[mm]
$\chi^*$	Gradiente di tensione relativo alla base dell'intaglio	[ $mm^{-1}$ ]
$\chi_T^*$	Gradiente di tensione relativo alla base dell'intaglio per ruote dentate test di riferimento standard	[ $mm^{-1}$ ]
$q_s$	Parametro di intaglio	[-]

Tabella 2.56

### 2.10.2.2.3 Determinazione del fattore $Y_{RrelT}$

Il fattore superficiale  $Y_R$  tiene conto delle condizioni superficiali che si hanno alla base del dente e che influenzano la tensione alla base del dente. I parametri dipendono dal materiale e dalla rugosità superficiale nei raccordi alla radice del dente. Il fattore superficiale  $Y_R$  per la tensione statica è differente dal fattore superficiale  $Y_R$  per la tensione dinamica. Quanto detto per il fattore superficiale  $Y_R$  è anche valido per il fattore superficiale delle ruote dentate test di riferimento standard  $Y_{RT}$ . Questi fattori sono comparati a quelli di un pezzo piano e lucidato. Il fattore superficiale relativo  $Y_{RrelT}$  rappresenta la relazione tra il fattore superficiale  $Y_R$  della ruota dentata analizzata e il fattore superficiale  $Y_{RT}$  della ruota dentata test di riferimento standard.

Il valore del fattore superficiale relativo  $Y_{RrelT}$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

X roughness,  $R_z$ ,  $\mu\text{m}$   
 Y relative surface factor,  $Y_{RrelT}$

NOTE See ISO 6336-1:2006, Table 2, for an explanation of the abbreviations used.

<sup>a</sup> For static stress and all materials.

<sup>b</sup> (root).

Figura 2.38 – Grafico del fattore superficiale relativo  $Y_{RrelT}$

Le espressioni per il calcolo del fattore superficiale relativo  $Y_{RrelT}$  sono le seguenti:

Se la rugosità superficiale  $R_z < 1 [\mu\text{m}]$ :

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO V, GGG(perl.,bai.), Eh e IF:

$$Y_{RrelT} = 1.12 \quad (2.220)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO St:

$$Y_{RrelT} = 1.07 \quad (2.221)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO GG, GGG(ferr.), NT e NV:

$$Y_{RrelT} = 1.025 \quad (2.222)$$

Se la rugosità superficiale  $1 [\mu\text{m}] \leq R_z \leq 40 [\mu\text{m}]$ :

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO V, GGG(perl.,bai.), Eh e IF:

$$Y_{RrelT} = 1.674 - 0.529(R_z + 1)^{0.1} \quad (2.223)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO St:

$$Y_{RrelT} = 5.306 - 4.203(R_z + 1)^{0.01} \quad (2.224)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO GG, GGG(ferr.), NT e NV:

$$Y_{RelT} = 4.299 - 3.259(R_z + 1)^{0.0058} \quad (2.225)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$R_z$	Rugosità superficiale media da picco a valle della ruota dentata	[ $\mu\text{m}$ ]

Tabella 2.57

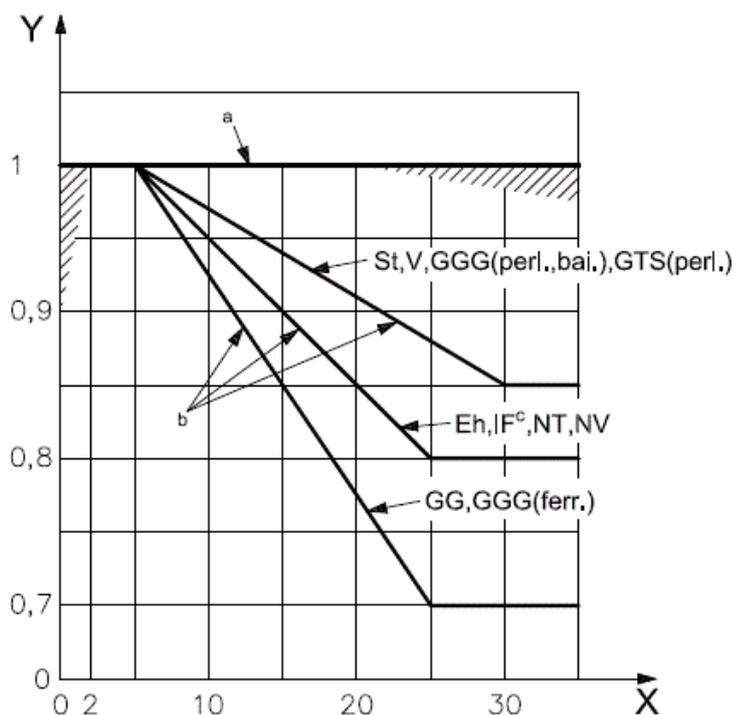
#### 2.10.2.2.4 Determinazione del fattore $Y_X$

Il fattore di dimensione  $Y_X$  tiene conto della dimensione sulla distribuzione probabile di punti deboli nella struttura del materiale, dei gradienti di tensione che in base alla resistenza del materiale decrescono all'aumentare delle dimensioni, della qualità del materiale determinata dall'estensione e dall'efficacia di forgiatura, della presenza di difetti, etc. I principali fattori di influenza sono:

- Pulizia, chimica e processo di forgiatura del materiale;
- Profondità e uniformità di indurimento ottenuti con il trattamento termico;
- Modulo, nel caso di indurimento superficiale la profondità è relazionata con la dimensione del dente (effetti di supporto del nucleo).

Il fattore di dimensione  $Y_X$  deve essere determinato separatamente per pignone e ruota dentata.

Il valore del fattore di dimensione  $Y_X$  viene anche fornito graficamente:



**Key**

X normal module,  $m_n$ , mm

Y size factor,  $Y_X$

NOTE 1 See ISO 6336-1:2006, Table 2, for an explanation of the abbreviations used.

NOTE 2 Shaded area is in the range of scatter for static stress.

a Static stress (all materials).

b Reference stress.

c (root).

Figura 2.39 – Grafico del fattore di dimensione  $Y_X$

Il fattore di dimensione  $Y_X$  è tabulato nella seguente tabella:

Material <sup>a</sup>		Normal module, $m_n$	Size factor, $Y_X$
St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.)	For $3 \times 10^6$ cycles	$m_n \leq 5$	$Y_X = 1,0$
		$5 < m_n < 30$	$Y_X = 1,03 - 0,006 m_n$
		$30 \leq m_n$	$Y_X = 0,85$
Eh, IF (root), NT, NV		$m_n \leq 5$	$Y_X = 1,0$
		$5 < m_n < 25$	$Y_X = 1,05 - 0,01 m_n$
		$25 \leq m_n$	$Y_X = 0,8$
GG, GGG (ferr.)		$m_n \leq 5$	$Y_X = 1,0$
		$5 < m_n < 25$	$Y_X = 1,075 - 0,015 m_n$
		$25 \leq m_n$	$Y_X = 0,7$
All materials for static stress		—	$Y_X = 1,0$

<sup>a</sup> See ISO 6336-1:2006, Table 2 for an explanation of the abbreviations used.

Tabella 2.58 – Tabella del fattore di dimensione  $Y_X$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$m_n$	Modulo normale dell'ingranaggio	[mm]

Tabella 2.59

### 2.10.2.2.5 Coefficiente di sicurezza $CS_{F,ISO,fatica}$ e verifica a flessione del dente a fatica

Le espressioni per il calcolo del coefficiente di sicurezza a flessione del dente a fatica  $CS_{F,ISO,fatica}$  sono le seguenti:

$$S_{Fmin,fatica} = CS_{F,ISO,fatica,min} \geq 1.0 \quad (2.226)$$

$$\sigma_{FP,ISO,ref,fatica} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_X}{S_{Fmin,fatica}} \quad (2.227)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO St, St(cast), V, GGG(perl.,bai.), GTS(perl.):

$$\sigma_{FP,ISO,fatica} = \sigma_{FP,ISO,ref,fatica} \left( 3 \frac{10^6}{10^4} \right)^{0.4037 \log_{10} \left( \frac{\sigma_{FP,ISO,statica}}{\sigma_{FP,ISO,ref,fatica}} \right)} \quad (2.228)$$

- Per materiali appartenenti alle abbreviazioni e classificazioni della normativa ISO IF, Eh, NT(nitr.), NV(nitrocar.), GGG(ferr.) e GG:

$$\sigma_{FP,ISO,fatica} = \sigma_{FP,ISO,ref,fatica} \left( 3 \frac{10^6}{10^3} \right)^{0.2876 \log_{10} \left( \frac{\sigma_{FP,ISO,statica}}{\sigma_{FP,ISO,ref,fatica}} \right)} \quad (2.229)$$

$$\sigma_{FG,ISO,fatica} = \sigma_{FP,ISO,fatica} S_{Fmin,fatica} \quad (2.230)$$

$$\sigma_{F0,ISO,fatica} = \frac{F_t}{b m_n} Y_F Y_S Y_\beta Y_B Y_{DT} \quad (2.231)$$

$$\sigma_{F,ISO,fatica} = \sigma_{F0,ISO,fatica} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} \quad (2.232)$$

$$CS_{F,ISO,fatica} = \frac{\sigma_{FG,ISO,fatica}}{\sigma_{F,ISO,fatica}} \quad (2.233)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\sigma_{Flim}$	Tensione limite a fatica del materiale	[MPa]
$F_t$	Forza tangenziale scambiata tra le ruote dentate dell'ingranaggio	[N]
$b$	Larghezza di fascia dell'ingranaggio	[mm]
$Y_{ST}$	Fattore di correzione della tensione	[-]
$Y_{NT}$	Fattore di vita	[-]
$Y_{\delta relT}$	Fattore di sensitività relativa all'intaglio	[-]
$Y_{RrelT}$	Fattore superficiale relativo	[-]
$Y_X$	Fattore di dimensione	[-]
$Y_F$	Fattore di forma	[-]
$Y_S$	Fattore di correzione della tensione	[-]
$Y_\beta$	Fattore dell'elica	[-]
$Y_B$	Fattore di spessore del bordo	[-]

$Y_{DT}$	Fattore di profondità del dente	[-]
$K_A$	Fattore di applicazione	[-]
$K_V$	Fattore dinamico interno	[-]
$K_{F\beta}$	Fattore di carico sulla faccia del dente	[-]
$K_{F\alpha}$	Fattore di carico trasversale	[-]
$S_{Fmin,fatica}$	Coefficiente di sicurezza minimo da garantire per la verifica a flessione del dente a fatica	[-]
$CS_{F,ISO,fatica,min}$	Coefficiente di sicurezza a flessione del dente a fatica	[-]
$\sigma_{FP,ISO,ref,fatica}$	Tensione ammissibile alla base del dente di riferimento	[MPa]
$\sigma_{FP,ISO,fatica}$	Tensione ammissibile alla base del dente	[MPa]
$\sigma_{FG,ISO,fatica}$	Tensione limite alla base del dente	[MPa]
$\sigma_{F0,ISO,fatica}$	Tensione nominale alla base del dente	[MPa]
$\sigma_{F,ISO,fatica}$	Tensione alla base del dente	[MPa]

Tabella 2.60

### 2.11 Verifica sulla corona di materiale al di sotto della radice del dente della ruota dentata

Per garantire un corretto funzionamento dell'ingranaggio ed evitare che si incorra in possibili cedimenti dovuti alla trasmissione di coppia per cause legate alla carenza di materiale al di sotto della radice del dente della ruota dentata, va effettuata la verifica sulla corona di materiale al di sotto della radice del dente della ruota dentata. Per effettuare tale verifica è necessario avere a disposizione le dimensioni della ruota dentata e del componente su cui essa viene montata. Le ruote dentate dimensionate nel progetto possono essere montate sugli alberi di trasmissione oppure sui cuscinetti qualora esse siano ruote dentate sincronizzate del cambio automobilistico. La corona di materiale al di sotto della radice del dente e le relative dimensioni principali sono rappresentate nella figura seguente:

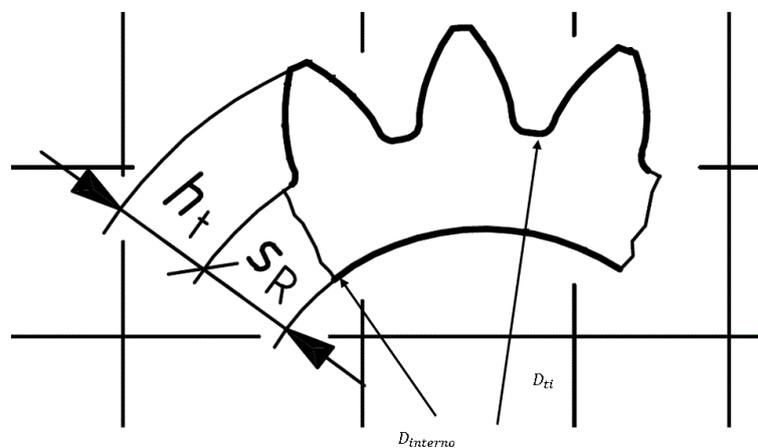


Figura 2.40 - Parametri principali relativi allo spessore di materiale al di sotto della radice del dente della ruota dentata

L'espressione per effettuare la verifica sulla corona di materiale al di sotto della radice del dente della ruota dentata secondo la Normativa ISO 6336 è la seguente:

$$s_R = \frac{D_{ti} - D_{interno}}{2} > s_{R,minimo} = 0.5h_t \quad (2.234)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$s_R$	Spessore della corona di materiale al di sotto della radice del dente della ruota dentata	[m]
$D_{ti}$	Diametro di troncatura interna della ruota dentata	[m]
$D_{interno}$	Diametro interno della ruota dentata	[m]

$h_t$	Altezza del dente dell'ingranaggio	[m]
$s_{R,minimo}$	Spessore della corona di materiale minimo da garantire al di sotto della radice del dente della ruota dentata	[m]

Tabella 2.61

## 2.12 Configurazioni implementate e suddivisione in stadi della trasmissione industriale (Machinery)

Le configurazioni implementate per la trasmissione industriale (Machinery) sono sei, esse sono state definite in base al rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$  da realizzare e al verso di rotazione dell'albero di uscita rispetto all'albero di ingresso. Infatti il verso di rotazione dell'albero di uscita potrebbe essere concorde oppure discorde rispetto al verso di rotazione dell'albero di ingresso. Per quanto riguarda il lato dell'utenza sull'albero di uscita, esso è sempre sul lato opposto rispetto al lato di ingresso del motore in modo tale da evitare problemi di ingombro sia per il motore che per l'utenza.<sup>2</sup> Nelle sezioni seguenti vengono riportate le configurazioni implementate per la trasmissione industriale (Machinery) con le relative espressioni per la suddivisione del rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$  e per la suddivisione dell'interasse totale  $interasse_{totale}$  sui singoli stadi. Il codice Matlab è stato implementato richiedendo in ingresso la coppia in ingresso massima  $C_{massima}$ , l'interasse totale  $interasse_{totale}$  tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita e il rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$ .

Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $\tau_{totale} \leq 18$  e verso opposto di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

Lo schema della configurazione del riduttore industriale considerato è il seguente, il numero di stadi è pari a uno:

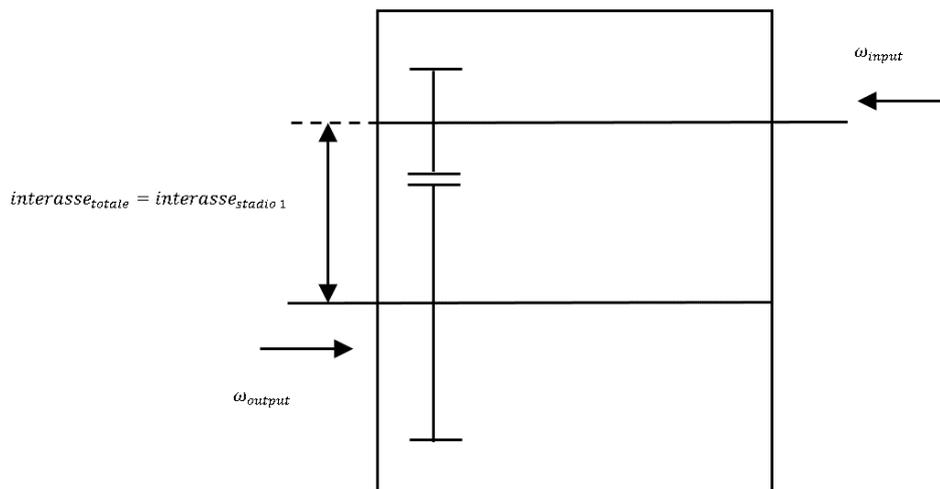


Figura 2.41 - Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $\tau_{totale} \leq 18$  e verso opposto di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

- Suddivisione del rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$ :

In questa configurazione, essendoci soltanto uno stadio, il rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$  viene riversato totalmente sull'unico stadio presente:

$$\tau_1 = \tau_{totale} \quad (2.235)$$

- Suddivisione dell'interasse totale  $interasse_{totale}$ :

In questa configurazione, essendoci soltanto uno stadio, l'interasse totale  $interasse_{totale}$  viene riversato totalmente sull'unico stadio presente:

$$interasse_{stadio\ 1} = interasse_{totale} \quad (2.236)$$

Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $\tau_{totale} \leq 18$  e verso concorde di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

Lo schema della configurazione del riduttore industriale considerato è il seguente, il numero di stadi è pari a due:

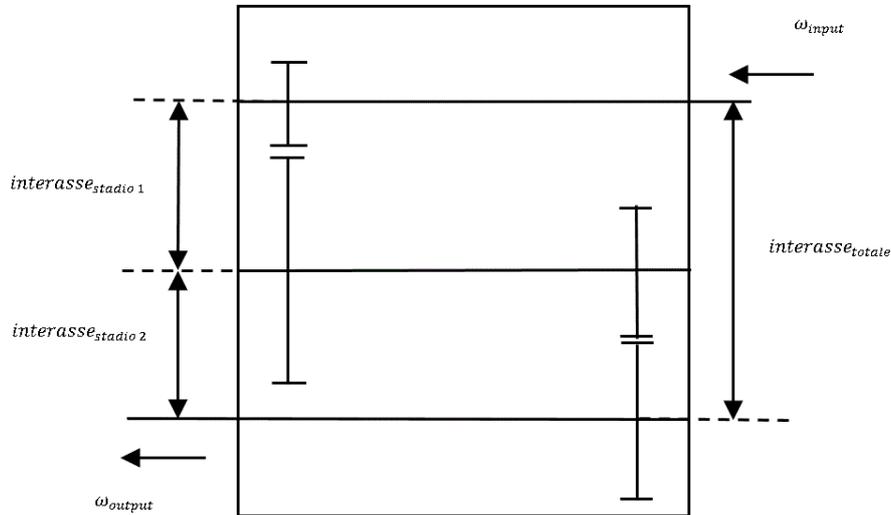


Figura 2.42 - Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $\tau_{totale} \leq 18$  e verso concorde di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

- Suddivisione del rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$ :

In questa configurazione il rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$  suddiviso nel seguente modo sui due stadi disponibili:

$$\tau_1 = 0.8(\tau_{totale})^{\frac{2}{3}} \quad (2.237)$$

$$\tau_2 = \frac{\tau_{totale}}{\tau_1} \quad (2.238)$$

- Suddivisione dell'interasse totale  $interasse_{totale}$ :

In questa configurazione l'interasse totale  $interasse_{totale}$  suddiviso in modo da evitare che si abbia interferenza tra le ruote dentate degli stadi e gli alberi di trasmissione della trasmissione industriale (Machinery). Per fare ciò viene introdotto un coefficiente di sicurezza sull'interferenza  $CS_{interferenza}$ , che garantisce la non interferenza. La prima equazione che lega gli interassi degli stadi  $interasse_{stadio\ 1}$  e  $interasse_{stadio\ 2}$  è la seguente:

$$interasse_{totale} = interasse_{stadio\ 1} + interasse_{stadio\ 2} \quad (2.239)$$

Per evitare l'interferenza vanno garantite le seguenti condizioni:

$$interasse_{stadio\ 2} > r_{output, stadio\ 1} \quad (2.240)$$

$$interasse_{stadio\ 1} > r_{input, stadio\ 2} \quad (2.241)$$

Le espressioni per ottenere la formula del coefficiente di sicurezza sull'interferenza  $CS_{interferenza}$ , che relaziona gli interassi degli stadi  $interasse_{stadio\ 1}$  e  $interasse_{stadio\ 2}$ , sono le seguenti:

$$interasse_{stadio\ 1} = r_{input, stadio\ 1} + r_{output, stadio\ 1} = r_{input, stadio\ 1}(1 + \tau_1) \quad (2.242)$$

$$r_{output, stadio 1} = r_{input, stadio 1} \tau_1 = \frac{interasse_{stadio 1} \tau_1}{(1 + \tau_1)} \quad (2.243)$$

Per cui si ottiene che:

$$interasse_{stadio 2} > \frac{interasse_{stadio 1} \tau_1}{(1 + \tau_1)} \quad (2.244)$$

$$interasse_{stadio 2} = \frac{interasse_{stadio 1} \tau_1 CS_{interferenza}}{(1 + \tau_1)} \quad (2.245)$$

Per cui il sistema finale di equazioni da risolvere per ottenere gli interassi degli stadi è il seguente:

$$\begin{cases} interasse_{totale} = interasse_{stadio 1} + interasse_{stadio 2} & (2.246) \\ interasse_{stadio 2} = \frac{interasse_{stadio 1} \tau_1 CS_{interferenza}}{(1 + \tau_1)} & (2.247) \end{cases}$$

Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $18 < \tau_{totale} \leq 60$  e verso opposto di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

Lo schema della configurazione del riduttore industriale considerato è il seguente, il numero di stadi è pari a tre:

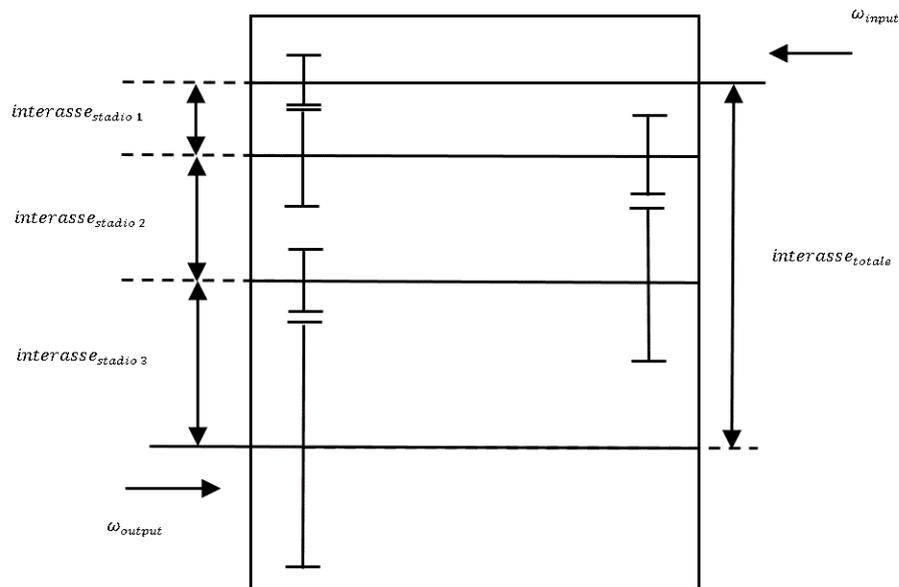


Figura 2.43 - Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $18 < \tau_{totale} \leq 60$  e verso opposto di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

- Suddivisione del rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$ :

In questa configurazione il rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$  suddiviso nel seguente modo sui tre stadi disponibili:

$$\tau_1 = 0.6(\tau_{totale})^{\frac{4}{7}} \quad (2.248)$$

$$\tau_2 = 1.1(\tau_{totale})^{\frac{2}{7}} \quad (2.249)$$

$$\tau_3 = \frac{\tau_{totale}}{\tau_1 \tau_2} \quad (2.250)$$

- Suddivisione dell'interasse totale  $interasse_{totale}$ :

In questa configurazione l'interesse totale  $interasse_{totale}$  suddiviso in modo da evitare che si abbia interferenza tra le ruote dentate degli stadi e gli alberi di trasmissione della trasmissione industriale (Machinery). Per fare ciò viene introdotto un coefficiente di sicurezza sull'interferenza  $CS_{interferenza}$ , che garantisce la non interferenza. La prima equazione che lega gli interessi degli stadi  $interasse_{stadio 1}$ ,  $interasse_{stadio 2}$  e  $interasse_{stadio 3}$  è la seguente:

$$interasse_{totale} = interasse_{stadio 1} + interasse_{stadio 2} + interasse_{stadio 3} \quad (2.251)$$

Per evitare l'interferenza va garantita la seguente condizione:

$$interasse_{stadio 2} > r_{input,stadio 3} + r_{output,stadio 1} \quad (2.252)$$

Le espressioni per ottenere la formula del coefficiente di sicurezza sull'interferenza  $CS_{interferenza}$ , che relaziona gli interessi degli stadi  $interasse_{stadio 1}$ ,  $interasse_{stadio 2}$  e  $interasse_{stadio 3}$ , sono le seguenti:

$$interasse_{stadio 3} = r_{input,stadio 3} + r_{output,stadio 3} = r_{input,stadio 3}(1 + \tau_3) \quad (2.253)$$

$$interasse_{stadio 1} = r_{input,stadio 1} + r_{output,stadio 1} = r_{input,stadio 1}(1 + \tau_1) = r_{output,stadio 1} \left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right) \quad (2.254)$$

Per cui si ottiene che:

$$interasse_{stadio 2} > \frac{interasse_{stadio 3}}{(1 + \tau_3)} + \frac{interasse_{stadio 1}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right)} \quad (2.255)$$

$$interasse_{stadio 2} = CS_{interferenza} \left[ \frac{interasse_{stadio 3}}{(1 + \tau_3)} + \frac{interasse_{stadio 1}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right)} \right] \quad (2.256)$$

Per cui il sistema finale di equazioni da risolvere per ottenere gli interessi degli stadi è il seguente:

$$\left\{ \begin{array}{l} interasse_{totale} = interasse_{stadio 1} + interasse_{stadio 2} + interasse_{stadio 3} \quad (2.257) \\ interasse_{stadio 2} = \frac{interasse_{stadio 1} + interasse_{stadio 3}}{2} \quad (2.258) \\ interasse_{stadio 2} = CS_{interferenza} \left[ \frac{interasse_{stadio 3}}{(1 + \tau_3)} + \frac{interasse_{stadio 1}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right)} \right] \quad (2.259) \end{array} \right.$$

Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $18 < \tau_{totale} \leq 60$  e verso concorde di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

Lo schema della configurazione del riduttore industriale considerato è il seguente, il numero di stadi è pari a due:

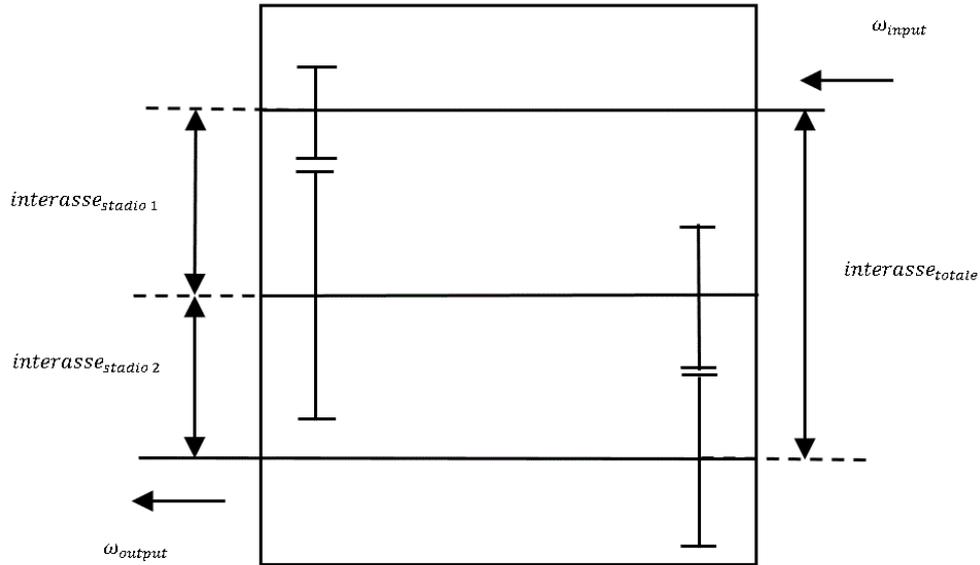


Figura 2.44 - Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $18 < \tau_{totale} \leq 60$  e verso concorde di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

- Suddivisione del rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$ :

In questa configurazione il rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$  suddiviso nel seguente modo sui due stadi disponibili:

$$\tau_1 = 0.8(\tau_{totale})^{\frac{2}{3}} \quad (2.260)$$

$$\tau_2 = \frac{\tau_{totale}}{\tau_1} \quad (2.261)$$

- Suddivisione dell'interasse totale  $interasse_{totale}$ :

In questa configurazione l'interasse totale  $interasse_{totale}$  suddiviso in modo da evitare che si abbia interferenza tra le ruote dentate degli stadi e gli alberi di trasmissione della trasmissione industriale (Machinery). Per fare ciò viene introdotto un coefficiente di sicurezza sull'interferenza  $CS_{interferenza}$ , che garantisce la non interferenza. La prima equazione che lega gli interassi degli stadi  $interasse_{stadio 1}$  e  $interasse_{stadio 2}$  è la seguente:

$$interasse_{totale} = interasse_{stadio 1} + interasse_{stadio 2} \quad (2.262)$$

Per evitare l'interferenza vanno garantite le seguenti condizioni:

$$interasse_{stadio 2} > r_{output, stadio 1} \quad (2.263)$$

$$interasse_{stadio 1} > r_{input, stadio 2} \quad (2.264)$$

Le espressioni per ottenere la formula del coefficiente di sicurezza sull'interferenza  $CS_{interferenza}$ , che relaziona gli interassi degli stadi  $interasse_{stadio 1}$  e  $interasse_{stadio 2}$ , sono le seguenti:

$$interasse_{stadio 1} = r_{input, stadio 1} + r_{output, stadio 1} = r_{input, stadio 1}(1 + \tau_1) \quad (2.265)$$

$$r_{output, stadio 1} = r_{input, stadio 1} \tau_1 = \frac{interasse_{stadio 1} \tau_1}{(1 + \tau_1)} \quad (2.266)$$

Per cui si ottiene che:

$$interasse_{stadio\ 2} > \frac{interasse_{stadio\ 1} \tau_1}{(1 + \tau_1)} \quad (2.267)$$

$$interasse_{stadio\ 2} = \frac{interasse_{stadio\ 1} \tau_1 CS_{interferenza}}{(1 + \tau_1)} \quad (2.268)$$

Per cui il sistema finale di equazioni da risolvere per ottenere gli interassi degli stadi è il seguente:

$$\begin{cases} interasse_{totale} = interasse_{stadio\ 1} + interasse_{stadio\ 2} & (2.269) \\ interasse_{stadio\ 2} = \frac{interasse_{stadio\ 1} \tau_1 CS_{interferenza}}{(1 + \tau_1)} & (2.270) \end{cases}$$

Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $\tau_{totale} > 60$  e verso opposto di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

Lo schema della configurazione del riduttore industriale considerato è il seguente, il numero di stadi è pari a tre:

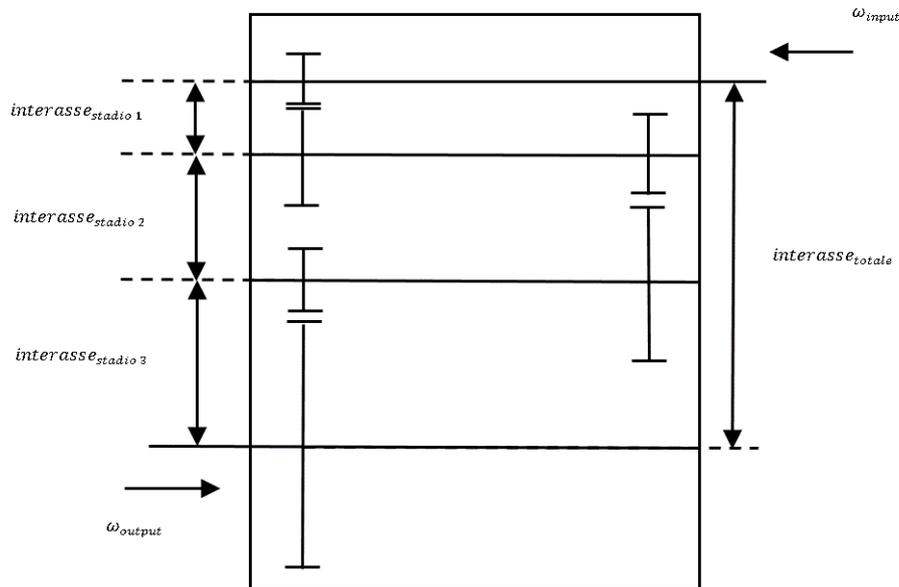


Figura 2.45 - Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $\tau_{totale} > 60$  e verso opposto di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

- Suddivisione del rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$ :

In questa configurazione il rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$  suddiviso nel seguente modo sui tre stadi disponibili:

$$\tau_1 = 0.6(\tau_{totale})^{\frac{4}{7}} \quad (2.271)$$

$$\tau_2 = 1.1(\tau_{totale})^{\frac{2}{7}} \quad (2.272)$$

$$\tau_3 = \frac{\tau_{totale}}{\tau_1 \tau_2} \quad (2.273)$$

- Suddivisione dell'interasse totale  $interasse_{totale}$ :

In questa configurazione l'interasse totale  $interasse_{totale}$  suddiviso in modo da evitare che si abbia interferenza tra le ruote dentate degli stadi e gli alberi di trasmissione della trasmissione industriale (Machinery). Per fare ciò viene introdotto un coefficiente di sicurezza sull'interferenza  $CS_{interferenza}$ , che

garantisce la non interferenza. La prima equazione che lega gli interessi degli stadi  $interasse_{stadio 1}$ ,  $interasse_{stadio 2}$  e  $interasse_{stadio 3}$  è la seguente:

$$interasse_{totale} = interasse_{stadio 1} + interasse_{stadio 2} + interasse_{stadio 3} \quad (2.274)$$

Per evitare l'interferenza va garantita la seguente condizione:

$$interasse_{stadio 2} > r_{input,stadio 3} + r_{output,stadio 1} \quad (2.275)$$

Le espressioni per ottenere la formula del coefficiente di sicurezza sull'interferenza  $CS_{interferenza}$ , che relaziona gli interessi degli stadi  $interasse_{stadio 1}$ ,  $interasse_{stadio 2}$  e  $interasse_{stadio 3}$ , sono le seguenti:

$$interasse_{stadio 3} = r_{input,stadio 3} + r_{output,stadio 3} = r_{input,stadio 3}(1 + \tau_3) \quad (2.276)$$

$$interasse_{stadio 1} = r_{input,stadio 1} + r_{output,stadio 1} = r_{input,stadio 1}(1 + \tau_1) = r_{output,stadio 1} \left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right) \quad (2.277)$$

Per cui si ottiene che:

$$interasse_{stadio 2} > \frac{interasse_{stadio 3}}{(1 + \tau_3)} + \frac{interasse_{stadio 1}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right)} \quad (2.278)$$

$$interasse_{stadio 2} = CS_{interferenza} \left[ \frac{interasse_{stadio 3}}{(1 + \tau_3)} + \frac{interasse_{stadio 1}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right)} \right] \quad (2.279)$$

Per cui il sistema finale di equazioni da risolvere per ottenere gli interessi degli stadi è il seguente:

$$\left\{ \begin{array}{l} interasse_{totale} = interasse_{stadio 1} + interasse_{stadio 2} + interasse_{stadio 3} \quad (2.280) \\ interasse_{stadio 2} = \frac{interasse_{stadio 1} + interasse_{stadio 3}}{2} \quad (2.281) \\ interasse_{stadio 2} = CS_{interferenza} \left[ \frac{interasse_{stadio 3}}{(1 + \tau_3)} + \frac{interasse_{stadio 1}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right)} \right] \quad (2.282) \end{array} \right.$$

Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $\tau_{totale} > 60$  e verso concorde di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

Lo schema della configurazione del riduttore industriale considerato è il seguente, il numero di stadi è pari a quattro:

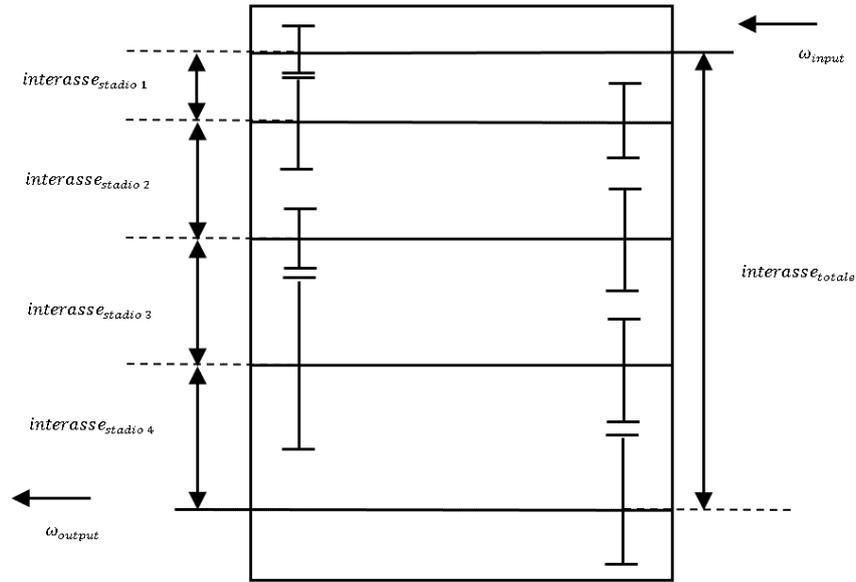


Figura 2.46 - Configurazione della trasmissione industriale (Machinery) con  $\tau_{totale} > 60$  e verso concorde di rotazione tra l'albero di ingresso e l'albero di uscita

- Suddivisione del rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$ :

In questa configurazione il rapporto di trasmissione totale  $\tau_{totale}$  suddiviso nel seguente modo sui tre stadi disponibili:

$$\tau_1 = 0.6(\tau_{totale})^{\frac{4}{7}} \quad (2.283)$$

$$\tau_2 = 1.1(\tau_{totale})^{\frac{2}{7}} \quad (2.284)$$

$$\tau_3 = \sqrt{\frac{\tau_{totale}}{\tau_1 \tau_2}} \left(\frac{3}{2}\right) \quad (2.285)$$

$$\tau_4 = \frac{\sqrt{\frac{\tau_{totale}}{\tau_1 \tau_2}}}{\left(\frac{3}{2}\right)} \quad (2.286)$$

- Suddivisione dell'interasse totale  $interasse_{totale}$ :

In questa configurazione l'interasse totale  $interasse_{totale}$  suddiviso in modo da evitare che si abbia interferenza tra le ruote dentate degli stadi e gli alberi di trasmissione della trasmissione industriale (Machinery). Per fare ciò viene introdotto un coefficiente di sicurezza sull'interferenza  $CS_{interferenza}$ , che garantisce la non interferenza. La prima equazione che lega gli interassi degli stadi  $interasse_{stadio 1}$ ,  $interasse_{stadio 2}$ ,  $interasse_{stadio 3}$  e  $interasse_{stadio 4}$  è la seguente:

$$interasse_{totale} = interasse_{stadio 1} + interasse_{stadio 2} + interasse_{stadio 3} + interasse_{stadio 4} \quad (2.287)$$

Per evitare l'interferenza vanno garantite le seguenti condizioni:

$$interasse_{stadio 2} > r_{input, stadio 3} + r_{output, stadio 1} \quad (2.288)$$

$$interasse_{stadio 3} > r_{input, stadio 4} + r_{output, stadio 2} \quad (2.289)$$

Le espressioni per ottenere la formula del coefficiente di sicurezza sull'interferenza  $CS_{interferenza}$ , che relaciona gli interessi degli stadi  $interasse_{stadio 1}$ ,  $interasse_{stadio 2}$ ,  $interasse_{stadio 3}$  e  $interasse_{stadio 4}$ , sono le seguenti:

$$interasse_{stadio 3} = r_{input,stadio 3} + r_{output,stadio 3} = r_{input,stadio 3}(1 + \tau_3) \quad (2.290)$$

$$interasse_{stadio 1} = r_{input,stadio 1} + r_{output,stadio 1} = r_{input,stadio 1}(1 + \tau_1) = r_{output,stadio 1} \left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right) \quad (2.291)$$

$$interasse_{stadio 4} = r_{input,stadio 4} + r_{output,stadio 4} = r_{input,stadio 4}(1 + \tau_4) \quad (2.292)$$

$$interasse_{stadio 2} = r_{input,stadio 2} + r_{output,stadio 2} = r_{input,stadio 2}(1 + \tau_2) = r_{output,stadio 2} \left(1 + \frac{1}{\tau_2}\right) \quad (2.293)$$

Per cui si ottiene che:

$$interasse_{stadio 2} > \frac{interasse_{stadio 3}}{(1 + \tau_3)} + \frac{interasse_{stadio 1}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right)} \quad (2.294)$$

$$interasse_{stadio 2} = CS_{interferenza} \left[ \frac{interasse_{stadio 3}}{(1 + \tau_3)} + \frac{interasse_{stadio 1}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right)} \right] \quad (2.295)$$

$$interasse_{stadio 3} > \frac{interasse_{stadio 4}}{(1 + \tau_4)} + \frac{interasse_{stadio 2}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_2}\right)} \quad (2.296)$$

$$interasse_{stadio 3} = CS_{interferenza} \left[ \frac{interasse_{stadio 4}}{(1 + \tau_4)} + \frac{interasse_{stadio 2}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_2}\right)} \right] \quad (2.297)$$

Per cui il sistema finale di equazioni da risolvere per ottenere gli interessi degli stadi è il seguente:

$$\left\{ \begin{array}{l} interasse_{totale} = interasse_{stadio 1} + interasse_{stadio 2} + interasse_{stadio 3} + interasse_{stadio 4} \quad (2.298) \\ interasse_{stadio 4} = interasse_{stadio 3} CS_{interferenza} \quad (2.299) \end{array} \right.$$

$$interasse_{stadio 2} = CS_{interferenza} \left[ \frac{interasse_{stadio 3}}{(1 + \tau_3)} + \frac{interasse_{stadio 1}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_1}\right)} \right] \quad (2.300)$$

$$interasse_{stadio 3} = CS_{interferenza} \left[ \frac{interasse_{stadio 4}}{(1 + \tau_4)} + \frac{interasse_{stadio 2}}{\left(1 + \frac{1}{\tau_2}\right)} \right] \quad (2.301)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$interasse_{totale}$	Interasse totale della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$interasse_{stadio 1}$	Interasse dello stadio 1 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$interasse_{stadio 2}$	Interasse dello stadio 2 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$interasse_{stadio 3}$	Interasse dello stadio 3 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$interasse_{stadio 4}$	Interasse dello stadio 4 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]

$\tau_{totale}$	Rapporto di trasmissione totale della trasmissione industriale (Machinery)	[-]
$\tau_1$	Rapporto di trasmissione dello stadio 1 della trasmissione industriale (Machinery)	[-]
$\tau_2$	Rapporto di trasmissione dello stadio 2 della trasmissione industriale (Machinery)	[-]
$\tau_3$	Rapporto di trasmissione dello stadio 3 della trasmissione industriale (Machinery)	[-]
$\tau_4$	Rapporto di trasmissione dello stadio 4 della trasmissione industriale (Machinery)	[-]
$CS_{interferenza}$	Coefficiente di sicurezza sull'interferenza	[-]
$r_{input,stadio 1}$	Raggio primitivo della ruota dentata di input dello stadio 1 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$r_{input,stadio 2}$	Raggio primitivo della ruota dentata di input dello stadio 2 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$r_{input,stadio 3}$	Raggio primitivo della ruota dentata di input dello stadio 3 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$r_{input,stadio 4}$	Raggio primitivo della ruota dentata di input dello stadio 4 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$r_{output,stadio 1}$	Raggio primitivo della ruota dentata di output dello stadio 1 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$r_{output,stadio 2}$	Raggio primitivo della ruota dentata di output dello stadio 2 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$r_{output,stadio 3}$	Raggio primitivo della ruota dentata di output dello stadio 3 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]
$r_{output,stadio 4}$	Raggio primitivo della ruota dentata di output dello stadio 4 della trasmissione industriale (Machinery)	[m]

Tabella 2.62

### 2.13 Configurazione implementate della trasmissione automobilistica (cambio di velocità)

Per la trasmissione automobilistica (cambio di velocità) è stata implementata una sola configurazione: cambio di velocità a manuale a 5 marce più la retro-marcia adatta per un veicolo a trazione anteriore con il motore montato sull'avantreno trasversalmente. Nella figura seguente è riportato lo schema del cambio di velocità manuale che è stato dimensionato e implementato nel progetto:

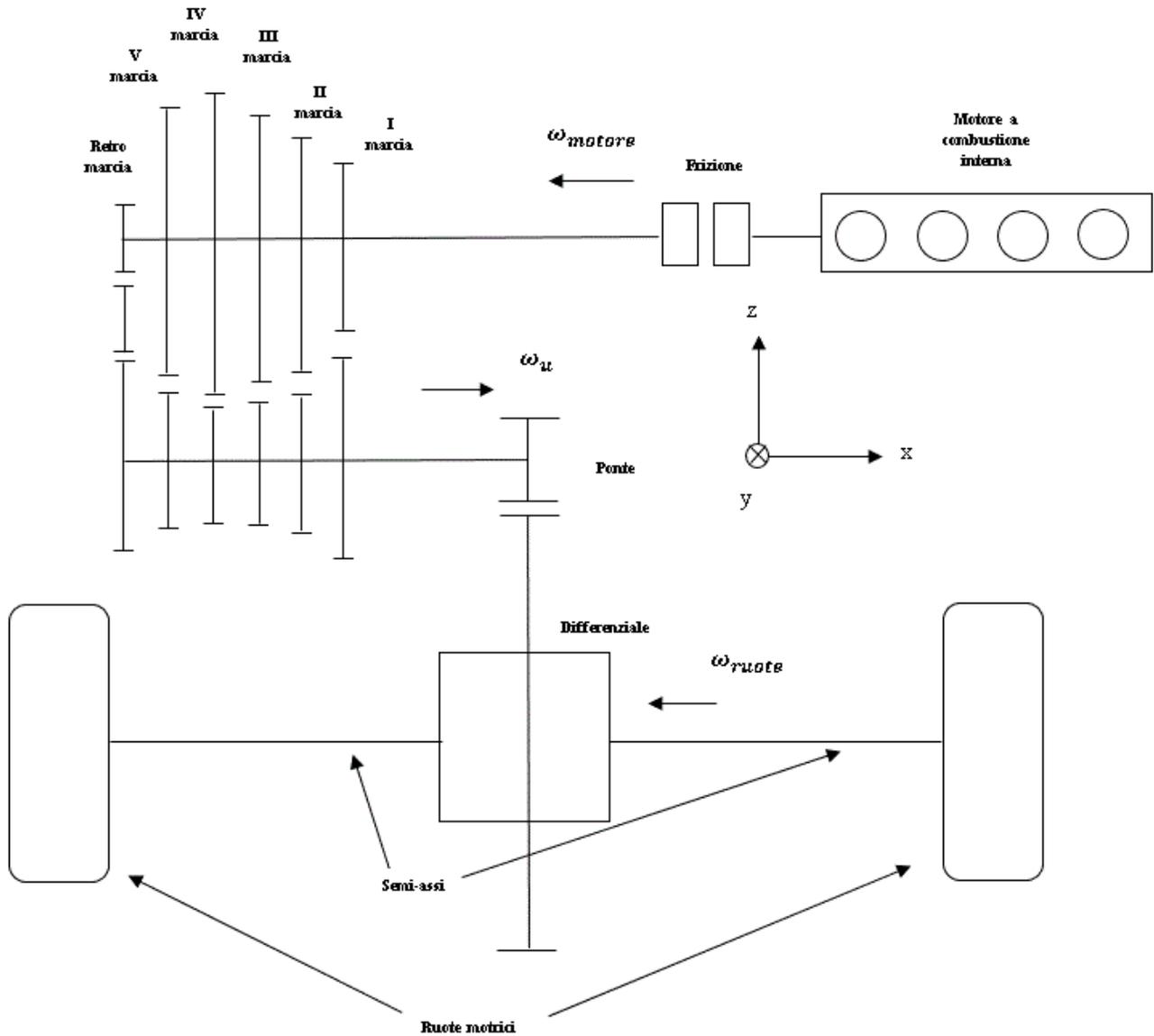


Figura 2.47 - Schema della trasmissione automobilistica manuale a 5 marce più la retro-marcia

### 2.14 Dimensionamento della retro-marcia della trasmissione automobilistica

Siccome la retro-marcia della trasmissione automobilistica è composta da tre ruote dentate in presa, è stato implementato un calcolo iterativo che calcola gli angoli tra la retta verticale e i centri degli alberi primario e secondario del cambio di velocità. Il calcolo svolto garantisce inoltre che il rapporto di trasmissione della retro-marcia  $\tau_r$  e l'interasse della retro-marcia siano all'interno della tolleranza imposta.

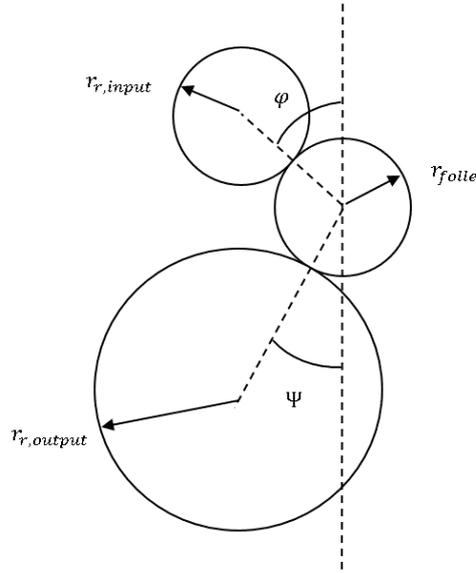


Figura 2.48 - Schema della retro-marcia della trasmissione automobilistica

Le espressioni da risolvere iterativamente, per impostare la configurazione della retro-marcia, sono le seguenti:

$$\left| \frac{\sqrt{(x_{r,folle} - x_{r,input})^2 + (y_{r,folle} - y_{r,input})^2} - r_{r,input} - r_{folle}}{r_{r,input} + r_{folle}} \right| \leq \text{tolleranza}_{interasse} \quad (2.302)$$

$$\left| \frac{\sqrt{(x_{r,output} - x_{r,folle})^2 + (y_{r,output} - y_{r,folle})^2} - r_{folle} - r_{r,output}}{r_{r,output} + r_{folle}} \right| \leq \text{tolleranza}_{interasse} \quad (2.303)$$

$$r_{r,output} = \tau_r r_{r,input} \quad (2.304)$$

$$\varphi = 90^\circ - \tan^{-1} \left( \frac{y_{r,folle}}{x_{r,folle}} \right) \quad (2.305)$$

$$\Psi = 90^\circ + \tan^{-1} \left( \frac{y_{r,folle} - y_{r,output}}{x_{r,folle}} \right) \quad (2.306)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$x_{r,input}$	Coordinata x della ruota dentata input della retro-marcia	[m]
$x_{r,folle}$	Coordinata x della ruota dentata folle della retro-marcia	[m]
$x_{r,output}$	Coordinata x della ruota dentata output della retro-marcia	[m]
$y_{r,input}$	Coordinata y della ruota dentata input della retro-marcia	[m]
$y_{r,folle}$	Coordinata y della ruota dentata folle della retro-marcia	[m]
$y_{r,output}$	Coordinata y della ruota dentata output della retro-marcia	[m]
$r_{r,input}$	Raggio primitivo della ruota dentata input della retro-marcia	[m]
$r_{folle}$	Raggio primitivo della ruota dentata folle della retro-marcia	[m]
$r_{r,output}$	Raggio primitivo della ruota dentata output della retro-marcia	[m]
$\tau_r$	Rapporto di trasmissione della retro-marcia	[-]
$\text{tolleranza}_{interasse}$	Tolleranza sull'interasse ammessa	[-]

$\varphi$	Angolo tra la verticale e la retta congiungente i centri di ruota dentata folle e output	[°]
$\Psi$	Angolo tra la verticale e la retta congiungente i centri di ruota dentata folle e input	[°]

Tabella 2.63

### 3. Dimensionamento degli alberi

Gli alberi di trasmissione sono componenti estremamente importanti in una trasmissione meccanica, sia per una trasmissione automobilistica che per una trasmissione industriale (Machinery). L'albero di trasmissione ha il compito di trasmettere la potenza lungo la catena di trasmissione, l'adempimento viene realizzato mediante le ruote dentate che sono alloggiare e montate sull'albero di trasmissione. Tendenzialmente nelle trasmissioni automobilistiche (cambi di velocità) le ruote dentate vengono fissate sull'albero mediante un accoppiamento con profilo scanalato. Solitamente nelle le trasmissioni industriali (Machinery) il montaggio delle ruote dentate sull'albero di trasmissione è ottenuto attraverso un accoppiamento forzato (calettamento). Questa differenza di collegamenti meccanici utilizzati è giustificata dal fatto che le coppie trasmissibili mediante profili scanalati non sono generalmente molto elevate, nelle trasmissioni automobilistiche infatti i livelli di coppia trasmessa ricadono nell'ordine delle centinaia di [Nm]. Nelle trasmissioni industriali (Machinery) invece i livelli di coppia trasmessa sono decisamente più elevati con valori medi nell'ordine del migliaio di [Nm], per queste applicazioni spesso è necessario ricorrere all'accoppiamento forzato che consente la trasmissione di coppie molto elevate. L'albero di trasmissione viene vincolato mediante l'uso di cuscinetti volventi posti di solito alle estremità dell'albero, i cuscinetti volventi consentono all'albero di ruotare attorno al suo asse e quindi di trasmettere la potenza attraverso le ruote dentate su di esso montate. E' particolarmente importante ricordare che sugli alberi di trasmissione delle trasmissioni automobilistiche (cambi di velocità) trovano spazio componenti aggiuntivi come i sincronizzatori, essi consentono di ottenere un adeguato innesto della marcia selezionata e il loro ingombro deve essere considerato nella fase di dimensionamento dell'albero di trasmissione. Per il montaggio dei cuscinetti è necessario concepire la presenza di spallamenti sull'albero di trasmissione che ne consente la battuta e quindi la corretta installazione. Nelle immagini seguenti vengono riportati degli esempi di alberi di trasmissione, con elementi montati, utilizzati in trasmissioni automobilistiche e in trasmissioni industriali.

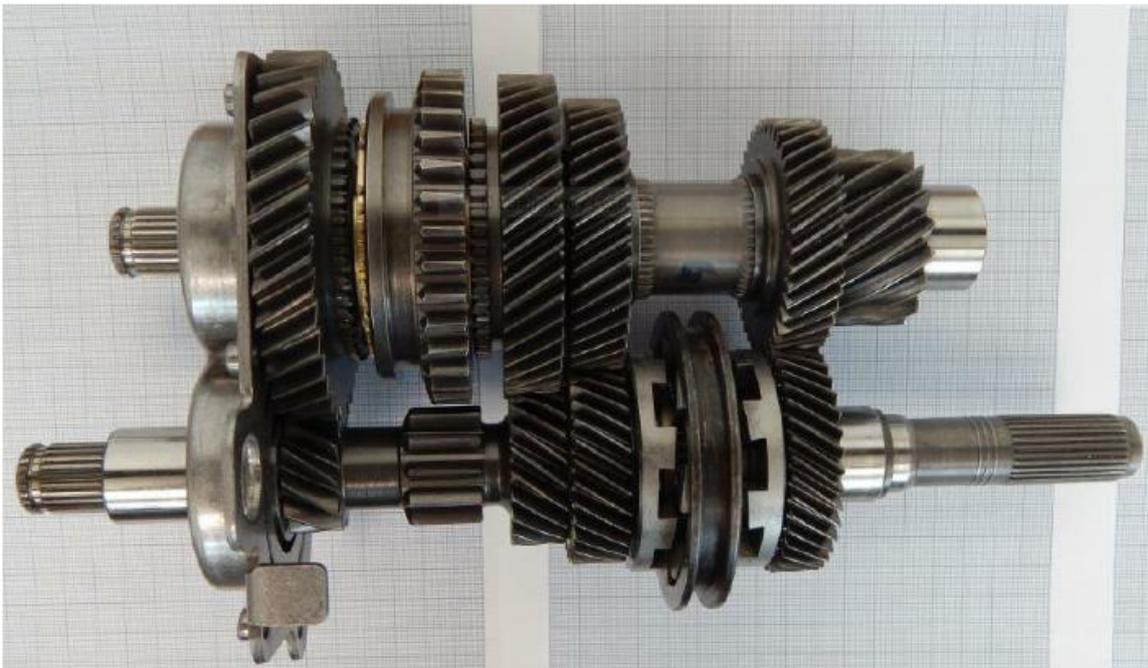


Figura 3.1 - Alberi di trasmissione di una trasmissione automobilistica



Figura 3.2 - Albero di trasmissione di una trasmissione industriale (Machinery)

### 3.1 Modello tridimensionale agli elementi finiti della trave di Timoshenko

Il modello della trave di Timoshenko ha realizzato storicamente un netto miglioramento in termini di risultati computazionali rispetto al modello più semplice e meno accurato della trave di Eulero-Bernoulli. Il modello della trave di Timoshenko considera anche gli effetti dello scorrimento dovuto alla sollecitazione di taglio, mentre nelle ipotesi della trave di Eulero-Bernoulli questo aspetto viene trascurato. Inoltre, poiché il modello della trave di Timoshenko considera la sollecitazione di taglio agente sulla sezione dell'elemento trave, le sezioni della trave non si mantengono normali all'asse dopo la deformazione causata dal carico. Nel modello della trave di Timoshenko le sezioni risultano inclinate e non normali alla linea media della trave.

Una rappresentazione chiara delle principali differenze tra il modello trave di Eulero-Bernoulli e il modello trave di Timoshenko è riportata nella figura seguente:

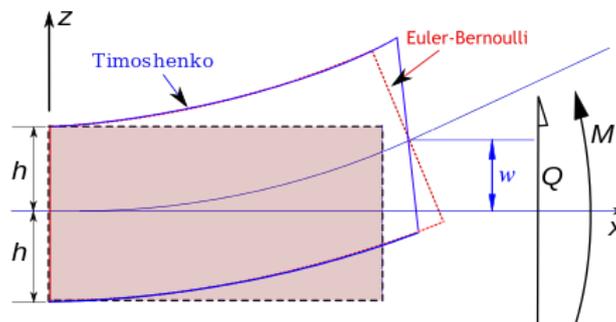


Figura 3.3 - Confronto tra il modello trave di Timoshenko e il modello trave di Eulero-Bernoulli

Nella figura seguente viene riportato uno schema della trave di Timoshenko riportante il sistema di riferimento destrorso  $x, y, z$  adottato, le direzioni e i versi positivi per gli spostamenti  $u, v, w$  e le rotazioni  $\theta_x, \theta_y$  e  $\theta_z$ :

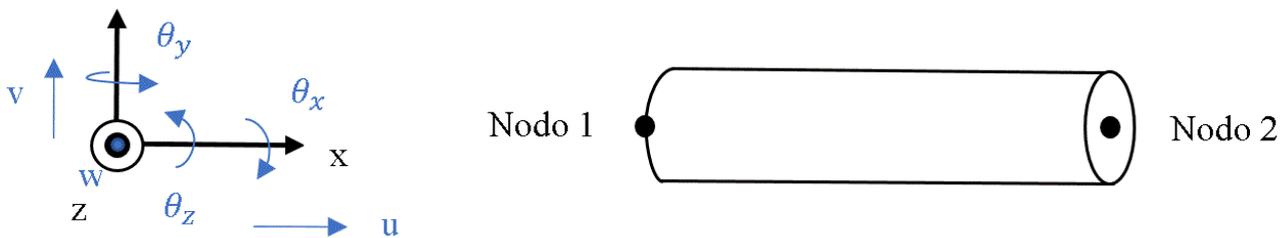


Figura 3.4 - Sistema di riferimento adottato per il modello trave di Timoshenko riportante i versi positivi degli assi, delle traslazioni e delle rotazioni

Le espressioni per il calcolo delle proprietà geometriche di un elemento trave non cavo a sezione circolare sono le seguenti:

$$A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \quad (3.1)$$

$$I_x = I_p = \pi \frac{D^4}{32} \quad (3.2)$$

$$I_y = I_z = \pi \frac{D^4}{64} \quad (3.3)$$

$$\phi_y = 12 \frac{EI_z}{GA l^2} \quad (3.4)$$

$$\phi_z = 12 \frac{EI_y}{GA l^2} \quad (3.5)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$D$	Diametro dell'elemento trave	[m]
$E$	Modulo elastico normale (Modulo di Young)	[Pa]
$G$	Modulo elastico tangenziale	[Pa]
$A$	Area dell'elemento trave	[m <sup>2</sup> ]
$I_x$	Momento di inerzia lungo x dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$I_y$	Momento di inerzia lungo y dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$I_z$	Momento di inerzia lungo z dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$I_p$	Momento di inerzia polare dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$\phi_y$	Fattore di Timoshenko lungo y	[-]
$\phi_z$	Fattore di Timoshenko lungo z	[-]

Nel calcolo realizzato mediante l'utilizzo del modello trave tridimensionale di Timoshenko, vengono considerati gli stati di sollecitazione a trazione, a flessione, a torsione e a taglio. Le espressioni per il calcolo della matrice di massa  $[M]_e$ , della matrice di rigidezza  $[K]_e$  e della matrice tensione-deformazione  $[D]_e$  dell'elemento trave di Timoshenko sono le seguenti:

$$[K]_e = E \begin{bmatrix} \frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & -\frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(4+\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(2-\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 \\ 0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} \\ -\frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & \frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(2-\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(4+\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 \\ 0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$[M]_e = m_{el} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{11l}{210} + \frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13l}{420} + \frac{I_z}{10Al} \\ 0 & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & -\frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & \frac{13l}{420} - \frac{I_y}{10Al} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{3A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{6A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{l^2}{105} + \frac{2I_y}{15A} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13l}{420} + \frac{I_y}{10Al} & 0 & -\frac{l^2}{140} - \frac{2I_y}{30A} & 0 \\ 0 & \frac{11l}{210} + \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{l^2}{105} + \frac{2I_z}{15A} & 0 & \frac{13l}{420} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & -\frac{l^2}{140} - \frac{2I_z}{30A} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{13l}{420} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} \\ 0 & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & -\frac{13l}{420} + \frac{I_y}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & +\frac{11l}{210} + \frac{I_z}{10Al} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{6A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{3A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13l}{420} - \frac{I_y}{10Al} & 0 & -\frac{l^2}{140} - \frac{2I_y}{30A} & 0 & 0 & 0 & +\frac{11l}{210} + \frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{l^2}{105} + \frac{2I_y}{15A} & 0 \\ 0 & -\frac{13l}{420} + \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & -\frac{l^2}{140} - \frac{2I_z}{30A} & 0 & -\frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{l^2}{105} + \frac{2I_z}{15A} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$[D]_e = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$m_{el}$	Massa dell'elemento trave	[kg]
$l$	Lunghezza dell'elemento trave	[m]
$E$	Modulo elastico normale (Modulo di Young)	[Pa]
$\nu$	Modulo di Poisson	[-]
$G$	Modulo elastico tangenziale	[Pa]
$A$	Area dell'elemento trave	[m <sup>2</sup> ]
$I_x$	Momento di inerzia lungo x dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$I_y$	Momento di inerzia lungo y dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$I_z$	Momento di inerzia lungo z dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$I_p$	Momento di inerzia polare dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$\phi_y$	Fattore di Timoshenko lungo y	[-]
$\phi_z$	Fattore di Timoshenko lungo z	[-]
$[K]_e$	Matrice di rigidezza dell'elemento trave	$\frac{N}{m}$ se traslazioni $\frac{Nm}{rad}$ se rotazioni
$[M]_e$	Matrice di massa dell'elemento trave	[kg] se traslazioni $\frac{kg}{rad} m$ se rotazioni
$[D]_e$	Matrice tensione-deformazione dell'elemento trave	[Pa]

Tabella 3.1

### 3.2 Assemblaggio delle matrici di massa $[M]$ , di rigidezza $[K]$ e di tensione-deformazione $[D]$ dell'albero

Una volta scritte le matrici di massa  $[M]_e$ , di rigidezza  $[K]_e$  e di tensione-deformazione  $[D]_e$  del singolo elemento trave composto da due nodi, esse vanno inserite nelle matrici di massa globale  $[M]$ , di rigidezza globale  $[K]$  e di tensione-deformazione globale  $[D]$  dell'intero albero. Infatti l'albero viene scomposto in una serie di elementi travi inserendo i nodi in corrispondenza dei punti nei quali possono esserci carichi applicati, vincoli oppure variazioni di sezione dell'albero. L'assemblaggio delle matrici è stato automatizzato con un algoritmo di calcolo all'interno del codice Matlab.

Le espressioni per il calcolo e l'assemblaggio della matrice di massa globale  $[M]$ , della matrice di rigidezza globale  $[K]$  e della matrice tensione-deformazione globale  $[D]$  dell'albero sono le seguenti:

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11}^{e_1} & M_{12}^{e_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ M_{21}^{e_1} & M_{22}^{e_1} + M_{11}^{e_2} & M_{12}^{e_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & M_{21}^{e_2} & M_{22}^{e_2} + M_{11}^{e_3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & M_{22}^{e_{N-1}} + M_{11}^{e_N} & M_{12}^{e_N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & M_{21}^{e_N} & M_{22}^{e_N} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11}^{e_1} & K_{12}^{e_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ K_{21}^{e_1} & K_{22}^{e_1} + K_{11}^{e_2} & K_{12}^{e_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & K_{21}^{e_2} & K_{22}^{e_2} + K_{11}^{e_3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & K_{22}^{e_{N-1}} + K_{11}^{e_N} & K_{12}^{e_N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & K_{21}^{e_N} & K_{22}^{e_N} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11}^{e_1} & D_{12}^{e_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ D_{21}^{e_1} & D_{22}^{e_1} + D_{11}^{e_2} & D_{12}^{e_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & D_{21}^{e_2} & D_{22}^{e_2} + D_{11}^{e_3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D_{22}^{e_{N-1}} + D_{11}^{e_N} & D_{12}^{e_N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D_{21}^{e_N} & D_{22}^{e_N} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

La relazione che lega il numero di elementi trave  $N$  con il numero di nodi  $N_{nodi}$  è la seguente:

$$N_{nodi} = N + 1 \quad (3.12)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$N$	Numero di elementi trave	$[-]$
$N_{nodi}$	Numero di nodi dell'albero	$[-]$
$K_{11}^{e_i}$	Quadrante nord-ovest della matrice di rigidezza dell'elemento trave $i$ -esimo	$\begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix}$ se traslazioni $\begin{bmatrix} Nm \\ rad \end{bmatrix}$ se rotazioni

$K_{12}^{ei}$	Quadrante nord-est della matrice di rigidezza dell'elemento trave i-esimo	$\left[\frac{N}{m}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$ se rotazioni
$K_{21}^{ei}$	Quadrante sud-ovest della matrice di rigidezza dell'elemento trave i-esimo	$\left[\frac{N}{m}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$ se rotazioni
$K_{22}^{ei}$	Quadrante sud-est della matrice di rigidezza dell'elemento trave i-esimo	$\left[\frac{N}{m}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$ se rotazioni
$M_{11}^{ei}$	Quadrante nord-ovest della matrice di massa dell'elemento trave i-esimo	$[kg]$ se traslazioni $\left[\frac{kg}{rad}m\right]$ se rotazioni
$M_{12}^{ei}$	Quadrante nord-est della matrice di massa dell'elemento trave i-esimo	$[kg]$ se traslazioni $\left[\frac{kg}{rad}m\right]$ se rotazioni
$M_{21}^{ei}$	Quadrante sud-ovest della matrice di massa dell'elemento trave i-esimo	$[kg]$ se traslazioni $\left[\frac{kg}{rad}m\right]$ se rotazioni
$M_{22}^{ei}$	Quadrante sud-est della matrice di massa dell'elemento trave i-esimo	$[kg]$ se traslazioni $\left[\frac{kg}{rad}m\right]$ se rotazioni
$D_{11}^{ei}$	Quadrante nord-ovest della matrice tensione-deformazione dell'elemento trave i-esimo	$[Pa]$
$D_{12}^{ei}$	Quadrante nord-est della matrice tensione-deformazione dell'elemento trave i-esimo	$[Pa]$
$D_{21}^{ei}$	Quadrante sud-ovest della matrice tensione-deformazione dell'elemento trave i-esimo	$[Pa]$
$D_{22}^{ei}$	Quadrante sud-est della matrice tensione-deformazione dell'elemento trave i-esimo	$[Pa]$
$[M]$	Matrice di massa dell'albero	$[kg]$ se traslazioni $\left[\frac{kg}{rad}m\right]$ se rotazioni
$[K]$	Matrice di rigidezza dell'albero	$\left[\frac{N}{m}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$ se rotazioni
$[D]$	Matrice tensione-deformazione dell'albero	$[Pa]$

Tabella 3.2

### 3.3 Verifica alla deflessione statica dell'albero

Prima di effettuare la verifica alla deflessione statica dell'albero, vanno scelti dei diametri di tentativo con i quali si calcolano le proprietà geometriche delle sezioni degli elementi trave con i quali è stato suddiviso l'albero. Nel codice di calcolo è stato implementato un algoritmo iterativo sui diametri dei diversi elementi trave dell'albero. I diametri degli elementi trave hanno una notevole influenza sulla verifica alla deflessione statica dell'albero in quanto con diametri maggiori si hanno maggiori rigidità e quindi minori deflessioni statiche mentre con diametri minori si hanno minori rigidità e maggiori deflessioni statiche.

Dopo aver assemblato le matrici di massa globale  $[M]$  e di rigidità globale  $[K]$  dell'albero, vanno eliminati i gradi di libertà dell'albero che sono vincolati. Per il caso della deflessione statica sono stati considerati come vincoli:

- Cuscinetto: blocca le traslazioni  $u, v, w$  e le rotazioni  $\theta_y, \theta_z$  consentendo la rotazione  $\theta_x$ ;
- Ruota dentata in presa: blocca la rotazione  $\theta_x$  consentendo le rotazioni  $\theta_y, \theta_z$  e le traslazioni  $u, v, w$ .

Dunque, nel momento in cui si considera un vincolo, vanno eliminate le righe e le colonne dei gradi di libertà vincolati dalle matrici globali ottenendo le matrici di massa nota  $[M]_{nota}$ , di rigidità nota  $[K]_{nota}$ , di smorzamento nota  $[C]_{nota}$  e il vettore delle forze noto  $\{F\}_{noto}$ . L'equazione del moto dell'albero, considerando le matrici note, è la seguente:

$$[M]_{nota} \frac{d^2\{U\}_{noto}}{dt^2} + [C]_{nota} \frac{d\{U\}_{noto}}{dt} + [K]_{nota}\{U\}_{noto} = \{F\}_{noto} \quad (3.13)$$

Che nel caso della deflessione statica, trascurando la derivata seconda e la derivata prima del vettore degli spostamenti noto  $\{U\}_{noto}$ , l'equazione del moto dell'albero si semplifica in:

$$[K]_{nota}\{U\}_{noto} = \{F\}_{noto} \quad (3.14)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\{U\}_{noto}$	Vettore degli spostamenti noto dell'albero	[m] se traslazioni [rad] se rotazioni
$[M]_{nota}$	Matrice di massa nota dell'albero	[kg] se traslazioni $\left[\frac{kg}{rad}m\right]$ se rotazioni
$[K]_{nota}$	Matrice di rigidità nota dell'albero	$\left[\frac{N}{m}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$ se rotazioni
$[C]_{nota}$	Matrice di smorzamento nota dell'albero	$\left[\frac{Ns}{m}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{Nsm}{rad}\right]$ se rotazioni
$\{F\}_{noto}$	Vettore delle forze noto dell'albero	[N] se traslazioni [Nm] se rotazioni

Tabella 3.3

Risolvendo il sistema di equazioni si giunge a determinare il vettore degli spostamenti noto dell'albero  $\{U\}_{noto}$ :

$$\{U\}_{noto} = [K]_{nota}^{-1}\{F\}_{noto} = inv([K]_{nota})\{F\}_{noto} \quad (3.15)$$

Dal vettore degli spostamenti noto dell'albero  $\{U\}_{noto}$  si giunge al vettore degli spostamenti della deflessione statica  $\{U\}_{deflessione,statica}$  ri-inserendo i gradi di libertà che erano stati cancellati e ponendoli nulli:

$$\{U\}_{deflessione,statica} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \theta_{x,1} \\ \theta_{y,1} \\ \theta_{z,1} \\ \dots \\ u_{N+1} \\ v_{N+1} \\ w_{N+1} \\ \theta_{x,N+1} \\ \theta_{y,N+1} \\ \theta_{z,N+1} \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$N$	Numero di elementi trave	[-]
$\{U\}_{deflessione,statica}$	Vettore degli spostamenti della deflessione statica	[m] se traslazioni [rad] se rotazioni
$u_i$	Spostamento lungo x del nodo i-esimo	[m]
$v_i$	Spostamento lungo y del nodo i-esimo	[m]
$w_i$	Spostamento lungo z del nodo i-esimo	[m]
$\theta_{x,i}$	Rotazione attorno a x del nodo i-esimo	[rad]
$\theta_{y,i}$	Rotazione attorno a y del nodo i-esimo	[rad]
$\theta_{z,i}$	Rotazione attorno a z del nodo i-esimo	[rad]

Tabella 3.4

Dal vettore degli spostamenti della deflessione statica  $\{U\}_{deflessione,statica}$  vengono estratte le sole traslazioni lungo x,y,z dei nodi dell'albero ottenendo il vettore delle traslazioni della deflessione statica  $\{U\}_{traslazioni,deflessione,statica}$ :

$$\{U\}_{traslazioni,deflessione,statica} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \dots \\ u_{N+1} \\ v_{N+1} \\ w_{N+1} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

Le espressioni per effettuare la verifica alla deflessione statica dell'albero sono le seguenti:

$$\max(\{U\}_{traslazioni,deflessione,statica}) \leq deflessione_{massima,tollerata} \quad (3.18)$$

$$deflessione_{massima,tollerata} = \min(h_{a,i,input} - h_{f,i,output}, h_{a,i,output} - h_{f,i,input}) \quad (3.19)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$N$	Numero di elementi trave	[-]
$\{U\}_{traslazioni,deflessione,statica}$	Vettore delle traslazioni della deflessione statica	[m]

$deflessione_{massima,tollerata}$	Deflessione massima tollerata	[m]
$h_{f,i,input}$	Dedendum della ruota dentata di input dell'ingranaggio i-esimo montato sugli alberi della trasmissione	[m]
$h_{f,i,output}$	Dedendum della ruota dentata di output dell'ingranaggio i-esimo montato sugli alberi della trasmissione	[m]
$h_{a,i,input}$	Addendum della ruota dentata di input dell'ingranaggio i-esimo montato sugli alberi della trasmissione	[m]
$h_{a,i,output}$	Addendum della ruota dentata di output dell'ingranaggio i-esimo montato sugli alberi della trasmissione	[m]

Tabella 3.5

### 3.4 Dimensionamento statico dell'albero

Per effettuare il dimensionamento statico dell'albero, quindi per calcolare lo stato tensionale statico che sollecita l'albero, viene utilizzato il vettore degli spostamenti della deflessione statica  $\{U\}_{deflessione,statica}$  che è stato calcolato precedentemente per effettuare la verifica alla deflessione statica dell'albero. Ovviamente i diametri degli elementi trave, scelti per effettuare la verifica alla deflessione statica dell'albero e con i quali è stato suddiviso l'albero, hanno una notevole influenza sul dimensionamento statico dell'albero in quanto con diametri maggiori si hanno minori stati tensionali mentre con diametri minori si hanno maggiori stati tensionali. Dal vettore degli spostamenti della deflessione statica  $\{U\}_{deflessione,statica}$  vengono estratti gli spostamenti  $u, v, w$  e le rotazioni  $\theta_x, \theta_y$  e  $\theta_z$  degli  $N+1$  nodi con cui è stato suddiviso l'albero e inseriti nei seguenti vettori:

$$\{u\}_{statico} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \dots \\ u_{N-1} \\ u_N \\ u_{N+1} \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\{v\}_{statico} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \dots \\ v_{N-1} \\ v_N \\ v_{N+1} \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\{w\}_{statico} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \dots \\ w_{N-1} \\ w_N \\ w_{N+1} \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\{\theta_x\}_{statico} = \begin{Bmatrix} \theta_{x,1} \\ \theta_{x,2} \\ \theta_{x,3} \\ \dots \\ \theta_{x,N-1} \\ \theta_{x,N} \\ \theta_{x,N+1} \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\{\theta_y\}_{statico} = \begin{Bmatrix} \theta_{y,1} \\ \theta_{y,2} \\ \theta_{y,3} \\ \dots \\ \theta_{y,N-1} \\ \theta_{y,N} \\ \theta_{y,N+1} \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\{\theta_z\}_{statico} = \begin{Bmatrix} \theta_{z,1} \\ \theta_{z,2} \\ \theta_{z,3} \\ \dots \\ \theta_{z,N-1} \\ \theta_{z,N} \\ \theta_{z,N+1} \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$N$	Numero di elementi trave	[-]
$u_i$	Spostamento lungo x del nodo i-esimo	[m]
$v_i$	Spostamento lungo y del nodo i-esimo	[m]
$w_i$	Spostamento lungo z del nodo i-esimo	[m]
$\theta_{x,i}$	Rotazione attorno a x del nodo i-esimo	[rad]
$\theta_{y,i}$	Rotazione attorno a y del nodo i-esimo	[rad]
$\theta_{z,i}$	Rotazione attorno a z del nodo i-esimo	[rad]
$\{u\}_{statico}$	Vettore degli spostamenti lungo x dei nodi dell'albero	[m]
$\{v\}_{statico}$	Vettore degli spostamenti lungo y dei nodi dell'albero	[m]
$\{w\}_{statico}$	Vettore degli spostamenti lungo z dei nodi dell'albero	[m]
$\{\theta_x\}_{statico}$	Vettore delle rotazioni attorno a x dei nodi dell'albero	[rad]
$\{\theta_y\}_{statico}$	Vettore delle rotazioni attorno a y dei nodi dell'albero	[rad]
$\{\theta_z\}_{statico}$	Vettore delle rotazioni attorno a z dei nodi dell'albero	[rad]

Tabella 3.6

Le espressioni per il calcolo delle deformazioni  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{zz}$  e degli scorrimenti  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$  e  $\gamma_{xz}$  di ogni nodo sono le seguenti:

$$du_i = u_i - u_{i-1} \quad (3.26)$$

$$dv_i = v_i - v_{i-1} \quad (3.27)$$

$$dw_i = w_i - w_{i-1} \quad (3.28)$$

$$dx_i = l \left( 1 - \frac{du_i}{\sqrt{(du_i)^2 + (dv_i)^2 + (dw_i)^2}} \right) \quad (3.29)$$

$$dy_i = l \left( 1 - \frac{dv_i}{\sqrt{(du_i)^2 + (dv_i)^2 + (dw_i)^2}} \right) \quad (3.30)$$

$$dz_i = l \left( 1 - \frac{dw_i}{\sqrt{(du_i)^2 + (dv_i)^2 + (dw_i)^2}} \right) \quad (3.31)$$

$$\varepsilon_{xx,i} = \frac{du_i}{dx_i} \quad (3.32)$$

$$\varepsilon_{yy,i} = \frac{dv_i}{dy_i} \quad (3.33)$$

$$\varepsilon_{zz,i} = \frac{dw_i}{dz_i} \quad (3.34)$$

$$\gamma_{xy,i} = \frac{du_i}{dy_i} + \frac{dv_i}{dx_i} \quad (3.35)$$

$$\gamma_{yz,i} = \frac{dv_i}{dz_i} + \frac{dw_i}{dy_i} \quad (3.36)$$

$$\gamma_{xz,i} = \frac{du_i}{dz_i} + \frac{dw_i}{dx_i} \quad (3.37)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$l$	Lunghezza dell'elemento trave considerato	[m]
$u_i$	Spostamento lungo x del nodo i-esimo	[m]
$v_i$	Spostamento lungo y del nodo i-esimo	[m]
$w_i$	Spostamento lungo z del nodo i-esimo	[m]
$dx_i$	Spostamento relativo lungo x del nodo i-esimo	[m]
$dy_i$	Spostamento relativo lungo y del nodo i-esimo	[m]
$dz_i$	Spostamento relativo lungo z del nodo i-esimo	[m]
$\varepsilon_{xx,i}$	Deformazione lungo x del nodo i-esimo	[-]
$\varepsilon_{yy,i}$	Deformazione lungo y del nodo i-esimo	[-]
$\varepsilon_{zz,i}$	Deformazione lungo z del nodo i-esimo	[-]
$\gamma_{xy,i}$	Scorrimento perpendicolare a x in direzione y del nodo i-esimo	[-]
$\gamma_{yz,i}$	Scorrimento perpendicolare a y in direzione z del nodo i-esimo	[-]
$\gamma_{xz,i}$	Scorrimento perpendicolare a x in direzione z del nodo i-esimo	[-]

Tabella 3.7

Le deformazioni  $\varepsilon_{xx,i}, \varepsilon_{yy,i}, \varepsilon_{zz,i}$  e gli scorrimenti  $\gamma_{xy,i}, \gamma_{yz,i}, \gamma_{xz,i}$  dei singoli nodi vengono raccolti nel vettore statico delle deformazioni  $\{\varepsilon\}_{statico}$  dell'albero:

$$\{\varepsilon\}_{statico} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx,1} \\ \varepsilon_{yy,1} \\ \varepsilon_{zz,1} \\ \gamma_{xy,1} \\ \gamma_{yz,1} \\ \gamma_{xz,i} \\ \dots \\ \varepsilon_{xx,N+1} \\ \varepsilon_{yy,N+1} \\ \varepsilon_{zz,N+1} \\ \gamma_{xy,N+1} \\ \gamma_{yz,N+1} \\ \gamma_{xz,N+i} \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$N$	Numero di elementi trave	[-]
$\varepsilon_{xx,i}$	Deformazione lungo x del nodo i-esimo	[-]
$\varepsilon_{yy,i}$	Deformazione lungo y del nodo i-esimo	[-]
$\varepsilon_{zz,i}$	Deformazione lungo z del nodo i-esimo	[-]
$\gamma_{xy,i}$	Scorrimento perpendicolare a x in direzione y del nodo i-esimo	[-]
$\gamma_{yz,i}$	Scorrimento perpendicolare a y in direzione z del nodo i-esimo	[-]
$\gamma_{xz,i}$	Scorrimento perpendicolare a x in direzione z del nodo i-esimo	[-]
$\{\varepsilon\}_{statico}$	Vettore statico delle deformazioni dell'albero	[-]

Tabella 3.8

Successivamente viene calcolato il vettore statico delle tensioni  $\{\sigma\}_{statico}$  agenti nei nodi con cui è stato suddiviso l'albero:

$$\{\sigma\}_{statico} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx,1} \\ \sigma_{yy,1} \\ \sigma_{zz,1} \\ \tau_{xy,1} \\ \tau_{yz,1} \\ \tau_{xz,i} \\ \dots \\ \sigma_{xx,N+1} \\ \sigma_{yy,N+1} \\ \sigma_{zz,N+1} \\ \tau_{xy,N+1} \\ \tau_{yz,N+1} \\ \tau_{xz,N+i} \end{Bmatrix} = [D]\{\varepsilon\}_{statico} \quad (3.39)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$N$	Numero di elementi trave	[-]
$\sigma_{xx,i}$	Tensione normale lungo x del nodo i-esimo	[Pa]
$\sigma_{yy,i}$	Tensione normale lungo y del nodo i-esimo	[Pa]
$\sigma_{zz,i}$	Tensione normale lungo z del nodo i-esimo	[Pa]

$\tau_{xy,i}$	Tensione tangenziale perpendicolare a x in direzione y del nodo i-esimo	[Pa]
$\tau_{yz,i}$	Tensione tangenziale perpendicolare a y in direzione z del nodo i-esimo	[Pa]
$\tau_{xz,i}$	Tensione tangenziale perpendicolare a x in direzione z del nodo i-esimo	[Pa]
$\{\sigma\}_{statico}$	Vettore statico delle tensioni dell'albero	[Pa]
[D]	Matrice tensioni-deformazioni dell'albero	[Pa]

Tabella 3.9

Le espressioni per il calcolo della tensione equivalente  $\sigma_{eq,i}$  di ogni nodo sono le seguenti:

$$[\sigma]_i = \begin{bmatrix} \sigma_{xx,i} & \tau_{xy,i} & \tau_{xz,i} \\ \tau_{xy,i} & \sigma_{yy,i} & \tau_{yz,i} \\ \tau_{xz,i} & \tau_{yz,i} & \sigma_{zz,i} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Siccome lo stato di tensione nel singolo nodo è triassiale (tridimensionale), vengono calcolate le tensioni principali  $\sigma_{1,i}$ ,  $\sigma_{2,i}$  e  $\sigma_{3,i}$  nei singoli nodi risolvendo il seguente auto-problema:

$$\det \begin{bmatrix} \sigma_{xx,i} - \sigma & \tau_{xy,i} & \tau_{xz,i} \\ \tau_{xy,i} & \sigma_{yy,i} - \sigma & \tau_{yz,i} \\ \tau_{xz,i} & \tau_{yz,i} & \sigma_{zz,i} - \sigma \end{bmatrix} = 0 \quad (3.41)$$

Gli autovalori  $\sigma$  che risolvono l'auto-problema sono le tensioni principali nel singolo nodo  $\sigma_{1,i}$ ,  $\sigma_{2,i}$  e  $\sigma_{3,i}$ .

La tensione equivalente  $\sigma_{eq,i}$  nel singolo nodo viene calcolata coinvolgendo le tensioni principali nel singolo nodo  $\sigma_{1,i}$ ,  $\sigma_{2,i}$  e  $\sigma_{3,i}$  e utilizzando l'equazione relativa all'ipotesi di cedimento di Von Mises che si basa sulla massima energia di deformazione:

$$\sigma_{eq,i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1,i} - \sigma_{2,i})^2 + (\sigma_{2,i} - \sigma_{3,i})^2 + (\sigma_{1,i} - \sigma_{3,i})^2} \quad (3.42)$$

Le tensioni principali  $\sigma_{eq,i}$  dei singoli nodi vengono raccolti nel vettore statico delle tensioni principali  $\{\sigma_{eq}\}_{statico}$  dell'albero:

$$\{\sigma_{eq}\}_{statico} = \begin{Bmatrix} \sigma_{eq,1} \\ \sigma_{eq,2} \\ \sigma_{eq,3} \\ \dots \\ \sigma_{eq,N-1} \\ \sigma_{eq,N} \\ \sigma_{eq,N+1} \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\sigma_{eq,i}$	Tensione equivalente del nodo i-esimo	[Pa]
$\{\sigma_{eq}\}_{statico}$	Vettore statico delle tensioni principali dell'albero	[Pa]
N	Numero di elementi trave	[-]

Tabella 3.10

Le espressioni per effettuare il dimensionamento statico dell'albero sono le seguenti:

$$\sigma_{eq,max} = \max(\{\sigma_{eq}\}_{statico}) \quad (3.44)$$

$$CS_{min,albero} = \frac{R_{p02}}{\sigma_{max}} \geq CS_{minimo,albero} \quad (3.45)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\{\sigma_{eq}\}_{statico}$	Vettore statico delle tensioni principali dell'albero	[Pa]
$\sigma_{eq,max}$	Tensione equivalente massima agente nell'albero	[Pa]
$R_{p02}$	Tensione di snervamento del materiale	[Pa]
$CS_{minimo,albero}$	Coefficiente di sicurezza minimo da garantire per il dimensionamento statico dell'albero	[-]
$CS_{min,albero}$	Coefficiente di sicurezza minimo dell'albero	[-]

Tabella 3.11

Per effettuare il dimensionamento degli alberi della trasmissione automobilistica (cambio di velocità) e della trasmissione industriale (Machinery) è stato utilizzato come valore per il coefficiente di sicurezza minimo da garantire per il dimensionamento statico dell'albero  $CS_{minimo,albero}$ :

$$CS_{minimo,albero} \geq 2.0 \quad (3.46)$$

### 3.5 Analisi dinamica dell'albero

Noti i componenti dimensionati che vengono montati sull'albero di trasmissione, è possibile effettuare l'analisi dinamica dell'albero con le effettive dimensioni finali che esso possiede. L'analisi dinamica dell'albero è molto importante in quanto consente di verificare che l'intervallo della velocità di rotazione nel quale opera l'albero di trasmissione sia esente da fenomeni vibranti accentuati. Ovvero bisogna verificare che la retta della forzante in funzione del numero di giri  $n$  non incontri alcuna velocità critica (o pulsazione naturale del sistema) nel diagramma di Campbell. Se all'interno dell'intervallo di funzionamento dell'albero si intercetta una velocità critica è necessario verificare che l'ampiezza di oscillazione delle vibrazioni sia al di sotto del valore consentito e stabilito per evitare che si abbiano danneggiamenti dell'albero di trasmissione e dei componenti su di esso montati. Per effettuare l'analisi dinamica dell'albero di trasmissione è necessario ricalcolare la matrice di massa globale  $[M]$ , la matrice di rigidezza globale  $[K]$  e la matrice tensione-deformazione globale  $[D]$  con le effettive dimensioni dei singoli elementi trave di Timoshenko con i quali è stato suddiviso l'albero di trasmissione. Il procedimento di calcolo per fare ciò è il medesimo svolto precedentemente e qui riassunto:

- Proprietà geometriche di un elemento trave non cavo a sezione circolare sono le seguenti:

$$A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \quad (3.47)$$

$$I_x = I_p = \pi \frac{D^4}{32} \quad (3.48)$$

$$I_y = I_z = \pi \frac{D^4}{64} \quad (3.49)$$

$$\phi_y = 12 \frac{EI_z}{GAJ^2} \quad (3.50)$$

$$\phi_z = 12 \frac{EI_y}{GAJ^2} \quad (3.51)$$

- Le espressioni per il calcolo della matrice di massa  $[M]_e$ , della matrice di rigidezza  $[K]_e$  e della matrice tensione-deformazione  $[D]_e$  dell'elemento trave di Timoshenko sono le seguenti:

$$[K]_e = E \begin{bmatrix} \frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & -\frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(4+\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(2-\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 \\ 0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} \\ -\frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & \frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(2-\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(4+\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 \\ 0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$[M]_e = m_{el} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{11l}{210} + \frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13l}{420} + \frac{I_z}{10Al} \\ 0 & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & -\frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & \frac{13l}{420} - \frac{I_z}{10Al} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{3A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{6A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{l^2}{105} + \frac{2I_y}{15A} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13l}{420} + \frac{I_z}{10Al} & 0 & -\frac{l^2}{140} - \frac{2I_y}{30A} & 0 \\ 0 & \frac{11l}{210} + \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{l^2}{105} + \frac{2I_z}{15A} & 0 & \frac{13l}{420} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & -\frac{l^2}{140} - \frac{2I_z}{30A} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{13l}{420} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} \\ 0 & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & -\frac{13l}{420} + \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & +\frac{11l}{210} + \frac{I_z}{10Al} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{6A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{3A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13l}{420} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & -\frac{l^2}{140} - \frac{2I_y}{30A} & 0 & 0 & 0 & +\frac{11l}{210} + \frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{l^2}{105} + \frac{2I_y}{15A} & 0 \\ 0 & -\frac{13l}{420} + \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & -\frac{l^2}{140} - \frac{2I_z}{30A} & 0 & -\frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{l^2}{105} + \frac{2I_z}{15A} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$[D]_e = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

- Le espressioni per il calcolo e l'assemblaggio della matrice di massa globale  $[M]$ , della matrice di rigidità globale  $[K]$  e della matrice tensione-deformazione globale  $[D]$  dell'albero sono le seguenti:

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11}^{e_1} & M_{12}^{e_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ M_{21}^{e_1} & M_{22}^{e_1} + M_{11}^{e_2} & M_{12}^{e_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & M_{21}^{e_2} & M_{22}^{e_2} + M_{11}^{e_3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & M_{22}^{e_{N-1}} + M_{11}^{e_N} & M_{12}^{e_N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & M_{21}^{e_N} & M_{22}^{e_N} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11}^{e_1} & K_{12}^{e_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ K_{21}^{e_1} & K_{22}^{e_1} + K_{11}^{e_2} & K_{12}^{e_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & K_{21}^{e_2} & K_{22}^{e_2} + K_{11}^{e_3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & K_{22}^{e_{N-1}} + K_{11}^{e_N} & K_{12}^{e_N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & K_{21}^{e_N} & K_{22}^{e_N} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11}^{e_1} & D_{12}^{e_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ D_{21}^{e_1} & D_{22}^{e_1} + D_{11}^{e_2} & D_{12}^{e_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & D_{21}^{e_2} & D_{22}^{e_2} + D_{11}^{e_3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D_{22}^{e_{N-1}} + D_{11}^{e_N} & D_{12}^{e_N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D_{21}^{e_N} & D_{22}^{e_N} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

- La relazione che lega il numero di elementi trave  $N$  con il numero di nodi  $N_{nodi}$  è la seguente:

$$N_{nodi} = N + 1 \quad (3.58)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$D$	Diametro dell'elemento trave	[m]
$E$	Modulo elastico normale (Modulo di Young)	[Pa]
$G$	Modulo elastico tangenziale	[Pa]
$\nu$	Modulo di Poisson	[-]
$A$	Area dell'elemento trave	[m <sup>2</sup> ]
$I_x$	Momento di inerzia lungo x dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$I_y$	Momento di inerzia lungo y dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$I_z$	Momento di inerzia lungo z dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$I_p$	Momento di inerzia polare dell'elemento trave	[m <sup>4</sup> ]
$\phi_y$	Fattore di Timoshenko lungo y	[-]
$\phi_z$	Fattore di Timoshenko lungo z	[-]
$m_{el}$	Massa dell'elemento trave	[kg]
$l$	Lunghezza dell'elemento trave	[m]
$[K]_e$	Matrice di rigidità dell'elemento trave	$\begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix}$ se traslazioni $\begin{bmatrix} Nm \\ rad \end{bmatrix}$ se rotazioni
$[M]_e$	Matrice di massa dell'elemento trave	[kg] se traslazioni $\begin{bmatrix} kg \\ rad \end{bmatrix} m^2$ se rotazioni
$[D]_e$	Matrice tensione-deformazione dell'elemento trave	[Pa]

$N$	Numero di elementi trave	[-]
$N_{nodi}$	Numero di nodi dell'albero	[-]
$K_{11}^{ei}$	Quadrante nord-ovest della matrice di rigidezza dell'elemento trave i-esimo	$\begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix}$ se traslazioni $\begin{bmatrix} Nm \\ rad \end{bmatrix}$ se rotazioni
$K_{12}^{ei}$	Quadrante nord-est della matrice di rigidezza dell'elemento trave i-esimo	$\begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix}$ se traslazioni $\begin{bmatrix} Nm \\ rad \end{bmatrix}$ se rotazioni
$K_{21}^{ei}$	Quadrante sud-ovest della matrice di rigidezza dell'elemento trave i-esimo	$\begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix}$ se traslazioni $\begin{bmatrix} Nm \\ rad \end{bmatrix}$ se rotazioni
$K_{22}^{ei}$	Quadrante sud-est della matrice di rigidezza dell'elemento trave i-esimo	$\begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix}$ se traslazioni $\begin{bmatrix} Nm \\ rad \end{bmatrix}$ se rotazioni
$M_{11}^{ei}$	Quadrante nord-ovest della matrice di massa dell'elemento trave i-esimo	[kg] se traslazioni $\begin{bmatrix} kg \\ rad \cdot m \end{bmatrix}$ se rotazioni
$M_{12}^{ei}$	Quadrante nord-est della matrice di massa dell'elemento trave i-esimo	[kg] se traslazioni $\begin{bmatrix} kg \\ rad \cdot m \end{bmatrix}$ se rotazioni
$M_{21}^{ei}$	Quadrante sud-ovest della matrice di massa dell'elemento trave i-esimo	[kg] se traslazioni $\begin{bmatrix} kg \\ rad \cdot m \end{bmatrix}$ se rotazioni
$M_{22}^{ei}$	Quadrante sud-est della matrice di massa dell'elemento trave i-esimo	[kg] se traslazioni $\begin{bmatrix} kg \\ rad \cdot m \end{bmatrix}$ se rotazioni
$D_{11}^{ei}$	Quadrante nord-ovest della matrice tensione-deformazione dell'elemento trave i-esimo	[Pa]
$D_{12}^{ei}$	Quadrante nord-est della matrice tensione-deformazione dell'elemento trave i-esimo	[Pa]
$D_{21}^{ei}$	Quadrante sud-ovest della matrice tensione-deformazione dell'elemento trave i-esimo	[Pa]
$D_{22}^{ei}$	Quadrante sud-est della matrice tensione-deformazione dell'elemento trave i-esimo	[Pa]
[M]	Matrice di massa dell'albero	[kg] se traslazioni $\begin{bmatrix} kg \\ rad \cdot m \end{bmatrix}$ se rotazioni
[K]	Matrice di rigidezza dell'albero	$\begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix}$ se traslazioni $\begin{bmatrix} Nm \\ rad \end{bmatrix}$ se rotazioni
[D]	Matrice tensione-deformazione dell'albero	[Pa]

Tabella 3.12

### 3.6 Calcolo delle velocità critiche $\omega_{critiche}$ (pulsazioni naturali) dell'albero non smorzato e non forzato

La determinazione delle velocità critiche  $\omega_{critiche}$  (pulsazioni naturali) di un albero di trasmissione rappresenta lo step fondamentale per comprendere il comportamento dinamico del componente strutturale.

Tali velocità critiche (pulsazioni naturali) vanno indicate nel diagramma di Campbell dell'albero di trasmissione considerato. Inoltre va controllato che all'interno dell'intervallo della velocità di rotazione  $n$ , in cui opera l'albero di trasmissione, non vi siano velocità critiche (pulsazioni naturali) che la retta della forzante incontra. Se, a causa delle dimensioni e delle proprietà costituenti dell'albero, vi sono velocità critiche intercettate dalla retta della forzante è necessario:

- Dimensionare nuovamente l'albero di trasmissione rendendolo più rigido e meno massivo;
- Oppure va verificato che le oscillazioni prodotte dalla forzante agente sull'albero di trasmissione alla frequenza di risonanza considerata siano smorzate dal materiale e che quindi siano evitati fenomeni di cedimento o di danneggiamento dei componenti coinvolti dalle vibrazioni dinamiche.

Per determinare le velocità critiche dell'albero di trasmissione è necessario prima eliminare dalle matrici di massa globale  $[M]$ , di rigidezza globale  $[K]$ , di smorzamento globale  $[C]$  e dal vettore delle forze globale  $\{F\}$  le righe e le colonne dei gradi di libertà vincolati ottenendo così le matrici di massa nota  $[M]_{nota}$ , di rigidezza nota  $[K]_{nota}$ , di smorzamento nota  $[C]_{nota}$  e il vettore delle forze noto  $\{F\}_{nota}$  come spiegato precedentemente.

L'equazione del moto dell'albero, considerando le matrici note, è la seguente:

$$[M]_{nota} \frac{d^2\{U\}_{nota}}{dt^2} + [C]_{nota} \frac{d\{U\}_{nota}}{dt} + [K]_{nota}\{U\}_{nota} = \{F\}_{nota} \quad (3.59)$$

Trascurando la matrice di smorzamento nota  $[C]_{nota}$  e il vettore delle forze noto  $\{F\}_{nota}$ , l'equazione del moto dell'albero si semplifica in:

$$[M]_{nota} \frac{d^2\{U\}_{nota}}{dt^2} + [K]_{nota}\{U\}_{nota} = \{0\} \quad (3.60)$$

Effettuando la trasformata di Laplace dell'equazione del moto dell'albero si ottiene:

$$[M]_{nota} \mathcal{L}\left(\frac{d^2\{U\}_{nota}}{dt^2}\right) + [K]_{nota} \mathcal{L}(\{U\}_{nota}) = \{0\} \quad (3.61)$$

Ponendo a zero all'istante iniziale ( $t=0$ ) il vettore spostamento noto  $\{U\}_{nota}$  e il vettore velocità noto  $\frac{d\{U\}_{nota}}{dt}$ , ovvero:

$$\{U\}_{nota}|_{t=0} = \{0\} \quad (3.62)$$

$$\frac{d\{U\}_{nota}}{dt}|_{t=0} = \{0\} \quad (3.63)$$

La trasformata di Laplace dell'equazione del moto diventa:

$$[M]_{nota} s^2 \{U(s)\}_{nota} + [K]_{nota} \{U(s)\}_{nota} = \{0\} \quad (3.64)$$

Ponendo l'operatore di Laplace  $s = j\omega$ , nel caso di comportamento armonico, si ottiene il seguente auto-problema:

$$\{U(s)\}_{nota} ([K]_{nota} - [M]_{nota} \omega^2) = \{0\} \quad (3.65)$$

Ammette una soluzione non banale solo se:

$$\det([K]_{nota} - [M]_{nota} \omega^2) = \{0\} \quad (3.66)$$

Gli autovalori  $\omega$  che risolvono l'auto-problema rappresentano le velocità critiche  $\omega_{critiche}$  dell'albero di trasmissione. Le velocità critiche  $\omega_{critiche}$  vengono riportate in forma vettoriale  $\{\omega_{critiche}\}$ :

$$\{\omega_{critiche}\} = \begin{cases} \omega_{critica,1} \\ \omega_{critica,2} \\ \omega_{critica,3} \\ \dots \end{cases} \quad (3.67)$$

Dal vettore delle velocità critiche  $\{\omega_{critiche}\}$  si estraggono i vettori delle velocità critiche assiali  $\{\omega_{critiche}\}_{assiali}$ , delle velocità critiche flessionali  $\{\omega_{critiche}\}_{flessionali}$  e delle velocità critiche torsionali  $\{\omega_{critiche}\}_{torsionali}$  dell'albero di trasmissione considerando che:

- In corrispondenza dei gradi di libertà di traslazione lungo x ( $u$ ) si hanno velocità critiche assiali  $\omega_{critiche,assiali}$ ;
- In corrispondenza dei gradi di libertà di traslazione lungo y ( $v$ ), di traslazione lungo z ( $w$ ), di rotazione attorno a y ( $\theta_y$ ) e di rotazione attorno a z ( $\theta_z$ ) si hanno velocità critiche flessionali  $\omega_{critiche,flessionali}$ ;
- In corrispondenza dei gradi di libertà di rotazione attorno a x ( $\theta_x$ ) si hanno velocità critiche torsionali  $\omega_{critiche,torsionali}$ .

Infine le velocità critiche assiali, flessionali e torsionali vengono riordinate in modo crescente nei vettori delle velocità critiche assiali  $\{\omega_{critiche}\}_{assiali}$ , delle velocità critiche flessionali  $\{\omega_{critiche}\}_{flessionali}$  e delle velocità critiche torsionali  $\{\omega_{critiche}\}_{torsionali}$ :

$$\{\omega_{critiche}\}_{assiali} = \begin{cases} \omega_{critica,assiale,1} \\ \omega_{critica,assiale,2} \\ \omega_{critica,assiale,3} \\ \dots \end{cases} \quad (3.68)$$

$$\{\omega_{critiche}\}_{flessionali} = \begin{cases} \omega_{critica,flessionale,1} \\ \omega_{critica,flessionale,2} \\ \omega_{critica,flessionale,3} \\ \dots \end{cases} \quad (3.69)$$

$$\{\omega_{critiche}\}_{torsionali} = \begin{cases} \omega_{critica,torsionale,1} \\ \omega_{critica,torsionale,2} \\ \omega_{critica,torsionale,3} \\ \dots \end{cases} \quad (3.70)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\{U\}_{noto}$	Vettore degli spostamenti noto dell'albero	[m] se traslazioni [rad] se rotazioni
$[M]_{nota}$	Matrice di massa nota dell'albero	[kg] se traslazioni $\left[\frac{kg}{rad}m\right]$ se rotazioni
$[K]_{nota}$	Matrice di rigidità nota dell'albero	$\left[\frac{N}{m}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$ se rotazioni
$[C]_{nota}$	Matrice di smorzamento nota dell'albero	$\left[\frac{Ns}{m}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{Nsm}{rad}\right]$ se rotazioni
$\{F\}_{noto}$	Vettore delle forze noto dell'albero	[N] se traslazioni [Nm] se rotazioni
$s$	Operatore di Laplace	[rad/s]
$\{\omega_{critiche}\}$	Vettore delle velocità critiche	[rad/s]
$\{\omega_{critiche}\}_{assiali}$	Vettore delle velocità critiche assiali	[rad/s]
$\{\omega_{critiche}\}_{flessionali}$	Vettore delle velocità critiche flessionali	[rad/s]
$\{\omega_{critiche}\}_{torsionali}$	Vettore delle velocità critiche torsionali	[rad/s]
$\omega_{critica,assiale,i}$	Velocità critica assiale i-esima	[rad/s]

$\omega_{critica,flessionale,i}$	Velocità critica flessionale i-esima	[rad/s]
$\omega_{critica,torsionale,i}$	Velocità critica torsionale i-esima	[rad/s]

Tabella 3.13

### 3.7 Tracciamento dei diagrammi di Campbell

Dopo aver calcolato le velocità critiche dell'albero, esse vengono rappresentate sul diagramma di Campbell. Sull'asse x del diagramma di Campbell si ha la velocità di rotazione dell'albero, esso varia dal numero minimo di giri a cui ruota l'albero considerato  $n_{minimo,albero}$  al numero massimo di giri a cui ruota l'albero considerato  $n_{massimo,albero}$ . Sull'asse y del diagramma di Campbell vengono riportate le velocità critiche incontrate dalla retta della forzante. La retta della forzante presenta la seguente espressione:

$$y_{retta\ forzante} = z_{ruota,sollecitante} \omega_{albero} \quad (3.71)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$z_{ruota,sollecitante}$	Numero di denti della ruota dentata che è in presa (sollecitante) sull'albero considerato	[-]
$\omega_{albero}$	Velocità di rotazione dell'albero considerato	[rpm]
$y_{retta\ forzante}$	Retta della forzante	[rpm]

Tabella 3.14

L'espressione della retta forzante è quella riportata sopra in quanto, quando la ruota dentata montata sull'albero è in presa, la frequenza forzante coincide con la frequenza di rotazione dell'albero moltiplicata per il numero di denti della ruota dentata sollecitante considerata. In pratica tutti i denti della ruota dentata contribuiscono alla frequenza di sollecitazione.

$$f_{forzante} = \frac{z_{ruota,sollecitante} \left( \omega_{albero} \frac{2\pi}{60} \right)}{2\pi} = \frac{z_{ruota,sollecitante} \omega_{albero}}{60} \quad (3.72)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$z_{ruota,sollecitante}$	Numero di denti della ruota dentata che è in presa (sollecitante) sull'albero considerato	[-]
$\omega_{albero}$	Velocità di rotazione dell'albero considerato	[rpm]
$f_{forzante}$	Frequenza della forzante	[Hz]

Tabella 3.15

Poiché dall'analisi dinamica dell'albero vengono estratte le velocità critiche assiali  $\{\omega_{critiche}\}_{assiali}$ , flessionali  $\{\omega_{critiche}\}_{flessionali}$  e torsionali  $\{\omega_{critiche}\}_{torsionali}$ , vanno tracciati tre differenti diagrammi di Campbell:

- Diagramma di Campbell del comportamento assiale riportante le velocità critiche assiali  $\{\omega_{critiche}\}_{assiali}$ ;
- Diagramma di Campbell del comportamento flessionale riportante le velocità critiche flessionali  $\{\omega_{critiche}\}_{flessionali}$ ;
- Diagramma di Campbell del comportamento torsionale riportante le velocità critiche torsionali  $\{\omega_{critiche}\}_{torsionali}$ .

Vengono riportati nel seguito il diagramma di Campbell del comportamento assiale, il diagramma di Campbell del comportamento flessionale e il diagramma di Campbell del comportamento torsionale dell'albero primario della trasmissione automobilistica (cambio di velocità) con la retro-marcia innestata:

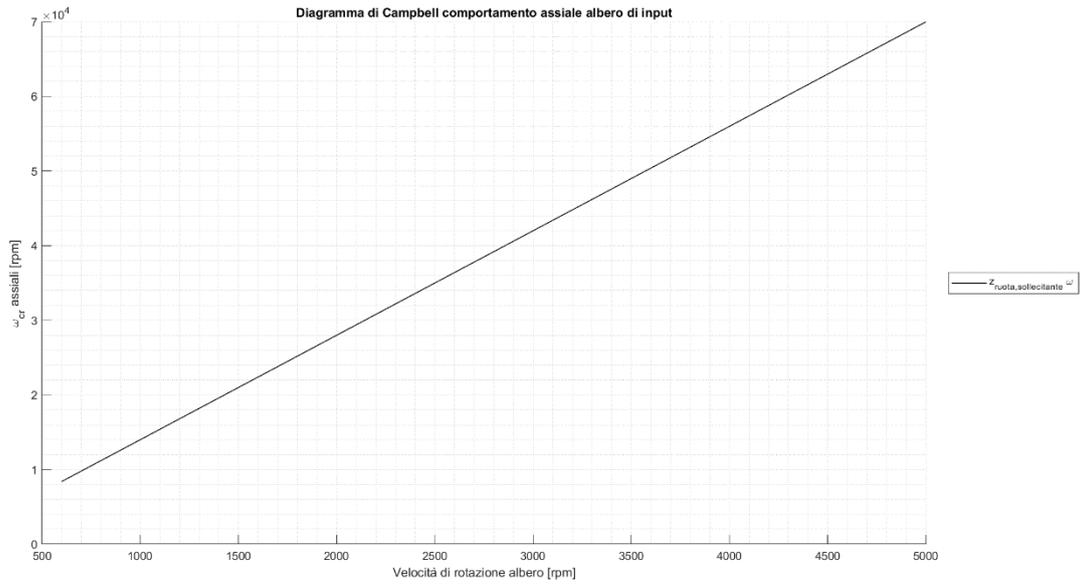


Figura 3.5 - Diagramma di Campbell del comportamento assiale dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

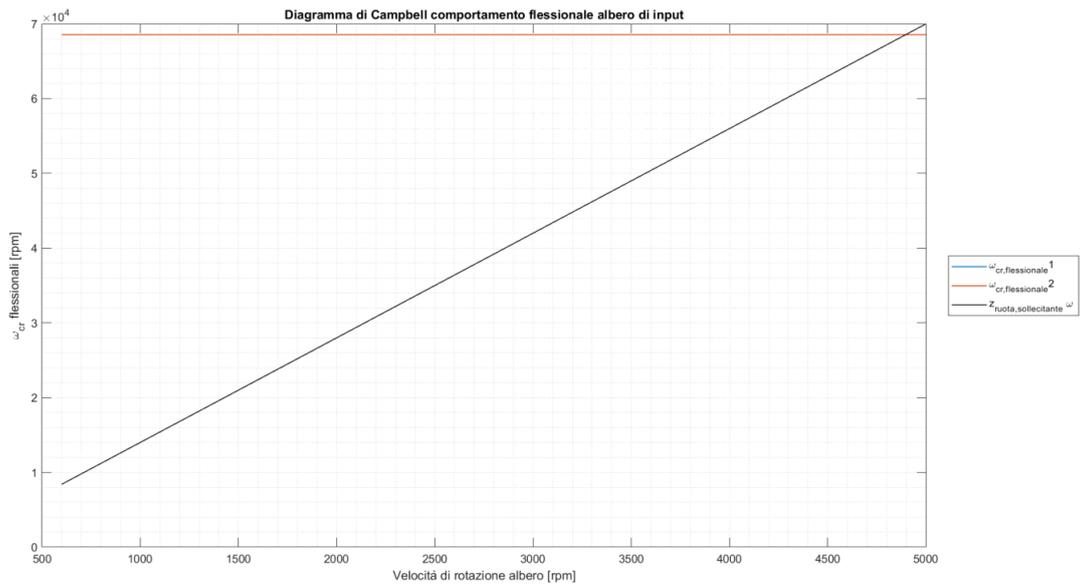


Figura 3.6 - Diagramma di Campbell del comportamento flessionale dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

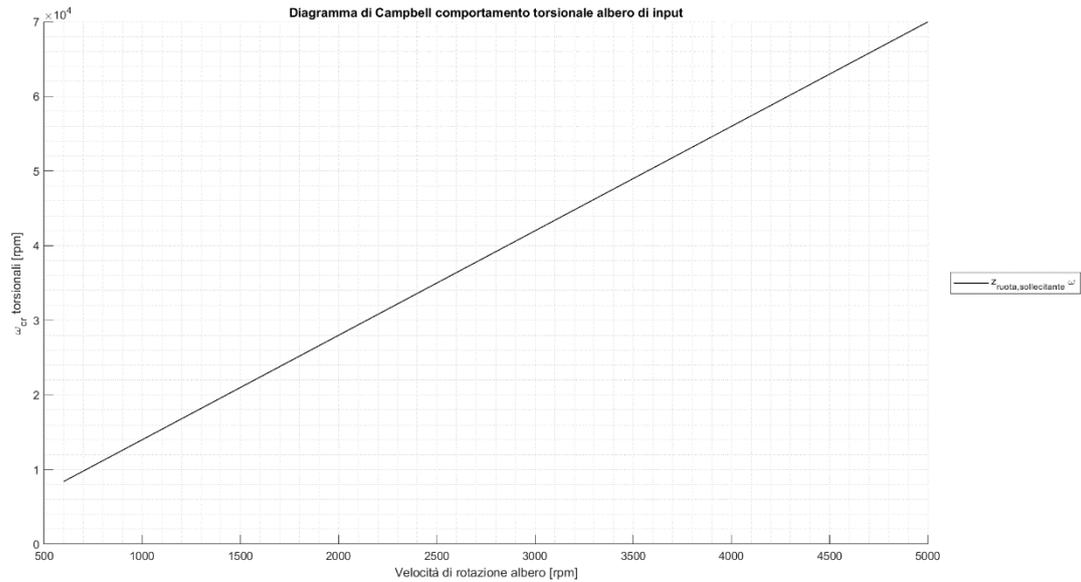


Figura 3.7 - Diagramma di Campbell del comportamento torsionale dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

### 3.8 Analisi armonica con la trasformata di Fourier del ciclo di ingranamento

Dall'informazione proveniente dal rapporto di contatto trasversale  $\epsilon_\alpha$ , viene tracciato il ciclo di ingranamento ('mesh cycle') di ogni ruota dentata ingranante sull'albero considerato:

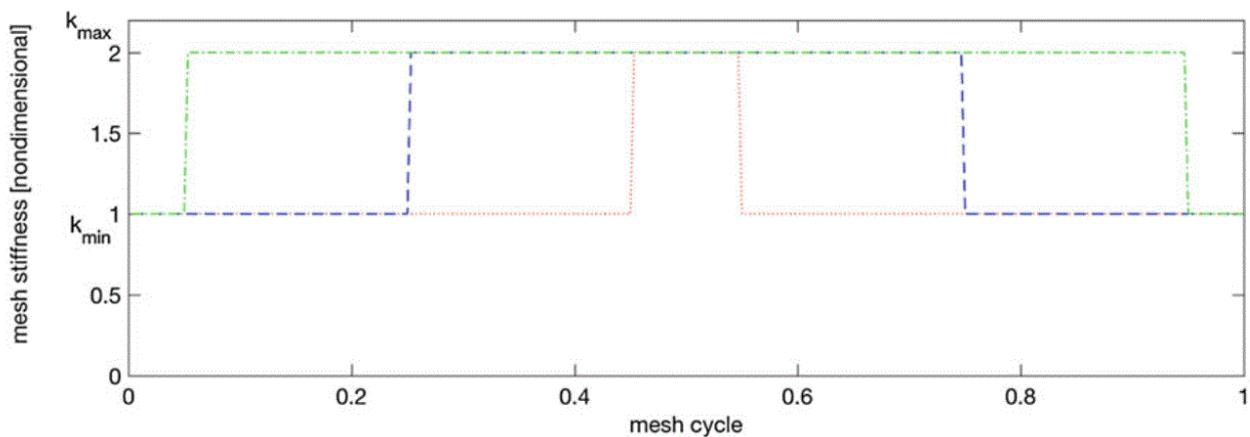


Figura 3.8 - Ciclo di ingranamento della ruota dentata ingranante sull'albero considerato

Effettuando l'analisi armonica con la trasformata di Fourier del ciclo di ingranamento tracciato, si ottengono le informazioni relative al contenuto in ampiezza e al contenuto in frequenza delle armoniche sollecitanti dovute all'ingranamento:

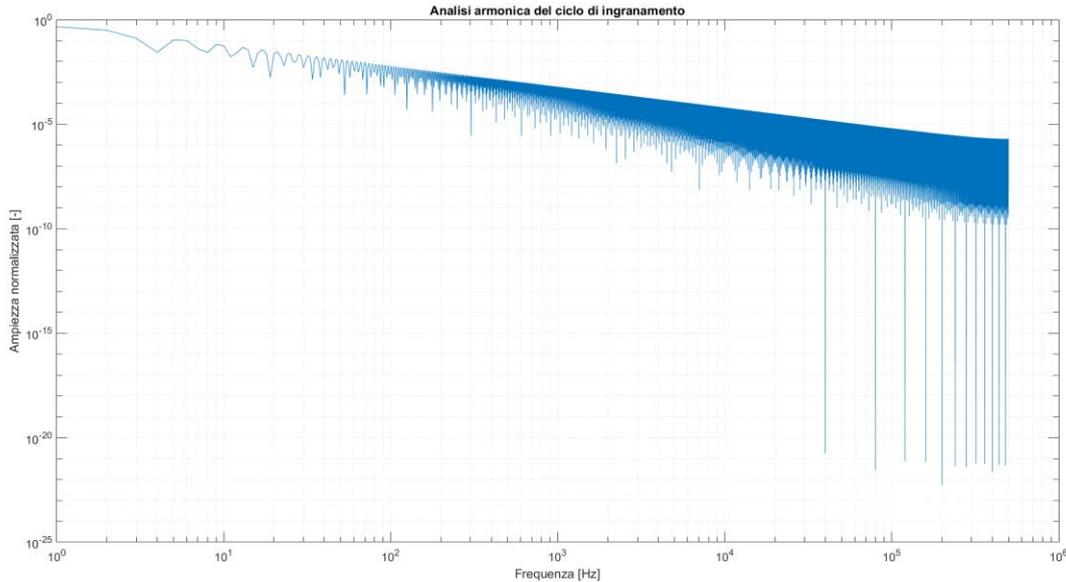


Figura 3.9 - Analisi armonica del ciclo di ingranamento relativo alla ruota dentata in presa sull'albero

Selezionando il contenuto in ampiezza e in frequenza della seconda armonica (armonica fondamentale), si riesce a calcolare l'effettiva ampiezza della forzante armonica sollecitante:

$$A_{forzante} = \frac{Ampiezza_{armonica\ fondamentale}}{2} \quad (3.73)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$Ampiezza_{armonica\ fondamentale}$	Ampiezza dell'armonica fondamentale	[-]
$A_{forzante}$	Ampiezza della forzante proveniente dall'analisi armonica con la trasformata di Fourier	[-]

Tabella 3.16

### 3.9 Analisi dinamica nel tempo dell'albero

Se la retta della forzante incontra una velocità critica riportata sul diagramma di Campbell all'interno dell'intervallo della velocità di rotazione dell'albero  $\omega_{albero}$ , è necessario eseguire l'analisi dinamica nel tempo dell'albero alla frequenza critica  $f_{critica} = f_{forzante}$  e verificare che l'ampiezza di oscillazione sia effettivamente minore di quella tollerata. Dove la frequenza critica vale:

$$f_{critica} = f_{forzante} = 2\pi \left( \omega_{critica} \frac{2\pi}{60} \right) \quad (3.74)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$f_{forzante}$	Frequenza della forzante	[Hz]
$f_{critica}$	Frequenza critica ovvero la frequenza in corrispondenza della velocità critica $\omega_{critica}$ considerata (incrociata)	[Hz]
$\omega_{critica}$	Velocità critica o pulsazione naturale dell'albero considerata (incrociata)	[rpm]

Tabella 3.17

Calcolo della matrice di smorzamento dell'albero [C]

Prima di effettuare l'analisi dinamica nel tempo dell'albero considerato, va effettuato il calcolo della matrice di smorzamento dell'albero. Considerando lo smorzamento proporzionale, secondo il modello di Rayleigh, esso assume la seguente forma:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.75)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
[M]	Matrice di massa dell'albero	[kg] se traslazioni $\left[\frac{kg}{rad} m\right]$ se rotazioni
[K]	Matrice di rigidità dell'albero	$\left[\frac{N}{m}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$ se rotazioni
[C]	Matrice di smorzamento dell'albero	$\left[\frac{N}{m s}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{N}{rad s}\right]$ se rotazioni
$\alpha$	Coefficiente di smorzamento proporzionale alla matrice di massa dell'albero [M]	$\left[\frac{N}{m} (kg)^{-1} = \frac{1}{s}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{N}{rad} \left(\frac{kg}{rad} m\right)^{-1} = \frac{1}{s}\right]$ se rotazioni
$\beta$	Coefficiente di smorzamento proporzionale alla matrice di rigidità dell'albero [K]	$\left[\frac{N}{m} \left(\frac{N}{m}\right)^{-1} = s\right]$ se traslazioni $\left[\frac{N}{rad} \left(\frac{Nm}{rad}\right)^{-1} = s\right]$ se rotazioni

Tabella 3.18

Il modello di Rayleigh considera due componenti di smorzamento:

- Componente di smorzamento proporzionale alla matrice di massa [M];
- Componente di smorzamento proporzionale alla matrice di rigidità [K].

Ciò è mostrato chiaramente nel diagramma dello smorzamento di Rayleigh:

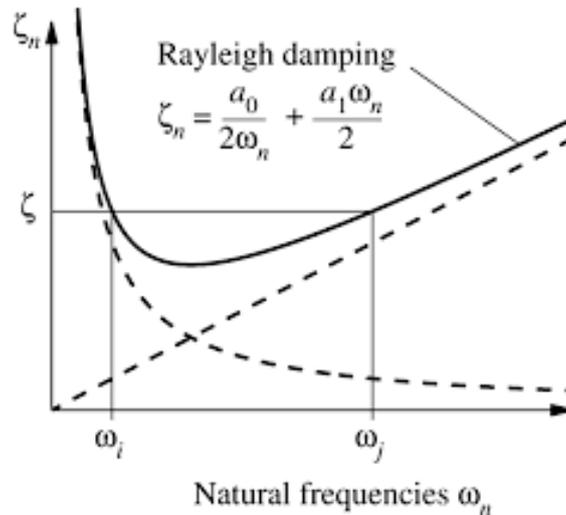


Figura 3.10 - Diagramma dello smorzamento di Rayleigh

Le espressioni utilizzate per calcolare il coefficiente di smorzamento proporzionale alla matrice di massa dell'albero  $\alpha$  e il coefficiente di smorzamento proporzionale alla matrice di rigidità dell'albero  $\beta$  sono le seguenti:

$$\alpha = 2\zeta_{albero} \frac{\left(\omega_{critica,i} \frac{2\pi}{60}\right) \left(\omega_{critica,i+1} \frac{2\pi}{60}\right)}{\left(\omega_{critica,i} \frac{2\pi}{60}\right) + \left(\omega_{critica,i+1} \frac{2\pi}{60}\right)} \quad (3.76)$$

$$\beta = \frac{2\zeta_{albero}}{\left(\omega_{critica,i} \frac{2\pi}{60}\right) + \left(\omega_{critica,i+1} \frac{2\pi}{60}\right)} \quad (3.77)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\alpha$	Coefficiente di smorzamento proporzionale alla matrice di massa dell'albero [M]	$\left[\frac{N}{m} (\text{kg})^{-1} = \frac{1}{s}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{N}{rad} \left(\frac{kg}{rad} m\right)^{-1} = \frac{1}{s}\right]$ se rotazioni
$\beta$	Coefficiente di smorzamento proporzionale alla matrice di rigidità dell'albero [K]	$\left[\frac{N}{m} \left(\frac{N}{m}\right)^{-1} = s\right]$ se traslazioni $\left[\frac{N}{rad} \left(\frac{Nm}{rad}\right)^{-1} = s\right]$ se rotazioni
$\omega_{critica,i}$	Velocità critica i-esima considerata	[rpm]
$\zeta_{albero}$	Fattore di smorzamento dell'albero	[-]

Tabella 3.19

Lo smorzamento dell'albero  $\zeta_{albero}$  è un parametro che dipende dal materiale. Siccome il materiale più utilizzato nella realizzazione degli alberi di trasmissione è l'acciaio, il fattore di smorzamento  $\zeta_{albero}$  varia tipicamente dall'1% al 5%.

Soluzione dell'equazione del moto dell'albero mediante modello Simulink

L'equazione del moto dell'albero, considerando una forzante armonica, è la seguente:

$$[M] \frac{d^2\{U\}}{dt^2} + [C] \frac{d\{U\}}{dt} + [K]\{U\} = A_{forzante}\{F\} \sin(\omega_{critica}t) \quad (3.78)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$[M]$	Matrice di massa dell'albero	[kg] se traslazioni $\left[\frac{kg}{rad}m\right]$ se rotazioni
$[K]$	Matrice di rigidità dell'albero	$\left[\frac{N}{m}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$ se rotazioni
$[C]$	Matrice di smorzamento dell'albero	$\left[\frac{N}{m\ s}\right]$ se traslazioni $\left[\frac{N}{rad\ s}\right]$ se rotazioni
$\{U\}$	Vettore degli spostamenti dell'albero	[m] se traslazioni [rad] se rotazioni
$\{F\}$	Vettore delle forze dell'albero	[N] se traslazioni [Nm] se rotazioni
$\omega_{critica}$	Velocità critica considerata	$\left[\frac{rad}{s}\right]$
$t$	Tempo	[s]
$A_{forzante}$	Ampiezza della forzante proveniente dall'analisi armonica con la trasformata di Fourier	[-]

Tabella 3.20

Il modello Simulink implementato che risolve l'equazione del moto dell'albero è il seguente:

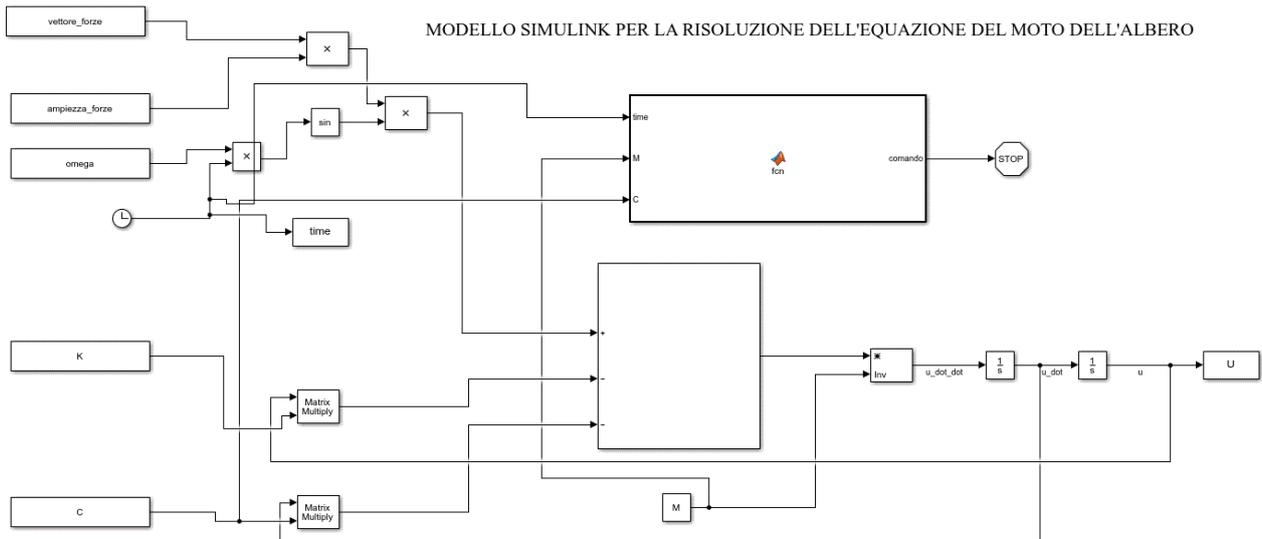


Figura 3.11 - Modello Simulink implementato per la risoluzione dell'equazione del moto dell'albero di trasmissione nel tempo

### Verifica alla deflessione armonica dell'albero

Dal vettore degli spostamenti della deflessione armonica  $\{U\}_{deflessione,armonica}$  vengono estratte le sole traslazioni lungo x,y,z dei nodi dell'albero ottenendo il vettore delle traslazioni della deflessione armonica  $\{U\}_{traslazioni,deflessione,armonica}$ :

$$\{U\}_{traslazioni,deflessione,armonica} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \dots \\ u_{N+1} \\ v_{N+1} \\ w_{N+1} \end{Bmatrix} \quad (3.79)$$

Le espressioni per effettuare la verifica alla deflessione armonica dell'albero sono le seguenti:

$$\max(|\{U\}_{traslazioni,deflessione,armonica}|) \leq deflessione_{massima,tollerata} \quad (3.80)$$

$$deflessione_{massima,tollerata} = \min(h_{a,i,input} - h_{f,i,output}, h_{a,i,output} - h_{f,i,input}) \quad (3.81)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$N$	Numero di elementi trave	[-]
$\{U\}_{traslazioni,deflessione,armonica}$	Vettore delle traslazioni della deflessione armonica	[m]
$deflessione_{massima,tollerata}$	Deflessione massima tollerata	[m]
$h_{f,i,input}$	Dedendum della ruota dentata di input dell'ingranaggio i-esimo montato sugli alberi della trasmissione	[m]
$h_{f,i,output}$	Dedendum della ruota dentata di output dell'ingranaggio i-esimo montato sugli alberi della trasmissione	[m]
$h_{a,i,input}$	Addendum della ruota dentata di input dell'ingranaggio i-esimo montato sugli alberi della trasmissione	[m]

$h_{a,i,output}$	Addendum della ruota dentata di output dell'ingranaggio i-esimo montato sugli alberi della trasmissione	[m]
------------------	---	-----

Tabella 3.21

#### 4. Dimensionamento dei cuscinetti volventi

I cuscinetti volventi sono componenti molto importanti in un sistema di trasmissione di potenza. Essi vincolano e supportano l'albero su cui sono montati gli organi di macchina come le ruote dentate. Poiché i cuscinetti volventi sono soggetti a carichi durante le operazioni di funzionamento, vanno dimensionati ed è necessario verificare che siano adatti all'applicazione analizzata. Se le ruote dentate montate sull'albero di trasmissione sono a denti dritti allora i cuscinetti sono soggetti a forze in direzione radiale. Invece se le ruote dentate sono a denti elicoidali allora i cuscinetti sono sottoposti a forze sia in direzione radiale che in direzione assiale. Per il dimensionamento dei cuscinetti che vengono montati sia sugli alberi della trasmissione automobilistica, sia sugli alberi della trasmissione industriale (Machinery), è stata adottata la normativa di riferimento del Gruppo SKF, industria leader mondiale nella realizzazione dei cuscinetti volventi. Viene presentata nel seguito la procedura di calcolo e di verifica adottata per il dimensionamento del singolo cuscinetto volvente. La conoscenza dei carichi (forze) agenti su ogni cuscinetto è stata ottenuta dal dimensionamento degli alberi e dall'analisi agli elementi finiti sviluppata che consente di ottenere anche le forze scambiate tra albero e cuscinetto, noti i parametri di trasmissione e le forze scambiate tra ruote dentate ingrananti.

##### 4.1 Normativa di riferimento SKF per il dimensionamento dei cuscinetti volventi

###### 4.1.1 Verifica sul numero di giri massimo $n_{max}$

I livelli termici ammissibili che si possono sviluppare all'interno del cuscinetto volvente limitano la velocità massima di rotazione alla quale può operare il cuscinetto. Per tali motivi i cuscinetti che presentano un basso attrito tra le piste e i corpi volventi oppure tra le piste e gli alloggiamenti sono più idonei a operare ad alti regimi di rotazione. Le maggiori velocità di rotazione si possono raggiungere con i cuscinetti radiali a sfere e con i cuscinetti orientabili a sfere quando i carichi sono puramente radiali, quando i carichi sono combinati i cuscinetti obliqui a sfere sono più idonei. I cuscinetti assiali, a causa della loro forma costruttiva, non possono operare ai regimi di rotazione dei cuscinetti radiali. Il Gruppo SKF fornisce per ogni cuscinetto presente nel catalogo di prodotto l'indicazione di due velocità di rotazione limite:

- La velocità limite  $n_{limmite}$ : è il limite di velocità meccanico che non deve essere superato se il design del cuscinetto e l'applicazione non sono adatti per velocità più elevate. La velocità limite meccanica è determinata da: stabilità di forma o resistenza della gabbia, lubrificazione delle superfici di guida della gabbia, forze centrifughe e rotatorie che agiscono sugli elementi volventi e altri fattori limitanti per la velocità come le tenute e il lubrificante per i cuscinetti schermati;
- La velocità di riferimento o di referenza  $n_{referenza}$ : si basa sul modello di attrito di SKF ed è determinata dall'equilibrio termico nelle condizioni di raffreddamento ed esercizio standard secondo la ISO 15312. Rappresenta fundamentalmente il limite di velocità termico.

Le espressioni per effettuare la verifica sul numero di giri massimo  $n_{max}$  sono le seguenti:

$$n_{max} \leq \min(n_{limmite}, n_{referenza}) \quad (4.1)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$n_{max}$	Velocità di rotazione massima alla quale opera il cuscinetto	[rpm]
$n_{limmite}$	Limite di velocità di rotazione meccanico del cuscinetto	[rpm]
$n_{referenza}$	Limite di velocità di rotazione termico del cuscinetto	[rpm]

Tabella 4.1

#### 4.1.2 Verifica sulla capacità di carico statico del cuscinetto

Il coefficiente di carico statico  $C_0$  viene utilizzato nei calcoli relativi ai cuscinetti quando il cuscinetto:

- Ruota a velocità molto basse ( $n < 10$  [rpm]) e non occorre che abbia una durata lunga;
- Compie oscillazioni lente o movimenti di allineamento sotto carico;
- Staziona sotto carichi come urti continui o intermittenti per periodi di tempo prolungati;
- Ruota e oltre ai normali carichi di lavoro sostiene forti carichi per urto.

La verifica sul carico statico è molto importante qualora il cuscinetto sia soggetto a carichi di breve durata come urti o picchi di carico molto forti. Gli urti possono agire sia su cuscinetti che ruotano e quindi che sono sollecitati dinamicamente, sia su cuscinetti che non ruotano ovvero che sono a riposo. Il coefficiente di carico statico  $C_0$  corrisponde a una sollecitazione calcolata al centro del punto di contatto tra il corpo volvente più caricato e la pista, tale sollecitazione corrisponde a:

- 4600 [MPa] per i cuscinetti orientabili a sfere;
- 4200 [MPa] per tutti gli altri cuscinetti a sfere;
- 4000 [MPa] per tutti i cuscinetti a rulli.

La sollecitazione relativa al coefficiente di carico statico produce una deformazione totale permanente del corpo volvente e della pista che è circa  $\frac{1}{10000}$  volte il diametro del corpo volvente. I carichi sono puramente radiale nei cuscinetti radiali e puramente assiali e centrati per i cuscinetti assiali. I carichi che agiscono su un cuscinetto fermo, o che oscilla lentamente, o che è soggetto a urti, producono deformazioni plastiche sui corpi volventi e impronte sulle piste. La distribuzione delle impronte può risultare irregolare oppure regolare con impronte distanziate tra di loro i corpi volventi. Infatti se il carico agisce per molti giri, le impronte si distribuiscono uniformemente su tutta la pista. Le deformazioni plastiche che vengono indotte sugli elementi del cuscinetto conducono a vibrazioni, rumorosità e maggiori attriti. E' anche possibile che aumenti il gioco interno o che si modifichi l'accoppiamento degli anelli con le sedi. E' quindi necessario assicurarsi che non si verifichino deformazioni permanenti o che si verifichino soltanto in misura limitata adottando un cuscinetto con una sufficiente capacità di carico statico  $C_0$  nel caso in cui debbano essere soddisfatte le seguenti esigenze:

- Elevata affidabilità;
- Silenziosità;
- Assenza di vibrazioni;
- Coppia di attrito costante;
- Basso attrito all'avviamento sotto carico.

#### 4.1.3 Calcolo del carico statico equivalente $P_0$

Prima di effettuare la verifica alla capacità di carico statico, va determinato il carico statico equivalente  $P_0$ . I carichi statici costituiti da componenti radiali e assiali vengono convertiti in un carico statico equivalente  $P_0$ . Il carico statico equivalente  $P_0$  rappresenta il carico ipotetico (radiale per i cuscinetti radiali e assiale per i cuscinetti assiali) che, una volta applicato, produce nel cuscinetto le stesse deformazioni permanenti prodotte dal carico reale. Le componenti di carico radiale  $F_r$  e assiale  $F_a$  agenti sul cuscinetto sono note dai calcoli effettuati sul dimensionamento degli alberi.

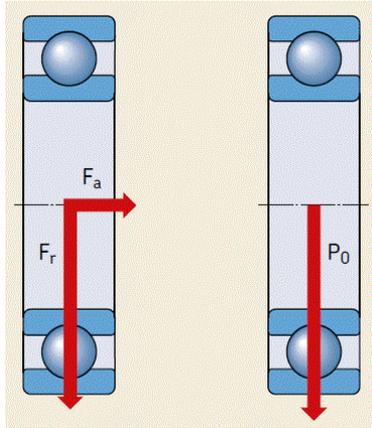


Figura 4.1 – Forze radiale  $F_r$  e assiale  $F_a$  agenti sul cuscinetto volvente e calcolo del carico statico equivalente  $P_0$

Le espressioni per il calcolo del carico statico equivalente  $P_0$  sono le seguenti:

$$P_0 = X_0 F_r + Y_0 F_a \quad (4.2)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$P_0$	Carico statico equivalente agente sul cuscinetto	[kN]
$F_r$	Carico radiale effettivo agente sul cuscinetto	[kN]
$F_a$	Carico assiale effettivo agente sul cuscinetto	[kN]
$X_0$	Fattore relativo al carico radiale agente sul cuscinetto	[-]
$Y_0$	Fattore relativo al carico assiale agente sul cuscinetto	[-]

Tabella 4.2

I fattori relativi ai carichi radiale  $X_0$  e assiale  $Y_0$  sono tabulati per lo specifico cuscinetto considerato. Tutte le informazioni e i dati necessari per il calcolo del carico statico equivalente  $P_0$  agente sul cuscinetto si trovano nel testo introduttivo di ogni sezione prodotti (tabelle dei prodotti).

#### 4.1.4 Coefficiente di sicurezza statico $s_0$ e verifica sulla capacità di carico statico del cuscinetto

Le espressioni per il calcolo del coefficiente di sicurezza statico  $s_0$  sono le seguenti:

$$s_0 = \frac{C_0}{P_0} \quad (4.3)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$C_0$	Coefficiente di carico statico	[kN]
$P_0$	Carico statico equivalente agente sul cuscinetto	[kN]
$s_0$	Coefficiente di sicurezza statico	[-]

Tabella 4.3

Per la verifica sulla capacità di carico statico del cuscinetto va verificato che il coefficiente di sicurezza statico  $s_0$  sia:

$$s_0 \geq s_{0,necessario} \quad (4.4)$$

Dove il coefficiente di sicurezza statico necessario  $s_{0,necessario}$  viene fornito in tabella, esso è funzione di:

- Tipologia del cuscinetto ('A rulli' o 'A sfera');
- Requisiti di silenziosità ('Trascurabili', 'Normali' oppure 'Elevati');
- Tipo di esercizio ('Fluido senza vibrazioni', 'Normale' oppure 'Forti carichi di sollecitazione').

Guideline values for the static safety factor $s_0$								
Type of operation	Rotating bearing Performance requirements (e.g. quiet running or vibration-free operation)						Non-rotating bearing	
	unimportant		normal		high		Ball bearings	Roller bearings
	Ball bearings	Roller bearings	Ball bearings	Roller bearings	Ball bearings	Roller bearings		
Smooth, vibration-free	0,5	1	1	1,5	2	3	0,4	0,8
Normal	0,5	1	1	1,5	2	3,5	0,5	1
Pronounced shock loads <sup>1)</sup>	$\geq 1,5$	$\geq 2,5$	$\geq 1,5$	$\geq 3$	$\geq 2$	$\geq 4$	$\geq 1$	$\geq 2$

For spherical roller thrust bearings, it is advisable to use  $s_0 \geq 4$ .

<sup>1)</sup> Where the magnitude of the shock load is not known, values of  $s_0$  at least as large as those quoted above should be used. If the magnitude of the shock loads is known, smaller values of  $s_0$  can be applied.

Tabella 4.4 - Tabella del coefficiente di sicurezza statico necessario  $s_{0,necessario}$

Qualora la verifica sulla capacità di carico statico del cuscinetto non sia garantita, bisogna passare a un cuscinetto che abbia un coefficiente di carico statico  $C_0$  più elevato.

#### 4.1.5 Verifica della durata del cuscinetto

Per il dimensionamento adeguato del cuscinetto, è fondamentale verificare che esso sia in grado di operare nella specifica applicazione e nelle condizioni di carico dinamico alle quali è soggetto. Anche per il carico dinamico, le componenti di carico radiale  $F_r$  e assiale  $F_a$  agenti sul cuscinetto sono note dai calcoli effettuati sul dimensionamento degli alberi.

#### 4.1.6 Calcolo del carico dinamico equivalente $P$

Il carico dinamico equivalente  $P$  agente sul cuscinetto è un carico ipotetico, costante in grandezza, direzione e senso d'azione. Il carico dinamico equivalente  $P$  agisce radialmente sui cuscinetti radiali e assialmente in modo centrato sui cuscinetti assiali. Una volta applicato il carico dinamico equivalente  $P$  sul cuscinetto, produce sulla durata del cuscinetto gli stessi effetti di quelli provocati dai carichi che realmente agiscono sul cuscinetto. I cuscinetti radiali sono frequentemente soggetti a carichi radiali e assiali che agiscono contemporaneamente, questo è certamente vero per cuscinetti che sono montati da supporto per alberi su cui sono calettate ruote dentate a denti elicoidali. Se il carico risultante è costante in grandezza, direzione e senso d'azione, il carico dinamico equivalente  $P$  agente sul cuscinetto può essere ricavato da una formulazione di carattere generale.

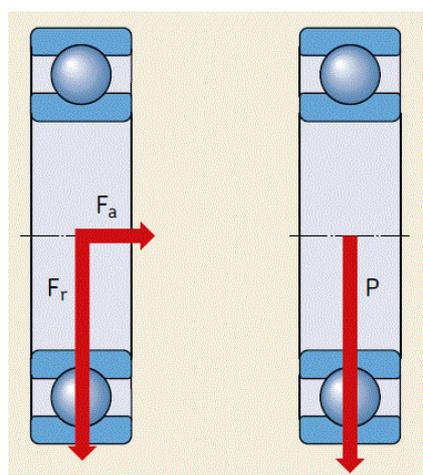


Figura 4.2 - Forze radiale  $F_r$  e assiale  $F_a$  agenti sul cuscinetto volvente e calcolo del carico dinamico equivalente  $P$

Le espressioni per il calcolo del carico dinamico equivalente  $P$  sono le seguenti:

$$P = XF_r + YF_a \quad (4.5)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$P$	Carico dinamico equivalente agente sul cuscinetto	[kN]
$F_r$	Carico radiale effettivo agente sul cuscinetto	[kN]
$F_a$	Carico assiale effettivo agente sul cuscinetto	[kN]
$X$	Fattore relativo al carico radiale agente sul cuscinetto	[-]
$Y$	Fattore relativo al carico assiale agente sul cuscinetto	[-]

Tabella 4.5

I fattori relativi ai carichi radiale  $X$  e assiale  $Y$  sono tabulati per lo specifico cuscinetto considerato. Tutte le informazioni e i dati necessari per il calcolo del carico dinamico equivalente  $P$  agente sul cuscinetto si trovano nel testo introduttivo di ogni sezione prodotti (tabelle dei prodotti).

#### 4.1.7 Condizioni di lubrificazione e rapporto di viscosità $k$

L'efficacia del lubrificante utilizzato è determinata soprattutto dalla capacità di separare le superfici nelle zone di contatto coinvolte nel moto volvente. Per formare una pellicola di lubrificante adeguata, il lubrificante deve avere una certa viscosità minima nelle condizioni operative e alla temperatura di funzionamento. La condizione del lubrificante è determinata dal rapporto di viscosità  $k$ , esso è definito come il rapporto tra la viscosità reale  $\nu$  alla temperatura di funzionamento e la viscosità necessaria per un'adeguata lubrificazione  $\nu_1$  alla temperatura di funzionamento:

$$k = \frac{\nu}{\nu_1} \quad (4.6)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$k$	Rapporto di viscosità	[-]
$\nu$	Viscosità del lubrificante alla temperatura di funzionamento	$\left[ \frac{mm^2}{s} \right]$
$\nu_1$	Viscosità necessaria minima del lubrificante alla temperatura di funzionamento in funzione del diametro medio del cuscinetto e della velocità di rotazione	$\left[ \frac{mm^2}{s} \right]$

Tabella 4.6

Le espressioni per il calcolo del diametro medio del cuscinetto  $d_m$  sono le seguenti:

$$d_m = \frac{(d + D)}{2} \quad (4.7)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$d$	Diametro interno del cuscinetto	[mm]
$D$	Diametro esterno del cuscinetto	[mm]
$d_m$	Diametro medio del cuscinetto	[mm]

Tabella 4.7

La viscosità necessaria minima  $\nu_1$  del lubrificante alla temperatura di funzionamento è fornita graficamente in funzione del diametro medio del cuscinetto  $d_m$  e della velocità di rotazione  $n$ :

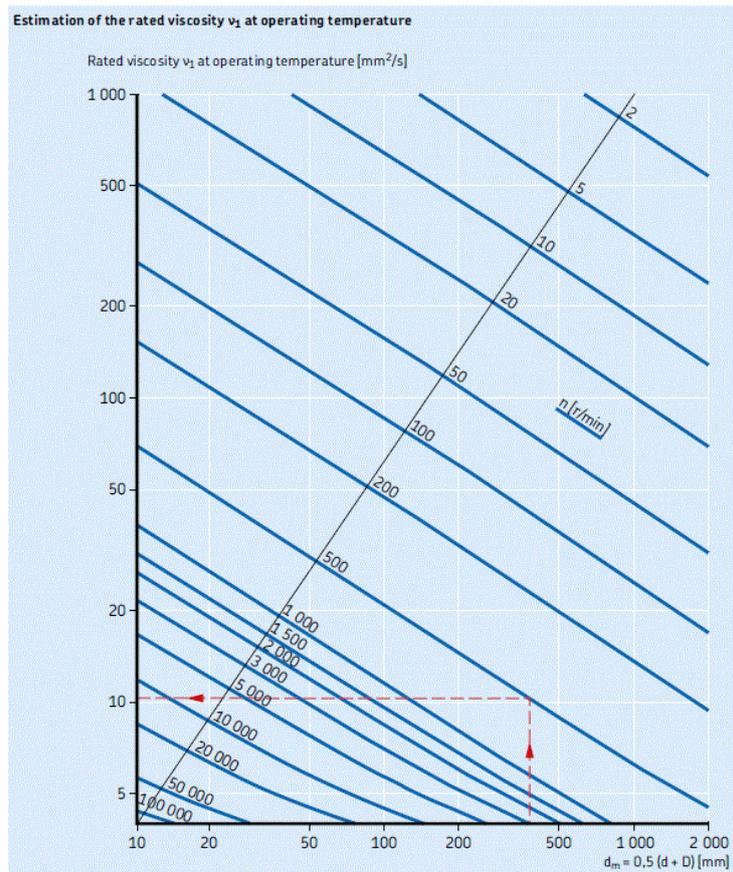


Figura 4.3 - Grafico della viscosità necessaria minima  $v_1$  in funzione del diametro medio del cuscinetto  $d_m$  e della velocità di rotazione  $n$

In funzione della viscosità necessaria minima  $v_1$  del lubrificante alla temperatura di funzionamento e della temperatura di funzionamento viene determinata graficamente la classificazione ISO VG che deve possedere l'olio lubrificante adottato per la lubrificazione del cuscinetto:

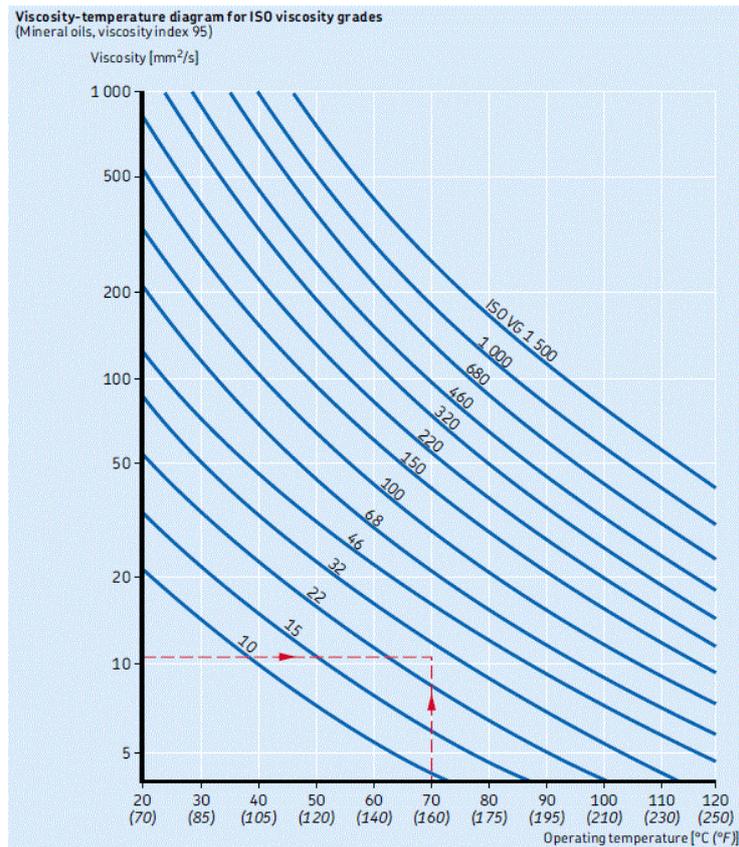


Figura 4.4 - Grafico delle viscosità degli oli lubrificanti ISO in funzione della temperatura di funzionamento

La viscosità del lubrificante alla temperatura di funzionamento  $\nu$  è quella del lubrificante riportata nel grafico con classificazione ISO VG tale per cui valga la seguente condizione alla temperatura di funzionamento:

$$\nu \geq \nu_1 \quad (4.8)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\nu$	Viscosità del lubrificante alla temperatura di funzionamento	$\left[ \frac{mm^2}{s} \right]$
$\nu_1$	Viscosità necessaria minima del lubrificante alla temperatura di funzionamento in funzione del diametro medio del cuscinetto e della velocità di rotazione	$\left[ \frac{mm^2}{s} \right]$

Tabella 4.8

Per effettuare i calcoli relativi alla determinazione della viscosità necessaria minima  $\nu_1$  del lubrificante alla temperatura di funzionamento, della viscosità del lubrificante  $\nu$  alla temperatura di funzionamento e della classificazione del lubrificante ISO VG che soddisfi la condizione di lubrificazione minima alla temperatura di funzionamento  $\nu \geq \nu_1$  sono state implementate formule interpolanti le curve sopra riportate nei grafici.

#### 4.1.8 Fattore correttivo della durata relativo all'affidabilità $\alpha_1$

In base all'affidabilità desiderata per il valore della durata del cuscinetto che viene calcolato, viene fornita una tabella per la determinazione del fattore correttivo della durata relativo all'affidabilità  $\alpha_1$ :

Values for life adjustment factor $a_1$			
Reliability	Failure probability	SKF rating life	Factor
	$n$	$L_{nm}$	$a_1$
%	%	million revolutions	–
90	10	$L_{10m}$	1
95	5	$L_{5m}$	0,64
96	4	$L_{4m}$	0,55
97	3	$L_{3m}$	0,47
98	2	$L_{2m}$	0,37
99	1	$L_{1m}$	0,25

Tabella 4.9 - Tabella del fattore correttivo della durata relativo all'affidabilità  $a_1$

#### 4.1.9 Fattore per la contaminazione $\eta_c$

Il fattore per la contaminazione  $\eta_c$  prende in considerazione il grado di contaminazione del lubrificante nel calcolo della durata del cuscinetto. L'influenza della contaminazione sulla fatica del cuscinetto dipende da fattori come le dimensioni del cuscinetto, lo spessore relativo della pellicola lubrificante, la grandezza, la distribuzione e il tipo delle particelle solide contaminanti. A causa della complessità di valutazione del fattore per la contaminazione  $\eta_c$ , esso viene fornito tabulato in funzione di:

- Diametro medio del cuscinetto  $d_m$ ;
- Condizioni di pulizia ('Livello di pulizia ottimale', 'Livello di pulizia elevato', 'Livello di pulizia normale', 'Leggera contaminazione', 'Contaminazione tipica', 'Contaminazione profonda' e 'Contaminazione molto profonda').

Conditions	Factor $\eta_c$ <sup>1)</sup> for bearings with mean diameter	
	$d_m < 100$ mm	$d_m \geq 100$ mm
<b>Extreme cleanliness</b> • particle size approximately the same as the lubricant film thickness • laboratory conditions	1	1
<b>High cleanliness</b> • oil filtered through an extremely fine filter • typical conditions: sealed bearings that are greased for life	0,8 ... 0,6	0,9 ... 0,8
<b>Normal cleanliness</b> • oil filtered through a fine filter • typical conditions: shielded bearings that are greased for life	0,6 ... 0,5	0,8 ... 0,6
<b>Slight contamination</b> • typical conditions: bearings without integral seals, coarse filtering, wear particles and slight ingress of contaminants	0,5 ... 0,3	0,6 ... 0,4
<b>Typical contamination</b> • conditions typical of bearings without integral seals, coarse filtering, wear particles and ingress from surroundings	0,3 ... 0,1	0,4 ... 0,2
<b>Severe contamination</b> • typical conditions: high levels of contamination due to excessive wear and/or ineffective seals • bearing arrangement with ineffective or damaged seals	0,1 ... 0	0,1 ... 0
<b>Very severe contamination</b> • typical conditions: contamination levels so severe that values of $\eta_c$ are outside the scale, which significantly reduces the bearing life	0	0

<sup>1)</sup> The scale for  $\eta_c$  refers only to typical solid contaminants. Contaminants like water or other fluids detrimental to bearing life is not included. Due to strong abrasive wear in highly contaminated environments ( $\eta_c = 0$ ) the useful life of a bearing can be significantly shorter than the rated life.

Tabella 4.10 - Tabella del fattore per la contaminazione  $\eta_c$

#### 4.1.10 Fattore correttivo della durata $a_{SKF}$

Il fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  rappresenta la relazione tra il rapporto del carico limite di fatica  $\left(\frac{P_u}{P}\right)$ , le condizioni della lubrificazione (rapporto di viscosità  $k$ ) e il livello di contaminazione  $\eta_c$ .

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\eta_c$	Fattore per la contaminazione	[-]
$k$	Rapporto di viscosità	[-]
$P$	Carico dinamico equivalente agente sul cuscinetto	[kN]
$P_u$	Limite di fatica del cuscinetto	[kN]

Tabella 4.11

Il limite di fatica del cuscinetto  $P_u$  è tabulato per lo specifico cuscinetto considerato. I valori del fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  vengono forniti in quattro diagrammi in funzione di:

- Tipologia del cuscinetto ('Radiale a sfere', 'Radiale a rulli', 'Assiale a sfere', oppure 'Assiale a rulli');
- Fattore  $\eta_c \left(\frac{P_u}{P}\right)$ ;
- Versione ('Standard' oppure 'Explorer');
- Rapporto di viscosità  $k$ .

I diagrammi forniti sono impostati per valori tipici e fattori di sicurezza della tipologia normalmente associata con i limiti di fatica relativi ad altri componenti meccanici. Considerando la semplificazione dei risultati ottenuti con la formula della durata SKF non ha senso utilizzare valori del fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  superiori a 50, anche se le condizioni di funzionamento sono note con precisione. I grafici per la determinazione del fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  sono i seguenti:

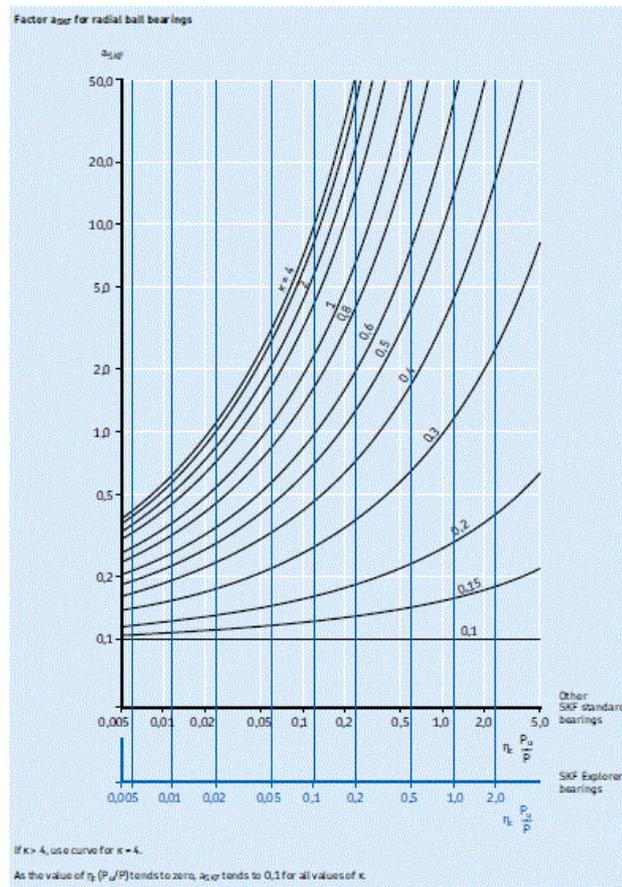


Figura 4.5 - Grafico del fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  per i cuscinetti radiali a sfere

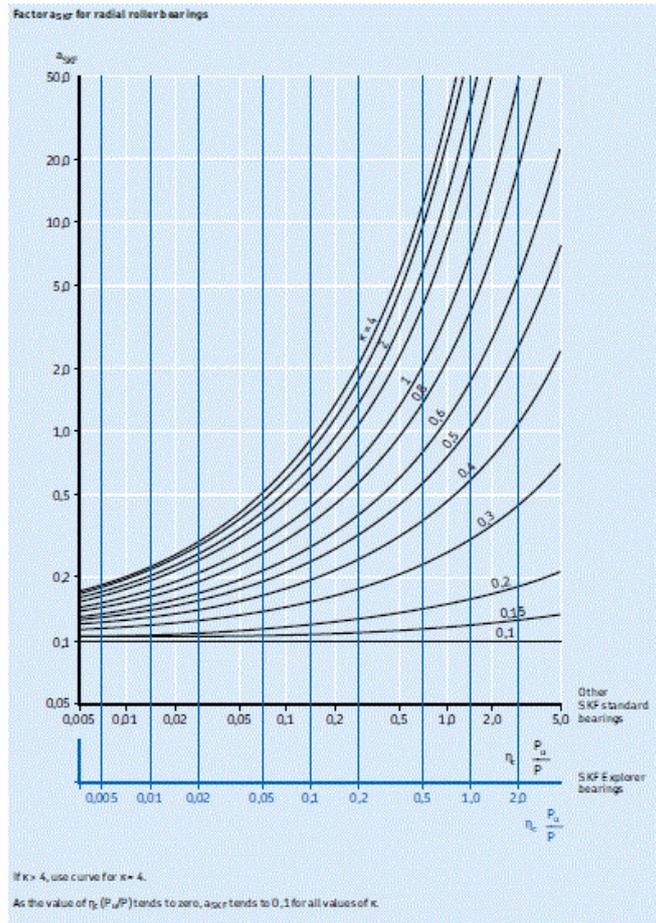


Figura 4.6 - Grafico del fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  per i cuscinetti radiali a rulli

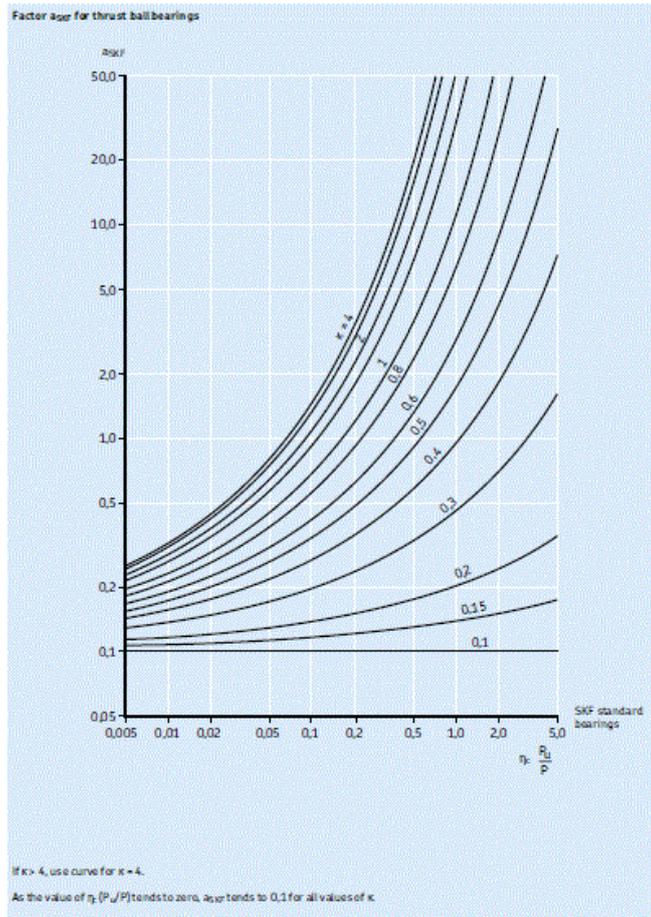


Figura 4.7 - Grafico del fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  per i cuscinetti assiali a sfere

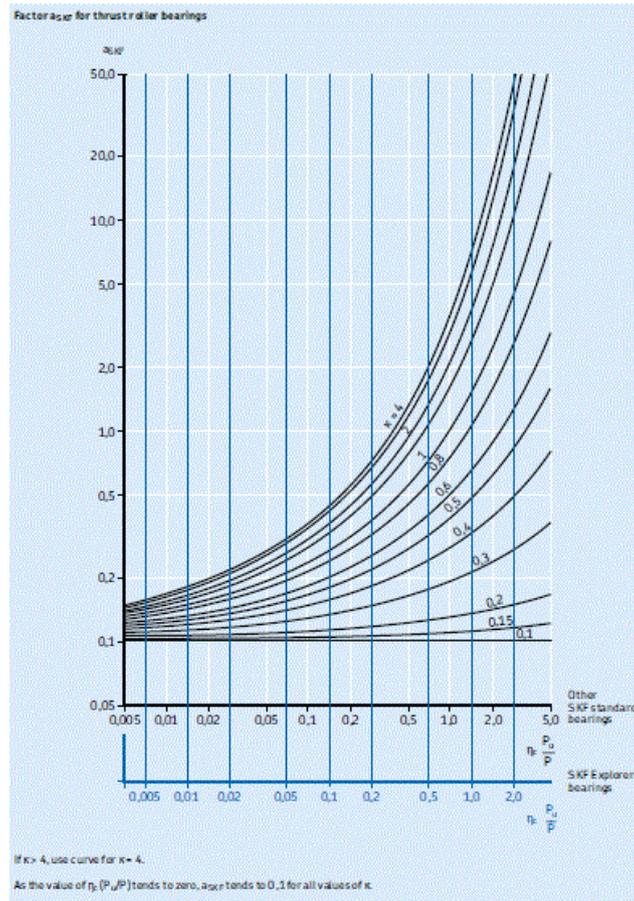


Figura 4.8 - Grafico del fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  per i cuscinetti assiali a rulli

Per effettuare i calcoli relativi alla determinazione del fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  sono state implementate formule interpolanti le curve sopra riportate nei grafici.

#### 4.1.11 Calcolo della durata del cuscinetto e verifica della durata del cuscinetto

La durata di esercizio del cuscinetto è influenzata da numerosi fattori come la lubrificazione, il grado di contaminazione, il disallineamento, l'installazione adeguata e le condizioni ambientali. Il fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  adotta il concetto di carico limite di fatica  $P_u$  analogo a quello utilizzato per dimensionare altri componenti di macchine. I valori del carico limite di fatica  $P_u$  del cuscinetto sono riportati nelle tabelle dei prodotti. Inoltre, il fattore correttivo della durata  $a_{SKF}$  utilizza le condizioni del lubrificante (rapporto di viscosità  $k$ ) e il fattore per la contaminazione  $\eta_c$  che riflettono le condizioni operative dell'applicazione del cuscinetto. Le espressioni per il calcolo della durata del cuscinetto  $L_{nm}$  sono le seguenti:

$$L_{nm} = a_1 a_{SKF} \left( \frac{C}{P} \right)^p \quad (4.9)$$

$$L_{nmh} = 10^6 \frac{L_{nm}}{60n} \quad (4.10)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$a_1$	Fattore correttivo della durata relativo all'affidabilità	[-]
$a_{SKF}$	Fattore correttivo della durata	[-]
$P$	Carico dinamico equivalente agente sul cuscinetto	[kN]
$C$	Coefficiente di carico dinamico	[kN]

$p$	Esponente della formula della durata ( $p = 3$ per i cuscinetti a sfere, $p = \frac{10}{3}$ per i cuscinetti a rulli)	[-]
$n$	Velocità di rotazione media alla quale opera il cuscinetto	[rpm]
$L_{nm}$	Durata SKF (con affidabilità del 100-n%) in milioni di giri	[milioni di giri]
$L_{nmh}$	Durata SKF (con affidabilità del 100-n%) in ore di funzionamento	[ore]

Tabella 4.12

Le espressioni della verifica della durata del cuscinetto sono le seguenti:

$$L_{nmh} \geq L_{nmh,minima} \quad (4.11)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$L_{nmh}$	Durata SKF (con affidabilità del 100-n%) in ore di funzionamento	[ore]
$L_{nmh,minima}$	Durata SKF (con affidabilità del 100-n%) in ore di funzionamento minima da garantire per la verifica della durata del cuscinetto	[ore]

Tabella 4.13

#### 4.1.12 Verifica del carico minimo agente sul cuscinetto

Quando il carico agente sul cuscinetto è molto leggero, la correlazione tra il carico agente sul cuscinetto e la durata di esercizio del cuscinetto è meno evidente, in questi casi diventano determinanti meccanismi di cedimento diversi dall'affaticamento. Per garantire un corretto funzionamento del cuscinetto, esso deve sempre essere soggetto a un carico minimo. L'importanza di applicare il carico minimo sul cuscinetto aumenta in presenza di forti accelerazioni e quando le velocità di rotazione sono nell'ambito del 50% o più delle velocità limite indicate nelle tabelle dei prodotti. Nelle sezioni dei prodotti vengono riportate le formule per calcolare il carico minimo necessario per i vari cuscinetti, la formulazione generale è della seguente tipologia (quella riportata è valida solo per i cuscinetti radiali a una corona di sfere):

$$F_{rm} = k_r \left( \frac{vn}{1000} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{d_m}{100} \right)^2 \quad (4.12)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$k_r$	Fattore di carico minimo	[-]
$\nu$	Viscosità del lubrificante alla temperatura di funzionamento	$\frac{mm^2}{s}$
$n$	Velocità di rotazione	[rpm]
$d_m$	Diametro medio del cuscinetto	[mm]
$F_{rm}$	Carico radiale minimo	[kN]

Tabella 4.14

Il fattore di carico minimo  $k_r$  è tabulato per lo specifico cuscinetto considerato.

## 5. Dimensionamento dei sincronizzatori

I sincronizzatori sono componenti utilizzati nelle trasmissioni automobilistiche (cambi di velocità). La funzione principale dei sincronizzatori è quella di innestare la marcia selezionata dall'utente senza che si abbiano danneggiamenti delle ruote dentate della trasmissione automobilistica (cambio di velocità). Inoltre i sincronizzatori permettono di ingranare la marcia desiderata con un elevato livello di comfort percepito dal guidatore. I principali requisiti che devono essere soddisfatti dal sincronizzatore sono i seguenti:

- Annullare la differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$  dei componenti che devono essere sincronizzati (ruota dentata e albero su cui essa è montata) trasferendo energia dal componente più veloce a quello più lento attraverso una dissipazione di energia per attrito.
- Una volta innestata la marcia desiderata, il sincronizzatore agisce da giunto di collegamento tra i componenti sincronizzati, di conseguenza deve trasmettere la coppia necessaria in modo stabile nel tempo evitando assolutamente disinnesti improvvisi delle ruote dentate ingranate.

Uno dei parametri prestazionali più importanti dei sincronizzatori è il tempo di innesto  $t_r$  che indica quanto tempo è necessario per innestare la marcia voluta una volta applicata la forza sulla leva del cambio e trasmessa al manicotto di selezione. Inoltre è bene ricordare che durante l'intera fase di innesto la frizione è aperta, per cui il motore è scollegato dalla trasmissione e dunque non viene trasmessa coppia o potenza alle ruote motrici del veicolo. Poiché la ruota dentata della marcia su cui è montato il sincronizzatore non è solidale all'albero su cui essa è montata, il sincronizzatore deve aggiustare le velocità di rotazione  $\omega$  di albero e ruota dentata sincronizzata in modo dissipativo annullando la differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$ .

Una rappresentazione del meccanismo di leveraggio per il selezionamento della marcia desiderata è la seguente:

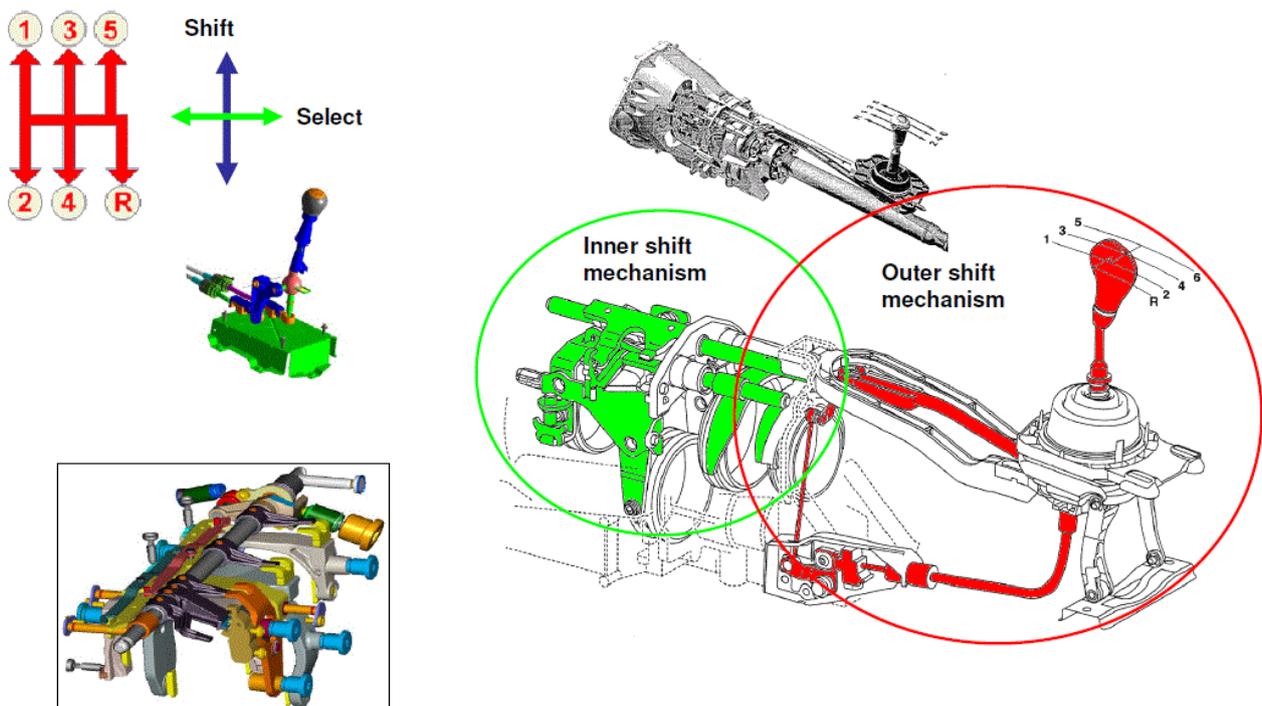


Figura 5.1 - Meccanismi e leveraggi di innesto marcia di una trasmissione automobilistica

Come spiegato in precedenza, l'utente applica una forza alla leva del cambio, tale forza viene trasmessa attraverso un leveraggio al manicotto del sincronizzatore, il manicotto del sincronizzatore sposta la slitta del sincronizzatore che esegue l'innesto della marcia desiderata.

Un sincronizzatore a tre coni di attrito presenta la seguente configurazione:

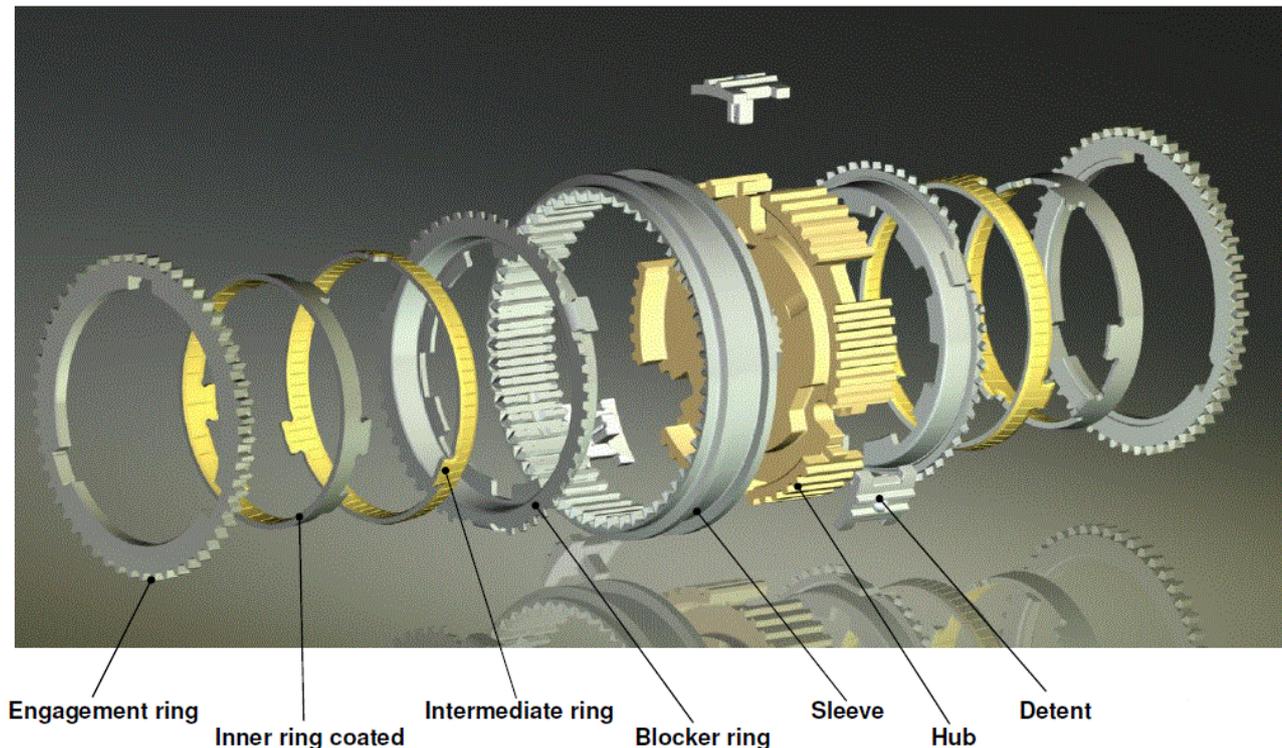


Figura 5.2 - Componenti costruttivi di un sincronizzatore

I principali componenti del sincronizzatore sono:

- Il mozzo (Hub) del sincronizzatore viene montato attraverso un profilo scanalato oppure un calettamento forzato sull'albero delle ruote dentate da sincronizzare. Sul mozzo si hanno una serie di cave in cui vengono alloggiati gli elementi di arresto (tipicamente una sfera) della slitta, essi sono in sospensione su di una molla.
- La slitta (Sleeve) del sincronizzatore è un manicotto che viene mosso dal leveraggio del cambio e consente l'innesto della marcia voluta.
- L'elemento di arresto (Detent) montato sul mozzo del sincronizzatore consente di mantenere fermo in posizione di centraggio la slitta o manicotto del sincronizzatore.
- L'anello di bloccaggio (Blocker ring) del sincronizzatore rappresenta il primo elemento che viene ingranato durante la fase di innesto.
- Gli anelli intermedi (Intermediate ring e Inner ring coated ring) del sincronizzatore sono gli elementi di supporto dei coni di attrito.
- L'anello di ingranamento (Engagement ring) del sincronizzatore rappresenta l'ultimo elemento che viene ingranato durante la fase di innesto.

L'intera fase di innesto viene suddivisa nelle seguenti fasi intermedie che completano la procedura di inserimento della marcia:

- Fase iniziale - Posizione neutrale di centraggio

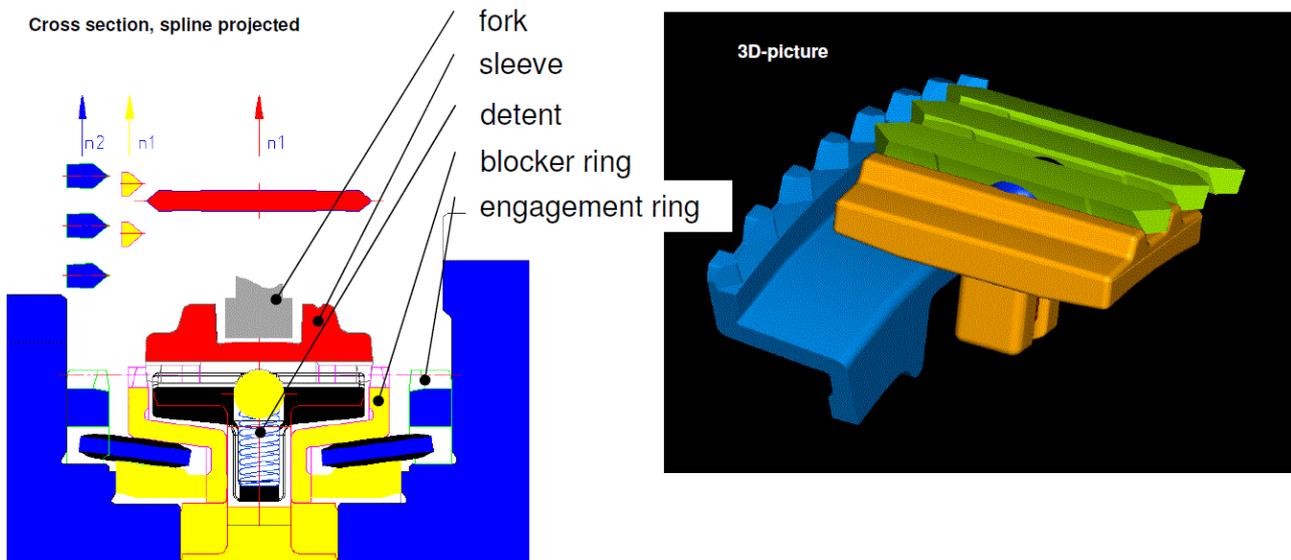


Figura 5.3 - Configurazione del sincronizzatore durante la fase iniziale - posizione neutrale di centraggio

Prima che inizi la fase di innesto della marcia, il sincronizzatore è in posizione neutrale e la slitta (o manicotto) del sincronizzatore viene bloccata e centrata dalla sfera di arresto in sospensione sulla molla alloggiata nella cava del mozzo.

- Fase di pre-sincronizzazione

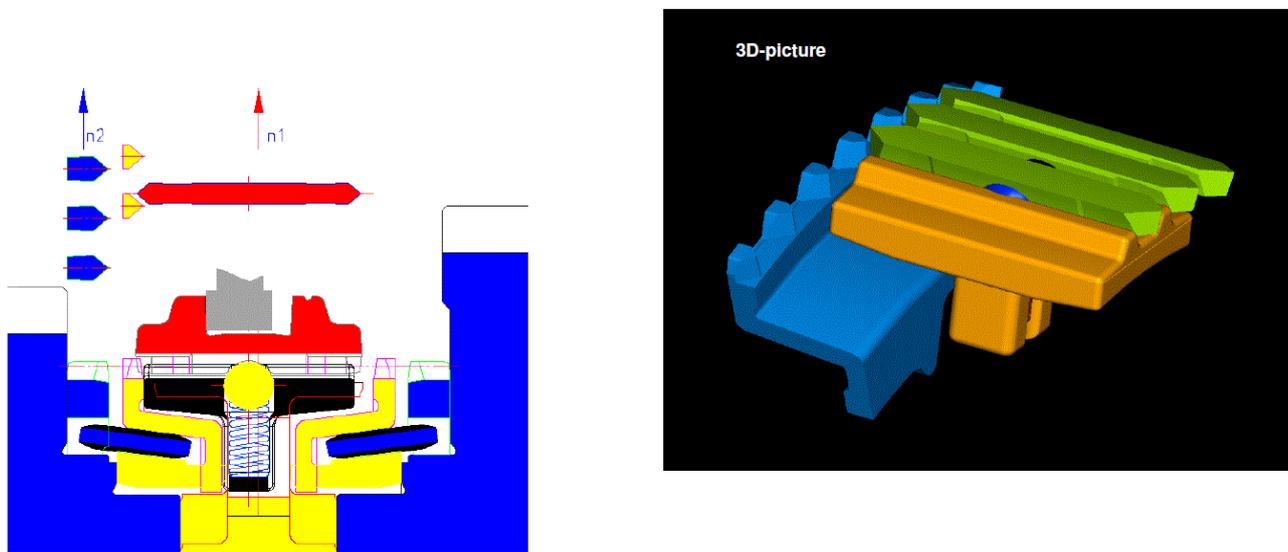


Figura 5.4 - Configurazione del sincronizzatore durante la fase di pre-sincronizzazione

Nella fase di pre-sincronizzazione la forcella o leva del cambio muove in direzione assiale la slitta del sincronizzatore finchè gli elementi di arresto vanno in battuta sull'anello di bloccaggio. La forza di arresto crea una coppia di attrito nel sincronizzatore che posiziona l'anello di bloccaggio radialmente. Le sporgenze sull'anello di bloccaggio si posizionano sulle sfere alloggiato nel mozzo (Hub). I denti dell'anello di bloccaggio contrastano i denti della slitta del sincronizzatore.

- Fase corrispondente alla posizione di bloccaggio

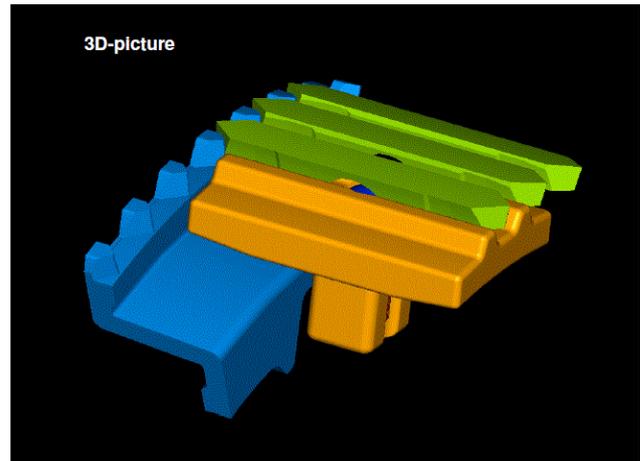
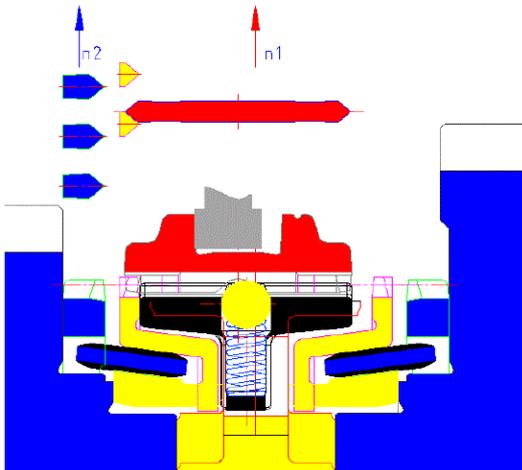


Figura 5.5 - Configurazione del sincronizzatore durante la fase corrispondente alla posizione di bloccaggio

Applicando una forza maggiore sul manicotto del sincronizzatore, la slitta trasla assialmente attraverso i denti dell'anello di bloccaggio. I denti della slitta del sincronizzatore spingono contro i denti dell'anello di bloccaggio e la differenza di velocità tra la slitta e l'anello di ingranamento viene ridotta finché  $n_1 = n_2$ .

- Fase di rilascio del blocco

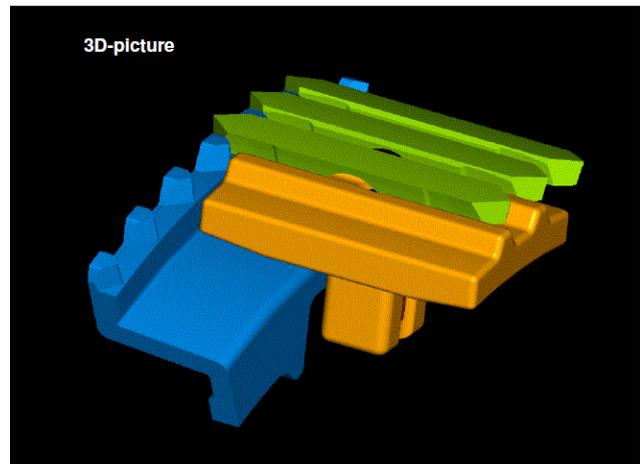
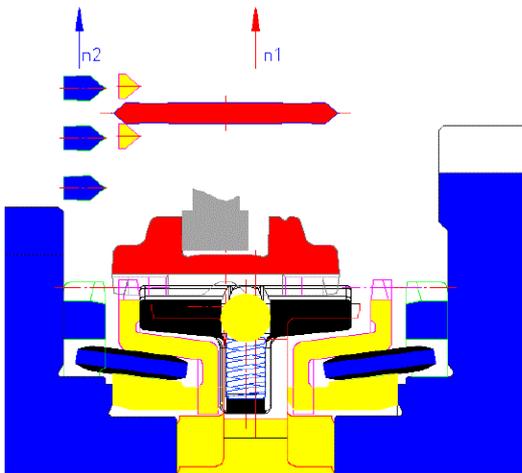


Figura 5.6 - Configurazione del sincronizzatore durante la fase di rilascio del blocco

Quando la differenza di velocità tra la slitta e l'anello di ingranamento si è annullata  $n_1 = n_2$ , la condizione di bloccaggio non è più valida per cui la slitta del sincronizzatore può procedere attraverso i denti dell'anello di bloccaggio.

- Fase di avanzamento libero

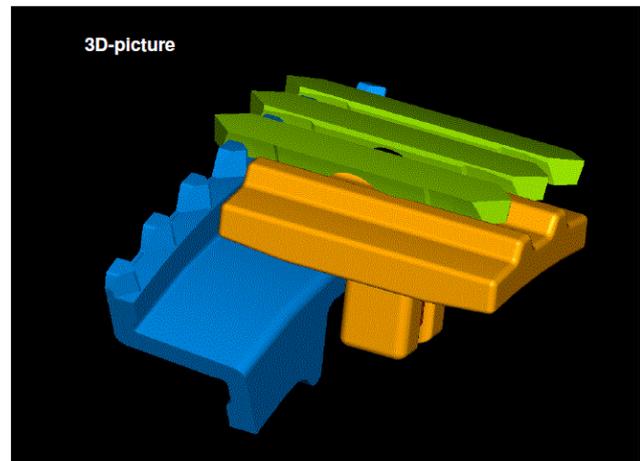
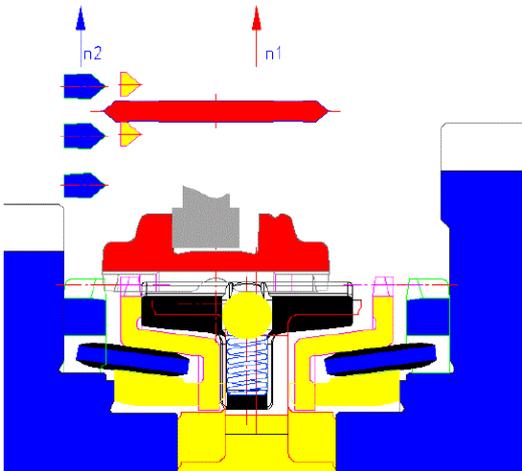


Figura 5.7 - Configurazione del sincronizzatore durante la fase di avanzamento libero

Nella fase di avanzamento libero la slitta del sincronizzatore è libera di traslare assialmente verso l'anello di ingranamento. In questa fase si genera una nuova differenza di velocità tra la slitta e l'anello di ingranamento per cui  $n_1 \neq n_2$ .

- Fase di ingranamento

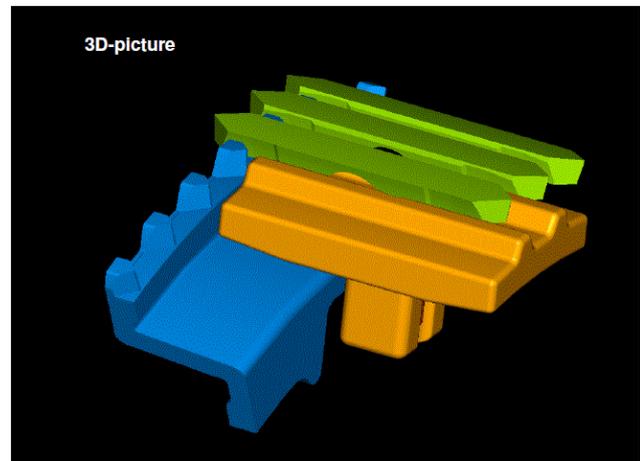
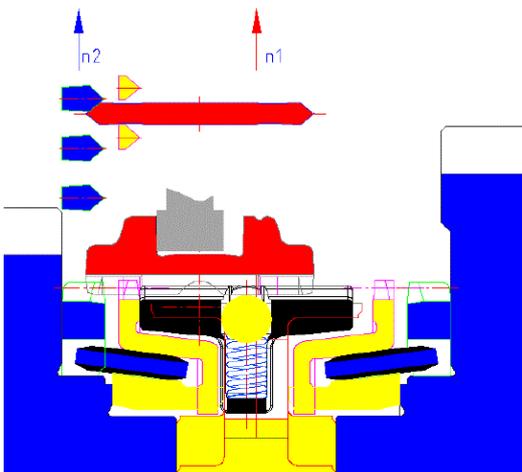
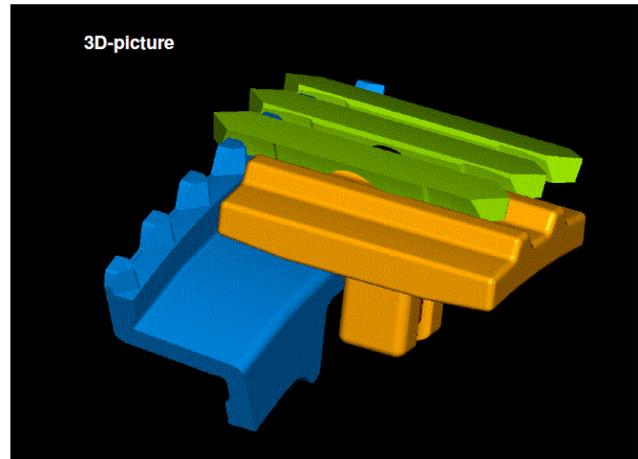
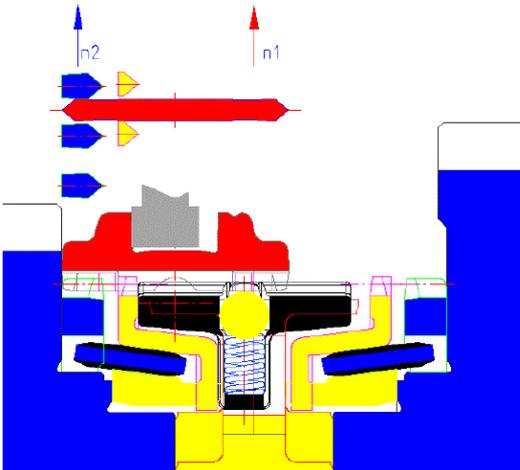


Figura 5.8 - Configurazione del sincronizzatore durante la fase di ingranamento

Nella fase di ingranamento la slitta del sincronizzatore entra all'interno dell'anello di ingranamento. La differenza di velocità tra la slitta e l'anello di ingranamento causa urti all'ingresso dell'anello di ingranamento.

- Fase di marcia innestata



*Figura 5.9 - Configurazione del sincronizzatore durante la fase di marcia innestata*

Quando la slitta del sincronizzatore è completamente traslata all'interno dell'anello di ingranamento la marcia è innestata. Una leggera conicità dei denti della slitta e dei denti dell'anello di ingranamento evitano che si abbia il disaccoppiamento sotto carico della marcia innestata.

### **5.1 Schema di riferimento della trasmissione automobilistica (cambio di velocità) considerata**

Nella figura seguente è riportato lo schema del cambio di velocità manuale che è stato dimensionato e implementato nel progetto:

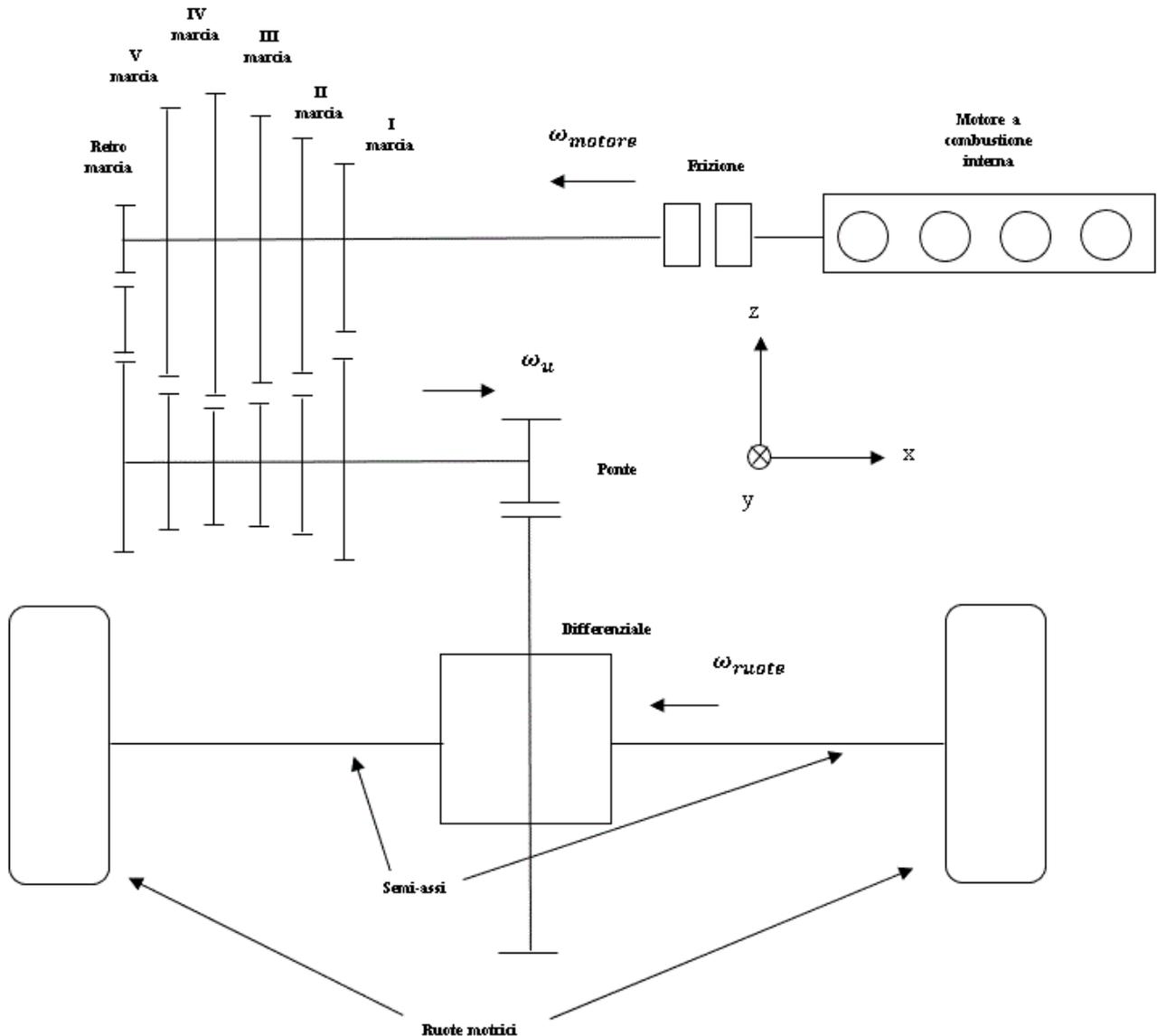


Figura 5.10 - Schema della trasmissione automobilistica a 5 marce più la retro-marcia

Il cambio automobilistico considerato nel dimensionamento della trasmissione automobilistica è a cinque marce più la retro marcia. Il layout prevede il motore in posizione anteriore ovvero il veicolo è a trazione anteriore con l'albero primario del cambio direttamente collegato al motore a combustione interna mediante la frizione. La trasmissione prevede inoltre il ponte in uscita dall'albero secondario del cambio, il flusso di potenza attraversa il differenziale e raggiunge le ruote motrici del veicolo.

### 5.2 Determinazione della differenza di velocità di rotazione $\Delta\omega$ durante l'innesto della marcia

La differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$  che intercorre tra la velocità di rotazione della ruota da ingranare, della marcia che si desidera innestare, e la velocità di rotazione dell'albero su cui è montata la ruota dentata da ingranare è un parametro di progetto estremamente importante per il dimensionamento del sincronizzatore e per determinare la posizione effettiva del sincronizzatore. Infatti il singolo sincronizzatore può essere montato sull'albero primario oppure sull'albero secondario. In prima battuta si può asserire che all'aumentare della differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$  aumentano le perdite per attrito all'interno del sincronizzatore e il tempo di innesto  $t_r$  tende ad aumentare. Di conseguenza all'aumentare della differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$  l'efficienza dell'innesto peggiora. Poiché la ruota dentata della marcia su cui è montato il sincronizzatore non è solidale all'albero su cui essa è montata, il sincronizzatore deve aggiustare le velocità di rotazione  $\omega$  di albero e ruota dentata sincronizzata in modo dissipativo annullando la differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$ . Per

effettuare il dimensionamento del sincronizzatore in modo conservativo è necessario calcolare la massima differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega_{max}$  che il sincronizzatore deve annullare durante la fase di innesto della marcia. Per tali motivi è necessario considerare una marcia innestata alla volta e calcolare la differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$  che si ha nelle seguenti condizioni operative: condizione di aumento marcia e condizione di riduzione marcia sia con il sincronizzatore posizionato sull'albero primario che con il sincronizzatore posizionato sull'albero secondario.

- Calcolo della differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$  durante l'aumento marcia dalla I° alla II° marcia

#### Posizione del sincronizzatore sull'albero primario del cambio

Prima di effettuare il cambio marcia, la I° marcia è quella inserita per cui si può scrivere:

$$\tau_1 = \frac{\omega_{1,input}}{\omega_{1,output}} = \frac{\omega_{motore}}{\omega_{1,output}} \quad (5.1)$$

Dove è stato posto che la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$  è pari alla velocità di rotazione del motore  $\omega_{motore}$ . Per cui si ottiene la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$ :

$$\omega_{1,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.2)$$

Siccome il sincronizzatore è montato sull'albero primario allora la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$  è pari alla velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$ :

$$\omega_{2,output} = \omega_{1,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.3)$$

Di conseguenza la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$  è:

$$\omega_{2,input} = \tau_2 \omega_{2,output} = \omega_{motore} \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad (5.4)$$

Per cui la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$  è diversa dalla velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  in quanto essa non è solidale all'albero essendo montata su di un cuscinetto. Le velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  e secondario  $\omega_{albero,output}$  sono:

$$\omega_{albero,input} = \omega_{motore} \quad (5.5)$$

$$\omega_{albero,output} = \omega_{2,output} = \omega_{1,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.6)$$

La differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero primario durante la fase di innesto nel passaggio dalla I° alla II° marcia  $\Delta\omega_{sincronizzatore,primario,I-II}$  è la seguente:

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{sincronizzatore,primario,I-II} &= |\omega_{albero,input} - \omega_{2,input}| = \left| \omega_{motore} - \omega_{motore} \frac{\tau_2}{\tau_1} \right| \\ &= \left| \omega_{motore} \left( 1 - \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \right| \quad (5.7) \end{aligned}$$

#### Posizione del sincronizzatore sull'albero secondario del cambio

Prima di effettuare il cambio marcia, la I° marcia è quella inserita per cui si può scrivere:

$$\tau_1 = \frac{\omega_{1,input}}{\omega_{1,output}} = \frac{\omega_{motore}}{\omega_{1,output}} \quad (5.8)$$

Dove è stato posto che la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$  è pari alla velocità di rotazione del motore  $\omega_{motore}$ . Per cui si ottiene la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$ :

$$\omega_{1,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.9)$$

Siccome il sincronizzatore è montato sull'albero secondario allora la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$  è pari alla velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$ :

$$\omega_{2,input} = \omega_{1,input} = \omega_{motore} \quad (5.10)$$

Di conseguenza la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$  è:

$$\omega_{2,output} = \frac{\omega_{2,input}}{\tau_2} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.11)$$

Per cui la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$  è diversa dalla velocità di rotazione dell'albero secondario  $\omega_{albero,output}$  in quanto essa non è solidale all'albero essendo montata su di un cuscinetto. Le velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  e secondario  $\omega_{albero,output}$  sono:

$$\omega_{albero,input} = \omega_{2,input} = \omega_{1,input} = \omega_{motore} \quad (5.12)$$

$$\omega_{albero,output} = \omega_{1,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.13)$$

La differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero secondario durante la fase di innesto nel passaggio dalla I° alla II° marcia  $\Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,I-II}$  è la seguente:

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,I-II} &= |\omega_{albero,output} - \omega_{2,output}| = \left| \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} - \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \right| \\ &= \left| \omega_{motore} \left( \frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right) \right| = \left| \omega_{motore} \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 \tau_2} \right| \end{aligned} \quad (5.14)$$

- Calcolo della differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$  durante la riduzione marcia dalla II° alla I° marcia

Posizione del sincronizzatore sull'albero primario del cambio

Prima di effettuare il cambio marcia, la II° marcia è quella inserita per cui si può scrivere:

$$\tau_2 = \frac{\omega_{2,input}}{\omega_{2,output}} = \frac{\omega_{motore}}{\omega_{2,output}} \quad (5.15)$$

Dove è stato posto che la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$  è pari alla velocità di rotazione del motore  $\omega_{motore}$ . Per cui si ottiene la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$ :

$$\omega_{2,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.16)$$

Siccome il sincronizzatore è montato sull'albero primario allora la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$  è pari alla velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$ :

$$\omega_{1,output} = \omega_{2,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.17)$$

Di conseguenza la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$  è:

$$\omega_{1,input} = \tau_1 \omega_{1,output} = \omega_{motore} \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad (5.18)$$

Per cui la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$  è diversa dalla velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  in quanto essa non è solidale all'albero essendo montata su di un cuscinetto. Le velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  e secondario  $\omega_{albero,output}$  sono:

$$\omega_{albero,input} = \omega_{motore} \quad (5.19)$$

$$\omega_{albero,output} = \omega_{1,output} = \omega_{2,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.20)$$

La differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero primario durante la fase di innesto nel passaggio dalla II° alla I° marcia  $\Delta\omega_{sincronizzatore,primario,II-I}$  è la seguente:

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{sincronizzatore,primario,II-I} &= |\omega_{albero,input} - \omega_{1,input}| = \left| \omega_{motore} - \omega_{motore} \frac{\tau_1}{\tau_2} \right| \\ &= \left| \omega_{motore} \left( 1 - \frac{\tau_1}{\tau_2} \right) \right| \quad (5.21) \end{aligned}$$

#### Posizione del sincronizzatore sull'albero secondario del cambio

Prima di effettuare il cambio marcia, la II° marcia è quella inserita per cui si può scrivere:

$$\tau_2 = \frac{\omega_{2,input}}{\omega_{2,output}} = \frac{\omega_{motore}}{\omega_{2,output}} \quad (5.22)$$

Dove è stato posto che la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$  è pari alla velocità di rotazione del motore  $\omega_{motore}$ . Per cui si ottiene la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$ :

$$\omega_{2,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.23)$$

Siccome il sincronizzatore è montato sull'albero secondario allora la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$  è pari alla velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$ :

$$\omega_{1,input} = \omega_{2,input} = \omega_{motore} \quad (5.24)$$

Di conseguenza la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$  è:

$$\omega_{1,output} = \frac{\omega_{1,input}}{\tau_1} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.25)$$

Per cui la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$  è diversa dalla velocità di rotazione dell'albero secondario  $\omega_{albero,output}$  in quanto essa non è solidale all'albero essendo montata su di un cuscinetto. Le velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  e secondario  $\omega_{albero,output}$  sono:

$$\omega_{albero,input} = \omega_{1,input} = \omega_{2,input} = \omega_{motore} \quad (5.26)$$

$$\omega_{albero,output} = \omega_{2,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.27)$$

La differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero secondario durante la fase di innesto nel passaggio dalla II° alla I° marcia  $\Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,II-I}$  è la seguente:

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,II-I} &= |\omega_{albero,output} - \omega_{1,output}| = \left| \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} - \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \right| \\ &= \left| \omega_{motore} \left( \frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right) \right| = \left| \omega_{motore} \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 \tau_2} \right| \quad (5.28) \end{aligned}$$

Le espressioni per il calcolo della massima differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero primario  $\Delta\omega_{sincronizzatore,primario,max}$  e della massima differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero secondario  $\Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,max}$  sono:

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{sincronizzatore,primario,max} \\ = \max(\Delta\omega_{sincronizzatore,primario,I-II}, \Delta\omega_{sincronizzatore,primario,II-I}) \quad (5.29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,max} \\ = \max(\Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,I-II}, \Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,II-I}) \quad (5.30) \end{aligned}$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\omega_{motore}$	Velocità di rotazione del motore	[rad/s]
$\omega_{1,input}$	Velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia	[rad/s]
$\omega_{1,output}$	Velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia	[rad/s]
$\omega_{2,input}$	Velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia	[rad/s]
$\omega_{2,output}$	Velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia	[rad/s]
$\omega_{albero,input}$	Velocità di rotazione dell'albero primario	[rad/s]
$\omega_{albero,output}$	Velocità di rotazione dell'albero secondario	[rad/s]
$\tau_1$	Rapporto di trasmissione della I° marcia	[-]
$\tau_2$	Rapporto di trasmissione della II° marcia	[-]
$\Delta\omega_{sincronizzatore,primario,I-II}$	Differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero primario nel passaggio dalla I° alla II° marcia	[rad/s]
$\Delta\omega_{sincronizzatore,primario,II-I}$	Differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero primario nel passaggio dalla II° alla I° marcia	[rad/s]
$\Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,I-II}$	Differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero secondario nel passaggio dalla I° alla II° marcia	[rad/s]

$\Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,II-I}$	Differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero secondario nel passaggio dalla II° alla I° marcia	[rad/s]
$\Delta\omega_{sincronizzatore,primario,max}$	Massima differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero primario	[rad/s]
$\Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,max}$	Massima differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero secondario	[rad/s]

Tabella 5.1

### 5.3 Determinazione della posizione del sincronizzatore

La determinazione della posizione del sincronizzatore è molto importante nella fase di progettazione della trasmissione automobilistica. Il sincronizzatore può essere posizionato sull'albero primario oppure sull'albero secondario. A seconda della posizione di montaggio del sincronizzatore, cambia l'inerzia equivalente  $J_{equivalente}$  degli elementi della trasmissione che devono essere sincronizzati. Si ricorda che durante la fase di sincronizzazione, il sincronizzatore aggiusta le velocità di rotazione  $\omega$  della ruota dentata ingranata e dell'albero su cui essa è montata fino ad annullare la differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$  al termine della fase di innesto della marcia desiderata. Inoltre è doveroso ricordare che l'inerzia equivalente  $J_{equivalente}$  degli elementi della trasmissione che devono essere sincronizzati influenza notevolmente le prestazioni di innesto del sincronizzatore in quanto all'aumentare dell'inerzia equivalente  $J_{equivalente}$  aumenta il tempo di innesto  $t_r$  e di conseguenza peggiorano le prestazioni del sincronizzatore. Una buona regola per determinare la posizione del sincronizzatore è quella di montarlo sull'albero in cui si minimizza la massima differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore  $\Delta\omega_{sincronizzatore,max}$ . Infatti all'aumentare della massima differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore  $\Delta\omega_{sincronizzatore,max}$  aumenta il tempo di innesto  $t_r$  e di conseguenza peggiorano le prestazioni del sincronizzatore. Però per fare ciò è necessario che le ruote dentate sincronizzate dell'albero su cui viene montato il sincronizzatore non siano di pezzo ma siano montate su di un cuscinetto, in modo tale da garantire il disaccoppiamento della velocità di rotazione  $\omega$  della ruota dentata da ingranare da quella dell'albero su cui essa è montata. In tale modo viene garantita la possibilità di effettuare la sincronizzazione e il corretto innesto della marcia desiderata.

- Se  $\Delta\omega_{sincronizzatore,primario,max} \leq \Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,max}$  e le ruote dentate montate sull'albero primario delle marce sincronizzate dal sincronizzatore considerato sono entrambe non di pezzo:

$$Posizione_{sincronizzatore} = Sull'albero primario \quad (5.31)$$

Altrimenti, se anche solo una ruota dentata montata sull'albero primario delle marce sincronizzate dal sincronizzatore considerato è di pezzo:

$$Posizione_{sincronizzatore} = Sull'albero secondario \quad (5.32)$$

- Se  $\Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,max} \leq \Delta\omega_{sincronizzatore,primario,max}$  e le ruote dentate montate sull'albero secondario delle marce sincronizzate dal sincronizzatore considerato sono entrambe non di pezzo:

$$Posizione_{sincronizzatore} = Sull'albero secondario \quad (5.33)$$

Altrimenti, se anche solo una ruota dentata montata sull'albero secondario delle marce sincronizzate dal sincronizzatore considerato è di pezzo:

$$Posizione_{sincronizzatore} = Sull'albero primario \quad (5.34)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
-------------------------	----------------------	-----------------

$\Delta\omega_{sincronizzatore,primario,max}$	Massima differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero primario	[rad/s]
$\Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,max}$	Massima differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero secondario	[rad/s]
$Posizione_{sincronizzatore}$	Posizione di montaggio del sincronizzatore: può essere sull'albero primario oppure sull'albero secondario	[-]

Tabella 5.2

#### 5.4 Determinazione dell'inerzia equivalente $J_{equivalente}$ durante l'innesto della marcia

L'inerzia equivalente  $J_{equivalente}$  degli elementi che il sincronizzatore deve sincronizzare è un parametro di progetto estremamente importante per il dimensionamento del sincronizzatore e per determinare le prestazioni effettive del sincronizzatore. Infatti all'aumentare dell'inerzia equivalente  $J_{equivalente}$  degli elementi che il sincronizzatore deve sincronizzare, ovvero dei componenti che devono essere accelerati oppure decelerati per annullare la differenza di velocità di rotazione  $\Delta\omega$  tra la ruota dentata della marcia da ingranare e l'albero su cui essa è montata, aumenta il tempo necessario per effettuare l'innesto  $t_r$  per cui peggiorano le prestazioni del sincronizzatore. Inoltre all'aumentare dell'inerzia equivalente  $J_{equivalente}$  aumenta la coppia di attrito che deve sviluppare il sincronizzatore per cui aumentano le dimensioni che esso deve avere. Per effettuare il calcolo dell'inerzia equivalente  $J_{equivalente}$  sincronizzata dal sincronizzatore è necessario considerare una marcia innestata alla volta e calcolare l'inerzia dei componenti che devono essere portati alla medesima velocità di rotazione che si ha nelle seguenti condizioni operative: condizione di aumento marcia e condizione di riduzione marcia sia con il sincronizzatore posizionato sull'albero primario che con il sincronizzatore posizionato sull'albero secondario.

- Calcolo dell'inerzia equivalente  $J_{equivalente}$  durante l'aumento marcia dalla I° alla II° marcia

##### Posizione del sincronizzatore sull'albero primario del cambio

L'equazione dell'energia cinetica scritta nel caso in cui il sincronizzatore è posizionato sull'albero primario durante l'aumento marcia da I° a II° marcia è la seguente:

$$\begin{aligned}
E_{cinetica} &= \frac{1}{2} J_{equivalente,sincronizzatore,primario,I-II} \omega_{2,input}^2 \\
&= \frac{1}{2} J_{2,input} \omega_{2,input}^2 + \frac{1}{2} J_{albero,input} \omega_{albero,input}^2 + \frac{1}{2} J_{input,nosincronizzate} \omega_{albero,input}^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \omega_{i,output}^2 \quad (5.35)
\end{aligned}$$

Prima di effettuare il cambio marcia, la I° marcia è quella inserita per cui si può scrivere:

$$\tau_1 = \frac{\omega_{1,input}}{\omega_{1,output}} = \frac{\omega_{motore}}{\omega_{1,output}} \quad (5.36)$$

Dove è stato posto che la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$  è pari alla velocità di rotazione del motore  $\omega_{motore}$ . Per cui si ottiene la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$ :

$$\omega_{1,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.37)$$

Siccome il sincronizzatore è montato sull'albero primario allora la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$  è pari alla velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$ :

$$\omega_{2,output} = \omega_{1,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.38)$$

Di conseguenza la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$  è:

$$\omega_{2,input} = \tau_2 \omega_{2,output} = \omega_{motore} \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad (5.39)$$

Per cui la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$  è diversa dalla velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  in quanto essa non è solidale all'albero essendo montata su di un cuscinetto. Le velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  e secondario  $\omega_{albero,output}$  sono:

$$\omega_{albero,input} = \omega_{motore} \quad (5.40)$$

$$\omega_{albero,output} = \omega_{2,output} = \omega_{1,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.41)$$

Inoltre si può scrivere il rapporto di trasmissione  $\tau_i$  e calcolare la velocità di rotazione delle ruote dentate sincronizzate che si trovano sull'albero secondario  $\omega_{i,output}$ :

$$\tau_i = \frac{\omega_{albero,input}}{\omega_{i,output}} \quad (5.42)$$

$$\omega_{i,output} = \frac{\omega_{albero,input}}{\tau_i} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_i} \quad (5.43)$$

Per cui l'equazione dell'energia cinetica diventa:

$$\begin{aligned} E_{cinetica} &= \frac{1}{2} J_{equivalente,sincronizzatore,primario,I-II} \left( \omega_{motore} \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} J_{2,input} \left( \omega_{motore} \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^2 + \frac{1}{2} J_{albero,input} \omega_{motore}^2 + \frac{1}{2} J_{input,nosincronizzate} \omega_{motore}^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \left( \frac{\omega_{motore}}{\tau_i} \right)^2 \quad (5.44) \end{aligned}$$

Per cui l'inerzia equivalente con il sincronizzatore sull'albero primario durante l'aumento marcia dalla I° alla II° marcia vale:

$$\begin{aligned} &J_{equivalente,sincronizzatore,primario,I-II} \\ &= J_{2,input} + J_{albero,input} \left( \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^2 + J_{input,nosincronizzate} \left( \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^2 \\ &+ \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \left( \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^2 \left( \frac{1}{\tau_i} \right)^2 \quad (5.45) \end{aligned}$$

#### Posizione del sincronizzatore sull'albero secondario del cambio

L'equazione dell'energia cinetica scritta nel caso in cui il sincronizzatore è posizionato sull'albero secondario durante l'aumento marcia da I° a II° marcia è la seguente:

$$\begin{aligned} E_{cinetica} &= \frac{1}{2} J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,I-II} \omega_{2,output}^2 \\ &= \frac{1}{2} J_{2,output} \omega_{2,output}^2 + \frac{1}{2} J_{albero,input} \omega_{albero,input}^2 + \frac{1}{2} J_{input,nosincronizzate} \omega_{albero,input}^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \omega_{i,output}^2 \quad (5.46) \end{aligned}$$

Prima di effettuare il cambio marcia, la I° marcia è quella inserita per cui si può scrivere:

$$\tau_1 = \frac{\omega_{1,input}}{\omega_{1,output}} = \frac{\omega_{motore}}{\omega_{1,output}} \quad (5.47)$$

Dove è stato posto che la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$  è pari alla velocità di rotazione del motore  $\omega_{motore}$ . Per cui si ottiene la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$ :

$$\omega_{1,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.48)$$

Siccome il sincronizzatore è montato sull'albero secondario allora la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$  è pari alla velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$ :

$$\omega_{2,input} = \omega_{1,input} = \omega_{motore} \quad (5.49)$$

Di conseguenza la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$  è:

$$\omega_{2,output} = \frac{\omega_{2,input}}{\tau_2} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.50)$$

Per cui la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$  è diversa dalla velocità di rotazione dell'albero secondario  $\omega_{albero,output}$  in quanto essa non è solidale all'albero essendo montata su di un cuscinetto. Le velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  e secondario  $\omega_{albero,output}$  sono:

$$\omega_{albero,input} = \omega_{2,input} = \omega_{1,input} = \omega_{motore} \quad (5.51)$$

$$\omega_{albero,output} = \omega_{1,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.52)$$

Inoltre si può scrivere il rapporto di trasmissione  $\tau_i$  e calcolare la velocità di rotazione delle ruote dentate sincronizzate che si trovano sull'albero secondario  $\omega_{i,output}$ :

$$\tau_i = \frac{\omega_{albero,input}}{\omega_{i,output}} \quad (5.53)$$

$$\omega_{i,output} = \frac{\omega_{albero,input}}{\tau_i} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_i} \quad (5.54)$$

Per cui l'equazione dell'energia cinetica diventa:

$$\begin{aligned} E_{cinetica} &= \frac{1}{2} J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,I-II} \left( \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} J_{2,output} \left( \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \right)^2 + \frac{1}{2} J_{albero,input} \omega_{motore}^2 + \frac{1}{2} J_{input,nosincronizzate} \omega_{motore}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \left( \frac{\omega_{motore}}{\tau_i} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.55)$$

Per cui l'inerzia equivalente con il sincronizzatore sull'albero secondario durante l'aumento marcia dalla I° alla II° marcia vale:

$$\begin{aligned}
& J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,I-II} \\
& = J_{2,output} + J_{albero,input}(\tau_2)^2 + J_{input,nosincronizzate}(\tau_2)^2 \\
& + \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \left(\frac{\tau_2}{\tau_i}\right)^2 \quad (5.56)
\end{aligned}$$

- Calcolo dell'inerzia equivalente  $J_{equivalente}$  durante la riduzione marcia dalla II° alla I° marcia

#### Posizione del sincronizzatore sull'albero primario del cambio

L'equazione dell'energia cinetica scritta nel caso in cui il sincronizzatore è posizionato sull'albero primario durante la riduzione marcia da II° a I° marcia è la seguente:

$$\begin{aligned}
E_{cinetica} &= \frac{1}{2} J_{equivalente,sincronizzatore,primario,II-I} \omega_{1,input}^2 \\
&= \frac{1}{2} J_{1,input} \omega_{1,input}^2 + \frac{1}{2} J_{albero,input} \omega_{albero,input}^2 + \frac{1}{2} J_{input,nosincronizzate} \omega_{albero,input}^2 \\
&+ \frac{1}{2} \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \omega_{i,output}^2 \quad (5.57)
\end{aligned}$$

Prima di effettuare il cambio marcia, la II° marcia è quella inserita per cui si può scrivere:

$$\tau_2 = \frac{\omega_{2,input}}{\omega_{2,output}} = \frac{\omega_{motore}}{\omega_{2,output}} \quad (5.58)$$

Dove è stato posto che la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$  è pari alla velocità di rotazione del motore  $\omega_{motore}$ . Per cui si ottiene la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$ :

$$\omega_{2,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.59)$$

Siccome il sincronizzatore è montato sull'albero primario allora la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$  è pari alla velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$ :

$$\omega_{1,output} = \omega_{2,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.60)$$

Di conseguenza la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$  è:

$$\omega_{1,input} = \tau_1 \omega_{1,output} = \omega_{motore} \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad (5.61)$$

Per cui la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$  è diversa dalla velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  in quanto essa non è solidale all'albero essendo montata su di un cuscinetto. Le velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  e secondario  $\omega_{albero,output}$  sono:

$$\omega_{albero,input} = \omega_{motore} \quad (5.62)$$

$$\omega_{albero,output} = \omega_{1,output} = \omega_{2,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.63)$$

Inoltre si può scrivere il rapporto di trasmissione  $\tau_i$  e calcolare la velocità di rotazione delle ruote dentate sincronizzate che si trovano sull'albero secondario  $\omega_{i,output}$ :

$$\tau_i = \frac{\omega_{albero,input}}{\omega_{i,output}} \quad (5.64)$$

$$\omega_{i,output} = \frac{\omega_{albero,input}}{\tau_i} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_i} \quad (5.65)$$

Per cui l'equazione dell'energia cinetica diventa:

$$\begin{aligned} E_{cinetica} &= \frac{1}{2} J_{equivalente,sincronizzatore,primario,II-I} \left( \omega_{motore} \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} J_{1,input} \left( \omega_{motore} \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^2 + \frac{1}{2} J_{albero,input} \omega_{motore}^2 + \frac{1}{2} J_{input,nosincronizzate} \omega_{motore}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \left( \frac{\omega_{motore}}{\tau_i} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.66)$$

Per cui l'inerzia equivalente con il sincronizzatore sull'albero primario durante la riduzione marcia dalla II° alla I° marcia vale:

$$\begin{aligned} &J_{equivalente,sincronizzatore,primario,II-I} \\ &= J_{1,input} + J_{albero,input} \left( \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^2 + J_{input,nosincronizzate} \left( \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^2 \\ &\quad + \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \left( \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^2 \left( \frac{1}{\tau_i} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.67)$$

#### Posizione del sincronizzatore sull'albero secondario del cambio

L'equazione dell'energia cinetica scritta nel caso in cui il sincronizzatore è posizionato sull'albero secondario durante la riduzione marcia da II° a I° marcia è la seguente:

$$\begin{aligned} E_{cinetica} &= \frac{1}{2} J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,II-I} \omega_{1,output}^2 \\ &= \frac{1}{2} J_{1,output} \omega_{1,output}^2 + \frac{1}{2} J_{albero,input} \omega_{albero,input}^2 + \frac{1}{2} J_{input,nosincronizzate} \omega_{albero,input}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \omega_{i,output}^2 \end{aligned} \quad (5.68)$$

Prima di effettuare il cambio marcia, la II° marcia è quella inserita per cui si può scrivere:

$$\tau_2 = \frac{\omega_{2,input}}{\omega_{2,output}} = \frac{\omega_{motore}}{\omega_{2,output}} \quad (5.69)$$

Dove è stato posto che la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$  è pari alla velocità di rotazione del motore  $\omega_{motore}$ . Per cui si ottiene la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia  $\omega_{2,output}$ :

$$\omega_{2,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.70)$$

Siccome il sincronizzatore è montato sull'albero secondario allora la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia  $\omega_{1,input}$  è pari alla velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia  $\omega_{2,input}$ :

$$\omega_{1,input} = \omega_{2,input} = \omega_{motore} \quad (5.71)$$

Di conseguenza la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$  è:

$$\omega_{1,output} = \frac{\omega_{1,input}}{\tau_1} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \quad (5.72)$$

Per cui la velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia  $\omega_{1,output}$  è diversa dalla velocità di rotazione dell'albero secondario  $\omega_{albero,output}$  in quanto essa non è solidale all'albero essendo montata su di un cuscinetto. Le velocità di rotazione dell'albero primario  $\omega_{albero,input}$  e secondario  $\omega_{albero,output}$  sono:

$$\omega_{albero,input} = \omega_{1,input} = \omega_{2,input} = \omega_{motore} \quad (5.73)$$

$$\omega_{albero,output} = \omega_{2,output} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_2} \quad (5.74)$$

Inoltre si può scrivere il rapporto di trasmissione  $\tau_i$  e calcolare la velocità di rotazione delle ruote dentate sincronizzate che si trovano sull'albero secondario  $\omega_{i,output}$ :

$$\tau_i = \frac{\omega_{albero,input}}{\omega_{i,output}} \quad (5.75)$$

$$\omega_{i,output} = \frac{\omega_{albero,input}}{\tau_i} = \frac{\omega_{motore}}{\tau_i} \quad (5.76)$$

Per cui l'equazione dell'energia cinetica diventa:

$$\begin{aligned} E_{cinetica} &= \frac{1}{2} J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,II-I} \left( \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} J_{1,output} \left( \frac{\omega_{motore}}{\tau_1} \right)^2 + \frac{1}{2} J_{albero,input} \omega_{motore}^2 + \frac{1}{2} J_{input,nosincronizzate} \omega_{motore}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \left( \frac{\omega_{motore}}{\tau_i} \right)^2 \quad (5.77) \end{aligned}$$

Per cui l'inerzia equivalente con il sincronizzatore sull'albero secondario durante la riduzione marcia dalla II° alla I° marcia vale:

$$\begin{aligned} J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,II-I} &= J_{1,output} + J_{albero,input} (\tau_1)^2 + J_{input,nosincronizzate} (\tau_1)^2 \\ &\quad + \sum_i J_{output,sincronizzata,i} \left( \frac{\tau_1}{\tau_i} \right)^2 \quad (5.78) \end{aligned}$$

I massimi momenti di inerzia equivalenti con la posizione del sincronizzatore sull'albero primario  $J_{equivalente,sincronizzatore,primario,max}$  e sull'albero secondario  $J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,max}$  si determina nel seguente modo:

$$\begin{aligned} J_{equivalente,sincronizzatore,primario,max} &= \max(J_{equivalente,sincronizzatore,primario,I-II}, J_{equivalente,sincronizzatore,primario,II-I}) \quad (5.79) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,max} &= \max(J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,I-II}, J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,II-I}) \quad (5.80) \end{aligned}$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\omega_{motore}$	Velocità di rotazione del motore	[rad/s]

$\omega_{1,input}$	Velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia	[rad/s]
$\omega_{1,output}$	Velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia	[rad/s]
$\omega_{2,input}$	Velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia	[rad/s]
$\omega_{2,output}$	Velocità di rotazione della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia	[rad/s]
$\omega_{albero,input}$	Velocità di rotazione dell'albero primario	[rad/s]
$\omega_{albero,output}$	Velocità di rotazione dell'albero secondario	[rad/s]
$\tau_1$	Rapporto di trasmissione della I° marcia	[-]
$\tau_2$	Rapporto di trasmissione della II° marcia	[-]
$\tau_i$	Rapporto di trasmissione della marcia i-esima	[-]
$J_{1,input}$	Momento di inerzia della ruota dentata montata sull'albero primario della I° marcia	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{1,output}$	Momento di inerzia della ruota dentata montata sull'albero secondario della I° marcia	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{2,input}$	Momento di inerzia della ruota dentata montata sull'albero primario della II° marcia	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{2,output}$	Momento di inerzia della ruota dentata montata sull'albero secondario della II° marcia	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{albero,input}$	Momento di inerzia dell'albero primario	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{albero,output}$	Momento di inerzia dell'albero secondario	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{input,nosincronizzate}$	Momento di inerzia delle ruote dentate non sincronizzate montate sull'albero primario	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{output,sincronizzata,i}$	Momento di inerzia della ruota dentata i-esima sincronizzata montata sull'albero secondario	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{equivalente,sincronizzatore,primario,I-II}$	Momento di inerzia equivalente con il sincronizzatore montato sull'albero primario nelle condizioni di aumento marcia dalla I° alla II° marcia	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{equivalente,sincronizzatore,primario,II-I}$	Momento di inerzia equivalente con il sincronizzatore montato sull'albero primario nelle condizioni di riduzione marcia dalla II° alla I° marcia	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,I-II}$	Momento di inerzia equivalente con il sincronizzatore montato sull'albero secondario nelle condizioni di aumento marcia dalla I° alla II° marcia	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,II-I}$	Momento di inerzia equivalente con il sincronizzatore montato sull'albero secondario nelle condizioni di riduzione marcia dalla II° alla I° marcia	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{equivalente,sincronizzatore,primario,max}$	Massimo momento di inerzia equivalente con la posizione del sincronizzatore sull'albero primario	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,max}$	Massimo momento di inerzia equivalente con la posizione del sincronizzatore sull'albero secondario	[kgm <sup>2</sup> ]

Tabella 5.3

### 5.5 Parametri geometrici del sincronizzatore

I principali parametri geometrici del sincronizzatore sono riportati nella seguente figura:

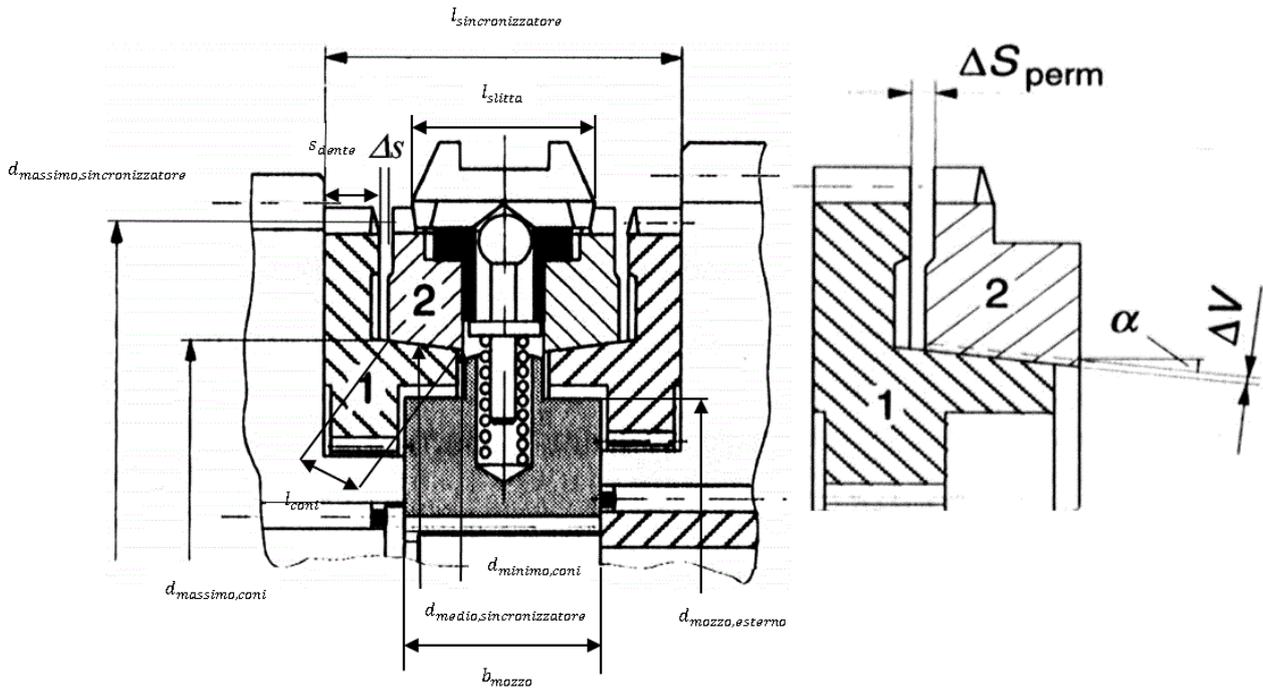


Figura 5.11 - Disegno costruttivo del sincronizzatore dimensionato

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$d_{medio,sincronizzatore}$	Diametro medio del sincronizzatore	[m]
$d_{massimo,sincronizzatore}$	Diametro massimo del sincronizzatore	[m]
$l_{coni}$	Lunghezza dei coni di attrito	[m]
$\alpha$	Angolo dei coni di attrito	[°]
$d_{minimo,coni}$	Diametro minimo dei coni di attrito	[m]
$d_{massimo,coni}$	Diametro massimo dei coni di attrito	[m]
$s_{dente}$	Spessore del dente del sincronizzatore	[m]
$b_{mozzo}$	Larghezza del mozzo (Hub) del sincronizzatore	[m]
$l_{slitta}$	Larghezza della slitta del sincronizzatore	[m]
$l_{sincronizzatore}$	Larghezza del sincronizzatore	[m]
$d_{mozzo,esterno}$	Diametro esterno del mozzo (Hub) del sincronizzatore	[m]

Tabella 5.4

### 5.6 Parametri prestazionali del sincronizzatore dimensionato

Parametro prestazionale: coppia di attrito minima  $T_{f,min}$  del sincronizzatore

La coppia di attrito minima che il sincronizzatore deve garantire  $T_{f,min}$  per effettuare la sincronizzazione delle marce su cui è montato e per avere il tempo di innesto richiesto  $t_{r,richiesto}$  si trova mediante le seguenti espressioni che partono dall'equazione del moto degli elementi sincronizzati:

$$T_{f,min} = J_{equivalente,max} \frac{d\omega}{dt} \quad (5.81)$$

$$\int_{t_0=0}^{t_{r,richiesto}} T_{f,min} dt = \int_{t_0=0}^{t_{r,richiesto}} J_{equivalente,max} \frac{d\omega}{dt} dt \quad (5.82)$$

Considerando la coppia di attrito minima che il sincronizzatore deve garantire  $T_{f,min}$  e l'inerzia equivalente  $J_{equivalente}$  costanti durante la fase di innesto della marcia:

$$T_{f,min} \int_{t_0=0}^{t_{r,richiesto}} dt = J_{equivalente,max} \left| \int_{\Delta\omega}^{\Delta\omega_{finale}=0} d\omega \right| \quad (5.83)$$

$$T_{f,min} = \frac{J_{equivalente,max} \Delta\omega_{max}}{t_{r,richiesto}} \quad (5.84)$$

Dove:

- Se la posizione del sincronizzatore è sull'albero primario:

$$\Delta\omega_{max} = \Delta\omega_{sincronizzatore,primario,max} \quad (5.85)$$

$$J_{equivalente,max} = J_{equivalente,sincronizzatore,primario,max} \quad (5.86)$$

- Se la posizione del sincronizzatore è sull'albero secondario:

$$\Delta\omega_{max} = \Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,max} \quad (5.87)$$

$$J_{equivalente,max} = J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,max} \quad (5.88)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$T_{f,min}$	Coppia di attrito minima che il sincronizzatore deve garantire per effettuare la sincronizzazione delle marce su cui è montato e per avere il tempo di innesto richiesto $t_{r,richiesto}$	[Nm]
$J_{equivalente,max}$	Massimo momento di inerzia equivalente con la posizione del sincronizzatore considerato	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{equivalente,sincronizzatore,primario,max}$	Massimo momento di inerzia equivalente con la posizione del sincronizzatore sull'albero primario	[kgm <sup>2</sup> ]
$J_{equivalente,sincronizzatore,secondario,max}$	Massimo momento di inerzia equivalente con la posizione del sincronizzatore sull'albero secondario	[kgm <sup>2</sup> ]
$\Delta\omega_{max}$	Massima differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore considerato	[rad/s]
$\Delta\omega_{sincronizzatore,primario,max}$	Massima differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero primario	[rad/s]
$\Delta\omega_{sincronizzatore,secondario,max}$	Massima differenza di velocità che deve annullare il sincronizzatore montato sull'albero secondario	[rad/s]
$t_{r,richiesto}$	Tempo di innesto richiesto delle marce sincronizzate dal sincronizzatore	[s]

Tabella 5.5

Parametro prestazionale: lavoro specifico di attrito  $q_a$  del sincronizzatore

Il lavoro di attrito  $W$  sviluppato all'interno del sincronizzatore vale:

$$W = \frac{1}{2} J_{equivalente,max} \Delta\omega_{max}^2 \quad (5.89)$$

Le espressioni per il calcolo del diametro minimo e massimo dei coni di attrito  $d_{minimo,coni}$  e  $d_{massimo,coni}$  sono le seguenti:

$$d_{minimo,coni} = d_{medio,sincronizzatore} - l_{coni} \sin \alpha \quad (5.90)$$

$$d_{massimo,coni} = d_{medio,sincronizzatore} + l_{coni} \sin \alpha \quad (5.91)$$

La superficie di attrito  $A$  dovuta ai coni di attrito vale:

$$A = \pi \left( \frac{d_{\text{minimo,coni}}}{2} + \frac{d_{\text{massimo,coni}}}{2} \right) l_{\text{coni}} (n_{\text{coni}} + 1) 10^{-6} \quad (5.92)$$

Il lavoro di attrito specifico  $q_a$  dissipato all'interno del sincronizzatore vale:

$$q_a = \frac{W}{A} \quad (5.93)$$

- Verifica sul lavoro specifico di attrito  $q_a$ :

Per garantire il corretto funzionamento del sincronizzatore è necessario verificare che il lavoro specifico di attrito  $q_a$  non superi il lavoro specifico di attrito limite del materiale  $q_{a,\text{limite}}$ , ovvero:

$$q_a \leq q_{a,\text{limite}} \quad (5.94)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$J_{\text{equivalente,max}}$	Massimo momento di inerzia equivalente con la posizione del sincronizzatore considerato	$[kgm^2]$
$\Delta\omega_{\text{max}}$	Massima differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore considerato	$[rad/s]$
$d_{\text{medio,sincronizzatore}}$	Diametro medio del sincronizzatore	$[m]$
$l_{\text{coni}}$	Lunghezza dei coni di attrito	$[m]$
$\alpha$	Angolo dei coni di attrito	$[^\circ]$
$d_{\text{minimo,coni}}$	Diametro minimo dei coni di attrito	$[m]$
$d_{\text{massimo,coni}}$	Diametro massimo dei coni di attrito	$[m]$
$n_{\text{coni}}$	Numero dei coni di attrito	$[-]$
$A$	Superficie di attrito dei coni di attrito	$[mm^2]$
$W$	Lavoro di attrito sviluppato all'interno del sincronizzatore	$[J]$
$q_a$	Lavoro specifico di attrito dissipato all'interno del sincronizzatore	$\left[ \frac{J}{mm^2} \right]$
$q_{a,\text{limite}}$	Lavoro specifico di attrito limite del materiale	$\left[ \frac{J}{mm^2} \right]$

Tabella 5.6

Parametro prestazionale: coppia di attrito  $T_f$  del sincronizzatore e tempo effettivo di innesto  $t_r$

L'espressione per il calcolo della coppia di attrito ottenibile con il sincronizzatore dimensionato  $T_f$  è la seguente:

$$T_f = \frac{n_{\text{coni}} \mu_d d_{\text{medio,sincronizzatore}} F_a}{2 \sin \alpha} \quad (5.95)$$

L'espressione per il calcolo della coppia di rilascio al bloccaggio  $T_z$  è la seguente:

$$T_z = F_a \frac{d_{\text{massimo,sincronizzatore}}}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \frac{\mu_d \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\beta}{2} + \mu_d \cos \frac{\beta}{2}} \quad (5.96)$$

- Verifica sulla coppia di attrito ottenibile  $T_f$  e sul tempo effettivo di innesto  $t_r$ :

Per garantire il corretto funzionamento del sincronizzatore è necessario verificare che la coppia di attrito ottenibile con il sincronizzatore dimensionato  $T_f$  superi la coppia di rilascio al bloccaggio  $T_z$  e la coppia di

attrito minima che il sincronizzatore deve garantire  $T_{f,min}$  per avere il tempo di innesto richiesto delle marce sincronizzate dal sincronizzatore  $t_{r,richiesto}$ :

$$T_f \geq T_z \quad (5.97)$$

$$T_f \geq T_{f,min} \quad (5.98)$$

La verifica sulla coppia di rilascio al bloccaggio  $T_z$  è molto importante in quanto va soddisfatta per evitare indesiderati disinnesti del sincronizzatore, la verifica sulla coppia di attrito minima che il sincronizzatore deve garantire  $T_{f,min}$  è la più importante per le prestazioni relative al tempo di innesto effettivo del sincronizzatore  $t_r$ :

$$t_r = \frac{\Delta\omega_{max} J_{equivalente,max}}{T_f} \leq t_{r,richiesto} \quad (5.99)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$d_{medio,sincronizzatore}$	Diametro medio del sincronizzatore	[m]
$n_{coni}$	Numero dei conici di attrito	[-]
$\mu$	Coefficiente di attrito dei conici di attrito	[-]
$\mu_d$	Coefficiente di attrito degli smussi dell'anello di arresto	[-]
$F_a$	Forza agente sulla slitta del sincronizzatore proveniente dal meccanismo di leveraggio e azionamento del cambio	[N]
$\alpha$	Angolo dei conici di attrito	[°]
$\beta$	Angolo dello smusso	[°]
$\Delta\omega_{max}$	Massima differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore considerato	[rad/s]
$J_{equivalente,max}$	Massimo momento di inerzia equivalente con la posizione del sincronizzatore considerato	[kgm <sup>2</sup> ]
$T_{f,min}$	Coppia di attrito minima che il sincronizzatore deve garantire per effettuare la sincronizzazione delle marce su cui è montato e per avere il tempo di innesto richiesto $t_{r,richiesto}$	[Nm]
$T_f$	Coppia di attrito ottenibile con il sincronizzatore dimensionato	[Nm]
$T_z$	Coppia di rilascio al bloccaggio	[Nm]
$t_r$	Tempo di innesto effettivo del sincronizzatore	[s]
$t_{r,richiesto}$	Tempo di innesto richiesto delle marce sincronizzate dal sincronizzatore	[s]

Tabella 5.7

Parametro prestazionale: potenza specifica di attrito  $P_{ma}$  del sincronizzatore

La potenza specifica di attrito  $P_{ma}$  dissipata all'interno del sincronizzatore vale:

$$P_{ma} = \frac{q_a}{t_r} \quad (5.100)$$

- Verifica sulla potenza specifica di attrito  $P_{ma}$ :

Per garantire il corretto funzionamento del sincronizzatore è necessario verificare che la potenza specifica di attrito  $P_{ma}$  non superi la potenza specifica di attrito limite del materiale  $P_{ma,limite}$ , ovvero:

$$P_{ma} \leq P_{ma,limite} \quad (5.101)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$q_a$	Lavoro di attrito specifico dissipato all'interno del sincronizzatore	$\left[ \frac{J}{mm^2} \right]$
$t_r$	Tempo di innesto effettivo del sincronizzatore	[s]
$P_{ma}$	Potenza specifica di attrito dissipata all'interno del sincronizzatore	$\left[ \frac{W}{mm^2} \right]$
$P_{ma,limite}$	Potenza specifica di attrito limite del materiale	$\left[ \frac{W}{mm^2} \right]$

Tabella 5.8

Parametro prestazionale: velocità massima di scorrimento  $v_{max,sincronizzatore}$  del sincronizzatore

L'espressione per il calcolo della velocità massima di scorrimento del sincronizzatore  $v_{max,sincronizzatore}$  è la seguente:

$$v_{max,sincronizzatore} = \Delta\omega_{max} \frac{d_{medio,sincronizzatore}}{2} \quad (5.102)$$

- Verifica sulla velocità massima di scorrimento del sincronizzatore  $v_{max,sincronizzatore}$ :

Per garantire il corretto funzionamento del sincronizzatore è necessario verificare che la velocità massima di scorrimento del sincronizzatore  $v_{max,sincronizzatore}$  non superi la velocità massima di scorrimento limite del materiale  $v_{max,limite}$ , ovvero:

$$v_{max,sincronizzatore} \leq v_{max,limite} \quad (5.103)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\Delta\omega_{max}$	Massima differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore considerato	[rad/s]
$d_{massimo,sincronizzatore}$	Diametro massimo del sincronizzatore	[m]
$v_{max,sincronizzatore}$	Velocità massima di scorrimento del sincronizzatore	$\left[ \frac{m}{s} \right]$
$v_{max,limite}$	Velocità massima di scorrimento limite del materiale	$\left[ \frac{m}{s} \right]$

Tabella 5.9

Parametro prestazionale: pressione media specifica  $p_m$  del sincronizzatore

La forza normale alla superficie dei coni di attrito  $F_n$  vale:

$$F_n = \frac{J_{equivalente,max} \Delta\omega_{max}}{t_r \mu \frac{d_{medio,sincronizzatore}}{2} n_{coni}} \quad (5.104)$$

L'espressione per il calcolo della pressione media specifica del sincronizzatore  $p_m$  è la seguente:

$$p_m = \frac{F_n}{A} \quad (5.105)$$

$$\frac{F_n}{n_{coni}}$$

- Verifica sulla pressione media specifica del sincronizzatore  $p_m$ :

Per garantire il corretto funzionamento del sincronizzatore è necessario verificare che la pressione media specifica del sincronizzatore  $p_m$  non superi la pressione media specifica limite del materiale  $p_{m,limite}$ , ovvero:

$$p_m \leq p_{m,limite} \quad (5.106)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$F_n$	Forza normale alla superficie dei coni di attrito	[N]
$\Delta\omega_{max}$	Massima differenza di velocità di rotazione che deve annullare il sincronizzatore considerato	[rad/s]
$J_{equivalente,max}$	Massimo momento di inerzia equivalente con la posizione del sincronizzatore considerato	[kgm <sup>2</sup> ]
$t_r$	Tempo di innesto effettivo del sincronizzatore	[s]
$d_{medio,sincronizzatore}$	Diametro medio del sincronizzatore	[m]
$n_{coni}$	Numero dei coni di attrito	[-]
$A$	Superficie di attrito dei coni di attrito	[mm <sup>2</sup> ]
$\mu$	Coefficiente di attrito dei coni di attrito	[-]
$p_m$	Pressione media specifica del sincronizzatore	$\left[ \frac{N}{mm^2} \right]$
$p_{m,limite}$	Pressione media specifica limite del materiale	$\left[ \frac{N}{mm^2} \right]$

Tabella 5.10

Parametro prestazionale: potenza massima specifica di attrito  $P_{max}$  del sincronizzatore

L'espressione per il calcolo della potenza massima specifica di attrito  $P_{max}$  è la seguente:

$$P_{max} = p_m v_{max,sincronizzatore} \mu \quad (5.107)$$

- Verifica sulla potenza massima specifica di attrito  $P_{max}$ :

Per garantire il corretto funzionamento del sincronizzatore è necessario verificare che la potenza massima specifica di attrito  $P_{max}$  non superi la potenza massima specifica limite del materiale  $P_{max,limite}$ , ovvero:

$$P_{max} \leq P_{max,limite} \quad (5.108)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$p_m$	Pressione media specifica del sincronizzatore	$\left[ \frac{N}{mm^2} \right]$
$\mu$	Coefficiente di attrito dei coni di attrito	[-]
$v_{max,sincronizzatore}$	Velocità massima di scorrimento del sincronizzatore	$\left[ \frac{m}{s} \right]$
$P_{max}$	Potenza massima specifica di attrito	$\left[ \frac{W}{mm^2} \right]$
$P_{max,limite}$	Potenza massima specifica limite del materiale	$\left[ \frac{W}{mm^2} \right]$

Tabella 5.11

### 5.7 Dimensionamento del mozzo (Hub) del sincronizzatore

Il mozzo è un componente molto importante del sincronizzatore in quanto la slitta scorre sulle guide su di esso riportate, inoltre esso viene montato sull'albero di trasmissione mediante profilo scanalato oppure attraverso un calettamento forzato. Siccome esso deve garantire la trasmissione di coppia senza incorrere in possibili cedimenti, è necessario effettuare un dimensionamento di massima del diametro del mozzo esterno  $d_{mozzo,esterno}$  che consenta di trasmettere la massima coppia  $M_{t,max}$ .

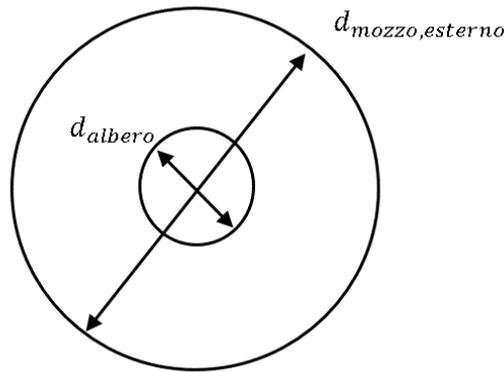


Figura 5.12 - Disegno semplificato del mozzo (Hub) del sincronizzatore

La massima tensione tangenziale dovuta a una sollecitazione di torsione è:

$$\tau_{mozzo,max} = \frac{M_{t,max} d_{mozzo,esterno}}{J_{p,mozzo} 2} \quad (5.109)$$

Il momento di inerzia polare per un cilindro a sezione cava  $J_{p,mozzo}$  vale:

$$J_{p,mozzo} = \int r^2 dA = \int r^2 2\pi r dr = \frac{\pi}{2} \left[ \left( \frac{d_{mozzo,esterno}}{2} \right)^4 - \left( \frac{d_{albero}}{2} \right)^4 \right] \quad (5.110)$$

L'espressione del coefficiente di sicurezza del mozzo  $CS_{mozzo}$  è la seguente:

$$CS_{mozzo} = \frac{R_{p02}}{\tau_{mozzo,max}} = \frac{R_{p02}}{\frac{M_{t,max} d_{mozzo,esterno}}{\frac{\pi}{2} \left[ \left( \frac{d_{mozzo,esterno}}{2} \right)^4 - \left( \frac{d_{albero}}{2} \right)^4 \right] \frac{d_{mozzo,esterno}}{2}}} \quad (5.111)$$

Per ottenere il diametro del mozzo esterno  $d_{mozzo,esterno}$  è sufficiente risolvere numericamente l'equazione sopra riportata al fine di garantire il coefficiente di sicurezza minimo del mozzo  $CS_{minimo,mozzo}$ , ovvero imponendo:

$$CS_{mozzo} = CS_{minimo,mozzo} \geq 1.2 \quad (5.112)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$M_{t,max}$	Massima coppia agente sull'albero di trasmissione su cui è montato il sincronizzatore	[Nm]
$J_{p,mozzo}$	Momento di inerzia polare del mozzo	[ $kgm^2$ ]
$d_{mozzo,esterno}$	Diametro esterno del mozzo (Hub) del sincronizzatore	[m]
$d_{albero}$	Diametro dell'albero di trasmissione su cui è montato il sincronizzatore	[-]
$\tau_{mozzo,max}$	Massima tensione tangenziale agente sul mozzo del sincronizzatore	[Pa]
$R_{p02}$	Tensione di snervamento del materiale	[Pa]
$CS_{mozzo}$	Coefficiente di sicurezza nella trasmissione di coppia del mozzo del sincronizzatore	[-]
$CS_{minimo,mozzo}$	Coefficiente di sicurezza minimo da garantire nella trasmissione di coppia del mozzo del sincronizzatore	[-]

Tabella 5.12

### 5.8 Dimensionamento della dentatura degli anelli del sincronizzatore

Per il dimensionamento della dentatura degli anelli di arresto e di ingranamento del sincronizzatore, è stato considerato il singolo dente come una trave incastrata sollecitata di flessione dalla coppia da trasmettere  $M_t$  e normale dalla forza agente sul manicotto per effettuare l'innesto  $F_a$ . Le caratteristiche geometriche del dente sono riportate nella seguente figura:

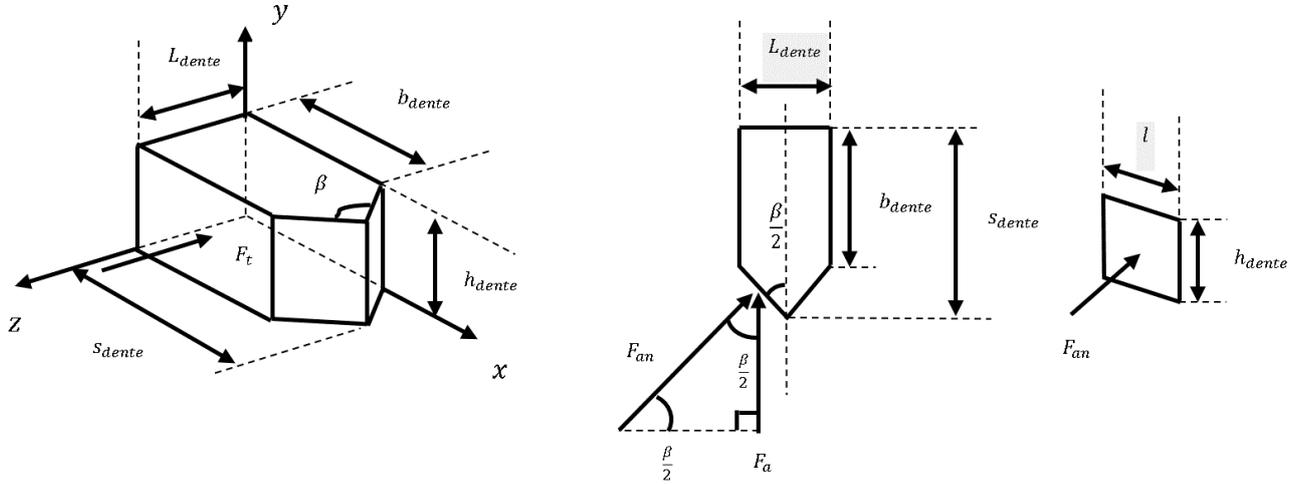


Figura 5.13 - Disegno semplificato della dentatura degli anelli di bloccaggio e di ingranamento del sincronizzatore

Il momento di inerzia rispetto a x  $I_x$  del dente vale:

$$I_x = b_{dente} \frac{h_{dente}^3}{3} \quad (5.113)$$

La forza tangenziale agente sul singolo dente  $F_t$  vale:

$$F_t = \frac{\frac{M_t}{N_{denti}}}{\frac{d_{massimo, sincronizzatore}}{2}} \quad (5.114)$$

L'espressione per calcolare la tensione di flessione, dovuta alla coppia trasmessa  $M_t$ , agente a metà altezza del dente è la seguente:

$$\sigma_f = \frac{F_t \frac{h_{dente}}{2} h_{dente}}{I_x} \frac{h_{dente}}{2} = \frac{3F_t}{4b_{dente}h_{dente}} \quad (5.115)$$

Le espressioni per calcolare la tensione normale, dovuta alla forza agente sul manicotto per effettuare l'innesto  $F_a$ , è la seguente:

$$F_{an} = \frac{F_a}{\sin \frac{\beta}{2}} \quad (5.116)$$

$$\sigma_n = \frac{F_{an}}{lh_{dente}} \quad (5.117)$$

#### Verifica di resistenza del dente

Le espressioni per effettuare la verifica di resistenza del dente sono le seguenti:

$$CS_f = \frac{R_{p02}}{\sigma_f} \quad (5.118)$$

$$CS_n = \frac{R_{p02}}{\sigma_n} \quad (5.119)$$

$$CS_{dentatura} = \min(CS_f, CS_n) \geq CS_{dentatura, minimo} = 1.2 \quad (5.120)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$b_{dente}$	Larghezza del dente non smussata	[m]
$h_{dente}$	Altezza del dente	[m]
$M_t$	Coppia trasmessa	[Nm]
$N_{denti}$	Numero di denti	[-]
$d_{massimo, sincronizzatore}$	Diametro massimo del sincronizzatore	[m]
$F_t$	Forza tangenziale agente sul singolo dente	[N]
$F_a$	Forza agente sul manicotto per effettuare l'innesto	[N]
$F_{an}$	Componente normale della forza agente sul manicotto per effettuare l'innesto	[N]
$\beta$	Angolo dello smusso	[°]
$\sigma_f$	Tensione di flessione, dovuta alla coppia trasmessa $M_t$ , agente a metà altezza del dente	[Pa]
$\sigma_n$	Tensione normale dovuta alla forza agente sul manicotto per effettuare l'innesto $F_a$	[Pa]
$R_{p02}$	Tensione di snervamento del materiale	[Pa]
$CS_f$	Coefficiente di sicurezza della sollecitazione a flessione del dente	[-]
$CS_n$	Coefficiente di sicurezza della sollecitazione normale del dente	[-]
$CS_{dentatura}$	Coefficiente di sicurezza della dentatura	[-]
$CS_{dentatura, minimo}$	Coefficiente di sicurezza della dentatura minimo da garantire per la verifica di resistenza della dentatura	[-]

Tabella 5.13

## 6. Dimensionamento dei profili scanalati

Il profilo scanalato implementato nel codice di calcolo Matlab è della tipologia con il profilo dei denti a evolvente di cerchio. Il profilo scanalato consente di montare i componenti meccanici sugli alberi di trasmissione, vincolandone lo spostamento radiale, torsionale e assiale. Per cui in definitiva si ottiene un solido accoppiamento tra albero e mozzo che garantisce il corretto funzionamento degli organi di trasmissione. Poiché il profilo scanalato è sollecitato dalla coppia da trasmettere  $M_t$ , esso deve essere dimensionato e deve essere effettuata la verifica di resistenza. Per la verifica di resistenza dei profili scanalati è stata utilizzata la normativa ISO 4156.

### 6.1 Angoli di pressione normale della dentatura dei profili scanalati

Gli angoli di pressione normale  $\alpha_n$  utilizzati per la dentatura dei profili scanalati sono 30°, 37.5° e 45°.

### 6.2 Il modulo normale della dentatura dei profili scanalati

Per gli angoli di pressione normale  $\alpha_n$  di 30° e 37.5° i moduli normali  $m_n$  utilizzati per la dentatura dei profili scanalati sono i seguenti:

Moduli normali $m_n$ consigliati	Unità di misura
0.5	[mm]
0.75	[mm]
1	[mm]
1.25	[mm]

1.5	[mm]
1.75	[mm]
2	[mm]
2.5	[mm]
3	[mm]
4	[mm]
5	[mm]
6	[mm]
8	[mm]
10	[mm]

Tabella 6.1

Per l'angolo di pressione normale  $\alpha_n$  di  $45^\circ$  i moduli normali  $m_n$  utilizzati per la dentatura dei profili scanalati sono i seguenti:

<b>Moduli normali <math>m_n</math> consigliati</b>	<b>Unità di misura</b>
0.25	[mm]
0.5	[mm]
0.75	[mm]
1	[mm]
1.25	[mm]
1.5	[mm]
1.75	[mm]
2	[mm]
2.5	[mm]

Tabella 6.2

### 6.3 Principali parametri geometrici dei profili scanalati

I principali parametri geometrici del profilo scanalato, relativi all'albero e al mozzo che vengono accoppiati, sono riportati nella seguente figura:

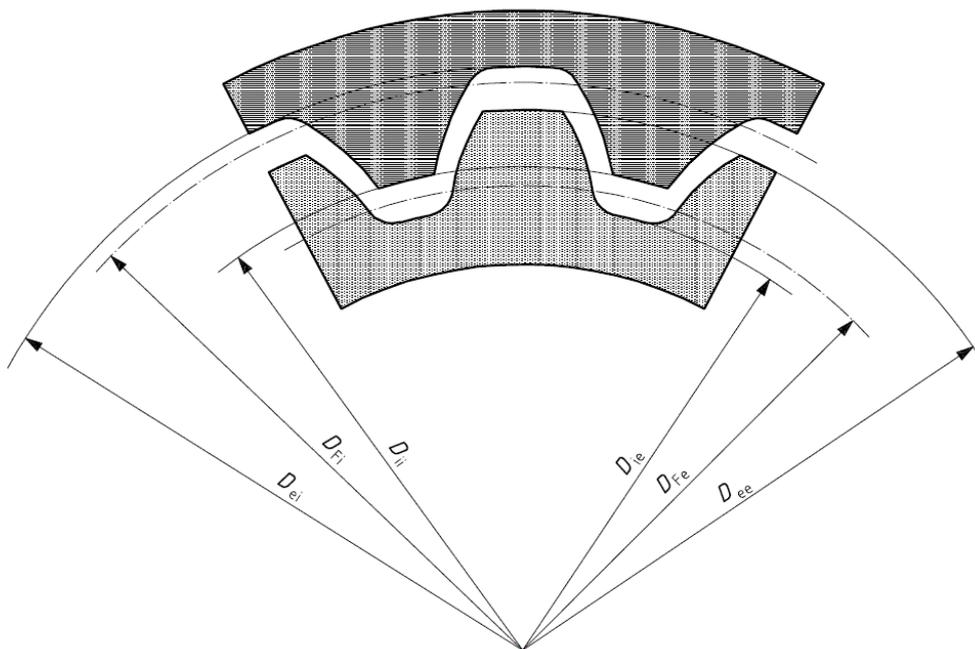


Figura 6.1 – Principali parametri geometrici dei profili scanalati

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$D_{ie}$	Diametro di troncatura interna del profilo scanalato esterno realizzato sull'albero	[mm]
$D_{fe}$	Diametro di forma del profilo scanalato esterno realizzato sull'albero	[mm]
$D_{ee}$	Diametro di troncatura esterna del profilo scanalato esterno realizzato sull'albero	[mm]
$D_{ei}$	Diametro di troncatura esterna del profilo scanalato interno realizzato sul mozzo	[mm]
$D_{fi}$	Diametro di forma del profilo scanalato interno realizzato sul mozzo	[mm]
$D_{ii}$	Diametro di troncatura interna del profilo scanalato interno realizzato sul mozzo	[mm]

Tabella 6.3

Le espressioni da utilizzare per calcolare il diametro di troncatura interna del profilo scanalato esterno realizzato sull'albero  $D_{ie}$ , il diametro di troncatura esterna del profilo scanalato esterno realizzato sull'albero  $D_{ee}$ , il diametro di troncatura esterna del profilo scanalato interno realizzato sul mozzo  $D_{ei}$ , l'altezza del dente  $h_t$  e il diametro primitivo del profilo scanalato  $D_{me}$  sono le seguenti:

$$D_{me} = m_n z \quad (6.1)$$

- Per angoli di pressione normale  $\alpha_n = 30^\circ$ :

$$D_{ie} = m_n (z - 1.8) \quad (6.2)$$

$$D_{ee} = m_n (z + 1) \quad (6.3)$$

$$D_{ei} = m_n (z + 1.8) \quad (6.4)$$

$$h_t = 0.9 m_n \quad (6.5)$$

- Per angoli di pressione normale  $\alpha_n = 37.5^\circ$ :

$$D_{ie} = m_n(z - 1.4) \quad (6.6)$$

$$D_{ee} = m_n(z + 0.9) \quad (6.7)$$

$$D_{ei} = m_n(z + 1.4) \quad (6.8)$$

$$h_t = 0.7m_n \quad (6.9)$$

- Per angoli di pressione normale  $\alpha_n = 45^\circ$ :

$$D_{ie} = m_n(z - 1.2) \quad (6.10)$$

$$D_{ee} = m_n(z + 0.8) \quad (6.11)$$

$$D_{ei} = m_n(z + 1.2) \quad (6.12)$$

$$h_t = 0.6m_n \quad (6.13)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$D_{ie}$	Diametro di troncatura interna del profilo scanalato esterno realizzato sull'albero	[mm]
$D_{ee}$	Diametro di troncatura esterna del profilo scanalato esterno realizzato sull'albero	[mm]
$D_{ei}$	Diametro di troncatura esterna del profilo scanalato interno realizzato sul mozzo	[mm]
$m_n$	Modulo normale della dentatura del profilo scanalato	[mm]
$h_t$	Altezza del dente della dentatura del profilo scanalato	[mm]
$z$	Numero di denti del profilo scanalato	[-]
$D_{me}$	Diametro primitivo del profilo scanalato	[mm]

Tabella 6.4

#### 6.4 Fattore di applicazione $k_a$

Il fattore di applicazione  $k_a$  viene utilizzato per modificare la forza tangenziale  $F_t$  per tenere conto di carichi aggiuntivi ai carichi nominali che provengono da fonti esterne e che provocano un'azione sui profili scanalati dell'albero e del mozzo. I valori di guida empirici sono riportati nella tabella seguente:

Power Source	Type of Load			
	Uniform Generators, Fans	Light Shock Oscillating Pumps	Intermediate Shock Actuators	Heavy Shock Presses, Shears
	Application Factor ( $K_a$ )			
Uniform (turbine motor)	1.0	1.2	1.5	1.8
Light shock (hydraulic motor)	1.2	1.3	1.8	2.1
Medium shock (ICE)	2.0	2.2	2.4	2.8

Tabella 6.5 - Tabella del fattore di applicazione  $k_a$

Nell'implementazione del codice Matlab di calcolo, è stato utilizzato come valore per il fattore di applicazione  $k_a$  quello relativo a carichi intermittenti sia sull'utenza che sulla sorgente di potenza (tipico dei motori a combustione interna). Per cui il valore conservativo assunto dal fattore di applicazione  $k_a$  è:

$$k_a = 2.4 \quad (6.14)$$

### 6.5 Fattore di vita a fatica $k_f$

Il fattore di vita a fatica  $k_f$  tiene conto di una maggiore tensione di contatto, inclusa la tensione di contatto statica, che può essere tollerabile per una vita limitata in termini di cicli di carico. I valori di guida empirici sono riportati nella tabella seguente:

Number of Torque Cycles (Start/Stop Cycles)	Fatigue Life Factor ( $K_f$ )	
	Unidirectional	Fully Reversed
$1 \times 10^3$	1.8	1.8
$1 \times 10^4$	1.0	1.0
$1 \times 10^5$	0.5	0.4
$1 \times 10^6$	0.4	0.3
$1 \times 10^7$	0.3	0.2

Tabella 6.6 - Tabella del fattore di vita a fatica  $k_f$

I valori di fattore di vita a fatica  $k_f$  sono basati sul numero totale di rivoluzioni del profilo scanalato, da ogni rivoluzione del profilo scanalato flessibile si genera un ciclo completo di movimento oscillante che contribuisce all'usura a fatica del profilo scanalato. Nell'implementazione del codice Matlab di calcolo, è stato utilizzato come valore per il fattore di vita a fatica  $k_f$  quello relativo a cicli di carico unidirezionali con un numero di cicli di carico della coppia pari a  $1 \times 10^5$  cicli. Per cui il valore conservativo assunto dal fattore di vita a fatica  $k_f$  è:

$$k_f = 0.5 \quad (6.15)$$

### 6.6 Fattore di servizio $k_s$

Il fattore di servizio  $k_s$  contempla sia l'influenza del fattore di applicazione  $k_a$ , sia l'influenza del fattore di vita a fatica  $k_f$ . Il fattore di servizio  $k_s$ , valido per profili scanalati fissi, risulta essere proporzionale al fattore di applicazione  $k_a$  e inversamente proporzionale al fattore di vita a fatica  $k_f$ , l'espressione per eseguirne il calcolo è:

$$k_s = \frac{k_a}{k_f} \quad (6.16)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$k_a$	Fattore di applicazione	[-]
$k_f$	Fattore di vita a fatica	[-]
$k_s$	Fattore di servizio	[-]

Tabella 6.7

### 6.7 Verifica di resistenza del profilo scanalato

Le espressioni per effettuare il calcolo tensionale del profilo scanalato sono le seguenti:

$$\tau_m = \frac{4Ck_s}{D_{me}z b h_t} 10^3 \quad (6.17)$$

$$\sigma_c = \frac{2Ck_s}{D_{ie}z b h_t} 10^3 \quad (6.18)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\tau_m$	Tensione di taglio agente sul dente del profilo scanalato	[MPa]
$\sigma_c$	Tensione di compressione agente sul dente del profilo scanalato	[MPa]
$C$	Coppia trasmessa	[Nm]
$k_s$	Fattore di servizio	[-]
$D_{ie}$	Diametro di troncatura interna del profilo scanalato esterno realizzato sull'albero	[mm]
$D_{me}$	Diametro primitivo del profilo scanalato	[mm]
$h_t$	Altezza del dente della dentatura del profilo scanalato	[mm]
$z$	Numero di denti del profilo scanalato	[-]
$b$	Larghezza del profilo scanalato	[mm]

Tabella 6.8

Le espressioni per effettuare la verifica di resistenza del profilo scanalato sono le seguenti:

$$CS_{\text{taglio, profilo scanalato}} = \frac{0.577R_{p02}}{\tau_m} \quad (6.19)$$

$$CS_{\text{Von Mises, profilo scanalato}} = \frac{R_{p02}}{\sqrt{\sigma_c^2 + 3\tau_m^2}} \quad (6.20)$$

$$CS_{\text{profilo scanalato}} = \min(CS_{\text{taglio, profilo scanalato}}, CS_{\text{Von Mises, profilo scanalato}}) \geq CS_{\text{profilo scanalato, minimo}} = 1.2 \quad (6.21)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\tau_m$	Tensione di taglio agente sul dente del profilo scanalato	[MPa]
$\sigma_c$	Tensione di compressione agente sul dente del profilo scanalato	[MPa]
$R_{p02}$	Tensione di snervamento del materiale	[MPa]
$CS_{\text{taglio, profilo scanalato}}$	Coefficiente di sicurezza a taglio del profilo scanalato	[-]
$CS_{\text{Von Mises, profilo scanalato}}$	Coefficiente di sicurezza di Von Mises del profilo scanalato	[-]
$CS_{\text{profilo scanalato, minimo}}$	Coefficiente di sicurezza minimo da garantire per la verifica di resistenza del profilo scanalato	[-]
$CS_{\text{profilo scanalato}}$	Coefficiente di sicurezza del profilo scanalato	[-]

Tabella 6.9

## 7. Dimensionamento dei calettamenti forzati

Il calettamento forzato è un accoppiamento meccanico che consente di montare i componenti meccanici sugli alberi di trasmissione. Il principio di funzionamento consiste nel realizzare il diametro dell'albero su cui viene montato il mozzo con un diametro leggermente più grande del diametro del foro del mozzo. Così facendo si riesce a ottenere un'interferenza tra albero e mozzo che consente di montare il mozzo sull'albero, vincolandone lo spostamento radiale, torsionale e assiale. Per cui in definitiva si ottiene un solido accoppiamento tra albero e mozzo che garantisce il corretto funzionamento degli organi di trasmissione. Poiché vi è un'interferenza alla base del principio di funzionamento, si genera uno stato di tensione sia nell'albero che nel mozzo. Per tali motivi è necessario dimensionare l'accoppiamento forzato, stabilendo la tipologia di accoppiamento più idonea per la coppia da trasmettere  $M_t$ , e verificare che sia l'albero di trasmissione che il mozzo siano esenti da possibili cedimenti a causa dello stato tensionale indotto. Lo stato di tensione sull'albero indotto dal calettamento forzato è di compressione, mentre lo stato di tensione sul mozzo indotto dal calettamento forzato è di trazione. Ciò è mostrato in modo chiaro nella seguente figura:

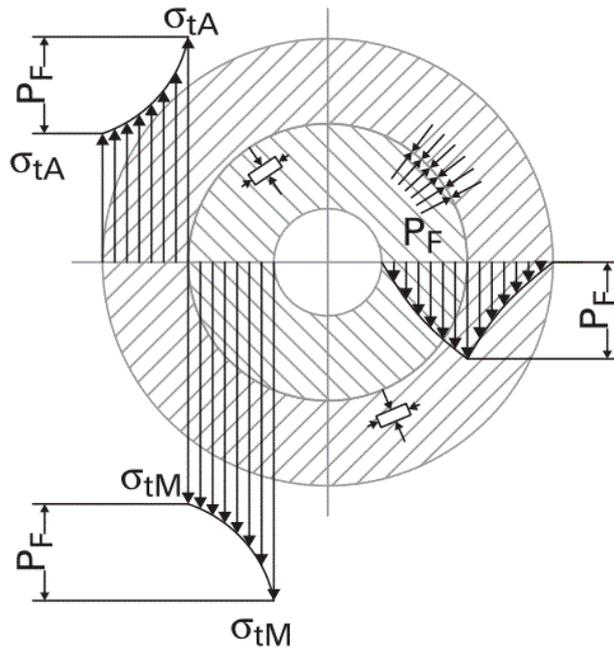


Figura 7.1 - Distribuzioni di tensione agenti sull'albero e il mozzo calettati forzatamente

Per la realizzazione del progetto della trasmissione automobilistica e della trasmissione industriale, è stato implementato in codice Matlab un algoritmo di calcolo per il dimensionamento dei calettamenti forzati. Nel flusso di calcolo viene prima tentato il dimensionamento del profilo scanalato, qualora esso fallisca nel dimensionamento viene tentato il dimensionamento dei calettamenti forzati. I componenti su cui viene applicato il calettamento forzato sono: i cuscinetti (sia quelli estremi degli alberi che quelli su cui vengono montate le ruote dentate sincronizzate della trasmissione automobilistica), le ruote dentate non sincronizzate della trasmissione automobilistica e le ruote dentate della trasmissione industriale (Machinery).

### 7.1 Determinazione della pressione di forzamento $p$

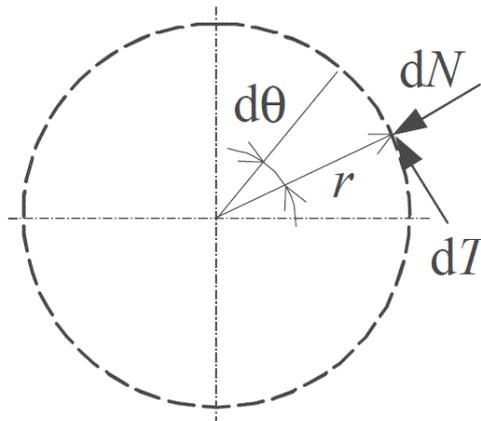


Figura 7.2 – Forze provocate dalla trasmissione di coppia  $M_t$

Nota la coppia da trasmettere  $M_t$  mediante l'accoppiamento con il calettamento forzato, le espressioni per il calcolo della pressione di forzamento sono le seguenti:

$$dN = pbrd\theta \quad (7.1)$$

$$dT = fdN = fpbrd\theta \quad (7.2)$$

$$M_t = \int dTr = \int_0^{2\pi} fpbr^2 d\theta = 2\pi r^2 bfp \quad (7.3)$$

$$r = \frac{D_c}{2} \simeq \frac{D_{albero}}{2} \quad (7.4)$$

$$p = \frac{2M_t}{\pi D_c^2 b f} \quad (7.5)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$r$	Raggio di calettamento	[mm]
$D_c$	Diametro di calettamento	[mm]
$D_{albero}$	Diametro dell'albero	[mm]
$M_t$	Coppia da trasmettere	[Nm]
$dN$	Forza normale infinitesimale	[N]
$dT$	Forza tangenziale infinitesimale	[N]
$f$	Coefficiente di attrito	[-]
$b$	Lunghezza dell'accoppiamento forzato	[mm]
$p$	Pressione di calettamento	[MPa]

Tabella 7.1

I valori utilizzabili per il coefficiente di attrito  $f$  sono riportati nella seguente tabella, essi dipendono dalla tipologia del montaggio che può essere 'Montaggio a caldo' oppure 'Montaggio alla pressa' e dal materiale con cui viene realizzato il mozzo:

	mozzo	$f$	$f_e$
Montaggio alla pressa	Acciaio + olio	0.05 ÷ 0.17	0.054 ÷ 0.22
	Ghisa	0.07 ÷ 0.12	0.07 ÷ 0.13
	Leghe Al/Mg	0.02 ÷ 0.06	0.02 ÷ 0.08
	mozzo	$f_{torsione}$	$f_{assiale}$
Montaggio a caldo	Acciaio + olio	0.08 ÷ 0.19	0.055 ÷ 0.12
	Acciaio	0.065 ÷ 0.16	0.065 ÷ 0.16
	Ghisa	0.07 ÷ 0.09	0.07 ÷ 0.09
	Leghe Al/Mg	0.05 ÷ 0.06	0.05 ÷ 0.06

Figura 7.3 - Tabella dei coefficienti di attrito  $f$

E' possibile selezionare, per il materiale utilizzato e la tipologia di montaggio adottata, il minimo dei valori di coefficiente di attrito  $f$  riportato nella tabella precedente.

## 7.2 Determinazione dell'interferenza necessaria in funzionamento $i_{necessaria}$

Prima di calcolare l'interferenza necessaria in funzionamento  $i_{necessaria}$  da garantire con l'accoppiamento forzato, è necessario determinare la deformabilità dell'albero  $\delta_{albero}$  (valida per albero pieno) e la deformabilità del mozzo  $\delta_{mozzo}$ :

$$\delta_{albero} = \frac{(1 - \nu_{albero})}{E_{albero}} \quad (7.6)$$

$$\delta_{mozzo} = \frac{1}{E_{mozzo}} \frac{(1 + \nu_{mozzo}) + \left(\frac{D_{mi}}{D_{me}}\right)^2 (1 - \nu_{mozzo})}{1 - \left(\frac{D_{mi}}{D_{me}}\right)^2} \quad (7.7)$$

Poiché l'albero e il mozzo sono realizzati in materiale metallico è stato posto:

$$\nu = \nu_{albero} = \nu_{mozzo} \quad (7.8)$$

$$E = E_{albero} = E_{mozzo} \quad (7.9)$$

$$D_{mi} \simeq D_c \simeq D_{albero} \quad (7.10)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$D_c$	Diametro di calettamento	[mm]
$D_{albero}$	Diametro dell'albero	[mm]
$\nu_{mozzo}$	Modulo di Poisson del mozzo	[-]
$\nu_{albero}$	Modulo di Poisson dell'albero	[-]
$\nu$	Modulo di Poisson	[-]
$E_{mozzo}$	Modulo elastico (Modulo di Young) del mozzo	[MPa]
$E_{albero}$	Modulo elastico (Modulo di Young) dell'albero	[MPa]
$E$	Modulo elastico (Modulo di Young)	[MPa]
$D_{mi}$	Diametro interno del mozzo	[mm]
$D_{me}$	Diametro esterno del mozzo	[mm]
$\delta_{albero}$	Deformabilità dell'albero	[MPa <sup>-1</sup> ]
$\delta_{mozzo}$	Deformabilità del mozzo	[MPa <sup>-1</sup> ]

Tabella 7.2

L'espressione per il calcolo dell'interferenza necessaria in funzionamento  $i_{necessaria}$  da garantire per l'adeguata trasmissione di coppia  $M_t$  è la seguente:

$$i_{necessaria} = p D_c (\delta_{albero} + \delta_{mozzo}) 10^3 \quad (7.11)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$D_c$	Diametro di calettamento	[mm]
$\delta_{albero}$	Deformabilità dell'albero	[MPa <sup>-1</sup> ]
$\delta_{mozzo}$	Deformabilità del mozzo	[MPa <sup>-1</sup> ]
$p$	Pressione di calettamento	[MPa]
$i_{necessaria}$	Interferenza necessaria in funzionamento	[μm]

Tabella 7.3

### 7.3 Variazione di interferenza

L'interferenza realizzata tra l'albero e il mozzo può variare per i seguenti motivi:

- Variazione di interferenza per effetto della rugosità  $\Delta i^R$ ;
- Variazione di interferenza per effetto delle variazioni di temperatura  $\Delta i^T$ ;
- Variazione di interferenza per effetto della centrifugazione  $\Delta i^\omega$ .

Di conseguenza l'interferenza effettiva  $i_{effettiva}$  risulta essere minore dell'interferenza nominale, per tali motivi vanno considerati questi effetti per garantire la corretta interferenza al montaggio.

$$i_{effettiva} = i_{nominale} - \Delta i^R - \Delta i^T - \Delta i^\omega \quad (7.12)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\Delta i^R$	Variazione di interferenza per effetto della rugosità	[ $\mu\text{m}$ ]
$\Delta i^T$	Variazione di interferenza per effetto delle variazioni di temperatura	[ $\mu\text{m}$ ]
$\Delta i^\omega$	Variazione di interferenza per effetto della centrifugazione	[ $\mu\text{m}$ ]
$i_{nominale}$	Interferenza nominale tra albero e mozzo	[ $\mu\text{m}$ ]
$i_{effettiva}$	Interferenza effettiva tra albero e mozzo	[ $\mu\text{m}$ ]

Tabella 7.4

#### Variazione di interferenza per effetto della rugosità $\Delta i^R$

Il calettamento forzato del mozzo sull'albero può provocare una perdita di interferenza a causa dello schiacciamento delle creste dei profili rugosi di albero e mozzo (pari a circa il 40%). L'espressione per valutare la variazione di interferenza per effetto della rugosità  $\Delta i^R$  è la seguente:

$$\Delta i^R = 2(0.4)(R_a^{albero} + R_a^{mozzo}) \quad (7.13)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$R_a^{albero}$	Rugosità dell'albero	[ $\mu\text{m}$ ]
$R_a^{mozzo}$	Rugosità del mozzo	[ $\mu\text{m}$ ]
$\Delta i^R$	Variazione di interferenza (perdita di interferenza) per effetto della rugosità	[ $\mu\text{m}$ ]

Tabella 7.5

Per assegnare adeguati valori alle rugosità di albero  $R_a^{albero}$  e mozzo  $R_a^{mozzo}$ , si fa riferimento alla tabella unificata ISO delle rugosità in cui è riportato il valore della rugosità in funzione delle dimensioni del diametro della superficie cilindrica e del grado di tolleranza normalizzato IT utilizzato:

Tolleranza fondamentale ISO	SUPERFICIE CILINDRICHE CON DIAMETRO IN mm					Superficie piane
	fino a 3	oltre 3 fino a 18	oltre 18 fino a 80	oltre 80 fino a 250	oltre 250	
	Rugosità $R_a$ max. $\mu\text{m}$					
IT 6	0,2	0,32	0,5	0,8	1,25	1,25
IT 7	0,32	0,5	0,8	1,25	2	2
IT 8	0,5	0,8	1,25	2	3,2	3,2
IT 9	0,8	1,25	2	3,2	5	5
IT 10	1,25	2	3,2	5	8	8
IT 11	2	3,2	5	8	12,5	12,5
IT 12	3,2	5	8	12,5	20	20
IT 13	5	8	12,5	20	32	32
IT 14	8	12,5	20	32	50	50

Tabella 7.6 - Tabella unificata ISO delle rugosità  $R_a$

La tabella unificata ISO delle rugosità è stata implementata nel codice Matlab di calcolo.

Variazione di interferenza per effetto delle variazioni di temperatura  $\Delta i^T$

Nel caso in cui si abbiano differenti coefficienti di dilatazione termica su albero e mozzo, per effetto delle variazioni di temperatura si hanno differenti dilatazioni termiche su albero e mozzo che possono portare a una perdita oppure a un incremento di interferenza. L'espressione per valutare la variazione di interferenza per effetto delle variazioni di temperatura  $\Delta i^T$  è la seguente:

$$\Delta i^T = D_c(\alpha_{mozzo} - \alpha_{albero})\Delta T(10^3) \quad (7.14)$$

$$\Delta T = T_{esercizio} - T_{riferimento} \quad (7.15)$$

$$T_{riferimento} = 20 [^{\circ}C] \quad (7.16)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$D_c$	Diametro di calettamento	[mm]
$\Delta T$	Variazione di temperatura	[ $^{\circ}C$ ]=[ $^{\circ}K$ ]
$\alpha_{mozzo}$	Coefficiente di dilatazione termica del mozzo	$\left[\frac{1}{^{\circ}K}\right]$
$\alpha_{albero}$	Coefficiente di dilatazione termica dell'albero	$\left[\frac{1}{^{\circ}K}\right]$
$T_{riferimento}$	Temperatura di riferimento	[ $^{\circ}C$ ]
$T_{esercizio}$	Temperatura di esercizio	[ $^{\circ}C$ ]
$\Delta i^T$	Variazione di interferenza (perdita di interferenza) per effetto delle variazioni di temperatura	[ $\mu m$ ]

Tabella 7.7

Nel caso di aumento di temperatura, ovvero  $\Delta T > 0$ , se il coefficiente di dilatazione termica del mozzo  $\alpha_{mozzo}$  è maggiore della dilatazione termica dell'albero  $\alpha_{albero}$  si ha una perdita di rugosità viceversa si ha un aumento di rugosità.

Per assegnare adeguati valori ai coefficienti di dilatazione termica di albero  $\alpha_{albero}$  e mozzo  $\alpha_{mozzo}$ , si fa riferimento alla seguente tabella:

Acciaio al C	$\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$	PC	$\alpha = 70 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$
Acciaio legato	$\alpha = 11 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$	PTFE	$\alpha = 55 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$
Acciaio Inox	$\alpha = 14 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$	Nylon 6/6	$\alpha = 80 - 100 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$
Leghe Al	$\alpha = 22 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$	PS	$\alpha = 60 - 80 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$
Ghisa grigia	$\alpha = 10 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$	Epoxy	$\alpha = 45 - 65 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$
Leghe Mg	$\alpha = 26 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$	PE	$\alpha = 100 - 200 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$
Rame	$\alpha = 16 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$	PET	$\alpha = 70 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$
Ottone	$\alpha = 18 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$	PP	$\alpha = 20 - 200 \cdot 10^{-6} \text{ } \frac{1}{^{\circ}K}$

Tabella 7.8 - Tabella dei coefficienti di dilatazione termica  $\alpha$

Per l'albero è possibile considerare sempre il coefficiente di dilatazione termica degli acciai:

$$\alpha_{albero} = 12(10^{-6}) \left[\frac{1}{^{\circ}K}\right] \quad (7.17)$$

### Variazione di interferenza per effetto della centrifugazione $\Delta i^\omega$

La forza centrifuga durante la rotazione, causa differenti spostamenti nell'albero e nel mozzo che possono causare una perdita di interferenza. L'espressione per valutare la variazione di interferenza per effetto della centrifugazione  $\Delta i^\omega$  è la seguente:

$$\Delta i^\omega = \frac{D_{mi}\rho_{mozzo}\omega^2 D_{me}^2}{4E_{mozzo}} \quad (7.18)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$D_{mi}$	Diametro interno del mozzo	[mm]
$D_{me}$	Diametro esterno del mozzo	[mm]
$E_{mozzo}$	Modulo elastico (Modulo di Young) del mozzo	[MPa]
$\rho_{mozzo}$	Densità del mozzo	$\left[\frac{kg}{mm^3}\right]$
$\omega$	Velocità di rotazione	$\left[\frac{rad}{s}\right]$
$\Delta i^\omega$	Variazione di interferenza (perdita di interferenza) per effetto della centrifugazione	[ $\mu$ m]

Tabella 7.9

### 7.4 Determinazione dell'interferenza minima al montaggio $i_0$

A causa delle perdite di interferenza sopra descritte, va garantita un'interferenza minima al montaggio  $i_0$  maggiore dell'interferenza necessaria in funzionamento  $i_{necessaria}$  in modo tale da garantire il corretto funzionamento del calettamento forzato. L'espressione per valutare l'interferenza minima al montaggio  $i_0$  è la seguente:

$$i_0 = i_{necessaria} + \Delta i^R + \Delta i^T + \Delta i^\omega \quad (7.19)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$i_{necessaria}$	Interferenza necessaria in funzionamento	[ $\mu$ m]
$\Delta i^R$	Variazione di interferenza (perdita di interferenza) per effetto della rugosità	[ $\mu$ m]
$\Delta i^T$	Variazione di interferenza (perdita di interferenza) per effetto delle variazioni di temperatura	[ $\mu$ m]
$\Delta i^\omega$	Variazione di interferenza (perdita di interferenza) per effetto della centrifugazione	[ $\mu$ m]
$i_0$	Interferenza minima al montaggio	[ $\mu$ m]

Tabella 7.10

### 7.5 Posizioni di tolleranza di albero *posizione*<sub>tolleranza,albero</sub> e mozzo *posizione*<sub>tolleranza,mozzo</sub>

La posizione di tolleranza stabilisce in quale posizione e direzione si orienta lo scostamento fondamentale dell'albero o del foro considerato rispetto alla linea dello zero corrispondente alla quota esatta della dimensione nominale del componente (diametro del foro del mozzo oppure diametro dell'albero) non tollerata. La figura seguente riporta le posizioni di tolleranza disponibili per gli alberi e i fori rispetto alla linea dello zero:

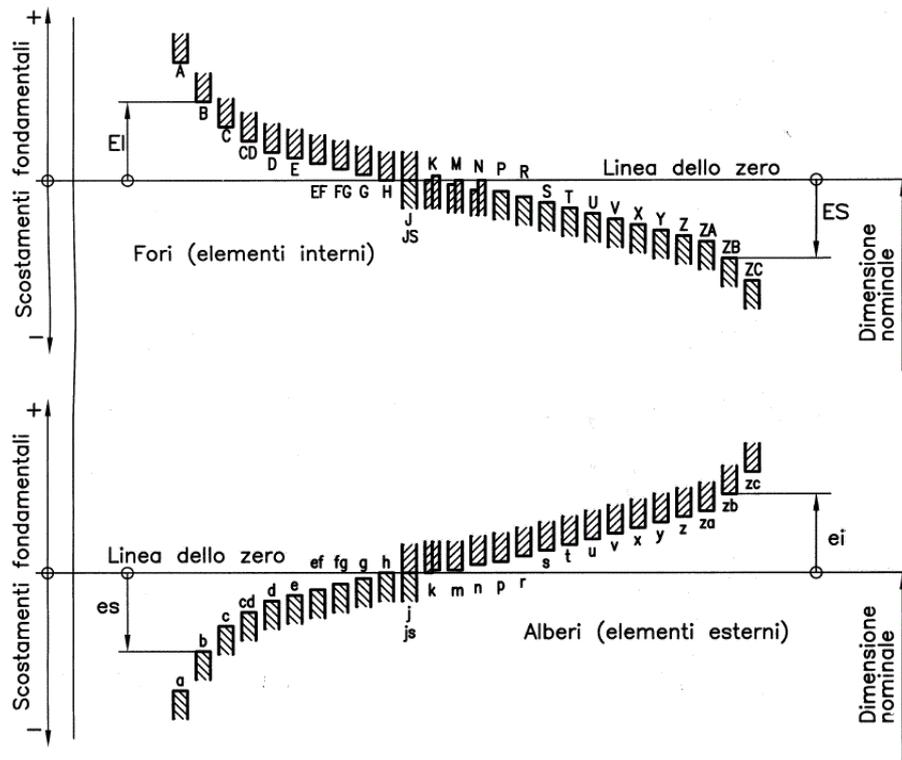


Figura 7.4 - Posizioni di tolleranza per alberi e fori riportate rispetto alla linea dello zero

Le posizioni di tolleranza disponibili per gli alberi e i fori con annessa rappresentazione dimensionale del componente (diametro del foro del mozzo oppure diametro dell'albero) e accoppiamento garantito tipicamente sono riportate nelle figure seguenti:

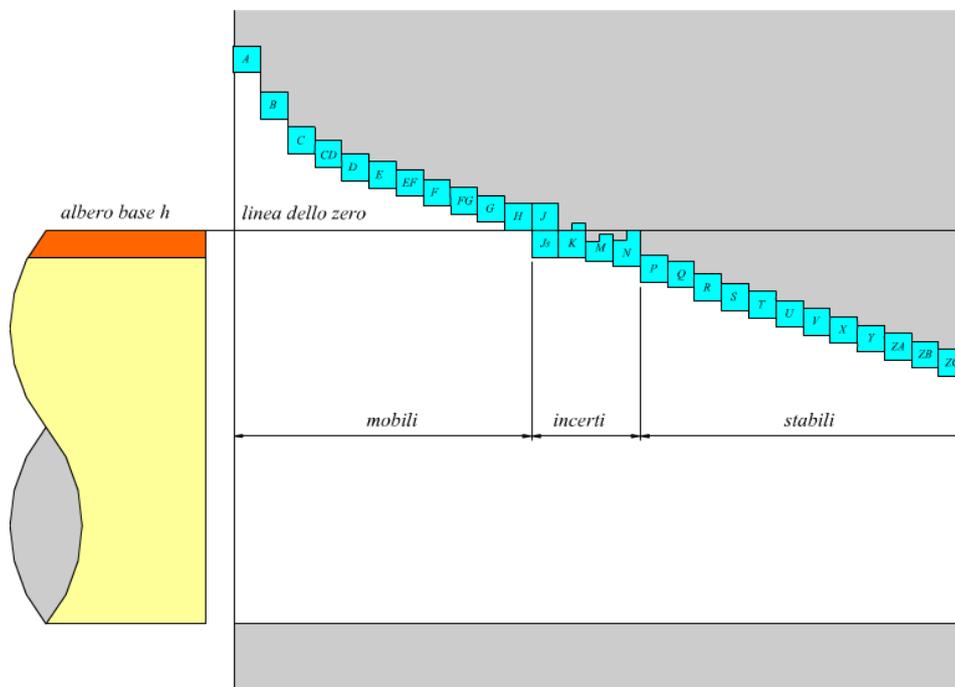


Figura 7.5 - Posizioni di tolleranza per alberi riportate rispetto alla linea dello zero

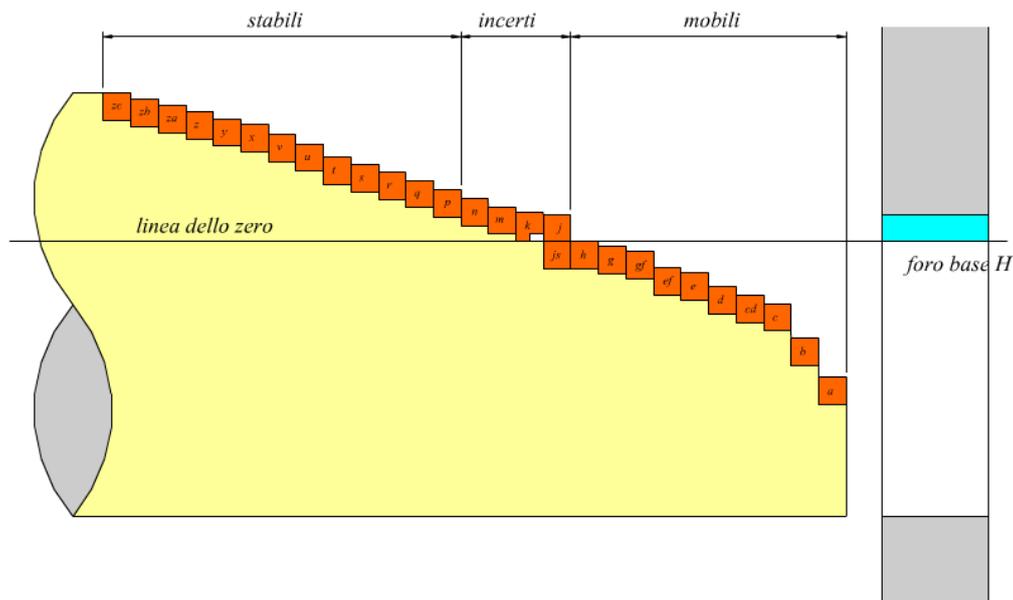


Figura 7.6 - Posizioni di tolleranza per fori riportate rispetto alla linea dello zero

A seconda delle posizioni di tolleranza dell'albero e del foro del mozzo, si possono avere tre possibili accoppiamenti:

- Accoppiamento mobile o con gioco;
- Accoppiamento incerto;
- Accoppiamento stabile o con interferenza.

Le posizioni di tolleranza di albero  $posizione_{tolleranza,albero}$  e mozzo  $posizione_{tolleranza,mozzo}$  sono iterate all'interno del codice Matlab di calcolo.

### 7.6 Determinazione delle ampiezze di tolleranza dell'albero $IT_{albero}$ e del mozzo $IT_{mozzo}$

Per determinare le ampiezze di tolleranza dell'albero  $IT_{albero}$  e del mozzo  $IT_{mozzo}$  è necessario fare riferimento alla tabella unificata ISO delle tolleranze in cui sono tabulate le tolleranze in funzione del grado di tolleranza normalizzato IT e della dimensione nominale del componente (diametro del foro del mozzo oppure diametro dell'albero):

Dimensione nominale mm		GRADI DI TOLLERANZA NORMALIZZATI																	
		IT1	IT2	IT3	IT4	IT5	IT6	IT7	IT8	IT9	IT10	IT11	IT12	IT13	IT14	IT15	IT16	IT17	IT18
oltre	fino a	Tolleranze																	
		$\mu\text{m}$									mm								
-	3	0,8	1,2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	0,1	0,14	0,25	0,4	0,60	1	1,4
3	6	1	1,5	2,5	4	5	8	12	18	30	48	75	0,12	0,18	0,3	0,48	0,75	1,2	1,8
6	10	1	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90	0,15	0,22	0,36	0,58	0,9	1,5	2,2
10	18	1,2	2	3	5	8	11	18	27	43	70	110	0,18	0,27	0,43	0,7	1,1	1,8	2,7
18	30	1,5	2,5	4	6	9	13	21	33	52	84	130	0,21	0,33	0,52	0,84	1,3	2,1	3,3
30	50	1,5	2,5	4	7	11	16	25	39	62	100	160	0,25	0,39	0,62	1	1,6	2,5	3,9
50	80	2	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190	0,3	0,46	0,74	1,2	1,9	3	4,6
80	120	2,5	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220	0,35	0,54	0,87	1,4	2,2	3,5	5,4
120	180	3,5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250	0,4	0,63	1	1,6	2,5	4	6,3
180	250	4,5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290	0,46	0,72	1,15	1,85	2,9	4,6	7,2
250	315	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320	0,52	0,81	1,3	2,1	3,2	5,2	8,1
315	400	7	9	13	18	25	36	57	89	140	230	360	0,57	0,89	1,4	2,3	3,6	5,7	8,9
400	500	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	0,63	0,97	1,55	2,5	4	6,3	9,7
500	630	9	11	16	22	32	44	70	110	175	280	440	0,7	1,1	1,75	2,8	4,4	7	11
630	800	10	13	18	25	36	50	80	125	200	320	500	0,8	1,25	2	3,2	5	8	12,5
800	1000	11	15	21	28	40	56	90	140	230	360	560	0,9	1,4	2,3	3,6	5,6	9	14
1000	1250	13	18	24	33	47	66	105	165	260	420	660	1,05	1,65	2,6	4,2	6,6	10,5	16,5
1250	1600	15	21	29	39	55	78	125	195	310	500	780	1,25	1,95	3,1	5	7,8	12,5	19,5
1600	2000	18	25	35	46	65	92	150	230	370	600	920	1,5	2,3	3,7	6	9,2	15	23
2000	2500	22	30	41	55	78	110	175	280	440	700	1100	1,75	2,8	4,4	7	11	17,5	28
2500	3150	26	36	50	68	96	135	210	330	540	860	1350	2,1	3,3	5,4	8,6	13,5	21	33

Tabella 7.11 - Tabella unificata ISO delle tolleranze relative ai gradi di tolleranza normalizzati IT1,IT2,IT3,IT4,IT5,IT6,IT7,IT8,IT9,IT10,IT11,IT12,IT13,IT14,IT15,IT16,IT17,IT18

DIMENSIONE NOMINALE		GRADI DI TOLLERANZE NORMALIZZATE	
mm		IT01	IT0
oltre	fino a	tolleranza $\mu\text{m}$	
-	3	0,3	0,5
3	6	0,4	0,6
6	10	0,4	0,6
10	18	0,5	0,8
18	30	0,6	1
30	50	0,6	1
50	80	0,8	1,2
80	120	1	1,5
120	180	1,2	2
180	250	2	3
250	315	2,5	4
315	400	3	5
400	500	4	6

Tabella 7.12 - Tabella unificata ISO delle tolleranze relative ai gradi di tolleranza normalizzati IT01,IT0

Come è possibile notare dalle tabelle, all'aumentare del grado di tolleranza normalizzato IT diminuisce la qualità e dunque la precisione di realizzazione del pezzo in quanto aumenta l'ampiezza della tolleranza. I gradi di tolleranza normalizzati più precisi in assoluto, scritti in ordine di precisione e qualità decrescente, sono i gradi tolleranza normalizzati IT01 e IT0.

Di solito, noto il grado di tolleranza normalizzato dell'albero  $IT_n$ , si utilizza un grado di tolleranza normalizzato per il foro del mozzo  $IT_{n-1}$ . Le tabelle unificate ISO delle tolleranze sono state implementate nel codice Matlab di calcolo.



DIMENS. NOMINALE mm	SCOSTAMENTI INFERIORI EI																SCOSTAMENTI SUPERIORI ES																			
	GRADI DI TOLLERANZA: tutti																GRADI DI TOLLERANZA SUPERIORI A IT7																			
	oltre	fino a	A <sup>1)</sup>	B <sup>1)</sup>	C	CD	D	E	EF	F	FG	G	H	J <sub>s</sub> <sup>2)</sup>	J	K <sup>3)</sup>	M <sup>3)</sup>	N <sup>3)</sup>	PAZ <sup>3)</sup>	P	R	S	T	U	V	X	Y	Z	ZA	ZB	ZC					
3	3	+270	+140	+60	+34	+20	+14	+10	+8	+4	+2	0	+2	+4	+6	0	0	-2	-6	-10	-14					-18	-20	-26	-32	-40	-60					
6	6	+270	+140	+70	+46	+30	+20	+14	+10	+6	+4	0	+5	+8	+10	-1+Δ	-4+Δ	-4	-12	-15	-19					-23	-28	-35	-42	-50	-80					
10	10	+280	+150	+80	+56	+40	+25	+18	+13	+8	+5	0	+5	+8	+12	-1+Δ	-6+Δ	-6	-15	-19	-23					-28	-34	-42	-52	-67	-97					
14	14		+290	+150	+95		+50	+32		+16		+6	0	+6	+10	+15	-1+Δ	-7+Δ	-7	-12	-15					-33	-40	-50	-64	-80	-130					
16	16			+300	+160	+110		+65	+40		+20		+7	0	+8	+12	+20	-2+Δ	-8+Δ	-8	-15					-41	-47	-54	-63	-77	-108					
24	24						+80	+50		+25		+9	0	+10	+14	+24	-2+Δ	-9+Δ	-9	-17						-48	-54	-60	-68	-80	-108					
30	30						+100	+60		+30		+10	0	+13	+18	+28	-2+Δ	-11+Δ	-11	-20							-54	-60	-66	-75	-88	-118				
40	40						+120	+72		+36		+12	0	+16	+22	+34	-3+Δ	-13+Δ	-13	-23								-66	-72	-78	-88	-100	-130			
50	50						+145	+85		+43		+14	0	+18	+26	+41	-3+Δ	-15+Δ	-15	-27									-78	-84	-90	-100	-110	-140		
65	65						+170	+100		+50		+15	0	+22	+30	+47	-4+Δ	-17+Δ	-17	-31										-90	-96	-100	-110	-120	-150	
80	80						+190	+110		+56		+17	0	+25	+36	+55	-4+Δ	-20+Δ	-20	-34											-102	-108	-110	-120	-130	-160
100	100						+210	+125		+62		+18	0	+29	+39	+60	-4+Δ	-21+Δ	-21	-37											-114	-120	-120	-130	-140	-170
120	120						+230	+135		+68		+20	0	+33	+43	+66	-5+Δ	-23+Δ	-23	-40											-126	-132	-130	-140	-150	-180
140	140						+260	+145		+76		+22	0				0	-26	-44											-138	-144	-140	-150	-160	-190	
160	160						+290	+160		+80		+24	0				0	-30	-50											-150	-156	-150	-160	-170	-200	
180	180						+320	+170		+86		+26	0				0	-34	-56											-162	-168	-160	-170	-180	-210	
200	200						+350	+185		+98		+28	0				0	-40	-66											-174	-180	-170	-180	-190	-220	
220	220						+390	+220		+110		+30	0				0	-48	-78											-186	-192	-180	-190	-200	-230	
240	240						+430	+240		+120		+32	0				0	-58	-92											-198	-204	-190	-200	-210	-240	
260	260						+480	+260		+130		+34	0				0	-68	-110											-210	-216	-200	-210	-220	-250	
280	280						+520	+290		+145		+38	0				0	-76	-135											-222	-228	-210	-220	-230	-260	
3150	3150																																			

Tabella 7.14 - Tabella unificata ISO degli scostamenti fondamentali per fori

Ovviamente le posizioni di tolleranza di albero e mozzo sono iterate all'interno del codice Matlab di calcolo.

### 7.8 Determinazione delle dimensioni massime e minime del diametro dell'albero e del mozzo

Noti gli scostamenti fondamentali dell'albero  $e_{fondamentale,albero}$  e del foro del mozzo  $e_{fondamentale,mozzo}$ , è possibile stabilire il diametro minimo  $D_{minimo,albero}$  e massimo  $D_{maximo,albero}$  dell'albero, il diametro minimo  $D_{minimo,mozzo}$  e massimo  $D_{maximo,mozzo}$  del foro del mozzo e l'accoppiamento possibile tra albero e foro del mozzo come mostrato nelle seguenti figure:

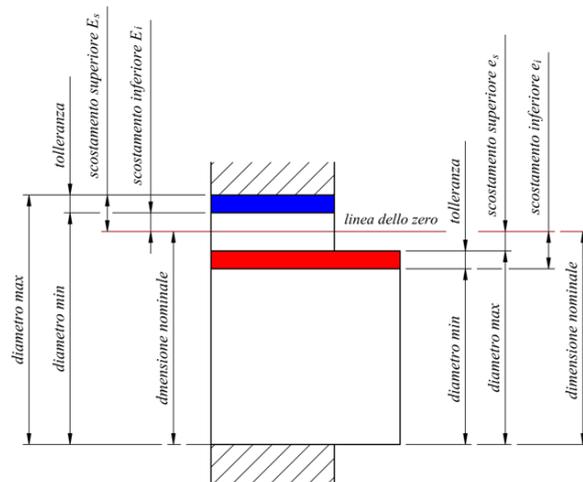


Figura 7.7 - Principali dimensioni di albero e foro del mozzo influenzate dalla tipologia di accoppiamento

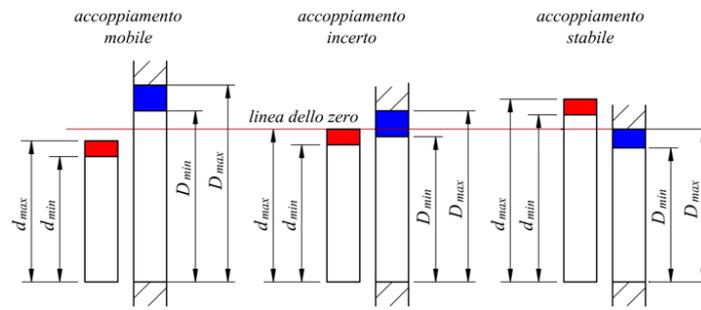


Figura 7.8 - Principali tipologie di accoppiamento realizzabili tra albero e foro del mozzo

A seconda delle dimensioni del diametro dell'albero e del foro del mozzo, si possono avere tre possibili accoppiamenti:

- Accoppiamento mobile o con gioco;
- Accoppiamento incerto;
- Accoppiamento stabile o con interferenza.

Calcolo del diametro massimo  $D_{massimo,albero}$  e minimo  $D_{minimo,albero}$  dell'albero

- Nel caso in cui lo scostamento fondamentale dell'albero sia pari allo scostamento superiore  $es$ , le espressioni per il calcolo del diametro massimo  $D_{massimo,albero}$  e del diametro minimo  $D_{minimo,albero}$  dell'albero sono le seguenti:

$$IT_{albero} = es - ei \quad (7.20)$$

Siccome, nel caso considerato, è valida l'identità:

$$e_{fondamentale,albero} = es \quad (7.21)$$

E' possibile calcolare lo scostamento inferiore  $ei$  del diametro dell'albero:

$$ei = es - IT_{albero} \quad (7.22)$$

Il diametro massimo  $D_{massimo,albero}$  e il diametro minimo  $D_{minimo,albero}$  dell'albero valgono:

$$D_{minimo,albero} = D_{nominale} + ei(10)^{-3} = D_c + ei(10)^{-3} \quad (7.23)$$

$$D_{massimo,albero} = D_{nominale} + es(10)^{-3} = D_c + es(10)^{-3} \quad (7.24)$$

- Nel caso in cui lo scostamento fondamentale dell'albero sia pari allo scostamento inferiore  $ei$ , le espressioni per il calcolo del diametro massimo  $D_{massimo,albero}$  e del diametro minimo  $D_{minimo,albero}$  dell'albero sono le seguenti:

$$IT_{albero} = es - ei \quad (7.25)$$

Siccome, nel caso considerato, è valida l'identità:

$$e_{fondamentale,albero} = ei \quad (7.26)$$

E' possibile calcolare lo scostamento superiore  $es$  del diametro dell'albero:

$$es = ei + IT_{albero} \quad (7.27)$$

Il diametro massimo  $D_{massimo,albero}$  e il diametro minimo  $D_{minimo,albero}$  dell'albero valgono:

$$D_{minimo,albero} = D_{nominale} + ei(10)^{-3} = D_c + ei(10)^{-3} \quad (7.28)$$

$$D_{massimo,albero} = D_{nominale} + es(10)^{-3} = D_c + es(10)^{-3} \quad (7.29)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$IT_{albero}$	Ampiezza di tolleranza dell'albero	[ $\mu\text{m}$ ]
$ei$	Scostamento inferiore dell'albero	[ $\mu\text{m}$ ]
$es$	Scostamento superiore dell'albero	[ $\mu\text{m}$ ]
$e_{fondamentale,albero}$	Scostamento fondamentale dell'albero	[ $\mu\text{m}$ ]
$D_{nominale}$	Dimensione nominale del diametro	[mm]
$D_c$	Diametro di calettamento	[mm]
$D_{minimo,albero}$	Diametro minimo dell'albero	[mm]
$D_{massimo,albero}$	Diametro massimo dell'albero	[mm]

Tabella 7.15

Calcolo del diametro massimo  $D_{massimo,mozzo}$  e minimo  $D_{minimo,mozzo}$  del mozzo

- Nel caso in cui lo scostamento fondamentale del mozzo sia pari allo scostamento superiore  $Es$ , le espressioni per il calcolo del diametro massimo  $D_{massimo,mozzo}$  e del diametro minimo  $D_{minimo,mozzo}$  del foro del mozzo sono le seguenti:

$$IT_{mozzo} = Es - Ei \quad (7.30)$$

Siccome, nel caso considerato, è valida l'identità:

$$E_{fondamentale,mozzo} = Es \quad (7.31)$$

E' possibile calcolare lo scostamento inferiore  $Ei$  del diametro del foro del mozzo:

$$Ei = Es - IT_{mozzo} \quad (7.32)$$

Il diametro massimo  $D_{massimo,mozzo}$  e il diametro minimo  $D_{minimo,mozzo}$  del foro del mozzo valgono:

$$D_{minimo,mozzo} = D_{nominale} + Ei(10)^{-3} = D_c + Ei(10)^{-3} \quad (7.33)$$

$$D_{massimo,mozzo} = D_{nominale} + Es(10)^{-3} = D_c + Es(10)^{-3} \quad (7.34)$$

- Nel caso in cui lo scostamento fondamentale del mozzo sia pari allo scostamento inferiore  $Ei$ , le espressioni per il calcolo del diametro massimo  $D_{massimo,mozzo}$  e del diametro minimo  $D_{minimo,mozzo}$  del foro del mozzo sono le seguenti:

$$IT_{mozzo} = Es - Ei \quad (7.35)$$

Siccome, nel caso considerato, è valida l'identità:

$$E_{fondamentale,mozzo} = Ei \quad (7.36)$$

E' possibile calcolare lo scostamento superiore  $Es$  del diametro del foro del mozzo:

$$Es = Ei + IT_{mozzo} \quad (7.37)$$

Il diametro massimo  $D_{massimo,mozzo}$  e il diametro minimo  $D_{minimo,mozzo}$  del foro del mozzo valgono:

$$D_{minimo,mozzo} = D_{nominale} + Ei(10)^{-3} = D_c + Ei(10)^{-3} \quad (7.38)$$

$$D_{massimo,mozzo} = D_{nominale} + Es(10)^{-3} = D_c + Es(10)^{-3} \quad (7.39)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$IT_{mozzo}$	Ampiezza di tolleranza del mozzo	[ $\mu\text{m}$ ]

$E_i$	Scostamento inferiore del mozzo	[ $\mu\text{m}$ ]
$E_s$	Scostamento superiore del mozzo	[ $\mu\text{m}$ ]
$E_{fondamentale,mozzo}$	Scostamento fondamentale del mozzo	[ $\mu\text{m}$ ]
$D_{nominale}$	Dimensione nominale del diametro	[mm]
$D_c$	Diametro di calettamento	[mm]
$D_{minimo,mozzo}$	Diametro minimo del foro del mozzo	[mm]
$D_{massimo,mozzo}$	Diametro massimo del foro del mozzo	[mm]

Tabella 7.16

### 7.9 Verifica dell'interferenza minima al montaggio $i_0$ e determinazione dell'interferenza minima $interferenza_{minima}$ e dell'interferenza massima $interferenza_{massima}$

Per garantire il corretto funzionamento dell'accoppiamento e l'effettiva trasmissione della coppia  $M_t$ , è necessario trovare l'accoppiamento albero-foro del mozzo che garantisca un'interferenza minima pari all'interferenza minima al montaggio  $i_0$  che consente di trasmettere la coppia  $M_t$  in modo stabile.

L'accoppiamento albero-foro del mozzo viene rappresentato nel seguente modo nel caso in cui si abbiano le seguenti posizioni di tolleranza di albero  $posizione_{tolleranza,albero}$  e mozzo  $posizione_{tolleranza,albero}$  con i seguenti gradi di tolleranza normalizzati dell'albero  $IT_{albero}$  e del mozzo  $IT_{mozzo}$ :

$$IT_{albero} = 7 \quad (7.40)$$

$$IT_{mozzo} = 8 \quad (7.41)$$

$$posizione_{tolleranza,albero} = n \quad (7.42)$$

$$posizione_{tolleranza,mozzo} = H \quad (7.43)$$

$$"Accoppiamento albero - foro del mozzo H8/n7" \quad (7.44)$$

Le espressioni per il calcolo dell'interferenza minima  $interferenza_{minima}$  e dell'interferenza massima  $interferenza_{massima}$ , nel caso in cui si riesca a garantire un accoppiamento con interferenza con l'effettivo accoppiamento albero-foro del mozzo selezionato, sono le seguenti:

$$interferenza_{minima} = \left( \frac{D_{minimo,albero}}{2} - \frac{D_{massimo,mozzo}}{2} \right) 10^{-3} \quad (7.45)$$

$$interferenza_{massima} = \left( \frac{D_{massimo,albero}}{2} - \frac{D_{minimo,mozzo}}{2} \right) 10^{-3} \quad (7.46)$$

La verifica dell'interferenza minima al montaggio  $i_0$  è la seguente:

$$interferenza_{minima} \geq i_0 \quad (7.47)$$

Verificando l'interferenza minima al montaggio  $i_0$  con l'accoppiamento albero-foro del mozzo selezionato, si garantisce che con la precisione e la qualità di realizzazione dell'albero e del mozzo si riesce effettivamente ad avere un'interferenza minima maggiore o uguale a quella che consente la trasmissione della coppia  $M_t$  ovvero maggiore o uguale all'interferenza minima al montaggio  $i_0$ .

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$D_{minimo,mozzo}$	Diametro minimo del foro del mozzo	[mm]
$D_{massimo,mozzo}$	Diametro massimo del foro del mozzo	[mm]
$D_{minimo,albero}$	Diametro minimo dell'albero	[mm]
$D_{massimo,albero}$	Diametro massimo dell'albero	[mm]

$interferenza_{minima}$	Interferenza minima con l'accoppiamento albero-foro del mozzo selezionato	[ $\mu\text{m}$ ]
$interferenza_{massima}$	Interferenza massima con l'accoppiamento albero-foro del mozzo selezionato	[ $\mu\text{m}$ ]
$i_0$	Interferenza minima al montaggio	[ $\mu\text{m}$ ]

Tabella 7.17

### 7.10 Verifica di resistenza del calettamento forzato

Dopo aver calcolato l'interferenza minima  $interferenza_{minima}$  e massima  $interferenza_{massima}$  e aver verificato l'interferenza minima al montaggio  $i_0$ , è necessario assicurarsi che l'albero e il mozzo accoppiati forzatamente non cedano. Per fare ciò è necessario effettuare il calcolo tensionale sia dell'albero che del mozzo e calcolare il coefficiente di sicurezza dell'accoppiamento forzato  $CS_{accoppiamento\ forzato}$ , considerando il caso più conservativo relativo all'interferenza massima  $interferenza_{massima}$  che causa il massimo stato sollecitante sui componenti.

L'espressione per calcolare la pressione massima di forzamento è la seguente:

$$p_{massima} = \frac{interferenza_{massima} + \Delta i^R + \Delta i^T + \Delta i^\omega}{D_c(\delta_{albero} + \delta_{mozzo})10^3} \quad (7.48)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$interferenza_{massima}$	Interferenza massima con l'accoppiamento albero-foro del mozzo selezionato	[ $\mu\text{m}$ ]
$\Delta i^R$	Variazione di interferenza (perdita di interferenza) per effetto della rugosità	[ $\mu\text{m}$ ]
$\Delta i^T$	Variazione di interferenza (perdita di interferenza) per effetto delle variazioni di temperatura	[ $\mu\text{m}$ ]
$\Delta i^\omega$	Variazione di interferenza (perdita di interferenza) per effetto della centrifugazione	[ $\mu\text{m}$ ]
$D_c$	Diametro di calettamento	[mm]
$\delta_{albero}$	Deformabilità dell'albero	[ $\text{MPa}^{-1}$ ]
$\delta_{mozzo}$	Deformabilità del mozzo	[ $\text{MPa}^{-1}$ ]
$p_{massima}$	Pressione massima di forzamento	[MPa]

Tabella 7.18

#### Calcolo tensionale dell'albero

Le espressioni per calcolare la tensione equivalente dell'albero pieno  $\sigma_{eq,albero}$  relativa all'ipotesi di cedimento di Von Mises che si basa sulla massima energia di deformazione, sono le seguenti:

$$\sigma_{r,albero} = -p_{massima} \quad (7.49)$$

$$\sigma_{c,albero} = -p_{massima} \quad (7.50)$$

$$\sigma_{eq,albero} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{r,albero} - 0)^2 + (\sigma_{c,albero} - 0)^2 + (\sigma_{r,albero} - \sigma_{c,albero})^2} \quad (7.51)$$

L'espressione per il calcolo del coefficiente di sicurezza al calettamento forzato dell'albero  $CS_{calettamento\ forzato,albero}$  è la seguente:

$$CS_{calettamento\ forzato,albero} = \frac{R_{p02,albero}}{\sigma_{eq,albero}} \quad (7.52)$$

#### Calcolo tensionale del mozzo

Le espressioni per calcolare la tensione equivalente del mozzo cavo  $\sigma_{eq,mozzo}$ , relativa all'ipotesi di cedimento di Von Mises che si basa sulla massima energia di deformazione, sono le seguenti:

$$\sigma_{r,mozzo} = -p_{massima} \frac{1 - \left(\frac{D_c}{D_{me}}\right)^2}{1 - \left(\frac{D_c}{D_{me}}\right)^2} = -p_{massima} \quad (7.53)$$

$$\sigma_{c,mozzo} = p_{massima} \frac{1 + \left(\frac{D_c}{D_{me}}\right)^2}{1 - \left(\frac{D_c}{D_{me}}\right)^2} \quad (7.54)$$

$$\sigma_{eq,mozzo} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{r,mozzo} - 0)^2 + (\sigma_{c,mozzo} - 0)^2 + (\sigma_{r,mozzo} - \sigma_{c,mozzo})^2} \quad (7.55)$$

L'espressione per il calcolo del coefficiente di sicurezza al calettamento forzato del mozzo  $CS_{calettamento\ forzato,mozzo}$  è la seguente:

$$CS_{calettamento\ forzato,mozzo} = \frac{R_{p02,mozzo}}{\sigma_{eq,mozzo}} \quad (7.56)$$

Il coefficiente di sicurezza del calettamento forzato  $CS_{calettamento\ forzato}$  è il minimo tra il coefficiente di sicurezza al calettamento forzato dell'albero  $CS_{calettamento\ forzato,albero}$  e il coefficiente di sicurezza al calettamento forzato del mozzo  $CS_{calettamento\ forzato,mozzo}$ :

$$CS_{calettamento\ forzato} = \min(CS_{calettamento\ forzato,albero}, CS_{calettamento\ forzato,mozzo}) \quad (7.57)$$

La verifica di resistenza del calettamento forzato è rappresentata dalla seguente espressione:

$$CS_{calettamento\ forzato} \geq CS_{calettamento\ forzato,minimo} = 1.2 \quad (7.58)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$p_{massima}$	Pressione massima di forzamento	[MPa]
$\sigma_{r,albero}$	Tensione radiale agente sull'albero	[MPa]
$\sigma_{c,albero}$	Tensione circonferenziale agente sull'albero	[MPa]
$\sigma_{r,mozzo}$	Tensione radiale agente sul mozzo	[MPa]
$\sigma_{c,mozzo}$	Tensione circonferenziale agente sul mozzo	[MPa]
$D_c$	Diametro di calettamento	[mm]
$D_{me}$	Diametro esterno del mozzo	[mm]
$CS_{calettamento\ forzato,albero}$	Coefficiente di sicurezza al calettamento forzato dell'albero	[-]
$CS_{calettamento\ forzato,mozzo}$	Coefficiente di sicurezza al calettamento forzato del mozzo	[-]
$R_{p02,albero}$	Tensione di snervamento del materiale dell'albero	[MPa]
$R_{p02,mozzo}$	Tensione di snervamento del materiale del mozzo	[MPa]
$CS_{calettamento\ forzato}$	Coefficiente di sicurezza del calettamento forzato	[-]
$CS_{calettamento\ forzato,minimo}$	Coefficiente di sicurezza del calettamento forzato minimo da garantire	[-]

Tabella 7.19

### 7.11 Tipologie di montaggio del calettamento forzato

Il calettamento forzato può essere effettuato con due montaggi differenti:

- Montaggio a caldo;
- Montaggio alla pressa.

#### Calettamento forzato con montaggio a caldo

Nel montaggio a caldo viene scaldato il mozzo, la dilatazione termica provocata dalle elevate temperature consente di ottenere un gioco tra l'albero e il mozzo favorendo il calettamento del mozzo sull'albero di trasmissione. Le espressioni per il calcolo della temperatura di riscaldamento del mozzo necessaria per il montaggio a caldo sono le seguenti:

$$\Delta T_{\text{montaggio a caldo}} = \frac{\text{interferenza}_{\text{massima}} + s}{\alpha_{\text{mozzo}} D_c 10^3} \quad (7.59)$$

$$T_{\text{riscaldamento, montaggio a caldo}} = T_{\text{riferimento}} + \Delta T_{\text{montaggio a caldo}} \quad (7.60)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$\text{interferenza}_{\text{massima}}$	Interferenza massima con l'accoppiamento albero-foro del mozzo selezionato	[ $\mu\text{m}$ ]
$s$	Gioco di infilamento (di solito oscilla tra i 30 e i 100 [ $\mu\text{m}$ ])	[ $\mu\text{m}$ ]
$D_c$	Diametro di calettamento	[mm]
$\alpha_{\text{mozzo}}$	Coefficiente di dilatazione termica del mozzo	[ $\frac{1}{^\circ\text{K}}$ ]
$T_{\text{riferimento}}$	Temperatura di riferimento (20 [ $^\circ\text{C}$ ])	[ $^\circ\text{C}$ ]
$T_{\text{riscaldamento, montaggio a caldo}}$	Temperatura di riscaldamento del mozzo per il montaggio a caldo	[ $^\circ\text{C}$ ]

Tabella 7.20

Per un calcolo conservativo si può assumere come valore per il gioco di infilamento  $s = 100$  [ $\mu\text{m}$ ]. Di solito si evita di effettuare il montaggio a caldo al di sopra di una temperatura limite  $T_{\text{limite}} = 350$  [ $^\circ\text{C}$ ] in quanto potrebbe essere compromessa la qualità e la microstruttura (resistenza) del materiale oltre tale temperatura.

#### Calettamento forzato con montaggio alla pressa

Nel montaggio alla pressa, mediante una macchina (pressa) idraulica, viene esercitata una forza sul mozzo che viene forzato sull'albero. L'espressione per il calcolo della forza necessaria per il montaggio alla pressa è la seguente:

$$F_{\text{necessaria, montaggio alla pressa}} = p_{\text{massima}} 10^6 (\pi D_c 10^{-3}) b 10^{-3} f_e = p_{\text{massima}} (\pi D_c) b f_e \quad (7.61)$$

Dove le grandezze coinvolte sono le seguenti:

Simbolo della grandezza	Nome della grandezza	Unità di misura
$p_{\text{massima}}$	Pressione massima di forzamento	[MPa]
$D_c$	Diametro di calettamento	[mm]
$f_e$	Coefficiente di attrito con il montaggio alla pressa	[-]
$b$	Larghezza del calettamento forzato	[mm]
$F_{\text{necessaria, montaggio alla pressa}}$	Forza necessaria per il montaggio alla pressa	[N]

Tabella 7.21

## 8. Analisi dei risultati ottenuti dalla progettazione parametrica

L'assieme Cad della trasmissione automobilistica è riportato nella figura seguente:

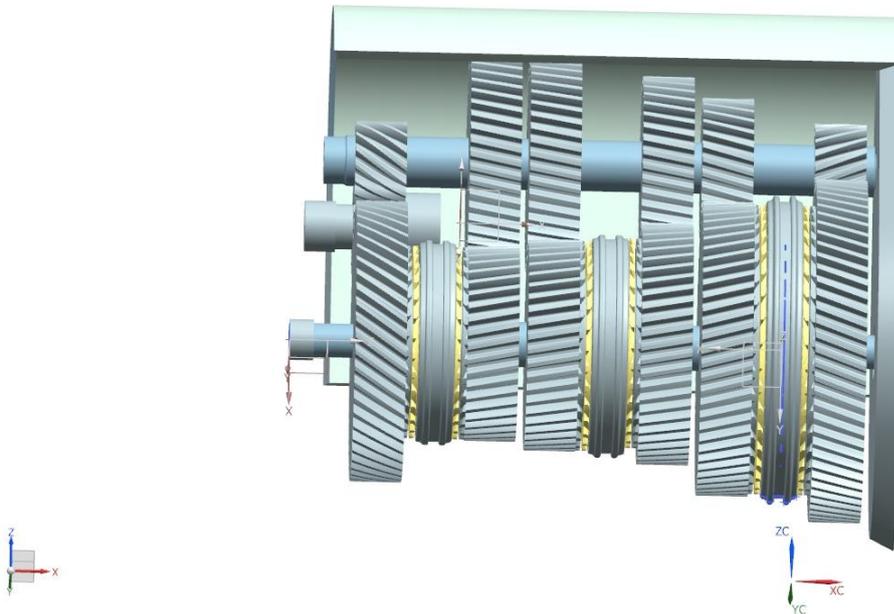


Figura 8.1 - Assieme della trasmissione automobilistica

Vengono riportati in questa sezione i risultati ottenuti dal dimensionamento e dalla modellazione relativi ai componenti della trasmissione automobilistica e della trasmissione industriale (Machinery).

### 8.1 Trasmissione automobilistica progettata

I dati di input e dei componenti dimensionati della trasmissione automobilistica manuale a 5 marce più la retro-marcia dimensionata sono riportati nella tabella seguente:

<b>Parametri di input del motore</b>		
<i>Dati</i>		<i>Unità di misura</i>
Coppia massima del motore $C_{max}$	300	[Nm]
Numero di giri alla coppia massima $n_{C_{max}}$	2000	[rpm]
Numero di giri massimo del motore $n_{max}$	5000	[rpm]
Numero di giri minimo del motore $n_{min}$	600	[rpm]
<b>Parametri di input delle ruote dentate</b>		
<i>Dati</i>		<i>Unità di misura</i>
Rapporto di trasmissione prima marcia $\tau_1$	3.909	[-]
Rapporto di trasmissione seconda marcia $\tau_2$	2.158	[-]
Rapporto di trasmissione terza marcia $\tau_3$	1.345	[-]
Rapporto di trasmissione quarta marcia $\tau_4$	0.974	[-]
Rapporto di trasmissione quinta marcia $\tau_5$	0.829	[-]
Rapporto di trasmissione retro-marcia $\tau_r$	3.818	[-]
Rapporto di trasmissione ponte $\tau_p$	4.500	[-]
Interasse tra albero di input e albero di output $interasse_{totale}$	120	[mm]
Interasse tra albero di output e asse del differenziale $interasse_{ponte}$	150	[mm]
Tolleranza interasse $tolleranza_{interasse}$	1%	[-]

Tolleranza rapporto di trasmissione $tolleranza_{\tau}$	1%	[-]
Grado di accuratezza delle ruote dentate	6	[-]
Materiale selezionato per le ruote dentate	17CrNiMo6	[-]
Trattamento utilizzato per le ruote dentate	Cementato e temprato	[-]
<b>Parametri di input degli alberi</b>		
<i>Dati</i>		<i>Unità di misura</i>
Materiale selezionato per gli alberi	C45	[-]
Trattamento utilizzato per gli alberi	Tempra superficiale	[-]
Fattore di smorzamento degli alberi	5%	[-]
<b>Parametri di input dei cuscinetti</b>		
<i>Dati</i>	<i>Unità di misura</i>	
Durata minima da garantire in anni $L_{nm,minimo\ anni}$	15	[anni]
Ore di servizio al giorno $h_{servizio\ giorno}$	5	[ore]
Giorni di servizio all'anno $gg_{servizio\ anno}$	365	[giorno]
Durata in ore minima da garantire $L_{nm,h\ minimo}$	27375	[h]

Tabella 8.1 - Tabella dei parametri di input della trasmissione automobilistica

<b>Parametri delle marce dimensionate (ingranaggi)</b>		
Modulo normale $m_{n1}$ della prima marcia	2.5	[mm]
Modulo normale $m_{n2}$ della seconda marcia	2.5	[mm]
Modulo normale $m_{n3}$ della terza marcia	2.5	[mm]
Modulo normale $m_{n4}$ della quarta marcia	2.5	[mm]
Modulo normale $m_{n5}$ della quinta marcia	2.5	[mm]
Modulo normale $m_{nr}$ della retro-marcia	2.5	[mm]
Modulo normale $m_{np}$ del ponte	1.5	[mm]
Angolo di pressione normale $\alpha_{n1}$ della prima marcia	14.5	[°]
Angolo di pressione normale $\alpha_{n2}$ della seconda marcia	14.5	[°]
Angolo di pressione normale $\alpha_{n3}$ della terza marcia	14.5	[°]
Angolo di pressione normale $\alpha_{n4}$ della quarta marcia	14.5	[°]
Angolo di pressione normale $\alpha_{n5}$ della quinta marcia	14.5	[°]
Angolo di pressione normale $\alpha_{nr}$ della retro-marcia	20	[°]
Angolo di pressione normale $\alpha_{np}$ del ponte	25	[°]
Angolo dell'elica $\beta_1$ della prima marcia	14.3	[°]
Angolo dell'elica $\beta_2$ della seconda marcia	11	[°]
Angolo dell'elica $\beta_3$ della terza marcia	10.2	[°]
Angolo dell'elica $\beta_4$ della quarta marcia	10.1	[°]
Angolo dell'elica $\beta_5$ della quinta marcia	11.1	[°]
Angolo dell'elica $\beta_r$ della retro-marcia	34.2	[°]
Angolo dell'elica $\beta_p$ del ponte	42.3	[°]
Larghezza $b_1$ della prima marcia	30	[mm]
Larghezza $b_2$ della seconda marcia	30	[mm]
Larghezza $b_3$ della terza marcia	30	[mm]
Larghezza $b_4$ della quarta marcia	30	[mm]
Larghezza $b_5$ della quinta marcia	30	[mm]
Larghezza $b_r$ della retro-marcia	30	[mm]
Larghezza $b_p$ del ponte	37.8	[mm]
Numero di denti della ruota dentata input della prima marcia $z_{1,input}$	19	[-]
Numero di denti della ruota dentata output della prima marcia $z_{1,output}$	74	[-]
Numero di denti della ruota dentata input della seconda marcia $z_{2,input}$	30	[-]
Numero di denti della ruota dentata output della seconda marcia $z_{2,output}$	65	[-]

Numero di denti della ruota dentata input della terza marcia $z_{3,input}$	40	[-]
Numero di denti della ruota dentata output della terza marcia $z_{3,output}$	54	[-]
Numero di denti della ruota dentata input della quarta marcia $z_{4,input}$	48	[-]
Numero di denti della ruota dentata output della quarta marcia $z_{4,output}$	47	[-]
Numero di denti della ruota dentata input della quinta marcia $z_{5,input}$	52	[-]
Numero di denti della ruota dentata output della quinta marcia $z_{5,output}$	43	[-]
Numero di denti della ruota dentata input della retro-marcia $z_{r,input}$	14	[-]
Numero di denti della ruota dentata folle della retro-marcia $z_{r,folle}$	17	[-]
Numero di denti della ruota dentata output della retro-marcia $z_{r,output}$	53	[-]
Numero di denti della ruota dentata input del ponte $z_p,input$	27	[-]
Numero di denti della ruota dentata output del ponte $z_p,output$	122	[-]
Raggio primitivo della ruota dentata input della prima marcia $r_{1,input}$	24.5	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata output della prima marcia $r_{1,output}$	95.5	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata input della seconda marcia $r_{2,input}$	38.2	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata output della seconda marcia $r_{2,output}$	82.8	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata input della terza marcia $r_{3,input}$	50.8	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata output della terza marcia $r_{3,output}$	68.6	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata input della quarta marcia $r_{4,input}$	60.9	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata output della quarta marcia $r_{4,output}$	59.7	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata input della quinta marcia $r_{5,input}$	66.2	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata output della quinta marcia $r_{5,output}$	54.8	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata input della retro-marcia $r_{r,input}$	21.2	[mm]
Raggio primitivo della ruota dentata folle della retro-marcia $r_{r,folle}$	25.7	[mm]
Numero di denti della ruota dentata output della retro-marcia $r_{r,output}$	80.1	[mm]
Numero di denti della ruota dentata input del ponte $r_p,input$	27.4	[mm]
Numero di denti della ruota dentata output del ponte $r_p,output$	123.7	[mm]

Tabella 8.2 - Tabella dei parametri delle marce dimensionate (ingranaggi) della trasmissione automobilistica

<b>Parametri dei sincronizzatori dimensionati</b>				
	<b>Primo sincronizzatore</b>	<b>Secondo sincronizzatore</b>	<b>Terzo sincronizzatore</b>	
<i>Dati</i>				<i>Unità di misura</i>
Numero di coni di attrito $n_c$	3	3	3	[-]
Angolo del cono $\alpha$	6	6	6	[°]
Angolo dello smusso $\beta$	120	120	120	[°]
Diametro medio del sincronizzatore $d_{medio,sincronizzatore}$	118.0	91.1	102.6	[mm]
Diametro massimo del sincronizzatore $d_{massimo,sincronizzatore}$	190.9	137.2	160.2	[mm]
Coppia di attrito $T_f$	152.3	117.6	132.5	[Nm]
Coppia di rilascio al bloccaggio $T_z$	44.2	31.8	37.1	[Nm]
Lavoro di attrito $W$	1538.2	650.0	3503.4	[J]
Lavoro specifico di attrito $q_a$	0.098	0.054	0.257	$\left[\frac{J}{mm^2}\right]$
Velocità massima di scorrimento $v_{max}$	6.47	6.76	4.75	$\left[\frac{m}{s}\right]$
Pressione media specifica $p_m$	1.83	2.37	2.05	$\left[\frac{N}{mm^2}\right]$
Potenza specifica di attrito $P_{ma}$	0.53	0.71	0.43	$\left[\frac{W}{mm^2}\right]$
Potenza massima specifica di attrito $P_{max}$	1.07	1.44	0.88	$\left[\frac{W}{mm^2}\right]$
Potenza di attrito $P_{ma,W}$	8278.7	8626.3	5910.1	[W]
Potenza massima di attrito $P_{max,W}$	16712.3	17461.7	11947.3	[W]
Serie dei coni di attrito	HS90	HS90	HS90	[-]
Tempo di innesto	186	75	593	[ms]
Numero di denti degli anelli sincronizzanti $N_{denti}$	40	34	37	[-]

Tabella 8.3 - Tabella dei parametri dei sincronizzatori dimensionati della trasmissione automobilistica

<b>Parametri dei cuscinetti dimensionati</b>							
<b>Cuscinetti dei sincronizzatori</b>							
	Cuscinetto ruota dentata sincronizza ta prima marcia	Cuscinetto ruota dentata sincronizza ta seconda marcia	Cuscinetto ruota dentata sincronizza ta terza marcia	Cuscinetto ruota dentata sincronizza ta quarta marcia	Cuscinetto ruota dentata sincronizza ta quinta marcia	Cuscinetto ruota dentata sincronizza ta retro- marcia	
<i>Dati</i>							<i>Unità di misura</i>
Serie del cuscinetto	Ad una corona di rulli cilindrici	Ad una corona di rulli cilindrici	Ad una corona di rulli cilindrici	A sfere a quattro punti di contatto	A sfere a quattro punti di contatto	Ad una corona di rulli cilindrici	[-]
Versione	Standard	Standard	Standard	Explorer	Explorer	Explorer	[-]
Diametro interno $d$	65	65	45	45	45	45	[mm]

Diametro esterno $D$	100	100	75	85	85	85	[mm]
Larghezza $B$	18	18	16	19	19	23	[mm]
Coefficiente di carico dinamico $C$	62.7	62.7	44.6	63	63	85	[kN]
Coefficiente di carico statico $C_0$	81.5	81.5	52	56	56	81.5	[kN]
Limite di fatica $P_u$	9.8	9.8	6.3	2.36	2.36	10.6	[kN]
Limite di velocità di rotazione meccanico $n_{limite}$	7500	7500	11000	14000	14000	9500	[rpm]
Limite di velocità di rotazione termico $n_{referenza}$	7500	7500	11000	10000	10000	9000	[rpm]
Appellativo	NU1013E CP	NU1013E CP	NU1009E CP	*QJ209M A	*QJ209 MA	*NU2209E CP	[-]
Durata in milioni di giri $L_{nm}$	3620.1	2146.1	1380.0	7008.4	10787.1	9000.1	[milioni di giri]
Durata in ore di funzionamento $L_{nmh}$	29885.2	36460.1	54831.2	63638.2	65774.1	75437.8	[ore di funzionamento]
Lubrificante ISO VG	46	100	220	46	46	46	[-]
<b>Cuscinetti degli alberi</b>							
	Cuscinetto sinistro albero input	Cuscinetto destro albero input	Cuscinetto sinistro albero output	Cuscinetto destro albero output	Cuscinetto sinistro albero folle	Cuscinetto destro albero folle	
<i>Dati</i>							<i>Unità di misura</i>
Serie del cuscinetto	A rullini e gabbia	Ad una corona di rulli cilindrici	Ad una corona di rulli cilindrici	Ad una corona di rulli cilindrici	A rullini e gabbia	A rullini e gabbia	[-]
Versione	Standard	Explorer	Standard	Explorer	Standard	Standard	[-]
Diametro interno $d$	28	20	45	40	40	42	[mm]
Diametro esterno $D$	33	52	75	90	48	47	[mm]
Larghezza $B$	13	15	16	23	20	13	[mm]
Coefficiente di carico dinamico $C$	14.7	35.5	44.6	93	34.7	17.2	[kN]
Coefficiente di carico statico $C_0$	24.5	26	52	78	58.5	33.5	[kN]

Limite di fatica $P_u$	2.85	3.25	6.3	10.2	7.35	4	[kN]
Limite di velocità di rotazione meccanico $n_{limite}$	16000	18000	11000	9500	11000	11000	[rpm]
Limite di velocità di rotazione termico $n_{referenza}$	14000	15000	11000	8000	10000	10000	[rpm]
Appellativo	K28x33x1 3	*NU304E CP	NU1009E CP	*NU308E CP	K40x48x 20	K42x47x1 3	[-]
Durata in milioni di giri $L_{nm}$	5095.6	6043.8	41808.9	2401.8	5165.2	5072.5	[milioni di giri]
Durata in ore di funzionamento o $L_{nmh}$	30331.2	35975.1	540571.3	31054.0	29177.8	28654.5	[ore di funzionamento]
Lubrificante ISO VG	46	46	68	68	46	46	[-]

Tabella 8.4 - Tabella dei parametri dei cuscinetti dimensionati della trasmissione automobilistica

<b>Parametri dei profili scanalati dimensionati</b>							
	Profilo scanalato ruota dentata input prima marcia	Profilo scanalato ruota dentata input seconda marcia	Profilo scanalato ruota dentata input terza marcia	Profilo scanalato ruota dentata input quarta marcia	Profilo scanalato ruota dentata input quinta marcia	Profilo scanalato ruota dentata input ponte	
<i>Dati</i>							<i>Unità di misura</i>
Numero di denti profilo scanalato z	62	62	62	62	62	82	[-]
Angolo di pressione normale profilo scanalato $\alpha_n$	30	30	30	30	30	30	[°]
Modulo normale profilo scanalato $m_n$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	[mm]

Tabella 8.5 - Tabella dei parametri dei profili scanalati dimensionati della trasmissione automobilistica

<b>Parametri dei calettamenti forzati dimensionati</b>		
	Calettamento forzato ruota dentata input retro-marcia	
<i>Dati</i>		<i>Unità di misura</i>
Montaggio del calettamento forzato	Montaggio alla pressa	[-]
Accoppiamento mozzo-albero	R8/h7	[-]
Forza necessaria per il montaggio alla pressa $F_{necessaria, montaggio alla pressa}$	49880,0	[N]

Tabella 8.6 - Tabella dei parametri dei calettamenti forzati dimensionati della trasmissione automobilistica

### 8.1.1 Analisi statica e dinamica di un albero a campione della trasmissione automobilistica dimensionata

Vengono riportati nel seguito i risultati relativi all'analisi statica e all'analisi dinamica dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata:

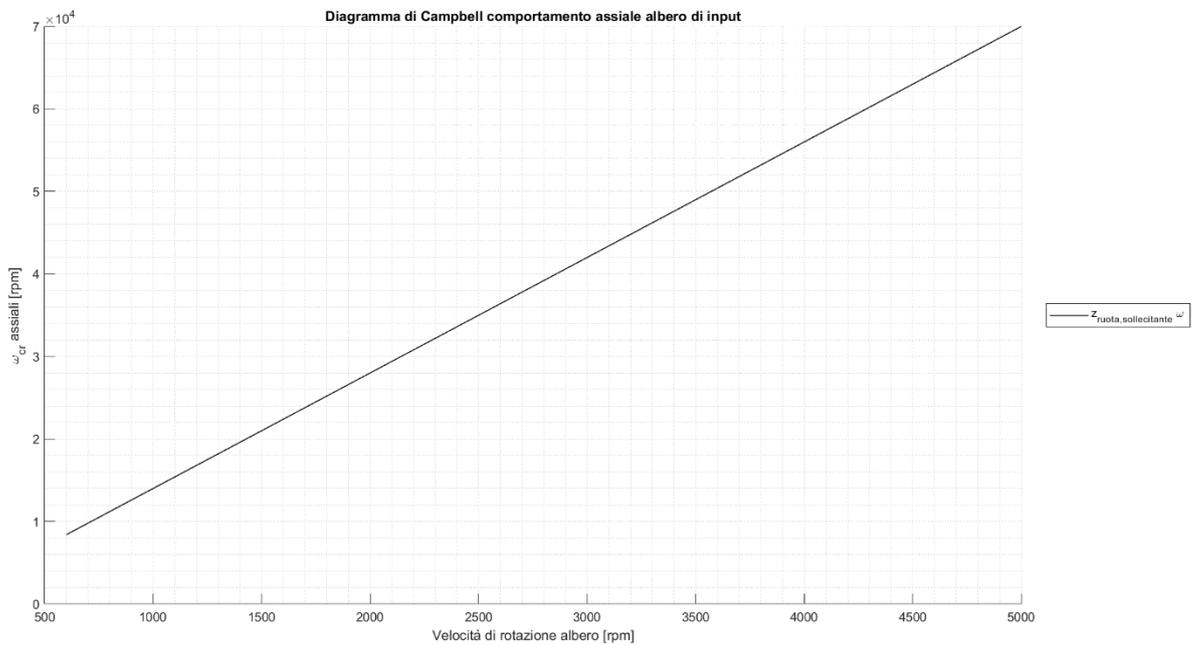


Figura 8.2 - Diagramma di Campbell del comportamento assiale dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

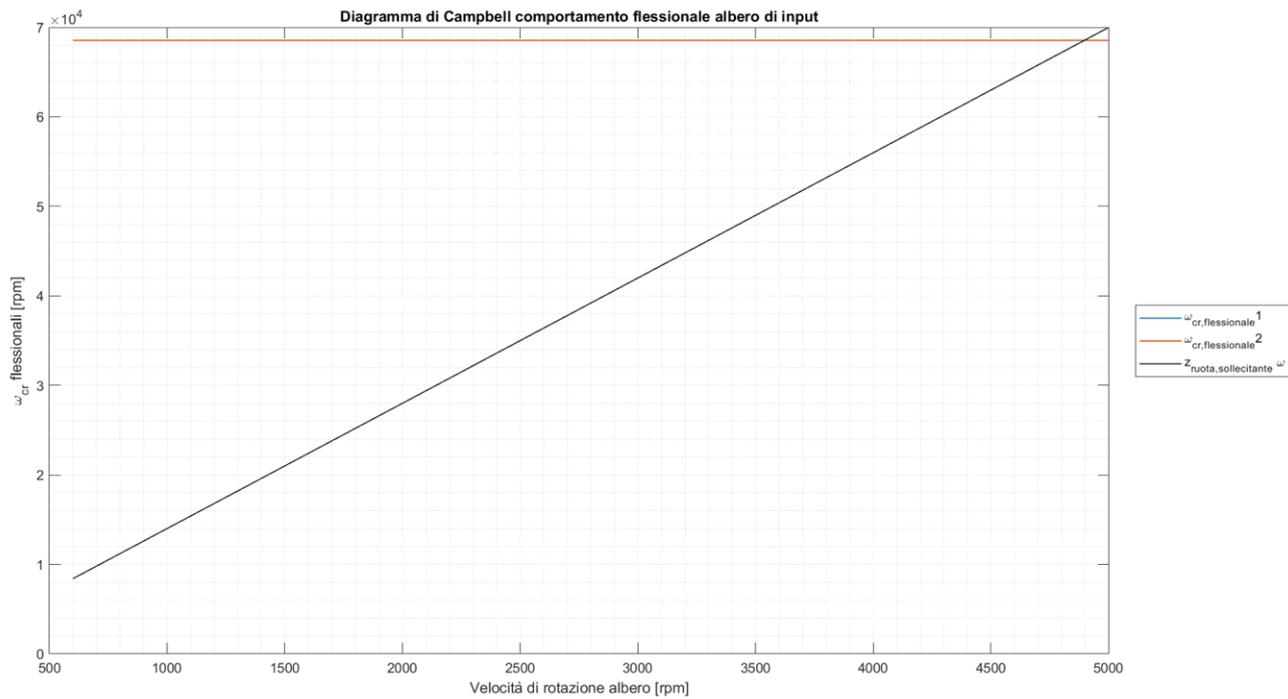


Figura 8.3 - Diagramma di Campbell del comportamento flessionale dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

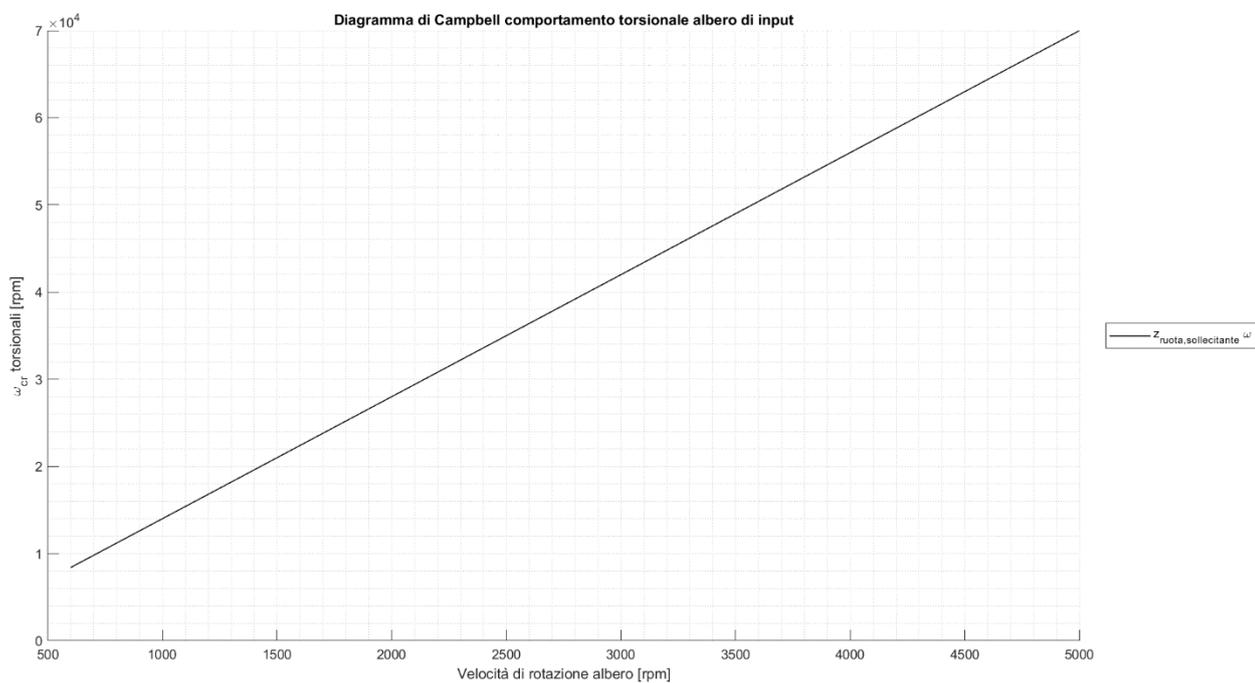


Figura 8.4 - Diagramma di Campbell del comportamento torsionale dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

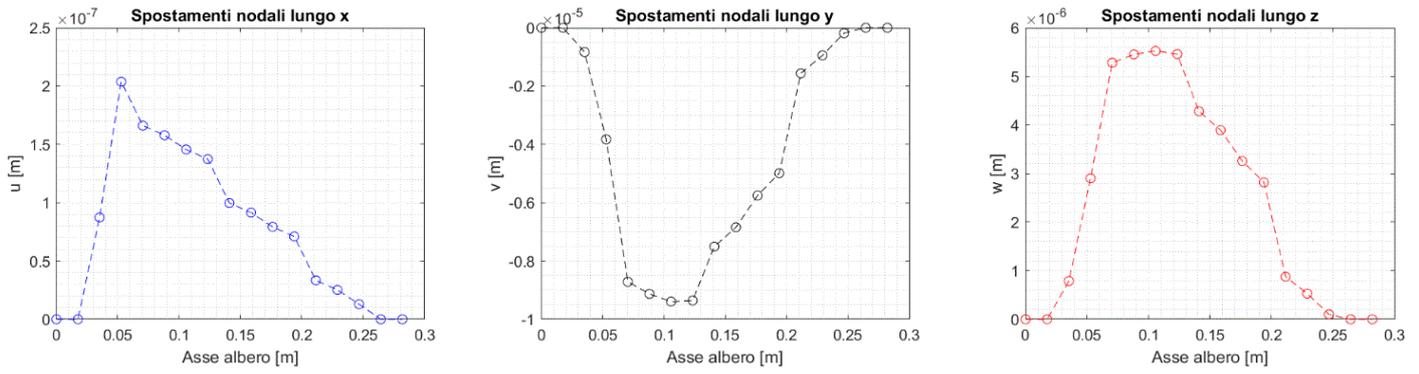


Figura 8.5 - Diagramma degli spostamenti nodali statici dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

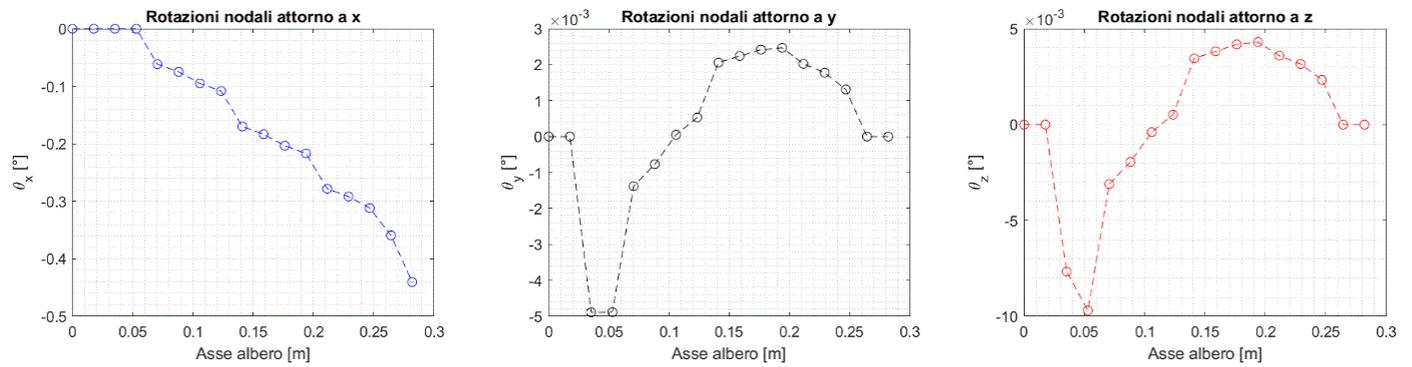


Figura 8.6 - Diagramma delle rotazioni nodali statiche dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

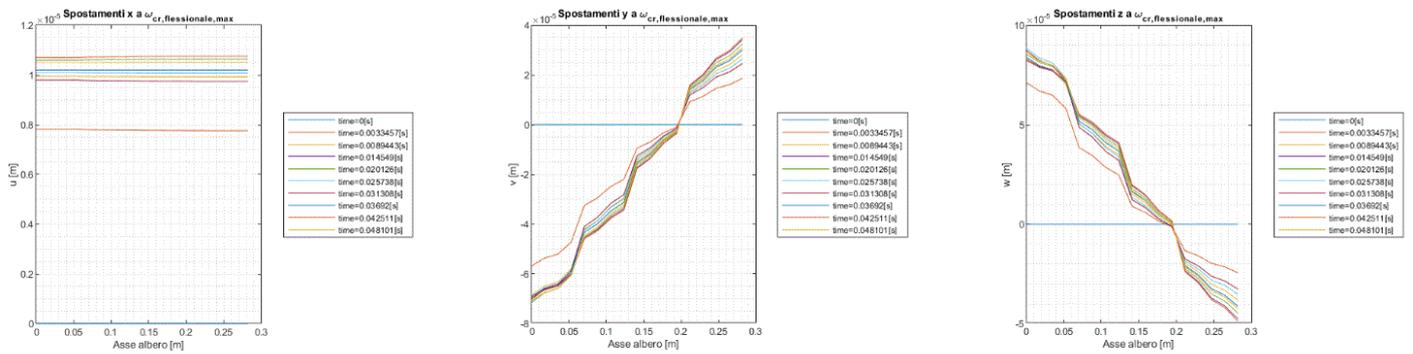


Figura 8.7 - Diagramma degli spostamenti nodali dinamici dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

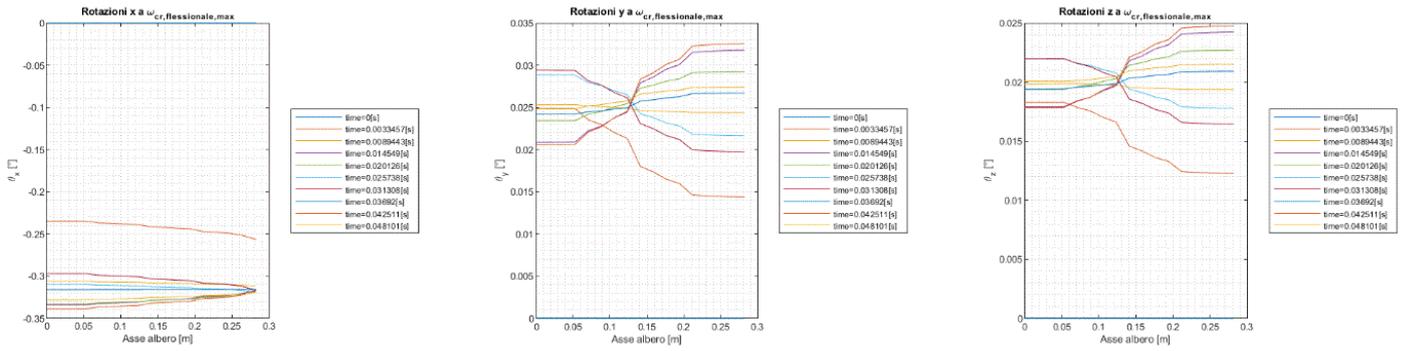


Figura 8.8 - Diagramma delle rotazioni nodali dinamiche dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

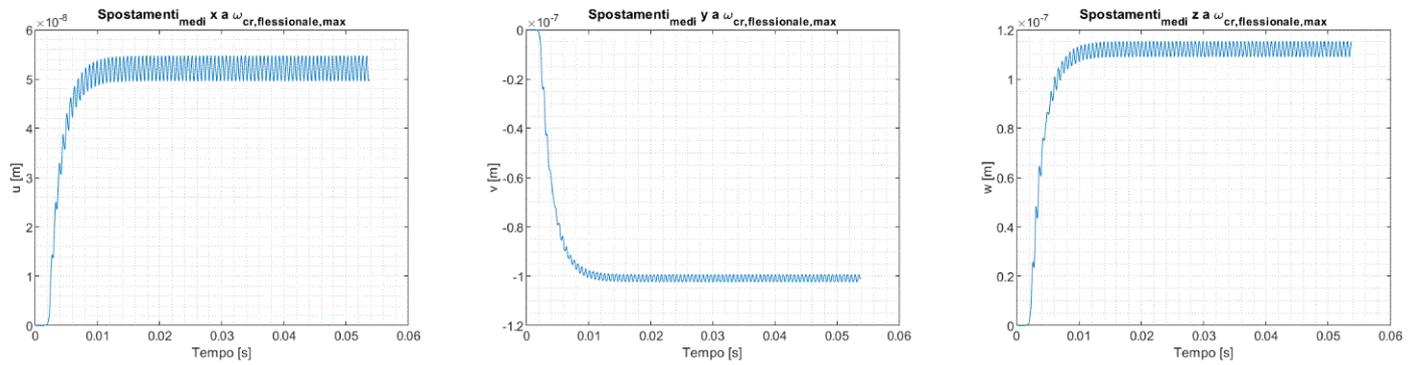


Figura 8.9 - Diagramma degli spostamenti nodali dinamici medi dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

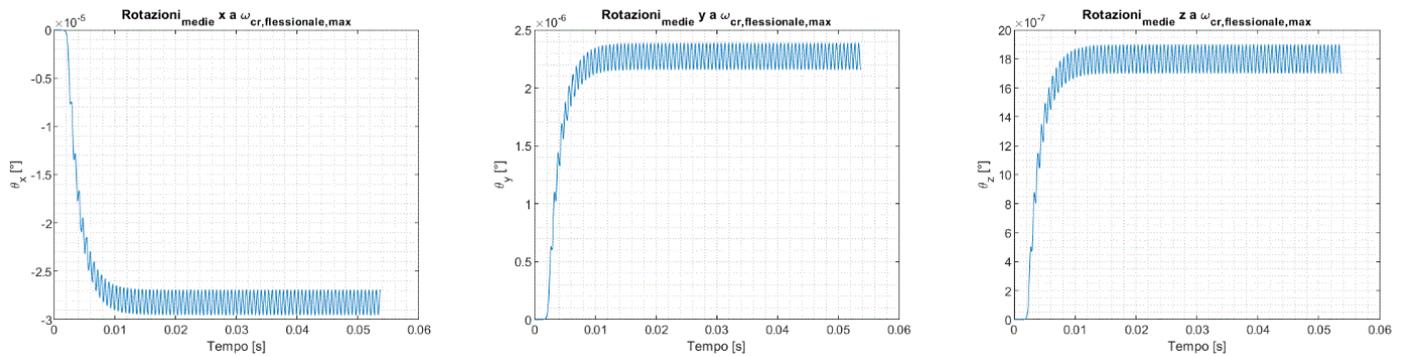


Figura 8.10 - Diagramma delle rotazioni nodali dinamiche medie dell'albero primario della trasmissione automobilistica con la retro-marcia innestata

Dai risultati ottenuti dalle simulazioni si nota che alle velocità critiche l'albero considerato non cede in quanto lo smorzamento attenua l'ampiezza di oscillazione delle vibrazioni.

## 8.2 Trasmissione industriale (Machinery) progettata

L'assieme Cad della trasmissione industriale è riportato nella figura seguente:

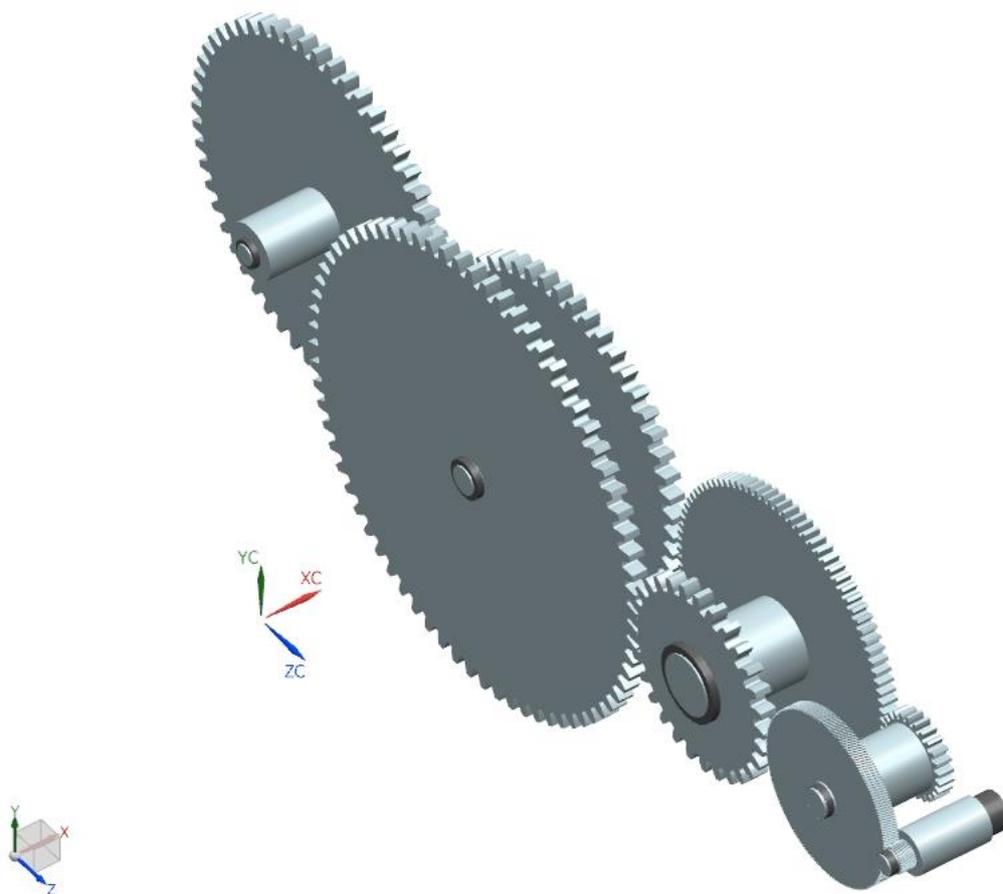


Figura 8.11 - Assieme trasmissione industriale

I dati di input e dei componenti dimensionati della trasmissione industriale (Machinery) a quattro stadi dimensionata sono riportati nella tabella seguente:

<b>Parametri di input del motore</b>		
<i>Dati</i>		<i>Unità di misura</i>
Coppia massima in ingresso $C_{max}$	300	[Nm]
Numero di giri alla coppia massima in ingresso $n_{C_{max}}$	3500	[rpm]
Numero di giri massimo in ingresso $n_{max}$	3500	[rpm]
Numero di giri minimo in ingresso $n_{min}$	0	[rpm]
<b>Parametri di input dell'utenza</b>		
<i>Dati</i>		<i>Unità di misura</i>
Forza dell'utenza lungo x $F_{x,utenza}$	10000	[N]
Forza dell'utenza lungo y $F_{y,utenza}$	10000	[N]
Forza dell'utenza lungo z $F_{z,utenza}$	10000	[N]
Coppia dell'utenza lungo x $C_{x,utenza}$	0	[Nm]
Coppia dell'utenza lungo y $C_{y,utenza}$	0	[Nm]
Coppia dell'utenza lungo z $C_{z,utenza}$	0	[Nm]
<b>Parametri di input delle ruote dentate</b>		
<i>Dati</i>		<i>Unità di misura</i>
Rapporto di trasmissione totale $\tau_{totale}$	70	[-]
Interasse tra albero di input e albero di output $interasse_{totale}$	3	[m]
Tolleranza interasse $tolleranza_{interasse}$	1%	[-]
Tolleranza rapporto di trasmissione $tolleranza_{\tau}$	1%	[-]

Grado di accuratezza delle ruote dentate	6	[-]
Materiale selezionato per le ruote dentate	17CrNiMo6	[-]
Trattamento utilizzato per le ruote dentate	Cementato e temprato	[-]
<b>Parametri di input degli alberi</b>		
<i>Dati</i>		<i>Unità di misura</i>
Materiale selezionato per gli alberi	C45	[-]
Trattamento utilizzato per gli alberi	Tempra superficiale	[-]
Fattore di smorzamento degli alberi	5%	[-]
<b>Parametri di input dei cuscinetti</b>		
<i>Dati</i>		<i>Unità di misura</i>
Durata minima da garantire in anni $L_{nm,minimo}$ anni	4	[anni]
Ore di servizio al giorno $h_{servizio}$ giorno	5	[ore]
Giorni di servizio all'anno $gg_{servizio}$ anno	365	[giorno]
Durata in ore minima da garantire $L_{nm,h}$ minimo	7300	[h]

<b>Parametri degli stadi dimensionati (ingranaggi)</b>		
Modulo normale $m_{n1}$ del primo stadio	2.5	[mm]
Modulo normale $m_{n2}$ del secondo stadio	10	[mm]
Modulo normale $m_{n3}$ del terzo stadio	20	[mm]
Modulo normale $m_{n4}$ del quarto stadio	20	[mm]
Angolo di pressione normale $\alpha_{n1}$ del primo stadio	14.5	[°]
Angolo di pressione normale $\alpha_{n2}$ del secondo stadio	14.5	[°]
Angolo di pressione normale $\alpha_{n3}$ del terzo stadio	14.5	[°]
Angolo di pressione normale $\alpha_{n4}$ del quarto stadio	14.5	[°]
Angolo dell'elica $\beta_1$ del primo stadio	10.7	[°]
Angolo dell'elica $\beta_2$ del secondo stadio	0	[°]
Angolo dell'elica $\beta_3$ del terzo stadio	0	[°]
Angolo dell'elica $\beta_4$ del quarto stadio	0	[°]
Larghezza $b_1$ del primo stadio	50	[mm]
Larghezza $b_2$ del secondo stadio	50	[mm]
Larghezza $b_3$ del terzo stadio	50	[mm]
Larghezza $b_4$ del quarto stadio	50	[mm]

Tabella 8.8 - Tabella dei parametri di input della trasmissione industriale  
 Tabella 8.9 - Tabella dei parametri di input della trasmissione industriale

<b>Parametri dei cuscinetti dimensionati</b>							
<b>Cuscinetti degli alberi</b>							
Numero di denti della ruota dentata input del primo stadio $Z_{1,input}$				211	[-]		
Numero di denti della ruota dentata output del primo stadio $Z_{1,output}$				25	[-]		
Numero di denti della ruota dentata input del secondo stadio $Z_{2,input}$				93	[-]		
Numero di denti della ruota dentata output del secondo stadio $Z_{2,output}$				29	[-]		
Numero di denti della ruota dentata input del terzo stadio $Z_{3,input}$				75	[-]		
Numero di denti della ruota dentata output del terzo stadio $Z_{3,output}$				51	[-]		
Numero di denti della ruota dentata input del quarto stadio $Z_{4,input}$				57	[-]	<i>Unità di misura</i>	
Numero di denti della ruota dentata output del quarto stadio $Z_{4,output}$							
Raggio primitivo della ruota dentata input del primo stadio $r_{d1,input}$				39.4	[mm]		
Raggio primitivo della ruota dentata input del primo stadio $r_{d1,output}$				268.4	[mm]	[-]	
Raggio primitivo della ruota dentata input del secondo stadio $r_{d2,input}$				310	[mm]		
Raggio primitivo della ruota dentata output del secondo stadio $r_{d2,output}$				465.0	[mm]		
Raggio primitivo della ruota dentata input del terzo stadio $r_{d3,input}$				200.0	[mm]	[-]	
Raggio primitivo della ruota dentata output del terzo stadio $r_{d3,output}$				730.0	[mm]		
Raggio primitivo della ruota dentata input del quarto stadio $r_{d4,input}$				340.0	[mm]	[mm]	
Raggio primitivo della ruota dentata output del quarto stadio $r_{d4,output}$				570.0	[mm]		
Diametro interno $d$	73	120	97	107	240	153	[mm]
Diametro esterno $D$							[mm]

Larghezza $B$	23	23	20	21	24	26	[mm]
Coefficiente di carico dinamico $C$	41.8	110	42.9	45.7	76.1	70.4	[kN]
Coefficiente di carico statico $C_0$	90	112	114	127	98	224	[kN]
Limite di fatica $P_u$	11.8	4.75	13.7	15.3	2.8	25	[kN]
Limite di velocità di rotazione meccanico $n_{limite}$	7000	9500	5300	4800	3200	3200	[rpm]
Limite di velocità di rotazione termico $n_{referenza}$	6300	6700	4500	4000	5300	2800	[rpm]
Appellativo	K65x73x23	*QJ213N2MA	K90x97x20	K100x107x21	61838	K145x153x26	[-]
Durata in milioni di giri $L_{nm}$	825.4	7.1e+18	1319.1	118.6	25.3	555.4	[milioni di giri]
Durata in ore di funzionamento $L_{nmh}$	3930.7	3.4e+19	42712.1	3839.7	3036.4	66599.8	[ore di funzionamento]
Lubrificante ISO VG	32	32	100	100	320	320	[-]
	Cuscinetto sinistro quarto albero	Cuscinetto destro quarto albero	Cuscinetto sinistro quinto albero	Cuscinetto destro quinto albero			
<i>Dati</i>							<i>Unità di misura</i>
Serie del cuscinetto	Ad una corona di rulli cilindrici a pieno riempimento	Ad una corona di rulli cilindrici a pieno riempimento	Ad una corona di rulli cilindrici a pieno riempimento	Ad una corona di rulli cilindrici			[-]
Versione	Standard	Standard	Standard	Explorer			[-]
Diametro interno $d$	90	90	65	80			[mm]
Diametro esterno $D$	125	125	90	140			[mm]
Larghezza $B$	22	22	16	26			[mm]
Coefficiente di carico dinamico $C$	105	105	58.3	160			[kN]

Coefficiente di carico statico $C_0$	176	176	88	166			[kN]
Limite di fatica $P_u$	20.8	20.8	10.2	21.2			[kN]
Limite di velocità di rotazione meccanico $n_{limite}$	3000	3000	4000	5600			[rpm]
<i>Tabella 8.9 - Tabella dei parametri dei cuscinetti dimensionati della trasmissione industriale</i>							
Limite di velocità di rotazione termico $n_{referenza}$	2400	2400	3200	5300			[rpm]
Appellativo	NCF2918 CV	NCF2918C V	NCF2913 CV	*NU216E CP			[-]
Durata in milioni di giri $L_{nm}$	110.2	27.9	29.0	424.1			[milioni di giri]
Durata in ore di funzionamento $L_{nmh}$	33044.4	8370.2	9680.1	2019.7			[ore di funzionamento]
Lubrificante ISO VG	680	680	680	32			[-]

<b>Parametri dei profili scanalati dimensionati</b>							
		Profilo scanalato ruota dentata output primo stadio	Profilo scanalato ruota dentata input secondo stadio	Profilo scanalato ruota dentata output secondo stadio	Profilo scanalato ruota dentata input terzo stadio	Profilo scanalato ruota dentata output terzo stadio	
							<i>Unità di misura</i>
Numero di denti profilo scanalato $z$		87	87	91	100	90	[-]
Angolo di pressione normale profilo scanalato $\alpha_n$		30	30	30	30	30	[°]
Modulo normale profilo scanalato $m_n$		1.3	1.3	1.8	2	1.3	[mm]

	Profilo scanalato ruota dentata input quarto stadio	Profilo scanalato ruota dentata output quarto stadio	Profilo scanalato ruota dentata input quinto stadio	Profilo scanalato ruota dentata output quinto stadio			
<i>Dati</i>							<i>Unità di misura</i>
Numero di denti profilo scanalato z	90	97	62	62			[-]
Angolo di pressione normale profilo scanalato $\alpha_n$	30	30	30	30			[°]
Modulo normale profilo scanalato $m_n$	1.3	1.5	0.5	0.5			[mm]

Tabella 8.10 - Tabella dei parametri dei profili scanalati dimensionati della trasmissione industriale

<b>Parametri dei calettamenti forzati dimensionati</b>		
	Calettamento forzato input primo stadio	
<i>Dati</i>		<i>Unità di misura</i>
Montaggio del calettamento forzato	Montaggio alla pressa	[-]
Accoppiamento mozzo-albero	R8/h7	[-]
Forza necessaria per il montaggio alla pressa $F_{necessaria, montaggio alla pressa}$	5.1476e+04	[N]

Tabella 8.11 - Tabella dei parametri dei calettamenti forzati dimensionati della trasmissione industriale

### 8.2.1 Analisi statica e dinamica di un albero a campione della trasmissione industriale dimensionata

Vengono riportati nel seguito i risultati relativi all'analisi statica e all'analisi dinamica del primo albero della trasmissione industriale (Machinery):

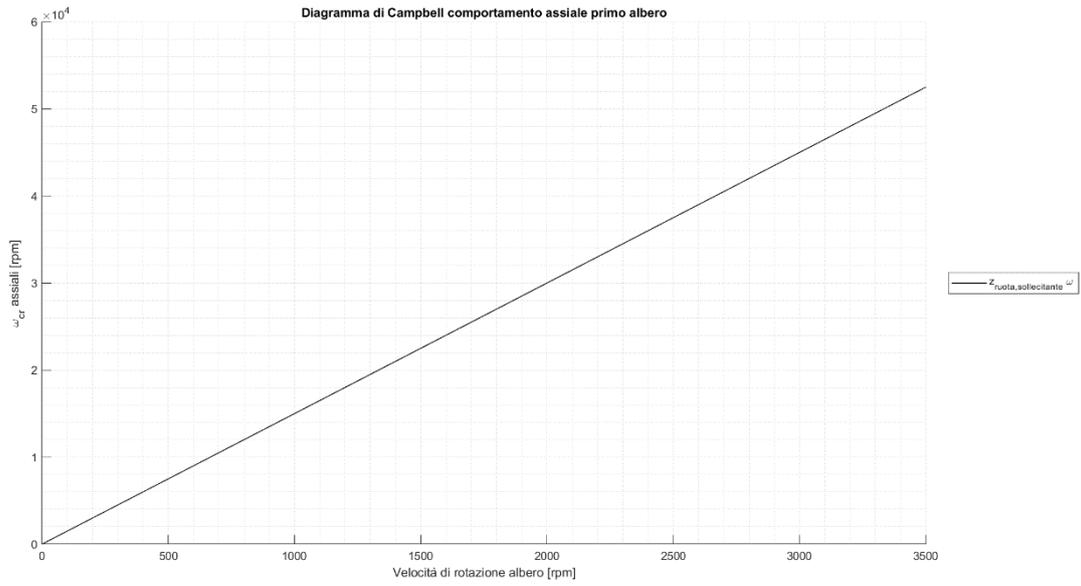


Figura 8.12 - Diagramma di Campbell del comportamento assiale del primo albero della trasmissione industriale

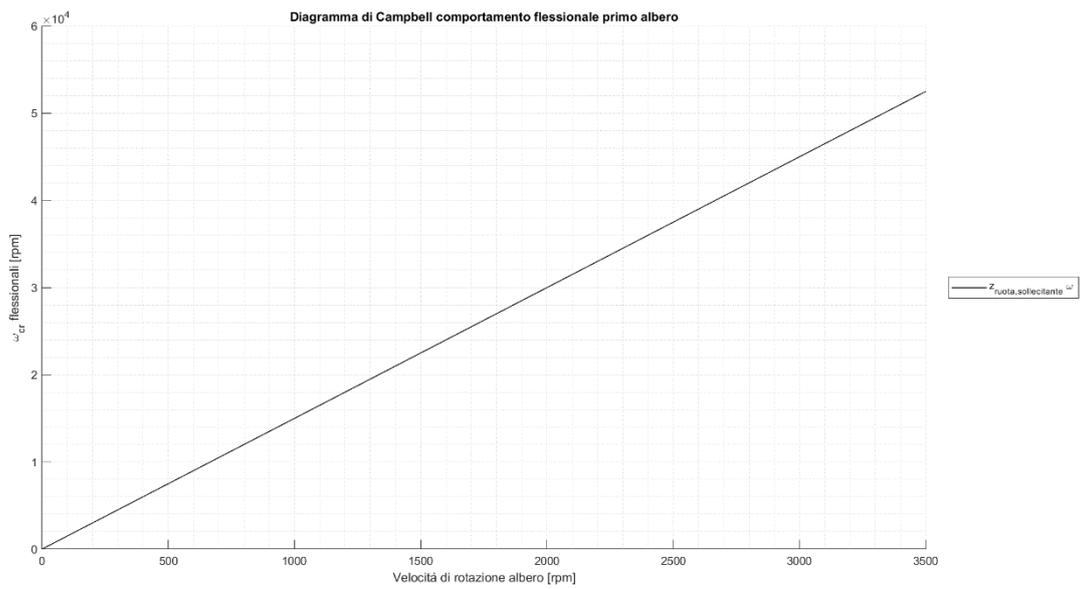


Figura 8.13 - Diagramma di Campbell del comportamento flessionale del primo albero della trasmissione industriale

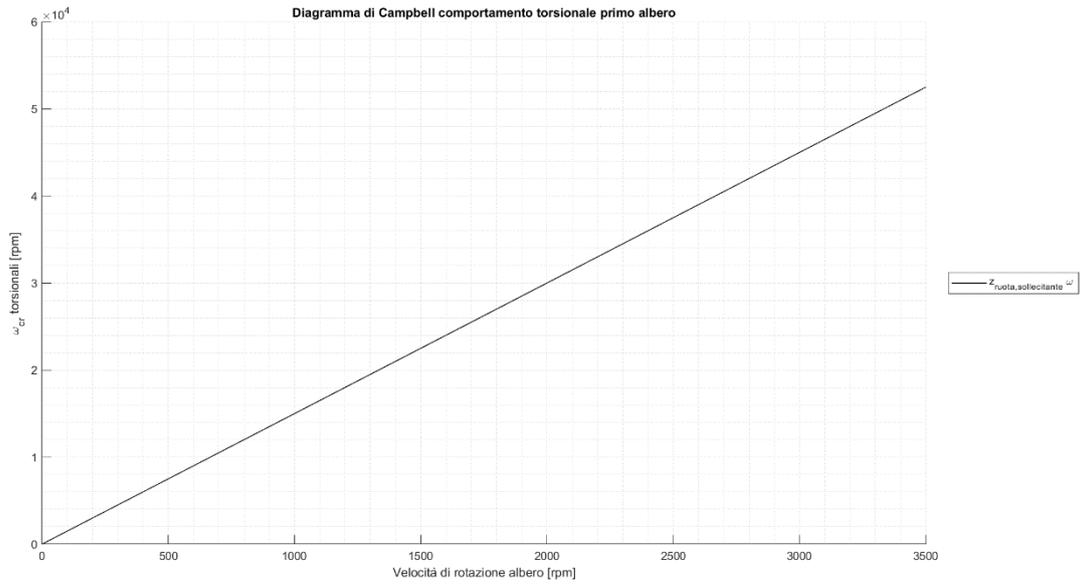


Figura 8.14 - Diagramma di Campbell del comportamento torsionale del primo albero della trasmissione industriale

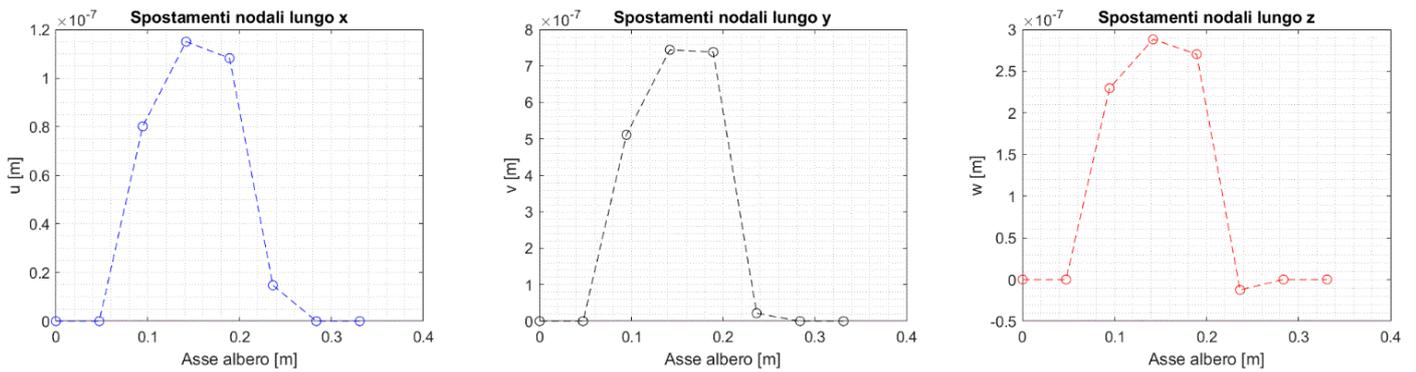


Figura 8.15 - Diagramma degli spostamenti nodali statici del primo albero della trasmissione industriale

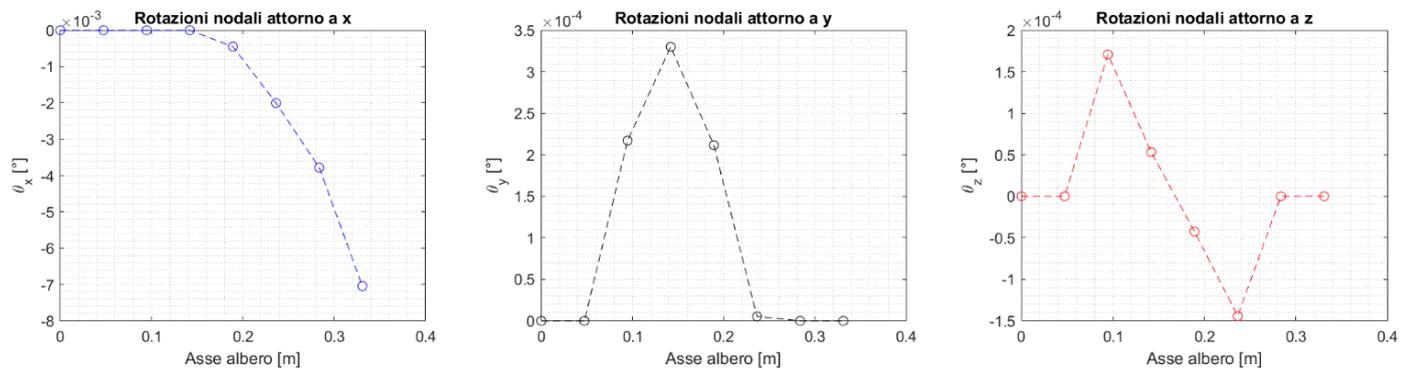


Figura 8.16 - Diagramma delle rotazioni nodali statiche del primo albero della trasmissione industriale

Poiché all'interno dell'intervallo della velocità di rotazione di funzionamento dell'albero considerato non si incrociano velocità critiche all'interno dei diagrammi di Campbell, non vengono riportati i diagrammi degli spostamenti dinamici e delle rotazioni dinamiche dell'albero.

## **Bibliografia**

- Genta G., *Vibrations Dynamics and Control*, Berlino, Springer Verlag, Dicembre 2008
- Naunheimer H., Bertsche B., Ryborz J., Novak W., *Automotive Transmissions. Fundamentals, Selection, Design and Application*, Berlino, Springer Verlag, 2011
- SKF Group, Rolling Bearing Catalogue, Agosto 2016
- International Standard ISO 6336, Ginevra, 2006
- International Standard ISO 4156, Ginevra, 2005
- Back O., Basics of Synchronizers, Germania, Gennaio 2013
- Niemann G., Winter H., *Elementi di Macchine*, Milano, EST Springer, 1983