

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Studio prognostico su sistemi di controllo di volo per
elicotteri: modellazione e analisi diagnostica di
componenti idraulici del "Power Control Module (PCM)"



Relatori:

Prof. Massimo Sorli

Prof. Andrea De Martin

Candidato:

Simone Brussolo

Ottobre 2020

Sommario

1. Introduzione	9
1.1. PCM	10
1.2. Prognostica – <i>Failure Prognosis</i>	11
2. Modello	14
2.1. Proprietà del fluido	16
2.1.1. Densità	16
2.1.2. Viscosità	18
2.1.3. Comprimibilità	19
2.2. Condotti	20
2.2.1. Linea in alta pressione	23
2.2.2. Linea in bassa pressione	26
2.3. Serbatoio pressurizzato	27
2.3.1. Dimensionamento del serbatoio	27
2.3.2. Modello di serbatoio	30
2.4. Valvola limitatrice di pressione	34
2.4.1. Dimensionamento	34
2.4.2. Modello di Valvola Limitatrice	38
2.5. Valvola di sicurezza al serbatoio	41
2.6. Valvola di non ritorno	42
2.7. Filtri	45
2.7.1. Filtro di alta pressione	46
2.7.2. Filtro di bassa pressione	48
2.7.3. Valvola di Bypass	48
2.8. Pompa	50
3. Modello di degradazione	53
3.1. Molle a elica cilindrica	53
3.2. Rigidezza in presenza di danneggiamento	55
3.2.1. Rigidezza spira in presenza di difetto	56
3.2.2. Calcolo dei parametri geometrici in presenza di cricca semiellittica	58
3.3. Meccanica della frattura lineare elastica: lunghezza critica del difetto	61

3.4.	Propagazione del difetto sotto carichi ciclici	63
4.	Feature selection	67
4.1.	Studio preliminare dei segnali influenzati dalla presenza del guasto	67
4.1.1.	Prima campagna di simulazioni	69
4.1.2.	Seconda campagna di simulazioni	71
4.1.3.	Terza campagna di simulazioni	72
4.2.	Determinazione delle <i>features</i>	75
4.2.1.	Ripopolamento dei dati	78
4.2.2.	Determinazione di ulteriori <i>features</i>	80
4.3.	Valutazione delle <i>features</i>	84
4.3.1.	Coefficiente di correlazione	84
4.3.2.	Two Sample t-Test	85
4.3.3.	Varianza rispetto alla retta di regressione	86
4.3.4.	Considerazioni sulle prestazioni	87
5.	FDI: Fault Detection and Identification	88
5.1.	Storia temporale delle <i>features</i> selezionate	89
5.1.1.	Ripopolamento dei dati nel dominio temporale	92
5.2.	Applicazione dell' algoritmo <i>FDI</i> e risultati	93
6.	Prognosi	95
6.1.	Risultati	97
6.1.1.	Performance	101
7.	Conclusioni	103
	Bibliografia	105

Indice delle figure

FIGURA 1: SCHEMA FISICO INTERO PCM	10
FIGURA 2: APPLICAZIONE DI UN PROTOCOLLO PHM COMPLETO	12
FIGURA 3: LOGICA DELL'INTERO MODELLO DI PCM IN AMBIENTE SIMULINK	15
FIGURA 4: VARIAZIONE DELLA DENSITÀ IN FUNZIONE DELLA TEMPERATURA DEL FLUIDO	17
FIGURA 5: VARIAZIONE DELLA VISCOSITÀ CINEMATICA IN FUNZIONE DELLA TEMPERATURA DEL FLUIDO	19
FIGURA 6: VARIAZIONE DEL MODULO DI COMPRIMIBILITÀ IN FUNZIONE DI PRESSIONE E FRAZIONE D'ARIA	20
FIGURA 7: DIGRAMMA DI MOODY [10]	22
FIGURA 8: SCHEMA FISICO HP LINE	23
FIGURA 9: MODELLO SIMULINK HP LINE	24
FIGURA 10: MODELLO SIMULINK TR SUPPLY LINE	24
FIGURA 11: MODELLO SIMULINK TR PIPE CAPACITY	25
FIGURA 12: SCHEMA FISICO LINEA DI BASSA PRESSIONE LP LINE	26
FIGURA 13: MODELLO SIMULINK LP LINE	26
FIGURA 14: SCHEMA NOMENCLATURA SERBATOIO	27
FIGURA 15: SCHEMA FISICO SERBATOIO	30
FIGURA 16: EQUILIBRIO DINAMICO DELLE FORZE SUL PISTONE	30
FIGURA 17: MODELLO SIMULINK TANK-DYNAMIC	32
FIGURA 18: MODELLO SIMULINK CAPACITÀ SERBATOIO	33
FIGURA 19: MODELLO SIMULINK SERBATOIO	34
FIGURA 20: ESEMPIO SCHEMATICO DI LIMITATRICE DI PRESSIONE [12]	35
FIGURA 21: INDICAZIONI SULLA GEOMETRIA DELL'OTTURATORE	35
FIGURA 22: SCHEMA FISICO VALVOLA LIMITATRICE	38
FIGURA 23: DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO OTTURATORE	39
FIGURA 24: MODELLO SIMULINK DINAMICA DELL'OTTURATORE	40
FIGURA 25: MODELLO SIMULINK RESISTENZA IDRAULICA	40
FIGURA 26: MODELLO SIMULINK VALVOLA LIMITATRICE DI PRESSIONE	41
FIGURA 27: SCHEMA FISICO VALVOLA DI SICUREZZA SERBATOIO	41
FIGURA 28: MODELLO SIMULINK VALVOLA DI SICUREZZA SERBATOIO	42
FIGURA 29: SCHEMA FISICO VALVOLA DI NON RITORNO	42
FIGURA 30: ESEMPIO DI VALVOLA DI NON RITORNO A SFERA (HTTPS://WWW.IDROFLUID.COM/)	43
FIGURA 31: MODELLO SIMULINK RESISTENZA IDRAULICA DELLA VALVOLA DI NON RITORNO	43
FIGURA 32: MODELLO SIMULINK CAPACITÀ DELLA VALVOLA DI NON RITORNO	44
FIGURA 33: MODELLO SIMULINK COMPLETO DELLA VALVOLA DI NON RITORNO	44
FIGURA 34: MAPPA DI FUNZIONAMENTO DI UN FILTRO	46
FIGURA 35: SCHEMA FISICO FILTRO DI ALTA PRESSIONE	46
FIGURA 36: MODELLO SIMULINK RESISTENZA HPF (HIGH PRESSURE FILTER)	47
FIGURA 37: MODELLO SIMULINK CAPACITÀ HPF	47

FIGURA 38: MODELLO SIMULINK HPF.....	47
FIGURA 39: SCHEMA FISICO LPF (LOW PRESSURE FILTER).....	48
FIGURA 40: MODELLO SIMULINK LPF	48
FIGURA 41: SCHEMA FISICO VALVOLA DI BYPASS.....	48
FIGURA 42: DISEGNO DI VALVOLA DI BYPASS (HTTPS://WWW.DUPLOMATIC.COM/)	49
FIGURA 43: MODELLO SIMULINK VALVOLA DI BYPASS.....	49
FIGURA 44: SCHEMA FISICO POMPA	50
FIGURA 45: FUNZIONAMENTO POMPA A PISTONI ASSIALI A CILINDRATA VARIABILE [13]	50
FIGURA 46: MOVIMENTO DEL TAMBURO DURANTE LA ROTAZIONE [13].....	51
FIGURA 47: MODELLO SIMULINK POMPA.....	52
FIGURA 48: DCL DI UNA SPIRA.....	55
FIGURA 49: GEOMETRIA DELLA CRICCA	58
FIGURA 50: SUDDIVISIONE DELLA SEZIONE PER IL CALCOLO DEL MOMENTO D'INERZIA.....	59
FIGURA 51: MOMENTO D'INERZIA DEL TRIANGOLO	59
FIGURA 52: INFLUENZA DELL'ENTITÀ DEL DIFETTO SULLA RIGIDEZZA COMPLESSIVA DELLA MOLLA	60
FIGURA 53: CONFRONTO TRA LE LUNGHEZZE CRITICHE RISULTANTI DAI DUE DIVERSI CRITERI DI CEDIMENTO	63
FIGURA 54: EVOLUZIONE DELLA DIMENSIONE DELLA CRICCA CON VEROSIMILE CICLO DI LAVORO AD AMPIEZZA COSTANTE	66
FIGURA 55: PROFILO DI PORTATA DEL MAIN ROTOR UTILIZZATO PER LE SIMULAZIONI.....	68
FIGURA 56: PROFILO DI PORTATA DEL TAIL ROTOR UTILIZZATO PER LE SIMULAZIONI.....	68
FIGURA 57: INFLUENZA DEL DANNEGGIAMENTO SULLA PRESSIONE DEL SERBATOIO	69
FIGURA 58: COORDINATA SPAZIALE DEL PISTONE DURANTE LA PROVA	70
FIGURA 59: ANDAMENTO TEMPORALE DELLA PRESSIONE DELL'AMBIENTE DI MANDATA	70
FIGURA 60: INFLUENZA DELLA TEMPERATURA SULLA PRESSIONE PT, PER DIFFERENTI LIVELLI DI DEGRADAZIONE	71
FIGURA 61: DIPENDENZA LINEARE TRA RIGIDEZZA DELLA MOLLA E GRADO DI ENTITÀ DEL GUASTO	72
FIGURA 62: VALOR MEDIO DI PRESSIONE DEL SERBATOIO CALCOLATO SULL'INTERA DURATA DELLA SIMULAZIONE (F1)	73
FIGURA 63: DEVIAZIONE STANDARD DELLA PRESSIONE DEL SERBATOIO CALCOLATO SULL'INTERA DURATA DELLA SIMULAZIONE (F2)	74
FIGURA 64: FEATURE F1 RESA MONOTONICAMENTE CRESCENTE	75
FIGURA 65: PT(x) CORRISPONDENTE AD UN LIVELLO DI DANNEGGIAMENTO NULLO	76
FIGURA 66: PT(x) CORRISPONDENTE AD UNA SEVERITY=1	77
FIGURA 67: AVVICINAMENTO DELLE CURVE: FEATURE F3	78
FIGURA 68: FEATURE F1 A FRONTE DEL RIPOPOLAMENTO DEI DATI	79
FIGURA 69: FEATURE F3 A FRONTE DEL RIPOPOLAMENTO DEI DATI	79
FIGURA 70: VALOR MEDIO DEL BILANCIO DI PORTATA ATTRAVERSO L'INTERO PCM	80
FIGURA 71: FEATURE F4 A FRONTE DEL RIPOPOLAMENTO DEI DATI	80
FIGURA 72: FEATURE F5, OTTENUTA COMBINANDO Q1 CON PT.....	81
FIGURA 73: FEATURE F4 A FRONTE DEL RIPOPOLAMENTO DEI DATI	81
FIGURA 74: VALOR MEDIO DELLA PORTATA ATTRAVERSO I CONDOTTI DI MANDATA, GIÀ RIPOPOLATI.....	82
FIGURA 75: VALOR MEDIO DELLA PORTATA ATTRAVERSO I CONDOTTI DI MANDATA, GIÀ RIPOPOLATI.....	82
FIGURA 76: OSSERVAZIONE DEL COMPORTAMENTO DEGLI ANDAMENTI DELL'INTERA TERZA CAMPAGNA DI PROVE SUL PIANO X-PT	83

FIGURA 77: COMPORTAMENTO DEL COEFFICIENTE ANGOLARE IN FUNZIONE DELLA SEVERITY.....	83
FIGURA 78: STRUTTURA DI UN SISTEMA FDI [22]	88
FIGURA 79: CORRISPONDENZA TRA RIGIDEZZA DELLA MOLLA ED ENTITÀ DEL DIFETTO NEL DOMINIO TEMPORALE.....	89
FIGURA 80: COMPORTAMENTO DELLA SEVERITY IN FUNZIONE DEL TEMPO	90
FIGURA 81: COMPORTAMENTO DELLA FEATURE F1 NEL TEMPO	90
FIGURA 82: COMPORTAMENTO DELLA FEATURE F3 NEL TEMPO	91
FIGURA 83: COMPORTAMENTO DELLA FEATURE F8 NEL TEMPO	91
FIGURA 84: APPLICAZIONE DI UN RUMORE A VARIANZA NOTA ALLE REGRESSIONI LINEARI	92
FIGURA 85: FDI - I LIVELLI DI CONFIDENCE SONO SPECIFICATI PER CIASCUNA FEATURE	93
FIGURA 86: FDI – LIVELLI DI CONFIDENCE DI SOGLIA UNIFORMI E PARI AL 95%	94
FIGURA 87: FUNZIONAMENTO DELL'ALGORITMO DI PARTICLE FILTER	96
FIGURA 88: DISTRIBUZIONI DI PROBABILITÀ RELATIVE ALLA F3.....	98
FIGURA 89: DISTRIBUZIONI DI PROBABILITÀ RELATIVE ALLA F8.....	98
FIGURA 90: RISULTATI DELL'ALGORITMO DI PROGNOSTICA PER LA F3.....	99
FIGURA 91: RISULTATI DELL'ALGORITMO DI PROGNOSTICA PER LA F8.....	99
FIGURA 92: DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ IN CORRISPONDENZA DELLA SOGLIA CON RELATIVA CUMULATA DI RISCHIO	100
FIGURA 93: CONFRONTO FRA STIMA DI DISTRIBUZIONE CON VALORE REALE DELLO STATO NASCOSTO.....	101
FIGURA 94: ACCURACY FEATURE F8.....	102
FIGURA 95: ACCURACY FEATURE F3.....	102
FIGURA 96: TEMPO DI CALCOLO PER L'ALGORITMO DI PARTICLE FILTER	102

Indice delle tabelle

TABELLA 1: COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE PER CIASCUNA FEATURE	85
TABELLA 2: TWO SAMPLE T-TEST PER CIASCUNA FEATURE	85
TABELLA 3: RISULTATI DEL CALCOLO DELLA VARIANZA RISPETTO ALLA RETTA DI REGRESSIONE PER CIASCUNA FEATURE	86

1. Introduzione

La presente trattazione si propone di fornire, sulla base di simulazioni condotte, uno studio con finalità di prognosi per l'analisi dei guasti all'interno del sistema di gestione del fluido che movimentata i controlli di volo su velivoli ad ala mobile. L'architettura di tali sistemi è brevemente delineata al paragrafo 1.1, al quale il lettore è rimandato per acquisire le nozioni necessarie per poter meglio comprendere ciò che verrà spiegato di seguito. Più nello specifico, verrà considerato un unico elemento sul quale saranno condotti tutti gli studi del caso, si tratta del serbatoio di bassa pressione. Tale componente, come verrà meglio esplicitato al paragrafo 2.3, utilizza il precarico esercitato da una molla elicoidale per mantenere in pressione il fluido al suo interno. La molla è un componente che potrebbe risultare delicato in ambito di affidabilità e manutenzione, si è quindi ritenuto meritevole la conduzione di uno studio delle possibili modalità di danneggiamento, e previsione di propagazione del guasto di questo elemento.

Data l'impossibilità pratica di ottenere dei dati reali sul sistema che si vuole studiare, sarà necessario, in fase preliminare, costruire un modello che possa simulare, almeno in termini di ordini di grandezza, il comportamento di un PCM reale. In questa fase saranno introdotte diverse assunzioni, che verranno una ad una specificate in seguito, per ottenere dei dati verosimili.

La validazione del modello, data l'assenza di dati con cui effettuare il *fitting*, non sarà trattata. Si è ritenuto sufficiente mantenere determinati segnali di controllo all'interno di limiti noti, stabiliti anche grazie all'esperienza maturata dal gruppo di ricerca.

Successivamente alla costruzione del modello di PCM, verrà condotto uno studio riguardante la modalità di propagazione di un difetto riguardante il componente sopracitato. Grazie a tali studi, sarà delineata una legge temporale che descriverà il comportamento del difetto e la sua incidenza sull'integrità del componente.

Attraverso i dati raccolti dalle simulazioni per sollecitazioni del sistema che prevedano la più vasta gamma di situazioni reali che i comandi di volo possano dover affrontare, ed incrociandoli con diversi livelli di degradazione del componente, verrà condotta la cosiddetta fase di *feature selection*. In quest'ambito, saranno analizzati i segnali, o combinazioni di essi, al fine di individuare quali siano i più adatti a segnalare la presenza di una difettosità della molla.

Completata questa operazione, e valutato quantitativamente le diverse *features* proposte, si passerà alla fase di *fault detection*, che si occupa, sfruttando le leggi temporali di cui prima e la correlazione tra *feature* ed entità del guasto, di stabilire quando vi sia la presenza di una difettosità e quanto questa sia importante. Solo l'ultima parte si occupa della vera e propria fase prognostica, attraverso la quale viene stimata la cosiddetta RUL, ovvero la vita residua, in termini di ore di funzionamento.

Una pompa a cilindrata variabile fornisce portata alla sezione in alta pressione prelevando fluido in bassa pressione dal serbatoio, una valvola di non ritorno (*Checkvalve*) è posta a valle della pompa per evitare eventuali flussi contrari che potrebbero danneggiarla. Un filtro di alta pressione a valle della valvola di non ritorno assicura che del fluido non contaminato venga inviato ai comandi di volo. È infatti noto, che componenti delicati, come le servovalvole che comandano gli attuatori, sono posti a rischio dai contaminanti, che si possono generare dall'usura di organi in movimento all'interno del PCM stesso, nella pompa ad esempio. Per garantire una pressione di alimentazione costante, una valvola limitatrice di pressione (*Pressure relief valve*) pone in comunicazione il circuito di mandata con il serbatoio pressurizzato a bassa pressione. Tale valvola è tarata ad aprirsi qualora la pressione di mandata superasse una soglia prestabilita. La linea di ritorno è analoga a quella di alimentazione: I condotti di ritorno dai servocomandi portano fluido in ingresso al filtro di bassa pressione, che scarica nel serbatoio pressurizzato. In questo caso, una valvola di non ritorno precaricata (*Bypass valve*) è posta in parallelo al filtro, che si occupa di lasciare passare una portata verso il serbatoio qualora il salto di pressione ai suoi capi superasse una certa soglia. Tale architettura si rende necessaria in condizioni di lavoro non nominali, ad esempio all'avvio. In tali situazioni il fluido si trova a temperature molto basse, e presenta dunque elevata viscosità, che comporta un salto di pressione troppo elevato attraverso il filtro, che scaricando in un ambiente pressurizzato fa salire la pressione nel tubo in maniera anomala. Un'ulteriore valvola limitatrice (*Reservoir relief valve*) è utilizzata come valvola di sicurezza per il serbatoio, e scarica fluido a pressione ambiente qualora la pressione nel serbatoio salisse oltre una determinata soglia.

Tale architettura non è l'unica adottata in questi sistemi, e dipende principalmente dalla scelta dei filtri. In questo caso, come peraltro avviene nella maggior parte delle applicazioni reali, il filtro più prestazionale è stato posto alla mandata, e scarica direttamente al serbatoio. Qualora il filtro più prestazionale fosse quello di bassa pressione, allora lo scarico della limitatrice di pressione sarebbe posto a monte del filtro di bassa pressione per essere ulteriormente ripulito prima di essere immesso a serbatoio e dunque prelevato dalla pompa [1].

1.2. Prognostica – *Failure Prognosis*

Aspetti come affidabilità, sicurezza e manutenzione, sono da almeno mezzo secolo al centro dell'interesse ingegneristico in ogni disciplina, a maggior ragione in quelle industriali o militari. Tradizionalmente, lo studio dell'affidabilità veniva fatto su base statistica. In questo modo, basandosi su dati storici ottenuti per un determinato sistema o componente, la stima della durata di uno identico e nuovo, veniva associata "all'esperienza", con dei determinati livelli di confidenza. A tale approccio vanno ovviamente associate delle ipotesi molto restrittive, che possono essere accettate solo in pochi casi. Infatti, per poter adoperare tali metodi è necessario avere un'elevata confidenza sulla perfetta replicabilità statistica del particolare in esame, e delle condizioni in cui si troverà a lavorare. In altri ambiti, dove la "customizzazione" richiesta è

molto elevata, tale metodo si rivela inutilizzabile dal principio, sebbene l'esigenza di avere dei dati che possano fornire informazioni sullo stato di salute attuale o futuro di un dispositivo rimanga intatta.

Una risposta a tale quesito potrebbe consistere nella logica PHM (*Prognostic Health Management*), il cui scopo si propone di supervisionare, in base al processamento di dati provenienti dal sistema, e prevedere la futura deriva delle condizioni di funzionamento, potendo eventualmente gestire una manutenzione basata sullo stato del componente, piuttosto che programmata a priori. In questi casi si parla di CBM (*Condition Based Maintenance*).

Va fatta una distinzione tra due fasi entrambe comprese nella logica PHM: diagnosi e prognosi. La prima, come verrà meglio ripreso in seguito, si occupa, attraverso l'analisi dei dati provenienti da sensori, di gestire quest'ultimi e di stabilire quando, un determinato componente, non sta più lavorando in condizioni di salute di progetto. La seconda, si occupa invece di stimare la vita utile residua o RUL (*Remaining Useful Fife*) del sistema analizzato.

Le analisi FMECA (*Failure modes and effects criticality analysis*) costituiscono la base per un buon sistema CMB/PHM. Tali analisi si occupano di stabilire l'incidenza di un determinato guasto sulla funzionalità del sistema, la frequenza con cui tali avvengono e la possibilità di essere testati. Esistono versioni più avanzate di FMECA in grado di suggerire quali siano gli algoritmi migliori per effettuate diagnostica/prognostica per la data modalità di danneggiamento.

In Figura 2 è riassunto il percorso standard per applicare un protocollo CBM/PHM.

È possibile identificare due fasi, le cosiddette *offline* ed *online*. Nella prima fase sono contenuti tutti gli studi fatti a priori riguardanti quali siano le *features* di maggior interesse e tutto lo studio dei dati che permettono di valutare i modi di evoluzione del guasto. Nella seconda, invece, ci si riferisce al processamento dei dati in tempo reale: estrazione da questi delle *features* stabilite *offline*; fase di *fault detection and identification (FDI)* che consiste nel determinare quando si stabilisce una deriva dei dati processati rispetto alle condizioni di progetto e quanto, in quel momento, l'entità del guasto sia rilevante; predizione futura dell'evoluzione del guasto.

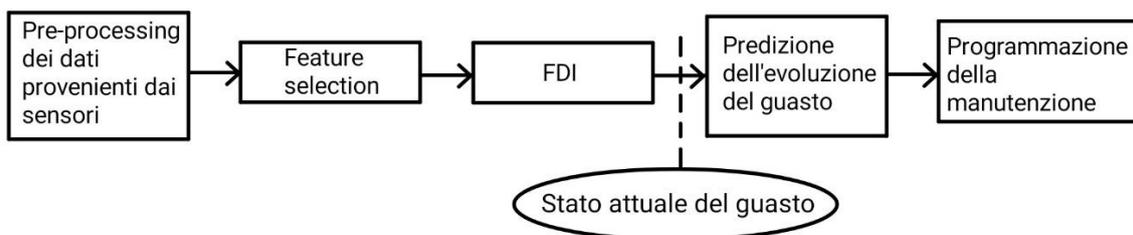


Figura 2: Applicazione di un protocollo PHM completo

Per quanto riguarda la parte prognostica, la validazione di tali sistemi, è una questione molto delicata e a rigore prevederebbe che una certa numerosità di campioni venisse portata a rottura (riproducendo le condizioni di lavoro) in seguito al cosiddetto *fault seeding*, ovvero procurando un difetto iniziale che indirizzi la propagazione del difetto verso la modalità che si sta studiando.

In realtà, lo scopo ultimo di un algoritmo di prognosi non è una validazione intesa nel modo classico come spiegato sopra. In quest'ambito, la sfida consisterebbe nel validare la distribuzione di probabilità come *output* del sistema PHM, in poche parole, non sarebbe sufficiente stabilire, con un certo grado di confidenza, la finestra temporale entro cui il componente raggiungerà le condizioni di fine-vite (*EoL*). È altresì facilmente intuibile che non è praticamente possibile raggiungere un traguardo del genere, in quanto non è possibile disporre di una popolazione sperimentale che garantisca la perfetta identità tra i campioni.

La prognosi su sistemi *hardware* rientra ancora nel campo delle ricerche e non esistono, ad oggi, realtà industriali consolidate che vadano oltre alla fase di *fault detection*, in quanto come spiegato, dimostrare la validità di un pacchetto prognostico risulta difficile e costoso.

2. Modello

In questo paragrafo, per ogni componente, verrà descritta nel dettaglio delle singole equazioni, la logica con cui è stato costruito il modello dinamico di PCM in ambiente *Matlab/Simulink*. Il presente modello di PCM va ad inserirsi all'interno di un modello più complesso che si occupa di simulare l'intero sistema di servocomandi idraulici per il rotore principale ed il rotore di coda. Complessivamente, la logica di funzionamento richiede al modello di PCM di fornire le pressioni di uscita dei condotti di alta pressione e bassa pressione, che costituiscono l'ingresso delle servovalvole di controllo degli attuatori, a fronte di ingressi in portata richiesti dai servocomandi stessi. In Figura 3 è proposta la logica di funzionamento dell'intero PCM.

Tutti i componenti verranno modellizzati, in analogia elettrica, come delle resistenze e capacità.

L'analogia elettrica prevede che si sostituisca:

- $\Delta V \rightarrow \Delta p$
- $I \rightarrow Q$
- $R_{el} \rightarrow R_{fl}$

Il concetto che si ripeterà più volte, prevede che ai capi di un elemento vi sia una differenza di pressione, che in base alla resistenza che tale elemento introduce, lascia passare una determinata portata di fluido. La portata di fluido che attraversa un componente viene combinata con quella che attraversa l'elemento successivo, essendo noto il volume disponibile tra i due elementi, modellizzando il concetto di capacità si determina la pressione in tale tratto, generando un loop che permette la soluzione delle equazioni differenziali che governano l'intero fenomeno. All'interno di questo paragrafo verranno ricavate le equazioni che descrivono questi fenomeni e spiegato come vengono integrate nel modello in ambiente *Simulink*.

2.1. Proprietà del fluido

In un modello dinamico come quello che sta per essere delineato in questo capitolo, è importante integrare un modello che definisca le proprietà del fluido al variare delle condizioni ambientali in cui si trova a lavorare. In particolare, trattandosi di un fluido idraulico, sarà soggetto all'influenza della pressione, ma in maniera molto più importante dalla temperatura. A tal proposito, nel modello utilizzato in questo specifico sottosistema, come in generale nell'intero sistema *PCM*, è stato isolato un blocco che determina densità e viscosità del fluido in funzione della temperatura (considerata uniforme per l'intero sistema). È importante sottolineare che la temperatura, in un sistema reale sarebbe soggetta a variazioni locali, non è pertanto esattamente corretto l'approccio qui indicato. È altresì vero, che il modello termico per la simulazione del *PCM* esula dallo scopo della presente tesi e viene dunque considerato quello presente allo stato attuale dell'avanzamento lavori. Per quanto riguarda l'influenza della pressione sulle proprietà del fluido, essa ha particolare influenza sul valore di comprimibilità del fluido, laddove si consideri una certa quantità d'aria presente come contaminante. Dal momento in cui il valore di pressione, contrariamente a quanto avviene per la temperatura, è noto a livello locale in ogni componente, è risultato conveniente considerarne l'influenza (laddove necessario) all'interno dei singoli sottosistemi relativi ai componenti.

2.1.1. Densità

La misura della densità esprime la massa contenuta nell'unità di volume, viene dunque espressa, nel sistema internazionale in $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$.

Come anticipato, anche la densità di un fluido è funzione di temperatura e pressione:

$$\rho = \rho(p, T) \quad (2.1)$$

Dove:

- ρ : Densità $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$.
- p : Pressione (Pa).
- T : Temperatura (K).

Secondo tale equazione di stato, vale la seguente:

$$\rho = \rho_0 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T (p - p_0) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p (T - T_0) \quad (2.2)$$

Sono indicati, con pedice 0, le condizioni standard definite dalla normativa IUPAC [2].

All'interno della 2.2 è possibile ricondursi al coefficiente di dilatazione termica volumetrico, noto come:

$$\alpha = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.3)$$

Ed al modulo di Bulk:

$$\beta = \rho_0 \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \quad (2.4)$$

Con queste due definizioni, la 2.2 diventa:

$$\rho = \rho_0 + \frac{\rho_0}{\beta} (p - p_0) - \alpha \rho_0 (T - T_0) \quad (2.5)$$

E di conseguenza:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{1}{\beta} (p - p_0) - \alpha (T - T_0) \right) \quad (2.6)$$

Si noti come l'influenza della pressione sia modulata dal valore del modulo di compressibilità (o modulo di Bulk), più precisamente, maggiore è tale valore, minore è l'incidenza della pressione nel computo della densità. A tal proposito, giacché il valore di β risulta ordini di grandezza maggiore di α , nel modello è stato deciso di ometterlo, ottenendo:

$$\rho = \rho_0 (1 - \alpha (T - T_0)) \quad (2.7)$$

In Figura 4, seguendo la 2.7, si ritrova la retta appena ricavata:

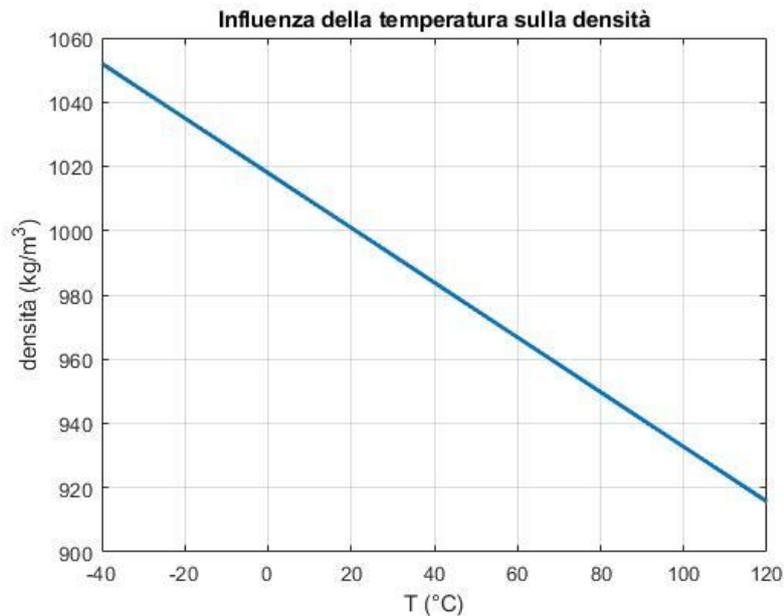


Figura 4: Variazione della densità in funzione della temperatura del fluido

Si noti, che per la temperatura di esercizio, accettata intorno ai 40°C, valore al quale saranno condotte le simulazioni, la densità si attesta intorno al valore di 980 $\frac{kg}{m^3}$.

2.1.2. Viscosità

Internamente a qualsiasi fluido non in stato di quiete, si creano delle tensioni tangenziali che tendono ad opporsi al moto. L'intensità di tali sforzi dipende in prima battuta dalla natura del fluido, dalla velocità della deformazione e dalle condizioni ambientali in cui questo lavora.

Da evidenze sperimentali, prendendo in considerazione due cilindri di diverso diametro, concentrici e liberi di ruotare indipendentemente intorno all'asse di assialsimmetria, si nota che inserendo del fluido nell'intercapedine e portando in rotazione quello più esterno, dopo un transitorio iniziale, è necessario imporre una coppia T (Nm) al cilindro interno per tenerlo in posizione senza farlo ruotare. Il risultato è il seguente [3]:

$$T = \mu A \frac{\Delta u}{\Delta r} \quad (2.8)$$

Dove:

- Δu : differenza tra le velocità del fluido aderente alle pareti ($\frac{m}{s}$).
- Δr : distanza tra i due cilindri (m).
- A : superficie di contatto tra cilindro interno e fluido (m^2).
- μ : viscosità ($\frac{Ns}{m^2}$).

Riportando la medesima espressione su spessori infinitesimi, ed esplicitando lo sforzo tangenziale come rapporto tra T ed A :

$$\tau = \mu \frac{du}{dn} \quad (2.9)$$

Sono definiti *Newtoniani* tutti i fluidi per i quali indipendentemente dal valore di τ , μ rimane costante. Appartengono a questa categoria la totalità dei gas e praticamente tutti i liquidi omogenei, non macromolecolari. Ciò sottintende l'appartenenza a tale gruppo anche dell'olio idraulico considerato in questa tesi.

$$\tau = \mu \frac{du}{dn} \quad (2.10)$$

Sempre legata al valore di viscosità μ , anche detta viscosità dinamica, esiste la definizione di un'altra grandezza, detta viscosità cinematica ν ($\frac{m^2}{s}$):

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.11)$$

Nei liquidi, come in questo caso, esiste una forte dipendenza tra viscosità e temperatura. In particolare, ad un aumento della temperatura corrisponde una diminuzione della viscosità.

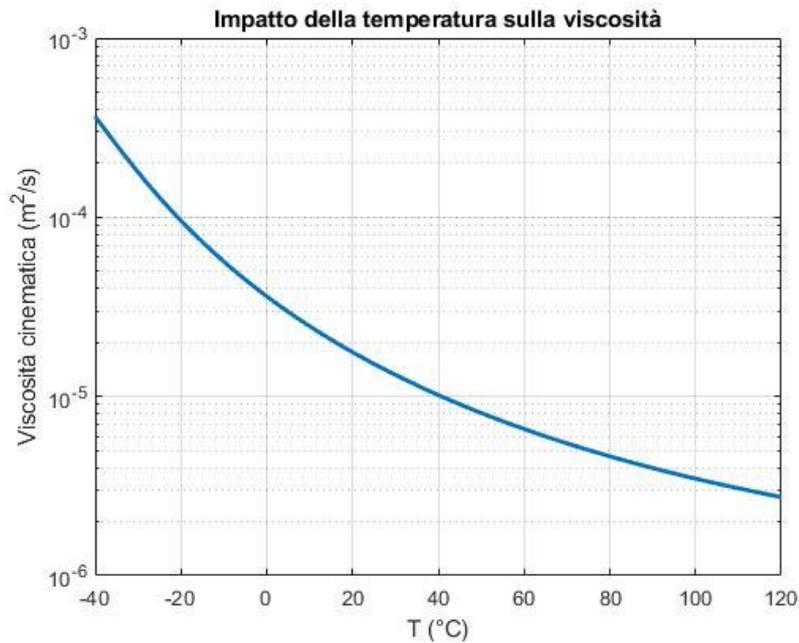


Figura 5: Variazione della viscosità cinematica in funzione della temperatura del fluido

La Figura 5 è stata ottenuta implementando l'equazione seguente, indicata per il fluido *Skydroll_500*:

$$\nu = 10^{-6} \cdot 10^{0.3829 \cdot \log(T+51)^4 - 1.8481 \cdot \log(T+51)^3 + 2.2079 \cdot \log(T+51)^2 - 1.1052 \cdot \log(T+51) + 2.9544} \quad (2.12)$$

2.1.3. Comprimibilità

Il modulo di *Bulk* o di comprimibilità di una sostanza è la misura di quanto quest'ultima sia resistente alla compressione. È il rapporto tra l'incremento infinitesimale della pressione ed il decremento del volume occupato:

$$\beta = -V_0 \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T \quad (2.13)$$

Si noti che considerando l'unità di massa, e che un aumento di volume implica, a parità di massa, un decremento della densità, si ritrova la 2.4.

Nel caso dell'olio in questione, l'influenza sul modulo di *Bulk* delle condizioni ambientali non è tanto relativa alla temperatura, quanto piuttosto alla frazione d'aria presente sottoforma di bolle di piccola dimensione all'interno del fluido idraulico.

In Figura 6 è applicata la seguente [4]:

$$\beta = \frac{1}{\frac{1-f}{\beta_0} + \frac{f}{p}} \quad (2.14)$$

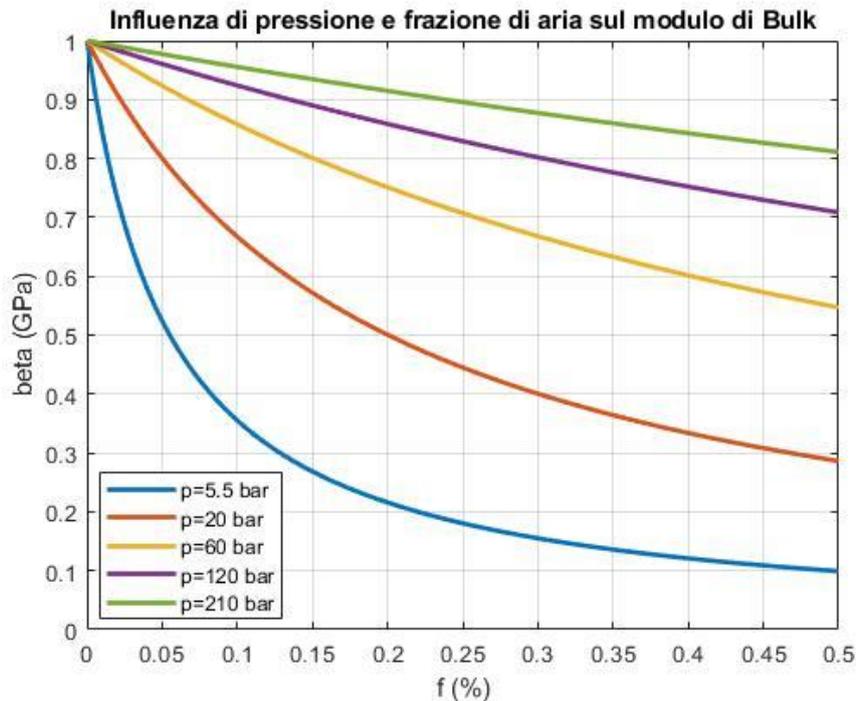


Figura 6: Variazione del modulo di comprimibilità in funzione di pressione e frazione d'aria

Si noti che se la frazione d'aria è inesistente, dalla 2.14 si ricava $\beta = \beta_0$.

Mentre le altre proprietà del fluido sono state implementate in un blocco a parte, per il modulo di comprimibilità è stato deciso di assumerlo costante in funzione della temperatura, e di inserire la 2.12 nei blocchi "capacità" laddove richiesto all'interno di ciascun componente, data la forte dipendenza dalla pressione locale.

2.2. Condotti

Sebbene il PCM integri tutti i dispositivi di cui è composto in un unico corpo e dunque non ci siano dei condotti fisici ad unire i vari componenti, nell'ambito di questo modello vengono inseriti nello studio anche i condotti che portano il fluido idraulico ai comandi di volo. Trovandosi, il PCM, ad una distanza non trascurabile da questi ultimi, si rende necessario uno studio approfondito dei condotti, che verrà trattato in questo paragrafo.

Prendendo in considerazione la teoria delle correnti in pressione, le grandezze che entrano in gioco per un'analisi dettagliata sono:

- Caratteristiche del condotto: Sezione interna A e scabrezza della parete interna ε
- Portata o velocità media del fluido
- Proprietà del fluido

Grazie all'equazione di Darcy-Weisbach [5] è possibile risalire alla velocità media attraverso un condotto:

$$\Delta p = \rho \xi \frac{v^2}{2} \quad (2.15)$$

Dove:

- Δp : caduta di pressione attraverso il condotto
- ξ : fattore di resistenza
- v : velocità media del fluido

Considerando, in questa fase, condotti a geometria circolare a sezione costante, si può ricavare facilmente la portata Q attraverso la sezione A :

$$Q = vA \quad (2.16)$$

Partendo da (2.15) e (2.16) si può quindi determinare:

$$Q = A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho \xi}} \quad (2.17)$$

La determinazione del fattore di resistenza ξ è piuttosto articolata. In particolare, è frutto di due contributi: le perdite di carico nei condotti in pressione possono essere originate dall'attrito generato dal moto attraverso il condotto (perdite di carico distribuite) o dalle perdite d'energia che il fluido subisce se sottoposto a bruschi cambi di direzione, restringimenti e allargamenti (perdite di carico concentrate). Le prime generano il contributo ξ_d : coefficiente di resistenza d'attrito. Le seconde ξ_c : coefficiente di resistenza dei carichi concentrati. Per quanto appena detto:

$$\xi = \xi_d + \xi_c \quad (2.18)$$

Con riferimento al coefficiente di resistenza d'attrito ξ_d , in letteratura [6] è formato dal prodotto tra il fattore d'attrito λ , che tiene conto di fattori quali scabrezza e condizione di moto del fluido (abaco di Moody), ed un coefficiente adimensionale relativo alla geometria del tubo:

$$\xi_d = \lambda \frac{l}{D} \quad (2.19)$$

Dove:

- l : lunghezza del condotto (m).
- D : diametro interno del condotto (m).

È noto che esistono principalmente due regimi di moto di un fluido attraverso un condotto: laminare e turbolento. La discriminante universalmente accettata che distingue tra i due è un fattore adimensionale che prende il nome di numero di Reynolds [7]:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (2.20)$$

Una volta noto il regime di moto è possibile stabilire il valore del fattore d'attrito λ . Per il moto laminare, attraverso la formulazione esplicita di *Hagen-Poiseuille* [8]:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (2.21)$$

Per determinare invece il valore di λ in presenza di moto turbolento, esistono diverse formulazioni implicite, tra le quali è stata scelta quella di *Colebrook-White* [9]:

$$\frac{1}{\lambda} = -2 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}} \right) \quad (2.22)$$

La trattazione analitica, qui utilizzata per questioni computazionali, può essere sostituita dal Diagramma di Moody (Figura 7), nel quale viene riprodotto un fascio di curve che approssima quelle descritte dalle equazioni sopra.

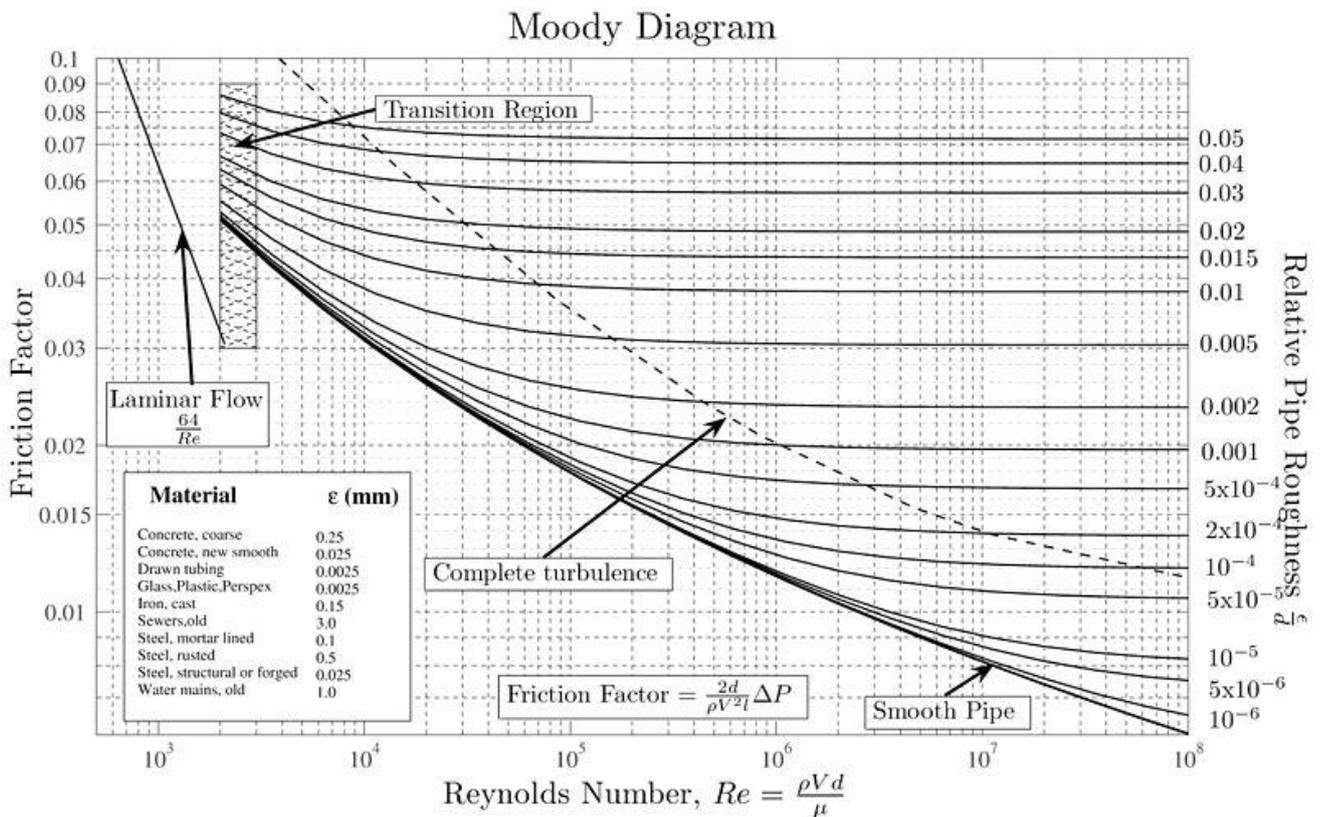


Figura 7: Diagramma di Moody [10]

2.2.1. Linea in alta pressione

In Figura 8 è riportato lo schema fisico del condotto in alta pressione (*High Pressure Line* o *HP Line*). La dicitura *Input/Output* che verrà ripresa più volte nel corso della trattazione del modello, si riferisce alla logica utilizzata per definire le equazioni che verranno in seguito descritte.

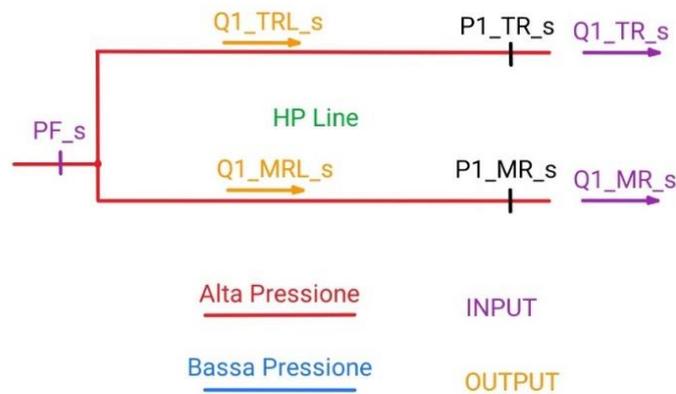


Figura 8: Schema fisico HP Line

In questo caso, $Q1_{TR,s}$ e $Q1_{MR,s}$ sono Input che provengono dall'esterno del modello di PCM (Input generali), mentre PF_s , che si riferisce alla pressione in uscita dal filtro di alta pressione, e dunque nella sezione di monte del tubo è un input proveniente da un altro blocco interno al PCM.

L'architettura fisica del condotto di alta pressione prevede la presenza di un tubo che conduca al MRA ed uno al TRA. Prendendo in considerazione il secondo, con riferimento alla Figura 9, nel blocco *TR Supply Line* vengono utilizzate le formule del paragrafo 2.2, ottenendo una portata $Q1_{TRL,s}$ dalla differenza di pressione (tra PF_s e $P1_{TR,s}$) ai capi del condotto. Nel blocco *TR Pipe Capacity*, l'equazione della capacità (verrà meglio dettagliata nelle pagine successive) permette di ricavare la pressione $P1_{TR,s}$ nella sezione terminale del tubo avendo a disposizione la portata $Q1_{TRL,s}$ e la portata richiesta $Q1_{TR,s}$.

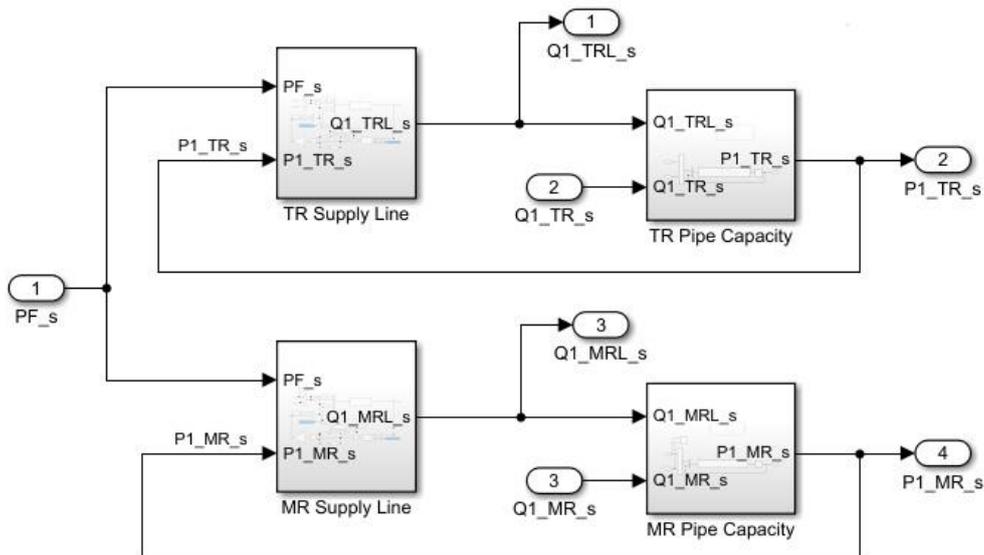


Figura 9: Modello Simulink HP Line

Lo stesso concetto di cui prima è applicato al tubo che conduce al MRA, nel quale tutti i ragionamenti si ripetono.

Entrando nel merito delle singole equazioni, in Figura 10 è proposto il modello *TR Supply Line*, dove si può notare tra le altre cose l'implementazione della formula implicita (2.22). L'utilizzo del blocco *Memory* si rende necessario dal momento in cui non sono presenti integratori nel loop, particolare attenzione va fatta nel determinarne le condizioni iniziali. Il ramo con loop entra in azione quando il *Re* supera soglia 2000, in tali condizioni, facendo uso del Diagramma di Moody si può ricavare il valore di λ corrispondente, che andrà poi moltiplicato per 2.51 e diviso per 2000 (*Re*).

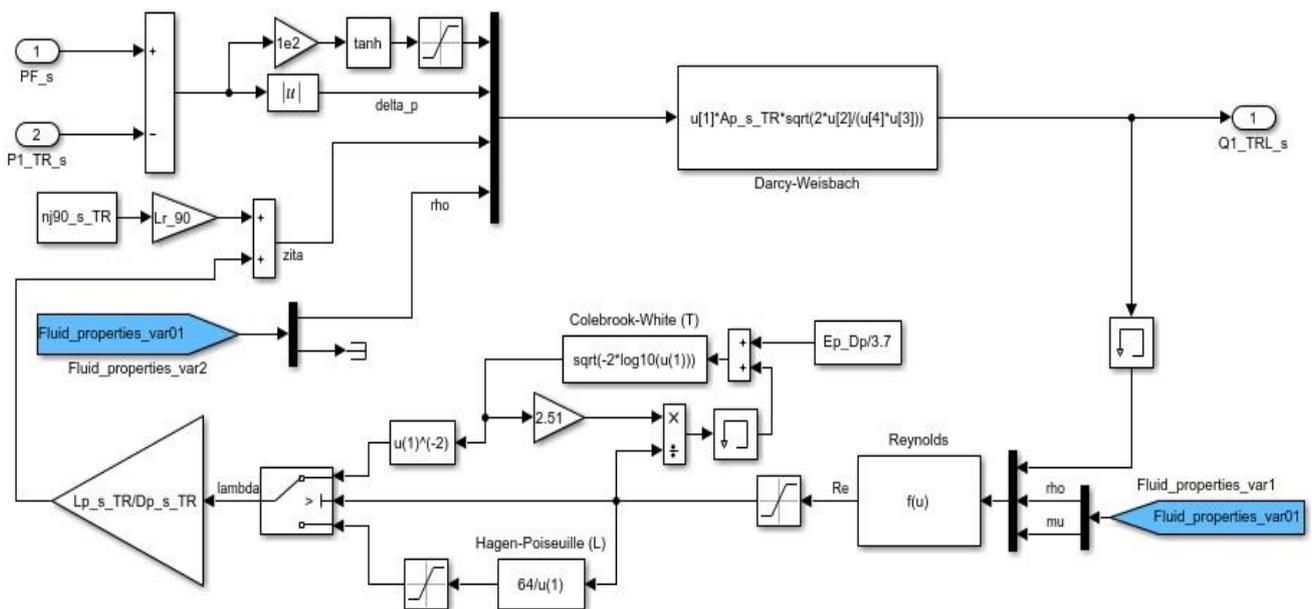


Figura 10: Modello Simulink TR Supply Line

A partire dall'equazione di conservazione della massa:

$$\frac{d}{dt}(m) = \rho \sum Q \quad (2.23)$$

- m : massa di fluido presente all'interno del volume di controllo (kg)
- ρ : densità del fluido (kg/m^3)
- $\sum Q$: bilancio delle portate volumetriche attraverso il volume di controllo. Per convenzione, le portate entranti assumono segno positivo, mentre le portate uscenti hanno segno negativo. (m^3/s)

Esplicitando il primo membro della (2.23), si ottiene:

$$\frac{d}{dt}(m) = \frac{d}{dt}(\rho V) = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} \quad (2.24)$$

Dal momento in cui si considera il tubo come elemento indeformabile ($V = const$), il primo addendo dell'ultimo membro è nullo, allora la (2.24) diventa:

$$\rho \sum Q = V \frac{d\rho}{dt} \quad (2.25)$$

Riscrivendo, grazie alla proprietà dei differenziali:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho}{dp} \frac{dp}{dt} \quad (2.26)$$

E riconoscendo la formulazione del modulo di *Bulk* (2.4), risulta:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{Q\beta}{V} \quad (2.27)$$

L'integrazione nel tempo di tale risultato fornisce la pressione a valle del condotto, come riportato in Figura 11.

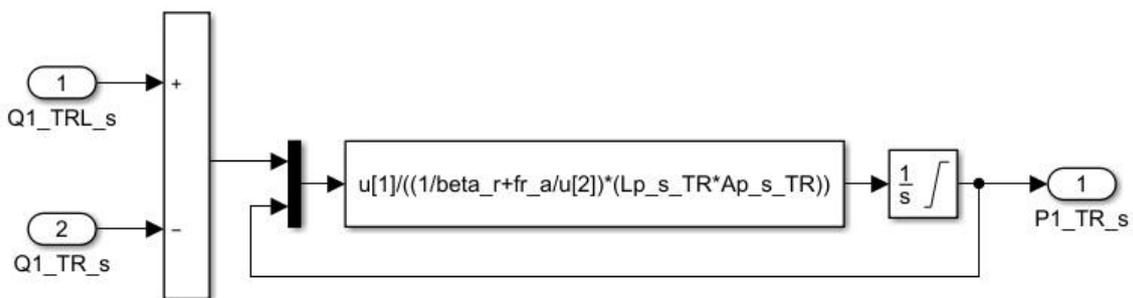


Figura 11: Modello Simulink TR Pipe Capacity

2.2.2. Linea in bassa pressione

I concetti utilizzati per creare il modello della linea in bassa pressione rimangono invariati, cambia la logica input-output. In questo caso, sono date sia le portate $Q1_{TR,r}$ e $Q1_{MR,r}$ (input all'intero modello PCM in quanto dipendenti dal ritorno dei comandi di volo) che le portate QF_r e QBP , che attraversano rispettivamente il filtro di bassa pressione e la valvola di bypass, componenti a valle dei condotti di bassa pressione. Attraverso questo modello è possibile simulare la pressione PF_r presente nell'ambiente dove convogliano i flussi a valle dei condotti e a monte del filtro di basso pressione. In Figura 12 è riportato lo schema fisico del componente.

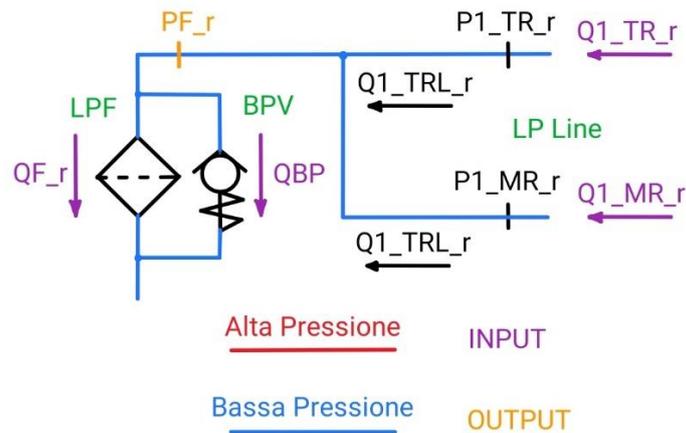


Figura 12: Schema fisico linea di bassa pressione LP Line

Dal punto di vista logico del modello, i blocchi *Line* e *Capacity* non sono variati da quelli descritti al 2.2.1. Per determinare invece la pressione PF_r , è stato aggiunto il blocco *After Pipe Capacity*, che utilizza la (2.27).

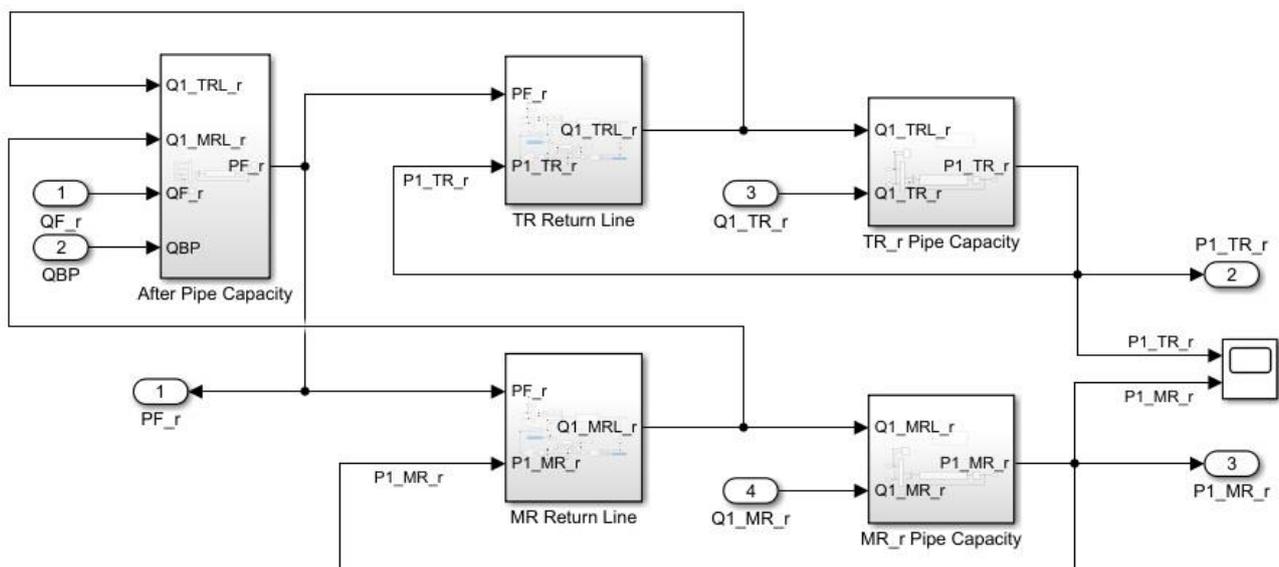


Figura 13: Modello Simulink LP Line

2.3. Serbatoio pressurizzato

Per modellizzare questo componente, sono state fatte diverse assunzioni in mancanza di dati su cui basarsi per un modello matematico. Il serbatoio è costituito da un cilindro entro il quale scorre un pistone separandolo in due camere. La pressione dell'olio è quindi bilanciata dalla presenza di una molla. La pressurizzazione dell'ambiente a bassa pressione si rende necessaria in quanto costituisce l'ambiente a cui la pompa aspira, e pressioni troppo basse potrebbero significare il raggiungimento delle condizioni di cavitazione all'interno della stessa. Fattori come la degradazione della molla ed eventualmente l'aumento delle forze d'attrito agenti sul pistone potrebbero comprometterne il corretto funzionamento e quindi il non raggiungimento delle condizioni ottimali per l'ambiente di aspirazione della pompa.

2.3.1. Dimensionamento del serbatoio

Nota la pressione PT nominale da raggiungere all'interno del serbatoio, ed assunte le grandezze geometriche dello stesso (riferimento alla Figura 14):

- V_0 : Volume nominale del serbatoio (m^3)
- L_0 : altezza nominale nella camera in pressione (m)
- L : Lunghezza libera della molla (m)
- L_i : Lunghezza di installazione della molla (m)
- ΔL : escursione di compressione massima a partire dalle condizioni nominali (m)
- N : Numero di spire efficaci
- C : indice della molla

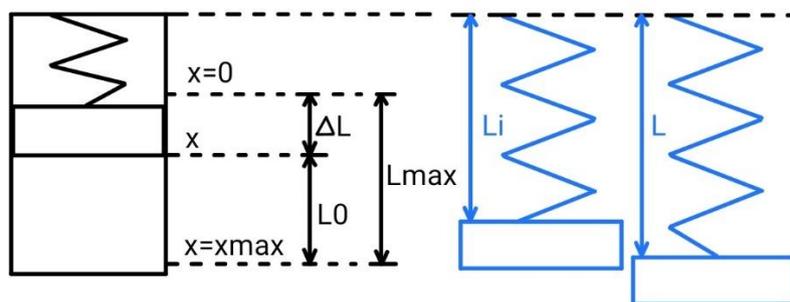


Figura 14: Schema nomenclatura serbatoio

Per determinare i diametri d_s (diametro del filo) e D_s (diametro medio delle spire) della molla è necessario conoscere la rigidezza obiettivo, e questo lo si può fare avendo a disposizione i dati di cui prima.

Il volume, nelle condizioni nominali risulta:

$$V_0 = \frac{\pi d_a^2}{4} L_0 \quad (2.28)$$

Dove:

- d_a : Alesaggio del pistone (m)

Dalla (2.28) si può ottenere:

$$d_a = \sqrt{\frac{4V_0}{\pi L_0}} \quad (2.29)$$

E di conseguenza, potendo determinare l'area su cui agisce la pressione PT , si può calcolare la rigidezza obiettivo:

$$k' = \frac{PT \frac{\pi d_a^2}{4}}{L - L_i + L_0} \quad (2.30)$$

Il diametro del filo è dato dalla:

$$d_s = \frac{8k'NC^3}{G} \quad (2.31)$$

Mentre, utilizzando la definizione di indice della molla:

$$D_s = C d_s \quad (2.32)$$

I valori di d_s e D_s ora determinati sono teorici, tenendo conto che dovranno essere ipoteticamente prodotti è bene troncare le cifre decimali alla precisione con cui potranno essere fabbricati e calcolare così la rigidezza effettiva:

$$k = \frac{G d_s}{8NC^3} \quad (2.33)$$

Una volta ultimato questo procedimento è necessario verificare che:

$$D_s + d_s < d_a \quad (2.34)$$

In questo modo si è certi che l'ingombro della molla non ecceda quello del pistone stesso, se la (20) non dovesse essere verificata occorrerebbe correggere le assunzioni fatte in precedenza e proseguire iterando le equazioni dalla (2.30) alla (2.33).

Altra verifica necessaria in fase di dimensionamento della molla riguarda il confronto tra lunghezza a pacco e minima lunghezza raggiunta.

Se si definisce ΔL_{max} la massima compressione della molla durante le fasi di lavoro, allora questa sarà data da:

$$\Delta L_{max} = (L - L_i) + L_0 + \Delta L \quad (2.35)$$

E di conseguenza la lunghezza della molla in condizioni di massima compressione risulterà:

$$L_{max} = L - \Delta L_{max} \quad (2.36)$$

Per lunghezza a pacco L_b si intende la lunghezza che la molla assumerebbe qualora le spire venissero a contatto tra loro, e si calcola:

$$L_b = Nd_s \quad (2.37)$$

Tale condizione non deve mai verificarsi, ed è buona norma prevedere un gioco residuo minimo g_{res} tra le spire in condizione di finecorsa della molla:

$$g_{res} = 0.25d_s \quad (2.38)$$

A questo punto si vuole che sia verificata la seguente:

$$L_{max} \geq L_b + Ng_{res} \quad (2.39)$$

L'ultima verifica necessaria riguarda la tensione massima raggiunta nelle spire, che deve essere inferiore al limite di snervamento tangenziale del materiale.

La tensione massima τ_{max} , è così determinata:

$$\tau_{max} = \frac{8 \lambda' FD_s}{\pi d_s^3} \quad (2.40)$$

In cui λ' è detto fattore di *Wahl* [11], ed il suo scopo è quello di correggere il valore di tensione raggiunto nella spira, tenendo conto della propria curvatura e della tensione di taglio che si genera:

$$\lambda' = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0.615}{C} \quad (2.41)$$

A questo punto, come anticipato è necessario che si verifichi:

$$\tau_y \geq \tau_{max} \quad (2.42)$$

2.3.2. Modello di serbatoio

Il serbatoio è modellabile sostanzialmente come capacità a volume variabile. A livello logico, questo componente all'interno del modello determina la pressione di aspirazione della pompa in funzione delle portate entranti provenienti dagli altri componenti. In particolare, confluiscono nel serbatoio le portate che attraversano valvola limitatrice di pressione, filtro di bassa pressione e valvola di bypass. Allo stesso modo altri componenti richiamano portata dal serbatoio per trasferirle ad ambienti a diverse pressioni: Pompa e Valvola di sicurezza del serbatoio.

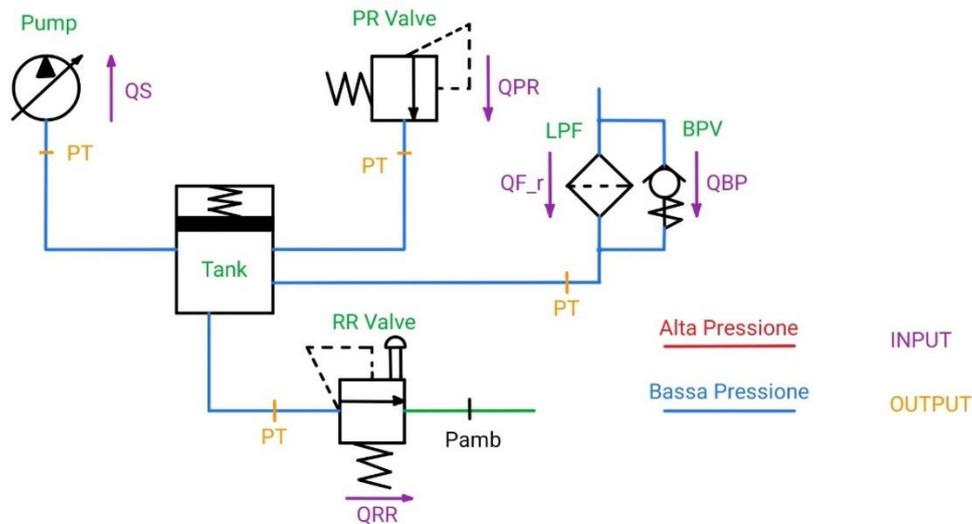


Figura 15: schema fisico serbatoio

Una volta definita la geometria del serbatoio, è possibile determinarne un modello matematico partendo dal blocco capacità già introdotto precedentemente. Come detto, il volume non è più costante, infatti il pistone si muoverà in funzione della pressione interna alla camera. A tal proposito, oltre alla modifica da apportare al blocco capacità, sarà necessario prevedere un secondo blocco: *Dynamic* che attraverso l'equilibrio delle forze agenti sul pistone definisca la cinematica dello stesso. Posizione e velocità così determinate costituiranno un ulteriore ingresso al blocco capacità, che verrà spiegato più dettagliatamente in seguito.

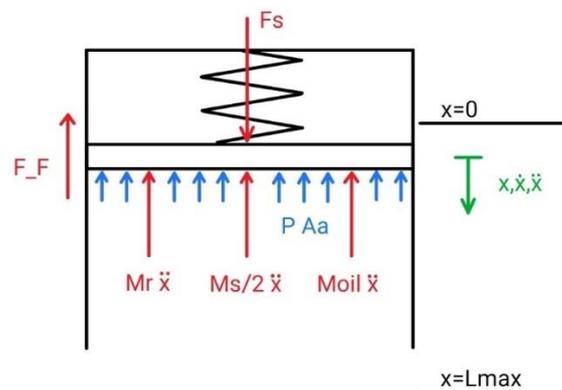


Figura 16: Equilibrio dinamico delle forze sul pistone

Con riferimento alla Figura 16:

- F_s : Forza esercitata dalla molla (N)
- $p \cdot A_a$: Forza di pressione del fluido (N)
- M_r : Massa delle parti in movimento (kg)
- M_s : Massa della molla (kg)
- M_{oil} : Massa olio presente nella camera (kg)
- F_F : Forza d'attrito tra cilindro e pistone (N)

L'equazione di equilibrio risulta:

$$pA_a + F_F + \left(M_r + \frac{M_s}{2} + M_{oil} \right) \ddot{x} = F_s \quad (2.43)$$

All'interno della quale, in riferimento alla Figura 14:

$$F_s = F_i + k(L_{max} - x) \quad (2.44)$$

In cui F_i è il precarico di montaggio della molla:

$$F_i = k(L - L_i) \quad (2.45)$$

Per il modello di attrito, si è deciso di inserire in termine costante, detto forza di aderenza F_{ad} , al quale si somma un termine proporzionale alla velocità del pistone (attrito viscoso):

$$F_F = F_{ad} + c\dot{x} \quad (2.46)$$

A questo punto, avendo esplicitato tutti i termini è possibile ricavare l'accelerazione del pistone:

$$\ddot{x} = \frac{F_i + k(L_{max} - x) - pA_a - c\dot{x}}{M_r + \frac{M_s}{2} + M_{oil}} \quad (2.47)$$

La (2.47) si traduce nella scrittura in linguaggio *Matlab/Simulink* riportata in Figura 17, dove una pressione in ingresso determina la cinematica in uscita del pistone. Si noti l'aggiunta del blocco "finecorsa" per simulare i limiti fisici oltre il quale il pistone è limitato per costruzione all'interno del cilindro. Si tratta sostanzialmente di un blocco che produce una forza esterna fittizia che si aggiunge alla sommatoria relativa all'equilibrio dinamico del pistone che si genera quando la posizione dello stesso oltrepassa dei limiti prestabiliti che ne definiscono la corsa.

Per compiere tale operazione la coordinata x viene confrontata ad ogni step d'integrazione con le coordinate limite $x = 0$ e $x = L_{max}$ all'interno di un blocco If , che determina tre possibili scenari:

- $0 < x < L_{max}$: La forza esterna è nulla.
- $x > L_{max}$: Una rigidità di ordini di grandezza più elevata di quella della molla genera una F_{ext} proporzionale al valore di $x - L_{max}$. Anche un contributo di smorzamento proporzionale al valore \dot{x} viene aggiunto.
- $x < 0$: Lo stesso concetto a segni invertiti rispetto a quanto detto nel caso precedente.

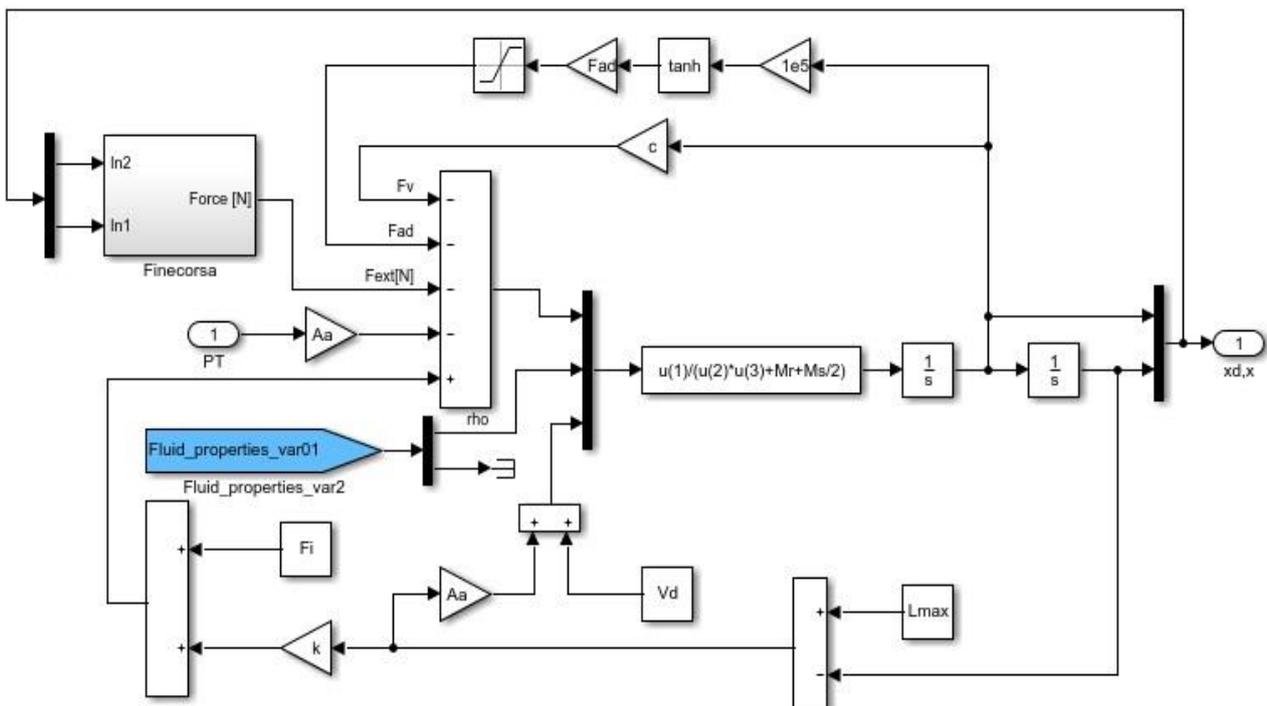


Figura 17: Modello Simulink Tank-Dynamic

Avendo, a questo punto, a disposizione la cinematica del pistone è possibile creare un modello di capacità con volume variabile. Sempre a partire dall'equazione di conservazione della massa (2.24), il termine $\rho \frac{dV}{dt}$ non è più nullo ma apporta il proprio contributo:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d(-Aa \cdot x)}{dt} = -Aa \frac{dx}{dt} - x \frac{dAa}{dt} = -Aa \cdot \dot{x} \quad (2.48)$$

Si noti che la presenza del meno si rende necessaria perché all'aumentare della coordinata x il volume tende a diminuire in accordo con lo schema in Figura 14.

Per quanto riguarda il termine $V \frac{d\rho}{dt}$:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho}{dp} \cdot \frac{dp}{dt} = \frac{\rho}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dp} \cdot \frac{dp}{dt} = \frac{\rho}{\beta} \cdot \frac{dp}{dt} \quad (2.49)$$

Si ottiene dunque, l'equazione di conservazione della massa per una capacità a volume variabile:

$$\rho \sum Q = -\rho \cdot Aa \cdot \dot{x} + V \cdot \frac{\rho}{\beta} \cdot \frac{dp}{dt} \quad (2.50)$$

Che esplicitando la derivata temporale della pressione:

$$\frac{dp}{dt} = \left(\sum Q + Aa \cdot \dot{x} \right) \frac{\beta}{V} \quad (2.51)$$

La stessa equazione, in linguaggio *Simulink*, è riportata in Figura 18, dove attraverso l'integrazione si ricava il valore di pressione nell'ambiente serbatoio:

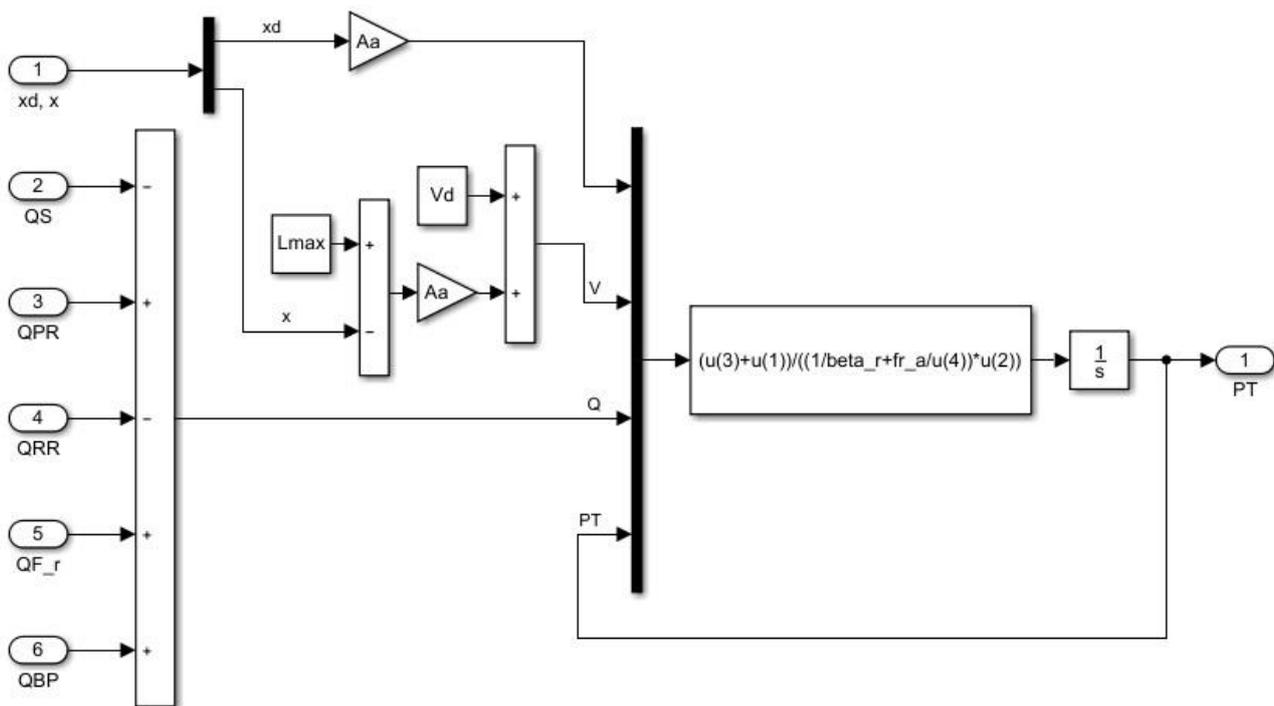


Figura 18: Modello Simulink Capacità serbatoio

A fronte dei due blocchi sopra discussi, il modello del serbatoio si presenta come in Figura 19:

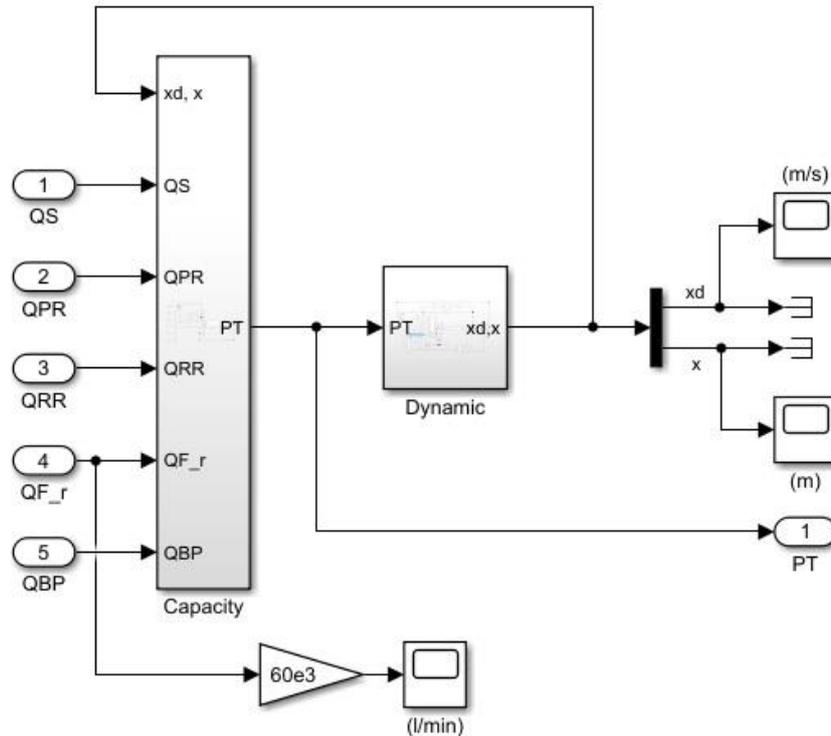


Figura 19: Modello Simulink Serbatoio

2.4. Valvola limitatrice di pressione

Il componente oggetto di questo paragrafo è di strategica importanza e permette di controllare la pressione nell'ambiente di mandata ai comandi di volo, scaricando portata al serbatoio qualora la pressione salisse oltre un certo limite p^* , detto di *Cracking Pressure*. Nel seguito, verrà condotto lo studio del dimensionamento di un componente di questo tipo e successivamente verrà spiegato il modello per la simulazione.

2.4.1. Dimensionamento

Il dimensionamento di componenti di questo tipo avviene ancora una volta per tentativi e successive verifiche, essendo impossibile ottenere in forma chiusa una formulazione che permetta di ricavare la geometria a fronte di dati in pressione da soddisfare.

È necessario in prima battuta definire le pressioni caratteristiche:

- p^* : *Cracking pressure*. È la pressione a monte della valvola oltre la quale inizia l'apertura della stessa.
- p_{sat} : *Saturating pressure*. È la pressione di monte per la quale si verifica la completa apertura dell'otturatore, che corrisponde dunque alla saturazione della portata alle date condizioni ambientali.

- p_{out} : Discharge pressure. Pressione dell'ambiente di valle della valvola.
- p_p : Inlet pressure for rated conditions. Pressione nominale: le condizioni nominali costituiscono una condizione di funzionamento che prevede la parziale apertura della valvola. In condizioni nominali vengono condotte le verifiche che permettono di stabilire se le assunzioni fatte in fase di definizione della geometria sono consistenti.

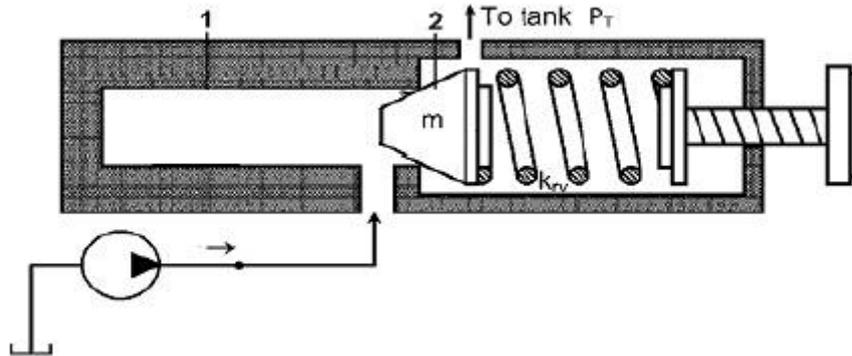


Figura 20: Esempio schematico di limitatrice di pressione [12]

In Figura 20 uno schema intuitivo per una valvola limitatrice. Il fluido del circuito ad alta pressione agisce nella camera di sinistra esercitando una forza sull'otturatore che viene bilanciata da una molla precaricata che agisce in verso opposto. La forza della molla, fin tanto che la pressione nell'ambiente di monte non supera la soglia p^* , è superiore, e spinge quindi l'otturatore contro il fincorsa impedendo il passaggio di fluido verso l'ambiente a bassa pressione che si trova a valle della limitatrice stessa. Qualora la pressione di monte superasse invece tale valore p^* , l'otturatore si muoverebbe aprendo una luce di passaggio attraverso la quale il fluido scorrerebbe generando una portata, funzione della differenza di pressione tra monte e valle e della geometria che influirebbe sul coefficiente di resistenza idraulica.

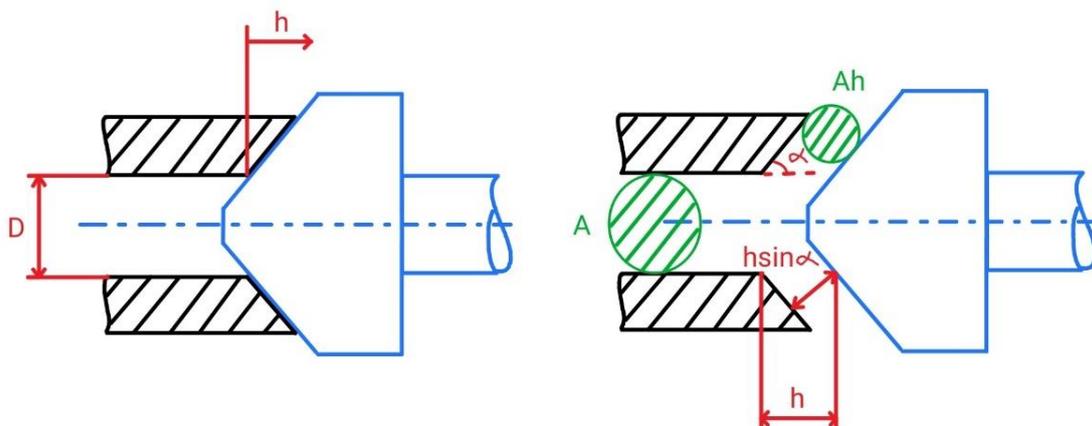


Figura 21: Indicazioni sulla geometria dell'otturatore

Le assunzioni preliminari che dovranno successivamente essere verificate all'interno di un processo iterativo riguardano:

- D : Diametro della porta d'ingresso (m)
- λ : *Aspect Ratio* o Rapporto d'apertura in condizioni nominali (/)

$$\lambda = \frac{h}{D} \quad (2.52)$$

Dove h si riferisce all'apertura dell'otturatore in condizioni nominali

- α : inclinazione dell'otturatore conico (rad)
- QPR : Portata in condizioni nominali

Con riferimento alla Figura 21 vengono introdotte le caratteristiche geometriche di una valvola limitatrice di pressione. Considerando le condizioni nominali, l'area della porta d'ingresso dipende esclusivamente dal proprio diametro D :

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \quad (2.53)$$

L'area di passaggio a disposizione del fluido A_h dipende invece dall'entità di apertura dell'otturatore h che si ottiene facilmente dalla (38). È sostanzialmente l'area di una corona circolare che ha come diametro interno D e $h \sin \alpha$ come spessore:

$$A_h = \pi D h \sin \alpha \quad (2.54)$$

Si noti che il valore di A_h può essere al massimo pari a quello di A , sarebbe infatti inutile che lo superasse perché il fluido comunque dovrebbe passare attraverso la porta d'ingresso che costituirebbe a quel punto il collo di bottiglia della valvola. A tal proposito è possibile determinare il rapporto d'apertura massimo per una valvola di questo tipo, partendo dall'intuizione appena discussa:

$$A_h \leq A \quad (2.55)$$

Esplicitando la (2.55) e dividendo ambo i membri per D , si ottiene:

$$\pi D \frac{h}{D} \sin \alpha \leq \frac{\pi D}{4} \quad (2.56)$$

Semplificando e riconoscendo la (2.52) al primo membro, si ottiene l'espressione per λ_{max} :

$$\lambda \leq \frac{1}{4 \sin \alpha} = \lambda_{max} \quad (2.57)$$

Considerando le condizioni nominali, si determina la velocità del fluido nella sezione di passaggio ristretta del fluido:

$$v = \frac{QPR}{A_h} \quad (2.58)$$

E quindi il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (2.59)$$

Il numero di Reynolds è utile a questo punto in quanto rientra nel calcolo della resistenza idraulica C_d :

$$C_d = C_a C_p \frac{1}{\xi^2} \quad (2.60)$$

I coefficienti C_a e C_p sono calcolati in funzione di $K_{\alpha,0}$ e $K_{pl,0}$, ricavati da curve sperimentali mediante interpolazione polinomiale di due parametri: a, b

$$C_a = K_{\alpha,0} + \frac{1 - K_{\alpha,0}}{45 - 20} (\alpha - 20) \quad (2.61)$$

$$C_p = K_{pl,0} + \frac{1 - K_{pl,0}}{0.2} \beta \quad (2.62)$$

Dove β è *Anti-flow force plate position*.

Per $K_{\alpha,0}$ e ξ :

$$\begin{cases} a = \ln(1 + Re) \\ b = \sqrt{\frac{A_h}{A}} \end{cases} \quad (2.63)$$

Mentre per $K_{pl,0}$:

$$\begin{cases} a = \ln(Re) \\ b = \frac{A_h}{A} \end{cases} \quad (2.64)$$

Avendo a questo punto noto il C_d e portata Q è possibile calcolare la caduta di pressione attraverso la valvola limitatrice:

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} \left(\frac{QPR}{C_d A_h} \right)^2 \quad (2.65)$$

Il Δp determina una forza F_p sull'otturatore:

$$F_p = \Delta p A \quad (2.66)$$

La *Cracking Force*, si calcola partendo dalla *Cracking Pressure* prestabilita:

$$F^* = p^* A \quad (2.67)$$

Vengono chiamate Forze di flusso le risultanti che agiscono sugli elementi mobili delle valvole non appena si crea una portata non nulla. Questo fenomeno si verifica perché il fluido non esce perpendicolare alla parete dell'otturatore ma è inclinato dell'inclinazione dello stesso. Curvando, succede che la pressione dinamica del fluido non è uguale in tutti i punti della vena a causa del gradiente spaziale di velocità nella parete dove agisce la molla. Si genera una depressione e quindi una forza che tende a richiudere l'otturatore secondo la seguente legge:

$$F_f = \frac{1}{2} \frac{\rho Q P R^2}{A} \cos \alpha \quad (2.68)$$

È possibile infine calcolare la rigidità richiesta alla molla. Conoscendo lo scostamento in condizioni nominali h previsto per l'otturatore e la forza che deve esercitare la molla in tali condizioni, la rigidità obiettivo:

$$k' = \frac{F_p - F_f - F^*}{h} \quad (2.69)$$

La prima verifica è ovviamente che la rigidità obiettivo risulti maggiore di 0, una volta appurato ciò, lo step successivo è il dimensionamento della molla che avviene con le stesse modalità utilizzate nel serbatoio. Il processo iterativo termina quando tutti i requisiti al 2.3.1 sono soddisfatti.

2.4.2. Modello di Valvola Limitatrice

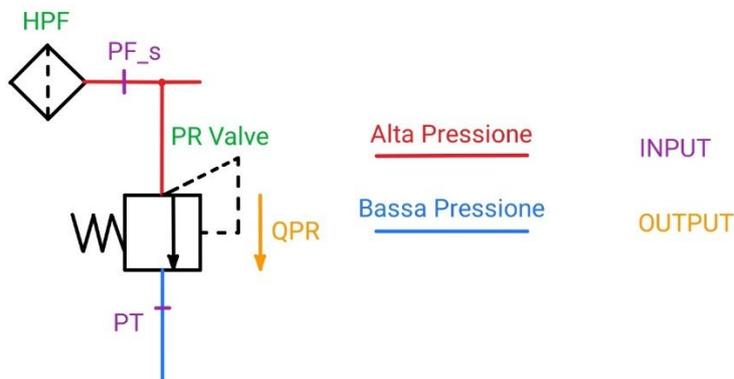


Figura 22: Schema fisico Valvola Limitatrice

Anche in questo caso, il modello si suddivide ulteriormente in altri due blocchi: uno riguardante la dinamica dell'otturatore, l'altro riguardante il calcolo della resistenza idraulica. Più nel dettaglio, le condizioni di pressione all'interno della camera di controllo, combinate con le forze dovute all'eventuale flusso di olio e quelle dovute alla molla, determineranno la cinematica dell'otturatore. In particolare, la posizione di quest'elemento, come già anticipato in fase di dimensionamento, determina l'area di passaggio attraverso la quale il fluido scorre. Utilizzando la legge di portata attraverso una resistenza, oltre all'area di passaggio A_h , è necessario conoscere il coefficiente di resistenza idraulica C_d che è a sua volta funzione di A_h .

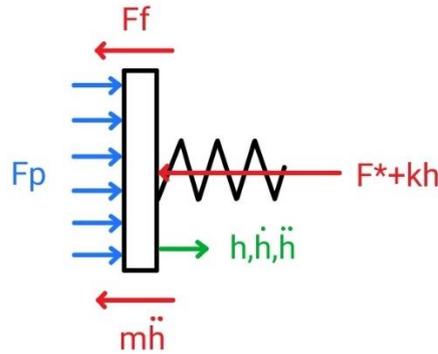


Figura 23: Diagramma di corpo libero otturatore

Con riferimento alla Figura 23, è possibile ricavare l'equilibrio alla traslazione orizzontale lungo l'asse h :

$$F_p = F_f + F^* + k_{PR}h + m_{PR}\ddot{h} \quad (2.70)$$

Dove:

- k_{PR} : Rigidezza effettiva della molla dopo dimensionamento (N/m)
- m_{PR} : massa dell'otturatore (kg)
- F^* : La *Cracking Force* è il precarico della molla (N)

Esplicitando tutti i termini si giunge a:

$$(PF_s - PT)A = \frac{1}{2} \frac{\rho Q P R^2}{A} \cos \alpha + F^* + k_{PR}h + m_{PR}\ddot{h} \quad (2.71)$$

Dalla quale si ottiene:

$$\ddot{h} = \frac{(PF_s - PT)A - \frac{1}{2} \frac{\rho Q P R^2}{A} \cos \alpha - F^* - k_{PR}h}{m_{PR}} \quad (2.72)$$

In Figura 24 è riportata l'implementazione in linguaggio *Matlab/Simulink* della (2.72).

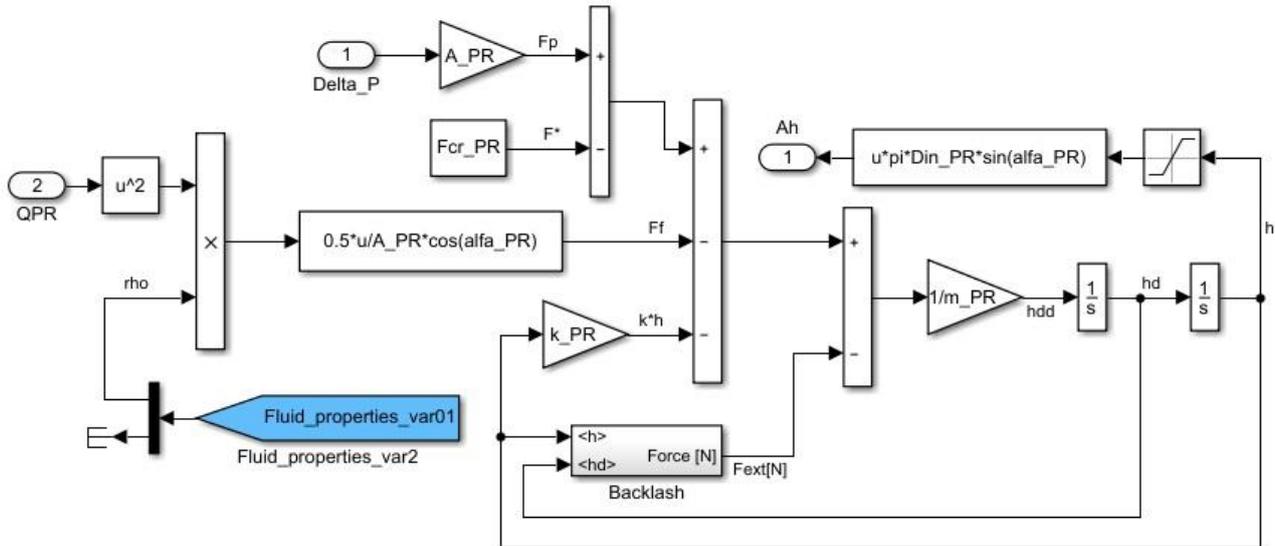


Figura 24: Modello Simulink Dinamica dell'otturatore

Una volta ottenuta, a fronte di differenza di pressione ai suoi capi portata che attraversa la valvola, l'area di passaggio A_h , è possibile calcolare il coefficiente di resistenza al flusso, con le stesse formule utilizzate al Paragrafo 2.4.1. Grazie a QPR e A_h si ottiene la velocità, e note le proprietà del fluido si calcola il numero di Reynolds Re . Attraverso il rapporto geometrico A_h/A ed il Reynolds sono noti i coefficienti per l'interpolazione polinomiale che vengono combinati per il calcolo di C_p , C_a e ξ , ed infine si ottiene C_d .

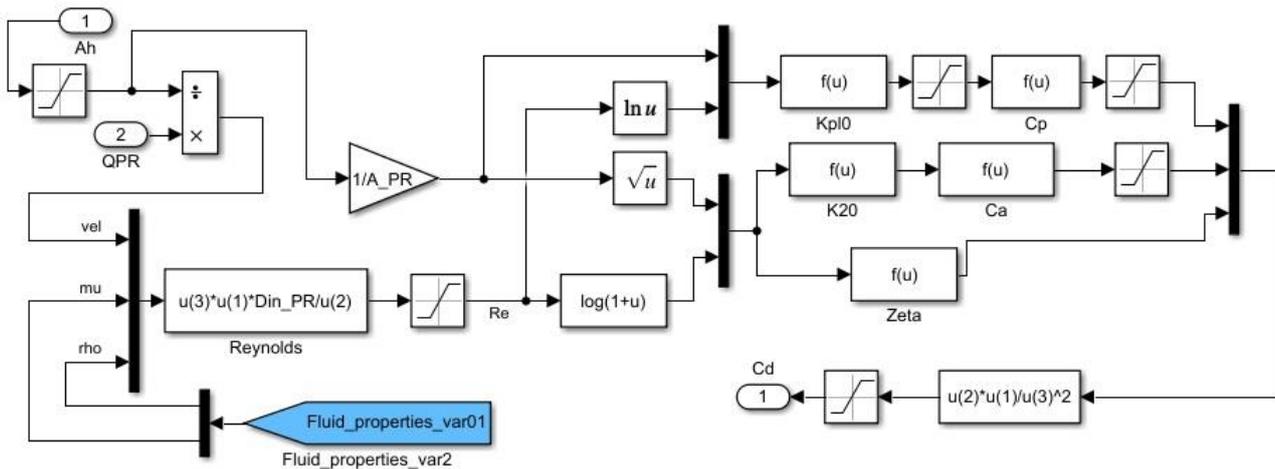


Figura 25: Modello Simulink Resistenza idraulica

A questo punto tutto è noto ed è possibile implementare l'equazione di portata attraverso una resistenza idraulica, già utilizzata nella (2.65):

$$QPR = AC_d \sqrt{\frac{2(PF_s - PT)}{\rho}} \quad (2.73)$$

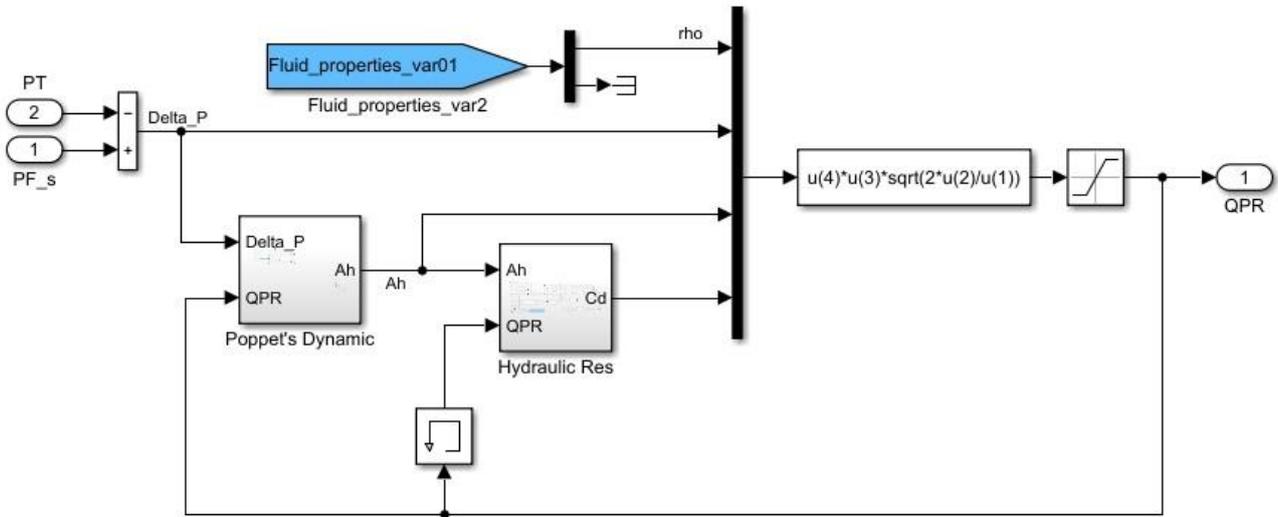


Figura 26: Modello Simulink valvola limitatrice di pressione

2.5. Valvola di sicurezza al serbatoio

Lo scopo di questo elemento è assicurare che la pressione del serbatoio PT non superi un predeterminato valore di soglia che potrebbe procurare il danneggiamento di tale componente. Anche in questo caso viene utilizzata una valvola limitatrice di pressione, che lascia passare una portata QRR da pressione di serbatoio a pressione ambiente qualora nella camera di controllo si superasse il limite imposto.

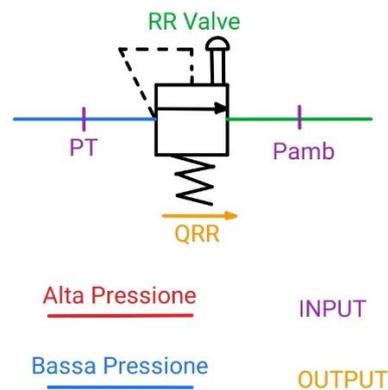


Figura 27: Schema fisico Valvola di sicurezza serbatoio

L'azionamento manuale in Figura 27 è necessario per svuotare l'impianto qualora si rendessero necessari interventi di manutenzione, ma non è di interesse rilevante per lo scopo della presente trattazione.

Per quanto riguarda il dimensionamento e la modellazione di questo componente si rimanda al Paragrafo 2.4 in quanto il componente è lo stesso, a cambiare sono solamente le pressioni ai suoi capi. In Figura 28 il modello in ambiente *Simulink* della valvola di sicurezza del serbatoio.

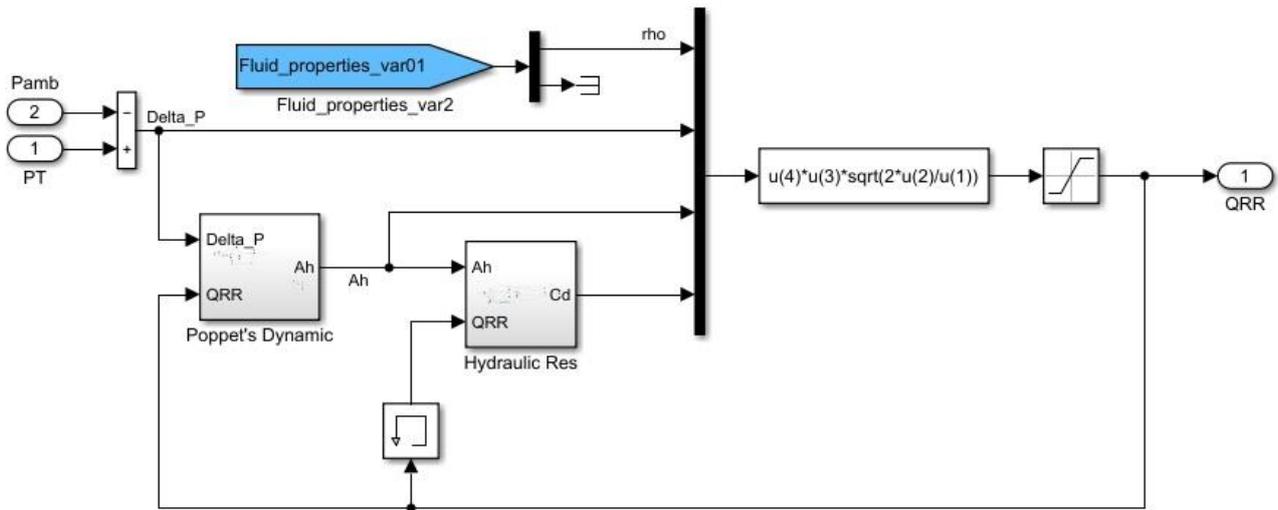


Figura 28: Modello Simulink Valvola di sicurezza serbatoio

2.6. Valvola di non ritorno



Figura 29: Schema fisico Valvola di non ritorno

Una valvola di non ritorno o *Checkvalve* è progettata in modo da permettere al fluido di muoversi in una sola direzione, in questo caso dalla pompa verso il filtro di alta pressione *HPF*. Come è avvenuto per gli altri elementi fino a questo punto introdotti, anche la valvola di non ritorno si comporta come una resistenza-capacità. Lo scopo di questo elemento è quello di evitare i flussi contrari verso la pompa, cercando allo stesso tempo di produrre una caduta di pressione che sia di entità più bassa possibile. In questo tipo di applicazioni, come si può vedere in Figura 30, l'organo mobile è costituito da una sfera libera di scorrere lungo una guida che intercetta il condotto attraverso il quale scorre il fluido in condizioni di riposo. Non appena un flusso da sinistra verso destra viene generato la differenza di pressione fa salire la sfera lungo la sua guida liberando il condotto per il passaggio del fluido stesso. Qualora dovesse verificarsi un flusso in direzione opposta, la sfera ritornerebbe nelle condizioni iniziali non permettendo più il passaggio del fluido.

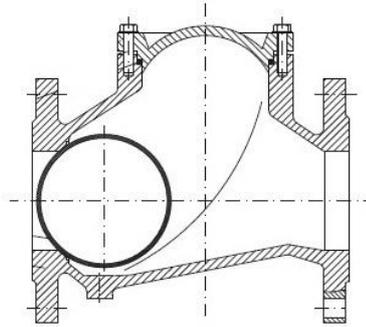


Figura 30: Esempio di valvola di non ritorno a sfera (<https://www.idrofluid.com/>)

La complessità della fisica che governa il moto della sfera oggetto di questo componente ha obbligato a semplificare molto il modello dello stesso in quanto non è di interesse per l'attuale trattazione descriverlo così dettagliatamente. In tal senso, la parte di diagramma di corpo libero dell'elemento mobile è stata tralasciata ed è stato deciso di assumere arbitrariamente un valore di coefficiente di resistenza C_d che fornisca dei risultati verosimili in termini di caduta di pressione.

A questo punto, il blocco *Resistenza* è governato dalla solita (2.65), che con riferimento alle condizioni lavoro della valvola, diventa:

$$Q_{CV} = A_{CV} C_d \sqrt{\frac{2(P_S - P_{CV})}{\rho}} \quad (2.74)$$

Dove:

- A_{CV} : Area di passaggio della valvola di non ritorno (m^2).
- P_S : Pressione d'uscita della pompa (Pa).
- P_{CV} : Pressione a valle della valvola di non ritorno (Pa).

E può essere così tradotta nella forma a blocchi:

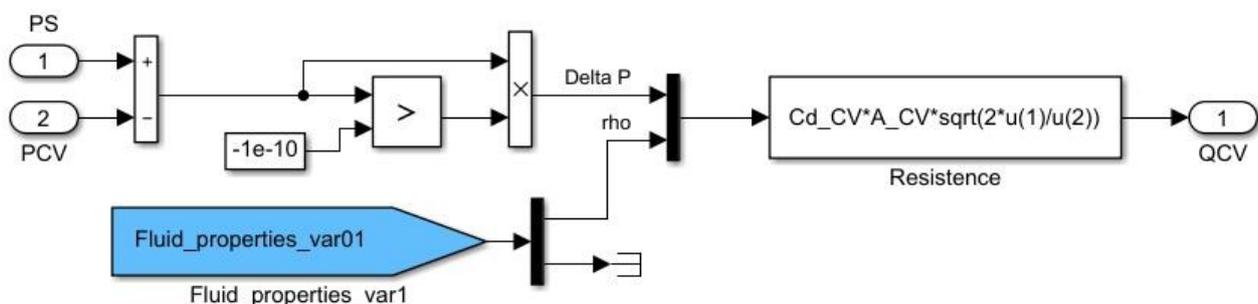


Figura 31: Modello Simulink resistenza idraulica della valvola di non ritorno

La capacità, questa volta a volume costante, è già stata introdotta al Paragrafo 2.2.1, quindi con riferimento alla (2.24), in questo contesto si ha:

$$\frac{d(PCV)}{dt} = \frac{(QCV - QF_s)\beta}{A_{CV}L_{CV}} \quad (2.75)$$

Dove:

- QCV : Portata attraverso la valvola di non ritorno (m^3/s).
- QF_s : Portata attraverso il filtro di alta pressione (m^3/s).
- A_{CV} : Sezione del condotto a valle della valvola di non ritorno (m^2).
- L_{CV} : Lunghezza del condotto a valle della valvola di non ritorno (m).

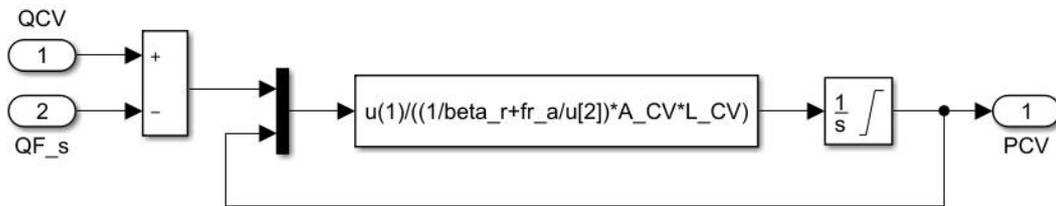


Figura 32: Modello Simulink Capacità della valvola di non ritorno

A fronte degli ingressi e delle uscite dei blocchi appena presentati, il modello completo di valvola di non ritorno assume la forma proposta in Figura 33.

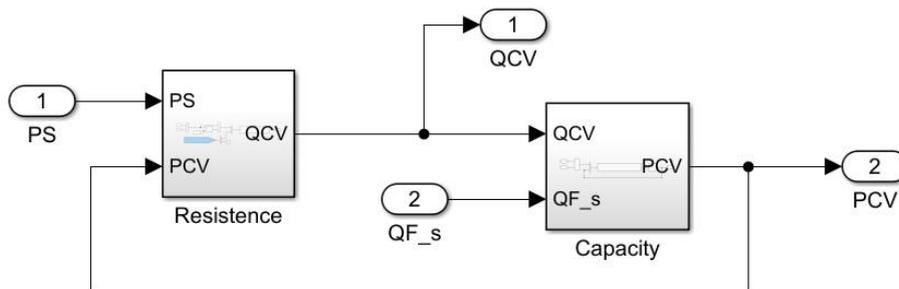


Figura 33: Modello Simulink completo della valvola di non ritorno

2.7. Filtri

Come anticipato, i filtri costituiscono dei componenti di elevata importanza all'interno del *PCM* in quanto servono ad evitare malfunzionamenti o danneggiamenti di componenti molto più delicati e costosi. Lo scopo principale della filtrazione meccanica è quello di depurare il fluido idraulico dai contaminanti in esso presenti.

Condizione necessaria perché si verifichi un passaggio di portata attraverso un componente è la presenza di una differenza di pressione ai suoi capi (2.65).

È altresì fondamentale, che il processo di filtrazione non influisca pesantemente sul dispendio energetico del sistema, ovvero che in condizioni di portata nominale non si verifichi un'eccessiva caduta di pressione.

Dimostrato che il flusso attraverso le celle del filtro si trova sempre in condizioni di flusso laminari, la legge che regola la caduta di pressione a partire dalla portata è ancora una volta quella di *Hagen-Poiseuille* (2.21), a partire dalla quale, combinando il numero di Reynolds (2.20), le perdite distribuite (2.19), si ottiene nella seguente formulazione:

$$\Delta p = \frac{8\mu l}{\pi r^4} Q \quad (2.76)$$

All'interno della (2.76), prendendo in considerazione l'analogia elettrica, si ottiene l'espressione per la resistenza idraulica per un flusso laminare:

$$R_{hyd} = \frac{8\mu l}{\pi r^4} \quad (2.77)$$

La (2.77) si riferisce ad una singola cella del filtro, va poi considerato che ogni strato è composto da una data molteplicità di celle che lavorano in parallelo, e che il singolo filtro è poi composto da più strati che, secondo l'analogia elettrica lavorano in serie.

Sulla base di queste semplici considerazioni, si può già notare che la viscosità del fluido gioca un ruolo importante nel calcolo della caduta di pressione attraverso di esso, e quindi la temperatura di esercizio, che le influenza consistentemente, è un fattore che non può essere trascurato. La modellazione del filtro è stata condotta in maniera leggermente diversa rispetto agli altri componenti fino a qui visti. In questo caso viene creata in *pre-processing* una mappa di funzionamento del filtro che viene simulata da un blocco *Look-up* in ambiente *Simulink*. Attraverso tale mappa (Figura 34), viene restituita la portata che attraversa il filtro a fronte della differenza di pressione ai suoi capi. L'ottenimento della mappa è stato condotto mediante minimizzazione dell'errore di curve polinomiali su mappe sperimentali per 176 temperature equidistanti nel range di funzionamento.

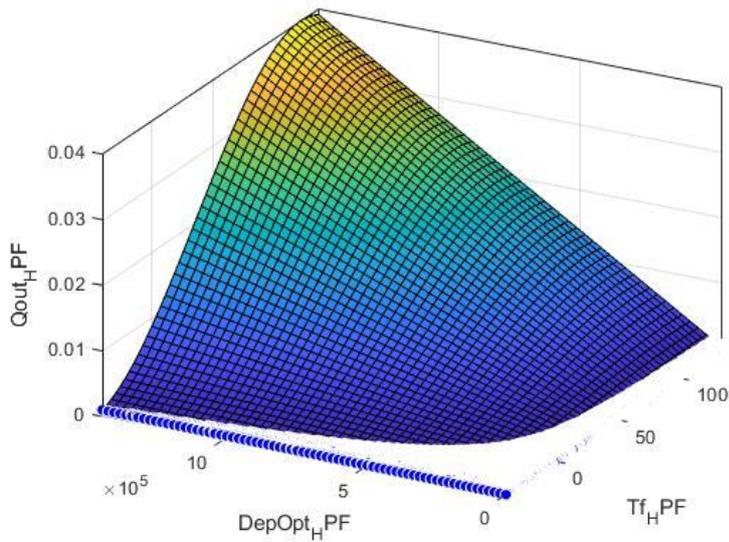


Figura 34: Mappa di funzionamento di un filtro

Le considerazioni fatte valgono in generale per tutti e due i filtri, e i modelli differiscono solamente per minimi particolari. Infatti, il filtro di bassa pressione è sprovvisto di parte capacitiva, in quanto, scaricando a serbatoio, costituirebbe un'inutile ridondanza. A differenza del filtro di alta pressione però, come già anticipato, nel filtro di bassa pressione è presente una valvola di Bypass che serve sostanzialmente ad evitare che la differenza di pressione cresca esageratamente durante transitori iniziali che possono avvenire a temperature basse e quindi viscosità alte.

2.7.1. Filtro di alta pressione

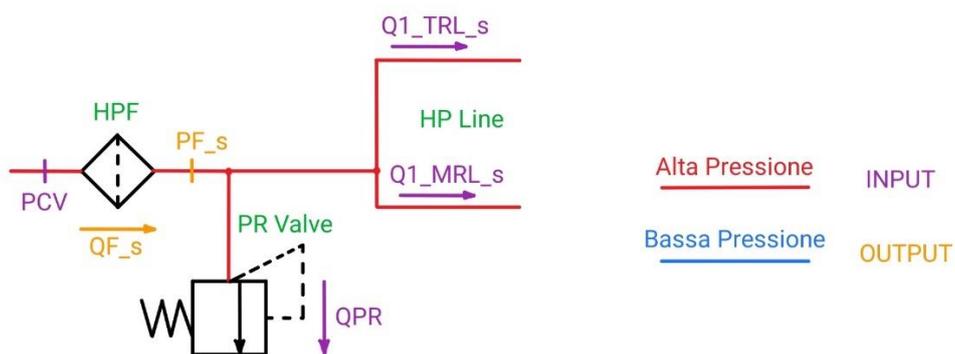


Figura 35: Schema fisico filtro di alta pressione

Per quanto riguarda la parte resistiva, secondo quanto detto sopra, vengono fornite all'ingresso della *Look-up* in due variabili la temperatura (che proviene dal modello termico generale di comandi di volo) e la differenza di pressione ai capi del filtro.

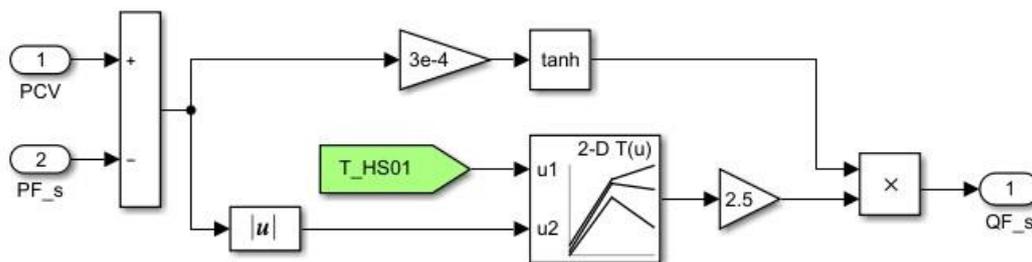


Figura 36: Modello Simulink Resistenza HPF (High Pressure Filter)

Ottenuta, con il modello di resistenza idraulica, la portata attraverso il filtro, è possibile determinare con le modalità già note (modello di capacità) la pressione a valle del componente combinando le portate entranti ed uscenti illustrate in Figura 35.

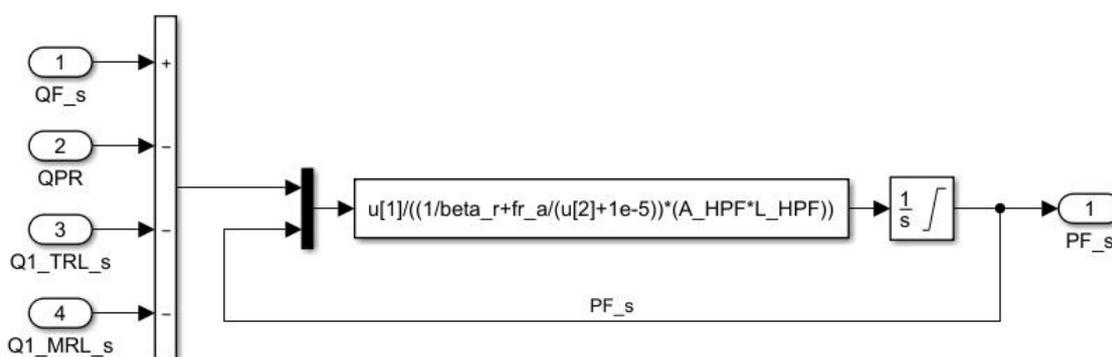


Figura 37: Modello Simulink Capacità HPF

Combinando i due modelli sopra si ottiene il modello di filtro di alta pressione in Figura 38:

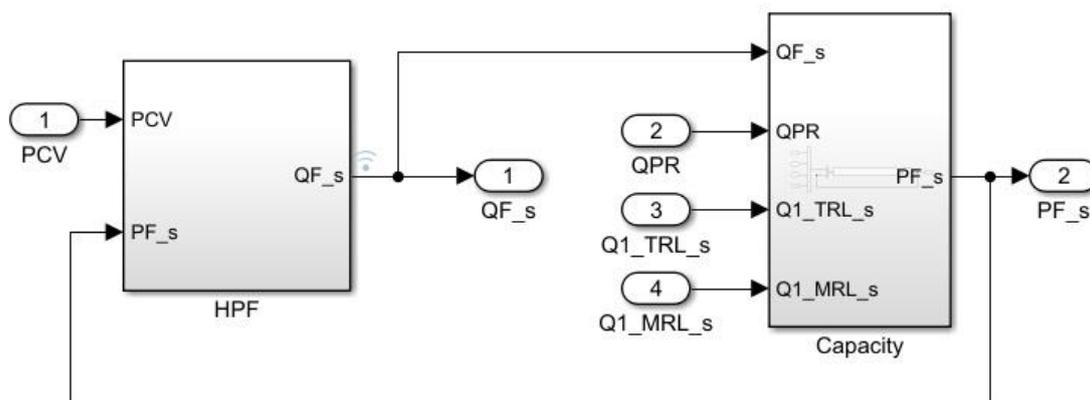


Figura 38: Modello Simulink HPF

2.7.2. Filtro di bassa pressione

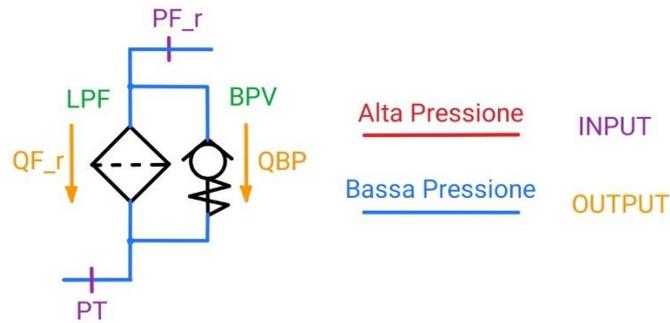


Figura 39: Schema Fisico LPF (Low Pressure Filter)

Anche in questa circostanza, la differenza di pressione ai capi del componente viene combinata con la temperatura del fluido, entra nel diagramma in due variabili creato in pre-processing per restituire la portata attraverso il componente (Figura 40).

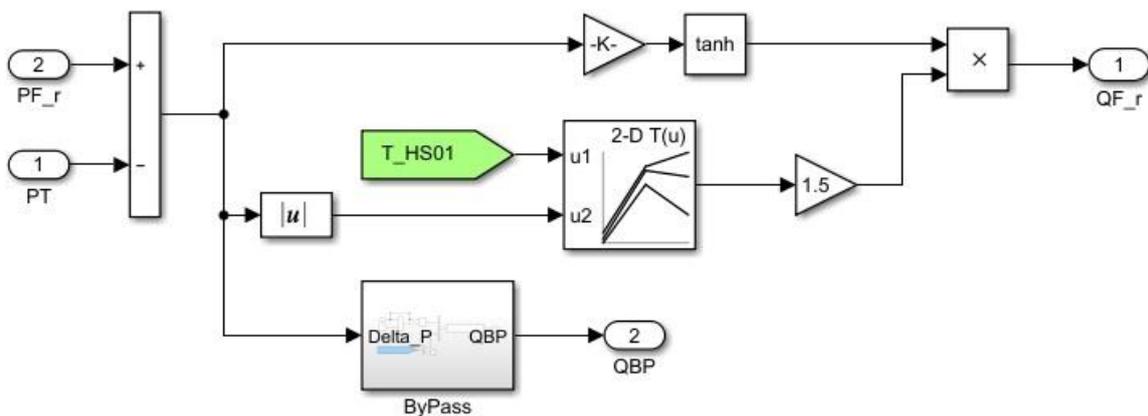


Figura 40: Modello Simulink LPF

2.7.3. Valvola di Bypass

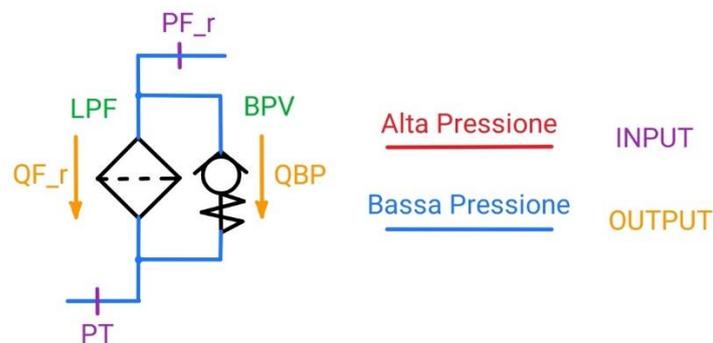


Figura 41: Schema fisico valvola di Bypass

L'utilità di questo componente è già stata introdotta precedentemente e consiste nell'evitare sovrappressioni nel circuito di ritorno.

A livello fisico, è costituito da un otturatore, che spesso è una sfera d'acciaio precaricato dall'azione di una molla su una parete. La pressione nella bocca A tende a contrastare l'azione della molla, e all'apertura della luce di passaggio il fluido attraversa l'otturatore grazie ai fori ricavati su di esso. Per questo componente, come per la valvola di non ritorno non è stata studiata la dinamica dell'otturatore, ma è stato solo ipotizzato un coefficiente di resistenza C_d plausibile. La funzione della molla è esclusivamente quello di definire una differenza di pressione di soglia Δp_{th} che discrimini la condizione di apertura da quella di chiusura e non di modulare C_d come per la valvola limitatrice di pressione.

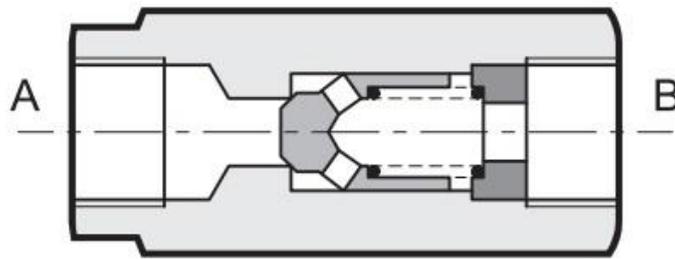


Figura 42: Disegno di Valvola di Bypass (<https://www.duplomatic.com/>)

Questo componente non differisce sostanzialmente (a livello computazionale) da quello di valvola di non ritorno, infatti come mostrato in Figura 43, la struttura, a meno del blocco logico di confronto tra Δp e Δp_{th} , è rimasta invariata.

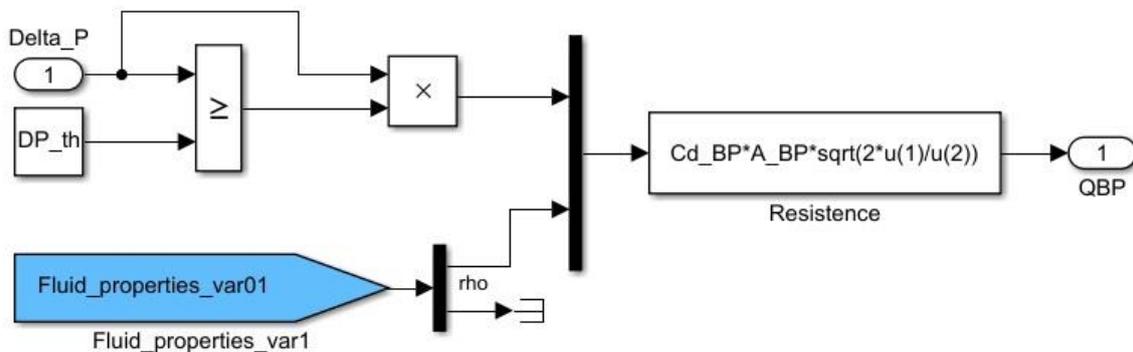


Figura 43: Modello Simulink valvola di Bypass

Si noti, per evidenti motivi di collocazione, che anche in questo caso non è stata modellizzata alcuna capacità in quanto la valvola di Bypass si interfaccia con il serbatoio in uscita.

2.8. Pompa

L'ultimo, e più importante, componente facente parte del *PCM* è la pompa, che si occupa di inviare portata dal circuito a bassa pressione verso quello di alta pressione convertendo energia elettrica di alimentazione, in energia meccanica per muovere i cilindri, in energia idraulica.

Schematicamente, la pompa ha a che fare con le grandezze illustrate in Figura 44.

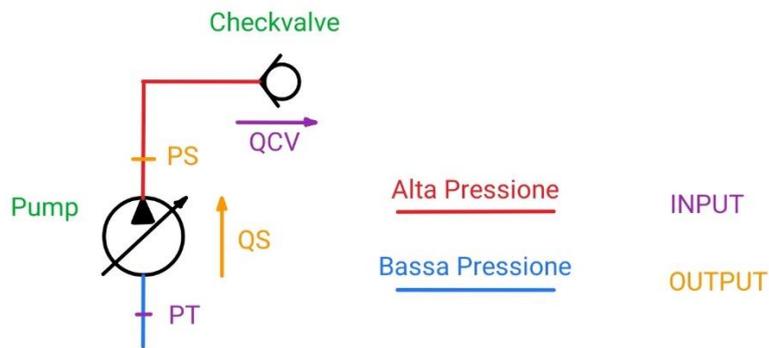


Figura 44: Schema fisico pompa

Per questo tipo di applicazione viene generalmente utilizzata una pompa a pistoni perché comporta diversi vantaggi, quali affidabilità, facilità di controllo, range di pressioni di lavoro molto esteso. In particolare, la pompa in oggetto è a pistoni assiali a cilindrata variabile (Figura 45).

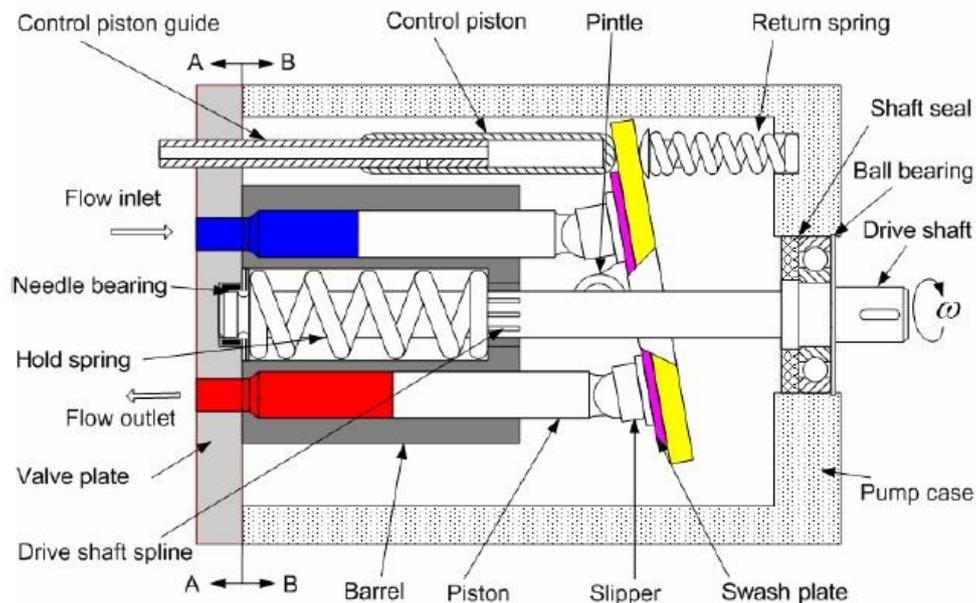


Figura 45: Funzionamento pompa a pistoni assiali a cilindrata variabile [13]

L'albero motore (*Drive shaft*) è connesso mediante albero scanalato al tamburo (*barrel*), che viene quindi portato in rotazione. Lungo il perimetro di una circonferenza, sono posti equidistantemente i pistoni (*piston*) che possono scorrere assialmente sui cilindri ricavati sul tamburo. I singoli pistoni, ad un estremo si

interfacciano con il fluido, mentre dall'altro sono vincolati allo *swashplate* mediante giunto sferico. L'inclinazione di tale *swashplate* determina la cilindrata della pompa. Se infatti tale componente si trovasse con il proprio asse parallelo con quello del tamburo la portata inviata al circuito in pressione sarebbe nulla. Prendendo in considerazione una rotazione completa dell'albero motore e partendo da punto in cui entra nella zona di azione della porta a bassa pressione in condizioni di *TDC (Top Dead Centre)* come in Figura 46, si nota quanto segue.

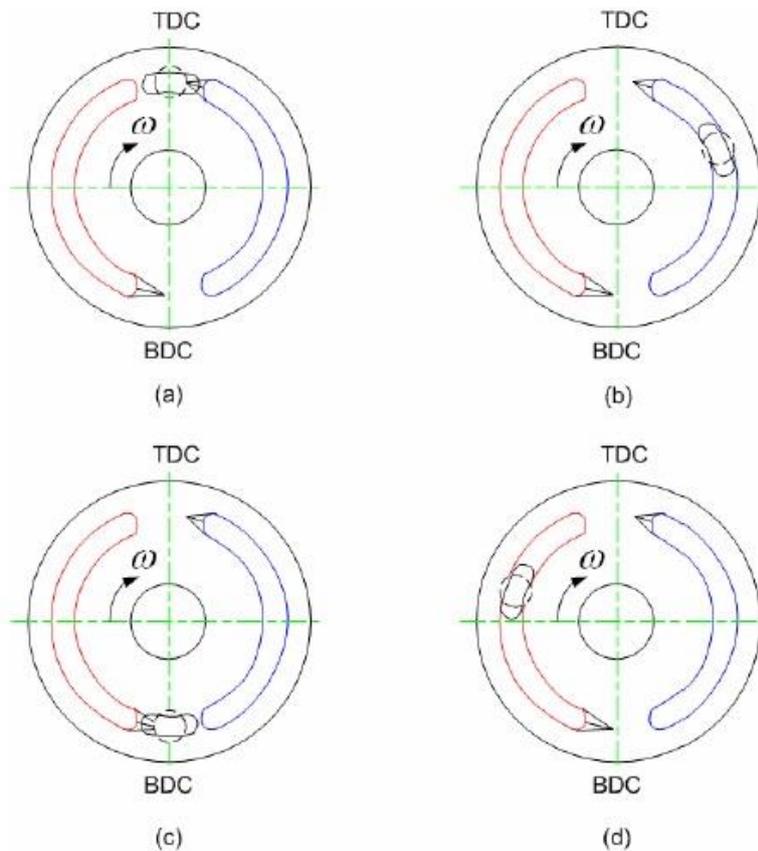


Figura 46: Movimento del tamburo durante la rotazione [13]

Le asole lunghe rappresentano le porte di aspirazione e mandata della pompa, i colori corrispondono a quelli di Figura 45, ed è rappresentato un solo pistone che percorre un giro completo. In condizione di TDC il pistone si appropria ad entrare in comunicazione con la porta di aspirazione. Proseguendo con la rotazione la camera si espande grazie all'inclinazione dello *swashplate* richiamando all'interno del fluido a bassa pressione. Una volta raggiunta la condizione di volume massimo BDC (Bottom Dead Centre) si interrompe la comunicazione con la porta di aspirazione e il pistone si appropria ad entrare in contatto con la porta di mandata ad alta pressione. Il fluido precedentemente incamerato a bassa pressione è ora (d) inviato nella camera ad alta pressione.

Il controllo dello *swashplate* è gestito dal pistone di controllo (*control piston*) e da una molla di contrasto calibrata in base alla pressione che si vuole ottenere nel circuito di mandata. Il pistone di controllo comunica con il fluido ad alta pressione ed esercita una forza sullo *swashplate* proporzionale ad essa. Quando la

pressione nel circuito di mandata è quella nominale, l'azione di contrasto della molla deve essere tale che lo swashplate si posizioni in condizione neutra, ovvero che non invii ulteriore portata (asse parallelo all'albero motore). Al contrario, quando la pressione di mandata dovesse scendere perché avviene una perturbazione nel circuito a valle della pompa, la forza esercitata dal pistone scenderebbe causando l'estensione della molla e quindi l'inclinazione dello *swashplate* che dunque inizierebbe ad inviare portata.

Dal punto di vista computazionale, come del resto avviene anche fisicamente, la pressione a valle della pompa è solo conseguenza della portata da questa inviata e dalle condizioni di funzionamento del circuito a valle.

Il modello di Pompa non è oggetto del presente elaborato ed è stato fornito come punto di partenza per il *PCM*.

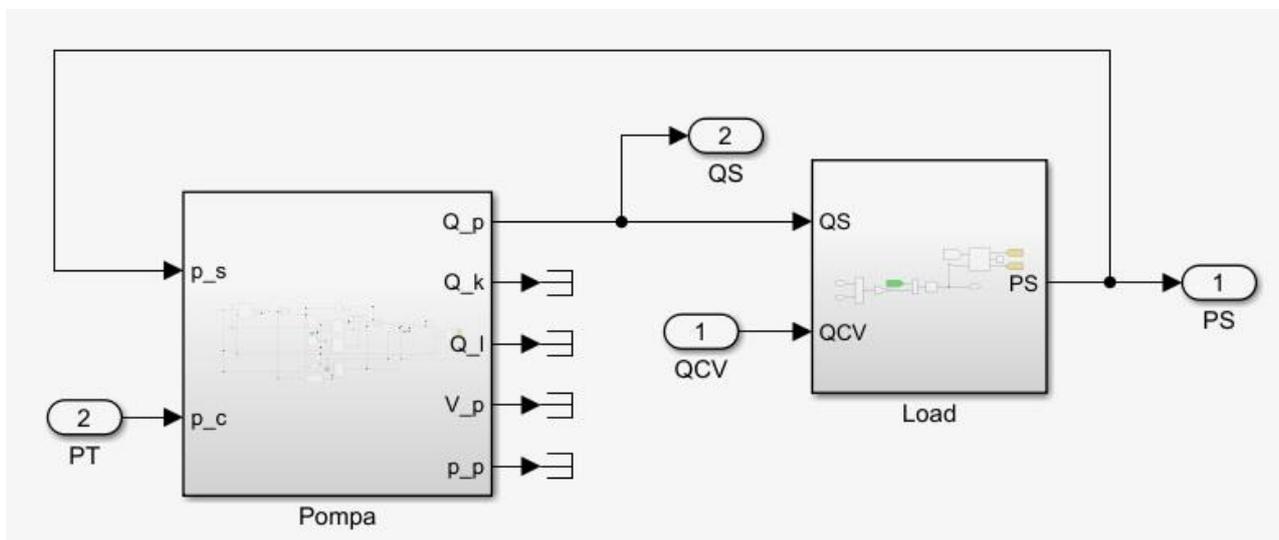


Figura 47: Modello Simulink Pompa

Come appena spiegato, il controllo della pompa non può prescindere dal valore di pressione di valle della pompa *PS*, che è a sua volta noto a fronte dell'applicazione della solita legge ricavata per le capacità in seguito al bilancio delle portate in ingresso e uscita dall'ambiente di mandata della pompa. Brevemente, all'interno del blocco pompa si trovano:

- *Control Piston Dynamic*: a fronte delle pressioni *PS* e *PT*, modello di attrito, azione della pressione nei singoli pistoni e raggiungimento del finecorsa determina un bilancio di coppie sullo *swashplate* che governa la dinamica dello stesso, stabilendone le coordinate cinematiche istante per istante.
- *Discharge Chamber Flow*
- *Suction Chamber Flow*

3. Modello di degradazione

In questa sezione verrà condotto lo studio teorico di una possibile degradazione, che può portare ad un funzionamento scorretto dell'intero PCM. È stato deciso di porre l'accento sui fenomeni di danneggiamento che interessano il serbatoio pressurizzato, in particolare di studiare la molla, che impone una pressione di progetto all'interno del serbatoio, e quindi di tutto il circuito di bassa pressione. Per giustificare tale scelta è sufficiente pensare che il non corretto funzionamento del meccanismo di pressurizzazione dell'ambiente di bassa pressione implicherebbe il non raggiungimento delle condizioni di progetto. Come è stato già anticipato al Paragrafo 2.3, in condizioni estreme di danneggiamento della molla, si potrebbero raggiungere condizioni di pressione di aspirazione della pompa tali da generare cavitazione e danneggiare componenti molto più sofisticati della molla stessa. La presenza di una cricca che si instaura nella molla potrebbe ragionevolmente influire sulla rigidità della stessa, e qualora questo avvenisse la pressione nel serbatoio ne verrebbe influenzata, compromettendo le condizioni di lavoro per cui tale componente è stato dimensionato.

La trattazione del danneggiamento della molla si suddivide essenzialmente in quattro fasi. Nella prima, viene proposta una breve trattazione teorica per il calcolo della rigidità di una molla a partire dalle sue caratteristiche geometriche. In seguito, considerando la presenza di una cricca semiellittica che interessa una delle spire della molla, verrà proposto un calcolo per determinare la rigidità in condizione di danneggiamento, per avere in questo modo la correlazione tra entità del difetto e rigidità. A questo punto, nella terza fase, avvelandosi della teoria sulla meccanica della frattura lineare elastica verrà individuata la dimensione critica del difetto, ovvero la dimensione tale per cui si verifica la rottura del componente. L'ultima parte consiste nel proporre un modello di accrescimento del difetto, ovvero di avvalersi di una legge che permetta di calcolare il rateo di propagazione della cricca in base alle sollecitazioni a cui è sottoposto il componente.

È importante precisare fin da subito che i risultati ottenuti utilizzando questa metodologia sono fortemente dipendenti dal dimensionamento già spiegato al Paragrafo 2.3.1, di conseguenza le conclusioni che verranno tratte saranno specifiche per questa configurazione.

3.1. Molle a elica cilindrica

Considerando una trave a sezione cilindrica sottoposta a torsione, qualora esistessero esclusivamente sollecitazioni tangenziali, nel piano perpendicolare all'asse longitudinale della trave, secondo la legge di *Hooke* [14]:

$$\tau = G\gamma \quad (3.1)$$

Dove:

- G : Modulo di elasticità tangenziale (Pa)
- γ : Scorrimento (/).

Definito θ angolo di torsione e I_p momento quadratico polare della sezione rispetto al centro, Il momento torcente vale:

$$M_t = \frac{GI_p\theta}{l} \quad (3.2)$$

Ricordando che:

$$I_p = \frac{\pi}{32}d^4 \quad (3.3)$$

- d : Diametro della trave

Considerando l'elemento barra di torsione, dove alla trave appena studiata si applica idealmente un braccio infinitamente rigido ad un'estremità in direzione radiale, mentre l'altra estremità viene vincolata in un incastro. Si supponga inoltre che il braccio rigido sia di lunghezza R e alla sua estremità più lontana venga applicata una forza di intensità F diretta perpendicolarmente al braccio stesso generando sforzo di esclusiva torsione della trave a sezione cilindrica. L'applicazione della forza F genera un abbassamento f del punto di applicazione, sotto l'ipotesi di braccio infinitamente rigido, tale abbassamento è esclusivamente imputabile alla rotazione delle sezioni della trave che generano l'angolo di torsione θ . Per quanto appena spiegato:

$$f = \theta R \quad (3.4)$$

Ricavando θ dalla (3.2), esplicitando la (3.3), si ottiene:

$$f = \frac{32FR^2l}{G\pi d^4} \quad (3.5)$$

Avendo tenuto presente che, per la barra di torsione:

$$M_t = FR \quad (3.6)$$

A questo punto è nota la rigidezza della barra di torsione:

$$k = \frac{F}{f} \quad (3.7)$$

Che esplicitando i termini:

$$k = \frac{\pi Gd^4}{32R^2l} \quad (3.8)$$

Considerando la geometria di una molla ad elica cilindrica, gli sforzi saranno così determinati (Figura 48).

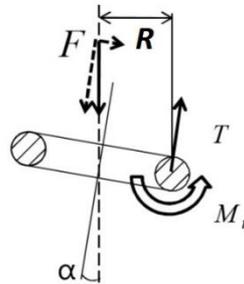


Figura 48: DCL di una spira

Nelle applicazioni reali, l'angolo α è molto ridotto, a tal punto che considerarne il seno pari a 0 ed il coseno pari ad 1 si rivela una buona approssimazione. A fronte di quanto appena affermato:

$$M_t = FR \cos \alpha \cong FR \quad (3.9)$$

Partendo dalla (3.5), in questo caso l'abbassamento costituisce la compressione assiale dell'intera molla, dunque:

$$l = l_{eq} = \frac{2\pi RN}{\cos \alpha} \quad (3.10)$$

- l_{eq} : Lunghezza equivalente della molla (m)
- N : Numero di spire efficaci

Si ottiene la rigidità della molla ad elica cilindrica:

$$k = \frac{Gd}{8C^3N} \quad (3.11)$$

3.2. Rigidità in presenza di danneggiamento

L'obiettivo, in questa fase, è quello di ottenere una formulazione in grado di descrivere il comportamento della molla (calcolarne la rigidità) quando questa è interessata dalla presenza di una cricca semiellittica e collegare l'entità di tale danneggiamento con la rigidità stessa. In tal senso, torna utile immaginare l'intera molla come una serie di molle ciascuna costituita da una singola spira:

$$\frac{1}{k} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{k_i} \quad (3.12)$$

Laddove vi fosse la presenza di una cricca all'interno di una spira, allora i valori di sezione A e momento d'inerzia J verrebbero inevitabilmente alterati, modificando il valore di rigidità di tale spira, e come suggerisce la (3.12), anche la rigidità dell'intera molla. Una considerazione che viene spontaneo fare, è che

all'aumentare del numero di spire, l'incidenza della variazione di rigidezza di una singola spira sulla rigidezza totale, diminuisce. Secondo quanto appena detto, in una molla con un elevato numero di spire risulterebbe più difficoltoso individuare la presenza di un difetto localizzato esaminando il comportamento complessivo come in questo caso.

Denominando N_s le spire che non presentano difetti e N_d le spire difettose, tali per cui risulti:

$$N = N_s + N_d \quad (3.13)$$

La rigidezza conferita dalle spire sane:

$$k_s = \frac{Gd}{8C^3N_s} \quad (3.14)$$

Si noti che nel caso in esame risulterà $N_d = 1$, infatti il verificarsi di un guasto contemporaneamente su più di una spira non è plausibile.

Utilizzando la (3.12), si deduce che la rigidezza della molla è:

$$k = \frac{k_s k_d}{k_s + k_d} \quad (3.15)$$

3.2.1. Rigidezza spira in presenza di difetto

Rimane incognito il valore della rigidezza della spira difettosa k_d . Per determinarlo, si utilizza l'espressione per τ_{max} nel seguente modo:

$$\tau_{max} = \frac{FRr}{J} + \frac{F}{A} \quad (3.16)$$

Nella quale si distinguono il contributo della torsione e quello dello sforzo di taglio.

- F : Forza applicata assialmente alla spira (N)
- R : Raggio medio della molla (m)
- r : Raggio del filo (m)

Raccogliendo la forza F ed esplicitando al suo interno la rigidezza della spira difettosa:

$$\tau_{max} = k_f \delta \left(\frac{Rr}{J} + \frac{1}{A} \right) \quad (3.17)$$

Con:

- δ : Compressione assiale della singola spira soggetta a difetto (m)

A sua volta, τ_{max} , per la (3.1), non è altro che il prodotto tra il modulo di elasticità tangenziale e lo scorrimento massimo (o massima deformazione tangenziale) γ_{max} . In questo caso è immediato calcolare quest'ultimo termine a meno dell'aggiunta di una correzione necessaria a tenere conto dell'angolo dell'elica:

$$\gamma_{max} = \frac{\delta}{\pi D N_d} \frac{2C + 1}{2C^2} \quad (3.18)$$

La compressione assiale, per una molla di torsione, si traduce nello spostamento in direzione diametrale di un punto nella spira, che se rapportato alla lunghezza della spira fornisce il valore di deformazione tangenziale locale. Qualora tale punto si trovasse sul diametro esterno del filo il valore di deformazione tangenziale sarebbe massimo. Il fattore di destra è una correzione geometrica che verrà giustificata in seguito. Sostituendo la (3.18) nella (3.17) e passando attraverso la legge di *Hooke*, si ottiene la rigidità per le spire danneggiate:

$$k_d = \frac{G(2C + 1)}{2C^2 \pi D N_d \left(\frac{Rr}{J} + \frac{1}{A} \right)} \quad (3.19)$$

Si noti che qualora ci si trovasse nella condizione in cui i valori di J e di A corrispondessero a quelli di una spira non affetta da danneggiamento, il valore di k_d si potrebbe ottenere dalla (3.14). Le condizioni di spira sana corrispondono a:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \quad (3.20)$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32} \quad (3.21)$$

Sostituendo queste ultime due nella (3.19):

$$k_d' = \frac{G(2C + 1)}{2C^2 \pi D N_d \left(\frac{32Rr}{\pi d^4} + \frac{4}{\pi d^2} \right)} \quad (3.22)$$

Eseguendo delle semplificazioni, tenendo conto che l'indice della molla C è il rapporto tra il diametro della spira D ed il diametro del filo d :

$$k_d' = \frac{G(2C + 1)}{2C^2 \pi 2R N_d \left(\frac{2C}{\pi r^2} + \frac{1}{\pi r^2} \right)} \quad (3.23)$$

$$k_d' = \frac{G\pi r^2}{2C^2 \pi 2R N_d} \quad (3.24)$$

Ed infine:

$$k_d' = \frac{Gd}{8C^3 N_d} \quad (3.25)$$

3.2.2. Calcolo dei parametri geometrici in presenza di cricca semiellittica

La presenza di una cricca semiellittica influenza, come già introdotto, i valori delle variabili geometriche associati alla sezione del filo. In generale, una cricca di dimensioni a , come quella in Figura 49 modifica le espressioni di tali variabili nel modo seguente.

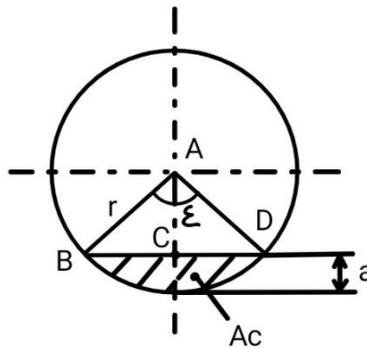


Figura 49: Geometria della cricca

Indicando con A l'area resistente netta, è facile intuire che questa si ricavi dalla differenza tra l'area di una circonferenza di raggio r e l'area A_c . Se con ε viene indicato l'angolo sotteso dal difetto, esso sarà esclusivamente dipendente dalla propria profondità a , e dal raggio del filo r . Considerando il triangolo ABC:

$$\frac{r-a}{r} = \cos \frac{\varepsilon}{2} \quad (3.26)$$

È a questo punto individuato l'angolo ε :

$$\varepsilon = 2 \cos^{-1} \left(\frac{r-a}{r} \right) \quad (3.27)$$

L'area A_c si può determinare tramite la differenza tra il settore circolare di angolo ε e l'area del triangolo ABD, quest'ultima risulta:

$$A_{ABD} = r \sin \left(\frac{\varepsilon}{2} \right) r \cos \left(\frac{\varepsilon}{2} \right) \quad (3.28)$$

Secondo le formule di prostaferesi [15]:

$$\sin \left(\frac{\varepsilon}{2} \right) \cos \left(\frac{\varepsilon}{2} \right) = \frac{1}{2} \sin \varepsilon \quad (3.29)$$

Per cui:

$$A_c = \frac{r^2 \varepsilon}{2} - r^2 \frac{1}{2} \sin \varepsilon = \frac{r^2}{2} (\varepsilon - \sin \varepsilon) \quad (3.30)$$

Per quanto già detto:

$$A = \pi r^2 - A_c \quad (3.31)$$

E sostituendo:

$$A = \pi r^2 - \frac{r^2}{2} (\varepsilon - \sin \varepsilon) \quad (3.32)$$

Per quanto riguarda invece il momento d'inerzia polare J , si fa riferimento alla Figura 50. In questo caso si procede sommando i contributi del settore circolare J_s e del triangolo J_v :

$$J = \int_A \rho^2 dA = J_s + J_v \quad (3.33)$$

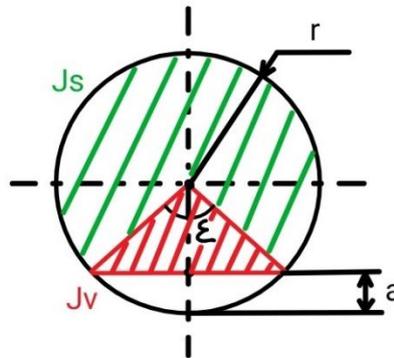


Figura 50: Suddivisione della sezione per il calcolo del momento d'inerzia

Allo stesso modo, il calcolo di J_s :

$$J_s = \int_0^r \rho^2 (2\pi - \varepsilon) \rho \cdot d\rho = (2\pi - \varepsilon) \frac{r^4}{4} \quad (3.34)$$

Considerando invece il triangolo (Figura 51), è nota la formula per determinarne il momento d'inerzia rispetto all'asse baricentrico.

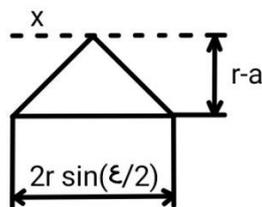


Figura 51: Momento d'inerzia del triangolo

Applicando la formula di *Huygens-Steiner*, si ottiene che il momento d'inerzia geometrico del triangolo rispetto alla parallela alla base passante per il vertice opposto è un quarto del prodotto tra la base ed il cubo

dell'altezza. Essendo base ed altezza del triangolo esplicitabili in funzione di raggio r e profondità della cricca a :

$$J_v = \frac{1}{4} 2r \sin\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) (r - a)^3 \quad (3.35)$$

In definitiva il momento d'inerzia totale della sezione della spira soggetta a danneggiamento:

$$J = J_s + J_v \quad (3.36)$$

A questo punto sono noti area e momento d'inerzia della spira danneggiata, tramite questi, si risale attraverso la (3.16) alla sua rigidezza. Con questa informazione, unitamente a quella della rigidezza per le spire sane (3.11) è possibile ricavare la rigidezza della molla completa (3.12). Di seguito, in Figura 52, è proposto un grafico che indica la variazione della rigidezza della molla all'aumentare dell'entità della cricca.

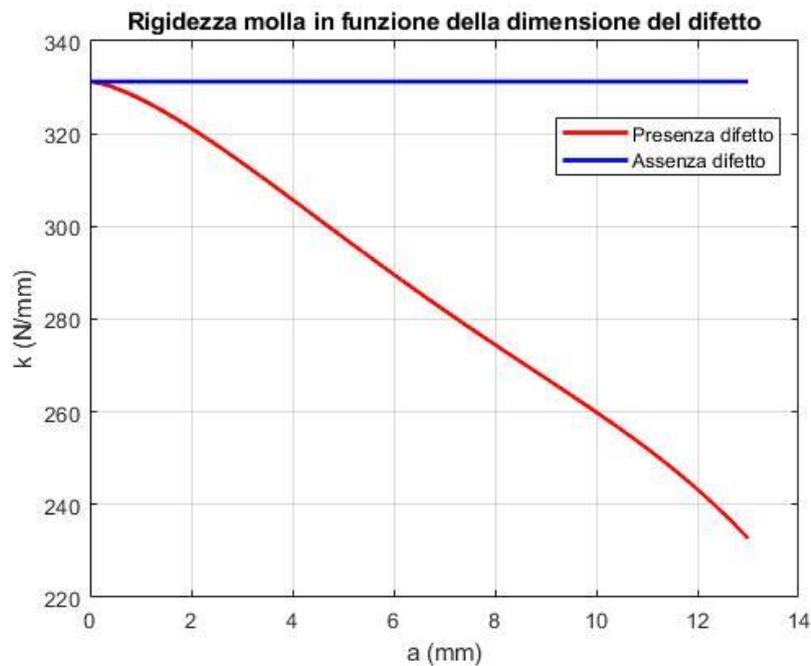


Figura 52: Influenza dell'entità del difetto sulla rigidezza complessiva della molla

Come dimostrato (3.17-3.22), e come lecito aspettarsi, qualora ci si trovasse in condizioni di $a = 0$, ovvero danneggiamento inesistente per tutte le spire, la rigidezza della molla assumerebbe lo stesso valore di quella calcolata tramite la (3.8). Per le caratteristiche geometriche della molla dimensionata in questo frangente, il decadimento della rigidezza in funzione dell'accrescimento delle dimensioni della cricca è tale per cui, in condizioni di apertura del difetto di circa 7 mm (corrispondenti a circa il 35% del diametro del filo) si ha una riduzione di rigidezza di oltre il 14%. Tali tendenze indicano che la presenza di una cricca in una delle spire potrebbe generare effettivamente una variazione di rigidezza sostanziale limitando la capacità del serbatoio di mantenere la pressione di progetto.

3.3. Meccanica della frattura lineare elastica: lunghezza critica del difetto

Una volta noto il comportamento della rigidità della molla in presenza di una cricca semiellittica che interessa una spira della molla, è necessario conoscere quale sia il valore di tale cricca che compromette l'integrità dell'organo stesso. Per raggiungere quest'obiettivo, è necessario sapere che non è sufficiente limitarsi a delle considerazioni "classiche" che prevedono il confronto tra limite di resistenza statico o limite di resistenza a fatica intrinseco del materiale e stato tensionale dell'elemento. Ad oggi, è impossibile prescindere dalla verifica secondo la teoria della meccanica della frattura, in quanto è comunemente accettato il fatto che vi possano essere difetti o discontinuità all'interno del materiale che generino stati tensionali non previsti da uno studio di meccanica classico. La distribuzione delle tensioni intorno all'apice di un potenziale difetto non varia all'interno di una stessa categoria di deformazioni e l'intensità di questo campo di tensioni può essere riassunto da un singolo parametro, detto fattore di intensificazione delle tensioni. In questo caso, la deformazione principale che interessa il componente filo è quella di torsione (*tearing mode*) ed il fattore di intensificazione per questo modo si indica con K_{III} . Grazie a tale intuizione, è possibile anche in questo caso valutare le proprietà di un materiale mediante un proprio valore critico, detto tenacità alla frattura $K_{III,c}$. La tenacità alla frattura di un materiale può essere definita come la capacità di deformarsi ed assorbire energia in presenza di un intaglio. Maggiore è $K_{III,c}$ più sarà difficile che sia il meccanismo di cedimento a fragile a frattura a determinare la rottura del componente, quanto piuttosto che il cedimento sia da imputare ai meccanismi classici (cedimento statico o a fatica).

Per determinare lo stato di tensione all'apice del difetto, ci si avvale di uno studio presente in letteratura [16]. Tale disamina, utilizza il metodo *Kienzler-Hermann* [17] per identificare K_{III} quando si ha a che fare con un momento puramente torcente che agisce su una trave a sezione circolare che presenta un intaglio di forma semiellittica come nel caso preso in esame:

$$K_{III} = \frac{M_T}{R^{5/2}} F_T(\eta) \quad (3.37)$$

Sapendo che per una trave a sezione circolare soggetta a solo momento torcente, vale:

$$\tau_{max} = \frac{16M_T}{\pi d^3} \quad (3.38)$$

Allora si conosce anche il momento torcente a partire dalla tensione massima:

$$M_T = \tau_{max} \frac{\pi}{2} r^3 \quad (3.39)$$

A questo punto la (3.37) diventa:

$$K_{III} = \tau_{max} \frac{\pi}{2} F_T(\eta) \sqrt{r} \quad (3.40)$$

In questa scrittura si riconosce la struttura tipica che si presenta nei calcoli di meccanica della frattura. Lo stato di tensione è descritto dalla tensione nominale agente in direzione tangenziale al difetto, dalla dimensione caratteristica r dell'elemento e da un fattore di forma $F_T(\eta)$ che tiene conto della geometria del sistema, della forma del difetto e del tipo di carico. Sempre secondo la teoria di *Kienzler-Hermann*, viene di seguito riportato il procedimento di calcolo per determinare il fattore di forma.

Definito η come il coefficiente che valuta l'entità del difetto in relazione alla dimensione del filo:

$$\eta = \frac{a}{2r} \quad (3.41)$$

È definito in seguito il fattore Δ :

$$\Delta = \sqrt{\eta - \eta^2} \quad (3.42)$$

Necessario per determinare:

$$\Pi = \pi - \cos^{-1}(1 - 2\eta) + 2(1 - 2\eta) \Delta \quad (3.43)$$

E quindi:

$$F_T(\eta) = \sqrt{\frac{\pi}{2} \left[\left(\frac{\Pi}{2} - \frac{8}{3}(1 - 2\eta)\Delta^3 - \frac{256\Delta^6}{9\Pi} \right)^{-1} - \frac{2}{\pi} \right]} \quad (3.44)$$

Data la complessità delle equazioni qui proposte, è possibile risolvere per via numerica la seguente:

$$K_{III} = K_{III,c} \quad (3.45)$$

Si tratta di trovare il valore di a per il quale lo stato di tensioni raggiunga quello critico. Tale valore sarà la dimensione critica della cricca a_c oltre la quale il filo collassa per cedimento fragile. Tale valore va poi confrontato con la dimensione della cricca che genera cedimento plastico, ovvero il valore di a che determina una riduzione della sezione resistente tale da essere insufficiente a limitare entro il limite di rottura lo stato tensionale agente sul filo. In questo caso, deve risultare:

$$\tau_{max} = \tau_{ut} \quad (3.46)$$

- τ_{ut} : Tensione tangenziale limite di rottura del materiale (Pa)

Dove ancora una volta:

$$\tau_{max} = \frac{M_t r}{J} + \frac{F}{A} \quad (3.47)$$

E A e J si calcolano a fronte della dimensione di a con le modalità già discusse.

Anche in questo caso, risolvendo numericamente si può ottenere a_p . La dimensione critica definitiva a_f della cricca risulta a questo punto il valore minimo tra le dimensioni rilevate mediante i due criteri di cedimento presi in esame:

$$a_f = \min(a_c, a_p) \quad (3.48)$$

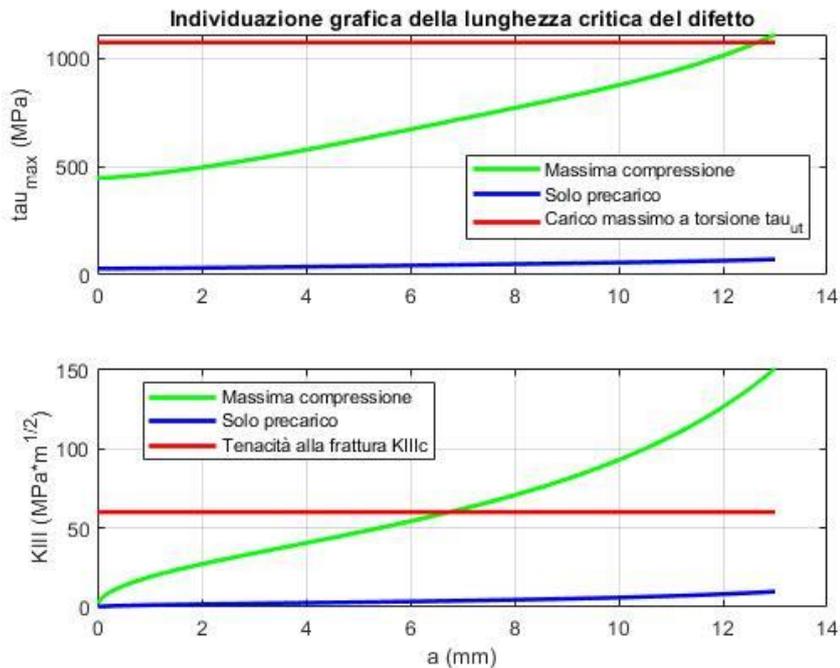


Figura 53: Confronto tra le lunghezze critiche risultanti dai due diversi criteri di cedimento

In Figura 53 si evince come il fenomeno di instabilità alla frattura fragile prevalga rispetto al raggiungimento della tensione di rottura nella sezione resistente residua. Risolvendo numericamente come proposto in precedenza risulta $a_f = 6.75 \text{ mm}$.

3.4. Propagazione del difetto sotto carichi ciclici

Avendo abbandonato un tipo di approccio classico alla fatica che trascura la presenza di difetti, la loro genesi ed accrescimento, viene spontaneo cercare una metodologia per valutare questo tipo di fenomeni a partire dall'ampiezza delle sollecitazioni a cui l'oggetto è sottoposto. Evidenze sperimentali indicano che per provini che presentino la stessa severità del difetto in fase iniziale, l'intensità del ciclo di tensione determina una variazione della dimensione critica del difetto e del numero di cicli per portare il provino a rottura. In particolare, all'aumentare di $\Delta\sigma$ in cicli di tensione ad ampiezza costante con $R = 0$ e $\sigma_{max} = \Delta\sigma$, dove:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (3.49)$$

Si riscontra una diminuzione di a_c ed una diminuzione del numero di cicli a rottura. Ciò indica un incremento della velocità di propagazione del difetto.

Altre campagne di prove, dove al contrario sono stati applicati i medesimi cicli di tensione su provini con intagli iniziali di diversa entità si è riscontrato che la velocità di propagazione aumenta all'aumentare della dimensione della cricca iniziale.

Tali evidenze suggeriscono che l'incremento della dimensione della cricca ciclo dopo ciclo, dipende sostanzialmente da:

- $\sigma_{min}, \sigma_{max}$: Condizioni di carico
- a : Dimensione corrente della cricca
- Y : Geometria del sistema

Si deve a *Paris* [18] la seguente formulazione per descrivere la propagazione del difetto:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^n \quad (3.50)$$

Dove:

- C, n : parametri che dipendono dal materiale

Lo stato di tensione è descritto dal fattore di intensificazione delle tensioni K_{III} :

$$K_{III,max} = \tau_{max} \frac{\pi}{2} F_T(\eta) \sqrt{r} \quad (3.51)$$

$$K_{III,min} = \tau_{min} \frac{\pi}{2} F_T(\eta) \sqrt{r} \quad (3.52)$$

Per ottenere:

$$\Delta K_{III} = K_{III,max} - K_{III,min} \quad (3.53)$$

Le tensioni tangenziali τ_{max} e τ_{min} , si riferiscono alle tensioni che si generano sulla superficie esterna del filo (la più sollecitata a torsione) rispettivamente quando la molla è al massimo della sua corsa in compressione (situazione di carico maggiore) e al minimo della corsa (situazione di carico minore).

$$\tau_{max} = \lambda' \frac{8F_{max}C}{\pi d^2} \quad (3.54)$$

$$\tau_{min} = \lambda' \frac{8F_{min}C}{\pi d^2} \quad (3.55)$$

La molla è continuamente sottoposta ad un carico dovuto alla pressione del fluido per cui la tensione media è molto alta ed R risulta poco minore di 1.

$$F_{max} = F_i + kL_0 \quad (3.56)$$

$$F_{min} = F_i + k(L_0 - \Delta x) \quad (3.57)$$

Sebbene questo fattore (la tensione media) sia in questo caso un fattore non trascurabile, nella trattazione di Paris viene ignorato perché grazie alla sua semplicità è preferita in ambito pratico alle formulazioni di *Broek-Schijve* [19] o *Walker* [20] che non hanno validità generale sebbene tengano conto del contributo della tensione media.

Altro limite della legge di Paris è quello di non prendere in considerazione l'effetto del valore di soglia ΔK_{th} . Questo valore limite indica il valore del coefficiente di intensificazione al di sotto del quale non si verificano apprezzabili effetti sulla propagazione del difetto. Brevemente, le tensioni che generano dei ΔK inferiori a ΔK_{th} non contribuiscono ad aumentare le dimensioni della cricca. Tendenzialmente però, a favore di quanto portato nella presente trattazione, dei valori di R alti (tendenti all'unità) contribuiscono a ridurre il valore di ΔK_{th} . Avere dei ΔK_{th} bassi comporta l'estensione del campo di validità della legge di *Paris* per ΔK sempre più piccoli marginando l'errore che essa introduce non tenendo conto della soglia.

In Figura 54 è riportato il diagramma relativo alla propagazione del difetto sulla molla già dimensionata. In questa fase è stato ipotizzato che la molla lavorasse in condizioni di pulsazioni con F_{max} ed F_{min} calcolata per un $\Delta x = 5 \text{ mm}$. In pratica potrebbe essere un'applicazione verosimile che prevederebbe lo svuotamento del serbatoio e conseguente abbassamento del pistone di 5 mm . Come suggerisce la legge di *Paris*, ogni ciclo apporta un incremento della dimensione della cricca. In questo caso, dal punto di vista computazionale, si aggiorna ad ogni ciclo il valore attuale della dimensione della cricca all'interno di un ciclo *while* che viene interrotto quando la dimensione raggiunge il valore di a_f . Per ogni ciclo vengono quindi calcolati con il valore di a del ciclo precedente, in sequenza:

- η
- Δ
- Π
- $F_T(\eta)$
- ΔK_{III}

E applicando la legge di Paris

$$a(i) = a(i - 1) + C \Delta K(i)^n \quad (3.58)$$

Dove:

- i : indica l'indice attuale della procedura iterativa.

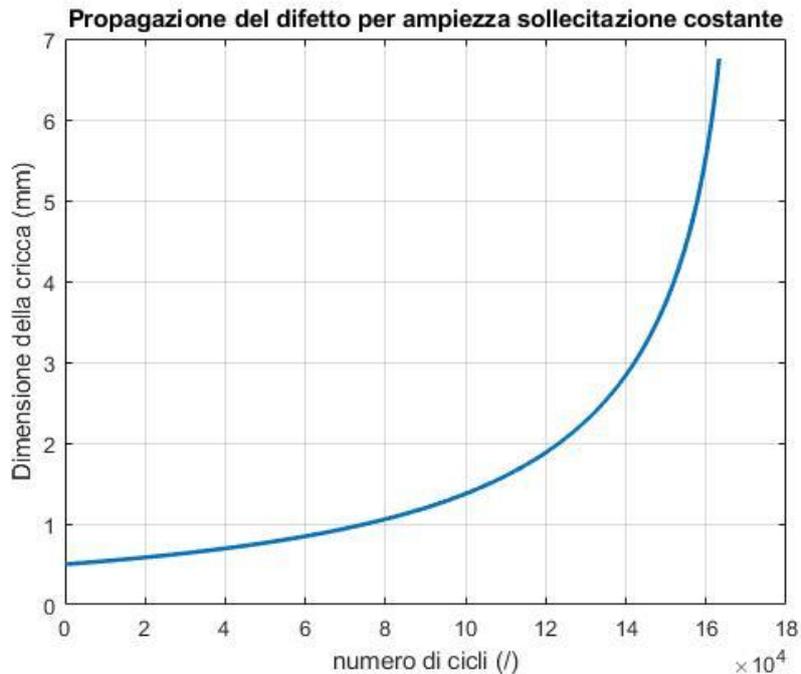


Figura 54: Evoluzione della dimensione della cricca con verosimile ciclo di lavoro ad ampiezza costante

Tuttavia, ipotizzare che l'andamento dell'escursione del pistone segua nel tempo un moto alternato ad ampiezza costante è un errore, il grafico è quindi da intendere solamente come esempio, per applicare la legge di *Paris*. La posizione del pistone è piuttosto dettata dai risultati che vengono forniti dalla simulazione del modello, e sono dipendenti ovviamente dai segnali in portata richiesti dai comandi di volo. Studiare con la formula di *Paris* il propagarsi di un difetto su un componente non sottoposto a cicli di tensione ad ampiezza costante implica il trascurare un altro fenomeno: quello del ritardo.

In particolare, qualora si verificasse l'applicazione di un sovraccarico (ipotesi lecita in quest'ambito) la zona adiacente a quella della cricca si troverebbe in uno stato di compressione residua che inibirebbe il propagarsi della cricca fin tanto che l'apice del difetto rimanesse all'interno di tale zona plasticizzata. Dal momento che trascurare l'effetto del ritardo produce un effetto ulteriormente cautelativo, si è deciso di non complicare ulteriormente la trattazione. *Wheeler* [21] ha proposto un modello per tenerne conto e si basa sostanzialmente nel determinare un cosiddetto fattore di correzione C_p che moltiplica C all'interno della (3.50) mediante delle considerazioni sulla dimensione del raggio plastico.

4. Feature selection

All'interno di questo paragrafo verranno analizzati diversi segnali per condurre delle analisi statistiche attraverso le quali è possibile stabilire l'attitudine di quest'ultimi a generare dei parametri indicatori, detti *feature* [22]. Tali *features*, devono essere valutate e rispettare determinate caratteristiche, in modo tale da valutare la loro idoneità a generare consistenti *performance* in ambito di diagnosi/prognosi. Più semplicemente, il valore di una *feature* viene utilizzato per identificare lo stato di salute/guasto di un componente od un intero sistema. A questo proposito, è doveroso far notare che, laddove sia possibile, è sempre meglio considerare *features* calcolate a partire da segnali provenienti da sensori già presenti sul sistema studiato. Nel caso in cui lo studio CBM/PHM riveli un'effettiva fattibilità ed utilità, bisogna tenere presente che se si dovesse prevedere l'aggiunta di ulteriore sensoristica si avrebbero anche delle ripercussioni sull'affidabilità del sistema. Infatti, ogni volta che viene aggiunto un elemento di affidabilità $x < 1$ ad un sistema di affidabilità y , la nuova affidabilità sarà $y' = xy < y$. Nel presente caso di studio è praticamente impossibile non prevedere l'aggiunta di sensoristica, l'unica informazione attualmente presente è relativa al trasduttore di pressione posto sulla linea ad alta pressione, ed un sensore di temperatura che indica lo stato dell'olio del serbatoio.

Nel capitolo precedente è stato presentato il meccanismo di guasto che si intende studiare. La prima fase consiste quindi nel valutare le mutazioni che la presenza dello specifico guasto comporta all'interno dei segnali simulati, che costituiscono lo stato osservabile $y(t)$. Tale passaggio si rende necessario dal momento in cui non è infatti direttamente misurabile l'entità del guasto, si definisce infatti con $x(t)$ o stato nascosto del sistema. Per definizione, il vettore di *feature* $\varphi(y(t))$ è una statistica sufficiente per lo stato nascosto $x(t)$.

4.1. Studio preliminare dei segnali influenzati dalla presenza del guasto

Il primo approccio all'analisi dei segnali è di tipo visivo e consiste nell'analizzare e confrontare tra di loro alcuni segnali strategici, impostando diversi livelli di degradazione del componente molla. A tal proposito, per quella che verrà di seguito indicata come *prima campagna di simulazioni*, sono state condotte tre simulazioni per tre differenti livelli di degradazione, mantenendo lo stesso input (segnali di portata) conducendole a temperatura costante ($T=40^{\circ}\text{C}$).

Il segnale di input, come già anticipato nella sezione del modello, riguarda le portate di mandata: $Q1_{TR,S}$, $Q1_{MR,S}$ e le portate di ritorno al PCM: $Q1_{TR,r}$, $Q1_{MR,r}$. In Figura 55 e Figura 56 sono riportati i profili dei segnali utilizzati per questa prova.

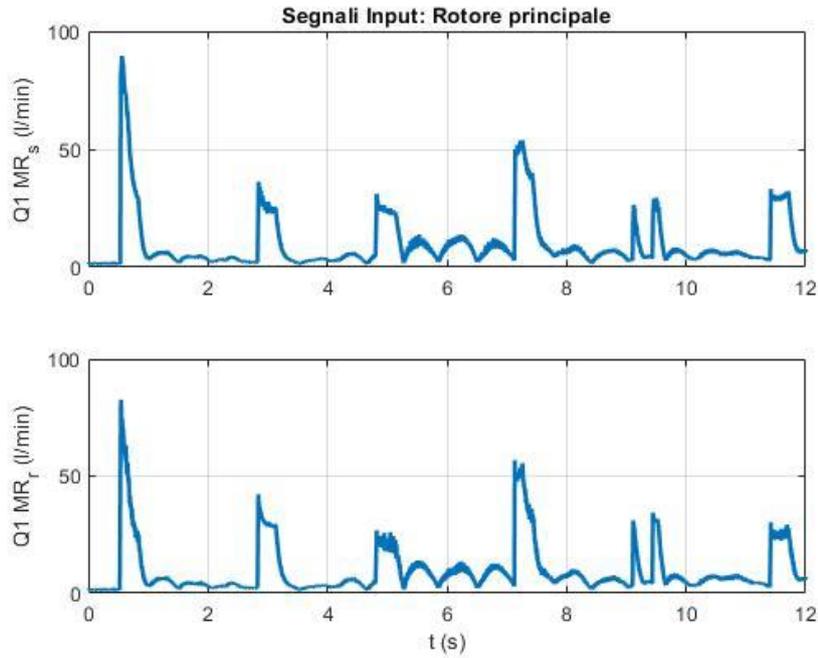


Figura 55: Profilo di portata del Main Rotor utilizzato per le simulazioni

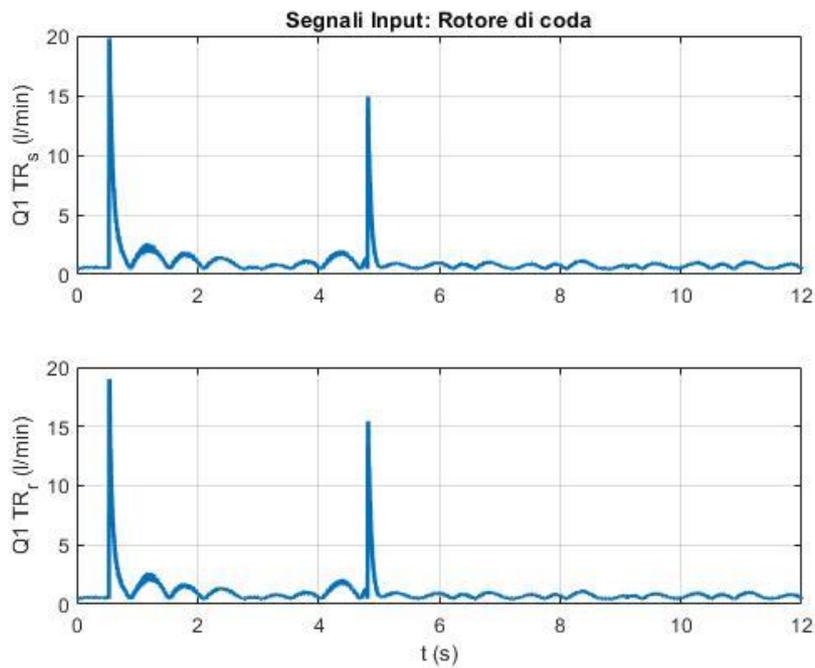


Figura 56: Profilo di portata del Tail Rotor utilizzato per le simulazioni

In seguito, nella *seconda campagna di simulazioni*, per valutare se la temperatura fosse un fattore determinante nella valutazione delle *features*, sono state condotte, per ogni livello di degradazione di cui prima, altre due simulazioni per temperature differenti (oltre a quella a $T=40^{\circ}\text{C}$, già presente). In tal modo, dopo queste due campagne, noti i segnali più strategici su cui lavorare è stata condotta una *terza campagna di simulazioni*, per avere una base dati più solida, anche variando l'intensità dei segnali di portata in input per valutare anche la loro influenza sui risultati delle simulazioni.

4.1.1. Prima campagna di simulazioni

Come già indicato al Paragrafo 3.2.2, il manifestarsi del danneggiamento preso in considerazione incide sensibilmente sul valore di rigidità della molla, vedi Figura 52. Per le analisi condotte sulle dimensioni critiche della cricca, si è ricavato che la rottura avviene per $a_f = 6.75 \text{ mm}$. Incrociando questo dato, in Figura 52, risulta che, prima di cedere per instabilità fragile a frattura, la rigidità della molla è pari a $k_f = 283.81 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$. Il pedice f si riferisce alle condizioni di frattura, per le condizioni *baseline*, ovvero indicanti lo stato di perfetta salute del componente, verrà utilizzato il pedice b . In corrispondenza di assenza della cricca, ovvero per $a = 0$, si ottiene $k_b = 331.26 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$. La non trascurabile discrepanza di oltre il 14% della rigidità tra condizioni *baseline* e di frattura, indicano che tale caratteristica della molla potrebbe effettivamente incidere sui segnali risultanti dalle simulazioni.

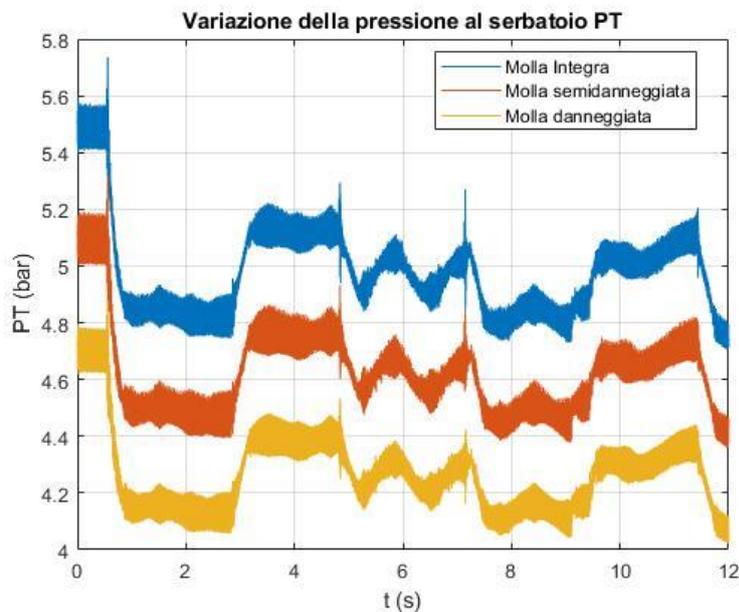


Figura 57: Influenza del danneggiamento sulla pressione del serbatoio

In Figura 57 è già possibile notare che la pressione al serbatoio PT è molto sensibile alla variazione di rigidità della molla che ne determina il precarico. Si ponga attenzione a ciò che succede nei primi istanti di simulazione, in corrispondenza di una portata richiesta nulla, e quindi di quiete per il serbatoio. In questo caso, come lecito aspettarsi, la pressione PT , è determinata al netto di effetti dinamici, dal solo precarico generato dalla molla. Una molla di rigidità inferiore, se il volume di fluido che si considera rimane quello di progetto (auspicabilmente non ci sono perdite), genera un precarico inferiore e determina quindi una pressione inferiore all'interno della camera. In questi primi risultati, l'entità del danneggiamento è stata classificata in tre categorie: integra, semi danneggiata, danneggiata. Come facilmente intuibile, integra e danneggiata fanno riferimento rispettivamente alle rigidità in condizioni *baseline* e di frattura, mentre per semi danneggiata ci si riferisce ad una rigidità intermedia (equidistante) tra le due. L'escursione del pistone

è per quanto detto, funzione esclusivamente del bilancio tra portate di mandata richieste e portate di ritorno dai comandi di volo, non è in alcun modo funzione della rigidità della molla. Ciò si riscontra in Figura 58.

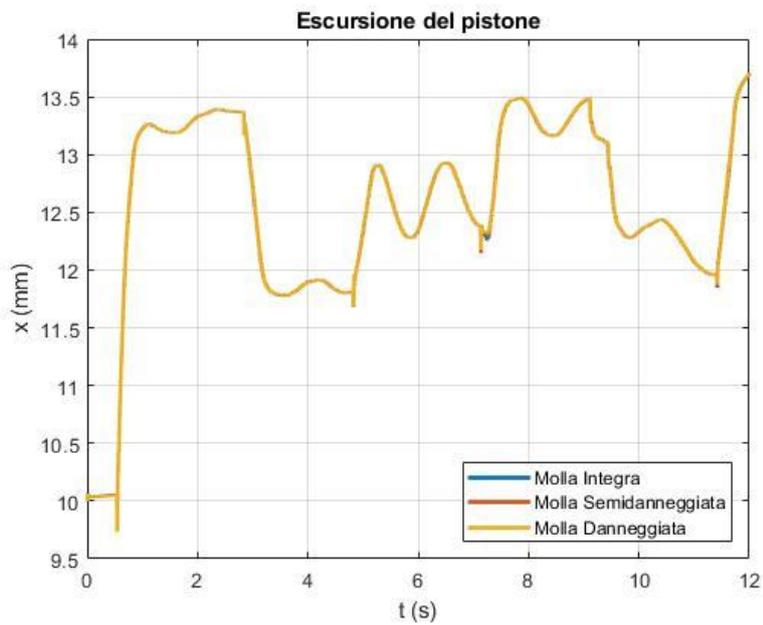


Figura 58: Coordinata spaziale del pistone durante la prova

La dipendenza di questo segnale dal bilancio di portate entranti e uscenti dal serbatoio suggerisce come potrebbe rivelarsi utile qualora si dovesse combinare con il segnale di pressione PT per renderlo nel caso universale anche per comandi in portata diversi.

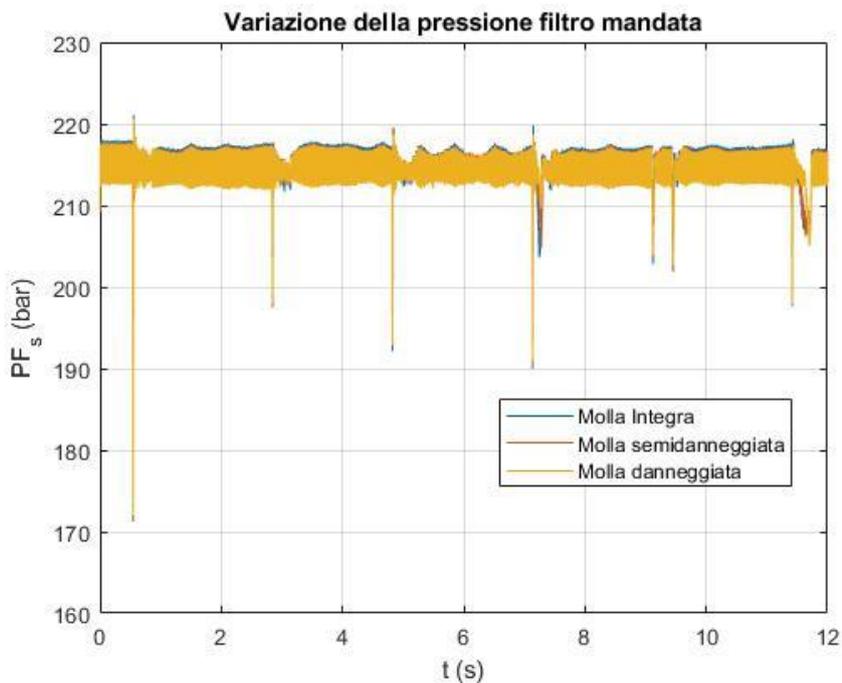


Figura 59: Andamento temporale della pressione dell'ambiente di mandata

Altri segnali, come quello di pressione nell'ambiente di mandata PF_s , non sono sensibili alla variazione di rigidità, come possibile verificare in Figura 59. Tale comportamento è anch'esso prevedibile, dal momento in cui il controllo della pompa che separa l'ambiente a bassa pressione da quello di mandata, è impostato per mantenere costante la pressione di quest'ultimo.

4.1.2. Seconda campagna di simulazioni

Nell'ambito di questa seconda campagna di prove, l'ammontare delle simulazioni aumenta fino a nove, dal momento che per ognuno dei tre segnali al Paragrafo 4.1.1, sono state aggiunte due simulazioni (oltre a quella già presente a $T=40^\circ\text{C}$) rispettivamente alle temperature di 0°C e di -40°C . A tal proposito, l'utilità di questa campagna di simulazioni è quella di valutare l'influenza della temperatura sui segnali cosiddetti "promettenti" per le fasi successive, in questo caso, per i motivi di cui prima, il segnale PT .

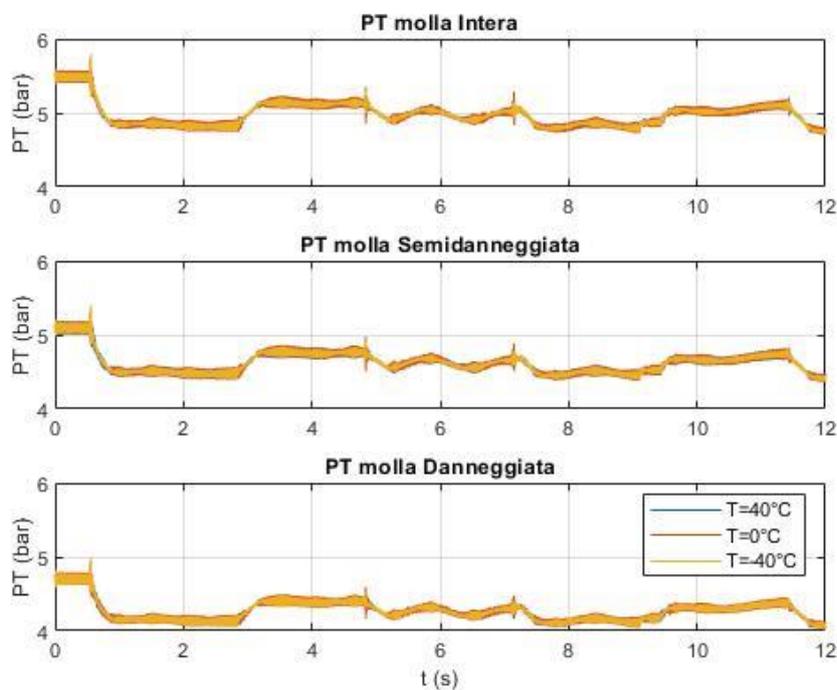


Figura 60: Influenza della temperatura sulla pressione PT , per differenti livelli di degradazione

Come evidente dalla sovrapposizione delle curve, si evince che la temperatura non ha effetto, a livello di pressione di serbatoio per nessuno dei tre livelli di degradazione.

Qualora la temperatura fosse effettivamente stata una variabile con incidenza non trascurabile sulla pressione PT , allora sarebbe stato indispensabile utilizzare il segnale del trasduttore di temperatura (già installato nel serbatoio) ed andarlo a combinare con il segnale PT per determinare una *feature* temperatura-indipendente.

4.1.3. Terza campagna di simulazioni

L'analisi visiva dei segnali per determinare quale sia più indicativo di un altro a descrivere lo stato di salute di un componente non è sufficiente, se non per una prima scrematura. In realtà il segnale da solo non basta, è necessario individuare, come detto, delle *features*: combinazioni o sintesi statistiche di tali segnali. Per poterle determinare bisogna disporre di un grande numero di simulazioni (eventualmente da ripopolare in seguito) per poter condurre delle analisi statistiche quantitative, oltre che qualitative, sull'effettiva efficacia delle singole *feature*. A tal proposito, in questa terza ed ultima campagna di prove, sono state condotte un totale di 90 simulazioni.

La *severity* è un indice variabile tra 0 ed 1 che identifica lo stato di danneggiamento del componente alla quale si riferisce. Una *severity* pari a 0 identifica un componente sano (*baseline*), mentre una *severity* pari a 1 si riferisce alle condizioni di incipiente rottura. Nel caso in esame la *severity* aumenta linearmente con il diminuire della rigidezza della molla (Figura 61).

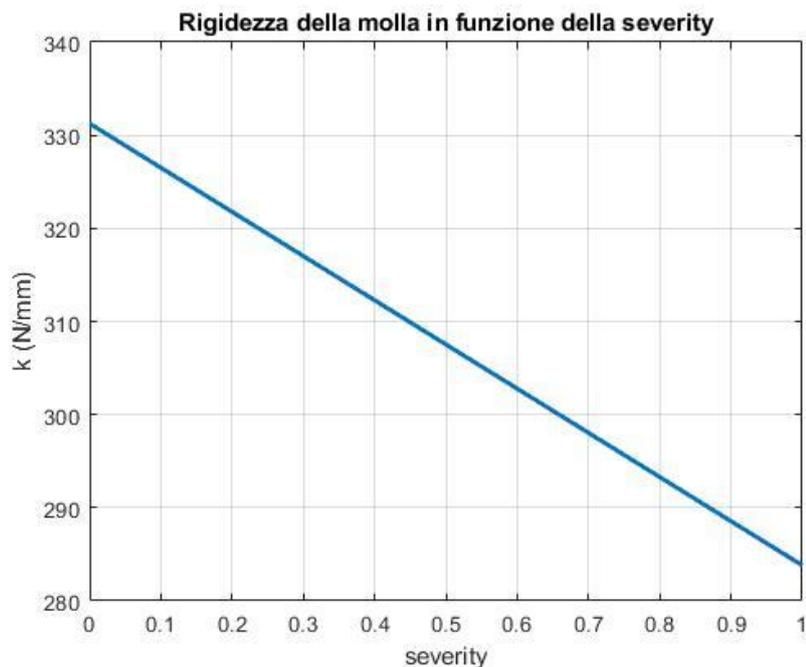


Figura 61: Dipendenza lineare tra rigidezza della molla e grado di entità del guasto

Per la terza campagna di simulazioni sono state utilizzate 15 diverse *severity* equi spaziate nel range 0-1. Per ogni livello di *severity* sono state condotte sei diverse simulazioni, ciascuna con differente guadagno di portata (0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1).

Il guadagno di portata moltiplica per un coefficiente compreso fra 0 e 1 il segnale in ingresso al modello. In questo modo è possibile stabilire qual è l'influenza dell'intensità dei comandi sui segnali in uscita. Si noti che il guadagno massimo stabilito è 1 perché il segnale in prova (utilizzato anche per le campagne precedenti) è relativo ad una condizione di stress massimo.

Prendendo in considerazione il segnale relativo alla pressione di serbatoio PT , i risultati ottenuti a fronte della terza campagna di simulazioni sono riportati in Figura 62.

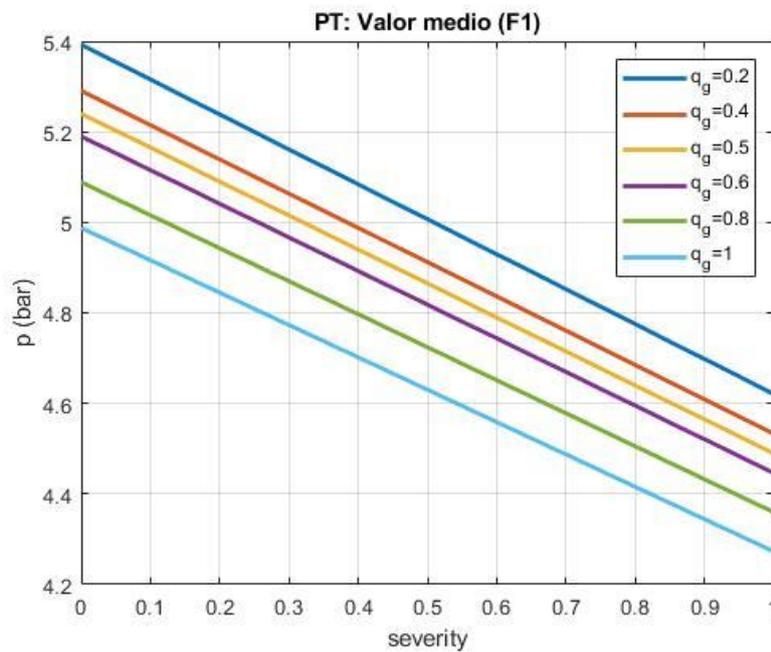


Figura 62: Valor medio di pressione del serbatoio calcolato sull'intera durata della simulazione (F1)

Il presente grafico è ottenuto facendo la media tra tutti i punti relativi ad una determinata simulazione, dunque ogni simulazione determina un punto sul piano. Ogni curva parametrizzata dal valore del guadagno di portata è determinata da 15 punti (15 livelli di *severity*).

$$F1 = \overline{PT(12s)} \quad (4.1)$$

L'effetto della presenza di un guasto sulla pressione PT è già stato discusso in precedenza. Portate richieste ridotte determinano invece un aumento della pressione media. Tale dato è in linea con quanto ci si aspetterebbe, dal momento che bilanci di portate più modesti attraverso il serbatoio determinano escursioni minori del pistone, e quindi delle forze (pressioni) mediamente più vicine al valore di precarico della molla, che non diminuiscono drasticamente allo svuotarsi del serbatoio.

Si noti che prendendo in considerazione una sola tra le sei curve l'indicatore $F1$ fornisce una *feature* apparentemente molto buona. Infatti, in questo caso ad ogni valore medio sui 12 s (intera prova), viene associato univocamente un livello di *severity*. Potenzialmente, conoscendo il valor medio di pressione si conoscerebbe dunque lo stato di salute della molla.

Ovviamente è necessario tenere presente che tale criterio non è applicabile in quanto i comandi di volo non lavorano sempre né con lo stesso profilo di portata né con una specifica intensità. A tal proposito è necessario considerare tutto lo spettro di curve, ed è evidente come per una data pressione media corrispondano differenti livelli di *severity* a seconda del guadagno di portata.

Il range di *severity* corrispondente ad una determinata pressione rimane invariato a prescindere da quale sia la pressione considerata dal momento in cui le curve sono parallele. Tale intuizione suggerisce che tale *feature* è promettente almeno per la possibilità di effettuare la *fault detection*. Infatti, per pressioni inferiori a $PT = 4.7 \text{ bar}$ si può affermare con certezza che in qualunque caso sia presente un danno con *severity* > 0.9 .

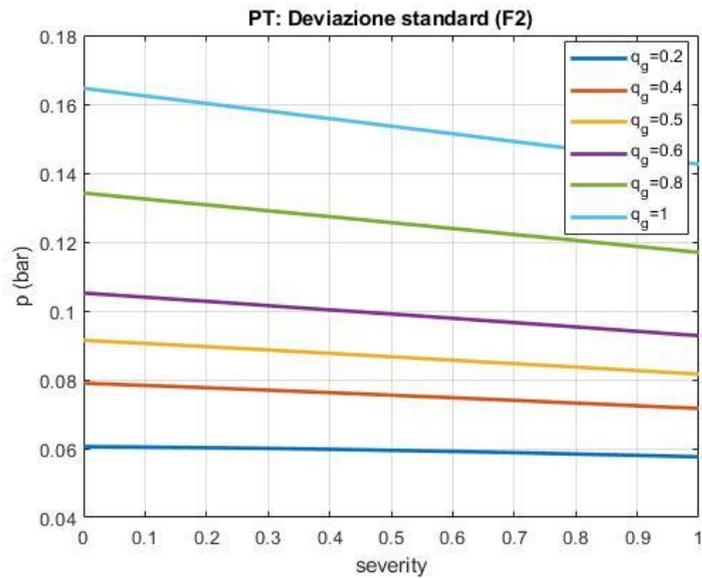


Figura 63: Deviazione standard della pressione del serbatoio calcolato sull'intera durata della simulazione (F2)

$$F2 = \sigma(PT(12s)) \quad (4.2)$$

In Figura 63 è mostrato un tentativo di *feature* non promettente dal punto di vista diagnostico/prognostico. In questi casi, almeno escludendo la possibilità di considerare una curva alla volta in base all'intensità del profilo di portata (cosa che limiterebbe le potenzialità di questo studio), non è possibile ottenere univocamente un livello di *severity* partendo dal valore della *feature*.

4.2. Determinazione delle *features*

Sfruttando i dati forniti dalla terza campagna di prove e dopo aver introdotto le prime tre *features* si procede in questo paragrafo ad ottenerne delle altre secondo criteri atti a migliorarne l'attitudine ad essere trattate in ambito CBM/PHM.

Per motivi che risulteranno più chiari nei prossimi paragrafi, risulta favorevole lavorare con degli andamenti delle *features* che siano crescenti con l'aumento della *severity*, contrariamente a quanto avviene in Figura 62.

Per garantire l'ottenimento di curve monotonicamente crescenti, si applica la seguente:

$$F_x = \max(f) - f \quad (4.3)$$

- F_x : Generica *feature*
- f : Generica variabile

Applicando la (4.3) alla *feature* $F1$, si ottiene:

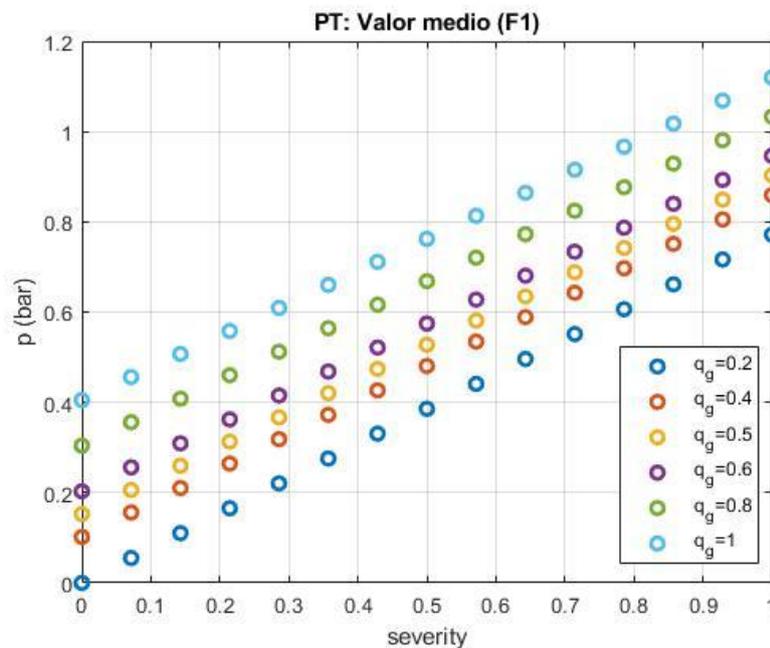


Figura 64: *feature* $F1$ resa monotonicamente crescente

È necessario a questo punto, per ottenere delle prestazioni più interessanti, individuare una nuova *feature*, che sia in grado di eliminare l'influenza del guadagno di portata, con l'obiettivo dunque di avvicinare le curve tra loro e cercare di renderle idealmente sovrapposte. Solo in quel modo ad ogni valore della *feature* stessa sarà associato univocamente un livello di *severity*.

Per raggiungere tale obiettivo è indispensabile far rientrare all'interno del calcolo della *feature* un indice direttamente legato alla variazione di portata. Come già discusso in precedenza, un bilancio di portata attraverso il serbatoio è fornito dalla coordinata spaziale del pistone lungo il suo unico grado di libertà. La non-dipendenza della variabile x dal danneggiamento suggerisce che il suo utilizzo nel calcolo di una *feature* per limitare l'effetto esclusivamente dovuto al guadagno di portata è plausibile.

Per stabilire come compensare tale effetto ci si pone ad un grado di *severity* fisso, e per le sei simulazioni a disposizione si valuta la relazione tra la coordinata x e la pressione PT , mediate sull'intero intervallo di simulazione. Ciò che ne risulta è riportato in Figura 65.

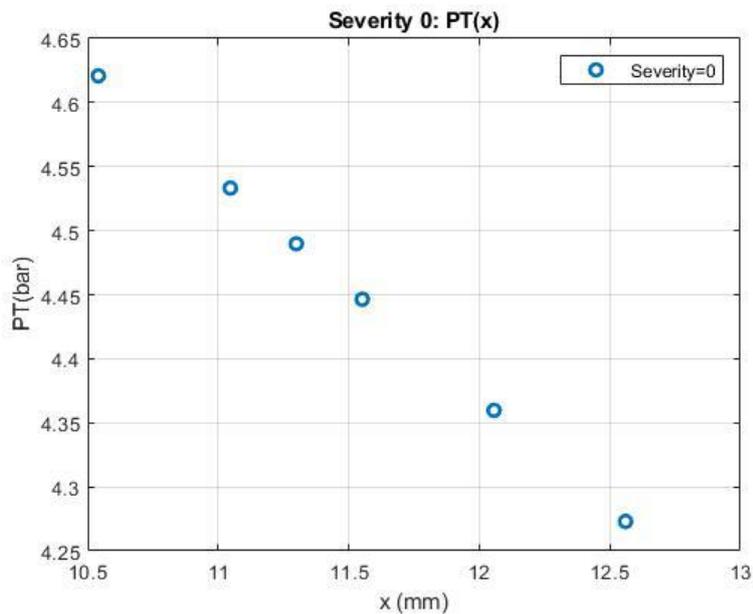


Figura 65: $PT(x)$ corrispondente ad un livello di danneggiamento nullo

Tale andamento lineare, già auspicabile osservando la Figura 62, suggerisce la possibilità di calcolare un parametro di intercetta costante per tutti e sei i differenti guadagni di portata determinando un opportuno coefficiente angolare.

Il punto in alto a sinistra (di seguito indicato con il pedice 1) corrisponde ad un $q_g = 0.2$, mentre il punto in basso a destra (pedice 2) si riferisce ad un $q_g = 1$. Il coefficiente angolare della retta risulta:

$$m_{sev=0} = \frac{PT_2 - PT_1}{x_2 - x_1} \quad (4.4)$$

Partendo dall'equazione della retta:

$$PT - PT_1 = m_{sev=0} \cdot (x - x_1) \quad (4.5)$$

Si ottiene che la combinazione $PT - m_{sev=0} \cdot x$ è costante e vale precisamente:

$$PT - m_{sev=0} \cdot x = PT_1 - m_{sev=0} \cdot x_1 = const \quad (4.6)$$

Allo stesso modo, per una *severity* pari ad uno, si possono fare le stesse considerazioni, a partire dalla Figura 66.

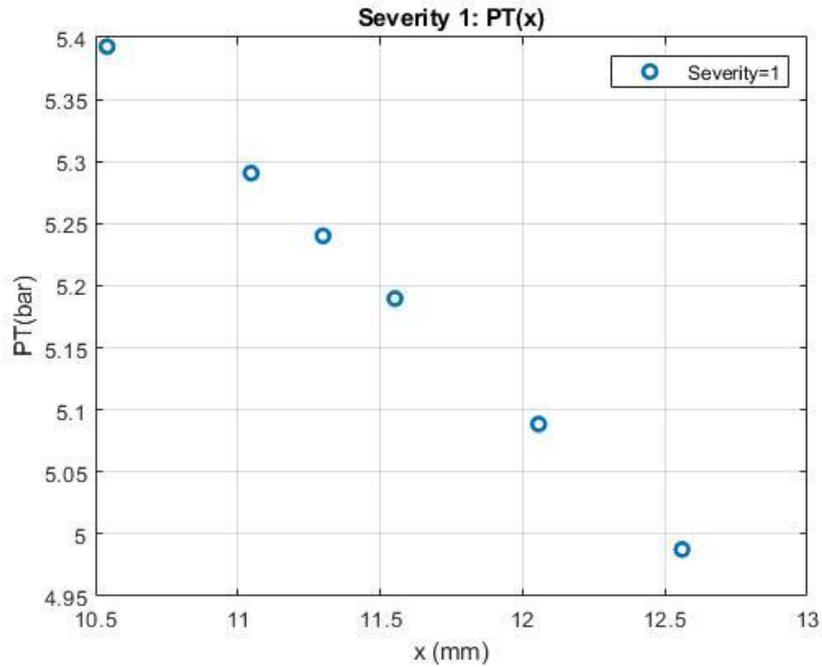


Figura 66: $PT(x)$ corrispondente ad una *severity*=1

Considerando allora questi nuovi punti varrà la:

$$PT - m_{sev=1} \cdot x = PT_1 - m_{sev=1} \cdot x_1 = const \quad (4.7)$$

Per estendere la legge a tutti i livelli di *severity* si è opportuno eseguire una media tra i valori estremi appena presentati:

$$m = \frac{m_{sev=0} + m_{sev=1}}{2} \quad (4.8)$$

Il risultato è riportato nella *feature* F3:

$$F3 = 8.354 - (\overline{PT} + 0.186\bar{x}) \quad (4.9)$$

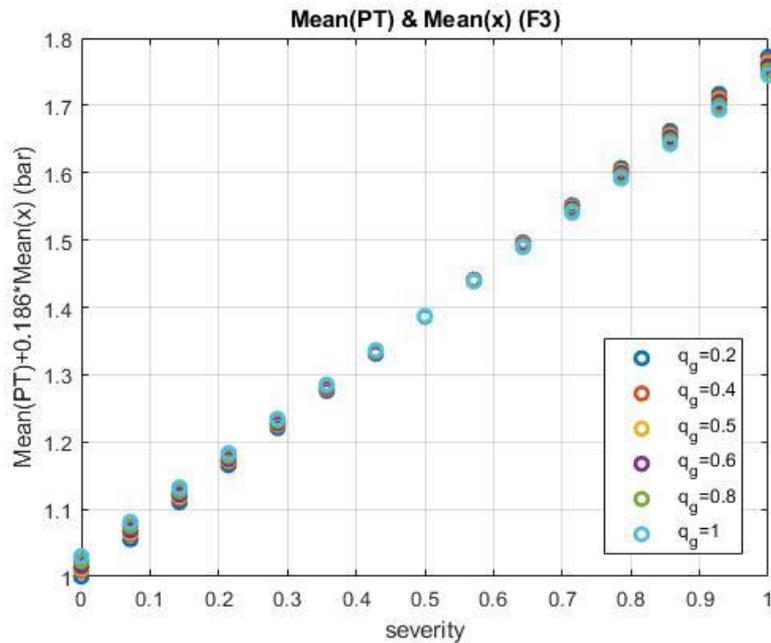


Figura 67: Avvicinamento delle curve: Feature F3

4.2.1. Ripopolamento dei dati

Fino a questo momento le *features* sono state ottenute mediando (o comunque effettuando sintesi statistiche) su finestre temporali estese quanto la durata della simulazione stessa, ovvero 12 s. Mediare su periodi di tempo relativamente elevati rispetto ad un tempo caratteristico del sistema studiato, implica una perdita di informazioni riguardanti i transitori. Qualora in fase di volo si dovessero verificare condizioni diverse da quelle previste dal profilo di portata dei dati in ingresso di questo test (appositamente scelto per includere un'ampia gamma di situazioni), il valore medio calcolato sui 12 s potrebbe essere significativamente diverso. Banalmente, considerando la pressione *PT*, questa assumerebbe un valore medio più alto rispetto a quello ottenuto nei calcoli fino adesso presentati se la situazione fosse quella di un volo statico dove il pilota non richiama fluido ai comandi. Ecco che diventa fondamentale assicurarsi che la *feature* non dipenda dall'ampiezza della finestra temporale scelta.

A questo scopo, anche per ottenere un numero più elevato di punti, si è deciso di ridurre l'estensione della finestra temporale ad 1 s, calcolando la media del secondo precedente ogni 0,1 s. Con questa strategia, ad una singola simulazione corrisponderebbero 111 punti, che si trasformano in 9990 punti considerando che sono 90 le simulazioni eseguite.

Per ogni livello di *severity*, con i criteri appena introdotti, i punti passano da 6 a 666. Ciò che ci si aspetta, è una maggiore dispersione dei dati, che implicherebbe un ulteriore allargamento della banda, come si nota in Figura 68.

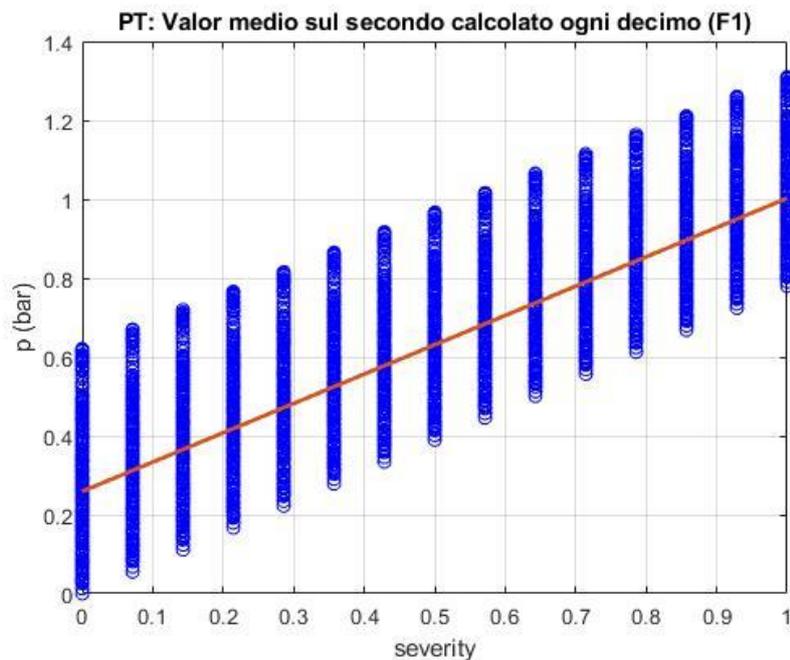


Figura 68: feature F1 a fronte del ripopolamento dei dati

Come possibile notare, rispetto allo spessore della banda in Figura 64, qui è aumentato, rendendo meno netta la differenza tra le *features* calcolate a bassa *severity*, con quelle ad alta.

Applicando però il ripopolamento alla feature F3, l'allargamento della banda risulta (seppur presente) molto meno evidente, evidenziando un andamento assolutamente accettabile:

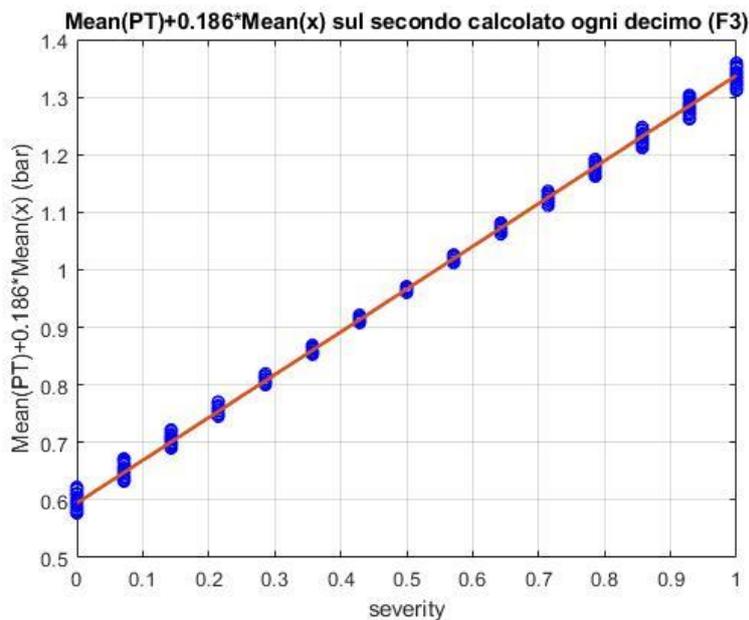


Figura 69: feature F3 a fronte del ripopolamento dei dati

In questa fase la *feature* F2 è stata trascurata dato lo scarso interesse già evidenziato nella fase di studio preliminare.

4.2.2. Determinazione di ulteriori *features*

Sebbene, anche solo qualitativamente, si sia raggiunto un buon livello presunto di efficacia con la *feature* F3, vale la pena valutare anche altre possibili candidate per poter effettuare un confronto quantitativo.

A tal proposito, di seguito verranno proposte altre quattro *features*. La prima di queste sfrutta dei potenziali trasduttori virtuali di portata applicati ai condotti di mandata e ritorno del PCM. Con i risultati forniti dalle simulazioni, mediando su di una finestra temporale di 12 s, si ottengono gli andamenti in Figura 70.

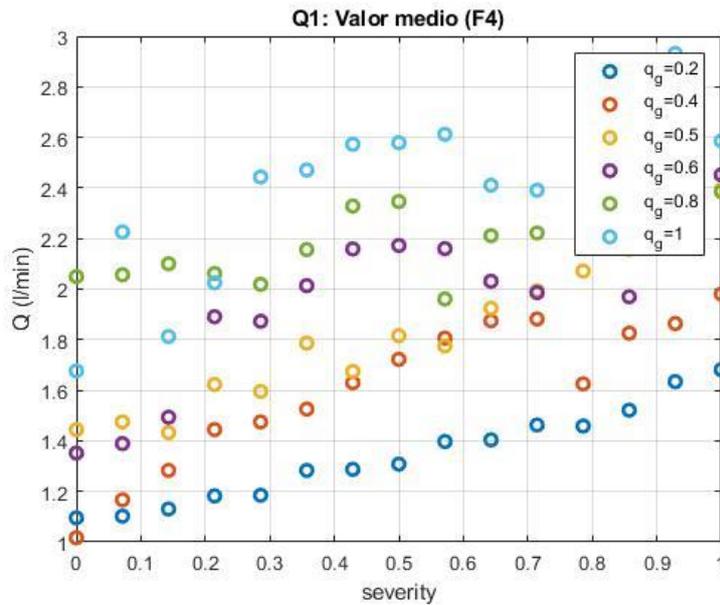


Figura 70: valor medio del bilancio di portata attraverso l'intero PCM

$$F4 = \overline{Q1_{TRL,s}} + \overline{Q1_{MRL,s}} - \overline{Q1_{TRL,r}} - \overline{Q1_{MRL,r}} \quad (4.10)$$

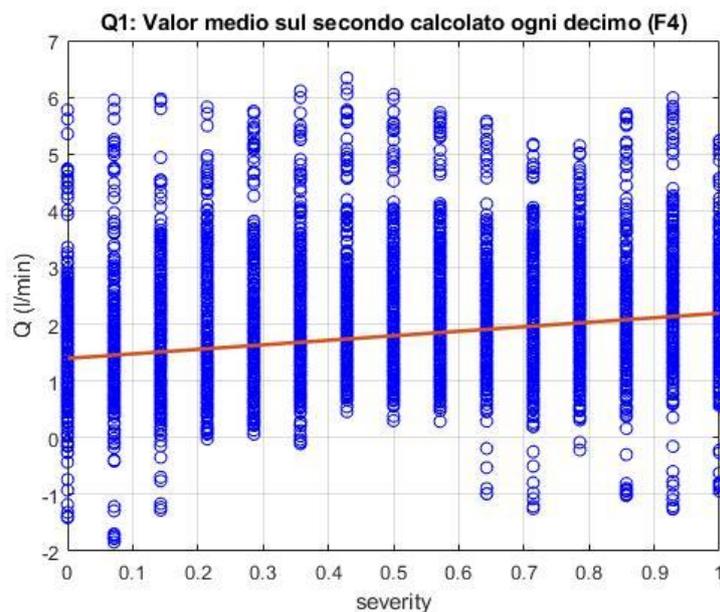


Figura 71: feature F4 a fronte del ripopolamento dei dati

Dato lo scarso risultato ottenuto, è stata introdotta la pressione PT combinandola attraverso lo stesso procedimento utilizzato al Paragrafo 4.2 con PT e x .

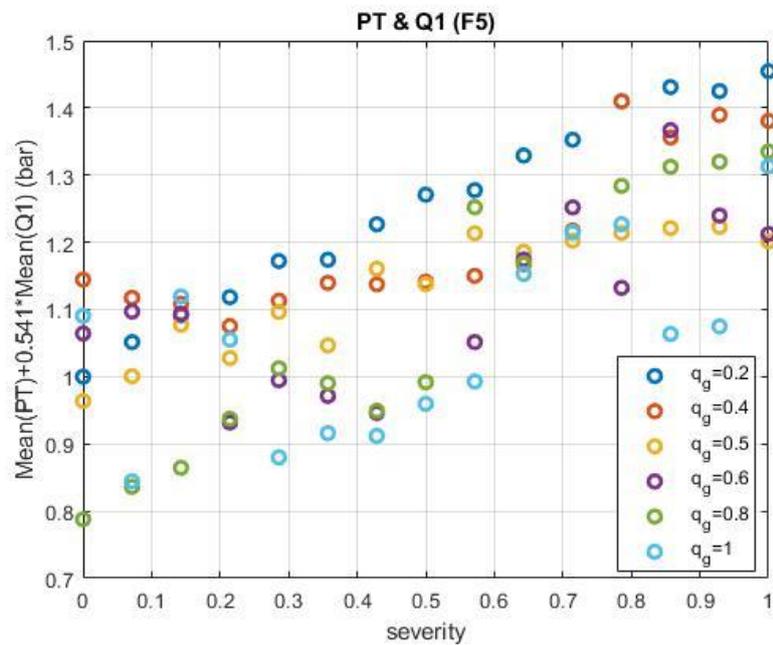


Figura 72: feature F5, ottenuta combinando Q1 con PT

$$F5 = \overline{PT} - 0.541 \cdot (\overline{Q1_{TRL,s}} + \overline{Q1_{MRL,s}} - \overline{Q1_{TRL,r}} - \overline{Q1_{MRL,r}}) \quad (4.11)$$

A valle del ripopolamento dei dati, con le solite modalità, la *feature F5* si modifica come segue:

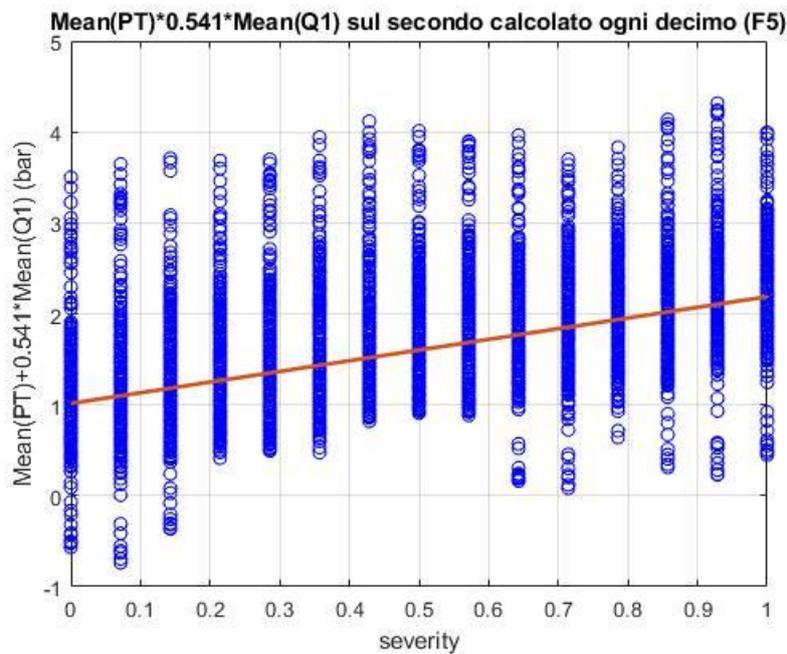


Figura 73: feature F4 a fronte del ripopolamento dei dati

Anche in questo caso il risultato non è soddisfacente.

Provando a considerare, per la *feature* *F6* il valor medio di portata considerando solo i condotti di mandata, come segue:

$$F6 = \overline{Q1_{TRL,s}} + \overline{Q1_{MRL,s}} \quad (4.12)$$

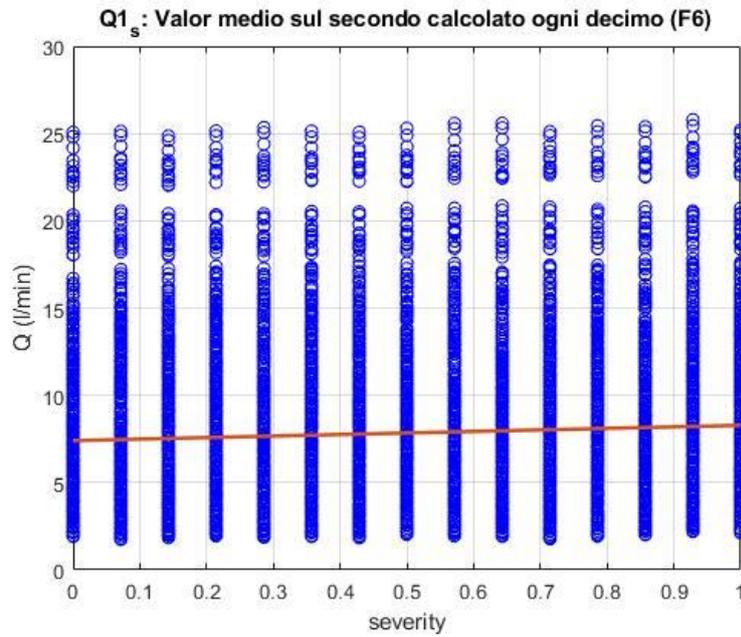


Figura 74: valor medio della portata attraverso i condotti di mandata, già ripopolati

Combinando la pressione *PT*:

$$F7 = \overline{PT} + 0.04 \cdot (\overline{Q1_{TRL,s}} + \overline{Q1_{MRL,s}}) \quad (4.13)$$

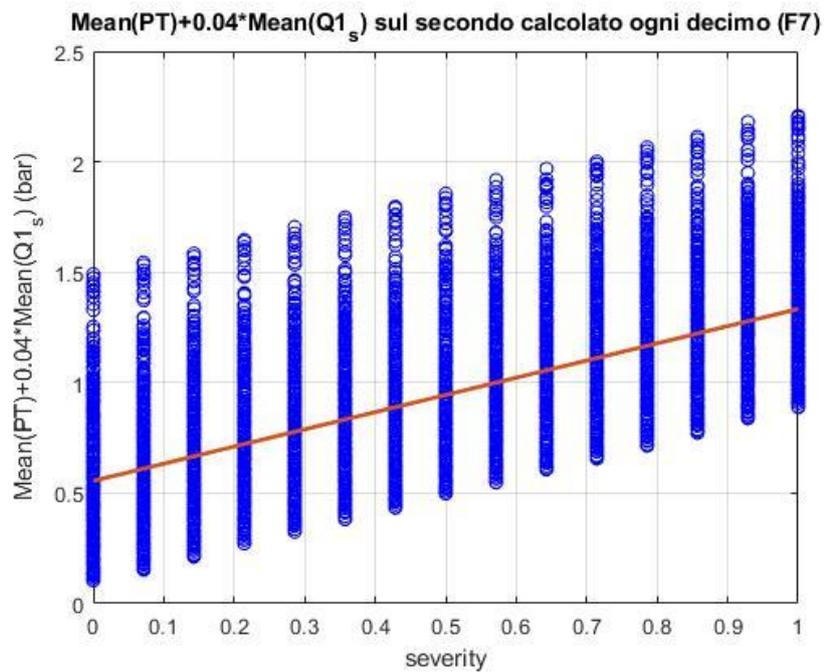


Figura 75: valor medio della portata attraverso i condotti di mandata, già ripopolati

L'ultima proposta di *feature*, a proposito di quanto visto in Figura 65 e Figura 66, si propone di valutare la diretta influenza della *severity* del guasto sul coefficiente angolare delle caratteristiche sul piano $x - PT$. A tal proposito, si riportano in Figura 76 i risultati ottenuti disponendo su tale piano i punti di tutte e 90 le simulazioni.

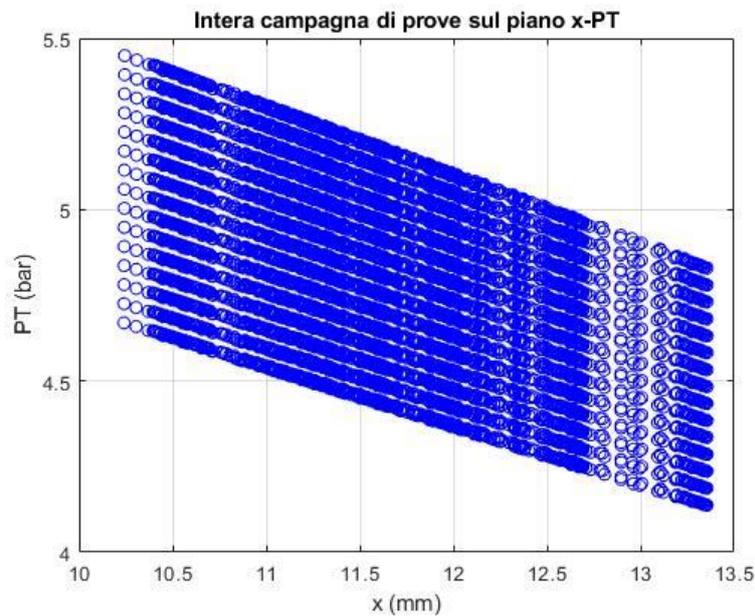


Figura 76: Osservazione del comportamento degli andamenti dell'intera terza campagna di prove sul piano x-PT

Ogni retta di questo grafico si riferisce ad un diverso livello di *severity*, mentre ciascuna retta si compone di sei simulazioni che si riferiscono ai diversi livelli di guadagno di portata. Ogni simulazione contiene 110 punti, riferendosi ai dati ripopolati utilizzando la solita finestra mobile di 1 s per mediare i risultati. Su ciascuno prova, è stata determinata la pendenza della regressione lineare, ed i risultati sono riportati in Figura 77.

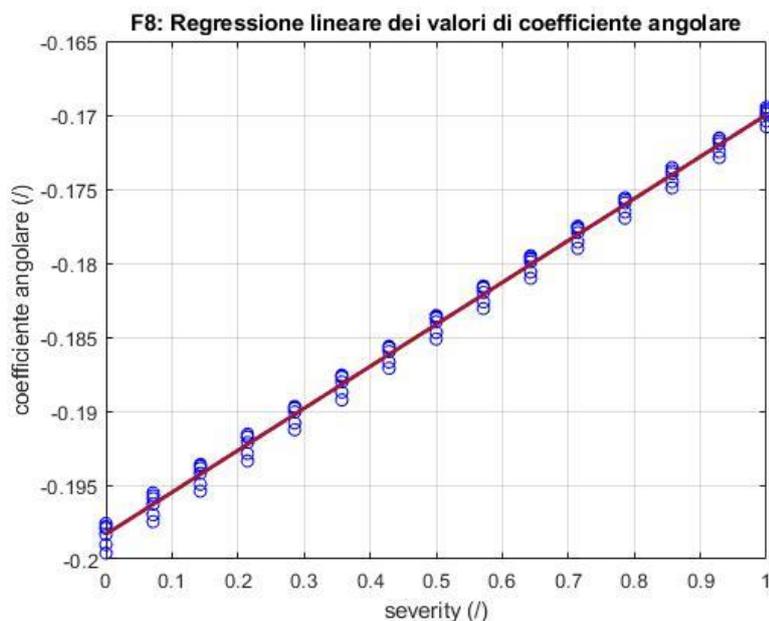


Figura 77: Comportamento del coefficiente angolare in funzione della *severity*

La presenza del rumore intorno alla retta di regressione in Figura 77, può essere eventualmente legata al metodo di *fitting* utilizzato, in quanto, considerare ad esempio una regressione comprendente tutte e sei le prove per ciascun grado di *severity* avrebbe dato dei risultati diversi.

Per un'eventuale sviluppo, nel quale si consideri anche l'implementazione di una strategia pratica per il controllo *online* dei parametri, è necessario prevedere che il coefficiente angolare con i dati provenienti dai sensori non può essere stabilito in maniera puntuale utilizzando due punti, ma deve essere calcolato su una media di più punti. Tale considerazione si riferisce al fatto che la dinamica di pressione è più rapida dello spostamento del pistone, per cui la finestra considerata dovrebbe essere sufficientemente ampia da cancellare questo effetto.

4.3. Valutazione delle *features*

In questo paragrafo sarà valutata, in maniera quantitativa, la bontà di ciascuna *feature*, associandone degli indici specifici che permettono un confronto oggettivo tra le varie possibilità già commentate.

4.3.1. Coefficiente di correlazione

Il coefficiente di correlazione tra due variabili determina la loro dipendenza lineare. Considerando per N il numero di campioni presenti per ciascuna delle due variabili, è definito il coefficiente di correlazione di *Pearson* [23]-[24]-[25]:

$$\rho(A, B) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{A_i - \mu_A}{\sigma_A} \right) \left(\frac{B_i - \mu_B}{\sigma_B} \right) \quad (4.14)$$

Dove:

- μ_A, μ_B : Valor medio.
- σ_A, σ_B : Deviazione standard.

Il coefficiente di correlazione tra A e B è, a partire dalla covarianza:

$$\rho(A, B) = \frac{cov(A, B)}{\sigma_A \sigma_B} \quad (4.15)$$

Ad ogni combinazione di A e B , è associato un coefficiente, riassunto nella matrice dei coefficienti:

$$R = \begin{pmatrix} \rho(A, A) & \rho(A, B) \\ \rho(B, A) & \rho(B, B) \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

Dal momento che A e B sono direttamente correlati a loro stessi, il valore dei coefficienti sulla diagonale principale è unitario:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & \rho(A, B) \\ \rho(B, A) & 1 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Ovviamente, in questo caso le variabili sono *severity* e *feature*. In Tabella 1 Sono riassunti i coefficienti di correlazione per le *feature* precedentemente proposte:

Correlazione							
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
0,853	/	0,999	0,253	0,541	0,0593	0,644	0,998

Tabella 1: Coefficiente di correlazione per ciascuna feature

Come lecito aspettarsi, i risultati evidentemente migliori sono rappresentati dalle *features* 3 e 8, fermo restando che un buon risultato rimane anche quello della *feature* 1.

4.3.2. Two Sample t-Test

Ovviamente, non è sufficiente determinare il coefficiente di correlazione per valutare la bontà di una *feature*. Ad esempio, è necessario stabilire quanto un singolo dato, interpolato sulla caratteristica propria della *feature* corrisponda univocamente ad un valore di *severity*. In pratica è necessario che siano distinguibili i valori delle *features* relativi a *severity* diverse.

Questo test, di tipo parametrico, è utilizzato per valutare quanto siano distinguibili, l'uno dall'altro, i valori delle *features* calcolate per *severity* differenti [26]:

$$t \text{ (dB)} = 10 \log_{10} \left(\frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{S_x^2}{n} - \frac{S_y^2}{m}}} \right) \quad (4.18)$$

Dove:

- \bar{x}, \bar{y} : Valor medio.
- S_x, S_y : Deviazione standard.
- n, m : Numerosità del campione.

In Tabella 2 sono riportati i risultati ottenuti con riferimento a *severity* nulla ed unitaria:

Two Sample t-Test (dB)							
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
28,3	/	50,4	13,2	19,2	-0,979	22,4	60,4

Tabella 2: Two Sample t-Test per ciascuna feature

Per quanto anticipato sopra, la bontà di una *feature* dal punto di vista di questo tipo di test, aumenta con l'aumentare del relativo indice. Quindi, ancora una volta, le *F3* e *F8* risultano superiori alle altre. Si noti che questo tipo di test è facilmente verificabile anche graficamente. Con riferimento al Paragrafo 4.2 era possibile

infatti prevedere quali fossero gli indicatori migliori. Prendendo in considerazione gli stati di danneggiamento nullo e completo, in questi casi la separazione tra zone di competenza è estremamente evidente. Per la *feature F1*, esiste a sua volta, anche se meno netta, una distinzione tra il valore per *severity 1* e *severity 0*.

È possibile notare come fino a questo momento le prestazioni delle *feature* coinvolgenti le portate risultino scadenti. La scelta di volerle includere nella presente trattazione si deve al fatto che l'aggiunta di tali sensori potrebbe essere giustificata dalla necessità di includerli nel sistema per soddisfare richieste in ambito prognostico anche di altri componenti relativi all'attuazione dei comandi di volo. Rimane un dato di fatto, che per quanto visto fino ad ora, essi non costituiscano un valore aggiunto, considerando che l'analisi dei soli dati provenienti dal trasduttore di pressione forniscano risultati più incoraggianti.

4.3.3. Varianza rispetto alla retta di regressione

Per valutare la bontà della *feature* in ottica di prognosi, ipotizzando una legge che interpoli l'andamento (tipicamente una retta, quindi regressione lineare), si valuta tramite questo indice l'accuratezza con la quale la legge scelta rappresenti i dati stessi. Per calcolare un indice di dispersione di dati si utilizza la varianza:

$$V = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |A_i - \mu|^2 \quad (4.19)$$

Dove:

- μ : Valor medio di A .
- N : Numerosità del campione A .

In questo caso la varianza non viene calcolata rispetto al valor medio, ma ad ogni campione viene sottratto il valore locale di legge di interpolazione per la corrispondente *severity*. Se tale differenza prende il nome di residuo (*res*), la varianza rispetto alla retta di regressione risulta:

$$V = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |res_i|^2 \quad (4.20)$$

In Tabella 3 sono riportati i risultati ottenuti sulle *features* prese in considerazione nella presente trattazione.

Varianza rispetto alla retta di regressione							
F1 (bar ²)	F2	F3 (bar ²)	F4 (l ² /min ²)	F5 (bar ²)	F6 (l ² /min ²)	F7 (bar ²)	F8 (bar ² /mm ²)
0,0197	/	5,14E-05	0,885	0,318	20,8	0,0816	3,5221E-07

Tabella 3: Risultati del calcolo della varianza rispetto alla retta di regressione per ciascuna *feature*

Da questo punto di vista, benché le soluzioni migliori rimangano le solite, anche *F1* ed *F7* forniscono risultati accettabili.

4.3.4. Considerazioni sulle prestazioni

Per le fasi successive, si è stabilito di scremare tra *feature* disponibili, scegliendo tre alternative selezionate come segue:

- Migliore senza aggiunta di sensori esterni (*F1*): in questa sezione sono incluse anche le *feature* che fanno uso dei sensori virtuali di portata, in quanto, come già anticipato, il loro inserimento all'interno del *PCM* potrebbe essere reso obbligatorio per soddisfare esigenze prognostiche di altri dispositivi.
- Migliore con l'aggiunta del trasduttore di posizione relativo all'elemento mobile del serbatoio (*F3*): sebbene l'aggiunta di un sensore implichi la diminuzione dell'affidabilità di un sistema, i vantaggi apportati dall'utilizzo di tale strumento sono duplici. Innanzitutto, come dimostrato dagli indici calcolati in questo paragrafo, si rivela il metodo più promettente per le fasi di diagnosi e prognosi. Un ulteriore vantaggio che giustificerebbe l'utilizzo di tale sensore è la possibilità di restituire un possibile indicatore di guasto che prescindendo dalla singola applicazione. Infatti, qualora l'utilizzo di un serbatoio in pressione dovesse essere utilizzato in sistemi idraulici differenti da un *PCM* di elicottero, essendo tutti i dispositivi necessari all'analisi montati sul componente stesso, tutte le ipotesi ed analisi fatte rimarrebbero valide.
- Indicazione sulla pendenza della retta (*F8*): la particolarità di questa soluzione sta nell'ipotetica semplicità nel trattamento degli algoritmi per diagnosi e prognosi, come verrà meglio specificato in seguito. Si noti che l'utilizzo di *F8* richiederebbe gli stessi sensori che sono richiesti per *F3*, valgono dunque le stesse considerazioni fatte al punto precedente.

5. FDI: Fault Detection and Identification

Le metodologie per individuare la presenza di danneggiamenti e/o anomalie e isolare i componenti che compromettono l'integrità di un sistema, accomunano diversi ambiti scientifici. La ISO (*International Standard Organization*) prevede un modello di *Data-Processing* in ambito CBM/PHM che va dall'acquisizione dei dati alla valutazione dello stato di salute. Esistono due diversi approcci alle tematiche FDI: *Model-based* o *Data-driven*. Le tecniche *Model-based* richiedono l'utilizzo di un modello dinamico di evoluzione del difetto/guasto da integrare ai dati provenienti dai sensori. In questo caso si è in grado di studiare e processare guasti non previsti a priori con gli studi teorici. L'approccio *Data-driven* consiste invece di conoscere a priori, mediante studi teorici, il comportamento dei segnali o delle *features* in presenza di un'anomalia e individuarla *online* processando i dati.

La terminologia in quest'ambito è ad oggi ancora in fase di convergenza verso un vocabolario universale. Prima della cosiddetta fase prognostica, devono avvenire i seguenti tre step, che insieme costituiscono la cosiddetta *Fault diagnosis*:

- *Fault detection*: La fase in cui viene rilevata una condizione di funzionamento che si differenzia dalla *baseline*
- *Fault isolation*: In base alle *features* interessate e dall'analisi del loro andamento, in questa fase il componente (o sottosistema) che genera l'anomalia viene identificato.
- *Fault identification*: Si stima la natura e l'entità del guasto.

Va da sé, che studiando una sola modalità di guasto, nella presente trattazione non sia attuabile la parte di *Fault isolation*. Per tale motivo, in questo caso è più lecito parlare di *FDI: Fault Detection and Identification* piuttosto che di *Fault diagnosis*.

La struttura generale per un sistema FDI si compone degli step riportati in Figura 78.

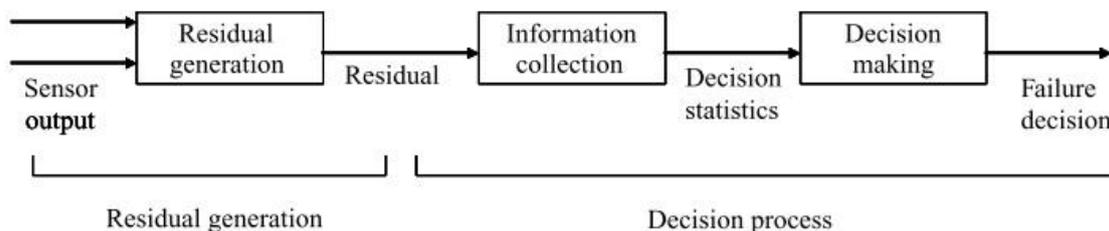


Figura 78: Struttura di un sistema FDI [22]

Il principale limite (oltre alla creazione di un modello dinamico di sviluppo del guasto) di un approccio *Model-based*, sebbene costituisca una via più rigorosa per l'attuazione di un protocollo FDI, è il tempo. È necessario disporre di strumenti per la simulazione molto avanzati per poter completare lo studio in tempi ragionevoli. Per questo motivo è stato deciso di optare per un approccio *Data-driven*, nel quale, partendo dagli andamenti già ricavati di *feature-severity*, ipotizzando verosimilmente un andamento temporale della severity è

possibile ricavare una sintetica storia temporale dell'evoluzione del difetto per estrapolare delle considerazioni in ambito *FDI* [27].

Uno spunto in tal senso può essere tratto prendendo in considerazione la Figura 54, che riporta l'andamento delle dimensioni della cricca in funzione del numero di cicli a cui il component è sottoposto. Una volta stabilito (giustificatamente) il legame tra numero di cicli e tempo, e conoscendo la dipendenza tra dimensione del difetto e rigidità della molla (e di conseguenza *severity*) si ottiene un andamento della *severity* in funzione del tempo. Come conseguenza a quest'ultimo passaggio, avendo definito, come spiegato, la dipendenza *feature-severity*, si ha anche l'andamento *tempo-feature*.

5.1. Storia temporale delle *features* selezionate

È importante precisare in questa fase, che sono state fatte delle assunzioni (ritenute congrue con il sistema studiato), ad esempio, a partire dai feedback del modello, è stata stabilita una condizione rappresentativa del funzionamento. Osservando gli andamenti del profilo di pressione e di escursione del pistone, per i diversi guadagni di portata utilizzati, sono stati stabiliti i seguenti parametri per impostare l'implementazione della legge di *Paris*:

$$\begin{cases} a_0 = 0.3 \text{ mm} \\ \Delta x = 2 \text{ mm} \\ \Delta t = 4 \text{ s} \end{cases} \quad (5.1)$$

La legge di Paris fornisce un andamento del tutto simile a quello riportato in Figura 54. Considerando che ad ogni dimensione della cricca corrisponde univocamente (Figura 52) un valore di rigidità dell'intera molla, sono presto spiegati gli andamenti in Figura 79.

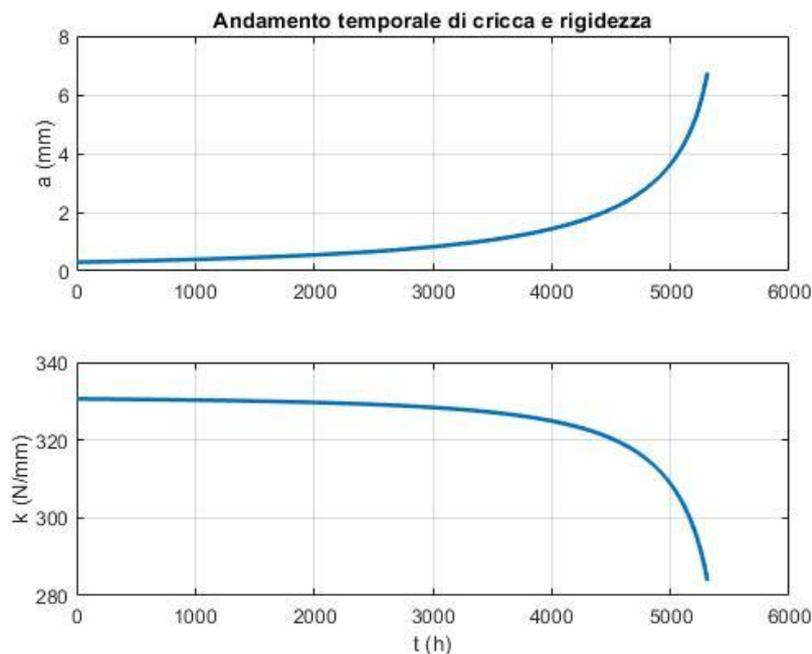


Figura 79: Corrispondenza tra rigidità della molla ed entità del difetto nel dominio temporale

Sapendo a questo punto che ogni valore di rigidezza è strettamente dipendente ad un livello di severity, si ottiene l'andamento in Figura 80.

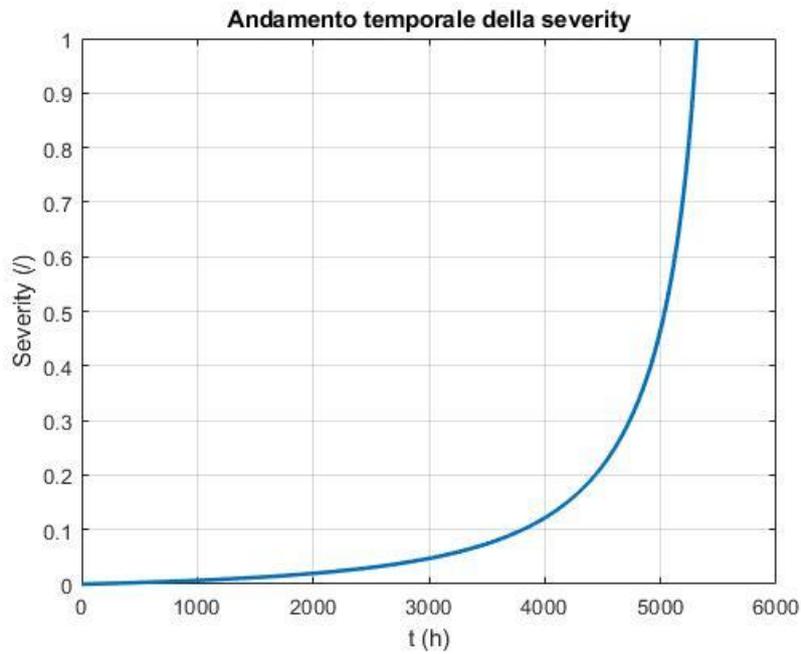


Figura 80: Comportamento della severity in funzione del tempo

Giunti a questo punto, considerando le relazioni tra *feature* e *severity* già ottenute precedentemente, è possibile estrarne il comportamento temporale. Come anticipato al Paragrafo 4.3.4, sono tre le *feature* meritevoli di considerazione per le analisi successive, e di tutte e tre vengono di seguito riportati gli andamenti temporali.

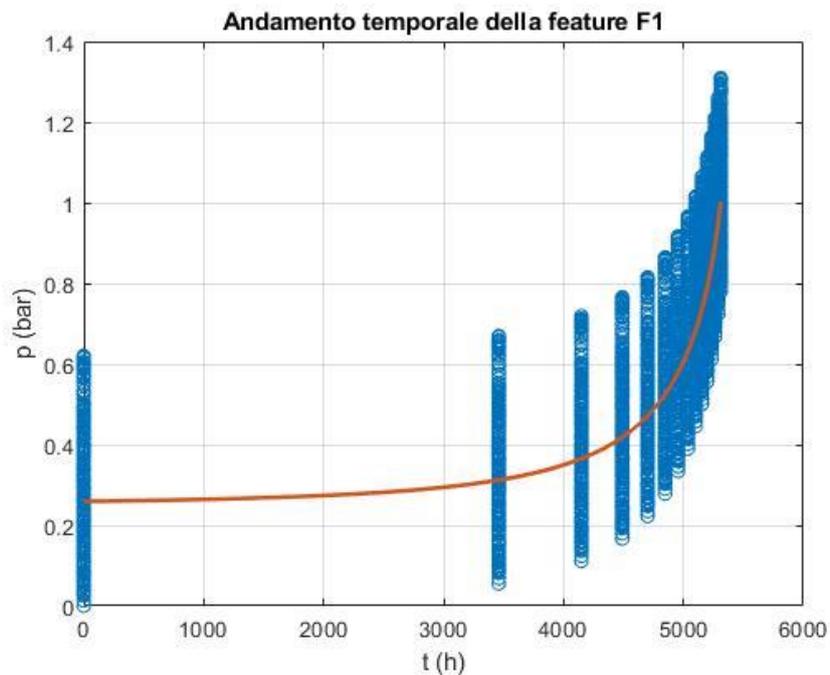


Figura 81: Comportamento della feature F1 nel tempo

È possibile confrontare i valori della Figura 81 con quelli della Figura 68 per verificare la correttezza delle operazioni fino a qui effettuate.

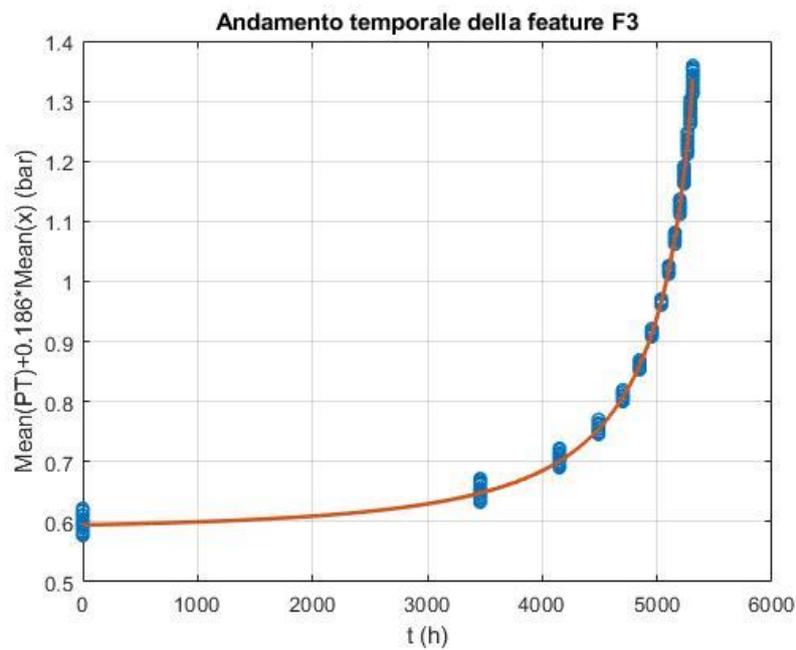


Figura 82: Comportamento della feature F3 nel tempo

Ovviamente, anche proposti in questa forma, i risultati grafici forniscono immediatamente l'idea di quali siano le feature più prestazionali. L'apparente similitudine presente tra le *features* F3 e F8, non determina in alcun modo l'indifferenza di una rispetto all'altra. Un altro indice di *performance* che non è stato fin qui preso in considerazione è la facilità di implementazione di una routine *FDI* rispetto ad un'altra.

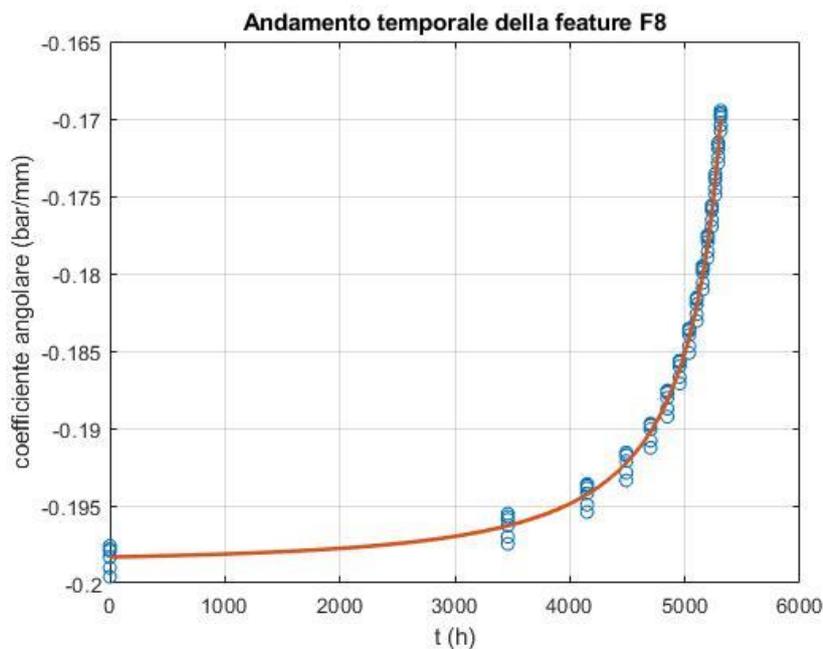


Figura 83: Comportamento della feature F8 nel tempo

5.1.1. Ripopolamento dei dati nel dominio temporale

Per applicare gli algoritmi *FDI* alle *features* selezionate, è necessario disporre di una storia temporale continua nel dominio temporale. Per ogni passo nel tempo occorre associare un valore di *feature*.

Disponendo degli andamenti delle regressioni lineari in Figura 81, Figura 82 e Figura 83 è stato deciso di utilizzare tali andamenti e applicarvi un rumore con deviazione standard pari a quelle calcolate in Tabella 3, considerando:

$$\sigma = \sqrt{var} \quad (5.2)$$

Dove:

- σ : Deviazione standard
- var : Varianza

Gli andamenti risultano quelli riportati in Figura 84:

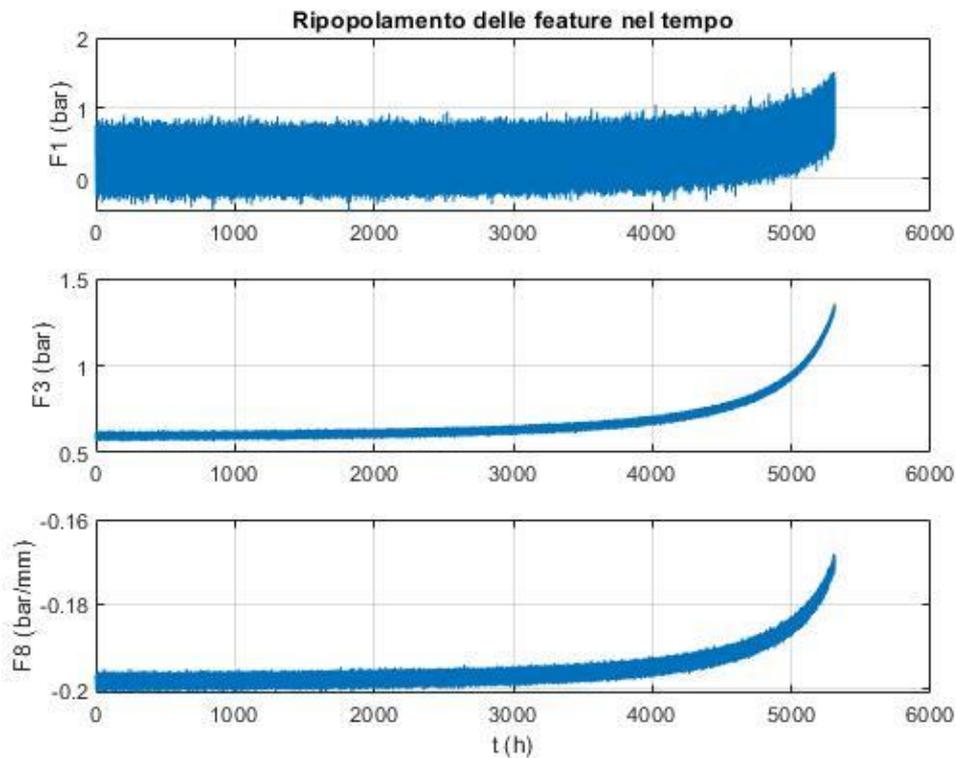


Figura 84: Applicazione di un rumore a varianza nota alle regressioni lineari

Già osservando gli andamenti in Figura 84, è possibile fare qualche considerazione preliminare sull'applicabilità, in casi reali, degli algoritmi di *fault detection*. È palese il fatto che, come già intuibile da prima di estrapolare questi andamenti temporali, la *F1* risulti molto meno prestante delle altre due. Si nota subito che, per tempi che si avvicinano molto al fine vita, la distribuzione risulta, almeno qualitativamente, non troppo distante da quella di *baseline*, ovvero relativa alle prime ore di funzionamento [28].

5.2. Applicazione dell'algoritmo FDI e risultati

Come già anticipato, un algoritmo FDI si occupa di valutare il comportamento di una *feature* nel tempo, e stabilire quando il mutamento di quest'ultima è tale da richiedere (prima della rottura) la manutenzione o la sostituzione del componente in oggetto, inviando un allarme.

Il controllo dei parametri della *feature* avviene considerando una finestra temporale. All'interno di ciascuna finestra viene determinata la distribuzione, ottenendo i tipici andamenti a "campana". Ad ogni passo temporale, anche questo stabilito a priori, la finestra si sposta e viene determinata una nuova distribuzione. Ogni distribuzione viene confrontata con quella ottenuta a primo passo temporale, che viene definita di *baseline* Figura 85.

L'indicazione della presenza di un'anomalia avviene non appena sulla *feature* considerata, la distribuzione all'interno della finestra temporale mobile supera (per un valore percentuale scelto a priori) lo stesso valore di percentile della distribuzione di *baseline*.

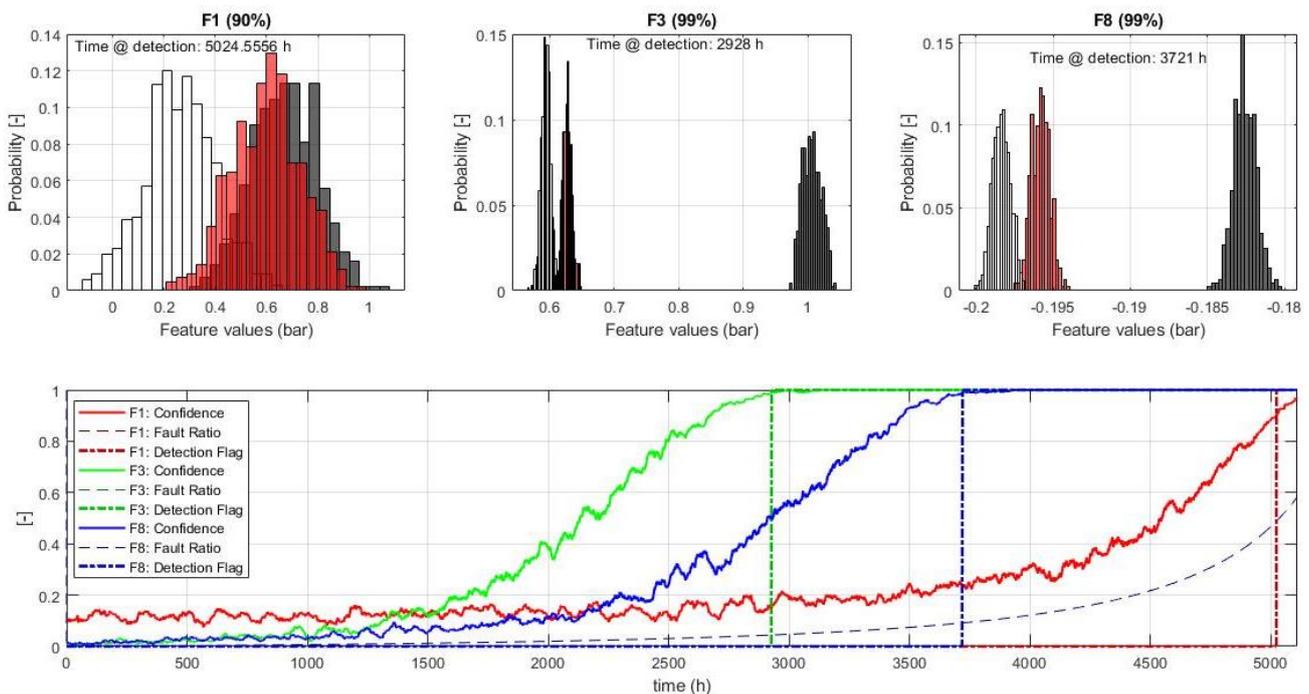


Figura 85: FDI - I livelli di confidence sono specificati per ciascuna feature

Prendendo in considerazione gli istogrammi della *feature* F8, è possibile riscontrare ciò che è stato spiegato in precedenza. In bianco è rappresentata la distribuzione che assume la *feature* in condizioni di *baseline*. I valori della distribuzione si attestano intorno a quelli di Figura 84 nelle prime ore di funzionamento. Procedendo, considerando finestre temporali successive, tale distribuzione si sposta verso destra differenziandosi sempre di più rispetto a quella di *baseline*. Non appena il 99% della distribuzione della finestra mobile supera il 99° percentile della distribuzione di *baseline* viene inviato l'allarme. La distribuzione

corrispondente è indicata in rosso negli istogrammi. L'istogramma in grigio si riferisce invece all'ultima distribuzione di *feature* calcolata, relativa dunque al momento della rottura del componente.

Si noti come, per avere la possibilità di fare *fault detection* utilizzando la *feature* *F1*, sia necessario abbassare il livello di confidenza al 90%. Si tratterebbe comunque di una *fault detection* molto tardiva, la cui applicazione potrebbe essere presa in considerazione esclusivamente per l'impossibilità di effettuarne altre. Abbassando il livello di confidenza si aumentano al contempo le probabilità di rilevare dei falsi allarmi, dovendo accettare che le discrepanze tra le *feature* siano meno marcate. La necessità di abbassare il valore percentuale di soglia si determina normalmente quando il *Two Sample t-Test* non restituisce valori particolarmente elevati, come appunto nel caso della *feature* *F1*.

A titolo dimostrativo, in Figura 86, è proposta la *FDI* calcolata con gli stessi intervalli temporali della Figura 85, ma con livelli di confidenza uniformi tra le tre diverse *features*, e pari al 95%.

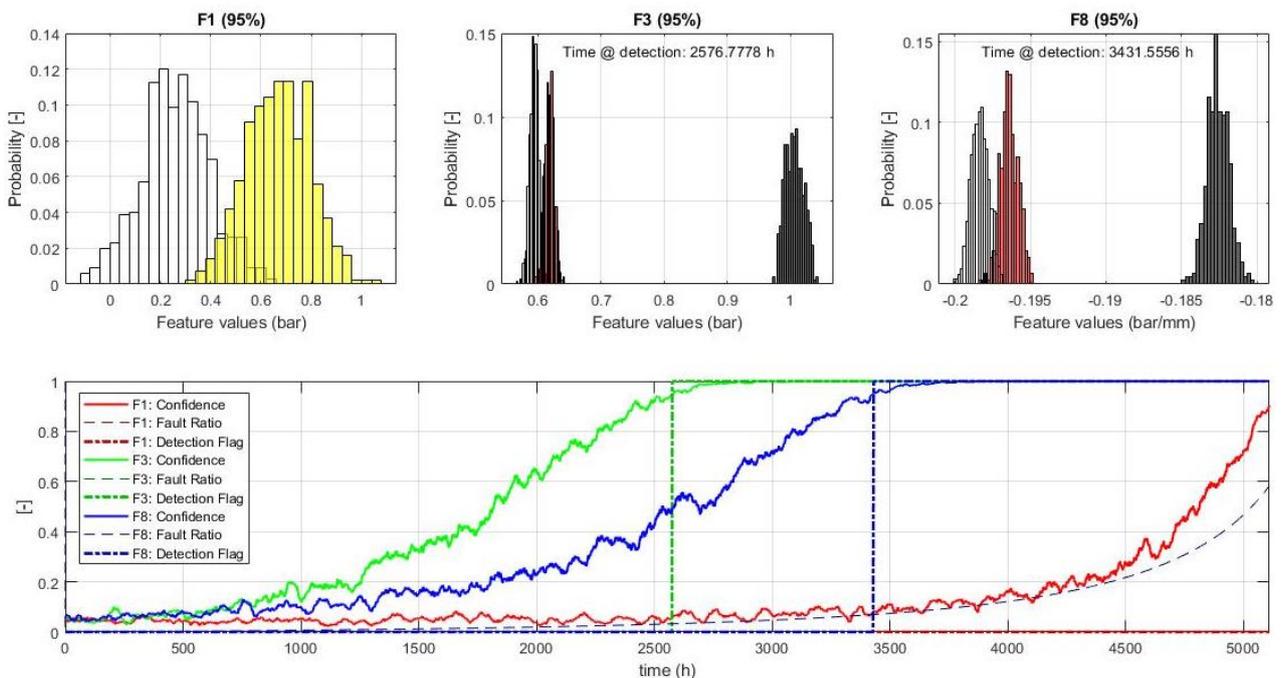


Figura 86: *FDI* – livelli di confidenza di soglia uniformi e pari al 95%

Si noti come utilizzando questo *setting* risulta impossibile fare *fault detection* avvalendosi della *feature* *F1*. Infatti, in questo caso il 95% della distribuzione relativa alla finestra mobile, non supera mai il 95° percentile della distribuzione relativa alle condizioni di *baseline* prima di arrivare a rottura.

Per quanto riguarda invece le rimanenti due *features*, abbassando il valore di soglia, l'allarme viene generato in anticipo rispetto a quanto succede in Figura 85, coerentemente con quanto ci si aspetterebbe.

6. Prognosi

La parte di prognosi consiste nel passo finale della catena PHM, ed è il fine per il quale tutti i passi precedenti vengono realizzati. Come anticipato, in questa fase avviene la stima della RUL, una volta che il guasto viene avvertito e identificato come al passo precedente.

Nel linguaggio comune, è utilizzato in ambito medico, ma in ambito ingegneristico si ritrovano evidenti analogie.

“Prognosi (dal greco *innanzi* e *conoscenza*) – Medicina: È il giudizio sull’esito di un processo patologico. La prognosi fa parte, assieme alla diagnosi, del giudizio che il medico deve dare su una determinata malattia. Sebbene si conosca la prognosi di qualsiasi malattia, tuttavia essa è, come la diagnosi, frutto di un accurato ed oculato esame delle condizioni organiche del paziente. Ne deriva che il giudizio prognostico non è fisso, ma varia per molteplici fattori, quali l’età, la gravità della malattia, le possibilità economiche e terapeutiche, nonché le condizioni organiche del paziente, la tempestività dell’intervento curativo.” [29].

Gli estimatori *Bayesiani* vengono applicati in campo prognostico per il calcolo della RUL, in particolare, è stata in questo caso utilizzata una metodologia basata sul *Particle Filter* [30]-[31].

Il *Particle Filter* è uno stimatore di stato, ovvero un’architettura di algoritmo che permette di stimare uno stato nascosto x (non immediatamente visibile) a partire da un modello dinamico di questo stato (che ne definisca l’evoluzione temporale) e da un modello che definisca la relazione tra stato nascosto con un’eventuale variabile di osservazione y . Lo stato è in questo caso la *severity* del guasto, mentre le osservazioni si riferiscono alle grandezze effettivamente visibili o misurabili, in questo caso le *features*.

Con questo tipo di approccio, grazie ai modelli di cui prima, è possibile eseguire una stima della distribuzione di probabilità dello stato, per prevederne il comportamento futuro. In questo modo si evitano le problematiche legate a linearità e rumori *Gaussiani* del filtro di *Kalman*.

La prognosi o previsione a lungo termine si basa sia su un’accurata stima dello stato corrente che su un modello che descriva la legge di propagazione del guasto.

Il funzionamento di un *Particle filter* sfrutta un principio ricorsivo basato su due step:

1. Step di predizione del PF: Al tempo t il sistema osserva una stima degli stati all’istante $t - 1$, che può essere noto oppure derivare da un passo precedente dell’algoritmo stesso. A partire dal modello dinamico di evoluzione dello stato, che viene fornito come input al *particle filter*, viene eseguita una stima del valore dello stato al tempo $t + 1$. Avendo nota la stima dello stato al tempo $t + 1$, attraverso il secondo modello (quello relativo alla relazione tra stato ed osservazione), si calcola la stima di distribuzione della *feature* al tempo $t + 1$.

2. Step di *filtering*: Al tempo $t + 1$, è noto il valore della *feature*, che viene confrontato con il valore stimato nell'ultima fase del passo 1. È sottinteso che i valori a cui si fa riferimento in questa parte, non sono valori singoli, ma si considera una distribuzione di dati relativi ad una finestra mobile da un'ampiezza predeterminata. A seguito del confronto, retroattivamente, l'algoritmo di *Sequential Importance Resampling* (SIR) prevede di ripescare i valori di *feature* che è più probabile che si verifichino, e di conseguenza, i valori della stima degli stati x che vi corrispondono.

L'utilizzo del *particle filter* a scopo prognostico, si riduce al solo step di predizione, non è infatti contemplata la possibilità di eseguire quello di *filtering* data l'assenza dei valori di *feature* per situazioni che devono ancora verificarsi.

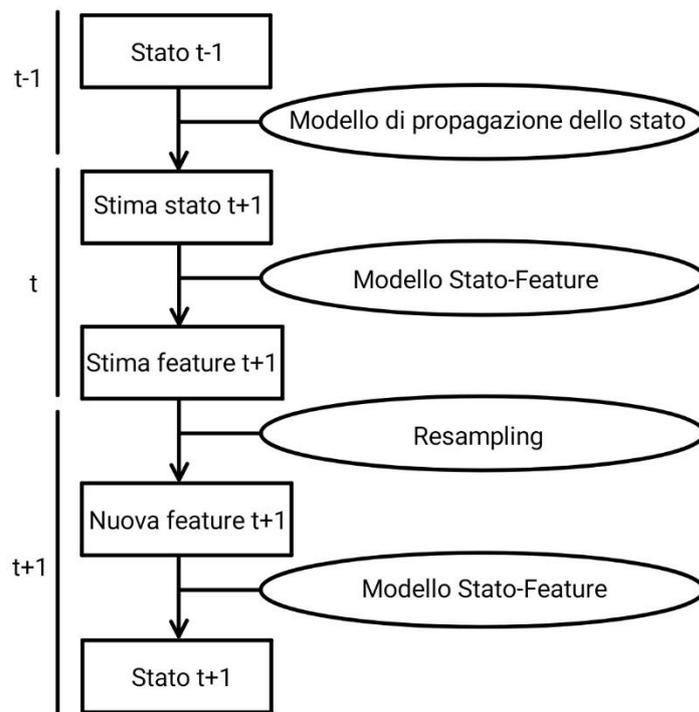


Figura 87: Funzionamento dell'algoritmo di Particle Filter

L'ulteriore difficoltà, dal punto di vista della prognosi consiste nell'assenza di dati per definire a priori un modello dinamico di propagazione del difetto, in quanto non è possibile avere una conoscenza del componente tanto approfondita per definire con certezza i coefficienti dai tale legge, anche qualora se ne conoscesse la forma. Troppi sono infatti i fattori che concorrono ad aumentare questo indice d'incertezza: forma della cricca, materiali, lavorazioni, applicazione del carico, eventuale struttura metallografica. Per tale motivo viene introdotto un *tuning* della legge di evoluzione dinamica nel tempo. Attraverso questo strumento, la legge di propagazione del danneggiamento è introdotta solo genericamente, non specificando il valore dei coefficienti, ma lasciando fare il *fitting* all'algoritmo.

La predizione restituisce una distribuzione di dati per ogni istante temporale. L'ampiezza di quest'ultima dipende sostanzialmente da due fattori d'incertezza che modulano la varianza dell'output. Il primo, detto rumore di misura, è il rumore della distribuzione dei punti dei valori delle feature rispetto alla legge che viene passata al particle filter. Tali rumori sono sostanzialmente quelli di Tabella 3, ammettendo l'approssimazione di conoscerne uno per l'intera curva caratteristica. Il secondo fattore d'incertezza, detto rumore di processo, è relativo alla curva di evoluzione del danneggiamento nel tempo. La stima dei coefficienti della legge scelta è dinamica, ovvero varia nel tempo, in quanto è necessario che la legge si adegui alle condizioni attuali.

Per eseguire queste operazioni di stima il sistema si costruisce un vettore di cosiddette particelle. Per stimare lo stato del sistema ad un certo istante di tempo, per ottenere una distribuzione probabilistica, si ipotizza di seguire una pluralità di particelle che al tempo t possono assumere dei valori compresi nei range di varianza ammessa. Ognuna di queste particelle compie le operazioni che sono state descritte in precedenza, e ogni proiezione nel tempo assumerà degli andamenti differenziati generando una sorta di scia, che verrà commentata insieme ai risultati. In teoria, maggiore è il numero di particelle, più l'algoritmo si rivela performante. Il problema è sempre relativo al tempo di esecuzione dal punto di vista della simulazione, a maggior ragione, oltre un certo numero di particelle, il miglioramento apportato da un incremento ha impatto minore sulla performance dell'algoritmo.

6.1. Risultati

In questa sezione saranno commentati i risultati ottenuti mediante l'algoritmo di prognosi basato sul *Particle Filter* che è appena stato introdotto.

Prima di introdurre gli effettivi risultati è importante definire il concetto di dichiarazione di *failure*. Tale condizione si verifica nel momento in cui la distribuzione di dati della stima di feature proiettata nel tempo supera una determinata soglia. Il valore di soglia corrisponde solitamente al valore di *feature* per la quale la severity sia 0.95 o 0.99. A rigore, anche in questo caso, la soglia dovrebbe essere una distribuzione ed il confronto dovrebbe essere fatto a sua volta tra le due distribuzioni con gli stessi criteri utilizzati anche nella fase di *FDI*.

In seguito, saranno prese in considerazione esclusivamente le *features F3* ed *F8*, in quanto, come visto, la *F1* è in grado di generare una *fault detection* molto tardiva, che da sola indicherebbe la necessità di agire sul componente in quanto la rottura sarebbe imminente.

In Figura 88 e Figura 89, sono riportati grafici relativi alle distribuzioni di probabilità. Le situazioni a confronto sono quelle riguardanti l'istante in cui avviene la *fault detection* e l'istante in cui viene avviata la procedura prognostica. È stata utilizzata una numerosità di particelle pari a 100, ed in entrambe le situazioni si distinguono chiaramente le distribuzioni.

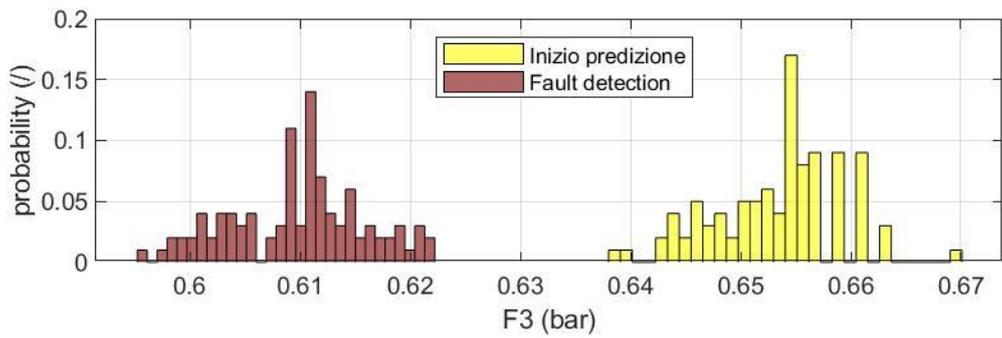
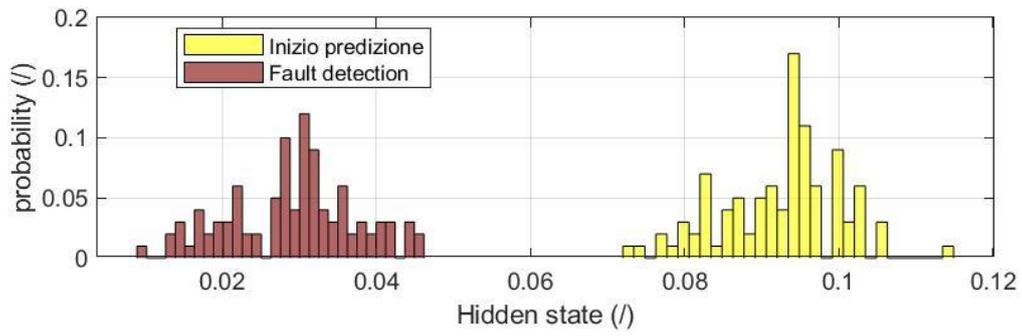


Figura 88: Distribuzioni di probabilità relative alla F3

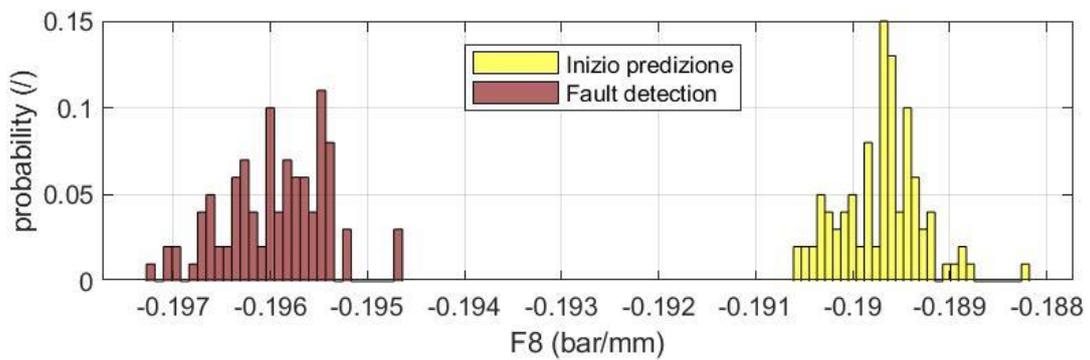
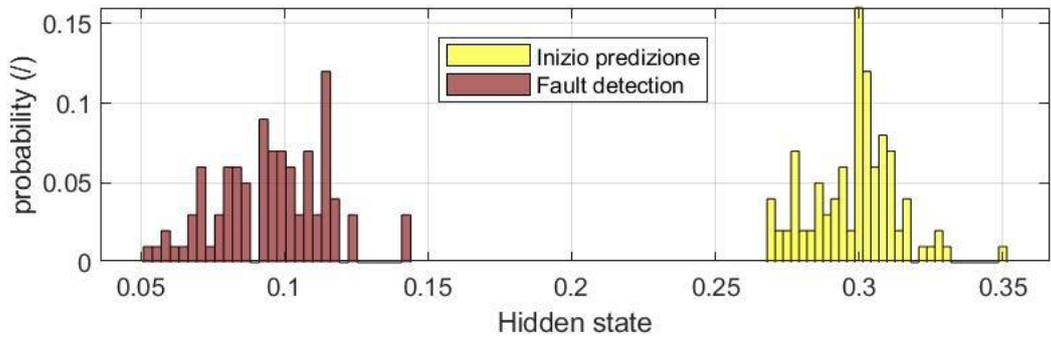


Figura 89: Distribuzioni di probabilità relative alla F8

Il risultato dell'algoritmo di prognostica è invece riportato in Figura 90 e Figura 91.

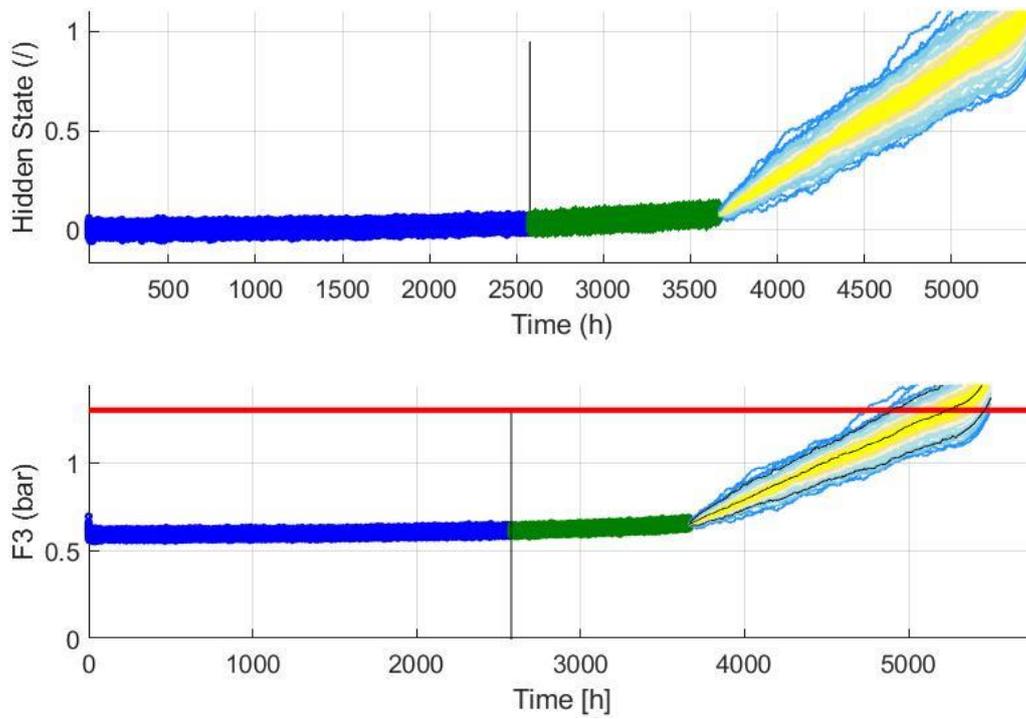


Figura 90: Risultati dell'algoritmo di prognostica per la F3

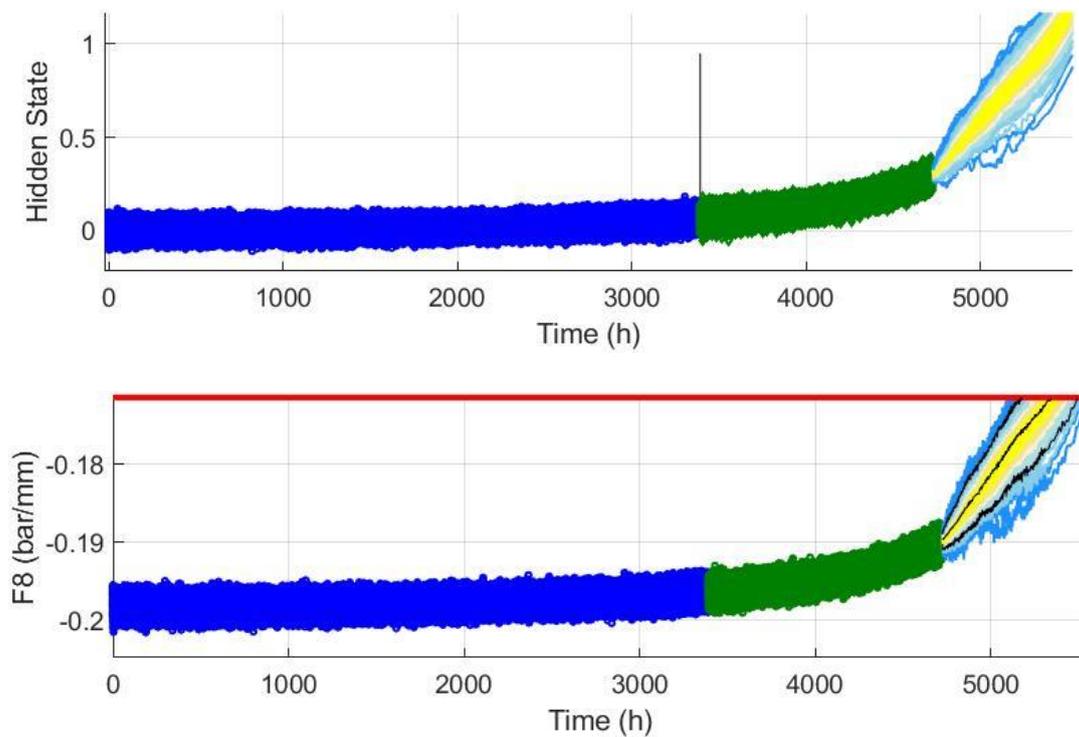


Figura 91: Risultati dell'algoritmo di prognostica per la F8

Gli andamenti in blu si riferiscono al risultato del *particle filter* prima dell'istante in cui avviene la *fault detection*, viceversa in verde quello postumo. Dal momento in cui non si ha più la disponibilità dei dati reali per il cosiddetto processo di *resampling*, rimane solo lo *step* di predizione, e si parla di prognosi. In questo caso si continua ad iterare nel tempo, ottenendo i coni che terminano le curve. All'interno di tali coni sono rappresentate tutte le possibili traiettorie che la *feature* o lo stato potranno avere negli istanti temporali successivi. La cosa importante da sottolineare è che queste traiettorie sono tutte stime, che dal punto di vista dell'algoritmo sono ugualmente possibili, hanno quindi la stessa probabilità di avvenire. Allo stesso modo ogni traiettoria rappresenta ciò che il sistema presume che possa accadere, ne segue che se la taratura dell'algoritmo è mal condotta, è probabile che il cono di variazione della predizione risulti molto più ampio delle reali possibilità. Il sistema tiene già conto che sulla sua stima sono presenti già tutti gli errori di misura e stima del modello. Nella parte inferiore di ciascuna delle due figure, si distinguono delle curve in nero, esse costituiscono le proiezioni delle particelle rispettivamente del 5°, 50°, 95° percentile dell'intera popolazione. Le linee rosse orizzontali si riferiscono invece al valore di soglia delle *feature* che corrispondono ad una *severity* del 95%, definito dall'utente.

Relativamente alla distribuzione dei dati in corrispondenza della soglia di cui sopra, si riporta la Figura 92.

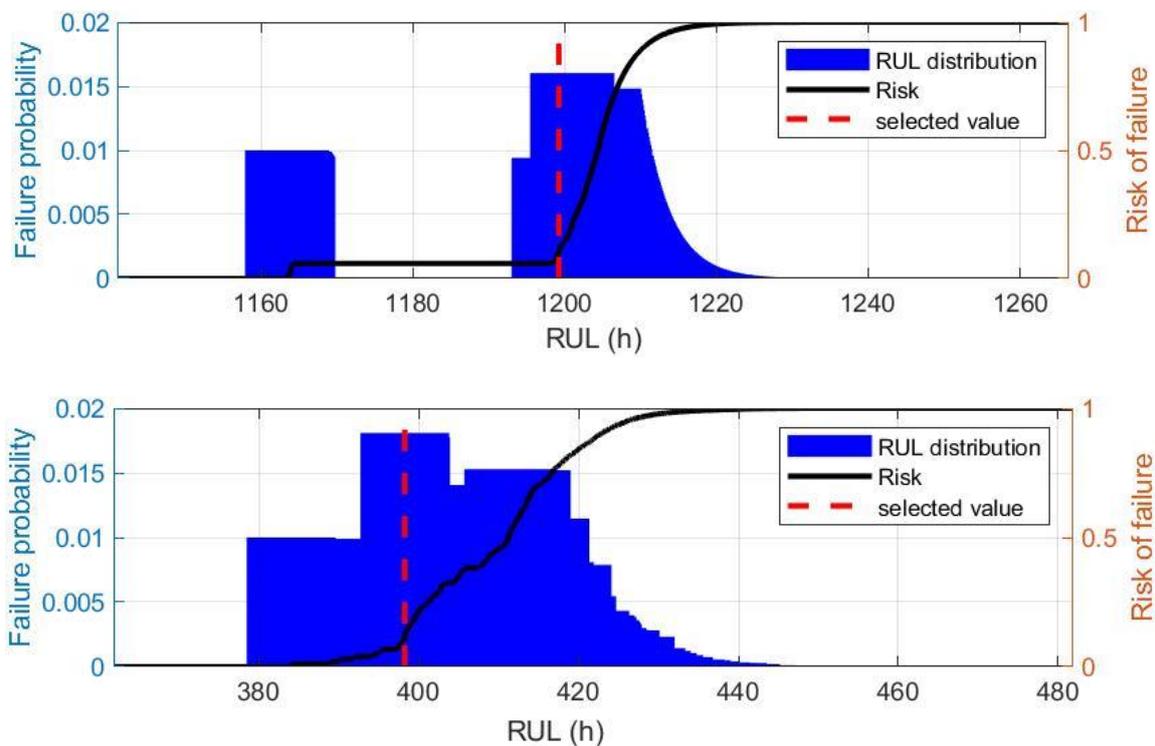


Figura 92: Distribuzione di probabilità in corrispondenza della soglia con relativa cumulata di rischio

Ad ogni istante temporale (RUL), corrisponde un certo peso di probabilità legato sostanzialmente alla densità dei punti che incrociano la soglia. La cumulata, in nero, è la cosiddetta curva di rischio, cioè il rischio che l'entità chiamata a prendere una decisione basata sull'output del sistema prognostico si assume. Ad esempio,

prendendo in considerazione la cumulata in basso di Figura 92, sostituendo il componente dopo 400 h di volo dall'istante di inizio prognosi, significa che vi è un rischio del 10% che il componente sia già rotto. Viceversa, se la sostituzione dovesse avvenire per una $RUL = 440 h$, il rischio sarebbe del 100%, significherebbe, che secondo l'algoritmo di prognosi, il pezzo sarebbe sicuramente rotto.

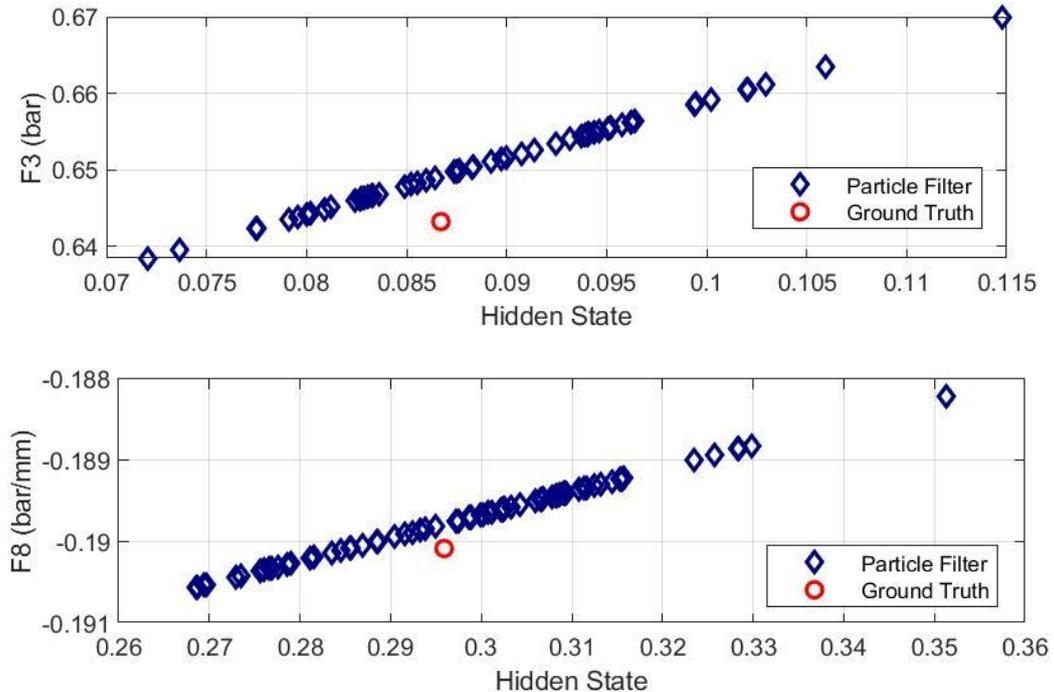


Figura 93: Confronto fra stima di distribuzione con valore reale dello stato nascosto

Dal momento in cui il *particle filter* nasce come strumento per stimare uno stato nascosto, se lo stato nascosto vero, all'istante temporale considerato, cade all'interno della distribuzione di probabilità stimata, allora si ha una buona confidenza sul fatto che il *particle filter* è settato correttamente. I grafici in Figura 93 sono relativi ai risultati a pagina 99, e riferiti all'istante di inizio prognosi, dimostrano quanto appena detto.

6.1.1. Performance

Per valutare il livello di confidenza viene creato un grafico all'interno del quale vengono riportati su un piano $(t - RUL)$ le predizioni portate a termine in una singola campagna PHM. I risultati in Figura 90 sono infatti relativi ad una singola predizione all'interno di una campagna che ne comprende altre dieci partendo da istanti temporali equi spazati tra quello di *fault detection* e quello di *failure*. Nel piano appena descritto la retta bisettrice del primo quadrante rappresenterà il modello di degradazione teorico, verificando per ogni istante di tempo residuo l'identità con la RUL attesa. Più un punto sarà distanziato da tale retta, minore sarà la confidenza associata a tale predizione. In Figura 95 e Figura 94 sono riportati i risultati relativi alle predizioni precedentemente proposte.

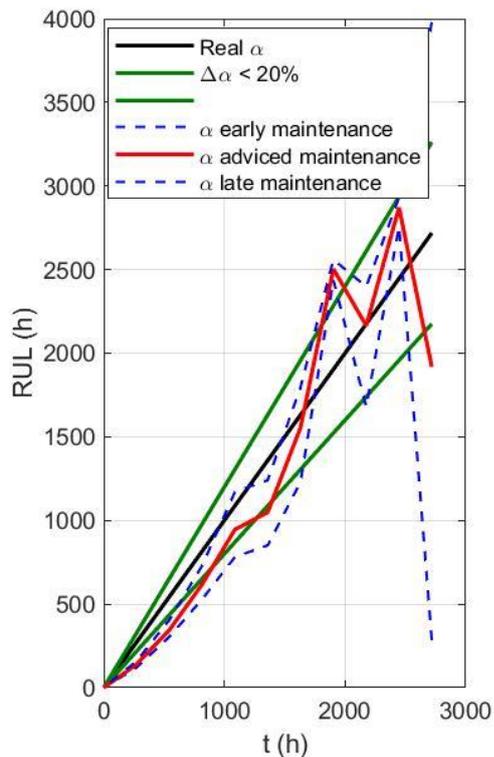


Figura 95: Accuracny feature F3

Figura 90:
Risultati
dell'algoritmo
di
prognostica
per la F3

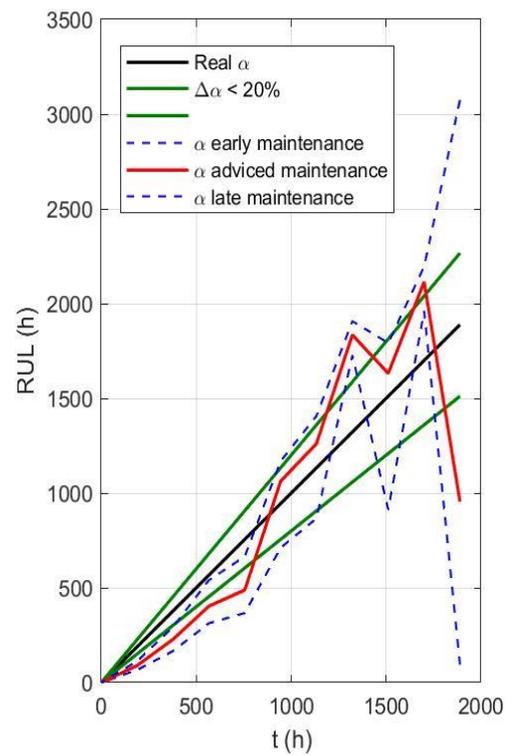


Figura 94: Accuracny feature F8

La bisettrice è riportata in nero, mentre i punti delle previsioni prodotti dall'algoritmo di prognostica sono uniti dalla spezzata rossa. Si può apprezzare come tale andamento rientri per la maggior parte tra i limiti in verde relativi ad un'accuratezza dell'80%.

Un altro indice importante per valutare la bontà del sistema PHM riguarda la rapidità dei tempi di calcolo. Dall'analisi di tale risultato è possibile stabilire se tale algoritmo può essere utilizzato per applicazioni *real-time*, che costituiscono nella maggior parte dei casi lo scopo ultimo di uno studio di questo tipo.

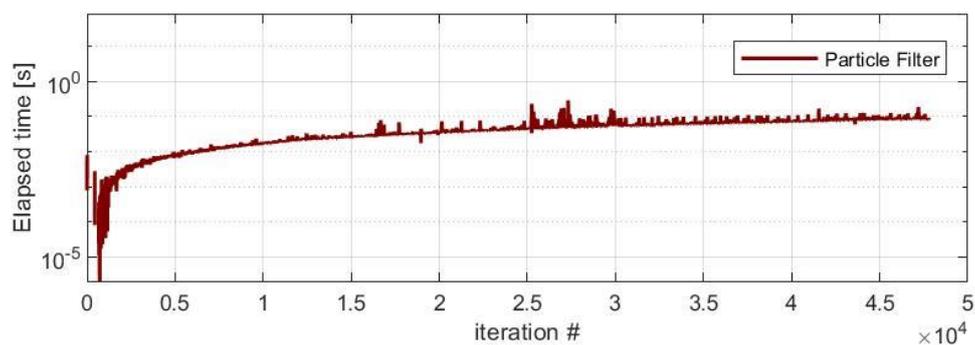


Figura 96: Tempo di calcolo per l'algoritmo di Particle Filter

In Figura 96, sono riportati, per ogni iterazione, i tempi di calcolo dell'algoritmo di *particle filter*. È possibile apprezzare come questi si riscontrino sotto al decimo di secondo, che è il tempo di campionamento scelto per effettuare le operazioni di *feature selection*. Tale risultato indica la potenziale possibilità di utilizzare l'algoritmo per applicazioni *real-time*.

7. Conclusioni

Il dispositivo di pressurizzazione dell'olio nel circuito di bassa pressione del PCM costituisce a tutti gli effetti un componente critico all'interno dell'architettura di un velivolo ad ala mobile. Una rottura di tale componente non renderebbe possibile il compimento di una missione, mettendo a serio rischio l'utilizzabilità dell'intero elicottero. Non sono ad ora presenti in letteratura studi su tali sistemi in ottica CBM/PHM, benché ne sia dimostrata all'interno di questo elaborato la fattibilità.

In una fase preliminare, è stato proposto un modello dinamico in ambiente *Matlab/Simulink* in grado di riprodurre, a fronte di segnali in portata richiesti dai comandi di volo, il comportamento delle variabili fluidodinamiche più interessanti. Una volta stabilita la validità del modello dell'intero PCM, ricavato mediante l'utilizzo di equazioni fondamentali, è stato isolato il componente oggetto di studio e su di esso studiate le possibili modalità di degradazione. In seguito a diversi riscontri in letteratura circa le più ricorrenti *failures*, si è optato per lo studio a fatica e propagazione della cricca tramite la teoria della meccanica della frattura lineare elastica.

Mediante un approccio *data-driven*, sono state condotte delle campagne di simulazioni agendo sulle variabili caratteristiche della molla per testare il comportamento del PCM per vari livelli di degradazione o *severity* del guasto. A valle di tali campagne, disponendo di un elevato numero di dati per delle analisi quantitative, sono stati studiati i segnali fisici provenienti dai sensori, e tramite questi estratte le cosiddette *features*, utili indici per valutare numericamente lo stato di salute del componente. A seguito di una valutazione comparativa, sono state scelte le tre più promettenti per condurre gli ulteriori *step* caratteristici di un sistema CBM/PHM.

Nell'ambito di analisi su *fault detection and identification*, sono stati raggiunti gli obiettivi, in quanto la determinazione della presenza di un'anomalia e l'identificazione della *severity* avvengono per tutte le *features* entro il fine vita, e dunque in tempi utili per programmare una sostituzione.

L'analisi prognostica si è invece rilevata degna di impiego solamente per due *features*, dove fornisce dei risultati promettenti per poter pensare a delle applicazioni reali o ulteriori sviluppi futuri.

Il tema "ulteriori sviluppi futuri" in un ambito che si trova ancora al suo stato embrionale e che riguarda attualmente solo la ricerca, non può che essere vasto, ma tra i possibili miglioramenti al presente lavoro si segnalano:

- Definizione ed integrazione di un approccio *model based* piuttosto che *data driven* per quanto riguarda la propagazione del difetto. In questo modo si riuscirebbe ad ottenere una popolazione di dati più omogenea senza dover ricorrere ai cosiddetti metodi di ripopolamento dei dati.

- Conduzione di campagne sperimentali per ottenere una validazione anche solo parziale del modello di degradazione preso in considerazione. Quanto fatto è sufficiente per uno studio su delle simulazioni atto a dimostrarne l'applicabilità in condizioni reali. Per poter poi essere implementato fisicamente necessità di un approfondimento sulla definizione delle costanti utilizzate nella legge di degradazione.
- Introduzione di meccanismi di degradazione ulteriori. Sebbene la degradazione del componente molla sia il più evidente tra le possibili *failures*, non è l'unico. La tenuta delle guarnizioni che separano le camere del pistone può senza dubbio influire sull'efficacia del serbatoio pressurizzato.

Bibliografia

- [1] De Martin, A.; Jacazio, G.; Sorli, M.; Surdo, V. *Preliminary analysis on IVHM approach for prognosis of high-pressure filters for hydraulic Power Control Modules of helicopters*. MATEC Web of Conferences, 304. 2019.
- [2] Engineering ToolBox, (2004). STP - Standard Temperature and Pressure & NTP - Normal Temperature and Pressure
- [3] Citrini, D.; Nosedà, G. *Idraulica*. Casa Editrice Ambrosiana, Seconda Edizione, 1987.
- [4] Merritt Herbert E. *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, Inc., 1967.
- [5] Brown, G. *The Darcy-Weisbach Equation*. Oklahoma State University-Stillwater, 2000.
- [6] Turcotte, Donald L; Schubert, Gerald. *Geodynamics*, 2nd Ed. Cambridge, 2002.
- [7] Sommerfeld, A. *Ein Beitrag zur hydrodynamischen Erklärung der turbulenten Flüssigkeitsbewegungen (A Contribution to Hydrodynamic Explanation of Turbulent Fluid Motions)*. International Congress of Mathematicians. 1908.
- [8] Sutura, S.P.; Skalak, R. *The History of Poiseuille's Law*. Annual Review of Fluid Mechanics. 25:1-19, 1993.
- [9] Colebrook, C.F. *Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between smooth and rough pipe laws*. Journal of the Institution of Civil Engineers. London, 1939.
- [10] Beck, S.; Collins, R. *From the Swami and Jain Formula, using Excel and MatLab*. University of Sheffield, 2008.
- [11] Childs, P.R.N. *Mechanical Design Engineering Handbook*. Elsevier Science & Technology, 2013.
- [12] Hubballi, B.V.; Sondur, V.B. *Modeling and Simulation of Conical Poppet type Relief Valve with Damping Spool*. Magazine of Hydraulics, Pneumatics, Tribology, Ecology, Sensorics, Mechatronics. *Hidraulica* No.1, 2016.
- [13] Li, Z. *Condition Monitoring Of Axial Piston Pump*. University of Saskatchewan, 2005.
- [14] Caligaris, L.; Fava, S.; Tomasello, C. *Manuale di Meccanica*. Hoepli, 2006.
- [15] Abramowitz, M.; Stegun, I.A. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. p.72. Dover Publications, 1972.
- [16] Li, Y.; Viola, E. *Fracture Mechanics Investigation of Structures with Defects*. University of Bologna, 2013.
- [17] Kienzler, R.; Herrmann, G.; *An elementary theory of defective beams*. Acta Mech, 1986.
- [18] Paris, P.C.; Gomez, M.P.; Anderson, W.E. *A rational analytic theory of fatigue*. The trend in Engineering 13: 9-14, 1961.
- [19] Broek, D.; Schijve, J. *The influence of the Mean Stress on the Propagation of Fatigue Cracks in Light alloy Sheet: An investigation into the effect of reducing stress levels on the rate of crack propagation*. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, vol. 39 No. 3 pp.10-18. 1967.

- [20] Walker, E.K. *The effect of load ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminium*. ASTM STP 462, American Society for Testing and Materials, pp.1-14. 1970.
- [21] Wheeler, O.E. *Spectrum Loading and Crack Growth*. Journal of Basic Engineering. 94(1): pp.181-186. 1972.
- [22] Vachtsevanos, G.; Lewis, F.; Roemer, M.; Hess, A.; Wu, B. *Intelligent Fault Diagnosis and Prognosis for Engineering Systems*, John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [23] Fisher, R.A. *Statistical Methods for Research Workers*, 13th Ed., Hafner, 1958.
- [24] Kendall, M.G. *The Advanced Theory of Statistics*, 4th Ed., Macmillan, 1979.
- [25] Press, W.H.; Teukolsky, S.A.; Vetterling, W.T.; and Flannery, B.P. *Numerical Recipes in C*, 2nd Ed., Cambridge University Press, 1992.
- [26] Guida Online Matlab
- [27] Autin, S.; Socheleau, J.; Dellacasa, A.; De Martin, A.; Jacazio, G.; Vachtsevanos, G. *Feasibility Study of a PHM System for Electro-hydraulic Servo-actuators for Primary Flight Controls*. Annual Conference of the Prognostics and Health Management Society. 2018.
- [28] De Martin, A.; Jacazio, G.; Vachtsevanos, G. *Windings Fault Detection and Prognosis in Electro-Mechanical Flight Control Actuators Operating in Active-Active Configuration*. International Journal of Prognostics and Health Management. 2017.
- [29] Motta, A.; Motta V. *Enciclopedia Motta*. Federico Motta Editore, 1980.
- [30] Orchard, M.; Wu, B.; Vachtsevanos, G. *A Particle Filter Framework for Failure Prognosis*. Proceedings of WTC2005, World Tribology Congress III, Washington DC, 2005.
- [31] Acuña, David E.; Orchard, M. *A Theoretically Rigorous Approach to Failure Prognosis*. Proceedings of the annual conference of the PHM Society, 10(1), 2018.