

POLITECNICO DI TORINO

Dipartimento di Ingegneria Meccanica ed
Aerospaziale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

**Modellazione numerica del
sistema cuscinetto per ‘Machinery
Condition Monitoring’**



Relatore

Prof. Eugenio BRUSA

Candidato

Lorenzo GIORIO

matricola: 263680

Ottobre 2020

Indice

Elenco delle tabelle	v
Elenco delle figure	vii
1 Introduzione	1
2 Fonti bibliografiche utilizzate	4
2.1 Tecniche di analisi delle vibrazioni per monitoraggio predittivo . . .	4
2.2 Modellazione di cuscinetti con presenza di difetti	13
3 Monitoraggio di cuscinetti volventi attraverso <i>Vibration Condi-</i>	
 <i>tion Monitoring</i>	28
3.1 Sorgenti di vibrazione in cuscinetti volventi	31
3.2 Caratteristiche del segnale nel dominio del tempo	35
3.2.1 Range e <i>Peak Value</i>	36
3.2.2 <i>Root Mean Square</i> , RMS	37
3.2.3 Deviazione Standard SD	37
3.2.4 <i>Skewness</i> Sk	37
3.2.5 Curtosi KV	38
3.2.6 <i>Crest factor</i> Crf	39
3.2.7 <i>Clearance factor</i> Clf	39
3.2.8 <i>Impulse factor</i> Imf	40
3.2.9 <i>Shape factor</i> Shf	40
3.3 Caratteristiche del segnale nel dominio della frequenza	40
3.3.1 <i>Fundamental Train Frequency</i> FTF	44
3.3.2 <i>Ball Pass Frequency Outer Race</i> BPFO	44

3.3.3	<i>Ball Pass Frequency Inner Race</i> BPF _I	45
3.3.4	<i>Ball Spin Frequency</i> BSF	45
4	Teoria dei cuscinetti volventi radiali a sfere e a rulli	47
4.1	Contatto puntiforme tra corpi elastici	49
4.2	Contatto lineare tra corpi elastici	52
4.2.1	Confronto tra relazioni empiriche per la valutazione dello spostamento di cilindri	54
4.3	Rigidezza di un cuscinetto volvente radiale	56
4.3.1	Valutazione della rigidezza per un cuscinetto radiale a sfere tipo 6305	61
5	Modello del sistema cuscinetto per simulazione del danneggiamen- to	65
5.1	Elenco dei simboli	65
5.2	Sviluppo del modello a due gradi di libertà	66
5.2.1	Scelta dei gradi di libertà e scrittura delle equazioni del moto	67
5.2.2	Deformazione radiale e velocità di deformazione radiale . . .	71
5.2.3	Definizione del modello di implementazione dei difetti loca- lizzati	73
5.2.4	Valutazione delle forze scambiate	79
5.2.5	Integrazione delle equazioni differenziali non lineari del moto	81
5.2.6	<i>Flow chart</i> della strategia computazionale	82
5.3	Implementazione del modello numerico in codice MATLAB	82
6	Risultati di simulazione numerica e relativa analisi	87
6.1	Risultati	87
6.1.1	Cuscinetto non danneggiato con gioco radiale	88
6.1.2	Cuscinetto con un difetto localizzato sulla pista esterna . . .	92
6.1.3	Cuscinetto con un difetto localizzato sulla pista interna . . .	95
6.1.4	Cuscinetto con difetto localizzato su un corpo volvente . . .	97
6.2	Analisi di sensitività ai parametri	100
6.2.1	Effetto della dimensione del difetto	100
6.2.2	Effetto della posizione angolare del difetto	111
6.2.3	Effetto del numero di difetti	117

7 Conclusioni e sviluppi futuri	124
Bibliografia	126

Elenco delle tabelle

3.1	Valori tipici della banda passante per filtro passa-banda nell'analisi dell'involuppo [65]	42
4.1	Proprietà geometriche del cuscinetto radiale a sfere 6305	62
5.2	Dati di input relativi al cuscinetto (radiale a sfere 6305)	85
5.3	Dati di input relativi al rotore	85
5.4	Dati di input necessari per eseguire l'integrazione numerica	86
6.1	Indicatori scalari dall'analisi nel dominio del tempo al variare della dimensione del difetto localizzato sulla pista esterna.	101
6.2	Ampiezza dei picchi dello spettro in frequenza associati alla frequenza caratteristica BPFO e alla sua prima armonica al variare della dimensione del difetto localizzato sulla pista esterna.	103
6.3	Indicatori scalari dall'analisi nel dominio del tempo al variare della dimensione del difetto localizzato sulla pista interna.	105
6.4	Ampiezza dei picchi dello spettro in frequenza associati alle frequenze caratteristiche per un difetto localizzato sulla pista interna al variare della dimensione del difetto.	109
6.5	Indicatori scalari dall'analisi nel dominio del tempo al variare della posizione angolare del difetto localizzato sulla pista esterna.	111
6.6	Ampiezza dei picchi dello spettro in frequenza associati alla frequenza caratteristica BPFO e alla sua prima armonica al variare della posizione angolare del difetto localizzato sulla pista esterna.	113
6.7	Indicatori scalari dall'analisi nel dominio del tempo al variare del numero di difetti localizzati sulla pista esterna.	117
6.8	Indicatori scalari dall'analisi nel dominio del tempo al variare del numero di difetti localizzati sulla pista interna.	119

6.9	Ampiezza dei picchi dello spettro in frequenza associati alla frequenze caratteristiche per un difetto localizzato sulla pista interna al variare del numero di difetti.	122
-----	--	-----

Elenco delle figure

3.1	Sfaldamento da fatica su vari elementi di un cuscinetto a elementi volventi: (a) piccoli sfaldamenti localizzati sui corpi volventi, (b) area di sfaldamento nella pista interna, (c) area di sfaldamento nella pista esterna, (d) area di sfaldamento nella pista esterna [57].	34
3.2	Danneggiamenti localizzati simulati artificialmente: (a) pista esterna, (b) pista interna, (c) corpo volvente (sfera) [20].	34
3.3	Schema concettuale di applicazione dell'analisi dell'inviluppo a un segnale di vibrazione proveniente da un cuscinetto volvente [65, 70].	43
4.1	Nomenclatura di un cuscinetto volvente [72].	48
4.2	Schema della sezione trasversale di un cuscinetto radiale a sfere (sinistra). Schema della sezione trasversale di un cuscinetto a rulli cilindrici (destra) [72].	48
4.3	Definizione dei raggi di curvatura per due corpi in contatto puntiforme [74].	50
4.4	Area di contatto di un corpo volvente sferico con le due piste del cuscinetto radiale [73].	51
4.5	Distribuzione della tensione per un contatto puntiforme [74].	52
4.6	Contatto lineare tra due cilindri ideali di eguale lunghezza (sinistra). Area di contatto con rappresentato l'andamento della pressione di contatto (destra) [78].	53
4.7	Distribuzione della tensione per un contatto lineare ideale tra due cilindri di egual lunghezza [74].	53
4.8	Confronto tra le formule empiriche e analitiche disponibili in letteratura per la valutazione dello spostamento $\delta(Q)$ in un contatto reale tra cilindri paralleli.	56

4.9	Spostamento dell'anello interno di un cuscinetto [74].	59
4.10	Distribuzione del carico tra i vari elementi volventi del cuscinetto per differenti valori di gioco diametrale g [74].	60
4.11	Andamento di $J_r(\varepsilon)$ per contatti puntiforme (blu) e lineari (rosso). A sinistra vi è l'andamento per cuscinetti con gioco diametrale positivo, a destra per cuscinetti con gioco diametrale negativo (interferenza) [82].	61
4.12	Legame spostamento-forza radiale per un cuscinetto a sfere 6305 attraverso la distribuzione discreta di rigidezza (sinistra) e con distribuzione continua e utilizzo del <i>Load Distribution Integral</i> (destra).	62
4.13	Confronto dei risultati ottenuti con il metodo discreto o continuo per il calcolo del legame $F_r - \delta_r$ di un cuscinetto radiale.	63
4.14	Andamento del valore del coefficiente della zona sotto carico ε in funzione dello spostamento radiale dell'anello interno δ_r per un cuscinetto 6305.	64
4.15	Rigidezza linearizzata equivalente per un cuscinetto radiale 6305 in funzione di δ_r	64
5.1	Schema del modello del sistema cuscinetto adottato, con rappresentato il sistema di riferimento scelto e il generico spostamento dell'anello interno.	68
5.2	Schema concettuale del sistema cuscinetto adottato, con rappresentate le rigidzze non lineari e gli smorzatori locali che simulano l'interazione dei singoli corpi volventi con entrambe le piste del cuscinetto.	70
5.3	Spostamento radiale subito dal corpo volvente i -esimo al tempo t , dovuto alla traslazione dell'anello interno del cuscinetto.	72
5.4	Posizione angolare dei corpi volventi per il determinato tempo t considerato.	72
5.5	Parametri di definizione per l'implementazione di un difetto localizzato sulla pista esterna.	76
5.6	Parametri di definizione per l'implementazione di un difetto localizzato sulla pista interna.	77
5.7	Parametri di definizione per l'implementazione di un difetto localizzato su un corpo volvente.	78

5.8	<i>Flow chart</i> del modello implementato.	83
5.9	<i>Flow chart</i> di dettaglio della funzione di integrazione delle equazioni del moto per i 2 gradi di libertà scelti per lo studio del sistema cuscinetto.	84
6.1	Accelerazioni in direzione X e Y dell'anello interno del cuscinetto sano.	89
6.2	Spettro di ampiezza del segnale grezzo di accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto sano.	90
6.3	Accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto sano, filtrata mediante filtro passa-banda (blu) e relativo inviluppo (rosso).	91
6.4	Spettro di ampiezza dell'inviluppo dell'accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto sano.	92
6.5	Accelerazioni in direzione X e Y dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista esterna.	93
6.6	Accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista esterna, filtrata mediante filtro passa-banda (blu) e relativo inviluppo (rosso).	94
6.7	Spettro di ampiezza dell'inviluppo dell'accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista esterna.	94
6.8	Accelerazioni in direzione X e Y dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista interna.	95
6.9	Accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista interna, filtrata mediante filtro passa-banda (blu) e relativo inviluppo (rosso).	96
6.10	Spettro di ampiezza dell'inviluppo dell'accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista interna.	97
6.11	Accelerazioni in direzione X e Y dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su un corpo volvente (sfera).	98
6.12	Accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su un corpo volvente (sfera), filtrata mediante filtro passa-banda (blu) e relativo inviluppo (rosso).	99
6.13	Spettro di ampiezza dell'inviluppo dell'accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su un corpo volvente (sfera).	99

6.14	Andamento di RMS in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna a $\theta_{init} = 0^\circ$	101
6.15	Andamento del valore di picco PV in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna a $\theta_{init} = 0^\circ$	102
6.16	Andamento del valore di curtosi KV in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna a $\theta_{init} = 0^\circ$	103
6.17	Spettro di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X per cuscinetto con danno localizzato su pista esterna di altezza massima: (a) $H = 0.05$ mm, (b) $H = 0.1$ mm, (c) $H = 0.2$ mm, (d) $H = 0.3$ mm.	104
6.18	Andamento di RMS in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna (con $\theta_{init} = 0^\circ$).	106
6.19	Andamento del valore di picco PV in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna (con $\theta_{init} = 0^\circ$).	106
6.20	Andamento del valore di <i>Skewness</i> Sk in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna (con $\theta_{init} = 0^\circ$).	107
6.21	Andamento del valore di curtosi KV in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna (con $\theta_{init} = 0^\circ$).	108
6.22	Spettro di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X per cuscinetto con danno localizzato su pista interna di altezza massima: (a) $H = 0.05$ mm, (b) $H = 0.1$ mm, (c) $H = 0.2$ mm, (d) $H = 0.3$ mm.	110
6.23	Andamento di RMS in funzione della posizione angolare del difetto θ_{init} , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna di altezza massima $H = 0.1$ mm.	112

6.24	Andamento del valore di picco PV in funzione della posizione angolare del difetto θ_{init} , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna di altezza massima $H = 0.1$ mm.	112
6.25	Andamento del valore di curtosi KV in funzione della posizione angolare del difetto θ_{init} , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna di altezza massima $H = 0.1$ mm. . . .	113
6.26	Spettro di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X per cuscinetto con danno localizzato su pista esterna con posizione angolare: (a) $\theta_{init} = 0^\circ$, (b) $\theta_{init} = 30^\circ$, (c) $\theta_{init} = 45^\circ$, (d) $\theta_{init} = 60^\circ$.	114
6.27	Confronto nel segnale di accelerazione in direzione X di un cuscinetto con 1 difetto sulla pista interna con posizione angolare iniziale $\theta_{init} = 0^\circ$ (in alto) e $\theta_{init} = 45^\circ$ (in alto).	115
6.28	Confronto degli spettri di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X per un cuscinetto con 1 difetto sulla pista interna con posizione angolare iniziale: (a) $\theta_{init} = 0^\circ$, (b) $\theta_{init} = 45^\circ$	116
6.29	Confronto nel segnale di accelerazione in direzione X tra un cuscinetto con 1 difetto sulla pista esterna (in alto) e un cuscinetto con 4 difetto sulla pista esterna (in basso).	118
6.30	Andamento di RMS in funzione del numero di difetti localizzati, per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna con altezza massima $H = 0.1$ mm.	120
6.31	Andamento del valore di curtosi KV in funzione del numero di difetti localizzati, per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna con altezza massima $H = 0.1$ mm.	121
6.32	Confronto nel segnale di accelerazione in direzione X tra un cuscinetto con 1 difetto sulla pista interna (in alto) e un cuscinetto con 3 difetti sulla pista interna (in basso).	122
6.33	Spettro di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X per cuscinetto con danni localizzati su pista interna: (a) 1 difetto con $\theta_{init} = 0^\circ$, (b) 2 difetti con $\theta_{init} = 0^\circ, 30^\circ$, (c) 3 difetti con $\theta_{init} = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$, (d) 4 difetti con $\theta_{init} = -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$	123

Capitolo 1

Introduzione

Il monitoraggio in tempo reale delle macchine rotanti permette di ridurre il rischio di rotture e di velocizzare l'identificazione del danneggiamento. L'efficacia di tali metodi di *Machinery Condition Monitoring* (MCM) necessita dello sviluppo di algoritmi che permettano di analizzare e classificare il segnale di vibrazione rilevato e da un accurato collocamento dei sensori sul sistema rotante. È possibile sfruttare la possibilità di ricorrere a un modello *Digital Twin* del sistema reale, per simulare il comportamento dell'architettura del sistema e migliorare la propria sicurezza in utilizzo, oltre a poter applicare un efficace sistema di monitoraggio in tempo reale.

Il lavoro della presente tesi di laurea magistrale ha come oggetto lo sviluppo di un modello analitico-numerico del sistema cuscinetto utile per lo studio, il riconoscimento e la classificazione di differenti tipi di difetti negli elementi costituenti il cuscinetto stesso. Viene applicato un approccio analitico preliminare per caratterizzare i parametri principali coinvolti nel monitoraggio del sistema reale e per simulare la presenza di difetti, in modo da poter investigare il loro effetto sul segnale di risposta dinamica acquisito e mettere a punto la parte di modellazione analitica di un *Digital Twin* del sistema reale, per fronteggiare la necessità di identificare e classificare i danneggiamenti attraverso l'attività di monitoraggio. È stato necessario innanzitutto modellare il sistema cuscinetto in modo adeguato a simulare la presenza di uno o più difetti localizzati nelle piste e/o nei corpi volenti, attraverso un'analisi completa del contatto tra i corpi. Successivamente è stata sviluppata l'analisi dinamica necessaria per studiare le caratteristiche del segnale di vibrazione, specifiche per ciascuno degli elementi danneggiati del sistema cuscinetto, sia nel

dominio del tempo che nel dominio della frequenza.

Lo sviluppo del lavoro si articola come nel seguito riportato:

- Nel Capitolo 2 è riportata l'analisi delle fonti bibliografiche utilizzate, suddivise tra tecniche di analisi delle vibrazioni per il monitoraggio predittivo e la modellazione dei cuscinetti volventi in presenza di difetti. In ciascuna Sezione è riportata una breve descrizione relativa ai contenuti degli articoli di letteratura che sono serviti quale ispirazione per la definizione e lo sviluppo del modello oggetto principale della presente tesi.
- Nel Capitolo 3, dopo una introduzione al monitoraggio predittivo, sono riportate e descritti i parametri statistici utili all'analisi nel dominio del tempo del segnale di vibrazione (quali intervallo e valore di picco, valore RMS, deviazione standard, asimmetria (*Skewness*), curtosi e fattori impulsivi e di forma) e le frequenze caratteristiche del cuscinetto utili all'analisi nel dominio della frequenza (FTF, BPFO, BPFI, BSF) unitamente ai passi principali che caratterizzano la tecnica di analisi dell'inviluppo.
- Nel Capitolo 4 sono riportate le informazioni principali relative alla teoria dei cuscinetti volventi radiali a sfere e a rulli, al fine di identificare i legami forza-deformazione che caratterizzano il contatto puntiforme e lineare tra corpi elastici e che portano alla definizione della rigidità del cuscinetto.
- Il Capitolo 5 costituisce il nucleo dello sviluppo analitico-numerico messo a punto per simulare la dinamica del sistema cuscinetto sano e in presenza di difetti localizzati; lo sviluppo teorico del modello, caratterizzato da 2 gradi di libertà traslazionali per l'anello interno, riporta la scrittura delle equazioni del moto non lineari, le formule per l'introduzione di uno o più difetti localizzati sui vari elementi del cuscinetto, la valutazione delle forze di contatto sviluppate e lo schema di integrazione numerica delle equazioni differenziali. Conclude il Capitolo la descrizione dell'implementazione del modello in ambiente MATLAB, con la presentazione dei dati caratteristici utilizzati nelle simulazioni numeriche sviluppate.
- Il Capitolo 6 discute i risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche (svolte per cuscinetto sano, cuscinetto con difetto localizzato su pista esterna, pista

interna e corpo volvente) e l'analisi degli effetti dovuti alla dimensione, alla posizione angolare e alla numerosità dei difetti sui diversi elementi.

- Nel Capitolo 7 sono riportate le conclusioni e le indicazioni per un successivo approfondimento e sviluppo della tematica studiata.

Capitolo 2

Fonti bibliografiche utilizzate

Viene nel seguito riportata una breve descrizione dei diversi articoli utilizzati nello sviluppo della presente tesi di laurea magistrale, organizzati nei raggruppamenti:

- Tecniche di analisi delle vibrazioni per monitoraggio predittivo
- Modellazione di cuscinetti con presenza di difetti
- Modellazione del sistema rotore-cuscinetto
- Intelligenza artificiale per la classificazione del danneggiamento

I riferimenti bibliografici specifici alle fonti sono riportati nella Bibliografia che conclude questo elaborato, in base all'ordine di citazione indicato nello sviluppo del corpo dei successivi capitoli.

2.1 Tecniche di analisi delle vibrazioni per monitoraggio predittivo

L'analisi delle condizioni di frattura nei cuscinetti è estremamente importante nel contesto industriale, in quanto una precoce analisi è fondamentale per prevedere e conseguentemente evitare un danneggiamento nel macchinario Tandon [1]. È dunque importante comprendere e analizzare criticamente quali tecniche di analisi sono

più efficaci. In linea generale, possono essere identificati tre metodi per effettuare il monitoraggio predittivo di cuscinetti volventi: metodi nel dominio del tempo, metodi nel dominio della frequenza e metodi nel dominio della tempo-frequenza.

È possibile partire dal lavoro di Tandon et al. [2] in cui viene confrontata la rilevabilità dei difetti nei cuscinetti a sfere mediante diverse misurazioni sia acustiche che delle vibrazioni, per valutare comparativamente quali di queste misurazioni risultano più utili per la diagnostica. Le misure sono state eseguite sia su cuscinetti nuovi, montati su banco prova dedicato, sia su cuscinetti con difetti creati artificialmente nei loro diversi elementi (pista interna, pista esterna, corpi volventi). I risultati ottenuti hanno evidenziato che in generale il rilevamento mediante emissione acustica e accelerazione valutata con la tecnica dell'involuppo (*High-Frequency Resonance Technique*, HFRT) risultano migliori rispetto alle altre tecniche indagate.

Successivamente lo stesso autore in [1] ha messo a confronto alcuni dei parametri di vibrazione utilizzati per la rilevazione dei difetti nei cuscinetti volventi. In particolare sono stati analizzati i parametri statistici nel dominio del tempo (RMS, *Peak Value* (valore di picco), *Crest Factor* (fattore di cresta), potenza) e i parametri del cepstrum del segnale di accelerazione dovuta alle vibrazioni dei cuscinetti con difetti di diverse dimensioni. Il confronto è stato effettuato tra i valori misurati nei cuscinetti difettati e quelli relativi a cuscinetti sani. Il lavoro indica che la misurazione della potenza complessiva, seguita dalle misurazioni del valore di picco e del RMS risultano le tecniche di rilevazione dei difetti più efficaci.

Heng et al. [3] hanno condotto uno studio sull'applicazione della pressione sonora e dell'analisi dei segnali di vibrazione per rilevare la presenza di difetti in un cuscinetto volvente, utilizzando un metodo di analisi statistica. Lo studio ha utilizzato parametri statistici di ampia applicazione quali *Crest Factor*, valore di Curtosi e *Skewness* (disallineamento), e viene proposto l'utilizzo un ulteriore parametro derivato dalla distribuzione beta. La scelta dell'analisi statistica è giustificata dalla migliore adeguatezza a segnali casuali rispetto a metodi di analisi del segnale, basati su ipotesi di tipo deterministico; il metodo statistico può essere utilizzato per identificare i diversi tipi di difetti presenti nel cuscinetto. Mediante studio comparativo delle prestazioni dei diversi parametri utilizzati, i risultati ottenuti mostrano che i parametri statistici sono influenzati dalla velocità dell'albero; inoltre l'utilizzo dei parametri della funzione beta non comporta vantaggi significativi rispetto

all'utilizzo di *curtosi* e *crest factor*.

Interessante, inoltre, è il lavoro [4] che presenta un modello analitico per indagare le vibrazioni dovute alla presenza del difetto distribuito denominato *waviness* (ondeggiamento, imperfezione geometrica di sfera, pista interna o esterna) di cuscinetti a sfere in un sistema rotante supportato da due o più cuscinetti, tenendo conto della forza centrifuga e del momento giroscopico della sfera. L'ondulazione superficiale dei corpi volventi è modellata come funzione sinusoidale ed incorporata nei vettori posizione del centro di curvatura della pista. Il modello è basato sull'applicazione della teoria del contatto hertziano, per calcolare la deflessione elastica e la forza di contatto nonlineare. Il modello proposto, validato mediante confronto con risultati di letteratura, caratterizza le frequenze dei cuscinetti (frequenze principali, le loro armoniche e le frequenze di banda laterale) dovute all'interazione di ondulazione tra i corpi volventi e i due cuscinetti a sfere vincolati dal rotore e caratterizza l'effetto della forza centrifuga e del momento giroscopico della sfera.

Un ulteriore metodo viene presentato da Kiral et al. [5] che propongono una strategia basata sull'analisi delle vibrazioni mediante modello agli elementi finiti per il rilevamento dei difetti nei cuscinetti volventi con difetti, singoli o multipli, nei diversi componenti (pista interna, pista esterna, corpi volventi) della struttura del cuscinetto. Il metodo utilizza parametri nel dominio del tempo e della frequenza. La particolarità dello studio è data dalla rappresentazione del carico sopportato dal cuscinetto in quanto, a differenza della usuale assunzione di carico puntuale con direzione ed entità costante, nel lavoro viene proposto un modello di carico dinamico per la generazione delle funzioni di eccitazione nodale, utilizzate come carico esterno nell'analisi agli elementi finiti, per i diversi casi indagati. I parametri nel dominio del tempo e della frequenza come RMS, *crest factor* (Crf), *curtosi* (KV) e *band energy ratio* dello spettro di frequenza dei segnali di inviluppo, sono utilizzati per investigare gli effetti della posizione del difetto, del numero di difetti, della velocità di rotazione e della posizione del sensore.

Tandon et al. [6], in tempi più recenti, hanno proposto ed introdotto una nuova tecnica di analisi, che fa riferimento ai cuscinetti volventi dei motori a induzione e le diverse tecniche di monitoraggio delle condizioni di funzionamento. In particolare, nel loro lavoro viene analizzato il metodo di monitoraggio della corrente di statore, tecnica relativamente nuova, se messa a confronto con tecniche quali l'analisi delle vibrazioni, l'emissione acustica e il metodo SPM (*Shock Pulse Method*).

Queste diverse tecniche sono state confrontate mediante indagine sperimentale del comportamento di cuscinetti in buone condizioni e di cuscinetti difettati nella pista esterna di un motore a induzione, per differenti carichi di lavoro. Per identificare l'aumento delle dimensioni del difetto, il miglior metodo di monitoraggio è risultato essere quello basato sull'emissione acustica, mentre quello basato sulla corrente di statore si è dimostrato essere la tecnica più conveniente.

Sreejith et al. [7], invece, propongono un algoritmo che utilizza una rete neurale feed-forward per la diagnosi automatizzata di difetti localizzati nei cuscinetti a rotolamento, a partire dai segnali di vibrazione. Per definire le caratteristiche di input, per la rete neurale, sono utilizzati due parametri nel dominio del tempo in particolare: il valore di verosimiglianza negativo normale e il valore di curtosi. Entrambi i valori sono stati estratti dai segnali di vibrazione nel dominio del tempo, per mezzo di una semplice pre-elaborazione e di un rapido addestramento della rete. L'efficacia dell'algoritmo è stata valutata mettendo a confronto i dati di vibrazione di cuscinetti sani e quelli danneggiati. Le reti neurali addestrate, in base ai dati raccolti, si sono rivelate in grado di classificare diversi stati di danneggiamento del cuscinetto con ottima percentuale di successo, dimostrando le potenzialità della procedura per il rilevamento automatico dei difetti e per la diagnosi dei sistemi industriali complessi.

Importante è anche il lavoro Kankar et al. [8] nel quale è stata effettuata la diagnosi dei difetti di cuscinetti a sfere, mediante metodi di apprendimento automatico (*machine learning methods*). Lo studio si concentra sulla classificazione dei difetti in cuscinetti utilizzando due metodi di apprendimento automatico, entrambi in grado di funzionare con classificazioni nonlineari: la rete neurale artificiale (ANN, *Artificial Neural Network*) e la macchina a vettori di supporto (SVM, *Support Vector Machine*). Lo studio consiste nel mettere a confronto dati di vibrazione provenienti da un banco prova con rotore ad alta velocità, supportato da cuscinetti volventi sia sani che danneggiati a livello dei diversi elementi (pista esterna, pista interna e sfere). I dati sono stati acquisiti per mezzo di accelerometri piezoelettrici, sotto forma di segnali nel dominio del tempo. Le caratteristiche sono state estratte dal segnale nel dominio del tempo mediante metodo statistico e utilizzate per l'addestramento della rete neurale e della SVM. I risultati ottenuti, mostrano come gli algoritmi di apprendimento automatico possano essere utilizzati per la diagnosi automatizzata dei difetti dei cuscinetti.

Nello stesso anno, Randall et al. [9] pubblicano un metodo informativo di guida all'analisi diagnostica dei segnali di accelerazione dei cuscinetti volventi in presenza di forti segnali di mascheramento provenienti da altri componenti della macchina rotante, quali per esempio gli ingranaggi. Il suo lavoro fa riferimento a case-history molto diverse che vanno da macchine a velocità molto bassa a macchine ad altissima velocità, con l'obiettivo di spiegare il contesto delle procedure di diagnostica di maggior successo nei vari casi. Le caratteristiche specifiche dei segnali dei cuscinetti sono spiegate in modo dettagliato e sono descritte le tecniche per separare segnali stocastici, quali quelli dei cuscinetti, dai segnali deterministici, ovvero quelli degli ingranaggi.

Per quanto riguarda il confronto dei tre possibili approcci di monitoraggio predittivo, per mezzo dell'analisi delle vibrazioni, interessante è il lavoro di Chebil et al. [10]. Nello studio, infatti, sono messe a confronto le diverse tecniche utilizzate per il monitoraggio delle condizioni di danneggiamento dei cuscinetti volventi, basate sull'elaborazione dei dati vibrazionali nel dominio del tempo, nel dominio della frequenza o nel dominio tempo-frequenza. Nel lavoro viene discussa nel dettaglio la procedura di diagnosi dei difetti basata sull'analisi tempo-frequenza mediante la trasformata wavelet discreta (DWT, *Discrete Wavelet Transform*), che si è dimostrata essere quella capace di produrre i risultati migliori.

Importante è anche il lavoro di Lei et al. [11], il quale hanno condotto una revisione bibliografica della tecnica di elaborazione del segnale denominata *Empirical Mode Decomposition* (EMD), nota come una delle più potenti da applicarsi per la diagnosi dei difetti delle macchine rotanti. Nell'articolo viene descritto il metodo e ne viene illustrata l'utilità di applicazione a tipologie di problemi quali cuscinetti volventi, ingranaggi e rotor, e unitamente vengono presentate le corrispondenti soluzioni. Per ogni tipo di oggetto di diagnosi, vengono esaminate le diverse metodologie basate sull'EMD (metodo EMD originale, metodi EMD migliorati, EMD combinato con altre tecniche). Il lavoro, inoltre, presta l'attenzione sui problemi ancora in sospeso dell'EMD nella diagnosi dei difetti ed identifica le potenziali ulteriori direzioni di ricerca.

Nello stesso anno, Walker et al. [12] hanno proposto un lavoro in cui vengono evidenziate le tecnologie proprie per l'integrazione di algoritmi di diagnosi e prognosi nei sistemi IVHM (*integrated vehicle health management*). Questo metodo di gestione integrata dello stato di salute, si concentra sul mettere in evidenza alcune

recenti ricerche di valutazione dei difetti più comunemente presenti nelle macchine rotanti. Lo studio descrive otto difetti chiave che includono lo squilibrio statico e quello dinamico, il disallineamento, lo sfregamento e l'allentamento dell'albero, l'instabilità indotta dal fluido, il guasto dei cuscinetti, le cricche presenti nell'albero e nelle palette di turbina. Ciascuno di questi difetti è stato analizzato nel dettaglio per quanto riguarda i sensori, le tecniche di identificazione dei difetti, la localizzazione, la prognosi e la modellazione.

Un'ulteriore revisione bibliografica [13], riguardo ai metodi di modellazione dinamica e l'identificazione dei difetti, ha esaminato i diversi modelli dinamici per cuscinetti volventi in presenza e in assenza di difetti locali e distribuiti, identificati mediante analisi del segnale di vibrazione nel dominio del tempo e/o della frequenza. Nella revisione è illustrato come la precisione del modello dinamico dipenda anche da considerazioni quali la massa dell'albero, la rigidità lineare o nonlineare del cuscinetto, la lubrificazione, la velocità, lo smorzamento, l'attrito e la presenza di rumore. In essa sono inoltre riassunte le tecniche di elaborazione del segnale utilizzate per il miglioramento della rilevazione dei difetti quali la trasformata wavelet, la tecnica di risonanza ad alta frequenza (HFRT), denominata anche analisi dell'involuppo, e l'autocorrelazione ciclica.

Il documento [14] è una revisione sulle tecniche di rilevamento dei difetti nei cuscinetti volventi, il quale approfondisce i componenti dei cuscinetti volventi, la loro geometria, le modalità di guasto, le tecniche di monitoraggio delle condizioni di salute, le tecniche nel dominio del tempo e della frequenza. Può risultare utile per un inquadramento generale delle problematiche legate alla manutenzione predittiva di cuscinetti volventi, nonché per fornire una visione di insieme alle tecniche nel dominio del tempo e della frequenza per effettuare prognostica di sistemi supportati da cuscinetti volventi.

Nel medesimo anno, Sharma et al. [15] propongono un lavoro che intende diagnosticare la gravità dei difetti nei cuscinetti a sfere utilizzando varie tecniche di apprendimento automatico come la macchina a vettori di supporto (SVM) e la rete neurale artificiale (ANN). Dai segnali grezzi di vibrazione vengono estratte varie caratteristiche statistiche (*skewness*, curtosi, deviazione standard) e misure di incertezza (entropia di Shannon, entropia di energia logaritmica); le caratteristiche calcolate sono esaminate in funzione della loro sensibilità ai difetti di diversa gravità. I risultati hanno rivelato che, oltre alle caratteristiche statistiche, anche le

misure di incertezza sono buoni indicatori della gravità del guasto e consentono di classificare diversi livelli di gravità dei difetti di ciascun componente del cuscinetto. L'efficienza di classificazione raggiunta dalla metodologia proposta è infine confrontata con altre metodologie disponibili in letteratura e lo studio comparativo evidenzia le potenzialità di applicazione della metodologia con tecniche di apprendimento automatico per lo sviluppo di un sistema per diagnosticare in tempo reale i difetti dei cuscinetti a sfere e il loro livello di gravità.

Nel lavoro di Tabrizi et al. [16] viene proposto un metodo automatico combinato per la rilevazione di difetti, anche molto piccoli, nei cuscinetti a rulli. La *Wavelet Packet Decomposition* (WPD) viene applicata per la riduzione del rumore in segnali grezzi rumorosi acquisiti su di un banco prova dedicato. I vettori di caratteristiche informative (denominate in inglese come *feature* del segnale) vengono estratti utilizzando la tecnica *Ensemble Empirical Mode Decomposition* (EEMD) e gli stati dei cuscinetti vengono esaminati etichettando i campioni, utilizzando l'iper-piano costruito dall'algoritmo della macchina a vettori di supporto (SVM). I risultati ottenuti, in diverse condizioni operative di velocità e di carico del banco prova, hanno dimostrato che il metodo combinato proposto è in grado di identificare efficacemente gli stati di guasto dei cuscinetti.

Kulkarni et al. [17], inoltre, riportano un'indagine sperimentale per difetti distribuiti nei cuscinetti a sfere mediante l'utilizzo della analisi della firma vibrazionale. Nel documento viene analizzato l'effetto della rugosità superficiale sulla risposta alle vibrazioni della pista esterna del cuscinetto a sfere, analizzando lo spettro di vibrazione prodotto dal singolo difetto di rugosità sotto l'azione di un carico radiale puro, applicato in vari punti sulla pista esterna del cuscinetto. È stato studiato l'effetto della dimensione media di rugosità superficiale, della velocità e del carico sulla risposta alle vibrazioni. I risultati sono presentati nel dominio del tempo e nel dominio della frequenza. La risposta in frequenza ottenuta da risultati sperimentali conferma la validità dei risultati calcolati. La metodologia proposta, se pur applicata a difetti singoli della pista esterna del cuscinetto, può essere estesa alla presenza di difetti singoli sugli altri componenti il cuscinetto (pista interna, corpi volventi), e anche al caso di difetti multipli.

A fronte di un utilizzo sempre più esteso di metodologie diagnostiche e prognostiche assistite da strumenti di intelligenza artificiale, come reti neurali artificiali (ANN) e macchine a vettori di supporto (SVM), per valutare lo stato di salute dei

cuscinetti volventi, si osserva che l'efficacia di questi approcci dipende in gran parte dalla qualità delle caratteristiche estratte dai segnali. In [18] è riportata un'approfondita rassegna delle tecniche di elaborazione del segnale utilizzate nella diagnosi dei difetti dei cuscinetti a rotolamento. Il lavoro presenta i vari metodi e fornisce indicazioni per la selezione del metodo più efficace e delle caratteristiche più rappresentative dei difetti, utili per l'applicazione in approcci di prognostica. I metodi di elaborazione dei segnali e le capacità diagnostiche sono suddivisi in tre gruppi in base al periodo di pubblicazione (articoli antecedenti il 2001, articoli del periodo 2001-2010, articoli pubblicati dal 2011 in poi). Il lavoro comprende anche un'utile schematizzazione di riepilogo delle tecniche analizzate.

Un'ulteriore revisione delle metodologie di analisi del rilevamento dei guasti nei cuscinetti a rotolamento è riportata nel lavoro di Gupta et al. [19]. Tale articolo presenta un riassunto delle recenti tendenze della ricerca sull'analisi delle vibrazioni dei difetti nei cuscinetti e le tecniche per il rilevamento dei guasti nel dominio del tempo, della frequenza e del tempo-frequenza. Sono inoltre messi in evidenza e discussi i vari indicatori utilizzati dai diversi metodi nei diversi domini.

Nello stesso anno, Lin et al. [20] presentano un lavoro che consiste in un approccio completo e graduale al monitoraggio delle condizioni dei cuscinetti a rulli e presenta una panoramica generale delle tecniche di monitoraggio delle condizioni e diagnosi dei guasti dei cuscinetti, unitamente alla discussione dei pro e dei contro di ciascuna tecnica. Nell'articolo sono riassunte le tecniche di acquisizione dati, di analisi dei segnali, di estrazione di caratteristiche e parametri e di diagnosi dei guasti più frequentemente utilizzate nella pratica corrente. Vengono inoltre presentati diversi casi studio per esemplificare l'applicazione delle diverse tecniche nell'analisi dei dati, nella diagnosi dei guasti dei cuscinetti e nel riconoscimento dei modelli e sono riportate tabelle, grafici e figure per una migliore illustrazione e comprensione di come utilizzare le tecniche presentate nello studio di problemi reali.

Sharma et al. [21] presentano una revisione delle indagini dinamiche nonlineari sui cuscinetti a rotolamento che comprende la rassegna di diversi modelli teorici e lavori sperimentali proposti in letteratura per l'analisi dinamica nonlineare del sistema rotore-cuscinetto e vengono discusse varie tecniche di analisi nonlineare utili per comprendere la natura del sistema. Vengono, inoltre, presentate e discusse le varie tecniche di valutazione dello stato di salute dei cuscinetti volventi, i vari difetti e le frequenze caratteristiche, la natura e le principali fonti di nonlinearietà.

Importante è anche il lavoro Hu et al. [22], il quale presenta un metodo basato sull'estrazione dei transitori di impatto di maggiore ampiezza (ELAIT, *Extraction of the Largest Amplitude Impact Transients*) per la diagnosi dei difetti nei corpi volventi dei cuscinetti. Viene, innanzitutto, spiegato come i due transitori di impatto di ampiezza maggiore (LAIT), provocati dal difetto del corpo volvente durante un periodo di rotazione, quando l'elemento passa il centro della zona di carico, siano separati per ciascun corpo volvente in base alla cinematica di funzionamento del cuscinetto. Mediante l'applicazione di operazioni di filtraggio passa-banda, demodulazione, filtraggio passa-basso e calcolo della media, il metodo proposto porta a ottenere, per ciascun corpo volvente, un parametro di firma denominato *Envelope Ensemble Average* (EEA). I risultati del lavoro mostrano che le firme EEA sono molto sensibili ai difetti dei corpi volventi e forniscono un'indicazione accurata dell'elemento più probabilmente difettoso. Il metodo è stato validato con i segnali sperimentali acquisiti su banco prova e si è dimostrato robusto all'oscillazione della velocità di rotazione, allo slittamento dei corpi volventi e alla presenza di rumore bianco. Il metodo può inoltre essere facilmente implementato online, in quanto non necessita di tachimetro ed è implementabile a basso costo di elaborazione.

Nello stesso anno il lavoro di Schmidt et al. [23] propone una metodologia diagnostica dei cuscinetti volventi basata sull'analisi della discrepanza per macchine operanti in condizioni di velocità variabile (riduttori e cambi). La metodologia utilizza la Wavelet Packet Transform (WPT), il tracciamento degli ordini e un approccio di modellazione delle caratteristiche per generare una metrica diagnostica sotto forma di misura di discrepanza. Dalla stima della distribuzione di probabilità della metrica diagnostica, statisticamente condizionata alle condizioni operative corrispondenti, viene desunta la condizione di danneggiamento dell'elemento del cuscinetto in esame. L'efficacia della metodologia è stata validata utilizzando i dati di un modello fenomenologico di riduttore e i dati sperimentali di due banchi prova, dimostrando che la metodologia proposta può rilevare, localizzare e determinare efficacemente i danni nei cuscinetti a rotolamento.

Il lavoro di Popescu et al. [24] propone un nuovo approccio per il rilevamento delle variazioni e la segmentazione ottimale dei segnali di vibrazione (*optimal segmentation of vibrating signals*), che può essere applicato per il rilevamento dei guasti nei cuscinetti volventi. Il metodo proposto consente di determinare i punti di cambiamento nei segnali generati dai guasti prodotti durante il funzionamento

del cuscinetto. L'efficacia del metodo di segmentazione è stata dimostrata utilizzando simulazioni Monte Carlo per diversi modelli di segnale, inclusi modelli con cambiamenti nella media e nei parametri FIR (*Finite Impulse Response*) e AR (*autoregressive*), che possono essere impiegati nell'elaborazione di segnali di vibrazione. Il lavoro si conclude con l'analisi di alcuni risultati ottenuti utilizzando questo approccio e dati sperimentali del Bearing Data Center della Case Western Reserve University.

2.2 Modellazione di cuscinetti con presenza di difetti

Durante il funzionamento delle macchine rotanti, i cuscinetti volventi, anche se possono essere considerati “perfetti” dal punto di vista geometrico ed elastico, generano vibrazioni; questa caratteristica intrinseca del tipo di cuscinetto è dovuta all'uso di un numero finito di corpi volventi che sostengono il carico esterno. Rispetto ai primi studi sull'esistenza e la rappresentazione di tale movimento ciclico, in cui è utilizzato un approccio quasi statico al fenomeno del rumore e del funzionamento instabile dei cuscinetti volventi, il lavoro di Sunnersjö [25] studia le vibrazioni radiali di cuscinetti con gioco radiale positivo e caricati radialmente, tenendo conto delle forze d'inerzia dovute alla presenza del rotore. Il lavoro analizza nel dettaglio la meccanica del movimento vibratorio e propone un metodo mediante il quale sia possibile effettuare calcoli realistici delle ampiezze e delle frequenze di vibrazione in funzione della geometria del cuscinetto, del carico e della velocità operativa. Sono presentati esempi di soluzioni teoriche ottenute attraverso la simulazione digitale e sono effettuati confronti con risultati ottenuti sperimentalmente.

In [26] è sviluppato un modello per descrivere lo spettro di ampiezza della vibrazione demodulata prodotta da un singolo difetto puntiforme presente sulla superficie dell'anello interno di un cuscinetto volvente, sotto l'azione di un carico radiale costante. Il modello tiene conto degli effetti della geometria del cuscinetto, della velocità dell'albero, della distribuzione del carico del cuscinetto, della funzione di trasferimento tra cuscinetto e accelerometro e del decadimento esponenziale della vibrazione. Le buone prestazioni del modello proposto sono valutate confrontando

le frequenze e le ampiezze relative delle componenti degli spettri di vibrazione calcolati dal modello e misurati sperimentalmente. Questo primo modello viene esteso in [27] per descrivere la vibrazione prodotta da più difetti puntiformi presenti sulla superficie dell'anello interno, in modo da poter modellare grandi difetti trattandoli come la somma di un numero di difetti puntiformi. L'influenza di più difetti viene spiegata dal rafforzamento e dall'annullamento delle linee spettrali a causa dei diversi angoli di fase. Anche per questo secondo modello, le prestazioni sono valutate confrontando le frequenze e le ampiezze relative delle componenti degli spettri di vibrazione calcolati dal modello e misurati sperimentalmente su un cuscinetto con due difetti sulla pista interna.

Nello stesso anno il lavoro di Sunnersjö [28] analizza gli effetti delle irregolarità di forma geometrica e di proprietà superficiali dei componenti dei cuscinetti volventi, rispetto alle tolleranze standard di progetto teorico, correlandole alle caratteristiche di vibrazione del cuscinetto stesso. Tali deviazioni sono, infatti, in grado di causare livelli misurabili di vibrazione quando il cuscinetto è in funzione. Lo studio, di tipo approssimato, fornisce risultati utili per cuscinetti radiali con gioco positivo, caricati radialmente e operanti a moderata velocità e focalizza l'attenzione sugli effetti dell'ondulazione (*waviness*) dell'anello interno e sui diametri non uniformi dei corpi volventi. Il lavoro utilizza un approccio misto analitico-sperimentale per modellare il cuscinetto montato in una macchina rotante di semplice struttura in modo da tenere in conto gli effetti delle proprietà del cuscinetto, del rotore e delle fondazioni. Sono studiate due modalità di deterioramento della superficie (fatica da scheggiatura e usura abrasiva) per evidenziare possibili metodi di monitoraggio delle condizioni di funzionamento dei cuscinetti di previsione di possibili imminenti cedimenti.

Interessante è anche il lavoro di Fukata et al. [29], che utilizza la simulazione numerica per analizzare le vibrazioni radiali di cuscinetti a sfere con l'obiettivo di superare le difficoltà sperimentali, dovute alla complicata interazione dei fattori dominanti il comportamento dinamico del sistema rotore-cuscinetto, e le difficoltà teoriche, dovute al comportamento elastico nonlineare e all'eccitazione tempo-dipendente dei cuscinetti stessi. Il moto dell'anello interno viene studiato nel piano radiale di un cuscinetto ideale il cui anello interno ruota a velocità costante e sotto l'azione di un carico radiale anch'esso costante. I risultati ottenuti mostrano

che, oltre alle vibrazioni armoniche sincrone con il passaggio delle sfere, si evidenziano vibrazioni superarmoniche, subarmoniche, battimenti e comportamenti simil-caotici.

In [30] viene studiato l'effetto delle irregolarità della superficie sulle vibrazioni dei cuscinetti a rulli. Viene proposto un modello matematico semplificato per illustrare le frequenze caratteristiche di vibrazione dovute a irregolarità superficiali che derivano da errori di fabbricazione. La vibrazione del cuscinetto è modellata come l'uscita del sistema soggetto alle eccitazioni dovute all'ondulazione e alla rugosità superficiale, attraverso il film lubrificante. È stato dimostrato che lo spettro di vibrazione di un normale cuscinetto in condizioni precaricate ha uno schema di distribuzione di frequenza a ugual spaziatura (ESFD, equal spacing frequency distribution) simile a quello di un cuscinetto difettoso. Di conseguenza, l'applicazione dell'analisi in frequenza, come la tecnica di risonanza ad alta frequenza HFRT, sul monitoraggio dei cuscinetti deve essere eseguita con grande attenzione. Nel lavoro vengono descritti diversi esperimenti volti a verificare gli studi analitici sviluppati che dimostrano come le frequenze caratteristiche delle normali vibrazioni dei cuscinetti a rulli conici possano essere previste con precisione dal metodo proposto.

Nel lavoro [31] vengono investigati la rigidità radiale equivalente e i coefficienti di smorzamento dei cuscinetti a sfere, identificandoli sperimentalmente su banco prova attraverso funzioni di trasferimento nel dominio della frequenza lineare misurata e simulandoli mediante un modello analitico a molti gradi di libertà. Le funzioni di trasferimento del modello vengono fittate sulle funzioni di trasferimento misurate al banco prova mediante tecnica ai minimi quadrati. Obiettivo del lavoro è distinguere e misurare sperimentalmente lo smorzamento dovuto al contatto hertziano, asciutto e pulito, tra i corpi volventi e le piste e lo smorzamento dell'interfaccia tra l'anello esterno del cuscinetto e l'alloggiamento. I risultati ottenuti mostrano il sostanziale contributo dello smorzamento dell'interfaccia che può spiegare le significative deviazioni tra i risultati teorici e sperimentali riportati in letteratura.

Tandon et al. [32] propongono un modello analitico per la previsione della risposta vibrazionale di cuscinetti volventi, in termini di frequenze e ampiezze delle componenti in frequenza, causata dalla presenza di un difetto localizzato sulla pista esterna, sulla pista interna o su uno dei corpi volventi, sotto l'azione di carichi

radiali e assiali. I risultati numerici sono stati ricavati facendo riferimento a un cuscinetto a sfere 6002 a gola profonda (*deep groove*). La validazione, effettuata utilizzando valori sperimentali di letteratura, dimostra che il modello può essere efficacemente utilizzato per prevedere i rapporti di ampiezza tra le varie bande spettrali.

Il lavoro [33] riporta l'analisi dinamica nonlineare di un rotore rigido e con presenza di squilibrio, supportato da cuscinetti a sfere. La nonlinearietà è dovuta sia al contatto hertziano che al gioco interno radiale del cuscinetto. Per ricavare il punto fisso di funzionamento e valutare la stabilità del sistema sono stati applicati la mappa di Poincaré di ordine superiore (*higher order Poincare map*) e la tecnica di interpolazione. I risultati teorici mostrano la comparsa di instabilità e l'insorgenza di moto caotico nella risposta dinamica del sistema al variare della velocità del sistema rotore-cuscinetto. I risultati sperimentali mostrano l'effetto del gioco radiale sulla risposta dinamica del cuscinetto a sfere. La nonlinearietà del supporto del cuscinetto è evidenziata dalla comparsa di subarmoniche e da combinazioni di somma e differenza di frequenze.

In [34] è presentato un modello nonlineare per analizzare la vibrazione del cuscinetto a sfere dovuta all'ondulazione (*waviness*) di corpi volventi e piste, in un rotore rigido supportato da due o più cuscinetti. L'ondulazione è modellata mediante la sovrapposizione di funzioni sinusoidali e i vettori di posizione del centro del raggio delle piste interna ed esterna sono definiti rispetto al centro di massa del rotore, in modo da considerare cinque gradi di libertà di un generico sistema rotore-cuscinetto. Le equazioni nonlineari del moto sono risolte utilizzando l'algoritmo di Runge-Kutta-Fehlberg e il modello può valutare lo spostamento traslazionale e la rotazione angolare del rotore supportato da due o più cuscinetti. Lo studio caratterizza inoltre le frequenze di vibrazione risultanti dai vari tipi di ondulazione degli elementi volventi, le frequenze armoniche risultanti dalle caratteristiche di deflessione del carico nonlineare del cuscinetto e le frequenze di banda laterale che derivano dalla nonlinearietà di interazione delle ondulazioni. I risultati numerici ottenuti sono validati con risultati riportati nella letteratura di settore.

Feng et al. [35] descrivono la capacità di un software di analisi transitoria sviluppato per simulare la presenza di difetti nei cuscinetti che supportano un rotore rigido, in configurazione di alloggiamento flessibile. Le equazioni del moto del sistema rotore-cuscinetti sono scritte assumendo forze nonlineari del cuscinetto. Alcuni

esempi numerici illustrano l'effetto di un difetto della pista interna o di quella esterna sotto l'azione del peso proprio e/o dello squilibrio del rotore. I parametri analizzati per lo studio della risposta sono lo spostamento del rotore e gli spettri di ampiezza e le forme d'onda dell'accelerazione rilevata a livello dell'alloggiamento dei cuscinetti.

Il lavoro [36] studia la risposta dinamica strutturale e l'effetto della velocità di un rotore sulle vibrazioni nonlineari dei cuscinetti a sfere che lo supportano. Il modello matematico utilizzato tiene conto delle fonti di nonlinearietà quali la forza di contatto hertziana, l'ondulazione superficiale, la deformabilità variabile e il gioco radiale interno derivante dalla transizione da stato di assenza di contatto a stato di contatto tra corpi volventi e piste. Per risolvere iterativamente le equazioni differenziali nonlineari del sistema è stata utilizzata l'integrazione numerica implicita Newmark- β con il metodo di Newton-Raphson. Sono stati investigati gli effetti della velocità del rotore equilibrato in cui i cuscinetti evidenziano un comportamento periodico, quasi periodico e caotico. I risultati sono presentati sotto forma di risposte di spostamento nel tempo, spettri di frequenza e mappe di Poincaré.

In [37] è proposto un modello dinamico analitico di cuscinetto a sfere a gola profonda di uso generale, per essere utilizzato come elemento di interfaccia tra rotore e struttura di supporto. Il modello di cuscinetto a sfere sviluppato possiede sei gradi di libertà e considera la deformazione nonlineare da contatto hertziano e lo spessore del lubrificante a comportamento elastoidrodinamico tra sfere e piste. I difetti modellati sono di tipo sia distribuito, come l'ondulazione delle piste interna ed esterna, sia localizzato, come i difetti puntuali presenti sulle piste. La geometria, le proprietà del materiale e il gioco diametrico del cuscinetto sono i dati di input per il modello; la forza del cuscinetto e le componenti della coppia sono calcolate dagli spostamenti e dalle velocità relativi tra gli anelli del cuscinetto. I risultati numerici ottenuti dal modello proposto sono confrontati con quelli analitici e sperimentali disponibili in letteratura nel successivo lavoro [38] degli stessi autori, dove vengono presentati e discussi i risultati della simulazione di un motore elettrico supportato da due cuscinetti a sfere descritti matematicamente con il modello analitico sviluppato.

Nel lavoro [39] sono sviluppati i modelli di carico dinamico dei principali componenti di cuscinetti volventi sani e difettosi e viene calcolata la risposta vibrazionale utilizzando il metodo degli elementi finiti FEM. In particolare, viene sviluppato un

programma numerico per modellare il carico dinamico della struttura portante, considerando la cinematica del cuscinetto e la distribuzione del carico e viene proposto un modello di forza per simulare la forza dell'impulso che si verifica nell'impatto della sfera con il difetto. Le eccitazioni nodali nel dominio del tempo sono utilizzate come input di un pacchetto commerciale agli elementi finiti per simulare le risposte vibrazionali nel dominio del tempo e della frequenza, nel caso di cuscinetti sani e difettosi. Viene studiato l'effetto della velocità di rotazione, della geometria e del tipo di carico sulla scelta della tecnica di elaborazione del segnale, osservando come le tecniche nel dominio del tempo e della frequenza siano sensibili ai cambiamenti dei parametri di indagine.

Il lavoro presentato da Choudhury et al. [40] studia la risposta vibrazionale dei cuscinetti volventi in un sistema rotore-cuscinetti che presenta un difetto localizzato e sotto l'azione di carico radiale. Il sistema è modellato come sistema a tre gradi di libertà. Sono stati ricavati i risultati numerici tipici per un cuscinetto a rulli tipo NJ 204. Per un difetto della pista esterna, l'ampiezza della componente alla frequenza del difetto è risultata essere molto più elevata rispetto a quelle dovute a un difetto della pista interna o del corpo volvente di pari dimensione e in condizioni di carico e velocità simili. Per validare sperimentalmente il modello teorico proposto, sono stati presentati i risultati delle misurazioni di vibrazione ottenute su cuscinetti a rulli con difetti locali predeterminati. Per la maggior parte dei casi considerati, il confronto dei valori analitici normalizzati delle componenti spettrali mostra un discreto accordo con i valori sperimentali.

In [41] vengono riportati i fondamenti teorici e i dettagli numerici di un modello per la simulazione del comportamento dinamico di cuscinetti a sfere in presenza di difetti superficiali localizzati. Il modello numerico è sviluppato tenendo conto che il comportamento dinamico del cuscinetto può essere rappresentato da un sistema accoppiato a tre gradi di libertà le cui equazioni di governano vengono risolte utilizzando tecniche di simulazione numerica. Il modello tiene conto della rotazione del cuscinetto, della distribuzione del carico nel cuscinetto, dell'elasticità della struttura del cuscinetto, delle caratteristiche del film di lubrificante e del percorso di trasferimento tra cuscinetto e trasduttore. Il modello proposto ha portato allo sviluppo di un'applicazione software in linguaggio Matlab (BEAT, BEARING Toolbox) che simula la risposta vibrazionale dei cuscinetti alle eccitazioni prodotte da difetti localizzati. Aggiungendo alla risposta impulsiva causata dai difetti localizzati un

segnale che simula il rumore dovuto all'attrito radente che si verifica tra le parti in movimento, il software sviluppato è in grado di fornire risultati realistici, simili a quelli prodotti da un sensore durante misurazioni sperimentali.

I lavori [42, 43] riguardano la simulazione delle interazioni tra ingranaggi e cuscinetti in presenza di difetti. Nella parte I [42] dell'articolo, viene presentato un modello dinamico combinato dell'intero sistema ingranaggi-albero-cuscinetti per la simulazione di un banco prova cambi sperimentale. Nel modello possono essere implementati una serie di difetti localizzati dei cuscinetti. Un modello di cuscinetto nonlineare a rigidità variabile nel tempo è stato inserito in un modello di ingranaggio sviluppato in precedenza dagli autori. Il modello di cuscinetto è basato sulla teoria del contatto hertziano, mette in relazione lo spostamento della pista con il carico sul cuscinetto e tiene conto dello slittamento tra gli elementi. Il modello è in grado di simulare sia la presenza di difetti localizzati (su pista interna, pista esterna e corpi volventi) sia la presenza di difetti estesi sulle piste, che sono oggetto di discussione della parte II [43] dell'articolo. I segnali relativi ai difetti localizzati simulati e i segnali di accelerazione sperimentali rilevati sul banco prova sono stati sottoposti alle medesime tecniche diagnostiche (confronti di spettro di frequenza, analisi della curtosi spettrale (SK, *Spectral Kurtosis*) e analisi dell'involuppo) e il confronto ha evidenziato la bontà del modello sviluppato.

Il lavoro [44] propone un modello dinamico completo di cuscinetto orientabile a due corone di rulli e analizza casi studio variando difetti superficiali, precarichi e gioco radiale. Il modello di cuscinetto orientabile a due corone di rulli inserisce un grado di libertà aggiuntivo per descrivere il movimento del corpo sulla pista e tiene conto della presenza di più elementi volventi rispetto al caso del cuscinetto a una corona di sfere. Oltre agli spostamenti verticali e orizzontali solitamente considerati, viene attivato anche il grado di libertà di spostamento in direzione assiale dell'albero e, di conseguenza, gli angoli di contatto rullo-pista interna/esterna sono formulati come funzioni dello spostamento assiale della pista, invece di essere assunti costanti. Il modello tiene conto dei contatti puntiformi tra rulli e piste ma è in grado di conteggiare anche i contatti lineari che si verificano quando i carichi sui singoli rulli superano il limite di esistenza del contatto puntiforme. Viene inoltre inserito un modello di smorzamento di contatto che tiene conto dell'influenza dei profili della superficie e delle velocità di entrambi gli elementi a contatto. Il modello è anche applicabile per il monitoraggio dei cuscinetti, come dimostrato dai casi

numerici analizzati che mostrano la risposta in frequenza del sistema con difetti puntiformi da moderati a grandi sia sulle piste che sui rulli. Dai risultati ottenuti dalla simulazione, sono infine messe in luce le linee guida per la progettazione, l'ottimizzazione e la valutazione delle prestazioni del sistema.

In [45] viene proposto nuovo approccio alla modellazione dei difetti superficiali nelle simulazioni dinamiche dei cuscinetti. È stato sviluppato un modello dinamico di cuscinetto obliquo a sfere per studiare l'influenza dei difetti delle piste sui movimenti dei componenti del cuscinetto. È stato sviluppato un modello per introdurre la relazione forza-deflessione tra un ellissoide e un dominio semi-infinito indentato, in modo da valutare gli effetti delle indentature sulla dinamica del cuscinetto, e questa relazione è stata incorporata nel modello dinamico del cuscinetto sostituendo la classica relazione hertziana forza-deflessione ogni volta che si verifica un'interazione sfera/indentatura. Tutti i componenti del cuscinetto hanno sei gradi di libertà, per determinare i movimenti di tutti gli elementi si utilizzano le leggi di Newton e per integrare le equazioni del moto è utilizzato un algoritmo di Runge-Kutta del quarto ordine esplicito con dimensione del passo di integrazione variabile o costante. Il modello è stato utilizzato per studiare l'effetto della dimensione dell'indentatura, della sua posizione e della velocità della pista interna. I risultati ottenuti hanno evidenziato che i difetti superficiali e le irregolarità localizzate hanno un importante effetto sul movimento e sulle forze del cuscinetto e questi effetti sono ancora più gravi per le applicazioni ad alta velocità. I risultati hanno anche dimostrato che una singola indentatura può influenzare le forze e il movimento nell'intero cuscinetto e su tutti i suoi componenti e che la sua posizione determina l'entità della sua influenza su ciascun componente del cuscinetto.

Arslan et al. [46] riportano uno studio sulle vibrazioni dei cuscinetti volventi causate da difetti localizzati. Viene sviluppato un modello albero-cuscinetto per studiare le vibrazioni di un cuscinetto a sfere a contatto obliquo con e senza difetti. Il sistema albero-cuscinetto è considerato come un sistema massa-molla con caratteristica nonlineare in condizioni dinamiche. Le equazioni del moto di albero e cuscinetti in direzioni radiale e assiale sono risolte simultaneamente mediante simulazione numerica. Nel lavoro viene studiato l'effetto di difetti localizzati, sulle superfici di scorrimento di anello interno, anello esterno e corpo volvente, sulla vibrazione delle sfere. La vibrazione degli elementi volventi in direzione radiale è analizzata nel dominio del tempo e della frequenza. Le frequenze caratteristiche dei

difetti e le loro componenti sono analizzate negli spettri di frequenza di vibrazione. Il confronto dei risultati ottenuti con quelli disponibili dalla letteratura ha mostrato un ragionevole accordo qualitativo.

Il lavoro [47] propone un modello analitico per lo studio del comportamento dinamico nonlineare di sistemi di cuscinetti a rotolamento, in presenza di difetti superficiali dovuti a imperfezioni locali sulle piste e sui corpi volventi. In particolare, lo studio analizza gli effetti dei difetti sulla stabilità e sulla risposta dinamica di un sistema rotore-cuscinetti volventi. La forza di contatto di ciascun corpo volvente è descritta in base alla deformazione di contatto hertziano nonlineare e viene tenuto conto dell'effetto del gioco diametrale del cuscinetto. Per superare la forte nonlinearietà delle equazioni del moto, per la soluzione numerica è stata utilizzata la tecnica di integrazione di Newmark modificata. I risultati sono stati ottenuti sotto forma di serie temporali, risposte in frequenza e traiettorie di fase. La validità del modello è stata verificata confrontando le componenti in frequenza della risposta del sistema con quelle ottenute da rilevazioni sperimentale. Per studiare la stabilità lineare del sistema al variare dei parametri è stata applicata la Teoria di Floquet che ha evidenziato l'esistenza di regimi stabili e instabili. In particolare è stato osservato che nella maggior parte della gamma di velocità dell'albero, il sistema non dipende dalle condizioni iniziali ma è fortemente influenzato dal gioco interno radiale e dalla presenza di difetti superficiali. È anche stata evidenziata l'insorgenza di condizioni di moto quasi periodico e caotico nel caso di giochi normali e grandi; la natura caotica del moto aumenta in presenza di difetti nei corpi volventi mentre i difetti sulla pista esterna hanno effetto minimo su percorsi di moto instabile che evolvono verso il caos.

Patel et al. [48] propongono e descrivono un modello dinamico per lo studio delle vibrazioni di cuscinetti radiali a sfere a gola profonda con presenza di difetti singoli e multipli sulle superfici delle piste interna ed esterna. Nella modellazione sono prese in considerazione le masse di albero, alloggiamento, piste e sfere. La soluzione accoppiata delle equazioni del moto è ottenuta mediante il metodo di Runge-Kutta. Il modello fornisce le vibrazioni di albero, sfere e alloggiamento nel dominio del tempo e della frequenza. Le frequenze caratteristiche dei difetti e le armoniche sono studiate utilizzando risultati sia teorici che sperimentali. I risultati calcolati sono stati convalidati mediante confronto con risultati sperimentali generati utilizzando cuscinetti radiali rigidi a sfere sani e difettosi. La buona correlazione dei risultati

dimostra che il modello dinamico proposto può essere utilizzato per lo studio e la previsione delle vibrazioni di cuscinetti radiali rigidi a sfere sani e difettosi.

Patil et al. [49] propongono un modello analitico per prevedere l'effetto del difetto localizzato sulle vibrazioni dei cuscinetti a sfere. Nella formulazione analitica, i contatti tra sfera e piste sono stati modellati come molle nonlineari utilizzando la teoria della deformazione da contatto hertziano per calcolare la forza di contatto. Per modellare l'impulso dovuto al difetto, la geometria del difetto è stato modellata mediante un tratto di onda sinusoidale anziché utilizzare la funzione di impulso periodicamente ripetuta. È stato sviluppato un programma MATLAB per simulare gli effetti della presenza del difetto e i risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche sono stati presentati nel dominio del tempo e nel dominio della frequenza. È stato inoltre indagato l'effetto della dimensione e della posizione del difetto e sono stati discussi i risultati numerici per il cuscinetto a sfere a gola profonda 6305. Il confronto dei risultati calcolati con valori sperimentali (ottenuti attraverso prove nelle quali i difetti sono stati indotti artificialmente, separatamente sulle due piste, utilizzando una macchina a scarica elettrica) ha mostrato come il modello sviluppato sia adeguato per studiare l'effetto della dimensione del difetto, predicendone le componenti spettrali.

Nel lavoro [50] è stata modellata la dinamica multibody di cuscinetti volventi sani e difettosi utilizzando *bond graph* vettoriali con l'obiettivo di rendere disponibile un modello generico, che può essere semplice o dettagliato in base alla complessità del sistema in esame. In particolare, per un cuscinetto con 11 elementi (9 sfere e 2 anelli), è stato sviluppato un modello a 33 gradi di libertà che però può essere esteso a un cuscinetto con n elementi e $3n$ gradi di libertà nel piano e $6n$ gradi di libertà nello spazio. Il modello incorpora gli effetti giroscopici e centrifughi, le deviazioni e le forze elastiche di contatto, lo slittamento del contatto, le separazioni dei contatti e i difetti localizzati. Le ammaccature e le cavità sulle piste interna ed esterna e sulle sfere sono modellate mediante cambiamenti del profilo delle superfici. Sono state simulate diverse zone di carico del cuscinetto sotto vari carichi radiali e giochi, e sono stati studiati gli effetti di tipo, dimensione e forma dei difetti sulla risposta vibrazionale dei cuscinetti e sulla dinamica dei contatti in presenza di difetti localizzati. Il modello proposto è stato validato mediante confronto con risultati sperimentali rilevati su cuscinetti sani e difettati.

In [51] viene presentato un modello migliorato di cuscinetto a sfere con presenza

di difetti per la simulazione dei segnali di vibrazione, durante la fase di accelerazione e quindi in condizioni di velocità non stazionaria dell'albero. Il modello è stato sviluppato considerando che l'anello interno abbia soltanto 2 gradi di libertà e che l'anello esterno sia deformabile in direzione radiale, modellandolo mediante elementi finiti. Sono stati presi in considerazione l'effetto del carico centrifugo e del gioco radiale. La forza di contatto è descritta mediante deformazione di contatto hertziano nonlineare. Nel modello sono stati introdotti vari difetti superficiali dovuti a deformazioni locali. La geometria dei difetti è stata modellata come un ellissoide impresso sulla superficie delle piste e come una sfera appiattita per i corpi volventi. Con questo modello di cuscinetto è possibile tenere conto della funzione di trasferimento della sede del cuscinetto in quanto l'anello esterno può essere accoppiato con il modello a elementi finiti della carcassa. Le equazioni del moto sono state risolte numericamente con un metodo di integrazione di Newmark modificato. La risposta vibrazionale simulata con diversi difetti locali è stata utilizzata per valutare l'idoneità della tecnica di analisi dell'involuppo; la trasformazione wavelet continua è stata invece utilizzata per l'identificazione e la classificazione del difetto.

Il lavoro [52] riporta lo studio teorico e sperimentale della risposta vibrazionale di cuscinetti radiali a sfere a gola profonda caricati dinamicamente e in presenza di difetti locali di forma circolare su entrambe le piste. Nel modello matematico proposto sono modellati l'albero, l'alloggiamento, le piste e le masse delle sfere. La soluzione delle equazioni del moto accoppiate è stata ottenuta utilizzando il metodo di Runge-Kutta. Il modello fornisce la risposta alle vibrazioni per albero, sfere e alloggiamento nei domini del tempo e della frequenza. I risultati ottenuti sulla base del modello matematico proposto sono stati validati con dati sperimentali ottenuti caricando radialmente i cuscinetti in prova mediante shaker elettromeccanico con una frequenza di eccitazione del carico radiale compresa tra 10 Hz e 1000 Hz. Le frequenze caratteristiche dei difetti e le relative armoniche sono ampiamente presentate e discusse nell'articolo.

Zhao et al. [53] descrivono una metodologia di diagnosi quantitativa nel caso di difetto di sfaldamento in un cuscinetto volvente, mediante applicazione delle tecniche di *Empirical Mode Decomposition* (EMD) e *Approximate Entropy Method* (ApEn). Dato che la diagnosi quantitativa di questo tipo di difetto può essere effettuata se i tempi dell'evento di ingresso/uscita del corpo volvente nella/dalla zona scheggiata sono valutati accuratamente, il lavoro applica le due tecniche mediante

simulazione numerica al fine di separare tali eventi e quindi stimare la dimensione dello sfaldamento. Tenendo conto della non stazionarietà e della non linearità del segnale di vibrazione del cuscinetto difettoso e delle interferenze introdotte dal rumore di fondo, la metodologia consente inoltre di distinguere gli eventi di ingresso e uscita all'interno del segnale vibrazionale di risposta. I risultati della simulazione e le validazioni sperimentali mostrano una buona robustezza dell'approccio proposto.

Patel et al. [54] analizzano le vibrazioni generate da cuscinetti radiali rigidi a sfere in presenza di molteplici difetti locali sulle piste, con l'obiettivo di fornire una migliore comprensione delle risposte vibrazionali mediante indagine teorica e sperimentale. Le equazioni di ritardo temporale tra due o più impulsi successivi sono state derivate e validate con risultati simulati e sperimentali e sono state ricavate le relazioni tra le ampiezze delle frequenze per un treno di impulsi, un treno di impulsi ritardato e per la combinazione di due treni di impulsi. Le vibrazioni sono state analizzate, sia nel dominio del tempo che in quello della frequenza, e sono stati confrontati gli spettri di frequenza nel caso di uno e due difetti presenti su entrambe le piste. In particolare è stato confrontato il ritardo temporale tra due impulsi successivi con i risultati sperimentali rilevati su un cuscinetto che presenta difetti multipli sulla pista esterna e su un cuscinetto con un singolo difetto e con due difetti su entrambe le piste. Il lavoro evidenzia come, in caso di difetti multipli, non si siano osservate frequenze aggiuntive dovute al ritardo temporale tra impulsi successivi e come gli spettri di frequenza non forniscano informazioni sul numero di difetti, informazione che invece viene data dall'analisi nel dominio del tempo.

Il lavoro [13] costituisce un'interessante revisione dei metodi di modellazione dinamica e d'identificazione dei difetti per cuscinetti volventi. In esso sono esaminati diversi modelli dinamici per cuscinetti volventi in presenza e in assenza di difetti locali e distribuiti e sono riassunte le tecniche utilizzate per il miglioramento della rilevazione dei difetti, evidenziando come la trasformata wavelet, la tecnica di risonanza ad alta frequenza (HFRT), l'analisi dell'involuppo e l'autocorrelazione ciclica siano le tecniche di elaborazione del segnale che più hanno migliorato il rilevamento dei difetti. Dalla revisione dei modelli dinamici è stato evidenziato come la presenza del difetto nel cuscinetto (sia di tipo localizzato che distribuito) e la sua posizione possano essere identificate attraverso l'analisi del segnale di vibrazione sia nel dominio del tempo che della frequenza. La precisione del modello dinamico dipende da considerazioni specifiche e relative alla massa dell'albero, agli elementi del

cuscinetto, alla rigidità lineare o nonlineare dell'alloggiamento e del cuscinetto, alla lubrificazione, alla velocità, allo smorzamento, alla presenza di rumore e alla modalità di modellazione del difetto che può essere simulato aggiungendo una forza di disturbo oppure uno spostamento radiale aggiuntivo.

Petersen et al. [55] svolgono un'analisi riguardante le variazioni di rigidità del cuscinetto e le forze di contatto sulla risposta vibrazionale di cuscinetti a doppia corona, caricati radialmente, in presenza di un difetto nelle piste di diversa profondità, lunghezza e rugosità superficiale. Il metodo è applicato ai cuscinetti a sfere di banchi prova riduttori, in cui sono realizzati difetti localizzati ed estesi sulle piste esterne degli stessi. L'analisi delle distribuzioni del carico ha mostrato che quando le sfere passano attraverso il difetto e perdono in tutto o in parte la loro capacità di carico, il carico viene ridistribuito tra altre sfere caricate posizionate all'esterno del difetto con la conseguenza che le sezioni sane della pista sono soggette a un carico statico maggiore rispetto al caso di cuscinetto non danneggiato. L'analisi delle variazioni di rigidità del cuscinetto ha mostrato che quando le sfere sono posizionate nel difetto, la rigidità diminuisce nella direzione carica e aumenta nella direzione scarica. Queste variazioni di rigidità provocano eccitazioni parametriche del gruppo cuscinetto che giocano un importante ruolo nella risposta risultante alle vibrazioni. Il carattere qualitativo della risposta vibrazionale è infatti fortemente correlato al carattere delle variazioni di rigidità: i rapidi cambiamenti di rigidità, che si verificano all'uscita del corpo volvente da un difetto locale, producono eventi impulsivi ad alta frequenza nella risposta; variazioni di rigidità più lente, dovute a caratteristiche di ondulazione con elevata lunghezza d'onda e tipiche di un difetto esteso, producono invece eccitazioni parametriche a bassa frequenza. che si traducono in componenti indicative del difetto negli spettri di velocità.

Il lavoro [56] presenta lo sviluppo di un modello dinamico migliorato nelle forze di contatto e nella risposta alle vibrazioni generate nei cuscinetti a rotolamento in presenza di difetti. Il miglioramento è ottenuto considerando la dimensione finita dei corpi volventi al fine di superare i limiti di modelli precedenti dovuti alla modellazione dei corpi volventi come masse puntiformi. Viene presentato un metodo per tenere conto di detta dimensione finita che viene inclusa in un modello dinamico multibody nonlineare di cuscinetto difettoso, al fine di modellare un'ampia gamma di geometrie di difetti. La risposta alle vibrazioni prevista con il modello proposto è stata confrontata con i risultati sperimentali ottenuti nel caso di difetto di forma

rettangolare e con bordi taglienti. Il confronto tra modello proposto, modelli precedenti e risultati sperimentali ha dimostrato come, utilizzando il modello migliorato, gli eventi di bassa frequenza (che si verificano quando un corpo volvente entra in ingresso al difetto) e gli eventi multipli di alta frequenza (che si verificano invece quando il corpo volvente esce dal difetto) siano previsti in modo più accurato. Inoltre, con questo modello migliorato, non è necessario modificare artificialmente la geometria del difetto nelle simulazioni per ottenere un ragionevole accordo con i risultati sperimentali e non è necessario fare ipotesi sul percorso del corpo volvente all'ingresso e all'uscita del difetto. Nel lavoro sono anche stati identificati e spiegati i meccanismi che causano imprecisioni nella risposta di vibrazione prevista quando si includano i corpi volventi come masse puntiformi.

Singh et al. [57] riportano un'estesa rassegna della letteratura riguardante la modellazione delle vibrazioni di cuscinetti volventi in presenza di difetti localizzati ed estesi. Viene fornita una panoramica sulla fatica da contatto che origina le cricche da fatica superficiale e sub-superficiale e porta alla riduzione della vita utile dei cuscinetti volventi. Viene proposta una revisione dello sviluppo di modelli analitici e agli elementi finiti disponibili in letteratura per prevedere la risposta alle vibrazioni di cuscinetti difettosi e che, di conseguenza, presentano segnali di vibrazione a bassa e alta frequenza generati rispettivamente all'ingresso e all'uscita dei corpi volventi nella zona del difetto. In particolare, sono riportati i modelli analitici per approssimare questi segnali di vibrazione e gli algoritmi per stimare la dimensione dei difetti, di cui vengono messi in evidenza gli aspetti principali e ne vengono discussi i limiti.

In [58] è sviluppato lo studio delle firme dinamiche di guasto, simulate e sperimentali, di cuscinetti a sfere in presenza di difetti. Il lavoro riguarda lo sviluppo di modelli di simulazione per cuscinetti radiali a sfere utilizzati nelle macchine rotanti; scopo del modello è generare i segnali di vibrazione che di solito contengono le caratteristiche dei difetti dei cuscinetti. In particolare sono considerati tre modelli a livello di complessità crescente. Un primo modello a cinque gradi di libertà sviluppato in MATLAB-Simulink mediante diagrammi a blocchi, basato sulla cinematica di movimento planare del cuscinetto, e che non considera esplicitamente le dinamiche della gabbia e della trazione; è il modello più semplice ma risulta in grado di modellare bene i sintomi dei difetti nel funzionamento del rotore ad alta

velocità costante. Un secondo modello sempre bidimensionale, che conteggia le dinamiche di gabbia, trazione e contatto mediante l'utilizzo del formalismo del *bond graph*, viene sviluppato nel dominio multi-energetico del software "SYMBOLS". Un terzo modello multibody 3D con meccanica di contatto e trazione complessa viene infine sviluppato in MBS ADAMS; quest'ultimo risulta facile da implementare, non richiede la comprensione matematica del problema e consente di simulare scenari di danneggiamento anche complessi. Le caratteristiche nel dominio della frequenza dei segnali di vibrazione simulati e dei segnali sperimentali rilevati su banco prova per diversi difetti dei cuscinetti sono stati confrontati al fine di trarre le debite osservazioni sull'utilità dei modelli sviluppati.

In [59] viene presentato un modello basato sulla distribuzione hertziana delle sollecitazioni di contatto per prevedere la forza di contatto e la risposta di un cuscinetto alle vibrazioni causate da un difetto localizzato. La distribuzione hertziana della sollecitazione di contatto e l'area di contatto sono utilizzate per calcolare la forza di contatto agente sulla pista nell'area interessata dal difetto. Il modello considera il movimento relativo tra anello interno, anello esterno e sfere e utilizza un algoritmo di Runge-Kutta per risolvere le equazioni del moto. Vengono inoltre presentate rilevazioni sperimentali di vibrazione su un cuscinetto a sfere con un difetto nella pista esterna e sotto l'azione di carichi diversi. I segnali numerici e quelli sperimentali sono confrontati nel dominio del tempo e della frequenza, osservando una buona corrispondenza tra i risultati. A differenza dei risultati ottenibili con un modello tradizionale, nel modello proposto, all'aumentare del carico applicato, la profondità di affondamento delle sfere nell'area del difetto aumenta e la forza di contatto inizia a cambiare prima la sfera entri nella regione del difetto e smette di cambiare dopo che la sfera lascia la regione del difetto.

Capitolo 3

Monitoraggio di cuscinetti volventi attraverso *Vibration Condition Monitoring*

Il *Machinery Condition Monitoring*, MCM, è una parte importante della cosiddetta *Condition-Based Maintenance* (Manutenzione secondo condizione), CBM, riconosciuta come una delle strategie più efficienti per operare manutenzione in una vasta gamma di industrie [60]. Originariamente, componenti e sistemi meccanici erano progettati secondo una filosofia di “funzionamento fino a rottura” [60], che sicuramente risulta nel massimo impiego operativo del sistema tra due arresti ma, al contempo, tali arresti potevano diventare catastrofici, con serie conseguenze per i costi di riparazione, perdite di produzione e soprattutto per la sicurezza.

La prima risposta fu la cosiddetta *Preventive Maintenance* (Manutenzione Preventiva), secondo la quale gli interventi di manutenzione devono essere svolti tra intervalli di tempo tali che la probabilità di una rottura del sistema risulti poco probabile [61]. Esiste un livello ottimale di manutenzione preventiva tale che il costo complessivo per la produzione, oppure il costo necessario per fornire un determinato servizio al cliente, risulti minimizzato [62]. Risulta però complicato decidere il livello ottimale di manutenzione preventiva da applicare per un dato

sistema meccanico. Interventi di manutenzione eccessivi comportano un lavoro – e contestualmente un costo – maggiore e ingiustificato, comportando la sostituzione di componenti meccanici prima che questi raggiungano una vita residua nulla. Interventi di manutenzione preventiva troppo distanziati nel tempo comportano invece un aumento di probabilità di insorgenza di rotture, anche con conseguenze catastrofiche.

Un ulteriore svantaggio della PM è l'utilizzo di un numero maggiore di componenti di ricambio, che devono essere immagazzinati: questo si ripercuote ancora sulla necessità di un maggiore spazio di magazzino per l'azienda, costi maggiori e maggiore lavoro di gestione.

È pertanto nata la filosofia della *Predictive Maintenance* (Manutenzione Predittiva), PM, spesso indicata come *Condition-Based Maintenance*, CBM, secondo la quale le attività manutentive vengono attuate solamente quando un guasto funzionale viene rilevato [61, 63]; un intervento manutentivo può essere programmato monitorando periodicamente parametri meccanici di funzionamento durante l'utilizzo operativo del sistema per individuare caratteristiche del segnale tipiche di un componente danneggiato (ma non ancora guasto); in tal modo la macchina può essere arrestata in un momento che sia il più conveniente ed il componente danneggiato sostituito.

Le principali tecniche per ottenere informazioni predittive sono [60]:

Analisi delle vibrazioni Ciascun componente meccanico in funzionamento nominale possiede una certa firma di vibrazione [64]; la comparsa di danneggiamenti nel componente modificano tale firma e consentono di riconoscere segnali premonitori dell'insorgenza di un difetto. Tale tecnica è caratterizzata inoltre dalla possibilità di essere applicata in remoto sul macchinario, senza la necessità di una osservazione diretta del componente.

Analisi del lubrificante Il lubrificante trasporta informazioni provenienti dall'interno del macchinario sotto forma tipicamente di particelle sospese dovute a possibile usura dei componenti e contaminanti chimici.

Termografia infrarossa Tale tecnica permette di rilevare e quantificare l'emissione elettromagnetica nella banda dell'infrarosso, allo scopo di creare una mappatura termografica del sistema durante l'uso nominale. Viene generalmente impiegata per la supervisione di installazioni elettriche sotto tensione e

particolari processi industriali quali la saldatura e la laminazione. La sua applicazione nel monitoraggio di macchine rotanti è ridotto, in quanto uno degli obblighi principali è la possibilità di avere un campo visivo tra la telecamera e la superficie da monitorare che risulti libera da ostacoli.

Analisi dell'emissione acustica Lo studio dell'emissione acustica è una tecnica di monitoraggio che tende a diffondersi, soprattutto con il contributo di tecniche avanzate per il trattamento e la riduzione del rumore (*de-noising*) dai segnali. Sebbene abbia dimostrato di essere efficace, in particolare per la diagnosi di cuscinetti e ingranaggi in una fase iniziale [60], ha anche mostrato alcuni inconvenienti; oltre alla sua elevata sensibilità al rumore, l'emissione acustica è attenuata attraverso le diverse interfacce e questo richiede il posizionamento dei sensori più vicino al componente da monitorare per un'acquisizione affidabile del segnale.

Esistono due approcci legati alla modalità di raccolta e analisi dei segnali di vibrazione che danno origine a due modalità di implementazione del *Condition Based Monitoring*: sistemi periodici e sistemi permanenti. In un sistema di monitoraggio periodico, chiamato anche "*off-line condition monitoring system*" ("sistema di monitoraggio sotto condizione disconnesso"), il segnale sotto analisi viene acquisito e salvato a intervalli temporali predeterminati; dunque l'analisi viene svolta a posteriori in laboratorio o direttamente in loco. Risulta ottimale la sua implementazione quando non sia possibile una raccolta e analisi continuativa dei parametri sotto osservazione. In un sistema di monitoraggio permanente, chiamato anche "*on-line condition monitoring system*" ("sistema di monitoraggio sotto condizione connesso"), il segnale contenente le informazioni del componente di interesse viene invece acquisito in modo continuo in punti selezionati del macchinario e costantemente analizzato [14, 60]. Risulta essere il sistema di protezione ottimale per evitare quei guasti che non possono essere predetti con ragionevole anticipo.

L'analisi delle vibrazioni per il monitoraggio sotto condizione, normalmente indicata come *Vibration Condition Monitoring* VCM, trova più ampia applicazione in ambito industriale [60], in quanto ha vantaggi rispetto all'analisi del lubrificante: in primo luogo reagisce prontamente ai cambiamenti nel funzionamento dei macchinari e dunque può essere utilizzato sia per un sistema di monitoraggio periodico

che permanente (a differenza di sistemi basati sull'analisi del lubrificante, che possono essere solamente di tipo periodico, in quanto numerosi giorni passano tra la raccolta e l'analisi del lubrificante [60]); in secondo luogo, è maggiormente probabile che l'analisi delle vibrazioni possa indicare il singolo componente effettivamente danneggiato.

Volendo applicare l'analisi delle vibrazioni per il monitoraggio di cuscinetti volventi, è necessario raccogliere segnali di vibrazione durante il funzionamento che permettano di individuare la nascita dei principali difetti di funzionamento dei cuscinetti.

3.1 Sorgenti di vibrazione in cuscinetti volventi

I componenti dei cuscinetti volventi, ovvero pista interna, pista esterna, elementi volventi e gabbia interagiscono attraverso una combinazione di rotolamento e strisciamento per produrre firme di vibrazioni complesse. Il livello di vibrazione dipende principalmente dall'energia dell'impatto, dal punto in cui essa avviene e dalla struttura propria del cuscinetto. Le sorgenti principali di vibrazione sono [19]:

Variable compliance Tale tipo di vibrazioni nasce in un cuscinetto, anche geometricamente perfetto, che opera sotto carico, a causa del numero discreto di elementi volventi che sopportano il carico. Maggiore è il numero di elementi volventi caricati, minore è il livello di vibrazione.

Imperfezioni geometriche A causa del processo di produzione, imperfezioni geometriche sono sempre presenti nei componenti di cuscinetto. Le imperfezioni geometriche sono classificate confrontando la lunghezza d'onda dell'imperfezione con la larghezza dell'area di contatto tra corpo volvente e pista: la rugosità superficiale presenta una lunghezza d'onda comparabile con la dimensione del contatto, mentre la lunghezza d'onda dell'ondulazione (*waviness*) risulta maggiore.

Rugosità superficiale Un elevato livello di rugosità superficiale rispetto allo spessore del film lubrificante, generato tra l'elemento volvente e la pista, causa vibrazioni significative perché le asperità attraversano il film e interagiscono con il superficie opposta. Piccoli impulsi casuali nella vibrazione

eccitano la frequenza naturale di struttura portante e di supporto e aumentano il livello di energia di vibrazione. Le vibrazioni prodotte a causa della rugosità si collocano a frequenze superiori a circa sessanta volte la velocità di rotazione del cuscinetto. Appaiono dunque come una serie di risonanze nella parte a frequenze elevate dello spettro di frequenza del segnale.

Ondulazione Le vibrazioni dovute all'ondulazione dipendono dalla geometria di contatto e dalle condizioni di carico e velocità di impegno del cuscinetto. Possono avvenire a frequenze fino a trecento volte la velocità di rotazione ma normalmente risultano predominanti a frequenze inferiori a sessanta volte la velocità di rotazione.

Difetti localizzati Tali difetti possono essere presenti sotto forma di indentazioni, sfaldamenti da fatica, corrosione localizzata (pitting) o particelle abrasive nel lubrificante. In Figura 3.1 sono visibili sfaldamenti dovuti a fatica nei differenti elementi di un cuscinetto a elementi volventi, mentre in Figura 3.2 si possono notare dei piccoli difetti creati artificialmente nei vari elementi di un cuscinetto a sfere. Le superfici del cuscinetto possono subire un danneggiamento a causa di contaminazioni esterne, durante la fase di assemblaggio, cattiva manutenzione o durante l'utilizzo.

Difetti delle piste Difetti locali posizionati nella pista interna generano impulsi a elevata energia ad una frequenza che individua il passaggio dei corpi volventi sulla pista interna, denominata in letteratura come BPF_I (*Ball Pass Frequency Inner Race*). Le vibrazioni avvengono perché mentre l'anello interno ruota, il difetto entra ed esce dalla zona sotto carico, risultando in una variazione di forza di contatto tra i corpi volventi caricati e le piste. Gli impulsi presentano ampiezza maggiore quando il difetto si trova nella zona sotto carico e si riduce lasciando quest'ultima; come conseguenza, il segnale risultante risulta modulato in ampiezza ad una frequenza pari alla frequenza di rotazione dell'anello interno. Difetti locali posizionati nella pista esterna risultano in vibrazioni ad una frequenza pari alla frequenza di passaggio dei corpi volventi sulla pista esterna, individuata normalmente dalla sigla BPF_O (*Ball Pass Frequency Outer Race*). Nel dominio della frequenza, è possibile trovare un singolo picco

discreto, in quanto l'anello esterno del cuscinetto risulta fisso durante il funzionamento.

Difetti degli elementi volventi Questi generano normalmente vibrazioni ad una frequenza pari a due volte la *Ball Spin Frequency* BSF, ovvero la velocità di rotazione dei corpi volventi stessi intorno al proprio asse. Possono essere presenti armoniche a frequenze inferiori a $2 \times \text{BSF}$ in quanto l'interazione tra il difetto sul corpo volvente e la pista potrebbe avvenire in una zona distante dalla zona di carico ed energia del segnale di vibrazione viene persa.

Difetti della gabbia Piccoli difetti della gabbia non sono individuabili nel segnale di vibrazione a causa della bassa massa della stessa. Nel caso di un guasto della gabbia, il segnale ottenuto è invece caratterizzato da picchi random di vibrazione quando il corpo volvente striscia sulla gabbia guasta e la consuma superficialmente; si possono dunque osservare una vasta banda di frequenze nel segnale ottenuto, data la natura random dello stesso.

In letteratura è presente una seconda classificazione dei difetti possibilmente presenti all'interno di un cuscinetto volvente in difetti distribuiti e difetti localizzati. I difetti distribuiti includono rugosità superficiale, ondulazione, disallineamento delle piste e corpi volventi fuori misura [17, 19] e sono tipicamente causati da errori di produzione, consumo abrasivo delle superfici e installazione impropria [17, 19]. Con difetti localizzati invece, si indicano tipicamente vaiolature, fratture e sfaldamenti delle superfici di rotolamento; di queste risulta di particolare importanza lo sfaldamento per fatica, causato dall'affioramento di una crepa nata a causa della fatica al di sotto della superficie del metallo e che propaga verso la superficie, fino a lasciare un piccolo avvallamento o sfaldamento [14, 17].

Nella letteratura esiste in realtà una ulteriore classe di categorizzazione dei difetti come difetti estesi ("extended defects") [57]; un difetto all'interno di un cuscinetto può essere considerato come esteso se risulta essere più grande di un difetto localizzato (ad esempio, la sua dimensione può essere più grande dello spaziamiento circonferenziale tra due elementi volventi), ma comunque interessa una zona più piccola di un difetto distribuito. Una volta che un difetto localizzato viene creato su una delle piste o la superficie di un corpo volvente, il continuo e ripetitivo passaggio

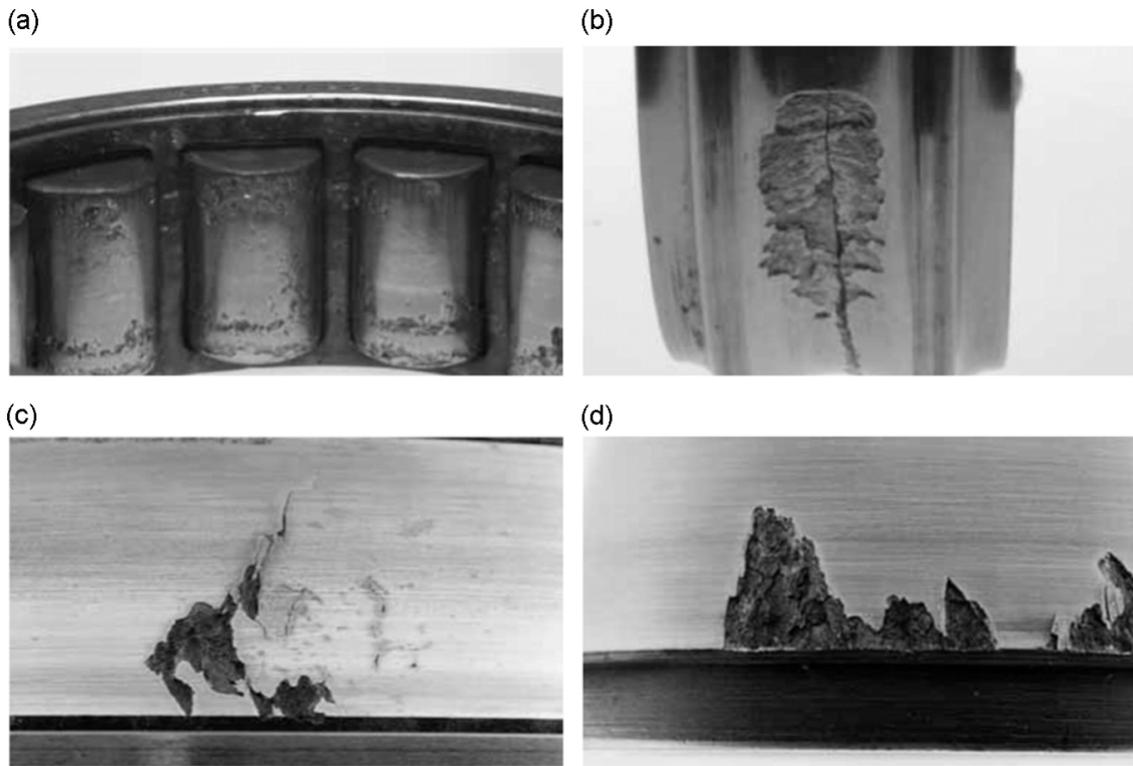


Figura 3.1: Sfaldamento da fatica su vari elementi di un cuscinetto a elementi volventi: (a) piccoli sfaldamenti localizzati sui corpi volventi, (b) area di sfaldamento nella pista interna, (c) area di sfaldamento nella pista esterna, (d) area di sfaldamento nella pista esterna [57].



Figura 3.2: Danneggiamenti localizzati simulati artificialmente: (a) pista esterna, (b) pista interna, (c) corpo volvente (sfera) [20].

dei corpi volventi sopra lo sfaldamento comporta una forza impulsiva di contatto che ciclicamente consuma i bordi del difetto, causando un graduale aumento delle dimensioni che comporta la trasformazione di quest'ultimo in un difetto esteso [57].

Per poter analizzare i segnali di vibrazione grezzi ottenuti durante il monitoraggio del sistema, è necessario elaborare tale informazione al fine di ottenere delle caratteristiche specifiche, che possano essere impiegate per categorizzare lo stato di funzionamento dei componenti; per effettuare l'elaborazione, è possibile estrapolare le caratteristiche del segnale in uno dei seguenti domini:

- Caratteristiche del segnale nel dominio del tempo.
- Caratteristiche del segnale nel dominio della frequenza
- Caratteristiche del segnale nel dominio del tempo-frequenza

Nel corso degli anni, numerosi studi già presentati singolarmente nel Capitolo 2 hanno esposto e utilizzato le differenti tipologie di elaborazione per l'estrazione delle *feature* di interesse dal segnale grezzo di vibrazione.

Nel presente lavoro di tesi, si è scelto di eseguire l'analisi dei risultati utilizzando gli approcci basati sul dominio del tempo e sul dominio della frequenza. Si è deciso di escludere una analisi attraverso metodi maggiormente sofisticati basati sul dominio della tempo-frequenza, quali metodi basati su *Wavelet Transform* [18] o su *Empirical Mode Decomposition* [16], in quanto in questa prima fase di studio della modellistica del sistema cuscinetto danneggiato localmente, i segnali ottenuti computazionalmente risultano privi di rumore; inoltre, non risulta ancora di interesse la capacità delle tecniche nel dominio della tempo-frequenza di ottenere informazioni utili per l'analisi di caratteristiche transitorie (non stazionarie) del segnale grezzo [10].

3.2 Caratteristiche del segnale nel dominio del tempo

L'analisi del segnale nel dominio del tempo è la tecnica più semplice per il riconoscimento di danneggiamento all'interno di cuscinetti volventi [19]. Tale tecnica utilizza indicatori scalari di natura statistica per determinare la condizione del cuscinetto. Il principale vantaggio di questo tipo di analisi risiede nel fatto che non vi è perdita di informazione del segnale grezzo prima dell'ispezione [10]. Esistono numerosi indicatori scalari che vengono presentati in letteratura per il riconoscimento del danneggiamento all'interno di cuscinetti volventi [7, 8, 10].

3.2.1 Range e *Peak Value*

Il range di un segnale discreto viene definito come la differenza tra il massimo e il minimo della variabile nel dominio di interesse [8]

$$Range = \max(x_k) - \min(x_k) \quad (3.1)$$

nella quale si è indicato con x_k il generico valore della variabile in esame.

Il *Peak Value* del segnale, ovvero il valore di picco, è una proprietà statistica che è stata spesso utilizzata in letteratura per il riconoscimento del danneggiamento all'interno di cuscinetti volventi, come visto nel Capitolo 2. Esistono in letteratura differenti definizioni per tale parametro:

- Sreejith et al. [7], Chebil et al. [10] e Kharche et al. [14] definiscono il *Peak Value* (PV) come metà del valore di Range del segnale, ovvero come

$$PV = \frac{1}{2} [\max(x_k) - \min(x_k)] \quad (3.2)$$

- Alsalaet [65] e [66] definiscono il *Peak Value* come la differenza tra la media del segnale e il massimo assoluto, definizione simile a quella utilizzata normalmente per segnale puramente armonici con media non nulla; il manuale redatto dalla SKF [66] denota il valore di PV calcolato tenendo in considerazione la media non nulla come valore di picco “scalato”.
- Sharma et al. [15] considera, invece, solamente come PV il massimo valore della variabile analizzata, che risulta essere la definizione valida solamente per segnale puramente armonici (sinusoidali).

Per il proseguo del presente lavoro di tesi, si è scelto di utilizzare la definizione maggiormente trovata in letteratura, che risulta essere quella più generalizzata nel trattare variabili non provenienti da segnali puramente armonici. Pertanto il valore di picco, indicato come PV introducendo la denominazione inglese di “Peak Value”, assume la forma:

$$PV = \frac{1}{2} [\max(x_k) - \min(x_k)] \quad (3.3)$$

nella quale si è indicato con x_k il generico valore della variabile analizzata x all'interno del dominio di analisi.

3.2.2 *Root Mean Square, RMS*

Il *Root Mean Square*, RMS, ovvero la radice della media quadratica, risulta proporzionale alla radice quadrata della potenza del segnale stesso [67] e rappresenta una misura della intensità del segnale [3]. Indicando con x_k il generico valore del segnale discreto nel dominio del tempo, è possibile calcolare l'RMS come

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2} \quad (3.4)$$

nella quale viene indicato con N il numero di elementi del segnale in esame x all'interno del dominio temporale considerato.

Il valore di RMS risulta anche utile per la valutazione successiva di indici statistici legati alla impulsività del segnale, come spiegato nel seguito. Come indicato da [67] un guasto all'interno di un componente meccanico comporta una variazione di intensità molto superiore rispetto a quella dovuta alla sola variazione delle condizioni di utilizzo, ma risulta poco utile nel riconoscimento di una natura impulsiva del segnale di danneggiamento.

3.2.3 *Deviazione Standard SD*

La deviazione standard SD (dalla denominazione inglese, *Standard Deviation*) può essere intesa come una misura del contenuto di energia del segnale [8]. Infatti i valori di deviazione standard e RMS sono legati tra loro (in particolare i loro quadrati) dal quadrato del valor medio del segnale discreto. Nel caso di un segnale con media nulla, simile a ciò che si ottiene come segnale da un accelerometro, i valori di RMS e SD sono uguali tra loro. In generale, indicando con N il numero di campioni del segnale e con \bar{x} il valore medio del segnale, $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$, la SD può essere calcolata come radice quadrata della media del quadrato degli scarti [7]

$$\text{SD} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (3.5)$$

3.2.4 *Skewness Sk*

Il valore di *Skewness* (“asimmetria”), Sk, è una misura statistica della mancanza di simmetria nella distribuzione dei dati statistici: un valore positivo indica che i

dati sono maggiormente distribuiti a destra della media, mentre un valore negativo indica che i dati sono maggiormente presenti con valori inferiori alla media \bar{x} del segnale. Il valore di S_k è calcolabile a partire dal terzo momento centrale della distribuzione, normalmente normalizzato con la deviazione standard elevata alla terza potenza [15, 19]

$$S_k = \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^3}{\sigma^3} \quad (3.6)$$

nella quale si indica con N il numero di dati discreti del segnale analizzato, x_k il generico valore discreto del segnale, \bar{x} indica la media e σ la deviazione standard del segnale.

3.2.5 Curtosi KV

Il valore di Curtosi, indicato con KV dalla denominazione inglese “*Kurtosis Value*”, fornisce una indicazione su quanto risulta appuntita la distribuzione in esame se confrontata con una distribuzione normale [8, 13].

Il valore di Curtosi KV viene calcolato come rapporto tra il momento centrale del quarto ordine della distribuzione e la quarta potenza della deviazione standard [14, 19]

$$KV = \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^4}{\sigma^4} \quad (3.7)$$

nella quale si indica con N il numero di dati discreti del segnale analizzato, x_k il generico valore discreto del segnale, \bar{x} indica la media e σ la deviazione standard (SD) del segnale.

Per cuscinetti sani, il valore di Curtosi KV è vicino a 3, ovvero vicino al valore del parametro valutato per una distribuzione normale; nel caso di cuscinetti danneggiati, il valore aumenta e risulta superiore a 3 [19]. Tra i parametri statistici del segnale estraibili nel dominio del tempo, il valore di Curtosi risulta il più utile per la identificazione del danneggiamento dei cuscinetti [13, 14].

Lo svantaggio del valore di Curtosi è che quando il danneggiamento del cuscinetto diventa esteso, il valore di KV tende a diminuire verso valori vicini a quelli di un segnale per un cuscinetto non danneggiato. Questo accade in quanto tale parametro è sensibile all’impulso di risposta generato nel segnale di vibrazione dalla presenza dei difetti; tali impulsi sono dipendenti dalla natura del danno e dunque, quando il danneggiamento si amplifica, il segnale di vibrazione assume via via caratteristiche

maggiormente random e il valore KV si riduce verso il valore $KV = 3$ tipico di una distribuzione normale, vicino al valore di un cuscinetto non danneggiato [5, 19].

3.2.6 *Crest factor Crf*

Il *Crest factor*, indicato con Crf, è un parametro impulsivo del segnale statistico, ovvero una proprietà legata al valore di picco del segnale in esame. Il *Crest factor* può essere valutato come il rapporto tra il valore di picco e l'RMS del segnale [10, 14, 15]

$$\text{Crf} = \frac{\text{Peak Value}}{\text{RMS}} \quad (3.8)$$

Questa proprietà del segnale di vibrazione permette di rilevare una esplosione istantanea di accelerazione anche laddove la potenza del segnale, e dunque il valore di RMS, non varia sensibilmente. Il *Crest Factor* può quindi risultare un utile indicatore per il rilevamento del danneggiamento all'inizio del loro sviluppo [3].

Un possibile svantaggio del *Crest factor* sorge in maniera simile a quanto accade per la Curtosi del segnale: un aumento di uniformità del segnale di un cuscinetto danneggiato, che può avvenire, per esempio, per un incremento del numero di difetti localizzati o un loro aumento in dimensione, comporta una riduzione del valore di Crf, verso valori simili a quelli di cuscinetti sani. Pertanto il valore di Crf preso singolarmente non basta per poter classificare separatamente un cuscinetto sano da uno fortemente danneggiato [5].

3.2.7 *Clearence factor Clf*

Il *Clearence factor*, Clf, è un secondo parametro appartenente ai fattori impulsivi del segnale, valutabile come [7, 14, 20]

$$\text{Clf} = \frac{\text{Peak Value}}{\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sqrt{|x_k|}\right)^2} \quad (3.9)$$

nella quale x_k indica il generico valore della variabile analizzata all'interno del dominio di analisi e N è il numero di elementi del segnale discreto.

Secondo Lin et al. [20] il *Clearance factor* viene impiegato raramente per esaminare lo stato di usura di macchinari meccanici.

3.2.8 *Impulse factor* Imf

L'*Impulse factor* Imf è un indicatore impulsivo che confronta il valore di picco del segnale con il livello medio del segnale raddrizzato. Può essere valutato come rapporto tra il Peak Value del segnale e la media dei valori assoluti [7, 10]

$$\text{Imf} = \frac{\text{Peak Value}}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x_k|} \quad (3.10)$$

nella quale x_k indica il generico valore del segnale all'interno del dominio di analisi e N è il numero di elementi del segnale discreto.

3.2.9 *Shape factor* Shf

Lo *Shape factor* Shf è un parametro statistico che uò risultare utile nell'identificazione dell'usura di componenti meccanici in quanto risulta dipendente dalla forma del segnale ma non dalle sue dimensioni temporali. Viene valutato a partire dagli altri parametri statistici come rapporto tra RMS e la media dei valori assoluti [7, 10, 14, 20]

$$\text{Shf} = \frac{\text{RMS}}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x_k|} \quad (3.11)$$

3.3 Caratteristiche del segnale nel dominio della frequenza

La seconda famiglia di tecniche diagnostiche, come visto nel Capitolo 2 estremamente utilizzata per la diagnostica predittiva di cuscinetti volventi, è costituita dall'analisi del segnale nel dominio della frequenza. Il segnale temporale proveniente dall'accelerometro, o più in generale dal sensore, può essere trasformato nel dominio della frequenza applicando un algoritmo quale la Trasformata Veloce di Fourier FFT [65, 68, 69].

Anche durante il corretto funzionamento di un componente meccanico, si rilevano frequenze caratteristiche legate alla geometria e alle caratteristiche di funzionamento dello stesso; nel caso di un cuscinetto volvente, il passaggio nella zona di carico dei corpi volventi in rotolamento, tipico anche del funzionamento nominale, comporta la nascita di segnali impulsivi visibili nello spettro in frequenza del

componente e che fanno parte della cosiddetta firma digitale del componente stesso [64].

Un difetto localizzato all'interno di un cuscinetto volvente eccita una o più delle frequenze caratteristiche (o le sue armoniche) del cuscinetto stesso, in funzione del posizionamento [13]. Nel caso invece di un difetto distribuito, quale può essere la rugosità superficiale, il segnale dovuto al danno non risulta più impulsivo ma anzi possiede una fase distribuita casualmente e non risultano più utili le frequenze caratteristiche del cuscinetto [17], assumendo caratteristiche più complicate con un elevato contenuto di contributi non stazionari [17].

Come indicato da Randall et al. [9] e Randall [60], il segnale grezzo proveniente da un cuscinetto spesso contiene poche informazioni direttamente riconducibili alle informazioni di interesse riguardanti il danneggiamento dello stesso. Spesso viene allora impiegata l'analisi dell'involuppo (EA, "Envelope Analysis") nota anche come HFRT, "High Frequency Resonance Technique". Gli impatti tra corpi volventi e difetti localizzati all'interno del cuscinetto eccitano periodicamente le frequenze di risonanza degli elementi del cuscinetto volvente e della struttura di supporto; tali risonanze risultano modulate in ampiezza alla frequenza caratteristica del difetto, e attraverso l'analisi dell'involuppo di tale segnale (ovvero attraverso lo studio del segnale demodolato) è possibile ottenere un segnale indicativo dello stato di salute del cuscinetto [2, 70].

Tale metodo di analisi si basa sul procedimento visibile in Figura 3.3:

- Il segnale grezzo proveniente da un sensore, opportunamente amplificato, viene innanzitutto filtrato tramite l'utilizzo un filtro passa-banda
- Il segnale viene demodolato attraverso un *envelope detector* (sensore di involuppo), che può operare secondo due modalità differenti:
 - Un primo modo per eliminare il segnale portante e mantenere solamente l'involuppo del segnale, ovvero il segnale modulante in frequenza, risulta essere quello di rettificare il segnale (attraverso un rettificatore ad una semionda) e dunque omogeneizzare il segnale attraverso un filtro passa-basso, allo scopo di eliminare le cuspidi [2, 70]; tale sistema risulta di più facile implementazione circuitale, soprattutto nel caso si utilizzino componenti analogici.

- Un secondo modo per ottenere l’involuppo del segnale di vibrazione si basa sulla applicazione della demodulazione attraverso la Trasformata di Hilbert [9]: utilizzando la trasformata inversa di Hilbert sullo spettro a lato singolo (solo frequenze positive) del segnale grezzo (già filtrato attraverso il filtro passa–banda) è possibile ottenere un segnale complesso nel tempo noto come “segnale analitico”, nel quale la parte immaginaria risulta essere la trasformata di Hilbert della parte reale [9]; l’involuppo del segnale grezzo risulta essere il modulo del segnale analitico; per ottenere il segnale analitico è necessario filtrare lo spettro a singolo lato utilizzando un filtro FIR (*Finite Impulse Response*) il cui range di frequenza passante risulta un problema non banale.
- il segnale demodulato, che corrisponde all’involuppo del segnale grezzo, viene infine analizzato nel dominio della frequenza, attraverso l’applicazione della trasformata di Fourier.

La scelta della finestra di filtraggio per il filtro passa–banda si basa su una ragionevole eliminazione delle armoniche a bassa frequenza provenienti da segnali di vibrazione non voluti (provenienti anche da altri componenti meccanici), cercando comunque di ottimizzare la banda passante che contiene armoniche delle frequenze dei difetti [65]. Alsalaet [65] fornisce valori tipici per la banda passante da utilizzare nell’analisi dell’involuppo in funzione della velocità di rotazione dell’albero, e vengono riportati in Tabella 3.1.

Tabella 3.1: Valori tipici della banda passante per filtro passa–banda nell’analisi dell’involuppo [65]

Velocità angolare	Banda passante	Range di analisi
0 – 50 RPM	5 – 100 Hz	0 – 10 Hz
25 – 500 RPM	50 – 1000 Hz	0 – 100 Hz
250 – 5000 RPM	500 – 10000 Hz	0 – 1000 Hz
2500 – ... RPM	5000 – 40000 Hz	0 – 10000 Hz

Nel seguito si riportano dunque le formule utili alla valutazione delle frequenze caratteristiche di un cuscinetto volvente; le formule vengono riportate nella forma in cui si assume di trascurare lo slittamento dei corpi volenti, ovvero nel caso in cui il contatto tra ciascun corpo volvente e la pista sia di puro rotolamento [19]. Nella

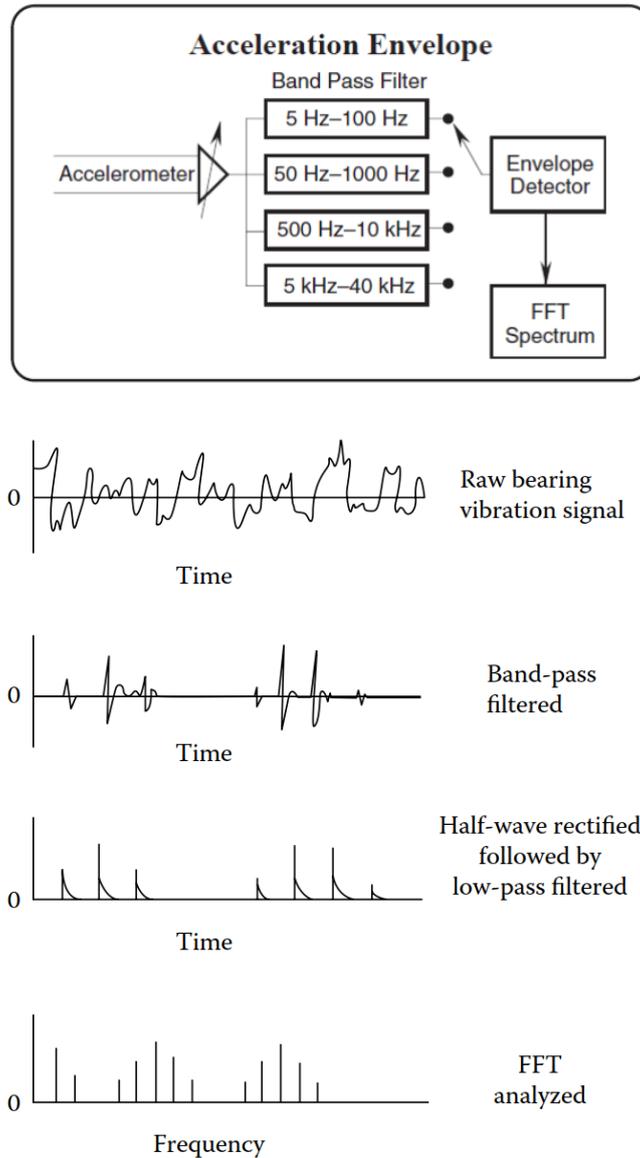


Figura 3.3: Schema concettuale di applicazione dell'analisi dell'involuppo a un segnale di vibrazione proveniente da un cuscinetto volvente [65, 70].

realtà un certo livello di strisciamento tra corpo e pista è sempre presente, con la conseguenza che le frequenze eccitate dai difetti localizzati risultano leggermente differenti da quelle calcolabili analiticamente: in questo caso il segnale di monitoraggio proveniente da un cuscinetto assume delle caratteristiche ciclostazionarie [9, 23].

3.3.1 *Fundamental Train Frequency FTF*

La frequenza fondamentale del treno di corpi volventi, indicata con FTF dalla denominazione inglese “Fundamental Train Frequency”, è la frequenza di rotazione della gabbia del cuscinetto, ovvero la velocità di precessione dei corpi volventi intorno all’asse di rotazione dell’albero. Indicando con f_s la frequenza di rotazione dell’albero (“shaft”), è possibile valutare la FTF attraverso parametri geometrici del cuscinetto [17, 18]

$$\text{FTF} = \frac{f_s}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (3.12)$$

nella quale d e D sono rispettivamente il diametro del corpo volvente e il diametro medio del cuscinetto, f_s è la frequenza di rotazione dell’albero e α è l’angolo di contatto del cuscinetto (nel caso di un cuscinetto obliquo, per un cuscinetto radiale a sfere o rulli cilindrici $\alpha = 0^\circ$).

Secondo quanto riportato da Schmidt et al. [23], la presenza delle armoniche della FTF nello spettro in frequenza del segnale di vibrazione è da attribuire a una installazione impropria del cuscinetto. Inoltre, un difetto localizzato sulla gabbia del cuscinetto può una eccitazione delle armoniche della FTF, che pertanto risultano presenti nello spettro in frequenza del segnale analizzato [18].

3.3.2 *Ball Pass Frequency Outer Race BPFO*

Un difetto localizzato che si trovi nella pista esterna del cuscinetto, provoca la nascita di un treno di impulsi nel segnale di vibrazione, i cui picchi possiedono un ritardo temporale legato a $1/\text{BPFO}$, nella quale BPFO è la frequenza di passaggio dei corpi volventi rispetto a un punto della pista esterna. Tale frequenza caratteristica può essere valutata a partire dalla frequenza di rotazione dell’albero e dai parametri geometrici del cuscinetto in esame [17, 18]

$$\text{BPFO} = N \frac{f_s}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (3.13)$$

nella quale d e D sono rispettivamente il diametro del corpo volvente e il diametro medio del cuscinetto, N è il numero di corpi volventi del cuscinetto, f_s è la frequenza di rotazione dell’albero e α è l’angolo di contatto del cuscinetto.

3.3.3 *Ball Pass Frequency Inner Race BPF*

Nel caso di un difetto localizzato della pista interna del cuscinetto, supposta solidale all'albero che ruota ad una frequenza pari a f_s , l'interazione tra i corpi volventi e la zona interessata dal difetto provocano la nascita di impulsi nel segnale di vibrazione distanziati di un periodo pari a $1/\text{BPF}$, nella quale BPF è la frequenza di passaggio dei corpi volventi rispetto a un determinato punto della pista interna. In tal caso però, poiché la pista interna, e dunque il difetto, ruotano ad una frequenza pari a f_s , il segnale di vibrazione che si ottiene risulta modulato in ampiezza con un periodo temporale pari a $1/f_s$ [9]; una conseguenza di ciò è la nascita nel dominio delle frequenze di bande laterali intorno alle varie armoniche della BPF dovute al processo di modulazione, che si distanziano dal picco presente alle varie armoniche di multipli interi della frequenza di rotazione dell'albero f_s .

Il valore numerico della BPF può essere ottenuto una formula simile alle altre frequenze caratteristiche del cuscinetto come

$$\text{BPF} = N \frac{f_s}{2} \left(1 + \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (3.14)$$

nella quale d e D sono rispettivamente il diametro del corpo volvente e il diametro medio del cuscinetto, N è il numero di corpi volventi del cuscinetto, f_s è la frequenza di rotazione dell'albero e α è l'angolo di contatto del cuscinetto. Si può anche notare che nel caso di un cuscinetto assiale, per il quale $\alpha = 90^\circ$, i valori di BPFO e BPF coincidono e il concetto di pista interna o esterna perde di significato.

3.3.4 *Ball Spin Frequency BSF*

La *Ball Spin Frequency*, indicata come BSF, rappresenta la frequenza di rotazione di ciascun corpo volvente rispetto al proprio asse, e può essere calcolata come [17, 18]

$$\text{BSF} = \frac{D}{2d} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \cos \alpha \right)^2 \right] \quad (3.15)$$

nella quale d e D sono rispettivamente il diametro del corpo volvente e il diametro medio del cuscinetto, e α è l'angolo di contatto del cuscinetto.

Un difetto localizzato su un corpo volvente interagisce, per ciascuna rotazione, una volta con la pista interna e una volta con la pista esterna; pertanto la frequenza

eccitata dalla presenza di un difetto su un corpo volvente risulta essere $2 \times \text{BSF}$ e le sue armoniche [9]. Poiché i corpi volventi ruotano attorno all'asse di rotazione dell'albero a una frequenza pari alla FTF, il corpo volvente danneggiato entra ed esce dalla zona sotto carico del cuscinetto, con conseguente modulazione in ampiezza del segnale di vibrazione ad una frequenza pari a FTF; di conseguenza, come nel caso di un difetto della pista interna, nello spettro nel dominio della frequenza del segnale di vibrazione si possono notare delle bande laterali a ciascuna armonica della frequenza del difetto ($2 \times \text{BSF}$ e sue armoniche) legate a multipli interi della frequenza di rotazione della gabbia [22].

Capitolo 4

Teoria dei cuscinetti volventi radiali a sfere e a rulli

Lo scopo primario di un cuscinetto è supportare un carico esterno, permettendo una rotazione relativa a basso attrito tra due elementi di una macchina, vincolando al contempo gli spostamenti e le rotazioni lungo le altre direzioni. Tipicamente con il termine cuscinetto ci si riferisce in generale alla superficie attraverso la quale il carico viene trasferito [71]. I cuscinetti possono rotolare, strisciare, o eseguire una composizione dei due moti contemporaneamente. Childs [71] fornisce una classificazione dei cuscinetti in base alla metodologia di funzionamento, oltre a confrontare le prestazioni di ciascuna tipologia durante rotazione stazionaria.

Nel presente lavoro di tesi, l'attenzione è stata focalizzata sui cuscinetti volventi, in particolare cuscinetti radiali a sfere e a rulli cilindrici. Un cuscinetto volvente è in generale composto da 4 elementi principali: pista interna, pista esterna, gabbia e corpi volventi. In Figura 4.1 è possibile riconoscere tali componenti, oltre ad essere riportata la nomenclatura di un tipico cuscinetto radiale a sfere. In Figura 4.2 sono invece riportati gli schemi delle sezioni trasversali per un cuscinetto radiale a sfere e per un cuscinetto radiale a rulli cilindrici.

Gli elementi volventi di un cuscinetto rotolano nelle piste, localizzate nella parte interna dei due anelli del cuscinetto; il contatto nominale tra singolo corpo volvente e pista (interna o esterna) può essere un punto, nel caso delle sfere, o una linea, nel caso dei rulli cilindrici. Tali contatti vengono definiti come non conformi in quanto, nel caso nominale, ovvero in assenza di un carico esterno applicato, l'area

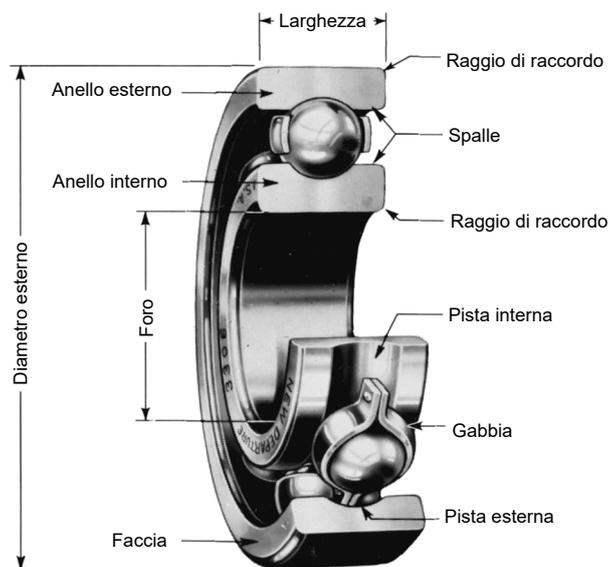


Figura 4.1: Nomenclatura di un cuscinetto volvente [72].

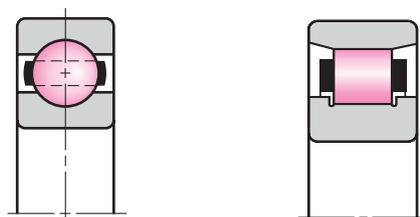


Figura 4.2: Schema della sezione trasversale di un cuscinetto radiale a sfere (sinistra). Schema della sezione trasversale di un cuscinetto a rulli cilindrici (destra) [72].

di contatto è nulla [73].

Il Capitolo corrente tratta essenzialmente tre argomenti complementari. Per prima cosa vengono riportati i risultati di interesse della teoria del contatto hertziano, ovvero limitatamente al contatto non conforme puntiforme. Successivamente l'attenzione viene focalizzata sulle formule empiriche per la caratterizzazione del contatto lineare tra cilindri paralleli, eseguendo anche un confronto tra le formulazioni sperimentali e analitiche presenti in letteratura per il calcolo dell'accostamento tra i cilindri in contatto. Infine, si riporta la teoria alla base della valutazione della

rigidezza di cuscinetti radiali volventi secondo la trattazione di Harris et al. [74].

4.1 Contatto puntiforme tra corpi elastici

Per poter derivare il legame forza-spostamento in direzione radiale per un cuscinetto volvente, è necessario innanzitutto considerare il singolo contatto tra corpo volvente e pista. Nel caso di un cuscinetto radiale, tale spostamento deriva dalla deformazione del corpo volvente e della pista, sotto l'azione di una forza radiale F_r ; secondo la teoria classica, si trascura la deformazione della pista e viene considerata solamente la deformazione del corpo volvente.

Il problema ideale di contatto puntiforme tra due corpi elastici è stato risolto per la prima volta da Hertz [75, 76] sotto le seguenti ipotesi [76, 77]:

- Il corpo deformabile in contatto è di materiale isotropo lineare elastico, ovvero obbedisce alla legge di Hooke.
- Piccole deformazioni se confrontate con le dimensioni geometriche dei corpi in contatto.
- Si trascurano le tensioni di taglio nell'area di contatto.
- L'area di contatto è molto piccola se confrontata con le dimensioni dei corpi, in particolare il semiasse maggiore dell'area di contatto ellittica, a , deve essere piccolo se confrontato con la minima curvatura dei corpi al contatto

$$a \ll \min \{\rho_I, \rho_{II}\} \quad (4.1)$$

- I corpi possiedono una superficie liscia e si trascura l'effetto dell'attrito nel contatto.

Per prima cosa, è necessario introdurre due parametri legati alle curvature dei due corpi nel punto di contatto. Con riferimento alla Figura 4.3, definito un sistema di riferimento formato da due piani coordinati, è possibile definire le curvature dei due corpi nel punto di contatto come

$$\rho_{i,1} = \frac{1}{r_{i,1}} \quad \rho_{i,2} = \frac{1}{r_{i,2}} \quad (4.2)$$

nella quale il pedice $i = I, II$ indica il corpo esaminato.

È dunque possibile definire i due parametri di interesse:

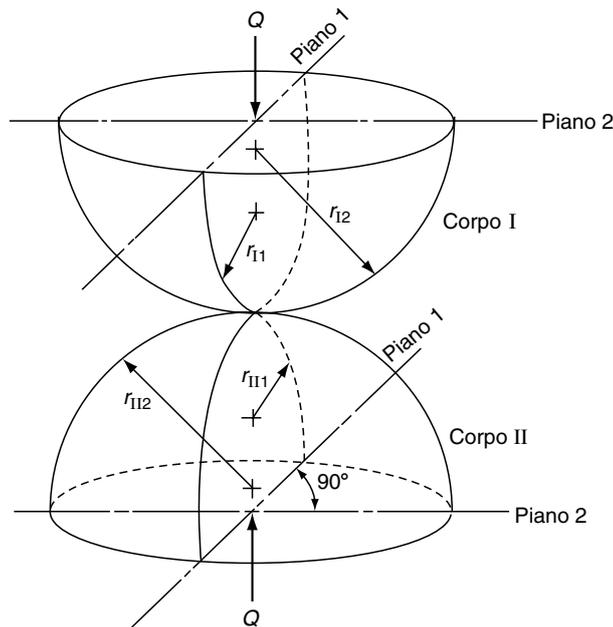


Figura 4.3: Definizione dei raggi di curvatura per due corpi in contatto puntiforme [74].

1. Somma delle curvature

$$\sum \rho = \frac{1}{r_{I,1}} + \frac{1}{r_{I,2}} + \frac{1}{r_{II,1}} + \frac{1}{r_{II,2}} \quad (4.3)$$

2. Differenza delle curvature

$$F(\rho) = \frac{(\rho_{I,1} - \rho_{I,2}) + (\rho_{II,1} - \rho_{II,2})}{\sum \rho} \quad (4.4)$$

È importante sottolineare che nella definizione delle curvature è utilizzata la convenzione di segno per cui corpi convessi (in un piano) possiedono curvatura positiva (in detto piano) e corpi concavi (in un piano) possiedono curvatura negativa (in detto piano). Inoltre, la differenza di curvature $F(\rho)$ è un parametro sempre positivo [74].

Tralasciando la trattazione teorica della risoluzione del problema, che è possibile trovare in [74], si introducono i parametri necessari a descrivere il contatto non conforme tra due corpi elastici.

Nel caso del contatto tra un corpo volvente sferico e ciascuna delle due piste di un

cuscinetto radiale a sfere, le aree di contatto che si vengono a formare a seguito dell'applicazione di un carico in direzione radiale sono visibili in Figura 4.4.

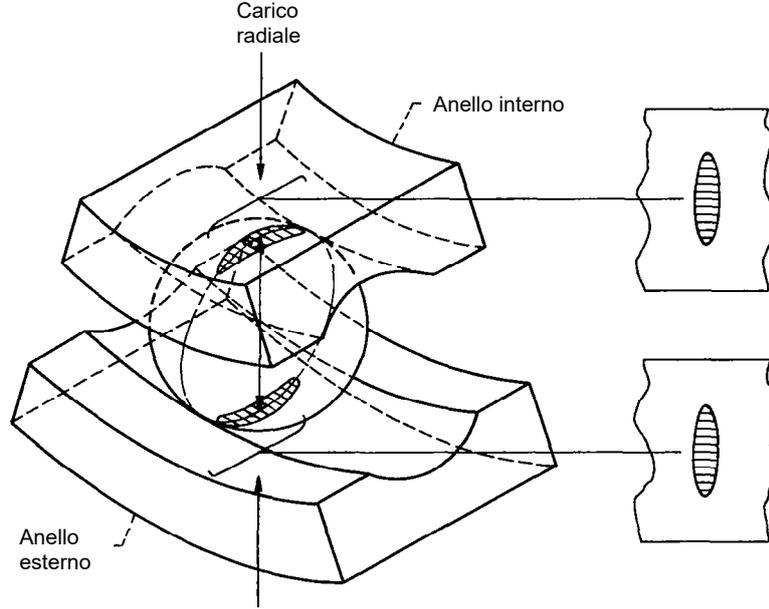


Figura 4.4: Area di contatto di un corpo volvente sferico con le due piste del cuscinetto radiale [73].

Definendo il semiasse maggiore a e il semiasse minore b dell'area di contatto secondo la Figura 4.5, e indicando con δ l'accostamento relativo tra i corpi in contatto, vengono di seguito riportate le formule utili al calcolo [74]

$$a = a^* \left[\frac{3Q}{2 \sum \rho} \left(\frac{1 - \nu_I^2}{E_I} + \frac{1 - \nu_{II}^2}{E_{II}} \right) \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.5)$$

$$b = b^* \left[\frac{3Q}{2 \sum \rho} \left(\frac{1 - \nu_I^2}{E_I} + \frac{1 - \nu_{II}^2}{E_{II}} \right) \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.6)$$

$$\delta = \delta^* \left[\frac{3Q}{2 \sum \rho} \left(\frac{1 - \nu_I^2}{E_I} + \frac{1 - \nu_{II}^2}{E_{II}} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \frac{\sum \rho}{2} \quad (4.7)$$

nelle quali ν_i e E_i indicano il coefficiente di Poisson e il modulo di Young dei rispettivi corpi e Q è il valore della forza perpendicolare applicata. Le quantità adimensionali a^* , b^* , δ^* introdotti sono funzione del parametro $F(\rho)$ e derivano dalla risoluzione di integrali ellittici di prima e seconda specie. Harris et al. [74] riportano

i valori di dette quantità in forma tabulare o sotto forma di diagrammi, in funzione della differenza delle curvature $F(\rho)$.

Nel caso di corpi di acciaio in contatto, vengono riportate in letteratura formule approssimate per la valutazione delle dimensioni dell'area di contatto e dello spostamento relativo tra i corpi [49, 74, 76], utilizzando i valori tipici di $\nu = 0.3$, $E = 206 \times 10^3$ MPa per entrambi i corpi [76].

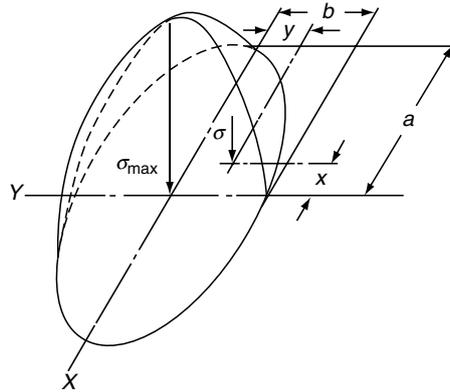


Figura 4.5: Distribuzione della tensione per un contatto puntiforme [74].

4.2 Contatto lineare tra corpi elastici

Nel caso di cuscinetti volventi a rulli cilindrici, i corpi in contatto sono idealmente due cilindri di lunghezza L , come visibile in Figura 4.6.

Affinché possa esistere un contatto lineare ideale, la lunghezza L dei corpi I e II in contatto deve essere la medesima [74]; in tal caso, il parametro di eccentricità che compare all'interno degli integrali ellittici della soluzione di Hertz [75] tende all'infinito e la distribuzione della pressione nell'area di contatto degenera in un semicilindro di lunghezza L e semilarghezza b , come rappresentato in Figura 4.7.

In tale condizione, a perde di significato e la formula per b risulta modificata come segue

$$b = \left[\frac{4Q}{\pi L \sum \rho} \left(\frac{1 - \nu_I^2}{E_I} + \frac{1 - \nu_{II}^2}{E_{II}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.8)$$

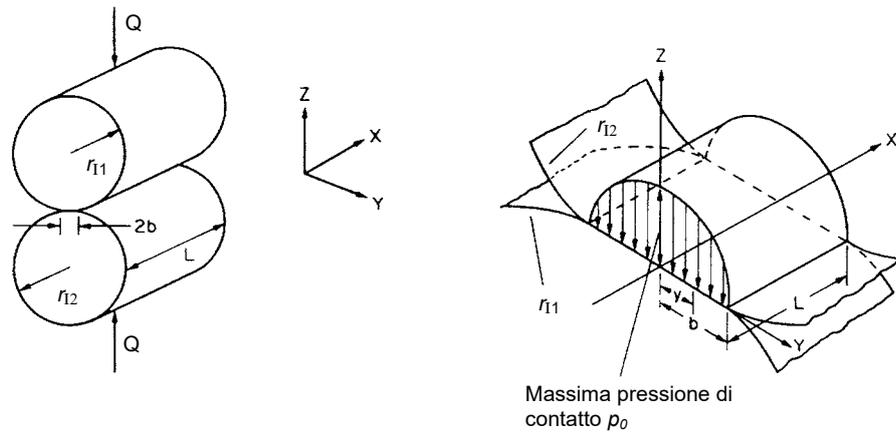


Figura 4.6: Contatto lineare tra due cilindri ideali di eguale lunghezza (sinistra). Area di contatto con rappresentato l'andamento della pressione di contatto (destra) [78].

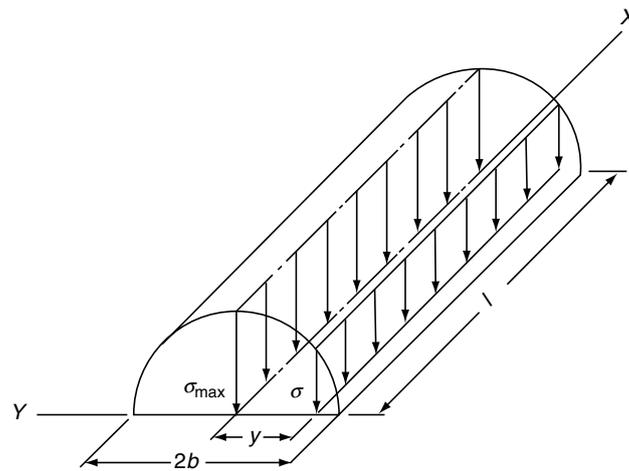


Figura 4.7: Distribuzione della tensione per un contatto lineare ideale tra due cilindri di egual lunghezza [74].

nella quale nuovamente ν_i e E_i indicano il coefficiente di Poisson e il modulo di Young dei rispettivi corpi e Q è il valore della forza perpendicolare applicata. Per la valutazione della somma delle curvature $\sum \rho$, è necessario solamente utilizzare i raggi di curvatura $r_{i,1}$ misurati nel piano perpendicolare all'asse dei cilindri, in quanto nell'altro piano la curvatura dei due corpi risulta nulla.

4.2.1 Confronto tra relazioni empiriche per la valutazione dello spostamento di cilindri

Lo spostamento relativo δ dei cilindri paralleli in contatto sotto l'azione di una forza perpendicolare Q è stato determinato analiticamente da Lundberg et al. [79]; tale formulazione analitica vale però solamente nel caso di un contatto ideale tra cilindri paralleli.

Nel caso reale, i cilindri subiscono una operazione di raccordo conico alle due estremità (“crowned cylinders”) per evitare picchi di tensione dovuti all'estensione finita degli stessi in direzione assiale [74]. La formula analitica da [79] risulta pertanto poco utile per l'effettiva valutazione dello spostamento relativo nel contatto tra cilindri.

Basandosi su dati sperimentali ottenuti da prove di contatto tra rulli *crowned* e piste di cuscinetto, Palmgren et al. [80] hanno proposto una formula empirica per la valutazione di δ

$$\delta = 3.84 \times 10^{-5} \frac{Q^{0.9}}{L^{0.8}} \quad (4.9)$$

nella quale δ è l'accostamento relativo tra rullo e pista, dovuto alla deformazione elastica del primo, misurato in [mm], Q è la forza normale che agisce nell'area di contatto espressa in [N] e L è la lunghezza del rullo espressa in [mm].

Secondo sviluppi teorici svolti da Brändlein et al. [75] per un cilindro con raccordi sottoposto a compressione tra due lamine piane, lo spostamento δ subito dal singolo contatto (ovvero metà dello spostamento complessivo 2δ subito dalle due lamine in avvicinamento) vale

$$\delta = 4.05 \times 10^{-5} \frac{Q^{0.925}}{L^{0.85}} \quad (4.10)$$

nella quale δ è l'accostamento relativo tra rullo e pista, dovuto alla deformazione elastica del primo, misurato in [mm], Q è la forza normale che agisce nell'area di contatto espressa in [N] e L è la lunghezza del rullo espressa in [mm].

Si nota come secondo le formule empiriche di Palmgren et al. [80] e di Brändlein et al. [75], lo spostamento relativo δ subito dal rullo risulti indipendente dalla curvatura del rullo o della pista nell'intorno del punto di contatto e dipenda solamente dalla lunghezza del rullo e dal carico normale. Secondo Zhang et al. [77], esistono combinazioni di rulli e piste con curvature diverse dai tipici valori riscontrabili nei comuni cuscinetti, per cui tali formule forniscono risultati lontani da quelli reali.

Houpert [81] ha proposto una formula di tipo analitico in cui è presente anche un effetto non trascurabile del diametro d del rullo

$$Q = 6.39 \times 10^{10} L^{0.991} d^{0.1034} (2\delta)^{1.1} \quad (4.11)$$

nella quale tutte le grandezze sono espresse secondo il SI (lunghezze in [m], forze in [N]). È importante sottolineare come nell'Eq. (4.11) il fattore 2 a moltiplicare δ sia necessario in quanto l'autore fornisce la formula in funzione dell'accostamento complessivo tra le lamine piane.

Zhang et al. [77] utilizzano una formulazione analitica che oltre al diametro d del rullo tiene anche in considerazione la curvatura relativa tra rullo e pista nell'intorno della zona di contatto

$$\delta = 4.83 \times 10^{-5} \frac{Q^{0.9}}{d^{0.1} L^{0.74}} (1 \pm k)^{0.1} \quad (4.12)$$

nella quale δ è l'accostamento relativo tra rullo e una delle piste espresso in [mm], Q è la forza normale che agisce nell'area di contatto espressa in [N], d è il diametro del rullo espresso in [mm], L è la lunghezza del rullo espressa in [mm] e k è la curvatura relativa tra rullo e pista nell'area di contatto; il segno “+” denota che il rullo è in contatto con la pista interna, mentre il segno “-” denota che il rullo è in contatto con la pista esterna.

Nella presente tesi, si è eseguito un confronto tra le formule disponibili in letteratura riportate precedentemente per la valutazione del legame tra lo spostamento δ del rullo e la forza normale Q agente sull'area di contatto. È stato utilizzato un caso di esempio utilizzando come valori per i parametri geometrici del contatto quelli presenti in [81]: $L = 20$ mm, $d = 10$ mm, $k = 0.2$. Utilizzando un carico esplorativo Q variabile tra $0 \div 3000$ N sono stati valutati gli spostamenti ottenibili da ciascuna delle formule e sono stati riportati in Figura 4.8.

Come si può osservare dalla Figura 4.8, le formule risultano relativamente in accordo per il caso in esame, con un errore massimo che risulta circa del 20%.

Per lo sviluppo del modello oggetto della tesi, si è quindi scelto di utilizzare la formula empirica presentata da Palmgren et al. [80], in quanto già usata estensivamente nella letteratura scientifica presa a riferimento.

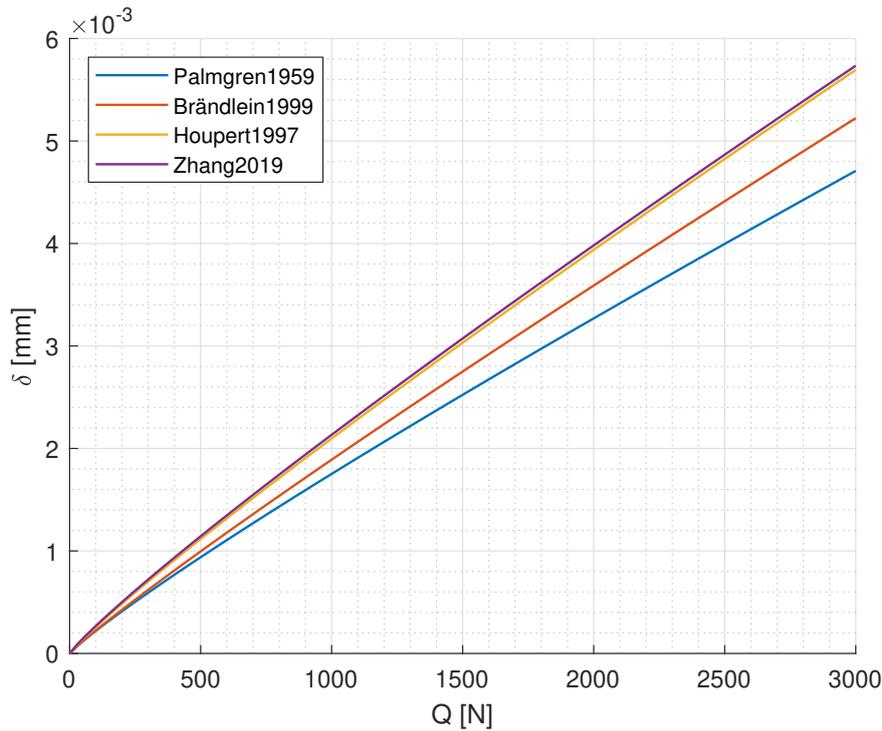


Figura 4.8: Confronto tra le formule empiriche e analitiche disponibili in letteratura per la valutazione dello spostamento $\delta(Q)$ in un contatto reale tra cilindri paralleli.

4.3 Rigidezza di un cuscinetto volvente radiale

É possibile determinare come il carico agente sul cuscinetto si distribuisca lungo i vari corpi volventi a partire dalla conoscenza di come ciascun corpo volvente sopporta il carico. Nella maggior parte delle applicazioni, le velocità di rotazione non sono così elevate da causare un effetto non trascurabile dell'inerzia dei singoli corpi volventi [74]; pertanto nella trattazione utilizzata all'interno di questo lavoro di tesi gli effetti della forza centrifuga agente sui singoli corpi volventi sono stati trascurati. In aggiunta, le forze di attrito e i momenti che agiscono sui singoli corpi volventi risultano tipicamente poco significativi sulla distribuzione del carico, e possono pertanto essere esclusi da una prima modellazione del problema [74].

Per poter valutare il legame non lineare tra la forza radiale F_r applicata agli anelli di un cuscinetto e lo spostamento radiale δ_r corrispondente, è necessario utilizzare le formule della deformazione δ per il contatto puntiforme o lineare determinate

nella Sezione precedente.

Nel caso di un contatto tra sfera e pista, osservando la Eq. (4.7) per un contatto puntiforme si può vedere come, a parità di altri parametri

$$\delta \propto Q^{\frac{2}{3}} \quad (4.13)$$

Nel caso invece di contratto tra rullo e pista, osservando la Eq. (4.9), a parità di parametri geometrici e di materiale dei due corpi in contatto è possibile vedere che

$$\delta \propto Q^{0.9} \quad (4.14)$$

In generale dunque, invertendo le relazioni precedenti per far comparire una rigidezza di contatto K , è possibile scrivere che per il singolo contatto vale una legge del tipo

$$Q = K\delta^n \quad (4.15)$$

nella quale $n = \frac{3}{2}$ per un cuscinetto radiale a sfere e $n = \frac{10}{9}$ per un cuscinetto a rulli cilindrici. Le espressioni della rigidezza K di contatto sono ottenibili invertendo le Eq. (4.7) e (4.9)

$$K = \left\{ \frac{1}{\delta^* \left[\frac{3}{2\sum\rho} \left(\frac{1-\nu_I^2}{E_I} + \frac{1-\nu_{II}^2}{E_{II}} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \frac{\sum\rho}{2}} \right\}^{\frac{3}{2}} \quad \text{per sfera-pista} \quad (4.16)$$

$$K = \left[\frac{L^{0.8}}{3.84 \times 10^{-5}} \right]^{\frac{10}{9}} \quad \text{per rullo-pista}$$

Lo spostamento totale in direzione radiale tra le due piste di un cuscinetto sottoposto a un carico normale è la somma degli spostamenti del corpo volvente che ciascuna delle piste (misurato a partire da una condizione di contatto nominale, ovvero senza deformazione). Indicando con δ_i l'accostamento tra corpo volvente e pista interna e con δ_o l'accostamento tra corpo volvente e pista esterna, la deformazione complessiva subita dal corpo volvente n – esimo, δ_n , vale pertanto

$$\delta_n = \delta_i + \delta_o \quad (4.17)$$

Indicando con K_i e K_o le rigidezze di contatto relative a corpo volvente con pista interna ed esterna rispettivamente, calcolabili dalle eq. (4.16) a seconda di sfere o

rulli, e trascurando l'effetto della forza centrifuga agente sul singolo corpo volvente [74], è possibile scrivere

$$Q = K \delta_n^n \quad (4.18)$$

nella quale K è valutata dalle formule per l'accoppiamento in serie di due molle non lineari

$$K = \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{K_i}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{1}{K_o}\right)^{\frac{1}{n}}} \right]^n \quad (4.19)$$

Per un cuscinetto supportato rigidamente e soggetto a un carico radiale, la deflessione radiale complessiva per ciascuna posizione angolare dei corpi volventi δ_ψ è data da [74]

$$\delta_\psi = \delta_r \cos \psi - \frac{1}{2}g \quad (4.20)$$

dove δ_r è lo spostamento subito dall'anello interno per $\psi = 0$ e g indica il gioco diametrale del cuscinetto (positivo se gioco, negativo se interferenza); in Figura 4.9 è visibile uno schema per un cuscinetto radiale con gioco.

È possibile introdurre un parametro ε , che può essere considerato il rapporto della zona carica del cuscinetto proiettata sul diametro del cuscinetto con il diametro stesso

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{g}{2\delta_r} \right) \quad (4.21)$$

In Figura 4.10 è visibile una rappresentazione della distribuzione di carico radiale per diversi valori del parametro ε :

- (a) $\varepsilon = 0.5$ corrisponde a un caso senza gioco diametrale, $g = 0$;
- (b) Gioco radiale, $g > 0$ implica che il valore di ε sia compreso tra $0 < \varepsilon < 90^\circ$;
- (c) Una interferenza (o gioco negativo) $g < 0$ implica che $0.5 < \varepsilon < 1$.

Il valore di δ_ψ per una generica posizione angolare ψ può essere espresso in funzione della massima deformazione δ_{\max} come

$$\delta_\psi = \delta_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right] \quad (4.22)$$

L'estensione angolare della zona carica del cuscinetto ψ_{\max} può essere determinata a partire dal gioco diametrale g e dallo spostamento dell'anello interno δ_r del cuscinetto

$$\psi_{\max} = \cos^{-1} \left(\frac{g}{2\delta_r} \right) \quad (4.23)$$

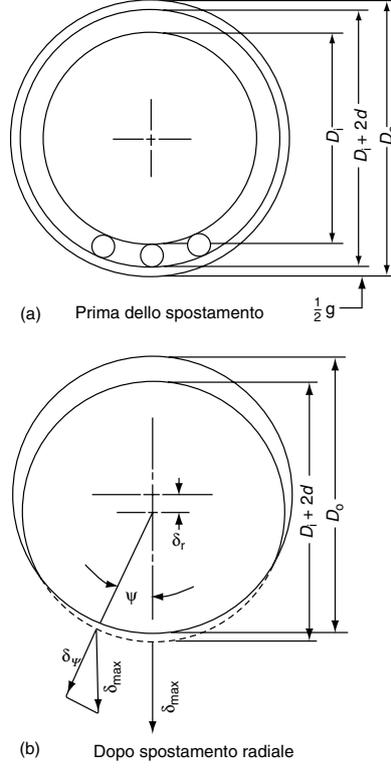


Figura 4.9: Spostamento dell'anello interno di un cuscinetto [74].

Si vede come nel caso in cui non ci sia gioco iniziale, $g = 0$, risulti $\psi_{\max} = 90^\circ$, come ci si aspetta osservando la Figura 4.10.

Partendo dalla Eq. (4.18) è possibile scrivere

$$\frac{Q_\psi}{Q_{\max}} = \left(\frac{\delta_\psi}{\delta_{\max}} \right)^n \quad (4.24)$$

$$Q_\psi = Q_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^n \quad (4.25)$$

Per l'equilibrio dell'anello interno del cuscinetto, la somma delle componenti verticali delle forze agenti sui corpi volventi presenti nella zona carica deve eguagliare il carico F_r applicato (supposto in direzione verticale)

$$F_r = \sum_{\psi=-\psi_{\max}}^{\psi_{\max}} Q_\psi \cos \psi \quad (4.26)$$

$$F_r = Q_{\max} \sum_{\psi=-\psi_{\max}}^{\psi_{\max}} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^n \cos \psi$$

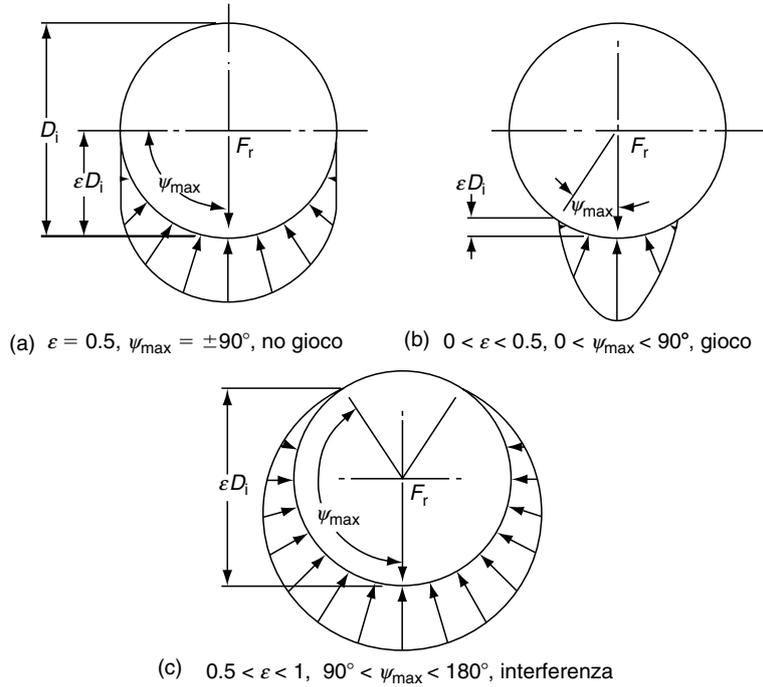


Figura 4.10: Distribuzione del carico tra i vari elementi volventi del cuscinetto per differenti valori di gioco diametrale g [74].

L'Eq. (4.26) permette di ottenere in maniera discreta (ovvero per punti) il legame tra la forza applicata F_r e lo spostamento conseguente δ_r per un cuscinetto. In particolare, imponendo uno spostamento δ_r alla pista interna tale che un numero n di corpi volventi sia in contatto (n deve essere minore della metà del numero complessivo di corpi volventi se il cuscinetto possiede un gioco g positivo), si può valutare la F_r necessaria a generare tale δ_r . Al variare del numero n di corpi volventi in contatto si ottengono curve simili a quella riportata in Figura 4.12 (sinistra) per un cuscinetto SKF radiale a sfere 6305.

È possibile anche riscrivere il legame in forma integrale, distribuendo in modo continuo la rigidezza all'interno dell'intera zona di carico, ovvero introducendo il *Load Distribution Integral* ("Integrale di distribuzione di carico") $J_r(\varepsilon)$ [74, 82] espresso in funzione di ε

$$J_r(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_{\max}}^{\psi_{\max}} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^n \cos \psi d\psi \quad (4.27)$$

Il valore di $J_r(\varepsilon)$ è stato valutato numericamente per diversi valori di ε e sono

disponibili in [74] i valori tabulati sia per contatti puntiformi che per contatti lineari. In Figura 4.11 è visibile una rappresentazione grafica del *Load Distribution Integral* per cuscinetti con gioco o interferenza diametrica.

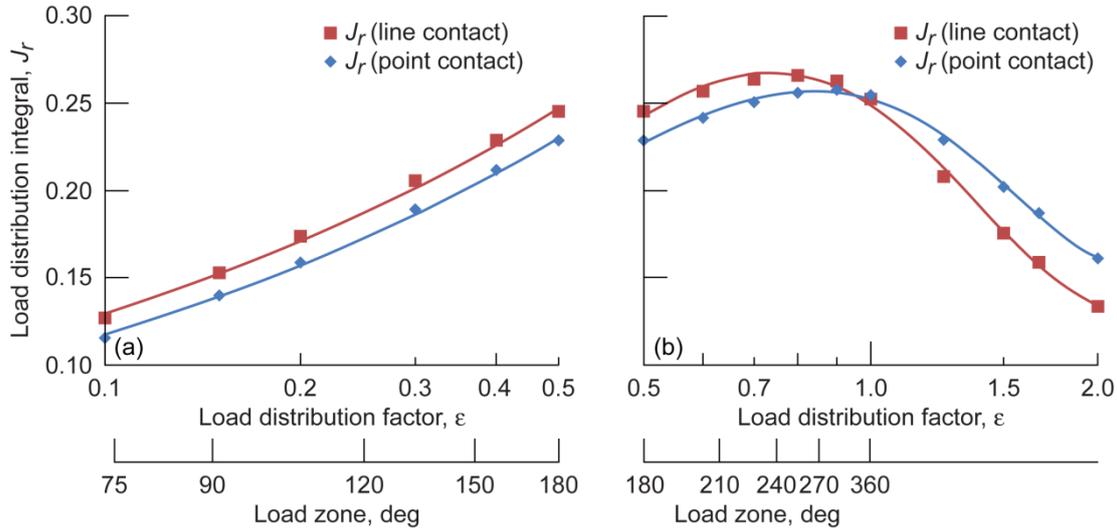


Figura 4.11: Andamento di $J_r(\epsilon)$ per contatti puntiformi (blu) e lineari (rosso). A sinistra vi è l'andamento per cuscinetti con gioco diametrico positivo, a destra per cuscinetti con gioco diametrico negativo (interferenza) [82].

4.3.1 Valutazione della rigidezza per un cuscinetto radiale a sfere tipo 6305

Per la successiva implementazione di un modello di cuscinetto radiale che possa implementare difetti localizzati nelle piste e sui corpi volventi, elaborata nel Capitolo 5, si è scelto di utilizzare a esempio un cuscinetto radiale a una corona di sfere tipo 6305, i cui dati sono disponibili online dal sito del produttore SKF [83].

Per la valutazione del legame $F_r(\delta_r)$ del cuscinetto in esame, sono risultati necessari dati specifici quali diametri delle piste e dimensione dei corpi volventi che sono stati ripresi in letteratura da Patil et al. [49] e si riportano in Tabella 4.1.

Facendo variare in maniera discreta o continua il valore di spostamento radiale dell'anello interno δ_r è stato ricavato il valore della forza radiale F_r corrispondente; in Figura 4.12 sono visibili le curve ottenute con l'utilizzo di un approccio, discreto

Tabella 4.1: Proprietà geometriche del cuscinetto radiale a sfere 6305

Diametro pista interna D_i	32.1 mm
Diametro pista esterna D_o	54.67 mm
Diametro corpi volventi (sfere) d	11.274 mm
Numero corpi volventi	7
Angolo di contatto (assunto)	0°
Gioco diametrale g	22.57×10^{-3} mm

o continuo, per la valutazione della forza di reazione radiale F_r ; in Figura 4.13 è possibile vedere le due curve sovrapposte, in cui è possibile notare il buon accordo tra le due tipologie di calcolo. Infatti, l'approccio di tipo discreto permette di ottenere il valore della forza radiale per particolari valori dello spostamento radiale δ_r , per i quali una coppia di corpi volventi simmetrici rispetto all'asse verticale risultano in contatto nominale; tale valore di spostamento radiale viene incluso nel range di variazione del metodo continuo, e pertanto per tali particolari valori i due metodi si equivalgono, a meno di errori numerici.

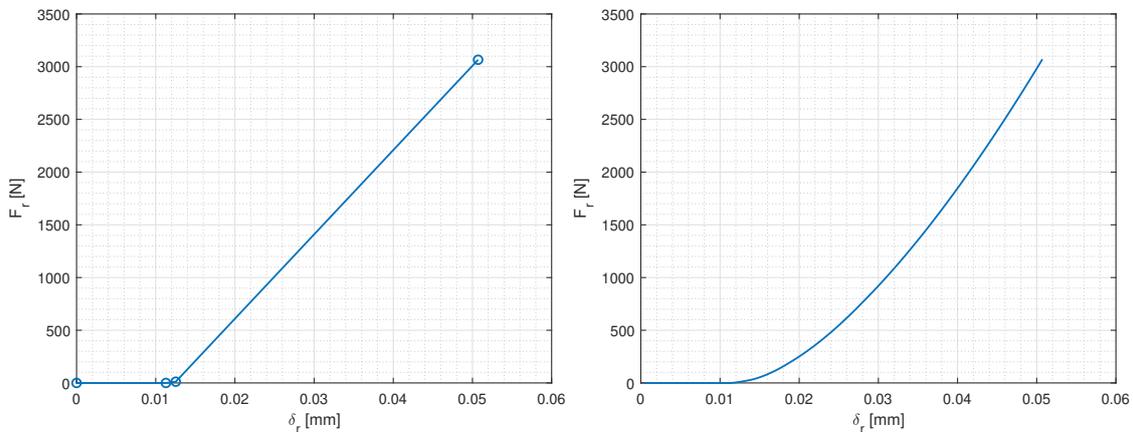


Figura 4.12: Legame spostamento-forza radiale per un cuscinetto a sfere 6305 attraverso la distribuzione discreta di rigidità (sinistra) e con distribuzione continua e utilizzo del *Load Distribution Integral* (destra).

Osservando la Tabella 4.1, il gioco diametrale del cuscinetto 6305 in esame è positivo; come conseguenza, il valore del parametro ε risulta sempre inferiore a 0.5 ($\varepsilon < 0.5$) come visibile anche in Figura 4.14. La zona sotto carico per il cuscinetto in esame risulta quindi sempre minore della semicirconferenza inferiore della pista,

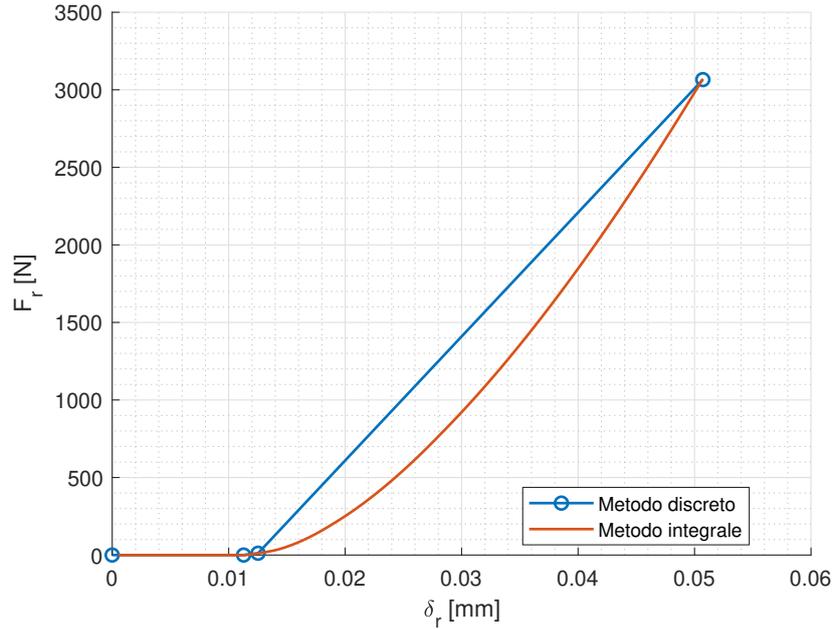


Figura 4.13: Confronto dei risultati ottenuti con il metodo discreto o continuo per il calcolo del legame $F_r - \delta_r$ di un cuscinetto radiale.

come nel caso (b) in Figura 4.10.

Un valore di rigidità linearizzata equivalente K_{lin} può essere definita come la pendenza della tangente alla curva in Figura 4.13 [81]

$$K_{lin} = \frac{dF_r}{d\delta_r} \quad (4.28)$$

e viene riportata in Figura 4.15; ovviamente è facilmente osservabile come tale rigidità linearizzata sia dipendente dal valore di δ_r . Per poter scegliere il valore di rigidità linearizzata da utilizzare, è necessario porre attenzione nella scelta del valore di δ_r nell'intorno del quale effettuare la linearizzazione. Nello sviluppo del modello oggetto del presente lavoro di tesi, il valore di K_{lin} è stato implementato in forma parametrica, e si è usato un valore di tentativo pari a $K_{lin} = 10 \times 10^4 \frac{N}{mm}$ per effettuare la validazione del modello.

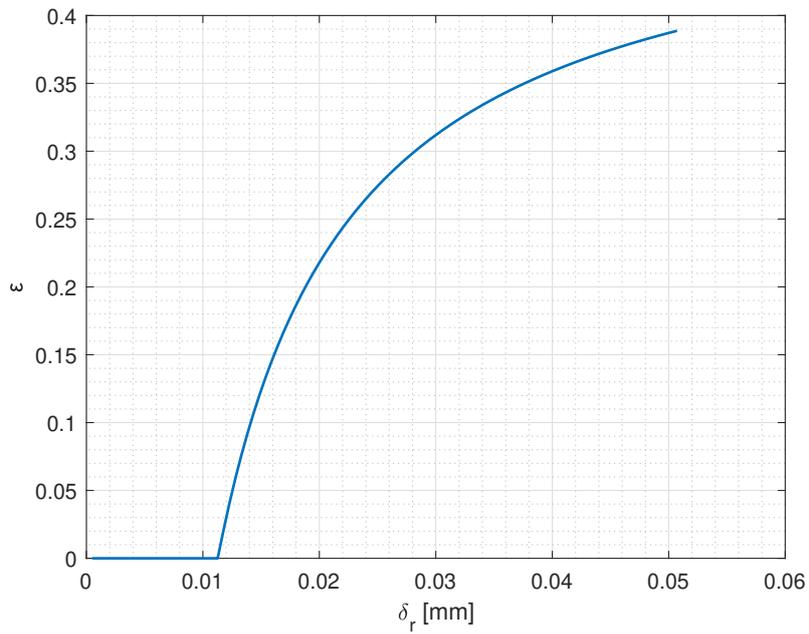


Figura 4.14: Andamento del valore del coefficiente della zona sotto carico ε in funzione dello spostamento radiale dell'anello interno δ_r per un cuscinetto 6305.

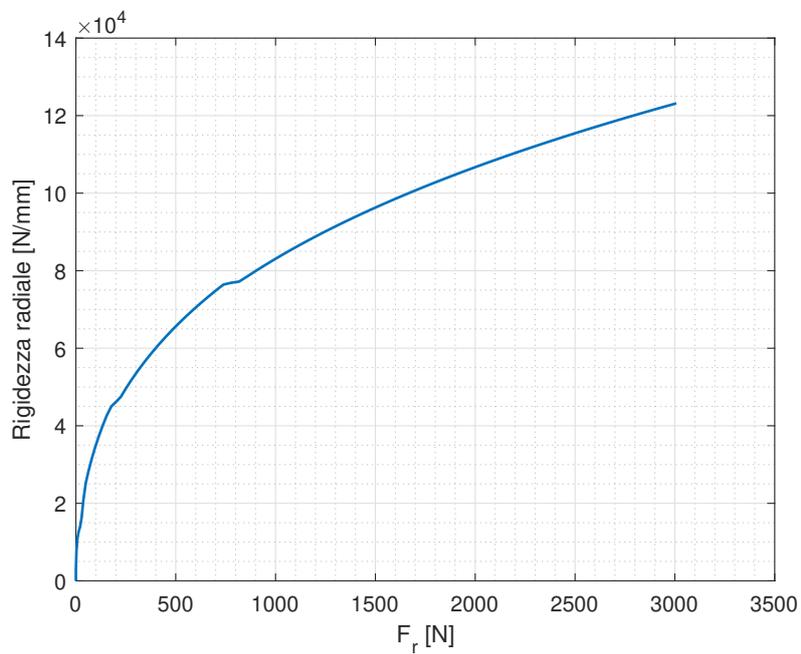


Figura 4.15: Rigidzza linearizzata equivalente per un cuscinetto radiale 6305 in funzione di δ_r .

Capitolo 5

Modello del sistema cuscinetto per simulazione del danneggiamento

5.1 Elenco dei simboli

i	indice del corpo volvente
j	indice del difetto localizzato
N	numero di corpi volventi
θ_i	posizione angolare i -esimo corpo volvente
δ_i	deformazione radiale i -esimo corpo volvente
Ω	velocità angolare albero
ω_c	velocità angolare gabbia (<i>cage</i>)
ω_b	velocità angolare corpo volvente
X	asse verticale del sistema di riferimento
Y	asse orizzontale del sistema di riferimento
x	spostamento anello interno lungo asse X
y	spostamento anello interno lungo asse Y
F_{eX}	forza dei contatti in direzione X dovuta alla rigidità
F_{eY}	forza dei contatti in direzione Y dovuta alla rigidità
F_{dX}	forza dei contatti in direzione X dovuta allo smorzamento locale

F_{dY}	forza dei contatti in direzione Y dovuta allo smorzamento locale
F_X	forza di reazione totale del cuscinetto in direzione X
F_Y	forza di reazione totale del cuscinetto in direzione Y
m	massa dell'albero (inclusa massa anello interno)
c	coefficiente di smorzamento viscoso per albero
c_b	coefficiente di smorzamento viscoso locale tra corpo volvente e piste
W	carico esterno statico costante diretto lungo X
g	gioco diametrale del cuscinetto
K	coefficiente legame forza–deformazione del contatto
n	esponente legame forza–deformazione del contatto
φ_j	lunghezza angolare j -esimo difetto localizzato
θ_{init}	posizione angolare iniziale j -esimo difetto localizzato
H_j	altezza massima j -esimo difetto localizzato
f_j	fattore di forma j -esimo difetto localizzato
$\Delta\delta_j$	variazione deformazione radiale nell'area del j -esimo difetto localizzato
β_{ij}	parametro di verifica effetto j -esimo difetto su i -esimo corpo volvente
$t_1 = 0$	tempo iniziale dominio di integrazione
t_2	tempo finale dominio di integrazione
dt	passo temporale di integrazione
$d\theta$	variazione della posizione angolare ogni passo di integrazione

5.2 Sviluppo del modello a due gradi di libertà

Per studiare l'effetto di difetti localizzati sulla risposta vibrazionale di un cuscinetto radiale a sfere o rulli cilindrici, nel presente lavoro di tesi viene sviluppato un modello teorico del sistema cuscinetto, che utilizzi una modellazione del difetto stesso come parte di un'onda sinusoidale (invece di utilizzare una funzione a impulso ripetuta periodicamente).

Per lo studio degli effetti dovuti alla presenza di difetti localizzati su uno dei componenti del sistema cuscinetto (anello esterno, anello interno, corpo volvente), della loro posizione angolare, dimensione e numero, sono stati impiegati gli indici statistici applicati al segnale di vibrazione nel dominio del tempo introdotti nel Capitolo 3, nonché la tecnica di analisi dell'involuppo (nota anche come HFRT, “High Frequency Resonance Technique”) con successiva trasformazione nel dominio della

frequenza, attraverso l'applicazione di un algoritmo FFT, per poter ottenere le frequenze dominanti dei segnali di vibrazione ricavati numericamente e poterli dunque confrontare con le frequenze caratteristiche del cuscinetto.

In questa prima parte del Capitolo l'attenzione viene focalizzata allo sviluppo teorico del modello implementato. Successivamente vengono presentati i punti principali dell'implementazione numerica del modello all'interno del software MATLAB. Nel Capitolo successivo vengono dunque presentati i risultati numerici del modello e viene eseguita una analisi qualitativa e quantitativa dell'effetto della dimensione, posizione e numero di difetti localizzati per difetti su pista esterna o pista interna; in particolare, vengono dapprima presentati i risultati per alcuni casi studio allo scopo di evidenziare le caratteristiche peculiari di ciascun segnale di vibrazione, a seconda di quale elemento del cuscinetto risulta dotato del difetto (anello esterno, anello interno o corpo volvente); in seguito, viene effettuata una analisi di sensibilità ai parametri presentando e confrontando gli indici statistici dei segnali di vibrazione nel dominio del tempo e le armoniche dominanti dell'involuppo del segnale nel dominio della frequenza, per i vari sottocasi analizzati.

5.2.1 Scelta dei gradi di libertà e scrittura delle equazioni del moto

Per simulare il funzionamento del cuscinetto radiale si è scelto di considerare l'anello esterno fisso, solidale con la carcassa statorica ritenuta solida rispetto alle fondamenta. L'anello interno del cuscinetto, vincolato all'albero del rotore, viene invece dotato di due gradi di libertà traslazionali; in particolare, si indicano con X , Y gli assi coordinati del sistema di riferimento piano appartenente al piano perpendicolare dell'asse di rotazione del rotore, come visibile in Figura 5.1, e con x e y i rispettivi spostamenti subiti dall'anello interno del cuscinetto.

L'anello interno, come detto, viene considerato solidale all'albero, che ruota con una velocità angolare Ω che viene considerata costante nello sviluppo e nella risoluzione delle equazioni del moto al fine di ottenere la risposta temporale vibrazionale del cuscinetto. Il valore costante di Ω è un dato definito a priori e fornito come dato in ingresso per il modello.

I corpi volventi, che possono essere sfere o rulli cilindrici (a seconda della tipologia di cuscinetto già implementate nel modello che si sceglie di utilizzare), sono stati

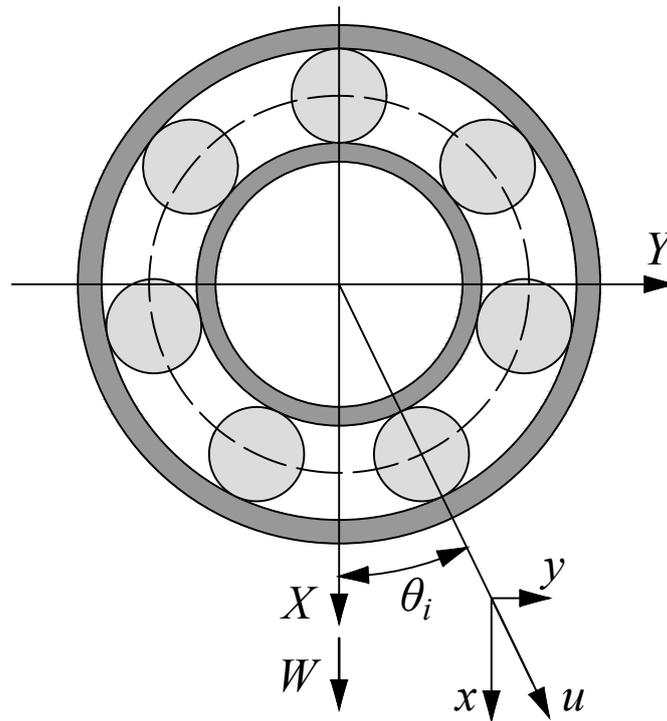


Figura 5.1: Schema del modello del sistema cuscinetto adottato, con rappresentato il sistema di riferimento scelto e il generico spostamento dell'anello interno.

ipotizzati come equamente distribuiti in direzione circonferenziale, trascurando le variazioni di distanza tra essi durante il funzionamento. Viene inoltre trascurato l'effetto dello strisciamento dei corpi volventi sulle due piste durante il contatto: si è ipotizzato che l'interazione che avviene tra corpi volventi e piste sia di puro rotolamento all'interno di tutta la finestra temporale in cui si decide di eseguire l'integrazione. Al tempo iniziale t_1 dell'intervallo temporale di analisi si suppone che il corpo volvente con indice $i = 0$ si posizioni verticalmente rispetto al centro di rotazione del sistema cuscinetto.

Viene introdotto un carico esterno W , costante nel tempo e diretto secondo la direzione verticale dell'asse X , applicato all'anello interno del cuscinetto. La scelta di considerare tale carico W solamente in direzione verticale non comporta una perdita di generalità, in quanto dalla simmetria geometrica del sistema qualsiasi configurazione con carico esterno costante può essere ricondotta a quella implementata attraverso una rotazione rigida dell'intero sistema di un angolo opportuno.

Anche una diversa posizione iniziale dei corpi volventi (e dunque della gabbia del cuscinetto) può essere ricondotta alla situazione iniziale considerata, con un corpo volvente (indicato con pedice $i = 0$) posto coincidente con l'asse coordinato X , utilizzando una opportuna traslazione temporale dell'intervallo di analisi considerato, dal quale si elimina il transitorio di risposta e si considera solamente la risposta a regime del sistema [48, 49, 52, 55].

Si indica con m la massa dell'albero di rotazione vincolato al cuscinetto in esame e supportato da questo, nella quale viene inclusa anche la massa dell'anello interno del cuscinetto stesso.

Benché in letteratura siano presenti modelli numerici che considerano per lo studio della dinamica del cuscinetto anche i gradi di libertà dei singoli corpi volventi, considerati come masse puntiformi che interagiscono separatamente attraverso contatti non conformi con le due piste [48, 52, 59], nel presente lavoro di tesi è stato invece studiato un modello nel quale i corpi volventi vengono modellati come privi di massa attraverso una singola rigidità non lineare e un coefficiente di smorzamento locale che rappresenta entrambi i contatti non conformi, seguendo quanto è già stato studiato anche in altri lavori di letteratura [25, 28, 49, 55]. La valutazione del legame elastico non lineare segue il percorso di calcolo mostrato in maggiore dettaglio nel Capitolo 4. In Figura 5.2 è possibile vedere lo schema concettuale utilizzato per la scrittura delle equazioni del moto del sistema, nella quale sono visibili le rigidità non lineari e gli smorzatori che simulano l'interazione pista interna–corpo volvente–pista esterna.

Tale scelta viene anche giustificata dal fatto che tale modello ha come sviluppo immediatamente successivo la propria implementazione all'interno di un modello più complesso di interazione tra albero (dotato di propri gradi di libertà) e cuscinetto da banco, per lo studio delle vibrazioni dell'intero sistema rotore-cuscinetti.

Si indicano con F_X e F_Y le forze di reazione complessive sviluppate dai corpi volventi in contatto e applicate all'anello interno del cuscinetto, dirette secondo i rispettivi assi del sistema di riferimento adottato.

Definiti i vari parametri che intervengono, è possibile scrivere le equazioni del moto per i due gradi di libertà traslazionali dell'anello interno considerati nel presente modello [49]

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + F_X &= W \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + F_Y &= 0 \end{aligned} \tag{5.1}$$

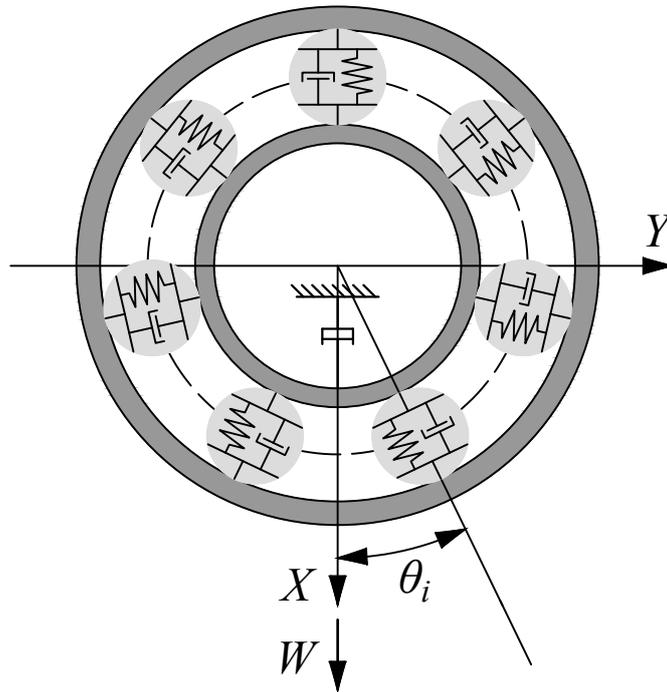


Figura 5.2: Schema concettuale del sistema cuscinetto adottato, con rappresentate le rigidezze non lineari e gli smorzatori locali che simulano l'interazione dei singoli corpi volventi con entrambe le piste del cuscinetto.

nelle quali il coefficiente di smorzamento c rappresenta lo smorzamento viscoso applicato all'anello interno attraverso la propria interazione con l'albero di rotazione, dovuto all'effetto combinato di smorzamento rotante e non rotante [64] in quanto le equazioni del moto sono state scritte in un sistema di riferimento inerziale non rotante.

Le equazioni del moto sono un sistema di due equazioni differenziali del secondo ordine non lineari (a causa della dipendenza temporale non lineare delle forze di reazione dei corpi volventi, F_X e F_Y , nelle quali sono nascosti gli effetti delle rigidezze non lineari di contatto e le forze locali di attrito viscoso). Per poter applicare un metodo di integrazione numerico e ottenere la soluzione nell'intervallo temporale $[t_1, t_2]$ considerato, è necessario trasformare detto sistema in un sistema di quattro equazioni differenziali del primo ordine utilizzando le variabili dello spazio degli stati. Senza perdita di generalità è possibile scrivere tutte le successive equazioni considerando il tempo all'istante iniziale $t_1 = 0$.

Introducendo la variabile vettoriale \mathbf{z} e la sua derivata temporale $\dot{\mathbf{z}}$

$$\mathbf{z} = \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ \dot{z}_4 \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

è possibile riscrivere le equazioni del moto in forma integrabile numericamente

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \frac{d}{dt} z_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = \frac{d}{dt} z_2 = \frac{-cz_2 - F_X + W}{m} \\ \dot{z}_3 = \frac{d}{dt} z_3 = z_4 \\ \dot{z}_4 = \frac{d}{dt} z_4 = \frac{-cz_4 - F_Y}{m} \end{cases} \quad (5.4)$$

5.2.2 Deformazione radiale e velocità di deformazione radiale

Lo spostamento traslazionale della pista interna nel piano perpendicolare all'asse di rotazione comporta uno spostamento radiale di ciascun corpo volvente come visibile nel dettaglio in Figura 5.3.

La posizione angolare θ_i dell' i -esimo corpo volvente per ogni determinato istante temporale t può essere valutata come [26, 27]:

$$\theta_i = \frac{2\pi}{N}i + \omega_c \cdot t \quad \text{con } i = 0, \dots, N - 1 \quad (5.5)$$

nella quale i indica il corpo volvente, N è il numero di corpi volventi del cuscinetto (dato noto a priori), $\omega_c = 2\pi\text{FTF}$ è la velocità angolare della gabbia del cuscinetto e t è l'istante di tempo considerato; in Figura 5.4 è possibile vedere uno schema per la validazione grafica della formula utilizzata per θ_i .

Sottraendo allo spostamento radiale subito dal singolo corpo volvente il gioco radiale del cuscinetto, che risulta pari alla metà del gioco diametrico g dello stesso

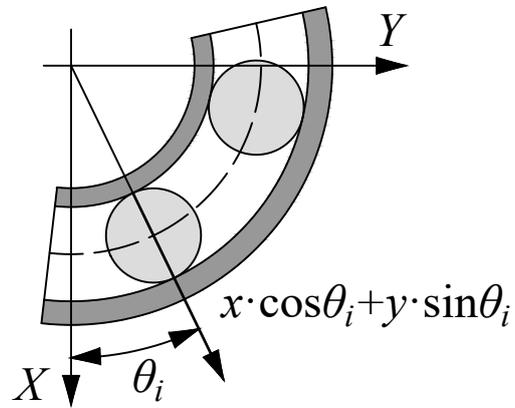


Figura 5.3: Spostamento radiale subito dal corpo volvente i -esimo al tempo t , dovuto alla traslazione dell'anello interno del cuscinetto.

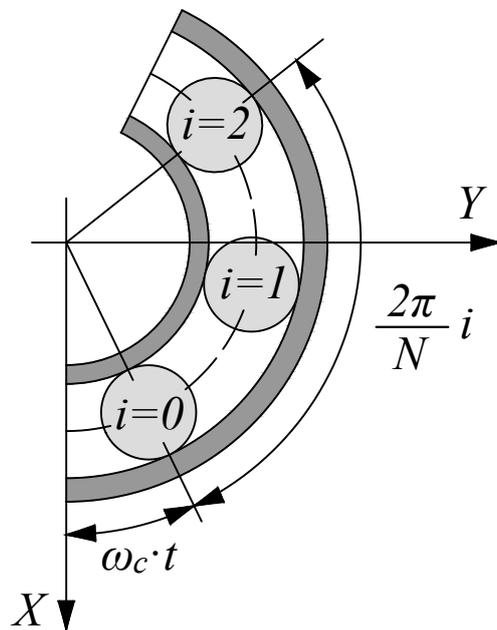


Figura 5.4: Posizione angolare dei corpi volventi per il determinato tempo t considerato.

(dato noto a priori dalle caratteristiche del cuscinetto in esame), è possibile valutare la deformazione radiale δ_i subita dall' i -esimo corpo volvente nell'istante t

$$\delta_i = x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - \frac{g}{2} \quad (5.6)$$

Se nel generico istante la deformazione radiale dell' i -esimo corpo volvente risulta positiva, allora esiste un contatto tra le piste e il particolare corpo volvente; pertanto nasce una forza di contatto secondo i legami di forza-deformazione ottenuti dalla teoria del contatto hertziano esposta nel Capitolo 4. Se invece la deformazione radiale risulta negativa, allora significa che nel dato istante le piste e il corpo volvente non risultano in contatto e pertanto non nasce alcuna forza.

Per poter successivamente valutare la forza locale, a livello del contatto, dovuta all'attrito viscoso è necessario utilizzare un coefficiente di attrito tra corpo volvente e piste c_b dovuto alla presenza di olio di lubrificazione durante l'impiego operativo del cuscinetto; secondo quanto riportato da Kong et al. [59], il valore di tale coefficiente può variare nell'intervallo già presentato anche in [76]

$$0.25 \times 10^{-5} \cdot K_{lin} \leq c_b \leq 2.5 \times 10^{-5} \cdot K_{lin} \quad (5.7)$$

dove K_{lin} è la rigidezza linearizzata dell'intero cuscinetto, valutabile secondo la procedura esposta nel Capitolo 4.

Il valore del coefficiente c_b introdotto in [59] e utilizzato nello sviluppo del presente modello viene utilizzato anche all'interno dello sviluppo di Sopianen et al. [37], ma risulta leggermente in contrasto con quanto utilizzato da [55], il quale definisce il range in Eq. (5.7) non per il coefficiente locale ma per quello complessivo dell'intero cuscinetto.

La forza di attrito dovuta allo smorzamento viscoso che nasce a livello del contatto dipende dalla velocità di deformazione radiale $\dot{\delta}_i$ [55, 59] che può essere valutata come

$$\dot{\delta}_i = \dot{x} \cos \theta_i + \dot{y} \sin \theta_i \quad (5.8)$$

5.2.3 Definizione del modello di implementazione dei difetti localizzati

Come visto nel Capitolo 3, i difetti all'interno dei cuscinetti possono essere catalogati in tre grandi famiglie [57]: difetti localizzati, difetti estesi e difetti distribuiti. I difetti localizzati includono normalmente danneggiamenti dovuti a cricche,

vaiolatura (“*pitting*”) e sfaldamenti che possono avvenire sui diversi elementi che compongono un cuscinetto (pista interna, pista esterna, corpi volventi). La modellazione analitica di difetti localizzati è stata effettuata in letteratura utilizzando uno di quattro approcci:

- Modelli che utilizzano una trattazione prettamente analitica attraverso un treno di impulsi periodico
- Modelli che utilizzano una trattazione prettamente analitica attraverso un treno di impulsi quasi-periodico
- Modelli che svolgono uno studio del problema mediante modellazione dinamica del sistema *multi-body* attraverso equazioni differenziali non lineari
- Modelli agli elementi finiti

Nel presente lavoro di tesi è stato implementato un modello dinamico attraverso la scrittura delle equazioni differenziali non lineari per il sistema; in questa tipologia di approccio modellistico, la presenza di difetti localizzati all’interno del cuscinetto può essere inserita attraverso una variazione locale della deformazione radiale subita dai corpi volventi che nel dato istante si trovano nella zona interessata dal difetto. In letteratura l’implementazione di difetti nelle piste dei cuscinetti avviene normalmente con sezioni rettangolari [48, 52, 59] oppure come un’onda semi-sinusoidale lungo la circonferenza [49].

Si è deciso di modellare i difetti localizzati sulle due piste del cuscinetto mediante la seconda metodologia, utilizzata anche da [49]. È possibile definire l’estensione angolare φ_j del difetto j -esimo come [49]

$$\varphi_j = ff_j \cdot \frac{H_j \cdot 2\pi}{\pi D_{i/o}} \quad (5.9)$$

nella quale ff_j indica il rapporto tra la lunghezza del difetto e la altezza massima del difetto H_j , e $D_{i/o}$ indica in alternativa il diametro della pista interna o esterna, a seconda di quale delle due risulti danneggiata.

È dunque possibile valutare la variazione di spostamento radiale (che comporta una variazione della deformazione radiale) $\Delta\delta_j$ nella zona del difetto come

$$\Delta\delta_j = -H_j \sin \left[\frac{\pi}{\varphi_j} (\theta_t - \theta_{init}) \right] \quad (5.10)$$

nella quale θ_{init} indica la posizione iniziale al tempo $t = t_1$ del difetto e il valore di θ_t dipende dal posizionamento del difetto locale, come spiegato nel dettaglio successivamente.

Per verificare se il corpo volvente i -esimo si trovi, nell'istante t , all'interno della zona interessata dal difetto locale j -esimo posto sull'anello interno/esterno, viene utilizzato un indice β_{ij} che vale [48]

$$\beta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se corpo } i \text{ si trova nel difetto } j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (5.11)$$

In generale, per un dato tempo t , un corpo volvente si trova all'interno della zona interessata dal difetto localizzato su una delle piste se la proiezione del proprio punto di contatto con detta pista, localizzato lungo la congiungente radiale con l'asse dell'albero, ricade all'interno della estensione angolare del difetto, che in generale può spostarsi circolarmente al variare del tempo t . Per verificare che un solo difetto sia presente contemporaneamente per ciascuna pista, solamente un elemento di β al variare di j (separatamente per i difetti su anello esterno e per quelli su anello interno) deve essere diverso da 0.

La deformazione radiale δ_i subita dall' i -esimo corpo volvente viene dunque modificata dalla presenza di difetti localizzati come segue

$$\delta_i = x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - \frac{g}{2} - \sum_{j=1}^{j_{max}} \beta_{ij} \Delta \delta_j \quad (5.12)$$

Nel caso di un difetto localizzato sul corpo volvente, questo si dispone lungo la direzione radiale ogni mezzo giro del corpo volvente stesso, che ruota ad una velocità angolare ω_b

$$\omega_b = 2\pi \text{BSF} \quad (5.13)$$

nella quale BSF è una delle frequenze caratteristiche del cuscinetto, generando una variazione di deformazione radiale che verrà esposta dettagliatamente nel seguito.

Anello esterno

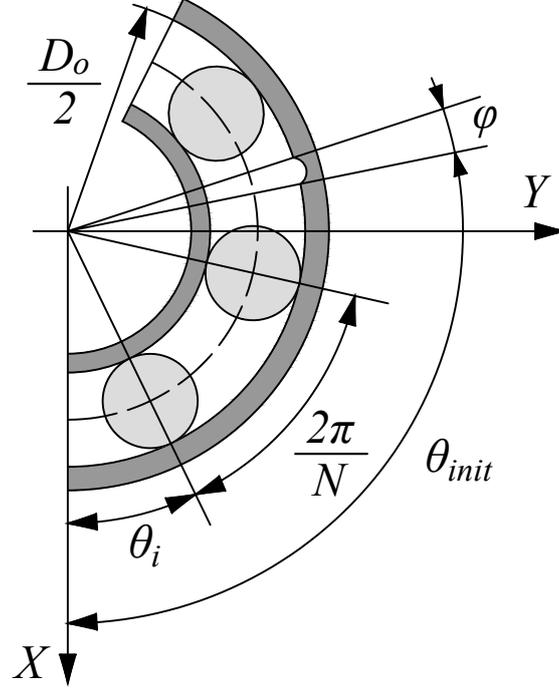


Figura 5.5: Parametri di definizione per l'implementazione di un difetto localizzato sulla pista esterna.

In Figura 5.5 sono visibili i parametri necessari per l'implementazione all'interno del modello della variazione di spostamento radiale $\Delta\delta$ dovuta a un difetto localizzato sulla pista esterna del cuscinetto, di apertura angolare φ e posizione angolare θ_{init} al tempo $t = t_1$.

Il valore del parametro θ_t per l' i -esimo corpo volvente vale in questo caso, per il generico istante temporale t

$$\theta_t = \omega_c t + \frac{2\pi}{N} i \quad \text{con } i = 0, \dots, N - 1 \quad (5.14)$$

nella quale N è il numero di corpi volventi del cuscinetto in esame, i è l'indice del corpo volvente, ω_c è la velocità di rotazione della gabbia e t è il tempo.

Il parametro β_{ij} definito nella Eq. (5.11) assume valore unitario e non nullo (per il generico tempo t) solamente se viene soddisfatta a seguente disuguaglianza

$$\alpha_j \leq \theta_i \leq \alpha_j + \varphi_j \quad (5.15)$$

nella quale $\alpha_j = \theta_{init}$ in quanto il difetto è posto sull'anello esterno, che è fisso e non ruota al variare del tempo t , e φ_j è la lunghezza angolare del j -esimo difetto, valutata a partire dalla Eq. (5.9).

Anello interno

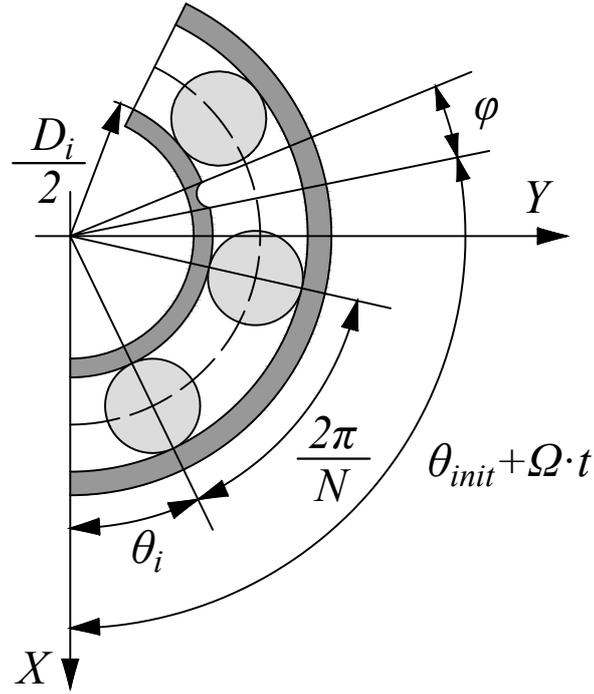


Figura 5.6: Parametri di definizione per l'implementazione di un difetto localizzato sulla pista interna.

In Figura 5.6 sono visibili i parametri necessari per l'implementazione all'interno del modello della variazione di spostamento radiale $\Delta\delta$ dovuta a un difetto localizzato sulla pista interna del cuscinetto di apertura angolare φ e posizione angolare θ_{init} al tempo $t = t_1$.

In questo caso, poiché il difetto è localizzato sull'anello interno, che ruota con una velocità angolare Ω , è necessario aggiungere nella definizione del termine θ_t della Eq. (5.10) un termine aggiuntivo, che tenga in conto di tale rotazione [49]

$$\theta_t = (\omega_c - \Omega)t + \frac{2\pi}{N}i \quad \text{con } i = 0, \dots, N - 1 \quad (5.16)$$

nella quale N è il numero di corpi volventi del cuscinetto in esame, i è l'indice del corpo volvente, ω_c è la velocità di rotazione della gabbia, Ω è la velocità angolare dell'albero e t è il tempo.

Il parametro β_{ij} definito nella Eq. (5.11) deve anch'esso tenere in conto dello spostamento del difetto dovuto alla rotazione; pertanto la disuguaglianza da verificare al il generico tempo t affinché il parametro β_{ij} risulti pari a $\beta_{ij} = 1$ rimane la medesima

$$\alpha_j \leq \theta_i \leq \alpha_j + \varphi_j \quad (5.17)$$

nella quale però cambia il valore di α_j , che risulta ora dipendente dal tempo t considerato

$$\alpha_j = \theta_{init} + \Omega(t - t_1) \quad (5.18)$$

Corpo volvente

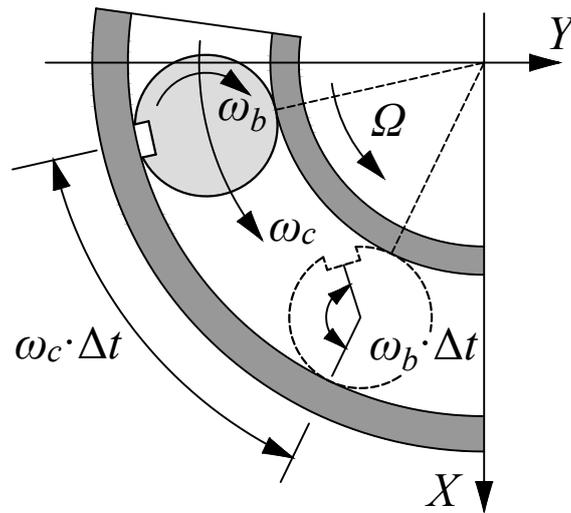


Figura 5.7: Parametri di definizione per l'implementazione di un difetto localizzato su un corpo volvente.

In Figura 5.7 sono visibili i parametri necessari per l'implementazione all'interno del modello della variazione di spostamento radiale $\Delta\delta$ dovuta a un difetto localizzato su un corpo volvente del cuscinetto, di apertura angolare φ e posizione angolare θ_{init} sul corpo volvente al tempo $t = t_1$.

Nel caso di un difetto localizzato su un particolare corpo volvente con indice i , solamente il dato corpo risentirà della variazione di spostamento radiale $\Delta\delta$. In particolare, la variazione di spostamento radiale verrà sentita dal corpo i solamente quando il difetto localizzato si troverà lungo la direzione radiale tra il centro del corpo volvente e l'asse di rotazione; questo avviene due volte per ogni rotazione del corpo volvente, ovvero quando

$$\omega_b t - \theta_{init} = 0, \pi \quad (5.19)$$

nella quale θ_{init} rappresenta l'angolo misurato a partire dalla direzione radiale uscente al tempo t_1 , ω_b è la velocità di spin del corpo volvente e t è il tempo.

Indicando con φ_j la larghezza angolare del difetto, dove in questo caso il pedice j identifica l'indice del corpo volvente sul quale si localizza il difetto, il difetto comporta una variazione di spostamento radiale quando

$$\omega_b t - \theta_{init} \in \left[-\frac{\varphi_j}{2}; \frac{\varphi_j}{2} \right] + n \cdot \pi \quad (5.20)$$

È importante notare che viene sommato il termine $n \cdot \pi$ con n generico numero naturale data la simmetria circolare del problema e affinché tale relazione risulti verificata in due zone opposte per singola rotazione del corpo volvente.

Inoltre è importante notare che in questo caso il parametro

$$\beta_{ij} = 0 \text{ se } i \neq j \quad (5.21)$$

in quanto il difetto su un particolare corpo volvente i ha effetto solamente su quel corpo.

Per semplicità di implementazione, in questo caso si suppone che nell'intera zona del difetto si subisca la massima variazione di spostamento radiale, ovvero la sezione del difetto viene fatta assomigliare in questo caso a una rettangolare di altezza H_j ; pertanto nella zona del difetto su un corpo volvente $\Delta\delta_j = H_j$.

5.2.4 Valutazione delle forze scambiate

A questo punto è possibile valutare per il generico istante temporale t la deformazione radiale complessiva subita dall' i -esimo corpo volvente, che riprendendo la Eq. (5.12) vale

$$\delta_i = x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - \frac{g}{2} - \sum_{j=1}^{j_{max}} \beta_{ij} \Delta\delta_j \quad (5.22)$$

La forza che si sviluppa nel contatto per effetto della rigidità di contatto, rappresentata attraverso il coefficiente K , vale, secondo quanto studiato approfonditamente nel Capitolo 4

$$Q_i = K \delta_i^n \quad (5.23)$$

nella quale K e n dipendono dalla tipologia di corpo volvente (se sfera o rullo cilindrico) e il valore di K dipende anche dalle dimensioni geometriche degli elementi costituenti il cuscinetto e dal materiale del cuscinetto.

Ovviamente tale forza reattiva è presente solamente nel caso di una deformazione del corpo volvente; pertanto il valore di Q_i sarà non nullo solamente per quei corpi volventi per i quali $\delta_i > 0$

$$Q_i = \begin{cases} 0 & \text{se } \delta_i \leq 0 \\ K \delta_i^n & \text{se } \delta_i > 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

La forza di reazione elastica complessiva F_e è la somma vettoriale della forze di reazione elastica Q_i sviluppate da ciascun corpo volvente; in particolare, scomponendo tale forza complessiva lungo gli assi coordinati X e Y , e ricordando di estendere la sommatoria solamente a quei corpi volventi che effettivamente subiscono una compressione radiale, si ottiene

$$\begin{aligned} F_{eX} &= \sum_{i=1}^N Q_i \cos \theta_i = \sum_{i=1}^N \left\{ K \left[x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - \frac{g}{2} - \sum_{j=1}^{j_{max}} \beta_{ij} \Delta \delta_j \right]^n \cos \theta_i \right\} \\ F_{eY} &= \sum_{i=1}^N Q_i \sin \theta_i = \sum_{i=1}^N \left\{ K \left[x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - \frac{g}{2} - \sum_{j=1}^{j_{max}} \beta_{ij} \Delta \delta_j \right]^n \sin \theta_i \right\} \end{aligned} \quad (5.25)$$

La presenza dell'olio di lubrificazione a livello del contatto comporta anche la nascita di una forza di reazione dovuta allo smorzamento presente per singolo contatto [59]. Avendo indicato con c_b il valore di detto coefficiente di attrito viscoso, la formula per valutare la forza di smorzamento per l' i -esimo corpo volvente vale, secondo quanto espresso da Petersen et al. [55]

$$Q_{d,i} = \begin{cases} c_b \dot{\delta}_i & \text{se } \delta_i > 0 \\ 0 & \text{se } \delta_i \leq 0 \end{cases} \quad (5.26)$$

Secondo quanto riportato da [55], la forza di smorzamento risulta cioè non nulla solamente per quei corpi volventi che subiscono una deformazione radiale. Questo

è in parte in disaccordo rispetto alla trattazione portata avanti da Kong et al. [59], i quali considerano per il calcolo della forza complessiva di smorzamento tutti i corpi volventi, e non solamente quelli sottoposti a una deformazione di compressione dovuta al contatto. Nel presente lavoro di tesi è stato scelto l'approccio di Petersen et al. [55], e all'interno del calcolo della forza complessiva di attrito viscoso sono stati considerati, per ciascun passo temporale t , solamente quei corpi volventi sottoposti a una deformazione radiale positiva.

La forza di smorzamento complessiva è la somma vettoriale della forze di smorzamento sviluppate da ciascun corpo volvente; in particolare, scomponendo tale forza complessiva lungo gli assi coordinati X e Y , e ricordando di estendere la sommatoria solamente a quei corpi volventi che effettivamente subiscono una compressione radiale positiva, si ottengono le componenti della forza totale di attrito locale

$$\begin{aligned} F_{dX} &= \sum_{i=1}^N Q_{d,i} \cos \theta_i = \sum_{i=1}^N \{c_b \dot{\delta}_i \cos \theta_i\} \\ F_{dY} &= \sum_{i=1}^N Q_{d,i} \sin \theta_i = \sum_{i=1}^N \{c_b \dot{\delta}_i \sin \theta_i\} \end{aligned} \quad (5.27)$$

In conclusione, le forze F_X e F_Y che compaiono all'interno delle equazioni del moto per i 2 gradi di libertà del sistema analizzato in Eq. (5.1) risultano la somma delle componenti lungo ciascun asse coordinato del sistema di riferimento delle forze complessive elastica e di smorzamento che nascono all'interno del cuscinetto

$$\begin{aligned} F_X &= F_{eX} + F_{dX} \\ F_Y &= F_{eY} + F_{dY} \end{aligned} \quad (5.28)$$

5.2.5 Integrazione delle equazioni differenziali non lineari del moto

Per l'integrazione delle equazioni differenziali del moto, scritte in funzione delle variabili dello spazio degli stati \mathbf{z} , è stato utilizzato uno metodo di Eulero modificato del 2° ordine, noto anche come metodo esplicito dei trapezi, che può essere visto equivalere ad un particolare metodo di Runge-Kutta a 2 stadi con predeterminato Tableau di Butcher. In generale, però, l'implementazione all'intero del software MATLAB permette, durante la definizione dei parametri di input, di selezionare un metodo esplicito di integrazione numerica con ordine a scelta, da un metodo

esplicito del primo ordine (noto anche come metodo esplicito di Eulero) ad un metodo a passo di integrazione fissato del 5 ordine (ovvero un metodo di Runge-Kutta a 5 stadi a passo fisso).

Il passo di integrazione dt può essere selezionato come input del modello; in generale, seguendo quando svolto da [49], il passo di integrazione è stato scelto al massimo come il tempo dt che comporta una precessione dei singoli corpi volventi intorno all'asse dell'albero, $d\theta$, che risultasse pari a $d\theta = 0.1^\circ$. Nel caso di un cuscinetto con difetti localizzati, è stato utilizzato sempre un passo di integrazione temporale tale che la larghezza angolare φ_j minima (tra tutti i difetti sulle piste interna e/o esterna) risultasse sempre maggiore della variazione $d\theta$; è stato cioè imposto che, durante l'integrazione delle equazioni del moto, la discretizzazione temporale risultasse tale da permettere a ciascun corpo volvente di essere, almeno per un singolo passo temporale, all'interno della zona interessata dal difetto localizzato.

5.2.6 *Flow chart* della strategia computazionale

In Figura 5.8 è visibile il *flow chart* del metodo implementato per la risoluzione delle equazioni del moto di un sistema cuscinetto a 2 gradi di libertà, con la possibile introduzione di difetti localizzati su pista esterna, pista interna e/o corpi volventi. In Figura 5.9 viene rappresentato il *flow chart* specifico della funzione di integrazione delle equazioni del moto nell'intervallo temporale di interesse $[t_1; t_2]$.

5.3 Implementazione del modello numerico in codice MATLAB

Il modello sviluppato per il sistema cuscinetto è stato implementato in ambiente MATLAB in un insieme di *script* .m suddivisi per funzioni principali.

Il programma di gestione dell'intera analisi (*main*) si occupa di:

- Chiamare lo script contenente i dati di input per il caso in esame.
- Chiamare lo script di risoluzione delle equazioni del moto.
- Eliminare il transitorio iniziale pari a un multiplo della rotazione della gabbia, che può essere scelto dall'utente come dato di input per l'analisi.



Figura 5.8: *Flow chart* del modello implementato.

- Chiamare lo script che diagramma la soluzione ottenuta nel dominio del tempo.
- Chiamare lo script che effettua l'analisi del segnale di vibrazione scelto (a cura dell'utente) nei domini del tempo e della frequenza.
- Salvare il *Workspace* con i risultati calcolati.
- Chiamare lo script che effettua il salvataggio dei grafici dei risultati.

Lo script contenente i dati di input riporta i dati geometrici del cuscinetto in esame (Tabella 5.2, nel caso del cuscinetto a sfere 6305), i dati del rotore (Tabella 5.3), i dati dei difetti, i parametri necessari per eseguire l'integrazione numerica (Tabella 5.4), i dati di input per l'analisi del segnale e il salvataggio dei risultati. Conclude lo script la valutazione del legame forza-deformazione radiale del singolo contatto, secondo il procedimento presentato nel Capitolo 4.

Come visibile in Tabella 5.4, il passo di integrazione dt è stato scelto pari al tempo necessario a eseguire una rotazione della gabbia di un angolo $d\theta = 0.1^\circ$, nei

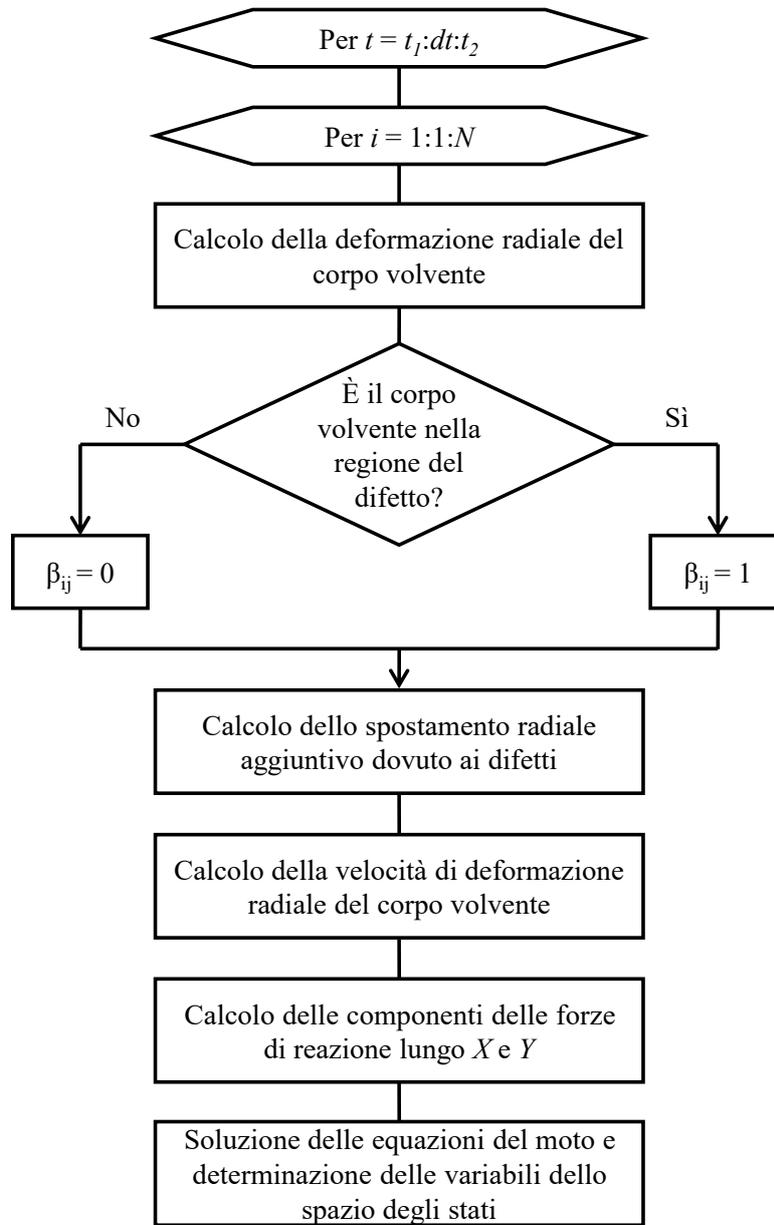


Figura 5.9: *Flow chart* di dettaglio della funzione di integrazione delle equazioni del moto per i 2 gradi di libertà scelti per lo studio del sistema cuscinetto.

casi di cuscinetto non danneggiato, con danneggiamento sulla pista esterna e sul corpo volvente. Nel caso di danneggiamento localizzato sulla pista interna, invece, il valore di $d\theta$ scelto è stato dimezzato (raddoppiando dunque i passi di integrazione, a parità di dominio temporale) con un valore pari a $d\theta = 0.05^\circ$, in modo che i

Tabella 5.2: Dati di input relativi al cuscinetto (radiale a sfere 6305)

Diametro pista interna D_i	32.1 mm
Diametro pista esterna D_o	54.67 mm
Tipologia corpi volventi	Sfere
Numero corpi volventi	7
Diametro corpi volventi d	11.274 mm
Lunghezza corpi volventi (solo per rulli)	–
Rapporto diam. pista–sfera (solo per sfere)	1.08
Gioco diametrale g	22.57×10^{-3} mm
Coefficiente di Poisson ν	0.3
Modulo di Young E	2×10^5 MPa
Rigidezza lineare cuscinetto K_{lin}	$10 \times 10^4 \frac{N}{mm}$
Coefficiente smorzamento locale c_b	$1 \times 10^{-5} \cdot K_{lin}$

Tabella 5.3: Dati di input relativi al rotore

Massa del rotore m	3×10^{-3} t
Coefficiente di smorzamento viscoso c	$200 \times 10^{-3} \frac{Ns}{mm}$
Velocità angolare albero RPM	1200 RPM
Peso costante esterno W in direzione X	100 N

singoli corpi volventi risultassero almeno per un passo temporale all'interno della zona danneggiata.

Per quanto riguarda i dati dei difetti, questi sono inseriti separatamente per difetti sulle piste o sui corpi volventi:

- Nel caso di difetti sulle piste, i dati vengono inseriti in vettori riga che contengono la profondità massima del difetto H , la posizione angolare θ_{init} , l'identificativo della pista difettata e il *form factor* ff del difetto, per ciascuno dei difetti.
- Nel caso di difetti sui corpi volventi, i dati vengono inseriti in vettori riga che contengono la profondità massima del difetto H , la posizione angolare θ_{init} e il numero del corpo volvente difettato, per ciascuno dei difetti.

I dati di input per l'analisi del segnale e il salvataggio dei risultati sono costituiti da: il nome del file di salvataggio, l'identificativo della variabile su cui eseguire l'analisi (spostamento, velocità, accelerazione in direzione X o Y), la frequenza

Tabella 5.4: Dati di input necessari per eseguire l'integrazione numerica

Ordine integratore numerico	2
Tempo iniziale t_1	0 s
Tempo finale t_2	1.2 s
Incremento rotazione gabbia $d\theta$	0.1°
Rotazioni gabbia per sol.stazionaria	1
Condizioni iniziali	$x_0 = 1 \times 10^{-3}$ mm
	$y_0 = 1 \times 10^{-3}$ mm
	$\dot{x}_0 = 0 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$
	$\dot{y}_0 = 0 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

massima da rappresentare negli spettri in frequenza, l'ampiezza della finestra per l'*envelope detector* e l'ampiezza di banda del filtro passa-banda.

Lo script di risoluzione delle equazioni del moto implementa il *Flow chart* riportato in Figura 5.9 della funzione di integrazione.

Lo script che effettua l'analisi del segnale calcola i parametri statistici nel dominio del tempo utili per l'analisi, valuta le frequenze caratteristiche del cuscinetto, ricava lo spettro dell'ampiezza del segnale grezzo di vibrazione e lo spettro in frequenza dell'ampiezza dell'involuppo del segnale di vibrazione che è stato precedentemente scelto dall'utente per l'analisi.

Capitolo 6

Risultati di simulazione numerica e relativa analisi

6.1 Risultati

Nel presente Capitolo sono riportati i risultati ottenuti dalle simulazioni svolte relativamente ai casi di:

- Cuscinetto sano
- Cuscinetto con un difetto localizzato sulla pista esterna (all'interno o all'esterno della zona di carico)
- Cuscinetto con un difetto localizzato sulla pista interna
- Cuscinetto con difetto localizzato su un corpo volvente

Il cuscinetto preso in esame è un cuscinetto radiale a sfere SKF 6305 i cui dati sono stati ottenuti dal sito del produttore [83] e dalla letteratura scientifica di settore [49], così come indicato nel Capitolo 5 come dati di input del modello implementato.

I risultati di simulazione sono stati ottenuti in termini di andamenti nel dominio del tempo della spostamento, velocità e accelerazione in entrambe le direzioni X e Y di riferimento; dei tre andamenti temporali ottenuti come output del codice di calcolo, il più utilizzato nelle applicazioni pratiche è quello relativo alla accelerazione in quanto solitamente l'acquisizione sperimentale dei segnali di vibrazione

avviene mediante accelerometri. La descrizione dei risultati presentata nel seguito della Sezione e le analisi di confronto tra i risultati ottenuti, che verranno dettagliate nella Sezione seguente, sono quindi state svolte facendo riferimento al solo segnale di accelerazione subita dall'anello interno del cuscinetto nella direzione del carico esterno applicato, ovvero lungo l'asse X .

L'intervallo di integrazione utilizzato nelle analisi è stato fissato pari a $[t_1, t_2] = [0, 1.2]$ s. Poiché la risposta stazionaria del sistema viene vista come la soluzione a regime dell'evoluzione del sistema, il segnale è stato analizzato dopo l'eliminazione di una rotazione completa della gabbia del cuscinetto, in modo da eliminare il transitorio iniziale. Nelle Figure successive che riportano l'andamento nel dominio del tempo del segnale di accelerazione grezzo, viene visualizzato l'asse del tempo a partire dal completamento del transitorio iniziale ($t_1^* = 0.1351$ s, pari a una rotazione completa della gabbia alla velocità angolare di 1200 RPM, per il cuscinetto in esame), fino a un tempo utile alla visualizzazione del dettaglio grafico del segnale, ma che continua fino al tempo finale di $t_2 = 1.2$ s. Quando si fa riferimento alla elaborazione del segnale grezzo di accelerazione, l'intervallo temporale è stato traslato per avere inizio a $t_1 = 0$ s e la rappresentazione grafica viene nuovamente effettuata nel dominio del tempo solamente per una porzione rappresentativa dell'evoluzione del segnale.

6.1.1 Cuscinetto non danneggiato con gioco radiale

In Figura 6.1 è visibile il segnale di accelerazione nelle due direzioni di analisi da cui si nota come nel caso di cuscinetto non difettato sia comunque presente una vibrazione dovuta alla variazione periodica della rigidità di contatto tra piste e corpi volventi, confermando quanto comunemente riportato sotto il nome di *Varying Compliance Vibration*. In entrambe le direzioni il segnale presenta una frequenza modulante che risulta pari al valore della BPFO = 51.81 Hz, dovuta alla periodicità di passaggio dei corpi volventi all'interno della zona di carico. I due segnali sono confrontabili in termini di intervallo di ampiezza e quindi possono essere utilizzati per ottenere le caratteristiche di indagine da utilizzare; poiché nel caso di presenza di difetti localizzati, il segnale maggiormente influenzato dal danneggiamento risulta quello in direzione del carico applicato (direzione X), viene utilizzato questo come segnale di vibrazione di riferimento.

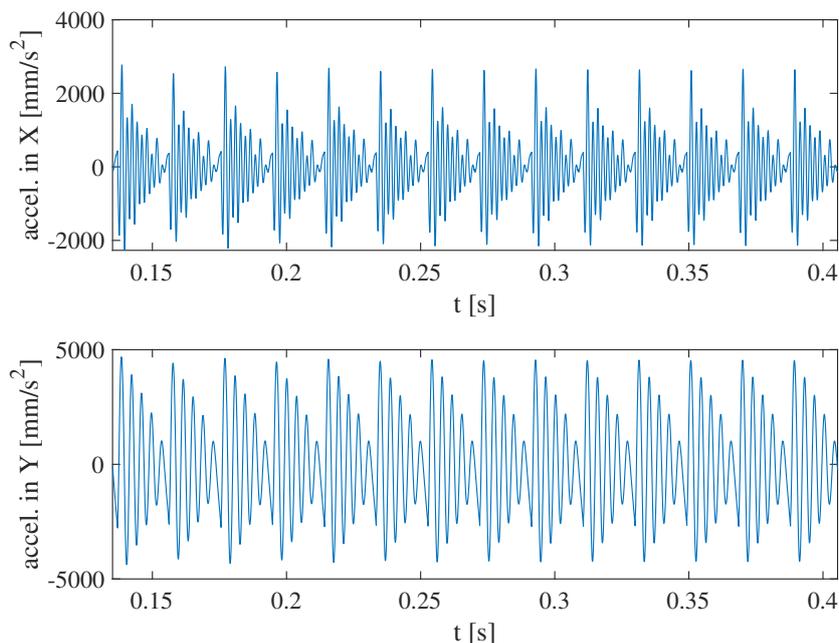


Figura 6.1: Accelerazioni in direzione X e Y dell'anello interno del cuscinetto sano.

Nella direzione X del carico statico esterno, il segnale di accelerazione presenta un valore di picco PV pari a $PV = 2521.236 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$, non particolarmente distante dal valore di $RMS = 858.96 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$, a conferma della integrità del cuscinetto.

In Figura 6.2 è riportato lo spettro di ampiezza per l'accelerazione in direzione X , ottenuto attraverso l'applicazione della FFT al segnale grezzo. Si nota come con questo tipo di analisi in frequenza, non siano visibili le frequenze caratteristiche del cuscinetto, ma risultino eccitate armoniche a frequenze più elevate, cosa che rende questo tipo di visualizzazione non particolarmente adatto al riconoscimento di difetti all'interno di cuscinetti volventi.

Per questo motivo si è scelto di utilizzare l'analisi dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X , il cui procedimento è stato presentato nel Capitolo 3. Per lo stesso motivo, nei Paragrafi relativi al cuscinetto con difetti localizzati su uno dei suoi elementi costituenti, non verranno riportati gli spettri di ampiezza dei segnali di accelerazione ma solamente quelli relativi al loro corrispondente involuppo.

In Figura 6.3 è possibile vedere, rappresentato in blu, il segnale dell'accelerazione in X dopo essere stato filtrato mediante l'applicazione di un filtro passa-banda con

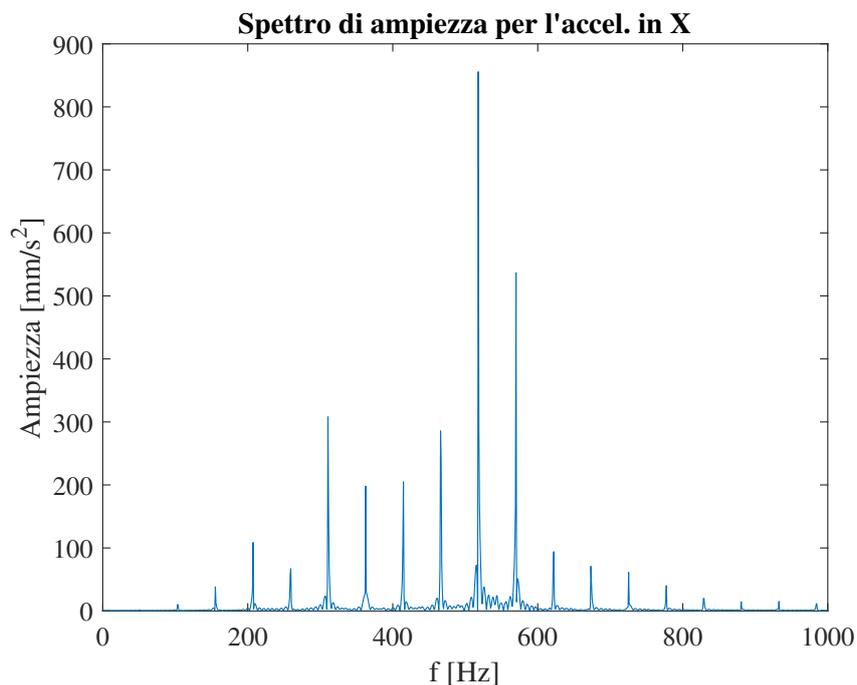


Figura 6.2: Spettro di ampiezza del segnale grezzo di accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto sano.

banda passante

$$[f_{\min}, f_{\max}] = [500, 10000] \text{ Hz} \quad (6.1)$$

secondo le indicazioni riportate in letteratura in [65] per la successiva estrazione dell'involuppo del segnale. In rosso è riportato l'involuppo del segnale, ottenuto mediante Trasformata di Hilbert, a seguito della applicazione di un filtro FIR generato a partire da un filtro “*brick-wall*” ideale tramite una finestra di Kaiser di ampiezza 200 Hz e parametro di forma $\beta = 8$.

L'estrazione dell'involuppo del segnale di vibrazione è un passo indispensabile per poter ottenere il suo spettro in frequenza, utile per il monitoraggio attraverso la tecnica della EA, visibile in Figura 6.4, in cui è stato preventivamente sottratto il valor medio del segnale, per eliminare l'ampiezza di oscillazione corrispondente a una frequenza nulla.

In Figura 6.4 si osserva come il picco di ampiezza maggiore ($513.97 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$) corrisponda alla frequenza di 52.04 Hz; tale valore non è esattamente pari alla BPFO = 51.81 Hz in quanto la risoluzione dello spettro in frequenza utilizzato è di 0.939 Hz; ciò significa che il picco si trova all'interno dell'intervallo di incertezza a cavallo

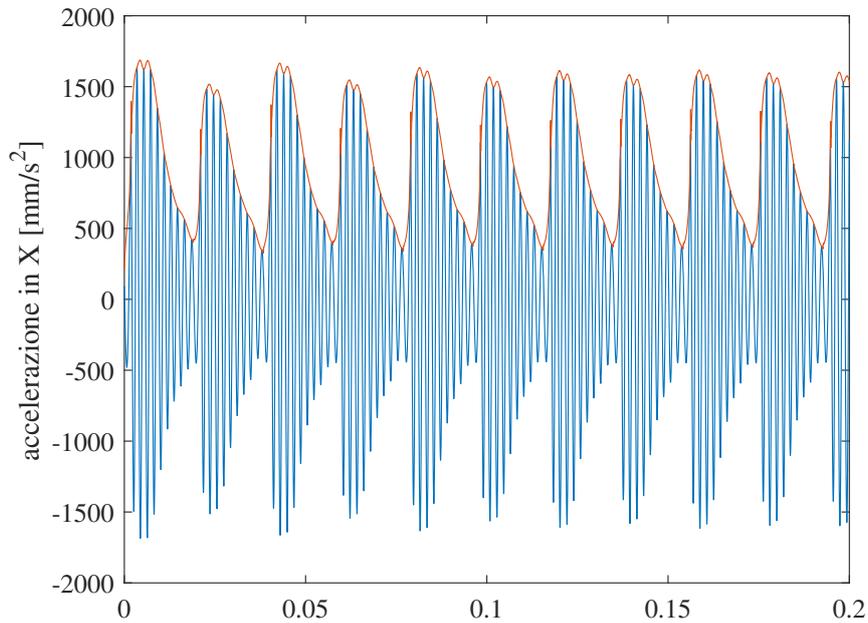


Figura 6.3: Accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto sano, filtrata mediante filtro passa-banda (blu) e relativo involuppo (rosso).

della BPFO. Successive alla frequenza fondamentale sono visibili le armoniche di ordine superiore, con ampiezza molto più contenuta (a partire da $136.38 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$ per la armonica a $2 \times BPFO$) e via via decrescenti.

Si nota che la frequenza di rotazione dell'albero, pari a $f_s = 20 \text{ Hz}$ non è presente nello spettro dell'involuppo in quanto il modello implementato e la corrispondente simulazione numerica non comprende la dinamica del rotore stesso; vengono invece eccitate la BPFO e le sue armoniche in quanto rappresentano, anche nel caso di un cuscinetto sano, la frequenza con cui i singoli corpi volventi entrano ed escono dalla zona di carico.

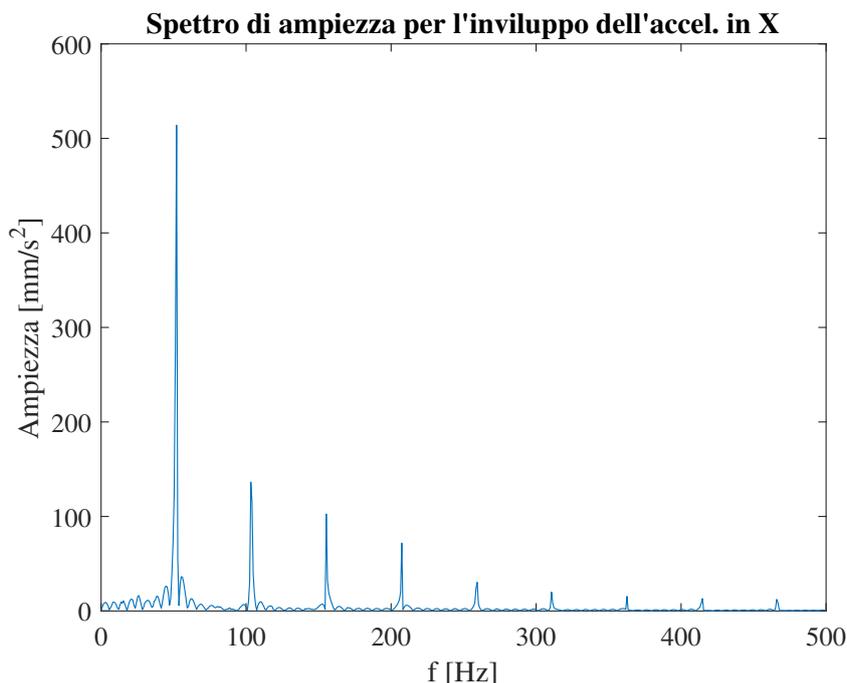


Figura 6.4: Spettro di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto sano.

6.1.2 Cuscinetto con un difetto localizzato sulla pista esterna

In Figura 6.5 è visibile il segnale di accelerazione nelle due direzioni di analisi nel caso di cuscinetto con difetto localizzato sulla pista esterna, di profondità massima $H = 0.1$ mm e posizionato a $\theta_{init} = 0^\circ$. Rispetto al caso di cuscinetto sano, si nota come l'accelerazione lungo Y risulti praticamente invariata, mentre quella in direzione X presenta un treno periodico di impulsi con periodo $1/\text{BPFO} = 0.0193$ s dati dalla interazione tra ciascun corpo volvente e il difetto durante la rotazione della gabbia. In questo caso, il valore di picco dell'accelerazione in direzione X , pari a $\text{PV} = 20771.31 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$, risulta circa 6 volte superiore al valore di $\text{RMS} = 3541.29 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$, a indicazione di una natura impulsiva del segnale nel dominio del tempo ad opera della presenza del difetto localizzato.

In Figura 6.6 è possibile vedere, rappresentato in blu, il segnale dell'accelerazione in X dopo essere stato filtrato mediante l'applicazione dello stesso filtro passa-banda utilizzato nel caso di cuscinetto sano (banda passante $[f_{\min}, f_{\max}] =$

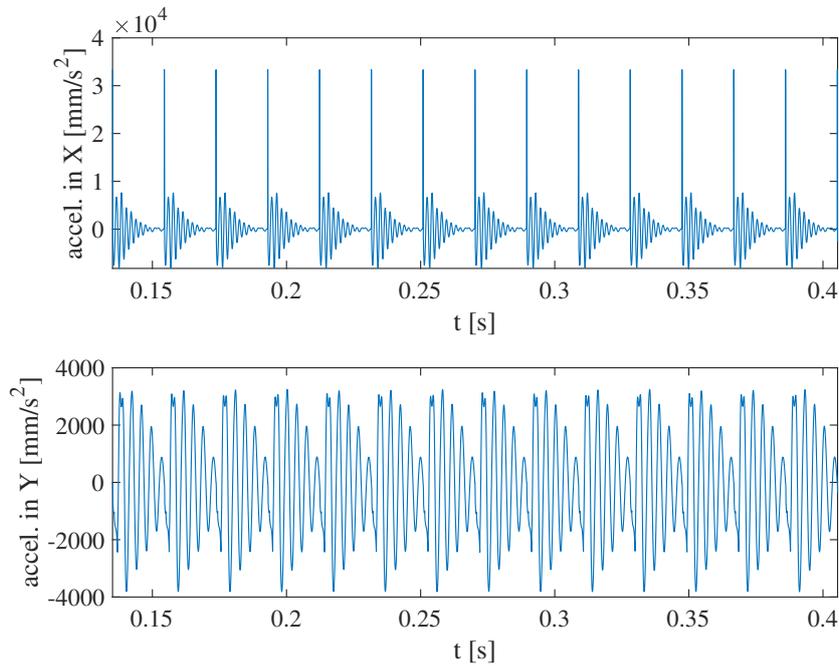


Figura 6.5: Accelerazioni in direzione X e Y dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista esterna.

[500,10000] Hz). In rosso è nuovamente riportato l'involuppo del segnale; si può notare come la demodulazione del segnale per l'estrazione dell'involuppo possa leggermente modificare i valori quantitativi dei picchi di vibrazione, a causa della natura numerica del calcolo.

In Figura 6.7 viene infine riportato lo spettro di ampiezza per l'involuppo del segnale di accelerazione in X , che presenta una frequenza fondamentale pari a $\text{BPFO} = 51.81 \text{ Hz}$ (tenendo nuovamente in conto della risoluzione in frequenza dello spettro, come già esposto nel caso di cuscinetto sano). Si può notare come tale frequenza presenti una ampiezza pari a $3080.87 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$, circa 6 volte superiore a quella del cuscinetto non difettato. Anche l'ampiezza delle armoniche successive risulta aumentata rispetto al caso del cuscinetto sano e il decadimento dell'ampiezza risulta ritardato, a indicazione di una maggiore natura impulsiva del segnale nel dominio del tempo.

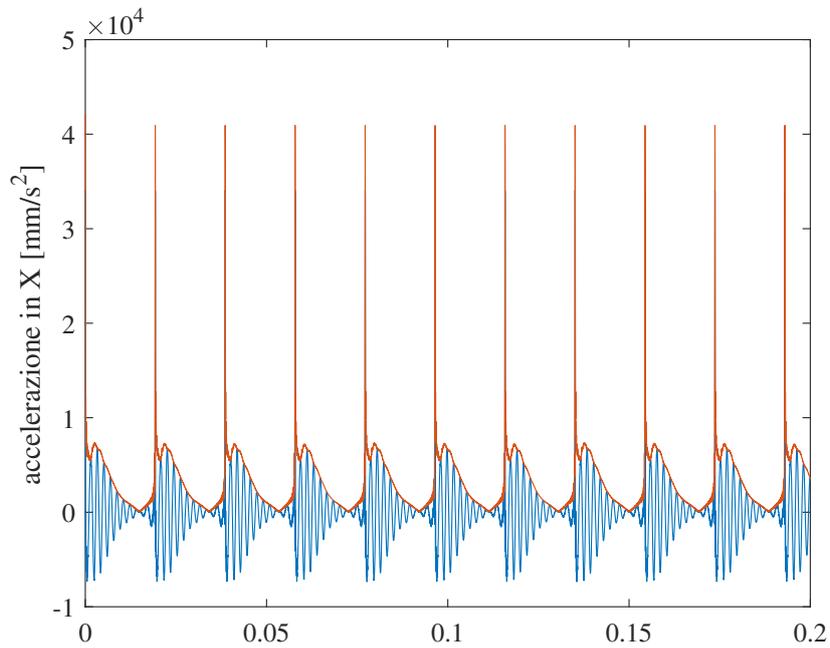


Figura 6.6: Accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista esterna, filtrata mediante filtro passa-banda (blu) e relativo inviluppo (rosso).

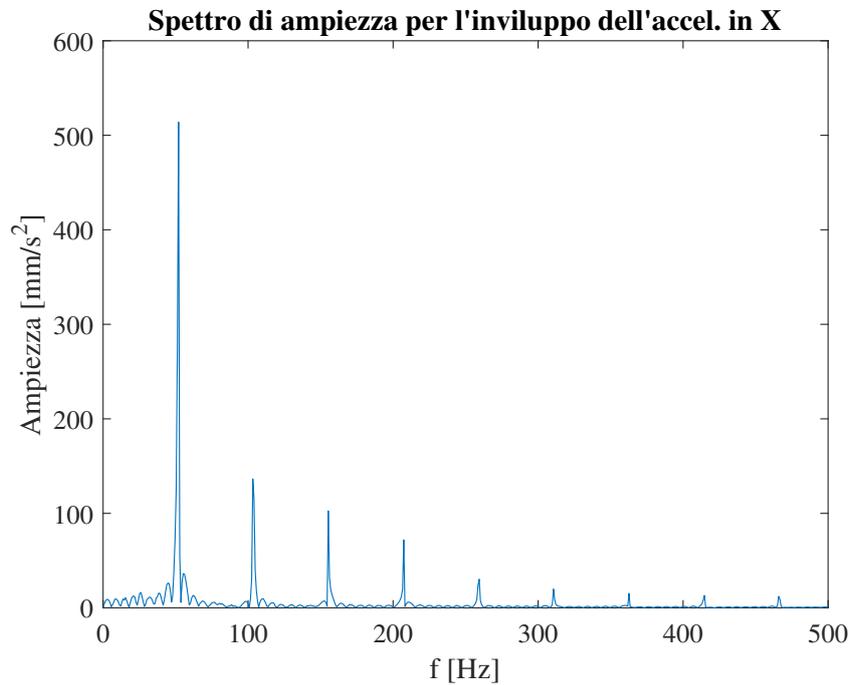


Figura 6.7: Spettro di ampiezza dell'inviluppo dell'accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista esterna.

6.1.3 Cuscinetto con un difetto localizzato sulla pista interna

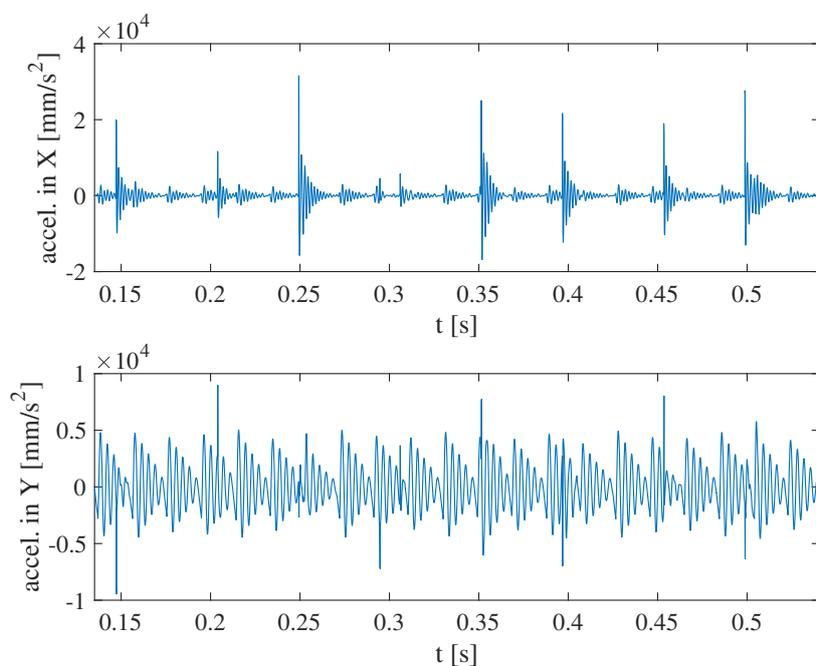


Figura 6.8: Accelerazioni in direzione X e Y dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista interna.

In Figura 6.8 è visibile il segnale di accelerazione nelle due direzioni di analisi nel caso di cuscinetto con difetto localizzato sulla pista interna, di profondità massima $H = 0.1$ mm, fattore di forma pari a $ff = 2$ e posizionato a un $\theta_{init} = 0^\circ$. Confrontando l'andamento con quello che si ottiene nel caso di un difetto localizzato sulla pista esterna, si può notare come l'ampiezza dei picchi di accelerazione in direzione X , che si ottengono a seguito della interazione tra difetto e corpi volventi, risulta modulata in ampiezza; questo accade in quanto la pista interna ruota solidalmente all'albero, e di conseguenza le interazioni difetto–corpi volventi avvengono in posizioni differenti rispetto alla zona di carico del cuscinetto. Si può anche osservare una maggiore impulsività del segnale di vibrazione in direzione del carico esterno, mentre in direzione Y è presente un livello medio di vibrazione superiore, ma in assenza di picchi impulsivi di accelerazione.

A seguito della valutazione dell'involuppo del segnale filtrato, svolta mediante il

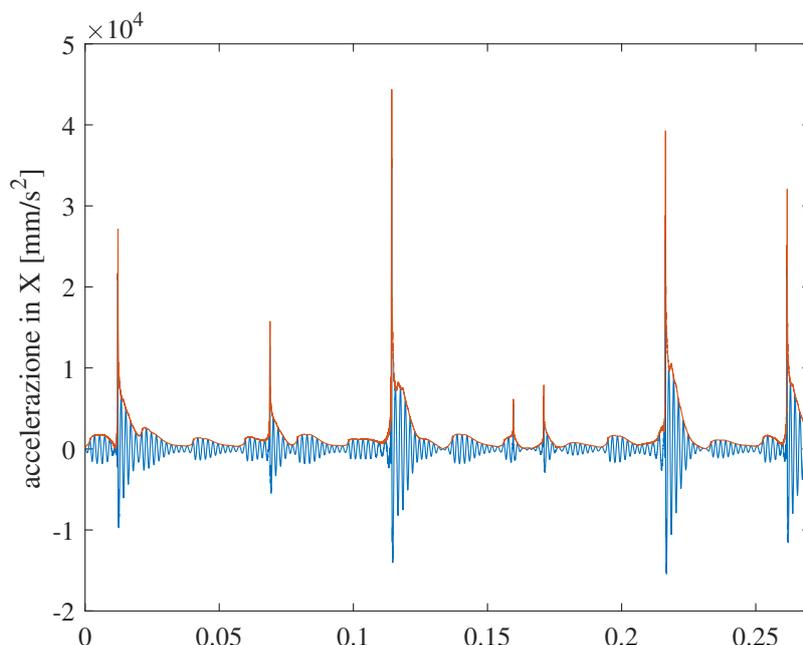


Figura 6.9: Accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista interna, filtrata mediante filtro passa-banda (blu) e relativo inviluppo (rosso).

medesimo procedimento già presentato per i casi precedenti e utilizzando la medesima finestra di banda passante (in quanto come visto da [65] dipende essenzialmente dalla velocità di rotazione dell'albero, che in queste analisi è stata mantenuta fissa) e visibile in Figura 6.9, è possibile valutare lo spettro dell'inviluppo dell'accelerazione in direzione verticale X in Figura 6.10.

A differenza del caso con un difetto localizzato sulla pista esterna, fissa, in questo caso lo spettro in frequenza dell'inviluppo del segnale di accelerazione presenta un numero considerevolmente più elevato di frequenze eccitate. Il picco principale, di ampiezza $1212.94 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$ si posiziona a una frequenza pari a $f_s = 20 \text{ Hz}$, ovvero la frequenza di rotazione dell'albero (e dunque dell'anello interno del cuscinetto); è presente anche la sua prima superarmonica alla frequenza di 40 Hz che risulta essere il secondo contributo più importante. È possibile distinguere facilmente l'ampiezza associata alla frequenza caratteristica BPF1 = 88.19 Hz con un valore di $561.22 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$ e si riconosce anche la presenza delle bande laterali dovute alla modulazione del segnale portante alla frequenza di rotazione dell'albero f_s , dovuta alla rotazione

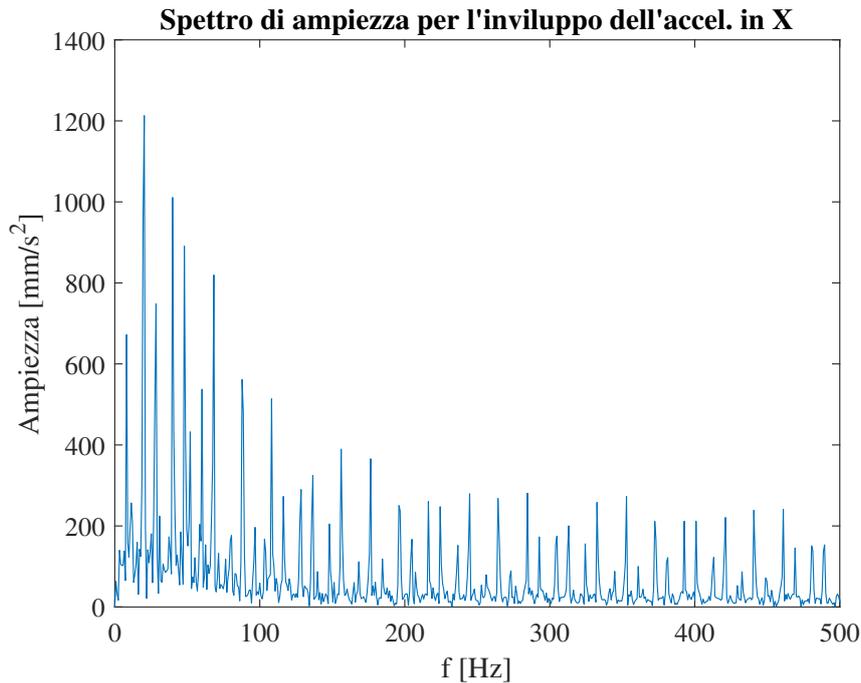


Figura 6.10: Spettro di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su pista interna.

dell'anello interno (e dunque del difetto localizzato) nel tempo: si possono evidenziare i picchi per le frequenze $\text{BPFI} + f_s = 108.19 \text{ Hz}$, $\text{BPFI} - f_s = 68.19 \text{ Hz}$, $\text{BPFI} - 2f_s = 48.19 \text{ Hz}$ (terzo picco per ampiezza nello spettro, con valore pari a $890.45 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$).

6.1.4 Cuscinetto con difetto localizzato su un corpo volvente

In Figura 6.11 è visibile il segnale di accelerazione nelle due direzioni di analisi nel caso di cuscinetto con difetto localizzato su uno dei corpi volventi, di profondità massima $H = 0.05 \text{ mm}$, fattore di forma unitario e posizionato sul corpo volvente con indice $i = 0$. Si può notare che anche in questo caso l'ampiezza dei picchi di accelerazione in direzione del carico esterno (X) risulta modulata, in quanto l'interazione tra difetto sul corpo volvente e ciascuna delle due piste avviene in posizioni angolari differenti a causa della precessione delle sfere attorno all'asse

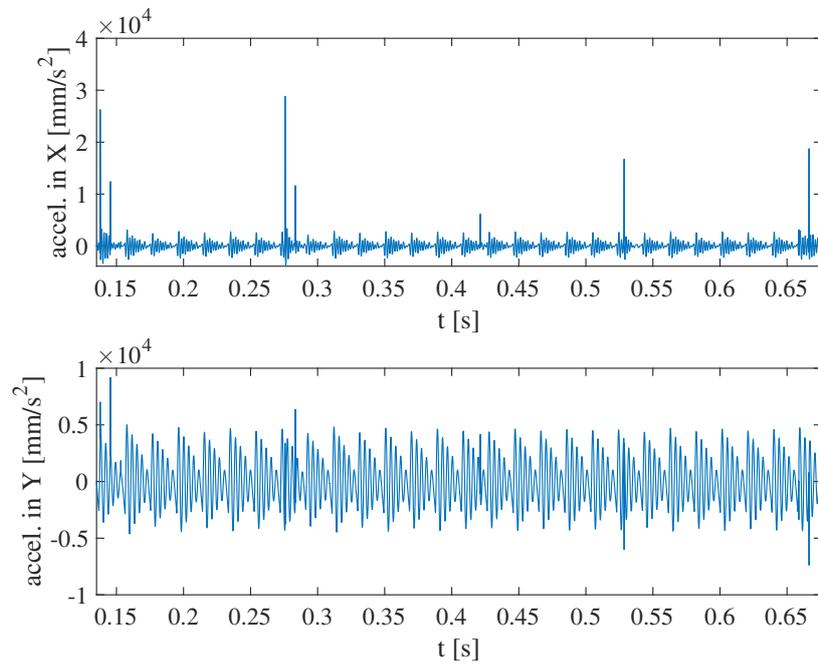


Figura 6.11: Accelerazioni in direzione X e Y dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su un corpo volvente (sfera).

di rotazione dell'albero. Nuovamente i picchi in direzione del carico risultano di ampiezza maggiore rispetto a quelli in direzione perpendicolare.

In Figura 6.12 è possibile vedere, rappresentato in blu, il segnale dell'accelerazione in X dopo essere stato filtrato mediante l'applicazione dello stesso filtro passa-banda utilizzato nel caso di cuscinetto sano (banda passante $[f_{\min}, f_{\max}] = [500, 10000]$ Hz). In rosso è nuovamente riportato l'involuppo del segnale; si può notare come la demodulazione del segnale per l'estrazione dell'involuppo possa leggermente modificare i valori quantitativi dei picchi di vibrazione, a causa della natura numerica del calcolo.

In Figura 6.13 viene riportato lo spettro in frequenza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X in cui è possibile notare il picco alla frequenza BPFO che corrisponde al passaggio dei corpi volventi all'interno della zona di carico (che provoca una variazione di rigidità del cuscinetto) ma soprattutto si possono identificare le armoniche a frequenza pari a $2n \times \text{BSF}$ (con $n = 1, 2, \dots$) che corrispondono alle frequenze eccitate nel caso di un difetto localizzato sul corpo volvente, come già indicato nel Paragrafo 3.3.4.

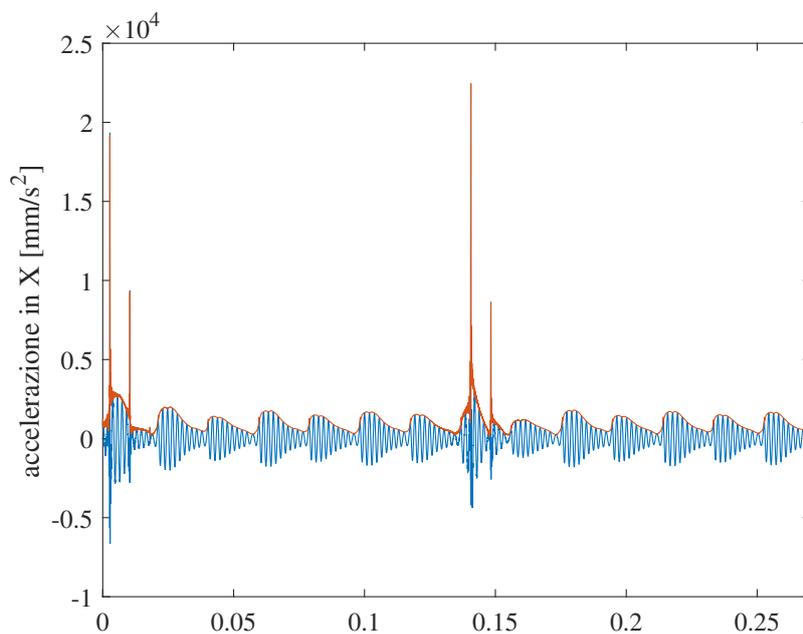


Figura 6.12: Accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su un corpo volvente (sfera), filtrata mediante filtro passa-banda (blu) e relativo inviluppo (rosso).

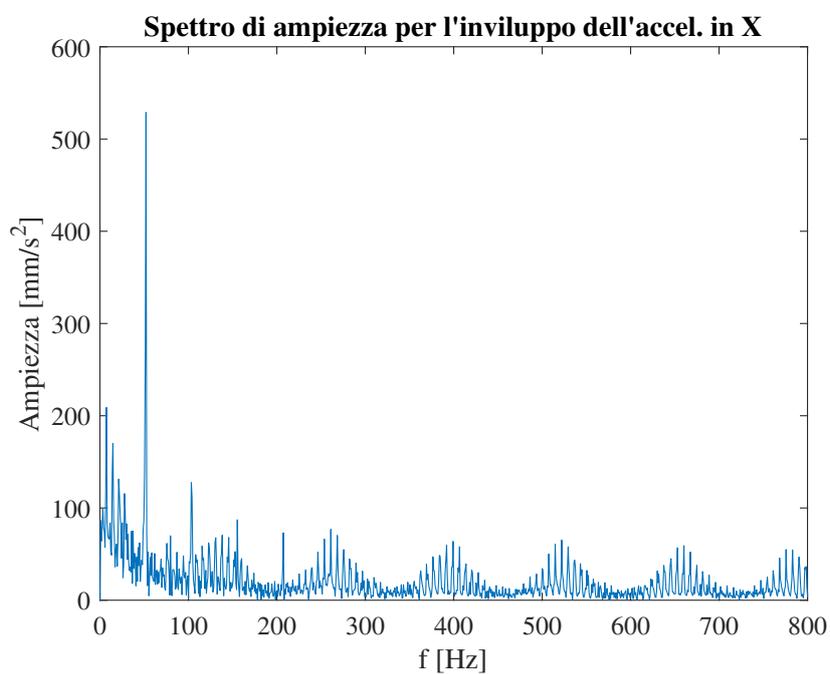


Figura 6.13: Spettro di ampiezza dell'inviluppo dell'accelerazione in direzione X dell'anello interno del cuscinetto con danno localizzato su un corpo volvente (sfera).

6.2 Analisi di sensitività ai parametri

Nella presente Sezione è stato valutato l'effetto della dimensione del difetto, della posizione angolare del difetto e della numerosità dei difetti sulle caratteristiche del segnale di vibrazione nel dominio del tempo e della frequenza.

Per ciascuno di questi parametri sono stati scelti valori rappresentativi in grado di evidenziare, nell'andamento delle caratteristiche, variazioni utili per differenziare tra loro i diversi casi studiati.

Per ciascuno di questi valori rappresentativi è stata svolta la simulazione numerica del modello implementato in MATLAB e sono stati calcolati sia i valori degli indici statistici nel dominio del tempo del segnale discreto di vibrazione sia i valori di ampiezza delle armoniche alle frequenze caratterizzanti la tipologia di difetto nello spettro del segnale. I valori calcolati sono nel seguito riassunti in forma tabellare e anche riportati in forma grafica per poter ricavare informazioni evidenziate dal loro andamento. Nelle Tabelle per gli indici scalari non sono stati riportati il valore di intervallo (Range) del segnale e di deviazione standard SD, in quanto praticamente corrispondenti rispettivamente al doppio del valore di picco e al valore RMS del segnale analizzato, per quanto già evidenziato all'interno del Capitolo 3.

6.2.1 Effetto della dimensione del difetto

Danno localizzato su pista esterna

Nel caso di pista esterna con presenza di un difetto localizzato, l'analisi è stata svolta considerando un singolo difetto posizionato a $\theta_{init} = 0^\circ$ con un fattore di forma unitario $ff = 1$ e dimensione massima H variabile tra 0 mm e 0.3 mm, considerando i 5 valori riportati in Tabella 6.1. Il caso con $H = 0$ mm corrisponde al caso di cuscinetto sano.

Dai dati di Tabella 6.1 si nota che un aumento della dimensione del difetto comporta un aumento del valore RMS del segnale di vibrazione, che corrisponde a un aumento di energia media del segnale, come visibile in Figura 6.14. Questo aumento di energia media è associato alla maggiore influenza che il difetto localizzato ha, all'aumentare della dimensione, nei confronti della dinamica vibrazionale dell'intero cuscinetto.

Tabella 6.1: Indicatori scalari dall'analisi nel dominio del tempo al variare della dimensione del difetto localizzato sulla pista esterna.

H [mm] difetto	0.00	0.05	0.10	0.20	0.30
RMS $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	858.96	2267.28	3541.29	6235.31	8456.38
Skewness Sk	0.23	6.21	3.11	0.86	0.19
Curtosi KV	3.64	93.69	32.66	8.92	5.65
Peak Value $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	2521.24	19188.32	20771.31	26837.32	31441.87
Crest Factor Crf	2.94	8.46	5.87	4.30	3.72
Clearance Factor Clf	4.77	23.33	15.50	9.40	7.40
Impact Factor Imf	3.88	15.99	10.41	6.75	5.54
Shape Factor Shf	1.32	1.89	1.77	1.57	1.49

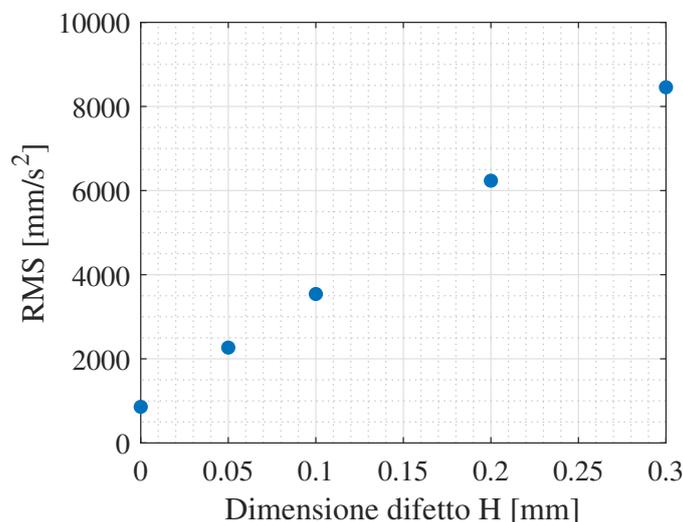


Figura 6.14: Andamento di RMS in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna a $\theta_{init} = 0^\circ$.

La seconda caratteristica del segnale presa in esame è il valore di picco (PV) visibile in Figura 6.15, che aumenta anch'esso all'aumentare della dimensione del difetto localizzato. Questo progressivo aumento di PV con la dimensione del difetto corrisponde alla maggiore reazione che la pista esterna esprime sul corpo volvente quando questo torna a prendere contatto con la pista stessa, durante l'attraversamento della zona del difetto.

Nel passaggio da cuscinetto sano a cuscinetto con difetto da $H = 0.05$ mm

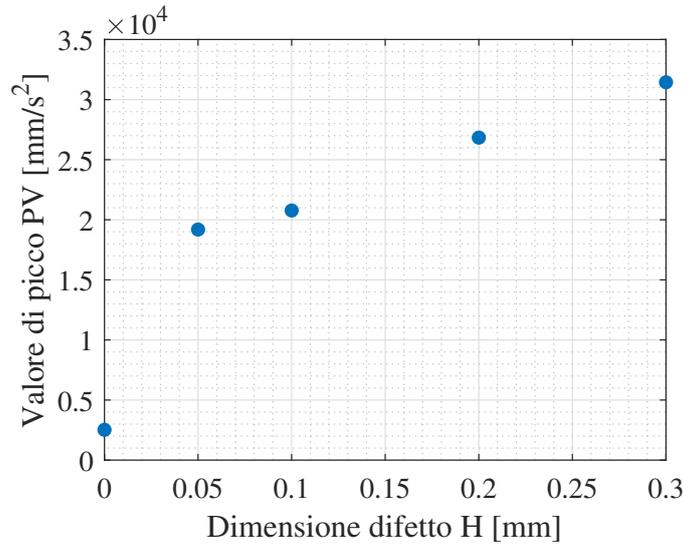


Figura 6.15: Andamento del valore di picco PV in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna a $\theta_{init} = 0^\circ$.

si nota un repentino aumento del valore di curtosi KV (Figura 6.16) indicativo dell'aumento di impulsività del segnale, dovuto all'interazione tra i singoli corpi volventi e il difetto localizzato sulla pista esterna; all'aumentare della dimensione del difetto, il valore di KV diminuisce progressivamente in quanto il livello medio di vibrazione aumenta, causando un riavvicinamento della distribuzione a quella di un cuscinetto non danneggiato (ma a valore medio più elevato).

Per apprezzare l'effetto della presenza del difetto e l'effetto del suo aumento di dimensione, le tre caratteristiche devono essere contemporaneamente osservate. Infatti se prese singolarmente, le informazioni ricavabili da ciascuna caratteristica non risultano sufficienti a classificare i vari casi analizzati. Ad esempio, un contenuto valore di curtosi si può osservare sia per un cuscinetto sano sia nel caso di un cuscinetto con difetto di grandi dimensioni; il PV e RMS discriminano invece queste due situazioni. Osservare, durante due fasi di raccolta dei segnali di vibrazione per attività di monitoraggio, un improvviso aumento della curtosi può dare invece indicazione dell'insorgenza del danno localizzato.

Eseguendo l'analisi dell'involuppo del segnale di vibrazione è possibile ottenere gli spettri in frequenza del segnale demodulato. Il picco fondamentale si colloca per qualunque dimensione del difetto a una frequenza pari a BPFO e con valori

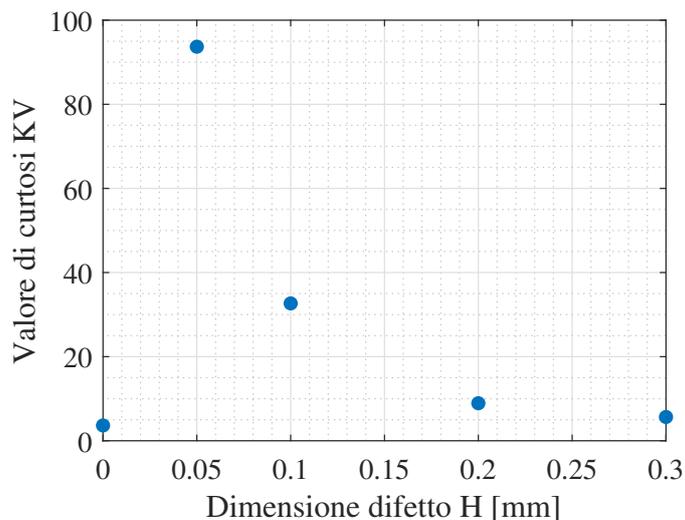


Figura 6.16: Andamento del valore di curtosi KV in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna a $\theta_{init} = 0^\circ$.

di ampiezza riportati in Tabella 6.2. In particolare, un aumento della dimensione del difetto provoca un aumento di ampiezza della componente del segnale associata alla frequenza BPFO e anche dei suoi multipli, ma non comporta una significativa variazione del rapporto tra la frequenza principale e le sue superarmoniche nei vari spettri; questa osservazione è basata sul confronto tra gli spettri riportati in Figura 6.17, che corrispondono ai casi di cuscinetto con difetto localizzato sulla pista esterna con dimensione via via crescente, e quello di Figura 6.4, relativo al cuscinetto con pista esterna sana.

Tabella 6.2: Ampiezza dei picchi dello spettro in frequenza associati alla frequenza caratteristica BPFO e alla sua prima armonica al variare della dimensione del difetto localizzato sulla pista esterna.

Altezza massima difetto H [mm]	0	0.05	0.10	0.20	0.30
Ampiezza BPFO = 51.81 Hz $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	513.97	1781.1	3080.87	5420.97	7158.25
Ampiezza $2 \times \text{BPFO}$ $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	136.39	416.7	867.57	1818.68	2677.25

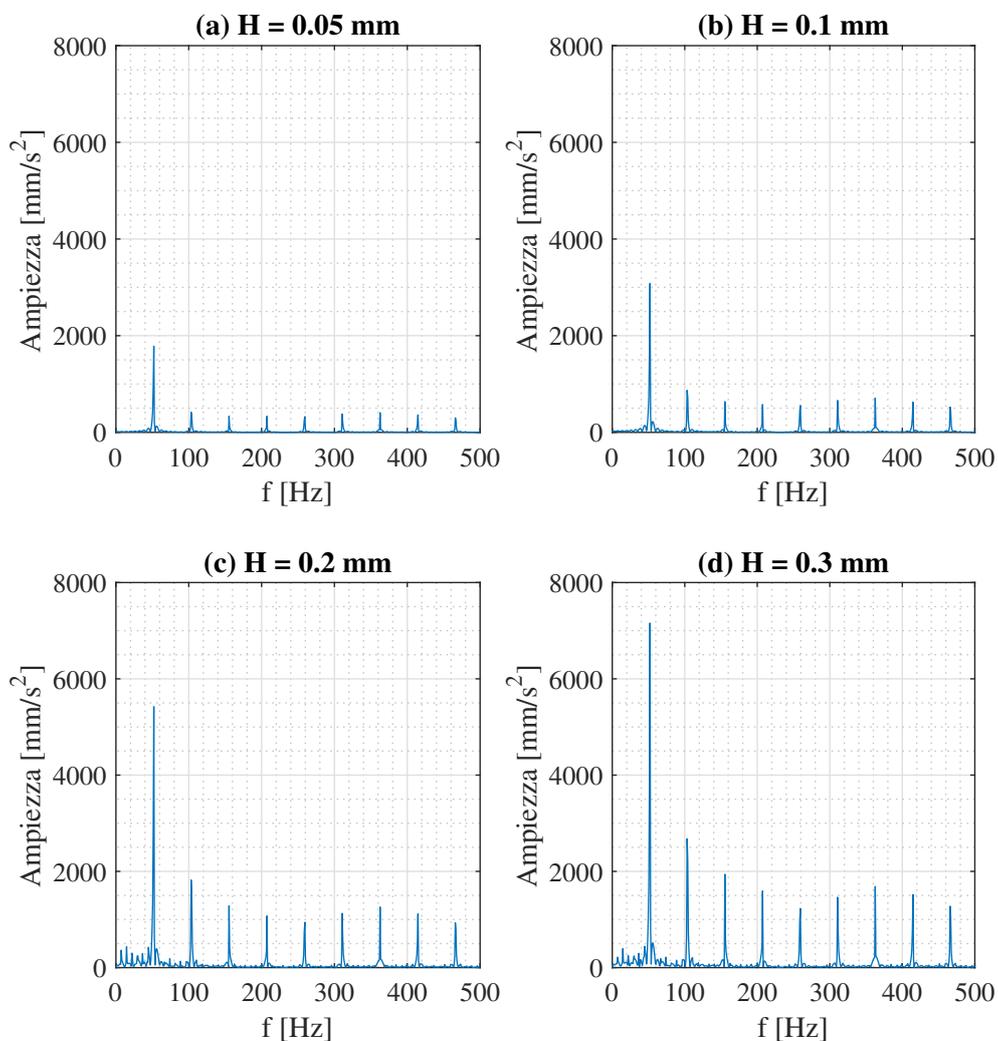


Figura 6.17: Spettro di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X per cuscinetto con danno localizzato su pista esterna di altezza massima: (a) $H = 0.05$ mm, (b) $H = 0.1$ mm, (c) $H = 0.2$ mm, (d) $H = 0.3$ mm.

Danno localizzato su pista interna

Nel caso di pista interna con presenza di un difetto localizzato, l'analisi è stata svolta considerando un singolo difetto posizionato a $\theta_{init} = 0^\circ$ con un fattore di forma $ff = 2$ e dimensione massima H variabile tra 0 mm e 0.3 mm, considerando i 5 valori riportati in Tabella 6.3. Il caso con $H = 0$ mm corrisponde al caso di cuscinetto sano.

Tabella 6.3: Indicatori scalari dall'analisi nel dominio del tempo al variare della dimensione del difetto localizzato sulla pista interna.

H [mm]	0.00	0.05	0.10	0.20	0.30
RMS $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	858.96	1415.80	2264.38	4240.52	6490.81
Skewness Sk	0.23	5.83	2.11	-0.79	-2.13
Curtosi KV	3.64	123.33	45.64	24.65	29.71
Peak Value $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	2521.24	20975.55	25091.85	36935.11	54914.72
Crest Factor Crf	2.94	14.82	11.08	8.71	8.46
Clearance Factor Clf	4.77	36.41	34.61	36.12	39.77
Impact Factor Imf	3.88	26.84	22.90	20.39	20.78
Shape Factor Shf	1.32	1.81	2.07	2.34	2.46

Dai dati di Tabella 6.3 si nota che un aumento della dimensione del difetto comporta un aumento del valore RMS del segnale di vibrazione, che corrisponde a un aumento di energia media del segnale, come visibile in Figura 6.18. Questo aumento di energia media è nuovamente associato alla maggiore influenza che il difetto localizzato ha, all'aumentare della dimensione, nei confronti della dinamica vibrazionale dell'intero cuscinetto. A parità di dimensione del difetto localizzato, confrontando questi risultati con quelli ottenuti per un difetto localizzato sulla pista esterna (Figura 6.14), si nota una crescita inferiore del RMS del segnale nel caso di difetto localizzato sulla pista interna.

La seconda caratteristica del segnale presa in esame è il valore di picco (PV) visibile in Figura 6.19 che aumenta anch'esso all'aumentare della dimensione del difetto localizzato. Questo progressivo aumento di PV con la dimensione del difetto corrisponde alla maggiore reazione che la pista interna esprime sul corpo volvente quando questo torna a prendere contatto con la pista stessa, durante l'attraversamento della zona del difetto. A pari dimensione del difetto localizzato, il valore

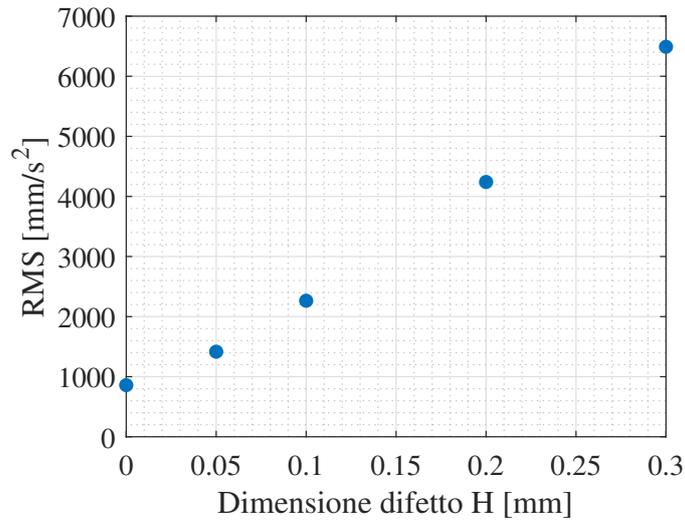


Figura 6.18: Andamento di RMS in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna (con $\theta_{init} = 0^\circ$).

di picco nel caso di difetto sulla pista interna risulta superiore al PV nel caso di difetto su pista esterna (Figura 6.15), a indicazione di una maggiore ampiezza dei picchi di accelerazione del segnale di vibrazione ottenuto.

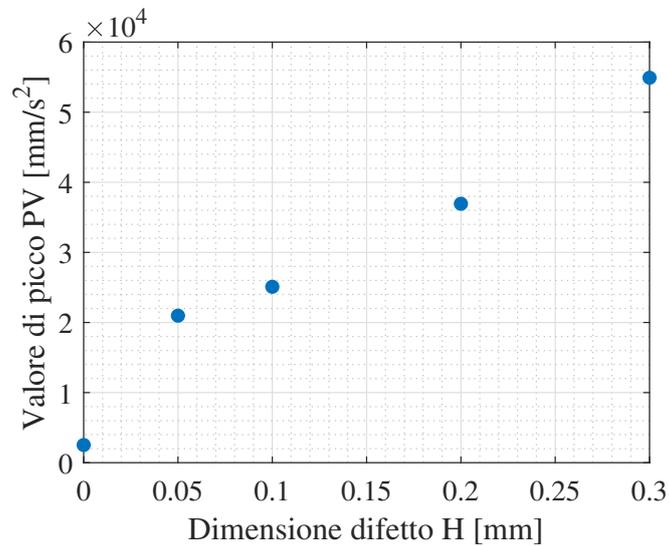


Figura 6.19: Andamento del valore di picco PV in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna (con $\theta_{init} = 0^\circ$).

Osservando l'andamento del parametro di asimmetria, Sk , del segnale di vibrazione nel tempo riportato in Figura 6.20 si nota un repentino aumento nel passaggio tra cuscinetto non difettato e con difetto localizzato con $H = 0.05$ mm su pista interna, che indica la nascita di picchi di accelerazione dovuti all'interazione tra corpi volventi e difetto durante la rotazione del sistema; all'aumentare della dimensione del difetto localizzato, il valore di Sk diminuisce fino a diventare negativo: questo indica che i valori di accelerazione tendono a posizionarsi a valori inferiori al valore medio. Tale fenomeno può essere spiegato confrontando gli andamenti temporali dell'accelerazione in direzione X nei casi di difetto su pista esterna e interna. Nel caso di difetto su pista esterna, fisso durante la rotazione del sistema cuscinetto, i picchi di accelerazione che nascono nel momento in cui il corpo volvente entra nella zona del difetto hanno valore positivo (accelerazione conforme alla direzione dell'asse X). Nel caso di difetto su pista esterna, invece, il segnale di vibrazione che si ottiene risulta molto più complicato in quanto l'interazione tra corpo volvente e difetto avviene in posizioni angolari variabili durante la rotazione; questo comporta dei picchi nel segnale di accelerazione in entrambe le direzioni, e per i due valori più elevati di H analizzati comportano un valore di Sk negativo.

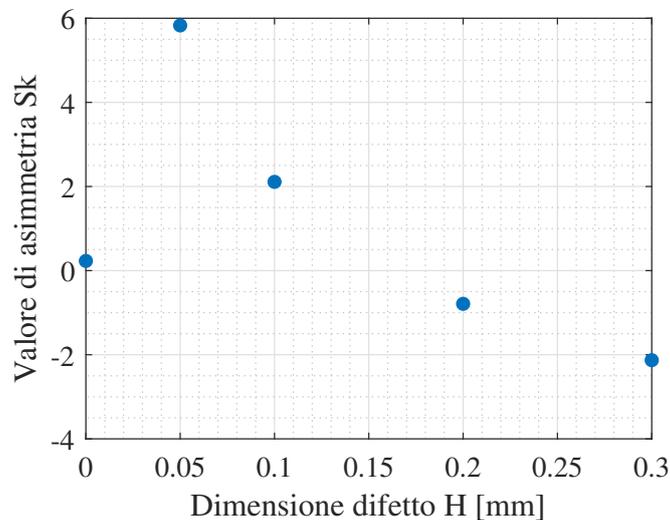


Figura 6.20: Andamento del valore di *Skewness* Sk in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna (con $\theta_{init} = 0^\circ$).

Nel passaggio da cuscinetto sano a cuscinetto con difetto da $H = 0.05$ mm,

si nota un repentino aumento del valore di curtosi KV (Figura 6.21), indicativo dell'aumento di impulsività del segnale, dovuto all'interazione tra i singoli corpi volventi e il difetto localizzato sulla pista interna; all'aumentare della dimensione del difetto, il valore di KV tende a diminuire, che indica una diminuzione della impulsività del segnale (che tende verso una distribuzione statistica più vicina a quella gaussiana), e si assesta intorno a un valore di $KV \approx 25$ per difetti localizzati con dimensione di $0.2 \div 0.3$ mm; tale valore, molto superiore a quello ottenuto per un difetto su pista esterna di medesima dimensione, indica che in questo caso il segnale di vibrazione ottenuto risulta estremamente impulsivo, anche in presenza di difetti di dimensioni elevate posizionati sulla pista interna.

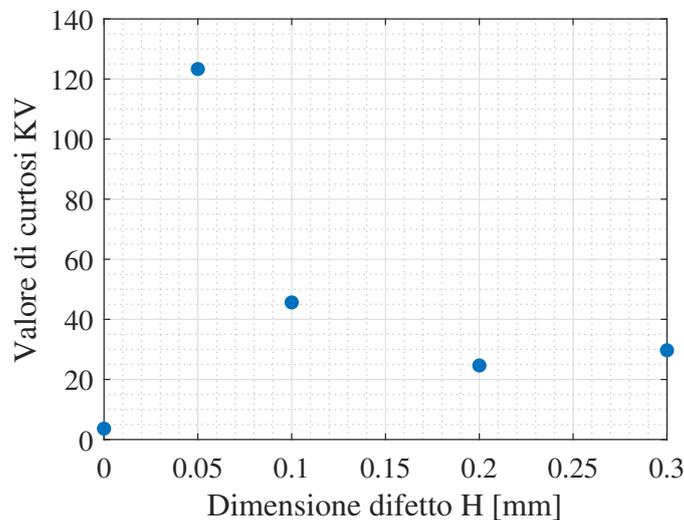


Figura 6.21: Andamento del valore di curtosi KV in funzione della dimensione del difetto H , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna (con $\theta_{init} = 0^\circ$).

Eseguendo l'analisi dell'involuppo del segnale di vibrazione è possibile ottenere gli spettri in frequenza del segnale demodolato. Come già osservato nella presentazione dei risultati qualitativi svolta nella parte iniziale del Capitolo, nel caso di difetto localizzato sulla pista interna lo spettro dell'involuppo risulta di più complicata analisi, a causa della presenza di un numero molto superiore di armoniche nel segnale. In Figura 6.22 vengono riportati gli spettri dell'involuppo nei casi di pista interna difettata con altezza massima H via via crescente; in rosso sono state evidenziate le ampiezze associate alla frequenza di rotazione dell'albero, $f_s = 20$ Hz,

che risulta in tutti i casi il picco fondamentale dello spettro, alla frequenza caratteristica BPF1 e le sue bande laterali $BPF1 - f_s$, $BPF1 + f_s$. I valori delle ampiezze associate a queste quattro frequenze vengono riportati in Tabella 6.2. In particolare, si nota come un aumento della dimensione del difetto localizzato comporti un aumento di tutte le ampiezze considerate, assieme a una variazione di scala dei rispettivi spettri (che mantengono cioè un andamento qualitativo simile tra loro, con un fattore di scala tra le ampiezze di vibrazione).

Si nota inoltre come cambi completamente il contenuto armonico dell'involuppo dell'accelerazione nel passaggio tra un cuscinetto sano (Figura 6.4) e un cuscinetto con difetto localizzato su pista interna (Figura 6.22), a indicazione di una dinamica vibrazionale differente, dovuta alla posizione angolare variabile della sorgente primaria di vibrazione, ovvero del difetto localizzato.

Tabella 6.4: Ampiezza dei picchi dello spettro in frequenza associati alla frequenze caratteristiche per un difetto localizzato sulla pista interna al variare della dimensione del difetto.

Altezza massima difetto H [mm]	0	0.05	0.10	0.20	0.30
Ampiezza $f_s = 20$ Hz $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	12.10	514.32	1212.94	2838.02	4612.77
Ampiezza $BPF1 - f_s = 68.19$ Hz $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	7.14	387.53	819.39	1778.00	2619.02
Ampiezza $BPF1 = 88.19$ Hz $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	2.16	280.60	561.22	1120.02	1697.80
Ampiezza $BPF1 + f_s = 108.19$ Hz $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	5.78	251.28	513.71	988.29	1424.54

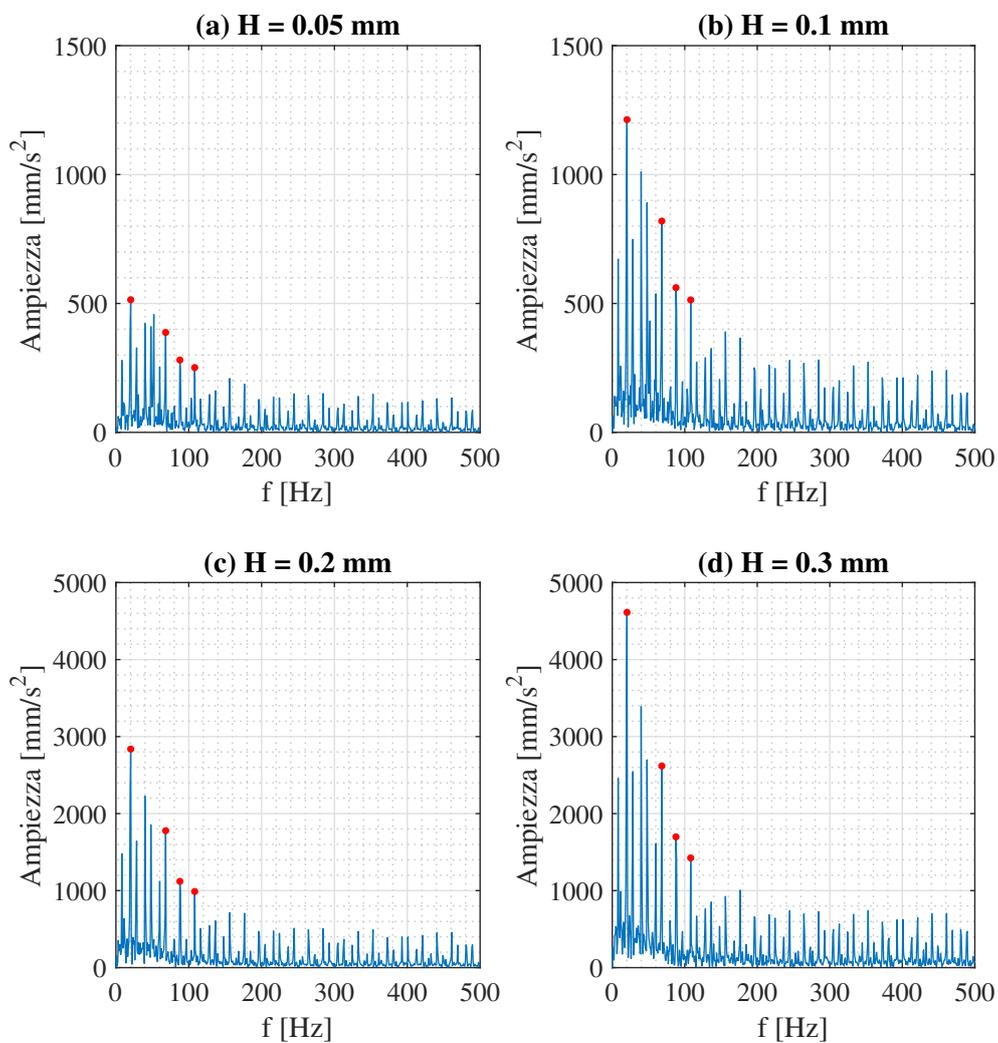


Figura 6.22: Spettro di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X per cuscinetto con danno localizzato su pista interna di altezza massima: (a) $H = 0.05$ mm, (b) $H = 0.1$ mm, (c) $H = 0.2$ mm, (d) $H = 0.3$ mm.

6.2.2 Effetto della posizione angolare del difetto

Danno localizzato su pista esterna

L'analisi è stata svolta considerando un singolo difetto con fattore di forma unitario $ff = 1$ e dimensione massima $H = 0.1$ mm, localizzato a una posizione angolare (fissa nel tempo) variabile tra $\theta_{init} = 0^\circ$ e $\theta_{init} = 60^\circ$, considerando i 4 valori riportati in Tabella 6.5.

Tabella 6.5: Indicatori scalari dall'analisi nel dominio del tempo al variare della posizione angolare del difetto localizzato sulla pista esterna.

Posizione angolare θ_{init} [deg]	0	30	45	60
RMS $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	3541.29	1418.53	883.47	858.96
Skewness Sk	3.11	1.87	0.66	0.23
Curtosi KV	32.66	17.95	5.28	3.64
Peak Value $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	20771.31	7677.65	3340.08	2521.24
Crest Factor Crf	5.87	5.41	3.78	2.94
Clearance Factor Clf	15.50	9.19	5.54	4.77
Impact Factor Imf	10.41	7.60	4.78	3.88
Shape Factor Shf	1.77	1.40	1.26	1.32

Dai dati di Tabella 6.5, che riporta le caratteristiche a seguito della analisi nel dominio del tempo del sistema, si nota come un aumento dell'angolo θ_{init} comporta una diminuzione dei valori di RMS, del valore di picco PV del segnale e del valore di curtosi KV, come visibile in Figura 6.23, 6.24 e 6.25 rispettivamente. Tali andamenti sono dovuti a un progressivo allontanamento della zona interessata dal difetto dalla zona di carico del cuscinetto (che in tutti i casi è soggetto al medesimo carico esterno costante W applicato in direzione verticale X): all'aumentare della posizione angolare del difetto, l'interazione tra i corpi volventi e il difetto localizzato diventa via via meno probabile e con un carico radiale, agente sul corpo che entra/ esce dal difetto, decrescente. Si può anche notare come nel caso di $\theta_{init} = 60^\circ$ i parametri statistici del segnale di vibrazione risultino praticamente identici a quelli per un cuscinetto non danneggiato, dovuto a un andamento temporale della accelerazione praticamente identico.

Eseguendo l'analisi dell'involuppo del segnale di vibrazione è possibile ottenere gli spettri in frequenza del segnale demodulato. In tutti i casi sono presenti picchi

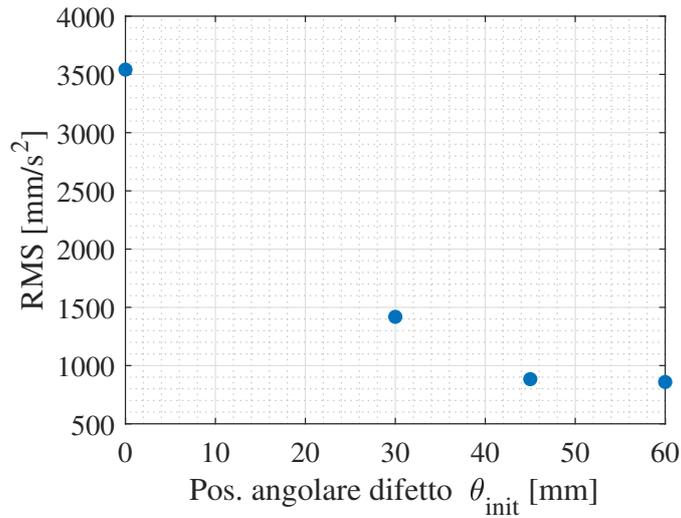


Figura 6.23: Andamento di RMS in funzione della posizione angolare del difetto θ_{init} , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna di altezza massima $H = 0.1$ mm.

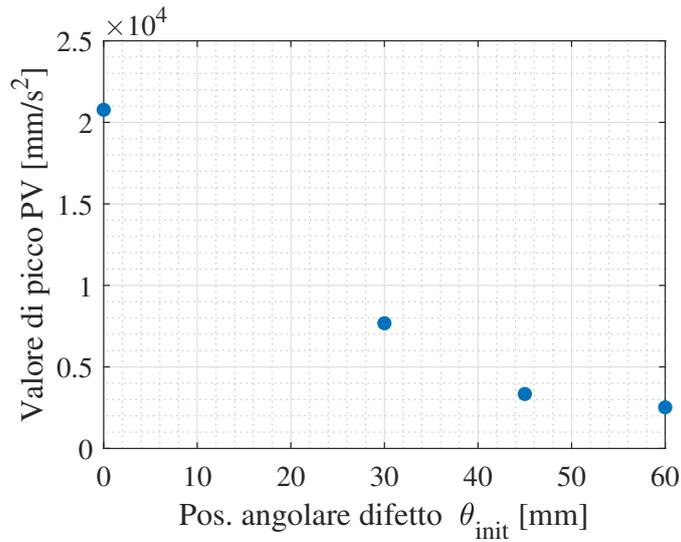


Figura 6.24: Andamento del valore di picco PV in funzione della posizione angolare del difetto θ_{init} , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna di altezza massima $H = 0.1$ mm.

di ampiezza per la frequenza BPFO e le sue armoniche successive, come visibile in Figura 6.26. In Tabella 6.6 vengono riportati i valori di ampiezza associati alle componenti in frequenza BPFO e $2 \times \text{BPFO}$: il rapporto tra la armonica superiore e

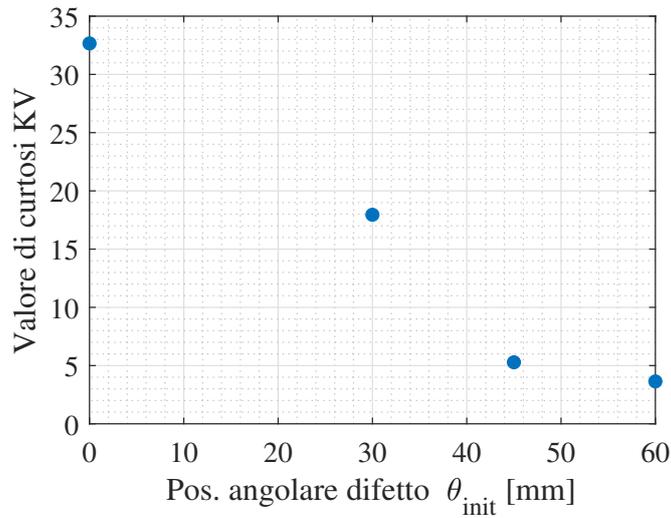


Figura 6.25: Andamento del valore di curtosi KV in funzione della posizione angolare del difetto θ_{init} , per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista esterna di altezza massima $H = 0.1$ mm.

la fondamentale tende ad aumentare fino a quando θ_{init} risulta pari a 45° , caso in cui il picco principale si sposta a una frequenza superiore e pari a $3 \times \text{BPFO} = 155.43$ Hz con una ampiezza di $198.58 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$ (come visibile anche in Figura 6.26).

Tabella 6.6: Ampiezza dei picchi dello spettro in frequenza associati alla frequenza caratteristica BPFO e alla sua prima armonica al variare della posizione angolare del difetto localizzato sulla pista esterna.

Posizione angolare difetto [deg]	0	30	45	60
Ampiezza a BPFO = 51.81 Hz $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	3080.87	902.97	162.41	513.98
Ampiezza a $2 \times \text{BPFO}$ $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	867.57	415.96	153.57	136.29

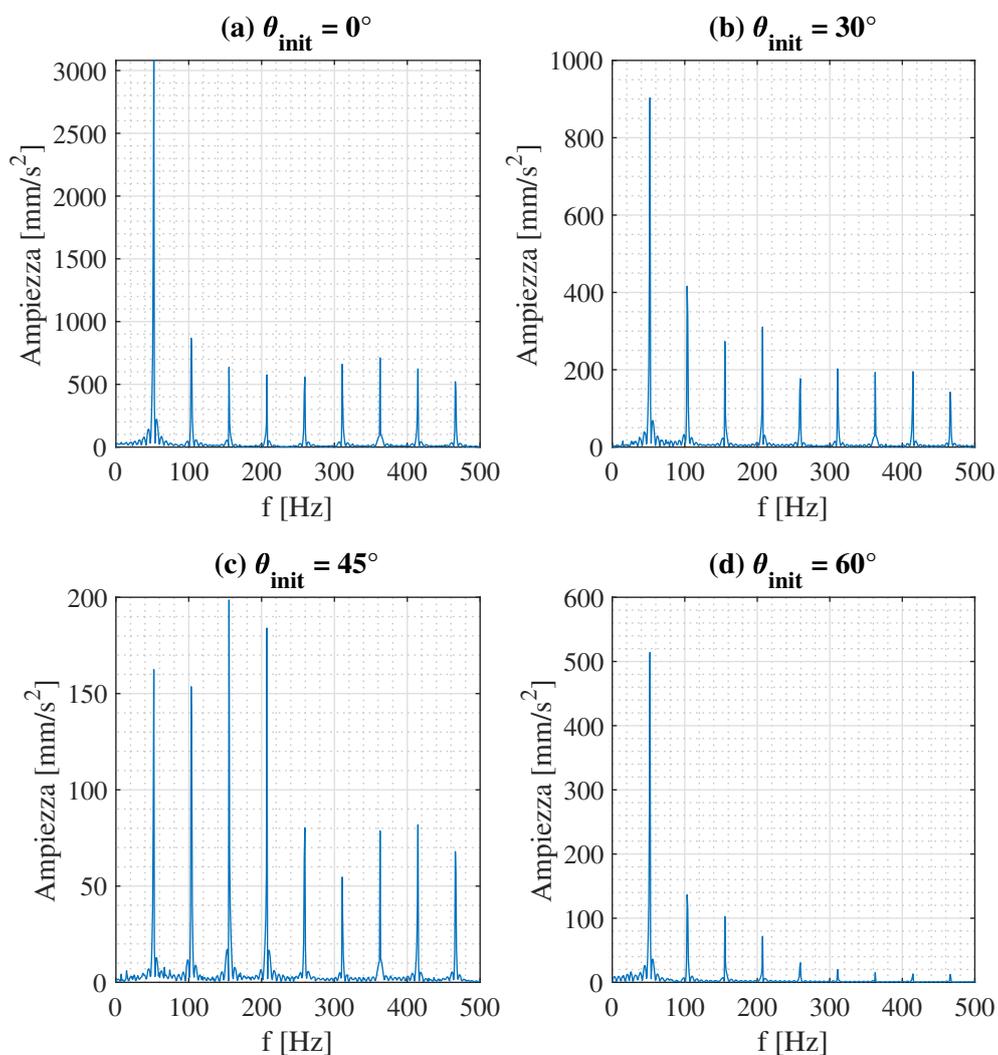


Figura 6.26: Spettro di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X per cuscinetto con danno localizzato su pista esterna con posizione angolare: (a) $\theta_{init} = 0^\circ$, (b) $\theta_{init} = 30^\circ$, (c) $\theta_{init} = 45^\circ$, (d) $\theta_{init} = 60^\circ$.

Danno localizzato su pista interna

Nel caso di un difetto localizzato sull'anello interno del cuscinetto, l'analisi è stata svolta considerando un singolo difetto con un fattore di forma $ff = 2$ e dimensione massima $H = 0.1$ mm, per due differenti posizioni angolari iniziali del difetto, $\theta_{init} = 0^\circ, 45^\circ$. Poiché, nel caso qui considerato, la posizione angolare del difetto non risulta fissa nel tempo, ma varia con una velocità pari alla velocità di rotazione dell'albero Ω (a cui l'anello interno è vincolato), una variazione di posizione angolare del difetto comporta uno spostamento temporale della accelerazione subita dalla pista interna, come è possibile vedere in Figura 6.27.

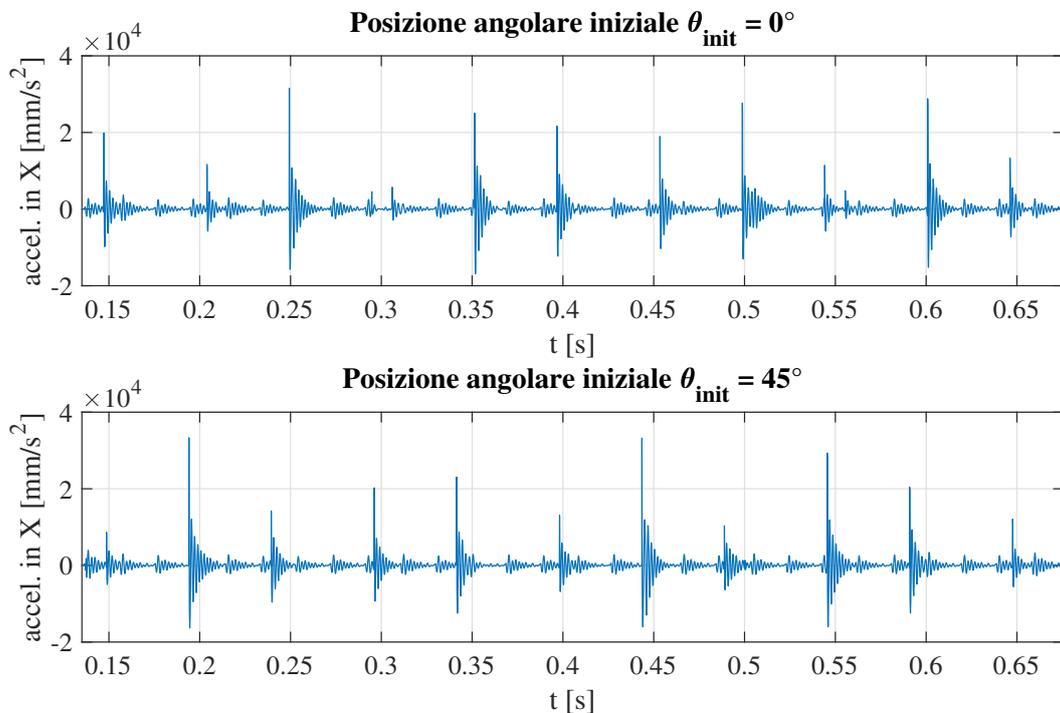


Figura 6.27: Confronto nel segnale di accelerazione in direzione X di un cuscinetto con 1 difetto sulla pista interna con posizione angolare iniziale $\theta_{init} = 0^\circ$ (in alto) e $\theta_{init} = 45^\circ$ (in alto).

Più nel dettaglio, una variazione di θ_{init} non provoca esattamente uno *shift* temporale del segnale di accelerazione, in quanto varia anche la posizione relativa al tempo iniziale t_1 tra difetto localizzato e corpi volventi: questo comporta che le varie armoniche che compongono i segnali di vibrazione possiedano fasi differenti. Come conseguenza, il confronto dei segnali di accelerazione nel dominio del tempo

fornisce solamente una informazione qualitativa, in quanto i picchi di accelerazione nel tempo dei due segnali in Figura 6.27 non risultano esattamente correlati uno ad uno, a causa del differente spettro di fase.

Effettuando invece lo studio dello spettro in frequenza dell'involuppo dell'accelerazione in X , la differenza di fase tra i due contenuti armonici viene trascurata e conseguentemente ci si aspetta due spettri uguali, nel caso di una variazione di θ_{init} per difetto localizzato su pista interna.

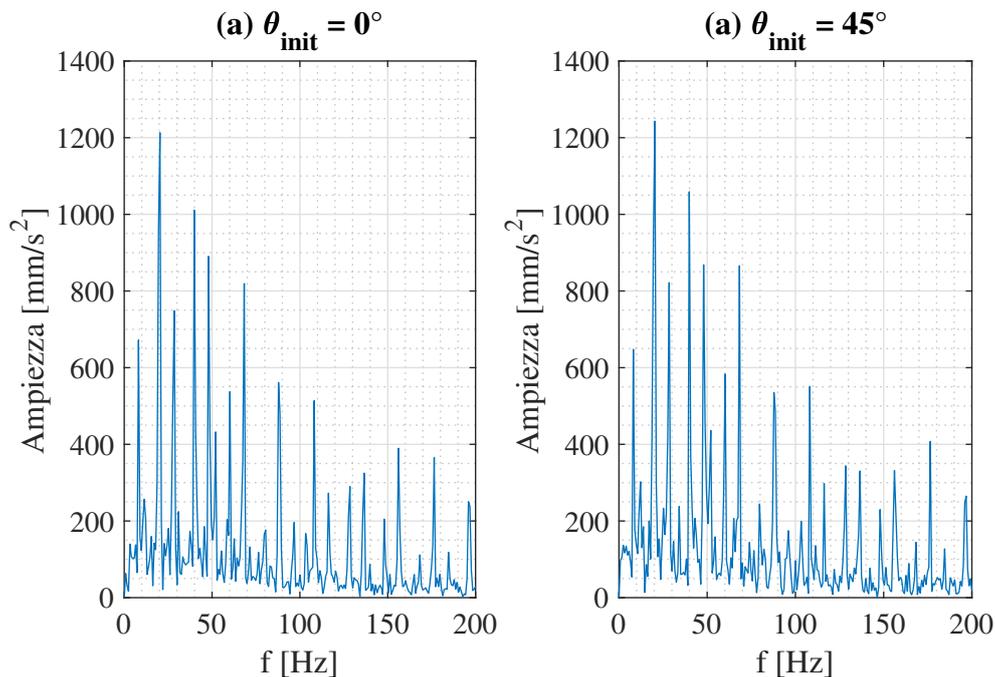


Figura 6.28: Confronto degli spettri di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X per un cuscinetto con 1 difetto sulla pista interna con posizione angolare iniziale: (a) $\theta_{init} = 0^\circ$, (b) $\theta_{init} = 45^\circ$.

Questo viene effettivamente verificato osservando la Figura 6.28 in cui si riportano gli spettri dell'involuppo dell'accelerazione in X nei due casi di $\theta_{init} = 0^\circ, 45^\circ$ per un difetto localizzato sulla pista interna. Si osserva come i contenuti armonici di ampiezza dei due segnali risultino confrontabili; in particolare, considerando nuovamente le ampiezze associate alle frequenze f_s , $BPFI - f_s$, $BPFI$ e $BPFI + f_s$, si osserva una differenza relativa massima delle ampiezze considerate del 7%, causata probabilmente dalla limitata estensione temporale del segnale di vibrazione analizzato (circa 1 secondo).

6.2.3 Effetto del numero di difetti

Danni localizzati su pista esterna

L'analisi è stata svolta considerando un numero variabile di difetti localizzati con altezza massima $H = 0.1$ mm e fattore di forma unitario, posizionati a diverse posizioni angolari sull'anello esterno; in particolare, sono state svolte analisi con:

- 1 difetto posizionato a 0° e dunque coincidente con l'asse verticale X
- 2 difetti posizionati rispettivamente a 0° , 30°
- 3 difetti posizionati rispettivamente a 0° , 30° , 45°
- 4 difetti posizionati rispettivamente a -30° , 0° , 30° , 45°

I valori dei parametri statistici ottenuti a fronte dell'analisi nel dominio del tempo dei segnali di vibrazione (in particolare delle accelerazioni della pista interna del cuscinetto in direzione X) sono riportati in Tabella 6.7.

Tabella 6.7: Indicatori scalari dall'analisi nel dominio del tempo al variare del numero di difetti localizzati sulla pista esterna.

Numero difetti	1	2	3	4
RMS $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	3541.29	3597.26	3634.87	3831.91
Skewness Sk	3.11	3.08	2.99	2.70
Curtosi KV	32.66	30.74	29.53	24.22
Peak Value $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	20771.31	20617.14	20633.43	20518.63
Crest Factor Crf	5.87	5.73	5.68	5.35
Clearance Factor Clf	15.50	11.82	10.89	9.17
Impact Factor Imf	10.41	9.12	8.72	7.70
Shape Factor Shf	1.77	1.59	1.54	1.44

In questo caso, i valori di RMS e PV non forniscono informazioni utili alla distinzione dei differenti casi; anche il valore di curtosi KV risulta solamente leggermente decrescente all'aumentare del numero di difetti, a causa dell'aumento di picchi di accelerazione all'interno di una singola rotazione (che comporta conseguentemente una riduzione di impulsività del segnale nel tempo). Si può notare un andamento decrescente dei fattori di analisi impulsiva (Crf, Clf, Imf) all'aumentare del numero

di difetti localizzati, mentre il valore del fattore di forma Shf rimane sostanzialmente invariato.

Confrontando gli andamenti temporali della accelerazione in direzione X nel caso con 1 difetto e con 4 difetti, visibile in Figura 6.29, è possibile osservare come il numero di picchi di vibrazione che avvengono tra il passaggio sopra il medesimo punto della pista esterna di due corpi volventi consecuenti (in un tempo pari a $1/BPFO$) risulti pari al numero di difetti presenti; l'ampiezza di tali picchi risulta funzione della posizione angolare del difetto localizzato rispetto alla zona di carico del cuscinetto: i difetti localizzati a $\pm 30^\circ$ provocano la comparsa di picchi con valore di accelerazione confrontabile a causa della simmetria del sistema analizzato rispetto all'asse verticale X da cui si misura l'angolo θ_{init} .

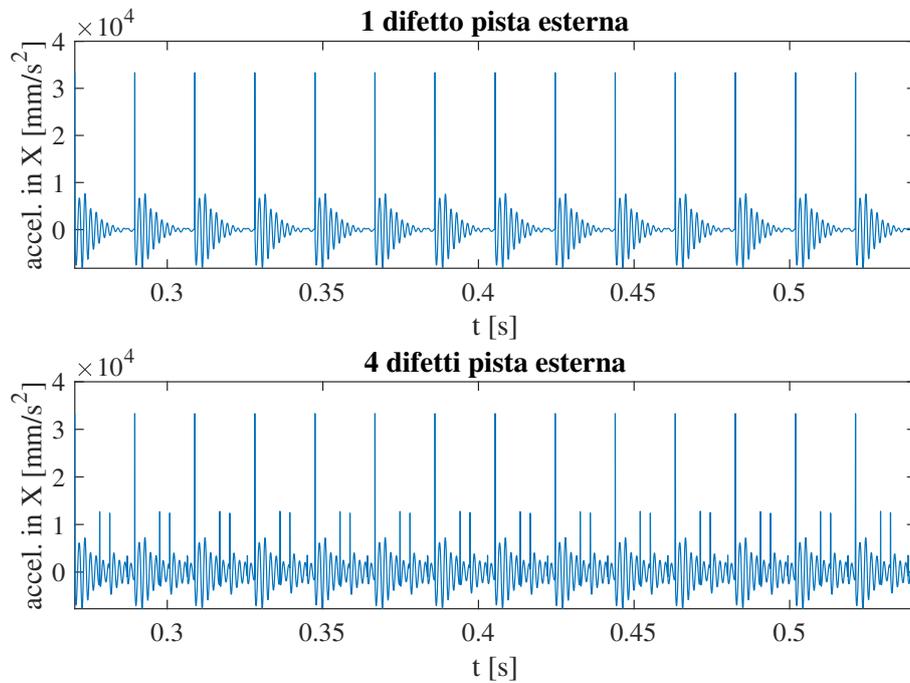


Figura 6.29: Confronto nel segnale di accelerazione in direzione X tra un cuscinetto con 1 difetto sulla pista esterna (in alto) e un cuscinetto con 4 difetto sulla pista esterna (in basso).

Eseguendo l'analisi dell'involuppo del segnale di vibrazione considerato non sono stati evidenziati aspetti specifici in grado di aggiungere informazioni rispetto a quelle fornite dall'analisi nel dominio del tempo. Questa osservazione si correla alla scelta dei tipi di analisi del segnale che sono stati utilizzati; per poter discriminare

il numero di difetti localizzati che interessa la pista esterna risulta quindi necessario l'adozione di tecniche di indagine del segnale più complesse, quali ad esempio la *Wavelet Packet Technique* o l'utilizzo della curtosì spettrale (o curtogramma).

Danni localizzati su pista interna

L'analisi è stata svolta considerando un numero variabile di difetti localizzati con altezza massima $H = 0.1$ mm e fattore di forma pari a $ff = 2$, posizionati a diverse posizioni angolari iniziali sull'anello interno del cuscinetto; in particolare, sono state svolte analisi con:

- 1 difetto posizionato inizialmente a $\theta_{init} = 0^\circ$
- 2 difetti posizionati inizialmente a $\theta_{init} = 0^\circ, 30^\circ$
- 3 difetti posizionati inizialmente a $\theta_{init} = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
- 4 difetti posizionati inizialmente a $\theta_{init} = -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$

I valori dei parametri statistici ottenuti a fronte dell'analisi nel dominio del tempo dei segnali di vibrazione (in particolare delle accelerazioni della pista interna del cuscinetto in direzione X) sono riportati in Tabella 6.8.

Tabella 6.8: Indicatori scalari dall'analisi nel dominio del tempo al variare del numero di difetti localizzati sulla pista interna.

Numero difetti	1	2	3	4
RMS $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	2264.38	2981.87	3696.87	4332.23
Skewness Sk	2.11	2.07	1.65	1.24
Curtosi KV	45.64	30.25	21.25	15.47
Peak Value $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}\right]$	25091.85	25731.51	26488.44	27964.62
Crest Factor Crf	11.08	8.63	7.17	6.46
Clearance Factor Clf	34.61	27.03	22.59	18.88
Impact Factor Imf	22.90	17.30	14.11	11.99
Shape Factor Shf	2.07	2.01	1.97	1.86

A differenza del caso analogo con numero variabile di difetti posizionati sulla pista esterna, nel caso in esame con difetti su pista interna è possibile evidenziare delle differenze nei valori di RMS e curtosì, i cui andamenti in funzione del numero

di difetti è riportato rispettivamente in Figura 6.30 e 6.31.

In particolare, osservando in Figura 6.30 l'andamento del valore di RMS del segnale di accelerazione dell'anello interno, si nota come all'aumentare del numero di difetti il valore di RMS aumenta, con conseguente aumento dell'energia media di vibrazione (nel caso analizzato con difetti su pista esterna il valore rimaneva pressoché invariato): poiché la pista interna ruota, solidalmente all'albero, durante il funzionamento del sistema cuscinetto, le interazioni tra ciascuno dei difetti e i corpi volventi avvengono ciclicamente in diverse posizioni relativamente alla zona sotto carico del cuscinetto (posizionata a cavallo dell'asse positivo delle X); di conseguenza, l'aumento del numero di difetti sull'anello interno provoca un aumento del livello medio di vibrazione maggiore rispetto al caso di difetti su anello esterno, in cui un difetto aggiuntivo posto all'esterno della zona sotto carico non provocava un aumento apprezzabile del livello di vibrazione.

All'aumentare del numero di difetti, il valore di curtosi del segnale riportato in Figura 6.31 tende a diminuire: la nascita di un maggiore numero di picchi di accelerazione nel segnale temporale di accelerazione comporta una perdita di impulsività del segnale, tendendo a riportare la distribuzione statistica dei valori discreti di accelerazione verso un andamento normale.

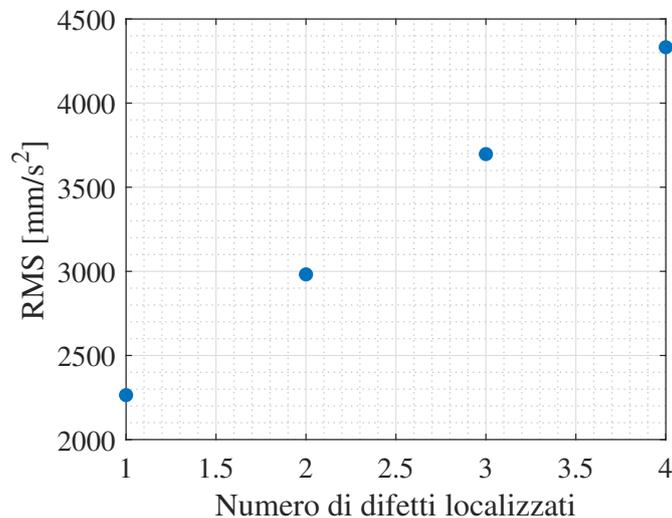


Figura 6.30: Andamento di RMS in funzione del numero di difetti localizzati, per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna con altezza massima $H = 0.1$ mm.

Confrontando gli andamenti temporali dell'accelerazione in direzione X nel caso

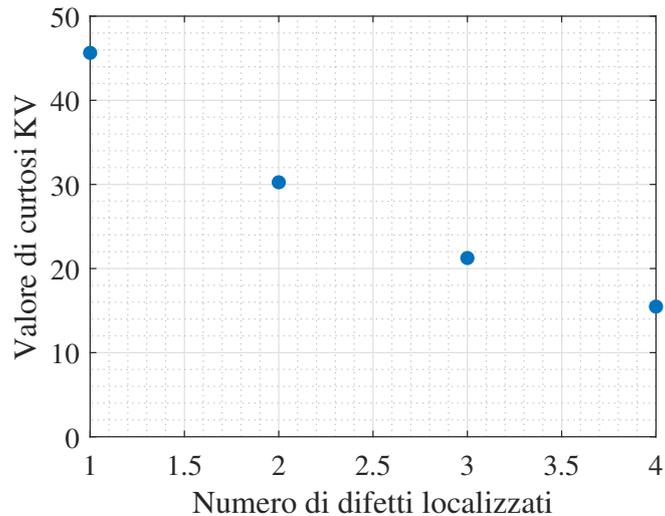


Figura 6.31: Andamento del valore di curtosi KV in funzione del numero di difetti localizzati, per un cuscinetto con danneggiamento localizzato sulla pista interna con altezza massima $H = 0.1$ mm.

con 1 difetto e con 3 difetti sulla pista interna, visibile in Figura 6.32, è possibile osservare come il numero di picchi di vibrazione che avvengono per l'interazione tra corpi volventi e difetti risulti pari al numero di difetti presenti; l'ampiezza di tali picchi risulta funzione del tempo, in quanto si è visto che l'ampiezza risulta modulata a causa della rotazione angolare dei difetti con frequenza pari a f_s .

Eseguendo l'analisi dell'involuppo del segnale di vibrazione è possibile ottenere gli spettri in frequenza del segnale demodolato. In Figura 6.33 vengono riportati gli spettri dell'involuppo nei casi di pista interna difettata con un numero crescente di difetti localizzati; in rosso sono stati evidenziate le ampiezze associate alla frequenza di rotazione dell'albero, $f_s = 20$ Hz, alla frequenza caratteristica BPFi e le sue bande laterali primarie, $BPFi - f_s$ e $BPFi + f_s$. I valori delle ampiezze associate a queste quattro frequenze vengono riportati in Tabella 6.2. In particolare, si nota come un aumento del numero di difetti localizzati comporti un aumento della ampiezza associata alla frequenza f_s , che in tutti e quattro i casi analizzati risulta la frequenza dominante. È possibile evidenziare una variazione del contenuto spettrale del segnale di vibrazione in funzione del numero di difetti, che modifica l'andamento dello spettro nei vari casi, modificando in particolare il rapporto tra le ampiezze associate alla frequenza caratteristica $BPFi$ e le sue bande laterali principali (dovute alla modulazione in ampiezza).

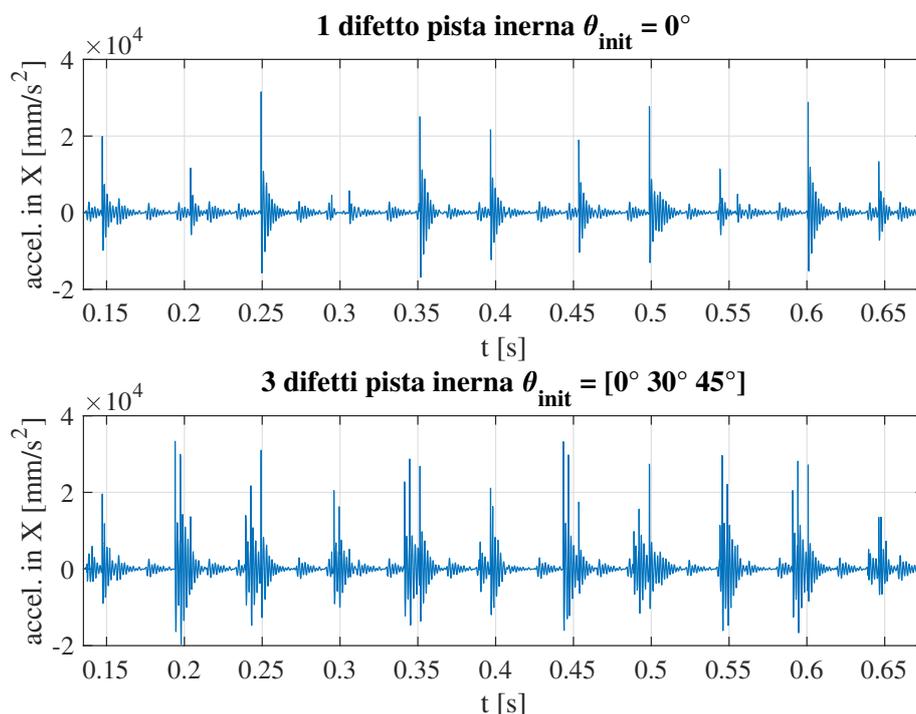


Figura 6.32: Confronto nel segnale di accelerazione in direzione X tra un cuscinetto con 1 difetto sulla pista interna (in alto) e un cuscinetto con 3 difetti sulla pista interna (in basso).

Anche in questo caso, l'analisi del segnale nel dominio della frequenza attraverso la tecnica dell'analisi dell'involuppo non fornisce informazioni utili a discriminare facilmente il numero di difetti localizzati presenti sull'anello interno.

Tabella 6.9: Ampiezza dei picchi dello spettro in frequenza associati alla frequenze caratteristiche per un difetto localizzato sulla pista interna al variare del numero di difetti.

Numero difetti	1	2	3	4
Ampiezza $f_s = 20 \text{ Hz} \left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2} \right]$	1212.94	2019.88	2782.68	3405.51
Ampiezza BPF $I - f_s = 68.19 \text{ Hz} \left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2} \right]$	819.39	203.44	853.89	1101.48
Ampiezza BPF $I = 88.19 \text{ Hz} \left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2} \right]$	561.22	302.34	756.93	334.69
Ampiezza BPF $I + f_s = 108.19 \text{ Hz} \left[\frac{\text{mm}}{\text{s}^2} \right]$	513.71	459.26	838.68	514.56

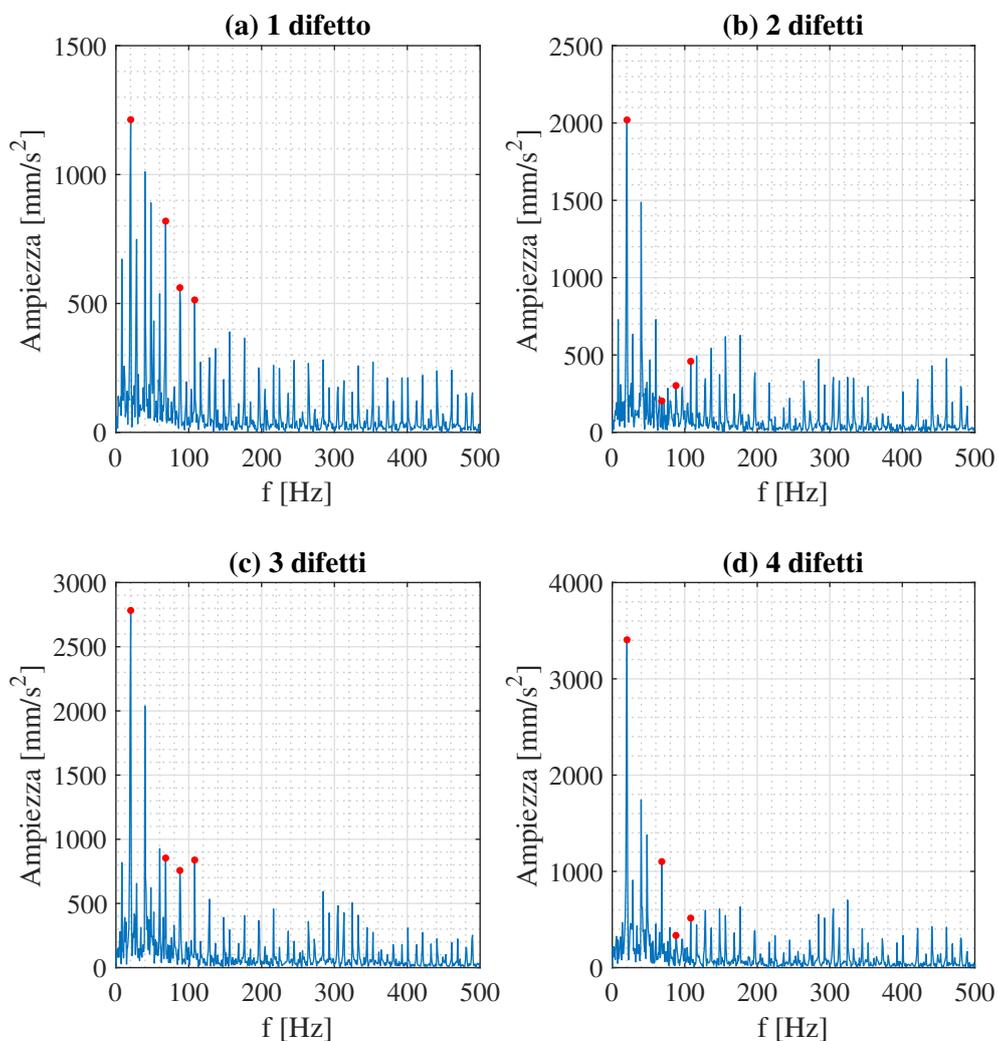


Figura 6.33: Spettro di ampiezza dell'involuppo dell'accelerazione in direzione X per cuscinetto con danni localizzati su pista interna: (a) 1 difetto con $\theta_{init} = 0^\circ$, (b) 2 difetti con $\theta_{init} = 0^\circ, 30^\circ$, (c) 3 difetti con $\theta_{init} = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$, (d) 4 difetti con $\theta_{init} = -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$.

Capitolo 7

Conclusioni e sviluppi futuri

Nella presente tesi di laurea magistrale è stato sviluppato un modello analitico-numerico a 2 gradi di libertà del sistema cuscinetto di tipo radiale. Lo sviluppo del modello è stato sviluppato a fronte di una estesa ricerca di informazioni disponibili nella letteratura scientifica di settore, in particolare per quanto riguarda la modellazione numerica in presenza di difetti localizzati. Il modello permette la simulazione della risposta temporale di un cuscinetto radiale di qualsiasi geometria con corpi volventi di tipo sfere o rulli, tenendo conto della velocità di rotazione dell'albero supposta costante, della presenza di un carico esterno con direzione fissa e modulo costante e la possibile presenza di un generico numero di difetti localizzati su uno o più elementi costituenti il cuscinetto (pista esterna, pista interna, corpi volventi).

Applicando il modello sviluppato a una selezione di casi tipo sono stati ricavati e successivamente analizzati gli andamenti temporali dei segnali di accelerazione ottenuti al fine di identificare le caratteristiche peculiari di ciascun caso utili alla loro classificazione. È stato studiato l'effetto della variazione di dati relativi al difetto localizzato (dimensione, posizione angolare, numerosità) sui parametri scalari tipici della analisi del segnale nel dominio del tempo e sulle caratteristiche qualitative degli spettri in frequenza ottenuti mediante la tecnica dell'analisi dell'involuppo. Il riconoscimento di tali caratteristiche peculiari per un cuscinetto reale può permettere un'attività di monitoraggio all'interno del cuscinetto stesso (*in-monitoring*), concepito come componente intelligente di un sistema di monitoraggio predittivo del suo stato di salute.

Le caratteristiche dei segnali di vibrazione estratti dai differenti casi analizzati

possono essere impiegati per una futura implementazione di tecniche di classificazione dello stato di salute del sistema cuscinetto basate su intelligenza artificiale. Un ulteriore sviluppo futuro del lavoro presentato è identificabile in due linee specifiche.

In primo luogo è possibile operare un miglioramento del modello del solo cuscinetto mediante:

- L'utilizzo di un maggior numero di gradi di libertà per la descrizione della dinamica del sistema.
- L'estensione a ulteriori tipologie di cuscinetto quali i cuscinetti obliqui e i cuscinetti orientabili (in quanto il caso di cuscinetto assiale è una facile particolarizzazione del modello sviluppato).
- L'estensione a tipologie di difetto non soltanto localizzato, comprendendo anche difetti estesi e distribuiti.

In secondo luogo, il modello presentato può essere incluso in un modello del sistema rotore–cuscinetto accoppiati, che permetta di analizzare la dinamica del rotore in presenza di difetti nei suoi cuscinetti di supporto, al fine di essere utilizzato come strumento per *Virtual Condition Monitoring* di sistemi industriali reali. In tal modo, sarà possibile studiare la dinamica di cuscinetti di supporto reali anche in presenza di danneggiamenti del rotore supportato, rendendo il cuscinetto un potenziale sensore per l'intero sistema, attraverso una attività di monitoraggio dall'esterno (*out-monitoring*).

In vista dell'applicazione a sistemi industriali reali, sarà importante anche analizzare i requisiti richiesti dai sensori da applicare al rotore reale per poter effettuare *Vibration Condition Monitoring*, coinvolgere nell'analisi del segnale di vibrazione tecniche per il contenimento del rumore ambientale incluso nel segnale rilevato e studiare il posizionamento dei sensori all'interno del sistema reale al fine di ottimizzare il segnale acquisibile.

Bibliografia

- [1] N. Tandon. “A comparison of some vibration parameters for the condition monitoring of rolling element bearings”. In: *Measurement* 12.3 (1994). cited By 135, pp. 285–289. DOI: [10.1016/0263-2241\(94\)90033-7](https://doi.org/10.1016/0263-2241(94)90033-7).
- [2] N. Tandon e B.C. Nakra. “Comparison of vibration and acoustic measurement techniques for the condition monitoring of rolling element bearings”. In: *Tribology International* 25.3 (giu. 1992), pp. 205–212. DOI: [10.1016/0301-679x\(92\)90050-w](https://doi.org/10.1016/0301-679x(92)90050-w).
- [3] R.B.W. Heng e M.J.M. Nor. “Statistical analysis of sound and vibration signals for monitoring rolling element bearing condition”. In: *Applied Acoustics* 53.1-3 (gen. 1998), pp. 211–226. DOI: [10.1016/s0003-682x\(97\)00018-2](https://doi.org/10.1016/s0003-682x(97)00018-2).
- [4] Gunhee Jang e Seong-Weon Jeong. “Vibration analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness”. In: *Journal of Sound and Vibration* 269.3-5 (gen. 2004), pp. 709–726. DOI: [10.1016/s0022-460x\(03\)00127-5](https://doi.org/10.1016/s0022-460x(03)00127-5).
- [5] Zeki Kiral e Hira Karagülle. “Vibration analysis of rolling element bearings with various defects under the action of an unbalanced force”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 20.8 (nov. 2006), pp. 1967–1991. DOI: [10.1016/j.ymssp.2005.05.001](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2005.05.001).
- [6] N. Tandon, G.S. Yadava e K.M. Ramakrishna. “A comparison of some condition monitoring techniques for the detection of defect in induction motor ball bearings”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 21.1 (gen. 2007), pp. 244–256. DOI: [10.1016/j.ymssp.2005.08.005](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2005.08.005).

- [7] B. Sreejith, A. K. Verma e A. Srividya. “Fault diagnosis of rolling element bearing using time-domain features and neural networks”. In: *2008 IEEE Region 10 and the Third international Conference on Industrial and Information Systems*. 2008, pp. 1–6.
- [8] P.K. Kankar, Satish C. Sharma e S.P. Harsha. “Fault diagnosis of ball bearings using machine learning methods”. In: *Expert Systems with Applications* 38.3 (mar. 2011), pp. 1876–1886. DOI: [10.1016/j.eswa.2010.07.119](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.07.119).
- [9] Robert B. Randall e Jérôme Antoni. “Rolling element bearing diagnostics—A tutorial”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 25.2 (feb. 2011), pp. 485–520. DOI: [10.1016/j.ymsp.2010.07.017](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2010.07.017).
- [10] Jalel Chebil, Meftah Hrairi e N. M. Abu-Shikhah. “Signal Analysis of Vibration Measurements for Condition Monitoring of Bearings”. In: *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*. Vol. 5. 2011, pp. 70–78.
- [11] Yaguo Lei, Jing Lin, Zhengjia He e Ming J. Zuo. “A review on empirical mode decomposition in fault diagnosis of rotating machinery”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 35.1-2 (feb. 2013), pp. 108–126. DOI: [10.1016/j.ymsp.2012.09.015](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2012.09.015).
- [12] Ryan Walker, Sureshkumar Perinpanayagam e Ian K. Jennions. “Rotordynamic Faults: Recent Advances in Diagnosis and Prognosis”. In: *International Journal of Rotating Machinery* 2013 (2013), pp. 1–12. DOI: [10.1155/2013/856865](https://doi.org/10.1155/2013/856865).
- [13] Dipen S. Shah e Vinod N. Patel. “A Review of Dynamic Modeling and Fault Identifications Methods for Rolling Element Bearing”. In: *Procedia Technology* 14 (2014), pp. 447–456. DOI: [10.1016/j.protcy.2014.08.057](https://doi.org/10.1016/j.protcy.2014.08.057).
- [14] Prashant P. Kharche, Dr. Sharad V. Kshirsagar e K. B. Muchandani. “Review of Fault Detection in Rolling Element Bearing”. In: *International Journal of Innovative Research in Advanced Engineering (IJIRAE)*. Vol. 1. Giu. 2014, pp. 169–174.
- [15] Aditya Sharma, M Amarnath e PK Kankar. “Feature extraction and fault severity classification in ball bearings”. In: *Journal of Vibration and Control* 22.1 (apr. 2014), pp. 176–192. DOI: [10.1177/1077546314528021](https://doi.org/10.1177/1077546314528021).

- [16] A. Tabrizi, L. Garibaldi, A. Fasana e S. Marchesiello. “Early damage detection of roller bearings using wavelet packet decomposition, ensemble empirical mode decomposition and support vector machine”. In: *Meccanica* 50.3 (giu. 2014), pp. 865–874. DOI: [10.1007/s11012-014-9968-z](https://doi.org/10.1007/s11012-014-9968-z).
- [17] Sham Kulkarni e S.B. Wadkar. “Experimental Investigation for Distributed Defects in Ball Bearing Using Vibration Signature Analysis”. In: *Procedia Engineering* 144 (2016), pp. 781–789. DOI: [10.1016/j.proeng.2016.05.086](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.05.086).
- [18] Akhand Rai e S.H. Upadhyay. “A review on signal processing techniques utilized in the fault diagnosis of rolling element bearings”. In: *Tribology International* 96 (apr. 2016), pp. 289–306. DOI: [10.1016/j.triboint.2015.12.037](https://doi.org/10.1016/j.triboint.2015.12.037).
- [19] Pankaj Gupta e M.K Pradhan. “Fault detection analysis in rolling element bearing: A review”. In: *Materials Today: Proceedings* 4.2 (2017), pp. 2085–2094. DOI: [10.1016/j.matpr.2017.02.054](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.02.054).
- [20] Tian Ran Lin, Kun Yu e Jiwen Tan. “Condition Monitoring and Fault Diagnosis of Roller Element Bearing”. In: *Bearing Technology*. InTech, mag. 2017. DOI: [10.5772/67143](https://doi.org/10.5772/67143).
- [21] Aditya Sharma, Nitin Upadhyay, Pavan Kumar Kankar e Muniyappa Amarnath. “Nonlinear dynamic investigations on rolling element bearings: A review”. In: *Advances in Mechanical Engineering* 10.3 (mar. 2018), pp. 1–15. DOI: [10.1177/1687814018764148](https://doi.org/10.1177/1687814018764148).
- [22] Lei Hu, Lun Zhang, Fengshou Gu, Niaoqing Hu e Andrew Ball. “Extraction of the largest amplitude impact transients for diagnosing rolling element defects in bearings”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 116 (feb. 2019), pp. 796–815. DOI: [10.1016/j.ymsp.2018.07.022](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2018.07.022).
- [23] Stephan Schmidt, P. Stephan Heyns e Konstantinos C. Gryllias. “A discrepancy analysis methodology for rolling element bearing diagnostics under variable speed conditions”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 116 (feb. 2019), pp. 40–61. DOI: [10.1016/j.ymsp.2018.06.026](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2018.06.026).

-
- [24] Theodor D. Popescu e Dorel Aiordachioaie. “Fault detection of rolling element bearings using optimal segmentation of vibrating signals”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 116 (feb. 2019), pp. 370–391. DOI: [10.1016/j.ymssp.2018.06.033](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.06.033).
- [25] C.S. Sunnersjö. “Varying compliance vibrations of rolling bearings”. In: *Journal of Sound and Vibration* 58.3 (1978). cited By 107, pp. 363–373. DOI: [10.1016/S0022-460X\(78\)80044-3](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(78)80044-3).
- [26] P.D. McFadden e J.D. Smith. “Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing”. In: *Journal of Sound and Vibration* 96.1 (1984), pp. 69–82. ISSN: 0022-460X. DOI: [10.1016/0022-460X\(84\)90595-9](https://doi.org/10.1016/0022-460X(84)90595-9).
- [27] P.D. McFadden e J.D. Smith. “The vibration produced by multiple point defects in a rolling element bearing”. In: *Journal of Sound and Vibration* 98.2 (1985), pp. 263–273. ISSN: 0022-460X. DOI: [10.1016/0022-460X\(85\)90390-6](https://doi.org/10.1016/0022-460X(85)90390-6).
- [28] C.S. Sunnersjö. “Rolling bearing vibrations-The effects of geometrical imperfections and wear”. In: *Journal of Sound and Vibration* 98.4 (1985). cited By 82, pp. 455–474. DOI: [10.1016/0022-460X\(85\)90256-1](https://doi.org/10.1016/0022-460X(85)90256-1).
- [29] Satoru Fukata, Emil Halim Gad, Takahiro Kondou, Takashi Ayabe e Hideyuki Tamura. “On the Radial Vibration of Ball Bearings : Computer Simulation”. In: *Bulletin of JSME* 28.239 (1985), pp. 899–904. DOI: [10.1299/jsme1958.28.899](https://doi.org/10.1299/jsme1958.28.899).
- [30] Y.-T. Su, M.-H. Lin e M.-S. Lee. “The Effects of Surface Irregularities on Roller Bearing Vibrations”. In: *Journal of Sound and Vibration* 165.3 (ago. 1993), pp. 455–466. DOI: [10.1006/jsvi.1993.1270](https://doi.org/10.1006/jsvi.1993.1270).
- [31] Robert Zeillinger, Helmut Springer e Hubert Köttritsch. “Experimental Determination of Damping in Rolling Bearing Joints”. In: *Volume 5: Manufacturing Materials and Metallurgy; Ceramics; Structures and Dynamics; Controls, Diagnostics and Instrumentation; Education; General*. American Society of Mechanical Engineers, giu. 1994. DOI: [10.1115/94-gt-102](https://doi.org/10.1115/94-gt-102).

-
- [32] N. Tandon e A. Choudhury. “AN ANALYTICAL MODEL FOR THE PREDICTION OF THE VIBRATION RESPONSE OF ROLLING ELEMENT BEARINGS DUE TO A LOCALIZED DEFECT”. In: *Journal of Sound and Vibration* 205.3 (ago. 1997), pp. 275–292. DOI: [10.1006/jsvi.1997.1031](https://doi.org/10.1006/jsvi.1997.1031).
- [33] M. Tiwari, K. Gupta e O. Prakash. “Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings”. In: *Journal of Sound and Vibration* 238.5 (dic. 2000), pp. 757–779. DOI: [10.1006/jsvi.1999.3108](https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.3108).
- [34] G. H. Jang e S. W. Jeong. “Nonlinear Excitation Model of Ball Bearing Waviness in a Rigid Rotor Supported by Two or More Ball Bearings Considering Five Degrees of Freedom”. In: *Journal of Tribology* 124.1 (giu. 2001), pp. 82–90. DOI: [10.1115/1.1398289](https://doi.org/10.1115/1.1398289).
- [35] N. S. Feng, E. J. Hahn e R. B. Randall. “Using transient analysis software to simulate vibration signals due to rolling element bearing defects”. In: *Applied Mechanics*. WORLD SCIENTIFIC, feb. 2002. DOI: [10.1142/9789812777973_0112](https://doi.org/10.1142/9789812777973_0112).
- [36] S.P. Harsha, K. Sandeep e R. Prakash. “The effect of speed of balanced rotor on nonlinear vibrations associated with ball bearings”. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 45.4 (apr. 2003), pp. 725–740. DOI: [10.1016/s0020-7403\(03\)00064-x](https://doi.org/10.1016/s0020-7403(03)00064-x).
- [37] J. Sopianen e A. Mikkola. “Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localized and distributed defects. Part 1: Theory”. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics* 217.3 (set. 2003), pp. 201–211. DOI: [10.1243/14644190360713551](https://doi.org/10.1243/14644190360713551).
- [38] J. Sopianen e A. Mikkola. “Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localized and distributed defects. Part 2: Implementation and results”. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics* 217.3 (set. 2003), pp. 213–223. DOI: [10.1243/14644190360713560](https://doi.org/10.1243/14644190360713560).
- [39] Zeki Kiral e Hira Karagülle. “Simulation and analysis of vibration signals generated by rolling element bearing with defects”. In: *Tribology International* 36.9 (set. 2003), pp. 667–678. DOI: [10.1016/s0301-679x\(03\)00010-0](https://doi.org/10.1016/s0301-679x(03)00010-0).

- [40] A. Choudhury e N. Tandon. “Vibration Response of Rolling Element Bearings in a Rotor Bearing System to a Local Defect Under Radial Load”. In: *Journal of Tribology* 128.2 (dic. 2005), pp. 252–261. DOI: [10.1115/1.2164467](https://doi.org/10.1115/1.2164467).
- [41] Sadok Sassi, Bechir Badri e Marc Thomas. “A Numerical Model to Predict Damaged Bearing Vibrations”. In: *Journal of Vibration and Control* 13.11 (nov. 2007), pp. 1603–1628. DOI: [10.1177/1077546307080040](https://doi.org/10.1177/1077546307080040).
- [42] N. Sawalhi e R.B. Randall. “Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 22.8 (nov. 2008), pp. 1924–1951. DOI: [10.1016/j.ymsp.2007.12.001](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2007.12.001).
- [43] N. Sawalhi e R.B. Randall. “Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 22.8 (nov. 2008), pp. 1952–1966. DOI: [10.1016/j.ymsp.2007.12.002](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2007.12.002).
- [44] M. Cao e J. Xiao. “A comprehensive dynamic model of double-row spherical roller bearing—Model development and case studies on surface defects, preloads, and radial clearance”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 22.2 (feb. 2008), pp. 467–489. DOI: [10.1016/j.ymsp.2007.07.007](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2007.07.007).
- [45] Ankur Ashtekar, Farshid Sadeghi e Lars-Erik Stacke. “A New Approach to Modeling Surface Defects in Bearing Dynamics Simulations”. In: *Journal of Tribology* 130.4 (ago. 2008). DOI: [10.1115/1.2959106](https://doi.org/10.1115/1.2959106).
- [46] H. Arslan e N. Aktürk. “An Investigation of Rolling Element Vibrations Caused by Local Defects”. In: *Journal of Tribology* 130.4 (ago. 2008). DOI: [10.1115/1.2958070](https://doi.org/10.1115/1.2958070).
- [47] Ahmad Rafsanjani, Saeed Abbasion, Anoushiravan Farshidianfar e Hamid Moeenfard. “Nonlinear dynamic modeling of surface defects in rolling element bearing systems”. In: *Journal of Sound and Vibration* 319.3-5 (gen. 2009), pp. 1150–1174. DOI: [10.1016/j.jsv.2008.06.043](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.06.043).
- [48] V. N. Patel, N. Tandon e R. K. Pandey. “A Dynamic Model for Vibration Studies of Deep Groove Ball Bearings Considering Single and Multiple Defects in Races”. In: *Journal of Tribology* 132.4 (ott. 2010). DOI: [10.1115/1.4002333](https://doi.org/10.1115/1.4002333).

- [49] M.S. Patil, Jose Mathew, P.K. Rajendrakumar e Sandeep Desai. “A theoretical model to predict the effect of localized defect on vibrations associated with ball bearing”. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 52.9 (set. 2010), pp. 1193–1201. DOI: [10.1016/j.ijmecsci.2010.05.005](https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2010.05.005).
- [50] Mohsen Nakhaeinejad e Michael D. Bryant. “Dynamic Modeling of Rolling Element Bearings With Surface Contact Defects Using Bond Graphs”. In: *Journal of Tribology* 133.1 (dic. 2010). DOI: [10.1115/1.4003088](https://doi.org/10.1115/1.4003088).
- [51] Matej Tadina e Miha Boltežar. “Improved model of a ball bearing for the simulation of vibration signals due to faults during run-up”. In: *Journal of Sound and Vibration* 330.17 (ago. 2011), pp. 4287–4301. DOI: [10.1016/j.jsv.2011.03.031](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2011.03.031).
- [52] V.N. Patel, N. Tandon e R.K. Pandey. “Vibration Studies of Dynamically Loaded Deep Groove Ball Bearings in Presence of Local Defects on Races”. In: *Procedia Engineering* 64 (2013), pp. 1582–1591. DOI: [10.1016/j.proeng.2013.09.240](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.09.240).
- [53] ShuanFeng Zhao, Lin Liang, GuangHua Xu, Jing Wang e WenMing Zhang. “Quantitative diagnosis of a spall-like fault of a rolling element bearing by empirical mode decomposition and the approximate entropy method”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 40.1 (ott. 2013), pp. 154–177. DOI: [10.1016/j.ymsp.2013.04.006](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2013.04.006).
- [54] V.N. Patel, N. Tandon e R.K. Pandey. “Vibrations Generated by Rolling Element Bearings having Multiple Local Defects on Races”. In: *Procedia Technology* 14 (2014), pp. 312–319. DOI: [10.1016/j.protcy.2014.08.041](https://doi.org/10.1016/j.protcy.2014.08.041).
- [55] Dick Petersen, Carl Howard, Nader Sawalhi, Alireza Moazen Ahmadi e Sarabjeet Singh. “Analysis of bearing stiffness variations, contact forces and vibrations in radially loaded double row rolling element bearings with raceway defects”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 50-51 (gen. 2015), pp. 139–160. DOI: [10.1016/j.ymsp.2014.04.014](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2014.04.014).
- [56] Alireza Moazen Ahmadi, Dick Petersen e Carl Howard. “A nonlinear dynamic vibration model of defective bearings – The importance of modelling the finite size of rolling elements”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 52-53 (feb. 2015), pp. 309–326. DOI: [10.1016/j.ymsp.2014.06.006](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2014.06.006).

- [57] Sarabjeet Singh, Carl Q. Howard e Colin H. Hansen. “An extensive review of vibration modelling of rolling element bearings with localised and extended defects”. In: *Journal of Sound and Vibration* 357 (nov. 2015), pp. 300–330. DOI: [10.1016/j.jsv.2015.04.037](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.04.037).
- [58] C. Mishra, A.K. Samantaray e G. Chakraborty. “Ball bearing defect models: A study of simulated and experimental fault signatures”. In: *Journal of Sound and Vibration* 400 (lug. 2017), pp. 86–112. DOI: [10.1016/j.jsv.2017.04.010](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.04.010).
- [59] Fanzhao Kong, Wentao Huang, Yunchuan Jiang, Weijie Wang e Xuezheng Zhao. “A Vibration Model of Ball Bearings with a Localized Defect Based on the Hertzian Contact Stress Distribution”. In: *Shock and Vibration* 2018 (2018), pp. 1–14. DOI: [10.1155/2018/5424875](https://doi.org/10.1155/2018/5424875).
- [60] Robert Bond Randall. *Vibration-based Condition Monitoring*. John Wiley & Sons, Ltd, gen. 2011. DOI: [10.1002/9780470977668](https://doi.org/10.1002/9780470977668).
- [61] C. Scheffer e P. Girdhar. *Practical Machinery Vibration Analysis and Predictive Maintenance*. Practical Machinery Vibration Analysis and Predictive Maintenance. Elsevier Science, 2004. ISBN: 9780080480220.
- [62] J. Levitt. *Complete Guide to Preventive and Predictive Maintenance*. Industrial Press, 2003. ISBN: 9780831131548.
- [63] A. Davies, cur. *Handbook of Condition Monitoring*. Springer Netherlands, 1998. DOI: [10.1007/978-94-011-4924-2](https://doi.org/10.1007/978-94-011-4924-2).
- [64] Giancarlo Genta. *Vibration Dynamics and Control*. A cura di Giancarlo Genta. Springer US, 2009. DOI: [10.1007/978-0-387-79580-5](https://doi.org/10.1007/978-0-387-79580-5).
- [65] Jaafar Alsalaet. *Vibration Analysis and Diagnostic Guide*. Giu. 2012.
- [66] SKF. *Vibration Diagnostic Guide*. A cura di SKF Reliability Systems. 2000.
- [67] S. Bagnoli, P. Citti e P. Rissone. “Note su alcune tecniche di diagnostica dei sistemi meccanici”. In: Paolo Citti, Sergio Curioni e Michele Gasparetto. *Scritti sulla Diagnostica del Macchinario e dei Materiali*. 1989, pp. 23–39.
- [68] Meinard Müller. “The Fourier Transform in a Nutshell”. In: ago. 2015, pp. 39–57. ISBN: 978-3-319-21944-8.

- [69] Richard Lyons. *Understanding Digital Signal Processing*. Third. Ago. 2011. ISBN: 013702741-9.
- [70] Maurice L. Adams. *Bearings. Basic Concepts and Design Applications*. Machinery Vibration Inc., Cleveland and Ohio, USA. Taylor & Francis Ltd, 23 apr. 2018. 293 pp. ISBN: 1138049085.
- [71] P.R.N. Childs. *Mechanical Design*. Mechanical engineering. Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004. ISBN: 9780750657716.
- [72] R. Budynas e K. Nisbett. *Shigley's Mechanical Engineering Design + Connect Access Card to accompany Mechanical Engineering Design*. McGraw-Hill Education, 2010. ISBN: 9780077942908.
- [73] Bernard J. Hamrock e William J. Anderson. "Rolling-element bearings". In: *NASA Reference Publication 1105* (giu. 1983).
- [74] Tedric A. Harris e Michael N. Kotzalas. *Essential Concepts of Bearing Technology*. Taylor & Francis Inc, 9 ott. 2006. 392 pp. ISBN: 084937183X.
- [75] J. Brändlein, U. Merkle-Eschmann, P. Eschmann, L. Hasbargen e K. Weigand. *Ball and Roller Bearings: Theory, Design and Application*. Wiley, 1999. ISBN: 9780471984528.
- [76] Erwin Krämer. *Dynamics of Rotors and Foundations*. Springer Berlin Heidelberg, 1993. DOI: [10.1007/978-3-662-02798-1](https://doi.org/10.1007/978-3-662-02798-1).
- [77] Henghai Zhang, Wenku Shi, Guozheng Liu e Zhiyong Chen. "A Method to Solve the Stiffness of Double-Row Tapered Roller Bearing". In: *Mathematical Problems in Engineering* 2019 (lug. 2019), pp. 1–13. DOI: [10.1155/2019/1857931](https://doi.org/10.1155/2019/1857931).
- [78] E.J. Hearn. "Chapter 10 - Contact Stress, Residual Stress and Stress Concentrations". In: *Mechanics of Materials 2 (Third Edition)*. A cura di E.J. Hearn. Third Edition. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1997, pp. 381–442. ISBN: 978-0-7506-3266-9. DOI: [10.1016/B978-075063266-9/50011-1](https://doi.org/10.1016/B978-075063266-9/50011-1).
- [79] G. Lundberg e H. Sjövall. *Stress and Deformation in Elastic Contacts*. Publikation / Chalmers tekniska högskola, Hållfasthetslära. inst. of theory of elasticity e strenght of materials, Chalmers University of technology [Inst. för hållfasthetslära, Chalmers tekn. högsk], 1979.

- [80] A. Palmgren e G. Palmgren. *Ball and Roller Bearing Engineering*. A cura di SKF Industries Inc. SKF Industries, 1959.
- [81] L. Houpert. “A Uniform Analytical Approach for Ball and Roller Bearings Calculations”. In: *Journal of Tribology* 119.4 (ott. 1997), pp. 851–858. DOI: [10.1115/1.2833896](https://doi.org/10.1115/1.2833896).
- [82] Fred B. Oswald, Erwin V. Zaretsky e Joseph V. Poplawski. “Effect of Internal Clearance on Load Distribution and Life of Radially Loaded Ball and Roller Bearings”. In: *Tribology Transactions* 55.2 (mar. 2012), pp. 245–265. DOI: [10.1080/10402004.2011.639050](https://doi.org/10.1080/10402004.2011.639050).
- [83] SKF. *6305 Ball Bearing - Technical Specifications*. URL: <https://www.skf.com/it/products/rolling-bearings/ball-bearings/deep-groove-ball-bearings/productid-6305>.