

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Validazione di un modello multibody di vite a ricircolo di sfere
nell'ambito dello sviluppo di tecniche di prognostica su attuatori
elettromeccanici



Relatori

Prof. M. Sorli

Ing. A. C. Bertolino

Candidato

Pierluigi Iannotti

Anno Accademico 2019/2020

Ringraziamenti

Il risultato di questo lavoro è dedicato alla mia famiglia, in particolare ai miei genitori per il continuo e imprescindibile sostegno nel corso di questi anni, per le difficoltà superate e i sacrifici sostenuti al fine di consentirmi il raggiungimento di questo obiettivo.

Sinceri ringraziamenti vanno al Prof. Massimo Sorli per avermi permesso di contribuire, seppur in minima parte, alle attività di ricerca del Dipartimento di Ingegneria Meccanica ed Aerospaziale del Politecnico di Torino tramite la presente tesi, e all'Ing. Antonio Carlo Bertolino per l'eccezionale disponibilità e pazienza con cui mi ha seguito nel corso della realizzazione di questo lavoro.

Infine, rivolgo un pensiero speciale a Cristina, la cui vicinanza nei mesi antecedenti la conclusione del percorso universitario mi ha consentito di affrontare le complesse circostanze che li hanno caratterizzati con maggior serenità e sicurezza.

Abstract

I concetti di sicurezza e affidabilità sono tra i capisaldi dell'attività progettuale e vanno ad assumere una rilevanza tanto maggiore quanto più l'ambito applicativo risulti essere caratterizzato da difficoltà di intervento, fattori esterni di difficile predizione e, soprattutto, coinvolgimento diretto di persone. Per quanto si sia in grado di effettuare stime inerenti alla vita utile di un determinato componente, anche con un elevato grado di affidabilità, queste risultano essere riferite a ben precisate condizioni di funzionamento, non necessariamente rispettate nella realtà pratica. Basti pensare ai meccanismi di danneggiamento a fatica a cui sono soggetti componenti meccanici sottoposti a cicli di carico alternato, con la possibilità della sopraggiunta di rotture non solo per valori di sollecitazione ben al di sotto di quelli propri del materiale impiegato, ma anche per durate inferiori a quelle previste in presenza di anomalie che, proprio in corso di funzionamento, possono accelerare il processo di danneggiamento.

Da ciò si può facilmente intuire la necessità del ricorso a nuovi metodi di prevenzione del guasto da affiancare alle già presenti e continuamente in sviluppo tecniche di calcolo della vita utile. Più precisamente, ci si sta muovendo nel campo delle tecniche di prognostica, ovvero di anticipazione dell'imminente malfunzionamento mediante l'analisi continua di parametri del sistema monitorato. Dall'emergere di variazioni negli andamenti di opportune grandezze è, infatti, possibile risalire non solo alla presenza di un fenomeno di danneggiamento in atto, ma anche alle eventuali cause scatenanti: ciò ha il duplice vantaggio di consentire la risoluzione della criticità nell'immediato e di fornire lo spunto per un'evoluzione tecnologica mirata al superamento del difetto origine della criticità stessa.

In questa tesi, si è rivolta l'attenzione sugli attuatori elettromeccanici impiegati per i comandi di volo primari di aeromobili. Più nello specifico, nell'ambito di un progetto di ricerca presso il Politecnico di Torino, incentrato proprio sullo sviluppo di modalità di identificazione di guasto progressivo per finalità di prognostica su tali componenti, è stata eseguita l'analisi di un modello dinamico di sistema di trasmissione vite a ricircolo di sfere, meccanismo ampiamente adottato negli attuatori elettromeccanici per la conversione del moto rotatorio in moto lineare e caratterizzato da vantaggi quali la precisione degli spostamenti realizzabili, gli elevati rendimenti di trasmissione e l'affidabilità. Il modello impiegato, sviluppato e messo a disposizione dall'Ing. Bertolino, è stato realizzato in ambiente MSC ADAMS, software ampiamente utilizzato in ambito industriale per la simulazione e l'analisi dinamica multibody, intendendo con ciò lo studio della dinamica di corpi connessi tra loro mediante opportuni giunti e in presenza di precisi vincoli e condizioni di carico, prendendo anche in considerazione fenomeni legati alla deformabilità dei corpi stessi, fenomeni di contatto e attrito.

Lo scopo di questa tesi è stato quello di analizzare il comportamento del modello al variare delle condizioni di funzionamento previste, in termini di grandezze cinematiche e

dinamiche relative ai singoli componenti presenti nel meccanismo. Nello specifico, si è proceduto inizialmente con lo studio delle formulazioni teoriche inerenti il sistema vite a ricircolo di sfere presenti in letteratura, con l'intento successivo di effettuare una validazione del modello tramite i dati raccolti dalle simulazioni effettuate. Ciò ha richiesto la costruzione di modelli matematici, oggetto anch'essi di validazione sulla base dei risultati forniti negli studi osservati, poi utilizzati sui dati di simulazione. È seguita una fase di analisi dell'influenza del livello di rifinitura delle geometrie del modello sulla precisione dei risultati ottenuti e sul conseguente sforzo computazionale richiesto. Infine, sono stati analizzati i risultati ottenuti in corrispondenza di diverse condizioni di funzionamento al fine di indentificare gli andamenti teorici delle grandezze di interesse, oggetto di confronto con quelli ottenuti sperimentalmente al fine di individuare la presenza di eventuali anomalie o danneggiamenti e poterne valutare l'entità.

Indice

Capitolo 1 – Attuatori elettromeccanici.....	1
1.1 – Introduzione.....	1
1.2 – Architettura di un EMA.....	3
1.2.1 – Servomotore.....	4
1.2.2 – Azionamento elettronico del motore.....	4
1.2.3 – Trasmissione.....	4
1.2.4 – Convertitore di moto.....	5
1.2.5 – Sensori.....	6
1.2.6 – Unità di controllo elettronica.....	6
1.2.7 – Componenti addizionali.....	6
1.3 – Confronto tra EMA ed HESA.....	7
1.4 – Soluzioni alla problematica del grippaggio.....	9
1.4.1 – Attuatori fault-tolerant.....	9
1.4.2 – Attuatori free-fault.....	10
1.4.3 – Attuatori multipli.....	10
1.4.4 – Ripartizione delle superfici.....	11
1.4.5 – Attuatori con sistemi PHM.....	11
1.5 – Tipologie di guasto negli EMA.....	12
 Capitolo 2 – Vite a ricircolo di sfere.....	 16
2.1 – Definizione generale del componente.....	16
2.2 – Modello teorico di vite a ricircolo di sfere.....	19
2.2.1 – Definizione sistemi di riferimento.....	20
2.2.2 – Calcolo velocità di slittamento e angolari.....	23
2.2.3 – Calcolo degli angoli di contatto.....	31

2.2.4 – Analisi delle forze di contatto.....	35
2.2.5 – Definizione di rendimento meccanico e Slide-Roll Ratio.....	43
2.2.6 – Descrizione dell’analisi numerica e presentazione dell’algoritmo di calcolo.....	45
2.2.7 – Analisi dei risultati derivanti dall’applicazione dell’algoritmo.....	50
Capitolo 3 – Modellazione mediante ADAMS.....	61
3.1 – Caratteristiche del modello.....	61
3.2 – Metodologia di simulazione.....	64
3.3 – Trattazione dei fenomeni di contatto.....	67
Capitolo 4 – Campagna di simulazioni e raccolta dati.....	72
4.1 – Struttura delle simulazioni e obiettivi dell’analisi.....	72
4.2 – Analisi dei dati ottenuti.....	74
4.2.1 – Effetto del valore di Faceting Tolerance e tempi di simulazione.....	74
4.2.2 – Grandezze cinematiche.....	82
4.2.3 – Grandezze dinamiche.....	89
4.2.4 – Rendimenti meccanici.....	93
Capitolo 5 – Validazione del modello ADAMS.....	97
5.1 – Scopo del processo di validazione.....	97
5.2 – Procedure eseguite.....	98
5.3 – Analisi dei risultati delle elaborazioni.....	103
5.3.1 - Angoli giroscopici.....	103
5.3.2 – Angoli di contatto.....	107
5.3.3 – Ball Pass Frequency.....	116

Capitolo 6 – Conclusioni.....	121
6.1 – Riepilogo.....	121
6.2 – Osservazioni e spunti di approfondimento.....	122
Bibliografia.....	124
Appendice.....	125

Nomenclatura

A_1 = distanza orizzontale tra i centri di curvatura delle piste di vite e madre vite

A_2 = distanza verticale tra i centri di curvatura delle piste di vite e madre vite

a_j = asse maggiore ellisse di contatto

b = terza coordinata del sistema di riferimento di Frenet-Serret

b_j = asse minore ellisse di contatto

C_v = coefficiente di resistenza viscosa

D = diametro della sfera

D_i = diametro interno della vite

D_o = diametro interno della madre vite

d = distanza tra le origini dei sistemi di riferimento globale e di Frenet-Serret

E_b = modulo di Young della sfera

E_j = modulo di Young di vite/madre vite

F_a = carico assiale applicato alla madre vite

F_c = forza centrifuga agente sulla sfera

F_v = forza di resistenza viscosa agente sulla sfera

$F_{x,y,z}$ = componenti della risultante delle forze di inerzia negli assi del sistema di riferimento della vite

$f_{i,o}$ = raggi di curvatura adimensionali delle piste di vite e madre vite

g = accelerazione di gravità (anche entità di compenetrazione nel Capitolo 3)

k_j = rigidzze di vite e madre vite

L = passo d'elica

$M_{t,n,b}$ = momenti di inerzia nelle direzioni t, n, b

$M_{tj,nj,bj}$ = momenti delle forze di attrito nelle direzioni t, n, b

m = massa della sfera

n = seconda coordinata del sistema di riferimento di Frenet-Serret

O = origine del sistema di riferimento globale e di quello solidale alla vite

O' = origine del sistema di riferimento di Frenet-Serret

p_j = pressione di contatto hertziano

q' = coordinata adimensionale ottenuta da x'

Q_j = forza di contatto normale all'interfaccia con la vite e con la madre vite

R_i^* = distanza tra centro di curvatura pista vite e asse parallelo a b passante per O

r_b = raggio della sfera

r'_j = distanza del punto di contatto su vite/madrevite dal centro della sfera

r_m = proiezione della distanza tra O ed O', raggio nominale della vite

S_j = slide-roll ratio all'interfaccia vite-sfera o madrevite-sfera

t = prima coordinata del sistema di riferimento di Frenet-Serret

T = coppia imposta alla vite

Z = numero di sfere

α_0 = angolo di contatto nominale

$\alpha_{i,o}$ = angoli di contatto

β = primo angolo giroscopico

β' = secondo angolo giroscopico

$\delta_{a,r}$ = deformazioni elastiche in direzione assiale e radiale

δ_j^* = deformazione adimensionale delle zone di contatto

ξ = densità lubrificante

η_m = rendimento meccanico

θ = angolo azimutale della sfera nel piano x-y del sistema di riferimento solidale alla vite

θ' = angolo di rotazione dell'asse b a seguito dell'applicazione del carico sulla madrevite

μ_j = coefficienti di attrito all'interfaccia sfera-vite e sfera-madrevite

ν = coefficiente di Poisson

ζ = densità della sfera

τ_j = tensioni tangenziali

ϕ = angolo di rotazione della sfera intorno al proprio asse di spin

$\Psi_{i,o}$ = angoli di slittamento

φ = angolo azimutale della sfera nel piano x'-y' del sistema di riferimento globale

ω = velocità angolare della vite

Ω = angolo di rotazione della vite

$\omega_{t,n,b}$ = velocità angolari della sfera nel sistema di riferimento di Frenet-Serret (componenti di spin)

$\omega_{i,o}$ = velocità angolari di rotazione di vite e madrevite rispetto alla sfera

$\omega_{R,m}$ = velocità angolari di spin e di rivoluzione della sfera intorno alla vite

Capitolo 1 – Attuatori elettromeccanici

1.1 – Introduzione

I progressi tecnologici maturati negli ultimi decenni hanno portato alla realizzazione di attuatori elettromeccanici sempre più potenti ed efficienti, consentendone così la diffusione in un crescente numero di ambiti. Quello manifatturiero è, senz'altro, il principale settore di impiego, essendone ampiamente dotate le macchine CNC. Anche nella robotica gli EMA sono largamente utilizzati, presiedendo alla movimentazione dei giunti e dei manipolatori, e in campo ferroviario sono arrivati a sostituire quelli di natura pneumatica come sistemi di sospensione attivi per il controllo del rollo delle carrozze in treni ad alta velocità.

Tuttavia, gli EMA non sono ancora riusciti a fare breccia nel settore aerospaziale, all'interno del quale rappresentano solo una realtà emergente. A limitarne la diffusione sono le tematiche legate all'affidabilità e alla sicurezza, aspetto particolarmente cruciale in questo ambito. Negli ultimi tempi, sono stati sviluppati nuovi approcci nella progettazione degli aeromobili, prevedendo un maggior coinvolgimento dell'attuazione elettromeccanica al fianco o in sostituzione della predominante attuazione pneumatica. I primi passi di questo processo sono stati compiuti in campo spaziale e militare, dove, però, gli EMA sono stati adottati in configurazioni ridondanti e limitatamente alla sola applicazione/missione specifica, senza quindi che la problematica relativa all'affidabilità di lungo termine venisse effettivamente affrontata.

Affinché l'impiego di attuatori elettromeccanici come comandi di volo primari possa effettivamente prendere piede, è necessario che vengano fatti passi in avanti sotto il punto di vista della vita utile e dell'affidabilità degli stessi. Basti pensare alle conseguenze derivanti da un possibile grippaggio di uno dei componenti interni, causa di inceppamento o *jamming* dell'attuatore, col rischio di bloccaggio della superficie di controllo nell'ultima posizione raggiunta e, quindi, di difficoltà nel controllo dell'aeromobile. Sebbene si tratti di condizioni caratterizzate da probabilità di presentarsi molto basse, dell'ordine di $2 \div 5 \times 10^{-8}$ per ora di volo, per questo tipo di applicazioni gli standard di sicurezza sono estremamente severi, richiedendo probabilità di jamming inferiori a 1×10^{-9} . Al di là della realizzazione di prototipi dimostrativi di aeromobili dotati di sistemi di attuazione primari in parte o completamente basati su EMA, impiego pratico di questi ultimi ha avuto successo nell'ambito dei comandi di volo secondari, per i quali i criteri di affidabilità sono meno stringenti; si tratta di comandi di volo non critici per la conduzione del mezzo e a posizionamento discreto. Per quest'ultimo motivo, inoltre, il fenomeno di inceppamento stesso fa sì che gli EMA siano particolarmente indicati per questa applicazione: in presenza di un malfunzionamento per questo tipo di comandi, il

permanere dell'organo di volo fisso nell'ultima configurazione assunta rappresenta la miglior strategia di gestione del guasto stesso, eliminando, di fatto, la componente di imprevedibilità derivante dalle azioni aerodinamiche agenti sulla superficie interessata dall'inconveniente.

Aircraft	Secondary flight controls			Brakes	Engines	
	Slats	THS	Spoilers		Thrust reverser	Fuel valves
Boeing B787		✓	4 of 14	✓		
Airbus A350		✓		✓	✓	
Airbus A380	✓	✓			✓	✓
Bombardier C-Series				✓		
Embraer KC390		✓				

Tabella 1 – Impiego di EMA in aeromobili commerciali

L'impiego negli aeromobili commerciali, testimoniato dalla tabella sopra riportata, non si limita solo ai comandi di volo secondari, ma si estende anche, per esempio, ai sistemi di frenatura (Boeing B787, Airbus A350), ai sistemi di inversione della spinta dei motori aeronautici (Airbus A350, A380) e di controllo di valvole di flusso (A380). Invece, nel caso dei sistemi di fuoriuscita e retrazione dei carrelli di atterraggio l'adozione di attuatori elettromeccanici risulta poco praticabile: in caso di guasto, è richiesto che l'architettura del sistema garantisca la fuoriuscita dei sistemi di atterraggio secondo un modello di discesa libera smorzata, non realizzabile nel caso degli EMA. Discorso analogo vale per i sistemi di sterzaggio, per i quali è necessario che gli attuatori malfunzionanti operino esclusivamente come smorzatori, consentendo quindi alle ruote di allinearsi alla direzione del moto, prevenendo una eventuale perdita di controllo.

Infine, sono stati condotti degli studi al fine di prevedere l'impiego di EMA anche a bordo di elicotteri; tuttavia, visti i requisiti necessari in termini di affidabilità e dinamica veloce, non hanno ancora visto una applicazione pratica in tale ambito.

1.2 – Architettura di un EMA

In generale, un attuatore elettromeccanico è un sistema in grado di convertire potenza elettrica in potenza meccanica. Il moto realizzato può essere di tipo lineare o rotativo; il primo rappresenta la soluzione più comunemente adottata e che meglio si presta all'impiego in sostituzione degli attuatori elettro-idraulici presenti negli aeromobili, in particolare per l'azionamento delle superfici alari. Il moto può essere realizzato in presenza (*Direct Drive*) o meno di un riduttore intermedio tra motore elettrico e meccanismo di conversione del tipo di moto. La scelta tra una di queste due configurazioni dipende essenzialmente da requisiti sull'ingombro del sistema e sulle performance ad esso richieste.

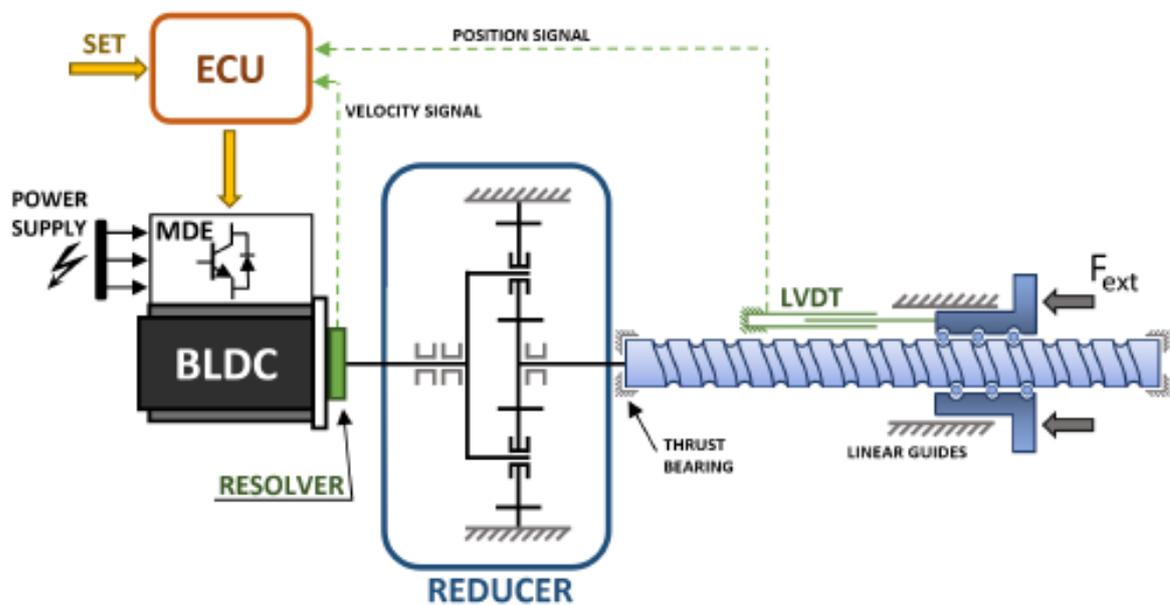


Figura 1.1 – Schematizzazione di un EMA

1.2.1 – Servomotore

Il servomotore è l'organo che opera la conversione da energia elettrica a meccanica. Le possibili varianti tra cui scegliere in base alle esigenze specifiche sono: motori a corrente continua brushless (BLDC), motori a magneti permanenti sincroni (PMSM) e motori a riluttanza commutata (SRM). Per ottenere il valore di coppia opportuno, è necessario modulare le correnti in maniera adeguata a seconda della posizione angolare del rotore. La commutazione dell'alimentazione degli avvolgimenti è gestita dall'azionamento elettronico. I motori a riluttanza commutata presentano il vantaggio per cui sono in grado di funzionare anche a seguito della perdita di una delle fasi di corrente; presentano tuttavia un basso rapporto potenza-inerzia. In generale, si cerca di massimizzare questo rapporto, così da ridurre ingombri e masse dell'attuatore.

1.2.2 – Azionamento elettronico del motore

Comprende l'elettronica che si occupa di commutare l'alimentazione alle diverse fasi del motore. Ciò avviene grazie a dei transistor (MOSFET), i quali vengono attivati e disattivati a seconda della posizione angolare del rotore. A seconda del numero di transistor, si parla di *Y-connection* (6 transistor) o di *full H-Bridge* (12 transistor): quest'ultima configurazione risulta essere più affidabile, sebbene più costosa per via del maggior numero di MOSFET richiesti. La *motor drive electronics* o *MDE* è anche responsabile dell'interruzione dell'alimentazione al motore quando questo viene a funzionare come freno, necessaria in quanto il sistema di alimentazione non sarebbe in grado di accettare l'energia restituita nel processo.

1.2.3 – Trasmissione

La più volte citata esigenza di una riduzione degli ingombri porta alla scelta, generalmente, di motori caratterizzati da alte velocità, modeste coppie e masse/inerzie ridotte. Segue la necessità di adottare un riduttore di velocità a valle del motore. Nella scelta di questo componente valgono le stesse indicazioni relative agli ingombri, insieme alla necessità di elevate efficienze meccaniche e ridotti fenomeni di urto. La scelta si articola, quindi, tra riduttori armonici, riduttori cicloidali e riduttori a ruote planetarie. In

genere, un aumento del rapporto di riduzione comporta una catena di trasmissione più lunga, con più componenti, quindi con un maggior peso delle componenti di perdita di energia meccanica.

1.2.4 – Convertitore di moto

Il moto in uscita dal riduttore viene convertito da rotatorio in lineare tramite un meccanismo a scelta fra vite a ricircolo di sfere (*Ball Screw*, BS) e vite a rulli (*Roller Screw*, RS): entrambi questi sistemi sono caratterizzati da elevate efficienze e precisione di posizionamento, soprattutto in confronto al tradizionale sistema di trasmissione con vite a filettatura trapezoidale (ACME), non adatte alle applicazioni degli EMA.

Le viti a rulli presentano un numero maggiore di punti di contatto rispetto al caso di vite a ricircolo di sfere, il che ne consente l'impiego con carichi maggiori grazie alla riduzione delle tensioni di contatto. Ciò risulta migliorativo anche per quanto riguarda l'estensione della vita utile del componente sotto normali condizioni operative. Tuttavia, la complessità del meccanismo, rende più frequenti i fenomeni di disallineamento. Le viti a rulli presentano passi inferiori rispetto alle viti a ricircolo di sfere, permettono così di ottenere rapporti di riduzione più elevati senza necessità di ricorrere a riduttori di dimensioni superiori. Inoltre, il passo ridotto consente di ottenere migliori risoluzione e ripetibilità di posizionamento.

Nonostante questi vantaggi, le viti a ricircolo di sfere rappresentavano una valida alternativa grazie alla flessibilità di impiego derivante dalle maggiori tolleranze sui disallineamenti e dai più elevati rendimenti, nonché per via della minor complessità costruttiva e del minor costo.

	ACME	Ball screws	Roller screws
Speed	Low	Medium	Very high
Acceleration	Low	Medium	Very high
Load rating	High	High	Very high
Durability	Very low	Medium	Very high
Stiffness	Medium	Very high	Very high
Accuracy	Medium	High	High
Repeatability	Low	High	High
Backlash	Medium	Low	Low
Back drive	Hard	Easy	Medium
Misalignment	Low	High	Medium
Stroke length	Medium	Long	Long
Space required	Medium	Medium	Low
Maintenance	Frequent	Medium	Low
Efficiency	Low	Very high	High

Tabella 2 – Confronto qualitativo tra vite trapezia, vite a ricircolo di sfere e vite a rulli

1.2.5 – Sensori

Si tratta dei componenti fondamentali per poter operare il controllo di posizione e velocità. A seconda della grandezza oggetto di osservazione, si ricorre a tipologie diverse di sensori. La posizione dell'elemento traslante della catena cinematica è rilevata tramite un sensore lineare; tra i più utilizzati vi sono gli LVDT (*Linear Variable Displacement Transducer*). La rilevazione della velocità può essere effettuata ricorrendo ad un encoder o un resolver, generalmente montato sull'albero veloce del riduttore in modo da incrementare l'accuratezza della misurazione. Mentre il controllo sulla corrente è effettuato dalla già citata MDE, i due anelli di controllo di posizione e velocità sono gestiti da una *Electronic Control Unit* (ECU) in digitale. Per quanto riguarda i sensori di misurazione della posizione angolare del rotore del motore elettrico e utilizzati dalla MDE, sono solitamente integrati nel motore stesso.

1.2.6 – Unità di controllo elettronica

Gli attuatori oggi impiegati sono definiti *smart*, facendo con ciò riferimento alla gestione dei singoli controlli demandata ad unità localizzate sugli stessi attuatori (ECU). Queste ricevono dal computer di volo centrale (*Flight Control Computer*, FCC) il valore di riferimento di posizione da realizzare e i segnali di feedback di velocità e posizione da resolver ed LVDT. L'ECU produce in uscita un comando di potenza verso la MDE, la quale si comporta quindi come un'interfaccia tra ECU e linea di fornitura di potenza al motore.

1.2.7 – Componenti addizionali

Per consentire il corretto funzionamento di un EMA, fondamentale risulta il ruolo di elementi quali cuscinetti a sfera, responsabili di sostenere i carichi assiali e radiali, nonché di consentire il moto relativo tra le parti rotanti e fisse. In aggiunta, è necessaria la presenza di un dispositivo anti-rotazione al fine di mantenere fisso l'elemento traslante intorno all'asse della vite. Spesso si ricorre anche a sistemi di frenatura e/o frizione al fine di consentire rispettivamente l'arresto del motore o il suo disinnesto dalla trasmissione in caso di guasto.

1.3 – Confronto tra EMA e EHSA

Gli attuatori elettro-idraulici sono sempre stati la scelta più diffusa nel caso dei comandi di volo, in primis grazie alla loro affidabilità e al basso rischio di inceppamento. Tra i numerosi punti di forza che possono essere individuati, va considerata la possibilità di realizzare spostamenti a velocità basse anche in presenza di carichi elevati grazie alla messa in pressione del fluido idraulico, il quale adempie anche alla funzione di raffreddamento del sistema, sottraendo il calore generato grazie al rinnovo continuo del fluido stesso durante il moto. Gli EHSA non richiedono l'impiego di riduttori o trasmissioni e ciò contribuisce ad una riduzione delle inerzie, permettendo al sistema un grado di prontezza e di reazione piuttosto elevato. Inoltre, questi attuatori non sono soggetti a fenomeni di interferenza elettromagnetica e il loro impiego non comporta problemi di emissioni.

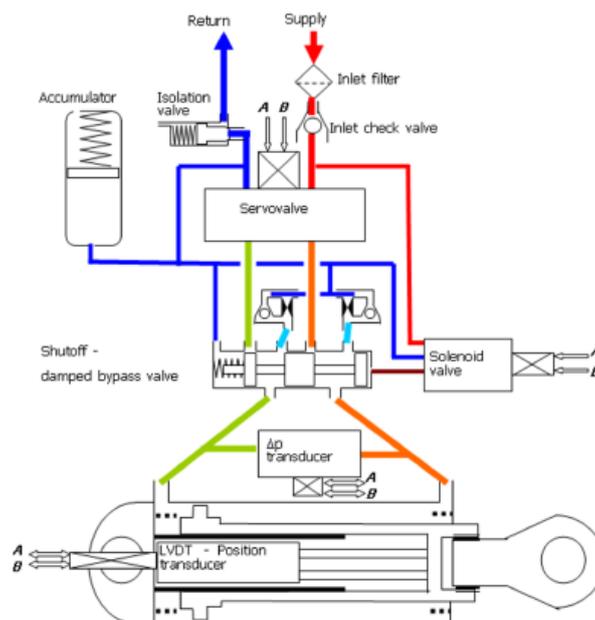


Figura 1.2 – Schematizzazione di un EHSA

In caso di guasto, il moto dell'attuatore può essere controllato senza necessità di ricorso a sistemi aggiuntivi: una soluzione molto semplice consiste nel mettere in comunicazione le due camere tramite un foro calibrato, il quale introduce così un fattore di smorzamento che impedisce al sistema di avere una risposta del tutto incontrollata. Complessa risulta, tuttavia, l'architettura che permette l'impiego di questo tipo di attuatori: è necessaria

l'installazione di circuiti idraulici, pompe, tubazioni, filtri, serbatoio. Inoltre, attuatori diversi devono essere alimentati da circuiti diversi o, per lo meno, da appositi e distinti tratti di circuito, in modo da garantirne l'indipendenza in caso di malfunzionamento. La presenza di tutte queste componenti richiede uno sforzo anche in fase di progettazione dell'aeromobile, in modo da prevedere gli spazi adeguati all'inserimento degli stessi; si tratta di un'operazione di non poco conto: basti considerare le difficoltà che insorgono nella progettazione delle strutture alari. Non va poi trascurato il fattore legato alla manutenzione: questo tipo di sistemi prevede ricorrenti sostituzioni di filtri esausti e componenti, insieme all'inconveniente legato alle perdite di fluido idraulico, tipicamente dannoso per la salute, e che richiede pertanto opportune e costose operazioni di ricambio e smaltimento. In aggiunta, il fluido idraulico rappresenta una frazione non indifferente del peso complessivo del velivolo, determinando un incremento dei consumi.

Alla luce di quanto esposto, l'impiego degli attuatori elettromeccanici comporta evidentemente un vantaggio in termini di riduzione di peso, venendo meno la necessità di installare il sistema di pompe e tubazioni. A ciò si va ad aggiungere l'assenza di perdite, il venir meno delle difficoltà di posizionamento degli attuatori in punti critici come le ali, la riduzione dei consumi e la minor richiesta di manutenzione. Ai tubi vengono a sostituirsi cavi elettrici, più facili da gestire, e i costi di manutenzione diminuiscono, risultando quest'ultima anche più facile da eseguire. Inoltre, gli EMA sono caratterizzati da una maggior efficienza energetica rispetto agli EHSA, i quali si ritrovano ad impiegare il fluido idraulico alla massima pressione disponibile rigettando la portata in eccesso tramite apposite servovalvole. I range di velocità dei motori elettrici estendono il campo operativo degli EMA e la loro gestione avviene in maniera semplice ed efficiente. Per contro, questi attuatori non sono immuni da disturbi di natura elettromagnetica, essendo il controllo stesso realizzato tramite transistor ad alta frequenza di commutazione e per via del campo magnetico del motore. Al fine, quindi, di limitare in ampiezza i valori delle correnti, in ambito aeronautico si fa ricorso ad elevate resistenze di avvolgimento che operano a 270 V; inevitabilmente, sorge il problema della dissipazione del calore generato, soprattutto se si considera che il motore deve continuamente garantire una coppia anche a carico costante. Questo è uno dei motivi per cui gli EMA non hanno ancora trovato largo impiego nei comandi di volo primari, che hanno proprio la caratteristica di dover operare in continuo senza ritardo. I rendimenti delle trasmissioni variano significativamente a seconda del carico applicato, della velocità operativa e della temperatura. Per di più, i fenomeni di urto, causati dall'usura e più frequenti andando avanti nella vita del componente, possono originare vibrazioni delle superfici aerodinamiche, con ripercussioni sulla dinamica dell'attuatore stesso. Sebbene gli EMA presentino un tasso di malfunzionamento più basso rispetto agli EHSA, i primi risultano ancora meno affidabili per via del maggior numero di componenti che costituiscono l'attuatore; in particolare, i fenomeni di contatto che hanno luogo sono decisi nel determinarne la vita utile in base alle condizioni operative. Non meno importante è il già citato inconveniente dell'inceppamento o jamming. Tale problematica non è risolvibile ricorrendo all'impiego multiplo di attuatori, dal momento che il bloccaggio di uno di

questi comprometterebbe anche il funzionamento di quelli ausiliari. La probabilità che si verifichi questo fenomeno è, nel caso degli EHSA, di 1×10^{-9} , ben un ordine di grandezza inferiore a quella nel caso degli EMA.

1.4 – Soluzioni alla problematica del grippaggio

Possono essere individuate quattro categorie principali in cui raggruppare le modalità di prevenzione del guasto:

- Impiego di attuatori *fault-tolerant*.
- Impiego di attuatori *fault-free*.
- Impiego di attuatori multipli.
- Incremento della ripartizione delle superfici di controllo.

1.4.1 – Attuatori *fault-tolerant*

Con l'espressione *fault-tolerant* si va ad indicare la presenza di ridondanze sull'attuatore solo per alcuni elementi, per i quali sono previste quindi più vie di alimentazione. In presenza di un guasto su una di esse, l'attuatore è così ancora in grado di operare. Questo approccio può essere esemplificato considerando che l'effetto di ridondanze sul motore elettrico può assicurarne l'insensibilità a problematiche legate alla MDE, mentre l'adozione di viti a ricircolo di sfere telescopiche permetterebbe di aggirare l'inconveniente del grippaggio.

1.4.2 – Attuatori fault-free

Questo tipo di attuatori è caratterizzato dalla completa ridondanza dell'attuatore stesso. Ciò ne migliora le caratteristiche di velocità e forza in funzionamento normale: in queste condizioni si comporta esattamente come un normale attuatore, con un unico punto di fissaggio alla superficie di controllo. In presenza di un malfunzionamento, la superficie sarà ancora controllabile, sebbene con prestazioni ridotte. Soluzioni pratiche sono rappresentate dall'utilizzo di attuatori in serie ed in parallelo ma con leva somma, inserimento di elementi di bloccaggio e smorzamento che vengono attivati in presenza del guasto.

1.4.3 – Attuatori multipli

La superficie aerodinamica può essere controllata ricorrendo a due o più attuatori separati, con punti di attacco diversi. Questo sistema garantisce il funzionamento dell'organo mobile in caso di guasto sulle componenti elettriche di uno degli attuatori presenti, potendo quest'ultimo essere trascinato da quelli ancora funzionanti. Tuttavia, se il problema riscontrato è quello dell'inzeppamento, la superficie non ha più modo di muoversi. Come possibile soluzione, si era ipotizzato di ricorrere al distacco tramite piccole esplosioni controllate dell'attuatore fallato; per via dei problemi di affidabilità legati, non si è mai pervenuti alla pratica applicazione, optando per la ricerca di metodi diversi. L'impiego di attuatori multipli ha, quindi, lo svantaggio di potersi ritrovare nella cosiddetta condizione di *force fighting*, ovvero di due attuatori aventi le stesse caratteristiche e che si trovano ad operare in maniera opposta, senza più la possibilità di muovere la superficie azionata, la quale risulta, peraltro, soggetta a stress imprevisti. Questa situazione è evitabile andando ad operare in configurazione di back-up, ovvero con un attuatore attivo e l'altro disattivato. L'attuatore principale dovrà essere però sovradimensionato, dovendo non solo mettere in moto la superficie, ma anche trascinare il secondo attuatore. Ciò determina un incremento delle potenze richieste e dei volumi occupati, sebbene si tratti di una soluzione caratterizzata da una elevata prontezza di attivazione in caso di guasto. Un'alternativa consiste nell'impiegare l'attuatore secondario in controllo di forza: durante il funzionamento normale, questo attuatore non sarà disattivato, ma andrà a compensare per la propria inerzia, evitando così di dover sovradimensionare l'attuatore principale. Tuttavia, questo sistema presenta, rispetto alla prima soluzione, un lieve ritardo di attivazione legato alla commutazione del controllo di forza in controllo di posizione.

1.4.4 – Ripartizione delle superfici

Andando a ripartire le superfici aerodinamiche in un maggior numero di elementi mobili, si prevede di sopperire al guasto di un attuatore attraverso una compensazione dello squilibrio aerodinamico causato attraverso il controllo sul resto della superficie. Questa soluzione comporta tuttavia complicazioni non indifferenti dal punto di vista progettuale, richiedendo un design secondo tecniche non convenzionali.

1.4.5 – Attuatori con sistemi PHM

Le soluzioni presentate comportano tutte l'impiego di un maggior numero di componenti ed una crescente complessità del sistema, avendo conseguenze quali l'incremento del peso e dei volumi occupati, fattori non di poco conto nella progettazione degli aeromobili. Inoltre, ogni componente aggiuntivo porta con sé un rischio di malfunzionamento, richiedendo quindi una vera e propria catena di sistemi di sicurezza che va a peggiorare le problematiche appena esposte, in aggiunta alla necessità di interventi di manutenzione più costosi e frequenti.

Invece di andare ad implementare soluzioni che abbiano lo scopo di ridurre al minimo gli effetti di un guasto nel corso del funzionamento, un approccio innovativo consiste nel mantenere la struttura degli attuatori il più semplice possibile, per poi affiancargli sistemi di prognostica e gestione della vita utile del componente. Questi sistemi (PHM) monitorano in tempo reale l'attuatore, rilevando l'insorgere di malfunzionamenti analizzandone la vita utile residua. Questa modalità di prevenzione, tuttavia, è praticabile in presenza di fenomeni di danneggiamento progressivo e per tempi che siano tali da consentire la conclusione dell'incarico in corso prima che si possa procedere alla messa in atto delle adeguate contromisure. Lo sviluppo di metodologie di prognostica ha preso piede negli ultimi anni e, a tal proposito, sono stati condotti numerosi studi, sia numerici che sperimentali, volti ad analizzare sia i fenomeni di guasto progressivo, sia la risposta dell'attuatore soggetto a tali condizioni a livello di sistema.

1.5 – Tipologie di guasto negli EMA

Affinché le strategie di PHM possano essere efficientemente applicate, è necessaria un'approfondita conoscenza dei fenomeni di danneggiamento che hanno luogo negli EMA. La capacità di individuare prontamente i sintomi di un incipiente malfunzionamento e i segnali legati al progredire di un difetto consentono di migliorare l'accuratezza delle stime effettuate. Le cause di guasto possono essere innanzitutto classificate in quattro categorie generali, in base ai componenti interessati:

- Guasti alle parti elettriche ed elettroniche.
- Guasti al motore.
- Guasti ai componenti meccanici.
- Guasti ai sensori.

Sulla base di questa suddivisione, è possibile andare ad effettuare un'analisi dei modi, degli effetti e della criticità dei guasti (FMECA, *Failure Mode, Effects and Criticality Analysis*) per valutare la gravità delle conseguenze di un guasto correlata con la sua probabilità di verificarsi. Come mostrato nelle Tabelle 3.1 e 3.2, è possibile associare un punteggio alla gravità dell'inconveniente sulla base di quattro voci:

- Frequenza di riscontro (*Occurrence Frequency*), definita come la probabilità di presenza di un difetto di entità tale da causare anomalie di funzionamento. Un punteggio pari ad 1 corrisponde ad una probabilità superiore a 1×10^{-6} , mentre ad un valore di 4 si associa una probabilità inferiore a 1×10^{-8} .
- Gravità del guasto (*Fault Severity*): parametro connesso alle conseguenze derivanti dal guasto. Un punteggio basso sta ad indicare una situazione di pericolo elevato per l'intero aeromobile; viceversa un punteggio alto è sinonimo di scenari non critici, caratterizzati solo da un decremento delle performance.

- Testabilità (*Testability*): è indice dell'osservabilità del fenomeno. Un punteggio di 1 corrisponde ad un tipo di guasto non direttamente osservabile, nascosto da effetti collaterali del guasto stesso o da rumore di misurazione; al contrario un punteggio di 4 indica che il guasto è rilevabile in corso di funzionamento senza necessità di impiego di sensori esterni all'attuatore.
- Sostituibilità (*Replaceability*): questo parametro esprime la necessità di sostituire l'intero attuatore (1) o solo pochi suoi componenti (4). Esso dipende, in particolar modo, dalla tipologia dell'attuatore; tuttavia, generalmente, questo parametro assume valore 1 in quanto risulta conveniente sostituire in ogni caso l'attuatore, così da ridurre al minimo i tempi di manutenzione e condurre in maniera più approfondita analisi sul componente danneggiato.

Gli studi e le analisi effettuate hanno mostrato che le problematiche maggiori sono proprio quelle che portano alla perdita della controllabilità dell'attuatore. Danneggiamenti degli strati isolanti nelle unità elettroniche di ECU e MDE possono determinare la perdita del motore e, di conseguenza, l'incapacità di regolare la posizione delle superfici aerodinamiche. Per quanto riguarda i componenti meccanici, cuscinetti e trasmissione risultano essere quelli critici: basti pensare al distacco di materiale a causa dei fenomeni di usura superficiale in grado di compromettere l'efficienza dello strato di lubrificante, divenendo causa di grippaggio e funzionamento intermittente. Nella FMECA illustrata non vengono prese direttamente in considerazione le problematiche inerenti la lubrificazione, essendo queste comuni alla grande maggioranza dei componenti meccanici. La trasmissione include sia l'eventuale riduttore sia il sistema di conversione del moto. Quest'ultimo, viste anche la complessità strutturale che può assumere e la particolarità dei fenomeni di contatto che vi hanno sede, non è stato ancora oggetto di uno studio sistematico circa i meccanismi di guasto a cui può andare in contro.

Category	Component	Main failure mode	Causes	Symptoms	Failure effect	Score					
						F	S	T	TOT		
Bearings	Corrosion	Insolants degradation, lubricant chemical contaminants	Increased vibration, metal flakes separation	Increased vibration, metal flakes separation	Increased risk of jamming	3	3	2	1	9	
						3	3	2	1	9	
	Seals degradation	Natural degradation, harsh environment, wear	Lubricant contamination/oxidation	Lubricant contamination/oxidation	Lubricant bleeding, performance degradation, risk of seizure	3	3	2	1	9	
						3	3	2	1	9	
Electric erosion	Insolants degradation, electric motor shorts	Noise, efficiency loss, increased friction	Noise, efficiency loss, increased friction	Noise, efficiency loss, increased friction	Increased noise	3	2	3	1	9	
						3	1	3	1	8	
Tracks crack	Overloads, excessive vibration	Noise	Noise	Noise	Actuator loss (possible jamming)	3	1	3	1	8	
						3	1	3	1	8	
Gears	Crack	Fatigue degradation, overloads	Periodic stiffness variation, "localized" noise	Periodic stiffness variation, "localized" noise	Actuator loss (possible jamming)	3	1	3	1	8	
						3	1	3	1	8	
	Wear	Natural degradation, insufficient/contaminated lubrication	Increased noise over wide frequency spectrum	Increased noise over wide frequency spectrum	Slow degradation in performance	Degraded performance	4	4	4	1	13
							2	3	3	1	9
Mechanics	Scoring	Natural degradation, overloads, fretting fatigue	Noise, increased friction, excessive heating	Noise, increased friction, excessive heating	Performance loss, possible grip	2	1	3	1	7	
						2	1	3	1	7	
	Spalling	Natural degradation, insufficient lubrication, excessive load	Increased vibration, metal flakes separation, excessive heating	Increased vibration, metal flakes separation, excessive heating	Performance loss, possible grip	Performance loss, possible grip	2	1	3	1	7
							2	1	3	1	7
	Flaking	Overloads, excessive preload, mounting errors	Increased friction, increased vibration, metal flakes separation, excessive heating	Increased friction, increased vibration, metal flakes separation, excessive heating	Performance loss, possible grip	Performance loss, possible grip	2	1	3	1	7
							2	1	3	1	7
	Fretting	Metal flakes + high loads + small displacements	Increased friction, increased vibration, metal flakes separation	Increased friction, increased vibration, metal flakes separation	Performance loss, possible grip	Performance loss, possible grip	2	1	3	1	7
							2	1	3	1	7
	Wear	Natural degradation, insufficient/contaminated lubrication, lubricant ageing, too high temperature	Noise, increased friction, increased backlash, excessive heating	Noise, increased friction, increased backlash, excessive heating	Degraded performance, loss of positioning accuracy, loss of preload, loss of rigidity, increased vibrations	Degraded performance, loss of positioning accuracy, loss of preload, loss of rigidity, increased vibrations	3	4	4	1	12
							3	4	4	1	12
Return channel deformation	Overloads, localized impulsive loads	Vibration, significant efficiency loss, jamming risk	Vibration, significant efficiency loss, jamming risk	Severe efficiency loss, jamming	Severe efficiency loss, jamming	4	1	3	1	9	
						4	1	3	1	9	
Indentation	Overloads, metal flakes contamination	Increased friction, efficiency loss, increased vibrations	Increased friction, efficiency loss, increased vibrations	Jamming, performance loss	Jamming, performance loss	3	1	3	1	8	
						3	1	3	1	8	
Rolling element deformation	Overloads, too high speed	Increased vibrations	Increased vibrations	Performance loss, possible jamming	Performance loss, possible jamming	3	2	3	1	9	
						3	2	3	1	9	

Tabella 3.1 – FMECA per attuatori elettromeccanici

Category	Component	Main failure mode	Causes	Symptoms	Failure effect	Score				
						F	S	T	R	TOT
Mechanics	Power screw	Seals degradation	Natural degradation, harsh environment, wear	Lubricant contamination/oxidation	Lubricant bleeding, performance degradation, risk of seizure	3	3	2	1	9
	Rod end	Crack	Overloads, vibrations	Reduced connection stiffness	Detachment from aerodynamic surface	4	1	2	1	8
	Resolver	Coils turn-to-turn	Insulant degradation	Inaccurate reading	Performance loss	3	2	3	1	9
Sensors	Motor sensors	Hall	Local overheating, electrical overstresses, vibration etc.	Incoherent signal	Motor control loss	4	2	3	1	10
	LVDI	Coils turn-to-turn	Insulant degradation	Inaccurate reading	Performance loss	3	2	3	1	9

Tabella 3.2 – FMECA per attuatori elettromeccanici

Capitolo 2 – Vite a ricircolo di sfere

2.1 – Definizione generale del componente

La vite a ricircolo di sfere è un sistema di trasmissione che consente il passaggio da moto lineare a moto rotatorio e viceversa. Si tratta della diretta evoluzione dei sistemi a vite tradizionali e ne migliora diversi aspetti, pur richiedendo maggior attenzione in fase di progettazione dei profili di contatto e miglior accuratezza nella realizzazione.

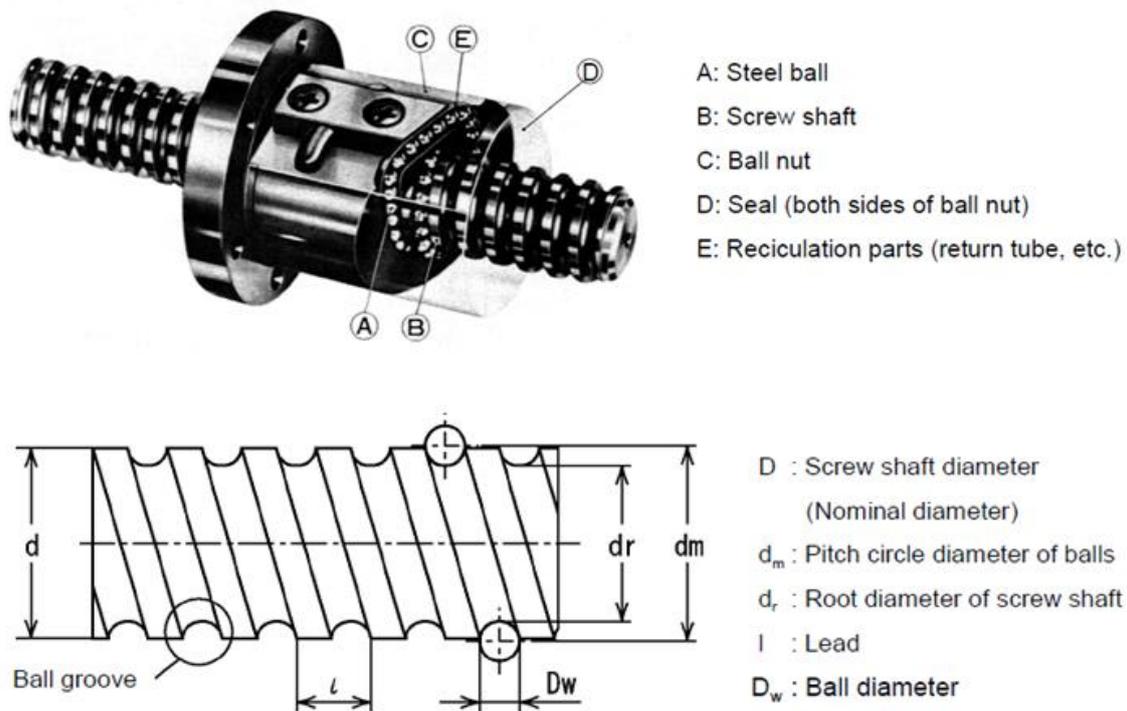


Figura 2.1 – Vite a ricircolo di sfere

Gli elementi essenziali che vanno a comporre questo meccanismo sono:

- Vite: albero filettato in modo da ottenere uno specifico profilo individuabile in un piano ortogonale alla tangente in qualunque punto dell'elica.

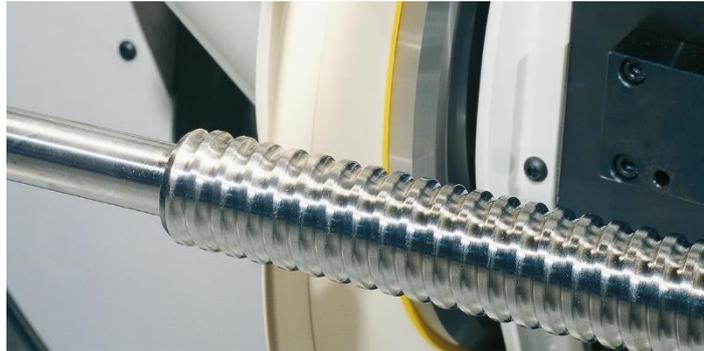


Figura 2.2 – Albero filettato

Questo profilo si presenta, generalmente, in due varianti: la prima, denominata profilo circolare, viene ottenuta considerando un unico arco di circonferenza; ne consegue un unico centro di curvatura nel piano contenente l'asse della vite e può presentare condizioni di contatto distribuito in presenza di carichi elevati, con conseguente accentuamento dei fenomeni di usura e di dissipazione di energia sotto forma di calore. La seconda tipologia di profilo è denominata ad arco gotico ed è ottenuta considerando due archi di circonferenza distinti, cioè caratterizzati da due diversi centri di curvatura; il vantaggio di questa soluzione consiste nel ridurre l'entità del contatto distribuito anche in condizioni di carico elevato, così da avere ridotti fenomeni di strisciamento e di perdite meccaniche.

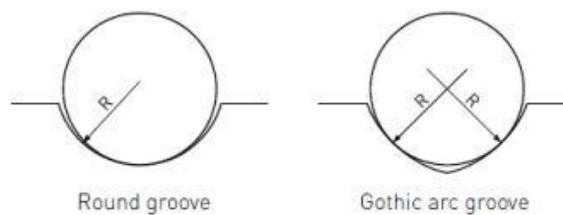
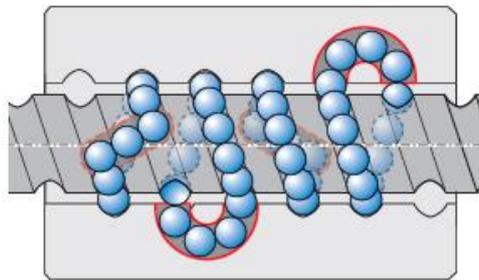


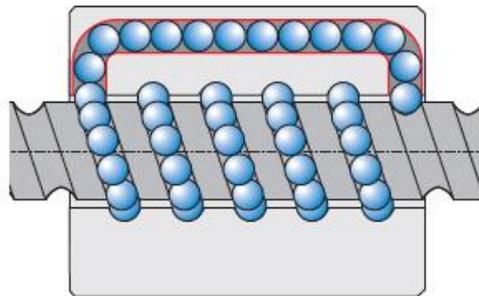
Figura 2.3 – Profilo circolare e profilo ad arco gotico

- Madrevite: elemento accoppiato all'albero, dotato di filettatura interna e sede del sistema di ricircolo delle sfere, il quale consente il reinserimento continuo delle stesse tra le piste di contatto. Si possono individuare due tipologie di sistemi di ricircolo: interno ed esterno. Nel primo, la pista di rotolamento presente sulla

madrevite è suddivisa in più tratti di ricircolo percorsi a ciclo chiuso; al termine di un'intera percorrenza, le sfere vengono reindirizzate nella posizione iniziale grazie alla presenza di un deviatore. Questa soluzione consente di avere dimensioni più contenute della madrevite, con l'inconveniente, tuttavia, che, per incrementare la capacità di carico del sistema, è necessario prevedere un maggior numero di circuiti di ricircolo. La seconda soluzione è quella a ricircolo esterno, dove le sfere percorrono la pista di rotolamento nella sua interezza, per poi essere riportate nella posizione iniziale da un percorso che collega l'estremo di fuoriuscita della pista a quello d'ingresso alla stessa.



a)



b)

Figura 2.4 – Sistemi di ricircolo con: a) deviatore multiplo, b) tubo di ricircolo

- Sfere: elemento intermedio, a contatto con entrambe le piste di rotolamento e che permette di ridurre notevolmente i fenomeni di dissipazione di energia meccanica grazie alla presenza di un contatto praticato su una superficie ridotta e al fenomeno del rotolamento in luogo dello strisciamento fra i profili di vite e madrevite che ha luogo nella classica trasmissione a vite. Come i precedenti, anche le sfere, per quanto si tratti di un componente estremamente semplice, richiedono particolare attenzione sia in fase di progettazione (scelta delle giuste dimensioni e tolleranze,

nonché del materiale più opportuno a garantire la sopportazione dei carichi a cui può essere soggetta, in considerazione delle elevate tensioni di contatto presenti) che in fase realizzativa (necessità di omogeneità dimensionale fra le sfere al fine di evitare irregolarità di avanzamento, usure localizzate, distribuzioni anomale dei carichi).

L'insieme di tutti questi accorgimenti permette di ottenere numerosi vantaggi nell'adozione di questo tipo di trasmissione, in primis gli elevati rendimenti meccanici conseguibili proprio grazie al ricorso al contatto di rotolamento in luogo dello strisciamento. Ciò ha come conseguenza la possibilità di poter adottare motori con coppie e potenze più basse, quindi con costi e ingombri ridotti. Del resto, anche in fase di avviamento la coppia richiesta è notevolmente inferiore: in caso di contatto di strisciamento, infatti, ci si trova, all'avvio, in presenza di attrito statico, condizione che comporta, rispetto al caso dinamico, una maggior forza/coppia resistente; ciò non accade, invece, in presenza di corpi volventi, per i quali la condizione di attrito nella zona di contatto rimane pressoché immutata nel passaggio tra condizione stazionaria e di movimento. Sebbene possa esistere sempre una minima componente di strisciamento nel moto delle sfere lungo le piste di contatto, quanto esposto mostra come a godere di questa soluzione sia anche la durata stessa della vita del componente, permettendone l'impiego anche con velocità di funzionamento sostenute senza comprometterne eccessivamente l'efficienza. Inoltre, la particolare attenzione richiesta in fase di progettazione e realizzazione assicura una movimentazione precisa, elevate rigidità assiali (anche in assenza di precarico) e riduzione del livello di rumorosità in presenza di velocità e carichi elevati. In virtù di queste caratteristiche, le viti a ricircolo di sfere trovano largo impiego in numerosi settori, dalle macchine a controllo numerico e di precisione a macchine industriali, sino ad applicazioni di carattere più generale come in attuatori elettromeccanici.

2.2 – Modello teorico di vite a ricircolo di sfere

La trattazione teorica della cinematica e della dinamica di questo meccanismo deriva dagli studi condotti nell'ambito della teoria hertziana e in quello dei cuscinetti a sfera, dal quale trae numerose metodologie opportunamente rielaborate. Nello svolgere questa tesi, si è fatto riferimento a [1]. Questo studio rappresenta un approfondimento dell'attività svolta in [2].

La modellazione che viene effettuata ha come scopo quello di evidenziare gli andamenti di tutte le grandezze cinematiche di interesse relative al moto delle sfere lungo il canale

elicoidale, considerando la presenza di slittamento e di deformazione elastica in corrispondenza delle zone di contatto. Ciò, unitamente a considerazioni di carattere dinamico inerenti alle forze scambiate alle interfacce sfera-vite e sfera-madrevite, permette di ricavare gli andamenti degli angoli di contatto e informazioni circa l'entità del fenomeno di slittamento in relazione al moto di rotolamento, variando parametri quali la velocità di rotazione della vite e il valore della forza resistente applicata alla madrevite. Va precisato che il modello così descritto considera le sfere in condizioni lontane dall'ingresso o dall'uscita del sistema di ricircolo e utilizza un approccio di tipo quasi-statico, considerando quindi sempre condizioni di velocità costante; inoltre, non prende in considerazione la presenza di un eventuale precarico e assume un profilo del canale di contatto di tipo circolare. Ulteriori assunzioni e approssimazioni di carattere più specifico verranno indicate nelle rispettive sezioni.

2.2.1 – Definizione sistemi di riferimento

È necessario andare a definire cinque sistemi di riferimento, di cui i primi tre sono utilizzati, nello specifico, per lo studio della cinematica della sfera, mentre gli ulteriori due servono al calcolo delle componenti della forza d'inerzia e delle componenti del rispettivo momento risultate agenti su ciascuna sfera. Le denominazioni qui usate saranno valide per tutte le successive analisi.

- Sistema di riferimento **$Ox'y'z'$** : consiste in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e globale avente asse z' coincidente con l'asse della vite e origine situata in corrispondenza dell'estremità inferiore della stessa. Rispetto ad esso, la vite compie un moto di rotazione intorno all'asse z , mentre la sfera risulta essere animata da un moto composto di tipo elicoidale. Si definiscono inoltre φ l'angolo azimutale della sfera nel piano $x'-y'$ e ω la velocità di rotazione della vite.
- Sistema di riferimento **$Oxyz$** : si tratta di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale avente origini coincidenti e con il piano $x-y$ parallelo al piano $x'-y'$; tuttavia esso ruota intorno all'asse $z=z'$ con velocità angolare pari a ω ; esso risulta pertanto solidale alla vite in rotazione.
- Sistema di riferimento **$O'tnb$** : denominato sistema di riferimento di Frenet-Serret, ha l'origine coincidente con il centro ideale della sfera, asse t tangente al cilindro di base (ottenuto considerando il raggio nominale della vite) e inclinato rispetto al

piano x-y di un angolo α pari all'angolo d'elica, mentre l'asse n risulta essere sempre diretto verso l'asse della vite.

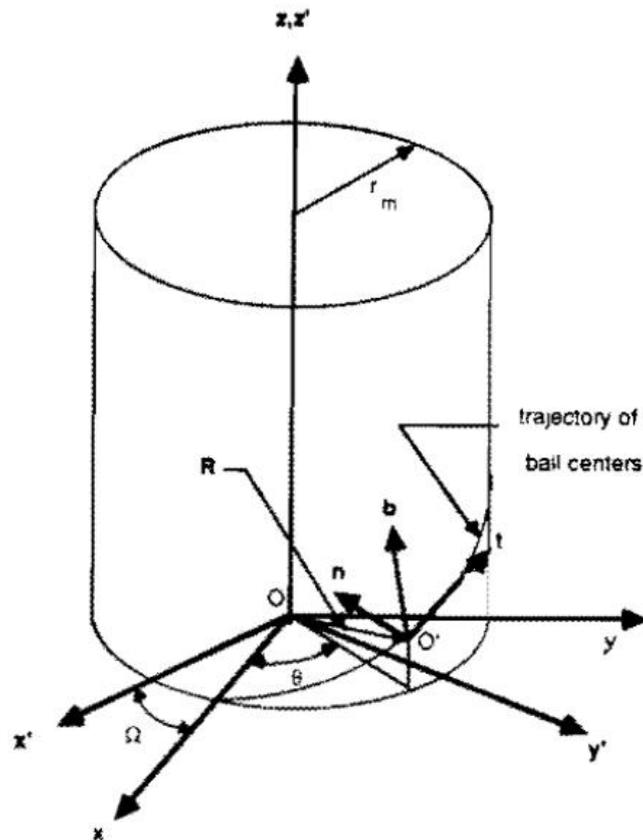


Figura 2.5 – Sistemi di riferimento: 1) globale, $Ox'y'z'$, 2) rotante, $Oxyz$ e 3) di Frenet-Serret $O'tnb$

- Sistema di riferimento $O'UVW$: sistema avente origine nel centro ideale della sfera e asse U coincidente con l'asse di spin della sfera, intendendo con questa espressione il moto angolare della sfera decurtato delle componenti relative al moto angolare di rotazione intorno alla vite e di rivoluzione rispetto ad $Ox'y'z'$. Si definiscono β e β' angoli giroscopici, scostamenti angolari dell'asse U rispetto al piano t-b e della sua proiezione su tale piano rispetto a b.
- Sistema di riferimento $O'Ur\phi$: origine e asse U coincidenti con il sistema precedente. È usato per la determinazione della forza di inerzia e del relativo momento agenti sulla sfera, esplicitando la dipendenza delle componenti V e W

del sistema $O'UVW$ dall'angolo ψ e da r , pari alla distanza di un elemento di massa infinitesima della sfera dall'asse U .

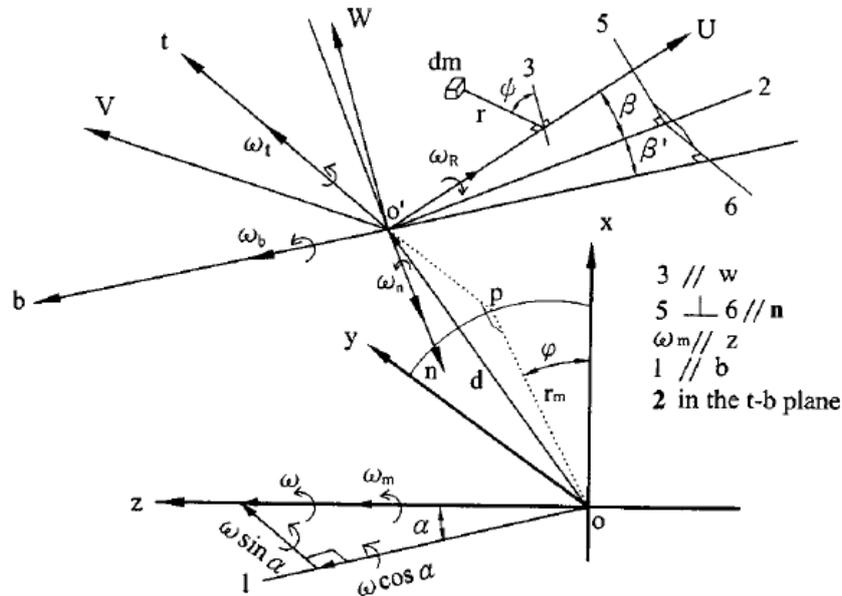


Figura 2.6 – Sistemi di riferimento: 4) $O'UVW$, 5) $O'Urv$

È possibile passare da un sistema di riferimento all'altro mediante l'uso di matrici di trasformazione delle coordinate, nota la posizione della sfera in uno qualunque di essi.

Noto Ω , angolo di rotazione della vite nel sistema di riferimento globale $Ox'y'z'$ (la cui derivata è pari a ω), è possibile ottenere la posizione nelle coordinate $Oxyz$ tramite la relazione:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}' \quad (2.1),$$

avendo indicato con \mathbf{X}' i versori del sistema globale $Ox'y'z'$. Si definisca ora l'angolo θ , pari all'angolo azimutale della sfera nel sistema di riferimento solidale alla vite $Oxyz$. La posizione del centro della sfera in questo sistema può essere espressa come:

$$\mathbf{R}^r = [r_m \cos(\theta) \quad r_m \sin(\theta) \quad r_m \theta \tan(\alpha)] \mathbf{X} \quad (2.2),$$

dove l'apice 'r' fa riferimento al sistema Oxyz. Noto l'angolo d'elica α , è ora possibile passare dal sistema Oxyz al sistema O'tnb mediante la trasformazione:

$$\begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\alpha) \sin(\theta) & \cos(\alpha) \cos(\theta) & \sin(\alpha) \\ -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\alpha) \sin(\theta) & -\sin(\alpha) \cos(\theta) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

2.2.2 – Calcolo velocità di slittamento e angolari

Facendo riferimento a [2], è possibile andare a determinare la velocità di slittamento della sfera rispetto a vite e madrevite, ovvero la velocità relativa della sfera in corrispondenza dei due punti di contatto. Questi punti vengono individuati nel piano n-b tramite due angoli, α_i e α_o , compresi tra il vettore n e la direzione normale di contatto.

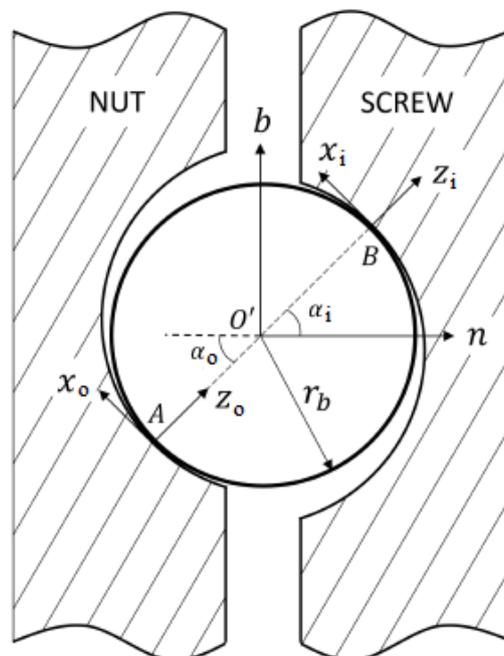


Figura 2.7 – Definizione angoli di contatto

Derivando nel tempo la posizione della sfera nel sistema di riferimento globale, ottenibile come:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = T_1^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.4),$$

dove la matrice T_1^{-1} è l'inversa della matrice di trasformazione usata in (2.1), è possibile ottenere la velocità lineare del centro ideale della sfera nel sistema di riferimento globale. Derivando le singole componenti ed effettuando la trasformazione nel sistema di riferimento mobile di Frenet-Serret (2.3), si ottiene il vettore delle velocità della sfera nel sistema $Ox'y'z'$ ($d=r_m/\cos(\alpha)$):

$$\dot{\mathbf{R}}^W = \begin{bmatrix} d\dot{\theta} + r_m \cos(\alpha) \omega \\ 0 \\ -r_m \sin(\alpha) \omega \end{bmatrix}^T \mathbf{Y} \quad (2.5),$$

con \mathbf{Y} ad indicare i tre versori del sistema di riferimento mobile t , n e b , mentre l'apice W sta ad indicare che ci si trova nel sistema di riferimento globale $Ox'y'z'$.

Definendo successivamente $\boldsymbol{\omega}_R = [\omega_t \ \omega_n \ \omega_b] \mathbf{Y}$, velocità angolare di spin della sfera (coincidente con le velocità angolari della stessa nel sistema di Frenet-Serret), si possono andare a calcolare le velocità lineari assolute e istantanee (rispetto al sistema di riferimento $Ox'y'z'$) dei due punti di contatto espresse nel sistema di coordinate di Frenet-Serret. Ciò è possibile andando a considerare la composizione di due moti: quello della sfera rispetto al sistema di riferimento globale e quello del punto di contatto relativamente al centro della sfera, alla quale appartiene e rispetto al quale assume un moto circolare di raggio r_b . Così facendo, si ottengono:

- Punto di contatto madre vite:

$$\mathbf{V}_{Ab} = \dot{\mathbf{R}}^W + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_{AO'} =$$

$$= \begin{bmatrix} d\dot{\theta} + r_m \cos(\alpha) \omega + r_b(\omega_b \cdot \cos(\alpha_o) - \omega_n \sin(\alpha_o)) \\ r_b \omega_t \sin(\alpha_o) \\ -r_m \sin(\alpha) \omega - r_b \omega_t \cos(\alpha_o) \end{bmatrix}^T \mathbf{Y} \quad (2.6)$$

- Punto di contatto vite:

$$\mathbf{V}_{Bb} = \dot{\mathbf{R}}^W + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_{B0'} =$$

$$= \begin{bmatrix} d\dot{\theta} + r_m \cos(\alpha) \omega - r_b(\omega_b \cos(\alpha_i) - \omega_n \sin(\alpha_i)) \\ -r_b \omega_t \sin(\alpha_i) \\ -r_m \sin(\alpha) \omega + r_b \omega_t \cos(\alpha_i) \end{bmatrix}^T \mathbf{Y} \quad (2.7)$$

Nella (2.7) e nella (2.8) i vettori $\mathbf{R}_{A0'}$ e $\mathbf{R}_{B0'}$ sono le posizioni dei punti di contatto sulla sfera rispetto al sistema di riferimento di Frenet-Serret. Essi vengono individuati considerando inizialmente un ulteriore sistema di riferimento $iX_iY_iZ_i$, dove con i si indica il sistema nel punto di contatto sulla madrevite (A) o sulla vite (B). Questo sistema di riferimento presenta il piano X_i - Y_i coincidente con il piano di contatto e l'asse Z_i diretto lungo la normale comune ai due corpi; inoltre, l'asse Y_i è parallelo all'asse t , quindi il piano X_i - Z_i coincide con il piano n - b . In questo modo, la distanza $\mathbf{R}_{i0'}$ di ciascuno dei due punti di contatto sarà sempre definita come:

$$\mathbf{R}_{i0'} = [0 \quad 0 \quad r_b] \mathbf{X}_i \quad (2.8),$$

dove \mathbf{X}_i rappresenta l'insieme dei tre versori del sistema $iX_iY_iZ_i$.

Successivamente, è possibile passare nel sistema di riferimento di Frenet-Serret mediante la trasformazione:

$$\mathbf{X}_{A,B} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\alpha_{o,i}) & \cos(\alpha_{o,i}) \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_{o,i}) & \sin(\alpha_{o,i}) \end{bmatrix} \mathbf{Y} \quad (2.9)$$

È necessario adesso andare a determinare le velocità di vite e madrevite in corrispondenza dei punti di contatto con la sfera. Considerando la situazione in cui vi sia conversione del moto rotatorio in lineare, il moto della madrevite avverrà in direzione assiale e avrà entità proporzionale al prodotto tra l'angolo di rotazione della vite Ω e il passo L della vite. Trasformando da \mathbf{X}' a \mathbf{Y} secondo (2.3):

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{An} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-\omega L}{2\pi} \end{bmatrix} \mathbf{X}' = \\ &= -r_m \sin(\alpha) \omega [\tan(\alpha) \quad 0 \quad 1] \mathbf{Y} \quad (2.10)\end{aligned}$$

Per quanto riguarda la vite, essendo questa in rotazione intorno al proprio asse con velocità ω e facendo riferimento alla (2.2) per identificare la posizione del centro della sfera rispetto alla vite richiesta dalla (2.11), è immediato calcolare la velocità lineare globale istantanea di tale punto come:

$$\mathbf{R}_B^r = \mathbf{R}^r + \mathbf{R}_{BO'} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{V}_{BS} = \omega \mathbf{k} \times \mathbf{R}_B^r = \omega \begin{bmatrix} (r_m - r_b \cos(\alpha_i)) \cos(\alpha) \\ -r_b \sin(\alpha_i) \sin(\alpha) \\ -(r_m - r_b \cos(\alpha_i)) \sin(\alpha) \end{bmatrix}^T \mathbf{Y} \quad (2.12)$$

È possibile ora calcolare le velocità di slittamento alle due interfacce. Per il contatto sfera-madrevite vale:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{SA} &= \mathbf{V}_{Ab} - \mathbf{V}_{An} = \\ &= \begin{bmatrix} d(\dot{\theta} + \omega) + r_b(\omega_b \cos(\alpha_o) - \omega_n \sin(\alpha_o)) \\ r_b \omega_t \sin(\alpha_o) \\ -r_b \omega_t \cos(\alpha_o) \end{bmatrix}^T \mathbf{Y} \quad (2.13)\end{aligned}$$

Per il contatto sfera-vite:

$$\mathbf{V}_{SB} = \mathbf{V}_{Bb} - \mathbf{V}_{BS} =$$

$$= \begin{bmatrix} d\dot{\theta} - r_b [(\omega_b - \dot{\Omega} \cos(\alpha)) \cos(\alpha_i) - \omega_n \sin(\alpha_i)] \\ -r_b (\omega_t - \dot{\Omega} \sin(\alpha)) \sin(\alpha_i) \\ r_b (\omega_t - \dot{\Omega} \sin(\alpha)) \cos(\alpha_i) \end{bmatrix}^T \mathbf{Y} \quad (2.14)$$

Per poter risalire alle velocità angolari di spin e di rivoluzione della sfera nel sistema di riferimento globale, è necessario effettuare delle considerazioni in merito alla condizione di puro rotolamento e sugli angoli giroscopici β e β' . Date le definizioni dei sistemi di riferimento impiegati per descrivere il sistema, le componenti della velocità angolare di spin della sfera in $O'tnb$ risultano essere:

$$\omega_t = \omega_R \cos(\beta) \sin(\beta') \quad (2.15)$$

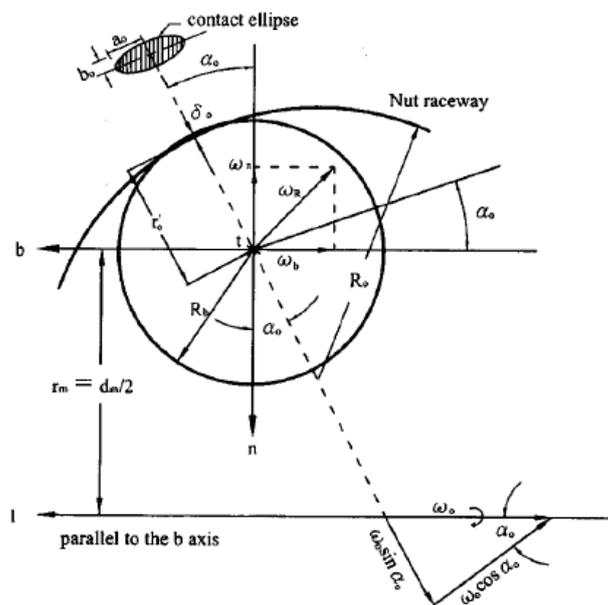
$$\omega_n = -\omega_R \sin(\beta) \quad (2.16)$$

$$\omega_b = -\omega_R \cos(\beta) \cos(\beta') \quad (2.17)$$

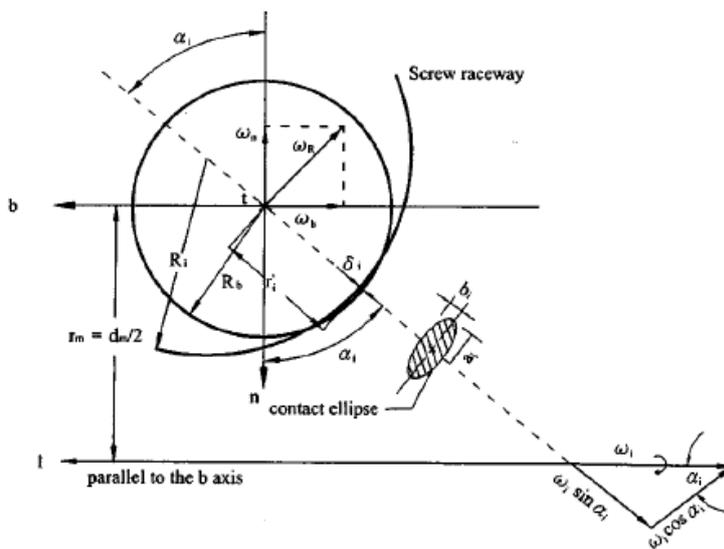
Gli studi [1] hanno mostrato come, ipotizzando assenza di slittamento (azzerando cioè le componenti della velocità di slittamento della sfera rispetto alla vite), tra i valori di ω_R , β e β' ricavati numericamente tali da soddisfare questa condizione, l'ultimo angolo tenda ad assumere valori molto bassi, al punto da essere ritenuto trascurabile. Inoltre, è stato verificato che rimuovendo l'ipotesi ideale di assenza di strisciamento, esso arriva ad assumere valori ancora più bassi rispetto al caso precedente, così da indurre ad assumerlo pari a zero. Come conseguenza di ciò, anche la ω_t arriva ad essere considerata nulla, assunzione coerente con i valori trascurabili che sarebbero derivati dall'impiego della (2.15), dato l'andamento dei tre parametri di cui sopra. Tali valutazioni sono state effettuate avendo considerato noti i valori degli angoli di contatto α_i e α_o .

La condizione di slittamento tra le parti in contatto va a caratterizzare l'intera ellisse di contatto, ad eccezione di un punto ad essa appartenente, non necessariamente coincidente

con il centro della stessa, in corrispondenza del quale è presente uno stato di puro rotolamento. Definite le distanze di questi due punti (uno per ciascun contatto) dal centro della sfera, r_o' per la madrevite e r_i' per la vite, in loro corrispondenza va imposta l'uguaglianza tra le velocità dei corpi a contatto.



2.8.a)



2.8.b)

Figura 2.8 – Schemi di definizione delle velocità nei punti di contatto: a) sfera-madrevite, b) sfera-vite

In riferimento alle figure 2.8:

- Contatto sfera-madrevite:

$$\left(\frac{d_m}{2 \cdot \cos(\alpha_o)} + r'_o\right) \omega_o \cos(\alpha_o) = -r'_o(\omega_b \cos(\alpha_o) + \omega_n \sin(\alpha_o)) \quad (2.18)$$

- Contatto sfera-vite:

$$\left(-\frac{d_m}{2 \cdot \cos(\alpha_o)} + r'_i\right) \omega_i \cos(\alpha_i) = -r'_i(\omega_b \cos(\alpha_i) + \omega_n \sin(\alpha_i)) \quad (2.19)$$

Esprimendo le componenti di velocità angolare di spin presenti tramite le equazioni (2.15), (2.16) e (2.17), è possibile andare a riscrivere le equazioni (2.18) e (2.19) in funzione di tre incognite. In realtà, come mostrato nelle figure 2.8.a e 2.8.b, le ω_i e ω_o (rispettivamente velocità relative della vite e della madrevite rispetto alla sfera) possono essere riscritte in funzione della ω_m , velocità angolare del centro della sfera rispetto all'asse della vite nel moto di rivoluzione intorno ad esso (cioè rispetto al sistema di riferimento globale), riducendo così le incognite a due in due equazioni. Indicando con ω la velocità angolare della vite, le sostituzioni da effettuare risultano essere:

$$\omega_o = -\omega_m \cos(\alpha) \quad (2.20)$$

$$\omega_i = -(\omega - \omega_m) \cos(\alpha) \quad (2.21)$$

Effettuando questa ulteriore sostituzione nel sistema di equazioni (2.18) e (2.19), è possibile ottenere ω_m e ω_R in funzione degli angoli di contatto e dell'angolo giroscopico.

$$\frac{\omega_m}{\omega} = \frac{1}{1 + \frac{(1+\gamma' \cos \alpha_o)(\cos \alpha_i + \tan \beta \sin \alpha_i)}{(1-\gamma' \cos \alpha_i)(\cos \alpha_o + \tan \beta \sin \alpha_o)}} \quad (2.22)$$

$$\frac{\omega_R}{\omega_m} = \frac{-(1+\gamma' \cos(\alpha_o)) \cos(\alpha)}{\gamma' (\cos(\beta) \cos(\alpha_o) + \sin(\beta) \sin(\alpha_o))} \quad (2.23)$$

Nelle (2.22) e (2.23), il parametro γ' è ottenuto come rapporto tra diametro della sfera e diametro medio della vite:

$$\gamma' = \frac{D}{d_m} \quad (2.24)$$

È possibile, infine, andare a definire gli angoli di slittamento Ψ_i e Ψ_o , ottenuti a partire dal rapporto tra le componenti delle velocità di slittamento proiettate in un nuovo sistema di riferimento. Quest'ultimo, $jX_jY_jZ_j$ (figura 2.7), ha origine nel punto di contatto considerato ($j = A-o$, madrevite; $j = B-i$, vite), asse Y_j coincidente con asse t , asse X_j tangente alla traccia della sfera nel piano $n-b$ e asse Z_j orientato verso l'esterno della sfera, normale all'area di contatto. Si possono così definire le proiezioni delle velocità di slittamento della sfera rispetto alla vite V_{SB} e rispetto alla madrevite V_{SA} lungo questi nuovi assi di riferimento (figura 2.9): in particolare la V_{Y_j} risulta coincidente con la componente lungo t delle equazioni (2.13) per la madrevite e (2.14) per la vite, mentre la componente V_{X_j} è pari al modulo della risultante delle componenti lungo n e lungo b delle suddette equazioni. Risulta, quindi, $V_{Z_j}=0$. Si possono così andare a definire due angoli di slittamento, secondo quanto mostrato in figura 2.9: l'angolo Ψ_i tra il vettore velocità di slittamento sfera-vite e l'asse X_i , insieme all'angolo l'angolo Ψ_o tra il vettore velocità di slittamento sfera-madrevite e l'asse X_o .

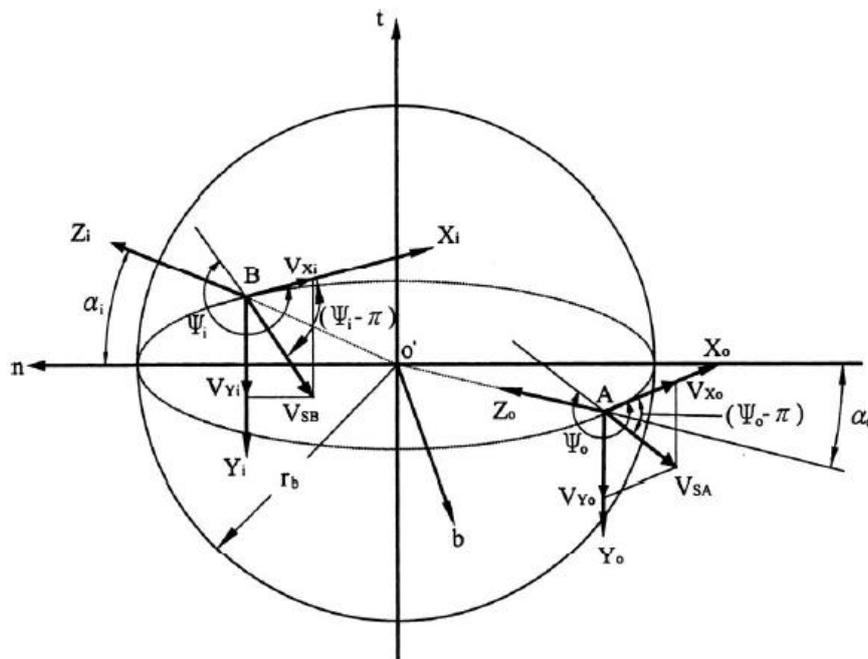


Figura 2.9 – Angoli e componenti velocità di slittamento

$$\Psi_{i,o} = \tan^{-1} \left(\frac{V_{Yi,o}}{V_{Xi,o}} \right) + \pi \quad (2.24)$$

$$\frac{V_{Yo}}{V_{Xo}} = \frac{d(\dot{\theta} + \dot{\Omega}) + r_b(\omega_b \cos(\alpha_o) - \omega_n \sin(\alpha_o))}{-r_b \omega_t} \quad (2.25)$$

$$\frac{V_{Yi}}{V_{Xi}} = \frac{d\dot{\theta} - r_b[(\omega_b - \dot{\Omega} \cos(\alpha)) \cos(\alpha_i) - \omega_n \sin(\alpha_i)]}{r_b(\omega_t - \dot{\Omega} \sin(\alpha))} \quad (2.26)$$

2.2.3 – Calcolo degli angoli di contatto

La trattazione degli angoli di contatto prende piede dalla teoria dei cuscinetti, in particolare ne desume la modificazione delle posizioni relative dei centri di curvatura a seguito dell'applicazione del carico. In assenza di carico, secondo [3], è possibile risalire al valore degli angoli di contatto nominali (coincidenti in questa condizione) tramite la seguente relazione:

$$\alpha_0 = \cos^{-1} \left(\frac{r_B - r_A}{\overline{BD}} \right) \quad (2.27)$$

Nella (2.27) compaiono r_A e r_B , rispettivamente distanze dei centri di curvatura delle piste di rotolamento sulla vite e sulla madrevite dall'asse della vite stessa, mentre con r_0 si indica la distanza fra i suddetti centri, ottenibile come:

$$\overline{BD} = r_o + r_i - D \quad (2.28),$$

dove r_i e r_o sono i raggi di curvatura delle piste di vite e madrevite nel piano n-b. Determinato l'angolo di contatto nominale, è possibile procedere andando a scrivere le equazioni parametriche delle due circonferenze la cui intersezione individua le possibili posizioni occupate dal centro della sfera subito dopo l'applicazione del carico, tenendo conto dei fenomeni di deformazione elastica che si verificano in direzione radiale e assiale (rispettivamente lungo i versori n e b) (figura 2.10). Si tratta, tuttavia, di un'approssimazione derivante dalla diretta applicazione del modello impiegato nel caso delle sfere presenti all'interno di cuscinetti. Infatti, il piano normale di contatto,

coincidente con il piano n-b, risulta essere inclinato rispetto all'asse della vite di un angolo pari all'angolo d'elica, cosa che non accade nel caso generico di cuscinetti a sfera radiali. Ciò implicherebbe la ripartizione della deformazione in direzione assiale in due componenti, una lungo l'asse b e una lungo l'asse t, oltre all'invariata componente di deformazione radiale, sempre diretta lungo n. Il modello proposto in [1] va quindi ad ignorare la deformazione in direzione tangenziale, non essendo peraltro inclusa in alcun calcolo successivo.

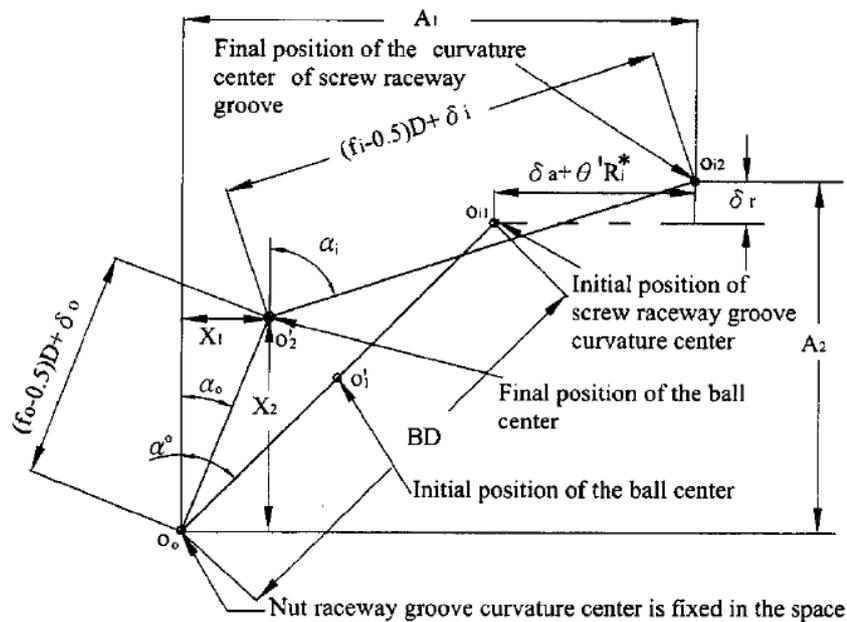


Figura 2.10 – Deformazioni e posizione centro della sfera nel piano di contatto

Come mostrato nella figura (2.10), è possibile esprimere gli angoli di contatto secondo le relazioni:

$$\cos(\alpha_0) = \frac{X_2}{(f_0-0.5)D+\delta_0} \quad (2.29)$$

$$\cos(\alpha_i) = \frac{A_2-X_2}{(f_i-0.5)D+\delta_i} \quad (2.30)$$

$$\sin(\alpha_0) = \frac{X_1}{(f_0-0.5)D+\delta_0} \quad (2.31)$$

$$\sin(\alpha_i) = \frac{A_1-X_1}{(f_i-0.5)D+\delta_i} \quad (2.32)$$

Si definiscono f_i e f_0 raggi di curvatura adimensionali di vite e madrevite, ottenuti dal rapporto tra i già citati r_i e r_0 e il diametro della sfera.

La procedura qui proposta rappresenta, in realtà, solo il primo step di un calcolo iterativo che ha l'intento di raggiungere la convergenza sui valori degli angoli di contatto α e di quello giroscopico β , in modo da coniugare i vincoli cinematici con le equazioni di equilibrio delle forze agenti sul sistema. Pertanto, al fine di ottenere dei valori degli angoli di contatto di primo tentativo mediante la formulazione sopra proposta, è necessario effettuare delle assunzioni iniziali circa il valore delle deformazioni assiali e radiali. In particolare, sia F_a il carico assiale applicato alla madrevite; in prima battuta, è possibile considerare le deformazioni causate dall'applicazione di un carico medio, Q (ottenuto come rapporto tra F_a ed il numero di sfere contemporaneamente impegnate nel contatto), il quale va a determinare una deformazione elastica sia in corrispondenza della vite che della madrevite, entrambe stimabili secondo:

$$Q_{i,o} = k_{i,o} \delta_{i,o}^{1.5} \quad (2.33)$$

dove k_n rappresenta il modulo elastico equivalente della vite o della madrevite (il calcolo del quale avviene preventivamente a questa fase del lavoro, trattandosi di grandezze dipendenti esclusivamente dalla geometria del sistema considerato), mentre l'esponente 1.5 deriva dalla teoria del contatto Hertziano. Quindi, è possibile procedere ad una stima delle deformazioni radiali e assiali, ottenuti i valori δ_i e δ_o :

$$\delta_t = 0 \quad (2.34)$$

$$\delta_n = (\delta_i + \delta_o) \cdot \cos(\alpha_o) \quad (2.35)$$

$$\delta_b = (\delta_i + \delta_o) \cdot \sin(\alpha_o) \quad (2.36)$$

Si possono ottenere ora δ_a e δ_r come:

$$\delta_a = \delta_t \sin(\alpha) + \delta_b \cos(\alpha) \quad (2.37)$$

$$\delta_r = \delta_n \quad (2.38)$$

Per procedere alla scrittura del sistema di equazioni da risolvere per ottenere gli angoli di contatto di primo tentativo, è necessario ora procedere con il calcolo dei parametri A_1 , A_2 e R_i^* , per la cui formulazione è possibile far riferimento alla figura 2.10: A_1 e A_2 sono le distanze, rispettivamente lungo le direzioni b ed n , tra i centri di curvatura di vite e

madrevite nel piano n-b a seguito dell'applicazione del carico e della conseguente deformazione, mentre R_i^* è la distanza tra la posizione iniziale del centro di curvatura della pista sulla madrevite e la parallela all'asse b passante per l'origine del sistema di riferimento globale O. L'angolo θ' può essere definito come lo spostamento angolare subito dall'asse b a seguito dell'applicazione del carico assiale, come esemplificato in figura 2.11.

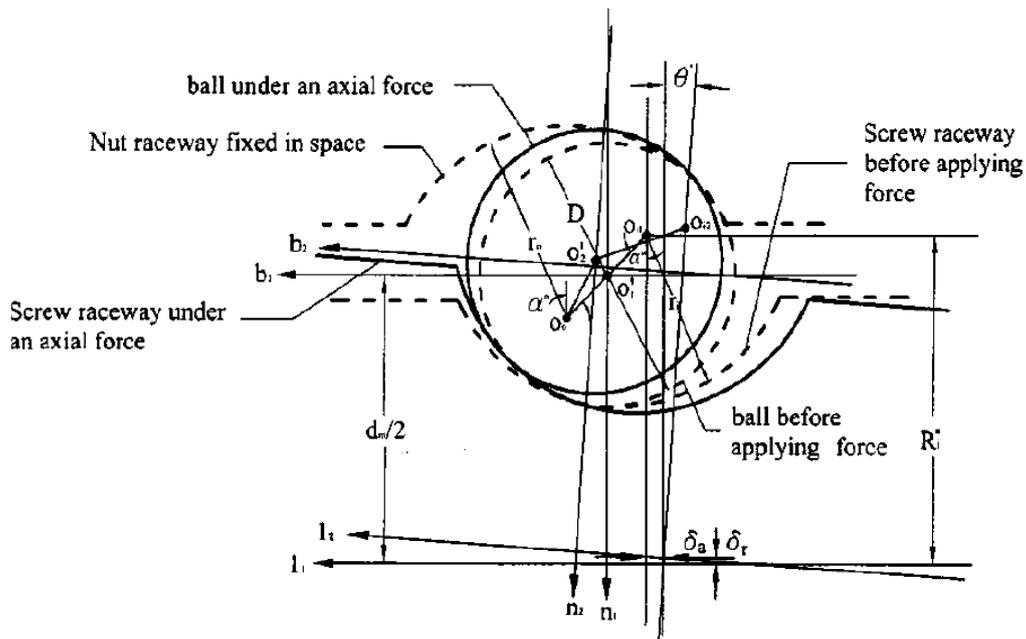


Figura 2.11 – Definizione angolo di deformazione θ' e parametro geometrico R_i^*

Il valore di tale angolo non è noto a priori, né è calcolabile direttamente. Si tratta tuttavia di un angolo tipicamente molto piccolo e, pertanto, convenientemente assunto pari a zero.

$$A_1 = \overline{BD} \sin(\alpha_0) + \delta_a + \theta' R_i^* \quad (2.39)$$

$$A_2 = \overline{BD} \cos(\alpha_0) + \delta_r \quad (2.40)$$

$$R_i^* = 0.5d_m + (f_i - 0.5)D \cos(\alpha_0) \quad (2.41)$$

Segue il sistema costituito dalle equazioni:

$$(A_1 - X_1)^2 + (A_2 - X_2)^2 - [(f_i - 0.5)D + \delta_i]^2 = 0 \quad (2.42)$$

$$X_1^2 + X_2^2 - [(f_o - 0.5)D + \delta_o]^2 = 0 \quad (2.43)$$

La soluzione di questo sistema identifica due possibili configurazioni. Tra queste, si va a considerare quella che determina, tramite le (2.29), (2.30), (2.31) e (2.32), un angolo α_i maggiore di α_o .

2.2.4 – Analisi delle forze di contatto

Come anticipato nella sezione precedente, la determinazione degli angoli di contatto di primo tentativo è necessaria per poter avviare un processo di convergenza numerica che porti ad ottenere dei valori di angoli di contatto e giroscopico tali da soddisfare sia la cinematica del sistema che l'equilibrio di forze e momenti presenti al suo interno in condizioni di funzionamento a velocità costante. Le equazioni inerenti quest'ultimo aspetto saranno determinanti per la verifica della condizione di iterazione dello step numerico.

L'analisi delle forze condotta nello studio [1] è volta non solo a determinare l'entità delle forze normali di contatto, ma anche ad indentificare le condizioni di attrito che vengono ad instaurarsi alle due interfacce della sfera, andando anche a tener conto degli effetti inerziali e della presenza di lubrificazione. La trattazione che segue farà riferimento a [4]. In particolare, è richiesta, innanzitutto, la valutazione dei raggi di curvatura relativi ai corpi a contatto. A tal fine è necessario conoscere:

- Diametro interno della vite D_i e diametro interno della madrevite D_o ;
- Raggio di curvatura della pista sulla vite r_i nel piano n-b e raggio di curvatura della pista sulla madrevite r_o nel piano n-b.

Si può quindi procedere al calcolo di:

- Vite

$$r_{i1} = \frac{D_i}{2} \quad r_{i2} = -r_i$$

- Madrevite

$$r_{o1} = -\frac{D_o}{2} \quad r_{o2} = -r_o$$

- Sfera

$$r_{b1} = r_{b2} = r_b$$

I valori così ottenuti sono, in realtà, approssimazioni grossolane ricavate dalla teoria dei cuscinetti; per una formulazione più dettagliata e precisa, è possibile fare riferimento a [5].

$$R_{i1} = \frac{r_b r_{i1}}{r_b + r_{i1}} \quad R_{i2} = \frac{r_b r_{i2}}{r_b + r_{i2}} \quad R_i = \frac{R_{i1} R_{i2}}{R_{i1} + R_{i2}} \quad (2.44)$$

$$R_{o1} = \frac{r_b r_{o1}}{r_b + r_{o1}} \quad R_{o2} = \frac{r_b r_{o2}}{r_b + r_{o2}} \quad R_o = \frac{R_{o1} R_{o2}}{R_{o1} + R_{o2}} \quad (2.45)$$

I parametri di curvatura appena ricavati vengono impiegati nel calcolo dei moduli elastici equivalenti per vite e madrevite utilizzati nelle equazioni derivanti dalla (2.33), nonché, insieme a questi ultimi, per la determinazione delle dimensioni delle aree di contatto. Nel merito, in accordo con [4], si ottiene ($j=i, o$; rispettivamente vite e madrevite):

$$a_j = \left(\frac{6\bar{K}_j^2 \vartheta_j Q_j R_j}{\pi E_j} \right)^{1/3} \quad (2.46)$$

$$b_j = \left(\frac{6\vartheta_j Q_j R_j}{\pi E_j \bar{K}_j^2} \right)^{1/3} \quad (2.47)$$

I parametri presenti nelle due equazioni appena riportate possono essere calcolati in base a quanto previsto da [6] e in funzione delle (2.44) e (2.45).

$$K_j^2 = \left(\frac{R_{j2}}{R_{j1}}\right)^{0.6268} \left\{ 1 + 0.0632 \sin \left[0.6315 \ln \left(\frac{R_{j2}}{R_{j1}} \right) \right] \right\}$$

$$\vartheta_j = \left\{ 1 + \left[\frac{\pi}{2} - 1 \right] \left(\frac{R_{j2}}{R_{j1}} \right)^{-1.0238} \right\} \left\{ 1 + 0.0486 \left(\frac{R_{j2}}{R_{j1}} \right)^{-1.3358} \left[\ln \left(\frac{R_{j2}}{R_{j1}} \right)^{1.0997} \right] \right\}$$

$$E'_j = \frac{2}{\frac{1 - \nu_j^2}{E_j} + \frac{1 - \nu_b^2}{E_b}}$$

Una volta determinate le sommatorie delle curvature:

$$\sum \rho_j = \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_{j1}} + \frac{1}{r_{j2}} \quad (2.48),$$

i moduli elastici equivalenti possono essere calcolati, secondo [7], come:

$$k_{nr} = (1.084391 \cdot 10^6) (\sum \rho_j)^{-0.5} (\delta_j^*)^{-1.5} \quad (2.49)$$

Con riferimento a [4]:

$$\delta_j^* = \frac{2l_j}{\pi} \left(\frac{\pi}{2K_j^2 \vartheta_j} \right)^{1/3}$$

$$I_j = \left\{ \left(\frac{\pi}{2} \right) + 0.5674 \left[\ln \left(\frac{R_{j2}}{R_{j1}} \right)^{1.0277} \right] \right\} \left\{ 1 - 0.0036 \sin \left[1.9 \ln \left(\frac{R_{j2}}{R_{j1}} \right)^{0.8267} \right] \right\}$$

I valori ottenuti dalla (2.49) vengono usati in fase di stima del valore di primo tentativo degli angoli di contatto per ottenere le deformazioni elastiche in corrispondenza dei due

contatti. Ciò viene effettuato approssimando la forza normale di contatto alle due interfacce come identica e pari ad una frazione del carico assiale applicato alla madrevite, determinata dal numero di sfere presenti nel canale di contatto.

$$Q = \frac{F_a}{Z_{\text{eff}}} \quad (2.50)$$

A denominatore della (2.50) compare Z_{eff} : si tratta del numero di sfere effettivamente in contatto, assumendo, come riportato in [5], valori che, generalmente, oscillano tra 0.6 e 0.7 volte il numero di sfere complessivamente presenti nel meccanismo.

La stima così ottenuta degli α_i e α_o permette di procedere con il calcolo preliminare delle velocità visto nel paragrafo 2.2.2 (pur assumendo un valore iniziale di β , trattato in seguito) e, in particolare, degli angoli di slittamento secondo la (2.24). Proprio l'angolo di slittamento nel contatto con la vite assume particolare rilevanza in quanto sarà utilizzato per la verifica sulla convergenza degli angoli di contatto, possibile grazie alle equazioni di equilibrio di forze e momenti agenti sulla sfera.

Si parta col considerare la distribuzione della pressione di contatto prevista da [4], espressa in coordinate normalizzate rispetto alle dimensioni della zona di contatto ricavate secondo (2.46) e (2.47), denominate q' e t' :

$$q' = \frac{x'}{a_j} \quad t' = \frac{y'}{b_j}$$

$$p_j = \frac{3Q_j}{2\pi a_j b_j} (1 - q'^2 - t'^2)^{1/2} \quad (2.50),$$

essendo x' e y' gli assi del piano di contatto, coincidenti con gli X_j e Y_j del sistema di riferimento $jX_jY_jZ_j$ definito nel paragrafo 2.2.2.

Sempre secondo [4], da questa è possibile risalire all'andamento delle tensioni τ_j tangenziali al piano su cui giace l'ellisse di contatto, sotto l'ipotesi che sia valida la prima legge di Amontou, secondo la quale la forza di attrito è proporzionale alla forza normale di contatto, [8]. In particolare:

$$\tau_j = \mu_j p_j \quad (2.51),$$

dove μ_j è il coefficiente d'attrito tra sfera e vite/madrevite, ipotizzato costante. Queste tensioni possono essere scomposte in:

$$\tau_{Xj} = \tau_j \cos(\Psi_j) \quad (2.52)$$

$$\tau_{tj} = \tau_j \sin(\Psi_j) \quad (2.53),$$

corrispondenti alle componenti lungo l'asse X_j e lungo l'asse t del sistema di riferimento di Frent-Serret; si ricorda che l'asse t e l'asse Y_j coincidono, dunque è equivalente definire τ_{tj} oppure τ_{Yj} . Andando ad integrare queste tensioni sulla zona di contatto, è possibile ottenere i valori delle forze di attrito, nonché i valori dei momenti risultanti delle stesse agenti sulla singola sfera.

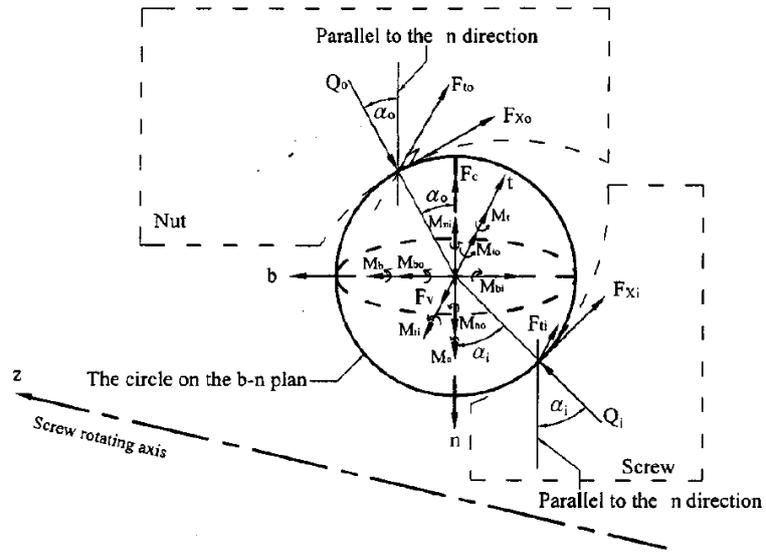
$$F_{Xj} = a_j b_j \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-t'^2}}^{\sqrt{1-t'^2}} \tau_{Xj} dq' dt' \quad (2.54)$$

$$F_{tj} = a_j b_j \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q'^2}}^{\sqrt{1-q'^2}} \tau_{tj} dt' dq' \quad (2.55)$$

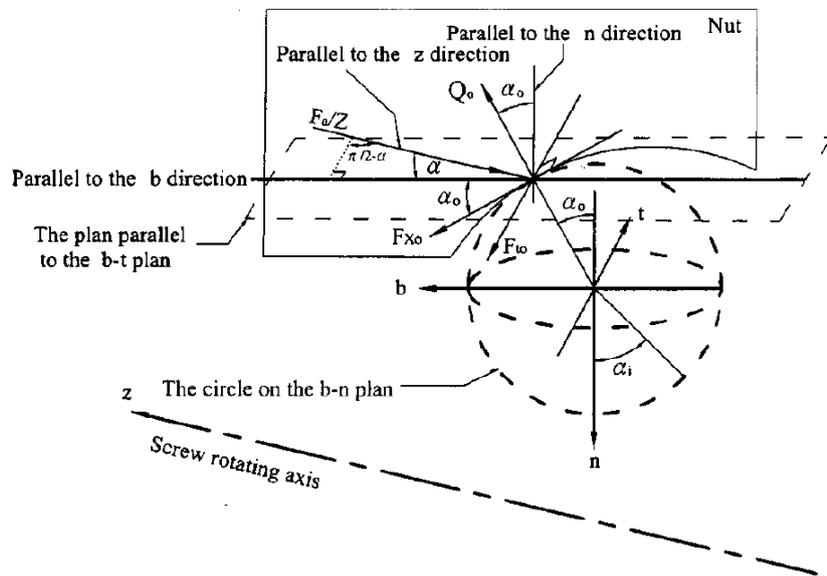
$$M_{bn'} = a_j b_j \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q'^2}}^{\sqrt{1-q'^2}} \tau_{tj} r_b \cos(\alpha_j) dt' dq' \quad (2.56)$$

$$M_{nn'} = a_j b_j \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q'^2}}^{\sqrt{1-q'^2}} \tau_{tj} r_b \sin(\alpha_j) dt' dq' \quad (2.57)$$

$$M_{tn'} = a_j b_j \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-t'^2}}^{\sqrt{1-t'^2}} \tau_{Xj} r_b dq' dt' \quad (2.58)$$



2.12.a)



2.12.b)

Figura 2.12 – Configurazioni forze e momenti agenti sulla sfera

In riferimento alla configurazione di figura 2.12, è possibile andare a scrivere le equazioni di equilibrio mediante le quali ottenere i valori dei coefficienti d'attrito.

La risoluzione dei coefficienti d'attrito avviene ponendo a sistema le seguenti equazioni:

$$F_{ti} + F_{to} - F_v = 0 \quad (2.59)$$

$$M_{ti} + M_{to} - M_t = 0 \quad (2.60)$$

$$F_v = \frac{\pi \xi C_v D^2 (d_m \omega_m)^{1.95}}{32g} \quad (2.61),$$

dove F_{ti} e F_{to} sono calcolate secondo la (2.55), M_{ti} e M_{to} secondo la (2.58) e F_v rappresenta la forza di resistenza all'avanzamento in direzione t opposta dalla presenza del lubrificante, mentre M_t è la componente lungo l'asse t del momento risultante delle forze di inerzia della sfera, calcolata secondo la procedura esposta in [1], riportata a seguire. ξ è la densità del lubrificante e C_v è il coefficiente di resistenza, assunto pari a 10, in accordo con risultati presentati in [9].

$$\begin{aligned} M_t = & -\frac{4}{15} r_b^5 \rho \pi \{ [(S_\alpha C_\beta S_{\beta'} - C_\beta C_{\beta'} C_\alpha)(C_\alpha S_\varphi C_\beta S_{\beta'} - S_\beta C_\varphi + C_\beta C_{\beta'} S_\alpha S_\varphi) \\ & + (C_{\beta'} + S_{\beta'})(C_{\beta'} C_\alpha S_\varphi - S_{\beta'} S_\alpha S_\varphi) + (-S_\beta S_{\beta'} + S_\beta C_{\beta'})(-C_\alpha S_\beta S_{\beta'} S_\varphi - C_\beta C_\varphi - S_\beta C_{\beta'} S_\alpha S_\varphi)] \dot{\varphi}^2 \\ & + [(C_{\beta'} + S_{\beta'})(C_{\beta'} C_\alpha S_\varphi - S_{\beta'} S_\alpha S_\varphi) + (-S_\beta S_{\beta'} + S_\beta C_{\beta'})(-C_\alpha S_\beta S_{\beta'} S_\varphi - C_\beta C_\varphi - S_\beta C_{\beta'} S_\alpha S_\varphi) \\ & + (C_\beta S_\alpha + S_{\beta'} C_\alpha)(-C_\alpha S_\varphi C_{\beta'} + S_{\beta'} S_\alpha S_\varphi) + (S_\beta C_{\beta'} C_\alpha - S_\beta S_{\beta'} S_\alpha)(C_\alpha C_\varphi S_\beta S_{\beta'} + C_\varphi C_\beta + S_\beta C_{\beta'} S_\alpha S_\varphi)] \dot{\phi}^2 \\ & + 2[(C_{\beta'} + S_{\beta'})(-S_\beta S_{\beta'} C_\alpha C_\varphi + C_\beta S_\varphi - S_\beta C_{\beta'} S_\alpha C_\varphi) + (-S_\beta S_{\beta'} + S_\beta C_{\beta'})(-C_{\beta'} C_\alpha C_\varphi + S_\alpha S_{\beta'} C_\varphi) \dot{\varphi} \dot{\phi}] \} \end{aligned}$$

Nell'equazione del momento sopra riportata, l'angolo φ rappresenta l'angolo azimutale della sfera relativo alla vite, mentre ϕ è la coordinata angolare del sistema di riferimento $O'Ur\phi$. Le loro derivate sono rispettivamente pari alla ω_m , velocità di rotazione della sfera intorno all'asse della vite, e alla ω_R , velocità angolare di spin della sfera.

Nelle equazioni (2.59) e (2.60), le forze di contatto normali sono ancora assunte uguali e pari a F_a/Z , con Z numero delle sfere impegnate. Risolto il sistema composto da (2.59) e (2.60), da cui si ricavano i coefficienti d'attrito, possono essere scritte le equazioni:

$$\frac{F_a}{z} = (Q_o \sin(\alpha_o) + F_{X_o} \cos(\alpha_o)) \cos(\alpha) + F_{t_o} \sin(\alpha) \quad (2.62)$$

$$-Q_i \cos(\alpha_i) - F_{X_i} \sin(\alpha_i) + Q_o \cos(\alpha_o) - F_{X_o} \sin(\alpha_o) - F_c = 0 \quad (2.63),$$

ottenute in riferimento alle configurazioni presentate nelle figure 2.12.a e 2.12.b; si tratta, nello specifico, delle equazioni di equilibrio dinamico quasi-statico della sfera rispettivamente lungo la direzione n e lungo la parallela all'asse b passante per il punto di contatto sfera-madrevite.

Nell'equazione (2.62) compare la forza centrifuga agente sulla sfera per via del suo moto di rivoluzione nel sistema di riferimento globale, calcolata come:

$$F_c = \frac{1}{2} m d_m \omega_m^2 \quad (2.64),$$

dove m rappresenta la massa della sfera e ω_m la velocità angolare della sfera nel sistema di riferimento globale.

Tramite la (2.62) e la (2.63) vengono ottenuti i nuovi valori delle forze di contatto normali, aggiornati sulla base di una prima stima delle forze di attrito effettuata mediante le (2.59) e (2.60) per l'ottenimento dei coefficienti d'attrito, e attraverso le (2.54) e (2.55) per la definizione delle loro componenti, che sono a loro volta funzione delle Q_i e Q_o .

Facendo sempre riferimento alla distribuzione delle forze mostrata in figura 2.12, è possibile, infine, scrivere un'ulteriore equazione di equilibrio, questa volta lungo la direzione b, che viene utilizzata come condizione di verifica sul valore dell'angolo di slittamento Ψ_i , di cui le forze di attrito sono funzione ((2.52) e (2.53) in (2.54) e seguenti). Avendo infatti assunto trascurabile la componente lungo t della velocità di spin della sfera (conseguenza dell'assunzione fatta nel considerare nullo β'), come si vede dalle (2.24) e (2.25), l'angolo Ψ_o risulta sempre determinato e pari a 90° o 270° , a seconda del segno del numeratore. Per questo motivo, tutti i termini che compaiono nell'equazione (2.65) sono noti ed è possibile quindi servirsene per verificare quale sia il margine di errore tra il valore di Ψ_i derivante dall'analisi dinamica e il valore ottenuto inizialmente tramite l'analisi cinematica, condotta a partire da valori degli angoli di contatto di primo tentativo e da un valore di angolo giroscopico β assunto.

$$Q_o \sin(\alpha_o) + F_{X_o} \cos(\alpha_o) - Q_i \sin(\alpha_i) + F_{X_i} \cos(\alpha_i) = 0 \quad (2.65)$$

2.2.5 – Definizione del rendimento meccanico e Slide-Roll Ratio

La definizione di rendimento meccanico adottata si distingue da quella presentata in [1], avendo fatto riferimento, in questa tesi, al concetto classico di rapporto tra potenza in uscita e potenza in ingresso al sistema. Le grandezze necessarie alla determinazione di queste due quantità non sono tutte direttamente note, ad eccezione della forza assiale applicata alla madrevite. In particolare, è necessario calcolare:

- Velocità di avanzamento della madrevite, considerando L (passo dell'elica) e la velocità angolare della vite ω . Essendo l'elica considerata destrorsa, è necessario introdurre un segno meno, essendo ω negativa lungo l'asse z .

$$v_{zo} = -\frac{L}{2\pi} \omega \quad (2.66)$$

- Coppia fornita dalla vite, necessaria a bilanciare il momento risultante delle forze d'attrito e delle forze normali di contatto che si vengono a creare in corrispondenza di ciascuna sfera. La M_{in} può essere ottenuta osservando la figura 2.12a, effettuando un bilancio dei momenti delle forze di contatto ed attrito tra vite e sfera rispetto all'asse della vite. Facendo riferimento a [10], è possibile arrivare alla formulazione della (2.67).

$$M_{in} = r_m Q_i \sin(\alpha) \sin(\alpha_i) + r_m F_{Xi} \sin(\alpha) \left(-\frac{r_b}{r_m} + \cos(\alpha_i) \right) - \\ + r_m \cos(\alpha) F_{ti} \left(1 - \frac{r_b}{r_m} \cos(\alpha_o) \right) \quad (2.67)$$

Il rendimento di trasmissione può essere quindi calcolato considerando la coppia complessivamente richiesta dalla vite come il prodotto della (2.67) per il numero di sfere contemporaneamente impegnate, ottenendo la coppia di input totale $M_{in,t}$:

$$\eta_m = \frac{v_{zo} F_a}{\omega M_{in,t}} \quad (2.68)$$

Per ottenere informazioni circa l'entità del fenomeno di slittamento, si può ricorrere allo Slide-Roll Ratio. Tale rapporto è definito come:

$$S_{n'} = \frac{2|v_{psn'} - v_{dsn'}|}{|v_{psn'} + v_{dsn'}|} \quad (2.69)$$

In questa relazione compaiono le velocità vettoriali assolute lineari in corrispondenza dei punti di contatto dei due corpi considerati, avendo indicato con il pedice *ps* la superficie passiva e con il pedice *ds* la superficie dotata di moto proprio che, proprio in virtù di esso, mette in movimento la prima. Richiamando le velocità calcolate secondo [2], tramite le equazioni (2.6), (2.7), (2.10) e (2.12), si considerino le seguenti relazioni tra le superfici coinvolte:

- contatto sfera-vite: sfera elemento passivo, vite elemento attivo;
- contatto sfera-madrevite: sfera elemento attivo, madrevite elemento passivo.

Pertanto, mantenendo la stessa terminologia utilizzata in precedenza, seguono i rapporti calcolati per i due contatti, ottenuti usando le (2.6), (2.7), (2.10), (2.12), (2.13) e (2.14).

$$S_A = \frac{2|v_{SA}|}{|v_{Ab} + v_{An}|} \quad (2.70)$$

$$S_B = \frac{2|-v_{SB}|}{|v_{BS} + v_{Bb}|} \quad (2.71)$$

Sebbene queste velocità siano state presentate in precedenza, affinché i rapporti S_A e S_B possano essere effettivamente significativi, è necessario che vengano calcolati solo al termine dell'analisi numerica che verrà presentata nel paragrafo successivo, quando cioè gli angoli di contatto e l'angolo giroscopico abbiano assunto valori tali da rendere coerente il modello teorico presentato in questa sezione in ogni sua componente.

2.2.6 – Descrizione dell’analisi numerica e presentazione dell’algoritmo di calcolo

Quanto fin qui esposto rappresenta i modelli teorici di riferimento con i quali si è deciso di descrivere il sistema di vite a ricircolo di sfere. La sintesi di queste nozioni è rappresentata dallo schema di analisi numerica che, sotto le già citate assunzioni e approssimazioni, consente di giungere alla definizione di valori di angoli di contatto e angolo giroscopico effettivamente rappresentativi di tutti degli effetti connessi ai fattori considerati nella trattazione. Questo schema, sviluppato secondo i criteri descritti in [1] e implementato tramite script Matlab, è stato innanzitutto testato sulla base dei risultati forniti dalla stessa articolistica tecnica. Successivamente, verificata la rispondenza negli andamenti delle grandezze calcolate, si è deciso di farne ricorso per attuare il processo di validazione del modello ADAMS alla luce dei dati raccolti mediante le simulazioni effettuate ed opportunamente rielaborati.

Lo schema di analisi numerica consiste, essenzialmente, in un calcolo ricorsivo a partire da valori di primo tentativo, volto al raggiungimento della convergenza su determinati parametri di controllo, al fine di verificare la bontà nella scelta delle quantità prese come variabili indipendenti. Come già citato in precedenza, nel caso specifico di questo lavoro, le variabili indipendenti sono rappresentate dagli angoli α_i , α_o e β . Il procedimento prende piede proprio dalla stima e dall’assunzione di valori iniziali di tali quantità, aggiornati ad ogni iterazione in funzione dell’andamento dell’errore riscontrato. Le fasi che compongono questo processo e le procedure adottate in ognuna di esse sono:

1. Definizione preliminare dei parametri del modello: lo step di partenza consiste nel settaggio di tutti i parametri geometrici descrittivi del meccanismo studiato, insieme a quelli inerenti alle condizioni di impiego quali carico assiale e velocità di rotazione della vite. Inoltre, si impongono le assunzioni in merito al valore iniziale degli angoli giroscopici e dell’angolo di deformazione θ' . Infine, si procede al calcolo delle proprietà fisiche dei materiali impiegati e dei coefficienti geometrici utili nelle fasi successive. A seguire, si riporta la tabella 4, riassuntiva delle specifiche del meccanismo utilizzato nello studio [1], a cui si è fatto ricorso nella costruzione e nella verifica di questo algoritmo di calcolo.
2. Calcolo preliminare di deformazioni nelle zone di contatto e dei moduli elastici equivalenti: nota la F_a , è possibile ricavare il valore medio di carico assiale agente sulla singola sfera ipotizzando che siano tutte equamente caricate. Considerando Q_i e Q_o ancora identici e pari a $Q = F_a/Z$, mediante le (2.44), (2.45), (2.48) e (2.49) si ottengono dei moduli elastici equivalenti provvisori, grazie ai quali è possibile ottenere i primi valori delle deformazioni δ_i e δ_o , in base a (2.33).

parameter	value	unit
I. geometry parameters		
of ball screw		
(1) Helix angle α	8.74	degree
(2) Pitch	10	mm
(3) inner radius of screw d_i	34.9	mm
(4) Pitch cycle diameter d_m	41.4	mm
(5) radius of curvature of the screw raceway, r_i	3.429	mm
(6) radius of curvature of the nut raceway, r_o	3.429	mm
(7) ball's diameter	6.35	mm
(8) density of lubricant oil	0.8	g/cm ³
(9) viscosity of lubricant oil	68	cst
(10) number of balls in raceway	52	
(11) Young's modulus	2.111×10^{11}	N/m ²
(12) Poisson's ratio	0.3	
II. operating conditions		
(1) axial load	500, 1000, 1500, 2000, 3000, 5000	N
(2) rotational speed for screw	1070, 1249, 1496, 1760, 2100, 2500, 3000	rpm

Tabella 4 – Riepilogo parametri geometrici, fisici e relativi a condizioni di funzionamento analizzate

- Calcolo delle componenti di deformazione assiale e radiale e ottenimento degli angoli di contatto α_i e α_o di primo tentativo: tramite le formule (2.27) e (2.28) per l'angolo di contatto nominale e dalla (2.34) alla (2.41) vengono determinati tutti i parametri che compaiono nelle equazioni (2.42) e (2.43), messe a sistema per ottenere le incognite X_1 e X_2 da impiegare nelle (2.29), (2.30), (2.31) e (2.32). Si ottengono così i due valori a partire dai quali avrà luogo il processo di iterazione numerica.

L'iterazione adottata si struttura in due cicli annidati. Quello più esterno ha come scopo la convergenza del valore di β mentre quello interno dei valori degli $\alpha_{i,o}$. Affinché il ciclo abbia effettivamente inizio, è indispensabile arrivare ad un primo valore dei parametri di

controllo che saranno osservati per valutare il grado di approssimazione raggiunto. Per il ciclo interno, il parametro di controllo è rappresentato dall'errore percentuale sul valore dell'angolo di slittamento Ψ_i . Nel caso del ciclo esterno, invece, il parametro di controllo è rappresentato dall'errore percentuale sul valore di β . L'ingresso nell'iterazione avviene, quindi, solo dopo aver effettuato il calcolo delle velocità angolari e di slittamento (da (2.15) a (2.26)), insieme alla stima dei coefficienti d'attrito e delle forze scambiate (da (2.50) a (2.64)). L'equazione (2.65) permette, a questo punto, di ricavare un nuovo valore di Ψ_i , da confrontare con quello ottenuto in precedenza con la (2.24). Si valuta quindi l'errore percentuale su tale grandezza come rapporto tra il valore assoluto della differenza tra i due angoli omonimi e il primo dei due valori calcolati:

$$err\% \Psi = \frac{|\Psi_{i+1} - \Psi_i|}{\Psi_i} \quad (2.72)$$

Per quanto riguarda l'angolo β , la condizione di inizio ciclo relativa all'errore sul suo valore stimato viene inizialmente posta maggiore del valore di soglia, per poi essere ricalcolata ad ogni iterazione, essendo il valore iniziale assunto in maniera arbitraria. In sintesi, questa fase prevede, quindi:

4. Calcolo di primo tentativo e definizione condizioni di inizio ciclo: calcolo di tutte le grandezze cinematiche e dinamiche, date le assunzioni iniziali e i risultati dei punti precedenti; settaggio delle condizioni di iterazione iniziali.

Segue l'ingresso nel loop di calcolo:

5. Ciclo interno: aggiornamento angoli di contatto fissato il valore di β ; ciò viene effettuato incrementando e diminuendo gradualmente α_o e α_i , rispettivamente. Si può procedere con un passo variabile in funzione dell'errore riscontrato nell'iterazione precedente o con un passo fisso, sufficientemente piccolo. Segue il ricalcolo di tutte le grandezze e del nuovo errore percentuale su Ψ_i . Questa procedura è ripetuta fino a quando il parametro definito con (2.72) non risulta essere inferiore a 0.0001.
6. Ciclo esterno: in uscita dal ciclo interno, raggiunta la convergenza sugli $\alpha_{i,o}$, si procede al calcolo, per via numerica, del valore di β tale da soddisfare l'equazione (2.26), espressa in funzione degli angoli di contatto appena ottenuti. Il risultato fornisce un nuovo valore di angolo giroscopico che andrà confrontato con quello

assunto in ingresso al ciclo, nel caso della prima iterazione, oppure con lo stesso ottenuto allo step precedente. Si va a determinare un errore percentuale del tutto analogo a quello previsto dalla (2.72):

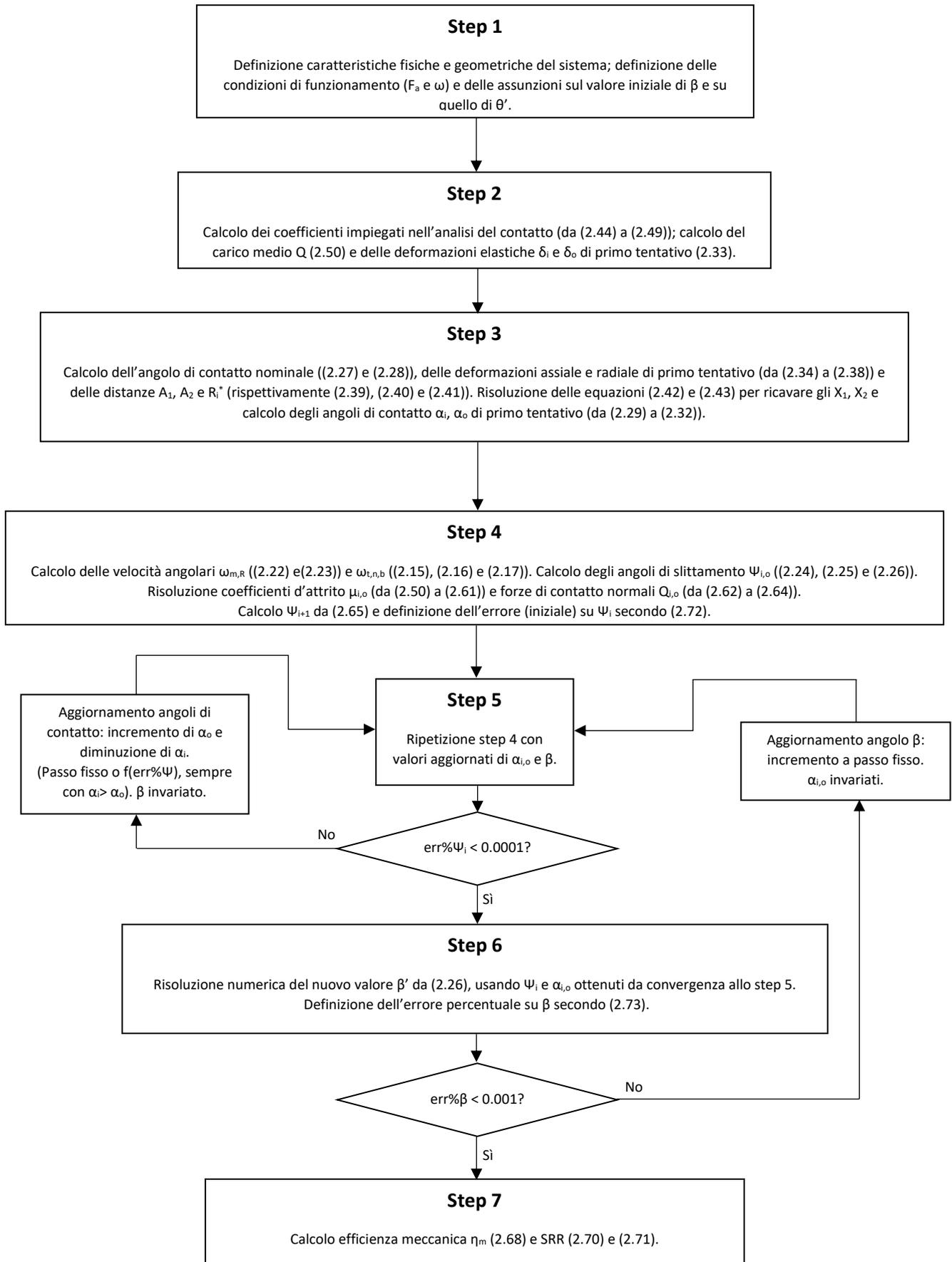
$$err\% \beta = \frac{|\beta_{i+1} - \beta_i|}{\beta_i} \quad (2.73)$$

Qualora quest'ultimo risultasse superiore alla soglia stabilita, in questo caso posta pari a 0.001, avrebbe luogo l'aggiornamento del valore dell'angolo, ottenuto per incrementi sufficientemente piccoli al fine di garantirne la convergenza senza correre il rischio di saltare il valore ricercato. Il ciclo riparte così effettuando uno step preliminare senza aggiornamento degli angoli di contatto per verificare la variazione dell'errore percentuale sull'angolo Ψ_i : se risulta ancora verificata la convergenza di quest'ultimo, non cambiano gli $\alpha_{i,o}$ e si procede solo con un ulteriore step del ciclo esterno. Ne deriva un nuovo angolo giroscopico con un annesso scostamento percentuale; si procede così ad un'ulteriore verifica prima di rientrare nel ciclo interno. Se questa volta la condizione di salto di questo ciclo non risulta soddisfatta, si procede, con l'ultimo β calcolato, iterando il punto 5.

7. Verificata la convergenza contemporanea delle tre variabili angolari, si può infine passare alla stima del rendimento meccanico (2.68) e dei rapporti SR (2.70) e (2.71).

Sulla base del procedimento esposto, è stato realizzato uno script Matlab che consentisse di ottenere tutte le grandezze di interesse a partire da dati di input variabili quali carico assiale, velocità angolare vite, materiali, caratteristiche lubrificante, numero di sfere e, più in generale, tutte le specifiche geometriche del sistema. Si è proceduto con l'instaurare un confronto tra i risultati così ottenibili e quelli esposti in [1]: in questo modo è stato possibile effettuare una validazione del programma realizzato e una verifica di determinate formulazioni proposte all'interno dello stesso articolo, principalmente riguardanti le modalità di aggiornamento degli angoli nel ciclo annidato, il calcolo del rendimento meccanico e difformità in alcune formule per il calcolo degli Slide-Roll Ratio rispetto alle stesse presentate nello studio [2], di cui [1] rappresenta un approfondimento. Le condizioni operative analizzate e le caratteristiche del sistema modellato sono quelle riportate nella precedente tabella.

Figura 2.13 – Schema a blocchi dell’algoritmo di calcolo costruito sul modello teorico



2.2.7 – Analisi dei risultati derivanti dall'applicazione dell'algorithm

Andamenti angoli di contatto

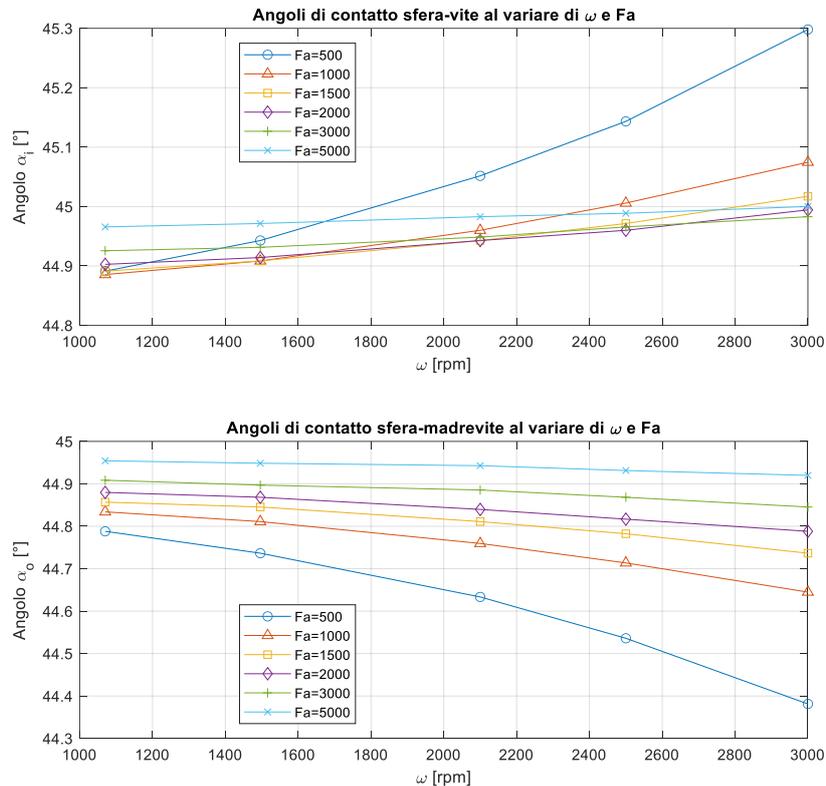


Figura 2.14 – Andamenti angoli di contatto ottenuti da script Matlab

Partendo dall'analisi degli angoli di contatto, l'aderenza dei risultati ottenuti a quelli presentati in [1] risulta buona nella forma degli andamenti, sebbene il range di variazione dei valori degli angoli risulti essere ridotto. Le tendenze nelle variazioni in funzione dei parametri di velocità angolare della vite e carico applicato alla madrevite risultano anch'esse tutte rispettate:

1. A parità di F_a , un incremento della velocità angolare ω comporta un incremento della differenza tra i due angoli, con α_i che aumenta e α_o che diminuisce.
2. Fissata la velocità angolare, un incremento del carico applicato determina un avvicinamento tra i due angoli.

3. Al crescere del carico assiale, il discostamento dall'angolo di contatto nominale α_0 (calcolato secondo [3], tramite (2.27) e (2.28), pari a 45.1949°) tende a ridursi.

Velocità angolari di spin ω_R e di rotazione ω_m della sfera intorno all'asse vite rispetto al sistema di riferimento globale

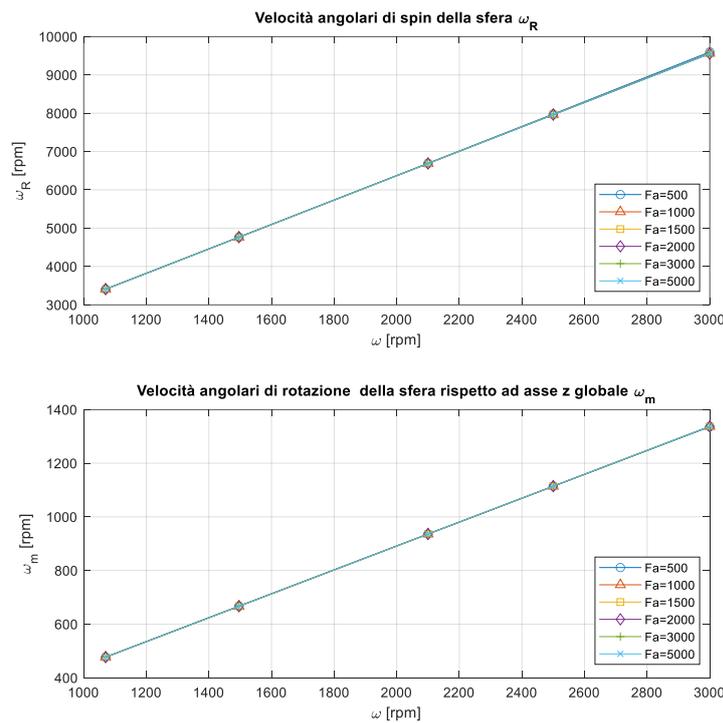


Figura 2.15 – Velocità angolari sfera ottenute tramite algoritmo

Le velocità ottenute sono perfettamente concordi con i risultati previsti, sia nei valori che nell'andamento, quasi del tutto indipendente dal valore di forza assiale. Infatti, sempre in coerenza con i risultati dello studio [1], è riscontrabile un minimo effetto del carico esterno all'aumentare dello stesso, determinando una lievissima riduzione dei valori di ω_R e un altrettanto modesto incremento per la ω_m , non visualizzabili se non tramite confronto numerico diretto o mediante un ingrandimento.

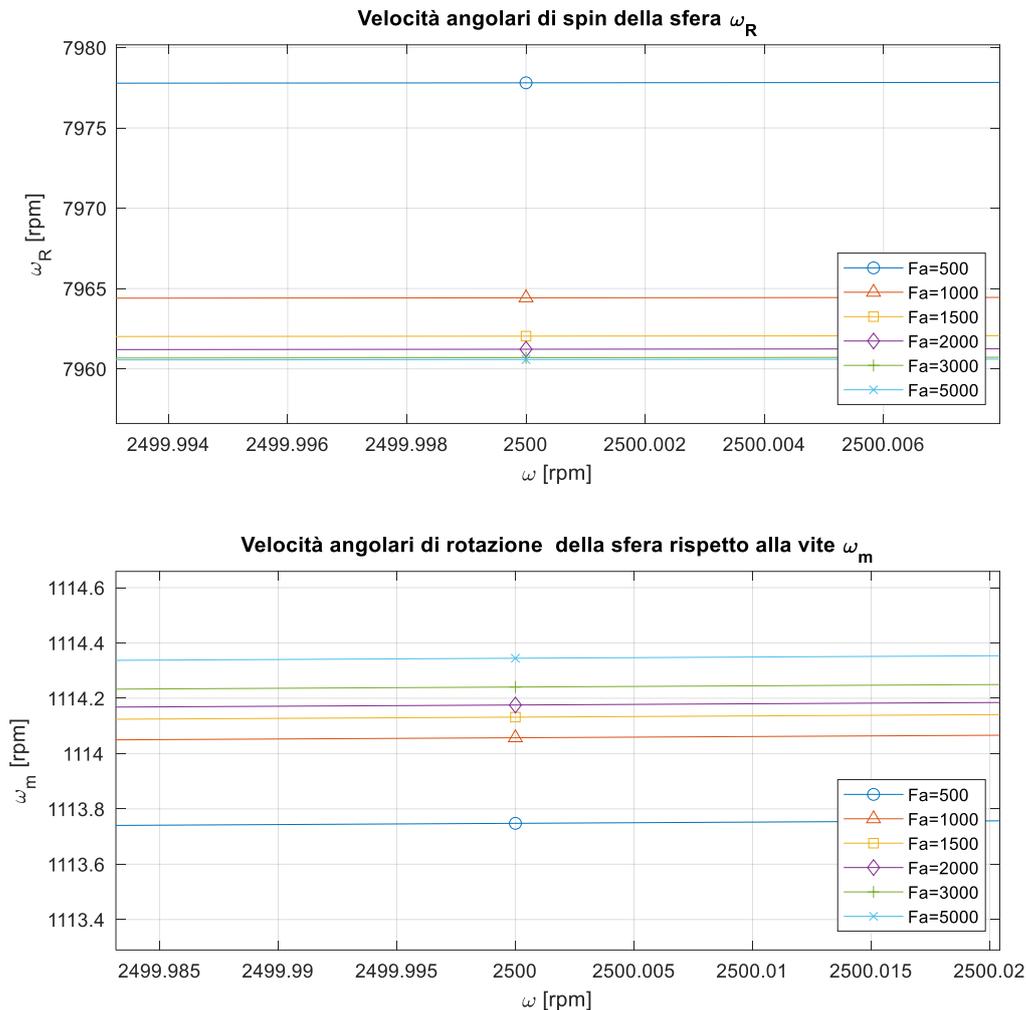


Figura 2.16 – Dettaglio grafici velocità angolari

Slide-Roll ratio

Gli andamenti riportati in figura 2.16 sono del tutto simili a quelli presentati in [1]. Tuttavia, c'è da notare come, al contrario di quanto ivi riportato, si sono riscontrati valori distribuiti in un range più ridotto nel caso del contatto sfera-vite e, viceversa, maggiore per il contatto sfera-madrevite: il motivo di questa differenza risiede nei valori degli angoli di contatto ottenuti e nella dipendenza da questi ultimi di velocità angolari e velocità lineari. Si osserva, innanzitutto, che lo slittamento della sfera sulla superficie di contatto è più accentuato nel caso della madrevite; inoltre, all'aumentare della velocità e del carico, i due SRR mostrano andamenti totalmente opposti tra di loro. Per quanto

riguarda il comportamento nel caso della vite, si può considerare come un aumento di ω porti ad un aumento di tutte le componenti di velocità angolare della sfera, favorendo fenomeni di slittamento sulla superficie della vite; questi possono essere mitigati da un incremento della forza assiale applicata, che agisce andando a consentire una presa migliore della sfera sul fianco dell'elica. Al contrario, nel caso del contatto con la madre vite, l'effetto di aumento della velocità di rotazione è benefico, andando a ridurre SRR, per via dell'incremento della componente di rotolamento della sfera. Un aumento del carico porta, però, ad innalzare SRR e ciò può essere spiegato considerando come la sfera tenda, in queste condizioni, ad essere trascinata dalla vite in rotazione. Lo Slide-Roll Ratio è un parametro fondamentale per l'analisi degli effetti della lubrificazione e dei fenomeni di usura, come indicato in [5].

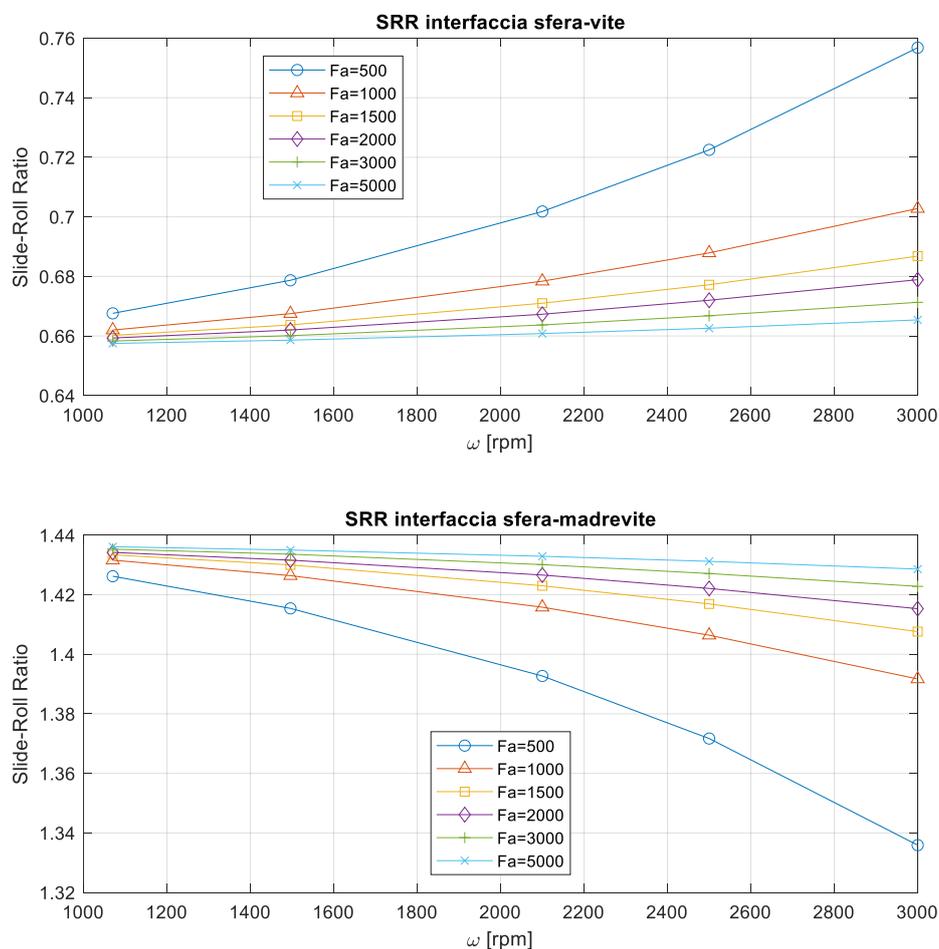


Figura 2.17 – Andamenti Slide-Roll ratio in corrispondenza delle due interfacce di contatto

Forze normali di contatto

Dipendono essenzialmente dal valore della spinta assiale applicata alla madrevite, mostrando variazioni trascurabili al variare della velocità angolare.

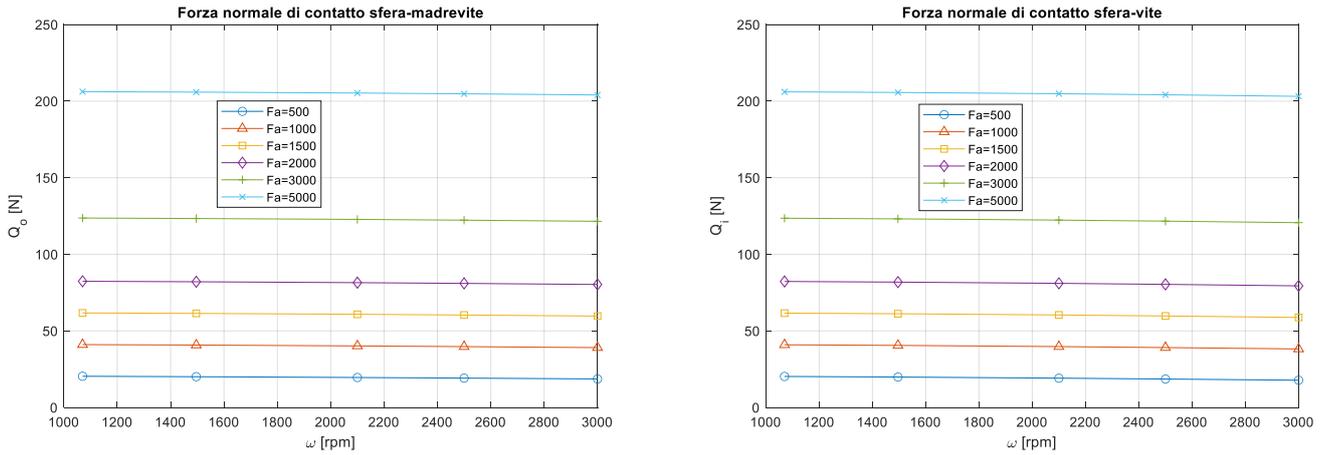


Figura 2.18 – Relazione tra forze normali di contatto e velocità di rotazione della vite

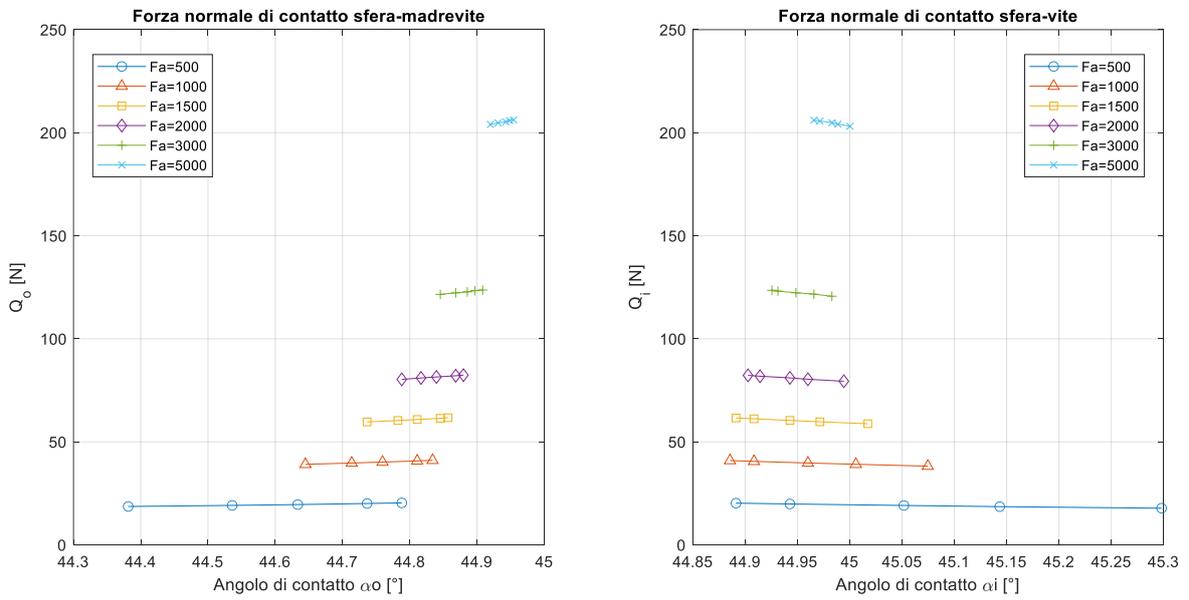


Figura 2.19 – Relazione tra forze normali di contatto e angoli di contatto

Coefficienti e risultanti forze d'attrito

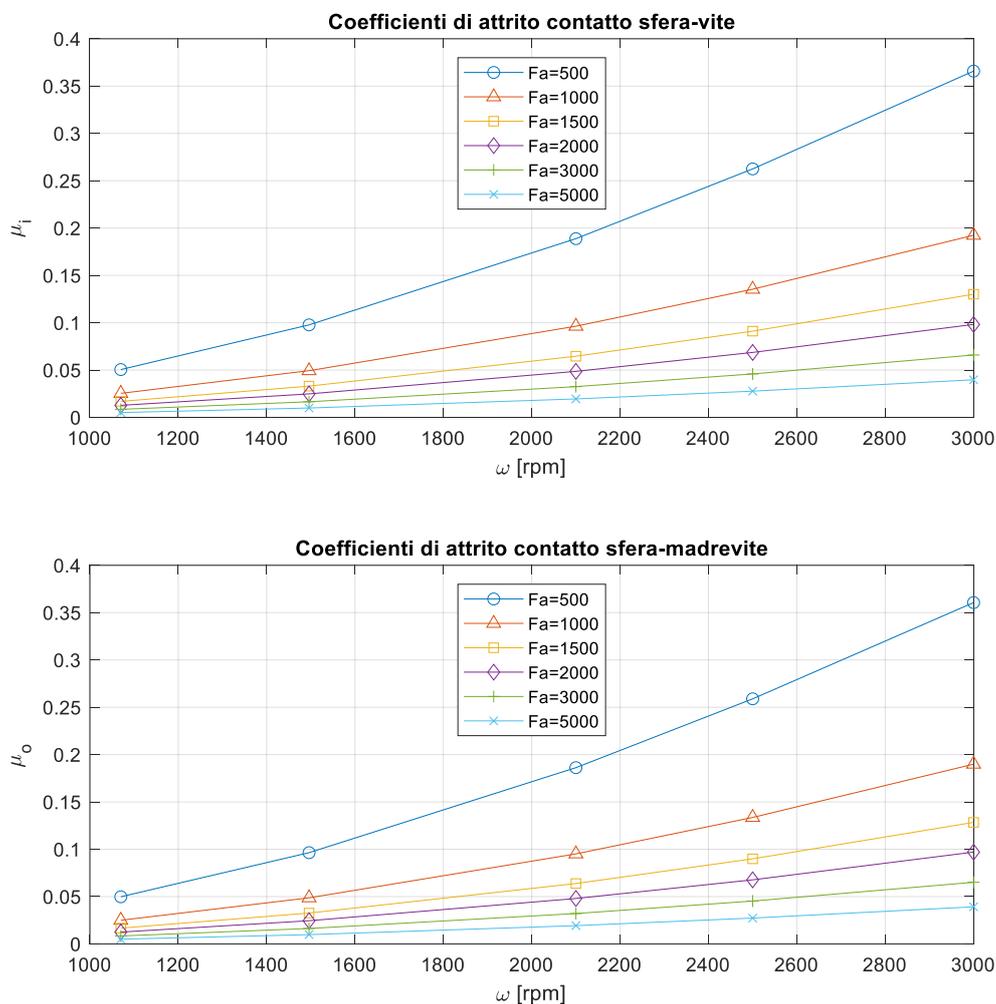


Figura 2.20 – Coefficienti d'attrito alle due interfacce di contatto

In entrambe le zone di contatto, tendono ad aumentare con l'incremento di ω e, a parità di quest'ultima, diminuiscono all'aumentare del carico esterno applicato. Trovandosi in condizioni miste di attrito dinamico e volvente, questi andamenti possono essere giustificati considerando che, per la seconda delle due componenti, esiste una dipendenza dal quadrato della velocità di rotolamento (in questo caso, funzione della velocità angolare della vite ω), mentre l'incremento del carico determina una riduzione dello spessore dello strato di lubrificante, con miglioramento delle prestazioni dello stesso (esiste un intervallo ottimale di valori di spessore, a seconda dell'applicazione particolare, delle condizioni di funzionamento e dei materiali a contatto). Inoltre, all'interfaccia sfera-vite, i coefficienti tendono ad essere sempre di poco superiori a quelli nel caso del contatto

sfera-madrevite, a parità di condizioni. Per quanto riguarda le forze, crescono con il carico, vista l'ovvia influenza di quest'ultimo sulla componente normale di contatto.

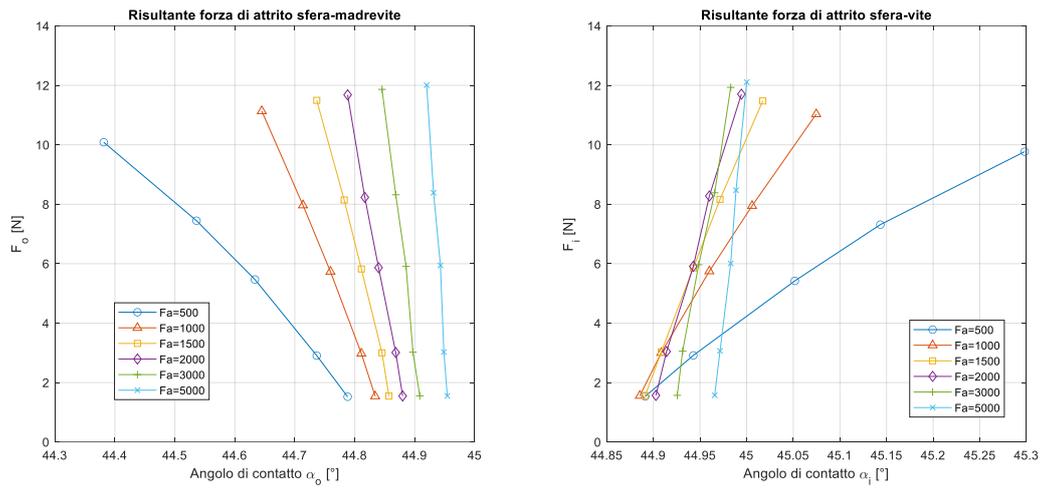


Figura 2.21 – Risultante forze d'attrito alle due interfacce di contatto

Angolo giroscopico β

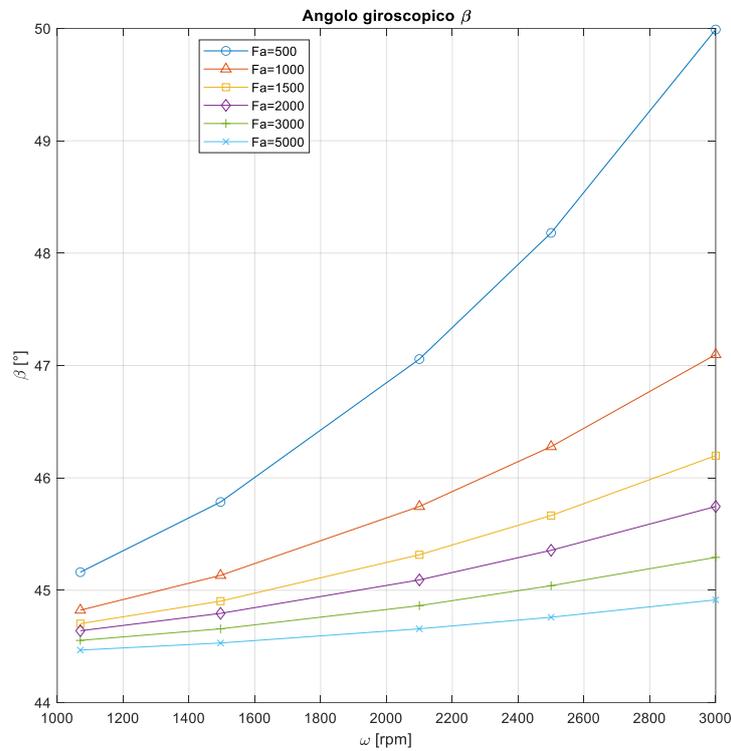


Figura 2.22 – Angolo giroscopico al variare delle condizioni di impiego

Questo parametro è legato alla componente della velocità di spin della sfera nel piano t-b del sistema di Frenet-Serret; si riscontra, a conferma di ciò, congruenza con il comportamento della ω_R al variare delle condizioni di funzionamento, ovvero l'aumento al crescere del valore di velocità di rotazione della vite e la diminuzione in corrispondenza di carichi elevati. I risultati ottenuti sono concordi anche con quelli riportati in [1], sebbene tendano a mantenersi, generalmente, più bassi rispetto a questi ultimi.

Forza centrifuga e forza resistente viscosa

Rispetto ai valori tabulati dall'articolo, è stata riscontrata una differenza piuttosto marcata nei valori della forza centrifuga; effettuate tutte le verifiche sulla correttezza del calcolo, non sono state riscontrate anomalie che giustificassero tale situazione. I valori calcolati sono riferiti alla singola sfera. Nello specifico, le curve risultano totalmente sovrapposte e ciò è dovuto al fatto che l'unica variabile dipendente, in entrambi i casi, è appunto la velocità di rivoluzione della vite ω_m , a sua volta funzione della ω . Da un punto di vista fisico, se per la forza centrifuga il motivo di questo andamento è piuttosto intuitivo, nel caso della forza di resistenza viscosa è necessario considerare come il passaggio della

sfera comporti lo spostamento di una certa quantità di fluido lubrificante; all'aumentare della velocità della sfera, questa dovrà esercitare sul fluido una forza maggiore al fine di imporvi un moto più rapido.

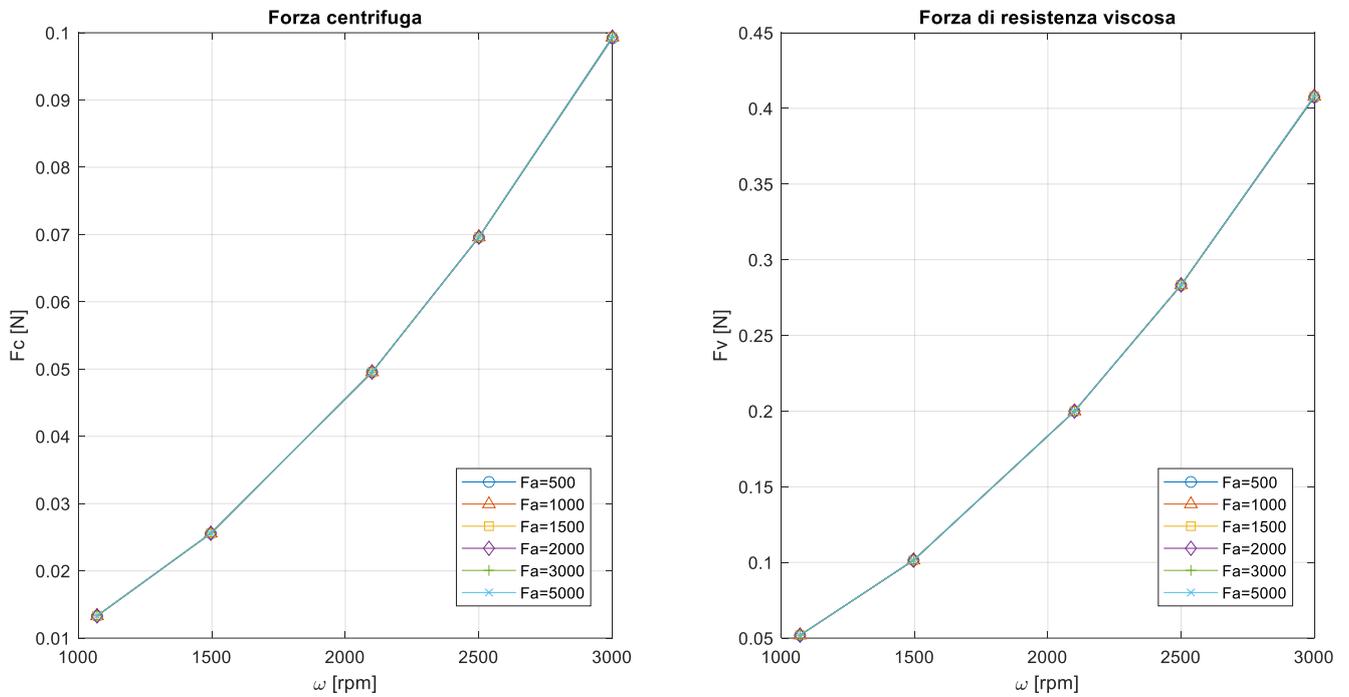


Figura 2.23 – Forze centrifuga e di resistenza viscosa

Rendimenti meccanici

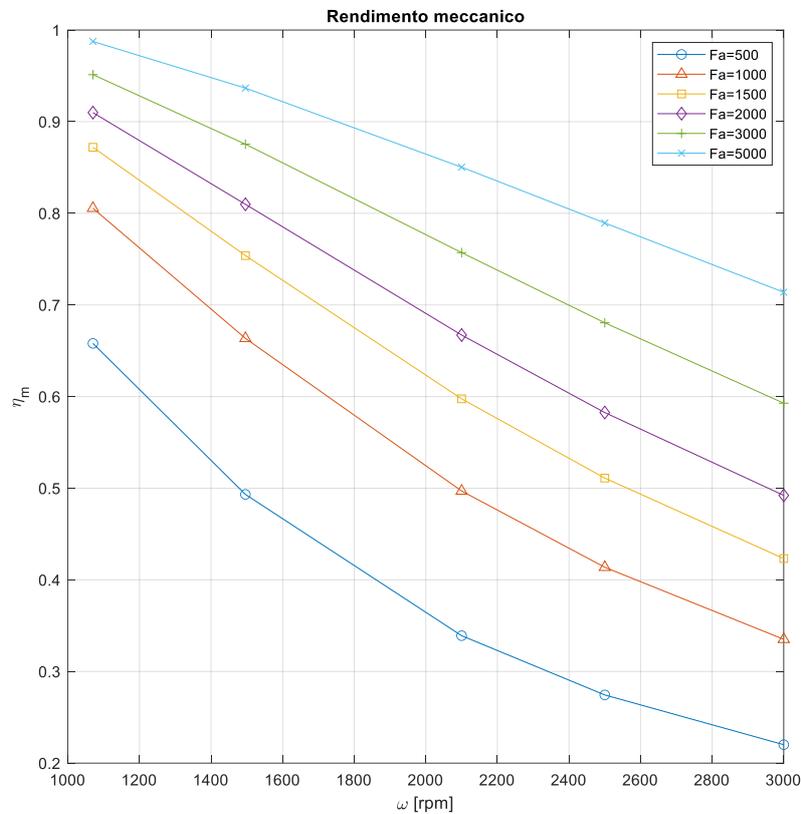


Figura 2.24 – Rendimento meccanico al variare delle condizioni di impiego

Gli andamenti ottenuti utilizzando il modello teorico presentato in [1] sono coerenti negli andamenti con quanto atteso in base ai risultati forniti, sebbene i valori del rendimento nelle condizioni operative a bassi carichi presentino discostamenti anche marcati. Va segnalato, però, che il rendimento adottato in [1] non segue la definizione rigorosa di rendimento stesso, andando semplicemente ad effettuare il rapporto tra due momenti, M_{output} e M_{input} : sebbene a denominatore compaia il momento che deve essere applicato alla vite per consentirne l'inizio del moto (M_{input}), a numeratore non compare l'effetto utile prodotto dal meccanismo, ma un momento ideale fittizio.

$$M_{\text{output}} = \frac{F_a}{Z} \tan \alpha r_m$$

$$M_{\text{input}} = r_m [Q_i \sin \alpha \sin \alpha_i + F_{Xi} \sin \alpha (-r_b / r_m + \cos \alpha_i) - \cos \alpha F_{ti} (1 - r_b / r_m \cos \alpha_o)]$$

Si è ritenuto opportuno, quindi, adottare una diversa definizione di rendimento meccanico (2.68), conforme alle definizioni comunemente adottate in ambito di trasmissioni. In conclusione, si conferma il miglioramento del rendimento in condizioni di carico elevato, andando però a decadere con l'aumento della velocità di rotazione dell'albero.

In Appendice, si riportano gli script Matlab realizzati.

Capitolo 3 – Modellazione mediante ADAMS

Nell'ambito del progetto di ricerca presso il Politecnico di Torino, riguardante lo sviluppo di sistemi di prognostica per l'identificazione di guasto progressivo, sono stati sviluppati diversi modelli per l'analisi del meccanismo di vite a ricircolo di sfere. Tra i vari strumenti impiegati, risulta esservi anche il software MSC ADAMS, applicativo di largo impiego industriale, che permette di effettuare simulazioni dinamiche multibody di sistemi meccanici complessi, ponendo un focus particolare sull'analisi delle forze e della dinamica del contatto fra corpi.

3.1 – Caratteristiche del modello

Il modello, realizzato e presentato in [5], può essere schematizzato come segue.

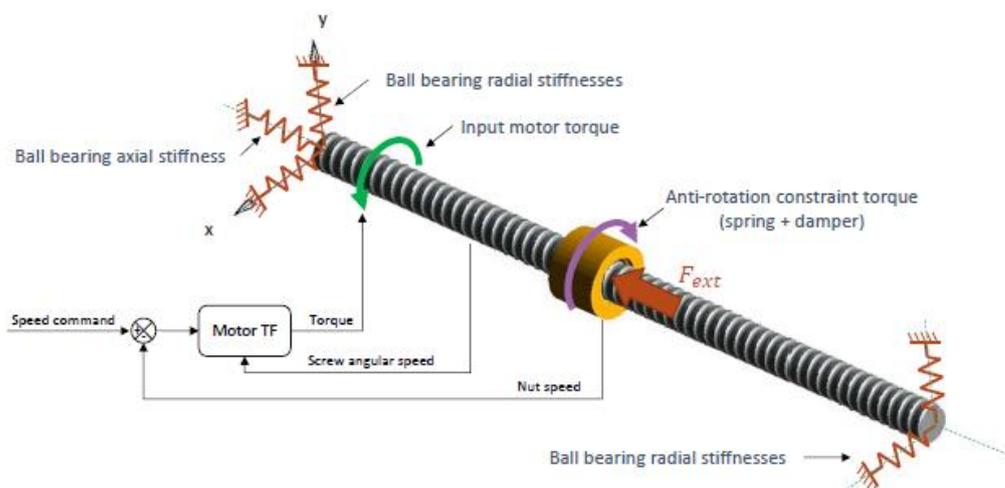


Figura 3.1 – Schema modello ADAMS

Il processo di creazione ha previsto una prima fase di definizione delle geometrie dei vari componenti presenti, mediante l'utilizzo di software CAD. È seguita la loro importazione in ambiente ADAMS, insieme alla definizione delle posizioni iniziali dei vari elementi, identificate al passo precedente. Le specifiche geometriche del sistema studiato sono riportate nella tabella 5.

Geometrical parameter	Symbol	Value	Units
Screw pitch circle radius	r_m	8	mm
Screw lead	p	5	mm
Ball radius	r_b	1.5875	mm
Centre radius offset	H	0.0629	mm
Ogival offset	L	0.0505	mm
Screw and nut groove conformity factor	$f_{s,n}$	0.528	
Screw shaft moment of inertia around \hat{z} axis	I_s	9.1893	kg mm ²
Loaded turns number	n_t	1.75	
Nut mass	M_n	0.275	kg
Total number of spheres	Z_{tot}	35	
Nominal helix angle	α_e	5.679	deg
Nominal contact angle	α	45.13	deg
Ball roughness [165]	σ_b	41.56	nm
Grooves roughness [165]	σ_g	11.56	nm
Screw, nut and ball elasticity modulus	$E_{s,n,b}$	210	GPa
Screw, nut and ball Poisson modulus	$\nu_{s,n,b}$	0.29	
Dynamic load	C_a	8.2	kN
Static load	C_0	13	kN
Critical screw angular speed	$\dot{\Omega}_{cr}$	18000	rpm

Tabella 5 – Riepilogo parametri geometrici, fisici e relativi a condizioni di funzionamento del sistema modellizzato in ADAMS

Per questioni di flessibilità di impiego, la generazione delle geometrie e il caricamento del modello avvengono mediante l'utilizzo di file di comando e macro: ciò consente, mediante la rapida modifica dei parametri oggetto di interesse, il settaggio di nuove condizioni di simulazione o l'immediata variazione di specifiche geometriche e dei materiali considerati, riducendo notevolmente i tempi richiesti per la modifica del modello.

La fase di definizione non si limita, però, alle sole geometrie dei corpi costituenti il meccanismo oggetto di studio, ma comporta anche l'imposizione dei vincoli cinematici e dinamici necessari per pervenire ad una rappresentazione il più possibile realistica. Quindi, oltre alla creazione di un controllore PI per la generazione e la gestione del moto della vite, con retroazione sulla velocità della madrevite per il mantenimento del valore di set imposto, è stato necessario definire i supporti agli estremi della vite, cedevoli e modellati quindi tramite elementi elastici, rappresentativi delle azioni di sostegno radiale operate dai cuscinetti. Di questi due supporti, uno va ad esercitare anche un vincolo in senso assiale, di contrasto alla forza applicata alla madrevite. Su quest'ultima, inoltre, è

stato previsto un vincolo anti-rotazionale, implementato tramite una molla torsionale con elemento di smorzamento, che, però, permette alla madrevite di oscillare nel piano ortogonale alla direzione di spostamento. Infine, è stato definito l'andamento nel tempo della forzante esterna applicata, che passa da essere nulla ad assumere valore pieno in un prestabilito intervallo temporale (0.1 s dopo l'inizio della simulazione, in un periodo pari a 0.1 s); anche questi parametri sono facilmente modificabili in base all'applicazione o al fenomeno che interessa studiare.



Figura 3.2 – Modello multibody ADAMS di vite a ricircolo di sfere

3.2 – Metodologia di simulazione

L'analisi dinamica del sistema, a partire dai vincoli imposti e dalle condizioni iniziali stabilite, prende piede dalla formulazione delle equazioni del moto sulla base delle leggi della meccanica newtoniana. Tali equazioni sono spesso non lineari, si parla in generale di equazioni differenziali algebriche (DAE), e la loro risoluzione passa quindi attraverso un processo di integrazione numerica. Sono presenti due tipi di algoritmo per l'integrazione del sistema di equazioni, la cui distinzione deriva dalle caratteristiche degli autovalori del sistema stesso:

- Metodo di risoluzione STIFF: ricorre ad approssimazioni delle derivate mediante formulazioni implicite e all'indietro (Backward Difference Formulation) per risolvere le equazioni differenziali algebriche.
- Metodo di risoluzione NON-STIFF: applica formulazioni esplicite per l'approssimazione delle derivate per risolvere equazioni differenziali ordinarie ottenute a partire da quelle differenziali algebriche; la distinzione tra queste due tipologie di equazioni risiede sostanzialmente nel fatto che nelle ODE compaiono derivate in modo diretto, mentre ciò non avviene nelle DAE.

Il processo di risoluzione numerica attuato da un opportuno integratore, scelto all'interno di una delle due famiglie citate, dopo aver ricavato le equazioni e imposto le condizioni iniziali, passa attraverso le fasi di predizione e correzione delle soluzioni.

La predizione consiste in un fit polinomiale di un certo ordine sui valori passati di ognuna delle variabili di stato del sistema; l'andamento ottenuto permette di estrapolare il valore nell'istante attuale. Si tratta, tuttavia, solo della determinazione di un valore di primo tentativo della soluzione, per il quale sarà necessario effettuare un controllo alla luce delle equazioni del moto e dei vincoli, che dovranno risultare soddisfatti al termine del processo di convergenza. Le metodologie di fitting impiegate variano a seconda dell'integratore adottato.

L'operazione di correzione passa attraverso l'utilizzo di equazioni implicite che mettono in relazione il valore di derivata di una variabile di stato con i valori della stessa in corrispondenza di due passi temporali distinti. In altri termini, all'interno delle equazioni differenziali, le derivate vengono espresse come differenza tra i valori delle variabili di stato a cavallo dello step temporale considerato. Un esempio tra i più comuni di metodo impiegato per attuare questa trasformazione è quello di Eulero Implicito, il quale va a esprimere la derivata incognita come funzione della soluzione allo step successivo:

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \dot{y}_{n+1} \quad (3.1)$$

L'ottenimento dei valori delle variabili di stato a partire dalle equazioni così riscritte avviene grazie all'utilizzo di un algoritmo, denominato metodo quasi-Newton-Raphson, che si articola nella successione dei seguenti step:

1. Partendo dalle equazioni del moto scritte in forma implicita, se ne effettua una linearizzazione nell'intorno dell'ultima soluzione trovata (k).

$$F(y, \dot{y}, t) = 0$$

$$\begin{aligned} F(y, \dot{y}, t) &= F(y^k, \dot{y}^k, t) + \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{y^k, \dot{y}^k} (y - y^k) + \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \right|_{y^k, \dot{y}^k} (\dot{y} - \dot{y}^k) = \\ &= F(y^k, \dot{y}^k, t) + \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{y^k, \dot{y}^k} \Delta y + \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \right|_{y^k, \dot{y}^k} \Delta \dot{y} = 0 \end{aligned}$$

2. Tramite il ricorso alla (3.1) (o, più in generale, ad un metodo BDF di ordine superiore), si vanno a confrontare la matrice Jacobiana di F con il rapporto tra un residuo (F) ed una correzione (Δy). Nel primo caso:

$$\left[\left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{y^k, \dot{y}^k} + \frac{1}{h} \cdot \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \right|_{y^k, \dot{y}^k} \right] \Delta y = -F(y^k, \dot{y}^k, t),$$

con $\Delta \dot{y} = \frac{1}{h} \cdot \Delta y$. In generale:

$$\left[\left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{y^k, \dot{y}^k} + \frac{1}{h\beta_0} \cdot \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \right|_{y^k, \dot{y}^k} \right] \Delta y = -F(y^k, \dot{y}^k, t),$$

dove β_0 è uno scalare caratteristico dell'ordine dell'integratore, mentre quella che compare a primo membro è la matrice Jacobiana di F .

3. Il metodo è giunto a convergenza quando residuo e correzione risultano sufficientemente piccoli, cambiando di volta in volta il punto in cui viene effettuata la linearizzazione.

Al termine di questa iterazione, l'integratore va a valutare l'errore locale di integrazione, ottenuto come funzione della differenza tra il valore predetto e quello corretto, dimensione dello step di integrazione h e dell'ordine dell'integratore. Se al di sopra di una certa soglia, la soluzione viene rigettata e il procedimento riparte considerando uno step temporale più piccolo; viceversa, prosegue con uno step temporale aggiuntivo. Ciò viene ripetuto fino a raggiungimento dell'istante temporale finale settato per la simulazione.

La scelta dell'integratore va ad impattare sul numero di variabili oggetto di controllo dell'errore, sul modo in cui viene scelto il passo di integrazione, sull'accuratezza su alcune variabili piuttosto che altre ed è da effettuarsi tenendo conto delle problematiche di risoluzione derivanti dai fenomeni a cui il modello può dare luogo, quali discontinuità o picchi nei valori di forze. In quest'ultimo caso, ADAMS prevede opportune modifiche degli algoritmi impiegati, e ciò avviene generalmente quando si ha a che fare con problemi inerenti contatto, attriti e transitori rapidi. Insieme alla scelta specifica dell'integratore, è possibile stabilire anche la formulazione delle equazioni più opportuna, il che consiste nel pretendere un controllo sull'errore relativo ad alcuni parametri piuttosto che altri, oppure nel richiedere che vengano soddisfatti tutti o alcuni vincoli. Nelle tabelle 6 e 7, tratte da [11], vengono riassunte le principali caratteristiche degli integratori e delle diverse formulazioni.

The equation formulation:	Has the following characteristics:
I3	<ul style="list-style-type: none"> ■ Ensures that the solution satisfies all constraints. ■ Does not ensure that the the velocities and accelerations calculated satisfy all first- and second-time derivatives. ■ Monitors integration error only in system displacements, not in velocities. ■ Is fast. ■ The Jacobian matrix can become ill-conditioned at small step sizes.
SI2	<ul style="list-style-type: none"> ■ Takes into account constraint derivatives when solving for equations of motion. This process enables the GSTIFF integrator to monitor the integration error of velocity variables, and, therefore, renders highly accurate simulations. ■ Jacobian matrix remains stable at small step sizes, which in turn increases the stability and robustness of the corrector at small step sizes.
SI1	<ul style="list-style-type: none"> ■ Takes into account constraint derivatives when solving for equations of motion. ■ Monitors the integration error on the impulse of the Lagrange Multipliers in the system. These additional safeguards enable the integrators to monitor the integrator error in velocity variables and the impulse of the Lagrange Multipliers. ■ Very accurate. ■ Jacobian matrix remains stable at small step sizes, which in turn increases the stability and robustness of the corrector at small step sizes.

Tabella 6 – Metodi di formulazione delle equazioni in ADAMS

The integrator:	Has the following characteristics:
GSTIFF	<ul style="list-style-type: none"> ■ Uses backward differentiation formulas. ■ Uses fixed coefficients for prediction and correction. ■ Is the default method.
WSTIFF	<ul style="list-style-type: none"> ■ Uses backward differentiation formulas. ■ Uses variable coefficients for prediction and correction.
Constant BDF	<ul style="list-style-type: none"> ■ Uses backward differentiation formulas. ■ Uses fixed coefficients for prediction and correction. ■ The maximum allowed step size controls the integrator accuracy. ■ Does not calculate local integration error at each step.
ABAM	<ul style="list-style-type: none"> ■ Uses coordinate partitioning to reduce the full set of differential and algebraic equations (DAEs) to a smaller set of ordinary differential equations (ODEs). ■ Uses Adams-Bashforth for prediction; uses Adams-Moulton for correction.
RKF45	<ul style="list-style-type: none"> ■ Single-step method. ■ Primarily designed to solve non-stiff and mildly stiff differential equations when derivative evaluations are not expensive. ■ Not highly accurate.
HHT	<ul style="list-style-type: none"> ■ Adams Solver (C++) only ■ Expected to result in a smaller number of Jacobian evaluations. ■ Unlike BDF-type formulas, it behaves like a low pass filter; it cuts high frequency spurious oscillations, while accurately preserving low frequency oscillations. ■ The cutoff frequency can be controlled by adjusting the option Alpha; the smaller value, the lower the cutoff threshold. ■ Stable at small value of the integration step size.
Newmark	<ul style="list-style-type: none"> ■ Adams Solver (C++) only ■ Behavior similar to HHT. ■ Lower order. ■ Has two control parameters.

Tabella 7 – Caratteristiche integratori utilizzabili in ADAMS

3.3 – Trattazione dei fenomeni di contatto

Uno degli strumenti più importanti di ADAMS consiste nell'analisi del contatto fra corpi. Fondamentale è, in primo luogo, il modo in cui ADAMS gestisce le geometrie da considerare; esistono due alternative: l'importazione di una geometria Parasolid, creata tramite strumenti CAD esterni, oppure la conversione della geometria creata in ambiente ADAMS in una mesh poligonale. La prima soluzione ha come vantaggio l'accuratezza e il livello di dettaglio, ma il modello risulta, proprio per questo, molto pesante da gestire.

La seconda, invece, non necessita del ricorso ad altri software ed è più flessibile: consente di ottenere un buon grado di descrizione delle superfici che può essere variato in funzione del compromesso ricercato tra precisione dei risultati e tempi computazionali. Il grado di finezza della maglia con cui si vanno ad approssimare le parti a contatto è determinato dal settaggio del parametro di Faceting Tolerance (FT).

La soluzione adottata nel caso del modello studiato è coincisa con la seconda. In fase di simulazione, sono stati raccolti i dati relativi a prove effettuate con diversi valori di FT: l'obiettivo è stato quello di mostrare l'influenza di tale parametro sulla bontà dei dati elaborati, nonché l'individuazione di una soglia oltre la quale non vi sia una variazione/miglioramento significativo degli stessi. Parallelamente, sono stati anche confrontati i dati relativi alle durate delle simulazioni effettuate, a parità di condizioni di velocità e carico. I risultati relativi a questi aspetti verranno esposti nel capitolo successivo.

I contatti modellabili sono quelli tra corpi appartenenti alla stessa famiglia, bi-dimensionali e tri-dimensionali. Sono definibili solo tra coppie di corpi, cioè è necessario specificare ogni possibile coppia di contatto nel caso se ne possano verificare con più di un solo altro corpo. Effettuando una simulazione dopo la loro definizione, l'engine che gestisce la modellazione delle geometrie si occupa di:

- Individuare i punti di contatto.
- Applicare il Contact Detection Algorithm: verificatosi il contatto, ADAMS determina l'intersezione tra i volumi; viene individuato il baricentro di tale intersezione (assunta densità uniforme), quindi viene ricercato, per ogni corpo, il punto più vicino al baricentro. La distanza tra questi due punti rappresenta l'entità della compenetrazione, indicata con g .
- Calcolare, per ogni coppia di corpi di oggetti, le normali uscenti in corrispondenza dei punti di contatto.

Subentra, quindi, il solver, il quale si occupa di calcolare:

- Velocità di avvicinamento tra i corpi.
- Velocità di slittamento tra di essi nel punto di contatto.

Sono previste due tipologie di contatto:

- Intermittente: presente solo per un periodo limitato di tempo. Il contatto si verifica a seguito della collisione tra due geometrie, le quali vengono a contatto per poi separarsi in virtù della collisione. Questa determina un impulso, che risulta applicato ad entrambi i corpi coinvolti. Il fenomeno del contatto viene modellato considerando la deformazione subita da entrambi ed è possibile tener conto anche di fenomeni di dissipazione dell'energia, specificando un coefficiente di

restituzione o un fattore di smorzamento. La catena di eventi che ha può essere suddivisa in due fasi:

- 1) COMPRESSIONE: l'energia cinetica iniziale dei due corpi viene convertita in energia potenziale e in energia di compressione del materiale (quota dissipata).
 - 2) DECOMPRESSIONE: l'energia potenziale si trasforma in energia cinetica (inversione del moto) e in parte viene dissipata.
- Persistente: il contatto è attivo per periodi di tempo relativamente lunghi. La presenza di forze esterne determina il mantenimento di tale condizione. Il contatto è modellato tramite un equivalente molla-smorzatore non lineare, dove la prima componente esemplifica il comportamento elastico delle superfici, mentre la seconda tiene conto degli effetti dissipativi. Questa condizione è segnalata dal valore quasi nullo della velocità di separazione tra i due corpi.

L'analisi del contatto prevede il calcolo di:

- Forze normali di contatto: ADAMS implementa due modelli per il calcolo di questo parametro, IMPACT e POISSON model. Sono entrambi basati sul concetto di *penalty regularization*, ovvero di imposizione matematica di un vincolo mediante l'applicazione di una forza che consenta di rispettare il vincolo stesso. Il valore della forza sarà funzione dell'entità di violazione del vincolo. In questo caso, il vincolo della condizione di contatto è rappresentato dalla non-compenetrazione dei corpi e la forza di contatto, oltre ad essere funzione della compenetrazione g che deve compensare venendo applicata ad entrambi gli oggetti, è presente solo se il vincolo viene ad essere violato. Questa formulazione ha il vantaggio di essere di facile implementazione, ma comporta la necessità un'accurata ricerca del giusto valore del parametro di penalità, qui rappresentato dalla rigidità del materiale, al fine di evitare problemi di integrazione delle equazioni. L'insieme dei vincoli ausiliari che contribuiscono a definire le forze di contatto normale può essere espresso dal seguente sistema di equazioni:

$$1) \quad g \geq 0 \quad (\text{vincolo di impenetrabilità})$$

$$2) \quad F_n > 0 \quad (\text{forza di separazione})$$

$$3) F_n g = 0 \quad (\text{forza normale presente solo in caso di contatto})$$

$$4) F_n \frac{dg}{dt} = 0 \quad (\text{condizione di persistenza: forza normale non nulla solo se velocità di separazione diversa da zero})$$

Il modello IMPACT va a calcolare la F_n come:

$$F_n = kg^e + \text{Step}(g, 0, 0, d_{\max}, c_{\max}) \frac{dg}{dt} \quad (3.2)$$

In (3.2) compaiono la distanza di penetrazione g , la velocità di penetrazione, esponente della forza, massima penetrazione d_{\max} alla quale applicare il massimo coefficiente di smorzamento c_{\max} . k è il parametro di penalità per questo modello, rapporto tra entità della forza normale di contatto e penetrazione.

Il modello POISSON prevede che:

$$F_n = p \left(\frac{e+1}{2} \frac{dg}{dt} - \frac{h}{2} e \left(\frac{d^2g}{dt^2} \right) \right) \quad (3.3)$$

Quest'ultimo risulta essere più consistente con le leggi di conservazione, approssimando meglio i fenomeni dissipativi. Il coefficiente di restituzione e può essere adeguatamente scelto per simulare un modello di contatto non elastico. p è il parametro di penalità in questo caso: rappresenta il rapporto tra la forza normale di contatto e la velocità di penetrazione.

- Forze d'attrito: il calcolo di queste forze si basa su un modello semplice di attrito basato sulle velocità delle superfici a contatto. Il valore del coefficiente d'attrito varia a seconda delle condizioni di velocità di slittamento, secondo l'andamento presentato in figura 3.3.

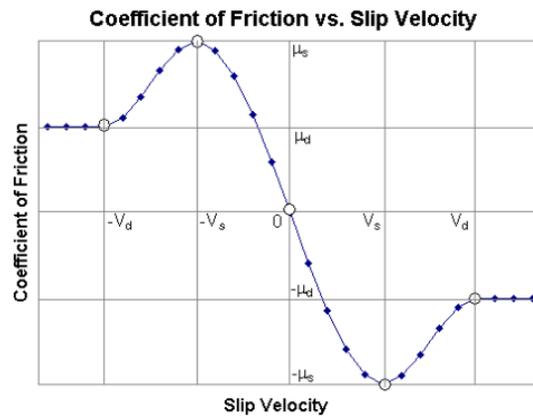


Figura 3.3 – Curva caratterizzante del modello di attrito

È possibile personalizzare questo modello variando i valori dei parametri presenti (coefficienti di attrito statico e dinamico, velocità di transizione tra condizioni di attrito diverse).

- Momenti d'attrito: in presenza di una componente di velocità angolare lungo la direzione dell'asse di contatto normale, ADAMS prevede l'applicazione di una coppia proporzionale alla forza d'attrito calcolata in precedenza; ciò viene fatto in quanto la sola forza d'attrito dovuta al contatto non è in grado di rallentare la rotazione relativa tra i corpi coinvolti, agendo solo sulla traslazione relativa. Viene quantificata secondo:

$$T = \frac{2}{3} \cdot R \cdot F \quad (3.4),$$

dove R è il raggio medio dell'area di contatto.

Il calcolo di queste grandezze avviene ad ogni passo di integrazione e, analogamente a quanto accade per le altre grandezze cinematiche e dinamiche, si articola in una fase di predizione, in una di correzione e in una di valutazione dell'errore, fino a convergenza secondo la tolleranza prevista.

Capitolo 4 – Campagna di simulazioni e raccolta dati

4.1 – Struttura delle simulazioni e obiettivi dell'analisi

La registrazione degli andamenti di grandezze cinematiche e dinamiche avviene grazie al settaggio, mediante porzioni di codice realizzate nelle macro di caricamento del modello, di routine di misurazione. Queste prevedono l'indicazione di un certo numero di oggetti di riferimento (assi, punti o superfici), caratteristici a seconda della grandezza misurata.

I risultati registrati durante la simulazione possono essere salvati caricando, al termine della stessa, un'opportuna macro. In questo modo, i dati vengono esportati in un formato compatibile per l'impiego in Matlab. Ciò è necessario per due motivi: il primo consiste nella necessità di poter impiegare questi dati nel calcolo di grandezze non direttamente misurabili, come, ad esempio, la velocità angolare di spin delle sfere, gli angoli di contatto e il rendimento meccanico; il secondo è, invece, rappresentato dalla necessità di operare un filtraggio numerico dei dati, così da eliminare le componenti di frequenza non significative, legate alle approssimazioni del processo di integrazione o all'effetto della discretizzazione delle superfici.

Tutte le grandezze sono riferite al sistema di riferimento globale Ox'y'z' ed espresse nelle tre componenti. Sono stati ottenuti gli andamenti relativi alle posizioni, velocità e accelerazioni (sia lineari che angolari) di vite, madrevite e sfere. Inoltre, è stato possibile rilevare le forze esercitate vicendevolmente tra gli elementi del sistema, insieme ai momenti trasmessi. Sono stati registrati gli andamenti di forza esterna applicata alla madrevite (sebbene noto, utile in fase di rielaborazione dei dati) e di coppia applicata dal motore, come conseguenza del sistema di controllo PI integrato nel modello.

Sono state condotte due campagne di simulazioni:

- Gruppo 1: 5 prove con $F_a = 1500$ N, $\omega = 2100$ rpm; valori di faceting tolerance pari a 3000, 18000, 36000, 90000, 180000.

Obiettivo: analisi dell'influenza del parametro di faceting tolerance sulla precisione dei risultati di simulazione e sul tempo richiesto per la loro esecuzione.

- Gruppo 2: 16 prove con $F_a = 500, 1000, 1500, 2000$ N, $\omega = 1070, 1496, 2100, 2500$ rpm, faceting tolerance fisso e pari a 180000.

Obiettivo: analisi del comportamento del sistema al variare delle condizioni di impiego; determinazione di angoli delle velocità angolari di spin della sfera e degli angoli di contatto per validazione del modello sulla base dell'impianto teorico presentato nel Capitolo 2 di questa tesi.

4.2 – Analisi dei dati ottenuti

4.2.1 – Effetto del valore di Faceting Tolerance e tempi di simulazione

In primo luogo, sono stati registrati i tempi richiesti per il completamento di ciascuna simulazione del primo gruppo. Queste sono state condotte prevedendo una durata complessiva di 0.5 s, a partire da condizioni di quiete, con l'applicazione della forza esterna secondo un andamento a gradino avente luogo tra l'istante 0.1 s e l'istante 0.2 s. Inoltre, è stato impostato un passo temporale di output dei dati di 2×10^{-6} s ed è stato adottato un solver di tipo HHT, scegliendo un errore di integrazione pari a 1×10^{-7} e una dimensione massima del passo di integrazione (h) di 2×10^{-6} .

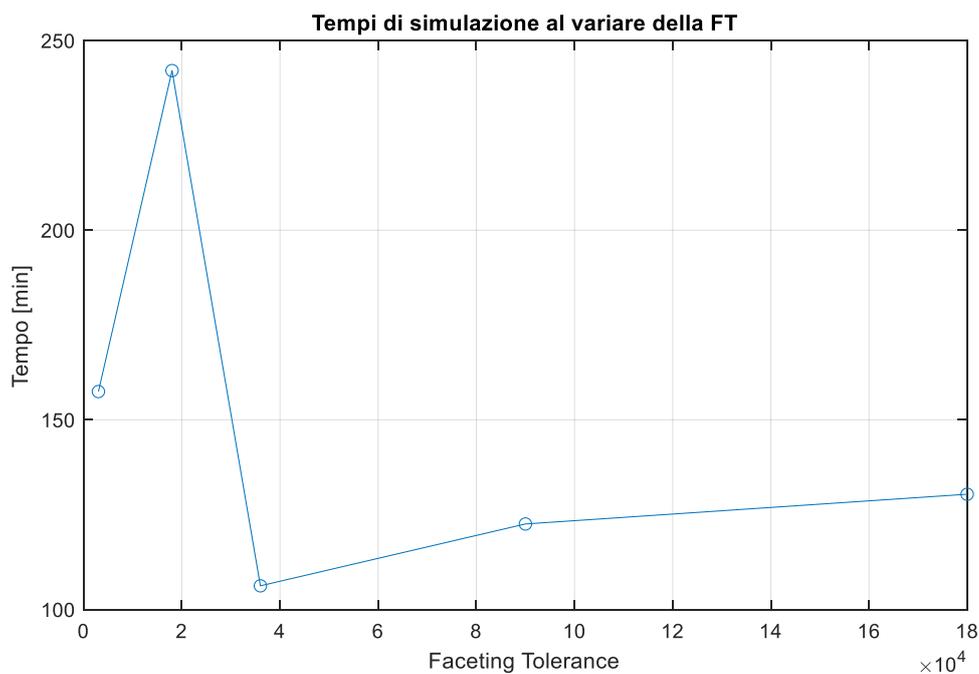


Figura 4.1 – Tempi di completamento delle simulazioni al variare della FT

Come atteso, per valori crescenti di FT, si assiste ad un incremento del tempo richiesto per portare a termine la simulazione. Per valori molto bassi, invece, si assiste dapprima ad un incremento, poi seguito da un rapido calo; ciò può essere spiegato considerando due effetti collegati ad un incremento del livello di dettaglio con cui è discretizzato il modello: da un lato l'incremento del numero di equazioni da risolvere, dall'altro il modo in cui le superfici vengono ad interagire. Come esposto nel capitolo 3, la simulazione del

comportamento di due corpi a contatto è generalmente un processo piuttosto dispendioso dal punto di vista computazionale. Aumentando gradualmente il valore della faceting tolerance, le superfici a contatto vengono approssimate in maniera sempre più fine. Per valori ancora relativamente bassi, ciò comporta un incremento del tempo di completamento: essendovi un numero maggiore di tratti piani a schematizzare le superfici, aumentano i fenomeni di collisione e, sebbene le compenetrazioni si siano ridotte all'ingresso e all'uscita dai singoli tratti, ciò non è sufficiente a compensare per il primo effetto, in quanto sono ancora presenti discontinuità marcate nella percorrenza delle superfici. Oltre un certo valore di FT, tuttavia, questa tendenza si inverte e la riduzione della misura delle discontinuità contribuisce, insieme ad un'ulteriore riduzione delle compenetrazioni non legate all'applicazione del carico esterno, ad avere un effetto positivo. Si va, però, verso una discretizzazione sempre più fitta e l'effetto positivo precedentemente descritto raggiunge un plateau; aumentando ancora FT, il tempo di completamento risulta essenzialmente dipendente da questo parametro seppur in misura non eccessiva. Ciò risulta valido a parità di condizioni di funzionamento del sistema modellato.

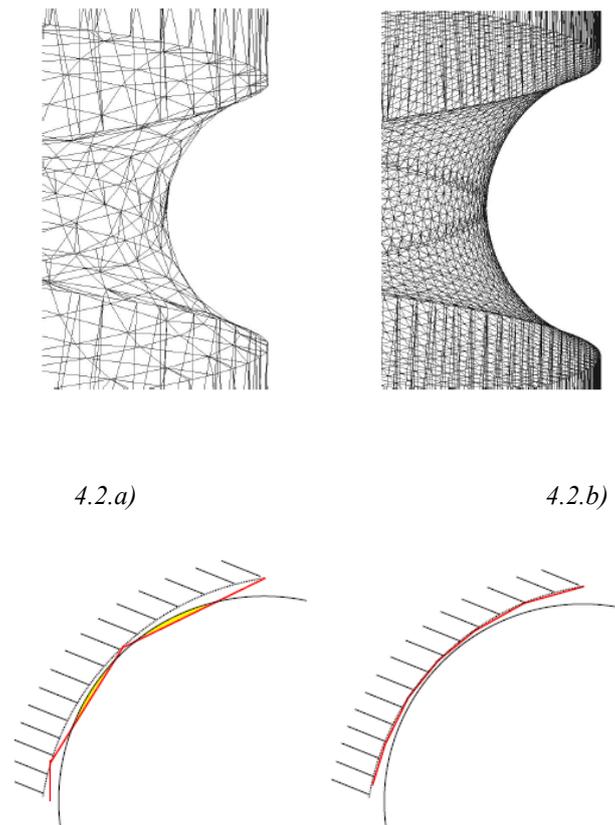


Figura 4.2 – Confronto tra discretizzazioni ottenute con diverse FT: a) mesh ampia, b) mesh fine

Si è poi proceduto con l'analizzare l'effetto del valore di FT sull'accuratezza dei risultati. In particolare, sono stati confrontati gli andamenti degli spostamenti della sfera 1 nel sistema di riferimento globale (le valutazioni effettuate rimangono valide per tutte le 35 sfere presenti nel modello).

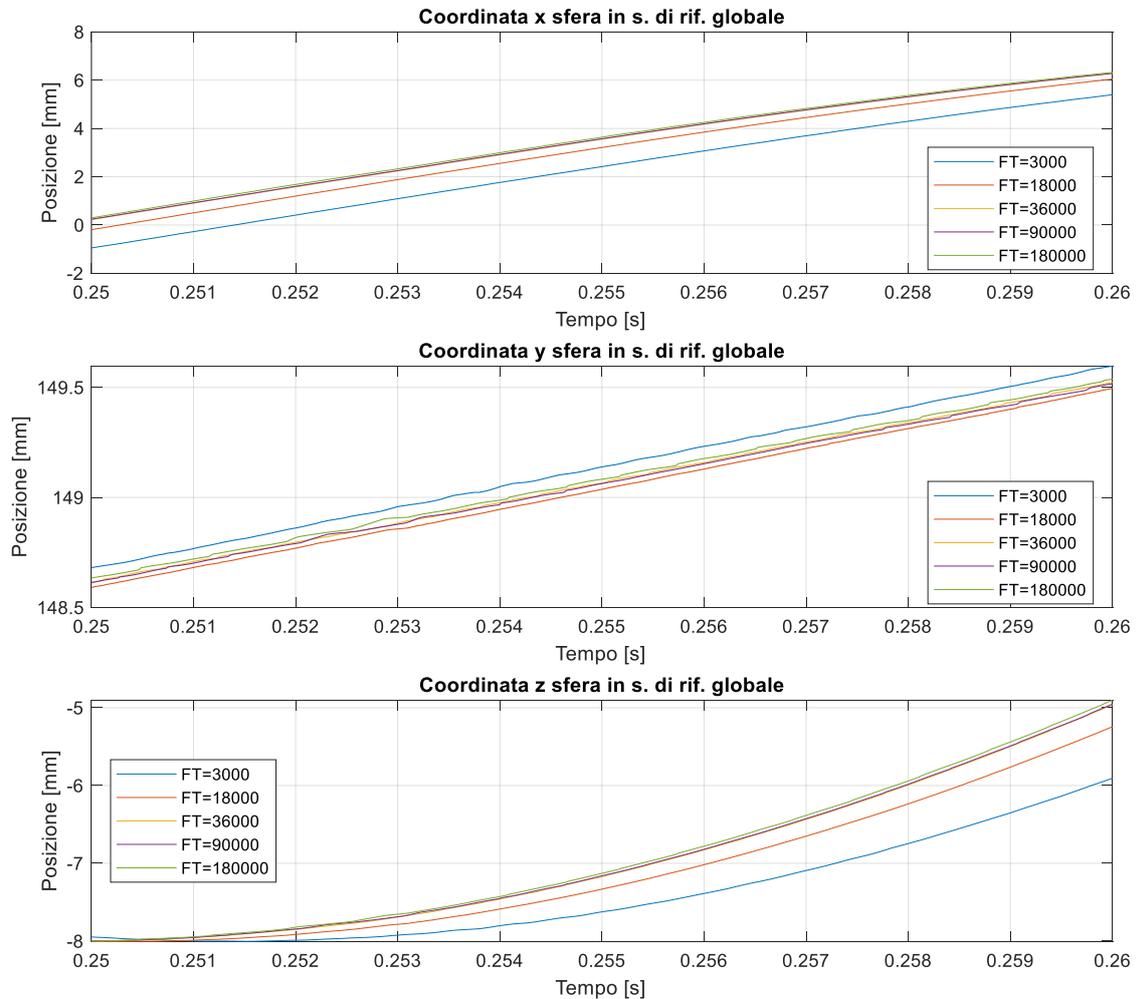


Figura 4.3 – Coordinate sfera nel sistema di riferimento globale al variare della FT

Come si può osservare nei grafici di figura 4.3, man mano che si va ad aumentare FT, le curve risultano sempre più vicine tra di loro, mentre i discostamenti si fanno ben più significativi in relazione ai risultati ottenuti con modelli discretizzati in maniera meno dettagliata.

Per ottenere un'indicazione numerica dell'effetto di variazione legato a questa tolleranza, si è deciso di calcolare gli scarti quadratici medi delle varie serie dati ottenute, prendendo a riferimento quella ricavata con $FT = 180000$.

FT	σ
3000	1.3267
18000	0.1202
36000	0.0340
90000	0.0295

Tabella 8 – Scarti quadratici medi per le serie dati relative allo spostamento della sfera

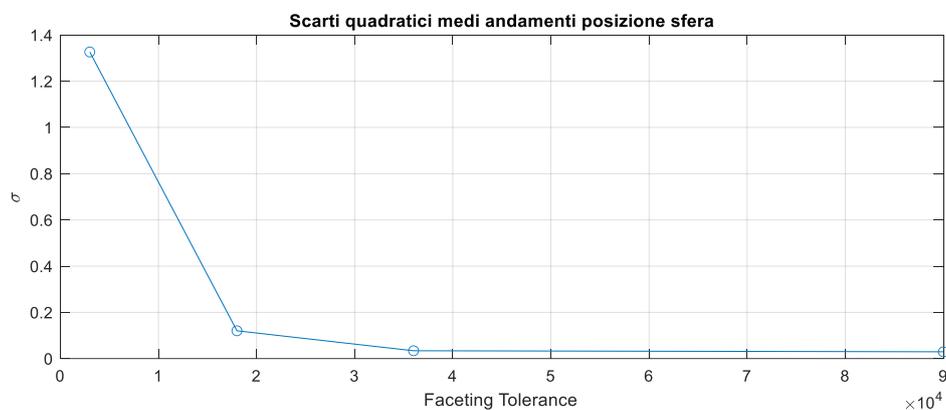


Figura 4.4 – Scarti quadratici medi in riferimento ai risultati ottenuti per $FT=180000$

Si conclude questa sezione con i risultati relativi ai tempi di completamento ottenuti per il secondo gruppo di simulazioni. Risultano validi anche in questo caso i ragionamenti esposti in precedenza; nello specifico, i tempi aumentano sia in relazione al carico

(maggiore entità delle compenetrazioni) sia in relazione alla velocità angolare (maggiore numero di configurazioni di contatto da risolvere).

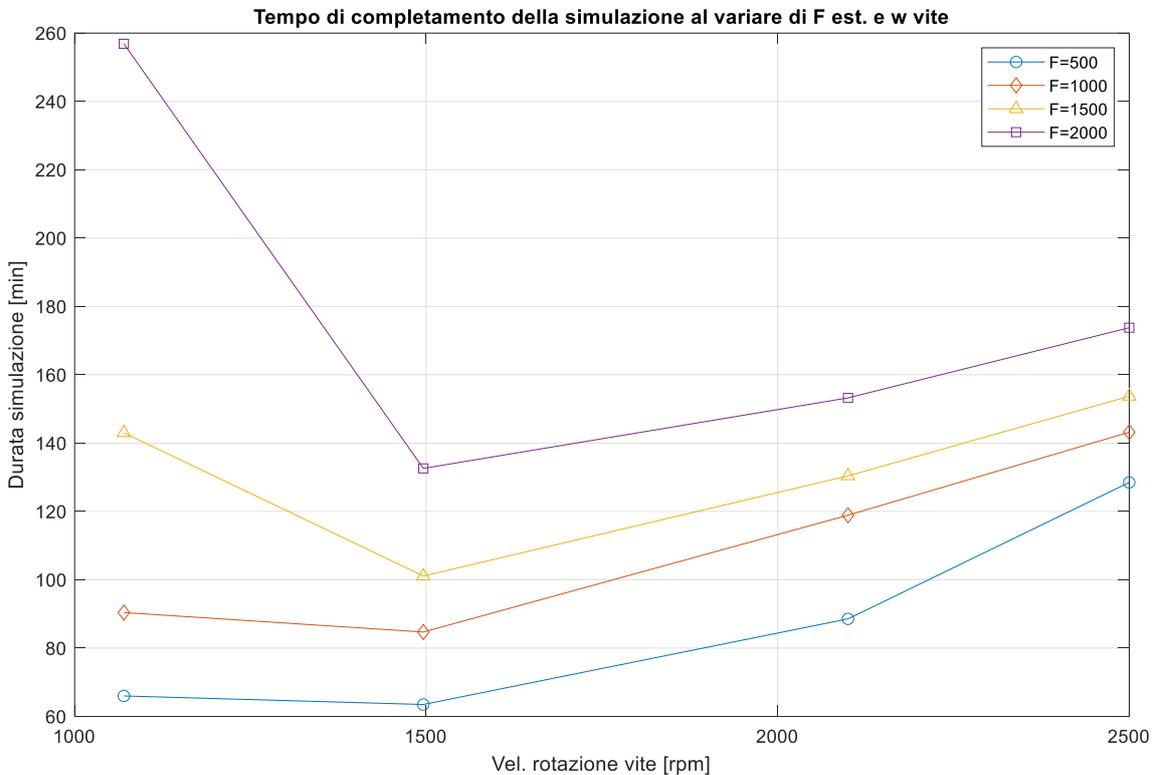


Figura 4.5 – Tempi di completamento al variare delle condizioni di funzionamento

Va segnalata, tuttavia, la presenza di un forte incremento per valori di velocità angolare bassi, amplificato da quelli assunti dalla F_a . Questo fenomeno può essere spiegato considerando come, a parità di FT, minore è la ω , minore sarà il discostamento tra configurazioni di contatto in due istanti temporali successivi. Più precisamente, ci si ritrova più di frequente in corrispondenza di configurazioni intermedie o di transito da un tratto piano all'altro, con una maggior probabilità, quindi, che si verifichi un contatto in più di un punto tra sfera e superficie considerata. Ad aggravare la situazione, interviene poi la forza con cui i due corpi vengono ad interagire, amplificando le problematiche legate alla compenetrazione, il che rende ancor più probabile la circostanza del contatto multiplo. Inoltre, è ragionevole pensare che a basse velocità siano altrettanto basse le velocità di scorrimento tra le superfici e, in sostanza, il solver si ritrova a lavorare con forze di attrito variabili, vista la figura 3.3 relativa al modello di attrito impiegato. Alle alte velocità, invece, ci si trova al di sopra dei valori di velocità di transizione della curva di attrito, venendo così meno la variabilità dei coefficienti. Se quanto appena esposto è

in favore di una riduzione dei tempi di simulazione alle alte velocità, non bisogna ignorare l'effetto delle forti accelerazioni istantanee presenti ad alta velocità, causate sulle sfere dagli urti con il ricircolo: il solver si troverà a dover impiegare passi di simulazione sempre più piccoli per poter seguire adeguatamente queste brusche variazioni della soluzione, avendo di conseguenza un maggior numero di step di integrazione e, quindi, tempi computazionali più elevati col crescere della velocità di rotazione della vite.

I dati ottenuti dal primo gruppo di prove, per diversi valori di FT, sono stati impiegati anche per effettuare un'analisi spettrale volta ad individuare componenti in frequenza di disturbo del segnale ottenuto e valutare come queste mutino con FT. L'attenzione è stata posta sull'andamento dell'accelerazione della madre vite lungo l'asse della vite. Idealmente, esaurito il transitorio di avviamento, tale grandezza dovrebbe risultare frutto delle vibrazioni dovute all'impatto delle sfere sul ricircolo e tra sfere adiacenti, fenomeni associati a frequenze relativamente basse, il cui valore è legato alla ω_m , velocità di rivoluzione delle sfere intorno alla vite, e al numero di sfere presenti N_{sfere} secondo la (4.2).

$$f_{imp} = \frac{N_{sfere}\omega_m}{2\pi} \quad (4.2)$$

Le rilevazioni effettuate mostrano, tuttavia, la presenza di componenti ad altissima frequenza, date da rumore numerico. Si è proceduto, quindi, con il mettere in correlazione l'ampiezza di queste oscillazioni con il valore di FT.

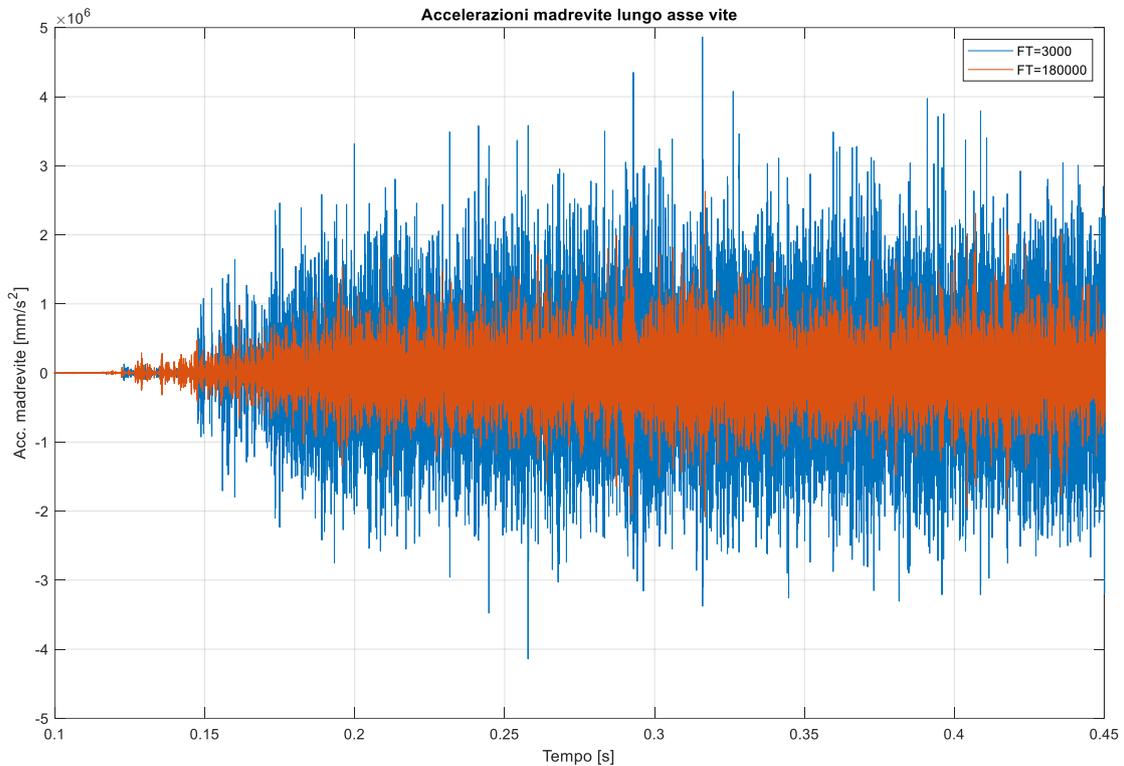


Figura 4.6 – Confronto accelerazione madrevite ottenuta con due FT diverse

Anche in questo caso risulta evidente l'effetto positivo di una mesh più fitta nel fornire una stima migliore della variabile considerata. Tuttavia, anche nel caso con FT=180000, è riscontrabile un elevato livello di rumore del segnale misurato, conseguenza principalmente delle derivate numeriche e della discretizzazione pur sempre finita del modello, per quanto si sia andato ad imporre un parametro d'area molto elevato.

Lo step successivo è coinciso con l'esecuzione dello studio in frequenza dei segnali relativi all'accelerazione assiale della madrevite, mostrati in figura 4.6. Con ciò si è voluto cercare una correlazione tra componenti in frequenza individuate e valori di FT: questo parametro influenza direttamente la conformazione risultante delle superfici, le quali si configurano come la successione di tante piccole porzioni piane; in base a quanto già mostrato circa la modellazione del contatto, ciò determina inevitabilmente la presenza di

un disturbo che si ripresenta con una frequenza più o meno definita, relativo al percorso seguito dalle sfere.

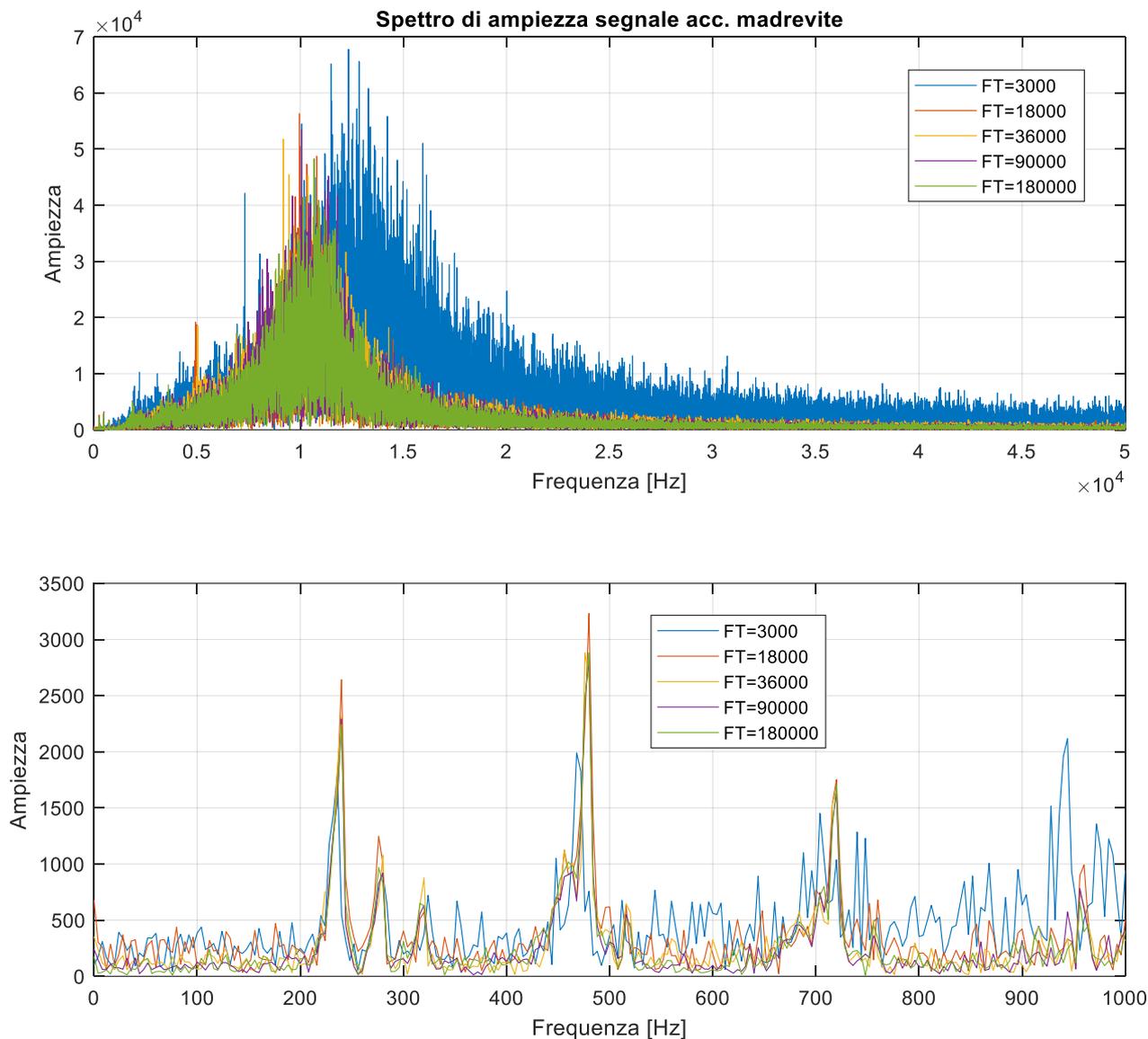


Figura 4.7 – Analisi in frequenza delle accelerazioni e relativo ingrandimento alle basse frequenze

Si osserva come, aumentando FT, il picco dello spettro tenda a spostarsi a frequenze più basse, per poi rimanere quasi immobile per valori ancora crescenti, pur diminuendo leggermente in ampiezza; ciò può essere interpretato alla luce delle osservazioni fatte in precedenza: ad una bassa FT corrisponde una superficie peggio discretizzata, con più frequenti fenomeni di contatto irregolare e di discontinuità dello stesso. Questi risultati

verranno richiamati successivamente in merito alla definizione della Ball Pass Frequency, parametro impiegato per l'individuazione di danneggiamenti in presenza di parti a contatto in regime di rotolamento e/o strisciamento.

4.2.2 – Grandezze cinematiche

Sono stati messi a confronto gli andamenti di posizione e velocità della sfera 1 al variare delle condizioni di impegno. Tutti i calcoli eseguiti sono stati effettuate mediante la realizzazione degli script Matlab elencati e riportati in Appendice.

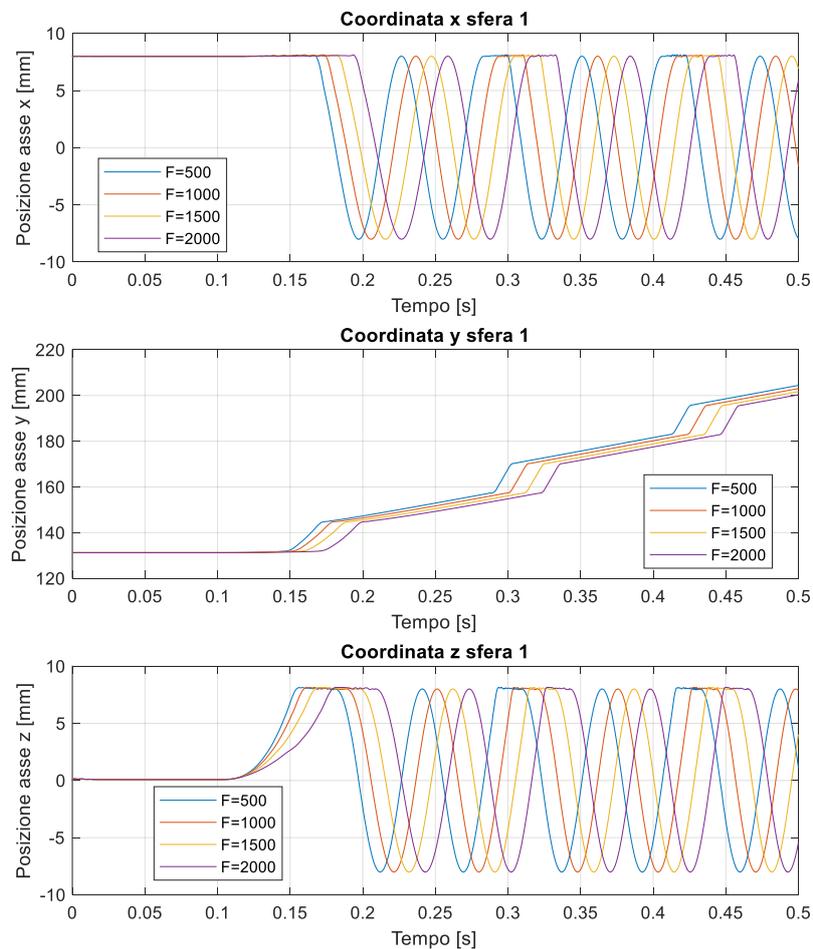


Figura 4.8 – Posizioni lungo i tre assi del sistema di riferimento globale per la sfera 1; prove eseguite con $\omega = 2500$ rpm

Appare evidente un effetto di sfasamento dell'istante di inizio del moto all'aumentare del carico assiale applicato, con $\omega = 2500$ rpm costante da prova a prova. Ciò può essere spiegato considerando come, affinché il motore sia in grado di portare in rotazione la vite, sia necessario il raggiungimento di un certo valore di coppia. L'applicazione di quest'ultima avviene tramite un controllore PI, i cui guadagni sono stati mantenuti invariati per tutte le prove effettuate. Ne consegue che, nel caso di un valore elevato di forza applicata alla madrevite, a parità di forma del comando, la necessità di un maggior valore di coppia motrice causi un lieve ritardo nella fase di avviamento rispetto alle prove con valori di carico esterno più basso. Eventualmente, effettuando uno studio di ottimizzazione dei parametri del controllore, sarebbe possibile ottenere una risposta più pronta del sistema in ogni condizione di funzionamento; questa pratica è definita *gain scheduling* e consiste in uno dei metodi più semplici di controllo adattivo: il sistema di controllo sarà caratterizzato da valori dei propri parametri che sono funzione delle stesse condizioni operative. Questo metodo ha come ulteriore vantaggio la possibilità di estendere l'impiego dei metodi di taratura di controllori lineari anche a sistemi non lineari, applicati in modo discreto o continuo, tramite interpolazione dei valori dei parametri ottenuti per le condizioni studiate. Tuttavia, si hanno gli inconvenienti relativi alla stessa campagna di taratura, generalmente più laboriosa, e all'aumento dei tempi computazionali.

Quanto ipotizzato viene confermato dai valori delle coppie motrici messi a confronto con una coppia equivalente rappresentativa dell'effetto della sola forza assiale (4.1). Il grafico di figura 4.9 mostra, inoltre, l'incremento di coppia richiesto per vincere le componenti d'attrito, tanto maggiore quanto più è grande il modulo della forza esterna.

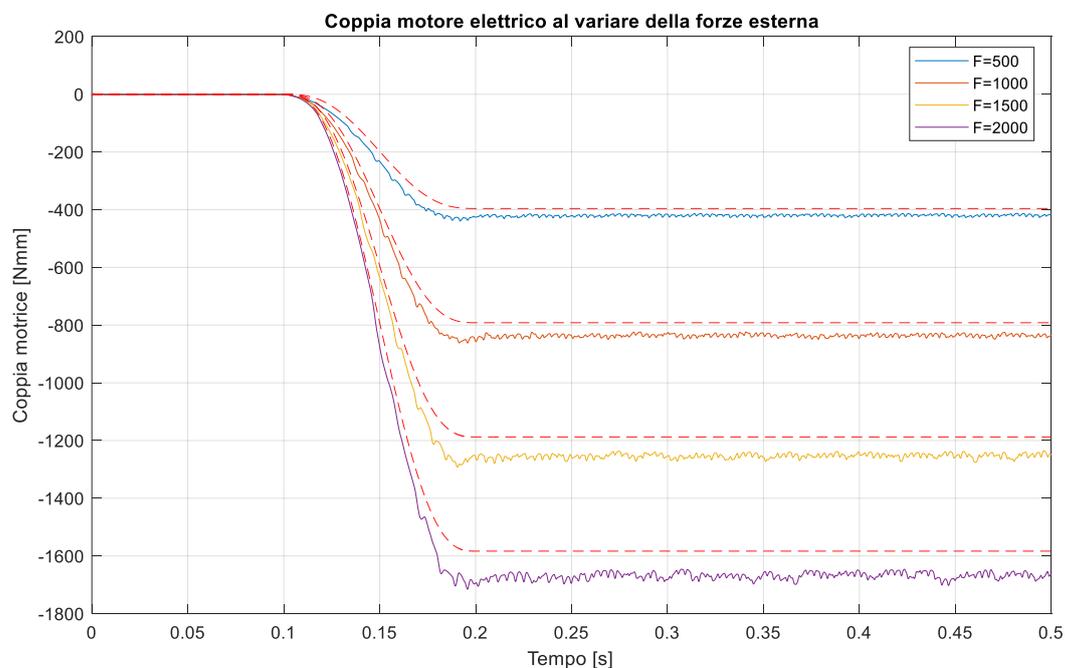


Figura 4.9 – Andamenti coppia motrice al variare del carico esterno; in rosso, coppia ideale richiesta

$$M_{id} = F_a \cdot r_m \cdot \sin(\alpha) \quad (4.1)$$

Effettuando lo stesso confronto di figura 4.8, questa volta però variando la velocità di rotazione della vite con $F_a = 2000$ N costante da prova a prova, si può osservare:

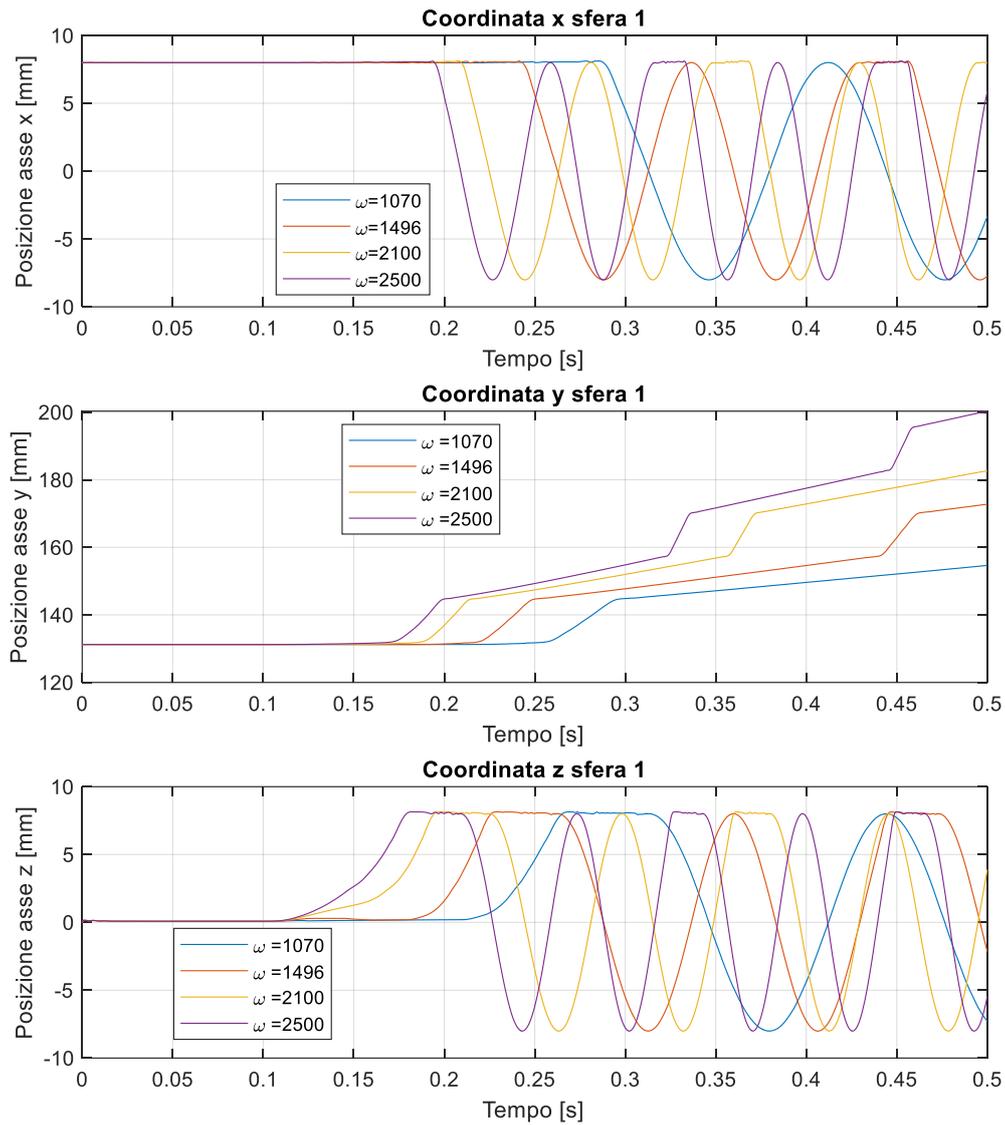


Figura 4.10 – Posizioni lungo i tre assi del sistema di riferimento globale per la sfera 1; prove eseguite con $F_a = 2000$ N

In questo caso si assiste ad un effetto completamente opposto a quello riscontrato in precedenza: un incremento di velocità di rotazione richiesta, a parità di carico, comporta un errore iniziale rispetto al valore di set più alto; il controllore cerca quindi di compensarlo e, a parità di guadagni, ciò comporta una variazione più rapida della velocità (figura 4.11).

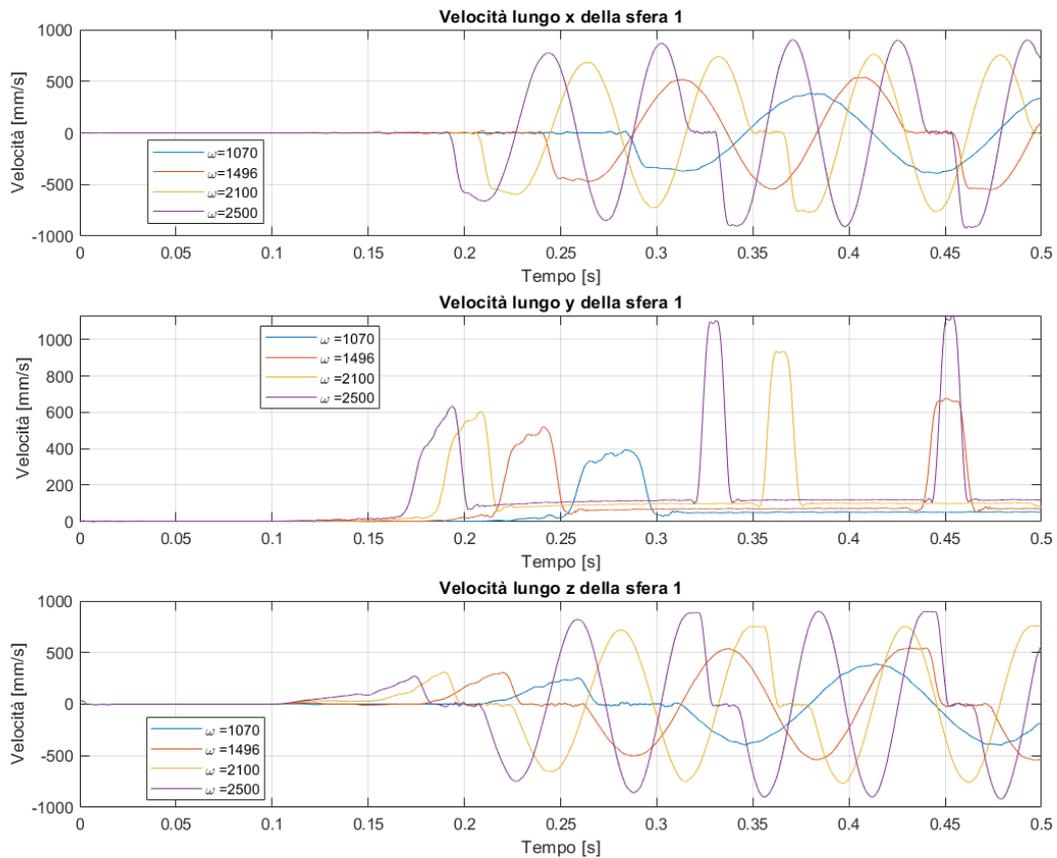


Figura 4.11 – Velocità della sfera 1 nel sistema di riferimento globale; prove eseguite con $F_a = 2000\text{ N}$

Si è poi posta l'attenzione sulle posizioni angolari assunte dalla sfera proiettate nel piano ortogonale all'asse della vite. Queste saranno di fondamentale importanza per operare l'elaborazione numerica alla base del processo di validazione presentato nel Capitolo 5. In particolare, è stato necessario ricostruire l'andamento dell'angolo azimutale reale a partire da quello ottenuto mediante rilevazione nel corso della simulazione. Quest'ultimo, infatti, non tiene conto dell'incremento in radianti o gradi corrispondente al passaggio della sfera nel canale di ricircolo: sebbene in questa fase della percorrenza delle piste di contatto la sfera non presenti un moto di rivoluzione intorno all'asse della vite, essa subisce pur sempre uno spostamento nella stessa direzione di avanzamento della

madrevite; rispetto a quest'ultima, inoltre, la sfera risale nel percorrere il canale di ricircolo.

Ciò comporta che, per poter effettuare un confronto tra posizione misurata lungo l'asse della vite e la stessa posizione ottenuta, però, indirettamente tramite l'angolo azimutale, è necessario incrementare la coordinata angolare di un valore pari a 4π , corrispondente ai due giri necessari alla percorrenza completa del canale.

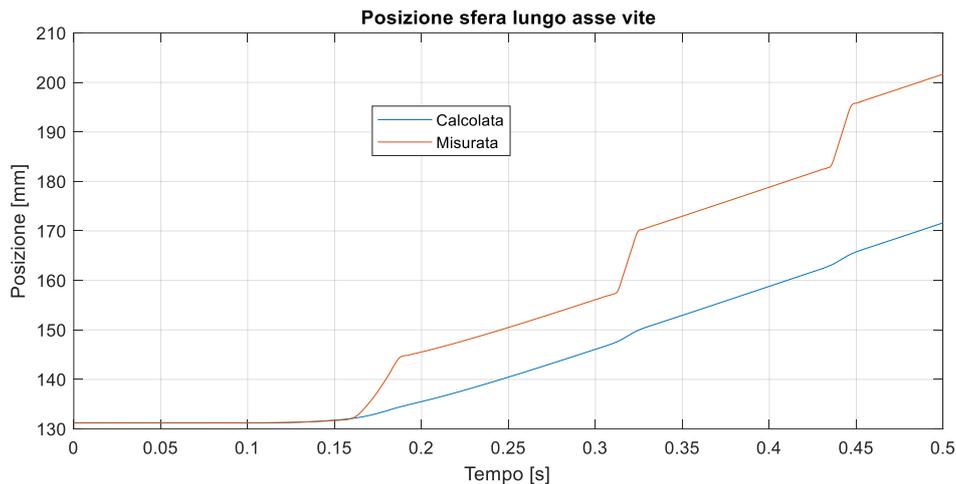


Figura 4.12 – Confronto tra posizioni calcolata e misurata della sfera 1 lungo l'asse della vite ($F_a = 1500\text{ N}$, $\omega = 2500$)

Come si osserva in figura 4.12, in corrispondenza dei tratti di ricircolo, segnalati da un incremento di pendenza, la curva calcolata non approssima adeguatamente quella ottenuta direttamente dalla simulazione.

La ricostruzione degli andamenti corretti dell'angolo azimutale della sfera ha richiesto, innanzitutto, la definizione del moto della sfera rispetto alla vite. In relazione a quest'ultima, la sfera è caratterizzata da un moto in verso positivo, essendo la sua rivoluzione intorno all'asse della vite più lenta della velocità di rotazione della vite stessa (figura 4.12). L'angolo azimutale θ della sfera nel sistema di riferimento della vite può essere ottenuto come:

$$\theta = \varphi - \Omega \quad (4.3),$$

avendo definito φ , angolo azimutale della sfera nel sistema di riferimento globale, e Ω , angolo di rotazione della vite.

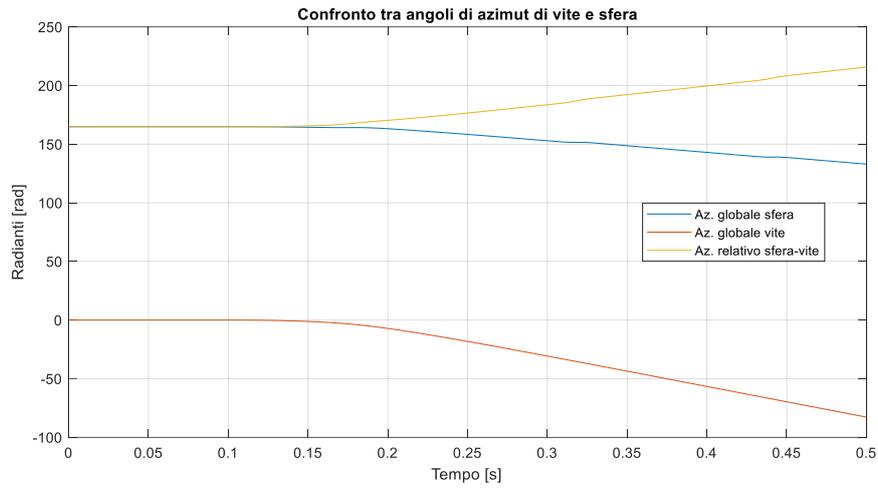


Figura 4.13 – Coordinate angolari di sfera 1 e vite, assolute e relativa ($F_a = 1500\text{ N}$, $\omega = 2500$)

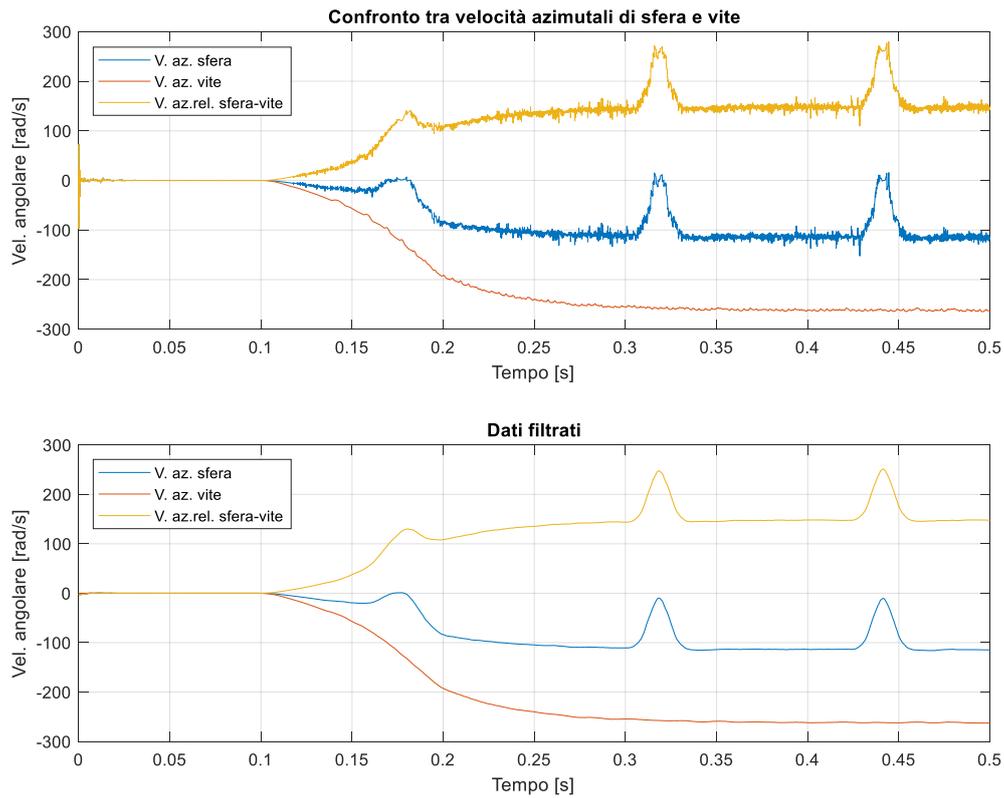


Figura 4.14 – Velocità azimutali assolute e relative ($F_a = 1500\text{ N}$, $\omega = 2500$)

Gli angoli spazzati nel sistema di riferimento globale, φ e Ω , rispettivamente da sfera e vite, risultano negativi perché il moto imposto alla vite avviene in senso orario (ossia velocità della vite negativa). Il fatto che l'angolo relativo tra sfera e vite sia positivo, indica che il moto relativo della sfera avviene in senso antiorario rispetto alla superficie della vite. Ciò è messo in risalto anche dagli andamenti delle velocità angolari azimutali calcolate (figura 4.14).

Quindi, si è proceduto all'individuazione degli istanti di ingresso ed uscita dei tratti di ricircolo e all'incremento dell'angolo azimutale in corrispondenza dei primi.

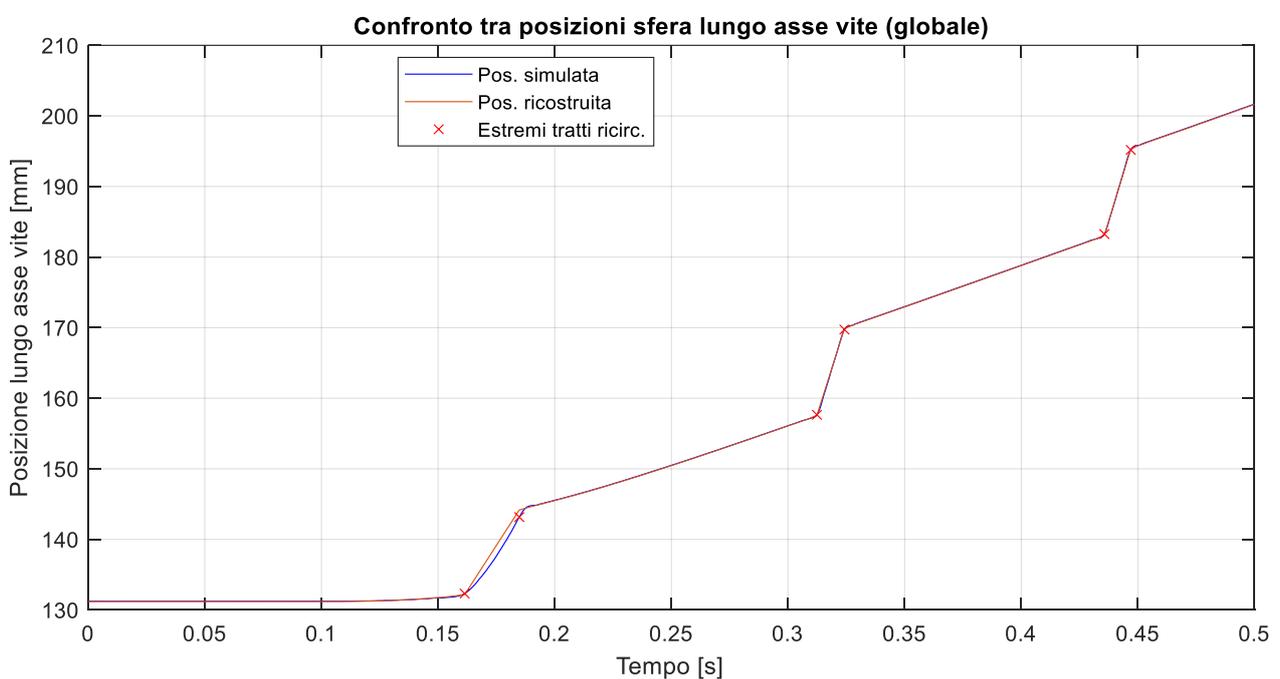


Figura 4.15 - Confronto tra posizioni calcolata ricostruita e misurata della sfera 1 lungo l'asse della vite ($F_a = 1500\text{ N}$, $\omega = 2500$)

4.2.3 – Grandezze dinamiche

L'esecuzione delle simulazioni ha permesso di ottenere gli andamenti delle forze di contatto tra sfere, viti e madrevite.

Per quanto riguarda i contatti sfera-vite e sfera-madrevite, si sono riscontrati andamenti sostanzialmente analoghi, quasi identici, al variare dell'entità del carico assiale. Inoltre, quanto osservato per gli sfasamenti relativi alle curve delle posizioni si ripresenta anche negli andamenti delle forze di contatto.

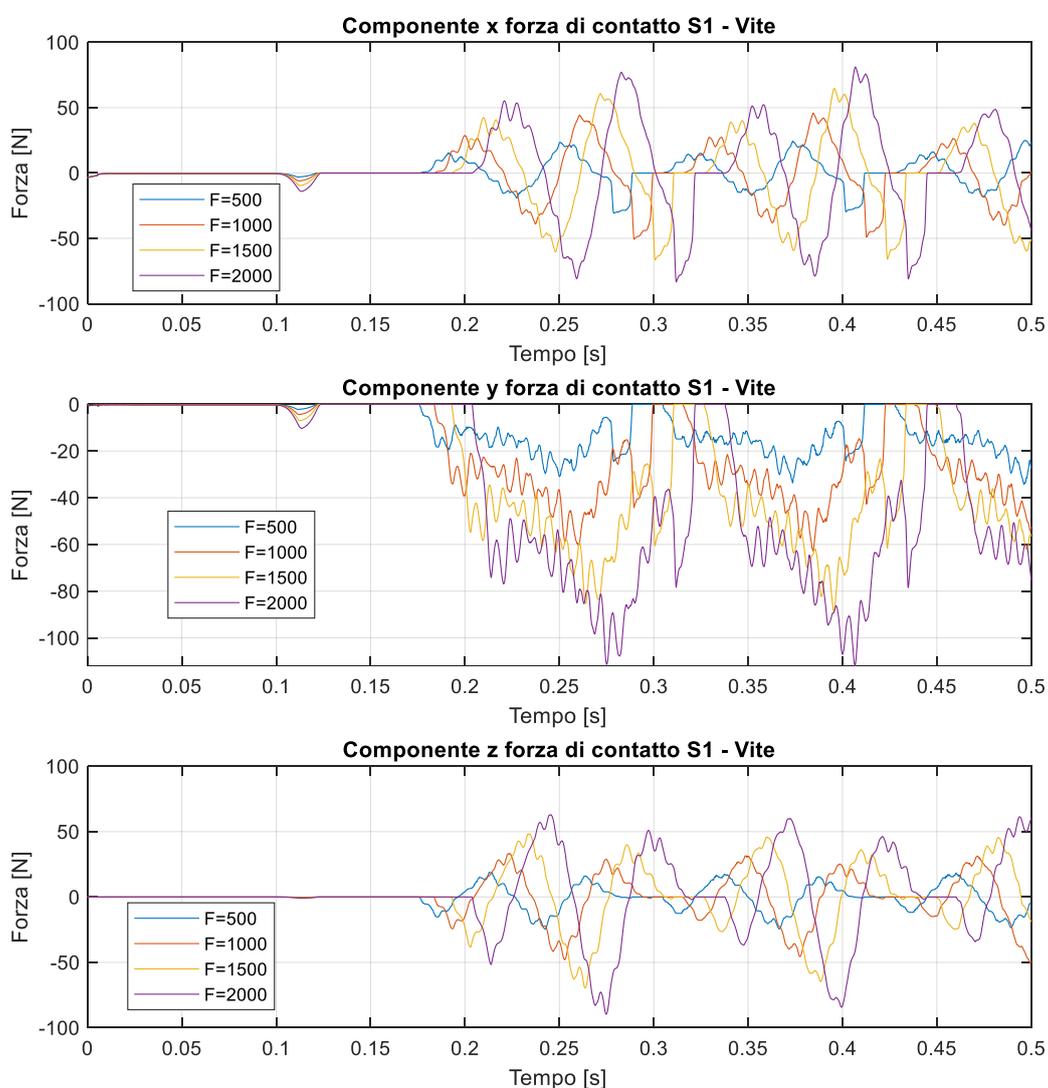


Figura 4.16 – Componenti delle forze di contatto tra sfera 1 e vite al variare del carico esterno ($\omega = 2500$)

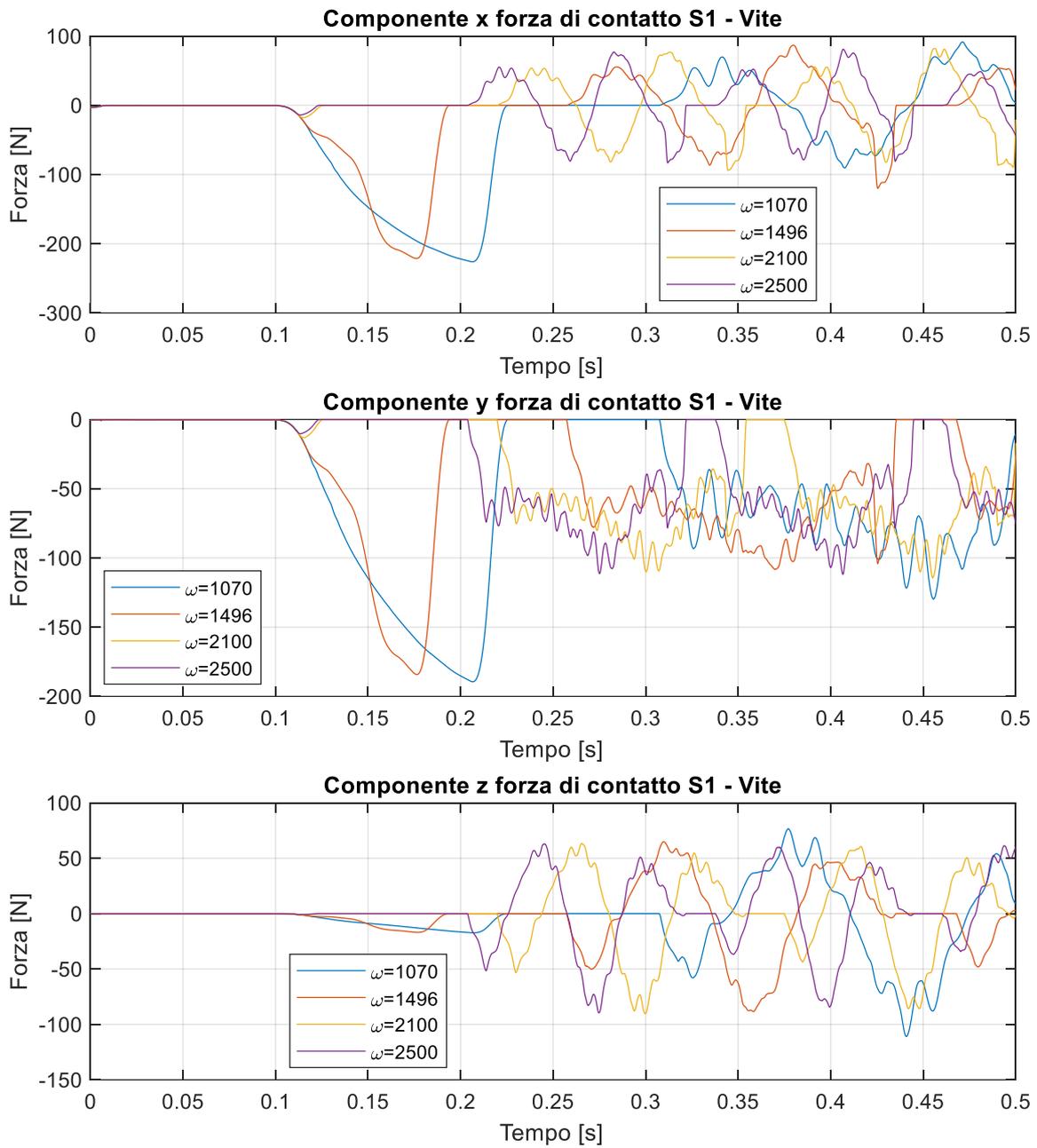


Figura 4.17 – Componenti delle forze di contatto tra sfera 1 e vite al variare della velocità di rotazione ($F_a = 2000$ N)

Per quanto riguarda le risultanti, si riporta in figura 4.18 l'andamento delle forze di contatto tra sfere, sfera-vite e sfera-madrevite.

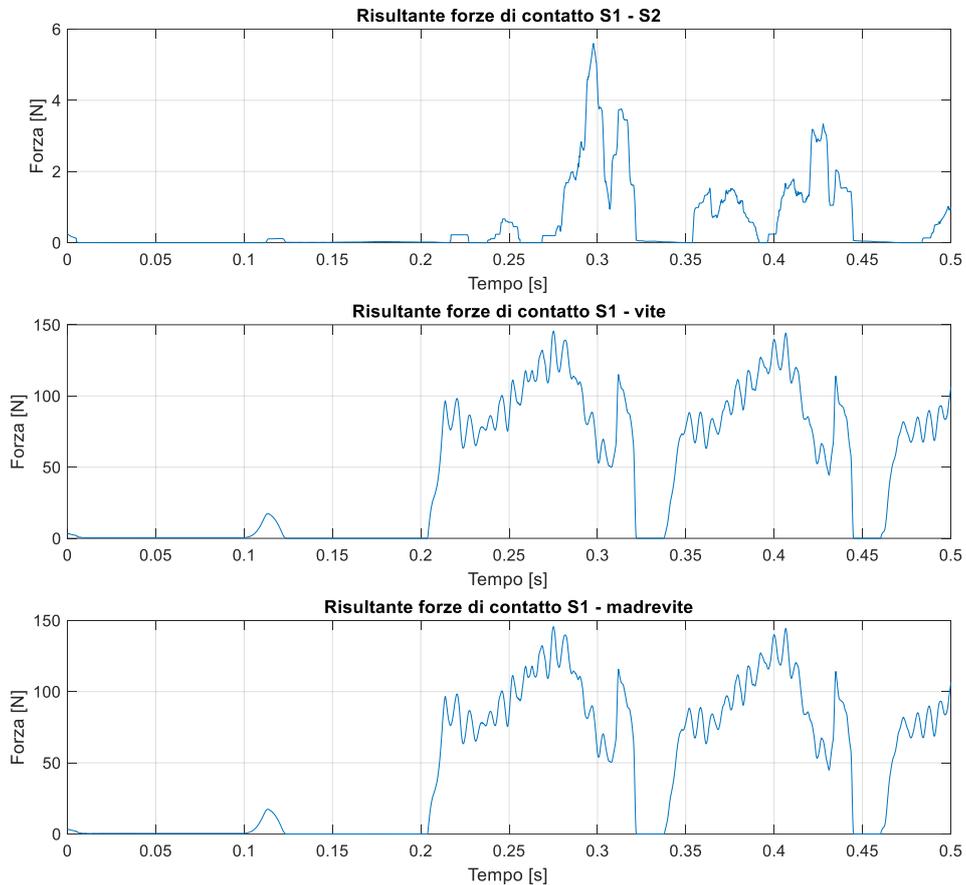


Figura 4.18 – Risultanti delle forze di contatto scambiate dalla sfera 1 ($F_a = 2000$, $\omega = 2500$ rpm)

Gli andamenti frastagliati nel caso delle forze di contatto con vite e madrevite possono essere giustificati considerando la costituzione della madrevite che, per via della presenza del canale di ricircolo, risulta essere squilibrata; da ciò deriva la possibilità di oscillazione della madrevite nel piano ortogonale all'asse della vite. Come conseguenza di ciò, si hanno fluttuazioni sul valore delle forze esercitate sulle sfere e, di conseguenza, di quelli scambiati all'interfaccia sfera-vite. Va aggiunto che le risultanti comprendono anche le forze di attrito, le quali dipendono dal moto della sfera stessa e che contribuiscono alle componenti oscillatorie di piccola ampiezza ed alta frequenza. In prossimità dell'uscita delle sfere dal circuito elicoidale, è possibile osservare un picco delle forze di contatto dovuto all'urto delle sfere sulla linguetta di ricircolo. Segue un tratto caratterizzato da

forze praticamente nulle, corrispondente al tubetto di ricircolo, che presenta un diametro maggiore di quello delle sfere.

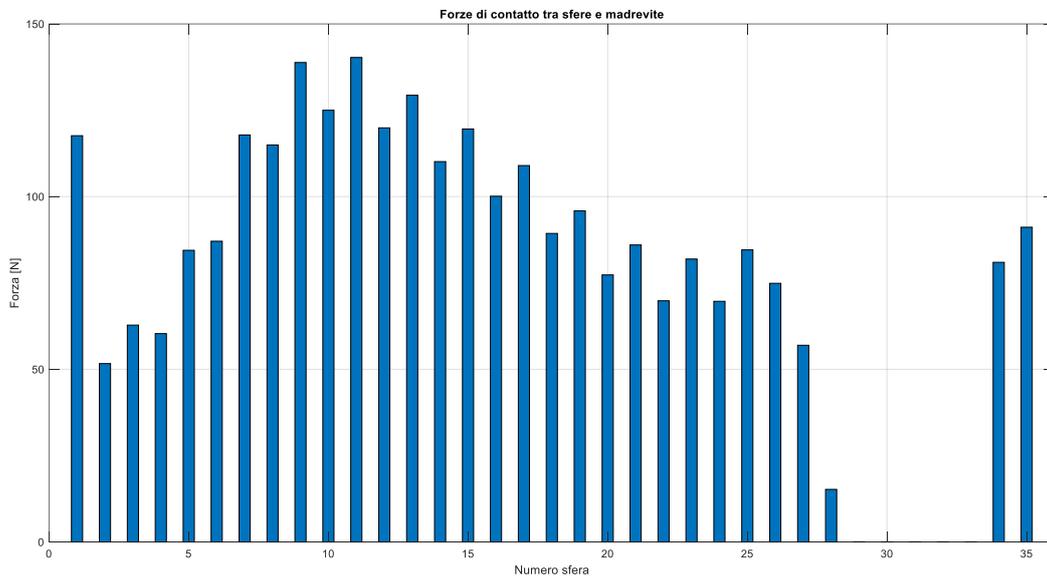


Figura 4.19 – Risultanti delle forze di contatto scambiate dalle sfere con la madrevite tra gli istanti 0.43 s e 0.44 s ($F_a = 2000$, $\omega = 2500$ rpm)

Nel caso riportato in figura 4.19, la sfera 1 è quella che sta urtando sul ricircolo, mentre le sfere dalla 29 alla 33 risultano scariche.

4.2.4 – Rendimenti meccanici

Noti gli andamenti delle forze esterne, delle coppie motrici e delle velocità angolari della vite e di avanzamento della madrevite, è stato possibile ricavare i rendimenti meccanici al variare delle condizioni di funzionamento.

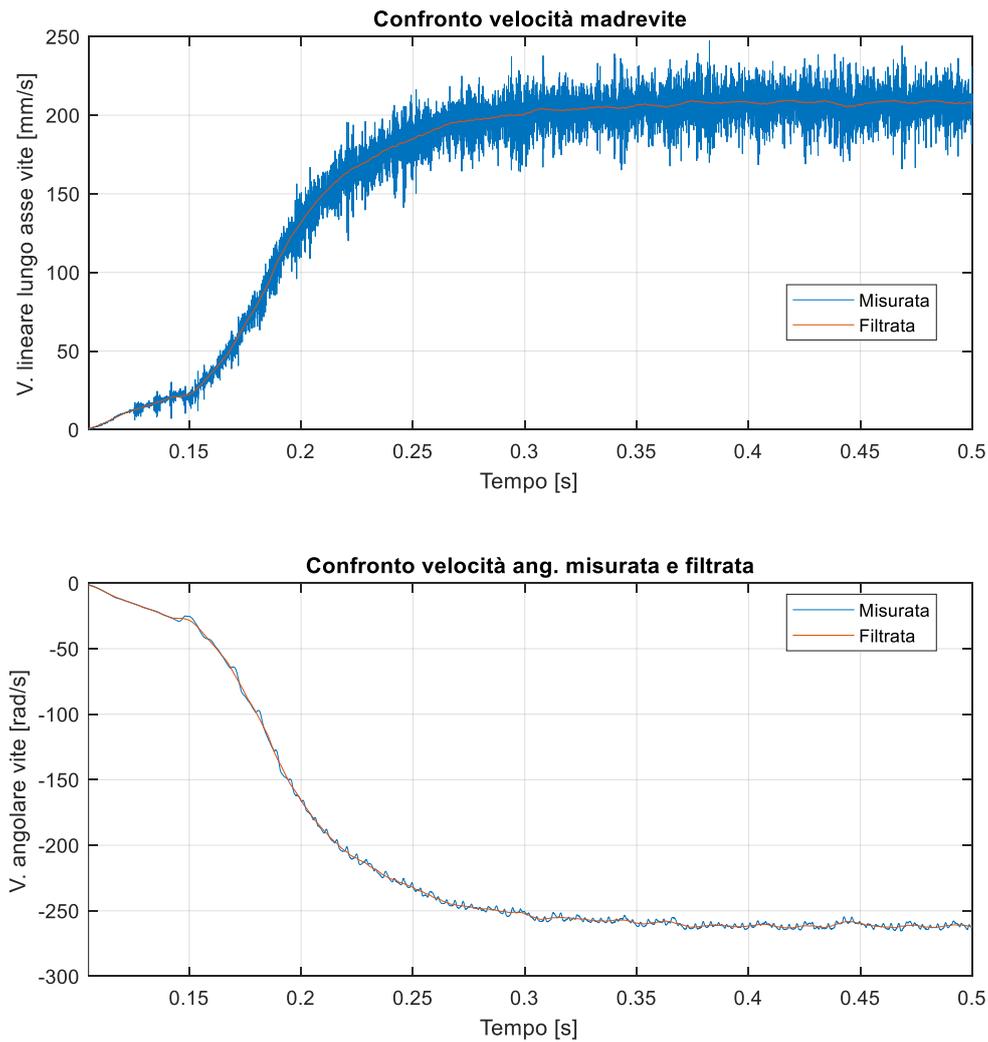
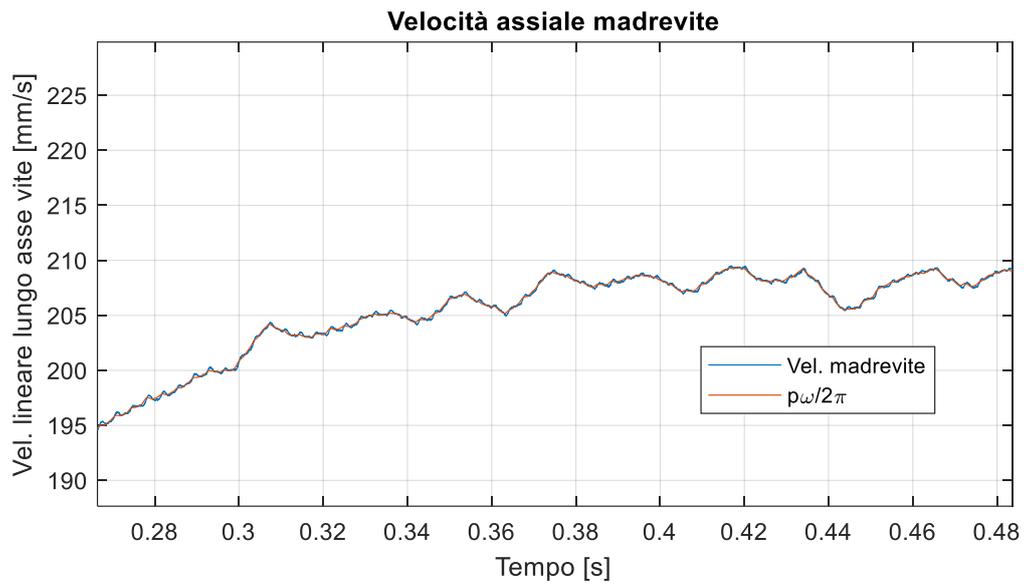
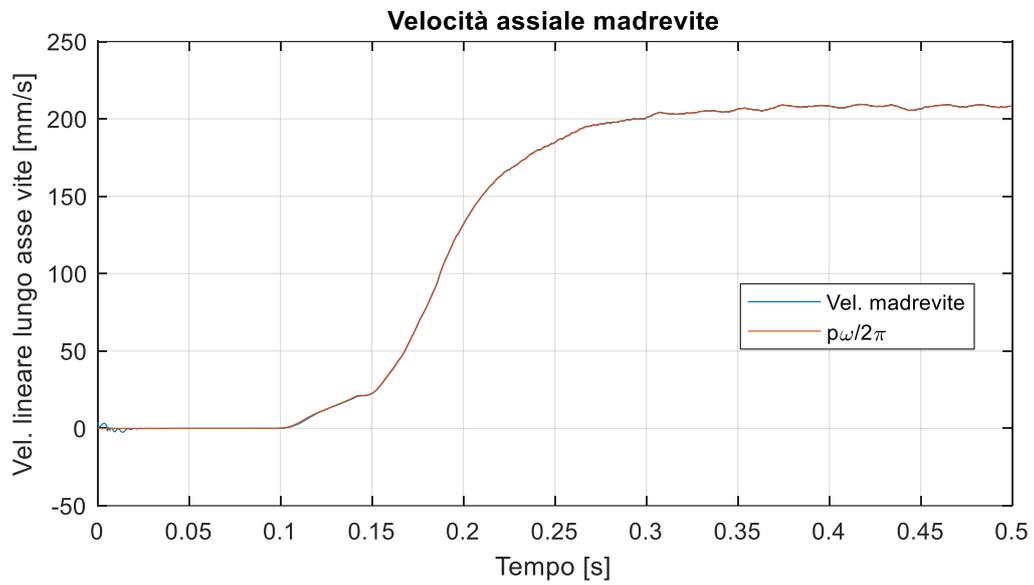


Figura 4.20 – Andamenti velocità di avanzamento della madrevite e di rotazione della vite ($F_a = 2000\text{ N}$, $\omega = 2500\text{ rpm}$)



4.20 – Confronto tra velocità assiale della madre vite misurata e velocità della madre vite attesa secondo il vincolo cinematico con la vite

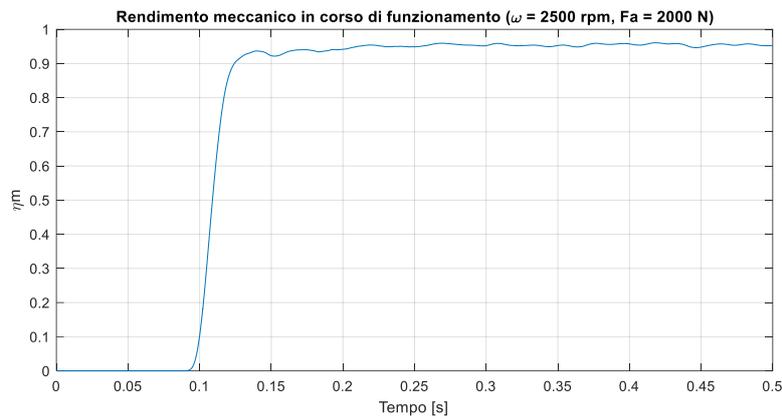


Figura 4.21 – Rendimento meccanico durante il funzionamento

Esaurito il transitorio di applicazione della forza e instauratosi il regime di moto a velocità costante, i valori dei rendimenti appaiono essere tutti molto alti, superiori a 0.9. Questi sono stati ottenuti mediando i valori corrispondenti alla condizione di regime, lontana dal transitorio iniziale, relativa agli ultimi 0.25 s di simulazione.

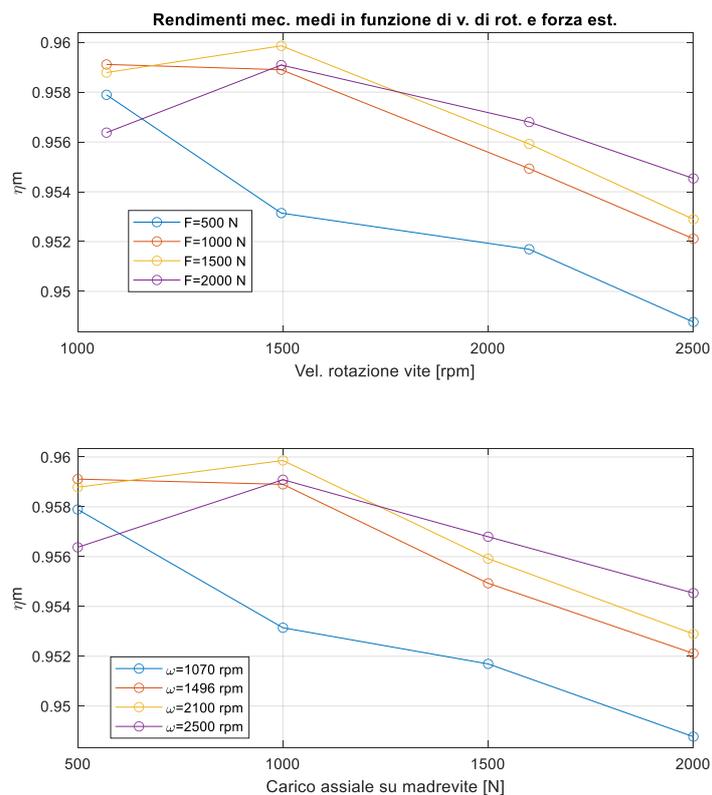


Figura 4.22 – Rendimenti meccanici medi al variare delle condizioni di funzionamento

Osservando i risultati in figura 4.22, ottenuti secondo la (4.4), appare evidente la tendenza per cui, fissato un livello di forza esterna, esiste un valore di velocità di rotazione della vite che massimizza il rendimento e, al crescere del carico, questo si sposta a valori di velocità angolare più alti. Inoltre, carichi elevati comportano rendimenti superiori alle velocità più alte e ciò può essere spiegato alla luce della formulazione della (4.4): all'aumentare della coppia in output (che dipende dal carico resistente), le componenti dissipative di attrito tenute in considerazione dal denominatore assumono un peso sempre minore, facendo sì che la frazione tenda a crescere. In aggiunta, velocità di rotazione della vite ω più elevate comportano rendimenti via via più bassi e ciò è dovuto ad un incremento dei fenomeni di strisciamento e di dissipazione per attrito. Nella (4.4) sono presenti la potenza in uscita, calcolata come prodotto tra il carico esterno F_a e la velocità della madrevite v_{zm} lungo l'asse della vite; a denominatore, la potenza richiesta è ottenuta come prodotto della coppia fornita alla vite T (misurata nel corso della simulazione) e la velocità di rotazione della vite ω .

$$\eta_m = \frac{F_a v_{zm}}{T \omega} \quad (4.4)$$

Capitolo 5 – Validazione del modello ADAMS

5.1 – Scopo del processo di validazione

Alla luce della trattazione effettuata nel capitolo 2, si è proceduto con il verificare in quale misura il modello multibody realizzato in ADAMS performasse in sintonia con quanto previsto dal modello teorico proposto. Ciò viene effettuato al fine di rendere disponibili delle metodologie di calcolo relative alle grandezze che permettono di descrivere lo stato di un sistema di vite a ricircolo di sfere: l'implementazione di sistemi di prognostica comporta l'esigenza di una costante raccolta di dati inerenti le condizioni in cui si trova ad operare il meccanismo, e solo dopo una fase di opportuna elaborazione dei dati stessi è possibile ottenere le informazioni necessarie a stilare un vero e proprio check-up del sistema monitorato.

Il ricorso a modelli numerici permette di integrare lo studio su prototipi o su particolari meccanici direttamente impiegati, con vantaggi sia in termini economici (costi di realizzazione dei prototipi, delle strumentazioni di rilevazione e costi legati allo svolgimento delle campagne di test), ma anche dal punto di vista della quantità di dati ottenibili e della varietà delle condizioni che possono essere analizzate, senza contare il fatto che, talvolta, effettuare delle misurazioni può risultare estremamente difficile, se non impossibile. Per poter sfruttare davvero questi svantaggi, tuttavia, è necessario assicurarsi della bontà del modello realizzato, ovvero della sua capacità di riprodurre un fenomeno o un evento nel modo più realistico possibile. Esso dovrà essere costruito in modo adeguato, così da rispettare le leggi fisiche che stanno dietro al suo corrispettivo reale e, al tempo stesso, riprodurre le condizioni particolari alle quali è soggetto. Inoltre, proprio a seconda delle approssimazioni effettuate e degli strumenti impiegati, un certo modello può prestarsi meglio alla conduzione di determinate analisi piuttosto che di altre. In definitiva, svolta la fase di verifica del funzionamento del modello (consistita nell'effettuazione delle simulazioni e con la raccolta dei dati relativi a grandezze cinematiche e dinamiche), è di fondamentale importanza andare a raffrontare le informazioni così ottenute con i valori e gli andamenti ricavati sperimentalmente o ottenuti da comprovati modelli teorici.

Nello specifico di questa tesi, è stata svolta un'indagine di aderenza tra i risultati restituiti dal modello ADAMS e quanto previsto dall'impianto teorico formulato a partire da [2] e rivisto con approfondimenti di natura dinamica da [1], esposto nel capitolo 2, ciò al fine di verificare il livello di dettaglio con cui il modello multibody va a riprodurre il comportamento del meccanismo, la consistenza dei dati ottenuti alla luce delle ipotesi, delle assunzioni e delle semplificazioni del modello teorico e l'opportuna costruzione del modello numerico stesso. Eventualmente, in maniera indiretta, questo procedimento si

esprime anche in merito alla necessità o meno dell'adozione di un differente modello teorico, che tenga presente effetti prima ignorati o trascurati.

5.2 – Procedure eseguite

Il processo di validazione è stato effettuato a partire dalle misurazioni prodotte da ADAMS durante lo svolgimento delle simulazioni. Come mostrato nel paragrafo 4.2.2, dalle posizioni e dalle velocità del centro delle sfere è stato possibile risalire all'andamento dell'angolo azimutale θ di ciascuna di esse nel piano x-y sistema di riferimento solidale alla vite. Per fare ciò, è stato dapprima ricavato il valore della velocità azimutale $\dot{\varphi}$ delle sfere nel piano x'-y' del sistema di riferimento globale tramite la (5.1) e, successivamente, queste velocità sono state integrate numericamente per ottenere l'angolo azimutale φ nel sistema Ox'y'z'.

$$\dot{\varphi} = \frac{y(t)x'(t) - x(t)y'(t)}{(x(t)^2 + y(t)^2)} \quad (5.1)$$

$$\varphi = \int_0^t \frac{y(t)x'(t) - x(t)y'(t)}{(x(t)^2 + y(t)^2)} dt + \varphi_0, \text{ dove } \varphi_0 = \tan^{-1} \left(\frac{y(0)}{x(0)} \right)$$

Andando a sottrarre a quest'ultimo l'angolo di rotazione della vite Ω , si è potuto risalire all'angolo azimutale relativo θ (5.2).

$$\theta = \varphi - \Omega \quad (5.2)$$

Gli angoli azimutali sono di fondamentale importanza, in quanto permettono di effettuare le trasformazioni geometriche di passaggio fra i diversi sistemi di coordinate. Proprio grazie a questi angoli, secondo la procedura già esposta nel paragrafo 4.2.2, attuata attraverso gli script Matlab riportati in appendice, è stato possibile, inoltre, ricostruire adeguatamente le posizioni delle sfere lungo l'asse della vite.

L'operazione di validazione che si è voluto compiere ha riguardato, nello specifico, i valori assunti dagli angoli di contatto $\alpha_{i,o}$, dagli angoli giroscopici β e β' e dalle velocità angolari della sfera, di rivoluzione intorno alla vite ω_m e di spin ω_R , quest'ultima nel

dettaglio delle sue tre componenti lungo gli assi t,n e b. Da qui la necessità delle trasformazioni geometriche presentate in 2.2.1 e del ricorso agli angoli azimutali relativi alla vite delle sfere. I passi in cui si è articolato il processo di analisi numerica dei dati raccolti si è articolato nella successione delle seguenti fasi:

- Definizione degli angoli azimutali θ e definizione delle matrici di trasformazione (2.1) e (2.3).
- Determinazione delle posizioni delle sfere rispetto al sistema di riferimento di Frenet-Serret: dal calcolo delle posizioni dei centri delle sfere (\mathbf{R}_{FO}) nel sistema Oxyz, ottenute tramite la (2.1) a partire da quelle nel sistema di riferimento globale (\mathbf{R}^W) direttamente misurate da ADAMS (5.3), e dalla posizione del sistema di Frenet-Serret (\mathbf{R}_{BO}) rispetto alla vite, espressa secondo la (2.2), si è potuto risalire alla posizione del centro delle sfere relativamente all'origine del sistema mobile (\mathbf{R}_{FB}) tramite la relazione (5.4):

$$\mathbf{R}_{FO} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{R}^W \quad (5.3)$$

$$\mathbf{R}_{FB} = \begin{bmatrix} -\cos(\alpha) \sin(\theta) & \cos(\alpha) \cos(\theta) & \sin(\alpha) \\ -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\alpha) \sin(\theta) & -\sin(\alpha) \cos(\theta) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} (\mathbf{R}_{FO} - \mathbf{R}_{BO}) \quad (5.4)$$

Le posizioni così ottenute saranno poi impiegate per ricavare i valori degli angoli di contatto.

- Determinazione delle componenti di velocità angolari di spin delle sfere: effettuando una doppia trasformazione di coordinate, è possibile ottenere i valori delle velocità angolari delle sfere nelle direzioni t, n e b del sistema di riferimento mobile. Definite rispettivamente T_1 e T_2 le matrici presenti in (2.1) e (2.3), le $\omega_{t,n,b}$ sono ricavabili dalle componenti $\omega_{x',y',z'}$ secondo:

$$\begin{bmatrix} \omega_t \\ \omega_n \\ \omega_b \end{bmatrix} = T_2(\theta) T_1(\Omega) \begin{bmatrix} \omega_{x'} \\ \omega_{y'} \\ \omega_{z'} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

In aggiunta, la velocità di rivoluzione della sfera intorno alla vite ω_m può essere ricavata come:

$$\omega_m = \dot{\varphi} - \omega \quad (5.6),$$

formula nella quale compare ω , velocità di rotazione della vite. Va specificato che le grandezze che compaiono in queste espressioni fanno riferimento alle serie dati ottenute come output delle simulazioni; i risultati sono, pertanto, andamenti nel tempo.

- Calcolo degli andamenti degli angoli giroscopici β e β' a partire dalle velocità calcolate al punto precedente e secondo le definizioni (2.15), (2.16) e (2.17). Ciò è stato effettuato per tutte le 16 simulazioni e i valori ottenuti sono stati impiegati nello step successivo per la verifica della convergenza del metodo definito nel paragrafo 2.2.6. L'obiettivo di questo passaggio consiste nel pervenire ad una coppia di angoli di contatto per ogni condizione di funzionamento analizzata, assumendo come valori iniziali degli angoli giroscopici quelli ottenuti dalle simulazioni.

L'algoritmo costruito in riferimento al comparto teorico presentato nel capitolo 2, oltre ad assumere un angolo β' nullo, tratta anche l'angolo β come un'incognita, richiedendo un valore iniziale utile solo all'avvio del processo iterativo. In questa circostanza, l'algoritmo di calcolo viene utilizzato assumendo come noti questi due angoli: sopprimendo il ciclo esterno, è ora possibile ottenere gli angoli di contatto $\alpha_{i,0}$ che determinano la convergenza sull'angolo di slittamento Ψ_i ; con questi valori si va, quindi, a risolvere numericamente l'equazione (2.26), ricavando così un nuovo valore di β . Quest'ultimo va ora confrontato con quello ricavato dall'analisi dei risultati di simulazione.

- Il processo di validazione prosegue con il confronto tra gli angoli di contatto appena trovati con quelli ottenibili dalle simulazioni. Questi ultimi possono essere derivati facendo riferimento a [5]. In particolare, possono essere individuate quattro distinte condizioni di contatto, due per la vite e due per la madrevite, esemplificate in figura 5.1.

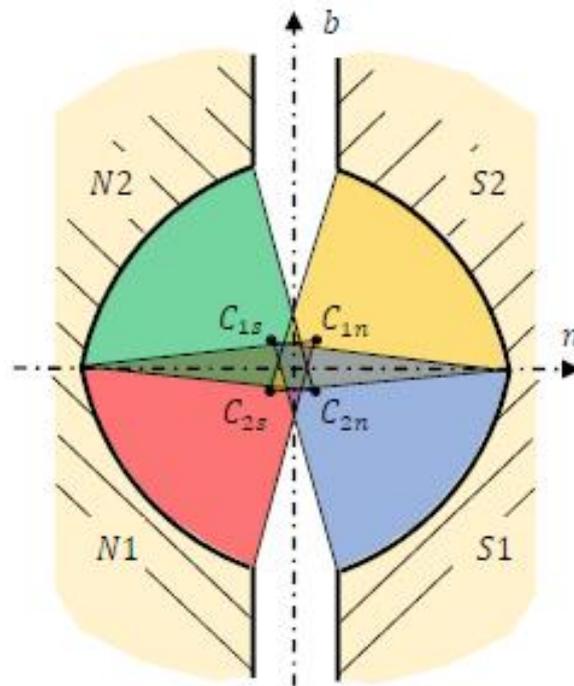


Figura 5.1 – Configurazioni di contatto (N=madrevite, S=vite)

Si definiscano ora le distanze dei centri di curvatura rispetto al sistema di riferimento di Frenet-Serret nelle direzioni n e b , rispettivamente pari ad $H = 0.0629$ mm e ad $L = 0.0505$ mm. A seconda della configurazione assunta, potranno essere presi positivi o negativi. L'angolo di contatto specifico può essere calcolato considerando la differenza tra il vettore che individua la posizione del centro della sfera rispetto all'origine O del sistema di riferimento mobile (\mathbf{R}_{FB}) e quello relativo alla posizione del centro di curvatura del settore di pista interessato dal contatto ($\mathbf{R}_{C1,2-S,N}$) nello stesso sistema.

$$\mathbf{R}_{C1,2-S,N} = [0 \quad \pm H \quad \pm L] \mathbf{Y} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{R}_{FC1,2-S,N} = \mathbf{R}_{FB} - \mathbf{R}_{C1,2-S,N} \quad (5.8)$$

Prendendo a titolo di esempio la condizione di contatto sulla vite in corrispondenza dell'arco S1:

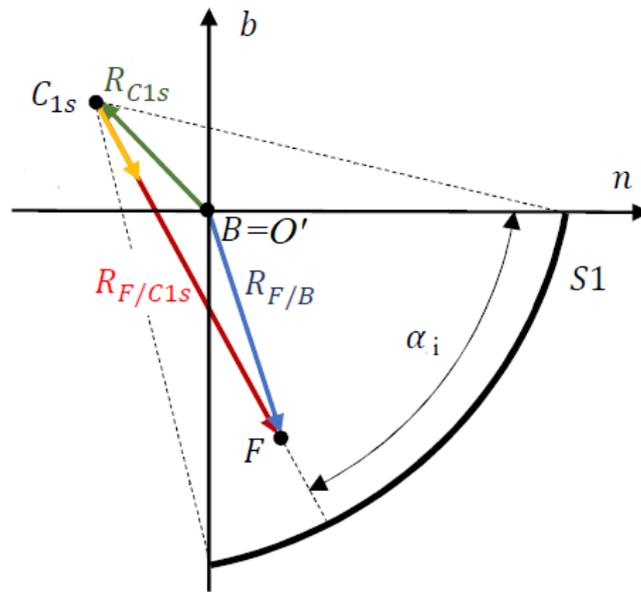


Figura 5.2 – Definizione angolo di contatto

Da figura 5.2, si può arrivare a definire l'angolo di contatto a partire dalle componenti del vettore \mathbf{R}_{FC1-S} :

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left(-\frac{\mathbf{R}_{FC1-S} \cdot \hat{\mathbf{b}}}{\mathbf{R}_{FC1-S} \cdot \hat{\mathbf{n}}_i} \right) \quad (5.9)$$

A seconda dei segni delle componenti del vettore \mathbf{R}_{FB} è possibile stabilire dove si trovi il centro della sfera in relazione ad O' , così da poter scegliere opportunamente la configurazione di contatto effettivamente realizzata.

In sintesi, il processo di validazione può essere basato, in questo caso specifico, sulla verifica degli andamenti dei due angoli di contatto e dei due angoli giroscopici. Nell'ambito del modello teorico adottato, queste grandezze ricoprono un ruolo fondamentale, potendo essere di fatto assunte come le variabili indipendenti di cui il modello stesso è funzione, accanto a costanti relative alle condizioni di funzionamento o a parametri fisici e geometrici noti a priori.

5.3 – Analisi dei risultati delle elaborazioni

5.3.1 - Angoli giroscopici

Per ciascuna delle 16 simulazioni eseguite, si sono ricavati gli andamenti delle velocità angolari di una delle sfere del meccanismo nel sistema di riferimento mobile.

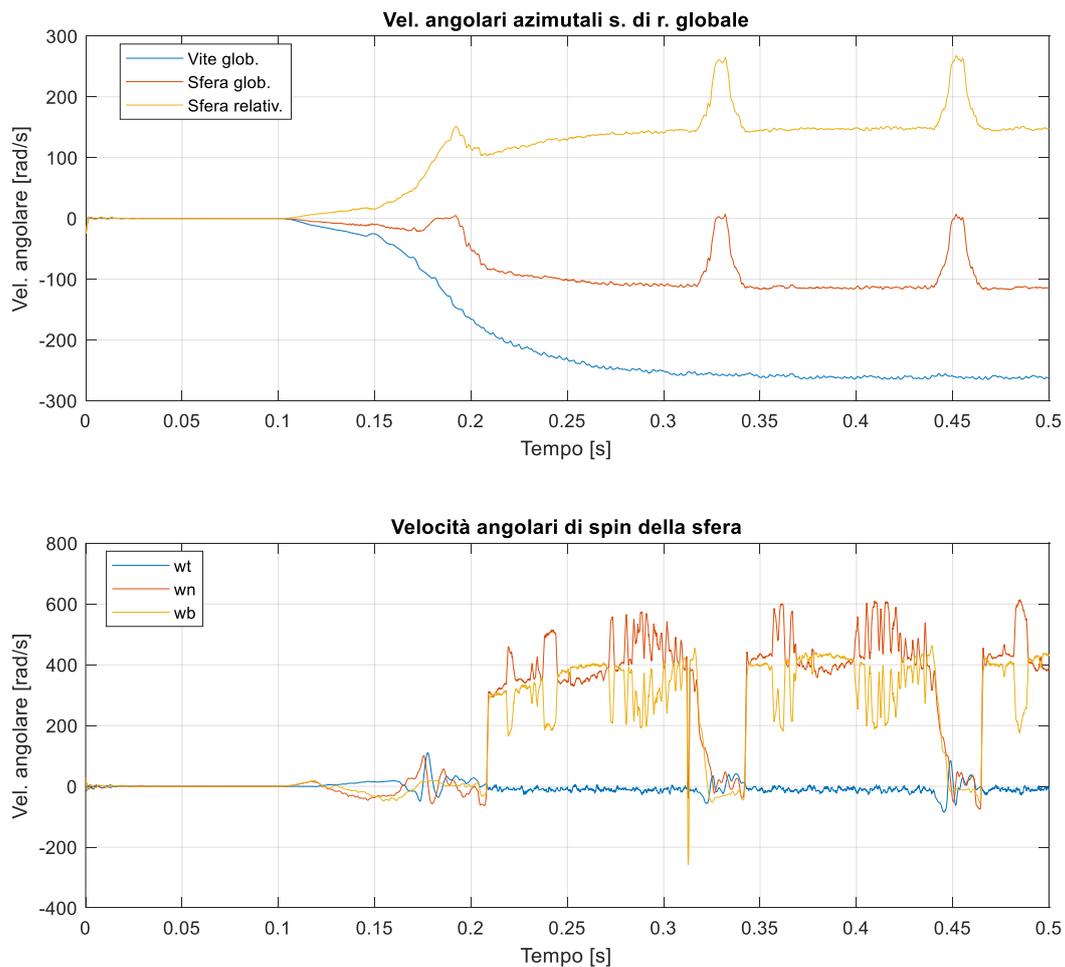


Figura 5.3 – Velocità angolari della sfera 1 nei diversi sistemi di riferimento ($F_a=2000\text{ N}$, $\omega=2500\text{ rpm}$)

I dati presentati in figura 5.3, come anche quelli di tutte le altre simulazioni, sono stati filtrati ricorrendo allo strumento della media mobile semplice (*Simple Moving Average*, *SMA*): esso consiste nell'andare a considerare i dati relativi ad un certo periodo e nell'effettuarne la media locale. Questo procedimento viene effettuato per ogni punto

della serie dati, a ciascuno dei quali viene sostituito il valore medio associato al rispettivo intervallo temporale.

Per poter effettuare un confronto con i risultati prodotti dall'algoritmo messo a punto nel capitolo 2, è stato necessario estrapolare dei valori delle tre velocità angolari di spin. Sono stati quindi ricavati i valori medi delle tre grandezze, valutati su un opportuno intervallo, scelto a seconda della prova analizzata. Ciò si è reso necessario vista la forte variabilità delle tre velocità nel corso delle simulazioni; i tratti considerati per ottenere i valori medi sono risultati essere quelli più vicini alla condizione di costanza delle velocità stesse, possibilmente lontani dai momenti di ingresso ed uscita dal canale di contatto ed esclusivamente a transitorio di avviamento concluso. Le simulazioni effettuate coprono un intervallo di 0.5 secondi e nelle tabelle 9, 10, 11, e 12 vengono riportati nel dettaglio i risultati ottenuti per ciascuna di esse.

Fa (N)	Vel. ang. vite (rpm)	Intervallo (s)	Vel. Angolari (rad/s)				
			wt	wn	wb	wR	wm
500	1070	0,368-0,37	-10,1263	161,3344	186,7657	247,0076	62,8191
1000	1070	0,355-0,36	-0,628	160,4101	184,6418	244,5903	62,7686
1500	1070	0,38-0,395	-4,7729	163,2508	183,6347	245,7546	62,8922
2000	1070	0,38-0,4	-5,7503	156,1822	181,892	239,8138	61,7096

Tabella 9 – Risultati simulazioni con $\omega=1070$ rpm

Fa (N)	Vel. ang. vite (rpm)	Intervallo (s)	Vel. Angolari (rad/s)				
			wt	wn	wb	wR	wm
500	1496	0,285-0,295	-5,3128	225,4184	251,4421	337,7348	87,1891
1000	1496	0,3-0,31	-5,9987	223,2458	252,3764	336,9992	86,2532
1500	1496	0,312-0,317	-5,265	220,7138	250,2835	333,7426	85,5563
2000	1496	0,325-0,335	-4,4454	220,4062	252,3461	335,0779	85,6253

Tabella 10 – Risultati simulazioni con $\omega=1496$ rpm

Fa (N)	Vel. ang. vite (rpm)	Intervallo (s)	Vel. Angolari (rad/s)				
			wt	wn	wb	wR	wm
500	2100	0,39-0,4	-8,7149	327,5088	355,5743	483,4987	124,6966
1000	2100	0,4-0,42	-6,5982	324,1663	360,5738	484,9132	123,7507
1500	2100	0,415-0,425	-10,778	322,2431	360,9864	484,0124	123,5571
2000	2100	0,424-0,434	-5,1074	319,978	361,5258	482,8177	123,2816

Tabella 11 – Risultati simulazioni con $\omega=2100$ rpm

Fa (N)	Vel. ang. vite (rpm)	Intervallo (s)	Vel. Angolari (rad/s)				
			wt	wn	wb	wR	wm
500	2500	0,46-0,47	-6,6015	388,8501	414,7581	568,5703	148,3882
1000	2500	0,365-0,366	-4,3273	392,7391	419,1566	574,4171	146,3418
1500	2500	0,372-0,382	-7,5537	388,3978	425,1985	575,9372	147,255
2000	2500	0,385-0,395	-11,9675	384,8463	429,6303	576,916	147,0171

Tabella 12 – Risultati simulazioni con $\omega=2500$ rpm

Grazie ai valori di velocità angolare si sono potuti ottenere i valori dei rispettivi angoli giroscopici. I loro andamenti in funzione delle velocità di rotazione della vite e del carico assiale sono riportati in figura 5.4: per quanto riguarda i β , si riscontra una generale adesione al comportamento previsto da [1], risultando essere crescenti in funzione della ω a parità di carico assiale, mentre rispetto a α ad un aumento di quest'ultimo si hanno valori sempre minori.

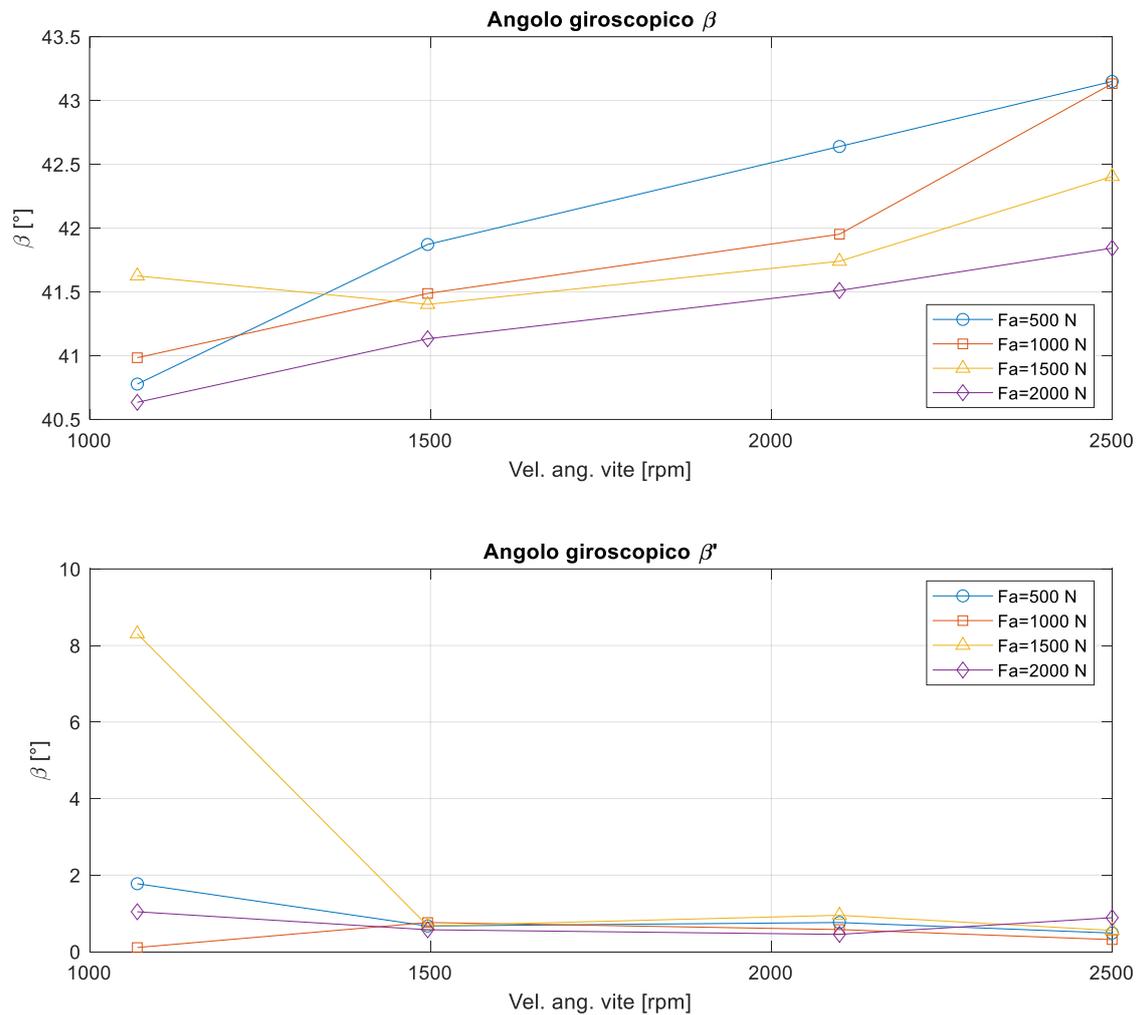


Figura 5.4 – Andamenti degli angoli giroscopici β e β' ricavati dalle simulazioni

Circa l'angolo β' , si possono osservare valori, in generale, molto piccoli, coerentemente con l'ipotesi semplificativa adottata in [1] del considerarlo nullo. Per entrambi i parametri, le irregolarità riscontrabili negli andamenti possono essere imputate alle fluttuazioni delle velocità angolari misurate e messe in evidenza all'inizio di questo paragrafo.

5.3.2 – Angoli di contatto

Con gli angoli giroscopici appena ricavati, si è proceduto con l'esecuzione dell'algoritmo per il calcolo degli angoli di contatto teorici, escludendo il ciclo esterno relativo alla convergenza sull'angolo giroscopico β . Questa operazione, come già anticipato, getta le premesse per l'effettuazione di due controlli:

- Gli angoli di contatto ottenuti a convergenza utilizzando β e β' derivati dalle simulazioni possono essere impiegati per instaurare un confronto con gli $\alpha_{i,o}$ ottenibili dall'elaborazione dei risultati delle prove.
- Dagli angoli di contatto teorici così trovati, è possibile ricavare un valore di β teorico da confrontare direttamente con quelli presentati nel paragrafo 5.3.1.

I risultati relativi agli angoli di contatto ricavati teoricamente sono riassunti in figura 5.5.

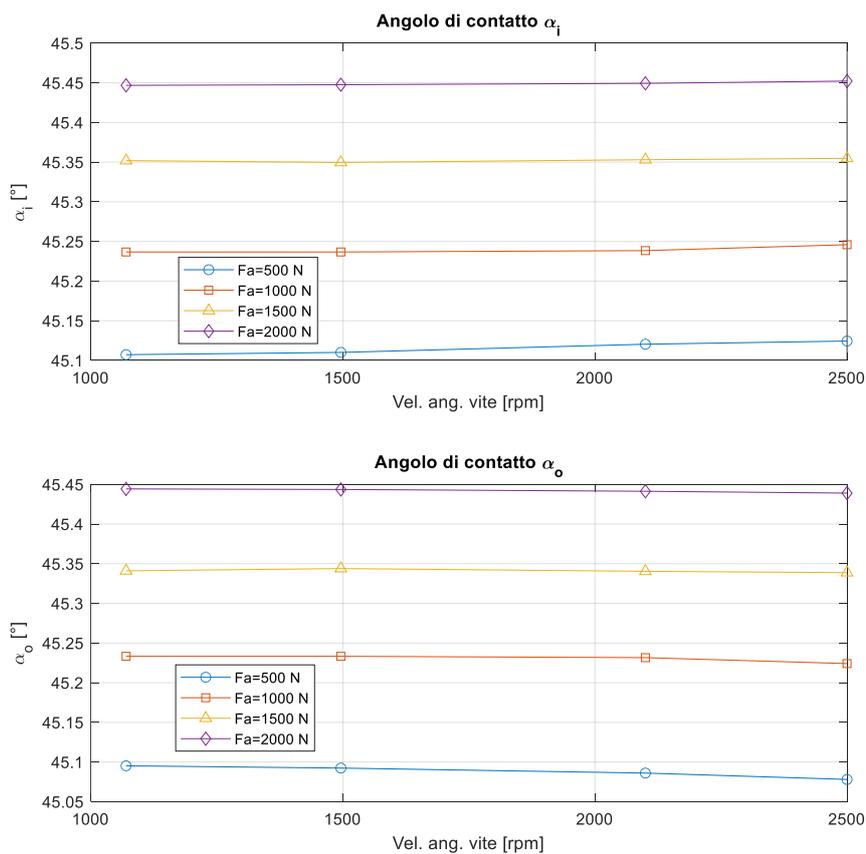


Figura 5.5 – Angoli di contatto teorici calcolati a partire dagli angoli giroscopici di simulazione

Osservando i grafici, è possibile riscontrare, innanzitutto, variazioni molto ridotte nel passaggio tra le diverse condizioni di funzionamento analizzate. Le distribuzioni rispondo, però, ancora agli andamenti previsti dal modello [1], con divergenza tra i valori di α_i e α_o all'aumentare della velocità di rotazione della vite, con gli α_i sempre maggiori dei corrispondenti α_o .

Per quanto riguarda la verifica sul conseguente β , i valori degli errori percentuali tra il valore assunto inizialmente (pari a quelli ottenuti in 5.3.1) e quello calcolato numericamente con la 2.26. In sostanza, per l'esecuzione di questi due step di verifica, si ricorre in toto al procedimento illustrato con l'algoritmo schematizzato in figura 2.13: le uniche variazioni consistono nelle assunzioni iniziali sugli angoli giroscopici (oltre, ovviamente, all'utilizzo dei parametri geometrici specifici del meccanismo studiato) e nella soppressione del ciclo di convergenza sul β , realizzata eliminando il rinvio allo step di inizio ciclo in caso di errore percentuale su tale parametro al di sopra della soglia prevista. Questo errore o scostamento può essere quindi usato come indice dell'aderenza dei valori di β e β' ricavati dalle simulazioni al modello teorico.

	Vel. Ang. (rpm)			
Fa (N)	1070	1496	2100	2500
500	0,0069	0,0051	0,004	0,0033
1000	0,0062	0,0053	0,0046	0,0028
1500	0,0045	0,0053	0,0048	0,0037
2000	0,0063	0,0055	0,0049	0,0044

Tabella 13 – Errori percentuali tra i valori di β teorici e di simulazione

La soglia scelta nel calcolo teorico per il ricorso all'iterazione è stata posta pari a 0.001. I valori ottenuti risultano essere tutti superiori, sebbene si tratti di errori comunque molto piccoli, compresi tra lo 0.33% e lo 0.69%. Inoltre, si nota come, al di là di poche eccezioni, gli errori tendano a diminuire all'aumentare di carico assiale e velocità di rotazione della vite. Bisogna tenere conto, infatti, che le irregolarità negli andamenti delle grandezze misurate, specialmente nel caso di quelle dinamiche, derivano dalla costituzione stessa del modello, provvisto di supporti cedevoli sia nel caso della vite che della madrevite, e dalle interazioni continue tra le numerose parti componenti il modello. Questi ultimi aspetti risultano particolarmente evidenti andando ad osservare gli andamenti degli angoli di contatto ottenuti elaborando i risultati di simulazione secondo il procedimento esposto nel paragrafo 5.2. Partendo dalle componenti dei vettori R_{FO} ed R_{BO} , rispettivamente

posizione del centro della sfera e dell'origine del sistema di riferimento di Frenet-Serret in $Oxyz$ e definiti secondo le (5.3) e (2.2), si può valutare la posizione reciproca del primo nei confronti di O' , definita come R_{FB} e ottenuta secondo (5.4).

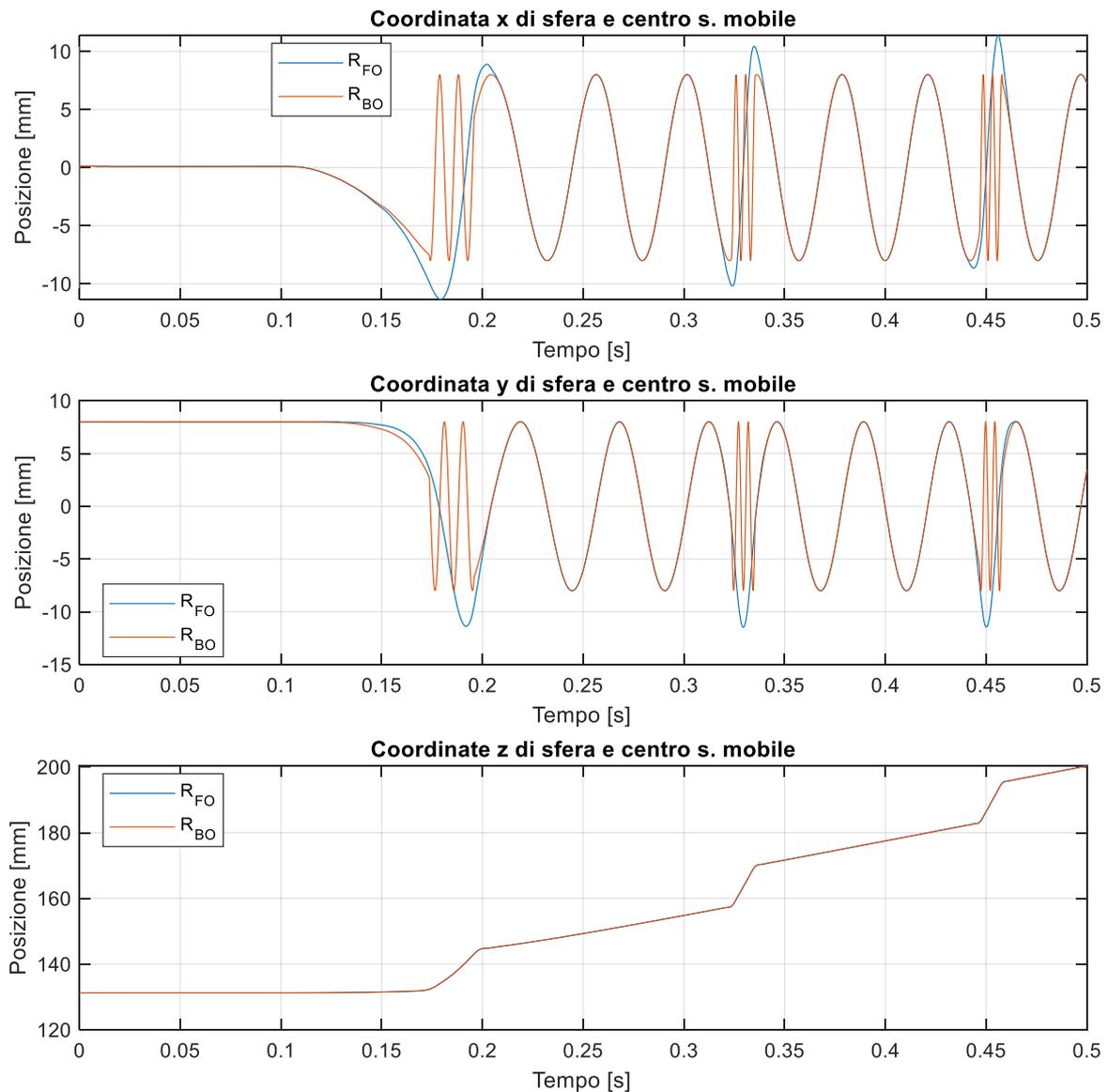


Figura 5.6 – Componenti dei vettori R_{FO} e R_{BO} ($F_a=2000$ N, $\omega=2500$ rpm)

Le componenti di R_{FB} sono visualizzate in figura 5.7, insieme ad un ingrandimento. Esse permettono di identificare la posizione del centro della sfera rispetto agli archi delle piste di contatto su vite e madrevite, consentendo la scelta opportuna delle componenti dei

vettori $R_{C1,2-S,N}$, definiti secondo la (5.7), che ne definiscono le posizioni dei rispettivi centri di curvatura.

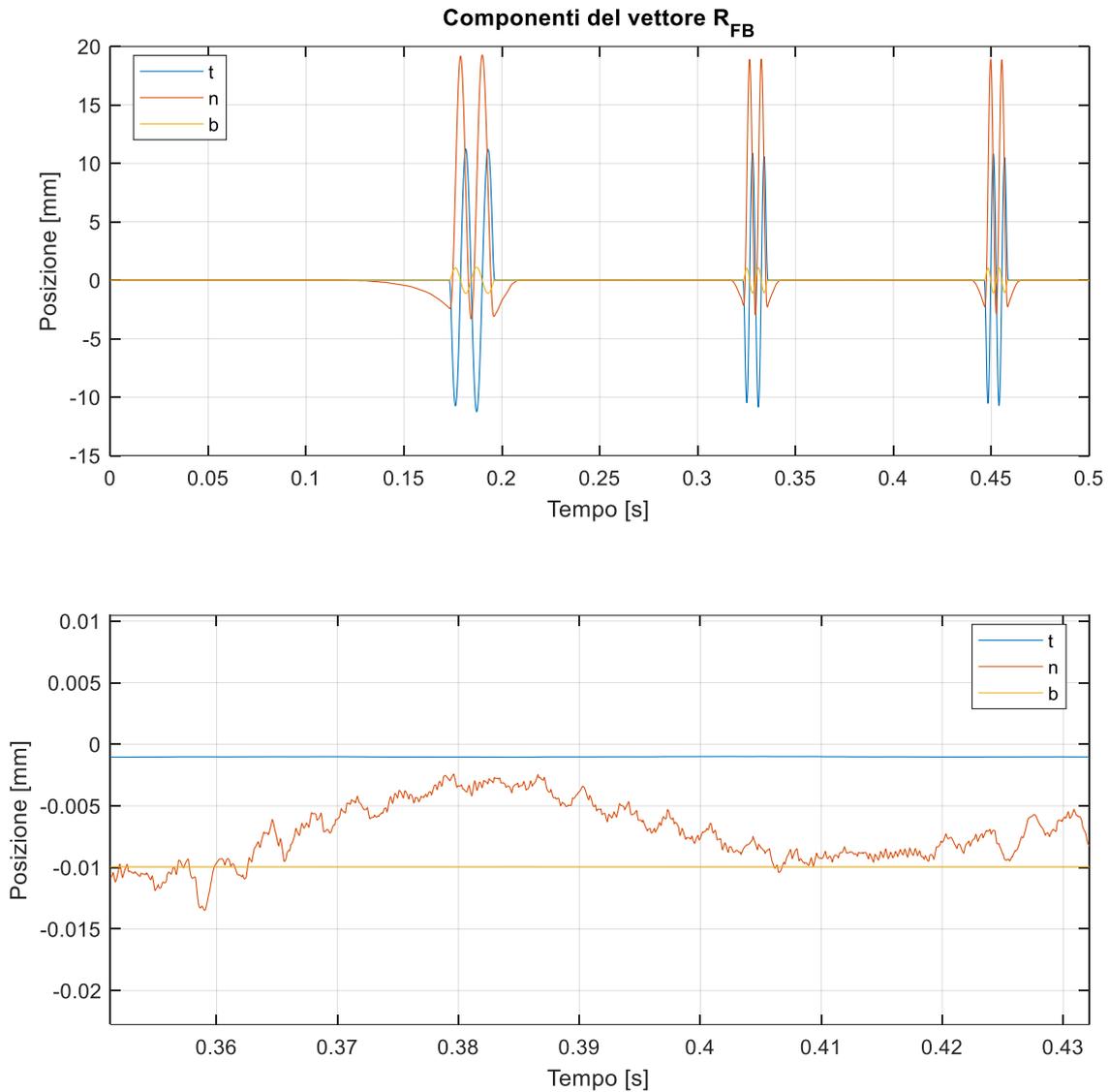


Figura 5.7 – Componenti del vettore della posizione del centro della sfera nel sistema di riferimento mobile ($F_a=2000\text{ N}$, $\omega=2500\text{ rpm}$)

Le problematiche che emergono sono rappresentate dall'oscillare del valore della componente lungo n , il che comporta la continua variazione della configurazione di

contatto descritta secondo lo schema di figura 5.1 e tratto da [5]. Variando le componenti di $R_{C1,2-S,N}$ a seconda del segno di quelle di R_{FB} , si perviene agli andamenti di figura 5.8.

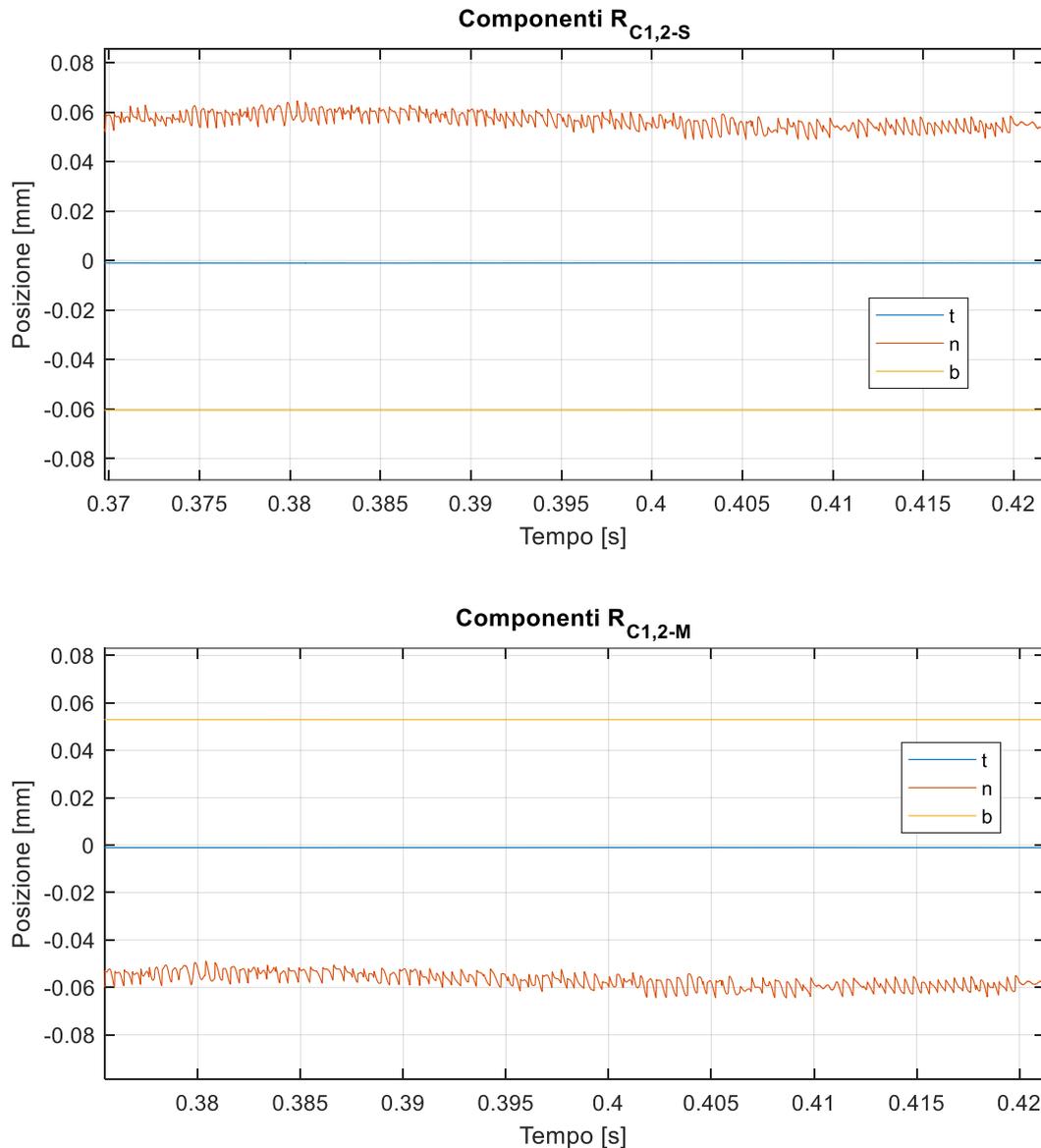


Figura 5.8 – Posizioni del centro della sfera rispetto ai centri di curvatura dei tratti delle piste di contatto coinvolte ($F_a=2000$ N, $\omega=2500$ rpm)

Applicando la (5.9), si possono ottenere i valori degli angoli di contatto α_i e α_o nel corso della simulazione. In figura 5.9 se ne riporta gli andamenti relativi ad una delle prove eseguite. Per ognuna di esse sono stati ricavati i valori medi di tali angoli, riportati nelle

tabelle 14 e 15 e confrontati con quelli ottenuti con la convergenza dell'algoritmo a partire dai valori di β e β' derivati dall'analisi delle velocità angolari misurate in ADAMS.

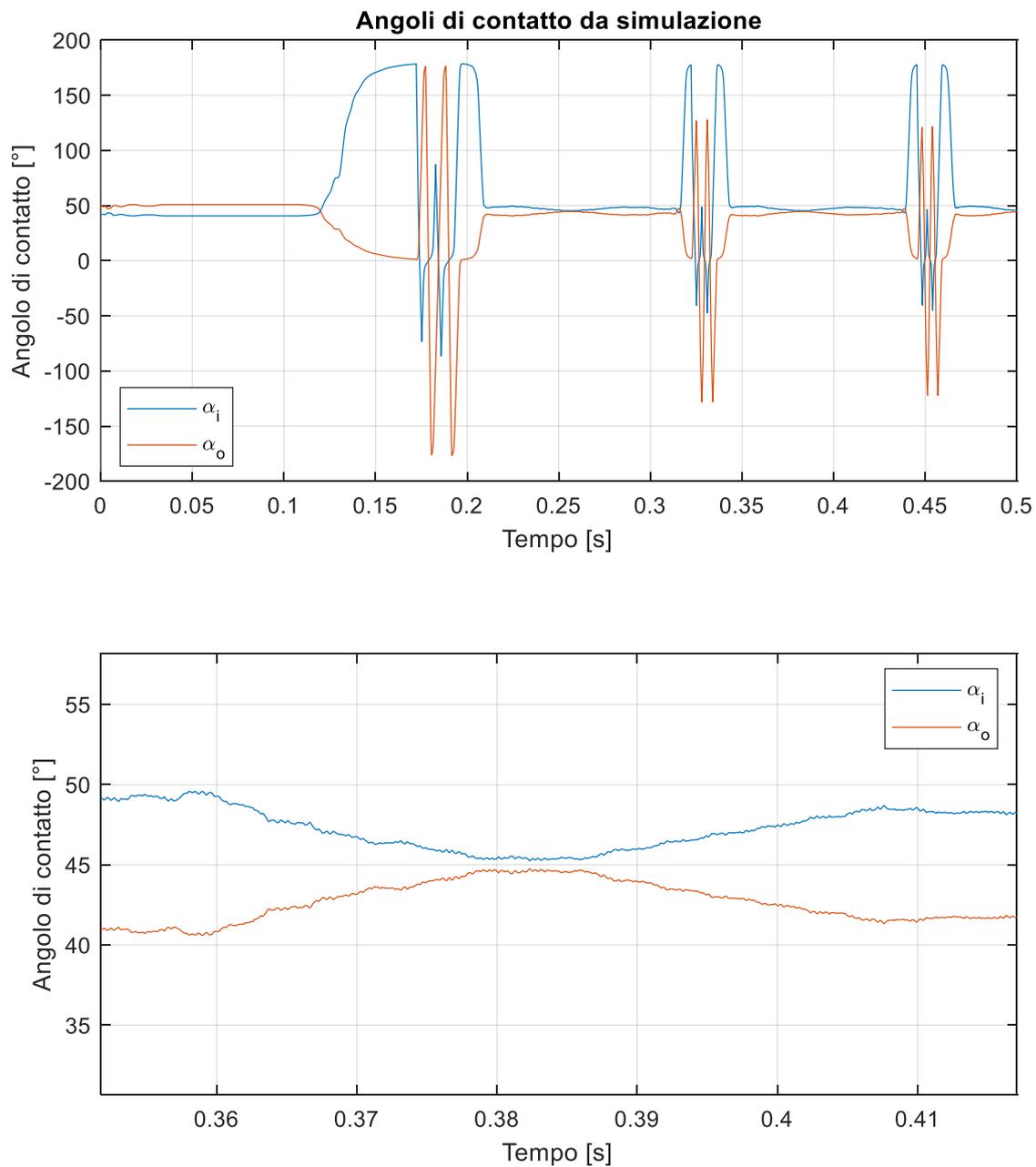


Figura 5.9 – Andamenti degli angoli di contatto nel corso della simulazione ($F_a=2000$ N, $\omega=2500$ rpm)

α_i (°)	Vel. Ang. (rpm)			
Fa (N)	1070	1496	2100	2500
500	47,2461	47,3435	47,4008	47,97949
1000	46,98827	47,17734	47,25183	47,37215
1500	46,87368	47,44664	47,48674	47,81333
2000	46,76482	47,10859	47,50966	47,40653

Tabella 14 – Angoli di contatto tra sfera e vite

α_o (°)	Vel. Ang. (rpm)			
Fa (N)	1070	1496	2100	2500
500	42,77703	42,70827	42,73119	42,63952
1000	42,98902	42,79995	42,78849	42,66244
1500	43,09789	42,52493	42,50774	42,37596
2000	43,18956	42,34731	42,46763	42,58222

Tabella 15 – Angoli di contatto tra sfera e madrevite

I valori ottenuti si mostrano concordi con gli andamenti previsti dal modello teorico presentato nel capitolo 2. Gli angoli di contatto tendono, infatti, a divergere all'aumentare della velocità di rotazione della vite, con un aumento degli α_i e una riduzione degli α_o . All'aumentare del carico, inoltre, la differenza tra i due angoli tende a ridursi a parità di velocità.

Confrontando i valori ricavati dalle simulazioni con quelli frutto della convergenza numerica (figura 5.5), si osserva, tuttavia, uno scostamento dell'ordine di $\pm 2^\circ$. Questo può essere giustificato effettuando due osservazioni:

- 1) Nell'impiego dell'algoritmo presentato nel capitolo 2, sono state effettuate delle approssimazioni nella definizione dei profili delle piste. Il modello ADAMS è stato realizzato prevedendo dei profili ad arco gotico, mentre in quello teorico

sono ad arco circolare. Inoltre, i dettagli della geometria delle piste di contatto sono stati ottenuti per similitudine con il sistema analizzato in [1], a partire dai parametri noti del modello ADAMS (riassunti nella tabella 5).

- 2) I valori riportati nelle tabelle 14 e 15 sono valori medi e, come esemplificato in figura 5.9, sono frutto di una forte variabilità nel corso del funzionamento; questa è legata alla presenza, nel modello multibody, di vincoli cedevoli sia sulla vite che sulla madrevite, i quali vogliono rendere il più realistico possibile il comportamento del modello stesso. Ciò determina quindi la presenza di fenomeni vibratori che non sono tenuti in considerazione dal modello teorico e che comportano scostamenti nei valori di angoli di contatto ottenuti a seconda della posizione e dell'estensione dell'intervallo temporale osservato.

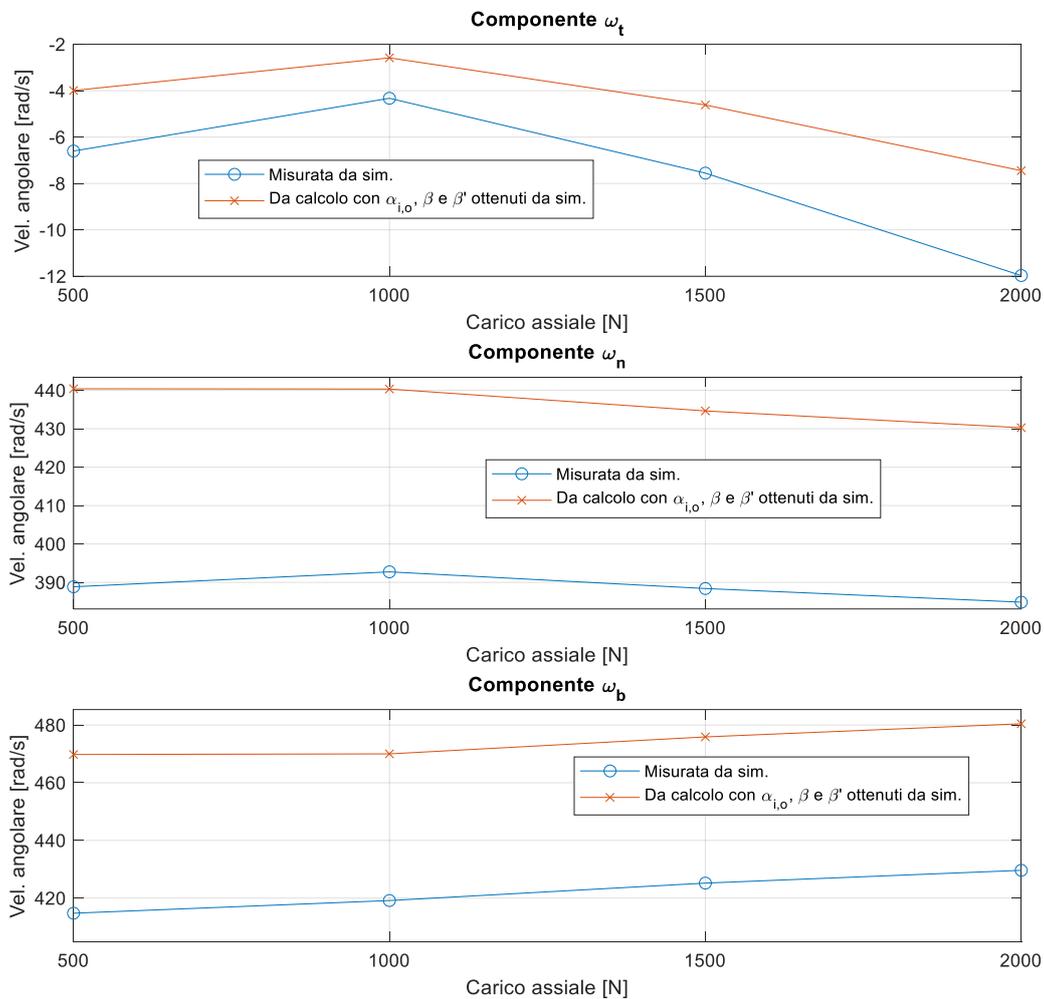


Figura 5.10 – Confronto tra i valori sperimentali e quelli teorici delle componenti della velocità angolare di spin della sfera ($\omega=2500$ rpm)

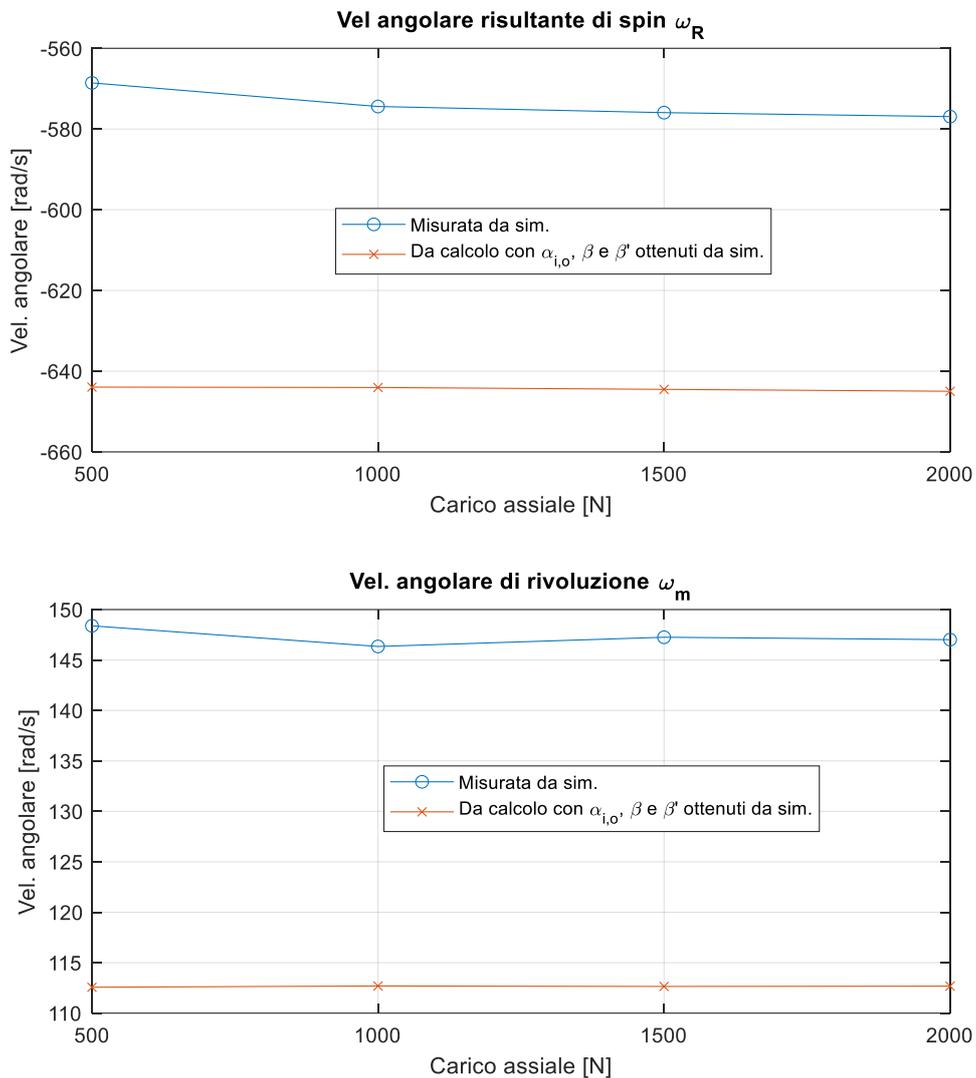


Figura 5.11 – Confronto tra i valori sperimentali e quelli teorici delle velocità angolari di spin ω_R e di rivoluzione ω_m della sfera ($\omega=2500$ rpm)

Nei grafici riportati in figura 5.10 e 5.11 vengono confrontati i valori delle velocità angolari di spin ω_R e di rivoluzione ω_m della sfera ottenuti dalle simulazioni e tramite calcolo ricorrendo agli angoli di contatto $\alpha_{i,o}$ e giroscopici β e β' ricavati in questo paragrafo. Si può osservare una certa differenza tra i dati, giustificata dall'influenza della variazione degli angoli di contatto calcolati a partire dalle rilevazioni compiute in ADAMS rispetto ai valori teorici previsti assumendo gli stessi angoli giroscopici desunti dall'analisi condotte nel paragrafo 5.3.1.

5.3.3 – Ball Pass Frequency

La determinazione degli angoli di contatto del modello permette di effettuare delle considerazioni in merito a metodologie di rilevazione di difettosità presenti su superfici soggette a contatto ripetuto. La *Ball Pass Frequency* è definita come la frequenza con cui un difetto superficiale viene intercettato da uno dei corpi volventi impegnati nel meccanismo. Questo parametro può essere quindi impiegato per monitorare lo stato di usura delle superfici, aspetto critico nel caso di elevati carichi e velocità. A risentirne non è, infatti, solo il rendimento meccanico del sistema, ma conseguenze non di poco conto possono essere ripercussioni sulla regolarità di funzionamento e sull'affidabilità del sistema stesso.

Il concetto di ball pass frequency è stato sviluppato nel campo dei cuscinetti con obiettivi del tutto analoghi a quelli esposti nel primo capitolo di questa tesi. L'analisi delle frequenze che si generano nel corso del funzionamento di un sistema meccanico può essere, infatti, impiegata per la realizzazione di programmi di manutenzione preventiva e di prognostica, richiedendo però un'approfondita conoscenza delle caratteristiche dell'organo meccanico di interesse. Si può così comprendere l'importanza dello sviluppo di modelli in grado di riprodurre nel dettaglio il comportamento di tali sistemi, vista anche la richiesta di una crescente affidabilità delle previsioni effettuate. Per le formulazioni matematiche di seguito presentate, si è fatto riferimento a [12]; essendo stati ricavati i valori degli angoli di contatto e di quelli giroscopici in condizioni di funzionamento, risulta possibile andare a verificare come le informazioni ottenute dal modello ADAMS possano essere impiegate per gli scopi sopra citati.

Si parta col definire la ball pass frequency come:

$$\text{BPF} = \frac{\omega_m}{\Delta\varphi} \quad (5.10)$$

A denominatore della (5.10) compare la differenza tra gli angoli azimutali corrispondenti alle posizioni di due sfere adiacenti, mentre a numeratore compare la velocità di rivoluzione delle sfere lungo la pista della vite, ottenibile secondo la (2.22). Il $\Delta\varphi$ può essere ricavato risolvendo l'equazione implicita:

$$2r_b - r_m \sqrt{2[1 - \cos(\Delta\varphi)] + [\Delta\varphi \tan(\alpha)]^2} = 0 \quad (5.11)$$

Nella (5.11) compaiono il raggio della sfera r_b , il raggio nominale della vite r_m e l'angolo d'elica α . Sono stati quindi calcolati i valori teorici di BPF per quattro diverse velocità di rotazione della vite, a parità di carico assiale, riportati in tabella 16 e per i quali si è fatto uso degli angoli di contatto e giroscopici ottenuti dalle simulazioni.

ω (rpm)	F_a (N)	α_i (°)	α_o (°)	β (°)	BPF (Hz)
1070	2000	46,76482	43,18956	40,63417	121,01
1496	2000	47,10859	42,34731	41,13264	168,84
2100	2000	47,50966	42,46763	41,51079	237,11
2500	2000	47,40653	42,58222	41,84311	282,25

Tabella 16 – Valori di BPF previsti

È stata poi eseguita un'analisi spettrale sugli andamenti di accelerazioni lungo l'asse della vite del corpo della madrevite, secondo la stessa procedura adottata nel paragrafo 4.2.1 per l'indagine circa l'effetto del parametro di faceting tolerance. L'obiettivo è consistito nella verifica della corrispondenza tra i valori teorici ottenuti e i picchi presenti nello spettro di frequenze del segnale di accelerazione. Nei seguenti grafici, dalla figura 5.12 alla 5.15, le linee rosse tratteggiate stanno ad indicare il valore teorico di BPF e le relative armoniche.

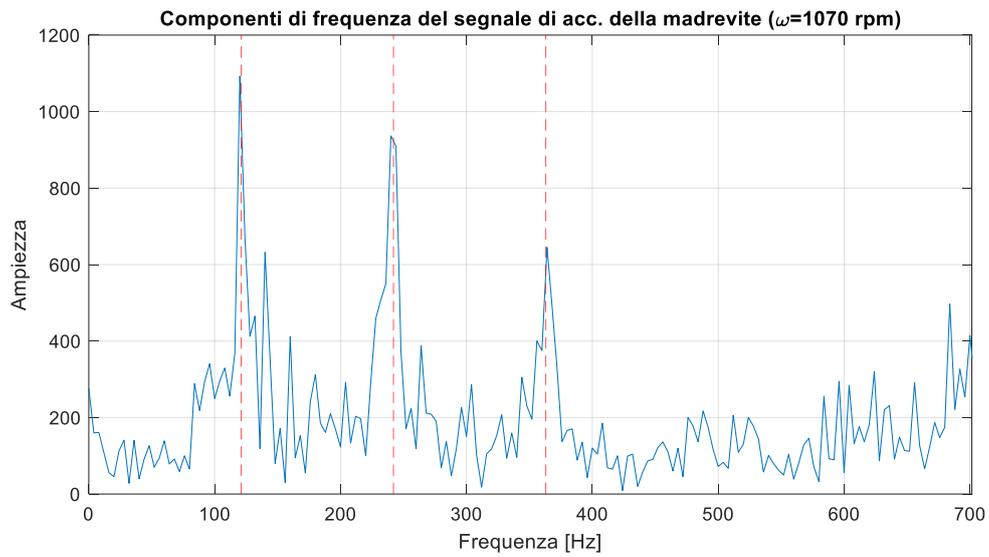


Figura 5.12 – BPF teoriche e misurate per $F_a=2000$ N e $\omega=1070$ rpm

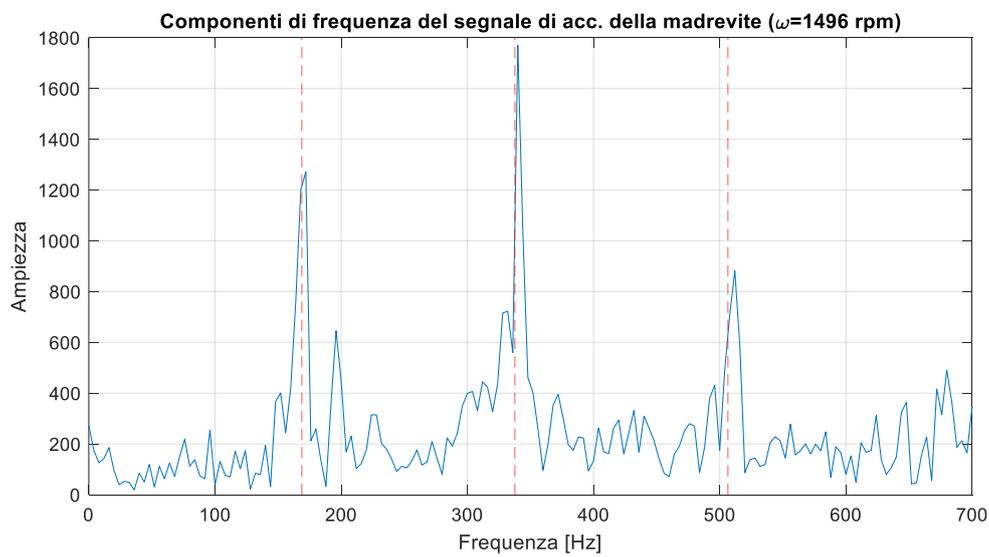


Figura 5.13 – BPF teoriche e misurate per $F_a=2000$ N e $\omega=1496$ rpm

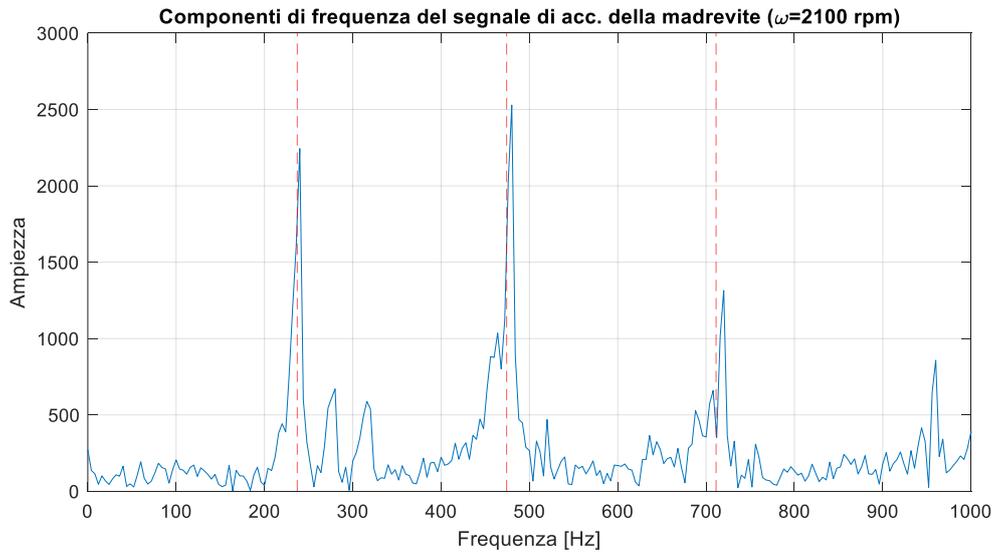


Figura 5.14 – BPF teoriche e misurate per $F_a=2000$ N e $\omega=2100$ rpm

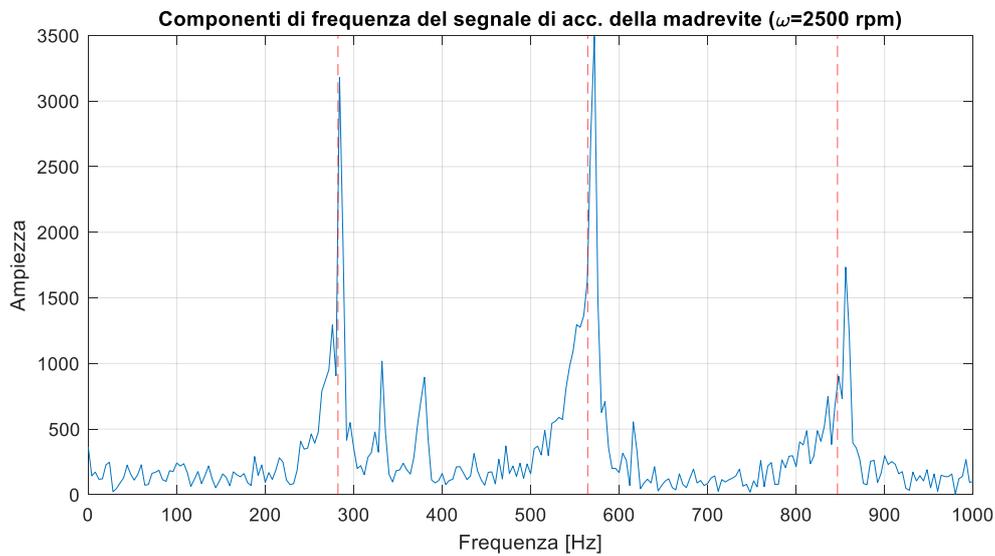


Figura 5.15 – BPF teoriche e misurate per $F_a=2000$ N e $\omega=2500$ rpm

In generale, le stime possono dirsi piuttosto accurate, soprattutto relativamente alla prima armonica. Per completezza, si riportano nella tabella 17 gli errori percentuali tra i valori teorici e quelli misurati dai risultati delle simulazioni.

ω (rpm)	BFP teorica (Hz)	BPF (Hz)	err%
1070	121,01	120	0,008346
		240	0,008346
		364	0,002672
1496	168,84	172	0,018716
		340	0,00687
		512	0,010819
2100	237,11	240	0,012188
		480	0,012188
		720	0,012188
2500	282,25	284	0,0062
		572	0,013286
		856	0,010924

Tabella 17 – Confronto tra valori attesi e misurati di BPF

Dai risultati presentati, è possibile notare una buona accuratezza nelle stime che è possibile derivare dal modello, con errori percentuali che oscillano tra un valore minimo dello 0.2672 % ed un valore massimo dell'1.8716 %.

Capitolo 6 – Conclusioni

6.1 – Riepilogo

L'impiego di attuatori elettromeccanici è ormai sempre più diffuso in una miriade di diversi settori e ciò è dovuto alla combinazione di aspetti quali praticità e prestazioni che questi sistemi sono in grado di garantire. Tuttavia, un tema di fondamentale importanza è quello rappresentato dall'affidabilità, tanto più sentito quanto maggiore risulta essere la gravità delle conseguenze derivanti da un malfunzionamento. Il ricorso agli EMA in ambito aerospaziale è stato fino ad ora limitato proprio a causa delle problematiche legate alla sicurezza, visti i criteri di affidabilità estremamente stringenti applicati. L'innovazione tecnologica ha portato, però, allo sviluppo di soluzioni che consentissero di limitare o prevenire del tutto gli effetti di un guasto, sia attraverso progressi ed evoluzioni nel design degli attuatori sia mediante l'adozione di sistemi di intervento in corso di funzionamento. Tra le conseguenze di questi approcci vi sono, inevitabilmente, una maggior complessità, a livello generale, dei sistemi di attuazione facenti ricorso ad EMA e la crescita dei costi e dei tempi di manutenzione, con la necessità di prevedere controlli periodici che richiedono il fermo dell'aeromobile.

Una nuova metodologia che permette di mitigare gli svantaggi derivanti dall'adozione di EMA a bordo di velivoli (anche come comandi di volo primari e secondari) è quella denominata *Prognostic and Health Management* o *PHM*, la quale prevede l'impiego di sistemi di monitoraggio delle condizioni dell'EMA durante il suo funzionamento basati sulla raccolta di informazioni tramite opportuni sensori. Dall'elaborazione di questi dati è possibile effettuare un vero e proprio check up dell'attuatore, andando a valutare la necessità di intervento e/o sostituzione con un certo margine di anticipo rispetto all'occorrenza dei primi segni di decadimento delle prestazioni o, peggio, al presentarsi di malfunzionamenti. È così possibile realizzare un piano di manutenzione programmata che garantisce la riduzione al minimo di tempi morti e di stop del mezzo, oltre al vantaggio economico collegato.

Per poter ricorrere a sistemi di prognostica di questo tipo, è richiesta una conoscenza approfondita delle dinamiche di guasto degli attuatori elettromeccanici, che possono verificarsi ad ogni livello della sua architettura. Cruciale risulta essere, in particolare, il ruolo del sistema di trasmissione del moto, solitamente caratterizzato da complessità strutturale e impossibilità di inserimento di sonde o sensori per ottenere informazioni circa lo stato di salute del componente meccanico. Nello specifico di questa tesi, si è posta l'attenzione sul sistema di vite a ricircolo di sfere, meccanismo che permette la transizione da moto rotatorio a moto lineare e rispondente a requisiti quali elevati rendimenti e precisione di posizionamento, anche sotto carichi elevati. Vista la sua costituzione, è indispensabile studiarne il comportamento cinematico e dinamico in condizioni di

funzionamento, al fine di stabilire le modalità con cui poter risalire allo stato di salute interna dell'organo meccanico. Per questo motivo, è stata condotta l'analisi dei risultati ottenuti da simulazioni effettuate ricorrendo ad un modello multibody realizzato in ADAMS, valutati alla luce delle formulazioni teoriche presenti in letteratura tecnica. Il ricorso a modelli numerici dei sistemi sotto osservazione è inevitabile se si sceglie di ricorrere a tecniche PHM, permettendo di studiare le risposte dei sistemi stessi senza gli inconvenienti derivanti dal ricorso a campagne sperimentali con l'impiego di prototipi o effettuate direttamente in corso di funzionamento. È indispensabile, però, che sia verificata l'attendibilità dei modelli realizzati, ovvero la capacità di restituire risultati conformi alla realtà fisica e significativi circa il fenomeno che si vuole studiare.

Nel caso del sistema di vite a ricircolo di sfere, si è proceduto con la conduzione di una campagna di prove sul modello ADAMS volte ad evidenziare l'influenza delle condizioni operative sui parametri cinematici e dinamici del sistema. Il confronto con i risultati attesi dall'impianto teorico reperito, ha permesso di pronunciarsi sull'adeguatezza del modello nel riprodurre con sufficiente accuratezza il comportamento del sistema meccanico, suggerendo la possibilità di approfondimenti teorici circa l'influenza sui valori di alcune grandezze, quali gli angoli di contatto, delle condizioni di fissaggio del meccanismo stesso. Parallelamente, è stato possibile effettuare uno studio sulla dipendenza della precisione dei risultati restituiti dal modello al variare della finitura della mesh che identifica le superfici coinvolte, consentendo di condurre un'analisi di compromesso tra tempi di calcolo e qualità dei dati ottenuti.

6.2 – Osservazioni e spunti di approfondimento

L'impiego del comparto teorico di riferimento presentato in [1] ha previsto, in prima battuta, la costruzione di un algoritmo di calcolo che permettesse di coniugare aspetti cinematici e dinamici del sistema, mettendoli in relazione al fine di evidenziarne il concorso nei fenomeni di danneggiamento. I risultati prodotti in accordo a tale impianto teorico, relativi allo stesso sistema analizzato nell'articolo, sono risultati concordi negli andamenti, seppur con valori numerici non sempre corrispondenti. Ciò suggerisce la necessità di una revisione dei risultati proposti in [1], viste anche alcune imprecisioni nella riproposizione di alcune formulazioni tratte da [2] e l'omissione delle metodologie di calcolo di taluni parametri.

L'algoritmo messo a punto è stato impiegato per il processo di validazione del modello ADAMS, sulla base dei risultati prodotti da una serie di simulazioni. Si sono riscontrati buoni livelli di aderenza tra i valori degli angoli giroscopici ricavati dalle misurazioni fornite dal programma e quelli teorici attesi. Meno accurata è risultata essere la rispondenza nel caso degli angoli di contatto, seppur essa possa essere giustificata alla

luce delle approssimazioni fatte nel modello teorico e della presa in considerazione, da parte del modello, di un maggior numero di variabili, sia interne al meccanismo che esterne ad esso, come ad esempio la schematizzazione di supporti cedevoli e l'implementazione di un segnale di coppia applicata alla vite ottenuto tramite un sistema di controllo elettronico simulato.

Preventivamente a questa fase, l'analisi condotta sull'influenza del parametro di faceting tolerance ha evidenziato come, al di sopra di un certo valore, il tempo di computazione tenda a crescere debolmente, comportando sempre un miglioramento del grado di accuratezza delle grandezze rilevate. Ciò ha portato a concludere che un valore più elevato di FT sia sempre auspicabile, non comportando uno svantaggio pratico dal punto di vista dei tempi richiesti per condurre le simulazioni, per lo meno non tale da far propendere per l'adozione di un parametro di finitura al di sotto di un certo valore.

Infine, grazie ai risultati di simulazione, è stato possibile valutare la precisione con cui l'applicazione del metodo della Ball Pass Frequency potesse essere effettuata. Dall'analisi spettrale del segnale di accelerazione della madrevite, è stato possibile individuare una buona corrispondenza tra i valori di frequenza corrispondenti a picchi dello spettro e i valori previsti di BPF secondo le formulazioni riportate in letteratura tecnica.

Bibliografia

- [1] C. C. Wei and J. F. Lin, "Kinematic Analysis of the Ball Screw Mechanism Considering Variable Contact Angles and Elastic Deformations," *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, vol. 125, no. 4, pp. 717–733, 2003.
- [2] M. C. Lin, B. Ravani, and S. A. Velinsky, "Kinematics of the Ball Screw Mechanism," *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, vol. 116, pp. 849–855, 1994.
- [3] G. Jacazio and B. Piombo, *Meccanica applicata alle macchine*. 1997.
- [4] H. Hertz, "On the contact of elastic solids," *J. Reine Angew. Math.*, vol. 92, pp. 156–171, 1881.
- [5] A. C. Bertolino, "High Fidelity Model of Ball Screws to Support Model-based Health Monitoring, Ph.D. thesis," p. 310, 2020.
- [6] P. H. Markho, "Highly Accurate Formulas for Rapid Calculation of the Key Geometrical Parameters of Elliptic Hertzian Contacts," *ASME J. Tribol.*, vol. 109, pp. 640–647, 1988.
- [7] T. A. Harris, "Rolling Element Bearing Dynamics," *Wear*, vol. 23, pp. 311–337, 1973.
- [8] P. J. Blau, "Amontons' Laws of Friction," in *Encyclopedia of Tribology*, Springer US, 2013, pp. 71–71.
- [9] S. Goldstein, "Modern Development in Fluid Dynamics," *Oxford Press*, 1938.
- [10] M. C. Lin, B. Ravani, and S. A. Velinsky, "Design of the Ball Screw Mechanism for Optimal Efficiency," *ASME J. Mech. Des.*, vol. 116, pp. 856–861, 1994.
- [11] "ADAMS Solver Documentation." [Online]. Available: https://simcompanion.mscsoftware.com/resources/sites/MSD/content/meta/DOCUMENTATION/9000/DOC9309/~secure/adams_solver_mdr3_help.pdf?token=Myx-n5EUA-7VMH4K1mcD-rKJRSVoHjs34f9J7tyKAcfIZ99doVOX6cUoHmFFAYGd8Xt9fu6SmyCBfL4RGgXLgrJdA-RVTjTwWsoDGC22f6Te8UGotclvv9ZkBIEnKI2aPBAtuc42DURJo5o1sWLIIsHOzNCCQ0S-eZp0NJZluszP!Ql1KwiL2rY2NJeJ92esM41h3ccHfLdKcDBL9PJ5KkCsuf3mJuX7n-1fVbXW4hdH-xmi7WR7NDYbBYO4ZyxJm.
- [12] C. C. Wei and R. S. Lai, "Kinematical analyses and transmission efficiency of a preloaded ball screw operating at high rotational speeds," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 46, no. 7, pp. 880–898, Jul. 2011.

Appendice

Script Matlab realizzati

1 – Algoritmo modello teorico

```

%% Assunzioni iniziali e defizione geometrie

beta=42*pi/180;    %angolo giroscopico [rad]
betap=0;          % beta primo [rad]
teta_p=0*pi/180;  %anoglo rotazione asse b a seguito di applicazione carico
[rad]
ph=pi;            %posizione azimutale considerata
Fa=1000;          %carico assiale su madrevite [N]
w=1070*2*pi/60;  %velocità rotazione vite [rad/s]

%Parametri vite/madrevite/sfera

alfa=8.74*2*pi/360;    %angolo d'elica [rad]

p=0.01;              %passo vite [m]

di=0.0349;          %diametro interno vite [m]

dm=0.0414;          %diametro medio vite [m]
rm=dm/2;            %raggio medio vite [m]

ri=0.003429;        %raggio di curvatura pista vite [m]
ro=0.003429;        %raggio di curvatura pista madrevite [m]

db=0.00635;         %diametro sfera [m]
rb=db/2;            %raggio sfera [m]

gammap=db/dm;
d=rm/cos(alfa);

Z=52;                %numero di sfere previste

E=2.100e11;         %modulo di Young [N/m2]
ni=0.29;            %coefficiente di Poisson
rho=7500;           %densità [kg/m^3]

rho_oil = 800;      %densità lubrificante [kg/m3]

% ngiri=1.75;
% z=floor(((pi*dm/cos(alfa))*ngiri)/db);

Q=1.5*Fa/Z;         %carico assiale medio

%% CALCOLO PARAMETRI GEOMETIRIE

% Calcolo angolo di contatto iniziale (da Meccanica applicata alle
macchine, Vol 2)
rB=((dm+dm-di)/2)-ri;
rA=(di/2)+ro;
BD=ro+ri-db;        %distanza centri curvatura piste nel piano n-b [m]
alfa0=acos((rA-rB)/BD);    %angolo di contatto iniziale (senza carico) [rad]

```

```

% Proprietà materiale
Ei=E; %modulo di Young della vite
Eo=E; %modulo di Young della madrevite
Eb=E; %modulo di Young della sfera
nii=ni; %coef. di Poisson vite
nio=ni; %coef. di Poisson madrevite
nib=ni; %coef. di Poisson sfera

%Raggi curvatura vite (pag. 8)
ri1=di/2;
ri2=-ri;

%Raggi curvatura madrevite (pag. 8)
ro1=-(dm+dm-di)/2;
ro2=-ro;

%Raggi curvatura sfera (pag. 8)
rb1=db/2;
rb2=db/2;
rb=rb1;

%Sommatorie curvatures (45)
sum_roi=1/rb1+1/rb2+1/ri1+1/ri2;
sum_roo=1/rb1+1/rb2+1/ro1+1/ro2;

%Parametri R (46a,b,c)
Ri1=rb*ri1/(rb+ri1);
Ri2=rb*ri2/(rb+ri2);
Ri=Ri1*Ri2/(Ri1+Ri2);

Ro1=rb*ro1/(rb+ro1);
Ro2=rb*ro2/(rb+ro2);
Ro=Ro1*Ro2/(Ro1+Ro2);

%Parametri per calcolo moduli elastici
% (52)
Ii=(0.5*pi+0.5674*((log(Ri2/Ri1))^1.0277))*(1-
0.0036*sin(1.9*(log(Ri2/Ri1))^0.8267)); %adim
Io=(0.5*pi+0.5674*((log(Ro2/Ro1))^1.0277))*(1-
0.0036*sin(1.9*(log(Ro2/Ro1))^0.8267)); %adim
% (44a)
sKi=((Ri2/Ri1)^0.6268)*(1+0.0632*sin(0.6315*log(Ri2/Ri1))); %adim
sKo=((Ro2/Ro1)^0.6268)*(1+0.0632*sin(0.6315*log(Ro2/Ro1))); %adim
% (44b)
sig_i=(1+((0.5*pi)-1)*(Ri2/Ri1)^(-1.0238))*(1+0.0486*((Ri2/Ri1)^-
1.3358)*(log(Ri2/Ri1))^1.0997); %adim
sig_o=(1+((0.5*pi)-1)*(Ro2/Ro1)^(-1.0238))*(1+0.0486*((Ro2/Ro1)^-
1.3358)*(log(Ri2/Ri1))^1.0997); %adim
% (51)
dad_i=(2*Ii/pi)*(pi/(2*sig_i*sKi^2))^(1/3); %adim
dad_o=(2*Io/pi)*(pi/(2*sig_o*sKo^2))^(1/3); %adim

%Moduli elastici (50)
ki=1.084391e12*(sum_roi^-0.5)*(dad_i^(-1.5));
ko=1.084391e12*(sum_roo^-0.5)*(dad_o^(-1.5));

%% DEFORMAZIONI DI PRIMO TENTATIVO

%Deformazioni elastiche complessive alle zone di contatto su vite/madrevite
delta_i=(Q/ki)^(1/1.5);
delta_o=(Q/ko)^(1/1.5);

%Deformazioni nel sistema TNB

```

```

delta_t=0;
delta_n=(delta_i+delta_o)*cos(alfa0);
delta_b=(delta_i+delta_o)*sin(alfa0);

%Deformazioni assiale e radiale (rispetto all'asse della vite)**
delta_a = delta_t*sin(alfa)+delta_b*cos(alfa);%1e-7*0;
delta_r = delta_n;%1e-7*0;

%% Risoluzione X1,2

%Definizione parametri per sistema calcolo X1,2
fo=ro/db;
fi=ri/db;
Ri_s=0.5*dm+(fi-0.5)*db*cos(alfa0); %(39e)
A1=BD*sin(alfa0)+delta_a-teta_p*Ri_s; %(38a)
A2=BD*cos(alfa0)+delta_r; %(38b)

c1=-((fi-0.5)*db+delta_i);
c2=-((fo-0.5)*db+delta_o);

x0=[0.1,0.1];
S1 = fsolve(@ (x) X12(x,A1,A2,c1,c2),x0);
X1=S1(1);
X2=S1(2);

%Angoli di contatto di primo tentativo
alfa_o=atan(abs(X1/X2));
alfa_i=atan(abs((A1-X1)/(A2-X2)));

%% STEP DI PARTENZA PER CICLO

%---Calcolo velocità angolari
wm=w/(1+((1+gammap*cos(alfa_o))*(cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
((1-gammap*cos(alfa_i))*(cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o)))); %(32)
wR=-wm*(1+gammap*cos(alfa_o))*cos(alfa)/...
(gammap*(cos(beta)*cos(alfa_o)+sin(beta)*sin(alfa_o))); %(33)
wt=wR*sin(betap)*cos(beta); %(14a)
wn=-wR*sin(beta); %(14c)
wb=-wR*cos(beta)*cos(betap); %(14b)

%---Calcolo velocità di slittamento
VYo=(d*wm)+rb*(wb*cos(alfa_o)-wn*sin(alfa_o)); %(35)
VXo=-rb*wt; %(35)
psi_o=atan(VYo/VXo)+pi; %(34)
VYi=d*(wm-w)-rb*((wb-w*cos(alfa))*cos(alfa_i)-wn*sin(alfa_i)); %(36b)
VXi=rb*(wt-w*sin(alfa)); %(36b)
psi_i=atan(VYi/VXi)+pi; %(36a)

%---Risoluzione coefficienti di attrito
Mt=(-4/15)*((rb)^5)*rho*pi*((sin(alfa)*cos(beta)*sin(betap)-
cos(beta)*cos(betap)*cos(alfa))*(cos(alfa)*sin(ph)*cos(beta)*sin(betap)-
sin(beta)*cos(ph)+cos(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+...
(cos(betap)+sin(betap))*(cos(betap)*cos(alfa)*sin(ph)-
sin(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+(-sin(beta)*sin(betap)+sin(beta)*cos(betap))*(-
cos(alfa)*sin(beta)*sin(betap)*sin(ph)-cos(beta)*cos(ph)-
sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))* (w/(1+((1+gammap*cos(alfa_o))*(cos(al
fa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
((1-gammap*cos(alfa_i))*(cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o)))))^2+...
((cos(betap)+sin(betap))*(cos(betap)*cos(alfa)*sin(ph)-
sin(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+(-sin(beta)*sin(betap)+sin(beta)*cos(betap))*(-
cos(alfa)*sin(beta)*sin(betap)*sin(ph)-cos(beta)*cos(ph)-
sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+...

```

```

        (cos(beta)*sin(alfa)+sin(betap)*cos(alfa))*(-
cos(alfa)*sin(ph)*cos(betap)+sin(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+sin(beta)*cos(beta
p)*cos(alfa)-
sin(beta)*sin(betap)*sin(alfa))*(cos(alfa)*cos(ph)*sin(beta)*sin(betap)+cos(ph
)*cos(beta)+sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))*(-
(w/(1+(1+gammap*cos(alfa_o))*(cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
(1-
gammap*cos(alfa_i))*(cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o))))*(1+gammap*cos(alfa_
o))*cos(alfa)/...
(gammap*(cos(beta)*cos(alfa_o)+sin(beta)*sin(alfa_o)))^2+...
2*(cos(betap)+sin(betap))*(-
sin(beta)*sin(betap)*cos(alfa)*cos(ph)+cos(beta)*sin(ph)-
sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*cos(ph))+(-
sin(beta)*sin(betap)+sin(beta)*cos(betap))*(-
cos(betap)*cos(alfa)*cos(ph)+sin(alfa)*sin(betap)*cos(ph))*(w/(1+(1+gammap*co
s(alfa_o))*(cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
((1-gammap*cos(alfa_i))*(cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o))))*(-
(w/(1+(1+gammap*cos(alfa_o))*(cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
(1-
gammap*cos(alfa_i))*(cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o))))*(1+gammap*cos(alfa_
o))*cos(alfa)/...
(gammap*(cos(beta)*cos(alfa_o)+sin(beta)*sin(alfa_o))))); %(12a)

```

%Forze di trascinarsamento e centrifuga

```

Cv=10;
g=9.81;
V=(4/3)*pi*(rb^3);
Fv=pi*rho_oil*Cv*((db)^2)*((dm*wm)^1.95)/(32*g); %(59b)
Fc=0.5*V*rho*dm*(wm)^2; %(57b)

```

%Componenti forze d'attrito (54a,b e 55c, scorporate dei coefficienti di attrito)

```

nFXi=abs(cos(psi_i))*1.5*Q;
nFXo=abs(cos(psi_o))*1.5*Q;
nFti=abs(sin(psi_i))*1.5*Q;
nFto=abs(sin(psi_o))*1.5*Q;
nMti=abs(cos(psi_i))*rb*1.5*Q;
nMto=abs(cos(psi_o))*rb*1.5*Q;

```

```

m0=[0.01,0.01];
S2=fsolve(@ (m) mu(m,nFti,nFto,nMti,nMto,Fv,Mt),m0);
mui=abs(S2(1));
muo=abs(S2(2));

```

```

qFXi=mui*abs(cos(psi_i))*1.5;
qFXo=muo*abs(cos(psi_o))*1.5;
qFti=mui*abs(sin(psi_i))*1.5;
qFto=muo*abs(sin(psi_o))*1.5;

```

%Valutazione nuove forze

```

Qo=Q/(sin(alfa_o)*cos(alfa)+qFXo*cos(alfa_o)*cos(alfa)+...
qFto*sin(alfa)); %(56)
FXo=qFXo*Qo; %(54a)
Fto=qFto*Qo; %(54b)

```

```

Qi=(Qo*cos(alfa_o)-FXo*sin(alfa_o)-Fc)/...
(cos(alfa_i)+qFXi*sin(alfa_i));

```

```

FXi=qFXi*Qi; %(54a)
Fti=qFti*Qi; %(54b)

```

%Deformazioni elastiche complessive alle zone di contatto su vite/madrevite

```

delta_i=(Qi/ki)^(1/1.5);
delta_o=(Qo/ko)^(1/1.5);

%Valutazione nuovo PSI_I
FXiN=(Qi*sin(alfa_i)-FXo*cos(alfa_o)-Qo*sin(alfa_o))/cos(alfa_i); %(58)
CosPSII=abs(FXiN)/(mui*1.5*Qi);
psi_iN=acos(CosPSII)+pi;
deltaPSI=abs((psi_iN-psi_i)/psi_i);

%Settaggio condizioni iterazione
deltaBETA=1;
betaN=beta;

%% CICLO

%Ciclo esterno
while(deltaBETA>0.001)

    %Aggiornamento beta
    beta=beta+0.0001;

    %---Calcolo velocità angolari
    wm=w/(1+(1+gammap*cos(alfa_o))*(cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
        ((1-gammap*cos(alfa_i))*(cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o))); %(32)
    wR=-wm*(1+gammap*cos(alfa_o))*cos(alfa)/...
        (gammap*(cos(beta)*cos(alfa_o)+sin(beta)*sin(alfa_o))); %(33)
    wt=wR*sin(betap)*cos(beta); %(14a)
    wn=-wR*sin(beta); %(14c)
    wb=-wR*cos(beta)*cos(betap); %(14b)

    %---Calcolo velocità di slittamento
    VYo=(d*wm)+rb*(wb*cos(alfa_o)-wn*sin(alfa_o)); %(35)
    VXo=-rb*wt; %(35)
    psi_o=atan(VYo/VXo)+pi; %(34)
    VYi=d*(wm-w)-rb*((wb-w*cos(alfa))*cos(alfa_i)-wn*sin(alfa_i)); %(36b)
    VXi=rb*(wt-w*sin(alfa)); %(36b)
    psi_i=atan(VYi/VXi)+pi; %(36a)

    %---Risoluzione coefficienti di attrito
    Mt=(-4/15)*((rb)^5)*rho*pi*((sin(alfa)*cos(beta)*sin(betap)-
    cos(beta)*cos(betap)*cos(alfa))*(cos(alfa)*sin(ph)*cos(beta)*sin(betap)-
    sin(beta)*cos(ph)+cos(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+...
        (cos(betap)+sin(betap))*(cos(betap)*cos(alfa)*sin(ph)-
    sin(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+(-sin(beta)*sin(betap)+sin(beta)*cos(betap))*(-
    cos(alfa)*sin(beta)*sin(betap)*sin(ph)-cos(beta)*cos(ph)-
    sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))*w/(1+(1+gammap*cos(alfa_o))*(cos(al
    fa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
        ((1-gammap*cos(alfa_i))*(cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o))))^2+...
        ((cos(betap)+sin(betap))*(cos(betap)*cos(alfa)*sin(ph)-
    sin(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+(-sin(beta)*sin(betap)+sin(beta)*cos(betap))*(-
    cos(alfa)*sin(beta)*sin(betap)*sin(ph)-cos(beta)*cos(ph)-
    sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+...
        (cos(beta)*sin(alfa)+sin(betap)*cos(alfa))*(-
    cos(alfa)*sin(ph)*cos(betap)+sin(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+sin(beta)*cos(beta
    p)*cos(alfa)-
    sin(beta)*sin(betap)*sin(alfa))*(cos(alfa)*cos(ph)*sin(beta)*sin(betap)+cos(ph
    )*cos(beta)+sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))*...
        wR^2+...
        2*((cos(betap)+sin(betap))*(-
    sin(beta)*sin(betap)*cos(alfa)*cos(ph)+cos(beta)*sin(ph)-
    sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*cos(ph))+(-
    sin(beta)*sin(betap)+sin(beta)*cos(betap))*(-

```

```

cos(betap)*cos(alfa)*cos(ph)+sin(alfa)*sin(betap)*cos(ph))* (w/(1+((1+gammap*cos(alfa_o))* (cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
((1-gammap*cos(alfa_i))* (cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o)))))*wR));
%(12a)

%Forze di trascinamento e centrifuga
Cv=10;
g=9.81;
V=(4/3)*pi*(rb^3);
Fv=pi*rho_oil*Cv*((db)^2)*((dm*wm)^1.95)/(32*g); %(59b)
Fc=0.5*V*rho*dm*(wm)^2; %(57b)

%Componenti forze d'attrito (54a,b e 55c, scorporate dei coefficienti di attrito)
nFXi=abs(cos(psi_i))*1.5*Q;
nFXo=abs(cos(psi_o))*1.5*Q;
nFti=abs(sin(psi_i))*1.5*Q;
nFto=abs(sin(psi_o))*1.5*Q;
nMti=abs(cos(psi_i))*rb*1.5*Q;
nMto=abs(cos(psi_o))*rb*1.5*Q;

m0=[0.01,0.01];
S2=fsolve(@(m)mu(m,nFti,nFto,nMti,nMto,Fv,Mt),m0);
mui=abs(S2(1));
muo=abs(S2(2));

qFXi=mui*abs(cos(psi_i))*1.5;
qFXo=muo*abs(cos(psi_o))*1.5;
qFti=mui*abs(sin(psi_i))*1.5;
qFto=muo*abs(sin(psi_o))*1.5;

%---Valutazione nuove forze
Qo=Q/(sin(alfa_o)*cos(alfa)+qFXo*cos(alfa_o)*cos(alfa)+...
qFto*sin(alfa)); %(56)
FXo=qFXo*Qo; %(54a)
Fto=qFto*Qo; %(54b)

Qi=(Qo*cos(alfa_o)-FXo*sin(alfa_o)-Fc)/...
(cos(alfa_i)+qFXi*sin(alfa_i));

FXi=qFXi*Qi; %(54a)
Fti=qFti*Qi; %(54b)

%Deformazioni elastiche compressive alle zone di contatto su vite/madrevite
delta_i=(Qi/ki)^(1/1.5);
delta_o=(Qo/ko)^(1/1.5);

%Valutazione nuovo PSI_I
FXiN=(Qi*sin(alfa_i)-FXo*cos(alfa_o)-Qo*sin(alfa_o))/cos(alfa_i); %(58)
CosPSII=abs(FXiN)/(mui*1.5*Qi);
psi_iN=acos(CosPSII)+pi;
deltaPSI=abs((psi_iN-psi_i)/psi_i);

while (deltaPSI > 0.0001)

%Aggiornamento angoli di contatto
alfa_i=alfa_i-0.000001;
alfa_o=alfa_o+0.000001;

%---Calcolo velocità angolari

```

```

wm=w/(1+((1+gammap*cos(alfa_o))*cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
    ((1-gammap*cos(alfa_i))*cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o)));
% (32)
wR=-wm*(1+gammap*cos(alfa_o))*cos(alfa)/...
    (gammap*cos(beta)*cos(alfa_o)+sin(beta)*sin(alfa_o)); % (33)
wt=wR*sin(betap)*cos(beta); % (14a)
wn=-wR*sin(beta); % (14c)
wb=-wR*cos(beta)*cos(betap); % (14b)

%---Calcolo velocità di slittamento
VYo=(d*wm)+rb*(wb*cos(alfa_o)-wn*sin(alfa_o)); % (35)
VXo=-rb*wt; % (35)
psi_o=atan(VYo/VXo)+pi; % (34)
VYi=d*(wm-w)-rb*((wb-w*cos(alfa))*cos(alfa_i)-wn*sin(alfa_i));
% (36b)
VXi=rb*(wt-w*sin(alfa)); % (36b)
psi_i=atan(VYi/VXi)+pi; % (36a)

%---Risoluzione coefficienti di attrito
Mt=(-4/15)*((rb)^5)*rho*pi*((sin(alfa)*cos(beta)*sin(betap)-
cos(beta)*cos(betap)*cos(alfa))*cos(alfa)*sin(ph)*cos(beta)*sin(betap)-
sin(beta)*cos(ph)+cos(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+...
    (cos(betap)+sin(betap))*cos(betap)*cos(alfa)*sin(ph)-
sin(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+(-sin(beta)*sin(betap)+sin(beta)*cos(betap))*(-
cos(alfa)*sin(beta)*sin(betap)*sin(ph)-cos(beta)*cos(ph)-
sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))*w/(1+((1+gammap*cos(alfa_o))*cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
    ((1-
gammap*cos(alfa_i))*cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o)))^2+...
    ((cos(betap)+sin(betap))*cos(betap)*cos(alfa)*sin(ph)-
sin(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+(-sin(beta)*sin(betap)+sin(beta)*cos(betap))*(-
cos(alfa)*sin(beta)*sin(betap)*sin(ph)-cos(beta)*cos(ph)-
sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+...
    (cos(beta)*sin(alfa)+sin(betap)*cos(alfa))*(-
cos(alfa)*sin(ph)*cos(betap)+sin(betap)*sin(alfa)*sin(ph))+sin(beta)*cos(beta
p)*cos(alfa)-
sin(beta)*sin(betap)*sin(alfa))*cos(alfa)*cos(ph)*sin(beta)*sin(betap)+cos(ph
)*cos(beta)+sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*sin(ph))*(-
(w/(1+((1+gammap*cos(alfa_o))*cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
    ((1-
gammap*cos(alfa_i))*cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o))))*(1+gammap*cos(alfa_
o))*cos(alfa)/...
    (gammap*cos(beta)*cos(alfa_o)+sin(beta)*sin(alfa_o)))^2+...
    2*((cos(betap)+sin(betap))*(-
sin(beta)*sin(betap)*cos(alfa)*cos(ph)+cos(beta)*sin(ph)-
sin(beta)*cos(betap)*sin(alfa)*cos(ph))+(-
sin(beta)*sin(betap)+sin(beta)*cos(betap))*(-
cos(betap)*cos(alfa)*cos(ph)+sin(alfa)*sin(betap)*cos(ph))*w/(1+((1+gammap*co
s(alfa_o))*cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
    ((1-gammap*cos(alfa_i))*cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o))))*(-
(w/(1+((1+gammap*cos(alfa_o))*cos(alfa_i)+tan(beta)*sin(alfa_i)))/...
    ((1-
gammap*cos(alfa_i))*cos(alfa_o)+tan(beta)*sin(alfa_o))))*(1+gammap*cos(alfa_
o))*cos(alfa)/...
    (gammap*cos(beta)*cos(alfa_o)+sin(beta)*sin(alfa_o))))); % (12a)

%Forze di trascinamento e centrifuga
Cv=10;
g=9.81;
V=(4/3)*pi*(rb^3);
Fv=pi*rho_oil*Cv*((db)^2)*((dm*wm)^1.95)/(32*g); % (59b)

```

```

Fc=0.5*V*rho*dm*(wm)^2; %(57b)

%Componenti forze d'attrito (54a,b e 55c, scorporate dei coefficienti
di attrito)
nFXi=abs(cos(psi_i))*1.5*Q;
nFXo=abs(cos(psi_o))*1.5*Q;
nFti=abs(sin(psi_i))*1.5*Q;
nFto=abs(sin(psi_o))*1.5*Q;
nMti=abs(cos(psi_i))*rb*1.5*Q;
nMto=abs(cos(psi_o))*rb*1.5*Q;

m0=[0.01,0.01];
S2=fsolve(@(m)mu(m,nFti,nFto,nMti,nMto,Fv,Mt),m0);
mui=abs(S2(1));
muo=abs(S2(2));

qFXi=mui*abs(cos(psi_i))*1.5;
qFXo=muo*abs(cos(psi_o))*1.5;
qFti=mui*abs(sin(psi_i))*1.5;
qFto=muo*abs(sin(psi_o))*1.5;

% Valutazione nuove forze
Qo=Q/(sin(alfa_o)*cos(alfa)+qFXo*cos(alfa_o)*cos(alfa)+...
qFto*sin(alfa)); %(56)
FXo=qFXo*Qo; %(54a)
Fto=qFto*Qo; %(54b)

Qi=(Qo*cos(alfa_o)-FXo*sin(alfa_o)-Fc)/...
(cos(alfa_i)+qFXi*sin(alfa_i));

FXi=qFXi*Qi; %(54a)
Fti=qFti*Qi; %(54b)

%Deformazioni elastiche compressive alle zone di contatto su
vite/madrevite
delta_i=(Qi/ki)^(1/1.5);
delta_o=(Qo/ko)^(1/1.5);

%Valutazione nuovo PSI_I
FXiN=(Qi*sin(alfa_i)-FXo*cos(alfa_o)-Qo*sin(alfa_o))/cos(alfa_i);
%(58)
CosPSII=abs(FXiN)/(mui*1.5*Qi);
psi_iN=acos(CosPSII)+pi;
deltaPSI=abs((psi_iN-psi_i)/psi_i);

end

%Risoluzione numerica beta
bb=linspace(pi/6,pi/2,100000);

BB=abs(atan((d*(w./(1+(1+gammap*cos(alfa_o))*(cos(alfa_i)+tan(bb)).*sin(alfa_
i)))/...
((1-gammap*cos(alfa_i))*(cos(alfa_o)+tan(bb).*sin(alfa_o))))-w)-...
rb*(((--(w./(1+(1+gammap*cos(alfa_o))*(cos(alfa_i)+tan(bb).*sin(alfa_i)))/...
(1-
gammap*cos(alfa_i))*(cos(alfa_o)+tan(bb).*sin(alfa_o))))*(1+gammap*cos(alfa_o
))*cos(alfa)/...
(gammap*(cos(bb).*cos(alfa_o)+sin(bb).*sin(alfa_o))))*cos(bb).*cos(betap))-
w*cos(alfa))*cos(alfa_i))-...
(--(w./(1+(1+gammap*cos(alfa_o))*(cos(alfa_i)+tan(bb).*sin(alfa_i)))/...

```

```

        ((1-
gammap*cos(alfa_i))*(cos(alfa_o)+tan(bb).*sin(alfa_o))))*(1+gammap*cos(alfa_o
))*cos(alfa)/...

(gammap*(cos(bb)*cos(alfa_o)+sin(bb).*sin(alfa_o)))*sin(bb).*sin(alfa_i))./
(rb*(wt-w*sin(alfa)))+pi-psi_i);

    [minvalue, index_of_min] = min(BB);

    betaN=bb(index_of_min);
    deltaBETA=abs((betaN-beta)/beta);

end

%% SRR e rendimento meccanico

%Slide-Roll Ratio
VBSW=w*[(rm-rb*cos(alfa_i))*cos(alfa) -rb*sin(alfa_i)*sin(alfa) -(rm-
rb*cos(alfa_i))*sin(alfa)];

VBbl=[d*(wm-w)+rm*cos(alfa)*w+rb*(wb*cos(alfa_i)-wn*sin(alfa_i)) , 0 , -
rm*w*sin(alfa)];
%%messo un meno prima di rb , vedi correzioni
VAb1=[d*(wm-w)+rm*cos(alfa)*w+rb*(wb*cos(alfa_o)-wn*sin(alfa_o)), 0 , -
rm*sin(alfa)*w];

VAnt=[-rm*sin(alfa)*w*tan(alfa) , 0 , -rm*sin(alfa)*w];

SA=2*abs(VAb1-VAnt)/abs(VAb1+VAnt);
SB=2*abs(VBSW-VBbl)/abs(VBSW+VBbl);

Min=rm*(Qi*sin(alfa)*sin(alfa_i)+FXi*sin(alfa)*((-
rb/rm)+cos(alfa_i))+cos(alfa)*Fti*(1-rb/rm*cos(alfa_o)));
eta=Fa*p/Z/2/Min;

%% Funzioni

function F = X12(x,A1,A2,c1,c2)
X1=x(1);
X2=x(2);
F(1)=(A1-X1)^2+(A2-X2)^2+c1;
F(2)=X1^2+X2^2+c2;

end

function M = mu(m,nFti,nFto,nMti,nMto,Fv,Mt)
mui=m(1);
muo=m(2);
M(1)=mui*nFti+muo*nFto-Fv;
M(2)=mui*nMti+muo*nMto-Mt;

end

```

2 – Script per il calcolo degli angoli giroscopici e di contatto dai risultati di simulazione

```

%S=sfera - V=vite - M=madrevite
%---Prove

F=[500 1000 1500 2000];
nrpm=[1070 1496 2100 2500];
i=4;%rpm
j=4;%Fa
importfile(sprintf('Risultati%d-%d',F(j),nrpm(i)))

%Parametri modello
db=3.175;
dm=16;
rb=db/2;
rm=dm/2;
gammap = 2*rb/(2*rm);
p=5;
alfae=5.67867*pi/180;
% BETA, BETA'

%Vel. azimutale sfera rispetto a ground
azmd=(zS.*vxS-xS.*vzS)./(xS.^2+zS.^2);

%Angolo di azimut della sfera rispetto al ground
azmS=cumtrapz(t,azmd)+atan2(xS(1),zS(1))+floor(yS(1)/p)*2*pi;%ipotesi:scostame
nto verticale molto piccolo all'interno della pista per via di gioco, in
direzione normale alfiletto (errori di 30micron)

%Angolo di rotazione della vite rispetto al ground
phi=cumtrapz(t,wyV);

%Angolo di azimut della sfera rispetto alla vite
azmSV=(azmS-phi);

figure
plot(t,azmS,t,phi,t,azmSV)
grid on
legend('Az. globale sfera','Az. globale vite','Az. relativo sfera-vite')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Radianti [rad]')

%---Ricostruzione moto relativo della sfera lungo asse vite

%Individuazione tratti ricircolo
pts=findchangepts(yS(1:end-2),'Statistic','linear','MinThreshold',3000);
azmSVnew = azmSV;

%Incremento angolo di azimuth dovuto ad attraversamento ricircolo
%(innalzamento tratti contatto con vite)
for kk = 2:2:length(pts)-1

    azmSVnew(pts(kk):pts(kk+1)) = azmSV(pts(kk):pts(kk+1))+2*pi*2*(kk/2);

end

if mod(length(pts),2)==0

    azmSVnew(pts(kk+2):end) = azmSV(pts(kk+2):end)+2*pi*2*((kk+2)/2);

end

```

```

%Costruzione andamento angolo di azimuth tratti di ricircolo
if mod(length(pts),2)==0

    for kk = 1:2:length(pts)-1

        azmSVnew(pts(kk):pts(kk+1)) = azmSVnew(pts(kk)) + (azmSVnew(pts(kk+1)) -
        azmSVnew(pts(kk))) ./ (pts(kk+1)-pts(kk)) * ([pts(kk):pts(kk+1)]-pts(kk));

    end

    azmSVnew(pts(end):end) = azmSV(pts(end):end)+2*pi*2*((kk+1)/2);

else

    for kk= 1:2:length(pts)-2

        azmSVnew(pts(kk):pts(kk+1)) = azmSVnew(pts(kk)) + (azmSVnew(pts(kk+1)) -
        azmSVnew(pts(kk))) ./ (pts(kk+1)-pts(kk)) * ([pts(kk):pts(kk+1)]-pts(kk));

    end

    azmSVnew(pts(kk+2):end)=azmSVnew(pts(kk+2)) + ((yS(end)/rm/tan(alfae)) -
    azmSVnew(pts(kk+2))) ./ (length(azmSVnew) -
    pts(kk+2)) * ([pts(kk+2):length(azmSVnew)]-pts(kk+2));

end

figure
plot(t,yS,'-b')
hold on
plot(t,azmSVnew*rm*tan(alfae))
plot(t(pts),yS(pts),'rx')
legend('Pos. simulata','Pos. ricostruita','Limiti tratti ricirc.')
grid on
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Posizione lungo asse vite [mm]')

%---Calcolo velocità angolari di spin
% MATRICI DI TRASFORMAZIONE

%T4 fa passare da globale a solidale con vite (con z=asse vite)
T4=@(phi)[cos(phi), sin(phi),0;...
-sin(phi), cos(phi), 0;...
0,0,1];

%T5 fa passare da solidale con vite a tnb
T5=@(azmSVnew)[-cos(alfae)*sin(azmSVnew), cos(alfae)*cos(azmSVnew),
sin(alfae);...
-cos(azmSVnew), -sin(azmSVnew), 0;...
sin(alfae)*sin(azmSVnew), -sin(alfae)*cos(azmSVnew), cos(alfae)];

%Il sistema di riferimento globale del modello presenta l'asse vite
%coincidente con l'asse y; è necessario cioè effettuare una riassegnazione
%delle componenti per coerenza con il sistema di riferimento usato per la
%costruzione delle matrici: wxS->lungo y; wyS->lungo Z, wzS->lungo x

%Spostamenti sfera rispetto a sistema di rif. solidale con vite
for k=1:length(t)

    xyz(:,k)=T4(phi(k))*[zS(k);xS(k);yS(k)];

```

```

end

%Vel. angolari sfera rispetto a sistema di rif. solidale con vite
for k=1:length(t)

    Wxyz(:,k)=T4(phi(k))*[wzS(k);wxS(k);wyS(k)];

end

%Vel. angolari sfera rispetto a sistema di rif. Frenet
for k=1:length(t)

    Wtnb(:,k)=T5(azmSVnew(k))*Wxyz(:,k);

end

nelem=500;

figure
subplot(2,1,1)
plot(t,movmean(wyV,nelem),t,movmean(azmd,nelem),t,movmean(azmd,nelem)-
movmean(wyV,nelem))
title('Vel. angolari azimutali s. di r. globale')
grid on
legend('Vite glob.','Sfera glob.','Sfera relativ.','Location','best')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Vel. angolare [rad/s]')

subplot(2,1,2)
plot(t,movmean(Wtnb(1,:),nelem),...
t,movmean(Wtnb(2,:),nelem),...
t,movmean(Wtnb(3,:),nelem))
title('Velocità angolari di spin della sfera')
grid on
legend('wt','wn','wb','Location','best')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Vel. angolare [rad/s]')

figure
plot(t,BETA,t,azmSVnew*rm*tan(alfae))
grid on

%---Calcolo delle velocità angolari

WT=(Wtnb(1,:));
WN=(Wtnb(2,:));
WB=(Wtnb(3,:));
WR=- (WT.^2+WN.^2+WB.^2).^0.5;
WM=azmd-wyV;
a=WN'./WR';
BETA=asin(-a);
BETAP=asin(WT/(WR*cos(BETA)));

e1=floor((0.385/0.5)*250001)
e2=floor((0.395/0.5)*250001)

wt=mean(Wtnb(1,e1:e2))
wn=mean(Wtnb(2,e1:e2))
wb=mean(Wtnb(3,e1:e2))
wR=sqrt(wt^2+wn^2+wb^2)
wm=mean(WM(e1:e2))

```

```

%Angoli giroscopici
beta=asin(wn/wR)
betap=-asin(wt/wR*cos(beta))

%---Calcolo degli angoli di contatto

H=0.0629;
L=0.0505;

RFO=[xyz(1,:);xyz(2,:);xyz(3,:)];

RBO=rm*[cos(azmSVnew),sin(azmSVnew),(yS+0.01)/rm]'; %posizione centro
sist. rif. di Frenet nel sistema di riferimento rotante

RFB=(RFO-RBO);%distanza centro sfera rispetto centro sist. Frenet

figure
subplot(3,1,1)
plot(t,RFO(1,:),t,RBO(1,:))
title('Coordinata x di sfera e centro s. mobile')
grid on
legend('R_{FO}','R_{BO}','Location','best')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Posizione [mm]')

subplot(3,1,2)
plot(t,RFO(2,:),t,RBO(2,:))
title('Coordinata y di sfera e centro s. mobile')
grid on
legend('R_{FO}','R_{BO}','Location','best')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Posizione [mm]')

subplot(3,1,3)
plot(t,RFO(3,:),t,RBO(3,:))
title('Coordinate z di sfera e centro s. mobile')
grid on
legend('R_{FO}','R_{BO}','Location','best')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Posizione [mm]')

for k=1:length(t)

    RFBfr(:,k)=T5(azmSVnew(k))*[RFB(1,k);RFB(2,k);RFB(3,k)];%posizione
centro sfera in Frenet

end

figure
subplot(2,1,1)

plot(t,movmean(RFBfr(1,:),500),t,movmean(RFBfr(2,:),500),t,movmean(RFBfr(3,:),
500))
title('Componenti del vettore R_{FB}')
grid on
legend('t','n','b','Location','best')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Posizione [mm]')

subplot(2,1,2)

```

```

plot(t,movmean(RFBfr(1,:),500),t,movmean(RFBfr(2,:),500),t,movmean(RFBfr(3,:),
500))
grid on
legend('t','n','b','Location','best')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Posizione [mm]')

%
for i=1:length(RFBfr)
    if(RFBfr(3,i)>0)
        RFCS(:,i)=RFBfr(:,i)-[0,-H,-L]';
    else
        RFCS(:,i)=RFBfr(:,i)-[0,-H,L]';
    end
end

alfai=atan2(-RFCS(3,:),RFCS(2,:));

for i=1:length(RFBfr)
    if(RFBfr(3,i)>0)
        RFCM(:,i)=RFBfr(:,i)-[0,L,H]';
    else
        RFCM(:,i)=RFBfr(:,i)-[0,L,-H]';
    end
end

alfao=atan2(RFCM(3,:),-RFCM(2,:));

figure
subplot(2,1,1)
plot(t,RFCS(1,:),t,RFCS(2,:),t,RFCS(3,:))
title('Componenti R_{C1,2-S}')
grid on
legend('t','n','b')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Posizione [mm]')

subplot(2,1,2)
plot(t,RFCM(1,:),t,RFCM(2,:),t,RFCM(3,:))
title('Componenti R_{C1,2-M}')
grid on
legend('t','n','b')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Posizione [mm]')

figure
subplot(2,1,1)
plot(t,movmean(alfai*180/pi,1500),t,movmean(alfao*180/pi,1500))
grid on
title('Angoli di contatto da simulazione')
legend('\alpha_{i}','\alpha_{o}','Location','best')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Angolo di contatto [°]')

subplot(2,1,2)
plot(t,movmean(alfai*180/pi,1500),t,movmean(alfao*180/pi,1500))
grid on
legend('\alpha_{i}','\alpha_{o}','Location','best')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Angolo di contatto [°]')

```

```
RClsB=[0,-H,+L]';%posizione centro di curvatura arco di cont. vite nel
sistema di rif. di Frenet
RFCls=RFBfr-RClsB;%posizione centro di curv. pista vite rispetto a punto
di contatto
alfa=atan2(RFCls(3,:),RFCls(2,:));
```

```
%% Funzione import
```

```
function importfile(fileToRead1)

newData1 = load('-mat', fileToRead1);
vars = fieldnames(newData1);

for i = 1:length(vars)
    assignin('base', vars{i}, newData1.(vars{i}));
end
end
```

3 – Script per l'analisi dell'influenza di FT e per l'analisi in frequenza del segnale di accelerazione della madre vite

```

%Deviazione standard usando come valor medio FT=180000
%%
for k=1:length(FT)-1

    diffq=((XS(k,:) - XS(5,:)).^2)';
    sommatoria=sum(diffq);
    sigma(k)=sqrt(sommatoria/length(t));

end

figure
plot(FT(1:end-1),sigma,'o-')
grid on
title('Scarti quadratici medi andamenti posizione sfera')
xlabel('Faceting Tolerance')
ylabel('\sigma')

%% Analisi spettrale

AYM=[ay3000 ay18000 ay36000 ay90000 ay180000];

figure
plot(t,AYM(:,1),t,AYM(:,5))
grid on
title('Accelerazioni madre vite lungo asse vite')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Acc. madre vite [mm/s^2]')
xlim([0.1 0.45])
legend('FT=3000','FT=180000')

figure
for i=1:length(FT)

    X=AYM(125000:250000,i);
    if mod(length(X),2)~=0
        X=X(1:end-1);
    end
    Fs=500000;           % Sampling frequency
    T=1/Fs;             % Sampling period
    L=length(X);       % Length of signal
    t=(0:L-1)*T;       % Time vector

    Y = fft(X);

    P2 = abs(Y/L);
    P1 = P2(1:L/2+1);
    P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);

    f = Fs*(0:(L/2))/L;

    subplot(2,1,1)
    plot(f,P1)
    grid on
    title('Spettro di ampiezza segnale acc. madre vite')
    xlabel('Frequenza [Hz]')
    ylabel('Ampiezza')
    xlim([0 50000])
    hold on

```

```

legend(sprintf('FT=%d',FT(1)),sprintf('FT=%d',FT(2)),sprintf('FT=%d',FT(3)),sp
rintf('FT=%d',FT(4)),sprintf('FT=%d',FT(5)), 'Location', 'best')

    subplot(2,1,2)
    plot(f,P1)
    grid on
    xlabel('Frequenza [Hz]')
    ylabel('Ampiezza')
    xlim([0 1000])
    hold on

legend(sprintf('FT=%d',FT(1)),sprintf('FT=%d',FT(2)),sprintf('FT=%d',FT(3)),sp
rintf('FT=%d',FT(4)),sprintf('FT=%d',FT(5)), 'Location', 'best')

end

%% Influenza sulla durata delle simulazioni di forza esterna e vel.rot. vite
(FT 180000)

F=[500 1000 1500 2000];
nrpm=[1070 1496 2100 2500];

t500=[3959.13 3809.28 5312.72 7708.71];
t1000=[5423.64 5082.36 7133.11 8590.93];
t1500=[8580.79 6065.26 7823.40 9222.05];
t2000=[15411.39 7955.32 9193.36 10425.3];

figure
plot(nrpm,t500./60,'o-',nrpm,t1000./60,'d-',nrpm,t1500./60,'^-'
',nrpm,t2000./60,'s-')
grid on
title('Tempo di completamento della simulazione al variare di F est. e w
vite')
xlabel('Vel. rotazione vite [rpm]')
ylabel('Durata simulazione [min]')
legend(sprintf('F=%d',F(1)),sprintf('F=%d',F(2)),sprintf('F=%d',F(3)),sprintf(
'F=%d',F(4)))

```

4 – Script per l'analisi della BPF

```

%---Parametri modello

ae=5.67867*pi/180;
db=3.172;
dm=16;
rb=db/2;
rm=dm/2;
gamma_p = 2*rb/(2*rm);
d = rm/cos(ae);

w = 1070*2*pi/60;
alfa_o = 43.18956*pi/180;
alfa_i = 46.76482*pi/180;
beta = 40.63417*pi/180;

%---Velocità angolare di rivoluzione della sfera
wm = w./(1+((1+gamma_p.*cos(alfa_o)).*(cos(alfa_i)+tan(beta).*sin(alfa_i)))./
...
    ((1-gamma_p.*cos(alfa_o)).*(cos(alfa_o)+tan(beta).*sin(alfa_o))));

Nsflgiro = 1.75*pi*rm/(2*rb*cos(ae)); % Sovrastima

BPFfreq = wm/2/pi*Nsflgiro; %[Hz]

% BPF secondo "Ball screw preload loss detection using ball pass frequency"

syms PHI
assume(PHI>0)
eq = 2*rb - rm*sqrt(2*(1-cos(PHI))+(PHI.*tan(ae)).^2) == 0;
phi = double(vpasolve(eq,PHI, 2*pi/Nsflgiro));
clear PHI eq

BPFfreq2 = wm/phi; %[Hz]

fprintf('Ball passing frequency: %.2f [Hz]\n',BPFfreq2)

%---FFT accelerazioni

X=ayw2500(125000:250000);

if mod(length(X),2)~=0
    X=X(1:end-1);
end

Fs=500000;           % Sampling frequency
T=1/Fs;             % Sampling period
L=length(X);       % Length of signal
t=(0:L-1)*T;       % Time vector

Y = fft(X);

P2 = abs(Y/L);
P1 = P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);

f = Fs*(0:(L/2))/L;

figure
plot(f,P1)

```

```
title('Componenti di frequenza del segnale di acc. della madre vite  
(\omega=2500 rpm)')  
xline(282.25,'r--')  
xline(282.25*2,'r--')  
xline(282.25*3,'r--')  
  
grid on  
xlabel('Frequenza [Hz]')  
ylabel('Ampiezza')  
xlim([0 1000])  
hold on
```