

POLITECNICO DI TORINO

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE



Tesi di Laurea Magistrale

Ground, Taxi and Flight Vibration Test of full-composite Very Light Aircraft

Relatori:

Prof. Alfonso Pagani
Prof. Erasmo Carrera
Dott. Rodolfo Azzara

Candidato:

Riccardo Liaci

Anno Accademico 2019-2020

*A mamma, papà, Andrea e Giulia,
semplicemente per tutto.*

*A zia Anna,
per non dimenticarla mai.*

INDICE

1	TEORIA ALLA BASE DEI SISTEMI DINAMICI	9
1.1	I modelli dinamici	9
1.2	Analisi dinamica sistemi a un grado di libertà	10
1.2.1	Soluzione sistemi 1 DOF con trasformata di Laplace	
1.2.2	Soluzione sistemi 1 DOF con trasformata di Fourier	
1.2.3	Confronto tra metodi delle trasformate di Laplace e di Fourier	
1.2.4	Trasformata di Fourier di un segnale campionato	
1.3	Analisi dinamica sistemi a N gradi di libertà	19
1.3.1	Richiami sull'analisi dinamica dei sistemi discreti a più gradi di libertà	
2	L'ANALISI MODALE, LE TECNICHE DI STIMA E GLI EQUIPAGGIAMENTI	25
2.1	Experimental Modal Analysis, EMA	25
2.1.1	Teoria alla base dell'EMA	
2.1.2	Esecuzione Tipica di un Experimental Modal Analysis	
2.1.3	Strumentazione per l'esecuzione di un EMA	
2.2	Operational Modal Analysis, OMA	33
2.2.1	Teoria alla base dell'OMA	
2.2.2	Tecniche di stima nel dominio della frequenza e nel dominio del tempo	
2.3	Operational Modal Analysis in presence of exogenous inputs, OMAX	44
3	METODI DI TESTING: GVT, TVT AND FVT	47
3.1	Ground Vibration Test, GVT	47
3.1.1	Perché condurre un GVT?	
3.2	Taxi Vibration Test, TVT	48
3.2.1	Teoria alla base del metodo TVT	
3.3	Flight Vibration Test, FVT	51
4	TEST AIRCRAFT, NORMATIVA E CAMPAGNE DI PROVA GVT, TVT E FVT	55
4.1	Test aircraft	55
4.2	Airworthiness requirements	56
4.3	Test Arrangement	59
4.3.1	Strumentazione di prova	
4.3.2	Software per registrazione, stima e validazione del modello modale	
4.4	Ground Vibration Tests	62
4.4.1	Ground Vibration Test sull'ala	
4.4.2	Ground Vibration Test sull'intero velivolo	
4.5	Risultati Ground Vibration Test	69
4.5.1	Risultati relativi all'ala	
4.5.2	Risultati relativi all'intero velivolo sospeso	
4.6	Taxi Vibration Test	76

4.7	Flight Vibration Test	77
5	FLUTTER CLEARANCE	79
5.1	Generalità sul flutter	79
5.1.1	Principali metodi per analisi del flutter	
5.2	Analisi aeroelastica con MSC Nastran	81
5.2.1	Teoria aerodinamica Doublet Lattice Method, DLM	
5.2.2	Interpolazione dei grid strutturali e grid aerodinamici	
5.2.3	Metodi per lo studio del flutter	
5.3	Programmazione DMAP e soluzione del flutter	86
5.3.1	Risultati con codice DMAP per ala isolata	
5.3.2	Risultati codice DMAP per velivolo intero	
5.4	Studio del flutter con uso di MPC	101
5.4.1	Risultati nuovo codice per ala isolata	
5.4.2	Risultati nuovo codice per velivolo completo	
6	CONCLUSIONI	119
A	APPENDICE	124
B	APPENDICE	138

SOMMARIO

Il lavoro di tesi è inserito all'interno di un progetto, che coinvolge il Politecnico di Torino, le aziende CFM Air ed Embraer SA, volto all'esecuzione, per via sperimentale, di test aeroelastici atti alla certificazione di velivoli ultraleggeri.

Si vogliono presentare, prima in maniera generale e poi per lo specifico caso trattato, le principali tecniche di test utilizzate per la certificazione del velivolo Dardo, un'ultraleggero full - composite progettato e prodotto da CFM Air. A tal proposito vengono analizzate le normative a cui fa riferimento l'iter di certificazione di un *Very Light Aircraft* (VLA) e, di seguito, vengono approfondite le tecniche impiegate e le tecnologie di cui oggi si dispone per lo svolgimento dei test. Il presente elaborato mostra inizialmente una trattazione prettamente teorica riguardante la dinamica dei sistemi e come questi vengono tradotti per poter essere studiati dal punto di vista fisico-matematico. Il principale argomento teorico è l'*Analisi Modale Sperimentale* di cui sono ampiamente presentate le tecniche investigative volte alla stima del comportamento dinamico delle strutture aeronautiche coinvolte. I test che si sono eseguiti durante la fase sperimentale, sono stati svolti a terra, mediante l'esecuzione dei *Ground Vibration Tests*, GVT, e dei *Taxi Vibration Test*, TVT, ed in volo con i *Flight Vibration Tests*, FVT. Le prove hanno permesso di ottenere, per via sperimentale tramite tecniche di *Experimental Modal Analysis*, EMA, e *Operational Modal Analysis*, OMA, i parametri modali, cioè le frequenze proprie, le forme modali e i rapporti di smorzamento, relativi alla struttura alare e di coda del velivolo Dardo.

A seguire questa prima parte relativamente pratica, viene condotta la *Flutter Analysis* con il software Femap, per le fasi di *pre* e *post processing*, e con MSC Nastran per la fase di *processing*. Aspetto principe di questa analisi è stato lo studio di un codice MSC Nastran che ha ispirato la scrittura del nuovo codice effettivamente utilizzato in questo lavoro di tesi. La modifica del codice è stata eseguita andando a inserire in maniera forzata i risultati ottenuti a valle dei GVT in termini di frequenza e massa generalizzata. Infine, i risultati sono stati confrontati con quelli ottenuti con un precedente codice DMAP, *Direct Matrix Abstraction Program*, per poterne accertare l'attendibilità.

1

TEORIA ALLA BASE DEI SISTEMI DINAMICI

In questo capitolo vengono presentati i concetti che sono alla base dello studio dei *sistemi dinamici* a uno o a più gradi di libertà. Queste nozioni sono alla base per il successivo step che riguarderà gli aspetti teorici dell'*Analisi Modale Sperimentale*. Si presentano le caratteristiche dei sistemi dinamici e la loro risoluzione classica. Vengono introdotti i concetti di Trasformata di Laplace e di Fourier e si evidenziano le loro applicazioni nel campo sperimentale. In particolare, vengono descritti i concetti basilari del campionamento di un segnale e viene introdotta la *Funzione di Risposta in Frequenza* che è alla base dell'analisi modale.

1.1 I MODELLI DINAMICI

L'identificazione di una struttura avviene generalmente dalla conoscenza delle sue caratteristiche spaziali come la distribuzione delle masse, la conoscenza dei legami costitutivi dei materiali, la geometria e le condizioni di vincolo. Tutti questi fattori consentono di determinare il comportamento statico e dinamico della struttura sotto determinate azioni esterne e spostamenti imposti. *L'identificazione dinamica* della struttura non avviene però solamente in questo modo, infatti tale procedura è basata sul cosiddetto *modello spaziale* che permette di ricercare la soluzione del problema strutturale note le matrici del sistema discretizzato, con N gradi di libertà. Tale procedimento richiede la determinazione delle matrici di massa $[M]$, rigidità $[K]$ e smorzamento $[C]$. L'equazione di equilibrio dinamico, per un generico sistema, può essere scritta nel seguente modo:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 e^{i\omega t} \quad (1.1)$$

Generalmente, scrivendo l'equazione omogenea associata, è possibile impostare un problema agli autovalori e agli autovettori ed identificare così le N frequenze proprie, le N forme modali e gli smorzamenti del sistema. Tutti questi concetti verranno di seguito approfonditi in maniera più esaustiva. Una volta determinati questi, si definisce il *modello modale* che identifica il comportamento della struttura dal punto di vista dinamico. Si può anche derivare il *modello di risposta* che determina il comportamento dinamico della struttura, cioè la risposta dinamica in funzione degli spostamenti per unità di forzante esterna, nel dominio delle frequenze. Si ottiene così la *funzione di risposta in frequenza*, FRF, che si indica con $h_{ij}(\omega)$ in una matrice H_{ij} di dimensioni $N \times N$. Ciascun elemento della matrice H_{ij} si può intendere come la risposta di una massa i -esima che oscilla a seguito di una forzante che agisce su una massa j -esima. Il processo che è stato in grandi linee presentato è quello che tipicamente viene seguito per la risoluzione di un

generico problema di dinamica delle strutture, tuttavia può essere seguito a ritroso attuando l'identificazione dinamica.

L'identificazione dinamica è la derivazione del modello modale a partire dal modello di risposta. Essa è una pratica che ormai è sempre più utilizzata poiché favorita dallo sviluppo di tecniche sempre più prestanti di elaborazione dei segnali digitali. In pratica, l'identificazione modale consiste nel determinare le frequenze proprie, le forme modali e gli smorzamenti di una struttura che viene eccitata da una forzante, nota a priori o meno, a partire da una risposta dinamica misurata con sensori quali accelerometri e/o trasduttori. Il passaggio dal modello modale a quello spaziale permette di determinare le matrici [M], [C] e [K] che compongono l'equazione di equilibrio del problema.

Si ripota la correlazione che intercorre tra le varie tipologie di modelli dinamici sopra presentati nel semplice caso di smorzamento nullo.

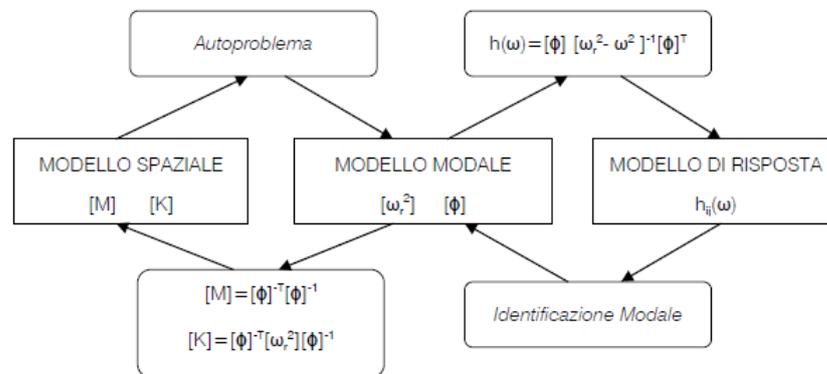


Figura 1: Modelli dinamici e loro correlazioni

1.2 ANALISI DINAMICA SISTEMI A UN GRADO DI LIBERTÀ

Prendendo in considerazione un semplice sistema a un grado di libertà, nella sua configurazione *Massa - Molla - Smorzatore*, ci si occupa di presentare le caratteristiche che sono alla base del modello matematico del sistema *Single Degree Of Freedom*, SDOF, che, come si vedrà, sarà esteso anche al sistema a più gradi di libertà. Un generico sistema SDOF può essere semplicemente rappresentato dalla figura 2 in cui la rigidità è indicata con k, la massa è indicata con m, lo smorzatore viscoso è indicato con c e la forzante esterna, di natura armonica, con F(t).

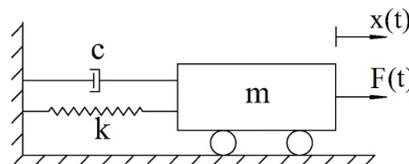


Figura 2: Sistema Single Degree Of Freedom

Si precisa che viene scelta una forzante armonica perché è la tipologia di eccitazione più semplice e più diffusa in natura e perché qualsiasi altra

forzante, sia periodica che transitoria, può essere ricondotta ad una forzante armonica grazie alla serie di Fourier.

Il comportamento del sistema può essere scritto con una *formulazione lagrangiana* o seguendo la seconda legge della dinamica, *la legge di Newton*. Nel primo caso, utilizzando *l'equazione di Lagrange*, si scrivono i termini energetici dell'energia cinetica E_c , dell'energia potenziale elastica E_p , dell'energia dissipata Δ e del lavoro delle forze esterne L_e . Le espressioni di ogni singolo contributo energetico sono le seguenti:

$$E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad (1.2)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \quad (1.3)$$

$$\Delta = \frac{1}{2}c\dot{x}^2 \quad (1.4)$$

$$L_e = Fx \quad (1.5)$$

L'equazione di Lagrange è la seguente formula:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dE_c}{d\dot{x}} \right) + \frac{dE_p}{dx} + \frac{d\Delta}{d\dot{x}} = \frac{dF}{dx} \quad (1.6)$$

a cui, andando a sostituire i contributi 1.2,1.3,1.4 e 1.5 si ottiene l'equazione del moto del sistema.

Nel secondo caso, utilizzando *la legge di Newton*, il sistema è regolato dalla seguente equazione del moto:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (1.7)$$

Dividendo entrambi i membri per la massa m si ottiene un'espressione analoga alla precedente:

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = a(t) \quad (1.8)$$

Si sono introdotti i seguenti coefficienti: la pulsazione propria ω_n e il fattore di smorzamento ζ che sono rispettivamente:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.9)$$

$$\zeta = \frac{c}{c_{\text{critico}}} = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (1.10)$$

Si ricordi che l'accelerazione $a(t)$ è pari al rapporto $F(t)/m$.

A questo punto si deve imporre il soddisfacimento delle condizioni iniziali che sono le seguenti:

$$x(t=0) = x_0 \quad (1.11)$$

$$\dot{x}(t=0) = \dot{x}_0 \quad (1.12)$$

Un primo modo per risolvere il problema consiste nel riconoscere che l'equazione di moto $x(t)$ si può scrivere nel seguente modo:

$$x(t) = x_f(t) + x_p(t) \quad (1.13)$$

ovvero come somma dell'integrale dell'equazione omogenea associata $x_f(t)$ e dell'integrale particolare dell'equazione completa $x_p(t)$. Non ci si vuole soffermare ancora sull'analisi della soluzione esatta.

1.2.1 Soluzione sistemi 1 DOF con trasformata di Laplace

Un altro metodo per ricercare la soluzione dell'equazione di moto di un sistema a un grado di libertà è rappresentato dal *metodo della trasformata di Laplace*. Tale metodo trasforma l'equazione differenziale del moto del sistema a un grado di libertà:

$$L[\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t)] = L\left[\frac{F(t)}{m}\right] = L[a(t)] \quad (1.14)$$

in equazione algebrica nell'incognita $U(s) = L[x(t)]$ che può essere determinata nel modo seguente:

$$U(s) = H(s)F(s) + m[x_0sH(s) + (\dot{x}_0 + 2\zeta\omega_nx_0)H(s)] \quad (1.15)$$

con $H(s)$ pari a:

$$H(s) = \frac{1}{m(s^2 + 2\zeta\omega_ns + \omega_n^2)} \quad (1.16)$$

La funzione incognita iniziale $x(t)$ può essere ottenuta per antitrasformazione:

$$x(t) = \int_0^t F(\tau)h(t-\tau)d\tau + m[x_0(\dot{h}(t) + h_0) + (\dot{x}_0 + 2\zeta\omega_nx_0)h(t)] \quad (1.17)$$

Tale soluzione coincide con quella trovata con il metodo analitico ma Laplace permette di scriverla direttamente, senza passaggi e sostituzioni. Analizzando i termini che sono contenuti nell'espressione 1.17 si identificano:

- la prima parte della soluzione è l'*integrale di Duhamel*, convoluzione del tempo tra forzante e funzione di risposta all'impulso unitario, che rappresenta la soluzione nel caso di condizioni iniziali omogenee;
- la seconda parte, che viene sommata alla precedente, contiene h e x_0 che sono le condizioni iniziali e pertanto se queste sono omogenee si ottiene come soluzione solo l'integrale di Duhamel. Diversamente, nel caso di condizioni iniziali non omogenee, si avrà anche questo secondo contributo. Nonostante ciò si può dimostrare che la seconda parte tende sempre a zero grazie alla presenza dello smorzamento, anche in condizioni iniziali non omogenee.

La *funzione di risposta all'impulso unitario* è indicata con $h(t)$, si ricava antitrasformando $H(s)$, e assume vari valori a seconda del valore dello smorzamento ζ :

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{m} e^{-\lambda t} \frac{\sin(\omega_d t)}{\omega_d} & \text{se } 0 \leq \zeta < 1 \\ \frac{1}{m} e^{-\lambda t} t & \text{se } \zeta = 1 \\ \frac{1}{m} e^{-\lambda t} \frac{\sinh(\omega_d t)}{\omega_d} & \text{se } \zeta > 1 \end{cases} \quad (1.18)$$

La principale proprietà della funzione di risposta all'impulso unitario è la seguente:

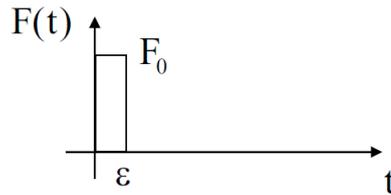


Figura 3: Andamento funzione di risposta all'impulso unitario

il cui valore dell'integrale si calcola nel seguente modo:

$$I = \lim_{\epsilon \rightarrow 0, F_0 \rightarrow \infty} \int_0^\epsilon F(t) dt \quad (1.19)$$

Qualora l'integrale I assuma un valore unitario, allora si verifica la condizione: $u(t) = h(t)$.

A questo punto si può dire che se si desidera usare il metodo della trasformata di Laplace si deve valutare prima lo smorzamento ζ , e di conseguenza, si valuterà quale $h(t)$ scegliere. Inserendo questi valori nell'integrale è possibile risolverlo con non poca difficoltà. Questo motivo è l'elevato tempo di calcolo richiesto per la risoluzione dell'integrale, identificano la pecca principale del metodo della trasformata di Laplace e ne rappresentano il motivo principale per cui questo metodo viene utilizzato di rado. Si conclude ricordando che il metodo delle trasformate di Laplace permette di risolvere qualsiasi sistema a un grado di libertà, con qualunque tipo di forzante e con qualunque tipo di condizioni iniziali.

1.2.2 Soluzione sistemi 1 DOF con trasformata di Fourier

In campo sperimentale i risultati che si ottengono con il metodo delle trasformate di Laplace non permettono di identificare in modo efficiente, rapido e con buona approssimazione, il fenomeno che si sta esaminando. Nasce così la necessità di un metodo più pratico che è stata adempiuta dal *metodo delle trasformate di Fourier*.

Il metodo più utilizzato per la risoluzione dell'equazione differenziale del moto del sistema a un grado di libertà è quindi il metodo che utilizza la trasformata di Fourier, $F(\omega)$. Come si può notare la variabile indipendente è cambiata, infatti, a differenza del caso della trasformata di Laplace in cui si lavora nel dominio del tempo, ora è impiegato il più comodo dominio delle frequenze.

Considerando una funzione $f(t)$, si può definire la trasformata di Fourier della funzione nel seguente modo:

$$T[f(t)] = F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1.20)$$

ed è possibile anche definire la sua antitrasformata:

$$f(t) = T^{-1}[F(\omega)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (1.21)$$

Si nota subito che la trasformata di Fourier è pari alla trasformata di Laplace nel caso in cui la variabile s sia puramente immaginaria, cioè $s = i\omega$. Si riportano, commentandole brevemente, le principali proprietà di cui gode la trasformata di Fourier al fine di poter apprezzare al meglio le sue potenzialità.

- Linearità: se si applicasse una trasformazione di Fourier ad una combinazione lineare di funzioni nel tempo, si otterrebbero le trasformate delle funzioni moltiplicate per una costante:

$$T[af(t) + bg(t)] = aT[f(t)] + bT[g(t)] = aF(\omega) + bF(\omega) \quad (1.22)$$

- Derivazione:

$$T\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = (i\omega)^n T[f(t)] = (i\omega)^n F(\omega) \quad (1.23)$$

questa regola scritta così vale solo se $f(t)$ e le sue prime $n - 1$ derivate tendono asintoticamente a zero per $t \rightarrow \infty$. Si deduce quindi che se si hanno $x(t)$ e $\dot{x}(t)$ che non tendono a zero per un certo intervallo di tempo, non si può utilizzare la presente proprietà di derivazione. Quindi, se in ambito sperimentale si lavora con carichi costanti nel tempo non si può usare il metodo della trasformata di Fourier; se invece si lavora con carichi impulsivi e con uno smorzamento che fa andare a zero la risposta del sistema, allora si può ricorrere alla trasformata di Fourier. Ecco dimostrato perché non si può utilizzare il metodo della trasformata di Fourier per carichi applicati costantemente per un tempo molto lungo.

- Convoluzione: se si hanno tre funzioni $f(t)$, $g(t)$, $h(t)$, si dice che $g(t)$ è la convoluzione nel tempo di $f(t)$ e di $h(t)$ scrivendo nel seguente modo:

$$g(t) = \int_0^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (1.24)$$

Si capisce che se $g(t)$ è una convoluzione nel tempo di $h(t)$ e $f(t)$, grazie al funzionamento della trasformata di Fourier si ha un prodotto tra funzioni dipendenti dalla frequenza.

$$T[g(t)] = T[f(t)]T[h(t)] \rightarrow G(\omega) = F(\omega)H(\omega) \quad (1.25)$$

Applicando la trasformata di Fourier al primo e al secondo membro dell'equazione differenziale del moto del sistema a un grado di libertà:

$$\mathcal{T} [\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t)] = \mathcal{T} \left[\frac{F(t)}{m} \right] \quad (1.26)$$

si ottiene la trasformata di Fourier di una combinazione di funzioni:

$$(i\omega)^2U(\omega) + 2\zeta\omega_n(i\omega)U(\omega) + \omega_n^2U(\omega) = \frac{F(\omega)}{m} \quad (1.27)$$

Si può scrivere la *Funzione di Risposta in Frequenza*, FRF, nel seguente modo:

$$H(\omega) = \frac{1}{m(-\omega^2 + 2j\zeta\omega\omega_n + \omega_n^2)} \quad (1.28)$$

Nelle applicazioni sperimentali si è detto che è preferibile utilizzare il dominio delle frequenze per poter meglio maneggiare i termini coinvolti nell'equazione di moto ma in realtà, a termine di questo processo, è interessante andare a valutare la risposta $x(t)$ e non $U(\omega)$, pertanto si fa ricorso all'antitrasformata di Fourier:

$$x(t) = \mathcal{T}^{-1} [U(\omega)] = \mathcal{T}^{-1} [H(\omega)F(\omega)] = \int_0^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (1.29)$$

Occorre a questo punto fare delle considerazioni riguardanti l'applicazione della trasformata di Fourier. Confrontando la soluzione finale ottenuta tramite Duhamel con quella ottenuta usando Fourier, si osserva che è assente il contributo che invece è presente in Laplace sottoforma di termine aggiuntivo. Questo, insieme alla necessità di avere $x(t)$ e $\dot{x}(t)$ che tendono a zero, rappresenta un limite nell'applicazione della trasformata di Fourier. Quindi, riassumendo, si può affermare che Fourier si può applicare solo nel caso in cui le condizioni iniziali sono omogenee e se lo spostamento e la velocità tendono a zero nell'intervallo di tempo entro cui si vuole esaminare il fenomeno. Nonostante tali limitazioni, il ricco contributo che la trasformata di Fourier apporta allo studio dei fenomeni dinamici è quello di mostrare in maniera sintetica e immediata come si comporta un sistema nel dominio delle frequenze. Utilizzando Laplace si sarebbero ottenuti dei risultati che ingegneristicamente sarebbero stati poco utili, in aggiunta, con un costo computazionale, in termini di memoria e tempi di calcolo, superiore.

1.2.3 Confronto tra metodi delle trasformate di Laplace e di Fourier

Mediante un semplice esempio qualitativo si vuole giustificare che la preferenza ad utilizzare la trasformata di Fourier (limitata e con risposta nel dominio delle frequenze) piuttosto che la trasformata di Laplace (di validità generale ma con risposta nel dominio del tempo). Supponendo di avere un sistema *Massa - Molla - Smorzatore*, soggetto ad una forzante esterna sinusoidale, si vuole realizzare una rappresentazione grafica relativa all'andamento della forzante nel dominio del tempo e delle frequenze al variare della frequenza di vibrazione.

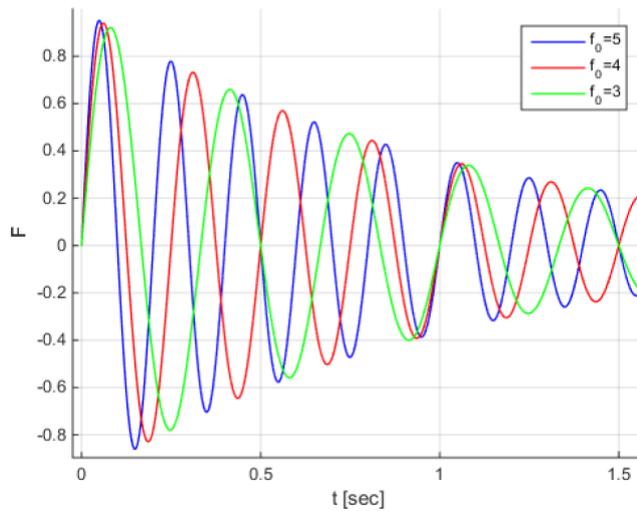


Figura 4: Andamento di una forzante nel dominio del tempo, al variare della frequenza

Dalla figura 4 non si riesce a dedurre nessuna informazione utile se non, banalmente, la natura oscillatoria del fenomeno e la frequenza della forzante. Quest'ultimo fattore è identificato in modo pratico, andando a considerare il numero di picchi presenti in un intervallo di tempo pari a un secondo. Per esempio, la forzante rappresentata in colore blu, avrà frequenza $f_0 = 5\text{Hz}$ poichè in un secondo sono presenti 5 creste.

Applicando il metodo della trasformata di Fourier si passa dal dominio del tempo al dominio della frequenza.

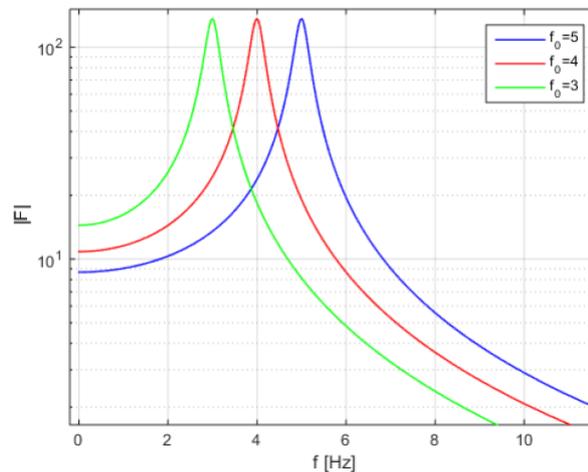


Figura 5: Andamento di una forzante nel dominio delle frequenze, a seguito dell'applicazione del metodo della trasformata di Fourier

Dalla figura 5 si noti che $F(\omega)$ è complessa e che in corrispondenza del valore della frequenza con cui la forzante agisce sul sistema si ha un picco. Le informazioni che si riescono ad estrapolare dal grafico sono molteplici. Innanzitutto si noti che il picco più a destra è quello a frequenza maggiore e quindi contribuirà maggiormente ad inserire energia nel sistema rispetto alle curve presenti a sinistra, a frequenze minori. Ogni picco rappresenta la

frequenza propria del sistema, ovvero la frequenza del corrispondente modo di vibrare.

1.2.4 Trasformata di Fourier di un segnale campionato

Finora si è ipotizzato che l'espressione analitica della forzante fosse nota ma, nella realtà, essa è quasi sempre sconosciuta. Nell'ambito della sperimentazione infatti si deve porre molta attenzione al fatto che della forzante saranno noti solo alcuni valori misurati nel tempo, a intervalli regolari, mediante la tecnica del *Campionamento*. Lo scopo del campionamento è riuscire a descrivere un evento che avviene nella realtà andando a generare un vettore di valori, relativi al fenomeno in esame, misurati nel tempo.

Che effetto ha il campionamento sulle trasformate di Fourier? Il fatto che non si conosce la trasformata di Fourier ma il campionamento, quali effetti saranno riscontrati sulla trasformata di Fourier?

Il tempo di campionamento incide sulla bontà della trasformata di Fourier. Si immagini di avere una funzione $y(t)$ di cui si conoscono però solo dei valori nel tempo, grazie ad un processo di campionamento che abbia permesso di scrivere la seguente funzione discreta:

$$y_{\text{camp}}(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} [y(t)\delta(t - i\Delta t)] = y(t) \sum_{i=-\infty}^{+\infty} [\delta(t - i\Delta t)] \quad (1.30)$$

Indicando con x il momento del campionamento, è possibile introdurre una funzione $\delta(x)$ che assume i seguenti valori: $\delta(x) = 1$ per $x = 0$ e $\delta(x) = 0$ per $x \neq 0$

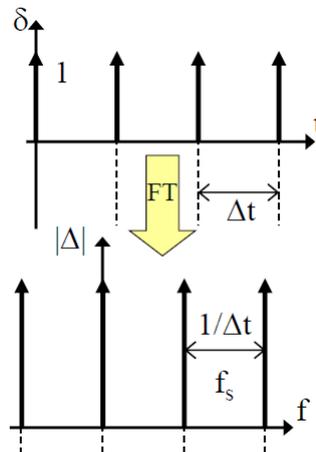


Figura 6: Andamento della funzione $\delta(x)$ e della sua trasformata di Fourier Δ

Si ipotizzi nota a priori la funzione continua analitica $y(t)$ con il seguente andamento:

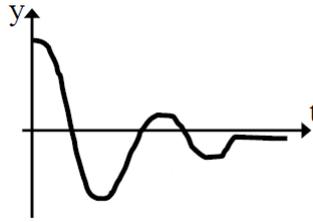


Figura 7: Andamento nel tempo di un segnale analitico

Traducendo la funzione $y(t)$ nel dominio delle frequenze essa assume un andamento gaussiano, a campana, con valore massimo in corrispondenza del valore di frequenza nulla.

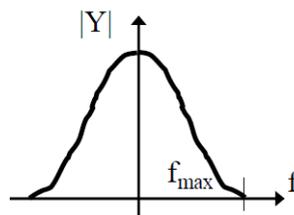


Figura 8: Trasformata di Fourier di un segnale

Si nota in particolare che la frequenza massima ha un andamento simmetrico rispetto all'asse verticale e si sposta asintoticamente a zero ad ambo i lati. Quando il valore della frequenza è minore di $1/1000$ del massimo, si ipotizza che la funzione valga zero e perciò viene trascurata. Questa rappresentata in figura 8 altro non è che la trasformata di Fourier del segnale analitico. Durante la sovrucampionatura sarà replicato tante volte quante sono le valutazioni effettuate per campionamento. Procedendo per gradi, si immagina che del segnale analitico siano noti solo i valori che sono indicati con dei pallini • i quali rappresentano una distribuzione discreta del segnale. Se si eseguisse la trasformata di Fourier dei soli valori campionati, ovvero dei pallini, si otterrebbe la trasformata replicata tante volte quanti sono i campionamenti.

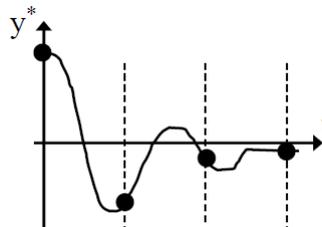


Figura 9: Campionamento nel tempo del segnale analitico

L'intervallo di campionamento, detto anche passo di campionamento, vale $f_s = 1/\Delta t$. In generale si pensa che adottare un Δt piccolo per misurare meglio il segnale sia una scelta giusta ma se Δt fosse troppo piccolo la frequenza di campionamento sarebbe molto grande e allora accadrebbe che le campane si allontanerebbero. Se il campionamento avviene con un Δt grande, ovvero se si campionano meno valori, si ha un valore di f_s che è molto

piccolo e le campane si avvicinano fino ad un punto in cui non si riesce ad interpretare il significato del segnale stesso.

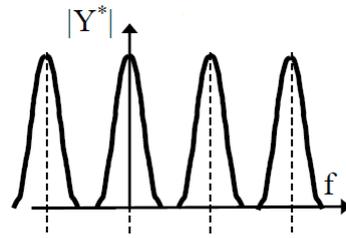


Figura 10: Trasformata di Fourier di un segnale a seguito di un campionamento

Quindi, per evitare che accadano gli effetti negativi legati ad un campionamento eccessivo o ad un campionamento scarso, si deve ricorrere ad un campionamento adeguato che garantisca la distinzione delle trasformate dei valori campionati. Un altro effetto del campionamento è da ricercare osservando la figura 10. La distanza tra due picchi, che è stata indicata con f_s , è soggetta a delle limitazioni derivanti dalla *Regola di Nyquist* il quale afferma che se si vuole determinare il contenuto in frequenza di un segnale fino alla frequenza f_{max} , questo deve essere campionato con un intervallo di campionamento almeno pari al doppio di f_{max} :

$$f_s \geq 2 \cdot f_{max} \quad (1.31)$$

1.3 ANALISI DINAMICA SISTEMI A N GRADI DI LIBERTÀ

Come già detto, in natura esistono numerosi sistemi con N gradi di libertà e pertanto questi devono essere studiati in modo approfondito sia perchè largamente verificabili sia perchè trovano le basi della loro risoluzione nella teoria riguardante i sistemi a un grado di libertà. Un generico sistema a N gradi di libertà è rappresentato in figura 11, in cui si può notare come la struttura tipica di un sistema SDOF si ripeta, in questo caso 3 volte, ($N = 3$).

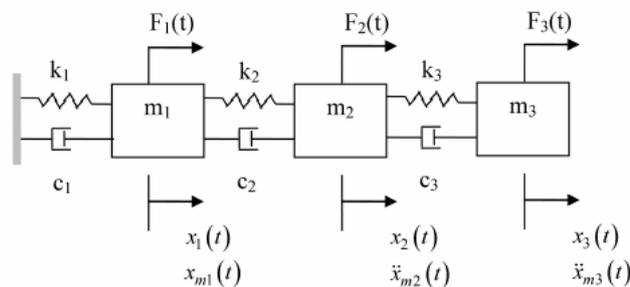


Figura 11: Sistema N - Degree Of Freedom

Ogni sistema NDOF, *N-Degree Of Freedom*, infatti, è riconducibile a più sistemi SDOF, *Single Degree Of Freedom*. Di seguito viene presentata una trattazione semplificata dei sistemi a più gradi di libertà al fine di poterne focalizzare le loro principali peculiarità.

1.3.1 Richiami sull'analisi dinamica dei sistemi discreti a più gradi di libertà

Si prende in considerazione un sistema NDOF di cui le equazioni del moto sono del tipo:

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{F\} \quad (1.32)$$

Si trascurano gli smorzamenti e l'effetto della forzante, pertanto si pone $[C] = 0$ e $\{F\} = 0$ quindi l'equazione del moto si semplifica:

$$[M] \{\ddot{x}\} + [K] \{x\} = 0 \quad (1.33)$$

Si ipotizza che l'andamento nel tempo sia dato da una soluzione armonica:

$$\{x\} = \{\phi\} e^{j\omega t} \quad (1.34)$$

Sostituendo l'espressione della soluzione armonica nell'equazione del moto, si trova:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{\phi\} = \{0\} \quad (1.35)$$

Posto nel seguente modo, l'equazione 1.35 rappresenta un problema agli autovalori e avrà soluzioni non banali con $\{\phi\} \neq 0$ solo se il determinante della matrice è nullo:

$$\det ([K] - \omega^2 [M]) = 0 \quad (1.36)$$

Imponendo il determinante nullo e risolvendo l'equazione caratteristica, si ottengono i valori delle pulsazioni proprie ω_i e delle forme modali $\{\phi\}_i$. Si può costruire la matrice modale che è una matrice avente per colonne gli N autovettori. Gli autovettori di una matrice sono sempre definiti a meno di una costante moltiplicativa.

$$[\Phi] = [\{\phi\}_1 \dots \{\phi\}_i \dots \{\phi\}_N] \quad (1.37)$$

L'autovettore è una forma, non è una funzione nota, per questo motivo è possibile scegliere il valore degli autovettori in modo da attribuire una forma. Al fine di attribuire un valore alle funzioni di forma $\{\phi\}_i$, si nota che gli autovettori possono essere normalizzati:

- rispetto al massimo:

$$\max \{\phi\}_i = 1, \forall i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1.38)$$

- rispetto alla matrice delle masse:

$$\{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_i = 1 \forall i = 1, 2, 3, \dots, N \longrightarrow [\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad (1.39)$$

- rispetto alla matrice delle rigidità:

$$\{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_i = 1 \forall i = 1, 2, 3, \dots, N \longrightarrow [\Phi]^T [K] [\Phi] = [I] \quad (1.40)$$

La *proprietà di ortogonalità* è fondamentale perchè si sta analizzando il sistema senza forzante e senza smorzamento. Fare un'analisi in questo modo ha lo scopo di ricavare la matrice modale cioè un insieme di vettori con la proprietà di essere ortogonali rispetto a $[M]$ e $[K]$. Quindi si procede scrivendo il problema in coordinate modali $\{v(t)\}$ e non in coordinate fisiche $\{u(t)\}$. Si sostituisce nell'equazione del moto la nuova variabile:

$$\{u(t)\} = [\Phi] \{v(t)\} \quad (1.41)$$

e si procede andando a normalizzare in uno dei tre modi sopra presentati. Di seguito vengono riportati i principali passaggi per ciascun modo, in modo da poter fare delle considerazioni sui risultati che ne conseguono.

- Normalizzazione rispetto al massimo:

$$[\hat{\Phi}]^T [M] [\Phi] \{\dot{v}\} + [\hat{\Phi}]^T [K] [\Phi] \{v\} = [\hat{\Phi}]^T \{F\} \longrightarrow [D_M] \{\dot{v}\} + [D_K] \{v\} = \{\hat{F}\} \quad (1.42)$$

- Normalizzazione rispetto alla matrice delle masse:

$$[\check{\Phi}]^T [M] [\check{\Phi}] \{\dot{v}\} + [\check{\Phi}]^T [K] [\check{\Phi}] \{v\} = [\check{\Phi}]^T \{F\} \longrightarrow [I] \{\dot{v}\} + [\Omega^2] \{v\} = \{\check{F}\} \quad (1.43)$$

- Normalizzazione rispetto alla matrice delle rigidezze:

$$[\check{\Phi}]^T [M] [\check{\Phi}] \{\dot{v}\} + [\check{\Phi}]^T [K] [\check{\Phi}] \{v\} = [\check{\Phi}]^T \{F\} \longrightarrow \left[\frac{1}{\Omega^2} \right] \{\dot{v}\} + [I] \{v\} = \{\check{F}\} \quad (1.44)$$

Nella normalizzazione rispetto al massimo si ottiene un sistema in cui la matrice delle masse e quella delle rigidezze diventano matrici diagonali che sono state indicate con $[D_M]$ e $[D_K]$. Normalizzando rispetto alla matrice delle masse o rispetto alla matrice delle rigidezze si ottengono la matrice identità $[I]$ e la matrice spettrale $[\Omega^2]$. Tutti i metodi di normalizzazione sono equivalenti. Qualunque sistema di coordinate modali si usi, il vantaggio è che non si avrà più un sistema di N equazioni accoppiate, bensì un sistema di N equazioni disaccoppiate aventi ciascuna solo un grado di libertà. Tale vantaggio, però, si raggiunge pagando il costo computazionale dato dall'utilizzo di uno spazio in cui i gradi di libertà sono le coordinate modali $\{v(t)\}$.

Finora si è reintrodotta all'interno dell'equazione solo la forzante che inizialmente era stata trascurata insieme allo smorzamento. A tal proposito occorre evidenziare che se si fosse inserito il termine smorzante prima di eseguire la diagonalizzazione si sarebbe ottenuto un sistema ancora accoppiato, facendo cadere il vantaggio della diagonalizzazione stessa. Perciò, lo smorzamento può essere inserito nell'equazione in due modi:

- usando la formula dello smorzamento proporzionale, in cui si immagina che la matrice $[C]$ sia una combinazione lineare delle matrici $[M]$ e $[K]$ diagonalizzate, facendo risultare di conseguenza anche la matrice $[C]$ diagonalizzata:

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (1.45)$$

- usando la normalizzazione/diagonalizzazione rispetto alla matrice delle masse, la cui equazione, priva di smorzamento è la seguente:

$$[\mathbf{I}]\{\ddot{\mathbf{v}}\} + [\Omega^2]\{\mathbf{v}\} = \{\tilde{\mathbf{F}}\} \quad (1.46)$$

quindi ogni equazione è del tipo:

$$\ddot{v}_i(t) + \omega_i^2 v_i(t) = \tilde{F}_i(t) \quad (1.47)$$

Si ipotizza uno smorzamento modale e lo si inserisce nell'equazione ottenendo:

$$\ddot{v}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{v}_i(t) + \omega_i^2 v_i(t) = \tilde{F}_i(t) \quad (1.48)$$

Il problema della risposta del sistema iniziale, ad NDOF, si è quindi trasformato in quello di N risposte di sistemi SDOF. Si noti che $\tilde{F}_i(t)$ sono dimensionalmente delle accelerazioni. Il valore dello smorzamento è indicato con ζ_i e deve essere determinato sperimentalmente. Con ω_i si indica la pulsazione propria del sistema. Operativamente questo approccio sembra complesso ma in realtà se di un sistema a N gradi di libertà si conoscono le pulsazioni proprie, allora le N equazioni disaccoppiate sono note.

Per determinare la funzione di risposta in frequenza, FRF, in forma matriciale si può usare la seguente formula valida per la funzione che lega la risposta del grado di libertà α , alla forzante corrispondente al grado di libertà β :

$$H_{\alpha\beta}(\omega) = \sum_{k=1}^N \frac{\phi_{k\alpha}\phi_{k\beta}}{m_k (\omega_k^2 - \omega^2 + j2\zeta_k\omega_k\omega)} \quad (1.49)$$

in cui m_k è la k -esima massa modale, cioè il k -esimo coefficiente lungo la diagonale della matrice delle masse diagonalizzata, e $\phi_{k\alpha}$ è il coefficiente α -esimo dell'autovettore k -esimo. Nel caso di normalizzazione rispetto alla matrice delle masse, le masse modali risultano essere tutte di valore unitario, pertanto la FRF assume la seguente espressione:

$$H_{\alpha\beta}(\omega) = \sum_{k=1}^N \frac{\tilde{\phi}_{k\alpha}\tilde{\phi}_{k\beta}}{(\omega_k^2 - \omega^2 + j2\zeta_k\omega_k\omega)} \quad (1.50)$$

Si noti che la struttura di $H_{\alpha\beta}$, somma di N funzioni di risposta in frequenza di sistemi a un grado di libertà, spiega la presenza di N picchi nella rappresentazione del suo modulo. La FRF ha un picco quando $\omega = \omega_k$. Se lo smorzamento è molto piccolo, è come se non ci fosse, e quindi è come se si andasse a sommare il prodotto presente a numeratore che darà un picco su 1 se $N = 1$, su 2 se $N = 2$ e così via.

Il prodotto a numeratore è detto *fattore di partecipazione modale* poichè indica di quanto partecipano i fattori $\phi_{k\alpha}$ e $\phi_{k\beta}$ nel moto del sistema. Si suppone di misurare lo spostamento di un modo k , allora $\phi_{k\alpha}$ è il k -esimo modo misurato in α . Se il modo k ha nel punto α un nodo allora risulta che $\phi_{k\alpha} = 0$ e sia la sommatoria che il contributo del modo α scompaiono,

andando ad annullare il numeratore e non facendo verificare il picco. In termini pratici, nel contesto sperimentale, se si martella in un nodo il picco sparisce e la relativa frequenza non si manifesta. L'unica maniera per cui il k – esimo modo si manifesti e quindi si registri un picco è che sia verificata la seguente codizione: $\phi_{k\alpha} \neq \phi_{k\beta}$.

Si ipotizza di voler effettuare un *Hammer Test*, cioè un test di analisi che verrà spiegato meglio nel capitolo seguente, facendo riferimento alla formula 1.50 si possono fare le seguenti considerazioni. Ci si pone nel caso in cui la misura della risposta in frequenza viene fatta in corrispondenza del grado di libertà α ma la forzante è applicata a β . Se si martella nel punto x_β e si misura in x_α significa eseguire la misurazione dello spostamento in α mentre viene applicata la forzante su β . $\phi_{k\alpha}$ è l'elemento della k – esima colonna (autovettore) e α – esima riga. $\phi_{k\beta}$ è il coefficiente della matrice modale con riga k – esima e colonna β – esima. Pertanto, la formula 1.50 spiega bene il concetto di martellare in un nodo e misurare in un altro.

2

L'ANALISI MODALE, LE TECNICHE DI STIMA E GLI EQUIPAGGIAMENTI

Negli ultimi due decenni, l'analisi modale è diventata un metodo importante per determinare, migliorare e ottimizzare le caratteristiche dinamiche delle strutture. L'importanza dell'analisi modale è stata riscontrata non solo in ingegneria meccanica e aeronautica, ma l'analisi modale ha ricoperto e continua a ricoprire, un ruolo importante anche per applicazioni relative all'edilizia civile, ai problemi biomeccanici, alle strutture spaziali, agli strumenti acustici, al trasporto e agli impianti nucleari. Al giorno d'oggi la progettazione di strutture meccaniche e aeronautiche richiede che esse siano sempre più leggere, mantenendo ad un certo livello di adeguatezza le caratteristiche meccaniche. Queste richieste rigorose, che tendono a creare un progetto di elevata qualità, rendono le strutture moderne più sensibili a vibrazioni indesiderate. Ci sono stati dei progressi sostanziali che hanno portato allo sviluppo di tecniche sperimentali integrate con la modellizzazione, mirate alla determinazione delle proprietà strutturali. L'avvento di analizzatori digitali che usano la trasformata di Fourier, ha rappresentato un fattore favorevole allo sviluppo di tale ambito sperimentale.

In questo capitolo vengono presentati i principali aspetti teorici dell'analisi modale. In particolare si descrivono i metodi di esecuzione dell'analisi modale sperimentale e le nuove frontiere raggiunte grazie ad un continuo crescere del progresso tecnologico. In un primo momento si parla dell'analisi modale sperimentale, *Experimental Modal Analysis*, EMA, e poi dell'analisi modale operativa, *Operational Modal Analysis*, OMA, comprensive di cenni teorici sui quali tali metodi di analisi si basano. Vengono presentati gli equipaggiamenti di cui si deve disporre per poter effettuare l'analisi modale sperimentale e si descrivono le principali tipologie di stima, nel dominio della frequenza e del tempo, per permettere l'acquisizione dei parametri modali.

2.1 EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS, EMA

L'*Analisi Modale*, come definito in [16], è una tecnica che studia il comportamento dinamico di una struttura quando essa è soggetta a vibrazioni, siano esse forzate o libere. Le vibrazioni sono moti alternativi caratterizzati da una piccola ampiezza di oscillazione rispetto alle dimensioni tipiche della struttura. La vibrazione è generata di solito da un input (volontario o casuale) presente nell'ambiente esterno al sistema e poi, a seguito dello stabilizzarsi di un continuo interscambio di energia potenziale e di energia cinetica, esse riducono l'ampiezza grazie allo smorzamento, che attribuisce ai corpi la capacità di dissipazione dell'energia. In generale, alle vibrazioni che riguardano il mondo aeronautico e spaziale sono legati dei fenomeni che possono rivelarsi negativi e che pertanto devono essere ben evidenziati al fine di permetterne l'identificazione e limitarne gli effetti proponendo

un'opportuna progettazione del sistema strutturale nel suo complesso. Inconvenienti principali per l'ambito aeronautico sono quelli legati al fenomeno del *Flutter* delle strutture aerodinamiche che se non adeguatamente studiate in fase progettuale, portano in condizione di instabilità la struttura con possibili conseguenze catastrofiche. Il flutter sarà oggetto di analisi del capitolo 5.

2.1.1 Teoria alla base dell'EMA

L'*Analisi Modale Sperimentale* permette di creare un modello matematico rappresentativo del comportamento dinamico della struttura a seguito dell'esecuzione di alcune prove sperimentali. Tipicamente, durante la prova vengono misurati gli spostamenti, le velocità e le accelerazioni, a seconda del tipo di trasduttore che si utilizza. Le forzanti sono applicate in uno o più punti della struttura e possono essere di natura casuale o impulsiva. I dati misurati vengono elaborati con opportuni algoritmi per estrarre i *parametri modali* della struttura in esame che sono, come già accennato:

- Frequenza Naturale, detta anche Pulsazione Propria;
- Forma Modale, detta anche Modo di Vibrare;
- Smorzamento Modale, detto anche Damping Ratio.

Tali parametri modali rappresentano gli elementi con cui viene costruito il modello matematico della struttura.

Si pone l'attenzione sull'importanza dell'acquisizione delle funzioni di risposta in frequenza, FRF, che è alla base dell'analisi modale sperimentale. Quando si svolge un'analisi modale si deve prima di tutto definire la FRF della struttura perché, come si è dimostrato, gli strumenti matematici che vengono utilizzati per determinare le forme modali, le frequenze naturali e gli smorzamenti modali, necessitano di questa informazione. Una più precisa descrizione dei singoli parametri modali, con un approccio prettamente pratico, è riportata di seguito.

La base teorica dell'Experimental Modal Analysis è formulata in modo da stabilire il rapporto tra la risposta alle vibrazioni in un luogo e l'eccitazione nello stesso luogo o in un altro luogo, in funzione della frequenza della forzante di eccitazione. Questa relazione, com'è stata presentata prima, è nota come funzione di risposta in frequenza FRF, una funzione matematica complessa. Combinazioni di diverse risposte, cioè di diversi output alle eccitazioni, possono essere rappresentate tutte insieme nella matrice FRF del sistema. Questa matrice è di solito simmetrica riflettendo così la proprietà di reciprocità strutturale del sistema. Procedendo per gradi, si presenta una piccola base teorica che si deve conoscere per poter meglio approcciarsi all'argomento oggetto di tesi.

Misura della Funzione di Risposta in Frequenza, FRF: Stimatori e Coerenza

Come precedentemente detto, la funzione di risposta in frequenza, FRF, è un concetto preciso ma che si traduce in vari modi. La FRF è il rapporto

tra il segnale in uscita e quello in ingresso, quindi la sua unità di misura sarà variabile a seconda delle grandezze che saranno coinvolte.

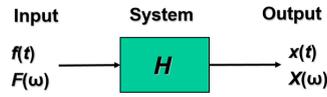


Figura 12: Diagramma esplicativo: Input-FRF-Output

Generalmente, così come riportato in figura 12, in input si ha una forzante eccitante $F_j(\omega)$ e in output si ha una deformazione della struttura, quindi uno spostamento $X_i(\omega)$. La FRF, utilizzando tale notazione si può esprimere nel seguente modo:

$$H_{i,j}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{F_j(\omega)} \quad (2.1)$$

Finora si è parlato di misura della FRF, ma in realtà è più corretto parlare di stima della FRF perchè tale concetto si basa sulla misurazione delle accelerazioni/forza, oppure spostamento/forza, oppure velocità/forza che permetteranno infine di calcolare la FRF. Pertanto, la FRF risulta una misura indiretta e occorre fare attenzione alla propagazione degli errori.

A tal proposito è opportuno presentare gli stimatori che si utilizzano per valutare la FRF. La stima della FRF non viene eseguita mediante trasformata di Fourier bensì vengono utilizzate le funzioni di autocorrelazione e di correlazione incrociata applicate ai segnali di ingresso e di uscita che rappresentano rispettivamente l'eccitazione e la risposta. Dato un segnale $x(t)$ si definisce *autocorrelazione* la funzione:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau) dt \quad (2.2)$$

ed indica quanto il segnale è correlato con se stesso. L'autocorrelazione di una funzione periodica è periodica, mentre l'autocorrelazione di un segnale casuale tende a zero per $\tau \neq 0$. La trasformata di Fourier di $R_{xx}(\tau)$ è detta *densità spettrale di potenza*, PSD, o *Auto - spettro*, e si indica di solito con $S_{xx}(\omega)$:

$$S_{xx}(\omega) = F\{R_{xx}(\tau)\} \quad (2.3)$$

La funzione $S_{xx}(\omega)$ è legata alla trasformata di Fourier di $x(t)$ dalla relazione:

$$S_{xx} = X(\omega)\bar{X}(\omega) \quad (2.4)$$

Essa è una funzione reale e contiene le informazioni sulle frequenze presenti nel segnale $x(t)$ ma non ha informazioni sulle fasi. Si definisce invece, *correlazione incrociata* di due segnali $x(t)$ e $y(t)$ la funzione $R_{xy}(\tau)$ definita come:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t+\tau) dt \quad (2.5)$$

che indica quanto i due segnali sono correlati tra loro. La trasformata di Fourier di $R_{xy}(\tau)$ è detta *densità spettrale incrociata*, CSD, o *Cross-spettro* e si indica di solito con $S_{xy}(\omega)$:

$$S_{xy}(\omega) = F\{R_{xy}(\tau)\} \quad (2.6)$$

La funzione $S_{xy}(\omega)$ è legata alla trasformata di Fourier di $x(t)$ e $y(t)$ dalla relazione:

$$S_{xy}(\omega) = Y(\omega)\bar{X}(\omega) \quad (2.7)$$

Calcolati questi spettri si possono, infine, stimare le FRF in vari modi:

- H_1 *FRF Estimator*, che minimizza gli effetti dei disturbi sull'uscita, si definisce nel seguente modo:

$$H_1 = \frac{S_{xf}(\omega)}{S_{ff}(\omega)} \quad (2.8)$$

- H_2 *FRF Estimator*, che riduce gli effetti dei disturbi all'ingresso, si definisce nel seguente modo:

$$H_2 = \frac{S_{xx}(\omega)}{S_{fx}(\omega)} \quad (2.9)$$

Una regola pratica è che se la misurazione è stata eseguita correttamente, il risultato che si ottiene con H_1 o con H_2 deve essere uguale.

A questo punto, per giudicare l'attendibilità della misura, si introduce la Funzione Coerenza, *Coherence*, γ^2 che si esprime nel seguente modo:

$$\gamma^2 = \frac{S_{xf}S_{fx}}{S_{xx}S_{ff}} = \frac{H_1}{H_2} \quad (2.10)$$

La funzione coerenza è un indicatore della qualità della misurazione effettuata ma di questo si parlerà in seguito, ora si riporta a titolo esemplificativo un'immagine dell'andamento della *coherence* per una generica FRF.

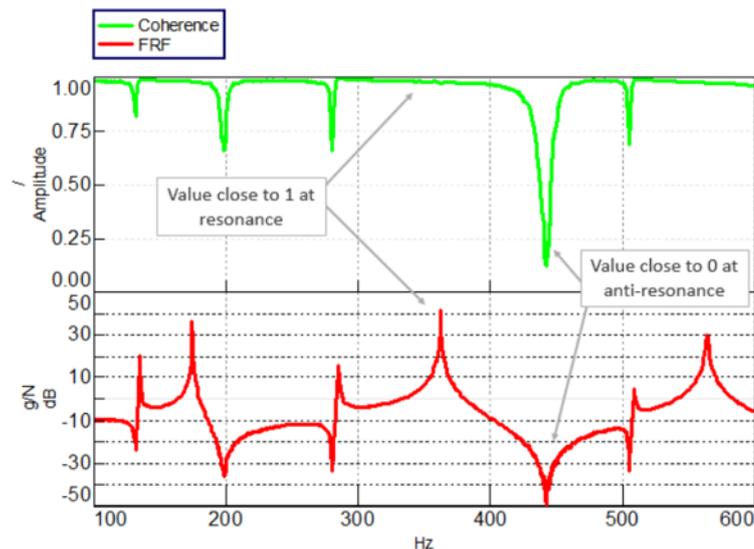


Figura 13: Coherence e FRF di un segnale

Occorre soffermare l'attenzione sul concetto di bontà della stima della FRF il cui significato pratico è rappresentato dalla *finestratura* ovvero dalla possibilità che il software da all'utente per poter focalizzare l'intervallo di tempo entro cui valutare la FRF. Come già detto, l'ipotesi che è alla base dell'applicazione del metodo della trasformata di Fourier è che spostamento e velocità tendano a zero nell'intervallo di tempo entro cui il fenomeno viene analizzato. Nel caso di un velivolo o di una generica struttura complessa, è importante accertarsi che questa condizione sia verificata, in quanto all'aumentare della complessità della struttura aumentano le possibili vibrazioni impercettibili ma pur sempre presenti, che rappresentano il rumore. Quindi è opportuno ricorrere alla finestratura in modo da valutare solo l'eccitazione generata dalla forzante nota e non da vibrazioni residue e rumori esterni.

2.1.2 Esecuzione Tipica di un Experimental Modal Analysis

La pratica del test modale consiste nel misurare le FRF di una struttura. Le moderne tecniche di eccitazione e i recenti sviluppi della teoria dell'analisi modale permettono di riprodurre eccitazioni con meccanismi più complicati. L'eccitazione può derivare da: una banda di frequenze selezionate, una sinusoide a gradini e un rumore transitorio, casuale o bianco. Di solito l'eccitazione è misurata da un trasduttore di forza posto nel *drive point*, cioè al punto in cui essa viene esercitata. La risposta, invece, è misurata da accelerometri o altre sonde, nei punti caratteristici della struttura, quelli di cui si vogliono conoscere le caratteristiche in modo particolare. Entrambi i segnali, di eccitazione e di risposta, sono immessi in un analizzatore che è uno strumento responsabile del calcolo della funzione di risposta in frequenza, FRF.

L'analisi sperimentale si può dividere in tre fasi principali che avvengono temporalmente nel seguente ordine, come mostrato anche in figura 14:

- *Allestimento della prova*: sistemazione degli attuatori o previsione dei punti di martellamento e disposizione ottimale dei sensori al fine di poterne riprodurre in fase finale la deformazione della struttura;
- *Aquisizione della funzione di risposta in frequenza, FRF*;
- *Elaborazione dei dati acquisiti*: utilizzo delle valutazioni acquisite per ottenere le frequenze proprie, le forme modali e gli smorzamenti, quest'ultimo più difficile da valutare sperimentalmente.

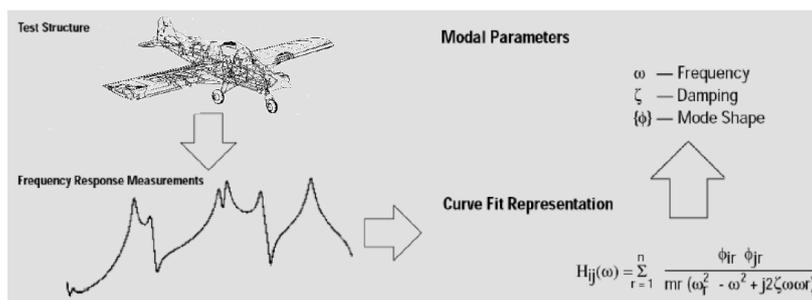


Figura 14: Fasi principali dell'analisi modale sperimentale

2.1.3 Strumentazione per l'esecuzione di un EMA

Come sarà ampiamente trattato nel corso del presente capitolo, si dispone di svariate tecniche di acquisizione dei dati sperimentali ma per ora, al fine di comprenderne le basi, si prende in riferimento un tipico sistema di misura per condurre un EMA, come riportato in figura 15. Successivamente si scoprirà che tale sistema può essere modificato, a seconda della tecnica sperimentale attuata, per renderlo più snello.

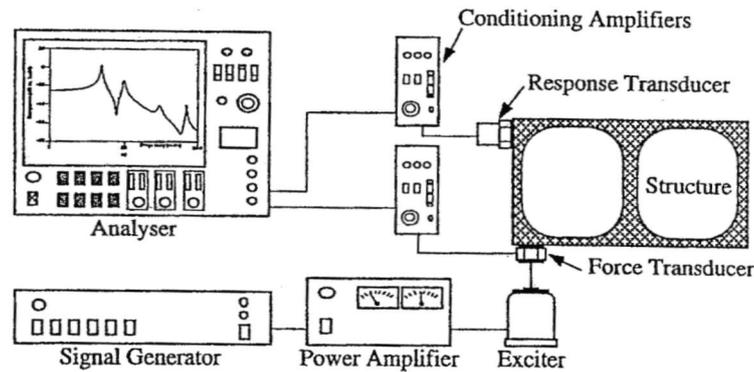


Figura 15: Tipica catena di misura per EMA

L'utilizzo di una strumentazione adeguata riveste un ruolo fondamentale per il buon esito dell'analisi modale di una struttura. Tipicamente, la strumentazione è costituita da:

- Sistemi di eccitazione
- Trasduttori di forza e di spostamento
- Sistema di analisi e misura dei segnali

Sistemi di eccitazione

Il sistema d'eccitazione ha il compito di trasmettere una forza alla struttura. Nell'ambito dell'analisi modale sperimentale ci sono due famiglie di dispositivi che permettono di applicare forzanti al sistema in esame:

- Martelli strumentati

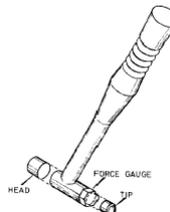


Figura 16: Tipico martello strumentato

Utilizzati per condurre l'Hammer Test, sono il dispositivo che seppur appaia obsoleto, è largamente utilizzato grazie alla facile reperibilità ed economicità rispetto all'alternativa. La sua dimensione varia a seconda

delle frequenze che si vogliono raggiungere, difatti si dovrà disporre di un martello di piccole dimensioni per eccitare ad alta frequenza e di piccole dimensioni per eccitare a bassa frequenza. In realtà tale norma è quasi fuori uso in quanto un martello di medie dimensioni con la possibilità di cambiare la durezza del il tip (parte che impatta sulla struttura) in base alle frequenze desiderate, rimane un buon compromesso. Lo scopo principale è quello di riprodurre un'eccitazione che somigli quanto più possibile ad una forzante impulsiva, che sia quindi quanto più simile alla funzione di Dirac.

Si riporta di seguito la catena di installazione per un tipico test condotto mediante l'uso di un martello strumentato.

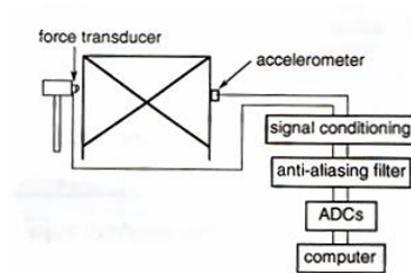


Figura 17: Hardware per esecuzione di Hammer Test con uso di martello strumentato

- Eccitatori elettromagnetici, Shaker

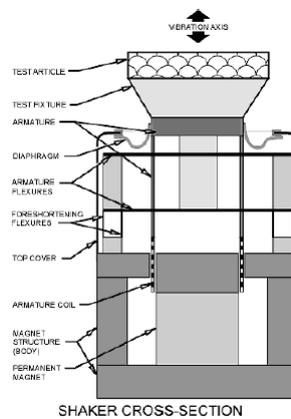


Figura 18: Tipico Shaker Elettromagnetico

Sono i dispositivi più usati per prove in cui si vuole ottenere un'analisi modale ottimale dal punto di vista dell'esecuzione, che si rivela molto efficiente, e della qualità dei risultati ottenuti. Tale dispositivo permette infatti di eccitare la struttura in modo molto più ordinato e preciso, così da garantire un più largo intervallo di frequenze eccitanti, difficilmente raggiungibili manualmente con un Hammer Test.

Si riporta di seguito la catena di installazione per un tipico test condotto mediante l'uso di uno Shaker.

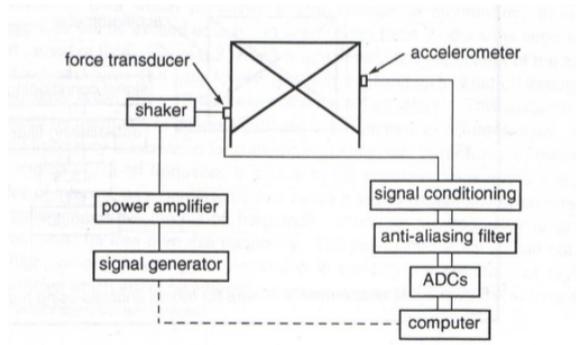


Figura 19: Hardware per esecuzione di test con uso di shaker

Trasduttori di forza e di spostamento

I trasduttori misurano l'entità della forza applicata alla struttura e lo spostamento che essa subisce, convertendola in segnale elettrico. I più comuni sono gli accelerometri piezoelettrici. In tali dispositivi l'elemento sensibile alla vibrazione è un cristallo di materiale piezoelettrico che, deformandosi sollecitato da forze meccaniche, genera un segnale elettrico proporzionale alla deformazione subita, e viceversa. Nella maggior parte degli accelerometri, il principio di funzionamento è il medesimo: si basa sulla rilevazione dell'inerzia di una massa quando viene sottoposta ad una accelerazione. La massa viene sospesa ad un elemento piezoelettrico. In presenza di un'accelerazione, la massa (che è dotata di una propria inerzia) si sposta dalla propria posizione di riposo, in funzione dell'accelerazione rilevata. Il piezoelettrico trasforma questo spostamento in un segnale elettrico acquisibile dai moderni sistemi di misura.

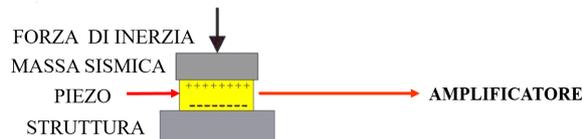


Figura 20: Struttura elementare accelerometro piezoelettrico

In alternativa, si possono utilizzare gli accelerometri con elettronica integrata cioè capaci di amplificare la carica dall'interno del sensore stesso. Questi ultimi sensori sono molto costosi, possono essere monoassiali e triassiali e pesano indistintamente pochissimi grammi. Un inconveniente di tale tipologia di sensore è che se utilizzati per un lungo periodo di prova essi si surriscaldano andando a creare possibili incertezze sull'affidabilità della misura. La sensibilità del sensore è importante e infatti questa fornisce informazioni sulla cosiddetta grandezza elettrica che si ottiene con una data grandezza fisica.

Sistema di analisi e misura dei segnali

Il sistema di analisi registra e analizza il contenuto in frequenza dei segnali elettrici. Questi dispositivi, in pratica, utilizzano le basi teoriche che sono state presentate all'inizio del seguente capitolo per poter decodificare i segnali ricevuti dai sensori e gestire quindi gli output che si generano. In

questo modo è possibile ottenere i risultati di partenza per realizzare una stima o un'analisi computazionale della struttura. Per ora non si vuole anticipare altro oltre a quanto già detto. Per capire meglio il funzionamento della stima e della validazione di un sistema dinamico, si rimanda al caso del testing sul velivolo Dardo, oggetto dei capitoli successivi.

2.2 OPERATIONAL MODAL ANALYSIS, OMA

L'Analisi Modale Operativa, *Operational Modal Analysis*, OMA, ha assunto negli ultimi anni un ruolo fondamentale nell'ambito dell'ingegneria meccanica e aerospaziale. Il metodo è stato utilizzato per oltre un decennio per la stima dei parametri delle strutture civili poichè a causa delle grandi dimensioni, diventava un problema determinare il valore delle forzanti che venivano esercitate sulla struttura stessa. L'identificazione dei parametri modali a seguito di un OMA, avviene in base ai dati registrati, ovvero in base alle vibrazioni raccolte quando la struttura è in condizioni operative, cioè con nessuna eccitazione iniziale o eccitazione artificiale, come avveniva invece nel classico EMA. In un generico test, volto alla registrazione di vibrazioni ambientali, la struttura può essere soggetta a una varietà di fonti di eccitazione che non sono misurate, ma si presume siano casuali e a banda larga. Il fattore casuale, *random*, è una caratteristica tipica del metodo di identificazione ambientale, da tenere a mente e che sarà a breve oggetto di un approfondimento teorico.

L'obiettivo dell'analisi modale operativa è quello di estrarre frequenze di risonanza, smorzamento e/o forme modali operative di una struttura. Questo metodo è anche denominato *Only Output Modal Analysis*, sempre OMA, perché viene misurata solo la risposta della struttura. In casi più complessi, però, la struttura potrebbe essere eccitata, oltre alle condizioni operative naturali, da forzanti esterne ma, finché le forme operative non vengono ridimensionate in base alla forzante applicata, tale tecnica rimane ancora l'Analisi Modale Operativa OMA.

Uno dei principali vantaggi dei test OMA è la snellezza procedurale, in quanto deve essere misurato solo l'output della struttura vibrante. L'identificazione delle proprietà modali, utilizzando i risultati di un OMA, presenta però anche degli svantaggi:

- I metodi di identificazione sono più sofisticati di quelli classici poichè il carico non viene misurato. Il carico deve essere opportunamente modellato oppure devono essere rimossi gli effetti dinamici che esso produce sulla risposta misurata. In caso contrario, non è possibile spiegare le caratteristiche dei dati in base esclusivamente alle proprietà modali.
- Senza informazioni sul carico applicato le proprietà modali identificate possono presentare significative incertezze o potrebbero essere affette da errori. In ogni caso, i risultati sono da considerarsi buoni quando è valida l'ipotesi di un'eccitazione a banda larga.

- Le proprietà modali identificate riflettono solo le proprietà derivanti dalla vibrazione ambientale, il cui livello di vibrazione è, in generale, inferiore al livello di vibrazione operativo prevista in fase di progetto. Ciò è particolarmente rilevante per il rapporto di smorzamento che risulta comunemente essere dipendente dall'ampiezza della vibrazione.

2.2.1 Teoria alla base dell'OMA

Nell'OMA, le strutture aeronautiche sono eccitate da sorgenti di origine ambientale oppure legate alla loro vita operativa: sia di origine volontaria, dovute agli input che il pilota produce agendo sulla barra dei comandi, che di origine ambientale e quindi casuale, random. Tutti questi tipi di eccitazione si combinano e producono un unico input che risulta essere sconosciuto e viene rappresentato da un processo stocastico. Pertanto, tutte le tecniche impiegate per estrarre i parametri modali di una struttura vibrante in condizioni operative sono definite come metodi di identificazione *output-only* (o stocastici).

Un processo stocastico è un insieme di n con $n \rightarrow \infty$ funzioni random che evolvono nel tempo (dette funzioni campione o *realizzazioni*), ognuna delle quali è associata ad un determinato elemento dello spazio campione, cosicché il risultato di un evento casuale corrisponda di fatto all'estrazione di una di queste funzioni. Nelle applicazioni pratiche, i processi stocastici che eccitano la struttura sono considerati stazionari (*stationary*), ergodici (*ergodic*) e a media zero (*zero-mean*):

- processo stazionario significa che le sue proprietà non cambiano nel tempo;
- un processo stazionario è chiamato ergodico quando qualsiasi campione del processo rappresenta le proprietà statistiche medie dell'intero processo. Quindi per un processo ergodico, le proprietà statistiche possono essere estratte da una *realizzazione* sufficientemente lunga, in quanto sarà rappresentativo dell'intero processo e non solo di quel campione;
- l'assunzione di avere un processo stocastico a media zero è di solito assicurata a seguito del *de-trending* del segnale registrato.

Per due processi stocastici ed ergodici $p(t)$ e $q(t)$, campionati al momento t e $t + \tau$ si possono definire, analogamente a come fatto per nel paragrafo precedente, le seguenti *funzione di correlazione*, come fatto in [18]:

$$R_{pp}(\tau) = E [p(t) p(t + \tau)] \quad (2.11)$$

$$R_{qq}(\tau) = E [q(t) q(t + \tau)] \quad (2.12)$$

$$R_{pq}(\tau) = E [p(t) q(t + \tau)] \quad (2.13)$$

I termini $R_{pp}(\tau)$ e $R_{qq}(\tau)$ sono chiamati funzioni di *autocorrelazione*, rispettivamente di $p(t)$ e di $q(t)$. La funzione di autocorrelazione indica la correlazione di un segnale temporale al tempo t con il proprio valore dopo che è trascorso il tempo τ . Analogamente, la funzione di *correlazione incrociata* consente di stimare il grado in cui i due processi $p(t)$ e $q(t)$ sono correlati. Queste funzioni sono già state presentate. Una volta calcolate le funzioni di autocorrelazione e correlazione incrociata, si può definire la *matrice di correlazione* i cui termini diagonali corrispondono alle funzioni di autocorrelazione e i termini fuori diagonale rappresentano le funzioni di correlazione incrociata. Tale matrice caratterizza i processi stocastici nel dominio del tempo.

Nel dominio della frequenza, i processi stocastici sono descritti dalla matrice di densità spettrale $G(\omega)$, che raccoglie le funzioni di densità spettrale (*Auto e Cross Spettro*). Per definire le funzioni di densità spettrale si deve utilizzare la trasformata di Fourier di una funzione di correlazione calcolata in precedenza e si supponga che tali funzioni $R_{pp}(\tau)$, $R_{qq}(\tau)$ e $R_{pq}(\tau)$ esistano, e che gli integrali dei loro valori assoluti siano finiti:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |R(\tau)| d\tau < \infty \quad (2.14)$$

Di conseguenza, le trasformazioni di Fourier delle $R(\tau)$ esisteranno e saranno così definite le *funzioni di densità spettrali*:

$$G_{pp}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{pp}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.15)$$

$$G_{qq}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{qq}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.16)$$

$$G_{pq}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{pq}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.17)$$

$G_{pp}(\omega)$ e $G_{qq}(\omega)$ si chiamano *funzioni di densità autospettrali* rispettivamente di $p(t)$ e $q(t)$ mentre $G_{pq}(\omega)$ è la *funzione di densità spettrale incrociata* tra i due processi.

Infine, va notato che tutti i metodi di identificazione Output Only sono basati sull'assunzione che in input ci sia un *white noise process*. Tale processo è caratterizzato da un contenuto energetico costante su una banda di frequenze larga, in altre parole significa che lo spettro corrispondente è piatto, indipendentemente dalla frequenza. Di conseguenza, lo spettro dell'output può essere utilizzato per estrarre tutte le informazioni utili sulla struttura.

2.2.2 Tecniche di stima nel dominio della frequenza e nel dominio del tempo

Dopo questa breve introduzione, eseguita per presentare gli elementi principali dell'analisi modale operativa, si vogliono analizzare le tecniche di stima nel dominio della frequenza, di maggior importanza ingegneristica, e nel dominio del tempo.

I metodi di OMA possono essere classificati nel seguente modo:

- Nel dominio della frequenza o nel dominio del tempo;
- Bayesiano o non Bayesiano.

I metodi *bayesiani* sono stati sviluppati nel dominio del tempo e della frequenza, ma non verranno trattati in questo testo. I metodi *non-bayesiani* sono stati sviluppati prima di quelli bayesiani e vengono descritti in questo capitolo, presentandone le principali caratteristiche. Tutti i metodi OMA utilizzano stimatori statistici, con proprietà teoriche note, per eseguire l'identificazione modale di una struttura. I metodi che saranno esposti in questo elaborato sono:

- *Peak Picking*, PP, nel dominio della frequenza;
- *Frequency Domain Decomposition*, FDD;
- *Enhanced Frequency Domain Decomposition*, EFDD;
- *Curve-fit Frequency Domain Decomposition*, CFDD;
- *Stochastic Subspace Identification*, SSI, nel dominio del tempo;

Classica tecnica di stima nel dominio della frequenza: Peak Picking

La tecnica più semplice per stimare i parametri modali di una struttura eccitata dalle vibrazioni ambientali è il cosiddetto metodo *Peak Picking*, PP. Il nome deriva dalla procedura di identificazione che consta del selezionare le frequenze naturali del sistema andando a studiare i picchi del grafico della densità spettrale. L'approccio si basa sul presupposto che, in prossimità della risonanza, solo un modo di vibrare sia dominante e quindi il contributo di tutti gli altri modi può essere trascurato, similmente a quanto accennato quando si è presentata la FRF, precedentemente.

Il metodo PP si basa sulla stima della matrice spettrale $G_{yy}(\omega)$, formata da funzioni di densità Auto Spettrali, ASD, e Cross Spettrali, CSD, dei segnali registrati in ogni posizione strumentata, cioè in cui è stato posizionato il sensore. La matrice spettrale $G_{yy}(\omega)$ dell'output può essere definita ad una certa frequenza ω nel seguente modo:

$$G_{yy}(\omega) = \begin{bmatrix} G_{11}(\omega) & G_{12}(\omega) & \dots & G_{1N}(\omega) \\ G_{21}(\omega) & G_{22}(\omega) & \dots & G_{2N}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N1}(\omega) & G_{N2}(\omega) & \dots & G_{NN}(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

La relazione tra un input sconosciuto $x(t)$ e un output misurato $y(t)$ può essere espressa come:

$$G_{yy}(\omega) = H(\omega)G_{xx}(\omega)H^H(\omega) \quad (2.19)$$

in cui:

- $G_{xx}(\omega)$ è la matrice spettrale dell'input;
- $G_{yy}(\omega)$ è la matrice spettrale dell'output;

- $H(\omega)$ è la matrice della funzione di risposta in frequenza FRF;
- $H^H(\omega)$ è la matrice della funzione di risposta in frequenza con l'operatore Hermitiano.

La matrice FRF $H(\omega)$ può essere scritta utilizzando la forma classica *pole/residue* come riportato in [14]:

$$H(\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{R_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} \quad (2.20)$$

dove n è il numero dei modi, λ_k è il k -esimo polo e R_k è il k -esimo residuo che si esprime come:

$$R_k = \phi_k \gamma_k^T \quad (2.21)$$

essendo ϕ_k il k -esimo vettore della forma modale e γ_k^T il vettore di partecipazione modale del modo k -esimo (come già presentato in precedenza ma di cui ora si cambia notazione per praticità).

Se l'input considerato è un *white noise process*, la sua matrice spettrale $G_{xx}(\omega)$ sarà una costante C e, pertanto, l'equazione 2.19 può essere riscritta come:

$$G_{yy}(\omega) = \sum_{k=1}^n \sum_{k=1}^n \left[\frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{R_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} \right] C \left[\frac{R_s}{j\omega - \lambda_s} + \frac{R_s^*}{j\omega - \lambda_s^*} \right]^H \quad (2.22)$$

Inoltre, se si assumono bassi smorzamenti e modi di vibrare caratterizzati da frequenze di risonanza ben distanziate, nella zona di risonanza è possibile scrivere:

$$G_{yy}(\omega) = \sum_{k=1}^n \sum_{k=1}^n \left[\frac{R_i}{j\omega - \lambda_i} + \frac{R_i^*}{j\omega - \lambda_i^*} \right] C \left[\frac{R_i}{j\omega - \lambda_i} + \frac{R_i^*}{j\omega - \lambda_i^*} \right]^H \quad (2.23)$$

in cui la matrice spettrale è stata espressa considerando il contributo solo del modo dominante (ad esempio la modalità i -esima). Le equazioni precedenti 2.21 e 2.23 evidenziano che, a una frequenza di risonanza, ogni colonna della matrice spettrale può essere considerata come una stima della forma modale corrispondente.

L'approccio PP fornisce solo stime delle frequenze naturali e delle forme modali. I valori corrispondenti dei rapporti di smorzamento possono essere determinati utilizzando il metodo *half-power bandwidth method*.

La tecnica classica PP è nota per essere molto semplice e non impegnativa dal punto di vista computazionale. Tuttavia, tali vantaggi non sempre giustificano il suo utilizzo. Il metodo PP, infatti, si basa sull'ipotesi di avere modi di vibrare con basso smorzamento e con frequenze proprie ben distanziate. Quando queste condizioni non sono soddisfatte, i risultati ottenuti potrebbero non essere accurati né affidabili. In realtà, la procedura non consente di identificare le forme modali effettive ma fornisce la stima delle cosiddette forme di deflessione operativa, *operational deflection shapes*. Come definito in [24], una forma di deflessione operativa è una deformazione della struttura quando questa è eccitata da una fonte puramente armonica. Da un

punto di vista teorico, una forma di deflessione operativa è una combinazione di tutte le forme modali; tuttavia, in applicazioni reali diventa rilevante solo il contributo di quei modi che hanno una frequenza vicina alla frequenza dell'eccitazione. Questo motivo rappresenta una limitazione nel caso di frequenze proprie molto vicine, poichè il modo di vibrare sarà frutto della sovrapposizione di più forme modali. Un altro inconveniente significativo è legato alla selezione manuale dei picchi: se lo spettro non è chiaro e ben definito, l'identificazione delle autofrequenza può trasformarsi in un compito molto soggettivo e il cui risultato dipende dalle competenze dell'utente analista. Anche la scelta della risoluzione della frequenza può influenzare fortemente la qualità dei risultati, in quanto per ottenere buone stime sono necessari numerosi valori.

Infine, va ricordato che i risultati del metodo PP possono essere ulteriormente migliorati controllando la funzione di coerenza, definita come:

$$C_{pq} = \frac{|G_{pq}(\omega)|^2}{G_{pp}(\omega)G_{qq}(\omega)} \quad (2.24)$$

La funzione di coerenza, già presentata prima, assume valori compresi nell'intervallo tra 0 e 1 e fornisce informazioni su come due diverse funzioni di densità spettrale sono correlate a una frequenza specifica. A una frequenza di risonanza, i valori saranno vicini a 1, poiché il rapporto segnale-rumore tende ad essere elevato. Inoltre, la coerenza può essere utile per definire la natura di un modo di vibrare: se è previsto un modo reale, gli angoli di fase alla frequenza di risonanza, devono essere pari a 0 o a più di 180 gradi.

Frequency Domain Decomposition: FDD

La tecnica *Frequency Domain Decomposition*, FDD, è stata introdotta con lo scopo di rimuovere i limiti descritti precedentemente, relativi alla tecnica PP, riguardanti la presenza di forme modali ravvicinate. Il metodo FDD si basa sulla SVD, *Singular Value Decomposition*, della matrice spettrale dell'output $G_{yy}(\omega)$. I risultati forniti da questa procedura possono essere considerati altamente affidabili se sono soddisfatte le seguenti ipotesi di base:

- l'eccitazione è un *white noise*;
- le forme modali sono ortogonali;
- la struttura ha un coefficiente di smorzamento basso.

Se tali ipotesi non sono soddisfatte, la SVD deve essere approssimata. Tuttavia, i risultati ottenuti risultano essere ancora più precisi di quelli ottenuti dalle tecniche tradizionali. Per comprendere i concetti di base del metodo FDD, si considera un caso classico di vibrazione strutturale. La teoria dell'analisi modale, come già accennato, permette di scrivere la risposta $y(t)$ di una struttura vibrante come sovrapposizione di n modi di vibrare (ognuno caratterizzato dalla sua forma modale ϕ_i), combinati mediante le coordinate modali v_i :

$$y(t) = \phi_1\eta_1(t) + \phi_2\eta_2(t) + \dots + \phi_n\eta_n(t) = \phi\eta(t) \quad (2.25)$$

Di conseguenza, la *matrice di correlazione* della risposta può essere espressa come:

$$\Sigma_{yy}(t) = E [y(t+\tau)y(t)^T] = E [\Phi\eta(t+\tau)\eta(t)^T\Phi^T] = \Phi\Sigma_{\eta\eta}(t)\Phi^T \quad (2.26)$$

dove $\Sigma_{yy}(t)$ indica la matrice di correlazione nelle coordinate modali. Applicando la trasformazione di Fourier all'equazione 2.27, si ottiene la *matrice spettrale* $G_{yy}(\omega)$:

$$G_{yy}(\omega) = \Phi G_{\eta\eta}(\omega)\Phi^T \quad (2.27)$$

Vale la pena ricordare che le equazioni 2.22 e 2.27 sono due modi di esprimere la matrice spettrale dell'output $G_{yy}(\omega)$. Ricordando di aver assunto inizialmente le forme modali Φ ortogonali e un input *white noise*, le coordinate modali possono essere considerate non correlate. Pertanto, la corrispondente matrice spettrale $G_{\eta\eta}(\omega)$ è diagonale.

La SVD di una matrice generica A con le dimensioni $m \times l$, può essere scritta nella forma seguente:

$$A = U \begin{bmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^H \quad (2.28)$$

dove: $\text{diag}[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p]$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_p \geq 0$ e $p = \min(m, l)$. Gli elementi σ_i ($i = 1, 2, \dots, p$) che formano la matrice diagonale σ sono i valori singolari di A , mentre U e V sono matrici unitarie contenenti i vettori singolari destro e sinistro della matrice A . Quindi, considerando le caratteristiche dei termini che formano l'equazione 2.27 e le ipotesi iniziali della procedura, la matrice spettrale dell'uscita può essere formalmente riscritta, per la generica frequenza ω , secondo la formulazione SVD, nel seguente modo:

$$G_{yy}(\omega) = U(\omega)\sigma(\omega)V^H(\omega) \quad (2.29)$$

Il valore singolare che compare per primo, è il più grande e rappresenta la predominanza del modo di vibrare dominante a quella frequenza, mentre il corrispondente vettore singolare è una stima della forma modale associata:

$$\hat{\phi} = u_1 \quad (2.30)$$

I valori singolari più alti contengono gli effetti del rumore (elettrico o ambientale) o gli effetti dei modi normali vicini a quello dominante. Un grafico tipico dei singoli valori della matrice $G_{yy}(\omega)$ è illustrato nella figura sottostante:

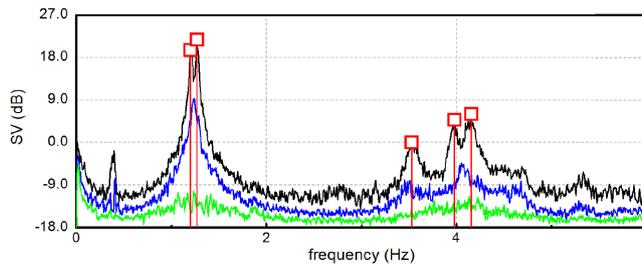


Figura 21: FDD: plot tipico dei valori singolari e identificazione delle frequenze naturali

Il diagramma evidenzia quello che si era anticipato precedentemente, a proposito dell'EMA ovvero, il primo valore singolare è significativamente più grande dei seguenti. Inoltre, i picchi modali associati alle frequenze naturali della struttura sono ben definite, come previsto dalle proprietà delle funzioni che formano la matrice spettrale.

Enhanced Frequency Domain Decomposition: EFDD

Una limitazione della tecnica FDD è rappresentata dal fatto che è possibile stimare solo la frequenza naturale e la forma modale di ogni modo, senza avere informazioni sul rapporto di smorzamento corrispondente. Per superare ciò, è stata proposta da [5] una versione migliorata dell'algoritmo. Questa tecnica è denominata Scomposizione avanzata nel dominio di frequenza, *Enhanced Frequency Domain Decomposition*, EFDD.

Tuttavia, si devono sottolineare alcuni inconvenienti di questo metodo. Primo luogo i bassi valori del rapporto segnale/rumore possono portare a difficoltà di processamento e di identificazione, in quanto i picchi dei diagrammi SV potrebbero non essere molto chiari. In secondo luogo, si ha un inconveniente quando i secondi valori singolari sono vicini al primo. In questa circostanza, va ricordato che nelle dinamiche strutturali l'ortogonalità tra le forme modali è correlata alle matrici di massa e rigidità, mentre l'SVD porta a vettori singolari la cui ortogonalità ha una natura geometrica. Pertanto, la forma modale stimata potrebbe differire da quella effettiva quando il primo e il secondo valore singolare sono vicini l'uno all'altro.

Rispetto alla scomposizione del dominio di frequenza (FDD), la versione avanzata aggiunge un livello al processo di stima modale. La stima modale è ora divisa in due passi. Il primo passo consiste nell'eseguire il Peak Picking e il secondo consiste nell'utilizzare le forme modali per identificare le funzioni a campana a un grado di libertà, come già mostrato in precedenza, e da queste campane stimare sia la frequenza che il rapporto di smorzamento.

L'identificazione della campana spettrale viene eseguita utilizzando come vettore riferimento la forma modale identificata nell'analisi con la tecnica FDD. In questa nuova tecnica EFDD, si esegue un'analisi di correlazione basata sul *Modal Assurance Criterion*, criterio di garanzia, MAC. Su entrambi i lati del picco di frequenza, viene calcolato il MAC tra un il vettore di riferimento e il vettori singolari corrispondenti alla frequenza. Se il più grande valore del MAC di questo vettore è superiore a un certo livello, detto *MAC Rejection Level*, specificato dall'utente, il valore singolare è incluso nella descrizione della campana spettrale. La ricerca su entrambi i lati della frequenza di riferimento continua fino a quando nessun valore MAC è al di sopra del livello di rifiuto.

Al di fuori dell'intervallo di ricerca, i valori della campana spettrale sono impostati a zero. Ciò significa che più il MAC Rejection Level è basso, più valori sono inclusi nella campana spettrale.

Oltre a memorizzare i valori singolari che descrivono la campana spettrale SDOF, i vettori singolari corrispondenti vengono mediati insieme per ottenere un miglioramento della stima della forma modale. La media viene ponderata moltiplicando i vettori singolari con i valori singolari corrispondenti. Ciò significa che più i vettori singolari sono vicini al picco della

campana spettrale più il picco ha peso sulla stima del modo. La frequenza naturale e il rapporto di smorzamento del modo sono stimati riportando la campana spettrale nel dominio del tempo. Quello che si ottiene è una funzione di correlazione, e con una semplice analisi di regressione si possono stimare sia della frequenza naturale che del rapporto di smorzamento. La stima del rapporto di smorzamento è effettuata identificando gli estremi positivi e negativi della funzione di correlazione. Prendendo il logaritmo di questa curva di decadimento, si ottiene una linea retta tramite cui si può stimare, con la regressione lineare, il rapporto di smorzamento. Tuttavia, a causa del rumore a banda larga e/o non linearità, l'inizio e la fine della curva potrebbero non essere dritti. Tali parti non lineari non devono essere incluse nella regressione. La stima della frequenza naturale viene eseguita da una regressione lineare sulla linea retta che descrive i tempi di correlazione incrociata. Tuttavia, ancora una volta, l'inizio e la fine della curva potrebbero non essere dritti e non devono essere inclusi nella regressione. Queste stime modali saranno buone se la funzione di correlazione decade in un livello di correlazione sufficientemente ridotto. Ciò può essere ottenuto avendo un'adeguata risoluzione della frequenza. In questo caso l'errore sulla stima della frequenza naturale e del rapporto di smorzamento sarà piccolo.

Curve-fit Frequency Domain Decomposition: CFDD

La *Curve-fit Frequency Domain Decomposition*, CFDD aggiunge un'ulteriore livello alla stima modale ottenuta con tecnica FDD, proprio come la EFDD. La stima è pertanto suddivisa in due fasi. Il primo passo, analogamente alla EFDD, è quello di eseguire il Peak Picking, e il secondo è quello di utilizzare le forme modali trovate con il PP per identificare le funzioni della campana spettrale e da queste campane spettrali SDOF stimare sia la frequenza che il rapporto di smorzamento utilizzando una tecnica di adattamento, di fit, della curva nel dominio della frequenza.

Dopo aver eseguito l'identificazione della campana proprio come avviene nel metodo EFDD, andando ad utilizzare il concetto di MAC, si procede alla stima dei parametri modali. In questo caso la frequenza naturale e il rapporto di smorzamento sono stimati utilizzando il metodo di stima dei minimi quadrati, solitamente più preciso della regressione lineare. Poiché la campana spettrale non è influenzata dagli altri modi di vibrare, c'è solo un singolo autovalore e un solo residuo da adattare (*fitting*). La frequenza naturale e lo smorzamento sono estratti dall'autolavoro trovato.

Time domain: Stochastic Subspace Identification (SSI)

Il metodo *Stochastic Subspace Identification*, SSI, è una tecnica di identificazione parametrica che lavora nel dominio del tempo. La procedura si basa sull'estrazione e l'identificazione di una matrice di sistema A definita in una rappresentazione nello spazio-stato dell'equazione del moto. Si utilizzano di solito due algoritmi OMA: il *Data-driven SSI* (SSI-Data) [21] e la *Covarianza-driven SSI* (SSI-Cov)[24]. L'equazione del moto di un sistema a più gradi di libertà NDOF può essere scritta in questo modo:

$$M\ddot{U} + C_N\dot{U} + KU(t) = F(t) = B_N u(t) \quad (2.31)$$

dove M , C_N e K sono matrici $N \times N$ e rappresentano rispettivamente la matrice delle masse, dello smorzamento e delle rigidità. $F(t)$ è il vettore della forzante e $U(t)$ è il vettore degli spostamenti. Va notato che, dal momento che di solito non tutti i gradi di libertà N del sistema sono eccitati, il vettore $F(t)$ composto da N elementi può essere sostituito da un vettore $u(t)$ con dimensioni $m < N$ che tiene conto degli n input applicati. Questo vettore $u(t)$ viene quindi moltiplicato per una matrice B_N con dimensioni $N \times m$, per mappare gli m ingressi con gli N gradi di libertà del sistema. Partendo da 2.31 ed eseguendo alcune derivazioni matematiche, è possibile trasformare l'equazione differenziale del secondo ordine in un'equazione differenziale di primo ordine. Uno dei modi possibili si basa sul cosiddetto modello *state-space*, spesso utilizzato per derivare i parametri di una struttura con smorzamento viscoso. Facendo le seguenti assunzioni:

$$x(t) = \begin{bmatrix} U(t) \\ \dot{U}(t) \end{bmatrix}; \quad (2.32)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C_N \end{bmatrix}; \quad (2.33)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}B_N \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

l'equazione continua del moto 2.31 può essere riscritta nella seguente forma, detta equazione di stato:

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \quad (2.35)$$

in cui il pedice C sta a indicare che è continua nel tempo e:

- A_c è la matrice di stato $n \times n$ ($n = 2N$);
- B_c è la matrice di input $n \times m$;
- $x(t)$ è il vettore di stato con le dimensioni n .

Il numero di elementi del vettore di stato è il numero di variabili indipendenti necessarie per descrivere lo stato del sistema. Quando si definisce un modello *state space*, l'equazione di stato viene combinata con la cosiddetta equazione di osservazione, *observation equation*. Nelle applicazioni pratiche sono monitorati solo un numero limitato di gradi di libertà e, pertanto, le misurazioni di uscita (accelerazioni, velocità o spostamenti) sono di solito valutati in $l < N$ posizioni strumentate. L'equazione di osservazione stabilisce la relazione tra le uscite misurate l e i gradi di libertà N del sistema così:

$$y(t) = C_a \ddot{U}(t) + C_v \dot{U}(t) + C_d U(t) \quad (2.36)$$

dove $y(t)$ è il vettore di misura di dimensioni l e C_a , C_v e C_d sono rispettivamente le matrici di posizione degli output per le accelerazioni, le velocità e gli spostamenti di dimensioni $l \times N$. Assumendo:

$$C_c = [C_d - C_a M^{-1} K C_v - C_a M^{-1} C_N] \quad (2.37)$$

$$D_c = C_a M^{-1} B_N \quad (2.38)$$

l'equazione 2.36 può essere riscritta nella forma consueta:

$$y(t) = C_c x(t) + D_c u(t) \quad (2.39)$$

dove:

- C_c è la matrice di output $l \times n$;
- D_c è la matrice di trasmissione diretta $l \times m$.

L'equazione di stato 2.35 e l'equazione di osservazione 2.39 del seguente modello state space continuo nel tempo:

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \quad (2.40)$$

$$y(t) = C_c x(t) + D_c u(t) \quad (2.41)$$

Nelle applicazioni reali, le misurazioni sono sempre disponibili in un istante $k\Delta t$; pertanto il modello state space, continuo nel tempo, definito da 2.41 deve essere riscritto in forma discreta per adattarsi ai dati sperimentali:

$$x_{k+1} = A x_k + B u_k \quad (2.42)$$

$$y_k = C x_k + D u_k \quad (2.43)$$

dove $x_k = x(k\Delta t)$. Se si presuppone che le funzioni temporali siano costanti tra due campionamenti consecutivi, le matrici dei modelli discreti sono legate così:

$$A = e^{A_c \Delta t} \quad (2.44)$$

$$B = \int_0^{\Delta t} e^{A_c \tau} d\tau B_c \quad (2.45)$$

$$C = C_c \quad (2.46)$$

$$D = D_c \quad (2.47)$$

Finora, si presumeva che il sistema fosse sottoposto a input deterministici $u(t)$. Tuttavia, i modelli deterministici non sono in grado di descrivere misurazioni, perchè i dati sperimentali sono sempre influenzati dal rumore, noise. Quindi il rumore deve essere considerato nel modello state space discreto aggiungendo due componenti stocastiche. Il modello ottenuto viene definito modello dello spazio stocastico discreto in tempo discreto, *discrete-time stochastic state-space model*:

$$x_{k+1} = A x_k + B u_k + w_k \quad (2.48)$$

$$y_k = C x_k + D u_k + v_k \quad (2.49)$$

dove il vettore w_k rappresenta il rumore che è causa di disturbo e di modellazione imprecisa e il vettore v_k che è il rumore dovuto all'imprecisione del sensore. Va notato che entrambi i segnali vettoriali sono incommensurabili e si presume che siano segnali *white noise*, con media zero e le seguenti matrici di covarianza siano:

$$E \left(\begin{bmatrix} w_p \\ v_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_p & v_p \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} Q & S \\ R & S^T \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$E \left(\begin{bmatrix} w_p \\ v_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_p & v_p \end{bmatrix} \right) = 0 \quad \text{se} \quad p \neq q \quad (2.51)$$

dove p e q sono due istanti temporali arbitrari. In caso di OMA il vettore di input u_k è sconosciuto e può essere modellato insieme ai termini di rumore w_k e v_k . Pertanto, il modello stocastico 2.49 assume la forma:

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k \quad (2.52)$$

$$y_k = Cx_k + v_k \quad (2.53)$$

dove i nuovi termini w_k e v_k sono leggermente diversi dalle quantità introdotte nella 2.49 e rappresentano solo l'effetto del rumore. Tuttavia, anche per questi nuovi termini l'ipotesi di rumore bianco deve essere valida: se questa ipotesi non è soddisfatta e l'input contiene alcune componenti di frequenza dominanti, non sarà possibile distinguere tali componenti dalle frequenze proprie del sistema, poiché entrambi si tradurranno in poli della matrice di stato A .

2.3 OPERATIONAL MODAL ANALYSIS IN PRESENCE OF EXOGENOUS INPUTS, OMAX

Con lo sviluppo delle tecniche di analisi modale operativa, si sono sviluppati anche nuovi strumenti che sono in grado di migliorare le stime rispetto a quelle realizzabili con un classico OMA test. Le novità, destinate ad essere oggetto di studio per i prossimi sviluppi futuri, sono basate sul concetto di *funzione di trasmissibilità*, TM e di *Operational Modal Analysis* in presenza di *exogenous inputs*, OMAX.

In alcune configurazioni di test, vengono utilizzati gli eccitatori (shaker) per fornire più energia al sistema ed ottenere delle stime più accurate dei parametri modali. Analogamente, ad esempio durante test di volo per l'analisi del flutter, le forze artificiali che vengono applicate sulle superfici mobili del velivolo sono note ma non sono sole. In tal caso, infatti, se i segnali di ingresso sono noti è ancora possibile utilizzare le classiche tecniche di identificazione EMA ma in questo caso l'effetto delle forze naturali sarà trattato come rumore ambientale. Le tecniche EMA tradizionali, come visto, eliminano questo rumore calcolando la media delle misurazioni. Tale procedura è in contraddizione con l'OMA in cui i parametri modali vengono stimati utilizzando i dati delle risposte solo a causa dell'eccitazione ambientale. Chiaramente, il rumore non è solo rumore, ma contiene informazioni utili sul comportamento del sistema. Per un utilizzo ottimale dei dati operativi, dovrebbero essere prese in considerazione le forze misurate (artificiali) e non misurate (naturali). In questo modo, tutte le informazioni disponibili dai dati rilevati possono essere utilizzate in modo ottimale.

La maggior parte degli stimatori OMA, come ampiamente detto, sono basati sull'ipotesi che le forze ambientali siano sorgenti di *random noise* con uno spettro piatto. L'approccio che utilizza la funzione di trasmissibilità, TM, non richiede che tali ipotesi siano rispettate, infatti, l'OMAX può essere utilizzato per quasi tutti i tipi di forze ambientali. La funzione di trasmissibilità, TM, come definito in [15] è il rapporto tra due risposte, e quindi può essere calcolato senza sapere quali forze esterne generino le risposte. Le

TM, in questo contesto, sono utilizzate al posto degli spettri di potenza per stimare il modello modale operativo di un classico OMA.

Il principale vantaggio del concetto OMAX è il fatto che combina i vantaggi dell'OMA e dell'EMA: le forze ambientali sconosciute (contributo stocastico) e le forze artificiali note, (contributo deterministico), vengono elaborate simultaneamente con conseguente miglioramento della stima dei parametri modali. In particolare, il più grande vantaggio della TM sta nel fatto che le forze ambientali possono essere *non white* se sono strettamente correlate. Tale condizione è vera, ad esempio, se la forza ambientale è dominata da una sorgente tipo un motore o un cambio, o anche una turbolenza che agisce su un velivolo in volo. Questa proprietà può essere utilizzata anche per trarre vantaggio in un OMAX combinando le FRF con le TM anziché con gli XP.

Il principale svantaggio degli stimatori OMAX esistenti è legato all'ipotesi che le forze ambientali siano del tipo *white noise*.

3

METODI DI TESTING: GVT, TVT AND FVT

In questo capitolo si vuole presentare lo stato dell'arte delle principali tipologie di test che si possono eseguire in fase di certificazione dell'aeromobile. Esse possono essere eseguite a terra facendo ricorso al *Ground Vibration Test*, GVT, oppure in volo, con i *Flight Vibration Test*, FVT. I Ground Vibration Test, ampiamente utilizzati e quindi di gran lunga affidabili, possono essere eseguiti in svariate tecniche, a seconda delle tecnologie cui l'analista dispone. In seguito si vuole presentare lo stato dell'arte dei più moderni *Taxi Vibration Test*, TVT, che rappresentano sempre meglio un'alternativa ai GVT. Poichè non ancora del tutto affidabili, i TVT non si possono utilizzare come unica metodologia di analisi modale, ma sono eseguiti in combinazione con i GVT per valutarne l'attendibilità dei risultati.

3.1 GROUND VIBRATION TEST, GVT

Durante lo sviluppo di un nuovo aeromobile, l'esecuzione del GVT è un importante passo da compiere per poter effettuare l'analisi del flutter. Dopo una breve introduzione sugli obiettivi di un GVT, si mettono in evidenza i miglioramenti apportati in tale disciplina nel corso del tempo, favoriti dai progressi dell'elettronica, dei calcolatori e degli algoritmi. Anche se al giorno d'oggi il GVT ha raggiunto livelli di accuratezza e praticità elevati, l'ambiente dell'analisi modale sperimentale è così impegnativo che sono ancora attivi numerosi studi e ricerche in questo settore.

3.1.1 Perché condurre un GVT?

Innanzitutto, è opportuno ricordare l'equazione di base del flutter:

$$[M] \ddot{x}(t) + [C] \dot{x}(t) + [K] x(t) = [C_{aero}(V^2)] \dot{x}(t) + [K_{aero}(V^2)] x(t) \quad (3.1)$$

dove $x(t)$ è il vettore di spostamento della struttura. $[M]$, $[K]$ e $[C]$ sono rispettivamente la massa definita positiva, le matrici di rigidità e smorzamento. Sul lato sinistro dell'equazione si hanno i termini che rappresentano il comportamento strutturale. Sul lato destro dell'equazione, ci sono le matrici di smorzamento e rigidità aerodinamica che descrivono le forze aerodinamiche instabili.

Il GVT fa parte di un processo di certificazione degli aeromobili e il suo scopo è misurare le caratteristiche dinamiche dell'aeromobile ovvero: frequenza naturale, forma modale, coefficiente di smorzamento strutturale e massa generalizzata delle più importanti forme modali. Questi risultati rendono possibile il calcolo del flutter, così come l'aggiornamento del FEM della struttura, in un eventuale studio condotto parallelamente a quello sperimentale.

L'equazione fondamentale è basata sull'ipotesi di sistemi differenziali lineari di secondo ordine:

$$[M] \ddot{x}(t) + [C] \dot{x}(t) + [K] x(t) = F(t) \quad (3.2)$$

dove, $F(t)$ rappresenta le forze applicate tramite dispositivi di eccitazione. In tal modo, identificare la dinamica si riduce alla stima delle matrici $[M]$, $[K]$ e $[C]$ in una base modale. Se le strutture reali si comportassero in modo lineare, l'equazione 3.2 rimarrebbe lineare e queste matrici sarebbero facili da determinare. Tuttavia, come la maggior parte dei modi di vibrare, sono non lineari, pertanto queste matrici dipendono dalle ampiezze delle risposte e quindi dalle forze di eccitazione. In generale, solo lo smorzamento e la rigidità le matrici presentano questa peculiarità:

$$[M] \ddot{x}(t) + [C(x, \dot{x})] \dot{x}(t) + [K(x, \dot{x})] x(t) = F(t) \quad (3.3)$$

Tuttavia, per quasi tutti i modi di vibrare osservati sugli aerei, questi parametri non lineari sono piccoli rispetto alla linearità intrinseca. L'equazione 3.3 può essere scritta nella seguente forma:

$$[M] \ddot{x}(t) + [C] \dot{x}(t) + [K] x(t) + \epsilon f(x, \dot{x}) = F(t) \quad (3.4)$$

dove ϵ è un piccolo coefficiente di scala e f è la funzione non lineare, chiamata anche *Forza di Restauro* in letteratura specializzata. Di conseguenza, per la previsione del flutter, i produttori di aeromobili hanno bisogno di parametri modali lineari, ottenuti dal più alto livello possibile di forze di eccitazione. Naturalmente, come si può prevedere, poichè l'aereo dovrà effettuare il suo primo volo poche settimane dopo la previsione del test a terra, il GVT deve essere non distruttivo.

3.2 TAXI VIBRATION TEST, TVT

In questa sezione si vuole presentare l'applicazione di un nuovo metodo per l'identificazione dei parametri modali delle strutture aeronautiche. Il metodo convenzionale per identificare i parametri modali di tali strutture consiste nell'eseguire una prova di vibrazione al suolo, un GVT, proprio come discusso in precedenza. Tale prova viene generalmente effettuata prima delle prove di volo in modo tale da poter evitare eventuali failure che in caso di prova di volo comprometterebbero la sicurezza.

In un mercato in cui il produttore di aeromobili tende sempre di più a realizzare un progetto efficiente sotto il profilo dei costi, un aspetto fondamentale, è quello di ridurre i costi per la certificazione e quindi anche per un GVT. Ciò può essere ottenuto riducendo il tempo di prova o aumentando la quantità di informazioni ottenute da un GVT per renderlo più efficiente. Nell'ottica di ottenere un test *multi-obiettivo*, cioè un test viene eseguito per ottenere un gran numero di dati ad un costo relativamente contenuto, trova la ragione del suo impiego il Taxi Vibration Test, TVT.

L'idea di base è quella di registrare e poi analizzare le vibrazioni che si generano quando l'aeromobile viene trascinato oppure è in fase di rullaggio

su un pavimento irregolare, proprio come avviene nella fase di taxi. A differenza degli strumenti di Analisi Modale Sperimentale, EMA, che vengono applicati in un GVT, le vibrazioni misurate in taxi vengono analizzate con strumenti di Analisi Modale Operativa, OMA, largamente presentata nel capitolo precedente. Procedendo in questo modo, il cosiddetto Taxi Vibration Test, TVT, può fornire dati preziosi per la validazione del modello oppure per scopi di certificazione. Un beneficio aggiuntivo può essere ottenuto se il successivo test di volo, FVT, utilizza stesso *Flight Test Instrumentation*, FTI, del TVT.

3.2.1 Teoria alla base del metodo TVT

A differenza di un GVT convenzionale che impiega un'eccitazione artificiale, nel TVT è utilizzata un'eccitazione naturale che si verifica quando un aeromobile percorre un sentiero irregolare di taxi. Il moto dell'aeromobile può anche essere generato dal traino di un trattore, come già accennato, riducendo gli effetti indesiderati dell'eccitazione armonica dovuta ai regimi di rotazione degli alberi motore, che sarebbero presenti in caso di motori accesi.

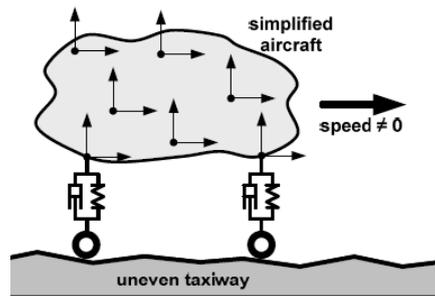


Figura 22: Eccitazione naturale - principio alla base del TVT

Il principio del metodo TVT è indicato in modo elementare nella figura 22 che comprende un sistema dinamico di un generico carrello di atterraggio. Si può determinare un vettore forza effettivo che eccita il sistema facendolo vibrare alle sue vibrazioni relative (per esempio le vibrazioni sovrapposte alle deformazioni quasi-statiche dovute allo spostamento del supporto). Questo vettore forza effettiva può essere ottenuto scomponendo l'equazione del movimento del sistema in gradi di libertà *non vincolati* (indice a) e gradi di libertà con *condizioni al contorno dinamiche* come per le parti inferiori del carrello di atterraggio (indice b):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [M_{aa}] & [M_{ab}] \\ [M_{ba}] & [M_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_a\} \\ \{\ddot{u}_b\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{aa}] & [C_{ab}] \\ [C_{ba}] & [C_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_a\} \\ \{\dot{u}_b\} \end{Bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} [K_{aa}] & [K_{ab}] \\ [K_{ba}] & [K_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_a\} \\ \{u_b\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.5)$$

La risposta può essere ottenuta dividendo la risposta totale in *risposta quasi-statica* e *risposta relativa*:

$$\{u_a\} = \{u_a\}^{\text{static}} + \{u_a\}^{\text{rel}} \quad (3.6)$$

Tale scomposizione della risposta è facilmente visibile dalla figura 23:

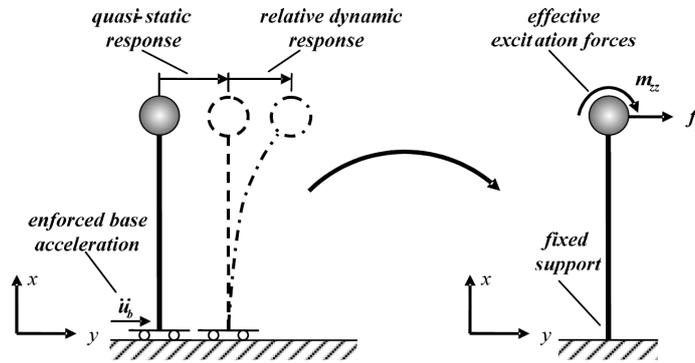


Figura 23: Risposta dinamica quasi statica e relativa di un sistema con movimento forzato del supporto

La *risposta quasi statica* è uguale alla risposta che si verificherebbe se il movimento del supporto forzato viene applicato in modo infinitamente lento così che gli effetti dinamici possano essere ignorati e la struttura subisca una deformazione statica:

$$\{u_a\}^{\text{static}} = -[K_{aa}]^{-1} + [K_{ab}]\{u_b\} = [T_G]\{u_b\} \quad (3.7)$$

La *risposta relativa* è generata da forze di inerzia e di smorzamento, dove le prime sono generalmente preponderanti, tali da poter trascurare ragionevolmente le forze di smorzamento:

$$[M_{aa}]\{\ddot{u}_a\}^{\text{rel}} + [C_{aa}]\{\dot{u}_a\}^{\text{rel}} + [K_{aa}]\{u_a\}^{\text{rel}} = \underbrace{[M_{aa}][T_G]\{\ddot{u}_b\} + [C_{aa}][T_G]\{\dot{u}_b\}}_{f_{\text{eff}}} \quad (3.8)$$

L'equazione 3.8 deve essere risolta per calcolare la risposta dinamica relativa, mentre la risposta quasi-statica è ottenuta dall'equazione 3.7. La risposta dinamica totale è la sovrapposizione di queste due parti. Come si può vedere dall'equazione 3.8, il movimento del supporto può essere espresso come inerzia e le forze di smorzamento come i gradi di libertà del sistema. In base al principio rappresentato, si può considerare il carrello di atterraggio come il sistema dinamico appena presentato, in cui il moto forzato è quello del supporto. In questa configurazione la rigidità del carrello di atterraggio è rappresentata dalla matrice $[K_{ab}]$ come parte della matrice geometria $[T_G]$, come scritto nell'equazione 3.8. Questa matrice accoppia i gradi di libertà non vincolati dell'aeromobile con quei gradi di libertà che rappresentano le condizioni al contorno dinamiche.

In un GVT convenzionale si utilizzano martelli strumentati o shaker per introdurre forze di eccitazione in punti discreti. Come si può vedere dall'equazione 3.8, le forze di eccitazione generate in un TVT sono causate dal movimento forzato degli ingranaggi del carrello di atterraggio. Questa tecnica ha diversi vantaggi, ma impone anche alcune limitazioni.

- Il vantaggio più evidente di TVT è che non è necessaria l'attrezzatura per eccitare la struttura, al contrario del GVT che richiede nu-

merose attrezzature e spazi chiusi dove poter eliminare le possibili contaminazioni esterne della forzante.

- Una limitazione di TVT è che si ha un controllo molto limitato sul contenuto spettrale e sulla distribuzione spaziale delle forze di eccitazione. Per migliorare il contenuto spaziale del segnale di eccitazione, in modo che le modalità ad alta frequenza siano sufficientemente eccitate, potrebbe essere necessario preparare la pista di rullaggio con alcuni ostacoli artificiali. Un aspetto importante da considerare è che gli ingranaggi di atterraggio hanno un filtro passa-basso caratteristico, così le eccitazioni ad alte frequenze sono molto più influenzate dalla riduzione di ampiezza rispetto alle eccitazioni a bassa frequenza. La distribuzione spaziale delle forze di eccitazione può essere manipolata ad esempio installando masse di richiamo in punti specifici dell'aeromobile.

Dopo la richiesta di brevetto, l'applicabilità generale del metodo TVT è stata dimostrata nel 2007 con una serie di studi sperimentali condotti in laboratorio su aeromodelli in moto su un nastro trasportatore, come quello descritto in [27].

3.3 FLIGHT VIBRATION TEST, FVT

In questo capitolo si descrivono le caratteristiche principali del *Flight Vibration Test*. In particolare si presenta una panoramica sull'ambito della sperimentazione in volo, presentano le figure tecniche coinvolte, le ragioni per cui tali prove devono essere eseguite e le tipologie di flight test che si possono eseguire su un'aeroplano. Si presentano infine i concetti di sicurezza e di economicità che sono due aspetti fondamentali da tenere in conto nella progettazione di un flight test.

Il Flight Testing di velivoli aerospaziali pilotati con e senza equipaggio, è un processo interdisciplinare fondamentale, non solo nell'ambito della certificazione ma anche per favorire lo sviluppo di nuovi sistemi aerospaziali. Tanti settori ingegneristici sono coinvolti, pertanto, a seconda della complessità del progetto, si possono trovare:

- tecnici aeronautici che sfruttano le spiccate conoscenze di aerodinamica e di meccanica del volo per meglio comprendere gli effetti della configurazione del velivolo riguardo le prestazioni, la stabilità e il controllo;
- tecnici elettrici, indispensabili per lo sviluppo di una strumentazione adeguata e nella valutazione di sottosistemi elettronici;
- tecnici meccanici, che forniscono particolari competenze nella progettazione di sottosistemi meccanici, idraulici e pneumatici;
- specialisti in campo informatico, per creare una integrazione ragionevole del computer di bordo e la sua capacità apparentemente illimitata di controllo e di visualizzazione delle informazioni da parte dell'equipaggio e degli operatori a terra.

La sperimentazione di volo, il *Flight Testing* è un processo complesso. Richiede differenti *technical skills*, ma richiede anche una grossa capacità di *menagement*.

Le ragioni principali per cui si esegue una prova di volo sono le seguenti:

- per determinare le caratteristiche reali di un velivolo, a valle dei GVT eseguiti per calcolare le caratteristiche della struttura;
- per effettuare una certificazione di volo e di sicurezza, come nel caso di questo lavoro;
- per determinare informazioni relative allo sviluppo di prodotti e a progetti di ricerca scientifica nel campo aeronautico e spaziale.

La tipologia di Flight Test è classificabile a seconda del livello di sviluppo del progetto dell'aeromobile stesso. Si possono avere pertanto le seguenti tipologie:

- *Development flight testing*: comprende non solo la fase progettuale di calcolo e quella sperimentale in galleria del vento ma anche la prototipazione di sottosistemi che devono essere ottimizzati. Questa fase dello sviluppo è una delle più importanti, perchè grazie alla grossa quantità di strumentazione e parametri acquisiti è possibile analizzare nel dettaglio il comportamento della macchina e quindi applicare importanti modi

che al progetto. La maggior parte dei produttori di velivoli dell'aviazione generale promuovono le campagne di prove di volo, per verificare le scelte costruttive, prima di passare alla produzione di larga scala. Non tutti i progetti preliminari danno luogo alla nascita di un programma di produzione poichè molto spesso le prove di volo portano ad importanti modifiche del progetto che a volte possono consistere nella cancellazione di parti di esso o dell'annullamento del programma stesso. Per tutti i velivoli, sia militari che civili, il reale sviluppo di un progetto si avvia alla fase terminale quando si arriva al processo di certificazione della macchina. Questa fase dello sviluppo è una delle più importanti, perchè grazie alla grossa quantità di strumentazione e parametri acquisiti è possibile analizzare nel dettaglio il comportamento della macchina e quindi applicare importanti modifiche al progetto.

- *Operational flight testing*: comprendono i test che si eseguono durante la vita operativa di un velivolo. Questa classifica è legata al fatto che il settore aeronautico e spaziale devono essere sempre pronti a rispondere al meglio alle più moderne tecnologie che puntano ad un'automazione sempre più spinta della macchina. Da ciò si genera la necessità di aggiornare i veivoli con strumenti e tecnologie che però devono essere testate sia in fase preliminare che dopo l'installazione a bordo.

All'interno del *Ministero della Difesa Americano*, il DoD, si è definita in modo più chiaro la distinzione tra le fasi di sviluppo e le fasi operative. Al fine di porre maggiore attenzione ai test di idoneità operativa fu pubblicato un rapporto nel Luglio del 1970 in cui fu fondata un'agenzia che si occupasse

di *Operational Test and Evaluation*, OT&E con una più forte integrazione da parte delle forze armate nel processo di sviluppo. Così, in riferimento al rapporto del DoD, si definiscono le seguenti agenzie:

- Development Test and Evaluation, DT&E è definito come:
...tests and evaluation conducted to assist the engineering design and developmental process and verify the attainment of technical performance specifications and objectives.
- Operational Test and Evaluation è definito come:
...test and evaluation conducted to establish a system's operational effectiveness and operational suitability, identify needed modifications, and provide information on tactics, doctrine, organization and personnel requirements.

Il testing di velivoli è un processo molto complesso e articolato, quindi richiede un'organizzazione molto accurata e dettagliata. Poiché l'oggetto è inserito all'interno di un contesto economico mondiale, molto competitivo, è opportuna un'attenta analisi anche dei costi che una campagna di test può richiedere. Il costo delle prove di volo è generalmente molto elevato poiché determinato da fattori costosi quali: supporto a terra, strumentazione e durata delle prove stesse. Per supporto a terra si intende eventuali apparati telemetrici che possono essere utilizzati in prove di volo più complesse. La strumentazione è sicuramente la voce più costosa pertanto occorre utilizzare soltanto quella strettamente necessaria, anche per non avere una sovrabbondanza di dati che si tradurrebbero in lunghi tempi di analisi post test.

Un altro aspetto è quello della sicurezza. Le prove di volo portano con sé un certo fattore di rischio. L'analisi della sicurezza delle prove incomincia dalla fase di progetto del velivolo stesso. In tale fase vengono messi in discussione i molteplici aspetti critici e si valutano tutti i possibili fattori trascurati in precedenti fasi di progetto. La perdita di un velivolo in fase di test può portare alla cancellazione di un programma, pertanto è necessario che si apprezzi l'importanza della fase preliminare del progetto di una prova di volo. Prima di tutto si deve cercare di definire una squadra composta da tecnici e si devono definire i responsabili del progetto. Si evidenziano gli oggetti o i sottoinsiemi più pericolosi che possano intaccare la sicurezza. A questo punto si progetta la prova di volo in modo da trovare una soluzione ad eventuali eventi di *safety*. Analizzata e pianificata la situazione globale si continua andando ad analizzare nel dettaglio le varie tipologie di prova di volo. Nell'esecuzione delle prove di volo è molto importante che ogni flight test si attenga a quanto precedentemente pianificato, per non avere spiacevoli sorprese ed evitare di incorrere in rischi per la sicurezza. Le *flight cards* devono essere sempre chiare e complete, è responsabilità del *flight engineer* controllarle prima del volo ed eventualmente correggerne gli errori.

Si riporta, in conclusione di questa breve presentazione degli aspetti generici delle prove di volo, uno schema a blocchi che riassume un tipico processo di prove di volo:

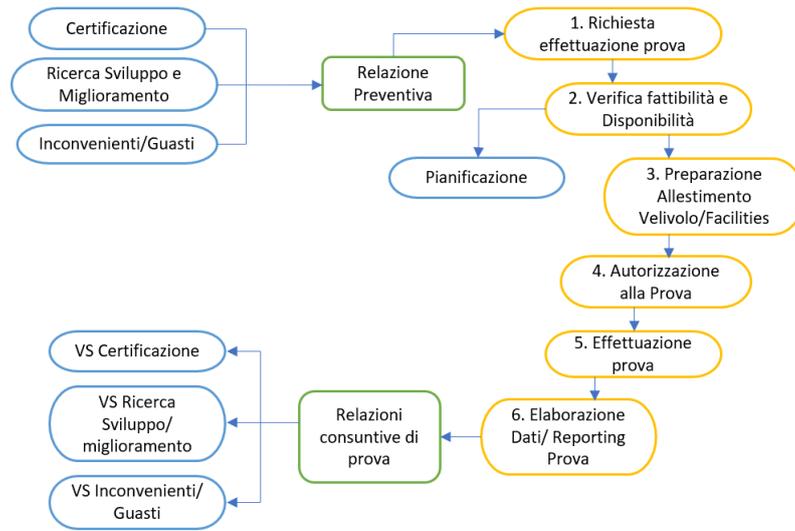


Figura 24: Esempio di processo delle prove di volo

4

TEST AIRCRAFT, NORMATIVA E CAMPAGNE DI PROVA GVT, TVT E FVT

In questo capitolo si presenta il velivolo oggetto di studio, il *Dardo*, di cui si vuole eseguire la certificazione. A tale scopo occorre eseguire una serie di prove, suddivise in GVT, eseguite a terra, TVT, eseguite su un percorso di taxi, e FVT, compiute a valle delle prime due, portando in volo il velivolo. Vengono presentate le configurazioni e le modalità operative delle prove eseguite sul velivolo *Dardo* e sono riportati i dati estrapolati dalle analisi pre-stabilite dal programma di collaborazione con Embraer, in cui questo lavoro di tesi è inserito. La finalità generale è quella di identificare la condizione di *flutter* del velivolo al fine di poterne accertare l'aeronavigabilità. Tutte le tecniche utilizzate rispondono, come descritto in precedenza, alle normative di certificazione per l'aeronavigabilità: EASA-VLA, Very Light Aircraft [11] e Certification Specification CS-23 Airworthiness Standards: Normal Category Airplanes [10], nonché alla normativa tedesca DULV, *Deutschen Ultraleichtflugverbandes*. Si presentano, le strutture coinvolte soggette ai GVT e poi viene descritta sia la strumentazione utilizzata per condurre le varie prove che il software scelto per acquisire, elaborare e validare i dati relativi al velivolo, entrambe prodotte da *Briuel & Kjaer*. Ogni test è stato eseguito con scopi precisi e pertanto si riportano brevemente i risultati che si sono ottenuti per ciascuna campagna di prova, riferita sia al GVT che al TVT e, infine, al FVT.

4.1 TEST AIRCRAFT

Il velivolo *Dardo* in figura 25 è un *Very Light Aircraft* che è stato progettato da *CFM Air* di Cirié, in provincia di Torino, una piccola azienda nota per le sue spiccate capacità di *prototyping* e di *design of projects* in ambito aerospaziale, [22]. *CFM Air* tra le varie attività, è dotata di capacità progettuali che l'hanno spinta verso progetti sempre più moderni e con tecnologie all'avanguardia. In questo contesto è nato il progetto *Dardo* che ha compiuto il suo primo volo nel Luglio del 2014.

L'aeromobile, della categoria ad ala bassa, ha una cabina di pilotaggio chiusa con due sedili posti nella configurazione affiancata sotto un *bubble canopy*, un carrello di atterraggio triciclo e retrattile e un singolo motore traente.



Figura 25: Dardo CFM Air

Le principali caratteristiche dimensionali e prestazionali del velivolo sono di seguito elencate, a titolo informativo

- Wing span: 8.40m
- Length: 7.40m
- Height: 2.50m
- Maximum cabin width: 1.30m
- Wing area: 10.60m²
- Maximum take-off weight (including ballistic parachadute): 600kg
- Maximum Speed: 340km/h
- Cruising Speed at Max Cont Power at Sea Level: 280km/h
- Cruising Speed at 75% Engine Power at Sea Level: 250km/h
- Maneuvering Speed: 180km/h
- Speed (extended flaps): 150km/h
- Clean Stall Speed (retracted flaps): 85km/h
- Stall Speed (extended flaps): 65km/h
- Maximum Gust Intensity Speed: 250km/h

4.2 AIRWORTHINESS REQUIREMENTS

In questa sezione vengono presentate le principali normative per la certificazione di un VLA ma innanzitutto si vogliono fare delle precisazioni riguardo la scelta di voler eseguire la certificazione. Sicuramente le ragioni

del produttore CFM Air nel voler avviare una campagna di prove atte alla certificazione del velivolo Dardo sono da trovare prevalentemente nella scelta di *bussines* in quanto un velivolo certificato, oltre ad essere preferito sul mercato, rappresenta un surplus del prezzo che solitamente l'acquirente paga volentieri. Ora ci si concentra brevemente sul quadro normativo per capire perchè si vuole utilizzare una normativa tedesca. In Europa non esiste una normativa unificata, tra i vari stati membri, per tale categoria di aeromobili che di per se non richiedono una certificazione per poter essere venduti e quindi utilizzati. In Italia la legge di riferimento è la *Legge del 25 Marzo 1895, n. 106*, che è stata integrata dal *Decreto del Presidente della Repubblica, 9 luglio 2010, n. 133*, detto DPR 133, [26]. Quest'ultimo distingue due categorie di velivoli *Ultra Light*: di base e avanzati, i cui requisiti tecnici sono definiti da una serie di allegati al DPR 133. L'AeCI, l'*Aero Club d'Italia*, autorità italiana per gli ultraleggeri, al fine di rilasciare la certificazione, richiede per la categoria avanzata una relazione tecnica in grado di dimostrare la conformità del velivolo ad ogni requisito del DPR 133. Allo stesso modo, la *Deutschen Ultraleichtflugverbandes*, DULV, è responsabile della certificazione UL secondo la LTF-UL, [17].

La LTF-UL definisce il campo di applicabilità del regolamento nel modo seguente:

This airworthiness requirements are applicable to three axis standard control ultralight aircraft (UL), with a maximum take off weight for:

- *single seat of not more than 300kg and additional rescue system (22.5kg);*
- *dual seat of not more than 450kg and additional rescue system (22.5kg); and a stalling speed V_{S0} not more than 65km/h.*

La normativa LTF-UL segue il layout del regolamento EASA, [10] cioè il *Certification Specification* per VLA. In particolare, l'EASA adatta la normativa tenendo conto dei requisiti richiesti per gli *Ultra Light Aircraft*, ULA, in fibra di carbonio, come il Dardo. La normativa DULV è suddivisa in *Subpart* nel modo seguente:

- Subpart A: General;
- Subpart B: Flight;
- Subpart C: Structure;
- Subpart D: Design and construction;
- Subpart E: Power plant;
- Subpart F: Equipment;
- Subpart G: Operating limitations and informations;
- Subpart J: Propeller (non presente nel CS-VLA)

Ogni Subpart è suddivisa in paragrafi che seguono la numerazione EASA, per uniformità. Ai fini del presente lavoro, verrà analizzata solamente la *Subpart B: Flight* del regolamento. Data la somiglianza tra le specifiche di

volò richieste dalla normativa italiana e tedesca, la scelta di selezionare il regolamento LTF-UL è mirato da due motivi principali. In primo luogo, la norma LTF-UL è meglio strutturata e più dettagliata rispetto alla legge italiana perché derivata dall'EASA CS-VLA. Il secondo motivo è che gli aerei con certificazione di aeronavigabilità sono più appetibili di quelli senza certificazione. In particolare, utilizzando la normativa tedesca DULV è più facile intraprendere una campagna di promozione del velivolo in Germania, dove il mondo dell'aviazione ultraleggera è più dinamico di quello italiano.

I. General	LTF-UL 21	Proof of Compliance
	LTF-UL 23	Load distribution limits
	LTF-UL 25	Weight limits
	LTF-UL 29	Empty weight and corresponding centre of gravity
II. Performance	LTF-UL 45	General
	LTF-UL 49	Stalling Speed
	LTF-UL 51	Take-off
	LTF-UL 65	Climb
III. Controllability and Manoeuvrability	LTF-UL 143	General
	LTF-UL 145	Longitudinal control
	LTF-UL 147	Lateral and directional control
	LTF-UL 155	Elevator control forces in manoeuvres
	LTF-UL 161	Trim
IV. Stability	LTF-UL 171	General
	LTF-UL 173	Static longitudinal stability
	LTF-UL 177	Lateral and directional stability
	LTF-UL 181	Dynamic stability
V. Stalls	LTF-UL 201	Wings level stall
	LTF-UL 203	Turning flight stall
	LTF-UL 207	Stall warning
VI. Ground handling characteristics	LTF-UL 233	Directional stability and control
	LTF-UL 234	T/O and landing during crosswind conditions
VII. Miscellaneous Requirements	LTF-UL 251	Vibration and Buffeting

Figura 26: LTF-UL Subpart B

4.3 TEST ARRANGEMENT

In questo paragrafo vengono presentate innanzitutto le strumentazioni e il software utilizzati per condurre i test, dal GVT, al FVT, fornendo le loro caratteristiche performative peculiari. A seguire si descrive, per ogni tipologia di test, la struttura coinvolta e i risultati che si ottengono a valle di tali sperimentazioni. Non ci si vuole soffermare ulteriormente sugli aspetti teorici già ampiamente presentati in precedenza ma si vuole descrivere la procedura e le tecniche effettivamente utilizzate.

4.3.1 Stumentazione di prova

Tutte le analisi sono state condotte in *real-time* mediante un sistema *multichannel*. L'hardware per l'acquisizione dei dati vibrazionali è prodotto da *Bruel & Kjaer* e consiste nei seguenti elementi:

- 12 - channels input Module LAN-XI 25.6kHz Type 3053, con frequenze misurabili nel range 0 – 25.6kHz.



Figura 27: Multichannel system

- *Li-Ion battery module*, ricaricabile, è utilizzata per l'alimentazione del sistema di acquisizione dati. L'autonomia oraria è di circa 7 ore pertanto è da considerarsi adeguata per i test che si vogliono effettuare.



Figura 28: Li-Ion battery module

L'unità che comprende i 12 canali, della *Bruel & Kjaer*, è adatta anche per effettuare la registrazione dei dati via *wireless*. Tale capacità sarà sfruttata maggiormente nei *Flight test*, mentre per i *Ground Test* si utilizza il collegamento fisico dei cavi al sistema di acquisizione, come nel classico modo. La

registrazione dei dati wireless avviene tramite il software *Sonoscout*, compatibile con *PULSE OMA* e con *BK Connect*, che permetterà l'acquisizione dei dati e la loro elaborazione. Le risposte sono misurate con 12 accelerometri uniassiali del tipo in figura 29 prodotte da *DeltaTron* e sono caratterizzati da una sensibilità di 10mV/ms^2 .



Figura 29: Accelerometro

L'eccitazione, come già visto nei precedenti paragrafi teorici, è stata generata da un martello strumentato, *PCB Piezoelectronics Hammer*, dotato di testa intercambiabile da medium-soft ad hard. Le sue principali caratteristiche sono:

- Sensibilità: $10 \frac{\text{mV}}{\text{lbf}} = 2.19 \frac{\text{mV}}{\text{N}}$
- Range di misurazione: $\pm 500\text{lbfpk} = \pm 2224\text{Npk}$
- Massa: $0.34\text{lb} = 0.16\text{kg}$



Figura 30: Impact Hammer

Per completezza si riporta di seguito il sistema di acquisizione utilizzato, comprendente tutte le parti sopracitate.

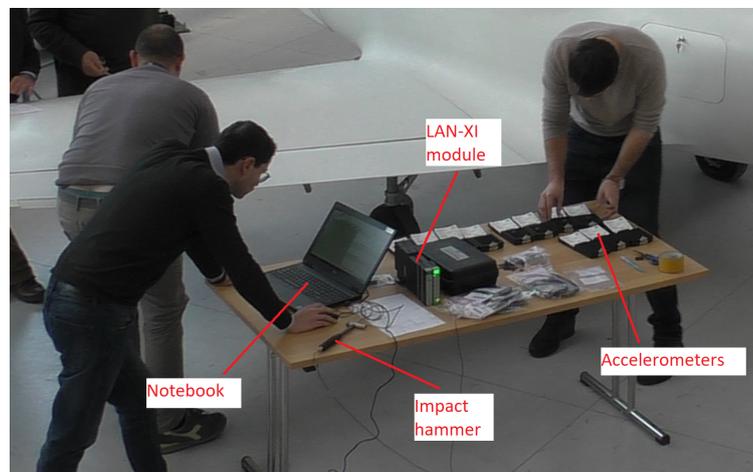


Figura 31: Sistema hardware per l'acquisizione dei dati

4.3.2 Software per registrazione, stima e validazione del modello modale

L'acquisizione dati, l'elaborazione e l'analisi vengono eseguite con i software *BK Connect* e *Pulse OMA*. L'acquisizione dei dati di volo sarà effettuata via wireless, usando il modulo Wi Fi e il software *Sonoscout* installato su un iPad. Si citano per le principali caratteristiche dei software come dai manuali del produttore *Brüel & Kjær* [1], [2], [3].

Structural Measurements - Hammer and Shaker Type 8411, Advanced Sine Measurements Type 8412 and Geometry Type 8410

Il software BK Connect è stato scelto perchè è possibile eseguire le misurazioni e un controllo del test *real-time*. L'ambiente BK Connect contiene varie possibilità di test: per il caso in esame si è preso in considerazione la possibilità di eseguire l'hammer test e, in futuro, lo shaker test. In fase preliminare è opportuno porre attenzione al collegamento fisico dei cavi dei vari accelerometri e del martello strumentato. Pertanto è opportuno definire una configurazione che identifichi in modo univoco gli elementi coinvolti. In supporto a ciò si utilizza la creazione di un modello semplice per poter visualizzare il *setup* di prova ed identificarne in seguito le varie deformazioni che la struttura assume durante il test EMA o OMA indistintamente.

PULSE Operational Modal Analysis Types 8760 - 8762, Batch Processing Option BZ-8527 and Structural Health Monitoring Modules BZ-8550

Il software Pulse OMA è stato scelto per permettere l'esecuzione dell'analisi modale operativa e quindi per poter registrare le vibrazioni ambientali che eccitano la struttura. Anche in questo caso è fondamentale la chiarezza del *setup* della prova, che deve essere semplice e di facile comprensione. A tal proposito si utilizza generalmente un modello di guida, che mostra il codice identificativo di ogni accelerometro posizionato sulla struttura, e permette di osservarne in via preliminare i risultati. Le deformazioni che sono mostrate nel paragrafo relativo ai risultati derivano dalla costruzione di un modello con il software BK Connect che ne mostra i vari ID assegnati agli accelerometri e le varie forme modali che la struttura assume durante un OMA test.

Sonoscout NVH Recorder

Sonoscout è un software *wireless*, portatile e multichannel che esegue la registrazione e la convalida in tempo reale di vibrazioni ambientali. Esso visualizza, su un'interfaccia molto semplificata, le informazioni di prova, come l'output del canale tachigrafico, per massimizzare la sicurezza durante i test. Inoltre si può eseguire semplicemente il controllo e l'analisi dell'attività. Sonoscout è un sistema che comprende un'unità di controllo (un'app per iPad) e un front-end di acquisizione dati alimentato a batteria con funzionalità wireless basata sull'hardware LAN-XI già presentata in precedenza. La *connessione Bluetooth* consente la riproduzione immediata dell'evento da analizzare. Grazie a questo software, si può realizzare l'analisi spettrale e

il filtraggio degli output atti a condurre un'analisi modale. Successivamente si possono esportare in BK Connect i dati per poter condurre una post elaborazione, come avverrà nel caso delle prove di volo.

4.4 GROUND VIBRATION TESTS

4.4.1 Ground Vibration Test sull'ala

La figura 32 mostra la configurazione sperimentale cui la superficie alare è stata sottoposta per effettuare le misurazioni statiche, con il tipico sistema di carico ad albero.



Figura 32: Configurazione sperimentale utilizzata per l'analisi statica dell'ala

Successivamente è stata staccata dalla struttura di carico ad albero ed è stata vincolata alla struttura rigida tramite un supporto labile rappresentato da due cavi elastici, raffigurato in 33 e 34.



Figura 33: Rimozione elementi di caricamento

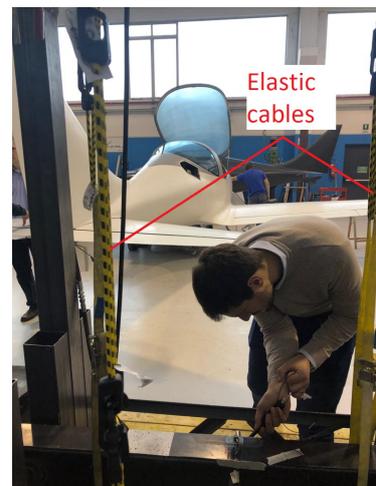


Figura 34: Cavi elastici per simulare le condizioni libere

In questo modo, le non linearità sono quasi eliminate e le condizioni al contorno sono del tipo *free-free*. Gli accelerometri sono stati posizionati come nella figura 35 utilizzando supporti appropriati, una colla *ethyl 2-cyanoacrylate* e un sottile nastro adesivo per prevenire la contaminazione e non danneggiare la struttura.

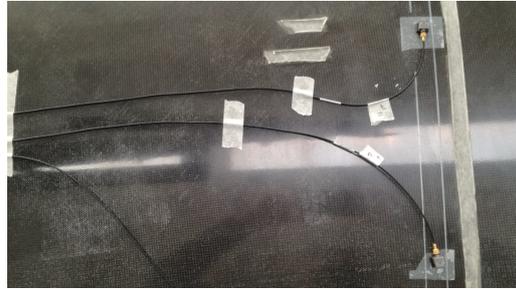


Figura 35: Posizionamento accelerometri

Si ricorda ancora una volta che gli accelerometri sono stati posizionati in modo opportuno, in modo da misurare tutte le frequenze naturali e le forme modali in modo chiaro, in fase di analisi delle risposte. La posizione esatta degli 11 accelerometri sulla semiala è indicata in figura 36 e in figura 37, in cui si mostrano tutti i punti di riferimento nelle direzioni nel piano e fuori dal piano. Durante l'hammer test gli accelerometri (11) sono fissati e il martello che esegue l'hammer test si muove, colpendo in vari punti la struttura (hammer rover). Per ogni punto vengono effettuate 10 misurazioni.

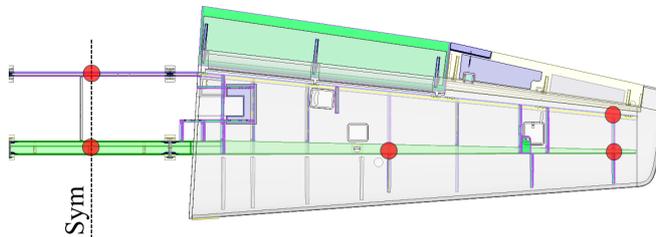


Figura 36: Posizione degli accelerometri per l'analisi dell'ala libera

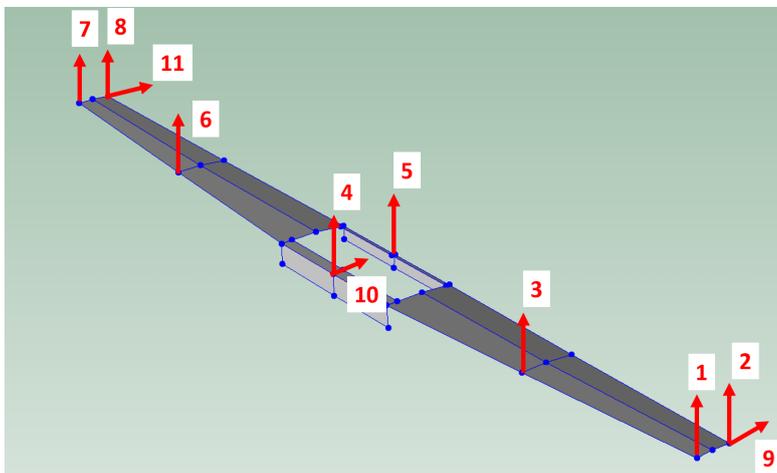


Figura 37: Punti di riferimento nelle direzioni in piano e fuori piano

4.4.2 Ground Vibration Test sull'intero velivolo

Sull'intera struttura dell'aeromobile si sono eseguite due campagne GVT che hanno permesso, in modalità differenti, di registrare i dati utili per determinare i parametri modali. In particolare, dell'intero velivolo, sono state coinvolte solo le superfici dell'ala e dei piani di coda orizzontale e verticale. La differenza principale tra le due campagne di test è determinata dalla differente riproduzione delle condizioni al contorno, infatti, nella prima campagna di prova, al fine di riprodurre le condizioni al contorno *free - free*, il velivolo viene vincolato con le sole ruote del carrello sgonfie. Nella seconda campagna di prova, poichè si è riscontrata una certa rigidità nel registrare i vari modi del velivolo, si è deciso di riprodurre in modo più efficiente le condizioni *free - free* utilizzando delle molle. Di seguito vengono analizzate queste due campagne di prova, con i relativi risultati, mostrando maggior interesse a quelli relativi alla configurazione di velivolo sospeso.

Velivolo intero su ruote

La figure 38 e 39 mostrano la configurazione sperimentale per l'analisi dell'intero aeromobile nella prima campagna di prova.



Figura 38: Setup del test per velivolo completo



Figura 39: Esecuzione dell'hammer test per velivolo completo

Le condizioni al contorno sono del tipo *free - free*, ma questa volta sono state riprodotte utilizzando gli ammortizzatori del carrello di atterraggio e

gli pneumatici sgonfi. Questa metodologia è accettabile per gli aerei leggeri, ma inevitabilmente porterà ad effetti che possono essere indesiderati e che provocheranno non linearità. Per l'intero velivolo, vengono utilizzati 18 punti di riferimento. Tra i 18 punti, solo 11 possono essere utilizzati contemporaneamente poichè l'hardware è configurato con solo 12 canali (si ricordi che uno è dedicato al martello strumentato). Pertanto si necessita di due configurazioni di prova, per poter registrare il comportamento delle diverse superfici, di ali e impennaggi di coda, che richiedono l'utilizzo di 18 accelerometri in toto. Le figure 40 e 41 mostrano l'esatta collocazione di questi punti di riferimento, con le dimensioni indicate in [mm].

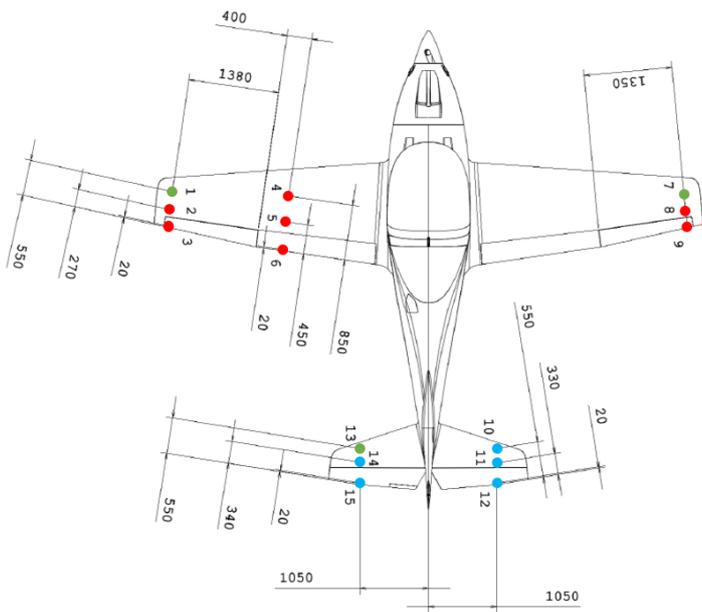


Figura 40: Top view: accelerometri con direzione lungo Z

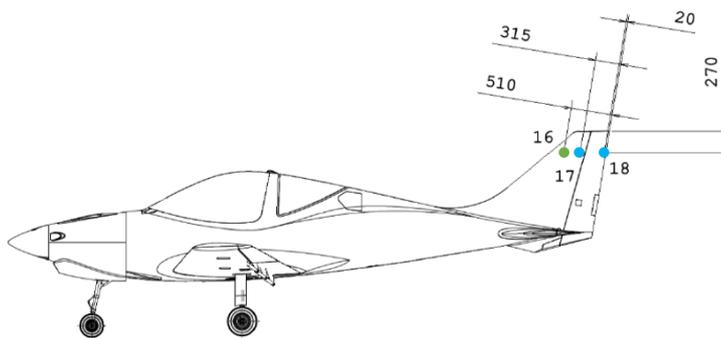


Figura 41: Side view: accelerometri con direzione lungo X

Riferendosi alla figura 40, si osserva che i punti di riferimento utilizzati per la campagna sono evidenziati in rosso mentre i punti di riferimento della seconda campagna sono in blu. I punti di colore verde rappresentano i punti di riferimento che sono in comune tra le due differenti campagne.

Configurazioni	Active reference points											
I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	13	16	
II	1	7	10	11	12	13	14	15	16	17	18	

Tabella 1: ID dei punti di riferimento per la prima e le configurazioni I e II

Per motivi di completezza, la tabella 1 riassume le posizioni attive per le due campagne di misura. Questa metodologia fornisce costantemente le caratteristiche modali dell'aeromobile con un numero limitato di accelerometri e di canali di input.

Velivolo intero sospeso per mezzo di molle

Nella prima campagna di prove GVT relative al velivolo completo, come si vedrà, si sono ottenuti dei valori in uscita caratterizzati da un forte rumore, tale da rendere inaccettabili queste misurazioni. Alla luce di ciò è stato opportuno ripetere l'analisi, utilizzando dei metodi differenti, capaci di riprodurre al meglio la condizione free - free richiesta. Per questo motivo, come anticipato, si è scelto di appendere l'intero velivolo, tramite due molle, su una trave dell'hangar, con il carrello di atterraggio represso. Le figure 42, 43 e 44 mostrano quanto descritto.



Figura 42: GVT arrangement per velivolo completo sospeso



Figura 43: Condizione free-free del velivolo completo sospeso



Figura 44: Condizione free-free del velivolo completo sospeso

La singola molla, mostrata in figura 45, ha le seguenti caratteristiche:

- Rest length: $L_0 = 92\text{cm}$;
- Maximum elongation under a mass of 220kg: $L_{\text{max}} = 58\text{cm}$;
- Stiffness: $k = 3721\text{N/m}$;
- Fundamental frequency of the spring-mass system, (Dardo mass= 450kg):
 $f = 0.65\text{Hz}$.



Figura 45: Molla

Per confermare la validità dei dati ottenuti utilizzando il metodo Operational Modal Analysis, i cui aspetti peculiari e teorici sono stati ampiamente trattati nei capitoli precedenti, è stato utilizzato il classico Experimental Modal Analysis, che ha permesso di effettuare un confronto tra i risultati. I test di vibrazione sono stati eseguiti sul velivolo completo, compreso il motore ma privo di alcune attrezzature solitamente presenti nella fusoliera, ma tali da non influire in modo determinante sui risultati del test. Preventivamente, in

questo secondo test, gli accelerometri sono stati inseriti all'interno dell'aeromobile, in modo che siano già pronti per la successiva prova di volo. Gli accelerometri vengono fissati in 11 punti mentre il martello si muove andando ad eseguire per ogni punto di impatto un set di 10 misurazioni. Nella tabella 2 si riportano le direzioni in cui l'accelerometro esegue la misurazione.

Direzione di misurazione	Active reference points										
-Z	1	2	3	4	5	6	7	8	11	12	
+Y	9	10									

Tabella 2: Direzione in cui avviene la misurazione da parte degli accelerometri

Le figure seguenti 46 e 47 mostrano l'esatta collocazione dei punti di riferimento.

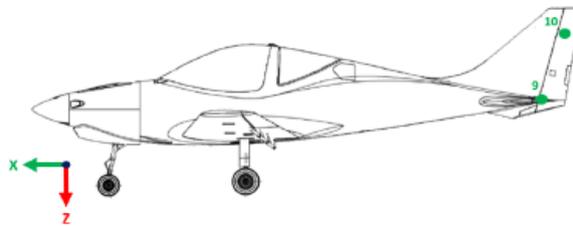


Figura 46: Top view: direzione accelerometri lungo Z

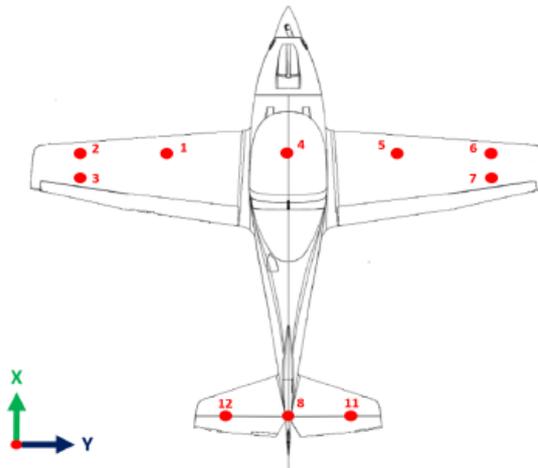


Figura 47: Side view: direzione accelerometri lungo Y

In figura 48 viene mostrata la geometria semplificata creata all'interno del software per l'analisi sperimentale. L'identificazione dei nodi corrisponde alla numerazione degli accelerometri.

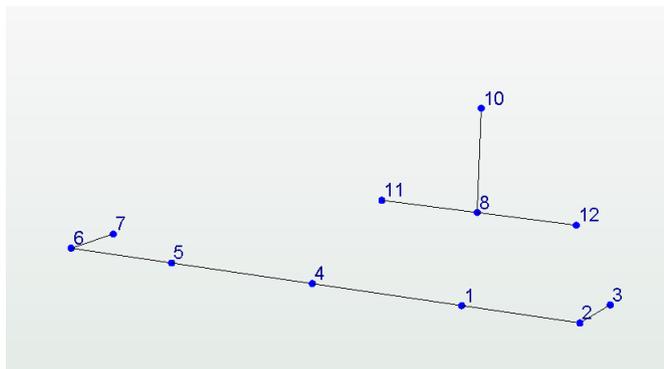


Figura 48: Geometria semplificata dell'aeromobile nel software EMA

Infine, è stato condotto un metodo OMA per confrontare i suoi risultati con quelli dal metodo EMA e confermare la validità di questi dati.

La prova GVT è una delle procedure di test più critiche per la certificazione degli aeromobili. Il GVT permette di determinare la rigidità, le frequenze, le forme modali e lo smorzamento strutturale di ogni componente dell'aeroplano che è necessario per la successiva analisi completa. Un martello strumentato è stato sufficiente per eccitare l'aereo e ottenere un buon segnale in tutti i punti.

4.5 RISULTATI GROUND VIBRATION TEST

La FRF e la coerenza dell'acquisizione modale del piano alare è riportato nell'Appendice A.

La FRF e la coerenza dell'acquisizione modale del velivolo intero sospeso è riportato nell'Appendice B.

Per meglio capire la lettura dei grafici si deve sapere che:

- le FRF sono indicate con $h_{OUT,IN}$ in cui OUT indica la risposta di quel punto a seguito della martellata nel punto IN;
- l'ampiezza delle FRF viene espressa in RMS, *root mean square* e la fase è espressa in gradi.
- sono calcolabili anche le parti reali e immaginarie delle trasformazioni di Fourier e vengono utilizzate per la valutazione delle forme modali.
- Per tutti gli scenari di prova, le misurazioni sono state eseguite con la tecnica roving hammer.
- Per ogni misurazione, viene applicata una finestra di decadimento esponenziale di 4 secondi per ridurre al minimo la perdita.

Per quanto riguarda la qualità delle misurazioni dell'ala, si può osservare che:

- I risultati dell'ala sono generalmente più puliti di quelli del velivolo intero. Questo è dovuto alle non linearità provenienti dalle condizioni al contorno, troppo rigide per il velivolo completo.

- La funzione coerenza nel caso dell'ala è buona, soprattutto nel caso di FRF trasversali. Nel caso della FRF del *drive point*, ovvero del punto di impatto, la coerenza è meno accettabile a causa dell'effetto dell'impatto non impulsivo, mal controllato.
- Altre incongruenze nella coerenza possono essere riscontrate nel caso di cross FRF quando l'impatto viene applicato lungo X e la risposta viene misurata lungo Z o vice versa.
- La coerenza ha un leggero calo nelle regioni antirisonanti, come previsto, perché la struttura non risponde a queste frequenze.

Le misurazioni incoerenti saranno ignorate dall'analisi finale.

4.5.1 Risultati relativi all'ala

Ora si vogliono mostrare i risultati dettagliati dell'analisi modale eseguita sulla configurazione della sola struttura alare del velivolo Dardo di cui si sono già presentati le tipologie di vincolo e la strumentazione utilizzata. Sono descritte di seguito le forme modali trovate mediante il software di acquisizione dati e quelle ricavate a valle di un'analisi modale mediante elementi finiti. A seguire viene riportato un confronto tra i due risultati, dell'EMA (di cui si è discusso prima) e del FEM, al fine di accertare l'affidabilità dell'aeromobile che potrà essere sottoposto ad un livello di prove più avanzato, concernenti il Taxi Vibration Test e il Flight Vibration Test.

Le misurazioni sull'ala sono state effettuate utilizzando 8 accelerometri. Per ogni punto, viene effettuato un set di 10 misurazioni. Questa tipologia analisi GVT è stata implementata attraverso il software BK Connect. Una volta che le misurazioni sono state effettuate, viene creata nell'ambiente del software una geometria semplificata che rappresenta l'ala da analizzare. La figura 49 mostra questa geometria costituita da 8 nodi, quanti sono gli accelerometri utilizzati per le misurazioni lungo Z. Invece, in figura 50, la geometria semplificata permette di osservare i modi nel piano. Si compone di soli 3 nodi, quanti sono gli accelerometri utilizzati per le misurazioni lungo X.

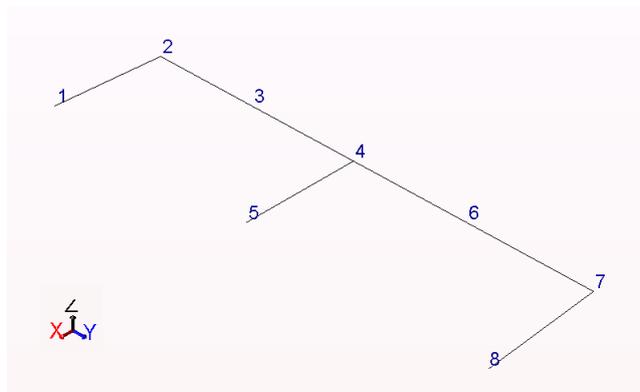


Figura 49: Modello geometrico semplificato dell'ala

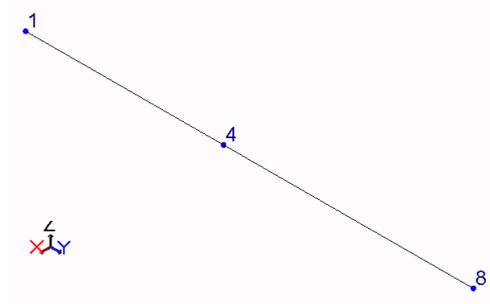


Figura 50: Modello geometrico semplificato per flessione dell'ala

Il *finite element method*, FEM, è uno strumento molto utilizzato per effettuare l'analisi strutturale. Il modello FE disponibile prima del GVT può essere utilizzato per fare previsioni sul comportamento dinamico dell'aeromobile e per ottimizzare il *test arrangement* e la durata del test stesso. Il modello FE della struttura è stato realizzato con FEMAP e viene riportato in figura 51.

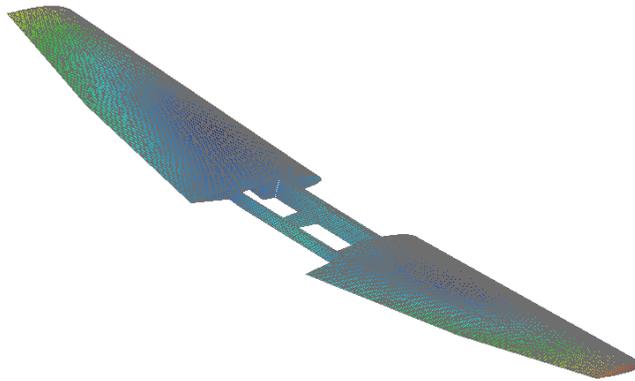


Figura 51: Modello FE della struttura alare

Nella tabella 5 sono riassunti i risultati acquisiti dall'analisi GVT.

Modi	EMA [Hz]	FEM [Hz]	Descrizione
1	20.08	17.38	Prima flessionale simmetrica dell'ala
2	32.42	28.45	Prima anti-simmetrica flessionale
3	35.73	33.71	Anti-simmetrica flessionale e Anti-simmetrica torsionale
4	48.14	41.16	Flessione edgewise
5	64.46	50.46	Seconda flessionale simmetrica dell'ala
6	66.86	67.94	Flessione e torsione

Tabella 3: Confronto tra metodi EMA e FEM

Si riportano di seguito i primi 6 modi trovati e le rispettive frequenze proprie della struttura nell'intervallo 0 – 100Hz. I risultati con frequenze inferiori a 15 Hz sono stati considerati non molto significativi.

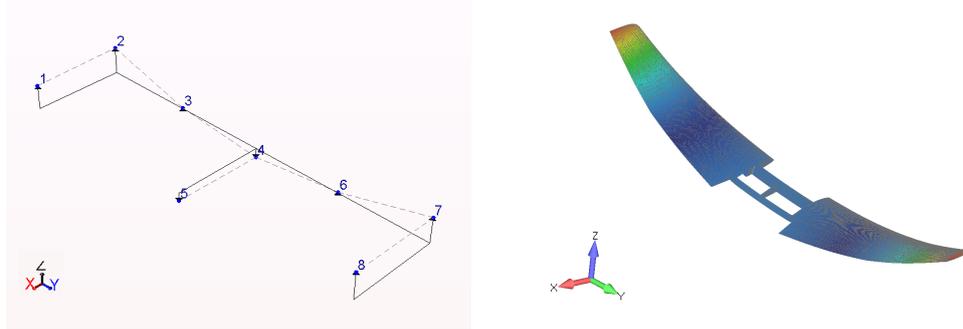


Figura 52: Modo 1 - Prima flessionale simmetrico dell'ala

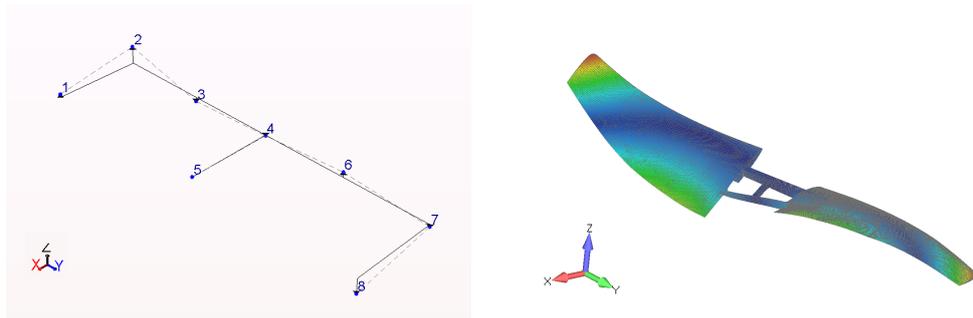


Figura 53: Modo 2 - Antisimmetrica flessionale e torsionale

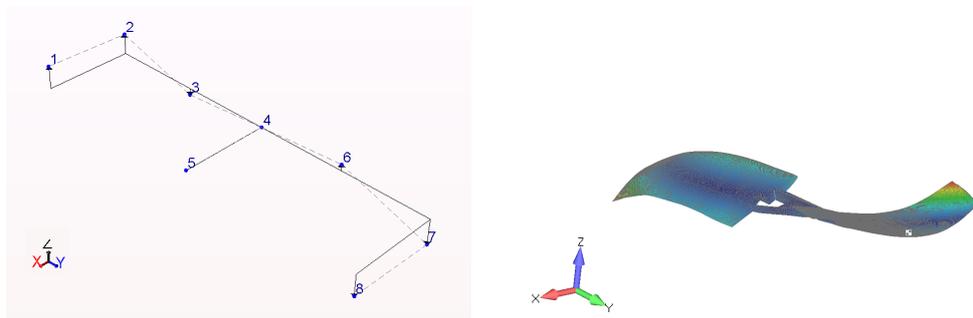


Figura 54: Modo 3 - Antisimmetrica flessionale e torsionale

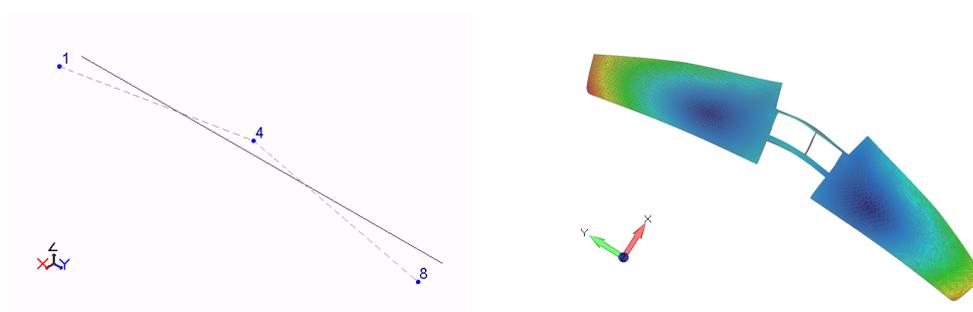


Figura 55: Modo 4 - Flessionale edgewise

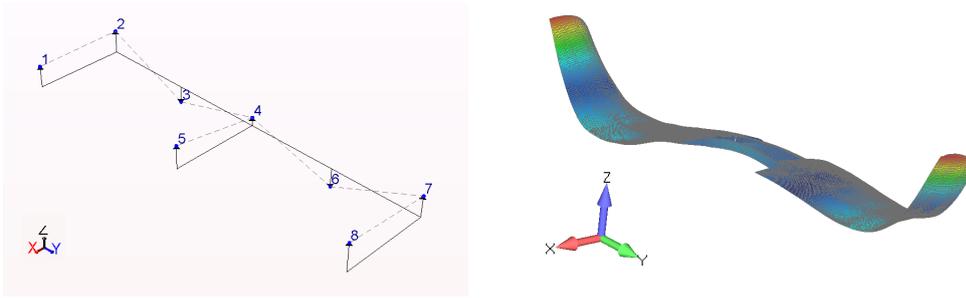


Figura 56: Modo 5 - Seconda flessionale simmetrica dell'ala

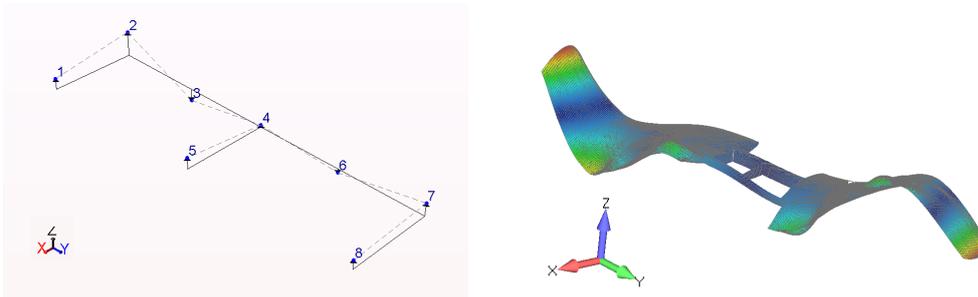


Figura 57: Modo 6 - Flessionale e torsionale

Inoltre, nella tabella 4 sono riportate le masse modali per ogni frequenza relativa.

Modi	EMA [Hz]	Massa modale [kg]	Rigidezza modale [N/m]
1	20.08	1	4903.765
2	32.42	1	8307.503
3	35.73	1	19890.299
4	48.16	1	25383.846
5	64.46	1	52092.477
6	66.86	1	67919.476

Tabella 4: Valori di massa modale e rigidezza

4.5.2 Risultati relativi all'intero velivolo sospeso

Si trascura la trattazione relativa alla configurazione del velivolo a terra con ruote sgonfie poichè i risultati si possono ritenere troppo ridondanti e quindi affetti da errori legati alla non linearità del vincolo. Pertanto non si riportano le FRF e la coerenza di tali acquisizioni.

Di seguito vengono mostrati i risultati ottenuti dalle misure acquisite. Per ogni acquisizione il metodo EMA fornisce la FRF. La FRF e la coerenza dall'acquisizione, a seguito del test EMA, sono date per ogni drive point e vengono riportate nell'Appendice B. Da ogni diagramma, per le frequenze più significative, sono state rilevate le forme modali. In particolare, gli accelerometri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 sono stati considerati per studiare i modi e le frequenze dell'ala, mentre gli accelerometri 8, 11, 12 sono stati usati per esaminare

quelli del *horizontal tail* e l'accelerometro 10 per *vertical tail*. L'accelerometro 9 non è stato attivato perché il canale 9 è stato utilizzato per collegare il martello.

Durante le acquisizioni con il metodo OMA, tutti i 12 accelerometri sono stati utilizzati poiché non è più necessario collegare il martello. In questo lavoro, si è usato questo il metodo OMA sia per convalidare i dati ottenuti attraverso l'EMA sia per acquisire familiarità con il metodo stesso, che verrà utilizzato per acquisire dati durante i flight test. I risultati GVT, a loro volta, forniranno un valido strumento per affinare le analisi del flutter teorico e contribuiranno a rendere più sicuro il test in volo.

La stima in ambiente OMA è stata effettuata con la tecnica della decomposizione nel dominio della frequenza FDD che ha permesso di derivare i modi della struttura. I risultati ottenuti sia con il metodo EMA che con l'OMA sono mostrati di seguito, in tabella 5.

Modi	EMA [Hz]	OMA [Hz]	Descrizione
1	11.142	10.986	Prima flessionale simmetrica dell'ala e flessione della fusoliera
2	14.499	14.450	Prima flessionale anti-simmetrica dell'ala e dell' H-tail
3	22.437	21.240	Seconda flessionale anti-simmetrica dell'ala + torsione e flessione anti-simmetrica dell'H-tail e prima flessionale del fin
4	25.307	26.855	Seconda flessionale del fin
5	36.317	36.148	Prima flessionale simmetrica dell'H-tail
6	41.451	43.500	Seconda flessionale simmetrica dell'ala e torsione
7	47.833	49.000	Seconda flessionale anti-simmetrica dell'ala e torsione anti-simmetrica
8	49.935	50.500	Terza flessionale simmetrica dell'ala e flessione simmetrica dell'H-tail

Tabella 5: Confronti tra metodo EMA e OMA

Nelle figure sottostanti, sono raffigurate le più importanti forme modali della struttura nell'intervallo da 10 a 55Hz. Tali deformate sono ottenute grazie agli ambienti di analisi del software di acquisizione BK Connect.

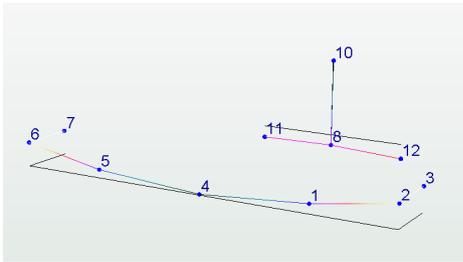


Figura 58: Modo 1 - Prima flessionale simmetrica ala e flessionale fusoliera

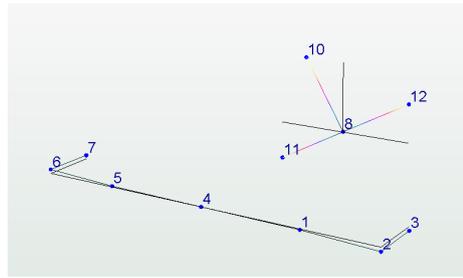


Figura 59: Modo 2 - Prima flessionale antisimmetrica ala e H tail

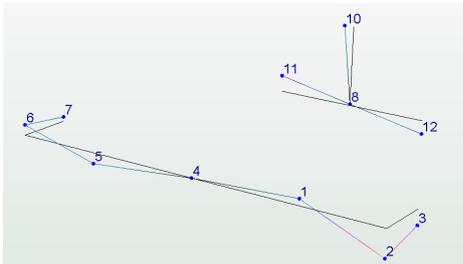


Figura 60: Modo 3 - Seconda flessionale antisimmetrica ala + flessione H tail + flessione fin

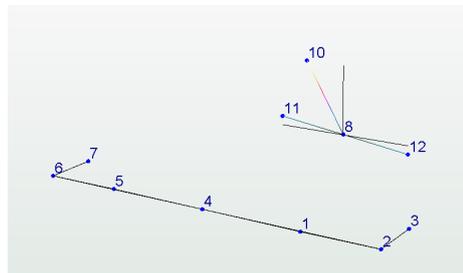


Figura 61: Modo 4 - Seconda flessionale fin

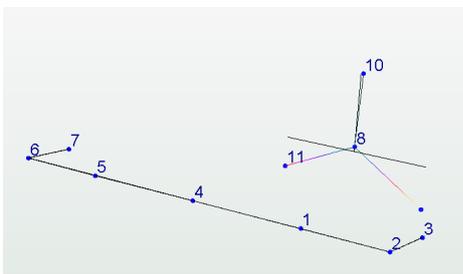


Figura 62: Modo 5 - Prima flessionale H tail

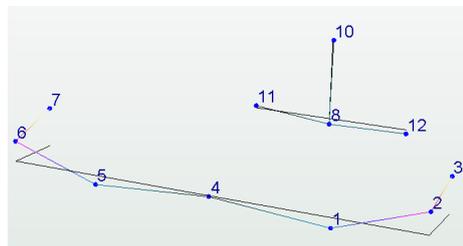


Figura 63: Modo 6 - Seconda flessionale simmetrica ala + torsione

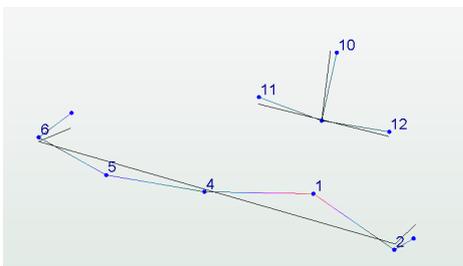


Figura 64: Modo 7 - Seconda flessionale antisimmetrica ala e torsione antisimmetrica

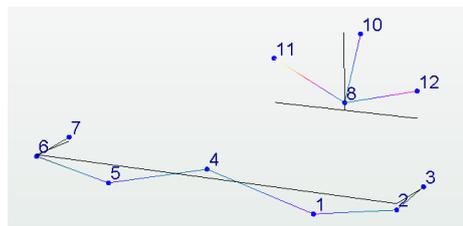


Figura 65: Modo 8 - Terza flessionale simmetrica ala e flessione simmetrica H tail

Nella tabella 6 si mostrano le masse modali e i valori di rigidezza per ogni frequenza propria.

Modi	EMA [Hz]	Massa modale [kg]	Rigidezza modale [N/m]
1	11.142	1	4903.765
2	14.499	1	8307.503
3	22.437	1	19890.299
4	25.307	1	25383.846
5	36.317	1	52092.477
6	41.451	1	67919.476
7	47.833	1	90396.378
8	49.935	1	98494.087

Tabella 6: Valori di massa modale e rigidezza

Osservando la tabella si può notare un buon grado di correlazione tra le misurazioni effettuate con EMA e OMA, andando a convalidare tale nuova tecnica. In generale, invece, si può affermare che a seguito dell'analisi modale eseguita sul velivolo completo, si sono ottenuti risultati di buona qualità sia per la chiarezza che per la separazione delle frequenze proprie dei vari modi di vibrare della struttura. Si posiziona in questo contesto la proposta dell'utilizzo di uno shaker per realizzare delle misurazioni di più elevata qualità che permetterebbe di affinare i risultati.

4.6 TAXI VIBRATION TEST

Una volta acquisita familiarità con l'analisi OMA, si è pianificato il Taxi Vibration Test per il velivolo Dardo oggetto di studio. Grazie agli aspetti teorici presentati in precedenza, è possibile capire che questo un test molto veloce e tale caratteristica la si è appurata in fase di esecuzione del test. Il velivolo è stato trainato manualmente verso un percorso di taxi usualmente eseguito dal Dardo, come in figura 66 e 67.



Figura 66: Esecuzione del TVT



Figura 67: Acquisizione dati con il metodo OMA durante il TVT

La possibilità di utilizzare il software Pulse OMA è stato di grande aiuto poichè ha praticamente snellito di gran lunga le procedure di test che comporterebbe un classico EMA. Si deve sottolineare che l'ambiente OMA è indispensabile per l'esecuzione del TVT e anche del prossimo test di volo.

I risultati che si sono ottenuti mediante il Taxi Vibration Test sono contenuti in tabella 7.

Modi	OMA TVT [Hz]	OMA GVT [Hz]
1	10.986	10.986
2	14.343	14.450
3	21.057	21.240
4	26.550	26.855
5	35.400	36.148
6	42.894	43.500
7	48.218	49.000
8	49.733	50.500

Tabella 7: Confronto dei risultati OMA TVT e OMA GVT

4.7 FLIGHT VIBRATION TEST

Vengono discussi brevemente nel seguente paragrafo i risultati di uno dei cinque test di volo che sono stati svolti. Sono riportate di seguito la mappa del volo compiuto dal velivolo e la *timeline* del volo, divisa in cinque aree.

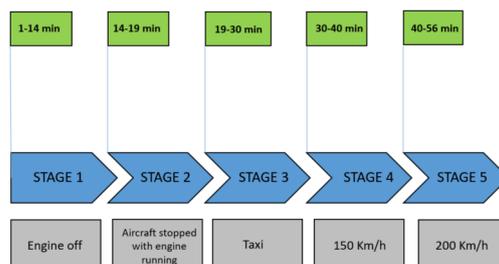


Figura 68: Timeline del volo

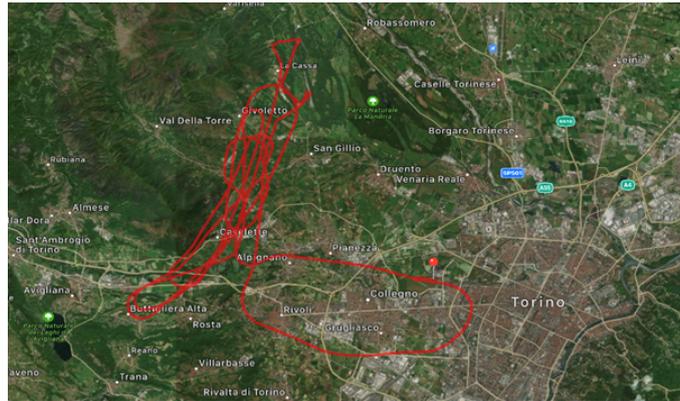


Figura 69: Mappa del volo

Nella tabella 8, viene mostrata la variazione delle frequenze per i modi 1 e 6, al variare della velocità e, in più, viene eseguito un confronto con i medesimi risultati ottenuti dal FEM.

Velocità [km/h]	Flessione (I) OMA [Hz]	Flessione (VI) FEM [Hz]	Torsione (I) OMA [Hz]	Torsione (VI) FEM [Hz]
10	11.19	10.46	39.50	39.98
150	11.44	10.56	37.07	37.13
200	11.69	10.68	35.85	36.35

Tabella 8: Variazione della I e VI frequenza propria al variare della velocità di volo

Come si può vedere in figura 70, c'è una buona corrispondenza tra i dati sperimentali e i risultati FEM.

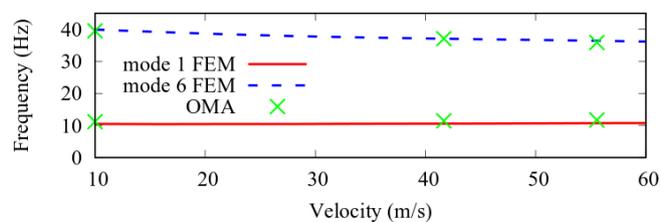


Figura 70: Variazione della frequenza naturale al variare della velocità di volo dal FEM e dal FVT

Inoltre, la figura 71 mostra un confronto tra lo smorzamento acquisito attraverso il metodo OMA utilizzando la tecnica EFDD e lo smorzamento ottenuto con il metodo *half-power bandwidth* della risposta normalizzata.

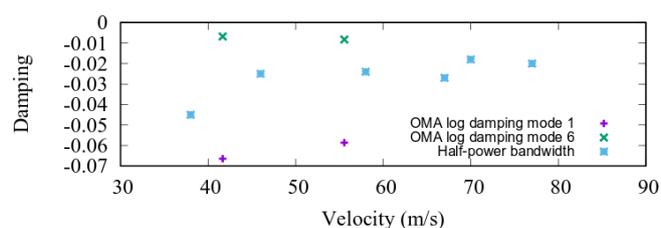


Figura 71: Confronto tra smorzamento ottenuto con OMA e quello ottenuto con metodo half-power beamwidth

5

FLUTTER CLEARANCE

In questo capitolo ci si occupa dello studio del *flutter*, fenomeno presentato già nel capitolo 3, in cui si è discussa la sua importanza soprattutto per la fase preliminare di un progetto e per il processo di certificazione. Vengono inizialmente descritti il fenomeno del flutter e le caratteristiche del software *MSC Nastran* con cui si è realizzata l'analisi aeroelastica. Successivamente viene presentata la teoria aerodinamica utilizzata, ovvero la *Doublet Lattice Method*, DLM e le sue principali peculiarità. A chiusura di questo capitolo si mostrano gli aspetti generali della programmazione DMAP e i relativi risultati che sono stati confrontati con quelli ricavati mediante un nuovo codice che è oggetto di tesi.

5.1 GENERALITÀ SUL FLUTTER

Così come accennato più volte durante la stesura di questo elaborato, il flutter è un fenomeno di instabilità dinamica che si ottiene quando un sistema dinamico, formato da struttura e fluido, si trova nella condizione di smorzamento nullo. In questo momento si vuole approfondire tale fenomeno iniziando a mostrare, a titolo esemplificativo, quali sono le varie cause che possono provocare tale condizione. Considerando una semplice superficie aerodinamica, il flutter può verificarsi:

- In seguito ad un impulso esterno, che può essere rappresentato da una raffica, che si traduce in una deformazione dell'ala sia a torsione che a flessione. Ciò porta ad aumentare l'angolo di incidenza che causerà ancora un aumento della deformazione dell'ala e quindi favorirà la formazione dello stallo;
- Nel caso di ala non sufficientemente rigida, cioè non capace di flettersi o torcersi. Poiché non ha caratteristiche di smorzamento adeguate, cioè capacità di assorbire l'energia generata nella struttura da torsione e flessione, essa continuerà a deformarsi, oscillando attorno a una posizione di equilibrio, in modo divergente. In questo caso se il flutter non viene opportunamente segnalato porta al collasso della struttura.
- Dall'innesco di fenomeni aerodinamici originati sulla superficie della fusoliera. Esempio è il prototipo del *Fiat G91*, precipitato per divergenza strutturale del piano orizzontale. Solo stabilizzando la scia mediante appositi generatori di vortici è possibile evitare l'innesco del fenomeno.
- Per la presenza di ala a freccia negativa, seppur ottima dal punto di vista aerodinamico fa sì che per ogni aumento di incidenza si generi un aumento del carico aerodinamico che, a sua volta, fa aumentare di

nuovo l'incidenza. In questo contesto, con l'avvento dei compositi è stato possibile realizzare ali sufficientemente rigide e quindi in grado di contrastare fenomeni aeroelastici (*Grumman X29*).

In generale, il flutter può essere flessionale o torsionale o flessotorsionale, quando i modi di oscillazione sono accoppiati. E' chiara la ragione per cui è indispensabile attuare un'analisi sulle vibrazioni aeroelastiche in fase di progetto e quindi verificare ove possibile con prove su modelli che vi sia corrispondenza fra teoria e sperimentazione.

L'equazione che governa il fenomeno del flutter è la seguente:

$$[M] \ddot{x}(t) + [C] \dot{x}(t) + [K] x(t) = [C_{aero}(V^2)] \dot{x}(t) + [K_{aero}(V^2)] x(t) \quad (5.1)$$

in cui $x(t)$ indica il vettore di spostamento e, $[M]$, $[K]$ e $[C]$ sono rispettivamente le matrici di massa definita positiva, di rigidezza e di smorzamento. Al primo membro si trovano i termini che rappresentano il comportamento strutturale, mentre al secondo membro si trovano le matrici di smorzamento e rigidezza aerodinamica che descrivono le forze aerodinamiche instabili. Proprio a causa della presenza di tali forze instabili, l'equazione non è di facile risoluzione. La procedura di certificazione aeroelastica consiste nell'estrapolare la velocità limite alla quale l'aeromobile può volare in sicurezza, senza incorrere nella condizione di flutter.

5.1.1 Principali metodi per analisi del flutter

Sono presentati i principali metodi che permettono di studiare il fenomeno del flutter. Poi saranno illustrati quelli che sono i metodi risolutivi utilizzabili tramite *MSC Nastran*. La principale differenza tra i vari modi che vengono ora presentati risiede nel diverso modo in cui è possibile tener conto delle forze aerodinamiche nelle equazioni risolutive.

- *P-Method*: si basa sull'ipotesi che nella condizione di flutter lo smorzamento è nullo e la soluzione è puramente armonica ed è possibile esplicitare le forze aerodinamiche in funzione del tempo. Si ottiene una soluzione esatta ma non si ha nessuna informazione sullo smorzamento prima e dopo il punto di flutter.
- *K-Method*: introdotto per tentare di sopperire alla mancanza delle informazioni sul termine smorzante nella soluzione armonica del P-Method. Il sistema delle equazioni del moto vede inclusi per entrambe le equazioni dei termini di smorzamento fittizio g_h e g_θ rispettivamente relativi al grado di libertà flessionale e torsionale. L'introduzione di tali smorzamenti è la ragione della sua poca accuratezza. Il K-Method può provocare una configurazione strutturale tale da permettere l'accoppiamento dei modi che possono sfociare in danni catastrofici. La soluzione di questo metodo si espleta utilizzando gli stessi passi del Metodo del Flutter Classico, cercando la velocità di flutter V_F nel momento in cui la parte immaginaria del modo flessionale e di quello torsionale va in coalescenza oppure quando la parte reale, indicante gli smorzamenti, passa da un valore negativo a uno positivo.

- *PK-Method*: semiempirico, nato negli anni settanta, vede l'autovalore p complesso, composto da parte reale e immaginaria: $p = p_R + ip_I$. Si introduce uno smorzamento artificiale $\gamma = \frac{1}{2\pi} \log \left(\frac{a_{n+1}}{a_n} \right)$. Impo-
nendo nel sistema le condizioni al contorno in termini di densità ρ_∞ e di Mach di volo $M_\infty = 0$, si ricava la soluzione dal determinante in funzione delle radici p . Rappresentando tali radici in funzione della frequenza ridotta k , si ha $p = \gamma k + ik$. Lo smorzamento è garantito dal decadimento delle oscillazioni caratterizzate da un rateo di decadimento $g \approx 2\gamma$. Ha una velocità risolutiva maggiore del P-Method ed un'accuratezza maggiore del K-Method.

Qualitativamente il P-Method è lento ma molto accurato, il K-Method è veloce ma poco preciso, il PK-Method è un compromesso tra i due ed è quello che viene utilizzato nel presente codice Nastran.

5.2 ANALISI AEROELASTICA CON MSC NASTRAN

Il codice MSC Nastran consente di effettuare, oltre all'analisi statica e dinamica, l'analisi aeroelastica. Tramite il codice è possibile espletare i seguenti principali passi:

- Generazione dei grid aerodinamici;
- Computazione delle matrici aerodinamiche;
- Connessione, mediante interpolazione, tra grid aerodinamici e grid strutturali;
- Soluzione delle equazioni per l'aeroelasticità statica, il flutter, la risposta aeroelastica dinamica, la design sensitivity analysis e l'optimization.

Analogamente all'analisi strutturale, l'analisi aeroelastica si compone di elementi finiti che si suddividono in elementi finiti strutturali ed aerodinamici. Gli elementi finiti aerodinamici sono strisce o pannelli organizzati in *array* ordinati seguendo le regole prescritte a seconda del metodo utilizzato. Su ciascun pannello agiscono le forze aerodinamiche in gioco. In questo contesto, seguendo la presentazione [19], non si vuole dare una spiegazione dettagliata riguardante la teoria del metodo agli elementi finiti, ovvero dalle equazioni di base fino alle successive operazioni di calcolo, ma si vuole presentare in modo generale come il software MSC Nastran sia stato utilizzato dapprima mediante un codice DMAP e poi con un codice alternativo.

Un elemento finito è definito dalla sua geometria e il suo moto è descritto dai gradi di libertà associati ai relativi grid point. I grid point aerodinamici sono posizionati in modo diverso a seconda del metodo che viene adottato. Nel caso dell'aeroelasticità statica i gradi di libertà sono definiti nel modo seguente:

- u_a Structural Analysis Set
- u_x Aerodynamic Points, usati per descrivere le flessioni di superfici di controllo e moti di corpo rigido.

invece, nel caso dell'aeroelasticità dinamica:

- u_k Aerodynamic Box and Body Degrees of Freedom;
- u_{sa} Permanently Constrained Degrees of Freedom associati agli Aerodynamic Grid Points;
- u_p Physical Degree of Freedom

Poichè i grid strutturali non coincidono con quelli aerodinamici, si deve ricorrere all'interpolazione che permette di definire una correlazione tra i due grid andando a mantenere l'indipendenza tra gli elementi finiti strutturali e quelli aerodinamici.

Il codice MSC Nastran permette di implementare sei differenti teorie per l'analisi aeroelastica:

- Doublet Lattice Method, DLM, per il moto subsonico;
- ZONA 51 per il moto supersonico;
- DLM + Slender Body Theory (teoria dei corpi sottili) per tenere conto dell'interferenza wing-body;
- Mach Box Method per il moto supersonico;
- Strip Theory, applicabile a qualsiasi Mach;
- Piston Theory per il moto altamente supersonico.

5.2.1 Teoria aerodinamica Doublet Lattice Method, DLM

Per evitare di allontanare lo sguardo dall'attività svolta, viene preso in esame solo il *Doublet Lattice Method*, DLM, che è il metodo utilizzato in questo lavoro di tesi. Nel presente paragrafo ci si occupa di descrivere tale teoria in modo generale.

Il Doublet Lattice Method, sviluppato negli anni sessanta, è un'estensione del *Vortex Lattice Method*, VLM, basato sulla teoria linearizzata del potenziale aerodinamico. Il flusso di corrente a monte può essere assunto stazionario o variabile armonicamente. Il DLM è un metodo a pannelli e permette il calcolo dei carichi aerodinamici in modo rapido e semplice paragonabile, per questi aspetti, ai più moderni metodi a pannelli instazionari o alla soluzione diretta delle equazioni di Navier-Stokes. Per la sua snellezza è applicabile nella fase preliminare di qualsiasi analisi aeroelastica seppur l'accuratezza della geometria e della distribuzione di masse e rigidità sia piuttosto bassa.

Tale metodo consiste nel dividere la superficie portante in una serie di pannelli che vanno a rappresentare gli elementi finiti aerodinamici. Tali pannelli sono posizionati in modo tale da avere due lati paralleli alla direzione della corrente a monte U , come rappresentato nella figura 72. Su ogni pannello si immagina di avere una distribuzione di doppiette posta al quarto anteriore della corda del pannello (potenziale di accelerazione poichè caso dinamico) di intensità pari al salto di pressione presente tra dorso e ventre

del pannello stesso. Si immagina che, su ogni pannello, ci sia un punto di controllo posto al quarto posteriore del pannello e a metà apertura, come mostrato in figura 72.

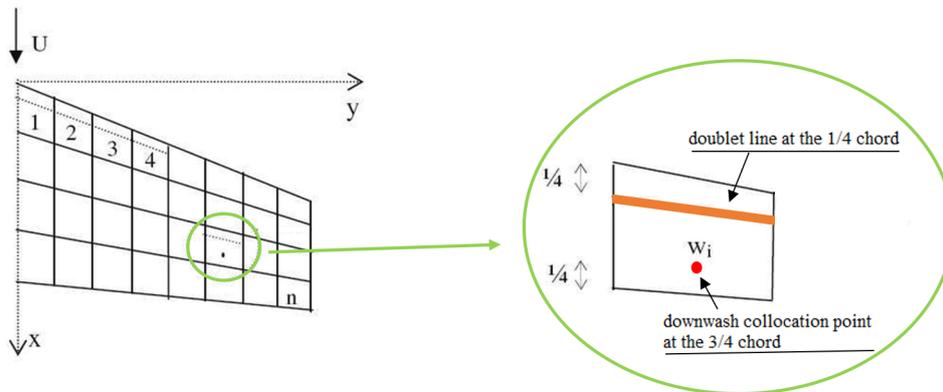


Figura 72: Superficie portante nel Doublet Lattice Method

E' opportuno notare che il valore delle doppiette poste al quarto anteriore della corda è di intensità incognita. Nel punto di controllo viene calcolato il *downwash* normale al pannello, detto anche *normalwash*. Il *normalwash* indotto su un pannello è dato dal contributo di ogni singolo pannello che compone la superficie portante. La procedura prevede l'assegnazione di un *normalwash* per esempio dovuto all'oscillazione elastica della struttura stessa. Scrivendo le equazioni per ogni pannello, si ottiene un sistema di equazioni algebriche la cui risoluzione permette di ricavare l'intensità delle doppiette e quindi rende possibile il calcolo del salto di pressione attraverso la superficie portante. Infine, andando ad integrare le pressioni sulla superficie portante, si può calcolare il valore delle forze aerodinamiche e dei coefficienti aerodinamici del velivolo. Nel caso stazionario la procedura rimane analoga, solo che la distribuzione di portanza sarà rappresentata da una distribuzione di doppiette a potenziale di velocità e non di accelerazione come avveniva nel caso instazionario. In questo caso il salto di pressione rappresentato dal valore delle doppiette, è proporzionale alla derivata delle doppiette lungo la direzione della corrente. Nel caso più semplice l'intensità delle doppiette è posta costante e lo sheet di doppiette può essere sostituito da un vortice a staffa e il salto di pressione diventa proporzionale all'intensità dei vortici.

5.2.2 Interpolazione dei grid strutturali e grid aerodinamici

Durante la modellizzazione effettuata con il software *Femap*, si è ricorsi all'interpolazione dei grid strutturali e di quelli aerodinamici mediante l'utilizzo di *spline*. Il software permette di connettere mediante spline i vari grid in modo tale da mantenere la loro indipendenza. Con questa operazione si ottiene una modellizzazione aerodinamica e strutturale migliore, quindi una migliore analisi aeroelastica. Sono disponibili tre tipologie di interpolazione:

- *Linear splines*, derivanti dalla generalizzazione della teoria della trave infinita, permette la torsione e la flessione;

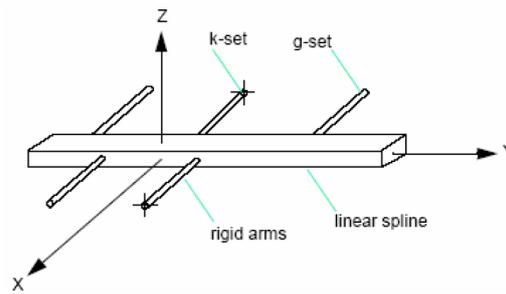


Figura 73: Linear spline

- *Surface splines*, basato sulla teoria della piastra infinita;

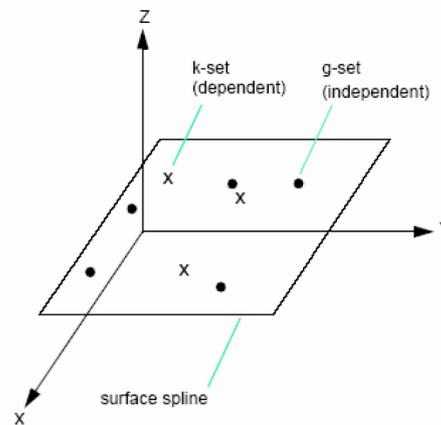


Figura 74: Surface spline

- Altre, definite dall'operatore, semplicemente basate sulla scrittura di equazioni di vincolo tra i gradi di libertà indipendenti e quelli dipendenti, che sono rispettivamente strutturali e aerodinamici.

L'operazione di interpolazione si espleta in due passi:

- Interpolazione tra gli spostamenti dei grid strutturali (gradi di libertà indipendenti) e grid aerodinamici (gradi di libertà dipendenti). Si può sintetizzare con la seguente equazione:

$$\{u_k\} = [G_{kg}] \{u_g\} \quad (5.2)$$

in cui si indica con $\{u_k\}$ il vettore dei gradi di libertà dei grid aerodinamici, con $[G_{kg}]$ la matrice di interpolazione e con $\{u_g\}$ il vettore dei gradi di libertà dei grid strutturali;

- Trasferimento delle forze aerodinamiche dai grid aerodinamici, in cui agiscono inizialmente, ai grid strutturali. L'importanza di tale operazione risiede nella richiesta di avere i sistemi di forze agenti sui grid aerodinamici e strutturali *equivalenti strutturalmente* e non staticamente. Due sistemi equivalenti strutturalmente vuol dire che devono avere la stessa deformazione strutturale. Per far sì che tale esigenza

sia verificata, si applica il *Principio dei Lavori Virtuali*, PLV. Imponendo l'uguaglianza tra i lavori virtuali compiuti dai due sistemi di forza:

$$\{\delta u_k\}^T \{F_k\} = \{\delta u_g\}^T \{F_g\} \quad (5.3)$$

$$\{\delta u_g\}^T \left([G_{kg}]^T \{F_k\} - \{F_g\} \right) = 0 \quad (5.4)$$

si ottiene la relazione cercata:

$$\{F_g\} = [G_{kg}]^T \{F_k\} \quad (5.5)$$

La matrice di interpolazione $[G_{kg}]$ è scritta prima rispetto ai sistemi di riferimento definiti sulle spline e poi viene trasformata nel sistema di riferimento globale. Quando poi si applicano le condizioni di vincolo dei *Multi Point Constraint*, *Single Point Constraint* e *Omit Constraint*, la matrice di trasformazione viene ridotta alla $[G_{ka}]$. Quest'ultima matrice contiene le informazioni relative sia dei grid aerodinamici che dei grid strutturali che sono coinvolti nell'analisi aeroelastica che si vuole eseguire.

5.2.3 Metodi per lo studio del flutter

Utilizzando il software MSC Nastran, si può dire che esistono essenzialmente tre diversi metodi di soluzione, due dei quali già brevemente presentati all'inizio di questo capitolo.

- *K-Method*

I carichi aerodinamici sono introdotti nelle equazioni dinamiche come termini inerziali complessi, pertanto l'analisi del flutter viene condotta utilizzando l'aritmetica complessa. Si introduce uno smorzamento strutturale fittizio, proporzionale alla rigidità, per poter giustificare il moto puramente armonico che si è imposto per ipotesi. L'analisi del flutter è quindi un'analisi agli autovalori in termini di frequenza e velocità che viene condotta tramite un processo iterativo che usa come parametro la frequenza ridotta. Quando si giungerà a convergenza, cioè in condizione di equilibrio indifferente, ci si troverà nella condizione di flutter, caratterizzata dalla velocità e frequenza di flutter, punto in cui non occorre più nessuno smorzamento artificiale. Lo smorzamento artificiale non è significativo eccetto nelle vicinanze del punto di flutter.

- *PK-Method*

In questo metodo i carichi aerodinamici vengono introdotti nelle equazioni del moto come rigidità e smorzamenti in funzione della frequenza di oscillazione. Si evince che in questo metodo i carichi sono leggermente dipendenti dalla frequenza ridotta a differenza del metodo precedente. Nel K-Method infatti, vengono usati i termini inerziali, cioè le masse, per introdurre i carichi aerodinamici facendo risultare tale metodo molto più dipendente dalla frequenza ridotta. Una variante

di tale metodo è introdurre i carichi aerodinamici sottoforma di molle complesse.

- *KE-Method*

È una variante del K-Method che non prevede il calcolo degli autovettori e non utilizza termini di smorzamento viscoso. Tale metodo è più snello del K-Method e consente di ricavare un gran numero di punti della curva del grafico $V - g$ e $V - f$ per un dato costo computazionale. Lo smorzamento artificiale g continua comunque ad essere presente nel termine inerziale.

Il vantaggio principale del metodo PK, che viene implementato nel codice indicato come PKNL (PK - No Looping), produce dei risultati per fissati valori di velocità, mentre i metodi K e KE necessitano di un processo iterativo per determinare la frequenza di flutter.

5.3 PROGRAMMAZIONE DMAP E SOLUZIONE DEL FLUTTER

Nel presente paragrafo si vuole dare qualche cenno sulla risoluzione del flutter tramite l'utilizzo del codice DMAP che, però, non rientra negli argomenti riguardanti tale elaborato poichè è stato oggetto di approfondimento in un precedente lavoro di ricerca [23].

Il codice MSC Nastran ha permesso la risoluzione del problema aeroelastico tramite un linguaggio di programmazione chiamato DMAP, *Direct Matrix Abstraction Program*, un linguaggio di alto livello dotato di un compilatore proprio e di regole ben precise. Programmare in DMAP significa costruire un codice gestito a blocchi, detti moduli, dedicati ai seguenti ambiti:

- Modulo per aeroelasticità statica;
- Modulo per analisi modale del flutter con i metodi K, KE e PK;
- Modulo per la risposta aeroelastica dinamica;
- Modulo per l'analisi di design sensitivity and optimization.

Per ogni modulo vengono definite le principali entità:

- Parametri: per controllare le operazioni svolte dal programma;
- Data Blocks: dati, organizzati in matrici e tabelle;
- Istruzioni: permettono di processare parametri e/o dati prendendoli come dati di input e/o di output.

Naturalmente si deve selezionare la soluzione aeroelastica denominata SOL145, relativa all'analisi del flutter.

Il *chart diagram* in figura 75 rappresenta la procedura attuata per la *flutter analysis* basata sull'uso dei dati provenienti dai precedenti GVT.

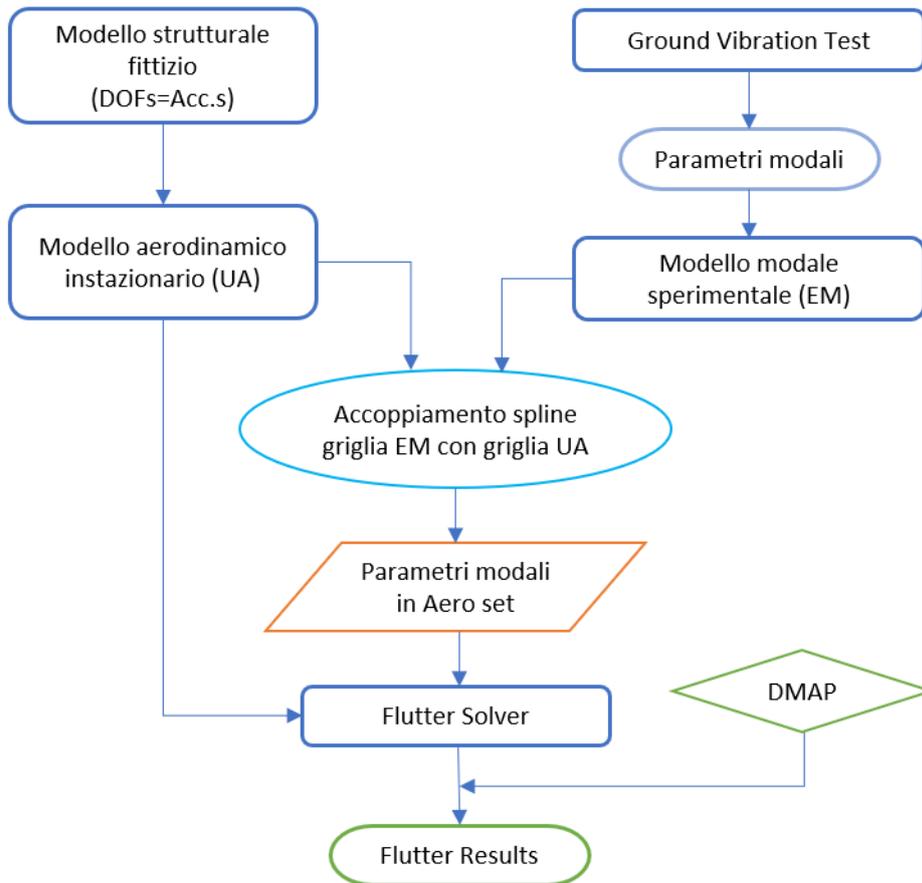


Figura 75: Schema per l'analisi del flutter utilizzando i dati registrati dall'analisi modale

Per facilità si sono trascurate le superfici mobili e sono state considerate solo le parti della struttura primaria inerenti alle semiali e ai piani di coda.

5.3.1 Risultati con codice DMAP per ala isolata

In questo paragrafo si vuole presentare il codice DMAP che è stato scritto per condurre l'analisi del flutter dell'ala isolata del velivolo Dardo. Sono descritti i principali comandi che verranno anche utilizzati per i prossimi step di analisi per il velivolo completo.

- Executive Control Deck

```

$$$ EXECUTIVE CONYTOL DECK $$$
NASTRAN SYSTEM(319)=1
TIME 50000
COMPILER LIST,NOREF
SOL SEFLUTTR
CEND
  
```

Figura 76: Executive Control Deck - DMAP - ala isolata

– SOL SEFLUTTR: anche indicata con SOL 145 è l'analisi del Flutter.

- Case Control Deck

```

$$$ CASE CONTROL DECK $$$
TITLE = Flutter
ECHO = SORT
RESVEC = NO
SVEC = ALL
DISPLACEMENT = ALL
SPC = 1
CMETHOD = 1
METHOD = 1
FMETHOD = 1

```

Figura 77: Case Control Deck - DMAP - ala isolata

- SPC: seleziona il numero identificativo del Single Point Constraint.
- METHOD: seleziona un metodo agli autovalori reali per l'analisi delle vibrazioni.
- FMETHOD: seleziona il metodo da utilizzare per l'analisi del flutter aerodinamico. È un comando necessario richiesto per fare l'analisi del flutter.
- CMETHOD: seleziona il metodo agli autovalori complessi per l'analisi del flutter.

- Bulk Data Deck

```

$$$ BULK DATA DECK $$$
BEGIN BULK
PARAM,POST,-1
PARAM,OGEOM,NO
PARAM,AUTOSPC,YES
PARAM,GRDPNT,0
PARAM,NOFISR,1
CORD2C      1      0      0.      0.      0.      0.      0.      1.+FEMAPC1
+FEMAPC1    1.      0.      1.
CORD2S      2      0      0.      0.      0.      0.      0.      1.+FEMAPC2
+FEMAPC2    1.      0.      1.
$ Femap with NX Nastran Coordinate System 3 : aero1
CORD2R      3      05.188769  0.1.6520125.188769  0.2.652012+
+      6.188769  0.1.652012
$ Femap with NX Nastran Function 1 : mach vs fr
MKAERO2     0.      1.-4      0.      .001      0.      .05      0.      .1
MKAERO2     0.      .2      0.      .5      0.      1.      0.      2.
MKAERO2     0.      5.      0.      10.
AERO        3      1.3      1.225      0      0
FLUTTER     1      PKNL      2      3      4      L      0      .001

```

Figura 78: Bulk Data Deck - DMAP - ala isolata

- PARAM: definisce i valori utilizzati per condurre l'analisi del flutter. Sono stati lasciati quelli suggeriti da default.
- CORD2C: definisce un sistema di coordinate cilindriche utilizzando le coordinate di tre punti.
- CORD2S: definisce un sistema di coordinate sferiche utilizzando le coordinate di tre punti.


```

EIGRL          1          5          0          MAX
EIGC           1    CLAN    MAX          +
+
$ Femap with NX Nastran Constraint Set 1 : vincoli
SPC1           1    12456    1
SPC1           1    12456    2
SPC1           1    12456    3
SPC1           1    12456    4
SPC1           1    12456    5
SPC1           1    12456    8
SPC1           1    12456    9
SPC1           1    12456   10
$ Femap with NX Nastran Property 1 : BEAM
$ Femap with NX Nastran PropShape 1 : 1,0,0.01,0.1,0.,0.,0.,0.
$ Femap with NX Nastran PropOrient 1 : 1,0,1.,1.,2.,3.,4.,-1.,0.,0.
PBEAM          1          1    .0018.3333-98.3333-7    0.3.1328-8    0.+
+          -5.-3    .05    -5.-3    -.05    .005    -.05    .005    .05+
+          YESA          1.          +
+          .854144    .849722
$ Femap with NX Nastran Material 1 : AL
MAT1           1    7.5+10          .3    2700.          0.          0.
GRID           1          0    5.66885-3.84322    1.97192          0
GRID           2          0    5.963-3.84455    1.95292          0
GRID           3          0    5.66576-2.21757    1.85385          0
GRID           4          0    5.72312          0.    1.74988          0
GRID           5          0    6.25487          0.    1.69802          0
GRID           8          0    5.66572    2.19754    1.85251          0
GRID           9          0    5.66885    3.84322    1.97192          0
GRID          10          0    5.96386    3.84455    1.95292          0
CBEAM          34          1          2          1          0.          0.          1.
CBEAM          35          1          1          3          0.          0.          1.
CBEAM          36          1          3          4          0.          0.          1.
CBEAM          37          1          4          5          0.          0.          1.
CBEAM          38          1          4          8          0.          0.          1.
CBEAM          39          1          8          9          0.          0.          1.
CBEAM          40          1          9          10         0.          0.          1.

```

Figura 80: Bulk Data Deck - DMAP - ala isolata

- EIGRL: definisce i dati necessari per eseguire l'analisi dell'autovalore reale (L: metodo di Lanczos).
- EIGC: definisce i dati necessari per eseguire l'analisi dell'autovalore complesso.
- SPC1: definisce un insieme di Single Point Constraint. Come si può osservare, per gli SPC 8, 10, 11 e 12 si lascia libero, oltre al grado 3 cioè quello lungo Z, anche il grado 2 cioè quello lungo Y.
- PBEAM: definisce le proprietà di un elemento beam.
- MAT1: definisce le proprietà del materiale per il caso di materiale lineare isotropo.
- GRID: definisce la posizione dei punti della griglia geometrica, le direzioni dello spostamento e i vincoli.
- CBEAM: definisce l'elemento beam che compone la struttura.

```

$ Femap with NX Nastran Aero Property 1 : aero property
PAERO1      1
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 1001 : P1
CAERO1      1001      1      3      10      10      1+
+           0.      0.      0. 1.56755      0. .72786      0. 1.56755
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 2001 : P2
CAERO1      2001      1      3      25      10      1+
+           0. .72786      0. 1.56755 .13499 2.63924 .1591 1.16213
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 3001 : P3
CAERO1      3001      1      3      15      10      1+
+           .13499 2.63924 .1591 1.16278 .23396 4.01 .27324 .74815
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 4001 : P4
CAERO1      4001      1      3      10      10      1+
+           0.      0.      0. 1.56755      0. -.72786      0. 1.56755
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 5001 : P5
CAERO1      5001      1      3      25      10      1+
+           0. -.72786      0. 1.56755 .13499-2.63924 .1591 1.16213
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 6001 : P6
CAERO1      6001      1      3      15      10      1+
+           .13499-2.63924 .1591 1.16278 .23396 -4.01 .27324 .74815
SET1        1      1      2      3      4      5      8      9+
+           10
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 1 : S1
SPLINE1     1      1001      1001      1100      1      0.      IPS      BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 2 : S2
SPLINE1     2      2001      2001      2250      1      0.      IPS      BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 3 : S3
SPLINE1     3      3001      3001      3150      1      0.      IPS      BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 4 : S4
SPLINE1     4      4001      4001      4100      1      0.      IPS      BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 5 : S5
SPLINE1     5      5001      5001      5250      1      0.      IPS      BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 6 : S6
SPLINE1     6      6001      6001      6150      1      0.      IPS      BOTH

```

Figura 81: Bulk Data Deck - DMAP - ala isolata

- PAERO1: definisce le proprietà dei pannelli aerodinamici.
- CAERO1: definisce gli elementi aerodinamici (pannelli). Questo comando è usato per la teoria DLM (aerodinamica subsonica), e per ZONA51 (aerodinamica supersonica).
- SET1: definisce il numero identificativo dei punti di griglia strutturale.
- SPLINE1: definisce una surface spline usata nell'interpolazione del moto e/o delle forze su una geometria aerodinamica definita da regular arrays o da aerodynamic points.

```

=====
$
$          SCHEDE DMIG AUTOVETTORI
$
=====
DMIG      LF      0      9      1      0      5
$-----
DMIG*      LF      1      0
*          1      3.321678381196455
*          2      3.279275854558401
*          3      3.008351156747977
*          4      3-.10523045027499
*          5      3-.09342309400378
*          8      3.010492132007036
*          9      3.288315744790169
*         10      3.301811239474488
DMIG*      LF      2      0
*          1      3.150167072200273
*          2      3.026351507711872
*          3      3-.03643995806262
*          4      3-.00573953335085|
*          5      3.001971196266305
*          8      3.041876292710618
*          9      3-.01735614530996
*         10      3-.12305222357904
DMIG*      LF      3      0
*          1      3.246602339554864
*          2      3.260262484532445
*          3      3-.07668084454512
*          4      3.000444785927047
*          5      3.004243692199704
*          8      3.069869855874292
*          9      3-.28430802245936
*         10      3-.24156620468554
DMIG*      LF      4      0
*          1      3.015505874361700
*          2      3.144911370678514
*          3      3-.10898542838613
*          4      3.057560416954535
*          5      3.154495149651470
*          8      3-.12165151872040
*          9      3.139476995900623
*         10      3.181817423992211
DMIG*      LF      5      0
*          1      3.175691688282743
*          2      3.059072084876516
*          3      3-.08959837773945
*          4      3-.00862068254581
*          5      3.027018302601617
*          8      3.058067306070156
*          9      3-.02340953802915
*         10      3-.08589761166609
=====

```

Figura 82: Bulk Data Deck - DMAP - ala isolata

- DMIG: Definisce i vettori dati in input, relativi ai punti della griglia. Come verrà mostrato tale parte di codice verrà sostituita dall'uso degli MPC.

```

$=====
$                               SCHEDE DMI : FREQUENZE E MASSE GENERALIZZATE
$=====
$-----
$                               FREQUENZ          MASSEGEN          -----
DMI   FREQMASS      0      2      1      0      3      5
DMI   FREQMASS      1      1  20.081  0.    1.
DMI   FREQMASS      2      1   32.42  0.    1.
DMI   FREQMASS      3      1  35.738  0.    1.
DMI   FREQMASS      4      1  64.464  0.    1.
DMI   FREQMASS      5      1  66.911  0.    1.
$=====
$                               SCHEDE DMI : MATRICE DI RIGIDEZZA GENERALIZZATA
$=====
DMI   RIGIDGEN      0      2      1      0      5      5
DMI   RIGIDGEN      1      1  11.5918+4
DMI   RIGIDGEN      2      2  24.1494+4
DMI   RIGIDGEN      3      3  35.0399+4
DMI   RIGIDGEN      4      4  49.1566+4
DMI   RIGIDGEN      5      5  51.6404+5
$=====
$                               SCHEDE DMI : MATRICE DI MASSA GENERALIZZATA
$=====
DMI   MASSAGEN      0      2      1      0      5      5
DMI   MASSAGEN      1      1      1.
DMI   MASSAGEN      2      2      1.
DMI   MASSAGEN      3      3      1.
DMI   MASSAGEN      4      4      1.
DMI   MASSAGEN      5      5      1.
$=====
$
ENDDATA

```

Figura 83: Bulk Data Deck - DMAP - ala isolata

- FREQMASS: indica il valore del rapporto tra frequenza e massa generalizzata.
- RIGIDGEN: indica il valore della rigidezza generalizzata.
- MASSAGEN: indica il valore della massa generalizzata.

In figura A si riporta il modello aeroelastico, formato dai pannelli aerodinamici e dalla struttura data da un insieme di elementi del tipo beam per il caso dell'ala isolata.

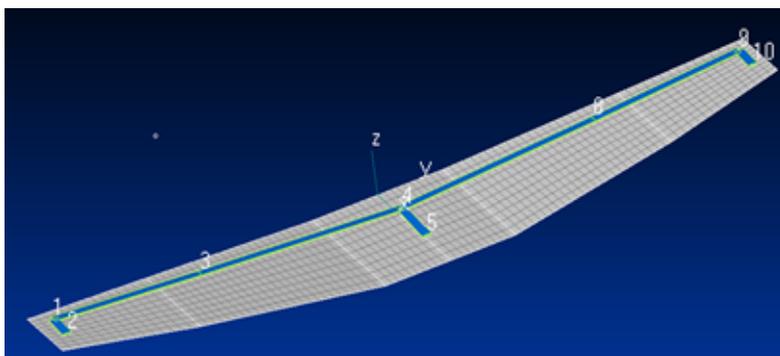


Figura 84: Modi GVT accoppiati al modello aerodinamico Nastran per l'ala

Una volta determinata tale struttura si è andati a modificare il file generato da Femap, contenente le informazioni aerodinamiche e strutturali, inserendo i dati ricavati dal GVT eseguito sulla struttura alare. Questo ha consentito di ricompilare il codice DMAP e di ottenere i seguenti grafici di frequenza e smorzamento in funzione della velocità.

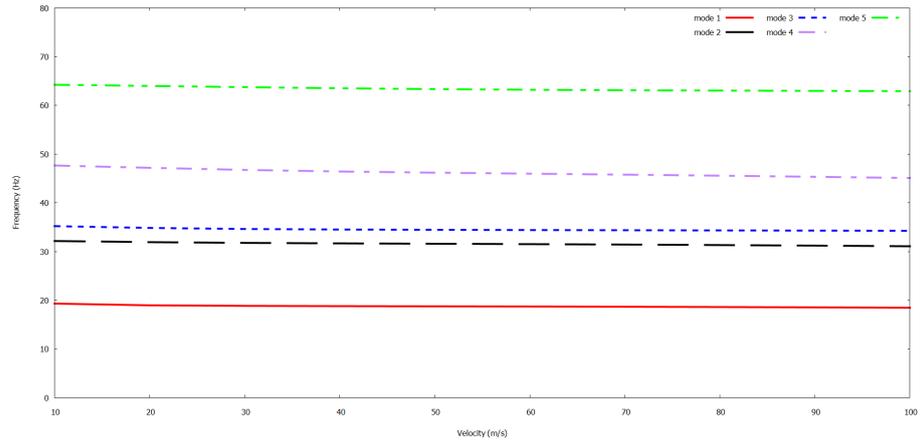


Figura 85: Grafico Frequenza - Velocità per singola ala fino a 100m/s - codice DMAP

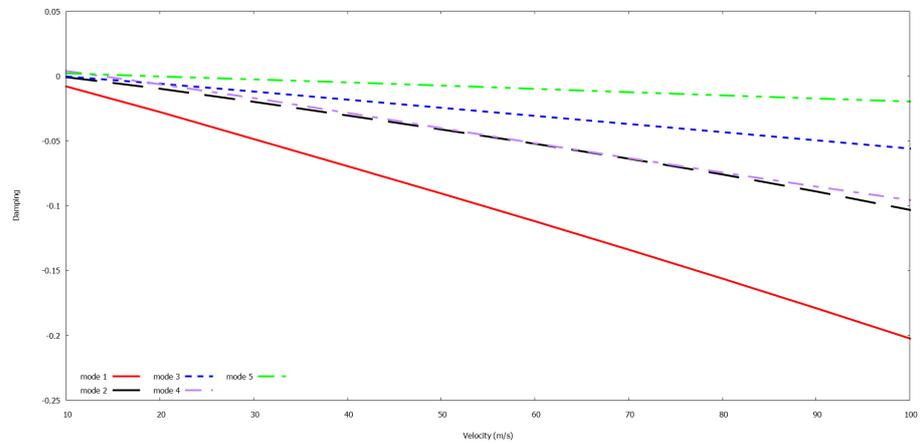


Figura 86: Grafico Smorzamento - Velocità per singola ala fino a 100m/s - codice DMAP

Per una migliore chiarezza espositiva, in previsione di future considerazioni, si riportano i grafici di frequenza e smorzamento in funzione della velocità fino al valore di 400m/s.

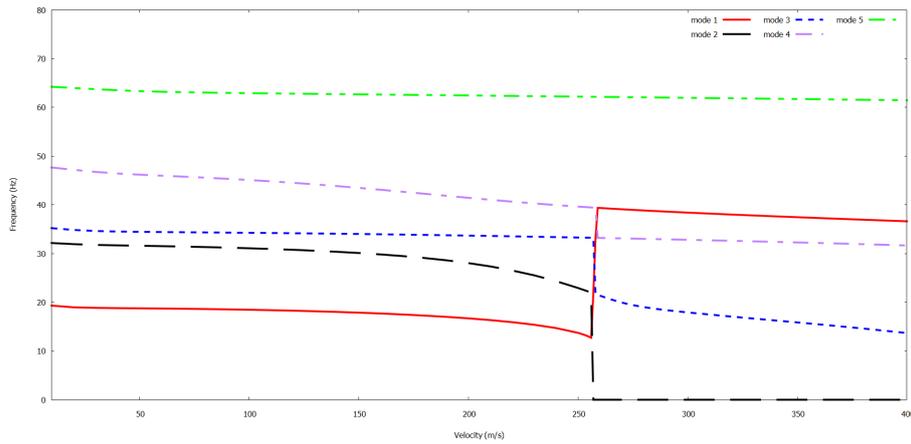


Figura 87: Grafico Frecquenza - Velocità per singola ala fino a 400m/s - codice DMAP

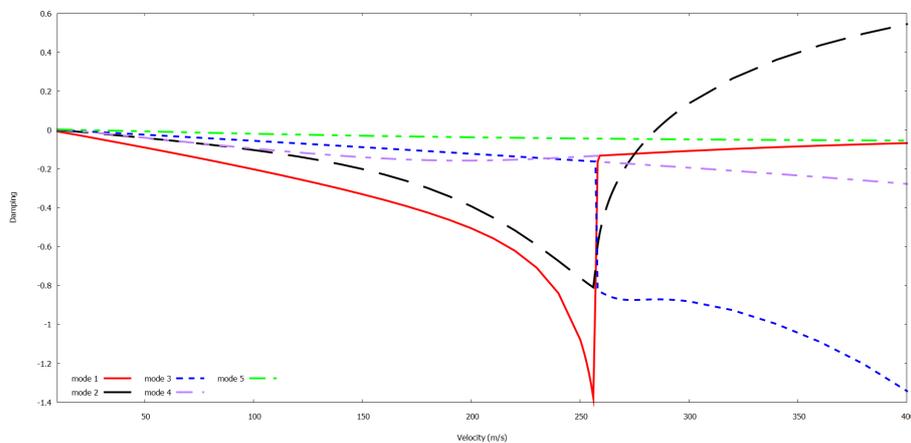


Figura 88: Grafico Smorzamento - Velocità per singola ala fino a 400m/s - codice DMAP

5.3.2 Risultati codice DMAP per velivolo intero

Per il velivolo intero si è eseguita la stessa procedura dell'ala, andando a utilizzare come input i valori del GVT registrati per la configurazione di velivolo sospeso ad un vincolo stabile per mezzo di un sistema di molle. Si riporta la parte di codice differente da quella mostrata in precedenza in cui si è trattato il caso dell'ala isolata.

Si presentano prima di tutto le differenze inerenti al numero di punti utilizzati. Poi, a differenza del caso dell'ala si noti che in questo caso è lasciato libero anche il grado di libertà lungo Y, oltre a quello lungo Z che è sempre fissato per tutti i punti.

```

$ Femap with NX Nastran Constraint Set 1 : vincoli
SPC1      1  12456      1
SPC1      1  12456      2
SPC1      1  12456      3
SPC1      1  12456      4
SPC1      1  12456      5
SPC1      1  12456      6
SPC1      1  12456      7
SPC1      1  1456       8
SPC1      1  1456      10
SPC1      1  1456      11
SPC1      1  1456      12
$ Femap with NX Nastran Property 1 : beam
$ Femap with NX Nastran PropShape 1 : 5,0,0.03,0.,0.,0.,0.,0.
$ Femap with NX Nastran PropOrient 1 : 5,0,1.,1.,2.,3.,4.,-1.,0.,0.
PBEAM      1      1.00282746.3617-76.3617-7      0.1.2713-6      0.+
+          -.03      0.      0.      -.03      .03      0.      0.      .03+
+          YESA      1.
+          .8861829.8861829
$ Femap with NX Nastran Material 1 : material
MAT1      1  7.5+10      .3  2700.      0.      0.
GRID      1      05.663178-2.03845  1.7553      0
GRID      2      05.666114-3.229371.867431      0
GRID      3      06.024566-3.230251.857182      0
GRID      4      05.761051      0.1.672783      0
GRID      5      05.663178  2.03845  1.7553      0
GRID      6      05.666114  3.229371.867431      0
GRID      7      06.024566  3.230251.857182      0
GRID      8      09.877068      0.2.074005      0
GRID     10      010.352548.7332-43.334223      0
GRID     11      09.8764041.4633632.112039      0
GRID     12      09.876404-1.463362.112039      0
CBEAM      1      1      3      2      0.      0.      1.
CBEAM      2      1      2      1      0.      0.      1.
CBEAM      3      1      1      4      0.      0.      1.
CBEAM      4      1      4      5      0.      0.      1.
CBEAM      5      1      5      6      0.      0.      1.
CBEAM      6      1      6      7      0.      0.      1.
CBEAM      7      1      8      12     0.      0.      1.
CBEAM      8      1      8      11     0.      0.      1.
CBEAM      9      1      8      10     0.      0.      1.
    
```

Figura 89: Bulk Data Deck - DMAP - velivolo intero

```

SET1      1      1      2      3      4      5      6      7
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 1 : S1
SPLINE1   1      3001     3001     3150      1      0.      IPS     BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 2 : S2
SPLINE1   2      2001     2001     2250      1      0.      IPS     BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 3 : S3
SPLINE1   3      1001     1001     1100      1      0.      IPS     BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 4 : S4
SPLINE1   4      4001     4001     4100      1      0.      IPS     BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 5 : S5
SPLINE1   5      5001     5001     5250      1      0.      IPS     BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 6 : S6
SPLINE1   6      6001     6001     6150      1      0.      IPS     BOTH
SET1      2      8      11     12
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 7 : S7
SPLINE2   7      7001     7001     7200      2      0.      1.      +
+          0.      0.      BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 8 : S8
SPLINE2   8      8001     8001     8050      2      0.      1.      +
+          0.      0.      BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 9 : S9
SPLINE2   9      1      1      200      2      0.      1.      +
+          0.      0.      BOTH
SET1      3      8      10
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 10 : S10
SPLINE2  10      9001     9001     9200      3      0.      1.      5+
+          0.      0.      BOTH
    
```

Figura 90: Bulk Data Deck - DMAP - velivolo intero

La parte di codice in cui si vanno a definirfinire le spline è stata modificata andando ad inserire la SPLINE2. Questa definisce una beam spline usata nell'interpolazione del moto e/o delle forze su una geometria aerodinamica definita da regular arrays o da aerodynamic points. Nelle prossime pagine si può osservare il codice relativo all'inserimento dei dati provenienti dai GVT.

```

$
$===== SCHEDE DMIG AUTOVETTORI =====
$-----
DMIG      LF      0      9      1      0      8
$-----
DMIG*      LF      1      0
*          1      3.075122387963273
*          2      3.195380994892481
*          3      3.214391622731163
*          4      3.000000000000001
*          5      3.065443840934207
*          6      3.207102644527223
*          7      3.220364187636182
*          8      2.010688655733337
*          8      3-.09088495648496
*          10     2.010688655733337
*          10     3-.09088495648496
*          11     2.010688655733337
*          11     3-.11065263073939
*          12     2.010688655733337
*          12     3-.11367906107641
DMIG*      LF      2      0
*          1      3-.00730812734531
*          2      3-.03613858594879
*          3      3-.03546759767294
*          4      3.000000000000001
*          5      3.006982328520375
*          6      3.027521233572127
*          7      3.025083691082937
*          8      2.217931047041648
*          8      3-.00465995915877
*          10     2.217931047041648
*          10     3-.00465995915877
*          11     2.217931047041648
*          11     3-.33670164103472
*          12     2.217931047041648
*          12     3.324512368905471
DMIG*      LF      3      0
*          1      3-.05454215281642
*          2      3.071968328681393
*          3      3.125734310597469
*          4      3.000000000000001
*          5      3.069260255994640
*          6      3-.01223296814776
*          7      3-.05191303256652
*          8      2.029699836237517
*          8      3-.00985909950391
*          10     2.029699836237517
*          10     3-.00985909950391
*          11     2.029699836237517
*          11     3-.24643045003148
*          12     2.029699836237517
*          12     3.212058536897300
DMIG*      LF      4      0
*          1      3-.00377116859281
*          2      3-.00165582775693
*          3      3-.00226661256814
*          4      3.000000000000001
*          5      3.002161105769936
*          6      3.005834048386371
*          7      3.004930579907211
*          8      2.242650313705198
*          8      3-.00154035338102
*          10     2.242650313705198
*          10     3-.00154035338102
*          11     2.242650313705198
*          11     3.017757586796964
*          12     2.242650313705198
*          12     3-.01451927315866
    
```

Figura 91: Bulk Data Deck - DMAP - velivolo intero

DMIG*	LF	5	0
*	1	3.000468540965849	
*	2	3-.00031363406639	
*	3	3-.00057622528254	
*	4	3.000000000000001	
*	5	3.000653199312192	
*	6	3-.00106245223531	
*	7	3-.00011411858593	
*	8	2.009881755741972	
*	8	3-.01661487292109	
*	10	2.009881755741972	
*	10	3-.01661487292109	
*	11	2.009881755741972	
*	11	3.128780467721084	
*	12	2.009881755741972	
*	12	3.150377674573827	
DMIG*	LF	6	0
*	1	3.156751800835352	
*	2	3-.08071888186907	
*	3	3-.26429304769349	
*	4	3.000000000000001	
*	5	3.055210935961048	
*	6	3-.12106142265201	
*	7	3-.22874959244639	
*	8	2-.02993520174503	
*	8	3.078792617776942	
*	10	2-.02993520174503	
*	10	3.078792617776942	
*	11	2-.02993520174503	
*	11	3-.01519712463707	
*	12	2-.02993520174503	
*	12	3.033075348997779	
DMIG*	LF	7	0
*	1	3.093132684892358	
*	2	3.072745222711229	
*	3	3-.00614543957692	
*	4	3.000000000000001	
*	5	3-.04775683938565	
*	6	3-.03339163086396	
*	7	3.046012663176623	
*	8	2.014979637695537	
*	8	3-.00777343598934	
*	10	2.014979637695537	
*	10	3-.00777343598934	
*	11	2.014979637695537	
*	11	3.009321516993738	
*	12	2.014979637695537	
*	12	3.011454192272739	
DMIG*	LF	8	0
*	1	3-.00066274779422	
*	2	3-.00007438757990	
*	3	3-.00001228313917	
*	4	3.000000000000001	
*	5	3-.00047481599097	
*	6	3-.00001474468685	
*	7	3.000193703306568	
*	8	2-.00073520707505	
*	8	3.000296558096998	
*	10	2-.00073520707505	
*	10	3.000296558096998	
*	11	2-.00073520707505	
*	11	3.000817613484168	
*	12	2-.00073520707505	
*	12	3.000567276049583	

Figura 92: Bulk Data Deck - DMAP - velivolo intero

Infine è possibile vedere il codice che riporta i valori di frequenza, rigidezza e massa generalizzata utilizzati per questa analisi e provenienti dall'analisi modale sperimentale eseguita a monte.

bili dalla lettura del grafico sono rimandate a più tardi, quando si tratterà il nuovo approccio.

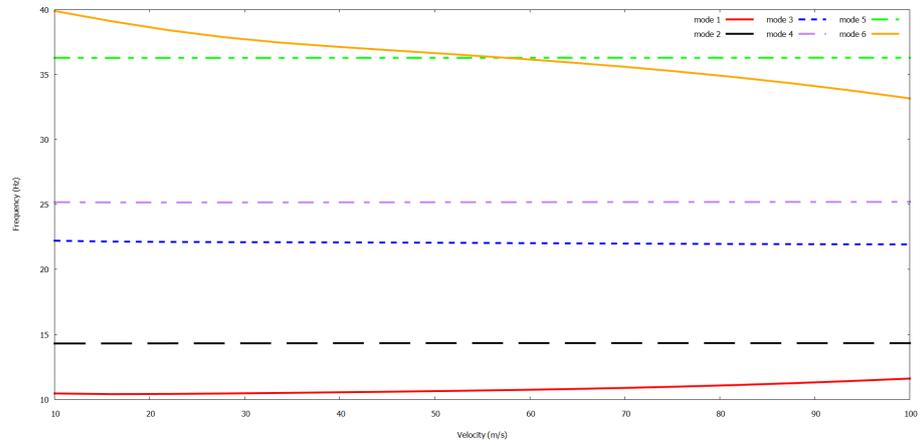


Figura 95: Frequenza - Velocità per velivolo completo fino a 100m/s - codice DMAP

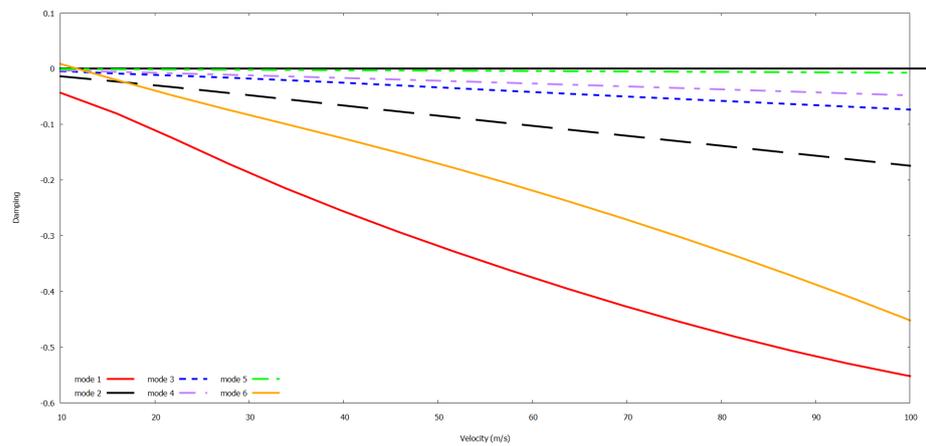


Figura 96: Smorzamento - Velocità per velivolo completo fino a 100m/s - codice DMAP

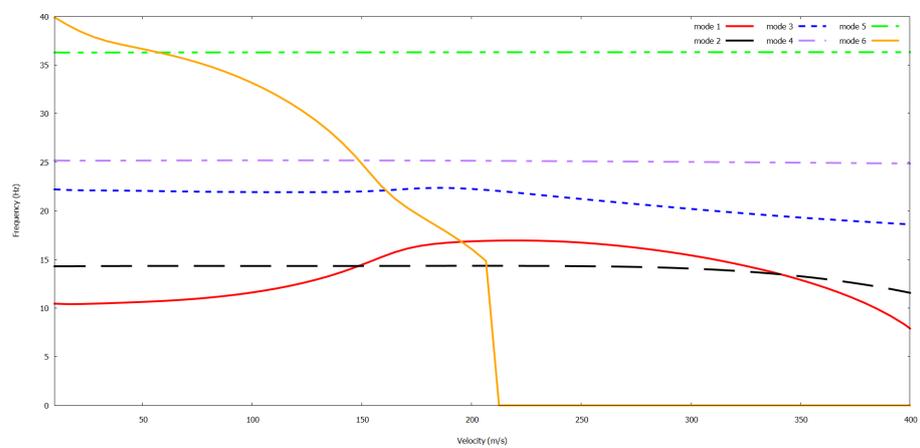


Figura 97: Frequenza - Velocità per singola ala fino a 400m/s - codice DMAP

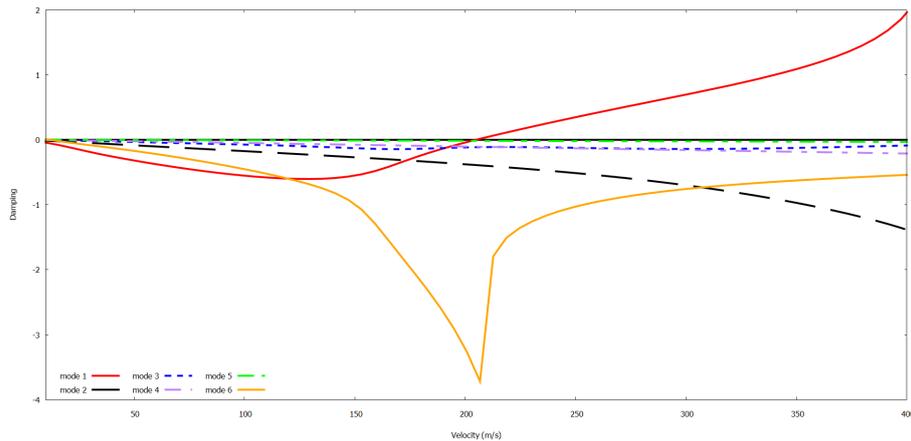


Figura 98: Smorzamento - Velocità per singola ala fino a 400m/s - codice DMAP

Da questi risultati preliminari e sotto le ipotesi fatte, è facilmente deducibile che l'aereo non è soggetto al fenomeno del flutter.

5.4 STUDIO DEL FLUTTER CON USO DI MPC

Il lavoro svolto nell'ambito della *flutter clearance* è oggetto di descrizione del seguente paragrafo. L'analisi è stata impostata a partire da un codice reso disponibile da Embraer SA, risalente agli anni ottanta.

5.4.1 Risultati nuovo codice per ala isolata

Di seguito è riportato l'intero codice che è stato scritto per condurre l'analisi del flutter per l'ala isolata e poi per l'intero velivolo Dardo. In seguito verrà discusso il codice per l'analisi del velivolo completo che per molti aspetti teorici assomiglia al presente. Si descrivono i principali comandi esclusi quelli già presentati nel paragrafo riguardante i risultati del DMAP.

- Executive Control Deck

```

$$$ EXECUTIVE CONTROL DECK $$$
$
SOL SEFLUTTR
TIME 50000
CEND

```

Figura 99: Executive Control Deck - MPC - ala isolata

- Case Control Deck

```

$$$ CASE CONTROL DECK $$$
TITLE = FlutterEMBRAER
MPC = 1
METHOD = 1
FMETHOD = 1
CMETHOD = 1
SEALL = ALL
VECTOR = ALL

```

Figura 100: Case Control Deck - MPC - ala isolata

- Bulk Data Deck

```

$$$ BULK DATA DECK $$$
BEGIN BULK
$ Femap with NX Nastran Coordinate System 3 : aero1
CORD2R      3      05.188769      0.1.6520125.188769      0.2.652012+
+      6.188769      0.1.652012
AERO      3      1.3      1.225      0      0
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 1001 : P1
CAERO1      1001      1      3      10      10      1+
+      0.      0.      0. 1.56755      0. .72786      0. 1.56755
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 2001 : P2
CAERO1      2001      1      3      25      10      1+
+      0. .72786      0. 1.56755 .13499 2.63924 .1591 1.16213
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 3001 : P3
CAERO1      3001      1      3      15      10      1+
+      .13499 2.63924 .1591 1.16278 .23396 4.01 .27324 .74815
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 4001 : P4
CAERO1      4001      1      3      10      10      1+
+      0.      0.      0. 1.56755      0. -.72786      0. 1.56755
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 5001 : P5
CAERO1      5001      1      3      25      10      1+
+      0. -.72786      0. 1.56755 .13499-2.63924 .1591 1.16213
$ Femap with NX Nastran Aero Panel 6001 : P6
CAERO1      6001      1      3      15      10      1+
+      .13499-2.63924 .1591 1.16278 .23396 -4.01 .27324 .74815

```

Figura 101: Bulk Data Deck - MPC - ala isolata

```

$Elemento smorzatore scalare connesso solo ai punti scalari
CDAMP4      1      0.      451
CDAMP4      2      0.      452
CDAMP4      3      0.      453
CDAMP4      4      0.      454
CDAMP4      5      0.      455
$Elemento molla scalare collegato solo a punti scalari
CELAS4      11.5918+4      451
CELAS4      24.1494+4      452
CELAS4      35.0399+4      453
CELAS4      49.1566+4      454
CELAS4      51.6404+5      455
$Elemento di massa scalare connesso solo a punti scalari
CMASS4      1      1.      451
CMASS4      2      1.      452
CMASS4      3      1.      453
CMASS4      4      1.      454
CMASS4      5      1.      455

```

Figura 102: Bulk Data Deck - MPC - ala isolata

- CDAMP4: definisce un elemento smorzatore scalare connesso solo a punti scalari e senza riferimento a un materiale o una proprietà.
- CELAS4: definisce un elemento molla scalare collegato solo a punti scalari e senza riferimento a una proprietà.
- CMASS4: definisce un elemento di massa scalare connesso solo a punti scalari e senza riferimento a una proprietà.

Nel Bulk Data Deck sono contenuti anche i comandi di EIGR e FLFACT, identici al caso DMAP, motivo per cui non vengono riportati. Nella figura 102 è riportata la parte di codice in cui vengono inseriti i dati provenienti dai risultati dell'analisi modale eseguita nella fase di testing. Come si può notare è stata impostata una CDAMP4 nulla, di default, una CELAS4 pari alla rigidezza calcolata in fase di analisi modale e una CMASS4 unitaria.

FLUTTER	1	PKNL	2	3	4	L	0	.001
GRID	1	0	5.66885	-3.84322	1.97192	0	12456	
GRID	2	0	5.963	-3.84455	1.95292	0	12456	
GRID	3	0	5.66576	-2.21757	1.85385	0	12456	
GRID	4	0	5.72312	0.	1.74988	0	12456	
GRID	5	0	6.25487	0.	1.69802	0	12456	
GRID	8	0	5.66572	2.19754	1.85251	0	12456	
GRID	9	0	5.66885	3.84322	1.97192	0	12456	
GRID	10	0	5.96386	3.84455	1.95292	0	12456	
MKAERO2	0.	1.-4	0.	.001	0.	.05	0.	.1
MKAERO2	0.	.2	0.	.5	0.	1.	0.	2.
MKAERO2	0.	5.	0.	10.				

Figura 103: Bulk Data Deck - MPC - ala isolata

L'inserimento dei punti è analogo a quanto è avvenuto nel codice DMAP, per questo occorre solo presentare il comando:

- MKAERO2: fornisce una lista di numeri di Mach e di frequenze ridotte per il calcolo delle matrici aerodinamiche.

Si vuole notare che il metodo di calcolo del flutter, come detto all'inizio del capitolo, è il PK - Method (NL: No Looping).

\$				
MPC*	1	1	3	-1.
*	451	0	.3216783	
*		452	0	.1501670
*	453	0	.2466023	
*		454	0	.0155058
*	455	0	.1756916	
MPC*	1	2	3	-1.
*	451	0	.2792758	
*		452	0	.0263515
*	453	0	.2602624	
*		454	0	.1449113
*	455	0	.0590720	
MPC*	1	3	3	-1.
*	451	0	.0083511	
*		452	0	-.036439
*	453	0	-.076680	
*		454	0	-.108985
*	455	0	-.089598	
MPC*	1	4	3	-1.
*	451	0	-.105230	
*		452	0	-.005739
*	453	0	.0004447	
*		454	0	.0575604
*	455	0	-.008620	
MPC*	1	5	3	-1.
*	451	0	-.093423	
*		452	0	.0019711
*	453	0	.0042436	
*		454	0	.1544951
*	455	0	.0270183	
MPC*	1	8	3	-1.
*	451	0	.0104921	
*		452	0	.0418762
*	453	0	.0698698	
*		454	0	-.121651
*	455	0	.0580673	
MPC*	1	9	3	-1.
*	451	0	.2883157	
*		452	0	-.017356
*	453	0	-.284308	
*		454	0	.1394769
*	455	0	-.023409	
MPC*	1	10	3	-1.
*	451	0	.3018112	
*		452	0	-.123052
*	453	0	-.123052	
*		454	0	-.241566
*	455	0	-.085897	

Figura 104: Bulk Data Deck - MPC - ala isolata

- MPC: Multipoint Constraint, sono indicati manualmente, inserendo i dati derivanti dal GVT. I dati sono stati estrapolati dal precedente codice DMAP che vede inseriti i dati derivanti dai GVT nel comando DMIG. In pratica, il comando DMIG permette la visualizzazione dei 5 vettori composti dalle misurazioni effettuate per ciascun sensore. Per il DMIG 1, in pratica, si riportano tutte le prime registrazioni avute in tutti i sensori (10 sensori: 8 lungo Z e 2 lungo Y) e così via dal DMIG 2 fino al DMIG 5. Per il DMAP si avevano quindi 5 DMIG da 10 valori ciascuno. In questo approccio, nel nuovo codice, si hanno 10 MPC composti da 5 valori ciascuno. Per ogni MPC si riportano le sole registrazioni lungo l'asse Z poichè nel piano non si verificano significative deformazioni. I risultati presentati di seguito aiuteranno a capire meglio la tecnica utilizzata.

```

PAERO1          1
$-----
PARAM    BAILOUT    -1
PARAM    DBDICT     2
PARAM    DBSORT     0
PARAM    LMODES     5
PARAM    SKPAMG     -1
$-----
SET1      1      1      2      3      4      5      8      9+
+
          10
$-----
SPLINE1    1    1001    1001    1100    1    0.    IPS    BOTH
SPLINE1    2    2001    2001    2250    1    0.    IPS    BOTH
SPLINE1    3    3001    3001    3150    1    0.    IPS    BOTH
SPLINE1    4    4001    4001    4100    1    0.    IPS    BOTH
SPLINE1    5    5001    5001    5250    1    0.    IPS    BOTH
SPLINE1    6    6001    6001    6150    1    0.    IPS    BOTH
$-----
SPOINT     451    THRU    455
ENDDATA

```

Figura 105: Bulk Data Deck - MPC - ala isolata

- SPLINE1: definisce le spline utilizzate nella modellazione, indicandone il numero ID di ciascuna e i pannelli coinvolti, riferiti all'ID del CAERO1 che definisce il piano delle spline.
- SPOINT: definisce gli Scalar Point, quelli indicati nella definizione dell'MPC, in questo caso dal 451 al 455.

Con i suddetti principali comandi, brevemente commentati, è stato creato il file *.dat* che è stato compilato dal software MSC Nastran. Con la generazione del file *.fo6* si è potuto esaminare il flutter dell'ala del velivolo Dardo del quale si riportano di seguito i risultati in termini di smorzamento e frequenza in funzione della velocità.

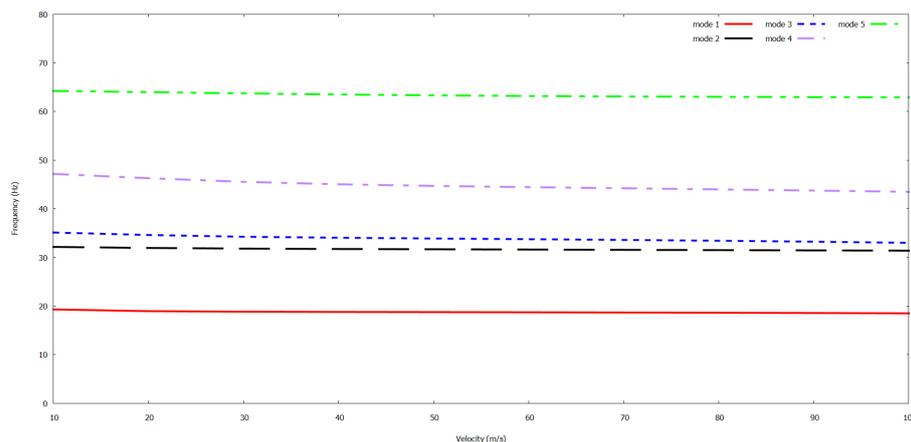


Figura 106: Frequenza - Velocità per singola ala fino a 100m/s - codice con uso di MPC

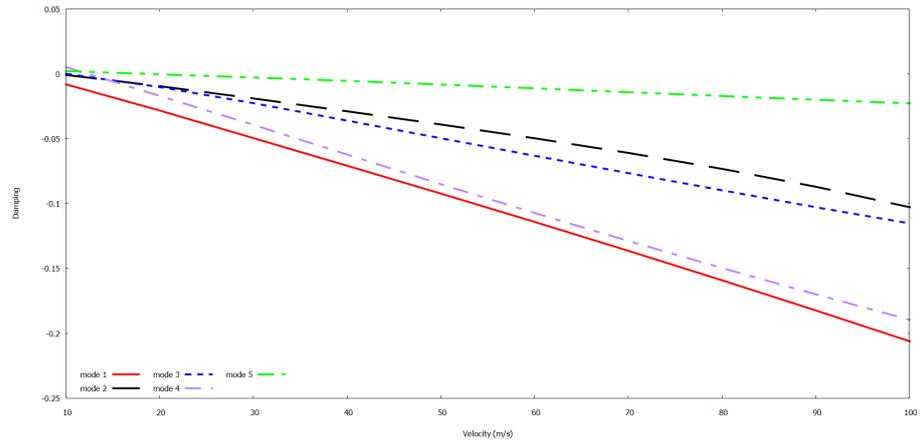


Figura 107: Smorzamento - Velocità per singola ala fino a 100m/s - codice con uso di MPC

Come si evince, in base alla definizione di flutter, la struttura alare del velivolo Dardo non è interessata a tale fenomeno di instabilità dinamica.

Per completezza si riportano i risultati che si sono ottenuti fino a velocità pari a 400m/s. Ora, anche se poco importante dal punto di vista pratico poichè il velivolo non è in grado di raggiungere tali velocità, è possibile osservare il fenomeno del flutter che si instaura per velocità pari a circa 360m/s.

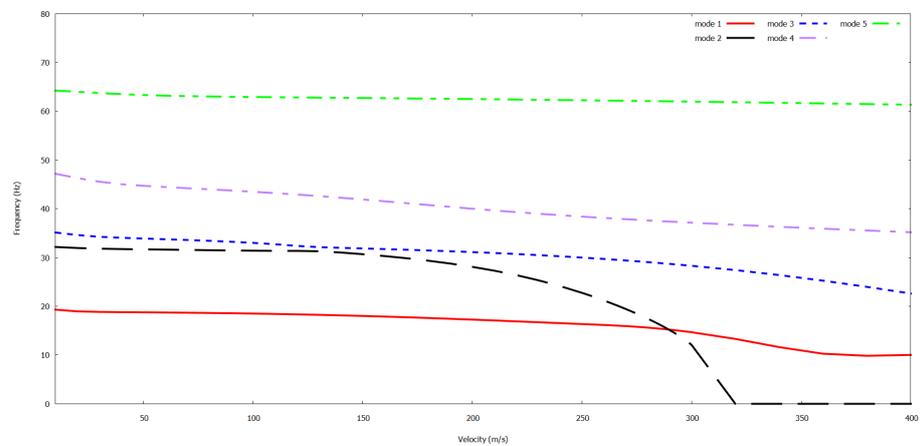


Figura 108: Frequenza - Velocità per singola ala fino a 400m/s - codice con uso di MPC

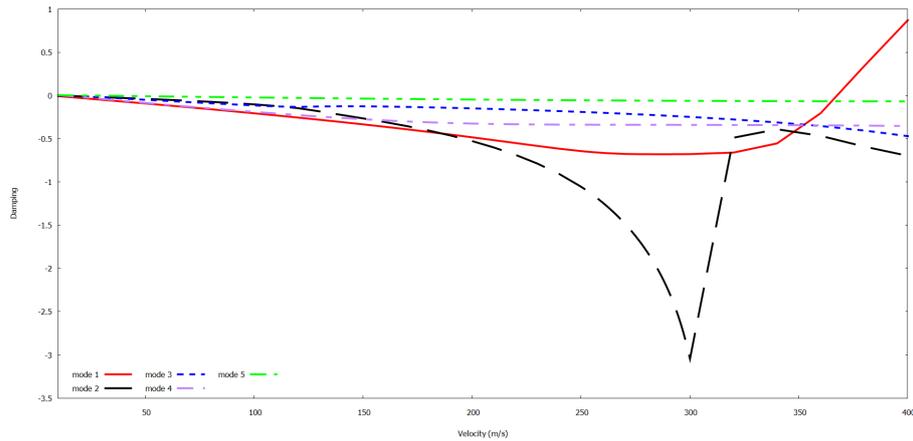


Figura 109: Smorzamento - Velocità per singola ala fino a 400m/s - codice con uso di MPC

Si noti che l'instaurarsi del fenomeno per velocità così elevate può essere giustificata dal fatto che si è andati a considerare la superficie alare senza le superfici mobili (flaps) che se considerate avrebbero aggiunto dei gradi di libertà provocando lo spostamento del punto di flutter verso l'origine, a velocità più basse.

Per meglio esaminare le effettive condizioni di flutter, si è esaminata la sola condizione di *post* flutter, andando ad effettuare una piccola modifica al codice *.dat* dato inizialmente in pasto al calcolatore. In corrispondenza del valore di velocità pari a 400m/s, trovato nei valori FLFACT, si va ad introdurre il segno $-$ che permette di esaminare la condizione per quel determinato valore di velocità. I risultati presenti nel file di output *.fo6* riportano ora gli autovalori complessi. La parte reale di ogni autovalore, che porta informazioni relative allo smorzamento, è stata estrapolata e introdotta in vettori dati in input ad un codice MATLAB in grado di visualizzare l'entità della deformazione. Usando una scala cromatica è possibile osservare i risultati ottenuti relativi ai modi smorzati.

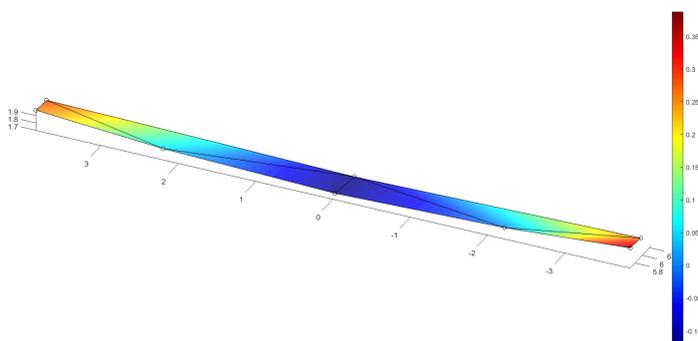


Figura 110: Modo smorzato 1 dell'ala isolata - Post flutter (400m/s)

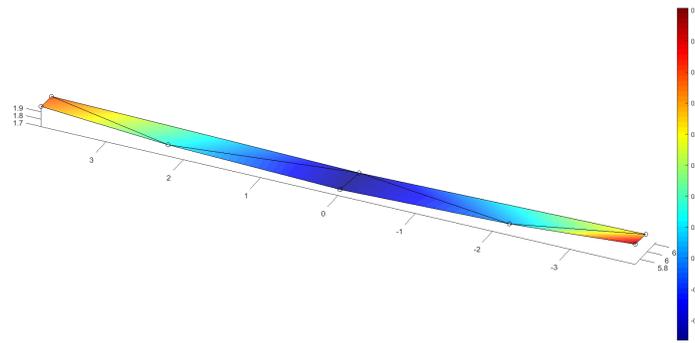


Figura 111: Modo smorzato 2 dell'ala isolata - Primo flessionale simmetrico - Post flutter (400m/s)

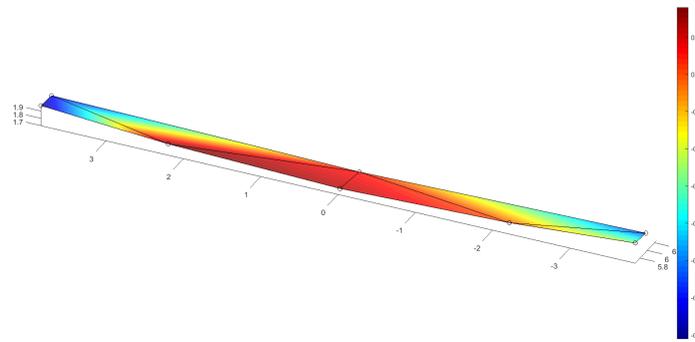


Figura 112: Modo smorzato 3 dell'ala isolata - Primo torsionale antisimmetrico - Post flutter (400m/s)

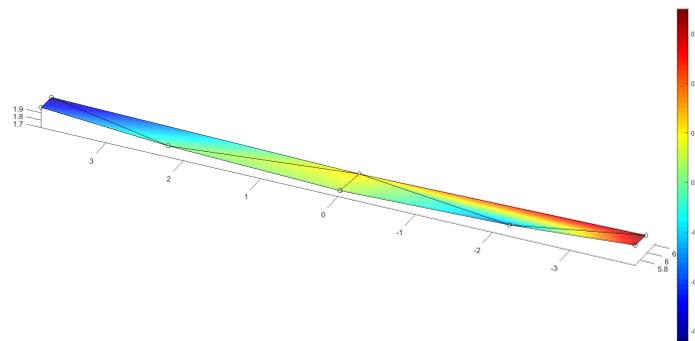


Figura 113: Modo smorzato 4 dell'ala isolata - flessionale e torsionale antisimmetrico Post flutter (400m/s)

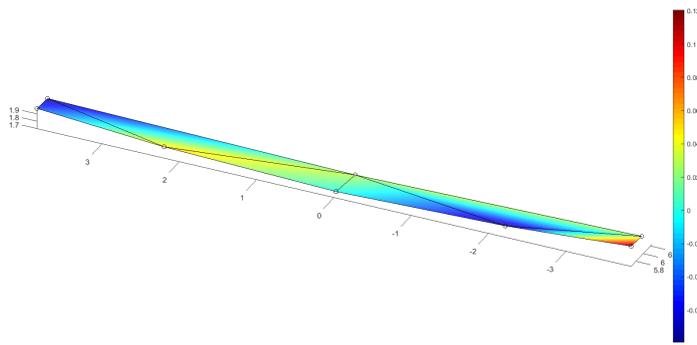


Figura 114: Modo smorzato 5 dell'ala isolata - flessionale dell'edgewise - Post flutter (400m/s)

Confronto con i risultati DMAP dell'ala

Andando brevemente a confrontare i grafici ottenuti con quelli provenienti dal codice DMAP, si può dedurre che, data la somiglianza tra i due grafici, sia negli andamenti che nelle relazioni tra le varie curve, i risultati trovati siano attendibili. Si ricordi che, nel caso DMAP, il flutter si instaura per velocità pari circa a 280m/s, a differenza del caso in esame che viene innescato a 360m/s. In particolare rimane invariato il legame tra i modi 1 e 2 le cui curve si intersecano in entrambi gli approcci utilizzati. I grafici cui si fa riferimento sono quelli che riportano le curve fino alla velocità di 400m/s.

5.4.2 Risultati nuovo codice per velivolo completo

Analogamente a quanto fatto per lo studio del flutter relativo alla struttura alare, si realizza un'analisi del flutter anche per l'intero velivolo. Naturalmente il numero di sensori utilizzati ha permesso di valutare il comportamento delle superfici alari e dei piani di coda e, seppur appaia un'analisi riduttiva, i risultati sembrano abbastanza affidabili anche per valutare il comportamento della fusoliera (sprovvista di sensori).

Come primo passo si è ricorsi alla modifica del codice da dare in input al solutore, su indicazione di quello fornito da Embraer SA. Poichè il lavoro effettuato è analogo a quello svolto per il caso dell'ala, si riporta una principale differenza del file *.dat*.

Dal punto di vista pratico la procedura rimane analoga ma i valori che vengono inseriti nella parte di codice riportata in figura 115 sono diversi. Si può notare da subito che gli Scalar Point sono 8, a differenza del caso precedente in cui erano solo 5. Questo non comporta nessuna complicazione.

```

$Elemento smorzatore scalare connesso solo ai punti scalari
$-----
CDAMP4      1      0.      451
CDAMP4      2      0.      452
CDAMP4      3      0.      453
CDAMP4      4      0.      454
CDAMP4      5      0.      455
CDAMP4      6      0.      456
CDAMP4      7      0.      457
CDAMP4      8      0.      458
$Elemento molla scalare collegato solo a punti scalari
$-----
CELAS4      14.9037+3      451
CELAS4      28.3075+3      452
CELAS4      31.9890+4      453
CELAS4      42.5384+4      454
CELAS4      55.2092+4      455
CELAS4      66.7919+4      456
CELAS4      79.0396+4      457
CELAS4      89.8494+4      458
$Elemento di massa scalare connesso solo a punti scalari
$-----
CMASS4      1      1.      451
CMASS4      2      1.      452
CMASS4      3      1.      453
CMASS4      4      1.      454
CMASS4      5      1.      455
CMASS4      6      1.      456
CMASS4      7      1.      457
CMASS4      8      1.      458

```

Figura 115: Codice Nastran con uso di MPC - velivolo completo

```

$-----
GRID      1      05.663178-2.03845  1.7553      0  12456
GRID      2      05.666114-3.229371.867431      0  12456
GRID      3      06.024566-3.230251.857182      0  12456
GRID      4      05.761051      0.1.672783      0  12456
GRID      5      05.663178  2.03845  1.7553      0  12456
GRID      6      05.666114  3.229371.867431      0  12456
GRID      7      06.024566  3.230251.857182      0  12456
GRID      8      09.877068      0.2.074005      0  1456
GRID     10      010.352548.7332-43.334223      0  1456
GRID     11      09.8764041.4633632.112039      0  1456
GRID     12      09.876404-1.463362.112039      0  1456

```

Figura 116: Codice Nastran con uso di MPC - velivolo completo

Come si può vedere, il caso del velivolo completo è più complesso perchè oltre alle registrazioni dei dati GVT lungo l'asse Z, si son dovuti inserire anche quelle nel piano che, in questo caso, sono più evidenti. Gli MPC sono in questo caso 11 poichè 11 sono i sensori utilizzati (più il canale 9 per il martello strumentato) con 8 misurazioni ciascuno, perchè 8 sono le forme modali che si vogliono trovare.

```

$-----
MPC*      1      1      3      -1.
*      451      0      .0751223
*      452      0      -.007308
*      453      0      -.054542
*      454      0      -.003771
*      455      0      .0004685
*      456      0      .1567518
*      457      0      .0931326
*      458      0      -.000662
MPC*      1      2      3      -1.
*      451      0      .1953809
*      452      0      -.036138
*      453      0      .0719683
*      454      0      -.001655
*      455      0      -.000313
*      456      0      -.080718
*      457      0      .0727452
*      458      0      -.000074
MPC*      1      3      3      -1.
*      451      0      .2143916
*      452      0      -.035467
*      453      0      .1257343
*      454      0      -.002266
*      455      0      -.000576
*      456      0      -.264293
*      457      0      -.006145
*      458      0      -.000012
MPC*      1      4      3      -1.
*      451      0      .000001
*      452      0      .000001
*      453      0      .000001
*      454      0      .000001
*      455      0      .000001
*      456      0      .000001
*      457      0      .000001
*      458      0      .000001
MPC*      1      5      3      -1.
*      451      0      .065443
*      452      0      .006982
*      453      0      .069260
*      454      0      .002161
*      455      0      .000653
*      456      0      .055210
*      457      0      -.04775
*      458      0      -.00047
MPC*      1      6      3      -1.
*      451      0      .207102
*      452      0      .027521
*      453      0      -.01223
*      454      0      .005834
*      455      0      -.00106
*      456      0      -.12106
*      457      0      -.03339
*      458      0      -.00001

```

Figura 117: Codice Nastran con uso di MPC - velivolo completo

MPC*	1	7	3	-1.
*	451	0	.220364	
*		452	0	.025083
*	453	0	-.05191	
*		454	0	.004930
*	455	0	-.00011	
*		456	0	-.22874
*	457	0	.046012	
*		458	0	.000193
MPC*	1	8	3	-1.
*	451	0	-.09088	
*		452	0	-.00465
*	453	0	-.00985	
*		454	0	-.00154
*	455	0	-.01661	
*		456	0	.078792
*	457	0	-.00777	
*		458	0	.000296
MPC*	1	8	2	-1.
*	451	0	.010688	
*		452	0	.217931
*	453	0	.029699	
*		454	0	.242650
*	455	0	.009881	
*		456	0	-.02993
*	457	0	.014979	
*		458	0	-.00073
MPC*	1	10	3	-1.
*	451	0	-.09088	
*		452	0	-.00465
*	453	0	-.00985	
*		454	0	-.00154
*	455	0	-.01661	
*		456	0	.078792
*	457	0	-.00777	
*		458	0	.000296
MPC*	1	10	2	-1.
*	451	0	.010688	
*		452	0	.217931
*	453	0	.029699	
*		454	0	.242650
*	455	0	.009881	
*		456	0	-.02993
*	457	0	.014979	
*		458	0	-.00073
MPC*	1	11	3	-1.
*	451	0	-.110652	
*		452	0	-.336701
*	453	0	-.246430	
*		454	0	.0177575
*	455	0	.1287804	
*		456	0	-.015197
*	457	0	.0093215	
*		458	0	.0008176

Figura 118: Codice Nastran con uso di MPC - velivolo completo

```

MPC*      1      11      2      -1.
*         451      0      .010688
*         452      0      .2179310
*         453      0      .029699
*         454      0      .2426503
*         455      0      .009881
*         456      0      -.029935
*         457      0      .014979
*         458      0      -.00073
MPC*      1      12      3      -1.
*         451      0     -.113679
*         452      0      .3245123
*         453      0      .2120585
*         454      0     -.014519
*         455      0      .1503776
*         456      0      .0330753
*         457      0      .0114541
*         458      0      .0005672
MPC*      1      12      2      -1.
*         451      0      .010688
*         452      0      .2179310
*         453      0      .029699
*         454      0      .2426503
*         455      0      .009881
*         456      0     -.029935
*         457      0      .014979
*         458      0     -.00073

```

Figura 119: Codice Nastran con uso di MPC - velivolo completo

```

$-----
SET1      1      1      2      3      4      5      6      7
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 1 : S1
SPLINE1   1    3001  3001  3150      1      0.     IPS  BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 2 : S2
SPLINE1   2    2001  2001  2250      1      0.     IPS  BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 3 : S3
SPLINE1   3    1001  1001  1100      1      0.     IPS  BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 4 : S4
SPLINE1   4    4001  4001  4100      1      0.     IPS  BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 5 : S5
SPLINE1   5    5001  5001  5250      1      0.     IPS  BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 6 : S6
SPLINE1   6    6001  6001  6150      1      0.     IPS  BOTH
SET1      2      8      11     12
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 7 : S7
SPLINE2   7    7001  7001  7200      2      0.     1.     +
+         0.     0.     BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 8 : S8
SPLINE2   8    8001  8001  8050      2      0.     1.     +
+         0.     0.     BOTH
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 9 : S9
SPLINE2   9      1      1     200      2      0.     1.     +
+         0.     0.     BOTH
SET1      3      8      10
$ Femap with NX Nastran Aero Spline 10 : S10
SPLINE2  10   9001  9001  9200      3      0.     1.     5+
+         0.     0.     BOTH
$-----
SPOINT   451  THRU  458
ENDDATA

```

Figura 120: Codice Nastran con uso di MPC - velivolo completo

Con la stessa procedura usata per l'ala, si è proceduto con la compilazione del codice e con l'esame del file *.fo6*. Da questo file di testo si è potuto

procedere con la realizzazione dei classici diagrammi del flutter che sono di seguito riportati.

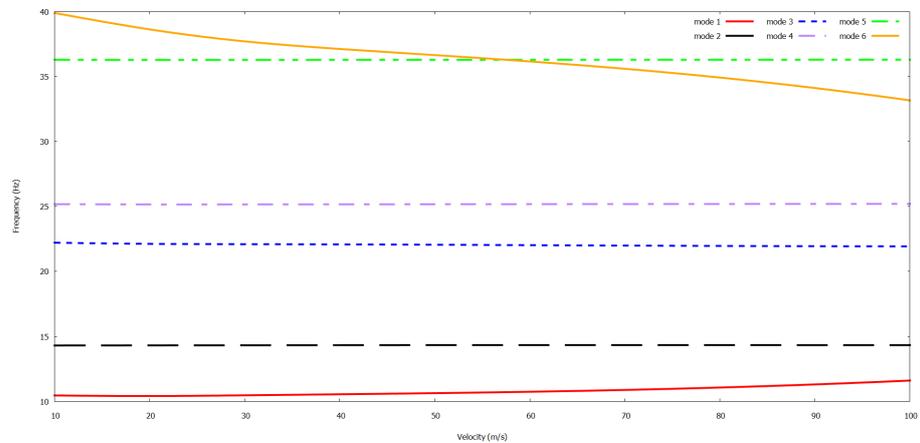


Figura 121: Frequenza - Velocità per velivolo completo fino a 100m/s - codice con uso di MPC

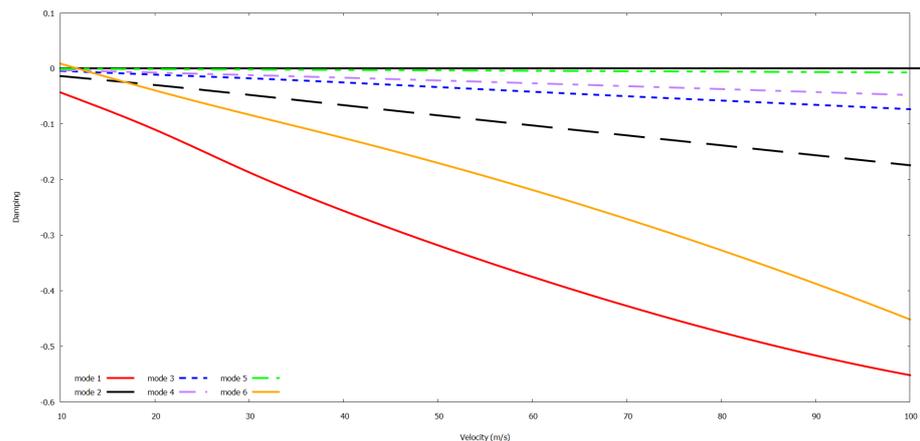


Figura 122: Smorzamento - Velocità per velivolo completo fino a 100m/s - codice con uso di MPC

Anche nel caso di velivolo completo il fenomeno del flutter non riguarda le velocità effettivamente raggiungibili dal velivolo poichè, fino a 100m/s non si hanno intersezioni tali che generino il fenomeno di instabilità. Si noti che la velocità di 100m/s è già abbastanza elevata per i velivoli appartenenti alla categoria VLA e che il caso del Dardo ne rappresenta un'eccezione.

Estendendo l'analisi a velocità di volo superiori, ecco che appare il punto di flutter ad una velocità che è prossima ai 200m/s. Rimane quindi scongiurato il rischio di innesco del flutter per il velivolo Dardo oggetto di studio nel suo reale campo di velocità di volo. Di seguito si riportano i grafici di frequenza e smorzamento in funzione della velocità.

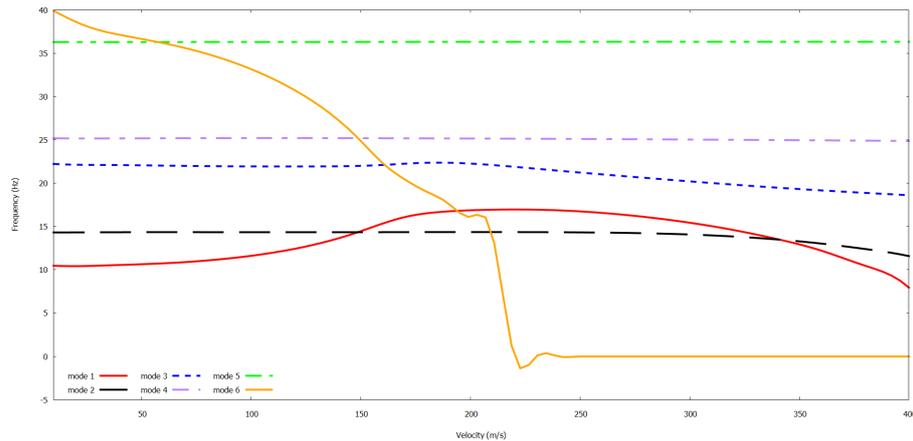


Figura 123: Frequenza - Velocità per velivolo completo fino a 400m/s - codice con uso di MPC

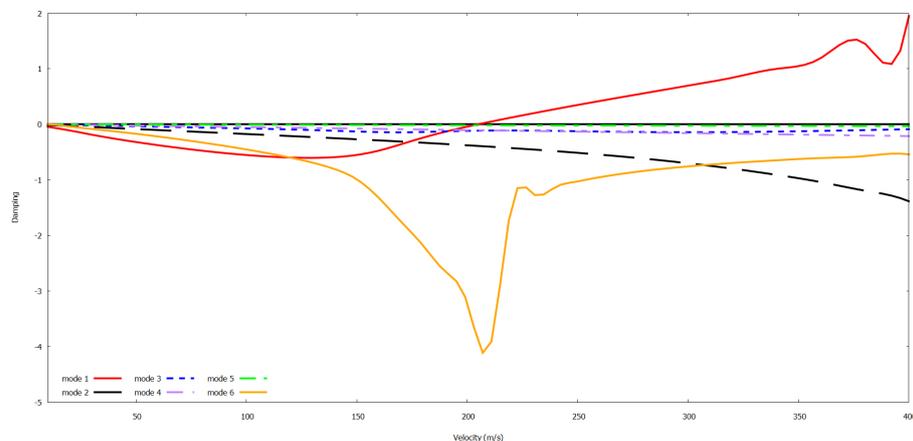


Figura 124: Smorzamento - Velocità per velivolo completo fino a 400m/s - codice con uso di MPC

E' possibile che inserendo le superfici di controllo si abbia un abbassamento della velocità di flutter che potrebbe andare a ricadere all'interno del range delle velocità raggiungibili dal velivolo, ma questo è rimandato a possibili studi futuri.

Il problema principale della procedura computazionale utilizzata è che, come detto prima, in output non viene fornito una serie di autovettori in grado di essere letti direttamente dal software Femap. E' opportuno quindi riutilizzare un artificio andando a modificare ancora il codice *.dat* ponendo il segno - davanti ad una velocità che caratterizza il campo di flutter. Per meglio visualizzare il comportamento della struttura in condizione di flutter, così come fatto per l'ala, si è andati ad utilizzare un codice MATLAB che permette di visualizzare le deformazioni utilizzando gli autovalori complessi estrapolati dal nuovo file *.fo6* modificato. In questo caso è stato necessario modificare la griglia delle coordinate dei punti aggiungendo due punti fittizi che permettano, insieme all'indicazione della scala cromatica, una migliore lettura dei risultati.

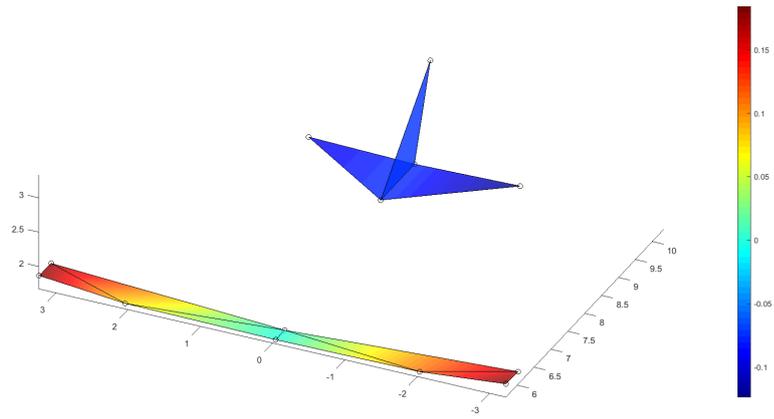


Figura 125: Modo smorzato 1 relativo all'intero velivolo - Prima flessionale simmetrica dell'ala e flessione della fusoliera - Post flutter (400m/s)

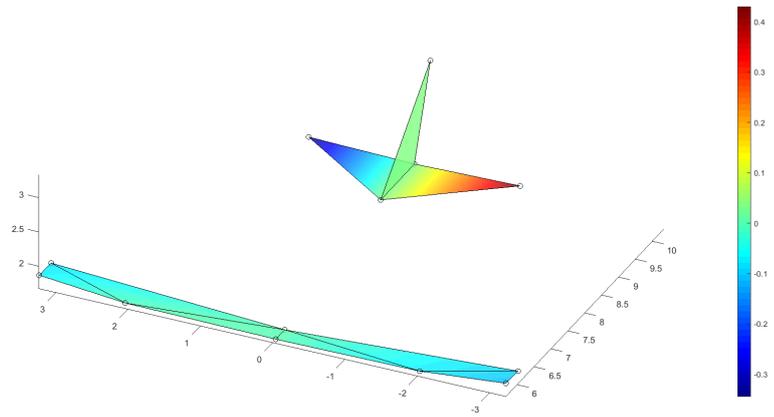


Figura 126: Modo smorzato 2 relativo all'intero velivolo - Prima antisimmetrica flessionale dell'H tail - Post flutter (400m/s)

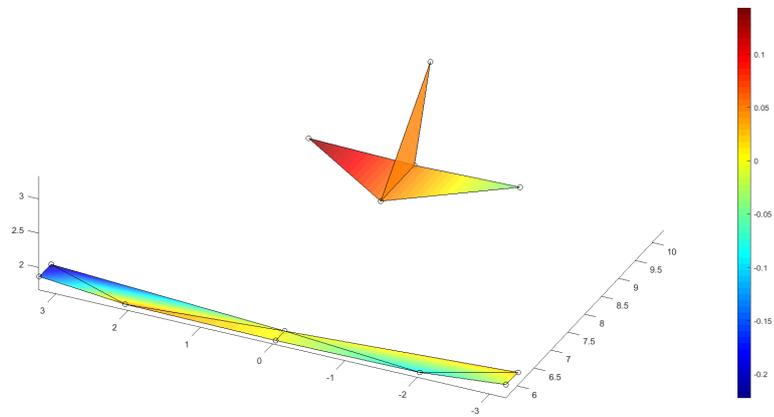


Figura 127: Modo smorzato 3 relativo all'intero velivolo - Prima flessionale antisimmetrica dell'ala e torsione della fusoliera - Post flutter (400m/s)

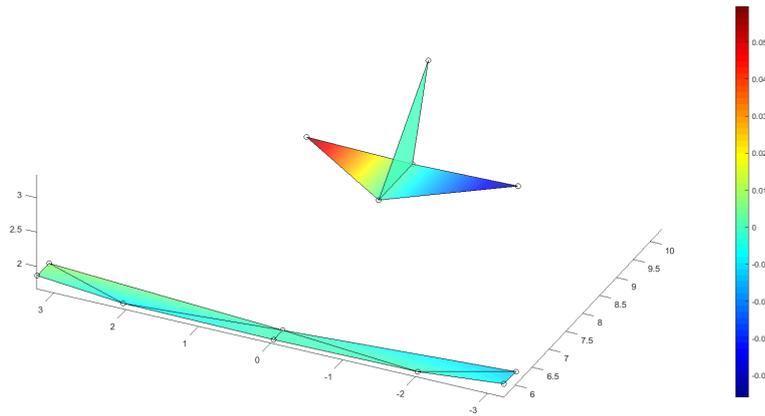


Figura 128: Modo smorzato 4 relativo all'intero velivolo - Seconda antisimmetrica flessionale dell'H tail - Post flutter (400m/s)

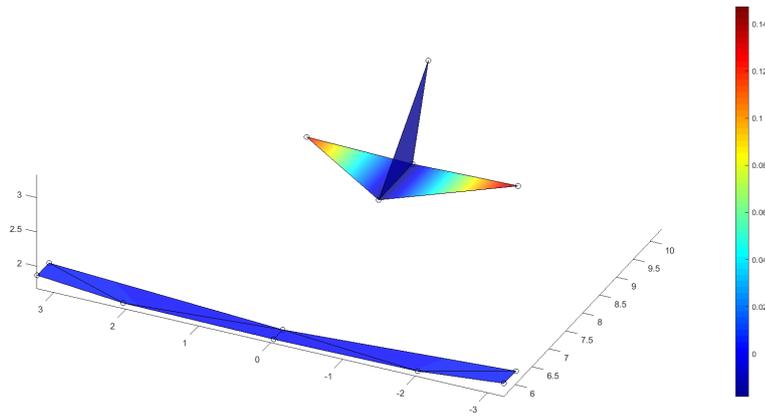


Figura 129: Modo smorzato 5 relativo all'intero velivolo - Seconda flessionale simmetrica dell'H tail - Post flutter (400m/s)

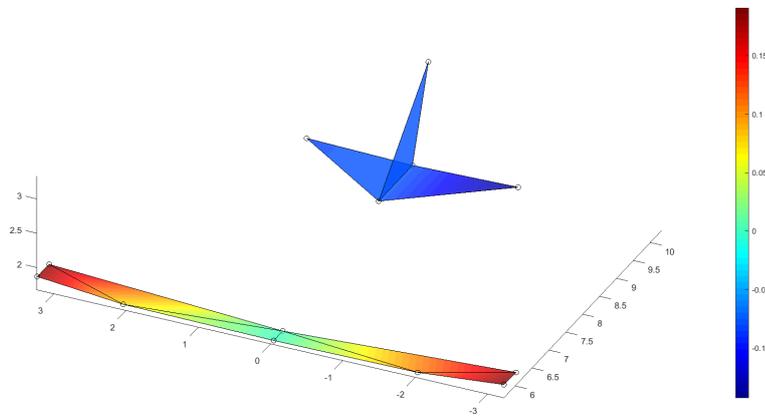


Figura 130: Modo smorzato 6 relativo all'intero velivolo - Seconda flessionale simmetrica dell'ala e flessione della fusoliera - Post flutter (400m/s)

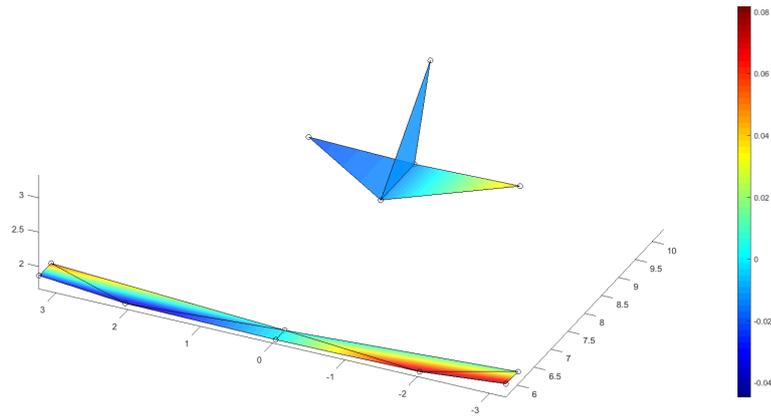


Figura 131: Modo smorzato 7 - Antisimmetrica flessionale dell'ala e torsione fusoliera - Post flutter (400m/s)

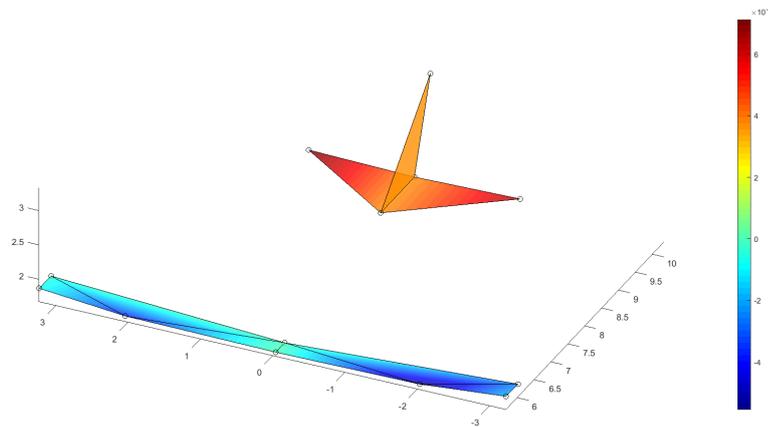


Figura 132: Modo smorzato 8 relativo all'intero velivolo - Terza simmetrica flessionale dell'ala e flessione della fusoliera - Post flutter (400m/s)

Confronto con risultati DMAP del velivolo completo

Anche in questo caso, in seguito ad un rapido controllo con i risultati ottenuti dalla precedente analisi tramite codice DMAP si può concludere che l'analisi sia attendibile. Gli andamenti sono tra loro simili e i legami delle curve delle frequenze e degli smorzamenti rimangono invariati tanto che si conserva sia l'intersezione tra il modo 6 e il modo 5 nel grafico delle frequenze fino a 100m/s che l'intersezione tra il modo 1 e 6 nel grafico degli smorzamenti fino a 400m/s. La velocità di flutter per il velivolo completo rimane stabile a circa 200m/s sia per la risoluzione con DMAP che con quella oggetto di discussione.

6

CONCLUSIONI

Questo elaborato ha presentato alcuni importanti risultati ottenuti a valle di una campagna di test condotta, sia a terra che in volo, sul velivolo Dardo, un ultraleggero full - composite dell'azienda CFM Air di Ciriè, Torino. L'obiettivo è stato quello di studiare il comportamento dinamico dell'aeromobile ovvero condurre una flutter analysis.

Al termine di questo lavoro di tesi si può affermare che la sperimentazione in ambito aeronautico è un aspetto tanto affascinante quanto cruciale in qualsiasi tipologia di progetto si voglia sviluppare, dalla fase preliminare alla fase di realizzazione. Seppure il velivolo soggetto ai test sia un ultraleggero e quindi non necessiti obbligatoriamente di una certificazione aeroelastica così elaborata come quella condotta, è stato interessante capire come sono intervenuti, in questo processo, i vari fattori determinati dalla normativa, dalle tecniche e pratiche di sperimentazione e dall'esperienza dei professionisti che sono stati coinvolti in questo progetto. L'utilità del progetto all'interno del quale è inserito il presente lavoro di tesi, sebbene per molteplici motivi appaia praticamente irrilevante, è stata proprio quella di creare un pretesto per approfondire le tematiche relative all'analisi modale sperimentale. La vastità degli argomenti trattati ha permesso di imparare, con un nuovo approccio, argomenti e tematiche pratiche che altrimenti non sarebbero state acquisite negli ordinari corsi di studio. Anche gli aspetti teorici, soprattutto relativi all'uso di nuovi software come Femap e MSC Nastran, ha favorito l'accrescimento delle conoscenze ingegneristiche nel campo dell'analisi aeroelastica sperimentale. Poichè è stato possibile disassemblare il velivolo, al contrario dei classici test eseguiti sull'intero velivolo, si è pensato di sottoporre al test prima la struttura alare e poi, oltre a questa, anche quella di coda, per ottenere dei dati relativi all'intero velivolo.

La conoscenza dei software di supporto nelle procedure di test condotti con le tecniche EMA e OMA è stato di fondamentale importanza non solo nella fase di acquisizione dei dati ma anche per la rielaborazione e la convalida del modello. A tal proposito ha svolto un ruolo chiave la modellazione in Femap tramite cui si è riusciti, oltre a creare il modello agli elementi finiti, a interpolare mediante spline i grid aerodinamici con quelli strutturali nella fase di pre - processing mentre nella fase di post processing ha permesso la visualizzazione dei risultati. La presenza di un codice dell'azienda Embraer SA, trattante l'analisi del flutter condotta con MSC Nastran, ha suscitato interesse tanto che ha generato un nuovo pretesto per condurre una nuova analisi aeroelastica, quella oggetto di studio. I risultati che si sono ottenuti con il nuovo codice ampiamente descritto in questo elaborato, sono stati confermati dai risultati provenienti da una precedente esperienza di analisi del flutter in cui è stata utilizzata una programmazione DMAP.

Concludendo, nonostante il lavoro sia stato eseguito in maniera chiara e ordinata, non si esclude la possibilità di affinare i risultati con alcuni tecni-

che e approcci innovativi. Questi motivi possono rappresentare un pretesto, come è accaduto con il presente lavoro, per nuovi futuri sviluppi. Tra questi si trova la possibilità di coinvolgere le superfici mobili della struttura del velivolo Dardo. Sebbene sia prevedibile a priori il risultato ottenuto a seguito del loro inserimento, questo rimane comunque al momento sconosciuto. In più aggiunta, la possibilità di ripetere l'intera campagna di test a terra con l'utilizzo di uno shaker rappresenta un motivo di futuri approfondimenti che trovano le basi di partenza in questo lavoro appena terminato.

RINGRAZIAMENTI

Alla fine di questo intenso lavoro conclusivo di un percorso di studi, colgo l'occasione per ringraziare chi è stato per me importante in questi anni.

Prima di tutto vorrei sentitamente ringraziare il professor Alfonso Pagani per i suoi preziosi consigli sia in ambito tecnico organizzativo che personale. Grazie per la costante disponibilità nei miei confronti e per il suo esemplare modo di essere professore che sicuramente sarà per me fonte di ispirazione per gli anni futuri.

Un grande ringraziamento è rivolto al dott. Rodolfo Azzara, dottorando del DIMEAS, per l'attenzione e il supporto dedicatemi che hanno reso più leggera e interessante l'attività di tesi. Se ho realizzato un buon lavoro, sicuramente è anche grazie a lui.

Un doveroso ringraziamento va anche al professor Erasmo Carrera per la sua professionalità e per avermi dato la possibilità di intraprendere questa opportunità di tesi. La passione trasmessa durante il corso di aeroelasticità, che mi ha introdotto agli argomenti di tesi, è stata veramente coinvolgente.

Un immenso grazie è rivolto alla mia famiglia che da sempre mi sostiene e che, riponendo fiducia in me ogni giorno, mi ha permesso di raggiungere, con sacrificio e amore, questo risultato.

Grazie a Laura, per la sua dolce presenza, per i suoi incoraggiamenti e per la sua semplicità nel farmi sentire capito e amato.

Un grazie ai miei coinquilini che in questi anni si sono rivelati più di semplici amici, fidati compagni di viaggio.

Per tutti i miei amici, quelli di giù e quelli che ho conosciuto in questi anni a Torino: gli amici di via Moretta 7, gli scout del TO110 e i colleghi: grazie per aver condiviso con me questi importanti anni di formazione professionale e crescita personale. La vostra amicizia e la vostra simpatia ha reso questi anni più sereni e vivaci, ricchi di curiose esperienze e fortissime emozioni.

A | APPENDICE

Coerenza e FRF dell'ala, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 11; martellamento nel punto 1

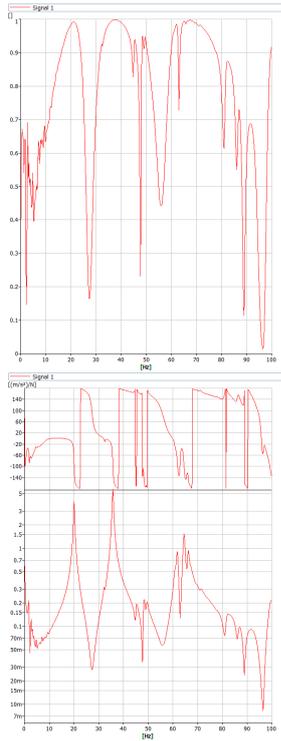


Figura 133: $h_{1,1}$

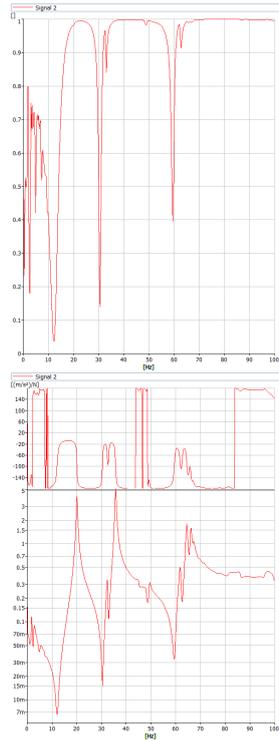


Figura 134: $h_{2,1}$

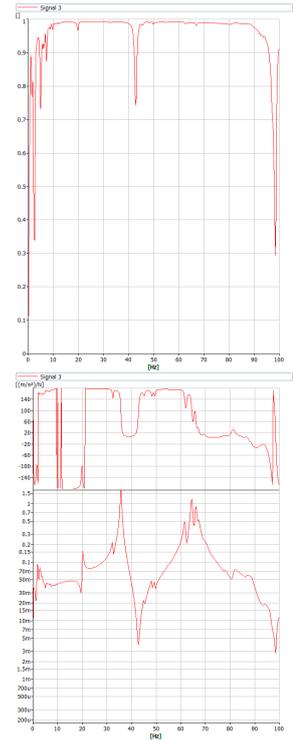


Figura 135: $h_{3,1}$

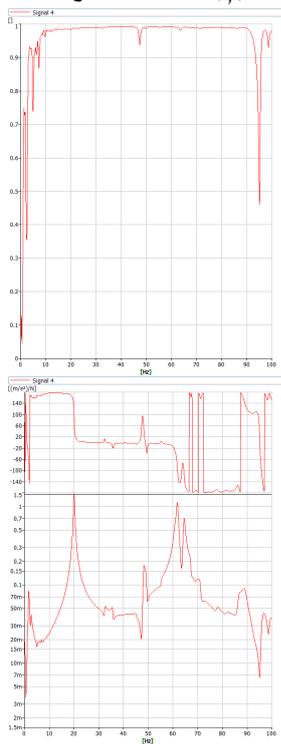


Figura 136: $h_{4,1}$

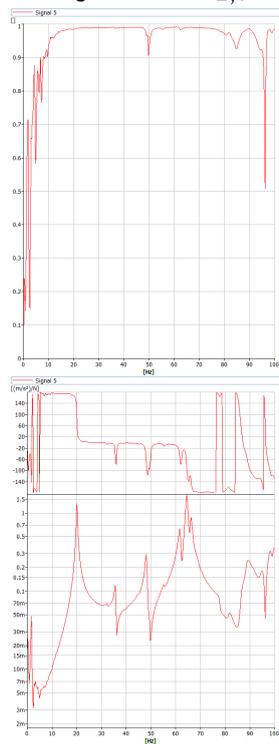


Figura 137: $h_{5,1}$

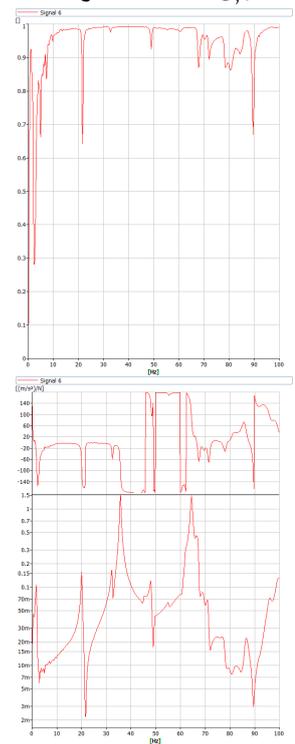


Figura 138: $h_{6,1}$

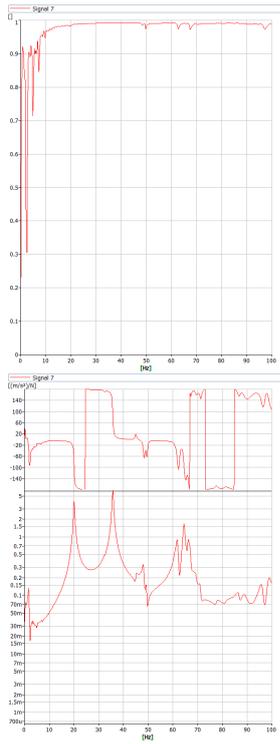


Figura 139: $h_{7,1}$

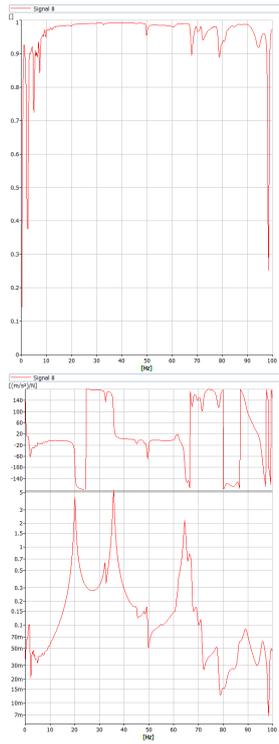


Figura 140: $h_{8,1}$

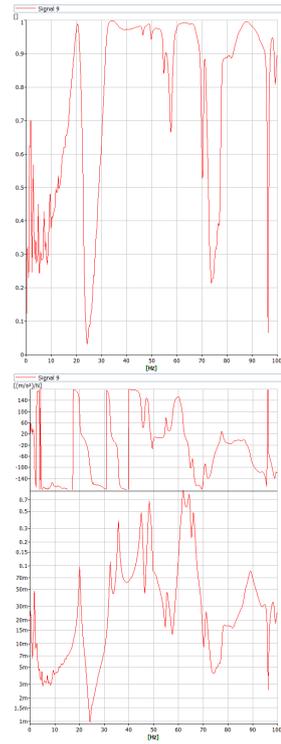


Figura 141: $h_{9,1}$

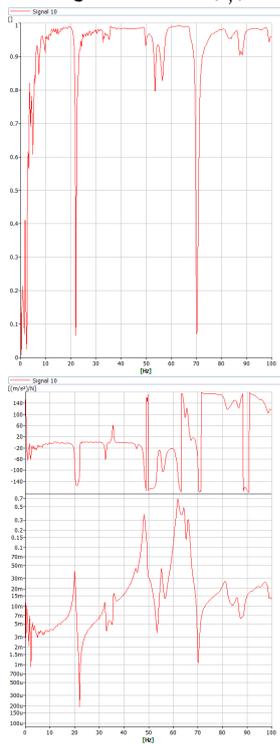


Figura 142: $h_{10,1}$

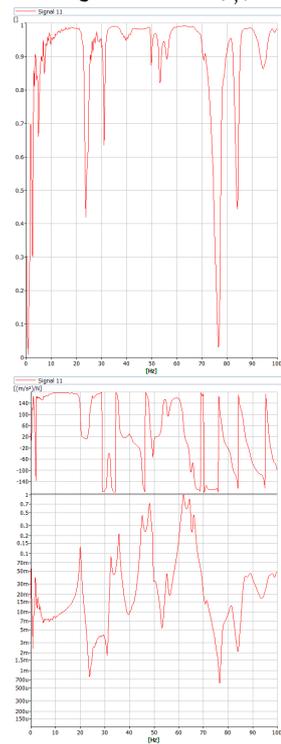


Figura 143: $h_{11,1}$

Coerenza e FRF dell'ala, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 11; martellamento nel punto 2

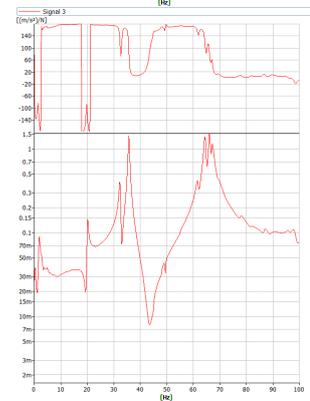
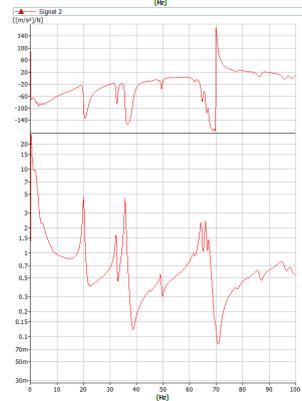
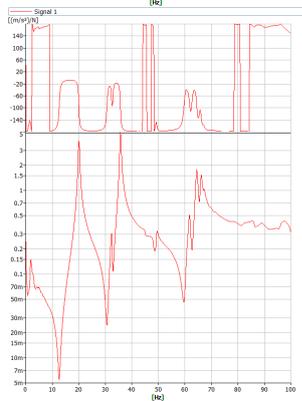
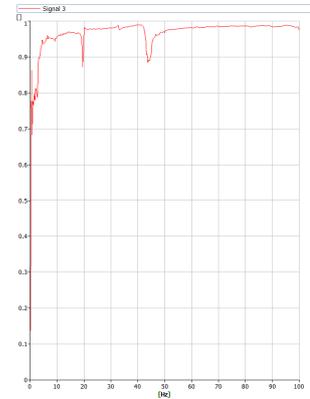
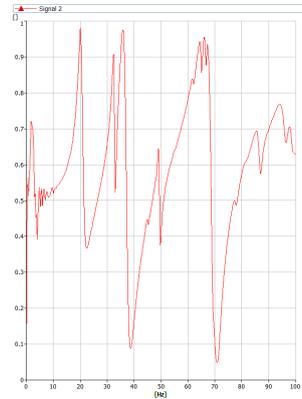
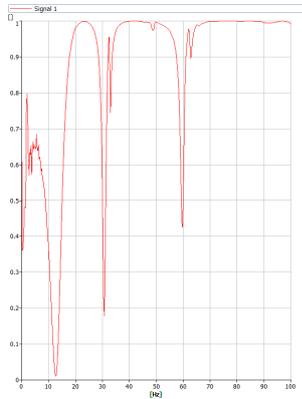


Figura 144: $h_{1,2}$

Figura 145: $h_{2,2}$

Figura 146: $h_{3,2}$

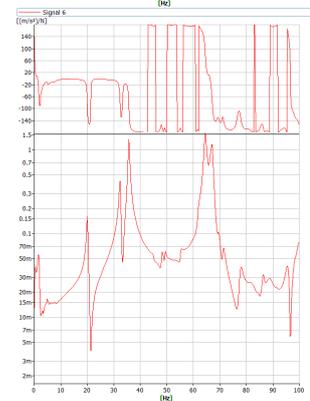
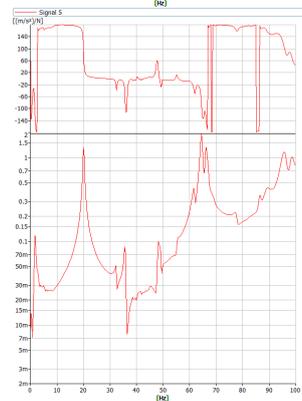
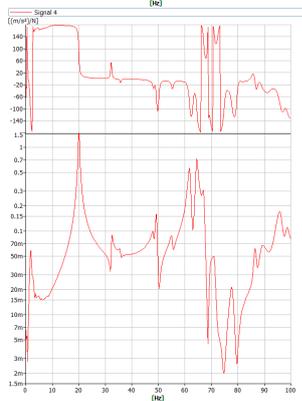
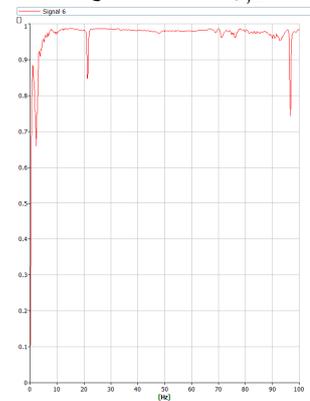
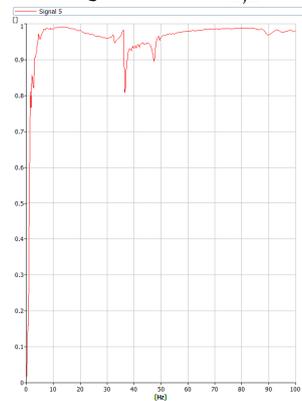
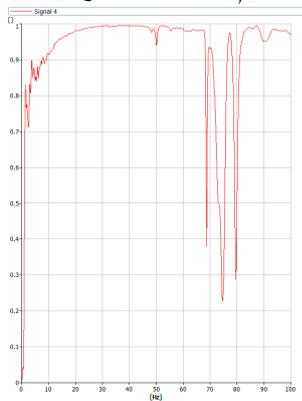


Figura 147: $h_{4,2}$

Figura 148: $h_{5,2}$

Figura 149: $h_{6,2}$

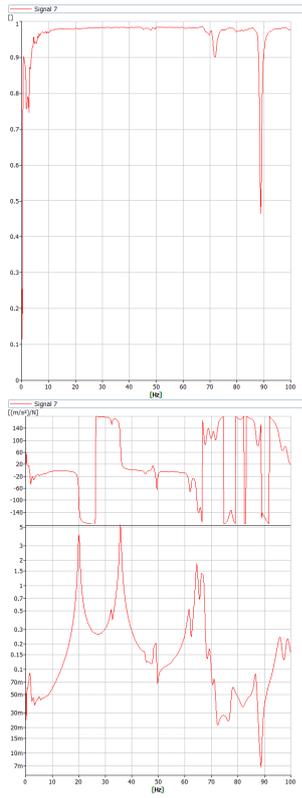


Figura 150: $h_{7,2}$

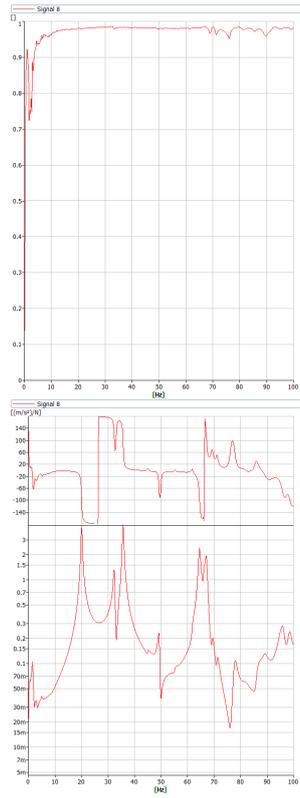


Figura 151: $h_{8,2}$

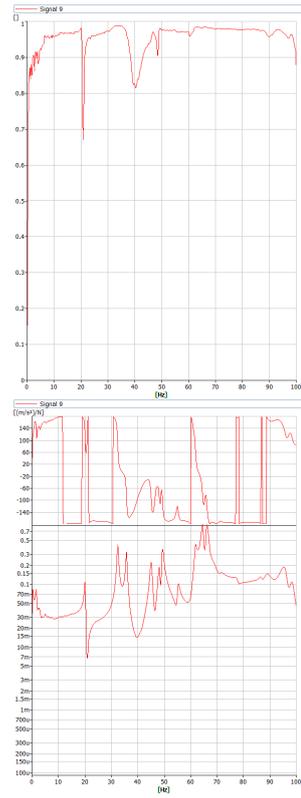


Figura 152: $h_{9,2}$

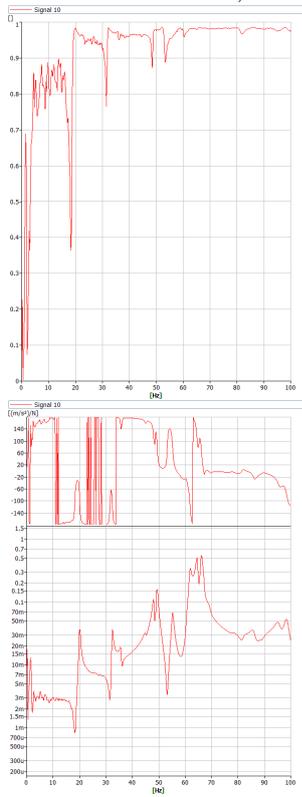


Figura 153: $h_{10,2}$

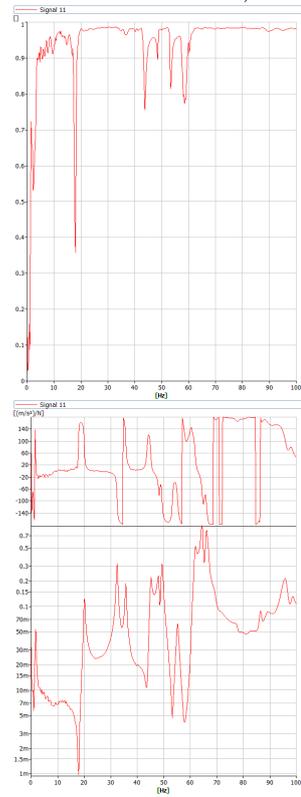


Figura 154: $h_{11,2}$

Coerenza e FRF dell'ala, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 11; martellamento nel punto 3

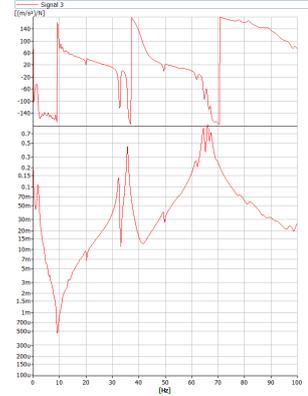
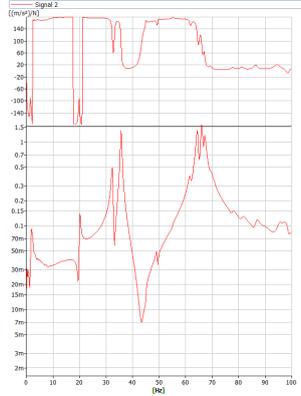
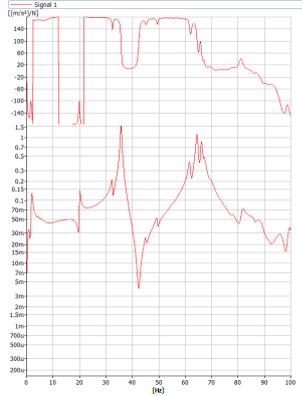
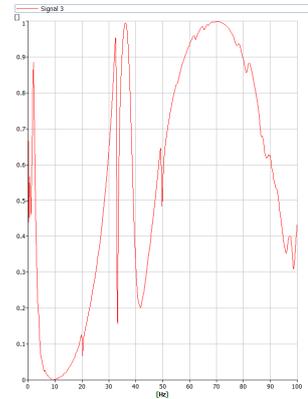
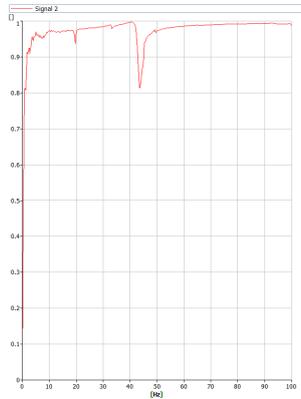
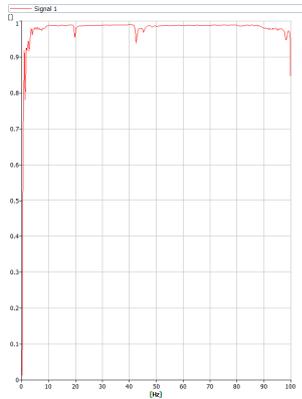


Figura 155: $h_{1,3}$

Figura 156: $h_{2,3}$

Figura 157: $h_{3,3}$

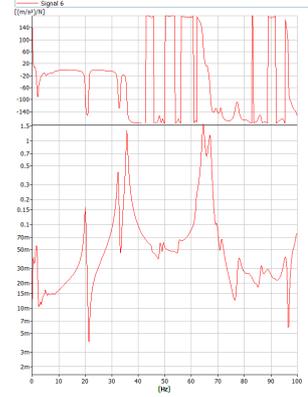
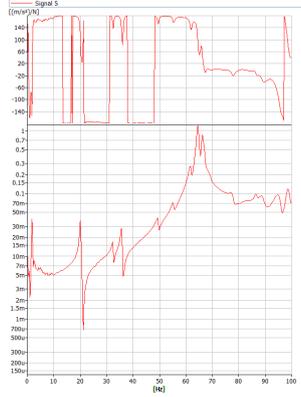
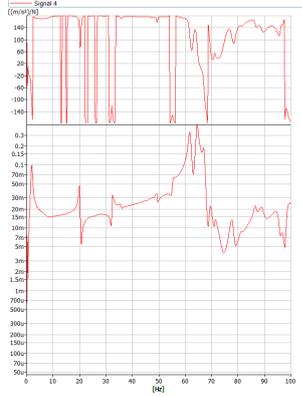
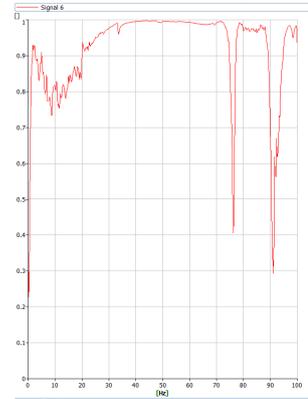
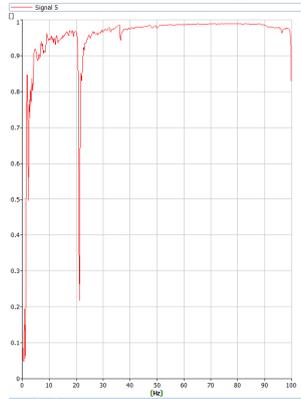
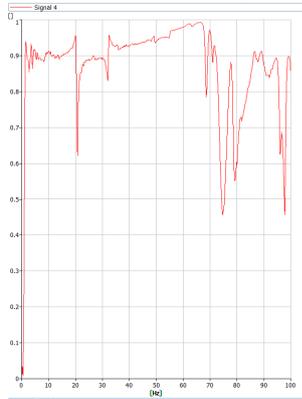


Figura 158: $h_{4,3}$

Figura 159: $h_{5,3}$

Figura 160: $h_{6,3}$

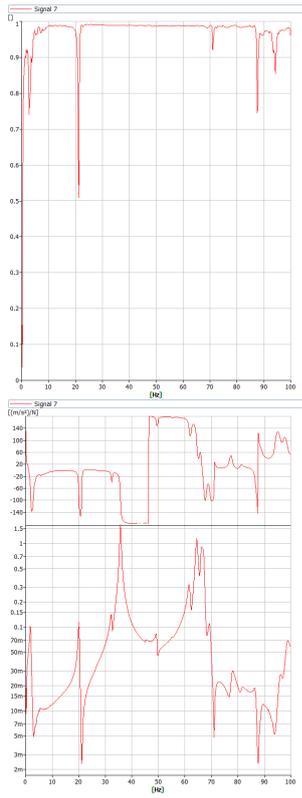


Figura 161: $h_{7,3}$

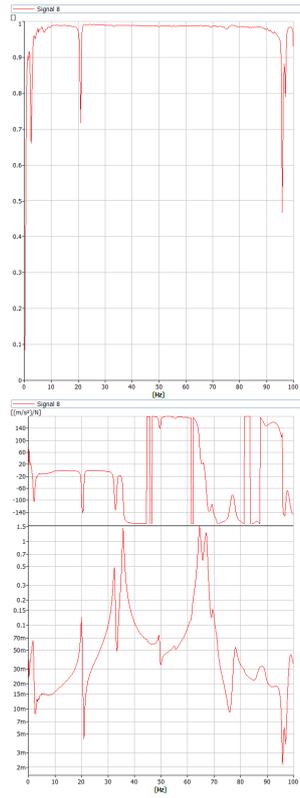


Figura 162: $h_{8,3}$

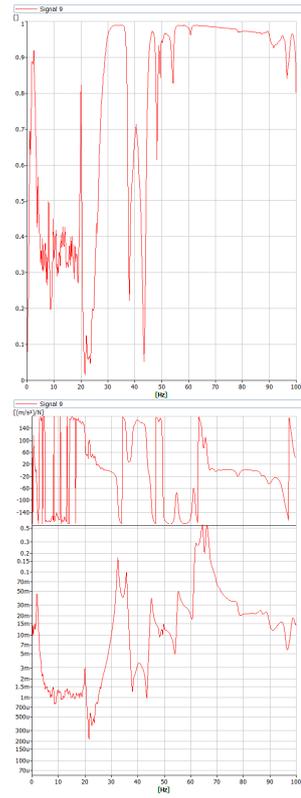


Figura 163: $h_{9,3}$

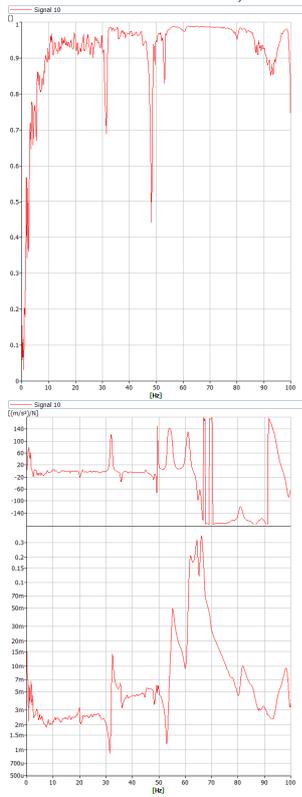


Figura 164: $h_{10,3}$

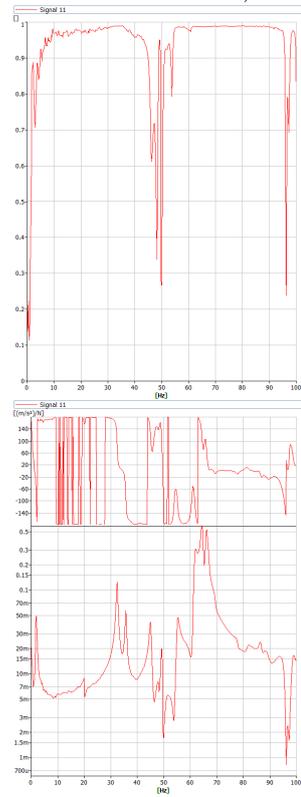


Figura 165: $h_{11,3}$

Coerenza e FRF dell'ala, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 11; martellamento nel punto 4

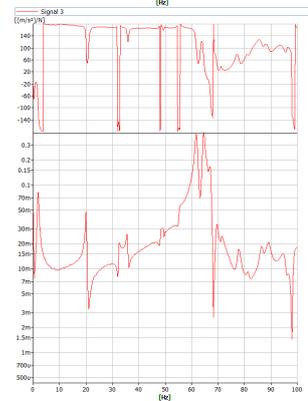
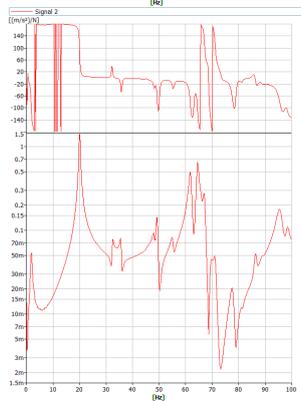
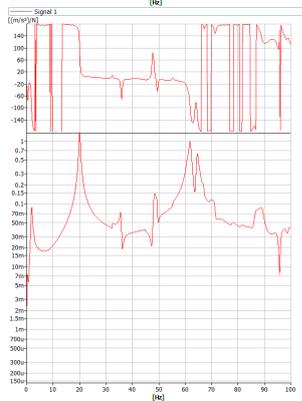
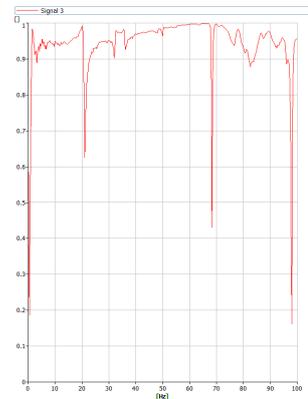
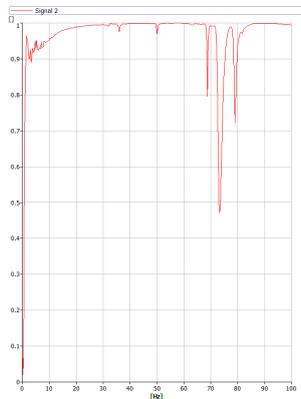
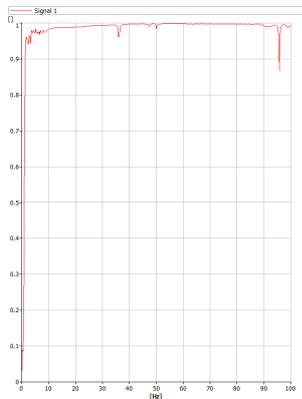


Figura 166: $h_{1,4}$

Figura 167: $h_{2,4}$

Figura 168: $h_{3,4}$

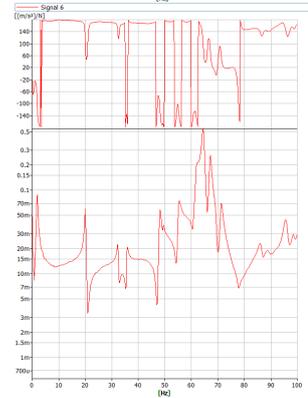
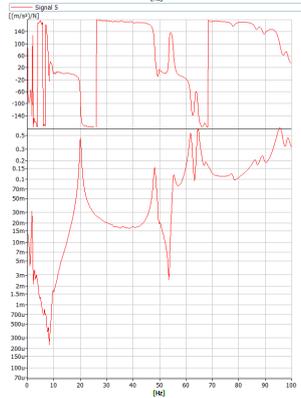
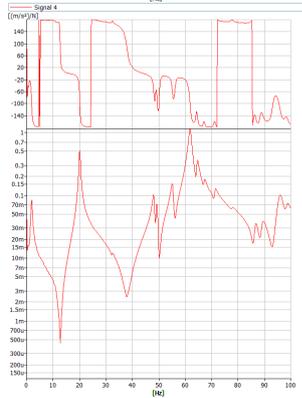
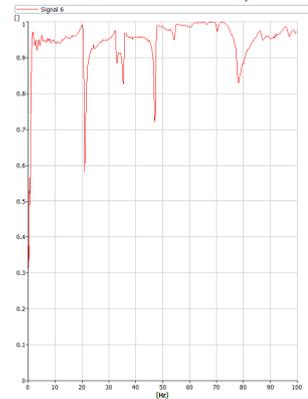
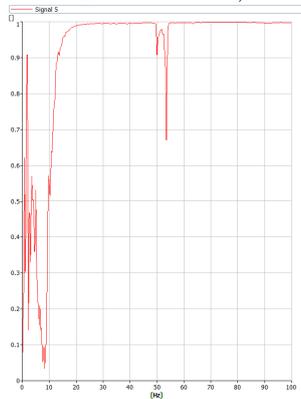
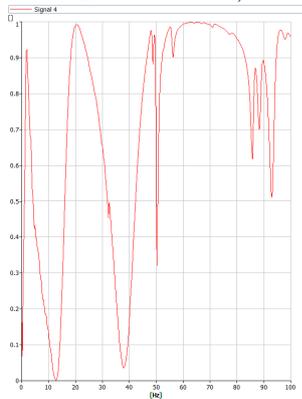


Figura 169: $h_{4,4}$

Figura 170: $h_{5,4}$

Figura 171: $h_{6,4}$

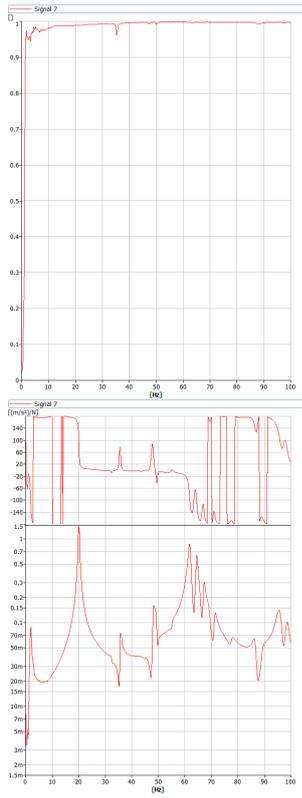


Figura 172: $h_{7,4}$

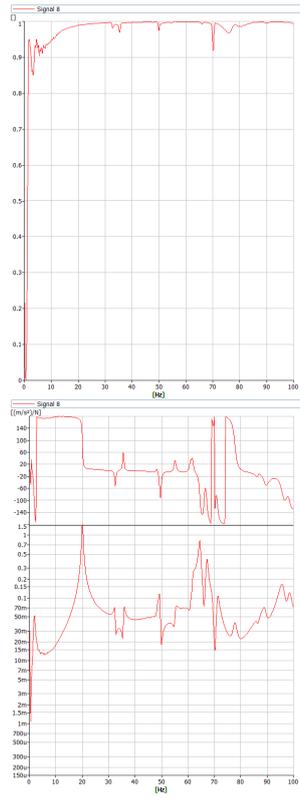


Figura 173: $h_{8,4}$

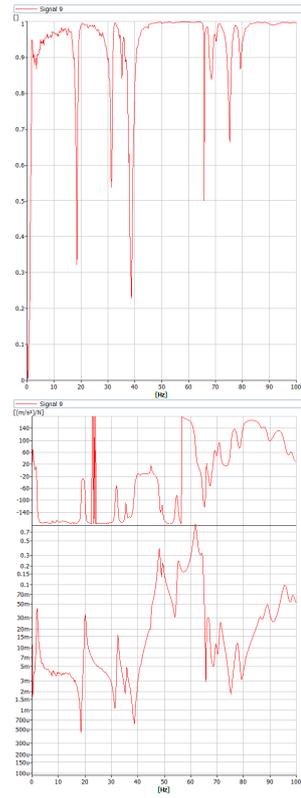


Figura 174: $h_{9,4}$

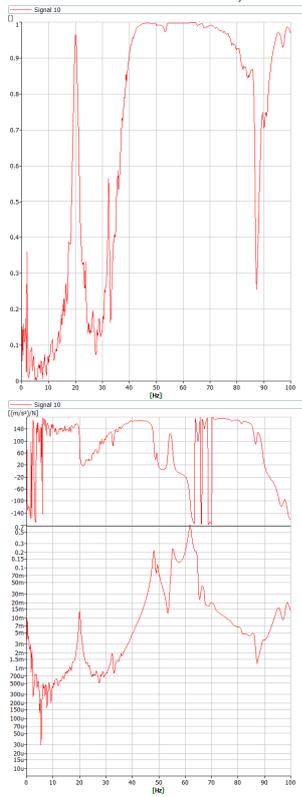


Figura 175: $h_{10,4}$

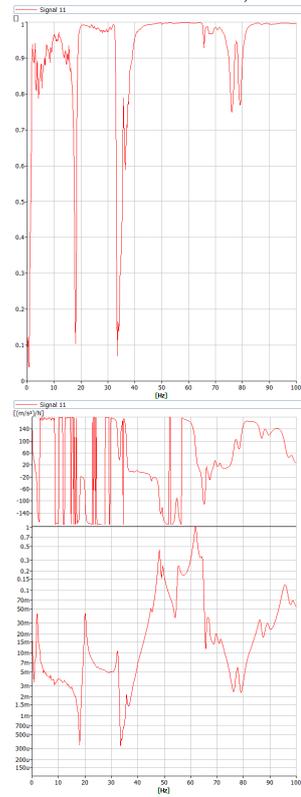


Figura 176: $h_{11,4}$

Coerenza e FRF dell'ala, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 11; martellamento nel punto 9

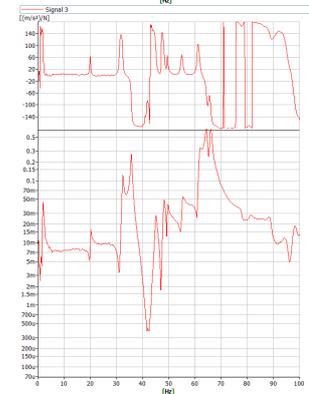
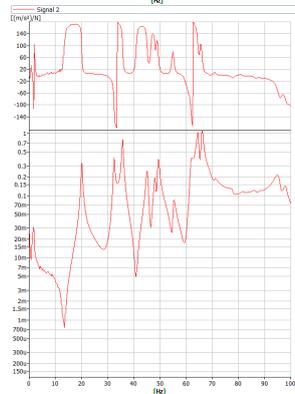
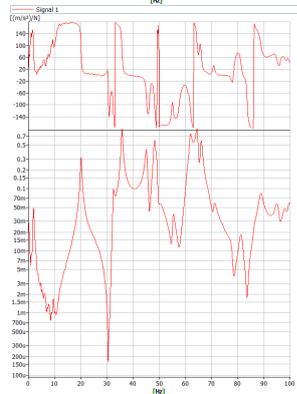
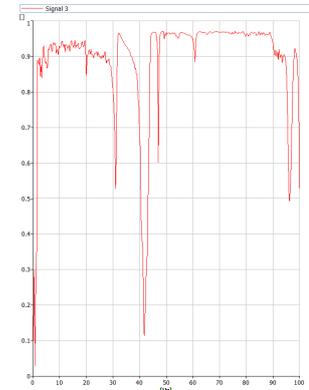
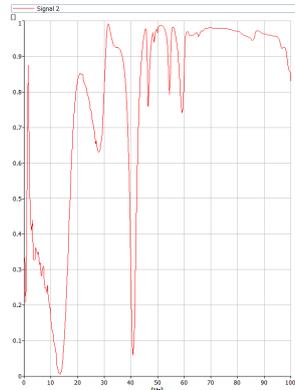
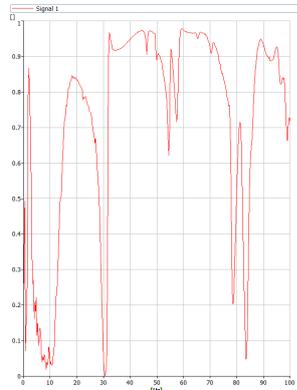


Figura 177: $h_{1,9}$

Figura 178: $h_{2,9}$

Figura 179: $h_{3,9}$

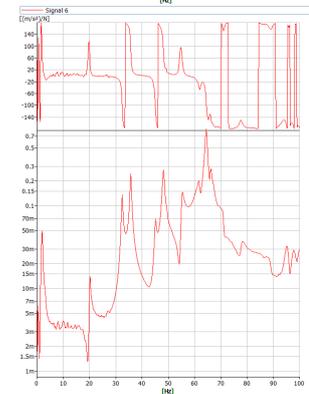
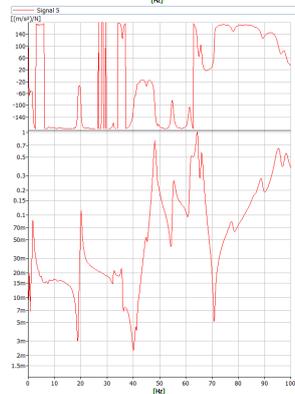
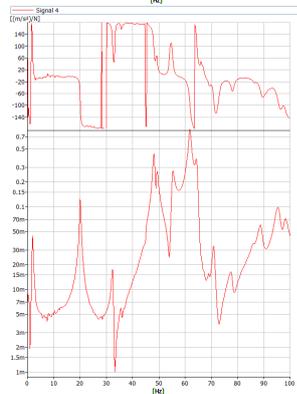
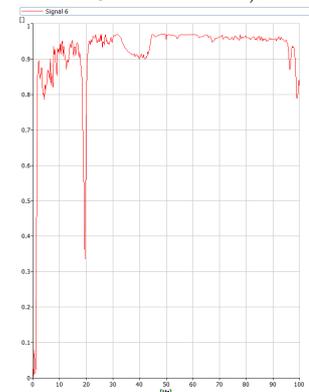
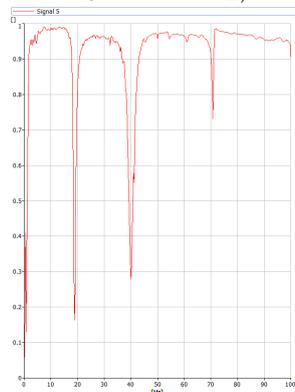
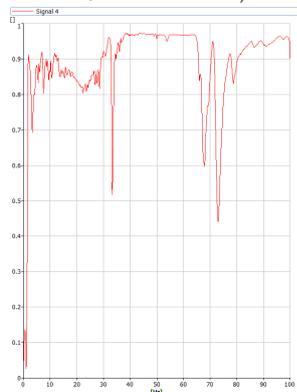


Figura 180: $h_{4,9}$

Figura 181: $h_{5,9}$

Figura 182: $h_{6,9}$

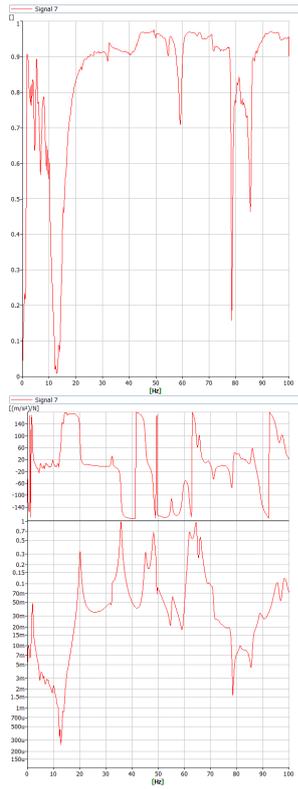


Figura 183: $h_{7,9}$

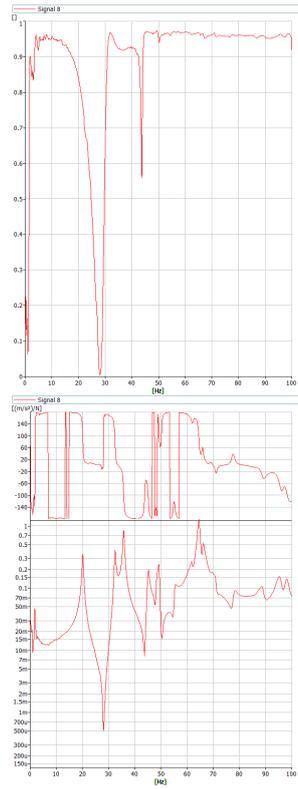


Figura 184: $h_{8,9}$

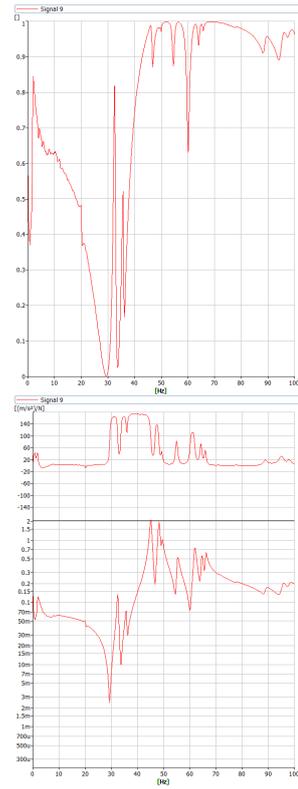


Figura 185: $h_{9,9}$

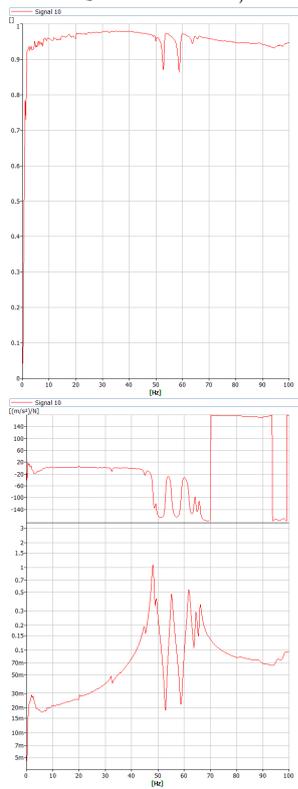


Figura 186: $h_{10,9}$

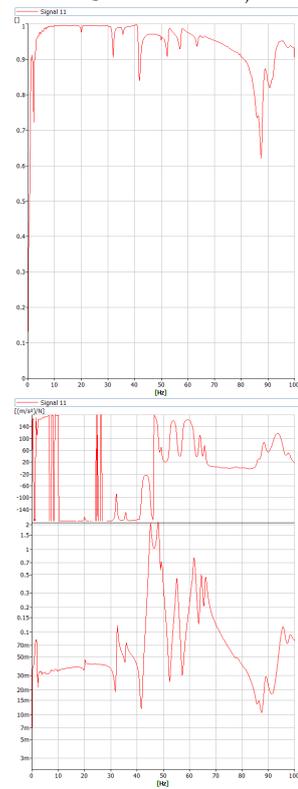


Figura 187: $h_{11,9}$

Coerenza e FRF dell'ala, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 11; martellamento nel punto 10

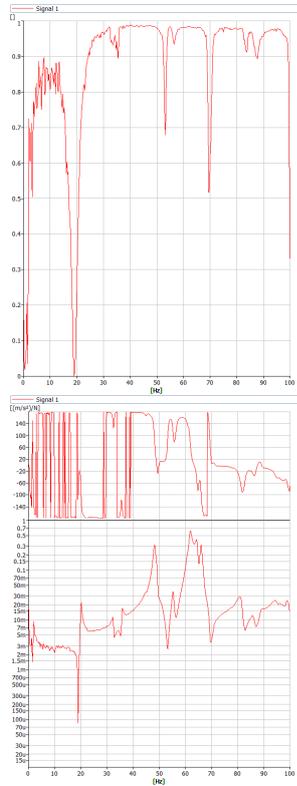


Figura 188: $h_{1,10}$

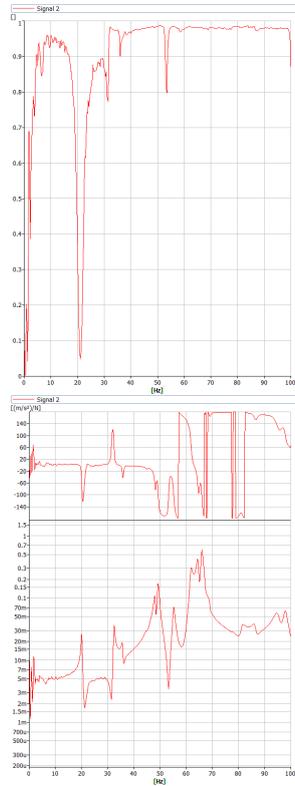


Figura 189: $h_{2,10}$

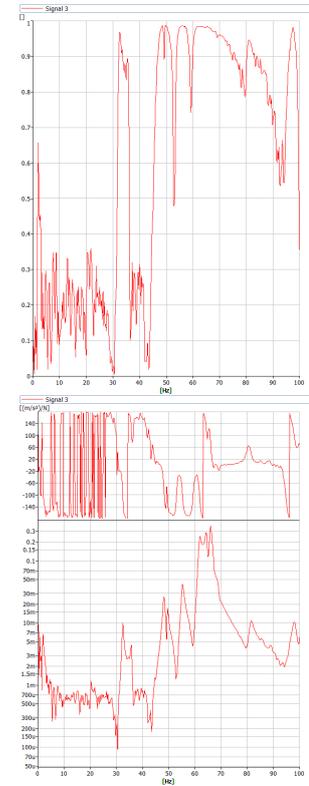


Figura 190: $h_{3,10}$

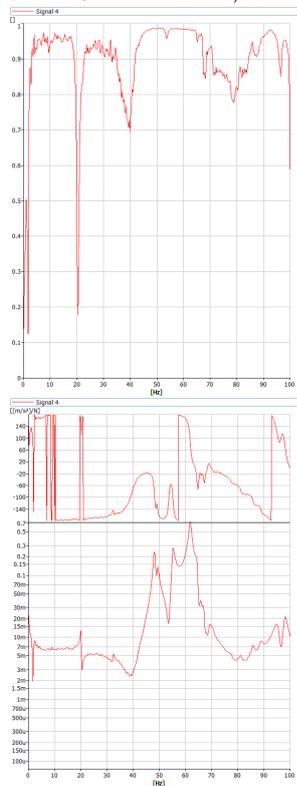


Figura 191: $h_{4,10}$

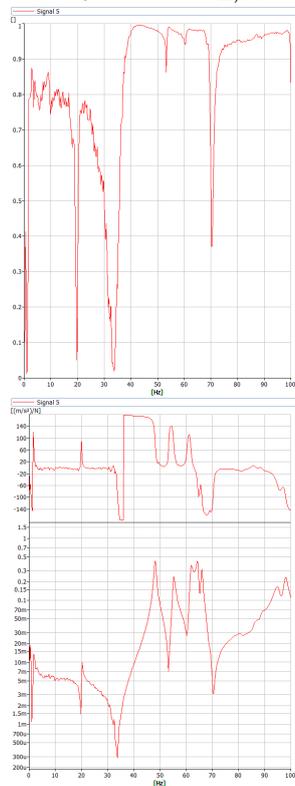


Figura 192: $h_{5,10}$

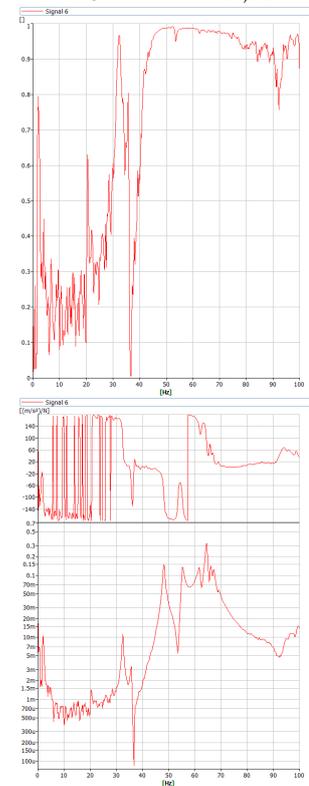


Figura 193: $h_{6,10}$

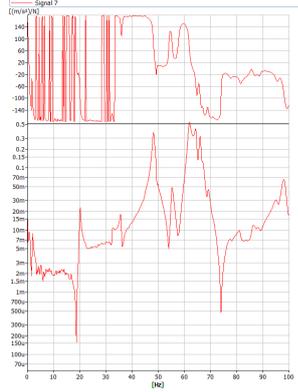
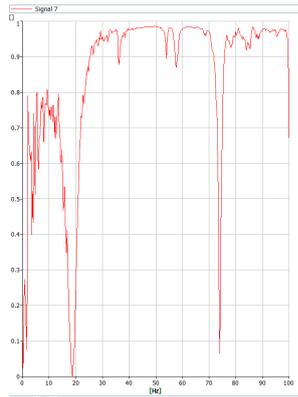


Figura 194: $h_{7,10}$

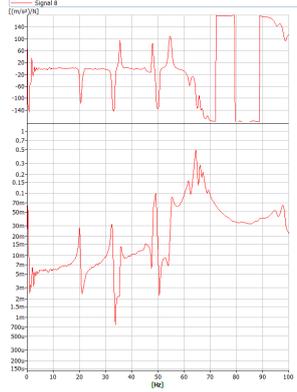
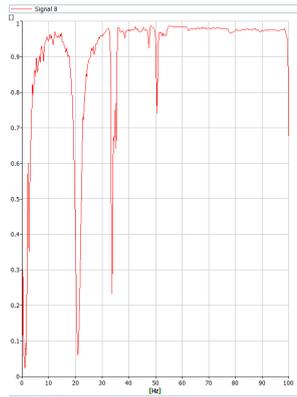


Figura 195: $h_{8,10}$

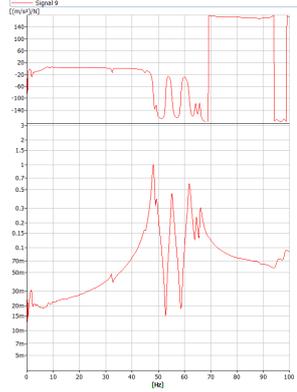
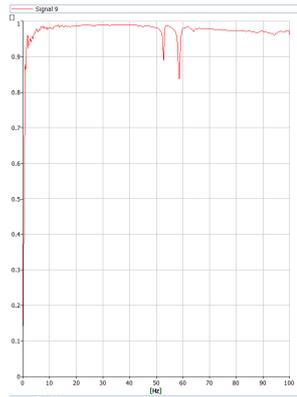


Figura 196: $h_{9,10}$

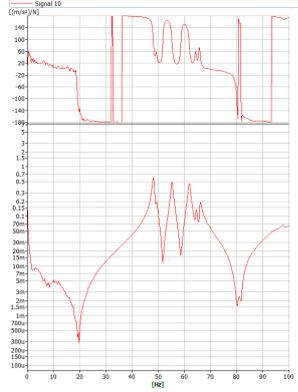
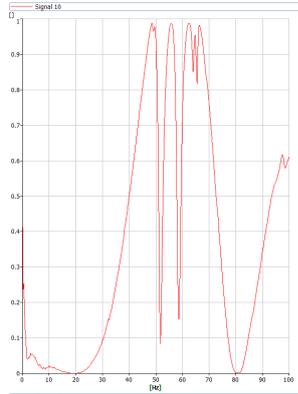


Figura 197: $h_{10,10}$

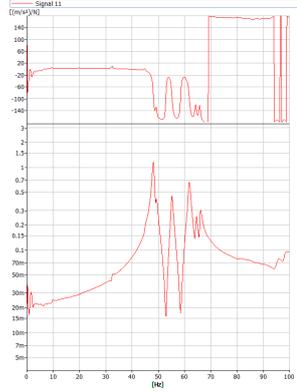
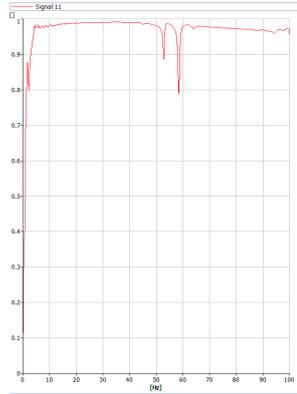


Figura 198: $h_{11,10}$

B | APPENDICE

Coerenza e FRF del velivolo, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 12; martellamento nel punto 1

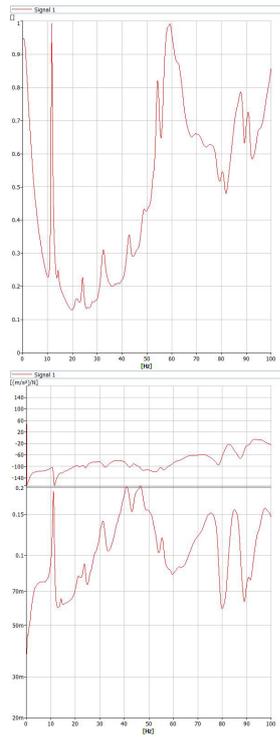


Figura 199: $h_{1,1}$

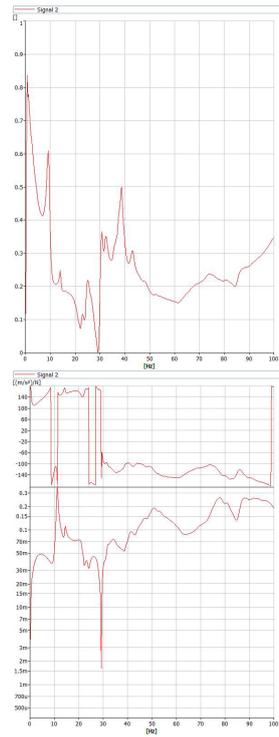


Figura 200: $h_{2,1}$

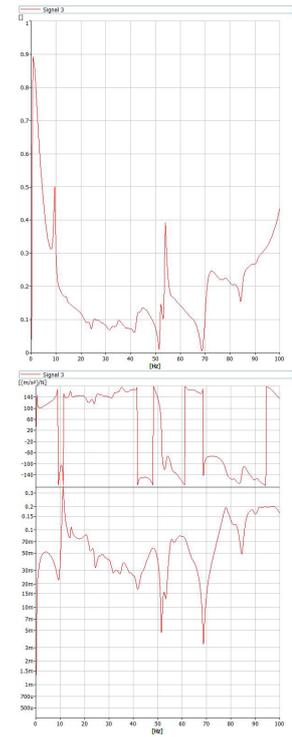


Figura 201: $h_{3,1}$

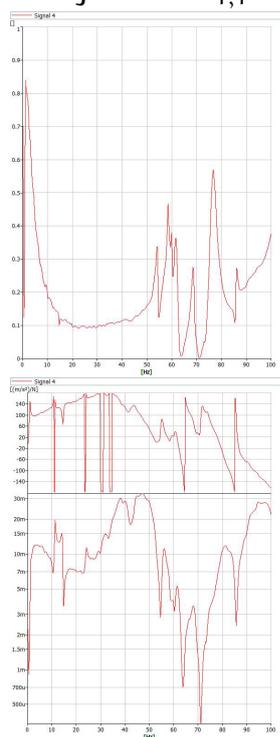


Figura 202: $h_{4,1}$

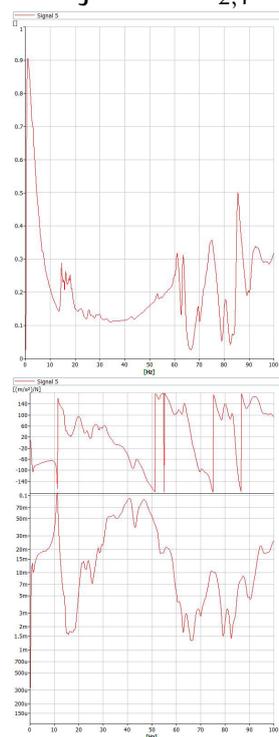


Figura 203: $h_{5,1}$

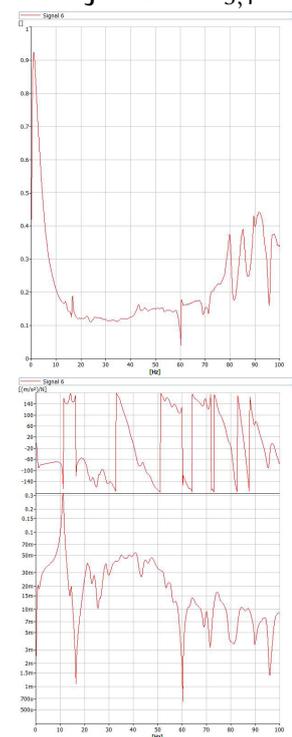


Figura 204: $h_{6,1}$

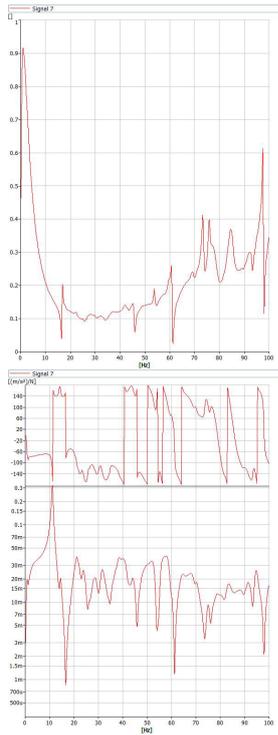


Figura 205: $h_{7,1}$

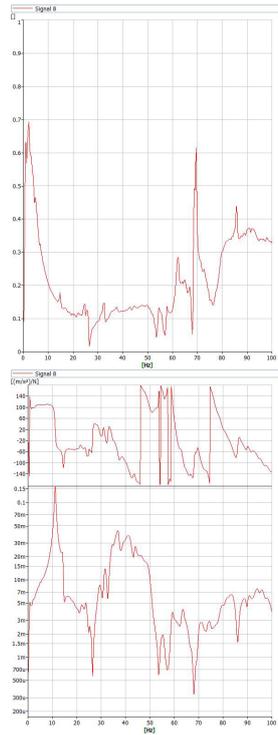


Figura 206: $h_{8,1}$

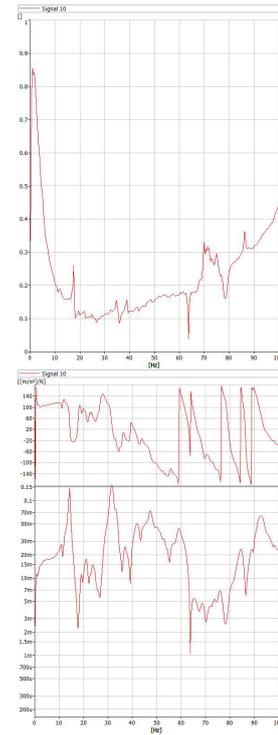


Figura 207: $h_{10,1}$

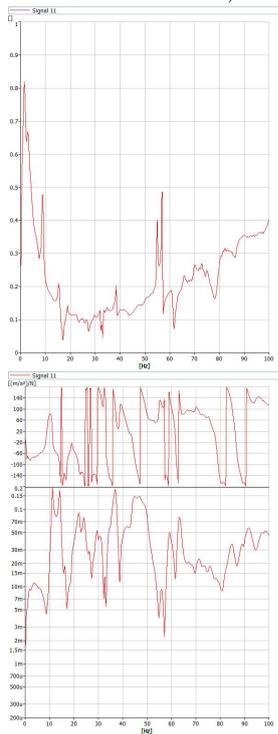


Figura 208: $h_{11,1}$

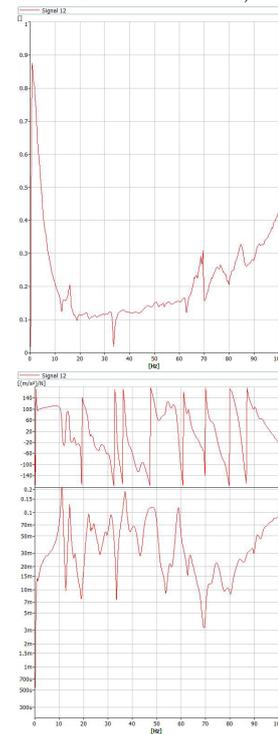


Figura 209: $h_{12,1}$

Coerenza e FRF del velivolo, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 12; martellamento nel punto 2

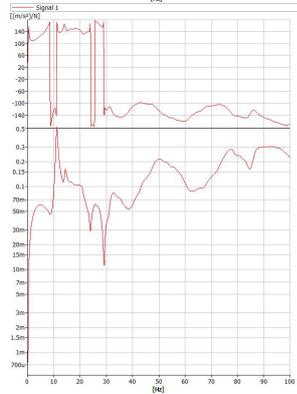
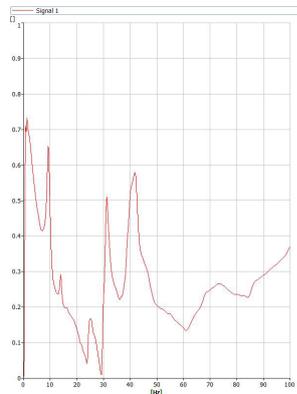


Figura 210: $h_{1,2}$

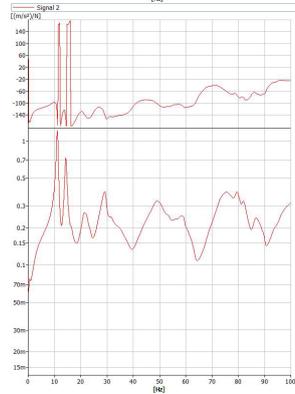
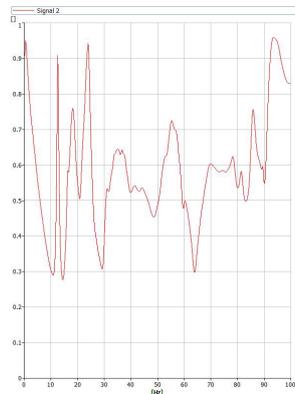


Figura 211: $h_{2,2}$

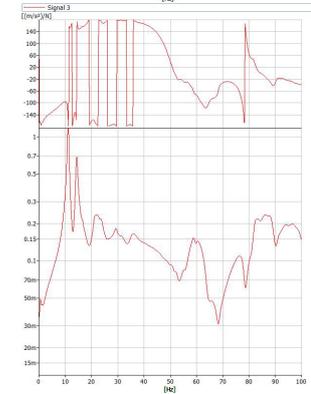
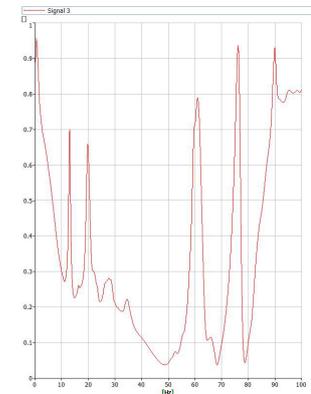


Figura 212: $h_{3,2}$

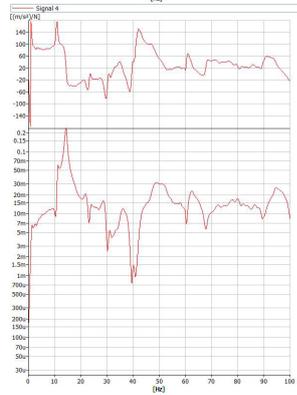
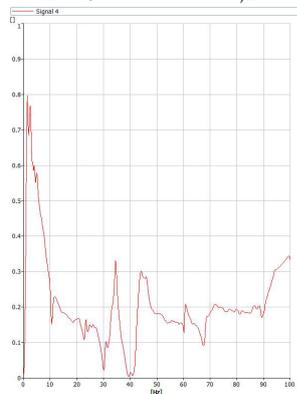


Figura 213: $h_{4,2}$

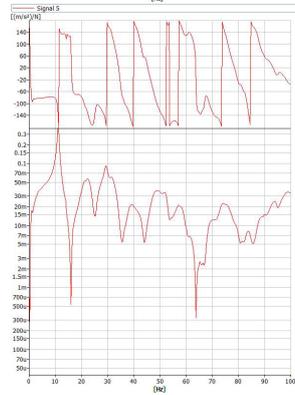
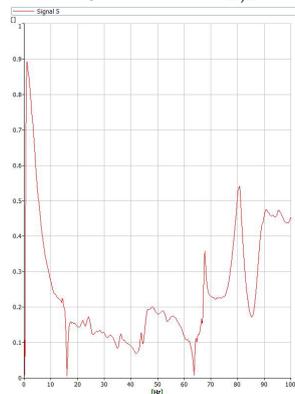


Figura 214: $h_{5,2}$

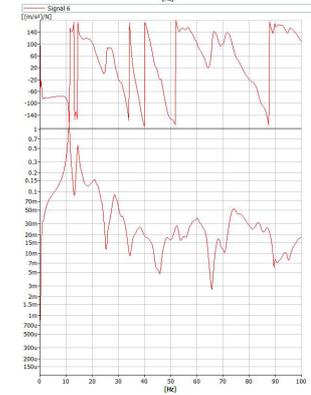
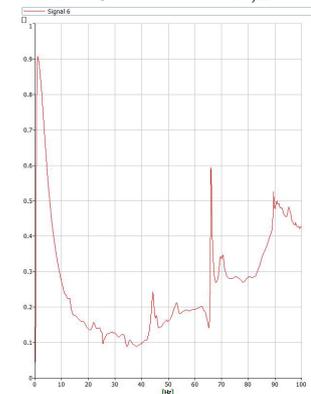


Figura 215: $h_{6,2}$

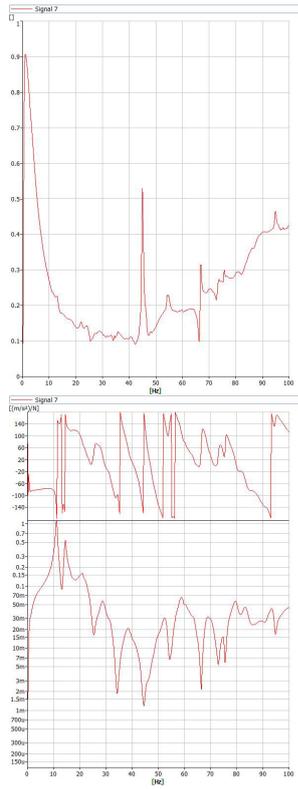


Figura 216: $h_{7,2}$

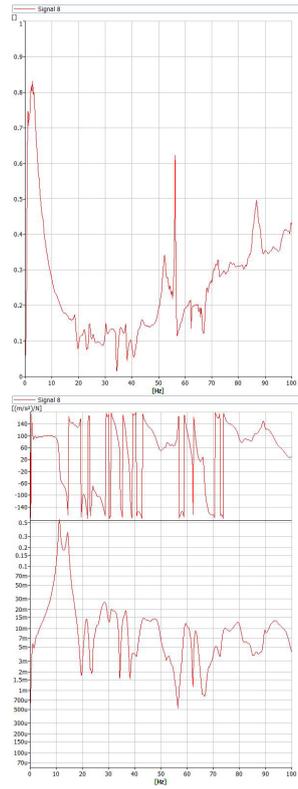


Figura 217: $h_{8,2}$

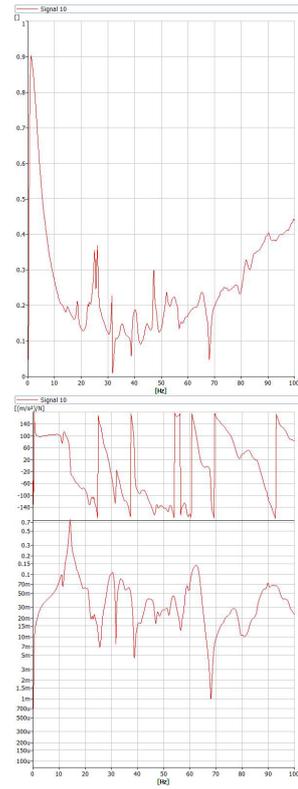


Figura 218: $h_{10,2}$

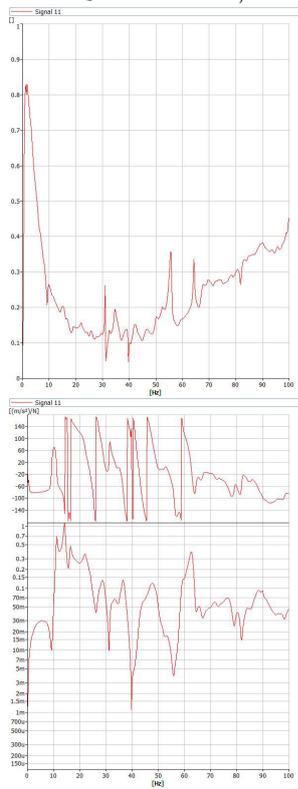


Figura 219: $h_{11,2}$

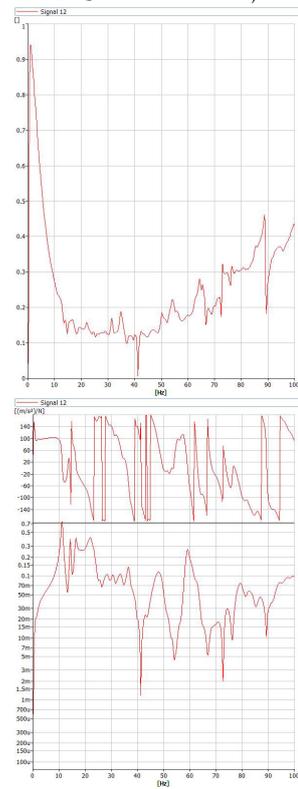


Figura 220: $h_{12,2}$

Coerenza e FRF del velivolo, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 12; martellamento nel punto 3

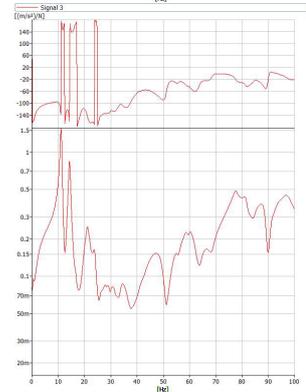
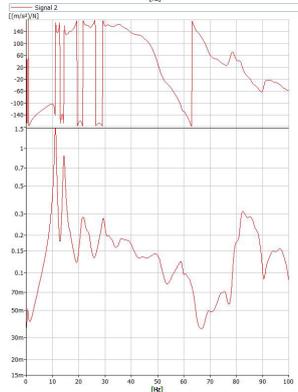
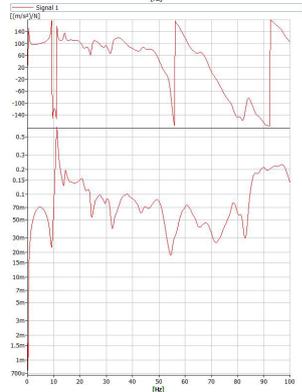
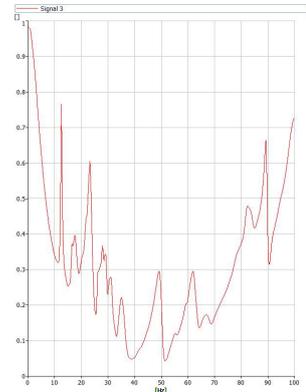
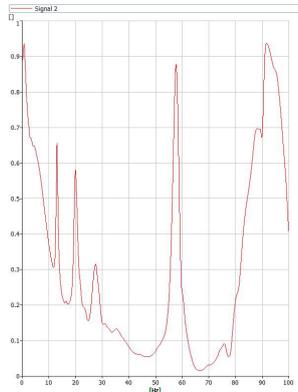
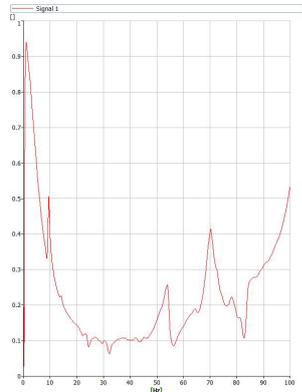


Figura 221: $h_{1,3}$

Figura 222: $h_{2,3}$

Figura 223: $h_{3,3}$

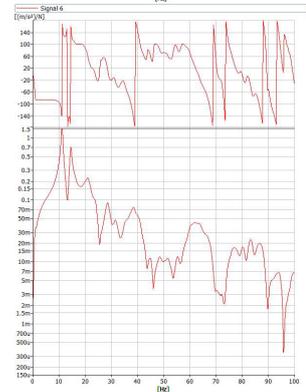
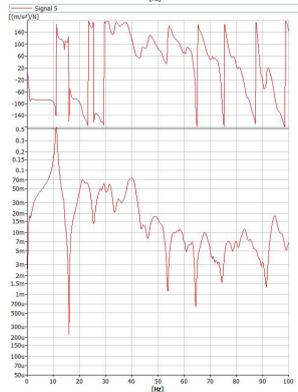
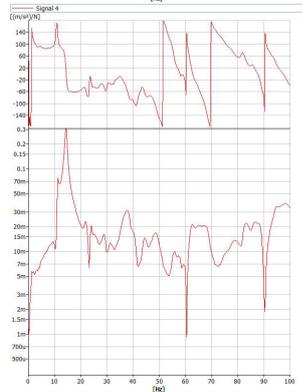
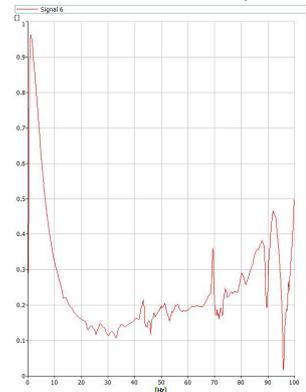
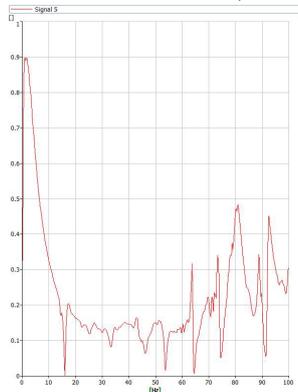
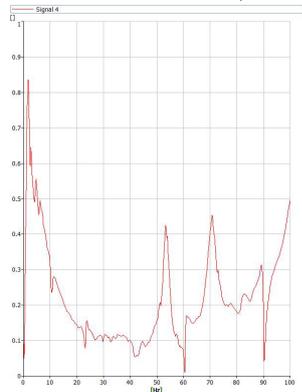


Figura 224: $h_{4,3}$

Figura 225: $h_{5,3}$

Figura 226: $h_{6,3}$

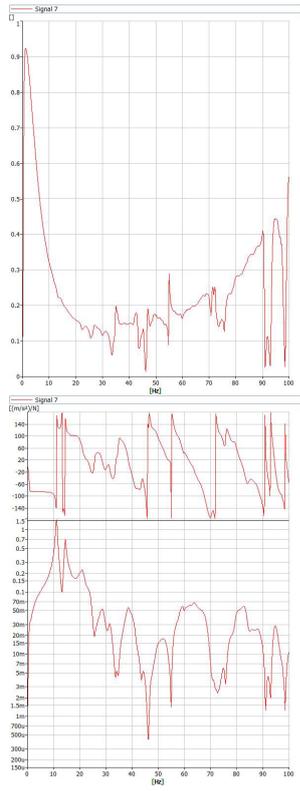


Figura 227: $h_{7,3}$

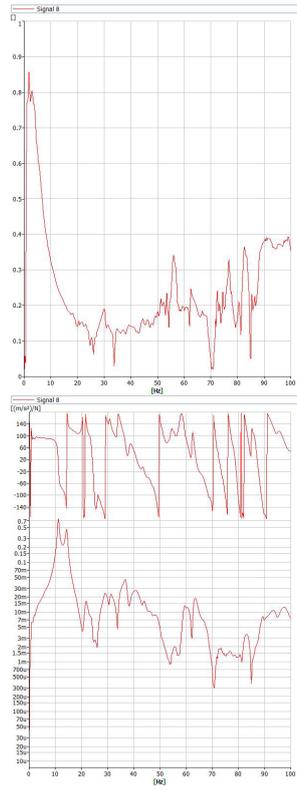


Figura 228: $h_{8,3}$

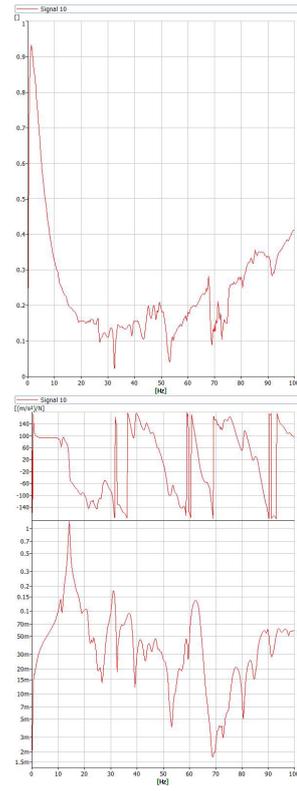


Figura 229: $h_{10,3}$

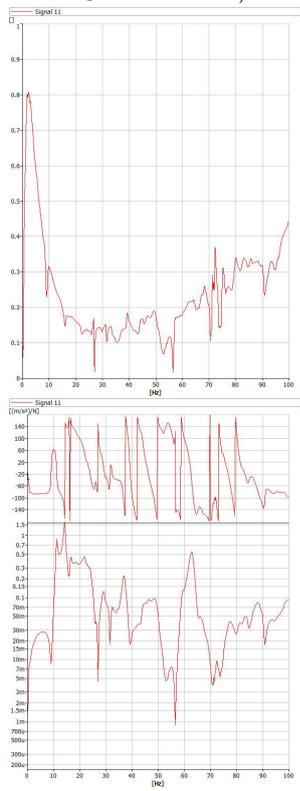


Figura 230: $h_{11,3}$

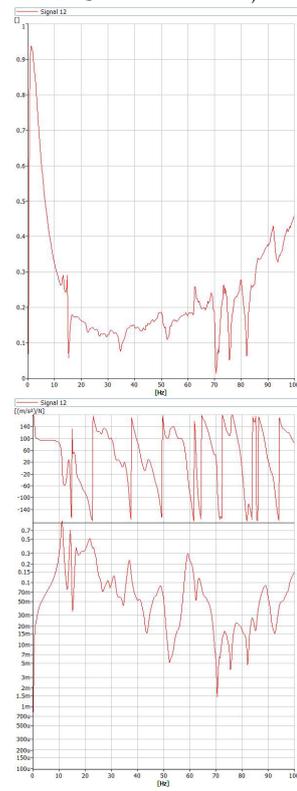


Figura 231: $h_{12,3}$

Coerenza e FRF dell'ala, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 12; martellamento nel punto 10

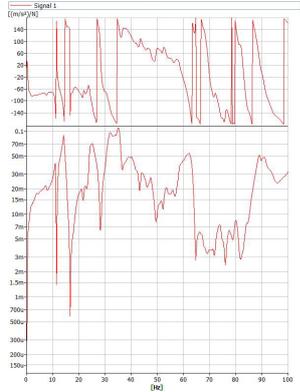
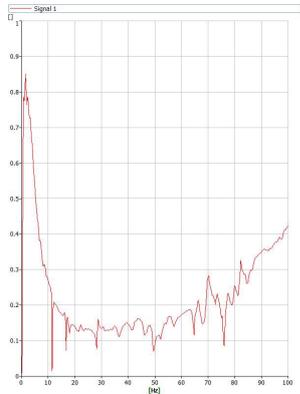


Figura 232: $h_{1,10}$

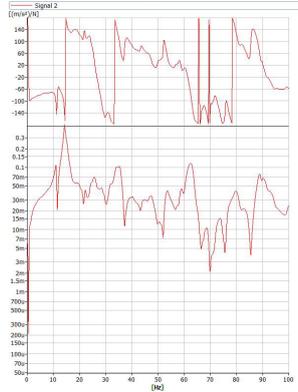
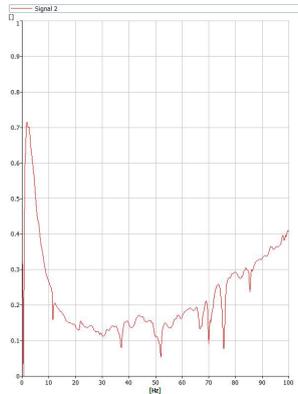


Figura 233: $h_{2,10}$

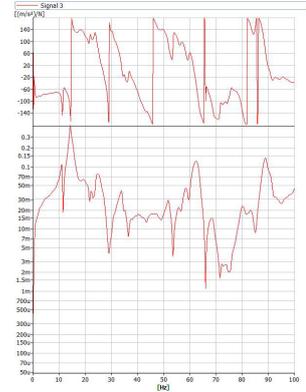
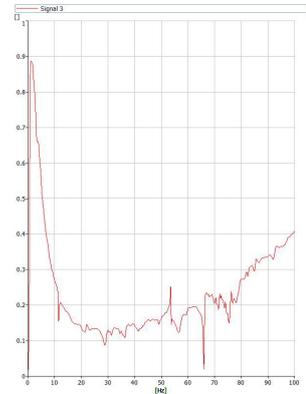


Figura 234: $h_{3,10}$

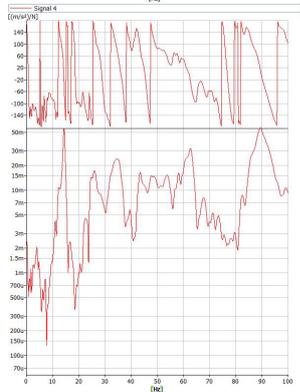
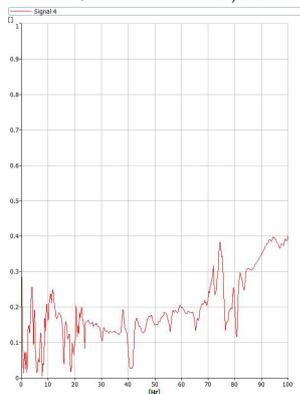


Figura 235: $h_{4,10}$

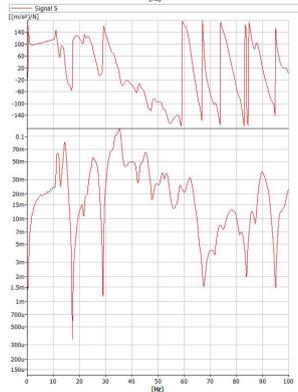
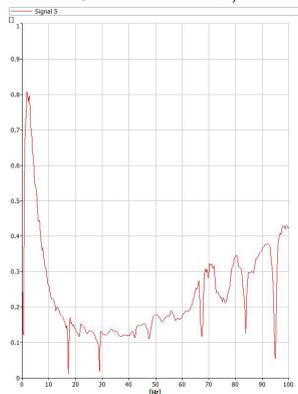


Figura 236: $h_{5,10}$

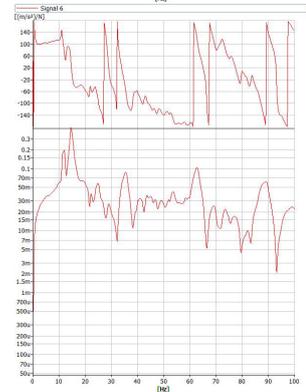
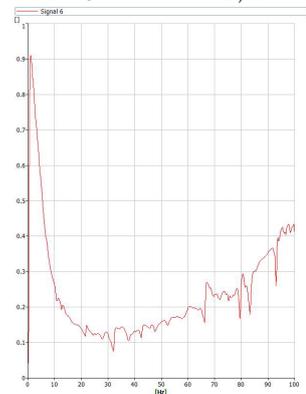


Figura 237: $h_{6,10}$

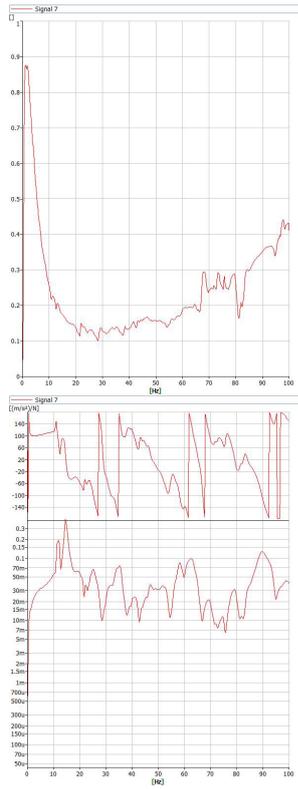


Figura 238: $h_{7,10}$

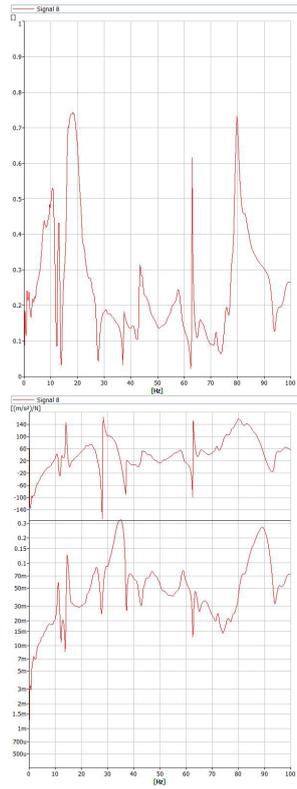


Figura 239: $h_{8,10}$

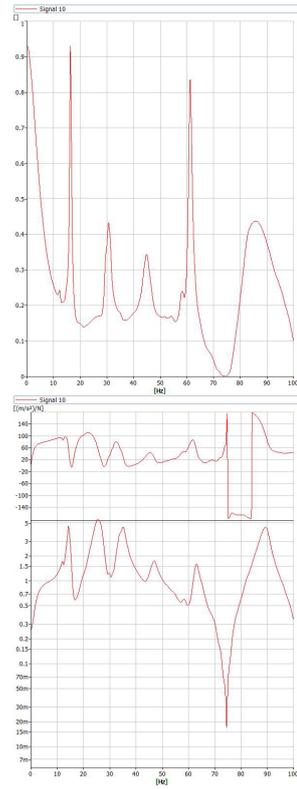


Figura 240: $h_{10,10}$

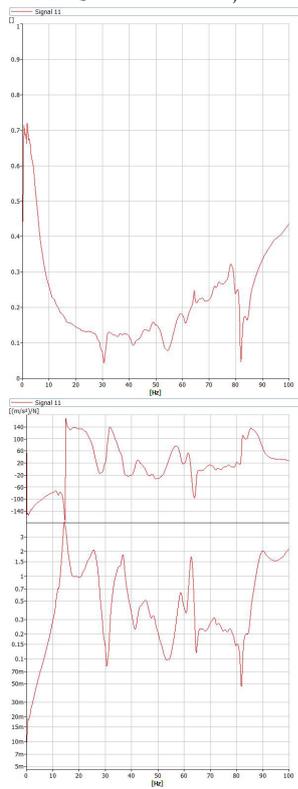


Figura 241: $h_{11,10}$

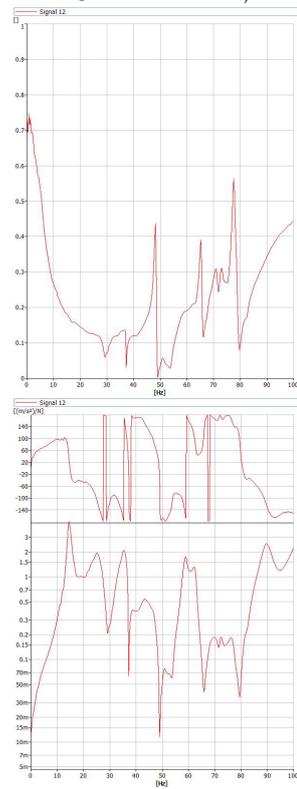


Figura 242: $h_{12,10}$

Coerenza e FRF dell'ala, in ampiezza e fase, per i punti da 1 a 12; martellamento nel punto 12

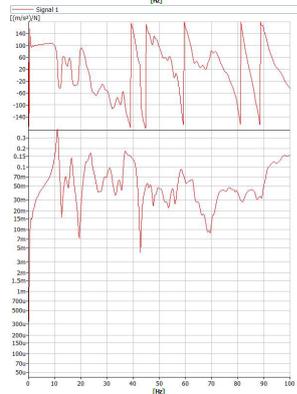
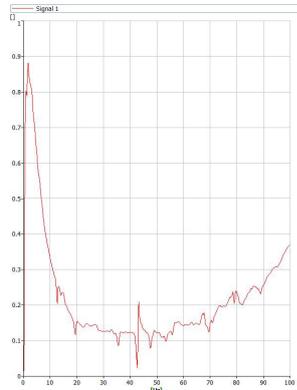


Figura 243: $h_{1,12}$

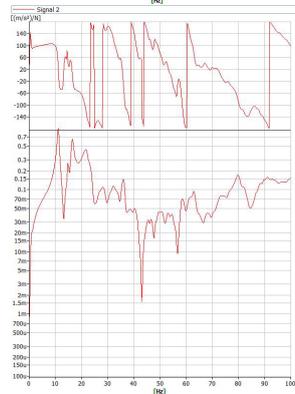
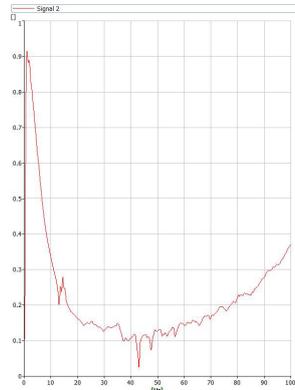


Figura 244: $h_{2,12}$

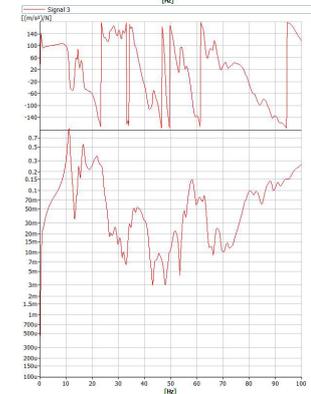
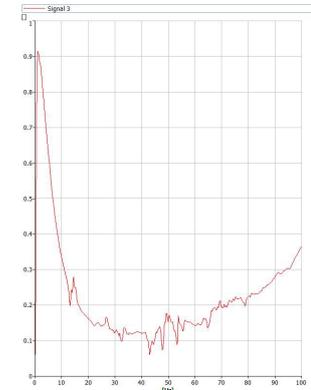


Figura 245: $h_{3,12}$

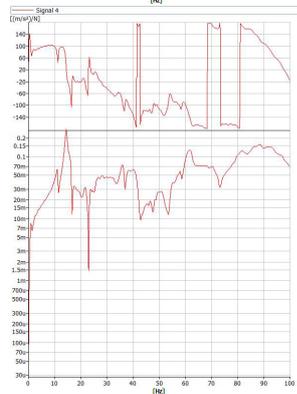
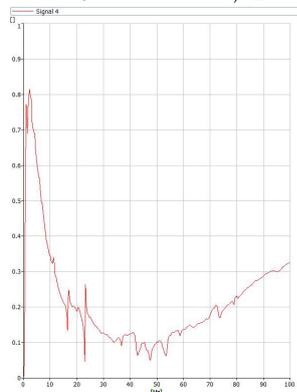


Figura 246: $h_{4,12}$

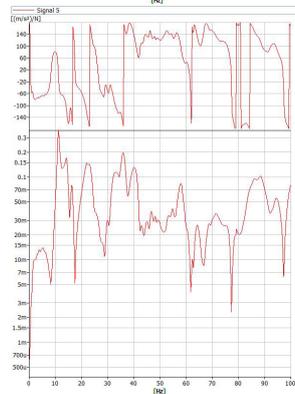
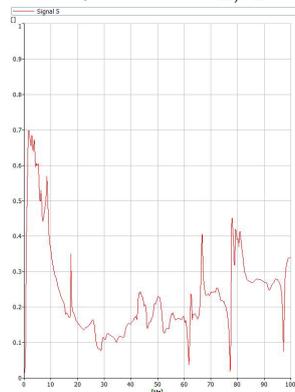


Figura 247: $h_{5,12}$

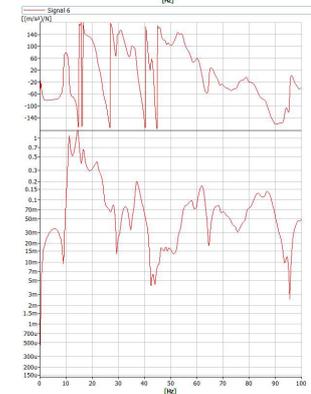
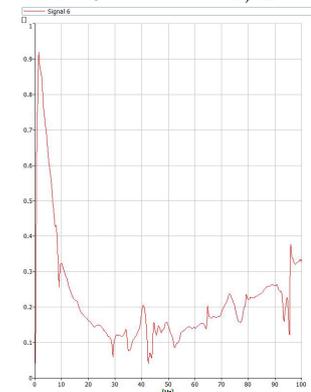


Figura 248: $h_{6,12}$

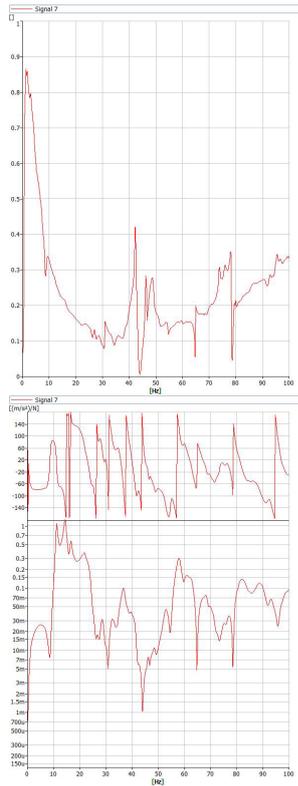


Figura 249: $h_{7,12}$

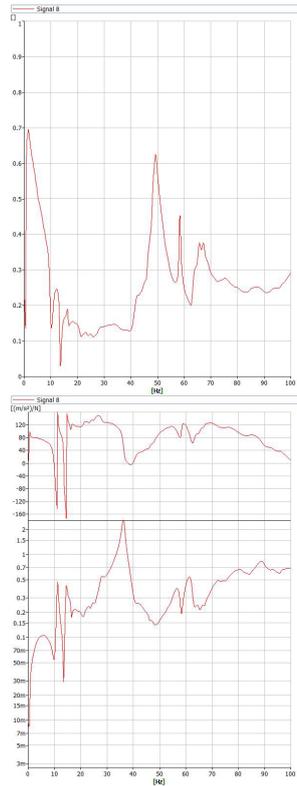


Figura 250: $h_{8,12}$

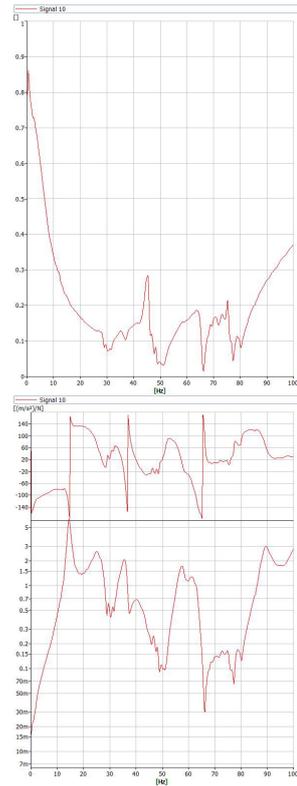


Figura 251: $h_{10,12}$

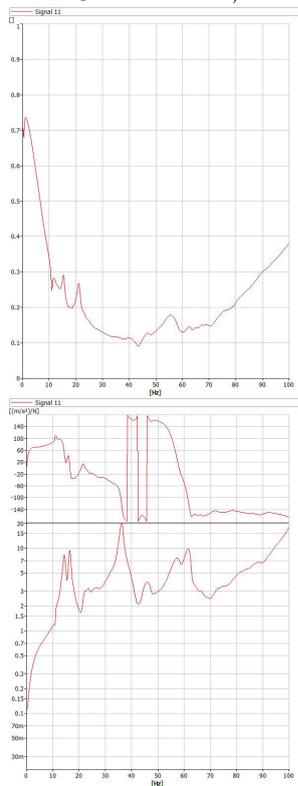


Figura 252: $h_{11,12}$

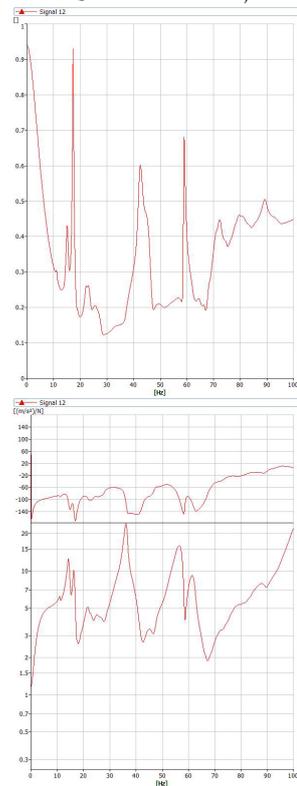


Figura 253: $h_{12,12}$

BIBLIOGRAFIA

- [1] Brüel & Kjær Sound & Vibration Measurement A/S, cur. *BK Connect Structural Measurement Applications*. 2019.
- [2] Brüel & Kjær Sound & Vibration Measurement A/S, cur. *PULSE Operational Modal Analysis Types 8760*. 2019.
- [3] Brüel & Kjær Sound & Vibration Measurement A/S, cur. *Sonoscout NVH Recorder*. 2019.
- [4] Identification of Modal Parameters of Aircraft during Taxi, cur. 2008.
- [5] Andersen P. Brincker R. Zhang L.M., cur. *Modal identification from ambient responses using Frequency Domain Decomposition*. 2000.
- [6] E. Carrera et al. *Flutter testing of DARDO Aspect aircraft*. Composite Wing Aeroelasticity. Department of Mechanical e Aerospace Engineering Politecnico di Torino, 2019.
- [7] E. Carrera et al. *GVT of suspended CFM Dardo aircraft*. Composite Wing Aeroelasticity. Department of Mechanical e Aerospace Engineering Politecnico di Torino, 2019.
- [8] E. Carrera et al. *Preliminary report on GVT and flight test of current wing design of CFM Dardo aircraft*. Composite Wing Aeroelasticity. Department of Mechanical e Aerospace Engineering Politecnico di Torino, 2018.
- [9] T. De Troyer et al., cur. *Combined use of FRFs and transmissibility functions in an OMAX framework*. 2010.
- [10] EASA, cur. *Certification Specifications for Normal, Utility, Aerobatic, and Commuter Category Aeroplanes*, 2018.
- [11] EASA, cur. *Certification Specifications for very Light Aeroplanes*. 2009.
- [12] M. Gherlone. *Appunti del corso di dinamica delle strutture aerospaziali*. Torino: Politecnico di Torino, 2019.
- [13] Stephan C. Giclais S. Lubrina P., cur. *Aircraft Ground Vibration Testing at ONERA*. 2016.
- [14] C.M. Harris. *Harris' Shock and Vibration Handbook*. New York: Bompiani, 1995.
- [15] OMAX - Operational Modal Analysis in presence of eXogenous inputs, cur. 2007.
- [16] H. Jimin e F. Zhi-Fang. *Modal analysis*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- [17] LTF-UL, cur. *Airworthiness Requirements for Three axes standard control Ultra Light Aircraft (UL-Aircraft)*. 2003.
- [18] Guidobaldi M. «Vibration-based Structural Health Monitoring for historic masonry towers». Thesis. Politecnico di Milano, 2016.

- [19] F. Maffei. «Analisi di whirl flutter per un convertiplano di nuova generazione». Thesis. Università Degli Studi di Napoli FEDERICO II, 2006.
- [20] Luca Menin. «Identificazione delle caratteristiche dinamiche di sistemi meccanici a partire dall'analisi modale sperimentale». Thesis. Università degli studi di Padova, 2016.
- [21] Van Overschee De Moor, cur. *Subspace identification for linear systems: theory, implementation, applications*. 1996.
- [22] Mtweb, cur. *CFMAir Dardo*. 2019. URL: <https://cfm-air.net/>.
- [23] A. Pagani et al. *Static and dynamic experimental analysis of a full composite VLA aircraft*. Rome, Italy: XXV International Conference AIDAA 2019.
- [24] De Roeck G. Peeters B., cur. *System identification and damage detection in civil engineering*. 2000.
- [25] Au Siu-Kui. *Operational Modal Analysis*. Liverpool: Springer, 2017.
- [26] Ministero dei trasporti, cur. *Decreto del Presidente della Repubblica n.133*. 2010.
- [27] Jan S. Yves G. Julian S. et al., cur. *Efficient ground vibration testing of aircraft based on output-only modal analysis during taxi*. 2017.