

Politecnico di Torino

DIMEAS – Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



Tesi di Laurea Magistrale

**Analisi F.E.M su accoppiamenti scanalati:
Tilting Moment e Friction Moment**

Relatore:

Prof.ssa Francesca Maria Curà

Tutor aziendale:

Ing. Alessandro Genta

Candidato:

Luciano Dello Iacovo

Anno accademico 2019/2020

Indice

Introduzione	1
1 Richiamo metodo degli elementi finiti	3
1.1 Cenni sulla teoria del continuo	3
1.2 Discretizzazione del continuo	6
1.3 Principio dei lavori virtuali	8
1.4 Formulazione metodo degli elementi finiti.....	10
1.5 Approssimazioni metodo degli elementi finiti.....	11
1.6 Elementi finiti	13
2 Introduzione ai Software.....	16
2.1 Hypermesh	17
2.2 Optistruct	19
2.3 Hyperview.....	20
2.4 HyperGraph	21
3 Modello teorico sul disallineamento: <i>tilting moment</i> e <i>friction moment</i>	23
3.1 Cause del <i>Tilting Moment</i>	24
3.2 Modello teorico del <i>Tilting Moment</i>	25
3.3 Cause del <i>Friction Moment</i>	30
4 Pre-processing dei profili scanalati	33
4.1 Importazione modello C.A.D.....	33
4.2 Pulizia della geometria.....	35
4.3 Realizzazione mesh 2D.....	37
4.4 Realizzazione mesh 3D.....	41
4.5 Controllo qualità mesh.....	42
4.6 Realizzazione dei contatti	47
4.7 Definizione dei rigidi	51
4.8 Definizione delle proprietà	53
4.9 Assegnazione vincoli e carichi	54
5 Tipologie di analisi e risultati di calcolo	57
5.1 Albero e mozzo allineati con coppia pari a 550 Nm.....	60
5.2 Albero e mozzo disallineati di 0,1° con coppia pari a 550 Nm	64
5.2.1 Approfondimento caso disallineato di 0,1° su 24° di rotazione	68
5.3 Albero e mozzo disallineati di 0,2° con coppia pari a 550 Nm	77
5.4 Albero e mozzo disallineati di 0,3° con coppia pari a 550 Nm	81

5.5	Influenza del grado di disallineamento a parità di coppia trasmessa	83
5.6	Influenza della coppia a parità di grado di disallineamento	87
5.6.1	Confronto sul caso limite di ingranamento	92
	Conclusioni.....	95
	Bibliografia	97
	Ringraziamenti	98

Indice delle figure

Figura 1.1: Stato tensionale di un elemento solido infinitesimo.....	5
Figura 1.2: Azioni scambiate lungo le fibre longitudinali di una trave	6
Figura 1.3: Limite distorsione lunghezza-altezza	12
Figura 1.4: Limite distorsione forma	12
Figura 1.5: Limite deformazione angolare	13
Figura 1.6: Elemento beam	14
Figura 1.7: Elemento shell	15
Figura 1.8: Elementi solid.....	15
Figura 2.1: Fasi dell'analisi agli elementi finiti.....	17
Figura 2.2: Interfaccia utente di <i>Hypermesh</i>	18
Figura 2.3: Interfaccia di <i>Hyperview</i>	21
Figura 2.4: Interfaccia di <i>HyperGraph</i>	22
Figura 3.1: Accoppiamento scanalato.....	23
Figura 3.2: Condizioni di contatto di uno scanalato a denti diritti allineato (A) e disallineato (B).....	24
Figura 3.3: Condizioni di contatto di uno scanalato a denti bombati allineato (A) e disallineato (B).....	25
Figura 3.4: Accoppiamento scanalato disallineato con denti bombati	25
Figura 3.5: Condizione di accoppiamento per i denti superiori.....	26
Figura 3.6: Condizioni di contatto di denti su assi disallineati.....	27
Figura 3.7: Schema di condizioni di accoppiamento per denti su assi disallineati.....	28
Figura 3.8: Posizione dei denti	29
Figura 3.9: Le due componenti del <i>tilting moment</i>	30
Figura 3.10: Accoppiamento scanalato disallineato: nomenclatura	31
Figura 3.11: Modello di un albero soggetto a disallineamento angolare.....	32
Figura 4.1: Schermata di importazione <i>Hypermesh</i>	33
Figura 4.2: Geometria importata in <i>Hypermesh</i>	34
Figura 4.3: Pannello del comando “quick edit”	35
Figura 4.4: Visualizzazione componente normale e con comando “quick edit”	36
Figura 4.5: Tipologie di linee in <i>Hypermesh</i>	37
Figura 4.6: Pannello di lavoro “automesh”	38
Figura 4.7: Effetto della taglia degli elementi sulla precisione e sui tempi di calcolo ...	39

Figura 4.8: Mesh utilizzata per i fianchi della dentatura.....	40
Figura 4.9: Mesh 2D “trias” e “quads” del mozzo	41
Figura 4.10: Mesh 2D “trias” e “quads” dell’albero	41
Figura 4.11: Schermata Tetramesh.....	42
Figura 4.12: Tetramesh dell’accoppiamento scanalato	42
Figura 4.13: Pannello di lavoro “check elements” della mesh 2D.....	43
Figura 4.14: Mesh 2D completa dell’accoppiamento	47
Figura 4.15: Realizzazione dei contatti in <i>Optistruct</i>	49
Figura 4.16: Interfaccia <i>Optistruct</i> per realizzare i contatti	49
Figura 4.17: Superfici di contatto del mozzo	50
Figura 4.18: Superfici di contatto dell'albero	50
Figura 4.19: Esempio di applicazione contatti di tipo “friction”	51
Figura 4.20: Pannello di lavoro “rigids”	51
Figura 4.21: Utilizzo di "rbe2" per modellazione dell'albero.....	53
Figura 4.22: Utilizzo di "rbe2" per modellazione del mozzo.....	53
Figura 4.23: Pannello di lavoro “constraints”	55
Figura 4.24: Pannello di lavoro “moments”	55
Figura 4.25: Applicazione vincolo su albero.....	56
Figura 4.26: Applicazione vincolo e carico sul mozzo	56
Figura 5.1: Schermata definizione tipologia di analisi.....	58
Figura 5.2: Disposizione dei denti per la costruzione di grafici.....	59
Figura 5.3: Visualizzazione accoppiamento nel caso di perfetto allineamento	60
Figura 5.4: Orme di contatto caso 550 Nm allineato	61
Figura 5.6: Contour stress del fronte(destra) e retro(sinistra) dell'albero	62
Figura 5.7: Distribuzione tensioni lungo il profilo del dente	63
Figura 5.8: Variazione della tensione lungo il node path.....	63
Figura 5.9: Profilo albero caso disallineamento 0,1° con 550 Nm	64
Figura 5.10: Orme di contatto caso disallineamento 0,1° con 550 Nm	64
Figura 5.11: Scostamento del centro dell'orma di contatto dalla posizione centrale caso disallineamento 0,1° con 550 Nm	65
Figura 5.12: Distribuzione di pressione lungo lo spessore del dente caso disallineamento 0,1° con 550 Nm.....	65
Figura 5.13: Forza di contatto lungo la dentatura caso disallineamento di 0,1° con 550 Nm.....	66

Figura 5.14: Contour stress del fronte(destra) e retro(sinistra) dell'albero	67
Figura 5.15: Distribuzioni delle tensioni lungo il profilo del dente.....	67
Figura 5.16: Variazione delle tensioni lungo il node path	68
Figura 5.17: in ordine a) caso disallineato 0,1° base b) caso disallineato 0,1° ruotato di 6° c) caso disallineato 0,1° ruotato di 12° d) caso disallineato 0,1° ruotato di 18° e) caso disallineato 0,1° ruotato di 24°	69
Figura 5.18: Confronto sulla posizione assunta dall'area di contatto	70
Figura 5.19: Confronto sugli andamenti della pressione massima (in alto) e della forza di contatto (in basso).....	71
Figura 5.20: Contributo di ciascun dente al a) <i>Tilting</i> e b-c) <i>Friction Moment</i>	76
Figura 5.21: Andamento del <i>Tilting</i> (in alto) e <i>Friction Moment</i> (in basso) lungo i 24° di rotazione.....	76
Figura 5.22: Profilo dell'albero caso disallineato di 0,2°	77
Figura 5.23: Orme di contatto caso disallineamento 0,2° con 550 Nm	77
Figura 5.24: Scostamento del centro dell'orma di contatto dalla posizione centrale caso disallineamento 0,2° con 550 Nm.....	78
Figura 5.25: Distribuzione di pressione lungo lo spessore del dente caso disallineamento 0,2° con 550 Nm	79
Figura 5.26: Andamento Forza di contatto	79
Figura 5.27: Contributo di ciascun dente al <i>Tilting</i> (in alto) e <i>Friction Moment</i> (in basso)	81
Figura 5.28: Profilo dell'albero caso disallineato di 0,3°	82
Figura 5.29: Orme di contatto caso disallineamento 0,3° con 550 Nm	82
Figura 5.30: Distribuzione di pressione lungo lo spessore del dente caso disallineamento 0,3° con 550 Nm	83
Figura 5.31: (da sinistra a destra) Visualizzazione albero con 0,1°-0,2°-0,3° di disallineamento	83
Figura 5.32: Confronto orme di contatto. Dall' alto in basso: a) caso allineati b) caso disallineati di 0,1° c) caso disallineati di 0,2° d) caso disallineati di 0,3°	84
Figura 5.33: Confronto scostamento orma di contatto	84
Figura 5.34: Confronto andamenti pressione massima (in alto) e forza di contatto (in basso)	85
Figura 5.35: Confronto andamenti di a) <i>Tilting</i> e b-c) <i>Friction Moment</i> per ciascun dente.....	86

Figura 5.36: Confronto andamenti di <i>Tilting</i> e <i>Friction Moment</i>	87
Figura 5.37: (dall'alto verso il basso) Orme di contatto per i casi di disallineamento di 0,1° caricati con a) 200Nm b) 550Nm c)750 Nm	88
Figura 5.38: Confronto scostamento dell'orma di contatto	89
Figura 5.39: Confronto andamenti pressione massima (in alto) e forza di contatto (in basso).....	90
Figura 5.40: Confronto andamenti di a) Tilting e b-c) Friction Moment per ciascun dente	91
Figura 5.41:Confronto andamenti di a) Tilting e b-c) Friction Moment.....	92
Figura 5.42: (dall'alto verso il basso) Orme di contatto: a) caso caricato con 200 Nm e 0,2° di disallineamento b) caso caricato con 550 Nm e 0,3° di disallineamento a) caso caricato con 750 Nm e 0,3° di disallineamento.....	93

Indice delle tabelle

Tabella 4.1: Dati di targa dello spline coupling	35
Tabella 4.2: Dati scelti per la meshatura di elementi shell.....	40
Tabella 4.3: Criterio di valutazione “equia skew”	44
Tabella 4.4: Parametri di mesh usati per il controllo qualità.....	46
Tabella 4.5: Elementi ottenuti per la mesh 2D.....	46
Tabella 4.6:Risultati del controllo qualità della mesh 2D.....	46
Tabella 4.7: Caratteristiche meccaniche del materiale.....	54
Tabella 5.1: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,1 °	72
Tabella 5.2: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,1 ° ruotato di 6°	73
Tabella 5.3: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,1 ° ruotato di 12°	73
Tabella 5.4: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,1 ° ruotato di 18°	74
Tabella 5.5: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,1 ° ruotato di 24°	74
Tabella 5.6: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,2° con 550 Nm	80

Introduzione

Il seguente elaborato è il risultato di un'attività svolta presso l'azienda Ankers Juss Amg S.r.l, una società di ingegneria con sede a Torino, operante principalmente nei settori automotive e aerospace. L'azienda offre ai clienti consulenza a 360 gradi, attraverso tre tipologie di intervento:

- *Consulenze per integrazione del team cliente:* hanno come scopo l'erogazione di servizi di consulenza all'interno di progetti gestiti dal Cliente.
- *Consulenze per progetti:* hanno come scopo quello di fornire al cliente un risultato specifico attraverso attività pianificate, realizzate e tenute sotto controllo da ANKERS.
- *Consulenze per servizi:* hanno come scopo quello di fornire al cliente un servizio attraverso attività realizzate da ANKERS, regolate da specifici SLA e tenute sotto controllo dal Cliente.

I servizi forniti riguardano principalmente la dinamica veicolo e l'ambito CAE (Computer Aided Engineering), che comprende analisi strutturali in ambito statico e dinamico, termiche e termostrutturali, simulazioni CFD e multibody, NVH e fatica.

L'attività in azienda ha avuto inizio con lo svolgimento di un tirocinio curricolare della durata di 300 ore, durante il quale ho avuto la possibilità di acquisire le conoscenze fondamentali per intraprendere questo impegnativo, ma allo stesso tempo appassionante, percorso di tesi.

Il periodo di tirocinio mi ha permesso di apprendere le conoscenze basilari di alcuni tra i più diffusi software commerciali per le analisi agli elementi finiti.

In particolare:

- *Altair Hypermesh*, per la preparazione dei modelli strutturali da studiare (pre-processing);
- *Altair Optistruct*, solutore utilizzato per conseguire analisi statiche lineari e non lineari, analisi modali, ed eventualmente effettuare particolari ottimizzazioni strutturali di componenti;

- *Altair Hyperview*, necessario per la visualizzazione e conseguente interpretazione dei risultati di calcolo (post-processing).

Questo lavoro di tesi si incentra sull'analisi strutturale di profili scanalati, sistema che ha avuto un notevole sviluppo nell'industria meccanica grazie al forte avanzamento tecnologico e le prestazioni che questa tipologia di accoppiamento riesce a offrire. Infatti, quando si presenta la necessità di trasmettere coppie molto elevate tra albero e mozzo senza che vi sia un moto relativo, l'impiego di profili scanalati risulta essere la scelta più idonea. A fronte di numerosi vantaggi, si è riscontrato però che gli accoppiamenti scanalati, dotati in teoria di una vita media a fatica molto elevata, possono danneggiarsi anche rapidamente a causa dei sovraccarichi locali causati e accentuati da un eventuale disallineamento angolare tra gli alberi.

Nella redazione del presente elaborato saranno sviluppati i passi essenziali per l'impostazione del modello numerico, con la descrizione nello specifico dei software utilizzati e della fase di pre-processing, operazione quest'ultima fondamentale per ottenere risultati precisi ed affidabili. Il pre-processing sarà preceduto comunque da una trattazione introduttiva relativa all'effetto del disallineamento angolare, causa della nascita di due momenti spuri detti *Tilting Moment* e *Friction Moment*. Si descriveranno, infine, le prove di calcolo effettuate e il post-processing, con dettagliato controllo dei risultati ottenuti. Tutto ciò premesso, sarà possibile evidenziare gli aspetti positivi e chiarire quelli da affinare ulteriormente, con proposte di eventuali modifiche laddove occorra.

1 Richiamo metodo degli elementi finiti

Il metodo degli elementi finiti identifica una tecnica di calcolo numerica, che consente l'analisi approssimata di strutture complesse in tempi "rapidi"; i tempi di calcolo sono pressochè legati alla complessità del modello e alla tipologia di analisi. Viene risolto il problema elastico descritto da equazioni differenziali alle derivate parziali, attraverso un'approssimazione che riduce il problema strutturale ad un sistema di equazioni algebriche, risolvibile in forma chiusa. Il metodo, che ha origine nell'ingegneria strutturale, è stato duttilmente importato in altri settori dell'ingegneria connessi con: diffusione del calore, campi elettromagnetici, biomeccanica e fluidodinamica, permettendo una moltitudine di applicazioni. Il criterio di calcolo, datato 1930-1935, ha trovato larga diffusione nell'utilizzo più comune solo con l'avvento e l'evoluzione dei calcolatori elettronici; la capacità di eseguire l'enorme mole di calcoli da parte degli elaboratori elettronici ha consentito, infatti, di ridurre notevolmente i tempi di risoluzione delle analisi. In sintesi, l'idea centrale del metodo in oggetto è quella di suddividere idealmente la struttura in un numero di sottostrutture elastiche più piccole chiamate elementi; viene pertanto definito il comportamento di ogni singolo elemento, mentre quello dell'intera struttura sarà poi ricostruito assemblando gli elementi di cui è composta e sfruttando opportunamente il calcolo matriciale.

1.1 Cenni sulla teoria del continuo

Il problema elastico tridimensionale del continuo consta nel determinare tensioni, deformazioni e spostamenti partendo da una struttura di cui sono note geometria, proprietà del materiale (ottenibili dalla sperimentazione) e condizioni al contorno in termini di spostamenti imposti e carichi applicati. Si dispone della conoscenza di proprietà fisiche dei materiali proprio in relazione alla sperimentazione, la quale fornisce le caratteristiche meccaniche di resistenza e legame costitutivo; stabilire quindi il comportamento isotropo o meno dello stesso.

A tal proposito, per descrivere il problema elastico, si crea un modello matematico basato su equazioni differenziali alle derivate parziali, leggi

costitutive del materiale ed equazioni di congruenza; si introduce tale modello nell'elemento strutturale infinitesimo di dimensioni dx , dy e dz . Il problema elastico viene qui di seguito rappresentato dalle 15 equazioni:

- 3 equazioni differenziali di equilibrio alle derivate parziali

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + F_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + F_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0$$

- 6 equazioni differenziali di congruenza

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

- 6 equazioni algebriche di legame costitutivo del materiale

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x - \nu \sigma_z)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu \sigma_y - \nu \sigma_x)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}$$

dove:

- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{zy}, \tau_{zx}$ sono le tensioni normali e tangenziali;
- $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ sono le deformazioni normali e tangenziali;
- u, v, w sono gli spostamenti;
- E è il modulo elastico di Young;
- ν è il coefficiente di Poisson;
- G è il modulo di elasticità tangenziale.

Le prime 3 equazioni identificano l'equilibrio tra forze esterne e tensioni interne agenti sull'elemento infinitesimo riportato in figura 1.1, mentre la congruenza relaciona deformazioni e spostamenti. Le leggi costitutive della materia, invece, traducono in termini matematici le caratteristiche fenomenologiche del comportamento di un materiale.

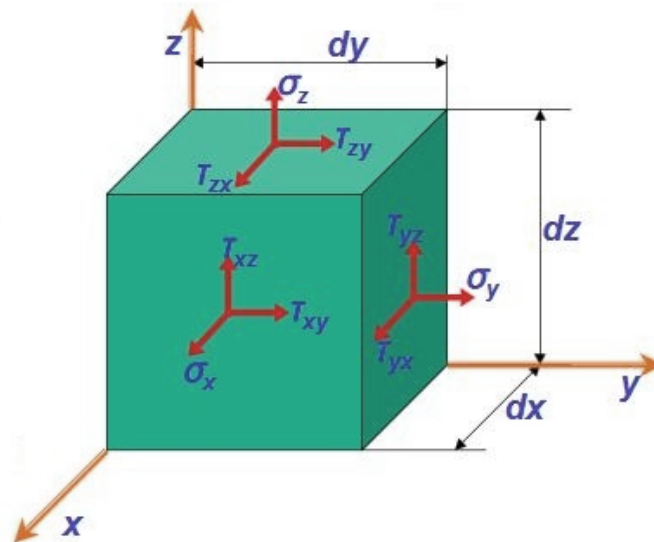


Figura 1.1: Stato tensionale di un elemento solido infinitesimo

Il complesso sistema di equazioni differenziali sopra descritto risulta non risolvibile in forma chiusa, mentre il teorema di Kirchhoff dimostra che esiste una soluzione al problema elastico strutturale, ed è unica.

La soluzione analitica ottenibile in forma chiusa è stata ricavata dal matematico e ingegnere francese de Saint-Venant, vissuto durante il 1800; egli riuscì a caratterizzare, nella fattispecie, diverse ipotesi e risolvere analiticamente un

particolare problema elastico lineare, relativo alle travi, di notevole interesse applicativo. Il “problema del de Saint-Venant” consta nel determinare stato di tensione e deformazione in ogni punto della sezione di una trave elastica ad asse rettilineo. Il metodo di soluzione, definito “semi-inverso”, assume a priori che il tensore degli sforzi sia definito esclusivamente da σ_z , τ_{zy} e τ_{zx} ; fisicamente ciò equivale a considerare la trave come un insieme di fibre longitudinali che si scambiano azioni mutue tangenziali nella direzione delle fibre stesse, come nella figura 1.2 qui di seguito rappresentata.

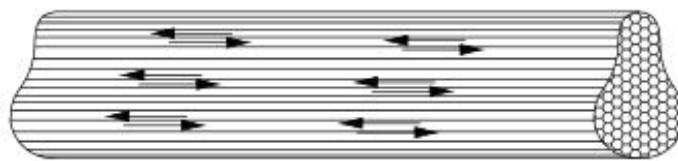


Figura 1.2: Azioni scambiate lungo le fibre longitudinali di una trave

Oltre le travi monodimensionali risolvibili secondo la teoria di de Saint-Venant è possibile trovare una soluzione analitica, in forma chiusa al problema elastico lineare, per strutture come piastre e gusci; si tratta di corpi che hanno lunghezza e larghezza di dimensione prevalente rispetto lo spessore.

Le strutture meccaniche reali non sono sempre riconducibili a travi, piastre o gusci, infatti nella maggioranza dei casi applicativi, forma geometrica e condizioni al contorno risultano essere troppo complesse per poter adottare le soluzioni analitiche note dalla teoria. Si pensa a questo punto di risolvere il problema per via numerica, attraverso la discretizzazione del “continuo”, per determinare un sistema di equazioni con un numero finito di incognite, risolvibile in forma chiusa.

1.2 Discretizzazione del continuo

I metodi più diffusi per discretizzare il “continuo” sono essenzialmente due:

- metodo alle differenze finite (F.D.M. Finite Difference Method);
- metodo degli elementi finiti (F.E.M. Finite Element Method).

Il primo è una strategia usata per risolvere numericamente equazioni differenziali, basata sull'approssimazione delle derivate con equazioni alle

differenze finite e sfruttata come schema di avanzamento nel tempo per problemi alle derivate parziali. Il metodo degli elementi finiti, come già anticipato, consta nella suddivisione della struttura meccanica in sottostrutture più piccole, ossia in elementi, i quali comunicano tra loro attraverso punti fondamentali, detti nodi.

Il passo successivo nella formulazione degli elementi finiti consiste nel dare una connotazione matematica al “continuo” discretizzato attraverso un modello algebrico-differenziale; tutto ciò viene rappresentato da un funzionale che garantisce, per ogni punto interno dell’elemento, equilibrio, congruenza e legame costitutivo della materia. A tal proposito, il funzionale permette di passare da una formulazione algebrico-differenziale del problema elastico, ad una formulazione matriciale. Il funzionale può essere espresso attraverso metodi energetici (energia potenziale, equazione di Lagrange o principio dei lavori virtuali P.L.V.) o metodi variazionali (Teorema di Castigliano, metodo di Galerik, metodo di Railegh-Ritz).

Ciascun elemento viene poi modellato per quanto riguarda spostamenti, deformazioni, tensioni e legame costitutivo, tramite opportune funzioni dette “di forma” che forniscono la funzione spostamento sull’elemento, interpolando i valori da essi assunti nei nodi. Il problema viene ricondotto alla ricerca dei soli incogniti spostamenti nodali $\{s\}$, detti “gradi di libertà”. L’assemblaggio dei diversi elementi, tramite equazioni di congruenza, e la scrittura delle equazioni di equilibrio nodale, fa pervenire a un sistema di equazioni algebriche aventi la forma:

$$[K] * \{S\} = \{F\}$$

dove:

- $[K]$ è la matrice di rigidezza struttura;
- $\{S\}$ è il vettore di spostamenti nodali;
- $\{F\}$ è il vettore dei carichi applicati.

La soluzione fornisce gli spostamenti nodali incogniti dai quali si ottengono tutti gli altri enti meccanici. Il risultato cui si perviene non è quello effettivo, ma solo una sua approssimazione, in quanto i campi di spostamento modellati tramite le

assegnate funzioni di forma, normalmente polinomiali, forzano la soluzione altrimenti diversa; ovvero il metodo per come è definito irrigidisce la struttura studiata.

1.3 Principio dei lavori virtuali

In questa trattazione si utilizza come funzionale il principio dei lavori virtuali, secondo il quale il lavoro delle forze esterne deve essere uguale al lavoro interno per qualunque insieme di spostamenti virtuali, affinché un sistema deformabile sia in equilibrio in una data configurazione. In termini matematici viene progressivamente descritto:

$$\delta L^i = \delta L^e$$

dove:

- δL^i è il lavoro virtuale interno;
- δL^e è il lavoro virtuale esterno.

Il lavoro virtuale interno è il prodotto tra le deformazioni ε virtuali e le tensioni σ reali:

$$\delta L^i = \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\}dV$$

Il lavoro virtuale esterno è il lavoro compiuto dalle forze di superficie e di volume moltiplicate per gli spostamenti applicati:

$$\delta L^e = \{\delta u\}^T \{t\}dA + \{\delta u\}^T \{\Phi\}dV$$

dove:

- $\{\delta u\}$ sono gli spostamenti virtuali;
- $\{t\}$ sono le forze di superficie applicate sul solido;
- $\{\Phi\}$ sono le forze di volume applicate sul solido;
- dV è la porzione di volume dell'elemento infinitesimo;
- dA è l'area sulla quale agisce la forza di superficie.

Si uniscono le due espressioni sopra descritte relative ai lavori virtuali integrandole all'interno del volume infinitesimo dell'elemento, rielaborando si ottiene l'espressione:

$$\int_A \{\delta u\}^T \{t\} dA = \int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \int_V \{\delta u\}^T \{\Phi\} dV$$

L'equazione rappresenta il funzionale che contiene tutta la teoria dell'elasticità, in sintesi si passa da un sistema di 15 equazioni ad un'unica espressione, mentre il processo di discretizzazione viene descritto dalla formula seguente:

$$\{u\} = [n]\{s\}$$

gli spostamenti $\{u\}$ vengono messi in relazione con gli spostamenti nodali $\{s\}$ attraverso le funzioni di forma $[n]$. Grazie a questa formula è possibile riscrivere il funzionale in forma matriciale, ottenendo:

$$\int_A [n]^T \{t\} dA = \int_V [B]^T [E] [B] \{s\} dV - \int_V [n]^T \{\Phi\} dV$$

con

$$[B] = [\partial][n]$$

Le funzioni di forma $[n]$, che come anticipato in precedenza caratterizzano gli elementi, sono funzioni spesso polinomiali e devono avere 4 proprietà fondamentali:

- essere continue nell'elemento e derivabili;
- rappresentare il moto rigido dell'elemento con una rispettiva energia di deformazione nulla. Un modo, infatti, di calcolare i gradi di libertà del sistema è quello di stimare gli autovalori della matrice di rigidità dell'elemento. Si vedrà infatti che l'elemento i -esimo è proporzionale

all'energia di deformazione corrispondente all'i-esimo modo di deformazione. Il numero di autovalori nulli corrisponderà pertanto al numero di gradi di libertà di moto rigido del sistema;

- garantire almeno uno stato di deformazione costante all'interno dell'elemento;
- assicurare la continuità tra elementi adiacenti.

1.4 Formulazione metodo degli elementi finiti

Si può riscrivere l'espressione sopracitata mettendo in evidenza la matrice di rigidezza $[K]$ della struttura, le forze esterne di superficie $\{f_e\}_t$ e le forze esterne di volume $\{f_e\}_\phi$:

$$[K] = \int_V [B]^T [E] [B] dV$$

$$\{f_e\}_t = \int_A [n]^T \{t\} dA$$

$$\{f_e\}_\phi = \int_V [n]^T \{\Phi\} dV$$

quindi:

$$\{f_e\}_t + \{f_e\}_\phi = [K]\{s\}$$

Quest'espressione, tuttavia, non può essere implementata in un codice di calcolo poiché formata da integrali; si ricorre pertanto al metodo di integrazione numerica, sostituendo gli integrali con sommatorie per ottenere una formulazione matematica che consente di risolvere, con approssimazione, il problema elastico.

1.5 Approssimazioni metodo degli elementi finiti

La formulazione degli elementi finiti implica una serie di approssimazioni che compromettono il risultato finale del sistema studiato. La prima tipologia di errore è dovuta alla discretizzazione che genera un residuo tensionale nel modello; lo stesso rende la struttura simulata più rigida della realtà, in quanto punti interni al dominio di un elemento sono costretti a “seguire” i nodi attraverso le funzioni di forma.

Il miglioramento della discretizzazione è fondamentale per contenere l'errore connesso al metodo F.E.M., a tal proposito si hanno due possibilità:

- aumentare il grado del polinomio utilizzando funzioni di forma più complesse;
- incrementare il numero di nodi ed elementi del modello.

La seconda tipologia di approssimazione-errore è dovuta al fatto che gli integrali, costituenti il funzionale definito dal principio dei lavori virtuali, vengono risolti attraverso integrazione numerica, e non analiticamente. Gli elementi strutturali possono essere realizzati, per varie ragioni, aventi una forma non regolare, che si discosta quindi da quella teorica di riferimento; questo rappresenta il terzo errore che influisce sul risultato dei calcoli. In pratica è quasi impossibile che tutti gli elementi abbiano una forma geometrica ideale; si parla allora di elementi distorti. Il problema legato alla distorsione degli elementi può essere tenuto sotto controllo rispettando alcune regole generali; oltre un determinato limite critico, infatti, risulta impossibile stimare la matrice di rigidezza (diventa singolare la matrice jacobiana), ma un limitato valore di distorsione può comunque essere accettato. Le tipologie di distorsione di un elemento possono essere classificate in tre categorie fondamentali: il rapporto lunghezza-altezza, il rapporto di forma e la deformazione angolare. Di seguito si riportano i limiti di distorsione per elementi piani a quattro nodi, come ad esempio rettangoli e trapezi.

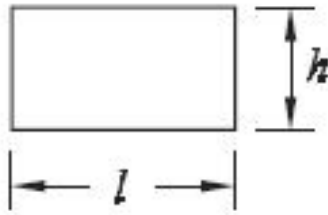


Figura 1.3: Limite distorsione lunghezza-altezza

Per il rettangolo il rapporto $\frac{h}{l}$ deve rispettare le seguenti condizioni:

- $\frac{h}{l} \geq \frac{1}{10}$ lontano dalle regioni critiche del componente;
- $\frac{h}{l} \geq \frac{1}{2}$ vicino le regioni critiche del componente.

Le regioni critiche sono porzioni di struttura meccanicamente importanti, come per esempio zone limitrofe a fori, dove gli elementi devono essere quanto più regolari.

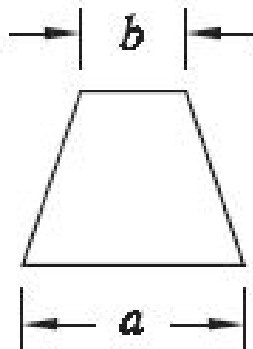


Figura 1.4: Limite distorsione forma

Nel trapezio il rapporto $\frac{a}{b}$ deve rispettare le seguenti condizioni:

- $\frac{a}{b} \geq \frac{1}{10}$ lontano dalle regioni critiche del componente;
- $\frac{a}{b} \geq \frac{1}{4}$ vicino le regioni critiche del componente

Per la distorsione angolare (figura 1.5) è in genere consigliabile non avere angoli interni α minori di 45° per elementi quadrangolari e minori di 15° per elementi triangolari.

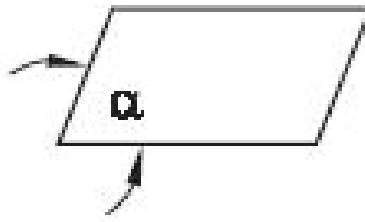


Figura 1.5: Limite deformazione angolare

Una verifica della distorsione può essere fatta anche mediante il calcolo della matrice jacobiana e del suo determinante. Il determinante è infatti costante se l'elemento è per esempio un parallelepipedo con nodi sui lati equamente spaziati, ma varia se esiste un altro tipo di distorsione. Esso può al limite diventare nullo o negativo nelle vicinanze di una zona ad eccessiva distorsione, con la conseguenza di impedire il calcolo della matrice di rigidità dell'elemento. Causa di ciò è la mancanza di corrispondenza biunivoca con conseguente non invertibilità della matrice jacobiana.

1.6 Elementi finiti

Esiste una moltitudine di elementi necessari per caratterizzare strutture e sistemi nelle analisi agli elementi finiti (comunemente dette analisi F.E.M.); pertanto saranno brevemente trattati i più diffusi.

In primo luogo, esiste l'elemento trave, oppure beam in inglese, il quale appartiene alla famiglia 1D ed è caratterizzato da una geometria monodimensionale. Lo stesso possiede due nodi agli estremi ed è descritto da 6 gradi di libertà per nodo: tre traslazioni e tre rotazioni. L'elemento beam è quindi in grado di trasmettere carichi normali di trazione-compressione, di taglio, torsione e flessione nei due piani; il sistema di riferimento locale risulta essere solidale ad esso, necessario per orientare correttamente l'elemento in un sistema di riferimento globale di struttura. Come si osserva in figura 1.6, il sistema di riferimento locale è così definito:

- l'asse 3 è diretto dal nodo N1 al nodo N2;

- l'asse 2 è normale all'asse 3, giace nel piano individuato dai nodi N1, N2 e RefN, ed è diretto verso il semipiano in cui giace RefN;
- l'asse 1 completa la terna secondo la regola della mano destra.

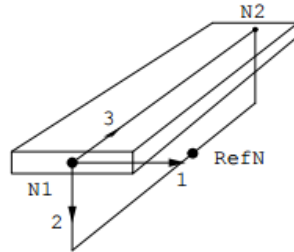


Figura 1.6: Elemento beam

Una semplificazione della trave descritta è l'elemento asta, monodimensionale con due nodi, capace di trasmettere esclusivamente i carichi assiali e di conseguenza utilizzato per modellare strutture reticolari. Ulteriori tipologie di elementi monodimensionali sono le molle (spring) e i rigidi (rigid); i primi sono elementi a due nodi dotati di rigidità assiale-rotazionale impiegati nella modellazione di alcuni vincoli elastici, mentre i secondi anch'essi rettilinei con due nodi, sono infinitamente rigidi e perciò usati per modellare alcuni legami rigidi oppure connessioni strutturali.

Nella famiglia 2D si trova l'elemento piano shell, bidimensionale con 3-4-8 nodi, in cui lo spessore è molto più piccolo rispetto le altre due dimensioni; lo stesso unisce il comportamento membranale e flessionale tipico delle strutture gusci e piastre. Il comportamento membranale è caratterizzato da 2 gradi di libertà traslazionali per nodo u_1 e u_2 che trasferiscono la rigidità membranale (gusci), mentre il comportamento flessionale è descritto dai seguenti 3 gradi di libertà per nodo: u_3 , ϕ_1 e ϕ_2 che trasferiscono la rigidità flessionale (piastre). L'elemento shell (figura 1.7), pertanto, unisce i due comportamenti e aggiunge attraverso un'operazione numerica anche il grado di libertà ϕ_3 per un totale di 6 gradi di libertà per nodo.

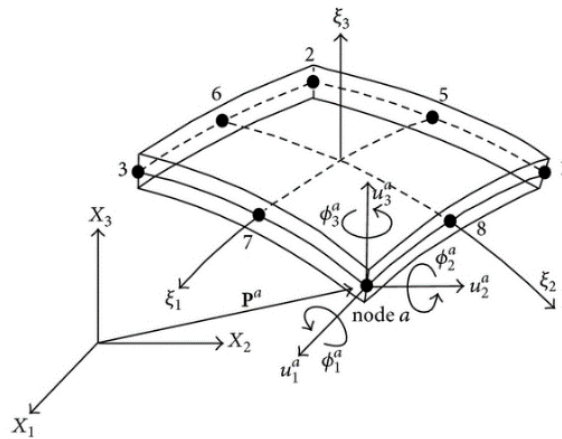


Figura 1.7: Elemento shell

Viene infine descritto l'elemento solid, che appartiene alla famiglia degli elementi 3D, usato per modellare componenti tridimensionali dalle geometrie e forme più disparate. L'elemento solid è costituito da 4 a 27 nodi, in funzione della tipologia (tetraedro, esaedro oppure altro), ed è caratterizzato da 3 gradi di libertà per nodo, corrispondenti alle tre traslazioni; non trasferisce alcuna rigidità per gli altri gradi di libertà. Usato principalmente quando non c'è una dimensione trascurabile rispetto alle altre, questo elemento è in grado di rappresentare uno stato tensionale tridimensionale; in figura 1.8 si riportano le diverse tipologie dell'elemento.

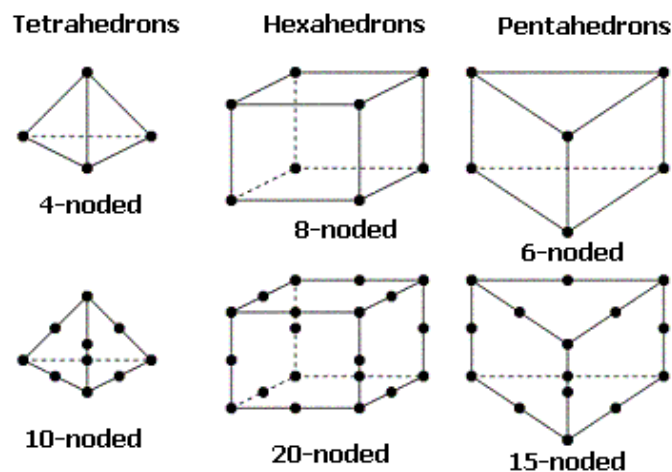


Figura 1.8: Elementi solid

2 Introduzione ai Software

L'analisi agli elementi finiti si articola in tre fasi esecutive distinte e ognuna richiede l'utilizzo di un software specifico:

- Pre-processing
- Solving
- Post-processing

Il pre-processing comprende tutte le operazioni necessarie per preparare il modello agli elementi finiti del componente studiato; inizia solitamente con l'importazione della geometria, proveniente dai sistemi C.A.D., e termina con l'ottenimento della mesh completa di condizioni al contorno relative alle specifiche analisi strutturali richieste.

La mesh identifica la maglia strutturale del sistema, caratterizzata dagli elementi finiti interconnessi tra di loro nei nodi; questa contiene anche le informazioni relative ai materiali, contatti e tutto ciò che riguarda una particolare prova di calcolo.

Durante il pre-processing risulta essere fondamentale la “pulizia” della geometria, eventuali superfici doppie o mancanti vengono infatti corrette; è possibile inoltre eliminare oppure aggiungere linee sulle superfici per “guidare” la mesh verso una migliore discretizzazione di qualità.

La mesh completa di vincoli e carichi ed impostata per una specifica analisi strutturale costituisce l'input per il solutore, che comprende ed elabora la struttura in modo da risolvere l'analisi specificata secondo il metodo degli elementi finiti; rappresenta questa la fase di solving. Il solutore numerico, infatti, trae tutte le informazioni necessarie (es. matrice di rigidezza) dal file di testo compatibile creato durante il pre-processing, risolve l'analisi stabilita, ed estrae le grandezze fisiche richieste che si interessa conoscere come: tensioni interne, deformazioni, spostamenti e accelerazioni. Tutto ciò descritto, viene infine memorizzato in un file che può essere letto da un programma specifico durante l'elaborazione finale dei risultati (post-processing).

Durante la fase finale di post-processing vengono visualizzati ed interpretati i risultati, i quali sono forniti sotto forma di grafici oppure mappe colorate che

possono riportare per esempio gli andamenti delle forze di contatto, e molto altro; è possibile elaborare anche opportune animazioni. Lo schema riepilogativo che raffigura le tre fasi appena descritte dell'analisi agli elementi viene qui di seguito proposto.

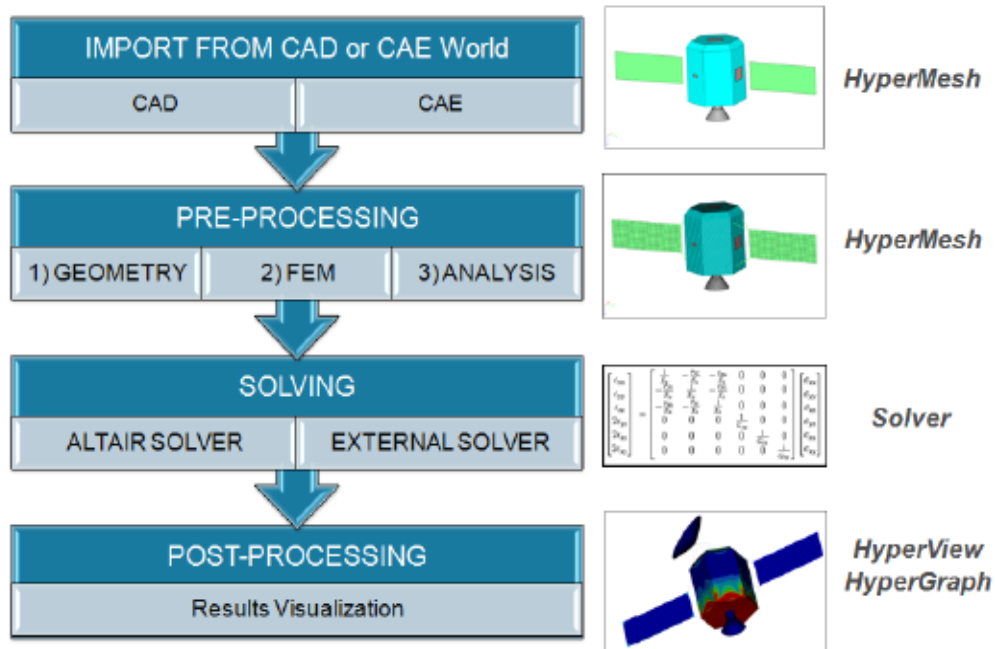


Figura 2.1: Fasi dell'analisi agli elementi finiti

I software utilizzati per le analisi strutturali del presente lavoro di tesi e riportati nella seguente trattazione sono forniti da *Altair* appartenenti al pacchetto *Altair Hyperworks*

- *Hypermesh*: fase di pre-processing;
- *Optistruct*: fase di solving;
- *Hyperview*: fase di post-processor;
- *HyperGraph*: fase di post-processor.

2.1 Hypermesh

Altair Hypermesh è uno strumento che consente di preparare i modelli numerici usati nelle analisi agli elementi finiti, con un potente ambiente interattivo per analizzare performance di progettazione. Grazie all'estrema flessibilità e capacità di interfacciarsi verso tutti i solutori più comuni, *Hypermesh* risulta essere senza

dubbio il più diffuso software di pre-processing attualmente sul mercato. Nel presente lavoro è stata utilizzata l'ultima release della versione v19, la quale licenza è stata fornita dal *Altair* in seguito alla partecipazione al “progetto tesi”. La figura 2.2 presenta l'interfaccia principale di *Hypermesh*.

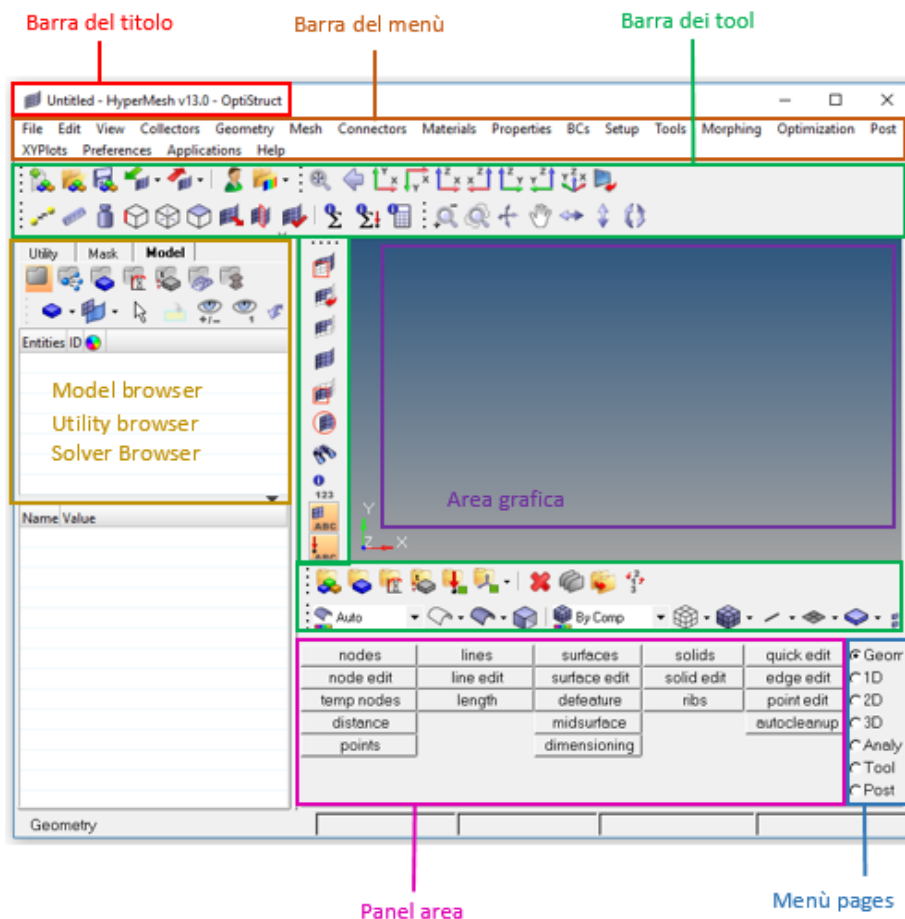


Figura 2.2: Interfaccia utente di *Hypermesh*

La schermata principale risulta essere suddivisa in 7 aree grafiche distinte:

- *Barra del titolo*: posizionata nella parte superiore, riporta nome della sessione di lavoro corrente, versione del software e template del solutore di calcolo utilizzato (esempio *Abaqus* come in figura);
- *Barra dei menù*: comprende una serie di sezioni di lavoro, riportate anche nella barra dei tool, e consentono di aprire-salvare file, creare o modificare

- geometrie e mesh, definire connessioni tra elementi, aggiungere materiali e proprietà meccaniche, gestire impostazioni e modificare le preferenze;
- *Barra dei tool*: riportano in maniera più rapida ed intuitiva molte funzioni situate nella più completa barra menù, si può difatti gestire il modello, inserire materiali, modificare gli elementi e quant'altro;
 - *Model, utility e solver browser*: è la sezione principale della schermata del software, all'interno della quale viene interamente gestito il modello secondo tutti gli aspetti;
 - *Area grafica*: risulta essere simile all'interfaccia di un software C.A.D., poiché viene visualizzata la geometria ed è possibile manipolare i componenti studiati, traslandoli oppure ruotandoli secondo le necessità;
 - *Menù pages e panel area*: il menù presenta 7 voci di carattere generale, all'interno delle quali è presente un ampio menù con diverse possibilità di intervento, le prime quattro voci consentono infatti di agire su geometria e mesh, mentre la sezione "analysis" permette di aggiungere condizioni cinematiche al contorno di vincoli e carichi. "Tool" contiene tutte le opzioni generiche per traslare, ruotare, scalare o specchiare le entità del modello; infine "post" garantisce l'esecuzione delle operazioni di post-processing.

2.2 Optistruct

Optistruct è un moderno solutore per lo svolgimento di analisi agli elementi finiti relative a problemi strutturali, in condizioni di statica oppure dinamica; rappresenta dunque la soluzione leader di mercato per quanto riguarda progettazione e ottimizzazione strutturale. Il software è utilizzato da migliaia di aziende ed aiuta ingegneri nello sviluppo di progetti sempre più rapidi, innovativi ed efficienti dal punto di vista strutturale. Tra le varie tipologie di analisi di calcolo è possibile individuare le lineari statiche e quasi-statiche, non lineari implicite ed esplicite, analisi modali per la ricerca di autovalori reali e complessi, analisi di risposta in frequenza, accoppiamento fluido-struttura ed altro ancora.

Alle normali analisi strutturali sopracitate, si aggiunge il modulo di ottimizzazione, che permette di individuare in modo automatico (totalmente o parzialmente) la soluzione progettuale che fornisce le migliori prestazioni, in relazione ad un determinato obiettivo e ai vincoli di progettazione assegnati; questo a partire dalle condizioni al contorno date, in termini di vincoli e carichi. Ad esempio, si può individuare la distribuzione di spessore di un componente stampato in plastica che permette di garantire il minor peso (obiettivo dell'ottimizzazione) nel rispetto di un requisito minimo di rigidezza flessionale (vincolo).

2.3 Hyperview

Hyperview fornisce un ambiente completo per il post-processing e di conseguenza per la visualizzazione di risultati ottenuti al termine di una prova di calcolo agli elementi finiti, oppure simulazioni multibody di sistemi meccanici; permettendo così di elaborare video digitali e dati ingegneristici. Il software combina funzioni avanzate di animazione con quelle di gestione grafici e filmati digitali; a tal proposito risulta possibile effettuare una completa analisi dei risultati numerici in modo da effettuare un riscontro con i dati ottenuti dalla sperimentazione. Le avanzate funzioni di animazione, infine, consentono di sincronizzare diverse finestre per migliorare la qualità della visualizzazione dei risultati, confrontando lo stesso componente in diverse condizioni di carico.

Hyperview permette di visualizzare i risultati ottenuti da qualsiasi solutore, caratteristica questa che lo rende uno dei software di post-processing più utilizzati attualmente sul mercato, mentre l'interfaccia utente è rappresentata in figura 2.3.

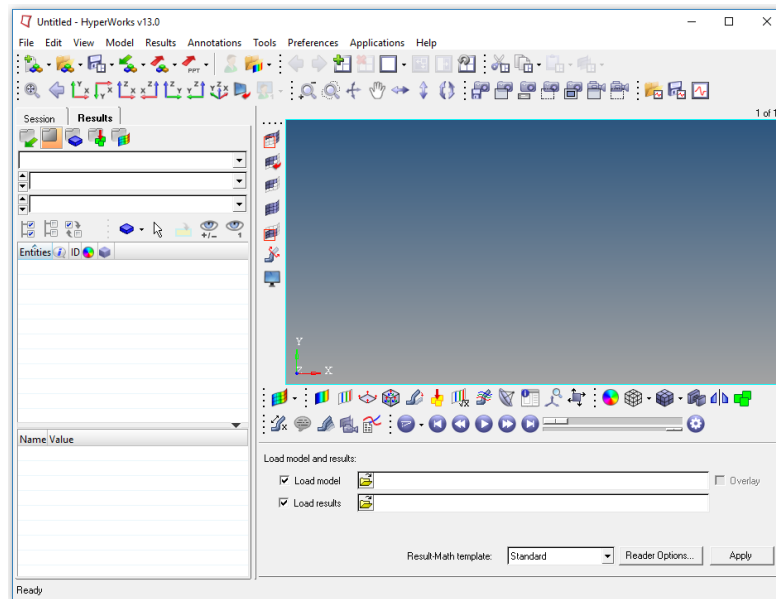


Figura 2.3: Interfaccia di *HyperView*

Le principali animazioni disponibili sono:

- grafici di vettori;
- grafici di tensori;
- grafici di deformazioni;
- grafico con streamline per C.F.D.;
- animazioni per fenomeni lineari;
- animazioni di oscillazione di analisi modale;
- animazioni per fenomeni transienti;
- animazioni multibody.

2.4 HyperGraph

HyperGraph è un potente strumento di visualizzazione e di analisi dei dati per i risultati di qualsiasi simulazione agli elementi finiti. Il sofisticato motore di calcolo di presente è in grado di elaborare anche la più complessa espressione matematica.

Il software combina queste caratteristiche con la capacità di riorganizzare i risultati in presentazioni ad alto impatto comunicativo e con le varie opzioni di personalizzazione di cui è dotato.

HyperGraph è inoltre uno strumento adatto ad analizzare ogni tipo di dato CAE e confrontarlo con risultati sperimentali, che può essere personalizzato secondo le esigenze dell'utente.

Con questo software è possibile ottenere grafici significativi dei risultati della simulazione in tempo estremamente ridotto importando direttamente il file dei risultati in formato .h3d.

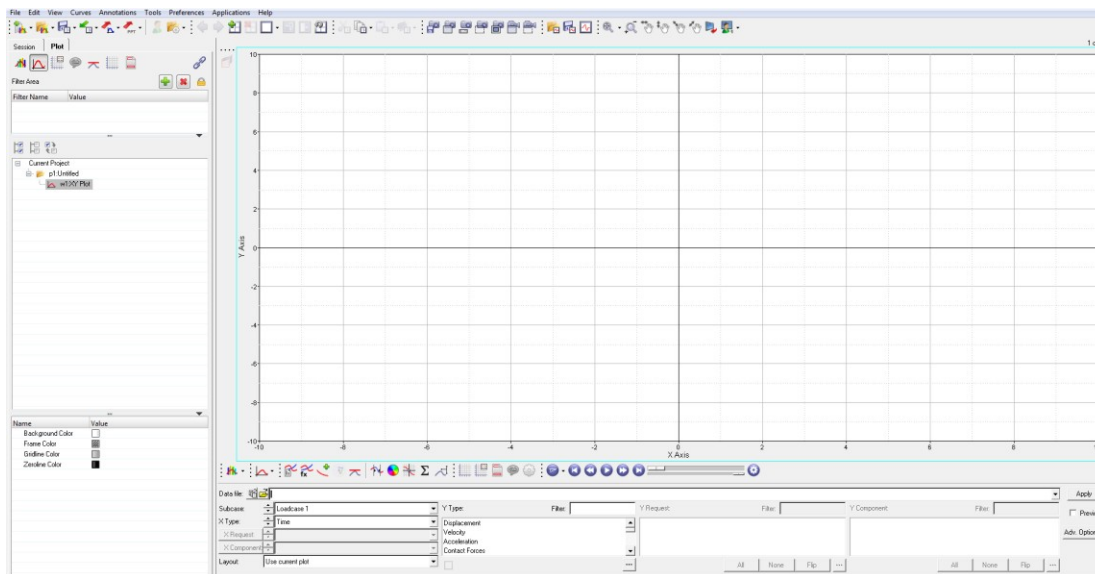


Figura 2.4: Interfaccia di *HyperGraph*

3 Modello teorico sul disallineamento: *tilting moment* e *friction moment*

È noto che quando due alberi rotanti, o in linea generale due componenti rotanti, devono trasmettere una coppia elevata ad elevata velocità una delle vie più comuni è quella di utilizzare un accoppiamento scanalato. Questo è dovuto anche alla capacità delle “spline coupling” di garantire un certo disallineamento tra albero e mozzo che permette di compensare errori di assemblaggio o lavorazione o movimenti relativi nati durante il lavoro di macchina. Tuttavia, questo disallineamento angolare tra gli assi di albero e mozzo porta alla nascita di alcuni sovraccarichi indesiderati, provocando non solo delle maggiori e non uniformi pressioni di contatto sulla superficie dei denti accoppiati, come osservato da Hong et al. e Medina et al., ma anche un aumento degli sforzi sui cuscinetti e sull'accoppiamento scanalato stesso ed è quindi intuibile che tali sforzi debbano essere quantificati e considerati già in fase di progettazione. Si pone quindi attenzione in questo lavoro di ricerca alla quantificazione analitica dei cosiddetti momenti spuri o parassiti che nascono da condizioni di accoppiamento non ideali, il *tilting moment* e il *friction moment*. Questi carichi sono dovuti principalmente a due fattori: l'attrito fra i denti (*Frictional* o *friction moment* M_f) e il disequilibrio fra coppia in ingresso e coppia in uscita che viene quindi compensato da un momento di riallineamento (*Tilting moment* M_t).

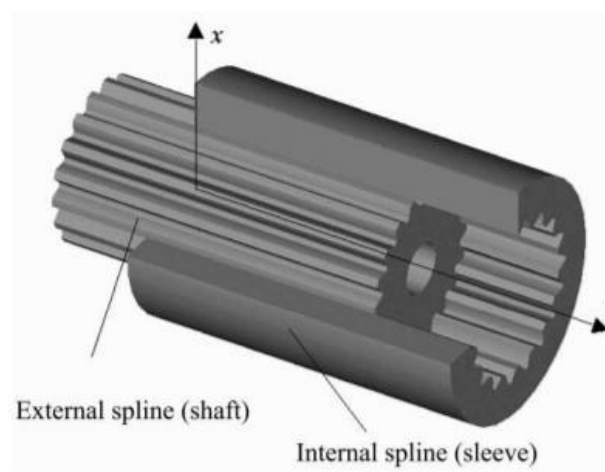


Figura 3.1: Accoppiamento scanalato

3.1 Cause del *Tilting Moment*

Il *tilting moment* potrebbe essere generato a causa delle variazioni nelle condizioni di accoppiamento dei denti a causa del disallineamento.

Si osserva come il *tilting moment* sia sostanzialmente differente se l'accoppiamento scanalato ha denti dritti (Figura 3.2) o bombati (Figura 3.3). Si nota che negli accoppiamenti a denti dritti allineati tutte le facce dei denti sono a contatto (Figura 3.2A); imponendo un disallineamento angolare α invece solo una parte di tutta la larghezza del dente entra in contatto (Figura 3.2B). In tal caso la forma e la dimensione dell'area di contatto dipendono fortemente da rigidità e angolo di disallineamento.

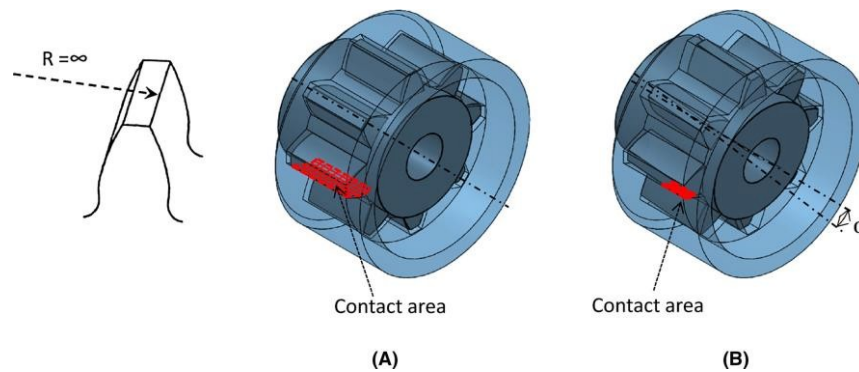


Figura 3.2: Condizioni di contatto di uno scanalato a denti dritti allineato (A) e disallineato (B)

Diventa interessante, invece, valutare il comportamento di tale sistema di accoppiamenti scanalati con denti bombati (Figura 3.3) alla luce del fatto che in letteratura è presente ben poco a proposito di tale argomento nonostante tali sistemi siano molto utilizzati in campo industriale.

Chiamiamo C_r il raggio di bombatura lungo tutta la larghezza della fascia del dente e grazie a questa nuova conformazione si innesca tra le facce a contatto una specie di contatto Hertziano.

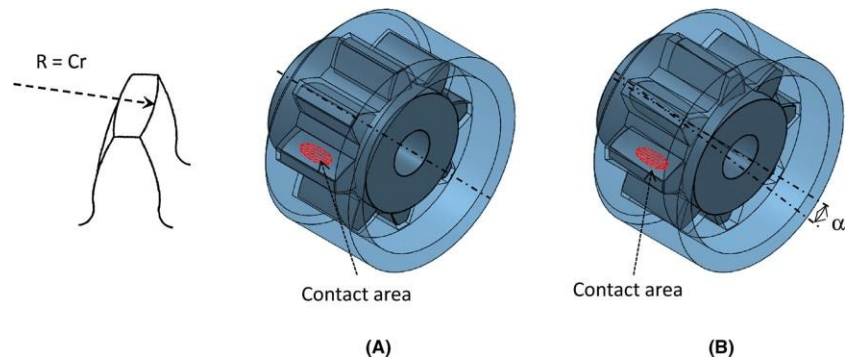


Figura 3.3: Condizioni di contatto di uno scanalato a denti bombati allineato (A) e disallineato (B)

3.2 Modello teorico del *Tilting Moment*

Il tilting moment nasce a causa di un accoppiamento anomalo dei denti dello scanalato rispetto alla condizione ideale di allineamento.

Si illustra di seguito un modello teorico per quantificare in analisi di progettazione codesto momento parassita .

Si consideri un generico accoppiamento scanalato disallineato (Figura 3.4); si nota come il contatto tra i denti accoppiati non è uniforme ma varia in funzione della posizione del dente.

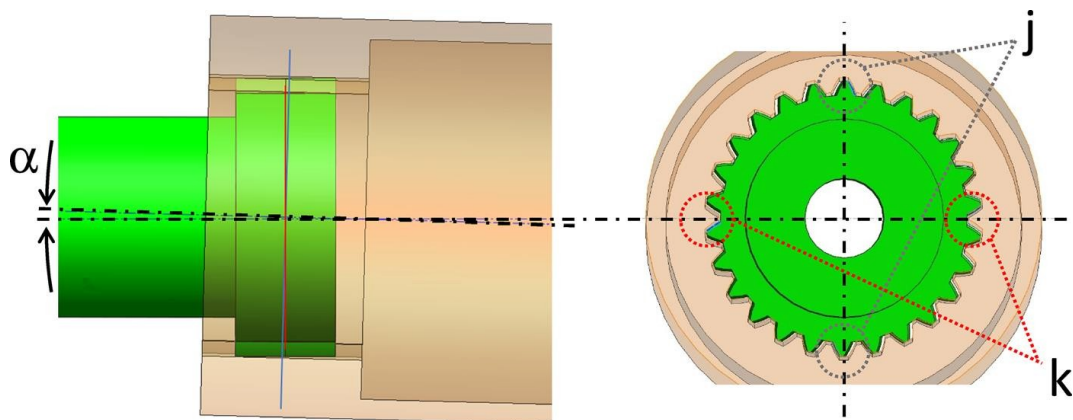


Figura 3.4: Accoppiamento scanalato disallineato con denti bombati

Si individuano due estreme condizioni di accoppiamento: la prima inerente ai denti superiori identificata con la lettera “j” e la seconda in funzione dell’asse disallineato identificata con la lettera “k”; tutti i denti comprese fra queste coppie avranno un contatto con forma e dimensione intermedio rispetto a questi due casi estremi.

Per quanto riguarda i denti indicati con la lettera “j”, i punti di contatto sono shiftati rispetto alla linea di mezzeria di una distanza “b” a causa del disallineamento α (Figura 3.5).

La distanza b si può ottenere facilmente con:

$$b = \frac{1}{2} D_p \sin(\alpha) = \frac{1}{2} mZ \sin(\alpha)$$

dove D_p è il diametro della primitiva, m è il modulo del dente e Z è il numero dei denti.

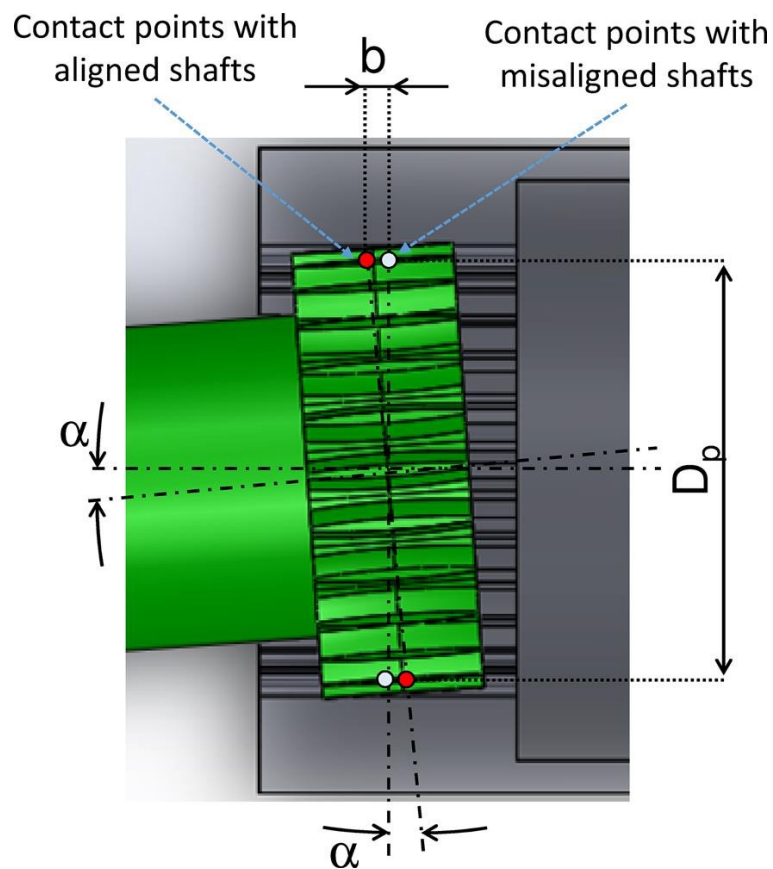


Figura 3.5: Condizione di accoppiamento per i denti superiori

Lo shift del punto di contatto porta a un momento non bilanciato M_1 che, considerando una coppia di denti, si valuta come:

$$M_1 = F_t * b = \frac{1}{2} F_t mZ \sin(\alpha)$$

dove F_t è la forza di contatto dei denti generata dalla coppia trasmessa e da cui dipende la distribuzione di carico tra i denti accoppiati (distribuzione che si

ricorda non essere uniforme per via del disallineamento dei due alberi dello scanalato).

I denti indicati in figura 3.4 con la lettera “k”, quando l'accoppiamento scanalato è disallineato, cambiano la loro posizione di contatto.

Si veda la figura 3.6 per una migliore rappresentazione: data la direzione della coppia trasmessa T in figura, il dente di sinistra risulta in contatto con il suo lato sinistro inferiore (Figura 3.6.1) mentre il dente di destra è in contatto con il suo lato destro superiore (Figura 3.6.2).

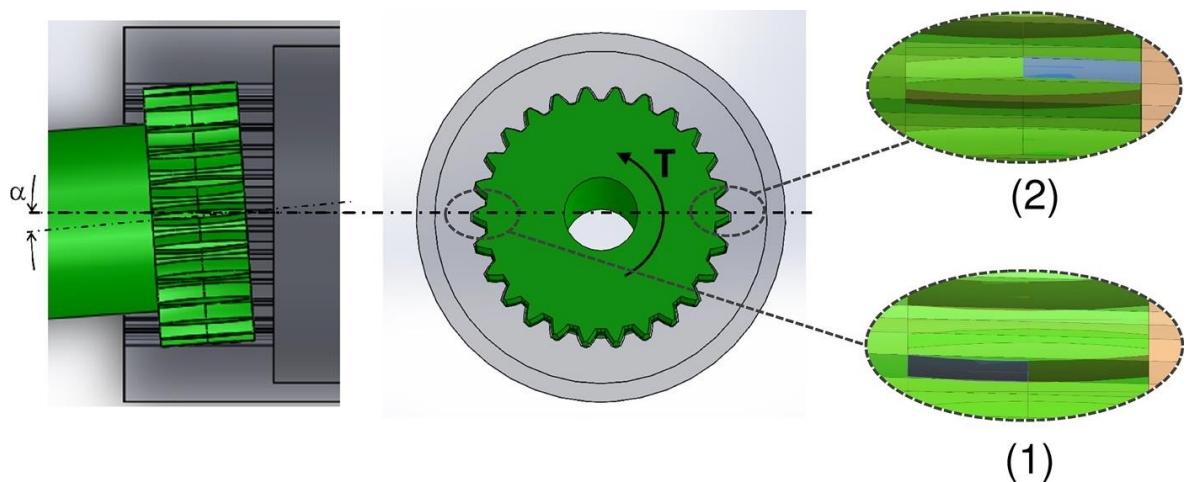


Figura 3.6: Condizioni di contatto di denti su assi disallineati

Considerando lo schema in figura 3.7, il punto di contatto dei denti è shiftato di una quantità “B”, ottenuta come:

$$B = C_r \sin(\alpha)$$

dove C_r è il raggio di bombatura.

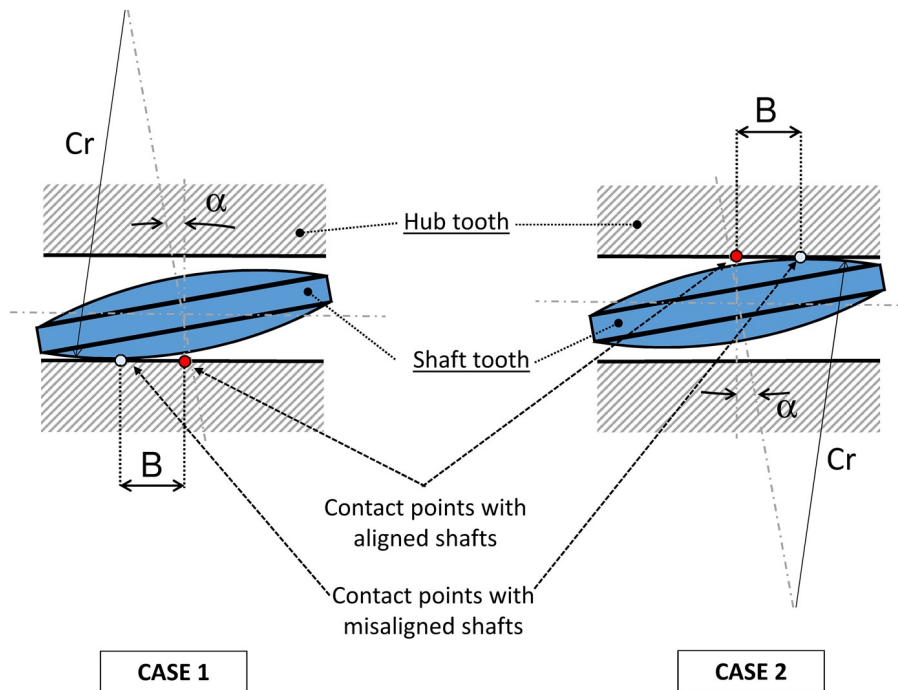


Figura 3.7: Schema di condizioni di accoppiamento per denti su assi disallineati

Si ricava anche per tale coppia di denti il momento M_2 causato dallo shift del punto di contatto:

$$M_2 = F_t * B = 2 * F_t * Cr * \sin(\alpha)$$

La forza di contatto F_t può essere calcolata assumendo che il carico sia uniformemente distribuito tra i denti a contatto (cosa non veritiera a causa della bombatura) come:

$$F_t = \frac{2 * T}{D_p * Z} = \frac{T}{m * Z^2}$$

dove T è la coppia trasmessa.

I momenti M_1 e M_2 visti in precedenza valgono per una coppia di denti; per ottenere il valore totale del *tilting moment* vanno considerati tutti i denti dello scanalato.

M_1 e M_2 rappresentano le due condizioni limite, tutte le altre coppie di denti avranno un valore di tilting moment $M_{1,i}$ e $M_{2,i}$ che dipendono dalla posizione del dente e contribuiranno al tilting moment totale:

$$M_{1,i} = M_1 \cos(\theta_i) = M_1 \cos\left(\frac{2\pi(i-1)}{Z}\right)$$

$$M_{2,i} = M_2 \sin(\theta_i) = M_2 \sin\left(\frac{2\pi(i-1)}{Z}\right)$$

Dove θ_i è la posizione angolare dell'i-esimo dente (Figura 3.8).

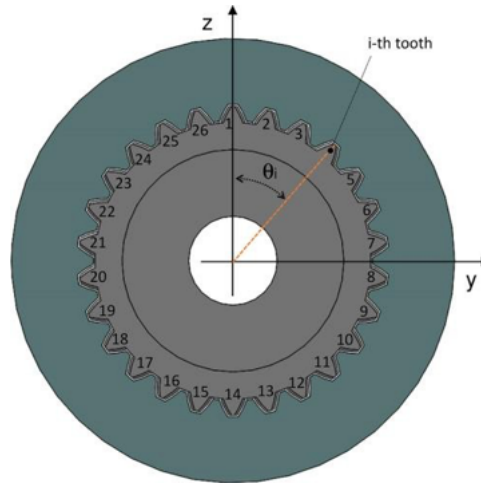


Figura 3.8: Posizione dei denti

Il momento totale si valuta allora come somma dei contributi di tutti i denti:

$$M_{1,TOT} = \sum_{i=1}^{i=Z} \left| M_1 \cos\left(\frac{2\pi(i-1)}{Z}\right) \right|$$

$$M_{2,TOT} = \sum_{i=1}^{i=Z} \left| M_2 \sin\left(\frac{2\pi(i-1)}{Z}\right) \right|$$

Questi due momenti di sbilanciamento risultano perpendicolari tra di loro (Figura 3.9); il tilting moment totale si valuta con la somma vettoriale di $M_{1,TOT}$ e $M_{2,TOT}$ ed avrà direzione compresa tra le due precedenti.

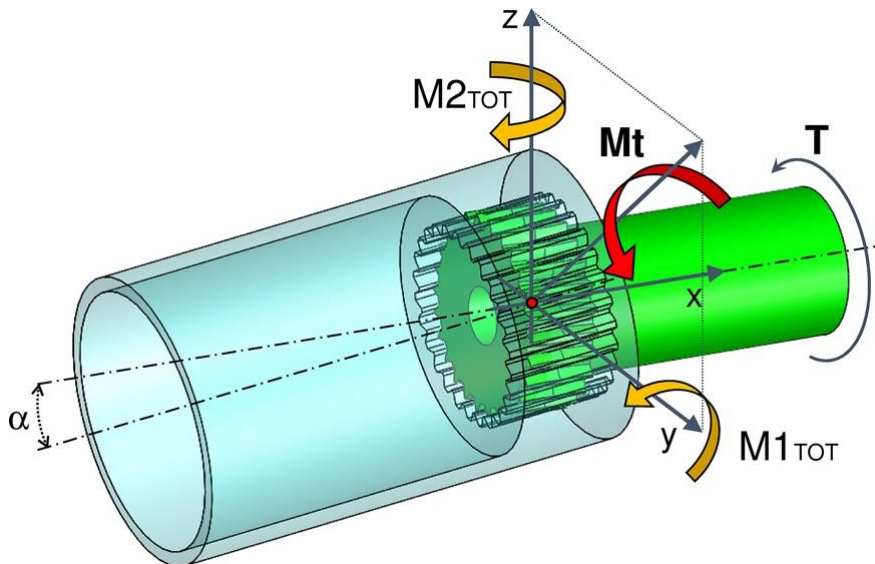


Figura 3.9: Le due componenti del *tilting moment*

Si ottiene infine il modulo del *tilting moment* totale M_t come:

$$M_t = \sqrt{M_{1,TOT}^2 + M_{2,TOT}^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{i=Z} \left| M_1 \cos\left(\frac{2\pi(i-1)}{Z}\right) \right| \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{i=Z} \left| M_2 \sin\left(\frac{2\pi(i-1)}{Z}\right) \right| \right)^2}$$

Si può utilizzare quest'ultima equazione per una prima stima del *tilting moment*; il problema principale di questo modello risiede nell'aver considerato lo stesso livello di carico per tutte le forme di contatto tra i denti, mentre negli accoppiamenti scanalati a denti bombati vi è sicuramente una distribuzione non uniforme. Infine, non viene considerata nel modello la deformazione dei denti.

3.3 Cause del *Friction Moment*

Si faccia riferimento alla figura 3.10: l'albero motore I trasmette una coppia T all'albero condotto II. Si assume un certo angolo di disallineamento tra lo scanalato e ciascuno shaft, separatamente.

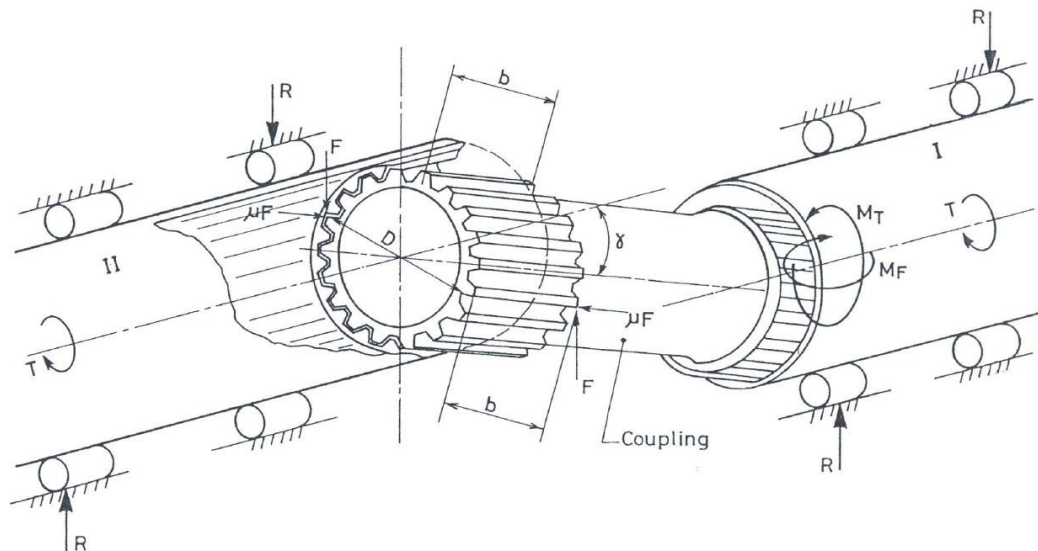


Figura 3.10: Accoppiamento scanalato disallineato: nomenclatura

Si considerano per semplicità denti ed alberi infinitamente rigidi, così che solo due denti diametralmente opposti trasmetteranno coppia per ogni valore di disallineamento. Su tali denti si sviluppano il carico normale trasmesso F e la rispettiva forza di attrito μF .

$$\text{Carico normale } F = \frac{T}{D \cos(\phi)}$$

$$\text{Carico d'attrito} = \mu F$$

dove T è la coppia trasmessa, D il diametro primitivo dello scanalato, ϕ l'angolo di pressione.

Come risultato di queste due forze si hanno i due momenti di disallineamento, il friction moment e il precedentemente citato tilting moment.

Elkholy e Alfares hanno dato una interpretazione analitica a questi momenti spuri.

$$\text{Friction moment } M_f = \mu F * D = \frac{\mu * T}{\cos(\phi)}$$

Tale relazione si può ricavare osservando la figura 3.11.

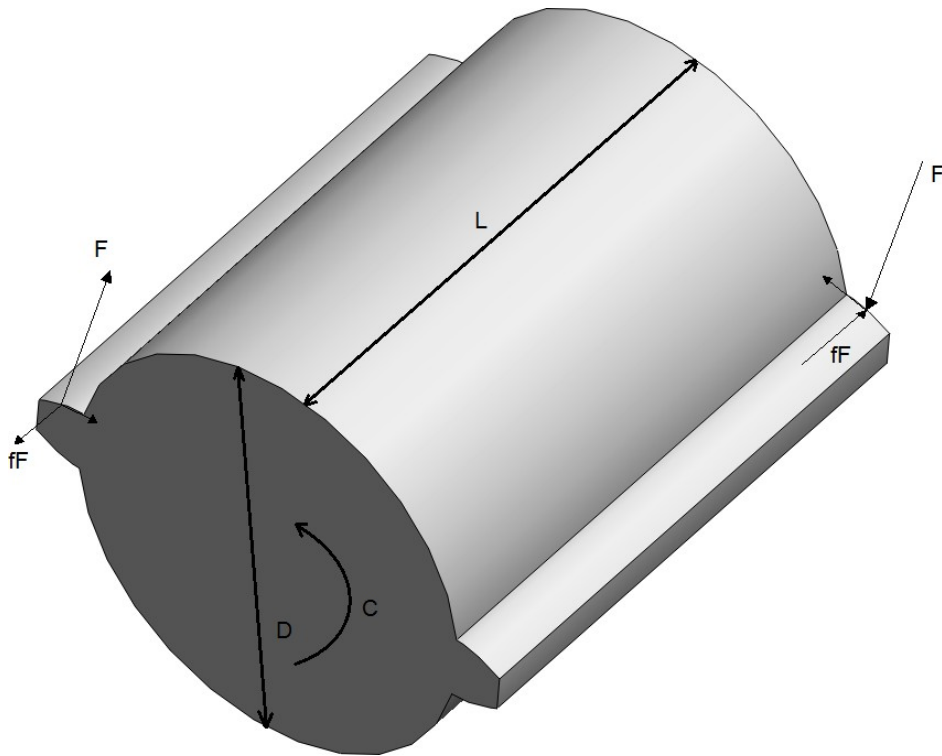


Figura 3.11: Modello di un albero soggetto a disallineamento angolare

La forza F risulta:

$$C = F * D * \cos(\phi) \text{ da cui } F = \frac{C}{D * \cos(\phi)}$$

Sempre tenendo a mente che grazie alla rigidità infinita i denti accoppiati risultano solo i due diametralmente opposti si ha:

$$M_f = 2 * \mu F * \frac{D}{2} = \frac{T}{D \cos(\phi)} * \mu D = \frac{\mu * T}{\cos(\phi)}$$

Risulta sicuramente di grande interesse studiare sperimentalmente e tramite l'ausilio di software di analisi come tali momenti cambiano applicando condizioni reali quali rigidità finita dei denti: è facile intuire infatti come la semplice deformazione plastica del profilo dei denti porterà a contatto più coppie, con conseguente variazione delle pressioni di contatto nonché dei due momenti spuri.

4 Pre-processing dei profili scanalati

La trattazione del seguente capitolo è volta a descrivere la realizzazione del modello numerico per l'analisi agli elementi finiti, operazione comunemente nota come pre-processing. La fase di pre-processing è stata articolata nel seguente modo:

- Importazione modello C.A.D.
- Pulizia della geometria
- Realizzazione mesh e controllo qualità
- Realizzazione dei contatti
- Definizione dei rigidi
- Definizione del materiale
- Definizione delle proprietà
- Assegnazione vincoli e carichi

4.1 Importazione modello C.A.D.

Il primo passo di questa fase consiste nell'importare in *Hypermesh* (ambiente pre-processing) l'assieme del modello che si intende studiare. Il software è in grado di comunicare attraverso molte interfacce di importazione-esportazione, dalle più generiche come IGES, STEP e Parasolid, a quelle caratteristiche dei singoli programmi di modellazione solida. La finestra di importazione si presenta come in figura 4.1.

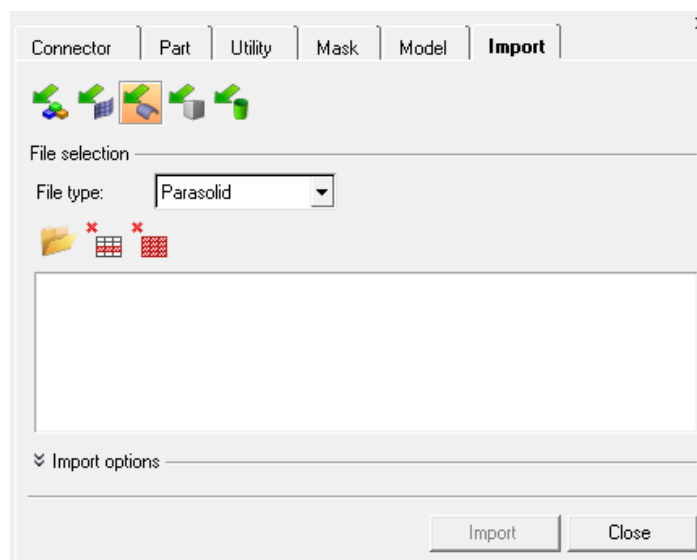


Figura 4.1: Schermata di importazione *Hypermesh*

All'interno della scheda "Import" è possibile scegliere cosa si vuole importare, infatti si distinguono diverse opzioni:

- *Import Model* consente di aprire il file di un modello precedentemente salvato nel formato di *Hypermesh*;
- *Import Solver Deck* consente di importare modelli mediante file di testo compilati dai solutori come ad esempio *Nastran*, *Optistruct*, e molti altri;
- *Import Geometry* permette di importare modelli C.A.D. provenienti dai software di progettazione;
- *Import Connectors* consente, invece, l'importazione di connettori, ovvero le rappresentazioni geometriche di connessioni tra diverse entità.

Si procede con l'importazione del file Step dell'accoppiamento scanalato: normalmente il software riconosce automaticamente tutti i componenti dell'assieme importato e li riorganizza nei diversi "component" del modello, in caso contrario l'organizzazione deve essere effettuata manualmente.

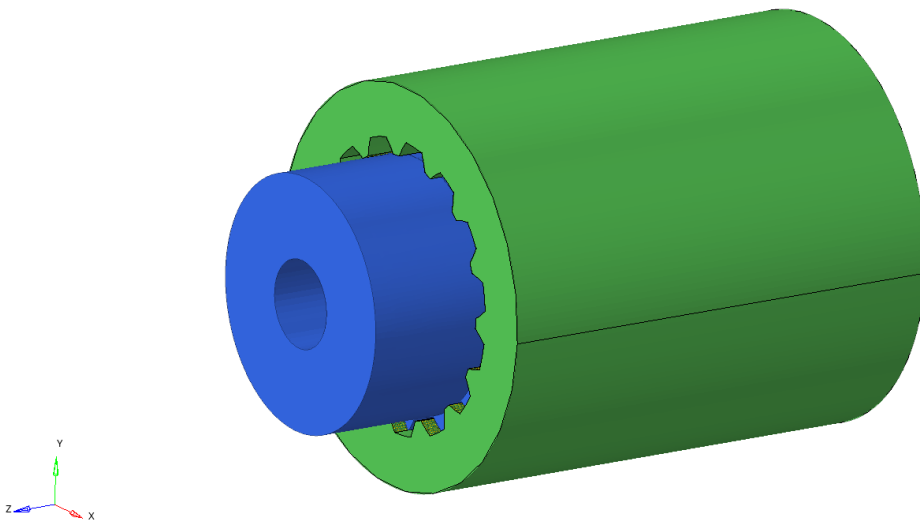


Figura 4.2: Geometria importata in *Hypermesh*

Risulta possibile notare anche come il software associa un determinato colore per ogni "component" che permette una facile visualizzazione all'interno del programma.

I profili studiati sono stati dimensionati seconda la normativa DIN 5480 a partire da i dati illustrati in Tabella 4.1:

Modulo	m	3 mm
Numero di denti	z	15
Angolo di Pressione	a	30°
Diametro di base	d_b	50 mm

Tabella 4.1: Dati di targa dello spline coupling

4.2 Pulizia della geometria

In seguito all'importazione e smistamento delle parti geometriche nei rispettivi "component", si passa all'immediata rimozione dei solidi; questi vengono eliminati e quello che resta sono le superfici esterne dei componenti, in quanto *Hypermesh* lavora attraverso le superfici e non geometrie solide.

Prima di poter effettuare la discretizzazione del continuo in elementi finiti, realizzare pertanto la mesh dell'accoppiamento completo, è necessaria la fase preliminare di pulizia della geometria. Per pulizia si intende eliminare superfici e linee superflue, che il software utilizza per la creazione del modello geometrico importato, oppure ricostruire e riparare superfici mancanti, danneggiate o scollegate (non continue); tutto ciò premesso è fondamentale per migliorare la qualità della mesh che si andrà a creare.

In questa fase, assume importanza il comando "quick edit" del software; con questo comando viene modificata la visualizzazione del componente, le cui linee potranno essere di colori diversi, ognuno dei quali rappresenta una particolare condizione.

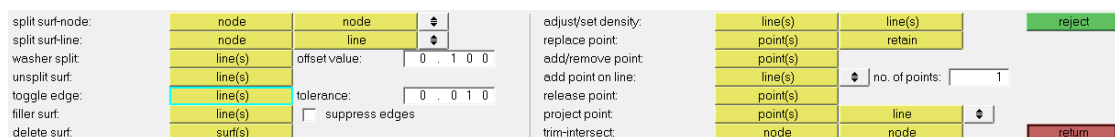


Figura 4.3: Pannello del comando "quick edit"

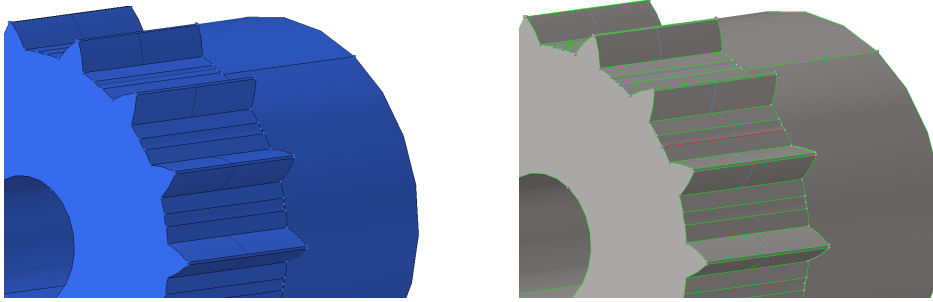


Figura 4.4: Visualizzazione componente normale e con comando “quick edit”

In figura 4.4 è possibile osservare le diverse rappresentazioni delle linee, suddivise in quattro tipologie, in sintesi:

- *Linea rossa*, rappresenta un “edge”, ovvero un bordo aperto e libero che divide due superfici, queste vengono difatti viste come scollegate nella realizzazione della mesh determinando assenza di continuità nodale in prossimità della linea;
- *Linea verde*, rappresenta un bordo che collega due superfici, creando in questo modo continuità tra superfici e nello specifico anche nella mesh;
- *Linea gialla*, rappresenta un bordo invece che collega tre superfici, questa configurazione prende il nome di “T-connection”;
- *Linea azzurra*, si comporta come una linea verde per quanto riguarda la continuità delle superfici, ma non viene considerata nelle operazioni di mesh.

In figura 4.5 viene illustrato un esempio che permette di capire la distinzione del comportamento delle tipologie di linee nel corso delle operazioni di mesh; si fa riferimento particolare al colore della linea, al numero di nodi calcolato nella generazione della mesh e alla discretizzazione ottenuta.

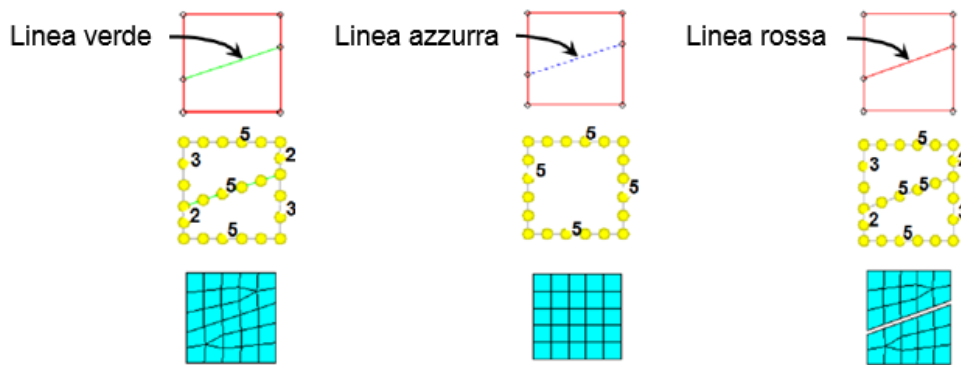


Figura 4.5: Tipologie di linee in *Hypermesh*

Come già anticipato una linea verde collega due superfici adiacenti in maniera efficace e, durante il processo di “meshatura”, permette che i nodi vengano posizionati su tale linea garantendo continuità nodale. La linea azzurra, invece, viene completamente ignorata durante la creazione della mesh e su tale linea non vengono posizionati nodi. È possibile notare, anche in figura 4.5, come a seconda del tipo di linea utilizzata la mesh cambi radicalmente.

Una linea può essere trasformata nelle diverse colorazioni attraverso il comando “toggle edge” presente nella finestra di lavoro “quick edit”; è importante conseguire un’accurata ispezione visiva al fine di eliminare tutte le linee rosse indesiderate, le quali comporterebbero errori fatali nella risoluzione numerica del modello.

4.3 Realizzazione mesh 2D

Al termine delle operazioni di pulizia della geometria, eliminate quindi le linee in eccesso e create le superfici mancanti, si è passati alla fase successiva di generazione della mesh del profilo. L’obiettivo è la realizzazione di una mesh bidimensionale, pertanto saranno discretizzate in elementi finiti principalmente le superfici del modello geometrico; come già anticipato, infatti, questo rappresenta il modus operandi di *Hypermesh*. Il processo di discretizzazione è stato attuato un componente alla volta in quanto identifica un’operazione importante per ottenere risultati di calcolo quanto più accurati; a tal proposito assume particolare rilievo la scelta degli elementi, la taglia (dimensione) e la regolarità. I parametri che devono essere impostati e necessariamente controllati per svolgere le operazioni

di “meshatura” bidimensionale di superfici si trovano nel pannello di lavoro “automesh” come mostrato in figura 4.6.



Figura 4.6: Pannello di lavoro “automesh”

Risulta necessario definire in dettaglio alcuni parametri essenziali per le proprietà degli elementi finiti, quali:

- *Element size*, rappresenta la taglia media degli elementi che si andranno a creare automaticamente, la quale deve necessariamente essere controllata ed impostata in funzione della dimensione e complessità del componente. Una mesh molto fitta permette, infatti, di approssimare correttamente la geometria e ottenere risultati accurati; di contro si hanno tempi di calcolo elevati, che per alcune tipologie di analisi potrebbe rappresentare un vincolo;
- *Mesh type*, rappresenta la tipologia dell’elemento (esempio “trias”, “quads” oppure “mixed”), la quale deve essere scelta con criterio a seconda dei casi;
- *Order*, rappresenta l’ordine degli elementi, strettamente legato alle funzioni di forma utilizzate nella teoria degli elementi finiti. A tal proposito è possibile utilizzare elementi lineari del primo ordine, a 3-4 nodi (a seconda se si utilizzano rispettivamente “trias” o “quads”), oppure elementi bilineari del second’ordine con numero di nodi superiore, 6-8 sempre per “trias” o “quads”. Gli elementi del secondo ordine garantiscono sicuramente risultati più accurati e permettono di essere più larghi sulla taglia media, ma il tempo di calcolo cresce in maniera esponenziale.

Dal pannello di comando “automesh” è possibile scegliere anche la tecnica di discretizzazione utilizzata dal software, le principali in campo strutturale sono: “size and bias”, “QI optimize” ed “edge deviation”.

Per conseguire le verifiche del presente lavoro, si è scelto il metodo “size and bias”, il quale permette di “meshare” una superficie e successivamente “remeshare” una mesh esistente; il metodo consente quindi di migliorare manualmente la qualità della discretizzazione nelle zone interessate.

Per quanto riguarda invece la taglia della mesh, è stata scelta una misura media degli elementi tale per cui l’errore di calcolo commesso non influisse sulla bontà dei risultati: come mostrato in Figura 4.7, l’errore che il solutore commette nella restituzione dei valori tende a diminuire se si tende ad infittire la mesh, andando però ad aumentare drasticamente i tempi di calcolo. Per questo il valore utilizzato per la costruzione degli elementi è stato di 1 millimetro.

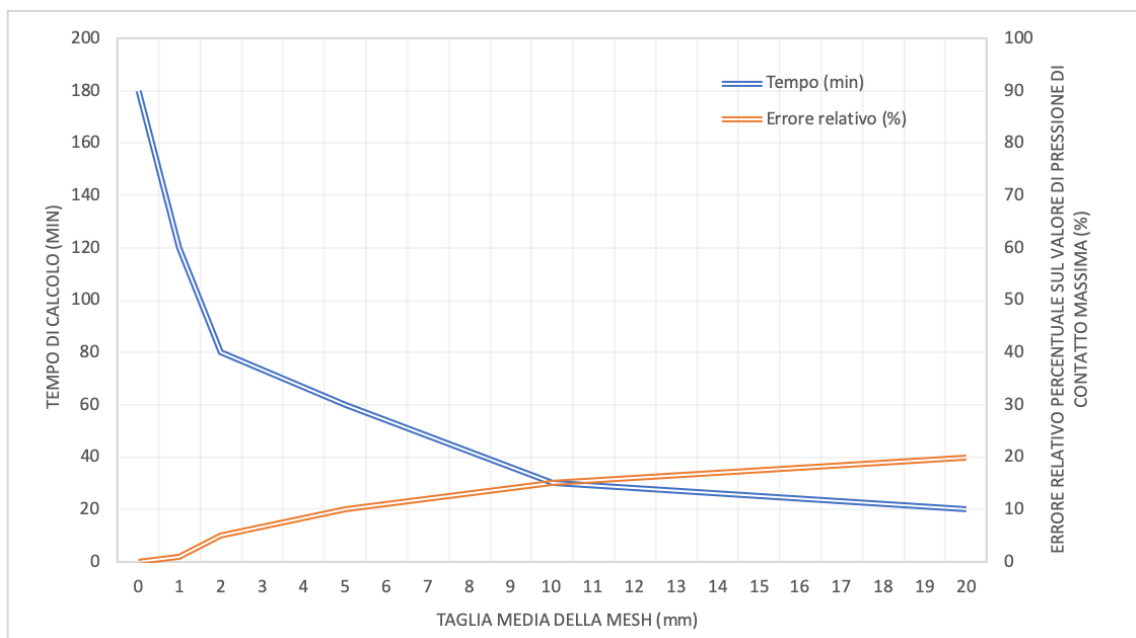


Figura 4.7: Effetto della taglia degli elementi sulla precisione e sui tempi di calcolo

Un’ulteriore aspetto che è stato preso in considerazione in questa sezione di pre-processing riguarda proprio il mesh type: infatti una delle parti su cui si è prestato maggiormente attenzione è il fianco del dente del profilo scanalato: le pressioni e la forza di contatto che si verificano durante l’accoppiamento dei profili interessa proprio questa zona della dentatura quindi è stato necessario fare in modo che le superfici dei fianchi delle dentature di albero e mozzo venissero meshate con elementi di tipo quads di taglia costante. Tramite questa operazione, illustrata in Figura 4.8, le superfici che entrano a contatto generano delle

distribuzioni più uniformi e accurate, consistenti con quanto ci si aspetta dalla teoria.

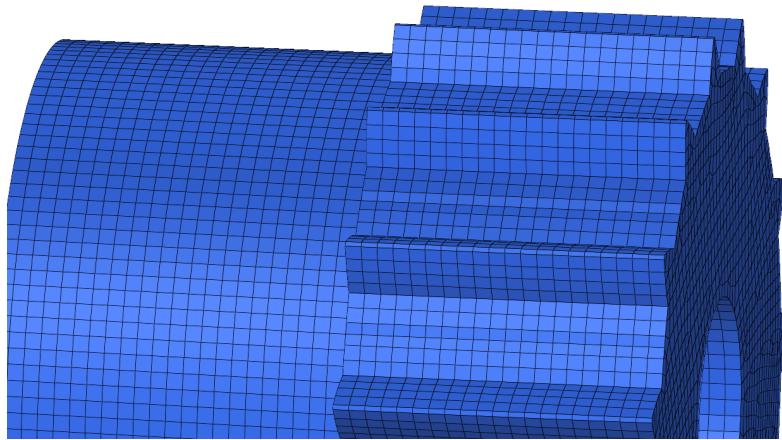


Figura 4.8: Mesh utilizzata per i fianchi della dentatura

Di seguito, in tabella vengono sinteticamente elencati i parametri scelti per la mesh, applicati per tutti i componenti modellati con elementi bidimensionali shell.

Elementi piani shell	
Taglia media elemento	1 mm
Tipologia elemento	Mixed (trias and quads)
Ordine elemento	Primo ordine

Tabella 4.2: Dati scelti per la meshatura di elementi shell

Gli elementi bidimensionali triangolari e quadrangolari (figura 4.8) utilizzati nella mesh che rappresentano la teoria dei gusci e piastre, si chiamano all'interno del software rispettivamente "CTRIA3" e "CQUAD4"; discretizzare attraverso elementi shell, rappresenta ad ogni modo una scelta in linea con lo standard dei principali modelli numerici per analisi agli elementi finiti.

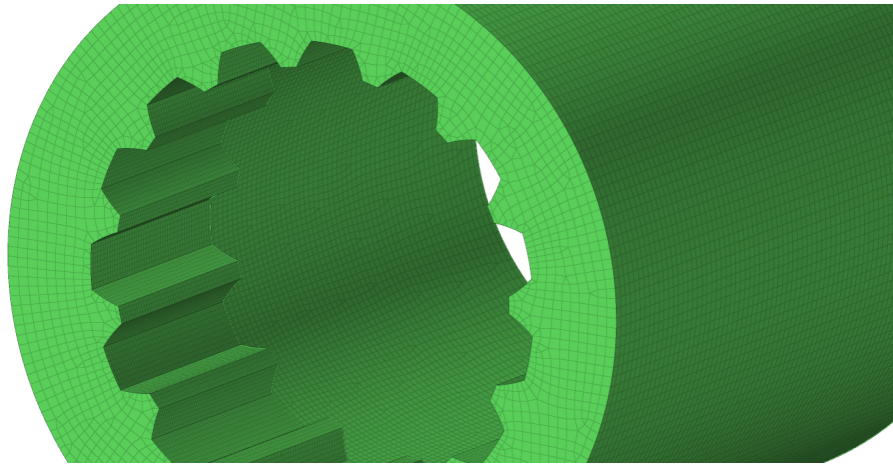


Figura 4.9: Mesh 2D “trias” e “quads” del mozzo

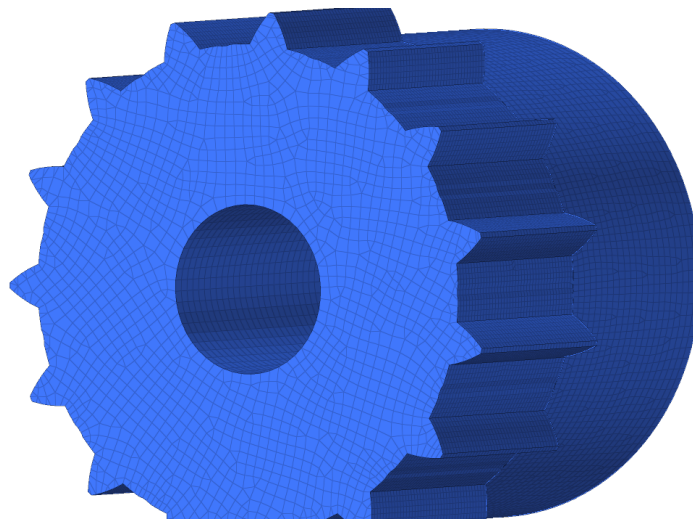


Figura 4.10: Mesh 2D “trias” e “quads” dell’albero

4.4 Realizzazione mesh 3D

La meshatura di un elemento solido parte dalla discretizzazione della superficie esterna, nello stesso modo in cui sono stati trattati i componenti a shell. Siccome per componenti di forma complessa non è possibile successivamente ottenere elementi brick (cubi a 8 o 20 nodi), si sceglie di partire direttamente da una mesh bidimensionale di tipo triangolare. Nel processo di meshatura tridimensionale gli elementi triangolari verranno utilizzati come base per creare gli elementi piramidali interni.

Terminata la discretizzazione della superficie esterna, si verifica attraverso il comande “edge”, posto all’interno del menù pages sotto la voce tool, che non ci siano bordi liberi, ovvero che la mesh 2D formi un volume chiuso. In quel caso,

comparirà la voce “No edge were found, selected elements may enclose a volume”.

A questo punto è possibile passare alla tetramesatura. In Figura 4.11 è riportata la schermata per la tetramesh, a cui si accede all’interno del menù page, alla voce “3D”.

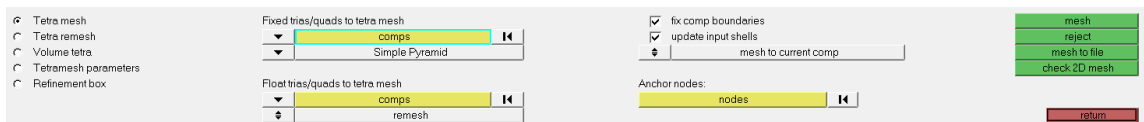


Figura 4.11: Schermata Tetramesh

All’interno occorre selezionare il componente in cui si vuole creare la mesh 3D, e il tipo di elementi che si vogliono utilizzare (simple pyramides o smooth pyramides). Nel caso in esame si utilizza il primo tipo, denominato TETRA4N. In Figura 4.12, mascherando parte del pezzo, si può apprezzare il risultato della tetramesatura.

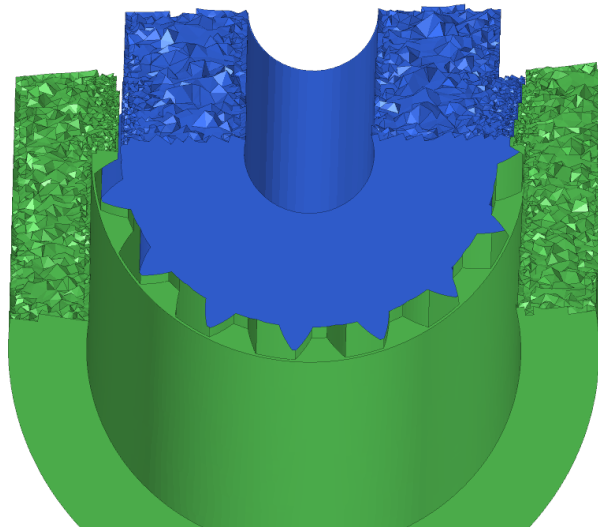


Figura 4.12: Tetramesh dell’accoppiamento scanalato

4.5 Controllo qualità mesh

In seguito al processo di mesh, è necessario controllare la qualità degli elementi realizzati, in particolare dovranno essere ispezionati gli elementi shell (“trias” e “quads”) piuttosto che gli elementi monodimensionali. *Hypermesh* possiede il pannello di lavoro “check elements” che permette di settare parametri limite di

referimento e verificare quanti e quali elementi non li rispettano. I valori dei parametri di mesh che devono essere verificati, possono essere stabiliti sia dall'azienda, in riferimento alle normative interne, che indicati dal cliente in base alle proprie esigenze; a tal proposito i limiti potrebbero variare di caso in caso. Il pannello dei check si presenta come segue:

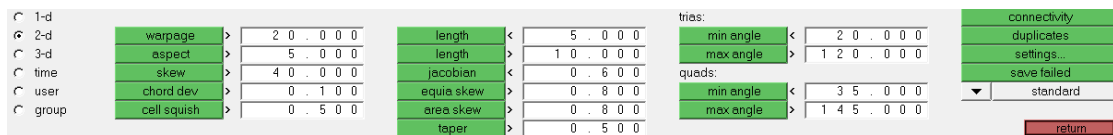


Figura 4.13: Pannello di lavoro “check elements” della mesh 2D

Si descrivono, in breve, i principali parametri da controllare per ottenere una corretta mesh strutturale:

- *Length*, permette di controllare lunghezza massima e minima degli elementi; l'estremo inferiore e superiore devono essere imposti considerando la taglia media stabilita. Gli elementi, infatti, dovrebbero avere quanto più una lunghezza prossima alla dimensione media, compresa nel range ammissibile che garantisce una buona qualità della mesh. Il controllo della lunghezza minima permette anche di verificare la presenza di elementi degeneri, i quali dovranno essere necessariamente eliminati.
- *Jacobian*, rappresenta uno dei parametri più importanti, che valuta la distorsione degli elementi. Lo jacobiano, infatti, può assumere valori che vanno da 0 a 1, in cui 1 identifica la forma perfetta, ovvero quella teorica di riferimento. Solitamente per i calcoli strutturali, si accettano valori di jacobiano superiori a 0,6. Gli elementi triangolari non rappresentano un rilevante problema, in quanto è più semplice avere un valore unitario, mentre in alcuni casi è necessario maggiore impegno per ottenere buoni valori con elementi quadrangolari. La matrice jacobiana relaziona le derivate nelle coordinate naturali a quelle nel dominio fisico. Quindi oltre un determinato limite critico di distorsione, la matrice di rigidità viene calcolata con scarsa precisione, oppure al limite diventa impossibile

stimarla, poiché la matrice jacobiana diventa singolare e quindi non invertibile.

- *Equia skew*, definisce la differenza tra l’angolo massimo e minimo nell’elemento ed è definito dalla seguente formula qui di seguito esposta.

$$Q_{EAS} = \max \left[\frac{\theta_{max} - \theta_E}{180^\circ - \theta_E}; \frac{\theta_E - \theta_{min}}{\theta_E} \right]$$

Dove θ_{max} è l’angolo massimo dell’elemento, θ_{min} l’angolo minimo, θ_E è l’angolo caratteristico che per elementi triangolari vale 60° mentre per quelli quadrangolari vale 90° . Di seguito si riportano, in tabella, i valori caratteristici di questo parametro.

Q_{EAS}	QUALITA’
$Q_{EAS} = 0$	Perfetta
$0 < Q_{EAS} \leq 0,25$	Eccellente
$0,25 < Q_{EAS} \leq 0,5$	Buona
$0,5 < Q_{EAS} \leq 0,75$	Sufficiente
$0,75 < Q_{EAS} \leq 0,9$	Scarsa
$0,9 < Q_{EAS} \leq 1$	Molto scarsa
$Q_{EAS} = 1$	Degenera

Tabella 4.3: Criterio di valutazione “equia skew”

- *Area skew*, definisce la deviazione di un elemento triangolare rispetto ad un elemento ottimale. Si crea un cerchio passante per i tre vertici del triangolo, tale cerchio identifica un elemento “tria” di forma ideale. Il calcolo avviene attraverso la formula riportata a seguire.

$$\frac{A_{IDEAL} - A_{ACTUAL}}{A_{IDEAL}}$$

Dove A_{IDEAL} è l’area del triangolo ideale mentre A_{ACTUAL} l’area del triangolo attuale, tale parametro indica la distorsione dell’area

dell'elemento triangolare. Valori prossimi a 0 indicano l'area reale del triangolo simile a quella ideale, mentre valori prossimi a 1 indicano una grande differenza tra l'area reale e quella ideale dell'elemento.

- *Min angle*, controlla il minimo angolo di un elemento piano.
- *Max angle*, controlla il massimo angolo di un elemento piano.
- *Warpage*, rappresenta la deformazione di un elemento, vengono difatti suddivisi gli elementi “quad” in due “tria” e si valuta l'angolo compreso tra i piani definiti dai “tria”; l'elemento “quad” viene poi suddiviso ulteriormente usando gli angoli opposti in modo da definire un secondo angolo. Il massimo tra i due angoli così trovati rappresenta la deformazione tipo “warpage”.
- *Aspect ratio*, indica il rapporto tra lato più lungo e più corto dell'elemento bidimensionale, il valore ottimale è ovviamente pari a 1.
- *Skew*, rappresenta la distorsione di un elemento, per i “tria” viene dapprima calcolato l'angolo minimo θ_{min} tra il vettore che unisce un nodo al punto medio del lato opposto e il vettore che unisce i punti medi dei due lati adiacenti al nodo (questo per ogni nodo). La distorsione tipo “skew” si valuta come $90^\circ - \theta_{min}$. Per i “quad” θ_{min} si calcola tra vettori che uniscono i punti medi dei lati opposti.

Nella presente lavoro, sono stati utilizzati i seguenti parametri di mesh, che sono tipicamente utilizzati per le analisi strutturali lineari statiche :

PARAMETRO MESH	VALORE LIMITE
Min lenght	0,5 mm
Max lenght	2 mm
Jacobian	0,6
Equia skew	0,8
Area skew	0,8
Warpage	20°
Aspect ratio	5
Skew	40°
Min angle “tria”	20°

Max angle “tria”	120°
Min angle “quad”	35°
Max angle “quad”	145°

Tabella 4.4: Parametri di mesh usati per il controllo qualità

Attraverso il pannello di lavoro “check elements” è possibile evidenziare gli elementi che possiedono determinati parametri al di fuori dei limiti massimi e minimi imposti. A tal proposito si modificano questi elementi, variandone la forma e le dimensioni, in modo che soddisfino il controllo della qualità mesh.

Si riportano, nelle tabelle successive, i risultati ottenuti dai check in seguito a tutte le operazioni manuali di miglioramento qualità del modello discretizzato.

Tipologia elementi	N° elementi
Triangolari	1094
Quadrangolari	265430
Totale	266524

Tabella 4.5: Elementi ottenuti per la mesh 2D

Check	N° elementi fuori check	% fallimento	Caso peggiore
Lenght < 0,5 mm	1256	0,47	0,3 mm
Lenght > 1,5 mm	24	0,01	2 mm
Jacobian < 0,6	0	0	0,65
Equia skew > 0,8	0	0	0,47
Area skew > 0,8	0	0	0,3
Warpage > 20°	0	0	6,3°
Aspect ratio > 5	0	0	2,3
Skew > 40°	0	0	34,5°
Angle “tria” < 20°	0	0	34,3°
Angle “tria” > 120°	0	0	95°
Angle “quad” < 35°	0	0	47,5°
Angle “quad” > 145°	0	0	132,6°

Tabella 4.6: Risultati del controllo qualità della mesh 2D

Dai risultati riportati in tabella, si nota come gli unici check falliti risiedono nelle lunghezze, in particolare quella minima. Ad ogni modo, le analisi strutturali pertinenti per presente lavoro, non richiedono calcoli precisi nelle zone dove questi elementi tendono a uscire fuori dal range adottato. Tutto ciò premesso, consente di accettare la percentuale di fallimento, comunque molto bassa, relativa alla lunghezza degli elementi; inoltre analizzando in dettaglio la mesh nelle suddette zone, si nota come gli elementi sono stati creati con forma regolare e con distorsione quasi assente (elevati valori di jacobiano), pertanto ammissibili. Il risultato finale di mesh viene mostrato in figura 4.11, la quale si presenta decisamente regolare e quindi idonea per conseguire le analisi strutturali pertinenti per il presente lavoro di tesi.

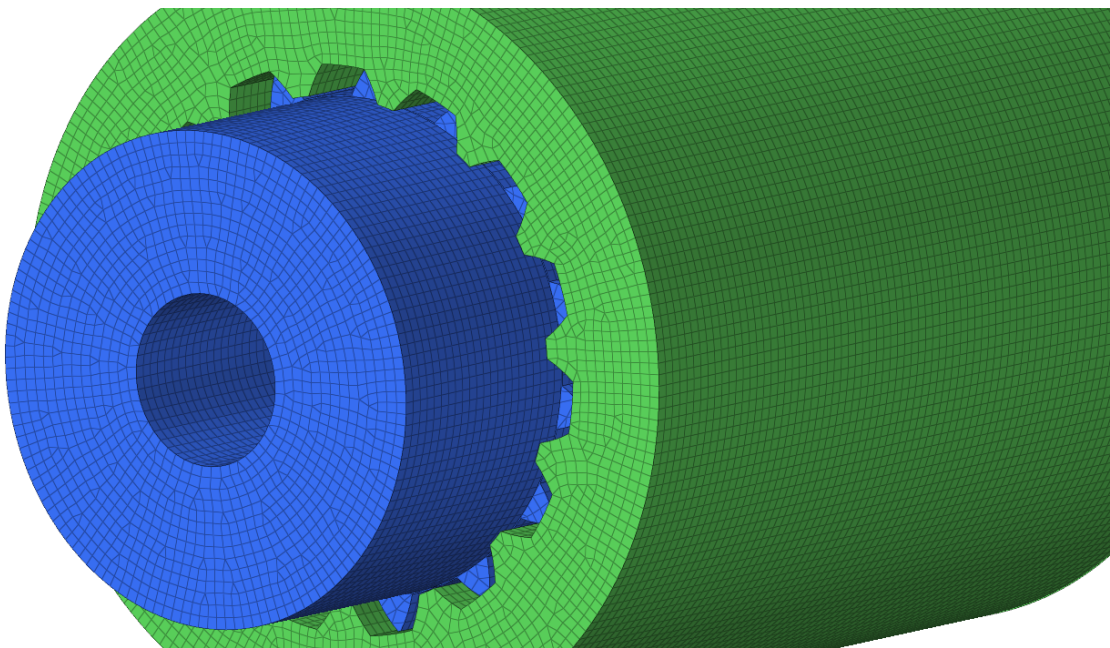


Figura 4.14: Mesh 2D completa dell'accoppiamento

4.6 Realizzazione dei contatti

Definita la mesh del complesso strutturale che, come trattato in precedenza, è composta da elementi monodimensionali e bidimensionali, è necessario definire i componenti che saranno a contatto tra loro e che possano rappresentare un collegamento meccanico, una connessione rigida da simulare attraverso saldature, oppure avere parti sottoposte a sfregamento e quindi ad attrito

coulombiano. A tal proposito, il passo successivo della fase di pre-processing consiste nella realizzazione dei contatti, in *Hypermesh-Optistruct* si distinguono le seguenti tipologie:

- *Slide*, rappresenta la condizione di scorrimento tra due superfici a contatto, dove tutti i nodi di una superficie vengono bloccati quando entrano in contatto con la seconda superficie; tuttavia le superfici possono ancora scorrere reciprocamente con moto relativo, qualora venissero applicate forze laterali in grado di innescare lo scorrimento. Sarà altresì permesso alle superfici di perdere la condizione di contatto qualora le condizioni di carico dovessero cambiare.
- *Stick*, rappresenta la condizione forzata di incollaggio tra due superfici di contatto, dove tutti i nodi di una superficie vengono bloccati quando entrano in contatto con la seconda superficie e tali superfici non saranno più riaperte, neanche dovessero cambiare le condizioni di carico. È come se ci fosse una colla depositata sopra che, una volta in contatto, rende le due superfici inseparabili; pertanto non entreranno mai nella fase di scorrimento. Ad ogni modo, questa tipologia di contatto può essere applicata solo per contatti chiusi del modello.
- *Freeze*, rappresenta la condizione in cui la distanza tra due superfici resta fissa durante l'analisi strutturale, non viene innescato infatti nessun moto relativo tra le due superfici di contatto. Si distinguono, in linea generale, due classi di contatto, aperto oppure chiuso, tuttavia il “freeze” permette in ogni caso di stabilire una condizione statica di fissaggio tra due componenti. Viene difatti utilizzato per effettuare le analisi strutturali esclusivamente lineari, così da trascurare le non linearità dei contatti e ottenere risultati comunque attendibili.
- *Static friction coefficient*, rappresenta l'attrito coulombiano in cui è possibile stabilire il coefficiente d'attrito tra due superfici, che può rappresentare sia quello statico che dinamico a seconda della tipologia di calcolo.

Il software (*Optistruct*) prende in considerazione le due entità fondamentali di tipo “slave” e “master”, le quali sono definite in maniera opportuna dall'utente.

L'entità "slave" è caratterizzata sempre da un insieme di nodi, i quali possono essere scelti singolarmente, appartenere ad una superficie di contatto oppure ad un insieme di elementi (shell o solid) che rappresentano la zona di contatto. L'entità "master", invece, è sempre definita da una superficie di contatto, oppure dall'insieme degli elementi situati nella zona del contatto che si intende rappresentare. L'interfaccia del contatto viene a questo punto costruita ricercando per ogni nodo "slave" l'elemento piano appartenente alla superficie "master" che contiene la proiezione normale dello "slave" e che rientra nel raggio massimo dal nodo "slave", all'interno del quale viene riconosciuto il contatto o meno (parametro "srchdis"). Qualora non venisse individuato nessun segmento "master" attraverso la proiezione normale si passa al nodo più vicino, a patto che la direzione da "slave" a "master" rientri in un range di 30° rispetto al segmento "master". Trovato il possibile segmento "master", il contatto con l'elemento viene realizzato (figura 4.12), mentre l'interfaccia software si presenta come in figura 4.13.

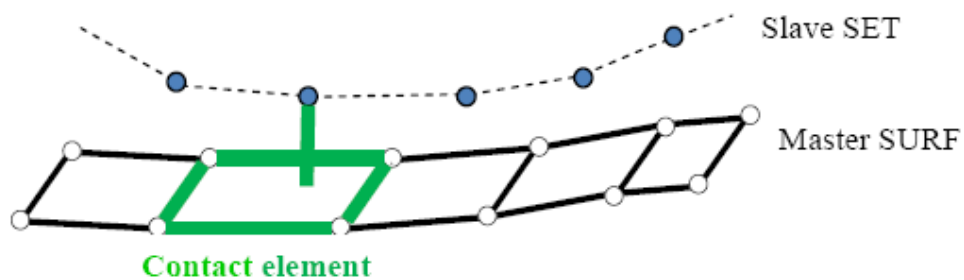


Figura 4.15: Realizzazione dei contatti in *Optistruct*

Name	Value
Solver Keyword	CONTACT
Name	CONTATTO
ID	1
Color	
Include File	[Master Model]
Card Image	CONTACT
User Comments	Hide In Menu/Export
<input checked="" type="checkbox"/> Property Option	Property Type
TYPE	SLIDE Tipologia
SSID	<Unspecified> → Set slave
MSID	<Unspecified> → Set master
MORIENT	
SRCHDIS	
<input checked="" type="checkbox"/> Adjust Option	String Value
ADJUST	
DISCRET	

Figura 4.16: Interfaccia *Optistruct* per realizzare i contatti

Nel presente lavoro è necessario simulare in maniera dettagliata il contatto che si innesca tra le dentature dei due profili a contatto, pertanto si è scelto di modellare il contatto attraverso lo '*Static friction coefficient*': infatti mediante l'introduzione di un coefficiente di attrito statico posto arbitrariamente è stato possibile effettuare lo studio del fenomeno anche in ambito non lineare.

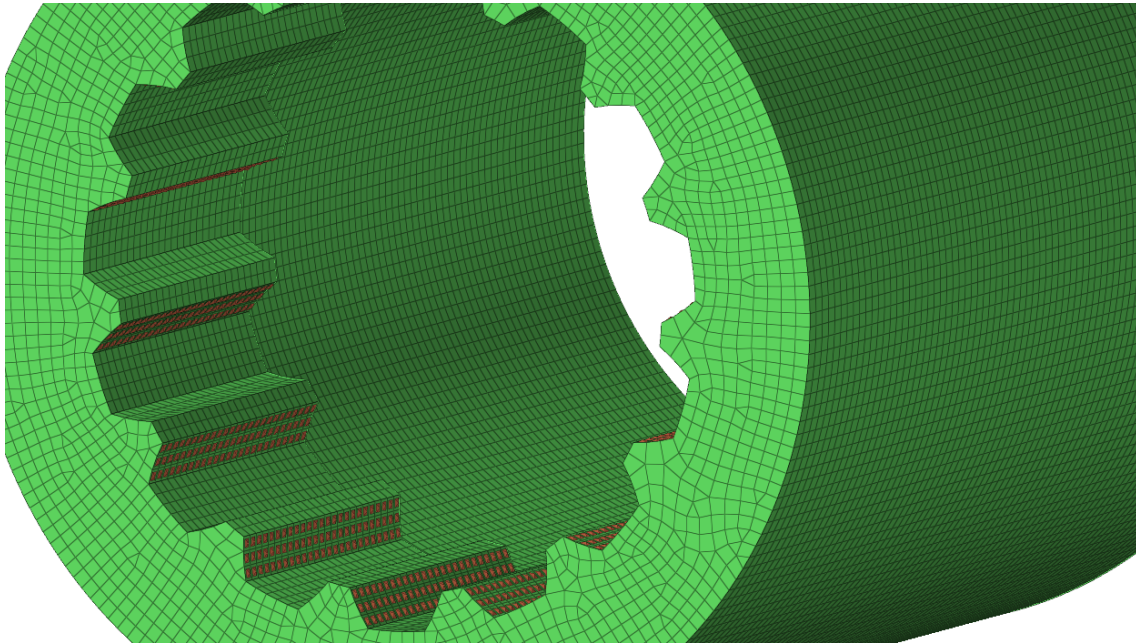


Figura 4.17: Superfici di contatto del mozzo

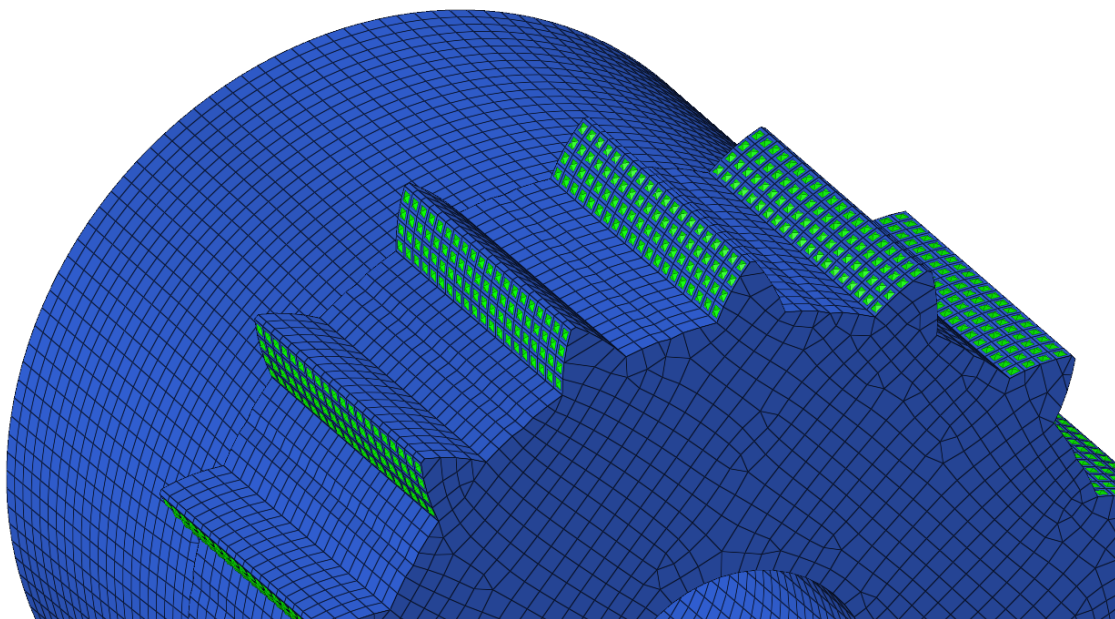


Figura 4.18: Superfici di contatto dell'albero

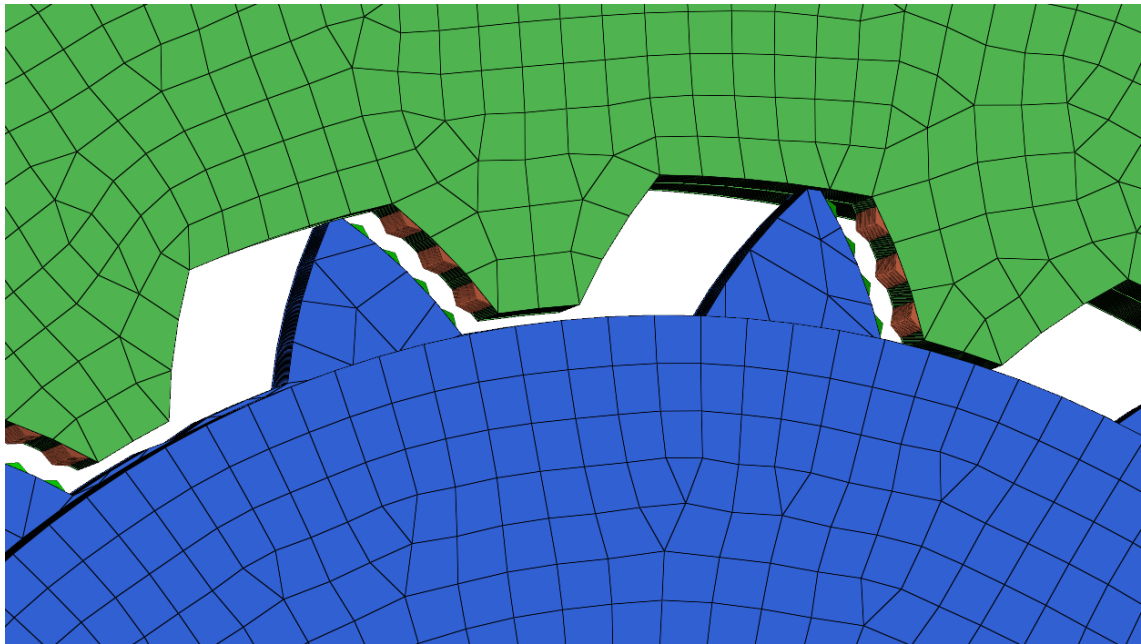


Figura 4.19: Esempio di applicazione contatti di tipo “friction”

4.7 Definizione dei rigidi

Al fine di identificare una zona strutturale di vincolo o carico che viene ridistribuita su più nodi si introducono nel modello numerico i “rigids”, ovvero elementi che permettono di realizzare le connessioni tra due componenti, in sostituzione ai cordoni di saldatura. I “rigids” sono elementi monodimensionali infinitamente rigidi che hanno la caratteristica di connettere un nodo principale, detto “master”, ad uno o più nodi secondari, detti “slave”; pertanto i gradi di libertà dei nodi “slave” di traslazione, rotazione o soltanto alcuni tra questi (esempio giunti), dipendono dal nodo principale “master”. Risulta semplice in questo modo creare un legame tra più nodi e applicare condizioni cinematiche, quali vincolo e carico, al solo nodo “master” che ridistribuisce ai nodi di tipo “slave” le condizioni imposte per il “master”. I rigidi vengono creati attraverso il pannello di lavoro di *Hypermesh* mostrato nella figura a seguire.

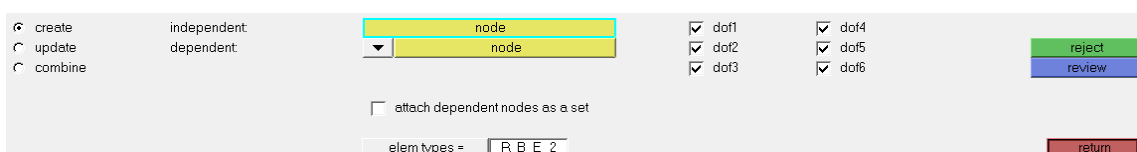


Figura 4.20: Pannello di lavoro “rigids”

Gli elementi rigidi si dividono in “rbe2” e “rbe3”, i primi sono caratterizzati da un nodo indipendente e da più nodi dipendenti che sono vincolati a muoversi come il nodo indipendente secondo i gradi di libertà assegnati; mentre gli “rbe3” sono caratterizzati da molti nodi indipendenti e da un nodo dipendente. Il nodo dipendente è vincolato a muoversi in un modo che rappresenta una media dei movimenti degli indipendenti, si definisce la media solo per rendere facilmente l’idea, in quanto sarebbe più complicato; fondamentale è il fattore distanza, difatti i nodi più vicini hanno influenza e partecipazione maggiore rispetto a quelli più lontani. Tutto ciò premesso permette di stabilire che, in ogni caso, gli “rbe2” vengono impiegati per connessioni e applicazioni di vincoli, mentre gli “rbe3” per distribuire ad esempio una forza dal nodo dipendente a quelli indipendenti. Nella pratica, i rigidi sono stati utilizzati per simulare in maniera opportuna le condizioni di vincolo e di carico della struttura.

Il nodo “master” viene posizionato nel centro della parte cava posta nelle estremità dei due profili, mentre gli “slave” sono i nodi che descrivono la superficie relativa a quella sezione del componente. I nodi delle due superfici saranno obbligati a muoversi insieme al nodo centrale corrispondente, simulando il comportamento rigido del collegamento. Risulta opportuno precisare usando gli “rbe2” di fatto la sezione vincolata non si può ovalizzare (ovvero deformarsi) mentre applicando gli “rbe3” invece può ovalizzarsi anche se il nodo centrale non è soggetto a spostamenti. A tal proposito il modello è stato dotato di due spider di rbe2 come mostrato in Figura 4.17-4.18.

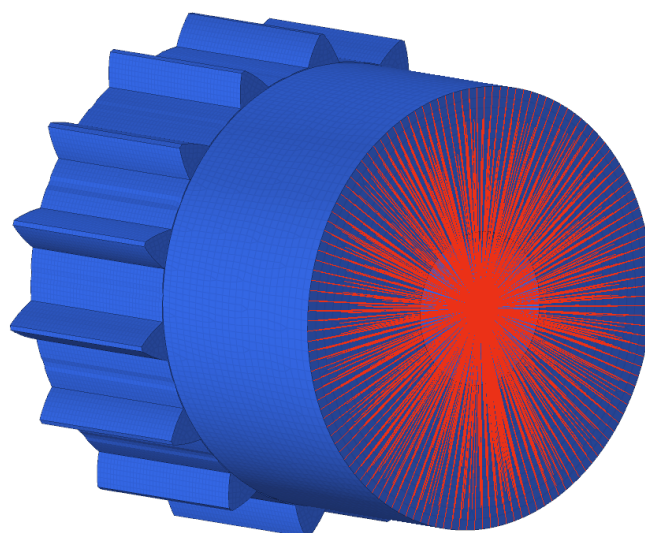


Figura 4.21: Utilizzo di "rbe2" per modellazione dell'albero

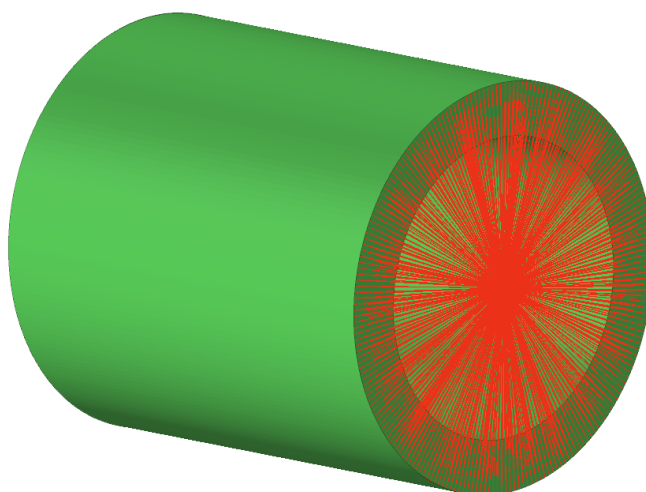


Figura 4.22: Utilizzo di "rbe2" per modellazione del mozzo

4.8 Definizione delle proprietà

Le proprietà sono usate per definire le caratteristiche relative agli elementi finiti (1D, 2D, 3D) che compongono il modello numerico. Il software deve sapere se un "component" è formato da elementi solid, shell o beam, e se questi identificano un materiale isotropo, ortotropo oppure a strati. Il materiale viene dapprima definito singolarmente con tutti i parametri necessari del caso, in seguito deve essere inserito nella sezione della proprietà. I parametri del materiale che è stato inserito nel software vengono riportati in sintesi nella successiva tabella.

MATERIALE	E [MPa]	ν	ρ [t/mm^3]
Acciaio	210000	0,3	$7,85 * 10^{-9}$

Tabella 4.7: Caratteristiche meccaniche del materiale

Grazie alla proprietà è possibile definire tutte le informazioni necessarie a caratterizzare un componente della struttura, compreso il suo materiale; a tal proposito è possibile assegnare una sola proprietà per ogni “component”. Le proprietà principalmente utilizzate in *Optistruct* sono:

- PSOLID, definisce le proprietà degli elementi solidi, che possono essere per esempio tetraedrici oppure cubici;
- PSHELL, definisce le proprietà di regioni con elementi piani shell, che modellano le strutture in cui una dimensione (lo spessore) è significativamente più piccola rispetto alle altre due, mentre le sollecitazioni interne (stress) sono trascurabili nella direzione dello spessore;
- PBEAM, permette di modellare strutture monodimensionali quali beam, che trasmettono carichi assiali, torsionali e flessionali.

Nell'accoppiamento studiato le uniche proprietà realizzate sono di tipo PSOLID in quanto risultano le sole utili al calcolo della variazione degli stress all'interno della struttura in maniera dettagliata

4.9 Assegnazione vincoli e carichi

Il modello a questo punto è praticamente ultimato, pronto per essere utilizzato per effettuare le analisi strutturali; resta difatti l'applicazione di vincoli e carichi alla struttura ormai discretizzata in elementi finiti, e completa di tutte le informazioni necessarie per il solutore numerico. Il presente elaborato contiene diverse tipologie di calcolo, per le quali le condizioni di vincolo e di carico sono diverse; a tal proposito in questo paragrafo sarà brevemente descritto come impostare vincoli e carichi nel modello numerico. Vengono utilizzati i due pannelli di lavoro di Hypermesh che sono “constraints” e “moments” mostrati

nelle rispettive figure 4.27 e 4.28, i quali permettono di applicare vincoli ed eventualmente momenti su nodi, superfici oppure linee, nello specifico si utilizzano i nodi.



Figura 4.23: Pannello di lavoro “constraints”



Figura 4.24: Pannello di lavoro “moments”

In linea generale è possibile distinguere le analisi a “spostamento imposto” da quelle a “forza imposta”. Nella prima la struttura viene vincolata e si applica uno spostamento imposto in determinati nodi; questo evidentemente crea uno stato tensionale interno che andrà successivamente analizzato. Per imporre lo spostamento ad un nodo è sufficiente impostare un valore diverso da zero all’interno delle caselle corrispondenti ai diversi gradi di libertà, utilizzando il pannello “constraints”. Solitamente, come per il presente lavoro, le analisi vengono eseguite con il secondo metodo, ovvero vincolando la struttura in determinati punti e applicando dei carichi esterni in altri, attraverso il pannello “moments”. In particolar modo, come mostrato nelle figure 4.25-4.26, per l’analisi dell’accoppiamento scanalato è stato imposto un vincolo nel centro dello spider dell’albero(4.25) in modo da bloccare tutti i suoi gradi di libertà, e un vincolo nel centro dello spider del mozzo(4.26) che lasciasse libero unicamente il DOF relativo alla rotazione lungo l’asse di rotazione, asse lungo il quale è stato applicato il momento torcente.

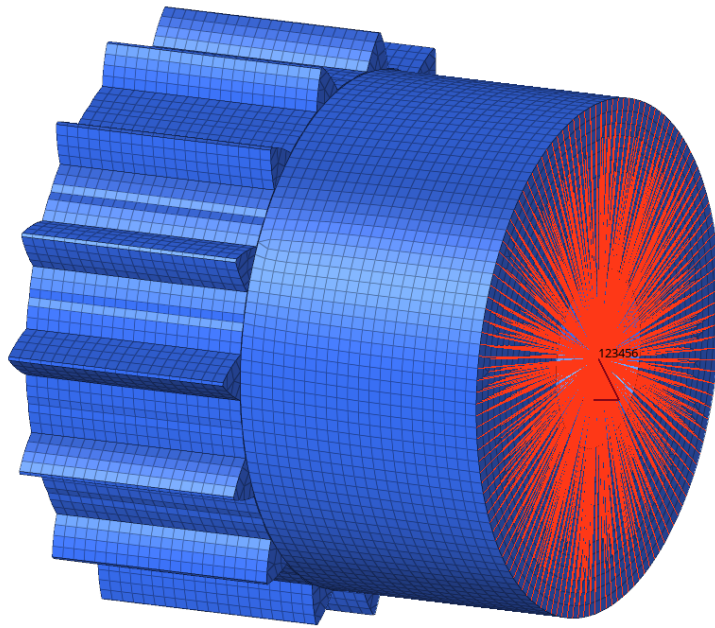


Figura 4.25: Applicazione vincolo su albero

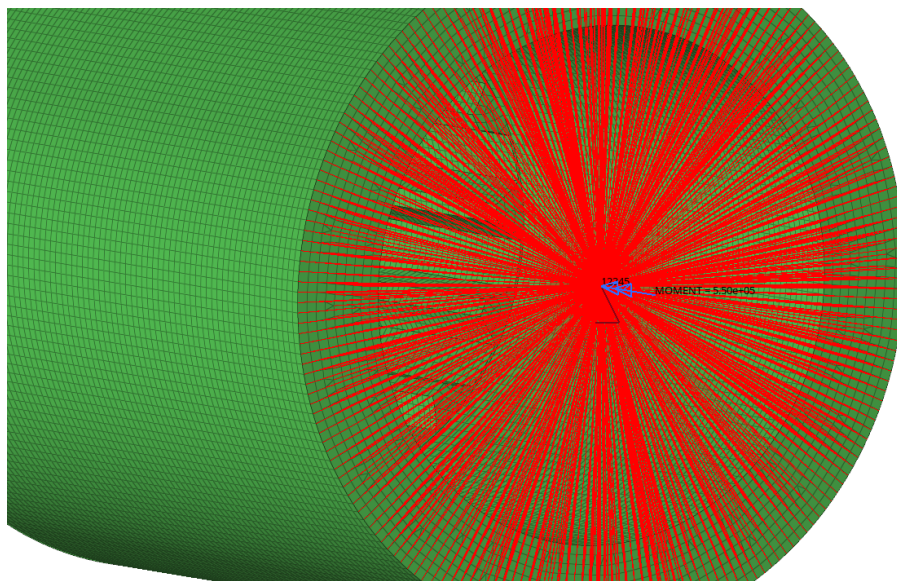


Figura 4.26: Applicazione vincolo e carico sul mozzo

5 Tipologie di analisi e risultati di calcolo

Nel seguente capitolo saranno descritte, in dettaglio, le analisi strutturali statiche non lineari svolte, con un cenno introduttivo sul loro funzionamento per la formulazione agli elementi finiti e una spiegazione della ragione per cui sia stata adottata la seguente tipologia di analisi, e di seguito discussi i risultati ottenuti con l'ausilio del solutore *Optistruct*.

La gran parte dei dimensionamenti strutturali vengono ricondotti a calcoli di tipo statico, ovvero verifiche della condizione di equilibrio stazionario tra i carichi esterni e lo stato di deformazione del sistema in esame. L'analisi statica lineare rappresenta il primo gradino nella scala di complessità di una attività di calcolo agli elementi finiti ed è un valido strumento di validazione preliminare. Spesso però accade che per comprendere a fondo il comportamento di un sistema meccanico e riuscire a coglierne le modalità di collasso, sia necessario tenere in conto di fenomeni che richiedono l'abbandono dell'ipotesi di linearità. Il calcolo FEM non lineare, pur essendo una disciplina che richiede maggiori attenzioni nella preparazione del modello, si dimostra una strada sempre più necessaria per portare al massimo grado di accuratezza la prototipazione virtuale.

La meccanica del contatto con attrito è lo studio della deformazione dei solidi che si toccano in uno o più punti. Le forze che nascono dall'interazione possono essere scomposte in componenti normali all'interfaccia (che possono essere di compressione o di adesione) e in componenti tangenziali (dovute all'attrito o all'adesione).

La prima proprietà del contatto è quella di essere una relazione unilatera tra i corpi. Con questo termine si indica il fatto che il contatto non lavora alla medesima maniera in tutte le direzioni. In particolare, quando le forze applicate spingono le parti l'una contro l'altra, nascono delle forze di compressione dovute al fatto che i corpi elastici impediscono la compenetrazione. Se però invertiamo la direzione delle forze applicate, i due corpi possono distaccarsi liberamente e non nascono forze di trazione sulla superficie. Il fatto che invertendo il segno della forza viene a mancare la proporzionalità tra carico e deformazione, determina l'etichetta di fenomeno non lineare che è stata applicata al contatto.

Il secondo concetto intimamente legato al contatto è quello dell'attrito radente, ovvero la presenza di forze tangenziali proporzionali alle forze di compressione normali alla superficie, che si oppongono al moto relativo dei corpi nel piano di contatto. Anche questo fenomeno introduce delle non linearità nel sistema.

Per fare le cose al meglio, la modellazione FEM dovrebbe tenere di conto di entrambi questi fenomeni: per tale ragione si è fatto ricorso a una modellazione non lineare del contatto grazie all'innovazione del solutore FEM che ha implementato la formulazione delle superfici di contatto e dell'esecuzione di una procedura di calcolo non-lineare.

Name	Value
Solver Keyword	SUBCASE
Name	loadstep1
ID	1
Include	[Master Model]
User Comments	Hide In Menu/Export
Subcase Definition	
Analysis type	Non-linear static
SPC	(1) SPC
LOAD	(2) COPPIA
NLPARM	(3) NLPARM
NLPARM(LGDISP)	<Unspecified>
SUPPORT1	<Unspecified>
DEFORM	<Unspecified>
PRETENSION	<Unspecified>
MPC	<Unspecified>
STATSUB (PRETENS)	<Unspecified>
NLADAPT	<Unspecified>
NLOUT	(4) NLOUT
CNTSTB	<Unspecified>
DLOAD	<Unspecified>
MOTNIG	<Unspecified>
LOADJG	<Unspecified>
VISCO	<Unspecified>
SUBCASE OPTIONS	
LABEL	<input type="checkbox"/>
SUBTITLE	<input type="checkbox"/>
ANALYSIS	<input checked="" type="checkbox"/>
TYPE	NLSTAT
CNTNLSUB	<input type="checkbox"/>
EIGVRETRIEVE	<input type="checkbox"/>
EIGVSAVE	<input type="checkbox"/>
ENDLOAD	<input type="checkbox"/>
FLLWER	<input type="checkbox"/>
MODCHG	<input type="checkbox"/>

Figura 5.1: Schermata definizione tipologia di analisi

Le prove svolte sull'accoppiamento scanalato si sono incentrate sulla verifica di come la condizione di disallineamento rispetto all'asse di rotazione influisca sui valori di pressione e forza di contatto, sullo spostamento e la distribuzione dell'orma di contatto lungo la dentatura del profilo, con conseguente incidenza sulla nascita dei momenti spuri dei quali si è provato a dare una stima numerica in questa sezione. A tal proposito le prove che sono state svolte sono le seguenti:

- Albero e mozzo allineati con coppia pari a 550 Nm
- Albero e mozzo disallineati di $0,1^\circ$ con coppia pari a 550 Nm

- Albero e mozzo disallineati di $0,2^\circ$ con coppia pari a 550 Nm
- Albero e mozzo disallineati di $0,3^\circ$ con coppia pari a 550 Nm
- Albero e mozzo allineati con coppia pari a 200 Nm
- Albero e mozzo disallineati di $0,1^\circ$ con coppia pari a 200 Nm
- Albero e mozzo disallineati di $0,2^\circ$ con coppia pari a 200 Nm
- Albero e mozzo allineati con coppia pari a 750 Nm
- Albero e mozzo disallineati di $0,1^\circ$ con coppia pari a 750 Nm
- Albero e mozzo disallineati di $0,2^\circ$ con coppia pari a 750 Nm
- Albero e mozzo disallineati di $0,3^\circ$ con coppia pari a 750 Nm

Per ciascun dente del profilo scanalato verrà mostrata la distribuzione di pressione e della sua orma di contatto attraverso il procedimento mostrato in figura 5.1: il lato sinistro di ciascun rettangolo indica la parte del dente corrispondente al diametro di troncatura interno del profilo scanalato mentre la parte destra fa riferimento al diametro di troncatura esterno; la posizione assiale si muove lungo l'altezza del rettangolo facendo corrispondere al bordo superiore la posizione frontale dell'albero. Le zone in cui si ha una densità di colore prevalentemente di colore blu sono quelle in cui non si è verificato il contatto quindi è zero il corrispettivo valore di pressione.

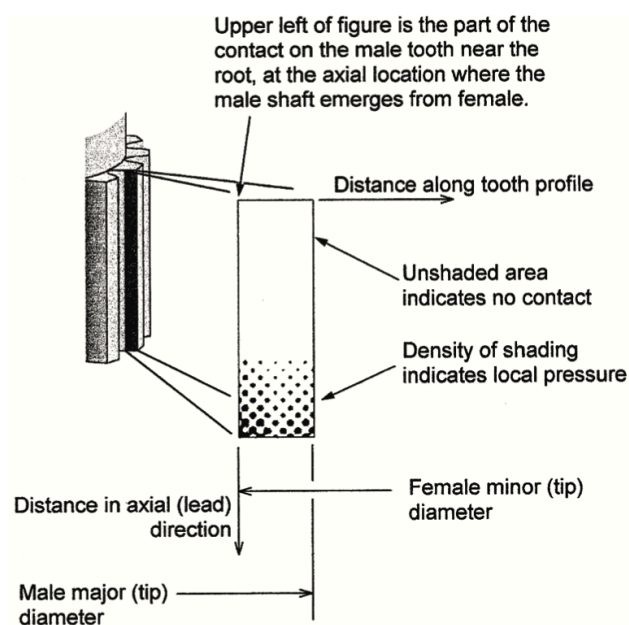


Figura 5.2: Disposizione dei denti per la costruzione di grafici

Inoltre, è stato assegnato a ciascun dente del profilo un angolo corrispondente alla sua posizione nel piano xy nella stessa misura mostrata in figura 3.8. Si ricordi che per tutti i casi analizzati l'asse Z coincide con la direzione assiale, mentre l'asse Y sarà quello lungo cui verrà imposto un disallineamento ove previsto.

5.1 Albero e mozzo allineati con coppia pari a 550 Nm

Il primo caso analizzato prevede che i due profili si trovino in una condizione di perfetto allineamento reciproco: ciò permette di verificare che il modello restituisca dei risultati attendibili con quanto ci si aspetta dallo studio teorico del fenomeno e ci aiuta a comprendere in maniera esaustiva la differenza con le modifiche che verranno introdotte in seguito, fungendo dunque da modello base.

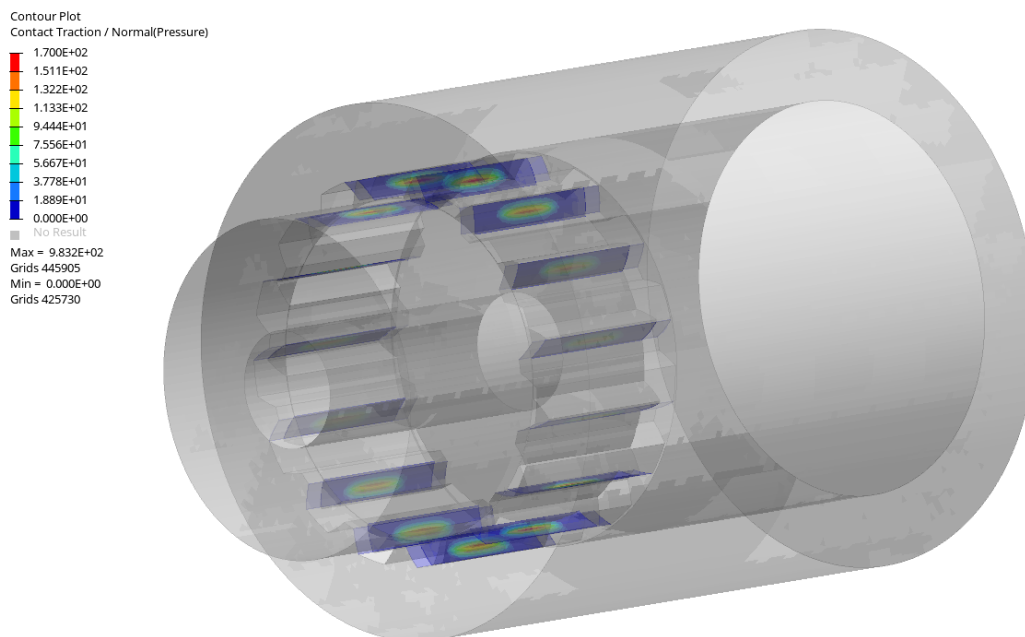


Figura 5.3: Visualizzazione accoppiamento nel caso di perfetto allineamento

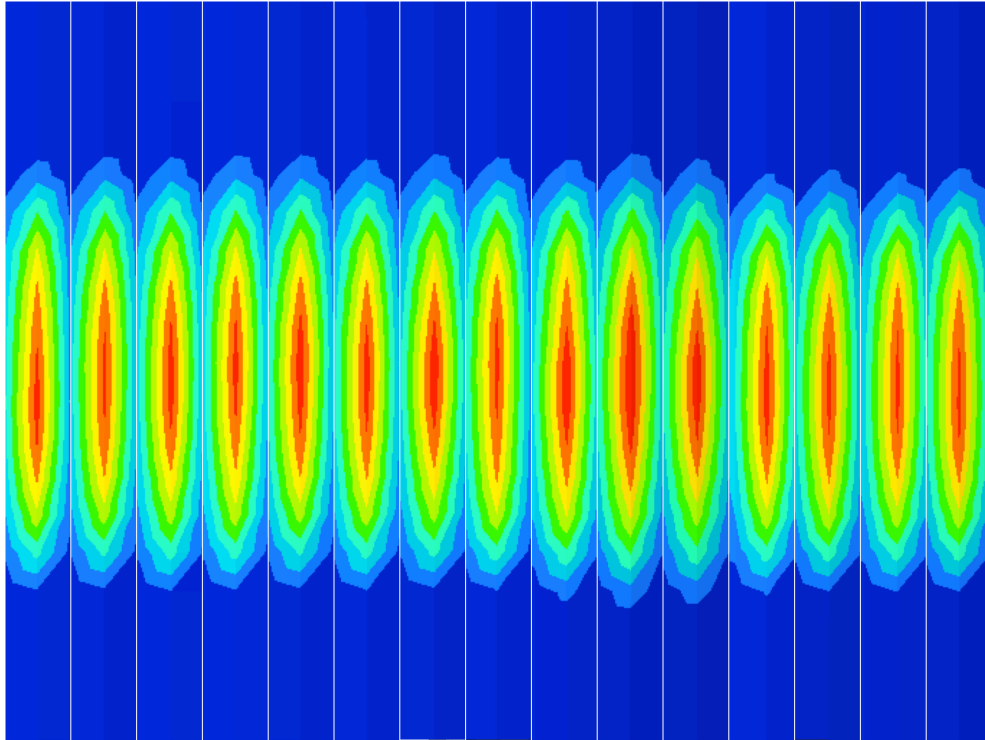


Figura 5.4: Orme di contatto caso 550 Nm allineato

Nel caso di perfetto allineamento tra i due profili la distribuzione di pressione risulta essere perfettamente conforme a quanto ci si aspetta: tutti i denti entrano in contatto in egual misura ed assorbono equamente la coppia trasmessa. È inoltre interessante notare come la correzione effettuata sul dente, che risulta quindi essere ‘bombato’, porta ad avere delle orme di contatto che non interessano tutto il profilo del fianco ma solo una porzione di esso: l’orma di contatto tende a posizionarsi nella zona centrale dello spessore, assumendo una forma ellissoidale dove le pressioni tendono a crescere gradualmente spostandosi verso l’interno (Figura 5.3).

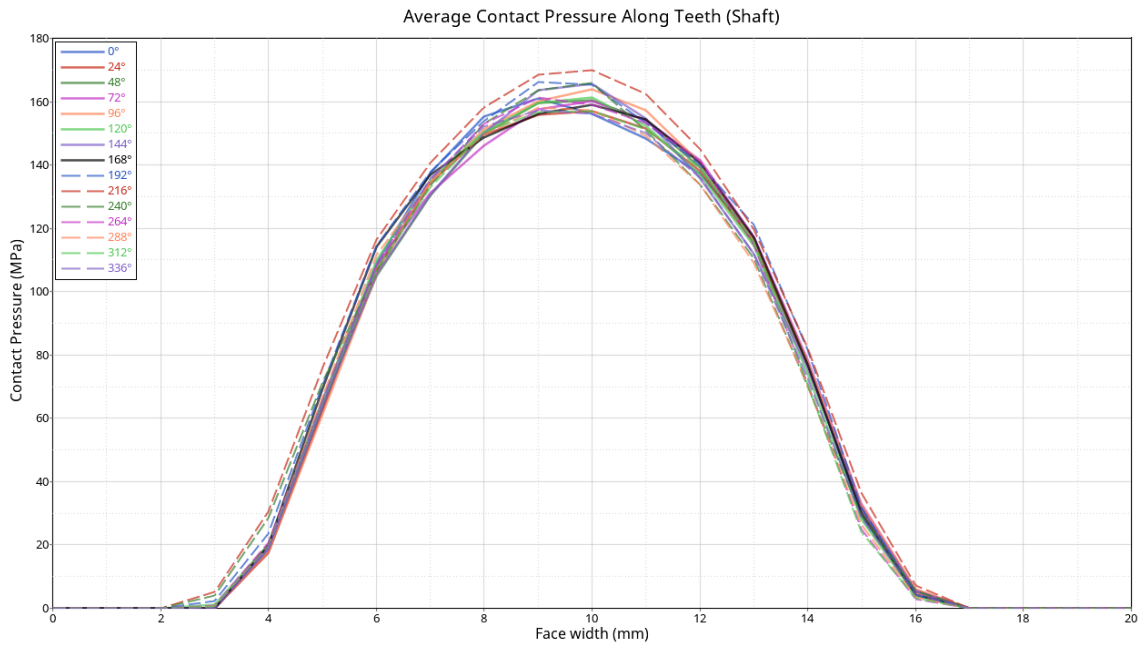


Figura 5.5: Distribuzione di pressione lungo lo spessore del dente caso 550 Nm allineato

Il grafico mostrato in Figura 5.4 ci fornisce una scala di valori a cui fare riferimento in maniera più dettagliata per quantificare l'intensità della pressione di contatto: ogni curva si riferisce al valore dell'angolo corrispondente alla posizione del dente lungo la circonferenza. Tutte le curve presentano il medesimo andamento e a meno di qualche lieve scostamento tendono anche a sovrapporsi, confermando quanto suddetto sull'omogeneità della distribuzione di pressione: il valore massimo che si registra in questo caso è di circa 170 MPa, valore che risulta abbastanza elevato ma che è dovuto alla restrizione dell'area di contatto sulla base della geometria del dente; ciascun dente risulterà dunque caricato con un valore di forza pari a circa 1690N.

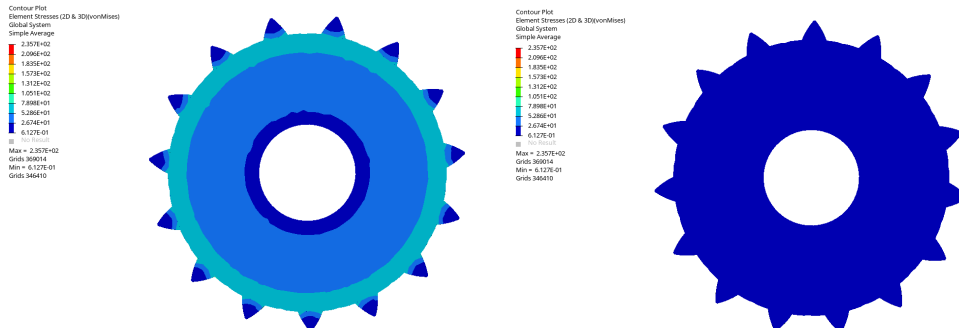


Figura 5.6: Contour stress del fronte(destra) e retro(sinistra) dell'albero

Infine, è stato supervisionato anche lo stato tensionale dell'albero e della relativa dentatura per farne poi un confronto diretto con il caso disallineato.

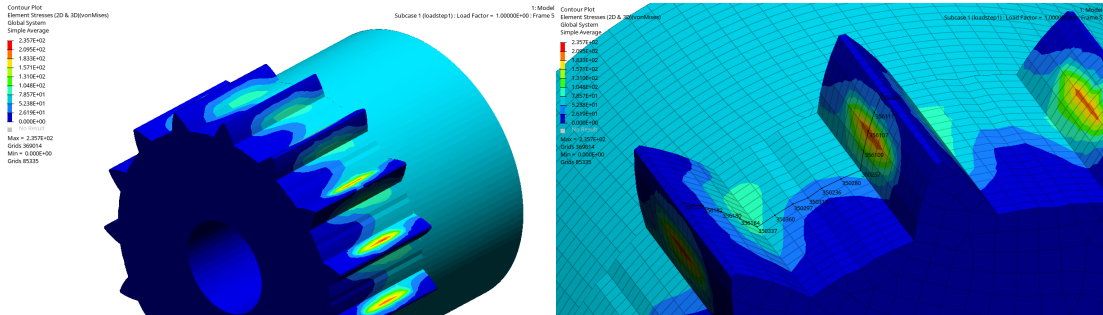


Figura 5.7: Distribuzione tensioni lungo il profilo del dente

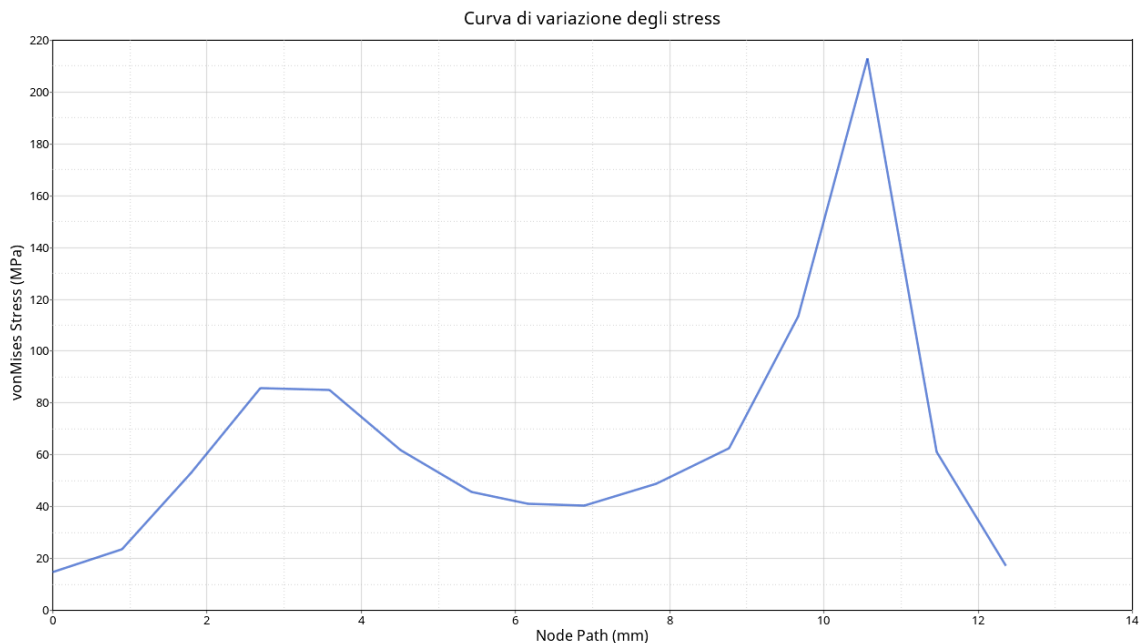


Figura 5.8: Variazione della tensione lungo il node path

Anche per quanto riguarda lo stato tensionale riscontriamo un andamento omogeneo. La zona relativa alla dentatura presenta in maniera alternata l'andamento mostrato in figura 5.8: il fianco del dente non soggetto a contatto presenta un picco di tensione che non supera i 90 MPa nella zona di raccordo della dentatura, mentre il fianco dove si verifica il contatto presenta il suo picco di tensione nella zona centrale dello spessore a metà altezza con un valore di 235 MPa, proprio come verificato anche per le pressioni di contatto. Anche il retro del profilo presenta uno stato di tensione (Figura 5.7): ciò è dovuto soprattutto

all'applicazione del vincolo di incastro nel centro dello spider situato sulla superficie esterna, con valori che si attestano sui 50 MPa.

5.2 Albero e mozzo disallineati di $0,1^\circ$ con coppia pari a 550 Nm

Nel seguente caso il profilo dell'albero precedentemente illustrato viene inclinato di $0,1^\circ$ attorno l'asse y, creando un disallineamento tra i due elementi dell'accoppiamento.

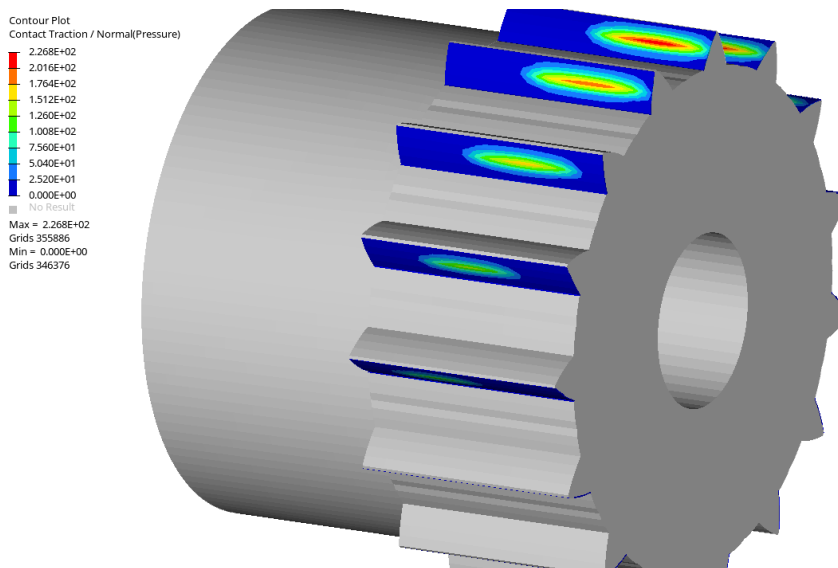


Figura 5.9: Profilo albero caso disallineamento $0,1^\circ$ con 550 Nm

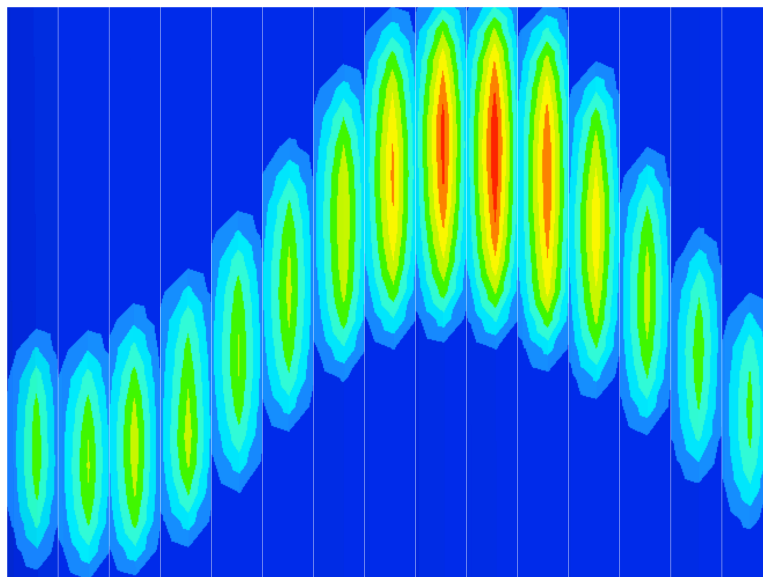


Figura 5.10: Orme di contatto caso disallineamento $0,1^\circ$ con 550 Nm

Attraverso la Figura 5.10 si riesce ad avere un primo riscontro visivo generato dal fenomeno del disallineamento: la distribuzione delle pressioni dipende

strettamente dall'angolo di disallineamento oltre che dal valore di coppia trasmesso e dalla geometria dell'accoppiamento.

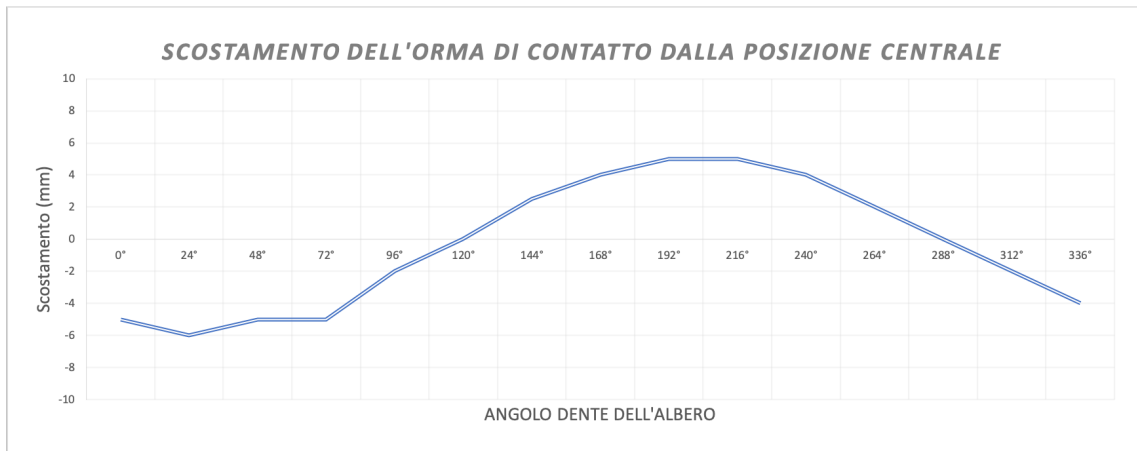


Figura 5.11: Scostamento del centro dell'orma di contatto dalla posizione centrale caso disallineamento $0,1^\circ$ con 550 Nm

L'area di contatto tende ad oscillare lungo la posizione assiale del fianco del dente assumendo un andamento sinusoidale, registrando dei picchi di pressione di contatto non più nella zona centrale del fianco del dente ma verso il suo estremo. Questa variazione importante implica uno 'shift' della posizione della Forza di contatto risultante con conseguente nascita di momenti spuri che si oppongono al disallineamento. Con un valore di disallineamento pari a $0,1^\circ$ è possibile notare che ancora tutti i denti entrano in contatto e si ha una variazione molto graduale dello spostamento dell'orma di contatto lungo la posizione assiale.

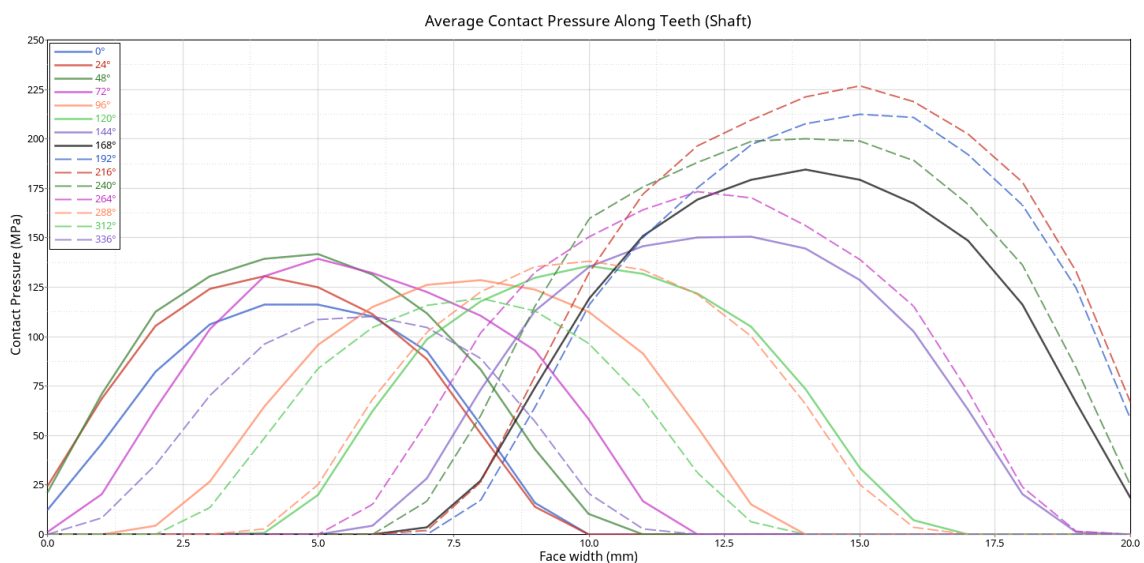


Figura 5.12: Distribuzione di pressione lungo lo spessore del dente caso disallineamento $0,1^\circ$ con 550 Nm

La figura 5.12 mostra l'andamento di pressione che si ottiene lungo lo spessore di ciascun dente: mentre i primi denti tendono a localizzare i loro massimi nella zona di sinistra con valori anche inferiori al precedente caso di perfetto allineamento, notiamo che i denti corrispondenti alla fascia tra i 192°-240° registrano dei picchi di pressione molto alti (con valori fino a 227 MPa) distribuiti nella zona destra del grafico. Questo effetto è dovuto al fatto che il disallineamento operato intorno all'asse y ha influito in maggior quantità sul gioco preesistente tra i due profili proprio in quella zona, andandone a diminuire il valore e quindi ad amplificare l'effetto dovuto al contatto. Conseguentemente variano anche i valori di Forza di contatto, dato che questi dipendono dal valore di pressione per l'area di contatto corrispondente.

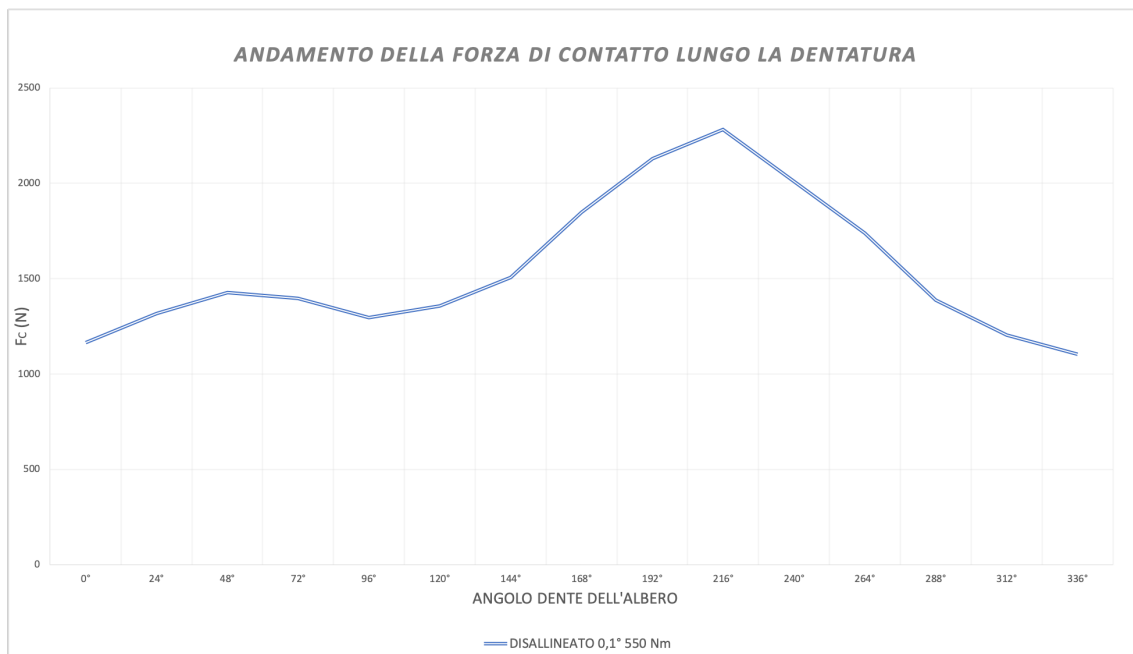


Figura 5.13: Forza di contatto lungo la dentatura caso disallineamento di 0,1° con 550 Nm

Come mostrato in Figura 5.13 anche i valori di Forza tendono ad oscillare con un andamento che ricalca quello delle pressioni di contatto, registrando il suo picco sui 2280 N (con un incremento del 35% rispetto al caso precedente). Con questi valori si è proceduto al calcolo di una stima del *Tilting* e del *Friction Moment* che verrà successivamente esposta.

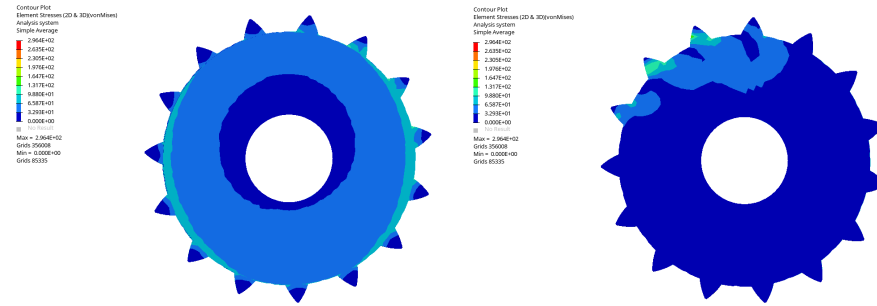


Figura 5.14: Contour stress del fronte(destra) e retro(sinistra) dell'albero

Anche per questo caso è stato investigato lo stato di tensione generale del profilo, per capire come il disallineamento influisse anche su questo parametro. Un primo riscontro può essere dedotto dalla Figura 5.14: si nota come il retro dell'albero non presenti più la distribuzione caratterizzata da circonferenze concentriche mostrata in Figura 5.6, ma si ha una concentrazione delle tensioni solo in determinate zone della dentatura; inoltre, la parte frontale che prima risultava completamente priva di stress, ora presenta dei picchi di tensione in una zona localizzata della dentatura corrispondente a quella delle massime pressioni di contatto.

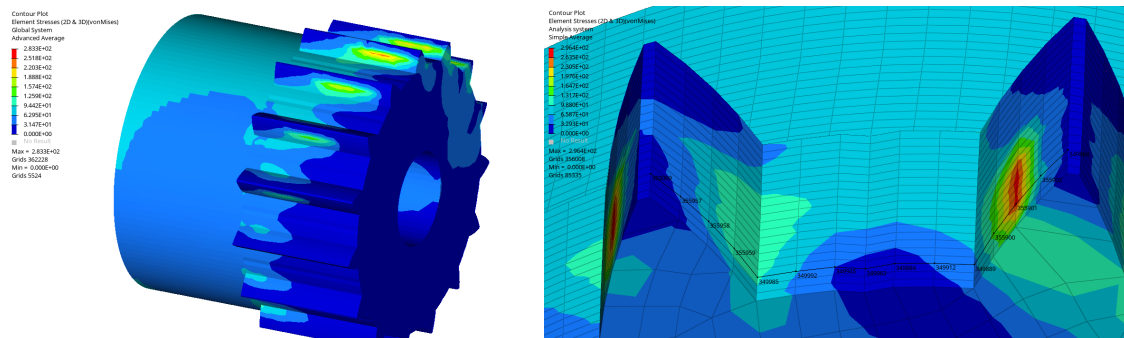


Figura 5.15: Distribuzioni delle tensioni lungo il profilo del dente

Un'ulteriore interesse concerne anche lo scostamento del picco di tensione lungo la lunghezza assiale del fianco del dente, così come registrato anche per la pressione di contatto; continua a permanere uno stato di tensione più lieve nella zone centrali del fianco, ma l'andamento mostrato precedentemente per il caso di perfetto allineamento si ha ora nelle zone vicino parte terminale.

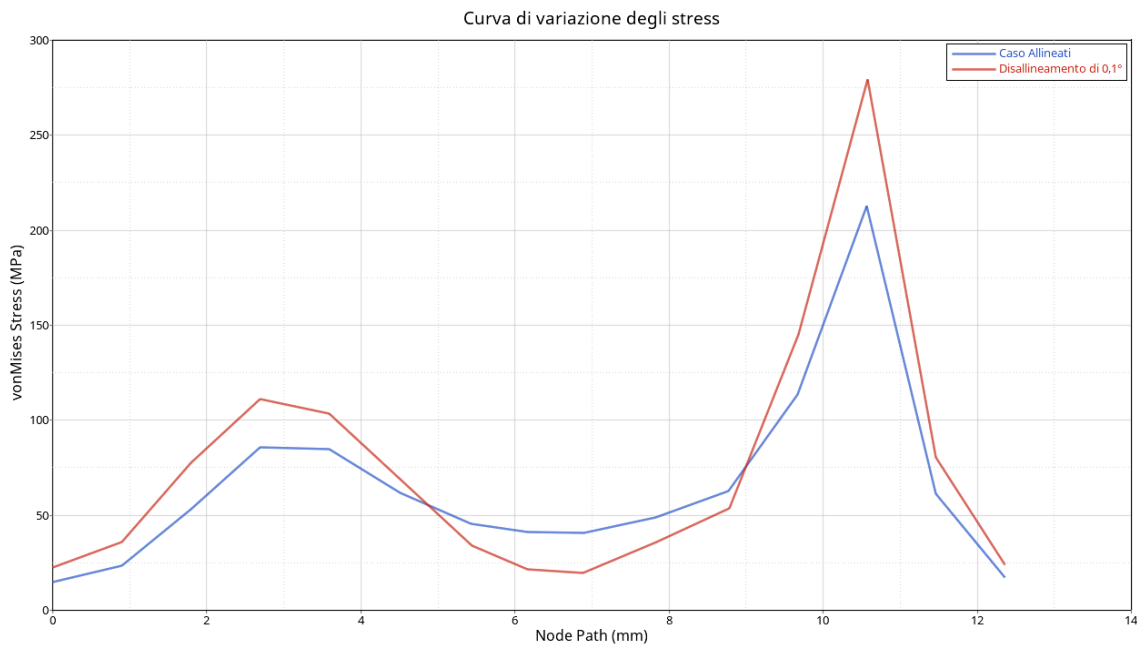


Figura 5.16: Variazione delle tensioni lungo il node path

Infatti, seguendo il ‘Node Path’ mostrato nella figura 5.15, il grafico ci mostra un andamento della variazione degli stress che molto ricalca il caso precedente, con la differenza che sia la zona di raccordo che la zona dove avviene il contatto risultano stressate con valori di tensione molto più alta.

5.2.1 Approfondimento caso disallineato di 0,1° su 24° di rotazione

È stato svolto un lavoro più approfondito per il seguente caso di studio, in quanto risultato il più idoneo a fornire risultati attendibili sull’effettivo funzionamento dell’accoppiamento nella condizione disallineata. Per questo motivo oltre al caso precedentemente discusso sono state svolte altre quattro analisi identiche a livello di coppia trasmessa e disallineamento angolare, ma con la differenza che la struttura venisse ruotata di volta in volta di 6° attorno all’asse di rotazione prima di fornire il disallineamento: infatti, considerando che la distanza angolare che sussiste tra ciascun dente del profilo è di esattamente 24°, partizionando la rotazione in 4 step di 6° è stato possibile simulare un panorama più dettagliato sulle condizioni dell’ accoppiamento durante la rotazione. L’ultimo caso, quello corrispondente ad una rotazione di 24°, vede infatti il ripresentarsi delle condizioni del caso base ‘shiftate di un dente in avanti’.

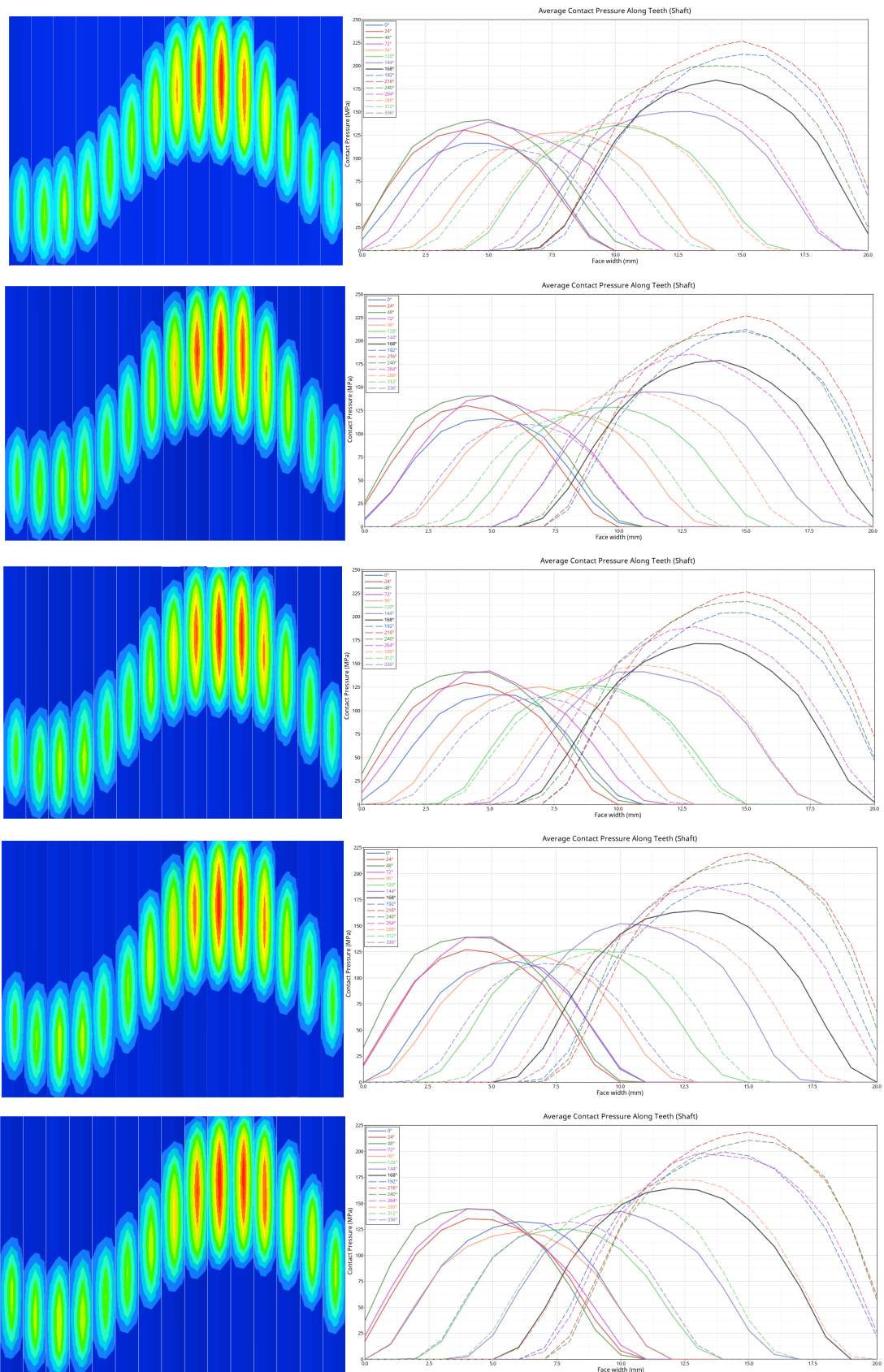


Figura 5.17: in ordine a) caso disallineato $0,1^\circ$ base b) caso disallineato $0,1^\circ$ ruotato di 6° c) caso disallineato $0,1^\circ$ ruotato di 12° d) caso disallineato $0,1^\circ$ ruotato di 18° e) caso disallineato $0,1^\circ$ ruotato di 24°

La Figura 5.17 mostra per ciascuna simulazione la distribuzione dell'orma di contatto e la distribuzione di pressione lungo ciascun fianco del dente: dal riscontro visivo tutti i casi illustrati mantengono l'andamento armonico tipico di questa tipologia di accoppiamento con disallineamento angolare con delle lievi differenze a livello di posizionamento dell'orma di contatto e dei valori massimi di pressione.

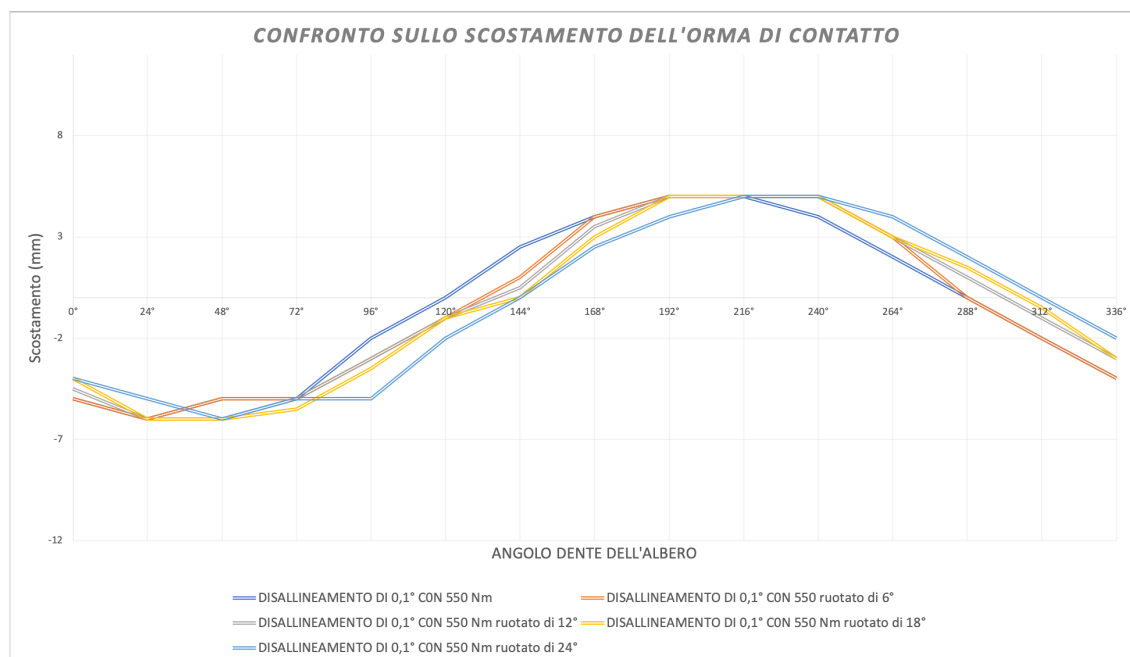


Figura 5.18: Confronto sulla posizione assunta dall'area di contatto

Per esempio, focalizzandosi sul primo dente del profilo, si nota come la posizione dell'ellisse tenda a spostarsi gradualmente verso l'alto fino ad arrivare ad un valore di altezza pari a quello assunto dall'area di contatto dell'ultimo dente nel primo caso: questo conferma la bontà delle simulazioni, in quanto effettuando una rotazione di 24° il primo dente del caso finale coincide con l'ultimo dente del caso base. Anche le distribuzioni di pressioni permettono di riscontrare questo fenomeno in quanto risultano di volta in volta shiftate verso destra o sinistra a seconda del verso di spostamento della relativa orma di contatto.

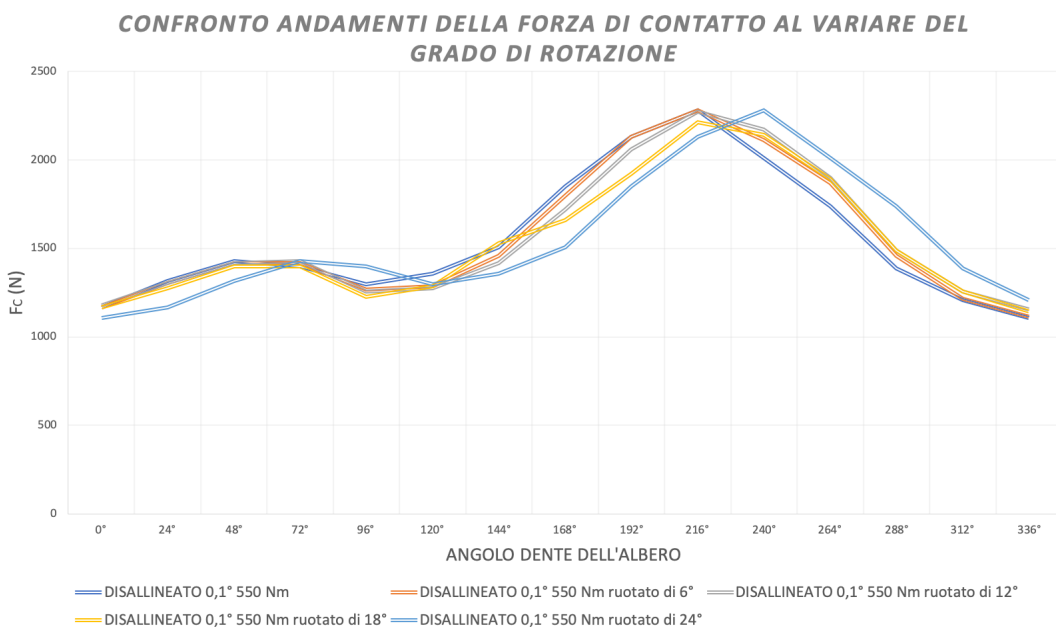
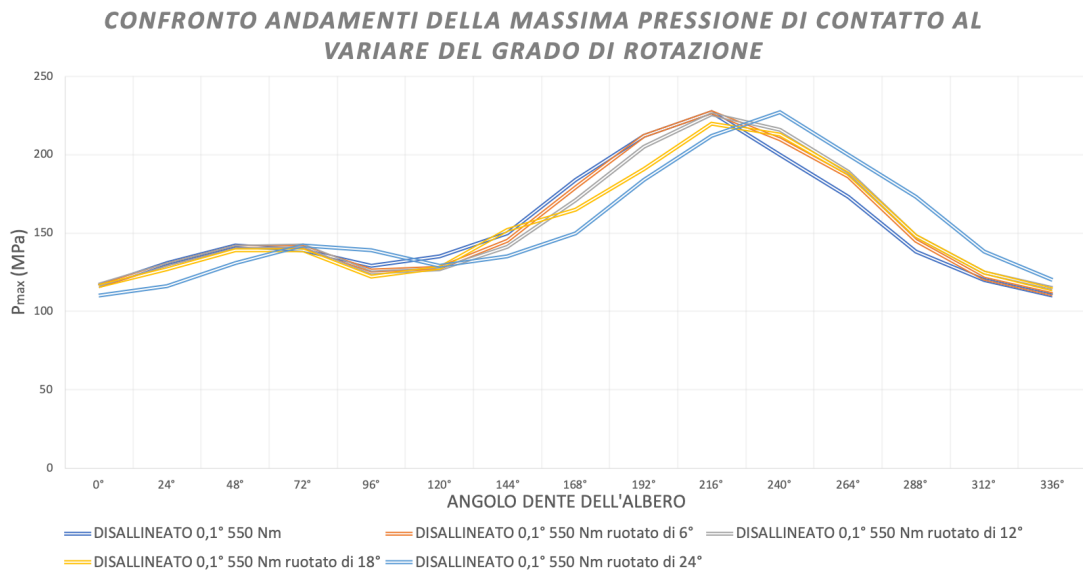


Figura 5.19: Confronto sugli andamenti della pressione massima (in alto) e della forza di contatto (in basso)

I valori di pressione massima e di forza di contatto vengono mostrati a confronto nella Figura 5.18, evidenziando come i valori ricavati siano funzione anche della posizione angolare del profilo al momento dell'applicazione del disallineamento, nonostante lo scostamento numerico tra i vari casi sia di quantità non molto influenti. Sulla base di questi valori, nelle seguenti tabelle si riportano le stime numeriche che sono state trovate per ciascun caso per i valori di *Tilting* e *Friction Moment*, assumendo per quest'ultimo un coefficiente di attrito pari a 0,3 e calcolando separatamente i contributi lungo x e y.

DENTE	p_{max} (MPa)	F_c (N)	b (mm)	M_{tilt} (Nm)	M_{fx} (Nm)	M_{fy} (Nm)
0°	116	1165	-5	5,8	1,3	3,1
24°	131	1316	-6	7,8	2,8	2,5
48°	142	1426	-5	7,1	3,9	1,3
72°	139	1396	-5	6,9	4,0	0,3
96°	129	1296	-2	2,5	3,2	1,8
120°	135	1356	0	0	2,3	3,1
144°	150	1507	2,5	3,7	0,9	4,2
168°	184	1848	4	7,3	1,0	5,2
192°	212	2130	5	10,6	3,5	5,0
216°	227	2280	5	11,4	5,6	3,3
240°	200	2009	4	8,0	5,7	0,6
264°	173	1738	2	3,4	4,8	1,5
288°	138	1386	0	0	3,0	2,6
312°	120	1205	-2	2,4	1,4	3,1
336°	110	1105	-4	4,4	0,03	3,2
TOT				82,0		60,6

Tabella 5.1: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,1 °

DENTE	p_{max} (MPa)	F_c (N)	b (mm)	M_{tilt} (Nm)	M_{fx} (Nm)	M_{fy} (Nm)
0°	116	1165	-5,0	5,8	1,0	3,2
24°	130	1306	-6,0	7,8	2,5	2,8
48°	141	1416	-5,0	7,1	3,7	1,7
72°	141	1416	-5,0	7,1	4,1	0,0
96°	126	1266	-3,0	3,8	3,4	1,5
120°	128	1286	-1,0	1,3	2,5	2,7
144°	145	1457	1,0	1,5	1,4	4,0
168°	179	1798	4,0	7,2	0,5	5,2
192°	212	2130	5,0	10,7	3,0	5,4
216°	227	2280	5,0	11,4	5,3	4,0
240°	210	2110	5,0	10,6	6,0	1,3
264°	186	1868	3,0	5,6	5,3	1,1
288°	145	1457	0,0	0,0	3,5	2,4

312°	121	1215	-2,0	2,4	1,8	3,0
336°	111	1115	-4,0	4,5	0,4	3,2
TOT				86,7	60,9	

Tabella 5.2: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,1 ° ruotato di 6°

DENTE	p_{max} (MPa)	F_c (N)	b (mm)	M_{fillt} (Nm)	M_{fx} (Nm)	M_{fy} (Nm)
0°	117	1175	-4,5	5,3	0,7	3,3
24°	130	1306	-6,0	7,8	2,2	3,1
48°	141	1416	-6,0	8,5	3,5	2,1
72°	142	1426	-5,0	7,1	4,1	0,5
96°	125	1256	-3,0	3,8	3,5	1,1
120°	127	1276	-1,0	1,3	2,8	2,4
144°	141	1416	0,5	0,7	1,7	3,7
168°	171	1718	3,5	6,0	0,1	5,0
192°	205	2059	5,0	10,3	2,4	5,5
216°	226	2270	5,0	11,4	4,8	4,5
240°	216	2170	5,0	10,9	6,0	2,0
264°	189	1899	3,0	5,7	5,5	0,5
288°	148	1487	1,0	1,5	3,8	2,1
312°	125	1256	-1,0	1,3	2,2	2,9
336°	115	1155	-3,0	3,5	0,7	3,3
TOT				84,9	60,8	

Tabella 5.3: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,1 ° ruotato di 12°

DENTE	p_{max} (MPa)	F_c (N)	b (mm)	M_{fillt} (Nm)	M_{fx} (Nm)	M_{fy} (Nm)
0°	116	1166	-4,0	4,7	0,3	3,4
24°	127	1276	-6,0	7,7	1,8	3,2
48°	139	1397	-6,0	8,4	3,2	2,4
72°	139	1397	-5,5	7,7	4,0	0,9
96°	122	1226	-3,5	4,3	3,5	0,7
120°	128	1286	-1,0	1,3	3,0	2,2
144°	152	1527	0,0	0,0	2,3	3,8
168°	165	1658	3,0	5,0	0,6	4,8

192°	191	1919	5,0	9,6	1,7	5,3
216°	220	2211	5,0	11,1	4,2	4,8
240°	213	2140	5,0	10,7	5,6	2,6
264°	188	1889	3,0	5,7	5,5	0,1
288°	148	1487	1,5	2,2	4,0	1,7
312°	125	1256	-0,5	0,6	2,5	2,7
336°	114	1145	-3,0	3,4	1,1	3,1
TOT				82,2		60,0

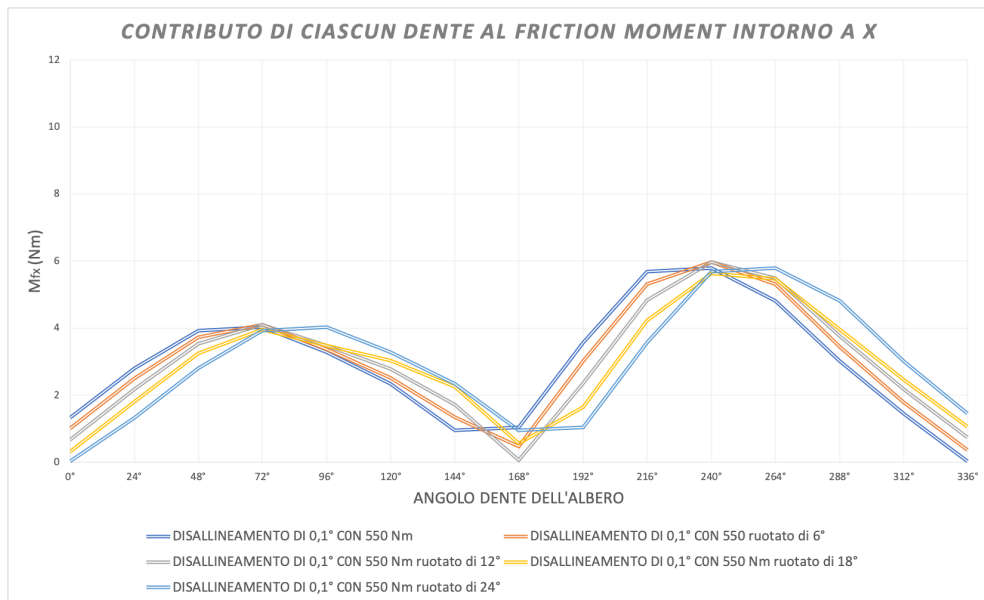
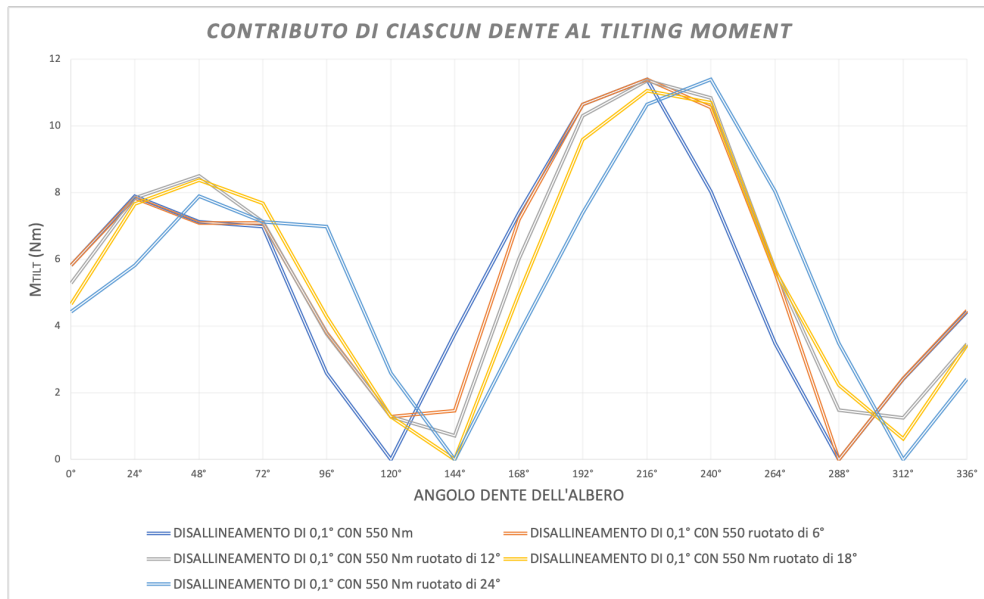
Tabella 5.4: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,1 ° ruotato di 18°

DENTE	p_{max} (MPa)	F_c (N)	b (mm)	M_{tilt} (Nm)	M_{fx} (Nm)	M_{fy} (Nm)
0°	110	1105	-4,0	4,4	0,04	3,2
24°	116	1166	-5,0	5,8	1,3	3,1
48°	131	1316	-6,0	7,9	2,8	2,6
72°	142	1427	-5,0	7,1	3,9	1,3
96°	139	1397	-5,0	7,0	4,0	0,4
120°	129	1296	-2,0	2,6	3,3	1,8
144°	135	1356	0,0	0,0	2,4	3,2
168°	150	1507	2,5	3,8	1,0	4,3
192°	184	1849	4,0	7,4	1,1	5,3
216°	212	2130	5,0	10,7	3,6	5,0
240°	227	2281	5,0	11,4	5,7	3,4
264°	200	2010	4,0	8,0	5,8	0,7
288°	173	1738	2,0	3,5	4,8	1,5
312°	138	1387	0,0	0,0	3,0	2,7
336°	120	1206	-2,0	2,4	1,5	3,2
TOT				82,0		60,6

Tabella 5.5: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,1 ° ruotato di 24°

Le tabelle che sono state allegate presentano tutti i dati che sono stati ricavati nel dettaglio per questa tipologia di analisi e a meno di variazioni di qualche unità è stato ricavato un valore di *Tilting Moment* pari a 82 Nm e un valore di *Friction Moment* pari a 60 Nm. Di seguito seguono dei grafici che ci permettono di

osservare come ciascun dente dell'albero contribuisca alla creazione di questi momenti spuri.



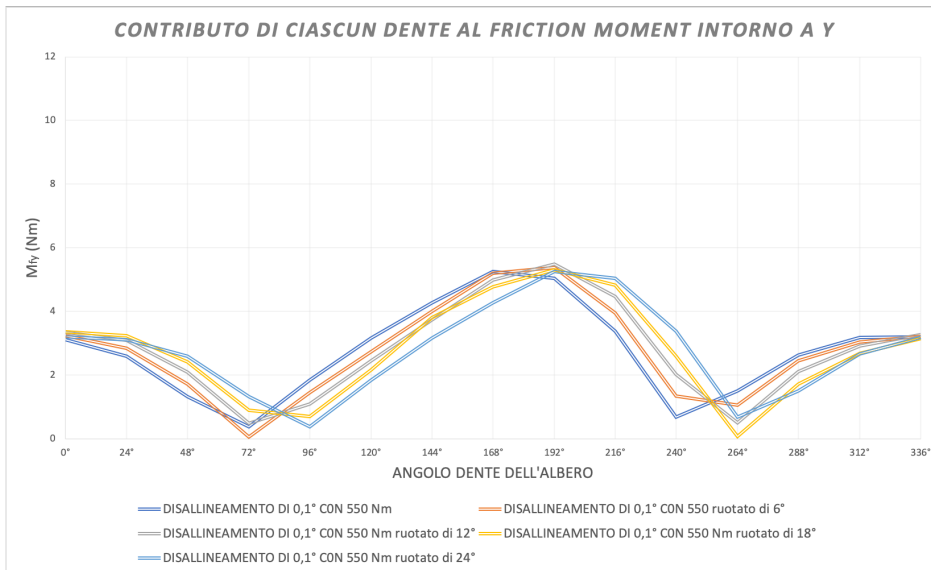


Figura 5.20: Contributo di ciascun dente al a) *Tilting* e b-c) *Friction Moment*

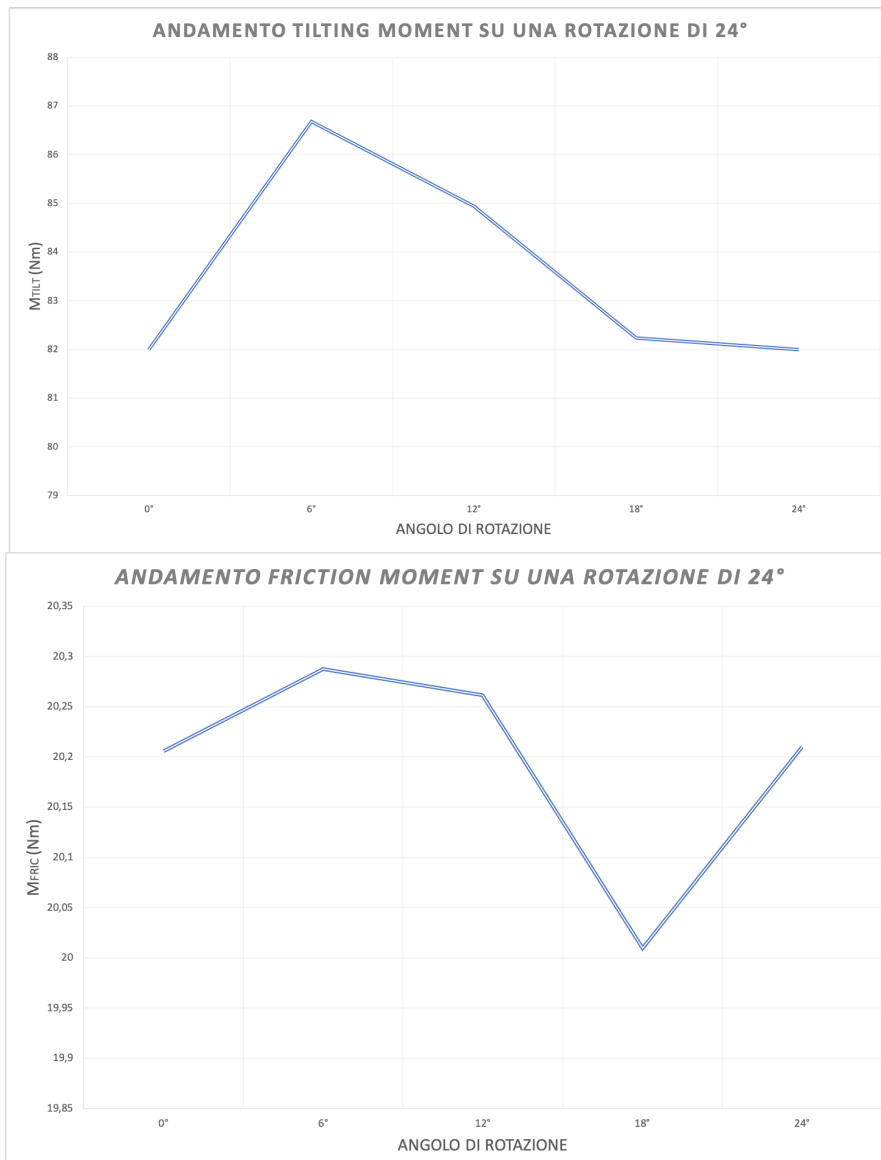


Figura 5.21: Andamento del Tilting (in alto) e Friction Moment (in basso) lungo i 24° di rotazione

Nella Figura 5.21 infine è stato plottato l'andamento dei due momenti al variare della posizione assunta: interessante notare come il picco dei valori corrisponda in entrambi i casi alla rotazione di 6° , indice che questa posizione dello scanalato sia quella maggiormente critica per il suddetto studio.

5.3 Albero e mozzo disallineati di $0,2^\circ$ con coppia pari a 550 Nm

Mantenendo le stesse condizioni di vincolo e di coppia trasmessa, viene aumentato il grado di disallineamento tra i due profili per analizzare la risposta dell'accoppiamento a condizioni sempre più gravose.

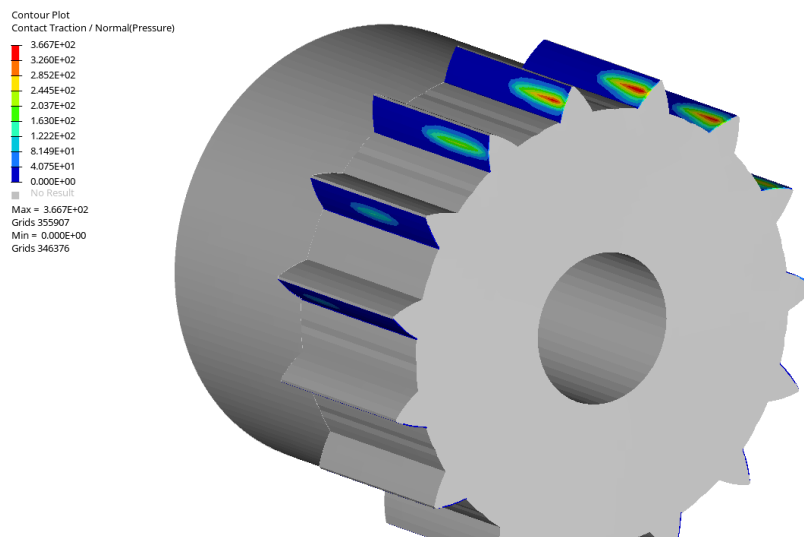


Figura 5.22: Profilo dell'albero caso disallineato di $0,2^\circ$

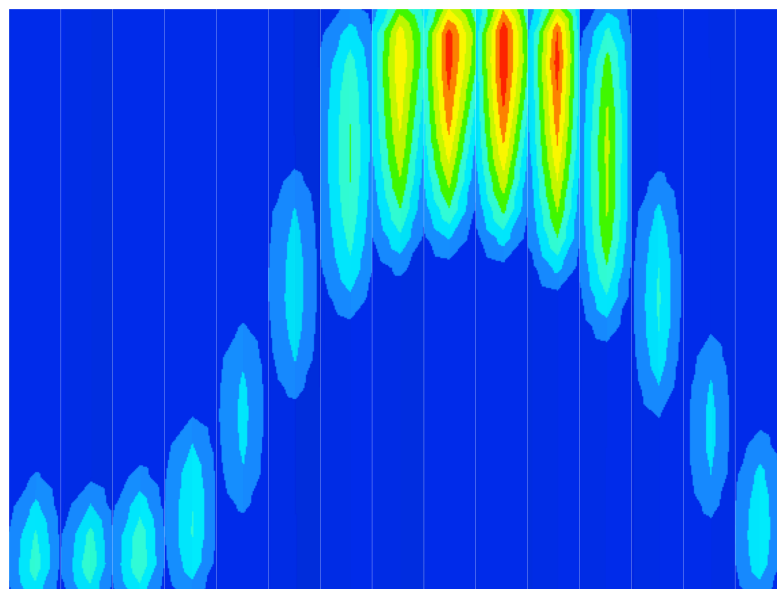


Figura 5.23: Orme di contatto caso disallineamento $0,2^\circ$ con 550 Nm

Tutti i denti dello scanalato risultano ancora in presa. Anche in questo caso l'andamento che l'orma di contatto tende ad assumere lungo il fianco del dente è del tipo sinusoidale, registrando una variazione molto meno graduale rispetto al sistema disallineato di $0,1^\circ$.

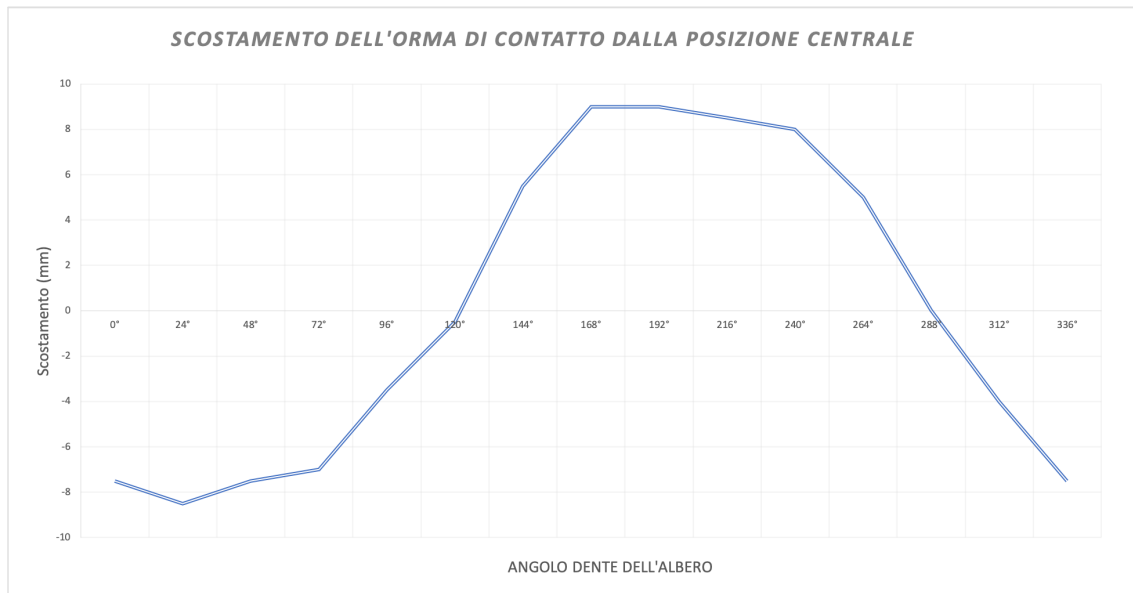


Figura 5.24: Scostamento del centro dell'orma di contatto dalla posizione centrale caso disallineamento $0,2^\circ$ con 550 Nm

Come mostrato in Figura 5.24, infatti, il contatto non solo tende a spostarsi più velocemente lungo la posizione assiale (basti notare la pendenza della curva nelle fasi di salita e di discesa), ma si ha anche un maggiore scostamento in termini di distanza dalla posizione centrale: mentre con $0,1^\circ$ di disallineamento il centro dell'ellisse arrivava a spostarsi di massimo 5 mm, con $0,2^\circ$ l'orma arriva a raggiungere anche i 9 mm di distanza dal centro. Questo fenomeno tende ad influenzare molto il valore raggiunto dal *Tilting Moment* in quanto un parametro fondamentale nel calcolo del presente momento allineante è proprio la distanza del punto di contatto dalla condizione di ingranamento ideale.

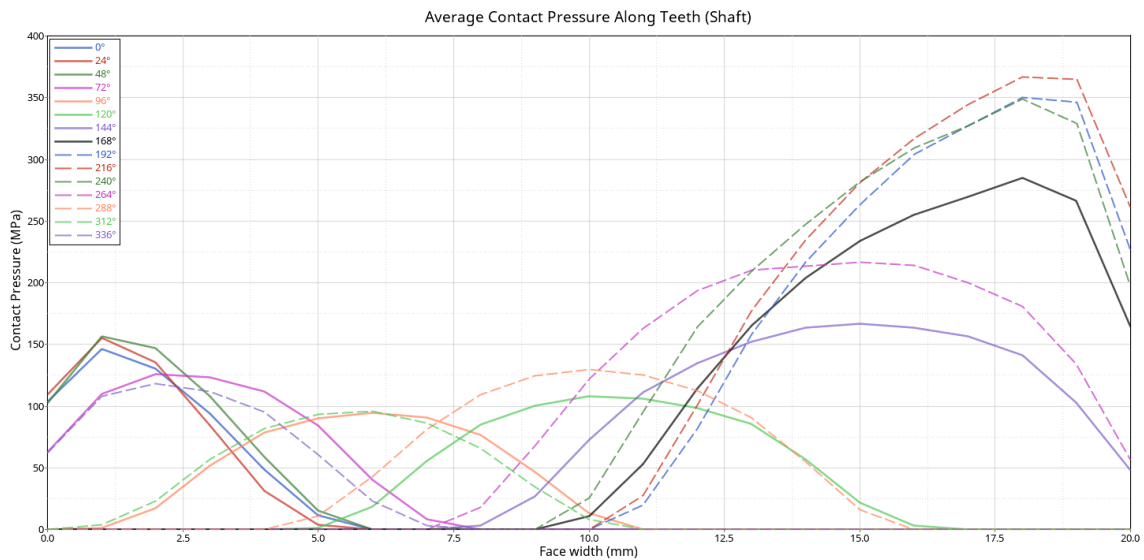


Figura 5.25: Distribuzione di pressione lungo lo spessore del dente caso disallineamento 0,2° con 550 Nm

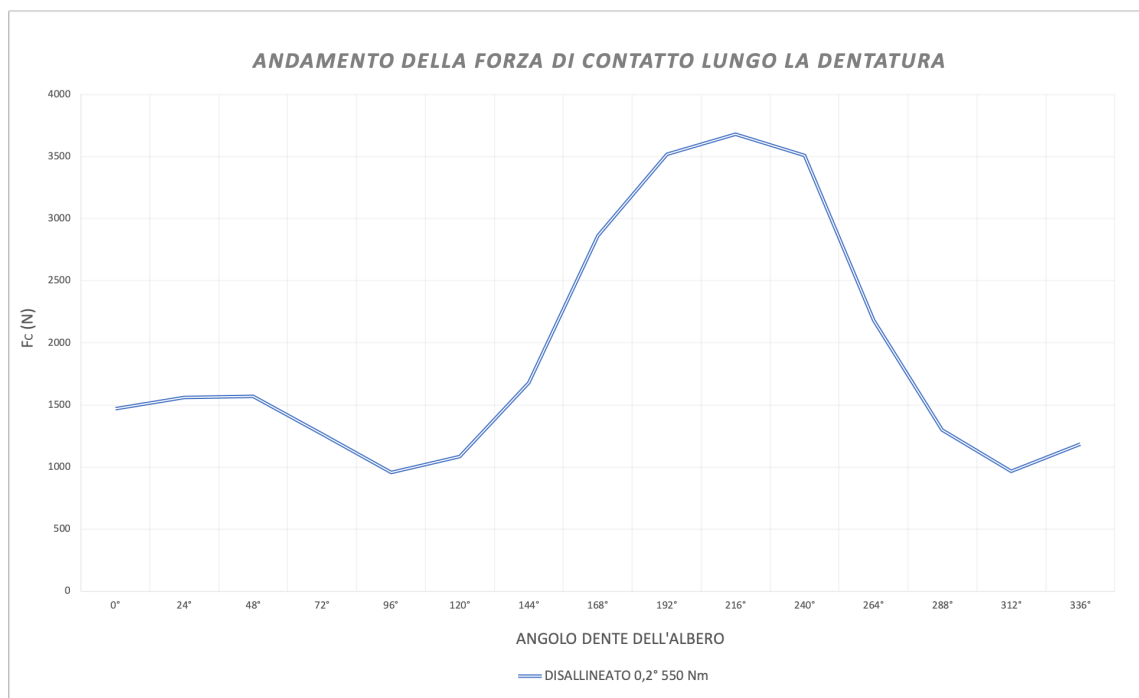


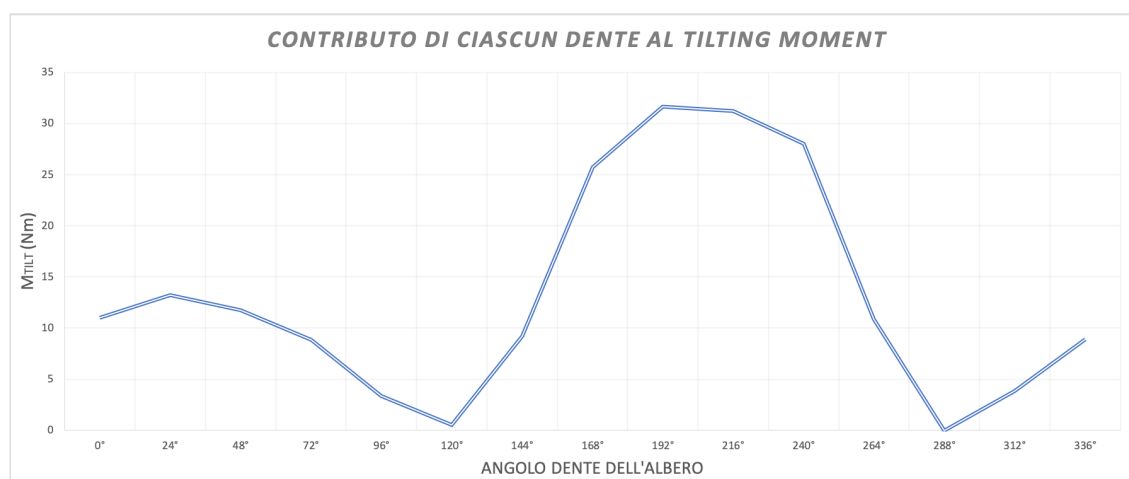
Figura 5.26: Andamento Forza di contatto

Per quanto riguarda la distribuzioni delle pressioni e i valori di forza di contatto che si creano è possibile notare come solo pochi denti stiano effettivamente assorbendo la maggior parte della coppia (192°-216°-240°) arrivando a toccare valori altissimi come i 370 MPa di pressione di contatto e i 3700 N di forza di contatto. Dalla figura 5.26 questo fenomeno risulta essere ancora più chiaro tanto da notare il netto contrasto tra alcuni denti che quasi non contribuiscono affatto

alla trasmissione della coppia (96°-120°) e altri invece che sembrano compensare la mancanza dei precedenti contributi sovraccaricandosi.

DENTE	p_{max} (MPa)	F_c (N)	b (mm)	M_{tilt} (Nm)	M_{fx} (Nm)	M_{fy} (Nm)
0°	146	1467	-7,5	11,0	1,7	3,9
24°	155	1557	-8,5	13,2	3,3	3,1
48°	156	1567	-7,5	11,8	4,3	1,5
72°	126	1266	-7,0	8,9	3,7	0,3
96°	95	955	-3,5	3,3	2,4	1,4
120°	108	1085	-0,5	0,5	1,9	2,5
144°	167	1678	5,5	9,2	1,1	4,7
168°	285	2864	9,0	25,8	1,6	8,1
192°	350	3517	9,0	31,7	5,9	8,3
216°	366	3678	8,5	31,3	9,2	5,0
240°	349	3507	8,0	28,1	10,1	1,2
264°	217	2180	5,0	10,9	6,0	1,9
288°	129	1296	0,0	0,0	2,8	2,5
312°	96	965	-4,0	3,9	1,2	2,5
336°	118	1186	-7,5	8,9	0,0	3,4
TOT				198,4	74,8	

Tabella 5.6: Valori ricavati per il caso disallineato di 0,2° con 550 Nm



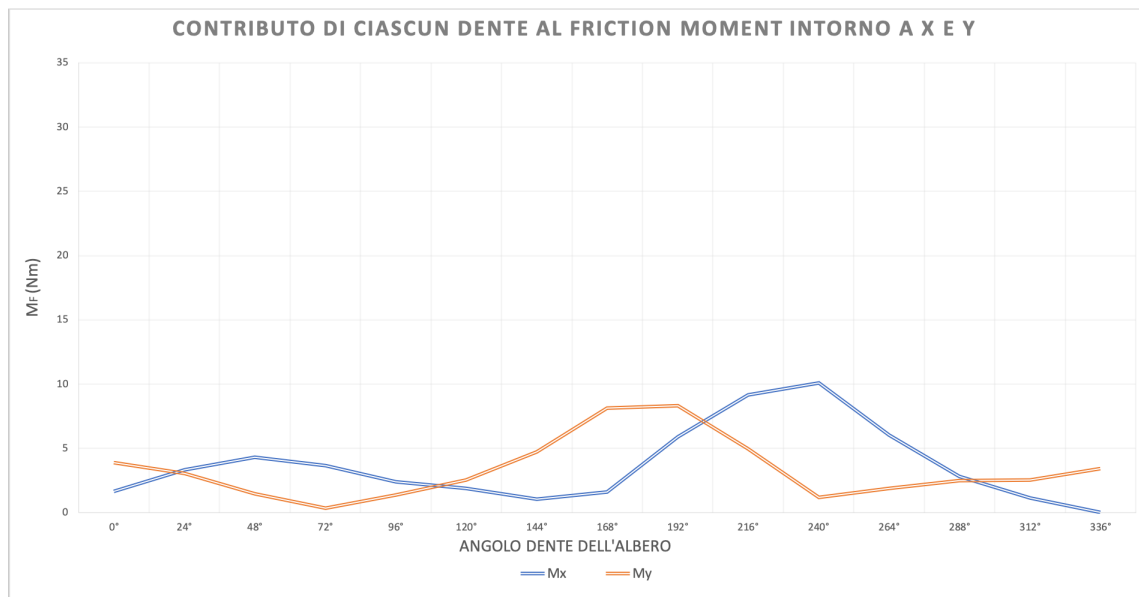


Figura 5.27: Contributo di ciascun dente al *Tilting* (in alto) e *Friction Moment* (in basso)

Anche per questo caso sono state ricavate delle stime dei due momenti spuri, notando qualcosa di molto interessante: l'aumento del disallineamento angolare tende a influenzare maggiormente il Tilting Moment che il Friction Moment. Infatti, se per il Friction Moment l'aumento dei valori di forza porta ad aumentare il contributo numerico nel computo totale, l'aumento della distanza dal centro in cui questi alti valori di forza sono applicati non fanno che accrescere il valore del Tilting Moment. Ciò è riscontrabile in maniera evidente in figura 5.27, dove si nota come il contributo dei denti più sollecitati per entrambi i casi dia per il Tilting Moment valori di coppia quasi cinque volte maggiori rispetto a quelli del Friction Moment.

5.4 Albero e mozzo disallineati di 0,3° con coppia pari a 550 Nm

Un ulteriore decimo di grado è stato aggiunto in questa simulazione per capire fino a che punto l'accoppiamento riesca a spingersi mantenendo le stesse condizioni di vincolo e di carico.

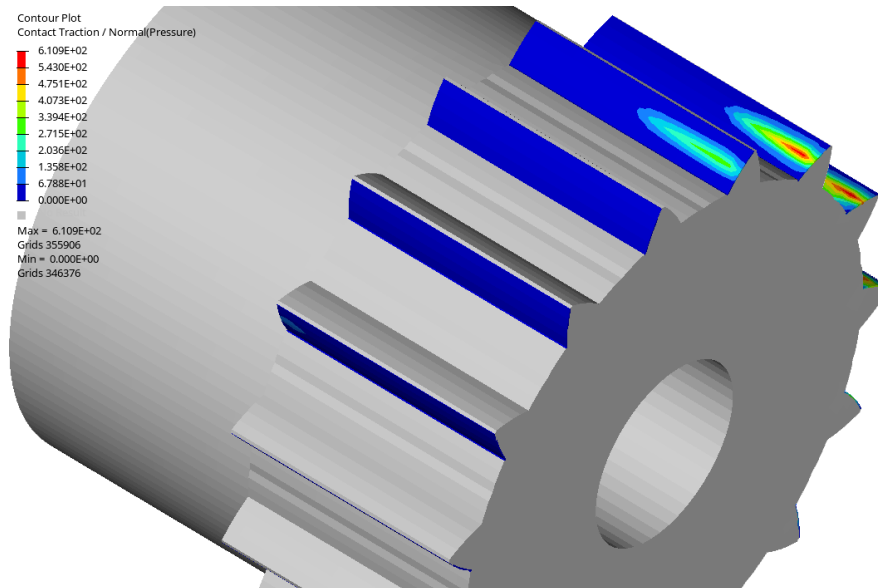


Figura 5.28: Profilo dell'albero caso disallineato di 0,3°

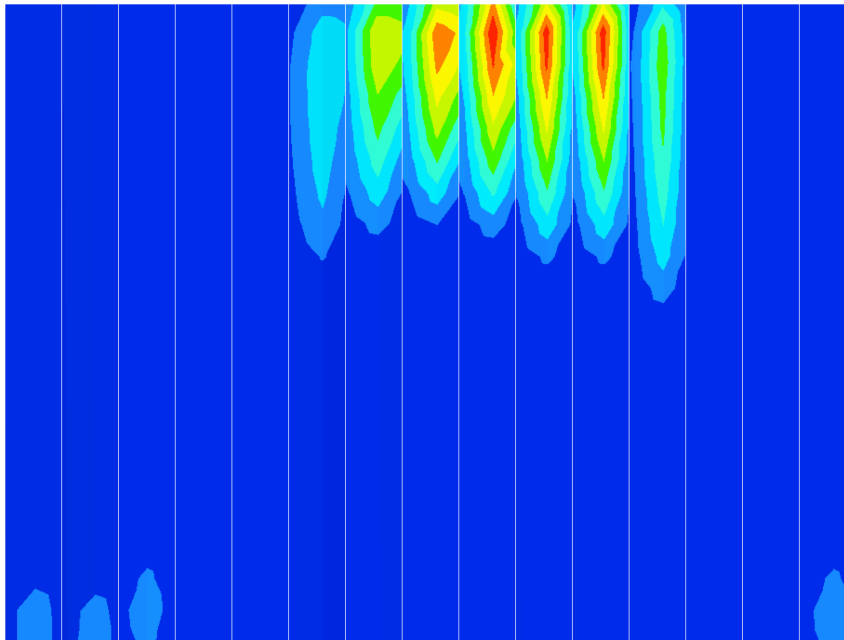


Figura 5.29: Orme di contatto caso disallineamento 0,3° con 550 Nm

Ecco che si presenta il primo caso limite delle simulazioni finora illustrate: infatti come mostra la figura 5.29 non più tutti i denti dello scanalato arrivano a contatto, anzi meno della metà di essi contribuiscono effettivamente alla trasmissione della coppia in una condizione del tutto anomala.

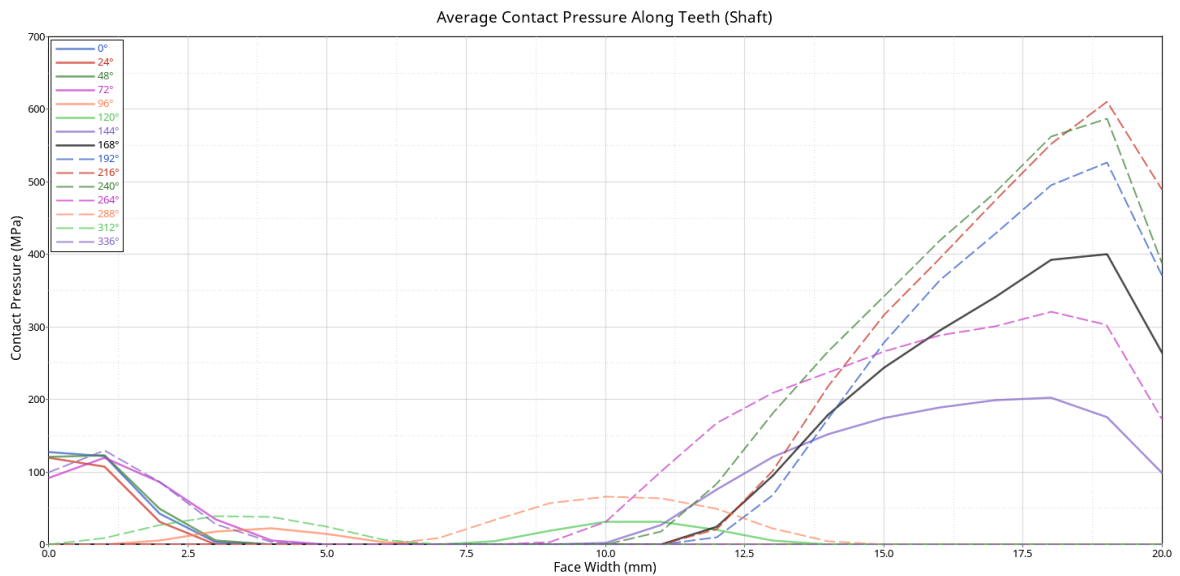


Figura 5.30: Distribuzione di pressione lungo lo spessore del dente caso disallineamento $0,3^\circ$ con 550 Nm

Anche la distribuzione delle pressione conferma quanto suddetto, tanto che si hanno addirittura dei picchi di 600 MPa , segnale chiaramente di condizione di ingranamento critica. Per tale motivo non sono stati effettuati calcoli aggiuntivi su questo caso, in quanto risulta raggiunto il limite per la condizione di carico stabilita.

5.5 Influenza del grado di disallineamento a parità di coppia trasmessa

Nel seguente paragrafo si vuole effettuare un confronto diretto tra i casi precedentemente discussi, mostrando come l'aumentare del grado di disallineamento influisca di volta in volta sui vari parametri ricavati.

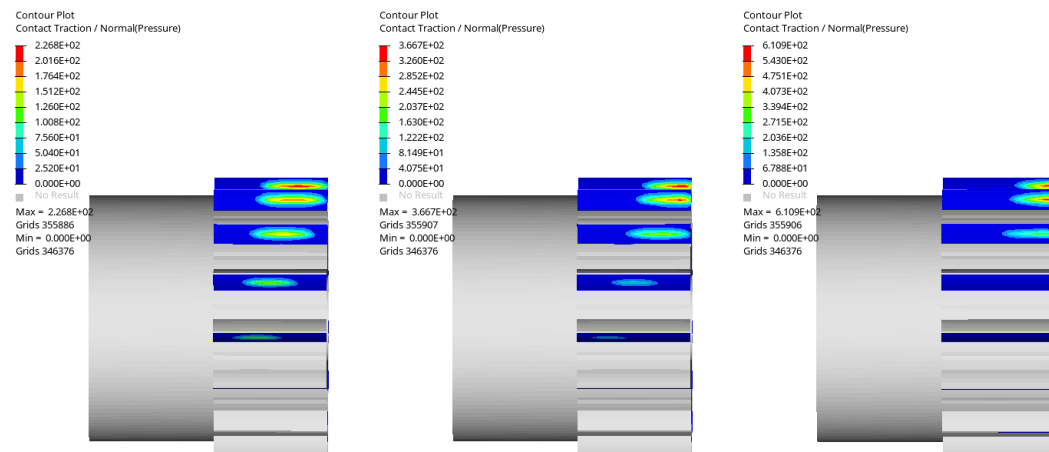


Figura 5.31: (da sinistra a destra) Visualizzazione albero con $0,1^\circ$ - $0,2^\circ$ - $0,3^\circ$ di disallineamento

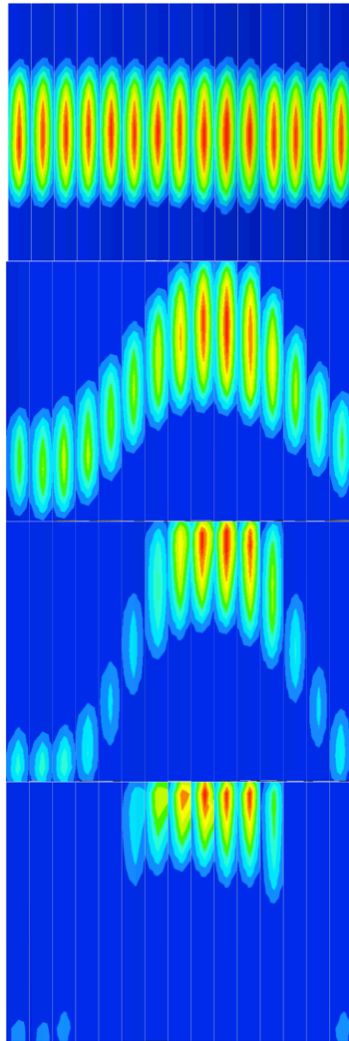


Figura 5.32: Confronto orme di contatto. Dall' alto in basso: a) caso allineati b) caso disallineati di 0,1° c) caso disallineati di 0,2° d) caso disallineati di 0,3°

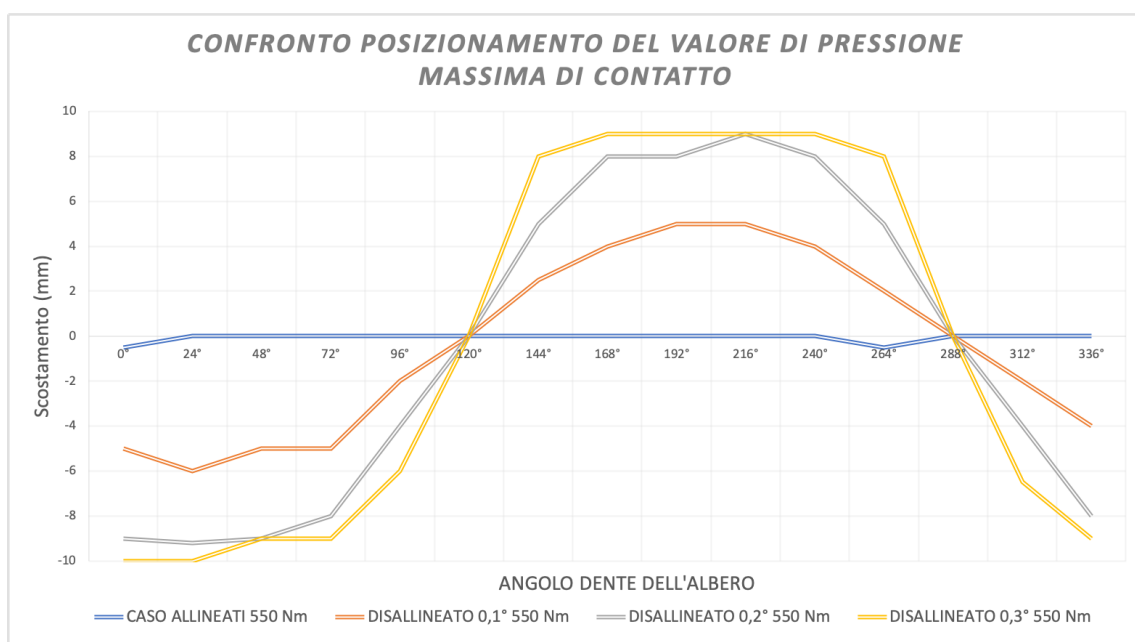


Figura 5.33: Confronto scostamento orma di contatto

Notiamo come l'aumento del disallineamento tra i profili porti l'area di contatto a muoversi sempre più marcatamente lungo la posizione assiale, arrivando nel caso limite a perdere il tipico andamento sinusoidale.

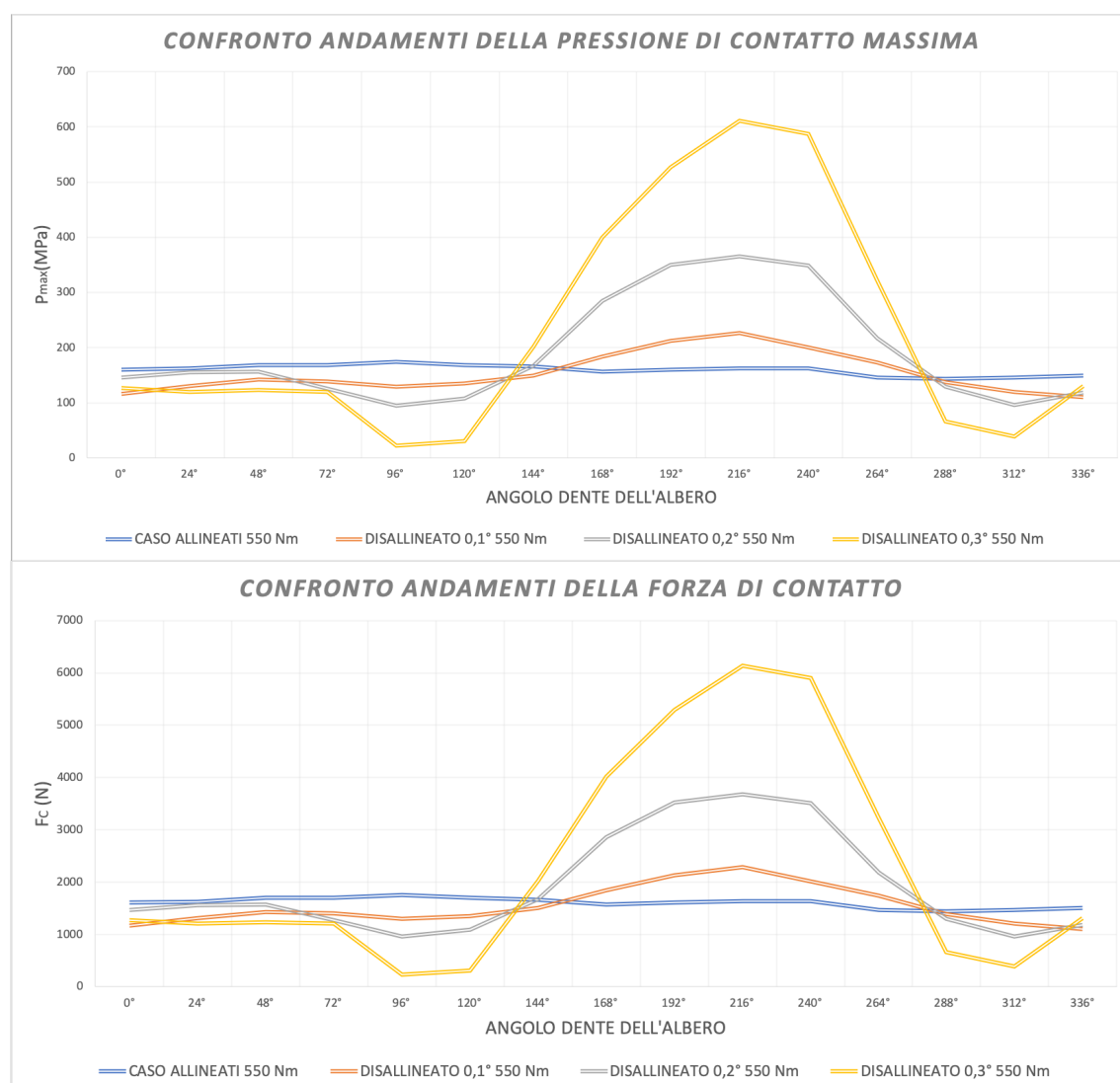


Figura 5.34: Confronto andamenti pressione massima (in alto) e forza di contatto (in basso)

La figura 5.34 mostra invece come i valori di pressione massima e di forza di contatto risentano dell'influenza del grado di disallineamento: mentre per i denti che non si trovano lungo l'asse del disallineamento la variazione dei valori risulta essere minima, per gli altri si ha una crescita quasi esponenziale passando da un incremento del 35% per il disallineamento di 0,1°, del 120% per il disallineamento di 0,2° e del 270% per il disallineamento di 0,3°.

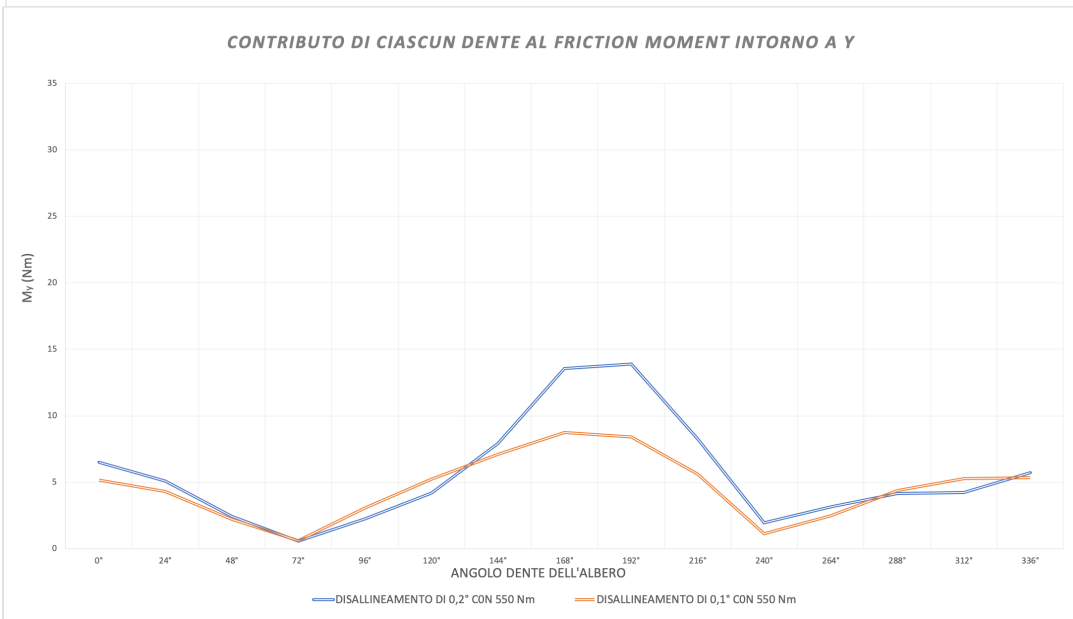
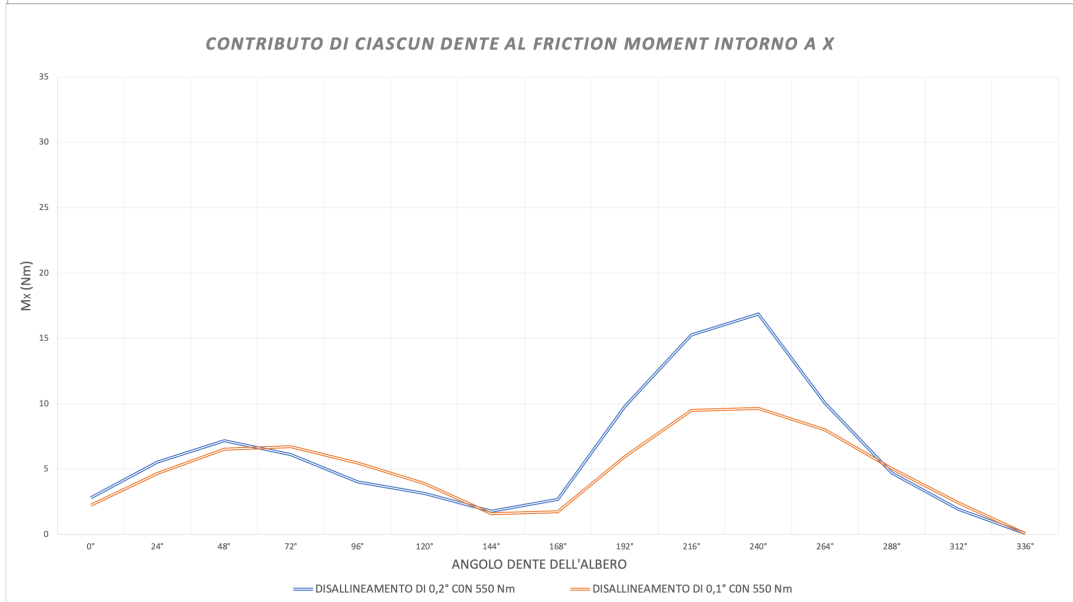
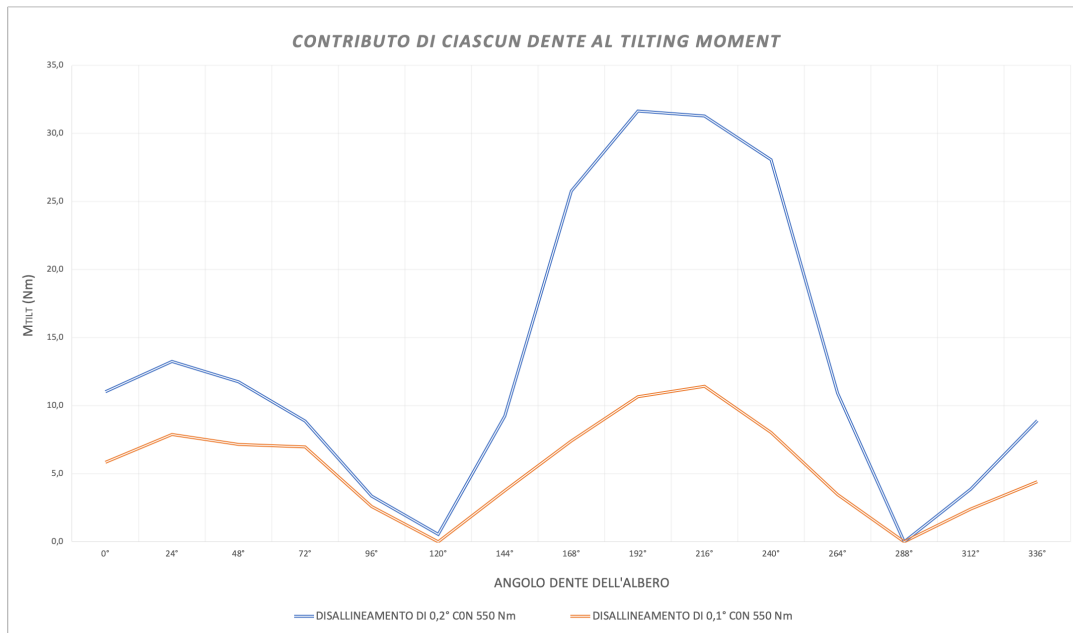


Figura 5.35: Confronto andamenti di a) *Tilting* e b-c) *Friction Moment* per ciascun dente

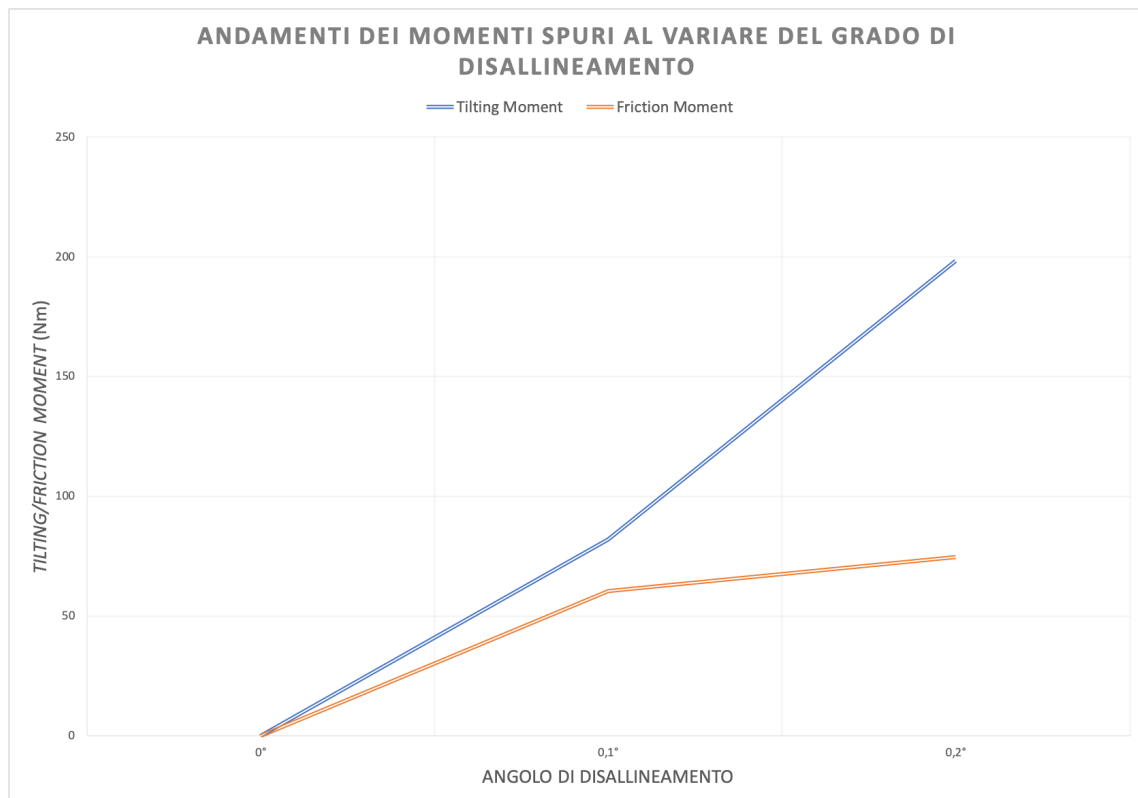


Figura 5.36: Confronto andamenti di *Tilting* e *Friction Moment*

Infine, le figure 5.35-5.36 mostrano più chiaramente l'effetto che si era precedentemente notato sul diverso impatto che il grado di disallineamento ha su questi due momenti spuri: nonostante entrambi tendino ad aumentare al crescere del disallineamento, il Tilting Moment sembra risentire di più delle diverse condizioni di accoppiamento.

5.6 Influenza della coppia a parità di grado di disallineamento

Tutte le prove finora effettuate prevedevano l'applicazione delle stesse condizioni di carico sull'accoppiamento. Si è voluto quindi investigare su come, a parità di posizione nello spazio e di disallineamento imposto, il valore di coppia potesse influire nell'ingranamento dei profili.

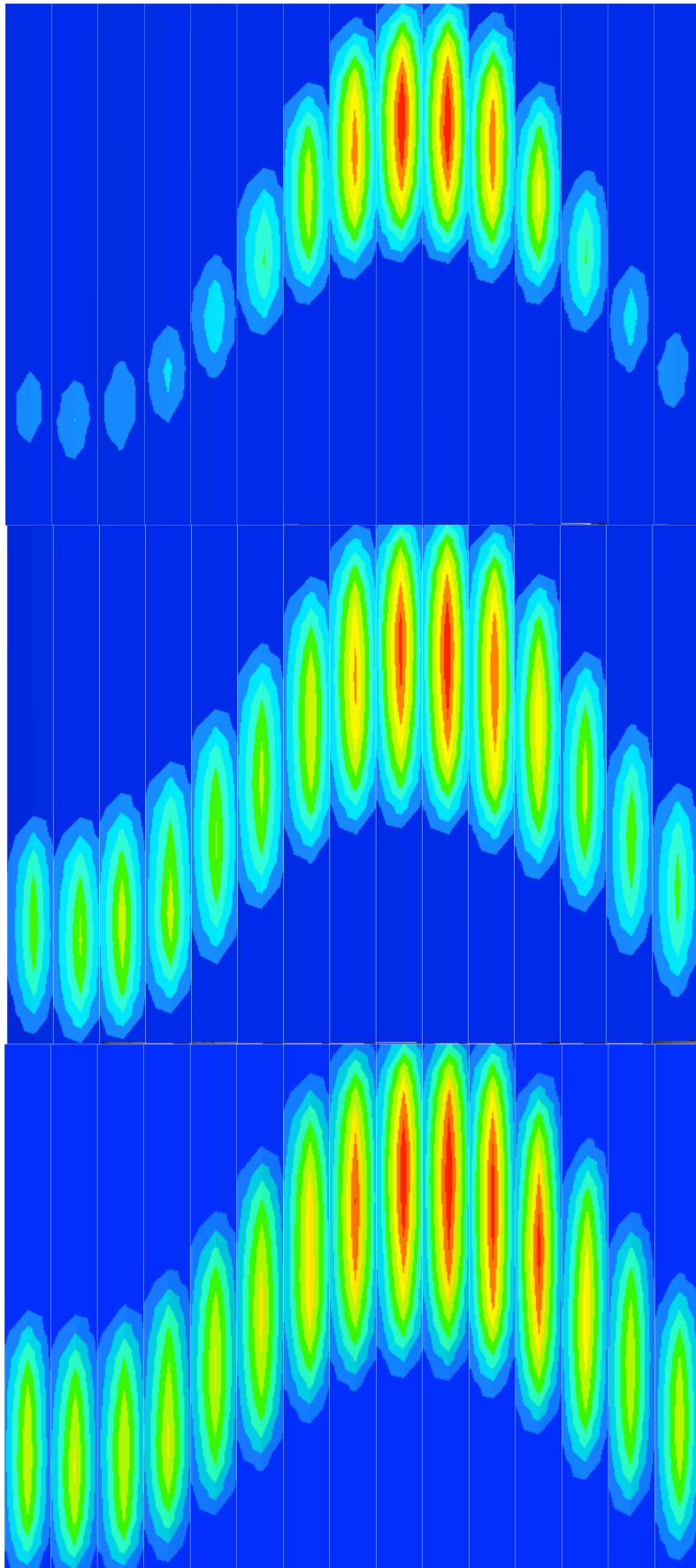


Figura 5.37: (dall'alto verso il basso) Orme di contatto per i casi di disallineamento di $0,1^\circ$ caricati con a) 200Nm b) 550Nm c)750 Nm

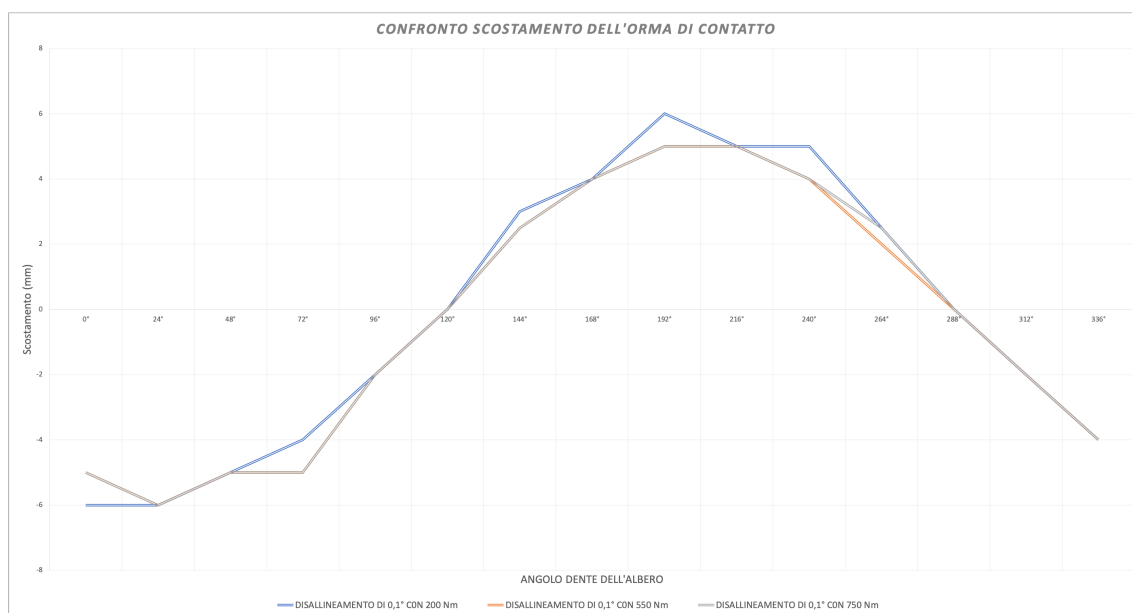


Figura 5.38: Confronto scostamento dell'orma di contatto

Le figure 5.37-5.38 ci mostrano un primo confronto riguardo la forma e l'andamento dell'area di contatto: si nota come all'aumentare della coppia le ellissi di contatto assumano una forma sempre più nitida e uniforme, con un graduale aumento del valore dei loro semiassi. Infatti, nonostante l'andamento sia molto simile in tutti e tre i casi, con condizioni di carico maggiori i profili sembrano rispondere meglio al contatto fornendo un andamento più fluido dello scostamento. Questo potrebbe spiegarsi sia con l'ipotesi che lo scanalato in esame è progettato per lavorare a livelli di coppia più elevati che ne permettono un adeguato e corretto funzionamento, sia con l'ipotesi che un valore di coppia maggiore, implicando a sua volta delle pressioni e forze medie maggiori permetta ai denti che vengano a contatto di incidere in maniera accurata maggiormente tra di loro creando delle ellissi più uniformi.

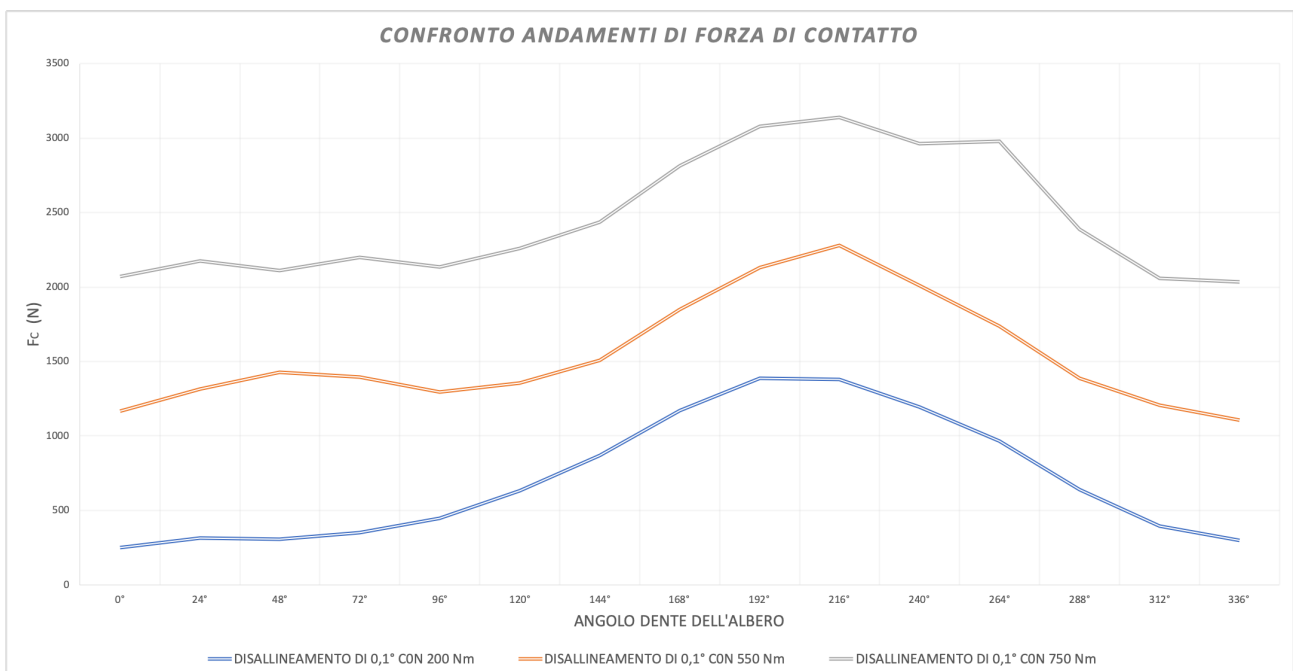
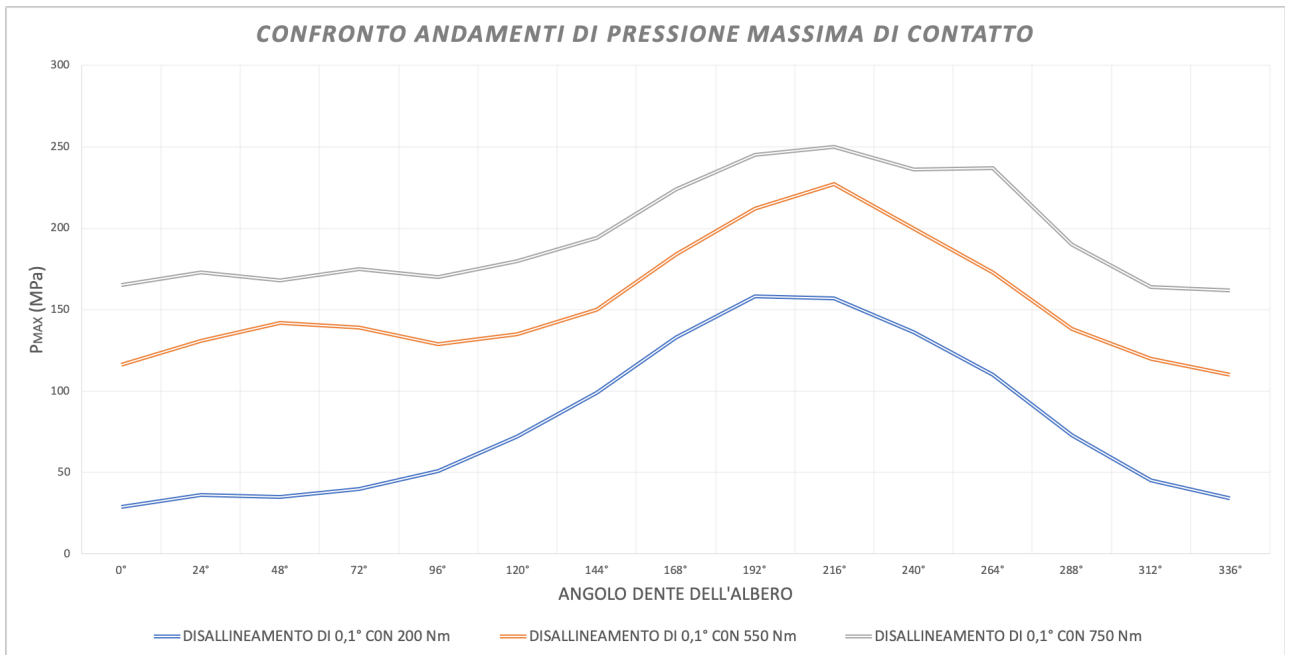


Figura 5.39: Confronto andamenti pressione massima (in alto) e forza di contatto (in basso)



Figura 5.40: Confronto andamenti di a) Tilting e b-c) Friction Moment per ciascun dente

Si nota infine come i due momenti spuri tendano invece a rispondere in egual misura alla variazione della Coppia (Figura 5.41) incrementando gradualmente il

loro valore all'aumentare della variabile in esame con un andamento quasi lineare.

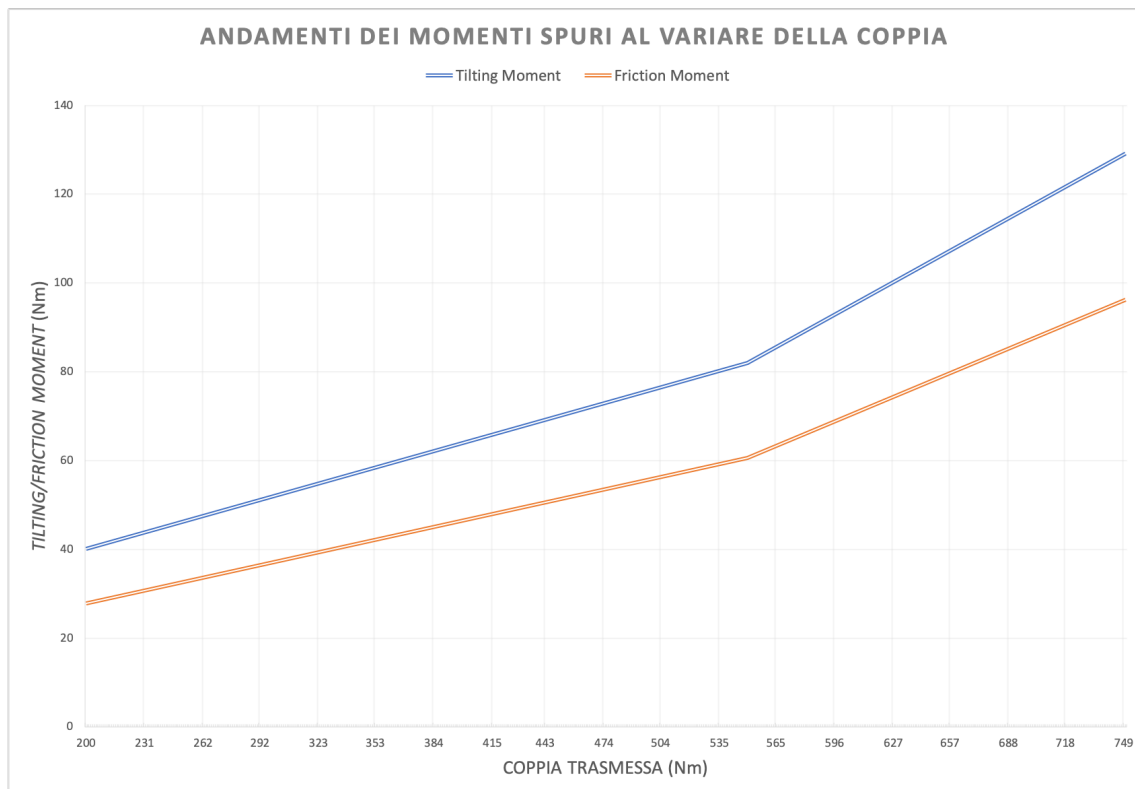


Figura 5.41: Confronto andamenti di a) Tilting e b-c) Friction Moment

5.6.1 Confronto sul caso limite di ingranamento

Nell'affrontare la ricerca di come la coppia trasmessa influisse a parità di disallineamento, è stato riscontrato un comportamento della struttura molto interessante: spingendo al limite il grado di disallineamento per i tre casi di coppia applicati fino a raggiungere la condizione in cui non più tutti i denti andavano in presa, si è notato come questo parametro dipendesse strettamente dal valore di coppia.

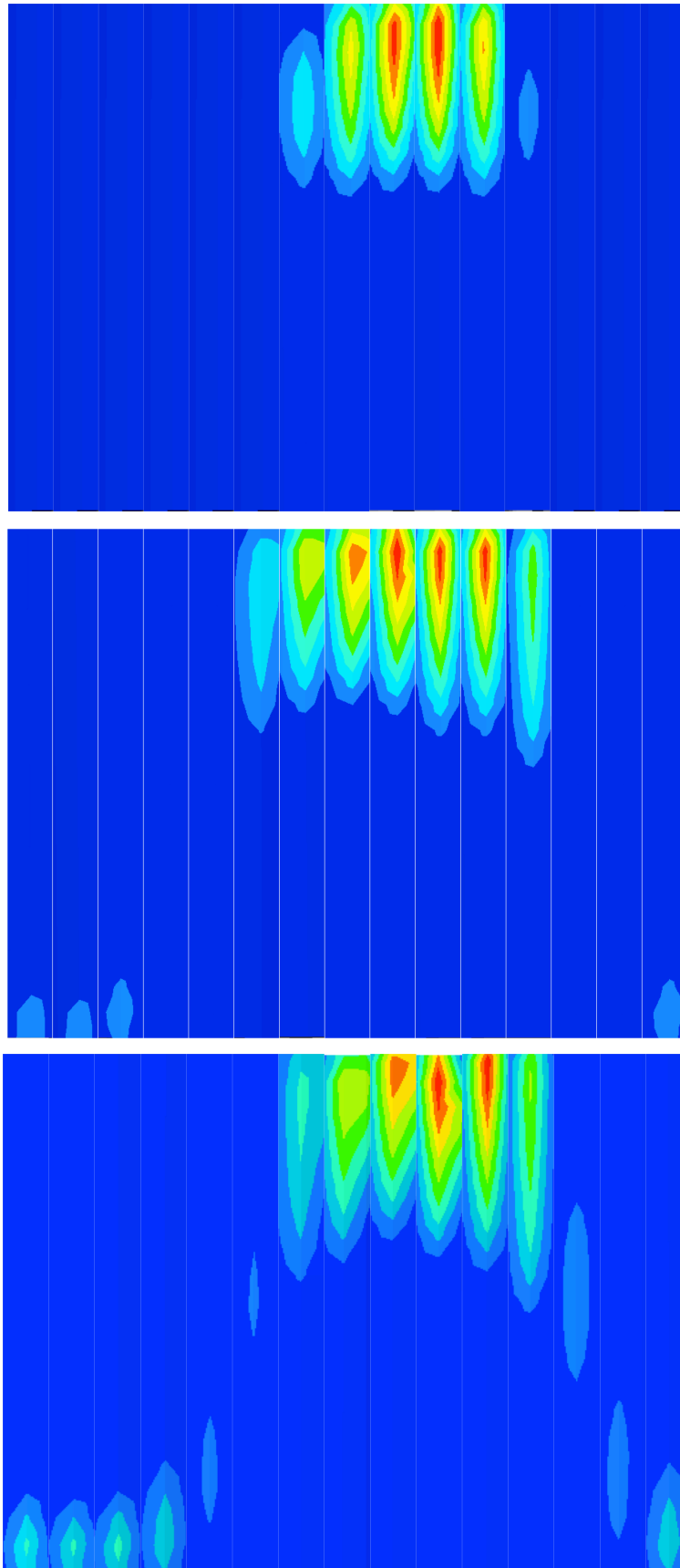


Figura 5.42: (dall'alto verso il basso) Orme di contatto: a) caso caricato con 200 Nm e 0,2° di disallineamento b) caso caricato con 550 Nm e 0,3° di disallineamento a) caso caricato con 750 Nm e 0,3° di disallineamento

Come mostrato in Figura 5.42, mentre il caso caricato con 200 Nm arriva in una configurazione di accoppiamento critico già con $0,2^\circ$, mentre a 550 Nm con $0,3^\circ$, il caso in cui è stata applicata una coppia di 750 Nm continua a mantenere, anche se in maniera labile, tutti i denti in presa con un angolo di disallineamento pari a $0,3^\circ$. Questo fenomeno potrebbe ricalcare quanto già spiegato per la variazione dello scostamento dell'orma di contatto del paragrafo 5.6 e quindi dovuto alle condizioni nelle quali si è previsto di far lavorare lo scanalato, ma rimane un risultato interessante per la seguente trattazione.

Conclusioni

Questo lavoro di tesi affronta la ricerca di alcuni tra i principali problemi per quanto concerne gli accoppiamenti scanalati: l'influenza del disallineamento tra gli alberi e la nascita di momenti spuri.

Gli accoppiamenti scanalati rappresentano la via più utilizzata ed efficace soprattutto in *aerospace* quando si vogliono trasmettere coppie elevate ad elevata velocità: sono strutture teoricamente a vita infinita, capaci di resistere in condizioni ottimali per un larghissimo arco temporale.

Ulteriore ragione che spinge ad utilizzare questa tipologia di accoppiamento è la capacità di garantire un certo disallineamento tra albero e mozzo, compensando così errori di assemblaggio, lavorazione e movimenti relativi nati durante il loro utilizzo.

Di contro questo disallineamento crea sovraccarichi indesiderati con maggiori e non uniformi pressioni di contatto tra i denti, con conseguente influenza sull'usura delle superfici in presa, e la nascita di momenti spuri che aumentano gli sforzi sui cuscinetti; la crescita della velocità di usura e il maggiore carico sul sistema riduce la vita utile ed è indispensabile quindi esaminare il fenomeno e tenerlo a mente già in fase di progettazione.

Per questo è fondamentale comprendere a pieno il fenomeno che è stato messo in luce con il presente lavoro di ricerca che non vuole definirsi come definitivo ma come un valido punto di partenza su cui basare eventuali prove future. Infatti, ulteriori prove possono essere svolte per:

- Valutare il sistema nelle condizioni di effettivo funzionamento, con l'introduzione di un albero motore e un albero condotto e i relativi cuscinetti;
- Quantificare il *Tilting Moment* mediante le reazioni vincolari sui cuscinetti;
- Valutare l'influenza del gioco preesistente tra i denti dell'accoppiamento scanalato;
- Effettuare un confronto diretto con i risultati così ottenuti con delle prove di tipo sperimentale.

Nella trattazione svolta risulta evidente come l'analisi strutturale agli elementi finiti assistita dal calcolatore rappresenti uno strumento di notevole ausilio per la comprensione di questi fenomeni, permettendo di risparmiare tempi e costi. Tuttavia non si può prescindere da un'accurata e precisa analisi sperimentale: l'unione di entrambi gli aspetti citati, suffragati dall'esperienza dell'ingegnere, potranno soddisfare gli obiettivi proposti.

Bibliografia

- [1] A. Gugliotta, “*Elementi finiti*”, Otto editore
- [2] L. Gambarotta, L. Nunziante, A. Tralli, “*Scienza delle costruzioni*”, McGraw Hill
- [3] A. Di Molfetta, “*Effetto del disallineamento sulle tipologie di danneggiamento negli accoppiamenti scanalati: tilting moment e friction moment*”, tesi di laurea, Politecnico di Torino, 2018
- [4] Alfares MA, Falah AH, Elkholy AH (2006) “*Clearance distribution of misaligned gear coupling teeth considering crowning and geometry variations*”. Mech Mach Theory 41
- [5] Cura` F, Mura A, Gravina M (2013) “*Load distribution in spline coupling teeth with parallel offset misalignment*”. Proc Inst Mech Eng Part C J Mech Eng Sci 227(10)
- [6] Tjernberg A (2001) “*Load distribution and pitch errors in a spline coupling*”. Mater Des 22
- [7] Elkholy AH, Alfares MA (2002) “*Misalignment loads in splined gear coupling*”. Int J Comput Appl Tech 15
- [8] Medina S, Olver AV (2002) “*An analysis of misaligned spline couplings*”. Proc Inst Mech Eng Part J J Eng Tribol
- [9] Cuffaro V, Cura` F, Mura A (2014) “*Test rig for spline couplings working in misaligned conditions*”. J Tribol
- [10] Hong J, Talbot D, Kahraman A (2014) “*Load distribution analysis of clearance-fit spline joints using finite elements*”. Mech Mach Theory
- [11] Hong J, Talbot D, Kahraman A (2014) “*A semi-analytical load distribution model for side-fit involute splines*”. Mech Mach Theory
- [12] Medina S, Olver AV (2002) “*Regimes of contact in spline couplings*”. J Tribol
- [13] Guo Y, Lambert S, Wallen R, Errichello R, Keller J (2016) “*Theoretical and experimental study on gear-coupling contact and loads considering misalignment, torque, and friction influences*”. Mech Mach Theory
- [14] Cura` F, Mura A (2014) “*Experimental and theoretical investigation about reaction moments in misaligned splined couplings*”. Mech Syst Signal Process
- [15] Cura` F, Mura A (2013) “*Experimental procedure for the evaluation of tooth stiffness in spline coupling including angular misalignment. Mech Syst Signal Process*”
- [16] Curà F., Mura A. (2017) “*Theoretical and numerical evaluation of tilting moment in crowned teeth splined couplings*” Meccanica, DOI
- [17] A.H. Elkholy, M.A. Alfares “*Misalignment loads in splined gear couplings*” International Journal of Computer Application in Tachnology, Vol. 15 N° 1/2/3 2002
- [18] SmartCAE, “*Quando l’analisi diventa non lineare*”, SmartCAE srl 2017
- [19] Altair Hyperworks, “*HyperMesh User’s and Reference Guide*”

Ringraziamenti

Desidero ringraziare innanzitutto la prof.ssa Francesca Maria Curà, relatore di questa tesi, per avermi accompagnato passo passo verso la fine di questo impegnativo percorso universitario, dimostrandomi sempre la massima disponibilità e fornendomi tutto l'aiuto possibile nei momenti più difficili in cui mi sono imbattuto. Ringrazio l'ing. Mura per avermi guidato nella comprensione di alcuni dei passi essenziali di questo lavoro di tesi. Ringrazio l'ing. Genta e tutto il team di Ankers per avermi permesso di apprendere e utilizzare gli strumenti grazie ai quali ho svolto le simulazioni, contribuendo così a fornire una formazione più ampia del mio profilo lavorativo.

Un sentito ringraziamento ai miei genitori, Gabriella e Vincenzo, per avermi sempre supportato e sopportato in questi lunghi cinque anni di sfide, rimanendomi vicino in qualsiasi momento e continuando a credere in me anche quando io stesso non ci credevo. Insieme a loro ringrazio tutta la mia famiglia, mio fratello e mia sorella, Alessandro e Adelanna, i miei nonni e i miei zii che hanno contribuito a darmi tutto il calore possibile che un ragazzo possa ricevere.

Infine, mi sento di ringraziare la mia ragazza, Giulia, e i miei amici, Andrea, Vincenzo, Giovanni, Scipi, Napo, Gigi, Romio, Cristian, Simone, Giorgio e tutti i miei colleghi, per avermi permesso di vivere durante questi anni universitari momenti unici, confrontandoci ed essendo sempre di aiuto gli uni per gli altri e facendo sì che lo studio accademico venisse piacevolmente alternato con sani momenti di svago.