

# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale  
in Ingegneria Gestionale

Tesi di Laurea Magistrale

Analisi e Previsione del Prezzo Spot dell'Energia:

Tecniche di Machine Learning e Modelli

Econometrici Applicati al Mercato Svizzero nel

Contesto Europeo



Relatore

prof. Franco Varetto

Candidato

Lisa Ferrari

Anno Accademico 2018/2019



*A model must be wrong, in some respects, else it would be the thing itself. The trick is to see where is right. (Henry Bent)*

# Analisi e Previsione del Prezzo Spot dell'Energia: Tecniche di Machine Learning e Modelli Econometrici Applicati al Mercato Svizzero nel Contesto Europeo

## Sommario

Questa tesi si propone l'obiettivo di effettuare l'analisi e la previsione del prezzo *spot* dell'energia elettrica studiando, in particolare, il caso del mercato svizzero.

Questa indagine è di particolare rilevanza dal momento che, in Europa, il settore energetico, a seguito della liberalizzazione avvenuta negli anni '90, è in continuo mutamento e fortemente competitivo. Questi cambiamenti, avvenuti per adempiere alla necessità di minimizzare i prezzi dell'energia, hanno avuto come conseguenza una maggiore omogeneizzazione e regolamentazione a livello Europeo e hanno condotto alla nascita, pressoché spontanea, della Borsa Elettrica. Questo innovativo strumento, attorno al quale ruotano ingenti profitti di numerose aziende, ha reso di fondamentale importanza disporre dei più precisi modelli di previsione. Il prezzo svizzero risulta essere molto sfidante da prevedere dato che, essendo la Svizzera un Paese di transito dell'energia, esso dipende maggiormente dai prezzi confinanti rispetto a quanto vi incida l'offerta installata in loco; in Italia un'accurata previsione del prezzo svizzero è fondamentale per la massimizzazione dei profitti legati all'intensa attività di *cross-border trading*.

In queste pagine sono descritti gli elementi di complessità del funzionamento di questo tipo di mercato e i due diversi approcci che sono stati adottati nell'ambito dello studio: il più tradizionale lavora con i prezzi giornalieri in termini di serie storica e applica modelli lineari autoregressivi; il secondo, noto come *machine learning*, è utilizzato per tenere conto anche della componente non lineare dei dati ed è basato sull'intelligenza artificiale. In questo lavoro si è scelto di seguire entrambe le strade e di valutare quale fosse la migliore in termini di errori previsionali e di grado di accuratezza.

# Analysis and Forecasting of Energy Spot Price: Techniques of Machine Learning and Econometric Model applied to Swiss Market in the European Context

## Abstract

The aim of this dissertation is to carry out the analysis and forecast of the electricity spot price studying, in particular, the case of the Swiss market.

This survey is very important since, in Europe, the energy sector, as result of the liberalisation which have taken place in the '90s, is constantly changing and highly competitive. These changes, which occurred to fulfil the need to minimise energy price, have resulted in greater homogenization and regulation at European level and they have led to the spontaneous emergence of the Electricity Exchange. This innovative tool, around which huge profits of many companies are related, has made essential to have precise forecasting models. Here the number of transactions is very low then the prices which arise do not incorporate the amount of information required to consider them efficient. The Swiss price turns out to be very challenging to forecast given that, since Switzerland is a country of energy transit, it depends more on neighbouring prices than how supply installed on site affects on it. In Italy an accurate forecast of the Swiss price is essential to maximize the profits deriving from cross-border trading.

In these pages the elements of complexity of the operation of this type of market are described and two different approaches that have been adopted within the study are illustrated: the more traditional works with daily prices in terms of time series and applies autoregressive linear model; the second one, known as machine learning, takes into account the non-linear component of the data and is based on artificial intelligence. In this thesis we chose to follow both paths and to evaluate which was the best in terms of predicted errors and degree of accuracy.

## Ringraziamenti

Un sincero grazie al Prof. Franco Varetto, relatore di questa tesi e fonte inesauribile di conoscenza. Oltre ad avermi guidato nella stesura di questo lavoro, mi ha trasmesso passione e insegnamenti fondamentali che saranno sempre di ispirazione per il mio lavoro.

Non ci sono parole per esprimere la mia gratitudine per l'immenso impegno e la grandissima pazienza dimostrata dal team di Sinergetica srl, un ringraziamento particolare a Dott. Andrea Passadore, PhD e a Dott.ssa Lara Canepa senza i quali questo elaborato non sarebbe mai stato così com'è.

Grazie ai miei genitori, il mio punto di riferimento, che mi hanno permesso di percorrere il mio cammino, facendomi arrivare lontano, pur essendo solo all'inizio della mia avventura. Grazie al *mio Papi* che riesce sempre a dimostrarmi silenziosamente l'orgoglio che nutre per me. Grazie alla *mia mamma*, la persona che mi ha trasmesso il suo senso della vita e che mi ha dato il coraggio di *rivendicare il diritto ad essere felice, di non dar retta alla gente e di non aver paura perché se il gioco è troppo facile avrò qualcosa da pagare.*

Grazie a Pietro, la mia spalla e il mio cuore, l'uomo che ha creduto in me anche quando io stessa avrei vacillato, che si è fidato e mi ha lasciato andare per inseguire un sogno, che mi seguita affinché ora potessimo raggiungerlo assieme.

# Indice

<b>ANALISI E PREVISIONE DEL PREZZO SPOT DELL'ENERGIA: TECNICHE DI MACHINE LEARNING E MODELLI ECONOMETRICI APPLICATI AL MERCATO SVIZZERO NEL CONTESTO EUROPEO .....</b>	<b>IV</b>
SOMMARIO .....	IV
<b>ANALYSIS AND FORECASTING OF ENERGY SPOT PRICE: TECHNIQUES OF MACHINE LEARNING AND ECONOMETRIC MODEL APPLIED TO SWISS MARKET IN THE EUROPEAN CONTEXT .....</b>	<b>V</b>
ABSTRACT .....	V
<b>RINGRAZIAMENTI .....</b>	<b>VI</b>
<b>INDICE .....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUZIONE.....</b>	<b>4</b>
<b>CAPITOLO 1 .....</b>	<b>7</b>
<b>1. MERCATO DELL'ENERGIA ELETTRICA .....</b>	<b>7</b>
1.1. CARATTERISTICHE GENERALI DEL MERCATO .....	7
1.1.1. <i>Vincoli del sistema</i> .....	9
1.1.2. <i>Partecipanti</i> .....	10
1.2. LE FASI .....	16
1.3. TENDENZA ALLA LIBERALIZZAZIONE .....	19
1.4. MERCATO SPOT .....	24
1.5. CROSS-BORDER .....	27
1.6. MERCATO A TERMINE .....	29
1.6.1. <i>Liquidità</i> .....	34
1.6.2. <i>Esempi notevoli</i> .....	36
<b>CAPITOLO 2 .....</b>	<b>38</b>
<b>2. CASE STUDY: SVIZZERA.....</b>	<b>38</b>
2.1. SWISSGRID E EPEX SPOT .....	38
2.2. OVERVIEW DEI DATI ENERGETICI .....	40
<b>CAPITOLO 3 .....</b>	<b>45</b>
<b>3. MODELLI AUTOREGRESSIVI .....</b>	<b>45</b>
3.1. ELEMENTI DI STATISTICA PER LE SERIE STORICHE .....	45
3.1.1. <i>Serie storica</i> .....	45

3.1.2.	<i>Processo stocastico</i> .....	47
3.1.3.	<i>Stazionarietà</i> .....	50
3.1.4.	<i>Autocorrelazioni</i> .....	51
3.1.5.	<i>White Noise</i> .....	52
3.1.6.	<i>Trend, stagionalità, componente stocastica</i> .....	53
3.1.7.	<i>Operatore ritardo e operatore differenza</i> .....	55
3.1.8.	<i>Test statistici</i> .....	58
3.1.9.	<i>Spike o Jumps</i> .....	59
3.2.	MODELLO REGRESSIVO LINEARE .....	61
3.3.	MODELLO AUTOREGRESSIVO A MEDIA MOBILE CON VARIABILE ESOGENA.....	62
3.3.1.	<i>Processi Autoregressivi</i> .....	64
3.3.2.	<i>Processo AR(1)</i> .....	64
3.3.3.	<i>Processi media mobile</i> .....	66
3.3.4.	<i>Processo MA(1)</i> .....	67
3.3.5.	<i>Processi ARMA</i> .....	68
3.3.6.	<i>ARMAX</i> .....	69
3.3.7.	<i>Modelli ARIMA</i> .....	70
3.4.	MODELLO BOX-JENKINS.....	71
<b>CAPITOLO 4</b> .....		<b>77</b>
<b>4. MACHINE LEARNING</b> .....		<b>77</b>
4.1.	XGBOOST .....	78
4.2.	CUBIST .....	83
<b>CAPITOLO 5</b> .....		<b>85</b>
<b>5. INDAGINE</b> .....		<b>85</b>
5.1.	MODELLI ECONOMETRICI .....	85
5.2.	TECNICHE DI MACHINE LEARNING .....	102
5.2.1.	<i>XGBoost - Caso A</i> .....	103
5.2.2.	<i>XGBoost - Caso B</i> .....	104
5.2.3.	<i>Cubist – Caso A</i> .....	105
5.2.4.	<i>Cubist – Caso B</i> .....	106
5.3.	CONFRONTI E RISULTATI .....	107
<b>6. CONCLUSIONI</b> .....		<b>109</b>
<b>APPENDICE</b> .....		<b>112</b>

**BIBLIOGRAFIA..... 118**

# Introduzione

L'obiettivo principale della Tesi è lo sviluppo di un modello previsionale di breve periodo del prezzo *spot* dell'energia elettrica nei mercati illiquidi. In particolare, si è scelto di approfondire un *case study* riguardante la Svizzera negli anni fra il 2016 e il 2018.

Questo lavoro riassume le conoscenze acquisite e l'esperienza formata durante la mia attività di tirocinio presso Sinergetica S.r.l., azienda genovese fornitrice di soluzioni *software* per il mercato dell'energia.

La Tesi si articola in cinque capitoli:

- il primo fornisce una descrizione esauriente del settore dell'energia elettrica, introducendo i principali attori, le caratteristiche del bene trattato e il funzionamento del suo mercato;
- il secondo illustra le peculiari caratteristiche energetiche del Paese in esame (la Svizzera), tra cui l'imponente sfruttamento della fonte idroelettrica e il preponderante utilizzo di energia nel settore dei servizi;
- il terzo definisce i principali elementi di statistica, i processi auto regressivi, il modello *Box-Jenkins* e le misure di bontà previsionale usate più frequentemente;
- il quarto costituisce la parte più innovativa poiché introduce i modelli di *machine learning* che sono stati applicati;
- il quinto fornisce i risultati estratti dal caso di studio correlati da un'ampia dissertazione e dai futuri sviluppi sul tema.

Questo elaborato assume particolare rilevanza dato il contesto che si è recentemente formato in seguito alla liberalizzazione del mercato dell'energia elettrica. Tali cambiamenti sono avvenuti per adempiere alla necessità, introdotta dalla Commissione Europea, di raggiungere l'Energy

Union al fine di aumentare la competitività nel settore e quindi poter ridurre gli importi delle bollette dei consumatori. A seguito dello sviluppo di un mercato unico europeo, in cui si vorrebbe realizzare un solo prezzo internazionale, è nata, in modo pressoché spontaneo, la Borsa dell'energia elettrica. Questo strumento innovativo, attorno al quale ruotano ingenti profitti di numerose aziende, ha reso di fondamentale importanza disporre dei più precisi modelli di previsione.

La scelta di focalizzare l'attenzione sul mercato energetico della Svizzera è motivata dal fatto che il numero di variabili necessarie a svolgere l'analisi è limitato, dal momento che il Paese non è entrato in *coupling* con nessun altro Stato confinante e, di conseguenza, l'applicazione dei modelli scelti risulta maggiormente idonea. Il prezzo svizzero inoltre possiede la particolare caratteristica di essere maggiormente correlato con i prezzi dei Paesi confinanti, piuttosto che con l'offerta di energia proveniente dagli impianti installati in loco, nonostante il Paese detenga un ruolo nevralgico come serbatoio di energia grazie alle sue centrali idroelettriche ad accumulazione e pompaggio.

Lo studio del prezzo *spot* permette di ottenere risultati dotati di sostenuta qualità previsionale benché non sempre si abbia la totale disponibilità dei dati. Durante lo svolgimento del lavoro sono stati analizzati anche i prezzi *forward* ma, considerata la penuria delle informazioni a riguardo, si è scelto di non riportare gli esiti all'interno dell'elaborato.

La parte più importante, dal punto di vista pratico, è quella che si incentra sui modelli di *machine learning*. Questi ultimi infatti consentono di ottenere la più elevata precisione delle previsioni poiché il *machine learning forecasting* è auto correttivo e molto più potente se paragonato alle tecniche tradizionali. Le ragioni della sua superiorità consistono prevalentemente nel fatto che disponga di una capacità di calcolo tale da poter elaborare quantità di dati

illimitati mentre i sistemi antecedenti potevano applicare solo algoritmi e set di dati di dimensione finita. [Premkumar00]

# Capitolo 1

## 1. Mercato dell'energia elettrica

### 1.1. Caratteristiche generali del mercato

Il settore energetico, in cui questo lavoro si sviluppa, è in continuo mutamento e relativamente giovane, dal momento che il mercato dell'energia elettrica è stato liberalizzato a partire dagli anni '90. Da questo momento, la precedente situazione monopolistica ha lasciato spazio ad un mercato competitivo, nel quale i consumatori hanno il diritto di esercitare libertà di scelta nei confronti dell'operatore dal quale ricevere il servizio. In Italia la liberalizzazione del settore energetico è avvenuta il 1° Gennaio 2003 a seguito del D. Lgs. 16 marzo 199, n. 79 (meglio noto come Decreto Bersani), giorno dal quale una società produttrice non può controllare (direttamente o indirettamente) più del 50% del mercato.

Il mercato dell'energia elettrica è il più complesso tra i servizi di pubblica utilità, oltre che uno tra quelli con maggiore impatto sull'economia del Paese [Chiaroni18]. Dato che l'energia entra come *input* nella maggior parte dei processi produttivi, una sua inefficiente gestione potrebbe generare prezzi degli *output* immessi sul mercato più elevati, con conseguente perdita di competitività dell'intero sistema [Autorità09].

L'elettricità, inoltre, ha alcune caratteristiche peculiari: può solo essere immagazzinata per una quantità limitata e deve essere trasportata dal produttore al consumatore utilizzando la rete elettrica [Weon00]. I principali sistemi di accumulo dell'energia elettrica sono di tipo:

- chimico (idrogeno),

- elettrochimico (batterie<sup>1</sup>),
- elettrico (supercapacitori),
- meccanico (volani, aria compressa o bacini idroelettrici<sup>2</sup>).

A causa delle leggi fisiche riguardanti l'energia, la sua trasmissione richiede che la domanda e l'offerta siano bilanciate ad ogni istante di tempo: quando la domanda aumenta la produzione deve essere incrementata dello stesso ammontare, pena l'interruzione di energia elettrica nell'intero sistema.

Un simile evento di cui si ha memoria è il *blackout* del sistema elettrico italiano del 28 settembre 2003, quando buona parte dell'Italia rimase al buio per parecchie ore a causa di un guasto sulla linea elettrica svizzera: alle 3:30 del mattino un albero cadde su un traliccio dell'alta tensione. L'impatto così ingente sul nostro Paese si verificò perché gli impianti italiani di quegli anni, particolarmente vecchi, inefficienti e antieconomici, venivano disattivati nelle ore notturne durante le quali risultava più conveniente che circa il 70-80% dell'elettricità fosse importata dall'estero [Madonia18].

Oltre alla necessità costante di un bilancio istantaneo di domanda e offerta, un'ulteriore implicazione delle leggi fisiche fa sì che l'elettricità non possa essere smaltita e che, di conseguenza, non possa verificarsi nel sistema un

---

<sup>1</sup> Le batterie si differenziano in base alle combinazioni chimiche impiegate al loro interno; sono una componente essenziale negli impianti isolati dalla rete elettrica dal momento che possono accumulare l'elettricità prodotta in eccesso rispetto alle necessità immediate di auto consumo per restituirla nei momenti di scarsa disponibilità.

<sup>2</sup> I bacini idroelettrici di accumulo sono basati sul pompaggio di acqua; essi utilizzano due serbatoi posti a quote differenti: nelle ore in cui l'energia prodotta è superiore all'energia richiesta, l'acqua è pompata dal serbatoio inferiore a quello superiore; nelle ore di picco, invece, l'acqua accumulata a monte viene utilizzata per produrre l'energia elettrica. Questi strumenti sono molto utili per accumulare l'energia prodotta dalle centrali termoelettriche.

eccesso di offerta; se ciò accadesse, la frequenza nella rete di trasmissione dovrebbe mutare portando a un'interruzione dell'approvvigionamento dovuto a un sovraccarico [Migliavacca02].

### 1.1.1.Vincoli del sistema

Date queste peculiari caratteristiche fisiche, il funzionamento del sistema elettrico è soggetto a vincoli tecnici molto stringenti:

- richiede il bilanciamento istantaneo e continuo tra la quantità di energia immessa in ciascun nodo della rete e quella prelevata dallo stesso nodo, tenuto conto degli scambi netti di energia con altri nodi e delle perdite di trasporto;
- la frequenza e la tensione dell'energia in rete devono essere mantenute all'interno di range molto ristretti per tutelare la sicurezza degli impianti di produzione e di trasporto, nonché la qualità del servizio;
- è necessario che i flussi di energia su ogni elettrodotto non superino i limiti massimi di transito ammissibili sull'elettrodotto stesso.

Deviazioni minime da uno qualsiasi di questi valori per più di qualche secondo possono condurre rapidamente al *blackout* generalizzato nella rete elettrica.

## 1.1.2.Partecipanti

Nel mercato dell'elettricità interagiscono quattro diverse classi di attori<sup>3</sup>: i fornitori, i consumatori finali, il gestore del sistema di trasmissione e l'Autorità di Regolazione. Nella prima categoria rientrano sia i produttori che posseggono gli impianti elettrici di generazione, sia i rivenditori che, non detengono impianti di produzione ma si occupano della vendita di energia acquistata da terzi [Autorità09].

Se l'elettricità si presenta per il consumatore come un prodotto omogeneo, dal lato dell'offerta i costi e le tecniche di produzione sono assolutamente eterogenei e le tecnologie si distinguono in base al combustibile primario utilizzato. Questa profonda differenziazione determina la flessibilità dell'offerta e gioca un ruolo fondamentale per garantire affidabilità all'approvvigionamento di energia elettrica poiché determina la capacità di gestire gli squilibri nel sistema nel breve periodo. Questi sono dovuti all'elevata variabilità della richiesta di energia in rete che mostra stagionalità giornaliera, settimanale e annuale, fortemente correlata alle caratteristiche sociali e climatiche del singolo Paese. L'utilizzo di un mix di generazione diversificato consente di modificare il fattore di utilizzo del parco al fine di soddisfare tutta la domanda di energia al minor costo di generazione possibile e di avviare risposte più o meno immediate alle sue repentine variazioni, sfruttando i differenti tempi di attivazione degli impianti. Per fare ciò, dato che le diverse tecnologie sono caratterizzate da una relazione inversa tra costi fissi e costi variabili, si adotta quella più conveniente in base alle ore totali di utilizzo [Blumsack18]. Nel caso in cui si debba soddisfare una domanda

---

<sup>3</sup> *L'articolo si focalizza sulla descrizione dei mercati dell'energia liberalizzati per cui le attività di generazione e le reti di trasmissione sono detenute e utilizzate da diversi soggetti.*

relativamente costante nel tempo (porzione di domanda detta *di base*) si utilizzano gli *impianti di base*<sup>4</sup>, che operano per un numero di ore molto elevato nell'anno e i cui costi fissi sono più che compensati dai minori costi variabili legati al basso prezzo del combustibile o alla maggiore efficienza produttiva. Dall'altra parte, per coprire archi temporali brevi nei quali si verificano picchi di domanda con forte discontinuità, si ricorre all'uso degli *impianti di punta*<sup>5</sup> caratterizzati da bassi costi fissi, dovuti alle piccole dimensioni, che sono recuperabili in un numero ridotto di ore di utilizzo e che compensano i maggiori costi variabili legati ai bassi rendimenti. Per soddisfare, infine, le richieste di potenza intermedia tra base e picco, si usano gli *impianti intermedi*<sup>6</sup> [Galliani17].

---

<sup>4</sup> Tipicamente sono gli impianti termici ad elevato rendimento e gli impianti idroelettrici ad acqua fluente.

<sup>5</sup> Sono gli impianti idroelettrici a bacino, serbatoio o pompaggio.

<sup>6</sup> Sono gli impianti termici a rendimento inferiore.

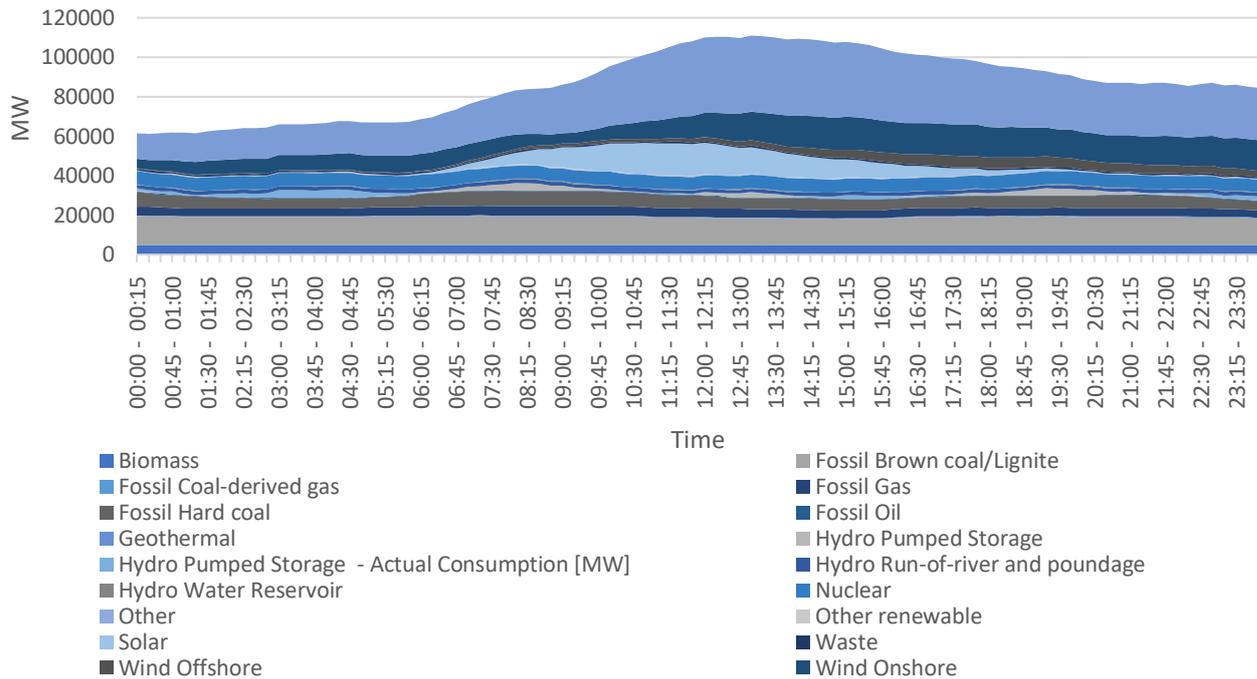


FIGURA 1.1 ACTUAL GENERATION PER TYPE GERMANY; ENTSOE; 08/05/2019

La Figura 1.2 mostra la curva di domanda aggregata che presenta rendimenti decrescenti di scala dovuti alla sopra descritta coesistenza di diverse tecnologie aventi costi medi e caratteristiche tecniche molto differenziate.

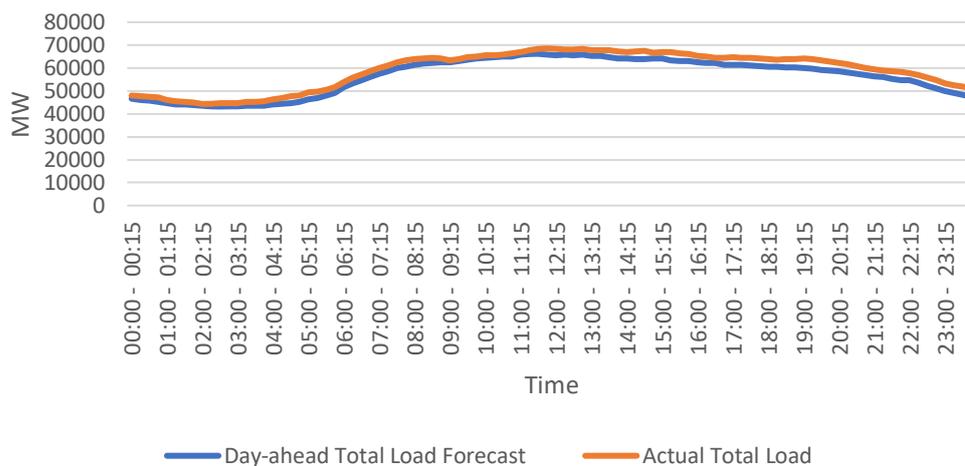


FIGURA 1.2 DAY-AHEAD TOTAL LOAD FORECAST E ACTUAL TOTAL LOAD; ENTSOE; 08/05/2019

Un'ulteriore conseguenza della diversificazione dell'offerta è l'elevata rischiosità degli investimenti in capacità di generazione. Una certa unità, infatti, può risultare ex-post inefficiente nel caso in cui il suo effetto sulla curva di offerta aggregata sia tale da ridurre i prezzi di equilibrio e la quota di mercato di ciascun fornitore; questa variazione può comportare, infine, una rendita attesa nulla per il produttore. Il timore di perdite possibili molto cospicue, derivanti da costi ingenti irrecuperabili, rappresenta un forte disincentivo all'investimento in questo settore che è quindi caratterizzato da elevate barriere all'entrata. Per esercitare una maggiore tutela, le centrali elettriche adottano peculiari strategie di offerta che prevedono una soglia *minima* atta a garantire la copertura dei costi fissi, una soglia *a costo*, per coprire i costi variabili e, infine, una *di speculazione* per massimizzare i propri profitti.

I costi di generazione sono suddivisi in base al momento in cui sono sostenuti:

- i costi associati alla decisione di investimento sono solitamente denominati costi fissi, sono legati al costo delle attrezzature, del finanziamento, della connessione alla rete e della costruzione della centrale elettrica e sono espressi per unità di capacità installata (€/kW o €/MW);
- i costi sostenuti al momento in cui viene avviata la generazione sono detti costi variabili e sono associati al carburante, alle operazioni di manutenzione e all'esecuzione delle operazioni, all'emissione di anidride carbonica; in genere sono calcolati per unità di elettricità generata (€/MWh).

I costi variabili svolgono un ruolo fondamentale quando è necessario decidere se utilizzare l'impianto o lasciarlo inattivo, nel caso sia possibile sospenderne l'attività o regolarla.

Per coprire i costi fissi e gestire l'attività sul lungo periodo, le centrali elettriche devono trarre profitto dalla partecipazione sul mercato. Generalmente si parla di:

- profitto a breve termine, detto anche margine di contribuzione o profitto lordo: calcolato come il reddito totale guadagnato meno i costi variabili di generazione e trascura quindi i costi fissi;
- profitto a lungo termine: è uguale al totale delle entrate meno il costo totale, inclusi i costi fissi.

È possibile valutare preventivamente la redditività dell'investimento calcolandone il *Net Present Value (NPV)* come sommatoria sull'intero orizzonte temporale di vita del valore attuale della differenza fra i ricavi totali e i costi variabili di ciascun anno [OEE17]. *NPV* è calcolato tramite la seguente formula:

$$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{R_t}{(1+i)^t}$$

dove:

- $R_t$  è il flusso di cassa netto in un singolo periodo di tempo;
- $i$  è il tasso di sconto o il rendimento generato da un investimento alternativo;
- $t$  è l'intervallo di tempo.

La domanda è composta dalle utenze di cui fanno parte le imprese agricole, industriali e terziarie e le famiglie. Gli impianti di consumo, inoltre, sono suddivisi in due macro-categorie: i *retail*, in cui confluiscono gli impianti domestici, le partite IVA e le piccole e medie imprese, e le grandi industrie [Autorità09]. La *Figura 1.1* illustra le diverse fonti di generazione di energia elettrica, suddivise per categoria, per un Paese tipo, nel caso in esame la Germania poiché ricca di diverse tipologie di produzione.

La domanda di energia elettrica è rigida rispetto alle variazioni del prezzo che avvengono durante le ore della giornata o nell'arco delle stagioni poiché l'energia è un bene indispensabile e difficilmente sostituibile. Di conseguenza, la quantità richiesta diminuisce in maniera poco rilevante a fronte di un aumento del prezzo. Questo fenomeno, che è rappresentabile graficamente mediante una curva di domanda che risulta estremamente ripida in corrispondenza della quantità richiesta, determina la possibilità di vendere energia anche a prezzi molto alti qualora l'offerta sia scarsa [Autorità09].

Il gestore del sistema di trasmissione (TSO) è responsabile del funzionamento del sistema di trasferimento e dell'affidabilità della fornitura. Questo soggetto svolge un ruolo chiave di coordinazione centrale ed è dotato di potere gerarchico su tutti i produttori e di ampia discrezionalità; egli, inoltre, opera generalmente in regime di monopolio naturale, poiché la configurazione ottimale è avere un solo operatore sul territorio nazionale regolamentato dall'Autorità di Regolazione, ultima parte coinvolta nel sistema. Per garantire che tutte le transazioni siano tempestive e compatibili con i vincoli del sistema<sup>7</sup>, il TSO deve possedere tutte le informazioni utili a preservarne la sicurezza.

In tutti i sistemi che hanno intrapreso processi di liberalizzazione è stato individuato tale soggetto, di solito una società indipendente dalle società di produzione, responsabile per il coordinamento. Le sue funzioni quindi concorrono al corretto funzionamento del mercato elettrico e possono essere classificate come:

- *Unit commitment e scheduling*: per soddisfare il fabbisogno atteso delle utenze al netto delle perdite durante il trasporto, i programmi di

---

<sup>7</sup> Si tratta di vincoli di bilanciamento, vincoli tecnici delle unità di produzione e di consumo, vincoli di trasmissione, ecc..

produzione delle diverse unità di generazione connesse alla rete devono essere definiti e raccolti in anticipo rispetto al tempo reale.

- *Reserve Procurement*: deve essere gestita e garantita una quantità di potenza di riserva adeguata a compensare in tempo reale variazioni inattese nella domanda, nella disponibilità di impianti di produzione e a risolvere eventuali congestioni nella rete.
- *Balancing*: deve essere garantito in tempo reale l'equilibrio tra domanda e offerta, intervenendo in caso di necessità sulla produzione effettiva delle unità di riserva e sui livelli di tensione e frequenza, corretti entro i tempi massimi consentiti.

## 1.2. Le fasi

Il sistema elettrico nazionale è articolato in quattro fasi: produzione, trasmissione, distribuzione e vendita agli utenti finale mediante stipulazione dei contratti di fornitura, di misurazione, di fatturazione ed esecuzione. Innanzitutto, occorre che l'energia elettrica, non disponibile in natura, sia prodotta fornendo in input le fonti primarie (rinnovabili o non rinnovabili). Le società che si occupano di produzione svolgono attività di approvvigionamento delle materie prime, trasformazione dell'energia primaria in energia elettrica, immissione dell'energia prodotta nella rete, costruzione e manutenzione degli impianti. Sino a pochi anni fa, esistevano forti barriere all'entrata dovute agli ingenti investimenti necessari per la realizzazione degli impianti. Oggi, invece, un maggior numero di soggetti possono operare in questo mercato grazie alla disponibilità di tecnologie di generazione che hanno notevolmente ridotto la dimensione ottima minima degli impianti [Léautier16]. È possibile fare una distinzione tra impianti tradizionali (termoelettrici a carbone e ad olio combustibile, idroelettrici, geotermoelettrici, nucleari) e impianti che sfruttano processi produttivi

innovativi (a ciclo combinato *Combyned Cycle Gas Turbines*, aerogeneratori, a biomasse, ecc.).

La fase di trasmissione prevede di trasmettere l'energia, ossia trasportarla dal luogo in cui è stata prodotta alle zone dove deve essere consumata.

Il sistema di trasmissione è articolato in:

- trasformatori di *AAT* (altissima tensione) che ricevono l'energia dalle centrali elettriche nazionali o dai punti di confine e la trasformano;
- le linee elettriche ad altissima e alta tensione che trasportano l'energia;
- le stazioni di trasformazione che trasformano l'elettricità ad alta tensione in elettricità a media e bassa tensione e cedono l'energia trasformata alle società di distribuzione.

Le linee si dividono:

- in funzione del tipo di conduttore utilizzato in: linee aeree e linee in cavo<sup>8</sup>,
- in funzione della forma d'onda della corrente trasmessa in: linee a corrente continua e linee a corrente alternata, ulteriormente suddivisibili in monofase e trifase.

La rete di trasmissione è soggetta a due principali problemi: la perdita fisica di energia e i limiti di quantità di trasporto. Per affrontare la prima questione si ricorre all'aumento della tensione, mentre la seconda dipende strettamente dalla resistenza delle linee e dalla distanza dal punto di prelievo. Da ciò possono derivare congestioni che riducono la potenza disponibile per soddisfare la domanda complessiva o aumenti dei costi del sistema. In presenza di vincoli di rete stringenti quindi il costo marginale di produzione

---

<sup>8</sup> *Linee aeree: formate da conduttori non isolati posti in aria e fissati su sostegni di vario tipo; linee in cavo: impiegano cavi elettrici con conduttori isolati posti in sostegni di vario tipo.*

dell'energia elettrica assumerà valori diversi nello stesso istante da nodo a nodo [Autorità09]. La rete di trasmissione ha anche la funzione di interconnettere i centri di produzione nazionali e transnazionali al fine di ottimizzare la produzione e l'utilizzazione. Essa, infine, permette di riallocare le risorse per ridurre gli sprechi dal momento che il consumo energetico non è costante (cala notevolmente durante le ore notturne) e solo alcune centrali possono essere portate a regimi di produzione inferiori.

La trasmissione avviene secondo determinate leggi fisiche: per effetto della prima legge di *Kirchhoff*<sup>9</sup> la somma dell'energia immessa in un nodo in ogni istante è sempre uguale alla somma dell'energia prelevata dallo stesso nodo; per la seconda legge di *Kirchhoff*<sup>10</sup> è impossibile stabilire a priori il percorso che l'energia compirà una volta immessa in rete in quanto ciò dipende dalla configurazione complessiva del dispacciamento in tempo reale. Sulla base di quest'ultimo enunciato si può affermare che i percorsi fisici dell'energia non coincidono con i percorsi contrattuali (si parla di *non tracciabilità dei flussi*). Gli elevati costi fissi dovuti agli investimenti e i ridotti costi marginali di utilizzo connotano la rete elettrica come un classico monopolio naturale poiché gli elevati rendimenti di scala crescenti rendono più conveniente la presenza di una sola impresa realizzatrice dell'*output*. Dato che queste caratteristiche hanno come conseguenza l'impossibilità per un produttore puro di competere con altri verticalmente integrati nella trasmissione, è stato necessario affidare a soggetti indipendenti la gestione della rete di trasmissione e la definizione di tariffe pubbliche regolamentate. Ciò ha

---

<sup>9</sup> Prima legge di Kirchhoff: la somma delle correnti entranti in un nodo deve essere uguale alla somma delle correnti che escono dallo stesso nodo.

<sup>10</sup> Seconda legge di Kirchhoff: la somma algebrica delle variazioni di potenziale compiendo un giro completo in un circuito, in qualunque verso, deve essere uguale a zero.

consentito, a parità di condizioni, l'accesso ad essa anche ai concorrenti di colui che la possiede [Marzi03].

Per la distribuzione ci si avvale di una complessa infrastruttura di rete che convoglia l'energia elettrica all'utente finale tramite le cabine primarie e secondarie.

### 1.3. Tendenza alla liberalizzazione

Il settore elettrico è esposto al rischio di fallimento di mercato, cioè a distorsioni o produzioni inefficienti dovute all'inadeguatezza del prezzo. La prima risposta a questo problema è stata la creazione di un monopolio integrato regolamentato e di un dispacciamento centralizzato, realizzato tramite la nazionalizzazione, ossia l'espropriazione di produzione, trasporto, distribuzione e vendita dell'energia elettrica per la parte che era di proprietà di privati. Le ragioni economiche risiedono nel carattere di monopolio naturale sopradescritto e nella scarsa propensione privata a investimenti con ritorni incerti e di lungo periodo. Altre motivazioni sono di carattere politico e collegate al fatto che un monopolio pubblico sia preferito ad uno privato regolato: la necessità di garantire un servizio universale, una logica di benessere sociale superiore a quella di massimo profitto, l'importanza strategica del settore elettrico per lo sviluppo economico [Léautier16].

Con gli anni '80 sono venute meno molte delle ragioni a favore del monopolio integrato:

- il rafforzamento dell'Unione Europea,
- il crescente successo delle teorie neoliberiste,
- gli stimoli all'efficienza forniti dalla competizione fra imprese,

- lo sviluppo delle nuove tecnologie a ciclo combinato (CCGT) e di cogenerazione<sup>11</sup>,
- lo sviluppo di strumenti per il dispacciamento più potenti, che hanno consentito di ridurre le economie di integrazione fra generazione e trasmissione [Marzi03].

La liberalizzazione, iniziata negli anni '90, non è ancora stata conclusa a livello internazionale poiché attualmente esiste un quadro molto frammentato, come dimostrato dalla *survey* annuale della Commissione Europea *Customer Market Scoreboards* che misura l'efficienza dei diversi mercati nei singoli Paesi europei. Dall'indagine è risultato che il mercato *retail* dell'energia elettrica è uno tra i meno performanti dal punto di vista del consumatore e quello su cui si osservano le più profonde differenze da un Paese all'altro [EuropeanCommission2018]. Con l'intento di ridurre queste disuguaglianze e di aumentare le *performances* complessive, la Commissione Europea ha introdotto, nel febbraio 2015, un nuovo piano strategico finalizzato alla realizzazione dell'*Energy Union*. Questa iniziativa ha tra gli obiettivi principali quello di aumentare la competitività del mercato, stimolando la partecipazione attiva dei consumatori e sfruttando l'introduzione delle nuove tecnologie per ridurre i consumi e gli importi delle bollette [EuropeanCommission2017].

A livello normativo la situazione è altrettanto frammentata: dopo quasi dieci anni dalla completa apertura dei mercati, le tariffe regolate sono ancora presenti in 14 Paesi tra cui Francia, Grecia, Irlanda, Italia e Lussemburgo. In quasi tutti questi Stati coesistono un mercato libero e una tariffa regolata che,

---

<sup>11</sup> *Queste tecnologie sono state alla base della maggiore concorrenza sul mercato della generazione, grazie a una forte riduzione delle economie di scala dovuta alla maggiore efficienza tecnica e alle taglie minime molto inferiori.*

nella maggior parte dei casi, è accessibile a tutti i clienti senza restrizioni [CEER18].

L'*HHI* è un importante indicatore per misurare il grado della concentrazione di mercato ed è calcolato, secondo (1.1), come la somma dei quadrati delle quote percentuali di mercato di ciascuna azienda:

$$HHI = \sum_{i=1}^N Q_i^2 \quad (1.1)$$

dove  $Q_i$  è la quota di mercato in centesimi detenuta dall'agente  $i$ -esimo. Così definito, l'indice *HHI* varia tra 0 e 1, dove il valore massimo corrisponde a una situazione di completo monopolio mentre valori bassi implicano mercati con un numero elevato di agenti. La *Figura 1.3* presenta l'indice *HHI*, espresso fra 0 e 10.000 (impresa con il 100% della quota di mercato) per l'energia elettrica nel segmento *household*. I risultati mostrano che solo 8 Paesi su 21 sono inferiori alla soglia di 2.000, ossia detengono una bassa concentrazione di mercato. In due Paesi, Cipro e Lituania, viene raggiunto un valore pari a 10.000 che significa che c'è un solo fornitore e quindi non esiste sviluppo competitivo. La situazione era differente nel 2016 poiché vi erano solo 5 Paesi sotto i 2.000 [CEER18].

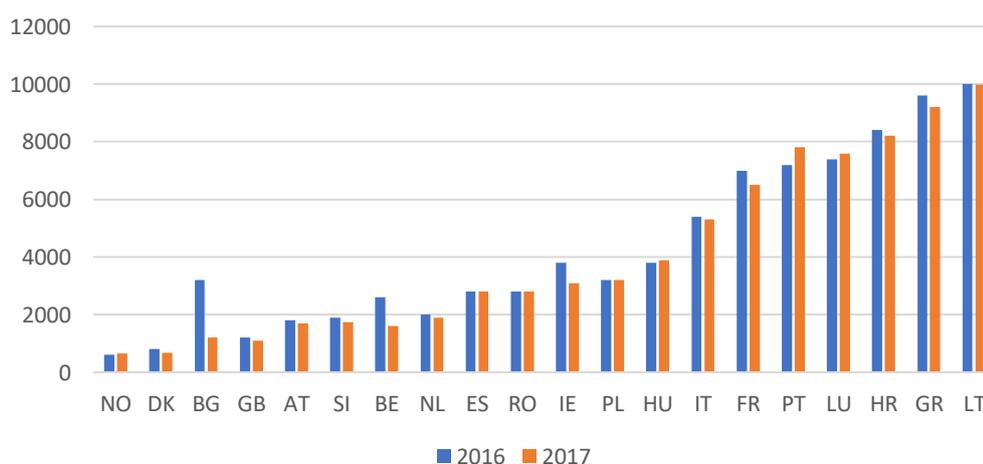


FIGURA 1.3 HHI PER IL MERCATO HOUSEHOLD DELL'ENERGIA PER ALCUNI PAESI SELEZIONATI; CEER

Il primo Paese a superare la situazione di monopolio naturale e legale è stato la Gran Bretagna dove, dopo il 1990, il sistema elettrico è stato liberalizzato e privatizzato; questo è avvenuto in seguito all'*Electricity Act* 1989 tramite il collocamento sul mercato azionario delle dodici società regionali di distribuzione, seguito da quello di due delle tre società di produzione<sup>12</sup>: *National Power* e *Power Gen*. Fin dall'inizio è stata definita una fase di transizione in cui, incominciando dai consumatori con l'impiego di potenza più elevata, si prevedeva di estendere gradualmente la possibilità a tutti i consumatori di energia elettrica di approvvigionarsi direttamente al mercato. Il mercato all'ingrosso fu affidato al *Pool*, una sorta di Borsa a cui ogni produttore doveva trasmettere le proposte per il giorno successivo relative a:

- i prezzi di offerta della fornitura,
- la dichiarazione di disponibilità di potenza,
- lo stato dell'impianto.

Il meccanismo utilizzato<sup>13</sup> non era, però, esente da critiche poiché poteva facilitare gli accordi di cartello, d'altra parte incentivava l'ingresso di nuovi concorrenti poiché questi, avendo impianti di nuova generazione e più efficienti, potevano offrire prezzi molto più bassi che consentivano loro di rientrare sempre nella fascia delle offerte accettate; questo sistema permetteva di lucrare sulla differenza fra il più elevato prezzo marginale e il proprio costo di produzione [Notargiovanni06].

La lentezza con cui si è svolto il processo di liberalizzazione è dovuta alle enormi difficoltà politiche, tecniche, economiche e culturali che sono state

---

<sup>12</sup> Il collocamento della terza, *Nuclear Electric*, a cui furono affidati gli impianti nucleari, ebbe luogo in un secondo momento.

<sup>13</sup> Il funzionamento era basato sulla classificazione delle offerte in ordine crescente di prezzo e sull'accettazione di quelle che erano in grado di soddisfare la domanda per il giorno successivo.

incontrate. La prima categoria riguarda il fatto che siano necessarie delle riforme di portata ingente che privatizzino le grandi compagnie nazionali e mettano fine ai monopoli; la seconda è dovuta al fatto che l'intera rete europea debba essere interconnessa e sincronizzata e ciò richiede molto più impegno di quanto sia necessario per raggiungere questo obiettivo nel mercato di qualunque altra *commodity*. La terza è collegata a un risultato economico generale, dedotto da *Adam Smith*, secondo il quale l'integrazione dei mercati aumenti il *surplus* totale ma generi contemporaneamente sia vincitori che vinti. Affinché le perdite di questi ultimi non siano troppo ingenti, è importante che i Paesi implementino delle politiche di supporto. L'ultimo punto è legato alla scarsa competitività esistente fra le imprese del settore prima degli anni '90 e alle difficoltà sostenute per affrontarla [Léautier16].

Il profondo cambiamento dovuto al processo di liberalizzazione ha portato ad alcune conseguenze che richiedono un approccio più sistematico soprattutto nell'analisi dei prezzi.

Nel modello di mercato precedente, l'unica variabile che poteva cambiare era la curva della domanda poiché il prezzo era tenuto stabile dalle commissioni statali che lo fissavano come funzione dei costi di generazione e di distribuzione. La Direttiva 96/92/CE del Parlamento Europeo ha introdotto per la prima volta il concetto di *Mercato dell'energia elettrica*, dando origine ad una riforma radicale del mondo elettrico, alla cui base sta l'idea che assimila l'energia elettrica a qualunque altra merce o *commodity* che deve poter circolare, in ambito comunitario, in modo libero. Il Legislatore Europeo ha quindi mirato alla realizzazione di un mercato unico dell'energia, all'aumento dell'efficienza di trasmissione, distribuzione e produzione e ad una maggiore sicurezza di approvvigionamento. Ciò ha avuto come prima conseguenza la propensione all'utilizzo della Borsa Elettrica come strumento

per la definizione del prezzo, che è diventato estremamente volatile, e come ultima la successiva esplosione del numero di prodotti scambiati. [Fazioli00]

## 1.4. Mercato spot

Dal momento che l'energia elettrica è una *commodity*, ossia un bene indifferenziato, è possibile definire un prezzo unico di mercato per le diverse unità caratterizzate da perfetta sostituibilità fisica. Per questo motivo il mercato ha seguito la tendenza ad organizzarsi spontaneamente attorno a una Borsa in cui un operatore è stato incaricato di raccogliere e di abbinare le offerte di acquisto e di vendita. L'esistenza di un mercato *spot* rispetto ad un sistema esclusivamente basato su contratti bilaterali ha avuto come vantaggi la certezza di controparte, la minimizzazione dei costi di transazione, l'efficienza produttiva e allocativa e la trasparenza. Affinché questa affermazione sia vera, occorre che il mercato sia efficiente, ossia che venga individuato un meccanismo d'asta che incentivi i produttori ad offrire prezzi di vendita allineati ai propri costi marginali ed i consumatori a dichiarare i propri prezzi di riserva [Rademaekers08].

Il principale mercato *spot* in cui si svolgono le transazioni e su cui questo lavoro si sofferma è quello *Day-Ahead* (o del Giorno Prima) che usa un meccanismo noto come *modello di asta non discriminatoria a prezzi nodali* ed è caratterizzato dalla presenza di un banditore d'asta. Questo ruolo è ricoperto dal gestore del mercato elettrico/operatore di borsa che deve raccogliere, da ogni singola unità di produzione o di consumo, le offerte di vendita o di acquisto per ciascuna delle 24 ore del giorno successivo. Ciascuna di queste offerte è formata da una coppia prezzo-quantità  $(p, q)$  che segnala il prezzo minimo (massimo)  $p$  di vendita (acquisto) della quantità incrementale  $q$ . Al termine del processo, l'operatore di borsa risolve un problema di ottimizzazione vincolata per massimizzare il valore delle

transazioni, e quindi il benessere sociale, garantendo l'uguaglianza tra domanda e offerta. Graficamente (*Figura 1.4*), la quantità complessiva acquistata e venduta (*MCQ*, *Market Clearing Quantity*), il prezzo di equilibrio (*MCP*, *Market Clearing Price*) e i programmi orari di immissione e prelievo sono definiti dall'intersezione tra la curva di domanda e quella di offerta.

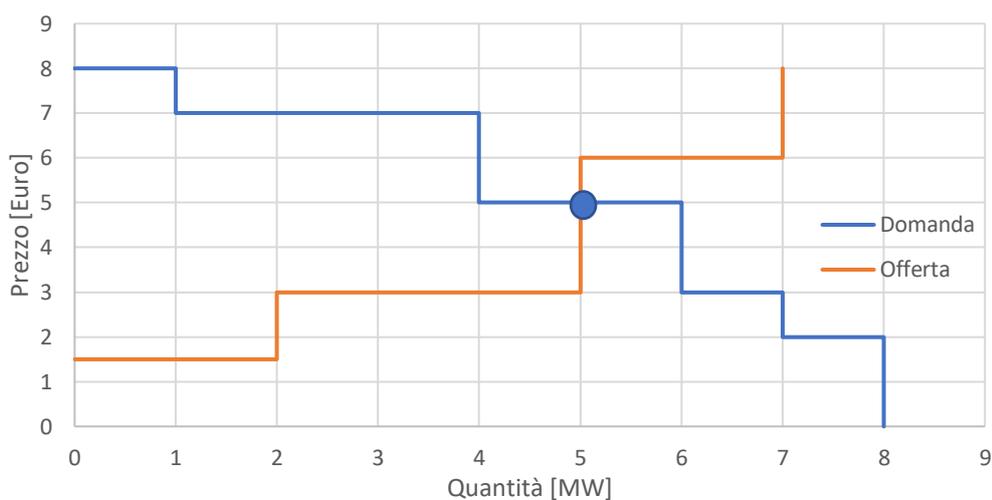


FIGURA 1.4 EQUILIBRIO DI MERCATO; GME; 2019

La prima viene determinata ordinando le richieste degli acquirenti in modo decrescente; la seconda è costruita disponendo le offerte dei produttori secondo un ordine di merito, al fine di minimizzare il costo totale per ciascun livello di produzione.

Questo è il modello di riferimento di tutti i mercati elettrici liberalizzati, nonostante i mercati *spot* internazionali si siano differenziati fra loro per numerosità delle sessioni di mercato, vincoli di partecipazione, formato delle offerte e regole di prezzo adottate.

Oltre al mercato *Day-Ahead*, il mercato *spot* è composto anche da un mercato *Intra-day*, dove gli operatori possono apportare modifiche alle offerte definite in precedenza, e un mercato finale in cui il *TSO* si approvvigiona delle risorse per i servizi di dispacciamento, per la risoluzione delle

congestioni, la costituzione degli adeguati margini di riserva e il mantenimento dell'equilibrio tra immissioni e prelievi. In quest'ultimo mercato esiste una fase in cui si paga lo squilibrio tra le transazioni del mercato *Day-Ahead* e la domanda e l'offerta effettive; tale strumento è per sua natura necessario perché i partecipanti non possono, per definizione, predire lo squilibrio.

Attualmente, in Europa gli scambi di energia possono avvenire nella borsa elettrica all'ingrosso, attraverso contratti bilaterali, oppure tramite l'operatività di alcuni soggetti che svolgono il ruolo di acquirente unico. Possiamo distinguere:

- modello di *Power Pool* (modello centralizzato, con un unico mercato integrato) che opera in alcuni Paesi come l'Inghilterra (*England & Wales Pool*);
- modello di *Power Exchange* (modello decentrato) che è stato adottato dalla maggior parte dei Paesi europei, tra cui Olanda (*Amsterdam Power Exchange*), Francia (*Powernext*), Paesi Scandinavi (*NordPool*), Germania (*EEX*), Polonia (*PolPX*) e Austria (*EXAA*).

Esistono alcuni concetti basilari che accomunano la maggior parte dei mercati elettrici europei e sono:

- operatività di un mercato organizzato (*Power Exchange*) sede della concentrazione degli scambi,
- ruolo attivo della domanda,
- determinazione di un prezzo di equilibrio per la valorizzazione dell'energia elettrica,
- ruolo di controparte centrale assunto dal gestore del mercato ai fini della liquidazione delle transazioni.

È stato provato, inoltre, come lo sviluppo e l'utilizzo di una struttura di tipo *Power Exchange* favorisca la competizione e contribuisca ad aumentare gli scambi fra gli operatori. [Weron00]

## 1.5. Cross-border

Nel mercato *Day-Ahead*, gli scambi di energia tra i diversi Paesi europei sono regolati da due principali sistemi: aste esplicite e aste implicite. Le aste esplicite *daily* sono il metodo classico di scambio dipendente dalle offerte degli operatori: si basano sulla vendita dei diritti fisici di trasmissione che abilitano i fornitori a far transitare energia sulla rete di trasporto; questa transazione avviene tradizionalmente mediante un meccanismo di asta, parallelo a quello del mercato *spot* dell'energia [Migliavacca02].

Nel caso delle aste implicite invece, la capacità di trasporto viene allocata automaticamente dal gestore della rete, mediante l'uso di un algoritmo noto come *Euphemia* [GME2019], contestualmente alla selezione delle offerte per il mercato dell'energia. La congestione di un collegamento tra due aree di mercato determina una differenziazione dei prezzi dell'energia al loro interno per la quale i flussi di potenza, che impegnano il collegamento nel verso della congestione, sono soggetti ad un pagamento per l'uso della linea congestionata.

Questa tipologia di aste viene applicata all'interno di un progetto avviato dalle principali borse elettriche europee (*EPEX*

*Spot*, *OMEL*, *NordPool Spot*, *APX* e *Belpex*) che a partire dal 2011 si sono poste come obiettivo l'attuazione di un meccanismo comune di *price*



FIGURA 1.5 SITUAZIONE ATTUALE  
MARKET COUPLING; ENTSO-E; 2018

*coupling*, il cui sviluppo geografico è mostrato nella *Figura 1.5*. Attraverso questo meccanismo la formazione del prezzo *spot* dell'energia elettrica è coordinata nell'area che comprende Portogallo, Spagna, Italia, Belgio, Olanda, Gran Bretagna, Francia, Germania, Austria, Danimarca, Norvegia, Svezia, Finlandia e Paesi Baltici.

Nel febbraio 2015 è stato avviato il PCR (*Price Coupling Region*) sull'orizzonte *Day-Ahead* con il quale l'allocazione della capacità d'interconnessione avviene nuovamente attraverso asta implicita. Queste iniziative sono nate per sviluppare un'unica soluzione di *price coupling*, per calcolare i prezzi dell'energia elettrica in tutta Europa e per allocare la capacità di interconnessione sul Mercato del Giorno Prima. Questo è necessario per minimizzare i prezzi dell'energia e per sviluppare un mercato elettrico integrato su scala europea che potrebbe accrescere la liquidità, l'efficienza e il benessere sociale ed è aperto a tutte le borse elettriche europee che desiderano aderire.

Anche sul fronte del mercato *Intra-day*, il panorama internazionale si sta muovendo verso l'avvio di un processo di unificazione; a scopo è stato intrapreso un progetto, noto come *XBID*, che prevede un meccanismo di *coupling* con allocazione implicita della capacità attraverso la modalità del *continuos*. Questo meccanismo serve per dare agli operatori del mercato la possibilità di commerciare i propri disequilibri non solamente beneficiando della liquidità *Intra-day*, disponibile a livello nazionale, ma anche della liquidità disponibile in altre aree. Si vuole quindi creare un



FIGURA 1.6 SITUAZIONE ATTUALE XBID; VISOTECH;  
2019

nuovo mercato internazionale infra-giornaliero congiunto e integrato che si baserà su un sistema *IT* comune che collegherà i sistemi di commercio locali gestiti dalle Borse elettriche e le capacità di trasmissione internazionale fornite dai TSO. Gli ordini inoltrati dai partecipanti al mercato di un Paese possono essere accoppiati con quelli inoltrati, in maniera simile, da altri operatori del mercato di altri Paesi compresi nell'area di ricezione di tale sistema. Seppur sia stato avviato solo il 12 giugno 2018, *l'XBID* ha subito riscosso un grande successo: le prime transazioni transfrontaliere si sono svolte in poche ore e un numero notevole di Paesi, come si può evincere da *Figura 1.6*, sono entrati a farne parte.

## 1.6. Mercato a Termine

Il mercato finanziario per l'energia in Europa si è sviluppato per soddisfare i requisiti di gestione del rischio tra produttori, fornitori e consumatori [Bichpuriva10]. I contratti sui derivati sono negoziati infatti per mitigare i prezzi variabili o per modificare i prezzi futuri tra aree o forme di energia diverse. Ad esempio, una compagnia del settore energetico può usare l'informazione proveniente dal mercato come base per stimare il valore economico di una certa posizione, attività o segmento, e la sua esposizione al rischio. Questa può anche essere usata come modo per raggiungere un livello più elevato di profittabilità nel segmento di produzione o di distribuzione. Contemporaneamente una società può operare attivamente sul mercato per sviluppare la propria strategia di gestione del rischio. Ogni società infatti è attualmente esposta sia a rischi dovuti alla fluttuazione del prezzo sul mercato sia al rischio di liquidità, di credito, di controparte (nel caso di contratti bilaterali) e / o a quello operativo.

Le attività di *trading* richiedono un'ampia quantità di informazione, una profonda conoscenza del mercato e dei sistemi informativi di supporto. La

trasparenza è cruciale affinché i partecipanti del mercato, i regolatori e i *policy makers* possano monitorare e assicurare il corretto funzionamento dell'attività.

Gli strumenti di mercato legati all'attività di *trading*, con finalità di bilanciamento, *hedging* e speculazione, sono i cosiddetti prodotti a termine, principalmente derivati *power* e gas, che possono essere scambiati mediante un mercato organizzato/ borsa (*exchange traded market*) o tramite transazioni *OTC (Over The Counter)*.

Ciascuna borsa elettrica (*Power Exchange PX*) introdotta sul mercato si è evoluta grazie alle esperienze internazionali, partendo dal modello dei Paesi nordici e, in particolare, della Borsa *Elspot*. Fra i fattori che indicano il successo di una *PX* possiamo citare:

- il numero di partecipanti,
- la liquidità nel mercato,
- la crescita del mercato in termini di volumi scambiati,
- la competitività fra i partecipanti.

Per l'attività di *trading*, gli *exchange* offrono una piattaforma elettronica il cui funzionamento è basato su uno schema ad asta dove gli acquirenti (*buyers*) possono presentare offerte di acquisto (*bids*) e i venditori (*sellers*) offerte di vendita (*asks*).

La funzione cardine degli *exchange* è quella di garantire che l'attività di *trading* avvenga in modo equo e ordinato e che vi sia un'efficace diffusione delle informazioni sui prezzi per qualsiasi negoziazione di titoli su tale borsa. Tra i loro compiti, vi è quello di facilitare la diffusione di prodotti standardizzati e di promuovere la partecipazione e quindi la liquidità del mercato stesso; esse offrono inoltre vantaggi indiscussi come prezzo neutro di riferimento, facile accesso, bassi costi di transazione, controparte sicura e servizio di compensazione e di regolamento [Bichpuriva10].

L'*exchange* comprende un'entità che centralizza tutti gli ordini ed è dotato di un organo di mercato, la *clearing house* rappresentata in *Figura 1.7*, che svolge la funzione di controparte automatica e speculare (venditrice nei confronti dell'acquirente originario e acquirente nei confronti del venditore originario) di tutti i contratti stipulati in un mercato, al fine di limitare il rischio di inadempimento delle transazioni. La garanzia del buon funzionamento delle transazioni è assicurata da due strumenti:

- la limitazione e la selezione dei soggetti ammessi al mercato,
- la raccolta e la gestione dei margini di garanzia versati dai soggetti ammessi al mercato [BorsaItaliana19].

Le transazioni che avvengono tramite Borsa non prevedono che ci sia diretta comunicazione fra le parti che in genere non si conoscono.

In alternativa alla Borsa Elettrica, i *traders* possono stipulare contratti bilaterali *OTC*, meccanismo che comprende transazioni dirette tra controparti, spesso assistite da un *broker*, così come accade per qualunque altra *commodity*.

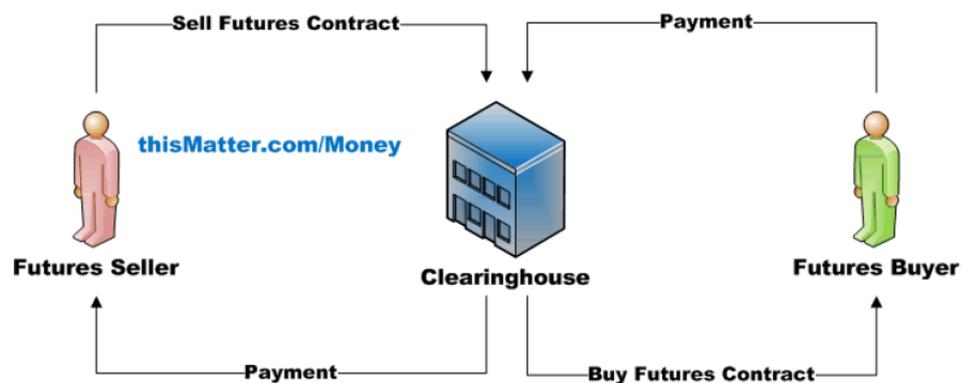


FIGURA 1.7 CLEARING HOUSE; [HTTPS://THISMATTER.COM/MONEY/](https://thismatter.com/money/); 2017

In base al tipo di contratto, si parla di:

- *futures* quando l'accordo contrattuale si svolge nella Borsa regolamentata (*exchange*);

- *forwards* quando l'accordo non è scambiato in Borsa, ma sul mercato *OTC* e non vi è quindi garanzia contro il rischio di credito.

In entrambi i casi, le due parti contraenti sono obbligate ad adempiere ai propri obblighi contrattuali alla data di scadenza anche nel caso in cui ciò potrebbe comportare una perdita.

Il contratto, sia *future* che *forward*, può essere fisico oppure finanziario; nel primo caso:

- deve essere accordata la consegna fisica alla data di *delivery* prefissata;
- l'*hub* è la rete ad alta tensione;
- i partecipanti richiedono una licenza/contratto per il trasporto/gestione dell'energia;
- i *TSO* devono approvare i programmi di tutti i partecipanti per prevenire le congestioni;
- è messo in atto un meccanismo dal *TSO* per la gestione degli squilibri in tempo reale.

Nel secondo caso, invece:

- deve essere accordata solo la consegna in contanti alla scadenza;
- sono determinate differenze tra uno specifico indice e il prezzo contrattuale;
- l'acquirente paga il prezzo contrattuale e il venditore paga l'indice;
- i prezzi della borsa sono normalmente selezionati come indice;
- la liquidità del mercato è importante per fornire un indice affidabile.

Il tipo di accordo non predetermina lo scopo del contratto poiché un fornitore può proteggere la propria produzione con un contratto finanziario, così come un *trader* può speculare con contratti fisici purché disponga della capacità di fornire energia sulla rete o abbia firmato un ulteriore contratto con un agente fisico [Alba06].

Riassumendo la struttura del mercato all'ingrosso dell'energia può essere rappresentata come in *Figura 1.8*.

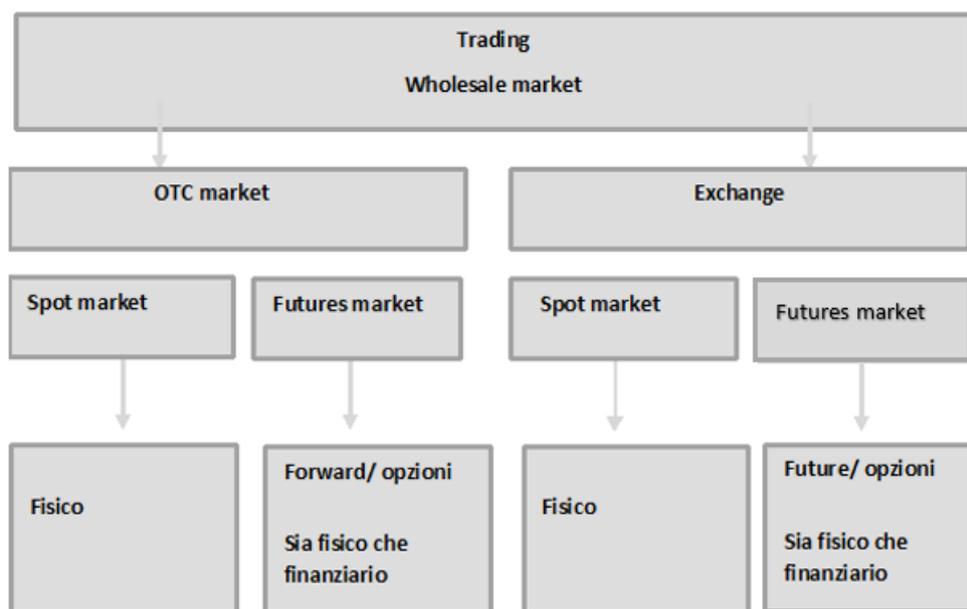


FIGURA 1.8 SUDDIVISIONE DEL MERCATO ALL'INGROSSO DELL'ENERGIA

In base all'esigenza che i contratti devono soddisfare, può essere generata una copertura *lunga* o *corta* sul sottostante (nel caso in esame l'energia) tramite *futures* o *forwards*; una copertura *lunga* è necessaria nel caso in cui il contraente voglia acquistare in futuro un bene e quindi voglia proteggersi contro eventuali aumenti del suo prezzo; viceversa, si parla di copertura *corta* nel caso in cui in futuro il contraente abbia bisogno di vendere energia e voglia proteggersi dal caso in cui il suo prezzo diminuisca rispetto a quello attuale. Il contratto di copertura prevede di fissare un prezzo all'istante attuale per l'acquisto o la vendita di energia dopo un certo intervallo di tempo. Se la posizione del contraente è *corta*, il suo profitto è dato dalla differenza fra il prezzo stabilito dal *forward* e quello raggiunto dal sottostante; viceversa nel caso in cui la posizione sia *lunga*.

Le imprese che svolgono attività di *trading* fanno ampio uso delle tecniche di previsione per massimizzare il profitto o per proteggersi contro la volatilità. Un'accurata previsione dei prezzi ha un impatto molto forte sul minore o maggiore profitto derivante dalle strategie di offerta da parte dei produttori o dei consumatori o sulla negoziazione dei prezzi di un contratto bilaterale. Dal momento che i contratti *future* e *forward* sono ad esecuzione obbligatoria, per massimizzare il profitto è fondamentale che l'andamento del prezzo dell'energia non sia diverso da quello atteso. A rendere molto complessa la previsione dei prezzi sussistono diversi fattori di incertezza:

- l'elevata volatilità che caratterizza le serie dei prezzi orari che, essendo non stazionarie, presentano media e varianza non costante;
- la stagionalità multipla;
- l'effetto calendario;
- l'alta percentuale di prezzi insoliti (cosiddetti *spike*) dovuti a eventi imprevisti o incontrollati sul mercato;
- la difficoltà di previsione dei principali *drivers* di mercato (per esempio le condizioni meteorologiche o la domanda di energia);
- il verificarsi di imprevisti quali le interruzioni delle attrezzature, dei prezzi dei carburanti e di altri fattori.

Da ciò, nasce l'esigenza di trovare modelli adeguati che considerino le problematiche sopra citate e che minimizzino l'errore di previsione per massimizzare la bontà del modello.

### 1.6.1.Liquidità

Un buon livello di liquidità implica che il prezzo del prodotto rispecchi al meglio i cambiamenti nei fondamentali di domanda e offerta e che si possa trovare facilmente una controparte disposta ad effettuare la transazione.

Non esiste una sola misura di liquidità ma tra queste si possono annotare:

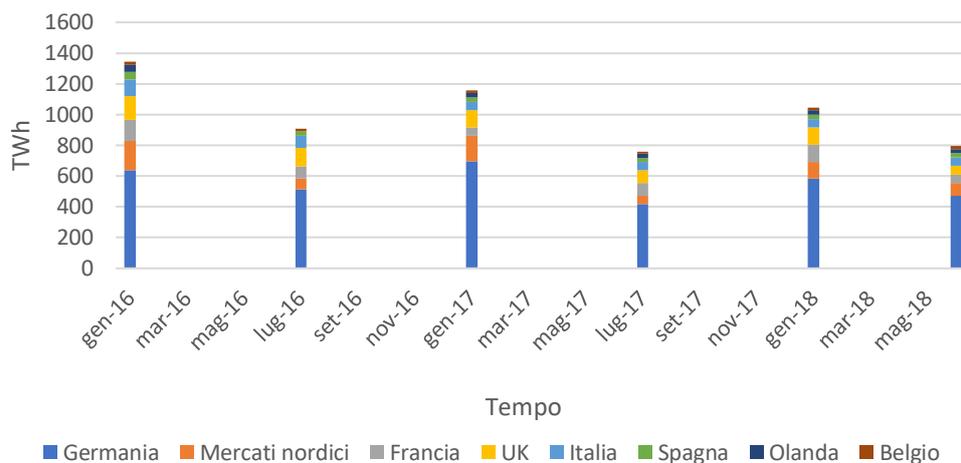
- il volume o il numero degli scambi,
- il rapporto fra i volumi scambiati e quelli consumati,
- l'*open interest*<sup>14</sup>,
- lo *spread* tra il prezzo di acquisto e quello di vendita.

Il *bid-ask spread* è normalmente associato al costo di transazione poiché rappresenta indirettamente un costo per l'acquisto e la vendita; in un derivato liquido dovrebbe essere minimo perché dovrebbe esistere una visione comune del *prezzo corretto*. La definizione dei prezzi di un derivato diventa quindi più affidabile in un mercato liquido, con un alto livello di attività di *trading* poiché questo, non solo riduce il *bid-ask spread*, ma anche il rischio di ampie variazioni del prezzo quando vengono effettuate grandi transazioni. Un mercato finanziario con diversi tipi di derivati offre ai partecipanti migliori opportunità di trovare la strategia ottima per la tutela dai rischi; ciò incentiva quindi l'entrata che, a sua volta, è alla base della creazione di un mercato liquido: un'elevata frequenza degli scambi riduce lo *spread* e crea un mercato più efficiente.

La *Figura 1.9* mostra l'andamento mensile dei volumi scambiati che comprende sia le transazioni avvenute in Borsa sia quelle *OTC* sui mercati europei più liquidi. I volumi scambiati mostrano un elevato grado di stagionalità dovuta al maggior consumo di energia elettrica durante i periodi invernali. Si nota inoltre che, nell'intero intervallo di tempo osservato, i livelli più alti sono raggiunti sul mercato tedesco seguito dai mercati nordici e da quello inglese. L'Italia si trova al quinto posto dopo la Francia.

---

<sup>14</sup> Numero di contratti futures o di opzioni acquistati (venduti) dagli operatori e non ancora rivenduti (riacquistati), in un dato istante temporale; Glossario Borsa Italiana.



**FIGURA 1.9 VOLUMI DI ELETTRICITÀ SCAMBIATI MENSILMENTE SUI MERCATI EUROPEI PIÙ LIQUIDI; S&P GLOBAL PLATTS, WHOLESALE POWER MARKETS, TRANSPORT, AND DG ENERGY COMPUTATIONS, CEE: CENTRAL EASTERN EUROPE; GENNAIO 2019**

## 1.6.2. Esempi notevoli

Come è stato detto nei paragrafi precedenti, la Borsa che è stata presa come esempio di maggiore successo è stata quella scandinava del *NordPool*; il suo modello però è difficilmente imitabile in altri contesti poiché questa nasce dalla successiva aggregazione di tutti i mercati elettrici di Norvegia, Svezia, Danimarca, Finlandia e della penisola della Zelanda (Paesi Bassi) [Intesa14]. Il *NordPool* ha origine come mercato fisico in cui veniva impiegato un meccanismo di *market splitting*<sup>15</sup> che permetteva di definire prezzi differenziati sulla base di aree che variavano in funzione di dove si determinavano i colli di bottiglia. I gestori di rete integravano queste informazioni con le capacità cedute in rete per mezzo dei contratti bilaterali o dei *forwards* e definivano l'ordine di merito e la suddivisione zonale del mercato.

<sup>15</sup> Viene pubblicato un ordine di merito suddiviso per zone che si definiscono in maniera dinamica sulla base dei flussi elettrici sulla rete.

Un'altra importante borsa elettrica è la borsa tedesca *European Energy Exchange (EEX)*, sita a Lipsia, che deriva dalla fusione delle due precedenti borse tedesche di cui ne ha fuso le passate esperienze; la sua parte fondamentale è il Mercato orario del Giorno Prima a cui si aggiunge la possibilità di fare offerte per blocchi di ore prestabilite. *Epex* si è recentemente prestato ad essere la sede di scambio per *futures* con scadenze settimanali, mensili, trimestrali e annuali. In termini di volumi scambiati i risultati sono stati crescenti nel tempo [Epex19].

In Italia, il 1° Aprile 2007, è stata avviata *IPEX (Italian Power Exchange)*, la prima Borsa dell'Energia Elettrica Italiana, sorta in seguito all'entrata in vigore del Decreto Bersani. Rappresenta un sistema organizzato in grado di promuovere sia la concorrenza relativamente alla produzione e alla vendita dell'energia elettrica sia la tutela dei clienti finali, grazie al ruolo di coordinamento unificato svolto dal Gestore del Mercato Elettrico (GME) [GME19]. La vendita di energia viene effettuata giornalmente tramite lo svolgimento di una contrattazione su base oraria e per ogni Zona Geografica<sup>16</sup> al Prezzo Unico Nazionale (PUN).

---

<sup>16</sup> *L'Italia è virtualmente divisa in 6 zone: Nord, Centro Nord, Centro Sud, Sud, Sicilia e Sardegna.*

## Capitolo 2

### 2. Case Study: Svizzera

Come si evince dalla *Figura 1.9*, precedentemente illustrata, esiste una profonda differenza fra i mercati su cui il volume degli scambi è molto elevato e quelli in cui il numero della transazione è nettamente inferiore. Su questi ultimi, a causa della mancanza di informazioni, la previsione del prezzo è molto complessa.

In particolare, questo lavoro è incentrato sull'analisi del prezzo *Day-Ahead* svizzero e sulla ricerca di un modello di previsione adeguato; dal momento che la letteratura a riguardo è molto scarsa, questo complica ulteriormente l'attività di *forecast* per chi opera su questo mercato.

#### 2.1. Swissgrid e EPEX SPOT

Il ruolo di coordinatore della rete di trasmissione (*TSO*) in Svizzera è svolto da *Swissgrid*, società proprietaria della rete di trasmissione, lunga oltre 6.700 chilometri, che trasporta energia elettrica a una tensione 380 e 220 kW [Swissgrid19]. La società si occupa della manutenzione di questa e dell'interconnessione del Paese con Austria, Francia, Germania e Italia per garantire la massima stabilità e sicurezza della rete.

La Svizzera attualmente non è entrata in *coupling* con nessun Paese ma fa parte della rete di interconnessione europea, elemento fondamentale per rimediare alle congestioni durante i mesi invernali e compensare le interruzioni della produzione di centrali elettriche o gli eccessi di produzione, grazie alla cooperazione internazionale.

Essendo un grande *serbatoio* di energia, la Svizzera svolge un ruolo importante nella rete europea sia in quanto Paese di transito sia

grazie alle sue centrali ad accumulazione

Questo avviene principalmente per la

geografica centrale in Europa ed è confi

dati forniti da *Swissgrid* secondo il quale

sono stati registrati circa 23 TWh di

transito, 30 TWh di *import* e 31 TWh di

*export*. L'accumulazione di energia

avviene principalmente tramite i bacini

idroelettrici di cui il Paese è ampiamente

dotato; in base ai dati raccolti, nel 2018

vi erano 658 centrali idroelettriche

(contando solo quelle con una potenza al

generatore di almeno 300 kW) che

generavano una potenza massima complessiva di 15.480 MW e una

produzione annua attesa di 36.449 GWh. I principali bacini imbriferi sono

quelli del Reno e del Rodano in cui si trovano 570 centrali [Swissgrid19].

Come si evince dalla *tabella 3* in Appendice, i prezzi *Baseload* di Germania, Italia e Francia sono decisamente inferiori e ciò rende conveniente per la Svizzera l'importazione.

La Borsa Elettrica è gestita da *EPEX SPOT* che ha sviluppato una piattaforma di *trading* a pronti dell'energia in molti Paesi europei tra cui la Svizzera, come si evince dalla *Figura 2.1* (Germania, Francia, Regno Unito, Paesi Bassi, Belgio, Austria, Lussemburgo).

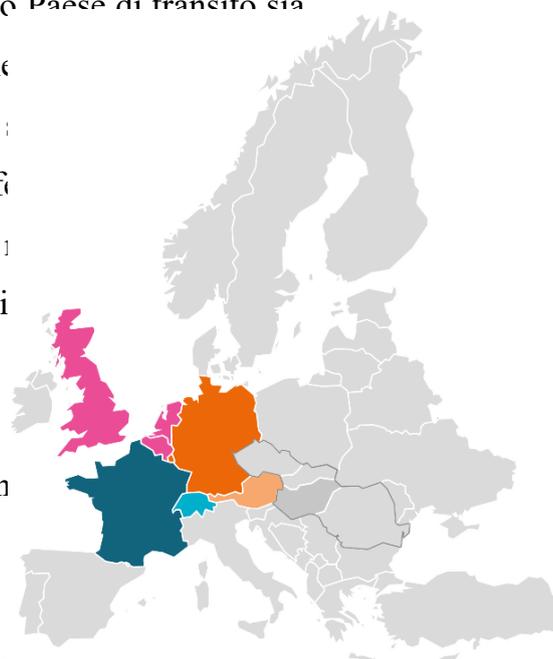


FIGURA 2.1 ESTENSIONE GEOGRAFICA EPEX SPOT;  
EPEX SPOT; 2019

## 2.2. Overview dei dati energetici

Come si evince dai dati di *Entsoe*, nel 2017 il consumo di energia in Svizzera è stato pari a 849.790 *TeraJoule* (TJ), subendo una diminuzione dello 0,4% rispetto all'anno precedente a causa delle temperature leggermente più miti, sebbene le variabili determinanti sul lungo termine dell'uso di energia siano aumentate:

- +0,9% la popolazione residente,
- +1% il Prodotto Interno Lordo,
- +1,2% la flotta di veicoli a motore.

Il loro impatto è stato mitigato dall'incremento dell'efficienza e dagli effetti di sostituzione degli impianti. La domanda è suddivisa principalmente fra le famiglie (27,8%), l'industria (18,5%) e i servizi (16,4%). A causa dell'elevata elettrificazione e della grande rete dei trasporti pubblici, la fetta più grande di energia elettrica (36,3%) è richiesta da questi ultimi [Entsoe19].

Categoria di consumatori	Consumo finale in TJ			Variazione in %		Parte in %		
	2015	2016	2017	2016	2017	2015	2016	2017
<b>Famiglie</b>	232.080	240.800	235.820	3,8	-2,1	27,7	28,2	28,8
<b>Industria</b>	154.450	154.550	157.080	0,1	1,6	18,4	18,1	18,5
<b>Servizi</b>	137.920	141.540	139.230	2,6	-1,6	16,5	16,6	16,4
<b>Trasporto</b>	305.280	307.840	308.110	0,8	0,1	36,4	36,1	36,3
<b>Differenza statistica (agricoltura)</b>	7.830	8.170	9.550	-	-	-	-	-
<b>Totale</b>	837.560	852.900	849.790	1,8	-0,4	100	100	100

TABELLA 1 RIPARTIZIONE DEI CONSUMI FINALI SECONDO I GRUPPI DI CONSUMATORI

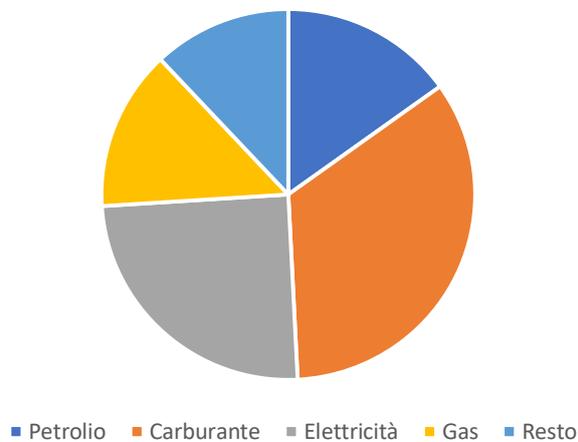


FIGURA 2.2 RIPARTIZIONE DEI CONSUMI FINALI SECONDO GLI AGENTI ENERGETICI; ENTSOE; 2017

La *Figura 2.3* illustra l'andamento della domanda che presenta nuovamente rendimenti decrescenti anche se nettamente inferiori.

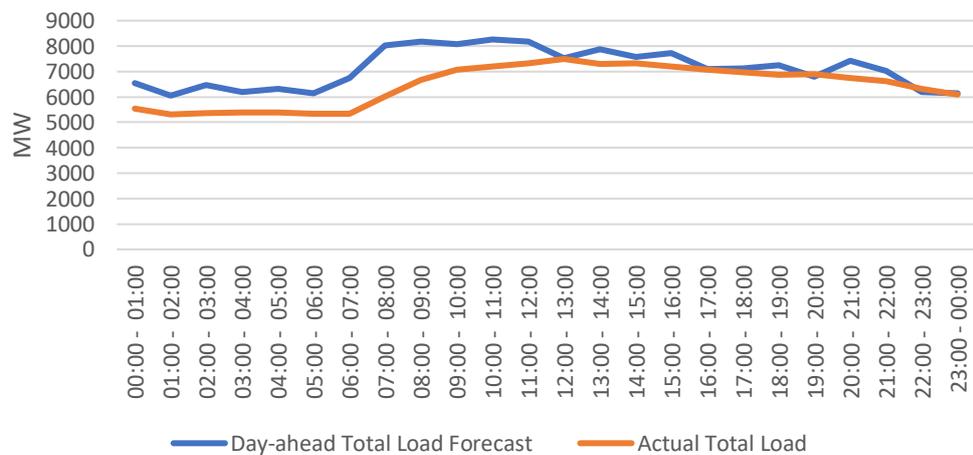


FIGURA 2.3 ACTUAL AND DAY-AHEAD TOTAL LOAD; ENTSOE; 08/05/2019

Dal lato dell'offerta, la Svizzera è caratterizzata da un ampio ammontare di energia prodotta dalla forza idrica grazie alla sua topografia e al considerevole volume medio delle precipitazioni sul suo territorio. Secondo i dati forniti da *Swissgrid*, alla fine del 2018 vi erano 658 centrali idroelettriche (contando solo quelle con una potenza di almeno 300 kW) che

ogni anno producono mediamente 36.449 GigaWattora (GWh/a) di energia elettrica; di questi il 48,5% circa è prodotto in impianti ad acqua fluente, il 47,2% in impianti ad accumulazione e il 4,3% in impianti ad accumulazione con pompaggio. Di tale distinzione è stato tenuto conto nella successiva analisi dei dati che sono stati raccolti. Nel 2017 la generazione di energia da questi impianti è stata il 73,67%, nettamente superiore a quella proveniente dal nucleare (14,45%). Il restante 11,88% è stato prodotto principalmente dalle altre fonti rinnovabili (7,54%) e dagli impianti tradizionali (4,34%).

2017	CH	
	Numero di unità/impianti	Capacità [MW]
Nucleare	5	3.333,00
Fossil fuel	38	373,00
$x < 10MW$ (NGC-Capacity)		
$10MW \leq x < 200MW$	38	373,00
$200MW \leq x < 400MW$	-	
$400MW \leq x$	-	
Hydro	438	17.004,10
$x < 1MW$ (NGC-Capacity)		
$1MW \leq x < 10MW$	248	794,60
$10MW \leq x < 50MW$	108	2.700,90
$50MW \leq x < 100MW$	42	2.905,40
$100MW \leq x$	40	10.603,20
Solar	85	1.664,00
PV	85	1.664,00
		1.516,00
$1MW \leq x$	85	148,00
Thermal		
$x < 1MW$ (NGC-Capacity)		
$1MW \leq x$	-	
Wind	29	75,00
Offshore		

$x < 1MW$ (NGC-Capacity)		
$1MW \leq x$	-	
Onshore	29	75,00
$x < 1MW$ (NGC-Capacity)		23,29
$1MW \leq x$	29	51,71
Biogas	4	5,58
$x < 1MW$ (NGC-Capacity)		
$1MW \leq x$	4	5,58
Biomass	9	196,00
$x < 1MW$ (NGC-Capacity)		113,45
$1MW \leq x$	9	82,55
Waste	30	422,00
$x < 1MW$ (NGC-Capacity)		29,56
$1MW \leq x$	30	392,44
Geothermal		
$x < 1MW$ (NGC-Capacity)		
$1MW \leq x$		
Total Capacity		23.072,68

TABELLA 2 INVENTARIO DI GENERAZIONE; ENTSOE; 2017

La generazione per tipologia di produzione si può anche osservare tramite il seguente grafico da cui è evidente il minor numero di fonti presenti nel Paese rispetto al caso esaminato in precedenza. I dati sono stati estratti nello stesso giorno che è stato nuovamente scelto in maniera casuale.

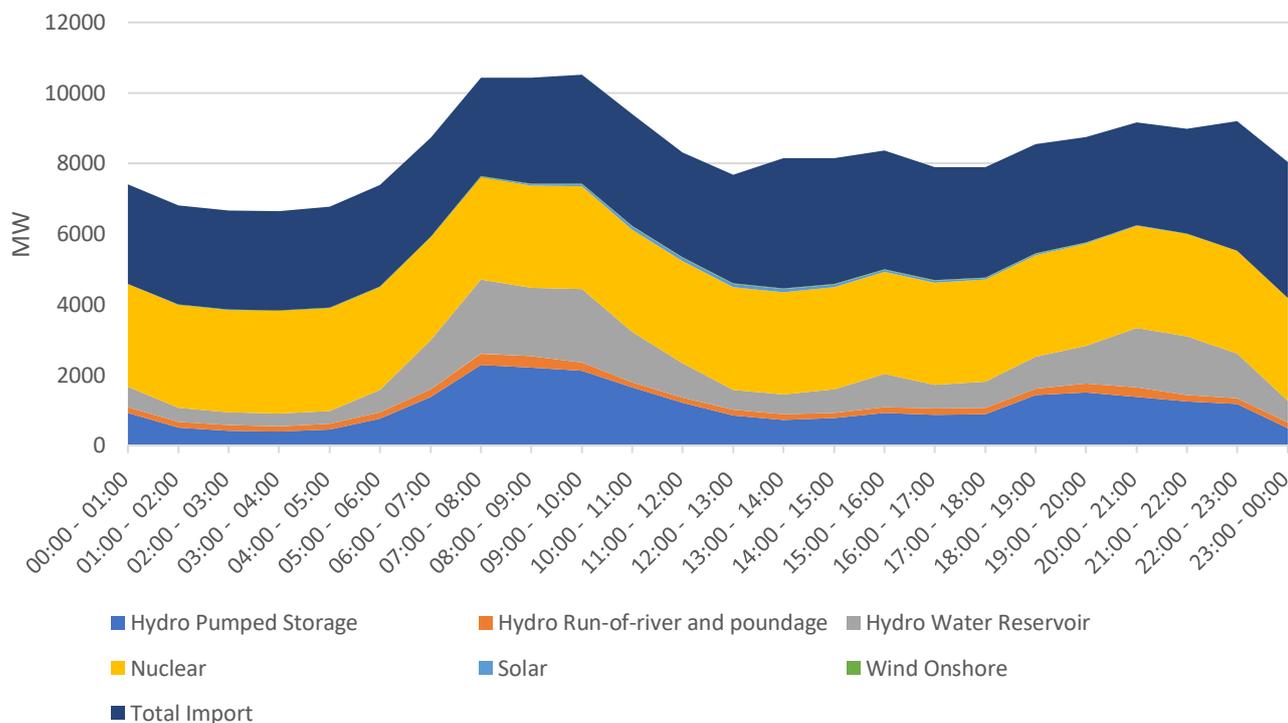


FIGURA 2.4 ACTUAL GENERATION PER TYPE; ENTSOE; 08/05/2019

Il bilancio energetico è il fulcro di una statistica energetica (nazionale) globale e comprende tutte le fasi dell'approvvigionamento energetico, dalla produzione endogena all'importazione, fino al consumo finale. Esso copre anche tutti gli agenti energetici e tutti i consumatori.

## Capitolo 3

### 3. Modelli autoregressivi

La caratteristica che contraddistingue il mercato dell'energia *Day-Ahead* è la periodicità delle quotazioni dei prezzi per le 24 ore della giornata successiva. In questo contesto vengono frequentemente adottati due approcci differenti per modellare i dati in modo adeguato e poter effettuare le migliori previsioni. Il più tradizionale lavora con i prezzi giornalieri in termini di serie storica e applica modelli lineari autoregressivi; il secondo, noto come *machine learning*, è utilizzato per tenere conto anche della componente non lineare dei dati ed è basato sull'intelligenza artificiale. In questo lavoro si è scelto di seguire entrambe le strade e di valutare quale fosse la migliore in termini di errori previsionali e di grado di accuratezza. È stato quindi usato il modello *ARIMAX* e successivamente i modelli *XGBoost* e *Cubist*.

#### 3.1. Elementi di Statistica per le serie storiche

##### 3.1.1. Serie storica

Una *serie storica discreta (continua)* è un insieme di osservazioni discrete (continue) generate sequenzialmente nel tempo. [Box05] In questo lavoro si considera una serie storica discreta in cui le osservazioni avvengono a un intervallo fisso  $h$ . Nel caso in cui si abbiano  $N$  valori successivi di una serie utilizzata per svolgere l'analisi, è possibile scrivere  $z_1, z_2, \dots, z_t, \dots, z_N$  per denotare le osservazioni fatte a intervalli equidistanti  $\tau_0 + h, \tau_0 +$

$2h, \dots, \tau_0 + th, \dots, \tau_0 + Nh$ ; considerando  $\tau_0$  come l'origine e  $h$  come l'unità di tempo, allora  $z_t$  è l'osservazione all'istante  $t$ .

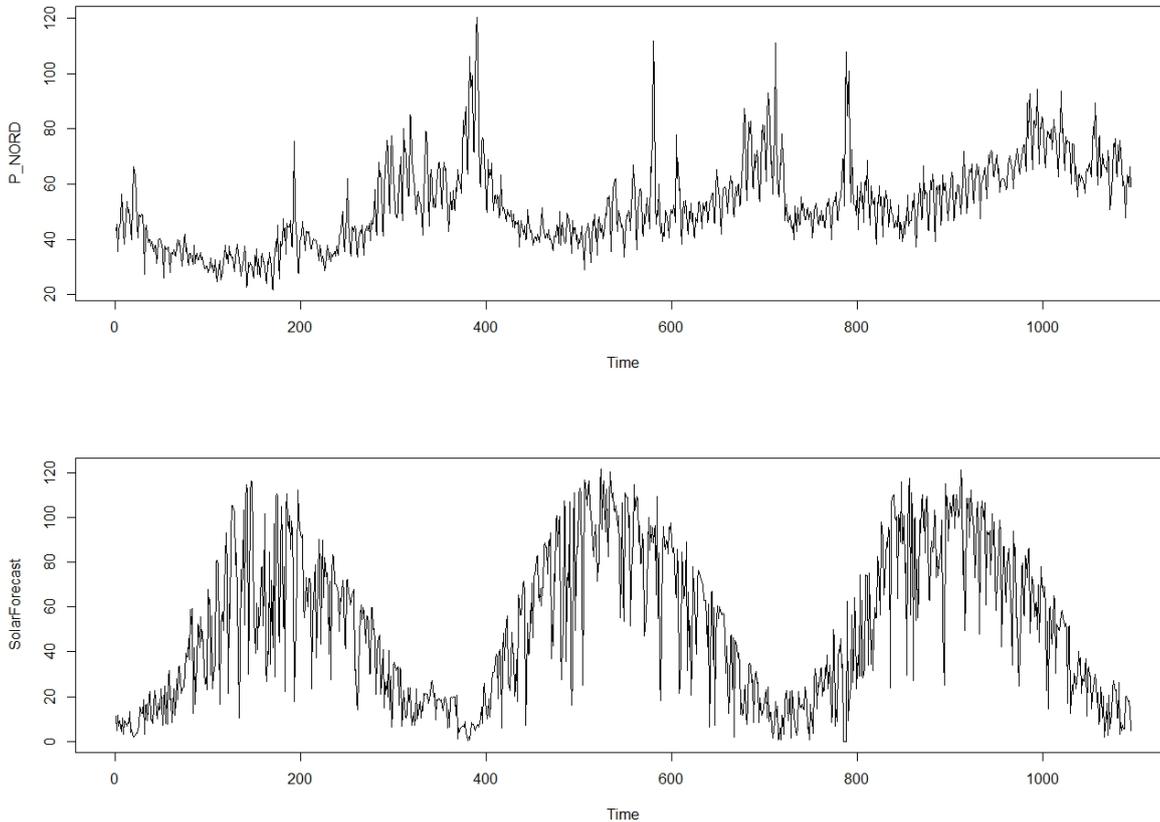


FIGURA 3.1 ESEMPI SERIE STORICA

È possibile fare un'ulteriore categorizzazione delle serie storiche definendo:

- *deterministiche* quelle i cui valori futuri sono esattamente stabiliti da una qualunque funzione matematica come:

$$z_t = \sin\left(\frac{\pi}{2} ft\right) \quad (3.1);$$

- *stocastiche o non deterministiche* quelle i cui valori futuri possono essere descritti esclusivamente tramite una distribuzione probabilistica. [Box05]

Le serie storiche costituiscono la base empirica per effettuare previsioni e svolgere il monitoraggio di un processo stocastico di cui esse costituiscono una particolare realizzazione. [Box05]

### 3.1.2. Processo stocastico

Un *processo stocastico* è un fenomeno statistico che evolve secondo leggi probabilistiche. [Box05] Si consideri, ad esempio, la *Figura 3.2* che rappresenta l'andamento di una variabile  $z$  misurata in un sistema chimico tramite 20 osservazioni effettuate fra  $t = 0$  e  $t = 20$ . Il processo avrebbe potuto generare infinite osservazioni, diverse da quelle rappresentate nello stesso intervallo temporale e quindi infinite altre serie storiche.

Si consideri la distribuzione della variabile casuale  $z_t$  al tempo  $t$  che può essere espressa come:

$$\rho(a) = Pr[z_t \leq a] \quad (3.2).$$

Il processo stocastico (o processo aleatorio) è un vettore formato da un numero infinito di variabili casuali  $\Pi = \{Z_t | t \in T\}$  con  $TCR$  definite su di uno spazio di probabilità  $(\Omega, \rho, Pr)$ .  $T$  è un insieme enumerabile, cioè  $t \in T$  ha valori assimilabili ad un insieme di numeri naturali equispaziati.

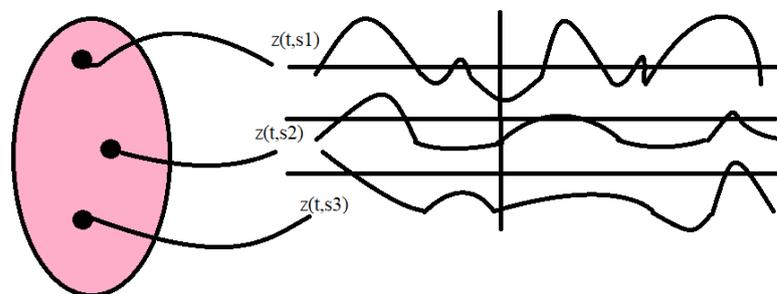


FIGURA 3.2 MOLTEPLICITÀ DELLE SERIE STORICHE ORIGINATESI IN UN PROCESSO

$z_t$  è l'osservazione effettuata al tempo  $t$ , istante in cui si è manifestato o è stato registrato il valore del processo.

$Z_t$  è la variabile casuale che ha generato  $z_t$  e  $\rho(Z_t)$  è la funzione di ripartizione della singola variabile casuale con cui si esprimono le probabilità che  $Z_t$  ricada in un certo intervallo, all'interno dell'insieme di insiemi descritto dall'algebra  $\Omega$ . In generale, le osservazioni che generano una serie temporale equispaziata possono essere descritte come  $N$  variabili dimensionali casuali  $(Z_1, Z_2, \dots, Z_N)$  aventi una distribuzione di probabilità  $\rho(Z_1, Z_2, \dots, Z_N)$ . [Box05]

Dato che i processi stocastici sono in grado di generare serie storiche di lunghezza infinita, è necessario riassumere le loro proprietà attraverso poche grandezze caratteristiche, per cui è possibile affermare che un processo stocastico è noto quando si conoscono:

- le funzioni di ripartizione delle singole  $Z_t$ , dette funzioni di ripartizione *marginali*;
- la funzione di ripartizione *congiunta* di tutte le possibili coppie  $(Z_t, Z_s)$ ;
- la funzione di ripartizione *congiunta* di tutte le possibili terne  $(Z_t, Z_s, Z_r)$ ;
- ... ..
- la funzione di ripartizione *congiunta* di ogni n-tupla  $(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$  per tutti gli  $n$  e per  $n \rightarrow \infty$ .

Un altro modo per descrivere un processo stocastico (caratterizzato da  $h$  osservazioni,  $h \in Z^+$ ) è avere a disposizione i momenti del processo teorico, il cui numero sarebbe infinito ma di cui, in genere, si utilizzano esclusivamente quello di primo, di secondo e di terzo ordine:

- il momento di primo ordine al tempo  $t$  è noto come valore medio del processo al tempo  $t$ :

$$\mu_t = E[Z_t] = \sum_{i=0}^h \text{Pr}(Z_t = z_i) z_i = \sum_{i=0}^h p_i z_i \quad (3.3)$$

e definisce il livello attorno al quale il processo si muove,

- il momento del secondo ordine al tempo  $t$  è la varianza del processo al tempo  $t$ :

$$\sigma_t^2 = E[(Z_t - \mu_t)^2] = \sum_{i=0}^h p_i z_i^2 - (\sum_{i=0}^h p_i z_i)^2 \quad (3.4)$$

e misura lo *spread* intorno al valore medio,

- il momento del terzo ordine al tempo  $t$  è l'autocovarianza (o covarianza di ritardo (o *lag*)  $k$ ):

$$\gamma(t, t - k) = \text{cov}(Z_t, Z_{t-k}) = E[(Z_t - \mu_t)(Z_{t-k} - \mu_{t-k})] \quad (3.5)$$

in cui  $t = 1, 2, \dots, n$  e  $k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$ . Il termine *lag* indica la differenza tra gli indici di posizione delle variabili coinvolte nel calcolo della covarianza. L'autocovarianza indica quindi il modo in cui due variabili del processo co-variano nel tempo. [Box05]

In *Figura 3.3* è rappresentato l'andamento delle autocovarianze fino a un ritardo pari a 4.

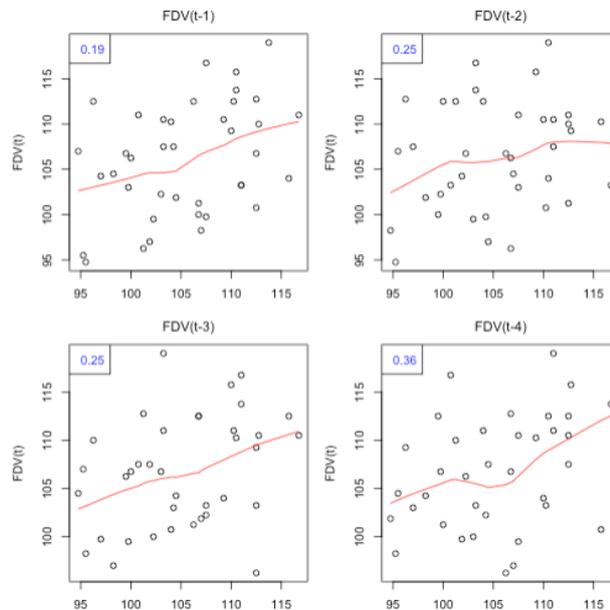


FIGURA 3.3 ANDAMENTO DELLE AUTOCOVARIANZE; ENTSOE; 2019

### 3.1.3. Stazionarietà

Dato che l'analisi delle serie storiche si pone come obiettivo l'individuazione di un processo stocastico che abbia traiettorie che si adattino ai dati, è necessario lavorare su una classe particolare di processi stocastici, al fine di poter formulare delle previsioni. Questi devono permettere di:

- identificare univocamente il processo e quindi il modello;
- fare inferenza sui momenti del processo stesso, ottenendo delle stime corrette e consistenti. [Box05]

I processi che consentono di fare ciò sono i processi *stazionari*, che costituiscono una classe particolare dei processi stocastici poiché sono basati sull'assunzione che si trovino in uno stato di equilibrio statistico tale per cui la loro struttura probabilistica rimanga invariata nel tempo.

Un processo stocastico  $(Z_t)_{t \in T}$  è detto *stazionario* o *debolmente stazionario* se soddisfa le seguenti condizioni:

- $E[|Z_t|]^2 < \infty$ ,
- $E[Z_t] = \mu \forall t \in Z$ ,
- $\gamma_z(r, s) = \gamma_z(r + t, s + t) \forall r, s, t \in Z$ ,

[Box05] ossia se ha momenti secondi finiti, valore atteso costante e autocovarianza non dipendente dal tempo.

Un processo stocastico è inoltre detto *strettamente stazionario* (o *stazionario in senso forte*) se le sue proprietà non sono modificate da una variazione dell'origine temporale, ossia se la distribuzione di probabilità congiunta associata alle  $m$  osservazioni  $z_{t_1}, z_{t_2}, \dots, z_{t_m}$  fatte agli istanti  $t_1, t_2, \dots, t_m$  è la stessa di quella associata alle  $m$  osservazioni  $z_{t_1+k}, z_{t_2+k}, \dots, z_{t_m+k}$  fatte agli istanti  $t_1 + k, t_2 + k, \dots, t_m + k$ . Questo tipo di processi richiede quindi

variabili casuali identicamente distribuite, aventi quindi medesima media e varianza.

Quando  $m = 1$ , l'ipotesi di stazionarietà in senso forte implica che tutte le variabili siano identicamente distribuite e che la distribuzione marginale di probabilità  $\rho(Z_t)$  sia la stessa per tutti gli istanti  $t$  e quindi può essere scritta come  $\rho(Z)$ . In questo caso si ha:

- media del processo costante:

$$E[Z_t] = \mu \quad (3.6),$$

- varianza del processo costante:

$$E[(z_t - \mu)^2] = E[Z_t^2] - E[Z_t]^2 = \sigma^2 \quad (3.7),$$

- covarianza del processo funzione solo di  $k$ :

$$\gamma_k = \text{cov}[z_t, z_{t+k}] = E[Z_t Z_{t+k}] - E[Z_t]E[Z_{t+k}] \quad (3.8).$$

Poiché l'ipotesi di stazionarietà in senso forte implica il fatto che la distribuzione di probabilità di due variabili casuali  $\rho(Z_t, Z_{t+k})$  sia la stessa qualunque sia il ritardo  $k$  per cui si distanziano,  $\gamma_k$  è detta *autocovarianza* di *lag*  $k$  e rappresenta il valore atteso del co movimento lineare della variabile casuale  $Z_t$  rispetto alla  $Z_{t+k}$ .

### 3.1.4. Autocorrelazioni

Dato un processo stocastico  $(Z_t)_{t \in T}$ , la funzione di autocorrelazione  $\rho_z(k)$  di passo  $k$  di  $(Z_t)_{t \in T}$  è data da:

$$\rho_z(k) = \text{Corr}(Z_t, Z_{t+k}) = \frac{\text{cov}(z_t, z_{t+k})}{\sqrt{\text{Var}(z_t)\text{Var}(z_{t+k})}} \quad (3.9).$$

[Box05] Per ogni  $k$ ,  $\rho_z(k)$  rappresenta il coefficiente di correlazione tra due variabili del processo che risultano separate da un intervallo di tempo di

lunghezza  $k$ . L'autocorrelazione esprime quindi la dipendenza lineare che esiste tra il processo al tempo  $t$  e sé stesso al tempo  $t + k$ .

La funzione di autocorrelazione parziale di passo  $k$   $\alpha_z(k)$  è definita come l'autocorrelazione tra  $Z_1$  e  $Z_{k+1}$  tenendo conto delle osservazioni intermedie  $Z_2, Z_3, \dots, Z_k$ .

[Box05] All'interno dei modelli di autoregressione sono molto importanti tali coefficienti che, se sono significativamente diversi da zero, implicano che il termine  $Z_{t+k}$  è utile a spiegare  $Z_t$ .

In generale, per la relazione fino al lag  $k$  si ha:

$$\alpha_z(k) = \frac{\begin{matrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & 1 \end{matrix}}{\begin{matrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & 1 \end{matrix}} \quad (3.10)$$

### 3.1.5. White Noise

Il più importante esempio di processo stazionario è costituito da una successione di variabili causali non correlate (quindi con covarianza nulla), identicamente distribuite, avente media nulla e varianza costante pari a  $\sigma^2$ . È definito *white noise* e può essere identificato come:

$$A_t \sim WN(0, \sigma^2) \quad (3.11).$$

La sua funzione di autocovarianza è semplicemente:

$$\gamma_k = E[A_t, A_{t+k}] = \begin{cases} \sigma^2; & k = 0 \\ 0; & k \neq 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

[Box05].

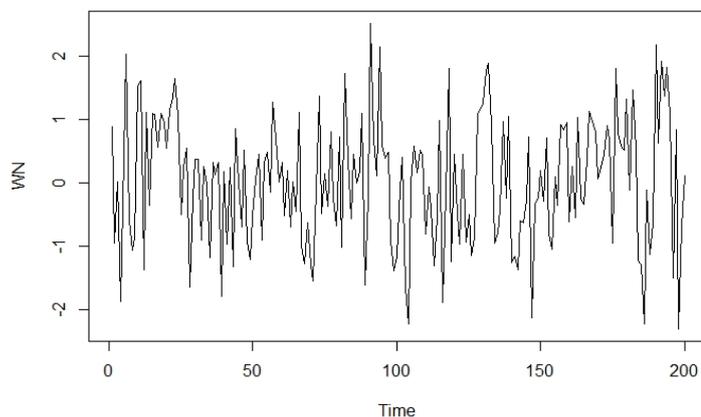


FIGURA 3.4 ESEMPIO WHITE NOISE SIMULATO

### 3.1.6. Trend, stagionalità, componente stocastica

Come detto precedentemente, il lavoro si svolge all'interno della classe dei processi stazionari ma, in molti casi, le serie storiche sono caratterizzate dalla presenza di non stazionarietà che può essere ricondotta a tre fattori:

- Trend ( $T$ ) che può essere descritto come un movimento tendenziale monotono di fondo e di lungo periodo che mette in evidenza un'evoluzione strutturale del fenomeno, dovuta a cause che agiscono in modo sistematico sullo stesso;
- Fenomeno di stagionalità ( $S$ ) che è costituito da oscillazioni originate da fattori climatici e, in genere, dall'alternanza delle stagioni o dall'organizzazione sociale;
- Ciclo ( $C$ ) o oscillazione congiunturale che si è, in genere, originato dal verificarsi di condizioni più o meno favorevoli del contesto economico;
- Componente di disturbo o accidentalità ( $e$ ) che è caratterizzata da movimenti irregolari, erratici o accidentali provocati da una serie di circostanze aventi entità trascurabile.

In generale un processo  $(Z_t)_{t \in T}$  può essere descritto dalla relazione:

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{f}(\mathbf{T}_t, \mathbf{S}_t, \mathbf{C}_t, \mathbf{e}_t) \quad (3.13)$$

con  $t = 1, \dots, N, t \in Z^+$ .

L'approccio classico dell'analisi delle serie storiche ipotizza che la serie sia composta dalle sopra citate variazioni sistematiche o deterministiche (trend, stagionalità, ciclo) e da oscillazioni di disturbo casuali. Ipotizza inoltre che il primo gruppo possa essere stimato nelle sue componenti per effettuare previsioni per il futuro.

La stima della componente ciclica presenta le maggiori difficoltà poiché il ciclo economico non è caratterizzato da oscillazioni regolari; per questo motivo nel corso del lavoro è stata spesso nominata una componente *trend-ciclo* in cui la componente ciclo è stata trattata unitamente con la componente trend.

Per stimare le tre componenti è necessario stabilire il modo con il quale esse interagiscono tra loro e si aggregano per dare vita alla serie effettiva; le due forme principali sono:

- il modello additivo:

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{T}_t + \mathbf{S}_t + \mathbf{e}_t \quad (3.14),$$

- il modello moltiplicativo:

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{T}_t * \mathbf{S}_t * \mathbf{e}_t \quad (3.15).$$

Il primo è adatto quando l'ampiezza dell'oscillazione stagionale non cambia con il variare del livello della serie che è quindi detta *additiva*. Nel caso in cui la fluttuazione stagionale aumenti (o diminuisca) proporzionalmente all'andamento della serie, è opportuno applicare un modello moltiplicativo.

[Box05]

Le singole componenti possono essere stimate con metodi empirici o con metodi analitici tramite l'interpolazione. Nel primo caso si applica il modello

delle medie mobili che stima i valori delle componenti ma non permette di effettuare estrapolazioni; nel secondo caso invece si utilizza una funzione analitica che consente anche di effettuare estrapolazioni per il futuro.

### 3.1.7. Operatore ritardo e operatore differenza

Per ricondurre il processo alla stazionarietà, è necessario ricorrere ad alcuni operatori che applicano le adeguate trasformazioni.

Occorre innanzitutto definire l'operatore di ritardo o di *lag* indicato con  $B$  e definito attraverso la trasformazione:

$$\mathbf{BZ}_t = \mathbf{Z}_{t-1} \quad (3.16);$$

se lo stesso è applicato a  $\mathbf{Z}_{t-1}$  produce:

$$\mathbf{BZ}_{t-1} = \mathbf{B}(\mathbf{BZ}_t) = \mathbf{B}^2\mathbf{Z}_t = \mathbf{Z}_{t-2} \quad (3.17)$$

e così via. In generale per induzione si dimostra che  $\mathbf{B}^j\mathbf{Z}_t = \mathbf{Z}_{t-j}$ .

È quindi possibile definire l'operatore differenza regolare  $\Delta^d = (1 - B)^d$  e per farlo è necessario prendere in considerazione il modello additivo (3.14) che, in assenza della componente ciclo-stagionale, diventa:

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{T}_t + \mathbf{e}_t.$$

Si definisce l'operatore alle differenze  $\Delta$  di ordine 1 come:

$$\Delta\mathbf{Z}_t = \mathbf{Z}_t - \mathbf{Z}_{t-1} = (1 - \mathbf{B})\mathbf{Z}_t \quad (3.18)$$

in cui per definizione:

$$\mathbf{BZ}_t = \mathbf{Z}_{t-1}.$$

Le potenze degli operatori  $\Delta$  e  $B$  sono definite come  $\Delta^j(z_t) = \nabla(\nabla^{j-1}(Z_t))$  e  $B^j(Z_t) = Z_{t-j}$ , per  $j \geq 1$ , e  $B^0 = 1$  e  $\Delta^0(z_t) = z_t$ . Questi polinomi quindi si comportano esattamente come polinomi a variabili reali.

L'operatore differenza  $\tau$ -esima  $\Delta_\tau$ , con:

$$\tau = \dots, -1, 0, +1, \dots$$

è definito come:

$$\Delta_\tau = \mathbf{1} - \mathbf{B}^\tau \quad (3.19)$$

$$\Delta_\tau \mathbf{z}_t = (\mathbf{1} - \mathbf{B}^\tau) \mathbf{z}_t = \mathbf{z}_t - \mathbf{z}_{t-\tau} \quad (3.20).$$

Per stabilire il numero di volte che occorre svolgere la differenziazione di una serie si parte dal fatto che:

$$\Delta^{d+1}[\beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_d t^d] = \mathbf{0} \quad (3.21).$$

Se le differenze di ordine  $d + 1$  oscillano senza struttura intorno allo zero allora il grado del polinomio dovrebbe essere  $d$ . Poiché la differenza di ordine  $d$  elimina un trend polinomiale di grado  $d$ , la serie delle differenze seconde dovrebbe avere minore variabilità della serie delle differenze prime. In genere, l'analisi grafica è sufficiente per stabilire il grado di differenziazione.

Se l'operatore  $\Delta$  è applicato ad una funzione lineare che stima il trend come:

$$\mathbf{m}_t = \mathbf{a}t + \mathbf{b}$$

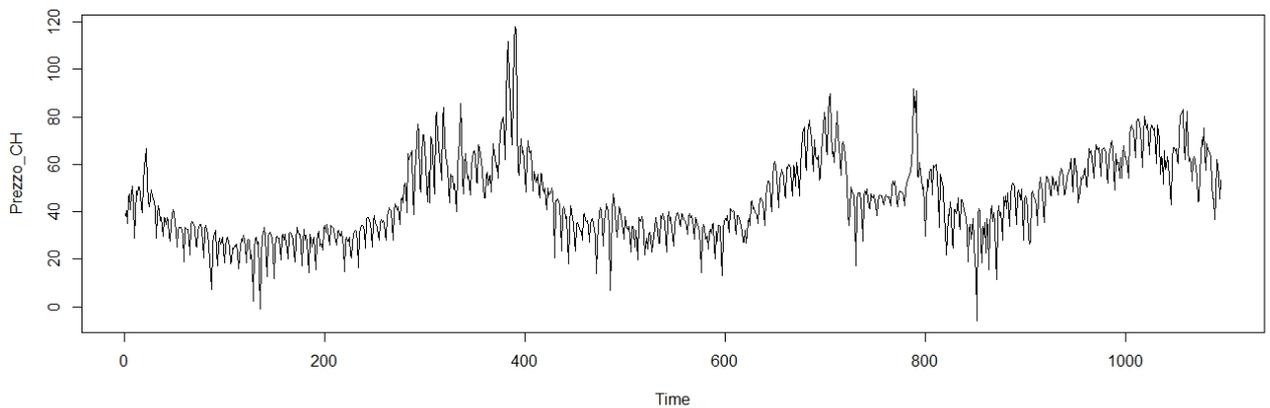
allora otteniamo una funzione costante  $\Delta \mathbf{m}_t = \mathbf{a}$ ; se invece il trend è stimato da un polinomio di grado  $k$  allora possiamo applicare l'operatore  $\Delta^k$  per ricondurlo ad una costante.

Questo suggerisce che è possibile giungere ad un processo stazionario applicando l'operatore  $\Delta$  ad un insieme di dati. Nella pratica il suo ordine è

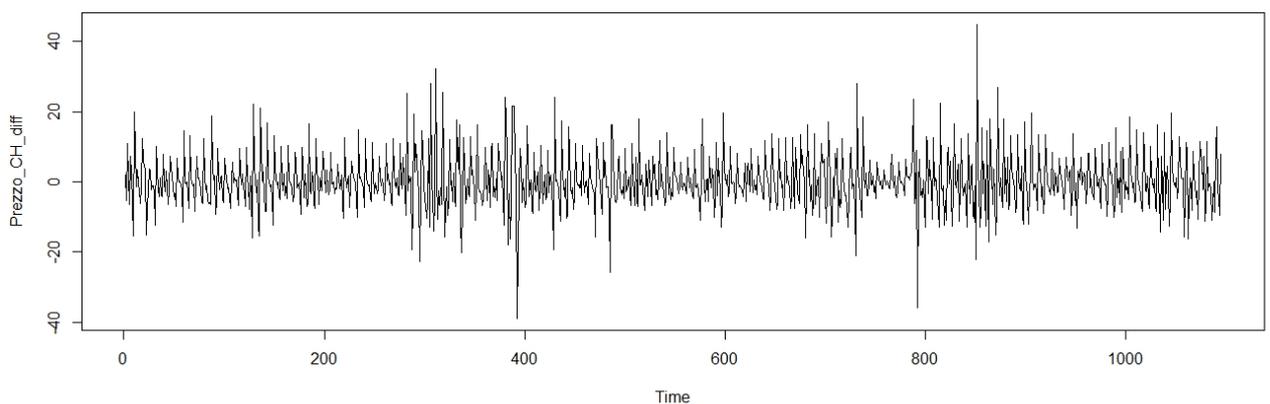
abbastanza piccolo poiché molti processi possono essere approssimati da un polinomio di grado basso. [Box05]

Analizzando l'equazione (3.14) si deduce che, dopo la differenziazione, l'unica componente rimanente è quella accidentale che, essendo stazionaria, permette di utilizzare i modelli autoregressivi che saranno descritti nel paragrafo 3.3.

In *Figura 3.6* sono riportati i risultati ottenuti applicando l'operatore  $\nabla_d$  alla serie dei prezzi svizzeri, rappresentati in *Figura 3.5*; si nota come nel grafico risultante è assente sia la componente stagionale sia la componente trend.



**FIGURA 3.5 SERIE STORICA DEI PREZZI SVIZZERI; ENTSOE; 2019**



**FIGURA 3.6 SERIE STORICA DEI PREZZI SVIZZERI DIFFERENZIATA; ENTSOE; 2019**

### 3.1.8. Test statistic

I test statistici sono prove matematiche indispensabili per determinare il grado di certezza e la significatività dell'analisi statistica e, in questo elaborato, sono stati adoperati per verificare l'ipotesi di stazionarietà di una serie storica. Il primo test usato è l'*Augmented Dickey-Fuller Test (ADF)*, la cui ipotesi nulla  $H_0$  assume l'esistenza di una radice unitaria nel modello autoregressivo mentre l'ipotesi alternativa  $H_1$  stabilisce la presenza di stazionarietà. La procedura *ADF* verifica se la variazione della variabile in esame può essere spiegata tramite un suo valore ritardato più un trend lineare. Se il contributo di tale valore al cambiamento della variabile è non significativo e c'è la presenza di una componente trend, la serie è non stazionaria e l'ipotesi nulla non può essere rigettata. L'obiettivo del test è che l'ipotesi nulla sia rigettata, per cui si auspica un *p-value* inferiore a 0,05. [Holmes19]

Altri test che sono stati adottati sono il test di *Box-Pierce* ed il test di *Ljung-Box*; Innanzitutto, è necessario definire:

$$\rho_d = \frac{\sum_{t=1}^{T-d} (z_t - \bar{z}_T)(z_{t+d} - \bar{z}_T)}{\sum_{t=1}^T (z_t - \bar{z}_T)^2}$$

dove  $\bar{z}_T$  è la media aritmetica della serie storica. Il test di *Box-Pierce* inoltre è basato sulla seguente relazione:

$$Q_m = T \sum_{d=1}^m \rho_d^2$$

mentre il test di *Ljung-Box* è calcolato secondo la seguente relazione:

$$Q_m = T(T+2) \sum_{d=1}^m \frac{\rho_d^2}{T-d}$$

In questi test l'ipotesi nulla  $H_0$  implica che le prime  $m$  autocorrelazioni siano nulle, ossia

$$H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0$$

Sotto tale condizione, si verifica la stazionarietà della serie e le variabili  $Q_m$  si distribuiscono asintoticamente secondo una variabile casuale  $\chi_m^2$ .

[Box05]

### 3.1.9. Spike o Jumps

È di fondamentale importanza nell'analisi delle serie storiche riguardanti i prezzi dell'energia elettrica, ricordare la grande volatilità che le caratterizza e che si manifesta nel fenomeno noto come *jump* o *spike*. Questo consiste in una variazione repentina della suddetta variabile verso l'alto o verso il basso.

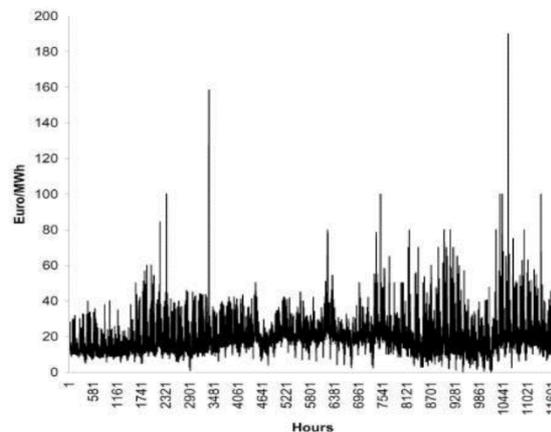


FIGURA 3.7 ESEMPIO SERIE STORICA DEI PREZZI ORARI MERCATO SVIZZERO; ENTSOE; 08/05/2019

Osservando, ad esempio, la serie storica in *Figura 3.7*, si nota che gli *spike* si manifestano soprattutto nelle ore di punta dei giorni lavorativi (09:00 e 18:00) e nei mesi di maggior consumo di energia elettrica, cioè nel periodo invernale e in quello estivo, nei quali i prezzi si muovono velocemente verso l'alto.

I *jump* sono in genere non equispaziati tra loro e di dimensioni abbastanza varie nonostante raggiungano livelli molto superiori alla media della serie storica. Questi possono essere distinti facilmente nell'arco orario o giornaliero mentre sono visibili con maggiori difficoltà se l'orizzonte temporale si allunga.

Un'altra loro caratteristica è la brevissima durata poiché, non appena gli *shocks* economici che ne sono stati la causa si dissolvono e sono sostituiti da un nuovo stato di equilibrio, i prezzi si riassessano intorno ai valori antecedenti ad essi. Per questo motivo i prezzi nei mercati elettrici sono detti *non persistenti* o *mean reverting*. È possibile attribuire due spiegazioni a questo fenomeno:

- la prima è che l'aumento della domanda fa aumentare i prezzi, di conseguenza i produttori hanno maggiori incentivi economici a utilizzare generatori più costosi che possono aumentare l'offerta, riportando la situazione all'equilibrio;
- la seconda ipotesi considera la caratteristica di periodicità delle serie storiche che sono, per definizione, orientate al ritorno alla media influenzando quindi la domanda e di conseguenza i prezzi.

[Escribano02]

L'esistenza dei *jumps* può produrre due effetti speculari a livello finanziario poiché da un lato chi investe in questi mercati può subire una perdita ingente in un arco temporale molto limitato, dall'altro è possibile attuare attività di speculazione. Per svolgere analisi minuziose, sono stati sviluppati modelli adeguati a cogliere questo fenomeno noti come *jump diffusion*. Nel caso in esame, sono stati eliminati gli eventuali *spikes* dalla serie, interpolando i valori mancanti poiché non si è ritenuto importante concentrare l'attenzione su questo tema in quanto non determinante per l'esito dell'analisi.

## 3.2. Modello regressivo lineare

Il metodo più semplice per descrivere e prevedere l'andamento della serie storica, nel caso si supponga la linearità del processo, è l'applicazione della regressione lineare semplice, in cui l'espressione della retta è:

$$Z_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \quad (3.22)$$

dove  $t$  è il tempo,  $Z$  è la *variabile dipendente* o *variabile di risposta*,  $X$  è la *variabile indipendente* o *variabile esplicativa*,  $\beta_0$  è l'intercetta e  $\beta_1$  è il coefficiente di regressione. In questo caso i coefficienti possono essere dedotti tramite il metodo dei minimi errori quadrati, il quale impone che la distanza tra i valori osservati ed i valori teorici al quadrato sia minima:

$$f(\beta_0, \beta_1) = \sum_{t=1}^n e_t^2 = \sum_{t=1}^n (Z_t - \beta_0 - \beta_1 X_t)^2.$$

Il primo strumento utile per svolgere un'analisi preventiva della linearità è il diagramma di dispersione, di cui se ne riporta un esempio in *Figura 3.8*.

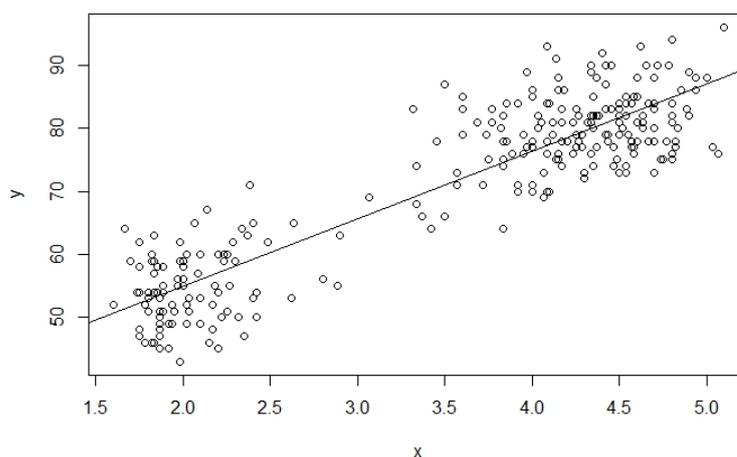


FIGURA 3.8 DIAGRAMMA A DISPERSIONE SIMULATO; FAITHFUL PACKAGE R; 2019

$\varepsilon_t$  è l'errore che contiene le variabili non esplicitate nel modello e le imprecisioni dovute alla misurazione dei dati; la sua analisi è importante per

comprendere il significato stesso della regressione e la necessità o meno di inserire nuove variabili che possano spiegarlo.

Regredire una variabile sull'altra implica illustrare il comportamento dell'una mediante il comportamento dell'altra; la retta di regressione inoltre mostra una tendenza persistente: al variare di  $x_t$ , la  $z_t$  mediamente assume certi valori a causa della presenza dell'errore. A questo modello viene associata una misura della variabilità tramite la deviazione standard della regressione.

Nel caso in cui si vogliano inserire più variabili indipendenti, occorre utilizzare la regressione lineare multipla avente la seguente espressione:

$$Z_t = \beta_1 X_t + \beta_2 Y_t + \dots + \varepsilon_t \quad (3.23).$$

Se esiste una forte combinazione lineare delle variabili esplicative, ossia se è presente multicollinearità, si ha una perdita di efficienza degli stimatori poiché si registra un aumento della variabilità delle stime che divengono meno precise. [Rossi04]

### 3.3. Modello autoregressivo a media mobile con variabile esogena

Il presupposto dell'analisi delle serie storiche è che i valori osservati di un certo fenomeno siano il risultato dell'effetto cumulato della storia passata, grazie al fatto che essi abbiano conservato *memoria*. Ci si attende quindi che le osservazioni recenti siano dipendenti o correlate mentre quelle a *lag* molto distanti siano prive di legami o non ne abbiano di tipo lineare.

Sulla presunta conservazione degli effetti si fonda l'idea secondo la quale il processo possa essere modellato tramite un meccanismo in parte deterministico, quindi conoscibile, ed in parte stocastico quindi descrivibile con la teoria della probabilità.

Secondo il teorema della scomposizione di *Wold*, formulato nel 1954, si può affermare che ogni processo stocastico stazionario, almeno in senso debole, possa essere descritto come la somma di due componenti separate:

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{X}_t + \mathbf{Y}_t \quad (3.24)$$

dove  $X_t$  è una funzione deterministica che evolve nel tempo:

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + \sum_{j=1}^{\infty} [\boldsymbol{\alpha}_j \sin(\boldsymbol{\delta}_j t) + \boldsymbol{\beta}_j \cos(\boldsymbol{\delta}_j t)], \quad \mathbf{0} \leq \boldsymbol{\delta}_j \leq \boldsymbol{\pi} \quad (3.25);$$

la parte  $Y_t$  è espressa da una media mobile composta da infiniti termini di tipo *white noise* gaussiani:

$$\mathbf{Y}_t = \sum_{t=0}^{\infty} \boldsymbol{\varphi}_t \mathbf{a}_t \quad \mathbf{a}_t \sim \mathbf{WN}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma}^2) \quad (3.26).$$

In questa equazione si possono sostenere solo affermazioni probabilistiche sui valori passati, presenti o futuri. Sappiamo però che in valore assoluto la somma dei pesi è finita:

$$\sum_{t=0}^{\infty} |\boldsymbol{\varphi}_t| < \infty \quad (3.27).$$

La componente deterministica e quella stocastica sono inoltre non correlate. In questo paragrafo viene introdotta una classe di processi stocastici che detengono un ruolo fondamentale nella modellizzazione di una serie storica: i processi *ARMA*.

### 3.3.1. Processi Autoregressivi

Un processo autoregressivo di ordine  $p$  ( $p \in \mathbb{Z}^+$ ),  $AR(p)$ , è definito come:

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \dots + \varphi_p Z_{t-p} + a_t \quad (3.28)$$

che può essere riscritta come:

$$\varphi_p(B)Z_t = A_t \quad (3.29),$$

dove  $\varphi_p(B) = 1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p$  (polinomio autoregressivo di ordine  $p$ ) e  $A_t \sim WN(0, \sigma^2)$ . [Box05]

Le serie storiche generate da (3.28) partono dal tempo  $t = 1$  anche se si suppone che il processo sia già in atto da almeno  $p$  periodi. Il valore corrente  $Z_t$  è determinato dalla somma ponderata dei  $p$  valori appena passati più un errore coevo di  $A_t$ . Il termine *regressivi* è dovuto alla similarità con i modelli di regressione lineare multipla mentre *auto* è giustificato dall'utilizzo di soli valori interni al fenomeno rappresentato da parte del modello.

Riprendendo la relazione (3.29), si evince che il filtro  $\varphi_p(B)$  comprende solo un numero finito di termini, motivo per cui il processo è sicuramente invertibile.

Il processo  $Z_t$  è inoltre stazionario se le radici dell'equazione caratteristica del polinomio  $\varphi_p(B) = 1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p$  sono in modulo inferiore all'unità. [Box05]

### 3.3.2. Processo $AR(1)$

Senza perdere alcuna generalità, si considerano i processi autoregressivi del primo ordine ( $p = 1$ ) che hanno importanti riscontri nella realtà. [Box05]

Il processo autoregressivo del primo ordine è tale che  $Z_t$  si ottiene moltiplicando per un coefficiente  $\varphi$  il valore precedente  $Z_{t-1}$  ed aggiungendo un processo stocastico  $A_t \sim WN(0, \sigma^2)$ , tale per cui vale la relazione:

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + A_t \quad (3.30).$$

In base alla definizione dell'operatore ritardo si ottiene:

$$A_t = (1 - \varphi_1 B)Z_t \quad (3.31).$$

Il processo è stazionario se  $|\varphi_1| < 1$ .

Nei processi  $AR(1)$  con valori elevati e negativi di  $\varphi_1$ , osservazioni superiori (inferiori) alla media tendono ad essere seguite da valori più piccoli (più grandi) della media. Se nel processo è presente un valore di livello  $m$  che agisce da riferimento per l'andamento del fenomeno:

$$Z_t = m + \varphi_1 Z_{t-1} + A_t \text{ con } \varphi_1 = 1 \text{ oppure } \varphi_1 = -1$$

allora  $m$  è detto *deriva* ed il processo è detto *random walk with drift RWD*.

Sottostante a *RWD* è presente un trend lineare intorno al quale oscillano i valori del processo; per questo motivo il *random walk* non è stazionario ma lo diventa immediatamente dopo la differenza prima.

Un esempio di processo  $AR(p)$  è rappresentato in *Figura 3.9*.

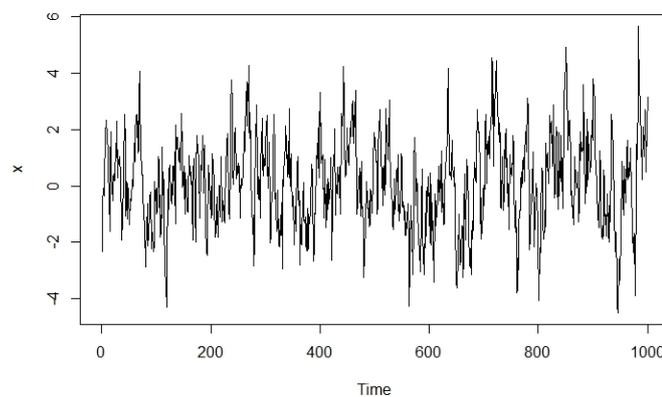


FIGURA 3.9 ESEMPIO DI PROCESSO SIMULATO  $AR(1)$

### 3.3.3. Processi media mobile

I processi media mobile (*MA*, *Moving Average*) di ordine  $q$  ( $q \in \mathbb{Z}^+$ ) sono definiti come:

$$Z_t = A_t - \theta_1 A_{t-1} - \theta_2 A_{t-2} - \dots - \theta_q A_{t-q} = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) A_t = \theta_q(B) A_t \quad (3.32)$$

con  $A_t \sim WN(0, \sigma^2)$ . Il termine MA deriva dal fatto che  $Z_t$  è una somma ponderata dei valori più recenti di  $A_t$ . Questo tipo di processo è sempre stazionario poiché soddisfa sempre la condizione per cui  $\sum_{j=0}^q |\varphi_j| < \infty$ . La parsimonia nell'uso dei parametri usati per modellarne la struttura dinamica è ottenuta troncando i coefficienti  $\varphi_j$  ad un ritardo prefissato. L'osservazione corrente  $Z_t$  è data dalla somma ponderata di errori casuali non correlati aventi  $q$  periodi passati più un errore coevo.

Questo tipo di processo può insorgere in situazioni in cui un fenomeno raggiunge il proprio equilibrio dopo aver reagito a una serie di *shocks* non del tutto assimilati in passato o che hanno effetto per più periodi.

Poniamo:

$$A_t = \frac{1}{\theta_q(B)} Z_t = \frac{1}{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)} Z_t = (\pi_0 + \pi_1 B + \pi_2 B^2 + \dots +) z_t = \pi(B) z_t \quad (3.33)$$

con  $\pi_t = (-\theta^t)$ ,  $t = 0, 1, 2, \dots$ , successione dei coefficienti.

L'invertibilità dei processi lineari si ottiene con la convergenza della successione dei pesi  $\pi_t$ ,  $t = 0, 1, 2, \dots$ , e questa, a sua volta, nei processi a media mobile, si ottiene quando l'equazione caratteristica, descritta da:

$$(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) = 0 \quad (3.34),$$

ha radici minori dell'unità in modulo.

Si nota che i processi  $MA$  sono complementari ai processi  $AR$ ; i primi infatti sono definiti dall'applicazione di un polinomio nell'operatore  $B$  ad un rumore bianco, i secondi sono caratterizzati dalla proprietà per la quale l'applicazione di un polinomio nell'operatore  $B$  produce un rumore bianco. Si è quindi verificato che un processo con infiniti termini autoregressivi  $AR(\infty)$  può essere modellato come un processo media mobile di ordine finito e che  $MA(\infty)$  è equivalente ad un  $AR$  composto da un numero limitato di termini. Il principio di parsimonia governa le scelte tra modelli, favorendo quello avente minori esigenze dal punto di vista della stima dei parametri incogniti. [Box05]

### 3.3.4. Processo $MA(1)$

Il processo  $MA(1)$ , ossia  $MA$  di primo ordine, è descritto dall'espressione:

$$Z_t = A_t - \theta_1 A_{t-1} = (1 - \theta_1 B)A_t \quad (3.35).$$

Questo processo esprime l'ultima correzione fatta all'errore di previsione. Si può definire:

$$E[Z_t] = E[A_t] + E[A_{t-1}] = \mu \quad (3.36)$$

$$Var[Z_t] = \frac{\sigma_a^2}{1+\theta_1^2} \quad (3.37).$$

La *Figura 3.10* fornisce un esempio di un processo simulato  $MA(1)$ .

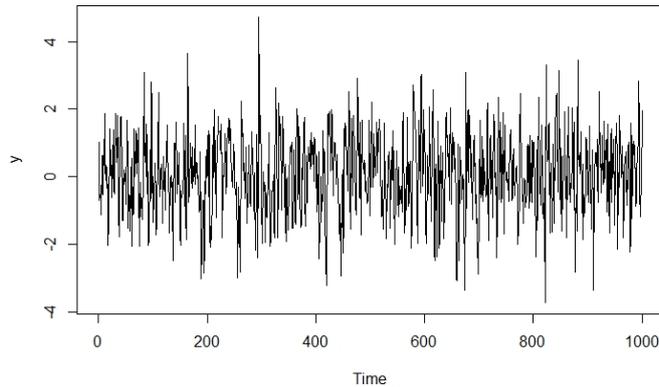


FIGURA 3.10 ESEMPIO PROCESSO SIMULATO MA(1)

### 3.3.5. Processi ARMA

Nei paragrafi precedenti sono stati esposti due tipi di processi: i processi *AR* e i processi *MA*; i primi evidenziano i legami tra il valore corrente del fenomeno e i suoi valori passati, i secondi quelli tra lo stesso valore corrente e gli errori passati provenienti da *white noise*.

Il principio di parsimonia raggiunge la sua massima realizzazione nell'utilizzo di un modello che includa sia una componente media mobile sia una componente autoregressiva. Si mette quindi in pratica una combinazione additiva di un processo  $AR(p)$  e di un processo  $MA(q)$  che genera un processo  $ARMA(p, q)$ .

L'equazione generale di questo tipo di processi è:

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \dots + \varphi_p Z_{t-p} + A_t - \theta_1 A_{t-1} - \theta_2 A_{t-2} - \dots - \theta_q A_{t-q} \quad (3.38).$$

Questa relazione è formata da un modello autoregressivo e da residui descritti da una media mobile di errori passati; può inoltre essere riscritta come:

$$(1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p) Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) A_t$$

$$\varphi_p(B) Z_t = \theta_q(B) A_t \quad (3.39).$$

Dato che la parte media mobile è stazionaria per definizione, la stazionarietà del processo  $ARMA$  riguarda solo la componente autoregressiva; viceversa la parte autoregressiva è invertibile per costruzione quindi l'invertibilità è studiata esclusivamente nella parte media mobile. Il processo  $ARMA$  è quindi stazionario se le radici del polinomio  $\varphi_p(B)$  sono interne al cerchio di raggio unitario, è invertibile se le radici di  $\theta_q(B)$  sono interne al cerchio di raggio unitario. [Box05]

La *Figura 3.11* fornisce un esempio di un processo simulato  $ARMA(1,1)$ .

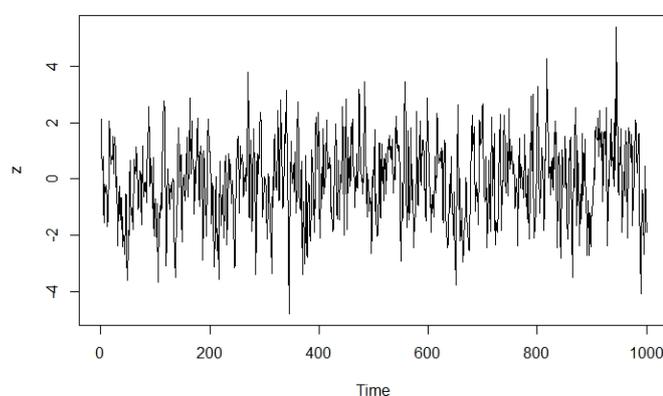


FIGURA 3.11 ESEMPIO PROCESSO SIMULATO  $ARMA(1,1)$

### 3.3.6. ARMAX

I modelli  $ARMA$ , che sono stati fino ad ora analizzati, tengono conto esclusivamente del processo in esame e dei suoi valori passati ma non usano l'informazione fornita da altre serie temporali pertinenti. Per poter disporre di maggiore libertà nella descrizione del processo, si fa uso dei modelli  $ARMAX$ , ossia di modelli autoregressivi a media mobile con variabili esogene.

Il modello  $ARMAX(p, q, r_1, \dots, r_j)$  ( $r_j \in R, j \in Z^+$ ) è definito come:

$$\varphi_p(\mathbf{B})\mathbf{Z}_t = \theta_q(\mathbf{B})\mathbf{A}_t + \sum_{i=1}^j \rho^i(\mathbf{B})\mathbf{V}_t^i \quad (3.40)$$

dove:

- $V_t^i$  è il fattore esogeno  $i$ -esimo;
- $\rho^i(B)$  è il polinomio caratteristico in  $B$  del fattore  $V_t$  di grado  $r_i$ .

[Box05] Nel caso specifico che è stato studiato, l'introduzione di variabili esogene ha lo scopo di migliorare le previsioni dei prezzi dell'energia, minimizzando l'errore dal momento che la loro serie temporale dipende, per esempio, anche da quella dei carichi di domanda energetica e da quella dei prezzi di altri Paesi confinanti.

### 3.3.7. Modelli ARIMA

Nel paragrafo 3.1.7 è stata discussa la necessità di eliminare il ciclo-trend presente in una serie storica applicando a questa l'operatore differenza; in questo modo, se  $Z_t$  manca di stazionarietà allora  $(1 - B)^d Z_t$  è un processo stazionario  $ARMA(p, q)$ . La  $I$  all'interno del nome sta per *Integrated* e deriva dal fatto che i processi passati, attraverso il filtro  $\Delta^d = (1 - B)^d$ , si dicono processi integrati  $ARMA(p, q)$  di ordine  $d$  ( $d \in Z^+$ ) oppure  $ARIMA(p, d, q)$ . Se  $\Delta^d X_t = Z_t$  allora:

$$\mathbf{X}_t = \Delta^{-d}\mathbf{Z}_t = (\mathbf{1} + \mathbf{B} + \mathbf{B}^2 + \mathbf{B}^3 + \dots +)\mathbf{Z}_t \quad (3.41).$$

Da questa relazione segue che il processo  $Z_t$  soddisfa l'equazione alle differenze della forma:

$$\varphi_p(\mathbf{B})(\mathbf{1} - \mathbf{B})^d \mathbf{Z}_t = \theta_q(\mathbf{B})\mathbf{Z}_t \quad (3.42).$$

### 3.4. Modello Box-Jenkins

La procedura iterativa *Box-Jenkins* ha come obiettivo l'identificazione di un modello  $ARIMAX(p, d, q)$ <sup>17</sup> che rappresenti il processo generatore di una serie storica osservata, al fine di poterlo usare per effettuare previsioni. Questo approccio consiste nell'iterare uno schema composto da cinque fasi:

- 1) **Analisi preliminare:** si deve stabilire se la serie storica osservata è stazionaria e, in caso contrario, adoperarsi affinché lo diventi mediante l'applicazione dell'operatore differenza di ordine  $d$  (3.18).
- 2) **Identificazione del modello ARIMA:** si indentificano gli ordini di  $p, q$  in modo da adottare il modello che meglio si adatta alla serie.
- 3) **Stima del modello:** si utilizza il metodo della massima verosimiglianza per stimare i parametri del modello.
- 4) **Verifica del modello:** occorre valutare la bontà e l'adeguatezza del modello stimato rispetto ai dati osservati. Se questo non supera, la verifica allora si deve procedere, in modo iterativo, per rivedere le scelte effettuate nei primi due passi.
- 5) **Utilizzo del modello:** se il modello supera la fase di verifica, è possibile usarlo per svolgere previsioni e proiezioni future.

La discussione entra ora nel merito delle singole fasi:

- 1) **analisi preliminari:** lo scopo del trattamento preliminare della serie storica è di rendere comparabili nel tempo le osservazioni, affinché le differenze riscontrate siano univocamente identificabili con cambiamenti del fenomeno. I problemi che si incontrano con maggiore frequenza, quando si gestiscono delle osservazioni, sono:
  - definizione coerente di unità, variabili e circostanze di rilevazione,

---

<sup>17</sup> *Processo autoregressivo integrato di ordine  $d$  a media mobile con variabili esogene.*

- valori anomali,
- valori mancanti.

Nell'analisi di una serie storica è fondamentale verificare la stazionarietà o meno della serie; tale caratteristica, richiesta per lo sviluppo del modello, implica che il processo abbia media costante e sia caratterizzato da oscillazioni intorno ad essa contenute e regolari, in modo tale che non modificano il proprio comportamento dopo un arco temporale. Un primo metodo è effettuare un'analisi grafica della *data set* dal quale si può trarre un'idea generica. Esistono poi una serie di test più rigorosi che prevedono il controllo della presenza di radici unitarie, condizione per la quale il processo  $AR(\cdot)$  risulta stazionario. [Box05] I test che sono stati applicati all'interno della successiva analisi per diagnosticare la stazionarietà sono stati trattati nel paragrafo 3.1.8.

È possibile inoltre verificare la presenza di un trend nella serie storica osservando se la sua rappresentazione è caratterizzata da una tendenza di lungo periodo e quindi da un andamento crescente o decrescente. Può anche essere dedotta dall'analisi dell'andamento della funzione di autocorrelazione nel caso in cui tenda a zero molto lentamente, come avviene nel grafico in *Figura 3.12*.

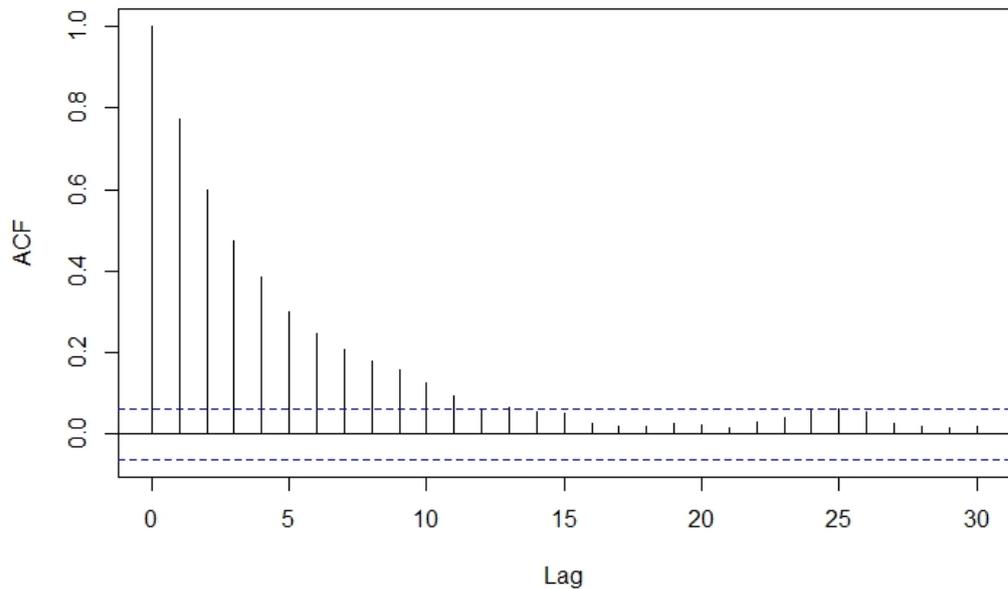


FIGURA 3.12 FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE GLOBALE DI UNA SERIE SIMULATA CON TREND

In tutti queste situazioni, occorre operare delle trasformazioni atte a rendere la serie stazionaria, ad esempio, per eliminare il trend possiamo utilizzare l'operatore differenza regolare  $\Delta^d = (1 - B)^d$  definito nel paragrafo 3.1.7.

**2) Identificazione del modello:** viene presa in considerazione la serie storica trasformata e si analizzano i grafici della sua funzione di autocorrelazione globale e parziale per individuare i valori degli ordini dei polinomi regolari  $p$  e  $q$ :

- $q$  si deduce osservando i primi 10 – 12 ritardi della funzione di autocorrelazione globale della serie resa stazionaria ed è il numero di ritardi consecutivi in cui la funzione risulta significativamente diversa da zero;
- $p$  si ottiene analizzando i primi 10 – 12 ritardi della funzione di autocorrelazione parziale della serie resa stazionaria ed è il numero di ritardi consecutivi in cui la funzione risulta significativamente diversa da zero.

Si utilizzano i seguenti grafici per esplicitare meglio la procedura: la *Figura 3.13* mostra il grafico di autocorrelazione globale della serie storica differenziata del prezzo svizzero tramite il quale si può dedurre che il corretto valore di  $q$  è 1; la *Figura 3.14* mostra il grafico di autocorrelazione parziale della serie storica differenziata del prezzo svizzero tramite il quale si può dedurre che il corretto valore di  $p$  è 6.

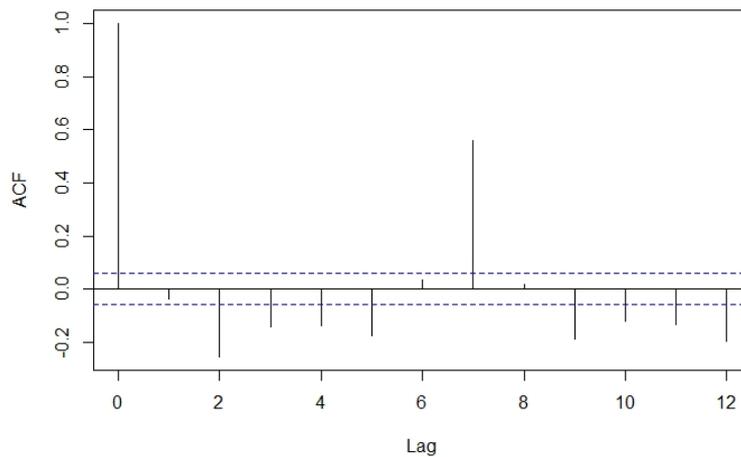


FIGURA 3.13 GRAFICO DI AUTOCORRELAZIONE GLOBALE DELLA SERIE STORICA DEL PREZZO SVIZZERO DIFFERENZIATO; ENTSOE; 2019

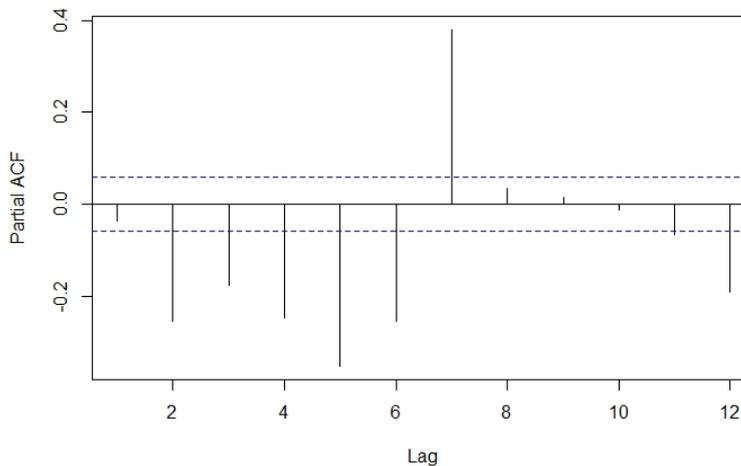


FIGURA 3.14 GRAFICO DI AUTOCORRELAZIONE PARZIALE DELLA SERIE STORICA DEL PREZZO SVIZZERO DIFFERENZIATO; ENTSOE; 2019

**3) Stima del modello:** una volta che è stato identificato il modello *ARIMAX* più appropriato, occorre stimarne i parametri e per farlo si

ricorre al metodo della massima verosimiglianza. Essendo un metodo iterativo, al fine di avere il minor numero possibile di iterazioni che precedono la stima ottimale dei parametri, è necessario avviare la procedura avendo a disposizione dei buoni valori.

- 4) **Verifica del modello:** questo passaggio è necessario per poter affermare che il modello *ARIMAX* identificato è il generatore della serie analizzata. Per poter essere considerato un modello accettabile, si devono stimare i parametri e i residui e si deve accertare che il numero di parametri utilizzati sia minimo. Il primo punto che deve essere soddisfatto è che le stime dei parametri devono essere significativamente diverse da zero e, in particolare, in valore assoluto il parametro deve essere almeno due volte superiore alla sua deviazione standard; inoltre, affinché non si verifichino problemi di stabilità, la correlazione fra le stime dei parametri non deve essere superiore a 0,8.

Il secondo punto importante è che i residui del modello identificato devono poter essere considerati la realizzazione di un processo rumore bianco, per cui devono:

- avere media e funzione di autocorrelazione globale non significativamente diverse da zero;
- avere varianza costante nel tempo;
- essere normalmente distribuiti.

In caso contrario, il modello stimato è incapace di cogliere e spiegare la struttura di dipendenza temporale presente nei dati, situazione in cui si devono esaminare nuovamente le funzioni di autocorrelazione globale e parziale della serie originale oppure si devono considerare come una nuova serie storica su cui ripetere la sequenza di operazioni svolta sulla serie originale.

**5) Valutazione della capacità previsionale del modello:** per valutare la capacità previsionale del modello *ARIMAX* è necessario valutare la dimensione dell'errore; per fare ciò è possibile utilizzare diverse misure statistiche, tra cui:

- l'errore medio assoluto giornaliero (*Mean Square Error*) che calcola la media delle differenze in valore assoluto tra i valori effettivamente realizzati e quelli previsti ed è definito come:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |z_i - \hat{z}_i| \quad (3.43)$$

dove  $z_i$  è il valore osservato e  $\hat{z}_i$  è il dato previsto dal modello per lo stesso istante;

- l'errore medio giornaliero in percentuale assoluta (*Mean Absolute Percentage Error*) che calcola la media dei valori assoluti degli errori relativi in percentuale:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{|z_i - \hat{z}_i|}{z_i} \right) \quad (3.44);$$

- l'errore medio (*Mean Error*) che calcola la media degli errori:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i - \hat{z}_i \quad (3.45).$$

Minore è il valore di *MAPE* e *MAE*, migliore è l'adattamento del modello ai dati. La media semplice degli errori di previsione permette di dedurre il comportamento sulla base del segno che assume, per determinare se la previsione offre una sovrastima o una sottostima. In genere, il modello ottenuto può dirsi *buono* se il *MAPE* corrispondente è inferiore al 12 – 15%. [Box05]

## Capitolo 4

### 4. Machine Learning

La crescente disponibilità di grandi quantità di dati storici e la necessità di eseguire previsioni accurate richiede la definizione di tecniche robuste ed efficienti in grado di inferire dalle osservazioni la dipendenza stocastica tra passato e futuro. Il mondo delle previsioni è stato influenzato, a partire dagli anni '60, da metodi stocastici lineari come i modelli che sono stati citati nel capitolo precedente ma, più recentemente, i modelli di *machine learning* hanno attirato l'attenzione e si sono affermati come seri contendenti ai modelli statistici classici. [Bontempi12]

Il termine *machine learning* fu coniato da *Arthur Samuel*, pioniere americano nel campo dell'intelligenza artificiale, nel 1959, ma questi modelli sono anche chiamati *black box*<sup>18</sup> o *data driven models*; costituiscono una branca dell'intelligenza artificiale e si basano sull'idea che i sistemi possano imparare dai dati, identificando modelli autonomamente e prendendo decisioni con un intervento umano ridotto al minimo. Sono quindi un metodo di analisi dei dati che automatizza la costruzione di modelli analitici. L'aspetto più importante che caratterizza il *machine learning* è la ripetitività poiché più i modelli sono esposti ai dati, più sono in grado di adattarsi in modo autonomo. I suoi algoritmi sono spesso classificati come supervisionati o non supervisionati, i primi possono applicare ciò che è stato appreso in passato ai nuovi dati per predire gli eventi futuri; i secondi studiano la

---

<sup>18</sup> Così chiamati perché descrivibili solo in base al loro output dato che il loro funzionamento interno non è visibile.

struttura dei dati forniti ed estrapolano informazioni dense di significato.

[Lison12]

Questo capitolo fornisce una panoramica di due modelli di *machine learning*: *XGBoost* e *Cubist*, usati nel lavoro di analisi che è stato svolto.

## 4.1. XGBoost

*XGBoost* è l'abbreviazione di *Extreme Gradient Boosting* in cui il termine *Gradient Boosting* deriva dal documento *Greedy Function Approximation: A Gradient Boosting Machine*, di *Friedman* (1999), ossia *una macchina a gradiente potenziato*. Questo modello si fonda quindi sul funzionamento formale degli *alberi a gradiente potenziato* ed è sviluppato tenendo in profonda considerazione l'ottimizzazione dei sistemi e i principi dell'apprendimento automatico (*machine learning*).

*XGBoost* è utilizzato per risolvere problemi di *supervised learning* in cui sono inseriti *training data*  $x_i$  per prevedere una variabile target  $y_i$ .

Per darne la miglior spiegazione si intende descrivere gli alberi potenziati usando gli elementi dell'apprendimento supervisionato. Il modello è una struttura matematica in cui la previsione di  $y_i$  è ottenuta a partire dall'input  $x_i$ ; un esempio comune è quello lineare:

$$\widehat{y}_i = \sum_j \theta_j x_{ij}.$$

I parametri sono la parte indeterminata che è necessario apprendere dai dati e, nel caso precedente, sono indicati come  $\theta$ ; la procedura tramite la quale vengono individuati quelli che meglio si adattano al processo è detta di *formazione* e per avviarla occorre definire una funzione obiettivo tramite la quale si valuta quanto il modello si adatti ai dati di allenamento.

Quest'ultima è composta da due termini: *training loss*  $L$  e *regularization term*  $\Omega$ :

$$\mathbf{obj}(\boldsymbol{\theta}) = L(\boldsymbol{\theta}) + \Omega(\boldsymbol{\theta}) \quad (4.1).$$

Il primo misura la bontà previsionale del modello e il secondo controlla la sua complessità per evitare *overfitting*. Quest'ultimo è necessario dal momento che il modello deve essere al contempo semplice e predittivo.

Si consideri ora la scelta considerata del modello *XGBoost*: *decision tree ensembles* (insiemi di alberi decisionali). Il modello *tree ensemble* è costituito da un gruppo di alberi di regressione e classificazione (*CART*); per ognuno di tali alberi, è assegnato un punteggio ad ogni loro foglia al fine di ottenere un'informazione più ricca che vada oltre la semplice classificazione. In genere, non è sufficiente un solo albero ma si necessita di un loro insieme per ottenere una previsione che sia data dalla somma dei risultati di ciascuno. Questo modello può essere descritto matematicamente nella forma:

$$\hat{y}_i = \sum_{k=1}^K f_k(x_i), f_k \in F$$

dove  $K$  è il numero degli alberi,  $f$  è una funzione nello spazio di funzioni  $F$ , di cui ne è definita una per ogni albero, e  $F$  è l'insieme di tutti i possibili *CART*.

In questo modo è possibile definire una funzione obiettivo come:

$$\mathbf{obj} = \sum_{i=1}^n l(y_i, \hat{y}_i^{(t)}) + \sum_{i=1}^t \Omega(f_i) \quad (4.2).$$

Si nota come il *regularization term* sia funzione di  $f_i$  e di  $t \in Z^+$ . È importante conoscere le funzioni  $f_i$  poiché ciascuna di esse contiene la struttura dell'albero e i punteggi delle foglie; dato che è impossibile definire tutti gli alberi contemporaneamente, è possibile utilizzare la strategia additiva

che consiste nel correggere ciò che è stato precedentemente appreso aggiungendo un nuovo albero aggiornato a ciascuna iterazione. L'obiettivo ultimo dell'algoritmo consiste nel trovare le funzioni  $f_i$  tali per cui la funzione *obj* sia minima.

Scrivendo il valore previsto al passaggio  $t$  ( $t \in \mathbb{Z}^+$ ) come  $\hat{y}_i^{(t)}$  e stabilendo  $\hat{y}_i^{(0)} = 0$ , si ha:

$$\begin{aligned}\hat{y}_i^{(1)} &= f_1(x_i) = \hat{y}_i^{(0)} + f_1(x_i), \\ \hat{y}_i^{(2)} &= f_1(x_i) + f_2(x_i) = \hat{y}_i^{(1)} + f_2(x_i), \\ &\dots \\ \hat{y}_i^{(t)} &= \sum_{k=1}^t f_k(x_i) = \hat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i) \quad (4.3).\end{aligned}$$

Ad ogni passaggio viene aggiunto l'albero che ottimizza la funzione obiettivo; partendo dalla definizione (4.2), per la (4.3) si ha che:

$$\begin{aligned}\mathit{obj} &= \sum_{i=1}^n l(y_i, \hat{y}_i^{(t)}) + \sum_{i=1}^t \Omega(f_i) \\ &= \sum_{i=1}^n l(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)}) + f_t(x_i) + \Omega(f_t) + \mathit{constant} \quad (4.4).\end{aligned}$$

Nel caso in cui si consideri come funzione di perdita l'errore quadratico medio (MSE):

$$\mathbf{MSE} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i^{(t)})^2,$$

per la definizione (4.3) tale funzione diventa:

$$l(y_i, \hat{y}_i^{(t)}) = \sum_{i=1}^n (y_i - (\hat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i)))^2$$

allora (4.4) è:

$$\mathbf{obj} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - (\hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)} + \mathbf{f}_t(\mathbf{x}_i)))^2 + \sum_{i=1}^t \Omega(\mathbf{f}_i) = \sum_{i=1}^n [2(\hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)} - \mathbf{y}_i) + \mathbf{f}_t(\mathbf{x}_i) + \mathbf{f}_t(\mathbf{x}_i)^2] + \Omega(\mathbf{f}_t) + \mathbf{constant} \quad (4.5).$$

Considerando una generica funzione di perdita, si può semplificare la (4.4) applicando lo sviluppo di Taylor alla funzione di perdita fino al secondo ordine:

$$\mathbf{obj}^{(t)} = \sum_{i=1}^n [l(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)}) + \mathbf{g}_i \mathbf{f}_t(\mathbf{x}_i) + \frac{1}{2} \mathbf{h}_i \mathbf{f}_t^2(\mathbf{x}_i)] + \Omega(\mathbf{f}_t) + \mathbf{constant} \quad (4.6)$$

dove per ogni  $i = 1, \dots, n$  ( $n \in \mathbb{Z}^+$ ):

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_i &= \partial_{\hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)}} l(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)}), \\ \mathbf{h}_i &= \partial_{\hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)}}^2 l(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)}). \end{aligned}$$

Pertanto, l'obiettivo da ottimizzare per il nuovo albero, dopo aver rimosso le costanti, diventa:

$$\mathbf{obj}^{(t)} = \sum_{i=1}^n [\mathbf{g}_i \mathbf{f}_t(\mathbf{x}_i) + \frac{1}{2} \mathbf{h}_i \mathbf{f}_t^2(\mathbf{x}_i)] + \Omega(\mathbf{f}_t) \quad (4.7).$$

Se si considera come funzione perdita il *MSE* allora l'equazione (4.7) si riconduce a (4.5) poiché:

$$\mathbf{g}_i = \partial_{\hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)}} (\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)})^2 = 2(\hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)} - \mathbf{y}_i)$$

$$\mathbf{h}_i = \partial_{\hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)}}^2 (\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)})^2 = 2.$$

È importante osservare che la funzione obiettivo dipende solo da  $\mathbf{g}_i$  e  $\mathbf{h}_i$ ; *XGBoost* è quindi in grado di ottimizzare qualsiasi funzione di perdita usando sempre una funzione che ha solo questi due *input*.

Dalla (4.2) si deduce che è necessario conoscere anche il termine di regolarizzazione  $\Omega(\mathbf{f}_t)$  dell'albero. A questo scopo si può supporre:

$$f_t(x) = w_{q(x)}, w \in R^T, q: R^d \rightarrow \{1, 2, \dots, T\}$$

dove  $w$  è il vettore dei punteggi sulle foglie,  $q$  è una funzione che assegna ad ogni foglia il corrispondente punteggio e  $T$  è il numero delle foglie ( $T \in Z^+$ ).

È quindi possibile definire la complessità come:

$$\Omega(f) = \gamma T + \frac{1}{2} \lambda \sum_{j=1}^T w_j^2$$

(4.8)

dove  $\gamma$  e  $\lambda$  sono i parametri ricercati dall'algoritmo per ottimizzare il valore di  $w_j$  in (4.11).

Dalla (4.7) si ha che la funzione obiettivo per il  $t$ -esimo albero diventa:

$$\begin{aligned} obj^{(t)} &= \sum_{i=1}^n [g_i w_{q(x_i)} + \frac{1}{2} h_i w_{q(x_i)}^2] + \gamma T + \frac{1}{2} \lambda \sum_{j=1}^T w_j^2 \\ &= \sum_{j=1}^T [(\sum_{i \in I_j} g_i) w_j + \frac{1}{2} (\sum_{i \in I_j} h_i + \lambda) w_j^2] + \gamma T \end{aligned}$$

(4.9)

dove  $I_j = \{i | q(x_i) = j\}$  è l'insieme di indici dei punteggi assegnati alla  $j$ -esima foglia.

Definendo:

$$G_j = \sum_{i \in I_j} g_i$$

$$H_j = \sum_{i \in I_j} h_i$$

si ha che:

$$\mathbf{obj}^{(t)} = \sum_{j=1}^T [G_j w_j + \frac{1}{2}(H_j + \lambda) w_j^2] + \gamma T \quad (4.10).$$

In questa equazione, per ogni foglia  $j = 1, \dots, T$ , i  $w_j$  sono indipendenti l'uno dall'altro, il modulo  $G_j w_j + \frac{1}{2}(H_j + \lambda) w_j^2$  è quadratico e il migliore  $w_j$  è:

$$w_j^* = \frac{G_j}{H_j + \lambda} \quad (4.11)$$

e la funzione obiettivo ottima è quindi:

$$\mathbf{obj}^* = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^T \frac{G_j^2}{H_j + \lambda} + \gamma T \quad (4.12)$$

[XGBoostDevelopers16].

## 4.2. Cubist

Il secondo modello basato sul *machine learning* è la *Cubist regression* (CB); in merito ad esso la letteratura è assai scarsa e in questo elaborato ci si è limitati a darne una breve introduzione. *CB* è una tecnica di regressione *rule based* sviluppata come un'estensione del modello ad albero di *Quinlan M5*; non genera un modello finale ma un insieme di regole associate a set di modelli multi-variabili. In altre parole, un insieme specifico di variabili di previsione determinerà un modello previsionale effettivo basato sulla regola

che meglio si adatta ad esse. Nel suo processo, si sviluppa un albero in cui le foglie terminali contengono modelli di regressione lineare; questi ultimi sono basati sui predittori usati negli *split* precedenti. Ci sono inoltre modelli lineari intermedi ad ogni *step* dell'albero. Una previsione viene effettuata utilizzando il modello di regressione lineare nel nodo terminale dell'albero ma viene *livellata* prendendo in considerazione la previsione ottenuta dal modello lineare nel nodo precedente: ciò si verifica in modo ricorsivo. L'albero è ridotto ad un insieme di regole che inizialmente generano percorsi che procedono dalla cima dell'albero verso il fondo. Successivamente le regole sono eliminate tramite un processo di *potatura* e / o combinate per semplificare il modello.

Questo modello può anche lavorare creando in sequenza modelli ad albero iterativi; il primo segue la procedura descritta nel paragrafo precedente, mentre quelli successivi vengono creati utilizzando i risultati ottenuti dal *training*: se un valore previsto è stato sovrastimato, la previsione è adattata verso il basso nel modello successivo, e così via. La previsione finale è una media semplice delle previsioni di ciascun albero e non sono introdotti pesi. Un'altra innovazione introdotta da *Quinlan* è stata un algoritmo di *smoothing* in cui ogni previsione svolta dal modello è una combinazione lineare dei modelli genitori o figli lungo l'albero; per questo motivo la previsione finale è una funzione di tutti i modelli lineari dal nodo iniziale al nodo terminale. [Quinlan92]

I modelli *cubist* generalmente danno risultati migliori di quelli prodotti da tecniche semplici come la regressione lineare multipla, pur essendo questi ultimi più facili da comprendere rispetto alle reti neurali. [Noi17]

# Capitolo 5

## 5. Indagine

### 5.1. Modelli Econometrici

In questo capitolo verranno presentati i risultati dell'analisi della serie storica dei prezzi *spot* del mercato elettrico svizzero e delle stime previsionali applicando i modelli citati nei capitoli precedenti, con l'introduzione delle principali variabili esogene.

Nel corso del lavoro sono stati raccolti i prezzi *spot* orari dell'energia elettrica in Svizzera e altri dati che avrebbero potuto avere influenza su questa variabile a partire dal 1° gennaio 2016 al 31 dicembre 2018:

- la domanda di energia elettrica prevista (MW),
- la domanda di energia elettrica che si è verificata realmente (MW),
- le diverse forme di energia idroelettrica prodotte (pompaggio, riserva e idro fluente) (MW),
- le energie nucleare, solare ed eolica sia prodotte che previste (MW),
- il transito dell'energia elettrica prodotta in Svizzera e diretta in Francia e viceversa (MW),
- il transito dell'energia elettrica dalla Svizzera alla Zona Nord dell'Italia e viceversa (MW),
- il transito dalla Svizzera alla zona composta da Germania e Austria e viceversa (MW),
- il prezzo dell'energia elettrica in Francia (EUR/MWh),
- il prezzo dell'energia elettrica nella zona Nord dell'Italia (EUR/MWh),

- il prezzo dell'energia elettrica nella zona austro-tedesca (EUR/MWh).

L'intero numero delle variabili è stato adoperato per lo svolgimento delle analisi sui dati mentre, per la formulazione delle previsioni, il *data frame* è stato ristretto ai soli valori previsti scartando quelli che si sono realmente verificati (ivi tutti i transiti) poiché, realisticamente, al momento dell'attività di *forecast* questi non sarebbero disponibili; per la stessa ragione, i prezzi sono stati sfalsati di 1 o 7 giorni (per considerare il giorno omologo della settimana successiva).

La previsione delle variabili esogene è stata ottenuta da *Entsoe* per concentrare lo studio sulla sola valutazione del prezzo svizzero.

Dato che il lavoro ha come dati iniziali delle serie orarie rilevate su più anni, per un totale di 26.304 osservazioni, è stata trattata la questione inerente al cambio dell'ora da solare a legale e viceversa; nel primo caso si ha fra i dati un giorno con 23 ore e, per raggiungere le 24, è stata aggiunta un'ora pari alla media fra quella precedente e quella successiva; nel secondo caso, invece, si ha un giorno con 25 ore e, per ridurle a 24, è stata cancellata quella in eccesso.

Successivamente i valori sono stati trasformati da orari a giornalieri, affinché potessero essere introdotti nei modelli econometrici (i dati su base oraria sono stati adoperati in seguito per l'applicazione degli strumenti di *machine learning*). Sono state create due distinte tabelle di analisi, una composta dai valori *baseload* (calcolati su tutte le ore di tutti i giorni) e una dai valori *peakload* (calcolati solo nelle ore comprese fra le 08:00 e le 20:00 dei giorni feriali).

Il lavoro di analisi è stato svolto con l'ausilio di *R*<sup>®</sup>, linguaggio di programmazione e ambiente di sviluppo specifico per l'analisi statistica dei dati.

Il primo passo compiuto è stato svolgere un'analisi grafica della serie storica del prezzo svizzero, il cui andamento è riportato in *Figura 5.1*.

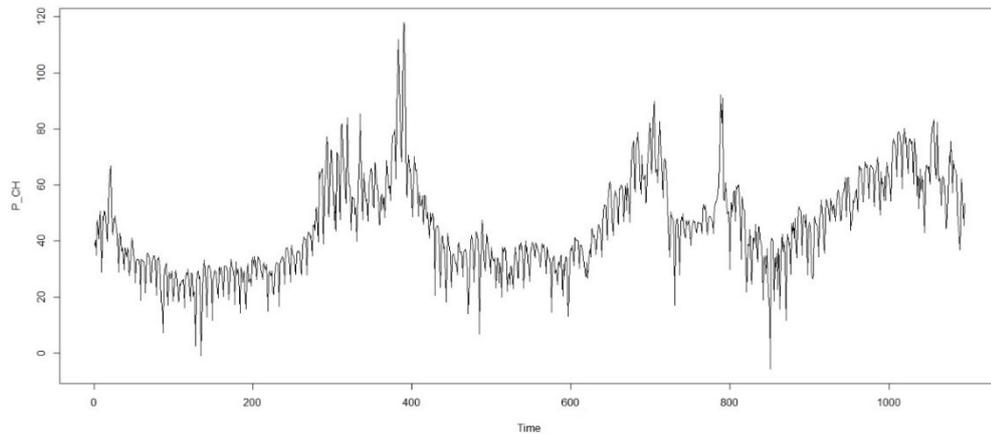


FIGURA 5.1 SERIE STORICA DEI PREZZI ORARI; ENTSOE; 2019

Da questo possiamo cogliere alcune caratteristiche peculiari delle serie storiche dei prezzi dell'energia elettrica di cui avevamo trattato nel capitolo 1:

- variabilità non costante nel tempo,
- presenza di numerosi *jumps*.

La periodicità è difficile da osservare dato che le osservazioni, essendo in numero molto elevato, sono molto vicine le une alle altre. Per procedere con un'accurata analisi, occorre che la serie sia depurata dagli *outliers* affinché questi non alterino i risultati; come si evince dal grafico in *Figura 5.2*, i dati sono ancora fortemente volatili.

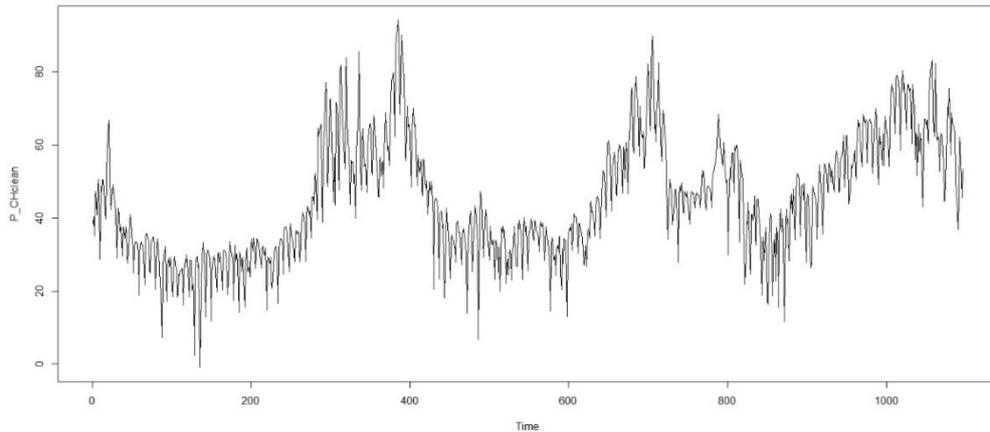


FIGURA 5.2 SERIE STORICA DEI PREZZI ORARI DEPURATA DAGLI OUTLIERS; ENTSOE; 2019

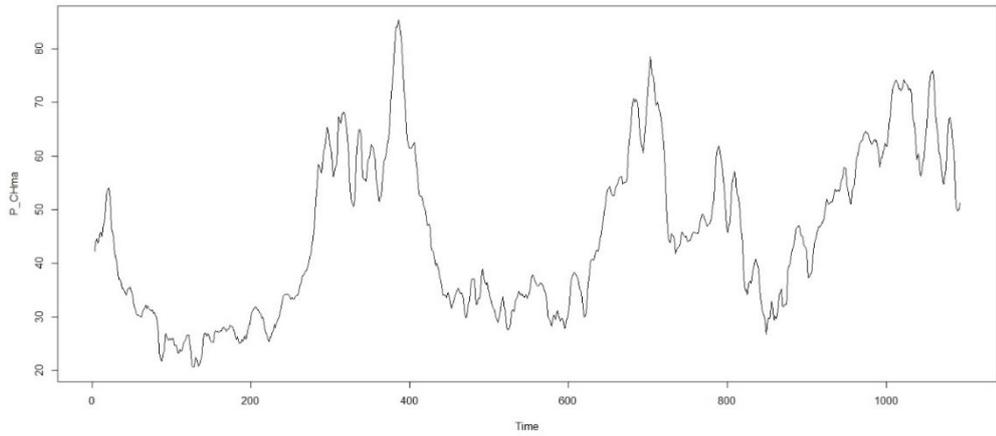
Visivamente è possibile tracciare una linea attraverso la serie che evidenzia i picchi più elevati e levighe le fluttuazioni dovute al *rumore*. Questa è descritta tramite un'importante tecnica di *smoothing* dei dati che è l'applicazione della Media Mobile definita come:

$$MM = \frac{P_t + P_{t-1} + P_{t-2} + \dots + P_{t-(n+1)}}{n} \quad (5.1)$$

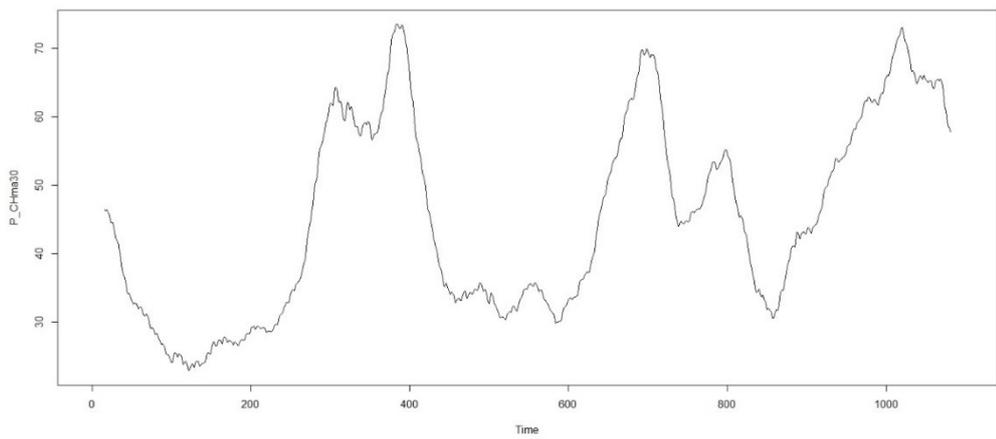
dove  $P$  è il prezzo,  $t$  è l'istante di osservazione e  $n$  è il numero di osservazioni ( $t, n \in \mathbb{Z}^+$ ).

Essa calcola la media dei punti in diversi periodi del tempo, uniformando i dati osservati in una serie più facilmente prevedibile poiché più stabile nel tempo.

Per quanto riguarda la serie storica dei prezzi giornalieri, è possibile prendere sia la media settimanale sia quella mensile, considerando che maggiore è la finestra considerata, più è forte l'effetto stabilizzante che si genera, come si evince da *Figura 5.3* e *Figura 5.4*.



**FIGURA 5.3 MEDIA MOBILE SETTIMANALE DELLA SERIE STORICA PREZZI GIORNALIERI; ENTSOE; 2019**



**FIGURA 5.4 MEDIA MOBILE MENSILE DELLA SERIE STORICA PREZZI GIORNALIERI; ENTSOE; 2019**

La serie originale è stata decomposta nelle tre componenti definite in (3.18) tramite il modello additivo: trend, stagionale e casuale che sono illustrate in *Figura 5.5*.

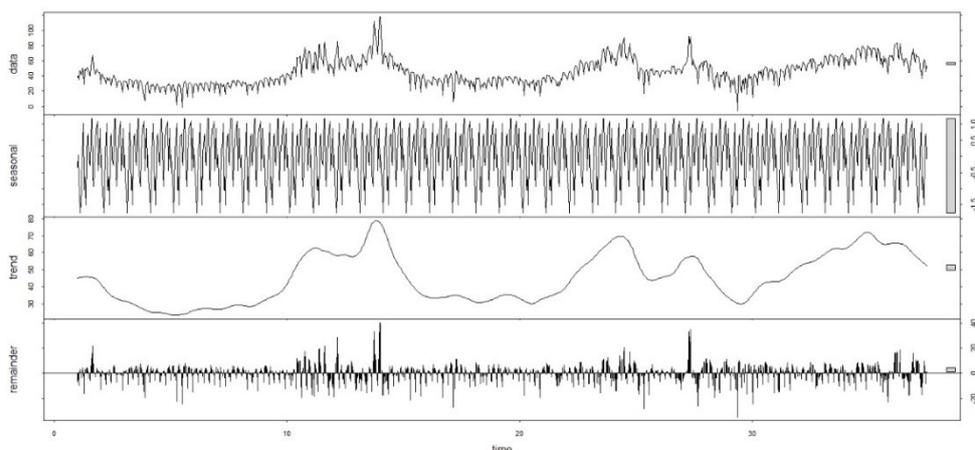


FIGURA 5.5 DECOMPOSIZIONE DELLA SERIE STORICA DEI PREZZI GIORNALIERI; ENTSOE; 2019

Il primo grafico, detto di lungo periodo o *time plot*, mostra che il livello della serie non rimane neppure grosso modo lo stesso poiché la sua spezzata non oscilla attorno ad un valore costante (media della serie); la serie quindi non può essere definita stazionaria in media, al contrario è detta evolutiva.

Conclusa l'analisi dei dati osservati, è necessario verificare che la componente casuale sia distribuita normalmente, abbia media pari a zero, varianza costante (sia omoschedastica) e che non vi sia autocorrelazione. Queste affermazioni devono essere vere affinché sia valida l'applicazione del modello analitico additivo di cui si è precedentemente discusso, altrimenti dovrebbero essere adottati altri modelli più complessi o si dovrebbe intervenire sulla serie con delle trasformazioni atte a stabilizzare la varianza o ad eliminare l'autocorrelazione. Per prima cosa, occorre stabilire se la media dei residui non è significativamente diversa da zero e per farlo si può applicare il test  $t$ . Supponendo che  $n$  ( $n \in \mathbb{Z}^+$ ) sia il numero delle osservazioni della serie, la media degli errori è:

$$\bar{e} = \frac{\sum_{t=1}^n e_t}{n}$$

e la varianza campionaria corretta:

$$s^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (e_t - \bar{e})^2}{n-1},$$

in questo modo la statistica  $t$  è:

$$t = \frac{\bar{e}}{s/\sqrt{n}}$$

che si distribuisce come una  $t$  di *Student* con  $n - 1$  gradi di libertà.

Utilizzando i residui generati dalla decomposizione della serie, si ottiene che la media dei residui è pari a 0,113, la varianza è 77,928; si può quindi affermare che il test  $t$ , che fornisce come risultato 0,424 e il cui  $p$ -value è 0,336, consente di concludere che la media degli errori non è significativamente diversa da zero.

Prima di verificare che i residui si distribuiscano secondo una variabile aleatoria normale, questi devono essere esaminati per identificare eventuali valori anomali. Per farlo, è preferibile lavorare con i residui standardizzati al fine di avere a che fare con numeri puri. Dal diagramma in *Figura 5.6* emerge che non ci sono osservazioni anomale che si trovino al di là della banda di confidenza del 99% (compresa tra  $-2,5$  e  $+2,5$ ).

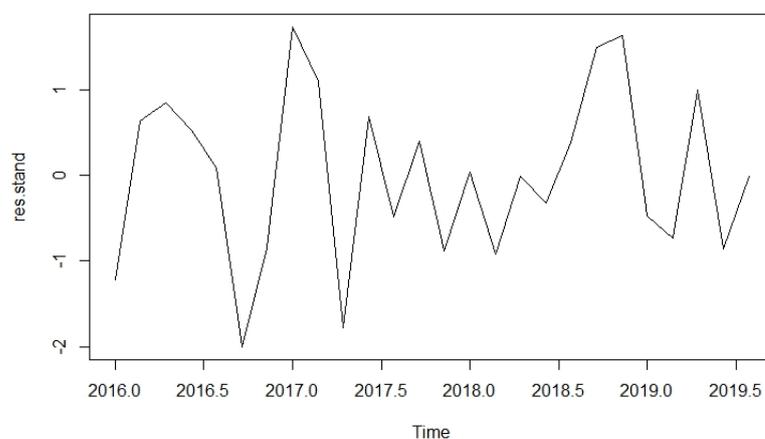


FIGURA 5.6 DIAGRAMMA DEI RESIDUI STANDARDIZZATI; ENTSOE; 2019

Per verificare la normalità della distribuzione degli errori è possibile ricorrere all'ausilio grafico con un istogramma (*Figura 5.7, Figura 5.8*).

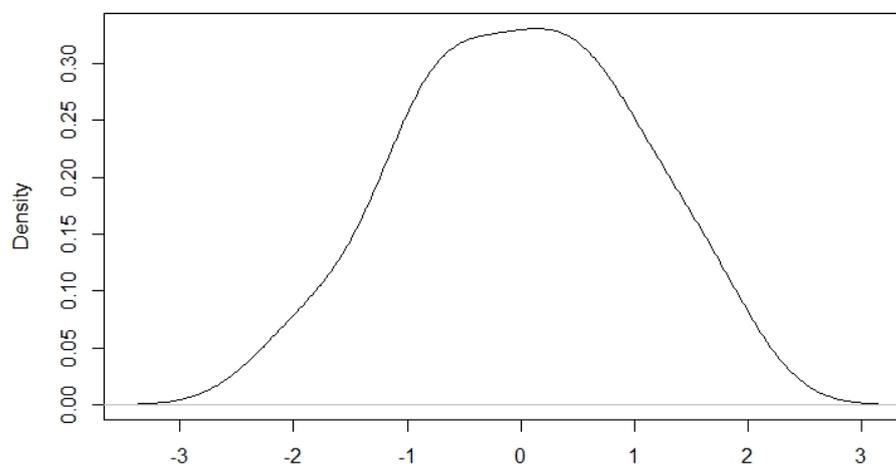


FIGURA 5.7 DISTRIBUZIONE DEI RESIDUI: GAUSSIANA; ENTSOE; 2019

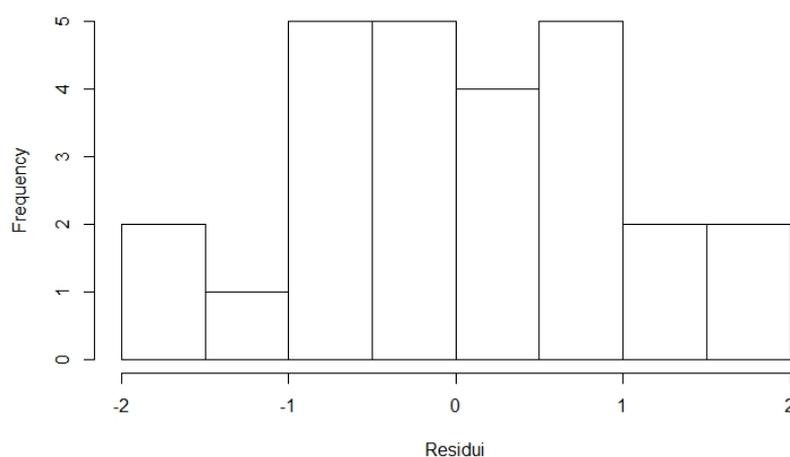


FIGURA 5.8 DISTRIBUZIONE DEI RESIDUI: ISTOGRAMMA; ENTSOE; 2019

Entrambi i grafici danno una buona indicazione di una distribuzione pressochè normale dei residui; per avere un risultato più affidabile si deve effettuare un test di normalità. In questo caso è stato scelto il test *Wilk-Shapiro*, considerato come uno dei più potenti per compiere questo tipo di verifica, che si svolge confrontando due stimatori alternativi della varianza  $\sigma^2$ : uno stimatore non parametrico, basato sulla combinazione lineare ottimale della statistica d'ordine di una variabile aleatoria normale, al numeratore e il consueto stimatore parametrico, ossia la varianza

campionaria, al denominatore. I pesi per la combinazione lineare sono disponibili su apposite tavole. La statistica  $W$  può assumere valori da 0 a 1, se il risultato è eccessivamente piccolo, il test rifiuta l'ipotesi nulla che i valori siano distribuiti come una variabile casuale normale.

```
Shapiro-Wilk normality test

data: res.stand
W = 0.97792, p-value = 0.8269
```

FIGURA 5.9 SHAPIRO WILK TEST; ENTSOE; 2019

Occorre verificare se nella serie storica esista un fenomeno di autocorrelazione temporale, dovuto all'inerzia o alla stabilità dei valori osservati, per il quale ogni valore potrebbe essere influenzato da quello precedente e potrebbe determinare in parte quello successivo. Per farlo si utilizzano solitamente i test di *Box-Pierce* e di *Ljung-Box* che sono stati introdotti nel *Capitolo 3.1.8* e possono essere applicati sia per studiare la serie originale sia quella dei residui.

Per quanto riguarda i residui si ottiene:

```
Box-Ljung test

data: res.stand
X-squared = 7.1399, df = 12, p-value = 0.8482

Box-Pierce test

data: res.stand
X-squared = 5.2951, df = 12, p-value = 0.9474
```

FIGURA 5.10 TEST LJUNG-BOX E BOX-PIERCE SUI RESIDUI; ENTSOE; 2019

Come output possiamo vedere la statistica utilizzata (*Box-Pierce* oppure *Ljung-Box*), il relativo valore (*X-squared*), i corrispondenti gradi di libertà (*df*) e il livello di significatività osservato (*p-value*). *df* rappresenta il numero dei coefficienti di autocorrelazione che si vogliono considerare nella statistica e che diventano i gradi di libertà della statistica stessa. In entrambi

i casi il risultato del test non consente di rifiutare l'ipotesi nulla quindi si può concludere che i residui della serie storica analizzata non siano autocorrelati. Per quanto riguarda la serie originale dei prezzi svizzeri, entrambi i test forniscono un risultato che non consente di rifiutare l'ipotesi nulla quindi si può concludere nuovamente che i residui non siano autocorrelati.

Un metodo più semplice e intuitivo per verificare la presenza di autocorrelazione è tracciare il correlogramma; in assenza di autocorrelazione la distribuzione asintotica della stima del coefficiente di autocorrelazione è di tipo normale ed avremo una banda di confidenza del tipo:

$$\left[ -\frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}; \frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \right]$$

valori esterni a questo intervallo indicano la presenza di un'autocorrelazione significativa.

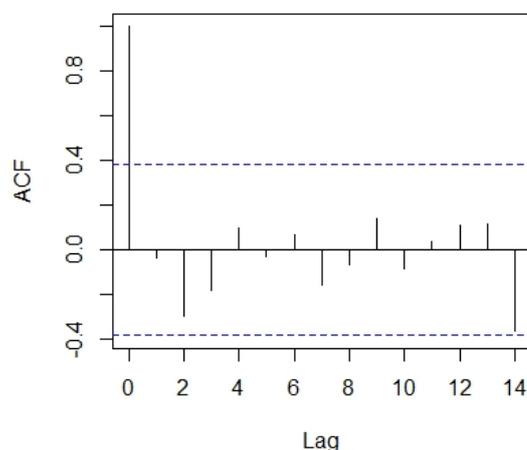


FIGURA 5.11 CORRELOGRAMMA DEI RESIDUI; ENTSOE; 2019

In *Figura 5.11*, le linee tratteggiate indicano la banda di confidenza ad un livello del 95%. Al variare del *lag* temporale, i coefficienti di autocorrelazione dei residui risultano tutti interni alla banda di confidenza, indicando assenza di autocorrelazione.

Un altro elemento di studio fondamentale per lo svolgimento dell'analisi previsionale è la valutazione delle presunte correlazioni del prezzo con le variabili esogene. Per identificare il coefficiente più corretto da applicare, si deve stabilire se la serie storica segua una distribuzione gaussiana; dai grafici in *Figura 5.12* e *Figura 5.13* si deduce la veridicità di tale affermazione per cui è possibile applicare il metodo di *Pearson*. Questo fornisce come risultato un coefficiente numerico che definisce quanto è *forte* la correlazione tra due variabili. I risultati sono mostrati in *Tabella 5.1*.

Load	HydroPump	HydroRoR	HydroRes	Nuk e	Sola r	Win d	P_NORD	P_FR	P_DE_AT
0,65	0,31	-0,34	0,52	-0,24	-0,45	0,00	0,78	0,94	0,67

DE->CH	AT->CH	CH->DE	CH->AT	FR->CH	CH->FR	NORD->CH	CH->NORD
0,25	0,37	-0,18	0,09	0,05	-0,04	0,47	0,21

TABELLA 5.1 CORRELAZIONI P\_CH CON VARIABILI ESOGENE

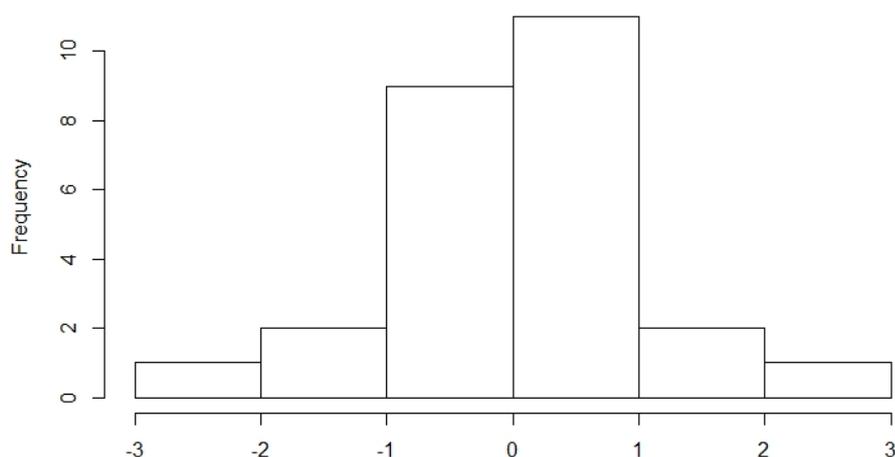


FIGURA 5.12 DISTRIBUZIONE SERIE STANDARDIZZATA: ISTOGRAMMA; ENTSOE; 2019

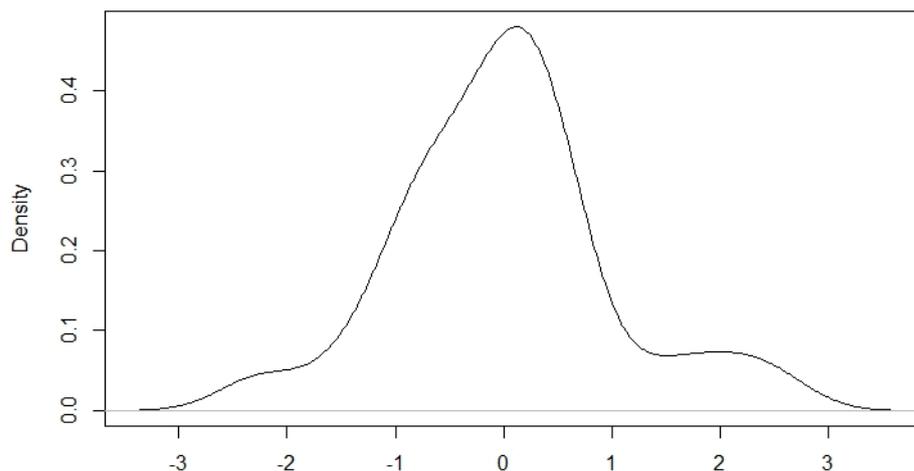


FIGURA 5.13 DISTRIBUZIONE SERIE STANDARDIZZATA: GAUSSIANA; ENTSOE; 2019

Portata a termine l'analisi della serie storica dei prezzi svizzeri e quella dei suoi residui, è iniziata la parte più importante e sperimentale del lavoro poiché sono stati approcciati diversi modelli per trovare quale fosse il migliore dal punto di vista della bontà previsionale.

Il primo passo che è stato compiuto in quest'ottica ha previsto l'applicazione della regressione lineare multipla nella quale sono state inserite le variabili esogene che sono disponibili al momento della previsione ossia:

- la domanda prevista (*Load*),
- il prezzo della zona Nord dell'Italia (*P\_NORD*),
- il prezzo francese (*P\_FR*),
- il prezzo della zona austro-tedesca(*P\_DE\_AT*),
- la previsione di energia solare ed eolica prodotta.

Tutti i prezzi sono stati traslati di 1 (Caso A) e 7 giorni (Caso B).

I coefficienti, stimati da  $R^{\odot}$  tramite la funzione *lm* con il metodo dei Minimi Errori Quadrati, sono rispettivamente per il Caso A: 0,0061, 0,2782, 0,4503, 0,0374, -0,0288, -0,0508 e l'intercetta pari a -32,083 mentre per il Caso B sono: 0,0055, 0,3055, 0,3254, 0,0932, -0,0643, -0,2678 e l'intercetta pari a -22,183.

Per ciascuno dei modelli che sono stati esaminati sono stati valutati gli indicatori principali, quali il *Mean Average Error (MAE)*, il *Mean Average Percentage Error (MAPE)* e il *Mean Error (ME)*, che, in questa prima fase, sono stati calcolati sull'intero periodo temporale su cui è stata svolta l'analisi. Per la regressione lineare, nel primo caso il *Mean Average Error* è pari a 5,081 e il *Mean Average Percentage Error* è 0,154, per il secondo i valori degli indicatori sono 6,254 e 0,1770.

Per l'applicazione del modello *ARIMA* è fondamentale che sia verificata la stazionarietà della serie poiché, dato che esso utilizza i suoi precedenti ritardi (*lags*) per modellizzare il comportamento futuro, si genera una minore incertezza avendo a disposizione una serie con proprietà consistenti. Per verificare la stazionarietà della serie è stato applicato il test *Augmented Dickey-Fuller (ADF)* descritto nel *Capitolo 3.1.8*. In questo caso la serie risulta essere non stazionaria, per cui può essere corretta tramite differenziazione, applicando la funzione di  $R^{\circ}$  *ndiffs*, che usa un *unit root test* la cui ipotesi nulla è che la serie storica abbia una radice unitaria rispetto all'ipotesi alternativa di radice stazionaria. Questo strumento restituisce il numero minimo di differenziazione richiesto per fallire il test a livello  $\alpha$ , ossia il minor numero di differenze necessario per rendere la serie stazionaria per un dato livello di confidenza  $\alpha$ . In alternativa si può procedere per tentativi iterando il test *ADF*. In questo caso per  $d = 1$  si ottiene il risultato desiderato, per cui, come si osserva in *Figura 5.14*, la serie differenziata mostra un andamento oscillante intorno allo zero, senza la presenza di evidenti *trend*.

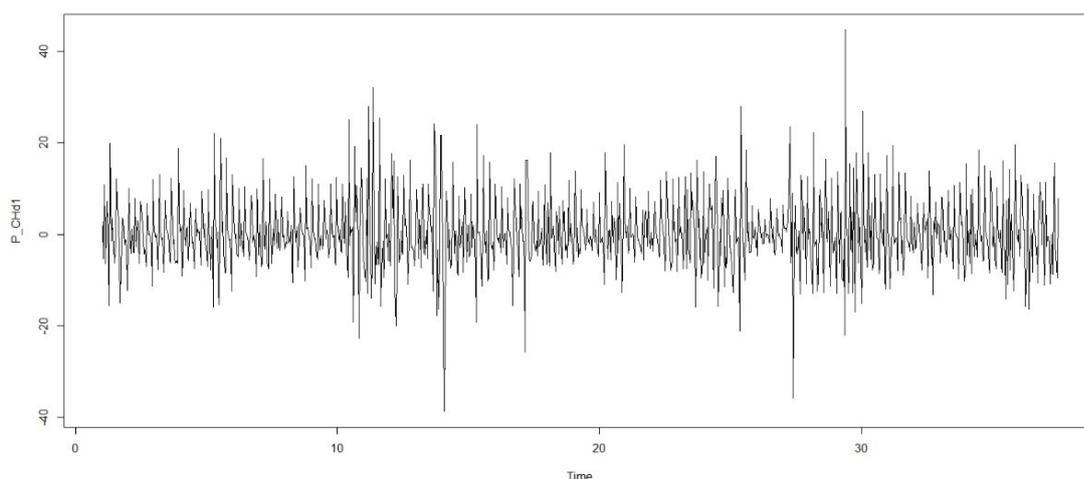
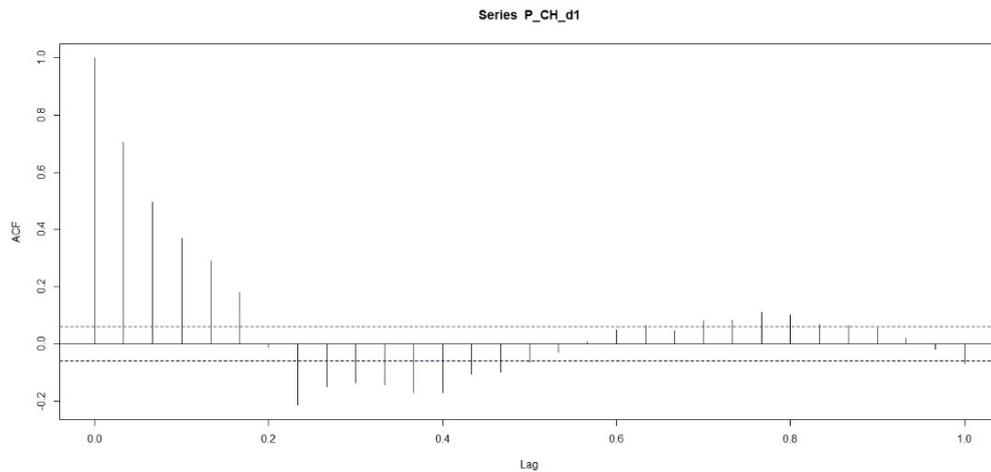
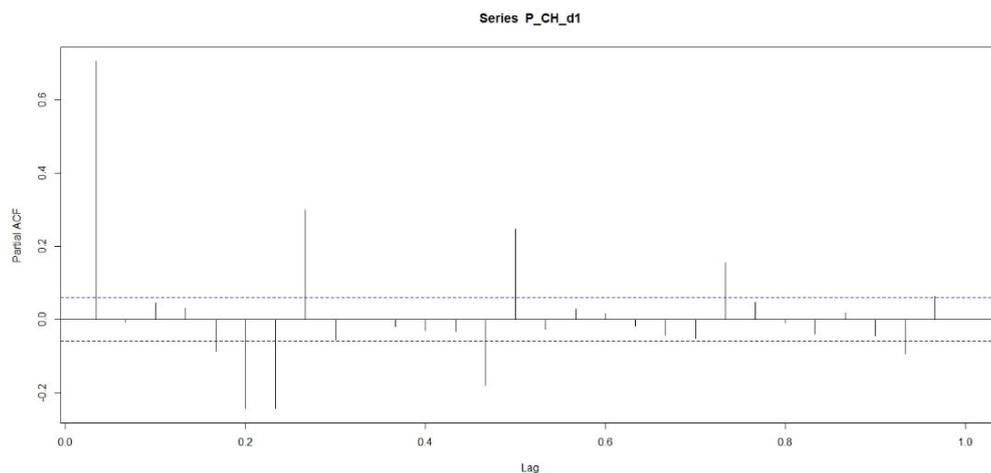


FIGURA 5.14 SERIE STORICA DEI PREZZI GIORNALIERI DIFFERENZIATA; ENTSOE; 2019

I grafici di autocorrelazione globale (*ACF*) (*Figura 5.15*) sono uno strumento utile per determinare in maniera visiva se la serie è stazionaria ma possono anche essere utilizzati per determinare l'ordine dei parametri per il modello e, in particolare, forniscono informazioni in merito al parametro  $q$ ; i grafici di autocorrelazione parziale (*PACF*) (*Figura 5.16*) invece permettono di dedurre il parametro  $p$ . In *Figura 5.15* si evince che ci sono autocorrelazioni significative al ritardo 6 mentre la *Figura 5.16* mostra un picco al ritardo 1; questo suggerisce la presenza di una componente stagionale, probabilmente di periodo pari a una settimana.



**FIGURA 5.15** GRAFICO DI AUTOCORRELAZIONE GLOBALE DELLA SERIE DEI PREZZI GIORNALIERI DESTAGIONALIZZATA E DIFFERENZIATA; ENTSOE; 2019



**FIGURA 5.16** GRAFICO DI AUTOCORRELAZIONE PARZIALE DELLA SERIE DEI PREZZI GIORNALIERI DESTAGIONALIZZATA E DIFFERENZIATA; ENTSOE; 2019

Il primo tentativo eseguito per lo sviluppo di un modello *ARIMA* ha previsto l'utilizzo della funzione di  $R^{\text{®}}$  *auto-arima* che genera automaticamente un set ottimale di parametri  $(p, d, q)$ ; questa è stata applicata alla serie originaria dei prezzi svizzeri giornalieri, senza che su di essa vi fosse fatta alcuna operazione. Il modello è stato testato sia per  $(p, d, q) = (3,1,2)$ , valori forniti dall'algoritmo, sia per  $(p, d, q) = (6,1,1)$ , valori dedotti dai grafici *ACF* e

*PACF* della serie differenziata. Nel primo caso il *MAE* è pari a 4,817, nel secondo è 4,244.

Il passo seguente è stato il miglioramento dovuto all'introduzione delle sole variabili esogene definite in precedenza come adatte all'attività di previsione:

- la domanda di energia elettrica prevista (MW),
- le energie solare ed eolica previste (MW),
- il prezzo dell'energia elettrica in Francia (EUR/MWh),
- il prezzo dell'energia elettrica nella zona Nord dell'Italia (EUR/MWh),
- il prezzo dell'energia elettrica nella zona austro-tedesca (EUR/MWh).

I prezzi sono stati traslati prima di 1 giorno (Caso A) e poi di 7 giorni (per considerare il giorno omologo della settimana successiva: Caso B) perché, in ogni data in cui si svolge l'attività di *forecasting*, si hanno disposizione solo i dati fino al giorno precedente, oltre ai valori previsti delle altre variabili per la giornata di riferimento.

La procedura si è svolta applicando il modello *ARIMAX* per il quale è stata necessaria la creazione della matrice della covarianza, contenente le variabili sopra citate, da cui è stata eliminata l'intercetta; il Caso A ha generato *MAE* pari a 3,357 e il Caso B *MAE* pari a 3,415 per  $(p, d, q) = (3, 1, 2)$  mentre per  $(p, d, q) = (6, 1, 1)$  i valori sono stati rispettivamente di 3,271 e 3,408. Da questi primi dati, si deduce che la proposta di traslare i dati di 1 giorno è la migliore fra le due scelte.

Successivamente è stata seguita la procedura illustrata da *Dalinina* in *Introduction to Forecasting with ARIMA in R*<sup>®</sup>; la serie originale dei prezzi svizzeri è stata depurata dagli *outliers*, completata nei valori mancanti ed è stata destagionalizzata, specificando nel codice questa sua peculiare struttura; il risultato ottenuto dall'algoritmo *auto-arima* è  $(p, d, q) = (1, 1, 0)$  e l'errore

*MAE* misurato, notevolmente inferiore ai risultati precedenti, è stato pari a 0,5597. Il modello è stato ulteriormente migliorato inserendo i parametri dedotti dai grafici *ACF* e *PACF* della serie destagionalizzata e differenziata, ossia  $(p, d, q) = (1,1,6)$ ; così facendo l'errore *MAE* è ulteriormente sceso a 0,4605.

Per rendere più sofisticato il modello si è voluto fare un passo in avanti rispetto a quanto descritto nel documento sopra citato, per cui è stato introdotto nuovamente il modello *ARIMAX* al cui interno sono state applicate le variabili esogene sopra descritte. Per fare ciò è stato compiuto l'iter precedentemente esposto in merito alla serie dei prezzi svizzeri in cui si è proceduto alla depurazione delle diverse serie dagli *outliers*, al loro completamento con i dati mancanti e alla destagionalizzazione. Sono quindi state create 6 nuove serie con le quali è stata generata una nuova matrice di covarianza dalla quale è stata eliminata l'intercetta. Utilizzando nuovamente i parametri suggeriti dai grafici *ACF* e *PACF*,  $(p, d, q) = (1,1,6)$ , poiché ritenuti migliori di quelli suggeriti automaticamente da  $R^{\circledast}$ , e iterando i due casi sopra esposti riferiti ai prezzi, è stato ottenuto un *MAE* pari a 0,4711 per il Caso A e pari a per il Caso B 0,4826.

Ciò che emerge da questa prima analisi è che i risultati migliori si ottengono applicando il modello *ARIMA*(1,1,6) alla serie destagionalizzata mentre l'introduzione di variabili esogene non comporta ulteriori miglioramenti; questo si verifica poiché sarebbe necessario svolgere uno studio avanzato su ciascuna variabile esogena che ne identifichi la corretta periodicità al fine di eliminare la componente stagionale. È inoltre opportuno ricordare come il confronto, che ha fornito valori degli indicatori così esigui, sia stato esclusivamente fra serie precedentemente soggette a una procedura di *smoothing*, quindi non adatte per attività di *trading* reali ma rilevanti dal punto di vista della letteratura in merito.

## 5.2. Tecniche di Machine Learning

Come illustrato nel capitolo precedente, anche in questa fase di previsione i dati che sono stati considerati sono:

- la domanda di energia elettrica prevista (MW),
- le energie nucleare, solare ed eolica previste (MW),
- il prezzo dell'energia elettrica in Francia (EUR/MWh),
- il prezzo dell'energia elettrica nella zona Nord dell'Italia (EUR/MWh),
- il prezzo dell'energia elettrica nella zona austro-tedesca (EUR/MWh).

Dal momento che in fase di previsione i prezzi sono noti fino al giorno in corso, queste ultime variabili sono state traslate, considerando due caratteristiche:

- Caso A in cui i prezzi sono stati traslati di 1 giorno rispetto all'attività di *forecasting*,
- Caso B in cui i prezzi sono stati traslati di 7 giorni.

I parametri del modello sono stati calibrati considerando i dati dal 1° Gennaio 2016 al 15 Dicembre 2018 e la previsione è stata fatta per il periodo compreso fra il 16 e il 31 Dicembre 2018 per testare il comportamento del modello anche durante le festività. È importante sottolineare che la previsione che emerge ha senso solo per un orizzonte temporale fino al giorno successivo nel Caso A mentre il periodo si protrae fino a una settimana nel Caso B. Nello studio svolto è stato possibile adottare un intervallo di tempo di 15 giorni poiché sono stati usati dei dati consuntivi non disponibili in un'attività *realistica*. Il medesimo approccio ai dati è stato applicato al modello

*XGBoost* e a *Cubist* e di seguito sono riportati rispettivamente i risultati ottenuti studiando il Caso A e il Caso B prima dell'uno e poi dell'altro.

### 5.2.1.XGBoost - Caso A

Il grafico in *Figura 5.17* mostra l'andamento dei dati previsti dal modello rispetto a quelli che sono stati osservati per il periodo dal 16 al 31 Dicembre 2018 nel caso in cui siano stati traslati i dati dei prezzi di 1 giorno; l'istogramma inoltre mostra la rilevanza dell'errore in ciascuno dei suddetti giorni.

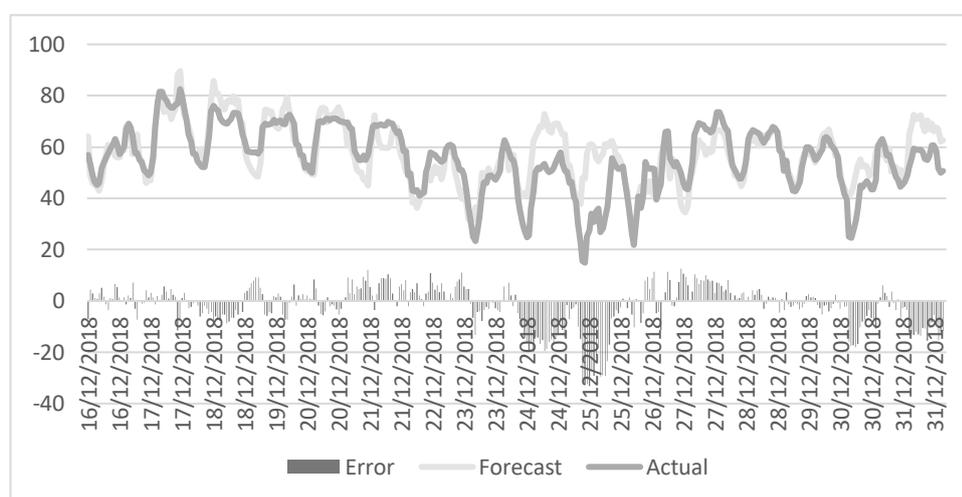


FIGURA 5.17 ANDAMENTO DATI PREVISTI E DATI OSSERVATI, CASO A; 2019

Il risultato per il 1° giorno può sicuramente essere ritenuto di grande bontà previsionale dal momento che, come si evince, l'errore è minimo. Come era prevedibile, il modello fornisce invece scarsi risultati durante il periodo festivo. Successivamente, sono stati valutati alcuni indicatori statistici di errore che, per le tecniche di *machine learning*, sono stati calcolati considerando solo il confronto fra i valori previsti e quelli attuali fra il 16 e il 31 Dicembre. In questo modo ME è pari a  $-1,876$ , che indica una stima, in media, in difetto, MAE pari a  $6,002$  che rappresenta un errore medio assoluto (MAPE) pari a  $13,78\%$ . L'errore massimo in valore assoluto è pari a  $33,184$

e si registra il 25 Dicembre che, essendo una festività, risulta storicamente difficile da prevedere.

### 5.2.2.XGBoost - Caso B

Il grafico in *Figura 5.18* mostra l'andamento dei dati previsti dal modello rispetto a quelli che sono stati osservati per il periodo dal 16 al 31 Dicembre 2018 nel caso in cui siano stati traslati i dati dei prezzi di 7 giorni; anche in questo caso l'istogramma mostra l'andamento dell'errore previsionale.

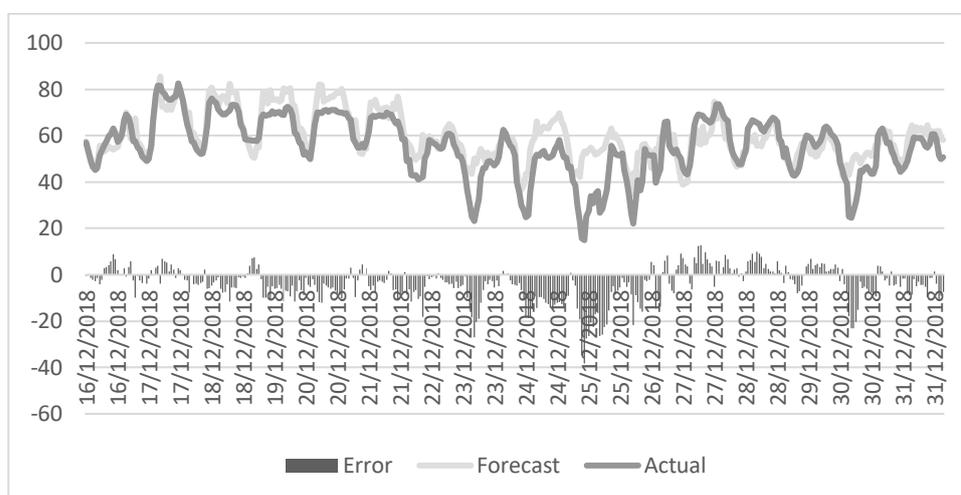


FIGURA 5.18 ANDAMENTO DATI PREVISTI E DATI OSSERVATI, CASO B; 2019

Come si deduce visivamente, quest'ultimo è più elevato rispetto al precedente e ciò è dimostrato anche dagli indici che sono stati misurati:

- $ME$  è pari a  $-3,954$  (sottostima dei valori);
- $MAE$  è pari a  $6,322$ ;
- $MAPE$  è pari a  $14,96\%$ .

Il valore massimo dell'errore si raggiunge nuovamente il 25 Dicembre ed è pari, in valore assoluto, a  $38,25$ .

Da questi risultati si evince che il Caso A fornisce risultati migliori del Caso B e che quindi ha maggiore correttezza formale la traslazione dei dati di 1 giorno, dimostrando una bassa ciclicità settimanale dei prezzi.

La *Figura 0.1* presente in Appendice offre una classificazione grafica del peso delle variabili del modello; questa fornisce la dimostrazione della maggiore correlazione del prezzo svizzero con i prezzi dei Paesi confinanti, in particolare di Francia e della Zona Nord italiana, piuttosto che con la propria disponibilità di energia da impianti installati in loco.

### 5.2.3.Cubist – Caso A

La *Figura 5.19* fornisce il grafico rappresentante i dati previsti dal modello rispetto a quelli che sono stati osservati per il periodo dal 16 al 31 Dicembre 2018 nel caso in cui siano stati traslati i prezzi di 1 giorno; l'istogramma invece mostra l'intensità dell'errore previsionale nei diversi istanti temporali.

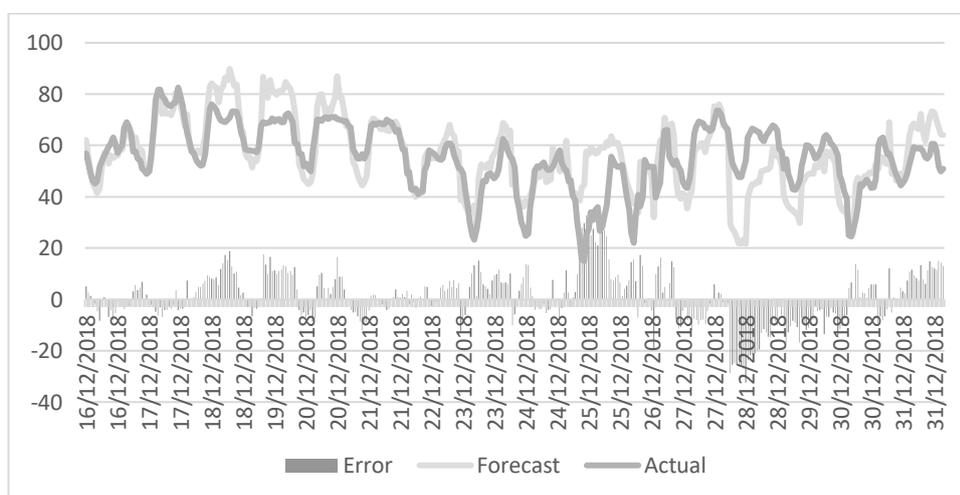


FIGURA 5.19 ANDAMENTO DATI PREVISTI E DATI OSSERVATI, CASO A; 2019

Il risultato per il 1° giorno può essere ritenuto buono poiché, come si deduce graficamente, l'errore di previsione è minimo. Il modello fornisce nuovamente risultati meno precisi nel periodo successivo e, in particolare,

l'errore massimo, pari a 32,773, è registrato il 25 Dicembre. Gli indicatori che sono stati misurati hanno fornito i seguenti risultati:

- *ME* pari a 6,729 indica una stima, in media, in eccesso;
- *MAE* pari a 6,729 che rappresenta un Errore Media Assoluto Percentuale pari a 16,42%.

#### 5.2.4.Cubist – Caso B

La *Figura 5.20* mostra l'andamento dei dati previsti dal modello rispetto a quelli che sono stati osservati per il periodo dal 16 al 31 Dicembre 2018 nel caso in cui siano stati traslati i dati dei prezzi di 7 giorni; l'istogramma invece offre visivamente l'intensità dell'errore previsionale nei diversi istanti temporali.

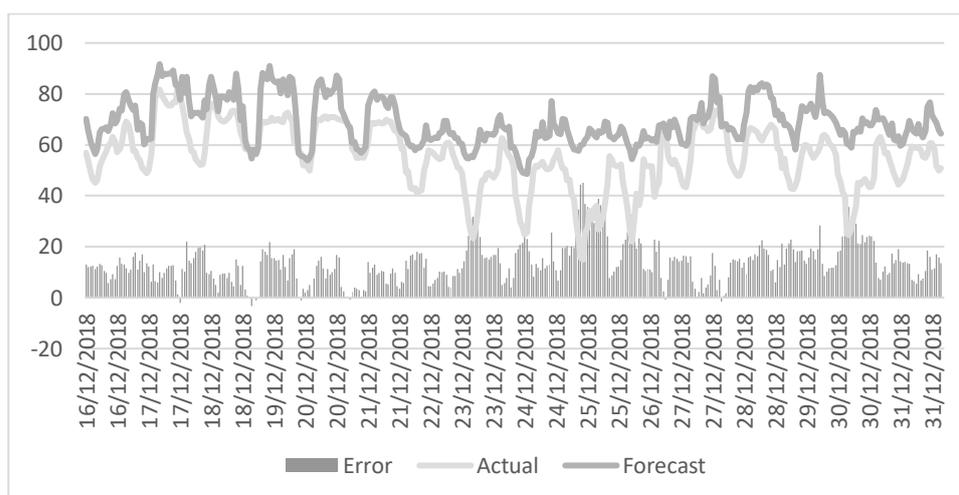


FIGURA 5.20 ANDAMENTO DATI PREVISTI E DATI OSSERVATI, CASO A; 2019

Come si evince, quest'ultimo è più elevato rispetto al caso precedente e ciò è dimostrato anche dagli indici che sono stati misurati:

- *ME* è pari a 13,554 (sovrastima dei valori);
- *MAE* è pari a 13,612;
- *MAPE* è pari a 30,36%.

I dati mostrano una situazione anomala rispetto alle precedenti poiché tutte le previsioni sono superiori ai valori reali, generando *Mean Error* particolarmente elevato e pari a *Mean Absolute Error*, con un picco massimo pari a 45,13 il 25 Dicembre.

### 5.3. Confronti e risultati

Affinché potesse essere effettuato un confronto fra i risultati ottenuti tramite i modelli econometrici autoregressivi e le tecniche di *machine learning*, è stato necessario:

- ricalcolare i valori degli indicatori riferiti alla prima categoria sul medesimo orizzonte temporale adoperato per quelli del secondo gruppo (ossia dal 16 al 31 Dicembre 2018);
- trasformare le previsioni orarie ottenute tramite *XGBoost* e *Cubist* in dati giornalieri e formulare nuovi *ME*, *MAE* e *MAPE*.

I dati ottenuti sono esposti in *Tabella 6* e da essi si evince che *XGBoost* costituisce il modello migliore per svolgere previsioni realistiche e attendibili, sebbene, in media, permanga una sovrastima dei prezzi di circa 1,88 EUR/MWh. Come era possibile attendersi, si è dimostrato come le tecniche di *machine learning* siano notevolmente superiori ai modelli tradizionali in termini di bontà previsionale dal momento che queste considerano anche la componente non lineare delle serie storiche. Si è preferito inoltre non tenere in considerazione i modelli riferiti alla serie stagionalizzata perché portatori di risultati forvianti (poiché molto inferiori rispetto a tutti gli altri) ma non utili per attività realistiche.

Un'altra evidenza riguarda il fatto che, in tutti i modelli testati, il Caso A (prezzi traslati di 1 giorno) sia risultato migliore del Caso B (prezzi traslati di 7 giorni) a causa di una bassa rilevanza della periodicità settimanale sui prezzi della serie storica, confermata inoltre dal posizionamento della

variabile *wday* (*giorno della settimana espresso come numero intero da 1 a 7*) nel grafico in *Figura 0.1*.

Infine, il confronto fra *XGBoost* e *Cubist* è a favore del primo poiché la sua funzione di *training* fornisce parametri più consistenti con il modello reale; la differenza si aggrava soprattutto nel Caso B poiché, come si deduce dal grafico in *Figura 0.2*, in quest'ultima tecnica la variabile *wday* riveste il ruolo più importante.

## 6. Conclusioni

Questa tesi si è posta lo scopo di sviluppare vari modelli utili per la stima dei prezzi *spot* dell'energia nei mercati elettrici. L'importanza di effettuare delle previsioni attendibili, specialmente a breve termine, è una contingenza sorta a seguito del processo di riforma liberale, avvenuto negli ultimi decenni in numerosi Paesi (tra cui anche l'Italia). Questo percorso da una parte ha condotto a una maggiore regolamentazione e omogeneizzazione del settore, esigenza nata per garantire forniture di energia in condizioni di neutralità e trasparenza e massima concorrenza tra *competitors*, dall'altra ha portato alla nascita, pressoché spontanea, di Borse Elettriche, mercati in cui i prezzi sono ottenuti dall'incrocio tra domanda e offerta. Sono stati sviluppati infine anche nuovi strumenti finanziari aventi come sottostante questo tipo di *commodity*. L'obiettivo di disporre di validi modelli previsionali consiste nel poter svolgere previsioni quanto più possibili corrette che permettano alle compagnie afferenti questo ambito, fortemente competitivo, di pianificare strategie efficaci ed efficienti e di prendere decisioni al fine di massimizzare i propri profitti, anche tramite attività di speculazione.

Nell'elaborato è stato sviluppato un caso di studio, incentrato sul prezzo *spot* dell'energia nel mercato svizzero dal 1° Gennaio 2016 al 31 Dicembre 2018, sul quale sono stati empiricamente testati i principali modelli tradizionalmente usati nell'analisi delle serie storiche, ossia i modelli *autoregressivi a media mobile integrati con variabili esogene*, e le innovative tecniche di *machine learning*, *XGBoost* e *Cubist*, usate per tenere in considerazione anche la componente non lineare della serie. Le variabili esogene che si è scelto di inserire sono quelle disponibili al momento della previsione, al fine di non alterare i risultati rispetto a quanto sarebbe concretamente fattibile; per la stessa ragione i prezzi dei Paesi confinanti

(Francia, Zona Nord dell'Italia e Zona Austro-Tedesca) sono stati traslati di 1 e 7 giorni, svolgendo due casi distinti.

Il loro confronto è stato svolto sulla base di tre indicatori ritenuti idonei a misurare la bontà previsionale, *Mean Error*, *Mean Absolute Error* e *Mean Absolute Percentage Error*, calcolati su dati giornalieri per un orizzonte temporale di 15 giorni. È importante sottolineare che realisticamente la previsione che emerge da ciascun modello ha però senso solo fino al giorno successivo; nello studio svolto è stato possibile adottare un intervallo di tempo superiore poiché sono stati usati dati consuntivi non disponibili in una normale attività di *forecast*.

Il primo fatto che si evince dall'applicazione dei modelli ai dati è che il loro potere previsivo è fortemente condizionato dalla presenza di stagionalità e di valori anomali infatti, adoperando una serie destagionalizzata e completata di questi ultimi, gli errori previsionali che sono stati misurati sono minimi.

La seconda evidenza ha dimostrato che il modello che meglio si adatta alla realtà è *XGBoost*, il quale riduce l'errore pur confrontandosi con la serie originale definita da tutte le sue componenti, a causa dell'incidenza della non linearità della serie che esso riesce a cogliere. Il peso assegnato a ciascuna delle variabili introdotte nel modello permette inoltre di affermare che, per quanto riguarda il prezzo nel mercato svizzero, la rilevanza dei prezzi dei Paesi confinanti, in special modo quello francese e quello della zona Nord italiana, è superiore a quella dell'offerta installata in loco dato che la Confederazione Elvetica ricopre un ruolo fondamentale di transito dell'energia.

Svolgendo la medesima analisi alla fine dell'anno odierno, è possibile attendersi una riduzione degli errori dal momento che si avrebbe a disposizione una maggiore quantità di dati storici; si potrebbero inoltre elaborare ulteriormente le serie dei prezzi traslandole di 2 giorni, 3 giorni,

ecc. Infine, si potrebbero inserire altre variabili, come la domanda e l'offerta dei Paesi confinanti o gli *spread* di prezzo fra i diversi Stati, in *XGBoost* poiché ritenuto essere il modello migliore in termini di bontà previsionale. Gli stessi modelli potrebbero essere adoperati anche per uno studio più approfondito riguardante i prezzi *forward*.

## Appendice

La seguente tabella riporta i prezzi giornalieri rispettivamente della Svizzera, della Zona Nord dell'Italia, della Francia e della zona composta da Germania e Austria. Questi sono stati ricavati rielaborando e aggregando i prezzi orari corrispondenti per ciascun giorno a partire dal 1 gennaio 2018 al 31 gennaio 2018.

Data	P_CH	P_NORD	P_FR	P_DE_AT
01/01/2018	17,1175	45,3375	2,661667	-25,304583
02/01/2018	45,09042	39,955	32,25042	33,4370833
03/01/2018	47,84167	52,245	16,52208	8,96875
04/01/2018	47,88958	42,84375	30,69875	29,86375
05/01/2018	44,32	51,375833	34,01042	31,50875
06/01/2018	37,82	47,3975	36,20875	36,6016667
07/01/2018	27,80125	45,095	22,41125	23,3870833
08/01/2018	46,30958	45,599167	36,81458	30,5041667
09/01/2018	48,59667	55,251667	47,045	30,26375
10/01/2018	47,03125	50,36875	41,18708	41,3333333
11/01/2018	49,62375	53,193333	48,06	47,7304167
12/01/2018	45,59042	49,635833	44,40583	41,8779167
13/01/2018	41,76458	47,057083	39,44625	33,7766667
14/01/2018	41,11625	47,044583	36,4425	28,6425
15/01/2018	47,32958	50,045833	40,78958	26,5741667
16/01/2018	46,61458	51,3	33,54083	27,2191667
17/01/2018	45,70917	47,085417	37,0575	29,0379167
18/01/2018	47,28792	48,480417	35,06875	30,3195833
19/01/2018	44,35917	50,042083	40,68917	40,4770833
20/01/2018	42,99042	49,12375	36,845	35,8691667
21/01/2018	38,33875	40,41625	34,305	34,6116667
22/01/2018	43,84375	43,764167	37,43375	37,8983333
23/01/2018	46,24333	50,842917	38,3675	37,2754167
24/01/2018	47,28542	51,25125	29,7825	23,8808333
25/01/2018	46,55292	53,13	34,37583	32,9708333
26/01/2018	46,82042	50,205417	45,14125	45,1458333
27/01/2018	44,73833	46,35	36,78875	32,8079167
28/01/2018	42,7975	45,16625	24,91417	5,1125
29/01/2018	46,05333	48,85	36,82667	16,4854167
30/01/2018	46,98625	46,91	40,36375	35,80875
31/01/2018	46,2625	50,530417	33,14917	29,22375

TABELLA 3 PREZZI BASELOAD DI SVIZZERA, ITALIA, FRANCIA E AUSTRIA\_GERMANIA; ENTSOE;

31/12/2018

La *Tabella 4* riporta i valori di *MAE*, *MAPE* e *ME* calcolati su tutto il periodo compreso nell'analisi, per ciascuno dei modelli econometrici che sono stati sviluppati nell'arco dell'elaborato utilizzando dati giornalieri.

TABELLA 4 MAE, MAPE, ME DEI PRINCIPALI MODELLI ECONOMETRICI TESTATI SU DATI GIORNALIERI

	MAE	MAPE	ME
<b>Regr. Lin. Multipla</b>			
A)	5,081	0,1543	-1,869e-16
B)	6,254	0,1770	2,039e-16
<b>ARIMA(3,1,2)</b>	4,817	0,1539	0,0295
<b>ARIMA(6,1,1)</b>	4,244	0,1260	0,0359
<b>ARIMAX(3,1,2)</b>			
A)	3,357	0,1069	0,0110
B)	3,415	0,1092	0,0135
<b>ARIMAX(6,1,1)</b>			
A)	3,271	0,1017	-0,0010
B)	3,408	0,1076	0,0073
<b>ARIMA(1,1,0)</b>	0,5597	0,0132	0,0027
<b>ARIMA(1,1,6)</b>	0,4605	0,0112	0,0016
<b>ARIMAX(1,1,0)</b>			
A)	0,5270	0,01262	0,00034
B)	0,5208	0,01251	0,0037
<b>ARIMAX(1,1,6)</b>			
A)	0,4711	0,01369	0,001
B)	0,4826	0,0140	0,0017

La *Tabella 5* riporta gli indicatori ottenuti dal confronto fra i dati orari previsti, tramite le tecniche di *machine learning*, e i dati orari reali dal 16 al 31 Dicembre 2018.

TABELLA 5 MAE, MAPE, ME DELLE TECNICHE DI MACHINE LEARNING TESTATE SU DATI ORARI

	MAE	MAPE	ME
<b>XGBoost</b>			
A)	6,002	0,1378	-1,876
B)	6,322	0,1496	-3,954
<b>Cubist</b>			
A)	6,729	0,1642	6,729
B)	13,612	0,3036	13,554

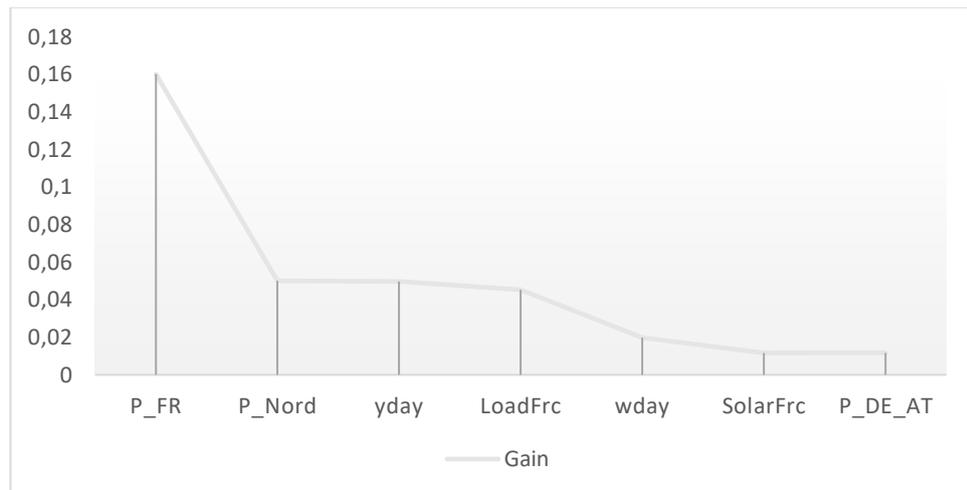
La *Tabella 6* riporta i valori di *MAE*, *MAPE* e *ME* calcolati dal 16 al 31 Dicembre 2018 su base giornaliera, per ciascuno dei modelli che sono stati sviluppati all'interno del lavoro.

TABELLA 6 MAE, MAPE, ME DEI MODELLI TESTATI

	<b>MAE</b>	<b>MAPE</b>	<b>ME</b>
<b>Regr. Lin. Multipla</b>			
<b>A)</b>	7,984	0,1542	3,766
<b>B)</b>	10,089	0,2128	12,033
<b>ARIMA(3,1,2)</b>	10,176	0,1651	-3,355
<b>ARIMA(6,1,1)</b>	9,240	0,1530	-2,473
<b>ARIMAX(3,1,2)</b>			
<b>A)</b>	9,959	0,1621	-3,094
<b>B)</b>	9,978	0,1663	-1,518
<b>ARIMAX(6,1,1)</b>			
<b>A)</b>	8,726	0,1455	-0,4977
<b>B)</b>	9,352	0,1558	-1,377
<b>ARIMA(1,1,0)</b>	0,8264	0,0144	0,3191
<b>ARIMA(1,1,6)</b>	0,6992	0,0125	0,1565
<b>ARIMAX(1,1,0)</b>			
<b>A)</b>	1,760	0,0301	0,8272
<b>B)</b>	1,739	0,0306	0,7047
<b>ARIMAX(1,1,6)</b>			
<b>A)</b>	1,784	0,0319	0,5934
<b>B)</b>	1,746	0,0312	0,5588
<b>XGBoost</b>			
<b>C)</b>	4,529	0,0944	1,876
<b>D)</b>	4,996	0,1027	3,383
<b>Cubist</b>			
<b>C)</b>	5,605	0,1143	3,327
<b>D)</b>	13,554	0,2670	13,554

La *Figura 0.1* e la *Figura 0.2* forniscono una rappresentazione grafica dei pesi detenuti da ciascuna variabile che è stata inserita rispettivamente nel modello *XGBoost* e *Cubist*; le variabili che sono state inserite sono:

- prezzo dell'energia in Francia ( $P_{FR}$ ),
- prezzo dell'energia nella zona Nord italiana ( $P_{NORD}$ ),
- prezzo dell'energia nella zona austro tedesca ( $P_{DE\_AT}$ ),
- giorno dell'anno, descritto da un numero intero compreso fra 1 a 365 (o 366) ( $yday$ ),
- domanda di energia prevista ( $LoadFrc$ ),
- energia solare prevista ( $SolarFrc$ ),
- energia eolica prevista ( $WindFrc$ ).



**FIGURA 0.1 PESI DETENUTI DALLE VARIABILI INSERITE NEL MODELLO *XGBOOST* (CASO A)**

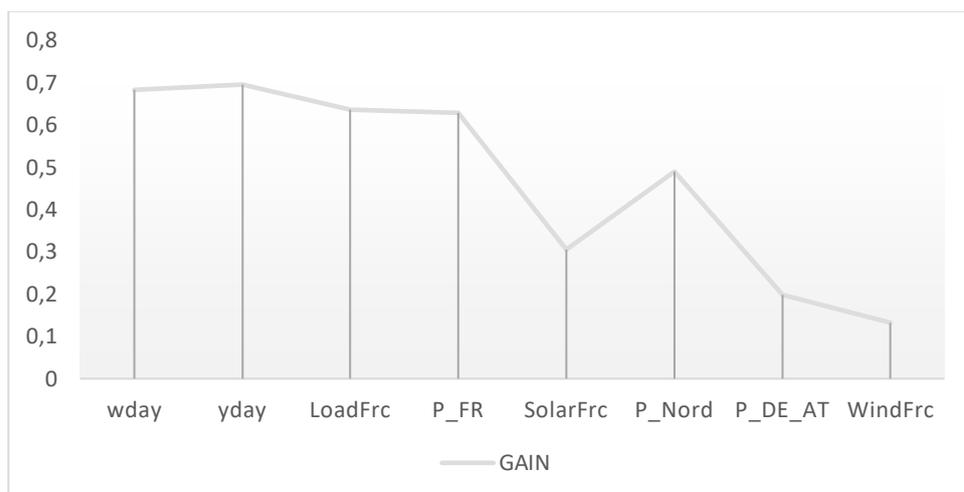


FIGURA 0.2 PESI DETENUTI DALLE VARIABILI INSERITE NEL MODELLO *CUBIST* (CASO A)

In *Figura 0.3* e *Figura 0.4* sono rappresentati i grafici della media mobile destagionalizzata della serie storica dei prezzi svizzeri seguita dalla previsione svolta per i successivi trenta giorni rispettivamente con *ARIMA(1,1,6)* e *ARIMAX(1,1,6)*.

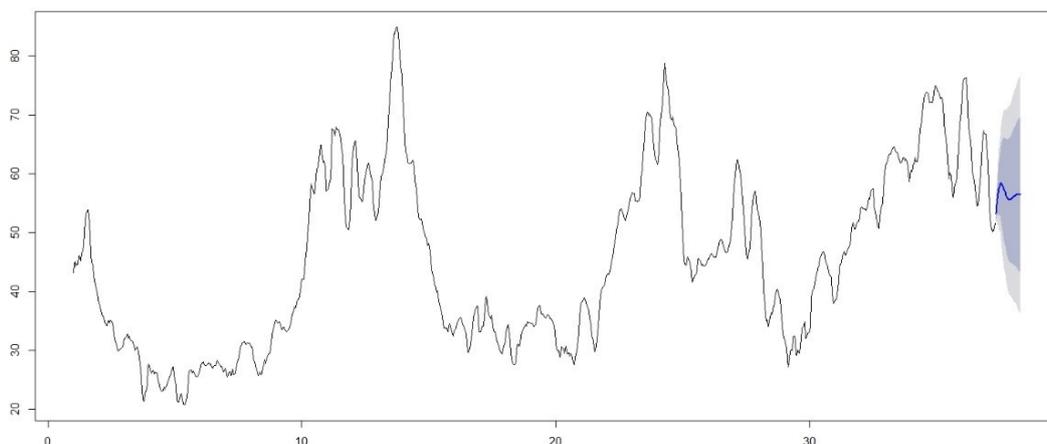
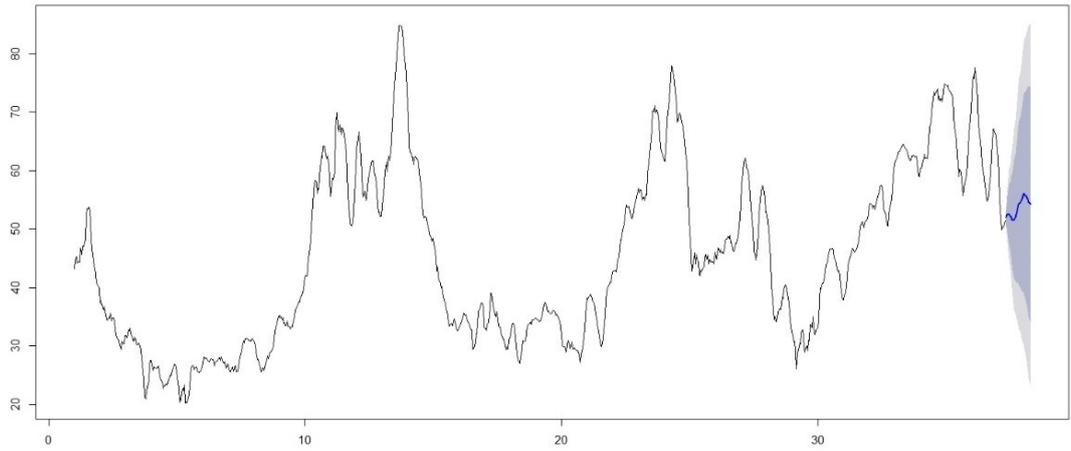


FIGURA 0.3 GRAFICO DATI PREVISTI TRAMITE *ARIMA (1,1,6)*



**FIGURA 0.4 GRAFICO DATI PREVISTI TRAMITE ARIMAX (1,1,6)**

## Bibliografia

[Alba06] **Alba J Juan**; EFET; *Power market and trading*; September 2006

[Autorità09] **Autorità per l'energia elettrica e il gas**; *Indagine conoscitiva sulle determinanti della dinamica del sistema dei prezzi e delle tariffe, sull'attività dei pubblici poteri e sulle ricadute sui cittadini consumatori*; 2009

[Barroso05] **Barroso Luiz Augusto, Cavalcanti Teófilo H., Giesbertz Paul, Purchala Konrad**; IEE; *Classification of Electricity Market Models Worldwide*; Paper 102; 0-7803-9191-8/05/\$20.00 ©2005

[Blumsack18] **Blumsack Seth**; *Fixed Cost Concepts for Power Generation*; PennState College of Earth and Mineral Sciences; 2018

[Bontempi12] **Bontempi Gianluca, Taeib Souhaib B., Le Borgne Yannel**; *Machine Learning Strategies for Time Series Forecasting*; ULB, Université Libre de Bruxelles, 2012

[BorsaItaliana19] Glossario Borsa Italiana;  
<https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/clearing-house.html>

[Box05] **Box George E. P., Jenkins Gwilym M., Reinsel Gregory C.**; *Time Series Analysis, Forecasting and Control*; Wiley; 2005

[CEER18] **Council of European Energy Regulators**; *Performance of European Retail Markets in 2017*; CEER Monitoring Report; Ref: C18-MRM-93-03; 17 Dicembre 2018

[Chiaroni18] **Chiaroni Davide, Frattini Federico, Besozzi Giulia, Di Lieto Andrea**; *Executive Summary of Electricity Market Report 2018*; Politecnico di Milano; 2018

[Dalina17] **Dalinina Ruslana**; *Introduction to Forecasting with ARIMA in R*; Oracle+ DataScience; 2017

[Entsoe19] <https://transparency.entsoe.eu/>

[Epex19] <https://www.epexspot.com/en/press-media/press-archive/press-archive>

[Escribano02] **Escribano A., Pena J., Villaplana P.**; *Modelling electricity prices: international evidence*; 2002; Working paper 02-27; University Carlos III, Madrid

[EuropeanCommission2017] **European Commission**; *The EU and energy union and climate action*; 2017

[EuropeanCommission2018] **European Commission**; *Consumer Market Scoreboard: Making markets works for consumers*; ISSN 2529-5691; 2018

[Fazioli00] **Fazioli R.**; *La Borsa dell'Energia Elettrica; Rapporto Energia Elettrica*, ENEA; 2000

[Galliani17] **Galliani Andrea**; *Evoluzione del mix produttivo di energia elettrica e suoi effetti sul sistema*; Autorità per l'energia elettrica, il gas e il sistema idrico; Ottobre 2017

[GME19] <https://www.mercatoelettrico.org/it/>

[Holmes19] **Holmes E.E., Scheurell M.D., Ward E.J.**; *Applied Time Series Analysis for Fisheries and Environmental Data*, NOAA Fisheries, Northwest Fisheries Center, 2019

[Intesa14] **Banca Intesa**; *Studi di Settore: La Borsa Elettrica Italiana*; Maggio 2014

[Léautier16] **Léautier Thomas-Olivier, Crampes Claude**; *TSE; Liberalization of the European electricity market: a glass half full*; 2016

[Lison12] **Lison Pierre**; *An Introduction to Machine Learning*; Department of Informatics; 2012

[Madonia18] **Madonia Marco**; *Il black out del 2013, 15 anni fa l'Italia restò al buio*; Quotidiano.net; Settembre 2018

[Marzi03] **Marzi G.**; Università degli studi di Milano – Bicocca; *Luci ed ombre: concorrenza e regolazione nel settore elettrico. Gli orientamenti europei e nazionali*, Working Paper series N. 69, 2003

[Migliavacca02] **Migliavacca G.**; CESI RICERCA spa; *Rapporto RSE A2-028084: Diritti di trasmissione e capacità di trasporto delle reti elettriche*; 2002

[Noi17] **Noi Phan T., Degener Jan, Kappas Martin;** *Comparison of Multiple Linear Regression, Cubist Regression, and Random Forest Algorithms to Estimate Daily Air Surface Temperature from Dynamic Combinations of MODIS LST Data;* Zhaoliang Li and Prasad S. Thenkail; 2017

[Notargiovanni06] **Notargiovanni Alessandro, Degrassi Gustav, Sanna Riccardo;** RES; *Governare la Riforma. Imprese, sindacato e regole nel mercato dell'energia;* giugno 2006

[OEE17] **OEE Authors;** *Open Electricity Economics, Release 0.1;* Agosto 2017

[Premkumar00] **Premkumar G.P.;** *Interorganization systems and supply chain management: An information processing perspective;* Information Systems Management 17 (3); 2000

[Quinlan92] **Quinlan J. R.;** *Proceedings of AI92;* 5th Australian Conference on **Artificial** Intelligence; Singapore; 1992

[Rademaekers08] **Rademaekers Koen, Slingenberg Allister, Morsy Salim;** *Review and analysis of EU wholesale energy markets Historical and current data analysis of EU wholesale electricity, gas and CO2 markets Final report;* 09 December 2008

[Rossi04] **Rossi Germano;** *Appunti sulla regression lineare semplice e multipla;* Università degli Studi di Milano-Bicocca; 2004

[Santamaria00] **Santamaria L.;** *Analisi delle serie storiche economiche;* 2000; Vita e Pensiero

[Swissgrid19] <https://www.swissgrid.ch/it/home.html>

[Weron00] **Weron Rafal;** Physica A: Statistical Mechanics and its Applications; *Energy price risk management;* Volume 285; Pages 127-134; September 2000

[XGBoostDevelopers16] **XGBoost Developers;** *Introduction to Boosted Trees;* 2016