

**POLITECNICO DI TORINO**

Dipartimento di Ingegneria Gestionale e della Produzione

**Corso di Laurea Magistrale  
in Ingegneria Gestionale**

Tesi di Laurea Magistrale

**Metodi e strumenti per la gerarchizzazione  
delle caratteristiche tecniche nel  
Quality Function Deployment**



**Relatore**

Prof. Fiorenzo Franceschini

**Candidato**

Matteo Capponi

Aprile 2019

## Indice

Introduzione .....	4
1. Quality Function Deployment.....	6
1.1. Introduzione al Quality Function Deployment .....	6
1.2. Total Quality Management .....	6
1.3. Struttura del QFD.....	7
1.4. La casa della qualità.....	9
1.5. Benefici del QFD .....	11
1.6. Svantaggi del QFD.....	14
2. La gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD.....	15
2.1. La costruzione della matrice delle relazioni .....	15
2.2. La casa della qualità come problema di scelta multicriterio .....	16
2.3. Le scale di misura .....	18
2.3.1. Scala nominale .....	19
2.3.2. Scala ordinale.....	20
2.3.3. Scala d'intervallo .....	20
2.3.4. Scala di rapporto .....	21
3. Un caso di studio sul PC notebook .....	23
4. La conversione di simboli i numeri: metodi che operano su scale cardinali .....	26
4.1. L'approccio tradizionale: Independent Scoring Method .....	26
4.1.1. La normalizzazione di Lyman.....	30
4.1.2. La normalizzazione di Wassermann .....	34
4.2. TOPSIS .....	46
4.3. OCRA (Operational Competitiveness Rating).....	55
5. Metodi che operano con scale ordinali .....	64
5.1. Metodo di Borda .....	64
5.2. Metodi ELECTRE.....	71
5.2.1. ELECTRE I.....	72
5.2.2. ELECTRE II .....	73
5.3. Interactive Design Characteristics Ranking.....	92
5.4. Metodi PROMETHEE .....	94
5.5. Ordinal Prioritization Method.....	106
6. Metodi basati su logica fuzzy.....	119
6.1. Introduzione alla logica fuzzy .....	119
6.1.1. I sottoinsiemi fuzzy .....	119
6.1.2. Operazioni con gli insiemi fuzzy .....	120
6.1.3. Numeri fuzzy.....	121
6.2. Ordered Weighted Average .....	122

6.3. Fuzzy QFD.....	133
6.4. La teoria della possibilità: un'applicazione al QFD.....	138
7. Conclusioni .....	141
8. Bibliografia .....	157
Allegati.....	161

# Introduzione

In un mercato sempre più ampio, dinamico e mutevole le aziende si ritrovano in uno stato di costante e feroce competizione con *player* di tutto il mondo. Lo scenario competitivo attuale, infatti, si contraddistingue per questo suo particolare dinamismo che determina un continuo ingresso di nuovi attori, parallelamente all'uscita di altri che, invece, non sono riusciti ad adattarsi alle nuove regole di mercato. Possedere un vantaggio competitivo in un ambiente tale risulta essere, giorno dopo giorno, più complesso ed effimero.

Negli ultimi anni, le organizzazioni, alla ricerca di maggiore efficienza e competitività, hanno iniziato a impostare le proprie strategie sul cliente, cercando di creare prodotti o servizi che soddisfino le attuali esigenze e richieste del mercato. Sin dalle fasi primarie di progettazione si tiene conto dei bisogni del cliente, così da presentarsi con un prodotto che incontri le richieste dello specifico segmento di mercato, abbattendo sia i costi di produzione che il *time to market*.

L'obiettivo del *Quality Function Deployment* è proprio quello di considerare, già in fase iniziale di progettazione, i desideri del consumatore, i quali diventano un fondamentale *driver* di scelta di tutti i processi decisionali aziendali.

La fase iniziale del *Quality Function Deployment* prevede la conversione delle richieste del cliente, ottenute da apposite ricerche di mercato, in parametri progettuali veri e propri su cui il team di progettazione dovrà focalizzarsi. Sulla base delle richieste del mercato non tutti i parametri progettuali sono da considerarsi fondamentali, alcuni saranno di primaria importanza, altri meno rilevanti. Se una caratteristica tecnica è molto importante, la sua presenza, o assenza, può risultare determinante per una buona *performance*, in termine di vendite, del prodotto sul mercato.

In questo elaborato si è condotto uno studio di alcuni metodi che possono essere utilizzati per definire un'importanza delle caratteristiche tecniche e un loro conseguente ordinamento. Nel definire un ordinamento tra le caratteristiche tecniche è necessario conoscere i livelli di importanza attribuiti ai requisiti del cliente e il grado di correlazione tra questi e le caratteristiche tecniche. Sulla base di questi due dati è possibile implementare diverse tipologie di algoritmi per ottenere un *ranking* delle caratteristiche tecniche.

Dopo una prima parte introduttiva relativa al QFD e alla Casa della Qualità, viene introdotto un caso di studio ripreso dalla letteratura e relativo alla Casa della Qualità di un PC notebook, così da affiancare alla trattazione teorica di ogni metodo una sua applicazione in un caso specifico.

Tali metodi sono stati classificati sulla base delle variabili in input che richiedono, individuando tre approcci fondamentali: i metodi che operano su scale cardinali (ISM, TOPSIS e OCRA), i metodi che operano su scale ordinali (Metodo di Borda, ELECTRE, IDCR, PROMETHEE e OPM) e quelli

che fanno uso della logica fuzzy (OWA, Fuzzy QFD e un'applicazione della teoria della possibilità al QFD). Tale classificazione è stata dettata dal fatto che il grado di correlazione tra caratteristiche tecniche e requisiti del cliente nel QFD è espresso su scala ordinale, facendo uso di apposite variabili simboliche. L'arbitraria conversione di simboli in numeri, così come anche la quantificazione su scale numeriche delle importanze attribuite ai requisiti del cliente, può introdurre distorsioni nel risultato finale.

Al fine di valutarne eventuali criticità, per ognuno dei metodi applicati vengono condotte delle analisi di sensibilità al variare di parametri esterni, quali la scelta di particolari valori di soglia, la tipologia di scala numerica utilizzata nella conversione delle informazioni ordinali, il numero di caratteristiche tecniche considerate e il livello d'importanza dei requisiti del cliente.

L'obiettivo è, quindi, quello di fornire un'analisi dei principali metodi utilizzati per prioritizzare le caratteristiche tecniche, evidenziandone punti di forza e di debolezza.

# 1. Quality Function Deployment

## 1.1. Introduzione al Quality Function Deployment

Il QFD (Quality-Function-Deployment) è una metodologia utilizzata dalle aziende in fase di progettazione di un nuovo prodotto o servizio, al fine di soddisfare in maniera efficace le necessità del cliente. La sua invenzione si deve a due professori giapponesi, *Shigeru Mizuno* e *Yoji Akao*, che alla fine degli anni 60 svilupparono questo innovativo metodo per introdurre variabili inerenti alla soddisfazione e alle esigenze del cliente, già nelle fasi primarie di progettazione.

Il primo modello base risale al 1966, quando in Giappone *Kiyotaka Oshiumi* di *Bridgestone Tire* utilizzò un diagramma a lisca di pesce per correlare i requisiti del cliente (effetti) con le caratteristiche di progettazione del prodotto e i rispettivi fattori di processo (cause).

Nel 1972, con l'applicazione del QFD alla progettazione di una petroliera da parte di *Mitsubishi Heavy Industry*, ebbe inizio la diffusione di questa metodologia in ambienti aziendali. Venne, però, apportata una modifica a quella che era la metodologia proposta da *Kiyotaka Oshiumi*; il fatto che gli effetti potessero condividere diverse cause rendeva il diagramma a lisca di pesce eccessivamente complesso. Si optò, così, per una forma matriciale che presentava, sulle righe, gli effetti desiderati dal cliente e, sulle colonne, i parametri di prodotto e processo (cause).

In Europa e in America del Nord il QFD iniziò a diffondersi dal 1983, anno in cui Y. Akao fu invitato a tenere un seminario a Chicago in seguito alla pubblicazione del suo lavoro nella rivista *Quality Progress*.

Fu, infine, con la pubblicazione del libro “*Quality Function Deployment-Integrating Customer requirement into product design*” (Akao, 1990) e del successivo “*The Customer driven approach to quality planning and deployment*” (Akao & Mizuno, 1994), che questa innovativa metodologia iniziò a diffondersi a macchia d'olio nelle principali aziende occidentali.

## 1.2. Total Quality Management

Il QFD rappresenta un'applicazione, allo sviluppo di nuovi prodotti e servizi, di un approccio alla gestione aziendale fortemente orientato al cliente, noto con il nome di *Total Quality Management* (Lockamy & Khurana, 1995). Con *Total Quality Management* (o TQM) si intendono una serie di teorie, prassi e procedure messe in atto da un'azienda nell'ottica di un miglioramento continuo,

prevalentemente orientato al cliente. Questo approccio alla gestione aziendale si basa sulla riduzione costante di difetti ed errori attraverso metodi statistici e di *problem solving*, perseguendo un miglioramento costante delle performance.

Affinché TQM risulti efficace all'interno di un'azienda, tutti i membri dell'organizzazione sono tenuti a rispettare e condividerne i principi fondamentali.

Dal lavoro di Mansir e Schacht (Mansir & Schacht, 1989), è possibile evincere sei principi chiave:

1. *Management commitment*: il top management di un'azienda deve essere consapevole dell'importanza della qualità e deve promuovere una cultura orientata al continuo miglioramento di essa. Le scelte aziendali, gli investimenti, gli obiettivi e la scelta dei fornitori devono essere volte al raggiungimento di elevati livelli di qualità;
2. *Customer Focus*: il cliente è il principale giudice della qualità di un prodotto o servizio; pertanto, risulta fondamentale per un'azienda integrare le richieste e le esigenze del mercato nel proprio processo decisionale;
3. *Employee involvement*: un altro elemento fondamentale è rappresentato dal coinvolgimento dei lavoratori. Al fine di ottenere dei buoni risultati in termini di standard di qualità è necessario che tutti i valori del TQM vengano diffusi ad ogni livello dell'organizzazione;
4. *Continuous improvement*: un aspetto fondamentale del TQM è quello, come si è visto, di migliorare la qualità dei prodotti e la produttività di un'azienda. Si auspica un approccio alla qualità ciclico, che promuova un continuo raggiungimento di standard migliori di qualità, attraverso un controllo costante delle performance;
5. *Supplier Quality*: è fondamentale che si rispettino determinati standard di qualità anche nella scelta dei fornitori, attraverso appositi programmi di certificazione;
6. *Integrated approach*: TQM deve diffondersi in tutte le funzioni aziendali e le decisioni non dovranno essere imposte solo dal top management, ma condivise da tutti gli stakeholder sia interni che esterni; anche quest'ultimi, infatti, influenzano il processo decisionale interno di un'azienda.

### **1.3. Struttura del QFD**

Il Quality Function Deployment è uno strumento fondamentale in fase di progettazione di un nuovo prodotto o servizio, poiché le richieste del mercato vengono prese in considerazione già nelle fasi iniziali di progettazione. Una delle definizioni più significative presenti in letteratura è quella fornita da Sullivan, il quale definisce il QFD come: “*an overall concept that provides a means of translating customer requirements into the appropriate technical requirements for each stage of product*”

*development and production (i.e., marketing strategies, planning, product design and engineering, prototype evaluation, production process development, production, sales)*<sup>1</sup>” (Sullivan, 1986b).

L'elemento chiave di questa metodologia è, infatti, la possibilità di considerare già nelle fasi primarie della progettazione i requisiti del cliente e di correlarli a variabili progettuali, di produzione e di qualità. Per ogni fase, il QFD si concretizza in una serie di matrici, ciascuna delle quali presenta sulle righe gli input, correlati con i rispettivi output in colonna, i quali, a loro volta, diventeranno gli input della fase successiva e così via.

Il QFD è costituito da 4 matrici, le prime due si riferiscono al prodotto e ai suoi singoli componenti, mentre le ultime due sono relative al processo di produzione del bene o servizio in questione (Franceschini, 2002):

- **PRODUCT PLANNING MATRIX:** rappresenta il punto d'inizio del processo di QFD. In questa fase vengono correlati i requisiti del cliente, raccolti mediante opportune indagini di mercato, con le caratteristiche tecniche del prodotto. Tenendo conto dell'importanza che si assegna ad ogni requisito del cliente e al grado di correlazione tra questi e le variabili progettuali, sarà possibile definire una gerarchia delle caratteristiche tecniche. In questo modo si è in grado di analizzare quali sono le caratteristiche tecniche a cui dare più o meno importanza, in maniera tale da creare un prodotto che incontri al meglio le esigenze del mercato (Franceschini, 2002).
- **PART DEPLOYMENT MATRIX:** in questa seconda fase le caratteristiche tecniche, output della fase precedente, vengono considerate come input da correlare con le caratteristiche dei sottocomponenti. Si collegano quindi le caratteristiche del prodotto con quelle dei più importanti componenti in cui un prodotto può essere scomposto (Franceschini, 2002).
- **PROCESS PLANNING MATRIX:** in questa matrice ogni componente che andrà a costituire il prodotto finale viene correlato con i corrispondenti processi produttivi (Franceschini, 2002).
- **PROCESS AND QUALITY CONTROL MATRIX:** quest'ultima fase si focalizza su quelli che sono i parametri di processo. Si considerano come input i *critical process steps* e si correlano ai *quality control process steps*; in questo modo ad ogni processo vengono associati parametri di controllo qualità e processo (Franceschini, 2002).

---

<sup>1</sup> “il QFD è un metodo generale che fornisce dei mezzi per trasformare i requisiti del cliente in appropriati requisiti tecnici per ogni fase dello sviluppo prodotto e produzione (i.e. strategie di marketing, pianificazione, progettazione e ingegnerizzazione del prodotto, valutazione dei prototipi, sviluppo del processo di produzione, produzione, vendita)”

L'integrazione delle esigenze del cliente nelle fasi di progettazione di un prodotto è di fondamentale importanza per un'azienda che voglia rimanere competitiva sul mercato. Infatti, nel QFD gli input della prima fase sono i requisiti del cliente che influenzano a cascata tutte le fasi successive, come illustrato in Figura 1.1.

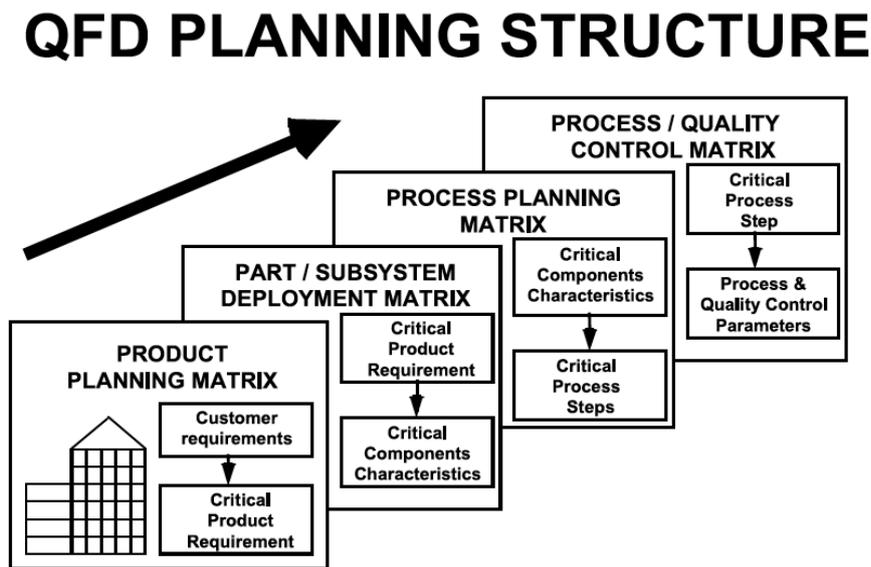


Figura 1.1 Le quattro fasi del processo di QFD (Franceschini, 2002)

Per ognuna di queste fasi è possibile definire la matrice delle relazioni ( $R$ ) di dimensione  $m \times n$ , il cui elemento  $r_{ij}$  rappresenta il grado di dipendenza che vi è tra l'input della riga  $i$ -esima e l'output della colonna  $j$ -esima.

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & \cdots & r_{mn} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

In questo elaborato l'attenzione si focalizzerà soltanto sulla prima matrice, ossia la *Product Planning Matrix*, anche nota come “*House of Quality*” (Casa della qualità), dovendo analizzare i metodi di prioritizzazione delle caratteristiche tecniche.

### 1.4. La casa della qualità

La Casa della Qualità (Figura 1.2) è la matrice che dà inizio all'intero processo di QFD andando a correlare le richieste del cliente con le caratteristiche tecniche del prodotto o servizio in questione.

Il primo passo per la costruzione della HOQ è la raccolta dei requisiti del cliente, i cosiddetti *whats*.

Il cliente è chiamato a esprimere quelle che sono le sue aspettative sul nuovo prodotto; in seguito,

mediante apposite tecniche, tutte queste informazioni vengono riorganizzate al fine di creare una lista ben definita di *whats*, o *customer requirements* (requisiti del cliente), a ciascuno dei quali viene attribuito un livello d'importanza specifico (Chan & Wu, 2002). A questo punto è necessario definire i cosiddetti *hows*, o *design requirements* (caratteristiche tecniche), ossia i requisiti tecnici del prodotto, associando le richieste vaghe e generiche del cliente a parametri progettuali veri e propri, oggettivi e misurabili.

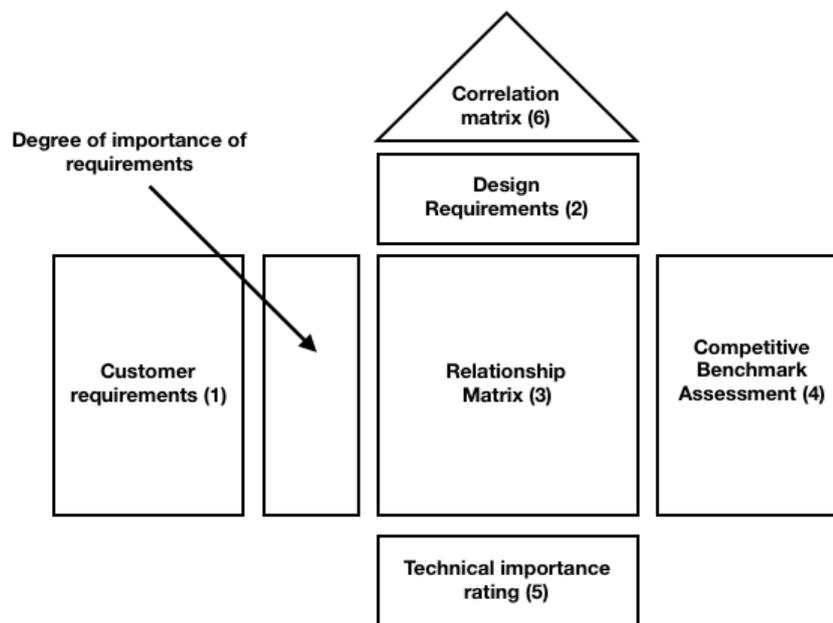


Figura 1.2 La casa della qualità (Franceschini, 2002)

Ad ogni requisito del cliente viene associato un livello di importanza su una scala da 1 a 5; quest'operazione, come si vedrà in maniera più dettagliata in seguito, risulta essere particolarmente critica, poiché si chiede al cliente di esprimere un giudizio su scale con cui non ha familiarità, senza considerare oltretutto il forte livello di soggettività che una valutazione del genere possa contenere (Franceschini, 2002).

Le richieste del cliente sono molto generiche e poco significative ai fini della progettazione; è per questo motivo che si trasformano i *whats* in *hows* (Figura. 1.2, sezione 2), cercando di identificare parametri tecnici su cui basare la realizzazione del prodotto.

A questo punto è possibile realizzare la matrice delle relazioni (Figura 1.2, sezione 3), attribuendo ad ogni  $r_{ij}$  un simbolo indicante il grado di correlazione tra un dato requisito del cliente e una data caratteristica tecnica. I simboli che identificano il grado di correlazione tra *whats* e *hows* sono:

- “•” rappresenta un grado di correlazione forte;
- “○” rappresenta un grado di correlazione medio;
- “Δ” rappresenta un grado di correlazione debole.

Nella parte destra della casa (Figura 1.2, sezione 4), viene riportata una valutazione dei prodotti presenti già sul mercato, sulla base delle richieste del cliente. In questo modo, le aziende comprendono quali sono i punti di forza e di debolezza del proprio prodotto rispetto a quelli della concorrenza, così da poter eventualmente rivedere i propri obiettivi strategici per soddisfare al meglio le richieste del cliente (Chan & Wu, 2002). Si creano, quindi, dei profili per i propri prodotti e quelli della concorrenza, chiedendo ai consumatori, tramite apposite interviste, di fornire una valutazione dei prodotti per ogni *customer requirement*. Sulla base dei risultati ottenuti si stabiliscono degli obiettivi da raggiungere per il nuovo modello, per poi valutare i cosiddetti punti di forza (*sales point*), assegnando tre valori tra 1; 1,25 e 1,5. Si ha un punto di forza quando un prodotto di un'azienda, per un determinato requisito del cliente, si colloca in una posizione di vantaggio rispetto a quelli della concorrenza, il che può determinare una superiore performance in termini di vendite (Chan & Wu, 2002).

Nella parte bassa della casa della qualità (Figura 1.2, sezione 5), viene presentato un *bench-marking* con i prodotti dei concorrenti sulla base di ogni caratteristica tecnica; si procede in maniera analoga a quello appena presentato, con la differenza che il confronto non viene effettuato per ogni requisito del cliente, bensì per ogni caratteristica tecnica.

La parte alta della casa della qualità è comunemente noto come “tetto della casa” per via della sua caratteristica forma triangolare. Questa parte della casa (Figura 1.2, sezione 6) mette in evidenza l'eventuale presenza di un grado di correlazione, forte, media o debole tra le caratteristiche tecniche, utilizzando gli stessi simboli della matrice delle relazioni. Il tetto della HOQ può essere alternativamente rappresentato mediante una matrice quadrata, di dimensione  $n \times n$ , che presenta sia sulle righe che sulle colonne le caratteristiche tecniche del prodotto in questione.

La matrice delle correlazioni permette di evidenziare correlazioni positive e negative. Le correlazioni positive permettono di determinare quali caratteristiche sono collegate tra di loro; mentre quelle negative evidenziano la presenza di possibili conflitti tra di esse, il che porta a considerare scelte di *trade-off* in fase di progettazione (Franceschini, 2002).

## **1.5. Benefici del QFD**

Il Quality Function Deployment nasce dall'esigenza delle aziende di perseguire prodotti di qualità che incontrino le aspettative del cliente. Per le aziende, in mercati che tendono oggi a essere sempre più competitivi e mutevoli, riuscire ad arrivare sul mercato con un prodotto progettato tenendo conto delle richieste del cliente, ne migliora la performance in termini di costi di produzione e vendite.

L'utilizzo del QFD genera per le aziende benefici sia economici, che organizzativi ed anche sociologici (Wolniak, 2018):

- Focus sul cliente: Il processo si basa interamente sulle esigenze del mercato e non sulle necessità di innovazione tecnologica. Un approccio *technology-driven* non è sempre corretto, questo infatti potrebbe portare alla creazione di un prodotto o servizio che, pur presentando tutte le caratteristiche di innovazione tecnologica, non incontra le esigenze del mercato (Stewart, 2017);
- Pianificazione: Il QFD diventa un importante strumento di pianificazione del lavoro. I requisiti del cliente, infatti, diventano l'elemento base su cui effettuare la progettazione, correlando i requisiti a quei parametri tecnici che permettono di incontrare le esigenze del cliente (Stewart, 2017);
- Analisi della concorrenza: Il QFD permette di rapportare costantemente il proprio prodotto a quello della concorrenza. Questa attività di *bench-marking* fa sì che non si perda di vista l'ambiente competitivo e che si tengano costantemente sotto controllo punti di forza, e anche di debolezza, del prodotto in questione (Stewart, 2017).

Inoltre, le aziende che si affidano al QFD possono ottenere vantaggi competitivi nel momento in cui riescono a soddisfare le richieste del cliente, in maniera migliore rispetto ai propri competitors (Wolniak, 2018);

- Efficienza: L'utilizzo del QFD permette di ridurre i tempi di sviluppo prodotto. La caratteristica, infatti, di considerare sin da subito le richieste del mercato riduce fortemente il rischio che risultino necessarie delle modifiche nella fase finale del ciclo di vita del prodotto. Questo grande vantaggio si traduce in minori costi di sviluppo prodotto, in quanto l'entità del costo dovuto a un cambiamento aumenta con l'avvicinarsi della data di rilascio del prodotto stesso. Grazie allo sviluppo di sempre più sofisticate tecniche di marketing, le aziende riescono a misurare con grande accuratezza la percezione che hanno del prodotto i consumatori; in questo modo si riescono ad anticipare lungo il ciclo di vita del prodotto decisioni definitive, generando un incremento notevole di efficienza (Hauser & Clausing, 1988). Uno studio effettuato da Wolniak (Wolniak, 2018) mostra come l'utilizzo da parte delle aziende del QFD determini riduzioni in termini di numero di cambiamenti tecnologici del prodotto (30%-50%), di durata dei cicli di produzione (30%-50%), di costi di start-up (20%-60%) e di reclami di garanzia (20%-60%).

Anche Sullivan (Sullivan, 1986b) quantifica i benefici del QFD in termini di costi di produzione e di start-up, utilizzando i dati di Toyota prima e dopo l'introduzione del QFD. Si

riportano a tal proposito due grafici, il primo (Figura 1.3) mostra i costi di start-up e pre-production in *Toyota Auto Body* prima e dopo l'introduzione del *Quality Function Deployment*, con una riduzione del costo pari al 60%; il secondo (Figura 1.4) mostra il numero di cambiamenti effettuati da un player *automotive* statunitense, che non utilizza la metodologia QFD, e un player giapponese che invece progetta utilizzando QFD. Il numero di modifiche di progetto, e quindi anche il livello di costi, si riduce sensibilmente quando si applica QFD.

- *Teamwork*: il QFD diventa un importante mezzo di comunicazione tra le varie funzioni aziendali. I membri del marketing si trovano a lavorare a stretto contatto con chi si occupa di progettazione di prodotto e di processo, favorendo la comunicazione e il *team-working*. (Stewart, 2017)

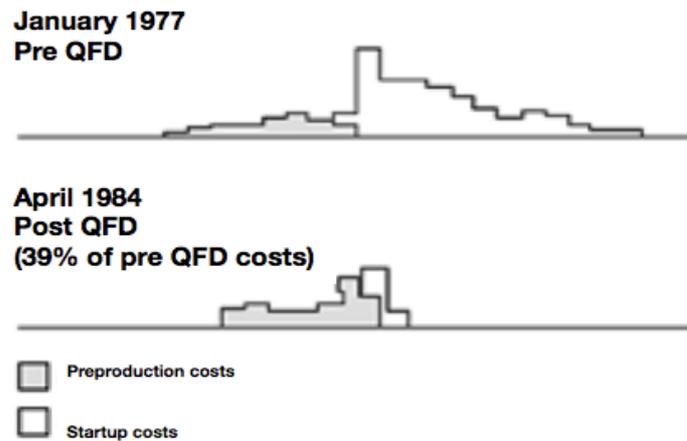


Figura 1.3 Costi di pre-produzione e di start-up prima e dopo l'introduzione del QFD in *Toyota Auto Body* (Sullivan, 1986b)

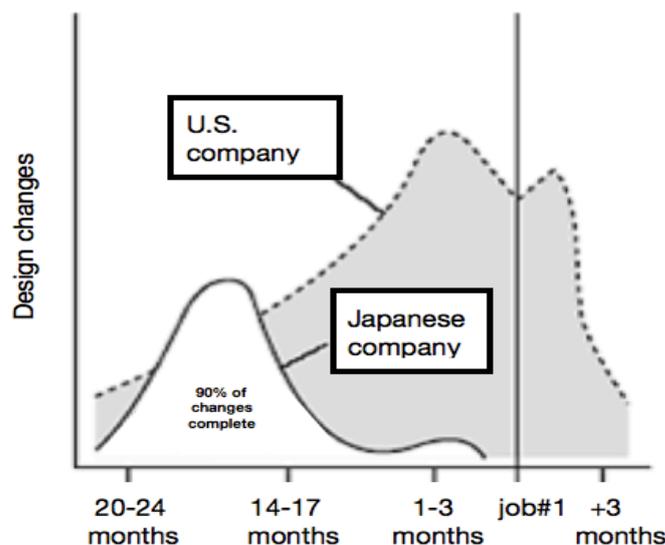


Figura 1.4 Cambiamenti del prodotto nel tempo di un player giapponese con il QFD e un player statunitense senza QFD (Sullivan, 1986b)

## 1.6. Svantaggi del QFD

Il QFD, pur avendo numerosi vantaggi, presenta dei punti di debolezza:

- Focus tecnico: si considerano solo ed esclusivamente parametri tecnici e di qualità, trascurando elementi fondamentali quali i costi, ciclo di vita del prodotto, strategia e posizionamento competitivo dell'impresa (Lohrey, 2017). Il QFD, però, nasce con l'obiettivo di correlare parametri tecnici di prodotto, di processo e di qualità alle richieste del cliente già nelle fasi iniziali di progettazione; eventuali valutazioni in merito a costi, strategia o ciclo di vita del prodotto possono essere effettuati in fasi successive del processo di sviluppo prodotto.
- Ambiguità delle informazioni raccolte: il consumatore è chiamato a esprimere il proprio giudizio utilizzando, per esempio, scale numeriche con cui non ha familiarità, oppure dando giudizi qualitativi che sono soggettivi e imprecisi (Franceschini, 2002). Le risposte del cliente possono quindi risultare ambigue, determinandone una ridotta possibilità di utilizzo (Wolniak, 2018);
- Dinamicità dei bisogni del cliente: nell'applicazione del QFD viene fatta un'ipotesi molto forte, ovvero quella di stabilità delle preferenze del consumatore; in realtà, le richieste del cliente sono mutevoli, ma il QFD non riesce a cogliere questa evoluzione della domanda (Lohrey, 2017). Tuttavia, tale limite può essere facilmente superato proponendo delle analisi con QFD periodiche; si è, così, in grado di cogliere eventuali mutamenti della domanda.

## 2. La gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD

### 2.1. La costruzione della matrice delle relazioni

Uno degli aspetti principali nella prima fase di costruzione del QFD è la definizione della matrice delle relazioni. Tale matrice presenta in riga i requisiti del cliente, o *customer requirements (CRs)*, mentre in colonna le caratteristiche tecniche del prodotto, o *engineering characteristics (ECs)*, e ogni elemento della matrice esprime il grado di correlazione tra un dato requisito del cliente e una determinata caratteristica tecnica.

La raccolta dei requisiti del cliente rappresenta il punto di partenza dell'intero processo di QFD. In primo luogo, è necessario comprendere chi è il cliente finale del prodotto o servizio in esame. Si hanno tre principali tipologie di cliente (Chan & Wu, 2002): il cliente interno, come ad esempio impiegati, manager o azionisti; il cliente intermedio, come i commercianti all'ingrosso e, infine, il cliente finale, ossia colui che usufruisce del bene o servizio. Una volta individuato il cliente si effettua un'indagine di mercato al fine di comprendere quali sono le effettive esigenze del consumatore, mediante sondaggi, *focus group*, interviste individuali, etc. (Chan & Wu, 2002). Tali informazioni che spesso risultano essere troppo dettagliate o troppo generiche, e quindi difficilmente utilizzabili nel QFD, vengono poi riorganizzate mediante tecniche specifiche (*tree-like hierarchical structures, hierarchical cluster analysis, etc.*) (Chan & Wu, 2002).

Non tutti i requisiti del cliente, però, possono considerarsi di uguale importanza; vi sono numerosi metodi che permettono di ordinare i *customer requirement*, associando ad ogni *CR* un livello d'importanza. Fra i vari metodi a disposizione, si può, per esempio, attribuire a ogni requisito del cliente un valore numerico, espresso su una scala da 1 a 5, o da 1 a 10 (Griffin & Hauser, 1993; Franceschini, et al., 2015), oppure si può valutare il grado d'importanza relativo di ogni requisito del cliente, utilizzando tecniche del tipo di *Analytic Hierarchy Process* (Saaty, 1988).

Indipendentemente dal metodo utilizzato per stabilire un ordinamento tra i *customer requirement*, è di fondamentale importanza comprendere la natura delle informazioni con cui l'importanza dei requisiti del cliente viene fornita.

A tal proposito, si può categorizzare la natura dei giudizi con cui il cliente esprime le proprie preferenze, in tre tipologie (Franceschini, et al., 2015):

- confronto a coppie: a ogni cliente viene chiesto di confrontare due requisiti, indicando quale dei due giudica più importante (Franceschini, et al., 2015);

- assegnazione di un valore d'importanza: il cliente è chiamato ad esprimersi su ciascun *CR*, attribuendo un valore numerico d'importanza assoluta (Franceschini, et al., 2015);
- ordinamento: il cliente è chiamato a ordinare per importanza tutti i requisiti del cliente, determinando così un ordinamento totale di essi (Franceschini, et al., 2015).

Ciascuna di queste tipologie di raccolta dati sull'importanza dei requisiti del cliente determina una diversa natura delle scale con cui questi dati sono disponibili. L'operazione di assegnazione di valori numerici ai gradi di importanza dei *customer requirement* è critica, poiché al cliente viene chiesto di tradurre le proprie necessità su scale numeriche, generando dei dati inconsistenti che possono portare ad errori nella valutazione (Franceschini, et al., 2015).

Una volta ottenuta la lista dei bisogni del cliente e dei relativi livelli d'importanza, è necessario trasformarli in caratteristiche tecniche. Tali requisiti tecnici, che devono essere oggettivi, globali e misurabili, si ottengono utilizzando metodi quali i diagrammi causa-effetto o i diagrammi ad albero, considerando le caratteristiche tecniche come causa dei vari requisiti del cliente (Chan & Wu, 2002). Inoltre, è ragionevole far sì che le caratteristiche tecniche risultino essere il più neutrali possibile: se, per esempio, tra i requisiti del cliente compare la necessità che un determinato prodotto sia leggero, è bene introdurre come caratteristica tecnica il termine generico e neutrale “massa”, evitando quindi diciture del tipo “massa ridotta” o “peso leggero”. Questo, infatti, potrebbe generare errori nella costruzione sia della matrice delle relazioni, che, soprattutto, della matrice delle correlazioni tra le caratteristiche tecniche.

## **2.2. La casa della qualità come problema di scelta multicriterio**

La definizione delle caratteristiche tecniche è un passo fondamentale quando si affronta il processo di QFD; da questa operazione, infatti, si comprende quali sono le caratteristiche tecniche più importanti sulla base delle esigenze del cliente. L'azienda è quindi in grado di comprendere quali siano le specifiche tecniche sulle quali focalizzarsi maggiormente in fase di progettazione e quelle, invece, meno rilevanti.

Molti dei metodi che verranno analizzati rappresentano degli strumenti di risoluzione di problemi MCDA (*Multi-Criteria Decision Analysis*). Un problema MCDA, costituito da  $m$  criteri di scelta partendo da un set di  $n$  alternative, può essere rappresentato dalla seguente matrice di valutazione, dove ogni elemento  $x_{ij}$  infatti, rappresenta il livello di performance dell'alternativa  $j$ -esima in merito all' $i$ -esimo criterio di valutazione (Chan & Wu, 1998):

$$\begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Quindi ogni alternativa  $j$  viene identificata da un vettore contenente le valutazioni di tale alternativa per ogni criterio di scelta  $i$ . Un metodo MCDA opera aggregando i vari criteri di scelta, fornendo, così, una classifica delle alternative sulla base delle valutazioni che ciascuna di queste riporta relativamente a ogni criterio.

La prioritizzazione delle caratteristiche tecniche nella casa della qualità si colloca perfettamente in questa tipologia di problemi, visto che si può associare la casa della qualità a un problema MCDA dove:

- i requisiti del cliente rappresentano i criteri di scelta: l'obiettivo di questa fase di analisi delle caratteristiche tecniche consiste nel valutare quali caratteristiche tecniche incontrano maggiormente le esigenze del mercato, pertanto i requisiti del cliente rappresentano i criteri di scelta su cui valutare ogni alternativa (Chan & Wu, 1998);
- i valori della matrice delle relazioni,  $r_{ij}$ , costituiscono la valutazione della performance di una data caratteristica tecnica in merito a un dato requisito del cliente. In questo modo, ad ogni caratteristica tecnica viene associato un vettore i cui elementi indicano il grado con cui la suddetta caratteristica tecnica soddisfa i requisiti del consumatore (Chan & Wu, 1998).

In altre parole, si ottiene un ordinamento basato sul livello di performance (grado di correlazione) che ciascuna alternativa (caratteristica tecnica) registra per ogni criterio di valutazione (requisito del cliente).

Come già precedentemente accennato, i dati con cui si costruisce la casa della qualità possono essere espressi su diverse scale di misura, ordinali e cardinali prevalentemente. La natura di tali dati determina l'applicabilità di un metodo di prioritizzazione piuttosto che un altro. Pertanto, si è deciso di classificare i seguenti metodi di prioritizzazione sulla base di tre approcci:

#### 1. Metodi che operano con scale cardinali:

- ISM (“*Independent Scoring Method*”) (Akao, 1988);
- TOPSIS (“*The Technique for Order Preferences by Similarity to an Ideal Solution*”) (Hwang & Yoon, 1981; Tzeng & Huang, 2011; Chan & Wu, 1998);
- OCRA (“*Operational Competitiveness Rating*”) (Parkan, 1991; Chan & Wu, 1998);

## 2. Metodi che operano con scale ordinali:

- ELECTRE (“*ELimination Et Choix Traduisant la REalité*”) (Roy, 1968; Roy & Bertier, 1971; Franceschini, 2002; Norese, 2002; Figueira, et al., 2005; Tzeng & Huang, 2011);
- PROMETHEE (“*Preference Ranking Organization METHods for Enrichment Evaluations*”) (Brans, et al., 1984b; Brans & Vincke, 1985; Brans, et al., 1994; Figueira, et al., 2005; Mareschal & De Smet, 2009; Tzeng & Huang, 2011);
- IDCR (“*Interactive Design Characteristics ranking*”) (Franceschini & Rossetto, 2002);
- Metodo di Borda (De Borda, 1781; Dym, et al., 2002);
- OPM (“*Ordinal Prioritization Method*”) (Yager, 2001; Franceschini, et al., 2015);

## 3. Metodi basati su logica fuzzy

- Operatore OWA ordinale (Yager, 1988; Yager, 1992; Franceschini, 2001; Franceschini, et al., 2017);
- Fuzzy QFD (Shen, et al., 2001; Skalna, et al., 2015);
- La teoria della possibilità (Zadeh, 1978; Wang, 1999).

Dal momento che la tipologia di scala con cui sono disponibili i dati sulla matrice delle relazioni e sui requisiti del cliente rappresenta un elemento discriminante nella scelta di un metodo piuttosto di un altro, si riportano alcuni richiami di teoria delle scale di misura.

### 2.3. Le scale di misura

Si definisce *misurazione* l’assegnazione di valori, non necessariamente numerici, a particolari eventi o oggetti, sulla base di regole ben definite (Stevens, 1946). Variando tali regole, si giunge a definire scale di misura diverse, ciascuna delle quali gode di specifiche proprietà aritmetiche e statistiche (Stevens, 1946).

La misura rappresenta il collegamento tra mondo empirico e numerico. Un sistema relazionale empirico è formato da un insieme  $A$  di elementi non matematici e una classe di relazioni empiriche  $R$  tra gli elementi di  $A$  (Franceschini, 2001). Il mondo empirico è pertanto composto sia dalle manifestazioni empiriche in sé (l’insieme delle masse per esempio) sia dalle relazioni tra

manifestazioni empiriche (si può infatti dire che un oggetto è più pesante di un altro, o che due elementi hanno la stessa altezza e così via).

È necessario ora definire il sistema relazionale numerico, fissando un insieme dei numeri  $N$  e l'insieme delle relazioni  $P$  definite su  $N$  (Franceschini, 2001).

Il collegamento tra mondo empirico e numerico avviene attraverso la misurazione, che è un omomorfismo del sistema empirico su quello numerico (Franceschini, 2001). Roberts (Roberts, 1985) definisce un omomorfismo come “un'applicazione  $f$  tra due sistemi di relazioni, conservandone tutte le relazioni ed operazioni”. Si ha, quindi, una funzione che assegna le manifestazioni empiriche ai numeri e un'altra funzione che lega le relazioni empiriche alle relazioni matematiche esistenti tra i numeri, mantenendo le relazioni del sistema empirico (Franceschini, 2001).

Stevens (Stevens, 1946) individua quattro principali tipologie di scala di misura:

- Nominale
- Ordinale
- Lineare
- Rapporto

### 2.3.1. Scala nominale

In una scala nominale gli oggetti e gli eventi vengono raggruppati in modo da creare insiemi caratterizzati dalla medesima manifestazione empirica (Franceschini, 2001). Pertanto, i numeri vengono utilizzati come elemento identificativo senza alcuna proprietà matematica connessa, tant'è che si possono utilizzare allo stesso modo numeri, lettere e parole (Stevens, 1946).

La proprietà empirica supportata da questa scala è quindi solo la proprietà di equivalenza, grazie alla quale si può dire se un determinato elemento appartiene a un gruppo o meno. La scala nominale può quindi essere utilizzata come criterio di raggruppamento, dati  $n$  oggetti o eventi si può attribuire a ciascun gruppo determinati oggetti sulla base della loro caratteristica empirica, per esempio si può raggruppare un certo numero di persone sulla base del loro sesso, età, luogo di nascita e così via.

Tutte le trasformazioni di scala sono ammesse, compresa quella di permutazione (Franceschini, 2001). Dato un insieme  $X$  si definisce permutazione una funzione biiettiva  $f: X \rightarrow X$  tale che

$$x' = f(x) \tag{2.2}$$

con  $x \in X$ .

La funzione di permutazione determina una sostituzione uno ad uno degli elementi; in altre parole la permutazione indica che, prese due categorie di scala  $A$  e  $B$ , invertendo  $B$  con  $A$  la relazione all'interno della scala non cambia (Stevens, 1946).

Le operazioni statistiche ammissibili sono la numerazione delle classi, una volta create le classi si può anche conteggiare la classe più numerosa (moda) e sotto particolari ipotesi si possono anche effettuare dei test d'ipotesi riguardanti la distribuzione delle classi (Stevens, 1946).

### **2.3.2. Scala ordinale**

La scala ordinale nasce dall'esigenza di stabilire un ordine, una gerarchia, tra gli elementi del mondo empirico (Stevens, 1946); si vuole infatti mostrare che, per esempio, un elemento è preferibile a un altro e viceversa. Le proprietà empiriche supportate dalle scale ordinali sono appunto quella di equivalenza e quella di ordinamento (Franceschini, 2001): si può, infatti, per ogni elemento, indicare se questo è uguale, superiore o non a un altro.

Le scale ordinali supportano tutte le trasformazioni di scala, esclusa la permutazione. Tale trasformazione di scala deve essere tale da non modificare l'ordinamento originario ed è per questo che, per una scala ordinale, la trasformazione ammissibile si può identificare in una qualsiasi funzione monotona crescente. (Franceschini, 2001)

Le principali operazioni statistiche ammissibili, in aggiunta a quelle tipiche della scala nominale, sono la mediana e il percentile.

### **2.3.3. Scala d'intervallo**

Se fino ad ora si sono considerate scale che risultano per lo più essere di carattere qualitativo, con la scala d'intervallo si arriva a una vera e propria scala quantitativa, introducendo le cosiddette scale cardinali (Stevens, 1946). Una scala d'intervallo è caratterizzata dalla fissazione di uno zero arbitrario, questo punto deve essere fissato per convenzione e tutte le misure effettuate rappresentano delle distanze dello stato del sistema da questo arbitrario punto (Stevens, 1946). Un classico esempio di misura su scala d'intervallo è la temperatura: lo zero sulla scala Celsius, per esempio, è stato fissato arbitrariamente allo stato in cui l'acqua passa dallo stato solido a quello liquido. Avere "temperatura zero" non significa, infatti, non avere temperatura e quindi l'assenza della manifestazione empirica che si sta valutando, ma significa trovarsi in corrispondenza di un valore fissato arbitrariamente, che in questo caso corrisponde alla temperatura di fusione dell'acqua (Stevens, 1946).

Le proprietà empiriche supportate dalle scale d'intervallo sono:

- equivalenza
- ordinamento
- distanza tra categorie

Si possono, infatti, combinare le misure su scala d'intervallo secondo le proprietà di addizione tra intervalli. Le trasformazioni di scala ammesse sono di due tipi: quella di similitudine e quella di traslazione. Per trasformazione di traslazione, quella tipica di una scala d'intervallo, si intende una funzione  $f(x): X \rightarrow X$  tale che:

$$x' = ax + b \quad (2.3)$$

Con  $x \in X$  (Stevens, 1946).

In aggiunta alle operazioni statistiche ammesse nelle scale nominali e ordinali, in una scala d'intervallo è possibile effettuare media aritmetica, deviazione standard, varianza, correlazione di Pearson, test del segno, test  $t$ , test  $F$  (Franceschini, 2001).

#### 2.3.4. Scala di rapporto

Le scale di rapporto sono quelle più comuni e sono quelle caratterizzate da uno zero assoluto. Questo valore non è arbitrario come nel caso delle scale d'intervallo, ma è un valore che indica l'assenza di quella particolare manifestazione empirica; dire infatti che un oggetto è lungo 0 cm è privo di significato, a differenza della temperatura di 0 °C che invece identifica uno specifico stato della materia. Una volta costruita questa scala, è possibile applicare delle trasformazioni di scala, moltiplicando un dato valore per una costante (Stevens, 1946).

Le proprietà empiriche di una scala di rapporti sono:

- equivalenza
- ordinamento
- distanza tra categorie
- rapporti tra categorie.

L'unica trasformazione di scala ammessa per una scala di rapporti è la trasformazione di similitudine, definita come una funzione  $f: X \rightarrow X$  tale che:

$$x' = ax \quad (2.4)$$

con  $x \in X$  e  $a > 0$ .

Tutte le operazioni aritmetiche e statistiche sono ammesse con questa tipologia di scala, in aggiunta infatti alle statistiche tipiche della scala d'intervallo si ha la media geometrica, armonica, la variazione percentuale (Franceschini, 2001).

Di seguito si riporta una tabella (Tabella 2.1) che riassume quanto detto per ogni tipologia di scala di misura. Nella seconda colonna vengono riportate le relazioni empiriche supportate da quella particolare tipologia di scala, ricordando che ogni scala aggiunge una proprietà empirica a quella precedente. Nella terza colonna si riportano le trasformazioni di scala ammissibili, ricordando che una scala nominale ammette tutte le trasformazioni di scala, mentre una scala di rapporto ammette solo quella di similitudine; quindi, muovendosi da una scala nominale verso una scala di rapporto, diminuisce il numero di trasformazioni ammesse. Anche la quarta colonna risulta essere cumulativa, poiché ogni scala supporta tutte le elaborazioni statistiche in riga in aggiunta a quelle della riga precedente.

Tipologia di scala	Proprietà empiriche	Trasformazione di scala	di Operazioni statistiche
Nominale	Equivalenza	Permutazione: $x' = f(x)$	Moda, informazione H, test $\chi^2$
Ordinale	Ordinamento	Trasformazione monotona: $x' = f(x)$ con $f(x)$ funzione monotona crescente	Mediana, percentile, coefficiente di Spearman
Intervallo	Distanza tra categorie	Lineare: $x' = ax + b$ con $a > 0$	Media, deviazione standard, varianza, coefficiente di Pearson, test $t$ , test $F$
Rapporto	Rapporto tra categorie	Similitudine: $x' = ax$ con $a > 0$	Media geometrica, armonica, variazione percentuale

Tabella 2.1 Le principali caratteristiche delle scale di misura (Stevens, 1946)

### 3. Un caso di studio sul PC notebook

Si introduce ora il caso di studio utilizzato nell'intero elaborato per mostrare l'applicazione dei vari metodi di gerarchizzazione presentati. In primo luogo, per ogni metodo, si presenta una trattazione teorica e, successivamente, la rispettiva applicazione all'esempio in esame.

A tal fine, è stato preso un caso di studio presente in letteratura, relativo alla casa della qualità di un PC notebook, tratta da un articolo di Chen e Huang (Chen & Huang, 2015).

Chen e Huang (Chen & Huang, 2015), analizzando il caso di un pc notebook, hanno individuato i seguenti requisiti del cliente:

- Comodità (compatto e maneggevole)
- Durata della batteria (lunga durata della batteria)
- Comfort (tastiera e schermo di grandezza ragionevole ed ergonomici)
- Funzionalità (accesso alla rete Wi-Fi e potente espansione delle porte input/output)
- Rapporto qualità-prezzo (continua ricerca di un elevato rapporto tra performance e prezzo)
- Performance (velocità di esecuzione)
- Durata (resistente e con basso tasso di accadimento problemi)
- Popolarità (design accattivante e unico)
- Sicurezza (materiali e processi non devono essere pericolosi per l'utente)
- Immediatezza (possibilità di effettuare subito produzione di massa per un repentino lancio del prodotto sul mercato)

Tali requisiti sono stati raccolti sottoponendo il cliente a specifici questionari. In primo luogo, dopo aver identificato il segmento di mercato d'interesse, il team predisposto al QFD ha raccolto ed elaborato le informazioni fornite dai clienti, individuando i requisiti precedentemente elencati. Si procede, quindi, con la valutazione delle importanze di ciascun *customer requirement*; mediante appositi questionari, infatti, è stato chiesto al consumatore di esprimere un livello di importanza su una scala da 1 a 5 per ogni requisito del cliente. Tali dati sono stati poi rielaborati ottenendo i risultati mostrati in tabella 3.1.

<b>Requisiti del cliente</b>	<b>Livello d'importanza assoluto</b>
<i>Comodità</i>	5
<i>Durata della batteria</i>	5
<i>Comfort</i>	4
<i>Funzionalità</i>	4
<i>Rapporto qualità-prezzo</i>	3
<i>Performance</i>	3
<i>Durata</i>	3
<i>Popolarità</i>	2
<i>Sicurezza</i>	2
<i>Immediatezza</i>	1

*Tabella 3.1 Requisiti del cliente per un PC notebook (Chen & Huang, 2015)*

Per quanto riguarda le caratteristiche tecniche, invece, vengono proposte le seguenti:

- Massa (misurata in kg);
- Performance CPU (velocità di esecuzione delle istruzioni misurata in Hertz);
- Gestione efficiente della batteria o risparmio energetico (tempo totale, misurato in minuti, per cui una batteria completamente carica può sostenere le funzioni del PC, dall'avvio del computer fino al completo esaurimento della carica);
- Integrità strutturale (relativa ai test di affidabilità, condotti sul prodotto, al fine di valutarne la resistenza a eventuali urti e misurata come il tempo medio tra due test di affidabilità non superati);
- Dimensione tastiera e sensibilità dei tasti alla pressione (espressa in centimetri; mentre, per quanto riguarda la sensibilità dei tasti, si deve tener conto che questi, una volta premuti, non entrino in contatto con la tastiera stessa);
- Funzioni del display a cristalli liquidi (valutata come risoluzione dello schermo misurata in pixel);
- Disponibilità dei componenti (tale caratteristica, relativa alla possibilità da parte del consumatore di trovare in commercio e sostituire eventuali pezzi danneggiati, può essere valutata attraverso il numero di fornitori che vendono pezzi di ricambio del PC o che forniscono assistenza su di esso)
- Compatibilità con unità periferiche esterne (può essere facilmente valutata come il numero e la tipologia di porte per unità periferiche esterne installate);
- Capacità della batteria (capacità della batteria espressa in milliampere-ora [mAh]);

- Riciclabilità del materiale (identificata attraverso il tasso di riciclaggio che è definito, per ogni materiale, come il rapporto tra la quantità annuale di rifiuti riciclati e la quantità di rifiuti annualmente generati);
- Interferenza elettromagnetica tra i componenti (si ha quando un campo elettromagnetico interferisce con un altro nelle vicinanze; viene misurata in decibel-microvolt [ $\text{dB}(\mu\text{V})$ ]);
- Facilità di produzione e assemblaggio (valutata in termini di tempi di produzione del PC).

La casa della qualità, in allegato 1, si ottiene indicando il grado di correlazione che vi è tra un requisito del cliente e una determinata caratteristica tecnica. L'intensità di tale relazione è stata espressa su una scala simbolica così definita:

1. “●” indica un grado di correlazione forte
2. “○” indica un grado di correlazione media
3. “△” indica un grado di correlazione debole

Lo studio presentato da Chen e Huang focalizza l'attenzione sul problema dell'interferenza elettromagnetica che, non a caso, risulta essere una caratteristica tecnica molto importante, essendo correlata con numerosi requisiti del cliente. L'obiettivo dei due studiosi è quello di mostrare come una mancata considerazione del problema dell'interferenza elettromagnetica nelle fasi primarie di progettazione possa generare effetti negativi sui tempi e i costi di sviluppo del prodotto. Eventuali problemi di interferenza possono compromettere il funzionamento del dispositivo, influenzandone, così, l'esito delle fasi di validazione. L'introduzione tra le caratteristiche tecniche nel QFD di tale problema ha effetti positivi sia sulle performance del prodotto sia su tempi e costi di sviluppo. (Chen & Huang, 2015).

## 4. La conversione di simboli i numeri: metodi che operano su scale cardinali

In questo capitolo si introducono alcuni metodi per la gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche nella casa della qualità, caratterizzati da due tipologie di input:

- Matrice delle relazioni ottenuta codificando su una scala 1-3-9 i vari livelli di correlazione tra requisiti del cliente e caratteristiche tecniche (correlazione forte=9, correlazione media=3, correlazione debole=1);
- Importanza dei *customer requirement* espressa su scala cardinale. Al cliente viene chiesto di esprimersi, per ogni *CR*, su una scala da 1 a 5, attribuendo così a ogni requisito un'importanza assoluta numerica (Franceschini, et al., 2015).

Questi metodi presentano due criticità fondamentali: la prima è costituita dal fatto che si introducono delle distanze tra i simboli della matrice delle relazioni, promuovendo quindi una scala ordinale a una scala d'intervallo. Se una scala ordinale si limita a fornire informazioni in merito all'ordinamento tra un set di alternative, una scala cardinale attribuisce a ciascuna alternativa un punteggio, introducendo distanze numeriche tra le alternative (Franceschini & Rossetto, 1995). Di conseguenza, l'utilizzo di una scala diversa nella codifica dei simboli della casa della qualità, può portare a cambiamenti nell'ordinamento delle caratteristiche tecniche, poiché il loro livello d'importanza è fortemente correlato col valore numerico assoluto, assegnato ai gradi di correlazione ordinali. La seconda criticità è connessa alla valutazione delle importanze dei *CRs* su scala numerica. Al consumatore viene richiesto di tradurre le proprie soggettive percezioni in valori numerici, esprimendosi su scale con cui non ha familiarità. Per questo motivo, le informazioni così raccolte possono risultare inattendibili e generare errori e distorsioni nella valutazione delle importanze delle caratteristiche tecniche. (Franceschini & Rupil, 1999)

### 4.1. L'approccio tradizionale: Independent Scoring Method

L'approccio tradizionale, *Independent Scoring Method (ISM)*, alla gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche nel *Quality Function Deployment* fu presentato da *Y. Akao* (Akao, 1988).

Il metodo è caratterizzato da due fasi principali, la prima consiste nella codifica dei simboli della casa della qualità in numeri utilizzando scale del tipo 1-3-9, 1-5-9, 1-3-5; mentre la seconda consiste nel calcolo dei pesi associati a ogni caratteristica tecnica (Franceschini, 2002).

Sia  $\mathbf{d} = [d_1, \dots, d_i, \dots, d_m]$ , con  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^m$ , il vettore contenente i pesi associati a ciascuno degli  $m$  *customer requirement* (CRs) espressi in termini assoluti, il peso di ciascuna caratteristica tecnica si può calcolare nel seguente modo:

$$w_j = \sum_{i=1}^m d_i r_{i,j} \quad (4.1)$$

Con  $r_{ij} \in \mathbb{R}$ .

Per ogni caratteristica tecnica si ottiene pertanto un peso assoluto, che può essere calcolato in termini relativi tenendo conto della totalità dei pesi delle ECs. In formula si ha:

$$w_j^* = \frac{w_j}{\sum_{j=1}^n w_j} \quad (4.2)$$

Questo valore relativo può essere così utilizzato per ottenere una gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche e, quindi, rappresenta indirettamente il livello di attenzione che il progettista dovrà dare a ciascuna caratteristica (Franceschini, 2002).

Independent Scoring Method (ISM) è il metodo classico e più semplice per il calcolo dei pesi associati alle caratteristiche tecniche, essendo anche particolarmente immediato e intuitivo; d'altra parte, però, presenta anche diverse criticità. Come si è già visto, ISM effettua una codifica arbitraria di simboli in numeri. Si passa infatti, da una scala ordinale, che gode quindi soltanto di proprietà di equivalenza e di ordinamento, a una scala d'intervallo, poiché vengono introdotte delle distanze tra i simboli (Franceschini & Rossetto, 1995). La matrice delle relazioni si limita a evidenziare tra quali CRs e ECs vi è una correlazione, e, qualora ci fosse, qual è il livello d'intensità di tale correlazione. Nel momento in cui si convertono i simboli in numeri, per poi effettuare delle somme e delle moltiplicazioni, si effettuano operazioni illecite per una scala ordinale.

Infine, una diversa codifica dei simboli, per esempio con scale 1-3-5 o 1-5-9, può portare a risultati diversi, seppur la matrice delle relazioni di partenza sia esattamente la stessa (Franceschini & Rossetto, 1995). Si procede ora all'applicazione di ISM al caso di studio sul PC notebook. Nel caso in esame si è adottata la seguente codifica numerica:

1. “●” = 9
2. “○” = 3
3. “△” = 1

Anche i pesi dei requisiti del cliente vengono utilizzati come input numerico in termini di importanza assoluta, come mostrato in tabella 3.1.

I valori dei pesi di ogni caratteristica tecnica in termini assoluti si calcolano utilizzando la (4.1), da questi si ottengono immediatamente i valori relativi dividendo il peso assoluto di ogni caratteristica tecnica per la somma totale dei pesi. Si riportano in tabella 4.1 i valori della casa della qualità per effettuare il calcolo del peso della caratteristica tecnica “Massa”.

	CR1	CR2	CR3	CR4	CR5	CR6	CR7	CR8	CR9	CR10
$d_i$	5	5	4	4	3	3	3	2	2	1
$r_{i1}$	9		1							

Tabella 4.1 Requisito del cliente "massa"

Applicando la (4.1) si ha  $w_{massa} = 5 \times 9 + 4 \times 1 = 49$ . Si procede allo stesso modo per tutte le caratteristiche tecniche; una volta ottenuti tutti i valori assoluti si calcolano i valori relativi utilizzando la (4.2). In Tabella 4.2 sono mostrati i valori di importanza assoluta e relativa per ogni caratteristica tecnica.

	$w_j$	$w_j^*$
EC1	49	6,84%
EC2	66	9,22%
EC3	48	6,70%
EC4	27	3,77%
EC5	85	11,87%
EC6	96	13,41%
EC7	63	8,80%
EC8	12	1,68%
EC9	57	7,96%
EC10	33	4,61%
EC11	162	22,63%
EC12	18	2,51%

Tabella 4.2 Importanze tecniche valutate con ISM (scala 1-3-9)

L'ordinamento derivante dall'applicazione di ISM risulta pertanto essere il seguente:

$$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_7 > EC_9 > EC_1 > EC_3 > EC_{10} > EC_4 > EC_{12} > EC_8 \quad (4.3)$$

Si procede ora ad effettuare un cambiamento di scala per testare la sensibilità del metodo ai valori numerici attribuiti ai simboli. Un metodo ottimale non dovrebbe generare dei cambiamenti di ordinamento al variare della scala utilizzata. Si impone a tal fine la seguente codifica:

1. “●” = 5
2. “○” = 3
3. “Δ” = 1

Procedendo analogamente a quanto esposto poc’anzi, si ottengono in seguenti pesi assoluti e relativi delle caratteristiche tecniche (Tabella 4.3)

	$w_j$	$w_j^*$
<b>EC1</b>	29	6,65%
<b>EC2</b>	38	8,72%
<b>EC3</b>	28	6,42%
<b>EC4</b>	15	3,44%
<b>EC5</b>	49	11,24%
<b>EC6</b>	60	13,76%
<b>EC7</b>	35	8,03%
<b>EC8</b>	12	2,75%
<b>EC9</b>	37	8,49%
<b>EC10</b>	25	5,73%
<b>EC11</b>	94	21,56%
<b>EC12</b>	14	3,21%

Tabella 4.3 Importanze tecniche valutate con ISM (scala 1-3-5)

L’ordinamento ottenuto con la codifica dei simboli espressi su scala diversa (1-3-5) è il seguente:

$$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_9 > EC_7 > EC_1 > EC_3 > EC_{10} > EC_4 > EC_{12} > EC_8 \quad (4.4)$$

Come si può notare, in questo caso non ci sono grandi cambiamenti nell’ordinamento delle caratteristiche tecniche, ma è comunque possibile notare un’inversione tra le caratteristiche  $EC_7$  ed  $EC_9$ . Con una codifica 1-3-9 si ha che  $EC_7 > EC_9$ , mentre con una codifica 1-3-5 si ottiene  $EC_9 > EC_7$ . Questa inversione di ordinamento rappresenta una delle principali criticità del metodo ISM. L’attribuzione, infatti, di numeri ai simboli della casa della qualità introduce delle distanze numeriche tra gli elementi che esprimono il grado di relazione (Franceschini & Rossetto, 1995). La codifica simbolica permette di non quantificare l’intensità della correlazione se non in maniera linguistica, scegliendo tra una correlazione “forte”, “media” e “debole”. I valori della matrice delle relazioni sono quindi espressi su scala ordinale la quale, come già mostrato nel capitolo 2, gode solo di due

proprietà empiriche: equivalenza e ordinamento (Stevens, 1946). L'introduzione di una distanza numerica tra i simboli promuove una scala ordinale a una ad intervallo, essendo la distanza una proprietà empirica di quest'ultima. Questo comporta possibili fenomeni di inversione dell'ordinamento, qualora si utilizzi un'altra scala numerica. Nel caso in esame si ha:

- (scala 1-3-9)  $w_7 = 4 \times 9 + 2 \times 9 + 1 \times 9 = 63$  e  $w_9 = 5 \times 9 + 3 \times 4 = 57$ ;
- (scala 1-3-5)  $w'_7 = 4 \times 5 + 2 \times 5 + 1 \times 5 = 35$  e  $w'_9 = 5 \times 5 + 3 \times 4 = 37$ .

Si noti come nel calcolo di  $w_9$  il termine relativo al grado di correlazione medio incida per il 21%, mentre nel calcolo di  $w'_9$  per il 32,4%, determinando un notevole incremento d'importanza che comporta il superamento di  $EC_7$ . Tale fenomeno è dovuto alla diversa scala utilizzata: in una scala 1-3-9 si ha una distanza tra un livello medio e forte pari a 6 punti, mentre in una scala 1-3-5 tale distanza è pari a 2; pertanto, un valore pari a  $r_{ij} = 3$  risulta essere molto più influente in rapporto a un valore massimo di scala pari a 5, rispetto a un valore massimo di scala pari a 9.

#### 4.1.1. La normalizzazione di Lyman

Una delle criticità principali del metodo proposto da Akao (Akao, 1988) fu scoperta da Lyman (Lyman, 1990), il quale si accorse che in alcuni casi è possibile ottenere ordinamenti che non rispettano le intenzioni e i requisiti del cliente.

Lyman (Lyman, 1990) propose un metodo che riduceva tali problemi di distorsione, attraverso una normalizzazione dei coefficienti della matrice delle relazioni. I nuovi coefficienti della matrice delle relazioni si ottengono dividendo ogni elemento  $r_{i,j}$  per la somma dei valori in linea:

$$\tilde{r}_{i,j} = \frac{r_{i,j}}{\sum_{j=1}^n r_{i,j}} \quad (4.5)$$

In questo modo la matrice risultante è tale che la somma di ogni riga della matrice è uguale a 1 e che i pesi calcolati con ISM riflettano i pesi associati ai requisiti del cliente. Si riporta l'esempio, volutamente esagerato (Tabelle 4.4 e 4.5), proposto da Lyman (Lyman, 1990), per comprendere sia il problema riscontrato con ISM, sia la conseguente soluzione attraverso la normalizzazione dei coefficienti.

Customer needs	Degree of importance	S1									S2	
		1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.1	2.2
R1	10%	•	•	•	•	•	•	•	•	•		
R2	90%										•	•
		90	90	90	90	90	90	90	90	90	810	810
	Absolute importance	810									1620	
	Relative importance	33,3%									66,6%	

Tabella 4.4 Calcolo importanze con ISM, scala 1-3-9 (Lyman, 1990)

Customer needs	Degree of importance	S1									S2	
		1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.1	2.2
R1	10%	•	•	•	•	•	•	•	•	•		
R2	90%										•	•
		1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	45	45
	Absolute importance	10									90	
	Relative importance	10%									90%	

Tabella 4.5 Calcolo importanze con normalizzazione di Lyman (Lyman, 1990)

Nella casa della qualità, in Tabella 4.4 e 4.5, sono riportati due requisiti del cliente correlati con 11 caratteristiche tecniche. In realtà, le caratteristiche tecniche sono due: *S1* e *S2*, a loro volta suddivise in 9 e 2 sotto-caratteristiche rispettivamente. Il vettore dei pesi assegnati ai requisiti del cliente presenta un livello d'importanza relativa di *R1* pari al 10% e di *R2* pari al 90%.

Si applichi ora il metodo tradizionale, *Independent Scoring Method*, per calcolare il peso delle caratteristiche tecniche *S1* e *S2*.

$$w_{S1} = \sum_{i=1}^2 d_i r_{i,j} = 10 \times (9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9) = 810 \quad (4.6)$$

$$w_{S2} = \sum_{i=1}^2 d_i r_{i,j} = 90 \times (9 + 9) = 1620 \quad (4.7)$$

I rispettivi pesi relativi risulteranno pertanto pari a  $w_{S1} = \frac{810}{810+1620} = 33.33\%$  e

$w_{S2} = \frac{1620}{810+1620} = 66.67\%$ . Dato che i pesi dei requisiti del cliente sono pari al 10% e al 90% ci si aspettava una simile proporzione anche per quanto riguarda il peso delle caratteristiche tecniche, dal momento che *S1* è in relazione solamente con *R1* e *S2* solamente con *R2* (Franceschini, 2002). L'importanza di ogni requisito del cliente, valutata come somma dei contributi apportati dalle

caratteristiche tecniche, può risultare distorta dopo l'applicazione di ISM (Chen & Chen, 2014). Introducendo la normalizzazione di Lyman, e quindi facendo sì che la somma di ogni riga della matrice delle relazioni sia pari a 1, tale effetto viene limitato. In termini matematici, ciò corrisponde alle seguenti condizioni:  $\sum_{j=1}^n d_1 r_{i,j} = d_1 \rightarrow d_1 \sum_{j=1}^n r_{i,j} = d_1 \leftrightarrow \sum_{j=1}^n r_{i,j} = 1$ .

Nella parte inferiore della Tabella 4.5 sono riportati i calcoli effettuati attraverso la normalizzazione di Lyman. I valori degli elementi della matrice delle relazioni, normalizzati con la (4.5), sono:

$$\tilde{r}_{1,j} = \frac{r_{1,j}}{\sum_{j=1}^n r_{1,j}} = \frac{9}{81} = 0,1111 \quad (4.8)$$

$$\tilde{r}_{2,j} = \frac{r_{2,j}}{\sum_{j=1}^n r_{2,j}} = \frac{9}{18} = 0,5 \quad (4.9)$$

Infine, si effettua il calcolo delle importanze associate a ogni caratteristica tecnica come segue:

$$w_{S1} = \sum_{i=1}^2 d_i r_{i,j} = 9 \times 10 \times (0,1111) = 10 \quad (4.10)$$

$$w_{S2} = \sum_{i=1}^2 d_i r_{i,j} = 90 \times (0,5 + 0,5) = 90 \quad (4.11)$$

Si noti che, introducendo la normalizzazione di Lyman, viene meno la distorsione dei pesi dei requisiti del cliente e si mantiene, anche per le caratteristiche tecniche, lo stesso rapporto (1:9) che si ha tra le importanze dei requisiti del cliente (Franceschini, 2002).

Si procede ora ad applicare ai valori della matrice delle relazioni la normalizzazione proposta da Lyman, dividendo ciascuno di questi valori per la somma di tutti i valori in riga. In altre parole, si fa in modo che la somma di tutti i valori in riga, per ogni requisito del cliente, risulti pari a 1,  $r_{ij}^* = \frac{r_{ij}}{\sum_{j=1}^n r_{ij}}$ , dove i valori di  $r_{ij}$  sono espressi in scala 1-3-9.

I risultati ottenuti nel caso del PC notebook sono mostrati in Tabella 4.6.

	$w_j$	$w_j^*$
<b>EC1</b>	1,80	5,64%
<b>EC2</b>	2,83	8,85%
<b>EC3</b>	2,42	7,55%
<b>EC4</b>	1,50	4,69%
<b>EC5</b>	3,03	9,46%
<b>EC6</b>	3,62	11,32%
<b>EC7</b>	2,34	7,31%
<b>EC8</b>	0,35	1,10%
<b>EC9</b>	2,50	7,80%
<b>EC10</b>	2,74	8,57%
<b>EC11</b>	8,04	25,11%
<b>EC12</b>	0,83	2,60%

Tabella 4.6 Importanze delle caratteristiche tecniche calcolate con la normalizzazione di Lyman (scala 1-3-9)

L'ordinamento che ne consegue è:

$$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_{10} > EC_9 > EC_3 > EC_7 > EC_1 > EC_4 > EC_{12} > EC_8 \quad (4.12)$$

Come si può notare la caratteristica  $EC_{10}$  ha ottenuto un punteggio molto più alto rispetto ai casi precedenti. Mentre con scala 1-3-9 e 1-3-5 si collocava quartultima nel ranking totale, dopo aver applicato la normalizzazione di Lyman si colloca al quinto posto. Questo fenomeno distorsivo è generato principalmente dal fatto che il requisito del cliente "Popolarità" ( $d_8 = 2$ ) risulta correlato solo con la caratteristica tecnica  $EC_{10}$ . Pertanto, il valore normalizzato corrispondente è pari all'unità,  $r_{8,10}^* = 1$ . Si può notare che un valore di  $r_{ij} = 9$ , per un requisito del cliente correlato con molte altre caratteristiche tecniche, contribuisce in maniera minore al calcolo del peso di una data caratteristica tecnica, rispetto a un identico valore di  $r_{ij} = 9$  relativo a un requisito del cliente correlato, invece, con quella sola caratteristica tecnica. Questo genera uno sbilanciamento verso la caratteristica tecnica che presenta il valore unitario, a prescindere dal peso associato a ogni requisito del cliente.

La normalizzazione di Lyman presenta, quindi, la grossa criticità di essere molto sensibile alla somma di  $r_{ij}$  per ogni requisito del cliente  $CR_i$ . Si consideri di nuovo il termine  $r_{8,10} = 9$ , e lo si modifichi sostituendolo con un grado di correlazione debole  $r_{8,10}' = 1$ . La caratteristica tecnica  $EC_{10}$  viene quindi identificata dal nuovo vettore  $EC'_{10} = [0; 0; 1; 0; 0; 0; 3; 1; 1; 0]$ , e, applicando ISM, il valore dell'importanza tecnica è  $w'_{10} = 1 \times 4 + 3 \times 3 + 1 \times 2 + 1 \times 2 = 17$ . In tal caso  $w'_{10}$ , grazie all'indipendenza tra le alternative di cui gode ISM, è l'unico parametro che cambia in termini assoluti. Da questo si ottengono immediatamente i nuovi valori d'importanze relative:  $w_1^* = 7\%$ ,  $w_2^* = 9,43\%$ ,  $w_3^* = 6,86\%$ ,  $w_4^* = 3,86\%$ ,  $w_5^* = 12,14\%$ ,  $w_6^* = 13,71\%$ ,  $w_7^* = 9\%$ ,  $w_8^* = 1,71\%$ ,  $w_9^* = 8,14\%$ ,  $w_{10}^* = 2,43\%$ ,  $w_{11}^* = 23,14\%$  e  $w_{12}^* = 2,57\%$ . Con questa modifica  $EC_{10}$  perde altre

due posizioni rispetto al calcolo effettuato con ISM nel caso originario, collocandosi in penultima posizione. Se si applica la normalizzazione di Lyman al caso modificato, l'ordinamento finale risulta essere totalmente insensibile alla variazione introdotta. Il valore normalizzato  $r_{8,10}'^* = \frac{r_{8,10}'}{\sum_{j=1}^n r_{ij}} = 1$  qualunque sia il valore di  $r_{8,10}'$ , poiché, in tutti i casi, risulta uguale alla somma dei valori in riga, essendo  $EC_{10}$  l'unica caratteristica ad essere correlata con  $CR_8$ . Pertanto, se da un lato con ISM  $EC'_{10}$  si colloca in penultima posizione, applicando la metodologia di Lyman rimane fissa in quinta posizione,  $\forall r_{8,10}' \in \mathbb{R}$ . Questo effetto genera risultati paradossali, poiché  $EC'_{10}$ , che presenta deboli e medie correlazioni con requisiti del cliente poco rilevanti, risulta essere più importante di  $EC_1$ , per esempio, che, a parità di grado di correlazione con  $CR_3$ , presenta correlazione forte con il requisito del cliente principale.

Basterebbe introdurre un grado di correlazione di un'altra caratteristica tecnica con  $CR_8$  per ridimensionare questo effetto. Si modifichi, a tal proposito, il caso originale, lasciando invariata  $EC_{10}$  e introducendo  $r_{8,11} = 9$ . In questo caso si ha  $r_{8,10}^* = 0,5$  così come  $r_{8,11}^* = 0,5$  e di conseguenza le due nuove importanze sono  $w_{10}'^* = 5,45\%$  e  $w_{11}'^* = 28,24\%$ , riducendo quindi l'importanza di  $EC_{10}$ . Il nuovo ordinamento è  $EC'_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_9 > EC_3 > EC_7 > EC_1 > EC_{10} > EC_4 > EC_{12} > EC_8$ , in cui si può notare che  $EC_{10}$  torna nella posizione che aveva negli ordinamenti calcolati con ISM. Ogniqualvolta si applica la normalizzazione di Lyman ad una casa della qualità dove un requisito del cliente è correlato con una sola caratteristica tecnica, si genera un forte sbilanciamento delle importanze verso tale caratteristica tecnica.

Si è visto, infatti, che un identico valore di  $r_{ij}$  può contribuire diversamente al calcolo del peso di ogni caratteristica tecnica dopo essere stato normalizzato. La dipendenza di ogni  $r_{ij}$  da  $\sum_{j=1}^n r_{ij}$  determina inevitabilmente una forte sensibilità dell'ordinamento al set di caratteristiche considerato.

#### 4.1.2. La normalizzazione di Wassermann

Con l'introduzione della normalizzazione di Lyman, si riescono a superare, in parte, alcune criticità caratteristiche del metodo proposto da Akao (Akao, 1988).

La normalizzazione di Lyman, però, non tiene conto degli eventuali gradi di correlazione tra caratteristiche tecniche ( $ECs$ ), mostrati nel tetto della casa della qualità. Il tetto indica quali tra queste caratteristiche presentano una correlazione e in che misura; in questo modo si può immediatamente capire che, qualora si decidesse di intervenire su una data caratteristica, questo comporterebbe dei cambiamenti anche nella caratteristica tecnica correlata.

Per tener conto di tali correlazioni, Wassermann (Wasserman, 1993) ha introdotto un nuovo metodo di normalizzazione dei valori della matrice di relazione  $R$ .

Si assuma l'ipotesi di assenza di correlazione tra i requisiti del cliente. Lo spazio dei  $CRs$  è generato dai vettori unitari  $\{u_i\}, i \in [1; 2; \dots; m]$ , i quali ne costituiscono una base ortonormale, essendo ortogonali tra di loro per l'ipotesi di non correlazione (Franceschini, 2002; Chen & Chen, 2014).

Il vettore delle importanze relative di ogni requisito è:

$$d = d_1u_1 + d_2u_2 + \dots + d_mu_m \quad (4.13)$$

Invece, lo spazio vettoriale delle caratteristiche tecniche ( $ECs$ ) è generato da vettori unitari  $v_j$ , che non sono necessariamente ortogonali, dal momento che, per ipotesi, si introduce l'eventuale presenza di correlazione (Franceschini, 2002).

A questo punto è possibile definire il grado di correlazione,  $\gamma_{kj}$ , tra due caratteristiche tecniche,  $EC_k$  ed  $EC_j$ , come il prodotto scalare tra i due versori  $v_k$  e  $v_j$ :

$$\gamma_{kj} = v_k \cdot v_j = \cos(v_k, v_j) \quad (4.14)$$

con  $\gamma_{kj} = \gamma_{jk}$  e  $-1 \leq \gamma_{kj} \leq 1$ .

Valutando i gradi di correlazione per ogni coppia di alternative, si ottiene una matrice  $C_{n \times n}$  con le seguenti caratteristiche:

- Simmetrica
- Diagonale principale unitaria, poiché  $v_j \cdot v_j = 1$
- $-1 \leq \gamma_{kj} \leq 1$ .

La formulazione generica della normalizzazione di Lyman in termini vettoriali è:

$$(r_{i,1}^{norm}v_1 + r_{i,2}^{norm}v_2 + \dots + r_{i,n}^{norm}v_n) \cdot (v_1 + v_2 + \dots + v_n) = 1 \quad (4.15)$$

con  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Sapendo che

$$\left\{ \sum_{k=1}^n v_k \right\} \cdot \left\{ \sum_{j=1}^n v_j \right\} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{kj} \quad (4.16)$$

si giunge immediatamente alla formula di normalizzazione proposta da Wasserman (Wasserman, 1993):

$$r_{i,j}^{norm} = \frac{\sum_{k=1}^n r_{i,k} \gamma_{kj}}{\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n r_{i,k} \gamma_{kj}} \quad (4.17)$$

Si noti, inoltre, che la normalizzazione di Lyman è una forma particolare della (4.17), con  $\gamma_{kj} = 1$  se  $k = j$  e  $\gamma_{kj} = 0$  se  $k \neq j$ , ossia quando le caratteristiche tecniche sono indipendenti tra di loro (Franceschini, 2002). Chen e Chen (Chen & Chen, 2014) mostrano, inoltre, la possibilità d'introdurre un coefficiente di correlazione  $\beta$  tra i requisiti del cliente, creando una formula di normalizzazione apposita per le importanze dei *CRs*. Generalmente, nelle applicazioni del QFD, si assume assenza di correlazione tra i *customer requirement* (Franceschini, 2002), pertanto si è ritenuto ragionevole trascurare  $\beta$ .

La normalizzazione di Wasserman nasce dall'esigenza di integrare nel calcolo del peso associato a ogni caratteristica tecnica il grado di correlazione tra le caratteristiche tecniche.

Per poter procedere con il calcolo dei pesi per il caso del PC notebook con la metodologia proposta da Wasserman (Wasserman, 1993), è necessario dapprima costruire il tetto della casa della qualità. A tal proposito, si è deciso di modificare il tetto della casa della qualità relativa al caso di studio scelto (Chen & Huang, 2015), in maniera tale da utilizzare la stessa scala simbolica, sia nella matrice delle relazioni che nel tetto della casa della qualità, per esprimere l'intensità delle correlazioni. Infatti, il tetto è stato costruito utilizzando la seguente scala:

1. “●” = correlazione forte
2. “○” = correlazione media
3. “△” = correlazione debole.

Ricordando l'ipotesi per cui i gradi di correlazione sono valori compresi tra -1 e 1, è necessario modificare la codifica di tali simboli limitatamente al tetto della casa della qualità. A tal fine, si introduce la conversione proposta da Franceschini (Franceschini, 2002): correlazione forte (0,9), correlazione media (0,3) e correlazione debole (0,1).

In riferimento alla teoria relativa allo spazio dei vettori che identificano i *CRs* e le *ECs* (Chen & Chen, 2014; Franceschini, 2002; Wasserman, 1993), si è utilizzato un metodo ausiliario alla costruzione del tetto, per valutare le eventuali correlazioni, puramente matematiche, presenti tra le *ECs*.

I passi principali per la costruzione del tetto sono stati i seguenti:

1. Si trasforma la matrice delle relazioni in una matrice binaria. Ad ogni elemento  $r_{ij}$  si associa il valore “1” qualora esista una relazione tra l’*i-esimo* requisito del cliente e la *j-esima* caratteristica tecnica, “0” altrimenti.
2. Ogni caratteristica tecnica può essere identificata da un vettore  $v_j = [r_{1j}, \dots, r_{ij}, \dots, r_{mj}]$ . Si sono normalizzati tutti i 12 vettori delle caratteristiche tecniche, dividendo ciascun elemento di  $r_{ij}$  della matrice binaria definita al passo 1, per il rispettivo modulo  $|v_j|$ . Ricordando che

$$|v_j| = \sqrt{r_{1j}^2 + \dots + r_{ij}^2 + \dots + r_{mj}^2}, \text{ si ottiene la matrice normalizzata } N_{10 \times 12} \text{ (Tabella 4.7).}$$

	<i>EC1</i>	<i>EC2</i>	<i>EC3</i>	<i>EC4</i>	<i>EC5</i>	<i>EC6</i>	<i>EC7</i>	<i>EC8</i>	<i>EC9</i>	<i>EC10</i>	<i>EC11</i>	<i>EC12</i>
<i>CR1</i>	0,707	0	0	0	0,577	0,577	0	0	0	0	0	0
<i>CR2</i>	0	0	0,707	0	0	0,577	0	0	0,707	0	0	0
<i>CR3</i>	0,707	0	0	0	0,577	0,577	0	0	0	0,5	0,378	0
<i>CR4</i>	0	0,577	0	0	0,577	0	0,577	1	0,707	0	0,378	0
<i>CR5</i>	0	0,577	0,707	0	0	0	0	0	0	0	0,378	0
<i>CR6</i>	0	0,577	0	0	0	0	0	0	0	0	0,378	0
<i>CR7</i>	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0,5	0,378	0,707
<i>CR8</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0
<i>CR9</i>	0	0	0	0	0	0	0,577	0	0	0,5	0,378	0
<i>CR10</i>	0	0	0	0	0	0	0,577	0	0	0	0,378	0,707

Tabella 4.7 Matrice *N*

3. Si può ora calcolare la matrice  $Q = N^T \times N$ . La matrice  $Q$ , ottenuta moltiplicando la matrice trasposta di  $N$  per se stessa, è una matrice  $12 \times 12$ , simmetrica e con diagonale principale unitaria. Questa matrice, infatti, mostra i coseni, e quindi i coefficienti di correlazione, degli angoli formati tra i vettori che rappresentano le caratteristiche tecniche. Dati due qualsiasi vettori  $v_k$  e  $v_j$ , si ha (Chen & Chen, 2014; Wasserman, 1993):

- $\cos(v_k, v_j) = 0$ , se i due vettori sono perpendicolari tra di loro e quindi indipendenti;
- $\cos(v_k, v_j) = 1$ , se i due vettori si sovrappongono e quindi sono uguali;
- $\cos(v_k, v_j) = \cos(v_j, v_k)$ , il che determina la simmetria della matrice  $Q$ .

Una volta ottenuta la matrice  $Q$  si stabilisce una soglia tale per cui tutti i valori di  $Q(EC_j, EC_k)$  superiori ad essa suggeriscono un'elevata possibilità di correlazione tra la caratteristica  $j$ -esima e  $k$ -esima. Si ricorda che il metodo proposto rimane un metodo di supporto alla costruzione del tetto della casa della qualità, il fatto di superare il valore di soglia  $k$  indica solo una maggiore possibilità di presenza di correlazione tra due alternative. Rimane, però, responsabilità del team che si occupa di costruire il QFD, decidere se realmente esiste una correlazione tra due date caratteristiche tecniche, oppure se vanno introdotte correlazioni che nella realtà sono ragionevoli, ma che il metodo ha escluso poiché non superavano il valore di soglia. La matrice  $Q$  nel caso del PC notebook è riportata in Tabella 4.8, dove i valori che superano la soglia  $k$  sono evidenziati in verde.

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
EC1	1	0	0	0	0,816	0,816	0	0	0	0,354	0,267	0
EC2	0	1	0,408	0	0,333	0	0,333	0,577	0,408	0	0,655	0
EC3	0	0,408	1	0	0	0,408	0	0	0,5	0	0,267	0
EC4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0,5	0,378	0,707
EC5	0,816	0,333	0	0	1	0,667	0,333	0,577	0,408	0,289	0,436	0
EC6	0,816	0	0,408	0	0,667	1	0	0	0,408	0,289	0,218	0
EC7	0	0,333	0	0	0,333	0	1	0,577	0,408	0,289	0,655	0,408
EC8	0	0,577	0	0	0,577	0	0,577	1	0,707	0	0,378	0
EC9	0	0,408	0,5	0	0,408	0,408	0,408	0,707	1	0	0,267	0
EC10	0,354	0	0	0,5	0,289	0,289	0,289	0	0	1	0,567	0,354
EC11	0,267	0,655	0,267	0,378	0,436	0,218	0,655	0,378	0,267	0,567	1	0,535
EC12	0	0	0	0,707	0	0	0,408	0	0	0,354	0,535	1

Tabella 4.8 Matrice  $Q$

4. A questo punto è possibile costruire il tetto della casa della qualità. Le correlazioni individuate nel tetto della casa della qualità non rispettano esattamente i risultati ottenuti con il calcolo della matrice  $Q$ ; in alcuni casi, infatti, si è ritenuto ragionevole eliminare alcune correlazioni mostrate in  $Q$ , mentre in altri, si è deciso di aggiungerne. Per ogni caratteristica tecnica si hanno le seguenti correlazioni:

- a) La caratteristica tecnica massa è correlata in maniera forte sia con l'integrità strutturale che con la riciclabilità del materiale. All'aumentare della massa, infatti, il prodotto risulta essere più robusto, mentre materiali diversi, con classi di riciclabilità diverse, comportano anche pesi differenti. Anche la scelta di un'adeguata tastiera influisce sulla massa in maniera, però, più lieve rispetto alle caratteristiche precedenti.

L'interferenza elettromagnetica tra i componenti può essere ridotta incrementando la quantità di materiale utilizzato per isolare ogni singola parte, quindi anche questa risulta correlata con la massa. Infine, la presenza di particolari caratteristiche grafiche (“funzioni del display a cristalli liquidi”) può influire sulla composizione hardware del sistema, e quindi sulla massa, seppur debolmente.

- b) La caratteristica “performance CPU” incide sul “power management” e quindi sul risparmio energetico, poiché un aumento della performance comporta maggiore consumo di energia; sulla capacità della batteria, in quanto al variare della performance della CPU varia anche la quantità di carica della batteria utilizzata, e sull'interferenza elettromagnetica tra i componenti.
- c) La gestione del consumo energetico è influenzata dall'interferenza elettromagnetica tra i componenti, che possono determinare variazioni nel consumo d'energia ed è ovviamente fortemente correlata con la capacità della batteria.
- d) L'integrità strutturale risulta fortemente correlata con la scelta dei materiali, ciascuno dei quali presenta una determinata riciclabilità.
- e) Si è deciso di eliminare le correlazioni mostrate dalla matrice  $Q$  tra la dimensione della tastiera e le funzioni del display a cristalli liquidi e quella tra la compatibilità con le periferiche esterne e la capacità della batteria, poiché non sono state ritenute essere effettivamente connesse.
- f) Le funzioni del display a cristalli liquidi influenzano la gestione del risparmio energetico, infatti, display con ottime caratteristiche grafiche tendono a consumare maggiore energia;
- g) La disponibilità di componenti dipende sia dall'interferenza elettromagnetica tra questi, in quanto la scelta di un elemento, piuttosto che un altro, dipende anche da quanto questo contribuisce a creare interferenza elettromagnetica, che dalla facilità di produzione e assemblaggio.
- h) La scelta del materiale, e quindi della sua riciclabilità, è correlata con l'interferenza elettromagnetica tra i componenti.

Le correlazioni sono state quindi rappresentate su una scala ordinale a tre livelli {●>○>Δ}; tali simboli sono stati poi convertiti in numeri per effettuare la normalizzazione di Wasserman (“●”=0.9; “○”=0.3; “Δ”=0.1), ottenendo la matrice in Tabella 4.9.

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
EC1	1	0	0	0,9	0,3	0,1	0	0	0	0,9	0,3	0
EC2	0	1	0,9	0	0	0	0	0	0,9	0	0,3	0
EC3	0	0,9	1	0	0	0,3	0	0	0,9	0	0,3	0
EC4	0,9	0	0	1	0	0	0	0	0	0,9	0	0
EC5	0,3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
EC6	0,1	0	0,3	0	0	1	0	0	0	0	0	0
EC7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0,1	0,9
EC8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
EC9	0	0,9	0,9	0	0	0	0	0	1	0	0	0
EC10	0,9	0	0	0,9	0	0	0	0	0	1	0,1	0
EC11	0,3	0,3	0,3	0	0	0	0,1	0	0	0,1	1	0
EC12	0	0	0	0	0	0	0,9	0	0	0	0	1

Tabella 4.9 Tetto della casa della qualità in forma matriciale

Una volta costruito il tetto è possibile applicare la metodologia proposta da Wasserman in cui ogni  $r_{ij}$  viene normalizzato, introducendo i valori della matrice delle correlazioni, mediante la formula

$$r_{i,j}^{norm} = \frac{\sum_{k=1}^n r_{i,k} \gamma_{kj}}{\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n r_{i,k} \gamma_{kj}}. \text{ Si ottengono, quindi, i risultati mostrati in Tabella 4.10.}$$

	$w_i$	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0,1563	0,226	0	0,0484	0,1452	0,2097	0,1774	0	0	0	0,1452	0,0484	0
CR2	0,1563	0,005	0,2700	0,3000	0	0	0,0950	0	0	0,2850	0	0,0450	0
CR3	0,1250	0,165	0,0544	0,1089	0,0363	0,1875	0,1835	0,0181	0	0	0,0565	0,1895	0
CR4	0,1250	0,039	0,1858	0,1742	0	0,0129	0	0,1277	0,0387	0,1432	0,0116	0,1626	0,1045
CR5	0,0938	0,106	0,1811	0,1811	0	0	0,0118	0,0354	0	0,0709	0,0354	0,3780	0
CR6	0,0938	0,058	0,2500	0,2308	0	0	0	0,0192	0	0,1731	0,0192	0,2500	0
CR7	0,0938	0,255	0,0196	0,0196	0,2549	0	0	0,0654	0	0	0,2484	0,0719	0,0654
CR8	0,0625	0,310	0	0	0,3103	0	0	0	0	0	0,3448	0,0345	0
CR9	0,0625	0,090	0,0678	0,0678	0,0226	0	0	0,2487	0	0	0,0477	0,2513	0,2035
CR10	0,0313	0,050	0,0500	0,0500	0	0	0	0,3333	0	0	0,0167	0,1833	0,3167
$w_j$		12,75%	12,03%	13,61%	7,19%	5,78%	6,66%	5,55%	0,48%	8,53%	8,47%	14,78%	4,18%

Tabella 4.10 Calcolo importanze tecniche con metodo di Wasserman

Si noti come l'ordinamento delle caratteristiche tecniche, dopo aver applicato la normalizzazione di Wasserman, sia cambiato rispetto all'applicazione del metodo tradizionale (Akao, 1988).

L'ordinamento in questo caso è:

$$EC_{11} > EC_3 > EC_1 > EC_2 > EC_9 > EC_{10} > EC_4 > EC_6 > EC_5 > EC_7 > EC_{12} > EC_8 \quad (4.18)$$

Uno dei primi aspetti su cui soffermarsi, in merito all'ordinamento fornito dal metodo di Wasserman, si ha in corrispondenza delle situazioni in cui  $r_{ij} = "null"$ , ossia quando non vi è alcun tipo di relazione tra un dato requisito del cliente e una data caratteristica tecnica. Se, nella costruzione della

matrice delle relazioni, si è ritenuto opportuno non correlare un certo requisito con una certa caratteristica tecnica, non è detto che l'assenza di correlazione si mantenga anche dopo aver effettuato la normalizzazione (Chen & Chen, 2014). Si consideri, per esempio, la caratteristica tecnica  $EC_3$  che, rispetto agli altri metodi, si colloca in seconda posizione. Questa, dalla casa della qualità, risulta correlata solo con  $CR_2$  e  $CR_5$  e quindi al calcolo della sua importanza relativa con ISM contribuiscono solo  $r_{23}$  e  $r_{53}$ , mentre con la normalizzazione di Wasserman assumono valori positivi anche  $r_{13}, r_{23}, r_{33}, r_{43}, r_{53}, r_{63}, r_{73}, r_{93}$  e  $r_{10,3}$ . L'importanza di una caratteristica tecnica, dopo aver applicato la normalizzazione di Wasserman, viene calcolata considerando anche contributi provenienti da valori che originariamente, nella matrice delle relazioni, sono "null", cioè assenti ( $r_{ij} = "null"$ ). Il peso di ogni caratteristica tecnica, infatti, tiene conto non solo delle proprie correlazioni con i requisiti del cliente, ma anche delle eventuali correlazioni di altre caratteristiche con un dato requisito del cliente. Si consideri, per esempio, il calcolo di  $r_{63}^{norm} = 0,2308$  a cui corrisponde un valore nullo nella casa della qualità ( $r_{63} = null = 0$ ). Applicando la normalizzazione si ha:

$$r_{63}^{norm} = \frac{r_{61}\gamma_{13} + r_{62}\gamma_{23} + r_{63}\gamma_{33} + r_{64}\gamma_{43} + \dots + r_{6,12}\gamma_{12,3}}{r_{61}(\gamma_{11} + \dots + \gamma_{1,12}) + \dots + r_{63}(\gamma_{31} + \gamma_{32} + \dots + \gamma_{3,12}) + \dots + r_{6,12}(\gamma_{12,1} + \dots + \gamma_{12,12})} \quad (4.19)$$

$$r_{63}^{norm} = \frac{9 \times 0,9 + 9 \times 0,3}{9 \times 3,1 + 9 \times 2,1} = 0,2308 \quad (4.20)$$

Il metodo di Wasserman presuppone che un valore normalizzato della matrice delle relazioni,  $r_{ij}^{norm}$ , risulti influenzato dal grado con cui le altre caratteristiche tecniche  $k$ -esime ( $k \neq j$ ), correlate con la caratteristica  $j$ -esima, soddisfano il requisito del cliente  $i$ -esimo. Se, come nel caso di  $EC_3$ , una caratteristica risulta correlata con altre che, a loro volta soddisfano fortemente un determinato requisito del cliente, il valore normalizzato aumenta sensibilmente. Di conseguenza, l'ordinamento che si ottiene con il metodo di Wasserman è diverso rispetto a quello calcolato con ISM; ciò, come si è visto, è dovuto all'aumento di contributi numerici che concorrono alla definizione dell'importanza di una caratteristica. Tale situazione si può riscontrare, infatti, in  $EC_3$  che, passando da  $w_3 = 6,70\%$  a  $w_{3,Wasserman} = 13,61\%$ , ricopre nell'ordinamento finale la seconda posizione, mentre con ISM risultava essere la ottava caratteristica in termini di importanza. La normalizzazione di Wasserman, quindi, tende a dare maggiore importanza sia alla caratteristica tecnica che più soddisfa i *customer requirement*, sia alle caratteristiche tecniche ad essa più fortemente correlate.

Inoltre, tale metodo risulta essere fortemente influenzato dalla matrice delle correlazioni tra caratteristiche tecniche. Al variare dei valori di  $\gamma_{kj}$ , l'ordinamento finale subisce delle variazioni, quindi il tetto della casa della qualità diventa un elemento cruciale nella generazione del ranking tra le alternative. Come si è visto in precedenza, per valutare l'eventuale presenza di correlazione tra ECs si stabilisce un valore di soglia  $k$ , il cui superamento suggerisce una possibile correlazione tra caratteristiche tecniche. L'aumento di questo parametro influenza inevitabilmente la costruzione del tetto, poiché, sebbene rimanga un metodo di supporto, si è portati comunque a ignorare un numero maggiore di eventuali correlazioni.

Utilizzando un parametro di soglia  $k = 0,75$ , si può notare dalla Tabella 4.8 che gli unici parametri che suggeriscono un'eventuale presenza di correlazione sono  $\gamma_{15} = \gamma_{51} = \gamma_{16} = \gamma_{61} = 0,816$ . Al fine di dimostrare la sensibilità di tale normalizzazione al valore di soglia scelto, si considerano soltanto le correlazioni appena mostrate e si aggiungono quelle ritenute più rilevanti come  $\gamma_{14} = \gamma_{1,10} = \gamma_{23} = \gamma_{29} = \gamma_{39} = \gamma_{4,10} = \gamma_{7,12} = \bullet$ . La nuova matrice delle correlazioni e la conseguente casa della qualità normalizzata sono mostrate in Tabella 4.11 e 4.12.

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
EC1	1	0	0	0,9	0,3	0,1	0	0	0	0,9	0	0
EC2	0	1	0,9	0	0	0	0	0	0,9	0	0	0
EC3	0	0,9	1	0	0	0	0	0	0,9	0	0	0
EC4	0,9	0	0	1	0	0	0	0	0	0,9	0	0
EC5	0,3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
EC6	0,1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
EC7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0,9
EC8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
EC9	0	0,9	0,9	0	0	0	0	0	1	0	0	0
EC10	0,9	0	0	0,9	0	0	0	0	0	1	0	0
EC11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
EC12	0	0	0	0	0	0	0,9	0	0	0	0	1

Tabella 4.11 Tetto della casa della qualità per  $k=0,75$

	$w_i$	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0,156	0,250	0	0	0,161	0,232	0,196	0	0	0	0,161	0	0
CR2	0,156	0,006	0,302	0,318	0	0	0,056	0	0	0,318	0	0	0
CR3	0,125	0,150	0	0	0,049	0,254	0,249	0	0	0	0,052	0,246	0
CR4	0,125	0,005	0,183	0,169	0	0,016	0	0,141	0,047	0,173	0	0,141	0,127
CR5	0,094	0	0,130	0,130	0	0	0	0	0	0,123	0	0,616	0
CR6	0,094	0	0,263	0,237	0	0	0	0	0	0,237	0	0,263	0
CR7	0,094	0,255	0	0	0,277	0	0	0,064	0	0	0,262	0,071	0,071
CR8	0,063	0,321	0	0	0,321	0	0	0	0	0	0,357	0	0
CR9	0,063	0,031	0	0	0,031	0	0	0,311	0	0	0,035	0,311	0,280
CR10	0,031	0	0	0	0	0	0	0,396	0	0	0	0,208	0,396
$w_j$		10,5%	10,7%	10,5%	7,9%	7,0%	7,1%	5,5%	0,6%	10,5%	8,1%	16,3%	5,2%

Tabella 4.12 Calcolo importanze con metodo di Wasserman ( $k=0,75$ )

L'ordinamento è ovviamente cambiato e si ha:

$$EC_{11} > EC_2 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_9 > EC_{10} > EC_4 > EC_6 > EC_5 > EC_7 > EC_{12} > EC_8 \quad (4.21)$$

Si può concludere, quindi, che diversi valori di soglia influenzano la costruzione del tetto della casa della qualità, che, inevitabilmente, influenza l'ordinamento generato con Wasserman.

Focalizzando di nuovo l'attenzione sui metodi finora applicati, si è notato che, ogni volta che si effettua una normalizzazione rispetto a un insieme di valori, si introduce una forte dipendenza di ogni singolo valore normalizzato a tale insieme. Uno dei punti di forza di ISM, invece, deriva proprio dal fatto che il peso di una data caratteristica tecnica dipenda solo ed esclusivamente dai valori che le sono stati assegnati per ogni requisito del cliente. Il calcolo delle importanze in ISM rispecchia il processo con cui si costruisce la casa della qualità; chi si occupa di QFD, infatti, analizza separatamente ogni caratteristica tecnica in merito ai vari requisiti del cliente esprimendo un giudizio su scala ordinale, indipendentemente dalla presenza di correlazioni con altri *ECs* o *CRs*. Si reputa quindi ragionevole che, per esempio, un valore di correlazione forte (“●”) debba contribuire, una volta convertito in numero, esattamente allo stesso modo per qualsiasi caratteristica tecnica o requisito del cliente. Quando si effettua la normalizzazione di Lyman, i valori numerici che codificano i simboli della casa della qualità contribuiscono al calcolo delle importanze tecniche in maniera diversa, a seconda del requisito del cliente di cui fanno parte.

Si è deciso, pertanto, di condurre delle analisi di sensibilità al variare del numero di caratteristiche tecniche considerate. L'obiettivo di tale analisi consiste nel verificare se l'ordinamento finale delle caratteristiche tecniche subisce dei mutamenti, detti anche fenomeni di “*rank-reversal*”, a seguito dell'esclusione di una caratteristica tecnica.

### 1) Sensibilità all'esclusione di *ECs* in ISM e Lyman

Si supponga di escludere dall'insieme delle caratteristiche tecniche *EC*<sub>8</sub> che in tutti gli ordinamenti proposti si colloca in ultima posizione, essa, infatti, presenta un solo grado di correlazione medio con *CR*<sub>4</sub>,  $EC_8 = [0; 0; 0; 3; 0; 0; 0; 0; 0; 0]$ . La scelta di escludere la caratteristica meno importante è stata dettata dall'idea che un metodo è molto sensibile all'insieme di caratteristiche tecniche, se già l'esclusione di una caratteristica giudicata di poca rilevanza nell'ordinamento totale comporta delle inversioni tra le restanti caratteristiche tecniche. Quando si costruisce la casa della qualità, infatti, è auspicabile che, qualora si decidesse di escludere una caratteristica tecnica per la sua ridotta importanza, non vi siano cambiamenti nell'ordinamento finale, altrimenti si è costretti ad

implementare di nuovo l’algoritmo di prioritizzazione. Procedendo analogamente a quanto mostrato per l’applicazione di *Independent Scoring Method* e per la normalizzazione di *Lyman*, si ottengono i risultati mostrati nelle tabelle 4.13,4.14 e 4.15. Si consulti l’allegato 2 per maggiori dettagli.

	<b>ISM 1-3-9</b>	<b>LYMAN 1-3-9</b>	<b>ISM 1-3-5</b>	<b>LYMAN 1-3-5</b>
<b>EC1</b>	6,96%	5,64%	6,84%	5,94%
<b>EC2</b>	9,38%	9,17%	8,96%	9,32%
<b>EC3</b>	6,82%	7,55%	6,60%	7,35%
<b>EC4</b>	3,84%	4,69%	3,54%	3,35%
<b>EC5</b>	12,07%	9,49%	11,56%	9,54%
<b>EC6</b>	13,64%	11,32%	14,15%	12,49%
<b>EC7</b>	8,95%	7,63%	8,25%	7,17%
<b>EC9</b>	8,10%	7,91%	8,73%	7,98%
<b>EC10</b>	4,69%	8,57%	5,90%	9,56%
<b>EC11</b>	23,01%	25,43%	22,17%	24,24%
<b>EC12</b>	2,56%	2,60%	3,30%	3,05%

Tabella 4.13 Importanze relative delle caratteristiche tecniche, dopo l’esclusione di EC8

<b>ISM 1-3-9 (n=12)</b>	<b>EC11&gt;EC6&gt;EC5&gt;EC2&gt;EC7&gt;EC9&gt;EC1&gt;EC3&gt;EC10&gt;EC4&gt;EC12&gt;EC8</b>
<b>ISM 1-3-9 (n=11)</b>	<b>EC11&gt;EC6&gt;EC5&gt;EC2&gt;EC7&gt;EC9&gt;EC1&gt;EC3&gt;EC10&gt;EC4&gt;EC12</b>
<b>ISM 1-3-5 (n=12)</b>	<b>EC11&gt;EC6&gt;EC5&gt;EC2&gt;EC9&gt;EC7&gt;EC1&gt;EC3&gt;EC10&gt;EC4&gt;EC12&gt;EC8</b>
<b>ISM 1-3-5 (n=11)</b>	<b>EC11&gt;EC6&gt;EC5&gt;EC2&gt;EC9&gt;EC7&gt;EC1&gt;EC3&gt;EC10&gt;EC4&gt;EC12</b>

Tabella 4.14 Ordinamenti calcolati con ISM a confronto

Per quanto riguarda il metodo *Independent Scoring Method* si può notare che nulla cambia nel ranking finale, se non per l’assenza dell’alternativa esclusa. Tale metodo è indifferente al numero di alternative considerato e, di conseguenza, i nuovi ordinamenti si ottengono semplicemente cancellando l’alternativa da escludere, senza dover effettuare ulteriori calcoli.

<b>LYMAN 1-3-9 (n=12)</b>	<b>EC11&gt;EC6&gt;EC5&gt;EC2&gt;EC10&gt;EC9&gt;EC3&gt;EC7&gt;EC1&gt;EC4&gt;EC12&gt;EC8</b>
<b>LYMAN 1-3-9 (n=11)</b>	<b>EC11&gt;EC6&gt;EC5&gt;EC2&gt;EC10&gt;EC9&gt;EC7&gt;EC3&gt;EC1&gt;EC4&gt;EC12</b>
<b>LYMAN 1-3-5 (n=12)</b>	<b>EC11&gt;EC6&gt;EC10&gt;EC5&gt;EC2&gt;EC9&gt;EC3&gt;EC7&gt;EC1&gt;EC4&gt;EC12&gt;EC8</b>
<b>LYMAN 1-3-5 (n=11)</b>	<b>EC11&gt;EC6&gt;EC10&gt;EC5&gt;EC2&gt;EC9&gt;EC3&gt;EC7&gt;EC1&gt;EC4&gt;EC12</b>

Tabella 4.15 Ordinamenti calcolati con metodo di Lyman a confronto

Si noti in primo luogo che, con entrambe le scale numeriche, dopo aver effettuato la normalizzazione di *Lyman*, si assiste a un forte sbilanciamento numerico delle importanze verso  $EC_{10}$ , per i motivi già precedentemente discussi.

In seguito all'esclusione di  $EC_8$ , l'utilizzo di due scale diverse porta a due risultati contrastanti:

- l'applicazione di *Lyman* con una scala 1-3-9 determina un'inversione d'ordinamento tra  $EC_3$  e  $EC_7$ ;
- l'applicazione di *Lyman* con una scala 1-3-5 mantiene l'ordinamento del caso di partenza,  $n=12$ , a meno dell'alternativa esclusa. In realtà, questo non ha nulla a che fare con la scala numerica utilizzata; si può dimostrare che qualora si escludesse un'altra caratteristica tecnica, anziché  $EC_8$ , si genererebbero, come nel caso precedente, fenomeni di inversione.

L'utilizzo della normalizzazione proposta da *Lyman* non gode dell'indipendenza tra caratteristiche tecniche tipica di ISM, pertanto, l'aggiunta o l'esclusione di una o più alternative genera cambiamenti nell'ordinamento finale.

## 2) Sensibilità all'esclusione di ECs in Wasserman

Si procede ora con l'applicazione della normalizzazione di Wasserman alla casa della qualità, escludendo anche in questo caso la caratteristica tecnica peggiore  $EC_8$ . L'esclusione di quest'ultima, però, non genera cambiamenti nell'ordinamento finale e quindi, per dimostrare la sensibilità di Wasserman alla variazione delle alternative considerate, si è esclusa  $EC_{12}$ . I risultati sono mostrati in Tabella 4.16.

	<b>Wasserman (n=12)</b>	<b>Wasserman (n=11)</b>	<b>Wasserman (n=11)</b>
<b>EC1</b>	12,75%	12,76%	13,42%
<b>EC2</b>	12,03%	12,12%	12,57%
<b>EC3</b>	13,61%	13,69%	14,13%
<b>EC4</b>	7,19%	7,19%	7,57%
<b>EC5</b>	5,78%	5,79%	5,80%
<b>EC6</b>	6,66%	6,66%	6,66%
<b>EC7</b>	5,55%	5,61%	5,62%
<b>EC8</b>	0,48%	/	0,54%
<b>EC9</b>	8,53%	8,60%	8,74%
<b>EC10</b>	8,47%	8,47%	8,93%
<b>EC11</b>	14,78%	14,86%	16,02%
<b>EC12</b>	4,18%	4,23%	/

Tabella 4.16 Importanze calcolate con metodo di Wasserman a confronto

<b>Wasserman (n=12)</b>	$EC11 > EC3 > EC1 > EC2 > EC9 > EC10 > EC4 > EC6 > EC5 > EC7 > EC12 > EC8$
<b>Wasserman (esclusione EC8)</b>	$EC11 > EC3 > EC1 > EC2 > EC9 > EC10 > EC4 > EC6 > EC5 > EC7 > EC12$
<b>Wasserman (esclusione EC12)</b>	$EC11 > EC3 > EC1 > EC2 > EC10 > EC9 > EC4 > EC6 > EC5 > EC7 > EC8$

Tabella 4.17 Ordinamenti calcolati con metodo di Wasserman a confronto

Si noti che l'esclusione di  $EC_8$ , sebbene non generi modifiche nell'ordinamento finale, comporti una modifica dei valori numerici che esprimono l'importanza di ogni caratteristica tecnica. In questo particolare caso la presenza o meno di  $EC_8$  non comporta sostanziali modifiche, poiché questa presenta soltanto un grado di correlazione medio con  $CR_4$  e non risulta correlata con nessun'altra caratteristica tecnica. La sua assenza quindi comporta delle variazioni piccole nei pesi delle altre caratteristiche tecniche, le quali non sono sufficienti a generare dei cambiamenti nel ranking finale. Quindi, per dimostrare l'elevata sensibilità della normalizzazione di Wasserman all'insieme di caratteristiche tecniche considerato, si è deciso di escludere l'alternativa  $EC_{12}$ . Si nota, appunto, che il ranking subisce un'inversione tra  $EC_9$  e  $EC_{10}$ : considerando  $EC_{12}$  si ha che  $EC_9 > EC_{10}$ , mentre con l'esclusione di  $EC_{12}$  si ha che  $EC_{10} > EC_9$ . Quando si esclude una caratteristica tecnica, si ha un cambiamento di tutti i valori normalizzati in corrispondenza sia dei requisiti del cliente che la caratteristica esclusa soddisfa, sia in corrispondenza di quei requisiti del cliente che le caratteristiche, ad essa correlate, soddisfano. Per esempio, i cambiamenti di importanze delle caratteristiche tecniche, in seguito all'esclusione di  $EC_{12}$ , possono essere ricondotti a due motivazioni:

- l'assenza dei termini  $r_{7,12}$  e  $r_{10,12}$  nel calcolo di  $r_{7j}$  e  $r_{10j}$ ;
- la variazione di tutti i valori relativi a  $CR_4, CR_9$  e  $CR_{10}$ , poiché questi sono i requisiti del cliente che soddisfa  $EC_7$ , correlata fortemente con  $EC_{12}$  ( $\gamma_{7,12} = \gamma_{12,7} = 0,9$ ).

Si è dimostrato, quindi, che la normalizzazione di Wasserman è sensibile all'aggiunta o esclusione di caratteristiche tecniche. A differenza degli altri, tale metodo nasce proprio con l'intento di correlare le caratteristiche tecniche tra di loro, in maniera tale da non considerare ogni caratteristica tecnica come qualcosa di a sé stante, ma come un parametro progettuale la cui eventuale modifica può impattare anche su tutti gli altri. La dipendenza dalle altre caratteristiche è stata volutamente introdotta nel calcolo di  $r_{ij}^{norm}$  e quindi, inevitabilmente, ogni variazione nell'insieme di  $ECs$  comporta modifiche all'ordinamento totale.

## 4.2. TOPSIS

TOPSIS, “*The Technique for Order Preferences by Similarity to an Ideal Solution*”, fu introdotto come metodo di decisione multi-criterio da Hwang e Yoon nel 1981 (Hwang & Yoon, 1981). L'idea alla base di questo metodo consiste nello scegliere, come migliore alternativa, quella che si trova più vicino alla soluzione ottimale e più distante dalla soluzione peggiore (Tzeng & Huang, 2011). Ogni

alternativa viene rappresentata da un vettore, i cui elementi descrivono la performance dell'alternativa per ogni criterio decisionale; l'ordinamento di tutte le alternative si basa, quindi, sulla valutazione del modulo della distanza euclidea di ogni alternativa, sia dalla soluzione migliore che da quella peggiore. La miglior alternativa possibile,  $H^+$ , rispetto all'insieme di alternative considerate, è così definita (Chan & Wu, 1998):

$$H^+ = (r_{1+}, \dots, r_{m+}) = (\min_j \{r_{1j}\}, \dots, \min_j \{r_{kj}\}, \max_j \{r_{k+1,j}\}, \dots, \max_j \{r_{m,j}\}) \quad (4.22)$$

Analogamente si definisce la peggior alternativa possibile come:

$$H^- = (r_{1-}, \dots, r_{m-}) = (\max_j \{r_{1j}\}, \dots, \max_j \{r_{kj}\}, \min_j \{r_{k+1,j}\}, \dots, \min_j \{r_{m,j}\}) \quad (4.23)$$

Si noti che nella definizione delle due alternative estreme compaiono sia operazioni di massimizzazione che di minimizzazione, questo perché, per i criteri che comportano un beneficio, è auspicabile avere un valore di performance alto, mentre per tutti i criteri di costo è auspicabile avere valori bassi (Tzeng & Huang, 2011). Pertanto, la soluzione migliore risulta essere quella che massimizza la performance per i criteri associati a un beneficio (output) e minimizza la performance per i criteri associati a un costo (input).

La matrice delle relazioni mostra il grado con cui ogni caratteristica tecnica soddisfa i vari requisiti del cliente e l'obiettivo della fase di gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche è ordinare quest'ultime tenendo conto del grado di soddisfazione del consumatore. Per ogni requisito del cliente  $i$  la caratteristica tecnica più importante è quella che massimizza il grado di correlazione con tale requisito, e quindi quella che presenta il valore di  $r_{ij}$  più alto. Non è ragionevole, infatti, minimizzare i gradi di correlazione con i requisiti del cliente, poiché, così facendo, si otterrebbe soltanto un ordinamento che minimizza il grado di soddisfazione del cliente. Si può, quindi, assumere che  $k = 0$ , trascurando così i criteri di costo o di input, poiché tutti i requisiti del cliente vengono visti come criteri di output da massimizzare. Questa assunzione è ragionevole se si pensa che, in questa prima fase di QFD, l'obiettivo è quello di costruire un ordinamento di caratteristiche tecniche in cui la migliore di esse è quella che maggiormente incontra le esigenze del mercato (Chan & Wu, 1998). Pertanto, la soluzione migliore è quella che massimizza le correlazioni con ogni requisito del cliente, mentre la peggiore è quella che presenta i livelli di correlazione più bassi. L'applicazione di TOPSIS al QFD prevede due tipologie di input:

- $W = [w_1; w_2; \dots; w_m]$  che rappresenta il vettore dei pesi relativi dei requisiti del consumatore, le cui importanze sono state espresse dapprima su scala numerica;
- Gli elementi  $r_{ij}$  della matrice delle relazioni  $R$  vengono codificati secondo una scala numerica 1-3-9.

Le fasi dell'algorithmo TOPSIS possono essere così riassunte (Chan & Wu, 1998):

1. Si definisce  $CR_i$  il vettore costituito da tutti i valori della matrice delle relazioni per ogni requisito del cliente, dove  $CR_i = [r_{i,1}; r_{i,2}; \dots; r_{i,n}]$ .
2. Si normalizza  $CR_i$  rispetto al proprio modulo, ottenendo  $CR_i^*$  nel seguente modo:

$$CR_i^* = \frac{CR_i}{\|CR_i\|} = \left( \frac{r_{i,1}}{\|CR_i\|}; \frac{r_{i,2}}{\|CR_i\|}; \dots; \frac{r_{i,n}}{\|CR_i\|} \right) \quad (4.24)$$

con  $\|CR_i\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n (r_{i,j})^2}$ ,  $j = 1, \dots, n$  e  $i = 1, \dots, m$ . Tutti i vettori  $CR_i$  hanno ora le stesse dimensioni e sono, quindi, confrontabili.

3. Analogamente a quanto fatto per i vettori  $CR_i$  si procede alla normalizzazione dei vettori che rappresentano le singole caratteristiche tecniche,  $EC_j$

$$EC_j^* = \left( \frac{r_{1,j}}{\|CR_1\|}; \frac{r_{2,j}}{\|CR_2\|}; \dots; \frac{r_{m,j}}{\|CR_m\|} \right) \quad (4.25)$$

$$EC_+^* = \left( \frac{r_{1+}}{\|CR_1\|}; \frac{r_{2+}}{\|CR_2\|}; \dots; \frac{r_{m+}}{\|CR_m\|} \right) \quad (4.26)$$

$$EC_-^* = \left( \frac{r_{1-}}{\|CR_1\|}; \frac{r_{2-}}{\|CR_2\|}; \dots; \frac{r_{m-}}{\|CR_m\|} \right) \quad (4.27)$$

con  $j = 1, \dots, n$ .

4. A questo punto è possibile calcolare la distanza euclidea di ogni caratteristica tecnica, ponderata con il peso di ogni requisito del cliente, dalle soluzioni estreme come segue:

$$d(EC_j^*, EC_+^*) = \sqrt{\sum_{i=1}^m [w_i(r_{i,j}^* - r_{i+}^*)]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left[ \frac{w_i(r_{i,j} - r_{i+})}{\|CR_i\|} \right]^2} \quad (4.28)$$

e

$$d(EC_j^*, EC_-^*) = \sqrt{\sum_{i=1}^m [w_i(r_{i,j}^* - r_{i-}^*)]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left[ \frac{w_i(r_{i,j} - r_{i-})}{\|CR_i\|} \right]^2} \quad (4.29)$$

5. Una volta calcolate le distanze è possibile ordinare le caratteristiche tecniche, sulla base di quelle che sono più o meno vicine dalla soluzione preferita  $EC_+^*$ , utilizzando l'operatore  $\rho$  così definito:

$$\rho(EC_j, EC_+) = \frac{d(EC_j^*, EC_+^*)}{d(EC_j^*, EC_-^*) + d(EC_j^*, EC_+^*)} \quad (4.30)$$

Questo valore  $\rho(EC_j, EC_+)$  tiene conto della distanza dalla soluzione ottima, in relazione alla distanza da quella peggiore. Il ranking tra le alternative viene effettuato per valori di  $\rho(EC_j, EC_+)$  crescenti, in quanto un basso valore di  $\rho$  indica una maggiore vicinanza alla soluzione ottimale. La caratteristica tecnica più importante risulta essere quella con  $\rho$  minore che diminuisce all'aumentare della distanza dalla soluzione peggiore,  $EC_-^*$ , e al diminuire della distanza dalla soluzione migliore,  $EC_+^*$ .

Riassumendo, TOPSIS è un metodo che prevede, così come ISM, la conversione dei simboli della matrice delle relazioni in numeri; anche i pesi dei requisiti del cliente vengono espressi su una scala da 1 a 5. Il metodo si basa sull'idea che ogni alternativa sia caratterizzata da una certa distanza dall'alternativa migliore e da quella peggiore possibile.

Nel caso della casa della qualità del PC notebook, l'alternativa migliore e quella peggiore sono  $EC_+ = [9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9]$  e  $EC_- = [9; 3; 1; 1; 1; 9; 3; 9; 1; 9]$ .

Si riportano ora i passi fondamentali relativi all'applicazione di TOPSIS al caso di studio (in allegato 3 sono riportati i calcoli nel dettaglio):

1. Si calcola la norma del vettore che identifica ogni requisito del cliente,  $\|CR_i\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n r_{ij}^2}$ ; tali valori vengono poi utilizzati per normalizzare i vettori  $EC_j$  che identificano le alternative. Ricordando la (4.24) (4.25) (4.26) (4.27), si ottengono i risultati in Tabella 4.18.

$  CR_i  $	$EC_+$	$EC_-$
15,588	0,577	0,577
13,077	0,688	0,229
15,652	0,575	0,064
16,186	0,556	0,062
9,110	0,988	0,110
12,728	0,707	0,707
10,392	0,866	0,289
9	1	1
12,767	0,705	0,078
15,588	0,577	0,577

Tabella 4.18 Normalizzazione vettori della soluzione ottimale e peggiore rispetto a  $CR_i$  (scala 1-3-9)

2. Utilizzando la (4.28), (4.29) e (4.30), si procede con il calcolo delle distanze dall'alternativa migliore e peggiore, per poi concludere con il calcolo di  $\rho(EC_j, EC_+)$ .

	$d(EC_j, EC_+)$	$d(EC_j, EC_-)$	$\rho$
<b>EC1</b>	0,215	0,104	0,674
<b>EC2</b>	0,211	0,135	0,609
<b>EC3</b>	0,205	0,151	0,576
<b>EC4</b>	0,221	0,146	0,603
<b>EC5</b>	0,203	0,122	0,625
<b>EC6</b>	0,189	0,117	0,618
<b>EC7</b>	0,220	0,155	0,587
<b>EC8</b>	0,230	0,139	0,624
<b>EC9</b>	0,203	0,152	0,572
<b>EC10</b>	0,215	0,120	0,643
<b>EC11</b>	0,163	0,172	0,487
<b>EC12</b>	0,227	0,134	0,628

Tabella 4.19 Calcolo parametro  $\rho$  (scala 1-3-9)

Si ottiene così, il seguente ordinamento:

$$EC_{11} > EC_9 > EC_3 > EC_7 > EC_4 > EC_2 > EC_6 > EC_8 > EC_5 > EC_{12} > EC_{10} > EC_1 \quad (4.31)$$

Dapprima si noti che l'ordinamento finale risulta molto differente rispetto a quello proposto col metodo tradizionale ISM. Sebbene  $EC_{11}$  continui ad essere la caratteristica tecnica più importante, lo stesso non si può dire per le peggiori. Con ISM le tre peggiori alternative risultano essere  $EC_4, EC_8, EC_{12}$ , mentre con TOPSIS alle ultime tre posizioni si ritrovano  $EC_{12}, EC_{10}, EC_1$ . La caratteristica tecnica  $EC_4$  passa dalla terzultima posizione, nel ranking con ISM, a ricoprire la quinta posizione nel ranking con TOPSIS.

L'applicazione di questi metodi al QFD presenta, infatti, diverse criticità.

### 1) Distorsione dei risultati se $r_{ij} = "null"$

Oltre ai problemi già discussi relativi alla conversione dei simboli in numeri, subentra un ulteriore problema con l'applicazione di TOPSIS. Tale problema si riscontra nel calcolo del valore di  $d_i(EC_j^*, EC_-^*)$ , quando  $r_{ij} = "null"$ , e quindi assunto pari a 0. All'aumentare di  $d_i(EC_j^*, EC_-^*)$  aumenta la distanza dell'alternativa  $j$ -esima dalla soluzione peggiore, determinando una diminuzione del parametro  $\rho_j(EC_j, EC_+)$  e quindi una migliore posizione nell'ordinamento finale. Si prendano, per esempio, in considerazione le caratteristiche tecniche  $EC_4 = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 9; 0; 0; 0]$  e  $EC_{10} = [0; 0; 1; 0; 0; 0; 3; 9; 1; 0]$ ; la prima risulta migliore sul ranking finale rispetto alla seconda, seppur risulti correlata soltanto con  $CR_7$  a differenza della seconda, che, invece, è in correlazione con quattro requisiti del cliente. Si consideri, per esempio, il requisito del cliente  $CR_3$ . La distanza maggiore da  $EC_-$  si ha per  $r_{3,4} = 0$ , mentre per  $r_{3,10} = 1$  la distanza è esattamente nulla poiché  $EC_{10}$  in corrispondenza di  $CR_3$  coincide esattamente con la soluzione peggiore. Questo porterebbe a preferire, limitatamente al calcolo della distanza  $d_3(EC_j^*, EC_-^*)$ , l'alternativa 4 alla 10, sebbene la prima non risulti nemmeno correlata con il requisito in questione. Per una data caratteristica tecnica, tutti questi contributi positivi, relativi ai casi in cui  $r_{ij} = "null"$ , generano un aumento di  $d(EC_j^*, EC_-^*)$ , il quale, trovandosi a denominatore, determina una diminuzione del parametro  $\rho$ . Pertanto,  $EC_4$ , essendo correlata con un solo requisito del cliente, gode di 9 contributi positivi per ogni valore  $r_{i,4} = "null"$ ; mentre  $EC_{10}$  perde, nel calcolo di  $d_{10}(EC_{10}^*, EC_-^*)$ , due contributi in corrispondenza dei valori che coincidono con la soluzione peggiore  $r_{3,10} = 1$  e  $r_{9,10} = 1$ , i quali determinano una diminuzione di  $d_{10}(EC_{10}^*, EC_-^*)$  e un successivo aumento di  $\rho$ . Anche imponendo che  $r_{7,10} = r_{7,4} = 9$ , cioè in modo tale da poter confrontare le alternative a parità di condizioni, si ottiene  $d(EC_{10}^*, EC_+^*) = 0,20844$ ,  $d(EC_{10}^*, EC_-^*) = 0,12675$  e  $\rho_{10} = 0,62185$ , mentre  $d(EC_4^*, EC_+^*) = 0,22101$ ,  $d(EC_4^*, EC_-^*) = 0,14163$  e  $\rho_4 = 0,60944$  e quindi risulta di nuovo che  $\rho_{10} > \rho_4$ , ovvero  $EC_4 > EC_{10}$ . In questa seconda situazione, a maggior ragione, questo fenomeno risulta critico poiché si è portati a considerare di minore importanza una caratteristica che non solo uguaglia  $EC_4$  in merito a  $CR_7$ , ma che soddisfa anche ulteriori requisiti del cliente.

Al fine di dimostrare i notevoli cambiamenti nell'ordinamento finale che si ottengono perturbando leggermente i valori della matrice delle relazioni, si è deciso di introdurre un livello di correlazione debole tra  $CR_1$  ed  $EC_4$ ,  $r_{14} = 1$ .  $EC_4'$  viene identificata dal vettore  $EC_4' = [1; 0; 0; 0; 0; 0; 9; 0; 0; 0]$ ; tale modifica comporta una variazione sia del valore minimo in  $CR_1$ , e quindi di  $EC_- = [1; 3; 1; 1; 1; 9; 3; 9; 1; 9]$ , sia di  $|CR_1| = 15,620$ . Ciò genera un cambiamento di tutti i valori normalizzati rispetto al primo requisito del cliente e delle relative distanze dalle soluzioni estreme,

$d_1(EC_j^*; EC_+^*)$  e  $d_1(EC_j^*; EC_-^*)$ . Per quanto riguarda  $EC_4$ , la distanza dalla soluzione peggiore  $d_1(EC_4^*; EC_-^*)$  è nulla perché  $EC_4'$  coincide esattamente con  $EC_-$ .

L'ordinamento che si ottiene in seguito alla modifica di  $EC_4$  e i corrispettivi valori di  $\rho$  sono mostrati in Tabella 4.20.

	$\rho$
<b>EC11</b>	0,52613
<b>EC6</b>	0,57174
<b>EC5</b>	0,58172
<b>EC1</b>	0,62084
<b>EC9</b>	0,62331
<b>EC3</b>	0,62803
<b>EC7</b>	0,63516
<b>EC4</b>	0,65479
<b>EC2</b>	0,67536
<b>EC8</b>	0,68473
<b>EC12</b>	0,69460
<b>EC10</b>	0,73108

Tabella 4.20 Valori di  $\rho$  con  $r_{14}=1$

Quello che si ottiene è un effetto contro-intuitivo, l'aver aggiunto una correlazione alla quarta caratteristica tecnica col requisito tecnico più importante, anziché generare un miglioramento di  $\rho$  ha portato addirittura a un suo aumento, e quindi a una peggiore posizione nell'ordinamento finale.

Tutto ciò accade poiché nel calcolo della soluzione ottimale e quella peggiore si trascurano i casi in cui  $r_{ij} = "null"$ , ipotizzando che  $r_{ij} > 0$ . Pertanto, al fine di evitare questi fenomeni distorsivi si può ricorrere a due soluzioni:

1. Si può considerare l'utilizzo di una scala numerica che preveda anche una codifica per la situazione in cui  $r_{ij} = "null"$ . Chan e Wu (Chan & Wu, 1998), infatti, utilizzano una scala 1-3-5-7-9 per convertire i simboli della matrice delle relazioni in numeri, in maniera tale che, per tutti quei casi in cui non vi è correlazione, si utilizzi il valore "1". L'utilizzo, però, di scale con numerosi livelli di valutazione può generare confusione nell'attribuzione di valori numericamente vicini. La scelta di una scala a 4 livelli, ("null"-1-3-9), è considerato un buon compromesso tra completezza e semplicità di valutazione (Franceschini, et al., 2015).
2. Si considerano anche i casi in cui  $r_{ij} = 0$  nella valutazione della situazione ottimale e di quella peggiore. Nel caso in esame le due soluzioni estreme risulterebbero essere  $EC_+ = [9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9]$  e  $EC_- = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0]$ . In questo modo la situazione di assenza di correlazione coincide con la soluzione peggiore, mentre un qualsiasi valore positivo di  $r_{ij}$  determinerebbe una distanza positiva da  $EC_-$ .

## 2) Sensibilità alla scala numerica utilizzata

Trattandosi di un metodo che necessita della conversione di simboli in numeri, si è deciso di valutarne la sensibilità alla tipologia di scala numerica, utilizzando una codifica 1-3-5. Si sono ottenuti i risultati mostrati in Tabella 4.21.

	$d(EC_j, EC_i)$	$d(EC_j, EC_i)$	$\rho$
<b>EC1</b>	0,202	0,120	0,627
<b>EC2</b>	0,198	0,143	0,580
<b>EC3</b>	0,193	0,143	0,575
<b>EC4</b>	0,215	0,148	0,593
<b>EC5</b>	0,189	0,132	0,589
<b>EC6</b>	0,169	0,118	0,589
<b>EC7</b>	0,210	0,162	0,566
<b>EC8</b>	0,217	0,153	0,587
<b>EC9</b>	0,192	0,146	0,568
<b>EC10</b>	0,202	0,131	0,607
<b>EC11</b>	0,152	0,168	0,475
<b>EC12</b>	0,216	0,145	0,599

Tabella 4.21 Calcolo parametro  $\rho$  (scala 1-3-5)

L'ordinamento che ne consegue utilizzando una scala 1-3-5 è:

$$EC_{11} > EC_7 > EC_9 > EC_3 > EC_2 > EC_8 > EC_5 \sim EC_6 > EC_4 > EC_{12} > EC_{10} > EC_1 \quad (4.32)$$

Come si può notare, l'utilizzo di un'altra scala ha determinato un cambiamento dell'ordinamento nella parte centrale; con scala 1-3-9, infatti, si ha  $EC_9 > EC_3 > EC_7 > EC_4 > EC_2 > EC_6 > EC_8 > EC_5$ , mentre con scala 1-3-5,  $EC_7 > EC_9 > EC_3 > EC_2 > EC_8 > EC_5 \sim EC_6 > EC_4$ .

Come tutti i metodi che prevedono la codifica di simboli in numeri, anche TOPSIS risente fortemente della tipologia di scala numerica utilizzata.

## 3) Esclusione della caratteristica $EC_1$

Si è, inoltre, analizzata l'eventuale dipendenza di TOPSIS all'esclusione di caratteristiche tecniche. Già dal primo passo, cioè quando è necessario calcolare le due soluzioni estreme emerge tale dipendenza dal tipo di alternative considerate. L'esclusione, per esempio, di una caratteristica, che per un dato requisito del cliente rappresenta la soluzione peggiore, determina un cambiamento nel vettore  $EC_*$ , incrementando la possibilità che si verifichino fenomeni di inversione.

Per dimostrare tale sensibilità al set di caratteristiche tecniche di riferimento, si è deciso di escludere la caratteristica  $EC_1$  che, nel calcolo per  $n=12$  si colloca in ultima posizione.

I risultati ottenuti con l'esclusione di  $EC_1$  sono riportati in tabella 4.22.

	$d(EC_j, EC_+)$	$d(EC_j, EC_-)$	$\rho$
<b>EC2</b>	0,220	0,150	0,596
<b>EC3</b>	0,215	0,164	0,567
<b>EC4</b>	0,230	0,159	0,591
<b>EC5</b>	0,203	0,122	0,624
<b>EC6</b>	0,189	0,117	0,618
<b>EC7</b>	0,229	0,167	0,578
<b>EC8</b>	0,238	0,153	0,610
<b>EC9</b>	0,213	0,165	0,564
<b>EC10</b>	0,225	0,136	0,624
<b>EC11</b>	0,175	0,183	0,488
<b>EC12</b>	0,236	0,148	0,613

Tabella 4.22 Calcolo parametro  $\rho$  (esclusione  $EC_1$ )

L'ordinamento ottenuto è quindi:

$$EC_{11} > EC_9 > EC_3 > EC_7 > EC_4 > EC_2 > EC_8 > EC_{12} > EC_6 > EC_{10} \sim EC_5 \quad (4.33)$$

Si noti che la distorsione derivante dall'includere i valori  $r_{ij} = 0 = "null"$  nel calcolo delle distanze dalla soluzione peggiore si presenta anche in questo caso:  $EC_4$  si ritrova paradossalmente in quinta posizione, superando caratteristiche che soddisfano anche un numero maggiore di requisiti del cliente. Sebbene le prime posizioni risultino invariate rispetto al caso  $n=12$ , la parte finale dell'ordinamento ha subito sostanziali modifiche: l'ordinamento attuale prevede  $EC_8 > EC_{12} > EC_6 > EC_{10} \sim EC_5$ , mentre con  $n=12$  si ha  $EC_6 > EC_8 > EC_5 > EC_{12} > EC_{10} > EC_1$ .

Due sono i cambiamenti rilevanti che si riscontrano nell'ordinamento:

- inversione tra  $EC_6$  e  $EC_8$
- sostanziale perdita d'importanza di  $EC_5$  che si attesta come la peggiore caratteristica tecnica.

$EC_5$ , infatti, pur mantenendo un  $\rho$  pressoché identico, perde posizioni in seguito al miglioramento della performance delle altre caratteristiche tecniche. Fonte principale di distorsione rimangono i casi in cui  $r_{ij} = 0$ : l'assenza di  $r_{11} = 9$  determina un aumento dei valori  $\frac{r_{1j}}{|CR_1|}$ ,  $\frac{r_{1+}}{|CR_1|}$  e  $\frac{r_{1-}}{|CR_1|}$ , poiché  $|CR_1|$  diminuisce. Ciò genera, per esempio, un aumento del valore della distanza dalla soluzione peggiore di  $r_{1,12} = 0$ , comportando una diminuzione sensibile di  $\rho_{12}$ . Nello specifico, nel caso di  $r_{1,12} = 0$ , si ha che, dopo l'esclusione di  $EC_1$ ,  $|CR'_1| = 12,728$  (mentre per  $n=12$ ,  $|CR_1| = 15,588$ ); ciò determina un aumento dei valori normalizzati  $r_{1+}^* = r_{1-}^* = 0,70711$ . Entrambe le distanze, sia quella dalla

soluzione migliore che quella dalla soluzione peggiore, subiscono un aumento poiché  $d'_1(EC_{12}^*, EC_+^*) = d'_1(EC_{12}^*, EC_-^*) = 0,01221$ , mentre, considerando tutte le dodici alternative, si aveva  $d_1(EC_{12}^*, EC_+^*) = d_1(EC_{12}^*, EC_-^*) = 0,00814$ . L'esclusione di una caratteristica tecnica comporta cambiamenti nel modulo dei vettori relativi ai requisiti del cliente correlati con quella data caratteristica tecnica; escludendo  $EC_1$  si hanno, infatti, variazioni sia per  $CR_1$  che per  $CR_3$ . Le distanze totali in questo caso aumentano:

- $d'(EC_{12}^*, EC_+^*) = 0,23567$  ( $d(EC_{12}^*, EC_+^*) = 0,22682$ )
- $d'(EC_{12}^*, EC_-^*) = 0,14848$  ( $d(EC_{12}^*, EC_-^*) = 0,13408$ )

L'effetto che prevale nel calcolo di  $\rho'_{12} = 0,61348$  ( $\rho_{12} = 0,62849$ ) è proprio l'aumento della distanza dalla soluzione peggiore che genera un miglioramento di  $\rho$  e quindi del posizionamento di  $EC_{12}$ .

Si è visto, quindi, che TOPSIS risulta notevolmente sensibile all'esclusione di caratteristiche tecniche; inoltre, all'aumentare del numero di requisiti del cliente con cui è correlata la caratteristica tecnica da escludere, aumentano le variazioni che si presentano in seguito alla normalizzazione, determinando un'elevata possibilità di riscontrare inversioni di ordinamento.

Si può affermare in definitiva che l'applicazione di TOPSIS al QFD genera numerose distorsioni, il che lo rende un metodo molto instabile in fase di gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche.

### 4.3. OCRA (Operational Competitiveness Rating)

OCRA, “Operational Competitiveness Rating”, è un metodo utilizzato in economia nelle stime di efficienza operativa di unità produttive (Parkan, 1991).

Si assuma di voler paragonare  $n$  unità produttive ( $PU_s$ ), ciascuna delle quali utilizza  $k$  input per generare  $h$  output, dove  $h = m - k$  (Chan & Wu, 1998). Sia  $u_j = (r_{1,j}, \dots, r_{k,j})$  il vettore dei costi (input) di  $PU_j$  e  $v_j = (r_{k+1,j}, \dots, r_{m,j})$  il vettore dei ricavi (output). A ogni  $PU_j$  è possibile associare un vettore input-output del tipo:

$$PU_j = (r_{1,j}, \dots, r_{k,j}, r_{k+1,j}, \dots, r_{m,j}) \quad (4.34)$$

con  $r_{i,j} > 0$ .

Una volta determinato il vettore caratteristico di ogni unità di produzione, è possibile applicare il metodo di Parkan (Parkan, 1991), che permette di effettuare una classifica delle performance di *PU<sub>s</sub>*, sulla base della valutazione del parametro  $E_j^*$ . Nello specifico si ha:

$$E_j^* = OCRA_j - \min_j \{OCRA_j\} \quad (4.35)$$

dove

$$OCRA_j = \sum_{i=1}^k w_i \frac{r_{ij} - \min_j \{r_{ij}\}}{\min_j \{r_{ij}\}} + \sum_{i=k+1}^m w_i \frac{\max_j \{r_{ij}\} - r_{ij}}{\min_j \{r_{ij}\}} \quad (4.36)$$

con  $j=1,2,\dots,n$  e  $w_i$  i pesi relativi degli  $m$  input e output.

Un basso valore di  $OCRA_j$  denota un'unità produttiva i cui valori di output sono prossimi o coincidenti al massimo nell'insieme di riferimento,  $\max_j \{r_{ij}\}$ , mentre la performance in termini di costi è prossima o coincidente col valore minimo tra le alternative considerate,  $\min_j \{r_{ij}\}$ .

Quindi, le alternative (*PU<sub>s</sub>*) vengono ordinate per valori di  $E_j^*$  crescenti; la performance migliore è di quella  $PU_j$  con valore di  $E_j^*$  pari a 0, poiché il suo parametro  $OCRA_j$  coincide col  $\min_j \{OCRA_j\}$ .

Si noti, inoltre, che la valutazione dell'efficienza di ogni  $PU_j$  viene effettuata in termini relativi, limitatamente all'insieme di unità produttive considerato; l'introduzione di ulteriori unità produttive può generare sostanziali cambiamenti in ogni singola valutazione (Parkan, 1991).

Chan e Wu (Chan & Wu, 1998) mostrano che tra i metodi TOPSIS e OCRA vi sono numerose analogie. Si supponga, infatti, di considerare, anche in questo caso, la migliore e la peggior *PU* in termini di performance. Nello specifico si ha:

$$PU_+ = (r_{1+}, \dots, r_{k+}, r_{k+1+}, \dots, r_{m+}) = (\min_j \{r_{1j}\}, \dots, \min_j \{r_{kj}\}, \max_j \{r_{k+1,j}\}, \dots, \max_j \{r_{m,j}\}) \quad (4.37)$$

$$PU_- = (r_{1-}, \dots, r_{k-}, r_{k+1-}, \dots, r_{m-}) = (\max_j \{r_{1j}\}, \dots, \max_j \{r_{kj}\}, \min_j \{r_{k+1,j}\}, \dots, \min_j \{r_{m,j}\}) \quad (4.38)$$

$OCRA_j$  può, quindi, essere interpretato come la distanza rettangolare della generica alternativa  $PU_j$  dalla soluzione migliore  $PU_+$  (Chan & Wu, 1998):

$$OCRA_j = \sum_{i=1}^m \left| \frac{w_i(r_{ij} - r_{i+})}{\min_j\{r_{ij}\}} \right| \quad (4.39)$$

Allo stesso modo di TOPSIS, OCRA effettua un ranking delle alternative, partendo da quella con distanza minore dalla soluzione ottima e così via all'aumentare della distanza.

Si ipotizzi ora di assimilare le caratteristiche tecniche alle *Production Units (PUs)*, ossia le alternative tra cui scegliere; i requisiti del cliente agli output emessi dalle singole alternative e i valori della matrice delle relazioni alle quantità di output emesse (Chan & Wu, 1998). Ogni caratteristica tecnica può essere vista come una *Production Unit* che produce un effetto (output), più o meno forte, per ogni requisito del cliente; grazie a questa analogia è possibile applicare OCRA al QFD.

Si illustrano brevemente le fasi principali di applicazione di OCRA alla prioritizzazione delle caratteristiche tecniche:

1. Si calcolano le due soluzioni estreme, quella ottimale e quella peggiore come segue

$$EC_+ = (r_{1+}, \dots, r_{m+}) = (\max_j\{r_{1j}\}, \dots, \max_j\{r_{mj}\}) \quad (4.40)$$

$$EC_- = (r_{1-}, \dots, r_{m-}) = (\min_j\{r_{1j}\}, \dots, \min_j\{r_{mj}\}) \quad (4.41)$$

2. Per ogni caratteristica tecnica si calcola il valore di OCRA:

$$OCRA_j = \sum_{i=1}^m w_i \left( \frac{\max_j\{r_{ij}\} - r_{ij}}{\min_j\{r_{ij}\}} \right) \quad (4.42)$$

3. Si procede col calcolo del parametro  $E_j^*$

$$E_j^* = OCRA_j - \min_j\{OCRA_j\} \quad (4.43)$$

4. Si ordinano le caratteristiche tecniche (*ECs*) per valori crescenti di  $E_j^*$

Il metodo OCRA prevede che i simboli della matrice delle relazioni vengano convertiti in numeri e che i pesi dei requisiti del cliente siano espressi su una scala da 1 a 5, chiedendo al cliente di quantificare le proprie preferenze. Anche questo metodo, come già TOPSIS e ISM, già

nell'impostazione presenta due problemi che possono creare distorsioni: la codifica arbitraria di simboli in numeri, e l'inattendibilità dei giudizi espressi su scale da 1 a 5 da parte del consumatore. Si riportano ora i risultati ottenuti dall'applicazione di questo metodo al caso del PC notebook (Chen & Huang, 2015). Esattamente come in TOPSIS, anche in tal caso si ha  $EC_+ = [9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9]$  e  $EC_- = [9; 3; 1; 1; 1; 9; 3; 9; 1; 9]$  che rappresentano rispettivamente la soluzione ottimale e quella peggiore per ogni alternativa a disposizione, escludendo il caso di assenza di relazione ( $r_{ij} = "null"$ ).

Si calcola prima il valore di  $OCRA_j$  per ogni alternativa, dove  $OCRA_j = \sum_{i=1}^m w_i \left( \frac{Max_j\{r_{ij}\} - r_{ij}}{min_j\{r_{ij}\}} \right)$  e poi il valore del parametro  $E_j = OCRA_j - \min_j\{OCRA_j\}$ , come riportato in Tabella 4.23.

	<b>EC1</b>	<b>EC2</b>	<b>EC3</b>	<b>EC4</b>	<b>EC5</b>	<b>EC6</b>	<b>EC7</b>	<b>EC8</b>	<b>EC9</b>	<b>EC10</b>	<b>EC11</b>	<b>EC12</b>
<b>CR1</b>	0	0,156	0,156	0,156	0	0	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156
<b>CR2</b>	0,469	0,469	0	0,469	0,469	0,313	0,469	0,469	0	0,469	0,469	0,469
<b>CR3</b>	1	1,125	1,125	1,125	0	0	1,125	1,125	1,125	1	0	1,125
<b>CR4</b>	1,125	0	1,125	1,125	1	1,125	0	0,750	0,750	1,125	0	1,125
<b>CR5</b>	0,844	0,750	0,750	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0	0,844
<b>CR6</b>	0,094	0	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0	0,094
<b>CR7</b>	0,281	0,281	0,281	0	0,281	0,281	0,281	0,281	0,281	0,188	0,188	0,188
<b>CR8</b>	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,000	0,063	0,063
<b>CR9</b>	0,563	0,563	0,563	0,563	0,563	0,563	0	0,563	0,563	0,500	0	0,563
<b>CR10</b>	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0	0,031	0,031	0,031	0	0
<b>OCRA<sub>j</sub></b>	4,469	3,438	4,188	4,469	3,344	3,313	3,031	4,375	3,906	4,406	0,875	4,625
<b>E<sub>j</sub></b>	3,594	2,563	3,313	3,594	2,469	2,438	2,156	3,500	3,031	3,531	0	3,750

Tabella 4.23 Calcolo parametro OCRA ed E (scala 1-3-9)

L'ordinamento che ne consegue è:

$$EC_{11} > EC_7 > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_9 > EC_3 > EC_8 > EC_{10} > EC_1 \sim EC_4 > EC_{12} \quad (4.44)$$

Si noti dapprima che  $EC_{11}$  si conferma di nuovo come la caratteristica tecnica a cui prestare maggiore attenzione. L'ordinamento ottenuto, però, è influenzato da un errore, poiché il metodo OCRA prevede tra le sue ipotesi quella per cui i valori di  $r_{ij}$  siano strettamente positivi; nell'applicazione mostrata, laddove non vi fosse una relazione tra *customer requirement* e *design requirement*, si è supposto  $r_{ij} = 0$ , mentre nel calcolo di  $EC_-$  sono stati esclusi i casi in cui  $r_{ij} = 0$ , altrimenti il denominatore della (4.42) sarebbe nullo. In questo caso, però, a differenza di quanto mostrato con TOPSIS, il problema

distorsivo non sussiste. Una delle ipotesi che sono state fatte per introdurre i metodi TOPSIS e OCRA, è quella di considerare gli elementi della matrice delle relazioni come valori di output, e quindi  $k = 0$  (Chan & Wu, 1998). Grazie a questa semplificazione il primo elemento della (4.36) si annulla, e la formula si semplifica nella (4.42); pertanto, la differenza  $\max_j(r_{ij}) - r_{ij}$  mantiene la proprietà che un'alternativa con  $r_{ij} = "null"$  risulti più distante dalla soluzione migliore, rispetto a quelle per cui  $r_{ij} > 0$ .

Si consideri, per esempio, a parità di peso relativo del requisito del cliente, il calcolo di  $OCRA$  relativo a  $r_{4,4} = "null"$  e  $r_{4,5} = 1$ . Il valore di  $OCRA_{4,4}$  è  $OCRA_{4,4} = \frac{0,125(9-0)}{1} = 1,125$  e quello di  $OCRA_{4,5}$  è  $OCRA_{4,5} = \frac{0,125(9-1)}{1} = 1$ . Dato che  $w_i[\max_j(r_{ij}) - 0] > w_i[\max_j(r_{ij}) - r_{ij}] \forall r_{ij} > 0$ , il valore di  $OCRA$  relativo a un  $r_{ij} = "null"$  risulta maggiore dei casi in cui  $r_{ij} > 0$  e contribuisce quindi a incrementare il valore totale di  $OCRA_j$  dell'alternativa  $j -esima$ . All'aumentare di  $OCRA_j$ , infatti, l'alternativa  $j -esima$  si allontana dalla soluzione migliore, ossia quella che presenta il valore minimo tra tutti i valori di  $OCRA_j$  nell'insieme considerato. È ragionevole, dunque, ritenere che un'alternativa che non soddisfa i requisiti del cliente ( $r_{ij} = "null"$ ) risulti essere peggiore di una che, invece, presenta un livello di correlazione positivo, seppur minimo ( $1,125 > 1$ ).

Si noti, inoltre, che nel calcolo di  $OCRA_j$  compare a denominatore il valore minimo tra le alternative per ogni requisito del cliente,  $\min_j\{r_{ij}\}$ . Ad ogni elemento della matrice delle relazioni si associa un valore di  $OCRA_{ij}$ , che è influenzato dal minimo valore in riga. Questo, a parità di peso del requisito del cliente, può generare distorsioni, in quanto a due gradi di correlazione giudicati uguali in termini d'intensità, per esempio  $r_{12} = 0$  e  $r_{22} = 0$ , si associano valori diversi di  $OCRA_{ij}$  poiché differiscono nel solo denominatore,  $OCRA_{12} = 0,15625$  e  $OCRA_{22} = 0,46875$ .

Si introduca ora una modifica nei dati di partenza, sostituendo per  $r_{9,10}$  un livello di correlazione debole con uno medio,  $r'_{9,10} = 3$ ; in questo modo si modifica anche il valore minimo per  $CR_9$  e si ha  $EC_-(9) = 3$ . La modifica di  $r_{9,10}$  non comporta cambiamenti al solo valore di  $OCRA_{9,10}$ , ma, essendo cambiato il valore minimo di  $EC_-(9)$ , ne risentono i valori di tutte le caratteristiche tecniche relativi a  $CR_9$ . I nuovi valori di  $OCRA_j$  e di  $E_j$  sono mostrati in Tabella 4.24. Si consulti l'allegato 3 per maggiori dettagli.

	<b>EC1</b>	<b>EC2</b>	<b>EC3</b>	<b>EC4</b>	<b>EC5</b>	<b>EC6</b>	<b>EC7</b>	<b>EC8</b>	<b>EC9</b>	<b>EC10</b>	<b>EC11</b>	<b>EC12</b>
<b>OCRA<sub>j</sub></b>	4,094	3,063	3,813	4,094	2,969	2,938	3,031	4	3,531	4,031	0,875	4,250
<b>E<sub>j</sub></b>	3,219	2,188	2,938	3,219	2,094	2,063	2,156	3,125	2,656	3,156	0	3,375

Tabella 4.24 Parametri OCRA ed E,  $r_{9,10}=3$  (scala 1-3-9)

L'ordinamento ottenuto è:

$$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_7 > EC_2 > EC_9 > EC_3 > EC_8 > EC_{10} > EC_1 \sim EC_4 > EC_{12} \quad (4.45)$$

Si può riscontrare un'inversione di ordinamento tra le caratteristiche tecniche  $EC_5, EC_6$  e  $EC_7$ : nel caso originale l'ordinamento tra queste tre caratteristiche era  $EC_7 > EC_6 > EC_5$ , mentre ora è  $EC_6 > EC_5 > EC_7$ . Il cambiamento di un parametro per la caratteristica  $EC_9$  ha determinato inversioni tra altre caratteristiche dell'insieme considerato, lasciando  $EC_9$  nella posizione originale.

Esattamente come in TOPSIS, anche in questo caso si è deciso di valutare la sensibilità del metodo al cambiamento della scala numerica utilizzata e all'esclusione di una caratteristica tecnica.

### 1) Utilizzo di una scala 1-3-5

Una criticità di questo metodo risiede nel fatto che, cambiando la scala numerica con cui rappresentare i simboli della matrice delle relazioni, l'ordinamento finale subisce dei mutamenti. Si supponga che i simboli vengano convertiti in numeri, utilizzando una scala 1-3-5. Applicando nuovamente il metodo OCRA, si ottengono i seguenti risultati (Tabella 4.25).

	<i>EC1</i>	<i>EC2</i>	<i>EC3</i>	<i>EC4</i>	<i>EC5</i>	<i>EC6</i>	<i>EC7</i>	<i>EC8</i>	<i>EC9</i>	<i>EC10</i>	<i>EC11</i>	<i>EC12</i>
<i>CR1</i>	0	0,156	0,156	0,156	0	0	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156
<i>CR2</i>	0,260	0,260	0	0,260	0,260	0,104	0,260	0,260	0	0,260	0,260	0,260
<i>CR3</i>	0,5	0,625	0,625	0,625	0	0	0,625	0,625	0,625	0,5	0	0,625
<i>CR4</i>	0,625	0	0,625	0,625	0,5	0,625	0	0,250	0,250	0,625	0	0,625
<i>CR5</i>	0,469	0,375	0,375	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0	0,469
<i>CR6</i>	0,094	0	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0	0,094
<i>CR7</i>	0,156	0,156	0,156	0	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156	0,063	0,063	0,063
<i>CR8</i>	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0	0,063	0,063
<i>CR9</i>	0,313	0,313	0,313	0,313	0,313	0,313	0	0,313	0,313	0,25	0	0,313
<i>CR10</i>	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0	0,031	0,031	0,031	0	0
<i>OCRA<sub>j</sub></i>	2,510	1,979	2,438	2,635	1,885	1,854	1,823	2,417	2,156	2,448	0,542	2,667
<i>E<sub>j</sub></i>	1,969	1,438	1,896	2,094	1,344	1,313	1,281	1,875	1,615	1,906	0	2,125

Tabella 4.25 Calcolo parametri OCRA ed E (scala 1-3-5)

Pertanto, l'ordinamento che ne deriva è il seguente:

$$EC_{11} > EC_7 > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_9 > EC_8 > EC_3 > EC_{10} > EC_1 > EC_4 > EC_{12} \quad (4.46)$$

Si noti che, rispetto al caso d'utilizzo di una scala 1-3-9, si ha:

- un'inversione di ordinamento tra  $EC_3$  e  $EC_8$
- $EC_1$  e  $EC_4$  non possono più considerarsi allo stesso livello, in quanto con una scala 1-3-5 risulta  $EC_1 > EC_4$ .

Il metodo risulta quindi sensibile al tipo di scala numerica che viene utilizzata. Come si è già visto, tale problema è connesso all'arbitraria codifica di simboli in numeri e alla conseguente promozione di una scala ordinale a una cardinale (Franceschini & Rupil, 1999).

## 2) Esclusione di una caratteristica tecnica

Come già mostrato nei metodi ISM e TOPSIS, si procede con l'eliminazione dal set di una caratteristica tecnica, al fine di testare la sensibilità del metodo al variare delle  $ECs$ . Escludendo la caratteristica tecnica  $EC_{12}$ , l'ordinamento rimane invariato così come i valori di  $OCRA_j$  e di  $E_j$ . Tale caratteristica, infatti, non comporta variazioni, poiché per nessun requisito del cliente risulta essere determinante nel calcolo di  $EC_+$  e di  $EC_-$ . OCRA, a differenza di TOPSIS, non prevede normalizzazioni e, quindi, ogni valore  $r_{ij}$  mantiene una certa dipendenza rispetto ai valori assunti dalle altre caratteristiche tecniche. L'unica fase in cui OCRA dipende fortemente dall'insieme di caratteristiche tecniche coinvolte, è la fase di calcolo di  $EC_+$  e  $EC_-$ . Escludendo  $EC_{12} = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 3; 0; 0; 9]$ , non si hanno modifiche in  $EC_-(7) = 3$  e  $EC_-(10) = 9$ , poiché si hanno rispettivamente altri valori  $r_{7j} = 3$  e  $r_{10,j} = 9$  che mantengono invariati  $EC_+$  e  $EC_-$ . OCRA risulta quindi sensibile all'esclusione di un'alternativa soltanto nel momento in cui i valori assunti per almeno un requisito del cliente risultano essere determinanti nel calcolo di  $EC_+$  e  $EC_-$ . A tal proposito, si è deciso di eliminare  $EC_6$  che presenta il valore minimo per il requisito del cliente  $CR_2$ ,  $r_{26} = 3$ . La soluzione migliore resta invariata,  $EC'_+ = [9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9; 9]$ , mentre la soluzione peggiore cambia e si ha  $EC'_- = [9; 9; 1; 1; 1; 9; 3; 9; 1; 9]$ . Si ottengono pertanto i risultati mostrati in Tabella 4.26.

	<i>EC1</i>	<i>EC2</i>	<i>EC3</i>	<i>EC4</i>	<i>EC5</i>	<i>EC7</i>	<i>EC8</i>	<i>EC9</i>	<i>EC10</i>	<i>EC11</i>	<i>EC12</i>
<i>CR1</i>	0	0,156	0,156	0,156	0	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156
<i>CR2</i>	0,156	0,156	0	0,156	0,156	0,156	0,156	0	0,156	0,156	0,156
<i>CR3</i>	1	1,125	1,125	1,125	0	1,125	1,125	1,125	1	0	1,125
<i>CR4</i>	1,125	0	1,125	1,125	1	0	0,75	0,75	1,125	0	1,125
<i>CR5</i>	0,844	0,75	0,75	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0	0,844
<i>CR6</i>	0,094	0	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0	0,094
<i>CR7</i>	0,281	0,281	0,281	0	0,281	0,281	0,281	0,281	0,188	0,188	0,188
<i>CR8</i>	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0	0,063	0,063
<i>CR9</i>	0,563	0,563	0,563	0,563	0,563	0	0,563	0,563	0,5	0	0,563
<i>CR10</i>	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0	0,031	0,031	0,031	0	0
<i>OCRA<sub>j</sub></i>	4,156	3,125	4,188	4,156	3,031	2,719	4,063	3,906	4,094	0,563	4,313
<i>E<sub>j</sub></i>	3,594	2,563	3,625	3,594	2,469	2,156	3,5	3,344	3,531	0	3,750

Tabella 4.26 Calcolo parametri OCRA ed E (esclusione EC6)

L'ordinamento è mutato in seguito all'assenza di  $EC_6$  e si ha:

$$EC_{11} > EC_7 > EC_5 > EC_2 > EC_9 > EC_8 > EC_{10} > EC_1 \sim EC_4 > EC_3 > EC_{12} \quad (4.47)$$

L'esclusione del valore minimo di  $CR_2$  ha comportato numerosi cambiamenti. Si noti, per esempio, la sostanziale differenza nel calcolo di  $OCRA'_{21} = 0,156$  che con  $n=12$  risultava pari a  $OCRA_{21} = 0,469$ , la cui diminuzione determina un miglioramento di  $OCRA_1$ . Tale diminuzione deriva semplicemente dal fatto che è cambiato il denominatore nel computo del parametro OCRA in seguito all'esclusione di  $EC_6$ ,  $OCRA_{21} = 0,15625 \frac{9-0}{3} > OCRA'_{21} = 0,15625 \frac{9-0}{9}$ .

Si è mostrato, quindi, che molti dei problemi riscontrati in TOPSIS sono comuni anche in OCRA, essendo entrambi metodi basati sul calcolo di una distanza. TOPSIS e OCRA sono entrambi metodi intuitivi, semplici, da un punto di vista computazionale, e di facile costruzione. Entrambi si basano sull'idea che l'importanza di una  $EC$  dipenda dalla sua distanza dalla soluzione ottimale (Chan & Wu, 1998). Come tutti gli altri metodi illustrati in questo capitolo, però, necessitano di input esclusivamente numerici e ciò genera, come già discusso, problemi nel momento in cui si convertono valori espressi su scala ordinale in numeri.

Riassumendo, tre sono le principali criticità comuni ai metodi che operano con scale cardinali (ISM, TOPSIS e OCRA):

- La conversione arbitraria di simboli in numeri: associando a ogni simbolo un numero, si introducono delle distanze in una scala ordinale che non supporta tale proprietà empirica;

questo, come si è visto, determina un'elevata sensibilità di tali metodi alla tipologia di scala numerica utilizzata;

- I requisiti del cliente vengono associati a dei numeri espressi su una scala da 1 a 5. Questa informazione è caratterizzata da un'elevata dose di incertezza e soggettività, poiché ogni consumatore ha un metro di giudizio differente e ciò può generare risultati inattendibili.
- Tutti questi metodi, escluso ISM, sono caratterizzati da una notevole dipendenza, ai fini della generazione di un ranking totale, dall'insieme di caratteristiche tecniche coinvolte.

## 5. Metodi che operano con scale ordinali

Nei capitoli precedenti si è accennato al problema dell'arbitraria conversione dei simboli in numeri e di quanto sia difficile ottenere valori attendibili nelle ricerche di mercato per valutare l'importanza che ogni cliente attribuisce ai *customer requirement* (Franceschini & Rossetto, 1995).

È quindi fondamentale, per evitare di ottenere risultati errati o distorti, utilizzare le informazioni della matrice delle relazioni mantenendo le preferenze espresse su scala ordinale.

L'obiettivo dei metodi presentati in questo capitolo è proprio quello di non introdurre distorsioni numeriche nei dati forniti dal QFD. Tali metodi prevedono due tipologie di input:

- Matrice delle relazioni: si mantiene la codifica simbolica in scala ordinale;
- Requisiti del cliente: si utilizzano i valori delle importanze, fornite dalle ricerche di mercato, sia espressi su scala cardinale che su scala ordinale. Questa distinzione genera un'ulteriore classificazione dei metodi di prioritizzazione delle caratteristiche tecniche. In particolare, si avranno:
  - a) Metodi che operano su scala ordinale e che richiedono le importanze dei requisiti del cliente espressi su scala cardinale (Borda, ELECTRE, PROMETHEE);
  - b) Metodi che operano su scala ordinale e che richiedono le importanze dei requisiti del cliente espresse su scala ordinale (IDCR, OPM).

### 5.1. Metodo di Borda

Nel capitolo 2 si è visto che la proprietà empirica propria di una scala ordinale è quella di ordinamento. Ogniqualvolta si hanno dei valori espressi su una scala ordinale, è possibile derivarne un ordinamento complessivo. Il metodo di Borda fu elaborato nel 1770 da *Jean Charles de Borda* (De Borda, 1781), il quale propose di assegnare un diverso punteggio alle alternative, sulla base del loro posizionamento nell'ordinamento.

Sia  $A = \{A_1, \dots, A_n\}$  l'insieme delle alternative da confrontare e  $m$  il numero di ranking totali che vengono formulati. Ciascun individuo  $i$  formula un ordinamento sulla base delle proprie preferenze; tale ordinamento ha, quindi, la seguente forma:

$$R_i = \{A_1 > A_2 > \dots > A_n\} \quad (5.1)$$

con  $i = 1, \dots, m$ .

Ogni ordinamento  $R_i$  può essere visto come una permutazione  $\sigma_i$  di  $1, \dots, n$ , dove

$$\sigma_i = (i_1, i_2, \dots, i_n). \quad (5.2)$$

Sia  $\sigma_{ij}$  il  $j$ -esimo elemento di  $\sigma_i$ , tale che  $\sigma_{ij} = i_j$ ; allora  $\sigma_i(\sigma_{ij}) = j$ , quindi con  $\sigma_i(k)$  si indica la posizione ordinale che l'alternativa  $k$ -esima,  $A_k$ , ricopre in  $\sigma_i$  (Dym, et al., 2002).

Sia  $A = \{A_1, A_2, A_3\}$  l'insieme delle alternative e  $R_i = \{A_3 > A_1 > A_2\}$  il ranking  $i$ -esimo, si ha un vettore  $\sigma_i = \{3, 1, 2\}$  con  $\sigma_i(1) = 2$ ;  $\sigma_i(2) = 3$  e  $\sigma_i(3) = 1$  (Dym, et al., 2002).

Considerando che ad ogni ranking è associato un vettore  $\sigma_i$  e a ogni alternativa è associato un valore  $\sigma_i(k)$ , che indica la posizione che l'alternativa  $k$  ricopre nell'ordinamento  $i$ -esimo, si può calcolare il valore dell'indice di Borda di una data alternativa nel modo seguente:

$$B_k = \sum_{i=1}^m n - \sigma_i(k) \quad (5.3)$$

La (5.3), quindi, associa a ogni posizione di un ranking  $i$  un valore che varia tra  $n-1$  e  $0$ ; nello specifico all'alternativa che si trova in prima posizione associa il valore  $n-1$ , alla seconda il valore  $n-2$  e così via sino all'ultima che presenterà il valore  $0$ . Le alternative vengono infine ordinate per valori decrescenti di  $B_k$ , dalla migliore alla peggiore.

Il metodo di Borda può essere facilmente applicato anche alla gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche, infatti  $A = \{EC_1; EC_2; \dots; EC_n\}$  è l'insieme delle caratteristiche tecniche e  $R = \{CR_1, \dots, CR_m\}$  è l'insieme dei requisiti del cliente. Per ogni requisito, infatti, si stabilisce un ordinamento  $R_i$ , che rappresenta l'ordine in cui le varie caratteristiche tecniche soddisfano quel determinato requisito del cliente. In questo modo il metodo di Borda non promuove la scala ordinale con cui sono rappresentati gli elementi della matrice delle relazioni in scala d'intervallo e tantomeno di rapporto, in quanto non effettua alcuna trasformazione di simboli in numeri. Gli elementi della matrice delle relazioni vengono utilizzati per effettuare un ordinamento, rispettando così tutte le proprietà della scala ordinale relativa.

Si noti dapprima che nel QFD si utilizza una scala ordinale a 3 livelli e quindi si avranno molte situazioni in cui due o più alternative si trovano in  $R_i$  allo stesso livello. Questo fa sì che il vettore  $\sigma_i$  presenti non una sola caratteristica tecnica per ogni posizione del ranking, ma un insieme di caratteristiche tecniche associate a una data posizione nell'ordinamento.

Inoltre, è necessario apportare una modifica al metodo precedentemente illustrato, poiché la (5.3) presuppone che tutti gli  $R_i$  abbiano la stessa importanza. Nella casa della qualità, come si è ampiamente già discusso, i requisiti del cliente sono caratterizzati da un valore che esprime la loro importanza, sulla base dei giudizi del consumatore. L'importanza assoluta di tali requisiti può essere interpretata come il numero di individui che sostengono un determinato ordinamento  $R_i$ . L'impostazione del metodo rimane, quindi, identica a quella precedentemente illustrata, viene modificata solo la (5.3), introducendo il vettore dei pesi di ogni singolo ranking,  $W = [d_1, d_2, \dots, d_m]$ , in formula:

$$B_k = \sum_{i=1}^m d_i(n - \sigma_i(k)) \quad (5.4)$$

L'utilizzo del metodo di Borda nella prioritizzazione delle caratteristiche tecniche del QFD presenta il vantaggio di essere molto semplice da applicare, quindi la ridotta difficoltà computazionale determina anche bassi tempi di implementazione. Oltretutto, come si è già visto, mantiene le informazioni della casa della qualità su base ordinale, senza introdurre né distanze né rapporti tra numeri.

Vi sono comunque due criticità principali connesse a questo metodo. La prima è dovuta all'utilizzo delle importanze dei requisiti del cliente su scala numerica, mentre la seconda è connessa al Teorema dell'impossibilità di Arrow.

Il teorema di Arrow fu formulato dall'economista Kenneth Arrow nel 1951 (Arrow, 1951) e sancisce l'impossibilità di determinare una procedura di voto perfetta, se vi sono più di due elementi tra cui scegliere. In particolare, Arrow afferma che tale impossibilità si presenta ogni volta che vi siano almeno tre votanti che sono chiamati ad esprimersi su più di due alternative (Dym, et al., 2002). Arrow (Arrow, 1951) postula l'esistenza di 5 proprietà che identificano la procedura di voto "ideale", ma nella realtà almeno una di queste viene sempre violata:

- Ogni ordinamento formulato da ogni singolo individuo è da ritenersi possibile;
- Il gruppo sceglie liberamente quale delle alternative preferire, quindi non esiste alcuna relazione di preferenza vietata;
- Non esiste individuo che possa imporre al gruppo un ordine di preferenza aggregato;
- Se un individuo modifica l'ordine di preferenza tra due alternative, allora anche la funzione di preferenza sociale dovrebbe subire tale modifica o al massimo rimanere invariata;
- Se dall'ordinamento complessivo tra le alternative risulta che  $A$  è maggiore di  $B$  quando  $C$  non si considera, allora  $B$  non può essere maggiore di  $A$  quando  $C$  è considerata

Tutti i metodi di voto, così come anche i metodi presentati in questo elaborato, violano almeno una condizione del teorema di Arrow. Nel caso del metodo di Borda viene violato, per esempio, l'assioma relativo all'indipendenza dalle alternative irrilevanti. Il valore di  $B_k$  risulta, pertanto, sensibile alle alternative irrilevanti, il che significa che la relazione di preferenza tra due alternative si inverte, qualora venga introdotta nell'insieme A una terza alternativa (Dym, et al., 2002). Questo effetto è conosciuto come “*rank-reversal*”, in quanto si genera un'inversione nell'ordinamento, mentre in un metodo perfetto la relazione di preferenza tra due alternative si manterrebbe, indipendentemente dalle alternative prese in considerazione.

L'applicazione del metodo di Borda alla gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD prevede, quindi, due fasi principali:

- 1) la creazione degli ordinamenti per ogni requisito del cliente, stabilendo, pertanto, un ordinamento complessivo delle alternative e le permutazioni associate;
- 2) Il calcolo, per ogni caratteristica tecnica, del valore  $B_k$  e l'ordinamento delle caratteristiche tecniche per valori di quest'ultimo decrescenti.

### 1) Calcolo ordinamenti e rispettive permutazioni

I ranking per ogni requisito del cliente inerenti al caso di studio sul PC notebook e le relative permutazioni sono:

$$1) EC_1 \sim EC_5 \sim EC_6 > EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{10} \sim EC_{11} \sim EC_{12}$$

$$\sigma_1 = [\{1,5,6\}; 0; 0; \{2,3,4,7,8,9,10,11,12\}; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];$$

$$2) EC_3 \sim EC_9 > EC_6 > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_{10} \sim EC_{11} \sim EC_{12}$$

$$\sigma_2 = [\{3,9\}; 0; 6; \{1,2,4,5,7,8,10,11,12\}; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];$$

$$3) EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11} > EC_1 \sim EC_{10} > EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{12}$$

$$\sigma_3 = [\{5,6,11\}; 0; 0; \{1,10\}; 0; \{2,3,4,7,8,9,12\}; 0; 0; 0; 0; 0; 0];$$

$$4) EC_2 \sim EC_7 \sim EC_{11} > EC_8 \sim EC_9 > EC_5 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_6 \sim EC_{10} \sim EC_{12}$$

$$\sigma_4 = [\{2,7,11\}; 0; 0; \{8,9\}; 0; 5; \{1,3,4,6,10,12\}; 0; 0; 0; 0; 0];$$

$$5) EC_{11} > EC_2 \sim EC_3 > EC_1 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{10} \sim EC_{12}$$

$$\sigma_5 = [11; \{2,3\}; 0; \{1,4,5,6,7,8,9,10,12\}; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];$$

$$6) EC_2 \sim EC_{11} > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{10} \sim EC_{12}$$

$$\sigma_6 = [\{2,11\}; 0; \{1,3,4,5,6,7,8,9,10,12\}; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];$$

$$7) EC_4 > EC_{10} \sim EC_{11} \sim EC_{12} > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9$$

$$\sigma_7 = [4; \{10,11,12\}; 0; 0; \{1,2,3,5,6,7,8,9\}; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];$$

$$8) EC_{10} > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{11} \sim EC_{12}$$

$$\sigma_8 = [10; \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,11,12\}; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];$$

$$9) EC_7 \sim EC_{11} > EC_{10} > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{12}$$

$$\sigma_9 = [\{7,11\}; 0; 10; \{1,2,3,4,5,6,8,9,12\}; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];$$

$$10) EC_7 \sim EC_{11} \sim EC_{12} > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{10}$$

$$\sigma_{10} = [\{7,11,12\}; 0; 0; \{1,2,3,4,5,6,8,9,10\}; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];$$

## 2) Calcolo indici di Borda

Ricordando che il vettore dei pesi dei requisiti del cliente in termini assoluti è  $W = [5; 5; 4; 4; 3; 3; 3; 2; 2; 1]$ , si ottengono i risultati mostrati in Tabella 5.1.

	$d_i$	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	5	11	8	8	8	11	11	8	8	8	8	8	8
CR2	5	8	8	11	8	8	9	8	8	11	8	8	8
CR3	4	8	6	6	6	11	11	6	6	6	8	11	6
CR4	4	5	11	5	5	6	5	11	8	8	5	11	5
CR5	3	8	10	10	8	8	8	8	8	8	8	11	8
CR6	3	9	11	9	9	9	9	9	9	9	9	11	9
CR7	3	7	7	7	11	7	7	7	7	7	10	10	10
CR8	2	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11	10	10
CR9	2	8	8	8	8	8	8	11	8	8	9	11	8
CR10	1	8	8	8	8	8	8	11	8	8	8	11	11
<b>B(EC<sub>i</sub>)</b>		<b>263</b>	<b>276</b>	<b>261</b>	<b>252</b>	<b>279</b>	<b>280</b>	<b>273</b>	<b>252</b>	<b>267</b>	<b>261</b>	<b>317</b>	<b>252</b>

Tabella 5.1 Indici di Borda per ogni caratteristica tecnica

L'ordinamento ottenuto con il metodo di Borda è:

$$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_7 > EC_9 > EC_1 > EC_3 \sim EC_{10} > EC_4 \sim EC_{12} \sim EC_8 \quad (5.5)$$

L'alternativa  $EC_{11}$  si conferma di nuovo come la migliore, mentre il gruppo  $EC_4, EC_8$  e  $EC_{12}$  come le peggiori del set considerato. L'ordinamento col metodo di Borda è determinato dalla posizione assunta dalle alternative negli ordinamenti di ogni  $CR_i$ . Questo, nel caso dell'applicazione del metodo di Borda al QFD, genera una grossa criticità. Il vettore  $\sigma_i$  è, infatti, costituito da 12 elementi a ciascuno dei quali si assegna un valore compreso tra  $n-1$  e 0, mentre le caratteristiche tecniche vengono valutate su una scala ordinale a 3 livelli, con l'aggiunta del caso in cui non vi è correlazione. Inevitabilmente ciò porta ad associare solo alcuni dei valori compresi tra  $n-1$  e 0 nel calcolo degli indici di Borda, generando delle incongruenze. Per due requisiti del cliente diversi può accadere che a uno stesso simbolo si associno valori numerici diversi in base al numero di alternative correlate con il dato requisito. Si considerino, per esempio, i soli requisiti tecnici 3 e 4 riportati in Tabella 5.2.

	$d_i$	$EC_1$	$EC_2$	$EC_3$	$EC_4$	$EC_5$	$EC_6$	$EC_7$	$EC_8$	$EC_9$	$EC_{10}$	$EC_{11}$	$EC_{12}$
<b>CR3</b>	4	$\Delta$				●	●				$\Delta$	●	
<b>CR4</b>	4		●			$\Delta$		●	○	○		●	

Tabella 5.2 CR3 e CR4 a confronto

I due ordinamenti sono rispettivamente:

$$EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11} > EC_1 \sim EC_{10} > EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{12} \quad (5.6)$$

$$EC_2 \sim EC_7 \sim EC_{11} > EC_8 \sim EC_9 > EC_5 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_6 \sim EC_{10} \sim EC_{12} \quad (5.7)$$

Si focalizzi ora l'attenzione sul calcolo degli indici di Borda di  $EC_1$  per il requisito  $CR_3$  e di  $EC_5$  per  $CR_4$ . I due indici risultano diversi in quanto  $B_3(EC_1) = 8$  e  $B_4(EC_5) = 6$ , nonostante il grado di correlazione sia identico  $r_{ij} = \Delta$ . Il valore di  $B_3(EC_1)$  è influenzato dal fatto che il grado di correlazione  $\Delta$  compare in un requisito del cliente dove non è presente il livello medio di correlazione e dove solo tre caratteristiche tecniche sono migliori nel ranking rispetto a  $EC_1$ ; mentre il valore più basso di  $B_4(EC_5)$  è giustificato dal fatto che, oltre alla presenza del livello medio di correlazione, vi sono 5 caratteristiche tecniche migliori di  $EC_5$  in  $CR_4$ . In conclusione, due livelli di correlazione giudicati identici in fase di costruzione della casa della qualità, contribuiscono in maniera diversa al calcolo dell'indice di Borda di una caratteristica tecnica, influenzando quindi l'ordinamento finale. Se per ogni requisito del cliente ci fossero solo preferenze strette, del tipo

$EC_1 > \dots > EC_j > \dots > EC_n$ , allora tutti i valori tra 0 e  $n-1$  verrebbero associati alle posizioni occupate negli ordinamenti, evitando il problema distorsivo appena discusso, anche se questo comporterebbe l'utilizzo di una scala ordinale a 11 livelli nella valutazione della matrice delle relazioni.

Tale metodo risulta, peraltro, sensibile alle alternative irrilevanti, violando quindi il teorema di Arrow (Arrow, 1951). Per dimostrare questa assunzione, si è deciso di riapplicare il metodo di Borda al caso di studio del PC notebook eliminando dal set la caratteristica tecnica 12, che dalla prima analisi era risultata essere una delle peggiori. Si ottengono i risultati in Tabella 5.3.

	$d_i$	$EC_1$	$EC_2$	$EC_3$	$EC_4$	$EC_5$	$EC_6$	$EC_7$	$EC_8$	$EC_9$	$EC_{10}$	$EC_{11}$
<b>CR1</b>	5	10	7	7	7	10	10	7	7	7	7	7
<b>CR2</b>	5	7	7	10	7	7	8	7	7	10	7	7
<b>CR3</b>	4	7	5	5	5	10	10	5	5	5	7	10
<b>CR4</b>	4	4	10	4	4	5	4	10	7	7	4	10
<b>CR5</b>	3	7	9	9	7	7	7	7	7	7	7	10
<b>CR6</b>	3	8	10	8	8	8	8	8	8	8	8	10
<b>CR7</b>	3	7	7	7	10	7	7	7	7	7	9	9
<b>CR8</b>	2	9	9	9	9	9	9	9	9	9	10	9
<b>CR9</b>	2	7	7	7	7	7	7	10	7	7	8	10
<b>CR10</b>	1	8	8	8	8	8	8	10	8	8	8	10
<b>B</b>		235	248	233	221	251	252	244	224	239	230	285

Tabella 5.3 Calcolo indici di Borda (esclusione  $EC_{12}$ )

Il nuovo ordinamento è:

$$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_7 > EC_9 > EC_1 > EC_3 > EC_{10} > EC_8 > EC_4 \quad (5.8)$$

Come si può notare non è avvenuto un vero e proprio cambiamento di ordinamento, ma non si hanno più le due situazioni di uguaglianza precedenti, mentre prima  $EC_3 \sim EC_{10}$  e  $EC_4 \sim EC_8$ , ora si ha che  $EC_3 > EC_{10}$  e  $EC_8 > EC_4$ . L'esclusione di un'alternativa ha quindi apportato delle modifiche all'ordinamento finale minime, ma il cambiamento del modulo degli indici di Borda è sufficiente a dimostrare la sensibilità di tale metodo all'esclusione di alternative. L'eventuale situazione di *rank reversal* interessa principalmente quelle alternative che presentano degli indici di Borda simili (Dym, et al., 2002); si noti, a tal proposito, che le caratteristiche tecniche interessate da modifiche dopo l'esclusione dell'alternativa 12, sono proprio quelle che presentavano degli indici di Borda molto vicini.

## 5.2. Metodi ELECTRE

I metodi ELECTRE (“*EL*imination *Et* *Choix Traduisant la RE*aliti ”, ossia eliminazione e scelta che traducono la realt ) furono sviluppati a partire dalla fine degli anni 60, quando Bernard Roy (Roy, 1968) propose la prima versione di metodo ELECTRE per problemi di scelta multipla.

Questi metodi rientrano nell’ambito dei problemi MCDA (*multicriteria decision aiding*), ossia delle situazioni in cui si richiede di scegliere, e di ordinare, delle alternative sulla base di un numero finito di criteri, come   gi  stato illustrato nel capitolo 2.

Sia  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  l’insieme di tutte le possibili alternative e  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_m\}$  l’insieme di tutti i possibili criteri. Il valore di  $g_i(a_j)$  rappresenta la performance della  $j$ -esima alternativa sulla base dell’ $i$ -esimo criterio di valutazione. Se  $g_i(a_j) > g_i(a_k)$ , allora si pu  dire che, in accordo al criterio  $i$ -esimo, l’alternativa  $j$    migliore dell’alternativa  $k$  (Franceschini, 2002).

Date due generiche alternative  $a, b \in A$  e  $S$  che indica una relazione di surclassamento di un’alternativa rispetto ad un’altra, le relazioni di preferenza tra queste possono essere di quattro tipi (Figueira, et al., 2005):

- $aSb$  and not  $bSa$ ,  $a$    strettamente preferita a  $b$ ;
- $bSa$  and not  $aSb$ ,  $b$    strettamente preferita ad  $a$ ;
- $aSb$  and  $bSa \rightarrow aIb$ ,  $a$    indifferente a  $b$ ;
- not  $aSb$  and not  $bSa \rightarrow aRb$ ,  $a$  e  $b$  sono incomparabili, il che sta ad indicare l’assenza di sufficienti informazioni per effettuare un confronto tra le due.

In questi 4 casi si parla di “surclassamento certo”, ad ogni coppia   infatti possibile attribuire una di queste relazioni logiche. Inoltre, si pu  definire un’altra tipologia di surclassamento, il “surclassamento fuzzy”, grazie al quale   possibile associare a ogni relazione di surclassamento un grado di credibilit . Con questa logica viene meno l’ipotesi per cui i dati, con cui si implementano i metodi di scelta, costituiscano una certezza assoluta e deterministica, introducendo una variabile d’incertezza (Norese, 2002). Analogamente, i criteri di scelta si distinguono in 2 classi: i “veri criteri”, quelli per cui   possibile determinare una preferenza in senso stretto tra due qualsiasi valutazioni, e gli “pseudo-criteri”, ossia quelli che modellano l’incertezza delle valutazioni, introducendo una soglia di indifferenza entro la quale non si   in grado di definire una relazione di preferenza (Norese, 2002). La costruzione di una relazione di surclassamento si basa sulla verifica di due tipologie di test: il test di concordanza e quello di non discordanza. Utilizzando i pesi dei criteri di scelta, il test di concordanza verifica che, affinch   $aSb$ , vi sia una sufficiente quantit  di criteri concordi con questa

relazione; mentre il test di non discordanza verifica che, una volta soddisfatto il test di concordanza, non vi siano criteri che si oppongano in maniera significativa alla relazione  $aSb$  (Franceschini, 2002). Pertanto, per ogni metodo ELECTRE viene costruito un test di concordanza e uno di non discordanza al fine di avvalorare l'ipotesi di surclassamento.

Nel corso degli anni sono state proposte varie tipologie di metodi ELECTRE che si distinguono principalmente per obiettivo, natura dei criteri e tipologia di surclassamento. Nella tabella seguente (Tabella 5.4) sono state riassunte le principali caratteristiche dei quattro metodi ELECTRE (Norese, 2002):

Metodo	Obiettivo	Natura dei criteri	Surclassamento
<i>ELECTRE I</i>	Scelta	Veri-criteri	Definito
<i>ELECTRE II</i>	Ordinamento	Veri-criteri	Definito
<i>ELECTRE III</i>	Ordinamento	Pseudo-criteri	Fuzzy
<i>ELECTRE IV</i>	Ordinamento	Pseudo-criteri	Fuzzy

Tabella 5.4 I quattro principali metodi ELECTRE

Nello specifico verranno trattati in questo elaborato soltanto i primi due metodi, ELECTRE I e II, poiché sono quelli che, utilizzando informazioni in input su scala ordinale e cardinale, si prestano meglio ad un'applicazione alla prioritizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD.

### 5.2.1. ELECTRE I

ELECTRE I (Roy, 1968) è il primo tra i metodi ELECTRE ad essere stato introdotto. L'obiettivo di questo metodo è la scelta della soluzione migliore all'interno di un set di  $n$  alternative.

Per questo, nell'ottica di una sua applicazione alla casa della qualità, l'unico risultato ottenibile sarebbe la scelta della caratteristica tecnica migliore, senza poter gerarchizzare le altre. Questa sua limitazione lo porta ad avere pochissimi risvolti pratici, seppur risulti essere molto semplice e immediato da applicare. Questo metodo si può applicare soltanto quando i pesi relativi dei criteri sono forniti su scale numeriche in termini relativi, in modo che la loro somma risulti unitaria. In tal caso si può affermare che  $aSb$  soltanto quando valgono le seguenti due condizioni (Figueira, et al., 2005):

- Test di concordanza: l'idea generica che sta alla base del test di concordanza prevede che la somma dei pesi relativi a quei criteri per cui  $g_i(a) \geq g_i(b)$  deve essere sufficientemente alta da supportare l'ipotesi che  $a$  surclassi  $b$ .

Si può infatti definire un indice di concordanza nel seguente modo:

$$c(aSb) = \sum_{i|g_i(a) \geq g_i(b)} w_i \quad (5.9)$$

Tale indice deve essere sufficientemente alto, ossia deve risultare maggiore di un valore  $s$ , livello di concordanza, dove:

$$c(aSb) \geq s, \quad s = [0,5; 1 - \min_i w_i] \quad (5.10)$$

- Test di non discordanza: Una volta definito il test di concordanza è necessario verificare quello di non discordanza. Il gruppo di discordanza è costituito dall'insieme di tutti quei criteri per cui non vale l'asserzione  $aSb$ .

Si può a questo punto calcolare l'indice di discordanza  $d(aSb)$ :

$$d(aSb) = \max_{i|g_i(a) < g_i(b)} \{g_i(b) - g_i(a)\} \quad (5.11)$$

Questo indice misura la massima distanza che c'è tra l'alternativa  $b$  ed  $a$  in tutti quei criteri per cui  $bSa$ . Affinchè  $aSb$ , tale valore deve necessariamente essere minore di un livello di discordanza  $v$ ,  $d(aSb) < v$ . Si noti che effettuare questo test può portare dei problemi, se applicato al QFD, poiché calcolare la differenza tra  $g_i(b) \geq g_i(a)$  significa introdurre una distanza tra categorie in una scala ordinale, promuovendola ad una scala d'intervallo.

In conclusione, si può affermare che (Tzeng & Huang, 2011):

- Se  $c(aSb) \geq s$  e  $d(aSb) < v$ , allora  $a$  surclassa  $b$ ;
- Se  $c(bSa) \geq s$  e  $d(bSa) < v$ , allora  $b$  surclassa  $a$ .

### 5.2.2. ELECTRE II

Il metodo ELECTRE II venne introdotto nel 1971 ad opera di B. Roy (Roy & Bertier, 1971), con l'obiettivo di superare alcune limitazioni che erano presenti in ELECTRE I. Come già accennato, quest'ultimo non permette di effettuare una gerarchizzazione delle alternative, ma risolve solamente un problema di scelta della migliore soluzione possibile. Con ELECTRE II si sopperisce a questa

manca, in quanto il metodo riesce a fornire un ordinamento delle varie alternative. Proprio grazie a questa sua caratteristica, ELECTRE II trova la sua applicabilità anche nella fase di prioritizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD.

Questo metodo si basa sulle seguenti ipotesi (Norese, 2002):

- i criteri sono dei “veri-criteri”, in quanto la presenza di un qualsiasi scarto tra di essi, nella valutazione delle loro importanze, impone una relazione di preferenza di uno sull’altro;
- le relazioni di surclassamento che si instaurano sono certe, quindi non viene associato alcun parametro relativo al grado di credibilità di queste;
- il metodo può utilizzare sia scale ordinali che cardinali per esprimere le relazioni tra criteri e alternative, mentre i pesi di ogni singolo criterio vengono utilizzati in scala cardinale, come importanze relative. Le valutazioni vengono effettuate, infatti, a coppie di alternative giudicando quale delle due è da considerarsi migliore per un dato criterio.

L’applicazione del metodo ELECTRE II può essere riassunta nei seguenti step fondamentali (Figueira, et al., 2005):

1. Si considerano i seguenti insiemi:

$$I^+(a, b) = \{i \in I: g_i(a) \geq g_i(b)\} \quad (5.12)$$

$$I^=(a, b) = \{i \in I: g_i(a) = g_i(b)\} \quad (5.13)$$

$$I^-(a, b) = \{i \in I: g_i(a) < g_i(b)\} \quad (5.14)$$

dove  $I$  costituisce l’insieme di tutti i criteri. Si effettuano, pertanto, delle valutazioni a coppia per tutte le alternative presenti nel set  $A$ .

Una volta raggruppati questi tre insiemi, è possibile calcolare i seguenti tre parametri:

$$W^+(a, b) = \sum_{i \in I^+(a, b)} w_i \quad (5.15)$$

$$W^=(a, b) = \sum_{i \in I^=(a, b)} w_i \quad (5.16)$$

$$W^-(a, b) = \sum_{i \in I^-(a, b)} w_i \quad (5.17)$$

Questi parametri rappresentano la somma dei pesi dei criteri per cui l'alternativa  $a$  è rispettivamente migliore, uguale e peggiore di  $b$ .

2. Si calcola l'indice di concordanza per ogni coppia di alternative come segue:

$$c(a, b) = \frac{W^+ + W^=}{W^+ + W^= + W^-} \quad (5.18)$$

Il test di concordanza impone la verifica di due condizioni:

$$c(a, b) \geq k \quad (5.19)$$

$$\frac{W^+(a, b)}{W^-(a, b)} \geq 1 \quad (5.20)$$

Si noti che tale metodo prevede la scelta a priori di un parametro di soglia  $k$ . Di solito viene posto pari a  $2/3$  o  $3/4$ , in quanto questi vengono considerati valori ragionevoli per tener conto dell'incertezza con cui le informazioni del consumatore vengono raccolte (Franceschini, 2002).

3. Si procede allora con il test di non discordanza. Questo test viene introdotto per rappresentare le cosiddette situazioni di veto relative ai criteri contenuti in  $I^-$ . Si può, quindi, definire un indice di non discordanza nella maniera seguente (Franceschini, 2002):

$$d(a, b) = \begin{cases} 0 & \text{se } I^-(a, b) = \emptyset \\ \frac{1}{f} \max_{i \in I^-} [g_i(b) - g_i(a)], & \text{se } I^-(a, b) \neq \emptyset \\ 1 & \text{se } \exists i \in I^-(a, b) \mid \text{si verifici la condizione di veto} \end{cases} \quad (5.21)$$

con  $f = \max_{i \in I^-} (e_{Mi} - e_{mi})$ , dove  $e_{Mi}$  e  $e_{mi}$  rappresentano dei valori della scala del criterio  $i$ -esimo,  $e_{Mi} > e_{mi}$ , oltre i quali scatta la condizione di veto. Il test di non

discordanza risulta verificato quando  $d(a, b) \leq q$ , con  $q \in [0; 1]$ , il quale rappresenta un massimo livello di tolleranza per cui vale la condizione  $aSb$  (Franceschini, 2002). Qualora si verificasse la condizione di veto, questa determinerebbe l'incomparabilità tra due alternative e l'impossibilità di scelta tra di esse.

4. Sia  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  l'insieme di tutte le alternative,  $k_+$  e  $q_+$  le soglie di surclassamento forte relative ai test di concordanza (5.19) e di non discordanza (5.21),  $k_-$  e  $q_-$  quelle di surclassamento debole. In questa fase, quindi, sono state introdotte anche le soglie di preferenza debole, ( $k_+ > k_-$ ,  $q_+ < q_-$ ), che identificano appunto una relazione di surclassamento debole. L'ordinamento delle alternative si effettua considerando sempre le soglie di surclassamento forte e eventualmente e localmente quelle deboli (Norese, 2002). Si illustra ora la procedura mostrata da Tzeng e Huang (Tzeng & Huang, 2011) che fa uso della doppia soglia di surclassamento per ordinare le alternative in senso decrescente:

- Costruire l'insieme delle alternative  $N$  che non sono dominate fortemente da nessun'altra alternativa;
- Determinare all'interno dell'insieme  $N$  il sottoinsieme  $N'$  di alternative che non sono debolmente dominate dalle alternative in  $N$ ;
- Escludere l'insieme  $N'$ , che si colloca in prima posizione nell'ordinamento parziale decrescente, e ripetere il passo precedente finché tutte le alternative non sono state classificate.

5. Si determina il preordine crescente come segue (Tzeng & Huang, 2011):

- Costruire l'insieme  $Z$  delle alternative che non surclassano fortemente le altre;
- Determinare all'interno dell'insieme  $Z$  il sottoinsieme  $Z'$  di alternative che non dominano debolmente qualsiasi altra alternativa in  $Z$ ;
- Escludere l'insieme  $Z'$ , che si colloca in ultima posizione nell'ordinamento parziale crescente, e ripetere il passo precedente finché tutte le alternative non sono state classificate.

6. Individuando le intersezioni tra preordine crescente e decrescente, si definisce l'ordinamento finale tra le alternative.

Il metodo ELECTRE II, come già precedentemente accennato, si presta bene all'applicazione in fase di prioritizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD. Le caratteristiche tecniche del prodotto costituiscono, infatti, le alternative da ordinare,  $A = \{EC_1, EC_2, \dots, EC_n\}$ , e  $I$  è l'insieme di tutti i requisiti del cliente, con  $g_i \in I$ ,  $i = 1, \dots, m$ , ai quali sono associati il vettore dei pesi  $w = [w_1, \dots, w_m]$ , tale che  $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ . I valori della matrice delle relazioni  $r_{ij}$  costituiscono il livello di performance dell'alternativa  $j$ -esima, in merito al criterio  $i$ -esimo ( $g_i(a_j)$ ).

Le ultime 3 fasi della procedura precedentemente descritta possono essere svolte ricorrendo alla teoria dei grafi. Tutte le relazioni di surclassamento tra le alternative possono essere, infatti, rappresentate attraverso un grafo,  $Gr = (A, S)$ , costituito da nodi che rappresentano le caratteristiche tecniche da ordinare, e da archi orientati che rappresentano la relazione di surclassamento (Franceschini, 2002); il verso di tali archi è tale per cui se  $aSb$  allora l'arco è orientato da  $a$  verso  $b$  (figura 5.1).



Figura 5.1 Relazione  $aSb$

Pertanto, una volta effettuati i test di concordanza e non discordanza, si procede con la creazione del grafo. Si rappresentano tutte le alternative in corrispondenza dei nodi e si disegnano gli archi sulla base dei risultati delle relazioni di surclassamento che si sono ottenute. Ai fini dell'applicazione di ELECTRE II al QFD, si ritiene sufficiente costruire un preordine parziale crescente o decrescente, senza procedere con la definizione e la successiva intersezione di entrambi, trascurando inoltre l'utilizzo della soglia di surclassamento debole. Si può, infatti, optare sia per la costruzione di un ordinamento decrescente, rilassando progressivamente la relazione di surclassamento (Franceschini, 2002), sia eliminare progressivamente le caratteristiche tecniche che non ne surclassano a loro volta altre, costruendo, così, un ordinamento crescente.

In questo secondo caso, si inizia eliminando le caratteristiche tecniche che risultano essere surclassate dalle altre, senza che queste surclassino a loro volta altre caratteristiche; tali caratteristiche occuperanno l'ultimo posto nella gerarchia finale. Si procede analogamente, eliminando passo dopo passo le caratteristiche tecniche interamente surclassate dalle altre e che non surclassano a loro volta altre  $ECs$ , fintanto che tutte le caratteristiche sono state eliminate. Trascurando l'eventuale presenza di una soglia di surclassamento debole, se ad ogni passo  $k$  della procedura di ordinamento  $A^k = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  è l'insieme delle alternative rimanenti, si eliminano tutte le alternative contenute in  $C_k$ , dove  $C_k = \{a \in A^k \mid \nexists a' \in A^k, aSa'\}$  (Norese, 2002). Qualora all'inizio o durante il processo di eliminazione delle alternative si incontrino dei cosiddetti "circuiti", ossia delle relazioni di

indifferenza per cui  $aSb$  e  $bSa$ , le alternative interessate vengono contratte in un unico nodo e considerate allo stesso livello d'importanza nell'ordinamento finale risultante.

I metodi ELECTRE, in particolare ELECTRE II, superano il problema dell'arbitraria codifica di simboli in numeri affrontato nel capitolo 4. I termini della matrice delle relazioni,  $r_{ij}$ , vengono qui trattati come simboli, rispettando quindi le proprietà della scala ordinale. Le varie alternative vengono, infatti, confrontate a coppie e si valuta solamente se  $r_{ij} \geq r_{ik}$ , senza necessità di introdurre distanze tra i simboli, né tantomeno rapporti tra numeri (Franceschini, 2002).

Un elemento di criticità, però, rimane in ELECTRE II, poiché, anche in questo caso, i pesi relativi dei *customer requirement* sono calcolati a partire da interviste in cui viene chiesto al cliente di quantificare le proprie preferenze su una scala da 1 a 5, generando possibili distorsioni (Franceschini, 2002), come già discusso.

Si presenta ora l'applicazione di ELECTRE II al caso di studio sul PC notebook. Tale metodo, come si è visto, si basa sul confronto a coppie delle alternative, rispettando le proprietà tipiche di una scala ordinale. La costruzione, però, dei test di concordanza sul peso assegnato ai requisiti del cliente rendono ELECTRE II particolarmente sensibile ai valori numerici che identificano le importanze assegnate ai CRs. Una lieve variazione di questi può generare diversi cambiamenti nel sistema di relazione delle preferenze.

Il *decision-maker* si limita a confrontare le alternative a coppie per ogni requisito del cliente indicando quale delle due è preferibile, creando così 3 macro-criteri  $I^+$ ,  $I^=$  e  $I^-$ . Dopo aver stabilito un valore di soglia  $k$ , per ogni coppia di alternative si effettuano i test di concordanza e non discordanza. Si faccia riferimento all'allegato 4 per l'implementazione dettagliata di ELECTRE II.

Per ogni requisito del cliente è possibile ordinare le caratteristiche tecniche nella maniera seguente:

- 1)  $EC_1 \sim EC_5 \sim EC_6 > EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{10} \sim EC_{11} \sim EC_{12}$
- 2)  $EC_3 \sim EC_9 > EC_6 > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_{10} \sim EC_{11} \sim EC_{12}$
- 3)  $EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11} > EC_1 \sim EC_{10} > EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{12}$
- 4)  $EC_2 \sim EC_7 \sim EC_{11} > EC_8 \sim EC_9 > EC_5 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_6 \sim EC_{10} \sim EC_{12}$
- 5)  $EC_{11} > EC_2 \sim EC_3 > EC_1 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{10} \sim EC_{12}$
- 6)  $EC_2 \sim EC_{11} > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{10} \sim EC_{12}$
- 7)  $EC_4 > EC_{10} \sim EC_{11} \sim EC_{12} > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9$
- 8)  $EC_{10} > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{11} \sim EC_{12}$
- 9)  $EC_7 \sim EC_{11} > EC_{10} > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{12}$
- 10)  $EC_7 \sim EC_{11} \sim EC_{12} > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{10}$

Ricordando le condizioni di concordanza si hanno, per ogni coppia di alternative, i seguenti risultati:

$$1) \frac{w^+ + w^-}{w} \geq k$$

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
EC1	/	0,688	0,75	0,906	0,75	0,719	0,781	0,875	0,719	0,781	0,375	0,875
EC2	0,719	/	0,844	0,906	0,719	0,563	0,906	1	0,844	0,656	0,594	0,875
EC3	0,719	0,781	/	0,906	0,594	0,719	0,781	0,875	0,875	0,656	0,375	0,875
EC4	0,719	0,688	0,75	/	0,594	0,563	0,781	0,875	0,719	0,75	0,469	0,969
EC5	1	0,688	0,75	0,906	/	0,844	0,781	0,875	0,719	0,781	0,5	0,875
EC6	1	0,688	0,75	0,906	0,875	/	0,781	0,875	0,719	0,781	0,5	0,875
EC7	0,719	0,813	0,75	0,906	0,719	0,563	/	1	0,844	0,719	0,594	0,906
EC8	0,719	0,688	0,75	0,906	0,719	0,563	0,781	/	0,844	0,656	0,375	0,875
EC9	0,719	0,688	0,906	0,906	0,719	0,719	0,781	1	/	0,656	0,375	0,875
EC10	0,844	0,688	0,75	0,906	0,594	0,563	0,781	0,875	0,719	/	0,469	0,969
EC11	0,844	1	0,844	0,906	0,844	0,688	1	1	0,844	0,938	/	1
EC12	0,719	0,688	0,75	0,906	0,594	0,563	0,813	0,875	0,719	0,75	0,5	/

Tabella 5.5 Prima condizione del test di concordanza,  $k=0,66$ , in verde sono evidenziati i valori maggiori o uguali a  $k$

$$2) \frac{w^+}{w^-} \geq 1$$

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
EC1	/	0,9	1,125	3	0	0	1,286	2,25	1	0,714	0,25	2,25
EC2	1,111	/	1,4	3,333	1,111	0,714	2	1	2	0,909	0	2,5
EC3	0,889	0,714	/	2,667	0,615	0,889	1,143	2	0,75	0,727	0,25	2
EC4	0,333	0,3	0,375	/	0,231	0,214	0,429	0,75	0,333	0,375	0,176	3
EC5	1	0,9	1,625	4,333	/	0,8	1,286	2,25	1	1,857	0,313	3,25
EC6	1	1,4	1,125	4,667	1,25	/	2	3,5	1	2	0,625	3,5
EC7	0,778	0,5	0,875	2,333	0,778	0,5	/	1	1,4	0,778	0	2
EC8	0,444	0	0,5	1,333	0,444	0,286	0	/	0	0,364	0	1
EC9	1	0,5	1,333	3	1	1	0,714	1	/	0,818	0,25	2,25
EC10	1,4	1,1	1,375	2,667	0,538	0,5	1,286	2,75	1,222	/	0,118	8
EC11	4	1	4	5,667	3,2	1,6	1	1	4	8,5	/	1
EC12	0,444	0,4	0,5	0,333	0,308	0,286	0,5	1	0,444	0,125	0	/

Tabella 5.6 Seconda condizione del test di concordanza, in verde sono evidenziati i valori maggiori o uguali a 1

Qualora entrambi i test risultino superati, allora si può dire che esiste una relazione di surclassamento di un'alternativa verso l'altra. Si procede, quindi, alla costruzione del grafo di surclassamento. Una volta ottenuto il grafo, è necessario valutare la presenza di eventuali relazioni cicliche, ossia dei casi

in cui, date due o più alternative  $(a,b,c)$ , si ha che  $aSb$  e  $bSa$ , oppure che  $aSb$ ,  $bSc$  e  $cSa$ . Violando due proprietà fondamentali delle relazioni di preferenza, quella di asimmetria e di negativa transitività (Roberts, 1985), tali situazioni generano dei casi di incomparabilità tra le alternative, poiché, non essendo in grado di distinguere quale è la più importante, si è costretti a ritenerle di pari importanza nella costruzione dell'ordinamento finale. Si costruisce, così, un grafo contratto, in cui le alternative interessate da cicli vanno a costituire un unico nodo, caratterizzato dall'unione delle relazioni che interessano le singole alternative che ne fanno parte.

Si è deciso, a questo punto, di utilizzare un algoritmo di ricerca su grafo, proposto da Floyd (Floyd, 1967), per valutare l'eventuale presenza di cicli nel sistema di relazione delle preferenze. Dato un insieme di nodi  $X_1, \dots, X_n$  che costituiscono un grafo orientato, si costruisce la matrice di adiacenze costituita dai valori  $step_{i,j} = 1$ , se esiste una connessione diretta tra il nodo  $X_i$  e  $X_j$ , e dai valori  $step_{i,j} = 0$ , se tale connessione è assente. Un ciclo è definito come una sequenza di nodi, del tipo  $\{i_1, i_2, i_j \dots, i_k\}$ , tale che  $step_{i_j, i_{j+1}} = 1$  per  $1 \leq j \leq k$  e  $step_{i_k, i_1} = 1$ . Floyd introduce il metodo di ricerca cicli in un grafo con le seguenti parole: *"Pick an initial point for the cycle, then repeatedly pick a new one, of index no larger than the initial one, which has not been used before and which is directly accessible from the previous point. Continue until you return to the initial point. Write down all the points you pick, except the final repetition of the initial point."*<sup>2</sup> (Floyd, 1967).

In altre parole, Floyd suggerisce di scegliere un nodo iniziale e di scrivere tutti i nodi da questo raggiungibili, fissando nella matrice di adiacenze la riga corrispondente al nodo iniziale; infatti, i suoi successori (in colonna) sono tutti quelli che presentano valore di  $step$  unitario. L'algoritmo termina con successo, individuando un ciclo del tipo  $\{i_1, i_2, \dots, i_j\}$ , quando  $i_{j+1} = i_1$ ; mentre fallisce quando si giunge a un nodo che non presenta più connessioni con altri nodi o quando, in una data sequenza, si giunge per la seconda volta a un nodo già incontrato, diverso da quello iniziale. L'indice dei nodi raggiunti da quello iniziale non deve essere maggiore dell'indice di quest'ultimo; in questo modo si valutano sulla matrice di adiacenze dei sottoinsiemi del grafo totale, tali per cui l'indice del nodo iniziale scelto è il maggiore nel sottoinsieme considerato. Questo equivale a dire che, scegliendo un nodo iniziale di indice  $i_1$ , nella valutazione dei suoi successori si considera una sottomatrice quadrata di quella di adiacenze di dimensione  $i_1 \times i_1$ . Così facendo, si ottengono dei cicli del tipo  $\{i_1, i_2, i_j \dots, i_k\}$ , dove  $i_1$  è l'indice massimo contenuto nel ciclo (Floyd, 1967). Dovendo integrare la ricerca di cicli nella generazione dell'ordinamento delle caratteristiche tecniche, si è deciso di adottare

---

<sup>2</sup> "scegliere un nodo iniziale per il ciclo, poi ripetutamente sceglierne un altro, di indice non maggiore di quello scelto come iniziale, che non sia già stato utilizzato e che sia direttamente accessibile dal nodo precedente. Continuare in questo modo finché non si ritorna al nodo iniziale. Segnare tutti i nodi raggiunti, eccetto la ripetizione finale del nodo iniziale"

una procedura per cui all'identificazione di un determinato ciclo, si contrae il grafo e la rispettiva matrice di adiacenze, per poi riapplicare l'algoritmo di Floyd sul nuovo grafo ottenuto.

Si riportano ora i passi effettuati per definire l'ordinamento finale delle caratteristiche per un valore di soglia  $k = \frac{2}{3}$ :

1. Costruzione del grafo di surclassamento

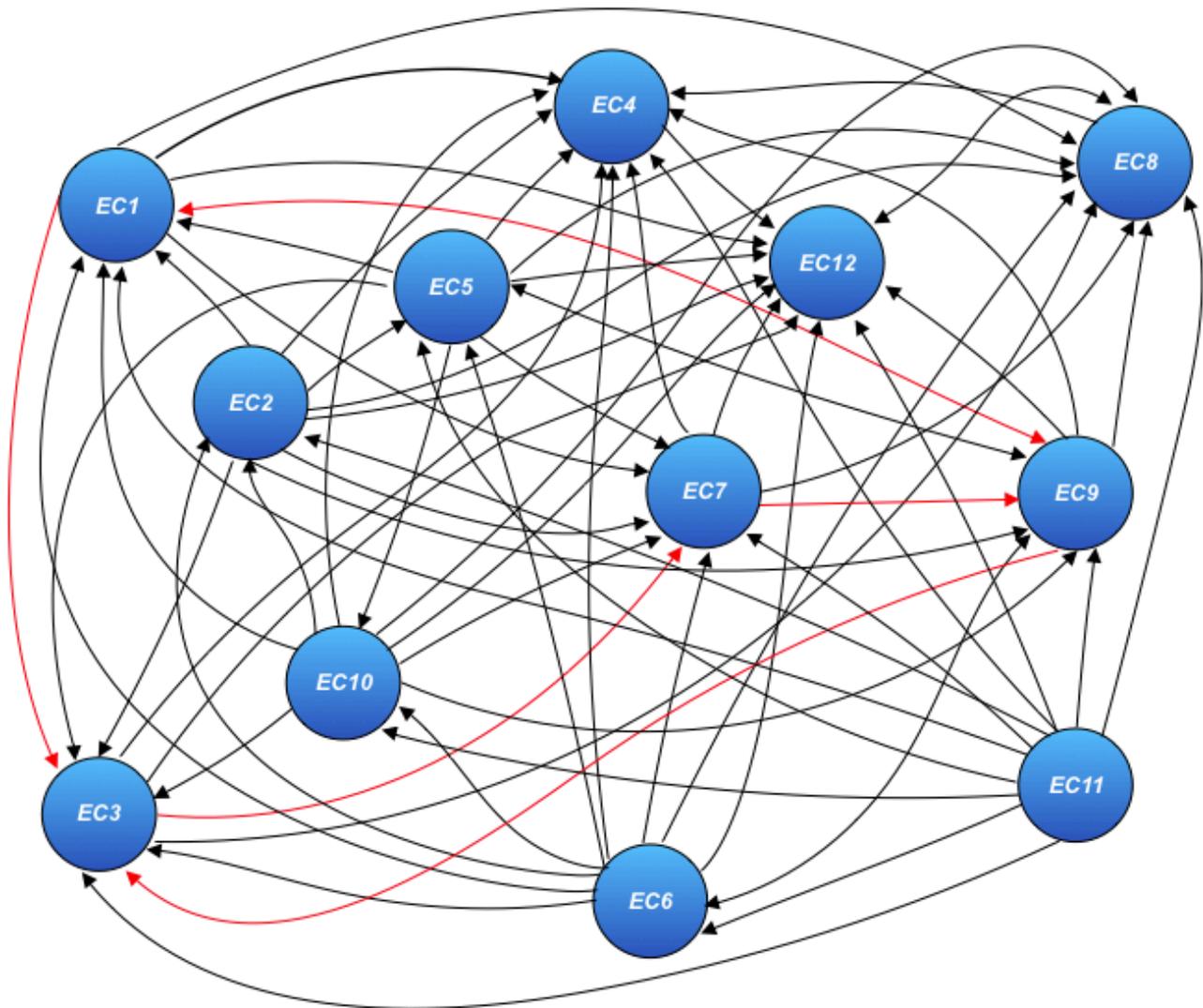


Figura 5.2 Grafo totale per  $k=0,66$  (in rosso i cicli)

Si illustra ora la procedura per l'identificazione del ciclo  $EC_1 \rightarrow EC_3 \rightarrow EC_7 \rightarrow EC_9 \leftrightarrow EC_1$  mostrato in rosso. La matrice di adiacenze del grafo è mostrata in Tabella 5.7.

Si scelga, per esempio,  $EC_9$  come nodo iniziale, quindi  $i_1 = EC_9$ , cioè con indice  $i_1 = 9$ . Dalla riga 9 della matrice di adiacenze si valutano tutti i nodi raggiungibili da  $EC_9$ , considerando solo i nodi con indice non più grande di  $EC_9$ . Si valutano, così, tutti i percorsi effettuabili dal nodo  $EC_9$ , limitatamente alla sottomatrice di dimensione  $9 \times 9$ , ossia quella

in cui  $EC_9$  è il nodo con l'indice maggiore. Si mostrano di seguito i primi passi dell'applicazione dell'algoritmo, scegliendo come nodo iniziale  $EC_9$ :

1.  $i_1 = EC_9$
  2.  $i_2 = EC_1$ , poiché  $step(EC_9; EC_1) = 1$ ;
  3.  $i_3 = EC_3$ , poiché  $step(EC_1; EC_3) = 1$ ;
  4.  $i_4 = EC_4$ , poiché  $step(EC_3; EC_4) = 1$ ;
  5.  $EC_4$  è connessa a sua volta con solo  $EC_{12}$ , la quale però ha un indice maggiore di  $EC_9$  e quindi non può essere scelta come successore di  $EC_4$  in questa fase dell'algoritmo.
- L'algoritmo fallisce poiché non si hanno ulteriori nodi per cui  $step(EC_4; EC_j) = 1$ .

	$EC_1$	$EC_2$	$EC_3$	$EC_4$	$EC_5$	$EC_6$	$EC_7$	$EC_8$	$EC_9$	$EC_{10}$	$EC_{11}$	$EC_{12}$
$EC_1$	/	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
$EC_2$	1	/	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1
$EC_3$	0	0	/	1	0	0	1	1	0	0	0	1
$EC_4$	0	0	0	/	0	0	0	0	0	0	0	1
$EC_5$	1	0	1	1	/	0	1	1	1	1	0	1
$EC_6$	1	1	1	1	1	/	1	1	1	1	0	1
$EC_7$	0	0	0	1	0	0	/	1	1	0	0	1
$EC_8$	0	0	0	1	0	0	0	/	0	0	0	1
$EC_9$	1	0	1	1	1	1	0	1	/	0	0	1
$EC_{10}$	1	1	1	1	0	0	1	1	1	/	0	1
$EC_{11}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	/	1
$EC_{12}$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	/

Tabella 5.7 Matrice di adiacenze ( $k=0,66$ )

Si ripete questa procedura, evidenziando tutti i percorsi ottenibili da  $EC_9$ , come mostrato in Tabella 5.8, ricordando che l'algoritmo fallisce o quando non vi sono ulteriori nodi in cui continuare il percorso, o quando si visita per la seconda volta uno stesso nodo, che non sia quello iniziale.

$i_1$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$i_5$	$i_6$	
$EC_9$	$EC_1$	$EC_3$	$EC_4$			Failure (F)
$EC_9$	$EC_1$	$EC_3$	$EC_7$	$EC_4$		Failure (F)
$EC_9$	$EC_1$	$EC_3$	$EC_7$	$EC_8$	$EC_4$	Failure (F)
$EC_9$	$EC_1$	$EC_3$	$EC_7$	$EC_9$		Cycle (C)

Tabella 5.8 Algoritmo di Floyd con nodo iniziale  $EC_9$  ( $k=0,66$ )

Si identifica, quindi, il ciclo  $\{EC_9, EC_1, EC_3, EC_7\}$ , poiché l'elemento  $i_{j+1} = i_1 = EC_9$ . Avendo identificato un ciclo, si contrae  $EC_9, EC_1, EC_3, EC_7$  in un unico nodo per poi riapplicare la procedura appena mostrata iterativamente, fintanto che l'algoritmo non identifichi più relazioni circolari. Si consulti gli allegati 6-7-8 per l'implementazione completa dell'algoritmo al variare della soglia di concordanza  $k$ .

2. Contrazione del ciclo individuato:  $EC_9 \leftrightarrow EC_1 \rightarrow EC_3 \rightarrow EC_7 \rightarrow EC_9$

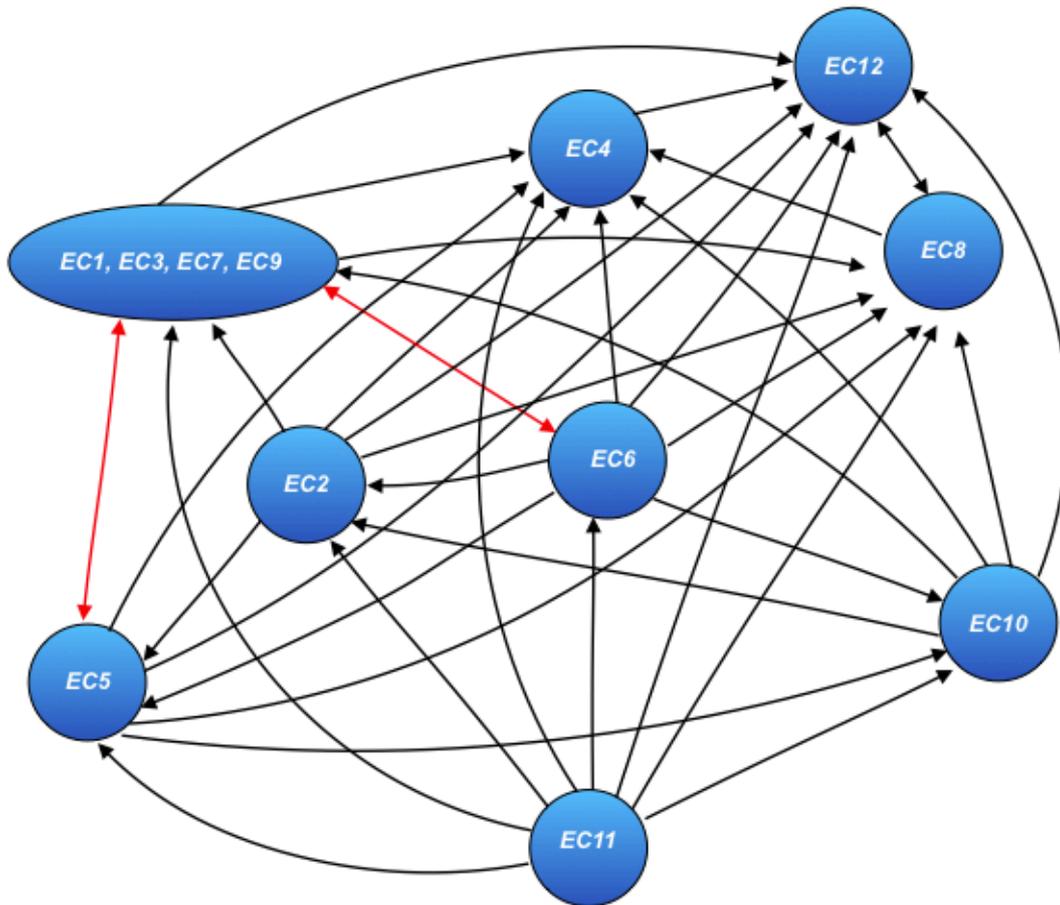


Figura 5.3 Grafo al passo 2 ( $k=0,66$ )

3. Contrazione degli ulteriori cicli individuati:  $EC_1, EC_3, EC_7, EC_9 \leftrightarrow EC_5$  e  $EC_1, EC_3, EC_7, EC_9 \leftrightarrow EC_6$ . Il grafo in Figura 5.4 è stato ottenuto dopo aver identificato due cicli con il metodo di Floyd.

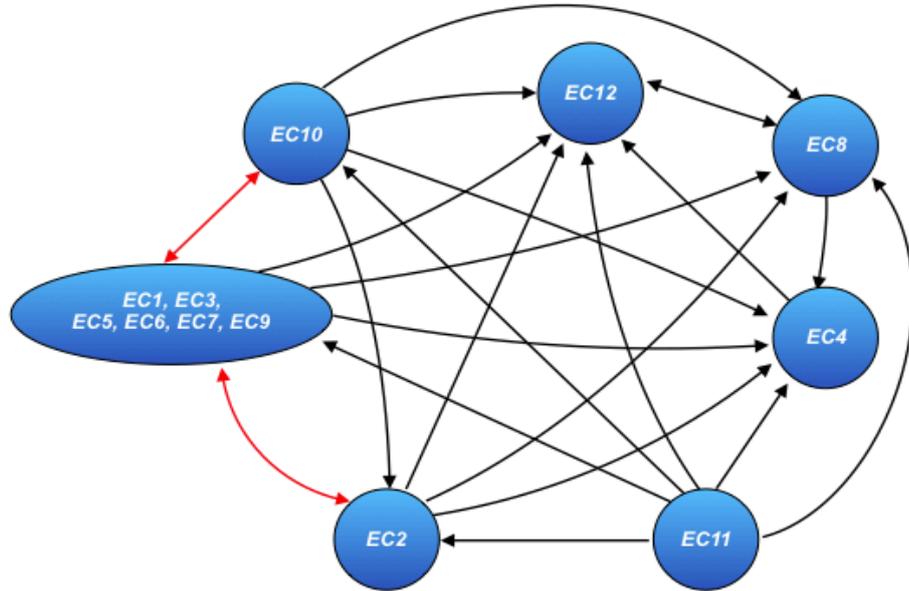


Figura 5.4 Grafo al passo 3 ( $k=0,66$ )

4. Contrazione dei cicli:  $EC_1, EC_3, EC_5, EC_6, EC_7, EC_9 \leftrightarrow EC_2$  e  $EC_1, EC_3, EC_5, EC_6, EC_7, EC_9 \leftrightarrow EC_{10}$ .

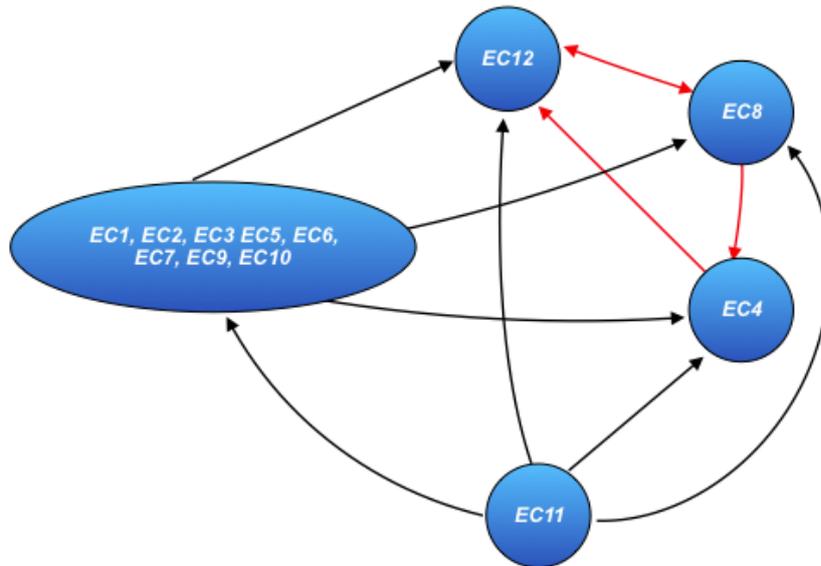


Figura 5.5 Grafo al passo 4 ( $k=0,66$ )

5. Contrazione del ciclo:  $EC_{12} \leftrightarrow EC_8 \rightarrow EC_4 \rightarrow EC_{12}$ .

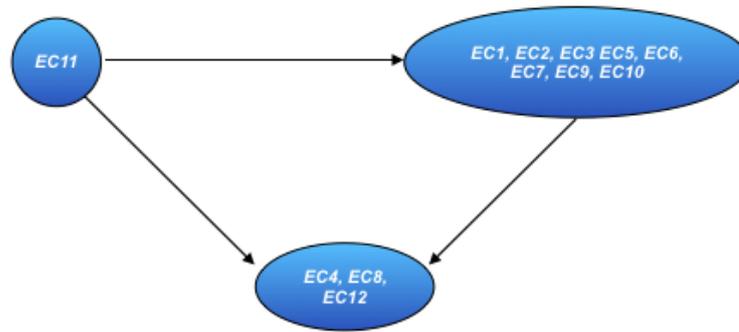


Figura 5.6 Grafo al passo 5 ( $k=0,66$ )

6. Dal momento che non sono più presenti circuiti, si procede che l'eliminazione delle caratteristiche tecniche interamente surclassate, che quindi non surclassano a loro volta nessun'altra caratteristica tecnica, e si pongono in fondo all'ordinamento totale. In questo caso il nodo interamente surclassato è quello di  $EC_4, EC_8$  e  $EC_{12}$ . A questo punto si elimina il gruppo  $EC_1, EC_2, EC_3, EC_5, EC_6, EC_7, EC_9, EC_{10}$ , poiché è surclassato da  $EC_{11}$  che rappresenta la caratteristica tecnica migliore dell'insieme considerato.

L'ordinamento che si ottiene fissando un valore di soglia pari a  $k = \frac{2}{3}$  è il seguente:

$$EC_{11} > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_7 \sim EC_9 \sim EC_{10} > EC_4 \sim EC_8 \sim EC_{12} \quad (5.22)$$

Come si può notare l'ordinamento ottenuto presenta diverse situazioni di incomparabilità e quindi di impossibilità da parte del *decision-maker* di scegliere la soluzione migliore. Questo è dovuto principalmente alla scelta del valore di soglia che sembra risultare basso, poiché non permette di definire delle relazioni di surclassamento per 8 caratteristiche su un totale di 12.

In questo specifico caso, la scelta di un valore di soglia pari a  $\frac{2}{3}$  determina la presenza di una grande quantità di circuiti che portano a contrarre il grafo, rimanendo con 3 soli nodi.

In quest'ottica il risultato dell'applicazione del metodo ELECTRE II è poco utile, in quanto non riesce a suggerire un soddisfacente ordinamento tra le caratteristiche tecniche. Le uniche informazioni che si riescono a evincere sono che  $EC_{11}$  è la caratteristica più importante e che  $EC_4, EC_8$  e  $EC_{12}$  sono quelle peggiori.

In merito al grafo di surclassamento costruito, si può anche svolgere un'analisi di consistenza delle relazioni di preferenza, utilizzando la teoria elaborata da Kendall (Kendall & Babington Smith, 1940). Dallo studio di cicli nei grafi orientati, Kendall (Kendall & Babington Smith, 1940) ha dedotto il

numero massimo e minimo di cicli che possono essere presenti in un grafo. In riferimento a un grafo costituito da  $n$  nodi, tale valore oscilla tra un minimo pari a 0 e un valore massimo pari a  $\frac{n^3-n}{24}$ , se  $n$  è dispari, e  $\frac{n^3-4n}{24}$ , se  $n$  è pari. Date, per esempio, tre alternative  $a$ ,  $b$  e  $c$ , una relazione circolare di preferenza è quella per cui  $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow a$ , che è possibile rappresentare mediante un grafo triangolare chiuso. Indicando, quindi, con  $d$  il numero di cicli presenti in un set di relazioni di preferenza, Kendall propone un indice di consistenza di un insieme di relazioni di preferenza, definito nel seguente modo:

$$\zeta = \begin{cases} 1 - \frac{24d}{n^3 - n}, & \text{se } n \text{ è dispari} \\ 1 - \frac{24d}{n^3 - 4n}, & \text{se } n \text{ è pari} \end{cases} \quad (5.23)$$

Se tale valore è pari a 1, non si hanno situazioni di incomparabilità tra le alternative, ossia dei cicli, mentre all'aumentare del numero di cicli presenti  $\zeta$  diminuisce, indicando una minore consistenza dell'insieme di relazioni di preferenza, dovuto proprio all'aumento di cicli. La teoria presentata da Kendall si basa sull'ipotesi forte che nel grafo non siano presenti dei circuiti, ossia delle situazioni per cui, date due alternative  $a$  e  $b$ ,  $aSb$  e  $bSa$ . Pertanto, volendo valutare il parametro di consistenza del grafo di surclassamento ottenuto con ELECTRE II, è necessario continuare a contrarre il grafo finché sono presenti circuiti. Nel caso in esame per  $k = \frac{2}{3}$ , il parametro  $\zeta$  deve essere calcolato sul grafo ottenuto al passo 5, con  $n=3$ . Il grafo al passo 5, infatti, può essere ottenuto anche contraendo passo dopo passo i singoli circuiti che si vengono progressivamente a creare. In tale grafo si può immediatamente notare che non sono presenti delle relazioni di preferenza ciclica, pertanto  $\zeta = 1$ . Il valore unitario dell'indice di consistenza di Kendall indica la totale assenza di cicli nel sistema di relazioni di preferenze e, quindi, la possibilità di stabilire un ordinamento tra le alternative considerate (Kendall & Babington Smith, 1940). In questo caso, però, il calcolo dell'indice di consistenza del grafo al passo 5 non è così significativo, dal momento che tale grafo è stato ottenuto contraendo numerose relazioni reciproche di surclassamento. La scelta di un parametro di soglia pari a  $k = \frac{2}{3}$ , come si è visto, determina la presenza di numerosi circuiti. Se la soglia è bassa, si ha una maggiore probabilità che si creino circuiti, determinando un appiattimento dell'ordinamento finale; se, invece, il valore di soglia aumenta, diminuisce il numero di relazioni di surclassamento, ed eventualmente anche di circuiti, che si instaurano.

Infine, si presentano i risultati ottenuti, analizzando la sensibilità di ELECTRE II al variare del parametro di soglia scelto e all'esclusione di una caratteristica tecnica.

### 1) Variazione del parametro di soglia

Se, in un primo approccio, si era fissata una soglia di  $k = \frac{2}{3}$ , ora si innalza tale valore fino a  $k = \frac{3}{4}$ .

Questi due valori, infatti, vengono considerati ragionevoli per tener conto dell'incertezza con cui vengono raccolti i dati sulle preferenze del consumatore (Franceschini, 2002).

Nell'effettuare il test di concordanza, l'unica condizione che risente dell'aumento del valore di soglia

è la  $\frac{w^+ + w^-}{w} \geq k$ . I casi che soddisfano tale condizione sono evidenziati in Tabella 5.9.

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
EC1	/	0,688	0,75	0,906	0,75	0,719	0,781	0,875	0,719	0,781	0,375	0,875
EC2	0,719	/	0,844	0,906	0,719	0,563	0,906	1	0,844	0,656	0,594	0,875
EC3	0,719	0,781	/	0,906	0,594	0,719	0,781	0,875	0,875	0,656	0,375	0,875
EC4	0,719	0,688	0,75	/	0,594	0,563	0,781	0,875	0,719	0,75	0,469	0,969
EC5	1	0,688	0,75	0,906	/	0,844	0,781	0,875	0,719	0,781	0,5	0,875
EC6	1	0,688	0,75	0,906	0,875	/	0,781	0,875	0,719	0,781	0,5	0,875
EC7	0,719	0,813	0,75	0,906	0,719	0,563	/	1	0,844	0,719	0,594	0,906
EC8	0,719	0,688	0,75	0,906	0,719	0,563	0,781	/	0,844	0,656	0,375	0,875
EC9	0,719	0,688	0,906	0,906	0,719	0,719	0,781	1	/	0,656	0,375	0,875
EC10	0,844	0,688	0,75	0,906	0,594	0,563	0,781	0,875	0,719	/	0,469	0,969
EC11	0,844	1	0,844	0,906	0,844	0,688	1	1	0,844	0,938	/	1
EC12	0,719	0,688	0,75	0,906	0,594	0,563	0,813	0,875	0,719	0,75	0,5	/

Tabella 5.9 Prima condizione del test di concordanza,  $k=0,75$ , in verde sono evidenziati i valori maggiori o uguali a  $k$

Prendendo in considerazione i casi in cui entrambe le condizioni del test di concordanza risultano verificate, con riferimento, quindi, alle Tabelle 5.6 e 5.9, è possibile costruire il seguente grafo di surclassamento riportato in Figura 5.7.

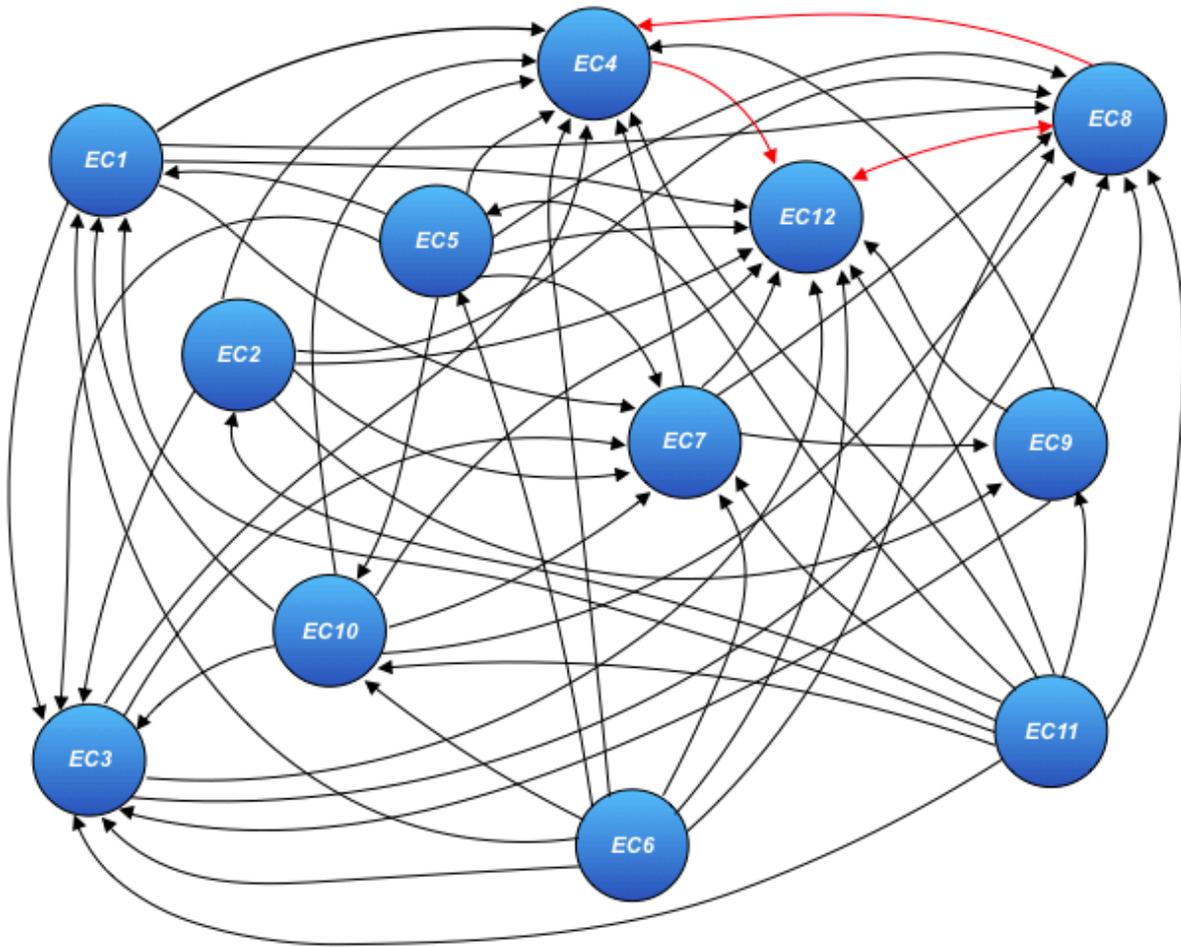


Figura 5.7 Grafo di surclassamento ( $k=0,75$ )

Dopo aver contratto il ciclo  $\{EC_{12}, EC_8, EC_4\}$ , si ottiene il grafo in Figura 5.8. L'algoritmo di Floyd identifica, quindi, un altro ciclo in  $\{EC_9, EC_3, EC_7\}$ , che a sua volta può essere contratto in unico nodo, per poter così continuare la procedura di generazione dell'ordinamento tra caratteristiche tecniche. Prima di contrarre tale nodo, avendo eliminato tutte le relazioni circuitali di preferenza, è possibile calcolare l'indice di consistenza di Kendall (Kendall & Babington Smith, 1940) in relazione al grafo in Figura 5.8. In questo caso si è identificato un ciclo "puro"  $\{EC_9, EC_3, EC_7\}$ , privo cioè di circuiti al suo interno che renderebbero inapplicabile la teoria di Kendall, quindi si ha  $d = 1$ . Sia  $n$  il numero di nodi che costituiscono il grafo ( $n = 10$ ), il parametro di consistenza di Kendall è:  $\zeta = 1 - \frac{24d}{n^3 - 4n} = 0,975$ . Il valore è ancora accettabile, poiché prossimo all'unità, ma si noti comunque che, essendo  $\zeta < 1$ , sarà impossibile stabilire un ordinamento per ogni coppia di alternative. Infatti, la generazione del ranking finale presuppone la contrazione di  $\{EC_9, EC_3, EC_7\}$ , che risultano tra di loro incomparabili.



Si può notare che, sebbene alle estremità dell'ordinamento non vi siano variazioni, nella parte centrale si sono verificate alcune inversioni. Si consideri, per esempio,  $EC_5$  che si colloca ora in quarta posizione insieme ad  $EC_9 \sim EC_{10}$ .  $EC_5$ , col passaggio a  $k = \frac{4}{5}$ , non supera il test di concordanza se confrontata con  $EC_7$ , la quale invece, con un valore di  $\frac{w^+ + w^-}{w} = 0,84375$ , riesce a mantenere una relazione di surclassamento con  $EC_9$ . Infatti, al passo 4 della procedura di generazione dell'ordinamento finale,  $EC_5, EC_9, EC_{10}$ , avendo perso con l'innalzamento di soglia diverse relazioni di preferenza, non surclassano nessun'altra caratteristica e possono essere pertanto eliminate, a differenza di  $EC_7$  la quale, mantenendo la relazione con  $EC_9$ , riesce a collocarsi in una posizione migliore delle altre tre. Si noti, infine, come anche il circuito tra  $EC_3, EC_7$  e  $EC_9$  non esista più con una soglia così alta, poiché con un valore di  $\frac{w^+ + w^-}{w} = 0,78125$ , tra  $EC_3$  e  $EC_7$  non si instaura una relazione di surclassamento, bloccando così la relazione circolare di preferenza. Situazioni analoghe si verificano per altre coppie di alternative, generando, così, ordinamenti diversi al variare del parametro di soglia scelto.

Riassumendo, quindi, si hanno i tre seguenti casi:

- $k = \frac{2}{3}$

$$EC_{11} > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_7 \sim EC_9 \sim EC_{10} > EC_4 \sim EC_8 \sim EC_{12} \quad (5.26)$$

- $k = \frac{3}{4}$

$$EC_6 \sim EC_{11} > EC_5 > EC_{10} > EC_1 \sim EC_2 > EC_3 \sim EC_7 \sim EC_9 > EC_4 \sim EC_8 \sim EC_{12} \quad (5.27)$$

- $k = \frac{4}{5}$

$$EC_6 \sim EC_{11} > EC_2 > EC_7 > EC_5 \sim EC_9 \sim EC_{10} > EC_1 \sim EC_3 > EC_4 \sim EC_8 \sim EC_{12} \quad (5.28)$$

Una delle criticità dei metodi ELECTRE corrisponde proprio a quanto appena mostrato. Il metodo è fortemente sensibile al valore di soglia scelto, in quanto al variare di  $k$  si ottengono ordinamenti differenti. Inoltre, non si può stabilire un valore di soglia corretto, poiché questo è un parametro connesso all'incertezza con cui si raccolgono i dati relativi ai pesi che il consumatore associa ai requisiti del cliente.

## 2) Esclusione di $EC_7$

Essendo ELECTRE II un metodo basato sul confronto a coppie di alternative, l'esclusione di una caratteristica tecnica non comporta variazioni in alcun test di concordanza, e in nessuna delle relative relazioni di surclassamento, che non coinvolgono la caratteristica esclusa.

Si è deciso, pertanto, di escludere la caratteristica  $EC_7$ , ipotizzando un valore di soglia  $k = \frac{3}{4}$ , che si è visto essere un buon compromesso al fine di ottenere un ordinamento soddisfacente delle caratteristiche tecniche. Per la valutazione dei test di concordanza si può comunque far riferimento all'allegato 4, ignorando tutte le eventuali relazioni di surclassamento tra le coppie  $(EC_7, EC_j)$  e  $(EC_j, EC_7)$ .

Dopo aver eliminato  $EC_4, EC_8$  e  $EC_{12}$  poiché surclassate dalle altre caratteristiche, il grafo senza  $EC_7$  è mostrato in Figura 5.9.

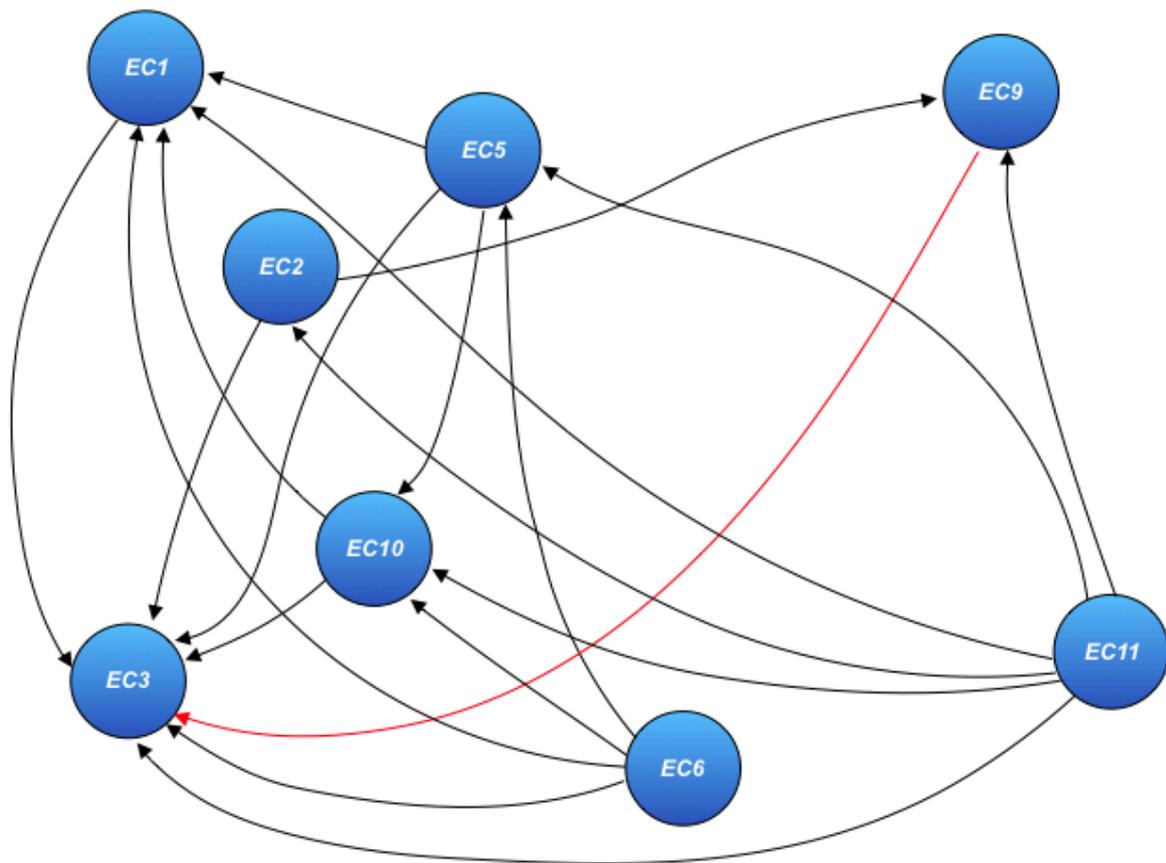


Figura 5.9 Grafo di surclassamento dopo aver eliminato  $EC_4, EC_8, EC_{12}$  ( $k=0,75$ ), esclusione  $EC_7$

Da questo grafo si ottiene, eliminando progressivamente le alternative surclassate, il seguente ordinamento:

$$EC_6 \sim EC_{11} > EC_5 > EC_{10} \sim EC_2 > EC_1 \sim EC_9 > EC_3 > EC_4 \sim EC_8 \sim EC_{12} \quad (5.29)$$

Avendo eliminato  $EC_7$  che faceva parte del ciclo tra  $EC_3, EC_7$  e  $EC_9$ , viene meno la relazione ciclica di preferenza tra queste tre caratteristiche. In questo caso  $EC_9$  surclassa  $EC_3$  e si è in grado di stabilire un ordinamento tra di esse. Dopo aver eliminato  $EC_3$ , le uniche alternative completamente surclassate

sono  $EC_1$  ed  $EC_9$ , che a loro volta vengono eliminate, lasciando  $EC_2$  ed  $EC_{10}$  interamente surclassate. L'ordinamento, infine, si chiude con  $EC_6 \sim EC_{11} > EC_5$ , come nel caso  $n=12$ . L'ordinamento ottenuto subisce delle lievi variazioni; perdendo alcune relazioni di surclassamento, infatti, può accadere che nella procedura di costruzione del ranking alcune caratteristiche vengano escluse ad istanti diversi rispetto al caso con  $n=12$ .

In conclusione, si può affermare che ELECTRE II rappresenta un metodo molto versatile, poiché può essere applicato sia con informazioni di carattere qualitativo che quantitativo. La possibilità, infatti, di operare con informazioni di carattere ordinale resta uno dei suoi principali punti di forza, rendendolo particolarmente adatto ad un'applicazione al QFD.

### 5.3. Interactive Design Characteristics Ranking

IDCR (*“Interactive Design Characteristics Ranking”*) è un algoritmo di gerarchizzazione di alternative che deriva direttamente dall'applicazione di ELECTRE II.

Esso si basa sempre sulla comparazione a coppia delle alternative, confrontando su scala ordinale i simboli della casa della qualità, ma, a differenza di ELECTRE II, prescinde dall'utilizzo delle importanze relative dei requisiti del cliente (Franceschini & Rossetto, 2002).

Sia  $A = \{a_1, \dots, a_j, \dots, a_n\}$  l'insieme delle alternative di cui effettuare la gerarchizzazione,  $G = \{g_1, \dots, g_i, \dots, g_m\}$  l'insieme dei criteri sulla base dei quali effettuare la valutazione, e  $R_{m \times n}$  la matrice delle relazioni tra criteri e alternative, con  $r_{ij}$  espresso su scala ordinale.

Le fasi dell'algoritmo possono essere così riassunte (Franceschini & Rossetto, 2002):

1. Calcolo dei tre macro-criteri  $I^+, I^-, I^-$

$$I^+(a, b) = \{i \in I \mid g_i(a) \geq g_i(b)\} \quad (5.30)$$

$$I^-(a, b) = \{i \in I \mid g_i(a) = g_i(b)\} \quad (5.31)$$

$$I^-(a, b) = \{i \in I \mid g_i(a) < g_i(b)\} \quad (5.32)$$

2. Una volta identificati i tre macro-criteri, si procede con la fase interattiva dell'algoritmo, la quale consiste nel chiedere direttamente al cliente se, a parer suo,  $I^+(a, b) > I^-(a, b)$ ;

qualora il cliente fosse d'accordo con quest'ultima condizione, allora si instaurerebbe una relazione di surclassamento da  $a$  verso  $b$ . Questa rappresenta la grande differenza con ELECTRE II, poiché la relazione di surclassamento non si determina in seguito alla verifica di test che coinvolgono l'utilizzo, su scala cardinale, delle importanze relative dei  $CRs$  e l'introduzione di arbitrari parametri di soglia, ma è il cliente stesso ad affermare se effettivamente, sulla base della valutazione dei macro-criteri, un'alternativa surclassa l'altra. È quindi ora possibile costruire il grafo  $Gr = (A, S)$  per valutare l'ordinamento delle alternative, seguendo le stesse regole già viste per ELECTRE II.

3. Si riporta qua l'algoritmo di una possibile procedura di gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche, che permette, quindi, di costruire un ordinamento finale delle  $ECs$  (Franceschini & Rossetto, 2002).

Per ogni iterazione  $k \geq 1$  si definisce una sottoclasse,  $C_k$ , dell'ordinamento finale e  $A_k$ , l'insieme delle alternative alla  $k$ -esima iterazione.

Se  $k = 1$ ,

allora  $A_k = A$ , che rappresenta lo step iniziale

a) Se  $|A_k| = 1$ ,

allora  $C_k = A_k$ , STOP

b) Se  $|A_k| > 1$

allora  $C_k = \{a \in A_k : \nexists a' \in A_k : a' S a\}$  e  $A_{k+1} = A_k - C_k$

Se  $A_{k+1} = \emptyset$

allora STOP

altrimenti ripartire da step (a).

Sia ELECTRE II che IDCR presentano il vantaggio, rispetto ai metodi proposti nel capitolo precedente, di non codificare i simboli della matrice delle relazioni in numeri. I confronti tra le alternative avvengono sulla base di confronti a coppie, valutati su scala ordinale. Mentre ELECTRE II utilizza nella verifica dei test di concordanza e non discordanza i pesi relativi dei requisiti del cliente, IDCR supera questo problema intervistando il cliente sulla preferenza tra macro-criteri ed evitando, così, di imporre al cliente di esprimersi su scale con cui non ha familiarità. (Franceschini & Rossetto, 2002). L'utilizzo di IDCR, però, è vantaggioso solo quando c'è possibilità di interagire

direttamente con il cliente, in modo da ottenere delle risposte immediate sull'eventuale presenza o meno di una relazione di surclassamento, senza ricorrere a ulteriori questionari e sondaggi; ed è per questo motivo che si è deciso di non applicarlo al caso di studio.

## 5.4. Metodi PROMETHEE

I metodi PROMETHEE, “*Preference Ranking Organization METHods for Enrichment Evaluations*”, vennero introdotti per la prima volta da J.P. Brans (Brans & Vincke, 1985).

Ad oggi, in letteratura, si contano quattro principali varianti di metodi PROMETHEE (Tzeng & Huang, 2011). Ai fini dell'applicazione di tali metodi al QFD, si analizzeranno nel dettaglio PROMETHEE I, per effettuare un ordinamento parziale delle alternative, e PROMETHEE II, per un ordinamento completo.

Questi metodi si applicano, come nel caso degli ELECTRE, a problemi MCDA, ai quali, come si è visto nel capitolo 2, può essere assimilato il problema di prioritizzazione delle caratteristiche tecniche nella casa della qualità. Si consideri, pertanto,  $A = \{EC_1; EC_2; \dots; EC_n\}$  l'insieme delle alternative, e  $G = \{g_1; g_2; \dots; g_m\} = \{CR_1, CR_2, \dots, CR_m\}$  l'insieme dei criteri, sulla base dei quali effettuare le valutazioni; a tali criteri è, inoltre, associato un vettore dei pesi  $W = \{w_1; w_2; \dots; w_m\}$ , tale che  $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ .

I metodi PROMETHEE si basano su un metodo di confronto a coppie tra le alternative, dove la preferenza del *decision-maker* è definita in funzione della distanza tra due ipotetiche alternative, per ogni singolo criterio (Figueira, et al., 2005).

Pertanto, per ogni criterio di scelta, si ha una funzione di preferenza così definita:

$$P_i(a, b) = F_i[d_i(a, b)] \quad \forall a, b \in A \quad (5.33)$$

dove  $d_i(a, b) = g_i(a) - g_i(b)$ , e  $0 \leq P_i(a, b) \leq 1$ .

Tali funzioni di preferenza al crescere di  $d_i(a, b)$  tendono all'unità e si annullano per valori di  $d_i(a, b)$  negativi. All'aumentare del valore di  $P_i(a, b)$ , aumenta il grado di preferenza dell'alternativa  $a$  sull'alternativa  $b$ .

Risulta necessario, quindi, definire una funzione matematica che rappresenti la funzione di preferenza. Per questa tipologia di metodi, Brans (Brans, et al., 1984b) ha identificato sei tipologie di funzione di preferenza:

$$1. \text{ “usual criterion”}: P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq 0 \\ 1, & d > 0 \end{cases}$$

2. “U-shape criterion”:  $P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq q \\ 1, & d > q \end{cases}$
3. “V-shape criterion”:  $P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq 0 \\ \frac{d}{p}, & 0 < d \leq p \\ 1, & d > p \end{cases}$
4. “Level criterion”:  $P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq q \\ \frac{1}{2}, & q < d \leq p \\ 1, & d > p \end{cases}$
5. “V-shape with indifference criterion”  $P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq q \\ \frac{d-q}{p-q}, & q < d \leq p \\ 1, & d > p \end{cases}$
6. “Gaussian criterion”  $P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d^2}{2s^2}}, & d > 0 \end{cases}$

Per ognuna di queste funzioni è necessario definire 0, 1 o 2 parametri (Figueira, et al., 2005):

- $q$  che rappresenta una soglia di indifferenza;
- $p$  che rappresenta una soglia di stretta preferenza;
- $s$  che è un valore intermedio tra  $p$  e  $q$ .

In altre parole,  $q$  è la massima deviazione tra due alternative ritenuta accettabile dal *decision-maker*, mentre  $p$  è la più piccola deviazione sufficiente a generare una stretta preferenza (Figueira, et al., 2005).

I metodi PROMETHEE hanno, in definitiva, bisogno di tre tipologie di input:

- importanze relative di ogni criterio di valutazione ( $w_i$ );
- la matrice che esprime la relazione di ogni alternativa per ogni criterio;
- il cosiddetto “criterio generalizzato”  $\{g_i(a_j); P_i(a, b)\}$ . Per ogni criterio va, infatti, scelta la funzione di preferenza più adatta a modellizzare le scelte del *decision-maker*.

Una volta definiti tutti gli input necessari, si implementa la procedura PROMETHEE, che in questa prima fase è uguale sia per PROMETHEE I che per PROMETHEE II.

Le fasi sono le seguenti (Brans & Vincke, 1985):

1. Per ogni coppia di alternative si calcolano gli indici di preferenza aggregati:

$$\begin{cases} \pi(a, b) = \sum_{i=1}^m w_i P_i(a, b) \\ \pi(b, a) = \sum_{i=1}^m w_i P_i(b, a) \end{cases} \quad (5.34)$$

con  $a, b \in A$ .

Tali indici godono delle seguenti proprietà (Figueira, et al., 2005):

- i.  $\pi(a, a) = 0$ ;
  - ii.  $0 \leq \pi(a, b) \leq 1$ ;
  - iii.  $0 \leq \pi(b, a) \leq 1$ ;
  - iv.  $0 \leq \pi(a, b) + \pi(b, a) \leq 1$
  - v.  $\pi(a, b) \sim 1$  indica una relazione di preferenza stretta tra a e b;
  - vi.  $\pi(a, b) \sim 0$  indica una relazione di preferenza debole tra a e b.
2. Si calcolano ora i “flussi di surclassamento”, “*positive outranking flows*” e “*negative outranking flows*”:

$$\Phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x) \quad (5.35)$$

$$\Phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a) \quad (5.36)$$

Il flusso positivo,  $\Phi^+(a)$ , è una misura di quanto un’alternativa è preferibile a tutte le altre  $n - 1$  alternative, mentre  $\Phi^-(a)$  misura quanto le altre  $n - 1$  alternative sono preferibili all’alternativa a.

3. A questo punto vanno distinti i due metodi, PROMETHEE I e PROMETHEE II; il primo, come si è detto, permette di effettuare solo un ordinamento parziale delle alternative, mentre un ordinamento totale può essere ottenuto con PROMETHEE II.

- a) PROMETHEE I: il ranking delle alternative si ottiene valutando i flussi positivi e negativi, che spesso, però, portano a una criticità in quanto non restituiscono lo stesso ranking.

$$f(x) = \begin{cases} aPb, & \text{se } \begin{cases} \Phi^+(a) > \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) < \Phi^-(b) \text{ or} \\ \Phi^+(a) = \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) < \Phi^-(b), \text{ or} \\ \Phi^+(a) > \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) > \Phi^-(b); \end{cases} \\ aIb, & \text{se } \Phi^+(a) = \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) = \Phi^-(b); \\ aRb, & \text{se } \begin{cases} \Phi^+(a) > \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) > \Phi^-(b), \text{ or} \\ \Phi^+(a) < \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) < \Phi^-(b); \end{cases} \end{cases} \quad (5.37)$$

Se, per esempio,  $a$  è preferibile sulla base di alcuni criteri e  $b$  su altri, allora può succedere che le due alternative non siano confrontabili. PROMETHEE I, in questi casi, non permette di effettuare una scelta tra le due e le considera incomparabili. Ai fini dell'applicazioni del metodo PROMETHEE al QFD, e quindi alla prioritizzazione delle caratteristiche tecniche, risulta più adatto l'utilizzo di PROMETHEE II.

- b) PROMETHEE II: questa seconda versione supera la limitazione della precedente, escludendo quindi la possibilità che due alternative risultino incomparabili. Mediante la valutazione di un flusso complessivo netto, si potrà procedere con la generazione di un ranking completo (Brans & Vincke, 1985). Il flusso netto è definito come la differenza tra quello positivo e quello negativo, pertanto maggiore è il flusso netto, migliore è l'alternativa:

$$\Phi(a) = \Phi^+(a) - \Phi^-(a) \quad (5.38)$$

Tale valore è sempre compreso tra -1 e 1, ed è tale per cui la somma dei flussi netti di tutte le alternative è nulla. L'ordinamento delle alternative è molto semplice, in quanto le relazioni possibili sono soltanto due, pertanto si avrà:

$$\begin{cases} aPb, \text{ se } \Phi(a) > \Phi(b) \\ aIb, \text{ se } \Phi(a) = \Phi(b) \end{cases} \quad (5.39)$$

Quindi, per gerarchizzare tutte le alternative, è sufficiente ordinare in base al valore di  $\Phi$ , l'alternativa migliore è quella che presenta il valore di  $\Phi$  maggiore, mentre le peggiori saranno quelle con i  $\Phi$  più bassi (Mareschal & De Smet, 2009). Si può notare, dalla definizione di flusso netto, che un valore di  $\Phi(a)$  alto può essere dettato sia da

un elevato valore di  $\Phi^+(a)$ , che da un basso valore di  $\Phi^-(a)$ . Pertanto, la definizione in PROMETHEE II di un flusso netto introduce problemi di compensazione tra i flussi positivi e negativi, determinando una perdita di ricchezza d'informazione e risultati meno robusti (Brans & Vincke, 1985; Mareschal & De Smet, 2009).

Sulla base dei metodi PROMETHEE è stato sviluppato anche un metodo visivo, noto come piano GAIA, “*Geometrical analysis for interactive aid*”, che permette una rappresentazione visiva delle principali alternative del problema, così come gli eventuali conflitti tra quest'ultime e i criteri di scelta (Mareschal & De Smet, 2009). Il flusso totale di un'alternativa, date le (5.35), (5.36) e (5.38), può essere così riscritto:

$$\Phi(a) = \Phi^+(a) - \Phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^m \sum_{x \in A} (P_i(a, x) - P_i(x, a)) w_i \quad (5.40)$$

Sia  $\Phi_i(a)$  il flusso netto di una data alternativa, valutato per un solo criterio:

$$\Phi_i(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} P_i(a, x) - P_i(x, a) \quad (5.41)$$

Allora si ha che:

$$\Phi(a) = \sum_{i=1}^m \Phi_i(a) w_i \quad (5.42)$$

Sia  $M$  la matrice di dimensione  $n \times m$  costituita da tutti i valori dei flussi netti  $\Phi_i(a_j)$ , in maniera tale che ogni elemento della matrice rappresenti il flusso netto di una data alternativa (in riga) valutato per un dato criterio (in colonna).

$$M = \begin{pmatrix} \Phi_1(a_1) & \cdots & \Phi_m(a_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_1(a_n) & \cdots & \Phi_m(a_n) \end{pmatrix} \quad (5.43)$$

I valori della matrice sono adimensionali e non dipendono dal peso associato a ogni singolo criterio (Figueira, et al., 2005). Le  $n$  alternative possono essere rappresentate come punti in uno spazio  $m$ -dimensionale, in modo tale da avere una visione del posizionamento delle alternative in relazione agli

$m$  criteri, che, invece, costituiscono gli assi di tale spazio vettoriale. Quindi, ogni alternativa viene identificata con le rispettive coordinate su ciascun asse.

$$a_1 = (\Phi_1(a_1); \Phi_2(a_1); \dots; \Phi_m(a_1)) \quad (5.44)$$

È ovvio che riuscire a interpretare visivamente il problema quando i criteri iniziano ad essere molti diventa particolarmente complesso; si preferisce, quindi, proiettare tutto su un piano a fronte di una perdita di informazione. Il piano GAIA è quello che comporta la minore perdita di informazione, dove  $\delta$  rappresenta, invece, la quantità di informazione preservata.

Si riporta di seguito un esempio di piano GAIA (Figura 5.10), in cui sono rappresentati i punti relativi alle proiezioni delle 8 alternative su  $\delta$  e i 6 vettori che rappresentano le proiezioni degli assi che identificano i criteri di scelta.

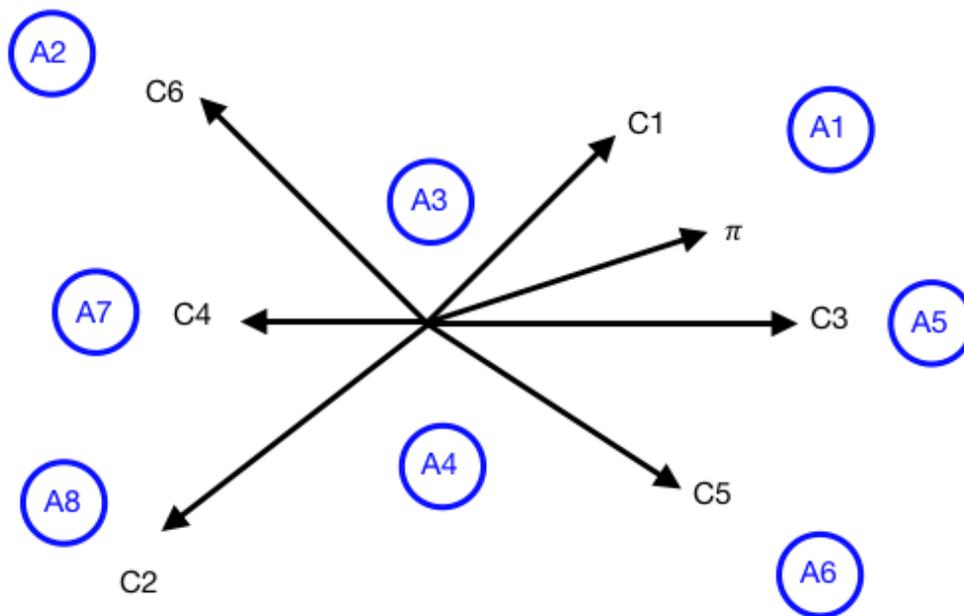


Figura 5.10 Piano GAIA (Figueira, et al., 2005)

Le regole per interpretare il piano GAIA sono le seguenti (Figueira, et al., 2005):

- maggiore è la lunghezza di un asse relativo a un criterio, maggiore è l'importanza di quel criterio;
- i criteri che indicano preferenze simili sono orientati secondo la stessa direzione;
- i criteri che indicano preferenze in conflitto sono orientati in direzioni opposte;
- criteri non relazionati tra di loro in base alle preferenze espresse sono rispettivamente ortogonali;

- le alternative simili sono collocate vicino nello spazio;
- alternative particolarmente buone rispetto a un dato criterio, sono approssimativamente collocate nella medesima direzione del criterio stesso.

Il metodo GAIA permette, quindi, di effettuare un'analisi di sensibilità del metodo PROMETHEE. Rappresentando, infatti, su un piano bidimensionale il problema MCDA, si è in grado di cogliere tutti i probabili conflitti fra i criteri e fra le alternative, avendo, così, una visione grafica e immediata del problema. Resta, comunque, necessario l'ausilio di software appositi per l'elaborazione del piano GAIA, poiché all'aumentare del numero di criteri e alternative il problema si complica eccessivamente.

In merito all'applicazione al caso di studio, PROMETHEE necessita di tre differenti input:

- 1) I pesi dei requisiti del cliente rappresentati su scala numerica, valutati in termini di importanze relative;
- 2) I valori della matrice delle relazioni espressi su scala ordinale;
- 3) La definizione di una funzione di preferenza per ogni requisito del cliente.

Rispetto agli altri metodi analizzati, PROMETHEE impone anche la conoscenza di una funzione di preferenza  $P_i(a, b) = F_i[d_i(a, b)]$ . L'introduzione, però, di una funzione di preferenza può generare problemi, se utilizzata con scale ordinali (Roberts, 1985).

Sia  $R$  una relazione binaria di preferenza tra due alternative,  $a$  e  $b$ , appartenenti all'insieme  $A$ . Se e soltanto se sono soddisfatte le seguenti due proprietà:

- $aRb \rightarrow \sim bRa$ ;
- $\sim aRb$  and  $\sim bRc \rightarrow \sim aRc$

dove il simbolo " $\sim$ " indica l'operazione logica di negazione, allora esiste una funzione  $f$  tale che:

$$aRb \leftrightarrow f(a) > f(b) \quad (5.45)$$

Al fine di verificare questo teorema, Roberts (Roberts, 1985) utilizza la tecnica del *pairwise comparisons*. Si supponga di dover scegliere tra tre alternative,  $a$ ,  $b$  e  $c$ , i cui prezzi sono  $p(a) > p(b) > p(c)$ . Si ipotizzi che un consumatore scelga principalmente sulla base del prezzo, ma che

il criterio della qualità del prodotto può diventare influente, qualora i prezzi risultino essere simili. Se  $a$  e  $b$  sono vicini in termini di prezzo si può preferire  $a$  qualora la qualità di  $a$  sia superiore a quella di  $b$ , mentre si preferisce  $b$  a  $c$ , qualora anch'essi siano simili per prezzo, ma  $b$  sia di qualità maggiore rispetto a  $c$ . A questo punto, però, può accadere che il consumatore preferisca  $c$  ad  $a$  poiché il prezzo di  $a$  è diventato sufficientemente più alto di quello di  $c$ , da risultare determinante nella scelta (Roberts, 1985). Pertanto, si ha che  $a > b$ ,  $b > c$  e  $c > a$ , violando la (5.45). Quindi, le funzioni di preferenza possono creare problemi quando si aggregano più criteri di scelta, partendo da valori espressi su scala ordinale.

Si è scelto, comunque, di utilizzare nell'applicazione di PROMETHEE una funzione di preferenza di tipo 1 (figura 5.11) così definita:

$$P(EC_j, EC_k) = \begin{cases} 1, & \text{se } d(EC_j, EC_k) > 0 \\ 0, & \text{se } d(EC_j, EC_k) \leq 0 \end{cases} \quad (5.46)$$

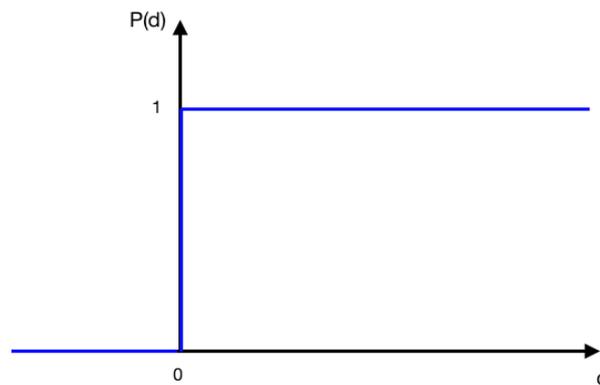


Figura 5.11 Funzione di preferenza tipo 1

Si noti come tra tutte le funzioni di preferenza si è scelto di utilizzare la più semplice e l'unica che non introducesse ulteriori valori di soglia tra i valori della matrice delle relazioni. Va sempre ricordato, infatti, che il QFD viene costruito utilizzando una scala ordinale e che, quindi, l'introduzione di soglie numeriche tra i valori della matrice delle relazioni non è permessa, in quanto viola le proprietà empiriche di una scala ordinale. La scelta di una funzione di preferenza di tipo 1 è stata dettata, quindi, dalla necessità di introdurre meno distorsioni possibili nell'applicazione alla gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche, sebbene, anche il solo fatto di utilizzare funzioni di preferenza con scale ordinali, risulti comunque controverso, come precedentemente discusso. Si procede a questo punto con il calcolo dei valori  $\pi(EC_j, EC_k)$  per ogni coppia di alternative, da cui, sommando i valori in riga e in colonna, si ottengono rispettivamente i valori di  $\phi_+$  e  $\phi_-$  per ogni alternativa (Tabella 5.10).

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12	$\Phi_+$
EC1	0	0,281	0,281	0,281	0	0	0,281	0,281	0,281	0,156	0,156	0,281	0,207
EC2	0,313	0	0,219	0,313	0,313	0,313	0,188	0,313	0,313	0,313	0	0,313	0,264
EC3	0,250	0,156	0	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,094	0,250	0,156	0,250	0,219
EC4	0,094	0,094	0,094	0	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094
EC5	0,250	0,281	0,406	0,406	0	0,125	0,281	0,281	0,281	0,406	0,156	0,406	0,298
EC6	0,281	0,438	0,281	0,438	0,156	0	0,438	0,438	0,281	0,438	0,313	0,438	0,358
EC7	0,219	0,094	0,219	0,219	0,219	0,219	0	0,219	0,219	0,219	0	0,188	0,185
EC8	0,125	0	0,125	0,125	0,125	0,125	0	0	0	0,125	0	0,125	0,080
EC9	0,281	0,156	0,125	0,281	0,281	0,281	0,156	0,156	0	0,281	0,156	0,281	0,222
EC10	0,219	0,344	0,344	0,250	0,219	0,219	0,281	0,344	0,344	0	0,063	0,250	0,261
EC11	0,625	0,406	0,625	0,531	0,500	0,500	0,406	0,625	0,625	0,531	0	0,500	0,534
EC12	0,125	0,125	0,125	0,031	0,125	0,125	0,094	0,125	0,125	0,031	0	0	0,094
$\Phi_-$	0,253	0,216	0,259	0,284	0,207	0,205	0,224	0,284	0,241	0,259	0,099	0,284	

Tabella 5.10 Calcolo valori  $\pi$  e  $\phi$  per ogni coppia di alternative

Per ottenere un ordinamento totale tra le alternative è necessario valutare il parametro  $\phi$  come differenza tra i flussi netti positivi ( $\phi_+$ ) e i flussi netti negativi ( $\phi_-$ ) (Tabella 5.11).

Infine, si ordinano le alternative per valori di  $\phi$  decrescenti.

	$\Phi_+$	$\Phi_-$	$\Phi$
EC1	0,207	0,253	-0,045
EC2	0,264	0,216	0,048
EC3	0,219	0,259	-0,040
EC4	0,094	0,284	-0,190
EC5	0,298	0,207	0,091
EC6	0,358	0,205	0,153
EC7	0,185	0,224	-0,040
EC8	0,080	0,284	-0,205
EC9	0,222	0,241	-0,020
EC10	0,261	0,259	0,003
EC11	0,534	0,099	0,435
EC12	0,094	0,284	-0,190

Tabella 5.11 Calcolo del flusso netto

Si ottiene così il seguente ordinamento:

$$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_{10} > EC_9 > EC_7 \sim EC_3 > EC_1 > EC_4 \sim EC_{12} > EC_8 \quad (5.47)$$

Si noti che, considerando una funzione di preferenza di tipo 1, l'impostazione di PROMETHEE ed ELECTRE II nella prima fase coincidono. Infatti, i valori presenti in Tabella 5.10 coincidono esattamente con i pesi  $W^+$  relativi al macro-criterio  $J^+$ . Ciò accade poiché la scelta della funzione di preferenza ha semplificato il calcolo di  $\pi(EC_j, EC_k)$ , riducendolo alla somma dei pesi dei requisiti del cliente per cui una caratteristica è preferita a un'altra.

Di seguito si propongono ulteriori analisi al variare dell'importanza dei requisiti del cliente e dell'insieme di caratteristiche tecniche considerato.

### 1) Variazione dell'importanza di $CR_4$

Una delle criticità principali riscontrabili in PROMETHEE, così come in ELECTRE II, è proprio dovuta a questa forte dipendenza dai valori numerici con cui vengono assegnate importanze ai requisiti del cliente. Per questo motivo, si è deciso di condurre un'analisi di sensibilità di tale metodo al variare dei valori  $d_i$  delle importanze dei  $CR_s$ . Si supponga, per esempio, di diminuire di un'unità l'importanza assoluta di  $CR_4$ ,  $d'_4 = 3$ . Ovviamente le relazioni di preferenza tra le alternative rimangono invariate, mentre il nuovo vettore delle importanze relative dei requisiti del cliente è  $w = [0,1613; 0,1613; 0,1290; 0,0968; 0,0968; 0,0968; 0,0968; 0,0645; 0,0645; 0,0323]$ . I valori di  $\pi(EC_j, EC_k)$  cambiano per tutte le alternative, dal momento che son cambiate tutte le importanze relative dei singoli requisiti del cliente. Di seguito sono mostrati i nuovi valori di  $\phi$  (Tabella 5.12), mentre in allegato 9 sono riportati i calcoli nel dettaglio.

	$\phi_+$	$\phi_-$	$\phi$
<b>EC1</b>	0,214	0,243	-0,029
<b>EC2</b>	0,246	0,223	0,023
<b>EC3</b>	0,226	0,249	-0,023
<b>EC4</b>	0,097	0,276	-0,179
<b>EC5</b>	0,290	0,199	0,091
<b>EC6</b>	0,370	0,194	0,176
<b>EC7</b>	0,164	0,232	-0,067
<b>EC8</b>	0,062	0,284	-0,223
<b>EC9</b>	0,208	0,240	-0,032
<b>EC10</b>	0,270	0,249	0,021
<b>EC11</b>	0,525	0,103	0,422
<b>EC12</b>	0,097	0,276	-0,179

Tabella 5.12 Calcolo del flusso netto ( $d_4=3$ )

L'ordinamento per  $d_4 = 3$  è:

$$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_{10} > EC_3 > EC_1 > EC_9 > EC_7 > EC_4 \sim EC_{12} > EC_8 \quad (5.48)$$

Come si può notare, la parte centrale del ranking ha subito diversi mutamenti, se nel caso originale si aveva  $EC_9 > EC_7 \sim EC_3 > EC_1$ , ora si ha  $EC_3 > EC_1 > EC_9 > EC_7$ . Come già detto, le relazioni di preferenza tra le alternative non cambiano in alcun modo, mentre il cambiamento delle importanze relative porta i valori di  $\phi_j$  a variare, generando cambiamenti nel ranking. Eventuali errori, anche marginali, nell'attribuzione delle importanze ai CRs influenza fortemente i risultati di PROMETHEE. Inoltre, tale metodo tende a trascurare l'intensità delle relazioni tra i requisiti del cliente e le caratteristiche tecniche. A tal proposito si considerino le tre caratteristiche tecniche  $EC_5, EC_7$  e  $EC_8$  limitatamente al requisito  $CR_4$  (Tabella 5.13) e si calcolino i valori di  $\pi_4(EC_j, EC_k)$ .

	<i>w</i>	<i>EC5</i>	<i>EC7</i>	<i>EC8</i>
<b>CR1</b>	0,15625	•		
<b>CR2</b>	0,15625			
<b>CR3</b>	0,125	•		
<b>CR4</b>	0,125	Δ	•	○
<b>CR5</b>	0,09375			
<b>CR6</b>	0,09375			
<b>CR7</b>	0,09375			
<b>CR8</b>	0,0625			
<b>CR9</b>	0,0625		•	
<b>CR10</b>	0,03125		•	

Tabella 5.13 Analisi d'intensità delle relazioni limitatamente a  $CR_4$

I rispettivi valori di  $\pi$  sono:

1.  $\pi_4(EC_5, EC_7) = 0; \pi_4(EC_5, EC_8) = 0;$
2.  $\pi_4(EC_7, EC_5) = 0,125; \pi_4(EC_7, EC_8) = 0,125;$
3.  $\pi_4(EC_8, EC_5) = 0,125; \pi_4(EC_8, EC_7) = 0.$

Tali valori ignorano il livello di correlazione che si instaura tra una caratteristica e un requisito del cliente. Il valore  $\pi_4(EC_7, EC_5) = 0,125$ , infatti, è uguale a quello di  $\pi_4(EC_7, EC_8) = 0,125$ , sebbene  $EC_7$  risulti essere per  $CR_4$  “fortemente preferibile” a  $EC_5$  (•>>Δ) e “mediamente preferibile” a  $EC_8$  (•>○). Analogamente si può notare che  $\pi_4(EC_8, EC_5) = 0,125$  così come  $\pi_4(EC_7, EC_5) = 0,125$ ,

pertanto nei calcoli di  $\phi(EC_8)$  e  $\phi(EC_7)$  contribuiranno esattamente con la stessa quantità numerica, nonostante  $EC_7$  sia “fortemente preferibile” a  $EC_5$  e “mediamente preferibile” a  $EC_8$ .

## 2) Esclusione di $EC_8$

Un altro elemento fonte di criticità è dovuto al fatto che l’importanza di un’alternativa si ottiene valutando il parametro  $\phi(EC_j)$ , il quale risente fortemente delle alternative considerate; esso, infatti, aumenta all’aumentare delle alternative che risultano peggiori di  $EC_j$ . È quindi inevitabile che si possano verificare fenomeni di *rank reversal* nel caso in cui si aggiunga o si tolga una caratteristica tecnica. A tal proposito, come già mostrato nei casi precedenti, si procede con l’esclusione della caratteristica tecnica  $EC_8$ , che nell’ordinamento ottenuto con PROMETHEE si colloca in ultima posizione. I risultati sono mostrati in Tabella 5.14.

	$\phi_+$	$\phi_-$	$\phi$
<b>EC1</b>	0,200	0,266	-0,066
<b>EC2</b>	0,259	0,238	0,022
<b>EC3</b>	0,216	0,272	-0,056
<b>EC4</b>	0,094	0,300	-0,206
<b>EC5</b>	0,300	0,216	0,084
<b>EC6</b>	0,350	0,213	0,138
<b>EC7</b>	0,181	0,247	-0,066
<b>EC9</b>	0,228	0,266	-0,038
<b>EC10</b>	0,253	0,272	-0,019
<b>EC11</b>	0,525	0,109	0,416
<b>EC12</b>	0,091	0,300	-0,209

Tabella 5.14 Calcolo del flusso netto (esclusione  $EC_8$ )

L’ordinamento derivante dall’esclusione di  $EC_8$  è il seguente:

$$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_{10} > EC_9 > EC_3 > EC_1 \sim EC_7 > EC_4 > EC_{12} \quad (5.49)$$

Come si può notare, senza considerare  $EC_8$ , si verifica un’inversione di ordinamento tra  $EC_3$  e  $EC_7$ : per  $n=12$  si ha  $EC_7 \sim EC_3 > EC_1$ , mentre con  $n=11$   $EC_3 > EC_1 \sim EC_7$ .

Al calcolo di  $\phi_+(EC_j)$  contribuiscono le situazioni in cui una data caratteristica  $j$  è preferibile alle altre, mentre il valore di  $\phi_-(EC_j)$  tiene conto dei casi in cui quella stessa caratteristica tecnica è peggiore dalle altre. È inevitabile, quindi, che all’esclusione di una caratteristica tecnica, i valori di

$\phi_+(EC_j)$  e  $\phi_-(EC_j)$  ne risentano, incrementando la possibilità che vi siano inversioni di ordinamento.

La caratteristica tecnica  $EC_7$ , per esempio, è migliore di  $EC_8$  in corrispondenza di  $CR_4, CR_9$  e  $CR_{10}$  e quindi si ha che  $\sum_{x \in A} \pi(EC_7, x) = 2,031$  e  $\sum_{x \in A} \pi(x, EC_7) = 2,469$ , mentre con l'esclusione di  $EC_8$  si ottiene  $\sum_{x \in A} \pi'(x, EC_7) = 2,469$  e  $\sum_{x \in A} \pi'(EC_7, x) = 1,813$ , perdendo il contributo di  $w_4 = 0,125, w_9 = 0,0625$  e  $w_{10} = 0,03125$ .  $\sum_{x \in A} \pi'(x, EC_7)$  rimane costante nei due casi, poiché  $EC_8$  non è mai preferibile a  $EC_7$  e quindi  $\pi(EC_8, EC_7) = 0$ . Ciò comporta un valore più basso di  $\phi(EC_7)$ , determinando quindi un suo peggior posizionamento nel ranking finale.

PROMETHEE è un metodo molto semplice e veloce da applicare al QFD, sebbene l'applicazione al problema di gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche abbia richiesto assunzioni forti e di compromesso. Utilizzando una funzione di preferenza del primo tipo, per esempio, si riesce ad evitare l'introduzione di parametri di soglia che avrebbero generato un'ulteriore sensibilità di tale metodo a valori esterni scelti arbitrariamente in fase di implementazione dell'algoritmo, ma si sono, comunque, introdotte distanze in una scala ordinale.

## 5.5. Ordinal Prioritization Method

I metodi analizzati precedentemente prevedono l'utilizzo di importanze dei requisiti del cliente espressi su scala cardinale. Si è visto, però, che tale approssimazione può generare problemi di inconsistenza e robustezza del metodo applicato, in quanto al cliente viene richiesto di esprimersi su scale numeriche, fornendo informazioni fortemente contaminate dalla soggettività del singolo (Franceschini, et al., 2015). Questa caratteristica compromette l'attendibilità dei risultati forniti dai precedenti metodi di prioritizzazione.

Si riporta, quindi, un metodo che cerca di ovviare a questo problema, trattando i requisiti del cliente su scala ordinale così come i valori della matrice delle relazioni.

OPM "*Ordinal prioritization method*" è un metodo di gerarchizzazione delle  $ECs$ , ispirato dal metodo proposto da Yager (Yager, 2001). L'algoritmo proposto da Yager si basa sull'idea che, nel processo decisionale, vi siano vari agenti, a ciascuno dei quali è associato un livello ordinale d'importanza, e ognuno di tali agenti esprime un giudizio su base ordinale di tutte le azioni da ordinare (Yager, 2001).

Sia  $D = \{D_1, D_2, \dots, D_m\}$  l'insieme degli agenti e  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  l'insieme delle azioni tra cui scegliere. Ciascun agente esprime una funzione di preferenza,  $P_i$ , sull'insieme delle azioni, senza assegnare ad esse alcun valore numerico; il vettore che esprime la funzione di preferenza, infatti, è

un vettore di dimensione  $n$  tale per cui, se un'azione  $x_j$  si trova al primo posto, indica che tale azione è la preferita per l'agente  $i$ -esimo, se è al secondo, implica che è la seconda nella personale classifica dell'agente e così via.  $P_i$  è, pertanto, un vettore ordinato costituito dalle  $n$  azioni tra cui scegliere del tipo:

$$P_i = [x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n] \quad (5.50)$$

se per l'agente  $i$ -esimo risulta che  $x_1 > x_2 > \dots > x_j > \dots > x_n$ .

Si assume, inoltre, che gli agenti non risultino ugualmente importanti nel processo di fusione delle preferenze (Yager, 2001), il che comporta che ogni funzione di preferenza contribuisca in maniera diversa alla determinazione dell'ordinamento finale tra le azioni. Per esempio, si può avere:

$$D_1 > D_2 > \dots > D_m \quad (5.51)$$

La (5.51) permette di creare un vettore ordinato di agenti  $L = [L_1, L_2, \dots, L_m]$ , dove  $L(k)$  indica il  $k$ -esimo agente più importante,  $L(k) = D_k$ .

L'algoritmo, proposto da Yager (Yager, 2001), si articola nelle seguenti fasi:

1. Si definisca l'insieme  $S = X$ , come l'insieme delle possibili azioni;
2. Sia  $P = \emptyset$ , la funzione di preferenza complessiva, ossia l'ordinamento finale da calcolare;
3. Si imponga  $k = 1; j = n; i = n$ ;
4. Si consideri l'agente  $u$  tale che  $L(k) = D_u$ ;
5. Sia  $P_u(j)$  la  $j$ -esima azione della funzione di preferenza  $u$ -esima;
6. Se  $P_u(j) \notin S$ , si passi alla fase 9;
7. Se  $P_u(j) \in S$  allora:
  - i.  $P_u(j) = P_i$ ;
  - ii.  $i = i - 1$ ;
  - iii. Si rimuova  $P_u(j)$  da  $S$ .
8. Se  $i = 0$ , stop;
9. Se  $k \neq m$ ,  $k = k + 1$ ;  
Se  $k = m$ , sia  $k = 1$  e  $j = j - 1$ ;
10. si vada al passo 4.

In altre parole, partendo dall'intero set di azioni proposte, si considera la funzione di preferenza relativa all'agente a cui è stata assegnato il livello d'importanza maggiore; l'azione considerata peggiore di tutte le altre, quindi quella che occupa l'ultima posizione della funzione di preferenza associata a quel singolo agente, viene collocata all'ultimo posto nella funzione di preferenza complessiva. A questo punto si procede con il secondo agente in ordine d'importanza, si considera il suo vettore di preferenza e si colloca l'ultimo elemento del vettore in penultima posizione nella gerarchia complessiva, ossia nella funzione di preferenza totale. Si procede così fintanto che tutte le azioni sono state ordinate, solo a quel punto l'algoritmo si conclude (Yager, 2001).

Come si può notare, l'applicazione del metodo proposto da Yager evita di introdurre ogni tipo di distorsione causata da arbitrarie conversioni di simboli in numeri. Inoltre, Yager (Yager, 2001) identifica 3 proprietà principali di cui gode il suo metodo:

- IDEMPOTENZA: se tutte le funzioni di preferenza sono uguali, allora l'ordinamento finale coincide con quello di ogni singola funzione di preferenza;
- MONOTONIA: se in ogni funzione di preferenza si ha che  $x > y$  con  $x, y \in X$ , allora anche nella funzione di preferenza complessiva risulta che  $x > y$ .
- ASSOCIAZIONE POSITIVA: sia  $P = \{P_1, \dots, P_2, \dots, P_m\}$  un insieme di vettori di preferenza, tali per cui la loro funzione di preferenza globale implica che  $x > y$ , e  $\hat{P} = \{\hat{P}_1, \dots, \hat{P}_2, \dots, \hat{P}_m\}$  un secondo insieme di vettori di preferenza. Se  $P_i \neq \hat{P}_i$  poiché per importanza  $x$  è salita o  $y$  è scesa, o entrambi, allora nella funzione di preferenza complessiva risulterà ancora che  $x > y$ .

Franceschini (Franceschini, et al., 2015) propone un'applicazione del metodo appena esposto alla prioritizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD.

Sia infatti  $D = \{D_1, D_2, \dots, D_m\}$ , l'insieme dei *decision-maker*, ciascuno dei quali indicherà una propria funzione di preferenza, e  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  l'insieme delle azioni da ordinare. Ogni *decision-maker* valuta le singole azioni su una scala ordinale costituita da  $Q$  livelli, dove:

$$Q = [L_1, \dots, L_q, \dots, L_Q] \quad (5.52)$$

*Ordinal Prioritization Method* si compone di tre fasi principali:

1. In questa prima fase si calcolano i vettori di preferenza per ogni *decision-maker*. Il vettore preferenza ha la stessa dimensione di  $Q$ ; infatti,  $D_i$  è chiamato a indicare, per ogni azione, un

livello di preferenza su scala ordinale a  $Q$  livelli e quindi il vettore di preferenza è tale per cui, per ogni livello della scala ordinale, vengono indicate tutte quelle azioni che sono state giudicate avere quel determinato livello di preferenza. Inoltre, si ordinano per importanza i *decision-maker* e, qualora a due  $D_i$  sia stato attribuito lo stesso livello d'importanza, si considera un vettore unico dato dall'unione dei due  $D_i$  in questione. Se, per esempio,  $D_1 \sim D_2$ , si genera un vettore unico  $D_1^*$  che ha per ogni componente l'unione delle alternative giudicate ad un determinato livello ordinale da entrambi i *decision-maker* (Franceschini, et al., 2015)

2. Si procede ora con la definizione della sequenza di lettura dei vettori riorganizzati (Franceschini, et al., 2015):

- a) Si impone  $S = 0$ ;
- b) si considera il vettore di preferenza più importante,  $i = 1$ ;
- c) si prende l'elemento con il valore di scala più alto, imponendo  $j = 1$ ;
- d)  $S = S + 1$ ;
- e) Si associa all'elemento in questione il valore di  $S$ ;
- f) se  $i = m$ , passare alla fase (i);
- g)  $i = i + 1$ ;
- h) Considerare l'elemento in posizione  $j$  relativa a  $D_i$  e tornare alla fase (d);
- i) Se  $j = n$ ; passare a (l);
- j)  $j = j + 1$ ;
- k) Imporre  $i = 1$ , e tornare al passo (d);
- l) STOP.

In questa fase, dopo aver ordinato i vettori di preferenza in base al livello d'importanza associato a ogni  $D_i$ , si numerano le azioni di ogni vettore partendo da quella a cui è associato il livello ordinale maggiore. Nello specifico si parte dal vettore del  $D_i$  considerato più importante e si associa all'elemento valutato col livello di scala più alto il valore 1, si passa poi all'elemento valutato col valore di scala più alto nel secondo vettore di preferenza in ordine d'importanza e vi si associa il valore 2, e così via fintanto che tutti gli elementi dei vettori di preferenza non sono stati numerati.

3. Quest'ultima fase è relativa alla generazione del ranking vero e proprio tra le azioni. L'algoritmo può essere descritto come segue (Franceschini, et al., 2015):

- a) Creare un vettore di ordinamento graduale, questo verrà gradualmente riempito con le singole azioni e alla fine dell'algoritmo rappresenterà la funzione di preferenza complessiva;
- b) Imporre  $O_k = 0$ ; dove  $O_k$  è un contatore del numero delle volte che una data alternativa  $k$  è stata considerata nei vettori di preferenza;
- c)  $S = 1$ ;
- d)  $R = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  è l'insieme di tutte le alternative;
- e) Si consideri l'elemento (I) con numero di sequenza  $S$ , facendo riferimento alla sequenza di lettura creata in fase 2;
- f) Se  $I = \text{null}$ , si passi a (n);
- g) Sia  $E = \emptyset$  l'insieme delle alternative da escludere da  $R$ , che andranno quindi a formare l'ordinamento graduale;
- h) Per ogni alternativa  $k$  in  $I$ ,  $O_k = O_k + 1$ ;
- i) Se la  $k$ -esima alternativa è in  $R$  e  $O_k \geq T_k$ , si includa tale alternativa nell'insieme  $E$ ;
- j) Se  $E = \emptyset$ , passare a (n);
- k) includere l'alternativa  $k$  all'inizio dell'ordinamento graduale, questo significa che la prima azione che verrà esclusa sarà la più importante del set  $A$ . Se le azioni da escludere sono 2, si considerano di uguale importanza;
- l) Rimuovere l'alternativa/e in  $E$  da  $R$ ,  $R = R \setminus (R \cap E)$ ;
- m) Se  $R = \emptyset$ ; passare a (o);
- n)  $S = S + 1$ , continuare con (e);
- o) STOP.

Si parte quindi dall'elemento di  $D_i$  a cui è associato il valore di  $S=I$ , quindi si inizia, in altre parole, dall'elemento col valore di scala più alto del vettore preferenza considerato più importante. Per ogni passo dell'algoritmo, all'aumentare di  $S$ , si conta il numero di volte,  $O_k$ , che un'alternativa  $k$  è stata presa in considerazione. Se questo valore  $O_k$  è maggiore di un valore di soglia,  $T_k$ , stabilito a priori, allora si può includere quell'alternativa all'inizio dell'ordinamento graduale. Infatti, prima un'alternativa supera tale valore di soglia, maggiore è il numero di volte che la suddetta alternativa compare nei primi posti della sequenza di lettura, il che significa che occupa posizioni associate a valori di scala elevati nei più importanti vettori di preferenza dei *decision-maker*.

L'applicabilità di questo metodo alla prioritizzazione delle caratteristiche tecniche nella casa della qualità è determinata dal fatto che le azioni da ordinare possono coincidere con le caratteristiche tecniche, mentre i *decision-makers* possono essere confusi con i requisiti del cliente. Si introduce, inoltre, una scala ordinale costituita da 4 livelli di importanza  $Q = \{L_1, L_2, L_3, L_4\}$ , sulla base della quale i decision-makers effettuano una valutazione delle alternative. Il valore di  $Q$  è pari a 4 poiché la scala ordinale con cui si costruisce QFD è costituita dai tre simboli che indicano il grado di correlazione, in aggiunta al caso in cui non vi è correlazione  $Q = [\bullet; \circ; \Delta; \text{null}]$ .

Il metodo OPM permette, come si è visto, di arrivare a formulare una gerarchia delle caratteristiche tecniche utilizzando i valori della matrice delle relazioni su scala ordinale e un ordinamento complessivo delle importanze dei requisiti del cliente.

Infine, si noti come questo metodo risulti essere fortemente dipendente dal valore di soglia scelto in fase di implementazione; all'aumentare di questo valore, infatti, diminuisce l'influenza da parte dei requisiti del cliente giudicati più importanti. Anche l'approccio proposto da Yager nel 2001 prevedeva un valore di soglia,  $T_k = 1$ ; in tal caso, con un valore di soglia così basso, l'ordinamento viene dettato dagli agenti più importanti: appena un'alternativa viene presa in considerazione, viene anche inglobata nell'ordinamento graduale. In questo modo il peso dato ai singoli agenti è massimo: si pensi infatti che, inevitabilmente, l'alternativa migliore di tutto il set è quella preferita dall'agente a cui è associata la maggiore importanza (Yager, 2001).

Nell'applicazione alla gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche del PC notebook, tutti i metodi precedentemente illustrati sono caratterizzati da almeno una delle due seguenti criticità, le quali, come si è già mostrato, possono portare a diversi fenomeni distorsivi:

- Conversione dei simboli che identificano  $r_{ij}$  in numeri (ISM, TOPSIS, OCRA)
- Utilizzo di scale numeriche per esprimere l'importanza dei requisiti del cliente (ISM, TOPSIS, OCRA, BORDA, ELECTRE II, PROMETHEE)

Ordinal Prioritization Method supera queste due criticità dal momento che la sua applicazione prevede due tipologie di input:

- Ordinamento dei  $CR_i$ , che nel caso del PC notebook risulta essere:

$$CR_1 \sim CR_2 > CR_3 \sim CR_4 > CR_5 \sim CR_6 \sim CR_7 > CR_8 \sim CR_9 > CR_{10} \quad (5.53)$$

- Elementi della matrice delle relazioni espressi su una scala ordinale a tre livelli {"forte" (●), "media" (○), "debole" (Δ)}. Inoltre, si aggiunge un quarto livello di correlazione, che è quello che si ha in caso di assenza di relazione ("assente"),  $r_{ij} = "null"$ .

Si creano, quindi, per ogni requisito del cliente i seguenti vettori ordinati che presentano come primo elemento l'insieme delle caratteristiche tecniche valutate con il livello ordinale più alto, come secondo elemento l'insieme delle caratteristiche tecniche con livello ordinale più basso e così via. Nel caso di uguaglianza delle importanze attribuite a due  $CR_i$ , si crea un vettore unico costituito dall'unione, con duplicazione, delle caratteristiche tecniche per ogni livello d'importanza. Si ottengono pertanto i seguenti vettori:

	<b>CR1~CR2</b>
<b>forte</b>	EC1,EC5,EC6,EC3,EC9
<b>media</b>	EC6
<b>debole</b>	null
<b>assente</b>	EC2,EC3,EC4,EC7,EC8,EC9,EC10,EC11,EC12,EC1, EC2,EC4,EC5,EC7,EC8,EC10,EC11,EC12

Tabella 5.15 Vettore CR1~CR2 con caratteristiche tecniche riorganizzate per livelli ordinali

	<b>CR3~CR4</b>
<b>forte</b>	EC5,EC6,EC11,EC2,EC7,EC11
<b>media</b>	EC8,EC9
<b>debole</b>	EC1,EC5,EC10
<b>assente</b>	EC2,EC3,EC4,EC7,EC8,EC9,EC12,EC1,EC3,EC4, EC6,EC10,EC12

Tabella 5.16 Vettore CR3~CR4 con caratteristiche tecniche riorganizzate per livelli ordinali

	<b>CR5~CR6~CR7</b>
<b>forte</b>	EC11,EC2,EC11,EC4
<b>media</b>	EC10,EC11,EC12
<b>debole</b>	EC2,EC3
<b>assente</b>	EC1,EC4,EC5,EC6,EC7,EC8,EC9,EC10,EC12,EC1, EC3,EC4,EC5,EC6,EC7,EC8,EC9,EC10,EC12,EC1, EC2,EC3,EC5,EC6,EC7,EC8,EC9

Tabella 5.17 Vettore CR5~CR6~CR7 con caratteristiche tecniche riorganizzate per livelli ordinali

	CR8~CR9
<b>forte</b>	EC10,EC7,EC11
<b>media</b>	null
<b>debole</b>	EC10
<b>assente</b>	EC1,EC2,EC3,EC4,EC5,EC6,EC7,EC8,EC9,EC11, EC12,EC1,EC2,EC3,EC4,EC5,EC6,EC8,EC9,EC12

Tabella 5.18 Vettore CR8~CR9 con caratteristiche tecniche riorganizzate per livelli ordinali

	CR10
<b>forte</b>	EC7,EC11,EC12
<b>media</b>	null
<b>debole</b>	null
<b>assente</b>	EC1,EC2,EC3,EC4,EC5,EC6,EC8,EC9,EC10

Tabella 5.19 Vettore CR10 con caratteristiche tecniche riorganizzate per livelli ordinali

Si implementa ora l'algoritmo per il calcolo dell'ordinamento totale per i primi tre passi in maniera tale da mostrarne il funzionamento (Tabella 5.20), mentre i risultati completi sono mostrati in allegato 10. Il valore di soglia scelto nel seguente caso è  $T_k = 2$ .

passo	I	$O_k$											
		EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
0	/	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	EC1,EC5,EC6, EC3, EC9	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
2	EC5,EC6,EC11, EC2,EC7,EC11	1	1	1	0	2	2	1	0	1	0	2	0
3	EC11,EC2,EC11, EC4	1	2	1	1	2	2	1	0	1	0	4	0

Tabella 5.20 Implementazione OPM passo 0-1-2-3

- 1) Passo 1: si considera il vettore che identifica il requisito del cliente più importante,  $CR_1 \sim CR_2$ , e si associa un valore pari a 1 a tutte le caratteristiche tecniche che costituiscono il primo elemento, ossia quelle correlate fortemente ( $\bullet$ ) a  $CR_1 \sim CR_2$ . Si associa, quindi, "1" a  $EC_1, EC_3, EC_5, EC_6, EC_9$ .

- 2) Passo 2: si considera ora il secondo vettore nell'ordine d'importanza tra i requisiti del cliente,  $CR_3 \sim CR_4$ , e si associa il valore "1" a tutte le caratteristiche tecniche contenute nel primo elemento di tale vettore, ossia quelle che presentano una correlazione forte con i relativi requisiti del cliente in esame. Si noti che, già al passo 2, ben 3 caratteristiche tecniche superano il valore di soglia  $T_k = 2$  e, pertanto, è possibile collocarle come prime caratteristiche tecniche nell'ordinamento finale. Le prime tre caratteristiche tecniche nell'esempio di studio sono  $EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11}$ .
- 3) Passo 3: si procede analogamente a considerare il terzo vettore per ordine d'importanza tra i requisiti del cliente e si associa "1" a tutte le caratteristiche tecniche che sono in correlazione forte con i requisiti in questione. Anche in questo caso un'altra caratteristica tecnica supera il valore di soglia, assumendo la seconda posizione nell'ordinamento totale,  $EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11} > EC_2$ .

Si procede in questo modo fintanto che tutti gli elementi dei vettori dei *customer requirement* non sono stati presi in considerazione. L'algoritmo si chiude, quindi, in 20 iterazioni poiché i vettori che identificano i *customer requirement* sono 5 e ciascuno di questi è costituito da 4 elementi; infine, quando l'algoritmo termina, il valore di  $O_k$  all'ultimo passo, per ogni caratteristica tecnica, è uguale al numero di requisiti del cliente considerati.

L'ordinamento che si ottiene con il metodo OPM è il seguente:

$$EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11} > EC_2 > EC_7 > EC_9 > EC_{10} \sim EC_{12} > EC_1 > EC_3 > EC_4 \sim EC_8 \quad (5.54)$$

A differenza degli altri metodi, dove  $EC_{11}$  prevaleva sempre su tutte le altre, in questo caso le caratteristiche tecniche più importanti sono 3:  $EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11}$ .

OPM, infatti, dà molta importanza a tutte quelle caratteristiche che presentano correlazioni forti tra i più importanti requisiti del cliente, ma allo stesso tempo tende a trascurare i *customer requirement* meno importanti. Se, per esempio, un'alternativa compare per due volte al passo 1 questa viene immediatamente posta come caratteristica più importante, ignorando completamente le eventuali correlazioni con altri requisiti del cliente.

Si propongono ora due studi effettuati su tale metodo al variare del parametro di soglia scelto e al variare del numero di caratteristiche tecniche considerato.

### 1) Sensibilità al valore di soglia $T_k$

Tale metodo risulta fortemente sensibile al valore di soglia scelto, variando il valore di  $T_k$ , infatti, si ottengono ordinamenti tra loro differenti (Franceschini, et al., 2015):

$$1) T_k = 1$$

$$EC_1 \sim EC_3 \sim EC_5 \sim EC_6 \sim EC_9 > EC_2 \sim EC_7 \sim EC_{11} > EC_4 > EC_{10} > EC_{12} > EC_8 \quad (5.55)$$

$$2) T_k = 2$$

$$EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11} > EC_2 > EC_7 > EC_9 > EC_{10} \sim EC_{12} > EC_1 > EC_3 > EC_4 \sim EC_8 \quad (5.56)$$

$$3) T_k = 3$$

$$EC_{11} > EC_7 > EC_6 > EC_5 \sim EC_{10} > EC_2 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{12} \quad (5.57)$$

La scelta del valore di soglia risulta quindi cruciale per ottenere un ordinamento significativo. Se si sceglie un valore di soglia  $T_k = 1$ , che è anche il valore con cui Yager presentò originariamente l'algoritmo (Yager, 2001), si ottiene un ordinamento fortemente in contrasto con gli altri metodi proposti. Sebbene le ultime posizioni rimangano pressoché invariate ( $EC_4, EC_8$  e  $EC_{12}$ ), le caratteristiche più importanti risultano totalmente cambiate.  $EC_{11}$  non è la caratteristica più importante e passa in seconda posizione, mentre  $EC_1, EC_3, EC_5, EC_6, EC_9$ , a pari livello, dominano l'ordinamento. Questo accade poiché, con un valore di soglia così basso, è sufficiente che una caratteristica tecnica abbia una sola correlazione con il requisito del cliente più importante per essere classificata come la più importante del set. Se tutte le caratteristiche tecniche fossero correlate in maniera forte con il requisito del cliente più importante, l'algoritmo restituirebbe un ordinamento del tutto insignificante, poiché tutte le caratteristiche tecniche supererebbero il valore di soglia al primo passo e quindi tutte avrebbero la stessa importanza.

Con un valore di soglia più alto,  $T_k = 3$ , si evita in parte il problema appena discusso, in quanto è necessario che una data caratteristica tecnica abbia per esempio almeno 3 correlazioni forti con i più importanti requisiti del cliente per essere inglobata nell'ordinamento. Questo permette di ridurre il numero di caratteristiche tecniche che a un dato passo superano contemporaneamente il valore di soglia, riducendo quindi le possibilità di ottenere un eccessivo appiattimento dell'ordinamento.

C'è, però, un altro problema che si presenta quando il valore di soglia sale, poiché si rischia di dare troppo peso, nella creazione dell'ordinamento, ai casi in cui non vi è correlazione ( $r_{ij} = "null"$ ). Se la soglia fosse per esempio  $T_k = 4$ , fino al passo 15 l'unica informazione che si otterrebbe sull'ordinamento finale è  $EC_{11} > EC_{10}$ ; tutta la restante parte del ranking si costruisce dal passo 16

al passo 20, ossia quando si prende in considerazione il livello “assente” del grado di correlazione tra requisiti del cliente e caratteristiche tecniche. Si ottiene, quindi, un meccanismo di ordinamento basato sull’idea che una determinata caratteristica tecnica assume una posizione più elevata se non è correlata con un requisito del cliente più importante, e questo risulta poco ragionevole. Si noti, inoltre, che, all’aumentare del valore di soglia, aumenta il numero di caratteristiche tecniche che contemporaneamente superano  $T_k$  in corrispondenza di valori del passo elevati; tutto ciò genera una maggiore uguaglianza d’importanze per le ECs che verranno classificate per ultime. In conclusione, la scelta di un valore di soglia pari a  $T_k = 2$  si può considerare come un buon compromesso per evitare eccessive distorsione e perdita di significatività dell’ordinamento finale.

Come ulteriore prova di quanto detto, si è deciso di modificare il vettore che identifica la caratteristica tecnica  $EC_1$ , annullando il grado di correlazione con  $CR_3$ , quindi  $r_{31} = \text{“null”}$ . In questo modo si riesce a mostrare come l’ordinamento venga influenzato dalla “non correlazione” con i requisiti del cliente più importanti. Avendo modificato  $r_{31}$ , l’unico vettore che ne risente è quello contenente  $CR_3$ , e quindi quello relativo a  $CR_3$  e  $CR_4$  (Tabella 5.21).

	CR3~CR4
<b>forte</b>	EC5,EC6,EC11,EC2,EC7,EC11
<b>media</b>	EC8,EC9
<b>debole</b>	EC5,EC10
<b>assente</b>	<b>EC1</b> ,EC2,EC3,EC4,EC7,EC8,EC9,EC12, EC1,EC3,EC4,EC6,EC10,EC12

Tabella 5.21 Vettore CR3~CR4 con caratteristiche tecniche riorganizzate per livelli ordinali ( $r_{31} = \text{“null”}$ )

$EC_1$  non compare più nei casi di correlazione debole, mentre si aggiunge una volta nella lista relativa all’assenza di correlazione. Questo, inevitabilmente, posticipa il passo dell’algoritmo in cui  $EC_1$  supera il valore di soglia  $T_k = 2$ , come mostrato in Tabella 5.22.

$EC_1$  uguaglia  $T_k = 2$  al passo 16, stesso passo in cui superano il valore di soglia anche  $EC_4$  ed  $EC_8$ , generando un ordinamento del tipo:

$$EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11} > EC_2 > EC_7 > EC_9 > EC_{10} \sim EC_{12} > EC_3 > EC_1 \sim EC_4 \sim EC_8 \quad (5.58)$$

Pertanto,  $EC_1$  risente della mancanza della correlazione debole con  $CR_3$  e viene classificata tra le peggiori caratteristiche tecniche insieme a  $EC_4$  ed  $EC_8$ . Si noti, inoltre, che qualora si scegliesse un valore di soglia  $T_k = 3$ ,  $EC_1$  diventa automaticamente la peggiore caratteristica tecnica del caso in

esame. Essa supererebbe  $T_k = 3$  al passo 17, collocandosi sia dopo  $EC_4$  che  $EC_8$ , quindi l'ordinamento totale in tal caso sarebbe:

$$EC_{11} > EC_7 > EC_6 > EC_5 \sim EC_{10} > EC_2 > EC_3 \sim EC_4 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{12} > EC_1 \quad (5.59)$$

Si ottiene un risultato paradossale, poiché  $EC_1$ , collocandosi in fondo al ranking totale, viene considerata peggiore, per esempio, di  $EC_4$  che ha una correlazione forte con un requisito meno importante di  $CR_1$  ( $CR_7 < CR_1$ ), quando quest'ultimo è, invece, correlato fortemente con  $EC_1$ . Inoltre,  $EC_1$  si colloca al di sotto anche di  $EC_8$  che presenta un solo grado di correlazione medio con  $CR_4$ , e anche in questo caso  $CR_4 < CR_1$ . In conclusione,  $EC_1$  perde posizioni nel ranking finale perché  $EC_4$  ed  $EC_8$  non sono correlate con i requisiti del cliente più importanti, e questo aspetto è fortemente contro-intuitivo.

passo	$O_k$											
	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
2	1	1	1	0	2	2	1	0	1	0	2	0
3	1	2	1	1	2	2	1	0	1	0	4	0
4	1	2	1	1	2	2	2	0	1	1	5	0
5	1	2	1	1	2	2	3	0	1	1	6	1
6	1	2	1	1	2	3	3	0	1	1	6	1
7	1	2	1	1	2	3	3	1	2	1	6	1
8	1	2	1	1	2	3	3	1	2	2	7	2
9	1	2	1	1	2	3	3	1	2	2	7	2
10	1	2	1	1	2	3	3	1	2	2	7	2
11	1	2	1	1	2	3	3	1	2	2	7	2
12	1	2	1	1	3	3	3	1	2	3	7	2
13	1	3	2	1	3	3	3	1	2	3	7	2
14	1	3	2	1	3	3	3	1	2	4	7	2
15	1	3	2	1	3	3	3	1	2	4	7	2
16	2	5	3	3	4	3	5	3	3	6	9	4
17	4	6	5	5	4	4	6	4	4	7	9	6
18	7	7	7	7	7	7	9	7	7	9	9	8
19	9	9	9	9	9	9	10	9	9	9	10	10
20	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Tabella 5.22 Implementazione OPM ( $r_{31} = \text{"null"}$ )

## 2) Sensibilità all'esclusione di caratteristiche tecniche

Per quanto riguarda la sensibilità di OPM all'insieme di alternative considerate, tale metodo restituisce un ordinamento finale che non risente in alcun modo dell'eventuale esclusione di qualsiasi alternativa, sia essa la più o la meno importante. Ad ogni caratteristica si associa "1", se, ad un

generico passo, questa è contenuta nell'elemento del vettore relativo ai requisiti del cliente considerati,  $I_k$ . Di conseguenza, l'assenza di una caratteristica tecnica porta a escludere la colonna degli  $O_k$  per quella determinata caratteristica tecnica, senza però apportare alcuna modifica nei valori  $O_k$  delle altre caratteristiche oggetto di studio. Il nuovo ordinamento si ottiene semplicemente mantenendo quello precedente e cancellando l'alternativa esclusa. Si mostrano di seguito i risultati ottenuti in seguito all'esclusione di  $EC_7$ , che nell'ordinamento totale risultava essere in terza posizione, per un valore di soglia  $T_k = 2$ .

passo	$O_k$										
	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
2	1	1	1	0	2	2	0	1	0	2	0
3	1	2	1	1	2	2	0	1	0	4	0
4	1	2	1	1	2	2	0	1	1	5	0
5	1	2	1	1	2	2	0	1	1	6	1
6	1	2	1	1	2	3	0	1	1	6	1
7	1	2	1	1	2	3	1	2	1	6	1
8	1	2	1	1	2	3	1	2	2	7	2
9	1	2	1	1	2	3	1	2	2	7	2
10	1	2	1	1	2	3	1	2	2	7	2
11	1	2	1	1	2	3	1	2	2	7	2
12	2	2	1	1	3	3	1	2	3	7	2
13	2	3	2	1	3	3	1	2	3	7	2
14	2	3	2	1	3	3	1	2	4	7	2
15	2	3	2	1	3	3	1	2	4	7	2
16	3	5	3	3	4	3	3	3	6	9	4
17	4	6	5	5	4	4	4	4	7	9	6
18	7	7	7	7	7	7	7	7	9	9	8
19	9	9	9	9	9	9	9	9	9	10	10
20	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Tabella 5.23 Implementazione OPM (esclusione  $EC_7$ )

L'ordinamento che si ottiene è identico a quello con  $n=12$ , senza la caratteristica tecnica  $EC_7$ :

$$EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11} > EC_2 > EC_9 > EC_{10} \sim EC_{12} > EC_1 > EC_3 > EC_4 \sim EC_8 \quad (5.60)$$

A differenza dei metodi illustrati finora, questo, insieme a ISM, è uno dei pochi che non risente di un'eventuale variazione nell'insieme delle caratteristiche tecniche considerate e non presuppone alcuna conversione di scale ordinali in cardinali.

## 6. Metodi basati su logica fuzzy

### 6.1. Introduzione alla logica fuzzy

I metodi precedentemente illustrati si basano sulla logica binaria classica, attribuendo valore 1 a situazioni vere (*true*) e valore 0 a situazioni false (*false*) (Franceschini, 2001). In questa visione, definita *crisp logic*, è sempre possibile definire l'appartenenza di un elemento a un insieme oppure no, spesso avvalendosi anche di opportuni valori di soglia. Dato un generico elemento  $x$  e un insieme di appartenenza  $A$ , si definisce funzione di appartenenza  $\mu_A(x)$ :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq T_h \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (6.1)$$

La (6.1) mostra come l'appartenenza a un insieme si basa sul superare o meno un determinato valore di soglia  $T_h$ .

La logica fuzzy (“logica sfumata”), introdotto da Zadeh (Zadeh, 1965), permette di superare questa dicotomia nella rappresentazione binaria delle informazioni, dal momento che a ogni  $\mu_A(x)$  non si attribuisce più soltanto la coppia  $\{0; 1\}$ , ma bensì l'intero intervallo  $[0; 1]$  (Franceschini, 2001). Secondo l'approccio fuzzy, infatti, nulla può essere completamente definito, in quanto ogni informazione è caratterizzata da un definito grado d'incertezza che rende la codifica binaria della logica classica troppo restrittiva.

Se, da un punto di vista matematico, la logica fuzzy fornisce la possibilità di trattare le informazioni in maniera più flessibile, ai fini dell'applicazione al QFD l'introduzione di questo approccio può risultare eccessivamente complicato, sia in fase di implementazione dei vari metodi fuzzy, sia in fase di raccolta dei dati fuzzy necessari (importanza dei requisiti del cliente e valori della matrice delle relazioni). Si riportano di seguito alcuni concetti basilari della logica fuzzy necessari per comprendere i metodi di prioritizzazione delle caratteristiche tecniche basati su di essa.

#### 6.1.1. I sottoinsiemi fuzzy

Sia  $X$  l'insieme di tutti i valori di riferimento, si può definire  $A$ , sottoinsieme fuzzy di  $X$ , l'insieme caratterizzato dalla funzione  $\mu_A(x)$ , che associa ad ogni valore di  $X$  un valore compreso nell'intervallo  $[0; 1]$  (Zadeh, 1965):

$$A: \{\mu_A(x), x\}, x \in X \quad (6.2)$$

dove  $\mu_A(x)$  è detta funzione di appartenenza:

$$\mu_A(x): X \rightarrow M, M = [0; 1] \quad (6.3)$$

È proprio la funzione di appartenenza che segna il passaggio da una logica “crisp” a una “fuzzy”, associando ad ogni  $x$  un valore compreso tra 0 e 1 che indica il grado con cui  $x$  appartiene ad  $A$  (Franceschini, 2001).

Si riportano brevemente alcune definizioni relative ai sottoinsiemi fuzzy (Franceschini, 2001):

1. Normalità: un sottoinsieme  $A$  di  $X$  si dice normale se  $\exists x \in X | \mu_A(x) = 1$ ;

2. Supporto: si definisce supporto del sottoinsieme fuzzy  $A$  di  $X$  l'insieme:

$$Supp(A) = \{x | \mu_A(x) > 0, x \in X\} \quad (6.4)$$

3. Nucleo: si definisce nucleo di un sottoinsieme  $A$  l'insieme dei valori  $x | \mu_A(x) = 1$ :

$$Nucleo(A) = \{x | \mu_A(x) = 1, x \in X\} \quad (6.5)$$

4. Sottoinsieme: un insieme  $A$  è sottoinsieme di  $B$ ,  $A \subset B$ , se  $\mu_A < \mu_B$

5. Uguaglianza: due sottoinsiemi fuzzy  $A$  e  $B$  sono uguali, se e soltanto se  $\mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x$

6. Complementarietà: un insieme  $A'$  è complementare ad  $A$  se  $\mu_{A'} = 1 - \mu_A$

### 6.1.2. Operazioni con gli insiemi fuzzy

L'incertezza a cui fa riferimento la logica fuzzy è principalmente un'incertezza di carattere linguistico, piuttosto che un'incertezza relativa alla probabilità con cui un evento può accadere o meno. Non si fa riferimento tanto alla probabilità di accadimento, quanto all'imprecisione e all'ambiguità del linguaggio umano nell'esprimere una preferenza, per esempio. I gradi di appartenenza di un sottoinsieme fuzzy sono, quindi, spesso rappresentati da valori linguistici (Franceschini, 2001). Risulta ovvio che con parametri linguistici le classiche operazioni di unione e intersezione devono essere opportunamente modificate.

Si definisce intersezione  $C$  di due insiemi fuzzy  $A$  e  $B$ ,  $C = A \cap B$ , il sottoinsieme fuzzy più grande costituito da elementi contenuti sia in  $A$  che in  $B$  (Zadeh, 1965):

$$C = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \quad (6.6)$$

Si definisce unione  $D$  di due insiemi fuzzy  $A$  e  $B$ ,  $D = A \cup B$ , l'insieme fuzzy più piccolo contenente sia elementi di  $A$  che di  $B$  (Zadeh, 1965):

$$D = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \quad (6.7)$$

Come mostrato da Yager e Filev (Yager & Filev, 1994), con operatori linguistici l'unione corrisponde a calcolare un massimo (*or*) mentre l'intersezione un minimo (*and*).

Infine, si definisce negazione di  $A$ ,  $\bar{A}$ , il sottoinsieme fuzzy  $\bar{A} = X - A$ , dove  $\forall x \in X$  si ha:

$$\bar{A}(x) = 1 - A(x) \quad (6.8)$$

### 6.1.3. Numeri fuzzy

Un numero fuzzy è definito come un sottoinsieme fuzzy,  $A$ , dei numeri reali che soddisfa le seguenti proprietà (Zadeh, 1965):

- Normalità:  $\exists x \in X | \mu_A(x) = 1$ ;
- Convessità:  $\mu_A[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \geq \mu_A(x_1) \wedge \mu_A(x_2) \forall x_1, x_2 \in X, \lambda \in [0;1]$ .

Se  $A$  e  $B$  sono due numeri fuzzy, con funzioni di appartenenza  $\mu_A(x), \mu_B(x)$ , le quattro operazioni aritmetiche di base sono (Lee & Yun, 2011):

- Addizione:

$$\mu_{A+B}(z) = \max_{x+y=z} [\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)] \quad (6.9)$$

- Sottrazione:

$$\mu_{A-B}(z) = \max_{x-y=z} [\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)] \quad (6.10)$$

- Moltiplicazione:

$$\mu_{AB}(z) = \max_{xy=z} [\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)] \quad (6.11)$$

- Divisione:

$$\mu_{A/B}(z) = \max_{x/y=z} [\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)] \quad (6.12)$$

Un numero fuzzy, quindi, non è un unico valore assoluto, ma un intervallo di valori possibili poiché, come si è detto, la logica fuzzy nasce proprio con l'obiettivo di modellare l'imprecisione del linguaggio umano. Ogni numero fuzzy, quindi, è un insieme fuzzy definito da una specifica funzione di appartenenza.

I numeri fuzzy triangolari,  $A = (x_l, x_m, x_h)$ , sono definiti da una funzione di appartenenza triangolare, definita nel seguente modo (Lee & Yun, 2011):

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x - x_l}{x_m - x_l}, & \text{se } x_l < x < x_m \\ \frac{x - x_h}{x_m - x_h}, & \text{se } x_l < x < x_m \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (6.13)$$

dove  $x_l$  è il limite inferiore,  $x_h$  quello superiore e  $x_m$  il valore per cui il grado di appartenenza è massimo.

Allo stesso modo, un numero fuzzy trapezoidale,  $A = (x_l, x_1, x_2, x_h)$ , è definito da una funzione d'appartenenza trapezoidale (Lee & Yun, 2011):

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x - x_l}{x_1 - x_l}, & \text{se } x_l < x < x_m \\ 1 & \text{se } x_1 < x < x_2 \\ \frac{x - x_h}{x_2 - x_h}, & \text{se } x_l < x < x_m \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (6.14)$$

## 6.2. Ordered Weighted Average

L'operatore OWA nasce dalla necessità di affrontare un problema di aggregazione multicriterio di insiemi fuzzy per la definizione di una funzione di preferenza globale, che tenga conto di tutti i criteri di scelta. L'introduzione di questi operatori si deve a Yager (Yager, 1988), che nel 1988 elaborò questo nuovo approccio per i problemi multicriterio.

Dato un qualsiasi problema di scelta, o di ordinamento, sulla base di più criteri si hanno sempre due situazioni estreme: da un lato, quella per cui la soluzione deve soddisfare contemporaneamente tutti i criteri considerati; dall'altro, quella per cui si deve soddisfare uno qualsiasi dei criteri di scelta (Yager, 1988). Queste due situazioni possono essere assimilate a due basilari operazioni logiche: la prima, quella per cui tutti i criteri devono essere contemporaneamente soddisfatti, viene associata all'operazione logica "and"; la seconda, quella per cui è sufficiente soddisfare un solo criterio, all'operazione "or". L'operatore OWA permette di fondere queste due soluzioni, in modo tale da ottenere un'aggregazione di preferenze che si colloca a metà tra le due. Si parla in questi casi di operatori "orand" (Yager, 1988).

Si definisce OWA (*Ordered Weighted Average*) un'applicazione  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  tale che:

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_j w_j b_j \quad (6.15)$$

Dove  $w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}$ , tale che  $w_i \in [0; 1]$ ,  $\sum_i w_i = 1$  e  $b_j$  è il  $j$ -esimo elemento più grande tra gli  $a_i$ .

La (6.15) si può anche riscrivere nel seguente modo:

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = w_1 b_1 + w_2 b_2 + \dots + w_n b_n \quad (6.16)$$

Se si definisce il vettore  $B$  come il vettore degli argomenti di  $f$ , ossia  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , posti in ordine decrescente, si ha:

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = w' B \quad (6.17)$$

Si noti che i pesi, nella definizione dell'operatore OWA, vengono associati agli  $a_i$  in base alla posizione che questi ricoprono all'interno del vettore di preferenza ordinato (Franceschini, 2001).

Gli operatori OWA godono di quattro principali proprietà (Franceschini, 2001):

1. Sia  $f^* = w'^* B$  e  $f_* = w_*' B$ , dove  $w^* = [1, 0, \dots, 0]$  e  $w_* = [0, \dots, 0, 1]$ , allora:

$$f_* = \min_i(a_i) \leq f(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq f^* = \max_i(a_i) \quad (6.18)$$

2. Proprietà commutativa: se  $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$  è un insieme di argomenti e  $\langle d_1, d_2, \dots, d_n \rangle$  una permutazione degli  $a_i$ , allora:

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = f(d_1, d_2, \dots, d_n) \quad (6.19)$$

3. Proprietà di monotonia: siano  $a_i, c_i$  un insieme di argomenti tali che  $\forall i, a_i \geq c_i$ , allora:

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq f(c_1, c_2, \dots, c_n) \quad (6.20)$$

4. Proprietà di idempotenza: se  $a_i = a, \forall i$ , allora:

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = a \quad (6.21)$$

L'operatore OWA appena introdotto presuppone che  $a_i, b_i, w_i \in \mathbb{R}$ , ossia che i dati in ingresso siano dei numeri. Yager (Yager, 1992) introduce, così, degli operatori OWA che potessero utilizzare informazioni di tipo ordinale.

Sia  $S = \{s_1 < s_2 < \dots < s_n\}$  una scala ordinata di elementi,  $w$  un vettore di dimensione  $n$  del tipo

$$w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} \text{ per il quale valgono le seguenti condizioni: } w_j \in S, \max_j w_j = s_n \text{ e } w_j \geq w_i \text{ con } j > i,$$

allora un operatore ordinale OWA è un'applicazione  $f: S^n \rightarrow S$  tale che:

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \max_j [w_j \wedge b_j] \quad (6.22)$$

con  $b_j$  elemento più grande tra le valutazioni  $a_i$ . Anche questo operatore ordinale gode delle proprietà di monotonia, idempotenza e commutativa già viste in precedenza (Franceschini, 2001).

Si è già accennato alla potenzialità della logica fuzzy quando i gradi di appartenenza sono espressi mediante termini linguistici. Al fine di rappresentare situazioni linguisticamente imprecise, come per esempio "circa", "quasi", "pochi", "molti", Zadeh (Zadeh, 1983) ha introdotto il cosiddetto "quantificatore linguistico", di cui fanno parte anche i due operatori logici fondamentali, tipici della logica classica, "per ogni" ( $\forall$ ) e "esiste almeno uno" ( $\exists$ ). In particolare, i quantificatori proporzionali sono quantificatori rappresentati come sottoinsiemi  $Q$  dell'intervallo unitario. Per esempio,  $Q(0,8) = 1$ , con  $Q$  quantificatore linguistico di "la maggior parte", significa che per un valore di  $r$  pari all'80% c'è compatibilità totale con il concetto espresso da  $Q$  (Franceschini, 2001).

In un problema multicriterio è necessario scegliere la soluzione che soddisfi tutti i criteri di scelta, quindi se si suppone che i criteri costituiscano degli insiemi fuzzy, i quantificatori linguistici possono essere utilizzati per aggregare questi sottoinsiemi. Sia  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$  un gruppo di sottoinsiemi fuzzy di  $X$  e  $Q$  un quantificatore proporzionale, il sottoinsieme fuzzy  $D$  è costituito in maniera tale che, per ogni  $\forall x \in X$ , il grado di appartenenza  $D(x)$  sia un membro di  $Q$  attraverso i sottoinsiemi  $C_i$ , in formula (Franceschini, 2001):

$$D = Q(C_1, C_2, \dots, C_m) \quad (6.23)$$

Per ogni alternativa  $A_j$  è possibile svolgere questo tipo di aggregazione, considerando i criteri di scelta come sottoinsiemi fuzzy e indicando con  $C_i(A_j)$  il grado con cui è soddisfatto il criterio  $i$ -esimo. Il valore di soddisfazione globale per ogni alternativa è:

$$D(A_j) = Q(C_1(A_j), C_2(A_j), \dots, C_m(A_j)) \quad (6.24)$$

Qualora si voglia far in modo che tutti i criteri vengano rispettati (“and”) allora si applica l’operatore OWA  $f_*$  in quanto, come si è visto, l’operazione di minimo si identifica con quella d’intersezione, mentre, se si vuole far rispettare almeno un criterio, si applica l’operatore OWA  $f^*$ , poiché l’operazione di massimizzazione coincide con quella di unione.

Sia  $(a_1, a_2, \dots, a_m)$  l’insieme delle valutazioni assegnate su scala ordinale che rappresentano, per ogni alternativa  $A_j$ , il grado con cui questa alternativa soddisfa i singoli criteri,  $C_i \in C$  con  $i = 1, \dots, m$ . Sia  $I_i \in S$  l’importanza associata all’ $i$ -esimo criterio espressa su scala ordinale e  $C_i(A_j) \in S$  la valutazione della alternativa  $j$  in accordo al criterio  $i$ , anch’essa espressa su scala ordinale. Per ogni alternativa si ha (Yager, 1992):

$$D(A_j) = \min_i [Neg(I_i) \vee C_i(A_j)] \quad (6.25)$$

Si noti che questa formula impone un’operazione di unione tra  $Neg(I_i), C_i(A_j)$  e poi un’intersezione su tutti i criteri, imponendo la soddisfazione contemporanea di tutti questi.

L’operazione di negazione ( $Neg$ ) è definita come un’applicazione (Franceschini, 2001):

$$Neg: S \rightarrow S \quad (6.26)$$

tale che:

- a) Se  $s_i > s_j$ , allora  $Neg(s_i) < Neg(s_j)$
- b)  $Neg(Neg(s_i)) = s_i, \forall i$

Una possibile applicazione dell’operatore OWA ordinale si ha nel processo di prioritizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD, che può essere riassunta nelle seguenti 4 fasi (Franceschini, et al., 2017):

1. Sia  $CR = \{CR_1, CR_2, \dots, CR_m\}$  l’insieme dei requisiti del cliente,  $A = \{EC_1, EC_2, \dots, EC_n\}$  l’insieme delle caratteristiche tecniche e  $r_{ij} \in R$  l’elemento della matrice delle relazioni che esprime il grado di importanza dell’alternativa  $j$  rispetto al criterio  $i$ . L’importanza dei requisiti del cliente è espressa su una scala ordinale, così come i valori della matrice delle relazioni. Si

supponga che il numero dei livelli che costituiscono la scala ordinale risulti uguale sia per l'importanza dei  $CR_s$  che per i valori della matrice delle relazioni.

2. Si associ ad ogni  $CR_i$  un valore  $d_i \in S$ , si costruisca la matrice delle relazioni valutando per ogni  $r_{ij}$  il valore di  $S$  da associare, dove  $S = \{L_1, L_2, \dots, L_S\}$ ;
3. Si calcola ora l'OWA di ogni caratteristica tecnica, applicando al QFD la (6.25):

$$w_j = \min_{i=1, \dots, m} \{ \max [ \text{Neg}(d_i), r_{ij} ] \} \quad (6.27)$$

Dove  $w_j \in S$  è il valore su scala ordinale che esprime l'importanza di quella particolare caratteristica tecnica e dove  $\text{Neg}(L_k) = L_{S-k+1}$ .

4. Una volta calcolato  $w_j$  per ogni caratteristica tecnica, con  $j = 1, \dots, n$ , è possibile effettuare la gerarchizzazione delle  $EC_s$ . La più importante caratteristica tecnica è quella che ha  $w_j = L_S$  mentre quella a cui bisognerà fornire meno attenzione è quella con  $w_j = L_1$ , supponendo che l'ordinamento di  $S$  sia del tipo:  $L_1 < L_2 < \dots < L_S$ .

Qualora due caratteristiche tecniche risultassero allo stesso livello d'importanza, è necessario implementare un test aggiuntivo, per verificare se effettivamente sono da considerarsi allo stesso livello oppure una è migliore dell'altra.

Si introduce quindi il parametro:

$$T(EC_j) = \text{Dim}(A(EC_j)) \quad (6.28)$$

dove  $A(EC_j) = \{CR_i \mid r_{ij} > w_j\}$ .

In altre parole, per ogni alternativa si sta calcolando il numero di criteri per cui il valore ordinale,  $r_{ij}$ , della matrice delle relazioni, risulta maggiore del valore finale ottenuto con OWA. La caratteristica tecnica per cui il parametro  $T(EC_j)$  è maggiore, è la caratteristica tecnica più importante.

Si noti come il metodo introdotto escluda quasi del tutto i criteri con i livelli d'importanza più bassi. Infatti, l'operazione di negazione applicata a un criterio con livello di scala basso restituisce un valore alto; l'operazione di massimo può anche portare a selezionare un valore alto di  $\text{Neg}(d_i)$ , proprio di criteri con livelli d'importanza bassi, ma la successiva operazione di minimo molto probabilmente

escluderà un valore di  $Neg(d_i)$  alto, ignorando così molti criteri giudicati poco importanti. (Franceschini, et al., 2017). D'altra parte, l'operatore OWA ordinale può essere applicato alla gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche nel *Quality Function Deployment*, senza incorrere nei problemi relativi alla conversione di simboli in numeri o di attribuzione di un valore d'importanza numerico a ciascun requisito del cliente.

Si mostra di seguito l'applicazione di OWA al caso di studio del PC notebook. Il metodo *Ordered Weighted Average*, così come OPM, supera due criticità dei metodi tradizionali; anche OWA, infatti, non necessita della conversione dei simboli del QFD in numeri né della quantificazione delle importanze associate dal cliente ai requisiti. Gli elementi della matrice delle relazioni vengono espressi su scala ordinale, così come i livelli d'importanza dei *customer requirement*. Una delle ipotesi su cui si basa OWA è rappresentata dal fatto che sia i livelli d'importanza dei *CRs* che i valori  $r_{ij}$  devono essere espressi utilizzando la stessa scala ordinale. Come visto in tutte le altre applicazioni, il QFD presenta una scala ordinale a tre livelli per identificare i valori della matrice delle relazioni, mentre le importanze dei requisiti del cliente vengono espresse su una scala a 5 livelli, pertanto, il metodo proposto da Yager (Yager, 1992) non potrebbe essere direttamente applicato. Si utilizza, pertanto, la metodologia mostrata da Franceschini (Franceschini, et al., 2017) per ristabilire congruenza tra le due scale. Si adotta una scala ordinale a 5 livelli  $\{L_5 > L_4 > L_3 > L_2 > L_1\}$  e a ogni requisito del cliente viene associato un livello ordinale  $L_i \in [L_1, L_2, L_3, L_4, L_5]$ ; mentre per ogni grado di correlazione tra *CRs* e *ECs* si utilizzano le seguenti relazioni:

- $L_5$  = correlazione forte (“●”);
- $L_4$  = correlazione debole (“○”);
- $L_3$  = correlazione bassa (“Δ”);
- $L_2$  non presenta alcuna corrispondenza, viene introdotto solo per far sì che ci sia congruenza tra le scale;
- $L_1$  = assenza di relazione (“null”).

L'applicazione dell'operatore  $Neg(L_i)$  genera i seguenti valori:  $Neg(L_5) = L_1, Neg(L_4) = L_2, Neg(L_3) = L_3, Neg(L_2) = L_4, Neg(L_1) = L_5$ . In Tabella 6.1 sono mostrati i risultati dell'applicazione al caso di studio di OWA.

Come si può notare l'ordinamento ottenuto fino a questo punto è poco significativo, in quanto l'unica informazione che fornisce è semplicemente che  $EC_6$  rappresenta la migliore caratteristica tecnica dell'insieme considerato:

$$EC_6 > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_5 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{10} \sim EC_{11} \sim EC_{12} \quad (6.29)$$

	Neg(d <sub>j</sub> )	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	L1	L5	L1	L1	L1	L5	L5	L1	L1	L1	L1	L1	L1
CR2	L1	L1	L1	L5	L1	L1	L4	L1	L1	L5	L1	L1	L1
CR3	L2	L3	L2	L2	L2	L5	L5	L2	L2	L2	L3	L5	L2
CR4	L2	L2	L5	L2	L2	L3	L2	L5	L4	L4	L2	L5	L2
CR5	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L5	L3
CR6	L3	L3	L5	L3	L5	L3							
CR7	L3	L3	L3	L3	L5	L3	L3	L3	L3	L3	L4	L4	L4
CR8	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L5	L4	L4
CR9	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L5	L4	L4	L4	L5	L4
CR10	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5
w <sub>j</sub>	L1	L1	L1	L1	L1	L1	L2	L1	L1	L1	L1	L1	L1

Tabella 6.1 Calcolo importanze tecniche con OWA, gli elementi della matrice sono i risultati dell'operazione di massimizzazione

Risulta a tal punto utile proseguire col calcolo del parametro  $T(EC_j)$  per ottenere un ranking totale di tutte le alternative (Tabella 6.2).

$T(EC1)$	CR1,CR3	2
$T(EC2)$	CR4,CR5,CR6	3
$T(EC3)$	CR2,CR5	2
$T(EC4)$	CR7	1
$T(EC5)$	CR1,CR3,CR4	3
$T(EC7)$	CR4,CR9,CR10	3
$T(EC8)$	CR4	1
$T(EC9)$	CR2,CR4	2
$T(EC10)$	CR3,CR7,CR8,CR9	4
$T(EC11)$	CR3,CR4,CR5,CR6,CR7,CR9,CR10	7
$T(EC12)$	CR7,CR10	2

Tabella 6.2 Calcolo parametro T

A questo punto è possibile definire il ranking in maniera più accurata, ordinando le caratteristiche tecniche per valori decrescenti di  $T(EC_j)$ , infatti si ha:

$$EC_6 > EC_{11} > EC_{10} > EC_2 \sim EC_5 \sim EC_7 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_9 \sim EC_{12} > EC_4 \sim EC_8 \quad (6.30)$$

In questo caso  $EC_6$  risulta essere la caratteristica tecnica più importante, superando anche  $EC_{11}$  che in tutti gli altri metodi era la migliore. Ciò dipende dal fatto che  $EC_6$  presenta correlazioni con i requisiti del cliente più importanti, mentre  $EC_{11}$  presenta molte correlazioni, ma con requisiti classificati a livelli ordinali più bassi. Tale metodo, come già discusso, presenta la caratteristica di non dare peso, e talvolta di trascurare, i CRs con livelli d'importanza più bassi e questo porta  $EC_6$  a prevalere su  $EC_{11}$ . Il vettore che identifica la caratteristica tecnica  $EC_6$  è:

$$EC_6 = [L_5, L_4, L_5, L_1, L_1, L_1, L_1, L_1, L_1, L_1] \quad (6.31)$$

Dal momento che  $Neg(d_i) = [L_1, L_1, L_2, L_2, L_3, L_3, L_3, L_4, L_4, L_5]$ , si ha:

$$\max(Neg(d_i), r_{i6}) = [L_5, L_4, L_5, L_2, L_3, L_3, L_3, L_4, L_4, L_5] \quad (6.32)$$

e quindi  $w_6 = L_2$ .

Come si può notare, l'operazione di massimizzazione porta ad escludere il valore  $L_1$ , dal momento che, per un requisito del cliente importante il valore di  $Neg(d_i)$  è basso e quindi quasi sempre prevale il termine  $r_{ij}$ , mentre all'aumentare di  $Neg(d_i)$ , quest'ultimo assumerà sempre maggiore importanza nella scelta del valore massimo. La successiva operazione di minimizzazione, però, sposta il peso della scelta verso i *customer requirement* giudicati più importanti, ignorando quelli che invece presentano  $d_i$  bassi ( $Neg(d_i)$  alti). In altre parole, avere una correlazione forte con il requisito del cliente più importante porta ad escludere il valore più basso della scala ordinale, il valore di  $w_j$  ottenuto dall'operazione di minimizzazione risulterà essere più alto, determinando un migliore posizionamento nel ranking totale.

Per dimostrare questo aspetto, si è deciso di introdurre una correlazione debole alla caratteristica tecnica  $EC_5$ , in corrispondenza di un requisito del cliente importante,  $CR_2$ , quindi  $r_{25} = \Delta = L_3$ . In Tabella 6.3 sono mostrati i risultati ottenuti dalla massimizzazione  $\max(Neg(d_i), r_{ij})$  e il successivo calcolo dell'importanze  $w_j$ .

	$Neg(d_i)$	$EC_1$	$EC_2$	$EC_3$	$EC_4$	$EC_5$	$EC_6$	$EC_7$	$EC_8$	$EC_9$	$EC_{10}$	$EC_{11}$	$EC_{12}$
<b>CR1</b>	L1	L5	L1	L1	L1	L5	L5	L1	L1	L1	L1	L1	L1
<b>CR2</b>	L1	L1	L1	L5	L1	L3	L4	L1	L1	L5	L1	L1	L1
<b>CR3</b>	L2	L3	L2	L2	L2	L5	L5	L2	L2	L2	L3	L5	L2
<b>CR4</b>	L2	L2	L5	L2	L2	L3	L2	L5	L4	L4	L2	L5	L2
<b>CR5</b>	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L5	L3
<b>CR6</b>	L3	L3	L5	L3	L5	L3							
<b>CR7</b>	L3	L3	L3	L3	L5	L3	L3	L3	L3	L3	L4	L4	L4
<b>CR8</b>	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L5	L4	L4
<b>CR9</b>	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L5	L4	L4	L4	L5	L4
<b>CR10</b>	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5
<b><math>w_j</math></b>		L1	L1	L1	L1	L3	L2	L1	L1	L1	L1	L1	L1

Tabella 6.3 Calcolo importanze tecniche con OWA ( $r_{25}=L3$ ). In rosso sono indicati i cambiamenti rispetto al caso originale

Si noti che in questo caso  $w_5 = L_3$ , generando così un primo ordinamento del tipo:

$$EC_5 > EC_6 > EC_1 \sim EC_2 \sim EC_3 \sim EC_4 \sim EC_7 \sim EC_8 \sim EC_9 \sim EC_{10} \sim EC_{11} \sim EC_{12} \quad (6.33)$$

La sola introduzione di un grado di correlazione debole con un requisito del cliente di importanza  $L_5$  è bastato per portare  $EC_5$  ad essere la caratteristica più importante. Analogamente a quanto mostrato precedentemente, si procede con il calcolo di  $T(EC_j)$ , come riportato in Tabella 6.4.

$T(EC1)$	CR1,CR3	2
$T(EC2)$	CR4,CR5,CR6	3
$T(EC3)$	CR2,CR5	2
$T(EC4)$	CR7	1
$T(EC7)$	CR4,CR9,CR10	3
$T(EC8)$	CR4	1
$T(EC9)$	CR2,CR4	2
$T(EC10)$	CR3,CR7,CR8,CR9	4
$T(EC11)$	CR3,CR4,CR5,CR6,CR7,CR9,CR10	7
$T(EC12)$	CR7,CR10	2

Tabella 6.4 Calcolo parametro  $T$  ( $r_{25}=L3$ )

L'ordinamento finale è quindi:

$$EC_5 > EC_6 > EC_{11} > EC_{10} > EC_2 \sim EC_7 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_9 \sim EC_{12} > EC_4 \sim EC_8 \quad (6.34)$$

Non si può dire la stessa cosa qualora la correlazione, seppur forte, venga introdotta su un requisito del cliente di minore importanza, per esempio  $CR_5$  ( $d_5 = L_3$ ).

Si modifica quindi il caso originale, introducendo il valore  $r_{55} = \bullet = L_5$ . Il calcolo di  $w_5 = L_1$  non risente di questa variazione, poiché per  $CR_2$  l'operazione di massimizzazione restituisce come risultato  $L_1$ ,  $\max(Neg(d_2); r_{25}) = \max(L_1; L_1) = L_1$ , che, quindi, determinerà il valore minimo per la caratteristica  $EC_5$ , come mostrato in Tabella 6.5. L'unica informazione che si ottiene in questo primo passo è che  $EC_6$  è la caratteristica principale, quindi si calcola il parametro  $T(EC_j)$  per la determinazione del ranking finale (Tabelle 6.5 e 6.6).

	$Neg(d_i)$	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	L1	L5	L1	L1	L1	L5	L5	L1	L1	L1	L1	L1	L1
CR2	L1	L1	L1	L5	L1	L1	L4	L1	L1	L5	L1	L1	L1
CR3	L2	L3	L2	L2	L2	L5	L5	L2	L2	L2	L3	L5	L2
CR4	L2	L2	L5	L2	L2	L3	L2	L5	L4	L4	L2	L5	L2
CR5	L3	L3	L3	L3	L3	L5	L3	L3	L3	L3	L3	L5	L3
CR6	L3	L3	L5	L3	L5	L3							
CR7	L3	L3	L3	L3	L5	L3	L3	L3	L3	L3	L4	L4	L4
CR8	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L5	L4	L4
CR9	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L5	L4	L4	L4	L5	L4
CR10	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5
$w_j$		L1	L1	L1	L1	L1	L2	L1	L1	L1	L1	L1	L1

Tabella 6.5 Calcolo importanze con OWA ( $r_{55}=L5$ )

$T(EC1)$	CR1,CR3	2
$T(EC2)$	CR4,CR5,CR6	3
$T(EC3)$	CR2,CR5	2
$T(EC4)$	CR7	1
$T(EC5)$	CR1,CR3,CR4,CR5	4
$T(EC7)$	CR4,CR9,CR10	3
$T(EC8)$	CR4	1
$T(EC9)$	CR2,CR4	2
$T(EC10)$	CR3,CR7,CR8,CR9	4
$T(EC11)$	CR3,CR4,CR5,CR6,CR7,CR9,CR10	7
$T(EC12)$	CR7,CR10	2

Tabella 6.6 Calcolo parametro  $T$  ( $r_{55}=L5$ )

L'introduzione della correlazione forte in  $r_{55}$  influisce sul calcolo di  $T(EC_5)$ , mentre nel caso precedente questo effetto non si era visto, poiché con il calcolo di  $w_5 = L_3$   $EC_5$  era l'unica caratteristica ad avere un tale livello ordinale d'importanza. L'ordinamento finale è in questo caso:

$$EC_6 > EC_{11} > EC_5 \sim EC_{10} > EC_2 \sim EC_7 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_9 \sim EC_{12} > EC_4 \sim EC_8 \quad (6.35)$$

Quindi, queste due variazioni rappresentano un'ulteriore prova di quanto detto poc'anzi, ossia del fatto che questo metodo dia molto peso alle correlazioni con i requisiti del cliente più importanti, ignorando in parte quelli con livelli ordinali più bassi.

Il metodo appena applicato presenta, come OPM, il vantaggio di non essere sensibile all'eventuale esclusione di caratteristiche tecniche. Ad ogni caratteristica tecnica corrisponde un vettore costituito dai gradi di correlazione con i vari requisiti del cliente, espresso su scala ordinale. I calcoli di  $w_j$  ed eventualmente di  $T(EC_j)$  vengono fatti per ogni caratteristica tecnica, indipendentemente dai livelli di correlazione che le altre caratteristiche tecniche possono presentare per i vari *customer requirement*. Come prova di quanto appena detto si riportano i risultati ottenuti, escludendo dall'insieme di caratteristiche tecniche prima  $EC_6$ , e poi  $EC_{11}$ .

### 1) Esclusione $EC_6$

Eliminando  $EC_6$ , che rappresenta la caratteristica più importante poiché è l'unica ad avere un valore  $w_6 = L_2$ , si ottengono i seguenti risultati (Tabelle 6.7 e 6.8).

Come si può notare, i valori di  $w_j$  rimangono identici, così come quelli di  $T(EC_j)$ , e l'ordinamento risulta invariato, a meno di  $EC_6$ :

$$EC_{11} > EC_{10} > EC_2 \sim EC_5 \sim EC_7 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_9 \sim EC_{12} > EC_4 \sim EC_8 \quad (6.36)$$

	<i>Neg(d<sub>j</sub>)</i>	<i>EC1</i>	<i>EC2</i>	<i>EC3</i>	<i>EC4</i>	<i>EC5</i>	<i>EC7</i>	<i>EC8</i>	<i>EC9</i>	<i>EC10</i>	<i>EC11</i>	<i>EC12</i>
<i>CR1</i>	L1	L5	L1	L1	L1	L5	L1	L1	L1	L1	L1	L1
<i>CR2</i>	L1	L1	L1	L5	L1	L1	L1	L1	L5	L1	L1	L1
<i>CR3</i>	L2	L3	L2	L2	L2	L5	L2	L2	L2	L3	L5	L2
<i>CR4</i>	L2	L2	L5	L2	L2	L3	L5	L4	L4	L2	L5	L2
<i>CR5</i>	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L5	L3
<i>CR6</i>	L3	L3	L5	L3	L5	L3						
<i>CR7</i>	L3	L3	L3	L3	L5	L3	L3	L3	L3	L4	L4	L4
<i>CR8</i>	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L5	L4	L4
<i>CR9</i>	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L5	L4	L4	L4	L5	L4
<i>CR10</i>	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5
<i>w<sub>j</sub></i>	L1	L1	L1	L1	L1	L1	L1	L1	L1	L1	L1	L1

Tabella 6.7 Calcolo importanze tecniche con OWA (esclusione EC6)

<i>T(EC1)</i>	<i>CR1,CR3</i>	2
<i>T(EC2)</i>	<i>CR4,CR5,CR6</i>	3
<i>T(EC3)</i>	<i>CR2,CR5</i>	2
<i>T(EC4)</i>	<i>CR7</i>	1
<i>T(EC5)</i>	<i>CR1,CR3,CR4</i>	3
<i>T(EC7)</i>	<i>CR4,CR9,CR10</i>	3
<i>T(EC8)</i>	<i>CR4</i>	1
<i>T(EC9)</i>	<i>CR2,CR4</i>	2
<i>T(EC10)</i>	<i>CR3,CR7,CR8,CR9</i>	4
<i>T(EC11)</i>	<i>CR3,CR4,CR5,CR6,CR7,CR9,CR10</i>	7
<i>T(EC12)</i>	<i>CR7,CR10</i>	2

Tabella 6.8 Calcolo parametro T (esclusione EC6)

## 2) Esclusione *EC<sub>11</sub>*

Analogamente si può mostrare che anche escludendo un'alternativa con  $w_j = L_1$ , l'ordinamento rimane costante. Escludendo *EC<sub>11</sub>*, per esempio, si ottengono i seguenti risultati (Tabelle 6.9 e 6.10).

	<i>Neg(d<sub>j</sub>)</i>	<i>EC1</i>	<i>EC2</i>	<i>EC3</i>	<i>EC4</i>	<i>EC5</i>	<i>EC6</i>	<i>EC7</i>	<i>EC8</i>	<i>EC9</i>	<i>EC10</i>	<i>EC12</i>
<i>CR1</i>	L1	L5	L1	L1	L1	L5	L5	L1	L1	L1	L1	L1
<i>CR2</i>	L1	L1	L1	L5	L1	L1	L4	L1	L1	L5	L1	L1
<i>CR3</i>	L2	L3	L2	L2	L2	L5	L5	L2	L2	L2	L3	L2
<i>CR4</i>	L2	L2	L5	L2	L2	L3	L2	L5	L4	L4	L2	L2
<i>CR5</i>	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3	L3
<i>CR6</i>	L3	L3	L5	L3	L3							
<i>CR7</i>	L3	L3	L3	L3	L5	L3	L3	L3	L3	L3	L4	L4
<i>CR8</i>	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L5	L4
<i>CR9</i>	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4	L5	L4	L4	L4	L4
<i>CR10</i>	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5	L5
<i>w<sub>j</sub></i>	L1	L1	L1	L1	L1	L1	L2	L1	L1	L1	L1	L1

Tabella 6.9 Calcolo importanze con OWA (esclusione EC11)

$T(EC1)$	CR1,CR3	2
$T(EC2)$	CR4,CR5,CR6	3
$T(EC3)$	CR2,CR5	2
$T(EC4)$	CR7	1
$T(EC5)$	CR1,CR3,CR4	3
$T(EC7)$	CR4,CR9,CR10	3
$T(EC8)$	CR4	1
$T(EC9)$	CR2,CR4	2
$T(EC10)$	CR3,CR7,CR8,CR9	4
$T(EC12)$	CR7,CR10	2

Tabella 6.10 Calcolo parametro  $T$  (esclusione  $EC11$ )

Anche in tal caso l'ordinamento finale rimane invariato, a meno di  $EC_{11}$ :

$$EC_6 > EC_{10} > EC_2 \sim EC_5 \sim EC_7 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_9 \sim EC_{12} > EC_4 \sim EC_8 \quad (6.37)$$

Quindi, come si è potuto notare, l'applicazione del metodo di Yager alla gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche risulta molto semplice, non richiedendo calcoli laboriosi e complicati per definire l'ordinamento finale. Inoltre, il fatto di utilizzare informazioni linguistiche espresse su scala ordinale permette di evitare tutti i fenomeni distorsivi che si hanno quando si convertono informazioni ordinali in numeri.

### 6.3. Fuzzy QFD

Fuzzy QFD è un approccio alla prioritizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD che permette di calcolare medie ponderate per ciascuna caratteristica tecnica, indicanti il rispettivo livello d'importanza all'interno del set di caratteristiche considerato, facendo uso di numeri *fuzzy*. Per implementare questo metodo è necessario associare a ogni variabile linguistica un numero *fuzzy* triangolare. Per definire i numeri *fuzzy* triangolari è necessario conoscere le scale linguistiche, e le relative funzioni di appartenenza, dell'importanza dei requisiti del cliente e del grado di correlazione tra *CRs* e *ECs*. A tal proposito, si è deciso di utilizzare le scale linguistiche proposte da Shen (Shen, et al., 2001), per cui i requisiti del cliente possono essere espressi mediante la seguente scala linguistica {"*very important*", "*important*", "*moderately important*", "*some important*", "*not important*"}, mentre per i valori della matrice delle relazioni si ha {"*strong*", "*moderate*", "*weak*", "*none*"}. Per ciascuno di questi termini linguistici è possibile associare un numero fuzzy triangolare e una relativa funzione di appartenenza, anch'essa triangolare:

- *Very important* = [0,7;1;1]

- *Important* = [0.5;0.75;1]
- *Moderately important* = [0.3;0.5;0.7]
- *Some important*= [0;0.25;0.5]
- *Not important* = [0;0;0.3]
- *Strong* = [0.6;1;1]
- *Moderate* = [0.2;0.5;0.8]
- *Weak* = [0;0.2;0.4]
- *None* = [0;0;0.1]

Si calcola quindi il valore aggregato di importanza della singola alternativa,  $w_j$  (Wang, 1999; Shen, et al., 2001):

$$w_j = [(\widetilde{r}_{1j} \otimes \widetilde{w}_1) \oplus (\widetilde{r}_{2j} \otimes \widetilde{w}_2) \dots \oplus (\widetilde{r}_{mj} \otimes \widetilde{w}_m)] \quad (6.38)$$

dove  $\oplus$  e  $\otimes$  indicano rispettivamente le operazioni di addizione e moltiplicazione tra variabili fuzzy,  $\widetilde{r}_{1j}$  e  $\widetilde{w}_1$  sono numeri fuzzy triangolari del tipo  $\widetilde{A} = (a, b, c)$ . Si può notare dalla (6.38) che la formula proposta è una media ponderata tra i pesi dei requisiti del cliente e i valori della matrice delle relazioni; si tratta, quindi, di un adattamento alla logica fuzzy del metodo classico proposto da Akao (Akao, 1988). Il risultato dei valori calcolati con l'operatore di media ponderata è anch'esso un numero fuzzy triangolare. In questo caso, dovendo effettuare un confronto tra un set di alternative al fine di determinare un ordinamento tra di esse, è necessario procedere con la "defuzzificazione" dei suddetti valori. La "defuzzificazione" permette di associare ad una *n-upla* di valori, rappresentanti un numero *fuzzy*, un valore *crisp* unico che lo rappresenta (Shen, et al., 2001). In letteratura è possibile trovare diverse tipologie di metodi di defuzzificazione; una delle più conosciute è quella del metodo del centro di gravità ("*Centroid Method*"), detto anche metodo del baricentro. Questo metodo associa a un insieme *fuzzy* un unico valore *crisp*, calcolato come l'ascissa del baricentro dell'area sottesa dalla funzione di appartenenza, in formula si ha (Shen, et al., 2001; Skalna, et al., 2015):

$$x' = \frac{\int x \mu_A(x) dx}{\int \mu_A(x) dx} \quad (6.39)$$

e nel caso in cui si utilizzino delle funzioni costituite da spezzate, come nel caso di numeri fuzzy triangolari o trapezoidali, la (6.39) si semplifica nella (6.40):

$$x' = \frac{\sum_{i=1}^n x^* A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (6.40)$$

dove  $x^*$  rappresenta il centro di gravità dell'area  $i$ -esima,  $A_i$ .

Una volta determinati per ogni caratteristica tecnica i valori di  $x'$ , è possibile determinare i rispettivi valori di importanza relativa e ordinare le rispettive *ECs* in ordine decrescente (Shen, et al., 2001).

La metodologia esposta può essere agevolmente applicata in maniera analoga anche nel caso di numeri trapezoidali, defuzzificati utilizzando la formula per il calcolo del baricentro di un trapezio.

In merito alla gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche del PC notebook, l'applicazione di tale metodo prevede che i dati della casa della qualità vengano forniti su base linguistica: {molto importante, importante, mediamente importante, debolmente importante, non importante} per i requisiti dei clienti, {forte, media, debole, nessuna} per la correlazione dei *CRs* alle *ECs*. Queste variabili linguistiche vengono poi convertite in numeri fuzzy triangolari, come mostrato in precedenza, per tener conto dell'incertezza associata al giudizio espresso da un individuo. L'applicazione di questo approccio fuzzy al QFD prevede l'utilizzo di operazioni di addizione e moltiplicazione tra variabili fuzzy triangolari. Dati due numeri fuzzy triangolari  $\tilde{A} = [a_1, a_2, a_3]$  e  $\tilde{B} = [b_1, b_2, b_3]$ , le quattro operazioni aritmetiche di base sono così definite (Nagoor Gani & Mohamed Assarudeen, 2012):

- Addizione:

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = [a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3] \quad (6.41)$$

- Sottrazione:

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = [a_1 - b_3; a_2 - b_2; a_3 - b_1] \quad (6.42)$$

- Moltiplicazione:

$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} = [\min(a_1 b_1, a_1 b_3, a_3 b_1, a_3 b_3), a_2 b_2, \max(a_1 b_1, a_1 b_3, a_3 b_1, a_3 b_3)] \quad (6.43)$$

- Divisione:

$$\tilde{A} \oslash \tilde{B} = [\min(a_1/b_1, a_1/b_3, a_3/b_1, a_3/b_3), a_2/b_2, \max(a_1/b_1, a_1/b_3, a_3/b_1, a_3/b_3)] \quad (6.44)$$

Si noti che, poiché  $a_1 \geq a_2 \geq a_3$ ,  $b_1 \geq b_2 \geq b_3$  e  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 \geq 0$ , l'operazione di moltiplicazione si semplifica in  $\tilde{A} \otimes \tilde{B} = [a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3]$ .

In allegato 11 è riportato il calcolo completo di tutte le importanze delle caratteristiche tecniche. Tale calcolo restituisce un numero fuzzy anch'esso triangolare che viene defuzzificato utilizzando il metodo del baricentro.

Si riporta ora la matrice delle relazioni e il calcolo dell'importanza fuzzy, effettuato per la caratteristica tecnica  $EC_1$  (Tabella 6.11).

	Importanza fuzzy			EC1		
CR1	0,7	1	1	0,6	1	1
CR2	0,7	1	1	0	0	0,1
CR3	0,5	0,75	1	0	0,2	0,4
CR4	0,5	0,75	1	0	0	0,1
CR5	0,3	0,5	0,7	0	0	0,1
CR6	0,3	0,5	0,7	0	0	0,1
CR7	0,3	0,5	0,7	0	0	0,1
CR8	0	0,25	0,5	0	0	0,1
CR9	0	0,25	0,5	0	0	0,1
CR10	0	0	0,3	0	0	0,1
				0,42	1,15	1,94

Tabella 6.11 Calcolo importanza EC1 con fuzzy QFD

Si ottiene quindi il vettore  $w_1 = [0,42; 1,15; 1,94]$ , dove  $w_1(1) = 0,42 = 0,6 \times 0,7$ ;  $w_1(2) = 1,15 = 1 \times 1 + 0,2 \times 0,75$  e;  $w_1(3) = 1,94 = 1 \times 1 + 1 \times 0,1 + 1 \times 0,4 + 1 \times 0,1 + 0,7 \times 0,1 + 0,7 \times 0,1 + 0,5 \times 0,1 + 0,5 \times 0,1 + 0,3 \times 0,1$ .

Questo vettore rappresenta un numero fuzzy triangolare a cui è associata una funzione di appartenenza  $\mu(w_1)$ , in Figura 6.1.

$$\mu(w_1) = \begin{cases} 0, & x < 0,42 \\ 1,37x - 0,58, & 0,42 \leq x \leq 1,15 \\ 2,46 - 1,27x, & 1,15 \leq x \leq 1,94 \\ 0, & x \geq 1,94 \end{cases} \quad (6.45)$$

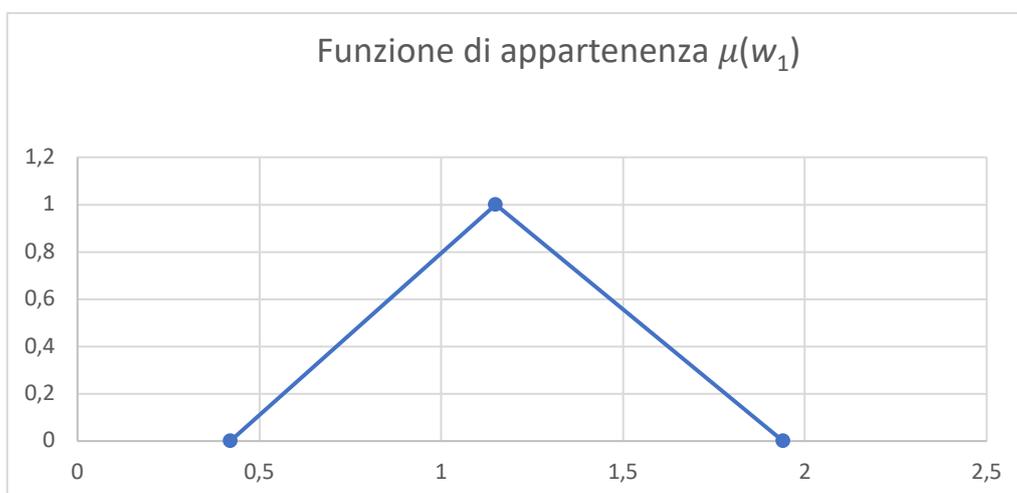


Figura 6.1 Funzione di appartenenza relativa all'importanza tecnica di EC1

A questo punto, per poter confrontare i valori fuzzy tra di loro, si effettua un'operazione di defuzzificazione, in maniera tale da associare ad ogni terna un valore unico “crisp” ( $x_j$ ). A tal fine si è applicato il metodo del baricentro per defuzzificare  $w_1$  come segue:

$$x_1 = \frac{w_1(1) + w_2(2) + w_3(3)}{3} = 1,17 \quad (6.46)$$

Questo valore rappresenta l'importanza assoluta della caratteristica tecnica  $EC_1$ , e procedendo analogamente per tutte le altre caratteristiche tecniche si ottengono i risultati in Tabella 6.12.

	$x_j$	$w_j$
<b>EC1</b>	1,17	7,22%
<b>EC2</b>	1,44	8,87%
<b>EC3</b>	1,12	6,94%
<b>EC4</b>	0,68	4,22%
<b>EC5</b>	1,82	11,24%
<b>EC6</b>	2,12	13,07%
<b>EC7</b>	1,22	7,53%
<b>EC8</b>	0,64	3,94%
<b>EC9</b>	1,41	8,72%
<b>EC10</b>	0,96	5,95%
<b>EC11</b>	3,01	18,58%
<b>EC12</b>	0,60	3,73%

Tabella 6.12 Importanze tecniche calcolate con metodo del baricentro

L'ordinamento che ne consegue è:

$$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_9 > EC_7 > EC_1 > EC_3 > EC_{10} > EC_4 > EC_8 > EC_{12} \quad (6.47)$$

Si noti che l'approccio proposto risulta sensibile a due aspetti principali. Il primo consiste nella conversione arbitraria di variabili linguistiche in numeri fuzzy, poiché l'intervallo fuzzy che codifica una data variabile linguistica è scelto a priori, quindi l'utilizzo di altri intervalli numerici, così come la scelta di utilizzare numeri trapezoidali anziché triangolari, può generare risultati diversi. In secondo luogo, la scelta di un metodo di defuzzificazione piuttosto che un altro è determinante nel calcolo dell'ordinamento. In letteratura, infatti, sono stati proposti vari metodi di defuzzificazione oltre a quello del baricentro, come per esempio “First of maxima” (FOM), “Middle of Maxima” (MOM), “Last of Maxima” (LOM) ed altri (Skalna, et al., 2015), ciascuno dei quali genera valori crisp diversi, determinando probabili cambiamenti nell'ordinamento delle caratteristiche tecniche.

## 6.4. La teoria della possibilità: un'applicazione al QFD

La teoria della possibilità, presentata da Zadeh nel 1978 (Zadeh, 1978), rappresenta un elemento fondamentale nella modellizzazione con logica fuzzy e nasce dalla necessità di rappresentare l'imprecisione del linguaggio umano. Come in statistica a ogni variabile casuale è possibile associare una distribuzione probabilistica, allo stesso modo a ogni variabile fuzzy si può associare una distribuzione di possibilità, dove la funzione di appartenenza rappresenta la funzione di distribuzione delle possibilità (Zadeh, 1978).

Per gerarchizzare le caratteristiche tecniche è necessario introdurre due concetti fondamentali della teoria della possibilità: le misure di possibilità e necessità. Dati  $M$  e  $N$  due numeri fuzzy trapezoidali, si supponga di voler quantificare l'affermazione per cui, per esempio,  $M$  è maggiore o uguale a  $N$ .

Le misura di possibilità  $POSS$  e quella di necessità  $NESS$  possono essere così definite (Wang, 1999):

$$POSS(M \geq N) = \sup_x \min(\mu_M(x), \sup_{y \leq x} \mu_N(y)) = \sup_{x, x \geq y} \min(\mu_M(x), \mu_N(y)) \quad (6.48)$$

$$NESS(M \geq N) = \inf_x \max(1 - \mu_M(x), \sup_{x \leq y} \mu_N(y)) = \inf_x \sup_{y, y \leq x} \max(1 - \mu_M(x), \mu_N(y)) \quad (6.49)$$

dove  $x, y \in X$  e  $\mu_M(x), \mu_N(y)$  sono le funzioni di appartenenza dei due sottoinsiemi fuzzy di  $X$ ,  $M$  e  $N$ . La misura di possibilità indica il grado di massima possibilità per cui  $M \geq N$ , mentre la misura di necessità il minimo grado di necessità affinché  $M \geq N$ . In riferimento alla figura 6.2 si può affermare che la misura di possibilità indica il limite massimo per cui un determinato evento possa verificarsi, mentre quella di necessità il corrispettivo limite minimo.

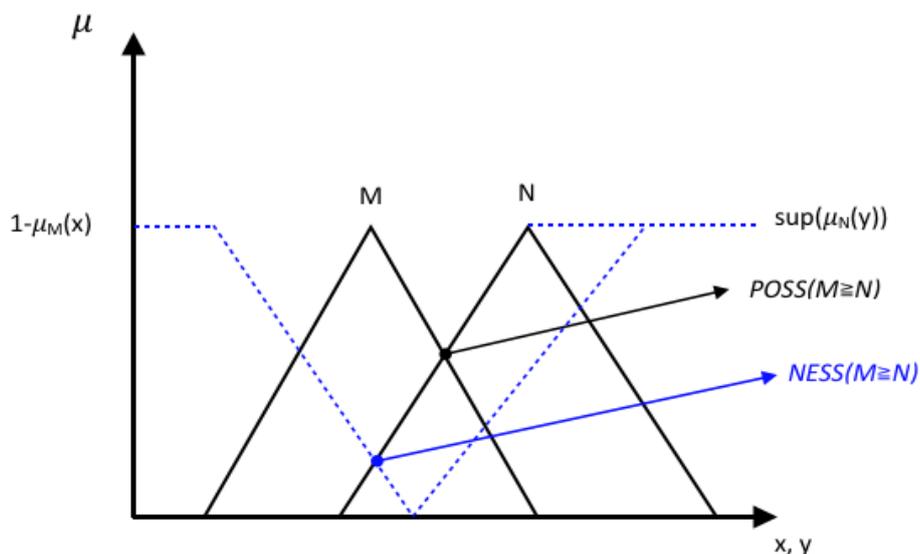


Figura 6.2 Misure di possibilità e necessità (Wang, 1999)

Il metodo proposto da Wang (Wang, 1999) è un metodo di ordinamento delle caratteristiche basato su questi concetti di teoria della possibilità, proposti da Zadeh. Tale metodo può essere annoverato tra i metodi di surclassamento; anche questo, infatti, ha come obiettivo quello di definire delle relazioni di surclassamento tra le singole alternative.

Come si è già visto nel capitolo 5, le relazioni di surclassamento si caratterizzano attraverso due condizioni: la condizione di concordanza e di discordanza.

Sia  $A = \{EC_1, \dots, EC_j, \dots, EC_n\}$  l'insieme delle caratteristiche tecniche,  $C = \{CR_1, \dots, CR_i, \dots, CR_m\}$  l'insieme dei requisiti del cliente e  $CR_i(EC_j)$  il grado di correlazione tra il requisito  $i$ -esimo e l'alternativa  $j$ -esima, l'indice di concordanza può essere così formulato (Wang, 1999):

$$CI_i(EC_k, EC_j) = \theta POSS_i(EC_k \geq EC_j) + (1 - \theta) NESS_i(EC_k \geq EC_j) \quad (6.50)$$

Dove  $\theta$  è un valore compreso tra  $[0;1]$  e scelto arbitrariamente a priori. Maggiore è il parametro  $\theta$ , maggiore è lo sbilanciamento dell'indice di concordanza verso la misura di possibilità e viceversa. Questo valore, infatti, si ottiene pesando le due misure di possibilità e necessità, maggiore è il valore di  $POSS_i(EC_k \geq EC_j)$ , maggiore è il grado di possibilità per cui l'alternativa  $k$ -esima è migliore dell'alternativa  $j$ -esima, mentre, maggiore è il valore di  $NESS_i(EC_k \geq EC_j)$ , maggiore è il limite minimo per cui  $(EC_k \geq EC_j)$  risulta verificato.

Dato  $w = [w_1, w_2, \dots, w_m]$  vettore dei pesi dei requisiti del cliente è possibile calcolare l'indice di concordanza aggregato che tiene quindi conto di tutti i criteri di scelta, in formula (Wang, 1999):

$$GCI(EC_k, EC_j) = \sum_{i=1}^m w_i CI_i(EC_k, EC_j) \quad (6.51)$$

La condizione di discordanza, invece, è definita dalla misura di necessità nel seguente modo (Wang, 1999):

$$DI_i(EC_k, EC_j) = NESS_i(EC_j, EC_k) \quad (6.52)$$

Come si può notare, la misura di necessità è calcolata tenendo conto della relazione di surclassamento di  $j$  nei confronti di  $k$ . Il limite minimo per cui si può affermare che l'alternativa  $j$ -esima è migliore o uguale della  $k$ -esima viene utilizzato come misura di dubbio nell'affermare che  $k$  è migliore o uguale di  $j$  (Wang, 1999).

Si può a questo punto definire un grado di surclassamento utilizzando la formula proposta da Siskos (Siskos, et al., 1984):

$$S(EC_k, EC_j) = \begin{cases} GCI(EC_k, EC_j), & \text{se } GCI(EC_k, EC_j) > D_i(EC_k, EC_j), \forall i, i = 1, \dots, m \\ \prod_{i^*} [1 - DI_i(EC_k, EC_j)] \frac{GCI(EC_k, EC_j)}{1 - GCI(EC_k, EC_j)}, & \forall i^* | GCI(EC_k, EC_j) < DI^*(EC_k, EC_j) \end{cases} \quad (6.53)$$

Dato un set di alternative è necessario adesso stabilire un criterio di surclassamento. A tal fine, si introduce un valore di soglia  $0 \leq \delta \leq 1$ ; se il grado di surclassamento supera questa soglia allora si potrà affermare in definitiva che la caratteristica  $k$ -esima surclassa la  $j$ -esima caratteristica.

Nello specifico si hanno tre situazioni possibili:

- Se  $S(EC_k, EC_j) \geq \delta$ , allora  $EC_K S EC_J$ ;
- Se  $EC_K S EC_J \wedge EC_J S EC_K$ , allora le due caratteristiche tecniche sono indifferenti;
- In tutti gli altri casi le alternative risultano incomparabili.

A questo punto, dopo aver individuato le relazioni di surclassamento si costruisce il grafo relativo, esattamente come esposto in ELECTRE II. Le alternative surclassate vengono passo dopo passo eliminate, mentre quelle che rimangono alla fine di questo processo sono quelle a cui prestar maggiore attenzione. Il calcolo dell'indice globale di concordanza (6.51) prevede che si moltiplichino i pesi di ogni requisito del cliente per i rispettivi indici di concordanza. Il peso associato a ogni requisito del cliente può essere rappresentato in due modi, o come importanza relativa, quindi una percentuale, oppure come numero fuzzy. In questo secondo caso, così come viene esposto da Wang (Wang, 1999), a ogni requisito del cliente viene fatto corrispondere un numero fuzzy trapezoidale. Il cliente utilizza variabili linguistiche per esprimere il proprio grado di preferenza e, a ciascuna di queste, viene fatto corrispondere un determinato sottoinsieme fuzzy. Quindi, il metodo così esposto risulta sensibile alla conversione delle variabili linguistiche in numeri fuzzy, poiché la scelta di determinati valori piuttosto che altri può generare risultati contrastanti. Tale metodo non solo presuppone che vi sia disponibilità di dati fuzzy, ma impone anche la definizione di misure di possibilità e necessità che risulta essere un'operazione particolarmente laboriosa e complessa. Si è deciso, quindi, di riportarlo teoricamente per completezza della trattazione, ma ne è stata poi tralasciata l'applicazione al caso di studio.

## 7. Conclusioni

Il presente elaborato nasce con l'obiettivo di analizzare i principali metodi utilizzati per prioritizzare le caratteristiche tecniche nella Casa della Qualità, mettendone in evidenza pregi e difetti. Per ogni metodo sono state effettuate delle analisi di sensibilità, perturbando una variabile di input è stato possibile, infatti, valutare i nuovi risultati, cercando di evincere limiti e vantaggi.

Si riporta in tabella 7.1 un prospetto riassuntivo dei vari ordinamenti ottenuti.

<b>ISM</b> (1-3-9)	$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_7 > EC_9 > EC_1 > EC_3 > EC_{10} > EC_4 > EC_{12} > EC_8$
<b>Lyman</b> (1-3-9)	$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_{10} > EC_9 > EC_3 > EC_7 > EC_1 > EC_4 > EC_{12} > EC_8$
<b>Wasserman</b> (k=0,66) (1-3-9)	$EC_{11} > EC_3 > EC_1 > EC_2 > EC_9 > EC_{10} > EC_4 > EC_6 > EC_5 > EC_7 > EC_{12} > EC_8$
<b>TOPSIS</b> (1-3-9)	$EC_{11} > EC_9 > EC_3 > EC_7 > EC_4 > EC_2 > EC_6 > EC_8 > EC_5 > EC_{12} > EC_{10} > EC_1$
<b>OCRA</b> (1-3-9)	$EC_{11} > EC_7 > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_9 > EC_3 > EC_8 > EC_{10} > EC_1 \sim EC_4 > EC_{12}$
<b>Borda</b>	$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_7 > EC_9 > EC_1 > EC_3 \sim EC_{10} > EC_4 \sim EC_{12} \sim EC_8$
<b>ELECTRE II</b> (k=0,75)	$EC_6 \sim EC_{11} > EC_5 > EC_{10} > EC_1 \sim EC_2 > EC_3 \sim EC_7 \sim EC_9 > EC_4 \sim EC_8 \sim EC_{12}$
<b>PROMETHEE</b>	$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_{10} > EC_9 > EC_3 \sim EC_7 > EC_1 > EC_4 \sim EC_{12} > EC_8$
<b>OPM</b> ( $T_k=2$ )	$EC_5 \sim EC_6 \sim EC_{11} > EC_2 > EC_7 > EC_9 > EC_{10} \sim EC_{12} > EC_1 > EC_3 > EC_4 \sim EC_8$
<b>OWA</b>	$EC_6 > EC_{11} > EC_{10} > EC_2 \sim EC_5 \sim EC_7 > EC_1 \sim EC_3 \sim EC_9 \sim EC_{12} > EC_4 \sim EC_8$
<b>Fuzzy QFD</b>	$EC_{11} > EC_6 > EC_5 > EC_2 > EC_9 > EC_7 > EC_1 > EC_3 > EC_{10} > EC_4 > EC_8 > EC_{12}$

Tabella 7.1 Tabella riassuntiva dei vari ordinamenti ottenuti

Ciascun metodo, avendo una propria procedura di calcolo e delle proprie specifiche ipotesi di lavoro, genera un ordinamento diverso, seppur in quasi tutti i casi si possa affermare che  $EC_{11}$  è la caratteristica tecnica preferita, mentre  $EC_4, EC_8$  e  $EC_{12}$  rimangono le peggiori dell'insieme considerato.

Il filo conduttore del presente lavoro è stato il problema della gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche, proponendo, così, una classificazione dei vari metodi presenti in letteratura sulla base delle scale su cui questi operano. Le scale ordinali, infatti, non godono delle proprietà empiriche di cui gode una scala numerica, pertanto la codifica di un valore ordinale con un valore numerico resta un'operazione non corretta. Inoltre, la richiesta ai clienti tramite indagini di mercato di quantificare su una scala da 1 a 5 l'importanza che si attribuisce a un requisito è anch'essa critica, poiché il cliente, oltre a non avere familiarità con queste tipologie di scale, esprime giudizi basati su criteri di valutazione altamente soggettivi, fornendo così dei dati poco attendibili.

La classificazione presentata raggruppa i vari metodi in tre famiglie: metodi che operano su scale cardinali, metodi che operano su scale ordinali e metodi basati su logica fuzzy.

### **1) Metodi che operano su scale cardinali**

I metodi che operano su scale numeriche, ISM, TOPSIS e OCRA, risultano essere altamente sensibili sia ai valori con cui convertire i simboli della matrice delle relazioni, sia ai livelli d'importanza attribuiti ai requisiti del cliente. In tutti questi 3 casi, la scelta della scala numerica con cui convertire i valori della matrice delle relazioni rappresenta un passo critico, influenzando fortemente i risultati finali. A differenza di TOPSIS e OCRA, ISM gode di una proprietà molto importante in fase di gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD; esso, infatti, risulta essere totalmente insensibile all'eventuale aggiunta o esclusione di ulteriori caratteristiche tecniche. Qualora si decidesse di escludere una caratteristica, o di aggiungerne un'ulteriore, non è necessario implementare di nuovo l'algoritmo, poiché il calcolo dell'importanza assoluta di una caratteristica dipende solo ed esclusivamente dalle correlazioni che essa presenta con i vari requisiti del cliente. Questa proprietà viene meno ogniqualvolta si introduce un'operazione di normalizzazione dei coefficienti, normalizzazioni di Lyman e Wasserman per esempio. Tali normalizzazioni sono state introdotte per limitare problemi di distorsione nei pesi dei requisiti del cliente, riscontrabili in seguito all'applicazione di ISM, e per introdurre il tetto della casa della qualità nel processo di ordinamento delle caratteristiche tecniche. Allo stesso tempo, però, riportare un determinato valore della matrice delle relazioni alla somma dei rispettivi valori in riga introduce un ulteriore elemento di variabilità: minore è la somma degli elementi contenuti in riga, maggiore è il peso che un valore assume nel calcolo delle importanze tecniche. Inevitabilmente, quindi, due valori giudicati uguali in fase di

costruzione della casa della qualità possono contribuire diversamente al calcolo dell'ordinamento finale.

TOPSIS e OCRA sono, invece, metodi che si basano sul calcolo della distanza di ogni caratteristica tecnica dalla soluzione ideale e da quella peggiore. Ad ogni caratteristica tecnica viene associato un parametro, funzione delle distanze, in base al quale è possibile dedurre un ordinamento. Anche tali metodi necessitano di variabili in input esclusivamente numeriche, il che li rende altamente sensibili sia ai valori di importanza dei requisiti del cliente sia alla scala utilizzata per convertire i valori simbolici della matrice delle relazioni. Peraltro, sia TOPSIS che OCRA, essendo metodi pensati per l'applicazione in altri contesti (il primo per problemi di MCDA e il secondo per la stima dell'efficienza delle unità produttive) non sempre restituiscono risultati soddisfacenti nella loro applicazione al QFD, essendo necessarie anche opportune ipotesi di lavoro. TOPSIS, in particolare, genera risultati discutibili e contro-intuitivi, se applicato a caratteristiche tecniche che presentano poche correlazioni con i requisiti del cliente.

Si forniscono di seguito alcune linee guida nell'applicazione dei metodi appena riportati:

1. ISM, grazie alla sua semplicità d'implementazione, può essere utilizzato anche in case della qualità di grandi dimensioni. Tale metodo può, infatti, essere agevolmente implementato anche attraverso l'utilizzo di software comuni (Excel, per esempio). La scorretta operazione di conversione arbitraria di simboli in numeri rimane il suo più grande limite, pur agevolando fortemente il processo di calcolo delle importanze tecniche. Si sconsiglia, poiché genera distorsioni dei pesi effettivamente assegnati dal cliente ai *CRs*, l'applicazione di tale metodo a case della qualità in cui alcune caratteristiche tecniche sono correlate esclusivamente con uno specifico requisito del cliente, ed altre correlate esclusivamente con altri requisiti, diversi da quello precedente (come nell'esempio volutamente esagerato mostrato da Lyman).
2. La normalizzazione di Lyman è preferibile quando, in determinati casi, si vuole arginare il problema della distorsione dei pesi dei *CRs* generato dall'applicazione di ISM. Tale metodo non fornisce, però, risultati soddisfacenti se applicato a situazioni in cui un requisito del cliente è correlato con una sola caratteristica tecnica. In questo caso si suggerisce un'analisi attenta dei risultati ottenuti, in quanto questi potrebbero non rispecchiare i giudizi espressi nel QFD.
3. La normalizzazione di Wasserman richiede sempre maggiori capacità di calcolo, all'aumentare del numero di *CRs* ed *ECs*, infatti, l'utilizzo di Excel o di altri software nell'implementazione del metodo diventa necessaria per case della qualità di grandi dimensioni. Viste, comunque, le numerose variabili di sensibilità a cui tale metodologia è

soggetta, si suggerisce un suo utilizzo solo qualora si ritenga fondamentale effettuare delle valutazioni di trade-off tra le caratteristiche tecniche.

4. TOPSIS, come si è visto, presenta non poche criticità. Oltre al principale problema della conversione arbitraria in numeri, tale metodo genera sempre maggiori distorsioni all'aumentare di casi in cui non vi è correlazione tra CRs ed ECs. Per tale motivo si raccomanda un utilizzo di questo algoritmo solo in due casi:
  - a) Quando la scala numerica della matrice delle relazioni codifica con un valore positivo anche i casi di assenza di correlazione (per esempio, scala 1-3-5-7-9 dove "1" rappresenta i casi in cui  $r_{ij} = "null"$ );
  - b) Nel caso di una scala 1-3-9, quando si considerano anche i casi  $r_{ij} = 0$  nella minimizzazione per il calcolo della soluzione peggiore.
5. OCRA supera molti problemi che si sono riscontrati in TOPSIS. Si può, infatti, utilizzare, senza incorrere in paradossali distorsioni, anche con scala 1-3-9. Inoltre, OCRA, se applicato al QFD, si basa su un algoritmo molto semplificato che lo rende applicabile anche a case della qualità particolarmente complesse.

## 2) Metodi che operano su scale ordinali

Per superare i problemi riscontrati con l'utilizzo di scale numeriche, sono stati introdotti una serie di metodi che invece operano su scale ordinali. Alcuni di questi risultano ancora sensibili al livello d'importanza numerico attribuito ai requisiti del cliente, come il metodo di Borda, ELECTRE II, PROMETHEE, mentre solo OPM riesce a superare tale problema, essendo in grado di ordinare le caratteristiche tecniche ricorrendo ad informazione puramente ordinali.

Alcuni di questi, OPM e ELECTRE II, ricorrono alla definizione a priori di valori di soglia per definire la preferenza di una caratteristica su un'altra. Non essendo possibile identificare il valore di soglia ottimale da poter utilizzare in ogni situazione, tale scelta, di competenza del *team del QFD*, influenza fortemente i risultati finali. PROMETHEE, invece, prevede che ad ogni requisito del cliente venga associata una funzione di preferenza e che, per ognuna di queste, vengano definiti degli specifici valori di riferimento. La scelta di una specifica funzione di preferenza, effettuata per l'applicazione di PROMETHEE al QFD, è dettata dalla necessità di introdurre il minor numero possibile di distorsioni tra i valori ordinali della Casa della Qualità. Anche in questo caso, quindi, si può notare come l'applicazione al QFD di metodi ideati non direttamente per una loro applicazione alla prioritizzazione delle caratteristiche tecniche imponga la formulazione di forti ipotesi di lavoro. Si riportano ora alcune puntualizzazioni per l'implementazione dei vari metodi ordinali:

1. Il metodo di Borda concettualmente è risultato essere molto semplice, il calcolo dell'indice, infatti, non richiede notevoli capacità di calcolo. Tuttavia, il procedimento di assegnazione di un valore a una caratteristica tecnica in base alla posizione che ciascuna di queste ricopre nell'ordinamento per ogni *CR* è influenzato sia dal numero di caratteristiche tecniche correlate con suddetto requisito, sia dal numero di caratteristiche tecniche che sono correlate a tale requisito in maniera "forte", "media" o "debole". Pertanto, si ritiene opportuno consigliare un'applicazione di tale metodo quando vi è un ragionevole equilibrio di quantità di caratteristiche tecniche correlate per ogni requisito del cliente. Se, per esempio, si ha una casa della qualità in cui un requisito è correlato con 10 caratteristiche tecniche e il successivo con solo 2 di queste, l'applicazione di Borda genera notevoli distorsioni.
2. ELECTRE II presenta il grande pregio di valutare per ogni coppia di caratteristiche tecniche l'eventuale presenza di una relazione di surclassamento, sulla base del superamento di appositi test. Tali confronti così come il corrispondente grafo di surclassamento, però, si complicano notevolmente all'aumentare del numero di *ECs* e *CRs* presi in considerazione. Si suggerisce, quindi, un utilizzo di tale metodo solo in case della qualità di ridotte dimensioni oppure di dotarsi di software specifici. Si consiglia, infine, di scegliere un parametro di soglia per i test di concordanza pari a 2/3 o 3/4, poiché si è visto che per valori più alti si escludono numerose relazioni di surclassamento.
3. PROMETHEE, a differenza di ELECTRE II, si basa su un confronto a coppie senza ricorrere all'ipotesi arbitraria di scelta di un valore di soglia. D'altra parte, però, è necessario scegliere una funzione di preferenza che può generare problemi di ciclicità delle relazioni quando si aggregano più criteri di preferenza. A tal proposito, limitatamente all'applicazione nel QFD, si ritiene ragionevole suggerire una funzione di preferenza del I tipo, evitando, così, di introdurre arbitrari valori di soglia nelle valutazioni a coppie tra valori ordinali. Inoltre, è necessario interpretare i risultati ottenuti dall'applicazione di tale metodo con la consapevolezza che l'ordinamento finale possa essere influenzato da fenomeni di compensazione.
4. OPM vanta come punto di forza la possibilità di non fare uso in alcun modo di informazioni su scala cardinale. Si raccomanda un utilizzo di tale metodo, quindi, quando si ha disponibilità di un ordinamento delle importanze dei requisiti del cliente e dei valori della matrice delle relazioni su scala ordinale. Inoltre, OPM risulta utilizzabile agevolmente anche con case della qualità caratterizzate da numerosi *ECs* e *CRs*, vista la sua semplicità computazionale. Si suggerisce, inoltre, l'utilizzo di un valore di soglia ( $T_k$ ) pari a 2, poiché si è visto essere un buon compromesso per la generazione dell'ordinamento.

### 3) Metodi basati su logica fuzzy

Infine, sono stati analizzati alcuni metodi che utilizzano la logica fuzzy per tener conto delle incertezze delle variabili linguistiche con cui si esprimono i giudizi.

L'operatore OWA permette di utilizzare informazioni di carattere puramente ordinale, senza ricorrere alla definizione di arbitrari valori di soglia. D'altra parte, però, tale metodo tende ad appiattire eccessivamente l'ordinamento finale delle caratteristiche tecniche, fenomeno d'altronde riscontrabile nell'applicazione di diversi altri metodi che utilizzano esclusivamente informazioni di carattere ordinale.

Fuzzy QFD, infine, rappresenta una versione particolare di ISM, calcolato, però, con variabili fuzzy. Le variabili linguistiche, rappresentanti i valori della matrice delle relazioni e dell'importanza dei requisiti del cliente, vengono associate a numeri fuzzy, grazie ai quali è possibile calcolare un'importanza tecnica, anch'essa fuzzy, con la quale ordinare le caratteristiche tecniche. L'introduzione della logica fuzzy nel QFD impone, come in ISM, la codifica dei dati in input su scala cardinale; tale operazione, come si è ampiamente visto, genera numerose criticità. Peraltro, la codifica delle variabili linguistiche con numeri fuzzy triangolari rende le procedure di calcolo particolarmente laboriose. Inoltre, si introduce una nuova variabile di sensibilità arbitraria, dovendo scegliere un'apposita tecnica di defuzzificazione per poter generare un ordinamento tra numeri fuzzy.

In conclusione, si può affermare che:

1. OWA, anch'esso come OPM, garantisce l'utilizzo di input ordinali sia per quanto riguarda la matrice delle relazioni che il livello d'importanza dei requisiti del cliente. Ogniqualvolta si applica tale metodo è necessario ristabilire congruenza tra la scala della matrice delle relazioni e il livello d'importanza dei requisiti del cliente, introducendo eventualmente un livello fittizio (entrambe devono essere espresse sullo stesso numero di livelli ordinali). Inoltre, vista la tendenza di OWA a trascurare i requisiti del cliente meno importanti, si reputa ragionevole raccomandare una sua applicazione in case della qualità che non presentino la maggior parte delle correlazioni in corrispondenza di quei requisiti del cliente giudicati con i livelli ordinali più bassi.
2. Fuzzy QFD può essere utilizzato quando si ha disponibilità di dati come numeri fuzzy. Se da un lato si modella l'incertezza associata a variabili linguistiche, dall'altro si effettua anche in questo caso un'operazione scorretta, convertendo le variabili ordinali in terne di numeri. È necessario anche dotarsi di un'apposita tecnica di defuzzificazione, la quale risulta determinante nell'ottenimento di un ordinamento piuttosto che un altro. Si consiglia, quindi,

l'utilizzo del "metodo del baricentro" per defuzzificare i dati del QFD; in questo modo, infatti, si tiene ugualmente conto di tutti e tre i valori che costituiscono un numero fuzzy triangolare.

Per ogni metodo analizzato si propongono nelle tabelle seguenti dei prospetti riassuntivi, evidenziando: natura delle informazioni in input, ipotesi di lavoro, pregi, difetti, condizioni per l'uso, principali proprietà, algoritmo di sintesi e limiti d'utilizzo.

### 1) Independent Scoring Method

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Cardinale
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Cardinale
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matrice delle relazioni espressa su scala 1-3-9</li> <li>• Importanza dei <math>CRs</math> espressa su scala da 1 a 5</li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>w_j = \sum_{i=1}^m d_i r_{i,j}</math></li> <li>2. <math>w_j^* = \frac{w_j}{\sum_{j=1}^n w_j}</math></li> </ol>
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Semplicità computazionale</li> <li>• Indipendenza dall'esclusione di <math>ECs</math></li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Distorsione pesi <math>CRs</math> (superabile attraverso normalizzazione di Lyman)</li> <li>• Si trascurano eventuali correlazioni tra <math>ECs</math> (a tal fine si introduce la normalizzazione di Wasserman)</li> <li>• Elevata sensibilità alla scala numerica utilizzata</li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conversione arbitraria dei simboli in numeri</li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità ai valori di <math>r_{ij}</math> e <math>d_i</math></li> <li>• Sensibilità alla scala numerica utilizzata</li> <li>• Il calcolo di <math>w_j</math> è indipendente dai valori assunti dalle altre <math>ECs</math></li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• I dati in input devono essere disponibili su scala cardinale</li> </ul>

Tabella 7.2 Prospetto riassuntivo ISM

## 2) Normalizzazione di Lyman

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Cardinale
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Cardinale
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matrice delle relazioni espressa su scala 1-3-9</li> <li>• Importanza dei <math>CRs</math> espressa su scala da 1 a 5</li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	$\tilde{r}_{i,j} = \frac{r_{i,j}}{\sum_{j=1}^n r_{i,j}}$
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Semplicità computazionale</li> <li>• Riduzione distorsione dei pesi di <math>CRs</math> (<math>\sum_{j=1}^n \tilde{r}_{i,j} = 1</math>)</li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si trascurano eventuali correlazioni tra <math>ECs</math></li> <li>• Elevata sensibilità alla scala numerica utilizzata <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tilde{r}_{i,j}</math> è fortemente influenzato da <math>\sum_{j=1}^n r_{i,j}</math></li> <li>• Dipendenza dall'esclusione di <math>ECs</math></li> </ul> </li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conversione arbitraria dei simboli in numeri</li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità ai valori di <math>r_{ij}</math> e <math>d_i</math></li> <li>• Sensibilità alla scala numerica utilizzata</li> <li>• Sensibilità all'eventuale esclusione o introduzione di <math>ECs</math></li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• I dati in input devono essere disponibili su scala cardinale</li> <li>• Non restituisce risultati soddisfacenti nei casi in cui <math>r_{ij} = \sum_{j=1}^n r_{i,j}</math></li> </ul>

Tabella 7.3 Prospetto riassuntivo normalizzazione di Lyman

## 3) Normalizzazione di Wasserman

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Cardinale
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Cardinale
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matrice delle relazioni espressa su scala 1-3-9</li> <li>• Importanza dei <math>CRs</math> espressa su scala da 1 a 5</li> <li>• Tetto della casa espresso su scala 0,1-0,3-0,9</li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	$r_{i,j}^{norm} = \frac{\sum_{k=1}^n r_{i,k} \gamma_{kj}}{\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n r_{i,k} \gamma_{kj}}$
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si considera il grado di correlazione tra <math>ECs</math></li> <li>• Riduzione distorsione dei pesi di <math>CRs</math> (<math>\sum_{j=1}^n r_{i,j}^{norm} = 1</math>)</li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevata sensibilità alla scala numerica utilizzata</li> <li>• Sensibilità al parametro di soglia <math>k</math> nella costruzione del tetto <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevata dipendenza dall'esclusione di <math>ECs</math></li> </ul> </li> <li>• Attribuzione di valori <math>r_{i,j}^{norm} \neq 0</math>, nonostante <math>r_{i,j} = "null"</math></li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conversione arbitraria dei simboli in numeri</li> <li>• Le correlazioni del tetto della casa della qualità vengono espresse utilizzando gli stessi livelli ordinali della matrice delle relazioni</li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità ai valori di <math>r_{ij}</math> e <math>d_i</math></li> <li>• Sensibilità alla scala numerica utilizzata</li> <li>• Sensibilità all'eventuale esclusione o introduzione di <math>ECs</math></li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• I dati in input devono essere disponibili su scala cardinale</li> <li>• Gradi di correlazione tra <math>ECs</math> non nulli (<math>\gamma_{kj} \neq 0</math>)</li> </ul>

Tabella 7.4 Prospetto riassuntivo normalizzazione di Wasserman

#### 4) TOPSIS

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Cardinale
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Cardinale
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matrice delle relazioni espressa su scala 1-3-9</li> <li>• Importanza dei <math>CRs</math> espressa su scala da 1 a 5</li> <li>• Si trascurano i casi in cui <math>r_{i,j} = "null"</math> nel calcolo di <math>EC_+^*</math> ed <math>EC_-^*</math></li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>EC_j^* = \left( \frac{r_{1j}}{\ CR_1\ }, \frac{r_{2j}}{\ CR_2\ }, \dots, \frac{r_{mj}}{\ CR_m\ } \right)</math>, <math>EC_+^* = \left( \frac{r_{1+}}{\ CR_1\ }, \frac{r_{2+}}{\ CR_2\ }, \dots, \frac{r_{m+}}{\ CR_m\ } \right)</math>, <math>EC_-^* = \left( \frac{r_{1-}}{\ CR_1\ }, \frac{r_{2-}}{\ CR_2\ }, \dots, \frac{r_{m-}}{\ CR_m\ } \right)</math></li> <li>2. <math>d(EC_j^*, EC_+^*) = \sqrt{\sum_{i=1}^m [w_i(r_{i,j}^* - r_{i+}^*)]^2}</math> e <math>d(EC_j^*, EC_-^*) = \sqrt{\sum_{i=1}^m [w_i(r_{i,j}^* - r_{i-}^*)]^2}</math></li> <li>3. <math>\rho(EC_j, EC_+) = \frac{d(EC_j^*, EC_+^*)}{d(EC_j^*, EC_+^*) + d(EC_j^*, EC_-^*)}</math></li> </ol>
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Semplicità di implementazione, anche all'aumentare di <math>CRs</math> ed <math>ECs</math></li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevata sensibilità alla scala numerica utilizzata</li> <li>• Elevata dipendenza dall'esclusione di <math>ECs</math></li> <li>• <math>d_i(EC_+^*, EC_-^*) &gt; 0</math> (conseguente diminuzione <math>\rho</math>) quando <math>r_{ij} = "null"</math></li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conversione arbitraria dei simboli in numeri</li> <li>• Definizione delle due soluzioni estreme <math>EC_+</math> ed <math>EC_-</math></li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità ai valori di <math>r_{ij}</math> e <math>d_i</math></li> <li>• Sensibilità alla scala numerica utilizzata</li> <li>• Sensibilità all'eventuale esclusione o introduzione di <math>ECs</math></li> <li>• Fenomeni distorsivi per <math>ECs</math> correlate con pochi requisiti del cliente</li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• I dati in input devono essere disponibili su scala cardinale</li> <li>• Risultati non soddisfacenti all'aumentare di casi in cui <math>r_{ij} = "null"</math></li> </ul>

Tabella 7.5 Prospetto riassuntivo TOPSIS

#### 5) OCRA

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Cardinale
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Cardinale
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matrice delle relazioni espressa su scala 1-3-9</li> <li>• Importanza dei <math>CRs</math> espressa su scala da 1 a 5</li> <li>• <math>r_{ij} &gt; 0</math></li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>EC_+ = (r_{1+}, \dots, r_{m+}) = (\max_j\{r_{1j}\}, \dots, \max_j\{r_{mj}\})</math> e <math>EC_- = (r_{1-}, \dots, r_{m-}) = (\min_j\{r_{1j}\}, \dots, \min_j\{r_{mj}\})</math></li> <li>2. <math>OCRA_j = \sum_{i=1}^m w_i \left( \frac{\max\{r_{ij}\} - r_{ij}}{\min\{r_{ij}\}} \right)</math></li> <li>3. <math>E_j^* = OCRA_j - \min_j\{OCRA_j\}</math></li> </ol>
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Semplicità di calcolo, anche con numero elevato di <math>CRs</math> ed <math>ECs</math></li> <li>• Assenza di distorsioni dei risultati quando <math>r_{ij} = "null"</math> (vedi TOPSIS)</li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevata sensibilità alla scala numerica utilizzata</li> <li>• Sensibilità, seppur bassa, all'esclusione di caratteristiche tecniche</li> <li>• Dipendenza dall'esclusione di <math>ECs</math> determinanti nel calcolo di <math>EC_+</math> e <math>EC_-</math></li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conversione arbitraria dei simboli in numeri</li> <li>• Definizione delle due soluzioni estreme <math>EC_+</math> ed <math>EC_-</math> (trascurando <math>r_{ij} = "null"</math>)</li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità ai valori di <math>r_{ij}</math> e <math>d_i</math></li> <li>• Sensibilità alla scala numerica utilizzata</li> <li>• Sensibilità all'eventuale esclusione di <math>ECs</math>, solo se queste sono determinanti nel calcolo delle soluzioni estreme</li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• I dati in input devono essere disponibili su scala cardinale</li> <li>• Si considerano solo i valori strettamente positivi della matrice delle relazioni</li> </ul>

Tabella 7.6 Prospetto riassuntivo OCRA

## 6) Metodo di Borda

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Ordinale
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Cardinale
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Definizione degli ordinamenti per ogni <math>CR_i</math> e rispettive permutazioni <ul style="list-style-type: none"> <li>Importanza dei <math>CRs</math> espressa su scala da 1 a 5</li> </ul> </li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Definizione ordinamenti e rispettive permutazioni <math>\sigma_i = (i_1, i_2, \dots, i_n)</math></li> <li><math>B_k = \sum_{i=1}^m d_i(n - \sigma_i(k))</math></li> </ol>
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Semplicità computazionale</li> <li>Non richiede arbitrarie conversioni di simboli in numeri</li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elevata sensibilità alle importanze dei <math>CR_i</math></li> <li>Elevata dipendenza dall'esclusione di <math>ECs</math></li> <li>Incongruenze dei valori assegnati a 2 stessi gradi di correlazione in due ordinamenti diversi (valori fortemente influenzati dalla posizione assunta da ogni <math>EC</math> per ogni <math>CR_i</math>)</li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizzo scale di valutazione cardinali nell'assegnazione delle importanze ai <math>CRs</math></li> <li>Possibilità di definire un ordinamento tra <math>ECs</math></li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sensibilità ai valori di <math>d_i</math></li> <li>Mantenimento della natura ordinale delle informazioni della matrice delle relazioni <ul style="list-style-type: none"> <li>Sensibilità all'esclusione di caratteristiche tecniche</li> </ul> </li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>r_{ij}</math> disponibili su scala ordinale e <math>d_i</math> su scala cardinale (in termini assoluti)</li> <li>La definizione degli ordinamenti e l'assegnazione di valori alle <math>ECs</math> in base alla posizione assunta in ognuno di questi può risultare particolarmente laborioso all'aumentare del numero di caratteristiche tecniche considerate</li> </ul>

Tabella 7.7 Prospetto riassuntivo Borda

## 7) ELECTRE II

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Ordinale
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Cardinale
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Importanza dei <math>CRs</math> espressa su scala da 1 a 5</li> <li>• Matrice delle relazioni valutata su scala ordinale a 3 livelli             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Scelta arbitraria del parametro di soglia <math>k</math></li> </ul> </li> <li>• Costruzione di un pre-ordine crescente nel ranking tra <math>ECs</math></li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definizione ordinamenti per ogni <math>CR_i</math></li> <li>2. Test di concordanza: <math>\frac{w^+ + w^=}{w^+ + w^= + w^-} \geq k</math>; <math>\frac{w^+}{w^-} \geq 1</math></li> <li>3. Grafo di surclassamento</li> <li>4. Costruzione pre-ordine crescente</li> </ol>
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Non richiede arbitrarie conversioni di simboli in numeri</li> <li>• L'eventuale surclassamento di una <math>EC</math> su un'altra è determinato dal superamento di appositi test. In questo modo si valuta se vi sono sufficienti evidenze empiriche che avvalorano l'ipotesi di surclassamento             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Può operare sia con informazioni quantitative che qualitative</li> </ul> </li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevata sensibilità alle importanze numeriche dei <math>CR_i</math></li> <li>• Sensibilità al valore di soglia nei test di concordanza e non discordanza             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità (bassa) all'esclusione di <math>ECs</math></li> <li>• Presenza di circuiti e di cicli tra <math>ECs</math></li> </ul> </li> <li>• Il grafo di surclassamento si complica molto all'aumentare di <math>ECs</math> e <math>CRs</math></li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizzo scale di valutazione cardinali nell'assegnazione delle importanze ai <math>CRs</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definizione ordinamenti per ogni <math>CR_i</math></li> </ul> </li> <li>• È necessario dotarsi di un algoritmo di ricerca cicli su grafo (Algoritmo di Floyd)</li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità ai valori di <math>d_i</math></li> <li>• Relazioni di surclassamento definite a partire da confronti a coppie</li> <li>• Mantenimento della natura ordinale della matrice delle relazioni             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità ai valori di soglia scelti arbitrariamente</li> </ul> </li> <li>• Possibile appiattimento del ranking a causa della presenza di cicli e circuiti nel grafo</li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>r_{ij}</math> disponibili su scala ordinale e <math>d_i</math> su scala cardinale (normalizzati)</li> <li>• Il grafo si complica eccessivamente all'aumentare del numero di <math>ECs</math></li> </ul>

Tabella 7.8 Prospetto riassuntivo ELECTRE II

## 8) PROMETHEE

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Ordinale
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Cardinale
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Importanza dei <math>CRs</math> espressa su scala da 1 a 5</li> <li>• Matrice delle relazioni valutata su scala ordinale a 3 livelli</li> <li>• Scelta di una funzione di preferenza del I tipo</li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\pi(a, b) = \sum_{i=1}^m w_i P_i(a, b)</math> e <math>\pi(b, a) = \sum_{i=1}^m w_i P_i(b, a)</math></li> <li>2. <math>\Phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x)</math> e <math>\Phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a)</math></li> <li>3. <math>\Phi(a) = \Phi^+(a) - \Phi^-(a)</math></li> </ol>
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Non richiede arbitrarie conversioni di simboli in numeri</li> <li>• Può operare sia con informazioni qualitative che quantitative</li> <li>• Prescinde dall'utilizzo di variabili di soglia arbitrarie (avendo scelto una funzione di preferenza del I tipo)</li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevata sensibilità alle importanze numeriche dei <math>CR_i</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevata sensibilità all'esclusione di <math>ECs</math></li> </ul> </li> <li>• Scelta di una funzione di preferenza per input ordinali (possibile ciclicità delle preferenze)</li> <li>• Perdita intensità della correlazione tra <math>ECs</math> e <math>CRs</math> (confronto a coppie) <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemi di compensazione nel calcolo del flusso netto</li> </ul> </li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizzo scale di valutazione cardinali nell'assegnazione delle importanze ai <math>CRs</math></li> <li>• Scelta di una funzione di preferenza per scale ordinali</li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità ai valori di <math>d_i</math></li> <li>• Calcolo <math>\pi(a, b)</math> a partire da confronti a coppie di alternative</li> <li>• Mantenimento della natura ordinale della matrice delle relazioni <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità alla funzione di preferenza scelta</li> </ul> </li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>r_{ij}</math> disponibili su scala ordinale e <math>d_i</math> su scala cardinale (normalizzati)</li> <li>• Si suggerisce l'utilizzo di una funzione di preferenza I per limitare le distorsioni che altre funzioni comporterebbero se applicate a dati ordinali</li> <li>• Confronti a coppie eccessivamente laboriosi all'aumentare di <math>CRs</math> ed <math>ECs</math></li> </ul>

Tabella 7.9 Prospetto riassuntivo PROMETHEE

## 9) OPM

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Ordinale
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Ordinale
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordinamento dei requisiti del cliente</li> <li>• Matrice delle relazioni su scala ordinale a 4 livelli (forte, media, debole, assente)</li> <li>• Scelta di un parametro di soglia <math>T_k = 2</math></li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Si ordinano i requisiti del cliente</li> <li>2. Per ogni <math>CR_i</math> si ordinano in senso decrescente le <math>ECs</math> in base al grado di correlazione con tale requisito, accorpando i requisiti giudicati di pari importanza</li> <li>3. Si parte dal requisito più importante e si associa <math>O_k = 1</math> alle <math>ECs</math> che presentano correlazione forte con suddetto requisito</li> <li>4. Si passa alle <math>ECs</math> che presentano correlazione forte col secondo requisito del cliente più importante, assegnando <math>O_k = 1</math>. Per ogni passo si conta il numero di volte che una <math>EC</math> è stata presa in considerazione (<math>O_k</math> è un valore cumulativo). Quando per una <math>EC</math> <math>O_k \geq T_k</math> si pone tale caratteristica nel ranking parziale decrescente</li> <li>5. Si procede in questo modo fintanto che tutte le <math>EC</math> superano il valore di soglia.</li> </ol>
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Non richiede arbitrarie conversioni di simboli in numeri</li> <li>• Importanze <math>CRs</math> valutate come ordinamento totale, prescindendo dalla quantificazione su scale numeriche delle preferenze del cliente</li> <li>• Indipendenza dall'esclusione di caratteristiche tecniche <ul style="list-style-type: none"> <li>• Notevole semplicità di calcolo</li> </ul> </li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rilevanti cambiamenti nell'ordinamento al variare del parametro di soglia</li> <li>• Eccessivo peso riservato all'assenza del grado di correlazione (specialmente per valori di soglia elevati) <ul style="list-style-type: none"> <li>• Appiattimento ranking per valori di soglia bassi</li> </ul> </li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Disponibilità di informazioni esclusivamente ordinali</li> <li>• Definizione di un ordinamento tra <math>CR_i</math></li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mantenimento della natura ordinale della matrice delle relazioni</li> <li>• Si evitano distorsioni relative alla quantificazione delle preferenze su scala da 1 a 5 da parte del consumatore <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità al parametro di soglia</li> </ul> </li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>r_{ij}</math> disponibili su scala ordinale e ordinamento dei <math>CRs</math></li> <li>• Risultati poco soddisfacenti qualora si avessero molte <math>ECs</math> correlate fortemente con <math>CRs</math> più importanti (appiattimento del ranking)</li> </ul>

Tabella 7.10 Prospetto riassuntivo OPM

## 10) OWA

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Ordinale
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Ordinale
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Importanze <math>CRs</math> espresse su scale ordinali a 5 livelli</li> <li>• Matrice delle relazioni su scala ordinale a 5 livelli (introduzione di un livello fittizio per mantenere la congruenza tra le scale)</li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>w_j = \min_{i=1, \dots, m} \{ \max [Neg(d_i), r_{ij}] \}</math></li> <li>2. <math>T(EC_j) = Dim(CR_i   r_{ij} &gt; w_j)</math></li> </ol>
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Non richiede arbitrarie conversioni di simboli in numeri <ul style="list-style-type: none"> <li>• Importanze <math>CRs</math> su 5 livelli ordinali</li> </ul> </li> <li>• Indipendenza dall'esclusione di caratteristiche tecniche <ul style="list-style-type: none"> <li>• Notevole semplicità di calcolo</li> </ul> </li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tende a trascurare le correlazioni con <math>CRs</math> meno importanti <ul style="list-style-type: none"> <li>• Appiattimento ranking</li> </ul> </li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Disponibilità di informazioni esclusivamente ordinali</li> <li>• È necessario stabilire congruenza tra scale <math>CRs</math> e <math>r_{ij}</math></li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mantenimento della natura ordinale della matrice delle relazioni</li> <li>• Si evitano distorsioni relative alla quantificazione delle preferenze su scala da 1 a 5 da parte del consumatore <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sbilanciamento eccessivo verso <math>CRs</math> più importanti</li> </ul> </li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>r_{ij}</math> e importanza <math>CRs</math> disponibili su scala ordinale</li> </ul>

Tabella 7.11 Prospetto riassuntivo OWA

## 11) FUZZY QFD

<b>Scala <math>r_{ij}</math></b>	Cardinale (fuzzy)
<b>Scala <math>CR_i</math></b>	Cardinale (fuzzy)
<b>Ipotesi di lavoro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matrice delle relazioni espressa con numeri fuzzy triangolari</li> <li>• Importanza dei <math>CRs</math> espressa con numeri fuzzy triangolari <ul style="list-style-type: none"> <li>• Scelta tecnica di defuzzificazione (baricentro)</li> </ul> </li> </ul>
<b>Algoritmo di sintesi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>w_j = [(\tilde{r}_{1j} \otimes \tilde{w}_1) \oplus (\tilde{r}_{2j} \otimes \tilde{w}_2) \dots \oplus (\tilde{r}_{mj} \otimes \tilde{w}_m)]</math></li> <li>2. Defuzzificazione (Metodo del baricentro): <math>x' = \frac{\sum_{i=1}^n x^* A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}</math></li> </ol>
<b>Pregi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si modella l'incertezza associata ai giudizi linguistici del cliente <ul style="list-style-type: none"> <li>• Indipendenza dall'esclusione di <math>ECs</math></li> </ul> </li> </ul>
<b>Difetti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevata sensibilità alla scala numerica utilizzata</li> <li>• Sensibilità alla scelta di tipologia di numero fuzzy (triangolare, trapezoidale, etc.)</li> <li>• Sensibilità alla metodologia di defuzzificazione</li> </ul>
<b>Condizioni per l'uso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conversione arbitraria dei simboli in numeri fuzzy</li> </ul>
<b>Principali proprietà</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità ai valori di <math>r_{ij}</math> e importanze <math>CRs</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sensibilità ai valori fuzzy scelti</li> </ul> </li> <li>• Il calcolo di <math>w_j</math> è indipendente dai valori assunti dalle altre <math>ECs</math></li> </ul>
<b>Limiti d'utilizzo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• I dati in input devono essere disponibili come numeri fuzzy</li> </ul>

Tabella 7.12 Prospetto riassuntivo fuzzy QFD

Ogni metodo richiede una determinata tipologia di informazioni in input e presenta una propria procedura di calcolo delle importanze tecniche, ciascuna delle quali è caratterizzata da specifici vantaggi e svantaggi. Il team predisposto all'elaborazione del QFD è tenuto a scegliere la metodologia

più adeguata sulla base della natura delle informazioni che si hanno disponibili e della capacità di controllare eventuali effetti distorsivi.

In questo elaborato, partendo dal metodo tradizionale proposto da Akao (Akao, 1988), sono stati introdotti passo dopo passo metodi di prioritizzazione delle caratteristiche tecniche che superassero il problema dell'arbitraria conversione di valori ordinali in numeri. Si è passati, quindi, dall'applicazione di ISM, TOPSIS e OCRA per i quali sono necessari dati in input su scala cardinale, a Borda, ELECTRE II e PROMETHEE che superano nella matrice delle relazioni il problema dell'arbitraria conversione di simboli in numeri, fino a OPM e OWA che prescindono da qualsiasi valutazione su scale numeriche.

Tuttavia, in letteratura si possono riconoscere ad oggi tre approcci di base al problema della gerarchizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD:

### **1. Ricerca di nuovi metodi con input esclusivamente ordinali**

L'obiettivo di tali studi è quello di ricercare nuovi metodi di gerarchizzazione che non facciano in alcun modo uso di scale numeriche. In questo modo, non risulterebbe necessario né convertire in numeri i gradi di correlazione ordinali tra *CRs* ed *ECs* né chiedere al cliente di quantificare le proprie preferenze su scale numeriche con cui non ha familiarità. Queste due operazioni, come si è visto, possono compromettere l'attendibilità dei risultati. In questo filone si collocano, per esempio, i lavori relativi a metodi quali OPM e OWA (Franceschini, et al., 2015; Franceschini, et al., 2017)

### **2. Applicazione della logica fuzzy al QFD**

L'obiettivo, in questo secondo caso, è quello di modellare l'incertezza dei giudizi linguistici con cui si esprimono delle preferenze (matrice delle relazioni e importanze dei requisiti del cliente) attraverso i fondamenti della logica fuzzy. Si ricorre, per esempio, al concetto di numero fuzzy (Shen, et al., 2001), all'applicazione della teoria della possibilità di Zadeh (Zadeh, 1978; Wang, 1999) o alla versione fuzzy di metodi di scelta multicriterio, come nello studio proposto da Hosseini Motlagh relativo a un'applicazione fuzzy di PROMETHEE (Hosseini Motlagh, et al., 2015)

### **3. Integrazione nel QFD di parametri finanziari e di costo**

In questa tipologia d'approccio si introducono parametri di costo già in queste fasi iniziali di progettazione. Tali parametri influenzano, così come i requisiti del cliente, il processo di attribuzione di importanze alle caratteristiche tecniche. Nello specifico, i requisiti del cliente vengono interpretati come degli output da massimizzare, mentre i requisiti di costo come degli input da minimizzare. Per stabilire un ranking tra caratteristiche tecniche si

possono utilizzare metodi, ereditati dalle stime economiche d'efficienza, basati su input e output multipli, come nel caso dell'applicazione di DEA (*Data Envelopment Analysis*) al QFD (Ramanathan & Yunfeng, 2009).

Studi futuri potrebbero riguardare da un lato, la ricerca di ulteriori metodi basati su input esclusivamente ordinali; dall'altro, l'analisi di nuovi metodi che utilizzino diverse combinazioni di input (cardinale, ordinale e fuzzy) rispetto a quelle mostrate in questo elaborato.

In ciascuno di queste tre approcci, così come nelle varie applicazioni dei metodi mostrate in questo studio, è stata fatta un'assunzione molto forte in merito ai dati in input. Si è ipotizzato, infatti, nell'attribuzione delle importanze ai requisiti del cliente, che il corrispettivo valore fosse un dato deterministico, ovvero calcolato, per esempio, tramite un'operazione di moda o mediana. In realtà, si può pensare di associare a ciascuno di tali valori una misura di dispersione in base alle risposte fornite dai clienti. Tale considerazione porta a modificare la natura degli input con i quali implementare i vari metodi di prioritizzazione delle caratteristiche tecniche, rendendo necessarie, da un lato, modifiche ai metodi già esistenti, oppure l'introduzione di nuove metodologie di gerarchizzazione. Tale problematica può costituire un ottimo spunto per la ricerca di nuove metodologie sempre più affidabili e precise, aprendo così la strada ad ulteriori sviluppi nello studio della prioritizzazione delle caratteristiche tecniche nel QFD.

## 8. Bibliografia

- Akao, Y., 1988. *Quality Function Deployment*. Cambridge, MA: Productivity Press.
- Akao, Y., 1990. *Quality Function Deployment: integrating customer requirement into product design*. Portland: Productivity Press.
- Akao, Y. & Mizuno, S., 1994. *Qfd: The Customer-Driven Approach to Quality Planning & Deployment*. Tokyo: Asian Productivity Organization.
- Anon., s.d. History of QFD. [www.qfdi.org](http://www.qfdi.org). [Online]  
Available at: [http://www.qfdi.org/what\\_is\\_qfd/history\\_of\\_qfd.html](http://www.qfdi.org/what_is_qfd/history_of_qfd.html)  
[Consultato il giorno 5 Ottobre 2018].
- Arrow, K. J., 1951. *Social Choice and Individual Values*. New York: John Wiley & Sons Inc..
- Brans, J., Mareschal, B. & Vincke, P., 1984b. PROMETHEE: A new family of outranking methods in multi-criteria analysis. *Operational Research*, pp. 408-421.
- Brans, J., Mareschal, B. & Vincke, P., 1994. The PROMETHEE-GAIA decision support system for multicriteria investigations. *Investigation Operativa*, 4(2), pp. 107-117.
- Brans, J. & Vincke, P., 1985. A preference Ranking Organisation Method: (The Promethee method for multiple criteria decision-making). *Management Science*, 31(6), pp. 647-656.
- Chan, L. K. & Wu, M. L., 1998. Prioritizing the technical measures in Quality Function Deployment. *Quality Engineering*, 10(3), pp. 467-479.
- Chan, L. & Wu, M.-L., 2002. Quality Function Deployment: A Comprehensive review of its Concepts and Methods. *Quality Engineering*, 15(1), pp. 23-35.
- Chen, C.-H. & Huang, C.-Y., 2015. The synergy of QFD and TRIZ for solving EMC problems in electrical products – a case study for the Notebook PC. *Journal of Industrial and Production Engineering*, 32(5), pp. 311-330.
- Chen, L.-H. & Chen, C.-N., 2014. Normalisation models for prioritising design requirements for quality function deployment processes. *International Journal of Production Research*, 52(2), pp. 299-313.
- De Borda, J., 1781. Mémoire sur les élections au scrutin. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, Volume 1, pp. 659-661.
- Dym, C. L., Wood, W. H. & Scott, M. J., 2002. Rank ordering engineering designs: pairwise comparison charts and Borda counts. *Research in Engineering Design*, Volume 13, pp. 236-242.
- Feigenbaum, A. V., 1991. *Total quality control*. New York: McGraw-Hill.
- Figueira, J., Greco, S. & Ehrgott, M., 2005. *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. Boston, MA: Springer .

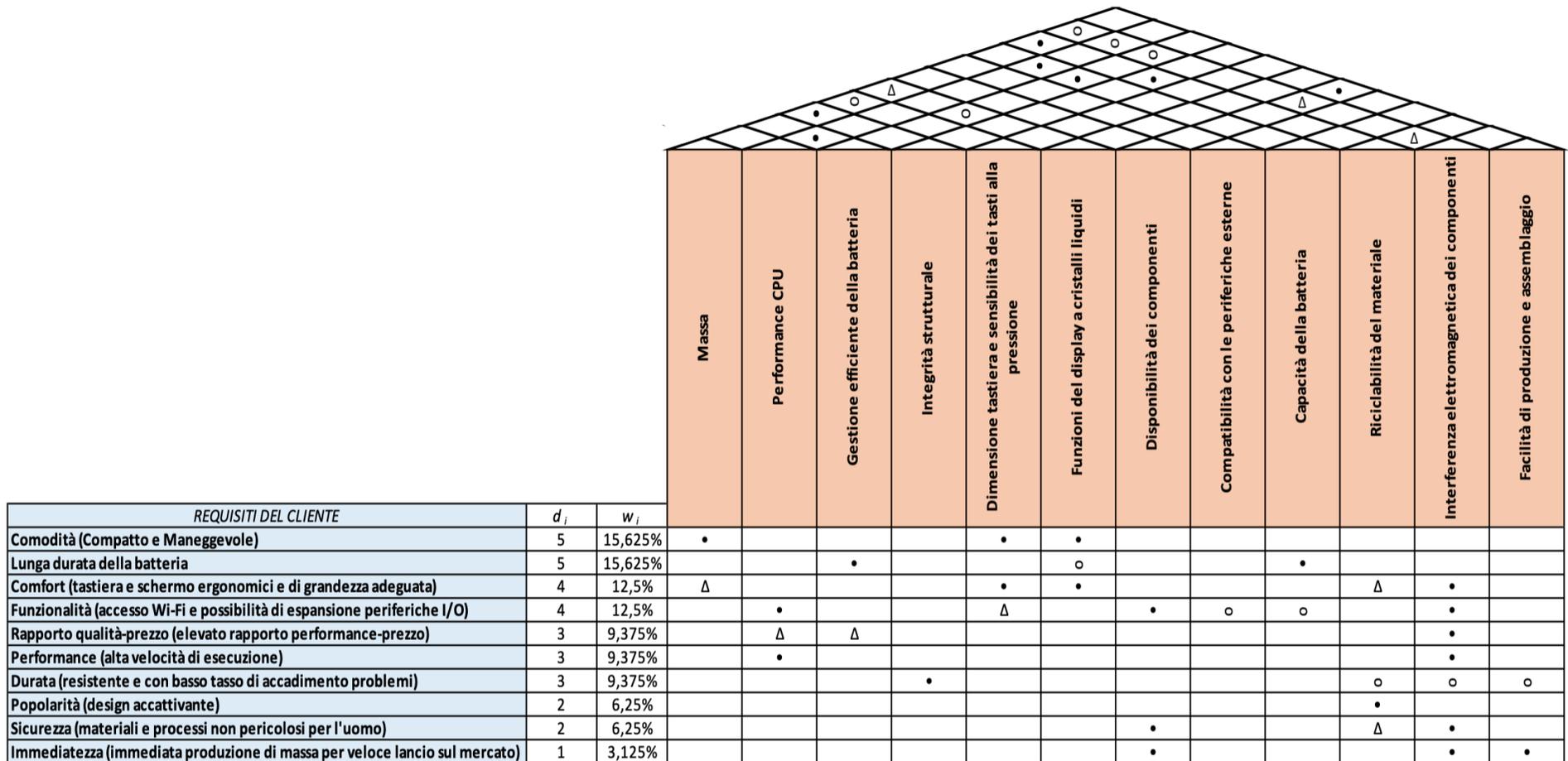
- Floyd, R. W., 1967. Nondeterministic Algorithms. *Journal of the ACM*, 14(4), pp. 636-644.
- Franceschini, F., 2001. *Dai prodotti ai servizi*. s.l.:UTET Università.
- Franceschini, F., 2002. *Advanced Quality Function Deployment*. Boca Raton: St.Lucie Press.
- Franceschini, F., Galetto, M., Maisano, D. & Mastrogiacomo, L., 2015. Prioritisation of engineering characteristics in QFD in the case of customer requirement orderings. *International Journal of Production Research*, 53(13).
- Franceschini, F., Galetto, M., Maisano, D. & Mastrogiacomo, L., 2017. Ordinal aggregation operators to support the engineering characteristic prioritization in QFD. *International Journal Advanced Manufacturing Technology*, Volume 91, pp. 4069-4080.
- Franceschini, F. & Rossetto, S., 1995. QFD: The Problem of Comparing Technical/Engineering Design Requirements. *Research in Engineering Design*, 7(4), pp. 270-278.
- Franceschini, F. & Rossetto, S., 2002. QFD: an interactive algorithm for the prioritization of product's technical design characteristics. *Integrated Manufacturing Systems*, 13(1), pp. 69-75.
- Franceschini, F. & Rupil, A., 1999. Rating scales and prioritization in QFD. *International Journal of Quality and Reliability Management*, 16(1), pp. 85-97.
- Griffin, A. & Hauser, J., 1993. The voice of customer. *Marketing Science*, 12(1), pp. 1-27.
- Hauser, J. R. & Clausing, D., 1988. The House of Quality. Volume 5-6, pp. 63-73.
- Hosseini Motlagh, S. M. et al., 2015. Fuzzy PROMETHEE GDSS for technical requirements ranking in HOQ. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Volume 76, pp. 1993-2002.
- Hwang, C. & Yoon, K., 1981. *Multi Attribute Decision Making: Methods and Applications*. New York: Springer-Verlag.
- Kendall, M. & Babington Smith, B., 1940. On the Method of Paired Comparisons. *Biometrika*, 31(3/4), pp. 324-345.
- Lee, B. & Yun, Y. S., 2011. THE GENERALIZED TRAPEZOIDAL FUZZY SETS. *Journal of the Chungcheong Mathematical Society*, 24(2), pp. 253-266.
- Lockamy, A. & Khurana, A., 1995. Quality function deployment: total quality management for new product design. *International Journal of Quality & Reliability Management*, pp. Vol. 12 Issue: 6, pp.73-84.
- Lohrey, J., 2017. The disadvantages of Quality Function Deployment. *Bizfluent*. [Online] Available at: <https://bizfluent.com/info-8705664-disadvantages-quality-function-deployment.html> [Consultato il giorno 5 Ottobre 2018].
- Lyman, D., 1990. Deployment Normalization, Second Symposium on Quality Function Deployment co-sponsored by ASCQ and ASI. pp. 307-315.

- Mansir, B. E. & Schacht, N. R., 1989. *Total Quality Management: A Guide to Implementation*, Bethesda: Logistic Management Institute.
- Mareschal, B. & De Smet, Y., 2009. Visual PROMETHEE: Developments of the PROMETHEE and GAIA Multicriteria Decision Aid Methods. *IEEE*.
- Nagoor Gani, A. & Mohamed Assarudeen, S., 2012. A New Operation on Triangular Fuzzy Number for Solving Fuzzy Linear Programming Problem. *Applied Mathematical Sciences*, 6(11), pp. 525-532.
- Norese, M. F., 2002. Introduzione ai metodi multicriteri di surclassamento. *Politecnico di Torino*. [Online]  
Available at: <http://corsiadistanza.polito.it/corsi/pdf/9356S/Surclassamento.pdf>  
[Consultato il giorno 20 Ottobre 2018].
- Parkan, C., 1991. The calculation of operational performance rating. *International Journal of Production Economics*, Volume 24, pp. 165-173.
- Ramanathan, R. & Yunfeng, J., 2009. Incorporating cost and environmental factors in quality function deployment using data envelopment analysis. *Omega*, Volume 37, pp. 711-723.
- Roberts, F. S., 1985. *Measurement Theory with applications to Decisionmaking, Utility and Social Sciences*. New Brunswick, NJ: Cambridge University Press.
- Roy, B., 1968. Classement et choix en présence de points de vue multiples. *Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle*, 2(V1), pp. 55-75.
- Roy, B. & Bertier, P., 1971. La méthode ELECTRE II. Note de travail 142, SEMA-METRA Metra International.
- Saaty, T. L., 1988. *Multicriteria Decision Making-The Analytic Hierarchy Process. Planning, Priority Seeting, Resource Allocation..* Pittsburgh, PA: RWS Publishing.
- Shen, X. X., C., T. K. & Xie, M., 2001. The implementation of quality function deployment based on linguistic data. *Journal of Intelligent Manufacturing*, Volume 12, pp. 65-75.
- Siskos, J., Lochard, J. & Lombard, J., 1984. A multicriteria decision making methodology under fuzziness: application to the evaluation of radiological protection in nuclear power plants. *TIMS/Studies in the Management Sciences*, pp. 261-283.
- Skalna, I. et al., 2015. Ordering Fuzzy Numbers. In: *Advances in Fuzzy Decision Making, Theory and Practice*. s.l.:Springer, pp. 27-48.
- Stevens, S. S., 1946. On the Theory of Scales Measurement. *Science*, 103(2684), pp. 677-680.
- Stewart, D., 2017. The advantages of Quality Function Deployment. *Bizfluent*. [Online]  
Available at: <https://bizfluent.com/info-8684703-advantages-quality-function-deployment.html>  
[Consultato il giorno 5 Ottobre 2018].

- Sullivan, L., 1986b. Quality Function Deployment. *Quality Progress*, 19 (6), pp. 39-50.
- Tzeng, G.-H. & Huang, J.-J., 2011. *Multiple Attribute Decision Making*. Boca Raton, FL: CRC Press.
- Wang, J., 1999. Fuzzy outranking approach to prioritize design requirements in quality function deployment. *International Journal of Production Research*, 37(4), pp. 899-916.
- Wasserman, G., 1993. On how to prioritize design requirements during the QFD planning process. *IIE Trans.*, 25(3), pp. 59-65.
- Wolniak, R., 2018. The use of QFD method advantages and limitations. *Production engineering archives*, Volume 18, pp. 14-17.
- Yager, R. R., 1988. On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multicriteria Decisionmaking. *IEEE transactions on systems, man and cybernetics*, 18(1), pp. 183-190.
- Yager, R. R., 1992. Applications and Extensions of OWA aggregations. *International Journal of Man-Machine studies*, 37(1), pp. 103-122.
- Yager, R. R., 2001. Fusion of multi-agent preference orderings. *Fuzzy sets and systems*, 117(1), pp. 1-12.
- Yager, R. R. & Filev, D. P., 1994. *Essentials of fuzzy modelling and control*. New York: John Wiley .
- Zadeh, L. A., 1965. Fuzzy sets. *Information and control*, Volume 8, pp. 338-353.
- Zadeh, L. A., 1978. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, Volume 1, pp. 3-28.
- Zadeh, L. A., 1983. A Computational Approach to Fuzzy Quantifiers in Natural Languages. *Computing and Mathematics with applications*, Volume 9, pp. 149-184.

# Allegati

Allegato 1-La casa della qualità di un PC notebook (Chen & Huang, 2015)



Allegato 2-Normalizzazione di Lyman

	$d_i$	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	5	0,333	0	0	0	0,333	0,333	0	0	0	0	0	0
CR2	5	0	0	0,429	0	0	0,143	0	0	0,429	0	0	0
CR3	4	0,034	0	0	0	0,310	0,310	0	0	0	0,034	0,310	0
CR4	4	0	0,265	0	0	0,029	0	0,265	0,088	0,088	0	0,265	0
CR5	3	0	0,091	0,091	0	0	0	0	0	0	0	0,818	0
CR6	3	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,500	0
CR7	3	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0,167	0,167	0,167
CR8	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CR9	2	0	0	0	0	0	0	0,474	0	0	0,053	0,474	0
CR10	1	0	0	0	0	0	0	0,333	0	0	0	0,333	0,333
$w_j$		1,805	2,832	2,416	1,500	3,026	3,622	2,340	0,353	2,496	2,743	8,035	0,833
$w_j^*$		5,6%	8,8%	7,5%	4,7%	9,5%	11,3%	7,3%	1,1%	7,8%	8,6%	25,1%	2,6%

Tabella A2.1 Matrice delle relazioni normalizzata con metodo di Lyman (scala 1-3-9)

	$d_i$	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	5	0,333	0	0	0	0,333	0,333	0	0	0	0	0	0
CR2	5	0	0	0,385	0	0	0,231	0	0	0,385	0	0	0
CR3	4	0,059	0	0	0	0,294	0,294	0	0	0	0,059	0,294	0
CR4	4	0	0,227	0	0	0,045	0	0,227	0,136	0,136	0	0,227	0
CR5	3	0	0,143	0,143	0	0	0	0	0	0	0	0,714	0
CR6	3	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0
CR7	3	0	0	0	0,357	0	0	0	0	0	0,214	0,214	0,214
CR8	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CR9	2	0	0	0	0	0	0	0,455	0	0	0,091	0,455	0
CR10	1	0	0	0	0	0	0	0,333	0	0	0	0,333	0,333
$w_j$		1,902	2,838	2,352	1,071	3,025	3,997	2,152	0,545	2,469	3,060	7,614	0,976
$w_j^*$		5,9%	8,9%	7,3%	3,3%	9,5%	12,5%	6,7%	1,7%	7,7%	9,6%	23,8%	3,1%

Tabella A2.2 Importanze tecniche calcolate con metodo di Lyman (scala 1-3-5)

	$d_i$	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	5	0,333	0	0	0	0,333	0,333	0	0	0	0	0
CR2	5	0	0	0,429	0	0	0,143	0	0,429	0	0	0
CR3	4	0,034	0	0	0	0,310	0,310	0	0	0,034	0,310	0
CR4	4	0	0,290	0	0	0,032	0	0,290	0,097	0	0,290	0
CR5	3	0	0,091	0,091	0	0	0	0	0	0	0,818	0
CR6	3	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0
CR7	3	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0,167	0,167	0,167
CR8	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CR9	2	0	0	0	0	0	0	0,474	0	0,053	0,474	0
CR10	1	0	0	0	0	0	0	0,333	0	0	0,333	0,333
$w_j$		1,80	2,93	2,42	1,50	3,04	3,62	2,44	2,53	2,74	8,14	0,83
$w_j^*$		5,6%	9,2%	7,5%	4,7%	9,5%	11,3%	7,6%	7,9%	8,6%	25,4%	2,6%

Tabella A2.3 Importanze tecniche con metodo di Lyman, esclusione di EC8 (scala 1-3-9)

	$d_i$	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	5	0,333	0	0	0	0,333	0,333	0	0	0	0	0
CR2	5	0	0	0,385	0	0	0,231	0	0,385	0	0	0
CR3	4	0,059	0	0	0	0,294	0,294	0	0	0,059	0,294	0
CR4	4	0	0,263	0	0	0,053	0	0,263	0,158	0	0,263	0
CR5	3	0	0,143	0,143	0	0	0	0	0	0	0,714	0
CR6	3	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0
CR7	3	0	0	0	0,357	0	0	0	0	0,214	0,214	0,214
CR8	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CR9	2	0	0	0	0	0	0	0,455	0	0,091	0,455	0
CR10	1	0	0	0	0	0	0	0,333	0	0	0,333	0,333
$w_j$		1,90	2,98	2,35	1,07	3,05	4,00	2,30	2,55	3,06	7,76	0,98
$w_j^*$		5,9%	9,3%	7,3%	3,3%	9,5%	12,5%	7,2%	8,0%	9,6%	24,2%	3,1%

Tabella A2.4 Importanze tecniche con metodo di Lyman, esclusione di EC8 (scala 1-3-5)

Allegato 3- TOPSIS e OCRA

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0,5774	0	0	0	0,5774	0,5774	0	0	0	0	0	0
CR2	0	0	0,6882	0	0	0,2294	0	0	0,6882	0	0	0
CR3	0,0639	0	0	0	0,5750	0,5750	0	0	0	0,0639	0,5750	0
CR4	0	0,5560	0	0	0,0618	0	0,5560	0,1853	0,1853	0	0,5560	0
CR5	0	0,1098	0,1098	0	0	0	0	0	0	0	0,9879	0
CR6	0	0,7071	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7071	0
CR7	0	0	0	0,8660	0	0	0	0	0	0,2887	0,2887	0,2887
CR8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CR9	0	0	0	0	0	0	0,7049	0	0	0,0783	0,7049	0
CR10	0	0	0	0	0	0	0,5774	0	0	0	0,5774	0,5774

Tabella A3.1 Normalizzazione matrice delle relazioni (scala 1-3-9)

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0	0,0081	0,0081	0,0081	0	0	0,0081	0,0081	0,0081	0,0081	0,0081	0,0081
CR2	0,0116	0,0116	0	0,0116	0,0116	0,0051	0,0116	0,0116	0	0,0116	0,0116	0,0116
CR3	0,0041	0,0052	0,0052	0,0052	0	0	0,0052	0,0052	0,0052	0,0041	0	0,0052
CR4	0,0048	0	0,0048	0,0048	0,0038	0,0048	0	0,0021	0,0021	0,0048	0	0,0048
CR5	0,0086	0,0068	0,0068	0,0086	0,0086	0,0086	0,0086	0,0086	0,0086	0,0086	0	0,0086
CR6	0,0044	0	0,0044	0,0044	0,0044	0,0044	0,0044	0,0044	0,0044	0,0044	0	0,0044
CR7	0,0066	0,0066	0,0066	0	0,0066	0,0066	0,0066	0,0066	0,0066	0,0029	0,0029	0,0029
CR8	0,0039	0,0039	0,0039	0,0039	0,0039	0,0039	0,0039	0,0039	0,0039	0	0,0039	0,0039
CR9	0,0019	0,0019	0,0019	0,0019	0,0019	0,0019	0	0,0019	0,0019	0,0015	0	0,0019
CR10	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0	0,0003	0,0003	0,0003	0	0
$d(H_j, H_+)$	0,215	0,211	0,205	0,221	0,203	0,189	0,220	0,230	0,203	0,215	0,163	0,227

Tabella A3.2 Calcolo distanze dalla soluzione migliore (scala 1-3-9)

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0	0,00814	0,00814	0,00814	0	0	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814
CR2	0,00128	0,00128	0,00514	0,00128	0,00128	0	0,00128	0,00128	0,00514	0,00128	0,00128	0,00128
CR3	0	0,00006	0,00006	0,00006	0,00408	0,00408	0,00006	0,00006	0,00006	0	0,00408	0,00006
CR4	0,00006	0,00382	0,00006	0,00006	0	0,00006	0,00382	0,00024	0,00024	0,00006	0,00382	0,00006
CR5	0,00011	0	0	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00678	0,00011
CR6	0,00439	0	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0	0,00439
CR7	0,00073	0,00073	0,00073	0,00293	0,00073	0,00073	0,00073	0,00073	0,00073	0	0	0
CR8	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0	0,00391	0,00391
CR9	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00153	0,00002	0,00002	0	0,00153	0,00002
CR10	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0	0,00033	0,00033	0,00033	0	0
$d(H_j, H_-)$	0,104	0,135	0,151	0,146	0,122	0,117	0,155	0,139	0,152	0,120	0,172	0,134

Tabella A3.3 Calcolo distanze dalla soluzione peggiore (scala 1-3-9)

$  CR_i  $	$EC^+$	$EC^-$
15,620	0,576	0,064
13,077	0,688	0,229
15,652	0,575	0,064
16,186	0,556	0,062
9,110	0,988	0,110
12,728	0,707	0,707
10,392	0,866	0,289
9	1	1
12,767	0,705	0,078
15,588	0,577	0,577

Tabella A3.4 Normalizzazione vettori soluzione ottimale e peggiore,  $r_{14}=1$  (scala 1-3-9)

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0,5762	0	0	0,0640	0,5762	0,5762	0	0	0	0	0	0
CR2	0	0	0,6882	0	0	0,2294	0	0	0,6882	0	0	0
CR3	0,0639	0	0	0	0,5750	0,5750	0	0	0	0,0639	0,5750	0
CR4	0	0,5560	0	0	0,0618	0	0,5560	0,1853	0,1853	0	0,5560	0
CR5	0	0,1098	0,1098	0	0	0	0	0	0	0	0,9879	0
CR6	0	0,7071	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7071	0
CR7	0	0	0	0,8660	0	0	0	0	0	0,2887	0,2887	0,2887
CR8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CR9	0	0	0	0	0	0	0,7049	0	0	0,0783	0,7049	0
CR10	0	0	0	0	0	0	0,5774	0	0	0	0,5774	0,5774

Tabella A3.5 Normalizzazione matrice delle relazioni,  $r_{14}=1$  (scala 1-3-9)

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0	0,00810	0,00810	0,00640	0	0	0,00810	0,00810	0,00810	0,00810	0,00810	0,00810
CR2	0,01156	0,01156	0	0,01156	0,01156	0,00514	0,01156	0,01156	0	0,01156	0,01156	0,01156
CR3	0,00408	0,00517	0,00517	0,00517	0	0	0,00517	0,00517	0,00517	0,00408	0	0,00517
CR4	0,00483	0	0,00483	0,00483	0,00382	0,00483	0	0,00215	0,00215	0,00483	0	0,00483
CR5	0,00858	0,00678	0,00678	0,00858	0,00858	0,00858	0,00858	0,00858	0,00858	0,00858	0	0,00858
CR6	0,00439	0	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0	0,00439
CR7	0,00659	0,00659	0,00659	0	0,00659	0,00659	0,00659	0,00659	0,00659	0,00293	0,00293	0,00293
CR8	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0	0,00391	0,00391
CR9	0,00194	0,00194	0,00194	0,00194	0,00194	0,00194	0	0,00194	0,00194	0,00153	0	0,00194
CR10	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0	0,00033	0,00033	0,00033	0	0
$d(H_i, H_+)$	0,215	0,211	0,205	0,217	0,203	0,189	0,220	0,230	0,203	0,215	0,163	0,227

Tabella A3.6 Calcolo distanze dalla soluzione migliore,  $r_{14}=1$  (scala 1-3-9)

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0,00640	0,00010	0,00010	0	0,00640	0,00640	0,00010	0,00010	0,00010	0,00010	0,00010	0,00010
CR2	0,00128	0,00128	0,00514	0,00128	0,00128	0	0,00128	0,00128	0,00514	0,00128	0,00128	0,00128
CR3	0	0,00006	0,00006	0,00006	0,00408	0,00408	0,00006	0,00006	0,00006	0	0,00408	0,00006
CR4	0,00006	0,00382	0,00006	0,00006	0	0,00006	0,00382	0,00024	0,00024	0,00006	0,00382	0,00006
CR5	0,00011	0	0	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00678	0,00011
CR6	0,00439	0	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0	0,00439
CR7	0,00073	0,00073	0,00073	0,00293	0,00073	0,00073	0,00073	0,00073	0,00073	0	0	0
CR8	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0	0,00391	0,00391
CR9	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00153	0,00002	0,00002	0	0,00153	0,00002
CR10	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0	0,00033	0,00033	0,00033	0	0
$d(H_p, H_s)$	0,131	0,101	0,121	0,114	0,146	0,142	0,126	0,106	0,123	0,079	0,147	0,100

Tabella A3.7 Calcolo distanze dalla soluzione peggiore,  $r_{14}=1$  (scala 1-3-9)

$  CR_i  $	$EC^+$	$EC^-$
12,728	0,707	0,707
13,077	0,688	0,229
15,620	0,576	0,064
16,186	0,556	0,062
9,110	0,988	0,110
12,728	0,707	0,707
10,392	0,866	0,289
9	1	1
12,767	0,705	0,078
15,588	0,577	0,577

Tabella A3.8 Normalizzazione vettori soluzione ottimale e peggiore, esclusione EC1 (scala 1-3-9)

	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0	0	0	0,7071	0,7071	0	0	0	0	0	0
CR2	0	0,6882	0	0	0,2294	0	0	0,6882	0	0	0
CR3	0	0	0	0,5762	0,5762	0	0	0	0,0640	0,5762	0
CR4	0,5560	0	0	0,0618	0	0,5560	0,1853	0,1853	0	0,5560	0
CR5	0,1098	0,1098	0	0	0	0	0	0	0	0,9879	0
CR6	0,7071	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7071	0
CR7	0	0	0,8660	0	0	0	0	0	0,2887	0,2887	0,2887
CR8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CR9	0	0	0	0	0	0,7049	0	0	0,0783	0,7049	0
CR10	0	0	0	0	0	0,5774	0	0	0	0,5774	0,5774

Tabella A3.9 Normalizzazione matrice delle relazioni, esclusione EC1 (scala 1-3-9)

	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0,01221	0,01221	0,01221	0	0	0,01221	0,01221	0,01221	0,01221	0,01221	0,01221
CR2	0,01156	0	0,01156	0,01156	0,00514	0,01156	0,01156	0	0,01156	0,01156	0,01156
CR3	0,00519	0,00519	0,00519	0	0	0,00519	0,00519	0,00519	0,00410	0	0,00519
CR4	0	0,00483	0,00483	0,00382	0,00483	0	0,00215	0,00215	0,00483	0	0,00483
CR5	0,00678	0,00678	0,00858	0,00858	0,00858	0,00858	0,00858	0,00858	0,00858	0	0,00858
CR6	0	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0	0,00439
CR7	0,00659	0,00659	0	0,00659	0,00659	0,00659	0,00659	0,00659	0,00293	0,00293	0,00293
CR8	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0	0,00391	0,00391
CR9	0,00194	0,00194	0,00194	0,00194	0,00194	0	0,00194	0,00194	0,00153	0	0,00194
CR10	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0	0,00033	0,00033	0,00033	0	0
$d(H_i, H_+)$	0,220	0,215	0,230	0,203	0,189	0,229	0,238	0,213	0,225	0,175	0,236

Tabella A3.10 Calcolo distanze dalla soluzione migliore, esclusione EC1 (scala 1-3-9)

	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0,01221	0,01221	0,01221	0	0	0,01221	0,01221	0,01221	0,01221	0,01221	0,01221
CR2	0,00128	0,00514	0,00128	0,00128	0	0,00128	0,00128	0,00514	0,00128	0,00128	0,00128
CR3	0,00006	0,00006	0,00006	0,00410	0,00410	0,00006	0,00006	0,00006	0	0,00410	0,00006
CR4	0,00382	0,00006	0,00006	0	0,00006	0,00382	0,00024	0,00024	0,00006	0,00382	0,00006
CR5	0	0	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00011	0,00678	0,00011
CR6	0	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0	0,00439
CR7	0,00073	0,00073	0,00293	0,00073	0,00073	0,00073	0,00073	0,00073	0	0	0
CR8	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0	0,00391	0,00391
CR9	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00153	0,00002	0,00002	0	0,00153	0,00002
CR10	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0	0,00033	0,00033	0,00033	0	0
$d(H_i, H_-)$	0,150	0,164	0,159	0,122	0,117	0,167	0,153	0,165	0,136	0,183	0,148

Tabella A3.11 Calcolo distanze dalla soluzione peggiore, esclusione EC1 (scala 1-3-9)

$  CR_i  $	$EC^+$	$EC^-$
8,660	0,577	0,577
7,681	0,651	0,391
8,775	0,570	0,114
9,695	0,516	0,103
5,196	0,962	0,192
7,071	0,707	0,707
7,211	0,693	0,416
5	1	1
7,141	0,700	0,140
8,660	0,577	0,577

Tabella A3.12 Normalizzazione vettori soluzione ottimale e peggiore (scala 1-3-5)

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0,5774	0	0	0	0,5774	0,5774	0	0	0	0	0	0
CR2	0	0	0,6509	0	0	0,3906	0	0	0,6509	0	0	0
CR3	0,1140	0	0	0	0,5698	0,5698	0	0	0	0,1140	0,5698	0
CR4	0	0,5157	0	0	0,1031	0	0,5157	0,3094	0,3094	0	0,5157	0
CR5	0	0,1925	0,1925	0	0	0	0	0	0	0	0,9623	0
CR6	0	0,7071	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7071	0
CR7	0	0	0	0,6934	0	0	0	0	0	0,4160	0,4160	0,4160
CR8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CR9	0	0	0	0	0	0	0,7001	0	0	0,1400	0,7001	0
CR10	0	0	0	0	0	0	0,5774	0	0	0	0,5774	0,5774

Tabella A3.13 Normalizzazione matrice delle relazioni (scala 1-3-5)

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0	0,00814	0,00814	0,00814	0	0	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814
CR2	0,01034	0,01034	0	0,01034	0,01034	0,00166	0,01034	0,01034	0	0,01034	0,01034	0,01034
CR3	0,00325	0,00507	0,00507	0,00507	0	0	0,00507	0,00507	0,00507	0,00325	0	0,00507
CR4	0,00416	0	0,00416	0,00416	0,00266	0,00416	0	0,00066	0,00066	0,00416	0	0,00416
CR5	0,00814	0,00521	0,00521	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814	0	0,00814
CR6	0,00439	0	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0	0,00439
CR7	0,00423	0,00423	0,00423	0	0,00423	0,00423	0,00423	0,00423	0,00423	0,00068	0,00068	0,00068
CR8	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0	0,00391	0,00391
CR9	0,00191	0,00191	0,00191	0,00191	0,00191	0,00191	0	0,00191	0,00191	0,00123	0	0,00191
CR10	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0	0,00033	0,00033	0,00033	0	0
$d(H_i, H_+)$	0,202	0,198	0,193	0,215	0,189	0,169	0,210	0,217	0,192	0,202	0,152	0,216

Tabella A3.14 Calcolo distanze dalla soluzione ottimale (scala 1-3-5)

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0	0,00814	0,00814	0,00814	0	0	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814	0,00814
CR2	0,00372	0,00372	0,00166	0,00372	0,00372	0	0,00372	0,00372	0,00166	0,00372	0,00372	0,00372
CR3	0	0,00020	0,00020	0,00020	0,00325	0,00325	0,00020	0,00020	0,00020	0	0,00325	0,00020
CR4	0,00017	0,00266	0,00017	0,00017	0	0,00017	0,00266	0,00066	0,00066	0,00017	0,00266	0,00017
CR5	0,00033	0	0,00000	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00521	0,00033
CR6	0,00439	0	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0,00439	0	0,00439
CR7	0,00152	0,00152	0,00152	0,00068	0,00152	0,00152	0,00152	0,00152	0,00152	0	0	0
CR8	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0,00391	0	0,00391	0,00391
CR9	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008	0,00123	0,00008	0,00008	0	0,00123	0,00008
CR10	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0,00033	0	0,00033	0,00033	0,00033	0	0
$d(H_i, H_-)$	0,120	0,143	0,143	0,148	0,132	0,118	0,162	0,153	0,146	0,131	0,168	0,145

Tabella A3.15 Calcolo distanze dalla soluzione peggiore (scala 1-3-5)

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11
CR1	0	0,156	0,156	0,156	0	0	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156
CR2	0,469	0,469	0	0,469	0,469	0,313	0,469	0,469	0	0,469	0,469
CR3	1	1,125	1,125	1,125	0	0	1,125	1,125	1,125	1	0
CR4	1,125	0	1,125	1,125	1	1,125	0	0,750	0,750	1,125	0
CR5	0,844	0,750	0,750	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0
CR6	0,094	0	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0
CR7	0,281	0,281	0,281	0	0,281	0,281	0,281	0,281	0,281	0,188	0,188
CR8	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0	0,063
CR9	0,563	0,563	0,563	0,563	0,563	0,563	0	0,563	0,563	0,5	0
CR10	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0	0,031	0,031	0,031	0
OCRA	4,469	3,438	4,188	4,469	3,344	3,313	3,031	4,375	3,906	4,406	0,875
E	3,594	2,563	3,313	3,594	2,469	2,438	2,156	3,5	3,031	3,531	0

Tabella A3.16 Calcolo parametri OCRA ed E (esclusione EC12)

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
CR1	0	0,156	0,156	0,156	0	0	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156
CR2	0,469	0,469	0	0,469	0,469	0,313	0,469	0,469	0	0,469	0,469	0,469
CR3	1	1,125	1,125	1,125	0	0	1,125	1,125	1,125	1	0	1,125
CR4	1,125	0	1,125	1,125	1	1,125	0	0,750	0,750	1,125	0	1,125
CR5	0,844	0,75	0,750	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844	0	0,844
CR6	0,094	0	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0	0,094
CR7	0,281	0,281	0,281	0	0,281	0,281	0,281	0,281	0,281	0,188	0,188	0,188
CR8	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0	0,063	0,063
CR9	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0	0,188	0,188	0,125	0	0,188
CR10	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0	0,031	0,031	0,031	0	0
OCRA	4,094	3,063	3,813	4,094	2,969	2,938	3,031	4	3,531	4,031	0,875	4,250
E	3,219	2,188	2,938	3,219	2,094	2,063	2,156	3,125	2,656	3,156	0	3,375

Tabella A3.17 Calcolo parametri OCRA ed E,  $r_{9,10}=3$ (scala 1-3-9)

Allegato 4- ELECTRE II, test di concordanza e non discordanza

		$I^+(EC_j, EC_k)$	$I^-(EC_j, EC_k)$	$I(EC_j, EC_k)$	$w^+$	$w^-$	$w^-$	$(w^+ + w^-)/w$	$w^+/w^-$	$aSa'$ ( $k=0,66$ )	$aSa'$ ( $k=0,75$ )	$aSa'$ ( $k=0,8$ )
EC1	EC2	1,3	2,7,8,9,10	4,5,6	0,28125	0,3125	0,40625	0,6875	0,9	No	No	No
EC1	EC3	1,3	4,6,7,8,9,10	2,5	0,28125	0,25	0,46875	0,75	1,125	Si	Si	No
EC1	EC4	1,3	2,4,5,6,8,9,10	7	0,28125	0,09375	0,625	0,90625	3	Si	Si	Si
EC1	EC5	/	1,2,5,6,7,8,9,10	3,4	0	0,25	0,75	0,75	0	No	No	No
EC1	EC6	/	1,4,5,6,7,8,9,10	2,3	0	0,28125	0,71875	0,71875	0	No	No	No
EC1	EC7	1,3	2,5,6,7,8	4,9,10	0,28125	0,21875	0,5	0,78125	1,286	Si	Si	No
EC1	EC8	1,3	2,5,6,7,8,9,10	4	0,28125	0,125	0,59375	0,875	2,25	Si	Si	Si
EC1	EC9	1,3	5,6,7,8,9,10	2,4	0,28125	0,28125	0,4375	0,71875	1	Si	No	No
EC1	EC10	1	2,3,4,5,6,10	7,8,9	0,15625	0,21875	0,625	0,78125	0,714	No	No	No
EC1	EC11	1	2,8	3,4,5,6,7,9,10	0,15625	0,625	0,21875	0,375	0,25	No	No	No
EC1	EC12	1,3	2,4,5,6,8,9	7, 10	0,28125	0,125	0,59375	0,875	2,25	Si	Si	Si
EC2	EC1	4,5,6	2,7,8,9,10	1,3	0,3125	0,28125	0,40625	0,71875	1,111	Si	No	No
EC2	EC3	4,6	1,3,5,7,8,9,10	2	0,21875	0,15625	0,625	0,84375	1,4	Si	Si	Si
EC2	EC4	4,5,6	1,2,3,8,9,10	7	0,3125	0,09375	0,59375	0,90625	3,333	Si	Si	Si
EC2	EC5	4,5,6	2,7,8,9,10	1,3	0,3125	0,28125	0,40625	0,71875	1,111	Si	No	No
EC2	EC6	4,5,6	7,8,9,10	1,2,3	0,3125	0,4375	0,25	0,5625	0,714	No	No	No
EC2	EC7	5,6	1,2,3,4,7,8	9, 10	0,1875	0,09375	0,71875	0,90625	2	Si	Si	Si
EC2	EC8	4,5,6	1,2,3,7,8,9,10	/	0,3125	0	0,6875	1	1	Si	Si	Si
EC2	EC9	4,5,6	1,3,7,8,9,10	2	0,3125	0,15625	0,53125	0,84375	2	Si	Si	Si
EC2	EC10	4,5,6	1,2,10	3,7,8,9	0,3125	0,34375	0,34375	0,65625	0,909	No	No	No
EC2	EC11	/	1,2,4,6,8	3,5,7,9,10	0	0,40625	0,59375	0,59375	0	No	No	No
EC2	EC12	4,5,6	1,2,3,8,9	7, 10	0,3125	0,125	0,5625	0,875	2,5	Si	Si	Si
EC3	EC1	2,5	4,6,7,8,9,10	1,3	0,25	0,28125	0,46875	0,71875	0,889	No	No	No
EC3	EC2	2	1,3,5,7,8,9,10	4,6	0,15625	0,21875	0,625	0,78125	0,714	No	No	No
EC3	EC4	2,5	1,3,4,6,8,9,10	7	0,25	0,09375	0,65625	0,90625	2,667	Si	Si	Si
EC3	EC5	2,5	6,7,8,9,10	1,3,4	0,25	0,40625	0,34375	0,59375	0,615	No	No	No
EC3	EC6	2,5	4,6,7,8,9,10	1,3	0,25	0,28125	0,46875	0,71875	0,889	No	No	No
EC3	EC7	2,5	1,3,6,7,8	4,9,10	0,25	0,21875	0,53125	0,78125	1,143	Si	Si	No
EC3	EC8	2,5	1,3,6,7,8,9,10	4	0,25	0,125	0,625	0,875	2	Si	Si	Si
EC3	EC9	5	1,2,3,6,7,8,9,10	4	0,09375	0,125	0,78125	0,875	0,75	No	No	No
EC3	EC10	2,5	1,4,6,10	3,7,8,9	0,25	0,34375	0,40625	0,65625	0,727	No	No	No
EC3	EC11	2	1,8	3,4,5,6,7,9,10	0,15625	0,625	0,21875	0,375	0,25	No	No	No
EC3	EC12	2,5	1,3,4,6,8,9	7, 10	0,25	0,125	0,625	0,875	2	Si	Si	Si
EC4	EC1	7	2,4,5,6,8,9,10	1,3	0,09375	0,28125	0,625	0,71875	0,333	No	No	No
EC4	EC2	7	1,2,3,8,9,10	4,5,6	0,09375	0,3125	0,59375	0,6875	0,3	No	No	No
EC4	EC3	7	1,3,4,6,8,9,10	2,5	0,09375	0,25	0,65625	0,75	0,375	No	No	No
EC4	EC5	7	2,5,6,8,9,10	1,3,4	0,09375	0,40625	0,5	0,59375	0,231	No	No	No
EC4	EC6	7	4,5,6,8,9,10	1,2,3	0,09375	0,4375	0,46875	0,5625	0,214	No	No	No
EC4	EC7	7	1,2,3,5,6,8	4,9,10	0,09375	0,21875	0,6875	0,78125	0,429	No	No	No
EC4	EC8	7	1,2,3,5,6,8,9,10	4	0,09375	0,125	0,78125	0,875	0,75	No	No	No
EC4	EC9	7	1,3,5,6,8,9,10	2,4	0,09375	0,28125	0,625	0,71875	0,333	No	No	No

EC4	EC10	7	1,2,4,5,6,10	3,8,9	0,09375	0,25	0,65625	0,75	0,375	No	No	No
EC4	EC11	7	1,2,8	3,4,5,6,9,10	0,09375	0,53125	0,375	0,46875	0,176	No	No	No
EC4	EC12	7	1,2,3,4,5,6,8,9	10	0,09375	0,03125	0,875	0,96875	3	Si	Si	Si
EC5	EC1	3,4	1,2,5,6,7,8,9,10	/	0,25	0	0,75	1	1	Si	Si	Si
EC5	EC2	1,3	2,7,8,9,10	4,5,6	0,28125	0,3125	0,40625	0,6875	0,9	No	No	No
EC5	EC3	1,3,4	6,7,8,9,10	2,5	0,40625	0,25	0,34375	0,75	1,625	Si	Si	No
EC5	EC4	1,3,4	2,5,6,8,9,10	7	0,40625	0,09375	0,5	0,90625	4,333	Si	Si	Si
EC5	EC6	4	1,3,5,6,7,8,9,10	2	0,125	0,15625	0,71875	0,84375	0,8	No	No	No
EC5	EC7	1,3	2,5,6,7,8	4,9,10	0,28125	0,21875	0,5	0,78125	1,286	Si	Si	No
EC5	EC8	1,3	2,5,6,7,8,9,10	4	0,28125	0,125	0,59375	0,875	2,25	Si	Si	Si
EC5	EC9	1,3	5,6,7,8,9,10	2,4	0,28125	0,28125	0,4375	0,71875	1	Si	No	No
EC5	EC10	1,3,4	2,5,6,10	7,8,9	0,40625	0,21875	0,375	0,78125	1,857	Si	Si	No
EC5	EC11	1	2,8,3	4,5,6,7,9,10	0,15625	0,5	0,34375	0,5	0,3125	No	No	No
EC5	EC12	1,3,4	2,5,6,8,9	7, 10	0,40625	0,125	0,46875	0,875	3,25	Si	Si	Si
EC6	EC1	2,3	1,4,5,6,7,8,9,10	/	0,28125	0	0,71875	1	1	Si	Si	Si
EC6	EC2	1,2,3	7,8,9,10	4,5,6	0,4375	0,3125	0,25	0,6875	1,4	Si	No	No
EC6	EC3	1,3	4,6,7,8,9,10	2,5	0,28125	0,25	0,46875	0,75	1,125	Si	Si	No
EC6	EC4	1,2,3	4,5,6,8,9,10	7	0,4375	0,09375	0,46875	0,90625	4,667	Si	Si	Si
EC6	EC5	2	1,3,5,6,7,8,9,10	4	0,15625	0,125	0,71875	0,875	1,25	Si	Si	Si
EC6	EC7	1,2,3	5,6,7,8	4,9,10	0,4375	0,21875	0,34375	0,78125	2	Si	Si	No
EC6	EC8	1,2,3	5,6,7,8,9,10	4	0,4375	0,125	0,4375	0,875	3,5	Si	Si	Si
EC6	EC9	1,3	5,6,7,8,9,10	2,4	0,28125	0,28125	0,4375	0,71875	1	Si	No	No
EC6	EC10	1,2,3	4,5,6,10	7,8,9	0,4375	0,21875	0,34375	0,78125	2	Si	Si	No
EC6	EC11	1,2	3,8	4,5,6,7,9,10	0,3125	0,5	0,1875	0,5	0,625	No	No	No
EC6	EC12	1,2,3	4,5,6,8,9	7, 10	0,4375	0,125	0,4375	0,875	3,5	Si	Si	Si
EC7	EC1	4,9,10	2,5,6,7,8	1,3	0,21875	0,28125	0,5	0,71875	0,778	No	No	No
EC7	EC2	9, 10	1,2,3,4,7,8	5,6	0,09375	0,1875	0,71875	0,8125	0,5	No	No	No
EC7	EC3	4,9,10	1,3,6,7,8	2,5	0,21875	0,25	0,53125	0,75	0,875	No	No	No
EC7	EC4	4,9,10	1,2,3,5,6,8	7	0,21875	0,09375	0,6875	0,90625	2,333	Si	Si	Si
EC7	EC5	4,9,10	2,5,6,7,8	1,3	0,21875	0,28125	0,5	0,71875	0,778	No	No	No
EC7	EC6	4,9,10	5,6,7,8	1,2,3	0,21875	0,4375	0,34375	0,5625	0,5	No	No	No
EC7	EC8	4,9,10	1,2,3,5,6,7,8	/	0,21875	0	0,78125	1	1	Si	Si	Si
EC7	EC9	4,9,10	1,3,5,6,7,8	2	0,21875	0,15625	0,625	0,84375	1,4	Si	Si	Si
EC7	EC10	4,9,10	1,2,5,6	3,7,8	0,21875	0,28125	0,5	0,71875	0,778	No	No	No
EC7	EC11	/	1,2,4,8,9,10	3,5,6,7	0	0,40625	0,59375	0,59375	0	No	No	No
EC7	EC12	4,9	1,2,3,5,6,8,10	7	0,1875	0,09375	0,71875	0,90625	2	Si	Si	Si
EC8	EC1	4	2,5,6,7,8,9,10	1,3	0,125	0,28125	0,59375	0,71875	0,444	No	No	No
EC8	EC2	/	1,2,3,7,8,9,10	4,5,6	0	0,3125	0,6875	0,6875	0	No	No	No
EC8	EC3	4	1,3,6,7,8,9,10	2,5	0,125	0,25	0,625	0,75	0,5	No	No	No
EC8	EC4	4	1,2,3,5,6,8,9,10	7	0,125	0,09375	0,78125	0,90625	1,333	Si	Si	Si
EC8	EC5	4	2,5,6,7,8,9,10	1,3	0,125	0,28125	0,59375	0,71875	0,444	No	No	No
EC8	EC6	4	5,6,7,8,9,10	1,2,3	0,125	0,4375	0,4375	0,5625	0,286	No	No	No
EC8	EC7	/	1,2,3,5,6,7,8	4,9,10	0	0,21875	0,78125	0,78125	0	No	No	No
EC8	EC9	/	1,3,4,5,6,7,8,9,10	2	0	0,15625	0,84375	0,84375	0	No	No	No
EC8	EC10	4	1,2,5,6,10	3,7,8,9	0,125	0,34375	0,53125	0,65625	0,364	No	No	No
EC8	EC11	/	1,2,8	3,4,5,6,7,9,10	0	0,625	0,375	0,375	0	No	No	No

EC8	EC12	4	1,2,3,5,6,8,9	7, 10	0,125	0,125	0,75	0,875	1	Si	Si	Si
EC9	EC1	2,4	5,6,7,8,9,10	1,3	0,28125	0,28125	0,4375	0,71875	1	Si	No	No
EC9	EC2	2	1,3,7,8,9,10	4,5,6	0,15625	0,3125	0,53125	0,6875	0,5	No	No	No
EC9	EC3	4	1,2,3,6,7,8,9,10	5	0,125	0,09375	0,78125	0,90625	1,333	Si	Si	Si
EC9	EC4	2,4	1,3,5,6,8,9,10	7	0,28125	0,09375	0,625	0,90625	3	Si	Si	Si
EC9	EC5	2,4	5,6,7,8,9,10	1,3	0,28125	0,28125	0,4375	0,71875	1	Si	No	No
EC9	EC6	2,4	5,6,7,8,9,10	1,3	0,28125	0,28125	0,4375	0,71875	1	Si	No	No
EC9	EC7	2	1,3,5,6,7,8	4,9,10	0,15625	0,21875	0,625	0,78125	0,714	No	No	No
EC9	EC8	2	1,3,4,5,6,7,8,9,10	/	0,15625	0	0,84375	1	1	Si	Si	Si
EC9	EC10	2,4	1,5,6,10	3,7,8,9	0,28125	0,34375	0,375	0,65625	0,818	No	No	No
EC9	EC11	2	1,8	3,4,5,6,7,9,10	0,15625	0,625	0,21875	0,375	0,25	No	No	No
EC9	EC12	2,4	1,3,5,6,8,9	7, 10	0,28125	0,125	0,59375	0,875	2,25	Si	Si	Si
EC10	EC1	7,8,9	2,3,4,5,6,10	1	0,21875	0,15625	0,625	0,84375	1,4	Si	Si	Si
EC10	EC2	3,7,8,9	1,2,10	4,5,6	0,34375	0,3125	0,34375	0,6875	1,1	Si	No	No
EC10	EC3	3,7,8,9	1,4,6,10	2,5	0,34375	0,25	0,40625	0,75	1,375	Si	Si	No
EC10	EC4	3,8,9	1,2,4,5,6,10	7	0,25	0,09375	0,65625	0,90625	2,667	Si	Si	Si
EC10	EC5	7,8,9	2,5,6,10	1,3,4	0,21875	0,40625	0,375	0,59375	0,538	No	No	No
EC10	EC6	7,8,9	4,5,6,10	1,2,3	0,21875	0,4375	0,34375	0,5625	0,5	No	No	No
EC10	EC7	3,7,8	1,2,5,6	4,9,10	0,28125	0,21875	0,5	0,78125	1,286	Si	Si	No
EC10	EC8	3,7,8,9	1,2,5,6,10	4	0,34375	0,125	0,53125	0,875	2,75	Si	Si	Si
EC10	EC9	3,7,8,9	1,5,6,10	2,4	0,34375	0,28125	0,375	0,71875	1,222	Si	No	No
EC10	EC11	8	1,2,7	3,4,5,6,9,10	0,0625	0,53125	0,40625	0,46875	0,118	No	No	No
EC10	EC12	3,8,9	1,2,4,5,6,7	10	0,25	0,03125	0,71875	0,96875	8	Si	Si	Si
EC11	EC1	3,4,5,6,7,9,10	2,8	1	0,625	0,15625	0,21875	0,84375	4	Si	Si	Si
EC11	EC2	3,5,7,9,10	1,2,4,6,8	/	0,40625	0	0,59375	1	1	Si	Si	Si
EC11	EC3	3,4,5,6,7,9,10	1,8	2	0,625	0,15625	0,21875	0,84375	4	Si	Si	Si
EC11	EC4	3,4,5,6,9,10	1,2,8	7	0,53125	0,09375	0,375	0,90625	5,667	Si	Si	Si
EC11	EC5	4,5,6,7,9,10	2,3,8	1	0,5	0,15625	0,34375	0,84375	3,2	Si	Si	Si
EC11	EC6	4,5,6,7,9,10	3,8	1,2	0,5	0,3125	0,1875	0,6875	1,6	Si	No	No
EC11	EC7	3,5,6,7	1,2,4,8,9,10	/	0,40625	0	0,59375	1	1	Si	Si	Si
EC11	EC8	3,4,5,6,7,9,10	1,2,8	/	0,625	0	0,375	1	1	Si	Si	Si
EC11	EC9	3,4,5,6,7,9,10	1,8	2	0,625	0,15625	0,21875	0,84375	4	Si	Si	Si
EC11	EC10	3,4,5,6,9,10	1,2,7	8	0,53125	0,0625	0,40625	0,9375	8,5	Si	Si	Si
EC11	EC12	3,4,5,6,9	1,2,7,8,10	/	0,5	0	0,5	1	1	Si	Si	Si
EC12	EC1	7, 10	2,4,5,6,8,9	1,3	0,125	0,28125	0,59375	0,71875	0,444	No	No	No
EC12	EC2	7, 10	1,2,3,8,9	4,5,6	0,125	0,3125	0,5625	0,6875	0,4	No	No	No
EC12	EC3	7, 10	1,3,4,6,8,9	2,5	0,125	0,25	0,625	0,75	0,5	No	No	No
EC12	EC4	10	1,2,3,4,5,6,8,9	7	0,03125	0,09375	0,875	0,90625	0,333	No	No	No
EC12	EC5	7, 10	2,5,6,8,9	1,3,4	0,125	0,40625	0,46875	0,59375	0,308	No	No	No
EC12	EC6	7, 10	4,5,6,8,9	1,2,3	0,125	0,4375	0,4375	0,5625	0,286	No	No	No
EC12	EC7	7	1,2,3,5,6,8,10	4,9	0,09375	0,1875	0,71875	0,8125	0,5	No	No	No
EC12	EC8	7, 10	1,2,3,5,6,8,9	4	0,125	0,125	0,75	0,875	1	Si	Si	Si
EC12	EC9	7, 10	1,3,5,6,8,9	2,4	0,125	0,28125	0,59375	0,71875	0,444	No	No	No
EC12	EC10	10	1,2,4,5,6,7	3,8,9	0,03125	0,25	0,71875	0,75	0,125	No	No	No
EC12	EC11	/	1,2,7,8,10	3,4,5,6,9	0	0,5	0,5	0,5	0	No	No	No

Allegato 5-Grafi di surclassamento

1)  $k=0,75$

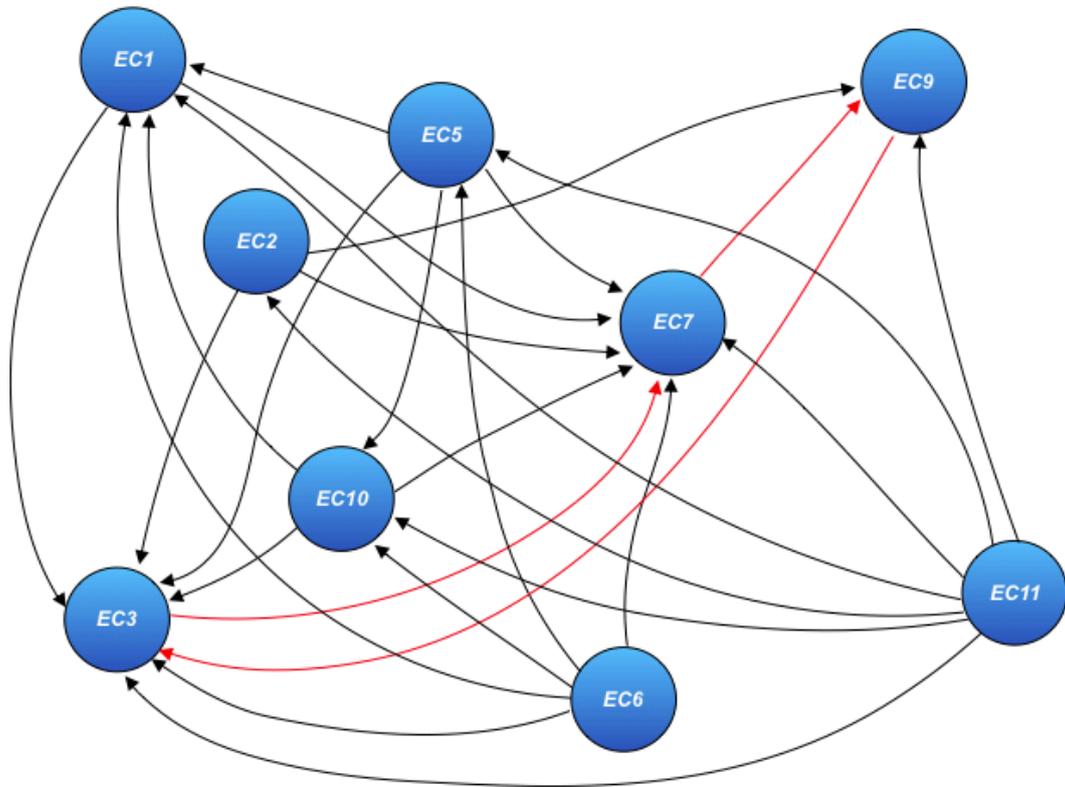


Figura A5.1 Grafo di surclassamento al passo 3 ( $k=0,75$ ), eliminazione EC4,EC8,EC12

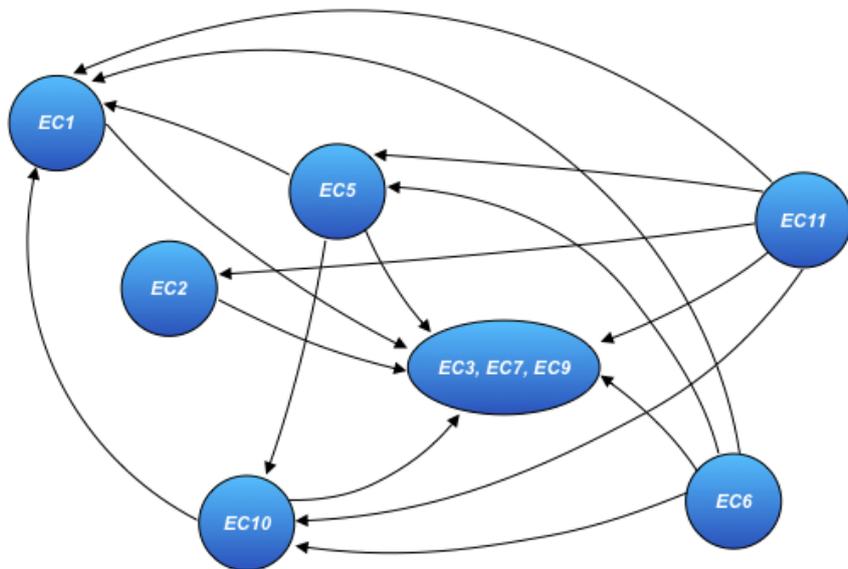


Figura A5.2 Grafo di surclassamento al passo 4 ( $k=0,75$ ), contrazione EC3,EC7,EC9

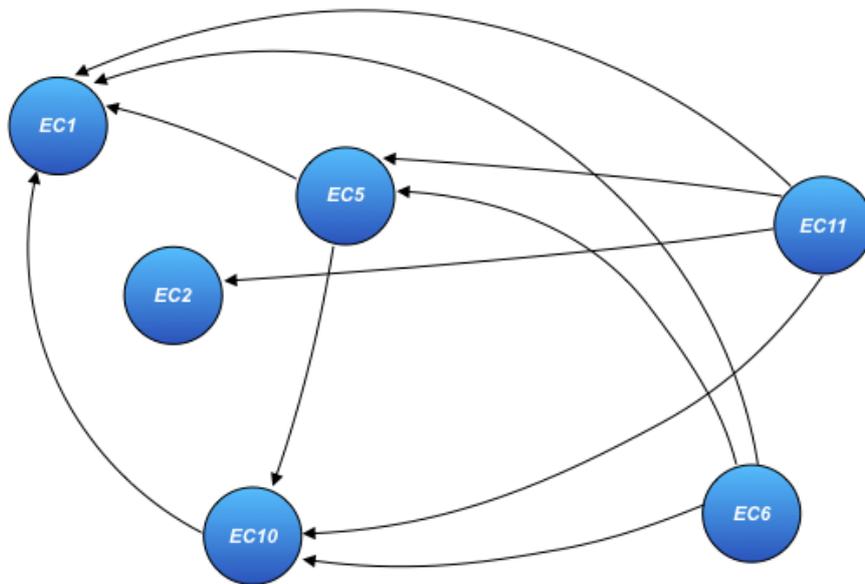


Figura A5.3 Grafo di surclassamento al passo 5 ( $k=0,75$ ), eliminazione EC3, EC7, EC9

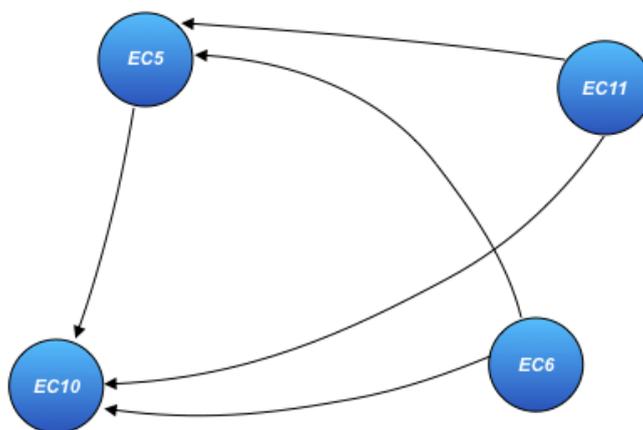


Figura A5.4 Grafo di surclassamento al passo 6 ( $k=0,75$ ), eliminazione EC1, EC2

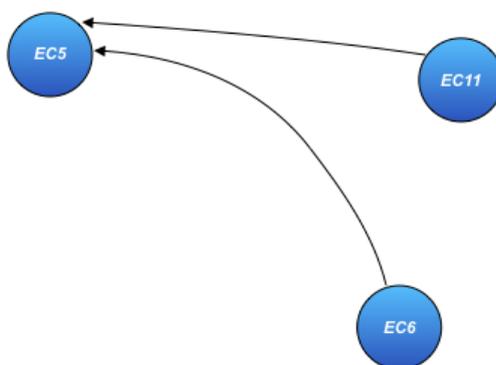


Figura A5.5 Grafo di surclassamento al passo 7 ( $k=0,75$ ), eliminazione EC10

2)  $k=0,8$

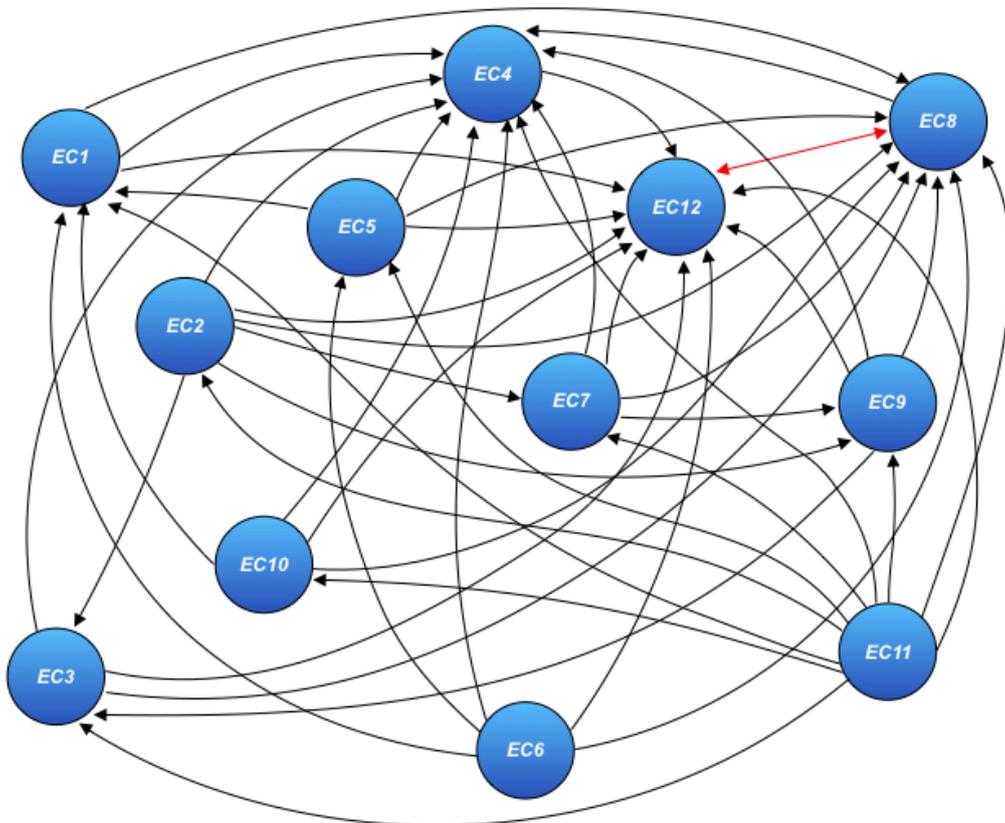


Figura A5.6 Grafo di surclassamento ( $k=0,8$ )

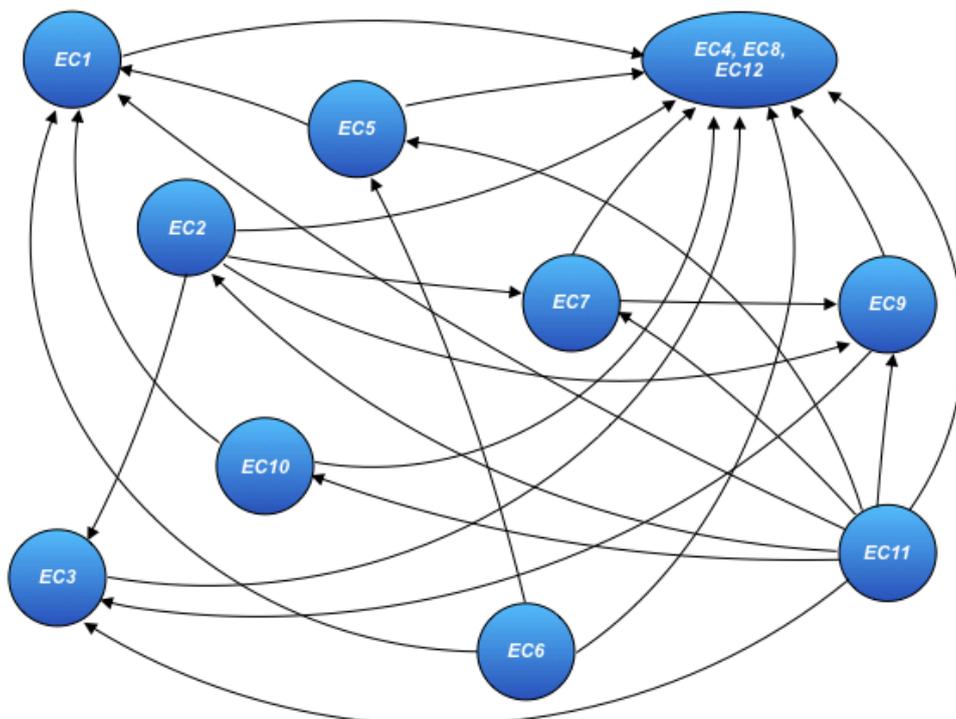


Figura A5.7 Grafo di surclassamento al passo 2 ( $k=0,8$ ), contrazione EC4, EC8, EC12

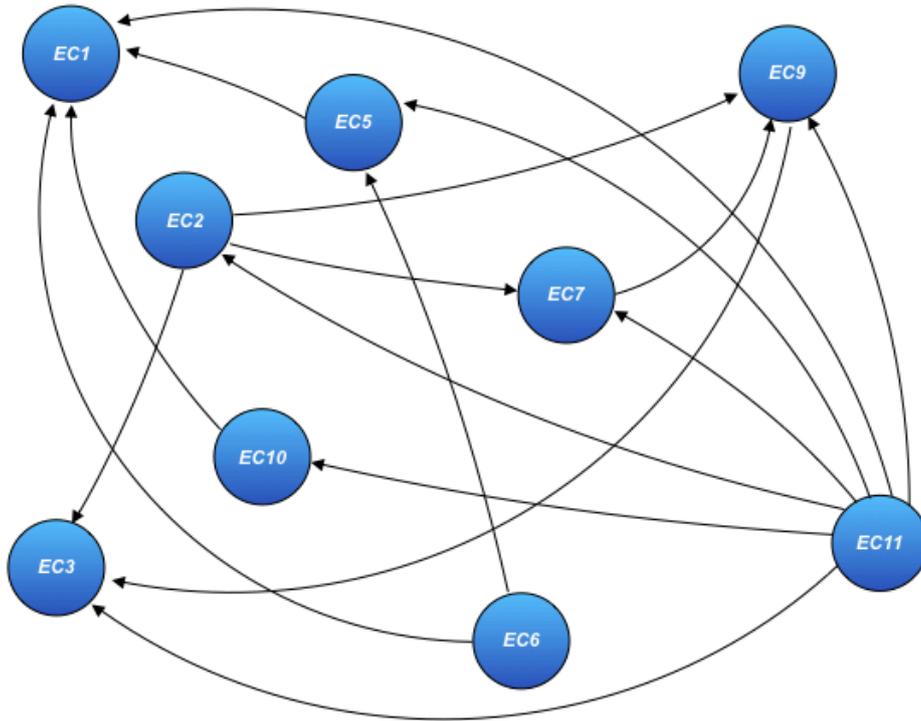


Figura A5.8 Grafo di surclassamento al passo 3 ( $k=0,8$ ), eliminazione EC4, EC8, EC12

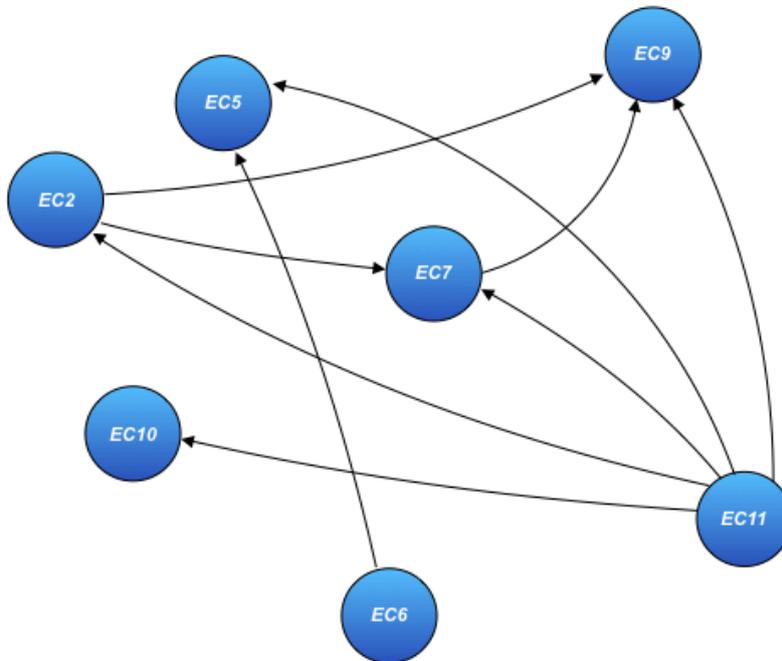


Figura A5.9 Grafo di surclassamento al passo 4 ( $k=0,8$ ), eliminazione EC1, EC3

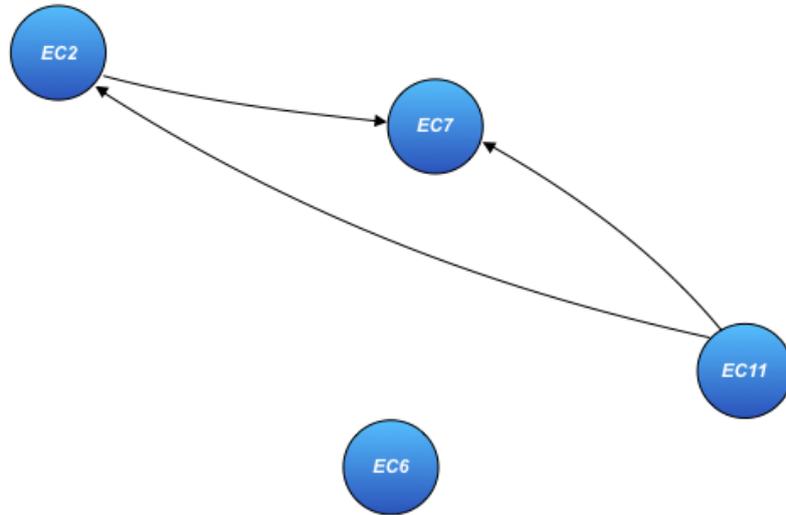


Figura A5.10 Grafo di surclassamento al passo 5 ( $k=0,8$ ), eliminazione EC5, EC9, EC10

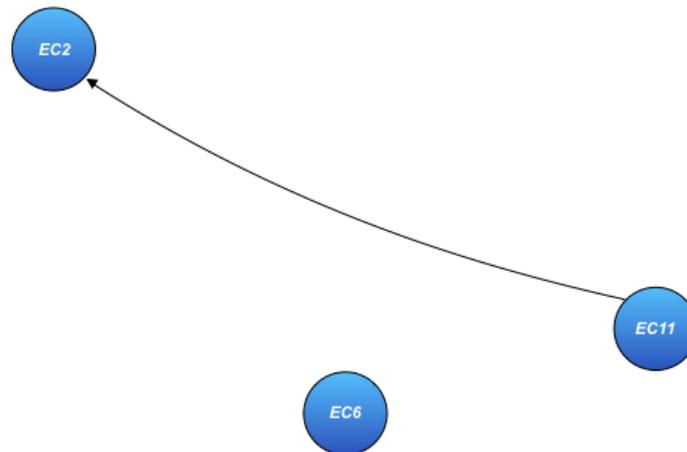


Figura A5.11 Grafo di surclassamento al passo 7 ( $k=0,8$ ), eliminazione EC7

## Allegato 6-Algorithmo di Floyd (k=0,66)

### 1) Grafo completo

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
EC1	/	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
EC2	1	/	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1
EC3	0	0	/	1	0	0	1	1	0	0	0	1
EC4	0	0	0	/	0	0	0	0	0	0	0	1
EC5	1	0	1	1	/	0	1	1	1	1	0	1
EC6	1	1	1	1	1	/	1	1	1	1	0	1
EC7	0	0	0	1	0	0	/	1	1	0	0	1
EC8	0	0	0	1	0	0	0	/	0	0	0	1
EC9	1	0	1	1	1	1	0	1	/	0	0	1
EC10	1	1	1	1	0	0	1	1	1	/	0	1
EC11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	/	1
EC12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	/

Nodo iniziale												
EC2												
EC2	EC1	F										
EC3	F											
EC4	F											
EC5												
EC5	EC1	EC3	EC4	F								
EC5	EC1	EC4	F									
EC5	EC3	EC4	F									
EC5	EC4	F										
EC6												
EC6	EC1	EC3	EC4	F								
EC6	EC1	EC4	F									
EC6	EC2	EC1	EC3	EC4	F							
EC6	EC2	EC1	EC4	F								
EC6	EC2	EC3	EC4	F								
EC6	EC2	EC4	F									
EC6	EC2	EC5	EC1	EC3	EC4	F						
EC6	EC2	EC5	EC1	EC4	F							
EC6	EC2	EC5	EC3	EC4	F							
EC6	EC2	EC5	EC4	F								
EC6	EC3	EC4	F									
EC6	EC4	F										
EC6	EC5	EC1	EC3	EC4	F							
EC6	EC5	EC1	EC4	F								
EC6	EC5	EC3	EC4	F								
EC6	EC5	EC4	F									
EC7												
EC7	EC4	F										
EC8												
EC8	EC4	F										
EC9												
EC9	EC1	EC3	EC4	F								
EC9	EC1	EC3	EC7	EC4	F							
EC9	EC1	EC3	EC7	EC8	EC4	F						
EC9	EC1	EC3	EC7	EC9	C							

### 2) Contrazione 1-3-7-9

	EC1-EC3- EC7-EC9	EC2	EC4	EC5	EC6	EC8	EC10	EC11	EC12
EC1-EC3-EC7-EC9	0	0	1	1	1	1	0	0	1
EC2	1	0	1	1	0	1	0	0	1
EC4	0	0	0	0	0	0	0	0	1
EC5	1	0	1	0	0	1	1	0	1
EC6	1	1	1	1	0	1	1	0	1
EC8	0	0	1	0	0	0	0	0	1
EC10	1	1	1	0	0	1	0	0	1
EC11	1	1	1	1	1	1	1	0	1
EC12	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Nodo iniziale									
EC1-EC3-EC7-EC9		F							
EC2									
EC2	EC1-EC3-EC7-EC9			F					

EC4	F		
EC5			
EC5	EC1-EC3-EC7-EC9	EC4	F
EC5	EC1-EC3-EC7-EC9	EC5	C

### 3) Contrazione 1-3-5-7-9

	EC1-EC3-EC7-EC9-EC5	EC2	EC4	EC6	EC8	EC10	EC11	EC12
EC1-EC3-EC7-EC9-EC5	0	0	1	1	1	1	0	1
EC2	1	0	1	0	1	0	0	1
EC4	0	0	0	0	0	0	0	1
EC6	1	1	1	0	1	1	0	1
EC8	0	0	1	0	0	0	0	1
EC10	1	1	1	0	1	0	0	1
EC11	1	1	1	1	1	1	0	1
EC12	0	0	0	0	1	0	0	0
nodo iniziale								
EC1-EC3-EC7-EC9-EC5	F							
EC2								
EC2	EC1-EC3-EC7-EC9-EC5	F						
EC4	F							
EC6								
EC6	EC1-EC3-EC7-EC9-EC5		EC4			F		
EC6	EC1-EC3-EC7-EC9-EC5		EC6			C		

### 4) Contrazione 1-3-5-6-7-9

	EC1-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6	EC2	EC4	EC8	EC10	EC11	EC12
EC1-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6	0	1	1	1	1	0	1
EC2	1	0	1	1	0	0	1
EC4	0	0	0	0	0	0	1
EC8	0	0	1	0	0	0	1
EC10	1	1	1	1	0	0	1
EC11	1	1	1	1	1	0	1
EC12	0	0	0	1	0	0	0
nodo iniziale							
EC1-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6	F						
EC2							
EC2	EC1-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6	EC2	C				

### 5) Contrazione 1-2-3-5-6-7-9

	EC1-EC2-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6	EC4	EC8	EC10	EC11	EC12
EC1-EC2-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6	0	1	1	1	0	1
EC4	0	0	0	0	0	1
EC8	0	1	0	0	0	1
EC10	1	1	1	0	0	1
EC11	1	1	1	1	0	1
EC12	0	0	1	0	0	0
nodo iniziale						
EC1-EC2-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6	F					
EC4	F					
EC8						
EC8	EC4			F		
EC10						
EC10	EC1-EC2-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6		EC4		F	
EC10	EC1-EC2-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6		EC8		EC4	F
EC10	EC1-EC2-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6		EC10		C	

6) Contrazione 1-2-3-5-6-7-9-10

	EC1-EC3- EC7-EC9- EC5-EC6- EC2-EC10	EC4	EC8	EC11	EC12
EC1-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6-EC2-EC10	0	1	1	0	1
EC4	0	0	0	0	1
EC8	0	1	0	0	1
EC11	1	1	1	0	1
EC12	0	0	1	0	0
nodo iniziale					
EC1-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6-EC2-EC10	F				
EC4	F				
EC8					
EC8	EC4		F		
EC11					
EC11	EC1-EC3-EC7-EC9-EC5- EC6-EC2-EC10		EC4		F
EC11	EC1-EC3-EC7-EC9-EC5- EC6-EC2-EC10		EC8		EC4
EC11	EC4		F		
EC11	EC8		EC4		F
EC12					
EC12	EC8		EC4		EC12
					C

7) Contrazione 4-8-12

	EC1-EC3-EC7-EC9- EC5-EC6-EC2-EC10	EC4-EC8-EC12	EC11
EC1-EC3-EC7-EC9-EC5-EC6-EC2-EC10	0	1	0
EC4-EC8-EC12	0	0	0
EC11	1	1	0
nodo iniziale			
EC11			
EC11	EC1-EC3-EC7-EC9- EC5-EC6-EC2-EC10	EC4-4C8-EC12	F
EC11	EC4-4C8-EC12	F	

## Allegato 7-Algorithmo di Floyd (k=0,75)

### 1) Grafo completo

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
EC1	/	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1
EC2	0	/	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
EC3	0	0	/	1	0	0	1	1	0	0	0	1
EC4	0	0	0	/	0	0	0	0	0	0	0	1
EC5	1	0	1	1	/	0	1	1	0	1	0	1
EC6	1	0	1	1	1	/	1	1	0	1	0	1
EC7	0	0	0	1	0	0	/	1	1	0	0	1
EC8	0	0	0	1	0	0	0	/	0	0	0	1
EC9	0	0	1	1	0	0	0	1	/	0	0	1
EC10	1	0	1	1	0	0	1	1	0	/	0	1
EC11	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	/	1
EC12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	/
nodo iniziale												
EC12												
EC12	EC8	EC4	EC12	C								

### 2) Contrazione 4-8-12

	EC1	EC2	EC3	EC4-EC8-EC12	EC5	EC6	EC7	EC9	EC10	EC11
EC1	/	0	1	1	0	0	1	0	0	0
EC2	0	/	1	1	0	0	1	1	0	0
EC3	0	0	/	1	0	0	1	0	0	0
EC4-EC8-EC12	0	0	0	/	0	0	0	0	0	0
EC5	1	0	1	1	/	0	1	0	1	0
EC6	1	0	1	1	1	/	1	0	1	0
EC7	0	0	0	1	0	0	/	1	0	0
EC9	0	0	1	1	0	0	0	/	0	0
EC10	1	0	1	1	0	0	1	0	/	0
EC11	1	1	1	1	1	0	1	1	1	/
nodo iniziale										
EC1	F									
EC2	F									
EC3	F									
EC4-EC8-EC12	F									
EC5										
EC5	EC1	EC3	EC4-EC8-EC12	F						
EC5	EC1	EC4-EC8-EC12	F							
EC5	EC3	EC4-EC8-EC12	F							
EC5	EC4-EC8-EC12	F								
EC6										
EC6	EC1	EC3	EC4-EC8-EC12	F						
EC6	EC1	EC4-EC8-EC12	F							
EC6	EC3	EC4-EC8-EC12	F							
EC6	EC4-EC8-EC12	F								
EC6	EC5	EC1	EC3	EC4-EC8-EC12	F					
EC6	EC5	EC1	EC4-EC8-EC12	F						
EC6	EC5	EC3	EC4-EC8-EC12	F						
EC6	EC5	EC4-EC8-EC12	F							
EC7										
EC7	EC4-EC12-EC8	F								
EC9										
EC9	EC3	EC4-EC12-EC8	F							
EC9	EC3	EC7	EC4-EC8-EC12	F						
EC9	EC3	EC7	EC9	C						

### 3) Contrazione 3-7-9

	EC1	EC2	EC3-EC9-EC7	EC4-EC8-EC12	EC5	EC6	EC10	EC11
EC1	/	0	1	1	0	0	0	0
EC2	0	/	1	1	0	0	0	0
EC3-EC9-EC7	0	0	/	1	0	0	0	0
EC4-EC8-EC12	0	0	0	/	0	0	0	0
EC5	1	0	1	1	/	0	1	0
EC6	1	0	1	1	1	/	1	0
EC10	1	0	1	1	0	0	/	0
EC11	1	1	1	1	1	0	1	/
nodo iniziale								
EC1	F							
EC2	F							
EC3-EC9-EC7	F							
EC4-EC8-EC12	F							
EC5								
EC5	EC1	EC3-EC9-EC7	EC4-EC12-EC8	F				
EC5	EC1	EC4-EC8-EC12	F					
EC5	EC3-EC9-EC7	EC4-EC8-EC12	F					
EC5	EC4-EC8-EC12	F						
EC6								
EC6	EC1	EC3-EC9-EC7	EC4-EC12-EC8	F				
EC6	EC1	EC4-EC8-EC12	F					
EC6	EC3-EC9-EC7	EC4-EC8-EC12	F					
EC6	EC4-EC8-EC12	F						
EC6	EC5	EC1	EC3-EC9-EC7	EC4-EC12-EC8	F			
EC6	EC5	EC1	EC4-EC8-EC12	F				
EC6	EC5	EC3-EC9-EC7	EC4-EC8-EC12	F				
EC6	EC5	EC4-EC8-EC12	F					
EC10								
EC10	EC1	EC3-EC9-EC7	EC4-EC12-EC8	F				
EC10	EC1	EC4-EC8-EC12	F					
EC10	EC3-EC9-EC7	EC4-EC8-EC12	F					
EC10	EC4-EC8-EC12	F						
EC11								
EC11	EC1	EC3-EC9-EC7	EC4-EC12-EC8					
EC11	EC1	EC4-EC8-EC12	F					
EC11	EC2	EC3-EC9-EC7	EC4-EC12-EC8	F				
EC11	EC2	EC4-EC8-EC12	F					
EC11	EC3-EC9-EC7	EC4-EC8-EC12	F					
EC11	EC4-EC8-EC12	F						
EC11	EC5	EC1	EC3-EC9-EC7	EC4-EC12-EC8	F			
EC11	EC5	EC1	EC4-EC8-EC12	F				
EC11	EC5	EC3-EC9-EC7	EC4-EC8-EC12	F				
EC11	EC5	EC4-EC8-EC12	F					
EC11	EC5	EC10	EC1	EC3-EC9-EC7	EC4-EC12-EC8	F		
EC11	EC5	EC10	EC1	EC4-EC8-EC12	F			
EC11	EC5	EC10	EC3-EC9-EC7	EC4-EC8-EC12	F			
EC11	EC5	EC10	EC4-EC8-EC12	F				
EC11	EC10	EC1	EC3-EC9-EC7	EC4-EC12-EC8	F			
EC11	EC10	EC1	EC4-EC8-EC12	F				
EC11	EC10	EC3-EC9-EC7	EC4-EC8-EC12	F				
EC11	EC10	EC4-EC8-EC12	F					

Allegato 8-Algorithmo di Floyd (k=0,8)

1) Grafo completo

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12
EC1	/	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
EC2	0	/	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
EC3	0	0	/	1	0	0	0	1	0	0	0	1
EC4	0	0	0	/	0	0	0	0	0	0	0	1
EC5	1	0	0	1	/	0	0	1	0	0	0	1
EC6	1	0	0	1	1	/	0	1	0	0	0	1
EC7	0	0	0	1	0	0	/	1	1	0	0	1
EC8	0	0	0	1	0	0	0	/	0	0	0	1
EC9	0	0	1	1	0	0	0	1	/	0	0	1
EC10	1	0	0	1	0	0	0	1	0	/	0	1
EC11	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	/	1
EC12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	/
nodo iniziale												
EC12												
EC12	EC8	EC4	EC12	C								

2) Contrazione 4-8-12

	EC1	EC2	EC3	EC4-EC8-EC12	EC5	EC6	EC7	EC9	EC10	EC11
EC1	/	0	0	1	0	0	0	0	0	0
EC2	0	/	1	1	0	0	1	1	0	0
EC3	0	0	/	1	0	0	0	0	0	0
EC4-EC8-EC12	0	0	0	/	0	0	0	0	0	0
EC5	1	0	0	1	/	0	0	0	0	0
EC6	1	0	0	1	1	/	0	0	0	0
EC7	0	0	0	1	0	0	/	1	0	0
EC9	0	0	1	1	0	0	0	/	0	0
EC10	1	0	0	1	0	0	0	0	/	0
EC11	1	1	1	1	1	0	1	1	1	/
nodo iniziale										
EC1	F									
EC2	F									
EC3	F									
EC4-EC8-EC12	F									
EC5										
EC5	EC1	EC4-EC8-EC12	F							
EC5	EC4-EC8-EC12	F								
EC6										
EC6	EC1	EC4-EC8-EC12	F							
EC6	EC4-EC8-EC12	F								
EC6	EC5	EC1	EC4-EC8-EC12	F						
EC6	EC5	EC4-EC8-EC12	F							
EC7										
EC7	EC4-EC8-EC12	F								
EC9										
EC9	EC3	EC4-EC8-EC12	F							
EC9	EC4-EC8-EC12	F								
EC10										
EC10	EC1	EC4-EC8-EC12	F							
EC10	EC4-EC8-EC12	F								
EC11										
EC11	EC1	EC4-EC8-EC12	F							
EC11	EC2	EC3	EC4-EC8-EC12	F						
EC11	EC2	EC4-EC8-EC12	F							
EC11	EC2	EC7	EC4-EC8-EC12	F						
EC11	EC2	EC7	EC9	EC3	EC4-EC8-EC12	F				
EC11	EC2	EC7	EC9	EC3	EC4-EC8-EC12	F	EC4-EC8-EC12	F		
EC11	EC2	EC9	EC4-EC8-EC12	F						
EC11	EC3	EC4-EC8-EC12	F							
EC11	EC4-EC8-EC12	F								
EC11	EC5	EC1	EC4-EC8-EC12	F						
EC11	EC5	EC4-EC8-EC12	F							

EC11	EC7	EC4-EC8-EC12	F		
EC11	EC7	EC9	EC3	EC4-EC8-EC12	F
EC11	EC7	EC9	EC4-EC8-EC12	F	
EC11	EC9	EC3	EC4-EC8-EC12	F	
EC11	EC9	EC4-EC8-EC12	F		
EC11	EC10	EC1	EC4-EC8-EC12	F	
EC11	EC10	EC4-EC8-EC12	F		

Allegato 9- PROMETHEE

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12	$\phi_r$
EC1	0	0,290	0,290	0,290	0	0	0,290	0,290	0,290	0,161	0,161	0,290	0,214
EC2	0,290	0	0,194	0,290	0,290	0,290	0,194	0,290	0,290	0,290	0	0,290	0,246
EC3	0,258	0,161	0	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258	0,097	0,258	0,161	0,258	0,226
EC4	0,097	0,097	0,097	0	0,097	0,097	0,097	0,097	0,097	0,097	0,097	0,097	0,097
EC5	0,226	0,290	0,387	0,387	0	0,097	0,290	0,290	0,290	0,387	0,161	0,387	0,290
EC6	0,290	0,452	0,290	0,452	0,161	0	0,452	0,452	0,290	0,452	0,323	0,452	0,370
EC7	0,194	0,097	0,194	0,194	0,194	0,194	0	0,194	0,194	0,194	0	0,161	0,164
EC8	0,097	0	0,097	0,097	0,097	0,097	0	0	0	0,097	0	0,097	0,062
EC9	0,258	0,161	0,097	0,258	0,258	0,258	0,161	0,161	0	0,258	0,161	0,258	0,208
EC10	0,226	0,355	0,355	0,258	0,226	0,226	0,290	0,355	0,355	0	0,065	0,258	0,270
EC11	0,613	0,419	0,613	0,516	0,484	0,484	0,419	0,613	0,613	0,516	0	0,484	0,525
EC12	0,129	0,129	0,129	0,032	0,129	0,129	0,097	0,129	0,129	0,032	0	0	0,097
$\phi$	0,243	0,223	0,249	0,276	0,199	0,194	0,232	0,284	0,240	0,249	0,103	0,276	

Tabella A9.1 Calcolo valori  $\pi$  e  $\phi$  per ogni coppia di alternative ( $d_4=3$ )

	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC9	EC10	EC11	EC12	$\phi_r$
EC1	0	0,281	0,281	0,281	0	0	0,281	0,281	0,156	0,156	0,281	0,200
EC2	0,313	0	0,219	0,313	0,313	0,313	0,188	0,313	0,313	0	0,313	0,259
EC3	0,250	0,156	0	0,250	0,250	0,250	0,250	0,094	0,250	0,156	0,250	0,216
EC4	0,094	0,094	0,094	0	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094
EC5	0,250	0,281	0,406	0,406	0	0,125	0,281	0,281	0,406	0,156	0,406	0,300
EC6	0,281	0,438	0,281	0,438	0,156	0	0,438	0,281	0,438	0,313	0,438	0,350
EC7	0,219	0,094	0,219	0,219	0,219	0,219	0	0,219	0,219	0	0,188	0,181
EC9	0,281	0,156	0,125	0,281	0,281	0,281	0,156	0	0,281	0,156	0,281	0,228
EC10	0,219	0,344	0,344	0,250	0,219	0,219	0,281	0,344	0	0,063	0,250	0,253
EC11	0,625	0,406	0,625	0,531	0,500	0,500	0,406	0,625	0,531	0	0,500	0,525
EC12	0,125	0,125	0,125	0,031	0,125	0,125	0,094	0,125	0,031	0	0	0,091
$\phi$	0,266	0,238	0,272	0,300	0,216	0,213	0,247	0,266	0,272	0,109	0,300	

Tabella A9.2 Calcolo valori  $\pi$  e  $\phi$  per ogni coppia di alternative (esclusione EC8)

Allegato 10- OPM

passo	I	O <sub>k</sub>												Residual element	Ordinamento graduale
		EC 1	EC 2	EC 3	EC 4	EC 5	EC 6	EC 7	EC 8	EC 9	EC 10	EC 11	EC 12		
0	/	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	EC1,EC2,EC3,EC4,EC5,EC6,EC7,EC8,EC9,EC10,EC11,EC12	/
1	EC1,EC5,EC6,EC3,EC9	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	EC1,EC2,EC3,EC4,EC5,EC6,EC7,EC8,EC9,EC10,EC11,EC12	/
2	EC5,EC6,EC11,EC2,EC7,EC11	1	1	1	0	2	2	1	0	1	0	2	0	EC1,EC2,EC3,EC4,EC7,EC8,EC9,EC10,EC12	EC5~EC6~EC11
3	EC11,EC2,EC11,EC4	1	2	1	1	2	2	1	0	1	0	4	0	EC1,EC3,EC4,EC7,EC8,EC9,EC10,EC12	EC2
4	EC10,EC7,EC11	1	2	1	1	2	2	2	0	1	1	5	0	EC1,EC3,EC4,EC8,EC9,EC10,EC12	EC7
5	EC7,EC11,EC12	1	2	1	1	2	2	3	0	1	1	6	1	EC1,EC3,EC4,EC8,EC9,EC10,EC12	"
6	EC6	1	2	1	1	2	3	3	0	1	1	6	1	EC1,EC3,EC4,EC8,EC9,EC10,EC12	"
7	EC8,EC9	1	2	1	1	2	3	3	1	2	1	6	1	EC1,EC3,EC4,EC8,EC10,EC12	EC9
8	EC10,EC11,EC12	1	2	1	1	2	3	3	1	2	2	7	2	EC1,EC3,EC4,EC8	EC10~EC12
9	null	1	2	1	1	2	3	3	1	2	2	7	2	EC1,EC3,EC4,EC8	"
10	null	1	2	1	1	2	3	3	1	2	2	7	2	EC1,EC3,EC4,EC8	"
11	null	1	2	1	1	2	3	3	1	2	2	7	2	EC1,EC3,EC4,EC8	"
12	EC1,EC5,EC10	2	2	1	1	3	3	3	1	2	3	7	2	EC3,EC4,EC8	EC1
13	EC2,EC3	2	3	2	1	3	3	3	1	2	3	7	2	EC4,EC8	EC3
14	EC10	2	3	2	1	3	3	3	1	2	4	7	2	EC4,EC8	"
15	null	2	3	2	1	3	3	3	1	2	4	7	2	EC4,EC8	"

Tabella A10.1 OPM con T<sub>k</sub>=2 (fino al passo 15)

16	EC2,EC3,EC4,EC7,EC8,EC9, EC10,EC11,EC12,EC1,EC2,EC4, EC5,EC7,EC8,EC10,EC11,EC12	3	5	3	3	4	3	5	3	3	6	9	4	/	EC4~EC8
17	EC2,EC3,EC4,EC7,EC8,EC9, EC12,EC1,EC3,EC4,EC6,EC10, EC12	4	6	5	5	4	4	6	4	4	7	9	6	/	"
18	EC1,EC4,EC5,EC6,EC7,EC8, EC9,EC10,EC12,EC1,EC3,EC4, EC5,EC6,EC7,EC8,EC9,EC10, EC12,EC1,EC2,EC3,EC5,EC6, EC7,EC8,EC9	7	7	7	7	7	7	9	7	7	9	9	8	/	"
19	EC1,EC2,EC3,EC4,EC5,EC6, EC7,EC8,EC9,EC11,EC12,EC1, EC2,EC3,EC4,EC5,EC6,EC8, EC9,EC12	9	9	9	9	9	9	10	9	9	9	10	10	/	"
20	EC1,EC2,EC3,EC4,EC5,EC6, EC8,EC9,EC10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	/	"

Tabella A10.2 OPM con  $T_k=2$  (ultimi 5 passi)

