

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA E AEROSPAZIALE

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale



**POLITECNICO
DI TORINO**

In collaborazione con



*“MODELLO CFD SEMPLIFICATO PER LA STIMA DEL WINDAGE
NEGLI INGRANAGGI CILINDRICI DELLE TRASMISSIONI
AERONAUTICHE”*

relatore

Prof. Francesco Larocca

tutor aziendale

Fabio De Bellis

candidato

Francesco Santacroce

Politecnico di Torino,

Marzo 2019

ABSTRACT

In the modern aeronautic industrial scenario, fuel consumption optimization is one of the main targets for the companies, thus an increasing quest for more efficient components is observed, aiming for the best performances possible. Taking every secondary aspect into account is then mandatory, occasionally resulting in a complex engineering challenge.

Computational simulations play a major role as they offer a powerful prediction tool for power losses. However, accuracy requirements can sometimes lead to over-detailed numerical models which in turn need time-expensive simulations. As a consequence, this method can be unsuitable for the industrial context.

For instance, with regard to fluid-dynamic losses in state-of-the-art aeronautical gearboxes, Windage Power Loss (WPL) may account up to 50% of the total power losses in high-speed applications.

However, accurate gear windage prediction methods available in open literature require 3D CFD calculations, resulting in high computational cost.

The goal of this thesis is to establish a simplified methodology for a quick, still robust windage prediction tool for single spur gears spinning in an oil-free environment. Avoiding 3D CFD modelling is the key for a time-saving simulation; thus, Reduced Order Models (ROMs) are explored, aiming for a two-dimensional CFD-based prediction tool.

First, a numerical characterization of the single gear tooth's aerodynamics has been carried out, involving several sensitivity tests. 2D and 3D single tooth's cavity simulations have been then performed for a flow-field comparison purpose. Numerical results have been assessed with respect to a collection of past literature's experimental data and large under-estimations of the 2D model against empirical values have been observed. However, a deeper flow-field analysis of the three-dimensional cases suggested that the airflow's phenomenology along the cavity can be divided into three different regions.

Consequently, a new reduced order CFD model has been developed. The related transfer function is able to account for 3D effects, starting from the 2D moment coefficient, and correcting for face width and pitch velocity. A solid validation has been achieved over different speed, geometry, pressure, and density conditions, considering a total of 33 experimental sessions. Results showed a robust agreement in terms of linear fitting ($R^2=99.88\%$) and average error (4.22%).

The proposed method represents a cost-effective means to estimate the WPL of spur gears with considerable accuracy, bypassing the need for more complex simulations and defining a quick, still reliable predictive tool for an industrial application.

This document has been entirely written in collaboration with Avio Aero.

SUNTO

Nell'attuale contesto industriale, uno degli obiettivi principali in campo aeronautico è l'ottimizzazione del consumo di carburante da parte dei velivoli. Come diretta conseguenza, si osserva una crescente richiesta di componenti meccanici con efficienze sempre maggiori che, talvolta, si traduce in una complessa sfida ingegneristica.

Avvalorata dal livello di accuratezza raggiunto negli ultimi decenni, la simulazione numerica ha assunto un ruolo sempre più importante nella stima della potenza dissipata, comportando al contempo un incremento del costo computazionale.

Nelle gearboxes aeronautiche di ultima generazione, la Windage Power Loss (WPL) può superare il 50% delle perdite totali nelle configurazioni ad alta velocità.

Lo scopo di questa tesi è dunque di sviluppare un modello per la predizione delle perdite fluidodinamiche associate al windage nelle trasmissioni aeronautiche, contestualizzandolo in un'ottica industriale.

Da una ricerca preliminare, la letteratura disponibile offre due possibili soluzioni: l'impiego di correlazioni, immediate nell'utilizzo ma inesatte in casi limite, e le simulazioni CFD 3D, accurate ma complesse e onerose.

Da qui nasce la necessità di ricavare una metodologia robusta che consenta di valutare in modo pratico la WPL su singole ruote cilindriche.

Chiaramente, a tale scopo, è necessario evitare le simulazioni 3D per ridurre i tempi di calcolo ad una frazione vantaggiosa per l'applicazione industriale. Esplorando i Modelli di Ordine Ridotto (ROMs), si è giunti alla definizione di un modello CFD semplificato, basato sulle simulazioni bidimensionali.

A seguito di una prima fase di caratterizzazione aerodinamica del singolo dente, l'analisi numerica si è concentrata sul confronto dei campi di moto ottenuti dalle simulazioni 2D e 3D della singola cavità di ruota.

In accordo con la letteratura pregressa, dal confronto dei risultati con una serie di valori sperimentali è emersa un'elevata sottostima da parte dell'approccio

bidimensionale. Tuttavia, le analogie e le differenze con il campo di moto tridimensionale hanno suggerito la suddivisione dell'aerodinamica lungo la cavità di dente in tre zone diverse.

Ciò ha permesso di sviluppare un modello CFD di ordine ridotto basato su una funzione di trasferimento, dipendente dalla profondità di fascia e dalla velocità di pitch della ruota. Comportandosi come un fattore moltiplicativo, la funzione tiene conto degli effetti 3D per correggere il momento resistente calcolato con le simulazioni bidimensionali.

Successivamente ad un'estensiva validazione su 33 sessioni sperimentali che includono diverse condizioni di velocità angolare, geometria di ruota, pressione e densità del fluido, i risultati del modello hanno dimostrato una robusta congruenza con i dati empirici, sia in termini di linearità ($R^2=99.88\%$), sia di errore medio relativo (4.22%).

La metodologia qui proposta per la stima della WPL rappresenta dunque un'alternativa pratica e veloce alle più onerose simulazioni tridimensionali, offrendo così un mezzo accurato e robusto, applicabile estensivamente a ruote con diverse geometrie, in diverse condizioni operative.

L'intero documento è stato redatto in collaborazione con Avio Aero.

INDICE

Abstract.....	i
Sunto	iii
Introduzione	1
Capitolo 1	5
Cos'è il windage?	5
Indagini sperimentali	10
Anderson e Loewenthal.....	10
Dawson et al.	11
Diab et al.	12
Fondelli et al.....	17
Indagini numeriche	21
Al-Shibl et al.....	22
Marchesse et al.	24
Hill et al.....	28
Modelli aria-olio	34
Prime conclusioni	34
Capitolo 2	35
Perché la CFD?.....	35
Un modello 2D per la WPL.....	37
Impostazione delle simulazioni 2D	39
Geometria del dente	40
Involutometria.....	43
Caratterizzazione aerodinamica del dente	50
Condizioni al contorno	51
Convergenza di griglia.....	52
Dimensioni del dominio	63
Coefficiente di resistenza aerodinamica.....	68
Settore circolare di ruota.....	74
Altezza del dominio.....	80

Controllo sulla periodicità	82
Risultati delle simulazioni 2D	84
Modello di regressione lineare	94
Capitolo 3	97
Simulazioni tridimensionali	97
Risultati delle simulazioni 3D	100
Capitolo 4	107
Modello di ordine ridotto	107
Confronto tra la CFD 2D e 3D	109
Funzione di trasferimento	112
Risultati del modello di ordine ridotto	118
Capitolo 5	122
Conclusioni.....	122
Sviluppi futuri	125
Ringraziamenti.....	126
Istituzionali.....	126
Personali	127
Nomenclatura	128
Bibliografia	130

INTRODUZIONE

Il livello tecnologico raggiunto negli ultimi anni in campo ingegneristico, grazie all'esperienza e alle crescenti risorse impiegate nella ricerca, ha permesso di ottenere un'elevata qualità di prodotto, soprattutto dal punto di vista delle performance.

Nel contesto aeronautico moderno, la fase di progettazione è infatti improntata su un'ottica di ottimizzazione al dettaglio del componente, in risposta ad un'esigenza di riduzione dei costi di produzione, di manutenzione e, soprattutto, dei consumi dei sistemi meccanici.

Per rispettare i requisiti stringenti, in alcuni casi l'attenzione della speculazione e della ricerca scientifica si è estesa allo studio degli aspetti secondari associati alla fisica del componente, scaturendo talvolta in una complessa e costosa sfida ingegneristica. Le moderne gearboxes aeronautiche rappresentano un chiaro esempio di questo fenomeno.

Nonostante vantino dei rendimenti meccanici dell'ordine del 99%, data l'elevata potenza trasmessa, il rimanente 1% rappresenta ancora un'ingente fonte di dissipazione energetica oltre che una minaccia per l'integrità strutturale del motore.

L'obiettivo è quindi quello di avvicinarsi il più possibile ad un'efficienza unitaria e, per adempiere a tale incarico, è necessario esplorare nel dettaglio tutti gli aspetti finora trascurati. Tra questi, l'oggetto di studio principale sono le prestazioni dei singoli ingranaggi.

Indagando sugli aspetti che caratterizzano la perdita di efficienza di una gearbox è emersa una forte dipendenza dalla fluidodinamica che governa il processo di lubrificazione delle ruote dentate. Definita come *Windage Power Loss* (WPL), la potenza dissipata a causa della resistenza aerodinamica (windage) sviluppata dall'interazione tra i denti e la miscela di aria ed olio lubrificante rappresenta quindi uno dei foci principali dell'analisi.

In campo aeronautico [1] l'impiego delle gearboxes è di vitale importanza in quanto garantiscono la generazione di potenza meccanica per tutte le utenze principali e ausiliarie all'interno del velivolo. Tale potenza viene però sottratta all'albero dei motori che, per questo motivo, vengono progettati per generare una potenza maggiore di quella necessaria alla sola spinta per la navigazione. È dunque logico pensare che tutte le perdite derivanti da utenze secondarie, spillamenti, attriti ecc. siano legate per una certa percentuale ad un consumo aggiuntivo di carburante e ad un sovradimensionamento dei serbatoi. Ciò comporta inevitabilmente che ci sia un aumento di peso delle strutture che devono sopportare carichi termici derivanti dalle dissipazioni. Inoltre, il calore sviluppato dai suddetti effetti dissipativi va a inficiare il rendimento dei fluidi di lubrificazione che, riscaldandosi, subiscono un'alterazione delle proprietà lubrificanti, comportando l'usura prematura delle parti meccaniche soggette a carichi dinamici (Fig. 1) [2].



Fig. 1 Effetti della scarsa lubrificazione su una ruota dentata. [2]

Nasce così la necessità, da un punto di vista prettamente industriale, di disporre di mezzi in grado di stimare a priori le perdite di potenza di un componente o di un intero sistema meccanico, in particolare nella fase di pre-design del prodotto.

Tuttavia, data l'eccessiva complessità che caratterizza questo tipo di analisi, diventa sempre più difficile risalire ad una soluzione analitica del problema.

Negli ultimi decenni la simulazione numerica ha preso piede in questo ambito, sostenuta da un crescente livello di accuratezza. Subentrando ai modelli matematici, l'impiego di questa tecnologia nella valutazione delle performance di un componente ha però comportato l'aumento dei costi computazionali richiedendo, in generale, un livello di dettaglio spesso controproducente in termini di praticità.

Nel caso del windage sulla singola ruota dentata, la letteratura disponibile offre due approcci diametralmente opposti:

- **Correlazioni empiriche:** tali correlazioni sono ricavate da esperimenti condotti su una singola ruota con geometria definita, in un'atmosfera controllata arbitrariamente. Offrono un risultato veloce ma si rivelano imprecise su configurazioni diverse da quelle testate;
- **Simulazioni CFD 3D:** presentano una precisione accettabile in un range molto più esteso di casistiche, sia geometriche che operative, richiedendo però tempi e costi computazionali elevatissimi.

L'obiettivo di questa tesi è di ricavare dunque una *metodologia* che congiunga i due aspetti in una soluzione che sia al contempo accurata e veloce da applicare. In particolare, lo scopo è *ottenere un modello CFD semplificato finalizzato alla stima delle perdite fluidodinamiche di windage nelle ruote cilindriche delle trasmissioni aeronautiche*, contestualizzandolo in un'ottica di esigenza industriale.

La struttura del documento prevede una parte iniziale in cui vengono espone le problematiche relative agli effetti del windage sulle prestazioni del singolo ingranaggio, mettendo in luce ciò che è stato storicamente fatto per al determinazione quantitativa dell'impatto in termini di potenza. In particolare, si pone l'attenzione sia sull'approccio sperimentale (Anderson & Loewenthal [3], Dawson [4], Diab [5], Fondelli [6]) che su quello computazionale (Al-Shibl [7], Marchesse [8], Hill [2]), riportandone le conclusioni chiave.

La seconda parte è incentrata sull'approfondimento della modellazione numerica, impiegando le simulazioni CFD nella creazione di una metodologia robusta, mirata alla discretizzazione spaziale bidimensionale di un singolo dente di ruota.

A seguito dei primi risultati, la terza parte entra nei dettagli della CFD 2D conducendo delle simulazioni di un settore circolare di ruota, considerando quindi un caso più realistico dal punto di vista dell'aerodinamica attorno ad un singolo ingranaggio rotante.

Data la sottostima ottenuta dall'approccio nelle due dimensioni, già anticipata dalla letteratura, una quarta parte prevede successivamente la modellazione tridimensionale della singola cavità di ruota, in accordo con studi pregressi. Ciò ha consentito di visualizzare l'effettivo campo di moto nelle circostanze dei denti, sottolineando le dinamiche con cui si sviluppano i carichi di pressione associati al windage.

Nella quinta parte, il confronto tra le osservazioni condotte sul caso bidimensionale e su quello tridimensionale costituisce le fondamenta per la creazione di un modello CFD di ordine ridotto. Seppur basato sulla CFD 2D, tale modello è in grado di scalare i carichi aerodinamici attraverso una funzione di trasferimento che tiene conto di alcuni aspetti prettamente tridimensionali. Si ottiene così un mezzo di predizione della WPL sui singoli ingranaggi cilindrici che vanta i tempi computazionali della fluidodinamica bidimensionale e la precisione di quella tridimensionale.

Il livello di accuratezza del modello è avvalorato dalla validazione rispetto ad un robusto database di esperimenti che coinvolgono sia diverse geometrie, sia l'applicazione in condizioni operative differenti (pressione, temperatura, velocità angolare).

I risultati dimostrano l'efficacia del modello nelle diverse configurazioni, aprendo così le porte a diverse possibilità di sviluppi futuri e di approfondimenti per l'estensione del modello alle singole ruote coniche, ruote accoppiate o alla stima del windage in ambiente di aria e olio.

COS'È IL WINDAGE?

Nell'ambito delle gearboxes aeronautiche, alcuni elementi di trasmissione sono progettati per ruotare con velocità nominali dell'ordine dei 15-20 mila giri al minuto [1]. Al giorno d'oggi, le configurazioni d'uso commerciale consentono di trasmettere potenze dell'ordine dei 100 megawatt, vantando un rendimento meccanico che supera il 99%. Nonostante le notevoli prestazioni, leggendo questi numeri in chiave assoluta piuttosto che relativa, si può comprendere come l'1% perso corrisponda in realtà ad un megawatt di potenza, dissipato in calore e vibrazioni meccaniche.

La diretta conseguenza consiste in un sovradimensionamento del sistema ad olio per garantire la lubrificazione ed il raffreddamento dei corpi rotanti esposti a tali carichi termici. Analogamente, sarà necessario un surplus di carburante per fornire una potenza maggiore di quella richiesta per la sola utenza meccanica.

Lo schema in Fig. 2 illustra la gestione della potenza erogata dal motore.

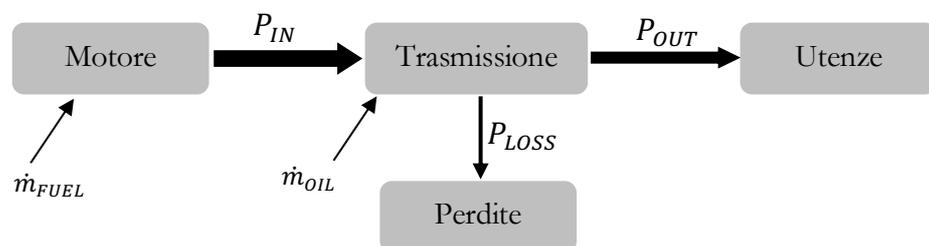


Fig. 2 Schema della trasmissione di potenza dal motore alle utenze.

Complessivamente, la potenza P_{IN} , in ingresso alla gearbox, deve dunque pareggiare la somma di quella richiesta dalle utenze (P_{OUT}) e di quella persa a causa delle dissipazioni energetiche (P_{LOSS}).

$$P_{IN} = P_{OUT} + P_{LOSS} \quad (1)$$

Considerando lo schema in Fig. 2, si ha che:

$$P_{IN} = P_{OUT} + \underbrace{\overbrace{P_{friction} + \dots}^{\text{load-dependent}} + \overbrace{P_{windage} + P_{bearings} + \dots}^{\text{load-independent}}}_{P_{LOSS}} \quad (2)$$

Si individua così una duplice natura per le perdite responsabili di tale inefficienza:

- **Perdite “load-dependent”**: sono proporzionali alla coppia trasmessa dalle ruote. Tra queste, la più importante è associata all’attrito da contatto che si crea tra i denti di due ruote accoppiate. Il loro maggiore contributo alla dissipazione energetica si osserva nelle configurazioni con basse velocità di rotazione ed elevata coppia;
- **Perdite “load-independent”**: al contrario, sono proporzionali alla velocità angolare e indipendenti dalla coppia trasmessa. Tra queste figurano l’attrito dei cuscinetti e le dissipazioni di origine fluidodinamica, dovute all’interazione tra le ruote dentate ed il fluido circostante.

Il *windage*, in particolare, identifica la resistenza aerodinamica con cui la ruota si oppone alla rotazione, traducendosi in un momento frenante T_W (Fig. 3).

La potenza dissipata per via di questo fenomeno è definita come *Windage Power Loss* (o WPL) ed è espressa nella (3) come il prodotto tra la coppia resistente T_W generata dal windage e la velocità angolare della ruota ω :

$$WPL = T_w \cdot \omega \quad (3)$$

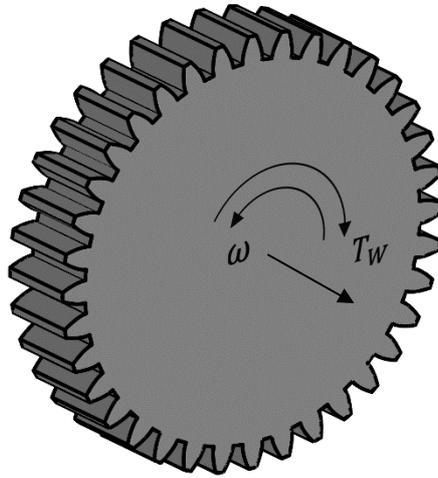


Fig. 3 Rappresentazione della coppia frenante associata al windage.

Nelle configurazioni con elevata velocità angolare, le perdite load-independent hanno un ruolo predominante. In particolare, l'attrito dei cuscinetti costituisce il 50% della P_{LOSS} mentre il windage ha un contributo pari al 10% in un ambiente di sola aria [9], o al 50% in presenza di olio di lubrificazione [10]. Riferendosi ai numeri sopracitati, solamente la WPL di tale trasmissione ammonterebbe a 500 kilowatt di potenza dissipata.

È chiaro che la forma dei denti di un ingranaggio sia stata progettata per una mera ottimizzazione strutturale, comportando quindi una scarsa efficienza aerodinamica.

Tuttavia, in un'ottica di design al dettaglio, la riduzione del windage apporterebbe visibili migliorie alla qualità della trasmissione meccanica. A tal proposito, è stato necessario comprenderne prima di tutto le dinamiche principali.

Nelle applicazioni aeronautiche, la fenomenologia che governa il flusso nell'intorno dei denti è definita da velocità di rotazione sostenute (quindi elevati numeri di Reynolds) evidenziando la predominanza dell'aspetto inerziale dell'interazione tra corpo e fluido.

Tuttavia, nonostante la quasi totalità della resistenza aerodinamica venga attribuita alle forze di pressione, si osserva anche che il contributo viscoso impone un certo impedimento al moto, evidenziando una percentuale costante dei carichi agenti, pari al 10% per diverse velocità angolari [11].

Per la determinazione sperimentale della WPL sono stati condotti diversi *spin-down tests* [4, 5, 6] basati su un concetto semplice: portare la ruota ad una velocità di rotazione nominale e calcolare la potenza dissipata perché questa giunga ad un arresto completo. In tali esperimenti sono state usate diverse geometrie e varie configurazioni di ingranaggi, dando vita ad un primo database [5] e permettendo così di caratterizzare le perdite in funzione di parametri come la velocità di rotazione, le caratteristiche del fluido (densità, pressione e temperatura), le caratteristiche macroscopiche della geometria dell'ingranaggio e delle sue circostanze (ingranaggio in ambiente libero o schermato da un casing).

Per comprendere approfonditamente la fluidodinamica associata al windage, ulteriori esperimenti hanno reso possibile la valutazione del campo di moto. Inizialmente, le visualizzazioni del flusso d'aria si sono basate su tecnologie rudimentali in cui venivano utilizzati dei fumi [4]. Chiaramente, tale approccio presentava una certa limitazione in termini di velocità di rotazione. Successivamente, grazie all'avvento di tecniche ottiche e di misurazioni pneumatiche più affidabili, è stato possibile testare il singolo ingranaggio in condizioni più affini a quelle di una gearbox aeronautica.

I vari esperimenti, in generale, evidenziano una forte presenza di flussi secondari all'interno dei vani tra un dente e l'altro, responsabili delle perdite di windage.

In particolare, è stato osservato [2] che, durante la rotazione, il fluido subisce un'*ingestione* nella direzione assiale all'interno del vano, quindi il flusso esterno deflette, impattando sulle estremità laterali dei denti. Successivamente, in corrispondenza del quarto di profondità di fascia, il campo di moto cambia, generando una zona ad elevata vorticità in cui si apprezzano due bolle di

ricircolo controrotanti che scaturiscono poi in un *getto radiale* uscente dalla mezzeria del vano (Fig. 4).

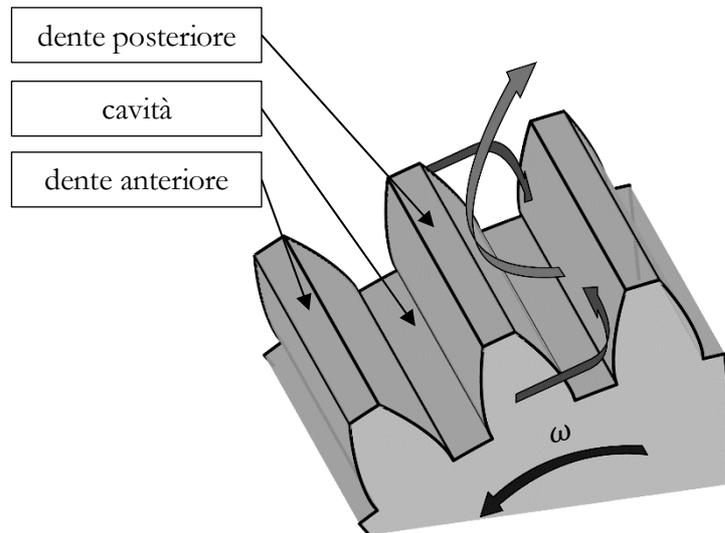


Fig. 4 Rappresentazione grafica del comportamento macroscopico del flusso all'interno della cavità.

Tale fenomenologia identifica una forte tridimensionalità in quanto il campo di moto si sviluppa completamente in tutte e tre le direzioni.

Ne consegue una differenza di pressione statica tra il dente anteriore e il dente posteriore, responsabile della resistenza aerodinamica della singola cavità e quindi dell'intera ruota.

Successivamente a tale osservazione, gli stessi autori suggeriscono alcune soluzioni per attenuare gli effetti di windage che comportano l'impiego di un involucro radiale e/o assiale in grado di mitigare la formazione di questi flussi secondari, ottenendo così riduzioni di WPL fino al 66% [4].

Vengono di seguito riportate nel dettaglio alcune indagini svolte sulla windage power loss.

INDAGINI SPERIMENTALI

I primi esperimenti eseguiti sulle ruote dentate per la valutazione delle perdite di potenza associate al windage risalgono agli anni '80.

Si espongano, in ordine cronologico, le esperienze ritenute più significative per la comprensione di tale fenomeno e la modalità con cui stimarne le perdite associate.

Anderson e Loewenthal

Pionieri dello studio sull'effetto del windage sulle prestazioni complessive delle trasmissioni meccaniche, Neil Anderson e Stuart Loewenthal [3] gettano le basi necessarie alla determinazione sperimentale delle perdite in potenza nel meccanismo di rotazione delle ruote dentate. Il loro studio è accompagnato da un approccio matematico basato su una correlazione con i dati empirici.

Dai vari test eseguiti in un ambiente costituito da una miscela di aria ed olio di lubrificazione è emersa una forte dipendenza della WPL dalla velocità di rotazione e del raggio della ruota dentata.

$$WPL = C_4 \left(1 + 2.3 \frac{w}{R_p} \right) \rho^{0.8} N^{2.8} R_p^{4.6} \mu^{0.2} \quad (4)$$

Nella correlazione: C_4 è un coefficiente di proporzionalità, w la profondità del vano dente, R_p il raggio primitivo, N il numero di giri, ρ la densità del fluido e μ la viscosità dinamica del fluido.

La formulazione esposta nella (4) permette di comprendere come la windage power loss sia strettamente legata alla geometria della ruota dentata così come alle condizioni e le proprietà del flusso.

Questo primo studio termina dunque con una stima delle perdite di potenza per velocità angolari di un ordine di grandezza inferiore (200 – 2200 RPM) rispetto a quelle considerate nel caso aeronautico, rendendo tali risultati poco adatti ad un'applicazione pratica nel campo di interesse. Rappresenta tuttavia

un ottimo punto di inizio per comprendere le dinamiche alla base di questo fenomeno sensibilizzandone le analisi successive, in un'ottica di dettaglio che mira all'ottimizzazione delle prestazioni meccaniche all'interno delle gearboxes.

Dawson et al.

La sua esperienza consiste in una serie di test condotti adottando diverse geometrie in differenti configurazioni di moto [4]. Il contributo cruciale delle prove di Dawson risiede in particolare nell'introduzione di un'indagine più dettagliata sull'effetto che si ha schermando la ruota dentata con uno *shrouding*, cioè un involucro che avvolge radialmente, o assialmente, i denti.

L'impostazione del test prevede di portare il complesso albero/ruota dentata ad una velocità di rotazione nominale, disconnettere il motore dalla linea di trasmissione, attendere che l'ingranaggio raggiunga la condizione di arresto completo e valutarne la potenza dissipata, utilizzando l'equazione dell'energia cinetica di rotazione derivata nel tempo. Tale potenza è indicata come:

$$P = \frac{1}{2} I_0 \frac{d}{dt} (\omega^2) \quad (5)$$

Nella (5), la P è però comprensiva di tutti i fattori legati alla dispersione energetica (attrito dei cuscinetti e windage dell'albero). Per estrapolare il windage della ruota è stata eseguita un'analoga sessione di *spin-down* con il solo albero vincolato ai cuscinetti. La potenza ricavata da questa seconda prova rappresenta tutti i contributi spuri. Sottraendo, successivamente, tale valore dalla potenza totale è stato possibile ottenere una stima della WPL.

Il valore aggiunto dell'analisi di Dawson consiste nello studio della fenomenologia del campo di moto attorno ai denti dell'ingranaggio. Infatti, visualizzando l'aerodinamica mediante l'utilizzo di fumi, è stato possibile apprezzare la tridimensionalità dei flussi secondari che si creano all'interno dei vani tra i denti.

I risultati empirici esposti da Dawson convogliano in una formulazione sperimentale per la valutazione della WPL.

$$WPL[kW] = N^{2.9}(0.16D_R^{3.9} + D_R^{2.9}w^{0.75}m^{1.15})10^{-20}\Phi\lambda \quad (6)$$

Nella correlazione figurano il diametro di radice D_R , la larghezza di fascia w e il modulo m , definendo così le proprietà geometriche della ruota. ϕ è invece una costante che tiene conto delle proprietà della miscela in cui è immerso l'ingranaggio ($\phi = 1$ per sola aria) e λ considera invece il contributo della schermatura con un *casing* ($\lambda = 1$ per assenza di casing).

Dalla (6) emerge nuovamente una forte dipendenza della WPL dalla velocità di rotazione e dal raggio della ruota. Inoltre, a differenza degli studi condotti da Anderson e Loewenthal, quelli di Dawson prevedono la presenza di ulteriori proprietà macroscopiche della geometria della ruota dentata, che confermano l'influenza della forma dei denti, ed un fattore correttivo che tiene conto di eventuali casing esterni.

Proprio in questo ambito la ricerca di Dawson trova il proprio apice di importanza in quanto, dai risultati ottenuti, emerge che, installando opportunamente un involucro attorno all'ingranaggio, è possibile ridurre la WPL del 66%.

Diab et al.

Il contributo di Diab [5] è senza dubbio il più importante in merito alla valutazione della WPL applicata al campo aeronautico.

È stato infatti il primo autore a creare un modello predittivo che consenta di valutare le perdite basandosi sulle prove sperimentali di singole ruote cilindriche, sottoposte a elevate velocità angolari.

L'approccio sperimentale è del tutto analogo a quello visto per l'esperienza di Dawson ma si basa su tecnologie più avanzate e affidabili per riprodurre le condizioni nominali valutate all'interno di una gearbox aeronautica.

Facendo la differenza tra le ruote dentate e dischi di raggio equivalente con faccia periferica liscia, Diab nota che la resistenza aerodinamica è

effettivamente associata, con una percentuale consistente, alla presenza dei denti. Questo risultato gli ha consentito di comprendere come valutare separatamente l'influenza delle facce laterali e quella della faccia che ospita i denti della ruota.

Viene inizialmente ricavata una prima relazione a partire dal *teorema di Buckingham*, procedendo quindi con un'analisi puramente dimensionale degli aspetti che influenzano il momento generato dalle forze frenanti.

Ragionando quindi in termini fluidodinamici, Diab arriva a definire un numero di Reynolds relativo al singolo ingranaggio.

$$Re = \frac{\rho\omega R_p^2}{\mu} \quad (7)$$

Si consideri il momento generato dal solo windage come una funzione delle proprietà del fluido (ρ , μ), la velocità di rotazione (ω), la geometria della ruota (R_p , w), il numero di denti (Z) e la prossimità di un eventuale shrouding (h):

$$T_W = f(\rho, \mu, \omega, R_p, w, Z, h_{1,2}) \quad (8)$$

La sua adimensionalizzazione è definita come

$$C_t = \frac{T_W}{\frac{1}{2}\rho\omega^2 R_p^5} = \alpha Re^\beta \left(\frac{w}{R_p}\right)^\gamma Z^\delta \left[\left(\frac{h_1}{R_p}\right)^\psi + \left(\frac{h_2}{R_p}\right)^\psi \right] \quad (9)$$

I coefficienti α , β , γ , δ , ψ , h_1 , h_2 presenti nella (9) derivano da una correlazione con i dati sperimentali in modo da fittare opportunamente i valori empirici di WPL.

Tabella 1 Coefficienti dell'equazione (9).

α	β	γ	δ	ψ
60	-0.25	0.8	-0.4	0.56

La necessità di costruire un modello predittivo più accurato ha spinto Diab a condurre un'analisi che convergesse verso un modello pseudo-analitico a partire dalle elucubrazioni esposte da Dawson sulla possibilità di dividere la resistenza nei contributi dati dalle facce laterali e i denti della ruota.

Il valore della resistenza aerodinamica generata dalle sole facce deriva dall'integrazione della forza resistente sviluppata dalla corona circolare di spessore dr su tutto il raggio dell'ingranaggio.

$$dF = \pi C_x \rho \omega^2 r^3 dr \quad (10)$$

dove C_x è un coefficiente definito come

$$C_x = \frac{n}{Re^m} \quad (11)$$

in cui m, n dipendono dal tipo di regime del flusso.

Individuando un numero di Reynolds di *transizione* (indicato con Re^* nella (13)) definito come *numero di Reynolds critico*, nella (12) è stato possibile riportare il coefficiente di momento risultante delle sole forze resistenti sviluppate dalle facce laterali della ruota dentata.

$$C_f = \frac{2n_1\pi}{5 - 2m_1} \frac{1}{Re^{*m_1}} \left(\frac{R^*}{R_p}\right)^5 + \frac{2n_2\pi}{5 - 2m_2} \left[\frac{1}{Re^{m_2}} - \frac{1}{Re^{*m_2}} \left(\frac{R^*}{R_p}\right)^5 \right] \quad (12)$$

$$Re^* = \frac{\rho \omega R^{*2}}{\mu} \quad (13)$$

Per quanto riguarda invece la resistenza aerodinamica sviluppata dai denti, l'analisi diventa più complessa e Diab si rifà ad uno studio eseguito da Akin [12] che attribuisce la resistenza sviluppata dal singolo dente ad un contributo modellabile come un tubo di flusso che si origina da una particolare porzione della faccia del dente anteriore del vano, definita come *superficie attiva*, con una dimensione caratteristica identificata dal parametro X_A . Il risultato fornisce un secondo coefficiente adimensionale relativo al momento frenante dei soli denti. La formulazione risultante è espressa nella (14)

$$C_l \simeq \xi \frac{Z}{4} \left(\frac{w}{R_p} \right) \left[1 + \frac{2(1 + X_A)}{Z} \right]^4 (1 - \cos \phi)(1 + \cos \phi)^3 \quad (14)$$

in cui $\phi = \frac{\pi}{Z} - 2(\text{inv}(\alpha_p) - \text{inv}(\alpha_A))$ è un'approssimazione.

Il contributo complessivo della coppia frenante è dato dalla somma dei due valori appena ottenuti.

$$C_{windage} = C_f + C_l = \frac{T_w}{1/2 \rho \omega^2 R_p^5} \quad (15)$$

La potenza dissipata dal windage è dunque ottenuta dalla moltiplicazione tra la coppia sviluppata e la velocità di rotazione, perciò la formulazione esposta da Diab è data dall'equazione (16).

$$WPL = \frac{1}{2} C_{windage} \rho \omega^3 R_p^5 \quad (16)$$

I risultati ottenuti dall'analisi teorica sono in netta congruenza con quella sperimentale mentre, in corrispondenza delle velocità periferiche più elevate, è stata riscontrata una discrepanza non trascurabile con lo studio presentato da Dawson. Le curve ottenute dai modelli di Diab (Fig. 5, Fig. 6) per diverse geometrie (riportate in Tabella 2) presentano invece un andamento del tutto affine agli esperimenti, anche per i valori più elevati di ω . L'autore evidenzia una concreta possibilità di modellare anche un ambiente bifasico, mirando inoltre ad una maggiore versatilità sulle geometrie adottabili.

Tabella 2 Dati geometrici degli ingranaggi utilizzati negli esperimenti di Diab.

	Diametro primitivo (mm)	Profondità di fascia (mm)	Modulo (mm/dente)
Gear 1	288	30	4
Gear 2	144	30	4
Gear 3	144	60	4
Gear 4	144	60	6

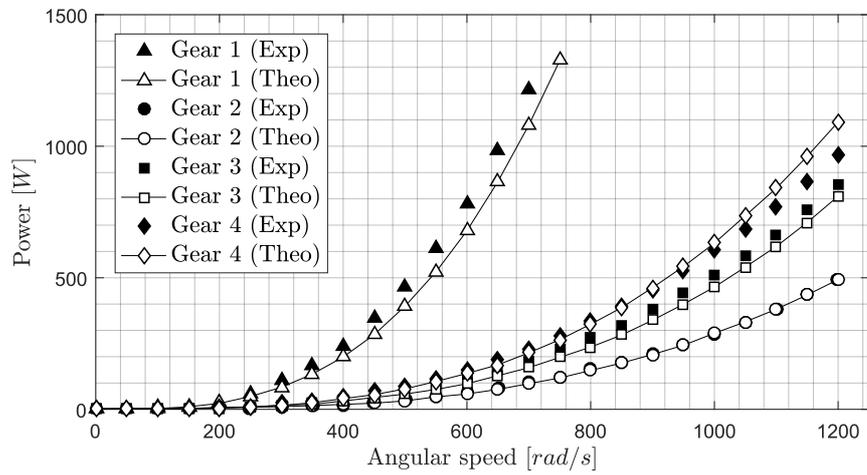


Fig. 5 Confronto tra i dati sperimentali e quelli ricavati dall'analisi dimensionale.
[5]

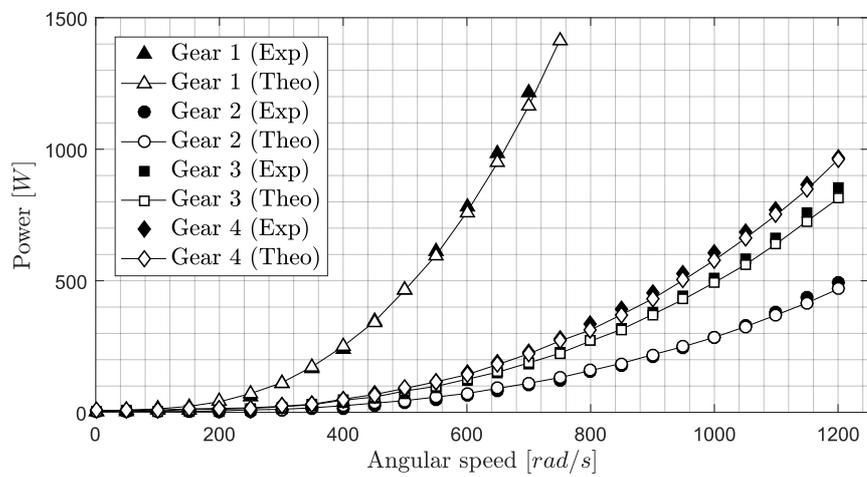


Fig. 6 Confronto tra i dati sperimentali e quelli ricavati dalla relazione analitica.
[5]

Fondelli et al.

Fondelli et al. [6], in collaborazione con l'Università di Firenze, ha recentemente condotto dei test sull'effetto della variazione di pressione sul windage della singola ruota e di due ruote accoppiate. Diversamente dagli autori precedentemente citati, la geometria macroscopica dell'ingranaggio costituisce un parametro fisso. Il test-rig consiste in una scatola a tenuta stagna contenente il corpo messo in rotazione, garantendo l'accurata manipolazione della pressione al suo interno (Fig. 7). Con una temperatura circa costante, una variazione di pressione si traduce in una variazione di densità del fluido.

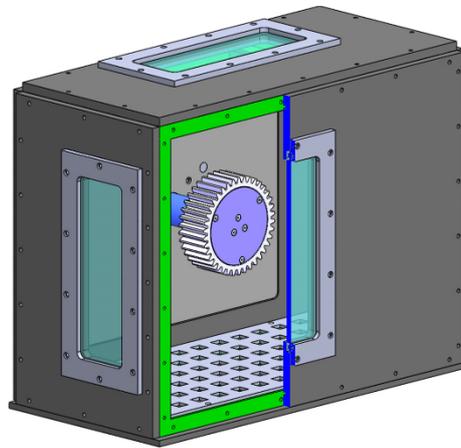


Fig. 7 Rappresentazione grafica del test-ring per il singolo ingranaggio. [6]

Nello studio sono stati considerati livelli crescenti di depressurizzazione della scatola, simulando così l'effetto dell'aumento di quota, e quindi della riduzione di densità. Oltre ad un diretto confronto tra la WPL e la velocità di pitch, gli autori hanno esaminato gli effetti diretti della variazione di densità, proponendo, inoltre, un'analisi sul coefficiente di momento, analizzandone il valore in funzione del numero di Reynolds di ruota (entrambi esposti da Diab et al. [5]).

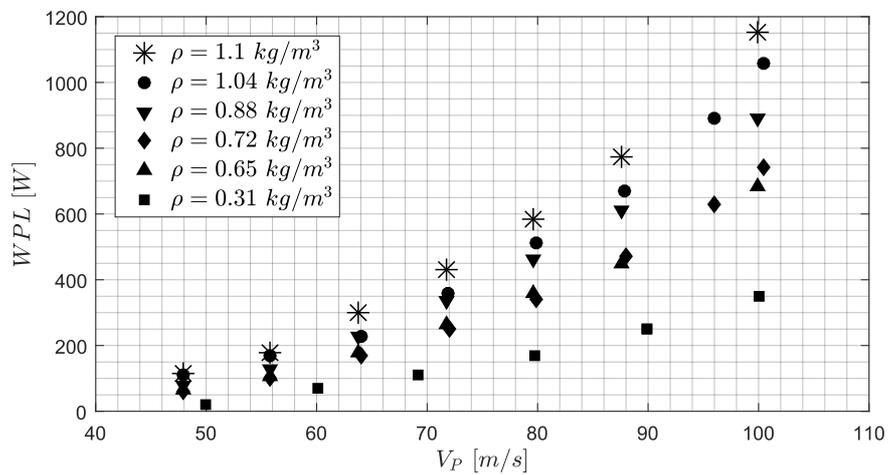


Fig. 8 Windage power loss in funzione della velocità di pitch della ruota, a diverse densità d'aria [6].

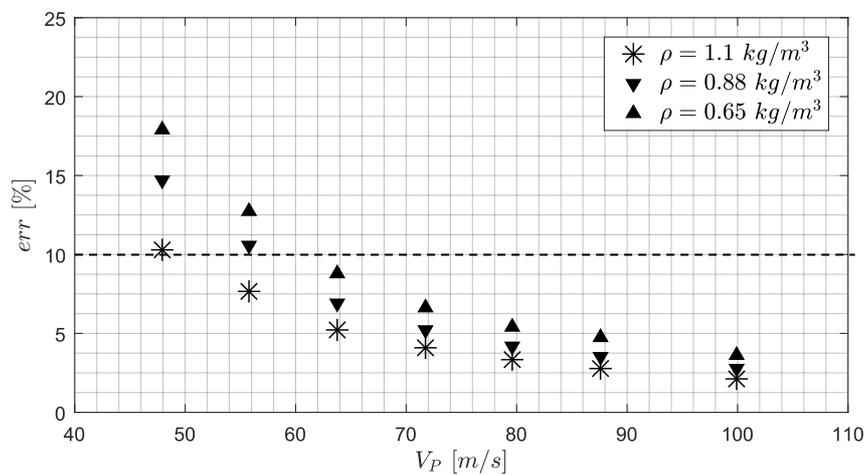


Fig. 9 Andamento dell'errore strumentale del torsionmetro in funzione della velocità di pitch, a diverse densità d'aria [6].

Mediante un torsionometro è stato possibile valutare la WPL in varie condizioni operative (i risultati sono riportati in Fig. 8). Tuttavia, in corrispondenza delle basse velocità di rotazione (< 8000 RPM, equivalenti ad una velocità di pitch pari a $V_p = 60$ m/s) l'errore strumentale supera il 10%, rendendo pertanto inaffidabili i dati acquisiti al di sotto di tale valore (Fig. 9).

Esaminando i dati a parità di velocità di pitch, si osserva inoltre una dipendenza lineare tra la windage power loss e la densità (Fig. 10). In particolare, la resistenza aerodinamica dei denti è direttamente proporzionale all'aumento della densità del fluido.

Riferendosi poi alla formulazione di Diab [5] per il numero di Reynolds di ruota (vedi (7)), è stata condotta un'analisi adimensionale sul momento torcente dovuto al windage. Nell'equazione (17) si riporta la formulazione del coefficiente di momento resistente:

$$C_M = \frac{T_{EXP}}{\frac{1}{2} \rho \omega^2 R_p^5} \quad (17)$$

T_{EXP} è la coppia calcolata dal torsionometro e le grandezze al denominatore descrivono le condizioni operative della ruota.

Sperimentando diverse densità, e quindi variando il numero di Reynolds, il coefficiente di momento ha dimostrato un comportamento costante in tutti i casi (Fig. 11).

Nel prosieguo dell'esperienza di Fondelli et al. viene esposta l'attività di validazione dell'approccio CFD al problema del windage. Per poter avere un confronto diretto tra dati numerici e sperimentali, gli autori eseguono uno studio del campo di moto fisico mediante la tecnica PIV, ottenendo così una chiara visualizzazione dei flussi secondari, fino ad allora ricavata solo mediante la fluidodinamica computazionale.

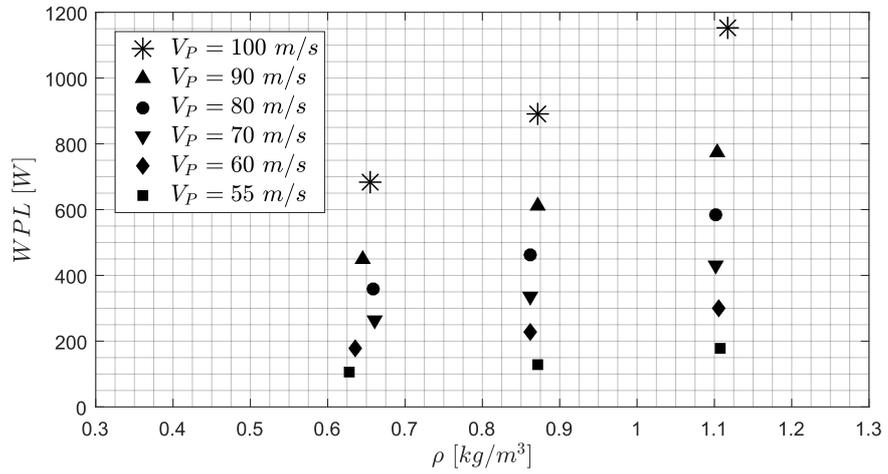


Fig. 10 Windage power loss in funzione della densità [6].

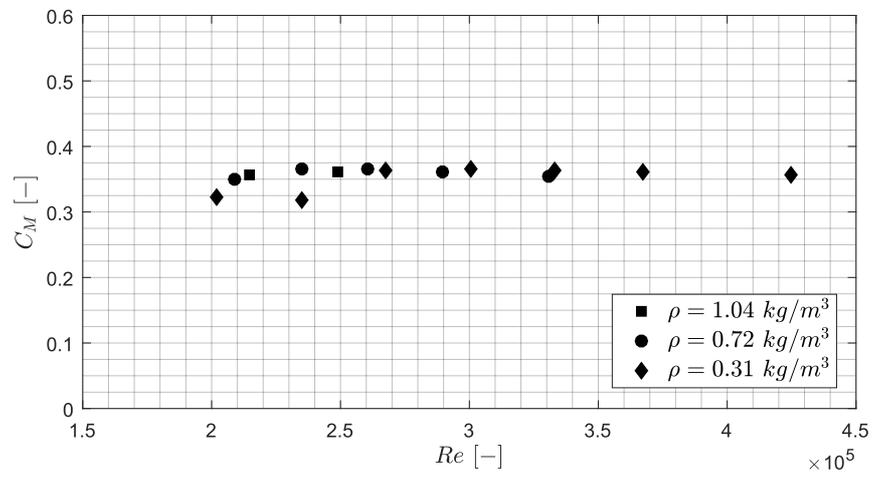


Fig. 11 Coefficiente di momento aerodinamico in funzione del numero di Reynolds di ruota [6].

INDAGINI NUMERICHE

Parallelamente alle prove sperimentali, l'indagine sulle perdite di windage ha recentemente spinto gli autori ad analizzare il campo di moto mediante le simulazioni CFD.

Con potenze di calcolo sempre maggiori, il livello di confidenza raggiunto dalle macchine moderne ha reso possibile l'analisi numerica di architetture complesse e dall'elevato costo computazionale. Ciò ha permesso di stimare numericamente la WPL e di esaminare configurazioni innovative senza necessariamente allestire un intero esperimento fisico.

Di seguito verranno discusse alcune prove condotte dai ricercatori più influenti nell'ambito del windage. Tali elaborati costituiranno poi un punto di partenza per ciò che verrà fatto nel corso di questa tesi.

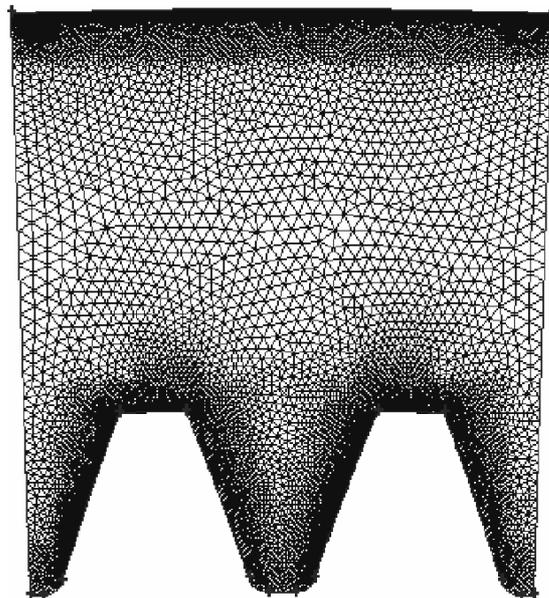


Fig. 12 Schema del modello bidimensionale computazionale adottato da Al-Shibl et al. [7]

Al-Shibl et al.

L'obiettivo dell'autore consiste in uno studio parametrico della riduzione di windage in funzione della distanza radiale tra uno shrouding e l'addendum dei denti, attraverso delle simulazioni CFD bidimensionali [7]. In particolare, il dominio numerico è costituito da un settore circolare 2D che comprende un vano e i due denti adiacenti. Sfruttando la periodicità del flusso, è stato possibile quindi simulare l'intera ruota bidimensionale utilizzando una sola frazione della geometria.

La mesh adottata è di tipo *non-strutturato* (Fig. 12) e la rotazione viene simulata attraverso un modello di *Multiple Rotating Reference Frame* (o MRF). Le condizioni al contorno sono impostate in modo da simulare la periodicità sulle facce laterali del dominio e l'aderenza a parete sia sulla superficie dei denti che sullo shrouding esterno.

Con analisi aggiuntive è stato appurato che non ci fosse una differenza sensibile tra la simulazione di un flusso incomprimibile ed uno comprimibile, date le ridotte velocità periferiche ($M < 0.3$; errore relativo tra i due risultati numerici pari allo 0.22%). Un ulteriore studio ha permesso inoltre di individuare una dipendenza lineare tra il windage e la temperatura.

Da un confronto tra i dati numerici e quelli relativi ai test eseguiti da Lord et al. [13] su una ruota dal modulo ridotto (vedere Tabella 3), si riscontra una buona affinità tra i valori (Fig. 13) ma l'analisi adimensionale sulla prossimità dello shrouding non è in linea con i risultati di letteratura. Lo stesso autore suggerisce quindi l'approfondimento attraverso una serie di simulazioni CFD tridimensionali.

Tabella 3 Proprietà geometriche della ruota simulata da Al-Shibl.

Modulo (mm)	Raggio di pitch (mm)	Profondità di fascia (mm)	Angolo di pressione (°)
1	100	40	20

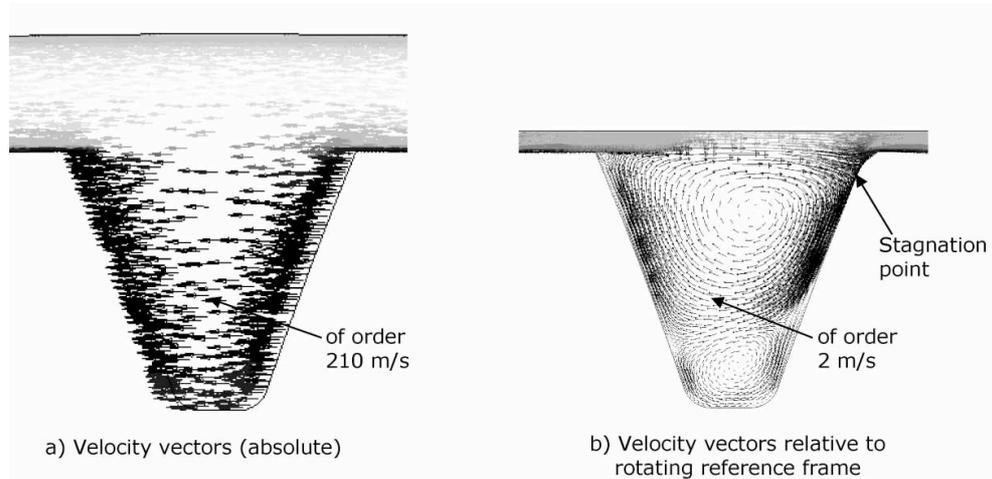


Fig. 13 Risultati numerici del campo di velocità nel caso di ruota dentata (20000 RPM) con shrouding posto ad 1 mm dall'addendum dei denti. [7]

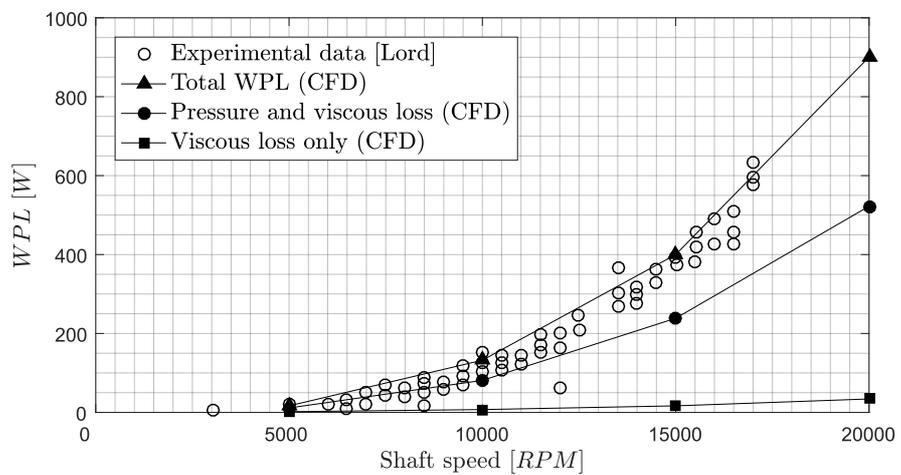


Fig. 14 Risultati numerici ottenuti dalla simulazione bidimensionale di Al-Shibl [7], confrontati con quelli sperimentali di Lord. [13]

Marchesse et al.

Ricorrendo inizialmente ad una geometria bidimensionale con condizioni periodiche, analogamente alle simulazioni di Al-Shibl, Marchesse [8] adotta una *mesh strutturata* (Fig. 15) che, dal punto di vista teorico, garantisce risultati più accurati evitando gradienti numerici spuri, dovuti ad errori nelle operazioni numeriche, aumentando però il numero di celle e quindi il costo computazionale. Così come nelle simulazioni di Al-Shibl, anche in questo caso viene utilizzato un *Multiple Rotating Reference Frame* per calcolare il campo di moto della ruota dentata.

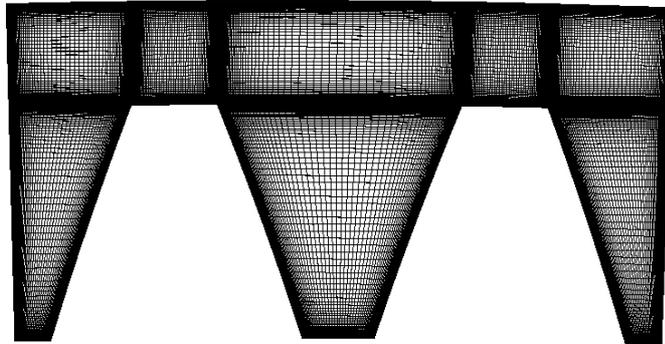


Fig. 15 Mesh strutturata non uniforme proposta nel modello numerico esposto da Marchesse et al. [8]

Dopo aver condotto una serie di analisi sull'accuratezza dei vari modelli di turbolenza (Fig. 16), sulla base delle formulazioni di Dawson e Diab in cui è evidenziata la forte dipendenza dal modulo, Marchesse si concentra su una geometria diversa da quella adoperata da Al-Shibl, dato il modulo eccessivamente ridotto.

Tabella 4 Proprietà geometriche della ruota simulata da Marchesse.

Modulo (mm)	Raggio di pitch (mm)	Profondità di fascia (mm)	Angolo di pressione (°)
5	75	24	20

L'escursione della velocità di rotazione va da 5000 a 20000 RPM e la temperatura del fluido è mantenuta costante al valore di 25°C.

Contrariamente ai risultati di Al-Shibl, l'autore ricava una evidente sottostima della WPL pari, circa, al 95% (Fig. 17).

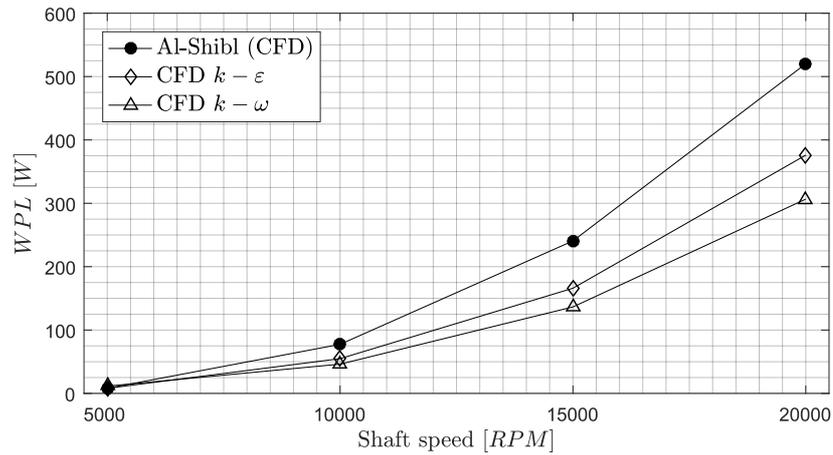


Fig. 16 Confronto tra i dati ricavati dalla simulazione bidimensionale (con vari modelli di turbolenza) e quelli ottenuti da Al-Shibl.

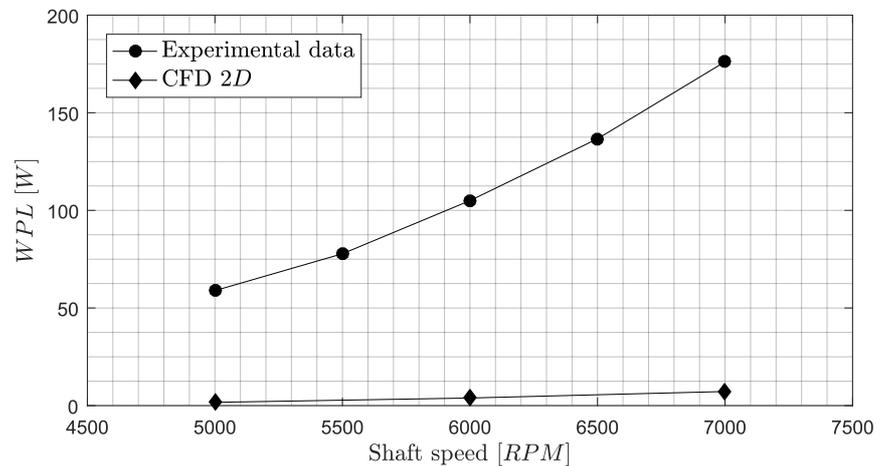


Fig. 17 Confronto tra i dati sperimentali (modulo 5, diametro 155mm) e quelli ricavati dalla simulazione CFD bidimensionale. [7]

Ciò significa che il rapporto tra il valore di WPL ottenuto dalla simulazione bidimensionale ed il relativo dato sperimentale si attesta al 5%.

Questo risultato sottolinea dunque la forte influenza sul fenomeno da parte dei flussi tridimensionali e delle facce laterali; tali aspetti sono naturalmente trascurati nel modello 2D.

A fronte di questa discrepanza, Marchesse analizza il campo di moto costruendo un modello tridimensionale, al fine di ottenere un riscontro fisico, oltre che numerico, del fenomeno.

L'approccio 3D ha consentito di valutare più a fondo le dinamiche dei flussi secondari che si creano all'interno del vano, fornendo una sufficiente analogia con i dati empirici.

L'impostazione della geometria è del tutto coerente con la logica del caso bidimensionale. Assumendo che il campo di moto sia simmetrico rispetto alla direzione assiale della ruota, il dominio numerico comprende solo una metà della cavità (Fig. 18). La condizione di *pressure-outlet*, impostata sulla superficie del dominio a 1.75 altezze di dente dalla faccia laterale e a 11.25 altezze di dente dall'addendum, consente di simulare un ambiente aperto. Una condizione di *symmetry* consente invece di replicare specularmente il campo di moto sulla seconda metà non simulata della ruota.

L'indagine sul caso tridimensionale ha consentito di visualizzare i flussi secondari, già osservati nei test sperimentali (Fig. 19). Inoltre, i risultati hanno dimostrato un inequivocabile miglioramento della stima numerica del windage con un errore massimo, ottenuto in corrispondenza delle velocità angolari più alte, pari all'11% (Fig. 20).

Rispetto al caso bidimensionale, la complessità del campo di moto e l'aumento del numero di celle, a parità di settore circolare, si traducono, tuttavia, in un sensibile incremento del costo computazionale.

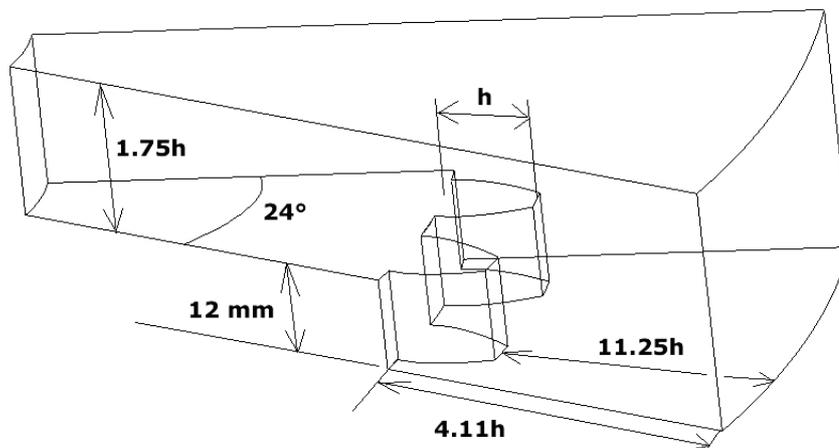


Fig. 18 Dimensioni geometriche del dominio numerico adottato da Marchese per le simulazioni CFD 3D. [8]

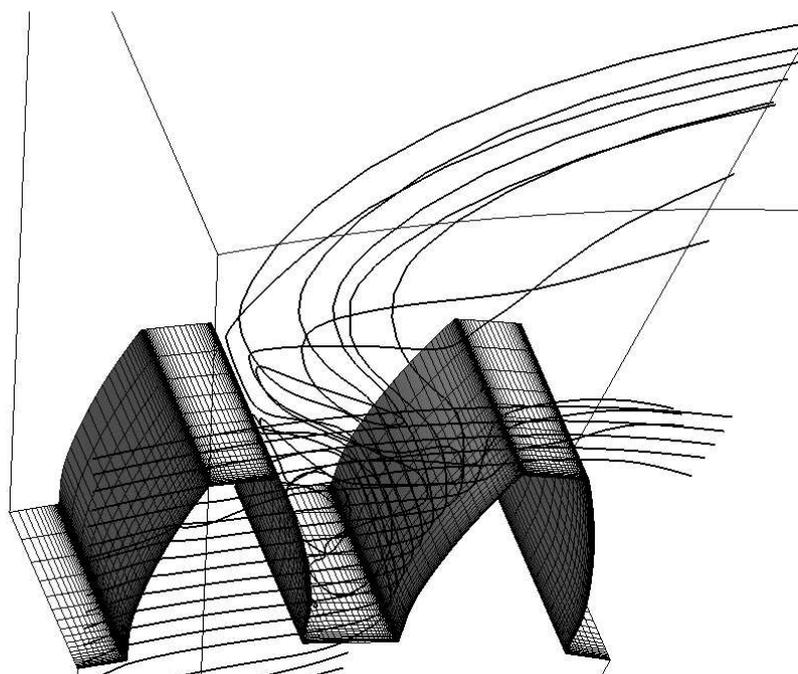


Fig. 19 Risultati tridimensionali del campo di moto all'interno di un vano. [8]

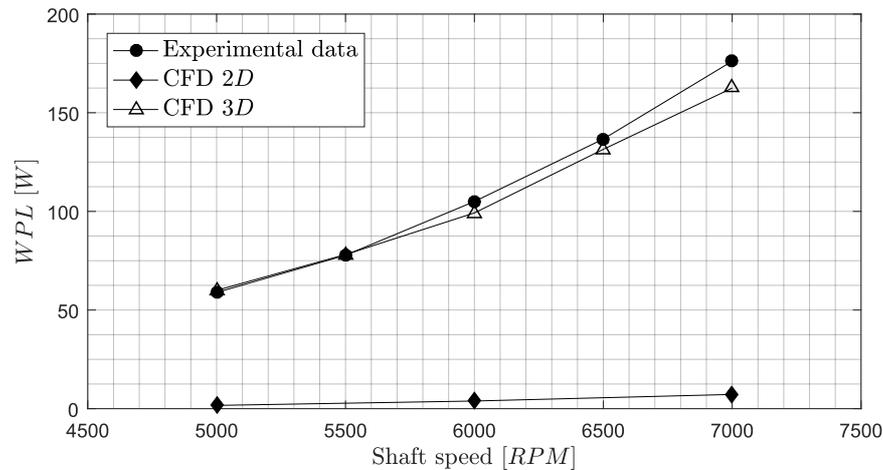


Fig. 20 Confronto tra i valori sperimentali ed i risultati numerici ottenuti con vari modelli di turbolenza e di infittimento di griglia. [8]

Hill et al.

I test eseguiti da Hill [11] presso il *NASA Glenn Research Center* consolidano quanto già avviato dai suoi predecessori per un ingranaggio cilindrico, permettendo una migliore, e più robusta, comprensione dell'aerodinamica alla base del windage. Inoltre, avendo a disposizione una maggiore potenza di calcolo, l'autore, a valle di simulazioni numeriche 3D, propone delle soluzioni innovative per la forma dello shrouding, presentando anche uno studio sugli effetti di profili di denti non convenzionali sulla riduzione della resistenza aerodinamica.

Il *NASA Glenn Research Center* ha avviato questa attività di laboratorio con l'intenzione di creare un solido database, costantemente aggiornato, che comprendesse la maggior parte delle configurazioni geometriche e delle condizioni operative (temperatura, densità, pressione, concentrazione dell'olio ecc.).

Disponendo di questo sfondo empirico, si possono validare, in modo sempre più consistente, i modelli numerici per la stima della WPL.

Sulla base delle prove sperimentali, l'autore ha verificato, preliminarmente, che il numero di Mach massimo, definito come il rapporto tra *velocità di pitch* e velocità del suono, non superasse la soglia del basso subsonico ($M < 0.3$) consentendo, in tal modo, di assumere il flusso come *incomprimibile*.

Per la simulazione numerica, Hill ricorre al codice CFD *OVER-REL*, creato da A. J. Chorin per lo studio di flussi viscosi incomprimibili, basato su uno schema ai volumi finiti applicato ad una griglia strutturata, compatibile con l'analisi *transient flow*. Sia i flussi viscosi che quelli inviscidi vengono risolti con schemi numerici molto precisi, garantendo una bassa dissipazione numerica ed una soluzione stabile.

Per l'analisi della perdita energetica in presenza di uno shrouding, *OVER-REL* consente inoltre di adoperare l'*overset mesh*, simulando il moto relativo tra due griglie sovrapposte. Il passaggio di informazioni numeriche da una mesh all'altra è gestito dal codice *SUGGAR* che implementa un metodo di interpolazione ai minimi quadrati.

Le prime simulazioni vengono tarate sui dati sperimentali di Diab, sia per la ruota dentata che per il disco a facce laterali lisce. Il dominio numerico è analogo a quello presentato da Marchesse, simulando, però, solo metà dei due denti adiacenti al vano (Fig. 21).

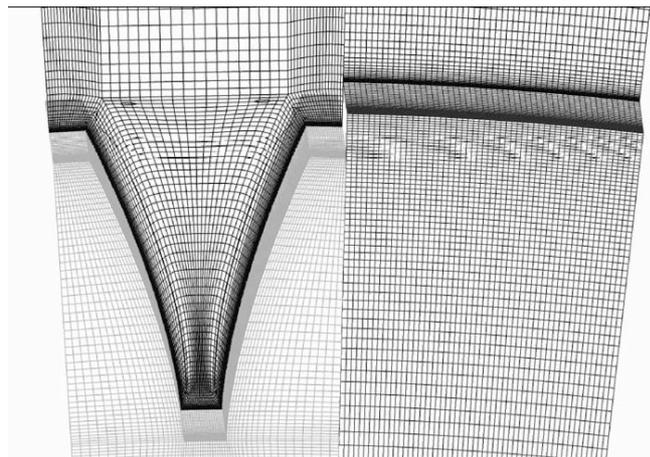


Fig. 21 Mesh adottata da Hill per il modello numerico della ruota dentata e del disco. [2]

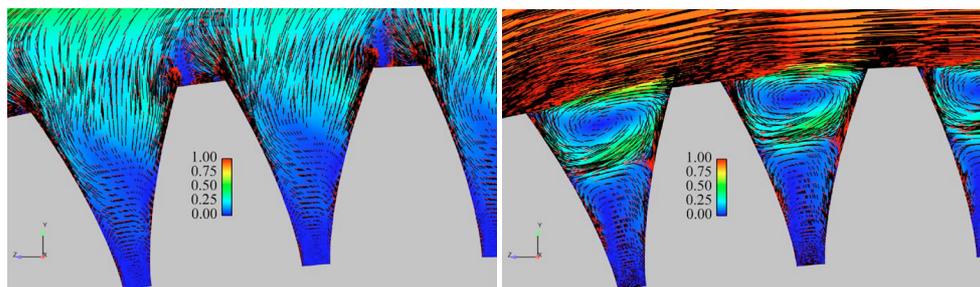


Fig. 22 Confronto della proiezione assiale del campo di velocità tridimensionale in corrispondenza della mezzeria (sinistra) e dell'estremità (destra) del dente. [2]

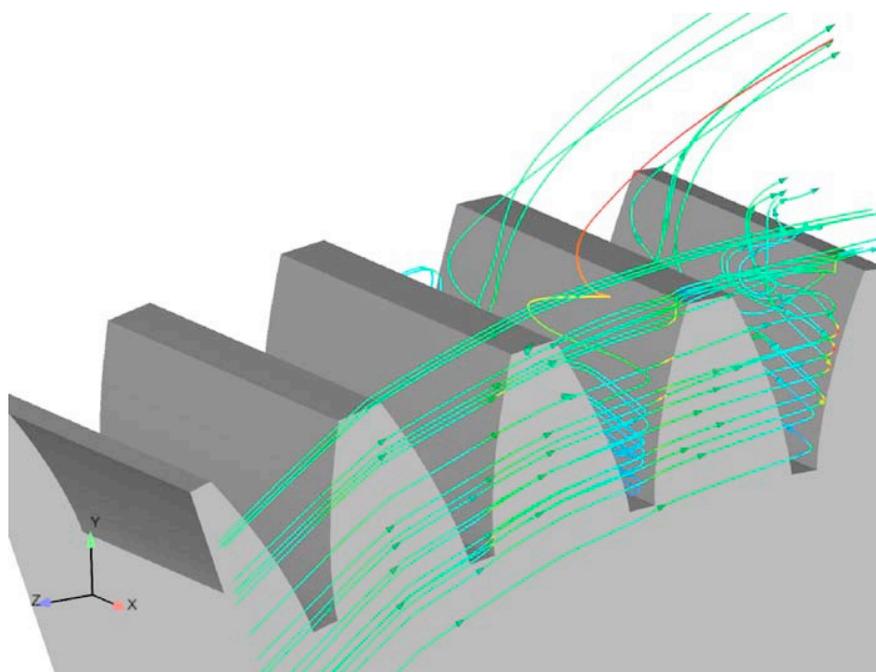


Fig. 23 Linee di flusso del campo di moto tridimensionale per una ruota dentata che gira a 850 rad/s. [2]

Le visualizzazioni del campo di moto presentate in Fig. 22 e Fig. 23 confermano la corrispondenza con i test sperimentali, fornendo una fenomenologia totalmente in linea con quella esposta da Marchesse.

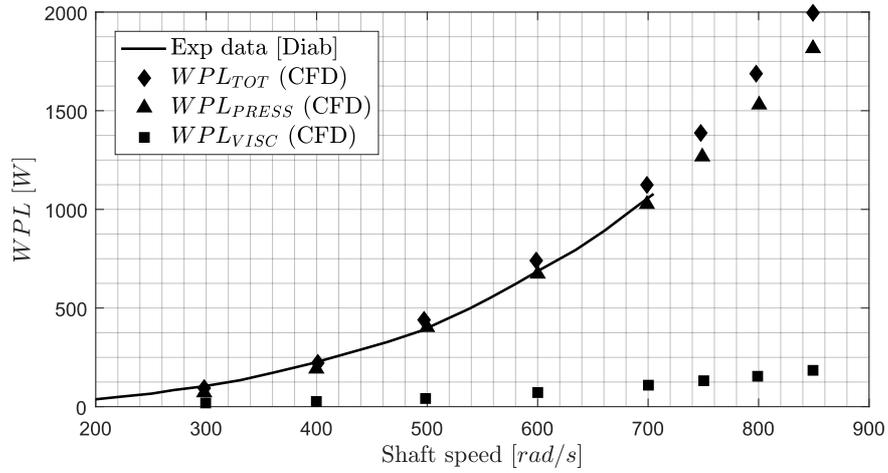


Fig. 24 Confronto tra i risultati empirici di Diab e quelli numerici di Hill per una delle configurazioni geometriche. [2]

Nella Fig. 24 vengono riportati i dati numerici ottenuti dalla simulazione della Gear 1 di Diab (vedere Tabella 2). I risultati dimostrano un'ottima congruenza tra i valori provenienti dalla CFD e la WPL sperimentale, con un errore relativo massimo del 6%.

Dal grafico è possibile apprezzare l'importanza di un approccio numerico e come questo consenta di addentrarsi nelle caratteristiche fisiche del fenomeno, permettendo così di sviscerarlo nei suoi diversi contributi. Osservando infatti i risultati esposti, si comprende come le forze di pressione abbiano l'impatto maggiore sulla resistenza aerodinamica, e quindi sulla WPL.

In accordo con i dati di letteratura pregressi, l'attrito viscoso costituisce una percentuale costante pari al 10% dell'intera dissipazione di potenza. Conseguentemente, l'autore introduce un metodo per valutare la coppia associata alla differenza di pressione tra un dente e l'altro a partire dai risultati delle simulazioni, esposta nella (18).

$$T^*(x) = \frac{\int_{r_{inner}}^{r_{tip}} \Delta p dA_{\theta} dr}{dx} \left[\frac{1}{\frac{1}{2} \rho V_{ref}^2 L_{ref}^2} \right] \quad (18)$$

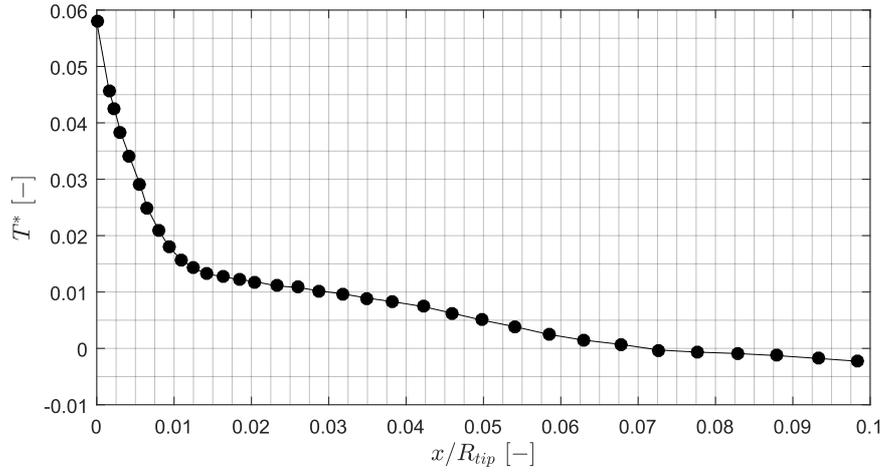


Fig. 25 Andamento della coppia di pressione al variare della direzione longitudinale all'interno del vano. [2]

Grazie alla mesh strutturata, le celle della superficie del dente anteriore e di quello posteriore al vano possiedono la stessa area dA e sono equidistanti dal centro della ruota, condividendo così la medesima coordinata radiale r .

Il ΔP che compare nella (18) è quindi definito come la differenza di pressione tra due celle individuate allo stesso raggio; dx è la lunghezza della cella nella direzione assiale; dA_θ è l'area di cella proiettata nella direzione tangenziale.

La Fig. 25 rappresenta la distribuzione di pressione per una metà del vano. Si osserva un contributo fortemente non lineare in prossimità dell'estremità laterale del dente ($0 \leq x/R_{tip} \lesssim 0.01$), mentre una certa linearità viene individuata in corrispondenza del quarto di vano ($0.01 \lesssim x/R_{tip} \lesssim 0.07$). La zona centrale ($0.07 \lesssim x/R_{tip} \lesssim 0.1$) presenta una $T^*(x) < 0$, evidenziando così un contributo spingente piuttosto che frenante.

La distribuzione di coppia esposta da Hill rappresenta chiaramente il legame tra le perdite di windage e gli effetti tridimensionali: simulare una geometria finita piuttosto che infinita (o bidimensionale) consente perciò di cogliere gli *effetti di bordo*. Diversamente dal modello 2D, l'aria può accedere all'interno del vano anche dall'apertura laterale (per via dell'ingestione assiale) oltre che da quella

superiore. Il campo di moto evolve così in tutte le direzioni e, per questo motivo, la semplificazione apportata dalle simulazioni bidimensionali è estremamente riduttiva, con una conseguente sottostima della WPL.

Sulla base di questa fenomenologia, Hill prosegue con alcuni studi sulla riduzione passiva delle perdite fluidodinamiche per mezzo di schermature della ruota (investigando su diversi gradi di *clearance* e sulla forma del casing) o profili del dente con prestazioni aerodinamiche ottimizzate (utilizzando intagli, rampe o fillet).

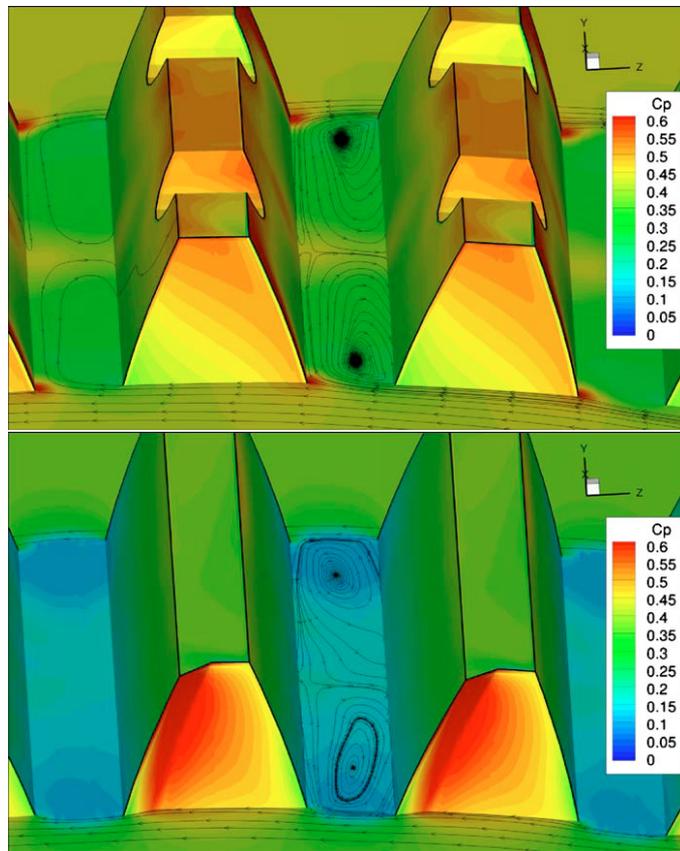


Fig. 26 Esempio di soluzioni geometriche del profilo del dente per l'abbattimento della resistenza aerodinamica. [2]

Modelli aria-olio

Nei test precedentemente esposti si analizzano le ruote dentate messe in rotazione in un ambiente composto da una singola fase di aria (*single-phase flow*). Tuttavia, in una configurazione realistica di gearbox aeronautica, è necessario tener conto della miscela che si viene a creare tra l'aria e l'olio di lubrificazione, oltre che le diverse condizioni operative nelle varie fasi di volo.

Per simulare il campo di moto attorno ad una ruota lubrificata si ricorre ad un dominio fluido multifase (*multi-phase flow*) i cui schemi numerici implementano il *mixing* tra fluidi di natura diversa, comportando però un incremento delle operazioni da svolgere ad ogni iterazione. Ciò si traduce in un rilevante aumento del costo computazionale, rendendo tali simulazioni poco pratiche da analizzare.

Ad ogni modo, l'argomento del multifase non verrà trattato in questa tesi.

Prime conclusioni

I tentativi di ricondursi ai valori sperimentali di windage a partire da modelli CFD 2D dimostrano una scarsa accuratezza, implicando la necessità di ricorrere alle più complesse simulazioni 3D. Le analisi esposte da Marchesse [8] (consultare Sezione Marchesse et al.) forniscono il quadro più ampio sulle differenze tra i due approcci. È chiaro che uno studio tridimensionale fornisca i risultati più vicini a quelli reali, ma le tempistiche richieste sono nettamente svantaggiose. La letteratura a disposizione, inoltre, non consente di risalire ad una metodologia consolidata per la discretizzazione numerica del caso. È dunque necessario stabilire un metodo per la discretizzazione spaziale del singolo dente, mirando alla scalabilità per diversi tipi di geometria. Successivamente, sulla base delle simulazioni CFD di alcuni casi di letteratura, si approfondiranno i risultati ottenuti dalle analisi bidimensionali, confrontandoli poi con i dati sperimentali. Ciò consentirà di definire un modello matematico semplificato che permetta di escludere l'onerosa analisi tridimensionale.

Capitolo 2

PERCHÉ LA CFD?

La fluidodinamica computazionale (*CFD*), in questo come in altri campi d'applicazione, ha permesso di studiare la meccanica dei fluidi attraverso un approccio numerico piuttosto che sperimentale.

Questa tecnologia, affermata già a partire dagli anni '70, ha acquisito una notorietà sempre maggiore, raggiungendo in poco tempo una precisione tale per cui è possibile riprodurre accuratamente i dati empirici. Ciò significa che la necessità di condurre degli esperimenti nella fase preliminare di un progetto può essere soppiantata dalle simulazioni numeriche, lasciando comunque spazio ai test nella fase finale di convalida del prodotto.

Da un punto di vista economico, eseguire delle analisi CFD, ad esempio sull'ottimizzazione aerodinamica di un prodotto, è senz'altro più conveniente di produrre un'intera serie di modelli simili tra di loro e testarli singolarmente in una galleria del vento.

Tuttavia, dovendo soddisfare la crescente richiesta commerciale per prodotti più efficienti, è necessario replicare la realtà in modo talmente accurato, al punto che, per specifiche applicazioni, i calcoli CFD hanno ormai raggiunto livelli di complessità particolarmente elevati. L'aumento dei tempi di calcolo ne è la diretta conseguenza, essendo questi fortemente influenzati dall'onere computazionale del caso e dalle prestazioni delle macchine sulle quali viene simulato.

Conseguentemente, i vantaggi offerti dalla fluidodinamica vanno bilanciati con la fattibilità della simulazione stessa.

Al giorno d'oggi, di fatto, l'ottimizzazione al dettaglio dei prodotti è uno dei foci principali della ricerca. Ciò richiede una particolare attenzione alle

caratteristiche secondarie: ogni variazione, modifica, alterazione può fare la differenza sull'efficienza del componente, pertanto cogliere numericamente gli aspetti minori è la chiave per l'accuratezza dell'analisi. Le simulazioni CFD dovranno quindi necessariamente scendere ad un livello di dettaglio tale da estendere eccessivamente le tempistiche, richiedendo così un'elevata potenza di calcolo e restringendo di conseguenza il bacino di applicabilità nel contesto industriale.

Dalle pubblicazioni di Hill [2] [11] si comprende appieno questo concetto. L'autore ha costruito uno schema numerico pensato appositamente per cogliere al meglio la windage power loss sugli ingranaggi cilindrici. Complessivamente, le analisi CFD forniscono dei risultati sufficientemente fedeli ai valori ottenuti sperimentalmente, giustificando così l'adoperare di un intero centro di ricerca per studiare numericamente il fenomeno.

Tuttavia, dal punto di vista industriale, e quindi commerciale, l'impiego di tutte queste risorse in un problema così specifico potrebbe risultare sconveniente. Piuttosto, l'intento è quello di trovare una soluzione che sia sufficientemente accurata ma soprattutto pratica. Ciò comporta spesso una semplificazione delle modalità con cui si conducono le analisi. Con tale approccio generalmente si giunge ad un modello matematico, ricavato da correlazioni con i dati empirici, che consenta di ottenere una soluzione a partire da specifici input operativi (ad esempio la geometria di un componente piuttosto che le proprietà fluidodinamiche dell'aria). In questo contesto, la fluidodinamica computazionale, se accoppiata ai suddetti modelli, riveste un ruolo di rilievo come ausilio per risalire ad un risultato opportunamente accurato. Inoltre, le simulazioni numeriche consentono di visualizzare l'aerodinamica dei fenomeni studiati, permettendo quindi di comprendere la fisica che li descrive semplificando, talvolta, l'estrapolazione del modello.

UN MODELLO 2D PER LA WPL

È stato già compreso come la windage power loss (*WPL*), seppur rappresentando un'esigua percentuale della potenza complessivamente trasmessa nelle gearboxes aeronautiche, comporti comunque un'ingente perdita energetica in termini assoluti. Includere il fenomeno nella stima del deficit di potenza totale è dunque necessario per l'ottimizzazione dell'efficienza meccanica dei componenti.

Così come per le altre perdite load-dependent e load-independent, disporre di un modello semplificato per la valutazione dell'impatto del windage consentirebbe di stimare il rendimento meccanico di una specifica configurazione in modo molto più pratico. I vantaggi sono chiari: la definizione di ottimo per la geometria da adottare in una trasmissione aeronautica può essere condotta in modo estensivo, includendo pertanto un maggior numero di configurazioni possibili nello studio. In quest'ottica, la CFD, in un approccio semplificato, può rappresentare un diretto collegamento tra le più complesse simulazioni tridimensionali ed il modello matematico.

Classificando le varie strategie in base al grado di complessità di realizzazione, il modello matematico è senz'altro il risultato più difficile da ottenere, essendo ricavato da elucubrazioni condotte su un'elevata mole di dati empirici. Diversamente, la validazione delle simulazioni tridimensionali richiede un minor numero di esperimenti, garantendo un metodo efficace per la stima numerica del windage. Ad ogni modo, una volta consolidate le metodologie, applicare un modello matematico ha un costo praticamente nullo, mentre le simulazioni 3D, o le stesse valutazioni sperimentali, continuano ad essere caratterizzate da costi e tempi piuttosto elevati. L'idea è dunque quella di costruire un modello CFD 2D che possa considerarsi come uno step in avanti per l'elaborazione di una soluzione analitica, rappresentando un punto di pareggio tra complessità di realizzazione e costi per l'applicazione.

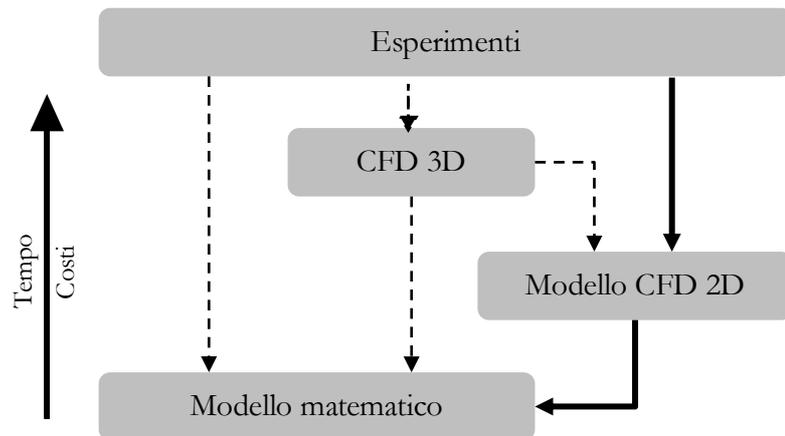


Fig. 27 Schema di collegamento tra gli esperimenti ed il modello matematico.

Le indagini pregresse, esposte nei capitoli precedenti, non offrono tuttavia una chiara metodologia con cui impostare una semplificazione delle simulazioni numeriche. Piuttosto, viene messa in luce la complessità con cui evolve la dinamica del fenomeno, evidenziando l'importanza di adoperare delle simulazioni CFD tridimensionali per garantire la massima accuratezza nel risultato.

Alcuni tra gli autori citati hanno comunque esplorato le possibilità offerte dalle simulazioni di dimensione ridotta, convenendo comunque nell'inefficacia di un approccio bidimensionale al problema. Come già visto, le motivazioni sono legate alla forte tridimensionalità del fenomeno, sebbene sia evidente la mancanza di una tecnica ben definita per la stima della WPL nelle due dimensioni.

L'idea esposta nel prosieguo di questa tesi è quella di approfondire le simulazioni bidimensionali, definendo quantitativamente la discrepanza rispetto ai risultati della CFD 3D. Lo scopo è stabilire una metodologia efficace che si fondi sull'equilibrio ottimale tra una simulazione veloce e accurata.

Le conclusioni di tali analisi confluiranno in un modello CFD in grado di fornire un risultato con un'accuratezza confrontabile con le simulazioni 3D ma al costo del bidimensionale.

IMPOSTAZIONE DELLE SIMULAZIONI 2D

Per la corretta impostazione di un caso bidimensionale è stato definito il seguente diagramma di flusso.

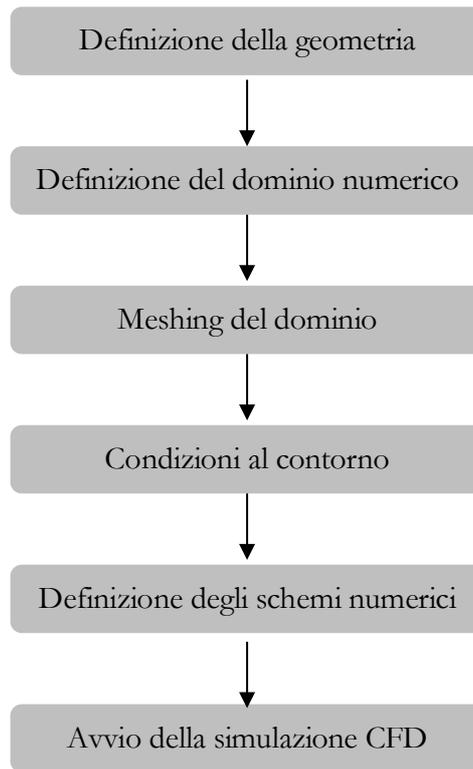


Fig. 28 Diagramma di flusso per l'impostazione di una simulazione CFD.

Una volta costruita la geometria del dente è importante stabilire una metodologia corretta per la discretizzazione spaziale del dominio numerico. Verranno poi definite le condizioni al contorno che meglio approssimano la fisica del problema e, conseguentemente, gli schemi numerici per la risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes.

GEOMETRIA DEL DENTE

Perché si possa avviare una simulazione fluidodinamica è necessario disporre di un dominio numerico che riproduca la geometria esaminata. In questo capitolo vengono esposti i principali aspetti geometrici di una ruota dentata cilindrica.

La letteratura fornisce una metodologia analitica per ricavare il profilo bidimensionale del dente a partire da alcuni parametri costruttivi, tarati sulla robustezza strutturale del componente. Tale soluzione verrà successivamente implementata numericamente consentendo la manipolazione della forma geometrica ai fini della simulazione CFD. In tal modo si garantisce la massima affinità geometrica con il caso reale, screditando così gli errori derivanti dalla scarsa fedeltà con la ruota testata negli esperimenti.

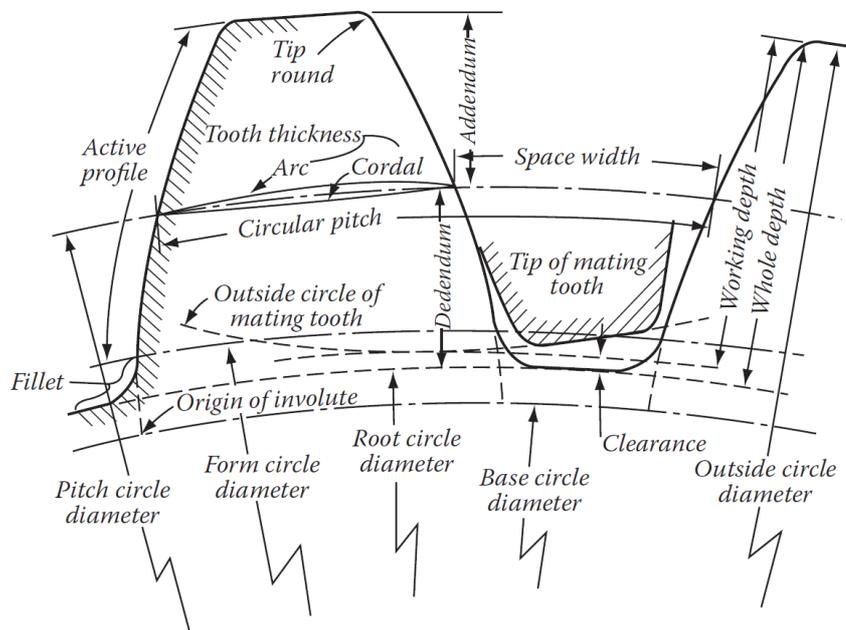


Fig. 29 Principali grandezze geometriche di un dente [14].

Per la costruzione del dente per i casi simulati nel presente documento, viene adoperata la standardizzazione *AGMA* [15], ricorrendo a formulazioni suggerite da Dicker et al. [16] per sviluppare il profilo a *involuta di cerchio*.

La forma della ruota dentata è dettata da alcuni parametri principali dai quali dipendono tutte le altre caratteristiche geometriche (Fig. 29):

- **Modulo (m):** parametro principale, stabilisce le regole di proporzionalità del profilo del dente. Moltiplicando questo numero per opportuni coefficienti è possibile infatti fissare tutte le dimensioni nominali.
- **Cerchio primitivo:** è la circonferenza teorica che determina il rapporto di trasmissione tra due ruote. In due ingranaggi accoppiati, i cerchi primitivi sono tangenti tra di loro. Il punto di tangenza è inoltre l'unica zona in cui non vi è una componente di strisciamento tra i denti che ingranano. Pertanto, la trasmissione è ivi ideale in quanto non vi sono contributi di attrito radente ma soltanto volvente.
- **Diametro primitivo (D_p):** è il diametro del cerchio primitivo e rappresenta una grandezza fondamentale attraverso la quale è possibile risalire al numero di denti della ruota, se rapportato al modulo.

$$Z = \frac{D_p}{m} \quad (19)$$

Considerando il raggio primitivo R_p e moltiplicandolo per la velocità angolare ω si ricava inoltre la velocità periferica di pitch line, quantità spesso utilizzata come riferimento nella fluidodinamica attorno ad una ruota

$$V_p = R_p \cdot \omega \quad (20)$$

- **Angolo di pressione (α_p):** è l'angolo formato tra il piano tangente al cerchio primitivo e la direzione perpendicolare alla faccia laterale del dente, detta anche *retta d'azione*, lungo la quale è applicata la forza risultante del contatto tra due denti che ingranano.
- **Passo primitivo (p_T):** è l'arco di circonferenza misurato sul cerchio primitivo con cui si determina la distanza curvilinea tra due denti consecutivi. Si ricava dalla seguente formulazione:

$$p_T = \pi \frac{D_p}{z} = \pi m \quad (21)$$

- **Circonferenza di base:** caratterizzata dal raggio di base R_B , è la circonferenza dalla quale si genera l'evolvente di cerchio. La sua dimensione radiale viene determinata in funzione del raggio primitivo e dell'angolo di pressione:

$$R_B = R_p \cos \alpha_p \quad (22)$$

- **Circonferenza di testa:** detta anche circonferenza di *troncatura esterna*, rappresenta il limite radiale più esterno in corrispondenza del quale l'evolvente di cerchio si interrompe. La differenza tra il raggio di circonferenza di testa (R_A) ed il raggio primitivo (R_p) è pari all'*addendum* (h_A) del dente. Nella normativa standard, l'addendum è pari al modulo:

$$h_A = R_A - R_p = m \quad (23)$$

- **Circonferenza di piede:** analogamente alla precedente, indica la circonferenza di *troncatura interna* del dente e il suo raggio (R_D) si ottiene dalla differenza tra il raggio primitivo (R_p) ed il *dedendum* (h_D). Nella normativa standard, il dedendum è pari 1.25 volte modulo:

$$h_D = R_p - R_D = 1.25m \quad (24)$$

- **Altezza del dente:** la somma del dedendum e dell'addendum è pari all'altezza del dente (h).

$$h = h_D + h_A = 2.25m \quad (25)$$

- **Profondità di fascia (w):** è intesa come la larghezza della ruota. Anche questa grandezza è generalmente relazionata al modulo attraverso un coefficiente γ , standardizzato, in modo da garantire una superficie di contatto sufficientemente estesa per sopportare i carichi strutturali derivanti dall'accoppiamento tra ingranaggi.

Imponendo il *modulo*, il *raggio primitivo*, l'*angolo di pressione* e la *profondità di fascia* si può quindi definire l'intera geometria della ruota. In particolare, la curvatura che caratterizza la faccia laterale dei denti viene delineata secondo una precisa legge, definita come '*involuta di cerchio*', oggetto di studio dell'*involutometria*. L'implementazione dell'*involuta di cerchio* nel processo di creazione del profilo del dente per i test numerici rappresenta quindi la chiave per l'accuratezza geometrica del corpo.

Involutometria

La superficie di contatto del dente deriva da una specifica forma che garantisce un'opportuna robustezza strutturale e, in particolar modo, conferisce un elevato livello di continuità nella trasmissione del moto da un ingranaggio all'altro.

A parità di *modulo* ed *angolo di pressione*, due ruote che ingranano sono costantemente a contatto in un punto che, durante la rotazione, scorre lungo la retta d'azione, tangente ad entrambe le circonferenze di base. Questa caratteristica è fondamentale per prevenire l'usura dei denti ed è garantita dal fatto che le superfici di contatto sono progettate secondo la regola dell'*involuta di cerchio*.

Alla base delle formulazioni geometriche dell'involuta di cerchio vi è un intero ramo della trigonometria denominata *involutometria*.

Questa scienza fornisce quindi un approccio analitico alla progettazione dei denti di cui si fa uso nella maggior parte delle ruote dentate standardizzate.

Essenzialmente, considerando una circonferenza di raggio base r_b , si immagina di prendere un punto qualsiasi e di svolgerlo dal cerchio tendendo la *corda* che lo lega alla circonferenza. Tale corda sarà tangente ad essa ed il raggio che individua il punto di tangenza, man mano che la rotazione avanza, definisce un'apertura angolare $(\beta + \varphi)$ rispetto alla posizione iniziale. β indica l'angolo tra la radiale che interseca il punto corrente sull'involuta e il raggio di partenza; φ si riferisce invece all'angolo formato con la posizione finale.

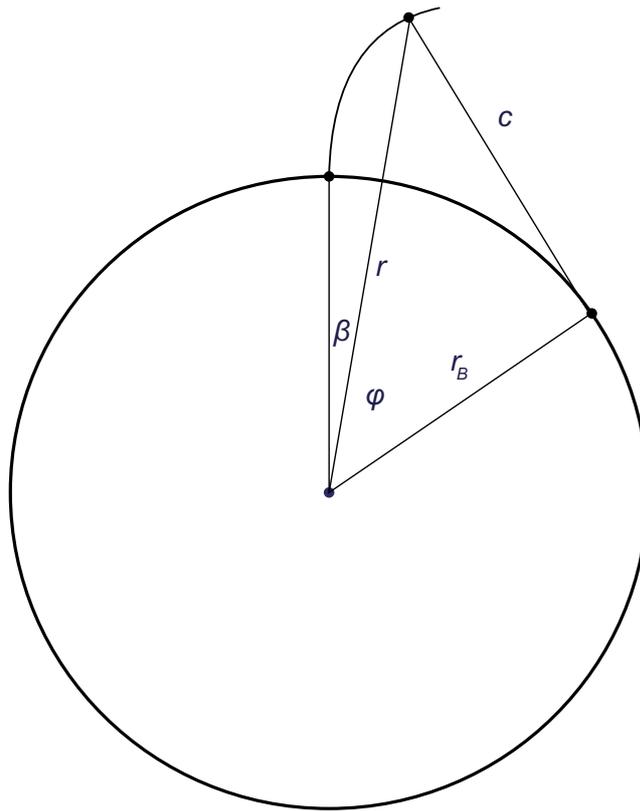


Fig. 30 Schema per la costruzione dell'involuta di cerchio.

Si deriva che la lunghezza della corda è definita come

$$c = R_B(\beta + \varphi) \quad (26)$$

e conoscendo tali angoli è possibile asserire anche che

$$c = R_B \tan \varphi \quad (27)$$

Uguagliando la (26) alla (27) è si risale ad una relazione essenziale per la trigonometria in gioco

$$\beta = \text{inv}(\varphi) = \tan \varphi - \varphi \quad (28)$$

Si definisce così la *funzione di involuzione di φ* : $\text{inv}(\varphi)$.

Disponendo di tali formulazioni, è possibile valutare la distanza che separa punti che, a parità di raggio, giacciono su due involute speculari rispetto alla mezzeria del dente e, conseguentemente, la relativa apertura angolare.

Identificando rispettivamente con t_i e δ_i la distanza tra due punti i -esimi presi sulla curva e la loro semiapertura angolare, si ha che:

$$t_i = 2R_i \left[\frac{t_P}{2R_P} + \text{inv}(\alpha_P) - \text{inv}(\alpha_i) \right] \quad (29)$$

$$\delta_i = \frac{t_i}{2 R_i} \quad (30)$$

Si osserva dunque una dipendenza diretta dall'angolo di pressione α_P (definito a priori dalla normativa), dalla distanza t_P tra due punti presi in corrispondenza della circonferenza primitiva rapportata al diametro della stessa e dall'involuzione dell'angolo di pressione α_i valutato sul punto considerato.

$$t_P = \frac{\pi m}{2} \quad (31)$$

$$\alpha_i = \cos^{-1} \frac{R_B}{R_i} \quad (32)$$

È possibile ora valutare le coordinate cartesiane dei punti che compongono l'involuta di cerchio in modo da procedere con la costruzione della geometria bidimensionale completa del dente.

$$R_X(\varphi) = R \cos(\delta_B - \beta) = \frac{R_B}{\cos \varphi} \cos(\delta_B - \beta) \quad (33)$$

$$R_Y(\varphi) = R \sin(\delta_B - \beta) = \frac{R_B}{\cos \varphi} \sin(\delta_B - \beta) \quad (34)$$

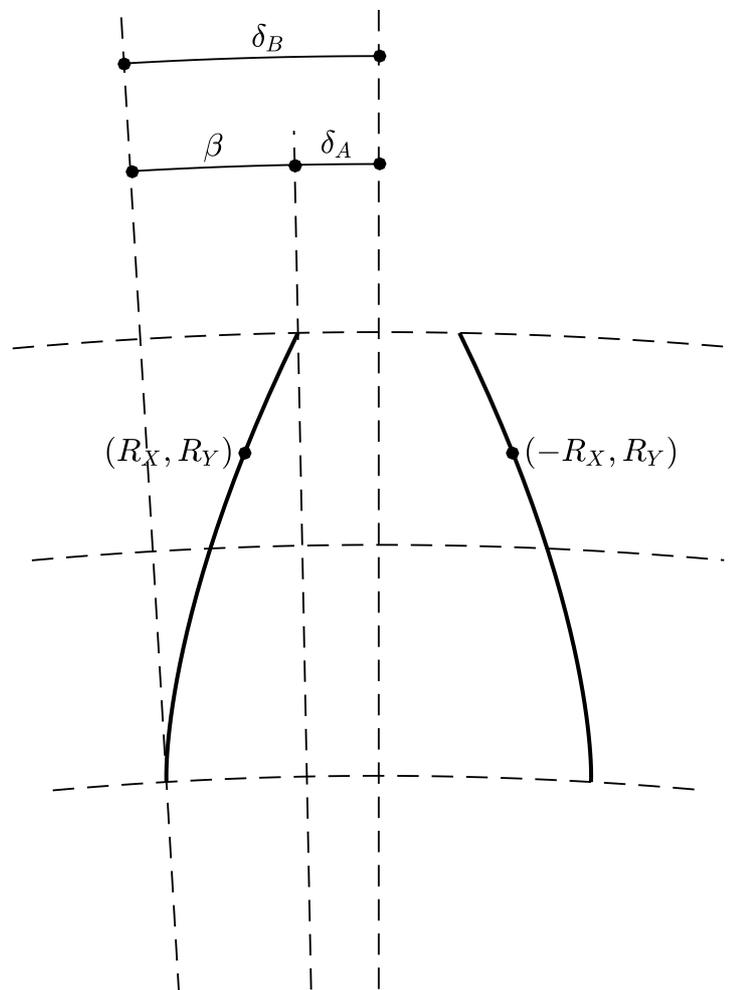


Fig. 31 Involute di cerchio troncate in testa.

Cambiando di segno la (33) si ottengono entrambe le curve, speculari rispetto alla verticale (Fig. 31).

L'involuta deve arrestarsi in corrispondenza della circonferenza di testa, dove avviene la troncatura esterna. Ciò si traduce in un limite superiore per l'apertura dell'angolo φ .

$$0^\circ \leq \varphi \leq \alpha_A \quad (35)$$

La grandezza α_A rappresenta l'angolo di pressione all'addendum ed è definita secondo la formulazione espressa nella (32).

$$\alpha_A = \cos^{-1} \frac{R_B}{R_A} \quad (36)$$

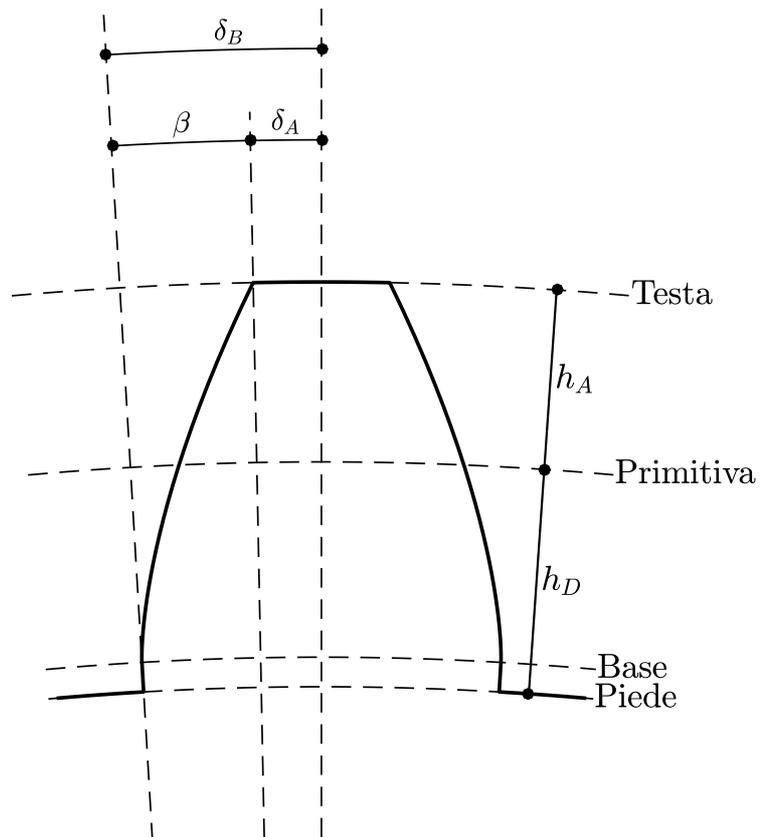


Fig. 32 Schema completo di un dente di modulo pari a 4 e raggio primitivo pari a 72 mm.

A questo punto diventa semplice completare il disegno del dente in quanto sarà sufficiente chiudere la troncatura superiore con un arco di circonferenza di raggio r_A e semiapertura δ_A e successivamente congiungere il punto da cui viene generata l'involuta di cerchio con la circonferenza di piede attraverso una radiale (Fig. 32).

Il processo analitico per ricavare la superficie di contatto e, conseguentemente, l'intero profilo del dente è stato implementato in uno script MatLab per la generazione di una spline discreta equivalente da poter importare in SpaceClaim, software CAD nativo dell'applicazione Ansys WorkBench, utilizzata per l'analisi CFD.

Inoltre, disponendo della spline del singolo dente, questa è stata ripetuta Z volte ottenendo la geometria di una ruota intera (Fig. 33).

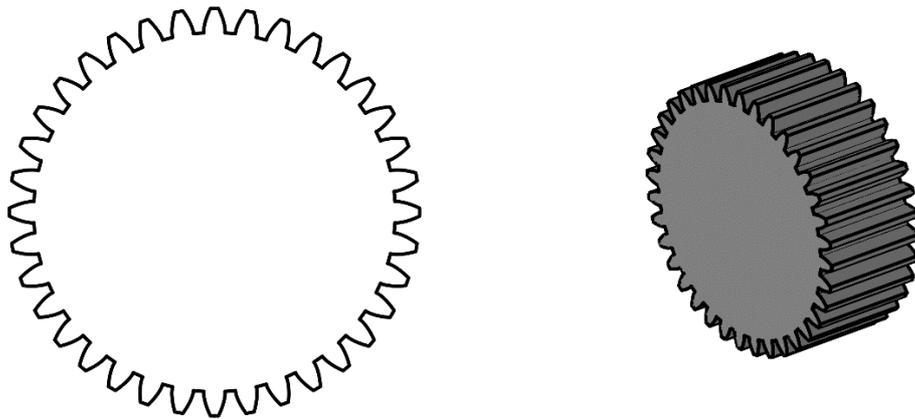


Fig. 33 Ruota dentata con modulo 4 e raggio primitivo pari a 72 mm.

Nella Tabella 5 e nella Fig. 34 vengono riportate le sei ruote utilizzate nel prosieguo della tesi per le simulazioni CFD.

Tabella 5 Caratteristiche geometriche principali delle ruote simulate.

	m (mm)	R_P (mm)	w (mm)	Z
<i>Diab, Gear 1</i>	4	144	30	72
<i>Diab, Gear 2</i>	4	72	30	36
<i>Diab, Gear 3</i>	4	72	60	36
<i>Diab, Gear 4</i>	6	72	60	24
<i>Fondelli</i>	4	76	55	38
<i>Marchesse</i>	5	75	24	30

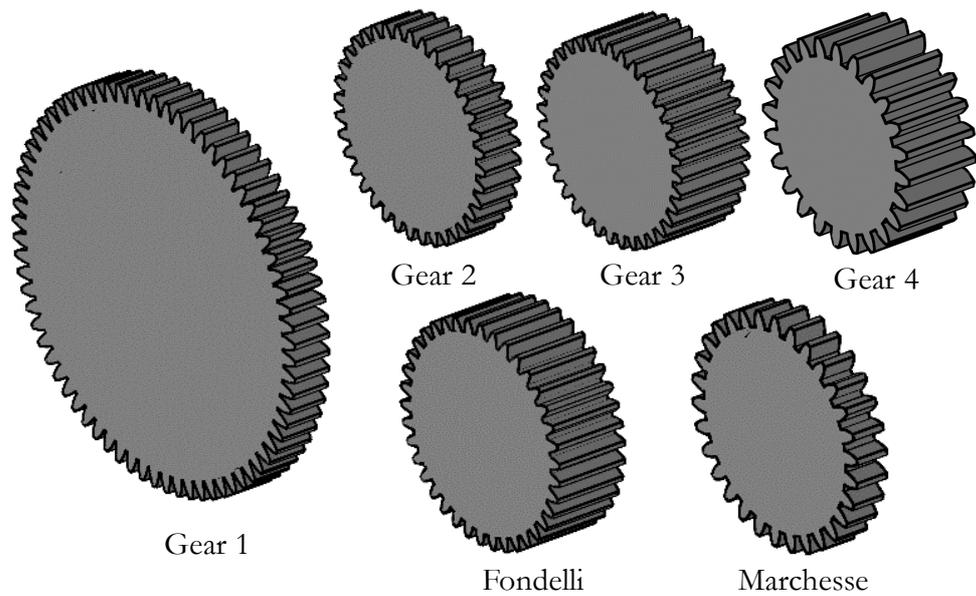


Fig. 34 Rappresentazione grafica delle ruote simulate.

CARATTERIZZAZIONE AERODINAMICA DEL DENTE

A causa della scarsa documentazione riguardo le simulazioni bidimensionali delle ruote dentate, il primo studio prevede la caratterizzazione aerodinamica di un singolo dente. Sebbene la fisica osservata in una schiera di denti sia ben diversa, tale approccio ha consentito di prendere familiarità con il problema. Una volta definiti i parametri di riferimento, è stato possibile calibrare il processo di creazione della griglia numerica per l'ottimizzazione delle dimensioni di cella e di ingombro del dominio, allo scopo di ridurre al minimo possibile il costo computazionale delle simulazioni senza inficiare l'accuratezza della soluzione numerica.

A tale scopo, il dente in esame, estrapolato dalla Gear 2 di Diab [5], è stato incluso in un dominio rettangolare (Fig. 35) ed esposto ad una corrente uniforme (V_∞) di sola aria in condizioni ambiente, riproducendo le velocità di *pitch line* (V_P) tipiche delle ruote cilindriche nelle trasmissioni aeronautiche.

$$V_\infty = V_P = \omega R_P \quad (37)$$

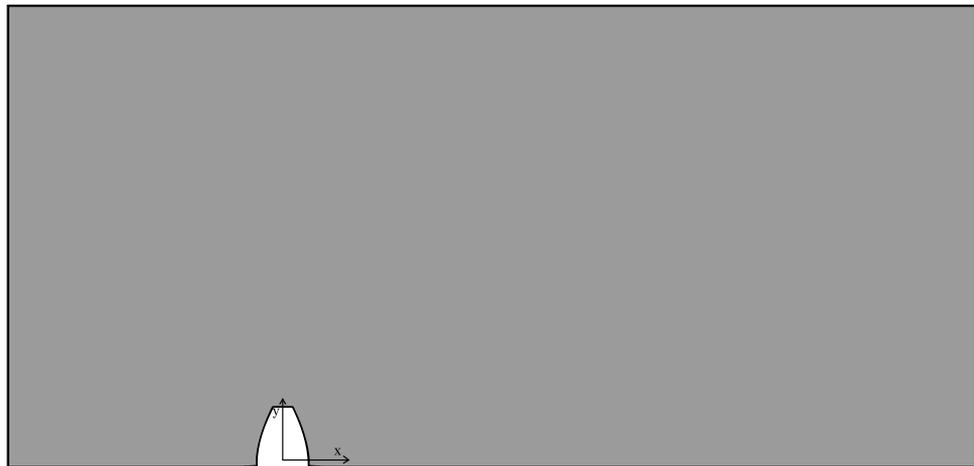


Fig. 35 Dominio numerico per la simulazione CFD del singolo dente.

Condizioni al contorno

Per garantire la corretta risoluzione del problema è necessario impostare le condizioni al contorno, chiudendo il sistema di equazioni da risolvere nel dominio numerico. Le possibilità sono molteplici ma la scelta deve assicurare la massima fedeltà al caso fisico.

Il fronte di corrente uniforme viene simulato attraverso la condizione di *velocity inlet* dal bordo sinistro del dominio; la parete superiore e a destra del dente simulano invece il campo lontano mediante la condizione di *pressure outlet*.

La parete inferiore è stata divisa in due zone (Fig. 36): la prima (*wall 1*) comprende la sola superficie del dente, la seconda (*wall 2*) include invece tutto il resto della superficie piana.

Tale suddivisione garantisce la possibilità di circoscrivere il calcolo dei carichi aerodinamici solamente alla *wall 1*, in previsione di una sensibile alterazione della lunghezza del dominio posteriore al dente.

Su entrambe le zone è stata impostata la *condizione di aderenza del flusso* mediante l'utilizzo di una *no-slip wall condition*,

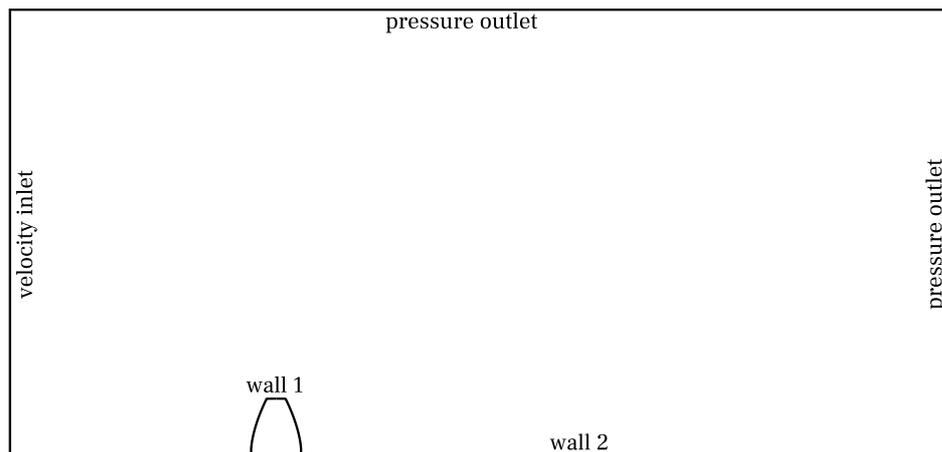


Fig. 36 Condizioni al contorno per la simulazione numerica del singolo dente esposto a corrente uniforme.

Convergenza di griglia

A valle della creazione del dominio fluido, l'analisi di convergenza di griglia (o *grid independence test*) garantisce che il livello di discretizzazione spaziale non introduca errori numerici spuri derivanti, ad esempio, da una scarsa concentrazione di celle nelle zone più soggette a variazioni del flusso.

Per condurre tale analisi è necessario creare una *mesh* preliminare e variarne il livello di risoluzione globale (o locale) affinché la soluzione numerica non dimostri uno scarto sensibile all'aumentare del numero di celle.

In questo modo si definisce il numero minimo di celle necessarie per ottenere un risultato adeguatamente accurato.

Le strategie fondamentali con cui è possibile creare la griglia numerica derivano da due algoritmi differenti:

- **Mesh strutturata:** la griglia è costituita da quadrilateri nel 2D, o esaedri nel 3D, caratterizzati da una certa regolarità che offre un'elevata risoluzione generale e garantisce la stabilità della simulazione, screditando la formazione di errori numerici spuri. Di contro, comporta un elevato numero di celle in zone che non richiedono un'elevata risoluzione amplificando, di conseguenza, il costo computazionale per la simulazione;
- **Mesh non strutturata:** offre una maggiore versatilità nell'adattarsi a spigoli vivi e forme articolate ma richiede una matrice di connettività complessa che aumenta i costi computazionali per il processo di meshing. Necessita inoltre di particolare attenzione nella rifinitura in prossimità delle curvature ma, rispetto alla griglia strutturata, è in grado di offrire gli stessi risultati con un minor numero di celle.

Nel presente documento, la scelta dell'algoritmo di discretizzazione è ricaduta sulla *mesh non strutturata*.

Ciò assicura una buona adattabilità a diverse geometrie di dente, oltre che un maggior livello di personalizzazione della finitura delle celle.

In termini di praticità, l'utilizzo di una mesh strutturata risulterebbe infatti sconveniente, dati gli eccessivi controlli da condurre preliminarmente nelle zone geometricamente complesse, compromettendo l'universalità del metodo per i diversi denti sottoposti alle simulazioni. Al contrario, la mesh non strutturata richiede un numero ridotto di parametri e di controlli per la realizzazione di una buona griglia. Sarà infatti necessario specificare la minima e la massima dimensione di cella utilizzabile dall'algoritmo, fornendo il rateo di crescita per i volumi intermedi.

Dal momento che il metodo ai volumi finiti approssima le grandezze fluidodinamiche ad un valore mediato all'interno della cella, è fondamentale ridurre le dimensioni laddove il flusso risulti essere più soggetto a variazioni (ad esempio elevati gradienti di velocità o pressione). Le zone in cui è prevista una corrente indisturbata potranno invece essere discretizzate con volumi più grandi, consentendo così di diminuire il numero globale di elementi di griglia.

Perché la soluzione ottenuta sia numericamente accurata è allora fondamentale che le dimensioni dei volumi vengano scelte opportunamente. Come risultato, lo studio sulla convergenza di griglia fornirà la metodologia per ottimizzare il dimensionamento delle celle del dominio numerico.

La logica seguita per il processo di meshing prevede quindi l'assegnazione di una *minimum size*, indicata come Δx_{MIN} , e da una *maximum size*, indicata come Δx_{MAX} .

Nel dettaglio, la *minimum size* è il valore utilizzato dall'algoritmo come limite inferiore nelle funzioni di curvatura in prossimità degli spigoli vivi del dominio e, nello specifico caso, costituisce inoltre la grandezza fondamentale a cui gli altri parametri dimensionali fanno riferimento. Analogamente, la *maximum size* fissa il limite superiore per la lunghezza massima che ogni cella può assumere nelle zone a bassa risoluzione spaziale.

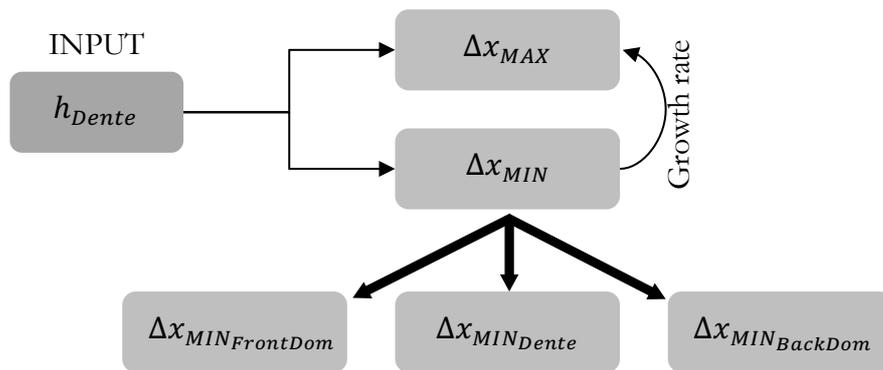


Fig. 37 Diagramma di riferimento per le dimensioni assegnate alla griglia di calcolo.

Come raffigurato in Fig. 37, l'altezza del dente costituisce la grandezza di riferimento per l'intero processo di meshing. Questa metodologia consente di operare in similitudine geometrica con i diversi denti di ruota, permettendo di riadattare il dominio a seconda del loro ingombro verticale.

Inoltre, sebbene la minimum size sia il limite inferiore globale dell'algoritmo, è possibile assegnare dimensioni di cella minori in specifiche regioni del dominio (ad esempio gli spigoli o un'intera faccia) per aumentare localmente la risoluzione spaziale (Fig. 38).

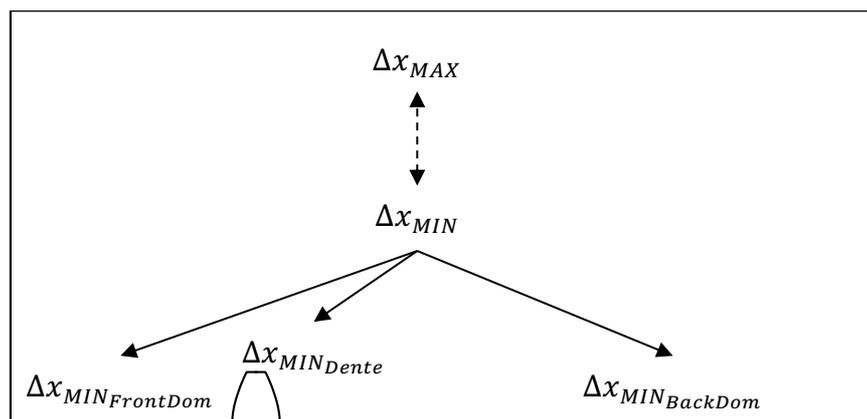


Fig. 38 Zone del dominio numerico con personalizzazione della minimum size.

La superficie del dente (wall 1) ha una dimensione minima di discretizzazione pari a $\Delta x_{MIN_{Dente}}$; le superfici anteriore e posteriore al dente (wall 2) fanno riferimento rispettivamente a $\Delta x_{MIN_{FrontDom}}$ e $\Delta x_{MIN_{BackDom}}$ (come raffigurato in Fig. 38). Tali quantità sono associate a sottomultipli arbitrari della minimum size globale. La maximum size è invece posta pari all'altezza del dente, in modo che tutte le celle del dominio numerico possano avere dimensioni non più grandi del dente stesso.

Si introduce quindi una costante K che regola il rapporto di scala tra Δx_{MIN} e h_{Dente} , definendo così il parametro che varierà nell'analisi di convergenza di griglia. Le grandezze fondamentali sono riportate di seguito:

- | | | | |
|------------------------------------|-----------------------------|---|-----------------------|
| i. Maximum size | Δx_{MAX} | = | h_{Dente} |
| ii. Minimum size globale | Δx_{MIN} | = | $K \cdot h_{Dente}$ |
| iii. Minimum size dente | $\Delta x_{MIN_{Dente}}$ | = | $1/10 \Delta x_{MIN}$ |
| iv. Minimum size dominio anteriore | $\Delta x_{MIN_{FrontDom}}$ | = | $3/10 \Delta x_{MIN}$ |
| v. Minimum size dominio posteriore | $\Delta x_{MIN_{BackDom}}$ | = | $2/10 \Delta x_{MIN}$ |

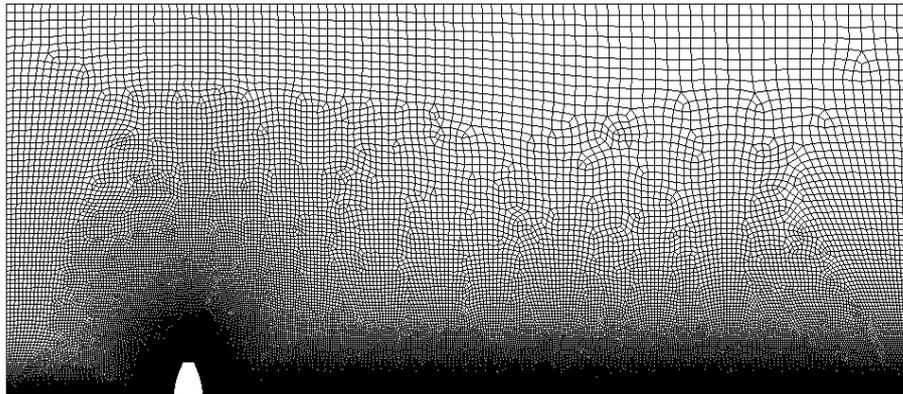


Fig. 39 Esempio di griglia numerica ottenuta con le dimensioni proporzionali all'altezza del dente ($K = \sim 0.05$).

È essenziale infine definire l'altezza Δs da assegnare al primo strato di celle a parete. Questo parametro è associato all'aerodinamica del fenomeno ed è di fondamentale importanza perché il calcolo degli sforzi viscosi sia sensato a livello numerico.

Nello strato limite turbolento, infatti, gli sforzi di taglio dovuti all'attrito viscoso del fluido sono localizzati in prossimità della parete, mentre il contributo inerziale, dovuto alle fluttuazioni turbolente, diventa predominante a quote maggiori.

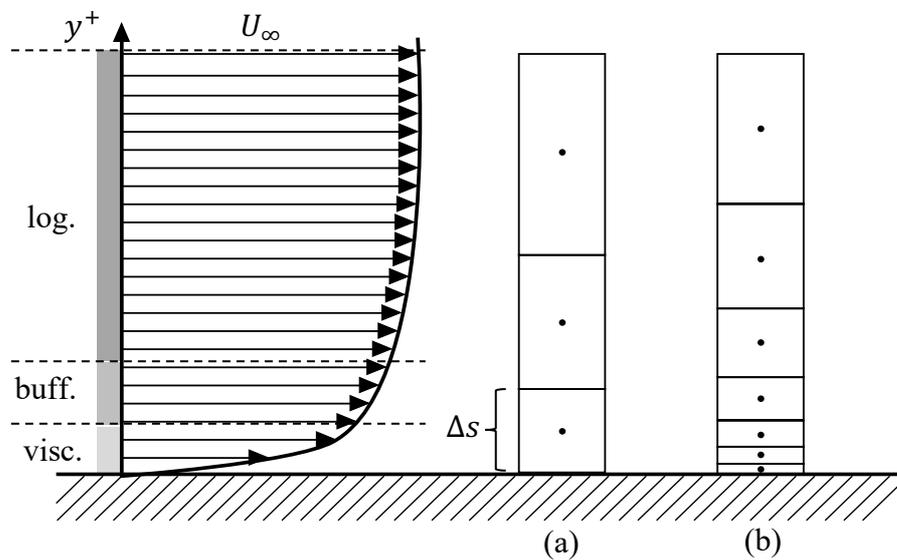


Fig. 40 Due esempi di griglia a parete per uno strato limite turbolento: uno a bassa risoluzione (a) e uno ad alta risoluzione (b).

Ricorrendo alla grandezza adimensionale di parete y^+ , espressa come il rapporto tra y (coordinata in direzione normale alla parete) e una lunghezza di riferimento l_T , si individuano tre zone lungo lo strato limite (Fig. 40):

- i. Sottostrato viscoso (per $y^+ < 5$);
- ii. Buffer layer (per $5 < y^+ < 30$);
- iii. Zona logaritmica (per $y^+ > 30$).

Pertanto, gli sforzi viscosi sono concentrati nella prima regione.

Il modello di turbolenza adoperato nelle simulazioni trattate in questa tesi è lo *Spalart-Allmaras*, distinto per la sua maggiore affidabilità su configurazioni sconosciute, per la robustezza della soluzione su griglie complessivamente poco raffinate e per il suo ridotto costo computazionale, data l'introduzione di una sola equazione aggiuntiva per modellare la turbolenza.

Non godendo di particolari funzioni per simulare lo strato limite turbolento all'interno di una sola cella, lo Spalart-Allmaras richiede un'elevata risoluzione spaziale a parete affinché il sottostrato viscoso venga diviso in più celle.

In ottemperanza a tale necessità, l'altezza Δs deve essere tale per cui la y^+ equivalente sia minore di 5 (osservare Fig. 40).

$$\Delta s \rightarrow y^+ < 5 \quad (38)$$

Definendo un valore arbitrario di y^+ , è possibile risalire alla dimensione ottimale da assegnare all'altezza del primo strato di celle. Disponendo di *densità*, *velocità di riferimento*, *lunghezza di riferimento* e *viscosità dinamica*, le formule (39-43) consentono infatti di ricavare il Δs di cella per la y^+ desiderata.

$$Re_x = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} \quad (39)$$

$$C_f = \frac{0.026}{Re_x^{1/7}} \quad (40)$$

$$\tau_{wall} = \frac{C_f \rho U_\infty^2}{2} \quad (41)$$

$$u^+ = \sqrt{\frac{\tau_{wall}}{\rho}} \quad (42)$$

$$\Delta s = \frac{y^+ \mu}{u^+ \rho} \quad (43)$$

Le equazioni citate derivano da correlazioni con dati empirici estrapolati da test su placca piana e, per tale motivo, forniscono solo un valore approssimativo del parametro.

Conseguentemente, è stato effettuato un controllo preliminare utilizzando l'altezza Δs ricavata dall'equazione (43), impostando una velocità U_∞ pari a 50 m/s, una lunghezza di riferimento pari all'altezza del dente e considerando l'aria in condizioni standard. La simulazione iniziale ha fornito una distribuzione di y^+ che rientra completamente nel range ottimale (Fig. 41).

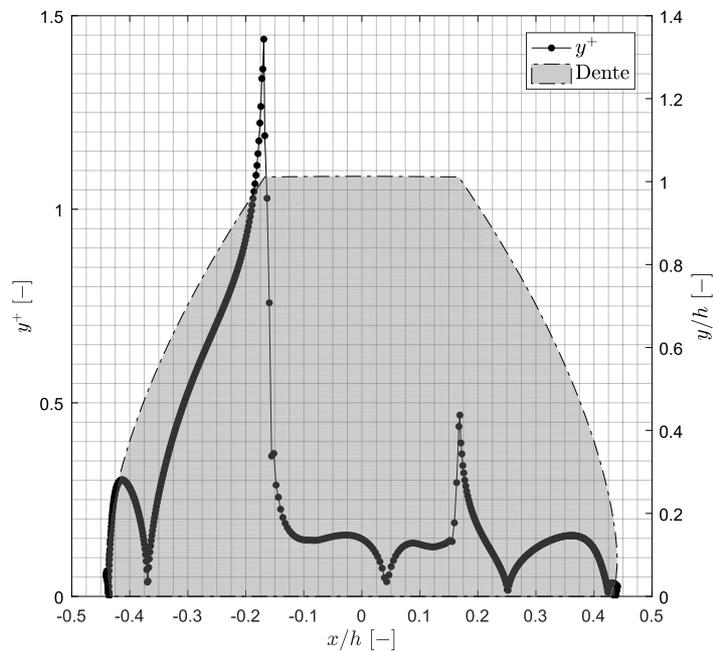


Fig. 41 Andamento della variabile di parete y^+ ottenuto dalla simulazione numerica ad altezza della prima cella fissata, velocità di ingresso $U_\infty = 50$ m/s.

A differenza degli altri parametri, il Δs è stato mantenuto costante per i diversi livelli di risoluzione e, pertanto, la condizione di $y^+ \lesssim 1$ è rispettata in ogni simulazione.

Una volta definita la logica generale, è stato possibile condurre lo studio effettivo di convergenza di griglia, agendo sostanzialmente sul coefficiente K . Nella Fig. 42 si osserva la proporzionalità inversa tra tale parametro e la risoluzione spaziale di griglia.

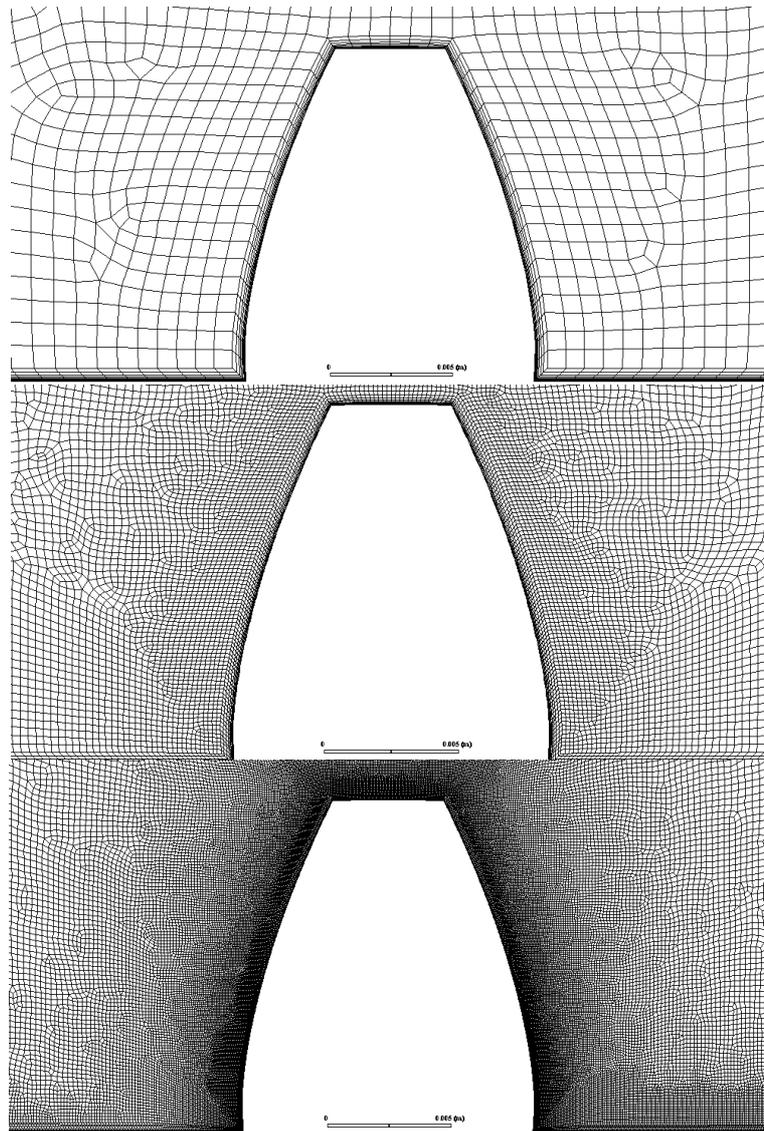


Fig. 42 Dettaglio della griglia sul singolo dente a diverse dimensioni minime di riferimento: $K = \sim 0.5$ (sopra), $K = \sim 0.1$ (al centro), $K = \sim 0.03$ (sotto).

Partendo da un'impostazione *baseline* (in Tabella 6), lo studio prevede che il fattore di scala K vari, dalla configurazione più lasca a quella più fine, per una totalità di otto casi. Le dimensioni del dominio saranno discusse nella sezione successiva.

Tabella 6 Dati iniziali per la simulazione del singolo dente esposto a corrente uniforme.

U_∞ (m/s)	$\frac{L_{dom}}{h_{dente}}$	$\frac{H_{dom}}{h_{dente}}$	$K = \frac{\Delta x_{min}}{h_{dente}}$	# elementi
50	~17	~11	~0.05	~130k

L'impostazione di griglia iniziale è stata evidenziata anche nel grafico in Fig. 43 che riporta la relazione pseudo-iperbolica tra il numero totale di elementi di griglia e il parametro K . Dalla curva si osserva inoltre come il numero di celle tenda a plafonare su un valore costante per K superiori a 0.4. La configurazione *baseline*, invece, si trova in un intervallo del grafico in cui la pendenza è particolarmente negativa, indicando come una piccola variazione di K possa alterare sensibilmente la quantità di elementi nel dominio.

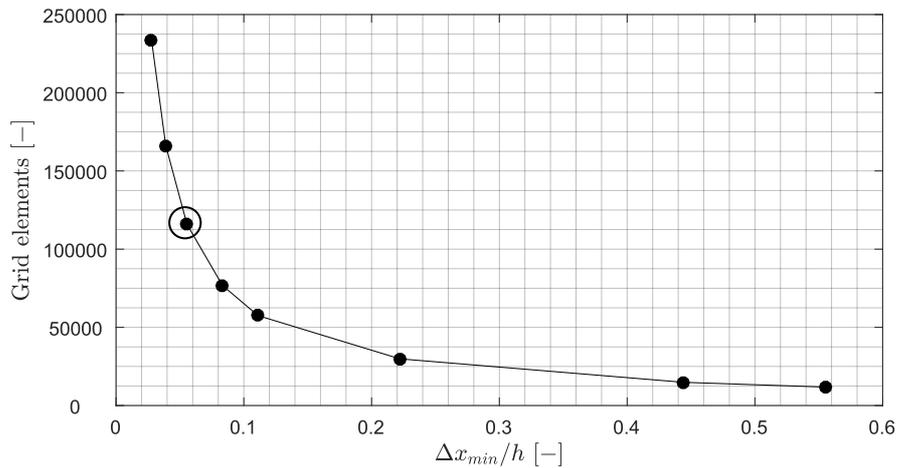


Fig. 43 Numero di elementi griglia al variare della grandezza caratteristica Δx_{MIN} .

Il metodo scelto per valutare la bontà della griglia consiste nell'analizzare la variazione del coefficiente di resistenza aerodinamica del dente, definito nell'equazione (44).

$$C_{D_{2D}} = \frac{D_{CFD_{2D}}}{\frac{1}{2} \rho S_{ref} U_{\infty}^2} \quad (44)$$

$D_{CFD_{2D}}$ è la resistenza aerodinamica del dente, estrapolata direttamente dalla simulazione bidimensionale; ρ è la densità dell'aria. La superficie di riferimento tiene conto di una profondità unitaria ed è pertanto espressa come:

$$S_{ref} = h_{DENTE} \cdot 1 \quad (45)$$

Esponendo il dente ad una corrente uniforme con velocità pari a 50 m/s per tutte le otto configurazioni, il coefficiente risultante presenta un andamento pressoché costante per i livelli di discretizzazione più fitti. Di contro, si sperimenta un calo drastico del valore per i casi con griglia lasca (Fig. 44).

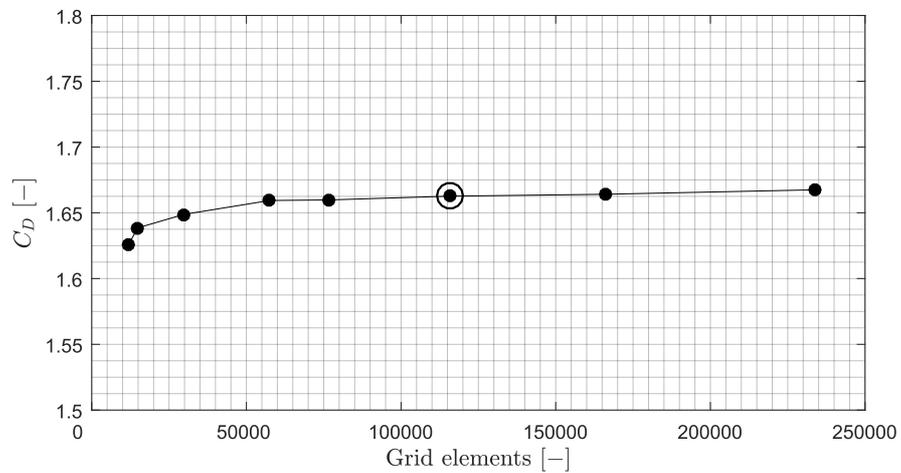


Fig. 44 Coefficiente di resistenza aerodinamica in funzione della finitura di griglia.

Il criterio di convergenza adottato per le simulazioni si è basato sulla deviazione standard del C_D nelle ultime mille iterazioni. Quando tale valore è inferiore a 10^{-4} , la simulazione viene arrestata.

Confrontando la griglia di partenza con il caso più fine, il C_D estrapolato dalle due simulazioni riporta un errore relativo dello 0.3%; tale valore è totalmente accettabile ai fini dello studio (Fig. 44). Inoltre, la configurazione iniziale presenta un numero di elementi pari a circa la metà della quantità di celle del caso con massima risoluzione, arrivando alla convergenza della soluzione in circa 20 minuti.

È dunque ragionevole assumere che il parametro K della configurazione baseline sia quello definitivo per la corretta discretizzazione spaziale del dente di ruota.

Chiaramente, il coefficiente di resistenza aerodinamica estrapolato dalla configurazione scelta non è ancora accettabile numericamente in quanto non include lo studio di influenza del dominio.

L'indagine successiva fornirà pertanto le dimensioni ottimali da assegnare al dominio fluido affinché non abbia sostanziali influenze sulla grandezza integrale considerata.

Dimensioni del dominio

In un flusso subsonico le interferenze associate alla prossimità delle pareti e l'effetto di bloccaggio dovuto all'ingombro del dente possono influenzare la corrente, alterando la distribuzione di pressione nel dominio.

A livello computazionale, la strategia adottata per ovviare numericamente a tali disturbi prevede l'allontanamento delle pareti dal corpo esaminato affinché l'errore nella soluzione sia trascurabile.

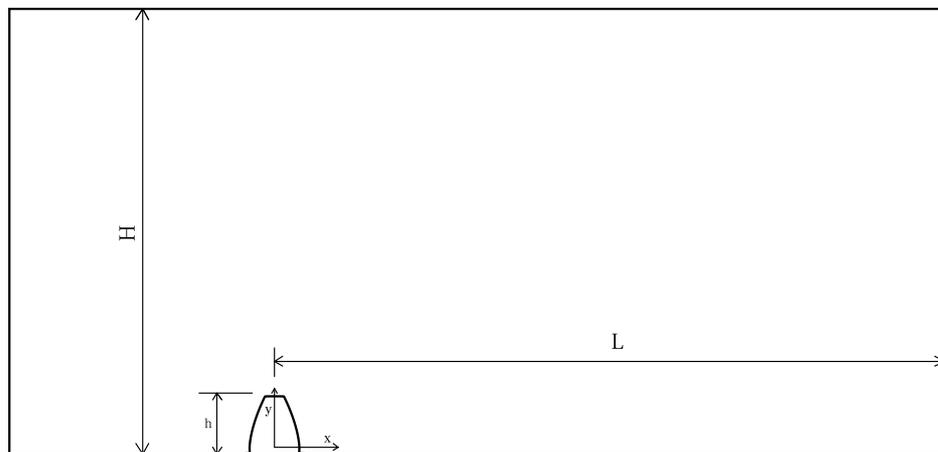


Fig. 45 Dimensioni caratteristiche del dominio numerico per il caso di singolo dente esposto a corrente uniforme.

Nella Fig. 45 sono riportate le dimensioni nominali per il dominio numerico.

In particolare:

- **H:** è l'altezza individuata dalla base del dente alla parete superiore del dominio dove è imposta la condizione di *pressure outlet*;
- **L:** è la profondità misurata a partire dalla mezzeria del dente fino alla parete posteriore; anche qui vige la condizione al contorno di *pressure outlet*.

L'ottimizzazione delle dimensioni del dominio verte quindi a definire le minime distanze da considerare nella geometria in modo che i carichi aerodinamici sul dente non subisca sensibili variazioni.

Per un approccio parametrico, l'altezza e la profondità del dominio sono state definite in rapporto all'altezza del dente di ruota, rispettivamente come H_{dom}/h e L_{dom}/h . In accordo con quanto visto nel capitolo precedente (vedi Convergenza di griglia), ciò assicura la similitudine aerodinamica del metodo, garantendo la completa applicabilità a denti di modulo diverso.

Lo studio è impostato in modo da analizzare le dimensioni sequenzialmente; pertanto il primo controllo viene condotto sull'altezza del dominio mentre la profondità del dominio è mantenuta costante.

La parete superiore riveste un ruolo particolarmente importante, rappresentando difatti un limite sulla generazione numerica del campo di pressione. Nel caso di eccessiva prossimità al dente, il campo di pressione è infatti costretto a raccordarsi al valore costante imposto dalla condizione di pressure outlet, piuttosto che evolvere verso la corrente indisturbata, a quote maggiori. Come diretta conseguenza, il flusso in ingresso dal bordo in cui vige la condizione di velocity inlet avverte tale anomalia come uno schiacciamento. I carichi aerodinamici risultanti non sarebbero pertanto rappresentativi di un caso in cui il singolo dente è esposto ad una corrente indisturbata ma, piuttosto, di un dente esposto ad un flusso guidato all'interno di un condotto.

Il valore di partenza assegnato all'altezza del dominio perviene dalla letteratura riguardante la simulazione numerica dei profili alari ed è pari a 11 altezze di dente. La configurazione iniziale è riportata nella Tabella 6, citata nel capitolo precedente.

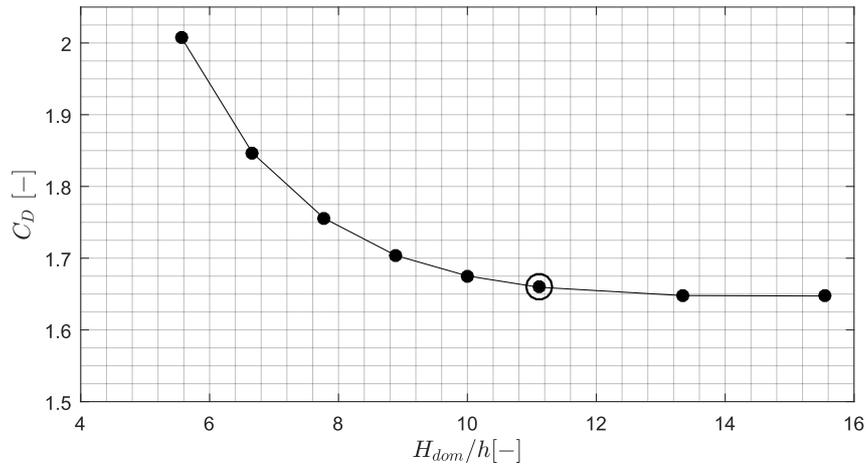


Fig. 46 Coefficiente di resistenza aerodinamica in funzione dell'altezza del dominio normalizzato sull'altezza del dente.

Anche lo studio di ottimizzazione delle dimensioni del dominio fa riferimento al coefficiente di resistenza aerodinamica del dente, già esposto nell'equazione (44) e il criterio di convergenza della simulazione è analogo a quanto visto nel sensitivity test per la mesh.

In Fig. 46 si riporta il valore di tale grandezza integrale in funzione della distanza della parete superiore, evidenziando la dimensione scelta per la simulazione baseline. Dal grafico è possibile apprezzare come la resistenza aerodinamica decresca sensibilmente per quote crescenti, confermando quantitativamente il fenomeno dello schiacciamento della corrente. L'errore relativo tra il C_D del caso con altezza minore e il C_D ottenuto dalla simulazione con il dominio più alto riporta una sovrastima pari a circa il 20%. Questo risultato giustifica quindi la necessità di condurre un controllo su tale parametro.

Al contrario, il valore di H_{dom}/h scelto per il primo caso presenta un errore relativo dello 0.04% rispetto alla simulazione con la quota più alta, indice di una configurazione potenzialmente ottimale.

Avendo caratterizzato l'influenza della parete superiore, si procede con l'analisi del parametro L_{dom}/h e delle ripercussioni sul coefficiente di resistenza aerodinamica.

Costruire una geometria per cui la parete sopravento si trovi ad una posizione sufficientemente lontana dal corpo studiato è fondamentale per un calcolo numericamente sensato dei carichi aerodinamici. Oltre a determinare un troncamento netto del campo di pressione (analogamente alla parete superiore), una condizione di pressure outlet troppo vicina al dente non consentirebbe lo sviluppo completo della scia. La caduta di pressione dinamica sperimentata in questa zona è associata alla variazione di quantità di moto del flusso, imputata della resistenza di forma. La simulazione parziale della scia fornirebbe pertanto un valore di C_D errato.

Il parametro di lunghezza del dominio assegnato alla prima simulazione è pari a circa 17 altezze di dente e altri 11 casi vengono testati.

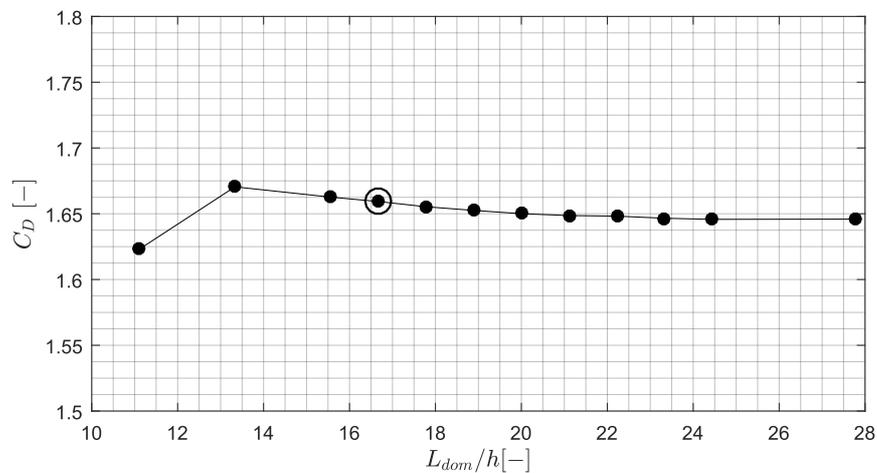


Fig. 47 Coefficiente di resistenza aerodinamica in funzione della profondità del dominio posteriore al dente normalizzata sulla sua altezza.

Come si osserva dal grafico in Fig. 47, la configurazione preliminare non fornisce un risultato particolarmente accurato. L'errore relativo commesso con la configurazione più precisa ammonta infatti a circa l'1%.

Dai risultati ottenuti con i tre diversi studi di ottimizzazione emergono le migliori caratteristiche da assegnare alla geometria e alla mesh del dominio numerico per simulare il singolo dente di ruota esposto ad una corrente uniforme.

La scelta dei parametri non si basa soltanto sull'errore relativo commesso rispetto al caso più preciso ma tiene conto di un trade-off con i tempi di creazione della mesh e di simulazione, perseguendo così l'obiettivo di ottenere una metodologia sufficientemente precisa ma soprattutto poco dispendiosa.

Tabella 7 Risultati numerici della simulazione CFD ottimizzata.

$\frac{\Delta x_{min}}{h_{tooth}}$	Numero elementi di griglia	$\frac{L_{dom}}{h_{tooth}}$	$\frac{H_{dom}}{h_{tooth}}$
~0.0556	~135k	22	12

Nella Tabella 7 sono riportate le caratteristiche principali della geometria ottimizzata. Si noti come l'aumento delle dimensioni del dominio, soprattutto nella lunghezza, non abbia alterato l'ordine di grandezza del numero complessivo di celle. Ciò significa che la configurazione baseline e quella finale sono totalmente comparabili in termini di costo computazionale. Tuttavia, in virtù dei sensitivity tests sopracitati, la simulazione CFD di trade-off fornisce un risultato integrale che rispecchia in modo più fedele l'aerodinamica bidimensionale del caso.

La geometria che ne deriva costituisce la base per una metodologia solida e riadattabile a denti con diverse proprietà. Nel capitolo successivo, il dente viene esposto ad un range di velocità per concludere la caratterizzazione aerodinamica con la stima di un coefficiente di resistenza aerodinamica finale.

Coefficiente di resistenza aerodinamica

Una volta definite le principali proprietà per una geometria ottimizzata, la caratterizzazione aerodinamica del singolo dente di ruota termina con la valutazione di un C_D depurato dalle interferenze del dominio e dagli errori numerici derivanti da una griglia poco risolta.

Dal momento che l'aspect ratio del dente è circa unitario, l'aerodinamica coinvolta nel caso studiato è del tutto paragonabile a quella di un corpo tozzo. Per questo motivo, il coefficiente di resistenza aerodinamica bidimensionale atteso, come già anticipato dai grafici precedenti, è maggiore dell'unità.

Per la definizione di tale valore, il dente è stato esposto ad una serie di flussi con diversa velocità in ingresso, riproducendo le tipiche velocità tangenziali osservate al raggio primitivo degli ingranaggi in campo aeronautico (dai 25 ai 120 m/s).

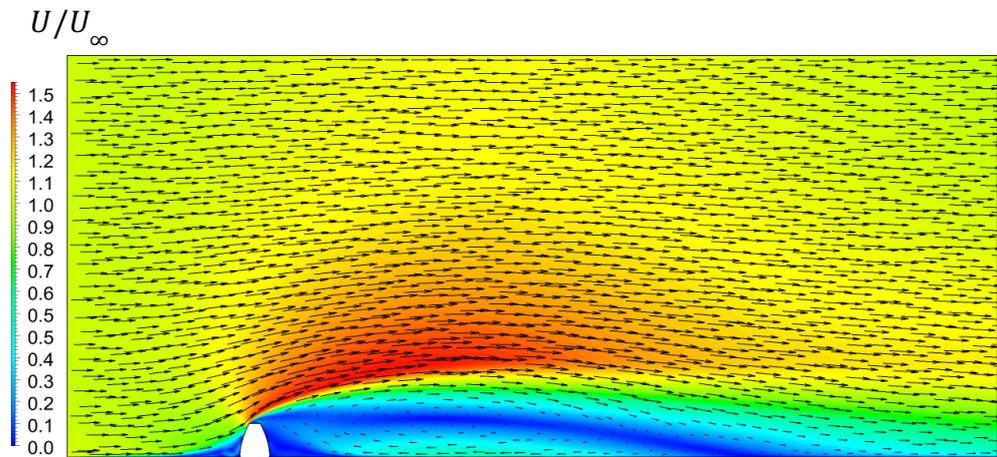


Fig. 48 Campo vettoriale di velocità adimensionale U/U_∞ per una velocità di ingresso pari a 50 m/s.

Seguiranno alcuni risultati numerici in cui vengono riportati il campo di velocità e di pressione, opportunamente adimensionalizzati, alle diverse velocità di pitch.

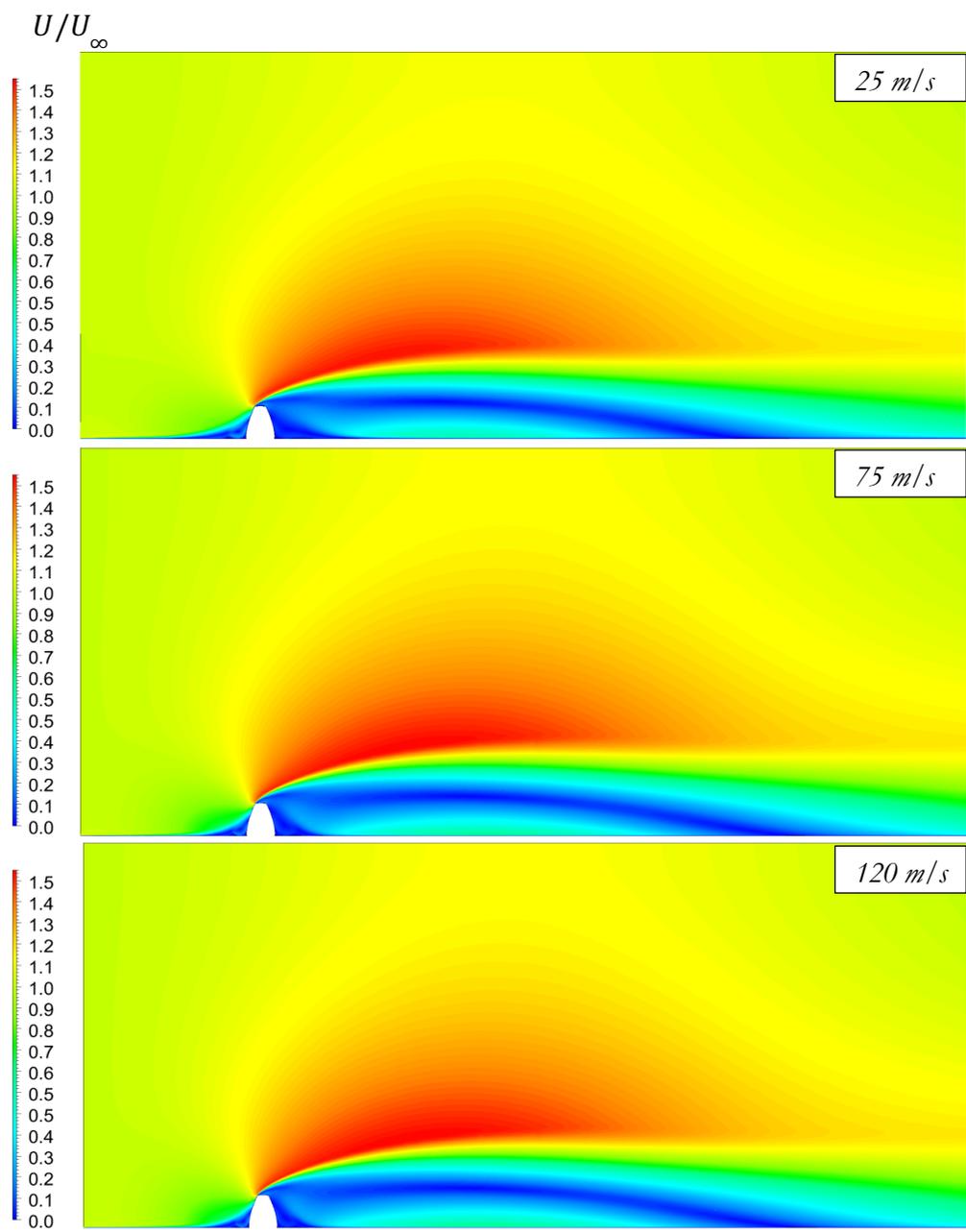


Fig. 49 Contour del campo di velocità adimensionale U/U_∞ per U di ingresso pari a (dall'alto verso il basso) 25, 75, 120 m/s (modulo 4).

$$C_p = (p - p_\infty)/(1/2\rho U_\infty^2)$$

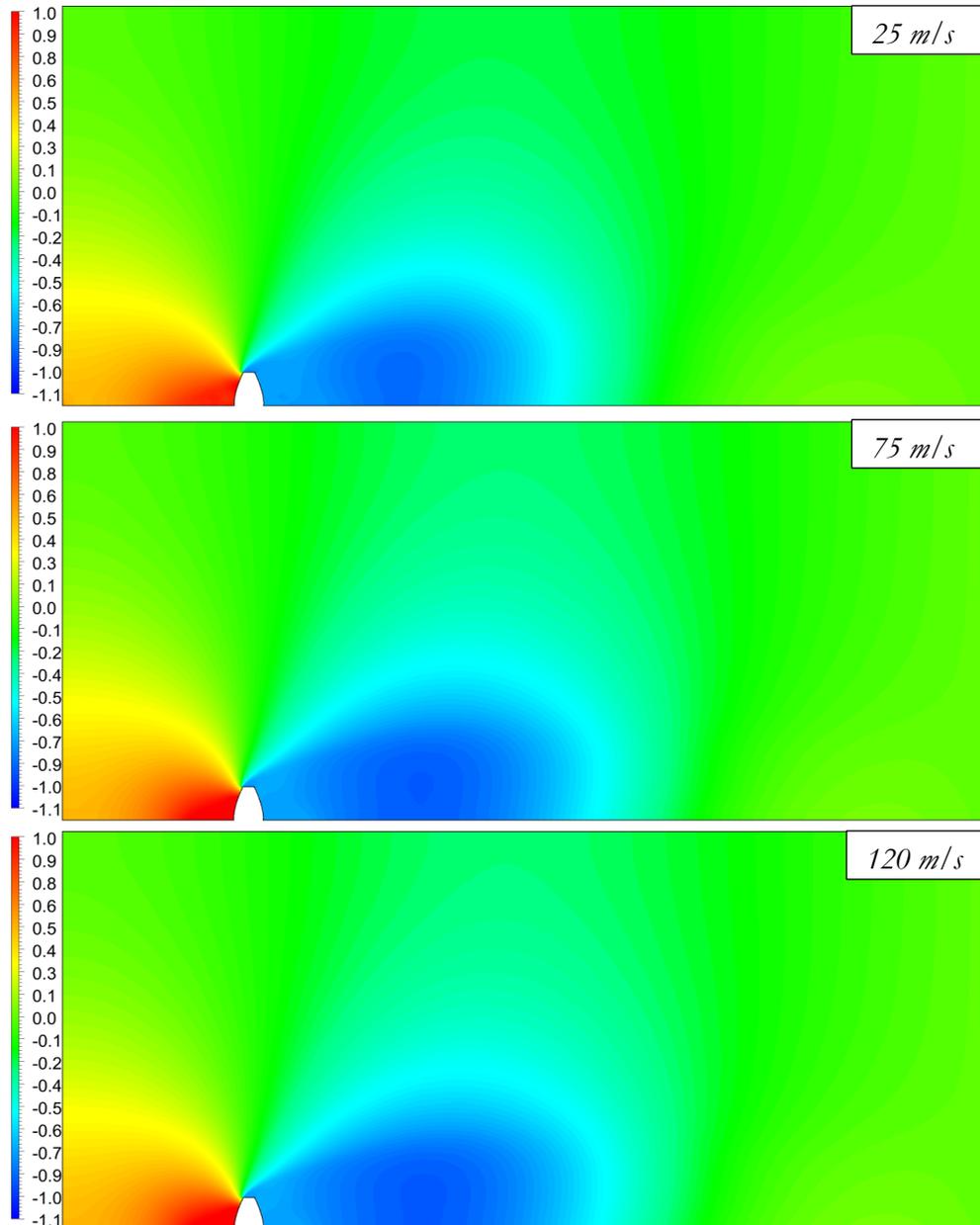


Fig. 50 Contour del coefficiente di pressione per U di ingresso pari a (dall'alto verso il basso) 25, 75, 120 m/s (modulo 4).

Dalle Fig. 49 e Fig. 50 si evince come, per diverse velocità di ingresso, la distribuzione di pressione ed il conseguente campo di velocità presentino le stesse caratteristiche.

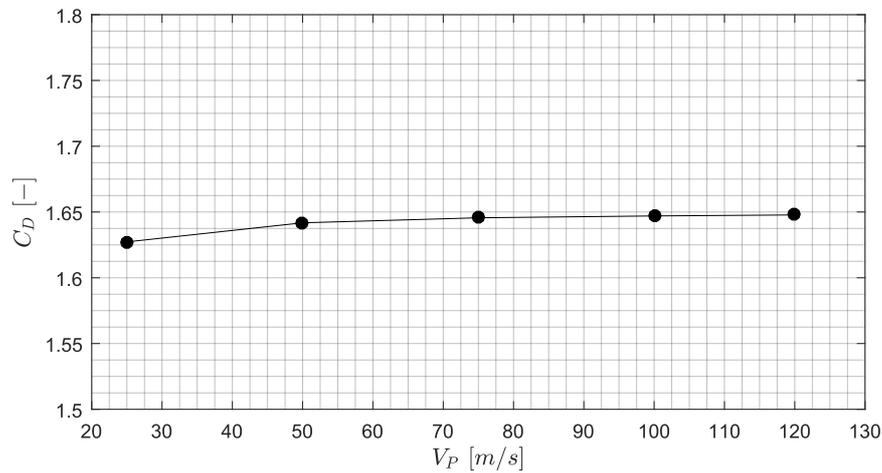


Fig. 51 Coefficiente di resistenza aerodinamica del singolo dente in funzione della velocità di ingresso.

La forza resistente calcolata nelle diverse simulazioni è stata adimensionalizzata secondo la (44) e il coefficiente risultante ha dimostrato un andamento praticamente costante per velocità di pitch maggiori di 50 m/s. Infatti, l'errore relativo tra il C_D valutato a 50 m/s e a 120 m/s è pari allo 0.3%.

Considerando il valor medio, si ha che

$$C_{D,ST} = 1.642 \quad (46)$$

Tale valore è in completo accordo con i coefficienti di resistenza aerodinamica valutati sperimentalmente su corpi con un aspect ratio analogo, per un intervallo pari a $C_D = 1.5 \div 2.0$ [17].

Si ripropongano nella Fig. 52 i grafici presentati nei capitoli precedenti (Fig. 44, Fig. 46 e Fig. 47), riportando anche il C_D finale.

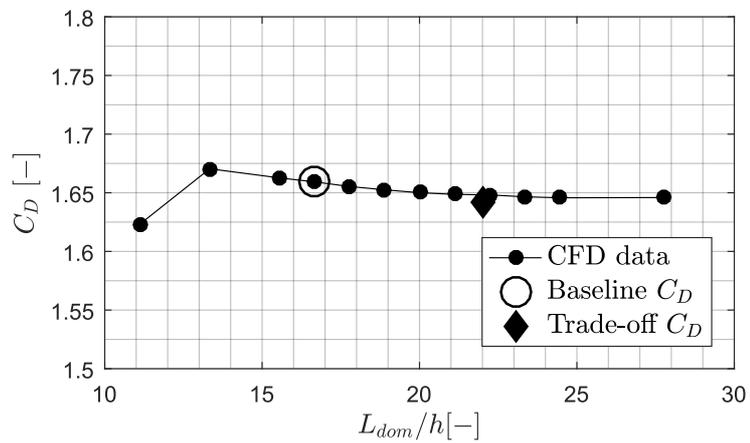
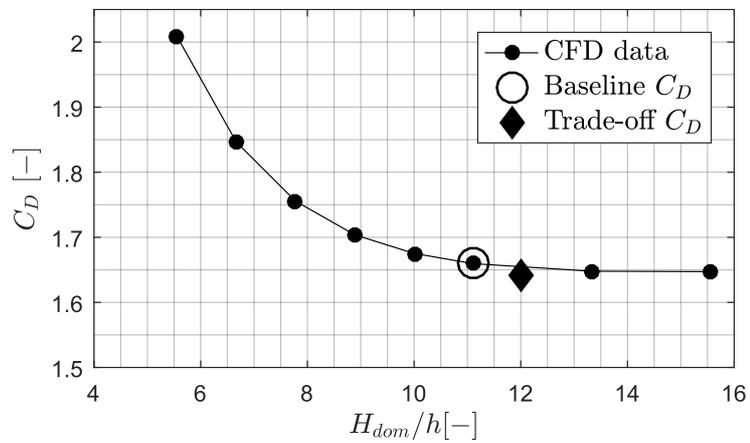
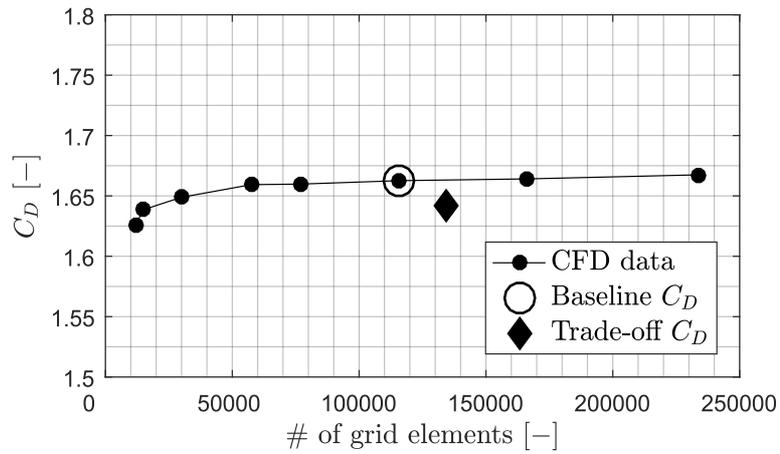


Fig. 52 Confronto tra il coefficiente di resistenza aerodinamica iniziale e finale nell'analisi della convergenza di griglia (sopra), dell'altezza del dominio (centrale), della profondità del dominio (sotto).

Dai risultati appena esposti si comprende l'efficacia dello studio di ottimizzazione per il dominio numerico. In particolare, confrontando l'andamento ottenuto dall'analisi di mesh con il risultato finale si riscontra la discrepanza maggiore. Ciò indica indubbiamente che una geometria dimensionata in modo errato è in grado di alterare la valutazione delle forze agenti sul corpo nonostante la griglia goda di un'elevata risoluzione.

SETTORE CIRCOLARE DI RUOTA

Il livello di confidenza acquisito con i risultati ottenuti nel capitolo precedente ha consentito di fondare le basi per un approccio parametrico al primo ostacolo dell'analisi fluidodinamica computazionale di una ruota dentata: l'ottimizzazione della discretizzazione spaziale del dominio numerico.

Chiaramente, l'aerodinamica osservata per un'impostazione simile non può essere in nessun modo riconducibile a quella di un ingranaggio messo in rotazione.

Le differenze concettuali per cui tale analogia viene meno possono essere riassunte in tre aspetti fondamentali:

- **Effetto schiera:** la disposizione dei denti in sequenza altera profondamente l'aerodinamica nell'intorno dei corpi. Il flusso di cavità che si viene a creare nel vano tra i denti è caratterizzato da una zona di ricircolo della corrente con velocità di un ordine di grandezza inferiori rispetto al campo indisturbato (consultare la sezione "Hill et al.", Fig. 22). Si osserva perciò una zona di bassa velocità che scherma i denti, abbattendo il contributo inerziale della corrente sulla loro superficie laterale. I carichi aerodinamici decrescono a loro volta;
- **Sistema di riferimento rotante:** il campo di moto che circonda un ingranaggio in rotazione è profondamente diverso da quello che si apprezza in un flusso uniforme. Nel sistema di riferimento rotante il fluido è infatti soggetto alle forze apparenti (centripeta e di Coriolis); tale aspetto altera la dinamica del caso;
- **Velocità relative:** sebbene a livello numerico non faccia differenza, il moto relativo tra denti e fluido è opposto nei due casi: considerando il singolo dente, il fluido è in moto mentre il dente è fermo; nell'altro caso l'aria è in quiete e interagisce con un corpo rotante.

È chiaro che l'approccio numerico bidimensionale per la stima del windage non si può basare sulla simulazione del singolo dente, data la forte incongruenza riscontrata nella fisica del caso. Per questo motivo, una volta comprese le basi per la costruzione di un dominio opportuno, è stata considerata una geometria più consona alla valutazione delle perdite fluidodinamiche.

Sulla base di quanto appreso dagli studi precedentemente citati (in particolare Hill et al. [11] e Marchesse et al. [8]), il nuovo dominio prevede un settore circolare di ruota contenente una singola cavità, compresa tra la metà del dente anteriore e di quello posteriore. Un esempio del dominio è riportato in Fig. 53.

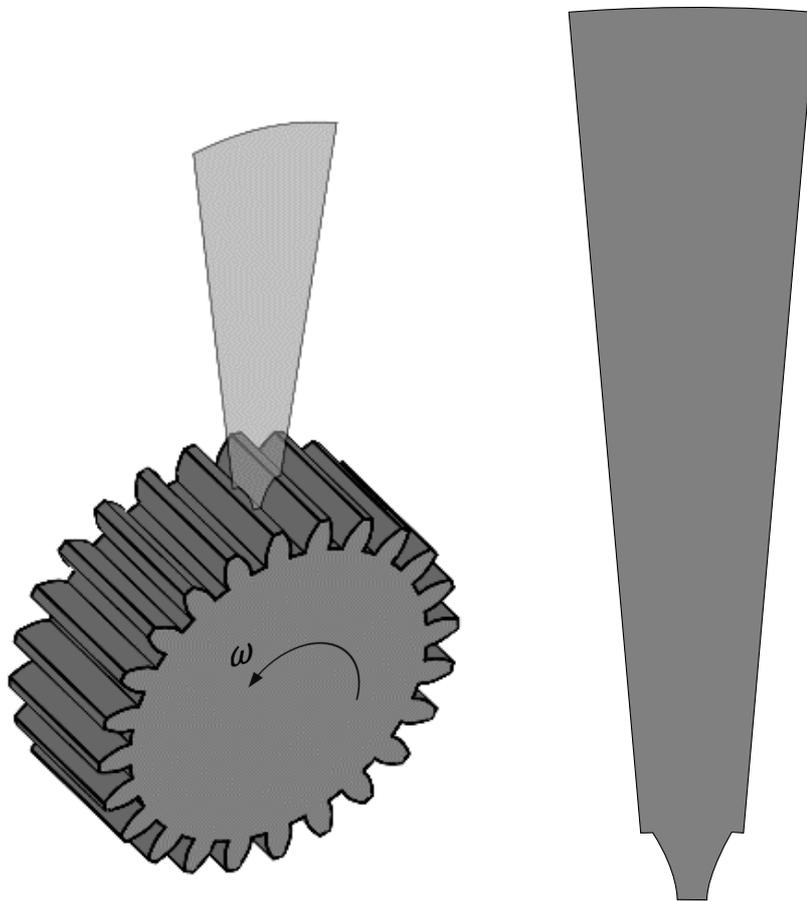


Fig. 53 Dominio numerico 2D per una singola cavità di ruota cilindrica.

Le simulazioni del settore circolare fanno riferimento ad alcune assunzioni concettuali:

- **Periodicità:** ipotizzando che il campo di moto all'interno e nelle circostanze del vano sia perfettamente ripetuto attorno a tutta la ruota, si può assumere che il windage valutato sulla singola cavità, moltiplicato per il numero di cavità (o denti) dell'ingranaggio, sia approssimabile al risultato di un'equivalente simulazione full-gear. Dunque, imponendo la condizione di periodicità del flusso nelle pareti radiali del dominio, è possibile simulare il fenomeno considerando un settore circolare piuttosto che il dominio intero;
- **Simulazione stazionaria:** per le velocità tangenziali considerate nelle diverse simulazioni, il regime di turbolenza che caratterizza il campo di moto attorno alla ruota è pienamente sviluppato. Inoltre, dalle prove sperimentali non emerge alcun fenomeno transizionale del flusso, consentendo quindi di assumere che una simulazione stazionaria (o steady-state) possa rappresentare un approccio fisicamente corretto;
- **Flusso d'aria:** l'obiettivo di questa tesi è di risalire ad un modello numerico per stimare il WPL per diverse geometrie e condizioni d'ambiente. Tuttavia, sebbene il fluido che normalmente circonda gli ingranaggi in rotazione sia costituito da una miscela di aria e olio, la letteratura a disposizione non offre un solido riscontro sperimentale. Piuttosto, come già visto nel capitolo "Indagini sperimentali", diversi esperimenti sono stati condotti sulla singola ruota immersa in sola aria, sia in condizioni standard che controllate arbitrariamente. Pertanto, è stato scelto di approfondire la modellazione numerica in un ambiente privo di olio, in modo da poter confrontare i risultati CFD con un maggior numero di dati empirici.
- **Regime incomprimibile:** definendo il numero di Mach come

$$M = \frac{\omega R_P}{a} = \frac{V_P}{a} \quad (47)$$

le velocità di pitch line non eccedono in nessun caso la soglia del basso subsonico in quanto il numero di Mach alla circonferenza primitiva è sempre minore di 0.3. Questa condizione consente di assumere che la densità del fluido sia costante in tutto il dominio, senza particolari implicazioni sul risultato (Al-Shibl dichiara un errore medio relativo pari allo 0.22% [7]). In tali circostanze, è possibile ricorrere ad un solutore *segregated-flow*, per cui l'equazione di conservazione della quantità di moto e del campo di pressione sono svincolate l'una dall'altra. Inoltre, in assenza di particolari fenomeni di comprimibilità, l'equazione di bilancio dell'energia non viene inclusa nella risoluzione numerica delle RANS.

- **MRF:** il Moving Reference Frame ha consentito di simulare la rotazione dell'ingranaggio attraverso le velocità relative. Nell'approccio steady-state, il MRF, anche noto come metodo *frozen-rotor*, permette di riprodurre un campo di moto rotante (o traslante) rispetto ad un sistema di riferimento globale, senza l'introduzione di parti mobili. In particolare, il volume fluido è stato impostato con una velocità angolare relativa pari a $-\omega$ rispetto alla ruota, ricreando così la rotazione del corpo. Contrariamente all'MRF, un secondo metodo, detto *sliding-mesh*, consente di ottenere lo stesso risultato simulando l'effettiva rotazione della geometria. Oltre a richiedere uno schema numerico per interpolare i risultati tra le zone della mesh contenenti corpi a diversa velocità angolare, questo approccio funziona esclusivamente con un risolutore *transient* (o time-dependent). Ne conseguirebbe quindi un'eccessiva complicazione del modello CFD.

La metodologia per la discretizzazione spaziale dei denti è stata applicata anche al caso col settore circolare. La mesh ottenuta, rappresentata in Fig. 54, si presta bene allo scopo, dimostrando una buona risoluzione all'interno della cavità e rispettando la condizione di $y^+ < 5$. A distanza dai denti, la finitura della griglia

va poi diradandosi al crescere della quota, in previsione di una corrente poco disturbata. La parete superiore simula il campo lontano mediante la condizione di pressure outlet mentre le facce laterali del dominio sono preposte al flusso periodico.

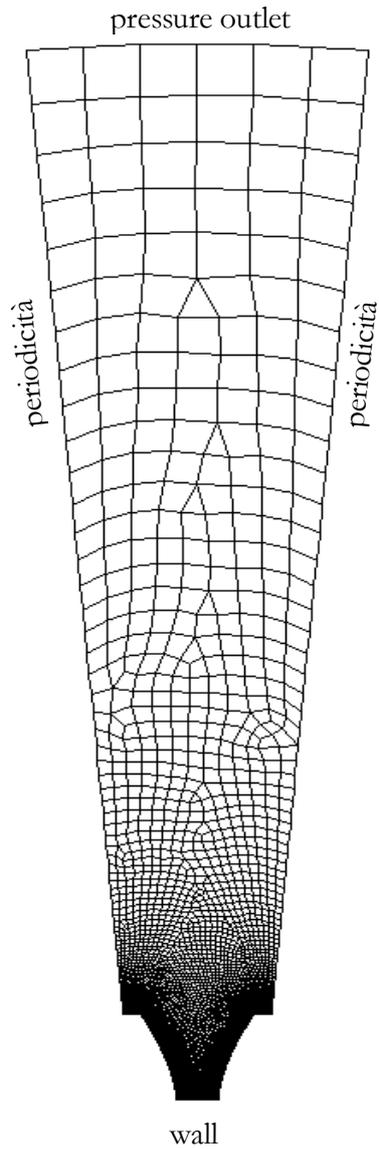


Fig. 54 Mesh utilizzata per la simulazione di un settore circolare bidimensionale relativo al singolo vano della Gear 2.

La grandezza integrale scelta come riferimento nelle simulazioni a seguire è il coefficiente di momento aerodinamico C_M , quantità fisicamente molto più affine al concetto di windage power loss.

La decisione di ricorrere a tale grandezza piuttosto che al coefficiente di resistenza aerodinamica deriva dalla praticità con cui il momento frenante sia legato alla potenza dissipata da un corpo rotante. Al contrario, per risalire alla WPL a partire dalla resistenza del singolo dente, è necessario conoscere il braccio della forza, inteso come la distanza tra il centro della ruota ed il centro di pressione del carico aerodinamico, quantità difficile da stabilire.

La definizione analitica del coefficiente di momento utilizzato nelle simulazioni di singola cavità deriva dagli studi di Diab et al. [5] (consultare equazione (9)), ed è stata modificata per compensare la bidimensionalità del risultato numerico con la larghezza di fascia w .

$$C_{M(CFD,2D)} = \frac{T_{SC(CFD,2D)} \cdot w}{\frac{1}{2} \rho \omega^2 R_p^5} \quad (48)$$

Il valore di $T_{SC(CFD,2D)}$ è ottenuto dalla simulazione CFD 2D di una singola cavità ed è pertanto definito come una coppia per unità di lunghezza (Nm/m). Per adimensionalizzare il coefficiente è quindi necessario distribuire il momento bidimensionale lungo la profondità della ruota moltiplicandolo per la larghezza w . Riprendendo l'equazione (3) si ricava poi la formulazione per la windage power loss associata al momento frenante.

$$WPL_{CFD,2D} = T_{SC(CFD,2D)} \cdot w \cdot Z \cdot \omega \quad (49)$$

La WPL risultante è misurata in Watt, congruentemente con i dati sperimentali.

Altezza del dominio

Sebbene la creazione della mesh abbia fornito dei buoni risultati in entrambe le configurazioni, la prossimità della parete superiore potrebbe avere un'influenza diversa sul risultato integrale nella singola cavità a causa del radicale cambiamento nella geometria del dominio.

Analogamente al caso del singolo dente, l'altezza H_{dom} , definita come la distanza radiale tra la troncatura esterna del dente e il pressure outlet, è stata nuovamente analizzata. I risultati dell'ottimizzazione esposti nel capitolo "Caratterizzazione aerodinamica del dente", così come i dati geometrici riportati da Marchesse (consultare Fig. 18), suggeriscono un'altezza pari a 12 volte quella del dente. Tale valore è stato scelto come geometria di baseline e la stessa cavità di dente è stata simulata per altre due configurazioni: una con H_{dom} pari a 5 altezze di dente, l'altra pari a 20 altezze di dente (Fig. 55). Il criterio di convergenza della simulazione si basa sulla deviazione standard della grandezza integrale nelle ultime 1000 iterazioni steady-state, analogamente al caso con il singolo dente.

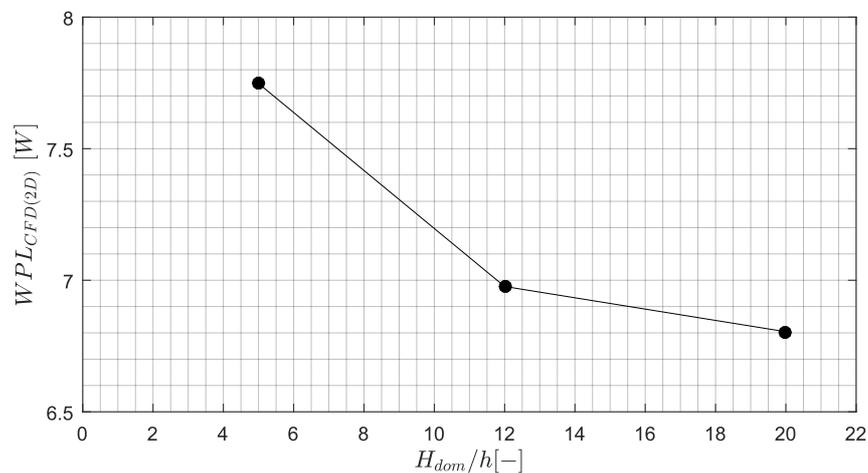


Fig. 55 WPL bidimensionale per una cavità di ruota (appartenente alla Gear 2) in funzione dell'altezza del dominio.

La velocità angolare scelta per le simulazioni con diversa altezza è stata fissata a 700 rad/s, replicando così una condizione di rotazione intermedia ai casi limite di velocità massima e minima considerate nell'analisi.

La Tabella 8 include i risultati numerici dell'analisi sul parametro H_{dom}/h .

Tabella 8 Stima della windage power loss a diverse altezze del dominio con errore relativo alla configurazione $H_{dom}/h = 12$.

$H_{dom}/h[-]$	$WPL_{CFD(2D)} [W]$	ε [%]	Sim. time
5	7.74	11.05%	~8'
12	6.97	-	~11'
20	6.80	2.46%	~22'

La configurazione baseline non fornisce il risultato più accurato tra i tre casi in quanto l'errore relativo commesso rispetto alla configurazione con $H_{dom}/h = 20$ è pari a circa il 2.5%. Tuttavia, a parità di potenza di calcolo, la simulazione baseline impiega la metà del tempo a soddisfare il criterio di convergenza e, in termini di praticità, questo aspetto è piuttosto rilevante. Pertanto, la configurazione con H_{dom} pari a 12 altezze di dente è stata selezionata come configurazione definitiva.

Avendo delineato l'ingombro verticale del dominio numerico, è possibile stabilire con più precisione l'ordine di grandezza del numero di elementi di griglia che, per le ruote simulate, ammonta a circa 15000 celle.

Controllo sulla periodicità

Un'ultima analisi ha permesso di verificare che la semplificazione di un intero ingranaggio ad una singola cavità non comporti una significativa approssimazione del momento risultante, evitando quindi di inficiare la stima del windage nelle simulazioni CFD bidimensionali.

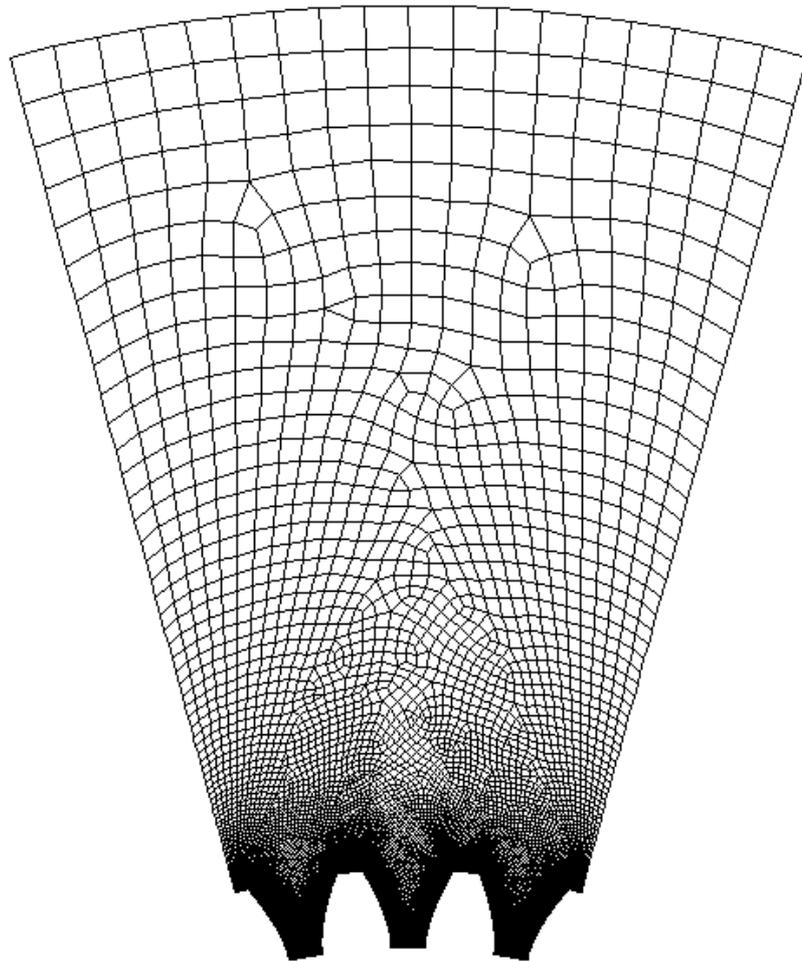


Fig. 56 Mesh utilizzata per la simulazione di un settore circolare bidimensionale contenente tre vani della Gear 2.

Tuttavia, a causa dell'elevato costo computazionale richiesto dalla simulazione di una ruota intera, lo studio è stato limitato al confronto tra i risultati della singola cavità e quelli ricavati da un settore circolare che comprendesse tre vani (Fig. 56).

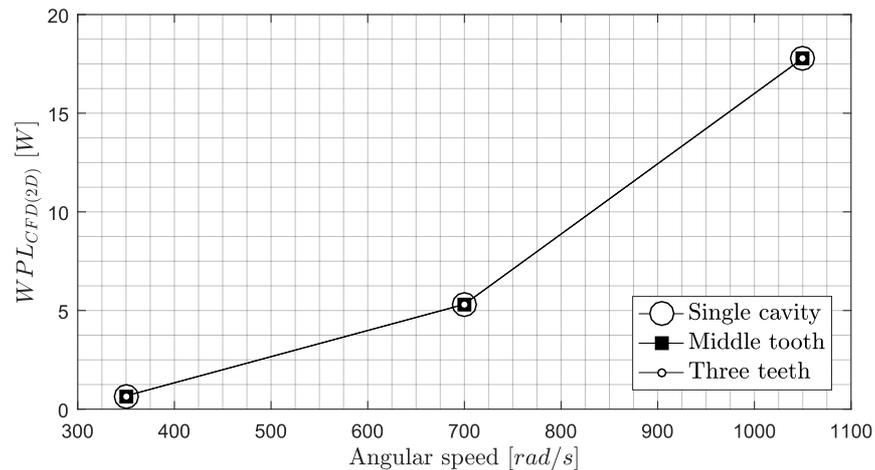


Fig. 57 Confronto sulla periodicità del flusso in diversi settori circolari.

Come si osserva dal grafico in Fig. 57, la WPL misurata nel dominio con la singola cavità è praticamente sovrapponibile al valore stimato nella geometria con settore circolare più ampio, sia considerando la sola cavità centrale, sia dividendo la WPL complessiva per il numero di cavità presenti.

Oltre a fornire una prova concreta della periodicità numerica del flusso attorno alla ruota, quest'ultimo studio ha dimostrato l'affidabilità del metodo di discretizzazione spaziale anche in configurazioni multi-dente.

Nel capitolo successivo verranno passati in rassegna i risultati numerici delle simulazioni 2D per alcune delle ruote esposte in Tabella 5, giungendo quindi alle prime conclusioni dell'approccio bidimensionale.

RISULTATI DELLE SIMULAZIONI 2D

Tutte le ruote dentate presentate nei capitoli precedenti (consultare Tabella 5 e Fig. 34) sono state simulate adottando la configurazione di singola cavità, sottoponendole alle diverse velocità angolari previste nei rispettivi esperimenti di letteratura, per un totale di 33 test.

In ogni test la WPL è stata calcolata valutando la coppia frenante $T_{SC(CFD,2D)}$ relativa alla cavità e definita come:

$$T_{SC(CFD,2D)} = \sum_{i=1}^N (\vec{r}_i \times \vec{F}_{P_i} + \vec{r}_i \times \vec{F}_{V_i}) \quad (50)$$

N è il numero di celle i -esime che costituiscono la superficie della cavità; \vec{r}_i è la distanza tra il centro della cella i -esima e il centro della ruota; \vec{F}_{P_i} e \vec{F}_{V_i} sono rispettivamente le forze di pressione e viscosità agenti sulla faccia i -esima. Il momento risultante T è valutato rispetto all'asse di rotazione della ruota ma con verso opposto rispetto alla velocità angolare ω .

La quantità riportata nell'equazione (50) è il risultato numerico ottenuto direttamente dalle simulazioni CFD delle ruote. Sostituendo tale valore nell'equazione (49) si ricava la WPL bidimensionale.

Tabella 9 Valori minimi e massimi per le proprietà geometriche e le condizioni operative delle ruote simulate.

	m	R_p	w	ω	p	T	ρ
	(mm)	(mm)	(mm)	(rad/s)	(kPa)	(°C)	(kg/m ³)
Min.	4	72	24	400	30	15	0.3
Max.	6	144	60	1350	100	65	1.2

In Tabella 9 sono riportati i valori geometrici e operativi di riferimento per le diverse analisi CFD.

In particolare, le velocità angolari utilizzate nelle simulazioni sono state selezionate in base all'accuratezza degli strumenti adoperati per la misura sperimentale della WPL. L'errore relativo introdotto dai torsimetri nei test con velocità di rotazione ridotta risulterebbe controproducente per la validazione di un modello numerico.

Per questo motivo, tutte le ruote sono state analizzate considerando velocità angolari superiori ai 500 rad/s (eccetto la Gear 1 di Diab per cui la velocità minima simulata è pari a 400 rad/s, dato il suo raggio doppio rispetto alle altre ruote).

Si espongono in Fig. 58 i risultati delle simulazioni CFD bidimensionali per le sei ruote dentate.

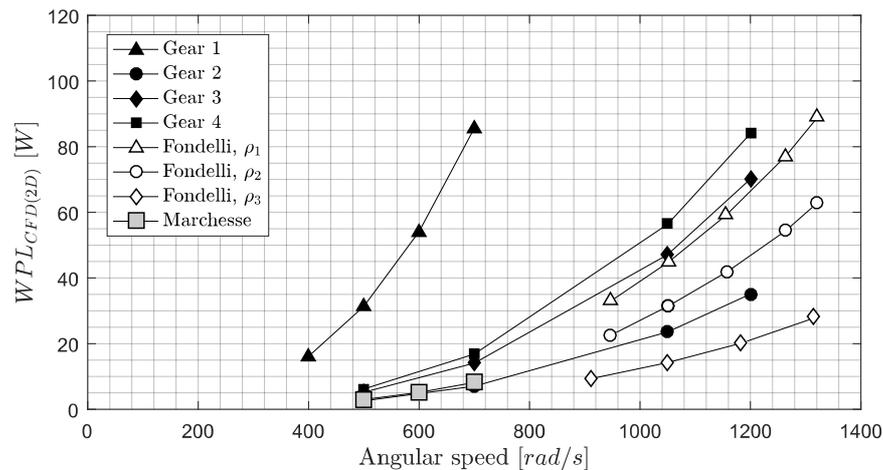


Fig. 58 Risultati delle simulazioni CFD 2D per le ruote di Tabella 5.

Il criterio di convergenza scelto per i test numerici è del tutto analogo a quello già descritto nella sezione “Settore circolare di ruota”. L'ordine di grandezza del numero di iterazioni richieste da ogni simulazione per soddisfare tale criterio è pari a 20000, per un tempo di calcolo corrispondente di 10-15 minuti. Di seguito si propongono alcuni risultati ottenuti a diverse velocità angolari.

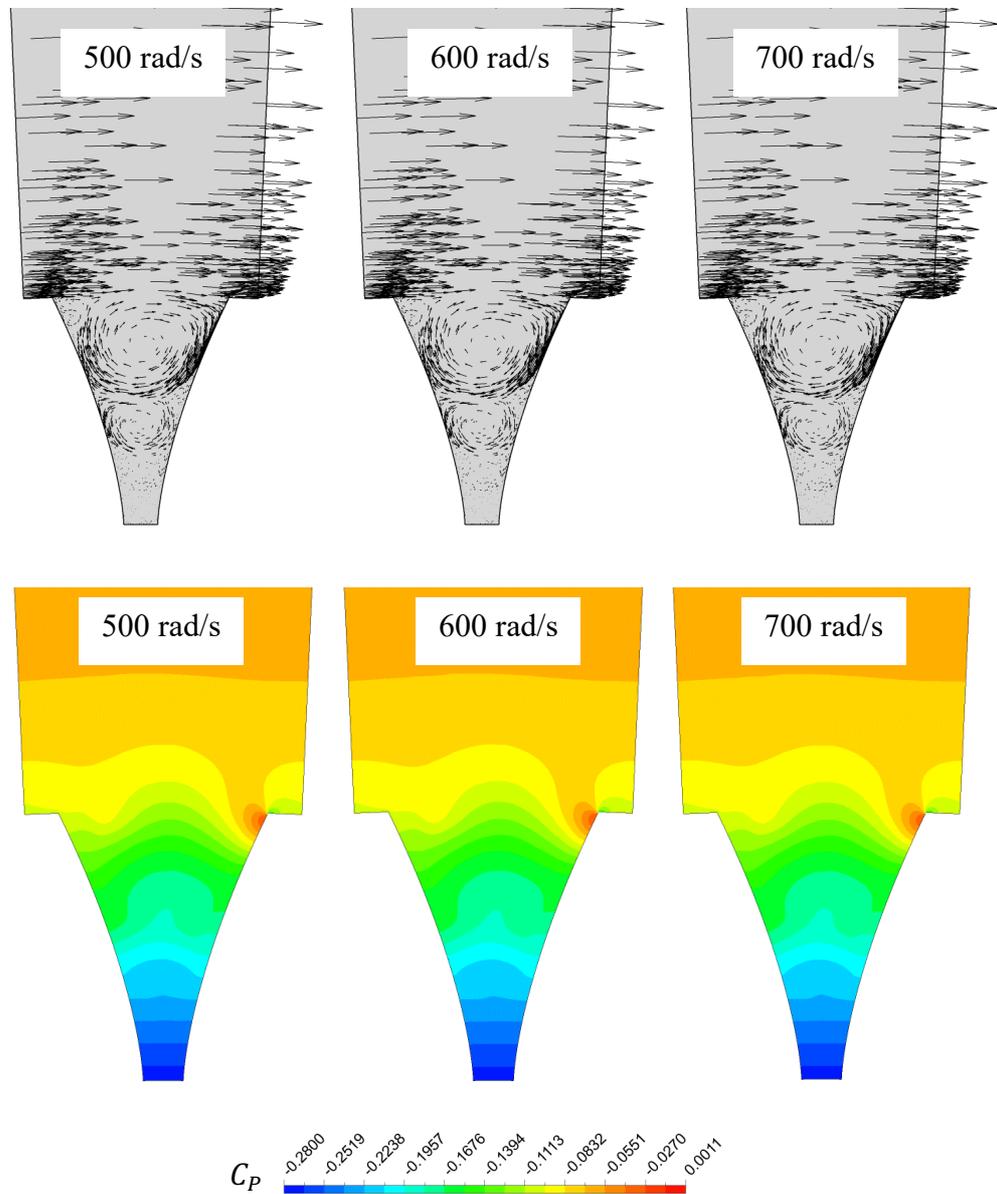


Fig. 59 Campo di moto relativo e contour del coefficiente di pressione della Gear 1 di Diab. A partire da sinistra: 500, 600 e 700 rad/s.

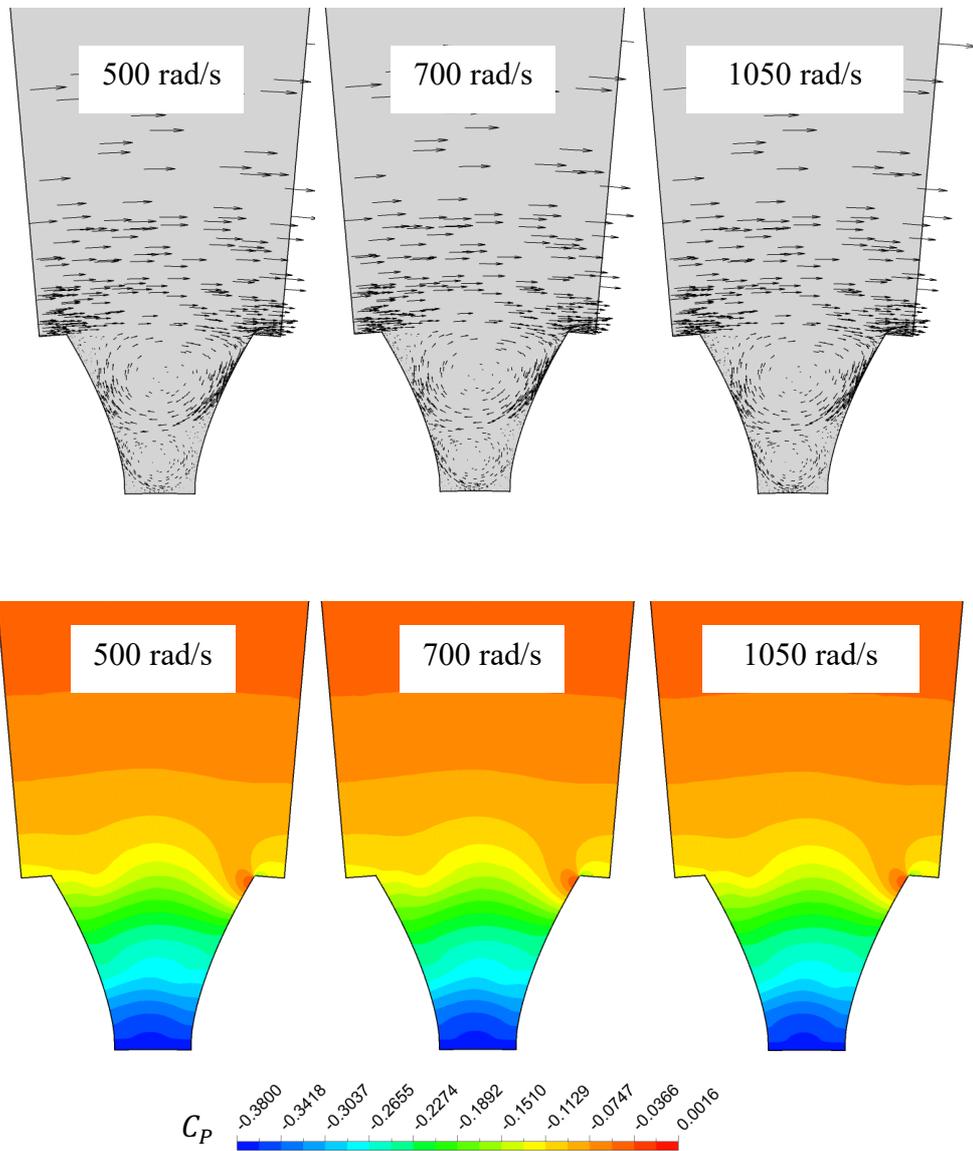


Fig. 60 Campo di moto relativo e contour del coefficiente di pressione della Gear 2 (o Gear 3) di Diab. A partire da sinistra: 500, 700 e 1050 rad/s.

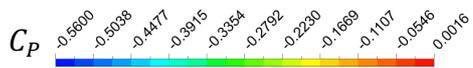
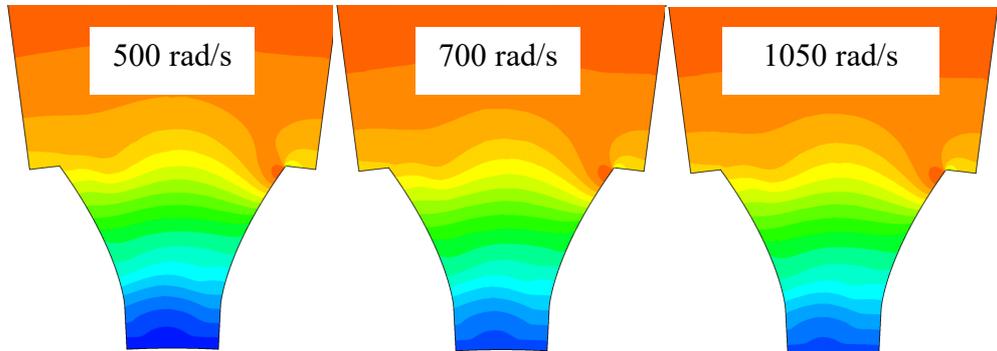
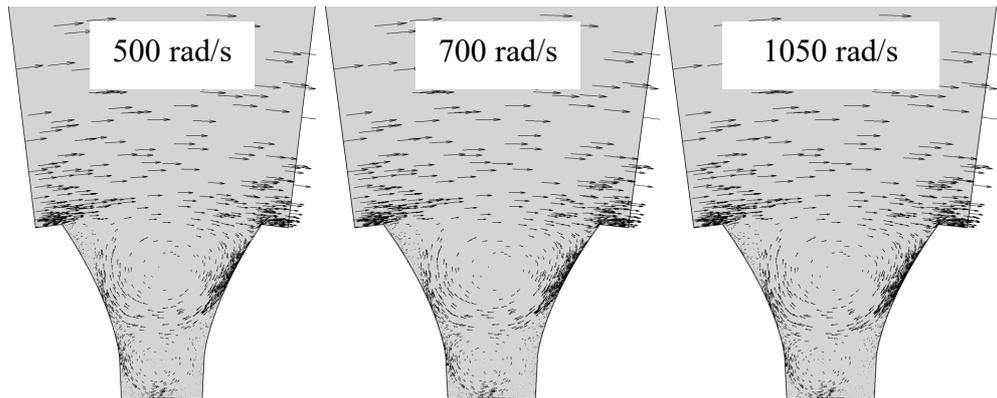


Fig. 61 Campo di moto relativo e contour del coefficiente di pressione della Gear 4 di Diab. A partire da sinistra: 500, 700 e 1050 rad/s.

Le geometrie studiate presentano caratteristiche sensibilmente diverse: la cavità della Gear 1 (Fig. 59) possiede una larghezza tale per cui i denti risultano piuttosto ravvicinati tra di loro; la Gear 4 (Fig. 61), al contrario, ha una cavità molto più ampia. Ciononostante, l'aerodinamica che si osserva nei risultati esposti è in piena similitudine tra i vari casi, fornendo una prova numericamente robusta della possibilità di estrapolare un modello in grado di predire la WPL in una qualsiasi configurazione di ruota dentata. In Fig. 62 si riportano i punti nevralgici individuati in tutte le simulazioni.

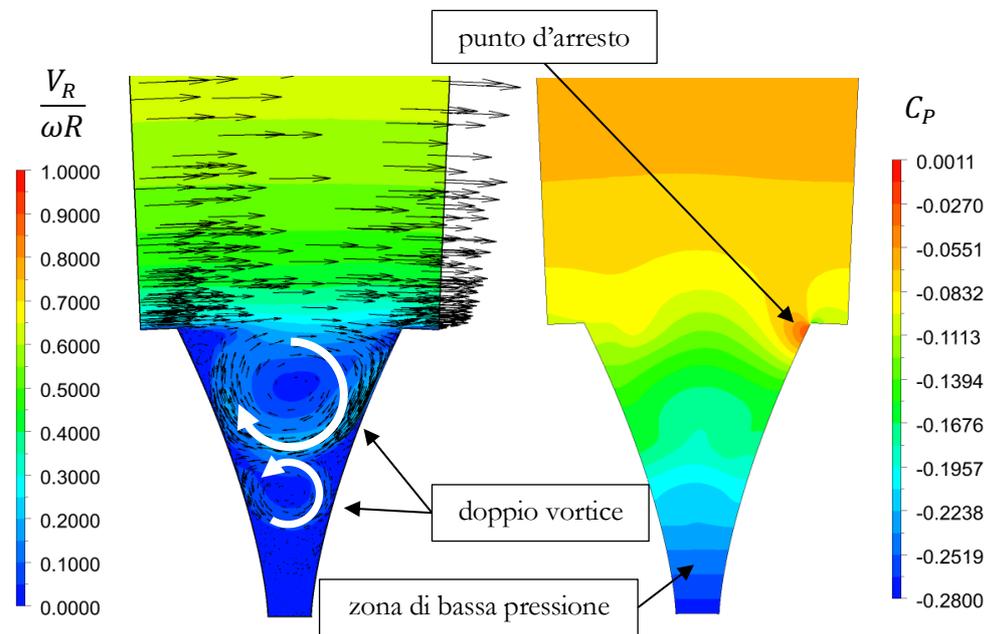


Fig. 62 Campo di velocità relativa adimensionalizzata sulla velocità tangenziale ωR e contour del coefficiente di pressione per la Gear 1 di Diab.

La corrente esterna accede all'interno della cavità a causa di una zona di bassa pressione sul fondo del vano, alimentata da due vortici controrotanti e, in corrispondenza della troncatura esterna del dente posteriore, il flusso subisce l'arresto.

Adimensionalizzando il campo di moto relativo con la velocità tangenziale locale ωR (dove R è la generica distanza radiale dal centro), si osserva che la

zona vorticosa è caratterizzata da velocità di un ordine di grandezza inferiori rispetto al valore della velocità periferica.

La diretta conseguenza si apprezza nel coefficiente di pressione, definito come:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_p^2} \quad (51)$$

Il denominatore $\frac{1}{2} \rho V_p^2$ rappresenta una pressione dinamica ricavata in funzione della velocità di pitch line, grandezza convenzionalmente adottata come riferimento. Tuttavia, in corrispondenza del raggio primitivo, il modulo della velocità relativa della corrente è pari solo al 10% di V_p . Il contributo dinamico della (51) risulta pertanto sovrastimato rispetto al valore effettivo. Il coefficiente di pressione nel punto d'arresto individuato sulla faccia del dente posteriore (Fig. 62) non sarà quindi pari all'unità ma ad una quantità inferiore.

Riprendendo le differenze tra la simulazione del singolo dente e della singola cavità, questo aspetto conferma quanto asserito riguardo l'effetto schiera. A causa del disturbo dovuto alla disposizione dei denti, la corrente non ha modo di entrare all'interno della cavità e lambire la faccia del dente alla stessa velocità che caratterizza il flusso esterno. Piuttosto, la maggior parte dell'energia cinetica viene ceduta ai vortici presenti all'interno del vano e il flusso che colpisce il dente posteriore possiede solo una frazione della quantità di moto. Per questo motivo, il coefficiente di pressione è unitario sul punto d'arresto del singolo dente ma non nel caso con singola cavità bidimensionale.

Dopo aver raccolto tutti i risultati numerici dalle simulazioni 2D è stato fatto il confronto con i valori sperimentali corrispondenti. A seguire, il grafico in Fig. 63 riporta i dati empirici per le ruote di Tabella 5 mentre la Fig. 64 fornisce il rapporto diretto tra la WPL numerica e quella sperimentale per ogni simulazione.

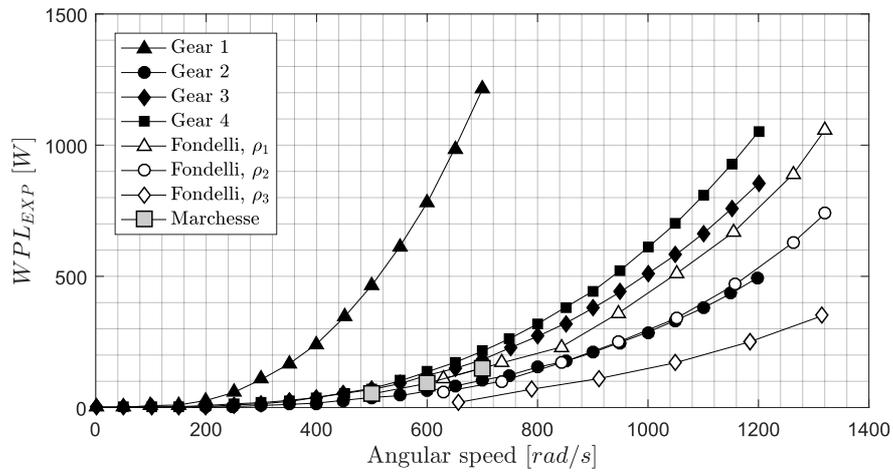


Fig. 63 Risultati sperimentali per la WPL valutati per le diverse ruote esposte in Tabella 5.

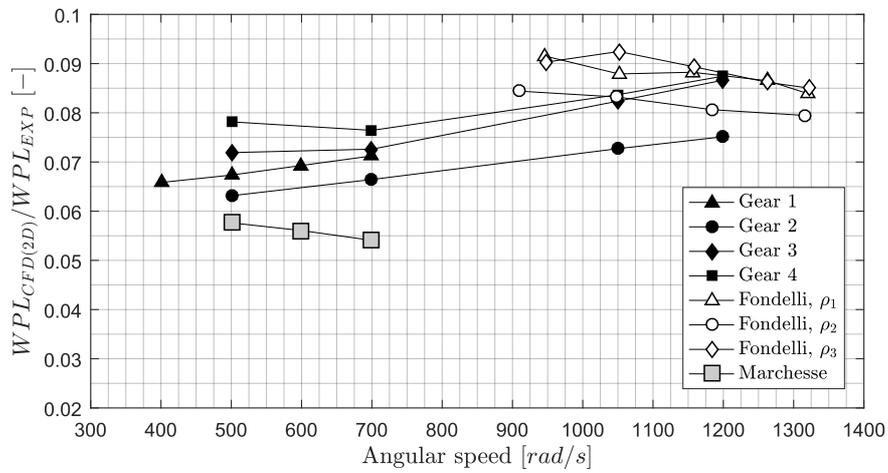


Fig. 64 Rapporto diretto tra la WPL valutata con le simulazioni CFD 2D e la corrispondente WPL sperimentale.

Dal grafico in Fig. 65 si osserva una forte sottostima da parte del modello CFD bidimensionale. La discrepanza ottenuta calcolando il rapporto diretto tra la WPL numerica e la WPL sperimentale è infatti pari ad un ordine di grandezza.

Ai fini di un confronto quantitativo, è stato valutato il valor medio dei rapporti

$$\overline{DR} = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \frac{WPL_{CFD(2D),i}}{WPL_{EXP,i}} \right) = 0.0778 \quad (52)$$

con una deviazione standard di 0.0108. Ciò significa che, mediamente, il valore ricavato dalla simulazione CFD è pari al 7.78% della WPL sperimentale. In altri termini, sottraendo questo risultato dall'unità, è possibile calcolare l'errore relativo medio commesso in ogni stima computazionale.

$$\overline{\varepsilon_{DR}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{DR,i} = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \left| 1 - \frac{WPL_{CFD(2D),i}}{WPL_{EXP,i}} \right| \right) \cdot 100 = 92.22\% \quad (53)$$

(N è il numero di simulazioni incluse nell'analisi ed è pari a 33).

Tale valore è in completa congruenza con i risultati esposti da Marchesse [8] in cui si riporta un errore relativo del 95% circa.

Come già anticipato dallo stesso autore, le simulazioni CFD 2D non sono in grado di cogliere appieno la fenomenologia del windage in una ruota dentata messa in rotazione. Esaminando il problema nelle due dimensioni si assume infatti che la geometria abbia profondità infinita. Considerando un corpo simmetrico, caratterizzato da una larghezza tale per cui si possano individuare zone sufficientemente lontane dagli effetti di bordo, l'approccio bidimensionale fornisce un risultato sufficientemente accurato sull'aerodinamica nella specifica sezione. In caso contrario, i gradienti di pressione che si vengono a creare lungo la profondità possono avere un'influenza importante sul campo di moto.

La tridimensionalità del flusso caratterizza in modo predominante l'aerodinamica attorno all'ingranaggio e le percentuali sopracitate forniscono un quadro definito del peso dei fenomeni 3D su quelli di origine puramente bidimensionale.

Inoltre, i carichi aerodinamici derivanti dall'analisi numerica 2D sono definiti in riferimento ad una lunghezza unitaria. Ciò implica che le forze e i momenti

debbano essere moltiplicati per una lunghezza finita affinché abbiano senso fisico.

Nel particolare caso studiato, la coppia frenante associata al windage è stata scalata sulla profondità di fascia w . Il risultato di tale operazione, da un punto di vista tridimensionale, è equiparabile ad una distribuzione costante di $T_{SC(CFD,2D)}$ lungo tutta la larghezza della ruota (Fig. 65).

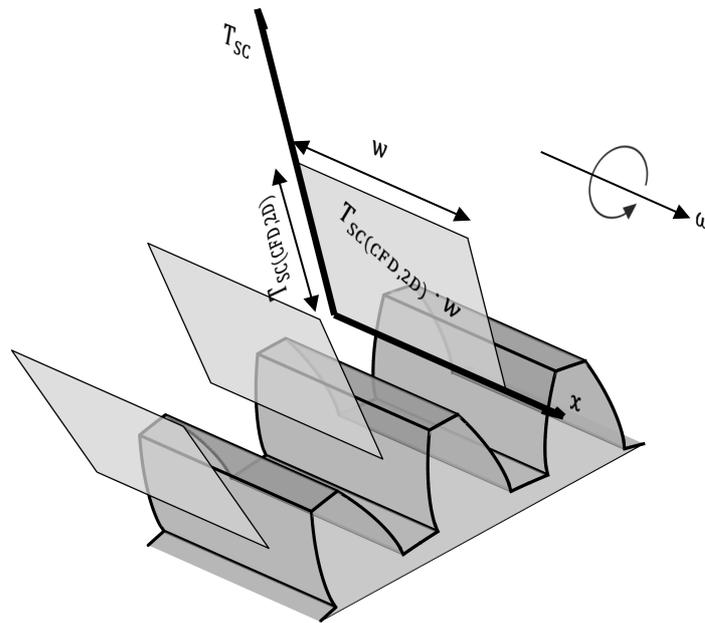


Fig. 65 Rappresentazione grafica della distribuzione costante di coppia assunta per le simulazioni CFD 2D.

Generalmente, nelle applicazioni aeronautiche, la larghezza di fascia delle ruote cilindriche ha un'estensione ridotta, caratteristica evidente soprattutto se rapportata all'ingombro radiale. Pertanto, l'ipotesi che la coppia sia distribuita uniformemente lungo la cavità è un'assunzione piuttosto forte.

A conferma di quanto asserito, dai risultati numerici di Fig. 64, si evidenzia la proporzionalità inversa tra il flusso 3D e la larghezza w : per la ruota di Fondelli, con una profondità di 55 mm, si osserva un rapporto medio tra i valori numerici e quelli sperimentali pari a circa 0.0863; per la ruota di Marchesse, caratterizzata da una larghezza di fascia pari a 24 mm, lo stesso rapporto vale 0.0560.

Tralasciando l'aspetto legato al fatto che i valori empirici siano stati ricavati con due catene di misura differenti, è chiaro quindi che una trattazione puramente bidimensionale non consenta di cogliere completamente l'effettiva dinamica del flusso all'interno delle cavità per profondità di ruota ridotte.

Modello di regressione lineare

Nonostante l'errore relativo nelle simulazioni 2D sia piuttosto elevato, la deviazione standard dei rapporti diretti è sufficientemente bassa per consentire di adottare una diversa chiave di lettura per i risultati numerici. In particolare, si ipotizza una proporzionalità diretta tra le simulazioni bidimensionali e i valori sperimentali. Il modello matematico derivante assume dunque un rapporto costante tra gli effetti 2D e i fenomeni 3D del flusso. La proporzionalità viene definita dalla seguente equazione:

$$WPL_{EXP} \cong K \cdot WPL_{CFD(2D)} \quad (54)$$

K rappresenta il coefficiente di proporzionalità, stabilito attraverso una regressione lineare dei dati ottenuti (Fig. 66), finalizzata alla minimizzazione dell'errore relativo medio tra tutte le simulazioni CFD bidimensionali.

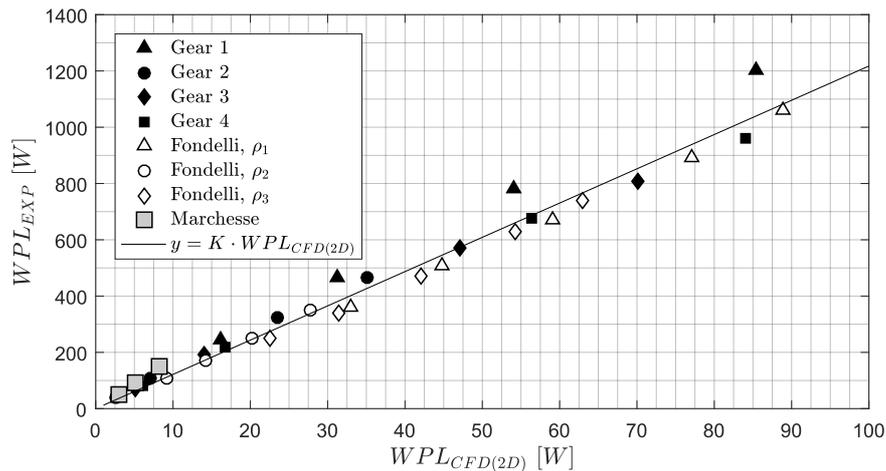


Fig. 66 Modello di regressione lineare applicato ai 33 test numerici sulle ruote di Tabella 5.

Applicando il modello di regressione lineare ai risultati delle simulazioni per la singola cavità di ruota si osserva una sostanziale riduzione della disparità tra i valori numerici e quelli empirici. Analogamente all'equazione (53), si definisce un secondo errore relativo per quantificare la bontà del nuovo approccio:

$$\varepsilon_{K,i} = \left| 1 - K \cdot \frac{WPL_{CFD(2D),i}}{WPL_{EXP,i}} \right| \cdot 100 \quad (55)$$

Mediando il valore di ε_K per le 33 simulazioni, si ricava l'errore relativo medio

$$\bar{\varepsilon}_K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{K,i} = 10.82\% \quad (56)$$

In Tabella 10 si riportano le differenze in termini di errore relativo massimo, minimo e medio tra il rapporto diretto e il modello di regressione lineare.

Tabella 10 Differenze tra rapporto diretto (DR) e regressione lineare (K).

	Errore massimo	Errore minimo	Errore medio
	ε_{MAX}	ε_{MIN}	$\bar{\varepsilon}$
DR	94.6%	90.75%	92.22%
K	34.17 %	0.29%	10.82%

Comportando un errore relativo medio del 10.82% e un errore massimo maggiore del 30%, l'ipotesi di una proporzionalità diretta tra le simulazioni 2D del windage e i valori sperimentali non trova un solido fondamento. Oltre a non soddisfare i requisiti di accuratezza ricercati, l'applicazione di tale metodo risulterebbe controproducente per una stima preliminare delle perdite fluidodinamiche considerando due ruote simili in geometria e condizioni operative.

Dal grafico di Fig. 66 si può tuttavia apprezzare una sufficiente linearità da parte dei dati, fatta eccezione per i risultati della Gear 1 di Diab per la quale si individua un trend diverso, anch'esso lineare ma con pendenza maggiore.

Ciononostante, osservando i valori derivanti dalle simulazioni delle ruote di Fondelli, non emerge alcun effetto legato alla variazione di densità dell'aria circostante. In merito a tale conclusione, si può escludere che le proprietà fluidodinamiche abbiano influenza sul grado di sottostima delle perdite di windage.

Piuttosto, la discrepanza è strettamente legata agli aspetti geometrici, indice del fatto che l'impatto della tridimensionalità del flusso sulla WPL è funzione della forma e della cinematica della ruota.

Il livello di dettaglio necessario alla comprensione di tale relazione richiede tuttavia un'indagine più approfondita dei fenomeni 3D inerenti al windage.

Per questo motivo, l'analisi numerica è stata estesa ai modelli CFD tridimensionali al fine di valutare in modo approfondito i campi di moto all'interno delle cavità di ruota.

SIMULAZIONI TRIDIMENSIONALI

Lo scopo delle analisi computazionali 3D non è quello di ottenere risultati integrali la cui accuratezza superi quella dichiarata dagli autori sopracitati, né di ottimizzarne le prestazioni per una stima più accessibile del windage sulla singola ruota. Piuttosto, l'impiego di tale approccio è mirato allo studio del campo di moto tridimensionale al fine di acquisire sufficiente confidenza con la fisica del caso e valutare numericamente le dinamiche in modo approfondito. In particolare, sono state considerate la Gear 2 e la Gear 3 di Diab [5].

Tale scelta perviene dalla necessità di indagare sulla fenomenologia del windage in funzione della terza dimensione. Le due ruote, analoghe in raggio primitivo e modulo, condividono infatti la stessa sezione bidimensionale ma differiscono nella profondità di fascia: la Gear 3 ha una larghezza doppia rispetto a quella della Gear 2.

Il modello CFD adoperato si basa sulle simulazioni presentate in letteratura (consultare "Indagini numeriche") in cui il dominio numerico associato consiste in un'estensione del settore circolare bidimensionale ad un volume di controllo 3D, sviluppato lungo la profondità di ruota per una lunghezza pari a S_{dom} (Fig. 67).

Tale quantità è stata sottoposta ad un test di sensitivity a valle del quale non è stata apprezzata alcuna influenza sul momento aerodinamico resistente della ruota per il range di valori scelto ($S_{dom} = 3w \div 5w$). Alla luce di quanto ottenuto, la profondità del dominio numerico 3D è stata posta pari al valore minimo analizzato, ovvero $S_{dom} = 3w$.

L'altezza del dominio H_{dom} è invece rimasta pari a 12 altezze di dente, analogamente al caso 2D, così come gli schemi numerici e il modello di turbolenza.

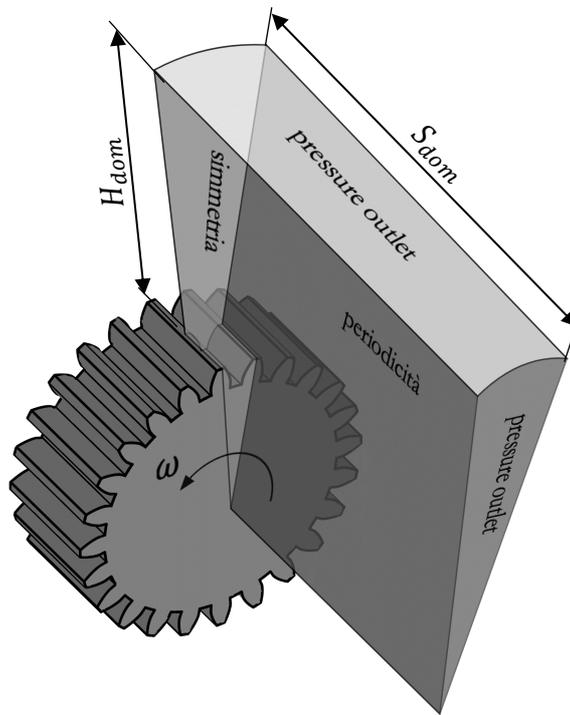


Fig. 67 Rappresentazione del dominio numerico 3D per la singola cavità di ruota.

Fissando il modello CFD con tali parametri, l'ordine di grandezza del numero di elementi di griglia si attesta a due milioni.

Le ipotesi su cui si fondano le simulazioni sono analoghe al caso bidimensionale della singola cavità. Inoltre, un'ulteriore semplificazione deriva dall'assunzione che il campo di moto sia perfettamente simmetrico rispetto alla mezzeria di ruota. Per via di tale supposizione si esclude la possibilità che il flusso vada in instabilità a causa di asimmetrie aerodinamiche lungo la larghezza. Ciò consente di simulare solo metà cavità, e quindi metà dominio numerico, grazie alla condizione al contorno di simmetria attraverso cui il campo di moto e di pressione vengono specchiati rispetto alla parete; due pressure outlet chiudono superiormente e lateralmente il dominio. In Fig. 68 si illustra infine il risultato del processo di meshing delle due ruote ricorrendo ai parametri utilizzati nelle simulazioni 2D della singola cavità.

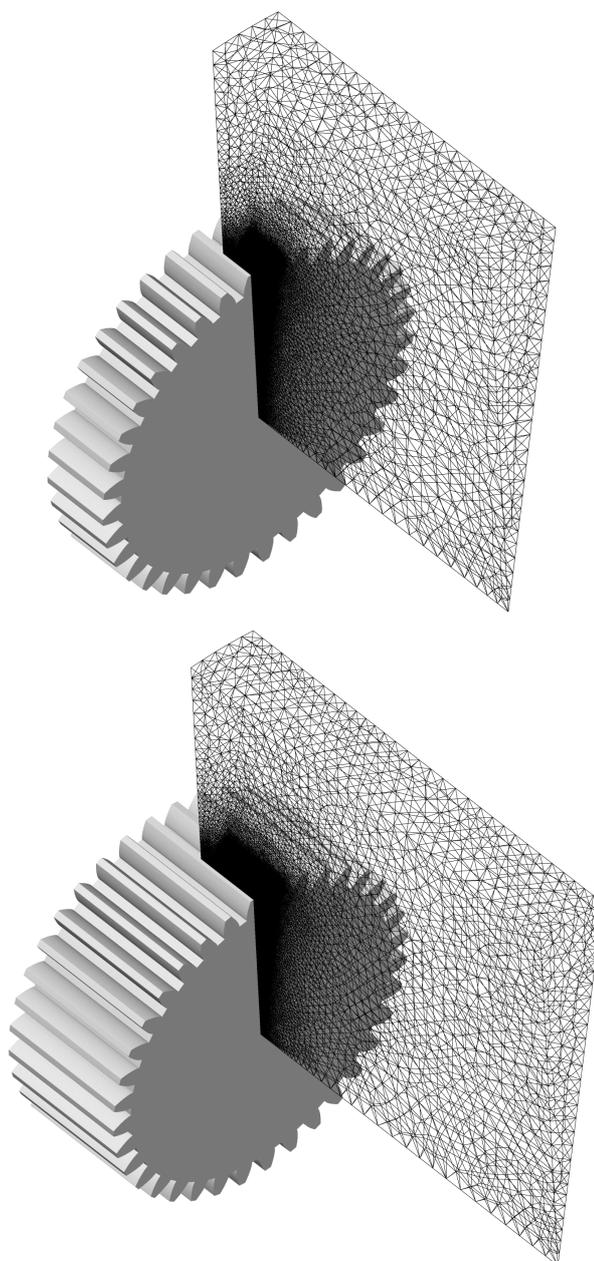


Fig. 68 Mesh del dominio tridimensionale adottata per la Gear 2 (sopra) e la Gear 3 (sotto) di Diab.

La discretizzazione spaziale delle due ruote è soddisfacente, pertanto, nel capitolo seguente, si procede con la visualizzazione del flusso all'interno della cavità e della distribuzione di pressione per diverse velocità angolari.

RISULTATI DELLE SIMULAZIONI 3D

Nel presente paragrafo vengono illustrati alcuni risultati numerici derivanti dalle simulazioni 3D della Gear 2 e della Gear 3 di Diab.

Le due ruote sono state analizzate in tre diverse condizioni, rispettivamente con una velocità angolare pari a 500, 700 e 1050 rad/s.

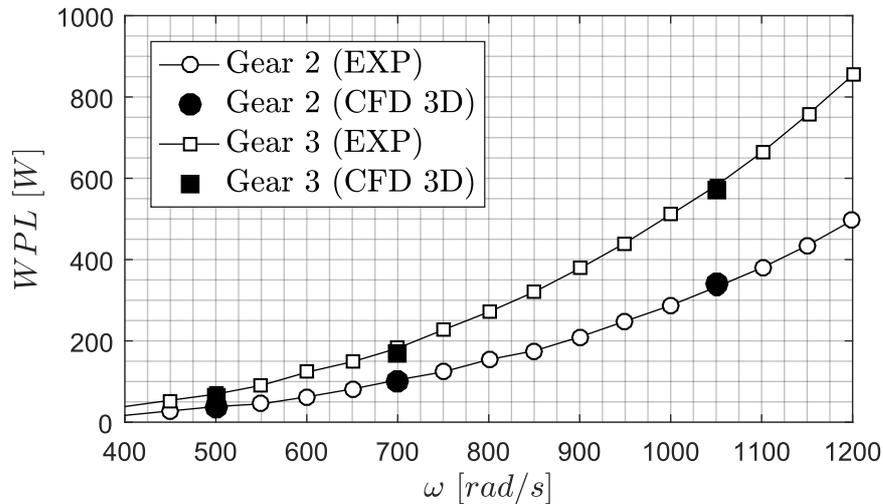


Fig. 69 Confronto tra i risultati sperimentali e le simulazioni 3D della Gear 2 e la Gear 3 di Diab.

Adottando dei criteri di arresto del tutto analoghi ai rispettivi casi bidimensionali, ogni simulazione, a parità di potenza di calcolo, ha richiesto un tempo computazionale complessivo di circa 22 ore affinché la soluzione giungesse a convergenza, per un totale di quasi 40000 iterazioni.

La congruenza con i trend dei dati sperimentali è soddisfacente, considerando la volontà di mantenere un livello basso di complessità del caso. L'errore medio commesso dalle sei simulazioni (Fig. 69) ammonta al 5%, garantendo così non solo una buona affinità con la fenomenologia fisica del windage, ma anche una stima diretta della WPL.

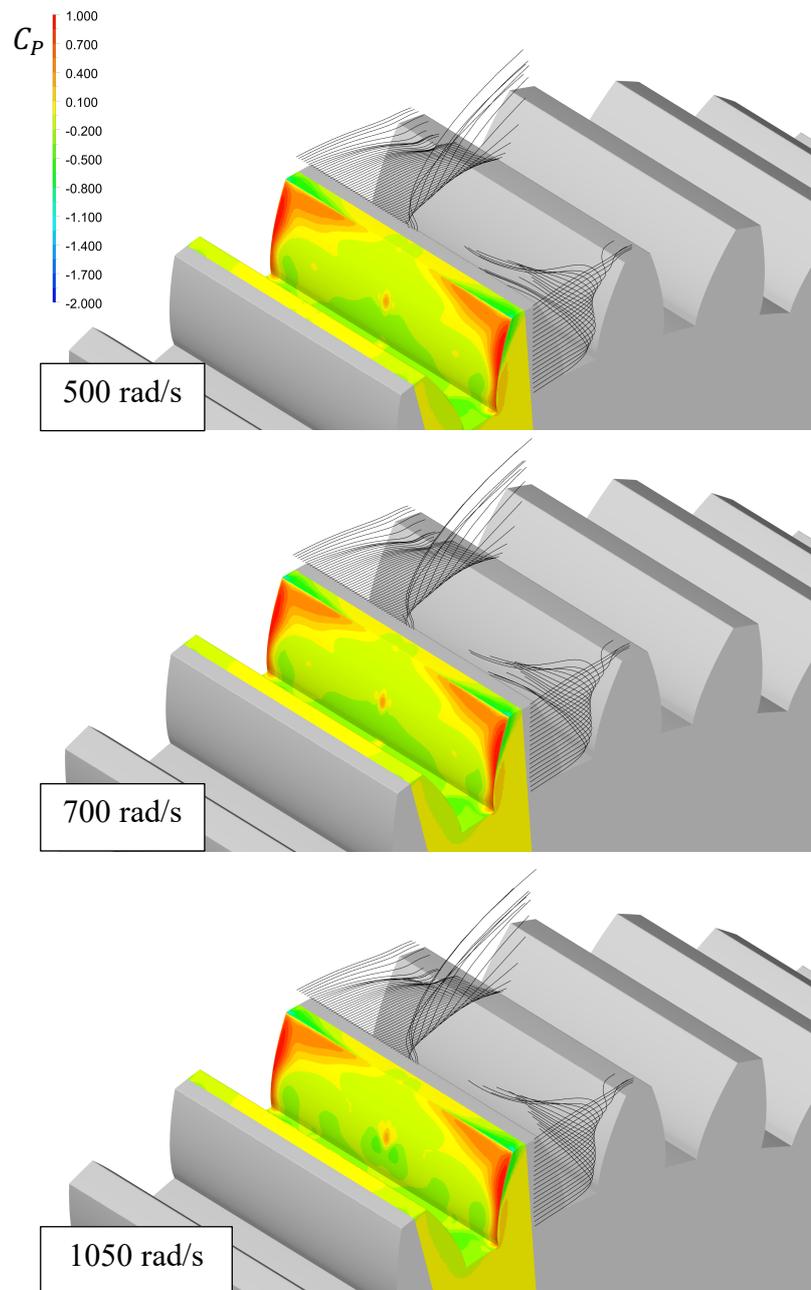


Fig. 70 Contour superficiale del coefficiente di pressione e streamlines 3D del campo di velocità relativa per la Gear 2 a diverse ω (da sopra: 500, 700, 1050 rad/s).

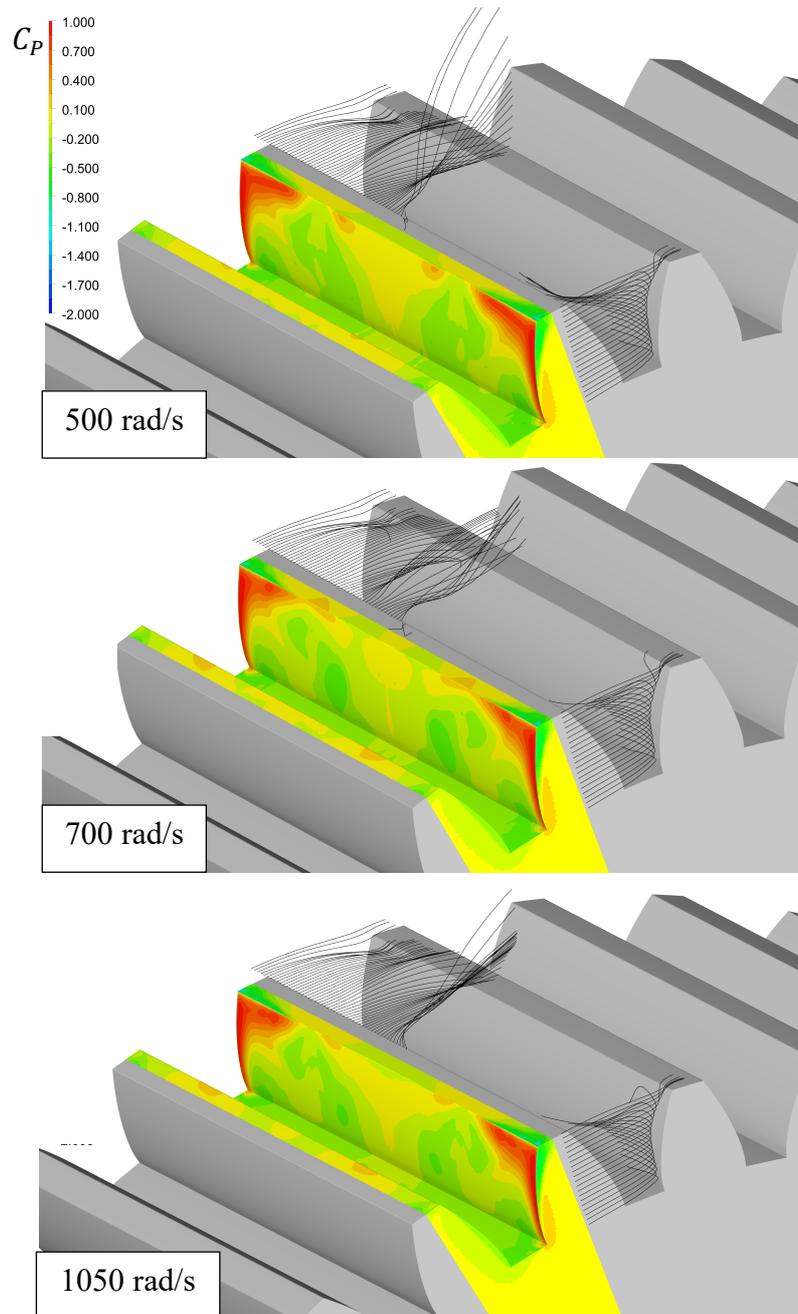


Fig. 71 Contour superficiale del coefficiente di pressione e streamlines 3D del campo di velocità relativa per la Gear 3 a diverse ω (da sopra: 500, 700, 1050 rad/s).

Le visualizzazioni in Fig. 70 e Fig. 71 riportano le principali caratteristiche già osservate negli esperimenti e nei test numerici esposti nei capitoli introduttivi (si osservino i dettagli nella Fig. 72):

- **Flusso principale:** in prossimità della troncatura esterna, il flusso che circonda la ruota è caratterizzato principalmente da un campo di moto piuttosto uniforme, riconducibile a quello osservato attorno a un disco con faccia liscia, e quindi privo di denti. In particolare, a causa dell'elevata velocità di rotazione, l'entità del disturbo dato dal flusso di cavità non è sufficiente per influenzare la corrente esterna lungo tutta la profondità di fascia ma solo in zone localizzate;
- **Ingestione assiale:** il campo di moto all'interno della cavità è tale da alimentare zone di bassa pressione sul fondo del vano. In questo modo si creano dei gradienti di pressione lungo la larghezza di fascia, responsabili dell'ingestione assiale del flusso, costretto ad una brusca deflessione dalle estremità laterali della ruota verso la mezzeria di cavità. Qui, il campo di moto assume un carattere prettamente vorticoso, in grado di richiamare parte del flusso principale verso l'interno del vano;
- **Zone di ristagno:** a causa del brusco cambio di direzione della corrente esterna, parte del flusso che accede all'interno della cavità lungo la direzione assiale subisce un arresto sulle estremità laterali del dente posteriore ad una velocità pari a quella di pitch line. Conseguentemente, il coefficiente di pressione nella specifica zona è unitario;
- **Getto radiale:** la corrente all'interno della cavità accelera lungo la direzione assiale a causa dei gradienti di pressione. I due flussi entranti dalle estremità di destra e sinistra si incontrano in corrispondenza della mezzeria dalla quale vengono poi espulsi attraverso un getto radiale, caratterizzato da una velocità dello stesso ordine di grandezza di V_p .

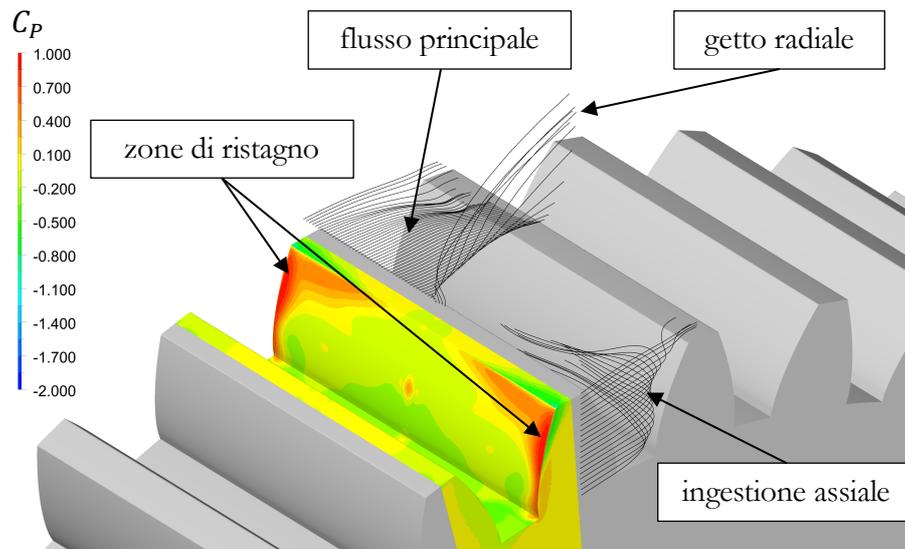


Fig. 72 Principali caratteristiche del flusso tridimensionale all'interno della cavità di ruota.

Osservando quanto appena ricavato dalle analisi numeriche si comprende in modo chiaro la differenza nella stima del windage mediante un modello CFD 2D e un modello CFD 3D.

Nelle simulazioni bidimensionali il flusso esterno può accedere all'interno della cavità solamente attraverso l'apertura superiore. Il campo di moto dipende esclusivamente da tale scambio, pertanto riproduce solo parzialmente la vera dinamica della corrente, mitigando la differenza di pressione tra un dente e l'altro.

Dal momento che la WPL dipende strettamente dalle forze di pressione, tale aspetto rappresenta il principale motivo per cui l'approccio bidimensionale comporti un'eccessiva sottostima del valore, se confrontato direttamente con i dati sperimentali.

Al contrario, le simulazioni 3D comprendono una geometria finita anche nella terza dimensione, perciò sono in grado di catturare il contributo fondamentale al windage: l'ingestione assiale. La differenza di pressione che si osserva tra le estremità dei denti anteriore e posteriore concorre in modo fondamentale al

momento aerodinamico resistente della ruota. Il flusso può dunque accedere all'interno della cavità sia dall'apertura superiore che da quelle laterali, evidenziando la forte tridimensionalità del campo di moto.

Fondamentalmente, adoperando un modello CFD 2D, si assume una geometria infinita in cui i gradienti di pressione assiali si annullano a causa dell'assenza di effetti di bordo e, conseguentemente, il flusso perde la componente lungo la profondità della ruota.

Nelle simulazioni 3D si aggiunge invece un contributo determinante per la WPL, pienamente sviluppato lungo la terza dimensione e, per questo motivo, totalmente trasparente all'approccio bidimensionale.

Osservando nel dettaglio la Fig. 70, la distribuzione di pressione sulla superficie dei denti, così come il campo di moto relativo, sono congruenti nelle tre diverse velocità angolari rappresentate. Ciò evidenzia come il flusso all'interno della cavità sia in similitudine aerodinamica in tutte le simulazioni, limitatamente alle velocità angolari analizzate.

In Fig. 71 non si apprezzano tuttavia le stesse caratteristiche. All'aumentare della velocità di rotazione, il getto radiale tende ad attenuarsi mentre l'ingestione assiale mantiene la stessa entità. Ciò è dovuto al fatto che gli effetti di bordo, seppur presenti in egual misura rispetto alla Gear 2, devono percorrere una distanza doppia per raggiungere la mezzeria di cavità, subendo pertanto un maggiore smorzamento dovuto al campo di moto vorticoso presente all'interno del vano.

Per approfondire l'evoluzione del campo di moto lungo la cavità, sono state considerate delle sezioni del dominio numerico perpendicolari all'asse di rotazione, localizzate in mezzeria, al quarto di fascia e all'estremità della ruota (Fig. 73). Indipendentemente dalla geometria della ruota o dalle condizioni operative, le visualizzazioni riportano sempre la stessa fenomenologia: il getto radiale nella sezione centrale, il punto d'arresto della corrente nella sezione d'estremità e, in particolare, il doppio vortice in corrispondenza del quarto di fascia. Il modello CFD 2D per la stima del windage, riportato nel capitolo successivo, si baserà proprio su quest'ultima osservazione.

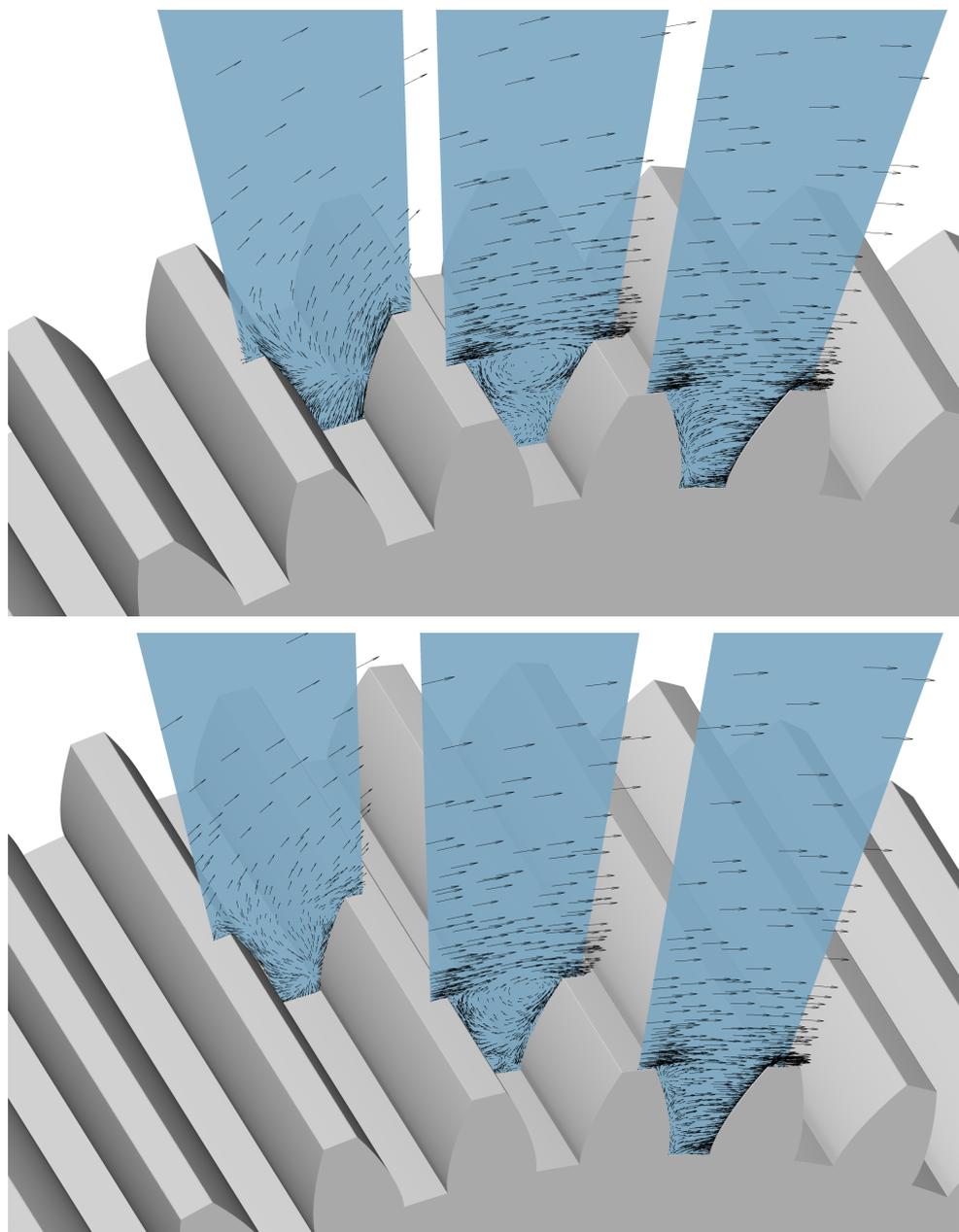


Fig. 73 Visualizzazioni del campo di moto relativo su sezioni in mezzeria, al quarto di fascia e all'estremità della cavità per la Gear 2 (sopra) e la Gear 3 (sotto) di Diab (700 rad/s).

MODELLO DI ORDINE RIDOTTO

Come già discusso nel capitolo “Risultati delle simulazioni 2D”, l'utilizzo di un modello CFD bidimensionale comporta un'eccessiva sottostima nella valutazione delle perdite fluidodinamiche su una ruota dentata. Analogamente, l'ipotesi di una proporzionalità diretta tra i valori delle simulazioni 2D e di quelli sperimentali non trova un robusto fondamento, dato l'elevato errore relativo medio calcolato nei 33 casi.

Al fine di aggirare completamente le analisi fluidodinamiche tridimensionali, il modello CFD per una stima della WPL che si basi su semplici operazioni computazionali è stato pertanto estrapolato a valle di una *riduzione dell'ordine del modello* 3D (in inglese MOR, Model Order Reduction) [18]. La MOR è una tecnica mediante la quale il problema trattato viene semplificato da un punto di vista fisico, riducendo pertanto l'onere computazionale richiesto dalle simulazioni, a vantaggio di una maggiore realizzabilità su hardware meno prestanti.

Come risultato, il *modello di ordine ridotto* (in inglese ROM, Reduced Order Model) presenta un grado di approssimazione esiguo, se comparato al risultato del modello intero, e una robustezza che ne garantisca l'accuratezza in diverse condizioni operative.

I vari processi di semplificazione che portano alla definizione di un ROM hanno diversa natura matematica sebbene, in generale, consistano tutti in una riduzione dei gradi di libertà o del numero di dimensioni spaziali del problema, basata su assunzioni strettamente legate al tipo di fenomeno studiato.

Da quanto già appreso nei capitoli precedenti, il modello CFD 3D utilizzato nelle simulazioni della Gear 2 e Gear 3 è a tutti gli effetti un modello di ordine ridotto.

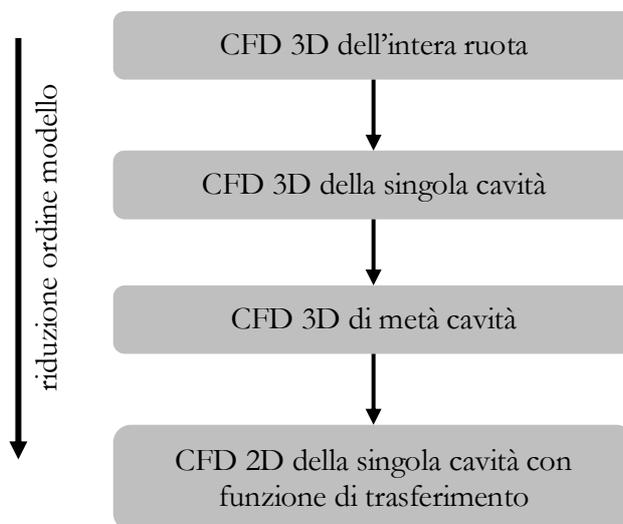


Fig. 74 Vari livelli di riduzione dell'ordine del modello numerico per la stima della WPL.

Chiaramente, la simulazione tridimensionale dell'intera ruota costituirebbe il modello numerico più vicino alla realtà. Tuttavia, dato l'eccessivo numero di elementi di griglia necessari a simulare il dominio, il costo computazionale di tale operazione risulterebbe particolarmente elevato anche per le macchine più performanti.

Assumendo che il flusso si ripeta periodicamente in ogni vano, l'ordine del modello può essere sottoposto alla prima riduzione: il dominio numerico viene limitato al singolo settore circolare, includendo una sola cavità della ruota.

Successivamente, osservando nel dettaglio la fisica del problema, emerge una certa simmetria del flusso sia interno che esterno al vano tra i denti. Ipotizzando quindi che il campo di moto e di pressione siano perfettamente speculari rispetto alla mezzeria di ruota, il dominio affronta un'ulteriore riduzione per la quale viene diviso esattamente a metà. A questo punto il nuovo modello presenta un numero di celle $2Z$ volte minore rispetto al caso con ruota intera (dove Z è il numero di denti), senza tuttavia alterare la fenomenologia iniziale del flusso.

Il risultato è notevole ma i tempi computazionali richiesti da un modello simile sono ancora sconvenienti per lo scopo di questa tesi.

Come mostrato nel diagramma di flusso in Fig. 74, per semplificare ulteriormente il modello è necessario ridurre il numero di dimensioni spaziali passando dunque dalla CFD tridimensionale alla CFD bidimensionale.

A tal fine è essenziale modellare una *funzione di trasferimento* che tenga conto degli effetti 3D trascurati nella simulazione di ordine ridotto, basandosi sulle discrepanze e i punti comuni tra i due approcci.

Confronto tra la CFD 2D e 3D

Disponendo sia del campo di moto bidimensionale che di quello tridimensionale proiettato sulle sezioni lungo la cavità, il confronto tra i risultati delle due simulazioni è diretto.

Come già anticipato alla fine del capitolo “Risultati delle simulazioni 3D”, l’aerodinamica che caratterizza il flusso al quarto di fascia della ruota è in completa analogia con il campo di velocità relativa osservato nelle soluzioni numeriche dell’approccio bidimensionale. Tale aspetto è evidenziato in Fig. 75.

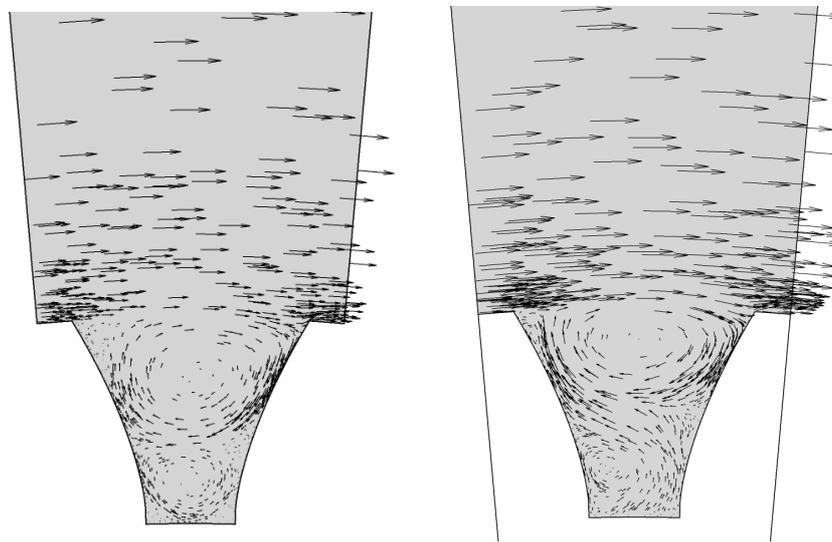


Fig. 75 Confronto tra il campo di moto relativo 2D (sinistra) e il campo di moto relativo 3D al quarto di fascia (destra) per la Gear 2 di Diab (700 rad/s).

Questa caratteristica suggerisce una possibile suddivisione in zone della cavità. Considerando la coppia di pressione esposta da Hill et al. [2], si trova infatti un collegamento tra la distribuzione di T^* e i campi di moto e di pressione osservati nelle tre diverse sezioni di dominio (Fig. 73).

Le zone individuate sono tre (Fig. 76):

- **Estremità** (o *Tip*): a causa dell'ingestione assiale, è la zona in cui si sperimenta l'arresto della corrente esterna che cerca di accedere all'interno della cavità. Per tal motivo, la distribuzione di coppia subisce un picco a cui è associato il maggior contributo alla potenza dissipata. Il campo di moto individuato in tale zona è fortemente tridimensionale in quanto si svolge principalmente nella direzione assiale, pertanto è modellabile come una *zona 3D*;
- **Mezzeria** (o *Middle*): il campo di moto di questa zona è totalmente governato dal getto radiale, responsabile di una distribuzione di pressione tale da fornire, solo localmente, una coppia motrice piuttosto che resistente. L'aerodinamica coinvolta nel getto possiede tuttavia una natura prettamente bidimensionale ma è strettamente legata all'entità degli effetti di bordo e alla profondità di fascia. Pertanto, anche questa regione viene associata ad una *zona 3D*;
- **Quarto di fascia** (o *Quarter*): in questa zona la distribuzione della coppia è caratterizzata da un andamento circa costante e il campo di moto osservato riporta gli stessi vortici controrotanti che si apprezzano nelle visualizzazioni in Fig. 59, Fig. 60 e Fig. 61. Nonostante la componente assiale della velocità sia comunque presente in ogni zona nel caso tridimensionale, l'aerodinamica è principalmente governata da una fenomenologia bidimensionale. La regione al quarto di fascia è quindi riconducibile ad una *zona 2D*.

Quanto appena osservato costituisce le basi per la riduzione dell'ordine del modello computazionale.

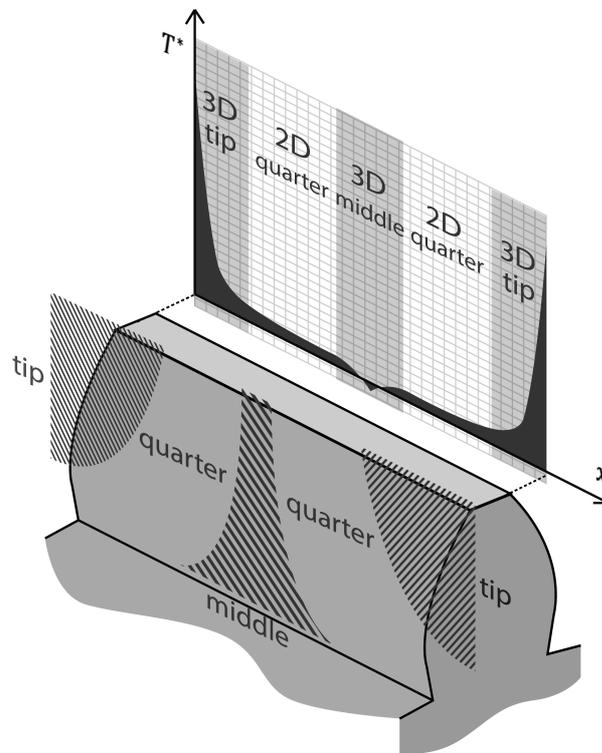


Fig. 76 Suddivisione in zone della fenomenologia con cui si genera la coppia resistente descritta da Hill [2].

A differenza della regressione lineare, la funzione di trasferimento alla base del modello di ordine ridotto ricercato tiene conto degli aspetti tridimensionali che governano l'effettiva aerodinamica attorno alla ruota, ridimensionando il risultato ottenuto dalle simulazioni CFD 2D al dato sperimentale.

Perciò, mentre la proporzionalità diretta tra la CFD 2D e la WPL empirica fornisce un fattore correttivo costante per i valori numerici, la funzione di trasferimento descrive invece un coefficiente moltiplicativo che varia da ruota a ruota, a seconda degli aspetti trascurati dalla simulazione 2D e valutabili a priori.

Nella sezione seguente si esamina nel dettaglio la modellazione della funzione di trasferimento, descrivendone i parametri determinanti.

Funzione di trasferimento

Basandosi sull'idea di suddividere l'aerodinamica all'interno della cavità in più zone governate da flussi di natura diversa, la funzione di trasferimento viene modellata come un fattore f che tiene in considerazione gli aspetti prettamente tridimensionali del campo di moto, trascurati nella riduzione del modello. Come espresso nella (57), tale quantità interviene direttamente sulla WPL stimata nelle simulazioni 2D.

$$WPL_{EXP} \cong WPL_{CFD(2D)} \cdot f \quad (57)$$

Per una migliore comprensione delle modalità con cui è stata definita la funzione di trasferimento, si consideri la coppia adimensionale resistente di pressione riportata da Hill et al. [2] la cui distribuzione qualitativa viene visualizzata in Fig. 77.

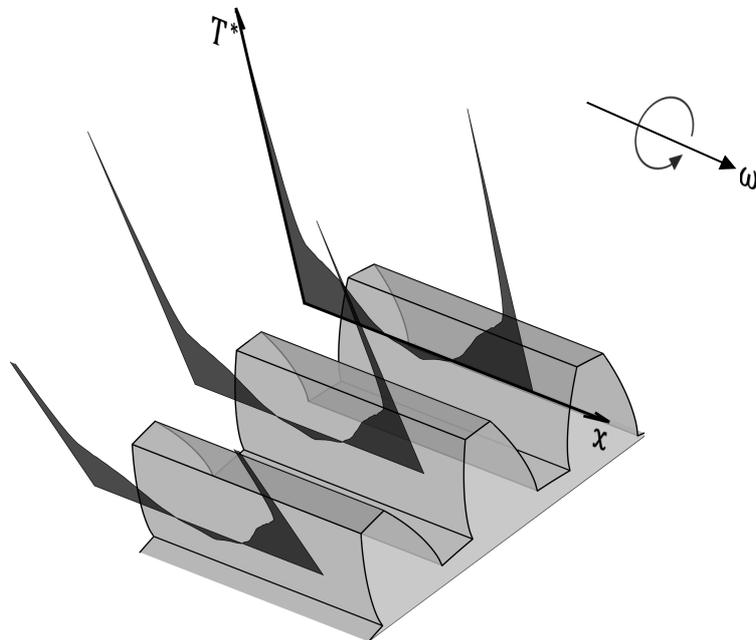


Fig. 77 Distribuzione della coppia adimensionale di pressione esposta da Hill et al. [2] lungo la cavità di ruota.

Innanzitutto, la coppia deve essere dimensionalizzata secondo la formulazione inversa dell'equazione (18)

$$T_{SC}(x) = \frac{1}{2} \rho V_{ref}^2 L_{ref}^2 T^*(x) \quad (58)$$

Tuttavia, per un confronto diretto con la coppia estrapolata dalle simulazioni 2D, si procede con l'integrazione di $T_{SC}(x)$ lungo la profondità di fascia, dividendo poi il risultato per la lunghezza w .

$$T_{SC,CFD(3D)} = \frac{1}{w} \int_0^w T_{SC} dx = \frac{1}{w} \cdot \left(\frac{1}{2} \rho V_{ref}^2 L_{ref}^2 \int_0^{w/2} 2T^* dx \right) \quad (59)$$

In analogia a quanto visto per il caso bidimensionale, tale procedura consiste in una media integrale della coppia numerica di pressione. Il risultato è un momento per unità di lunghezza che, moltiplicato per w , fornisce una distribuzione equivalente, costante sulla direzione assiale (Fig. 78).

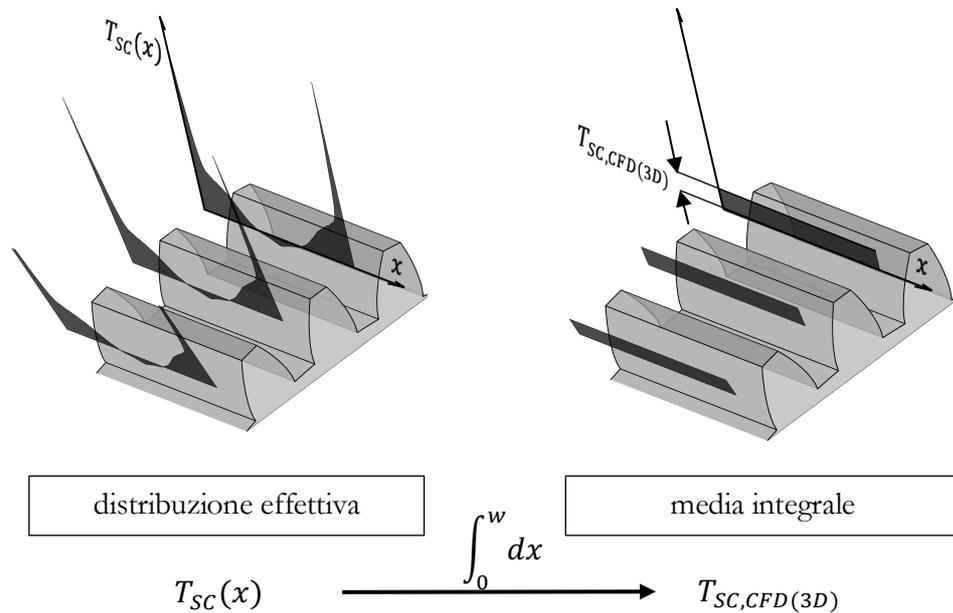


Fig. 78 *Illustrazione della media integrale della coppia resistente di pressione all'interno delle cavità di ruota.*

Dal punto di vista puramente matematico, è quindi chiaro che lo scopo della funzione di trasferimento è di soddisfare l'uguaglianza espressa nell'equazione (60), intervenendo direttamente sul momento aerodinamico $T_{SC,CFD(2D)}$ valutato nelle simulazioni bidimensionali.

$$T_{SC,CFD(3D)} = T_{SC,CFD(2D)} \cdot f \quad (60)$$

Pertanto, assumendo che la coppia numerica valutata nelle simulazioni 3D sia equivalente al momento reale, si asserisce che

$$WPL_{EXP} \approx WPL_{CFD(3D)} = T_{SC(CFD,3D)} \cdot w \cdot Z \cdot \omega \quad (61)$$

Quindi, sostituendo l'equazione (60) nell'equazione (61) si ricava la formulazione applicativa per il modello CFD di ordine ridotto

$$WPL_{EXP} \approx \underbrace{T_{SC(CFD,2D)} \cdot w \cdot Z \cdot \omega}_{WPL_{CFD(2D)}} \cdot f \quad (62)$$

Una volta definita f , l'equazione (62) permette di stabilire quindi un legame diretto tra l'approccio bidimensionale e la WPL sperimentale, bypassando la necessità di una simulazione tridimensionale.

La funzione di trasferimento è stata dunque modellata analizzando il peso di ogni caratteristica geometrica e fluidodinamica sulla WPL numerica.

I parametri inizialmente considerati comprendono la densità (ρ), la pressione (P) e la viscosità del fluido (μ), il modulo (m), il numero di denti (Z), il raggio primitivo (R_p), la velocità angolare (ω) e la profondità di fascia della ruota (w).

$$f = f(\rho, P, \mu, m, Z, R_p, \omega, w) \quad (63)$$

Avvalendosi tuttavia di quanto osservato nelle conclusioni della sezione "Modello di regressione lineare", si assume che l'effetto delle proprietà fluidodinamiche dell'aria (ρ, P, μ) sia già incluso nel risultato delle simulazioni bidimensionali.

Inoltre, secondo la relazione espressa nella (49), il numero di denti è anch'esso considerato nella WPL 2D, in quanto il contributo della singola cavità alla coppia resistente viene moltiplicato Z volte per simulare la ruota intera.

Infine, le dimensioni m, Z, R_p, ω sono legate tra di loro secondo le equazioni (19) e (20), riportate nella sezione “Geometria del dente”.

Alla luce di tali assunzioni, il numero di variabili indipendenti subisce pertanto una sensibile riduzione, passando da otto a soli due parametri.

Conseguentemente, f è funzione della profondità di fascia (rappresentativa della tridimensionalità della ruota) e della velocità di pitch (che tiene invece conto della geometria bidimensionale e della cinematica).

$$f = f(w, V_p) \quad (64)$$

Quindi, riscrivendo la (57) esplicitando le varie dipendenze, si ottiene che

$$WPL_{EXP} \cong WPL_{CFD(2D)}(\rho, P, \mu, m, Z, \omega, w) \cdot f(w, V_p) \quad (65)$$

Successivamente, sulla base di quanto visto negli studi condotti da Diab et al. [5] (consultare equazione (9)), è stato definito un polinomio con esponenti generici, riportato nell'equazione (66), per analizzare il peso di ogni elemento della funzione di trasferimento sul modello di ordine ridotto.

$$f(w, V_p) = A \cdot w^\alpha \cdot V_p^\beta \quad (66)$$

A, α e β sono stati valutati a valle di un processo di minimizzazione della discrepanza tra la WPL numerica bidimensionale e il rispettivo valore sperimentale. Nell'equazione (67) si riporta la definizione esplicita definitiva della funzione di trasferimento.

$$f(w, V_p) = A \cdot \left(\frac{1}{w^2 \cdot V_p} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (67)$$

Osservando la formulazione appena ricavata si nota che la profondità di fascia e la velocità di pitch figurano come il reciproco di una *portata in volume* elevato a 1/6.

In funzione di quanto appena ricavato, si analizzino i singoli termini:

- **Coefficiente, A :** analogamente al modello di regressione lineare, il coefficiente A ha un valore costante (proprietà di GE Avio) che descrive la proporzionalità diretta tra la WPL bidimensionale corretta con il termine in parentesi nella (67) e la WPL sperimentale. Inoltre, l'unità di misura del coefficiente è definita in modo da garantire l'adimensionalità della funzione di trasferimento.
- **Larghezza di fascia, w :** figurando al denominatore, la larghezza di fascia è inversamente proporzionale alla funzione di trasferimento. Ne consegue che, a parità di velocità di pitch, a una ruota con w maggiore corrisponde una f minore. Ciò significa che la disparità tra la $WPL_{CFD(2D)}$ e la WPL_{EXP} si riduce, a conferma di quanto già discusso circa le differenze tra una geometria finita e una geometria infinita. Nell'equazione (67) la larghezza di fascia è oltretutto elevata al quadrato rispetto alla velocità di pitch, definendo la predominanza del primo termine sul secondo.
- **Velocità di pitch, V_p :** anche in questo caso il termine figura al denominatore, individuando pertanto un'analogia proporzionalità inversa con la funzione f . Aumentando la velocità di rotazione, e quindi la velocità di pitch, il flusso principale ha dunque un peso maggiore sugli effetti tridimensionali. In particolare, la corrente esterna ha più difficoltà ad accedere all'interno della cavità.

È chiaro che aumentando la larghezza di una ruota, o la sua velocità angolare, le perdite fluidodinamiche complessive aumentano di conseguenza. Le conclusioni esposte sono dunque circoscritte alla sola funzione di trasferimento e non tengono conto degli effetti della larghezza di fascia e della velocità di pitch sulla $WPL_{CFD(2D)}$, anch'essa fortemente dipendente da tali variabili.

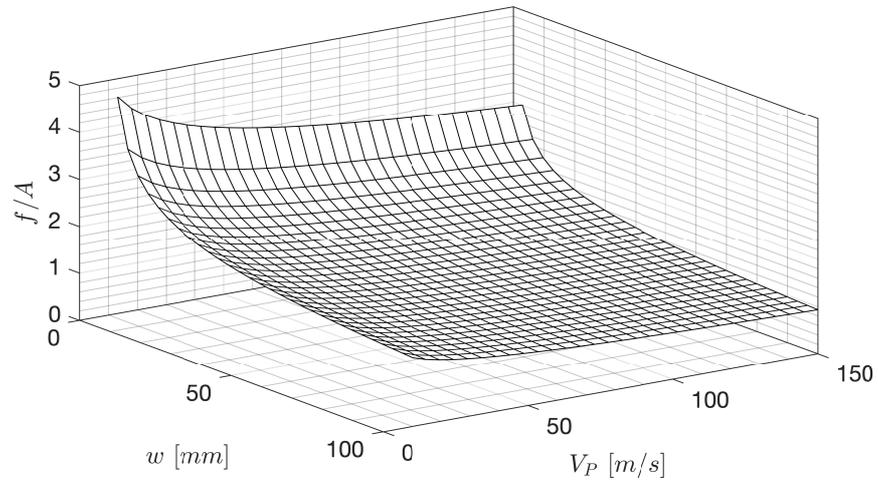


Fig. 79 Grafico tridimensionale della funzione di trasferimento in funzione della profondità di fascia e della velocità di pitch.

Osservando la Fig. 79 si nota come la funzione di trasferimento, normalizzata sul coefficiente, decresca verso l'unità all'aumentare dei due parametri.

Ciò significa che, per velocità angolari crescenti, le simulazioni 2D di ruote con un'estesa dimensione assiale forniscono una WPL sempre più vicina a quella sperimentale, a meno del coefficiente A .

RISULTATI DEL MODELLO DI ORDINE RIDOTTO

Confrontando i risultati del modello di ordine ridotto con i 33 casi studiati, emerge un'evidente linearità tra la WPL sperimentale e la WPL numerica moltiplicata per la funzione di trasferimento. Eseguendo il fitting lineare dell'andamento dei dati con una retta passante per l'origine (intercetta nulla), il coefficiente di determinazione R^2 è pari a

$$R^2 = \frac{\sum_i (WPL_{CFD(2D),i} \cdot f(w_i, V_{P,i}))^2}{\sum_i (WPL_{EXP,i})^2} = 99.88\% \quad (68)$$

Ciò definisce una forte linearità da parte del modello di ordine ridotto.

In Fig. 80 si riportano tutti i casi sperimentali analizzati e, in particolare, si osserva la disposizione dei dati sulla diagonale del grafico, indicando che il rapporto tra WPL empirica e quella numerica corretta è praticamente unitario.

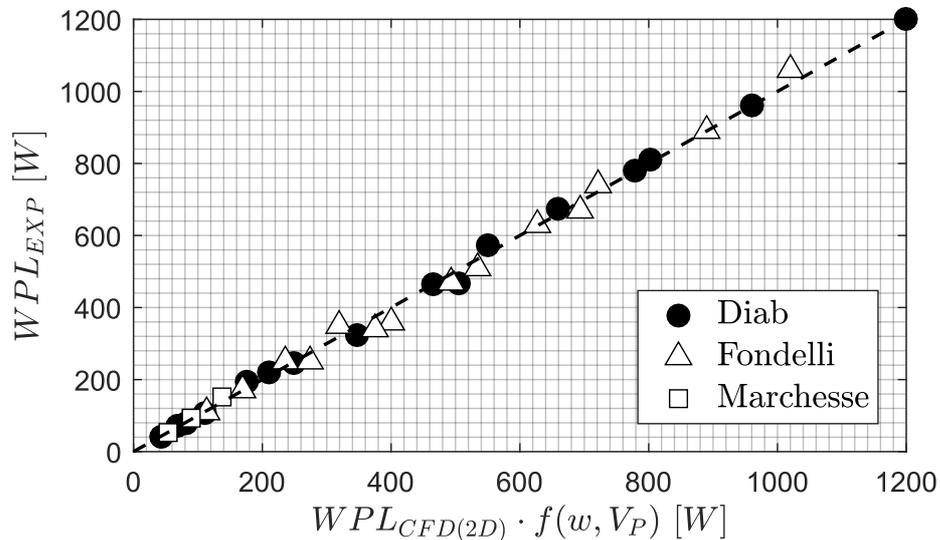


Fig. 80 Confronto tra la WPL sperimentale e la $WPL_{CFD(2D)}$, moltiplicata per la funzione di trasferimento, valutate per le ruote di Diab [5], Fondelli [6] e Marchesse [8].

Per un confronto diretto con il modello di regressione lineare, già analizzato precedentemente, si esegue una stima dell'errore relativo medio commesso dal modello di ordine ridotto su tutte le sessioni sperimentali.

$$\overline{\varepsilon_{TF}} = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \left| 1 - \frac{WPL_{CFD(2D),i} \cdot f(w_i, V_{P,i})}{WPL_{EXP,i}} \right| \right) \cdot 100 = 4.22\% \quad (69)$$

Inoltre, in Tabella 11 si riportano le differenze tra la proporzionalità diretta e la funzione di trasferimento in termini di errore relativo e deviazione standard.

Tabella 11 Confronto tra il modello di regressione lineare (K) e il modello di ordine ridotto (TF) in termini di errori relativi e deviazioni standard.

	Errore massimo	Errore minimo	Errore medio	Dev. Std.
	ε_{MAX}	ε_{MIN}	$\bar{\varepsilon}$	σ
K	34.17 %	0.29%	10.82%	0.0892
TF	11.02%	0.02%	4.22%	0.0331

Dai risultati appena esposti si evidenzia il livello di accuratezza del nuovo modello rispetto alla regressione lineare. In particolare, l'errore relativo massimo commesso dalla funzione di trasferimento è circa pari all'errore relativo medio sperimentato con la proporzionalità diretta. Ciò indica che la precisione del caso peggiore studiato con il ROM è confrontabile con la media osservata nella regressione lineare.

Una visualizzazione dettagliata degli errori relativi viene proposta in Fig. 81. Osservando l'istogramma si comprende più approfonditamente la bontà complessiva del modello di ordine ridotto. Tuttavia, analizzando singolarmente ogni caso, la regressione lineare offre sporadicamente una migliore stima della WPL. In particolare, tale aspetto si apprezza nei casi D11, F5, F8, F9.

Esaminando le caratteristiche geometriche e le condizioni operative degli esperimenti segnalati, non emerge alcuna connessione riconducibile ad un errore sistematico del ROM.

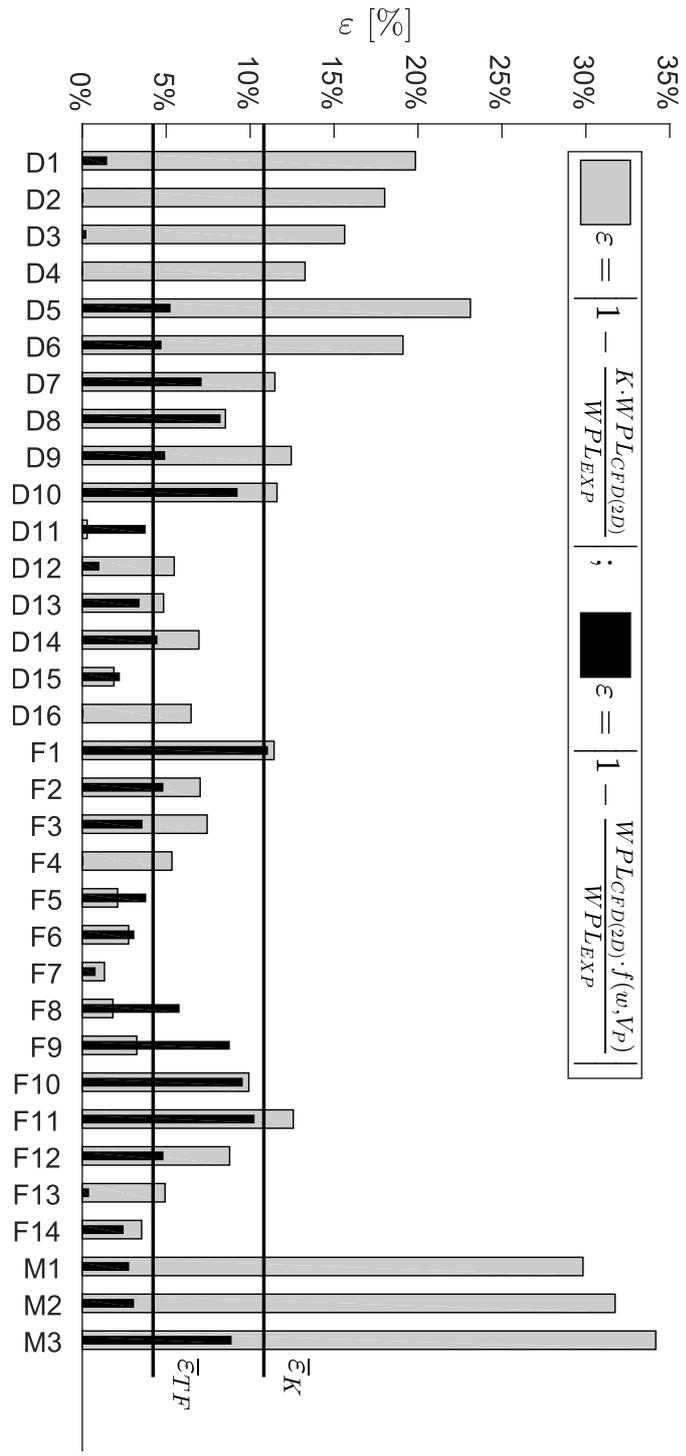


Fig. 81 Istogramma degli errori relativi commessi dal modello di regressione lineare e dal modello di ordine ridotto in ogni caso studiato (D = Diab, F = Fondelli, M = Marchesse).

Il miglior risultato del modello CFD di ordine ridotto si osserva analizzando la Gear 1 di Diab (casi D1, D2, D3 e D4) e la ruota di Marchesse (casi M1, M2 e M3). La prima presenta un raggio primitivo circa doppio rispetto alle altre ruote, pertanto, a parità di velocità angolare, la velocità di pitch raddoppierà anch'essa di conseguenza; la seconda è caratterizzata invece dalla profondità di fascia più piccola. In entrambi i casi il modello di regressione lineare risulta essere piuttosto impreciso a qualsiasi velocità angolare. Al contrario, il ROM offre un'ottima stima della WPL in tutte le configurazioni.

Dal punto di vista delle prestazioni, in Tabella 12 si illustrano le differenze tra il modello CFD di ordine ridotto e il modello CFD 3D, in termini di costo computazionale e di accuratezza del metodo.

Tabella 12 Confronto in termini di costo computazionale ed errori relativi tra il modello CFD 3D e il ROM.

	Errore massimo ϵ_{MAX}	Errore medio $\bar{\epsilon}$	Tempo sim. (~40k iterazioni)
3D	12%	5%	22 ore
3D (Hill [2])	~6%	-	-
TF	11.02%	4.22%	11 minuti

È evidente che il ROM è in grado di competere con l'accuratezza delle simulazioni 3D della singola cavità. L'errore relativo medio derivante dall'applicazione della funzione di trasferimento è del tutto confrontabile con l'errore relativo massimo commesso nelle simulazioni presentate da Hill [2]. Inoltre, sia l'errore relativo massimo che medio del modello sono inferiori a quelli sperimentati con i casi di CFD 3D studiati ad-hoc per il campo di moto. Tuttavia, il vero vantaggio risiede soprattutto nelle tempistiche richieste: a parità di geometria, la simulazione tridimensionale impiega un tempo pari a più di 100 volte quello dell'approccio bidimensionale per raggiungere la convergenza. In merito ai risultati ottenuti, il modello di ordine ridotto può rappresentare quindi un pratico mezzo per la stima della WPL nel contesto industriale.

Capitolo 5

CONCLUSIONI

L'obiettivo di questa tesi è di ricavare una metodologia robusta per la valutazione pratica e veloce delle perdite fluidodinamiche sulle ruote cilindriche delle trasmissioni aeronautiche.

Ad oggi, lo stato dell'arte in materia di stima della Windage Power Loss (WPL) in ambiente di sola aria propone due alternative:

- simulazioni CFD 3D ottimizzate di un modello della cavità di ruota [2];
- impiego di formulazioni semi-empiriche basate sulla fenomenologia fluidodinamica del windage e sulla geometria della ruota ([4] [5] [3]).

Nel contesto industriale, tuttavia, nessuna delle due opzioni fornisce un approccio che sia al contempo accurato in ogni condizione operativa e veloce da applicare a nuovi design di ruota.

Il risultato ottenuto in questo documento offre un modello semplificato che soddisfi entrambi i requisiti, basandosi su simulazioni CFD bidimensionali.

Da quanto appreso nella letteratura pregressa, la CFD 2D non è in grado di cogliere direttamente la struttura fluidodinamica alla base del windage, incorrendo pertanto in un'eccessiva sottostima del valore numerico, con un errore relativo medio dichiarato pari a circa il 95% [8].

Ciononostante, successivamente ad una serie di indagini sulla qualità della mesh e sulle dimensioni del dominio numerico, il modello CFD 2D è stato studiato approfonditamente, caratterizzando prima l'aerodinamica bidimensionale di un singolo dente per poi procedere con l'effettiva cavità di ruota.

Per adempiere alla definizione di un robusto modello CFD semplificato, sono stati selezionati 33 casi sperimentali che comprendessero diverse geometrie di ruota e diverse condizioni operative (velocità angolare e proprietà del fluido).

Prevedibilmente, il confronto diretto tra la WPL numerica e quella sperimentale riporta un errore relativo medio del 92.22%, in totale accordo con la letteratura. Per una comprensione più approfondita delle cause associate al windage nelle ruote cilindriche, è stata perciò avviata una campagna di simulazioni tridimensionali su alcune delle ruote analizzate.

I risultati hanno dunque permesso di visualizzare la fluidodinamica effettiva imputata della generazione dei carichi di pressione lungo la larghezza di fascia. Inoltre, dal confronto tra il campo di moto bidimensionale e quello tridimensionale, sono emersi i punti comuni e le differenze tra i due approcci. A conclusione di tale analisi, il campo di moto 3D è stato diviso in 3 zone descritte da fenomenologie di natura diversa, suggerendo la possibilità di ridurre il numero di dimensioni del problema mediante una funzione di trasferimento che tenga conto degli effetti trascurati.

La modellazione matematica di tale funzione si basa su osservazioni condotte sui risultati delle simulazioni e sulle leggi geometriche che governano la forma dei denti di ruota.

Come risultato, il modello CFD di ordine ridotto (ROM) estrapolato è stato validato su tutti i casi sperimentali selezionati dalla letteratura (consultare Tabella 5 e Tabella 9).

Con un errore relativo medio pari al 4.22%, l'adoperare di una simulazione fluidodinamica bidimensionale, corretta da una funzione di trasferimento, dimostra un'accuratezza piuttosto elevata nella stima della WPL, del tutto confrontabile con quella delle simulazioni CFD 3D allo stato dell'arte.

In Tabella 12 e in Fig. 82 vengono riassunte le prestazioni dei due approcci, riportando sia l'errore relativo medio che il tempo richiesto mediamente dalle simulazioni per soddisfare il criterio di convergenza della soluzione.

Il vantaggio offerto dal modello di ordine ridotto è bivalente:

- la simulazione CFD 2D impiega un tempo 100 volte minore rispetto all'analogo caso 3D;
- l'accuratezza dei due approcci è dello stesso ordine di grandezza.

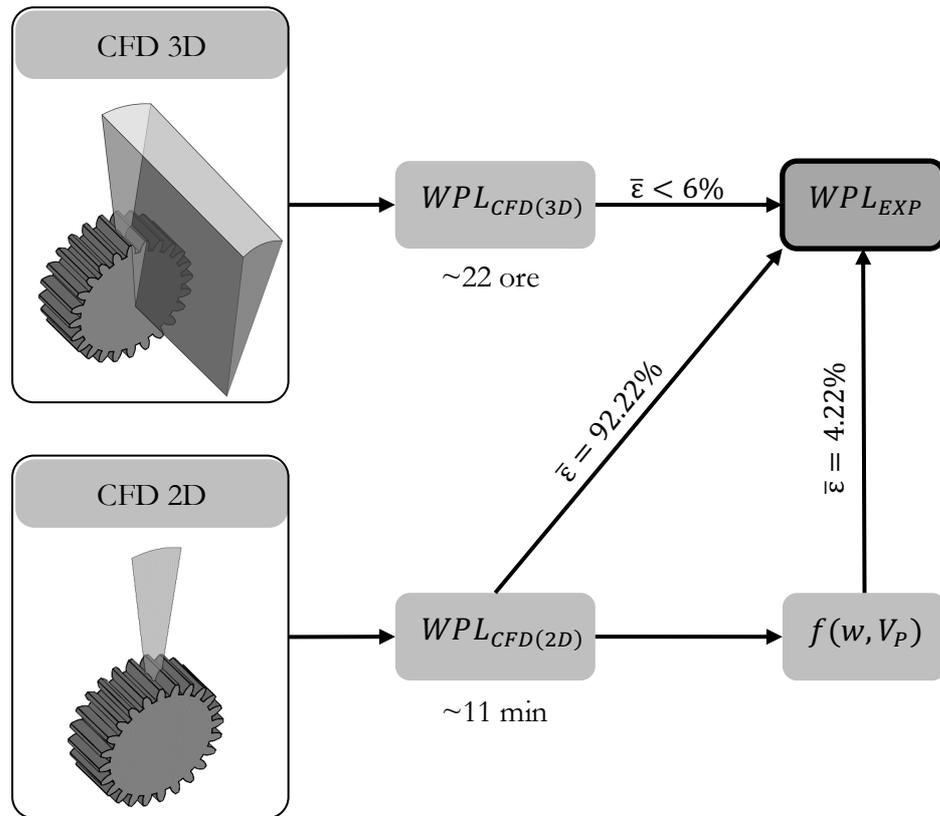


Fig. 82 Schema riassuntivo delle differenze tra il modello CFD 3D e il modello CFD di ordine ridotto.

Inoltre, rispetto agli studi pregressi, il valore aggiunto della funzione di trasferimento consiste nel fatto che, oltre a considerare l'effetto della geometria della ruota, tiene conto anche dell'influenza delle proprietà del fluido.

Un secondo vantaggio è dato dall'indipendenza della $T_{CFD(2D)}$ dalla larghezza di fascia: due ruote con diversa profondità ma con raggio primitivo e modulo analoghi condividono la stessa sezione assiale, pertanto necessitano di un'unica simulazione 2D per la stima della coppia resistente; la larghezza di fascia non influenza il calcolo bidimensionale ma interviene soltanto a posteriori nella valutazione di $WPL_{CFD(2D)}$ e della funzione di trasferimento.

In merito a tali risultati, si conferma che, in un contesto industriale, il ROM sviluppato in questa tesi è in grado di soppiantare sia i complessi modelli CFD tridimensionali che le poco accurate relazioni semi-empiriche.

SVILUPPI FUTURI

A fronte dei risultati ottenuti con lo studio descritto in questa tesi, gli sviluppi futuri sono molteplici:

- **Formulazione semi-empirica.** Basandosi sulle simulazioni 2D, il ROM isola i contributi bidimensionali del campo di moto modellando quelli tridimensionali nella funzione di trasferimento. Contando sulla praticità dei modelli CFD 2D, sarà più facile determinare una formulazione semi-empirica mirata alla stima della WPL, escludendo definitivamente la necessità di adoperare la fluidodinamica computazionale.
- **Modello aria-olio.** In concomitanza con un più vasto database sperimentale, è possibile approfondire lo sviluppo del modello simulando una miscela di aria e olio di lubrificazione, realizzando così un ambiente molto più vicino alla configurazione effettiva. In prima istanza, si assume che il fluido sia omogeneo, con caratteristiche di densità e viscosità equivalenti a quelle della miscela. Al contrario, per un approccio più dettagliato, il modello CFD potrebbe essere ampliato alle simulazioni multifase.
- **Accoppiamenti e ruote coniche.** La tesi tratta in modo estensivo le singole ruote cilindriche, perciò non contempla né la presenza di una seconda ruota che ingrana con la prima, né una diversa architettura di ruota. Pertanto, un ulteriore sviluppo del modello potrebbe consistere nella modellazione di ruote con geometrie differenti da quelle cilindriche, o dell'ingranamento tra due o più ruote all'interno di una gearbox.

RINGRAZIAMENTI

Istituzionali

La redazione di questo documento è stata svolta all'interno di un'attività di tirocinio presso Avio Aero. Durante questa esperienza ho fatto parte del team di *Advanced Technology Operations*, in particolare nell'area di AeroThermal & Lube, dove ho avuto modo di toccare con mano la praticità che contraddistingue maggiormente l'ambiente industriale da quello universitario.

Qui ho conosciuto personalità in grado di accompagnarmi in un percorso di responsabilità sempre crescenti, personalità a cui, ad oggi, devo gran parte della mia formazione.

Il primo ringraziamento va al mio tutor aziendale Fabio De Bellis con cui ho lavorato intensamente per l'intera durata del tirocinio. Con mia grande soddisfazione, abbiamo raggiunto dei risultati riconosciuti da tutto il team, e tutto ciò grazie anche alla sua capacità di reindirizzarmi sempre sulla strada più pratica e più efficace.

Ringrazio il capo del Thermal System Design Marco Del Cioppo e le sue preziose lezioni di vita, nate da chiacchierate sulle turbine e terminate in massime filosofiche, rigorosamente accompagnate da esercizi per la volta successiva. Un pozzo di esperienza e consigli.

Un ringraziamento va anche a Gabriele Maini e Barbara Bertetti che mi hanno accolto nel mondo professionale in un modo a mio avviso esemplare, rispondendo ai miei dubbi e dandomi sempre le migliori linee guida per affrontare i vari step del tirocinio.

Grazie a Federico Leonardi, Luca Giacobone, Miriam Manzoni, Pietro Molesini e Saypen Baraggia Au Yeung per il loro importantissimo supporto.

La mia riconoscenza va anche al mio relatore, il professor Francesco Larocca, che mi ha consentito di intraprendere questo percorso.

Personali

È vero, questo è un grande traguardo, ma si sa: *non è solo mio*.

La strada per arrivare fin qui è stata parecchio lunga e ho raggiunto il traguardo perché sono stato accompagnato da persone importanti (ma anche da una massiccia dose di caffeina e di cibo piccante).

I miei ringraziamenti vanno a Giuseppe Santacroce, Brando Petrolo e Domenico Terranova, fratelli di una vita, che hanno assistito a molti dei punti probabilmente più bassi della mia carriera universitaria, supportandomi da lontano; ai ragazzi del Nono Piano e a tutto il tempo passato assieme, a rendere più piacevoli i nostri sacrifici, tra un pacco da giù e l'altro; ai Cotrari di Siderno, Alberto Gagliardi, Andrea Misuraca, Anthony Meleca, Felice Valente e Giuseppe Comisso, con cui mi son sempre sentito a casa anche in terre nordiche; ai dottorissimi Maurizio Valesani, Susanna Orestano, Andrea Maganuco e Francesco Uffreduzzi, valorosi commilitoni nella battaglia contro le sessioni d'esame più ardue; a Claudia D'Ippolito, che sarebbe in grado di riscrivere questa tesi a memoria data la sua -fondamentale- presenza durante la stesura del documento, a supporto dei miei nervi poco saldi; alla mia famiglia, il mio più grande punto di riferimento e fonte costante non solo di pacchi da giù e cibo piccante ma anche fonte di motivazione a spingermi oltre e raggiungere i miei obiettivi.

Grazie a tutti voi.

NOMENCLATURA

C_D	Coefficiente di resistenza aerodinamica (-)
C_M	Coefficiente di momento aerodinamico (-)
CFD	Computational Fluid Dynamics (Fluidodinamica Computazionale)
D	Diametro di ruota (m o mm)
f	Funzione di trasferimento (-)
h	Altezza di dente (m o mm)
K	Coefficiente di proporzionalità diretta (-)
M	Numero di Mach (-)
m	Modulo (m o mm)
P	Potenza (W)
p	Pressione (Pa)
p_T	Passo del dente (m o mm)
R	Raggio di ruota (m o mm)
Re	Numero di Reynolds (-)
Re^*	Numero di Reynolds critico (-)
T	Momento aerodinamico (Nm)
T^*	Coppia di pressione adimensionale (-)
V	Velocità lineare (m/s)
V_P	Velocità di pitch (m/s)
w	Larghezza di fascia (m o mm)
WPL	Windage Power Loss (W o kW)
Z	Numero di denti (-)

SIMBOLI GRECI

α	Angolo di pressione ($^{\circ}$ o rad)
μ	Viscosità dinamica (Pa s)
ρ	Densità (kg/m^3)
ω	Velocità angolare (rad/s o RPM)

PEDICI

<i>A</i>	Addendum
<i>D</i>	Dedendum
<i>DR</i>	Rapporto diretto
<i>K</i>	Modello di regressione lineare
<i>P</i>	Primitivo
<i>R</i>	Radice
<i>SC</i>	Singola cavità
<i>ST</i>	Singolo dente
<i>TF</i>	Modello con funzione di trasferimento
<i>W</i>	Windage

BIBLIOGRAFIA

- [1] Rolls-Royce, The Jet Engine, 2005.
- [2] M. J. Hill e R. F. Kunz, «A Computational Investigation of Gear Windage,» in *NASA*, Philadelphia, 2012.
- [3] N. E. Anderson e S. H. Loewenthal, «Spur-Gear-System Efficiency at Part and Full Load,» NASA, Cleveland, 1980.
- [4] P. Dawson, «Windage Loss in Larger High-Speed Gears,» in *Proceedings Instn. Mech. Engrs.*, Cheshire, 1984.
- [5] Y. Diab, F. Vill, P. Vexel e C. Changenet, «Windage Losses In High Speed Gears - Preliminary Experimental And Theoretical Results,» 2004.
- [6] D. Massini, T. Fondelli, A. Andreini, B. Facchini, L. Tarchi e F. Leonardi, «Experimental And Numerical Investigation On Windage Power Losses In High Speed Gears,» Charlotte, 2017.
- [7] K. Al-Shibl, K. Simmons e C. N. Eastwick, «Modelling Windage Power Loss From an Enclosed Spur Gear,» in *School of Mechanical, Materials, and Manufacturing Engineering*, Nottingham, 2006.
- [8] Y. Marchesse, C. Changenet, F. Ville e P. Vexel, «Investigations on CFD Simulation for Predicting Windage Power Losses in Spur Gears,» in *Conference on Integrity, Reliability and Failure*, Porto, 2009.
- [9] R. F. Handschuh e M. J. Hurrell, «Initial Experiment of High-Speed Drive System Windage Losses,» in *International Conference on Gears*, Garching, 2011.
- [10] R. F. Handschuh e C. J. Kilmain, «Operational Influence on Thermal Behavior of High-Speed Helical Gear Trains,» in *American Helicopter Society International, Forum 62*, Phoenix, AZ, 2006.
- [11] M. J. Hill, R. F. Kunz, R. B. Medvitz, R. F. Handschuh, L. N. Long, R. W. Noack e P. J. Morris, «CFD Analysis Of Gear Windage Losses: Validation And Parametric Aerodynamic Studies,» 2011.
- [12] L. S. Akin, J. J. Mross e D. P. Townsend, «Study of Lubricant Jet Flow Phenomena in Spur Gears,» in *ASME J. Lubr. Technol.*, Cleveland, 1975.
- [13] A. A. Lord, An Experimental Investigation of Geometric and Oil Flow Effects on Gear Windage and Meshing Losses, Swansea: University of Wales Swansea, 1998.
- [14] R. S. P., Dudley's Handbook of Practical Gear Design and Manufacture, Boca Raton, FL: Taylor & Francis Group, 2012.

- [15] A. G. M. Association, «Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and helical Gears,» American Gear Manufacturers Association, Alexandria, 2001.
- [16] J. J. Dicker, G. R. Pennock e J. E. Shigley, Theory of Machines and Mechanisms, Terza a cura di, Oxford: Oxford Univeristy Press, 2003.
- [17] S. Hoerner, Fluid-Dynamic Drag: Practical Information on Aerodynamic Drag and Hydrodynamic Resistance, San Diego, California: University of California, 1958.
- [18] T. Lassila, A. Manzoni, A. Quarteroni e G. Rozza, «Model Order Reduction in Fluid Dynamics: Challenges and Perspectives,» in *MS&A - Modeling, Simulation and Applications*, vol. 9, Svizzera, Springer, Cham, 2014.
- [19] C. N. Eastwick e G. Johnson, «Gear Windage: A Review,» Nottingham, 2008.
- [20] H. Arisawa, Y. Shinoda, M. Tanaka, T. Goi, H. Akahori e M. Yoshitomi, «Classification Of Fluid Dynamic Loss In Aeroengine Transmission Gears - Experimental Analysis And CFD Validation,» Charlotte, NC, USA, 2017.
- [21] M. K. Aktas, M. A. Yavuz e A. K. Ersan, «Computational Fluid Dynamics Simulations Of Windage Loss In A Spur Gear,» Oslo, 2018.

